

Un modèle de couverture conditionnelle sur les devises

Une approche GARCH bivarié

Présenté par

Patrick Lamontagne

en vue de l'obtention
du grade de
Maître ès sciences économiques

Département de sciences économiques
Faculté des études supérieures
Université de Montréal

août 1996

Remerciement

Je tiens à remercier sincèrement tous ceux qui m'ont appuyé durant l'élaboration de ce rapport de recherche, tant financièrement que moralement, particulièrement mes parents et mon amie. Mais surtout, je tiens à remercier mon directeur de recherche, René Garcia, pour toute l'aide apportée ainsi que pour sa grande disponibilité malgré ses horaires chargés.

TABLE DES MATIÈRES

Liste des tableaux	iii
Liste des figures	vii
Sommaire	ix
1- Introduction	1
2- Données étudiées	4
3- Tests préliminaires	5
3.1- Test de racine unitaire	5
3.2- Test de marche aléatoire	12
3.3- Test de normalité	14
4- Modèle GARCH multivarié	23
4.1- Présentation théorique	24
4.2- Estimation du modèle	29
5- Présentation des ratios utilisés	35
5.1- Le ratio de couverture fixe	35
5.2- Le ratio de couverture variable	37
5.3- Stratégies d'investissement	40

5.4- Résultats et commentaires	41
6- Implication des coûts de transaction	43
6.1- Stratégies de couverture alternatives	44
6.2- Résultats et commentaires	45
7- Conclusion	49
Bibliographie	51
ANNEXE	
A- Résultats complets des tests de racine unitaire	53
B- Méthode de graduation de Whittaker-Henderson	58
C- Résultats complets des distributions	60
D- Résultats complets des stratégies de couverture à seuil	63

Liste des tableaux

tableau 3.1

Statistiques des tests de racines unitaires de Phillips-Perron pour la régression 3.2, sur le dollar canadien	11
--	----

tableau 3.2

Statistiques des tests de racines unitaires de Phillips-Perron pour la régression 3.2, sur le mark	11
---	----

tableau 3.3

Statistiques des tests de racines unitaires de Phillips-Perron pour la régression 3.2, sur le yen	11
--	----

tableau 3.4

Statistiques des tests de racines unitaires de Phillips-Perron pour la régression 3.1, sur le dollar canadien	11
--	----

tableau 3.5

Statistiques des tests de racines unitaires de Phillips-Perron pour la régression 3.1, sur le mark	12
---	----

tableau 3.6

Estimateurs des moindres carrés ordinaires de la variable α dans les régressions 3.1 et 3.2	12
---	----

tableau 3.7

Statistiques du test Ljung-Box (portemanteau test)	14
--	----

<u>tableau 3.8</u>	
Indicateurs de distribution	21
<u>tableau 3.9</u>	
Résultats des tests sur le degré d'asymétrie des distributions	22
<u>tableau 3.10</u>	
Résultats des tests sur le degré d'aplatissement des distributions	22
<u>tableau 4.1</u>	
Résultats des estimations du modèle GARCH bivarié	32
<u>tableau 4.2</u>	
Indicateurs de distribution pour les données normalisées.....	33
<u>tableau 4.3</u>	
Résultats des tests sur le degré d'asymétrie après normalisation	34
<u>tableau 4.4</u>	
Résultats des tests sur le degré d'aplatissement après normalisation	34
<u>tableau 5.1</u>	
Coefficients de corrélation et ratios de couverture fixe	36
<u>tableau 5.2</u>	
Variance échantillonnale pour divers portefeuilles	42
<u>tableau 5.3</u>	
Pourcentage de réduction de la variance échantillonnale	43

tableau 6.1

Résultats des stratégies de couverture à seuil sur le dollar canadien46

tableau 6.2

Résultats des stratégies de couverture à seuil sur le mark46

tableau 6.3

Résultats des stratégies de couverture à seuil sur le yen47

tableau a

Statistique $Z(\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.254

tableau b

Statistique $Z(t_\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.254

tableau c

Statistique $Z(\Phi_2)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1, \beta = \mu = 0$ dans la régression 3.255

tableau d

Statistique $Z(\Phi_3)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1, \beta = 0$ dans la régression 3.255

tableau e

Statistique $Z(t_\beta)$ pour l'hypothèse $\beta = 0$ dans la régression 3.256

tableau f

Statistique $Z(\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.156

<u>tableau g</u>	
	Statistique $Z(t_\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.157
<u>tableau h</u>	
	Statistique $Z(\Phi_1)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1, \mu = 0$ dans la régression 3.157
<u>tableau i</u>	
	Distributions empiriques des séries de taux de change61
<u>tableau j</u>	
	Distributions normalisées des séries de taux de change62
<u>tableau k</u>	
	Résultats complets des stratégies de couverture à seuil sur le dollar canadien64
<u>tableau l</u>	
	Résultats complets des stratégies de couverture à seuil sur le mark65
<u>tableau m</u>	
	Résultats complets des stratégies de couverture à seuil sur le yen66

Liste des figures

figure 1

Croquis d'une distribution normale superposée à une distribution empirique2

figure 2

Données journalières du taux au comptant du dollar canadien6

figure 3

Données journalières en première différence du dollar canadien6

figure 4

Données journalières du taux au comptant du mark7

figure 5

Données journalières en première différence du mark7

figure 6

Données journalières du taux au comptant du yen8

figure 7

Données journalières en première différence du yen8

figure 8

Distribution empirique du dollar canadien superposée à sa distribution lissée16

figure 9

Distribution empirique du mark superposée à sa distribution lissée16

figure 10

Distribution empirique du yen superposée à sa distribution lissée17

figure 11

Distribution d'une normale aléatoire (0,1) superposée à sa distribution lissée17

figure 12

Distribution lissée du dollar canadien superposée à la distribution lissée de la normale (0,1)18

figure 13

Distribution lissée du deutschemark superposée à la distribution lissée de la normale (0,1)18

figure 14

Distribution lissée du yen superposée à la distribution lissée de la normale (0,1)19

figure 15

Ratios de couverture fixe et conditionnel sur le dollar canadien39

figure 16

Ratios de couverture fixe et conditionnel sur le mark39

figure 17

Ratios de couverture fixe et conditionnel sur le yen40

Sommaire

Dans ce rapport de recherche, trois séries de taux de change sont étudiées: le yen, le mark et le dollar canadien. Les trois taux sont cotés en dollars américains. D'abord, pour s'assurer que ces séries ont des caractéristiques conformes à ce que l'on retrouve dans la littérature, une batterie de tests est effectuée. Deux résultats retiennent particulièrement l'attention: d'une part les résidus ne sont pas autocorrélés (donc les données sont bien expliquées par un modèle de marche aléatoire), d'autre part les carrés des résidus sont autocorrélés. (On dit alors qu'il y a présence d'hétéroscédasticité conditionnelle ou encore que la variance conditionnelle varie dans le temps).

C'est en tenant compte de ce dernier fait empirique qu'une nouvelle méthode de couverture, avec des contrats à terme sur les devises, est testée dans la dernière partie du travail. Cette méthode consiste à recalculer chaque jour le ratio optimal de couverture qui se définit comme la covariance conditionnelle entre le taux au comptant d'une devise et le contrat à terme correspondant, divisée par la variance de ce même contrat à terme. Pour cela, il faut être capable de développer un modèle qui soit en mesure de prévoir la matrice de variance-covariance conditionnelle. Le modèle recherché sera un GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedastic) à deux variables, le taux au comptant d'une devise et le taux de son contrat à terme.

Pour juger de l'efficacité de ce ratio, on le compare au ratio fixe conventionnel, soit celui généralement utilisé par les investisseurs. Puisque le but

de la couverture est de diminuer les risques de fluctuation des prix, on calcule l'efficacité d'un ratio par le pourcentage de diminution de la variance dans un portefeuille couvert, par rapport à un portefeuille sans couverture.

Les ratios sont testés sur deux échantillons de données, soit un sur lequel le modèle GARCH a été estimé, puis un autre, plus petit, qui suit immédiatement le premier. Dans les deux cas, et pour les trois devises, le ratio conditionnel s'est avéré plus efficace à diminuer la variance du portefeuille que le ratio conventionnel. Toutefois, il faut préciser que la différence d'efficacité entre ces deux ratios est relativement petite lorsqu'elle est mesurée par rapport à un portefeuille sans couverture. Par contre, le ratio conditionnel s'avère vraiment plus intéressant lorsque l'on calcule son efficacité par rapport à un portefeuille à couverture fixe. Ce qui nous fait dire que pour un investisseur qui ne pratique pas de couverture ou qui pratique seulement de la diversification sur son portefeuille, pourrait facilement obtenir d'excellents résultats avec un simple ratio fixe. Par contre, un investisseur qui pratique déjà de la couverture et qui se trouve intéressé par une diminution supplémentaire, obtiendrait de bons résultats avec un ratio conditionnel.

Dans le but de traiter des coûts de transaction qu'implique le ratio de couverture variable, des stratégies de couverture qui se trouve quelque part entre celles du ratio fixe et du ratio variable, sont considérées dans la dernière partie du travail. Les résultats s'avèrent très intéressants. En appliquant de simples petits filtres qui laissent passer les petits changements dans le ratio de couverture, on parvient à réduire considérablement le nombre de transaction sans pour autant que la variance augmente de façon dramatique.

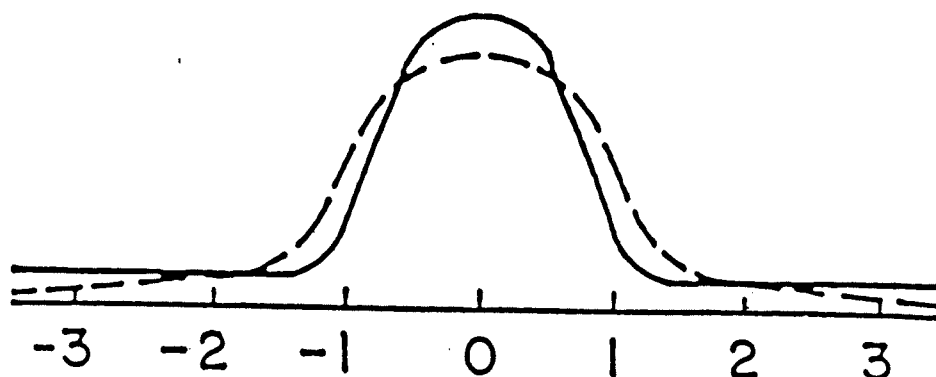
1- Introduction:

Depuis longtemps, les séries monétaires, tout comme plusieurs autres séries financières, font l'objet de nombreuses études en analyse fondamentale. Une des caractéristiques qui intéressent les investisseurs, est de savoir s'il est possible de prévoir au moyen d'un modèle mathématique, le prix futur d'un actif financier, en utilisant comme seule information ses prix passés. Des tests effectués pour répondre à cette question montrent que les résultats des modèles qui décrivent le mieux le comportement des séries financières sont des marches aléatoires. La meilleure estimation possible d'un prix futur est donc son prix courant, plus peut-être une certaine constante. Suite à ces tests, les théoriciens ont longtemps supposé que les changements de prix étaient indépendants et identiquement distribués. C'est seulement au début des années 60 que l'hypothèse d'indépendance des prix est remise en question, lors de la parution d'un article de Mandelbrot (1963). Dans son papier, Mandelbrot fait état de la présence d'autocorrélation de deuxième degré dans les séries. Cette autocorrélation est visible sous forme de groupes de volatilités, c'est-à-dire de périodes plus volatiles et de périodes moins volatiles. On dit alors qu'il y a hétéroscédasticité conditionnelle, ce qui veut dire que la variance, conditionnée sur l'information passée, varie de période en période. Dans son article, Mandelbrot l'explique de la façon suivante:

" Un grand changement de prix est généralement suivi d'un autre grand changement de prix mais pas nécessairement du même signe et vice versa pour les petits changements."

Dans ce même article de Mandelbrot (1963) et dans celui de Fama (1965), il est aussi question de deux caractéristiques propres aux distributions empiriques des séries financières, y compris des séries monétaires. Ensemble, ces deux caractéristiques font que la distribution asymptotique inconditionnelle se distingue particulièrement de la loi normale, et ce même en présence d'un très grand nombre de données, faisant ainsi fi de la loi des grands nombres. La première distinction se situe au niveau des queues de distribution qui se révèlent être plus épaisses que celles de la loi normale. Des queues de distributions semblables signifient qu'il y a, toutes proportions gardées, plus de valeurs extrêmes. La deuxième distinction est le degré d'aplatissement plus élevé que l'on retrouve dans les distributions empiriques. Une distribution ayant cette propriété se caractérise graphiquement par des courbures plus prononcées de chaque côté de sa moyenne, causées par une plus grande concentration de données au centre de la distribution. La figure 1 illustre bien les deux caractéristiques mentionnées.

figure 1



----- = distribution normal
——— = distribution empirique

Au début des années 80, Engle (1982) a introduit un modèle de série chronologique, perfectionné depuis, qui permet d'obtenir des prévisions de la variance conditionnelle tout en tenant compte de l'hétéroscédasticité présente. Ce qu'il a présenté dans son article, c'est le modèle ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedastic). L'avantage d'un tel modèle c'est qu'en faisant des hypothèses simples sur la distribution conditionnelle, comme supposer la loi normale ou la loi de student, on obtient un distribution inconditionnelle qui a les caractéristiques recherchées, c'est-à-dire une distribution aplatie ayant des queues plus épaisses. Bollerslev (1986) a mit au point une version plus générale, appelée GARCH (Generalized ARCH) qui tient compte des variances passées.

Le présent rapport de recherche porte sur l'estimation de trois modèles GARCH bivariés, un pour chacune de trois devises préalablement choisies. Pour chaque modèle, les données quotidiennes du taux de change et d'un contrat à terme correspondant serviront de variables. Nous serons ainsi en mesure de produire une estimation des matrices de variance-covariance conditionnelle. Par la suite, des ratios de couverture qui varient dans le temps, selon les changements de ces mêmes matrices, seront comparés à des ratios de couverture optimaux conventionnels dans le but de connaître l'efficacité des modèles de prévisions de la classe GARCH. De façon à s'assurer que les séries ont bien les propriétés généralement rencontrées dans la littérature, plusieurs tests sont effectués sur les données proprement dites avant d'estimer le modèle.

2- Les données étudiées:

Tel que mentionné plus haut, l'estimation du modèle se fera pour trois séries de taux de change et trois contrats à terme correspondants. Les devises étudiées sont le yen, le mark et le dollar canadien, toutes trois cotées en dollars américains. Pour chaque série, des données quotidiennes sur le taux de change lui-même et sur le contrat à terme particulier ont été tirées du Wall Street Journal. L'échantillon débute le 13 décembre 1990 et se termine le 12 juin 1995 pour un total 1137 données. La stratégie d'investissement dans les contrats à terme est la suivante. Tout d'abord, le premier contrat choisi est celui venant à échéance au mois de mars 91, soit trois mois plus tard. Quand celui-ci arrive à échéance, il est remplacé par le contrat le plus court disponible sur le marché, ce qui nous donne une rotation des contrats à terme de mars, juin, septembre et décembre. Chaque contrat est vendu la dernière journée ouvrable avant le 13 du mois d'échéance de façon à éviter les mouvements erratiques et non représentatifs des derniers jours.

Pour ce travail, les données seront divisées en deux échantillons. Le premier échantillon, le plus gros, contiendra 75% des données, soit 853 observations. C'est sur cet échantillon que sera estimé le modèle. Le deuxième échantillon de 284 observations servira à comparer les ratios sur un ensemble autre que celui sur lequel le modèle a été construit. Cette tactique permet d'avoir des résultats comparables à ce qui est susceptible de se passer sur les marchés, car l'investisseur potentiel ne dispose pas des données futures pour estimer son modèle mais doit plutôt l'estimer sur les résultats passés. Durant ce travail, nous serons appelés à utiliser une loi normale pour plusieurs raisons que nous verrons. Toute référence à une loi normale tirée aléatoirement fera allusion à une loi

normale (0,1), fournie de façon arbitraire par le logiciel Gauss 2.0 et sauvegardée de façon à toujours avoir la même loi normale pour effectuer nos comparaisons.

3- Tests préliminaires:

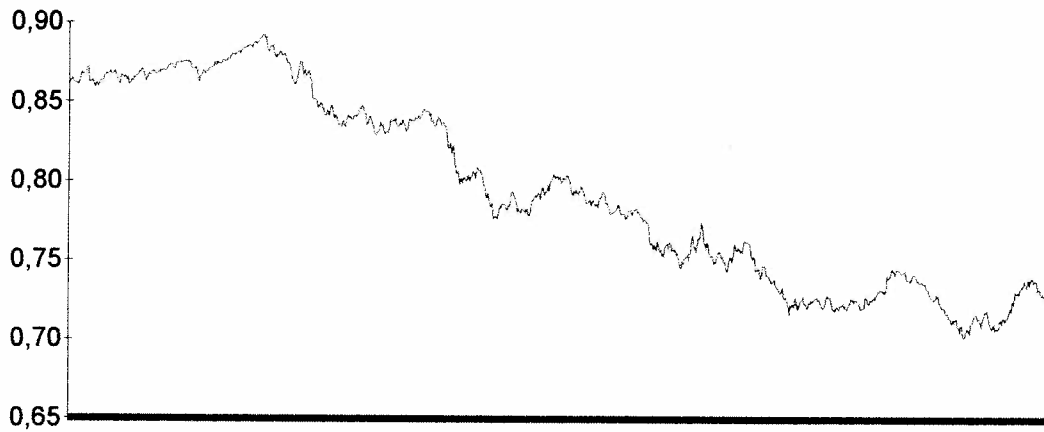
Comme le mentionne l'introduction, les modèles ARCH s'avèrent efficaces pour traiter de l'hétéroscédasticité conditionnelle et des spécificités de la distribution comme les queues plus épaisses que la loi normale et le degré d'aplatissement plus élevé. Il est donc primordial, avant d'estimer un de ces modèles, de s'assurer que les séries étudiées ont les propriétés mentionnées ci-haut. C'est pourquoi la prochaine section sera consacrée entièrement à l'étude des propriétés des trois séries de taux de change.

3.1 Test de racine unitaire

La non-stationnarité des séries chronologiques est un problème courant en économie, causé en général par la présence d'une racine unitaire. Une façon simple de rendre les séries stationnaires est de les différencier. Ce qui est plus difficile, par contre, c'est de savoir quand travailler en première différence. Il s'agit en fait de déterminer quand rejeter ou non l'hypothèse nulle de racine unitaire

Dollar canadien

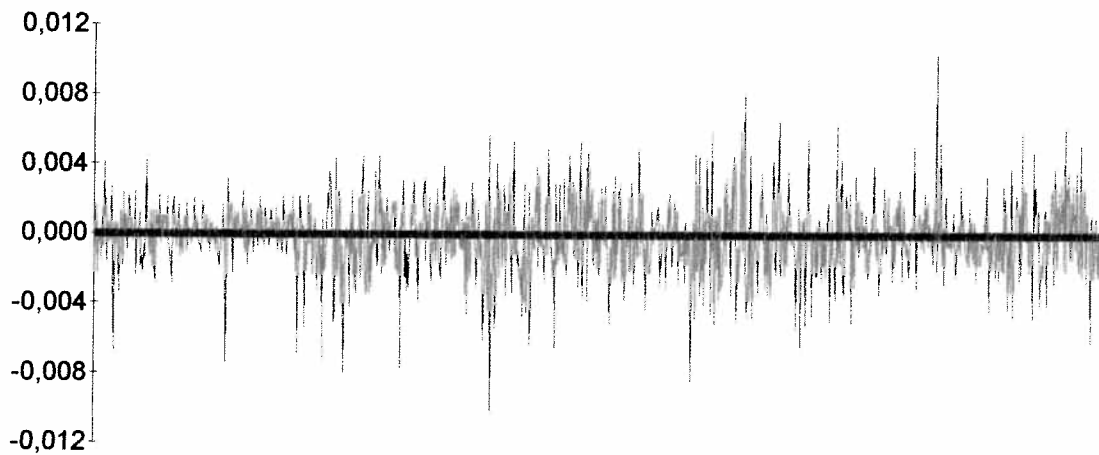
figure 2



décembre 90 à juin 95

— taux comptant

figure 3



décembre 90 à juin 95

— première différence

Mark

figure 4

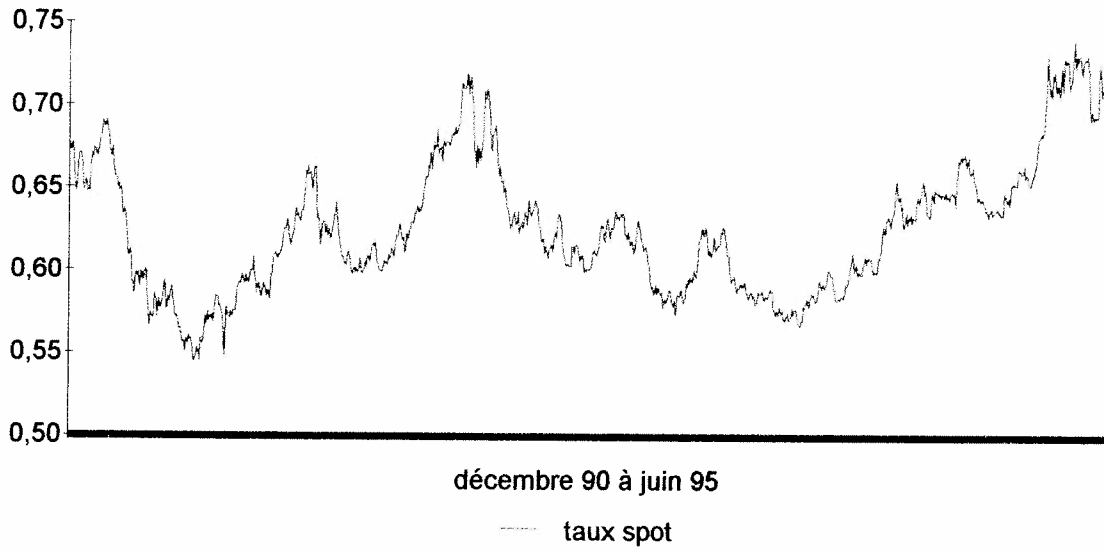
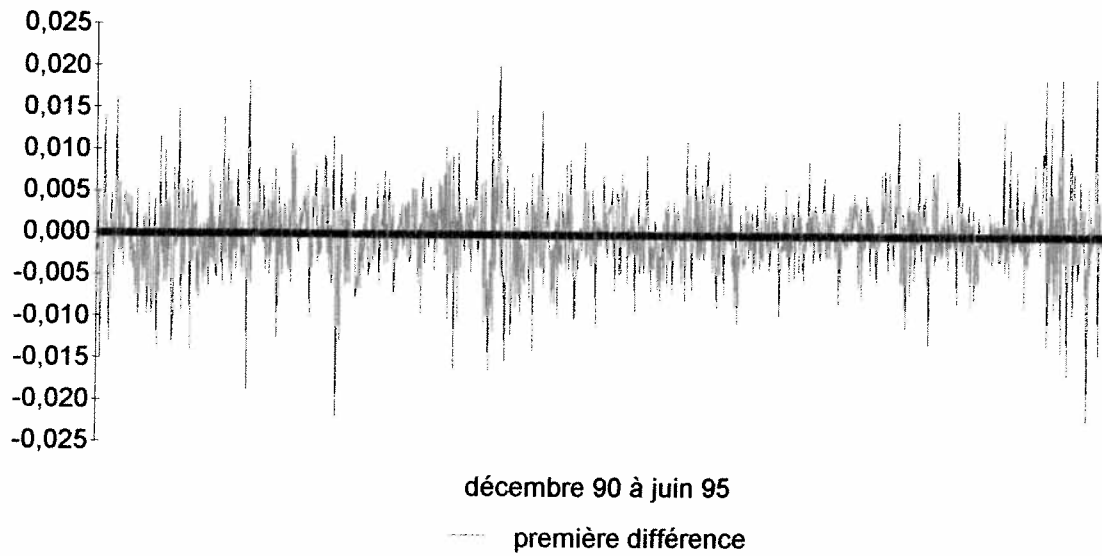
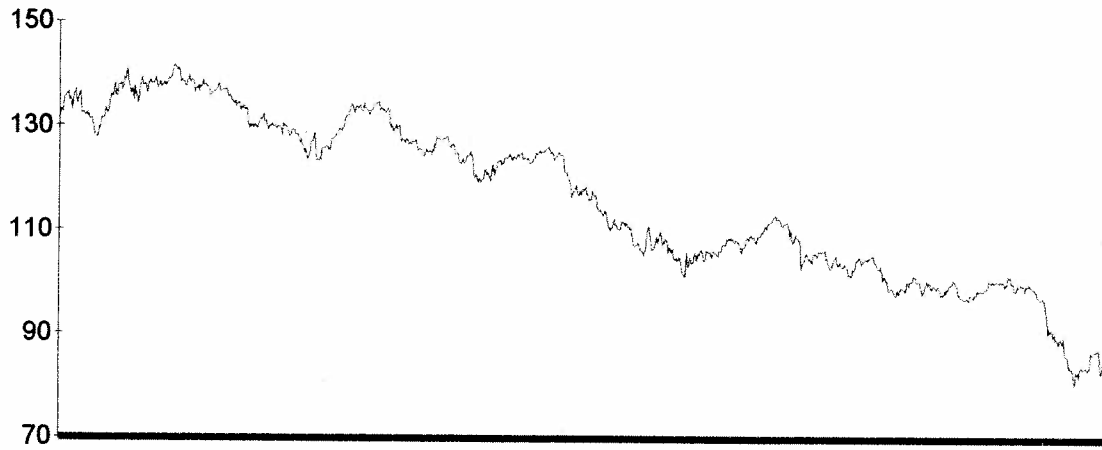


figure 5



Yen

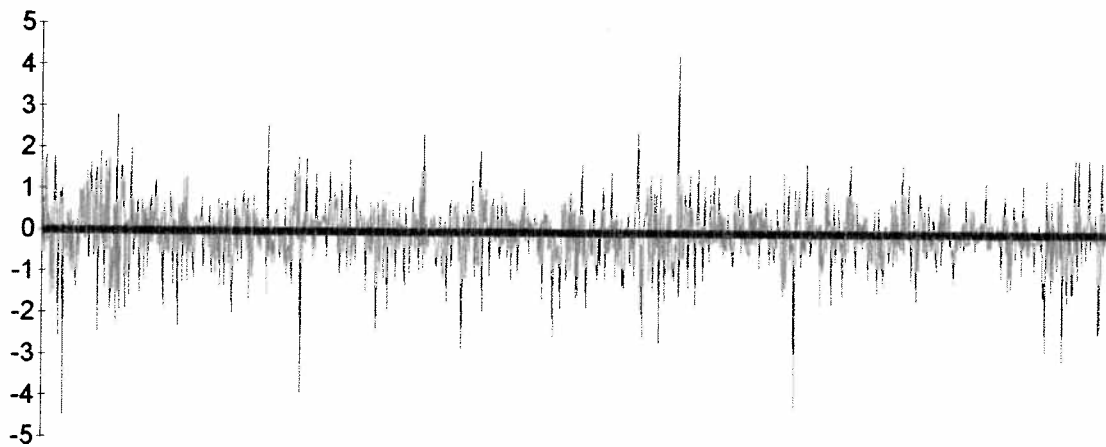
figure 6



décembre 90 à juin 95

— taux spot

figure 7



décembre 90 à juin 95

— première différence

dans les séries. Pour avoir une première idée, on peut tracer des graphiques et vérifier l'allure générale des courbes. Une série stationnaire va avoir des données autour de sa tendance de façon aléatoire mais également de façon constante avec à peu près toujours le même écart-type. Les figures 2, 4 et 6 représentent les graphiques des taux comptants de chacune des devises. Pour chaque graphique, il est difficile de tirer des conclusions quant à la stationnarité. Par contre, en regardant les figures 3, 5 et 7 qui correspondent aux mêmes devises mais une fois différenciées, on remarque facilement cette stationnarité autour de zéro pour chacune d'elles, ce qui laisse présager que l'on devra travailler en première différence.

Bien que les graphiques nous donnent une idée, nous allons procéder à des tests de racine unitaire mis au point par Phillips et Perron (1988) et Perron (1988). La stratégie qu'ils proposent est fort simple: Il suffit d'estimer une régression linéaire contenant un terme retardé de la variable dépendante, de calculer les statistiques standards dont on se sert habituellement pour tester les coefficients, puis de les modifier pour tenir compte de l'autocorrélation et de l'hétérogénéité possible des résidus. Il faut d'abord débiter avec l'équation 3.2 ci-après puisque c'est la plus générale possible. Elle permet de tester la présence de racine unitaire tout en tenant compte d'une possible tendance linéaire dans le temps. Par contre, si les résultats nous proposent l'absence de cette tendance, alors il vaut mieux refaire un autre test, avec l'équation 3.1 cette fois là, ce qui nous permettra d'avoir des statistiques plus puissantes.

$$(3.1) \quad y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$(3.2) \quad y_t = \mu + \beta(t-T/2) + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Les résultats obtenus sont présentés aux tableaux 3.1 à 3.5. Le tableau 3.6 présente les estimations de α pour chacune des devises sous les deux modèles de régression. Des résultats ont été obtenus pour les 20 premiers lags mais seulement quelques-uns sont présentés. L'annexe A contient les résultats complets. À partir des estimations de la régression 3.2, les statistiques calculées ne nous permettent pas de rejeter l'hypothèse d'une racine unitaire dans les séries pour chacune des devises. Il faut cependant refaire les calculs sous la régression 3.1 pour le dollar canadien et le mark, car on ne peut rejeter non plus l'hypothèse nulle stipulant qu'il n'y a pas de tendance linéaire dans le temps. Pour le yen, cette dernière hypothèse est rejetée ce qui veut dire que le modèle de régression est bon. Sous le modèle de régression 3.1, on obtient les mêmes conclusions pour le dollar canadien et le mark, c'est-à-dire qu'on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle stipulant qu'il y a une racine unitaire dans les séries. Ces résultats nous assurent qu'il faut différencier les données au moins une fois. Il se peut qu'à l'occasion il soit nécessaire de différencier une seconde fois. Les estimateurs de α des régressions 3.1 et 3.2, pour des données déjà différenciées une fois, présentés au tableau 3.6, nous laissent supposer qu'il n'y a pas d'autres racines unitaires dans les séries, mais pour en être certain, de nouveaux tests ont été effectués et les résultats détaillés apparaissent à l'annexe A. Ces tests rejettent fortement la présence de racine unitaire dans les premières différences. Donc, suite à ces tests, les données utilisées dans le reste du travail seront les premières différences des taux comptants.

tableau 3.1 Statistiques du test de racine unitaire de Phillips-Perron pour la régression 3.2 (dollar canadien)

hypothèse	statistique	l = 1	l = 4	l = 9	l = 14	l = 19	intervalle de confiance
$\alpha = 1$	$Z(\alpha)$	-11,188	-11,277	-11,288	-11,979	-12,503	[-25,1; -1,79] ¹
$\alpha = 1$	$Z(T\alpha)$	-2,4027	-2,4119	-2,4131	-2,4836	-2,5357	[-3,66; -0,66] ²
$\mu = \beta = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 2)$	3,0641	3,0696	3,0703	3,1182	3,1597	[0,77; 5,31] ³
$\beta = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 3)$	2,8884	2,9105	2,9133	3,0857	3,2165	[0,94; 7,16] ³
$\beta = 0$	$Z(T\beta)$	-2,3859	-2,3884	-2,3125	-2,6451	-2,6450	[-3,11; 3,11] ⁴

Les valeurs critiques sont tirées de: 1-Fuller (1976 p.371), 2-Fuller (1976 p.373), 3-Dickey-Fuller (1981 p.1063), 4-Dickey-Fuller (1981 p.1062). Les tests sont effectués au niveau significatif de 5%

tableau 3.2 Statistiques du test de racine unitaire de Phillips-Perron pour la régression 3.2 (mark)

hypothèse	statistique	l = 1	l = 4	l = 9	l = 14	l = 19	intervalle de confiance
$\alpha = 1$	$Z(\alpha)$	-10,380	-10,427	-10,127	-10,267	-10,172	[-25,1; -1,79]
$\alpha = 1$	$Z(T\alpha)$	-2,3325	-2,3375	-2,3054	-2,3204	-2,3102	[-3,66; -0,66]
$\mu = \beta = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 2)$	2,4635	2,4682	2,4385	2,4522	2,4428	[0,77; 5,31]
$\beta = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 3)$	3,6761	3,6833	3,6381	3,6590	3,6448	[0,94; 7,16]
$\beta = 0$	$Z(T\beta)$	2,0045	2,0120	2,0352	2,0201	2,0692	[-3,11; 3,11]

Pour la source des valeurs critiques et le degré de signification des tests, se référer au tableau 3.1

tableau 3.3 Statistiques du test de racine unitaire de Phillips-Perron pour la régression 3.2 (yen)

hypothèse	statistique	l = 1	l = 4	l = 9	l = 14	l = 19	intervalle de confiance
$\alpha = 1$	$Z(\alpha)$	-22,031	-20,027	-19,123	-20,611	-21,832	[-25,1; -1,79]
$\alpha = 1$	$Z(T\alpha)$	-3,5108	-3,3674	-3,3009	-3,4097	-3,4968	[-3,66; -0,66]
$\mu = \beta = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 2)$	5,5828	5,4212	5,3617	5,4644	5,5652	[0,77; 5,31]
$\beta = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 3)$	6,7395	6,3108	6,1234	6,4337	6,6954	[0,94; 7,16]
$\beta = 0$	$Z(T\beta)$	-3,6369	-3,4758	-3,4588	-3,8887	-3,8499	[-3,11; 3,11]

Pour la source des valeurs critiques et le degré de signification des tests, se référer au tableau 3.1

tableau 3.4 Statistiques du test de racine unitaire de Phillips-Perron pour la régression 3.1 (dollar canadien)

hypothèse	statistique	l = 1	l = 4	l = 9	l = 14	l = 19	intervalle de confiance
$\alpha = 1$	$Z(\alpha)$	-0,7452	-0,7430	-0,7273	-0,7629	-0,7858	[-16,9; 0,41] ¹
$\alpha = 1$	$Z(T\alpha)$	-0,5908	-0,5895	-0,5832	-0,5982	-0,6077	[-3,12; 0,23] ²
$\mu = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 1)$	1,8812	1,8871	1,9162	1,8485	1,8086	[-3,38; 3,38] ³

Les valeurs critiques sont tirées de: 1-Fuller (1976 p.371), 2-Fuller (1976 p.373), 3-Dickey-Fuller (1981 p.1062). Les tests sont effectués au niveau significatif de 5%

tableau 3.5 Statistiques du test de racine unitaire de Phillips-Perron pour la régression 3.1 (mark)

hypothèse	statistique	l = 1	l = 4	l = 9	l = 14	l = 19	intervalle de confiance
$\alpha = 1$	$Z(\alpha)$	-7,6538	-7,7126	-7,5072	-7,6819	-7,6424	[-16,9; 0,41]
$\alpha = 1$	$Z(T\alpha)$	-1,8030	-1,8131	-1,7830	-1,8068	-1,8015	[-3,12; 0,23]
$\mu = 0, \alpha = 1$	$Z(\Phi 1)$	1,6408	1,6589	1,6053	1,6477	1,6381	[-3,38; 3,38]

Pour la source des valeurs critiques et le degré de signification des tests, se référer au tableau 3.4

tableau 3.6 Estimateurs des moindres carrés ordinaires de la variable "alpha" pour les régressions 3.1 et 3.2

modèle de régression	taux comptant			première différence		
	dollar	mark	yen	dollar	mark	yen
3.1	0,99938	0,99367	1,00010	0,04717	0,05070	-0,03378
3.2	0,99062	0,99130	0,98015	0,04717	0,04905	-0,03474

3.2 Test de marche aléatoire:

Pour tenter de savoir si les données seraient bien expliquées par la marche aléatoire, il suffit de savoir s'il y a présence d'autocorrélation dans les séries. Si les données ne sont pas autocorrélées, il devient alors impossible d'aller chercher de l'information dans les prix passés afin de prévoir les prix futurs. Dans ce cas, la meilleure prévision possible c'est la valeur actuelle du taux de change. Afin de tester cette hypothèse nous utilisons le test Ljung-Box (1978). Pour le réaliser, il suffit de calculer la statistique 3.3, qui sous l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation dans les j premiers lags des résidus, est distribuée comme une khi-carré à j degrés de liberté. Brièvement, le test Ljung-Box s'effectue comme suit:

Test Ljung-Box

Pour tester: $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_j = 0$, on calcule,

$$(3.3) \quad Q(j) = T(T+2) \sum_{j=1}^T r_j^2 / (T-j) \quad \text{où,}$$

$$r_j^2 = \frac{\sum_{t=1+j}^T (x_t - \bar{x})(x_{t-j} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2}$$

x_t = première différence du taux comptant

On peut également construire un test semblable mais avec les déviations par rapport à la moyenne, élevées au carré. Sous l'hypothèse nulle H_0 , on dit alors que les données sont conditionnellement homoscédastiques. En rejetant cette hypothèse, cela signifie qu'il devient alors possible de prévoir les mouvements du carré des résidus futurs sur la seule base de l'information fournie par le carré des résidus présents et passés. En d'autres mots, il devient possible de prévoir la variance conditionnelle des observations. Les deux versions du test ont été effectuées sur les 20 premiers lags et les résultats sont fournis au tableau 3.7. Les tests effectués sont concluants et vont dans le sens suivant. D'abord, on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation dans les déviations par rapport à la moyenne pour chacune des devises, ce qui implique que l'on devra utiliser un modèle de martingale, comme la marche aléatoire, pour expliquer les rendements. Par contre pour les trois devises, comme c'est le cas habituellement dans la littérature, on rejette l'hypothèse nulle d'homoscédasticité conditionnelle, il est donc possible de tirer de l'information dans les variances conditionnelles

passées et présentes afin de prévoir les variances conditionnelles futures. Dans ce sens, un modèle à effet ARCH pour prévoir la variance conditionnelle des rendements devrait s'avérer adéquat.

tableau 3.7 Statistiques de Ljung-box (*portemanteau test*)

J	absence d'autocorrélation			homoscédasticité			valeur critique*
	Canada	Allemagne	Japon	Canada	Allemagne	Japon	
1	2.5271	2.9276	0.2988	54.888	111.79	72.207	3.8414
2	2.9905	3.2231	3.5171	114.21	186.17	104.68	5.9915
3	4.0501	4.3283	6.7187	174.23	267.76	141.13	7.8147
4	5.7216	5.3009	8.1031	234.01	333.42	166.10	9.4877
5	5.8672	5.9986	8.1357	325.81	393.99	207.43	11.071
6	6.1576	9.4387	11.517	396.79	480.10	245.57	12.592
7	6.1592	9.8470	11.737	467.61	550.06	261.04	14.067
8	6.6667	9.9061	11.798	556.14	615.81	278.67	15.507
9	6.7467	9.9839	12.036	639.07	677.71	295.24	16.919
10	6.7864	10.897	18.061	708.89	777.13	339.82	18.307
11	10.026	11.174	18.938	771.58	862.43	397.53	19.675
12	17.224	11.483	19.639	822.37	923.62	436.27	21.026
13	17.868	11.825	20.026	882.13	1004.8	488.83	22.362
14	18.215	11.830	23.494	937.88	1077.1	504.81	23.685
15	18.223	11.916	23.599	993.28	1137.0	524.25	24.996
16	23.111	12.013	23.606	1044.9	1180.1	546.26	26.296
17	23.291	12.135	27.497	1087.5	1254.9	591.12	27.587
18	24.376	14.228	28.496	1145.8	1344.6	648.88	28.869
19	24.389	14.361	29.080	1203.6	1387.3	674.50	30.144
20	27.784	14.699	29.087	1258.1	1433.7	707.07	31.410

* Les valeurs critiques sont calculées au niveau significatif de 5%.

3.3 Test de normalité:

Jusqu'à présent, les séries concordent bien avec ce que l'on retrouve généralement dans la littérature. C'est-à-dire que les séries contiennent une racine unitaire, sont imprévisibles mais qu'il est toutefois possible de déceler des périodes plus volatiles et des périodes moins volatiles. Pour faire de la

couverture, il est cependant important d'avoir une bonne estimation de la loi de ces séries. Comme il fut mentionné plus haut, la loi inconditionnelle des séries de taux de change se distingue habituellement de la loi normale. Toutefois, une hypothèse simple de loi normale ou de student sur la loi conditionnelle donne habituellement de bons résultats, dans le sens que la loi inconditionnelle se retrouve avec les propriétés connues empiriquement. Par contre, avant de faire de telles hypothèses sur la loi conditionnelle, il est important de s'assurer que la distribution empirique inconditionnelle a bien des queues plus épaisses que la loi normale et est également plus aplatie que cette dernière. Pour ce faire, il est possible de calculer le degré d'aplatissement des séries. Mais avant tout, on peut tracer des graphiques pour avoir une idée générale de l'allure des distributions, puis les superposer à celle de la distribution normale tirée aléatoirement de la version 2.0 du logiciel Gauss .

Lorsque tracées tel quel, les distributions sont quelque peu saccadées de sorte que lorsqu'on les superpose, il est difficile d'identifier clairement les différences entre elles. Par contre, il est possible de lisser ces distributions de manière à avoir de belles courbes qui sont représentatives de la tendance qu'elles ont. La technique utilisée comme lissage est la méthode de graduation de Whittaker-Henderson, telle que présentée dans London (1985) et expliquée de façon simplifiée en annexe de ce présent document. C'est en superposant ces courbes estimées que l'on peut faire des comparaisons visuelles entre la normale et une devise quelconque. Les graphiques 8, 9, 10 et 11 présentent les distributions et leur estimation de façon à voir l'efficacité du lissage. Les graphiques 12, 13 et 14 tant qu'à eux, présentent chacune des distributions superposée à celle de la loi normale. C'est sur ces graphiques que les différences deviennent bien visibles

figure 8

distribution du dollar canadien
empirique vs estimation

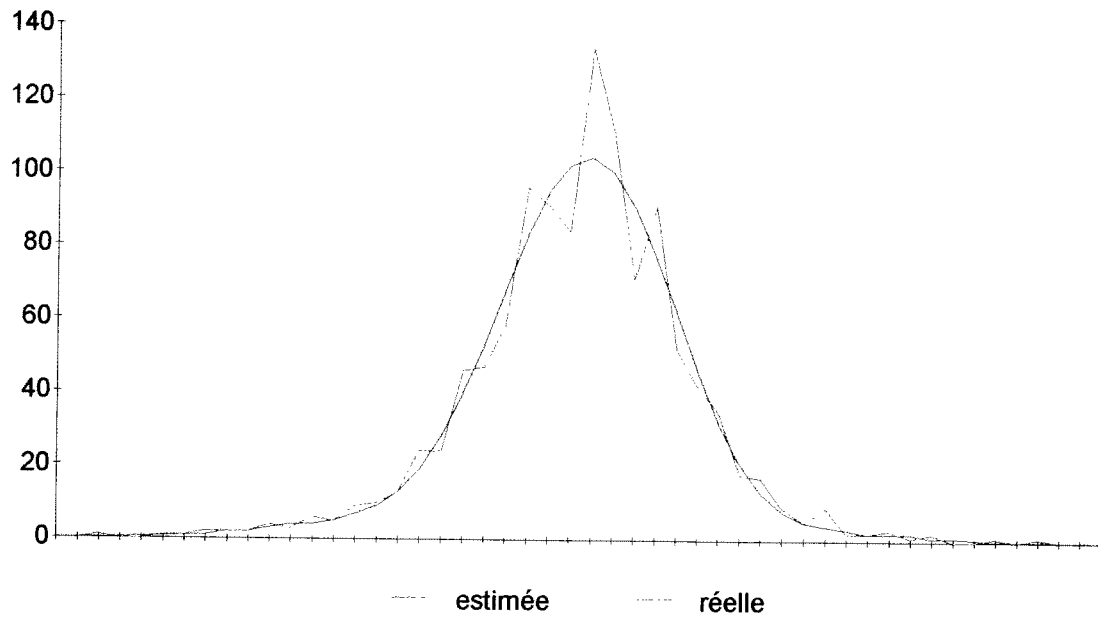


figure 9

distribution du mark
empirique vs estimation

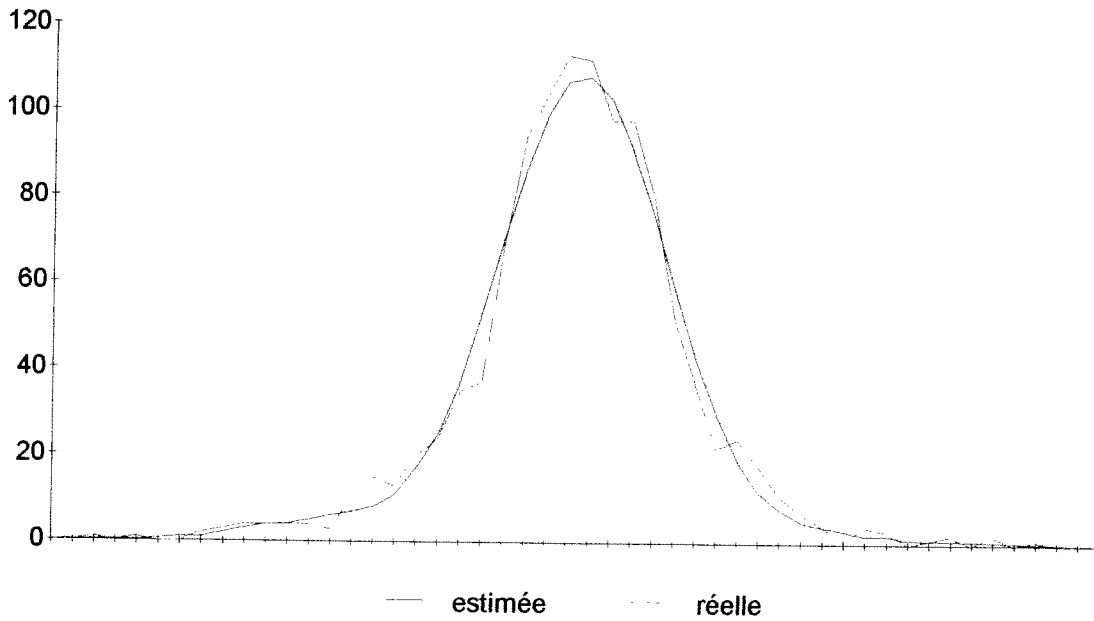


figure 10

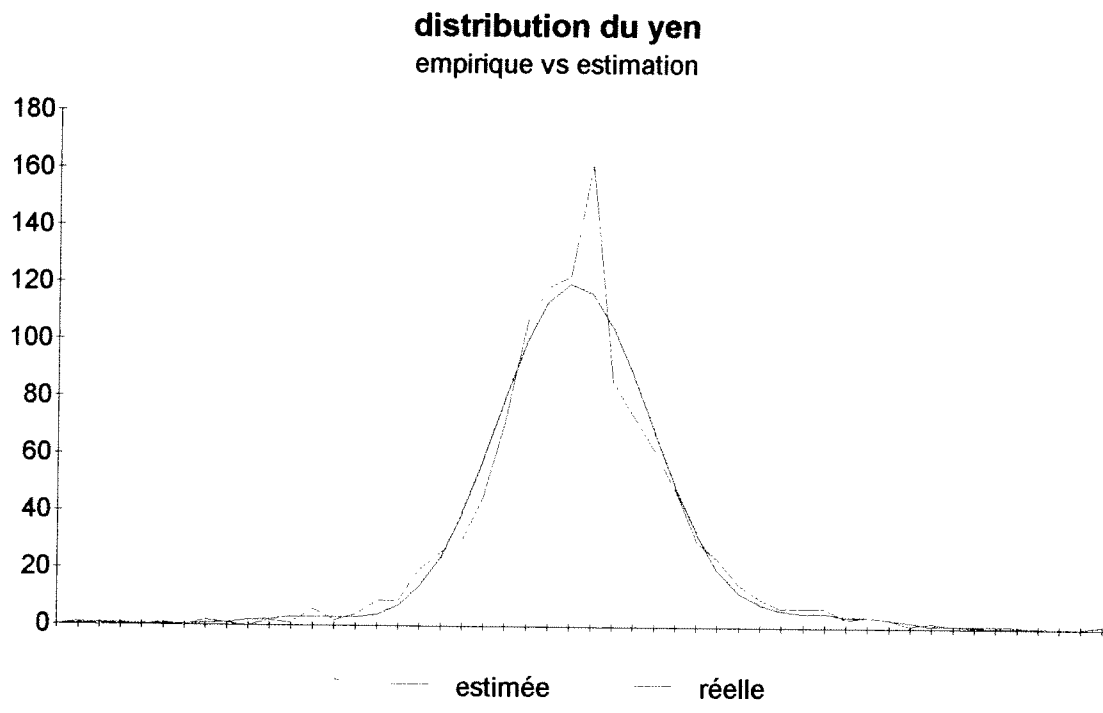


figure 11

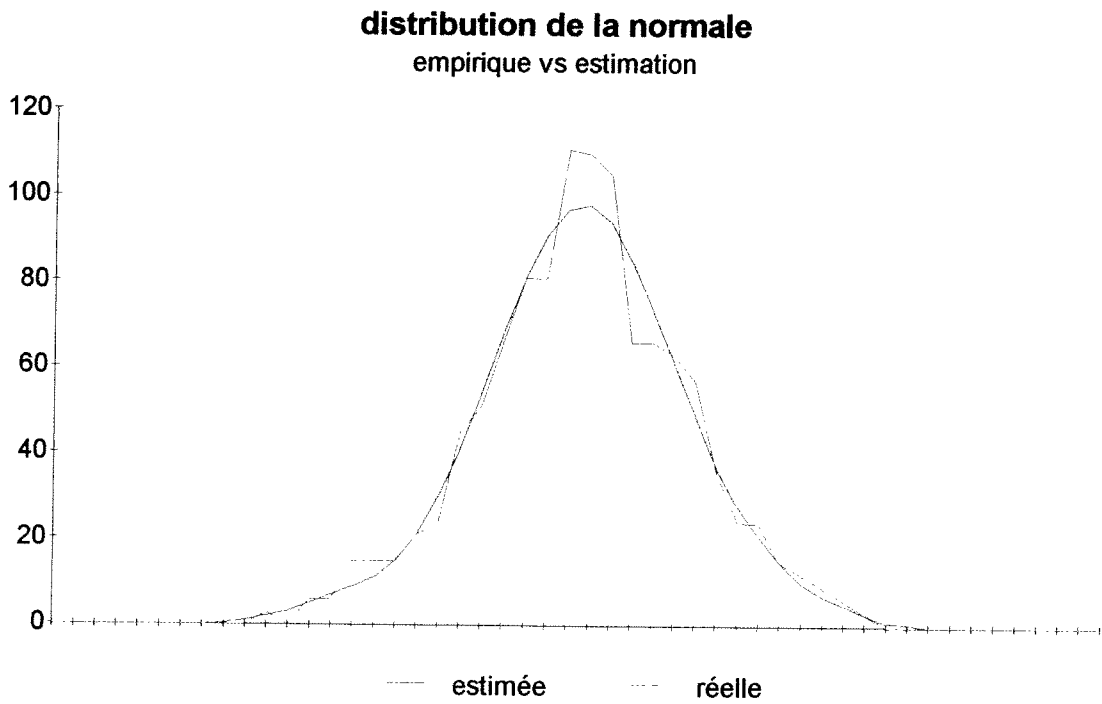


figure 12

distribution du dollar canadien
comparaison avec la loi normale

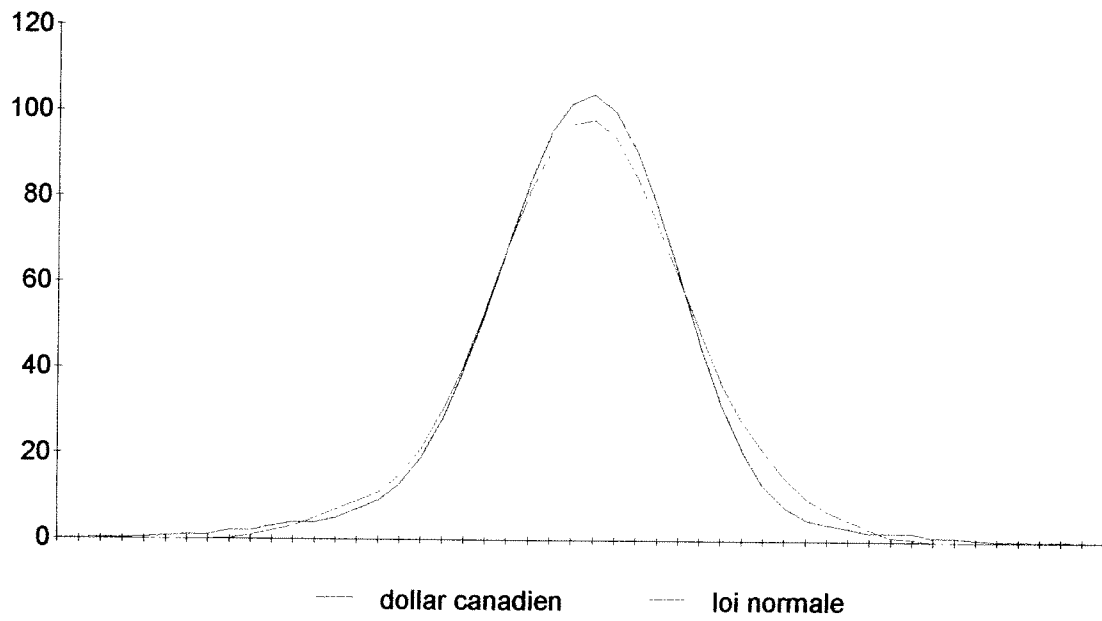


figure 13

distribution du mark
comparaison avec la loi normale

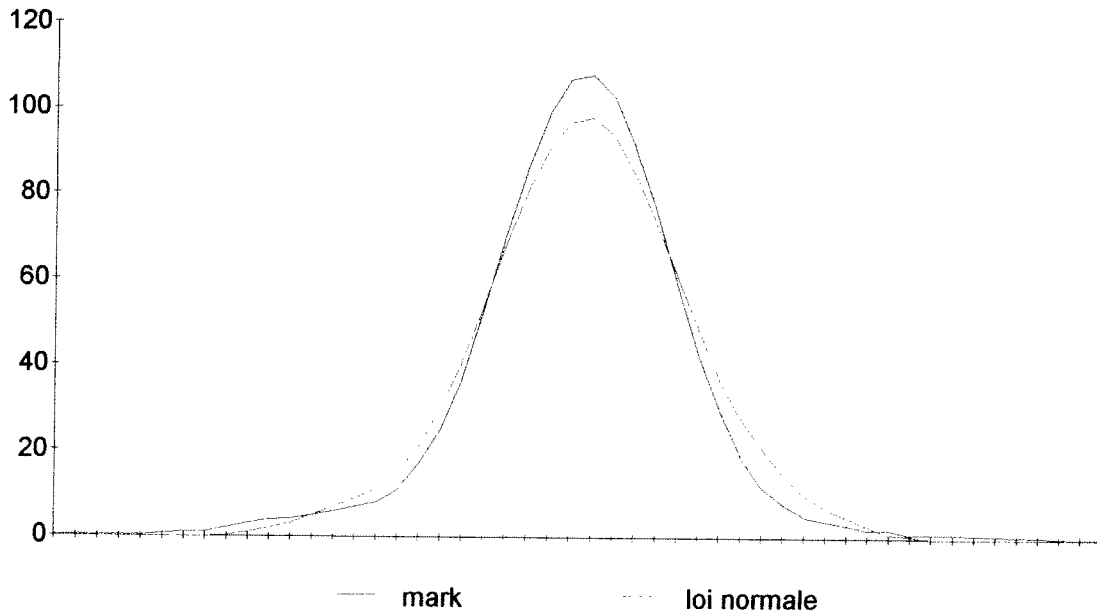
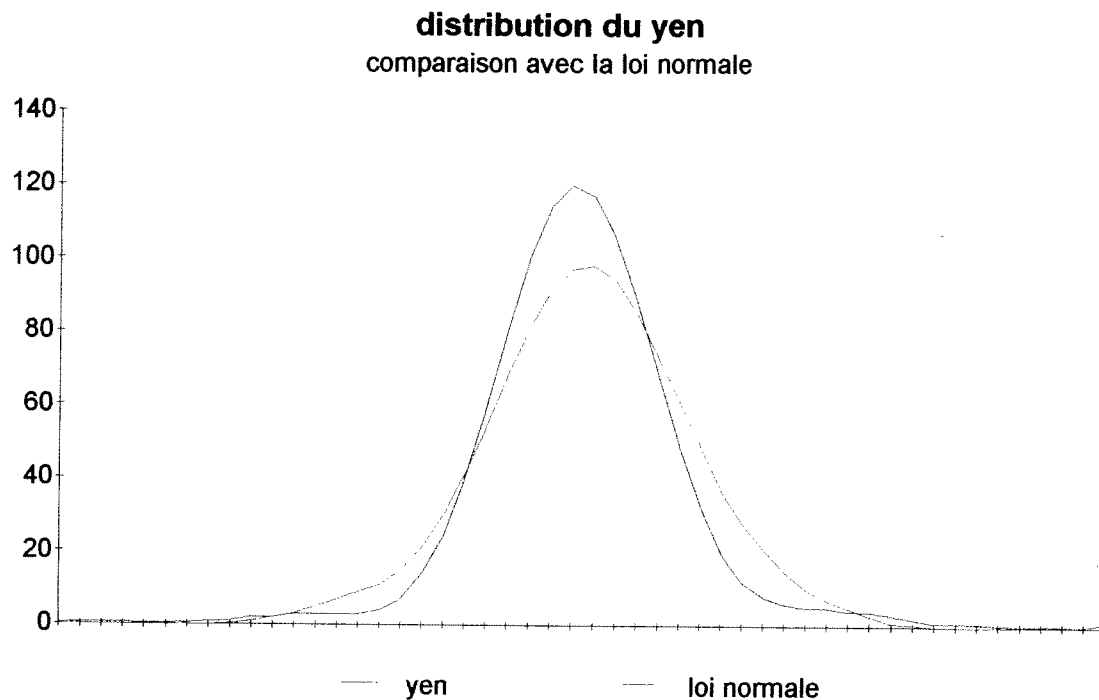


figure 14



On peut remarquer que les estimations représentent bien les distributions empiriques, et que superposées à la loi normale, elles permettent de distinguer la différence entre les deux distributions. Pour le dollar canadien, la différence n'est pas tellement grande. On peut toutefois remarquer qu'il y a effectivement plus de données autour de la moyenne et des queues légèrement plus épaisses. Pour le mark, la différence est plus grande mais les caractéristiques sont les mêmes. On peut cependant remarquer plus facilement les creux au milieu de la distribution. Pour le yen, c'est le cas type où chaque caractéristique est très prononcée. On est donc en mesure de s'attendre à des coefficients d'aplatissement plus élevés que la normale pour chaque devise, où logiquement le degré le plus élevé devrait être fourni par le yen et le moins élevé par le dollar canadien.

Pour avoir des réponses plus complètes, il vaut mieux avoir des chiffres, question de pouvoir comparer. Pour ce faire, deux coefficients sont habituellement calculés pour comparer des distributions à une distribution normale. Le premier c'est le degré d'asymétrie. Une distribution qui est parfaitement symétrique, comme c'est le cas avec la normale, a un coefficient d'asymétrie nul. Habituellement, les séries financières ont ce genre de caractéristique mais on peut toutefois effectuer certains tests pour s'en assurer. Selon les graphiques, il semble que nos données soient bien symétriques, à l'exception peut-être de celles du yen qui semble être légèrement asymétriquement négative. La formule pour calculer le degré d'asymétrie est la formule 3.4 et les résultats obtenus sont fournis au tableau 3.8. Pour ce qui est du degré d'aplatissement, on le calcule au moyen de la formule 3.5 puis on le compare au degré théorique de la normale qui est de 3. Les résultats obtenus sont présentés au même tableau que celui du degré d'asymétrie, soit le tableau 3.8. À titre de référence, les degrés d'asymétrie et d'aplatissement de la normale aléatoire, présentés sur les graphiques, sont également inscrits.

Degré d'asymétrie:

$$(3.4) \quad b = (T-1)^{1/2} \sum_{t=1}^T [X_t - \bar{X}_t]^3 / \left[\sum_{t=1}^T [X_t - \bar{X}_t]^2 \right]^{1.5}$$

Degré d'aplatissement:

$$(3.5) \quad k = (T-1) \sum_{t=1}^T [X_t - \bar{X}_t]^4 / \left[\sum_{t=1}^T [X_t - \bar{X}_t]^2 \right]^2$$

tableau 3.8 Indicateurs de distribution

devise étudiée	degré d'asymétrie	degré d'aplatissement
dollar canadien	-0.10794	4.8158
mark	-0.05838	5.0149
yen	-0.46564	6.4586
loi normale empirique	-0.03959	3.1326

note: pour la loi normale, $b=0$ et $k=3$

Comme on pouvait le prévoir, le degré d'aplatissement est plus élevé pour chacune des devises par rapport à la loi normale et le degré d'asymétrie est relativement peu élevé. De plus, comme on s'y attendait après l'étude des graphiques, c'est le yen qui récolte le plus haut degré d'aplatissement suivi du mark puis du dollar canadien. De façon à s'assurer que les chiffres obtenus sont significatifs, on peut effectuer un test pour chacun des estimateurs. Tel que présenté dans Snedecor et Cochran (1967), si les données suivent une loi normale et qu'il y en a plus de 200, alors b , le degré d'asymétrie, se comporte comme une normale de moyenne 0 et de variance $6/n$, où n représente le nombre de données dans l'échantillon. On peut donc calculer la statistique 3.6 qui se comporte alors comme une normale (0,1). De façon similaire, si les données suivent une loi normale et qu'il y en a plus de 1000, alors k , le degré d'aplatissement, se comporte comme une loi normale de moyenne 3 et de variance $24/n$. Dans notre travail, il y a 1136 données différenciées pour chacune des devises.

$$(3.6) \quad z = b / \sqrt{(6/n)}$$

$$(3.7) \quad z = (k - 3) / \sqrt{(24/n)}$$

Les résultats des tests sont présentés aux tableau 3.9 et 3.10. Ces derniers confirment que l'on doit rejeter l'hypothèse nulle d'un degré d'aplatissement de 3 dans chacun des cas. Pour le dollar canadien et le mark, les tests confirment également que l'on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle d'un degré d'asymétrie égal à 0. Toutefois, le degré d'aplatissement du yen se révèle être significativement différent de 0. Dans ce cas, peut-être qu'une distribution conditionnelle de student plutôt qu'une normale donnerait de meilleurs résultats mais dans le cadre de ce travail, nous nous en tiendront à modéliser une loi conditionnelle normale qui devrait quand même donner des résultats satisfaisants.

tableau 3.9 Résultats des tests sur le degré d'asymétrie

devise	Ho	statistique Z	intervalle de confiance*	décision
dollar can.	asymétrie = 0	-1,4852	[-1,96;1,96]	accepté
mark	asymétrie = 0	-0,8033	[-1,96;1,96]	accepté
yen	asymétrie = 0	-6,4071	[-1,96;1,96]	rejeté

* les tests d'hypothèses sont effectués au niveau significatif de 5%

tableau 3.10 Résultats des tests sur le degré d'aplatissement

devise	Ho	statistique Z	intervalle de confiance*	décision
dollar can.	aplatissement = 3	12,4926	[-1,96;1,96]	rejeté
mark	aplatissement = 3	13,8624	[-1,96;1,96]	rejeté
yen	aplatissement = 3	23,7949	[-1,96;1,96]	rejeté

* les tests d'hypothèses sont effectués au niveau significatif de 5%

En résumé de la section 3, on peut conclure que nos séries ont bien les caractéristiques espérées. Il y a présence de racine unitaire simple. Les rendements sont bien expliqués par la marche aléatoire et la variance conditionnelle de ces derniers varie d'observation en observation. De plus, la distribution empirique inconditionnelle a bien des queues plus épaisses et un degré d'aplatissement plus élevé. Maintenant toutes ces informations obtenues, nous pouvons passer à une autre étape du travail qui consiste à l'estimation du modèle à effet ARCH, puis du calcul de l'efficacité des ratios qui seront construits.

4- Modèle GARCH multivarié:

Le modèle qui sera estimé dans cette étude est un modèle bivarié de la classe des modèles GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Hétéroskedastic). Les avantages de ces modèles sont nombreux. Tout d'abord, ils permettent d'avoir une variance conditionnelle qui varie dans le temps. De plus, en faisant des hypothèses simples sur la distribution conditionnelle, comme supposer la loi normale ou t de student, on obtient une distribution inconditionnelle qui tient compte des queues plus épaisses et du degré d'aplatissement plus élevé que l'on retrouve dans les distributions empiriques. Le modèle qui sera utilisé dans ce travail fera appel à la loi normale comme loi conditionnelle car la loi de student procure à la distribution empirique des queues beaucoup plus épaisses et un degré d'aplatissement beaucoup plus élevé que la loi normale, ce qui ne semble pas être le cas ici.

4.1 Présentation théorique:

Considérons d'abord que nous soyons en présence d'une série de données $\{y_t\}$ soumise à des effets ARCH, c'est-à-dire qu'il y a présence d'hétéroscédasticité conditionnelle. Il est toujours possible de construire un modèle de prévision conditionnel pour ces données. Sous un tel modèle, une donnée future est fonction de l'information disponible au moment même ainsi que d'un vecteur b de paramètres. C'est dans le terme d'erreur de ce modèle que tout l'effet ARCH est contenu et autour de ce même terme d'erreur que le modèle de prévision de la variance devra être construit. Mathématiquement, le modèle s'écrit de la façon suivante:

$$y_t = g(\mathbf{x}_{t-1}; \mathbf{b}) + \varepsilon_t \quad \text{où,}$$

$g(\mathbf{x}_{t-1}; \mathbf{b})$: fonction de l'information disponible au temps $t-1$ et d'un vecteur de paramètre b .

$\{\varepsilon_t\}$: est un vecteur $n \times 1$ qui suit un processus stochastique et peut s'écrire:

$$\varepsilon_t = \mathbf{z}_t \Omega_t^{1/2} \quad \text{où} \quad \mathbf{z}_t \text{ i.i.d. avec } \mathbf{E}(\mathbf{z}_t) = \mathbf{0} \\ \mathbf{V}(\mathbf{z}_t) = \mathbf{I} \quad (\text{matrice identité})$$

Ω_t : matrice $n \times n$ de variance-covariance qui varie dans le temps, qui est définie positive et qui est mesurable par rapport à l'ensemble d'information disponible au temps $t-1$.

Le plus important et le plus long également, c'est d'écrire et d'estimer le modèle de prévision de la variance conditionnelle. Il y a une infinité de représentations possibles mais seules quelques-unes sont couramment utilisées. Nous présenterons seulement le modèle le plus populaire ainsi qu'une version modifiée que nous utiliserons.

GARCH (p,q) linéaire multivarié:

C'est Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988) qui furent les premiers à présenter ce modèle. C'est en fait une généralisation du modèle ARCH (p,q) multivarié qu'avaient élaboré Kraft et Engle (1983). Dans ces modèles, $\text{vech}(-)$ représente l'opérateur mathématique qui transforme la partie triangulaire inférieure d'une matrice $n \times n$ en un vecteur de $[\frac{1}{2} n (n+1)]$ éléments. Il s'écrit comme suit:

$$\text{vech}(\Omega_t) = W + \sum_{i=1, \dots, q} A_i \text{vech}(\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}') + \sum_{j=1, \dots, p} B_j \text{vech}(\Omega_{t-j})$$

où : A_i et B_j sont des matrices de dimension $[\frac{1}{2} n (n+1)] \times [\frac{1}{2} n (n+1)]$
 W est un vecteur de $[\frac{1}{2} n (n+1)]$ éléments.

Pour assurer que Ω_t soit définie positive, des conditions nécessaires et suffisantes s'imposent sur les A_i , B_j et W . Il faut en fait que A_i et B_j soient semi-définies positives et W définie positive. Par contre, sans aucune autre hypothèse, ce modèle devient vite très lourd à estimer puisqu'il comporte :

$[\frac{1}{2} n (n+1)] [1+ (p+q)[\frac{1}{2} n (n+1)]]$ **paramètres inconnus**

Dans le but d'alléger les calculs, une hypothèse simple peut être effectuée dans certain cas. Il s'agit de supposer que les matrices A_i , B_j et W sont diagonales, c'est-à-dire que chaque $(i,j)^e$ terme de $\{\Omega_t\}$ dépend seulement du $(i,j)^e$ terme passé correspondant des processus $\{\Omega_t\}$ et $\{\varepsilon_t, \varepsilon_t'\}$. Cette restriction peut être considérée raisonnable car elle implique que chaque variance et covariance dépend seulement de ses propres valeurs passées et de ses erreurs de prévision. La faiblesse d'un tel modèle est qu'il ne permet pas de prendre en compte ni la causalité en variance, ni la co-persistence en variance et ni les asymétries. Ce modèle restreint est appelé modèle diagonal multivarié et il est couramment utilisé en pratique.

GARCH (p,q) diagonal multivarié:

Ce modèle simplifié du GARCH linéaire multivarié s'est avéré concluant dans plusieurs études, comme celles de Baillie et Myers (1991) et Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988). En plus de réduire considérablement le nombre de paramètres

à estimer, ce modèle facilite grandement l'application des conditions nécessaires et suffisantes sur les paramètres pour assurer que les matrices de variance et de covariance conditionnelles, dans le modèle diagonal GARCH (p,q), soient définies positives. Le modèle se présente ainsi:

Si A_i^* , B_j^* et W^* sont définies de telle sorte que:

$$A_i = \text{diag} \{ \text{vech} (A_i^*) \}$$

$$B_j = \text{diag} \{ \text{vech} (B_j^*) \}$$

$$W = \text{vech} \{ W^* \}$$

alors, le modèle diagonal peut s'écrire de la forme suivante:

$$\Omega_t = W^* + \sum A_i^* \otimes (\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}') + \sum B_j^* \otimes \Omega_{t-j}$$

où \otimes représente le produit d'Hadamard

Le produit d'Hadamard entre deux matrices se définit comme le produit élément par élément. C'est à dire que pour toute matrice C tel que $C = A \otimes B$, l'élément $c(i,j)$ est égale à $a(i,j) \times b(i,j)$. Sous cette représentation, Ω_t sera définie positive si les matrices A_i , B_j et W ont les conditions mentionnées plus haut. De plus, le nombre de paramètres à estimer ne sera plus que de:

$$\frac{1}{2} n (n + 1) (1 + p + q) \text{ paramètres inconnus}$$

Pour s'assurer que les matrices A_i et B_j soient semi-définies positives et W soit définie positive, il suffit de les écrire suivant une décomposition de Choleski, c'est-à-dire qu'une matrice, par exemple W , peut s'écrire PP' de sorte qu'on demande au programme d'estimer P puis on se retrouve nécessairement avec une matrice W définie positive. La matrice P s'écrit elle même comme $X\Lambda^{1/2}$ où X est la matrice des vecteurs propres et Λ la matrice diagonale des valeurs propres.

Après avoir choisi le modèle que l'on désire utiliser, l'étape suivante est l'estimation. Une méthode couramment utilisée pour estimer les paramètres du modèle est la méthode du maximum de vraisemblance ou du quasi-maximum de vraisemblance. Il suffit de maximiser la fonction elle même ou une transformation positive de cette dernière comme, par exemple, le logarithme de la fonction de vraisemblance. Si on pose θ comme étant le vecteur de paramètres inconnus du modèle de prévision de la variance, et $f(z_t)$ la fonction de densité de Z_t , alors le logarithme de la fonction de vraisemblance prendra la forme suivante:

$$L(\theta) = \sum [\log f(\varepsilon_t \Omega_t^{-1/2}) - \log |\Omega_t^{1/2}|]$$

où le dernier terme de la somme représente le jacobien de la transformation.

4.2 Estimation du modèle:

Comme on l'a vu plus haut, le modèle qui doit être utilisé en guise de prévision des rendements est un modèle de marche aléatoire. Il y a plusieurs façons d'écrire un tel modèle mais celui qui est retenu pour ce travail est le modèle suivant:

$$1000 \Delta y_t = \mu + \varepsilon_t \quad \text{où: } y_t = (p_t, f_t)$$
$$\mu = (\mu_1, \mu_2)$$
$$\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$$

Dans ce modèle, on aurait bien pu choisir un autre nombre que 1000 devant le terme de gauche mais cela n'aurait rien changé aux résultats. La raison de ce choix c'est que ça nous permet de travailler avec des nombres ayant un ordre de grandeur plus agréable à manipuler. Quant aux variables p_t et f_t , elles seront considérées comme nos rendements. Baillie et Myers (1991) utilisent également ces variables comme rendements. En fait, elles représentent:

$$\begin{array}{ll} p_t = \log (P_t) & P_t = \text{taux au comptant de la devise au temps } t \\ f_t = \log (F_t) & F_t = \text{taux du contrat à terme sur la devise au temps } t \end{array}$$

Le choix de différence de logarithme des prix comme rendement, plutôt que la différence de prix elle-même, est un choix tout à fait arbitraire. Dans la littérature, les auteurs emploient généralement le logarithme avec succès. On a qu'à penser aux études de Baillie et Bollerslev (1989), Hsieh (1989) et Milhoj (1987). Le terme constant μ dans le modèle de prévision des rendements est

aussi un paramètre à estimer. Quant au terme d'erreur, c'est lui qui servira dans le modèle de la variance. L'hypothèse de départ est la suivante:

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim \text{multinormale} (0, \Omega_t)$$

Le modèle de prévision de la variance qui sera estimé est un modèle GARCH (1,1) bivarié diagonal que l'on peut représenter sous la forme du produit d'Hadamard. On l'écrit comme suit:

$$\Omega_t = \mathbf{W} + \mathbf{A} \otimes (\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}') + \mathbf{B} \otimes \Omega_{t-1}$$

On peut l'écrire de façon plus détaillée de la manière suivante:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11t} & \sigma_{12t} \\ \sigma_{21t} & \sigma_{22t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & w_3 \\ w_2 & w_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{22} & a_{22} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t-1} * \varepsilon_{1t-1} & \varepsilon_{1t-1} * \varepsilon_{2t-1} \\ \varepsilon_{2t-1} * \varepsilon_{1t-1} & \varepsilon_{2t-1} * \varepsilon_{2t-1} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \sigma_{11t-1} & \sigma_{12t-1} \\ \sigma_{21t-1} & \sigma_{22t-1} \end{bmatrix}$$

Le nombre de paramètres à estimer est de 9 pour le modèle de la variance, ce qui en fait 11 en tout avec les 2 constantes du modèle de prévision des rendements.

Sous notre hypothèse de départ, le logarithme de la fonction de vraisemblance de $(\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_1)$ s'écrit:

$$L_T(\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_1) = -0,5(TN \ln(2\pi)) - 0,5 \sum \{ (\ln |\Omega_t|) + \varepsilon_t' \Omega_t^{-1} \varepsilon_t \}$$

Maintenant que l'on connaît bien le modèle que l'on veut estimer, il suffit de trouver les estimations optimales des coefficients, c'est-à-dire ceux qui maximisent la fonction de vraisemblance. C'est en fait la plus longue partie de ce travail de recherche. Le logiciel utilisé est le logiciel de langage Gauss version 2.0 qui fournit un programme de maximisation de fonction. La méthode utilisée est la "Quasi-Newton optimization" qui utilise des gradients et des matrices hessiennes numériques. Le travail à faire est d'écrire la fonction à maximiser, soit la fonction de vraisemblance. Il a de plus fallu écrire un programme qui calcule la matrice de dérivées secondes en la forçant à être définie positive de façon à obtenir une estimation de la matrice de variance-covariance des coefficients. Néanmoins, des optimums ont été obtenus et les résultats sont fournis au tableau 4.1. Les nombres entre parenthèses représentent les écart-types.

tableau 4.1 Résultats des estimations

coefficients	dollar canadien	mark	yen
w11	3,01737 (0,6307)	21,1499 (6,0541)	31,3293 (1,8066)
w12	4,28258 (0,7374)	21,2238 (5,3265)	29,8570 (1,3672)
w22	6,06898 (1,9578)	22,7478 (4,9541)	28,9944 (1,5354)
a11	0,11138 (0,0262)	0,12912 (0,0273)	0,18822 (0,0335)
a12	0,11984 (0,0264)	0,13220 (0,0273)	0,16505 (0,0325)
a22	0,27322 (0,0468)	0,13536 (0,0491)	0,27093 (0,0400)
b11	0,49819 (0,0819)	0,54875 (0,1016)	0,21717 (0,0774)
b12	0,32287 (0,0925)	0,54555 (0,0900)	0,25413 (0,0691)
b22	0,20925 (0,1350)	0,54237 (0,1156)	0,29739 (0,5838)
μ_1	-0,15683 (0,0899)	-0,11170 (0,2587)	0,08970 (0,2079)
μ_2	-0,14379 (0,0984)	-0,10542 (0,2689)	0,08349 (0,2136)
Log Likelihood	-3478,67	-4932,17	-4385,83

Pour savoir si l'hypothèse de normalité était adéquate, il suffit de vérifier avec les termes d'erreurs du modèle de prévision des rendements, s'il a les caractéristiques voulues. C'est-à-dire que si ε_t est bien normale $(0, \sigma_t^2)$, alors (ε_t/σ_t) sera normale $(0, 1)$, et donc devrait avoir des queues de distributions semblables à notre normale ainsi que des coefficients d'aplatissement de l'ordre de trois, ce qui n'était pas le cas avec nos distributions inconditionnelles. Le tableau 4.2 donne les indicateurs de distribution pour la loi conditionnelle normalisée. On peut remarquer que le degré d'aplatissement est très près de trois, même légèrement inférieur, et que le degré d'asymétrie est toujours très près de zéro, même que pour le yen, il a diminué de plus de moitié. Pour ce qui est des queues de distributions, les données sont fournies en annexe, on peut y constater quelles ont des queues beaucoup moins grande qu'auparavant et plus comparable à celles de la normale. Les tests d'hypothèses 3.6 et 3.7 ont également été refaits de façon à s'assurer que nos conclusions sont significatives d'un point de vu mathématiques. Les résultats sont présentés aux tableaux 4.3 et 4.4.

tableau 4.2 Indicateur de distribution pour la loi conditionnelle

devise étudiée	degré d'asymétrie	degré d'aplatissement
dollar canadien	-0.02675	2.9064
mark	0.02453	2.7706
yen	0.21342	2.7134
loi normale empirique	-0.03959	3.1326

note: pour la loi normale, $b=0$ et $k=3$

tableau 4.3 Résultats des tests sur le degré d'asymétrie après normalisation

devise	Ho	statistique Z	intervalle de confiance*	décision
dollar can.	asymétrie = 0	-0,3681	[-1,96;1,96]	accepté
mark	asymétrie = 0	0,3375	[-1,96;1,96]	accepté
yen	asymétrie = 0	2,9366	[-1,96;1,96]	rejeté

* les tests d'hypothèses sont effectués au niveau significatif de 5%

tableau 4.4 Résultats des tests sur le degré d'aplatissement après normalisation

devise	Ho	statistique Z	intervalle de confiance*	décision
dollar can.	aplatissement = 3	-0,6440	[-1,96;1,96]	accepté
mark	aplatissement = 3	-1,5783	[-1,96;1,96]	accepté
yen	aplatissement = 3	-1,9718	[-1,96;1,96]	rejeté**

* les tests d'hypothèses sont effectués au niveau significatif de 5%

** le yen est accepté à 4,85% et moins de niveau significatif

Les résultats des tests sont concluants. Pour le dollar canadien et le mark, l'hypothèse de loi normale pour la distribution conditionnelle donne de très bons résultats. En effet, elle permet de traiter des queues de distributions plus épaisses et du degré d'aplatissement élevé dans les distributions inconditionnelles. Pour le yen, le degré d'aplatissement est considérablement diminué de sorte qu'à 5% de niveau de confiance, on peut rejeter l'hypothèse nulle qui stipule que le degré d'aplatissement de la distribution normalisée est égale à 3 et ce, parce qu'il est trop bas. C'est par contre de très peu qu'on la rejète puisqu'à 4,85 de niveau de confiance, on ne peut pas rejeter cette même hypothèse. C'est toutefois une grosse amélioration compte tenu de l'important degré d'aplatissement qu'il y avait avant de modaliser la distribution conditionnelle. De plus, le degré d'asymétrie négatif anormalement élevé se voit ainsi diminuer de plus de moitié, ce qui laisse supposer que l'hypothèse de normalité de la loi conditionnelle, permet d'expliquer une grande partie des caractéristiques de sa loi inconditionnelle.

5- Présentation des ratios utilisés:

Les investisseurs qui pratiquent les techniques de couverture le font dans le but premier de réduire la variance de leurs rendements. Il est donc logique d'utiliser le pourcentage de diminution de la variance comme mesure de l'efficacité d'un ratio de couverture. Cette diminution peut se calculer de plusieurs façons, mais celle retenue consiste d'abord construire un portefeuille sans couverture pour chacune des devises et un portefeuille diversifié contenant les trois devises, puis se servir des variances échantillonnales comme variances de référence. Ensuite, construire deux portefeuilles d'investissements, avec couverture conditionnelle puis avec couverture fixe. Pour chacun de ces portefeuilles, on peut alors calculer le pourcentage de diminution de la variance échantillonnale par rapport au portefeuille sans couverture et au portefeuille diversifié, ce qui nous permet d'avoir une idée de l'efficacité de chacun des ratios. La stratégie d'investissement est discutée plus en détail à la section 5.3.

5.1 Le ratio de couverture fixe:

Traditionnellement, les investisseurs supposent une variance conditionnelle fixe à travers les observations. Sous cette hypothèse, le meilleur ratio de couverture possible est le β , estimé par moindres carrés, de la régression suivante:

$$\Delta p_t = \alpha + \beta \Delta f_t + \xi_t \quad \text{où,}$$

Δp_t = variation du logarithme du taux au comptant

Δf_t = variation du logarithme du taux du contrat à terme

ξ_t = terme d'erreur de la régression

α = constante introduite dans le modèle

Ce ratio est fonction de la variance moyenne des observations et ne tient donc pas compte du fait que la variance conditionnelle n'est pas fixe, mais varie plutôt d'une période à l'autre, affectant ainsi le ratio optimal à chaque jour où il y a investissement. Il n'en demeure pas moins que s'il est utilisé pour couverture entre deux biens, corrélés de quelque façon que se soit, il devrait donner des résultats assez respectables, dépendant du degré de corrélation entre ces deux biens. Les contrats à terme sur les devises, renouvelés tous les trois mois, sont très positivement corrélés avec la devise elle-même, ce qui entraîne un ratio de couverture assez élevé également. Les résultats des corrélations entre les devises et leur contrat à terme respectif ainsi que les résultats des ratios fixes optimaux sont fournis au tableau 5.1.

tableau 5.1 Coefficient de corrélation et ratio de couverture fixe

	dollar canadien	mark	yen
Coefficient de corrélation	0,895037	0,944785	0,970374
Ratio de couverture fixe	0,807265	0,910677	0,953556

5.2 Le ratio de couverture variable:

De façon à être le plus optimal possible, un ratio de couverture doit varier en proportion de la variance conditionnelle. Si on définit d'abord l'équation du rendement du portefeuille comme étant:

$${}_pR_t = {}_dR_t - b_{t-1} {}_fR_t$$

où: ${}_pR_t$ = rendement sur le portefeuille
 ${}_dR_t$ = rendement sur la devise
 ${}_fR_t$ = rendement sur le contrat à terme
 b_{t-1} = ratio de couverture

Alors la variance conditionnelle des rendements du portefeuille sera donnée par:

$$\text{VAR}({}_pR_t | \Omega_{t-1}) = \text{VAR}({}_dR_t | \Omega_{t-1}) + (b_{t-1})^2 \text{VAR}({}_fR_t | \Omega_{t-1}) - 2b_{t-1} \text{COV}({}_dR_t, {}_fR_t | \Omega_{t-1})$$

Comme il est mentionné un peu plus haut, l'efficacité d'un ratio de couverture se calcule par le pourcentage de diminution de la variance du portefeuille. En d'autres mots, le meilleur ratio sera celui qui minimisera la variance du portefeuille. En ce sens, il suffit de dériver la partie de droite de l'équation ci-haut par rapport à b_{t-1} , de l'égaliser à zéro puis de résoudre pour b_{t-1} . On obtient alors que le ratio optimal est égal à la covariance conditionnelle entre la devise et le contrat à terme, divisé par la variance conditionnelle du contrat à terme. C'est-à-dire,

$$2b_{t-1} \text{VAR}(fR_t | \Omega_{t-1}) - 2\text{COV}(dR_{\text{CF}}R_t | \Omega_{t-1}) = 0$$

on résoud pour b_{t-1} , alors,

$$b_{t-1} = \text{COV}(dR_{\text{CF}}R_t | \Omega_{t-1}) / \text{VAR}(fR_t | \Omega_{t-1})$$

Les variances et covariances conditionnelles sont prédites par notre modèle GARCH bivarié estimé à la section 4. Pour avoir une idée de ce que représente un tel ratio comparativement à un ratio fixe, on peut regarder les figures 15, 16 et 17 qui représentent les ratios fixes et les ratios variables pour chaque devise. On peut y remarquer que le ratio fixe, dans chaque cas, ne semble pas être nécessairement une moyenne des ratios variables.

figure 15

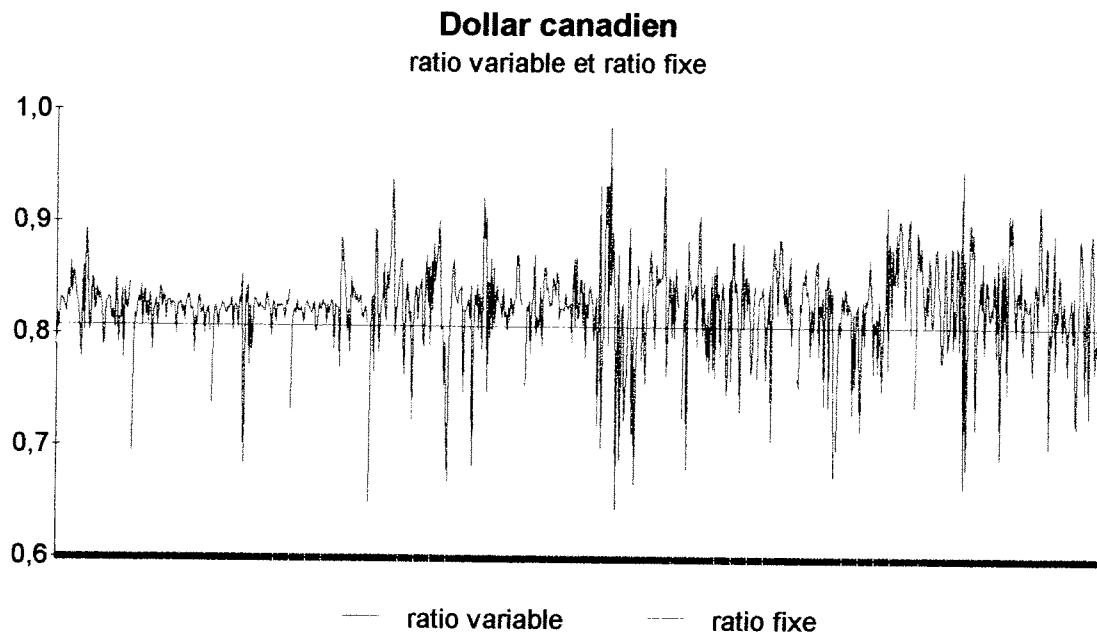


figure 16

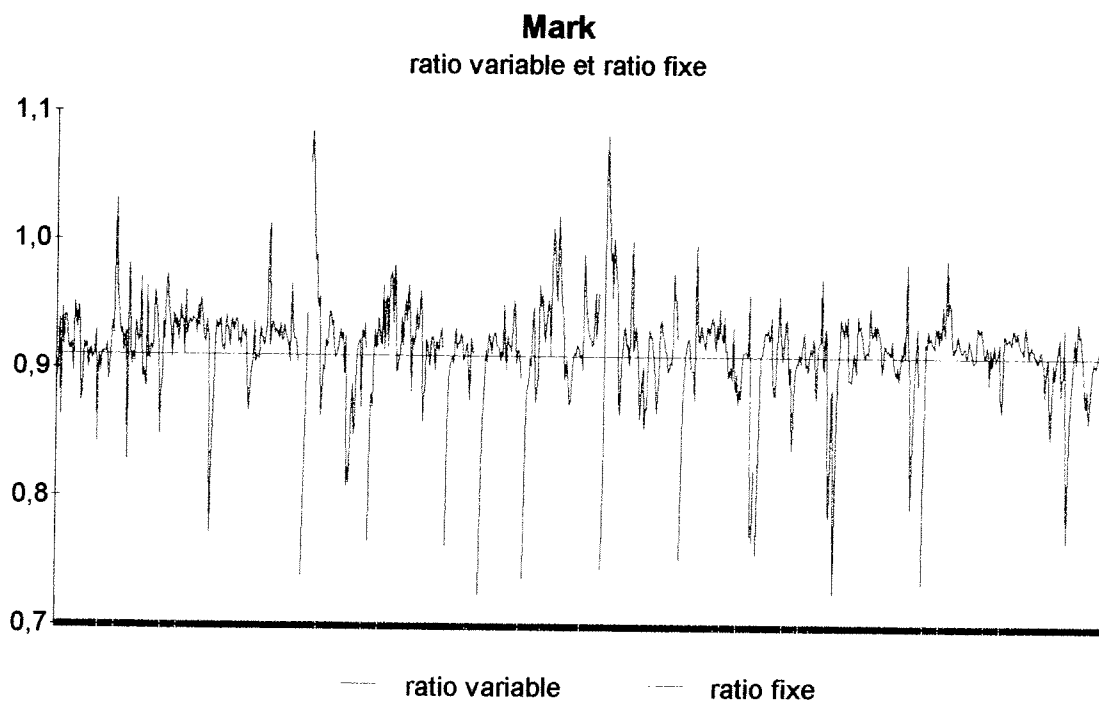
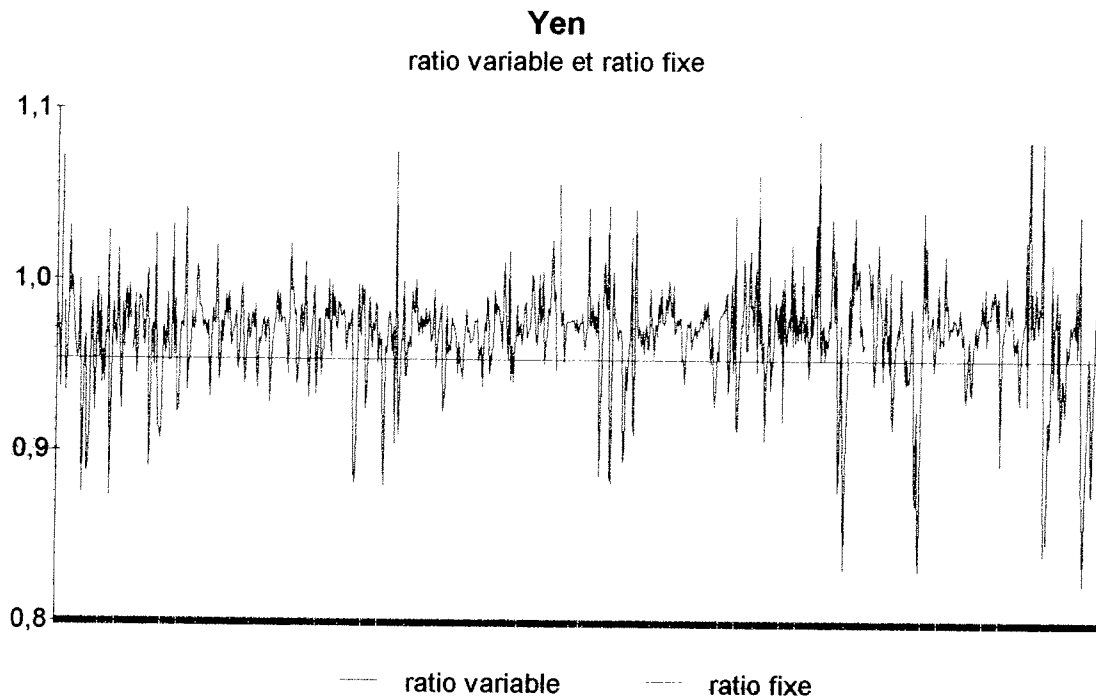


figure 17



5.3 Stratégies d'investissement:

Puisque l'efficacité d'un ratio est mesuré par sa capacité à réduire la variance d'un portefeuille, il nous faut considérer plus d'une stratégie d'investissement de façon à pouvoir comparer la variance entre deux portefeuilles de placement différents. En fait, tel que mentionné un peu plus haut, quatre stratégies sont considérées. La première stratégie est un portefeuille sans couverture. C'est celui qui aura, de toute évidence, la variance la plus élevée. La stratégie consiste à investir dans une devise sans jamais modifier les montants. La seconde stratégie est un portefeuille diversifié. Il s'agit en fait d'investir le montant en trois parties égales dans chacune des devises. Ce genre de stratégie est de loin la plus utilisée sur les marchés pour réduire le risque d'un portefeuille.

La troisième stratégie consiste à investir dans une devise tout en se couvrant au moyen de contrats à terme sur cette même devise selon un ratio de couverture fixe. La quatrième et dernière stratégie consiste à investir dans une devise tout en se couvrant, au moyen de contrats à terme sur cette devise selon une proportion qui est recalculée chaque jour, suivant la variance prédite par nos modèles GARCH. Si le rendement est défini comme étant la différence de logarithme des taux au comptant, alors on peut réécrire mathématiquement ce qui suit de la façon suivante.

si ${}_pR_{it}$ = rendement du portefeuille i à la période t,

où $i = \{1,2,3,4\}$, d = dollar canadien, m = mark, y = yen,

alors,

$$\begin{aligned} {}_pR_{1t} &= \Delta p_t \\ {}_pR_{1t} &= (\Delta p_t^d + \Delta p_t^m + \Delta p_t^y) / 3 \\ {}_pR_{2t} &= \Delta p_t - \beta \Delta f_t \\ {}_pR_{3t} &= \Delta p_t - b_t \Delta f_t \end{aligned}$$

5.4 Résultats et commentaires:

Comme on peut le constater au tableau 5.2, le ratio à couverture variable donne de meilleurs résultats pour chaque devise aussi bien pour la période qui a servi à estimer le modèle GARCH (à l'intérieur de l'échantillon) que la période qui suit (hors échantillon). Par contre, comme on le remarque au tableau 5.3, pour un

investisseur qui ne fait que diversifier ses placements, ou qui ne pratique pas de couverture, une stratégie à ratio fixe peut s'avérer beaucoup plus efficace et bien suffisante car la différence d'efficacité avec le ratio conditionnel est plutôt mince. Si par contre un investisseur pratique déjà de la couverture et qu'il est intéressé par une diminution supplémentaire de la variance de ses rendements, le modèle à ratio conditionnel s'avère intéressant, réduisant la variance jusqu'à 35% environ pour le dollar canadien et le mark et de 23% pour le yen. Il faut bien sûr mentionner que ces résultats ne sont possibles que dans l'éventualité où l'on connaît le modèle au départ, ce qui n'est pas le cas dans la réalité. Pour vraiment bien connaître l'efficacité d'un tel ratio, il faut l'évaluer sur la période qui suit la période d'estimation du modèle. Dans ce cas, le ratio variable donne toujours de meilleurs résultats mais de façon moins importante, seulement 14% et 18% pour le mark et le dollar canadien respectivement, ce qui n'est pas négligeable mais quand même loin du 35%. Par contre, sur le yen, le ratio variable donne de très bons résultats même meilleurs dans la période hors échantillon, passant de 23% à 34% de réduction dans sa variance.

Tableau 5.2 Variance échantillonnale

Portefeuille	à l'intérieur de l'échantillon			hors échantillon		
	dollar	mark	yen	dollar	mark	yen
sans couverture	7,3767	61,9647	45,5527	7,7411	59,2405	54,4170
couverture fixe	1,4673	6,6538	2,6591	1,2682	5,7218	4,1706
couverture variable	0,9683	4,3046	2,0543	1,0421	4,9424	2,7570
portefeuille diversifié		19,1983			19,6962	

Tableau 5.3 Pourcentage de réduction de la variance échantillonnale

Par rapport à un portefeuille sans couverture						
	à l'intérieur de l'échantillon			hors échantillon		
Portefeuille	dollar	mark	yen	dollar	mark	yen
couverture fixe	80,1	89,3	94,2	83,6	90,3	92,3
couverture variable	86,9	93,0	95,5	86,5	91,7	94,9

Par rapport à un portefeuille diversifié						
	à l'intérieur de l'échantillon			hors échantillon		
Portefeuille	dollar	mark	yen	dollar	mark	yen
couverture fixe	90,9	59,0	83,6	92,4	65,7	75,0
couverture variable	94,0	73,4	87,3	93,8	70,4	83,5

Par rapport à un portefeuille à couverture fixe						
	à l'intérieur de l'échantillon			hors échantillon		
Portefeuille	dollar	mark	yen	dollar	mark	yen
couverture variable	34,0	35,3	22,7	17,8	13,6	33,9

6- Implication des coûts de transaction:

Bien que le ratio de couverture variable donne, en théorie, de bons résultats dans chacun des cas, il en est tout autrement dans la pratique de tous les jours. Un investisseur qui voudrait utiliser ce genre de méthode se devrait de modifier quotidiennement la pondération de son portefeuille, entraînant ainsi des coûts de transaction élevés qui sont susceptibles de rendre la méthode trop coûteuse pour être rentable. Or, la plupart du temps, les changements à effectuer sont minimes

de sorte que le bénéfice gagné, en optimisant le ratio de couverture, est bien inférieur au coût de gestion du portefeuille et des coûts de transactions compris. Le problème des frais de transactions nous amène à penser à d'autres stratégies d'investissement qui seraient en mesure de faire mieux qu'une stratégie de couverture fixe, tout en diminuant les coûts de transactions et les frais de gestion que la méthode de couverture variable, présentée plus haut, implique.

6.1 Stratégie de couverture alternative:

Sans coûts de transactions, la stratégie d'investissement optimale serait celle où le ratio de couverture serait modifié chaque jour peu importe l'amplitude du changement à apporter. La réalité étant autre chose, la stratégie d'investissement optimale, pour l'investisseur qui vise la réduction de la variance de son portefeuille, se situe probablement entre la stratégie du portefeuille à couverture fixe et celle où le ratio est modifié quotidiennement. Pour se faire, nous allons considérer une nouvelle méthode. Tout d'abord, le ratio initial est le même que celui dont on se sert dans le portefeuille à couverture variable. La différence avec la méthode vue précédemment, c'est que, même si le ratio continu d'être calculé quotidiennement, la pondération du portefeuille reste la même jusqu'à ce que le pourcentage de variation du ratio de couverture optimal atteigne un certain seuil de tolérance, qui diffère selon la stratégie adoptée. Chaque stratégie n'est différente que par son seuil qui déclenche la transaction.

6.2 Résultats et commentaires:

Les tableaux 6.1, 6.2 et 6.3 présentent les résultats pour chaque devise selon différentes stratégies d'investissement, qui diffèrent les unes des autres d'après leur seuil de tolérance pour les changements dans le niveau du ratio de couverture. Bien que des stratégies ont été considérées pour plusieurs niveaux de seuil, seules quelques unes sont présentées dans les tableaux ci-haut mentionnés. Il est toutefois possible de se référer aux annexes pour des résultats détaillés.

Les résultats qui découlent de ces stratégies d'investissement alternatives sont intéressants. Pour chacune des devises, attendre que le ratio varie de plus de 1% pour modifier la pondération, a pour conséquence de réduire le nombre de transactions à effectuer, d'un pourcentage qui varie de 26% à 39% selon le cas, sans que la variance du portefeuille n'augmente de plus de 0,15% dans chacun des cas.

Bien que la diminution du nombre de transactions est énorme par rapport au prix à payer en augmentation de variance, il n'en reste pas moins qu'il y a encore beaucoup de transactions à effectuer. Toutefois, avec un seuil de tolérance de 5%, les résultats sont intéressants. Attendre, avant d'effectuer un changement dans la pondération du portefeuille, que le ratio de couverture optimal ait au moins 5% de différence avec le ratio utilisé permet de réduire, dans chacun des cas, le nombre de transactions de façon substantielle. En effet, pour chacune des devises, le nombre de transactions a chuté de plus de 66%, allant même jusqu'à 80,8% et 83,2% de réduction pour le mark et le yen respectivement. Le

tableau 6.1 Stratégies d'investissement à seuil sur le dollar canadien

seuil de tolérance	variance du portefeuille	nombre de transactions	% de réduction de la variance par rapport au portef. à ratio fixe	% d'augmentation de la variance par rapport au portef. à ratio variable	% de réduction du nombre de transactions à effectuer
0%	0,9683	852	34,01%	0%	0%
	1,0421	284	17,83%	0%	0%
1%	0,9688	623	33,97%	0,05%	26,88%
	1,0420	223	17,84%	-0,01%	21,48%
5%	0,9781	281	33,34%	1,01%	67,02%
	1,0619	89	16,27%	1,90%	68,67%
10%	1,0051	142	31,50%	3,80%	83,33%
	1,0706	45	15,58%	2,73%	84,15%
20%	1,0759	43	26,67%	11,11%	94,95%
	1,2014	12	5,27%	15,29%	95,77%

Pour chaque pourcentage, la première ligne correspond aux données à l'intérieur de l'échantillon tandis que la deuxième ligne correspond aux données hors échantillon.

tableau 6.2 Stratégies d'investissement à seuil sur le mark

seuil de tolérance	variance du portefeuille	nombre de transactions	% de réduction de la variance par rapport au portef. à ratio fixe	% d'augmentation de la variance par rapport au portef. à ratio variable	% de réduction du nombre de transactions à effectuer
0%	4,3046	852	35,31%	0%	0%
	4,9424	284	13,62%	0%	0%
1%	4,3108	519	35,21%	0,14%	39,08%
	4,9471	134	13,54%	0,10%	52,82%
5%	4,4252	164	33,49%	2,80%	80,75%
	5,1002	23	10,86%	3,19%	91,90%
10%	4,6578	74	30,00%	8,21%	91,31%
	5,1981	8	9,15%	5,17%	97,18%
20%	5,1447	34	22,68%	21,00%	96,01%
	5,3179	4	7,06%	7,60%	98,59%

Pour chaque pourcentage, la première ligne correspond aux données à l'intérieur de l'échantillon tandis que la deuxième ligne correspond aux données hors échantillon

tableau 6.3 Stratégies d'investissement à seuil sur le yen

seuil de tolérance	variance du portefeuille	nombre de transactions	% de réduction de la variance par rapport au portef. à ratio fixe	% d'augmentation de la variance par rapport au portef. à ratio variable	% de réduction du nombre de transactions à effectuer
0%	2,0543	852	22,74%	0%	0%
	2,7570	284	33,89%	0%	0%
1%	2,0559	543	22,68%	0,08%	36,27%
	2,7594	194	33,84%	0,09%	31,69%
5%	2,1335	143	19,77%	3,86%	83,22%
	2,8353	68	32,02%	2,85%	76,06%
10%	2,2900	41	13,88%	11,47%	95,19%
	3,0090	25	27,85%	9,14%	91,20%
20%	2,6604	3	-0,05%	29,50%	99,65%
	3,7730	7	9,53%	36,85%	97,54%

Pour chaque pourcentage, la première ligne correspond aux données à l'intérieur de l'échantillon tandis que la deuxième ligne correspond aux données hors échantillon.

prix à payer, c'est-à-dire l'augmentation de la variance du portefeuille par rapport à un portefeuille qui varie quotidiennement, est relativement bas. Dans chacun des cas, la variance n'a augmentée que d'un pourcentage allant de 2% à 3%.

Pour les seuils de tolérances plus élevés, le nombre de transactions à effectuer est encore plus bas, par contre le prix à payer, quant à lui, devient plus important. C'est qu'après avoir diminué le nombre de transaction de plus 80%, le potentiel de diminution excédentaire s'en trouve réduit, et le cas échéant, coûte relativement plus chère en terme d'augmentation de variance que les premières diminutions du nombre de transactions. Cela ne veut cependant pas dire que d'augmenter encore plus le seuil de tolérance devient néfaste, mais tout simplement qu'un investisseur doit savoir que le gain relatif diminue à mesure que

le seuil augmente. Il est important de noter que les conclusions sont les mêmes, qu'il s'agisse de données à l'intérieur de l'échantillon ou de données hors échantillon, c'est que les résultats obtenus sont sensiblement les mêmes pour les deux types d'échantillon.

En théorie, on devrait s'attendre qu'à mesure que le seuil de tolérance augmente, la variance du portefeuille augmente et que le nombre de transaction diminue. C'est ce qui se passe en pratique lorsque l'on regarde sur l'ensemble des données. Par contre, il arrive qu'en augmentant le seuil seulement de quelque peu, la variance diminue mais de façon timide. Cela s'explique facilement par le fait que les ratios retenus, même s'ils sont moins nombreux, représentent mieux le ratio fixe optimal de la période sur laquelle il ont été appliqué. Ce n'est toutefois que de façon temporaire puisque qu'à mesure le seuil augmente, le ratio est modifié moins souvent, ce qui implique un ratio plus loin du ratio optimal et donc une variance plus élevée.

Il arrive aussi parfois, mais plus rarement, qu'en augmentant le seuil de tolérance, le nombre de transactions à effectuer augmente, allant à l'encontre de la raison même de ce genre de stratégie. Encore une fois, ce genre de comportement se retrouve lorsque l'augmentation du seuil est minime, et résulte en une faible augmentation du nombre de transaction. Cela s'explique par le fait que les ratios choisis par chacune des méthodes, empruntent des chemins différents à travers l'ensemble des ratios optimaux quotidiens. En d'autres termes, à un certain moment, deux portefeuilles ayant une stratégie de couverture à seuil différente, ont des ratios de couverture différents. Lorsqu'un changement se produit dans le ratio optimum, ce changement, bien que de la même amplitude, à une valeur relative différente pour chacun des portefeuilles.

7- Conclusion:

Durant ce travail, nous avons étudié trois devises étrangères cotées en dollar américain. Des tests préliminaires pour chaque devise ont indiqué clairement la présence d'hétéroscédasticité dans les séries, ainsi qu'une distribution inconditionnelle se distinguant de la loi normale par ses queues plus épaisses et son degré d'aplatissement élevé. Un modèle GARCH bivarié a par la suite été estimé et s'est révélé être particulièrement efficace pour traiter des queues épaisses et de l'aplatissement des séries. Ce même modèle a par la suite fourni des estimations de la matrice de variance-covariance conditionnelle avec laquelle des ratios de couverture optimaux ont été calculés. Ces ratios se sont montrés plus efficaces à diminuer la variance que les ratios fixes traditionnels. Bien que la réduction n'est pas énorme, dû entre autres à la grande efficacité des ratios fixes, l'amélioration n'est pas négligeable, surtout pour le yen, atteignant 33% dans le deuxième échantillon, soit le plus représentatif de la réalité.

Pour traiter des coûts de transactions présents sur les marchés financiers, nous avons par la suite considéré une stratégie d'investissement alternative, qui consiste à modifier le ratio utilisé par la ratio optimal, mais uniquement lorsque le niveau de ce dernier se trouve à l'extérieur d'un interval de variation, qui dépend d'un seuil de tolérance fixé. Plusieurs portefeuilles ont été construit, chacun avec un seuil de tolérance différent.

Les résultats obtenus se sont avérés intéressants. Ainsi, même avec un seuil de tolérance de seulement 1%, le nombre de transaction à effectuer a diminué de plus de 26% pour chaque devise, tout en gardant la variance des portefeuilles

pratiquement inchangée. À un seuil de tolérance de 5%, les diminutions du nombre de transaction se sont montrées substantiellement plus élevées, soit plus de 66% de réduction pour chaque portefeuille de devise. L'augmentation de la variance pour chacun des portefeuilles est relativement très peu élevée, soit environ entre 2% et 3%. De façon générale, plus les seuils fixés sont élevés, plus le nombre de transaction à effectuer est bas et la variance des portefeuilles est élevée. Là où l'investisseur doit cependant faire attention, c'est qu'à mesure que les seuils augmentent, la diminution du nombre de transaction est relativement moins élevée par rapport à l'augmentation de la variance. Cela implique qu'à un seuil de tolérance plus élevé, il en coûte plus cher, en terme d'augmentation de la variance du portefeuille, pour aller chercher 1% de réduction supplémentaire dans le nombre de transaction à effectuer.

En conclusion, chaque investisseur qui utilise une technique de couverture sur son portefeuille, devrait avoir à l'œil ce genre de modèle alternatif qui se situe entre les techniques du ratio fixe et celles du ratio variable de façon quotidienne. Aussi bien celui qui avait l'idée de pratiquer intégralement la stratégie du ratio variable, vue au chapitre 5, a intérêt à appliquer un filtre qui les laisse passer les petits mouvements, ne serait-ce que de 1%, autant celui qui utilise un ratio fixe tout au long d'une période a intérêt à garder à portée de la main un modèle capable de l'avertir au moins des changements les plus importants, ne serait-ce que dans le but de lui indiquer de porter une attention particulière à ce qui se produit sur les marchés. Bref, il n'en tient qu'à l'investisseur de déterminer le seuil qui convient le mieux à ses besoins.

Bibliographie

- Baillie, Richard T. and Tim Bollerslev, 1989, The message in daily exchange rates: A conditional variance tale, *Journal of Business and Economic Statistics* 7, 297-305.
- Baillie, Richard T. and Robert J. Myers, 1991, Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge, *Journal of Applied Econometrics* 6, 109-124.
- Bollerslev, Tim, 1986, Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31, 307-327.
- Bollerslev, Tim, Ray Y. Chou, Kenneth F. Kroner, 1992, ARCH modelling in finance: A review of the theory and empirical evidence, *Journal of Econometrics* 52, 5-59.
- Bollerslev, Tim, Robert F. Engle, Daniel B. Nelson, 1993, ARCH Models, *Working Paper No.154*, prepared for *The Handbook of Econometrics*, Volume 4.
- Bollerslev, Tim, Robert F. Engle, and Jeffrey M. Wooldridge, 1988, A capital asset pricing model with time varying covariances, *Journal of Political Economy* 96, 116-131.
- Cuthbert, Thomas R., 1987, Optimization using personal computer, (*Wiley, New-York*).
- Dickey, David A., Wayne A. Fuller, 1979, Distribution of the estimators for autoregressive times series with a unit root, *journal of the american statistical association* 74, 427-431.
- Dickey, David A, Wayne A. Fuller, 1981, Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, *Econometrica* 49, 1057-1072.
- Engle, Robert F., 1982, Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica* 50, 987-1007.
- Fama, E., 1965, The behavior of stock market, *journal of Business* 38, 34-105.
- Fletcher, Roger, 1987, Practical method of optimization (*Wiley, Toronto*).

- Fuller, Wayne A., 1976, Introduction to statistical time series, (*Wiley, New-York*).
- Garcia, René, 1994, Modélisation de la volatilité, *Notes de cours, CIRANO-Université de Montréal*.
- Hsieh, David A., 1989, Modelling heteroskedasticity in daily foreign exchange rates, *Journal of Business and Economic Statistics* 7, 307-317.
- Kraft, Dennis F., Robert F. Engle, 1983, Autoregressive conditional heteroskedasticity in multiple time series, *Unpublished manuscript* (Departement of Economics, University of California).
- Ljung, G.M., G.E.P. Box, 1978, On a measure of lack of fit in time series models, *Biometrika* 65, 297-303.
- London, Dick, 1985, Graduation: The revision of estimates, (Actex publication, Winsted).
- Mandelbrot, B., 1963, The variation of certain speculative prices, *Journal of Business* 36, 395-419.
- McCurdy, Thomas H and Ieuan Morgan, 1987, Test of the martingale hypothesis for foreign currency futures with time varying volatility, *International Journal of Forecasting* 3, 131-148.
- Milhoj, Anders, 1987, A conditional variance model for daily deviations of an exchange rate, *Journal of Business & Economic Statistics*, 5, 99-103.
- Perron, Pierre, 1988, Trends and random walks in macroeconomic time series, *Journal of Economic Dynamic and Control* 12, 297-332.
- Phillips, Peter C.B., Pierre Perron, 1988, Testing for unit root in time series regression, *Biometrika* 75, 335-346.
- Snedecor, George W. and William D. Cochran, 1967, Statistical Methods, (The Iowa State University Press, Ames).

ANNEXE A

Résultats complets

des tests de racine unitaire

tableau a) Statistique $Z(\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.2

lag	niveau de la variable			valeur critique	première différence		
	dollar	mark	yen		dollar	mark	yen
1	-11.188	-10.380	-22.031	[-25.1;-1.79]	-1082.0	-1079.9	-1172.6
2	-11.258	-10.460	-21.016	[-25.1;-1.79]	-1074.2	-1073.0	-1143.7
3	-11.160	-10.366	-20.289	[-25.1;-1.79]	-1061.4	-1060.1	-1120.0
4	-11.277	-10.427	-20.027	[-25.1;-1.79]	-1062.9	-1059.3	-1108.4
5	-11.331	-10.397	-19.986	[-25.1;-1.79]	-1061.5	-1053.9	-1102.0
6	-11.336	-10.236	-19.573	[-25.1;-1.79]	-1058.1	-1040.9	-1085.1
7	-11.348	-10.166	-19.299	[-25.1;-1.79]	-1055.6	-1034.0	-1071.8
8	-11.319	-10.133	-19.168	[-25.1;-1.79]	-1051.0	-1029.2	-1062.6
9	-11.288	-10.127	-19.123	[-25.1;-1.79]	-1046.5	-1026.0	-1056.2
10	-11.281	-10.176	-19.431	[-25.1;-1.79]	-1043.2	-1026.2	-1060.0
11	-11.374	-10.195	-19.703	[-25.1;-1.79]	-1045.1	-1024.5	-1063.2
12	-11.584	-10.238	-20.026	[-25.1;-1.79]	-1053.3	-1024.6	-1067.8
13	-11.805	-10.254	-20.251	[-25.1;-1.79]	-1062.0	-1023.1	-1070.0
14	-11.979	-10.267	-20.611	[-25.1;-1.79]	-1068.2	-1021.6	-1075.9
15	-12.140	-10.271	-21.975	[-25.1;-1.79]	-1074.1	-1019.6	-1082.0
16	-12.210	-10.267	-21.259	[-25.1;-1.79]	-1074.8	-1017.2	-1085.7
17	-12.291	-10.255	-21.478	[-25.1;-1.79]	-1076.4	-1014.5	-1087.5
18	-12.402	-10.205	-21.665	[-25.1;-1.79]	-1079.6	-1009.5	-1088.5
19	-12.503	-10.172	-21.832	[-25.1;-1.79]	-1082.4	-1005.6	-1088.9
20	-12.545	-10.160	-21.969	[-25.1;-1.79]	-1081.9	-1002.8	-1088.5

La valeur critique est tirée de Fuller (1976) p.371

tableau b) Statistique $Z(t_\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.2

lag	niveau de la variable			valeur critique	première différence		
	dollar	mark	yen		dollar	mark	yen
1	-2.4027	-2.3325	-3.5108	[-3.66;-0.66]	-32.115	-32.076	-34.893
2	-2.4100	-2.3411	-3.4389	[-3.66;-0.66]	-32.105	-32.067	-34.938
3	-2.3998	-2.3310	-3.3865	[-3.66;-0.66]	-32.091	-32.053	-34.997
4	-2.4119	-2.3375	-3.3674	[-3.66;-0.66]	-32.093	-32.052	-35.034
5	-2.4175	-2.3343	-3.3644	[-3.66;-0.66]	-32.091	-32.048	-35.057
6	-2.4181	-2.3170	-3.3342	[-3.66;-0.66]	-32.088	-32.040	-35.125
7	-2.4193	-2.3095	-3.3140	[-3.66;-0.66]	-32.086	-32.038	-35.188
8	-2.4163	-2.3059	-3.3042	[-3.66;-0.66]	-32.083	-32.037	-35.237
9	-2.4131	-2.3054	-3.3009	[-3.66;-0.66]	-32.081	-32.037	-35.274
10	-2.4124	-2.3106	-3.3237	[-3.66;-0.66]	-32.079	-32.037	-35.252
11	-2.4220	-2.3127	-3.3437	[-3.66;-0.66]	-32.080	-32.037	-35.234
12	-2.4435	-2.3173	-3.3673	[-3.66;-0.66]	-32.085	-32.037	-35.209
13	-2.4660	-2.3190	-3.3837	[-3.66;-0.66]	-32.092	-32.037	-35.197
14	-2.4836	-2.3204	-3.4097	[-3.66;-0.66]	-32.098	-32.037	-35.168
15	-2.4998	-2.3208	-3.4359	[-3.66;-0.66]	-32.105	-32.038	-35.139
16	-2.5067	-2.3204	-3.4562	[-3.66;-0.66]	-32.106	-32.038	-35.122
17	-2.5148	-2.3191	-3.4717	[-3.66;-0.66]	-32.108	-32.039	-35.114
18	-2.5258	-2.3137	-3.4850	[-3.66;-0.66]	-32.112	-32.042	-35.110
19	-2.5357	-2.3102	-3.4968	[-3.66;-0.66]	-32.115	-32.044	-35.108
20	-2.5399	-2.3088	-3.5064	[-3.66;-0.66]	-32.115	-32.046	-35.110

La valeur critique est tirée de Fuller (1976) p.373

tableau c) Statistique $Z(\phi_2)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$, $\beta = \mu = 0$ dans la régression 3.2

lag	niveau de la variable			valeur critique	première différence		
	dollar	mark	yen		dollar	mark	yen
1	3.0641	2.4635	5.5828	[0.77; 5.31]	343.79	342.97	405.83
2	3.0684	2.4716	5.4963	[0.77; 5.31]	343.58	342.77	406.90
3	3.0623	2.4620	5.4401	[0.77; 5.31]	343.29	342.47	408.27
4	3.0696	2.4682	5.4212	[0.77; 5.31]	343.31	342.45	409.13
5	3.0730	2.4651	5.4183	[0.77; 5.31]	343.29	342.36	409.65
6	3.0733	2.4491	5.3901	[0.77; 5.31]	343.22	342.19	411.25
7	3.0741	2.4422	5.3725	[0.77; 5.31]	343.18	342.14	412.73
8	3.0723	2.4390	5.3644	[0.77; 5.31]	343.12	342.13	413.89
9	3.0703	2.4385	5.3617	[0.77; 5.31]	343.06	342.12	414.75
10	3.0699	2.4432	5.3809	[0.77; 5.31]	343.03	342.12	414.23
11	3.0758	2.4451	5.3988	[0.77; 5.31]	343.05	342.13	413.81
12	3.0898	2.4493	5.4211	[0.77; 5.31]	343.15	342.13	413.23
13	3.1054	2.4508	5.4373	[0.77; 5.31]	343.30	342.13	412.95
14	3.1182	2.4522	5.4644	[0.77; 5.31]	343.43	342.13	412.25
15	3.1306	2.4526	5.4930	[0.77; 5.31]	343.57	342.14	411.58
16	3.1361	2.4522	5.5163	[0.77; 5.31]	343.59	342.15	411.19
17	3.1425	2.4510	5.5346	[0.77; 5.31]	343.63	342.17	411.01
18	3.1514	2.4461	5.5506	[0.77; 5.31]	343.72	342.22	410.91
19	3.1597	2.4428	5.5652	[0.77; 5.31]	343.80	342.27	410.86
20	3.1633	2.4416	5.5773	[0.77; 5.31]	343.79	342.31	410.90

La valeur critique est tirée de Dickey-Fuller (1981) p.1063

tableau d) Statistique $Z(\phi_3)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$, $\beta = 0$ dans la régression 3.2

lag	niveau de la variable			valeur critique	première différence		
	dollar	mark	yen		dollar	mark	yen
1	3.2408	4.0477	6.8293	[0.94; 7.16]	515.69	514.45	608.75
2	3.3546	4.1853	7.3630	[0.94; 7.16]	515.36	514.16	610.35
3	3.1980	4.0249	8.2749	[0.94; 7.16]	514.93	513.71	612.40
4	3.3860	4.1255	8.7236	[0.94; 7.16]	514.97	513.68	613.69
5	3.4837	4.0750	8.8005	[0.94; 7.16]	514.93	513.54	614.48
6	3.4932	3.8443	9.6661	[0.94; 7.16]	514.84	513.29	616.87
7	3.5160	3.7669	10.341	[0.94; 7.16]	514.77	513.21	619.10
8	3.4624	3.7354	10.695	[0.94; 7.16]	514.67	513.19	620.84
9	3.4059	3.7306	10.821	[0.94; 7.16]	514.59	513.19	622.13
10	3.3939	3.7773	10.006	[0.94; 7.16]	514.54	513.19	621.35
11	3.5653	3.7977	9.3743	[0.94; 7.16]	514.57	513.19	620.72
12	4.0213	3.8469	8.7270	[0.94; 7.16]	514.72	513.19	619.84
13	4.5978	3.8666	8.3360	[0.94; 7.16]	514.95	513.19	619.43
14	5.1181	3.8837	7.8128	[0.94; 7.16]	515.14	513.20	618.38
15	5.6511	3.8888	7.4022	[0.94; 7.16]	515.36	513.21	617.37
16	5.8949	3.8835	7.1607	[0.94; 7.16]	515.39	513.23	616.78
17	6.1900	3.8685	7.0203	[0.94; 7.16]	515.45	513.26	616.51
18	6.6093	3.8089	6.9296	[0.94; 7.16]	515.58	513.33	616.36
19	7.0085	3.7735	6.8716	[0.94; 7.16]	515.70	513.41	616.29
20	7.1822	3.7608	6.8394	[0.94; 7.16]	515.68	513.47	616.35

La valeur critique est tirée de Dickey-Fuller (1981) p.1063

tableau e) Statistique $Z(t\hat{\rho})$ pour l'hypothèse $\beta = 0$ dans la régression 3.2

lag	niveau de la variable			valeur critique	première différence		
	dollar	mark	yen		dollar	mark	yen
1	-2.3859	2.0045	-3.6369	[-3.11; 3.11]	-0.0567	1.3391	-1.0478
2	-2.3532	2.0138	-3.4762	[-3.11; 3.11]	-0.0580	1.3382	-1.0523
3	-2.2977	2.0351	-3.4192	[-3.11; 3.11]	-0.0602	1.3377	-1.0571
4	-2.3884	2.0120	-3.4758	[-3.11; 3.11]	-0.0574	1.3380	-1.0552
5	-2.3740	2.0282	-3.5271	[-3.11; 3.11]	-0.0583	1.3376	-1.0541
6	-2.3499	2.0728	-3.3529	[-3.11; 3.11]	-0.0593	1.3408	-1.0716
7	-2.3567	2.0530	-3.3717	[-3.11; 3.11]	-0.0593	1.3389	-1.0732
8	-2.3212	2.0443	-3.4196	[-3.11; 3.11]	-0.0608	1.3386	-1.0702
9	-2.3125	2.0352	-3.4588	[-3.11; 3.11]	-0.0614	1.3383	-1.0675
10	-2.3340	2.0123	-3.6989	[-3.11; 3.11]	-0.0611	1.3376	-1.0512
11	-2.4531	2.0219	-3.7104	[-3.11; 3.11]	-0.0576	1.3380	-1.0511
12	-2.6162	2.0090	-3.7834	[-3.11; 3.11]	-0.0531	1.3376	-1.0494
13	-2.6688	2.0198	-3.7401	[-3.11; 3.11]	-0.0520	1.3381	-1.0511
14	-2.6451	2.0201	-3.8887	[-3.11; 3.11]	-0.0530	1.3382	-1.0480
15	-2.6588	2.0249	-3.9355	[-3.11; 3.11]	-0.0527	1.3387	-1.0478
16	-2.5433	2.0301	-3.8982	[-3.11; 3.11]	-0.0564	1.3394	-1.0484
17	-2.5763	2.0362	-3.8613	[-3.11; 3.11]	-0.0555	1.3402	-1.0497
18	-2.6429	2.0711	-3.8525	[-3.11; 3.11]	-0.0538	1.3473	-1.0505
19	-2.6450	2.0592	-3.8499	[-3.11; 3.11]	-0.0539	1.3450	-1.0512
20	-2.5502	2.0426	-3.8325	[-3.11; 3.11]	-0.0572	1.3425	-1.0529

La valeur critique est tirée de Dickey-Fuller (1981) p.1062

tableau f) Statistique $Z(\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.1

lag	niveau de la variable		valeur critique	première différence	
	dollar	mark		dollar	mark
1	-0.7452	-7.6538	[-16.9; 0.41]	-1082.0	-1078.0
2	-0.7472	-7.7373	[-16.9; 0.41]	-1074.2	-1071.6
3	-0.7367	-7.6620	[-16.9; 0.41]	-1061.4	-1059.5
4	-0.7422	-7.7284	[-16.9; 0.41]	-1062.9	-1059.4
5	-0.7430	-7.7126	[-16.9; 0.41]	-1061.5	-1054.9
6	-0.7402	-7.5769	[-16.9; 0.41]	-1058.1	-1042.7
7	-0.7380	-7.5232	[-16.9; 0.41]	-1055.6	-1036.6
8	-0.7327	-7.5027	[-16.9; 0.41]	-1051.0	-1032.6
9	-0.7273	-7.5072	[-16.9; 0.41]	-1046.5	-1030.2
10	-0.7237	-7.5604	[-16.9; 0.41]	-1043.2	-1031.1
11	-0.7274	-7.5873	[-16.9; 0.41]	-1045.1	-1030.3
12	-0.7399	-7.6357	[-16.9; 0.41]	-1053.3	-1031.2
13	-0.7532	-7.6599	[-16.9; 0.41]	-1062.1	-1030.4
14	-0.7629	-7.6819	[-16.9; 0.41]	-1068.2	-1029.7
15	-0.7713	-7.6953	[-16.9; 0.41]	-1074.1	-1028.5
16	-0.7737	-7.7012	[-16.9; 0.41]	-1074.8	-1026.9
17	-0.7765	-7.6998	[-16.9; 0.41]	-1076.4	-1024.9
18	-0.7815	-7.6633	[-16.9; 0.41]	-1079.6	-1020.7
19	-0.7858	-7.6424	[-16.9; 0.41]	-1082.3	-1017.5
20	-0.7857	-7.6399	[-16.9; 0.41]	-1081.9	-1015.5

La valeur critique est tirée de Fuller (1976) p.371

tableau g) Statistique $Z(t_\alpha)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1$ dans la régression 3.1

lag	niveau de la variable		valeur critique	première différence	
	dollar	mark		dollar	mark
1	-0.5908	-1.8030	[-3.12; 0.23]	-32.147	-32.026
2	-0.5916	-1.8143	[-3.12; 0.23]	-32.138	-32.017
3	-0.5872	-1.8041	[-3.12; 0.23]	-32.125	-32.003
4	-0.5895	-1.8131	[-3.12; 0.23]	-32.126	-32.003
5	-0.5899	-1.8110	[-3.12; 0.23]	-32.125	-31.999
6	-0.5887	-1.7926	[-3.12; 0.23]	-32.122	-31.990
7	-0.5877	-1.7852	[-3.12; 0.23]	-32.121	-31.987
8	-0.5855	-1.7824	[-3.12; 0.23]	-32.118	-31.986
9	-0.5832	-1.7830	[-3.12; 0.23]	-32.115	-31.985
10	-0.5817	-1.7903	[-3.12; 0.23]	-32.114	-31.985
11	-0.5833	-1.7940	[-3.12; 0.23]	-32.115	-31.985
12	-0.5886	-1.8005	[-3.12; 0.23]	-32.119	-31.985
13	-0.5941	-1.8038	[-3.12; 0.23]	-32.126	-31.985
14	-0.5982	-1.8068	[-3.12; 0.23]	-32.131	-31.985
15	-0.6019	-1.8086	[-3.12; 0.23]	-32.138	-31.985
16	-0.6027	-1.8094	[-3.12; 0.23]	-32.138	-31.984
17	-0.6039	-1.8092	[-3.12; 0.23]	-32.140	-31.984
18	-0.6059	-1.8043	[-3.12; 0.23]	-32.144	-31.984
19	-0.6077	-1.8015	[-3.12; 0.23]	-32.148	-31.985
20	-0.6076	-1.8011	[-3.12; 0.23]	-32.147	-31.985

La valeur critique est tirée de Fuller (1976) p.373

tableau h) Statistique $Z(\phi_1)$ pour l'hypothèse $\alpha = 1, \mu = 0$ dans la régression 3.1

lag	niveau de la variable		valeur critique	première différence	
	dollar	mark		dollar	mark
1	1.8812	1.6408	[-3.38; 3.38]	515.69	512.74
2	1.8775	1.6611	[-3.38; 3.38]	515.36	512.46
3	1.8976	1.6428	[-3.38; 3.38]	514.92	512.01
4	1.8871	1.6589	[-3.38; 3.38]	514.97	512.01
5	1.8855	1.6551	[-3.38; 3.38]	514.93	511.87
6	1.8908	1.6222	[-3.38; 3.38]	514.83	511.59
7	1.8952	1.6092	[-3.38; 3.38]	514.77	511.49
8	1.9054	1.6042	[-3.38; 3.38]	514.67	511.44
9	1.9162	1.6053	[-3.38; 3.38]	514.59	511.42
10	1.9234	1.6182	[-3.38; 3.38]	514.54	511.43
11	1.9159	1.6247	[-3.38; 3.38]	514.57	511.43
12	1.8914	1.6364	[-3.38; 3.38]	514.72	511.43
13	1.8664	1.6423	[-3.38; 3.38]	514.94	511.43
14	1.8485	1.6477	[-3.38; 3.38]	515.14	511.42
15	1.8328	1.6509	[-3.38; 3.38]	515.35	511.41
16	1.8294	1.6523	[-3.38; 3.38]	515.38	511.41
17	1.8245	1.6520	[-3.38; 3.38]	515.45	511.40
18	1.8159	1.6432	[-3.38; 3.38]	515.58	511.40
19	1.8086	1.6381	[-3.38; 3.38]	515.70	511.41
20	1.8087	1.6375	[-3.38; 3.38]	515.68	511.42

La valeur critique est tirée de Dickey-Fuller (1981) p.1062

ANNEXE B

Méthode de graduation de

Whittaker-Henderson

Soit:

n = nombre de données devant être révisées

U = vecteur de données initiales de dimension $n \times 1$

V = vecteur de données révisées de dimension $n \times 1$

W = matrice diagonale contenant la pondération à accorder à chaque donnée de dimension $n \times n$

I = matrice identité de dimension $n \times n$

h = nombre réel positif qui détermine l'importance relative à accorder à chacun des deux critères, soit le lissage des données et l'efficacité des estimations; à $h = 0$, $V = U$

z = degré de lissage désiré pour la graduation, généralement 2, 3 ou 4

k_z = matrice contenant les coefficients binomiales d'ordre z de dimension $(n-z) \times n$

$$C = W + h k_z k_z$$

exemple, si $n = 6$ et $z = 2$,

$$k_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour le lissage du chapitre 3, les paramètres sont: $n = 50$, $z = 4$, $h = 1$, $W = 1/50 I$,

Selon Whittaker-Henderson: $CV = WU$,

donc si C est non singulière, on trouve nos révisions V d'après la relation:

$$V = C^{-1}WU$$

ANNEXE C

Résultats complets

des distributions

tableau i

Distribution empirique

dollar	mark	yen	normale
0	0	0	0
0	0	1	0
1	1	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
2	2	2	0
2	3	1	0
2	4	0	0
4	4	2	3
3	4	1	0
6	4	6	5
5	3	2	4
9	10	4	10
10	15	9	17
13	13	9	24
24	20	20	22
24	24	26	28
46	35	30	46
47	37	46	62
59	68	72	66
96	94	107	85
91	104	119	81
84	113	123	91
134	112	162	108
111	98	86	99
71	98	74	84
91	80	62	69
52	52	48	62
42	37	30	55
35	22	24	34
18	24	15	30
17	18	10	14
9	11	7	15
5	7	7	8
9	4	7	7
2	1	3	3
2	4	4	3
3	3	3	1
1	0	1	0
2	1	2	0
0	2	1	0
0	0	1	0
1	2	1	0
0	0	1	0
1	1	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

tableau j

Distribution normalisée

dollar	mark	yen	normale
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	3
0	0	0	0
2	0	0	5
5	3	0	4
7	6	1	10
16	12	7	17
12	17	10	24
20	27	20	22
36	33	33	28
41	36	34	46
71	61	62	62
69	66	83	66
79	86	93	85
85	105	121	81
103	102	115	91
124	93	94	108
107	114	120	99
84	88	88	84
75	80	61	69
53	67	52	62
46	45	47	55
36	32	36	34
22	28	26	30
19	13	20	14
12	10	7	15
7	10	6	8
3	2	0	7
1	0	0	3
1	0	0	3
0	0	0	1
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

ANNEXE D

Résultats complets des
stratégies de couverture à seuil

tableau k) Stratégies d'investissement à seuil sur le dollar canadien

seuil de tolérance	variance du portefeuille	nombre de transactions	% de réduction de la variance par rapport au portef. à ratio fixe	% d'augmentation de la variance par rapport au portef. à ratio variable	% de réduction du nombre de transactions à effectuer
0%	0,9683	852	34,01%	0%	0%
	1,0421	284	17,83%	0%	0%
1%	0,9688	623	33,97%	0,05%	26,88%
	1,0420	223	17,84%	-0,01%	21,48%
2%	0,9706	493	33,85%	0,24%	42,14%
	1,0427	173	17,78%	0,06%	39,08%
3%	0,9711	398	33,82%	0,29%	53,29%
	1,0463	137	17,50%	0,40%	51,76%
4%	0,9717	331	33,78%	0,35%	61,15%
	1,0569	112	16,66%	1,42%	60,56%
5%	0,9781	281	33,34%	1,01%	67,02%
	1,0619	89	16,27%	1,90%	68,67%
6%	0,9824	225	33,05%	1,46%	73,59%
	1,0630	72	16,18%	2,01%	74,65%
8%	0,9961	168	32,11%	2,87%	80,28%
	1,0510	56	17,13%	0,85%	80,28%
10%	1,0051	142	31,50%	3,80%	83,33%
	1,0706	45	15,58%	2,73%	84,15%
15%	1,0448	70	28,79%	7,90%	91,78%
	1,1243	21	11,35%	7,89%	92,61%
20%	1,0759	43	26,67%	11,11%	94,95%
	1,2014	12	5,27%	15,29%	95,77%
30%	1,2145	25	17,23%	24,62%	97,07%
	1,2472	3	1,66%	19,68%	98,94%
40%	1,2664	14	13,69%	30,79%	98,36%
	1,2274	1	3,22%	17,78%	99,65%
∞	1,4703	1	-0,20%	51,84%	99,88%
	1,2274	1	3,22%	17,78%	99,65%

Pour chaque pourcentage, la première ligne correspond aux données à l'intérieur de l'échantillon tandis que la deuxième ligne correspond aux données hors échantillon.

tableau I) Stratégies d'investissement à seuil sur le mark

seuil de tolérance	variance du portefeuille	nombre de transactions	% de réduction de la variance par rapport au portef. à ratio fixe	% d'augmentation de la variance par rapport au portef. à ratio variable	% de réduction du nombre de transactions à effectuer
0%	4,3046	852	35,31%	0%	0%
	4,9424	284	13,62%	0%	0%
1%	4,3108	519	35,21%	0,14%	39,08%
	4,9471	134	13,54%	0,10%	52,82%
2%	4,3342	326	34,86%	0,69%	61,74%
	4,9620	79	13,28%	0,40%	72,18%
3%	4,3631	235	34,43%	1,36%	72,42%
	4,9905	47	12,78%	0,97%	83,45%
4%	4,4088	183	33,74%	2,42%	78,52%
	5,0461	34	11,81%	2,10%	88,03%
5%	4,4252	164	33,49%	2,80%	80,75%
	5,1002	23	10,86%	3,19%	91,90%
6%	4,4870	123	32,56%	4,24%	85,56%
	5,1000	22	10,87%	3,19%	92,25%
8%	4,5942	89	30,95%	6,73%	89,55%
	5,1041	11	10,80%	3,27%	96,13%
10%	4,6578	74	30,00%	8,21%	91,31%
	5,1981	8	9,15%	5,17%	97,18%
15%	4,9213	42	26,04%	14,33%	95,07%
	5,3350	6	6,76%	7,94%	97,89%
20%	5,1447	34	22,68%	19,52%	96,01%
	5,3179	4	7,06%	7,60%	98,59%
30%	5,8566	16	11,98%	36,05%	98,12%
	6,0495	3	-5,73%	22,40%	98,94%
40%	6,4586	14	2,93%	50,04%	98,36%
	5,6746	1	0,82%	14,81%	99,65%
∞	6,6538	1	0%	54,57%	99,88%
	5,6746	1	0,82%	14,81%	99,65%

Pour chaque pourcentage, la première ligne correspond aux données à l'intérieur de l'échantillon tandis que la deuxième ligne correspond aux données hors échantillon.

tableau m) Stratégies d'investissement à seuil sur le yen

seuil de tolérance	variance du portefeuille	nombre de transactions	% de réduction de la variance par rapport au portef. à ratio fixe	% d'augmentation de la variance par rapport au portef. à ratio variable	% de réduction du nombre de transactions à effectuer
0%	2,0543	852	22,74%	0%	0%
	2,7570	284	33,89%	0%	0%
1%	2,0559	543	22,68%	0,08%	36,27%
	2,7594	194	33,84%	0,09%	31,69%
2%	2,0675	368	22,25%	0,64%	56,81%
	2,7697	133	33,59%	0,46%	53,17%
3%	2,0808	258	21,75%	1,29%	69,72%
	2,7772	108	33,41%	0,73%	61,97%
4%	2,0998	177	21,03%	2,21%	79,23%
	2,8495	79	31,68%	3,36%	72,18%
5%	2,1335	143	19,77%	3,86%	83,22%
	2,8353	68	32,02%	2,84%	76,06%
6%	2,1599	112	18,77%	5,14%	86,85%
	2,8932	51	30,63%	4,94%	82,04%
8%	2,2524	58	15,29%	9,64%	93,19%
	2,9442	37	29,41%	6,79%	86,97%
10%	2,2900	41	13,88%	11,47%	95,19%
	3,0090	25	27,85%	9,14%	91,20%
15%	2,4732	15	6,99%	20,39%	98,24%
	3,2793	20	21,37%	18,94%	92,96%
20%	2,6604	3	-0,05%	29,50%	99,65%
	3,7730	7	9,53%	36,85%	97,54%
30%	2,7162	1	-2,15%	32,22%	99,88%
	4,2786	5	-2,59%	55,19%	98,24%
40%	2,7162	1	-2,15%	32,22%	99,88%
	4,2970	1	-3,03%	55,86%	99,65%
∞	2,7162	1	-2,15%	32,22%	99,88%
	4,2970	1	-3,03%	55,86%	99,65%

Pour chaque pourcentage, la première ligne correspond aux données à l'intérieur de l'échantillon tandis que la deuxième ligne correspond aux données hors échantillon.