

Direction des bibliothèques

AVIS

Ce document a été numérisé par la Division de la gestion des documents et des archives de l'Université de Montréal.

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

This document was digitized by the Records Management & Archives Division of Université de Montréal.

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal

Un modèle à criticalité auto-régulée de la magnétosphère terrestre

par

Michel-André Vallières-Nollet

Département de physique

Faculté des arts et sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.) en physique

Septembre 2009



©Michel-André Vallières-Nollet, 2009

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé
Un modèle à criticalité auto-régulée de la magnétosphère terrestre

présenté par
Michel-André Vallières-Nollet

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Alain Vincent
président-rapporteur

Paul Charbonneau
directeur de recherche

Gilles Fontaine
membre du jury

Mémoire accepté le 21 septembre 2009

RÉSUMÉ

Le feuillet de plasma central (CPS) est un système complexe et non linéaire qui est considéré comme le siège de la formation des sous-orages géomagnétiques. Les statistiques des tailles, durées et énergies des sous-orages se distribuent selon des lois de puissance, suggérant l'existence de mécanismes invariants d'échelle. Ces lois de puissance peuvent être reproduites par des modèles à criticalité auto-régulée (SOC). Or, cette invariance d'échelle montre certaines lacunes. De récentes observations du ciel nocturne à l'aide de satellites ont montré que les sous-orages se distribuent en deux régimes statistiques. Les pentes des lois de puissance sont habituellement moins prononcées pour les sous-orages majeurs que pour les plus petits. La mesure des temps d'attente des sous-orages montre la signature d'une distribution normale, signature d'un mécanisme d'accumulation/libération d'énergie. Avec un modèle SOC en deux dimensions soumis à un forçage déterministe, stationnaire et spatialement non uniforme, nous avons été en mesure de reproduire la coexistence de deux lois de puissance. Nous avons également montré que l'apparition de la seconde pente est due à une tendance accrue pour les avalanches à se développer en deux dimensions, et que cela est favorisé par une intermittence spatiale importante dans les gradients d'énergie. Les séquences temporelles auxquelles a été imposé un seuil montrent, pour les temps d'attente, une distribution normale, ce qui est consistant avec les observations. L'indice d'intermittence décroît à l'approche d'une avalanche majeure, en accord avec les observations rapportées pour les arcs auroraux. Cela suggère que l'intermittence pourrait s'avérer être un moyen de prédire les sous-orages.

Mots-clés : Magnétosphère, queue de la magnétosphère, sous-orage géomagnétique, criticalité auto-régulée, exposants critiques, complexité

ABSTRACT

The central plasma sheet (CPS) is a complex and non-linear system where substorms are believed to originate. It may behave like a self-organized critical (SOC) system, driven by the input of the solar wind. The power law distributions for the sizes, energy and durations of substorms that are reflected in observations suggest scale-free behavior, and can be reproduced using SOC models. However, scale free dependence of mechanisms does not seem to hold for all ranges. Recent observations of all-sky auroras showed that there is in fact two distinct regimes. Small and large events scales with different power laws, the smaller events having a steeper slope. Scale dependent behavior is also reflected as a loading-unloading cycle for substorms. We used a 2D SOC model subject to deterministic driving, with non conservative redistributions laws. We were able to reproduce, with a steady driver, the co-existence of these two scaling regimes. We show that the second slope appears because of enhanced spatial developments of avalanches caused by higher spatial intermittency in the energy gradients. Thresholded waiting-time statistics showed truncated exponentials distributions, which is consistent with observations and loading-unloading cycles. The intermittency index decreases prior to large avalanches, as observed in auroral arcs. This suggest that the intermittency index may be a potential substorm predictor.

Keywords : Magnetosphere, magnetotail, substorm, self-organized criticality, critical exponents, complexity

Table des matières

Résumé	I
Abstract	II
Liste des sigles	XII
Remerciements	XIV
Avant-propos	XV
Contributions originales	XV
Communications	XVI
Introduction	1
1 Si la magnétosphère m'était contée	3
1.1 Vent solaire	3
1.1.1 Les précurseurs	3
1.1.2 Solution de Parker	4
1.2 Autopsie de la magnétosphère	6
1.2.1 Système de coordonnées	7
1.2.2 Arc de choc et magnétopause	9
1.2.3 Cycle de Dungey	11
1.2.4 Feuillet de plasma central	14

1.2.5	Courants ionosphériques	18
2	Moteurs et dynamique des sous-orages	20
2.1	Observations morphologiques et dynamiques	20
2.1.1	Mesure de l'indice AE	21
2.1.2	Mesures d'émission lumineuse	23
2.1.3	Comportement statistique	24
2.2	Mécanismes d'instabilités	25
2.2.1	Instabilité de ballonnement	26
2.2.2	Instabilité sur le courant	30
2.3	Couplage magnétosphère-ionosphère	31
3	Systèmes à criticalité auto-régulée	33
3.1	Invariance d'échelle	34
3.2	Tas de sable	35
3.3	Renormalisation	36
3.4	Application à la magnétosphère	40
3.4.1	Pertinence d'un modèle SOC	40
4	Contributions précédentes	42
5	Description du modèle	49
5.1	Aperçu	49
5.2	Arrimage physique	50
5.2.1	Forçage et critères de stabilité	50
5.2.2	Observables	53
5.3	Détails de l'implémentation	53
5.3.1	Règles de redistribution	55

5.3.2	Conditions aux frontières	56
5.4	Artifices numériques	58
5.5	Données produites	59
5.5.1	Méthode d'analyse	60
5.5.2	Exemple d'avalanche	60
5.6	Résultats à reproduire	62
6	Dual Scaling for Self-Organized Critical Models of the Magnetosphere	63
6.1	Abstract	64
6.2	Introduction	64
6.3	Description of the model	65
6.4	Results and discussion	69
6.4.1	Time-evolution	69
6.4.2	Measures of event sizes	69
6.4.3	Spatial properties	71
6.4.4	Probability distribution functions	74
6.4.5	Spatial intermittency index	76
6.4.6	Waiting Time Distributions	81
6.5	Conclusion	81
	Conclusion	85
	Épilogue	89
	Bibliographie	90

Liste des figures

1.1	Comportement du vent solaire qui passe à travers l'arc de choc (<i>bow shock</i>) et se rend à la magnétopause. Tiré de Prölss (2004, §6.4.4)	9
1.2	Illustration des étapes de l'advection des lignes de champ à partir du nez vers la queue de la magnétosphère. Tiré de Hughes (1995, §9.4.2)	12
1.3	Profils de champ magnétique mesurés sur l'ensemble de la CPS, soit de $x = [-10R_T, -25R_T]$ et $y = [-5R_T, 5R_T]$. On constate sur le panneau en haut à gauche que le champ B_x subit une inversion de polarité. À droite, les profils de densité, température et de pression en fonction de la distance x . Pour le troisième panneau de la colonne de droite (plasma pressure), les unités devraient être 10^{-9} , et non pas 10^9 . Tiré de Huang et Frank (1994)	15
1.4	Mesure du profil de densité de courant péricaudal dans la CPS [McComas <i>et al.</i> 1986]	17
1.5	Mouvements des particules chargées dans un champ électromagnétique. Les indices « H » se rapportent aux vitesses et courants de Hall, alors que les indices « P » se rapportent aux vitesses et courants de Pedersen. Tiré de Prölss (2004, §7.3.1)	18
2.1	Perturbations à l'indice AE pendant un sous-orage [McPherron, 1995, §13.5.2.1]	22
2.2	Mesure spatiale du flux de photons ultraviolets lors d'un sous-orage par POLAR Ultra Violet Imager à 01 :21 HAE le 11 avril 1997 [6]	23
2.3	Photographie du ciel prise à partir du sol par un appareil du réseau THEMIS. Le zénith se trouve au centre de chaque cercle. L'ouverture angulaire des caméras au sol est de 160° [7]	24

2.4	Masse soumise à un potentiel. A Configuration stable. B Configuration instable	26
2.5	Schéma de l'instabilité magnétohydrodynamique de ballonnement représentant une section du plan $x - y$ de la queue de la magnétosphère [Roux <i>et al.</i> , 1991]	28
2.6	Onde d'Alfvén. B_0 représente une ligne du champ dipolaire de la Terre, au niveau de la CPS. La direction vectorielle de la perturbation est en \hat{y} , et elle est périodique en z	31
3.1	Péricytogénèse vers des maillages de plus en plus grossiers (<i>coarse-graining</i>). La fusion de quatre cellules au niveau k forme une seule cellule au niveau $k + 1$ [Jensen, 1998, §5.5.1]	38
4.1	Circuit électrique schématique montrant la géométrie utilisée par le modèle de Klimas <i>et al.</i> (1992). Le forçage externe se fait par le biais de E_0 , et le flux dans la boucle est la quantité sujette à un seuil.	43
5.1	(A) Géométrie de l'automate cellulaire. Les tubes de flux (noeuds) sont situés aux intersections des lignes du quadrillage. L'axe \hat{z} est normal au plan équatorial. (B) Schéma du domaine de simulation. La région R est la région délimitant physiquement la queue de la magnétosphère, alors que la région R' est un sous-ensemble de R et représente le domaine de simulation. Le figure n'est évidemment pas à l'échelle. Le panneau (B) se réfère à la section 5.3.2	51
5.2	Projection d'une avalanche sur l'équivalent de l'ovale auroral. Le carré de droite est directement le réseau sur lequel est fait la simulation, et les cellules instables sont colorées. Plus l'énergie dissipée est grande (voir éq.(5.9)), plus la teinte tire sur le blanc. La structure est projetée en coordonnées polaires sur le demi anneau de gauche, représentant l'ovale auroral.	54

5.3	Développement spatiotemporel d'une avalanche majeure. Les carrés noirs indiquent les cellules dans lesquelles le gradient est critique à une itération donnée. Le temps est compté depuis le déclenchement de l'avalanche.	61
6.1	Schema of a redistribution process. Each solid dot represent a node, with size proportional to the energy content. Grey arrows show gradient directions, with their length are proportional to the magnitude. In (A), The node at the center is unstable (grey circle), because the gradient in cell D exceeds the stability threshold. Part (B) shows the result of the redistribution process, with the original gradient plotted in grey and the adjusted gradient as black arrows Note that the gradient direction in cell D remains the same, but in the three other cells both the direction and magnitude of the gradient have been altered.	68
6.2	(A) Time series of total lattice energy in produced in a typical simulation run (upper curve, left vertical axis). The lower curve (right vertical axis) shows a 1000 iteration-wide running mean of the corresponding energy release timeseries $S(t)$. (B) A small segment of the raw $S(t)$ timeseries, during which two large avalanches are taking place. Size measures for the avalanches are defined in terms of this time series (see text). This simulation run has parameter values $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 5 \times 10^{-3}$	70
6.3	Maximal extent of events in the x -direction (Earth-tail) as function of maximal extent in the y -direction (crosstail). Gray circles are for $d = 10^{-3}$ and black triangles are for $d = 10^{-1}$, and the driving rate is $p_0 = 10^{-4}$ for both regimes. The dotted line is a guide to the eye corresponding to $L_x = L_y$	71
6.4	Scatterplots showing total avalanche energy E_n versus onset positions in the x -direction, for (A) $d = 10^{-1}$ (B) $d = 10^{-3}$. Shaded regions indicate integration regions to be introduced later (cf. Figure 6.6).	72

- 6.5 T_n scatterplots as function of onset positions for ratio-selected events. Green circles are for 1D events, and blue triangles are for 2D events (see text for definitions). Events that does not satisfy either aspect ratio criterion are not shown. The dashed curve is to show the function $T(i) = i$. (A) $d = 10^{-3}$ (B) $d = 10^{-1}$ 74
- 6.6 Probability distribution functions for total avalanche energy E_n constructed from avalanches with onset positions located within specific range in x , as labeled. For clarity, PDFs for only three such ranges are plotted. These integration regions are indicated by gray shading on Figure 6.5. The triangles show the full, spatially integrated distribution function. The results on panel (A) pertain to a simulation run in the Low dissipation regime, $d = 10^{-3}$, while panel (B) corresponds to a simulation in the high dissipation regime, $d = 10^{-1}$. In both cases the individual PDFs are constructed from about 10^4 avalanching events. 75
- 6.7 Statistical results for a 100×100 lattice, with $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 10^{-3}$ running for 2×10^6 iterations (circles) and data from *Uritsky et al.* (triangles) for northward observations. Total number of events considered is about 5×10^5 . (A) E_n , the integrated energy of an avalanche. (B) T_n , the avalanches durations (C) P_n , the peak-power of avalanches. 77
- 6.8 Statistical results for a 100×100 lattice, with $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 10^{-1}$ running for 2×10^6 iterations (circles) and data from *Uritsky et al.* (triangles) for southward observations. Total number of events considered is about 10^5 . Panels order is the same as in Figure 6.7. 78
- 6.9 (A) A small segment of a time series of total lattice energy $E(t)$ for a representative simulation operating in the low dissipation regime, i.e., $d = 10^{-3}$. The colored triangles are the time references points mapping to the time abscissa on the lower panel. (B) First hundred correlation exponents α , computed every 5000 iterations in the simulation. Note the gradual decrease of α during the loading phase (blue→green, red→yellow), and the discontinuous jump at the time of a discharge event (green→red). 80

6.10 Waiting time statistics for a simulation on a 100×100 lattice, with $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 1 \times 10^{-1}$, running for 5×10^6 iterations. The thresholds are (A) $\Theta = 0$, (B) $\Theta = 20\,000$, (C) $\Theta = 35\,000$. Note that the ordinate on Panel A is logarithmic, but is linear in B and C. 82

Liste des tableaux

1.1	Quelques propriétés du vent solaire. Tirées de Charbonneau (2008, §1.4 et §3.3.2) . . .	10
6.1	Proportions of avalanches types	73
6.2	Comparison between exponents of simulations and observations	76

LISTE DES SIGLES

AE	Électrojet auroral
BTW	Bak, Tang et Weisenfeld
CPS	Feuillet de plasma central
CN	Chuck Norris
GSM	Geocentric Solar Magnetospheric (système de coordonnées)
IMF	Champ magnétique interplanétaire
ISEE	International Sun Earth Explorer
LC06	Modèle Liu et Charbonneau, 2006
LEPEDEA	Low-Energy Proton and Electron Differential Energy Analyzer
MHD	Magnétohydrodynamique
MLAT	Latitude magnétique
NENL	Ligne neutre près de la Terre (modèle de sous-orage)
PDF	Fonction de distribution de probabilité
R_T	Rayon terrestre
RCM	Rice Convection Model
SDIDT	Forçage lent, domination par interactions, seuil d'instabilité
SOC	Criticalité auto-régulée
SW	Vent solaire
THEMIS	Time History of Events and Macroscale Interactions during Substorms
UVI	Ultraviolet Imager

«La route? Là où on va, on n'a pas besoin de route!»

- Retour vers le futur, D^r Emmett Brown.

REMERCIEMENTS

Dois-je comprendre qu'on me laisse ici toute la latitude que je désire pour ajouter une touche personnelle et subjective à ce mémoire ? Peut-on exiger des corrections sur les remerciements ? Pour n'oublier personne, je pourrais commencer avec cette phrase qui tint lieu de remerciements, que dis-je, de *lorem ipsum* pour la mise en page de mon mémoire : «Je remercie tous ceux qui méritent d'être remerciés.»

Si le chapeau vous fait, mettez-le.

Je n'oserais cependant pas en rester là, de crainte de froisser par une telle présomption ceux qui m'ont pris par la main jusqu'à ce jour. Plus formellement, je remercie donc :

Vadim Uritsky, qui m'a accueilli à Calgary, et qui, de par son dévouement envers mon projet pendant tout près de trois semaines, m'a permis de lui donner un souffle nouveau, de faire des liens concrets avec les observations, et de catalyser la gestation de résultats de telle manière qu'ils sont désormais scientifiquement présentables dans un article ;

Gabrielle Simard et Sabrina Cardin-Ouellette, qui ont passé quelques heures à trouver les coquilles dans le manuscrit la veille du dépôt ;

Mes parents, pour leur soutien et leur apport nutritif ;

Mon directeur de recherche, Paul Charbonneau, de qui j'ai extirpé une quantité considérable d'heures d'efforts, en particulier dans les jours précédant le dépôt du mémoire. Je le remercie aussi pour sa patience envers mes questions parfois redondantes, mais également pour les tranches de vie qu'il m'a communiquées çà et là, me permettant de petites pauses alors qu'il me narrait tantôt ses exploits autour du monde, tantôt l'historique de l'une des plantes de son bureau.

Contributions originales

Nous avons construit un automate cellulaire et imposé des conditions dynamiques typiques des systèmes à criticalité auto-réglée (SOC) pour simuler les mécanismes de formation des sous-orages géomagnétiques dans la magnétosphère. Les contributions scientifiques principales de ce projet de recherche sont d'avoir ;

1. Étendu à deux dimensions spatiales le modèle de Liu *et al.* (2006), qui se voulait une preuve de concept,
2. Justifié l'abandon de l'instabilité de ballonnement proposée par Liu *et al.* (2006),
3. Obtenu des fonctions de distributions de probabilité pour les énergies, durées et tailles des sous-orages qui sont similaires à celles obtenues d'après les observations [Uritsky *et al.*, 2008],
4. Proposé des mécanismes pour expliquer la coexistence de deux pentes dans le spectre d'énergie des sous-orages [Uritsky *et al.*, 2008],
5. Obtenu, pour les plus grosses avalanches, une distribution de temps d'attente qui montre des similarités avec les statistiques de temps d'attente des sous-orages [Borovsky *et al.* (1993)],
6. Proposé une explication pour l'augmentation de l'intermittence observée dans les arcs auroraux préalablement au déclenchement des sous-orages [Uritsky *et al.*, en préparation],
7. Justifié l'emploi d'un modèle en deux dimensions dans la modélisation SOC des sous-orages,
8. Montré qu'il est possible d'obtenir la coexistence d'un comportement multi-échelle et d'un cycle d'accumulation/libération d'énergie dans un automate cellulaire soumis à un forçage déterministe et global.

Communications

Vallières-Nollet, M.-A., Charbonneau, P., Liu, W., Uritsky, V., *Frequency-Dependant Scalings in Coupled Map Lattice Substorm Model*, Geocomplexity Workshop 2009, 27-28 mai 2009, York University, Toronto

Vallières-Nollet, M.-A., Charbonneau, P., Liu, W., Uritsky, V., *Coexistence of distinct power-law regimes for Self Organized Model of the Magnetosphere*, AGU Joint Meeting 2009, 23-26 mai 2009, Toronto

Vallières-Nollet, M.-A., Charbonneau, P., *Modèles à criticalité auto-régulée de la magnétosphère : pourquoi il est critique qu'ils ne soient pas critiques*, Rencontre-Centre du CRAQ, 7-8 mai 2009, Duchesnay, Québec

Vallières-Nollet, M.-A., Charbonneau, P., Liu, W., *Coexistence of Multi Scales Processes in Self-Organized Critical Models of the Magnetotail*, DASP 2009, 26-27 février 2009, Banff

Vallières-Nollet, M.-A., Charbonneau, P., Liu, W., *Dual Scaling for Avalanches in Self-Organized Models of the Magnetosphere*, Cinquième atelier solaire canadien, 5-6 novembre 2008, St-Hubert, Québec

Vallières-Nollet, M.-A., Charbonneau, P., Liu, W., *Dual Scaling for Avalanches in Self-Organized Models of the Magnetosphere*, COSPAR 2008, 12-18 juillet 2008, Montréal, Québec. Référence : D32-0017-08

Introduction

Se propageant dans le milieu interplanétaire à des vitesses considérables, les éjecta solaires interagissent violemment avec la magnétosphère terrestre, produisant d'intenses orages géomagnétiques. Alors que ces événements sont intimement corrélés à de profonds bouleversements du vent solaire, il existe une classe de perturbations géomagnétiques qui semble s'affranchir de cette dépendance : les sous-orages. Phénomènes intermittents et encore imprévisibles, les sous-orages naissent du côté nuit de la magnétosphère, et habillent les nuits de ces long rideaux colorés que l'on nomme aurores boréales.

Dipolaire en première approximation, la géométrie du champ magnétique terrestre est soumise aux contraintes imposées par le vent solaire. Excellent conducteur, ce dernier entraîne ainsi dans sa course les lignes du champ magnétique terrestre, déformant du même coup le dipôle. Alors que ces lignes de champ sont compressées du côté jour, celles du côté nuit sont étirées sur une distance de plusieurs rayons terrestres, ce qui se traduit par une accumulation graduelle d'énergie magnétique dans une région que l'on nomme *queue de la magnétosphère*. La libération spontanée de cette énergie sur de courtes échelles temporelles mène à une manifestation appelée *sous-orage géomagnétique*.

Le caractère intrinsèquement multi-échelle des sous-orages complique leur observation quantitative, de par l'existence de comportements variables sur une vaste gamme d'échelles spatiales et temporelles. Observer une région d'activité depuis une distance permettant de l'échantillonner dans son intégralité demande de moyenner spatialement ou temporellement des structures probablement beaucoup plus fines que la résolution des appareils. D'un autre côté, les observations à haute résolution peuvent difficilement saisir le phénomène dans son ensemble.

Ces propriétés multi-échelle rendent en outre la modélisation difficile. En effet, une approche magnétohydrodynamique impose d'emblée une échelle caractéristique qui occulte les autres. Cette méthode s'avère efficace pour considérer l'évolution des mouvements macroscopiques. Or, la dynamique des sous-orages requiert quelque part un couplage entre la physique macroscopique et microscopique, et c'est là la lacune principale des modèles.

Une approche prometteuse se dessine probablement avec la criticalité auto-régulée (SOC). Bien que la dynamique des modèles SOC soit habituellement gouvernée par des règles fort simples, ils exhibent cependant un comportement caractérisé par la non-linéarité et la complexité. Comme leurs observables se répartissent sur plusieurs ordres de grandeurs, on dit que ces systèmes ne possèdent pas d'échelle caractéristique - ou qu'ils ont un comportement auto-similaire à chaque échelle. Bien qu'il s'agisse

fondamentalement de modèles mathématiques plutôt que de modèles physiques, leur utilisation s'est peu à peu répandue dans le domaine magnétosphérique puisque, de manière statistique, à la fois les observables de l'activité géomagnétique et ceux des modèles SOC montrent le même comportement statistique : des lois de puissance.

Dans une situation où aucun modèle ne peut totalement reproduire le comportement de la magnétosphère, la validité de l'approche SOC se justifie par sa capacité à rendre compte du plus grand nombre de résultats observationnels possible. Dans le cadre de ce travail, nous avons élaboré un modèle SOC de la magnétosphère qui apporte quelques contributions novatrices tant par sa structure que de par les résultats qu'il est possible de reproduire.

Le mémoire est divisé comme suit. Le chapitre 1 présente d'abord un bref rappel des comportements du vent solaire à considérer dans le contexte de la météorologie spatiale, ainsi qu'un portrait descriptif de la magnétosphère terrestre. Dans le chapitre 2, nous traitons de l'effet du vent solaire sur celle-ci en utilisant parallèlement les outils de la MHD et l'approche corpusculaire. Le chapitre 3 propose une introduction à l'application de la criticalité auto-régulée autant dans des contextes généraux que dans le cas de la magnétosphère. Un survol des contributions précédentes dans le domaine des modèles oligodimensionnels¹ et SOC est présenté dans le chapitre 4. Le modèle utilisé dans le cadre de ce projet est décrit au chapitre 5. Enfin, le chapitre 6 consiste en un article à être soumis au *Journal of Geophysical Research*, qui fait état des résultats obtenus.

On remarquera le volume considérable de la section théorique de ce mémoire. Elle est justifiée par le rôle pionnier qu'elle pourrait jouer dans un éventuel développement de ce domaine de recherche à l'Université de Montréal, puisqu'il s'agit là d'un sujet relativement nouveau au département de physique.

¹Du Grec, *oligos* - peu, en petite quantité. J'utilise ce terme pour désigner un système qui possède relativement peu de paramètres ajustables.

1 Si la magnétosphère m'était contée

1.1 Vent solaire

Le vent solaire joue un rôle central dans la dynamique magnétosphérique : sa quantité de mouvement et son champ magnétique exercent des contraintes mécaniques importantes sur le dipôle magnétique terrestre, alors que le comportement microscopique des ions et des électrons perturbe la conductivité et les systèmes de courants. Nous présentons ici une introduction succincte sur le vent solaire de manière à souligner les aspects importants à la compréhension des processus magnétosphériques. Plusieurs des informations présentées ici sont tirées d'ouvrages récapitulatifs que le lecteur est encouragé à consulter¹.

1.1.1 Les précurseurs

À condition d'avoir un peu d'aide de la nature, l'œil suffit pour étudier les couches externes du Soleil et les phénomènes qui s'y produisent. En effet, lors d'une éclipse, la Lune occulte habituellement la photosphère, dont la brillance masque les détails fins de la couronne solaire, plus ténue et moins lumineuse. La première observation documentée de ces régions est faite lors de l'éclipse solaire du 1^{er} mai 1185. On rapporte alors dans la Chronique de Novgorod, la structure inhabituelle de l'astre du jour lorsque masqué par la Lune ;

«Le soir s'est produit une éclipse du Soleil. Le temps s'est assombri et les étoiles sont apparues. Le Soleil a pris l'apparence de la lune et de ses cornes sont ressorties quelques chose ressemblant à des braises ardentes.»[1]².

On comprend aujourd'hui que ces «braises ardentes» se rapportent à la couronne solaire chauffée à quelques millions de degrés Kelvin, une région turbulente qui intrigue encore les scientifiques et dans laquelle les interactions entre le plasma et le champ magnétique jouent un rôle dynamique important. Dans certaines régions, principalement aux basses latitudes, les lignes de champ magnétique emprisonnent littéralement un plasma qui cherche à s'échapper. Il arrive parfois que le champ magnétique

¹Parker (1997) ; Axford et McKenzie (1997). Sur le web : [1]. Pour une approche pédagogique, les notes de cours de PHY6795 [Charbonneau, 2008, §3-5] s'avèrent un incontournable.

²Dans l'ensemble de l'ouvrage, les références aux sites web sont faites avec des chiffres en crochets. Les adresses correspondantes se trouvent dans la bibliographie.

ne soit pas suffisamment fort pour contraindre le plasma à la surface. Celui-ci est alors éjecté du Soleil, produisant ce que l'on nomme une éruption solaire.

Carrington, un astronome amateur dévoué au dénombrement des taches solaires remarqua, en 1859, l'apparition de deux régions très brillantes à la surface du Soleil, qui disparurent en quelques minutes. La description qu'il en fit nous permet de croire que Carrington observa bel et bien une éruption solaire [1]. Celles-ci émettent habituellement dans le spectre des rayons X : l'éruption de 1859 devait être d'intensité considérable vu la présence d'émission de radiation dans le spectre du visible. On considère même, d'après les standards actuels, qu'il s'agit probablement de l'éruption la plus puissante jamais observée.

Seulement dix-huit heures plus tard, plusieurs systèmes électriques s'affolent sur Terre, produisant des manifestations spectaculaires telles que des courts-circuits importants dans les lignes télégraphiques d'Europe et des États-Unis. Des observations d'aurores boréales sont rapportées d'aussi loin que Hawaï et le Mexique [2]. Pour Carrington, il s'agit là d'un indice éloquent de l'existence d'un couplage entre le Soleil et la Terre qui ne serait pas que radiatif. Il n'est toutefois pas en mesure de démontrer que cela est directement relié à l'éruption solaire observée précédemment [1]. Fitzgerald (1892, 1900) propose l'idée que le Soleil peut éjecter de grandes quantités de matière, et que cette dernière peut rejoindre la Terre en quelques jours. Le paradigme du vent solaire venait de naître.

En bombardant une sphère magnétisée avec des rayons cathodiques, Birkeland (1896) parvient à créer des aurores boréales à l'intérieur même de son laboratoire. Birkeland (1908, 1913) postule sur la base de nombreuses observations des phénomènes auroraux que ceux-ci doivent être intimement reliés à l'intrusion sporadique de particules éjectées par le Soleil dans le champ magnétique terrestre. Cependant, en dépit de ces travaux novateurs, la communauté scientifique se montre réfractaire à ces idées. Pourtant, d'un point de vue mathématique, le vent solaire allait bientôt s'avérer être une nécessité.

1.1.2 Solution de Parker

Cette preuve mathématique vient avec Parker, au milieu du XX^e siècle. Considérons pour une étoile une symétrie sphérique, ce qui n'est pas la plus hérétique des approximations sachant que la physique s'accommode bien des vaches sphériques. Une autre approximation consiste à s'affranchir de toute dépendance azimutale ou latitudinale, pour ne garder qu'une dépendance radiale. De plus, on considère ici des solutions stationnaire, donc une solution pour laquelle les $\partial/\partial t$ sont nuls. Enfin, on pose que que la seule force externe en jeu est la gravité. Les équations de la conservation de la masse et de l'impulsion deviennent donc respectivement ;

$$\frac{d}{dr} \rho u_r r^2 = 0 \quad (\text{Conservation de la masse}) \quad (1.1)$$

$$\rho u \frac{du_r}{dr} = -\frac{dp}{dr} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \rho \frac{GM}{r^2} \quad (\text{Conservation de l'impulsion}) \quad (1.2)$$

On constate d'emblée que les équations précédentes acceptent des solutions statiques ($u_r = 0$), suite à quoi on retrouve à partir de l'éq. (1.2) la condition d'équilibre hydrostatique :

$$-\frac{dp}{dr} = \rho g ,$$

avec $g = \frac{GM}{r^2}$. L'hypothèse du $u_r = 0$ n'est pas si mauvaise en soi : on obtient, en toute logique, un équilibre entre la force gravitationnelle et le gradient de pression, essentiel à la cohésion de l'étoile.

En calculant le profil de pression à partir de cette relation et de l'équation d'état, on trouve que celle-ci varie en r d'une manière qui s'apparente à une décroissance exponentielle. Cependant, la pression asymptotique (la pression lorsque $r \rightarrow \infty$) prédite par le modèle s'avère être de plusieurs ordres de grandeurs plus élevée que la pression mesurée dans le milieu interstellaire [Parker, 1958]. De par cette inconsistance, la solution statique est donc à exclure.

On savait déjà que la pression de radiation était à l'origine de la formation des queues des comètes. Cependant, Biermann (1951, 1952, et 1957) a observé dans la queue ionisée de petites irrégularités, et mesuré leur vitesse de propagation, qui se sont avérées être près de 20 fois plus grande que ce à quoi on s'attendait. Biermann propose alors que cette accélération pourrait être due à la *radiation corpusculaire*. Celle-ci, tout comme la radiation électromagnétique, est émise de manière continue et stationnaire, à la différence près qu'il s'agit cette fois non pas de photons, mais de particules. Si on se doutait déjà que le Soleil pouvait expulser des particules lors des tempêtes solaires, l'idée d'un flux cospusculaire constant était cependant tout à fait nouvelle.

Parker (1958), considère la possibilité que la couronne solaire ne soit pas tout à fait statique, et pose un u_r non nul. Il faut comprendre qu'il ne s'agit pas là d'une «évaporation» de la basse couronne chaude vers le milieu interplanétaire. C'est plutôt la couronne à $r > 10 R_{\odot}$ pour laquelle l'énergie thermique par particule est plus grande que l'énergie gravitationnelle qui «tire» la basse couronne pour que la masse soit conservée [Parker, 1997]. Selon la solution proposée par Parker, on trouve que u_r augmente avec la distance depuis le Soleil en vertu des effets combinés de la diminution de la densité et de la conservation de la masse. Ainsi, non seulement le vent solaire est-il supersonique à l'orbite de la Terre, mais son influence mécanique se fait sentir dans tout le système solaire. La nature supersonique du vent solaire est observée par Bonetti *et al.* (1963) à l'aide du satellite *Explorer 10*. De plus, le profil de pression asymptotique calculé avec la solution de Parker s'avère cette fois en accord avec les observations.

On sait aujourd'hui qu'une telle solution stationnaire n'est pas observée en pratique : le vent solaire fluctue énormément dans le temps [Neugebauer et Snyder, 1967]. Une solution indépendante du temps est toutefois une excellente base pour comprendre comment la matière peut être accélérée à partir de la surface du Soleil, d'autant plus que les valeurs moyennées des mesures se recourent bien avec la solution de Parker. À titre indicatif, il est suffisant de considérer ici qu'à l'orbite de la Terre,

$u_r \approx 400 \text{ km s}^{-1}$, et que les densités sont de l'ordre de $1\text{-}10 \text{ particules cm}^{-3}$ [Neugebauer et Snyder, 1966; 1967 et récapitulation dans Axford et McKenzie, 1997].

Spirale de Parker

On peut se convaincre qu'un observateur se trouvant dans un référentiel R^* en corotation avec le Soleil à une vitesse angulaire Ω constaterait que le vent possède un $u_\phi^*(r) = r\Omega\hat{\phi}$ dû à l'effet Coriolis. Ce référentiel est aussi celui du champ magnétique solaire puisque les lignes de champ sont fixées en un point de la surface. Leur point d'ancrage tourne avec le Soleil.

Dans un plasma parfaitement conducteur dont on fait ici l'approximation, l'écoulement doit être tangent aux lignes de champ en vertu du théorème d'Alfvén (*flux freezing*) [ex. Charbonneau, 2008, §1.10] Dans la limite des grandes valeurs du plasma- β , le champ magnétique est simplement advecté avec le vent solaire [ex. Charbonneau, 2008, §4.2]. Sous ces conditions, on s'attend donc à ce que B_ϕ^* , la composante azimutale du champ magnétique, augmente proportionnellement à $u_\phi^*(r)$ [ex. Hundhausen, 1995, §4.3.2] :

$$\frac{B_\phi^*}{B_r^*} = \frac{u_\phi^*}{u_r} = \frac{-\Omega r}{u_r(r)}, \quad (1.3)$$

où B_r^* est le champ magnétique radial et $u_r(r)$ la vitesse radiale donnée par la solution de Parker. À l'orbite de la Terre, on trouve que la direction du champ magnétique fait un angle d'environ 45° avec la direction du vent solaire [ex. Charbonneau, 2008, §4.6]

Passons maintenant au référentiel de la Terre. Bien que la vitesse de rotation du Soleil soit comparable à la vitesse radiale d'éjection à la base de la couronne ($u_{\phi_0} \approx u_{r_0} \approx 2 \text{ km s}^{-1}$) [ex. Charbonneau, 2008, §3.3.2], la solution de Parker prédit que u_r augmente rapidement avec r , si bien que l'on peut considérer en bonne approximation que la vitesse du vent solaire est purement radiale. La transformation galiléenne du champ magnétique impose toutefois que $\mathbf{B}^* = \mathbf{B}$, et l'on trouve bel et bien que la direction du champ magnétique atteint la Terre avec un angle de 45° dans les deux référentiels³.

Qui plus est, l'orbite de la Terre est légèrement inclinée par rapport au plan de l'équateur solaire. Selon que la Terre se trouve au dessus ou en dessous de ce plan, la direction de B_r (composante radiale du champ magnétique solaire) peut être négative ou positive puisque sa polarité change entre les hémisphères du Soleil. En plus de ces variations cycliques, le champ magnétique transporté par le vent solaire peut fluctuer énormément tant en magnitude qu'en orientation. Il peut posséder des composantes dans les trois directions spatiales, et son orientation exerce des effets géomagnétiques considérables sur la Terre - ainsi que sur toutes les planètes magnétisées.

1.2 Autopsie de la magnétosphère

On le sait, le Terre possède elle-même un champ magnétique. Cependant, cela demeure une réalité mathématique difficile à concevoir pour nous, qui ne sommes sensibles qu'à ses effets. Imaginez par

³On peut voir une analogie entre les lignes de champ et les jets d'eau d'un arrosoir rotatif. L'eau expulsée radialement ne possède pas ou peu de vitesse tangentielle, mais la forme des jets est cependant courbée.

exemple un scout avec sa boussole. Il sait que s'il l'utilise correctement, celle-ci lui pointera à peu de choses près, le nord, et sait vaguement que le magnétisme a quelque chose à y voir. Mais sait-il que l'orientation de l'aiguille aimantée indique en fait la direction vectorielle des lignes de champ magnétique de la Terre? Probablement pas. Outre de fournir un outil de navigation inestimable, le champ magnétique terrestre agit tel un bouclier, et bloque les flux de particules éjectés du Soleil par le vent ou les éruptions qui pourraient autrement avoir des conséquences désastreuses sur la biosphère.

En bonne première approximation, on peut considérer la forme de ce champ magnétique comme étant dipolaire, ce qui est déjà un pas intéressant considérant que la dynamo solaire est bien loin de produire semblable harmonie dans les structures magnétiques de notre étoile. De par l'effet de la force de Lorentz, les particules chargées en provenance du Soleil qui rencontrent ce dipôle sont emprisonnées dans la ceinture de Van Allen [9] (§12a). Le vent solaire, qui s'écoule comme un fluide, voit littéralement de tels champs magnétiques comme des obstacles : il ne peut pénétrer aux alentours de ceux-ci. Ainsi, il emplit tout le système solaire, hormis ces régions qui définissent les *magnétosphères* : il s'agit d'une «bulle» isolée du vent solaire. Dans cet ordre d'idées, on parle parfois de *cavité magnétosphérique*.

L'ensemble des points dans l'espace où la vitesse du vent solaire tombe à zéro en raison de sa rencontre avec le champ magnétique planétaire définit la *magnétopause*. Évidemment, une telle décélération du vent solaire impose sur la magnétosphère une pression dynamique qui déforme la configuration dipolaire. En amont de la Terre, les lignes de champ magnétique sont compressées vers celle-ci, alors qu'en aval, elles sont étirées dans la direction de l'écoulement sur plusieurs centaines de rayons terrestres, et forment la queue. Quant au feuillet de plasma central (CPS pour Central Plasma Sheet), il s'agit d'une région dynamique importante et essentiellement bidimensionnelle, s'étirant sur quelques dizaines de rayons terrestres dans la queue.

Les descriptions qui suivent au sujet des différentes régions visent à fournir au lecteur une compréhension minimale du contexte physique ; celui qui voudrait plus de détails serait avisé de consulter Prölss (2004, §5.5.1), ou encore Hughes (1995, §9.1-9.3). Sur le web, mentionnons [9] (§19, 19H et 20), pour une revue vaste et accessible.

1.2.1 Système de coordonnées

Les coordonnées géographiques conventionnelles ne sont pratiquement pas utilisées dans les descriptions magnétosphériques. Bien que le dipôle terrestre tourne avec la Terre, la forme caractéristique de la magnétosphère est contrainte, tout comme les queues des comètes, par l'orientation de l'axe Terre-Soleil. Celle-ci n'est pas en corotation avec la Terre, et cela doit se refléter dans le système de coordonnées choisi.

Pour situer de manière qualitative un point dans la magnétosphère, on utilisera une localisation par quadrant. Le côté qui fait face au Soleil est évidemment désigné par le *côté jour* (*noon*), alors que

la région diamétralement opposée est le *côté nuit* (*nightside*). La portion de la Terre faisant face au Soleil est divisée en deux autres régions : le *côté matin* (*dawn*), qui se situe à l'ouest (moitié gauche), de même que le *côté soir* (*dusk*), qui désigne cette fois la partie est (moitié droite).

Il est d'usage d'utiliser le système de repérage nommé *Geocentric Solar Magnetospheric System* (GSM) [3]. La droite reliant la Terre et le Soleil sous-tend l'axe x_{GSM} . Son origine se trouve au centre de la Terre ; les régions du côté nuit se trouvent dans les x_{GSM} négatifs. L'axe y_{GSM} est défini perpendiculairement à l'axe dipolaire M : on a donc

$$y_{GSM} = x_{GSM} \times M.$$

Quant à l'axe z_{GSM} , il est à son tour défini perpendiculairement à l'axe y_{GSM} , tel que

$$z_{GSM} = x_{GSM} \times y_{GSM}.$$

On choisit comme point de référence pour $z_{GSM} = 0$ la latitude magnétique nulle. L'axe dipolaire est donc sous-tendu par le plan $x_{GSM} - z_{GSM}$. Par définition, les trois axes sont parfaitement orthogonaux.

Malheureusement pour nous, la rotation de la Terre rend le système de coordonnées GSM un peu moins intuitif. Par exemple, considérons un vecteur $r^*(t)$ dans le repère GSM (afin de ne pas alourdir la notation, on utilisera dans cette démonstration le signe «*» pour identifier les vecteurs qui se rapportent au repère GSM.) Dans un système de coordonnées en rotation avec la Terre (coordonnées géographiques habituelles par exemple), la variation de $r(t)$ dans le temps s'exprime comme

$$\frac{d}{dt} r = \frac{dr_x^*}{dt} \hat{x}^* + \frac{d\hat{x}^*}{dt} r_x^* + \frac{dr_y^*}{dt} \hat{y}^* + \frac{d\hat{y}^*}{dt} r_y^* + \frac{dr_z^*}{dt} \hat{z}^* + \frac{d\hat{z}^*}{dt} r_z^*. \quad (1.4)$$

Par souci de simplicité, considérons un point fixe dans le référentiel GSM. L'éq.(1.4) se réduit donc à

$$\frac{d}{dt} r = \frac{d\hat{x}^*}{dt} r_x^* + \frac{d\hat{y}^*}{dt} r_y^* + \frac{d\hat{z}^*}{dt} r_z^*, \quad (1.5)$$

et ne comporte donc plus que la variation temporelle des axes du référentiel GSM par rapport aux coordonnées habituelles. Les vecteurs \hat{y}^* et \hat{z}^* s'expriment en fonction de \hat{x}^* et de M . L'axe dipolaire étant fixé, $dM/dt = 0$ dans un système de référence géographique conventionnel : il tourne avec la Terre. On peut se convaincre que $d\hat{x}^*/dt \neq 0$: selon un observateur placé sur Terre, cet axe subit à la fois une variation journalière azimutale (rotation de la Terre) et annuelle latitudinale (révolution) puisqu'il pointe toujours vers le Soleil⁴. Par conséquent, si l'on veut effectuer la transformation à un référentiel géographique habituel, on devra considérer la configuration du dipôle terrestre au moment de la mesure dans un référentiel GSM. Pour compliquer encore les choses, en plus de la variation due à la rotation de la Terre, les coordonnées du pôle magnétique peuvent varier de plusieurs dizaines de kilomètres chaque jour [4], induisant donc des variations erratiques sur y_{GSM} et z_{GSM}

Par convention, nous laisserons tomber l'indice GSM pour les coordonnées : ce sera le système de référence implicite à moins d'indication contraire.

⁴Pour vous aider à visualiser, rappelez-vous que l'ombre d'un cadran solaire se comporte de la même manière...

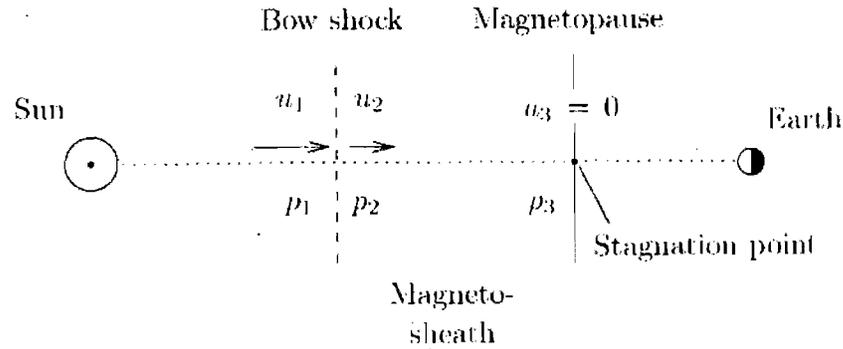


FIG. 1.1 – Comportement du vent solaire qui passe à travers l’arc de choc (*bow shock*) et se rend à la magnétopause. Tiré de Pröls (2004, §6.4.4)

1.2.2 Arc de choc et magnétopause

Dans le cas de la Terre, la magnétosphère s’étend du côté jour jusqu’à une distance variant entre 8 et 12 rayons terrestres, tout dépendant de la vitesse du vent solaire. Il faut spécifier ici ce que signifie son étendue. En effet, considérant l’expansion multipolaire d’un champ magnétique, celui-ci tombe au mieux en $1/r^3$, mais toujours en une puissance de $1/r$ quelconque. Mathématiquement, l’étendue d’un tel champ magnétique est par conséquent infinie, et c’est par la magnétopause qu’est définie la limite de la magnétosphère. Il s’agit de l’ensemble des points situés à une distance telle que la vitesse du vent solaire devient théoriquement nulle en raison de la rencontre avec les lignes de champ de la Terre.

On cherche à trouver p_D , la pression dynamique exercée par le vent solaire sur la magnétopause. Le principe de Bernoulli appliqué à un fluide de densité ρ_0 dont la vitesse passe de $u = u_0$ à $u = 0$ nous indique que la pression finale augmente d’une quantité $\frac{1}{2}\rho_0 u_0^2$. Cela définit la pression dynamique, et elle s’ajoute à la pression thermique.

Toutefois, le vent solaire est supersonique, et forme d’abord un arc de choc (*bow shock*) avant de rencontrer la Terre, ce qui complique quelque peu l’application du principe de Bernoulli. On trouvera dans Pröls (2004, §6.4.4) une solution détaillée et très accessible à ce problème, et nous présentons ici les étapes importantes du raisonnement. Les quantités utilisées se réfèrent à celles montrées à la figure 1.1

1. En **aval** du choc, le principe de Bernoulli pour les fluides compressibles s’applique directement. On peut donc facilement relier p_3 (la pression à la magnétopause) et p_2 (la pression juste en aval du choc) par une certaine fonction f :

$$\frac{p_3}{p_2} = f(\gamma, M_2), \quad (1.6)$$

ρ [kg m ⁻³]	N [m ⁻³]	T [°K]	u [km s ⁻²]	NkT [Pa]	ρu^2 [Pa]
10 ⁻²¹	10 ⁷	10 ⁵	300	10 ⁻¹¹	10 ⁻⁹

TAB. 1.1 – Quelques propriétés du vent solaire. Tirées de Charbonneau (2008, §1.4 et §3.3.2)

où $\gamma = 5/3$ et où M_2 est le nombre de Mach pour le région 2 donné par

$$M_2 = \frac{u_2}{\sqrt{\gamma p_2 / \rho_2}}.$$

f est calculée à partir du principe de Bernouilli.

2. Avec les relations de Rankine-Hugoniot (choc adiabatique), on peut exprimer M_2 en fonction de γ et M_1 (le nombre de Mach en amont du choc), et reformuler l'éq.(1.6) :

$$\frac{p_3}{p_2} = g(\gamma, M_1). \quad (1.7)$$

3. Encore avec les relations de Rankine-Hugoniot, on peut relier la pression en aval (p_2) à celle en amont du choc (p_1) :

$$p_2 = h(\gamma, M_1)p_1. \quad (1.8)$$

4. On utilise la définition de M qui relie p_1 à u_1 :

$$p_1 = \frac{\rho_1 u_1^2}{\gamma M_1^2}. \quad (1.9)$$

5. En combinant les équations (1.7), (1.8) et (1.9), on peut relier la pression dynamique à la magnétopause avec la pression en amont du choc :

$$p_3 = \underbrace{g(\gamma, M_1)h(\gamma, M_1)}_K \frac{1}{\gamma M_1^2} \rho_1 u_1^2 = K \rho_1 u_1^2 = p_D. \quad (1.10)$$

En utilisant les données pour le vent solaire (voir tableau 1.1), on trouve que K est d'ordre unité.

À la magnétopause, la pression dynamique (p_D) du vent solaire doit s'équilibrer avec la pression magnétique (p_{mag});

$$p_D = p_{\text{mag}}.$$

En utilisant l'éq.(1.10) et la définition de la pression magnétique, on trouve que

$$\frac{1}{2} \rho_1 u_1^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}. \quad (1.11)$$

En approximant le champ de la Terre comme un dipôle - donc avec $B(r) \approx B_0/r^3$, on peut déterminer la distance à laquelle les pressions s'équilibrent : on trouve une dizaine de rayons terrestres. La distance de cette magnétopause est évidemment variable selon la vitesse du vent solaire.

Cependant, comme c'est généralement le cas dans la magnétosphère, la représentation fluide ne permet pas à elle seule de rendre compte de la structure de la magnétopause. Les constituants ioniques

du vent solaire passent, ne l'oublions pas, d'une région sans champ magnétique à une région où règne un champ magnétique. La force de Lorentz induit un mouvement aux grandes échelles dans des directions opposées pour les protons et les électrons, donnant naissance à un feuillet de courant, appelé feuillet de courant de la magnétopause, ou *système de courant de Chapman-Ferraro*. Des mesures de la mission Cluster effectuées en 2001 nous permettent de constater que la magnitude du courant dans cette région est typiquement autour de 10^{-9} A m⁻². Évidemment, ce courant est très sensible aux perturbations du vent solaire, et c'est principalement une signature de l'activité solaire qui est enregistrée dans ce courant [Dunlop et Balogh, 2005].

1.2.3 Cycle de Dungey

Cependant, n'oublions pas que le vent solaire transporte également avec lui un champ magnétique, et ses conséquences dynamiques sur celui de la Terre sont importantes. La direction du champ magnétique interplanétaire (IMF pour *Interplanetary Magnetic Field*) joue un rôle crucial. Côté jour, les lignes de champ magnétique de la Terre pointent vers le nord. Sous l'effet du transport par le vent solaire d'un IMF orienté vers le sud (polarité opposée), il peut alors se produire une reconnexion magnétique entre les deux lignes de champ : la ligne dipolaire de la Terre se connecte à une ligne de l'IMF.

Une telle reconnexion rend la magnétosphère localement plus perméable au flux de particules solaires et à l'IMF. Dungey (1961) propose un mécanisme pour expliquer la dynamique subséquente de la ligne de champ. La figure 1.2 montre une schématisation de ces processus.

Au moment de la reconnexion, à l'étape ②, la courbure de la ligne de champ est importante : la tension magnétique tendra donc à la ramener vers une configuration plus rectiligne. Telle une corde tendue que l'on déforme, la ligne de champ adoptera la géométrie montrée à la position ③.

Une fois les lignes reconnectées, les ions au repos dans la magnétosphère voient arriver sur eux un IMF transportant un champ magnétique orienté du sud au nord à une vitesse $v_{SW} = 400$ km s⁻¹. Ce mouvement relatif donne lieu, par la loi d'Ohm, à un champ électrique :

$$\mathbf{E}_{SW} = k(-\mathbf{v}_{SW} \times \mathbf{B}_{IMF}), \quad (1.12)$$

où le signe «-» est de mise en raison du changement de référentiel. On peut supposer en première approximation que $\mathbf{v}_{SW} = v_{SW}\hat{x}$ et $\mathbf{B}_{IMF} = B_{IMF}\hat{z}$. Ainsi, \mathbf{E}_{SW} est orienté dans la direction matin-soir (de l'ouest vers l'est). Le facteur k tient ici compte du fait que la proportion de ce champ électrique qui pénètre de manière effective dans la cavité magnétosphérique ne représente que 20% de ce que donnerait l'application directe de la loi d'Ohm avec $B = B_{IMF}$. La majorité du flux de ce vent solaire contourne la magnétosphère [Bagenal, 2009, §13.1.4]. Considérant l'effet de la proportion qui agit dynamiquement sur la Terre, on trouve que les ions ressentent donc une force

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}_{SW} \times \mathbf{B}_M, \quad (1.13)$$

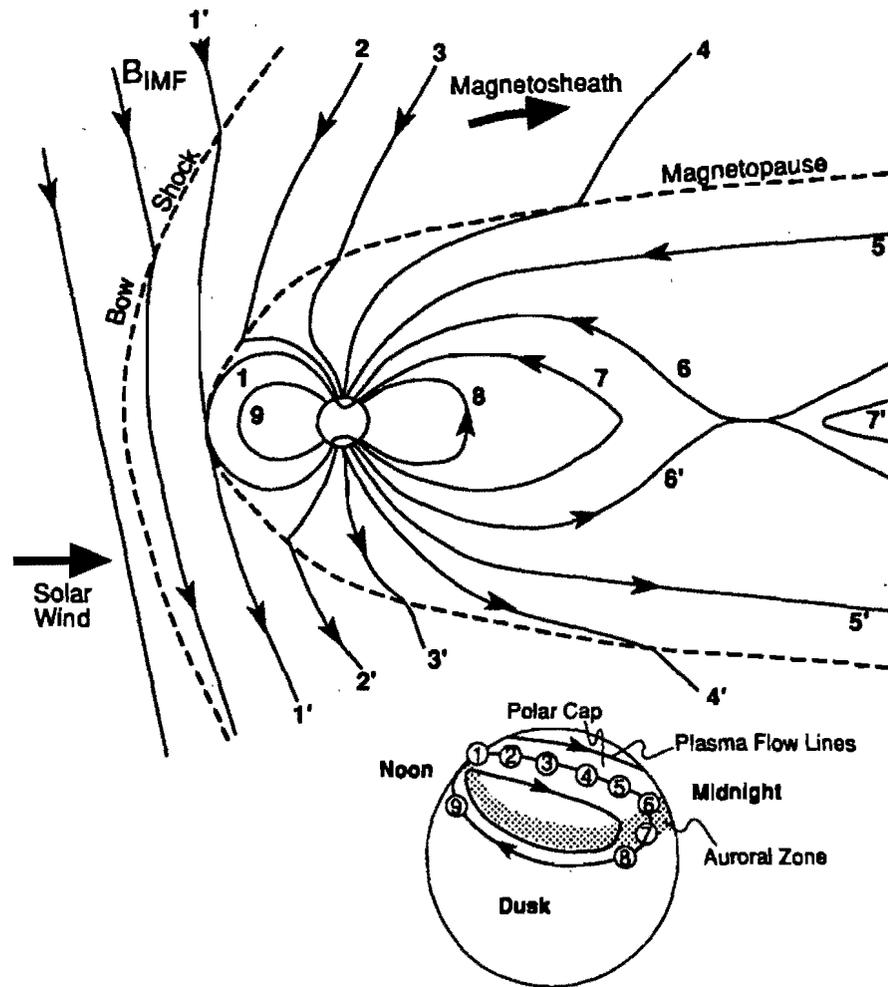


FIG. 1.2 - Illustration des étapes de l'advection des lignes de champ à partir du nez vers la queue de la magnétosphère. Tiré de Hughes (1995, §9.4.2)

où \mathbf{B}_M est cette fois le champ magnétique de la planète - ainsi qu'une certaine part de l'IMF, puisqu'ils sont reconnectés. On voit immédiatement que pour la ligne en position ③, où \mathbf{B}_M pointe approximativement vers le sud, la force sera dirigée vers le côté nuit, et induira donc un mouvement du plasma dans cette direction. Puisque les lignes de champ y sont gelées, elle se déplaceront également avec celui-ci. À mesure que les lignes de champ tendent vers les positions ④ et ⑤, la force s'oriente progressivement en direction de l'équateur, et y comprime donc les lignes de champ.

La compression des lignes de champ les unes sur les autres crée une augmentation de la pression près du plan équatorial. Leur orientation y est alors principalement en \hat{x} . Éventuellement, elles en viendront à se rapprocher à un stade critique permettant la reconnexion magnétique avec une ligne de polarité opposée (dénotées par le «'» dans la figure 1.2) tel que montré à la position ⑥. Une telle reconnexion produit localement une courbure importante, et la force de tension magnétique ramène les lignes de champ vers la Terre, dans une configuration dipolaire, illustrée en ⑦ et ⑧.

Il est possible d'obtenir une estimation des temps caractéristiques de ces processus. On peut d'abord estimer le temps que prend l'advection de la ligne de champ à partir de la configuration ① jusqu'à la configuration ③. Connaissant la taille approximative de la magnétopause, et la vitesse caractéristique du vent solaire, on trouve

$$t \approx \frac{R_{MP}}{v_{SW}} \approx \frac{10R_T}{400 \text{ km s}^{-1}} = 3 \text{ min.} \quad (1.14)$$

Les dimensions approximatives de la queue de la magnétosphère peuvent se déterminer d'après la dynamique des lignes de champ advectées. À partir de la configuration ③, l'extrémité d'une ligne de champ située sur Terre aura à se déplacer sur une distance d'environ 1500 km pour atteindre la position ⑥. À une vitesse estimée de 300 m s^{-1} [ex. Bagenal, 1992], cette advection vers la queue prend trois heures. Pendant ce temps, l'autre extrémité, transportée par le vent solaire à 400 km s^{-1} , aura parcouru quelques centaines de rayons terrestres. À ce moment, elle sera susceptible de se reconnecter avec une ligne de polarité opposée, délimitant ainsi à environ $200 R_T$ l'étendue de la magnétosphère du côté nuit.

La partie du bas de la figure 1.2 représente la Terre vue de haut : deux régions y sont identifiées, soient la *calotte polaire* (*polar cap*) et l'*ovale auroral* (*auroral zone* dans la figure, *auroral oval* de manière plus répandue dans la littérature). Les lignes du champ magnétique terrestre qui ont leur ancrage dans la calotte polaire sont connectées avec l'IMF (lignes ② à ⑤). Au sud de la calotte polaire, les lignes se referment sur elles-mêmes. Les frontières de la calotte polaire varient selon l'intensité de l'IMF, ainsi que selon sa direction. Dans l'autre région, l'ovale auroral, on retrouve les lignes de champ qui tout en étant reconnectées sur elles-mêmes, sont encore très étirées du côté nuit (lignes ⑥ et ⑦). C'est dans cette portion du ciel, située approximativement entre 60 et 80° de latitude que se manifestent habituellement les aurores boréales.

Efficacité advective

Autant l'intensité du champ magnétique que la vitesse du vent solaire influent sur l'efficacité de l'advection des lignes de champ. Ainsi, on utilise habituellement la quantité vB_z comme mesure de l'impact du vent solaire sur la magnétosphère. v est la vitesse du vent solaire, et B_z est la composante de l'IMF orientée en \hat{z} . Lorsque $B_z < 0$, l'IMF pointe vers le sud, et la reconnexion se produit à la magnétopause.

1.2.4 Feuille de plasma central

L'autre structure importante est le feuillet de plasma central, ou CPS (*central plasma sheet*). Celui-ci se trouve dans le plan de l'équateur, et peut être approximé comme une structure en deux dimensions spatiales. La structure bidimensionnelle est sise dans le plan $x-y$. Elle s'étend typiquement sur $-5R_T \leq x \leq 30R_T$ et sur environ $10 R_T$ selon l'axe y . La polarité des lignes de champ magnétique varie selon que l'on se trouve au-dessus ou en dessous de la CPS. Lorsque z est positif (négatif), celles-ci convergent vers la Terre (divergent depuis la Terre).

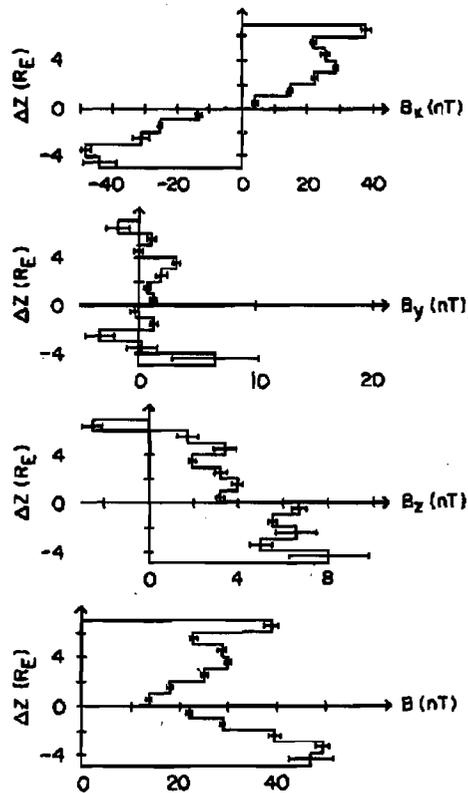
LEPEDEA, un appareil monté sur le International Sun Earth Explorer (ISEE) a effectué dans l'année 1979 plus de 18 000 passages dans la CPS, et mesuré la distribution du champ magnétique. On constate sur la figure 1.3 que le champ magnétique B_x s'inverse près de $z = 0$ [Huang et Frank, 1994]. Comme ces lignes de champ se referment sur elles-mêmes (configuration ⑦ de la figure 1.2) elles ont dans le plan équatorial une composante en \hat{z} seulement. On considère donc habituellement que $\mathbf{B} = B_z \hat{z}$ en $z = 0$. Quant à B_x , on peut utiliser la forme qualitative suivante [ex. Harris, 1962];

$$\mathbf{B} = B_0 \tanh(z/h) \hat{x}, \quad (1.15)$$

où h est une dimension caractéristique de l'épaisseur de la CPS. Cette inversion de polarité commande l'existence de courants azimuthaux dirigés d'est en ouest.

Huang et Frank (1994) mesurent plusieurs propriétés de la CPS. Dans la queue de la magnétosphère les densités d'ions sont d'approximativement 10^5 m^{-3} pour des valeurs de x comprises entre -10 et $-25R_T$. À mesure que l'on s'éloigne de la Terre, la pression du plasma diminue, de même que la magnitude du champ magnétique. La variation de densité dans la direction \hat{z} est faible : tout au plus note-t-on un facteur 2 de différence entre les densités dans le plan de la CPS et celles pour les régions situées à $z = 4R_T$. La pression des ions est de quelques dixièmes de nanoPascals. Quant à la pression magnétique, elle est du même ordre de grandeur que la pression des ions (voir la légende de la figure pour les bonnes unités de la pression plasma). La pression totale est $p_{\text{tot}} = p_{\text{ions}} + p_{\text{mag}} \approx 1 \text{ nPa}$. La température des ions est d'environ 10^7 K (4 keV), et est relativement constante entre $-5R_T \leq x \leq -30R_T$. Tout au plus note-t-on une différence d'un facteur 2.

CENTRAL PLASMA SHEET PROPERTIES (1979)
 $-25.0 \leq x \leq -10.0$ $-5.0 \leq y \leq 5.0$ $0 \leq AE \leq 1000$ nT



PLASMA AND MAGNETIC PARAMETERS
 IN THE CENTRAL PLASMA SHEET

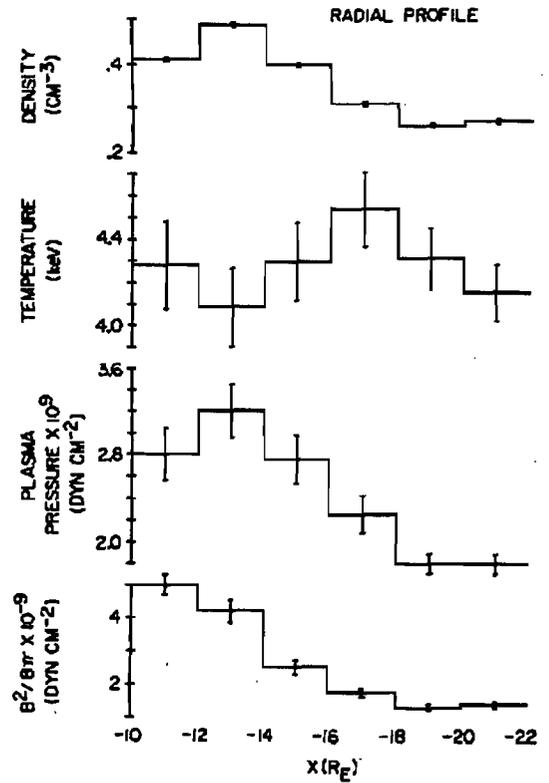


FIG. 1.3 – Profils de champ magnétique mesurés sur l'ensemble de la CPS, soit de $x = [-10R_T, -25R_T]$ et $y = [-5R_T, 5R_T]$. On constate sur le panneau en haut à gauche que le champ B_x subit une inversion de polarité. À droite, les profils de densité, température et de pression en fonction de la distance x . Pour le troisième panneau de la colonne de droite (plasma pressure), les unités devraient être 10^{-9} , et non pas 10^9 . Tiré de Huang et Frank (1994)

Courant péricaudal

Considérant que dans leur configuration caudale, les lignes de champ possèdent une composante importante en \hat{x} , on se doute que la présence d'un feuillet de courant dans le plan équatorial s'impose pour maintenir une telle configuration. Selon le théorème d'Ampère,

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (1.16)$$

D'après l'éq.(1.15),

$$\mathbf{J} = \mu_0 \frac{dB_x}{dz} \hat{y}.$$

On se retrouve donc à avoir un courant qui file, côté nuit d'est en ouest, ou en \hat{y} . On le nomme *cross tail current*, que je traduirai librement par *courant péricaudal*. La force de Lorentz, qui tend à compresser les lignes de champ sur elles-mêmes au niveau de la queue - équation (1.13) - contribue à l'augmentation locale de la densité de champ magnétique au niveau de la CPS. Sous l'effet du vent solaire, on s'attend donc à ce que ce courant s'intensifie.

D'autres mécanismes engendrés par le mouvement des lignes de champ contribuent à renforcer le courant. Souvenons-nous que dans le processus d'advection, alors qu'une extrémité de la ligne de champ reste fixée à la calotte polaire, l'autre est emportée par le vent solaire à quelques centaines de kilomètres par seconde, ce qui a donc pour effet de les étirer. Il n'est pas déraisonnable de considérer les lignes de champ magnétique comme des tubes de flux. Ainsi, par conservation de la masse, le rayon des tubes de flux doit diminuer avec leur longueur; par conservation du flux magnétique, la grandeur du champ magnétique contenu dans le tube doit donc augmenter, conduisant également à une augmentation du courant péricaudal.

On trouve également au niveau corpusculaire des mécanismes permettant à ce courant de s'intensifier. Sous l'effet combiné d'un champ électrique dirigé en \hat{y} et d'un champ magnétique pointant en \hat{x} , la particule subit une dérive dont la vitesse est [Pröls, 2004, §5.3.3]

$$\mathbf{u}_d = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (1.17)$$

soit dans la direction $\pm \hat{z}$. Le signe dépend évidemment du fait que la position initiale de la particule soit au-dessus ou en dessous du plan équatorial. Le mouvement est ambipolaire, signifiant que les charges positives et négatives dérivent dans la même direction.

Toutefois, rappelons qu'il existe en direction \hat{z} un gradient de champ magnétique. Le rayon de courbure d'une particule en mouvement cyclotron dans un champ magnétique est donné par le rayon de Larmor;

$$r_L = \frac{\sqrt{2mT}}{qB}. \quad (1.18)$$

Donc, plus on s'approche du plan équatorial, plus B_x est faible, plus le rayon de Larmor est grand. Le rayon r_1 de l'arc de cercle décrit dans un champ ambiant B_1 étant plus petit que le rayon r_2

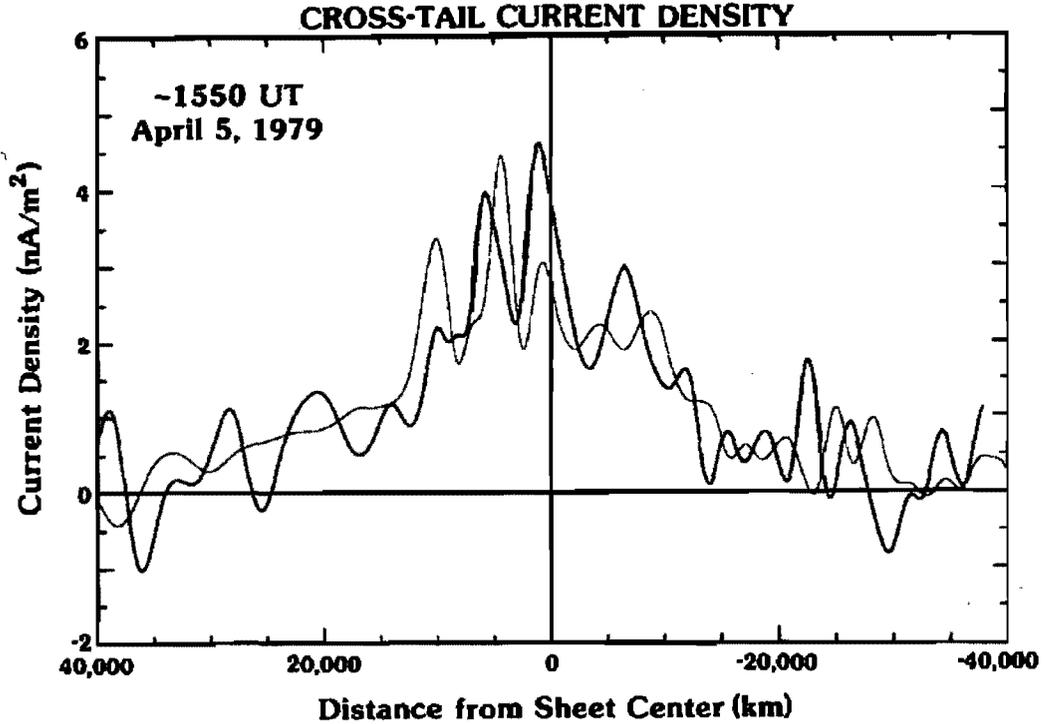


FIG. 1.4 – Mesure du profil de densité de courant péricaudal dans la CPS [McComas *et al.* 1986]

décrit dans un champ $B_2 < B_1$, la particule se trouve donc à dévier en \hat{y} , soit la direction du champ électrique initial.

En considérant que le rayon de giration est beaucoup plus petit que la longueur caractéristique de variation de B_x , on peut obtenir une expression approximée pour la vitesse de dérive due au gradient de \mathbf{B} [Prölss, 2004, §5.3.3] et [Cully, 1998] :

$$\mathbf{u}_d = \frac{1}{2} m v^2 \frac{\mathbf{B} \times \nabla \mathbf{B}}{q B^3} . \quad (1.19)$$

Cela crée donc un courant perpendiculaire à la fois à \mathbf{B} et à $\nabla \cdot \mathbf{B}$: il s'écoule la direction matin-soir du côté nuit. L'approximation ne tient plus cependant dans le voisinage de $z = 0$, puisque le B_x est faible, et le rayon de courbure devient grand. On ne connaît pas à ce jour de mécanisme pouvant expliquer de manière consistante la formation du courant péricaudal.

McComas *et al.* (1986) ont effectué des mesures *in situ* des courants dans la CPS qui montrent, comme on s'y attend, une fonction de densité ayant un maximum en $z = 0$ (figure 1.4). L'épaisseur du feuillet de courant péricaudal est de l'ordre de quelques rayons terrestres, mais on remarque également que la structure principale montre des variations à des échelles plus petites.

Pour une présentation phénoménologique claire de la dérive des particules chargées, consulter [9] (§10a).

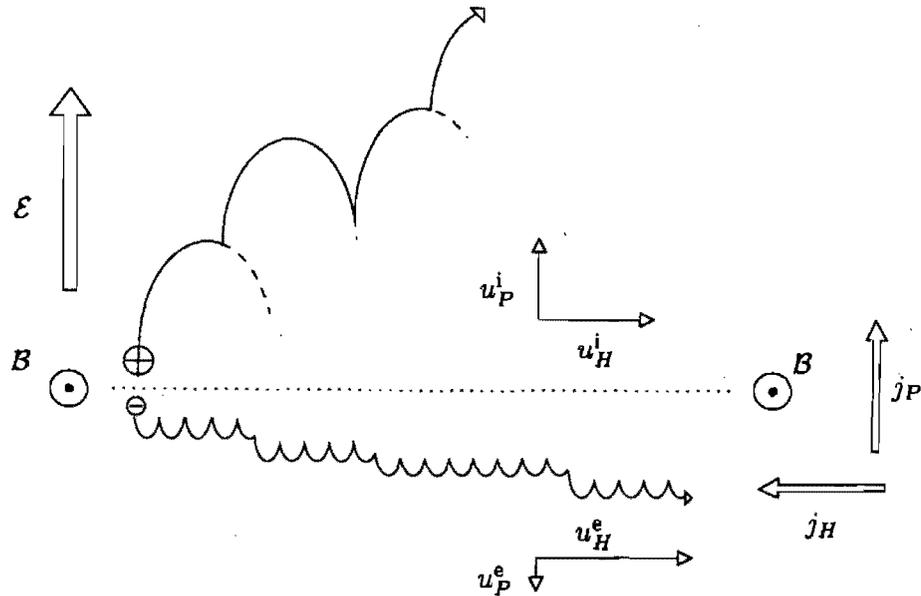


FIG. 1.5 – Mouvements des particules chargées dans un champ électromagnétique. Les indices «H» se rapportent aux vitesses et courants de Hall, alors que les indices «P» se rapportent aux vitesses et courants de Pedersen. Tiré de Prölss (2004, §7.3.1)

1.2.5 Courants ionosphériques

Sans entrer dans les détails mathématiques, nous présenterons ici les quatre courants importants en regard de la dynamique magnétosphérique. Nous avons vu précédemment que le plasma est transporté du côté nuit de la magnétosphère par une force $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Or, des collisions avec les atomes neutres de l'ionosphère gênent le mouvement des ions et des électrons. Puisque la densité en atomes neutres augmente exponentiellement lorsque l'on descend dans l'atmosphère, ces collisions deviennent non négligeable à une certaine altitude, c'est-à-dire lorsque le temps caractéristique entre deux collisions est de l'ordre de la fréquence de giration des ions, donnée par

$$\omega = \frac{|q|B}{m}. \quad (1.20)$$

Cette fréquence dépend de la masse de la particule : dans des conditions identiques, les électrons auront une fréquence de giration près de 1000 fois plus grande que celle des protons. Ainsi, à une altitude à laquelle la présence des atomes neutres commencera à se faire sentir pour les protons, les trajectoires des électrons ne seront pas influencées, donnant naissance à un courant généré par la différence de vitesse de dérive entre les protons et les électrons [ex. Carlson et Egeland, 1995, §14.5.3]. La figure 1.5 montre les trajectoires des deux espèces, et l'on constate que la déviation s'y fait selon deux dimensions spatiales, créant ainsi deux courants distincts.

Le **Courant de Pedersen** est *grosso-modo* dirigé dans la même direction que \mathbf{E}_{SW} , soit en \hat{y} , et se retrouve principalement au-dessus de la calotte polaire. Quant au **courant de Hall**, il circule de minuit à midi, également au dessus de la calotte polaire [Prölss, 2004, §7.3.4]. Enfin, les courants de

Birkeland quittent quant à eux l'ionosphère pour fermer le circuit quelque part dans la magnétosphère ([9], §25), [Wolf, 1995, §10.4].

L'électrojet auroral (*auroral electrojet*) encercle la calotte polaire et circule d'est en ouest du côté matin et d'ouest en est du côté soir. Son écoulement est favorisé à la fois par la concentration en ions à ces hauteurs, et à la fois par la présence de couloirs de meilleure conductivité (ex. [5]). On le retrouve à des altitudes d'environ 100 km. Les densités de courant observées sont de l'ordre de 10^{-6} A m⁻², ce qui donne un courant de quelques milliers d'Ampères si l'on considère qu'il s'écoule à travers une section d'une dizaine de kilomètres de rayon [ex. Kamide, 1982, §5.4.2]. Ce courant produit au niveau de la troposphère des champs magnétiques de quelques nanoTeslas [ex. Kamide, 1982, §5.4.1].

2 Moteurs et dynamique des sous-orages

Il importe d'abord ici de faire une distinction entre deux phénomènes dont les caractéristiques s'apparentent, mais dont les origines sont distinctes. L'éruption solaire observée par Carrington en 1859 fut à l'origine d'un *orage géomagnétique*, d'après la dénomination proposée par Alexander Von Humboldt. Les particules sont injectées dans l'ionsphère, causant de l'émission lumineuse sous forme d'aurores boréales. Profondément perturbée, la magnétosphère peut prendre jusqu'à quelques jours pour retrouver son état normal.

Principalement en raison de leur propension à se déclencher sans lien apparent avec une tempête solaire, les sous-orages sont considérés comme des phénomène intimement reliés à la dynamique interne de la magnétosphère. Bien que les mécanismes de formation n'aient pas vraiment de lien avec ceux des orages géomagnétiques, leurs effets sont sensiblement les mêmes : émission lumineuse dans l'ionsphère, perturbation des systèmes de courants et injection de particules, le tout dans une moindre mesure. Comprendre le comportement des sous-orages ouvre la porte à une meilleure connaissance des mécanismes magnétosphériques.

Le modèle de la précédente section permet de bien saisir la mécanique générale de l'effet du vent solaire sur la magnétosphère. Compression des lignes de champ, advection vers la queue, et ensuite retour vers le nez pour boucler le cycle. Tout cela représente malheureusement une idéalisation bien naïve de la réalité, les subtilités se révélant à mesure que se raffinent les observations.

2.1 Observations morphologiques et dynamiques

Le terme *sous-orages* est introduit par Akasofu (1964) pour désigner l'émission lumineuse aux hautes latitudes qui est observée du côté nuit. Celle-ci a la particularité de se produire même lors de conditions de vent solaire très calme, avec cependant une recrudescence d'activité notable avec la vigueur des orages géomagnétiques. La durée typique des sous-orages est d'environ une heure, et ils se produisent à intervalles plus ou moins réguliers de quelques heures.

Leur développement peut se décrire en trois phases : la phase de croissance (*growth*), d'expansion (*expansion*), ainsi que la phase de récupération (*recovery*) [McPherron *et al.*, 1973].

Croissance. Cette phase peut se déclencher lorsque la composante en \hat{z} du champ magnétique IMF s'oriente vers le sud : la reconnexion a lieu à la magnétopause, et les lignes de champ sont advectées une à une vers la queue, où la densité d'énergie magnétique augmente. Cette phase a une durée variable, en moyenne trois heures. Dans l'ovale auroral, des structures d'émission lumineuse intermittentes se manifestent : celles-ci sont très minces en latitude, mais couvrent plusieurs degrés de longitude. En raison de leur morphologie, on les nomme *arcs auroraux* (*auroral arcs*). Pendant la phase de croissance, la durée de vie de ces arcs est de l'ordre de la minute. Ils ont une nette tendance à se déplacer vers l'équateur. On parle habituellement de ces arcs comme des pseudo-déclenchements (*pseudo-breakups*).

Expansion. Lorsque le vrai déclenchement survient l'un de ces arcs devient plus brillant. Cette intensification s'accompagne d'une brusque augmentation de l'électrojet qui circule vers l'ouest. L'arc se propage ensuite vers le pôle, et durant la phase d'expansion, devient de plus en plus brillant. Sa structure spatiale se développe. Cette phase dure typiquement de 30 à 50 minutes.

Récupération. À la fin de la phase d'expansion, la brillance commence à diminuer, la région d'émission lumineuse se rétracte peu à peu. Commence ensuite la phase de récupération, qui dure environ une heure. Si les conditions de vent solaire sont favorables, la phase de croissance reprend jusqu'au prochain déclenchement.

Lorsque, advenant des conditions de vent solaire qui ne sont pas propices à la formation de sous-orages, la magnétosphère n'est caractérisée par aucune des phases identifiées ci-dessus, on dit qu'elle est dans un état de latence (*quiet state*).

2.1.1 Mesure de l'indice AE

Les perturbations de l'activité géomagnétique engendrée par les sous-orages laissent une signature dans l'électrojet auroral. Il s'agit donc là d'un indicateur de l'activité aurorale [ex. McPherron, 1995, §13.5.1.4]. Ainsi, plusieurs stations magnétométriques réparties à travers le monde mesurent les variations du champ magnétique créée par l'électrojet auroral. De ces mesures, on soustrait l'intensité du champ moyennée sur une période d'un mois pour évaluer l'ampleur de l'activité géomagnétique. Davis et Sugiura (1966) définissent quatre mesures de l'électrojet auroral :

AU : la mesure minimale à un instant donné enregistrée par l'ensemble des stations

AL : la mesure maximale à un instant donné enregistré par l'ensemble des stations

AE : la différence d'entre les valeurs maximales et minimales, $AE = (AU-AL)/2$. On le désigne par indice AE (*AE index*), et c'est l'indicateur le plus utilisé pour l'activité aurorale. À ne pas confondre avec AE (*auroral electrojet*), qui se rapporte au courant lui-même.

AM : la moyenne entre les valeurs maximales et minimales.

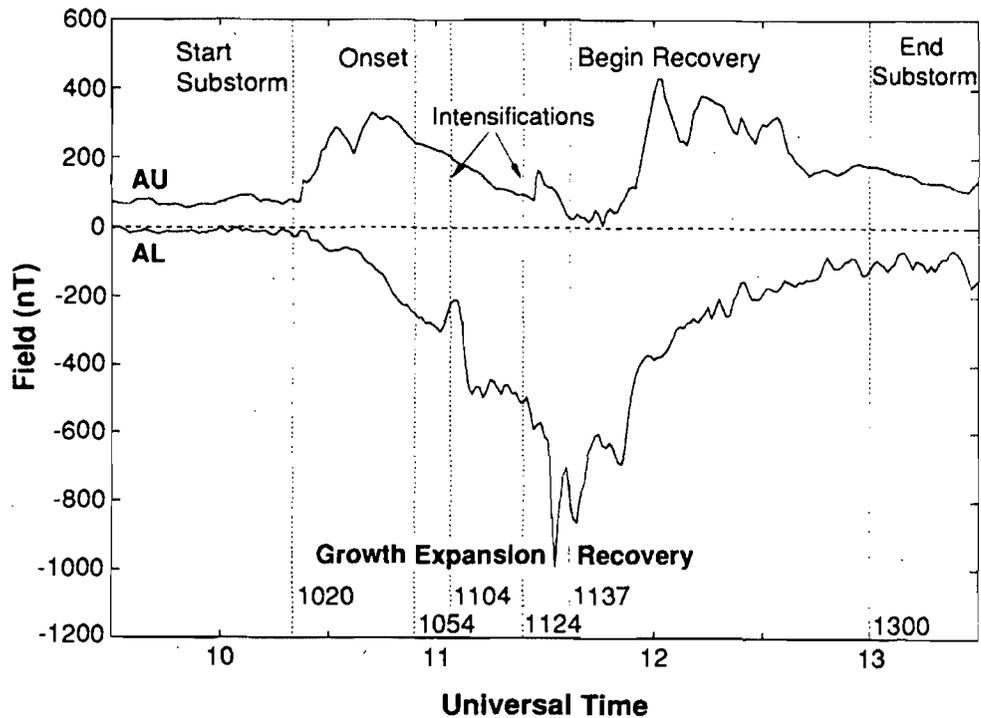


FIG. 2.1 – Perturbations à l'indice AE pendant un sous-orage [McPherron, 1995, §13.5.2.1]

Les mesures de ces champs magnétiques constituent donc une séquence temporelle indiquant l'amplitude du courant électrojet, et sont à l'activité géomagnétique ce que les sismographes sont à la séismologie.

L'indice AE est une mesure très répandue pour l'activité géomagnétique dans la communauté scientifique. Les séquences temporelles ont été analysées sous plusieurs coutures. L'intérêt de cette mesure est qu'elle est relativement simple à obtenir (à partir du sol), et précise (quelques centièmes de nanoTesla). Elle ne demande pas d'instrumentation démesurée, si bien que de nombreuses stations ont été installées un peu partout à travers le monde.

Les sous-orages laissent dans l'indice AE une signature claire : une brusque chute, suivie d'une remontée vers la valeur moyenne, remontée qui peut durer de quelques heures à quelques jours [ex. McPherron et Manka, 1985]. Un exemple est montré à la figure 2.1.

Lors d'un sous-orage, des perturbations de l'indice AE se produisent donc avec une forte dépendance spatio-temporelle, si bien que considérer l'information d'une seule station équivaut à planter une sonde en un endroit quelconque au pied des chutes du Niagara, et tenter de déterminer la dynamique globale de l'écoulement à partir de cette seule mesure. Or, tant pour les fameuses chutes que pour l'indice AE, dresser un portrait global exige de disperser les mesures, et tenter d'établir des

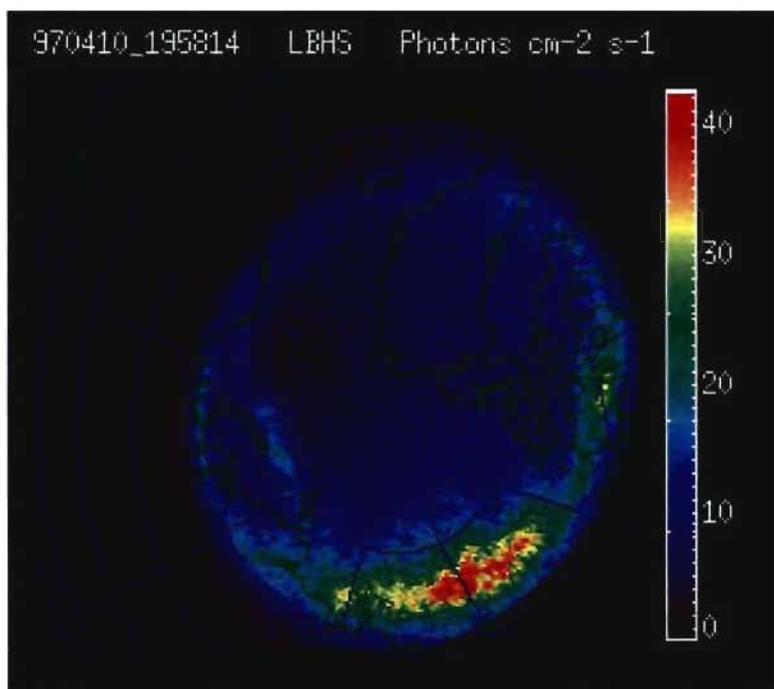


FIG. 2.2 – Mesure spatiale du flux de photons ultraviolets lors d’un sous-orage par POLAR Ultra Violet Imager à 01 :21 HAE le 11 avril 1997 [6]

corrélations entre un événement mesuré à un temps t à une position r et un événement mesuré à $t + \Delta t$ en $r + \Delta r$. C’est dans un souci d’établir une cohérence entre les observations que l’on a dispersé des stations magnétométriques de manière stratégique, comme par exemple à différentes latitudes le long d’un même méridien.

2.1.2 Mesures d’émission lumineuse

Des satellites effectuent des mesures de luminosité en fonction du temps et de la position en couvrant l’ensemble de l’arc auroral. À titre d’exemple, nous montrons ici les résultats de mesures prises par deux types d’appareils. La figure 2.2 est une observation faite à partir de l’appareil Ultra Violet Imager (UVI) monté sur le satellite Polar. Il permet une vue d’ensemble du ciel nocturne d’un hémisphère. La figure montre le flux de photons UV mesuré selon la position, et un arc auroral est clairement visible, s’étendant sur l’ensemble du côté nuit, mais restreint en latitude par les limites de l’ovale auroral (60 à 80° environ). Un exemple de mesure prise à partir du sol avec une caméra du réseau THEMIS est montré à la figure 2.3 ; le champ de vision est assez large, et couvre presque la totalité du ciel. La résolution spatiale est dans ce cas nettement meilleure, et l’on distingue les structures multi-échelle des régions d’émission.

Ce développement multi-échelle est une caractéristique fondamentale des sous-orages.

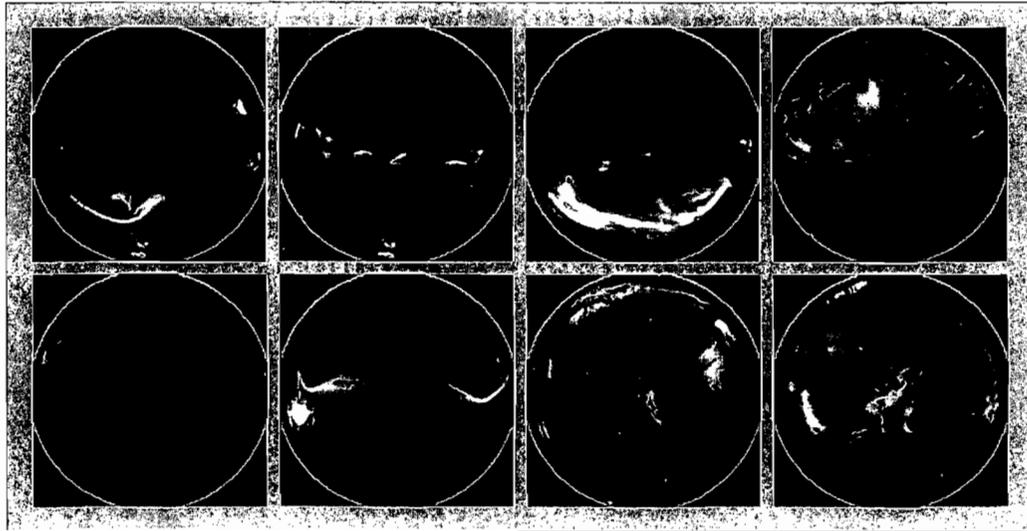


FIG. 2.3 – Photographie du ciel prise à partir du sol par un appareil du réseau THEMIS. Le zénith se trouve au centre de chaque cercle. L'ouverture angulaire des caméras au sol est de 160° [7]

2.1.3 Comportement statistique

Bak, Tang et Weisenfeld (1987) ont montré que pour un système caractérisé par des comportements sur plusieurs échelles caractéristiques, on pouvait s'attendre à une distribution en loi de puissance des observables. De plusieurs manières différentes, ce comportement a été mesuré pour la dynamique magnétosphérique. Mesuré *in situ*, le spectre de puissance des fluctuations de champ magnétique obéit à une loi de puissance sur environ deux ordres de grandeur [Lui *et al.*, 1992]. Les fluctuations de l'indice AE montrent également une loi de puissance sur un peu plus de deux ordres de grandeur [Tsurutani *et al.*, 1990]. Avec une analyse temporelle des données obtenues de l'imageur UV de Polar, Lui *et al.* (2000) démontrent qu'à la fois l'aire et l'énergie dissipée par les événements d'émission aurorale se distribuent en loi de puissance. Avec une analyse spatiotemporelle des mêmes données, Uritsky *et al.* (2002) obtiennent cette fois un comportement en loi de puissance pour l'énergie totale, l'énergie maximale, la taille maximale ainsi que pour la taille temporellement intégrée, et ce sur quatre ordres de grandeurs.

Le comportement en loi de puissance n'est cependant pas parfait : on note un comportement mixte dans les propriétés des sous-orages. Les observations de Lui *et al.* (2000) ont montré l'existence d'une distribution normale pour les plus grandes valeurs du spectre des observables (énergie, aire, puissance). Les sous-orages majeurs auraient, par conséquent, une taille caractéristique, l'invariance d'échelle n'étant pas vérifiée sur tous les ordres de grandeurs. Or, une nouvelle analyse conduite par Uritsky *et al.* (2002) a montré cette fois que les événements les plus énergétiques n'obéissent pas à une loi normale, mais se distribuent selon une loi de puissance dont la pente est moins prononcée que pour les événements de plus faible énergie. La particularité de cette mesure est d'avoir été obtenue à partir d'une analyse spatiotemporelle, alors que Lui *et al.* (2000) n'ont procédé qu'à une analyse

temporelle. Le lecteur est fortement encouragé à consulter Uritsky *et al.* (2002 §2) pour les détails de cette discussion. Il est désormais admis que l'approche spatiotemporelle est celle qui est appropriée pour les mesures d'émission aurorale [Freeman *et al.*, 2000].

Les temps d'attente entre les sous-orages n'exhibent cependant pas cette dépendance en loi de puissance. C'est plutôt avec une période d'un peu plus de deux heures que se produisent les déclenchements des sous-orages [Borovsky *et al.*, 1993].

Il faut comprendre qu'en dépit de cette quasi périodicité, l'émission aurorale demeure intermittente, particulièrement lors de la phase de croissance, et ce même si les conditions du vent solaire sont calmes et stationnaires. Il s'agit là d'un comportement particulier. En effet, pour la plupart des systèmes linéaires, la réaction à une perturbation stationnaire n'est pas intermittente. On peut par exemple imaginer que l'on fait varier brusquement et sporadiquement la température en une extrémité d'un matériau conducteur. La température mesurée à l'autre extrémité ne reflétera probablement pas la dynamique du forçage : on observera des variations plutôt lisses, pour peu que la tige soit assez longue. À la lumière des observations rapportées ci-haut concernant les sous-orages, on se rend compte que la dissipation intermittente en réponse à des mécanismes de forçage stationnaires suggère que nous sommes en présence d'un système fortement non linéaire.

L'augmentation graduelle du courant ou de la pression magnétique peuvent mener le système vers un état métastable : une petite perturbation peut conduire à des instabilités plasma. La section suivante présente un survol de ces instabilités.

2.2 Mécanismes d'instabilités

Considérons d'abord l'exemple pédagogique suivant : on dispose une masse ponctuelle dans l'une ou l'autre des configurations d'énergie potentielle montrées à la figure 2.4. En **A**, on sait d'instinct que la masse oscillera, et que ce ne sera pas le cas en **B**. Pour les deux configurations, on peut écrire une équation du mouvement qui dépend de la position de la masse :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F(x) . \quad (2.1)$$

Si on considère un petit déplacement autour du point d'équilibre x_0 , on peut écrire

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F(x_0) + F'(x)|_{x_0}(x - x_0) + \frac{1}{2}F''(x)|_{x_0}(x - x_0)^2 + \dots$$

Au point d'équilibre, la force est nulle, et par conséquent $F(x_0) = 0$. En terme de $\varepsilon = x - x_0$, et en négligeant les termes d'ordre supérieur on obtient :

$$m \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = F'(x)|_{x_0}\varepsilon,$$

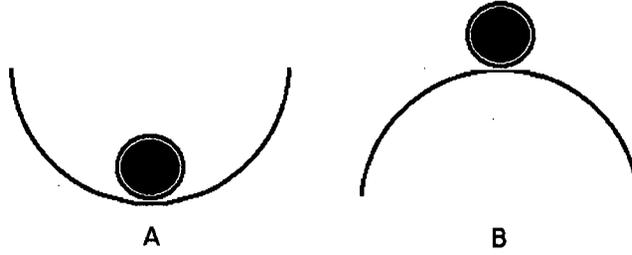


FIG. 2.4 – Masse soumise à un potentiel. **A** Configuration stable. **B** Configuration instable

et la solution

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \exp\left[\sqrt{\frac{F'(x)|_{x_0}}{m}} t\right]. \quad (2.2)$$

On définit habituellement une fréquence $\omega^2 = F'(x)|_{x_0}/m$.

En **A**, si le potentiel est donné, par exemple par

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2,$$

on obtient que

$$F'(x) = -\frac{d^2V}{dx^2} = -k.$$

Par conséquent, on trouve dans cette situation que $\omega^2 < 0$: la masse oscille gentiment autour de son point d'équilibre. Par-contre, dans la situation **B**, $F'(x) = k$, et l'on trouve que $\omega^2 > 0$. La solution pour le déplacement est donc une exponentielle croissante. Dans ce cas, on parle d'équilibre instable, ou tout simplement d'instabilité.

La libération intermittente d'énergie par la magnétosphère laisse croire que les processus par lesquels elle se débarrasse de l'énergie accumulée pourraient être déclenchés par diverses instabilités [Liu *et al.*, 2006a]. Plusieurs phénomènes sont candidats : nous nous contentons de présenter ici les deux instabilités qui sont pertinentes dans le cadre de cet ouvrage. Bien que les autres puissent s'avérer être des mécanismes plausibles, des contraintes sévères nous portent à croire qu'ils ne jouent qu'un rôle de second plan.

2.2.1 Instabilité de ballonnement

Il s'agit ici d'une instabilité purement magnétohydrodynamique, qui peut être considérée comme analogue à l'instabilité de Rayleigh-Taylor [ex. Charbonneau, 2007, §11.3]. Rappelons brièvement de quoi il est question. Soit un fluide de densité ρ_1 placé au-dessus d'un fluide de densité ρ_2 dans un champ de gravité pointant vers le bas. Une onde de perturbation peut déplacer une certaine quantité de fluide ρ_1 dans la même direction que la force gravitationnelle ; la compressibilité lui donnera une densité ρ'_1 relative à sa nouvelle position dans le champ gravitationnel. Si $\rho'_1 > \rho_2$, la nouvelle configuration est alors instable, et l'amplitude des ondes de perturbation croît exponentiellement dans le temps.

Les éléments dominants de la transposition de cette analogie au contexte magnétosphérique sont d'une part les gradients de pressions corpusculaires et magnétiques, et d'autre part la tension produite par la courbure des lignes de champ. Il est légitime de s'attendre à un gradient de pression négatif en $\hat{\mathbf{x}}$, puisque la densité de particules diminue avec r , la distance depuis la Terre. Un gradient de \mathbf{B} est également fort plausible, de par la décroissance en $1/r^3$ (au mieux) du champ magnétique de la Terre. Quant à la courbure des lignes de champ, celle-ci est prononcée dans la CPS, puisque B_x passe d'une valeur négative à une valeur positive sur de courtes longueurs caractéristiques. Si la force de tension magnétique provoquée par la courbure d'une ligne de champ magnétique est suffisante pour contrer la force que produit le gradient de pression sur le plasma, le système sera stable. Mathématiquement, il existe donc un équilibre entre ces trois quantités, qui s'exprime comme [Ohtani et Tamao, 1993] :

$$\frac{\beta}{2}\kappa_p + \kappa_b - \kappa_c = 0, \quad (2.3)$$

où β est le plasma- β , qui se définit comme un rapport entre la pression gazeuse et magnétique :

$$\beta = \frac{2\mu_0 p}{B^2}.$$

Les quantités utilisées dans l'éq.(2.3) s'expriment à partir des valeurs de pression et de champ magnétique à l'équilibre, p_0 et B_0 :

$$\kappa_p = \frac{(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla)p_0}{p_0} \quad (2.4)$$

est une mesure du gradient de pression dans la direction radiale,

$$\kappa_b = \frac{(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla)B_0}{B_0} \quad (2.5)$$

est une mesure du gradient de la magnitude du champ magnétique dans la direction radiale, et

$$\kappa_c = \hat{\mathbf{n}} \cdot [(\hat{\mathbf{e}} \cdot \nabla)\hat{\mathbf{e}}] \quad (2.6)$$

est une mesure de la courbure des lignes de champ. Le vecteur $\hat{\mathbf{n}}$ est normal aux lignes de champ magnétique, alors que $\hat{\mathbf{e}}$ est le vecteur tangent. Notons que les unités de toutes ces quantités sont des $[m^{-1}]$. Ainsi, $1/\kappa_p$ donne une distance caractéristique sur laquelle varie la pression radialement, et l'on trouve l'équivalent pour $1/\kappa_b$. Quant à $1/\kappa_c$, c'est une mesure du rayon de courbure d'une ligne de champ magnétique. Plus le rayon de courbure est grand, moins la courbure de la ligne est prononcée.

Analysons maintenant l'effet d'une perturbation. La figure 2.5 illustre ce phénomène. On considère le potentiel vecteur qui engendre B_z dans le plan équatorial : on doit avoir

$$\mathbf{A} = A(x)\hat{\mathbf{y}}.$$

Ainsi, les courbes montrées à la figure 2.5 représentent des équipotentielles de B_z . On impose à ce potentiel vecteur une perturbation telle que

$$\delta\mathbf{A} = \delta A(y)\hat{\mathbf{x}}.$$

Cette perturbation est périodique en $\hat{\mathbf{y}}$. Dans la limite des grands nombres de Reynolds magnétiques (\mathbf{B} gelé dans le fluide), le plasma subira une perturbation en vitesse $\delta\mathbf{u}$ dans la direction $\hat{\mathbf{x}}$ également.

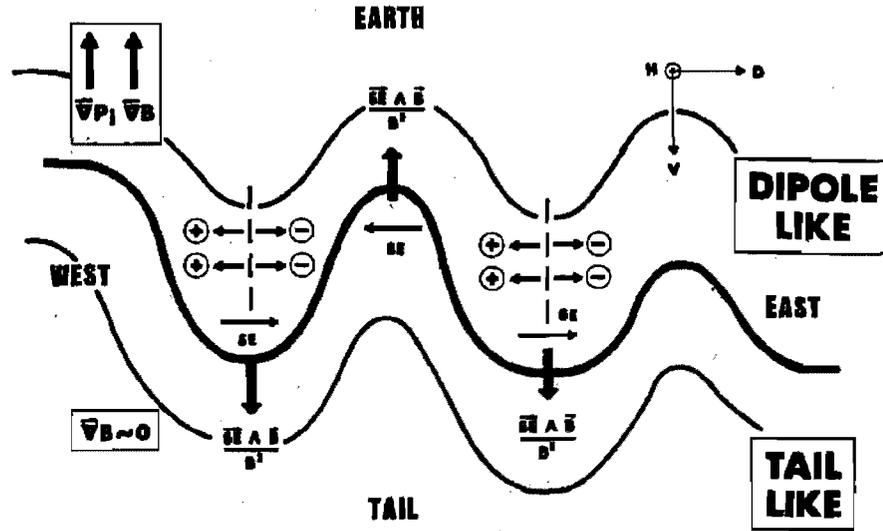


FIG. 2.5 – Schéma de l’instabilité magnétohydrodynamique de ballonnement représentant une section du plan $x - y$ de la queue de la magnétosphère [Roux *et al.*, 1991]

Les régions pour lesquelles δu est positif se déplacent vers la Terre, et se retrouveront ainsi dans un milieu plus dense [8].

Qui dit milieu plus dense dit augmentation de la fréquence de collision entre les quelques atomes neutres de la magnétosphère et les ions. Pour un champ électrique ambiant dirigé en \hat{y} , on trouvera un courant de Pedersen plus important (voir section 1.2.5 ainsi que la figure 1.5 pivotée de 90° vers la gauche pour s’accorder à la géométrie de la figure 2.5). La quantité accrue d’atomes neutres ralentit les ions, provoquant une séparation de charge. Une perturbation $\delta E \hat{y}$ du champ électrique crée ensuite une perturbation par rapport au courant péricaudal ambiant. Par la règle de la main droite, on voit que la force de Lorentz $\delta E \hat{y} \times B \hat{z}$ sera dirigée en \hat{x} , soit dans la direction de δu , faisant ainsi croître la perturbation. Il s’agit donc à première vue d’un mécanisme potentiellement instable.

Dans un calcul rigoureux des rétroactions du plasma suite à une telle perturbation, Ohtani et Tamao (1993) montrent que cette configuration peut s’avérer instable sous certaines conditions bien particulières. Ces conditions diffèrent entre les régions relativement proches de la Terre, où le champ est approximativement dipolaire, et celles situées plus loin dans le feuillet de plasma central, où l’on retrouve une configuration caudale.

Voyons d’abord ce qui se passe au-delà d’une dizaine de rayons terrestres. Dans cette région le gradient de champ magnétique κ_b est négligeable, et Ohtani et Tamao montrent que le critère d’instabilité est

$$\kappa_p > \kappa_c > 0. \quad (2.7)$$

Pour les périodes de latence, des estimations du rayon de courbure donnent que $1/\kappa_c \approx 5R_T$ [Dan-

douras *et al.*, 1986], alors que l'on trouve une distance de variation en $1/e$ d'environ $16R_T$ pour $1/\kappa_p$. Pendant la phase de croissance, on s'attend à un amincissement du feuillet de plasma central, et donc à une augmentation de la courbure κ_c , mais on ne s'attend pas à des augmentations substantielles de κ_p . Par conséquent, on conclut que la CPS, déjà stable pour les périodes de latence, devient encore plus stable lors de la période de croissance. Il est donc fort peu probable que l'instabilité de ballonnement s'y déclenche.

Pour les régions situées entre 5 et $15 R_T$, on adopte plutôt le critère d'instabilité

$$\kappa_p > \kappa_c + \kappa_b . \quad (2.8)$$

puisque le gradient du champ magnétique n'est plus ici tout à fait négligeable. À partir de cette expression, on trouve qu'il est fort improbable qu'une instabilité soit déclenchée pendant les phases de latence. Géométriquement, on constate que la courbure des lignes de champ, κ_c doit augmenter lorsque celles-ci sont comprimées. De fait, on note une variation d'un facteur 2 entre les conditions de latence et de croissance, alors que κ_b demeure à peu près constant [Tsyganenko, 1989]. Cependant, on observe de forts gradients de pression dans cette région lors de la phase active, principalement entre 6 et $9 R_T$ [Pu *et al.*, 1992], ce qui fait que le critère d'instabilité peut être atteint.

De manière générale, on peut également trouver une valeur critique de β favorable à l'instabilité [Liu, 1997] :,

$$\beta > \frac{\kappa_c}{\kappa_p} , \quad (2.9)$$

De fait, pour un κ_c quelconque, augmenter β revient à réduire la magnitude du champ magnétique par rapport à la pression, et donc à réduire la force de tension des lignes de champ, ce qui fait qu'elles sont davantage sensibles au gradient de pression. On pourrait aussi considérer un β et κ_c constants : l'augmentation du gradient de pression pourrait donc conduire à l'instabilité en réduisant la valeur critique.

Pu *et al.* (1992) ont obtenu, pour vingt-deux sous-orages, les conditions qui prévalaient dans la magnétosphère dans les instants précédent le déclenchement. Sur la base de ces nouveaux critères, Ohtani et Tamao remettent ces résultats en perspective. Considérant les valeurs de κ_p , κ_c et κ_b observées ou calculées au déclenchement de chaque sous-orage, ils concluent que plusieurs d'entre eux n'ont pas pu être déclenchés par l'instabilité de ballonnement. Si cette dernière en déclenche, c'est dans une faible proportion. Il doit donc exister d'autres mécanismes de déstabilisation menant au déclenchement des sous-orages.

Malheureusement, il est impossible sur la base des mesures de Pu *et al.* de déterminer la région de déclenchement des sous-orages. Il aurait été intéressant de savoir si, d'une part, les sous-orages déclenchés par l'instabilité de ballonnement l'ont été dans la région prédite par Ohtani et Tamao, et d'autre part de connaître la région de déclenchement des autres sous-orages.

2.2.2 Instabilité sur le courant

L'autre candidat pour déstabiliser la magnétosphère est une instabilité sur le courant, (*current disruption*, ou *current-driven instability*). Lorsqu'une certaine densité est atteinte, la résistivité locale du plasma augmente dramatiquement, faisant ainsi chuter le courant. Il ne s'agit pas ici d'une instabilité MHD, puisque la théorie MHD n'impose pas de limite quant à la magnitude du courant. Les justifications physiques d'un tel comportement existent, mais les présenter ici sortirait du cadre de notre ouvrage. Tout au plus pouvons nous nous contenter de référer le lecteur intéressé à ce sujet à des articles tels que Lui (1995), Lui et Yoon (1996) et Sitnov (2004) qui traitent de ce phénomène avec force d'équations.

Nous avons vu que l'inversion de polarité de B_x de part et d'autre du plan équatorial produit un courant orienté en \hat{y} , le courant péricaudal. Toutefois, nous n'avons pas considéré à la section 1.2.4 l'existence d'un B_z ; celui-ci peut être important autour de $z = 0$. Dans un contexte plus général, on considère donc la forme suivante pour le champ magnétique de le CPS :

$$\mathbf{B} = B_x(x, y, z)\hat{x} + 0\hat{y} + B_z(x, y, z)\hat{z},$$

ce qui donne comme courant :

$$\mathbf{J} = \frac{\partial B_z}{\partial y}\hat{x} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right)\hat{y} + \frac{\partial B_x}{\partial y}\hat{z}. \quad (2.10)$$

Ce champ génère donc également un courant coplanaire au précédent, avec cette fois une composante en \hat{y} .

Lui (1995) résume plusieurs faits qui rendent plausible le déclenchement des sous-orages par l'excitation de l'instabilité sur le courant.

1. Au niveau du plan équatorial, le champ magnétique a essentiellement une composante en \hat{z} . Les mesures de ce champ se trouvent à être du même ordre de grandeur que ce que requiert une instabilité sur le courant.
2. Les mesures *in situ* du courant péricaudal semblent montrer que ce dernier augmente pendant la période de croissance qui précède le déclenchement d'un sous-orage. Il est donc envisageable que le déclenchement se produise lorsque le courant péricaudal franchit un certain seuil.
3. Les temps caractéristiques de la phase d'expansion des sous-orages sont cohérents avec le temps calculé théoriquement pour la croissance de l'instabilité sur le courant.
4. On a observé, près des régions de déclenchement des sous-orages, des ondes électromagnétiques prédites par la théorie de l'instabilité sur le courant.
5. Le déclenchement des ces instabilités, tout comme celui des sous-orages, n'est pas corrélé à une signature du comportement du vent solaire : des conditions stationnaires peuvent provoquer l'instabilité sur le courant et déclencher la formation de sous-orages.

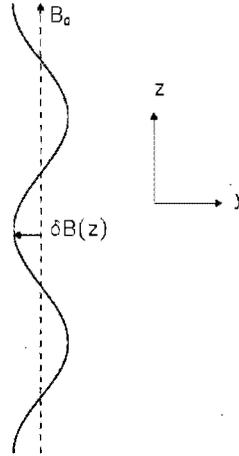


FIG. 2.6 – Onde d’Alfvén. B_0 représente une ligne du champ dipolaire de la Terre, au niveau de la CPS. La direction vectorielle de la perturbation est en \hat{y} , et elle est périodique en z .

6. Les régions de déclenchement des sous-orages correspondent aux régions dans lesquelles sont susceptibles de se déclencher l’instabilité sur le courant.

2.3 Couplage magnétosphère-ionosphère

Il existe probablement quelques autres instabilités susceptibles de perturber l’état d’équilibre de la magnétosphère. Affirmer avec certitude le rôle de l’une ou l’autre est cependant ardu, de par les limitations observationnelles qu’impose le caractère multi-échelles des mécanismes. Leur effet global est cependant habituellement le même : une onde de perturbation, qui croît dans le temps.

On le sait, les aurores boréales sont causées par l’afflux d’électrons dans l’ionosphère : ces derniers percutent avec des énergies de quelques keV les atomes neutres de l’ionosphère [Chua *et al.*, 2001]. En retombant dans leur état d’excitation fondamental, ils produisent de l’émission lumineuse à la longueur d’onde caractéristique de la transition. Cependant, la vitesse avec laquelle les électrons sont projetés vers la Terre est substantiellement plus élevée que leur vitesse thermique, ce qui signifie qu’un processus doit les accélérer le long des lignes de champ magnétique.

On retrouve un candidat tout désigné pour cette tâche avec les ondes d’Alfvén¹. Soit un champ magnétique constant dans l’espace dirigé en direction \hat{z} soumis à une perturbation périodique dans la direction \hat{y} donnée par $\delta B_y(z)$ (figure 2.6). L’équation du champ perturbé est :

$$\mathbf{B} = B_0 \hat{z} + \delta B_y(z) \hat{y}.$$

¹Une description des ces ondes magnétohydrodynamiques peut être trouvée dans les notes de cours de PHY6795 [Charbonneau, 2008, §1.8], ainsi que dans Choudhuri (1998, §14.5).

En vertu de la loi d'Ampère, cette perturbation donne naissance à un courant

$$\mathbf{J} = -\frac{\partial \delta B_y}{\partial z} \hat{\mathbf{x}}.$$

Géométriquement, on voit que l'effet d'une telle perturbation est de créer un courant perpendiculaire aux lignes de champ. Il est cependant possible que l'onde se propage obliquement par rapport à $B_0 \hat{\mathbf{x}}$, dans quel cas il y a compression des lignes de champ, et $\delta B_y(z) \hat{\mathbf{y}} \rightarrow \delta B_y(x, z) \hat{\mathbf{y}}$, ce qui engendre une composante du courant en $\hat{\mathbf{z}}$ que l'on nomme *field aligned current* (FAC). Ce sont ces courants qui seraient à l'origine de l'accélération des électrons. Hasegawa (1976) propose cette idée comme mécanisme pour l'accélération des électrons, et présente un processus selon lequel des ondes de perturbation MHD de dimension macroscopique peuvent engendrer ces ondes d'Alfvén de dimensions microscopiques - accrochez-vous, c'est pas de la tarte!

Ce couplage n'est pas encore tout à fait compris, mais il est fondamental à la formation des sous-orages. Il sera intéressant cependant de retenir ici cette conclusion : il existe entre les perturbations de la magnétosphère et l'accélération des électrons un processus de couplage non linéaire et non magnétohydrodynamique qui fait en sorte que de l'énergie est extraite de la magnétosphère et transmise aux ions sous forme d'énergie cinétique. Ceux-ci, par la force de Lorentz, suivent les lignes de champ jusqu'à l'ionosphère [ex. Lui, 2000, équation 4]. Il ne serait pas insensé que ce transfert d'énergie se fasse localement, c'est-à-dire qu'il agisse sur les électrons situés à proximité de la région d'instabilité. Si cette affirmation peut sembler triviale, nous verrons plus loin que c'est une supposition importante.

3 Systèmes à criticalité auto-réglée

Décrire un gaz macroscopique avec les outils de la mécanique classique n'est pas chose facile. En effet, on sait fort bien que pour connaître l'évolution exacte d'un ensemble d'environ 10^{23} particules, il nous faut le double d'équations (position et vitesse pour chacune) ainsi que les conditions initiales correspondantes. Qui plus est, ces équations sont couplées entre elles. Avec beaucoup de patience, il serait donc possible de connaître avec précision la position et la vitesse de chacune des particules à tout instant.

L'approche par la mécanique statistique tentée par Boltzmann vers la fin du XIX^e siècle aura eu des impacts considérables. Désormais, il n'est plus nécessaire de traiter les constituants individuellement : on peut les considérer comme un tout. L'état d'un système est par conséquent déterminé par un ensemble de quelques paramètres, dont la pression, la température, le volume, etc. Cette représentation macroscopique a un prix : la perte d'une quantité considérable d'information à propos du système, à savoir celle concernant principalement les degrés de liberté individuels des particules.

On le comprend, la magnétosphère terrestre est un système passablement compliqué. Turbulente, hors-équilibre, non linéaire, elle est en plus le siège de couplages entre des processus physiques qui possèdent parfois des échelles caractéristiques fort différentes : les mouvements individuels des ions peuvent engendrer des structures ordonnées pouvant atteindre la taille du système. Une approche purement magnétohydrodynamique ou purement corpusculaire est insuffisante puisque chacune d'elle ne rend compte de la physique que sur des échelles - temporelles ou spatiales - typiques.

Nous présentons ici une introduction à l'autre aspect important de ce projet, à savoir l'étude des systèmes critiques. Pour un traitement plus approfondi du sujet, nous encourageons le lecteur à se référer à Jensen (1998) ou Sornette (2004, §15). Le concept de criticalité est d'abord survenu dans l'étude des changements de phase des systèmes thermodynamiques ; ainsi, pour plus de détails sur le sujet, consulter Domb (1996, §1), Herbut (2007, §1), ou encore Cardy (1996, §1), cette fois pour une approche plus qualitative.

3.1 Invariance d'échelle

Tel que présenté plus tôt, les données d'émission aurorale des sous-orages rendent compte d'un phénomène bien particulier : les statistiques des énergies, puissances, aires et durées de ces événements suivent des lois de puissance sur plusieurs ordres de grandeurs, c'est-à-dire se comportent comme $x^{-\gamma}$ [Uritsky *et al.*, 2002]. Un système qui obéit à une telle relation est dit *invariant d'échelle* : on ne peut y définir une taille caractéristique.

Une taille caractéristique est simplement une mesure quelconque d'une dimension typique. Par exemple, si l'on mesure la longueur d'une population de cornichons, on trouvera que le spécimen moyen mesure environ une dizaine de centimètres. Le cornichon n'est donc pas invariant d'échelle. Plus formellement, si $f(x)$ est une fonction donnée dérivable en tout point, et que k est un entier quelconque, on trouvera que

$$\frac{f(kx)}{f(x)} = g(x) \quad (3.1)$$

pour un système qui possède une échelle caractéristique.

Dans le cas du cornichon, on peut poser que $f(x)$ est la fonction de distribution de probabilité de la taille : une forme plausible serait donc $f(x) = e^{-(x-a)^2}$. On peut se convaincre que la relation 3.1 est vérifiée, et que le cornichon possède mathématiquement une échelle caractéristique. On peut aussi interpréter l'équation précédente de telle manière : si $f(kx) = g(x)f(x)$, c'est donc dire qu'une multiplication par un scalaire n'a pas le même effet pour tous les x .

Maintenant, oublions les cornichons, et prenons une fonction telle que $f(x) = x^\gamma$. On voit que $f(kx) = k^\gamma x^\gamma$, et que le quotient ne dépend pas de x . La fonction f pourrait très bien être, par exemple, la gravité. Pour une source dont on ignore la masse, il est impossible de calculer sa distance sur la base d'une comparaison entre des mesures effectuées à des distances x_1 et x_2 (pensez-y !). Ainsi, dans sa forme classique et newtonienne, la gravité est une fonction qui ne possède pas d'échelle caractéristique.

Semblable dépendance en loi de puissance possède un intérêt en ce sens que plusieurs systèmes physiques montrent de tels comportements pour leurs observables respectifs. Un exemple familier : le tremblement de terre. L'échelle de Richter classe la magnitude des séismes en leur attribuant une valeur de 0 à 9 sur une échelle logarithmique : un tremblement de terre de magnitude 4 est donc dix fois plus puissant qu'un tremblement de terre de magnitude 3. Il s'avère que la fréquence des secousses sismiques se distribue selon une loi de puissance en fonction de la magnitude, avec un exposant $\gamma = -0.94$.

Une relation aussi simple peut étonner, d'autant plus que les processus physiques sous-jacents résultent fort probablement de l'action d'un grand nombre de degrés de liberté. Frictions des plaques, poussée de la part des écoulements, tension accumulée, etc. De plus, les tremblements de terre montrent une séparation d'échelle entre le temps d'accumulation et de libération d'énergie du fait que les durées

des secousses sismiques sont habituellement petites par rapport au temps d'accumulation de la tension entre les plaques. Enfin, on peut s'imaginer que les contraintes mécaniques s'accroissent dans le temps de manière constante : la libération d'énergie est, quant à elle, intermittente. Il est remarquable que macroscopiquement, l'observable produit par ces interactions, à savoir la fréquence en fonction de la magnitude, se distribue en une loi simple.

3.2 Tas de sable

Bak, Tang et Weisenfeld (1987) proposent, avec le modèle du tas de sable, une approche novatrice qui est alors l'initiatrice d'un mouvement entier dans le domaine de la physique non linéaire. Simple et intuitif, ce modèle introduit cependant un nouveau paradigme pour rendre compte de la complexité qu'exhibent plusieurs observables dans la nature. Il est certainement pertinent de le présenter ici.

Connu sous le nom de *BTW-sandpile*, il consiste en un réseau de $N \times N$ cellules en deux dimensions. On y ajoute du sable, un grain à la fois, et quatre étapes dictent la dynamique du système.

1. À chaque pas de temps, un grain de sable est ajouté à une cellule choisie au hasard. Ainsi, si $h_{i,j}^t$ représente le nombre de grains de sable dans la cellule i, j au temps t , on a donc

$$h_{i,j}^{t+1} = h_{i,j}^t + 1.$$

2. L'ajout de sable se poursuit jusqu'à ce que le nombre de grains de sable contenus dans une cellule quelconque i, j soit plus grand qu'une valeur critique préalablement établie, z_c
3. Si $h_{i,j} \geq z_c$, quatre grains de sable sont retirés de ladite cellule :

$$h_{i,j} = h_{i,j} - 4.$$

Un grain est redistribué à chacun des quatre voisins

$$h_{i\pm 1, j\pm 1} = h_{i\pm 1, j\pm 1} + 1.$$

4. Ce faisant, il est possible que la cellule $i \pm 1, j \pm 1$ devienne instable à son tour. On refait donc l'étape 3 jusqu'à ce le nombre de grains de sable dans chacune des cellules soit inférieur à z_c .

On voit bien que la répétition de l'étape 3 peut conduire à une déstabilisation de nombreuses cellules : transférer un grain au voisin peut le rendre instable, *et sequentes* jusqu'à ce que toutes les cellules redeviennent sous-critiques. Dans le jargon, on parle alors d'une *avalanche*. Le sable déboule, littéralement.

En dépit de son apparence naïve, ce modèle exhibe cependant un comportement complexe¹. En effet, la distribution de la taille des avalanches - le nombre total de grains de sable impliqués dans

¹Dans l'ensemble de ce texte, toute référence au terme *complexité* ou à ses racines suppose la complexité au sens mathématique du terme, à savoir l'état caractéristique d'un système dont les possibilités d'interaction réciproques entre ses constituants sont nombreuses. Lorsqu'il sera question par exemple, d'une difficulté, on utilisera plutôt le terme *compliqué*.

une avalanche donnée - se comporte comme une loi de puissance sur quelques ordres de grandeurs, signifiant une absence de taille caractéristique. Une petite avalanche se comportera donc exactement comme une grande. Au niveau du modèle, elles sont décrites par la même physique, et ce même si leurs tailles sont séparées par plusieurs ordres de grandeurs. On comprendra que cette affirmation est vraie sous deux conditions : premièrement, que les avalanches soient plus petites que la taille N du système, pour ne pas être contraintes par les bords. Deuxièmement, qu'elles soient relativement plus grandes que la taille d'une cellule, pour ne pas ressentir les effets du maillage fini.

Avec le modèle de tas de sable, Bak, Tang et Weisenfeld introduisent l'idée de la *criticalité auto-régulée*, ou SOC (*self-organized criticality*). Nous reviendrons sous peu à l'explication des termes de ce concept, mais il est pertinent d'en souligner les principaux aspects.

Grossièrement, les deux caractéristiques principales d'un système SOC sont la distribution en loi de puissance (aussi appelé *bruit en 1/f*, où f est la fréquence) et la création de structures fractales [Bak, Tang et Weisenfeld, 1987]. Ces dernières peuvent être regroupées dans une catégorie plus générale, à savoir l'invariance d'échelle. Qui plus est, l'état SOC est plus susceptible d'être atteint dans des systèmes dits *slowly driven, interaction-dominated threshold* (SDIDT) [Jensen, 1998, §6.1]. Comme le nom le dit, ces systèmes sont soumis à un forçage lent, et possèdent un seuil sous une forme ou une autre. La dynamique est dominée par les interactions. Pour le tas de sable, on voit clairement que le forçage lent est l'ajout d'un grain de sable sur une cellule aléatoire à chaque pas de temps. Le seuil est quant à lui simplement z_c , la hauteur critique. Toute la dynamique du système se joue dans les interactions entre voisins immédiats.

Il s'avère que le paradigme SOC peut s'appliquer à une gamme extraordinairement variée de systèmes qui n'ont en apparence rien en commun, si ce n'est que de pouvoir être considérés SDIDT à un quelconque niveau. Suite aux travaux de Bak, Tang et Weisenfeld, on note une certaine effervescence dans le domaine, alors que plusieurs tentent d'expliquer des phénomènes complexes à l'aide de variations du modèle original du tas de sable. Bak et Sneppen (1993) se penchent sur les lois de l'évolution. Olami, Feder et Christensen (1992) bâtissent un modèle pour expliquer les tremblements de Terre. Un modèle de feux de forêts est élaboré par Drossel et Schwabl (1992). Lu et Hamilton (1991) travaillent sur les éruptions solaires. Même les fluctuations des marchés boursiers sont décrits par des modèles SOC [ex. Stauffer et Sornette, 1999]. Du côté expérimental, Frette *et al.* (1996) montrent que pour des piles de riz, les avalanches se distribuent en loi de puissance.

3.3 Renormalisation

Une aspiration tout à fait légitime dans la construction d'un modèle mathématique est sa précision. Dans le cas de la résolution d'une équation par différences finies, on discrétise habituellement un domaine spatial L en N éléments Δx mesurant chacun L/N . Pour augmenter la précision du calcul, on peut simplement augmenter N , et ainsi diminuer Δx , faisant un compromis entre le temps de calcul

et la précision recherchée. Dans le cas des modèles SOC cependant, la mécanique des calculs, bien que simple et ne consistant habituellement qu'en des additions, ne revient pas à discrétiser une fonction sur un espace donné. Et un tel changement d'échelle est alors plus ardu.

Bien qu'il ne s'agisse pas de l'exemple le plus simple, il est instructif de présenter sommairement le formalisme introduit par Vespignani *et al.* (1995). Il permet de bien cerner l'effet des changements d'échelle dans les automates cellulaires. Nous l'appliquons ici au *BTW-sandpile*, bien que le concept demeure le même d'un modèle à l'autre. Nombre de détails se retrouvent dans Jensen (1998) : nous nous résumerons ici à l'essentiel.

Supposons donc un réseau k en deux dimensions contenant un nombre arbitrairement grand de cellules identiques dont la mesure du côté est a . On veut maintenant passer à une échelle spatiale différente, et à partir du réseau k , on regroupe les cellules voisines quatre par quatre afin de former des super cellules dont le côté mesure maintenant $2a$. Ce réseau est désigné par $k + 1$ (figure 3.1) La lettre k se réfère à l'échelle du réseau. Un tel processus de fusion des cellules se désigne par *coarse-graining* : ce terme est ici traduit par *péricytogénèse*, puisque l'on forme de nouvelles cellules avec les voisines.

La particularité est qu'une redistribution se produisant entre deux cellules k peut demeurer à l'intérieur d'une cellule $k + 1$, c'est à dire qu'aucun sable n'est transféré au voisin situé de l'autre côté de la ligne en gras du réseau k (figure 3.1). Il ne se produit donc aucun transfert de sable dans $k + 1$. Si, en revanche, la redistribution au niveau k se fait, en partie ou en totalité, de part et d'autre de la frontière (ligne en gras), il se produit au niveau $k + 1$ un transfert de sable entre les deux super-cellules correspondantes.

Le but de l'exercice est de considérer tous les processus qui peuvent transférer du sable aux voisins, et de leur associer une probabilité. Par exemple, considérons que le niveau k est le niveau fondamental, contenant les cellules définies dans la structure du réseau. Supposons qu'on implémente dans la dynamique du modèle une redistribution équiprobable du sable à un seul des quatre voisins chaque fois qu'un noeud est instable. Au niveau $k + 1$, deux de ces voisins se trouvent à l'extérieur de la super-cellule, alors que les deux autres se trouvent à l'intérieur. La probabilité de redistribuer à l'extérieur de la super-cellule est donc $1/2$. De ceci, on cherche à obtenir une relation de la forme [ex. Jensen, 1998]

$$p_{k+1} = f(p_k) , \quad (3.2)$$

où p_{k+1} est la probabilité de redistribuer à une cellule du niveau $k + 1$, et $f(p_k)$ est une fonction tenant compte de tous les processus de redistribution au niveau k .

Connaissant p_{k+1} , on peut calculer p_{k+2}, p_{k+3}, \dots , où la relation donnée par l'éq.(3.2) s'applique, avec une fonction f propre à chaque niveau. En effet, si la redistribution se faisait vers un seul voisin à la fois au niveau k , cela n'est plus nécessairement vrai pour les autres niveaux. Rigoureusement, on nomme cet objet f un *groupe de renormalisation* : il nous indique les modifications à apporter au système pour le considérer sous une nouvelle échelle.

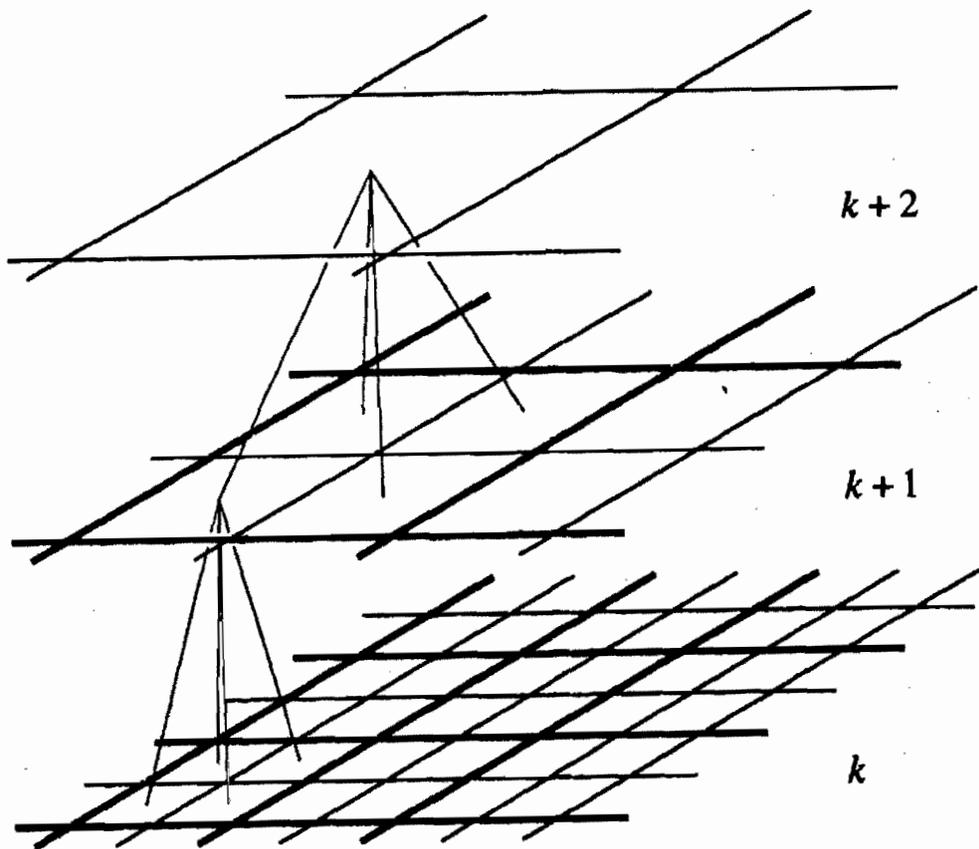


FIG. 3.1 - Péricytogénèse vers des maillages de plus en plus grossiers (*coarse-graining*). La fusion de quatre cellules au niveau k forme une seule cellule au niveau $k + 1$ [Jensen, 1998, §5.5.1]

De manière générale, il peut exister un point fixe dans l'espace des paramètres de f pour lequel $p_{k+1} = p_k$. Ce point est désigné comme un *point critique*. Son existence a été démontrée numériquement à partir de deux modèles de tas de sable ayant chacun des règles de redistribution fort différentes [Vespignani *et al.*, 1995]. Lorsque $k \rightarrow \infty$, les probabilités de redistribution en direction des différents voisins ne varient plus ; qui plus est, les deux modèles donnent exactement les mêmes valeurs pour ces probabilités, et ce même s'ils ont des règles de redistributions différentes. À ce point fixe, le système est invariant d'échelle : fusionner des cellules pour produire un réseau de niveau $k + 1$ ne change rien à la dynamique du système puisque les probabilités de redistribution ne varient plus avec l'échelle considérée.

En fait, c'est l'invariance d'échelle elle-même qui permet l'existence de ce point critique. Pour s'en convaincre, imaginons que les phénomènes de redistribution dans le système possèdent une échelle caractéristique, que nous désignerons par l_0 . Celle-ci laisse sa signature dans le processus de renormalisation : le comportement change drastiquement dès que la taille des cellules devient supérieure à l_0 , puisque les probabilités de redistribution deviennent dès lors minimales, voire nulles. Une échelle caractéristique associée au phénomène ne permettrait donc pas d'atteindre un point fixe autre que la solution triviale. Si toutefois $l_0 \rightarrow \infty$, la seule taille caractéristique en jeu est la taille a des cellules constitutives - pour lesquelles les règles de redistribution sont fixées. La dynamique des ensembles de plus en plus grands ressent de moins en moins les effets du maillage fini, et l'on peut converger vers un point fixe puisqu'avec $l_0 \rightarrow \infty$, on voit la même chose peu importe la distance à laquelle on se trouve du système.

L'appellation «point critique» est calquée sur la mécanique statistique : dans un système en changement de phase, une petite perturbation locale peut se propager au système tout entier par le biais d'interactions avec les voisins [ex. Sornette, 2004, §9] ou [ex. Cardy, 1996, §1], par exemple lors de l'alignement des spins près du zéro absolu. C'est donc en raison de cette dénomination qu'est utilisé le terme «critique» dans l'appellation SOC.

Quant au terme «*self-organized*» on remarquera, tel que mentionné précédemment, que pour peu que les règles de redistribution soient conservatives, des systèmes bien distincts peuvent converger vers le même point critique. Dans le cas des systèmes SOC, le point critique est alors un attracteur : la criticalité s'organise d'elle-même en fonction des paramètres libres choisis. Il faut cependant être prudent : une dynamique stationnaire ne représente pas nécessairement un point critique. Dans le modèle de *BTW-sandpile*, on peut atteindre une dynamique stationnaire (quantité de sable moyennée sur une période assez longue) peu importe les conditions initiales (fonction de distribution initiale de sable). Si cela s'observe habituellement dans les systèmes SOC, il ne s'agit pas là d'une caractéristique qui leur est exclusive.

Comme on l'a vu plus haut, le comportement des observables aux environs d'un point critique peut se décrire avec des lois de puissance, étant donné l'absence d'échelle caractéristique. Dans le modèle des tas de sable, l'observable qui obéit à une loi de puissance est le nombre de grains redistribués.

Et puisque le point critique est un attracteur, nous sommes bel et bien ici en présence d'un système SOC.

3.4 Application à la magnétosphère

Certains liens peuvent être faits entre la magnétosphère et le tas de sable. D'abord, dans les deux situations, les observables se distribuent en loi de puissance. Ensuite, selon les modèles dynamiques de la magnétosphère présentés au chapitre 2, on retrouve un forçage lent et un seuil d'instabilité.

Forçage lent. Il est logique que le forçage auquel est soumis le système magnétosphérique se manifeste via le vent solaire. Celui-ci compresse sur elles-mêmes les lignes de champ, induisant un courant orienté est-ouest dans le plan équatorial. Il y a tout lieu de croire que ce processus est relativement lent. L'advection d'une ligne de champ magnétique de la calotte polaire jusqu'au plan équatorial prend environ une heure [Bagenal, 2009, §13.1.4]. Comparativement, la durée de 90 % des sous-orages est de moins de 30 minutes [Uritsky *et al.*, 2003], alors que les arcs ne persistent que quelques minutes [Akasofu, 1964] et [ex. McPherron *et al.*, 2007]. La séparation d'échelles n'est toutefois pas sans équivoque et, comme nous le verrons plus loin, cela pourrait imposer des contraintes supplémentaires sur un éventuel modèle.

Instabilité dissipative à seuil de déclenchement. L'instabilité sur le courant peut être considérée comme une instabilité sujette à seuil de déclenchement (voir section 2.2.2). Advenant que le courant dépasse un certain seuil, il est ramené localement à une valeur qui se situe en deçà de la valeur critique. Il est raisonnable de penser qu'une telle instabilité pourrait avoir siège dans la queue de la magnétosphère [Liu *et al.* 2006a]. Les échelles temporelles de relaxation sont de l'ordre de 20 secondes [Liu *et al.*, 1991], ce qui est beaucoup plus petit que le temps de forçage. L'instabilité de ballonnement pourrait également être candidate.

3.4.1 Pertinence d'un modèle SOC

La magnétosphère présente donc trois des éléments essentiels aux systèmes SOC, soient le forçage lent, le seuil d'instabilité et le bruit en $1/f$. La représentation SOC est donc plausible. De fait, plusieurs auteurs ont déjà utilisé cette approche, comme on le verra dans le chapitre suivant. Cependant, une certaine retenue s'impose.

Dans bien des situations, l'observable est directement relié au système considéré. Que ce soit le nombre de grains de riz tombés hors de la table lors d'une avalanche, ou encore le nombre d'hectares de forêt affectés par un incendie, l'interprétation des résultats est assez directe. Ce n'est toutefois pas le cas pour la magnétosphère. Le lien entre les perturbations magnétiques caudales et des observables tels que l'émission aurorale ou les variations de l'indice AE n'est pas encore tout à fait compris. Qui

plus est, la composante vB_z du vent solaire, qui joue le rôle de forçage lent dans la plupart des modèles, exhibe un spectre de bruit en $1/f$ dans la durée des fluctuations [Freeman *et al.*, 2000]. Il n'est donc pas trivial de voir comment adapter une variante du modèle du *BTW-sandpile* à la magnétosphère, ni quel contexte physique exact lui donner.

De plus, leur efficacité prédictive est limitée. En effet, un instantané du système à un temps donné ne peut pas permettre de prévoir exactement ce qui adviendra ultérieurement. Dans le modèle du tas de sable, puisque l'incrément d'énergie est ajouté en un endroit aléatoire, il est impossible de savoir quel noeud deviendra instable, et par conséquent quelle sera la taille de la prochaine avalanche. Tout ce que l'on peut conclure est qu'un événement de taille A se produira avec une probabilité P considérant le temps écoulé depuis le dernier événement de taille A .

Cependant, considérer l'approche SOC pour un modèle élimine dès le départ le fardeau d'une somme considérable de détails. La plupart des modèles ne requièrent que deux paramètres libres, à savoir l'incrément d'énergie ajouté par unité de temps, ainsi qu'un seuil critique au delà duquel un site sera considéré comme instable. De par leur simplicité, il est possible de produire des séquences temporelles contenant un grand nombre d'événements, et d'étudier le problème de manière statistique plutôt que de se concentrer sur les caractéristiques des avalanches prises individuellement.

Dans une situation où même les modèles solutionnant directement les équations peinent à fournir des résultats probants en raison notamment des multiples échelles caractéristiques dynamiquement imbriquées, le meilleur modèle pourrait s'avérer être celui qui, tout simplement, reproduit le plus fidèlement les observations. Aussi est-il pertinent d'utiliser un modèle qui soit le plus simple possible, et qui nous permet de rendre compte du maximum d'observations en utilisant le minimum de paramètres libres. Et puisque les modèles SOC peuvent reproduire des lois de puissance, il s'agit là d'un excellent point de départ.

4 Contributions précédentes

Les propriétés dynamiques internes et les statistiques en loi de puissances des observables de la magnétosphère en font une candidate à l'application du paradigme de la criticalité auto-régulée. Ce chapitre est consacré aux modèles SOC de la magnétosphère, mais traite également de modèles qui, sans être des automates cellulaires ou des modèles se réclamant SOC, tentent une approche phénoménologique en n'utilisant qu'un nombre restreint de degrés de liberté.

Il est reconnu que les sous-orages sont fort probablement le fruit de processus d'accumulation/libération d'énergie dans la magnétosphère [ex. Rostoker *et al.*, 1987]. Le modèle Near Earth Neutral Line (NENL) [McPherron, 1995, §13.6.6] propose que la reconnexion des lignes de champ dans la queue (configuration ⑥ à la figure 1.2) éjecte de la masse depuis la magnétosphère sous forme d'un plasmioïde (configuration ⑦). La tension magnétique ramène vers la Terre les lignes de champ qui sont encore connectées au dipôle. Ce mécanisme peut potentiellement provoquer des sous-orages.

On retrouve dans [Baker *et al.*, 1990] une analogie intéressante entre les plasmioïdes et les fuites d'eau d'un robinet. On y présente une modification d'un modèle proposé par Shaw (1984) concernant un robinet qui fuit (*dripping faucet*). Celui-ci consiste en un ressort auquel on fixe une masse dont la valeur augmente à un taux constant. Dans le modèle de Baker *et al.*, le ressort se veut représenter la tension produite par les lignes de champ magnétique, alors que la masse représente la quantité de plasma contenue dans la queue de la magnétosphère. Lorsque le ressort atteint une longueur critique, la masse est diminuée selon un taux dicté par la vitesse qu'elle avait lorsque le ressort a dépassé la longueur critique. En tout temps, le mouvement du ressort est amorti, pour tenir compte des diverses dissipations dans la magnétosphère.

Selon l'analogie proposée, la phase d'augmentation de la masse représente la phase de croissance, alors que la phase de diminution de la masse est analogue à la phase d'expansion, déclenchée ici par la libération d'un plasmioïde. Malgré la simplicité du modèle, celui-ci permet d'expliquer comment l'injection d'énergie de manière stationnaire par le vent solaire peut conduire à des libérations périodiques (intermittentes) dans la magnétosphère.

L'idée est menée plus loin par Klimas *et al.* (1992). On considère un circuit électrique magnétosphérique délimité par une boucle de courant en demi-cercle dans le plan $y-z$ dont le contour coïncide

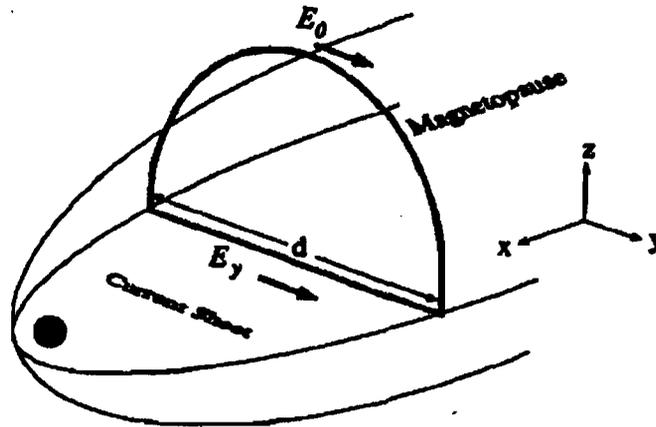


FIG. 4.1 – Circuit électrique schématique montrant la géométrie utilisée par le modèle de Klimas *et al.* (1992). Le forçage externe se fait par le biais de E_0 , et le flux dans la boucle est la quantité sujette à un seuil.

grossièrement avec les limites de la magnétopause, et dont la base est sise en $z=0$ (figure 4.1). Puisque le vent solaire compresse les lignes de champ magnétique vers le plan équatorial, le flux dans la boucle tend à augmenter, générant le champ électrique indiqué par E_0 de manière à contrer l'augmentation de flux. D'autre part, on tient compte de l'advection du plasma vers la Terre : l'aire de la boucle est contrainte à diminuer de par la géométrie de la magnétosphère, ce qui conduit à une diminution de flux. Le champ désigné par E_y doit donc augmenter pour conserver le flux.

Dans une phase de latence, les deux processus devraient se compenser. Toutefois, durant les phases de croissance, il peut exister un déséquilibre, si bien que le flux croît. Lorsque le flux magnétique à travers le circuit dépasse une certaine valeur critique, il y a formation d'un plasmöide et l'on force l'advection de la boucle vers la queue, et ce jusqu'à ce que le flux revienne sous la valeur critique.

L'une des conclusions qu'en tirent les auteurs confirme l'hypothèse selon laquelle la magnétosphère pourrait être un système comportant de très nombreux degrés de liberté mais se situant dans un état de criticalité par rapport à un processus d'accumulation/libération d'énergie. De cette manière, il exhibe un comportement oligodimensionnel, tout comme le modèle présentée par Baker *et al.* (1990). Cela démontre que l'utilisation d'un modèle comportant peu de degrés de liberté n'est pas déraisonnable. Les auteurs apportent une réflexion intéressante quant à sa validité :

«The validity of the analogue [model] can only be judged by its ability to describe correctly as many observed plasma physical and dynamical properties of the magnetosphere as possible. The utility of the analogue [model] lies in its validity combined with its simplicity.»

Klimas *et al.* (1996)¹ poussent un peu plus loin l'étude du modèle de la boucle de Faraday introduit par Klimas *et al.* (1992) en faisant varier temporellement les paramètres du vent solaire par le biais du

¹Il s'agit là d'un article pour le moins impressionnant dans le domaine, puisqu'il fait 25 pages. Cela ne devrait pas

champ électrique à la magnétopause, E_0 , selon trois modes distincts. Dans l'un des modes, le terme source prend une valeur constante pour une durée limitée, de manière à générer un seul événement. À partir du courant péricaudal obtenu du modèle, une fonction de réponse permet d'y faire correspondre une séquence synthétique de l'indice AE [Klimas *et al.*, 1994]. Il s'avère que l'indice AE synthétique obtenu pour une impulsion temporelle du terme source correspond relativement bien aux perturbations observées dans les indices AE lors des sous-orages.

Un mode de forçage stationnaire est également considéré ; on trouve alors que les sous-orages surviennent avec des temps d'attente moyens d'environ une heure, comme obtenu précédemment [Klimas *et al.*, 1994], mais on obtient également que l'amplitude du terme source n'exerce pratiquement aucune influence sur celui-ci. En outre, un forçage dépendant du temps est utilisé, calqué sur les données du vent solaire obtenues par Bargatze *et al.* (1985). En transposant la valeur du courant péricaudal en indice AE, on trouve que la séquence temporelle est assez bien corrélée aux observations.

Chapman *et al.* (1998) utilisent un automate cellulaire en une dimension dans lequel la variable nodale est simplement la hauteur de sable, considérée comme de l'énergie. Un gradient critique est déterminé pour chacune des cellules selon une distribution ajustable. Le «sable» est ajouté à la première cellule seulement. Pour les petits événements, le modèle produit une loi de puissance pour la taille des avalanches, et ce indépendamment des paramètres préalablement fixés pour les gradients critiques, suggérant un comportement SOC. Il existe également une population d'événements de décharge globale qui obéissent à une distribution normale, lesquels se retrouvent dans la plage des plus hautes énergies. Leur temps d'attente montre également une distribution normale. On retrouve donc dans ce modèle simple une coexistence de deux modes de dissipation d'énergie : l'un qui se distribue en loi de puissance, l'autre résultant d'un mécanisme d'accumulation/libération.

Aucune comparaison avec les observations n'est faite dans la discussion de cet article, bien que la distribution des temps d'attente des avalanches du modèle soit similaire à celle obtenue par Borovsky *et al.* (1993) pour les sous-orages. Aucune explication n'est donnée non plus sur la présence de la distribution normale des énergies des événements de décharge, alors que cela ne se manifeste pas dans les observations (en 1998). Il est de leur avis que le manque de points d'ancrage entre le modèle et la physique rend la comparaison douteuse.

Une étude un peu plus approfondie de ce même modèle est faite par Chapman *et al.* (1999), et il est principalement question d'aspects numériques et mathématiques, la physique et le lien avec les observations étant encore une fois limité. On y montre de nouveau que des événements de décharge peuvent coexister avec des avalanches internes qui obéissent à une dynamique SOC.

La lacune principale de cet article est le manque de liens avec les observations. L'obtention d'une population d'événements obéissant à une distribution normale n'est justifiée par aucune observation, et le modèle ne peut pas être considéré comme étant suffisamment réaliste pour considérer ce résultat effrayer le lecteur perspicace qui notera que l'article aborde trois sujets distincts concernant la prédictivité : on y traite de deux méthodes d'analyse. La section sur les modèles analogues se trouve entre les pages 10 et 16.

comme une prédiction.

Une tentative de connexion plus étroite avec la physique est proposée par **Takalo et al. (1999)** avec un modèle dans lequel la variable nodale d'un automate cellulaire en deux dimensions est explicitement le champ magnétique B_z perpendiculaire au plan équatorial. On a vu à la section 2.2.2 qu'un gradient spatial de champ magnétique produit des courants. Dans le modèle de Takalo et al., lorsqu'un courant devient localement plus grand qu'une certaine valeur, une résistivité supplémentaire non MHD est activée. Le champ magnétique est alors reconfiguré de manière à ramener le courant sous la valeur critique. Deux régimes sont étudiés : un forçage constant, ainsi qu'un forçage impulsif et erratique.

Dans le premier cas, les lois de puissance attendues sont obtenues pour les énergies et les temps d'attente des avalanches. Dans le second cas, les incréments impulsifs d'énergie semblent pousser le système hors de son état SOC ; ceux-ci sont presque tous corrélés à de grosses avalanches. Dans tous les cas, les avalanches sont interprétées comme des sous-orages : on voit donc qu'il peut exister deux classes d'événements, les uns réagissant étroitement à des perturbations relativement intenses dans le vent solaire, les autres étant une manifestation intrinsèque d'une magnétosphère qui serait proche d'un état SOC.

L'influence d'un forçage variable est étudiée plus à fond par **Takalo et al. (2000)**. Avec le même modèle que celui présenté dans Takalo et al. (1999), différents types de bruits sont utilisés comme signal de forçage : blanc ($\alpha = 0$), rose ($\alpha = 1$), de même qu'un bruit avec $\alpha = 1.5$ (α est l'exposant de la loi de puissance du spectre du bruit). Dans tous les cas, les conclusions sont semblables : le bruit affecte davantage les événements à basse fréquence (haute énergie) que ceux à haute fréquence (plus basse énergie), que l'on croit être dûs à la dynamique interne de la magnétosphère. On trouve que la pente de la partie en haute fréquence de ces distributions est pratiquement indépendante du spectre de bruit du forçage.

Les conclusions apportées dans le contexte magnétosphérique sont, en résumé :

Dynamique interne \rightarrow hautes fréquences

Variations du vB_z de l'IMF \rightarrow basses fréquences

N'oublions pas que le spectre de vB_z montre lui-même une loi de puissance, qui se transmet donc à l'indice AE dans le spectre des basses fréquences - du moins en partie.

Lu (1995) montre qu'une dissipation intermittente d'énergie est également possible dans les systèmes continus. Une fonction source injecte du flux magnétique dans un système en une dimension représentant l'évolution d'un champ magnétique sous contrainte d'une résistivité variable. La grandeur locale du courant est déterminée par le gradient de champ magnétique. Deux valeurs de résistivité

sont possibles. Grossièrement, celle-ci prend une valeur D_{min} tant que le courant se situe sous un certain seuil β ; elle prend une valeur $D_{max} > D_{min}$ jusqu'à ce que le courant retombe à une valeur de $k\beta$, où $k < 1$.

Une étude plus approfondie de ce modèle est menée par **Uritsky et al., 2001**. Un contexte magnétosphérique lui est également donné : il s'agit d'une tranche du plan $y-z$ dans lequel on considère à chaque cellule un champ magnétique orienté en \hat{x} , qui change de signe en $z = 0$.

Dans l'ensemble, l'annihilation du flux magnétique près de $z = 0$ compense exactement le flux injecté par la source. Le comportement de ces annihilations est invariant d'échelle dans le domaine spatiotemporel, indiquant un comportement SOC du modèle de Lu et Hamilton.

Uritsky et al., 2001a présentent un modèle de tas de sable appliqué au contexte magnétosphérique. Le fonctionnement est très semblable au modèle de *BTW-sandpile*, excepté pour un terme non conservatif : lors de la redistribution vers les voisins, une petite partie du sable est retirée du système.

Une comparaison plus directe est cette fois faite entre le nombre total de sites instables en fonction du temps, $F(t)$, et l'indice AE. On y montre justement la ressemblance entre la signature d'un sous-orage dans l'indice AE et dans $F(t)$ lors du développement d'une avalanche relativement grande dans le système. Les trois phases d'un sous-orage (croissance, expansion et récupération) sont associées à des équivalents dans le modèle : criticalité (SOC) avant l'avalanche, supercriticalité pendant, et sous-criticalité après.

L'influence de la modification du terme source est également étudiée. Une augmentation du terme source est considérée comme analogue à une réorientation vers le sud du B_z de l'IMF : l'advection des lignes de champ s'accroît. Similairement à ce qui est observé dans l'indice AE, on note une augmentation de la valeur $F(t)$, et son comportement est également chaotique. Dans le cas contraire, lors d'un renversement rapide de l'IMF vers le nord, le seuil d'instabilité est réduit d'une petite fraction pendant quelques pas de temps, conduisant à une décharge d'énergie considérable. Les caractéristiques spectrales sont également étudiées sous l'effet des fluctuations naturelles du vent solaire en utilisant comme fonction source les mesures du B_z de l'IMF pour l'année 1978, et un seuil d'instabilité dépendant de la direction de B_z . Tout comme dans le spectre de Fourier des variations de l'indice AE, deux lois de puissance sont observées, celle pour les hautes fréquences ayant une pente plus faible que celle pour les basses fréquences. L'hypothèse d'une origine intrinsèque pour les événements de haute fréquence et d'une origine externe pour les événements à basse fréquence est avancée.

[**Kozelov et Kozelova, 2002**] examinent également l'influence d'une fonction source variable sur le comportement d'un modèle SOC simple représentant le feuillet de courant équatorial dans le plan de la CPS. L'effet de la variabilité du vent solaire est de modifier les valeurs des seuils pour les cellules. Les fluctuations dans le seuil se propagent dans la CPS à partir du côté Terre, le long des frontières ainsi que vers l'intérieur du système, cette fois avec une atténuation proportionnelle à la

distance depuis le bord. On associe également à chaque cellule une valeur $C_t(i, j)$ qui représente en quelque sorte une certaine conductivité ionosphérique qui dépend de la position de la cellule. Cette conductivité est proportionnelle à la quantité d'énergie retirée d'un noeud instable. À son tour, $C_t(i, j)$ influence la quantité d'énergie qui sera retirée de la cellule instable (i, j) à la prochaine instabilité.

Les véritables mesures de B_z sont utilisées comme source au modèle. Une transition d'un mode quasi périodique à un comportement chaotique est observée entre les valeurs plus faibles de $|B_z|$ vers les valeurs plus grandes. L'idée physique sous-jacente à ce modèle est certes intéressante, mais le lien avec les observations est faible, d'autant plus que les conclusions sont restreintes au modèle présenté dans l'article.

Le modèle de **Liu et al. (2006)** (ci-après LC06) constitue une version préliminaire de celui qui est utilisé dans le cadre de ce travail. Alors que les modèles SOC sont traditionnellement caractérisés par un forçage spatialement aléatoire, celui auquel est soumis le modèle LC06 est constant dans le temps, déterministe, et spatialement non uniforme. L'incrément d'énergie dans chaque noeud² décroît en loi de puissance avec la distance depuis la Terre. Ce modèle se veut représenter une région de la CPS entre $x \approx 5 - 15R_T$.

Il s'agit d'un modèle en une seule dimension, dans lequel chaque noeud représente un tube de flux : la variable nodale est la pression moléculaire. Aussi, la fonction source trouve-t-elle sa signification physique dans le modèle de convection de Rice (*Rice Convection Model*, RCM), un hybride assez lourd entre l'hydrodynamique et la physique corpusculaire qui calcule le profil de pression dans la magnétosphère. Il est considéré que le plasma est adiabatique et par conséquent,

$$pV^\gamma = \text{constante.} \quad (4.1)$$

On considère également que le fluide est principalement contraint à l'intérieur de tubes : le V de l'éq.(4.1) se rapporte au volume d'un tube de flux pour lequel

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 1,$$

c'est-à-dire un tube de flux unitaire [ex Lemon et al., 2004]. Dans ce même tube de flux, \mathbf{B} est habituellement normal à la surface $d\mathbf{A}$, et varie peu sur celle-ci, si bien qu'on écrira

$$\int d\mathbf{A} = A = \frac{1}{B}.$$

En fonction de ds , un petit élément de longueur du tube, $V = \int ds/B$, et l'éq.(4.1) s'exprime comme :

$$p \left(\int \frac{ds}{B} \right)^\gamma = \text{constante.} \quad (4.2)$$

On voit donc que lorsque la pression augmente en vertu du RCM, le champ magnétique à l'intérieur des tubes de flux doit lui aussi augmenter d'une certaine manière.

Deux critères de stabilité sont utilisés ici : un critère sur le ballonnement, et un sur le courant. Le premier est le résultat d'une instabilité typiquement MHD introduite à la section 2.2.1, qui est

²Voir la figure 6.1 pour plus de détails sur la distinction sémantique entre les noeuds et les cellules.

déclenchée par un gradient de pression que ne peut balancer la tension magnétique. Le forçage spatialement non uniforme conduit à l'augmentation du gradient de pression, et donc éventuellement à une instabilité.

Quant au critère sur le courant, il dépend de la magnitude du gradient. Une distribution de courant perpendiculaire à $\nabla \times \mathbf{B}$, donc dans le plan $x-y$ s'ensuit. Une trop grande densité de courant peut exciter une résistivité anormale, demandant donc une reconfiguration des champs locaux pour retrouver un gradient tel que le courant soit plus petit. Un faible β , donc un faible champ magnétique élevé ou une pression faible favorisent l'instabilité.

Dans le modèle, la valeur de ces deux critères de stabilité dépend de la position. Leur comportement spatial suit une décroissance en loi de puissance en fonction de la distance depuis la Terre. Les paramètres sont choisis de manière à ce que le critère sur le ballonnement soit plus restrictif dans le premier quart du réseau (près de la Terre), et que l'instabilité sur le courant soit plus restrictive dans les trois quarts restants. Ce choix semble consistant avec les résultats de la section 2.2.1, qui montrent que le critère de ballonnement est plus susceptible de se déclencher près de la Terre que loin dans la queue.

Lors d'une avalanche, une fraction de l'énergie est retirée du site instable ; elle n'est plus considérée comme dynamiquement importante pour la simulation. Elle est toutefois considérée comme un traceur d'activité aurorale : cette énergie quittant le système pourrait être en mesure d'exciter un ou des modes d'Alfvén, accélérant ainsi des électrons vers les régions polaires (voir section 2.3). Pendant les avalanches, le forçage est interrompu (*stop-and-go sandpile*) pour tenir compte de la séparation d'échelle temporelle entre l'accumulation et la libération d'énergie.

La frontière Terre se comporte de manière particulière dans ce modèle : si le site devient instable et redistribue de l'énergie vers la Terre, cette quantité est éjectée du réseau. La valeur du noeud concerné est ensuite remise à zéro. L'éjection d'énergie du côté Terre est désigné par *événement d'injection*.

On trouve que le temps d'attentes des avalanches ainsi que leur énergie suivent des lois de puissance. Quant aux événements d'injection, ils se situent dans le spectre des plus hautes énergies, et possèdent un temps d'attente caractéristique. Tout comme dans les travaux précédents présentés dans ce chapitre, il est montré que la coexistence d'événements périodiques et stochastiques est possible dans un système dont la dynamique s'apparente aux conditions SOC, à la différence que celui-ci est plus étroitement lié à la physique magnétosphérique que ne le furent ses prédécesseurs.

La question de l'influence de la condition frontière du côté Terre sur le déclenchement des avalanches n'est toutefois pas triviale, et quelques questions à ce sujet sont laissées en suspens. De plus, comme on l'a vu à la section 3.4, la séparation temporelle entre les phases d'accumulation et de libération d'énergie n'est probablement pas suffisamment marquée pour que l'approximation du forçage interrompu ne soit valide.

5 Description du modèle

L'objet de ce mémoire consiste en une extension en deux dimensions du modèle LC06 (voir chapitre précédent). Cette extension peut sembler difficile à justifier dans un contexte où, d'une part, le modèle LC06 permet de reproduire le comportement en loi de puissance de certains observables et où, d'autre part, l'interprétation physique des résultats demande la plus grande prudence. Pour un tel modèle, il n'est pas trivial d'évaluer à l'avance l'impact de l'ajout d'une nouvelle dimension spatiale sur sa capacité à générer des observables physiquement plus réalistes. Et pourtant, comme on le verra dans le chapitre 6, cela s'est avéré essentiel.

Dans les sections qui suivent, le modèle sera décrit en grand détail. Le présent chapitre se veut complémentaire aux chapitres 4 et 6, et présente principalement les détails des calculs à implémenter dans le modèle, mais aborde également la question de la signification physique. Nous traiterons ensuite de certains aspects purement techniques et numériques qui méritent d'être abordés ici, ne serait-ce que pour la pérennité. Enfin, nous verrons quels sont les résultats à reproduire.

5.1 Aperçu

Pour fixer les choses, nous présentons immédiatement la mécanique générale. Dans l'ensemble, le comportement est strictement le même que pour le modèle LC06.

1. Définir un réseau de dimension $N \times N$ comptant donc N^2 noeuds. Ces noeuds représentent des tubes de flux magnétique qui traversent le plan équatorial.
2. Ajouter de l'énergie de manière globale, déterministe et spatialement non uniforme de telle sorte que les gradients dans le système augmentent.
3. Si, entre deux noeuds, le gradient outrepassé une certaine valeur, arrêter le forçage, et redistribuer une partie de l'énergie aux noeuds voisins de manière à ramener le gradient à une valeur stable.
4. L'ajout d'énergie sur les autres noeuds peut les rendre instables à leur tour, si tel est le cas, répéter l'étape 3 pour ces noeuds
5. Répéter les étapes 3 et 4 jusqu'à ce que tous les gradients dans le système soient stables
6. Reprendre le forçage

5.2 Arrimage physique

Tel que présenté dans les sections précédentes, la magnétosphère de la Terre est soumise aux contraintes imposées par un vent solaire supersonique, magnétisé, et turbulent. Le lien entre le spectre de puissance de quantités telles que vB_z et la signature en loi de puissance de l'activité magnétosphérique est encore mal compris. La queue de la magnétosphère, cependant, agit comme un filtre spectral : elle absorbe les variations du vent solaire, et réemet son énergie avec un spectre qui lui est propre, signe d'une dynamique interne compliquée et dont la réponse aux perturbations solaire est fortement non linéaire.

Pour comprendre la dynamique, il nous faut autant que possible isoler l'influence des différents mécanismes. Il est envisageable, si la magnétosphère est un système à criticalité auto-régulée, qu'elle puisse générer de manière intrinsèque des observables complexes. Nous simulerons donc l'effet d'un vent solaire stationnaire, ou plus précisément d'un v constant couplé à une composante B_z qui pointe vers le sud pour toute la durée de la simulation. Le but de ce projet n'est donc pas de reproduire fidèlement les observables, mais bien de comprendre ceux que la magnétosphère peut produire d'elle-même.

Garder le vent solaire constant peut cependant se justifier sur la base de données observationnelles. En effet, Tsurutani *et al.* (1990) ainsi que Takalao et Timonen (1994) ont trouvé que pour des fréquences de moins de cinq heures, la signature du spectre turbulent du vent solaire n'est pas détectée dans l'activité magnétosphérique. Ainsi, les événements dont la période est de moins de cinq heures seraient le résultat de la dynamique interne de la magnétosphère.

Tout comme le modèle LC06, celui-ci se veut représenter une section de la CPS située entre 5 et 15 R_T . Cette région, bidimensionnelle en bonne approximation, a été divisée en $N \times N$ noeuds, chacun représentant un tube de flux magnétique qui traverse le plan équatorial. Le système d'axes est défini de manière très semblable au système de coordonnées GSM (voir section 1.2.1). Les tubes de flux sont donc, au niveau du plan équatorial, orientés dans la direction \hat{z} , et leur champ magnétique \mathbf{B} se réduit à B_z . La figure 5.1-(A) montre un aperçu de la géométrie du système.

5.2.1 Forçage et critères de stabilité

Conformément à ce qui est proposé pour le modèle LC06, la pression du plasma varie dans le temps d'une manière déterministe et spatialement non uniforme sous l'effet du vent solaire :

$$p(x, y, t) = p_0(x^{-\gamma} + C_1) \times t, \quad (5.1)$$

où p_0 est un paramètre libre du système, à savoir l'amplitude du forçage. Pour un système SOC, ce nombre doit tendre vers zéro. En raison des contraintes numériques, nous devons cependant utiliser des valeurs finies pour p_0 , mais celles-ci seront plus petites que 10^{-3} . Quant à γ , il s'agit d'un exposant positif qui est lui aussi relativement arbitraire. On fixe $\gamma = 2$, et $C_1 = 0.1$. Comme le modèle vise

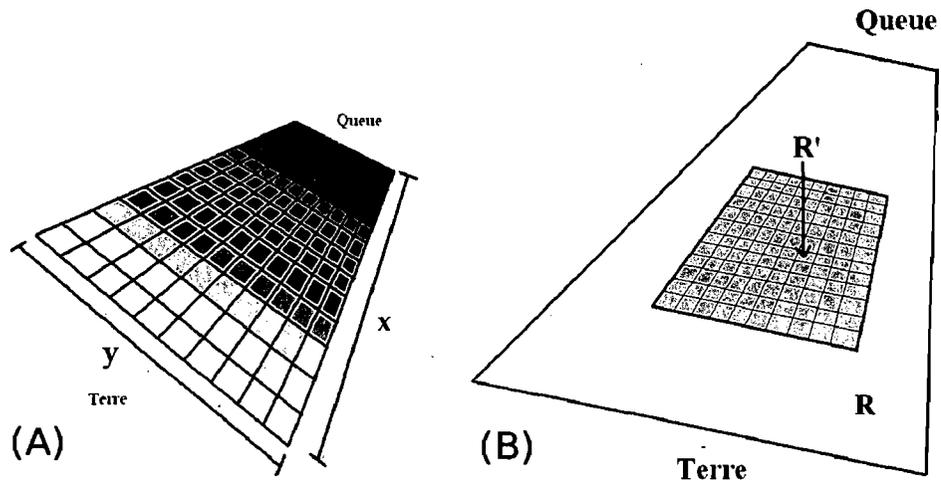


FIG. 5.1 – (A) Géométrie de l’automate cellulaire. Les tubes de flux (noeuds) sont situés aux intersections des lignes du quadrillage. L’axe \hat{z} est normal au plan équatorial. (B) Schéma du domaine de simulation. La région R est la région délimitant physiquement la queue de la magnétosphère, alors que la région R' est un sous-ensemble de R et représente le domaine de simulation. Le figure n’est évidemment pas à l’échelle. Le panneau (B) se réfère à la section 5.3.2

davantage une comparaison qualitative entre les simulations et les observations, il n’est pas légitime à ce stade de se soucier des unités de p_0 .

On voit tout de suite qu’un tel choix pour la fonction de forçage génère, après plusieurs itérations, un profil qui possède une dépendance en $x^{-\gamma}$. Le choix de cette forme n’est pas anodin : nous ne voulons pas introduire artificiellement une échelle caractéristique dans le système.

La pression pourrait croître linéairement et indéfiniment dans le temps sans l’intervention d’une ou plusieurs instabilités plasma. Le modèle LC06 en introduit deux, à savoir l’instabilité de ballonnement (section 2.2.1), et celle sur le courant (section 2.2.2). Il faut cependant garder en tête que tout comme la plupart des modèles SOC, celui-ci incorpore la physique *a posteriori*. De ce fait, l’interprétation qui en est faite peut varier, sans incidence sur le comportement du modèle.

Considérons d’abord l’instabilité de ballonnement. Nous utiliserons l’éq.(2.9) comme critère d’instabilité :

$$\beta > \frac{\kappa_c}{\kappa_p}.$$

Pour comprendre comment l’augmentation de la pression peut conduire à une instabilité, il nous faut déterminer l’influence du forçage sur chacun des termes. Commençons avec le plasma- β , qui représente le rapport entre la pression gazeuse et magnétique. On l’a vu dans le chapitre précédent : comme le plasma est contenu dans des tubes de flux, il existe une interdépendance entre la pression et le champ magnétique. Ainsi, on peut considérer que B_z augmente de concert avec la pression (voir équation 4.2). Le plasma- β demeure donc pratiquement inchangé.

Formellement, la compression des tubes de flux vers le plan équatorial, représentée par l’éq.(5.1),

devrait faire diminuer leur rayon de courbure, et donc faire augmenter κ_c . Comme grossière approximation, on gardera κ_c constant dans le temps. Quant au gradient de pression, calculons-le explicitement à partir de l'éq.(2.4). Selon la géométrie utilisée par Ohtani et Tamao (1993), $\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{x}}$; on trouve donc que

$$\kappa_p = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5.2)$$

et il est clair que sous l'effet du forçage spatialement non uniforme donné à l'éq.(5.1), $|\kappa_p|$ augmente.

Puisque les valeurs de β et κ_c sont constantes dans le temps, on les regroupera dans un seul terme, $\beta_c = \kappa_c/\beta$ [m^{-1}], qui se veut un critère d'instabilité qui tiendra compte de ces deux contributions et qui, malgré le symbole utilisé, n'est pas une mesure équivalente au plasma- β . La condition d'instabilité s'exprimera donc comme

$$\kappa_p \geq \beta_c,$$

et un noeud sera instable relativement au critère de ballonnement si

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \geq \beta_c(x). \quad (5.3)$$

Si l'instabilité de ballonnement est typiquement MHD, l'instabilité sur le courant ne l'est pas, puisque la résistivité prend une valeur qui varie selon la norme du courant. Cette dernière se calcule aisément avec l'éq.(2.10). Dans le plan équatorial, $B_x = 0$ et l'on obtient :

$$|J| = \sqrt{\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)^2}. \quad (5.4)$$

Lorsque la magnitude du courant dépasse $J_c(x)$, un seuil qui dépend de la position, une résistivité anormale peut se déclencher, provoquant la diffusion de B_z de manière à aplanir les gradients.

Considérant les équations (5.4) et (5.3), on constate que l'une des instabilités est déclenchée par un gradient de pression, alors que l'autre est sensible au gradient de champ magnétique. Dans le formalisme des modèles SOC, il se dessine ici peut-être une petite confusion, en ce sens que la signification physique de la variable nodale n'est pas tout à fait la même pour l'instabilité de ballonnement que pour celle sur le courant. Toutefois, n'oublions pas qu'il existe une étroite relation entre la pression et B_z , ce qui implique que l'éq.(5.1) donne également la variation temporelle de ce dernier. Ainsi, bien que la variable nodale soit formellement la pression du plasma, la relation entre p et B_z donnée par l'éq.(4.2) aide à la compréhension conceptuelle des critères d'instabilité puisqu'il est possible de considérer à la fois la pression ou B_z comme étant la variable nodale. Plus simplement, on pourrait aussi considérer que l'éq.(5.1) décrit la variation de la pression totale, qui inclut donc la pression magnétique.

Cependant, dans le but de respecter les dénominations d'usage pour les modèles SOC, nous utiliserons le terme «énergie» pour référer à la variable nodale. On peut faire abstraction de sa signification

physique pour les prochaines sections. De plus, pour accorder les conceptions, nous utiliserons à partir de maintenant E comme symbole de la variable nodale.

5.2.2 Observables

Imaginons que l'on suive une ligne de champ, à partir de la queue de la magnétosphère jusqu'à l'ovale auroral. La position d'une ligne de champ dans la queue correspond, sur Terre, à un point d'ancrage déterminé : les lignes qui sont situées à plus grand x (plus loin dans la queue) sont projetées à plus hautes latitudes, et vice-versa. On peut le constater sur la figure 1.2 pour les lignes ⑦ et ⑧. Dans le modèle, puisque chaque noeud est considéré comme un tube de flux magnétique, on peut donc supposer qu'ils sont projetés de semblable manière sur l'ovale auroral, (x, y) étant relié à un couple latitude-longitude particulier.

Dans le modèle LC06, lorsqu'un noeud devient instable, une petite partie de l'énergie en est retirée, le reste étant distribué aux voisins. Puisque celle-ci ne participe pas explicitement à la dynamique subséquente, on l'appelle *énergie dissipée*. L'un des effets de cette énergie pourrait être d'exciter localement des ondes d'Alfvén, conduisant à l'accélération d'électrons vers l'ionosphère (voir section 2.3). Lors de ce processus, les électrons voyagent le long des lignes de champ. Puisque que chacune des lignes est couplée à une région précise de l'ionosphère, l'accélération d'électrons à partir d'une position donnée les conduirait vers une position déterminée dans l'ovale auroral, y produisant localement de l'émission lumineuse. En faisant le passage en deux dimensions, il est possible de projeter la structure spatiale de l'avalanche sur l'ovale auroral. On peut ensuite considérer que l'avalanche dans le modèle correspond intégralement à une structure d'émission lumineuse dans le ciel.

Nous avons construit des animations de telles projections pour quelques grosses avalanches. Le résultat est visuellement intéressant, et nous invitons le lecteur les consulter [10] pour se faire une meilleure idée de ce qu'implique la projection. La figure 5.2 présente un arrêt sur image de l'animation, et permet de saisir la nature du lien proposé entre les avalanches et l'émission aurorale.

On sait cependant que les processus de couplage ne sont pas aussi simples. Le lien entre l'énergie transmise aux électrons dans la queue par les instabilités plasma et l'intensité lumineuse détectée dans l'ovale auroral est loin d'être trivial. Ainsi, c'est principalement les aspects qualitatifs et les statistiques qui seront comparés aux observations.

5.3 Détails de l'implémentation

Nous utilisons une loi de puissance comme dépendance spatiale pour les deux conditions d'instabilité $\beta_c(x)$ et $J_x(x)$. Tel que démontré dans la section 2.2.1, l'instabilité de ballonnement ne peut pas se déclencher trop loin de la Terre. Ainsi, les exposants sont choisis de manière à ce que β_c soit plus restrictif dans les premiers 25% du système, et que J_c le soit ailleurs. Les profils des critères

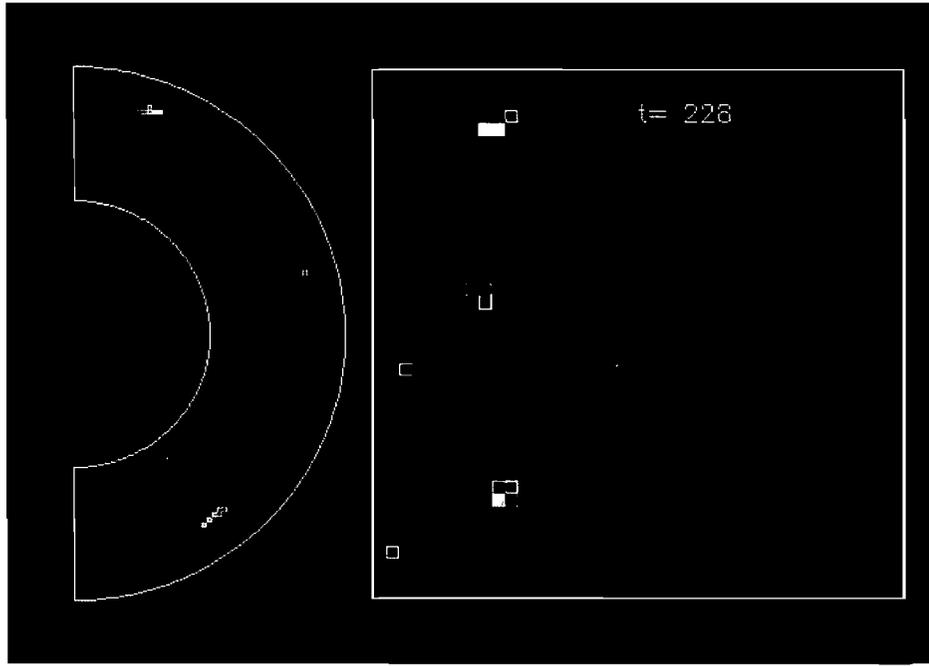


FIG. 5.2 – Projection d’une avalanche sur l’équivalent de l’ovale auroral. Le carré de droite est directement le réseau sur lequel est fait la simulation, et les cellules instables sont colorées. Plus l’énergie dissipée est grande (voir éq.(5.9)), plus la teinte tire sur le blanc. La structure est projetée en coordonnées polaires sur le demi anneau de gauche, représentant l’ovale auroral.

d’instabilité sont décrits par les fonctions suivantes :

$$\beta_c(x) = Ax^{-\gamma-0.5} ; \quad (5.5)$$

$$J_c(x) = 1.5 \times Ax^{-\gamma+0.5} ; \quad (5.6)$$

où nous avons choisi $A = 7.5$.

Tous ces choix arbitraires peuvent sembler hérétiques ; la beauté des modèles à criticalité auto-régulée est que peu importe les choix des paramètres, le système tend de lui-même vers l’état critique. On peut donc modifier les valeurs de γ et A , et l’on retrouvera sensiblement le même comportement, à quelques différences près¹.

Évidemment, dans le cas du système discret que nous utilisons, la quantité continue (x, y) est remplacée par la position du noeud (i, j) . La forme à implémenter numériquement pour les critères de stabilité est donc

$$E_{i+1,j} - E_{i-1,j} > -\beta_c(i) \quad (5.7)$$

pour le critère de ballonnement, et

$$\sqrt{(E_{i\pm 1,j} - E_{i,j})^2 + (E_{i,j\pm 1} - E_{i,j})^2} > J_c(i) \quad (5.8)$$

¹Il est important de remarquer que l’intérêt d’un tel modèle n’est pas de trouver exactement quels sont les paramètres qui donneront les résultats qui s’accorderont le mieux avec les observations, mais bien de trouver sous quelles conditions un comportement qualitativement semblable peut être observé et pourquoi.

pour le critère sur le courant.

5.3.1 Règles de redistribution

Lorsqu'un noeud est détecté comme étant instable par rapport à l'un ou l'autre des critères, il se produit une redistribution locale de l'énergie de manière à ramener la configuration vers un état stable. Le forçage est interrompu pendant que le système se réajuste. Il s'agit donc encore d'une *stop-and-go sandpile*. La figure 6.1 présentée dans l'article illustre bien le processus de redistribution, et le lecteur est invité à s'y référer puisque les détails ne seront pas répétés ici. À noter, il y est aussi question de la distinction entre les noeuds (*nodes*) et les cellules (*cells*).

Les règles de redistribution sont définies comme suit. Soit (i, j) , le k^e site instable à avoir été détecté au temps t . À chaque redistribution, une partie de l'énergie est dissipée :

$$\varepsilon_k(t) = R \times d \times \max[E_{i,j}, E_{i+a,j}, E_{i,j+b}], \quad (5.9)$$

où $a, b = \pm 1$. Le paramètre d dans l'éq.(5.9) est le coefficient de dissipation, pour lequel on choisit des valeurs variant entre 10^{-2} et 10^{-5} . R est un nombre aléatoire tiré d'une distribution uniforme centrée en 1 et bornée par $[0.5, 1.5]$. C'est dans ce dernier paramètre - et dans ce paramètre seulement - que la stochasticité entre en jeu dans le modèle. Tout le reste est déterministe.

La redistribution est faite de telle sorte que l'on retrouve une configuration stable autour du noeud critique. Dérivons maintenant les expressions pour les énergies des noeuds impliqués dans un événement de redistribution. Soient m_1 et m_2 , les pentes critiques autour du point $x = a$, correspondant respectivement à $J_c(a)$ et à $\beta_c(a)$. Soient $\partial E/\partial x$ et $|\nabla E|$, qui sont respectivement la pente et la magnitude du gradient calculés en a . Dès le moment où l'une de ces quantités dépasse le critère d'instabilité, on doit redistribuer l'énergie pour retrouver la stabilité. Si m est la pente initialement instable, on impose $m' = fm$ comme condition sur la pente post-critique, où $f = 0.9$.

Considérons tout d'abord le cas où c'est J_c qui est dépassé.

Nous devons nous assurer que l'effet de cette instabilité conserve la direction initiale du gradient, et réduise sa magnitude. De l'énergie totale initiale des trois sites impliqués dans la redistribution, soit $K = \sum_{\text{voisins}} E_{i,j}$, on soustrait l'énergie dissipée, $\varepsilon_k(t)$, donnée par l'éq.(5.9) ;

$$K' = K - \varepsilon_k(t),$$

où K' représente l'énergie totale des trois voisins après la redistribution, que l'on peut exprimer comme

$$E'_{i,j} + E'_{i+a,j} + E'_{i,j+b} = K - \varepsilon_k(t). \quad (5.10)$$

a et b valent ± 1 , tout dépendamment de la direction du gradient le plus prononcé. Il nous faut donc trouver les valeurs des E' pour chacun des noeuds voisins impliqués dans la redistribution. Trois

inconnus : il nous faut deux autres équations, alors on considère indépendamment les pentes en x et en y :

$$m'_x = fm_x = a(E'_{i+a,j} - E'_{i,j}); \quad (5.11)$$

$$m'_y = fm_y = b(E'_{i,j+b} - E'_{i,j}). \quad (5.12)$$

On peut ensuite substituer les équations (5.11) et (5.12) dans (5.10) pour obtenir une expression pour $E'_{i,j}$;

$$E'_{i,j} = \frac{1}{3}(K - \varepsilon_k(t) - afm_x - bfm_y). \quad (5.13)$$

Puisque $a, b = \pm 1$, ils ont été déplacés du dénominateur au numérateur. À partir de cette expression, il est simple de calculer les valeurs que prendront $E'_{i+a,j}$ et $E'_{i,j+b}$. Il existe cependant une probabilité que le gradient n'ait qu'une composante en x ou en y . Le cas échéant, l'éq.(5.13) ne serait pas valide. Les simulations ont cependant montré que cette probabilité était insignifiante. Par conséquent, on utilisera toujours l'éq.(5.13) comme critère de redistribution de l'énergie advenant une instabilité déclenchée par J_c .

Dans le cas où la pente se trouve à être critique par rapport à β_c , on ne considère que les voisins dans la direction x . L'équivalent de l'éq.(5.10) devient (attention aux indices)

$$E'_{i,j} + E'_{i+1,j} + E'_{i-1,j} = K - \varepsilon_k(t), \quad (5.14)$$

La pente est donnée par

$$m' = fm = \frac{E'_{i+1,j} - E'_{i-1,j}}{2},$$

ce qui nous donne deux équations pour m' :

$$m' = fm = E'_{i+1,j} - E'_{i,j}; \quad (5.15)$$

$$m' = fm = E'_{i,j} - E'_{i-1,j}. \quad (5.16)$$

Et en combinant les équations (5.15), (5.16) et (5.14), on obtient que

$$E'_{i,j} = \frac{K - \varepsilon_k(t)}{3}. \quad (5.17)$$

Il s'ensuit que $E'_{i+1,j}$ et $E'_{i-1,j}$ peuvent être calculés facilement. La quantité que l'on ajoute ou enlève d'un noeud pour retrouver une configuration stable est dénotée par

$$\Delta E_{i,j} = E'_{i,j} - E_{i,j}. \quad (5.18)$$

5.3.2 Conditions aux frontières

C'est uniquement par les frontières qu'un système SOC classique et conservatif peut évacuer son énergie. Bien que notre modèle possède une dissipation interne, il doit lui aussi être en mesure d'utiliser ses bords comme canal de dissipation. La mécanique interne du programme fait en sorte que les noeuds frontières ne peuvent transférer leur énergie qu'aux noeuds qui se trouvent vers l'intérieur. Par conséquent, il n'existe pas *a priori* de mécanisme automatique de dissipation par les bords. Pour y remédier, on utilise aux frontières une dissipation aditionnelle lors des redistributions d'énergie :

$$\Delta E_B^* = \left(1 - d_B \frac{\Delta E_B}{|\Delta E_B|}\right) \Delta E_B ,$$

où ΔE_B^* , est l'énergie ajoutée (ou retirée) à un noeud frontière, et d_B est le coefficient de dissipation aux frontières, que l'on fixe à 0.9. On voit que $\Delta E_B^* < \Delta E_B$ pour $\Delta E_B > 0$, ce qui se veut signifier une légère perte à chaque fois qu'un noeud de frontière reçoit de l'énergie. Cependant, $|\Delta E_B^*| > |\Delta E_B|$ pour $\Delta E_B < 0$, signifiant cette fois que si un noeud frontière redistribue de l'énergie, une fraction est toujours perdue.

De manière plus générale, le traitement correct des conditions aux frontières dans les modèles de la magnétosphère demeure encore un problème d'actualité, qu'il s'agisse du plus simple automate cellulaire ou du plus évolué des codes MHD. L'avantage des automates cellulaires est qu'ils nous donnent une bonne latitude d'interprétation : le lien informel entre les grandeurs caractéristiques du modèle et celles de la magnétosphère font en sorte que l'on peut décider assez arbitrairement de l'étendue physique de la région qui est modélisée.

Puisqu'il est difficile d'inclure de manière réaliste les effets de bords qui seraient dûs aux dimensions finies de la magnétosphère, on supposera que le domaine du modèle est suffisamment petit pour que ceux-ci n'y soient pas ressentis. Considérant R , la CPS dans son intégralité, on découpe une région R' en plein centre, et l'on bâtit les nouvelles conditions aux frontières en extrapolant les interactions entre les noeuds de la frontière de R' , et ceux qui étaient leurs voisins dans R . La figure 5.1-(B) montre une schématisation de ces régions.

Concrètement, cela se traduit par l'ajout d'une dissipation aditionnelle sur les bords pour tenir compte du fait que le système s'étend à l'extérieur des frontières du domaine de modélisation. Le comportement statistique d'un noeud interne (i, j) est de redistribuer aussi souvent vers $(i, j - 1)$ que vers $(i, j + 1)$ - on se souvient qu'il n'y a pas de dépendance en \hat{y} fixée dans le modèle. Un noeud frontière, en l'absence d'effets de bord, devrait faire de même.

Considérons les frontières parallèles à l'axe x . Soit ΔE_B^* l'énergie qui s'appête à être retirée de la cellule frontière i, B , et ΔE_{B+b}^* , l'énergie qui sera redistribuée à sa voisine interne situé en $(i, B + b)$, avec $b = \pm 1$. En redistribuant systématiquement

$$\alpha \Delta E_{B+b}^* = \frac{1}{2} \Delta E_B^* ,$$

le taux moyen de transfert d'énergie de (i, B) vers $(i, B + b)$ devrait, à long terme, être équivalent à

celui entre deux noeuds intérieurs.

Il serait possible d'extrapoler cette procédure pour les frontières terrestres et caudales. Toutefois, vu la dépendance explicite en x implémentée, la statistique des redistributions n'est pas cette fois équiprobable entre $(i + 1)$ et $(i - 1)$, si bien que l'on a tout simplement utilisé $\alpha = 1$ pour ces frontières.

5.4 Artifices numériques

Les aspects du programme présentés ci-dessous n'ont aucune signification physique : il s'agit simplement de deux procédures numériques qui accélèrent les simulations, et qu'il est pertinent d'aborder dans le cadre de cet ouvrage.

Les noeuds fantômes permettent de calculer les instabilités et les règles de redistribution pour les noeuds des frontières en utilisant strictement la même procédure que pour les noeuds internes. Au réseau $N \times N$, on a accolé à chaque frontière une bande de cellules, de sorte que le réseau est encadré par lesdits noeuds fantômes. À chaque itération, on s'assurera que ces noeuds fantômes prennent toujours la même valeur que le vrai noeud de frontière correspondant. La pente en direction des noeuds fantômes sera par hypothèse toujours nulle, et leur effet dynamique le sera donc tout autant. On donc pourra facilement vérifier les conditions d'instabilité en utilisant les équations (5.7) et (5.8).

En gros, cet artifice permet de sauver plus d'une centaine de lignes dans le code, en plus de le rendre beaucoup plus facile à modifier et à manipuler : au lieu d'avoir neuf conditions d'instabilités distinctes (une pour les noeuds internes, quatre pour les frontières, quatre pour les coins), on en a qu'une seule.

Le forçage accéléré réduit la durée de la simulation en tirant parti du forçage déterministe. Soit δE_i , la quantité d'énergie ajoutée dans la cellule i par unité de temps. Cette quantité est tout simplement donnée par la dérivée temporelle de l'éq.(5.1) :

$$\delta E_i = p_0 x^{-\gamma} + C_1 .$$

On peut ensuite calculer le nombre d'itérations requis avant qu'un noeud ne devienne instable. Pour J_c , ce temps est donné par

$$t_J = \frac{\Delta x_c - a(E_{i,j} - E_{i+a,j})}{a(\delta E_i - \delta E_{i+a})}, \quad (5.19)$$

où ΔE est défini dans l'éq.(5.1), E est la variable nodale, et $a = \pm 1$ selon la direction du gradient le plus prononcé en \hat{x} . Δx_c nous indique la valeur du gradient en \hat{x} pour laquelle l'instabilité sera atteinte. On la calcule à partir des gradients déjà existants en \hat{y} puisque, ne l'oublions pas, J_c agit sur le gradient total, et le forçage ne modifie pas celui en \hat{y} . L'expression est donc

$$\Delta x_c = \sqrt{J_c(x)^2 - (E_{i,j} - E_{i,j+b})^2},$$

où b est encore une fois pris dans la direction de la pente la plus grande.

Quand à β_c , le calcul du temps critique se fait ainsi :

$$t_\beta = 2 \times \frac{\beta_c(x) - \frac{1}{2}(E_{i+1,j} - E_{i-1,j+b})}{\delta E_{i+1} - \Delta E_{i-1}}. \quad (5.20)$$

On trouve ensuite quel est, pour les deux critères confondus, le temps le plus court dans tout le réseau. Si ce temps est plus petit que 10 itérations, on ne fait rien, et on laisse le système évoluer de lui-même jusqu'à la prochaine avalanche. Dans le cas contraire, on ajuste artificiellement le forçage pour la prochaine itération, de telle sorte que le système s'approche à 10 itérations de la prochaine avalanche :

$$E_{i,j}^{t+1} = E_{i,j}^t + (t_{J,\beta} - 10) \times \delta E_i. \quad (5.21)$$

Cette dernière procédure s'est avérée être d'une efficacité d'autant plus redoutable que le forçage est faible : pour $p_0 = 10^{-4}$, on gagne plus d'un facteur 100. Pour $p_0 = 10^{-6}$, c'est 10 000 fois plus rapide !

5.5 Données produites

Un bref survol des données produites par le modèle s'impose, afin que le nouveau venu puisse s'y retrouver. On utilise notamment

a) l'énergie totale dissipée dans le réseau en fonction du temps, $S(t)$,

$$S(t) = \sum_{i,j} \varepsilon_{i,j}(t);$$

b) l'énergie totale contenue dans le système,

$$E(t) = \sum_{i,j} E_{i,j}(t);$$

c) le nombre d'itérations par lequel la simulation a été artificiellement accélérée, d'après les résultats des équations (5.19) et (5.20) :

$$A(t) = (t_{J,\beta} - 10) \times \Delta E(x);$$

(noter que $A(t)$ vaut zéro si aucune accélération n'est faite à l'itération t),

d) les sites de déclenchement des avalanches, c'est-à-dire la position (x_0, y_0) à laquelle la première activité est enregistrée pour chaque événement,

e) et enfin, les étendues maximales et minimales des avalanches : pour chaque événement, on considère

$$L_x = x_{max} - x_{min}$$

où x_{min} , et x_{max} sont respectivement, parmi les sites qui auront été actifs durant l'événement en question, ceux qui auront la plus petite et la plus grande abscisse. De manière équivalente, on calcule L_y .

5.5.1 Méthode d'analyse

Il s'agit seulement ici de définir les principales quantités utilisées dans l'analyse. La plupart sont définies à partir de $S(t)$. La figure 6.2 montre les principales données extraites de cette séquence temporelle. Cette figure est donnée à titre indicatif seulement, et les résultats qu'elle contient seront traités dans le chapitre suivant.

Un agrandissement d'une séquence de $S(t)$ est montré. Celle-ci contient deux événements, dénotés n et $n + 1$. Ces périodes d'activité sont bornées avant et après par des périodes d'inactivité pendant lesquelles $S(t) = 0$. Soient t_n et t_F , respectivement le temps auquel l'avalanche n débute et termine. Pour chacun des événements que comporte $S(t)$, on calcule les quantités suivantes :

a) la durée totale de l'avalanche n , soit

$$T_n = t_F - t_n;$$

b) la puissance maximale dissipée par l'événement n ,

$$P_n = \max[S(t)], \quad t_n < t < t_F;$$

c) l'énergie totale dissipée par l'avalanche n , à savoir

$$E_n(t) = \sum_{t_n}^{t_F} S(t);$$

d) et le temps d'attente entre les deux avalanches, soit

$$W_{n+1} = t_n - t_F + A(t_F < t < t_{n+1}),$$

où t_{n+1} est l'instant où débute l'avalanche $n + 1$, et $A(t_F < t < t_{n+1})$ est le forçage artificiel qui a été imposé au système avant d'atteindre l'avalanche $n + 1$.

5.5.2 Exemple d'avalanche

L'une des particularités d'un modèle d'avalanche est de produire des observables de tailles très variées, qui vont de la taille de l'unité constitutive (un seul noeud) à l'ensemble du réseau. Nous montrons à la figure 5.3 un exemple pour une avalanche particulièrement importante. Il s'agit en fait d'un événement de décharge : nous verrons plus loin que ces événements bien particuliers sont de la taille du système, et se produisent de manière quasi périodique.

La géométrie est la suivante : le côté Terre est situé à gauche de chaque figure, et le côté queue est donc vers la droite. L'axe x est horizontal, et l'axe y est vertical. Les graduations des axes sont

indiquées à titre d'exemple sur le panneau $t = 250$. Nous avons représenté en noir les cellules pour lesquelles les gradients étaient critiques, et ce pour six instants distincts du développement de l'avalanche. Le temps est indiqué au-dessus de chaque panneau. Bien que ces images aient été produites par un réseau qui ne comporte que 40×40 cellules, on remarque une structure relativement élaborée, de même que la propagation de fronts en direction de la Terre.

5.6 Résultats à reproduire

Ce modèle tire sa justification dans la tentative de reproduction des résultats énumérés-ci-dessous.

1. Le spectre en loi de puissance des perturbations géomagnétiques.
2. Un comportement distinct selon les énergies des événements. Plus précisément, nous cherchons à reproduire, avec le modèle, les deux lois de puissance trouvées par Uritsky *et al.* (2008) dans lesquelles les événements aux hautes énergies sont décrits par une loi de puissance dont la pente est moins prononcée.
3. Les statistiques de temps d'attente des sous-orages [Borovsky *et al.* (1993)], qui montrent un pic dont la décroissance est exponentielle du côté des basses fréquences.
4. Le passage d'un comportement en une loi de puissance à un comportement en deux lois de puissance lorsque l'on considère successivement les événements qui se déclenchent au nord et au sud de 66° MLAT, tel qu'observé par Uritsky *et al.* (2008).
5. La croissance de l'intermittence observée dans le développement spatial des arcs auroraux dans les instants qui précèdent le déclenchement d'un sous-orage [Uritsky *et al.* (en préparation)]. On peut postuler que cette complexité spatiale croissante des arcs a son équivalent dans la queue de la magnétosphère, et l'on pourrait donc en trouver une signature dans notre modèle.

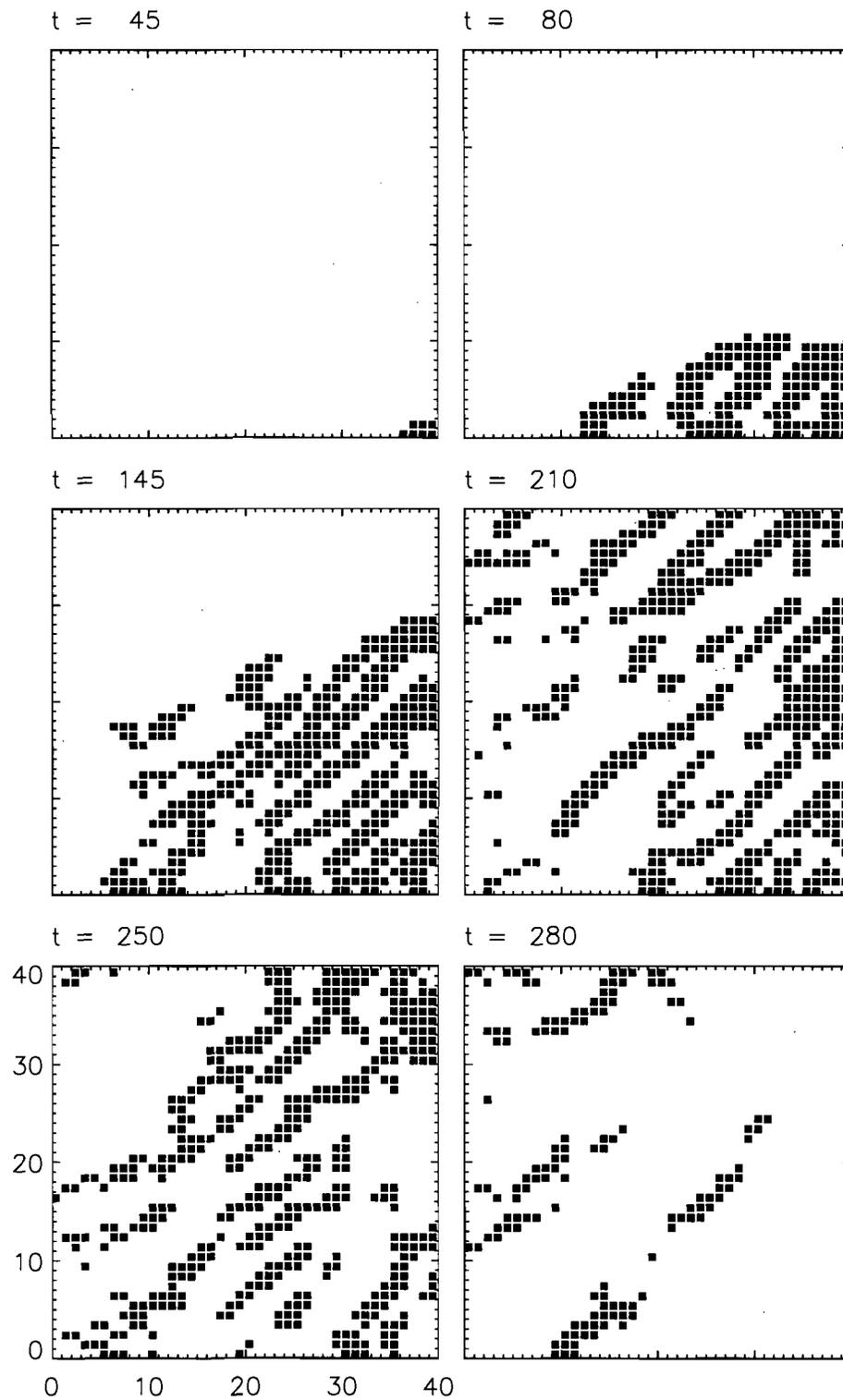


FIG. 5.3 – Développement spatiotemporel d’une avalanche majeure. Les carrés noirs indiquent les cellules dans lesquelles le gradient est critique à une itération donnée. Le temps est compté depuis le déclenchement de l’avalanche.

6 Dual Scaling for Self-Organized Critical Models of the Magnetosphere

Michel-André Vallières-Nollet & Paul Charbonneau

Département de physique, Université de Montréal

William Liu

Agence Spatiale Canadienne

Vadim Uritsky

Department of Physics and Astronomy, University of Calgary

En voie d'être soumis au *Journal of Geophysical Research*

6.1 Abstract

The central plasma sheet (CPS) is a complex magnetized plasma structure in the magnetotail, and where substorms are believed to originate. Dynamically, it may behave like a self-organized critical (SOC) system, driven by the slow energy input by the solar wind. The power law distributions for the sizes, energies and durations of substorms that are reflected in observations can be reproduced using such SOC models. However, the expected scale-invariance does not seem to hold for all scale ranges and observables. Recent observations of all-sky auroras have suggested a dual regime, where small and large events scales as different power laws, the smaller events having a steeper slope. On the other hand, scale-dependent substorm behavior can materialize as a consequence of an energy loading-unloading cycle. Accordingly, we designed 2D-SOC model subject to global deterministic driving and a non-conservative redistribution law. This model can reproduce the coexistence of two scaling regimes, with the second scaling regime appearing as a consequence of the enhanced spatial development of avalanches caused by a higher spatial intermittency in the energy gradients. Thresholded inter-event waiting-time statistics showed a well-defined peak with an exponential tail, consistent with observations and the expected dynamics of a loading-unloading cycle. Finally, we show that the intermittency index extracted from the simulations decreases prior to large avalanches, as is in fact observed in auroral arcs. This suggest that the existence of a critical intermittency index may be a useful substorm predictor.

6.2 Introduction

Earth's magnetosphere is a highly nonlinear, externally-driven system which is far from thermodynamic equilibrium, and for which spatiotemporal evolution is characterized by a broad range of spatial and temporal scales. Current direct MHD simulations can capture a subset of these scales, but typically fail to properly model the coupling between microscopic and macroscopic mechanisms. Evidence for multiscale magnetospheric dynamics is found in power-law spectra for, e.g., temporal fluctuations of the magnetic field [Lui *et al.*, 1992], AE-index [Tsurutani *et al.*, 1990] and in auroral emission [Lui *et al.*, 2000; Uritsky *et al.*, 2002]. Chang [1992] proposed that the magnetosphere could behave like a critical system and, building on the concept of self-organized criticality [Bak *et al.*, 1987], the sandpile paradigm was extended to the magnetosphere [Consolini *et al.*, 1997; Chapman *et al.*, 1998; Lui *et al.* 2000; Uritsky *et al.* 2001].

Some manifestations of magnetospheric dynamics do turn out not to be scale-free. In substorms for example, Borovsky *et al.* [1993] found a waiting time statistic that suggest the existence of loading-unloading cycles, and indeed low dimensional models of the magnetosphere also can exhibit such cycles [Klimas *et al.* 1992; 1994]. In their analysis of auroral emission from spacecraft measurements, Lui *et al.* [2000] obtained a power spectra that indicates a "mixed distribution" of substorms properties : low-frequency events scale as a normal distribution, while higher-frequency events followed the more

common a power-law. On the other hand, the spatiotemporal analysis for equivalent data conducted by *Uritsky et al.* [2002] showed instead the existence of a break in the power-law, with low frequencies events scaling with a shallower slope. Through simulations carried out using a coupled-map lattice model of the magnetotail driven by a colored noise, *Takalo et al.* [2000] went on to suggest that the behavior of the magnetosphere at low frequencies could reflect the signature of the solar wind, which could then lead to a break in the power-law.

Liu et al. [2006] proposed a new interpretative link between magnetospheric physics and the sandpile approach. A simple 1D sandpile model (hereafter referred as LC06) was designed as an idealized representation of the region of the central plasma sheet (CPS) extending from about 5 to $15R_E$. Magnetic flux tubes in the CPS were treated as individual energy storage units, subjected to a slow energy loading process, proceeding up to the trigger of one of two possible plasma instabilities. Redistribution of energy excess to neighbouring flux tubes then generate avalanches in the system. *Liu et al.* showed, as a proof of concept, that the LC06 model can produce energy redistribution avalanches with sizes scaling as a power-law in energy. The model was also found to generate quasiperiodic boundary discharge events, characterized by a normal distribution of inter-event waiting times. All these features materialized under the influence of a steady, deterministic and spatially-global driver, suggesting that they reflect intrinsic magnetospheric mechanisms, rather than be driven by specific fluctuations in the driver.

We present here a spatially two-dimensional generalization of the LC06 model, and investigate its intrinsic behavior over a wide range of internal parameter settings and driving rates. The paper is organized as follows : Section 2 presents a brief description of the model, together with its physical underpinning and interpretation. In section 3, we study and document the spatial behavior of avalanches, and its effect on the forms of probability distribution functions for avalanche size parameters and the waiting time statistics. We then focus on the possible use of the intermittency index as a useful precursor of avalanche onset, including a comparison with intermittency index values determined from observed auroral emission. We conclude in Section 4 by revisiting the physical link between avalanches in our model and actual energy release in the CPS, with emphasis on the origin of the scale invariance (or lack thereof) seen in substorm data.

6.3 Description of the model

We model a region of the Central Plasma Sheet (CPS) in the range $5 - 15R_E$, where R_E is the Earth's radius and distance are measured with respect to Earth's center. This region of the tail is where magnetic field lines make a transition from dipole to tail-like. Theories and observations suggest this region of the CPS is the region where substorms are triggered, either by current-sheet disruption [e.g. *Lopez & Lui*, 1990; *Elphinstone et al.*, 1991] or by excitation of the ballooning instability [e.g. *Ohtani & Tamao*, 1993; *Pu et al.* 1992]. We restrict the domain to the two-dimensional equatorial plane, defined by the x axis in the Earth-tail direction, and by the y axis in the East-West direction,

both closely similar to the GSM coordinates axis. The z axis completes this right-handed coordinates system, but this direction is only relevant in setting the direction in which the magnetic field points, namely perpendicularly across the equatorial plane. We suppose that the magnetic field is structured in the form of flux tubes filled with plasma, and place one such flux tube on each node of a regular cartesian lattice of size $N \times N$ coincident with the equatorial plane of the CPS, and assign to each a magnetic field strength $\mathbf{B} = B_z(x, y)\hat{z}$.

Under the action of a steady southward IMF B_z , convection of the field lines toward the nightside builds up the total pressure in the tail. As a loading function for the pressure, we follow LC06 and set

$$p(x, y, t) = p_0(x^{-\gamma} + C_1) \times t, \quad (6.1)$$

where p_0 is the loading rate, and γ and C_1 are adjustable parameters. No explicit y -dependence is introduced in extending the loading function to two dimensions.

The pressure is closely related to the magnetic field content of a flux tube, thus without loss of generality, B_z grows according to eq.(6.1). This is also a measure of a node's energy content, hence, in the sandpile formalism, we shall simply refer to the nodal variable as "energy", keeping in mind that its physical association is with B_z . Unlike the previous randomly-driven sandpile models built for the magnetosphere [Chapman *et al.* 1998; Uritsky *et al.* 2001], the loading is here global, deterministic, and spatially non-uniform. Moreover, it is explicitly associated with the convection process accumulating energy in the tail.

The effect of the loading function over time is to increase $\partial B_z / \partial x$, which amounts to growing equatorial currents densities, as per Ampère's Law $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. This increase eventually triggers an instability if the local current density $J(x, y)$ exceeds the position-dependent threshold $J_T(x) = J_0 x^{-\mu}$. J_0 and μ are again adjustable parameters. Instabilities are likely to generate Alfvén waves that accelerate electrons along field lines [Hasegawa, 1976], causing auroral emission as they enter the ionosphere. Hence, as soon as the instability is excited, a small amount of energy is locally lost by the unstable node(s) and is considered to feed the waves. We assume that the end result of the instability is to return to an local energy configuration that reduces the current below its instability threshold :

$$J'(x, y) = \lambda J_T(x), \quad (6.2)$$

where $J'(x, y)$ is the post-instability value for the current, and $\lambda < 1$. As in the current-disruption model [Lui *et al.* 1995], this process can be viewed as the activation of an anomalous resistivity. Loading is interrupted if any instability is detected in the system, to take into account the separation of timescales between the slow convection of the field lines (driving) and the fast current reduction (instability); in the language of SOC systems, our model is hence a *stop and go sandpile*. Note that in the simulations reported herein we did not include the ballooning instability introduced in the original LC06 model. This choice was motivated by simplicity, and the fact that comparison runs with the ballooning instability added demonstrated that its inclusion hardly affects the global dynamics, at least in the portion of parameter space explored here.

The implementation of eq.(6.2) in the cellular automaton is carried out as follows. The spatial variables x, y are discretized as i, j , and $E_{i,j}$ is the energy content of the node i, j . The nodal separation defines the unit length, hence :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{E_{i+1} - E_i}{(i+1) - i} = E_{i+1} - E_i. \quad (6.3)$$

Consider now the four square cells A, B, C and D, having node i, j at one vertex (see Figure 6.1). At every time step, after adding energy, we compute gradients magnitudes in all four cells :

$$J_{i_a, j_b}^2 = (E_{i+a, j} - E_{i, j})^2 + (E_{i, j+b} - E_{i, j})^2, \quad (6.4)$$

where $a, b = \pm 1$, depending on the direction chosen. If $J_{i_a, j_b} > J_T(i)$ in any one of the cells, the instability is triggered, and loading is interrupted. Energy loss to Alfvén waves is taken into account by removing a small amount of energy $\varepsilon_{i,j}$ from the lattice at the position of the unstable site i, j :

$$\varepsilon_{i,j} = R \times d \times \max[E_{i,j}, E_{i+a,j}, E_{i,j+b}], \quad (6.5)$$

where d is designated as the dissipation rate, another adjustable parameter. R is a random deviate extracted from a uniform distribution bounded by [0.5, 1.5]. Note that this is the only step where stochasticity is introduced. After removing $\varepsilon_{i,j}$, $\Delta E_{i,j}$ is transferred between i, j and $i + a, j + b$ in order to meet the condition imposed by eq.(6.2). The redistribution process reduces the critical gradient magnitude in the unstable cell, but conserves its direction, as shown in Figure 6.1 A→B. The neighbours involved in the redistribution process are only the two sharing a cell edge with the unstable node at i, j . These neighbour nodes, receiving or giving energy to the unstable node i, j , can turn unstable with respect to their own neighbours, *et sequentes* leading to the development of an avalanche of reconfiguration in the system. Figure 6.1 shows a redistribution process between an unstable node and its neighbours.

The boundary conditions are different from those implemented in the LC06 model. The dawn and dusk boundaries (y -direction) are designed to mimic the behavior of inner nodes, for which redistribution toward left or right neighbours is equiprobable since there is no y -dependence built into either the driving mechanism or stability criterion. If ΔE is to be transferred from a boundary node to an inner neighbour, we allow only a transfer of $\beta \Delta E$, with $\beta = 1/2$, the remaining being lost. Hence, the long-term behavior of a boundary node is to transfer the same energy quantity per toppling that a inner node would. For the Earth and tail boundaries (x -direction), we use $\beta = 0.9$, in contrasts with LC06 where the total energy content of a node at Earth's boundary was reset to zero each time it toppled.

For the adjustables parameters, we set $\gamma = 2$, $C_1 = 0.1$ in eq.(6.1); $J_0 = 15$ and $\mu = \gamma - 0.5$ are used for $J_T(x)$. We fix $\lambda = 0.9$ in eq.(6.2). The two remaining free parameters are p_0 and d , setting respectively the loading and dissipation rates. In SOC models, these are usually very small, with in fact $d = 0$ for the so-called conservative sandpiles. We shall use values in the range 10^{-2} to $10^{-5.5}$ for p_0 . Dissipation rate will be varied from 10^{-1} to 10^{-4} . Unless specified otherwise, all simulations

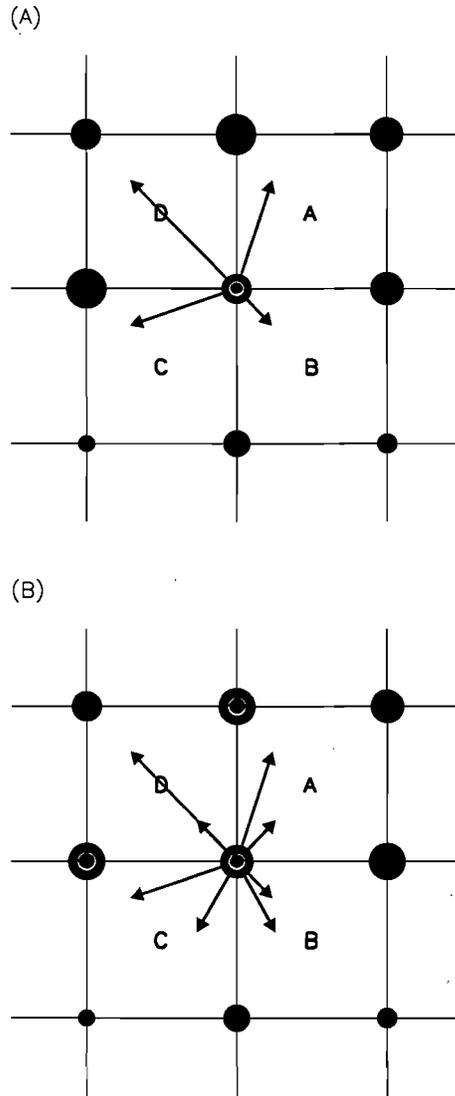


FIG. 6.1 – Schema of a redistribution process. Each solid dot represent a node, with size proportional to the energy content. Grey arrows show gradient directions, with their length are proportional to the magnitude. In **(A)**, The node at the center is unstable (grey circle), because the gradient in cell D exceeds the stability threshold. Part **(B)** shows the result of the redistribution process, with the original gradient plotted in grey and the adjusted gradient as black arrows. Note that the gradient direction in cell D remains the same, but in the three other cells both the direction and magnitude of the gradient have been altered.

are run on a grid of 100×100 nodes; we did verify that the results reported below do not depend sensitively on grid size.

6.4 Results and discussion

The main synthetic observable used below is ε , as defined by eq.(6.5). As argued above, magnetic field lines running from the tail to ionosphere can couple energy release from CPS to auroral emission. Hence, we consider $\varepsilon_{i,j}$ to be a proxy of auroral activity. It could accelerate electrons toward a region of ionosphere coherent with a qualitative mapping of magnetic field lines. Earthward boundary maps southward, and tailward boundary maps northward. We followed in time the total energy released over the area of the CPS, denoted as $S(t)$, defined as :

$$S(t) = \sum_{i,j} \varepsilon_{i,j}(t). \quad (6.6)$$

with $\varepsilon_{i,j}(t) = 0$ if node i,j is stable at time t . The total energy of the lattice is

$$E_{\text{TOT}}(t) = \sum_{i,j} E_{i,j}(t). \quad (6.7)$$

6.4.1 Time-evolution

We show in Figure 6.2-(A) the time-evolution of $E_{\text{TOT}}(t)$ (upper curve) and a running mean of $S(t)$ over 1000 iterations (lower curve), for a representative simulation run. For the driving rate adopted here, the first 10^5 timesteps are spent in a transient state where the system is accumulating energy, and during which only small avalanches are produced. A stationary state is eventually reached, where the behavior of the system is governed by two main features : loading and evacuation. A loading phase typically extends over several thousands of iterations, during which the system accumulates energy, despite showing some activity in $S(t)$. An evacuation phase is much shorter, as it typically unfolds as a single, large system-wide avalanche lasting several hundred iterations, and leading to a significant drop in lattice energy and clear peaks in the $S(t)$ time series. We shall refer to such avalanches as *discharge event*.

6.4.2 Measures of event sizes

Panel (B) of Figure 6.2 depicts the various measures of event size and timing used in the statistical analysis to follow. It shows a small segment of a typical $S(t)$ timeserie. To each portion of the $S(t)$ time series such that $S(t_0 < t < t_f) > 0$ and $S(t_0) = S(t_f) = 0$, we assign a label n such that the duration of the event is defined as

$$T_n = t_f - t_0, \quad (6.8)$$

its peak energy release by

$$P_n = \max(S(t)), \quad t_0 \leq t \leq t_f, \quad (6.9)$$

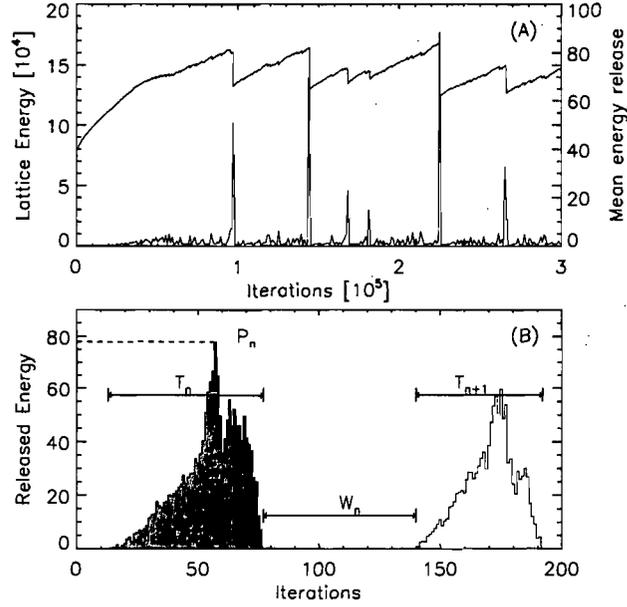


FIG. 6.2 – (A) Time series of total lattice energy in produced in a typical simulation run (upper curve, left vertical axis). The lower curve (right vertical axis) shows a 1000 iteration-wide running mean of the corresponding energy release timeseries $S(t)$. (B) A small segment of the raw $S(t)$ timeseries, during which two large avalanches are taking place. Size measures for the avalanches are defined in terms of this time series (see text). This simulation run has parameter values $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 5 \times 10^{-3}$.

and its total dissipated energy by

$$E_n = \sum_{t_0}^{t_F} S(t) \quad (6.10)$$

corresponding to the shaded region on Figure 6.2. The waiting time W_n is the time elapsed from the end of event n to the beginning of event $n+1$:

$$W_n = t_0(n+1) - t_f(n). \quad (6.11)$$

Images of night sky auroral emission often show several bright regions that are spatially disconnected. *Uritsky et al.* [2002] argued that spatiotemporal analysis is essential to determine whether emission features developed from a single event or had distinct spatiotemporal origins. Since our sandpile model operates in the stop-and-go regime, and since we have effectively no detection threshold, such issues are less of a concern here. We did verify that in the parameter regime of interest in what follows, the probability of our global loading process to simultaneously trigger two distinct avalanches is vanishingly small.

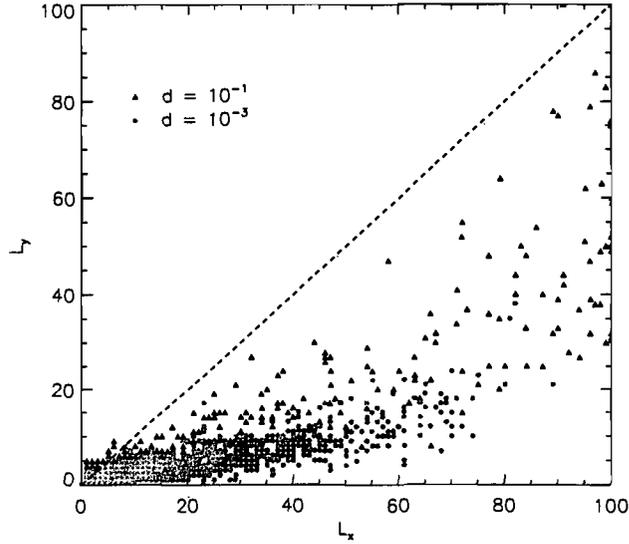


FIG. 6.3 – Maximal extent of events in the x -direction (Earth-tail) as function of maximal extent in the y -direction (crosstail). Gray circles are for $d = 10^{-3}$ and black triangles are for $d = 10^{-1}$, and the driving rate is $p_0 = 10^{-4}$ for both regimes. The dotted line is a guide to the eye corresponding to $L_x = L_y$.

6.4.3' Spatial properties

In addition to energy release, it is also interesting to monitor the spatiotemporal evolution of avalanches in the simulations. We opted to measure the spatial extension of x -direction simply as

$$L_x = x_{\max} - x_{\min} \quad (6.12)$$

where x_{\max} and x_{\min} are respectively the most tailward and the most earthward active sites over the full lifetime of the avalanche. The cross-tail extension L_y is computed in a similar manner. The relationship between these quantities is shown on Figure 6.3, for high and low values of the dissipation parameter d , both with $p_0 = 10^{-4}$. The spatial extensions L_x and L_y correlate to some extent in both cases, but in the low- d regime even the large avalanches remain unidimensional, in the sense that $L_y \ll L_x$, which implies a propagation mostly in the x -direction, with very little crosstail development in the y -direction. In the high- d regime on the other hand, most avalanches still have $L_y < L_x$, but in some cases they reach $L_y \simeq L_x$, which implies that avalanches now develop two dimensional objects and are more spatially structured than in the low dissipation regime. The fact that most avalanches lie below the diagonal dotted line $L_x = L_y$ indicates that avalanches propagate preferentially in the x -direction, a consequence of the significant x -gradient sustained by our x -dependent loading function (eq. (6.1)).

The onset positions of avalanches also shows some interesting trends. We show in Figure 6.4 a log-linear scatterplot of total avalanche energies E_n as a function of their x onset position, for the

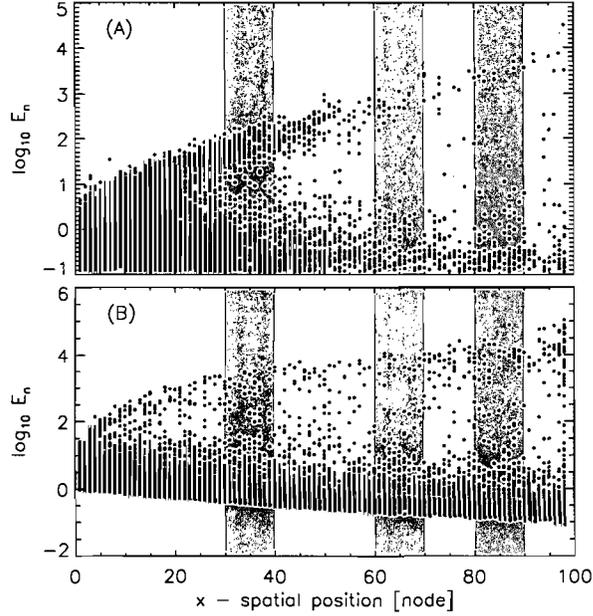


FIG. 6.4 – Scatterplots showing total avalanche energy E_n versus onset positions in the x -direction, for **(A)** $d = 10^{-1}$ **(B)** $d = 10^{-3}$. Shaded regions indicate integration regions to be introduced later (cf. Figure 6.6).

same simulations as on Figure 6.3 (**A** : $d = 10^{-1}$; **B** : $d = 10^{-3}$). Two populations of avalanches can be distinguished. Population 1 events are low-energy events : they are distributed in the range $E_n = [10^{-1}, 10^0]$ for the low- d regime (panel **(A)**), and in the range $E_n = [10^0, 10^2]$ in the high- d regime (panel **(B)**). The higher energy range is bounded by population 2 events, for which energy is distributed around a mean value that depends of the position. This separation is particularly clear in the range $x = [30, 40]$ for both regimes.

The subsequent analysis requires that a quantitative criterion be established, in order to automate the classification of avalanches as either one-dimensional or two-dimensional. Avalanches will be deemed two-dimensional only if they satisfy the following double criterion :

$$L_x, L_y \geq 4; \quad L_y \geq 0.6L_x. \quad (6.13)$$

Equivalently, an avalanche was considered to be one-dimensional if it satisfied the double criterion :

$$L_x \geq 4; \quad L_y \leq 0.2L_x. \quad (6.14)$$

In both cases, the first sub-criteria eliminate the smallest avalanches, whose shape is tightly constrained by the gridsize. The second sub-criteria are based on the aspect ratio. In Table 6.1, we show the fraction of avalanches classified as 1D or 2D according to the above criteria, still for our two reference low- d and high- d simulations. These fractions are calculated relative to all events for which $L_x \geq 4$, again to minimize the effects of the finite gridsize. Note that many avalanches meet neither the “1D” or “2D” criteria (labeled “other” in the Table). This is because avalanches are in fact fractal

TAB. 6.1 – Proportions of avalanches types

Regime	low- d	high- d
1D	42%	2%
2D	1%	17%
Others	57%	81%

structures, but the foregoing analysis would not benefit greatly from a analysis in terms of fractal dimensions, so we chose to restrict ourselves to the simple aspect-ratior categorization described above. What mostly matters here is that in the high- d case, the proportion of 2D events is almost an order of magnitude larger than in the low- d case. Conversely, the inverse pattern is relation is observed for 1D events (which is not a trivial of the former because the proportion of avalanches classified “other” is markedly different in both cases). This again suggests an enhanced two-dimensional extension of developing avalanches as the dissipation parameter d increases.

Figure 6.5 shows correlation plots of avalanche lifetimes versus onset position in x , restricted to events that satisfy either our 1D or 2D selection criteria. Avalanches classified as “other” are simply not plotted, explaining the absence of events below $T_n = 7$, eliminated by sub-criterion 1 in the 2D case, and by sub-criteria 1 and 2 in the 1D case. We observed the same qualitative behavior in the dependence over duration and space as in Figure 6.4, that is, two distinct populations of events. E_n is closely related to the lifetime, so we made qualitative associations between populations described above and those showed in Figure 6.5. Population 1 events are concentrated below $T_n = 20$; the majority are not shown here, as they do not respect size and/or aspect ration criterions. In both regimes, distributions are bounded by population 2 events, for which T_n depends markedly of onset position.

We already noted that avalanches, whichever population they belong to, have a strong tendency to propagates earthward (negative- x direction), with tailward propagation seldom observed. Indeed, the form of our adopted redistribution rules sets the maximum propagation at one node per iteration. The thick dashed line on Figure 6.5 corresponds to the relationship $T(i) = i$, corresponding to the lifetime of an avalanche starting at x -position i and thereafter propagating Earthward at this maximum speed in a straight line parallel to the x -direction until it reaches the boundary. This relationship should then provide a fair representation to the scatterplot for the 1D events, and at low dissipation (panel A) this is indeed the case. In the high- d regime on the other hand, long-duration avalanches lie well above the $T(i) = i$ curve by at least a factor of two. Rather than their lifetime being restricted by the distance to the Earth boundary, avalanches build up and travel as 2D objects, and hence tend to have longer lifetimes at a given size than do 1D avalanches. Local dissipation during redistribution is the key factor here, as it can generates significant isotropic short-range spatial variations superimposed on the large-scale x -gradient sustained by the energy loading function (eq. (6.1)). A simulation with $d = 10^{-1}$ loses on average 100 times more energy at unstable sites than a simulation with $d = 10^{-3}$. Beyond a “critical” value of d , the stability becomes dominated by the contribution to the gradient associated

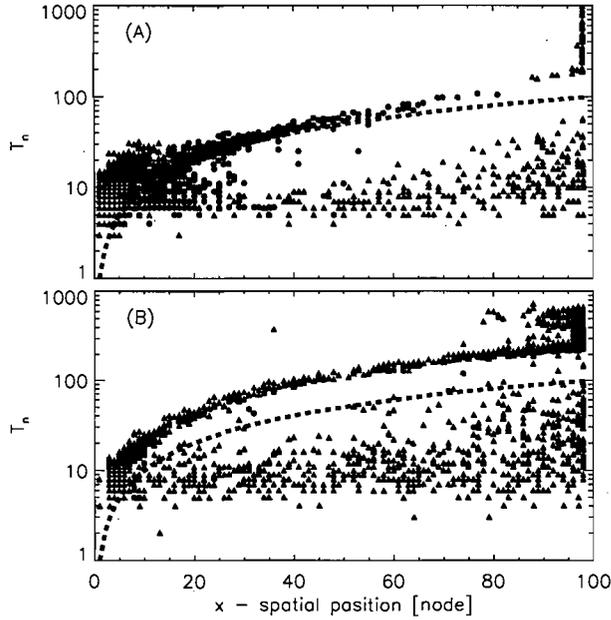


FIG. 6.5 – T_n scatterplots as function of onset positions for ratio-selected events. Green circles are for 1D events, and blue triangles are for 2D events (see text for definitions). Events that does not satisfy either aspect ratio criterion are not shown. The dashed curve is to show the function $T(i) = i$. (A) $d = 10^{-3}$ (B) $d = 10^{-1}$.

with short-range fluctuations, y -propagation becomes possible, so that avalanches can develop in both spatial dimensions, live longer, and release more energy over their lifetime.

6.4.4 Probability distribution functions

It is clear from Figure 6.4 and 6.5 that computing the probability distribution function (PDF) for the lattice as a whole would mask much of the spatial dependencies characterizing population 2 events. Consequently, we opted to subdivide the domain into 10 contiguous and equally-sized subdomains in the x -dimension, and then computed distinct probability distribution function of event size measures within each subdomain. Figure 6.6 show subsets of these PDF $f(E_n)$ for total avalanche energy, for two solutions computed in the high and low dissipation regimes, respectively. Their spatial domains are indicated in gray shading on Figure 6.4.

In panel (A), corresponding to a simulation in low- d regime, the PDF exhibits a power-law over a range of two decades for region [30, 40] up to nearly four decades for [90, 100], (regions are here labeled by their range in the node numbers in the x -direction). At the high energy end, we can discern the signature of a second, peaked distribution superposing itself on the power-law tail, i.e., the signature of population 2 events. Both the position, height and width of the peak depend on the location of the integration region considered. Here only three regions are shown for clarity, but this feature is present in every integration region. Interestingly, by combining the contributions of every region in order to

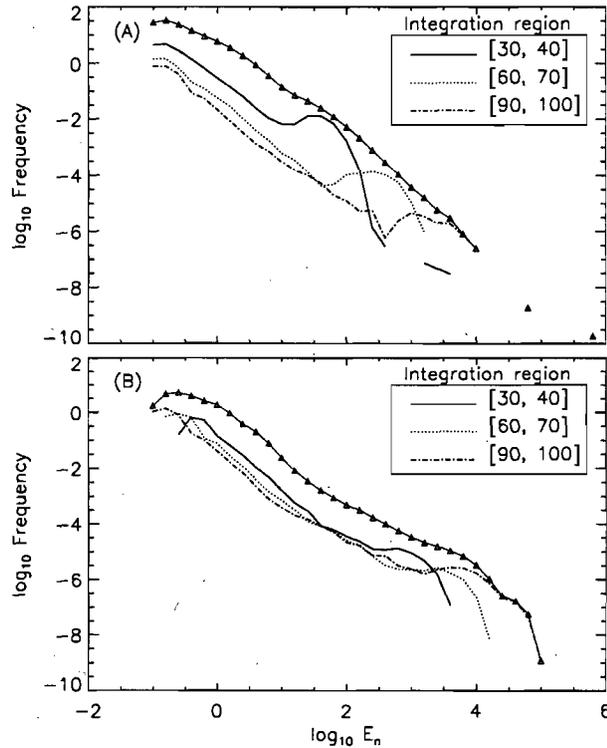


FIG. 6.6 – Probability distribution functions for total avalanche energy E_n constructed from avalanches with onset positions located within specific range in x , as labeled. For clarity, PDFs for only three such ranges are plotted. These integration regions are indicated by gray shading on Figure 6.5. The triangles show the full, spatially integrated distribution function. The results on panel (A) pertain to a simulation run in the Low dissipation regime, $d = 10^{-3}$, while panel (B) corresponds to a simulation in the high dissipation regime, $d = 10^{-1}$. In both cases the individual PDFs are constructed from about 10^4 avalanching events.

consider the behavior of the system as a whole, we obtain something closely resembling a power-law, shown as grey triangles. This spatially integrated behavior, by all appearances scale-free, is what one would normally expect from a classical sandpile model.

Panel (B) is in a similar format, but the underlying simulation run is now carried out in the high- d regime. The qualitative behavior is the same, although the high- E_n are now shifted toward higher energies. This can be explained by the enhanced spatial development of population 2 avalanches, which tend to be more energetics. However, the global power law now shows a break in logarithmic slope at $\log(E_n) \simeq 1.5$, with a well-defined shallower power-law slope in the energy range 10^2 to 10^4 .

The spatiotemporal analysis conducted by *Uritsky et al.* [2009] demonstrated the existence of two scaling regimes in the PDF of auroral emission : a single power-law for the events triggered northward of 66° magnetic latitude (MLAT), and a two-slopes power law for events triggered southward of 66° MLAT. These PDF are reproduced in Figure 6.7 for the single-slope regime, and in Figure 6.8 for the two-slopes regime (triangles). Simulation results for the corresponding global PDF are superimposed

TAB. 6.2 – Comparison between exponents of simulations and observations

Parameter	A_1	A_2	B
Simulations			
τ_E	1.90 ± 0.05	1.05 ± 0.03	1.81 ± 0.04
τ_T	2.36 ± 0.1	0.83 ± 0.1	3.51 ± 0.2
τ_P	2.25 ± 0.1	1.15 ± 0.09	2.44 ± 0.06
Observations			
τ_E	1.93 ± 0.04	0.97 ± 0.14	1.63 ± 0.02
τ_T	3.23 ± 0.08	–	2.47 ± 0.08
τ_P	2.45 ± 0.20	0.91 ± 0.37	1.88 ± 0.02

according to their qualitative behavior : we identify the low- d simulations with one-slope regime, and the high- d simulations with dual-slopes behavior. Following *Uritsky et al.*, we denote these two slopes as A_1 and A_2 for the the low and high energy portion of the two-slopes PDF, and B for the logarithmic slope of the single slope energy distribution. For each PDF in the high- d regime, we used Student's numbers to ensure that the two slopes were distinct considering the given uncertainties. For $f(E_n)$, $f(T_n)$ and $f(P_n)$, A_1 and A_2 were found different with a confidence value of at least 99%.

These slopes were compared to the measured values, as shown in table (6.2). We leave to the reader the conclusions about coherence ranges, since the the purpose of the model is less to reproduce the the very same exponents than to show that we are able to obtain a similar overall behavior.

In the model, the appearance of the second slope is closely related to the position-dependent behavior of population 2. This does not have to be the case in the real magnetosphere : it is enough to consider that the kink in the slope can be caused by the tendency of larger events to develop as 2D objects, which leads to a break of scale invariance. Transposing our results to the magnetotail would suggest that earthward regions are more likely to allow the development of 2D events than the tailward regions. Our results also show that the 1D model implementation of LC06 does not include enough degree of freedom to be able to reproduce the two slopes observed. The inclusion of the cross-tail dimension is much more than a mere matter of geometrical realism ; it has a profound impact in global avalanching dynamics.

6.4.5 Spatial intermittency index

As a consequence of the fully deterministic energy loading in our model, the behavior of the system is entirely predictable in between avalanches, but not during avalanches because of the stochasticity introduced in our nodal dissipation mechanism. Given some initial configuration of $E(x, y)$ at a time t , we can compute using $\partial E(x, y)/\partial t$, the time interval τ after which each node would reach its local instability threshold. This time interval is hence a measure of the system's criticality, just as the height

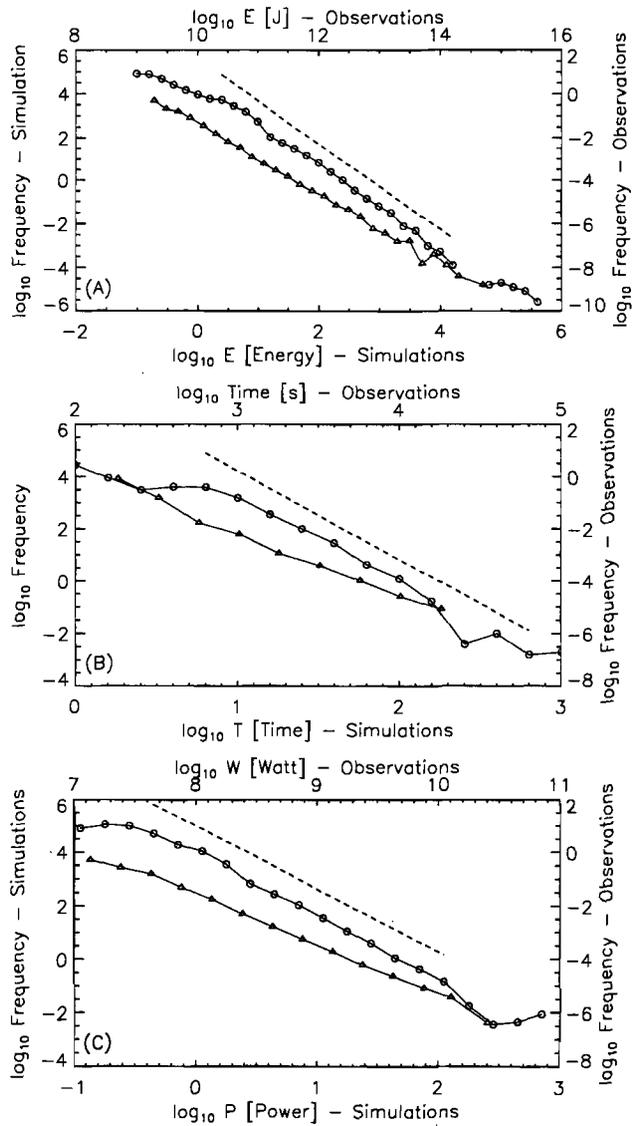


FIG. 6.7 – Statistical results for a 100×100 lattice, with $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 10^{-3}$ running for 2×10^6 iterations (circles) and data from *Uritsky et al.* (triangles) for northward observations. Total number of events considered is about 5×10^5 . (A) E_n , the integrated energy of an avalanche. (B) T_n , the avalanches durations (C) P_n , the peak-power of avalanches.

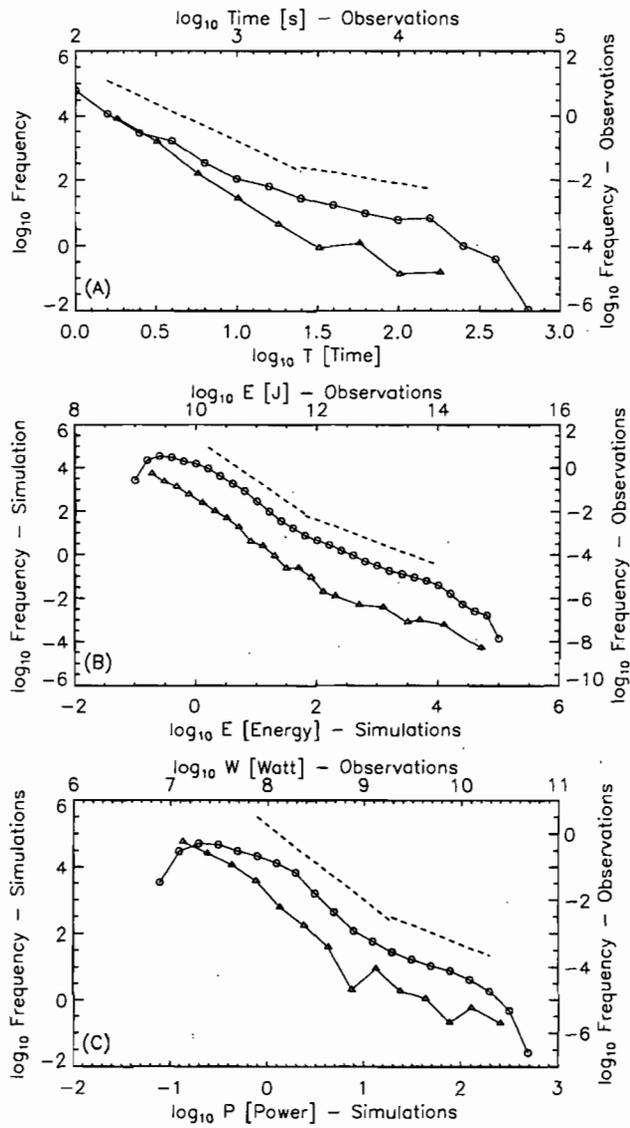


FIG. 6.8 – Statistical results for a 100×100 lattice, with $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 10^{-1}$ running for 2×10^6 iterations (circles) and data from *Uritsky et al.* (triangles) for southward observations. Total number of events considered is about 10^5 . Panels order is the same as in Figure 6.7.

of sand on the BTW-sandpile. We can therefore use the spatial distribution of $\tau(x, y; t)$ to compute the first order spatial correlation function :

$$S(r; t) = \langle |\tau(x, y; t) - \tau(x + dx, y + dy; t)| \rangle, \quad (6.15)$$

where $r = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ and angular brackets denote averaging over the full lattice at time t . We then fit to the resulting data an equation of the form

$$S(r; t) = r^{\alpha(t)} \quad (6.16)$$

where we define α as the correlation exponent index, in general a time-dependent quantity.

Intermittency as defined here is a measure of the spatial variability. For example, a sandpile with high spatial intermittency will show a rugged, noisy profile. Spatial correlations are low and the slope of $S(r)$ shallows. A steeper slope, or higher correlation exponent, is related to lower spatial intermittency. The computation method is as follow : during the simulation, at every I^{th} timesteps, we computed $\tau(x, y; t)$. For each of the snapshots produced, we then computed $S(r, t)$ according to eq.(6.4.5), and extracted the slope, $\alpha(t)$.

Representative results for the calculation of the first order correlation function in the high- d regime are shown in Figure 6.9. The sequence of total lattice energy $E_{\text{TOT}}(t)$ considered in the analysis is plotted on panel (A). We show in panel (B) the time-variation of the correlation exponents α computed from this sequence. The first thing to note is that the correlation exponent is *not* uniquely determined by E_{TOT} . The colored triangles on panel A and B help tracing the time behavior of $\alpha(t)$.

In the loading phase, α decreases. Recall that this phase is punctuated by many small avalanches (see Figure 6.2), which collectively build local gradients in the system by randomly extracting energy from toppling site. High spatial variability in local gradients brings each site near its critical configuration. Hence, a small perturbation can trigger a system-wide discharge. The correlation exponent α then rapidly increases as a large avalanche runs through the lattice and flattens out the local gradients as it strives to restore stability across the lattice. Once this large-scale discharge event ends, driving resumes, small avalanches are again produced, and the correlation exponent starts to decrease again, on its way to another discharge. Performing a similar analysis on longer sequences across the whole time series reveals not only that this is a robust pattern, but also that the correlation exponent always reaches approximately the same minimal value, $\alpha \simeq 0.3$, immediately prior to a large discharge event. This means that the degree of spatial intermittency, as measured by the correlation exponent, can be used as a useful predictor for the onset of discharge event, unlike the total lattice energy.

Remarkably, a similar behavior is observed in auroral activity. *Uritsky* [in prep.] measured the correlation exponents in auroral arcs for pre-substorms conditions, and found that these exponents suffered substantial drops in the minutes preceding the substorms onset. In the model, spatial intermittency in energy could favor percolation-like patterns in avalanches development, with which could be associated more complex auroral emission structures. We leave a detailed study of this intriguing pattern to a future paper.

6.4.6 Waiting Time Distributions

We now turn to the statistical properties of inter-event waiting times (eq. (6.11)), focusing on the high dissipation regime. Our aim is to investigate the degree to which our model can reproduce the statistics for the observed inter-substorms waiting times distribution, as reconstructed by *Borovsky et al.* (1993). Since geomagnetic perturbations associated with substorms are usually in the higher energy range, we will begin by removing from our time series all events falling below some threshold Θ on the total energy :

$$E_n = \sum_{t_0}^{t_F} S(t) < \Theta. \quad (6.17)$$

Note that this is not the same as imposing the threshold directly on the $S(t)$ time series, a procedure that risks “splitting” a single large avalanche into two avalanches closely spaced in time, and thus distort the waiting time statistics at low waiting times.

Working from a representative $d = 10^{-1}$ run, waiting times distributions resulting from this thresholding procedure are plotted in Figure 6.10-(A), or increasing values of the threshold parameter Θ . At $\Theta = 0$, the waiting time are distribute exponentially over several decades, indicative of a memoryless random process obeying Poissonian statistics. This is in fact a feature expected from SOC sandpile model under uniform driving conditions [*Boffetta et al.*, 1999; *Wheatland*, 2000; *Norman et al.*, 2001]. In panel (B), we set $\Theta = 2 \times 10^4$, which is comparable to the energy scale of discharge events. The resulting waiting time distribution is characterized by a broad peak and an exponential tail at long waiting times. The peaks indicates that the discharge events are quasiperiodic process, an inference that could already be made visually from the spacing of the larger peaks in average energy release on Figure 6.2.

The shape of the distribution plotted on Figure 6.10-(B) is rather similar to what obtained by *Borovsky et al.* [1993] for substorm waiting-times. In view of the fact that data used to construct this distribution spanned a time period of 1 yr, during which solar wind conditions varied significantly, these authors suggested that the exponential tail at low frequencies (long waiting-times) reflected variations in solar wind spectral properties, while the normal distribution is the *bona fide* signature of intrinsic magnetospheric dynamics. Our results offer an alternative interpretation, one where the presence or absence of an exponential tail is primary a matter of detection threshold, and does not necessarily imply a solar wind signature. for the exponential decay at low frequencies is only a matter of tuning the threshold. Hence, it is possible that the magnetosphere has capability to generate intrinsically the waiting-time characteristics for substorms, namely loading-unloading process and exponential decay at low frequencies under a driving imposed by a stationnary southward IMF B_z over time.

6.5 Conclusion

We designed and investigated the behavior of a 2D extension of the “proof of concept” 1D substorms model proposed by *Liu et al.* [2006], designed to be a link between the nonlinear multiscale

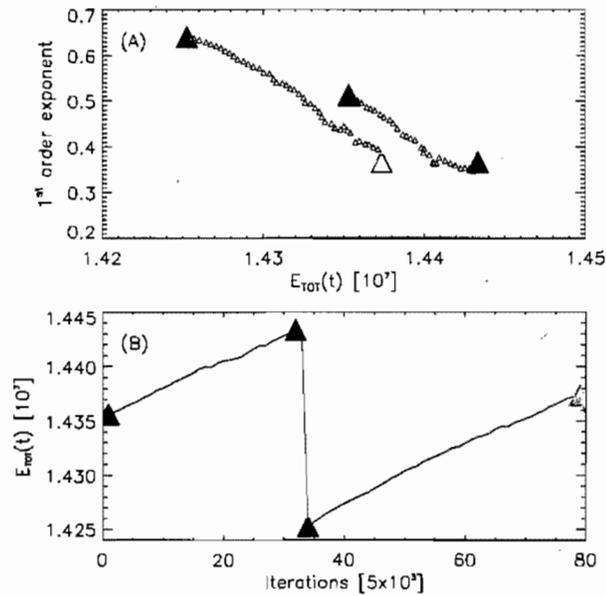


FIG. 6.9 – (A) A small segment of a time series of total lattice energy $E(t)$ for a representative simulation operating in the low dissipation regime, i.e., $d = 10^{-3}$. The colored triangles are the time references points mapping to the time abscissa on the lower panel. (B) First hundred correlation exponents α , computed every 5000 iterations in the simulation. Note the gradual decrease of α during the loading phase (blue→green, red→yellow), and the discontinuous jump at the time of a discharge event (green→red).

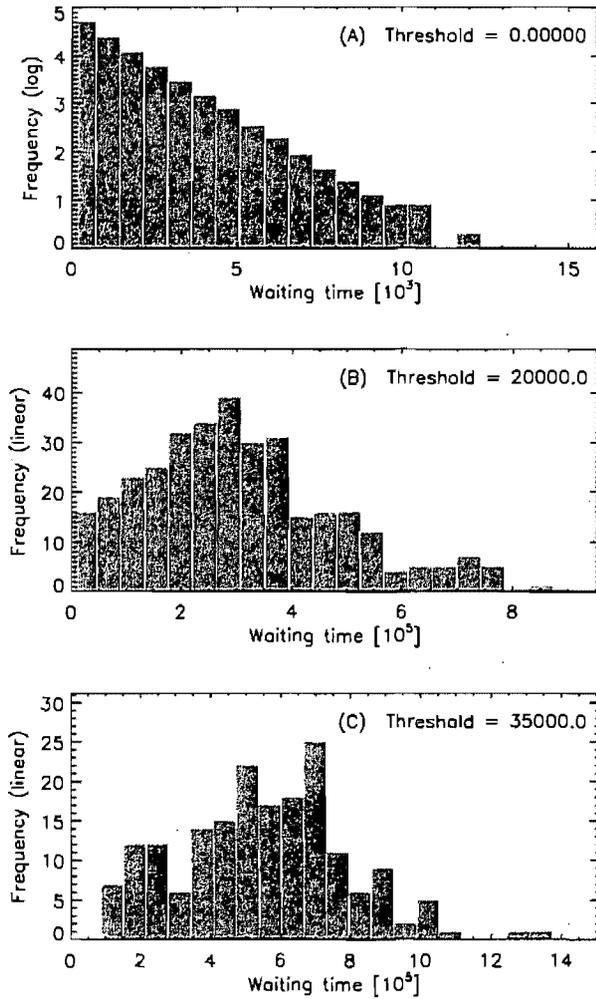


FIG. 6.10 - Waiting time statistics for a simulation on a 100×100 lattice, with $p_0 = 10^{-4}$ and $d = 1 \times 10^{-1}$, running for 5×10^6 iterations. The thresholds are (A) $\Theta = 0$, (B) $\Theta = 20\ 000$, (C) $\Theta = 35\ 000$. Note that the ordinate on Panel A is logarithmic, but is linear in B and C.

magnetospheric physic and the overidealized simplifications typical of classical sandpile model. Our overarching aim is to design the model components in terms of actual magnetospheric physical processes, in a manner such that model output can be compared to actual substorm observations with minimal ambiguity, in the form of a computational implementation simple and efficient enough to generate long simulation runs from which statistical comparison with observed substorms statistic can be carried out.

We used a lattice-based cellular automaton in which each node represents a magnetic flux tube crossing the equatorial plane of the central plasma sheet. Local stability is governed by the magnitude of the equatorial electrical current, and energy injection is entirely deterministic and spatially non-uniform, so as to mimic the slow energy buildup associated with steady solar-wind driven convection within the magnetotail. This form of energy loading stands in stark contrast with previous randomly-driven magnetospheric sandpile models. Our model also departs from classical sandpile models in implementing non-conservative redistribution rules, in order to mimic energy loss out of the CPS due to Alfvén wave generation, this energy loss being taken as a proxy of auroral emission. Such energy loss, even of small magnitude, turns out to be an important determinant of the model's global dynamical behavior. In particular, relatively high nodal energy loss (of the order of a few percent) is found to favor the buildup of short-range spatial fluctuations, which in turn greatly affect the growth and propagation of the energy avalanches that are the model's equivalent of substorms.

Suitable adjustment of the dissipation parameter (d) controlling local nodal energy loss was found to produce frequency distribution of event size that reproduce rather well the PDFs obtained by *Uritsky et al.* [2009] for actual auroral emission observations. These authors found power-law PDFs for tailward-triggered emission events, but dual slope power-law PDFs for earthward-triggered events, following to the standard magnetic field lines mapping from CPS to the ionosphere. In our model a similar two-slope regime results from the enhanced 2D spatial developments of avalanches, favored by higher nodal dissipation. Yet with constant d no clear-cut transition was found by considering avalanches on the basis of their triggering regions. Taken on per available observational constraints, our model results therefore suggest that the loss of scale invariance occurs in earthward magnetospheric configurations that favor percolation propagation for large perturbations. For the model, both single and two slopes regimes of position-dependent PDF showed mixed distributions, namely exponential behavior at low energies, superimposed on a normal distribution at higher energies. These findings suggest that both single and double scaling regimes of auroral emission can arise as intrinsic features of avalanching dynamics within the CPS, alleviating the need to invoke specific power spectral distribution for the solar wind driver.

We also used our simulation output to construct inter-event waiting time distributions, under different internal parameter settings and thresholding conditions. Retaining all events (zero threshold) is found to yield an exponential distribution of waiting, as expected from stationary random processes obeying Poissonian statistics. However, when the detection threshold becomes of the order of the discharge event energy, a normal distribution emerges at high energies. Such a mixed distribution of

waiting times is in accordance to inter-substorms waiting time measured by *Borovsky et al.* [1993], who went on suggested that the exponential tail at low frequencies is a signature of the solar wind fluctuation spectrum. In contrast, the loading-unloading cycle characterizing our model operating in the moderate dissipation regime reproduce the same statistical behavior even with a temporally steady driver. A similar loading-unloading cycle was found in the original LC06 model, but there this behavior was driven in part by the adopted Earthward boundary condition, and cannot be said to be truly intrinsic to internal CPS dynamic. In the model considered herein, on the other hand, quasiperiodic discharge events with a well-defined energy scale are produced even though boundary nodes are effectively treated in the same way as any interior node.

One of the most intriguing aspect of our simulations is the temporal behavior of the intermittency index, which measures the level of structuring in the energy-storing lattice. The numerical value of the intermittency index is found to increase gradually up to a value of approximately $\alpha = 0.3$, after which a large discharge event is rapidly triggered. Remarkably, a qualitatively similar systematic increase in spatial intermittency was also observed by *Uritsky et al.* [in prep] in high-cadence images of auroral arcs in minutes preceding substorms onset. This opens the possibility that a precursor for substorm onset could be extracted from high cadence imaging of auroral arcs. We will explore this possibility at depth in a forthcoming paper [REF *Uritsky et al.* in prep]

At the most fundamental level, our model demonstrates that complex, multi-scale energy release behavior can arise even under the most simple loading conditions, namely a temporally steady, spatially global driver. This suggest that many of the multi-scale magnetospheric manifestations of substorms can be intrinsic features of magnetospheric dynamics, as opposed to a reflection of multi-scaling processes taking place in the solar wind and imprinting themselves on the magnetosphere. Shall we dare write that there is grandeur in this view of substorms...?

Conclusion

Liu *et al.* (2006) ont proposé un modèle à criticalité auto-régulée de la magnétosphère dans lequel était introduit un forçage déterministe et global sous contrainte de deux critères de stabilité. Se voulant davantage une preuve de concept, ce modèle fut en mesure de reproduire d'une part les distributions en loi de puissance des énergies des sous-orages, et d'autre part une distribution normale pour les temps d'attente des événements de décharge. Le modèle ne s'est toutefois pas avéré tout à fait satisfaisant. D'abord, l'utilisation d'une seule dimension contraignait le développement spatial des avalanches. D'autre part, les conditions aux frontières utilisées ont laissé quelques questions en suspens.

Dans le cadre de ce travail, nous avons entamé une étude d'une version 2D du modèle de Liu *et al.* Des deux critères, seul celui sur la magnitude du gradient (J_c) fut conservé ; quant aux frontières, elles furent traitées de manière pratiquement indistincte des cellules internes. Ces deux modifications ont simplifié le modèle, et n'ont pratiquement rien changé à son comportement statistique global. L'utilisation d'un réseau en deux dimensions s'est avérée justifiée de par les observations que seul l'aspect bidimensionnel des avalanches permettait de reproduire.

Les résultats concernent principalement la comparaison entre deux régimes du modèle déterminés par la valeur de la dissipation choisie : un régime avec $d = 10^{-1}$ (dissipation élevée) ainsi qu'un régime avec $d = 10^{-3}$ (dissipation faible). Voici une synthèse de nos résultats.

Comportement spatial

1. À faible d , les avalanches se développent principalement en une dimension spatiale, alors qu'elles se développent davantage en deux dimensions lorsque d est élevé. Ceci est causé par une variabilité spatiale accrue dans le cas de la haute dissipation, favorisant ainsi la percolation des avalanches.
2. Les événements se distribuent en deux populations : la population 1 possède peu de dépendance spatiale, et se distribue en loi de puissance en fonction des observables. La population 2 montre une timide distribution normale qui dépend linéairement de la position.

Pentes distinctes

1. Pour un x fixe, la distribution de E_n montre effectivement une loi de puissance pour les événements de la population 1. À ceci se greffe la distribution normale de la population 2. Le pic de

la distribution normale est déplacée vers les plus hautes énergies lorsque $d = 10^{-1}$.

2. Spatialement intégrés, les observables principaux du modèle en deux dimensions, à savoir l'énergie des avalanches, leur puissance maximale ainsi que leur durée montrent un comportement en loi de puissance sur plusieurs ordres de grandeurs lorsque $d < 1 \times 10^{-3}$. Avec $d \approx 1 \times 10^{-1}$, on trouve deux pentes ; celle calculée pour les basses valeurs des observables est typiquement plus prononcée que celle calculée pour les hautes valeurs. C'est la tendance accrue des événements de décharge à se développer en deux dimensions qui cause l'apparition de la seconde pente.
3. Dans les deux régimes, les données obtenues sont qualitativement comparables aux observations de Uritsky *et al.* (2008), bien qu'il soit possible que la présence de la deuxième pente soit une signature des fluctuations du vent solaire. Notre modèle montre cependant qu'un tel comportement est possible de manière intrinsèque.
4. Pour un d fixé, le modèle n'est pas en mesure de reproduire le comportement en une (deux) loi de puissance lorsque la position de déclenchement est éloignée (rapprochée) de la Terre. L'hypothèse est donc émise que le modèle reproduise, avec $d < 1 \times 10^{-3}$, les conditions de la partie la plus lointaine de queue de la magnétosphère, alors qu'utiliser $d \approx 10^{-1}$ rend plutôt compte du comportement près de la Terre.

Rien ne permet encore d'expliquer observationnellement la présence de deux pentes dans la distribution des sous-orages. De plus, les observations actuelles ne permettent pas de vérifier l'hypothèse proposée par l'analyse de notre modèle, à savoir une superposition de distributions normales dont l'abscisse du pic dépend de la position de déclenchement. Si les prévisions de notre modèle s'avéraient justes, les interprétations pour la magnétosphère suggéreraient deux types de manifestations ;

- a) des avalanches locales se distribuant selon une loi de puissance, indépendamment de la position de déclenchement ;
- b) des avalanches de plus grande amplitude, avec des valeurs de temps d'attente caractéristiques, et pouvant donner naissance à des sous-orages. Ces avalanches auraient des énergies et des durées qui dépendent de la position de déclenchement. Les avalanches qui se déclencheraient près de la Terre montreraient une structure bidimensionnelle plus développée.

Temps d'attente

La statistique des temps d'attente montre une distribution exponentielle, comme on s'y attendrait de la part d'un système SOC. Toutefois, en ne considérant que les événements pour lesquels E_n dépasse un certain seuil, nous avons trouvé une distribution similaire à celle obtenue par Borovsky *et al.* (1993). Puis, avec un seuil légèrement plus grand, nous obtenons une distribution normale, montrant l'existence d'un cycle de charge-décharge dans le modèle. Nous avons donc montré qu'il est possible pour un modèle SOC à forçage déterministe de produire à la fois une distribution en loi de puissance et un cycle de charge-décharge sans que quoi que ce soit ne soit explicitement implémenté pour stimuler la décharge. Un tel comportement est donc possible de manière intrinsèque dans la magnétosphère.

Intermittence

1. Préalablement au déclenchement d'un événement de décharge, l'indice d'intermittence du système augmente, puis retombe immédiatement après l'avalanche. Cela est conforme aux observations d'indices d'intermittence spatiale effectuées sur des arcs auroraux dans les instants précédant le déclenchement d'un sous-orage [Uritsky *et al.*, en préparation]
2. Le déclenchement d'un événement de décharge n'est pas nécessairement relié à l'énergie totale contenue dans le système, mais à l'atteinte d'un indice d'intermittence critique. Il pourrait probablement s'agir là d'un outil de prédiction des sous-orages.

Directions futures

Le modèle présenté dans les sections précédentes apporte, comme on l'a vu, plusieurs résultats qui sont d'un intérêt certain. La configuration bidimensionnelle permet encore plusieurs comparaisons avec les observations.

On pourra constater en y regardant de plus près que la quantité de paramètres libres du système est somme toute considérable. Le taux de forçage, la dissipation, la valeur de la pente critique et sa dépendance spatiale, la dépendance spatiale du forçage, la dissipation aux frontières, l'étendue de la distribution aléatoire de laquelle est tirée l'énergie dissipée et la valeur hystérétique de la pente post-instabilité sont quelques exemples. On le comprend, l'exploration rigoureuse de cet espace des paramètres pourrait être fort longue. La difficulté ici est de cerner la frontière entre ce qu'il est pertinent de modifier et ce qui ne l'est pas. Comme il s'agit un modèle mathématique, les valeurs utilisées sont plutôt empiriques. Les liens avec la physique et les mécanismes implémentés dans le modèle se font *a posteriori* : il n'est donc pas nécessairement pertinent de trouver le régime de paramètres dans lequel le modèle concordera exactement avec les observations. Cependant, c'est en explorant cet espace des paramètres que de nouveaux comportements ou explications pourraient surgir.

Comme premier pas dans cette direction, on pourrait simplement déterminer quels sont les paramètres qui affectent ou n'affectent pas le comportement global du modèle. Dans le cadre de ce travail, ce sont les effets de la variation de la dissipation et du forçage qui ont été évalués. Nous l'avons vu, l'influence d'une modification du forçage sur la dynamique est imperceptible, en autant que celui-ci demeure faible, alors que la dissipation exerce un effet dynamique important. Ainsi, considérant que ce modèle cherche à reproduire qualitativement les stistiques des sous-orages, certains paramètres pourraient avoir sur celles-ci qu'une influence minime, dont l'ampleur ne justifie pas une analyse approfondie.

Les mesures présentées dans ce mémoire sont limitées en comparaison des possibilités du modèle. Les dimensions fractales des projections des avalanches pourraient être comparées aux observations, de même que leur vitesse de propagation. Nous avons proposé, avec l'analyse de l'indice d'intermittence, une avenue probablement prometteuse concernant la prédiction des sous-orages. Qui plus est, des

simulations sur des réseaux plus fins pourraient être pertinentes, ne serait-ce que pour isoler les effets du maillage fini sur les précédentes simulations.

Il serait également intéressant de tenter de trouver une proportionnalité entre les unités de temps du modèle et celles de la réalité. Peut-être pourra-t-on alors se risquer à lui faire subir un forçage inspiré des mesures du vent solaire.

ÉPILOGUE, OU OPINIONS DE L'AUTEUR

Malgré les résultats probants, ce modèle demeure une idéalisation presque naïve pour laquelle le lien avec la physique est parfois subtil. Aussi, les résultats qu'il donne doivent être toujours considérés avec un bon esprit critique.

La science est ponctuée de défaites comme de réussites : la progression de la connaissance est faite de branches et de ramifications qui tantôt s'éteignent, tantôt persistent. L'Histoire est sélective, et en charcuterie la plupart pour ne garder qu'un tracé principal, la plupart du temps linéaire. La physique magnétosphérique, qui s'inscrit dans le contexte plus vaste de la turbulence, montre encore une effervescence dans plusieurs de ses ramifications. On mesure tout ce que l'on peut, on tente de corrélérer toutes sortes de quantités, les modèles sont nombreux, et par la force de la statistique, dans cette arborescence, il y aura bien une branche qui pourra éventuellement se dresser parmi les autres et indiquer à la postérité la voie à suivre.

Considérant la puissance de calcul grandissante accessible aux chercheurs, il est peu probable que l'argument de la simplicité et de la rapidité d'exécution qui est la marque de commerce des modèles SOC tienne la route devant les simulations implémentant directement les équations physiques, du moins à long terme. De plus, leur incapacité structurelle à fournir des prédictions déterministes est certainement un handicap supplémentaire. À la lumière des apprentissages effectués dans le cadre de ce projet, la seule prédiction que je puis me risquer à faire est celle-ci : les modèles SOC doivent se réinventer, autrement leurs jours sont comptés.

Bibliographie

- [Akasofu(1964)] Akasofu, S.-I. 1964. The development of the auroral substorm. *Planetary and Space Science* 12, 273.
- [Axford(1997)] Axford, W. I., McKenzie, J. F. 1997. The solar wind *Chapitre de Cosmic Winds and the Ionosphere*. The University of Arizona Press. 31-65
- [Bagenal(1992)] Bagenal, F. 1992. Giant planet magnetospheres. *Ann Rev. Earth and Planet. Sci.* 20, 289
- [Bak et Sneppen (1993)] Bak, P. et Sneppen, K. 1993 . Punctuated equilibrium and criticality in a simple model of evolution. *Physical Review Letters* 74. 4083
- [Bak, Tang et Wiesenfeld (1987)] Bak, P., Tang, C., Wiesenfeld, K. 1987. Self-organized criticality - An explanation of 1/f noise. *Physical Review Letters* 59, 381-384.
- [Bargatze *et al.*(1985)] Bargatze, L. F., Baker, D. N., Hones, E. W., Jr., McPherron, R. L. 1985. Magnetospheric impulse response for many levels of geomagnetic activity. *Journal of Geophysical Research* 90, 6387-6394.
- [Biermann(1951)] Biermann, L. 1951. Kometenschweife und solare Korpuskularstrahlung. *Zeitschrift für Astrophysik* 29, 274.
- [Biermann(1952)] Biermann, L. 1952 . Über den Schweif des kometer Halley im jahre 1910 . *Zeit Naturforsch . 7a .* 127
- [Biermann(1957)] Biermann, L. 1957. Solar corpuscular radiation and the interplanetary gas. *The Observatory* 77, 109-110.
- [Birkeland(1896)] Birkeland, Kr. 1896 . Sur les rayons cathodiques sous l'action de forces magnétiques intenses, *Archi. Sci. Phys. Naturelles* 1. 497
- [Birkeland(1908)] Birkeland, Kr. 1908 . On the cause of magnetic storms and the origin of terrestrial magnetism, first section. *The Norwegian Aurora Polaris Expedition 1902-3. vol.1.*
- [Birkeland(1913)] Birkeland, Kr. 1913 . On the cause of magnetic storms and the origin of terrestrial magnetism, second section. *The Norwegian Aurora Polaris Expedition 1902-3. vol.2.*
- [Bonetti *et al.*(1963)] Bonetti, A., Bridge, H. S., Lazarus, A. J., Rossi, B., Scherb, F. 1963. Explorer 10 Plasma Measurements. *Journal of Geophysical Research* 68, 4017.

- [Borovsky *et al.*(1993)] Borovsky, J. E., Nemzek, R. J., Belian, R. D. 1993. The occurrence rate of magnetospheric-substorm onsets - Random and periodic substorms. *Journal of Geophysical Research* 98, 3807-3813.
- [Chapman *et al.*(1998)] Chapman, S. C., Watkins, N. W., Dendy, R. O., Helander, P., Rowlands, G. 1998. A simple avalanche model as an analogue for magnetospheric activity. *Geophysical Research Letters* 25, 2397-2400.
- [Chapman *et al.*(1999)] Chapman, S. C., Dendy, R. O., Rowlands, G. 1999. A sandpile model with dual scaling regimes for laboratory, space and astrophysical plasmas. *Physics of Plasmas* 6, 4169-4177.
- [Chua *et al.*(2001)] Chua, D., Parks, G., Brittnacher, M., Peria, W., Germany, G., Spann, J., Carlson, C. 2001. Energy characteristics of auroral electron precipitation : A comparison of substorms and pressure pulse related auroral activity. *Journal of Geophysical Research* 106, 5945-5956.
- [Cully(1998)] Cully, C. M., Donovan, E. F. 1998 A derivation of the gradient drift based on energy conservation. *American Journal of Physics* 67. 10
- [Dandouras *et al.*(1986)] Dandouras, J., Reme, H., Saint-Marc, A., Sauvaud, J. A., Parks, G. K. 1986. A statistical study of plasma sheet dynamics using ISEE 1 and 2 energetic particle flux data. *Journal of Geophysical Research* 91, 6861-6870.
- [Davis et Sugiura(1966)] Davis, T. and Sugiura, M. 1966. Auroral Electrojet Activity Index AE and Its Universal Time Variations. *Journal of Geophysical Research* 99(3), 785-801.
- [Dungey(1961)] Dungey, J. W. 1961 . Interplanetary magnetic fields and the auroral zones. *Physical Review Letters* 6. 47-48
- [Dunlop and Balogh(2005)] Dunlop, M. W., Balogh, A. 2005. Magnetopause current as seen by Cluster. *Annales Geophysicae* 23, 901-907.
- [Drossel et Schwalb (1992)] Drossel, B. et Schwalb, F. 1992 . Self-organized critical forest-fire model. *Physical Review Letters* 69. 1629
- [Fitzgerald(1892)] FitzGerald, G. F . 1892. Sun spots and magnetic storms. *The Electrician* 30, 48.
- [Fitzgerald(1900)] FitzGerald, G. F . 1900. Sun spots, magnetic storms, comets' tails, atmospheric electricity, and aurorae. *The Electrician* 46, 287-288.
- [Freeman *et al.*(2000)] Freeman, M. P., Watkins, N. W., Riley, D. J. 2000. Evidence for a solar wind origin of the power law burst lifetime distribution of the AE indices. *Geophysical Research Letters* 27, 1087.
- [Freeman(2002)] Freeman, M. P., Watkins, N. W. 2002. The Heavens in a Pile of Sand. *Science* 298, 979-980
- [Frette *et al.* (1996)] Frette, V., Christensen, K., Malthé-Sørensen, A., Feder, J., Jøssang, T., et Meakin, P. Avalanche dynamics in a pile of rice *Nature* 379. 49-52.

- [Harris(1962)] Harris, E. G. 1962. On a plasma sheet separating regions of oppositely directed magnetic field. *Nuovo. Cimento* 23, 115-121)
- [Hasegawa(1976)] Hasegawa, A. 1976. Particle acceleration by MHD surface wave and formation of aurora. *Journal of Geophysical Research* 81, 5083-5090.
- [Huang et Frank(1994)] Huang, C. Y., Frank, L. A. 1994. A statistical survey of the central plasma sheet. *Journal of Geophysical Research* 99, 83-95.
- [Kamide(1982)] Kamide, Y. 1982. The relationship between field-aligned currents and the auroral electrojets - A review. *Space Science Reviews* 31, 127-243.
- [Klimas *et al.*(1992)] Klimas, A. J., Baker, D. N., Roberts, D. A., Fairfield, D. H., Buechner, J. 1992. A nonlinear dynamical analogue model of geomagnetic activity. *Journal of Geophysical Research* 97, 12253.
- [Klimas *et al.*(1994)] Klimas, A. J., Baker, D. N., Vassiliadis, D., Roberts, D. A. 1994. Substorm recurrence during steady and variable solar wind driving : Evidence for a normal mode in the unloading dynamics of the magnetosphere. *Journal of Geophysical Research* 99, 14855-14862.
- [Klimas *et al.*(1996)] Klimas, A. J., Vassiliadis, D., Baker, D. N., Roberts, D. A. 1996. The organized nonlinear dynamics of the magnetosphere. *Journal of Geophysical Research* 101, 13089-13114.
- [Kozelov et Kozelova(2002)] Kozeloz, B.V, Kozelova, T.V. Cellular model analogy of the magnetosphere-ionosphere substorm activity driven by solar wind with finite velocity of penetration into magnetosphere. *Physics of the Auroral Phenomena, Proc. XXV Annual Seminar*, 17-20
- [Lemon *et al.*(2004)] Lemon, C., Wolf, R. A., Hill, T. W., Sazykin, S., Spiro, R. W., Toffoletto, F. R., Birn, J., Hesse, M. 2004. Magnetic storm ring current injection modeled with the Rice Convection Model and a self-consistent magnetic field. *Geophysical Research Letters* 31, 21801.
- [Liu(1997)] Liu, W. W. 1997. Physics of the explosive growth phase : Ballooning instability revisited. *Journal of Geophysical Research* 102, 4927-4931.
- [Liu *et al.* (2006a)] Liu, W., Charbonneau, P., Donovan, E., Manuel, J. 2006a. An avalanche model of magnetospheric substorms based on cross-scale coupling in the central plasma sheet. 8th International Conference on Substorms. 153-158
- [Liu *et al.*(2006)] Liu, W. W., Charbonneau, P., Thibault, K., Morales, L. 2006. Energy avalanches in the central plasma sheet. *Geophysical Research Letters* 33, 19106.
- [Lu et Hamilton(1991)] Lu, E. T., Hamilton, R. J. 1991. Avalanches and the distribution of solar flares. *Astrophysical Journal* 380, L89-L92.
- [Lu (1995)] Lu, E. T., 1995. Avalanches in Continuum Driven Dissipative Systems *Physical Review Letters* 74, 13
- [Lui *et al.*(1991)] Lui, A. T. Y., Chang, C.-L., Mankofsky, A., Wong, H.-K., Winske, D. 1991. A cross-field current instability for substorm expansions. *Journal of Geophysical Research* 96, 11389.

- [Lui *et al.*(1992)] Lui, A. T. Y., Lopez, R. E., Anderson, B. J., Takahashi, K., Zanetti, L. J., McEntire, R. W., Potemra, T. A., Klumpar, D. M., Greene, E. M., Strangeway, R. 1992. Current disruptions in the near-earth neutral sheet region. *Journal of Geophysical Research* 97, 1461-1480.
- [Lui(1996)] Lui, A. T. Y. 1996. Current disruption in the Earth's magnetosphere : Observations and models. *Journal of Geophysical Research* 101, 13067-13088.
- [Lui *et al.*(2000)] Lui, A. T. Y., Chapman, S. C., Liou, K., Newell, P. T., Meng, C. I., Brittnacher, M., Parks, G. K. 2000. Is the dynamic magnetosphere an avalanching system ?. *Geophysical Research Letters* 27, 911.
- [Lui(2000)] Lui, A.T.Y. 2000. Tutorial on Geomagnetic Storms and Substorms. *IEE Transactions on Plasma Science* 28, 6
- [Lui et Yoon(1995)] Lui, A. T. Y., Yoon, P. H. 1995. Preliminary nonlocal analysis of cross-field current instability for substorm expansion onset. *Journal of Geophysical Research* 100, 19147-19154.
- [McComas *et al.*(1986)] McComas, D. J., Bame, S. J., Russell, C. T., Elphic, R. C. 1986. The near-earth cross-tail current sheet - Detailed ISEE 1 and 2 case studies. *Journal of Geophysical Research* 91, 4287-4301.
- [McPherron *et al.*(1973)] McPherron, R. L., Russell, C. T., Aubry, M. P. 1973. Satellite studies of magnetospheric substorms on August 15, 1968. 9. Phenomenological model for substorms.. *Journal of Geophysical Research* 78, 3131-3149.
- [McPherron and Manka(1985)] McPherron, R. L., Manka, R. H. 1985. Dynamics of the 1054 UT March 22, 1979, substorm event - CDAW 6. *Journal of Geophysical Research* 90, 1175-1190.
- [McPherron *et al.* (2007)] McPherron, R. L., James M. Weyganda, J. M., et Hsua, T. S. 2007. Response of the Earth's magnetosphere to changes in the solar wind. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 70, 303-315
- [Neugebauer et Snyder(1966)] Neugebauer, M., Snyder, C. W. 1966. Mariner 2 Observations of the Solar Wind, 1, Average Properties. *Journal of Geophysical Research* 71, 4469.
- [Neugebauer et Snyder(1967)] Neugebauer, M., Snyder, C. W. 1967. Mariner 2 Observations of the Solar Wind, 2, Relation of Plasma Properties to the Magnetic Field. *Journal of Geophysical Research* 72, 1823.
- [Ohtani and Tamao(1993)] Ohtani, S.-I., Tamao, T. 1993. Does the ballooning instability trigger substorms in the near-Earth magnetotail ?. *Journal of Geophysical Research* 98, 19369.
- [Olami, Feder et Christensen (1992)] Olami, Z., Feder, H. J. S., et Christensen, K. 1992 . Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes. *Physical Review Letters* 86. 1244
- [Parker(1958)] Parker, E. N. 1958. Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic Fields.. *Astrophysical Journal* 128, 664.

- [Parker(1997)] Parker, E. N. 1997. Mass ejection and a brief history of the solar wind concept. Chapitre de Cosmic Winds and the Ionosphere. The University of Arizona Press. 3-27
- [Pu *et al.*(1992)] Pu, Z. Y., Korth, A., Kremser, G. 1992. Plasma and magnetic field parameters at substorm onsets derived from GEOS 2 observations. *Journal of Geophysical Research* 97, 19341.
- [Rostoker *et al.*(1987)] Rostoker, G., Akasofu, S. I., Baumjohann, W., Kamide, Y., McPherron, R. L. 1987. The roles of direct input of energy from the solar wind and unloading of stored magnetotail energy in driving magnetospheric substorms. *Space Science Reviews* 46, 93-111.
- [Roux *et al.*(1991)] Roux, A., Perraut, S., Robert, P., Morane, A., Pedersen, A., Korth, A., Kremser, G., Aparicio, B., Rodgers, D., Pellinen, R. 1991. Plasma sheet instability related to the westward traveling surge. *Journal of Geophysical Research* 96, 17697.
- [Shaw(1984)] Shaw, R. 1984. The dripping faucet as a model chaotic system. *The Science Frontier Express Serie. Aerial Press*
- [Sitnov *et al.*(2004)] Sitnov, M. I., Lui, A. T. Y., Guzdar, P. N., Yoon, P. H. 2004. Current-driven instabilities in forced current sheets. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* 109, 3205.
- [Stauffer et Sornette (1999)] Stauffer, D. et Sornette, D. 1999. Self-Organized Percolation Model for Stock Market Fluctuations. *Physica A* 271. 496-506
- [Takalo *et al.*(1999)] Takalo, J., Timonen, J., Klimas, A., Valdivia, J., Vassiliadis, D. 1999. Nonlinear energy dissipation in a cellular automaton magnetotail field model. *Geophysical Research Letters* 26, 1813-1816.
- [Takalo *et al.*(2000)] Takalo, J., Mursula, K., Timonen, J. 2000. Role of the driver in the dynamics of a coupled-map model of the magnetotail : Does the magnetosphere act as a low-pass filter ?. *Journal of Geophysical Research* 105, 27665-27672.
- [Takalo et Timonen (1994)] Takalo, J., Timonen, J., Koskinen, H. 1994. Properties of AE data and bicolored noise. *Journal of Geophysical Research* 99, 13239.
- [Tsurutani *et al.*(1990)] Tsurutani, B. T., Goldstein, B. E., Sugiura, M., Iyemori, T., Gonzalez, W. D. 1990. The nonlinear response of AE to the IMF Bs driver - A spectral break at 5 hours. *Geophysical Research Letters* 17, 279-282.
- [Tsyganenko(1989)] Tsyganenko, N. A. 1989. A magnetospheric magnetic field model with a warped tail current sheet. *Planetary and Space Science* 37, 5-20.
- [Uritsky(2001a)] Uritsky, V., Pudovkin, M., Steen, A. 2001. Geomagnetic substorms as perturbed self-organized critical dynamics of the magnetosphere. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 63, 1415-1424
- [Uritsky(2001)] Uritsky, V., Klimas, A. J., Valdivia, J. A., Vassiliadis, D., Baker, D. N. 2001. Stable critical behavior and fast field annihilation in a magnetic field reversal model. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 63, 1425-1433

- [Uritsky *et al.*(2002)] Uritsky, V. M., Klimas, A. J., Vassiliadis, D., Chua, D., Parks, G. 2002. Scale-free statistics of spatiotemporal auroral emissions as depicted by POLAR UVI images : Dynamic magnetosphere is an avalanching system. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* 107, 1426.
- [Uritsky *et al.*(2003)] Uritsky, V. M., Klimas, A. J., Vassiliadis, D. 2003. Evaluation of spreading critical exponents from the spatiotemporal evolution of emission regions in the nighttime aurora. *Geophysical Research Letters* 30, 150000-1.
- [Uritsky *et al.*(2008)] Uritsky, V. M., Donovan, E., Klimas, A. J., Spanswick, E. 2008. Scale-free and scale-dependent modes of energy release dynamics in the nighttime magnetosphere. *Geophysical Research Letters* 35, 21101.
- [Vespignani *et al.* (1995)] Vespignani, T., Zapperi, S., Pietronero, L., 1995. Renormalization approach to the self-organized critical behavior of sandpile models. *Physical Review E* 51, 3

Monographies

- [Bagenal (2009)] Bagenal, F. 2009. Comparative planetary environments. *Heliophysics : Plasma Physics of the Local Cosmos*. Cambridge University Press. 375-416
- [Cardy (1996)] Cardy, J. 1996. *Scaling and Renormalisation in Statistical Physics*. Cambridge University Press
- [Carlson et Egeland(1995)] Carlson Jr, H. J., Egeland, A. 1995. The aurora and the auroral ionosphere. *Introduction to Space Physics*. Cambridge University Press
- [Domb (1996)] Domb, C. 1996. *The Critical Point*. Taylor & Francis
- [Charbonneau (2008)] Charbonneau, P. 2008. *Magnétohydrodynamique astrophysique*. Notes de cours PHY-6795 . Université de Montréal
- [Charbonneau (2007)] Charbonneau, P. 2007. *Hydrodynamique*. Notes de cours PHY 3140 . Université de Montréal
- [Choudhuri (1998)] Choudhuri, A. R. 1998. *The physic of fluids and plasma : an introduction for astrophysicists*. Cambridge University Press
- [Herbut (2007)] Herbut, I. 2007. *A Modern Approach to Critical Phenomena*. Cambridge University Press
- [Hugues (1995)] Hugues, W. J. 1995. *The Magnetosphere, Magnetotail, and Magnetic Reconnection*. Chapitre de Introduction to Space Physics. Cambridge University Press
- [Hundhausen(1995)] Hundhausen, A. J. 1995. *The solar wind*. Chapitre de Introduction to Space Physics. Cambridge University Press
- [Jenssen (1998)] Jenssen, H. J. 1998. *Self-Organized Criticality*. Cambridge University Press
- [McPherron (1995)] McPherron, R. L. 1995. *Magnetospheric Dynamics*. Introduction to Space Physics. Cambridge University Press

- [Prölss (2004)] Prölss, G. W. 2004. Physics of the Earth's Space Environment. Springer
- [Sornette (2004)] Sornette, S. 2004. Critical Phenomena in Natural Sciences. Springer
- [Wolf (1995)] Wolf, R. A. 1995. Magnetospheric Configuration. Chapitre de Introduction to Space Physics. Cambridge University Press

Références Web

- [1] http://www.astro.umontreal.ca/~paulchar/grps/histoire/newsite/sp/great_moments_f.html#gm_1185
- [2] http://science.nasa.gov/headlines/y2008/06may_carringtonflare.htm
- [3] <http://www.spennis.oma.be/spennis/help/background/coortran/coortran.html>
- [4] http://gsc.nrcan.gc.ca/geomag/nmp/daily_mvt_nmp_f.php
- [5] <http://www-star.stanford.edu/~vlf/ejet/electrojet.html>
- [6] http://www-istp.gsfc.nasa.gov/istp/event_apr97/uvi_images/100_101_storm.gif
- [7] http://aurora.phys.ucalgary.ca/themis/outreach/themis_asi_examples.png
- [8] <http://www.ferzkopp.net/Personal/Thesis/node11.html>
- [9] <http://www-sprof.gsfc.nasa.gov/Education/wmap.html>
- [10] <http://www.astro.umontreal.ca/vallieres/Site/avalanche090115.mpg>