

Direction des bibliothèques

AVIS

Ce document a été numérisé par la Division de la gestion des documents et des archives de l'Université de Montréal.

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

This document was digitized by the Records Management & Archives Division of Université de Montréal.

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal

Sujets variés concernant les désintégrations hadroniques des mésons B

par
Maxime Imbeault

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.)
en physique

Mars, 2009

© Maxime Imbeault, 2009.



Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

Sujets variés concernant les désintégrations hadroniques des mésons B

présentée par:

Maxime Imbeault

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Richard MacKenzie,	président-rapporteur
David London,	directeur de recherche
Claude Leroy,	membre du jury
Jérôme Charles,	examineur externe
Matthias Ernzerhof,	Représentant du doyen de la FES

RÉSUMÉ

Cette thèse est composée de deux parties. La première partie résume des notions préliminaires établies qui sont utilisées dans le restant de la thèse. La deuxième partie expose les résultats de quatre projets de recherche qui concernent les désintégrations hadroniques des mésons B . Dans le premier projet, on propose une méthode générale basée sur les contractions de Wick de l'hamiltonien effectif de désintégration. En utilisant cette méthode, on montre qu'on peut formaliser le langage des diagrammes et on dérive indépendamment des relations entre les diagrammes arbres et les diagrammes pingouins électrofaibles basées sur la symétrie $SU(3)$. De plus, les résultats présentés montrent qu'on peut faire un développement chromodynamique quantique (CDQ) des contractions. Ce développement est fait explicitement pour les ordres zéro et un. On utilise également ces résultats pour discuter du problème des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ et de ses implications. Dans le deuxième projet, on propose une nouvelle méthode pour extraire l'angle α du triangle unitaire à partir de la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. On utilise également ce résultat pour montrer qu'il existe une contrainte sur la somme carrée des asymétries charge-parité (CP) directe et indirecte de $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Cette contrainte représente un test pour évaluer les modèles effectifs de calculs hadroniques et la validité du modèle standard. Dans le troisième projet, les résultats de cette thèse montrent qu'on peut difficilement expliquer le problème des mesures des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ avec le modèle de Grossman, Neubert et Kagan, qui est une version simple de supersymétrie. Finalement, le quatrième projet étudie l'effet de l'ajout d'opérateurs de nouvelle physique aux désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Les résultats montrent que si on cherche une explication unique aux anomalies de ces deux modes de désintégration, alors les opérateurs de type scalaires et pseudoscalaires sont favorisés par les données expérimentales et les opérateurs de type vecteur et axial-vecteur sont exclus.

Mots clés : phénoménologie, mésons B , modèle standard, nouvelle physique, violation CP.

ABSTRACT

There are two parts to this thesis. The first part summarizes some of the background notions that are used in this thesis. The second part describes the results of four research projects about hadronic decays of B mesons. In the first project, we propose a general approach based on Wick contractions of the effective hamiltonian of B decays. Using this approach, we show that the *language of diagrams* can be formalized and we derive independently some relations based on the symmetry $SU(3)$ which relate tree and electroweak penguin diagrams. We also show that contractions can be expanded within QCD, and this expansion is done explicitly at $O(0)$ and $O(1)$ in α_s . We also use these results to discuss details about the $B \rightarrow \pi K$ puzzle. In the second project, we propose a new method for extracting the angle α of the *unitarity triangle* from the measurements of $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ decay. We also use this result to show that there exists a constraint on the sum of squares of the direct and indirect CP asymmetries. This constraint is a test of effective hadronic calculations and the standard model itself. In the third project, we show that it is unlikely that Grossman-Neubert-Kagan model (which is a simplified version of supersymmetry) can explain the $B \rightarrow \pi K$ puzzle. Finally, in the fourth project, we study how new-physics operators can affect $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ and $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ decays. Our results show that, if we want to use the same type of new physics to describe both decays, scalar and pseudoscalar operators are favored by experimental data while vector and axial-vector operators are excluded.

Keywords : phenomenology, B mesons, standard model, new physics, CP violation.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	v
TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES ANNEXES	x
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES FIGURES	xiv
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xvii
REMERCIEMENTS	xviii
INTRODUCTION	1
I Notions préliminaires	5
CHAPITRE 1 : VIOLATION CP ET PHÉNOMÉNOLOGIE DES MÉ-	
SONS B	6
1.1 La matrice CKM	6
1.2 Violation CP directe	9
1.3 Mélange des mésons neutres	10
1.4 Violation CP indirecte	12
1.5 Désintégration d'un méson B en une paire de mésons vectoriels	14
CHAPITRE 2 : DESCRIPTION EN TERMES DE DIAGRAMMES	
DE FEYNMAN	19
2.1 Les arbres	20

2.2	Les pingouins gluoniques	22
2.3	Les pingouins électrofaibles	24
2.4	Hierarchie des diagrammes	25
2.5	Applications	26
CHAPITRE 3 : HAMILTONIEN EFFECTIF		29
3.1	Développement de produit d'opérateurs	29
3.2	Exemple simple de développement de produit d'opérateurs	32
3.3	Groupe de renormalisation	34
3.4	Hamiltonien effectif pour les désintégrations hadroniques d'un B	36
CHAPITRE 4 : FACTORISATION ET FACTORISATION CDQ		39
4.1	Factorisation naïve	40
4.2	Factorisation CDQ	42
CHAPITRE 5 : RECHERCHE DE PHYSIQUE AU-DELÀ DU MO- DÈLE STANDARD		49
5.1	Problème de $B \rightarrow \pi K$	50
5.2	Problème des polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$	52
5.3	Problème des asymétries CP de $B \rightarrow \phi K_s$	54
II Applications		56
CHAPITRE 6 : APPROCHE GÉNÉRALE POUR L'ÉTUDE DES DÉSINTÉGRATIONS HADRONIQUES PAR LES CONTRACTIONS DE WICK		57
6.1	Concept du projet	57
6.2	Considérations Générales	58
6.3	Classification des contractions	62
6.3.1	Classe I : contractions d'émission	62
6.3.2	Classe II : contractions de rediffusion	63

6.3.3	Classe III : contractions d'annihilation/échange	65
6.3.4	Classe IV : contractions d'annihilation/échange avec rediffusion	66
6.3.5	Résumé de la classification	67
6.4	Utilisation des symétries de saveurs	69
6.5	Exemple des désintégration $B \rightarrow \pi K$	69
6.6	Relations avec le langage des diagrammes	73
6.7	Relations $SU(3)$	77
6.8	Développement CDQ aux ordres supérieurs	80
6.8.1	Ordre zéro	81
6.8.2	Corrections avec l'ajout d'un gluon	84
6.9	Conclusion	88
CHAPITRE 7 : EXTRACTION DE L'ANGLE α À PARTIR DES		
MESURES DE LA DÉSINTÉGRATION $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$		90
7.1	Concept du projet	90
7.2	Calculs	92
7.3	Conclusion	100
CHAPITRE 8 : PROBLÈME DES DÉSINTÉGRATIONS $B \rightarrow \pi K$		
ET SUPERSYMMÉTRIE		102
8.1	Concept du projet	102
8.2	Modèle de Grossman, Neubert et Kagan	104
8.3	Contrainte de Δm_s	108
8.4	Calculs numériques	109
8.5	Conclusion	115
CHAPITRE 9 : ÉTUDE DE LA NOUVELLE PHYSIQUE DANS LES		
DÉSINTÉGRATIONS $B^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ ET $B^0 \rightarrow \phi K_S$		117
9.1	Concept du projet	117
9.2	Opérateurs généraux de nouvelle physique	120
9.3	Ajout d'un seul opérateur de nouvelle physique	123

9.4	Ajout de deux opérateurs de nouvelle physique	125
9.5	Conclusion	131
	CONCLUSION	134
	BIBLIOGRAPHIE	136

LISTE DES ANNEXES

Annexe I :	Données expérimentales	144
I.1	Désintégrations $B \rightarrow \pi K$	144
I.2	Désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$	145
I.3	Désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$	145
Annexe II :	Définitions et conventions	146
II.1	Définitions des mésons	146
II.2	Définitions des constantes de désintégration et des facteurs de forme	147
Annexe III :	Développements Mathématiques	149
III.1	Résolution de l'équation de Schödinger pour l'hamiltonien de l'équation (1.11)	149
III.2	Distribution angulaire (équation (1.29))	151
III.3	Contractions VS diagrammes pour $B \rightarrow \pi\pi$	153
III.4	Preuve des relations $SU(3)$ de GPY avec les contractions	156
III.5	Ordre un de l'expansion CDQ	159
III.5.1	La symétrie $SU(3)$ à l'ordre un	164
III.5.2	Rapport C'/T' à l'ordre un sous $SU(3)$	165
III.6	Calcul de Δ_d	166
III.7	Calcul des coefficients de Wilson du modèle de GNK	168
III.7.1	Diagrammes en boîte squark/gluino	168
III.7.2	Diagrammes pingouins squark/gluino	175
III.7.3	Pingouins chromomagnétiques squark/gluino	177
III.8	Calcul des éléments de matrice du chapitre 9	178
Annexe IV :	Traductions libres	180

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Valeurs des coefficients de Wilson de l'hamiltonien effectif de l'équation (3.18) ($\alpha = 1/129$) ^[20-22]	37
5.1	Valeurs des rapports R , R_c et R_n pour les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ pour les automnes 2005, 2007 et 2008. ^[128]	51
6.1	Relations explicites entre les diagrammes et les contractions pour une transition $b \rightarrow q$ ($q = d, s$). Pour les arbres ($T, C, P_u, P_c, A, E, PA_u, PA_c$), une sommation sur les indices $i = 1, 2$ est sous-entendue ; pour les PEF ($P_{EF}, P_{EF}^C, P_{EF}^{P_u}, P_{EF}^A, P_{EF}^E, P_{EF}^{PA_u}$), une sommation sur les indices $i = 7-10$ est sous-entendue ; pour les pingouins gluoniques (P_t, PA_t), une sommation sur les indices $i = 3-6$ est sous-entendue.	76
7.1	Importance relative des différentes sources d'erreurs dans le calcul de $ \Delta_d : \sigma_i^2 / \sigma_{total}^2$, avec $i = \mu, \alpha_1^K, \alpha_2^K, F_0^{B \rightarrow K}, \bar{m}_s, m_c/m_b$	96
8.1	Valeurs des rapports d'embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ ^[128]	112
8.2	Nombre de points (sur les 500000) qui satisfont respectivement au critère $\chi_{min}^2 < 11.31$, à la contrainte sur Δm_s (à l'intérieur de $\pm 2\sigma$), et les deux critères combinés. Dans la table de gauche, seuls les mélanges LL sont permis, alors que dans la table de droite, les mélanges LL et RR sont permis.	112
9.1	Mesures expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$: rapport d'embranchement moyen (\mathcal{B}), asymétrie CP direct (A_{CP}) et asymétrie CP indirecte (S_{CP}) ^[128]	118

9.2	Mesures expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$: rapport d'embranchement moyen (\mathcal{B}), asymétrie CP directe A_{CP} , fraction longitudinale (f_L) et fraction perpendiculaire (f_\perp). Les autres mesures de cette désintégration ont des barres d'erreur énormes et ont donc concrètement un apport d'information très limité [128]. Les mesures de ϕ_\parallel et ϕ_\perp sont connues précisément, mais on ne les utilise pas parce qu'on veut obtenir des prédictions des produits triples. . .	119
9.3	Contributions relatives des opérateurs de NP à l'amplitude de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et aux trois polarisations L , $+$ et $-$ de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ [$\xi = \mathcal{O}(\Lambda_{CDQ}/m_b)$].	124
9.4	Intervalles des valeurs permises de la norme et de la phase forte des pingouins du MS calculés dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme.	128
9.5	Résultats des plus petits χ_{min}^2 pour plusieurs paires d'opérateurs de NP. Les calculs ont été fait dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme (minimal, central et maximal). La valeur entre parenthèses indique l'intégrale de la fonction de densité de la distribution χ^2 , qui indique la « qualité » de l'ajustement.	129
9.6	Résultats des plus petits χ_{min}^2 pour plusieurs paires d'opérateurs de NP. Les erreurs expérimentales de A_{CP} et S_{CP} sont réduites d'un facteur deux. Les calculs ont été fait dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme (minimal, central et maximal). La valeur entre parenthèses indique l'intégrale de la fonction de densité de la distribution χ^2 , qui indique la « qualité » de l'ajustement.	130
9.7	Résumé des opérateurs contenus dans quelques modèles simples de NP.	131

9.8	Prédictions des valeurs centrales des produits triples et des faux produits triples pour les quatre paires d'opérateurs S/P d'après les solutions calculées à la section précédente. Les intervalles des prédictions correspondent à l'effet des facteurs de forme (minimal, central ou maximal).	132
I.1	Données expérimentales de l'hiver 2006 des rapports d'embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour $B \rightarrow \pi K$ [132–138].	144
I.2	Données expérimentales de l'été 2007 des rapports d'embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour $B \rightarrow \pi K$ [134, 139–148].	144
I.3	Données expérimentales de l'été 2008 des rapports d'embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour $B \rightarrow \pi K$ [134, 141–146, 148–152].	145
I.4	Données expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$, soient le rapport d'embranchement moyen et les asymétries CP directe et indirecte pour l'hiver 2006 [153–156], l'été 2007 [153–155, 157, 158] et l'été 2008 [153–155, 159, 162].	145
I.5	Données expérimentales utilisées pour la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ pour l'été 2008 [154, 155, 160, 161].	145
II.1	Valeur des constantes de désintégration pour les mésons ϕ , B , K et K^* . [32]	147
II.2	Valeurs des facteurs de forme des transitions $B \rightarrow K$, $B \rightarrow K^*$ pour $s = m_\phi^2$ d'après la référence [31] (avec $\mu = m_b$).	148

LISTE DES FIGURES

1.1	Représentation des angles α , β et γ dans le triangle unitaire.	9
2.1	Exemples de diagrammes <i>arbre</i> (T) et <i>arbre réduit de couleurs</i> (C) dans le processus $B_d^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	21
2.2	Exemples de diagrammes <i>annihilation</i> (A) dans le processus $B_d^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ et <i>échange</i> (E) dans le processus $B_d^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$	22
2.3	Exemples de diagrammes de <i>pingouin gluonique</i> (P) et de <i>pingouin annihilation</i> (PA) dans le processus $B_d^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$	22
2.4	Illustration grossière du lien entre un diagramme arbre, un diagramme pingouin gluonique et la rediffusion.	24
2.5	Exemples de diagrammes de <i>pingouin électrofaible</i> (P_{EF}) et de <i>pingouin électrofaible réduit de couleurs</i> (P_{EF}^C) dans le processus $B_d^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	24
3.1	Corrections CDQ à une boucle	32
4.1	Représentations graphiques des corrections de type V , P et H incluses dans l'approche de BBNS ^[20-22] . Les quatre premiers diagrammes représentent les corrections V , les deux suivants les corrections P et les deux derniers les corrections H avec le quark spectateur.	46
6.1	Contractions d'émission. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.	63
6.2	Contractions de rediffusion. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.	64
6.3	Contractions d'annihilation/échange. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.	66
6.4	Contractions d'annihilation/échange avec rediffusion. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.	67

- 6.5 Représentation des 10 gluons possibles pour la correction d'ordre un d'une contraction EM' 85
- 6.6 Tracé du rapport $|C'/T'|$ sous l'approximation $SU(3)$ en fonction du paramètre r (défini à l'équation (6.46)). Du haut vers le bas, les trois courbes correspondent respectivement à des valeurs de δ_r de 0 , $\pm\pi/2$ et $\pm\pi$. L'épaisseur des courbes représente l'effet de la variation de $\mu \in [m_b/2, 2m_b]$ dans le calcul des coefficients de Wilson. La ligne pointillée verticale représente la valeur par défaut de $r \sim 0.6$ tandis que la ligne pointillée horizontale représente la valeur du rapport $|C'/T'| \sim 0.17$ obtenue avec le calcul à l'ordre zéro (équation (6.43)). 87
- 8.1 Graphiques de $|\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u}|$ versus $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}|$ (en haut) et de $|\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u}|$ versus $|\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d}|$ (en bas), dans les scénarios avec mélange LL seulement (à gauche), et les mélanges LL/RR (à droite). Les graphiques incluent les 500000 points calculés à partir des ensembles de paramètres aléatoires. Les graphiques de $|\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d}|$ versus $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}|$ ne sont pas présentés ici, mais leur aspect général est très semblable aux graphiques du haut. 111
- 8.2 Graphiques des résultats pour R_c versus R_n (en haut, selon les définitions de l'équation (5.1)), A_{CP}^{00} versus S_{CP}^{00} (au milieu), et A_{CP}^{0+} versus A_{CP}^{-+} (en bas). Dans les graphiques de gauche, seuls les mélanges LL sont permis alors que dans les graphiques de droite, les mélanges LL et RR sont permis. Les lignes horizontales et verticales représentent les valeurs expérimentales dans des intervalles de 1σ et 2σ . Les graphiques incluent les 500000 points aléatoires de l'espace des paramètres. Les points rouges contiennent seulement la contribution du MS (mais la contribution SUSY est incluse dans l'ajustement numérique). Les points noirs contiennent le MS et la SUSY. Pour A_{CP}^{00} versus S_{CP}^{00} , il n'y a qu'un seul point rouge puisqu'il n'y a aucune violation CP si la SUSY n'est pas présente. 113

III.1 Représentation schématique des contractions EM' des opérateurs arbres pour $B \rightarrow \pi K$	159
III.2 Représentation des 10 gluons possibles pour la correction d'ordre un d'une contraction EM'	159
III.3 Représentation schématique des contractions EM'_C des opérateurs arbres pour $B \rightarrow \pi K$	162
III.4 Représentation des 10 gluons possibles pour la correction d'ordre un d'une contraction EM'_C	162
III.5 Règles de Feynman pour les vertex quark-squark-gluino ^[95] . Les lignes pleines représentent des fermions (quarks ou gluinos) et les lignes pointillées des squarks ($q = u, d$).	168
III.6 Diagrammes en boîte squark/gluino. Les lignes pleines représentent des fermions et les lignes pointillées des squarks ($q = u, d$) (les majuscules U et D sont des squarks). Quand le <i>courant arbitraire de fermion</i> (tel que défini dans la référence ^[101] de la bibliographie) est dans le sens contraire de la ligne de fermion, alors il est indiqué par une flèche parallèle à la ligne de fermion.	169
III.7 Diagrammes pingouins gluino/squark. Les lignes pleines représentent des fermions et les lignes pointillées des squarks ($q = u, d$).	175

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

AMSB - de l'anglais *anomaly-mediated SUSY breaking*
BBL - Buras, Buchalla et Lautenbacher
BBNS - Beneke, Buchalla, Neubert et Sachrajda
BS - Buras et Silvestrini
CDQ - Chromodynamique quantique
CKM - Cabibbo, Kobayashi et Maskawa
CP - Charge-Parité
DPO - Développement de produit d'opérateurs
GHLR - Gronau, Hernández, London et Rosner
GMSB - de l'anglais *gauge-mediated SUSY breaking*
GNK - Grossman, Neubert et Kagan
GPY - Gronau, Pirjol et Yan
HFAG - de l'anglais *Heavy Flavor Averaging Group*
MS - Modèle standard
mSUGRA - de l'anglais *minimal supergravity*
NP - Nouvelle physique
NR - Neubert et Rosner
OZI - Okubo, Zweig et Iizuka
PA - Pingouin-annihilation
PDG - *Particle Data Group*
PEF - Pingouin électrofaible
SCET - de l'anglais *Soft collinear effective theory*
SUSY - Supersymétrie

REMERCIEMENTS

Premièrement, je tiens à offrir mes remerciements chaleureux et toute ma reconnaissance à mon directeur de travaux David London. Je veux en particulier le remercier de m'avoir donné la chance de me faire valoir et de m'avoir fourni tout le support nécessaire pour compléter mon doctorat. De plus, j'aimerais le remercier d'avoir été une source d'inspiration à quelques moments décisifs de mes études, du baccalauréat au doctorat, par sa passion sans borne pour la physique.

Aussi, je tiens à remercier tous mes collaborateurs immédiats avec qui j'ai eu le plaisir et le privilège de travailler et de cosigner des publications pendant mes études doctorales. En ordre alphabétique : Alakabha Datta, Chandradew Sharma, David London, Joaquim Matias, Nita Sinha, Rahul Sinha et Seungwon Baek.

Je veux aussi remercier Alejandro Szykman et Makiko Nagashima qui ont toujours répondu à mes questions avec beaucoup de patience et de courtoisie.

Finalement, je veux aussi remercier famille, amis et collègues étudiants pour leur support souvent inconscient, mais non moins important.

À tous, merci beaucoup!

INTRODUCTION

Depuis quelques années, il y a eu énormément d'intérêt de la part de la communauté scientifique pour l'étude des désintégrations des mésons B . En effet, les contributions exceptionnelles des expériences telles $BABAR$ et $Belle$ ont permis de mesurer le rapport d'embranchement de plusieurs de ces nombreux processus avec une précision intéressante. En particulier, ces expériences ont donné accès aux désintégrations hadroniques rares des mésons B . Cette collection imposante de données expérimentales est remplie d'opportunités pour tester le modèle standard (MS) et parfois même pour tester des scénarios de nouvelle physique (NP), c'est-à-dire des phénomènes au-delà du MS. Après les mésons K , pour lesquels on a pour la première fois dans les années 1960 mis en évidence la violation CP, les désintégrations des mésons B sont les seuls autres phénomènes pour lesquels on a observé cette brisure de symétrie. Ainsi, une bonne connaissance de ces désintégrations permet de tester le mécanisme de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), qui est l'explication du MS de la violation CP, et de contraindre ces paramètres théoriques importants. De plus, de par la nature hadronique de ces désintégrations, une bonne connaissance de celles-ci permet de tester et d'améliorer nos modèles de physique hadronique et de physique non perturbative. Mais, au-delà de ceci, ce qui rend les désintégrations hadroniques rares des mésons B aussi intéressantes est que ce sont des effets très fins avec des rapports d'embranchement de l'ordre de 10^{-5} - 10^{-6} . On travaille donc à des échelles très proches de la limite où, s'il y a de la NP, ses effets ont le potentiel d'être significatifs, mesurables et identifiables. L'étude de ces désintégrations ont déjà apporté énormément à ce jour et pourrait apporter encore davantage à notre compréhension des lois de la nature dans les très petites échelles de grandeur. Cette thèse se veut, à la base, être une modeste contribution allant en ce sens.

Le corps du texte se divise en deux grandes parties. La première partie, qui comprend les cinq premiers chapitres, est une brève revue de notions préliminaires établies provenant de la littérature scientifique récente. Le but est d'introduire les

différents concepts qui sont utilisés dans le restant de la thèse et de définir sans ambiguïté de convention ou de notation les nombreuses quantités théoriques et expérimentales auxquelles on se réfère constamment dans les chapitres suivants. Allant en ce sens, le premier chapitre a comme fin de définir toutes les mesures expérimentales qu'on utilise dans cette thèse. C'est-à-dire les rapports d'embranchement et les asymétries CP directes et indirectes. L'analyse angulaire des désintégrations d'un B en deux mésons vectoriels qui vise à extraire expérimentalement la norme et la phase des différentes polarisations est aussi abordée brièvement. Le second chapitre traite du *langage des diagrammes*, qui est une description des amplitudes de désintégration en termes de diagrammes de Feynman. Des exemples simples et les limites de cette description y sont discutés. Le troisième chapitre vise à décrire l'hamiltonien effectif de désintégration. Une brève description de l'idée de *développement de produit d'opérateurs* et de la dérivation de l'hamiltonien effectif y sont incluses. Ceci étant acquis, le problème des désintégrations hadroniques des mésons B est divisé en deux problèmes : les effets des courtes distances, qui sont sous contrôle avec le calcul des coefficients de Wilson, et les effets des longues distances, qui posent de grands défis aux théoriciens. Faisant suite à ceci, le chapitre 4 traite du concept de *factorisation*, qui est une approche effective permettant de calculer les effets des longues distances. De brèves descriptions de la *factorisation naïve* et de la *factorisation CDQ* y sont incluses. Pour conclure cette partie sur les notions préliminaires, le chapitre 5 introduit quelques inconsistances mineures documentées qui opposent le MS et les valeurs expérimentales. Bien que ces inconsistances ne soient pas significatives statistiquement lorsqu'elles sont prises une à une, beaucoup ont en commun d'impliquer des transitions $b \rightarrow s$. Ce fait est intrigant et il est un des points importants auxquels s'intéresse cette thèse. Ainsi, pour résumer la première partie du présent document, le chapitre 1 fait une description phénoménologique des désintégrations des mésons B alors que les chapitres 2, 3 et 4 font une description théorique de celles-ci. Finalement, le chapitre 5 expose des faits intrigants des données expérimentales et motive en partie cette thèse.

La deuxième partie, simplement intitulée « Applications », expose les résultats

de quatre projets de recherche auxquels l'auteur de cette thèse a apporté une contribution importante.¹ Cette partie est structurée de telle sorte que chaque chapitre corresponde à un projet de recherche. Ainsi, le chapitre 6 traite d'une approche générale pour décrire les amplitudes de désintégration des mésons B en termes de contractions de Wick. Une classification complète des différentes contractions possibles dans le cas particulier d'un méson B qui se désintègre en deux mésons est faite en détails. L'exemple des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ est considéré et le lien est établi entre la paramétrisation en termes de contractions et la paramétrisation en termes de diagrammes de Feynman. Ce chapitre contient également une dérivation indépendante des relations $SU(3)$ de Gronau, Pirjol et Yan à partir du formalisme des contractions. Tous ces résultats sont valides à tous les ordres du développement en série des effets de la CDQ. Cependant, le développement CDQ est aussi considérée explicitement pour les ordres zéro et un. Finalement, l'application des symétries de saveurs isospin et $SU(3)$ à chaque ordre du développement est aussi considérée. Ces résultats sont généraux et peuvent être appliqués à n'importe quel processus de désintégration hadronique.

Les projets de recherche du chapitre 7 et des suivants ont une orientation complètement différente. En effet, au chapitre 7, il s'agit d'un projet d'application qui cible uniquement la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Les résultats montrent qu'en faisant un usage minimal de la factorisation CDQ, on peut extraire l'angle α du triangle unitaire à partir des mesures expérimentales du mode de désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Cependant, les trop grandes erreurs expérimentales et théoriques font en sorte que cette méthode n'est pas applicable présentement. Par contre, les résultats montrent également qu'on peut inverser les équations et utiliser la connaissance actuelle de l'angle α pour obtenir une contrainte sévère sur les mesures des asymétries CP de $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Celle-ci représente un test bien concret pour les modèles hadroniques effectifs et le MS.

1. L'auteur de cette thèse a aussi été impliqué dans un cinquième projet de recherche^[1], mais n'y a pas apporté une contribution majeure. Les résultats de cet article ne sont donc pas présentés dans cette thèse.

Dans un autre ordre d'idée, le chapitre 8 s'attaque au problème des désintégrations $B \rightarrow \pi K$. On y étudie la possibilité que le modèle de Grossman, Neubert et Kagan puisse expliquer les petites inconsistances entre le MS et les mesures dans ces modes de désintégration. Les résultats montrent qu'il est invraisemblable que le modèle de GNK puisse expliquer la situation de $B \rightarrow \pi K$ et ceci peut avoir des implications directes sur tous les modèles supersymétriques.

Le dernier chapitre de cette thèse traite des problèmes des asymétries CP de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et des fractions des polarisations de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. En exploitant le fait que tout ajout de NP affecte ces deux modes de désintégration de la même façon au niveau des quarks, la stratégie de ce projet est d'étudier l'effet d'opérateurs de NP complètement généraux sur ces deux désintégrations. L'état des données actuelles permet d'étudier deux cas concrets, soient l'ajout d'un seul opérateur de NP ou d'une paire d'opérateurs de NP. Les résultats montrent qu'aucun opérateur unique peut satisfaire les données expérimentales et que seules les paires d'opérateurs scalaires et pseudoscalaires le peuvent. De plus, les résultats montrent que les opérateurs de type vecteur ou axial-vecteur n'aident en rien à satisfaire les mesures actuelles. Lorsque transposés à des cas concrets, ces résultats favorisent les modèles de NP s'apparentant à un modèle avec deux doublets de Higgs et défavorisent les modèles supersymétriques et les modèles avec des bosons Z' supplémentaires.

Pour terminer, il faut mentionner que quatre annexes sont également jointes à cette thèse. L'annexe I est un recueil des valeurs expérimentales qui sont utilisées dans les différents chapitres. L'annexe II est dédiée aux conventions utilisées, notamment les définitions des facteurs de forme et des constantes de désintégrations. L'annexe III contient des développements mathématiques qui ont été mis à l'écart du corps du texte pour ne pas alourdir celui-ci. Finalement, l'annexe IV est un recueil des quelques traductions libres de termes techniques qui ont été inévitables.

Première partie

Notions préliminaires

CHAPITRE 1

VIOLATION CP ET PHÉNOMÉNOLOGIE DES MÉSONS B

Le but de ce chapitre est de définir rigoureusement les différentes mesures expérimentales qu'il est possible d'extraire de l'étude des désintégrations des mésons B et qui seront utilisées constamment tout au long de cette thèse. Mais avant de ce faire, les bases de la violation CP dans le MS seront rappelées en décrivant la matrice CKM et le mécanisme par lequel les différents états des mésons neutres se mélangent. Pour une revue complète des bases de la violation CP dans le MS, le lecteur peut consulter par exemple les références ^[2-5] de la bibliographie. Une fois ceci fait, on sera à même de définir les asymétries CP directe et indirecte simplement. On y décrira également le cas particulier où un méson B se désintègre en deux mésons vectoriels et comment on peut alors extraire des mesures expérimentales supplémentaires en faisant une analyse angulaire des désintégrations séquentielles des mésons de l'état final.

1.1 La matrice CKM

Dans le MS, la seule source de violation CP provient du mécanisme de mélange des saveurs des quarks développé par Cabibbo, Kobayashi et Maskawa (CKM) ^[6,7] qui est souvent désigné simplement par la *matrice CKM*. Comme point de départ, considérons comme étant acquise la matrice CKM. Ainsi, la densité lagrangienne d'un courant chargé électrofaible de quarks prend la forme ^[3,8]

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{U}_L\gamma_\mu W^{+\mu}V D_L + h.c. , \quad (1.1)$$

où

$$U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

désignent les quarks de charge électrique $+2/3$ et $-1/3$ respectivement. Mentionnons également que \mathbf{V} désigne la matrice CKM, W le boson de jauge alors que g est une constante de couplage. Finalement, les indices L indiquent une projection sur les composantes d'hélicité gauche ($U_L = \gamma_L U$, où $\gamma_{L,R} = (1 \pm \gamma_5)/2$).

On peut écrire de façon générale la matrice CKM de la façon suivante :

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

En termes simples, dans un diagramme de Feynman, le vertex reliant un champ de quark i sortant (entrant), un champ de quark j entrant (sortant) et un boson de jauge W^\pm se voit attribuer un facteur V_{ij} (V_{ij}^*). Dans le cas où le quark i est entrant et le quark j est sortant, la conjugaison complexe vient du fait que c'est la partie *h.c.* du lagrangien de l'équation (1.1) qui est impliquée et que la matrice CKM est donc conjuguée \mathbf{V}^\dagger . Ce changement de signe de la phase des termes complexes, que l'on désigne par *phase faible*, sera discuté en détails à la section 1.2 puisqu'à la base c'est la source de la violation CP dans le MS.

On peut paramétrer les éléments de la matrice CKM de façon complètement générale en ayant recours aux angles d'Euler. Cependant, il est devenu standard d'utiliser la paramétrisation de Wolfenstein ^[9]. Ainsi, elle prend la forme suivante :

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad (1.4)$$

Comme le terme $\mathcal{O}(\lambda^4)$ l'indique dans l'équation qui précède, cette paramétrisation est une approximation mais elle ne cause une erreur que de l'ordre d'une fraction de 1%. Les quatre paramètres peuvent prendre *a priori* des valeurs arbitraires et elles doivent être fixées expérimentalement. À titre informatif, voici les valeurs¹ récentes provenant du *Particle Data Group* [127] :

$$\begin{aligned}
\lambda &= 0.2257_{-0.0010}^{+0.0009}, \\
A &= 0.814_{-0.022}^{+0.021}, \\
\rho(1 - \lambda^2/2) + \mathcal{O}(\lambda^4) &\equiv \bar{\rho} = 0.135_{-0.016}^{+0.031}, \\
\eta(1 - \lambda^2/2) + \mathcal{O}(\lambda^4) &\equiv \bar{\eta} = 0.349_{-0.017}^{+0.015}.
\end{aligned} \tag{1.5}$$

Il existe une autre façon très répandue de définir les paramètres de la violation CP. En effet, par définition, la matrice CKM doit être unitaire puisqu'à la base il s'agit d'une matrice de rotation. Elle doit donc vérifier les contraintes suivantes :

$$\sum_i V_{ij} V_{ik}^* = \delta_{jk}, \quad \sum_j V_{ij} V_{kj}^* = \delta_{ik}. \tag{1.6}$$

En particulier, on doit avoir $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$, ce qui forme un triangle dans le plan complexe. En renormalisant chaque coté du triangle par $|V_{cd}V_{cb}^*|$ on trouve ce que l'on appelle le *triangle unitaire*, qui a comme sommet les coordonnées $(0, 0)$, $(1, 0)$ et $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ dans le plan complexe (voir figure 1.1). Les trois angles du triangle unitaire, que l'on note par α , β et γ ou ϕ_2 , ϕ_1 et ϕ_3 selon les conventions, sont définis de façon standard par

$$\alpha \equiv \phi_2 = \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right), \quad \beta \equiv \phi_1 = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right), \quad \gamma \equiv \phi_3 = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right). \tag{1.7}$$

Dans la présente thèse, c'est généralement par α , β et γ que seront désignés les

1. Tel qu'il est autorisé dans le *Guide de présentation et d'évaluation des mémoires de maîtrise et des thèses de doctorat* de la *Faculté des études supérieures*, l'auteur de la présente thèse utilise le point anglais plutôt que la virgule française pour désigner les décimales par souci d'uniformité.

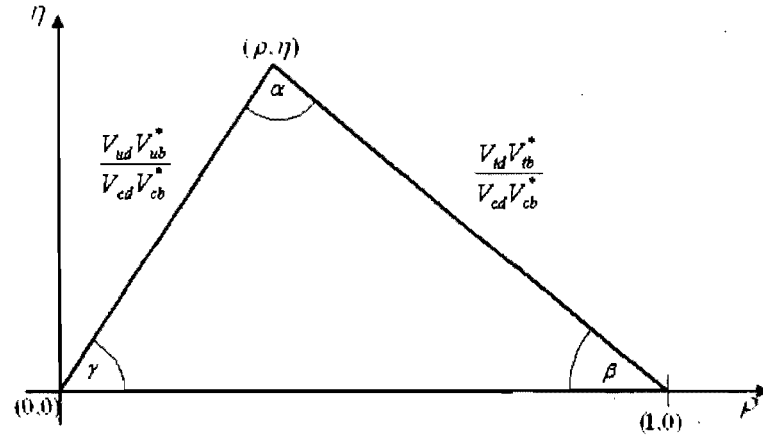


FIGURE 1.1 – Représentation des angles α , β et γ dans le triangle unitaire.

paramètres de la violation CP du MS.

1.2 Violation CP directe

Considérons un processus de désintégration $B \rightarrow f$ et son conjugué CP $\bar{B} \rightarrow \bar{f}$ où f est un état final quelconque. De façon triviale, les amplitudes de désintégration $A \equiv A(B \rightarrow f)$ et $\bar{A} \equiv \bar{A}(\bar{B} \rightarrow \bar{f})$ peuvent être écrites sous la forme de combinaisons linéaires de nombres complexes ayant chacun une norme et une phase. Sans perdre de généralité, on peut scinder ces phases en deux de telle sorte que

$$A = \sum_i A_i e^{i\delta_i} e^{i\phi_i}, \quad (1.8)$$

et

$$\bar{A} = \sum_i A_i e^{i\delta_i} e^{-i\phi_i}, \quad (1.9)$$

c'est-à-dire que les *phases faibles* (ϕ_i) changent de signe sous l'opération CP et les *phases fortes* (δ_i) ne changent pas de signe sous cette même opération. Les phases faibles sont celles provenant de la matrice CKM et les phases fortes sont toutes les autres phases issues de l'interaction forte. Comme il est mentionné dans la section 1.1, ce changement de signe des phases faibles survient naturellement

avec la conjugaison CP. Quant aux phases fortes, elles ne changent pas de signe puisque l'opérateur CP est une symétrie de l'interaction forte.

Ainsi, pour que $|A| \neq |\bar{A}|$, il est suffisant que la combinaison linéaire exprimant l'amplitude contienne au moins deux termes ayant des phases fortes différentes et des phases faibles différentes. C'est donc par les interférences des sous-amplitudes A_i qu'on peut obtenir des normes différentes pour les amplitudes d'un processus de désintégration et son conjugué CP. Puisque les taux de désintégration sont directement proportionnels aux amplitudes, on peut mesurer cette différence expérimentalement en définissant l'*asymétrie CP directe* ou *asymétrie CP indépendante du temps* par ²

$$A_{CP} \equiv \frac{\Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) - \Gamma(B \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) + \Gamma(B \rightarrow f)}, \quad (1.10)$$

où $\Gamma(B \rightarrow f)$ est le taux de désintégration du processus $B \rightarrow f$. Ainsi, toute valeur de A_{CP} différente de zéro est une mesure directe de la violation CP.

1.3 Mélange des mésons neutres

Une conséquence directe du mélange des saveurs de quark est qu'il est permis d'avoir des transitions d'états $|M^0\rangle \rightarrow |\bar{M}^0\rangle$ et inversement (où $M^0 = B^0$ ou K^0 dans tous les cas traités dans cette thèse). Ces transitions sont possibles par l'échange de deux bosons W^\pm dans un diagramme de Feynman en boîte.³ Ainsi, un état dépendant du temps $|\psi(t)\rangle$ qu'on identifie arbitrairement comme étant un « état pur » $|M^0\rangle$ à l'instant $t = 0$ oscillera entre les états $|M^0\rangle$ et $|\bar{M}^0\rangle$ pour $t > 0$. En étudiant en détails les diagrammes en boîte, on peut décrire cette oscillation

2. Il est pertinent de noter qu'il existe une autre convention où on ajoute un facteur -1 pour définir les asymétries CP directe et indirecte.

3. Il est à noter qu'en évaluant les diagrammes en boîte, on trouve facilement que ceux ayant les quarks internes x et y ($x, y = u, c, t$), varient selon $m_x V_{xd} V_{xb}^* \cdot m_y V_{yd} V_{yb}^*$, où m_i est la masse du quark i . En y substituant les valeurs des masses des quarks et les valeurs des éléments de la matrice CKM, on trouve que les diagrammes en boîte avec deux quarks internes t sont dominants pour le mélange des mésons B^0 . Pour le mélange des mésons K^0 , les diagrammes en boîte sont dominés par des quarks internes c dans la boucle. Dans cette thèse, nous négligerons donc les autres diagrammes en boîte pour le mélange des mésons neutres B et K .

par un hamiltonien \mathbf{H} de la forme

$$\mathbf{H} = \mathbf{M} - \frac{i}{2}\mathbf{\Gamma} , \quad (1.11)$$

où \mathbf{M} et $\mathbf{\Gamma}$ sont des matrices hermitiennes 2×2 respectant les conditions $M_{11} = M_{22}$ et $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$. Explicitement, on peut donc écrire

$$\mathbf{M} \equiv \begin{pmatrix} M & M_{12} \\ M_{12}^* & M \end{pmatrix} , \quad \mathbf{\Gamma} \equiv \begin{pmatrix} \Gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma \end{pmatrix} . \quad (1.12)$$

Partant de ceci, il faut simplement résoudre l'équation de Schrödinger pour calculer explicitement les valeurs propres et les états propres de \mathbf{H} et décrire l'évolution des états $|M^0\rangle$ ou $|\bar{M}^0\rangle$ dans le temps. Explicitement, on a que

$$\begin{aligned} |M^0(t)\rangle &= g_+(t)|M^0\rangle + \left(\frac{q}{p}\right)g_-(t)|\bar{M}^0\rangle , \\ |\bar{M}^0(t)\rangle &= \left(\frac{p}{q}\right)g_-(t)|M^0\rangle + g_+(t)|\bar{M}^0\rangle . \end{aligned} \quad (1.13)$$

où

$$\begin{aligned} p &= M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} , \\ q &= -\frac{1}{2}\left(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma\right) , \end{aligned} \quad (1.14)$$

et

$$\begin{aligned} g_+(t) &= e^{-i(M - \frac{i}{2}\Gamma)t} \cos\left(\frac{1}{2}(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma)t\right) , \\ g_-(t) &= ie^{-i(M - \frac{i}{2}\Gamma)t} \sin\left(\frac{1}{2}(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma)t\right) . \end{aligned} \quad (1.15)$$

Le développement mathématique et les définitions de ΔM et $\Delta\Gamma$ sont présentés dans l'annexe III.1. Ces deux quantités sont mesurables et mesurées dans le mélange des mésons B^0 . Au niveau de cette discussion, la seule chose supplémentaire qu'il est

pertinent de noter est qu'à une bonne approximation $\Delta M \gg \Delta \Gamma$ et $M_{12} \gg \Gamma_{12}$ ^[3]. Comme il est commun de le faire, ces approximation seront utilisées pour simplifier les équations et obtenir les résultats de la prochaine section.

1.4 Violation CP indirecte

Considérons un processus de désintégration $B^0 \rightarrow f$ et son conjugué CP $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}$. Dans le cas particulier où l'état final f est un état propre de CP, alors la désintégration du B^0 peut se faire directement

$$B^0 \rightarrow f , \quad (1.16)$$

ou indirectement

$$B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow f , \quad (1.17)$$

à cause du mélange $B^0 - \bar{B}^0$, et pareillement pour la désintégration d'un \bar{B}^0 . Il peut donc y avoir des interférences entre ces deux amplitudes.

On définit l'*asymétrie CP indirecte* ou *asymétrie CP dépendante du temps* de façon analogue à l'asymétrie CP directe

$$a_{CP}(t) = \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f}) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f}) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)} . \quad (1.18)$$

En définissant

$$A \equiv \langle f|H|B^0 \rangle , \quad \bar{A} \equiv \langle \bar{f}|H|\bar{B}^0 \rangle , \quad \lambda \equiv \frac{q\bar{A}}{pA} , \quad (1.19)$$

et en utilisant les équations de (1.13), on peut écrire les amplitudes de désintégration en fonction du temps

$$\begin{aligned} \langle f|H|B^0(t) \rangle &= g_+(t)A + \left(\frac{q}{p}\right)g_-(t)\bar{A} = A [g_+(t) + \lambda g_-(t)] , \\ \langle \bar{f}|H|\bar{B}^0(t) \rangle &= \left(\frac{p}{q}\right)g_-(t)A + g_+(t)\bar{A} = A \left(\frac{p}{q}\right) [g_-(t) + \lambda g_+(t)] . \end{aligned} \quad (1.20)$$

Or, puisque

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) \sim |\langle f|H|B^0(t)\rangle|^2, \quad \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) \sim |\langle f|H|\bar{B}^0(t)\rangle|^2, \quad (1.21)$$

on trouve facilement

$$\begin{aligned} \Gamma(B^0(t) \rightarrow f) &= |A|^2 e^{-\Gamma t} \left(\frac{1 + |\lambda|^2}{2} + \frac{1 - |\lambda|^2}{2} \cos(\Delta Mt) - \text{Im}(\lambda) \sin(\Delta Mt) \right), \\ \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) &= |A|^2 e^{-\Gamma t} \left(\frac{1 + |\lambda|^2}{2} - \frac{1 - |\lambda|^2}{2} \cos(\Delta Mt) + \text{Im}(\lambda) \sin(\Delta Mt) \right). \end{aligned} \quad (1.22)$$

Finalement, en insérant les équations de (1.22) dans l'équation (1.18), on trouve facilement

$$a_{CP}(t) = \frac{2\text{Im}(\lambda)}{1 + |\lambda|^2} \sin(\Delta Mt) - \frac{1 - |\lambda|^2}{1 + |\lambda|^2} \cos(\Delta Mt). \quad (1.23)$$

Partant de ceci, on définit

$$\begin{aligned} C = C_{CP} = A_{dir} = -A = -A_{CP} &= \frac{1 - |\lambda|^2}{1 + |\lambda|^2}, \\ S = -A_{mix} &= \frac{2\text{Im}(\lambda)}{1 + |\lambda|^2}, \end{aligned} \quad (1.24)$$

où nous avons indiqué les équivalences des différentes notations que l'on retrouve dans la littérature et que nous utiliserons dans cette thèse. Ainsi, l'asymétrie CP dépendante du temps prend la forme

$$a_{CP}(t) = S \sin(\Delta Mt) - C \cos(\Delta Mt). \quad (1.25)$$

Les coefficients C et S correspondent respectivement aux asymétries CP directe et indirecte et peuvent être extraits expérimentalement.

1.5 Désintégration d'un méson B en une paire de mésons vectoriels

Dans les sections précédentes, on y a discuté des désintégrations d'un méson B en un état final f quelconque. Or, il existe un cas particulier où l'état final f est constitué d'une paire de mésons vectoriels. Ce cas particulier est très intéressant parce que plusieurs mesures autres que les asymétries CP directe et indirecte y sont accessibles expérimentalement^[11-14]. Ce sont ces mesures expérimentales supplémentaires qui seront utilisées par la suite dans le chapitre 9.

Considérons donc une désintégration $B \rightarrow V_1 V_2$. Par définition, un méson vectoriel possède un spin de grandeur 1 et il a donc trois états de spin possibles. Pour les fins de la discussion, les spins seront traduits en termes d'hélicités en projetant ceux-ci sur les vecteurs d'impulsion. Ainsi, les trois états d'hélicité possibles sont respectivement les hélicités droitère ($|+\rangle$), longitudinale ($|0\rangle$) et gauchère ($|-\rangle$). En additionnant celles-ci, l'hélicité de l'état final composé de V_1 et V_2 ne peut donc prendre que trois formes, soient des ondes de type S , P et D , qui correspondent respectivement à une hélicité totale de 0, 1, et 2. Pour une désintégration $B(p) \rightarrow V_1(k_1, \epsilon_1) V_2(k_2, \epsilon_2)$, où p , k_1 et k_2 sont les quadrivecteurs d'énergie-impulsion et ϵ_1 et ϵ_2 les quadrivecteurs d'hélicité, on peut écrire l'amplitude M de façon complètement générale sous forme d'une combinaison linéaire d'invariants de Lorentz^[11-14]

$$M = a \epsilon_1^* \cdot \epsilon_2^* + \frac{b}{m_B^2} (p \cdot \epsilon_1^*) (p \cdot \epsilon_2^*) + i \frac{c}{m_B^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\mu q^\nu \epsilon_1^{*\rho} \epsilon_2^{*\sigma}, \quad (1.26)$$

où $q = k_1 - k_2$ et a , b et c sont des constantes complexes. Les facteurs a et b contiennent les contributions des ondes de types S et D alors que c est relié à l'onde de type P .

De façon équivalente, on peut réécrire l'amplitude en termes des états d'hélicités $|++\rangle$, $|00\rangle$ et $|--\rangle$ (où un état $|ij\rangle$ désigne que V_1 est dans l'état $|i\rangle$ et V_2 est dans l'état $|j\rangle$). Notons les respectivement de façon plus compacte par A_+ , A_0 et A_- . De plus, il est d'usage de réécrire les polarisations positive (A_+) et négative (A_-) en termes des polarisations parallèle ($A_{||}$) et perpendiculaire (A_{\perp}). Celles-ci

sont reliées par $A_{\pm} = (A_{\parallel} \pm A_{\perp})/\sqrt{2}$. Une fois ces préoccupations notationnelles réglées, on peut réécrire l'équation (1.26) de la façon suivante ^[14] :

$$M = A_0 \epsilon_1^{*L} \cdot \epsilon_2^{*L} - \frac{1}{\sqrt{2}} A_{\parallel} \bar{\epsilon}_1^{*T} \cdot \bar{\epsilon}_2^{*T} - \frac{i}{\sqrt{2}} A_{\perp} \bar{\epsilon}_1^{*T} \times \bar{\epsilon}_2^{*T} \cdot \hat{p}, \quad (1.27)$$

où \hat{p} est un vecteur unité pointant dans la direction de \vec{k}_2 dans le référentiel où V_1 est au repos, $\epsilon_i^{*L} \equiv \bar{\epsilon}_i^* \cdot \hat{p}$ et $\bar{\epsilon}_i^{*T} \equiv \bar{\epsilon}_i^* - \epsilon_i^{*L} \hat{p}$. Les constantes a , b et c sont reliées à A_0 , A_{\parallel} et A_{\perp} par

$$A_{\parallel} = \sqrt{2}a, \quad A_0 = -ax - \frac{m_1 m_2}{m_B^2} b(x^2 - 1), \quad A_{\perp} = 2\sqrt{2} \frac{m_1 m_2}{m_B^2} c \sqrt{x^2 - 1}, \quad (1.28)$$

où m_i est la masse invariante de V_i et $x = k_1 \cdot k_2 / (m_1 m_2)$. Mentionnons également qu'il est d'usage de renormaliser A_0 , A_{\parallel} et A_{\perp} de telle sorte que $|A_0|^2 + |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2 = 1$.

A priori les différentes polarisations peuvent avoir des phases différentes et le carré de l'amplitude $|M|^2$ contient donc des termes d'interférences entre les différentes polarisations. Or, il est possible de mesurer indirectement ces termes d'interférences en considérant les désintégrations subséquentielles $V_1 \rightarrow P_1 P'_1$ et $V_2 \rightarrow P_2 P'_2$, où $P_{1,2}$ et $P'_{1,2}$ sont des mésons pseudoscalaires quelconques. Ce faisant, on peut déterminer expérimentalement la norme et la phase de chacune des polarisations et ceci procure plusieurs quantités expérimentales supplémentaires.

Afin d'être plus explicite, posons que θ_1 (θ_2) est l'angle entre les directions de propagation de P_1 (P_2) dans le référentiel où V_1 (V_2) est au repos et la direction de propagation de V_1 (V_2) dans le référentiel où le B est au repos. De plus, posons que ϕ est l'angle entre les normales des plans définis par les directions de propagation de $P_1 P'_1$ et $P_2 P'_2$. Ainsi, le taux de désintégration différentiel prend la forme

$$\begin{aligned} \frac{d^3\Gamma}{d \cos \theta_1 d \cos \theta_2 d \phi} = N & \left(|A_0|^2 \cos^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2 + \frac{|A_{\perp}|^2}{2} \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \phi \right. \\ & \left. + \frac{|A_{\parallel}|^2}{2} \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \cos^2 \phi + \frac{\text{Re}(A_0 A_{\parallel}^*)}{2\sqrt{2}} \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \cos \phi \right) \end{aligned}$$

$$-\frac{\text{Im}(A_{\perp}A_0^*)}{2\sqrt{2}} \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin \phi - \frac{\text{Im}(A_{\perp}A_{\parallel}^*)}{2} \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin 2\phi, \quad (1.29)$$

où le facteur N assure une normalisation adéquate. Une dérivation de l'équation (1.29) est présentée dans l'annexe III.2.

Partant de l'équation (1.29), on pose $|A_0|^2 + |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2 = 1$ pour réduire le nombre de paramètres libres et il ne reste qu'à ajuster numériquement les coefficients aux données expérimentales. Ainsi on peut extraire la norme et la phase de chacune des polarisations. Ces mesures sont connues et des valeurs récentes sont exposées dans l'annexe I pour la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Il est important de mentionner qu'il y a une ambiguïté discrète sur les phases ainsi extraites ($\phi_{\perp, \parallel} \rightarrow -\phi_{\perp, \parallel}$).

Il va de soi que la même analyse peut être appliquée au processus CP-conjugué $\bar{B} \rightarrow \bar{V}_1 \bar{V}_2$, qu'on peut exprimer en termes des amplitudes de polarisation \bar{A}_0 , \bar{A}_{\parallel} et \bar{A}_{\perp} . Ainsi, de la même façon on peut mesurer la grandeur et la phase de chacune de ces amplitudes de polarisation.

Il est conventionnel d'exprimer l'ensemble de ces mesures expérimentales de la façon suivante. Les fractions d'hélicité sont définies par

$$f_{L, \parallel, \perp}^B = \frac{|A^{L, \parallel, \perp}|^2}{|A^L|^2 + |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2}, \quad f_{L, \parallel, \perp}^{\bar{B}} = \frac{|\bar{A}^{L, \parallel, \perp}|^2}{|\bar{A}^L|^2 + |\bar{A}_{\parallel}|^2 + |\bar{A}_{\perp}|^2}, \quad (1.30)$$

et on peut les combiner en fractions d'hélicité moyennes et en asymétrie CP

$$f_{L, \parallel, \perp} = \frac{1}{2}(f_{L, \parallel, \perp}^B + f_{L, \parallel, \perp}^{\bar{B}}), \quad A_{CP}^{L, \parallel, \perp} = \frac{f_{L, \parallel, \perp}^{\bar{B}} - f_{L, \parallel, \perp}^B}{f_{L, \parallel, \perp}^{\bar{B}} + f_{L, \parallel, \perp}^B}. \quad (1.31)$$

On note parfois la somme des deux fractions transverses par $f_T^{B, \bar{B}} \equiv f_{\perp}^{B, \bar{B}} + f_{\parallel}^{B, \bar{B}}$. Les phases de chaque amplitude de polarisation sont exprimées relativement aux phases de la polarisation longitudinale qui, elles, sont fixées à zéro arbitrairement. C'est-à-dire que

$$\phi_{\parallel, \perp}^B = \arg \frac{A_{\parallel, \perp}}{A_0}, \quad \phi_{\parallel, \perp}^{\bar{B}} = \arg \frac{\bar{A}_{\parallel, \perp}}{\bar{A}_0}. \quad (1.32)$$

Finalement, on définit les phases moyennes ($\phi_{\parallel,\perp}$) et les asymétries CP des phases ($\Delta\phi_{\parallel,\perp}$) de telle sorte que

$$\begin{aligned}\phi_{\parallel}^{B,\bar{B}} &= \phi_{\parallel} \pm \Delta\phi_{\parallel} , \\ \phi_{\perp}^{B,\bar{B}} &= \phi_{\perp} \pm \Delta\phi_{\perp} .\end{aligned}\tag{1.33}$$

Il est important de ne pas confondre avec une autre convention dans laquelle $\phi_{\perp}^{B,\bar{B}} = \phi_{\perp} + \pi/2 \pm (\Delta\phi_{\perp} + \pi/2)$ (voir par exemple la référence ^[15] de la bibliographie) et où la phase π supplémentaire tient compte explicitement du signe provenant de la conjugaison complexe de l'équation (1.27) quand on calcule \bar{M} . Ainsi, en l'absence de violation CP, $\Delta\phi_{\parallel,\perp} = 0$ et donc trivialement $A_{0,\parallel,\perp} = \bar{A}_{0,\parallel,\perp}$ dans la présente paramétrisation.

Pour conclure ce chapitre, revenons à l'équation (1.29) pour discuter un peu plus en détails des termes $\text{Im}(A_{\perp}A_0^*)$ et $\text{Im}(A_{\perp}A_{\parallel}^*)$ qui sont reliés directement aux *produits triples*. Pour les fins de la discussion, définissons simplement ⁴ les produits triples $A_T^{(1)}$ et $A_T^{(2)}$ par ^[12]

$$A_T^{(1)} \equiv \frac{\text{Im}(A_{\perp}A_0^*)}{|A_0|^2 + |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2} , \quad A_T^{(2)} \equiv \frac{\text{Im}(A_{\perp}A_{\parallel}^*)}{|A_0|^2 + |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2} ,\tag{1.34}$$

et produits triples conjugués CP $\bar{A}_T^{(1)}$ et $\bar{A}_T^{(2)}$ de façon analogue. En les soustrayant, on obtient les *asymétries de produit triple*⁵ \mathcal{A}_T^1 et \mathcal{A}_T^2

$$\mathcal{A}_T^{(i)} = \frac{A_T^{(i)} - \bar{A}_T^{(i)}}{2} .\tag{1.35}$$

De façon analogue, on définit les *faux produits triples* avec la partie réelle au lieu de la partie imaginaire dans l'équation (1.34). L'intérêt d'étudier les produits triples

4. Techniquement, le produit triple est défini par une asymétrie $\frac{\Gamma(\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3) > 0) - \Gamma(\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3) < 0)}{\Gamma(\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3) > 0) + \Gamma(\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3) < 0)}$ où les v_i sont des spins ou des quantités de mouvement. Cependant, il est directement relié à l'asymétrie de produit triple \mathcal{A}_T qui est définie à l'équation (1.34).^[12]

5. Contrairement à Datta-London ^[12], les asymétries de produit triple sont définies avec une soustraction plutôt qu'une addition. Le signe est absorbé dans les définitions des phases des équations (1.33).

vient du fait qu'à la base ce sont des termes d'interférences entre les différentes amplitudes de polarisation. Ils peuvent donc potentiellement être très sensibles à de petites différences de phases et les asymétries de produit triple peuvent être très sensibles à de petits effets de violation CP. C'est donc un terrain fertile pour chercher de petits effets de physique au-delà du MS. Ces notions seront appliquées au chapitre 9.

CHAPITRE 2

DESCRIPTION EN TERMES DE DIAGRAMMES DE FEYNMAN

Dans le chapitre précédent ont été introduites les différentes quantités expérimentales que l'on peut extraire des mesures des désintégrations hadroniques des mésons B . Dans la présente thèse, il est constamment nécessaire de faire le lien entre ces mesures expérimentales et leur description théorique. Ce chapitre et les suivantes feront donc la description théorique des amplitudes de désintégration des mésons B , en commençant par la description en termes de diagrammes de Feynman. Celle-ci consiste naïvement à dessiner l'ensemble des diagrammes de Feynman possibles pour un processus de désintégration donné et d'assigner un nom à chacun.¹ Cette description ne permet pas du tout de calculer la grandeur de chacun de ces diagrammes. Il sera également traité du fait qu'en ayant recourt aux symétries de saveurs et à certaines approximations raisonnables, on peut arriver à réduire suffisamment le nombre de paramètres libres pour pouvoir faire beaucoup de physique sans jamais calculer la grandeur des diagrammes.

Pour évaluer l'amplitude d'un processus donné en théorie des champs (quand les constantes de couplage sont petites), on fait un développement en série et on néglige les termes des ordres supérieurs qui contribuent peu et qui peuvent être difficilement calculables. C'est ce qu'on fait pour le secteur électrofaible des désintégrations hadroniques des mésons B . À cause de la petitesse des constantes de couplage électrofaibles impliquées on peut ne considérer que les diagrammes de Feynman du premier ordre, donc ceux qui n'ont que deux vertex électrofaibles. Par contre, en ce qui à trait à l'interaction forte, on considère un nombre arbitrairement grand d'échanges de gluons. Ainsi, même si dans tous les diagrammes de Feynman du présent chapitre ils n'apparaissent pas explicitement, il ne faut pas oublier que les gluons sont toujours sous-entendus.

1. Pour une discussion plus complète sur la description en termes de diagrammes de Feynman, le lecteur est invité à consulter les références [17-19].

De plus, dans tous les diagrammes de Feynman qui seront présentés, ce sont des quarks qui sont présents dans les états initiaux et finaux. Cependant, il est clair qu'il est sous-entendu que ces quarks s'assemblent deux à deux pour former des mésons.

Même en se restreignant au premier ordre électrofaible, beaucoup de diagrammes de Feynman sont impliqués dans les désintégrations hadroniques des mésons B . On les classe en trois familles : les *arbres*, les *pingouins gluoniques* et les *pingouins électrofaibles* (PEF). De plus, il est important de mentionner que seules les désintégrations hadroniques d'un B en deux mésons ($B \rightarrow M_1 M_2$) seront discutées. Les mêmes principes peuvent s'appliquer aux autres désintégrations, mais l'application est bien sûr plus complexe (par exemple pour les désintégrations d'un méson B en trois mésons).

2.1 Les arbres

Définissons intuitivement les arbres par les diagrammes qui impliquent l'échange d'un boson W et qui n'ont pas de boucle (Ceci n'est pas rigoureusement vrai, certains diagrammes avec des boucles sont classés parmi les diagrammes arbres. Ceci sera discuté plus en détails à la section traitant des pingouins (2.3)). Le plus important des arbres est le diagramme qui sera désigné simplement par *arbre*.² Un exemple d'arbre est illustré à gauche de la figure 2.1. Par souci de conformité avec la littérature, l'arbre sera noté par T (de l'anglais *tree*) dans les équations. De façon conventionnelle, on désigne généralement les diagrammes d'une transition de quarks $b \rightarrow s$ avec une apostrophe (ex. $:T'$) et les diagrammes $b \rightarrow d$ sans apostrophe.

Un autre diagramme en arbre très important est l'*arbre réduit de couleurs*³ qu'on notera par C (de l'anglais *color-suppressed*) dans les équations. L'arbre réduit de couleurs est presque identique à l'arbre, à la différence que le quark spectateur⁴ forme un méson avec un quark différent. Ceci entraîne une contrainte sur

2. Traduction libre du terme anglais *tree color-allowed*.

3. Traduction libre du terme anglais *tree color-suppressed*.

4. On appelle *quark spectateur* tout courant de quark qui est contenu dans les états initiaux

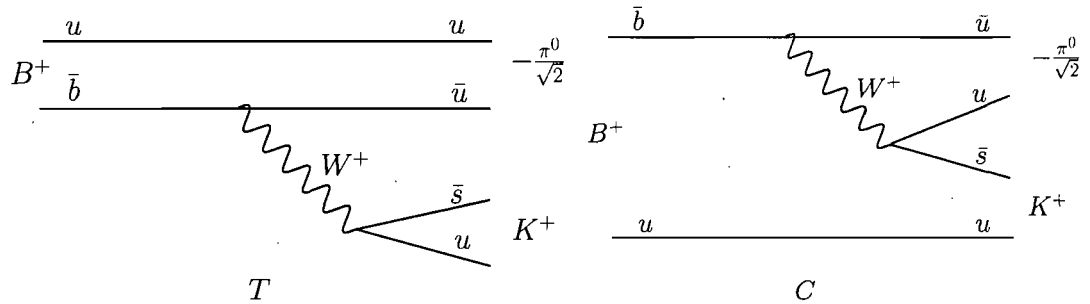


FIGURE 2.1 – Exemples de diagrammes *arbre* (T) et *arbre réduit de couleurs* (C) dans le processus $B_d^+ \rightarrow \pi^0 K^+$.

les courants de couleurs, d'où le nom d'arbre réduit de couleurs. Un exemple de C est illustré à la droite de la figure 2.1. Intuitivement, à cause de la réduction de couleurs, on a en première approximation que $|C|$ soit plus petit que $|T|$ puisque qu'il n'y a que trois possibilités de « coloriage » plutôt que neuf comme dans le cas de T . Il est cependant important de mentionner que cette intuition est en fait très naïve et que $|C|$ peut être beaucoup plus grand quand on considère les corrections de l'interaction forte aux ordres supérieurs. Ceci sera discuté plus en détails aux chapitres 5 et 6.

Ensuite vient le diagramme *annihilation*, que l'on notera A dans les équations. Un exemple de diagramme annihilation est illustré à gauche de la figure 2.2. De prime abord, on s'attend à ce que l'annihilation soit petite en grandeur puisque les fonctions d'onde des deux quarks du méson B doivent se chevaucher suffisamment pour s'annihiler en un boson W parce qu'il n'y a pas de quark spectateur.

Finalement, le dernier des arbres est le diagramme *échange* (E), dont un exemple est illustré à droite de la figure 2.2. Comme on le voit clairement sur la figure, E implique l'échange d'un boson W entre les deux quarks du méson B . Comme pour l'annihilation, on s'attend *a priori* à ce que E soit petit parce qu'il n'y a pas de quark spectateur.

et finaux et qui ne subit aucune interaction électrofaible dans le diagramme.

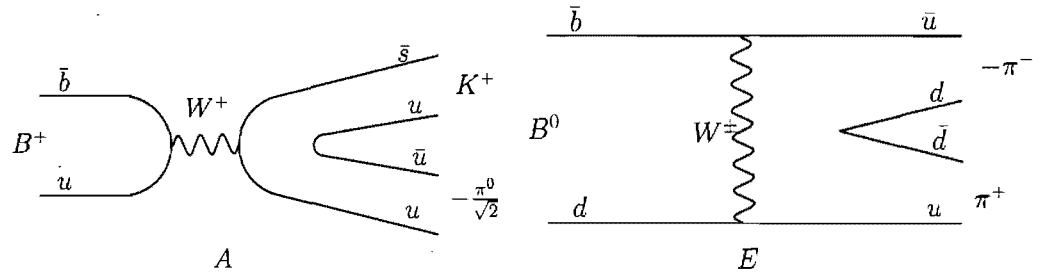


FIGURE 2.2 – Exemples de diagrammes *annihilation* (A) dans le processus $B_d^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ et *échange* (E) dans le processus $B_d^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$.

2.2 Les pingouins gluoniques

On appellera pingouin gluonique un diagramme contenant une boucle avec un boson W et un gluon qui se couple au quark de la boucle tel qu'illustré dans l'exemple à gauche de la figure 2.3. Dans cet exemple, il s'agit du diagramme *pingouin gluonique*, qui est le principal de cette classe. À noter que le quark interne dans la boucle peut être soit un u , un c ou un t . On notera le pingouin gluonique avec un quark interne q dans la boucle par P_q et il y a donc trois pingouins gluoniques.

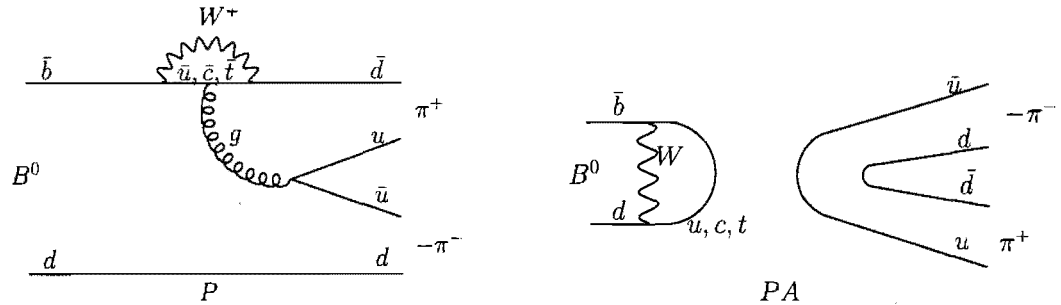


FIGURE 2.3 – Exemples de diagrammes de *pingouin gluonique* (P) et de *pingouin annihilation* (PA) dans le processus $B_d^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$.

Le pingouin P_q se voit affliger un facteur de CKM $\lambda_q^{(q')} = V_{qb}^* V_{qq'}$ (où $q' = d, s$) à cause du couplage du W avec les lignes de quark. On utilisera généralement l'unitarité de la matrice CKM (qui implique $\lambda_u^{(q')} + \lambda_c^{(q')} + \lambda_t^{(q')} = 0$) pour absorber le P_c dans les paramètres $P_{u,t}$. Ainsi, on peut réécrire la contribution totale des

pingouins gluoniques par

$$\begin{aligned}
 P &= \lambda_u^{(q')} P_u + \lambda_c^{(q')} P_c + \lambda_t^{(q')} P_t \\
 &= \lambda_u^{(q')} (P_u - P_c) + \lambda_t^{(q')} (P_t - P_c) \\
 &= P_{uc} + P_{tc} ,
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

où $P_{uc} \equiv \lambda_u^{(q')} (P_u - P_c)$ et $P_{ut} \equiv \lambda_t^{(q')} (P_u - P_t)$. Cette procédure est généralement désignée par le terme *convention-c*.⁵ On peut également définir de façon analogue la *convention-t*.

La famille des pingouins gluoniques contient aussi le *pingouin-annihilation* (PA), qui est illustré à droite de la figure 2.3. Comme pour le pingouin gluonique, le quark interne de la boucle peut être un u , un c ou un t . Et comme pour P , on utilise généralement la *convention-c* pour absorber le PA_c dans les $PA_{u,t}$.

Il est important de préciser que la distinction entre un arbre et un pingouin gluonique peut être nuancée. Pour résumer ceci en une phrase, mentionnons simplement que les diagrammes P_u et P_c sont des pingouins gluoniques du point de vue du langage des diagrammes à cause de la boucle quarks- W alors que du point de vue du formalisme des opérateurs effectifs (dont nous discuterons en détails au chapitre 3), ces diagrammes ont comme origine des rediffusions d'opérateurs d'arbre. Ceci est illustré grossièrement à la figure 2.4.

Finalement, il est à noter que contrairement aux arbres, il n'y a pas de diagramme pingouin gluonique réduit de couleurs. Le principal argument qui peut être invoqué pour justifier ceci est que pour avoir un diagramme pingouin gluonique réduit de couleurs, il faudrait qu'un des mésons de l'état final origine d'un gluon. Or, le gluon est d'isospin nul et les mésons π ou K sont d'isospin total non nul et l'isospin est une symétrie de l'interaction forte. Ceci n'est donc pas possible. Par contre, dans d'autres processus de désintégration comme par exemple $B \rightarrow J/\Psi K$, il est possible d'avoir un diagramme pingouin gluonique réduit de couleurs parce

5. Traduction du terme anglais *c-convention*.

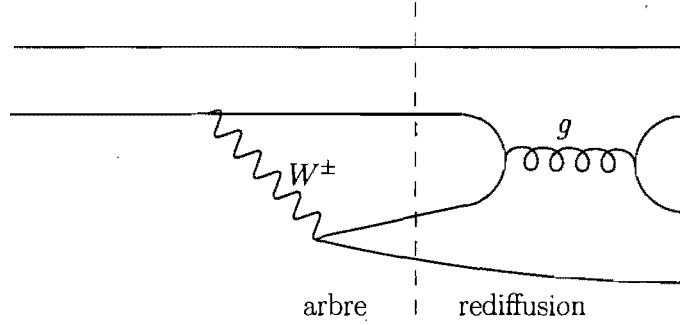


FIGURE 2.4 – Illustration grossière du lien entre un diagramme arbre, un diagramme pingouin gluonique et la rediffusion.

que le méson J/Ψ est d'isospin nul.

2.3 Les pingouins électrofaibles

Pour les PEF, le principe est le même que pour les pingouins gluoniques, mais le gluon est remplacé par un boson neutre électrofaible (Z^0 ou γ). Les principaux diagrammes PEF sont le *pingouin électrofaible* (P_{EF}) et le *pingouin électrofaible réduit de couleurs* (P_{EF}^C). Un exemple de chacun de ces diagrammes est illustré à la figure 2.5. Comme pour les pingouins gluoniques, le quark interne dans la boucle peut être un u , c ou t . Cependant, il a été estimé qu'un diagramme PEF avec un quark q dans la boucle est proportionnel à m_q^2/M_Z^2 [129-131]. Puisque que $m_u, m_c \ll m_t$, les PEF avec un quark interne u ou c seront négligés.

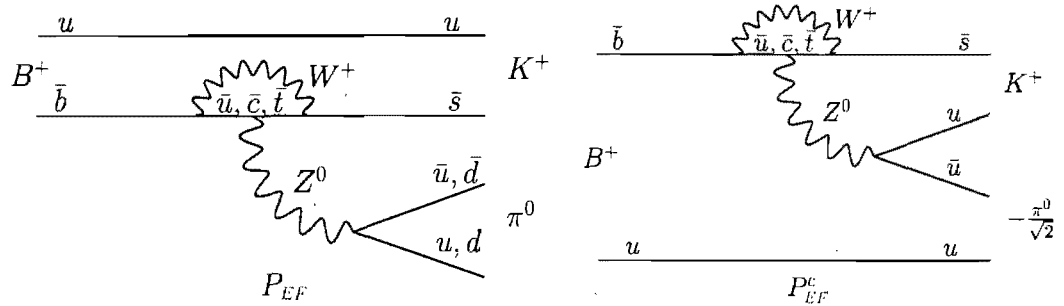


FIGURE 2.5 – Exemples de diagrammes de *pingouin électrofaible* (P_{EF}) et de *pingouin électrofaible réduit de couleurs* (P_{EF}^C) dans le processus $B_d^+ \rightarrow \pi^0 K^+$.

Les diagrammes P_{EF} et P_{EF}^C sont les seuls PEF dont il est question dans les

articles de GHLR, cependant, il y a d'autres PEF que l'on désignera parfois par l'expression « petits PEF ». Ceux-ci seront présents explicitement dans le chapitre 6 et on en discutera alors avec plus de détails. Il s'agit des équivalents PEF des diagrammes P_u , E , A et PA (à noter que P_{EF} et P_{EF}^C sont respectivement les équivalents PEF de T et C). Ainsi, ils seront notés $P_{EF}^{P_u}$, P_{EF}^E , P_{EF}^A et P_{EF}^{PA} . Comme leur nom l'indique, les diagrammes P_{EF}^E , P_{EF}^A et P_{EF}^{PA} sont petits en norme. Cependant, le diagramme $P_{EF}^{P_u}$ peut être grand *a priori*. Par contre, il peut toujours être absorbé dans les pingouins gluoniques parce qu'ils apparaissent toujours dans la même combinaison linéaire.

2.4 Hiérarchie des diagrammes

Dans leur série d'articles sur le langage des diagrammes^[17-19], GHLR ont établi une hiérarchie approximative des diagrammes. Celle-ci repose sur la connaissance des facteurs CKM, de la réduction de couleurs (naïvement d'un facteur $\sim 1/3$), des constantes de couplage électrofaible α et forte $\alpha_s(m_b) \simeq 0.2 \sim \lambda$ et du fait que les diagrammes impliquant le quark spectateur (A , PA , E) sont réduits d'un facteur $f_B/m_B \sim \lambda^2$. Ainsi, pour les diagrammes impliquant une transition $b \rightarrow d$, on a la hiérarchie naïve suivante :

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}(\lambda^0) &: |T|, \\
\mathcal{O}(\lambda^1) &: |C|, |P|, \\
\mathcal{O}(\lambda^2) &: |E|, |A|, |P_{EF}|, \\
\mathcal{O}(\lambda^3) &: |PA|, |P_{EF}^C|.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

De même, pour les diagrammes avec une transition $b \rightarrow s$, on a

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}(\lambda^0) &: |P'|, \\
\mathcal{O}(\lambda^1) &: |T'|, |P'_{EF}|, \\
\mathcal{O}(\lambda^2) &: |C'|, |PA'|, |P'_{EF}^C|,
\end{aligned}$$

$$\mathcal{O}(\lambda^3) : |E'|, |A'|. \quad (2.3)$$

Les petits PEF sont omis. Ces deux hiérarchies ne diffèrent que par les facteurs CKM. En utilisant cette hiérarchie, il est d'usage de négliger les petits diagrammes des ordres λ^2 et/ou λ^3 puisqu'on s'attend naïvement à ce que leur contribution aux amplitudes de désintégration soient minimales. Ceci est une façon simple de réduire considérablement le nombre de paramètres libres dans de nombreux problèmes.

2.5 Applications

Une application directe du langage des diagrammes est la paramétrisation des amplitudes de désintégration. À titre d'exemple, appliquons les définitions des diagrammes des sections précédentes au problème des désintégrations $B \rightarrow \pi K$. Nous utiliserons cet exemple à plusieurs reprises dans les prochains chapitres. Il y a huit modes de désintégration $B \rightarrow \pi K$:

$$\begin{aligned} B^+ &\rightarrow \pi^+ K^0, & B^+ &\rightarrow \pi^0 K^+, \\ B_d^0 &\rightarrow \pi^- K^+, & B_d^0 &\rightarrow \pi^0 K^0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

et leur conjugué CP.

En examinant les graphiques des diagrammes pour chacun des modes de désintégration, on peut écrire les expressions suivantes pour les amplitudes :

$$\begin{aligned} A^{+0} &= P' - \frac{1}{3}P'_{EF}{}^C + A'e^{i\gamma}, \\ \sqrt{2}A^{0+} &= -P' - T'e^{i\gamma} - C'e^{i\gamma} - P'_{EF} - \frac{2}{3}P'_{EF}{}^C - A'e^{i\gamma}, \\ \sqrt{2}A^{00} &= P' - C'e^{i\gamma} - P'_{EF} - \frac{1}{3}P'_{EF}{}^C, \\ A^{-+} &= -P' - T'e^{i\gamma} - \frac{2}{3}P'_{EF}{}^C, \end{aligned} \quad (2.5)$$

où $A^{ij} = A(B^{i+j} \rightarrow \pi^i K^j)$. Rappelons que les apostrophes désignent diagrammes avec une transition $b \rightarrow s$. Pour simplifier l'exemple, les petits PEF sont omis et

P'_{uc} est négligé par rapport à P'_{tc} . Pour les amplitudes conjuguées, il suffit d'inverser le signe des phases faibles ($e^{i\gamma} \rightarrow e^{-i\gamma}$) comme il a été discuté dans la section 1.2. À noter que pour dériver ces relations, la symétrie d'isospin est sous-entendue. C'est-à-dire que l'on prend pour acquis que le propagateur d'un quark u est équivalent au propagateur d'un quark d . C'est pour cette raison que les diagrammes P' , T' , C' , ... sont les mêmes dans les 4 processus, par opposition par exemple à P'^{00} , P'^{-+} , P'^{0+} , P'^{+0} , qui seraient des pingouins distincts pour chaque canal dans le cas où l'isospin n'aurait pas été utilisé.

Pour comprendre comment on obtient les équations (2.5), discutons par exemple de la deuxième équation. En divisant par $\sqrt{2}$, on peut la réécrire sous la forme suivante :

$$A^{0+} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(P' + T'e^{i\gamma} + C'e^{i\gamma} + P'_{EF} + \frac{2}{3}P'^C_{EF} + A'e^{i\gamma}) . \quad (2.6)$$

Cette équation décrit l'amplitude de désintégration du processus $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$. C'est d'ailleurs cet exemple qui est illustré dans les figures 2.1, 2.3 et 2.5.

- Le facteur $-1/\sqrt{2}$ provient de la définition du méson π^0 (voir annexe II.1). En effet, dans les diagrammes de Feynman illustrés précédemment (par exemple, fig. 2.1), on voit que l'état final contient un terme $\bar{u}u$. Quand on fait la projection de $\bar{u}u$ sur $(\bar{d}d - \bar{u}u)/\sqrt{2}$, il reste le facteur $-1/\sqrt{2}$. De même, pour un état $\bar{d}d$, il y a un facteur $1/\sqrt{2}$.
- Pour les PEF, la seule chose qui peut distinguer un P'_{EF} (ou P'^C_{EF}) d'un canal de désintégration à un autre est le couplage du Z^0 ou du photon à la charge électrique des quarks. C'est pour cette raison que l'on n'inclut pas les facteurs $2/3$ et $-1/3$ dans les définitions de P'_{EF} et P'^C_{EF} . On doit donc les écrire explicitement dans les expressions des amplitudes écrites en termes des diagrammes. Pour P'^C_{EF} dans $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$, le boson électrofaible se couple à un quark u , d'où le facteur $2/3$. Pour P'_{EF} , il y a deux possibilités ($\bar{u}u$ ou

$\bar{d}d$), et il y a donc un facteur

$$\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{2}{3}\right)_{\text{provenant de } \bar{u}u} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-1}{3}\right)_{\text{provenant de } \bar{d}d} = \frac{-1}{\sqrt{2}}. \quad (2.7)$$

- Les facteurs $e^{i\gamma}$ (provenant du facteur CKM $V_{us}V_{ub}^*$) est présent parce que les phases faibles CKM ne sont pas absorbées dans les définitions des diagrammes et on doit donc les écrire explicitement. Similairement, pour le pingouin gluonique et les PEF, il y a un facteur $e^0 = 1$ (provenant du facteur CKM $V_{ts}V_{tb}^*$ puisque P'_{uc} est négligé pour simplifier l'exemple).
- Après qu'on ait tenu compte explicitement des facteurs venant des définitions des quarks, du couplage avec la charge et des phases faibles, il ne reste que les définitions de P' , T' , C' , etc, qui sont identiques pour les huit processus $B \rightarrow \pi K$. Naturellement, certains diagrammes sont impossibles pour un processus donné. Par exemple, le diagramme annihilation requiert l'annihilation des quarks \bar{b} et u en un W^+ et ceci est trivialement impossible pour les désintégrations d'un méson B_d^0 . Il suffit d'étudier toutes les possibilités de diagrammes et on retrouve les équations (2.5).

En résumé, il faut tracer tous les diagrammes possibles, ajouter les facteurs des charges électriques, les phases faibles et les facteurs des définitions des mésons et d'assigner des paramètres aux diagrammes. Bien que cette méthode graphique puisse sembler plus ou moins rigoureuse et subir quelques critiques sur ce point, on montrera au chapitre 6 qu'on peut redériver les équations (2.5) de façon plus rigoureuse en se basant sur le formalisme des hamiltoniens effectifs et en considérant la somme des contractions de Wick de celui-ci auquel on applique des états initiaux et finaux.

CHAPITRE 3

HAMILTONIEN EFFECTIF

Le chapitre précédent présentait une classification des différents types de diagrammes de Feynman qui interviennent dans les désintégrations d'un méson B en deux mésons. Bien qu'intéressante et utile, cette classification ne permet pas d'estimer la grandeur de chaque diagramme. Donc si on veut pousser la description des amplitudes de désintégration un cran plus loin et estimer la grandeur de chaque diagramme il faut développer d'autres outils. Or, ces outils existent et il est notamment devenu standard d'exprimer les désintégrations des mésons B sous la forme d'un hamiltonien effectif de désintégration. La technique utilisée pour dériver cet hamiltonien effectif est le *développement de produit d'opérateurs*¹ (DPO) et c'est ce dont il est question dans ce chapitre. Presque tout le contenu de ce chapitre est tiré de l'article de Buchalla, Buras et Lautenbacher (BBL) ^[16]. Le sujet ne sera abordé qu'en surface et le lecteur peut consulter cet article pour une discussion beaucoup plus approfondie.

3.1 Développement de produit d'opérateurs

Considérons le produit de deux opérateurs locaux A et B appliqués respectivement aux points d'espace-temps x et y . Dans la limite où les points x et y sont près, le DPO suggère simplement de remplacer le produit $A(x)B(y)$ par une combinaison linéaire d'opérateurs \mathcal{O}_i :

$$A(x)B(y) \rightarrow \sum_i C_i(x-y)\mathcal{O}_i\left(\frac{1}{2}(x+y)\right). \quad (3.1)$$

Les coefficients C_i sont les *coefficients de Wilson* et prennent en compte les effets des courtes distances. Les opérateurs \mathcal{O}_i doivent contenir les mêmes nombres quan-

1. Traduction du terme anglais *operator product expansion*.

tiques que le produit AB et ils prennent en compte les effets des longues distances. Exprimé autrement en langage de diagrammes de Feynman, l'OPE se résume à remplacer deux vertex « rapprochés » par un seul vertex effectif.

L'exemple le plus simple d'application du DPO est lorsqu'on néglige le carré de l'énergie-impulsion par rapport à la masse du boson W dans le propagateur du W dans un courant chargé. Cet exemple est trivial puisque la combinaison linéaire d'opérateurs locaux se résume à un seul opérateur. Mais le fait demeure qu'on remplace un opérateur non local « compliqué » par un opérateur local plus simple. Explicitement, on a

$$i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \frac{M_W^2}{k^2 - M_W^2} (\bar{u}b)_{V-A} (\bar{s}u)_{V-A} \xrightarrow{k^2 \ll M_W^2} -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* (\bar{u}b)_{V-A} (\bar{s}u)_{V-A} , \quad (3.2)$$

où k est le quadrivecteur d'énergie-impulsion du W et où on utilise la notation compacte $(\bar{q}_1 q_2)_{V \pm A} \equiv \bar{q}_1 \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) q_2$. Dans l'équation précédente, les caractères non local du membre de gauche et local du membre de droite ne sont pas très clairs puisque l'équation est écrite dans l'espace des impulsions plutôt que dans l'espace des positions, mais l'idée est la même. En termes plus clairs, au lieu d'avoir deux vertex en des points différents de l'espace-temps reliés par un boson W , on a un seul vertex indépendant de k à une très bonne approximation. Ceci est possible parce que k est beaucoup plus petit que l'échelle d'énergie du problème M_W . Ainsi, l'information des hautes énergies et courtes distances est contenue dans le coefficient G_F alors que l'information des basses énergies et longues distances est contenue dans les spineurs. Nous exploiterons cette séparation des échelles d'énergie.

De façon plus générale, on peut exprimer le DPO par

$$\langle \mathcal{H}_{eff} \rangle = \sum_i C_i(\mu) \langle \mathcal{O}_i(\mu) \rangle , \quad (3.3)$$

où μ est une échelle de renormalisation. Puisque les coefficients de Wilson et les opérateurs dépendent tous deux de l'échelle de renormalisation on pourrait *a priori* croire que le résultat final en dépend aussi. C'est effectivement le cas aux premiers

ordres de la perturbation. Cependant, la preuve a été faite que cette dépendance se simplifie à des ordres suffisamment élevés et que la série complète ne dépend donc pas de l'échelle de renormalisation. Ceci a du sens physiquement puisque le résultat final du calcul ne peut pas dépendre du choix de μ .

En plus de simplifier les problèmes, un des avantages principaux du DPO est de séparer chaque problème en deux problèmes distincts : les effets des courtes distances et les effets des longues distances. Comme on l'a déjà mentionné précédemment, les effets des courtes distances sont complètement contenus dans les coefficients de Wilson. Ce qu'on appelle les effets des courtes distances dans l'espace des coordonnées équivalent aux hautes énergies et impulsions. Ainsi, quand on calcule les coefficients de Wilson, on n'est pas confronté aux problèmes de divergences qui concernent les basses énergies et impulsions. En conséquence, on peut calculer exactement les coefficients de Wilson par une perturbation (en ce qui concerne le problème particulier des désintégrations hadroniques des mésons B , les effets CDQ dans les coefficients de Wilson sont aujourd'hui connus jusqu'au deuxième ordre du développement (voir section 3.4)). Comme il sera discuté dans l'exemple de la section 3.2, le calcul des coefficients de Wilson se fait simplement par un pairage² des coefficients entre la théorie exacte et la théorie effective.

Par opposition aux effets des courtes distances, les opérateurs des longues distances impliquent des basses énergies et impulsions. Par conséquent, on ne peut pas en principe les calculer exactement par une perturbation à cause notamment des divergences infrarouges. Plusieurs théories effectives ont été développées spécifiquement pour faire ce calcul. Mentionnons notamment la factorisation naïve, la factorisation CDQ, la CDQ perturbative et plus récemment la *Soft-collinear effective theory*. Le prochain chapitre sera consacré à la description de la factorisation naïve et la factorisation CDQ.

2. Traduction libre du terme anglais *matching*.

3.2 Exemple simple de développement de produit d'opérateurs

Afin de mieux illustrer l'idée du DPO, considérons maintenant un exemple un peu plus sophistiqué qu'un courant chargé au premier ordre de la perturbation. Nous considérons encore un courant chargé comme dans l'exemple trivial de la section 3.1. Mais cette fois on inclut les corrections CDQ à une boucle qui sont illustrées à la figure 3.1. À cause de l'ajout des gluons, l'hamiltonien effectif prend maintenant la forme

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* (C_1 Q_1 + C_2 Q_2) , \quad (3.4)$$

où

$$\begin{aligned} Q_1 &= (\bar{b}_i u_i)_{V-A} (\bar{u}_j s_j)_{V-A} , \\ Q_2 &= (\bar{b}_i u_j)_{V-A} (\bar{u}_j s_i)_{V-A} , \end{aligned} \quad (3.5)$$

et où les indices i et j sont les couleurs. La différence dans les structures de

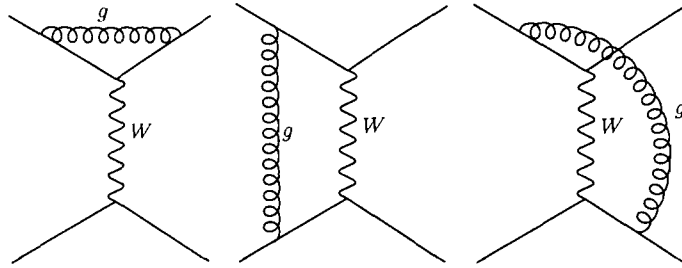


FIGURE 3.1 – Corrections CDQ à une boucle

couleurs s'explique par le fait que l'hamiltonien de départ permet le mélange des couleurs entre les courants par l'ajout d'un gluon. Donc les opérateurs effectifs doivent permettre un tel mélange des couleurs aussi. Mathématiquement, la différence provient simplement des générateurs $SU(3) T_{ij}^a$ qui interviennent à chaque vertex quark-quark-gluon. Le but est de faire un pairing des coefficients de l'hamiltonien effectif avec la théorie exacte pour connaître les valeurs des coefficients de

Wilson. Pour ce faire, on peut calculer l'amplitude avec la théorie exacte. Quand on fait ce calcul, on trouve :

$$\mathcal{A} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \left[\left(1 + 2C_F \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) S_1 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} S_1 - 3 \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} S_2 \right], \quad (3.6)$$

où $C_F = (N^2 - 1)/2N$, μ est l'échelle de renormalisation, p l'énergie-impulsion de la boucle et les spineurs $S_{1,2}$ sont donnés par

$$\begin{aligned} S_1 &= (\bar{b}_i u_i)_{V-A} (\bar{u}_j s_j)_{V-A}, \\ S_2 &= (\bar{b}_i u_j)_{V-A} (\bar{u}_j s_i)_{V-A}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

De plus, dans l'équation (3.6), nous avons négligé les masses des quarks entrants et sortants. Maintenant, si on refait le même calcul avec l'hamiltonien effectif de l'équation (3.4), on trouve

$$\mathcal{A} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* (C_1 \langle Q_1 \rangle + C_2 \langle Q_2 \rangle), \quad (3.8)$$

où

$$\begin{aligned} \langle Q_1 \rangle &= \left(1 + 2C_F \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) S_2 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} S_2 - 3 \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} S_1, \\ \langle Q_2 \rangle &= \left(1 + 2C_F \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) S_1 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} S_1 - 3 \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} S_2. \end{aligned} \quad (3.9)$$

La forme exacte des équations n'est pas importante pour cet usage. L'idée est simplement qu'en faisant le pairage des coefficients entre les équations (3.6) et (3.9), on trouve les valeurs des coefficients de Wilson, soient

$$C_1 = -3 \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{\mu^2}, \quad C_2 = 1 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{\mu^2}. \quad (3.10)$$

Bien sûr, il y a une dépendance par rapport à l'échelle de renormalisation μ , mais cette dépendance doit s'annuler exactement dans le produit avec les opérateurs effectifs en principe. Cependant dans la pratique, nous devons toujours nous accommoder de cette dépendance puisqu'on ne travaille pas à des ordres suffisamment élevés dans la perturbation.

3.3 Groupe de renormalisation

Dans la section 3.2, nous avons discuté brièvement d'un exemple simple de calcul des coefficients de Wilson par le pairage d'un hamiltonien effectif avec le calcul des boucles. Dans cet exemple, les termes de corrections des coefficients de Wilson sont de la forme $(\alpha_s/4\pi) \log(M_W^2/\mu^2)$ et ceci est vrai pour des cas généraux aussi. De même, les corrections des ordres supérieurs n sont de la forme $[(\alpha_s/4\pi) \log(M_W^2/\mu^2)]^n$. Or, pour des échelles de basses énergies telles $\mu = \mathcal{O}(m_b)$, le logarithme n'est pas petit et, malgré la petitesse de $\alpha_s/4\pi$, nous avons

$$(\alpha_s/4\pi) \log(M_W^2/\mu^2) = \mathcal{O}(1) , \quad (3.11)$$

et le calcul des coefficients de Wilson par perturbation n'est donc pas viable pour ces échelles de basses énergies en principe.

Mais cette situation peut être évitée en ayant recours au groupe de renormalisation. En effet, par définition le groupe de renormalisation décrit comment les quantités non observables (puisque les quantités observables ne doivent pas dépendre de μ en principe) varient selon l'échelle d'énergie μ . On peut donc calculer les coefficients de Wilson pour une échelle d'énergie près de M_W , pour laquelle la perturbation converge bien, et ensuite renormaliser ceux-ci jusqu'à l'échelle d'énergie μ voulue. De façon plus explicite, l'équation de renormalisation au premier ordre prend la forme

$$\frac{d}{d \ln \mu} \vec{C}(\mu) = \gamma^T(\alpha_s) \vec{C}(\mu) , \quad (3.12)$$

où $\gamma(\alpha_s)$ est la matrice de dimensions anormales³ et il n'est pas utile de l'écrire explicitement au niveau de la présente discussion. La solution de l'équation (3.12) prend la forme générale

$$\vec{C}(\mu) = U(\mu, M_W) \vec{C}(M_W) . \quad (3.13)$$

Si on ne tient compte que des termes de premier ordre, la solution prend une forme très simple

$$\vec{C}(\mu) = \left[\frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{\gamma^{(0)T}}{2\beta_0}} \vec{C}(M_W) , \quad (3.14)$$

où $\gamma^{(0)}$ et β_0 désignent respectivement les premiers termes des développements de γ et de la fonction β qui renormalise la constante de couplage de la CDQ⁴

$$\begin{aligned} \gamma(\alpha_s) &= \gamma^{(0)} \frac{\alpha_s}{4\pi} + \gamma^{(1)} \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^2 , \\ \beta(g) &= -\beta_0 \frac{g^3}{16\pi^2} - \beta_1 \frac{g^5}{(16\pi^2)^2} , \end{aligned} \quad (3.15)$$

où

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}f , \quad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3}f , \quad (3.16)$$

et où f désigne le nombre de fermions impliqués. La renormalisation de la constante de couplage prend la forme

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left[1 - \frac{\beta_1^2}{\beta_0^2} \frac{\ln \ln(\mu^2/\Lambda^2)}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)} \right] , \quad (3.17)$$

où Λ désigne l'échelle d'énergie CDQ. Nous n'avons présenté que la solution simple où tous les termes d'ordre supérieurs sont négligés. Cependant, dans les calculs des chapitres suivants, nous utiliserons la solution exacte du groupe de renormalisation. Le lecteur peut consulter les références [16, 23–25] pour des discussions complètes à

3. Traduction libre du terme anglais *matrix of anomalous dimensions*.

4. Dans la présente discussion, nous négligeons les effets des corrections électromagnétiques proportionnelles à $\alpha = 1/129$.

propos du groupe de renormalisation et de la solution exacte.

3.4 Hamiltonien effectif pour les désintégrations hadroniques d'un B

Précédemment, nous avons introduit l'idée du DPO en général. Maintenant, discutons du DPO pour le cas spécifique des désintégrations $B \rightarrow M_1 M_2$. Pour ce problème, l'hamiltonien effectif prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{q=d,s} \left(\sum_{p=u,c} V_{pb}^* V_{pq} (c_1 O_1^p + c_2 O_2^p) \right. \\ & \left. - V_{tb}^* V_{tq} \left(\sum_{i=3}^{10} c_i O_i + c_{7\gamma} O_{7\gamma} + c_{8g} O_{8g} \right) \right) + h.c. . \end{aligned} \quad (3.18)$$

Dans l'équation précédente, $O_{1,2}$ sont les opérateurs effectifs des arbres et ils prennent les formes

$$O_1^p = (\bar{b}p)_{V-A} (\bar{p}q)_{V-A} , \quad O_2^p = (\bar{b}_\beta p_\alpha)_{V-A} (\bar{p}_\alpha q_\beta)_{V-A} , \quad (3.19)$$

O_{3-6} sont les opérateurs des pingouins gluoniques et ils prennent les formes

$$\begin{aligned} O_3 &= (\bar{b}q)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'q')_{V-A} , & O_4 &= (\bar{b}_\beta q_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V-A} , \\ O_5 &= (\bar{b}q)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'q')_{V+A} , & O_6 &= (\bar{b}_\beta q_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V+A} , \end{aligned} \quad (3.20)$$

O_{7-10} sont les opérateurs des PEF et ils prennent les formes

$$\begin{aligned} O_7 &= \frac{3}{2} (\bar{b}q)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'q')_{V+A} , & O_8 &= \frac{3}{2} (\bar{b}_\beta q_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V+A} , \\ O_9 &= \frac{3}{2} (\bar{b}q)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'q')_{V-A} , & O_{10} &= \frac{3}{2} (\bar{b}_\beta q_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V-A} , \end{aligned} \quad (3.21)$$

et finalement, $O_{7\gamma}$ et O_{8g} sont les opérateurs des pingouins magnétiques et ils prennent les formes

$$\begin{aligned} O_{7\gamma} &= \frac{e}{8\pi^2} m_b \bar{s}_\alpha \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) b_\alpha F_{\mu\nu} , \\ O_{8g} &= \frac{g}{8\pi^2} m_b \bar{s}_\alpha \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) T_{\alpha\beta}^a b_\beta G_{\mu\nu}^a , \end{aligned} \quad (3.22)$$

où e et g sont respectivement les constantes de couplage des interactions électromagnétique et forte. Les termes $T_{\alpha\beta}^a$ sont les générateurs du groupe $SU(3)$. Les indices α et β sont des indices de couleurs. Quand il n'y a pas d'indice de couleurs, il est sous-entendu que deux quarks dans une même parenthèse ont les mêmes indices α ou β et il y a quand même une somme sur les couleurs. De plus, les sommations explicites sur q' sont pour $q' = u, d, s, c$ et $e_{q'}$ est la charge électrique du quark q' ($e_{u,c} = +2/3$ et $e_{d,s} = -1/3$). Nous avons également omis d'écrire les dépendances par rapport à μ , c'est-à-dire que par exemple $c_i O_i$ devrait être $c_i(\mu) O_i(\mu)$. Les coefficients de Wilson sont bien connus jusqu'au deuxième ordre du développement et ils sont présentés dans le tableau 3.1 pour trois valeurs de l'échelle de renormalisation, soient $\mu = m_b/2$, m_b et $2m_b$.

μ	$m_b/2$	m_b	$2m_b$	μ	$m_b/2$	m_b	$2m_b$
c_1	1.137	1.081	1.045	c_2	-0.295	-0.190	-0.113
c_3	0.021	0.014	0.009	c_4	-0.051	-0.036	-0.025
c_5	0.010	0.009	0.007	c_6	-0.065	-0.042	-0.027
c_7/α	-0.024	-0.011	0.011	c_8/α	0.096	0.060	0.039
c_9/α	-1.325	-1.254	-1.195	c_{10}/α	0.331	0.223	0.144
$c_{7\gamma}$	-0.364	-0.318	-0.281	c_{8g}	-0.169	-0.151	-0.136

TABLE 3.1 – Valeurs des coefficients de Wilson de l'hamiltonien effectif de l'équation (3.18) ($\alpha = 1/129$) ^[20-22].

Revenons sur le fait que le choix de μ pose certains problèmes. Bien qu'en principe les dépendances par rapport à μ se simplifient à des ordres suffisamment élevés, en pratique ce n'est pas si simple puisqu'il n'est pas possible de faire les calculs jusqu'à des ordres de perturbation assez grands pour que la dépendance

par rapport à μ soit négligeable. La partie du problème qui concerne les éléments de matrice des longues distances est très complexe et il est encore impossible aujourd'hui de simplifier complètement la dépendance par rapport à μ . Étant donné qu'à toutes fins pratiques le choix de l'échelle de renormalisation est arbitraire, on doit s'accommoder de cette incertitude. Par contre, nous savons de par la nature du problème que la valeur de μ doit être de l'ordre de grandeur de la masse d'un quark b . Typiquement, dans la littérature, on fixe $\mu = m_b$ ou on considère l'intervalle $\mu \in [m_b/2, 2m_b]$ quand on veut être plus prudent quant aux incertitudes qui peuvent provenir de ce choix. C'est de cette dernière façon dont nous tiendrons compte de ceci dans les applications de la partie 2 de cette thèse.

CHAPITRE 4

FACTORISATION ET FACTORISATION CDQ

Dans le chapitre précédent, nous avons eu recours au DPO pour scinder en deux le problème du calcul des amplitudes de désintégration d'un processus $B \rightarrow M_1 M_2$. En ce qui concerne la partie des effets des courtes distances, le problème est solutionné en faisant un pairing entre les calculs venant de l'hamiltonien effectif et des boucles de correction. De plus, on peut exprimer ce résultat pour n'importe quelle échelle d'énergie en utilisant le formalisme du groupe de renormalisation. Ceci fait, il ne nous reste donc qu'à calculer les éléments de matrice des opérateurs effectifs auxquels on applique des états initiaux et finaux. Or, le principal problème qui survient lorsqu'on tente de calculer ces éléments de matrice hadroniques est que les corrections CDQ d'ordres supérieurs consistent en principe en l'échange de gluons mous. On ne peut donc pas calculer ceux-ci directement en théorie des perturbations.

Une solution imparfaite existe pour contourner ce problème et elle a prouvé [26, 27] son efficacité pour les désintégrations d'un B en deux mésons dont au moins un est léger (le méson qui ne reçoit pas le quark spectateur). En particulier, il est intéressant de signaler les succès phénoménologiques de cette approche avec les désintégrations des mésons B dans des modes impliquant des mésons $D^{(*)}$. Il s'agit du concept de *factorisation*. Dans sa version la plus simple où l'on ne considère que les termes du premier ordre, on parle de *factorisation naïve* [26-28]. Lorsqu'on inclut les corrections CDQ d'ordres supérieurs, on parle alors de *factorisation CDQ* [20-22]. Nous décrirons brièvement ces deux variantes dans ce chapitre. Encore une fois, pour des discussions plus détaillées de ces sujets, le lecteur est invité à consulter les références [20-22, 26-28] de la bibliographie.

4.1 Factorisation naïve

Intuitivement, le principe de la factorisation est en quelque sorte de scinder la désintégration en deux. C'est-à-dire qu'au lieu de s'attaquer directement au calcul des éléments de matrice hadroniques de $B \rightarrow M_1 M_2$, on fait l'hypothèse qu'on peut factoriser ceux-ci en deux parties, soient $B \rightarrow M_{1,2}$ et $M_{2,1}$ issu du vide. Afin d'être plus explicite, considérons encore une fois la désintégration $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ à titre d'exemple. Plus spécifiquement, considérons l'élément de matrice hadronique de l'opérateur O_1^u de l'hamiltonien effectif de l'équation (3.18), soit $\langle \pi^0 K^+ | (\bar{b}u)_{V-A} (\bar{u}s)_{V-A} | B^+ \rangle$. En invoquant l'hypothèse de factorisation, on pose que

$$\begin{aligned} \langle \pi^0 K^+ | (\bar{b}u)_{V-A} (\bar{u}s)_{V-A} | B^+ \rangle &= \langle K^+ | (\bar{u}s)_{V-A} | 0 \rangle \langle \pi^0 | (\bar{b}u)_{V-A} | B^+ \rangle \\ &+ \frac{1}{N_c} \langle \pi^0 | (\bar{u}u)_{V-A} | 0 \rangle \langle K^+ | (\bar{b}s)_{V-A} | B^+ \rangle, \end{aligned} \quad (4.1)$$

où $|0\rangle$ et l'état du vide. Le facteur $1/N_c$ vient du fait qu'une transformation de Fierz des couleurs (ainsi qu'une transformation de Fierz des fermions, mais celle-ci ne contribue en rien au facteur $1/N_c$) sont nécessaires pour réécrire l'opérateur d'une façon telle qu'il est possible d'avoir les transitions $B^+ \rightarrow K^+$ et $0 \rightarrow \pi^0$. Ces deux termes correspondent aux deux possibilités de factoriser l'élément de matrice.

Les termes de la forme $0 \rightarrow M$ peuvent être écrits sous forme de constantes de désintégration f_M . Par exemple, si $M = P$ est un méson pseudoscalaire, alors la constante de désintégration est définie comme^[26,27]

$$ip^\mu f_P = \langle P | \bar{q} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) q | 0 \rangle, \quad (4.2)$$

où p_μ est le quadrivecteur d'énergie-impulsion du méson P . Ces constantes peuvent entre autre être déterminées expérimentalement, notamment à partir des modes désintégrations leptoniques^[127]. On peut également calculer les constantes de dés-

intégration avec les *règles de sommes de CDQ*¹ ou la *CDQ sur réseau*², mais nous ne ferons que le mentionner^[29,30].

Pour ce qui est des transitions $B \rightarrow M$, on peut les écrire en termes des facteurs de forme. Prenons encore l'exemple où $M = P$ est un méson pseudoscalaire, dans un tel cas on pose^[28]

$$\begin{aligned} \langle P(p_1) | (\bar{b}q)_{V-A} | B(p_2) \rangle &= \left[(p_2 + p_1)^\mu - \frac{m_B^2 - m_P^2}{q^2} q^\mu \right] F_+^{B \rightarrow P}(q^2) \\ &+ \frac{m_B^2 - m_P^2}{q^2} q^\mu F_0^{B \rightarrow P}(q^2), \end{aligned} \quad (4.3)$$

où $q^\mu = p_2^\mu - p_1^\mu$ est le transfert d'énergie-impulsion et $F_{0,+}^{B \rightarrow P}$ sont les facteurs de forme. Les définitions des constantes de désintégration et des facteurs de forme pour les mésons vectoriels sont présentés dans l'annexe II.2.

Pour illustrer comment on applique ceci concrètement, utilisons une fois de plus l'exemple du processus $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ et l'hamiltonien effectif de l'équation (3.18), mais en ne gardant que $O_{1,2}^u$ pour se simplifier la tâche. En utilisant les équations (4.2) et (4.3), on peut écrire

$$\begin{aligned} &\langle \pi^0 K^+ | c_1 O_1^u + c_2 O_2^u | B^+ \rangle \\ &= a_1 \langle K^+ | (\bar{u}s)_{V-A} | 0 \rangle \langle \pi^0 | (\bar{b}u)_{V-A} | B^+ \rangle \\ &+ a_2 \langle \pi^0 | (\bar{u}u)_{V-A} | 0 \rangle \langle K^+ | (\bar{b}s)_{V-A} | B^+ \rangle \\ &= a_1 A_{\pi K} + a_2 A_{K\pi}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

où

$$\begin{aligned} a_{1,2} &= c_{1,2} + \frac{1}{N_c} c_{2,1}, \\ A_{\pi K} &= i \frac{G_F}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B \rightarrow \pi}(m_K^2) f_K, \end{aligned}$$

1. Traduction libre de *QCD sum rules*.
2. Traduction libre de *lattice QCD*.

$$A_{K\pi} = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_K^2) F_0^{B \rightarrow K}(m_\pi^2) f_\pi, \quad (4.5)$$

et où les valeurs de chacun de ces termes sont connues (voir annexe II). Pour les autres opérateurs de l'hamiltonien effectif, le principe est exactement le même.

Bien que très utiles, il est clair que ces estimations des éléments de matrice hadroniques ne sont qu'approximatives. De plus, il y a des effets non factorisables pour lesquels la factorisation ne peut pas fournir la moindre estimation. Par exemple, les diagrammes annihilation et échange ne sont pas factorisables (voir fig. 2.2). Si de tels effets ne sont pas négligeables, alors la factorisation naïve seule ne peut pas être utile. Mentionnons toutefois qu'il est possible d'inclure les effets non factorisables formellement en procédant à un développement en $1/N_c$ [26,27]. Comme nous n'en ferons pas usage dans cette thèse, nous n'élaborerons pas davantage sur ce sujet.

Finalement, il y a un autre problème important causé par l'utilisation de la factorisation naïve : le résultat final du calcul n'est pas indépendant de l'échelle de renormalisation μ . Nous avons déjà discuté de ceci au chapitre 3. Quand on fait le DPO, on sépare les effets des longues distances des effets des courtes distances et les deux dépendent de l'échelle de renormalisation μ . Cependant, cette dépendance doit nécessairement se simplifier dans le résultat final. Or, ce n'est pas le cas quand on utilise la factorisation naïve puisque les coefficients de Wilson dépendent fortement de μ (tableau 3.1) alors que les éléments de matrice ne dépendent pas du tout de μ (équation (4.5)). C'est un problème de principe important puisqu'on ne devrait pas avoir à fixer une échelle de renormalisation, et c'est aussi un problème pratique important puisqu'on est forcé de le faire en factorisation naïve et que le résultat final contient ainsi une partie arbitraire dont on doit tenir compte dans l'analyse des erreurs théoriques.

4.2 Factorisation CDQ

Ce qui distingue la factorisation CDQ de la factorisation naïve est principalement l'ajout de corrections radiatives CDQ. En tenant compte ainsi des corrections

d'ordres supérieurs, on espère entre autre résoudre le problème de la dépendance par rapport à l'échelle de renormalisation et obtenir des estimations plus précises des éléments de matrice. Dans cette section, nous suivrons les travaux de Beneke, Buchalla, Neubert et Sachrajda (BBNS)^[20–22,33]. Par contre, aucun effort de dérivation ne sera fait. Le formalisme de la factorisation CDQ sera plutôt présenté dans cette section à la manière d'une « recette » qui sera utilisée dans les chapitres de la deuxième partie de cette thèse. De plus, puisque nous ne les utiliserons pas dans cette thèse, les corrections aux termes d'annihilation et d'échange de l'approche de BBNS seront négligées.

L'idée de la factorisation CDQ, à la base, est d'exploiter le fait que la masse m_b du quark b est beaucoup plus grande que l'échelle d'énergie hadronique Λ_{CDQ} . Ainsi, pour le problème de la désintégration d'un méson B en deux mésons légers, on peut faire rigoureusement un développement en série des éléments de matrice des longues distances en Λ_{CDQ}/m_b . Parallèlement à ceci, un développement en $\alpha_s(m_b)$ est aussi fait pour les corrections CDQ. Il est important de préciser que la preuve formelle du théorème de factorisation est faite pour l'ordre dominant en Λ_{CDQ}/m_b pour les premier et second ordre du développement en $\alpha_s(m_b)$ ^[21]. Le formalisme de BBNS inclut les corrections du premier ordre aux résultats de la factorisation naïve. Dans sa forme générale, le théorème de factorisation prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle M_1 M_2 | O_i | B \rangle &= F_0^{B \rightarrow M_1} T_{M_2, i}^I * f_{M_2} \Phi_{M_2} + F_0^{B \rightarrow M_2} T_{M_1, i}^I * f_{M_1} \Phi_{M_1} \\ &+ T_i^{II} * f_B \Phi_B * f_{M_1} \Phi_{M_1} * f_{M_2} \Phi_{M_2}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

où Φ_M est la fonction d'onde du méson B . Le terme T^I contient la partie factorisable et leurs corrections CDQ alors que le terme T^{II} représente la partie non factorisable provenant des échanges d'un gluon avec le quark spectateur.

Rappelons qu'on considère une désintégration d'un méson B en deux mésons M_1 et M_2 gouvernée par l'hamiltonien effectif de l'équation (3.18). Dans le formalisme

de la factorisation CDQ, l'amplitude de désintégration prend donc la forme

$$\langle M_1 M_2 | \mathcal{H}_{eff} | \bar{B} \rangle = \sum_{p=u,c} \lambda_p^{(D)} \langle M_1 M_2 | \mathcal{T}_A^p + \mathcal{T}_B^p | \bar{B} \rangle ; \quad (4.7)$$

où $D = d, s$ selon le cas. De plus, \mathcal{T}_B^p représente les termes d'annihilation et nous posons donc $\mathcal{T}_B^p = 0$ dans la présente discussion puisque nous négligeons les corrections non factorisables. Quant au terme \mathcal{T}_A^p , il prend la forme générale

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^p &= \delta_{pu} \alpha_1(M_1 M_2) A([\bar{q}_s u][\bar{u} D]) + \delta_{pu} \alpha_2(M_1 M_2) A([\bar{q}_s D][\bar{u} u]) \\ &+ \alpha_3^p(M_1 M_2) \sum_q A([\bar{q}_s D][\bar{q} q]) + \alpha_4^p(M_1 M_2) \sum_q A([\bar{q}_s q][\bar{q} D]) \\ &+ \alpha_{3,EF}^p(M_1 M_2) \sum_q \frac{3}{2} e_q A([\bar{q}_s D][\bar{q} q]) + \alpha_{4,EF}^p(M_1 M_2) \sum_q \frac{3}{2} e_q A([\bar{q}_s q][\bar{q} d]) , \end{aligned} \quad (4.8)$$

où les sommations sont sur les quarks $q = u, d, s$ et q_s désigne le quark spectateur. La notation $A([\dots][\dots])$ exprime une amplitude factorisée. On définit

$$\langle M_1 M_2 | \alpha_i^p(M_1 M_2) A([\dots][\dots]) | \bar{B} \rangle \equiv c \alpha_i^p(M_1 M_2) A_{M_1 M_2} , \quad (4.9)$$

où le facteur c contient les coefficients $\pm 1, \pm 1/\sqrt{2}$ provenant des définitions des mésons selon le cas (voir annexe II.1). Le facteur $A_{M_1 M_2}$ contient les différents facteurs hadroniques :

$$A_{M_1 M_2} = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \begin{cases} m_B^2 F_0^{B \rightarrow M_1}(0) f_{M_2} , & \text{si } M_1 = M_2 = P , \\ -2m_V (\epsilon_{M_1}^* \cdot p_B) A_0^{B \rightarrow M_1}(0) f_{M_2} , & \text{si } M_1 = V , M_2 = P , \\ -2m_V (\epsilon_{M_2}^* \cdot p_B) F_+^{B \rightarrow M_1}(0) f_{M_2} , & \text{si } M_1 = P , M_2 = V , \end{cases} \quad (4.10)$$

où $F_{0,+}$ et A_0 désignent les facteurs de formes, f_M les constantes de désintégration (voir annexe II.2) tandis que P et V désignent respectivement des mésons

pseudoscalaires et vectoriels. Les termes α_i^p sont définis comme

$$\begin{aligned}
\alpha_1(M_1 M_2) &= a_1(M_1 M_2) , \\
\alpha_2(M_1 M_2) &= a_2(M_1 M_2) , \\
\alpha_3^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_3^p(M_1 M_2) - a_5^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = PP , VP , \\ a_3^p(M_1 M_2) + a_5^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = PV , \end{cases} \\
\alpha_4^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_4^p(M_1 M_2) + r_\chi^{M_2} a_6^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = PP , PV , \\ a_4^p(M_1 M_2) - r_\chi^{M_2} a_6^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = VP , \end{cases} \\
\alpha_{3,EF}^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_9^p(M_1 M_2) - a_7^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = PP , VP , \\ a_9^p(M_1 M_2) + a_7^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = PV , \end{cases} \\
\alpha_{4,EF}^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_{10}^p(M_1 M_2) + r_\chi^{M_2} a_8^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = PP , PV , \\ a_{10}^p(M_1 M_2) - r_\chi^{M_2} a_8^p(M_1 M_2) , & \text{si } M_1 M_2 = VP , \end{cases} \quad (4.11)
\end{aligned}$$

et les termes a_i^p prennent la forme générale

$$\begin{aligned}
a_i^p(M_1 M_2) &= \left(c_i + \frac{c_{i\pm 1}}{N_c} \right) N_i(M_2) + \frac{c'_{i\pm 1} C_F \alpha'_s}{N_c 4\pi} \left[V_i(M_2) + \frac{4\pi^2}{N_c} H_i(M_1 M_2) \right] \\
&\quad + P_i^p(M_2) , \quad (4.12)
\end{aligned}$$

où $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$. Notons que les coefficients de Wilson c_i sont évalués à l'échelle de renormalisation μ alors que les c'_i (de même que α'_s) sont évalués à l'échelle de renormalisation $\mu_h = \sqrt{\Lambda_h \mu}$, où $\Lambda_h \sim 0.5$. De plus, les N_i désignent les termes de factorisation naïve, les V_i désignent les corrections du premier ordre de vertex, les H_i désignent les corrections incluant l'échange d'un gluon dur avec le quark spectateur et les P_i^p désignent les corrections du premier ordre de type pingouin.

Il serait inutile de recopier intégralement les longues expressions explicites des termes N_i , V_i , H_i et P_i^p . Pour les cas $B \rightarrow PP, PV$ nous utilisons les expressions explicites de l'article de Beneke et Neubert ^[33] tandis que pour le cas $B \rightarrow VV$ nous utilisons les expressions explicites de l'article de Beneke, Rohrer et Yang ^[34].

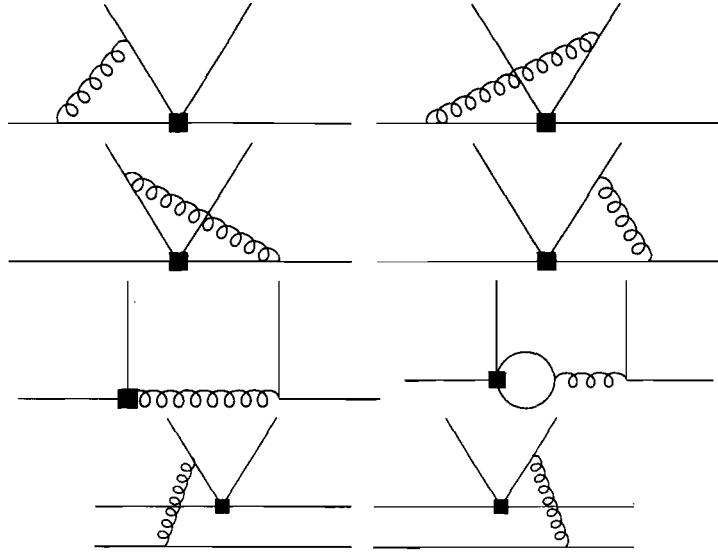


FIGURE 4.1 – Représentations graphiques des corrections de type V , P et H incluses dans l'approche de BBNS^[20-22]. Les quatre premiers diagrammes représentent les corrections V , les deux suivants les corrections P et les deux derniers les corrections H avec le quark spectateur.

Mentionnons tout de même que, contrairement aux termes N_i , V_i et P_i^p , le calcul des corrections H_i posent certains problèmes de divergences infrarouges. Plus explicitement, elles contiennent des intégrales de la forme

$$X_H = \int_0^1 \frac{dx}{1-x}, \quad (4.13)$$

qui sont formellement divergentes. Il est important de préciser que ces divergences n'apparaissent pas à l'ordre dominant du développement en Λ_{CDQ}/m_b et elles ne compromettent ainsi en rien la validité du théorème de factorisation à ce niveau. Par contre, dans certains contextes comme par exemple les désintégrations $B \rightarrow \pi K$, ces contributions divergentes peuvent être augmentées par des causes dynamiques. Nous aborderons les conséquences de ceci brièvement à la section 5.1 du prochain chapitre. Dans de tels cas, même s'il s'agit à la base d'effets sous-dominants, ces divergences peuvent avoir un impact significatif sur les prédictions de la factorisa-

tion. On dit alors que ces contributions sont *augmentées chiralement*³ par les effets dynamiques. Les auteurs BBNS ont développé une approche systématique pour paramétrer ces divergences. Ainsi, suivant celle-ci, on estime que $X_H \sim \ln(m_b/\Lambda_{QCD})$. Ceci est justifié par un argument de comptage des puissances⁴ et par le fait que la principale contribution à l'intégrale vient de $1-x \sim \Lambda_{QCD}/m_b$. Donc, sans préciser la valeur de X_H , on peut la paramétrer par un nombre complexe

$$X_H = \left(1 + \rho_H e^{i\phi_H}\right) \ln \frac{m_b}{\Lambda_{QCD}}, \quad (4.14)$$

où l'on s'attend à ce que $\rho_H \in [0, 1]$ et que ϕ_H puisse prendre *a priori* n'importe quelle valeur puisqu'à la base il s'agit d'une coupure arbitraire dans l'intégrale de l'équation (4.13).

Même si nous n'avons pas discuté explicitement des termes d'annihilation \mathcal{T}_B^p de l'équation 4.7, il est pertinent de noter que ces termes contiennent aussi des divergences infrarouges. Comme dans le cas des corrections H_i , ces termes ne sont pas des effets dominants et les problèmes de divergences n'ont qu'un léger impact sur les prédictions de la factorisation CDQ en principe. Par contre, comme pour le cas des corrections H_i des désintégrations $B \rightarrow \pi K$, ces divergences peuvent être augmentées par des causes dynamiques. Ceci sera particulièrement important dans la discussion de la section 5.2 du prochain chapitre où une contribution anormalement grande des termes d'annihilation (pour des raisons dynamiques) a le potentiel d'expliquer une tension importante entre la théorie et les mesures expérimentales.

Il est donc clair que la factorisation CDQ, à cause de ses problèmes de divergences, ne permet pas, *en principe*, le calcul des éléments de matrice hadroniques. Ainsi, contrairement à la factorisation naïve, la factorisation CDQ n'a pas formellement de pouvoir prédictif. Cependant, comme nous venons d'en discuter, en suivant l'approche de BBNS on peut paramétrer ces divergences par un nombre complexe X_H . Même si ces corrections impliquant le quark spectateur comportent une er-

3. Traduction libre du terme anglais *chirally enhanced*.

4. Traduction libre de l'expression anglaise *power counting*.

reur théorique de l'ordre de 100% à cause du paramètre inconnu, le fait demeure que l'importance de ces corrections est relativement mineure dans beaucoup de cas concrets puisque ces effets divergents n'apparaissent qu'à l'ordre Λ_{CDQ}/m_b dans le développement. En effet, la grandeur des corrections de type pingouin est généralement beaucoup plus grande que les corrections impliquant le quark spectateur. L'impact de cette erreur théorique sur le résultat final est donc relativement mineur dans la plupart des cas. Ce faisant, la factorisation CDQ demeure donc un outil très utile pour estimer la taille des éléments de matrice hadroniques. Puisque dans la présente thèse nous n'utiliserons la factorisation CDQ qu'à des fins d'estimations, ces problèmes de divergences ainsi que le fait de négliger les corrections non factorisables ne poseront donc pas de problème majeur en principe.

CHAPITRE 5

RECHERCHE DE PHYSIQUE AU-DELÀ DU MODÈLE STANDARD

La dernière décennie a été particulièrement fructueuse pour la recherche fondamentale dans les désintégrations hadroniques des mésons B . Les expériences telles *BABAR* et *Belle* ont permis de mesurer les rapports d'embranchement et les asymétries CP directes et indirectes de ces désintégrations. Or, certaines de ces observations expérimentales posent quelques problèmes puisqu'elles ne s'accordent pas parfaitement avec les estimations du MS. Ceci est particulièrement vrai pour les désintégrations impliquant des transitions $b \rightarrow s$ pour lesquelles on retrouve plusieurs cas documentés où la théorie et les mesures expérimentales ne s'accordent pas parfaitement. Par contre, puisqu'on étudie les désintégrations rares des mésons B et qu'il s'agit toujours de rapports d'embranchement très petits ($\sim 10^{-5}$ - 10^{-6}), on se retrouve généralement encombré d'erreurs expérimentales importantes.

En particulier, les asymétries CP directes et indirectes qui sont généralement des effets subtils et difficilement mesurables. De plus, comme nous en avons discuté dans les chapitres précédents, il faut ajouter à ceci des erreurs théoriques importantes puisqu'on est toujours aux prises avec des théories effectives imparfaites pour gérer les effets de la CDQ. En considérant tout ceci, il est donc clair que quand on parle de « désaccord » entre la théorie et l'expérience, il ne s'agit jamais d'un écart très significatif statistiquement. En fait, lorsqu'on exprime ceux-ci en termes de distributions normales, les discordances entre la théorie et les expériences sont généralement de l'ordre au plus de un à trois ou quatre écarts-types.

On parle donc d'*indices de NP* plutôt que d'évidences de NP. Par contre, ces indices sont très intéressants malgré leurs significations statistiques relativement petites parce qu'ils pointent tous dans la même direction. C'est-à-dire que plusieurs des indices de NP dans les désintégrations hadroniques des mésons B impliquent, comme nous l'avons mentionné, une transition $b \rightarrow s$. Donc, quand on considère tous ces indices ensemble, la signification statistique est importante et il devient

extrêmement pertinent d'étudier leurs implications possibles.

Dans le présent chapitre, nous présenterons en détails trois de ces indices de NP, soient *le problème de $B \rightarrow \pi K^1$* , le problème des polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$ et le problème des asymétries CP de $B \rightarrow \phi K_s$. Ainsi, nous motiverons la recherche d'évidences de phénomènes au-delà du MS que nous poursuivrons tout au long de cette thèse.

5.1 Problème de $B \rightarrow \pi K$

Les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ comportent quatre modes, soient $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$, $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$, $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ et $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$. Il y a donc neuf mesures expérimentales accessibles, soient quatre rapports d'embranchement moyens, quatre asymétries CP directes et une asymétrie CP indirecte provenant du mode $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$.

Une façon simple de mettre en évidence le problème de $B \rightarrow \pi K$ est de définir des fractions de rapports d'embranchement de la façon suivante^[35-45] :

$$\begin{aligned}
 R &= \left[\frac{\text{BR}(B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+) + \text{BR}(\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^+ K^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow \pi^+ K^0) + \text{BR}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)} \right] \frac{\tau_{B^+}}{\tau_{B_d^0}}, \\
 R_c &= 2 \left[\frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+) + \text{BR}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow \pi^+ K^0) + \text{BR}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)} \right], \\
 R_n &= \frac{1}{2} \left[\frac{\text{BR}(B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+) + \text{BR}(\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^+ K^-)}{\text{BR}(B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0) + \text{BR}(\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0)} \right],
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

où τ_{B^+} et $\tau_{B_d^0}$ sont les temps de demie-vie des mésons B^+ et B_d^0 respectivement. Les facteurs 2 et 1/2 ne font que compenser les facteurs $1/\sqrt{2}$ des définitions des mésons. Rappelons que l'on peut paramétrer ces modes de désintégration en termes des diagrammes P' , T' , C' , P'_{EF} , P'^C_{EF} et A' (voir équation (2.5)) et que P' dominant largement les autres diagrammes. On s'attend donc naïvement à ce que R , R_c et R_n aient tous une valeur numérique proche de l'unité. De plus, de façon moins naïve, si on ne néglige que les plus petits diagrammes (C' et A'), on doit avoir

1. Désigné dans la littérature par $B \rightarrow \pi K$ *puzzle*.

la relation $R_c = R_n$. Cette dernière relation doit donc être respectée à une très bonne approximation dans le contexte du MS. Or, ce n'est pas ce qu'on obtient en examinant les résultats expérimentaux. Ceux-ci sont présentés dans le tableau 5.1.

	Automne 2005	Automne 2007	Automne 2008
R	0.84 ± 0.05	0.90 ± 0.05	0.90 ± 0.05
R_c	1.00 ± 0.09	1.12 ± 0.07	1.12 ± 0.07
R_n	0.82 ± 0.08	0.98 ± 0.07	0.99 ± 0.07

TABLE 5.1 – Valeurs des rapports R , R_c et R_n pour les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ pour les automnes 2005, 2007 et 2008.^[128]

En examinant le tableau 5.1 et en comparant avec les critères naïfs $R = \mathcal{O}(1)$ et $R_c \simeq R_n$ on remarque deux choses. Premièrement, les désaccords avec les attentes naïves ne sont que petits et la signification statistique de ceux-ci sont au plus de l'ordre de deux écarts-types. De plus, les écarts ont tendance à s'amenuiser avec le temps, ce qui pourrait laisser croire que nous sommes en présence de simples fluctuations statistiques. Par contre, seuls les rapports d'embranchement moyens sont impliqués dans les rapports R , R_c et R_n . De façon équivalente, on peut tester les asymétries CP directes de $B \rightarrow \pi K$ par une règle de sommes approximative^[45-47]

$$A_{CP}(\pi^- K^+) + A_{CP}(\pi^+ K^0) = A_{CP}(\pi^0 K^+) + A_{CP}(\pi^0 K^0) . \quad (5.2)$$

En utilisant cette relation approximative et en y insérant les mesures expérimentales de l'automne 2008 pour $A_{CP}(\pi^- K^+)$, $A_{CP}(\pi^+ K^0)$ et $A_{CP}(\pi^0 K^+)$, on peut prédire $A_{CP}(\pi^0 K^0) = -0.139 \pm 0.037$. Du côté expérimental, la mesure de l'été 2008 sur $A_{CP}(\pi^0 K^0)$ est de -0.01 ± 0.10 . La signification statistique de l'écart entre ces deux valeurs est donc légèrement au dessus d'un écart-type et n'est pas significative en elle-même. Les mesures détaillées des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ sont présentées à l'annexe I.1 pour l'hiver 2006, l'été 2007 et l'été 2008.

S'il est vrai que les arguments simples des règles de sommes ne sont que peu convaincants avec les données récentes, on peut également aborder le problème de $B \rightarrow \pi K$ de façon plus élaborée en ayant recourt à un ajustement de paramètres

par χ^2 de toutes les mesures expérimentales disponibles^[48-51]. Dans un tel cas, il est possible d'obtenir de très bons ajustements des paramètres, mais seulement si on permet au diagramme arbre réduit de couleurs C' d'être plus important en norme que le diagramme arbre T' . De façon plus précise, pour les données de 2007, Baek et London ont trouvé que $|C'/T'| = 1.6 \pm 0.3$ était le rapport requis pour obtenir l'ajustement optimal pour les neuf mesures de $B \rightarrow \pi K$.² Or, ceci contredit totalement toutes les estimations théoriques pour lesquelles on peut obtenir des valeurs de $|C'/T'|$ d'au plus de l'ordre de 0.6, et ce, dans des scénarios très précis^[33, 52, 53].³ Il est donc clair que si on a un bon niveau de confiance envers ces estimations théoriques, la signification statistique du problème de $B \rightarrow \pi K$ est de l'ordre de 3-4 écarts-types avec les données de 2007.

5.2 Problème des polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$

Considérons maintenant le problème des polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$. Les mesures expérimentales sont présentées dans l'annexe I.3. Les mésons ϕ et K^* de l'état final sont des mésons vectoriels. Ainsi, comme nous en avons discuté dans le sous-chapitre 1.5, il est possible de faire une analyse angulaire en considérant les désintégrations subséquentielles $\phi \rightarrow K^+ K^-$, $K_L^0 K_S^0$ et $K^* \rightarrow K \pi$ et en extraire la norme et la phase de chacune des trois polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$.

Parallèlement, au niveau théorique, on peut estimer la norme de ces polarisations par la factorisation et ces calculs indiquent que les désintégrations $B \rightarrow \phi K^*$ devraient être fortement dominées par la polarisation longitudinale dans le MS ($f_T \ll f_L$). Or, les mesures sont connues (voir annexe I) et indiquent que les polarisations transverses sont beaucoup plus importantes qu'attendues ($f_T \simeq f_L$). On est donc en présence d'un problème sérieux pour expliquer cette apparente anomalie.

2. Il est aussi intéressant de noter que ce problème est aussi présent pour les désintégrations $B \rightarrow \pi \pi$ même s'il s'agit d'une transition $b \rightarrow d$.^[55-57]

3. Il n'est toutefois pas exclu que le rapport C'/T' puisse être plus grand à cause des augmentations dynamiques plus grandes qu'attendues. Ceci est en lien avec la discussion de la fin du chapitre précédent.

De façon plus explicite, un calcul simple de la factorisation naïve prévoit

$$1 - f_L = \mathcal{O}\left(\frac{1}{m_b^2}\right), \quad \frac{f_\perp}{f_\parallel} = 1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m_b}\right), \quad \frac{f_T}{f_L} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{m_b^2}\right), \quad (5.3)$$

alors que les résultats expérimentaux moyens de l'automne 2008^[128] sont $f_L = 0.50 \pm 0.05$ pour $B^+ \rightarrow \phi K^{*+}$ et $f_L = 0.480 \pm 0.030$ pour $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. L'écart de ces mesures avec $f_L \simeq 1$ est donc très significatif.

Il faut toutefois ajouter un gros bémol à ceci puisque ces estimations, en plus d'être naïves, négligent certains effets du MS, soient le diagramme PA ^[34,54] et les interactions entre les mésons de l'état final^[58-60]. De façon générale, ces effets peuvent être négligés sans perte de rigueur importante en recourant à des arguments de comptages de puissances. Cependant, il semble que les désintégrations $B \rightarrow \phi K^*$ offrent un contexte extraordinaire où, pour des raisons dynamiques, ces effets *peuvent* être beaucoup plus grands qu'attendus et *peuvent* donc régler le problème des polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$. Ceci est en lien avec les divergences infrarouges des termes d'annihilation (voir chapitre 4) qui sont paramétrées par des quantités *a priori* inconnues. En effet, les PA et les interactions de l'état final contribuent presque exclusivement aux polarisations transverses et, dans le cas où ils sont importants, il devient alors possible d'avoir $f_T \simeq f_L$ dans le cadre du MS. Mais il faut aussi préciser que ce gonflement dynamique des petits effets requiert des valeurs spécifiques pour certains paramètres alors que dans les faits les valeurs de ces paramètres sont *a priori* inconnues. Il faut donc garder à l'esprit que nous sommes en présence de deux scénarios limites bien distincts :

- 1) PA et/ou les interactions entre les mésons de l'état final sont grands de façon circonstancielle et il n'y a pas de problème avec les polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$.
- 2) PA et les interactions entre les mésons de l'état final sont petits tel qu'attendu par les arguments de comptage de puissances et il y a un problème significatif avec les polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$.

Dans la présente thèse (chapitre 9), nous suivrons le scénario 2) et nous étudierons ses implications. D'une part, cette possibilité ne peut pas être négligée. D'autre

part, même si le scénario 1) était correct, le fait demeure que PA et/ou les interactions entre les mésons de l'état final ne peuvent pas expliquer tous les autres problèmes reliés aux transitions $b \rightarrow s$. Donc, comme il serait intéressant d'avoir une explication unique pour tous ces petits problèmes, le scénario 2) doit être considéré sérieusement.

5.3 Problème des asymétries CP de $B \rightarrow \phi K_s$

Au niveau théorique, la désintégration $B \rightarrow \phi K_s$ est fortement dominée par un diagramme pingouin gluonique. En première approximation, on s'attend donc à ce que la violation CP directe soit nulle puisque qu'il faut avoir au moins deux termes de phases fortes et de phases faibles différentes pour qu'il y ait une violation CP directe. Dans le cas qui nous intéresse, il n'y a aucune contribution significative provenant du MS pour interférer avec le diagramme pingouin gluonique dominant. Pareillement, on s'attends en première approximation à ce que l'asymétrie CP indirecte soit très proche de $\sin 2\beta = 0.686_{-0.022}^{+0.024[10]}$ puisque la seule source de violation CP indirecte provient du mélange des mésons $B^0 - \bar{B}^0$. Or, les données de l'été 2008 indiquent une asymétrie CP directe $A_{CP} = 0.23 \pm 0.15$ et une asymétrie CP indirecte $S_{CP} = 0.44_{-0.18}^{+0.17}$. Cependant, comme l'indique le tableau I.5 de l'annexe I.3, la mesure de l'été 2007 était de 0.39 ± 0.17 et l'incohérence avec le MS était plus grande.

Si on veut pousser l'exercice plus en détails et inclure les petits diagrammes, il faut ajouter une petite contribution de PEF et un PA. Il faut préciser que, tout comme nous en avons discuté pour le problème des polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$, le PA de $B \rightarrow \phi K_s$ peut être grand à cause d'effets dynamiques^[61]. Par contre, contrairement au problème des polarisations de $B \rightarrow \phi K^*$, ce gonflement des PA ne peut pas générer des asymétries CP puisque le PA est dominé par un facteur CKM $V_{tb}V_{ts}^*$ et il a donc une phase faible nulle à une très bonne approximation. Ainsi, aucune interférence constructive significative est possible avec le pingouin gluonique et le PA n'a aucun effet sur les asymétries CP. Pour ce qui est du PEF,

on peut invoquer le même argument de phase faible.

On est donc en présence d'une incohérence de l'ordre de 1.5 écart-type pour l'asymétrie CP directe et 1.3 écart-type pour l'asymétrie CP indirecte. Encore une fois, un problème considéré individuellement n'a aucune signification statistique réelle, mais l'ensemble des problèmes reliés aux transitions $b \rightarrow s$ est significatif.

Deuxième partie

Applications

CHAPITRE 6

APPROCHE GÉNÉRALE POUR L'ÉTUDE DES DÉSINTÉGRATIONS HADRONIQUES PAR LES CONTRACTIONS DE WICK

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats d'un projet de recherche réalisé par Alakabha Datta (A.D.), David London (D.L.) et l'auteur de la présente thèse. A.D. et D.L. ont apporté une expertise importante pour la finalisation des travaux, mais l'idée et la réalisation de ce projet sont surtout attribuables au présent auteur. Ces résultats sont publiés dans le *International Journal of Modern Physics A*^[62].

6.1 Concept du projet

L'idée à la base est tout simplement de prendre comme point de départ l'hamiltonien effectif de désintégration des mésons B (équation (3.18)), de lui appliquer des états initiaux et finaux et de faire la somme des différentes contractions de Wick possibles en appliquant les notions de base de la théorie des champs^[8]. En apposant une étiquette à chacune de ses contractions selon leur structure, on obtient comme résultat une amplitude de désintégration écrite en termes de contractions. On peut ainsi paramétrer directement les amplitudes de désintégration en termes de contractions.

Intuitivement, on s'attend à ce que cette paramétrisation soit similaire à celle en termes de diagrammes de Feynman dont nous avons discutée au chapitre 2. Comme nous le verrons, puisqu'on peut dériver de façon rigoureuse et non graphique la paramétrisation des amplitudes, on peut du même coup formaliser le langage des diagrammes qui est utilisé dans des centaines de publications.¹ Ceci est la première

1. Buras et Silvestrini (BS) ont fait une analyse similaire^[63], mais l'emphase était davantage mise sur le fait qu'on peut ainsi obtenir une paramétrisation indépendante du groupe de renormalisation que sur le fait de formaliser l'approche diagrammatique. Il est aussi pertinent de noter que ce projet a été fait sans connaître les travaux de BS.

motivation pour étudier rigoureusement les contractions de Wick de l'hamiltonien effectif de désintégration.

Une autre motivation qui justifie cette étude est qu'on peut dériver de façon indépendante des relations $SU(3)$ connues importantes à partir des contractions. En effet, une fois qu'on a paramétré les amplitudes de désintégration en termes de contractions, il devient très facile et naturel d'appliquer les symétries de saveurs d'isospin ou $SU(3)$ directement sans avoir recours au formalisme des coefficients de Clebsch-Gordan et au théorème de Wigner-Eckart. Dans le cas de l'isospin, l'approche des contractions n'apporte aucune simplification réelle, mais pour $SU(3)$ elle est plus simple et intuitive que l'approche formelle de la théorie des groupes.

Nous discuterons également des contractions d'ordre supérieur en CDQ qui incluent l'ajout de gluons et des implications pour le problème $B \rightarrow \pi K$.

6.2 Considérations Générales

Commençons tout d'abord par rappeler la forme de l'hamiltonien effectif de désintégration que nous avons introduit au chapitre 3. Il prend la forme

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{q=d,s} \left(\sum_{p=u,c} \lambda_p^{(q)} (C_1(\mu) O_1^p(\mu) + C_2(\mu) O_2^p(\mu)) - \lambda_t^{(q)} \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu) O_i(\mu) \right), \quad (6.1)$$

Contrairement à l'équation (3.18), nous n'avons pas inclus les opérateurs $O_{7\gamma}$ et O_{8g} puisque nous les omettons dans cette analyse. Leurs contractions de Wick sont triviales puisque qu'ils ne contiennent que des opérateurs à deux fermions. Rappelons également la forme de chacun des opérateurs contenus dans (6.1). Les opérateurs d'arbre $O_{1,2}$ prennent la forme²

$$O_1^p = (\bar{p}_\alpha b_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta p_\beta)_{V-A}, \quad O_2^p = (\bar{p}_\alpha b_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta p_\alpha)_{V-A}, \quad (6.2)$$

2. Il est à noter que dans le chapitre 3 nous avons présenté l'hamiltonien effectif de désintégration d'un méson B alors que dans le cas présent il s'agit de l'hamiltonien effectif de désintégration d'un méson \bar{B} . Ce choix est par souci de conformité avec l'article publié [62]. Nous discuterons des désintégrations de B et \bar{B} sans distinction pour le restant de ce chapitre.

les opérateurs de pingouins gluoniques $O_{3,4,5,6}$ prennent la forme

$$\begin{aligned} O_3 &= (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A} \quad , \quad O_4 = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A} \quad , \\ O_5 &= (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A} \quad , \quad O_6 = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A} \quad , \end{aligned} \quad (6.3)$$

alors que les opérateurs de PEF $O_{7,8,9,10}$ prennent la forme

$$\begin{aligned} O_7 &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A} \quad , \quad O_8 = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A} \quad , \\ O_9 &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A} \quad , \quad O_{10} = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Dans les équations précédentes, e_q désignent la charge électrique $+2/3$ et $-1/3$ du quark q et la notation compacte $(\bar{q}_1 q_2)_{V-A}$ des courants de quarks signifie $\bar{q}_1 \gamma^\mu (1 \pm \gamma_5) q_2$.

Prenant cet hamiltonien effectif de désintégration comme étant acquis, on peut l'appliquer à un processus de désintégration $B \rightarrow f$, où f est un état final quelconque. Ainsi, l'amplitude $\langle f | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle$ devient une combinaison linéaire d'éléments de matrice plus simple $\langle f | O_i(\mu) | B \rangle$ pondérés par les coefficients de Wilson $c_i(\mu)$.

Dans ce projet, nous discutons uniquement du cas où l'état final f contient deux mésons quelconques M_1 et M_2 , mais les mêmes idées s'appliquent en général. Comme nous le verrons, quand nous appliquons les symétries de saveurs, on doit symétriser l'état final de telle sorte que

$$|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|M_1 M_2\rangle + |M_2 M_1\rangle) \quad . \quad (6.5)$$

Ainsi, pour ne pas compliquer la discussion inutilement, nous symétrisons toujours les états finaux dans cette discussion.

En appliquant les états initiaux et finaux à l'hamiltonien effectif, nous avons

donc des éléments de matrice de la forme

$$\langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 q_6 \bar{b} q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \quad (6.6)$$

où il est sous-entendu que $M_1 = \bar{q}_1 q_2$ et $M_2 = \bar{q}_3 q_4$ (nous avons également omis les indices de couleurs dans l'élément de matrice afin d'alléger la notation). Cependant, il est important de prendre note que ce choix est arbitraire. Par exemple, pour la désintégration $B \rightarrow \pi K$, on peut choisir $M_1 = \bar{q}_1 q_2 = \pi$ et $M_2 = \bar{q}_3 q_4 = K$, ou $M_1 = \bar{q}_1 q_2 = K$ et $M_2 = \bar{q}_3 q_4 = \pi$ et ce choix ne change en rien la physique. Nous parlerons de *symétrie de l'état final* pour désigner cette liberté de choix $\bar{q}_1 q_2 \leftrightarrow \bar{q}_3 q_4$.

Comptons d'abord le nombre de contractions possibles par un exercice simple d'analyse combinatoire. Le quark \bar{b} de l'opérateur doit nécessairement se contracter avec le celui de l'état initial. \bar{q}_1 , \bar{q}_3 , \bar{q}_6 et q_8 ne peuvent pas être contractés les uns avec les autres. Donc \bar{q}_1 doit se contracter avec un des quatre quarks restants, ensuite \bar{q}_3 avec un des trois quarks restants, puis \bar{q}_6 avec un des deux quarks restants et finalement q_8 avec le seul quark restant. Il y a donc au total 24 ($4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$) contractions possibles et nous les noterons par les lettres A à X . Explicitement, ils prennent les formes suivantes :

$$\begin{array}{ll} \underline{A} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , & \underline{B} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \\ \underline{C} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , & \underline{D} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \\ \underline{E} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , & \underline{F} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \\ \underline{G} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , & \underline{H} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \\ \underline{I} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , & \underline{J} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \\ \underline{K} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , & \underline{L} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \\ \underline{M} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , & \underline{N} = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\underline{O} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, & \underline{P} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, \\
\underline{Q} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, & \underline{R} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, \\
\underline{S} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, & \underline{T} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, \\
\underline{U} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, & \underline{V} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, \\
\underline{W} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, & \underline{X} &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle,
\end{aligned} \tag{6.7}$$

où les contractions de Wick des quarks b sont omises pour alléger la notation déjà lourde. Il est important de préciser que, conventionnellement, le terme « contraction de Wick » désignent une contraction entre deux champs/opérateurs qui résulte en un propagateur. Cependant, dans cette thèse nous désignerons par « contraction » un élément de matrice donc tous les champs/opérateurs sont contractés ensemble. Ainsi, nous appelons les quantités $\underline{A-X}$ des contractions. Ceci étant clarifié, un premier constat évident est que ces 24 contractions ne sont pas toutes indépendantes puisque nous disposons de la symétrie de l'état final pour les relier deux à deux. Prenons l'exemple des deux contractions suivantes

$$\begin{aligned}
\underline{E}(M_1 M_2) &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle, \\
\underline{M}(M_1 M_2) &= \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle.
\end{aligned} \tag{6.8}$$

Nous avons mis entre parenthèses $(M_1 M_2)$ pour désigner explicitement que $M_1 = \bar{q}_1 q_2$ et $M_2 = \bar{q}_3 q_4$. De façon similaire, une parenthèse $(M_2 M_1)$ désigne que $M_1 = \bar{q}_3 q_4$ et $M_2 = \bar{q}_1 q_2$. En observant la forme des contractions, il est évident que $\underline{M}(M_1 M_2) = \underline{E}(M_2 M_1)$. Ceci découle directement de la symétrie de l'état final.

En appliquant la même idée à toutes les contractions, on peut les relier deux à deux de la façon suivante :

$$\left(\begin{array}{cccccccccccccccccccc} \underline{A} & \underline{B} & \underline{C} & \underline{D} & \underline{E} & \underline{F} & \underline{G} & \underline{H} & \underline{I} & \underline{J} & \underline{K} & \underline{L} & \underline{M} & \underline{N} & \underline{O} & \underline{P} & \underline{Q} & \underline{R} & \underline{S} & \underline{T} & \underline{U} & \underline{V} & \underline{W} & \underline{X} \\ \tilde{\underline{Q}} & \tilde{\underline{R}} & \tilde{\underline{O}} & \tilde{\underline{P}} & \tilde{\underline{M}} & \tilde{\underline{I}} & \tilde{\underline{X}} & \tilde{\underline{T}} & \tilde{\underline{F}} & \tilde{\underline{J}} & \tilde{\underline{W}} & \tilde{\underline{V}} & \tilde{\underline{E}} & \tilde{\underline{N}} & \tilde{\underline{C}} & \tilde{\underline{D}} & \tilde{\underline{A}} & \tilde{\underline{B}} & \tilde{\underline{S}} & \tilde{\underline{H}} & \tilde{\underline{U}} & \tilde{\underline{L}} & \tilde{\underline{K}} & \tilde{\underline{G}} \end{array} \right)$$

Nous avons omis de spécifier les parenthèses (M_1M_2) dans la première ligne et (M_2M_1) dans la seconde ligne. Ainsi, une contraction Z_1 de la première ligne est égale à sa partenaire \tilde{Z}_2 de la seconde ligne. Nous avons introduit la notation avec le tilde dans le but d'alléger la notation et de permettre l'omission des parenthèses sans confusion. Donc, en tenant compte de la symétrie de l'état final et puisque que les contractions \underline{J} et \underline{N} sont leur propre symétrique, il n'y a que 14 contractions indépendantes. Nous choisissons arbitrairement $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}, \underline{E}, \underline{F}, \underline{G}, \underline{H}, \underline{J}, \underline{K}, \underline{L}, \underline{N}, \underline{S}$ et \underline{U} comme étant l'ensemble des 14 contractions indépendantes. Il est pertinent de noter que ces 14 contractions indépendantes correspondent aux 14 topologies de BS ^[63].

Il faut cependant être prudent en utilisant cette symétrie de l'état final puisque nous avons omis dans la notation les structures $(V \pm A) \times (V \pm A)$ des l'opérateurs ainsi que les indices de couleurs. Pour pouvoir utiliser la symétrie de l'état final il faut toujours s'assurer que l'opérateur et les couleurs correspondent.

6.3 Classification des contractions

Il est utile, en particulier pour intégrer des arguments de comptage de puissances et pour établir une hiérarchie, de diviser les 14 contractions indépendantes en quatre classes de contractions.

6.3.1 Classe I : contractions d'émission

Les contractions d'émission sont caractérisées par le fait qu'une des contractions de Wick est spectatrice (entre \bar{q}_8 et un des quarks de l'état final) et le fait que les trois autres quarks de l'état final sont contractés avec l'opérateur. Il y a donc deux contractions d'émission \underline{E} et \underline{F} que nous rebaptisons EM et EM_C respectivement :

$$\underline{E} \rightarrow EM = \langle \overbrace{\overbrace{\overbrace{\overbrace{\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4} | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7} | \bar{q}_8 b}} \rangle,$$

$$\underline{F} \rightarrow EM_C = \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle . \quad (6.9)$$

Ces deux contractions sont représentées graphiquement à la figure 6.1.

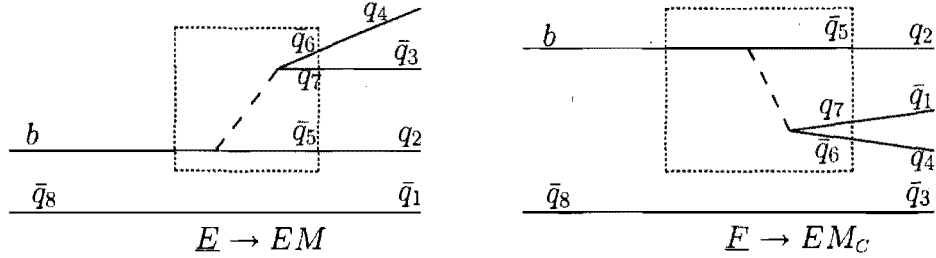


FIGURE 6.1 – Contractions d'émission. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.

Il est intéressant de noter que dans le contexte de la factorisation, $EM \sim F_0^{B \rightarrow M_1} f_{M_2}$ où $F_0^{B \rightarrow M_1}$ est le facteur de forme de $B \rightarrow M_1$ et f_{M_2} est la constante de désintégration du méson M_2 . M_2 est donc le méson émis dans cette contraction. De façon similaire, en factorisation, $EM_C \sim F_0^{B \rightarrow M_2} f_{M_1}$ et M_1 est le méson émis. On en déduit facilement que EM correspond au diagramme T alors que EM_C correspond au diagramme réduit de couleurs C . Nous établirons ce lien de façon plus rigoureuse dans les prochaines sections.

6.3.2 Classe II : contractions de rediffusion

Comme pour celles d'émission, les contractions de rediffusion contiennent un quark spectateur. Par contre, contrairement aux premières contractions, celles de rediffusion contiennent une contraction de Wick entre les quarks \bar{q}_5 et q_7 de l'opérateur (contractions \underline{A} et \underline{C}) ou entre les quarks \bar{q}_6 et q_7 de l'opérateur (contractions \underline{G} et \underline{K}). Corollairement, les contractions de rediffusion contiennent une contraction de Wick entre deux quarks de deux mésons différents de l'état final (contractions \underline{A} et \underline{G}) ou d'un même méson (contractions \underline{C} et \underline{K}). À cause de ceci, on s'attend à ce que ces deux dernières soient affectées d'une forte réduction de Okubo-Zweig-Iizuka (OZI).

La contraction \underline{A} est possible autant dans les opérateurs arbres que dans les opérateurs pingouins (gluoniques et électrofaibles). Nous la rebaptiserons donc par $\underline{A} \rightarrow P$ pour « pingouin ». Pour la contraction \underline{G} , il est utile de remarquer qu'elle est identique à la contraction \underline{A} à une transformation de Fierz de fermions près. Nous la rebaptiserons donc $\underline{G} \rightarrow PF$. De façon analogue, on rebaptise les deux contractions réduites par le mécanisme OZI par $\underline{C} \rightarrow P_{OZI}$ et $\underline{K} \rightarrow PF_{OZI}$. On a donc

$$\begin{aligned}
 \underline{A} \rightarrow P &= \langle \overbrace{\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4}^{\text{---}} | \overbrace{\bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7}^{\text{---}} | \bar{q}_8 b \rangle, \\
 \underline{G} \rightarrow PF &= \langle \overbrace{\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4}^{\text{---}} | \overbrace{\bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7}^{\text{---}} | \bar{q}_8 b \rangle, \\
 \underline{C} \rightarrow P_{OZI} &= \langle \overbrace{\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4}^{\text{---}} | \overbrace{\bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7}^{\text{---}} | \bar{q}_8 b \rangle, \\
 \underline{K} \rightarrow PF_{OZI} &= \langle \overbrace{\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4}^{\text{---}} | \overbrace{\bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7}^{\text{---}} | \bar{q}_8 b \rangle.
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Celles-ci sont représentées graphiquement à la figure 6.2. Dans le cadre de la facto-

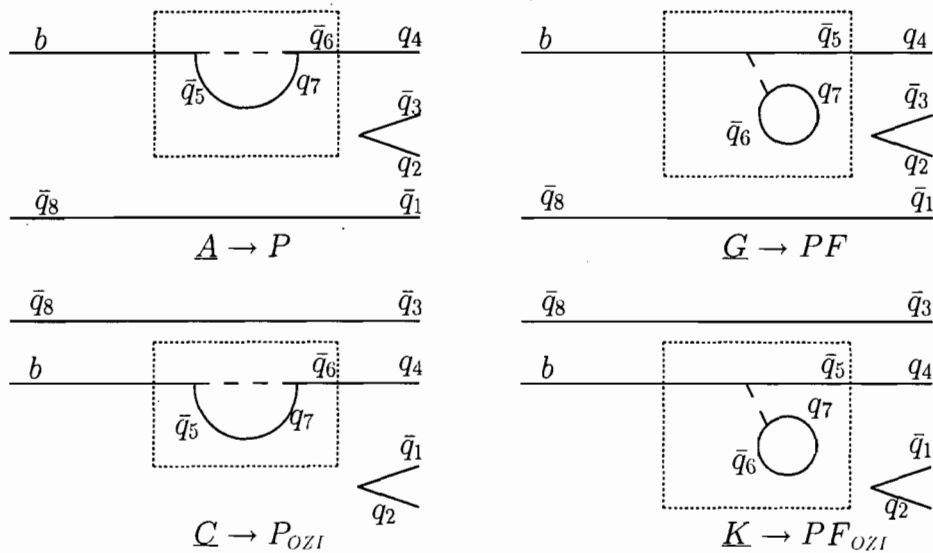


FIGURE 6.2 – Contractions de rediffusion. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.

risation, on peut estimer ces contractions. Pour un opérateur donné, elles sont plus

petites que les contractions d'émission par un facteur $\alpha_s(m_b)$. Il faut cependant préciser que pour les contractions impliquant deux quarks c de l'opérateur contractés ensemble (les pingouins- c), on peut possiblement alors avoir des contributions de longue distance qui ne sont pas calculables en théorie des perturbations et qui peuvent être grands ^[64-66]. Cependant, il est important de mentionner que ce point est encore mal compris au niveau théorique et qu'il n'est pas clair si les pingouins- c ont ou non une contribution importante.

6.3.3 Classe III : contractions d'annihilation/échange

Ces contractions sont caractérisées par le fait qu'elle ne contiennent pas de quark spectateur et qu'il y a une contraction de Wick entre deux quarks de deux mésons de l'état final (\underline{B} et \underline{H}) ou d'un même méson (\underline{D} et \underline{L}). Ces dernières sont donc affectées d'une réduction OZI importante. De façon triviale, ces contractions sont reliées aux diagrammes annihilation et échange du chapitre 2. Nous rebaptiserons donc les contractions d'annihilation par $\underline{B} \rightarrow A$ et $\underline{D} \rightarrow A_{OZI}$ et celles d'échange par $\underline{H} \rightarrow EX$ et $\underline{L} \rightarrow EX_{OZI}$. On a donc

$$\begin{aligned}
 \underline{B} \rightarrow A &= \langle \overline{q}_1 q_2 \overline{q}_3 q_4 | \overline{q}_5 b \overline{q}_6 q_7 | \overline{q}_8 b \rangle , \\
 \underline{H} \rightarrow EX &= \langle \overline{q}_1 q_2 \overline{q}_3 q_4 | \overline{q}_5 b \overline{q}_6 q_7 | \overline{q}_8 b \rangle , \\
 \underline{D} \rightarrow A_{OZI} &= \langle \overline{q}_1 q_2 \overline{q}_3 q_4 | \overline{q}_5 b \overline{q}_6 q_7 | \overline{q}_8 b \rangle , \\
 \underline{L} \rightarrow EX_{OZI} &= \langle \overline{q}_1 q_2 \overline{q}_3 q_4 | \overline{q}_5 b \overline{q}_6 q_7 | \overline{q}_8 b \rangle .
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

Elles sont représentées graphiquement à la figure 6.3. Les contractions de la classe III sont typiquement de l'ordre de $\mathcal{O}(1/m_b)$ à cause de l'implication du quark spectateur. On peut les mesurer presque directement par exemple dans les désintégrations $B_d^0 \rightarrow K^+ K^-$ ou $B_d^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ qui ne sont possibles que par ces contractions. Dans certains contextes, par exemple les désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ ou $B_d^0 \rightarrow \phi K_0^*$, les contractions d'annihilation peuvent subir un gonflement à cause

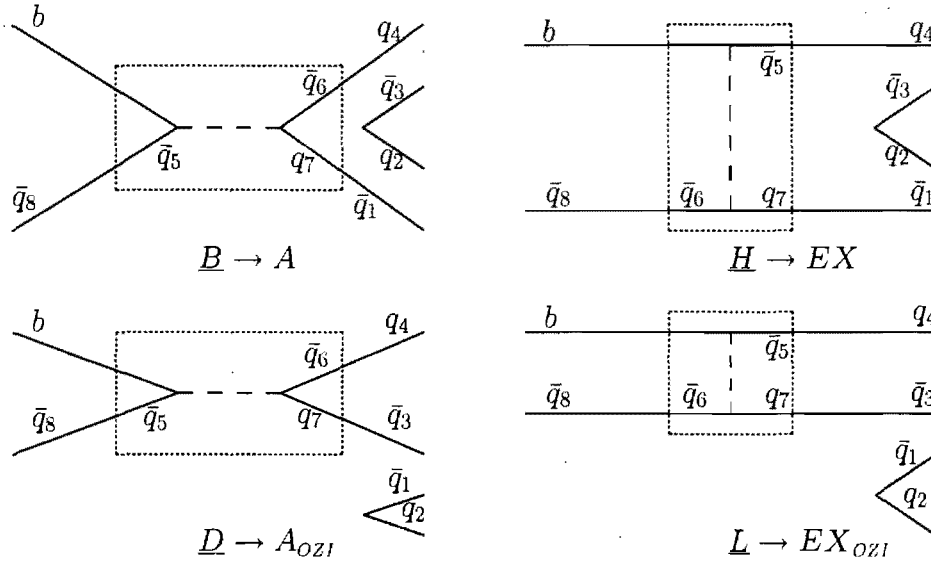


FIGURE 6.3 – Contractions d'annihilation/échange. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.

d'effets dynamiques. Nous avons abordé cette question dans le chapitre 5.

Pour ce qui est des contractions d'annihilation/échange qui subissent une réduction OZI, on peut les mesurer directement par exemple dans la désintégration $B_d^0 \rightarrow J/\psi\phi$ qui ne sont possibles que par ces contractions [67].

6.3.4 Classe IV : contractions d'annihilation/échange avec rediffusion

Cette classe de contractions réunit les caractéristiques des classes II et III. C'est-à-dire que ces contractions ne contiennent pas de quark spectateur et les quarks de l'état final sont émis par rediffusion. Il s'agit donc des contractions \underline{N} , \underline{S} , \underline{J} et \underline{U} . Par analogie avec le langage des diagrammes, on rebaptise les contractions \underline{N} et \underline{J} par pingouins-annihilation $\underline{N} \rightarrow PA$ et $\underline{J} \rightarrow PA_{OZI}$. De façon analogue, on rebaptise \underline{S} et \underline{U} par pingouins-échange $\underline{S} \rightarrow PE$ et $\underline{U} \rightarrow PE_{OZI}$. On a donc

$$\begin{aligned} \underline{N} \rightarrow PA &= \langle \overline{q_1} q_2 \overline{q_3} q_4 | \overline{q_5} b \overline{q_6} q_7 | \overline{q_8} b \rangle, \\ \underline{S} \rightarrow PE &= \langle \overline{q_1} q_2 \overline{q_3} q_4 | \overline{q_5} b \overline{q_6} q_7 | \overline{q_8} b \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\underline{J} \rightarrow PA_{OZI} &= \langle \overbrace{\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4} \overbrace{|\bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7} \overbrace{|\bar{q}_8 b} \rangle, \\
\underline{U} \rightarrow PE_{OZI} &= \langle \overbrace{\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4} \overbrace{|\bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7} \overbrace{|\bar{q}_8 b} \rangle.
\end{aligned} \tag{6.12}$$

Elles sont représentées graphiquement à la figure 6.4.

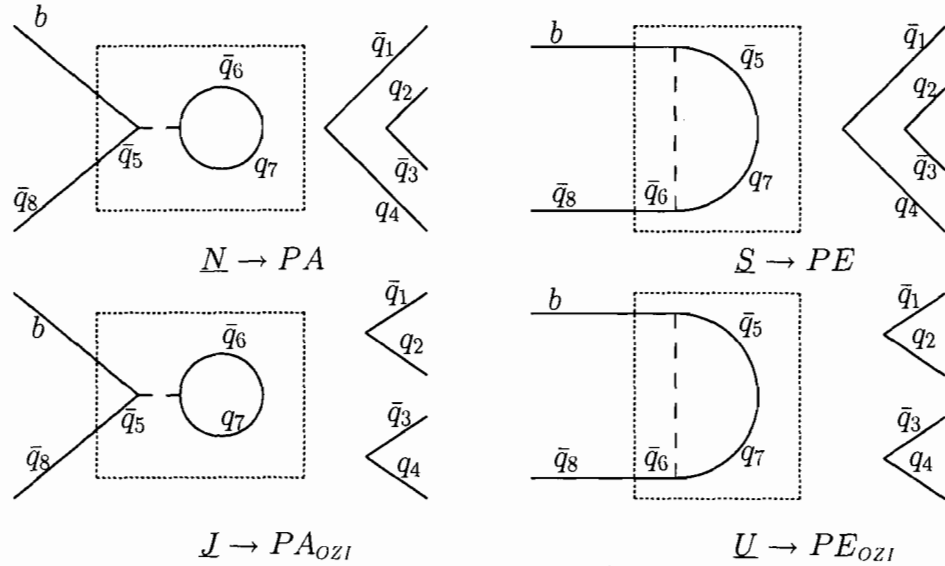


FIGURE 6.4 – Contractions d'annihilation/échange avec rediffusion. La boîte pointillée représente un opérateur effectif à quatre fermions.

À cause des suppression OZI et de l'implication du quark \bar{q}_8 , on estime que ces contractions sont beaucoup plus petites que les contractions des autres classes.

6.3.5 Résumé de la classification

En résumé, dans le cas général d'une désintégration $B \rightarrow M_1 M_2$, il y a 14 contractions indépendantes et on peut les classer en quatre classes :

Classe I : $\{EM, EM_C\}$,

Classe II : $\{P, PF, P_{OZI}, PF_{OZI}\}$,

Classe III : $\{A, EX, A_{OZI}, EX_{OZI}\}$,

Classe IV : $\{PA, PE, PA_{OZI}, PE_{OZI}\}$.

Pour le restant de ce chapitre, nous allons utiliser cette notation pour exprimer

les amplitudes de désintégration. Dans certains cas, il sera utile d'utiliser la notation $\underline{A-X}$ de l'équation (6.7) et nous en ferons alors mention explicitement.

En comparant avec BS ^[63], il est clair que ces 14 contractions correspondent aux 14 topologies de BS : émission déconnecté (DE), émission connecté (CE), annihilation déconnecté (DA), annihilation connecté (CA), émission-annihilation déconnecté (DEA), émission-annihilation connecté (CEA), pingouin déconnecté (DP), pingouin connecté (CP), pingouin-émission déconnecté (DPE), pingouin-émission connecté (CPE), pingouin-annihilation déconnecté (DPA), pingouin-annihilation connecté (CPA), double pingouin-annihilation déconnecté (\overline{DPA}), double pingouin-annihilation connecté (\overline{CPA}). La correspondance entre les deux notations est directe. Explicitement, on a

$$\begin{aligned}
EM &\leftrightarrow DE, & EM_C &\leftrightarrow CE, \\
P &\leftrightarrow CP, & PF &\leftrightarrow DP, \\
P_{OZI} &\leftrightarrow CPE, & PF_{OZI} &\leftrightarrow DPE, \\
A &\leftrightarrow DA, & A_{OZI} &\leftrightarrow DEA, \\
EX &\leftrightarrow CA, & EX_{OZI} &\leftrightarrow CEA, \\
PA &\leftrightarrow DPA, & PA_{OZI} &\leftrightarrow \overline{DPA}, \\
PE &\leftrightarrow CPA, & PE_{OZI} &\leftrightarrow \overline{CPA}.
\end{aligned} \tag{6.13}$$

En ce sens, l'approche présentée dans la présente thèse est très similaire à l'approche de BS. Par contre, les objectifs sont complètement différents. Dans l'approche de BS, l'emphase est mise sur le fait de développer une paramétrisation indépendante du choix de l'échelle de renormalisation μ et de tout autre choix arbitraire. En contraste avec ceci, l'approche de la présente thèse vise principalement à formaliser le langage des diagrammes et à introduire un cadre formel où les symétries de saveurs peuvent être implémentées simplement (section 6.7).

6.4 Utilisation des symétries de saveurs

L'utilisation des symétries de saveurs isospin et $SU(3)$ est à toutes fins pratiques triviale. Pour illustrer ceci, considérons l'exemple de deux contractions C_1 et C_2 de type EM d'opérateurs ayant la même structure de couleurs et de Lorentz :

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \langle \bar{q}_1 u \bar{q}_3 q_4 | \bar{u} b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle , \\
 C_2 &= \langle \bar{q}_1 d \bar{q}_3 q_4 | \bar{d} b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle .
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

Elles sont parfaitement identiques à l'exception que C_1 implique une contraction de Wick d'un u entre l'opérateur et l'état final alors que C_2 implique un quark d . Mais comme les contractions de Wick de ces quarks ne dépendent que de la masse de ceux-ci, elles sont identiquement égales sous la symétrie d'isospin. On a donc par extension que $C_1 = C_2$. La même idée s'applique pour la symétrie $SU(3)$ avec les quarks u , d et s . Nous utiliserons ceci à plusieurs reprises dans les prochaines sections de ce chapitre.

6.5 Exemple des désintégration $B \rightarrow \pi K$

Afin de clarifier au maximum les notions générales présentées dans les premières sections du présent chapitre, nous allons traiter explicitement à titre d'exemple des désintégrations $B \rightarrow \pi K$: $B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0$, $B^- \rightarrow \pi^0 K^-$, $\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^+ K^-$, $\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0$.

Pour des fins de notations, commençons par diviser l'hamiltonien effectif \mathcal{H}_{eff} de l'équation (6.1) en trois parties

$$\mathcal{H}_{eff} = \mathcal{H}_T + \mathcal{H}_P + \mathcal{H}_{EF} , \tag{6.15}$$

où, de façon triviale, \mathcal{H}_T contient les opérateurs $O_{1,2}$, \mathcal{H}_P contient les opérateurs O_{3-6} et \mathcal{H}_{EF} contient les opérateurs O_{7-10} . On notera une amplitude de désintégration $\langle \pi^i K^j | \mathcal{H}_X | B^{i+j} \rangle$ (où $i, j = 0, -, +$ et $X = T, P, EF$) respectivement par T^{i+j} ,

P^{i+j} et P_{EF}^{i+j} .

Examinons le canal $B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0$ avec l'hamiltonien d'arbre \mathcal{H}_T . L'idée est de prendre comme point de départ l'hamiltonien \mathcal{H}_T auquel on applique l'état initial $|B^- \rangle$ et final $\langle \pi^- \bar{K}^0 |$ et de faire la somme sur toutes les contractions possibles. Explicitement, on a

$$\begin{aligned} T^{-0} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\text{contractions}} \left(\langle \pi^- \bar{K}^0 | \mathcal{H}_T | B^- \rangle + \langle \bar{K}^0 \pi^- | \mathcal{H}_T | B^- \rangle \right) \\ &= \lambda_u^{(s)} c_1 (T^{-0})_1^u + \lambda_c^{(s)} c_1 (T^{-0})_1^c + \lambda_u^{(s)} c_2 (T^{-0})_2^u + \lambda_c^{(s)} c_2 (T^{-0})_2^c . \end{aligned} \quad (6.16)$$

où

$$(T^{-0})_i^p = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\text{contractions}} \left(\langle \pi^- \bar{K}^0 | O_i^p | B^- \rangle + \langle \bar{K}^0 \pi^- | O_i^p | B^- \rangle \right) . \quad (6.17)$$

Rappelons que nous avons choisi de symétriser l'état final (voir équation (6.5)). Pour O_1^u , en vérifiant chacune des contractions, on trouve que seules les quatre contractions \underline{A} , \underline{B} , $\underline{\tilde{Q}}$ et $\underline{\tilde{R}}$ sont possibles. La somme sur les contractions possibles devient donc

$$\begin{aligned} (T^{-0})_1^u &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\text{contractions}} \left(\langle \bar{u} d \bar{d} s | \bar{u} b \bar{s} u | \bar{u} b \rangle + \langle \bar{d} s \bar{u} d | \bar{u} b \bar{s} u | \bar{u} b \rangle \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\underline{A}_1'^u (\pi^- \bar{K}^0) + \underline{B}_1'^u (\pi^- \bar{K}^0)) + (\underline{\tilde{Q}}_1'^u (\bar{K}^0 \pi^-) + \underline{\tilde{R}}_1'^u (\bar{K}^0 \pi^-)) \right] . \end{aligned} \quad (6.18)$$

Précisons que nous avons utilisé la notation $\underline{A-X}$ de l'équation (6.7). L'indice i pour une contraction Z_i^p ($Z = A, B, C, \dots$) indique qu'il s'agit d'une contraction de type Z de l'opérateur O_i^p . De plus, l'apostrophe, comme pour les diagrammes, désigne simplement qu'il s'agit d'une transition $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$.

Ainsi, en appliquant la symétrie de l'état final, on peut écrire $\underline{\tilde{Q}}_1'^u (\bar{K}^0 \pi^-)$ et $\underline{\tilde{R}}_1'^u (\bar{K}^0 \pi^-)$ en termes de $\underline{A}_1'^u (\pi^- \bar{K}^0)$ et $\underline{B}_1'^u (\pi^- \bar{K}^0)$. En changeant la notation ($\underline{A} \rightarrow P$ et $\underline{B} \rightarrow A$) et en omettant la parenthèse ($M_1 M_2$), on peut réécrire

$$(T^{-0})_1^u = \sqrt{2} (P_1'^u + A_1'^u) . \quad (6.19)$$

On peut appliquer les mêmes idées pour l'opérateur O_1^c . On a alors

$$(T^{-0})_1^c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\text{contractions}} \left(\langle \bar{u} d \bar{d} s | \bar{c} b \bar{s} c | \bar{u} b \rangle + \langle \bar{d} s \bar{u} d | \bar{c} b \bar{s} c | \bar{u} b \rangle \right), \quad (6.20)$$

et on trouve que seule la contraction P' est impliquée

$$(T^{-0})_1^c = \sqrt{2} P_1^c. \quad (6.21)$$

Pour les opérateurs O_2^u et O_2^c , seule la structure des indices de couleurs est différente et on en tient compte avec l'indice numérique qui indique le numéro de l'opérateur.

On trouve donc les mêmes équations en changeant $1 \rightarrow 2$:

$$\begin{aligned} (T^{-0})_2^u &= \sqrt{2} (P_2^u + A_2^u), \\ (T^{-0})_2^c &= \sqrt{2} P_2^c, \end{aligned} \quad (6.22)$$

Ainsi, en réunissant tous ces morceaux, on peut écrire la partie arbre de l'amplitude de désintégration du processus $B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0$ en termes de contractions P et A des opérateurs $O_{1,2}^{u,c}$:

$$T^{-0} = \sqrt{2} c_i [\lambda_u^{(s)} (P_i^u + A_i^u) + \lambda_c^{(s)} P_i^c], \quad (6.23)$$

où la sommation sur les indices i est sous-entendue (et ce sera toujours le cas pour le restant du présent chapitre).

De toute évidence, on peut faire le même calcul pour chacun des trois autres modes de désintégration de $B \rightarrow \pi K$ et on obtient

$$\begin{aligned} T^{-0} &= \sqrt{2} c_i [\lambda_u^{(s)} (P_i^u + A_i^u) + \lambda_c^{(s)} P_i^c], \\ T^{0-} &= c_i [-\lambda_u^{(s)} (P_i^u + A_i^u + EM_i^u + EM_{Ci}^u) - \lambda_c^{(s)} P_i^c], \\ T^{+-} &= \sqrt{2} c_i [-\lambda_u^{(s)} (P_i^u + EM_i^u) - \lambda_c^{(s)} P_i^c], \\ T^{00} &= c_i [\lambda_u^{(s)} (P_i^u - EM_{Ci}^u) + \lambda_c^{(s)} P_i^c]. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Il est pertinent de noter au passage que la relation quadrilatérale d'isospin^[68]

$$T^{-0} + \sqrt{2}T^{0-} = T^{+-} + \sqrt{2}T^{00} , \quad (6.25)$$

est respectée puisque nous avons traité les quarks u et d de la même façon.

Examinons maintenant la partie électrofaible \mathcal{H}_{EF} de l'hamiltonien effectif. Tous les opérateurs électrofaibles impliquent une sommation sur les quarks $q = u, d, s$ ³ qui est pondérée par la charge électrique e_q (avec $e_u = 2/3$ et $e_d = e_s = -1/3$). Nous indiquerons ceci par un exposant u, d ou s aux contractions (exemples : EM^u, EM^s). Par contre, comme nous présumons toujours l'isospin, nous omettrons les exposants u et d pour n'indiquer explicitement que les exposants s .

Ainsi, en examinant toutes les contractions possibles en procédant exactement comme pour les arbres, on peut écrire la partie PEF des amplitudes comme

$$\begin{aligned} P_{EF}^{-0} &= \sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[-\frac{1}{3}PF'_i - \frac{2}{3}EX'_i + \frac{1}{3}\widetilde{EM}'_{ci} + \frac{1}{3}(P_i'^s + PF_i'^s) \right] , \\ P_{EF}^{0-} &= \frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[\frac{1}{3}PF'_i + \widetilde{EM}'_i + \frac{2}{3}EX'_i + \frac{2}{3}\widetilde{EM}'_{ci} - \frac{1}{3}(P_i'^s + PF_i'^s) \right] , \\ P_{EF}^{+-} &= \sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[\frac{1}{3}PF'_i - \frac{1}{3}EX'_i + \frac{2}{3}\widetilde{EM}'_{ci} - \frac{1}{3}(P_i'^s + PF_i'^s) \right] , \\ P_{EF}^{00} &= \frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[-\frac{1}{3}PF'_i + \widetilde{EM}'_i + \frac{1}{3}EX'_i + \frac{1}{3}\widetilde{EM}'_{ci} + \frac{1}{3}(P_i'^s + PF_i'^s) \right] . \end{aligned} \quad (6.26)$$

Les indices i impliquent une sommation implicite sur $i = 7-10$. Notons encore que la relation quadrilatérale d'isospin est respectée.

Encore une fois, de façon analogue, on applique le même principe à la partie gluonique \mathcal{H}_g de l'hamiltonien effectif et on trouve

$$\begin{aligned} P^{-0} &= -\sqrt{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[2PF'_i + PF_i'^s + EX'_i + \widetilde{EM}'_{ci} + P_i'^s \right] , \\ P^{0-} &= \sqrt{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[2PF'_i + PF_i'^s + EX'_i + \widetilde{EM}'_{ci} + P_i'^s \right] , \end{aligned}$$

3. La sommation inclut aussi $q = c$, mais nous ne l'avons pas mis explicitement parce que ses contractions $P_i'^c$ et $PF_i'^c$ sont triviales et compliquent inutilement la discussion.

$$\begin{aligned}
P^{+-} &= \sqrt{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[2PF'_i + PF_i{}^{s'} + EX'_i + \widetilde{EM}'_{ci} + \widetilde{P}_i{}^{s'} \right], \\
P^{00} &= -\sqrt{2}\lambda_t^{(s)}c_i \left[2PF'_i + PF_i{}^{s'} + EX'_i + \widetilde{EM}'_{ci} + \widetilde{P}_i{}^{s'} \right].
\end{aligned} \tag{6.27}$$

Les indices i impliquent une sommation implicite sur $i = 3-6$ et ils indiquent indirectement la structure $(V - A) \times (V - A)$ ou $(V - A) \times (V + A)$ de l'opérateur impliqué. La relation quadrilatérale d'isospin est naturellement respectée.

Ainsi, en additionnant les équations (6.24), (6.26) et (6.27), on obtient une paramétrisation des amplitudes de désintégration $B \rightarrow \pi K$ et les mêmes principes peuvent être appliqués pour n'importe quelle désintégration hadronique. Nous n'avons rien supposé quant aux indices de couleurs et ces équations sont donc valides à tous les ordres de perturbation CDQ du développement en série. Nous discuterons de ceci plus en détails à la section 6.8. Il faut cependant insister sur le fait qu'il ne s'agit que d'une paramétrisation. L'étude systématique des contractions ne permet aucunement de calculer les valeurs de celles-ci. Pour ce faire, il est nécessaire de faire le lien avec les différentes théories hadroniques telles la factorisation CDQ, la CDQ perturbative ou la SCET. Comme nous le montrerons à la section 6.8, on peut faire un développement CDQ en $\alpha_s(m_b)$ des contractions et il devient alors presque trivial de faire le lien avec les modèles effectifs de calculs des éléments de matrice.

6.6 Relations avec le langage des diagrammes

Comme nous l'avons mentionné à plusieurs reprises depuis le début de ce chapitre, un des objectifs de cette étude systématique des contractions de l'hamiltonien effectif est de formaliser le langage des diagrammes présenté au chapitre 2. Pour ce faire, il est suffisant de montrer qu'on peut écrire chaque diagramme en fonction des contractions. C'est ce que nous faisons dans cette section.

Au chapitre 2, nous avons traité de l'exemple de $B \rightarrow \pi K$ et nous avons écrit ces amplitudes de désintégration en termes de diagrammes à l'équation (2.5). Cependant, nous ne faisons alors qu'illustrer le principe des diagrammes et nous avons

alors négligé les petits PEF. Quand on inclut tous les diagrammes, on trouve

$$\begin{aligned}
A^{-0} &= [P'_u + A'] + [P'_c] + [P'_t - \frac{1}{3}P'_{EF}{}^C + \frac{2}{3}P'_{EF}{}^E + \frac{1}{3}P'_{EF}{}^{P_u}] , \\
\sqrt{2}A^{0-} &= [-T' - C' - P'_u - A'] + [-P'_c] \\
&\quad + [-P'_t - P'_{EF} - \frac{2}{3}P'_{EF}{}^C - \frac{2}{3}P'_{EF}{}^E - \frac{1}{3}P'_{EF}{}^{P_u}] , \\
A^{+-} &= [-T' - P'_u] + [-P'_c] + [-P'_t - \frac{2}{3}P'_{EF}{}^C + \frac{1}{3}P'_{EF}{}^E - \frac{1}{3}P'_{EF}{}^{P_u}] , \\
\sqrt{2}A^{00} &= [-C' + P'_u] + [P'_c] + [P'_t - P'_{EF} - \frac{1}{3}P'_{EF}{}^C - \frac{1}{3}P'_{EF}{}^E + \frac{1}{3}P'_{EF}{}^{P_u}] . \quad (6.28)
\end{aligned}$$

Nous avons placé des crochets [] pour séparer explicitement les parties contenant un facteur $\lambda_u^{(s)}$, $\lambda_c^{(s)}$ ou $\lambda_t^{(s)}$ respectivement.

Dans la section précédente, nous avons écrit ces mêmes amplitudes en termes des contractions des opérateurs d'arbres, de pingouins gluoniques et de PEF. Ainsi, en comparant les équations (6.24) et (6.28), on peut écrire les diagrammes arbres en termes de contractions

$$\begin{aligned}
P'_u &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}c_iP_i'^u , \\
P'_c &= \sqrt{2}\lambda_c^{(s)}c_iP_i'^c , \\
T' &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}c_iEM_i'^u , \\
C' &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}c_iEM_{ci}'^u , \\
A' &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}c_iA_i'^u , \quad (6.29)
\end{aligned}$$

où la sommation sur $i = 1, 2$ est sous-entendue. Ce pairage des diagrammes et des contractions est tout à fait naturel. Quand on revient aux définitions des opérateurs $O_{1,2}^{u,c}$ qui impliquent l'échange d'un boson W , on retrouve graphiquement les diagrammes du chapitre 2 à partir des figures 6.1, 6.2 et 6.3.

Pour les PEF, en comparant les équations (6.26) et (6.28), on trouve

$$P'_{EF} = -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}c_i\bar{E}\bar{M}'_i ,$$

$$\begin{aligned}
P'_{EF}{}^C &= -\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} c_i \widetilde{EM}'_{ci} , \\
P'_{EF}{}^{P_u} &= -\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} c_i [(PF'_i{}^{s} - PF'_i) + P'_i{}^{s}] , \\
P'_{EF}{}^E &= -\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} c_i EX'_i .
\end{aligned} \tag{6.30}$$

La forme générale de $P'_{EF}{}^{P_u}$ ne semble pas naturelle, mais lorsque la symétrie de saveurs $SU(3)$ est invoquée, les contractions $PF'_i{}^{s}$ et PF'_i se simplifient et on retrouve alors une forme plus naturelle.

Finalement, pour le pingouin gluonique, en comparant les équations (6.27) et (6.28), on trouve

$$P'_t = -\sqrt{2} \lambda_t^{(s)} c_i [2PF'_i + PF'_i{}^{s} + EX'_i + \widetilde{EM}'_{ci} + \bar{P}'_i{}^{s}] . \tag{6.31}$$

Cette expression ne semble pas naturelle, mais ceci est dû au fait qu'à cause de l'isospin, les contributions des pingouins gluoniques apparaissent toujours dans la même combinaison linéaire et on les combine en un paramètre unique P'_t dans le langage des diagrammes.

Ainsi, avec les équations (6.29), (6.30) et (6.31), on peut écrire P'_u , P'_c , T' , C' , A' , P'_{EF} , $P'_{EF}{}^C$, $P'_{EF}{}^{P_u}$, $P'_{EF}{}^E$ et P'_t en termes de contractions. Mais ceci n'est pas un ensemble complet de diagrammes. En effet, il manque les diagrammes E , $PA_{u,c,t}$, P_{EF}^A et $P_{EF}^{PA_u}$ puisque les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ n'impliquent pas ces diagrammes. Pour relier ces diagrammes manquants aux contractions, il faut donc se tourner vers les désintégrations $B \rightarrow \pi\pi$: $B^- \rightarrow \pi^- \pi^0$, $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$. Ceci est fait explicitement dans l'annexe III.3 et on trouve les relations suivantes pour les diagrammes manquants :

$$\begin{aligned}
E &= \sqrt{2} \lambda_u^{(d)} c_i EX_i^u , \\
PA_u &= \sqrt{2} \lambda_u^{(d)} c_i PE_i^u , \\
PA_c &= \sqrt{2} \lambda_c^{(d)} c_i PE_i^c ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
PA_t &= \sqrt{2}\lambda_t^{(d)} c_i (2A_i + 2PA_i + PA_i^s + PE_i) , \\
P_{EF}^A &= -\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(d)} c_i A_i , \\
P_{EF}^{PA_u} &= -\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(d)} c_i [(PA_i^s - PA_i) + PE_i^s] .
\end{aligned} \tag{6.32}$$

Donc, avec les équations (6.29), (6.30), (6.31) et (6.32), on a exprimé l'ensemble complet de diagrammes en termes de contractions.

Diag.	Contractions	Diag.	Contractions
T	$\sqrt{2}\lambda_u^{(q)} c_i EM_i^u$	P_{EF}	$-\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(q)} c_i \overline{EM}_i$
C	$\sqrt{2}\lambda_u^{(q)} c_i EM_{Ci}^u$	P_{EF}^C	$-\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(q)} c_i \overline{EM}_{Ci}$
P_u	$\sqrt{2}\lambda_u^{(q)} c_i P_i^u$	$P_{EF}^{P_u}$	$-\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(q)} c_i [(PF_i^s - PF_i) + P_i^s]$
P_c	$\sqrt{2}\lambda_c^{(q)} c_i P_i^c$		
A	$\sqrt{2}\lambda_u^{(q)} c_i A_i^u$	P_{EF}^A	$-\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(q)} c_i A_i$
E	$\sqrt{2}\lambda_u^{(q)} c_i EX_i^u$	P_{EF}^E	$-\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(q)} c_i EX_i$
PA_u	$\sqrt{2}\lambda_u^{(q)} c_i PE_i^u$	$P_{EF}^{PA_u}$	$-\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(q)} c_i [(PA_i^s - PA_i) + PE_i^s]$
PA_c	$\sqrt{2}\lambda_c^{(q)} c_i PE_i^c$		
Diag.	Contractions		
P_t	$-\sqrt{2}\lambda_t^{(q)} c_i [2PF_i + PF_i^s + EX_i + \overline{EM}_{Ci} + P_i^s]$		
PA_t	$-\sqrt{2}\lambda_t^{(q)} c_i [2A_i + 2PA_i + PA_i^s + PE_i]$		

TABLE 6.1 – Relations explicites entre les diagrammes et les contractions pour une transition $b \rightarrow q$ ($q = d, s$). Pour les arbres ($T, C, P_u, P_c, A, E, PA_u, PA_c$), une sommation sur les indices $i = 1, 2$ est sous-entendue ; pour les PEF ($P_{EF}, P_{EF}^C, P_{EF}^{P_u}, P_{EF}^A, P_{EF}^E, P_{EF}^{PA_u}$), une sommation sur les indices $i = 7-10$ est sous-entendue ; pour les pingouins gluoniques (P_t, PA_t), une sommation sur les indices $i = 3-6$ est sous-entendue.

Ces relations sont résumées dans le tableau 6.1. Les diagrammes $PA_{u,c}$ et PA_t n'ont pas la même forme parce que les premiers proviennent de $O_{1,2}^{u,c}$ et le dernier de $O_{3,4,5,6}$.

Une dernière remarque : Tous les diagrammes de la table 6.1 n'impliquent que 8 des 14 contractions indépendantes ($EM, EM_C, PF, P, A, EX, PA, PE$). Les contractions qui subissent une suppression OZI ($P_{OZI}, PF_{OZI}, A_{OZI}, PA_{OZI}, EX_{OZI}, PE_{OZI}$) n'interviennent pas. En effet, ces six contractions contiennent des contractions de Wick des quarks \bar{q}_1 et q_2 et/ou \bar{q}_3 et q_4 et ceci est possible seulement

pour les mésons neutres de la forme $\bar{q}q$. Dans les cas que nous avons considérés, le seul méson qui a cette forme est le méson π^0 . Par contre, de par la définition $\pi^0 = (\bar{d}d - \bar{u}u)/\sqrt{2}$ et à cause du fait que nous avons eu recours à l'isospin, toutes ces contributions se simplifient d'elles-mêmes. Ces six contractions peuvent intervenir seulement dans les désintégrations impliquant des mésons ϕ ($\bar{s}s$) ou J/Ψ ($\bar{c}c$).

Les calculs explicites pour le cas $B \rightarrow KK$ et les désintégrations impliquant les mésons η et η' ne sont pas présentés dans ce chapitre, mais ils confirment les résultats obtenus. Ceci établit une relation directe entre les diagrammes et les contractions pour cette classe de désintégrations et ceci formalise le langage des diagrammes de GHLR.

6.7 Relations $SU(3)$

Dans cette section, nous montrerons qu'en utilisant le formalisme des contractions, on peut dériver de façon indépendante des relations $SU(3)$ établies par Neubert et Rosner (NR)^[70] et Gronau, Pirjol et Yan (GPY)^[71] en évitant complètement l'usage des coefficients de Clebsh-Gordan $SU(3)$. Ces relations $SU(3)$ sont utilisées dans des dizaines de publications importantes (les références^[72-79] de la bibliographie en sont quelques exemples) et il est donc pertinent d'en obtenir une dérivation indépendante.

Tout d'abord, rappelons en quoi consistent ces relations $SU(3)$. Elles reposent sur les observations suivantes :

- 1) Les coefficients de Wilson électrofaibles c_7 et c_8 sont numériquement négligeables par rapports à c_9 et c_{10} (voir table 3.1).
- 2) Lorsqu'on néglige les coefficients de Wilson c_7 et c_8 , l'hamiltonien électrofaible \mathcal{H}_{EF} à la même structure $(V - A) \times (V - A)$ que l'hamiltonien des arbres \mathcal{H}_T , à une transformation de Fierz près.
- 3) À une bonne approximation ($\sim 5\%$), les coefficients de Wilson respectent la relation $c_1/c_2 = c_9/c_{10}$.

En utilisant ces trois observations, GPY ont montré que les diagrammes PEF P'_{EF} ,

$P'_{EF}, P'_{P_u}, P'_{EF}, P'^E_{EF}$ et $P'_{EF}{}^{PA_u}$ sont respectivement proportionnels aux diagrammes arbres T', C', P'_u, A', E' et PA'_u . C'est le premier résultat de GPY.

Pour montrer comment on peut démontrer ceci avec les contractions, étudions d'abord le cas de T' et P'_{EF} des désintégrations $B \rightarrow \pi K$. D'après le tableau 6.1, les diagrammes T' et P'_{EF} sont proportionnels respectivement à des contractions EM et \widetilde{EM} . Dans le premier cas, on a donc un état final πK et dans le second cas, un état final $K\pi$. Par contre, comme nous sommes sous la symétrie $SU(3)$, les contractions de Wick de quarks u, d ou s sont équivalentes et la position du quark s de l'état final ne fait plus de différence. Il en découle donc que $\widetilde{EM}'_9 = EM'_1$ et $\widetilde{EM}'_{10} = EM'_2$. Il est correct d'écrire ceci puisque les contractions ont la même forme (EM), la même structure de Lorentz $((V - A) \times (V - A))$ et les mêmes structures de couleurs ($O_1 \leftrightarrow O_9$ et $O_2 \leftrightarrow O_{10}$). On peut donc trivialement écrire T' de la façon suivante :

$$\begin{aligned} T' &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}(c_1 EM'_1 + c_2 EM'_2) \\ &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}c_1 \left(EM'_1 + \frac{c_2}{c_1} EM'_2 \right), \end{aligned} \quad (6.33)$$

alors qu'on peut, parallèlement à ceci, écrire P'_{EF} de la façon suivante :

$$\begin{aligned} P'_{EF} &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}(c_9 \widetilde{EM}'_9 + c_{10} \widetilde{EM}'_{10}) \\ &\stackrel{SU(3)}{=} -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}c_9 \left(EM'_1 + \frac{c_{10}}{c_9} EM'_2 \right). \end{aligned} \quad (6.34)$$

Nous avons mentionné explicitement $SU(3)$ au dessus de l'égalité pour spécifier de quel droit on peut passer d'une ligne à l'autre correctement. Dans la limite où $c_1/c_2 = c_9/c_{10}$, on trouve donc que P'_{EF} est proportionnel à T' .

L'idée est la même pour C' et P'^C_{EF} . Sous la limite $SU(3)$, on a que $\widetilde{EM}'_{C9} = EM'_{C1}$ et $\widetilde{EM}'_{C10} = EM'_{C2}$. On peut donc écrire C' comme

$$\begin{aligned} C' &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}(c_1 EM'_{C1} + c_2 EM'_{C2}) \\ &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}c_1 \left(EM'_{C1} + \frac{c_2}{c_1} EM'_{C2} \right), \end{aligned} \quad (6.35)$$

et on peut écrire P'_{EF} comme

$$\begin{aligned} P'_{EF} &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}(c_9\widetilde{EM}'_{c_9} + c_{10}\widetilde{EM}'_{c_{10}}) \\ &\stackrel{SU(3)}{=} -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}c_9\left(EM'_{c_1} + \frac{c_{10}}{c_9}EM'_{c_2}\right). \end{aligned} \quad (6.36)$$

Donc, dans la limite où $c_1/c_2 = c_9/c_{10}$, on trouve donc que P'_{EF} est proportionnel à C' et la constante de proportionnalité est la même.

Pour relier P_u et P'_{EF} , il suffit de remarquer qu'à la limite $SU(3)$, le terme $PF'_i - PF'_i$ (voir tableau 6.1) se simplifie et la proportionnalité est donc assurée. Pareillement, on relie PA_u et P'_{EF} puisque le terme $PA'_i - PA'_i$ se simplifie dans la limite $SU(3)$. Finalement, aucun calcul n'est requis pour prouver la proportionnalité de A avec P'_{EF} et E avec P'_{EF} puisqu'ils sont exprimés en termes des mêmes contractions.

On vient donc de prouver en utilisant le formalisme des contractions que les diagrammes PEF P'_{EF} , P'_{EF} , P'_{EF} , P'_{EF} , P'_{EF} et P'_{EF} sont respectivement proportionnels aux diagrammes arbres T' , C' , P'_u , A' , E' et PA'_u avec comme constante de proportionnalité $-(3/2)(c_9/c_1)\lambda_t^{(q)}/\lambda_u^{(q)}$. Ceci reproduit exactement le premier résultat de GPY.

Le second résultat de GPY découle des observations 1) et 2) sans utiliser l'approximation de l'observation 3). Dans ce cas, GPY ont montré qu'il subsiste deux relations $SU(3)$ plus précises qui sont ⁴

$$\begin{aligned} P_{EF}^{-0} + \sqrt{2}P_{EF}^{0-} &= \frac{3}{2}\frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2}R(C' + T'), \\ P_{EF}^{+-} + P_{EF}^{-0} &= \frac{3}{4}\frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2}R(A' + C' - T' - E) \\ &\quad - \frac{3}{4}\frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2}R(A' - C' - T' + E), \end{aligned} \quad (6.37)$$

et où $R = \lambda_t^{(s)}/\lambda_u^{(s)}$.

4. La première équation de (6.37) a d'abord été dérivée par NR^[70], mais la deuxième a été dérivée exclusivement par GPY^[71].

La preuve explicite de ces relations en utilisant le formalisme des contractions, qui est un des résultats principaux de ce projet de recherche, est présentée dans l'annexe III.4.

Ainsi, on peut dériver de façon indépendante les différentes relations de GPY découlant de la symétrie $SU(3)$ appliquée au problème des désintégrations $B \rightarrow M_1 M_2$. À première vue, l'approche des contractions semble être plus compliquée à cause la notation qui est lourde en apparence. Par contre, dans les faits, il s'agit à toutes fins pratiques de manipulations d'algèbre linéaire et ces calculs sont donc en pratique plus simples qu'avec le formalisme de la théorie des groupes.

6.8 Développement CDQ aux ordres supérieurs

Par le principe du DPO, les effets des courtes distances de l'interaction forte sont implicitement inclus dans les coefficients de Wilson et par la présence des indices de couleurs dans les opérateurs O_{1-10} . Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, tous les résultats obtenus dans les sections précédentes sont valides à tous les ordres du développement CDQ en $\alpha_s(m_b)$ puisque nous n'avons jamais spécifié les effets CDQ explicitement en préservant la forme générale des opérateurs. Cependant, il peut être intéressant de calculer explicitement l'effet des gluons en procédant à un développement en série des contractions ordre par ordre. Le principal intérêt de ceci est de faire le pairing entre les contractions et les calculs des théories effectives hadroniques telles la factorisation, la CDQ perturbative ou la SCET.

Dans ces différentes approches effectives, le développement CDQ en $\alpha_s(m_b)$ est justifié par le fait que la masse du quark b est beaucoup plus grande que l'échelle d'énergie CDQ Λ_{CDQ} . Il est donc raisonnable de considérer la limite $m_b \rightarrow \infty$ puisque les corrections, de l'ordre de Λ_{CDQ}/m_b , sont relativement petites. On peut appliquer exactement la même idée avec les contractions et en faire un développement en série à tous les ordres. Dans la présente discussion, nous ferons ce développement explicitement pour les ordres zéro et un.

6.8.1 Ordre zéro

Pour illustrer le principe du développement CDQ des contractions ordre par ordre, nous traiterons explicitement des contractions des diagrammes T' , C' , P'_{EF} et P'^C_{EF} des désintégrations $B \rightarrow \pi K$. Par définition, aucun gluon supplémentaire n'est échangé à l'ordre zéro. Le calcul de l'ordre zéro se résume donc à un simple exercice de comptage des couleurs. Par exemple, en écrivant explicitement les contractions de Wick et les couleurs pour T' , on trouve

$$\begin{aligned}
\frac{T'}{\sqrt{2}} &= \lambda_u^{(s)} \sum_{i=1,2} c_i EM'_i \\
&= c_1 \langle \bar{q}_{1x} q_{2x} \bar{q}_{3y} q_{4y} | \bar{q}_{5\alpha} b_\alpha \bar{q}_{6\beta} q_{7\beta} | \bar{q}_{8z} b_z \rangle \\
&\quad + c_2 \langle \bar{q}_{1x} q_{2x} \bar{q}_{3y} q_{4y} | \bar{q}_{5\alpha} b_\beta \bar{q}_{6\beta} q_{7\alpha} | \bar{q}_{8z} b_z \rangle, \tag{6.38}
\end{aligned}$$

où les indices α , β , x , y et z représentent les couleurs des quarks des mésons de l'état initial et de l'état final. Par le confinement des couleurs, le quark et l'anti-quark d'un même méson sont nécessairement de la même couleur. De plus, puisque nous travaillons à l'ordre zéro, deux quarks qui sont contractés ensemble ont aussi nécessairement la même couleur. On peut donc extraire les indices des couleurs des contractions par des δ de Kronecker et l'expression de T' devient

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1,2} c_i EM'_i &= c_1 \delta_{xz} \delta_{x\alpha} \delta_{y\beta} \delta_{y\beta} \delta_{\alpha z} \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle \\
&\quad + c_2 \delta_{xz} \delta_{x\alpha} \delta_{y\alpha} \delta_{y\beta} \delta_{\beta z} \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle \\
&= c_1 N_c^2 \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle + c_2 N_c \langle \bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4 | \bar{q}_5 b \bar{q}_6 q_7 | \bar{q}_8 b \rangle \\
&= c_1 N_c^2 \overline{EM}' + c_2 N_c \overline{EM}' \\
&= (c_1 + \frac{c_2}{N_c}) N_c^2 \overline{EM}' . \tag{6.39}
\end{aligned}$$

Dans l'équation précédente, nous avons introduit un surlignement pour signaler explicitement que les indices de couleurs sont extraits d'une contraction surlignée. On remarque aussi dans la dernière égalité de l'équation précédente, que la contraction \overline{EM}' ne possède plus d'indice, par opposition à EM'_1 et EM'_2 qui ont comme indice le numéro de l'opérateur contracté. En effet, une fois que l'effet des couleurs est extrait des contractions, un tel indice serait superflu puisque les opérateurs $O_{1,2}$ ou $O_{9,10}$ ne diffèrent que par les indices de couleurs.

En appliquant la même idée pour les diagrammes T' , C' , P'_{EF} et P'^C_{EF} , on trouve

$$\begin{aligned}
T' &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}\left(c_1 + \frac{c_2}{N_c}\right)N_c^2 \overline{EM}' , \\
C' &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)}\left(\frac{c_1}{N_c} + c_2\right)N_c^2 \overline{EM}'_C , \\
P'_{EF} &= -\frac{3}{2}\sqrt{2}\lambda_t^{(s)}\left(c_9 + \frac{c_{10}}{N_c}\right)N_c^2 \overline{EM}' , \\
P'^C_{EF} &= -\frac{3}{2}\sqrt{2}\lambda_t^{(s)}\left(\frac{c_9}{N_c} + c_{10}\right)N_c^2 \overline{EM}'_C .
\end{aligned} \tag{6.40}$$

Il est intéressant de noter qu'une fois les couleurs extraites des contractions, on peut relier \overline{EM}' avec \overline{EM}'_C et \overline{EM}'_C avec \overline{EM}' en utilisant l'isospin seulement. Rappelons que le tilde désigne un état final $K\pi$ par opposition à πK pour les contractions sans tilde. Ainsi, en écrivant les quarks s explicitement, on a

$$\begin{aligned}
\overline{EM}' &= \langle \overline{q}_1 q_2 \overline{q}_3 s | \overline{q}_5 b \overline{s} q_7 | \overline{q}_8 b \rangle \\
&\stackrel{Fierz}{=} \langle \overline{q}_1 q_2 \overline{q}_3 s | \overline{s} b \overline{q}_5 q_7 | \overline{q}_8 b \rangle \\
&\stackrel{M_1 M_2 \leftrightarrow M_2 M_1}{=} \langle \overline{q}_3 s \overline{q}_1 q_2 | \overline{s} b \overline{q}_5 q_7 | \overline{q}_8 b \rangle = \overline{EM}'_C ,
\end{aligned} \tag{6.41}$$

et similairement pour montrer que $\overline{EM}'_C = \overline{EM}'$. En utilisant ces relations dans les expressions à l'ordre zéro pour T' , C' , P'_{EF} et P'^C_{EF} (équation (6.40)), on trouve

les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{P'_{EF}}{T'} &= -\frac{3\lambda_t^{(s)}}{2\lambda_u^{(s)}} \left[\frac{c_9/N_c + c_{10}}{c_1 + c_2/N_c} \right], \\ \frac{P'_{EF}}{C'} &= -\frac{3\lambda_t^{(s)}}{2\lambda_u^{(s)}} \left[\frac{c_9 + c_{10}/N_c}{c_1/N_c + c_2} \right],\end{aligned}\quad (6.42)$$

que nous désignerons par *relations croisées d'isospin*. Ces deux équations sont analogues aux relations de GPY (équation (6.37)) puisqu'elles relient les diagrammes PEF aux diagrammes arbres. Elles ont l'avantage par rapport aux relations de GPY de ne dépendre que de l'isospin et ne souffrent donc pas d'une brisure de symétrie importante. Par contre, elles ne sont valables qu'à l'ordre zéro du développement CDQ et des corrections de l'ordre de $\mathcal{O}(\alpha_s(\mu)) \sim 20\text{-}30\%$ sont requises pour qu'elles soient exactes. Par comparaison, pour les relations de GPY, la brisure de symétrie $SU(3)$ est typiquement de l'ordre de 30%, ce qui est comparable. Par contre les relations croisées d'isospin de l'ordre zéro souffrent d'une grande imprécision supplémentaire à cause de la presque simplification des coefficients de Wilson. En effet, pour $N_c = 3$, les coefficients de Wilson sont approximativement tels que $c_9/N_c \simeq -c_{10}$ et $c_1/N_c \simeq -c_2$. Les relations de l'équation (6.42) sont ainsi fortement dépendantes des valeurs exactes des coefficients de Wilson et donc de l'échelle de renormalisation μ . Donc, au bout du compte, même si en principe on peut utiliser ces relations d'isospin pour relier les diagrammes PEF aux diagrammes arbres, ces relations souffrent numériquement de grandes erreurs.

Malgré ces problèmes pratiques, il est tout de même possible d'ajouter la symétrie $SU(3)$ à ces relations. Dans ce cas, on trouve que les contractions \overline{EM}' , \overline{EM}'_C , \overline{EM} , \overline{EM}_C sont toutes égales et, partant de l'équation (6.40), on a donc

$$\frac{C'}{T'} = \frac{(c_1 + c_2 N_c)}{(c_1 N_c + c_2)} = 0.17 \pm 0.10. \quad (6.43)$$

Cette relation entre C' et T' néglige les corrections de l'ordre de $\mathcal{O}(\alpha_s(\mu)) \sim 20\text{-}30\%$ puisqu'on travaille à l'ordre zéro. Pour la valeur numérique dans l'équation (6.43), nous avons utilisé les valeurs du tableau 3.1 avec $\mu = m_b$. Nous avons également

estimé la barre d'erreur ± 0.10 en laissant varier l'échelle de renormalisation entre $m_b/2$ et $2m_b$ comme il est d'usage de le faire. Il est donc clair que le rapport C'/T' ne peut être estimé qu'avec peu de précision. Malgré cela, l'estimation à l'ordre zéro nous fournit tout de même une limite supérieure qui est *grosso modo* de l'ordre de $1/3$. Ainsi, malgré l'ajout de corrections d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$, le fait demeure que des valeurs démesurément grandes de C'/T' sont proscrites d'après le présent résultat. Cependant, comme nous en discuterons plus en détails dans la prochaine section, la possibilité que les corrections des ordres supérieurs soient plus significatives que $\mathcal{O}(\alpha_s)$ n'est pas à négliger.

Dans cette section, nous nous sommes concentrés uniquement sur les diagrammes T' , C' , P'_{EF} et P'^C_{EF} , mais on peut appliquer les mêmes idées aux à toutes les autres contractions. Une autre relation intéressante qui peut être dérivée ainsi relie les diagrammes A' et E' . En effet, à l'ordre zéro, on trouve

$$\frac{A'}{E'} = \frac{c_1 + \frac{c_2}{N_c}}{\frac{c_1}{N_c} + c_2} \approx 6.0, \quad (6.44)$$

et le diagramme d'annihilation est ainsi beaucoup plus grand que le diagramme d'échange à l'ordre zéro. BS ont trouvé une conclusion similaire, mais en exploitant la limite où N_c est grand^[63].

6.8.2 Corrections avec l'ajout d'un gluon

L'idée d'une correction à l'ordre un ($\mathcal{O}(\alpha_s^1)$) d'une contraction est tout simplement d'ajouter un seul gluon pour relier une paire de quarks. Pour illustrer le principe, nous traiterons du développement en série au premier ordre de la contraction EM' pour les opérateurs arbres $O_{1,2}$ dans les désintégration $B \rightarrow \pi K$. Nous ne présenterons que les résultats et les calculs explicites sont présentés dans l'annexe III.5.

Dans un souci de précision, introduisons la notation $Z_{i,j}$ qui désigne la j -ième correction possible ($j = 1, \dots, 10$, selon la figure 6.5) d'une contraction de type Z ($Z = EM', EM'_C, \dots$) de l'opérateur O_i de l'hamiltonien effectif. Similairement à

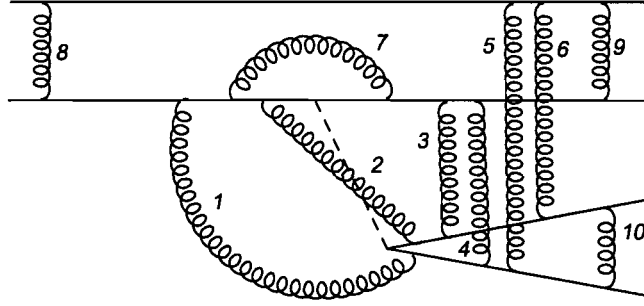


FIGURE 6.5 – Représentation des 10 gluons possibles pour la correction d'ordre un d'une contraction EM' .

la section précédente, introduisons également la notation \bar{Z}_j qui désigne la même chose, à l'exception près que les couleurs en sont extraites. C'est-à-dire que $Z_{i,j} = (\text{facteur de couleurs}) \times \bar{Z}_j$ (où l'indice i qui distingue les opérateurs serait superflu).

Même si l'application est plus compliquée, à la base l'idée est la même que pour l'ordre zéro. C'est-à-dire qu'en comptant les couleurs dans une contraction, on peut les extraire de celle-ci et elles prennent alors la forme d'un simple coefficient de couleurs. Ce faisant, on peut relier des contractions qui ne diffèrent que par leurs indices de couleurs. Par exemple, pour des opérateurs arbres, les contractions $EM'_{1,i}$ et $EM'_{2,i}$ ne sont différentes que par les couleurs. Par contre, deux contractions d'ordre un qui n'impliquent pas la même correction CDQ, par exemples $EM'_{1,3}$ et $EM'_{1,6}$, ne peuvent pas être reliées par cet argument puisque la dynamique des échanges d'énergie-impulsion par le gluon ajouté est complètement différente dans ces deux cas.

Les développements explicites des diagrammes T' , C' , P'_{EF} et P'^C_{EF} sont faits dans l'annexe III.5. En combinant les résultats pour les diagrammes T' de l'équation (III.42) et C' de l'équation (III.45) de l'annexe III.5, on peut exprimer le rapport C'/T' en termes de contractions des ordres zéro et un :

$$\frac{C'}{T'} = \frac{\left(\frac{c_1}{N_c} + c_2\right) \overline{EM}'_{CF} + \frac{c_1}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}_{Ci}}{\left(c_1 + \frac{c_2}{N_c}\right) \overline{EM}'_F + \frac{c_2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}_i}. \quad (6.45)$$

Dans la sous-section précédente, nous avons dérivé une équation équivalente pour

l'ordre zéro (équation (6.43)). Dans ce cas simple, les éléments de matrice hadroniques se simplifiaient sous la symétrie de saveurs $SU(3)$ ($\overline{EM}' = \overline{EM}'_c$). Par contre, dans le cas présent, cette simplification n'est pas possible parce qu'on ne peut pas factoriser complètement les diagrammes C' et T' en un facteur de couleurs et une facteur hadronique. Il n'est donc pas possible de calculer le rapport C'/T' sans calculer les éléments de matrice hadroniques.

Pour compléter cette section, nous verrons comment l'ajout de la symétrie $SU(3)$ permet de simplifier légèrement le calcul du rapport C'/T' . Cependant, même en travaillant sous l'approximation $SU(3)$, il sera impossible d'obtenir un nombre précis pour C'/T' sans calculer les éléments de matrice hadroniques. En examinant l'équation (6.45), on voit que les deux diagrammes T' et C' sont écrits en termes de quatre quantités hadroniques. Cependant, on peut montrer (voir annexe III.5.2) que le nombre de quantités (complexes) indépendantes est réduit à deux sous l'utilisation de $SU(3)$ en reliant $\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci} = \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i$ et $\overline{EM}'_{CF} = \overline{EM}'_F$. Ainsi, en définissant

$$r e^{i\delta_r} \equiv \frac{\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci}}{\overline{EM}'_{CF}} \stackrel{SU(3)}{=} \frac{\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i}{\overline{EM}'_F}, \quad (6.46)$$

on peut écrire le rapport C'/T' en termes de deux paramètres

$$\frac{C'}{T'}(r, \delta_r) = \frac{\left(\frac{c_1}{N_c} + c_2\right) + \frac{c_1}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) r e^{i\delta_r}}{\left(c_1 + \frac{c_2}{N_c}\right) + \frac{c_2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) r e^{i\delta_r}}. \quad (6.47)$$

Encore une fois, on ne connaît pas les valeurs de ces contractions et donc les valeurs des paramètres r et δ_r que nous venons d'introduire. Par contre, par comptage des puissances, on s'attend naïvement à ce que les contractions avec un gluon (les $\overline{EM}'_{(C)i}$) soient plus petites que les contractions de l'ordre zéro ($\overline{EM}'_{(C)}$) par un facteur $\mathcal{O}(\alpha_s) \sim 0.2$. Donc, naïvement, on devrait avoir $|\overline{EM}'_{(C)i}/\overline{EM}'_{(C)}| \sim 0.2, \forall i$. Pour ce qui est des différences de phases $Arg(\overline{EM}'_{(C)i}/\overline{EM}'_{(C)})$, nous les supposons nulles en première approximation pour notre estimation grossière. De toute façon, comme nous le verrons, toute différence de phase ne peut que diminuer la valeur

de $|C'/T'|$. En négligeant donc les possibles différences de phases, on estime donc une borne maximale au rapport des arbres. En utilisant ces estimations naïves, on obtient donc des valeurs par défauts de $r \sim 0.6$ et $\delta_r \sim 0$. Un graphique du rapport $|C'/T'|$ en fonction de r pour différentes valeurs de δ_r est présenté à la figure 6.6.

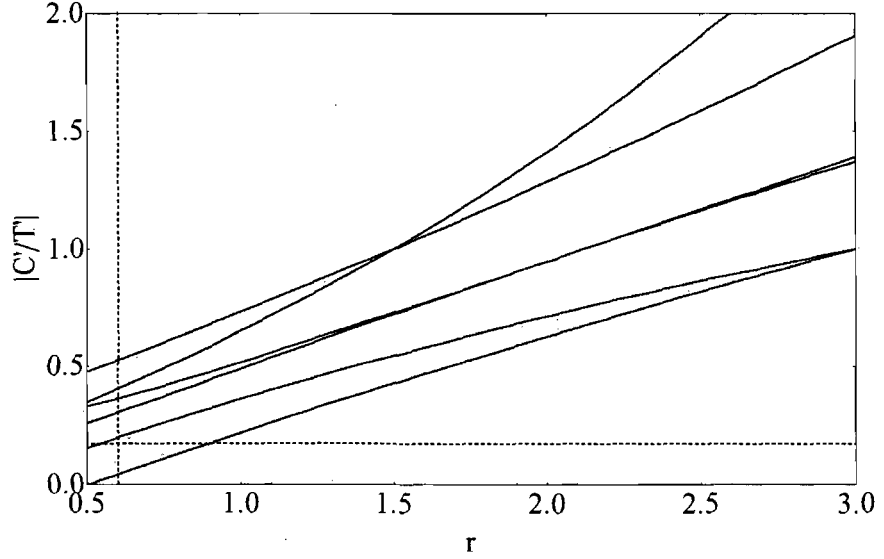


FIGURE 6.6 – Tracé du rapport $|C'/T'|$ sous l'approximation $SU(3)$ en fonction du paramètre r (défini à l'équation (6.46)). Du haut vers le bas, les trois courbes correspondent respectivement à des valeurs de δ_r de $0, \pm\pi/2$ et $\pm\pi$. L'épaisseur des courbes représente l'effet de la variation de $\mu \in [m_b/2, 2m_b]$ dans le calcul des coefficients de Wilson. La ligne pointillée verticale représente la valeur par défaut de $r \sim 0.6$ tandis que la ligne pointillée horizontale représente la valeur du rapport $|C'/T'| \sim 0.17$ obtenue avec le calcul à l'ordre zéro (équation (6.43)).

La première chose qu'on remarque en examinant le résultat par défaut (avec $r \sim 0.6$) dans la figure 6.6 est que l'ajout des corrections avec un gluon peut augmenter substantiellement la valeur du rapport $|C'/T'|$. En fait, pour les valeurs centrales, le rapport des arbres est augmenté d'un facteur de presque trois en ajoutant ces corrections CDQ. Autre constat : toute différence de phase δ_r non nulle a pour effet de diminuer la valeur du rapport $|C'/T'|$.

Comme nous en avons discuté à la section 5.1 des notions préliminaires, la valeur du rapport $|C'/T'|$ joue un rôle important dans le problème de $B \rightarrow \pi K$. En effet, par un ajustement χ^2 des diagrammes $P', T', C', P'_{EF}, P'^C_{EF}$ au système

$B \rightarrow \pi K$ (en utilisant $SU(3)$ pour écrire les PEF en termes des arbres), Baek et London^[49] ont montré que les données expérimentales peuvent être satisfaites si $|C'/T'| = 1.6 \pm 0.3$. Si on revient à la figure 6.6, on constate que la seule façon d'avoir une si grande valeur du rapport (dans des conditions optimales où $\delta_r \sim 0$) est d'avoir une très grande valeur de $r \sim 2.5$. C'est-à-dire que le rapport entre les contractions du premier ordre et des contractions de l'ordre zéro doit être plus grand d'au moins un facteur quatre comparé aux estimations naïves. Or, il n'y a *a priori* aucune justification raisonnable à de si grandes corrections CDQ selon les résultats des ordres zéro et un du développement CDQ.

Cette analyse est grossière puisqu'on ne calcule pas les valeurs des éléments de matrice. Par contre elle est confirmée par les calculs des théories effectives plus rigoureuses. En effet, que ce soit en utilisant la factorisation CDQ, la CDQ perturbative ou la SCET, les bornes supérieures pour la valeur du rapport $|C'/T'|$ sont de l'ordre de 0.6 ^[33,52,53].

6.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche générale pour étudier les désintégrations $B \rightarrow M_1 M_2$ (où M_1 et M_2 sont des mésons). Cette approche applique les principes de base de la théorie des champs en faisant la somme des contractions des éléments de matrices formés des opérateurs de l'hamiltonien effectif auxquels on applique un état final et un état initial. Ainsi, on peut écrire une amplitude de désintégration donnée en termes d'une somme de contractions bien définies. Partant de ceci, nous avons étudié plusieurs propriétés de ces contractions.

Nous avons montré qu'il n'y a que 24 formes possibles de contractions. En utilisant la symétrie de l'état final, nous avons montré que seulement 14 de ces 24 contractions sont indépendantes. De plus, nous avons montré explicitement qu'il y a une équivalence entre la paramétrisation des amplitudes de désintégration en termes de contractions et en termes de diagrammes de Feynman. Ainsi, nous avons montré que le langage des diagrammes peut être formalisé par les contractions.

Ensuite, nous avons étudié explicitement l'effet de la symétrie de saveurs $SU(3)$ sur les contractions dans l'approximation où les coefficients de Wilson c_7 et c_8 sont négligeables. Nous avons ainsi dérivé de façon indépendante les relations de GPY entre les diagrammes arbres et les diagrammes PEF.

Dans la dernière section du chapitre, nous avons procédé à un développement en série en calculant explicitement les effets des gluons. Nous avons étudié explicitement les ordres zéro et un de ce développement. Pour chacun de ces ordres du développement, nous avons considéré l'effet des symétries de saveurs d'isospin et $SU(3)$. À l'ordre zéro, nous avons dérivé les relations croisées d'isospin (équation (6.42)) et une première approximation du rapport $C'/T' = 0.17 \pm 0.10$. À l'ordre un du développement, nous avons dérivé encore une fois les relations $SU(3)$ de GPY et nous avons constaté que la valeur du rapport $|C'/T'|$ ne peut pas être connue sans calculer explicitement les éléments de matrice. Mais nous avons quand même estimé celui-ci en presumant que les corrections du premier ordre sont plus petites que la contraction à l'ordre zéro d'un facteur de l'ordre de $\alpha_s(m_b)$. Nous avons ainsi constaté qu'il est difficilement concevable que le rapport $|C'/T'|$ puisse augmenter suffisamment au premier ordre du développement pour satisfaire les mesures expérimentales des désintégrations $B \rightarrow \pi K$. Ceci est confirmé par des calculs plus rigoureux des théories effectives et les corrections du premier ordre ne règlent donc pas le problème des désintégrations $B \rightarrow \pi K$.

Les premières parties de ce chapitre sont en parfait accord avec les travaux de BS faits quelques années plus tôt. Les 14 contractions indépendantes présentées correspondent aux 14 topologies indépendantes de BS. Par contre, en étudiant explicitement l'effet des symétries de saveurs et le développement CDQ, les présents travaux vont plus loin que les travaux de BS. Cependant, contrairement à BS, nous ne nous sommes pas intéressés aux considérations d'indépendance par rapport à l'échelle de renormalisation.

CHAPITRE 7

EXTRACTION DE L'ANGLE α À PARTIR DES MESURES DE LA DÉSINTÉGRATION $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$

Ce chapitre traite des résultats d'un projet de recherche réalisé par Alakabha Datta (A.D.), David London (D.L.), Joaquim Matias (J.M.) et l'auteur de la présente thèse. À la base, ce projet est une idée de D.L., qui l'a proposé à A.D., J.M. et l'auteur de cette thèse. Bien que ce dernier fut engagé à chaque étape du projet, son implication concerne principalement les calculs. Les résultats de ce projet sont publiés dans le *Physical Review D* [80].

7.1 Concept du projet

Comme nous l'avons mentionné dans les chapitres de notions préliminaires, il y a eu beaucoup d'efforts au cours des dernières années pour tester l'explication du MS de la violation CP. Une des façons de tester le mécanisme CKM est d'imaginer plusieurs façons indépendantes d'extraire expérimentalement les valeurs des trois angles du triangle unitaire que sont α , β et γ (tels que définis à l'équation (1.7)). Ce faisant, on peut comparer les différentes valeurs d'un même angle et s'assurer qu'elles concordent. De plus, on peut s'assurer que le triangle unitaire soit bel et bien fermé, c'est-à-dire que $\alpha + \beta + \gamma = \pi$. Toute anomalie dans ces deux tests serait un signe direct de la présence de phénomènes au-delà du MS.

Entre autre pour les raisons dont nous avons discutées au chapitre 5, il serait particulièrement intéressant de pouvoir extraire ces angles à partir de désintégrations hadroniques rares des mésons B . En effet, ce type de désintégration est dominé par de petits effets du MS. On peut donc s'attendre à ce que les effets de la NP, s'il y en a, aient un impact significatif et mesurable. Ainsi, les valeurs extraites de α , β et γ pourraient exprimer explicitement de possibles désaccords entre la théorie et l'expérience. Par contre, sauf exceptions, les méthodes qui utilisent ces

désintégrations rares sont sujettes à de fortes incertitudes théoriques à cause de notre incapacité à calculer ces phénomènes avec précision.

Dans ce projet de recherche, nous voulons extraire l'angle α à partir des données expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Pour ce faire, on dispose de trois mesures expérimentales, soient le rapport d'embranchement et les asymétries CP directe et indirecte. Cependant, quatre quantités sont nécessaires pour en faire la description théorique, soient $|P_{uc}|$, $|P_{tc}|$, leur différence de phases fortes ainsi que l'angle α . Comme il est impossible de résoudre complètement un système de trois équations et quatre inconnus, on doit ajouter une information au système pour pouvoir extraire α des mesures expérimentales de $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Pour ce faire, nous ferons un usage minimal de la factorisation CDQ pour estimer la norme $|P_{uc}|$. En général la factorisation CDQ donne des résultats imprécis à cause des incertitudes hadroniques et des termes divergents. Cette situation est toutefois évitée en partie dans le calcul de $|P_{uc}|$ à cause d'une simplification de toutes les corrections contenant des termes divergents. Il en résulte qu'on peut exprimer cette norme en termes de corrections pingouins seulement et on peut ainsi obtenir une prédiction relativement précise de $|P_{uc}|$. On peut utiliser cette information pour extraire α en principe.

Cependant, il y a des nuances importantes entre les principes et l'application dans ce cas. Dans les faits, la méthode pour extraire α présentée dans ce chapitre n'est pas applicable avec les données actuelles. Les erreurs sur les mesures expérimentales sont trop grandes et le calcul de $|P_{uc}|$, même s'il est libre de divergence, reste relativement imprécis, à cause surtout de notre relativement mauvaise connaissance de la masse du quark c qui joue un rôle important dans le calcul. Par contre, comme nous le verrons, tout le travail fait est récupérable en inversant les équations. Effectivement, au lieu d'utiliser les mesures expérimentales pour extraire l'angle α , on peut utiliser la meilleure valeur connue de α pour contraindre les valeurs expérimentales de $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. En faisant ceci, nous obtiendrons une contrainte sévère sur la somme carrées des asymétries CP directe et indirecte et celle-ci constitue un test concret du MS et des modèles effectifs d'hadronisation.

7.2 Calculs

Dans le cadre du MS, on peut exprimer la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ par un unique paramètre PEN (en termes des diagrammes du chapitre 2, PEN contient un pingouin gluonique, un PEF et un PA, mais nous les incluons tous dans PEN). Le paramètre PEN reçoit des contributions des quarks u , c et t dans la boucle. En utilisant la convention-c (équation (2.1)), on l'écrit en général comme

$$PEN = V_{ub}^* V_{ud} (P_u - P_c) + V_{tb}^* V_{td} (P_t - P_c) , \quad (7.1)$$

et on peut donc écrire l'amplitude de désintégration de $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ comme

$$\mathcal{A} \equiv \mathcal{A}(B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0) = V_{ub}^* V_{ud} [(P_u - P_c) + \dots] + V_{tb}^* V_{td} [(P_t - P_c) + \dots] . \quad (7.2)$$

Dans la paramétrisation de Wolfenstein, seuls V_{ub} et V_{td} ont une phase non nulle. L'élément V_{ub}^* a une phase γ tandis que V_{td} a une phase $-\beta$. La différence de phases faibles entre les deux termes est donc de $\beta + \gamma = \pi - \alpha$. Partant de l'équation (7.2), on peut dériver simplement l'expression de l'amplitude conjuguée-CP $\bar{\mathcal{A}}$ de la désintégration $\bar{B}_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ en changeant le signe des phases faibles.

Les amplitudes \mathcal{A} et $\bar{\mathcal{A}}$ dépendent donc de quatre quantités, soient les normes $P_{tc} \equiv |[P_t - P_c] + \dots| V_{tb}^* V_{td}|$ et $P_{uc} \equiv |[P_u - P_c] + \dots| V_{ub}^* V_{ud}|$, la différence de phases fortes $\Delta \equiv \delta_{uc} - \delta_{tc}$ (où il est clair que δ_{ij} est la phase forte de \mathcal{P}_{ij}), et α . Du point de vue expérimental, il y a trois mesures possibles : le rapport d'embranchement moyen, l'asymétrie CP directe et l'asymétrie CP indirecte. De façon équivalente, on peut décrire ces trois quantités expérimentales en termes de X , Y et Z_I si on définit ces derniers de la façon suivante :

$$\begin{aligned} X &\equiv \frac{1}{2} (|\mathcal{A}|^2 + |\bar{\mathcal{A}}|^2) = P_{uc}^2 + P_{tc}^2 - 2P_{uc}P_{tc} \cos \Delta \cos \alpha , \\ Y &\equiv \frac{1}{2} (|\mathcal{A}|^2 - |\bar{\mathcal{A}}|^2) = -2P_{uc}P_{tc} \sin \Delta \sin \alpha , \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$Z_I \equiv \text{Im} \left(e^{-2i\beta} A^* \bar{A} \right) = P_{uc}^2 \sin 2\alpha - 2P_{uc}P_{tc} \cos \Delta \sin \alpha . \quad (7.4)$$

Par convenance, définissons aussi la quantité Z_R par

$$Z_R \equiv \text{Re} \left(e^{-2i\beta} A^* \bar{A} \right) = P_{uc}^2 \cos 2\alpha + P_{tc}^2 - 2P_{uc}P_{tc} \cos \Delta \cos \alpha . \quad (7.5)$$

Il est clair que Z_R n'est pas indépendant et est relié aux autres quantités par

$$Z_R^2 = X^2 - Y^2 - Z_I^2 . \quad (7.6)$$

Ainsi, en connaissant X , Y et Z_I à partir des mesures expérimentales, on connaît aussi Z_R à un signe près. Ces trois quantités expérimentales sont écrites en termes de quatre paramètres théoriques (P_{uc} , P_{tc} , Δ , α) et il est donc impossible d'inverser les équations de (7.4) pour écrire les paramètres théoriques en fonction des mesures. Par contre, on peut résoudre partiellement ce système d'équations pour P_{tc}^2 . On a en effet que

$$P_{tc}^2 = \frac{Z_R \cos 2\alpha + Z_I \sin 2\alpha - X}{\cos 2\alpha - 1} . \quad (7.7)$$

Il est intéressant de noter que Datta et London ^[81,82] ont montré qu'on peut contraindre la valeur de P_{tc} à partir de la désintégration $B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ sous l'approximation $SU(3)$. En effet, à une très bonne approximation, l'amplitude de désintégration s'écrit

$$\mathcal{A}(B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0) = V_{ub}^* V_{us} (P'_u - P'_c) + V_{tb}^* V_{ts} (P'_t - P'_c) , \quad (7.8)$$

où les apostrophes désignent qu'il s'agit de transitions $b \rightarrow s$. Contrairement à la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$, dans le cas de $B_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ on peut négliger le premier facteur CKM puisque $|V_{ub}^* V_{us}| \ll |V_{tb}^* V_{ts}|$. Ainsi, l'amplitude de désintégration $B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ ne contient que la contribution du pingouin $P'_{tc} \equiv |(P'_t - P'_c) V_{tb}^* V_{ts}|$ et on peut donc l'extraire du rapport d'embranchement. Si on considère la limite de la symétrie de saveurs $SU(3)$, alors on a $P'_{tc}/|V_{tb}^* V_{ts}| = P_{tc}/|V_{tb}^* V_{td}|$. Ainsi, la valeur extraite de P'_{tc} est une contrainte supplémentaire pour la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ et on peut

l'utiliser pour extraire l'angle α avec l'équation (7.7). Par contre, cette approche présume d'une symétrie $SU(3)$ parfaite et le résultat est donc affecté d'une erreur *a priori* de l'ordre de 30% pour tenir compte de la brisure de symétrie entre P'_{tc} et P_{tc} . Dans les références [81,82], les auteurs ont utilisé la désintégrations $B_d^0 \rightarrow K^{*0} \bar{K}^{*0}$ en surplus pour réduire cette erreur à l'ordre de 5% environ en étudiant le rapport double

$$\frac{\langle K^0 \bar{K}^0 | P_t - P_c | B_d^0 \rangle / \langle K^0 \bar{K}^0 | P'_t - P'_c | B_s^0 \rangle}{\langle K^{*0} \bar{K}^{*0} | P_t - P_c | B_d^0 \rangle / \langle K^{*0} \bar{K}^{*0} | P'_t - P'_c | B_s^0 \rangle} . \quad (7.9)$$

Dans ce chapitre, nous montrerons qu'il existe une alternative et qu'on peut ajouter une nouvelle pièce d'information à ce système en utilisant judicieusement la factorisation CDQ. Pour ce faire, on peut réécrire l'amplitude comme

$$\mathcal{A}(B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0) = V_{ub}^* V_{ud} T + V_{cb}^* V_{cd} P , \quad (7.10)$$

où $P \equiv (P_c - P_t) + \dots$ et $T = (P_u - P_t) + \dots$ dans la convention- t . On peut relier les deux paramétrisations (convention- c et convention- t) simplement par

$$\begin{aligned} P_{tc} &= |P V_{tb}^* V_{td}| , \\ P_{uc} &= |(T - P) V_{ub}^* V_{ud}| . \end{aligned} \quad (7.11)$$

Nous utiliserons la factorisation CDQ pour calculer la différence $\Delta_d \equiv |T - P|$. Avant de procéder, il est important de faire quelques mises au point :

- 1) *A priori*, on pourrait s'objecter du fait qu'on utilise la factorisation CDQ et craindre que le résultat soit fortement dépendant de ce choix. En effet, le principal modèle concurrent, la CDQ perturbative, pourrait fournir une valeur différente de Δ_d et donc affecter la valeur de l'angle α au bout du compte. Cependant, il n'en est rien dans le cas présent. Bien que la factorisation CDQ et la CDQ perturbative soient différentes sur plusieurs points, ces différences s'annulent naturellement dans l'expression de Δ_d et les deux modèles concurrents donnent la même expression mathématique pour cette quantité [53].

- 2) Une autre objection possible au fait d'utiliser la factorisation CDQ (où la CDQ perturbative) est que ces modèles contiennent des divergences infra-rouges dans les effets sous-dominants tels les rediffusions dures et le PA. Cependant, en faisant le calcul explicite de Δ_d , on constate que toutes ces divergences se simplifient dans la différence $T - P$. Ces divergences sont des sources majeures d'incertitudes à tous calculs faits dans le cadre de la factorisation CDQ. Nous en serons cependant préservé puisque nous ne faisons qu'un usage minimal des théories effectives hadroniques.
- 3) Il est important de préciser que l'idée d'exploiter ces simplifications dans la différence $T - P$ n'est pas une innovation. Cette idée a déjà été utilisée par exemple dans la référence ^[83] de la bibliographie.

Ainsi, en utilisant la factorisation CDQ (voir chapitre 4), les expressions pour T et P sont

$$\frac{T}{A_d^0} = \alpha_4^u - \frac{1}{2}\alpha_{4EF}^u + \beta_3^u + 2\beta_4^u - \frac{1}{2}\beta_{3EF}^u - \beta_{4EF}^u, \quad (7.12)$$

$$\frac{P}{A_d^0} = \alpha_4^c - \frac{1}{2}\alpha_{4EF}^c + \beta_3^c + 2\beta_4^c - \frac{1}{2}\beta_{3EF}^c - \beta_{4EF}^c, \quad (7.13)$$

où, au dénominateur, $A_d^0 = M_{B_d}^2 F_0^{B_d \rightarrow \bar{K}^0}(0) f_K G_F / \sqrt{2}$. Les expressions de T et de P ne diffèrent donc que par les exposants u ou c . Comme nous l'avons vu à l'équation (4.12), les termes $\alpha_i^{u,c}$ sont définis par

$$a_i^p(M_1 M_2) = \left(c_i + \frac{c_{i\pm 1}}{N_c} \right) N_i(M_2) + \frac{c'_{i\pm 1}}{N_c} \frac{C_F \alpha'_s}{4\pi} \left[V_i(M_2) + \frac{4\pi^2}{N_c} H_i(M_1 M_2) \right] + P_i^p(M_2). \quad (7.14)$$

On remarque que la dépendance par rapport à l'exposant p ne concerne que les corrections pingouins $P_i^p(M_2)$. Tous les termes $N_i(M_2)$, $V_i(M_2)$ et $H_i(M_1 M_2)$ se simplifient donc dans la différence $\alpha_i^u - \alpha_i^c$. Comme toutes les divergences infra-rouges sont contenues dans les corrections $H_i(M_1 M_2)$, elles ne sont pas présentes non plus dans la différence. Pour ce qui est des termes β_i^p , nous ne les avons pas

écrit explicitement au chapitre 4, mais ils ne dépendent pas explicitement de l'exposant p (voir par exemple la référence ^[33] de la bibliographie). Tous ces termes se simplifient donc aussi dans la différence. Les détails du calcul de Δ_d sont présentés dans l'annexe III.6. Le résultat numérique est

$$|\Delta_d| = (2.96 \pm 0.97) \times 10^{-7} \text{ GeV} . \quad (7.15)$$

Pour le calcul, nous avons utilisé les valeurs^[33,127] : $m_b/2 < \mu < 2m_b$, $\alpha_1^K = 0.2 \pm 0.2$, $\alpha_2^K = 0.1 \pm 0.3$, $F_0^{B \rightarrow K} = 0.34 \pm 0.05$, $\bar{m}_s(2 \text{ GeV}) = 103 \pm 20 \text{ MeV}$, $0.26 < m_c/m_b < 0.36$. La barre d'erreur de $|\Delta_d|$ inclut les sources suivantes additionnées en quadrature :

- l'erreur due au choix d'échelle de renormalisation $\mu \in [m_b/2, 2m_b]$, qui affecte la valeur de $c_1(\mu)$, $\alpha_s(\mu)$ et $r_\chi^K(\mu)$
- l'erreur due aux incertitudes des valeurs de coefficients de Gegenbauer $a_{1,2}^K$ qui interviennent dans les fonctions G et \hat{G} ,
- l'erreur due à l'incertitude du facteur de forme $F_0^{B_d^0 \rightarrow \bar{K}^0}(0)$,
- l'erreur sur la masse du quark s qui intervient dans le calcul de r_χ^K ,
- l'erreur sur le rapport des masses des quarks m_c/m_b .

L'importance relative des différentes sources d'erreurs est présentée au tableau 7.1.

	μ	α_1^K	α_2^K	$F_0^{B \rightarrow K}$	$\bar{m}_s(2 \text{ GeV})$	m_c/m_b
$ \Delta_d $	19.7%	4.1%	0.9%	15.8%	5.7%	53.7%

TABLE 7.1 – Importance relative des différentes sources d'erreurs dans le calcul de $|\Delta_d|$: $\sigma_i^2/\sigma_{total}^2$, avec $i = \mu, \alpha_1^K, \alpha_2^K, F_0^{B \rightarrow K}, \bar{m}_s, m_c/m_b$.

L'erreur due au choix de l'échelle de renormalisation est importante avec presque un cinquième de l'erreur totale sur Δ_d . Dans le futur, un calcul aux ordres supérieurs devrait réduire celle-ci de façon substantielle puisqu'en principe toute dépendance par rapport à μ doit se simplifier dans un calcul plus exact. Pour ce qui est des erreurs dues aux coefficients de Gegenbauer $a_{1,2}^K$, nous avons utilisé les valeurs de

la référence ^[33] pour être conservateur, mais de récents développements améliorent la connaissance de ces quantités ^[84-87]. Quant au facteur de forme $F_0^{B \rightarrow K}$, dans l'approche de la factorisation CDQ, on utilise les estimations des règles de sommes CDQ ^[88]. Dans un avenir plus ou moins rapproché, on peut s'attendre à des progrès significatifs de la connaissance des facteurs de forme avec des calculs sur de CDQ sur réseau. Une autre façon possible pour améliorer notre connaissance du facteur de forme $F_0^{B \rightarrow K}$ est de l'extraire à partir des mesures expérimentales des désintégrations $B \rightarrow K\bar{l}l$. On peut également contraindre davantage la valeur de $F_0^{B \rightarrow K}$ en la reliant au facteur de forme $F_0^{B \rightarrow \pi}$ en utilisant la symétrie $SU(3)$ et des estimations des effets de brisure de symétrie. Finalement il reste l'erreur sur les masses des quarks, en particulier la masse du quark c , qui est la principale source d'erreur dans notre calcul. Il est clair qu'un meilleur contrôle des erreurs sur la masse m_c réduirait de façon très importante les incertitudes de notre méthode. En ce sens, une meilleure compréhension des effets non perturbatifs améliorerait notre connaissance de la valeur exacte de m_c ^[89,90] et rendrait la méthode présentée dans ce chapitre plus précise.

Il y a une autre source potentielle d'erreur que nous n'avons pas incluses explicitement dans notre calcul. En effet, que ce soit par la factorisation CDQ ou la CDQ perturbative, ces deux approches négligent certains effets de longue distance tels les rediffusions ou les interactions entre les mésons de l'état final. Il est légitime de négliger ces effets par des arguments de comptage de puissances. Cependant, si pour une raison quelconque ces effets s'avèrent ne pas être aussi petits que nous le croyons, alors notre calcul de Δ_d est faussé. Toutefois, dans un tel cas, on pourrait alors recalculer la valeur de Δ_d en tenant compte de ceci et notre approche pourrait être réactualisée trivialement.

Pour obtenir une expression pour α , il suffit de résoudre le système de l'équation (7.4) en utilisant le fait qu'on connaît Δ_d . À l'équation (7.7), nous avons montré qu'on peut écrire P_{tc} en termes de l'angle α et des trois observables de $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$.

De façon équivalente, on peut aussi exprimer P_{uc} de telle sorte. On obtient alors

$$P_{uc}^2 = \frac{Z_R - X}{\cos 2\alpha - 1} \implies 1 - \cos 2\alpha = \frac{X - Z_R}{P_{uc}^2}. \quad (7.16)$$

Connaissant P_{uc} de Δ_d , on a ainsi une équation pour $\cos 2\alpha$ en termes des quantités expérimentales et théoriques connues. Pour extraire α de cette équation, il est nécessaire de relier les quantités X , Y , Z_I et Z_R avec les mesures expérimentales.

Tout d'abord, on peut relier le rapport d'embranchement à l'amplitude par ^[74]

$$\begin{aligned} \Gamma(B \rightarrow f) &= \frac{p_c}{8\pi m_B^2} |A(B \rightarrow f)|^2, \\ BR(B \rightarrow f) &= \Gamma(B \rightarrow f) \frac{\tau_0}{\hbar}. \end{aligned} \quad (7.17)$$

où p_c est la quantité de mouvement des mésons de l'état final dans le système de référence dans lequel le méson B est au repos. Les paramètres m_B et τ_0 représentent respectivement la masse du méson B et son temps de demie-vie. Ainsi, on peut relier X et Y au rapport d'embranchement moyen \mathcal{B} et à l'asymétrie CP directe A_{dir} par

$$\begin{aligned} X &= \frac{8\pi m_B^2 \hbar}{\tau_0 p_c} \mathcal{B} \equiv \kappa \mathcal{B}, \\ \frac{Y}{X} &= A_{dir} \implies Y = \kappa \mathcal{B} A_{dir}. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Finalement, en utilisant la définition de l'asymétrie CP indirecte (équation (1.24)), avec $\lambda = e^{-2i\beta} \bar{A}/A$, on peut écrire Z_I comme

$$Z_I = |A|^2 \text{Im} \lambda = -X A_{mix} = -\kappa \mathcal{B} A_{mix}. \quad (7.19)$$

En combinant les expressions de X , Y et Z_I , on trouve donc

$$Z_R = \pm \kappa \mathcal{B} \sqrt{1 - A_{dir}^2 - A_{mix}^2}. \quad (7.20)$$

En utilisant ces relations, on peut donc résoudre l'équation (7.16) pour α en termes

des mesures expérimentales. On obtient ainsi

$$1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha = \frac{\kappa \mathcal{B}}{|V_{ub}^* V_{ud}|^2 |\Delta_d|^2} \left(1 \pm \sqrt{1 - A_{dir}^2 - A_{mix}^2} \right). \quad (7.21)$$

Au moment où ce projet fut réalisé, les données expérimentales les plus récentes étaient^[91,92,128] :

$$\begin{aligned} \mathcal{B} &= 0.95_{-0.19}^{+0.20} \times 10^{-6}, \\ A_{dir} &= 0.58_{-0.73}^{+0.66} \pm 0.01 [Belle], \\ A_{dir} &= -0.40_{-0.65}^{+0.41} \pm 0.06 [BABAR], \\ A_{mix} &= 1.28_{-0.80-0.11}^{+0.73+0.16}. \end{aligned} \quad (7.22)$$

En utilisant ces mesures expérimentales, $|V_{ub}^* V_{ud}| = (3.586_{-0.076}^{+0.104}) \times 10^{-3}$ ^[10] et la valeur de $|\Delta_d|$ que nous avons calculé (équation (7.15)), on peut résoudre numériquement la valeur de $\sin^2 \alpha$. Cependant, les mesures actuelles n'étant pas très précises, on obtient aucune contrainte réelle, c'est-à-dire concrètement $0 \leq \sin^2 \alpha \leq 1$.

Il y a cependant une autre façon d'exploiter l'équation (7.21) malgré les grandes erreurs des mesures actuelles. En effet, si on prend comme acquis que le MS explique parfaitement les mesures expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$, alors la valeur de l'angle α dans l'équation (7.21) doit être en accord avec les valeurs connues par les autres méthodes. Puisque les valeurs connues des angles β et γ sont plus précises que celle de α , nous écrirons $\sin^2 \alpha = \sin^2(\beta + \gamma)$. D'après le groupe CKMfitter^[10], $\beta = 22.03_{-0.62}^{+0.72^\circ}$ et $\gamma = 59.0_{-3.7}^{+9.2^\circ}$. En utilisant ces valeurs, on trouve trivialement $0.95 \leq \sin^2 \alpha \leq 1$. D'autre part, le facteur $(\kappa \mathcal{B}) / (|V_{ub}^* V_{ud}|^2 |\Delta_d|^2)$ de l'équation (7.21) a comme valeur 98 ± 67 . Malgré la grande barre d'erreur, l'équation (7.21) requiert que les asymétries CP directe et indirecte A_{dir} et A_{mix} soient petites (et avec le signe négatif devant la racine carrée) pour satisfaire un $\sin^2 \alpha$ grand. De façon plus précise, on obtient la contrainte suivante :

$$0.02 \leq A_{dir}^2 + A_{mix}^2 \leq 0.125. \quad (7.23)$$

Ceci est une *prédiction* de notre approche. Comme pour l'extraction de α , les valeurs expérimentales actuelles ne sont pas suffisamment précises pour faire ce test. Par contre, dans un futur plus ou moins rapproché on pourra confronter les mesures expérimentales à cette relation. Advenant le cas où ces inégalités ne sont pas respectées, il y aurait alors deux conclusions possibles :

- 1) À la base, l'équation (7.23) est un *test* pour mettre à l'épreuve la capacité de la factorisation CDQ (où autre modèle effectif) de calculer Δ_d . Toute éventuelle déviation des mesures par rapport à l'équation (7.23) pourrait être interprétée comme un argument indiquant que le calcul de Δ_d par la factorisation CDQ est faussé. En particulier, ceci pourrait indiquer que les effets non factorisables de longue distance (tels les effets de rediffusion, d'interaction de l'état final ou le pingouin-c ^[64,66]) ne sont pas négligeables. Encore une fois, dans un tel cas notre méthode pour extraire l'angle α serait tout de même applicable si on utilise une valeur corrigée de Δ_d qui inclut ces effets non négligeables.
- 2) D'un autre côté, si dans l'avenir on élimine toutes les raisons de douter du calcul de la factorisation CDQ, alors toute déviation des mesures par rapport à l'équation (7.23) devrait être interprétée comme une faille du MS.

7.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode pour extraire l'angle α du triangle unitaire en utilisant les mesures expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Comme nous l'avons vu, il y a trois mesures expérimentales et quatre paramètres théoriques (incluant α). Il faut donc ajouter une pièce d'information au système pour extraire α . Pour ce faire, nous avons montré qu'on peut exploiter le fait que, dans le cadre de la factorisation CDQ (ou de la CDQ perturbative), la différence $T - P$ est libre de toute divergence infrarouge. On peut donc calculer cette quantité avec une précision théorique appréciable et donc l'utiliser pour extraire l'angle α . Comme nous l'avons mentionné, les erreurs expérimentales actuelles des trois mesures sont trop grandes pour contraindre α . Quant aux erreurs

théoriques, nous avons montré qu'elles ont comme principale source la valeur de la masse m_c . Notre méthode n'est donc pas applicable pour le moment, mais il est réaliste de croire qu'elle le devienne dans les prochaines années avec une meilleure compréhension théorique et des mesures plus précises.

En deuxième lieu, nous avons montré qu'on peut inverser les équations de notre méthode pour contraindre la quantité $A_{dir}^2 + A_{mix}^2$ en utilisant la moyenne connue de $\alpha = \pi - \beta - \gamma$. Avec les données actuelles, nous avons montré que les asymétries CP directe et indirecte doivent respecter les inégalités $0.02 \leq A_{dir}^2 + A_{mix}^2 \leq 0.125$. Selon le contexte, cette prédiction de notre méthode est à la fois un test pour vérifier le calcul de Δ_d des modèles hadroniques effectifs et un test pour vérifier la présence d'effets de NP. Il est réaliste de penser que cette contrainte sur les asymétries CP se resserre de façon significative dans l'avenir.

CHAPITRE 8

PROBLÈME DES DÉSINTÉGRATIONS $B \rightarrow \pi K$ ET SUPERSYMMÉTRIE

Ce chapitre traite des résultats d'un projet de recherche réalisé par Seungwon Baek (S.B.), David London (D.L.) ainsi que l'auteur de cette thèse. Ce projet est à la base une idée de S.B., qui l'a proposé à D.L., qui y a intégré le présent auteur. La contribution de ce dernier a été de refaire les calculs analytiques et de faire l'analyse numérique de ceux-ci. Les résultats de ce projet de recherche sont publiés dans le *Physics Letters B* [93].

8.1 Concept du projet

L'idée à la base est simple. Comme nous en avons discuté à la section 5.1 des notions préliminaires, les mesures des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ ne s'accordent pas parfaitement avec les prédictions du MS. Baek et London [49] ont montré que pour satisfaire les données expérimentales à l'intérieur du MS, le diagramme arbre réduit de couleurs C' doit être plus grand que le diagramme arbre T' . Mais ils ont également étudié le cas dans lequel on ajoute des contributions de NP complètement générales. En effet, on peut paramétrer de façon générale la NP dans les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ avec quatre quantités complexes $\mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u}$, $\mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d}$, $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}$ et $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}$ [96] :

$$\begin{aligned}
 A^{+0} &= -P' + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C} , \\
 \sqrt{2}A^{0+} &= P' - T' e^{i\gamma} + P'_{EF} + \mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'} - \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C} , \\
 A^{-+} &= P' - T' e^{i\gamma} - \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C} , \\
 \sqrt{2}A^{00} &= -P' + P'_{EF} + \mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'} + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C} .
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

Puisque $\mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u}$ et $\mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d}$ apparaissent toujours dans la même combinaison linéaire, on définit $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'} \equiv -\mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u} + \mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d}$. Il reste donc trois quantités complexes pour décrire la NP de façon générale dans les amplitudes de $B \rightarrow \pi K$. Il est à noter que le diagramme C' est négligé dans ce calcul et ceci est justifié par les estimations théoriques de $|C'/T'|$. Il est toutefois important de mentionner que cette paramétrisation générale de la NP néglige les différences de phases fortes entre les différentes contributions de la NP. En effet, on peut argumenter sur ce point que les différences de phases fortes entre les différentes contributions proviennent essentiellement des effets de rediffusion. Or, ceux-ci sont des effets sous-dominants de la NP, qui est elle-même sous-dominante par rapport au MS. Il est donc raisonnable de faire cette approximation^[97]. En soumettant cette paramétrisation des amplitudes de $B \rightarrow \pi K$ à un ajustement numérique par χ^2 , Baek et London ont montré que les mesures expérimentales peuvent être satisfaites si $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}$ contribue et que $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}$ et $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}$ sont négligeables. Pour être plus précis, on doit avoir $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}| = 14.4 \pm 4.2$ eV pour $|\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}| = |\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}| = 0$ eV.

Dans ce projet, nous proposons d'étudier si la supersymétrie (SUSY) peut produire ce schéma et contribuer à $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}$ avec $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}$ et $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}$ petits. Nous restreindrons notre étude à un modèle particulier de SUSY, soit le modèle de Grossman, Neubert et Kagan (GNK)^[94]. Cette version de la supersymétrie est prometteuse pour satisfaire les données de $B \rightarrow \pi K$ puisqu'elle contient explicitement des phases faibles et qu'elle contient des brisures d'isospin. Ce modèle a en partie été construit à cet effet. Il est donc réaliste de prévoir qu'il peut produire une contribution $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}$ importante.

Même si le modèle de GNK contient moins de paramètres libres qu'un modèle de SUSY complètement général, l'espace des paramètres libres demeure quand même énorme. La stratégie que nous adopterons dans ce projet est un balayage aléatoire de l'espace des paramètres. Pour chaque point balayé, nous calculerons la contribution du modèle de GNK aux désintégrations $B \rightarrow \pi K$ et nous testerons si ces valeurs peuvent satisfaire les données de $B \rightarrow \pi K$. Nous ajouterons également la contrainte sur Δm_s pour restreindre davantage le système. Comme nous le verrons dans ce

chapitre, la presque totalité de l'espace des paramètres ne peut pas satisfaire à la fois les données expérimentales et la contrainte sur Δm_s .

8.2 Modèle de Grossman, Neubert et Kagan

Dans les modèles de SUSY qui conservent la parité-R, la principale contribution aux courants neutres qui changent la saveur provient de diagrammes en boîte et le pingouin avec échanges de gluino/squark. Les contributions des neutralinos et des charginos sont réduites par de plus petits couplages ^[95]. La source de ces courants chargés qui changent la saveur avec des échanges de gluino/squark sont les termes hors de la diagonale dans la matrice des masses des squarks.

Comme nous voulons étudier la NP dans des transitions $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$, nous ne nous intéresserons qu'au secteur *down*. De plus, en utilisant les contraintes provenant des mélanges $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ et $K^0 - \bar{K}^0$, on peut poser à une bonne approximation que le squark *down* est découplé des squarks *strange* et *bottom*. Finalement, le modèle de GNK néglige aussi les termes de la sous-matrice LR , évitant ainsi tout mélange LR des squarks. Ceci est justifié par des réductions d'au moins $\mathcal{O}(m_b/m_{SUSY})$ de ces termes. Avec ces simplifications, la sous-matrice $LL(RR)$ du secteur *down* prend la forme

$$M_{d,LL(RR)}^2 = \begin{pmatrix} \widetilde{m}_{L(R)11}^{d,2} & 0 & 0 \\ 0 & \widetilde{m}_{L(R)22}^{d,2} & \widetilde{m}_{L(R)23}^{d,2} \\ 0 & (\widetilde{m}_{L(R)23}^{d,2})^* & \widetilde{m}_{L(R)33}^{d,2} \end{pmatrix}. \quad (8.2)$$

Dans notre étude, nous considérerons deux scénarios :

- 1) Seulement le mélange LL est permis
- 2) Les mélanges LL et RR sont permis

La sous-matrice des masses $M_{d,LL}^2$ est diagonalisée par

$$\Gamma_L M_{d,LL}^2 \Gamma_L^\dagger = \text{diag}(m_{d_L}^2, m_{s_L}^2, m_{b_L}^2), \quad (8.3)$$

avec

$$\Gamma_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_L & \sin \theta_L e^{i\delta_L} \\ 0 & -\sin \theta_L e^{-i\delta_L} & \cos \theta_L \end{pmatrix}, \quad (8.4)$$

où on restreint $-\pi/4 < \theta_{L(R)} < \pi/4$ ($\theta_R = 0$ si les mélanges RR sont absents). La matrice Γ_R est similaire avec le changement $L \leftrightarrow R$. Il est aussi important de mentionner que, comme nous le verrons dans les équations explicites, il est nécessaire d'avoir une grande différence de masse entre les squarks \tilde{u} et \tilde{d} pour avoir une contribution significative^[94,98]. Or ceci n'est possible que dans le secteur R puisque nous assumerons que la symétrie $SU(2)_L$ est respectée.

En considérant tout ceci, on peut formuler le modèle de GNK par un hamiltonien effectif prenant la forme suivante :

$$\mathcal{H}_{NP} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\sum_{i=1}^6 \sum_{q=u,d} (c_i^q(\mu) O_i^q + \tilde{c}_i^q(\mu) \tilde{O}_i^q) + c_{8g} O_{8g} + \tilde{c}_{8g} \tilde{O}_{8g} \right], \quad (8.5)$$

où

$$\begin{aligned} O_1^q &= (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta q_\beta)_{V+A}, & O_2^q &= (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{V+A}, \\ O_3^q &= (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta q_\beta)_{V-A}, & O_4^q &= (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{V-A}, \\ O_5^q &= (\bar{b}_\alpha q_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta s_\beta)_{V+A}, & O_6^q &= (\bar{b}_\alpha q_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta s_\alpha)_{V+A}, \\ O_{8g} &= (g_s/8\pi^2) m_b \bar{b} \sigma_{\mu\nu} (1 - \gamma_5) G^{\mu\nu} s. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Les opérateurs \tilde{O}_i^q et \tilde{O}_{8g} sont respectivement obtenus des opérateurs O_i^q et O_{8g} en inversant la chiralité. Pour connaître les valeurs des coefficients de Wilson c_i^q , \tilde{c}_i^q , c_{8g} et \tilde{c}_{8g} , il faut calculer l'amplitude des diagrammes en boîte squark/gluino et des pingouins squark/gluino. Ce calcul a été fait dans les références^[94] et^[99]. Cependant, ces deux références sont en désaccords sur quelques signes négatifs. Nous avons donc refait ce calcul et confirmé le résultat de la référence^[99]. La

dérivation ainsi que les expressions des coefficients de Wilson sont présentées dans l'annexe III.7.

Les expressions données dans l'annexe III.7 permettent de calculer les coefficients de Wilson à l'échelle d'énergie m_{SUSY} . Puisque dans la présente application on ne veut qu'estimer la contribution de la SUSY, m_{SUSY} sera fixé arbitrairement à m_t . Numériquement, l'effet de cette approximation est mineure à cause des équations logarithmiques du groupe de renormalisation. Pour renormaliser les coefficients de Wilson jusqu'à l'échelle $\mu \sim m_b$, on utilise la même approche que la référence ^[99] de la bibliographie.

Pour appliquer cet hamiltonien effectif aux désintégrations $B \rightarrow \pi K$, nous utilisons la factorisation naïve. Il aurait été possible de faire ce calcul dans le cadre de la factorisation CDQ, cependant cela ne ferait qu'ajouter des corrections de l'ordre de α_s de termes déjà sous-dominants. Il ne serait donc pas très logique de compliquer largement les calculs pour ajouter de si petites corrections alors que nous négligeons déjà des corrections petites, mais plus importantes (le diagramme arbre réduit de couleurs C' par exemple qui est naïvement de l'ordre de 4% par rapport au pingouin dominant (voir section 2.4)).

Ainsi, en suivant l'approche de la référence ^[99], on définit

$$(A_{\pi K})_X^Y = \langle \pi^+ | (\bar{b}d)_X | B^+ \rangle \langle K^0 | (\bar{d}s)_Y | 0 \rangle, \quad (8.7)$$

où X et Y sont les structures V , A , S et P des opérateurs. Puisque les mésons π et K sont des pseudoscalaires, on a que

$$\begin{aligned} (A_{\pi K})_{V+A}^{V+A} &= (A_{\pi K})_{V+A}^{V-A} = -(A_{\pi K})_{V-A}^{V+A} = -(A_{\pi K})_{V-A}^{V-A} \equiv A_{\pi K}, \\ (A_{\pi K})_{S+P}^{S+P} &= (A_{\pi K})_{S+P}^{S-P} = -(A_{\pi K})_{S-P}^{S+P} = -(A_{\pi K})_{S-P}^{S-P} \equiv S_{\pi K}. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Ainsi, on peut écrire les opérateurs O_i^q factorisés en termes de $A_{\pi K}$ et $S_{\pi K}$ de la

façon suivante :

$$\begin{aligned}
\langle O_1^q \rangle &= 2\eta S_{\pi K} , & \langle O_2^q \rangle &= 2S_{\pi K} , \\
\langle O_3^q \rangle &= -\eta A_{\pi K} , & \langle O_4^q \rangle &= -A_{\pi K} , \\
\langle O_5^q \rangle &= A_{\pi K} , & \langle O_6^q \rangle &= \eta A_{\pi K} ,
\end{aligned} \tag{8.9}$$

où $\eta = 1/N_c$. Pour les opérateurs \tilde{O}_i^q , on a $\langle O_i^q \rangle = -\langle \tilde{O}_i^q \rangle$. Donc, en définissant

$$\chi_K \equiv -2 \frac{S_{\pi K}}{A_{\pi K}} = \frac{2m_K^2}{\bar{m}_b(\bar{m}_q + \bar{m}_s)} , \quad \bar{c}_i^q \equiv c_i^q - \tilde{c}_i^q , \tag{8.10}$$

on peut écrire l'expression des paramètres $\mathcal{A}^{lC,q} e^{i\Phi_q^C}$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}^{lC,q} e^{i\Phi_q^C} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[-\chi_K \left(\frac{1}{3} \bar{c}_1^q + \bar{c}_2^q \right) - \left(\frac{1}{3} \bar{c}_3^q + \bar{c}_4^q \right) + \left(\bar{c}_5^q + \frac{1}{3} \bar{c}_6^q \right) \right. \\
&\quad \left. - \lambda_t \frac{2\alpha_s}{3\pi} \bar{c}_{8g}^{eff} \left(1 + \frac{\chi_K}{3} \right) \right] A_{\pi K} ,
\end{aligned} \tag{8.11}$$

ce qui correspond à l'expression de la référence ^[100].¹ Le traitement de l'opérateur chromomagnétique suit la référence ^[33] (avec $c_{8g}^{eff} = c_{8g} + c_5$, et où $c_{8g} = -\lambda_t C_{8g}$). Pour calculer $\mathcal{A}^{lq} e^{i\Phi_q^l}$ on procède selon le même principe. On définit

$$(A_{K\pi})_X^Y = \langle K^+ | (\bar{b}s)_X | B^+ \rangle \langle \pi^0 | (\bar{u}u)_Y | 0 \rangle , \tag{8.12}$$

et l'équation (8.8) est valide avec le changement $\pi K \leftrightarrow K\pi$. Ensuite, on peut écrire les opérateurs factorisés en termes de $A_{K\pi}$ et $S_{K\pi}$ et on trouve

$$\begin{aligned}
\langle O_1^q \rangle &= A_{K\pi} , & \langle O_2^q \rangle &= \eta A_{K\pi} , \\
\langle O_3^q \rangle &= -A_{K\pi} , & \langle O_4^q \rangle &= -\eta A_{K\pi} , \\
\langle O_5^q \rangle &= 2\eta S_{K\pi} , & \langle O_6^q \rangle &= 2S_{K\pi} ,
\end{aligned} \tag{8.13}$$

1. Il faut toutefois noter que $\mathcal{A}^{lC,q} e^{i\Phi_q^C}$ et $\mathcal{A}^{lq} e^{i\Phi_q^l}$ sont inversés dans la références ^[100]. Dans la présente discussion, nous utilisons la paramétrisation de ^[96].

et en utilisant ceci on peut ainsi écrire l'expression de $\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q}$

$$\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[(\bar{c}_1^q + \frac{1}{3}\bar{c}_2^q) - (\bar{c}_3^q + \frac{1}{3}\bar{c}_4^q) - \chi_\pi (\frac{1}{3}\bar{c}_5^q + \bar{c}_6^q) \right] A_{K\pi}, \quad (8.14)$$

avec

$$\chi_\pi = -2 \frac{S_{K\pi}}{A_{K\pi}} = \frac{2m_\pi^2}{\bar{m}_b(\bar{m}_q + \bar{m}_s)}. \quad (8.15)$$

Finalement, pour terminer la partie qui concerne les calculs, on peut écrire les quantités $A_{\pi K}$ et $A_{K\pi}$ en termes de facteurs de forme, de constantes de désintégration et des masses des mésons

$$\begin{aligned} A_{\pi K} &= i(m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B \rightarrow \pi}(m_K^2) f_K, \\ A_{K\pi} &= i(m_B^2 - m_K^2) F_0^{B \rightarrow K}(m_\pi^2) f_\pi. \end{aligned} \quad (8.16)$$

Ainsi, tous les ingrédients sont réunis pour calculer les contributions du modèle de GNK aux amplitudes de désintégration de $B \rightarrow \pi K$.

Mentionnons au passage qu'il y a d'autres modèles de SUSY populaires : *minimal supergravity* (mSUGRA) [105-108], *anomaly-mediated SUSY breaking* (AMSB) [109, 110] ou *gauge-mediated SUSY breaking* (GMSB) [111-113] par exemple. Cependant, ces modèles ne produisent pas de violation CP et ne peuvent donc pas résoudre le problème dans les asymétries CP des désintégrations $B \rightarrow \pi K$.

8.3 Contrainte de Δm_s

Pour contraindre davantage le système, on utilise la quantité Δm_s , qui représente la différence de masse entre les mésons B_{sH}^0 et B_{sL}^0 . Cette valeur est connue expérimentalement avec une bonne précision [127] :

$$\Delta m_s^{\text{exp}} = 17.77 \pm 0.12 \text{ ps}^{-1}. \quad (8.17)$$

On peut comparer cette valeur avec la prédiction théorique. Dans le cadre du MS, on a^[114, 115]

$$\Delta m_s^{MS} = 2 \frac{G_F^2 M_W^2}{12\pi^2} M_{B_s} \left(f_{B_s} \hat{B}_{B_s}^{1/2} \right)^2 \eta_B S_0(x_t) (V_{tb} V_{ts}^*)^2, \quad (8.18)$$

avec

$$S_0(x) = \frac{x^4 - 12x^3 + 15x^2 - 4x + 6x^3 \log x}{4(x-1)^3}. \quad (8.19)$$

Les paramètres f_{B_s} et \hat{B}_{B_s} sont calculables avec la CDQ sur réseau. En faisant la moyenne naïve des résultats de JLQCD^[116] et HPQCD^[117], on trouve

$$f_{B_s} \hat{B}_{B_s}^{1/2} = (0.295 \pm 0.036) \text{ GeV}. \quad (8.20)$$

En utilisant $\eta_B = 0.551$ et $\bar{m}_t(m_t) = 162.3 \text{ GeV}$ ^[115], on a comme résultat

$$\Delta m_s^{MS} = (22.6 \pm 5.5) \text{ ps}^{-1}, \text{ et donc } \left| \frac{\Delta m_s^{exp}}{\Delta m_s^{MS}} \right| = 0.788 \pm 0.195. \quad (8.21)$$

Le point ici n'est pas d'étudier ce petit désaccord entre la mesure de Δm_s et la prévision théorique de la CDQ sur réseau, mais d'exploiter le fait que tout ajout de NP aux désintégrations $B \rightarrow \pi K$ a aussi un impact sur la valeur calculée de Δm_s . Pour le modèle de GNK, l'expression de Δm_s est donnée dans la référence^[115]. Ainsi, pour un ensemble donné de paramètres de SUSY, on peut calculer la valeur de Δm_s qui tient compte de MS+GNK et on peut comparer avec la valeur expérimentale. Dans les calculs numériques de la section suivante, nous dirons arbitrairement que Δm_s est en accord avec la valeur expérimentale si l'écart avec celle-ci est de moins de 2 écarts-types.

8.4 Calculs numériques

Pour les calculs numériques, nous utiliserons les intervalles de valeurs suivantes :

- $300 \leq m_{\tilde{g}} \leq 2000 \text{ GeV}$,
- $100 \leq m_{\tilde{q}} \leq 2000 \text{ GeV}$,

- $-\pi/4 < \theta_{L,R} < \pi/4$,
- $-\pi < \delta_{L,R} < \pi$,
- $\gamma = 67.6^{+2.8}_{-4.5}$ [10],
- m_u, m_d (2 GeV) = 2.5 to 5.5 MeV [127],
- m_s (2 GeV) = 0.095 ± 0.025 GeV [127],
- $F^{B \rightarrow \kappa}(q^2 = 0) = 0.34 \pm 0.05$ [33],
- $F^{B \rightarrow \pi}(q^2 = 0) = 0.28 \pm 0.05$ [33].

Pour la valeur de l'angle γ , nous considérerons l'intervalle incluant $\pm 2\sigma$, pour la masse du quark s et les facteurs de forme, nous considérerons l'intervalle incluant $\pm 1\sigma$. Rappelons la contrainte de la symétrie $SU(2)_L$ qui impose $m_{\bar{u}_L} = m_{\bar{d}_L}$.

Comme l'espace des paramètres est immense, l'idée est de le balayer de façon aléatoire. Ainsi, on génère 500000 ensembles de valeurs aléatoires des paramètres qui respectent les intervalles décrits précédemment. Ensuite, pour chacun de ces ensembles de valeurs, on calcule $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}$, $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}$ et $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}$ en utilisant les expressions décrites à la section 8.2. On fait cet exercice pour les deux scénarios (mélange LL seulement ou mélanges LL/RR). Le résultat de ces calculs sont présentés dans la figure 8.1.

On constate immédiatement qu'il n'y a aucun point dans la région $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}| = 14.4 \pm 4.2$ eV et $|\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}| \sim |\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}| \sim 0$ eV. Or, ces valeurs proviennent des ajustements numériques par χ^2 aux valeurs expérimentales de $B \rightarrow \pi K$ [49]. On peut donc pressentir que le modèle de GNK ne peut pas satisfaire les données expérimentales des désintégrations $B \rightarrow \pi K$.

On peut toutefois approfondir cette analyse. En effet, les ajustements numériques de Baek et London étudient le cas idéal dans lequel $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}|$ est libre de varier alors que les $|\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi'_q{}^C}|$ sont fixés à zéro. Il subsiste donc la possibilité que $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}|$ soit plus petit que 14.4 ± 4.2 eV et que les $|\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi'_q{}^C}|$ soient non nuls. Pour tester ceci, nous adopterons donc la stratégie suivante pour chacun des 500000 ensembles aléatoires :

- 1) Calculer les valeurs de $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}$, $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}$ et $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}$.
- 2) À partir de l'équation (8.1) (et en écrivant P'_{EF} en terme de T' en utilisant

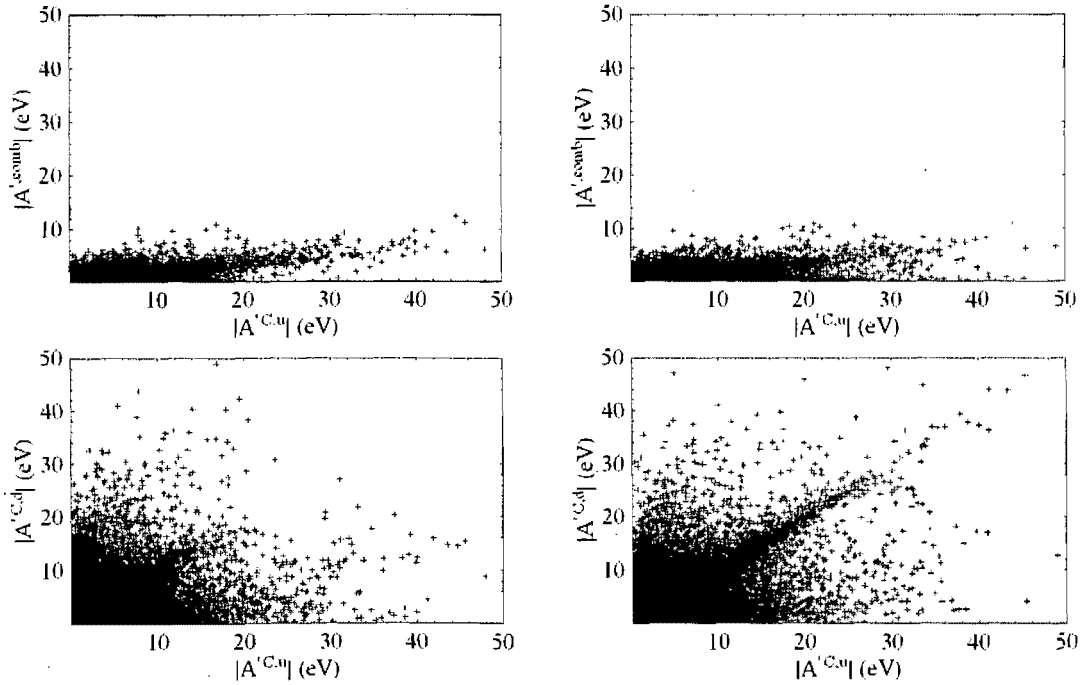


FIGURE 8.1 – Graphiques de $|\mathcal{A}^{C,u}e^{i\Phi_u^C}|$ versus $|\mathcal{A}^{comb}e^{i\Phi'}|$ (en haut) et de $|\mathcal{A}^{C,u}e^{i\Phi_u^C}|$ versus $|\mathcal{A}^{C,d}e^{i\Phi_d^C}|$ (en bas), dans les scénarios avec mélange LL seulement (à gauche), et les mélanges LL/RR (à droite). Les graphiques incluent les 500000 points calculés à partir des ensembles de paramètres aléatoires. Les graphiques de $|\mathcal{A}^{C,d}e^{i\Phi_d^C}|$ versus $|\mathcal{A}^{comb}e^{i\Phi'}|$ ne sont pas présentés ici, mais leur aspect général est très semblable aux graphiques du haut.

$SU(3)$) et des mesures expérimentales du tableau 8.1, on fait un ajustement numérique sur les diagrammes du MS P' et T' . On obtient ainsi un χ^2 optimal. Pour les technicalités de la méthode d'ajustement par χ^2 , nous nous basons sur la référence ^[121] de la bibliographie.

- 3) On calcule la valeur de Δm_s et on compare cette valeur avec la mesure expérimentale.

Ainsi, pour chacun des 500000 points dans l'espace des paramètres, on a deux critères pour déterminer si ce point satisfait les données expérimentales ou non : la valeur du χ^2 optimal et la valeur calculée de Δm_s . Pour le deuxième critère, comme nous l'avons dit, la valeur de Δm_s est arbitrairement considérée bonne si la différence entre celle-ci et la valeur expérimentale est de moins de deux écarts-types.

Mode	$BR[10^{-6}]$	A_{CP}	S_{CP}
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$	23.1 ± 1.0	0.009 ± 0.025	-
$B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	12.9 ± 0.6	0.050 ± 0.025	-
$B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$	19.4 ± 0.6	-0.097 ± 0.012	-
$B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	9.9 ± 0.6	-0.14 ± 0.11	0.38 ± 0.19

TABLE 8.1 – Valeurs des rapports d'embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ ^[128].

critère	#	critère	#
$\chi_{min}^2 < 11.31$	74	$\chi_{min}^2 < 11.31$	102
Δm_s	414357	Δm_s	92844
combinés	15	combinés	1

TABLE 8.2 – Nombre de points (sur les 500000) qui satisfont respectivement au critère $\chi_{min}^2 < 11.31$, à la contrainte sur Δm_s (à l'intérieur de $\pm 2\sigma$), et les deux critères combinés. Dans la table de gauche, seuls les mélanges LL sont permis, alors que dans la table de droite, les mélanges LL et RR sont permis.

Pour le premier critère, nous considérerons qu'un point de l'espace des paramètres satisfait les données expérimentales si le χ^2 optimal obtenu à partir de ce point est inférieur à 11.31. On obtient ce nombre en traitant la distribution χ^2 par analogie avec une courbe gaussienne. En effet, pour une courbe χ^2 avec cinq degrés de liberté (9 mesures - 4 paramètres ajustés), 4.55% des événements ont un χ^2 moins que 11.31 alors que pour une courbe gaussienne, 4.55% des événements sont à l'extérieur de deux écarts-types. Ce critère est complètement arbitraire, mais tout critère qui veut tracer une ligne pour séparer les « bons χ^2 » des « mauvais χ^2 » est arbitraire. Les résultats de ces tests sont présentés au tableau 8.2.

En analysant les résultats du tableau 8.2, on constate que la plupart des points de l'espace des paramètres satisfont le critère sur Δm_s alors que seuls quelques points satisfont le critère sur le χ^2 de l'ajustement aux mesures de $B \rightarrow \pi K$. Quand les deux critères sont imposés simultanément, ce ne sont que quelques points « exotiques » qui sont valides. Ces observations sont à toutes fins pratiques les mêmes dans les deux scénarios que nous avons étudié.

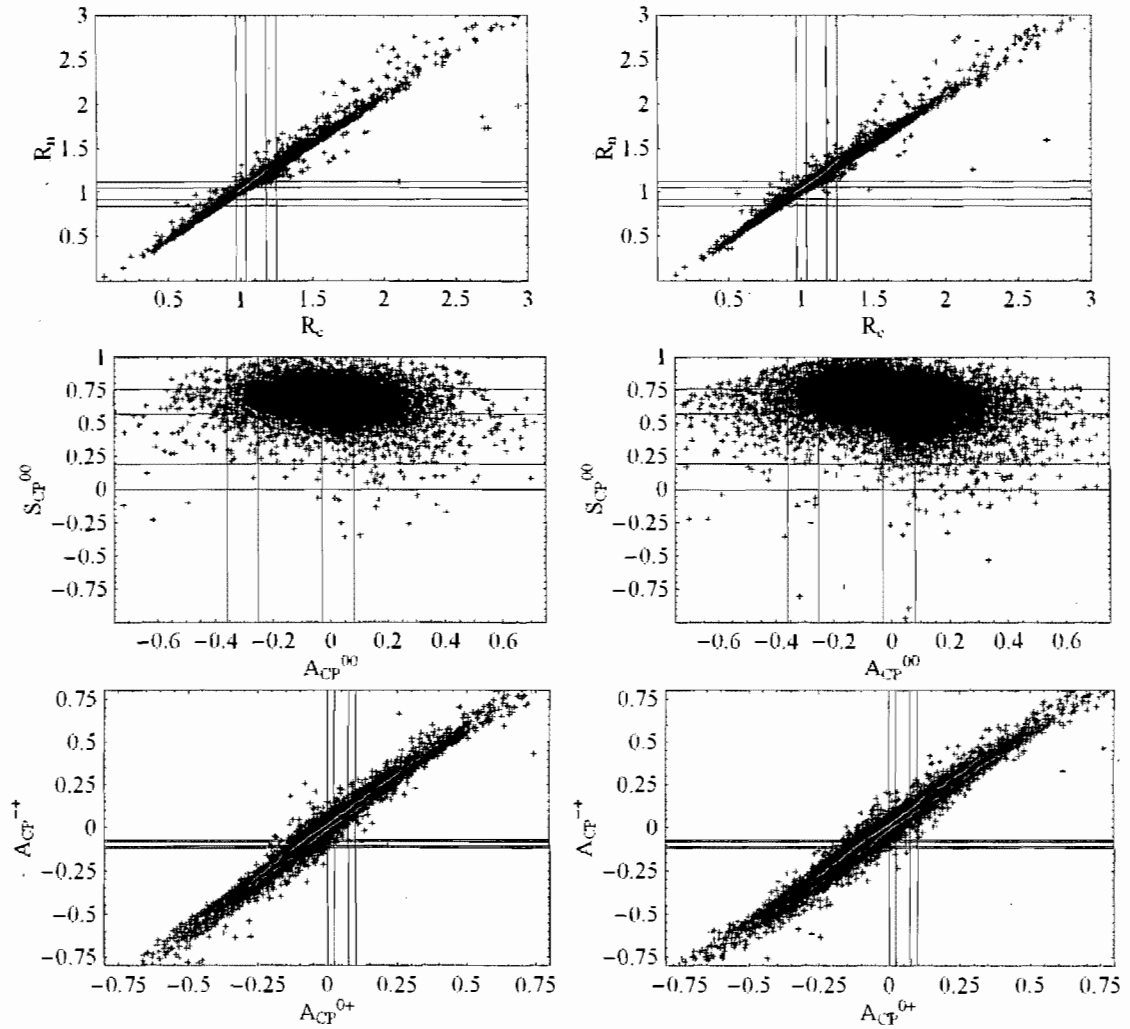


FIGURE 8.2 – Graphiques des résultats pour R_c versus R_n (en haut, selon les définitions de l'équation (5.1)), A_{CP}^{00} versus S_{CP}^{00} (au milieu), et A_{CP}^{0+} versus A_{CP}^{-+} (en bas). Dans les graphiques de gauche, seuls les mélanges LL sont permis alors que dans les graphiques de droite, les mélanges LL et RR sont permis. Les lignes horizontales et verticales représentent les valeurs expérimentales dans des intervalles de 1σ et 2σ . Les graphiques incluent les 500000 points aléatoires de l'espace des paramètres. Les points rouges contiennent seulement la contribution du MS (mais la contribution SUSY est incluse dans l'ajustement numérique). Les points noirs contiennent le MS et la SUSY. Pour A_{CP}^{00} versus S_{CP}^{00} , il n'y a qu'un seul point rouge puisqu'il n'y a aucune violation CP si la SUSY n'est pas présente.

Afin d'illustrer comment ceci se produit, nous avons représenté graphiquement la contribution du modèle de GNK à certaines quantités à la figure 8.2. En examinant ces graphiques, on voit que les rapports R_c et R_n peuvent être satisfaits dans le cadre du MS. L'ajout de la SUSY n'aide en rien. Par contre, pour les mesures A_{CP}^{00} et S_{CP}^{00} , l'ajout de la contribution supersymétrique permet (pour une partie des points de l'espace des paramètres) de régler les discordances. Par contre, il est très difficile de satisfaire simultanément les mesures A_{CP}^{0+} et A_{CP}^{-+} malgré l'ajout de la SUSY. Ce n'est pas clair à partir de ces graphiques que l'ajout de la SUSY ne satisfait pas les mesures expérimentales des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ parce qu'on ne peut les comparer que deux à deux graphiquement. Le tableau 8.2 est, en ce sens, plus représentatif de la difficulté de satisfaire ces mesures expérimentales.

On peut évoquer trois raisons principales pour expliquer pourquoi l'ajout des contributions de GNK ne permet pas de satisfaire les données :

- 1) Pour la majeure partie de l'espace des paramètres, les contributions supersymétriques du modèle de GNK sont très petites. Pour ces points, les amplitudes de désintégration sont ainsi fortement dominées par le MS et l'ajout de NP n'aide en rien l'ajustement aux valeurs expérimentales.
- 2) Les données expérimentales de $B \rightarrow \pi K$ indiquent qu'une grande ($\mathcal{O}(14.4 \text{ eV})$) contribution de NP au paramètre $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}|$ est requise. Or, comme les graphiques 8.1 le montrent, le modèle de GNK a peine à produire des contributions à $|\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'}|$ supérieure à 7-8 eV dans l'espace des paramètres considérés.
- 3) Les données expérimentales de $B \rightarrow \pi K$ indiquent que, s'il y a de la NP, elle ne contribue que très peu aux paramètres $|\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u}|$ et $|\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d}|$. Or, comme les graphiques 8.1 le montrent, le modèle de GNK contribue surtout à ces paramètres de NP.

Quand on considère tous ces points, il n'est pas surprenant que le modèle de GNK ne reproduise pas les données expérimentales.

Mentionnons tout de même que les quelques points de l'espace des paramètres qui comblent les deux critères correspondent à de grandes valeurs de $|\mathcal{A}^{C,u}e^{i\Phi_u^C}|$ et de petites valeurs de $|\mathcal{A}^{C,d}e^{i\Phi_d^C}|$ et $|\mathcal{A}^{comb}e^{i\Phi'}|$. De plus, tous les points qui satisfont au critère $\chi_{min}^2 < 11.31$ correspondent à une masse du gluino de moins de 1.3 TeV. Ceci est la seule contrainte directe sur les paramètres de la SUSY que l'on peut obtenir avec cette analyse.

8.5 Conclusion

En conclusion, même si quelques points de l'espace des paramètres peuvent reproduire les mesures des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ et la contrainte sur Δm_s , les résultats présentés dans ce chapitre montrent qu'il est très peu naturel que le modèle de GNK puisse résoudre le problème de ces désintégrations. De même, les modèles populaires de SUSY (mSUGRA, AMSB, GMSM, ...) ne contiennent pas de phase de violation CP et ne peuvent donc pas expliquer les données du problème $B \rightarrow \pi K$. Il est toutefois important de mentionner qu'on trouve dans la littérature deux scénarios supersymétriques qui satisfont le problème $B \rightarrow \pi K$: de grandes contributions du chargino qui produisent un grand terme de masse (2, 3) dans le secteur up de la matrice des masses des squarks ^[118,119] et les scénarios de brisure de parité-R^[120]. Dans le premier cas, ce n'est pas un scénario naturel puisque qu'un ajustement fin des paramètres supersymétriques est requis. Dans le deuxième cas, on perd certains des avantages et de l'élégance de la SUSY (par exemple, il n'y a aucun candidat à la matière sombre).

Ainsi, avec l'état des données actuelles, on ne peut tirer aucune conclusion formelle. Cependant, il est clair que le modèle de GNK, comme les autres modèles supersymétriques, n'offre pas de solution naturelle au problème. Par contre, si le problème des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ persiste et devient plus tranchant dans le futur, ceci pourrait poser de sérieuses difficultés aux modèles de SUSY. En effet, même si nous n'avons considéré explicitement que le modèle de GNK dans ce projet, celui-ci est somme toute plutôt général. Le couplage du squark *down* avec les

squarks *strange* et *bottom* n'aurait qu'un petit d'impact sur les transitions $b \rightarrow s$ et les contributions des autres particules supersymétriques (telles les charginos, higgsinos, ...) sont plus petites par des arguments de comptage des puissances (à moins que ces particules supersymétriques soient très légères, ce qui causerait d'autres problèmes).

CHAPITRE 9

ÉTUDE DE LA NOUVELLE PHYSIQUE DANS LES DÉSINTÉGRATIONS $B^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ ET $B^0 \rightarrow \phi K_S$

Ce chapitre présente les résultats d'un projet de recherche réalisé par Alakabha Datta (A.D.), David London (D.L) et l'auteur de cette thèse. Il s'agit à la base d'une idée d'A.D. et D.L. et elle a été concrétisée par le présent auteur avec le soutien précieux des deux autres auteurs. Les résultats sont publiés dans le *Physics Letters B* [122].

9.1 Concept du projet

Comme nous en avons discuté dans le chapitre 5 des notions préliminaires, il y a de légères discordances entre les prédictions du MS et les mesures expérimentales des modes de désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Rappelons d'abord les faits.

Le problème de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ est que les mesures expérimentales indiquent la présence d'une violation CP importante. En effet, la mesure de la violation CP directe est de $A_{CP} = 0.23 \pm 0.15$ et la mesure de la violation CP indirecte est de $S_{CP} = 0.44_{-0.18}^{+0.17}$. Or, ces mesures sont en contradiction avec les estimations théoriques puisque les différents modèles s'entendent sur le point que cette désintégration devrait être très fortement dominée par un pingouin gluonique avec une phase faible nulle. Il faut aussi signaler la présence d'un PEF significatif et d'un PA possiblement important. Cependant, puisqu'à une très bonne approximation aucune de ces contributions ne contient une phase faible non nulle, on ne devrait pas observer de violation CP autre que celle provenant du mélange $B^0 - \bar{B}^0$. On devrait plutôt obtenir des mesures autour de $A_{CP} \sim 0$ et de $S_{CP} \sim 0.686$. Bien que l'écart ne soit pas énorme au niveau statistique, ce fait reste quand même intrigant.

Tournons nous maintenant vers la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. En procédant à

\mathcal{B}	$8.3_{-1.0}^{+1.2} \times 10^{-6}$
S_{CP}	$0.44_{-0.18}^{+0.17}$
A_{CP}	0.23 ± 0.15

TABLE 9.1 – Mesures expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$: rapport d’embranchement moyen (\mathcal{B}), asymétrie CP direct (A_{CP}) et asymétrie CP indirecte (S_{CP}) [128].

une analyse angulaire des désintégrations séquentielles $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$, $\phi \rightarrow K^+ K^-$, $\phi \rightarrow K_L^0 K_S^0$ et $K^{*0} \rightarrow K\pi$, on peut extraire expérimentalement la norme et la phase de chacune des trois polarisations (L , \perp et \parallel) de l’amplitude du processus $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Ce qu’on trouve ainsi *grosso modo* est que la polarisation longitudinale L contribue pour environ la moitié de l’amplitude ($f_L \sim 0.5$, $f_\perp \sim f_\parallel \sim 0.25$ selon les définitions de l’équation (1.31)). Or, ce n’est pas du tout ce que les estimations théoriques nous indiquent. En effet, dans le contexte de la factorisation naïve on s’attend plutôt à observer $f_L \sim 1$ et $f_\perp \sim f_\parallel \sim 0$, c’est-à-dire une désintégration presque exclusivement dominée par la polarisation longitudinale. Il faut toutefois mentionner que le problème des polarisations de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ peut être expliqué dans le cadre du MS. Effectivement, il a été montré que, pour des raisons dynamiques, le PA peut être beaucoup plus grand qu’attendu naïvement et qu’il contribue presque exclusivement aux polarisations transverses [34, 54]. Ainsi, il est possible d’avoir une valeur de f_L beaucoup plus petite que l’unité sans ajouter d’effet de NP. Une autre explication possible de cette anomalie dans le MS est la présence significative d’interactions de longue distance entre les mésons de l’état final [58–60] (voir section 5.2).

Par contre, il est intéressant de noter que ces explications du problème des polarisations de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ ne peuvent pas expliquer le problème des asymétries CP de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$. En effet, dans le cas d’un PA important qui contribuerait aux polarisations transverses, cette contribution possède une phase faible nulle à une très bonne approximation à cause des facteurs CKM $V_{tb}V_{ts}^*$ ou $V_{cb}V_{cs}^*$ et ne cause aucune de violation CP notable. Pour ce qui est des effets d’interactions de longue

\mathcal{B}	$9.8_{-0.6}^{+0.7} \times 10^{-6}$
A_{CP}	0.01 ± 0.05
f_L	0.480 ± 0.030
f_\perp	0.241 ± 0.029

TABLE 9.2 – Mesures expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$: rapport d’embranchement moyen (\mathcal{B}), asymétrie CP directe A_{CP} , fraction longitudinale (f_L) et fraction perpendiculaire (f_\perp). Les autres mesures de cette désintégration ont des barres d’erreur énormes et ont donc concrètement un apport d’information très limité [128]. Les mesures de ϕ_\parallel et ϕ_\perp sont connues précisément, mais on ne les utilise pas parce qu’on veut obtenir des prédictions des produits triples.

distance entre les mésons de l’état final, des calculs récents montrent qu’on ne peut obtenir qu’une très petite violation CP dans le mode $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ [60]. Le fait que les explications du MS ne conviennent pas à ces deux modes de désintégration est une des raisons du pourquoi il est intéressant de les étudier simultanément. Une autre raison qui justifie cet intérêt est que les deux désintégrations dont il est question ont très exactement la même description théorique au niveau des quarks. Ces deux processus ne se distinguent en effet que dans le calcul des éléments de matrice qui varient selon la nature pseudoscalaire ou vectorielle des mésons de l’état final. Or, on peut calculer ces effets avec les facteurs de forme et les constantes de désintégration dans le contexte de la factorisation. Ainsi, puisqu’au niveau des quarks nous décrivons la physique en termes d’un hamiltonien effectif, il est clair que tout ajout d’opérateurs de NP à cet hamiltonien effectif aura un effet sur la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ ainsi que sur la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Il apparaît donc extrêmement pertinent de chercher s’il existe une source unique qui peut expliquer ces deux anomalies.

Ce projet de recherche étudie l’effet d’un hamiltonien effectif de NP complètement général. Puisqu’on recherche une explication unique aux deux problèmes, la possibilité d’avoir un PA anormalement grand et les interactions de l’état final sont négligées. Il est donc évident que toute conclusion obtenue dépend fortement de cette supposition. De plus, il est clair intuitivement qu’un hamiltonien effectif complètement général comprenant de nombreux opérateurs peut, à toutes fins pra-

tiques, accommoder n'importe quel ensemble de valeurs expérimentales. Ainsi, ce projet se limite à l'étude d'un certain nombre de cas types qui peuvent s'apparenter à plusieurs modèles de NP concrets. De façon plus explicite, on se limite aux cas où l'effet un seul opérateur de NP ou de deux opérateurs de NP sont ajoutés.

9.2 Opérateurs généraux de nouvelle physique

Afin d'inclure des effets de NP dans les deux désintégrations $B^0 \rightarrow \phi K^{0*}$ et $B^0 \rightarrow \phi K_s$, considérons un hamiltonien effectif de NP qui inclut les opérateurs $\bar{b} \rightarrow \bar{s}s\bar{s}$ suivants :

$$\begin{aligned}
O_{LL}^{V/A} &= \bar{s}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)b\bar{s}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)s , \\
O_{LR}^{V/A} &= \bar{s}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)b\bar{s}\gamma^\mu(1 + \gamma_5)s , \\
O_{RL}^{V/A} &= \bar{s}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)b\bar{s}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)s , \\
O_{RR}^{V/A} &= \bar{s}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)b\bar{s}\gamma^\mu(1 + \gamma_5)s , \\
O_{LL}^{S/P} &= \bar{s}(1 - \gamma_5)b\bar{s}(1 - \gamma_5)s , \\
O_{LR}^{S/P} &= \bar{s}(1 - \gamma_5)b\bar{s}(1 + \gamma_5)s , \\
O_{RL}^{S/P} &= \bar{s}(1 + \gamma_5)b\bar{s}(1 - \gamma_5)s , \\
O_{RR}^{S/P} &= \bar{s}(1 + \gamma_5)b\bar{s}(1 + \gamma_5)s , \\
O_L^T &= \bar{s}\sigma_{\mu\nu}(1 - \gamma_5)b\bar{s}\sigma^{\mu\nu}(1 - \gamma_5)s , \\
O_R^T &= \bar{s}\sigma_{\mu\nu}(1 + \gamma_5)b\bar{s}\sigma^{\mu\nu}(1 + \gamma_5)s .
\end{aligned} \tag{9.1}$$

Les indices de couleurs sont sous-entendus dans l'équation précédente. C'est-à-dire que les deux quarks d'un même courant ont le même indice de couleurs. Les exposants V/A , S/P et T indiquent naturellement la structure de Lorentz des opérateurs. Comme on travaille dans le cadre de la factorisation, les opérateurs S/P fournissent une contribution directe trivialement nulle aux amplitudes de $B^0 \rightarrow \phi K^{0*}$ et $B^0 \rightarrow \phi K_s$ à cause du fait que le méson ϕ est un vecteur et qu'on ne peut pas obtenir un méson vectoriel avec un opérateur S/P . Ainsi, la seule contribution non

nulle provenant des opérateurs S/P vient de la partie subissant la transformation de Fierz :

$$\begin{aligned} O_{RR(LL)}^{S/P} &= -\frac{1}{2N_c} \bar{s}(1 \pm \gamma_5) b \bar{s}(1 \pm \gamma_5) s - \frac{1}{8N_c} \bar{s} \sigma_{\mu\nu} (1 \pm \gamma_5) b \bar{s} \sigma^{\mu\nu} (1 \pm \gamma_5) s , \\ O_{RL(LR)}^{S/P} &= -\frac{1}{2N_c} \bar{s} \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) b \bar{s} \gamma^\mu (1 \mp \gamma_5) s , \end{aligned} \quad (9.2)$$

dans lesquelles nous avons négligé l'octet de couleurs puisqu'il ne contribue pas dans le cadre de la factorisation.

Il est important de mentionner que pour être complètement général, il devrait y avoir 10 autres opérateurs dans l'équation (9.1). En effet, pour chaque opérateur de l'équation (9.1), il existe un opérateur identique, mais réduit de couleurs (les indices de couleurs $(ii)(jj) \rightarrow (ij)(ji)$). Cependant, on peut montrer que les effets d'un opérateur et de son équivalent réduit de couleurs peuvent être exprimés dans les amplitudes de désintégration par un seul terme.

Pour montrer ceci, considérons un hamiltonien effectif simple contenant un seul opérateur et son équivalent réduit de couleurs

$$H_{eff} = C_1 \bar{s} \Gamma_1 b \bar{s} \Gamma_2 s + C_2 \bar{s}_\alpha \Gamma_1 b_\beta \bar{s}_\beta \Gamma_2 s_\alpha , \quad (9.3)$$

où $C_{1,2}$ sont des coefficients complexes inconnus, $\Gamma_{1,2}$ représentent les structures de Lorentz S/P , V/A et T alors que α et β sont les indices des couleurs. En factorisation, l'amplitude de la désintégration $B \rightarrow \phi K$ (où K peut être un K_s ou un K^*) s'écrit

$$A(B \rightarrow \phi K) = A_1 + A_2 , \quad (9.4)$$

où

$$\begin{aligned} A_1 &= (C_1 + C_2/N_c) \langle K | \bar{s} \Gamma_1 b | B \rangle \langle \phi | \bar{s} \Gamma_2 s | 0 \rangle , \\ A_2 &= (C_2 + C_1/N_c) \langle K | \bar{s} \Gamma_{1F} b | B \rangle \langle \phi | \bar{s} \Gamma_{2F} s | 0 \rangle . \end{aligned} \quad (9.5)$$

Nous avons noté par $\bar{s} \Gamma_{1F} b \bar{s} \Gamma_{2F} s$ l'opérateur $\bar{s} \Gamma_1 b \bar{s} \Gamma_2 s$ auquel on fait subir des trans-

formations de Fierz des fermions et des couleurs. Encore une fois, on omet d'écrire les parties contenant un octet de couleurs parce qu'elles sont nulles en factorisation. Il y a donc deux façons d'obtenir une seule contribution à partir de ces deux opérateurs :

- 1) Trivialement, si une des contributions A_1 ou A_2 est nulle
- 2) Si l'opérateur et son équivalent transformé sous un Fierz sont égaux

$$\bar{s}\Gamma_{1F}b\bar{s}\Gamma_{2F}s = \bar{s}\Gamma_1b\bar{s}\Gamma_2s . \quad (9.6)$$

Alors, on peut combiner

$$A_1 + A_2 = C_c \langle K | \bar{s}\Gamma_{1(F)}b | B \rangle \langle \phi | \bar{s}\Gamma_{2(F)}s | 0 \rangle . \quad (9.7)$$

On a donc une contribution totale avec un seul coefficient complexe combiné C_c .

Il ne reste donc qu'à montrer que tous les opérateurs de l'équation (9.1) correspondent à une de ces deux situations.

- Pour les opérateurs de structures $(V \pm A) \times (V \pm A)$, on a $\bar{s}\Gamma_{1F}b\bar{s}\Gamma_{2F}s = \bar{s}\Gamma_1b\bar{s}\Gamma_2s$.
- Pour les opérateurs de structures $(V \pm A) \times (V \mp A)$, la transformation de Fierz résulte en des opérateurs de structure S/P . On a donc $A_2 = 0$ puisqu'on ne peut pas obtenir un méson ϕ vectoriel avec un opérateur S/P .
- Pour les opérateurs de structures $(S \pm P) \times (S \mp P)$, on a directement que $A_1 = 0$ parce qu'on ne peut pas obtenir un méson ϕ vectoriel sans une transformation de Fierz.
- Pour les opérateurs de structures $(S \pm P) \times (S \pm P)$, la transformation de Fierz résulte en une combinaison d'opérateurs S/P et T . On a donc $A_1 = 0$ et $A_2 \neq 0$ (à une constante près).
- Pour les opérateurs de structures tensorielles T , la transformation de Fierz résulte en une combinaison d'opérateurs S/P et T . Comme la contribution

de S/P est nulle, on a effectivement que $\bar{s}\Gamma_{1F}b\bar{s}\Gamma_{2F}s = \bar{s}\Gamma_{1b}\bar{s}\Gamma_{2s}$.

Ainsi, pour tous les opérateurs de l'équation (9.1), on a montré que l'opérateur équivalent mais réduit de couleurs est implicitement inclus. Nous pouvons donc ne considérer que ces dix opérateurs sans perte de généralité.

9.3 Ajout d'un seul opérateur de nouvelle physique

Pour montrer que l'ajout d'un seul opérateur de NP est insuffisant, il suffit de considérer les opérateurs un à un et de calculer leurs contributions relatives à l'amplitude de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et aux trois polarisations L, \perp et \parallel de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Calculons explicitement, à titre d'exemple, ces contributions dans le cas de l'opérateur $O_{LL}^{V/A}$. En omettant le facteur $1 + 1/N_c$ parce qu'il ne change rien aux contributions relatives, on a

$$\begin{aligned}
\langle \phi K | O_{LL}^{V/A} | B_d^0 \rangle &= \langle \phi K | \bar{s}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)b\bar{s}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)s | B_d^0 \rangle \\
&\equiv \langle \phi K | (V - A) \otimes (V - A) | B_d^0 \rangle \\
&= \langle K | V - A | B_d^0 \rangle_\mu \langle \phi | V - A | 0 \rangle^\mu \\
&= \langle K | V | B_d^0 \rangle_\mu \langle \phi | V | 0 \rangle^\mu - \langle K | A | B_d^0 \rangle_\mu \langle \phi | V | 0 \rangle^\mu, \quad (9.8)
\end{aligned}$$

où K est soit un K_s ou un K^{*0} . En utilisant les expressions des éléments de matrice factorisés de l'annexe II.2 et les résultats de l'annexe III.8 et en calculant les valeurs numériques, on trouve la hiérarchie approximative

$$\begin{aligned}
\langle \phi K_s | O_{LL}^{V/A} | B_d^0 \rangle &= 2f_+ f_\phi m_B p_c \equiv \mathcal{O}(1), \\
\langle \phi K^* | O_{LL}^{V/A} | B_d^0 \rangle_{\lambda=0} &= -if_\phi \frac{m_B + m_{K^*}}{2m_{K^*}} \left\{ (m_B^2 - m_\phi^2 - m_{K^*}^2) A_1 - \frac{4m_B^2 p_c^2 A_2}{(m_B + m_{K^*})^2} \right\} \\
&= \mathcal{O}(1), \\
\langle \phi K^* | O_{LL}^{V/A} | B_d^0 \rangle_{\lambda=+} &= -2if_\phi V \frac{m_\phi m_B p_c}{m_B + m_{K^*}} + if_\phi m_\phi (m_B + m_{K^*}) A_1 \\
&= \mathcal{O}((\Lambda_{QCD}/m_b)^2) \\
\langle \phi K^* | O_{LL}^{V/A} | B_d^0 \rangle_{\lambda=-} &= +2if_\phi V \frac{m_\phi m_B p_c}{m_B + m_{K^*}} + if_\phi m_\phi (m_B + m_{K^*}) A_1
\end{aligned}$$

$$= \mathcal{O}(\Lambda_{QCD}/m_b), \quad (9.9)$$

où p_c est la quantité de mouvement des mésons de l'état final dans le référentiel dans lequel le méson B est au repos. On constate donc que les contributions relatives de l'opérateur $O_{LL}^{V/A}$ à l'amplitude de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et aux trois polarisations L , $+$ et $-$ de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ sont respectivement de l'ordre de 1, 1, ξ^2 et ξ avec $\xi = \mathcal{O}(\Lambda_{CDQ}/m_b)$. Il est trivial de faire ce calcul pour chacun des dix opérateurs de NP de l'équation (9.1) et les résultats sont résumés au tableau 9.3.

	ϕK_s	$\phi K^*(L)$	$\phi K^*(-)$	$\phi K^*(+)$
$O_{LL}^{V/A}, O_{LR}^{V/A}$	1	1	ξ^2	ξ
$O_{RL}^{V/A}, O_{RR}^{V/A}$	1	1	ξ	ξ^2
$O_{LL}^{S/P}$	ξ^2	ξ	1	ξ^2
$O_{LR}^{S/P}$	1	1	ξ^2	ξ
$O_{RL}^{S/P}$	1	1	ξ	ξ^2
$O_{RR}^{S/P}$	ξ^2	ξ	ξ^2	1
O_L^T	ξ	ξ	1	ξ^2
O_R^T	ξ	ξ	ξ^2	1

TABLE 9.3 – Contributions relatives des opérateurs de NP à l'amplitude de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et aux trois polarisations L , $+$ et $-$ de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ [$\xi = \mathcal{O}(\Lambda_{CDQ}/m_b)$].

Pour causer une violation CP significative dans la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$, l'opérateur de NP doit avoir une grande [$\mathcal{O}(1)$] contribution à cette désintégration. Seuls les opérateurs V/A , $O_{LR}^{S/P}$ ou $O_{RL}^{S/P}$ peuvent fournir une telle contribution. En ce qui concerne les polarisations de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$, l'opérateur de NP doit fournir une grande contribution aux amplitudes transverses ($+$ ou $-$) pour expliquer les données expérimentales. En examinant les résultats du tableau 9.3, on voit donc que ceci pointe vers les opérateurs $O_{LL}^{S/P}$, $O_{RR}^{S/P}$, O_L^T ou O_R^T .

On constate donc qu'aucun des dix opérateurs ne peut fournir simultanément une grande contribution à l'amplitude de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et aux polarisations transverses de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. On doit donc en conclure que si les grandes asymétries CP de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ se confirment avec des mesures plus précises, alors ce serait un signe de NP clair et notre analyse montre que l'ajout d'un seul opérateur de NP ne pourrait

pas expliquer ces données.

9.4 Ajout de deux opérateurs de nouvelle physique

On se tourne maintenant vers le scénario dans lequel on ajoute deux opérateurs de NP. Comme cela a été exposé dans la section précédente, il y a six types d'opérateurs de NP (V/A , $O_{LR}^{S/P}$ et $O_{RL}^{S/P}$) qui peuvent créer une grande violation CP dans la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et quatre types d'opérateurs ($O_{LL}^{S/P}$, $O_{RR}^{S/P}$, O_L^T ou O_R^T) qui peuvent expliquer de grandes polarisations transverses. Puisqu'on considère deux opérateurs de NP et qu'on veut expliquer ces deux désintégrations, il est logique de prendre un des six opérateurs du premier groupe et un des quatre opérateurs du second groupe pour former la paire. Ceci donne donc 24 possibilités d'avoir deux opérateurs de NP qui sont susceptibles d'expliquer simultanément les mesures de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$.

On peut toutefois éliminer la plupart de ces 24 possibilités. Pour illustrer ceci, on peut considérer comme exemple la paire d'opérateurs $O_{RL}^{V/A}$ et O_L^T . En principe, selon les résultats du tableau 9.3, cette paire d'opérateurs de NP est susceptible d'expliquer les mesures de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ simultanément. Par contre il est difficile, voire même impossible, d'imaginer un modèle concret de NP qui serait dominé par ces deux opérateurs. Ainsi, au lieu d'étudier bêtement les 24 combinaisons possibles, nous nous limitons aux combinaisons réalistes auxquelles on peut associer des modèles concrets de NP. Il est raisonnable qu'un modèle de NP raisonnable qui contient seulement deux opérateurs en auraient deux du même type V/A , S/P ou T . Dans les cas V/A ou T , il n'y a aucune paire possible. Il ne reste donc que quatre paires intéressantes à étudier, soient $(O_{LL}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$, $(O_{LL}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$, $(O_{RR}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$ et $(O_{RR}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$. Cependant, cette étude inclut quand même les paires $(O_{LL(LR)}^{V/A}, O_{RL(RR)}^{V/A})$ et (O_L^T, O_R^T) à titre comparatif.

Pour aller au-delà de cet argumentaire qualitatif et vérifier si deux opérateurs de NP peuvent effectivement satisfaire les mesures expérimentales, il faut les confronter numériquement aux données. Pour ce faire, nous adoptons la stratégie suivante :

- 1) Pour tester les opérateurs de NP, il faut d'abord connaître la contribution du MS aux amplitudes. Pour estimer celle-ci, on utilise la factorisation CDQ telle que décrite au chapitre 4. De façon cohérente avec la supposition faite précédemment, le PA est négligé dans ce calcul. Les barres d'erreur sur les contributions du MS sont estimées en laissant varier les différents paramètres théoriques et l'échelle de renormalisation.
- 2) Ceci fait, on peut écrire l'amplitude de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et les polarisations de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ en termes des coefficients complexes des deux opérateurs de NP (que l'on note par O_1 et O_2 de façon générale pour cette discussion) :

$$\begin{aligned}
 A^{(\lambda)} &= A_{SM}^{(\lambda)} + \langle \phi K | C_1 O_1 + C_2 O_2 | B_d^0 \rangle_{(\lambda)} \\
 &\equiv A_{SM}^{(\lambda)} + C_1 A_1^{(\lambda)} + C_2 A_2^{(\lambda)} ,
 \end{aligned} \tag{9.10}$$

où C_1 et C_2 sont deux coefficients complexes *a priori* inconnus. Il est important de rappeler que nous travaillons sous l'approximation de négliger les phases fortes de la NP ^[97]. Ainsi, les coefficients C_1 et C_2 ont une norme et une phase faible. On calcule $A_1^{(\lambda)}$ et $A_2^{(\lambda)}$ avec la factorisation (annexe II.2). On obtient l'amplitude conjuguée $\bar{A}^{(\lambda)}$ en inversant la phase faible de C_1 et C_2 .

- 3) On peut donc exprimer les mesures expérimentales (les trois mesures de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ du tableau 9.1 et les quatre mesures de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ du tableau 9.2) en termes des coefficients C_1 et C_2 , donc en termes de quatre paramètres libres. Il est utile de rappeler que les expressions explicites des mesures expérimentales en termes des amplitudes sont données au chapitre 1.
- 4) Puisqu'on exprime sept données expérimentales en termes de quatre paramètres de NP, on peut faire un ajustement par χ^2 de ces quatre paramètres libres. Pour les technicalités de la méthode d'ajustement par χ^2 , nous nous basons sur la référence ^[121] de la bibliographie. Pour une paire d'opérateurs de NP donnée, on trouve ainsi une valeur du χ^2 , et on peut donc conclure d'après cette valeur si la paire d'opérateurs de NP permet de reproduire les données

expérimentales. En effet, si le χ^2 est petit, ceci suffit à prouver que la paire d'opérateurs considérée *peut* reproduire les données. Dans le cas contraire, si le χ^2 est grand, c'est la preuve qu'il est impossible pour les deux opérateurs de NP considérés de reproduire les données, et ceci est vrai pour toutes valeurs de C_1 et C_2 . Pour prendre en compte les barres d'erreur de la partie du MS calculée par la factorisation CDQ, on fait un balayage sur l'ensemble des valeurs permises du MS. Ainsi, on procède à l'ajustement de C_1 et C_2 pour chaque ensemble de valeurs permises des contributions du MS. On trouve donc un χ^2 minimal pour chaque ensemble et on garde le plus petit de ces χ^2 .

Pour calculer la contribution du MS, rappelons que les désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ sont dominées par un pingouin P' qu'on écrit

$$\begin{aligned} P' &= V_{ub}^* V_{us} P'_u + V_{cb}^* V_{cs} P'_c + V_{tb}^* V_{ts} P'_t \\ &\simeq V_{cb}^* V_{cs} (P'_c - P'_t) . \end{aligned} \quad (9.11)$$

Nous avons négligé le terme contenant un facteur CKM $V_{ub}^* V_{us}$ parce qu'à une très bonne approximation $|V_{ub}^* V_{us}| \ll |V_{cb}^* V_{cs}|$. Le pingouin P' a donc une norme et une phase forte et on peut estimer ces deux quantités avec la factorisation CDQ. En effet, on peut exprimer

$$\frac{P'_c - P'_t}{A_{\phi K_S}} = \alpha_3^c + \alpha_4^c - \frac{1}{2}\alpha_{3,EF}^c - \frac{1}{2}\alpha_{4,EF}^c \equiv \mathcal{P}_{\phi K_S} , \quad (9.12)$$

où $A_{\phi K_S}$ contient le facteur de forme et la constante de désintégration tels que définis à l'annexe II.2. Les termes α_i sont définis au chapitre 4 et dans les références ^[20-22, 33] de la bibliographie. Pour la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ on a une expression très similaire puisque les deux modes sont identiques au niveau des quarks

$$\frac{P'_c{}^\lambda - P'_t{}^\lambda}{A_{\phi K^*}^\lambda} = \alpha_3^{c,\lambda} + \alpha_4^{c,\lambda} - \frac{1}{2}\alpha_{3,EF}^{c,\lambda} - \frac{1}{2}\alpha_{4,EF}^{c,\lambda} \equiv \mathcal{P}_{\phi K^*}^\lambda , \quad (9.13)$$

où les exposants λ indiquent les polarisations L , \perp ou \parallel . Les termes α_i^λ sont définis explicitement dans la référence ^[34] de la bibliographie.

Plusieurs paramètres théoriques sont requis pour faire ce calcul. Pour les masses des quarks, nous utilisons les valeurs utilisées dans la référence ^[20–22] de la bibliographie en laissant celles-ci varier dans un intervalle d'un écart-type. Pour les masses des mésons, nous utilisons les valeurs du PDG ^[127] et elles sont fixées à leur valeur centrale puisque les erreurs sont petites. Les coefficients de Wilson sont calculés selon les principes exposés dans les références ^[16, 24] en laissant l'échelle de renormalisation μ varier dans l'intervalle $[m_b/2, 2m_b]$. Pour les constantes de désintégration, les valeurs du tableau II.1 sont utilisées en laissant celles-ci varier dans un intervalle d'un écart-type. Pour les facteurs de forme du tableau II.2, nous étudions les trois cas minimal, central et maximal séparément. Il est à noter que les pingouins du MS des polarisations transverses ($\mathcal{P}_{\phi K^*}^- = \bar{\mathcal{P}}_{\phi K^*}^+ \simeq 0$) sont négligés à cause de leur petitesse dans le MS qui est due aux facteurs de forme.

Les résultats de ces calculs sont présentés dans le tableau 9.4. Les calculs sont présentés dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme du tableau II.2 (minimal, central et maximal). Telles qu'attendues, les valeurs exactes des facteurs de forme n'ont que peu d'impact sur les résultats puisqu'elles n'interviennent que dans des termes sous-dominants. Les variations numériques sont en partie dues au balayage aléatoire de l'espace des paramètres.

	Minimal	Central	Maximal
$ \mathcal{P}_{\phi K_S} $	[0.031, 0.064]	[0.031, 0.062]	[0.031, 0.060]
$\text{Arg}(\mathcal{P}_{\phi K_S})(\text{rad})$	[3.2, 3.6]	[3.2, 3.6]	[3.2, 3.6]
$ \mathcal{P}_{\phi K^*}^0 $	[0.025, 0.036]	[0.026, 0.036]	[0.027, 0.037]
$\text{Arg}(\mathcal{P}_{\phi K^*}^0)(\text{rad})$	[3.4, 3.6]	[3.4, 3.6]	[3.4, 3.6]
$ \mathcal{P}_{\phi K^*}^+ $	[0.031, 0.062]	[0.033, 0.062]	[0.033, 0.061]
$\text{Arg}(\mathcal{P}_{\phi K^*}^+)(\text{rad})$	[3.0, 3.4]	[3.0, 3.4]	[3.0, 3.4]

TABLE 9.4 – Intervalles des valeurs permises de la norme et de la phase forte des pingouins du MS calculés dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme.

Idéalement, pour tenir compte des intervalles de valeurs possibles de la norme

et de la phase forte des pingouins du MS, on doit balayer ces intervalles et calculer un χ^2 minimal pour chaque ensemble pour trouver le χ_{min}^2 minimal. Par contre, comme il y a six grandeurs provenant du MS (trois normes et trois phases fortes), si on divise par exemple chacun de ces intervalles en dix pour faire le balayage, ceci nous donne 10^6 ajustements χ^2 à calculer. Ceci n'est pas réaliste compte tenu de la faible puissance de calcul disponible. Pour contourner ceci, on fait le compromis de fixer les phases fortes ($\text{Arg}(\mathcal{P}_{\phi_{K_S}})$, $\text{Arg}(\mathcal{P}_{\phi_{K^*}}^0)$ et $\text{Arg}(\mathcal{P}_{\phi_{K^*}}^+)$) à leur valeur centrale. Étant donné que l'erreur sur ces phases est relativement petite et qu'il n'y a pas de terme d'interférence entre les contributions du MS, ceci ne devrait pas avoir un impact significatif sur le résultat final puisque la distinction entre un « bon » et un « mauvais » χ^2 n'est que qualitative. En faisant cette approximation, on a seulement 10^3 ajustements par χ^2 à calculer. On fait cet exercice pour toutes les paires d'opérateurs de NP et dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme (minimal, central et maximal). Les résultats sont résumés dans le tableau 9.5.

Opérateurs	Minimal	Central	Maximal
$(O_{LL}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	2.6 (45.7%)	2.8 (42.4%)	3.1 (37.6%)
$(O_{LL}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	1.4 (70.6%)	1.3 (72.9%)	1.3 (72.9%)
$(O_{RR}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	1.9 (59.3%)	1.7 (63.7%)	1.6 (65.9%)
$(O_{RR}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	1.7 (63.7%)	1.7 (63.7%)	1.6 (65.9%)
$(O_{LL(LR)}^{V/A}, O_{RL(RR)}^{V/A})$	15.7 (0.13%)	10.6 (1.4%)	7.1 (6.9%)
(O_R^T, O_L^T)	3.6 (30.8%)	3.6 (30.8%)	3.9 (27.2%)

TABLE 9.5 – Résultats des plus petits χ_{min}^2 pour plusieurs paires d'opérateurs de NP. Les calculs ont été fait dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme (minimal, central et maximal). La valeur entre parenthèses indique l'intégrale de la fonction de densité de la distribution χ^2 , qui indique la « qualité » de l'ajustement.

On constate dans les résultats du tableau 9.5 que les quatre paires d'opérateurs de type S/P peuvent satisfaire les contraintes expérimentales. La paire $(O_{LL}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$ est celle qui satisfait le mieux les données alors que la paire $(O_{LL}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$ satisfait péniblement les données. Pour la paire d'opérateurs de type V/A , il n'y a aucune ambiguïté sur le fait que les mesures expérimentales ne sont pas satisfaites, à l'ex-

ception du cas maximal qui est en quelque sorte dans la zone grise et qui n'est pas totalement exclu (équivalent à $2-3\sigma$ pour une distribution gaussienne). Finalement, la paire d'opérateurs tensoriels satisfait péniblement les mesures, mais on ne peut pas l'exclure complètement. On trouve donc comme résultat que, *grosso modo*, les intuitions qualitatives dérivées du tableau 9.3 sont confirmées.

Cette étude examine aussi le scénario où on réduit d'un facteur deux les erreurs expérimentales de A_{CP} et S_{CP} de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$. Il est effectivement possible que les mesures expérimentales futures confirment le problème des asymétries CP de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$. On veut savoir quelles conclusions on pourrait tirer d'un tel scénario. Les résultats sont présentés dans le tableau 9.6.

Opérateurs	Minimal	Central	Maximal
$(O_{LL}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	6.3 (9.8%)	7.4 (6.0%)	8.6 (3.5%)
$(O_{LL}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	4.3 (23.1%)	4.0 (26.1%)	3.9 (27.2%)
$(O_{RR}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	5.2 (15.8%)	5.8 (12.2%)	5.6 (13.3%)
$(O_{RR}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	4.9 (17.9%)	4.7 (19.5%)	4.5 (21.2%)
$(O_{LL(RR)}^{V/A}, O_{RL(LR)}^{V/A})$	20.3 (0.01%)	15.9 (0.12%)	10.9 (1.2%)
(O_R^T, O_L^T)	13.7 (0.33%)	13.5 (0.37%)	14.0 (0.29%)

TABLE 9.6 – Résultats des plus petits χ_{min}^2 pour plusieurs paires d'opérateurs de NP. Les erreurs expérimentales de A_{CP} et S_{CP} sont réduites d'un facteur deux. Les calculs ont été fait dans les trois scénarios de valeurs des facteurs de forme (minimal, central et maximal). La valeur entre parenthèses indique l'intégrale de la fonction de densité de la distribution χ^2 , qui indique la « qualité » de l'ajustement.

En examinant les résultats du tableau 9.6, on constate qu'aucune paire d'opérateurs satisfait parfaitement les données. En revanche, contrairement au cas V/A et T qui sont exclus (équivalent à $\mathcal{O}(3\sigma)$ et plus pour une distribution gaussienne), les cas $(O_{LL}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$ et $(O_{RR}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$ restent relativement acceptables.

Il est intéressant de mentionner que, dans tous les cas, la mesure la plus difficile à accommoder est l'asymétrie CP directe A_{CP} de $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$. Il sera important de porter une attention particulière aux valeurs futures de cette mesure pour déterminer quelles solutions de NP sont viables. De plus, seuls les plus petits χ^2 sont indiqués dans les tableau 9.5 et 9.6. Dans tous les cas, il y a une grande différence

entre les pires et les meilleurs χ^2 parce que ceux-ci dépendent fortement des normes des pingouins du MS. Il est clair qu'une meilleure description théorique des contributions du MS améliorerait énormément le potentiel de sélection des modèles de NP à partir des désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$.

9.5 Conclusion

Cette étude montre donc que les paires d'opérateurs de NP de type S/P peuvent potentiellement satisfaire les données expérimentales alors que les paires de types V/A ou T sont à tout le moins fortement défavorisées ou complètement exclues par les données. Si on transpose ce résultat à des modèles de NP concrets, il est clair que tout modèle de NP dominé par des opérateurs S/P est favorisé par rapport à un modèle dominé par des opérateurs V/A ou T . Le tableau 9.7 résume les types d'opérateurs que l'on retrouve dans quelques modèles de NP. On constate que les modèles qui incluent des particules supersymétriques ou un boson de jauge Z' supplémentaire contiennent des opérateurs V/A et sont donc défavorisés par les données actuelles des désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. D'un autre côté, un modèle simple à deux doublets de Higgs ^[124, 125] est constitué d'opérateurs de type S/P et pourrait plausiblement accommoder les données expérimentales.

Modèles	V/A	S/P	T
SUSY ^[94, 95, 123]	×		
Modèles à 2 doublets de Higgs ^[124, 125]		×	
Boson Z' supplémentaire ^[126]	×		

TABLE 9.7 – Résumé des opérateurs contenus dans quelques modèles simples de NP.

Pour terminer ce chapitre, il est intéressant de mentionner qu'une connaissance plus précise des produits triples et des faux produits triples (voir section 1.5) pourrait potentiellement aider à discriminer entre les différents modèles de NP. Pour illustrer ceci, il est facile d'utiliser les solutions trouvées à la section précédente et de calculer les produits triples et les faux produits triples à partir de celles-ci. Les

résultats de ce calcul sont présentés dans le tableau 9.8.

Operators	$\mathcal{A}_T^{(1)}$	$\tilde{\mathcal{A}}_T^{(1)}$
$(O_{LL}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	$[-0.30, -0.27]$	$[0.030, 0.062]$
$(O_{LL}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	$[0.29, 0.32]$	$[-0.008, 0.014]$
$(O_{RR}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	$[0.26, 0.28]$	$[-0.099, 0.056]$
$(O_{RR}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	$[-0.33, -0.31]$	$[-0.036, -0.011]$
Operators	$\mathcal{A}_T^{(2)}$	$\tilde{\mathcal{A}}_T^{(2)}$
$(O_{LL}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	$[0.16, 0.22]$	$[-0.006, -0.004]$
$(O_{LL}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	$[-0.17, -0.14]$	$[-0.003, 0.000]$
$(O_{RR}^{S/P}, O_{RL}^{S/P})$	$[-0.037, 0.090]$	$[-0.004, 0.001]$
$(O_{RR}^{S/P}, O_{LR}^{S/P})$	$[-0.001, 0.000]$	0.000

TABLE 9.8 – Prédictions des valeurs centrales des produits triples et des faux produits triples pour les quatre paires d'opérateurs S/P d'après les solutions calculées à la section précédente. Les intervalles des prédictions correspondent à l'effet des facteurs de forme (minimal, central ou maximal).

Il est clair d'après les résultats du tableau 9.8 que différentes paires d'opérateurs impliquent des prédictions très différentes des produits triples et des faux produits triples. Il est toutefois important de mentionner que ce tableau ne présente que la valeur centrale des prédictions. Les barres d'erreur sont omises parce qu'elles sont très grandes (plus de 100%). Malgré ceci, le fait demeure qu'une connaissance expérimentale précise de ces quantités nous fournirait un outil précieux pour discriminer les différents modèles de NP et contraindre ceux-ci.

En résumé, ce projet de recherche considère la possibilité d'ajouter un opérateur de NP ou une paire d'opérateurs de NP aux désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ et de les confronter aux données expérimentales. Dans le cas d'un opérateur, les résultats montrent qu'aucun opérateur seul peut fournir une grande contribution simultanément à $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et aux polarisations transverses de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. On en conclut qu'un opérateur de NP seul ne peut pas expliquer les données. Dans le cas de paires d'opérateurs, les résultats montrent que les opérateurs de type S/P peuvent potentiellement expliquer les données. En contrepartie, les opérateurs de type V/A ou T sont exclus ou à tout de moins dévalorisés par les données expérimentales.

Dans le scénario où la grande asymétrie CP se confirme dans les désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$, ces résultats suggèrent que les modèles de SUSY ou les modèles incluant un boson de jauge Z' supplémentaire sont défavorisés comparativement, par exemple, à un modèle simple de NP avec deux doublets de Higgs. Il faut toutefois rappeler que toutes ces conclusions dépendent fortement du fait qu'on suppose que le PA et les effets de rediffusion sont petits tel qu'attendu naïvement. Le but était de chercher une explication unique aux deux désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Mais la possibilité que les anomalies dans ces deux modes aient comme origines deux sources différentes est plausible également.

CONCLUSION

Comme l'indique le titre de cette thèse, le but était d'étudier les désintégrations hadroniques des mésons B . Mais au-delà de simplement « étudier », l'objectif au bout du compte est de contribuer à l'avancement des connaissances. Poursuivant cet objectif, quatre projets de recherche ont été présentés. La contribution apportée à la physique des particules par cette thèse est somme toute modeste, mais les quatre projets de recherche exposés ont des résultats et des implications bien concrets et ceux-ci couvrent une large part du champ d'étude des désintégrations des mésons B .

Dans le chapitre 6, nous avons exposé une méthode générale basée sur les principes de base de la théorie des champs pour décrire les amplitudes de désintégration. Ces idées ne sont pas nouvelles, mais l'utilisation faite dans cette thèse a permis notamment de formaliser l'approche diagrammatique et de dériver de façon indépendante des relations $SU(3)$ importantes. *A priori*, la même approche peut être appliquée à n'importe quel problème similaire. Elle pourrait par exemple être appliquée au problème des désintégrations des mésons D , qui a le potentiel de devenir un sujet de haut intérêt dans les prochaines années. Un autre exemple d'application pourrait être les désintégrations des mésons B en trois mésons, pour lesquels les rapports d'embranchement sont de plus en plus accessibles expérimentalement. Les symétries de saveurs ont démontré leur grande utilité pour simplifier les problèmes d'hadronisation et le formalisme présenté dans cette thèse offre un contexte où l'application de celles-ci est presque triviale, ce qui représente un grand potentiel. Aussi, cette méthode se base sur les principes premiers et le chapitre 6 a montré également qu'on peut faire le développement CDQ des contractions explicitement et ainsi de faire des liens naturellement avec les modèles effectifs de calcul des éléments de matrice. Tous les résultats de ceux-ci peuvent être importés vers le formalisme des contractions et réciproquement. Pour toutes ces raisons, il est clair que cette approche pourrait être utile dans de nombreux problèmes.

Les trois autres projets de recherche étaient beaucoup plus ciblés. Dans le cha-

pitre 7, nous avons proposé une nouvelle méthode pour extraire l'angle α du triangle unitaire et ainsi tester l'explication du MS de la violation CP. De plus, ces résultats montrent qu'il existe une contrainte sévère sur les asymétries CP de $B_d^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$. Bien que les données expérimentales actuelles ne soient pas suffisamment précises pour appliquer ces tests, ce n'est qu'une question de temps avant que la précision permette de tester ces contraintes et de vérifier la validité de nos théories.

Le chapitre 8 a montré qu'il est invraisemblable que le modèle de GNK puisse satisfaire les mesures des désintégrations $B \rightarrow \pi K$. Encore une fois, on est confronté au fait que les mesures ne sont pas suffisamment précises pour qu'on sache si les incohérences entre celles-ci et le MS sont des fluctuations statistiques ou des premiers signes de NP. Par contre, cette ambiguïté disparaîtra inévitablement dans les prochaines années. Dans le premier scénario, les résultats de ce projet de recherche n'auraient été que pédagogiques, mais dans le second, ils imposeraient de sérieuses implications aux modèles de GNK et à tous les modèles supersymétriques.

Dans un même ordre d'idée, le projet du chapitre 9 étudiait les implications des mesures des désintégrations $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$ et $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ sur les opérateurs de NP. Les résultats ont montré que les modèles de NP qui se manifestent par des opérateurs scalaires et pseudoscalaires sont favorisés par les données actuelles. Réciproquement, les modèles qui reposent sur des opérateurs de type V/A ne satisfont pas les données. Bien que ces résultats présument un certain nombre de choses, les données plus précises des prochaines années vont confirmer ou infirmer ces suppositions. Comme pour les autres résultats de cette thèse, si les suppositions faites se confirment, alors ces résultats auront de sérieuses implications sur les formes possibles de NP.

Ceci résume la contribution de cette thèse. Il est clair que le niveau d'importance et les implications des trois derniers résultats sont conditionnels aux données expérimentales des prochaines décennies. Ceci est la conséquence du fait que l'état actuel des connaissances se situe à la limite à partir de laquelle la NP est envisageable. Ainsi, même si peu de conclusions formelles peuvent être faites aujourd'hui, c'est possiblement une ère excitante qui s'ouvre pour la physique.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. Imbeault, D. London, C. Sharma, N. Sinha et R. Sinha, *Phys. Lett. B* **653**, 254 (2007).
- [2] *The BaBar Physics Book*, eds. P.F. Harrison et H.R. Quinn, SLAC Report 504 (1998).
- [3] S. Stone, *B decays*, Singapore, World Scientific (1994).
- [4] I.I. Bigi et A.I. Sanda, *CP Violation*, Cambridge, Cambridge University Press (2000).
- [5] C. Jarlskog, *CP Violation*, Singapore, World Scientific (1989).
- [6] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 531 (1963).
- [7] M. Kobayashi et T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49**, 652 (1973).
- [8] M.E. Peskin et D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Reading, Westview Press (1995).
- [9] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1945 (1983).
- [10] J. Charles *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **41**, 1-131, (2005).
- [11] G. Valencia, *Phys. Rev. D* **39**, 3339 (1989).
- [12] A. Datta et D. London, *Int. J. Mod. Phys. A* **19**, 2505 (2004).
- [13] G. Kramer et W. F. Palmer, *Phys. Rev. D* **45**, 193 (1992).
- [14] A. S. Dighe, I. Dunietz, H. J. Lipkin et J. L. Rosner, *Phys. Lett. B* **369**, 144 (1996).
- [15] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **99**, 201802 (2007).
- [16] G. Buchalla, A.J. Buras et M.E. Lautenbacher, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1125 (1996).
- [17] M. Gronau, O.F. Hernández, D. London et J.L. Rosner, *Phys. Rev. D* **50**, 4529 (1994).

- [18] M. Gronau, O.F. Hernández, D. London et J.L. Rosner, *Phys. Rev. D* **52**, 6356 (1995).
- [19] M. Gronau, O.F. Hernández, D. London et J.L. Rosner, *Phys. Rev. D* **52**, 6374 (1995).
- [20] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert et C.T. Sachrajda, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1914 (1999).
- [21] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert et C.T. Sachrajda, *Nucl. Phys. B* **591**, 313 (2000).
- [22] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert et C.T. Sachrajda, *Nucl. Phys. B* **606**, 245 (2001).
- [23] A. J. Buras, M. Jamin, M. E. Lautenbacher et P. H. Weisz, *Nucl. Phys. B* **400**, 37 (1993).
- [24] A. J. Buras, M. Jamin et M. E. Lautenbacher, *Nucl. Phys. B* **400**, 75 (1993).
- [25] A. J. Buras, M. Jamin et M. E. Lautenbacher, *Nucl. Phys. B* **408**, 209 (1993).
- [26] M. Neubert et B. Stech, *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **15**, 294-344 (1998).
- [27] C. Isola et T.N. Pham, *Phys. Rev. D* **62**, 094002 (2000).
- [28] M. Bauer, B. Stech et M. Wirbel, *Z. Phys. C* **34**, 103 (1987).
- [29] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein et V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B* **147**, 448 (1979).
- [30] D. Becirevic, V. Lubicz, F. Mescia et C. Tarantino, *JHEP* **0305**, 007 (2003).
- [31] A. Ali, P. Ball, L. T. Handoko et G. Hiller, *Phys. Rev. D* **61**, 074024 (2000).
- [32] P. Ball, G. W. Jones et R. Zwicky, *Phys. Rev. D* **75**, 054004 (2007).
- [33] M. Beneke et M. Neubert, *Nucl. Phys. B* **675**, 333 (2003).
- [34] M. Beneke, J. Rohrer et D. Yang, *Nucl. Phys. B* **774**, 64 (2007).
- [35] A. J. Buras et R. Fleischer, *Eur. Phys. J. C* **11**, 93 (1999).
- [36] A. J. Buras et R. Fleischer, *Eur. Phys. J. C* **16**, 97 (2000).

- [37] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Eur. Phys. J. C* **32**, 45 (2003).
- [38] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 101804 (2004).
- [39] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Nucl. Phys. B* **697**, 133 (2004).
- [40] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Acta Phys. Polon. B* **36**, 2015 (2005).
- [41] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Proceedings of 12th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (SUSY 04)*, Tsukuba, Japon (2004).
- [42] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Eur. Phys. J. C* **45**, 701 (2006).
- [43] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *PoS HEP2005*, 193 (2006).
- [44] M. Gronau et J. L. Rosner, *Phys. Lett. B* **572**, 43 (2003).
- [45] M. Gronau et J. L. Rosner, *Phys. Rev. D* **74**, 057503 (2006).
- [46] M. Gronau et J. L. Rosner, *Phys. Lett. B* **666**, 467 (2008).
- [47] M. Gronau et J. L. Rosner, *Phys. Rev. D* **71**, 074019 (2005).
- [48] S. Baek, P. Hamel, D. London, A. Datta et D. A. Suprun, *Phys. Rev. D* **71**, 057502 (2005).
- [49] S. Baek et D. London, *Phys. Lett. B* **653**, 249 (2007).
- [50] X. G. He et B. H. J. McKellar, *arXiv :hep-ph/0410098*.
- [51] Y. L. Wu et Y. F. Zhou, *Phys. Rev. D* **71**, 021701 (2005).
- [52] M. Beneke et D. Yang, *Nucl. Phys. B* **736**, 34 (2006).
- [53] H. n. Li, S. Mishima et A. I. Sanda, *Phys. Rev. D* **72**, 114005 (2005).
- [54] A. L. Kagan, *Phys. Lett. B* **601**, 151 (2004).

- [55] H. n. Li et S. Mishima, *Phys. Rev. D* **73**, 114014 (2006).
- [56] S. Baek, *Phys. Lett. B* **659**, 265 (2008).
- [57] S. Baek, C. W. Chiang et D. London, arXiv :hep-ph/0903.3086.
- [58] P. Colangelo, F. De Fazio et T. N. Pham, *Phys. Lett. B* **597**, 291 (2004).
- [59] M. Ladisa, V. Laporta, G. Nardulli et P. Santorelli, *Phys. Rev. D* **70**, 114025 (2004).
- [60] H. Y. Cheng, C. K. Chua et A. Soni, *Phys. Rev. D* **71**, 014030 (2005).
- [61] H. Y. Cheng et K. C. Yang, *Phys. Rev. D* **64**, 074004 (2001).
- [62] M. Imbeault, A. Datta et D. London, *Int. J. Mod. Phys. A* **22**, 2057 (2007).
- [63] A. J. Buras et L. Silvestrini, *Nucl. Phys. B* **569**, 3 (2000).
- [64] C. W. Bauer, D. Pirjol, I. Z. Rothstein et I. W. Stewart, *Phys. Rev. D* **70**, 054015 (2004).
- [65] M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli et L. Silvestrini, *Nucl. Phys. B* **501**, 271 (1997).
- [66] M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli, M. Pierini et L. Silvestrini, *Phys. Lett. B* **515**, 33 (2001).
- [67] A. Datta, H. J. Lipkin et P. J. O'Donnell, *Phys. Lett. B* **529**, 93 (2002).
- [68] Y. Nir et H. R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 541 (1991).
- [69] M. Gronau et D. London, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3381 (1990).
- [70] M. Neubert et J. L. Rosner, *Phys. Lett. B* **441**, 403 (1998).
- [71] M. Gronau, D. Pirjol et T. M. Yan, *Phys. Rev. D* **60**, 034021 (1999) [Erratum-*ibid.* *D* **69**, 119901 (2004)].
- [72] A. J. Buras et R. Fleischer, *Eur. Phys. J. C* **16**, 97 (2000).
- [73] C. W. Chiang, M. Gronau et J. L. Rosner, *Phys. Rev. D* **68**, 074012 (2003).
- [74] C. W. Chiang, M. Gronau, J. L. Rosner et D. A. Suprun, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 034020.

- [75] J. Charles *et al.* [CKMfitter Group], Eur. Phys. J. C **41**, 1 (2005).
- [76] S. Mishima et T. Yoshikawa, Phys. Rev. D **70**, 094024 (2004).
- [77] Y. L. Wu et Y. F. Zhou, Phys. Rev. D **71**, 021701 (2005).
- [78] Y. Y. Charng et H. n. Li, Phys. Rev. D **71**, 014036 (2005).
- [79] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, Acta Phys. Polon. B **36**, 2015 (2005).
- [80] A. Datta, M. Imbeault, D. London et J. Matias, Phys. Rev. D **75**, 093004 (2007).
- [81] A. Datta et D. London, Phys. Lett. B **533**, 65 (2002).
- [82] A. Datta et D. London, JHEP **0404**, 072 (2004).
- [83] S. Descotes-Genon, J. Matias et J. Virto, Phys. Rev. Lett. **97**, 061801 (2006).
- [84] P. A. Boyle, M. A. Donnellan, J. M. Flynn, A. Juttner, J. Noaki, C. T. Sachrajda et R. J. Tweedie (UKQCD), Phys. Lett. B **641**, 67 (2006).
- [85] A. Khodjamirian, T. Mannel et M. Melcher, Phys. Rev. D **70**, 094002 (2004).
- [86] P. Ball et R. Zwicky, Phys. Lett. B **633**, 289 (2006).
- [87] P. Ball, V. M. Braun et A. Lenz, JHEP **0605**, 004 (2006).
- [88] P. Ball, JHEP **9809**, 005 (1998).
- [89] R. Boughezal, M. Czakon et T. Schutzmeier, Phys. Rev. D **74**, 074006 (2006).
- [90] A. H. Hoang et M. Jamin, Phys. Lett. B **594**, 127 (2004).
- [91] B. Aubert *et al.* (BABAR), Phys. Rev. Lett. **97**, 171805 (2006).
- [92] K. Abe *et al.* (Belle), Phys. Rev. Lett. **98**, 181804 (2007).
- [93] M. Imbeault, S. Baek et D. London, Phys. Lett. B **663**, 410 (2008).
- [94] Y. Grossman, M. Neubert et A. L. Kagan, JHEP **9910**, 029 (1999).
- [95] S. Bertolini, F. Borzumati, A. Masiero et G. Ridolfi, Nucl. Phys. B **353**, 591 (1991).
- [96] A. Datta, M. Imbeault, D. London, V. Page, N. Sinha et R. Sinha, Phys. Rev. D **71**, 096002 (2005).

- [97] A. Datta et D. London, Phys. Lett. B **595**, 453 (2004).
- [98] Y. Nir et M. P. Worah, Phys. Lett. B **423**, 319 (1998).
- [99] S. Baek, D. London, J. Matias et J. Virto, JHEP **0602**, 027 (2006).
- [100] S. Baek, D. London, J. Matias et J. Virto, JHEP **0612**, 019 (2006).
- [101] A. Denner, H. Eck, O. Hahn et J. Küblebeck, Nucl. Phys. B **387**, 467-481 (1992).
- [102] F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero et L. Silvestrini, Nucl. Phys. B **477**, 321 (1996).
- [103] H. E. Haber et G. L. Kane, Phys. Rept. **117**, 75 (1985).
- [104] S. A. Abel, W. N. Cottingham et I. B. Whittingham, Phys. Rev. D **58**, 073006 (1998).
- [105] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt et P. Nath, Phys. Rev. Lett. **49**, 970 (1982).
- [106] R. Barbieri, S. Ferrara et C. A. Savoy, Phys. Lett. B **119**, 343 (1982).
- [107] L. J. Hall, J. D. Lykken et S. Weinberg, Phys. Rev. D **27**, 2359 (1983).
- [108] N. Ohta, Prog. Theor. Phys. **70**, 542 (1983).
- [109] L. Randall et R. Sundrum, Nucl. Phys. B **557**, 79 (1999).
- [110] G. F. Giudice, M. A. Luty, H. Murayama et R. Rattazzi, JHEP **9812**, 027 (1998).
- [111] M. Dine et A. E. Nelson, Phys. Rev. D **48**, 1277 (1993).
- [112] M. Dine, A. E. Nelson et Y. Shirman, Phys. Rev. D **51**, 1362 (1995).
- [113] M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir et Y. Shirman, Phys. Rev. D **53**, 2658 (1996).
- [114] A. J. Buras, M. Jamin et P. H. Weisz, Nucl. Phys. B **347**, 491 (1990).
- [115] S. Baek, JHEP **0609**, 077 (2006).
- [116] S. Aoki *et al.* (JLQCD), Phys. Rev. Lett. **91**, 212001 (2003).
- [117] A. Gray *et al.* (HPQCD), Phys. Rev. Lett. **95**, 212001 (2005).
- [118] S. Khalil, Phys. Rev. D **72**, 035007 (2005).

- [119] S. Khalil, arXiv :hep-ph/0608157 (2006).
- [120] Y. D. Yang, R. Wang et G. R. Lu, Phys. Rev. D **73**, 015003 (2006).
- [121] Philip R. Bevington et D. Keith Robinson, *Data reduction and error analysis for the physical sciences*, États-Unis, WCB/McGraw Hill (1992).
- [122] A. Datta, M. Imbeault et D. London, Phys. Lett. B **671**, 256 (2009).
- [123] A. Arhrib, C. K. Chua et W. S. Hou, Eur. Phys. J. C **21**, 567 (2001).
- [124] A. Datta et P. J. O'Donnell, Phys. Rev. D **72**, 113002 (2005).
- [125] A. Datta, Phys. Rev. D **74**, 014022 (2006).
- [126] P. Langacker et M. Plumacher, Phys. Rev. D **62**, 013006 (2000).
- [127] C. Amsler *et al.*, Phys. Lett. B **667**, 1 (2008).
- [128] Heavy Flavor Averaging Group, [http ://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/](http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/) (2005).
- [129] S. Bertolini, F. Borzumati, et A. Masiero, Phys. Rev. Lett. **59**, 180 (1987).
- [130] N.G. Deshpande, P. Lo, J. Trampetic, G. Eilam, et P. Singer, Phys. Rev. Lett. **59**, 183 (1987).
- [131] B. Grinstein, R. P. Springer et M. B. Wise, Nucl. Phys. B **339**, 269 (1990).
- [132] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], Phys. Rev. Lett. **95**, 221801 (2005).
- [133] Y. Chao *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. D **69**, 111102 (2004).
- [134] A. Bornheim *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. D **68**, 052002 (2003) [Erratum-ibid. D **75**, 119907 (2007)].
- [135] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **94**, 181802 (2005).
- [136] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], arXiv :hep-ex/0508046 (2005).
- [137] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **71**, 111102 (2005).
- [138] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], arXiv :hep-ex/0507037 (2005).
- [139] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **77**, 012003 (2008).
- [140] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. D **76**, 091103 (2007).

- [141] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **97**, 171805 (2006).
- [142] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98**, 181804 (2007).
- [143] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **76**, 091102 (2007).
- [144] K. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99**, 121601 (2007).
- [145] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **75**, 012008 (2007).
- [146] S. Chen *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **85**, 525 (2000).
- [147] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **99**, 021603 (2007).
- [148] M. Morello [CDF Collaboration], Nucl. Phys. Proc. Suppl. **170**, 39 (2007).
- [149] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], arXiv :0809.1174 (2008).
- [150] I. Adachi *et al.* [Belle Collaboration], arXiv :0809.4366 (2008).
- [151] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], arXiv :0807.4226 (2008).
- [152] [The Belle Collaboration], Nature **452**, 332 (2008).
- [153] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **69**, 011102 (2004).
- [154] K. F. Chen *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 201801 (2003).
- [155] R. A. Briere *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **86**, 3718 (2001).
- [156] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **71**, 091102 (2005).
- [157] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **99**, 161802 (2007).
- [158] K. F. Chen *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98**, 031802 (2007).
- [159] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], arXiv :0808.0700 (2008).
- [160] B. Aubert *et al.* [The BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **78**, 092008 (2008).
- [161] K. F. Chen *et al.* [BELLE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **94**, 221804 (2005).
- [162] P. Chang, <http://www.hep.upenn.edu/ichep08/talks>, séminaire présenté à ICHEP 2008, Philadelphie, États-Unis (2008).

Annexe I

Données expérimentales

Pour toutes les données expérimentales exposées dans cette annexe, nous utilisons les moyennes calculées par le *Heavy Flavor Averaging Group* ^[128]. Les sources premières de chacune des mesures sont quand même indiquées pour être complet.

I.1 Désintégrations $B \rightarrow \pi K$

Pour les désintégrations $B \rightarrow \pi K$, les données des trois dernières années sont présentées. Ceci est utile pour observer la progression du problème $B \rightarrow \pi K$. Ceci est discuté en détails au chapitre 5 des notions préliminaires.

	$\mathcal{B} (10^{-6})$	A_{CP}	S_{CP}
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	11.5 ± 1.0	0.02 ± 0.13	0.31 ± 0.26
$B^0 \rightarrow \pi^- K^+$	18.9 ± 0.7	-0.108 ± 0.017	-
$B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	12.1 ± 0.8	0.04 ± 0.04	-
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$	24.1 ± 1.3	-0.02 ± 0.04	-

TABLE I.1 – Données expérimentales de l’hiver 2006 des rapports d’embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour $B \rightarrow \pi K$ ^[132-138].

	$\mathcal{B} (10^{-6})$	A_{CP}	S_{CP}
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	9.9 ± 0.6	-0.14 ± 0.11	0.38 ± 0.19
$B^0 \rightarrow \pi^- K^+$	19.4 ± 0.6	-0.097 ± 0.012	-
$B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	12.9 ± 0.6	0.050 ± 0.025	-
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$	23.1 ± 1.0	0.009 ± 0.025	-

TABLE I.2 – Données expérimentales de l’été 2007 des rapports d’embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour $B \rightarrow \pi K$ ^[134, 139-148].

	$\mathcal{B} (10^{-6})$	A_{CP}	S_{CP}
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	9.8 ± 0.6	-0.01 ± 0.10	0.57 ± 0.17
$B^0 \rightarrow \pi^- K^+$	19.4 ± 0.6	$-0.098^{+0.012}_{-0.011}$	-
$B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	12.9 ± 0.6	0.050 ± 0.025	-
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$	23.1 ± 1.0	0.009 ± 0.025	-

TABLE I.3 – Données expérimentales de l'été 2008 des rapports d'embranchement moyens et des asymétries CP directes et indirectes pour $B \rightarrow \pi K$ [134, 141–146, 148–152].

I.2 Désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$

	Hiver 2006	Été 2007	Été 2008
\mathcal{B}	$8.3^{+1.2}_{-1.0}$	$8.3^{+1.2}_{-1.0}$	$8.3^{+1.2}_{-1.0}$
A_{CP}	0.09 ± 0.14	$0.01^{+0.12}_{-0.011}$	0.25 ± 0.15
S_{CP}	0.47 ± 0.19	0.39 ± 0.17	$0.44^{+0.17}_{-0.18}$

TABLE I.4 – Données expérimentales de la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K_s$, soient le rapport d'embranchement moyen et les asymétries CP directe et indirecte pour l'hiver 2006 [153–156], l'été 2007 [153–155, 157, 158] et l'été 2008 [153–155, 159, 162].

I.3 Désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$

$\mathcal{B}(10^{-6})$	$9.8^{+0.7}_{-0.6}$
A_{CP}	0.01 ± 0.05
f_L	0.480 ± 0.030
f_{\perp}	0.241 ± 0.029

TABLE I.5 – Données expérimentales utilisées pour la désintégration $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ pour l'été 2008 [154, 155, 160, 161].

Annexe II

Définitions et conventions

II.1 Définitions des mésons

Dans le domaine des désintégrations hadroniques des mésons B , on utilise souvent des définitions des mésons qui diffèrent légèrement de celles du *Particle Data Group*^[127]. La différence entre les deux conventions n'est que la présence de quelques signes négatifs. Il n'y a pas de raison profonde autre que celle d'éviter quelques signes négatifs dans certains calculs. Dans un souci de cohérence avec la plupart des publications citées en bibliographie, nous utilisons les définitions non standards des mésons dans la présente thèse. Ainsi, nous définissons les mésons B par

$$\begin{aligned} B^+ &= u\bar{b}, & B^- &= -\bar{u}b, \\ B^0 &= d\bar{b}, & \bar{B}^0 &= \bar{d}b, \end{aligned} \tag{II.1}$$

les mésons K par

$$\begin{aligned} K^+ &= u\bar{s}, & K^- &= -\bar{u}s, \\ K^0 &= d\bar{s}, & \bar{K}^0 &= \bar{d}s, \end{aligned} \tag{II.2}$$

et les pions par

$$\pi^+ = u\bar{d}, \quad \pi^- = -d\bar{u}, \quad \pi^0 = -\frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}. \tag{II.3}$$

II.2 Définitions des constantes de désintégration et des facteurs de forme

On définit les constantes de désintégration f_P pour les mésons pseudoscalaires P et f_V , f_V^\perp pour les mésons vectoriels V de telle sorte que^[26,27,31,32]

$$\begin{aligned}\langle P(P) | \bar{q} \gamma^\mu q | 0 \rangle &= i p^\mu f_P , \\ \langle V(q, \epsilon) | \bar{q} \gamma^\mu q | 0 \rangle &= f_V m_V \epsilon^{*\mu} , \\ \langle V(q, \epsilon) | \bar{q} \sigma^{\mu\nu} q | 0 \rangle &= -i f_V^\perp (\epsilon^{*\mu} q^\nu - \epsilon^{*\nu} q^\mu) .\end{aligned}\quad (\text{II.4})$$

En utilisant l'identité

$$\sigma^{\mu\nu} \gamma_5 = -\frac{i}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \sigma_{\rho\sigma} , \quad (\text{II.5})$$

on peut facilement montrer que

$$\langle V(q, \epsilon) | \bar{q} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 q | 0 \rangle = -\frac{1}{2} f_V^\perp \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (\epsilon_\rho^* q_\sigma - \epsilon_\sigma^* q_\rho) . \quad (\text{II.6})$$

Des valeurs récentes des constantes de désintégration que nous utilisons dans cette thèse sont indiquées au tableau II.1.

M	ϕ [MeV]	B [MeV]	K [MeV]	K^* [MeV]
f_M	215 ± 5	200 ± 25	160	220 ± 5
f_M^\perp	186 ± 9	—	—	185 ± 10

TABLE II.1 – Valeur des constantes de désintégration pour les mésons ϕ , B , K et K^* .^[32]

On définit les facteurs de forme de telle sorte que^[31,32]

$$\begin{aligned}\langle P(p) | \bar{q} \gamma^\mu b | \bar{B}(p_B) \rangle &= \left[(p_B + p)^\mu - \frac{m_B^2 - m_P^2}{s} q^\mu \right] F_+^{B \rightarrow P}(s) \\ &\quad + \frac{m_B^2 - m_P^2}{s} F_0^{B \rightarrow P}(s) q^\mu , \\ \langle P(p) | \bar{q} \sigma^{\mu\nu} b | \bar{B}(p_B) \rangle q_\nu &= i \left\{ (p_B + p)^\mu s - q^\mu (m_B^2 - m_P^2) \right\} \frac{f_T(s)}{m_B + m_K} , \\ \langle V(p, \epsilon) | \bar{q} \gamma^\mu (1 \pm \gamma_5) b | \bar{B}(p_B) \rangle &= \pm i \epsilon^{*\mu} (m_B + m_V) A_1(s)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mp i(p_B + p)^\mu (\epsilon^* \cdot p_B) \frac{A_2(s)}{m_B + m_V} \\
& \mp i q^\mu (\epsilon^* \cdot p_B) \frac{2m_V}{s} (A_3(s) - A_0(s)) \\
& + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{*\nu} p_{B\rho} p_\sigma \frac{2V(s)}{m_B + m_V} , \\
\langle V(p, \epsilon) | \bar{q} \sigma^{\mu\nu} (1 \pm \gamma_5) b | \bar{B}(p_B) \rangle q_\nu & = i \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_\nu^* p_{B\rho} p_\sigma 2T_1(s) \\
& \pm T_2(s) \left\{ \epsilon^{*\mu} (m_B^2 - m_V^2) - (\epsilon^* \cdot p_B) (p_B + p)^\mu \right\} \\
& \pm T_3(s) (\epsilon^* \cdot p_B) \left\{ q^\mu - \frac{s}{m_B^2 - m_V^2} (p_B + p)^\mu \right\} , \\
\end{aligned} \tag{II.7}$$

où $q = p_B - p$ et $s = q^2$. Des valeurs pour les facteurs de forme des transitions $B \rightarrow K$ et $B \rightarrow K^*$ sont présentées dans le tableau II.2.

	Minimal	Central	Maximal
$F_+^{B \rightarrow K}$	0.295	0.337	0.391
$F_0^{B \rightarrow K}$	0.286	0.327	0.379
f_T	0.319	0.375	0.446
A_1	0.301	0.345	0.393
A_2	0.258	0.295	0.333
A_0	0.437	0.498	0.750
V	0.423	0.483	0.579
T_1	0.355	0.402	0.463
T_2	0.341	0.387	0.445
T_3	0.245	0.272	0.307

TABLE II.2 – Valeurs des facteurs de forme des transitions $B \rightarrow K$, $B \rightarrow K^*$ pour $s = m_\phi^2$ d'après la référence ^[31] (avec $\mu = m_b$).

Annexe III

Développements Mathématiques

III.1 Résolution de l'équation de Schödinger pour l'hamiltonien de l'équation (1.11)

Rappelons que l'hamiltonien est de la forme

$$\mathbf{H} = \mathbf{M} - \frac{i}{2}\mathbf{\Gamma}, \quad (\text{III.1})$$

où \mathbf{M} et $\mathbf{\Gamma}$ sont des matrices hermitiennes 2×2 qu'on peut écrire

$$\mathbf{M} \equiv \begin{pmatrix} M & M_{12} \\ M_{12}^* & M \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} \equiv \begin{pmatrix} \Gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma \end{pmatrix}. \quad (\text{III.2})$$

un état arbitraire $a|M^0\rangle + b|\bar{M}^0\rangle$ doit respecter l'équation de Schrödinger

$$i\frac{d}{dt}(a)b = \mathbf{H}(a)b, \quad (\text{III.3})$$

En diagonalisant \mathbf{H} , on peut calculer ses valeurs propres, que nous noterons $x_{1,2}$, et on trouve facilement

$$x_{1,2} = \left(M - \frac{i}{2}\Gamma\right) \pm \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}. \quad (\text{III.4})$$

En définissant

$$\begin{aligned} \Delta M &= 2\text{Re}\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}, \\ \Delta \Gamma &= -4\text{Im}\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}, \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

on peut écrire les valeurs propres de l'hamiltonien de façon plus compacte :

$$x_{1,2} = \left(M \pm \frac{\Delta M}{2} \right) - \frac{i}{2} \left(\Gamma \pm \frac{\Delta \Gamma}{2} \right). \quad (\text{III.6})$$

Connaissant les valeurs propres, il est maintenant facile de calculer quels sont les états propres de l'hamiltonien $|M_L\rangle$ et $|M_H\rangle$ qui correspondent respectivement aux valeurs propres x_1 et x_2 :

$$\begin{aligned} |M_H\rangle &= p|M^0\rangle - q|\bar{M}^0\rangle, \\ |M_L\rangle &= p|M^0\rangle + q|\bar{M}^0\rangle, \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

où la condition de normalisation $|p|^2 + |q|^2 = 1$ doit être respectée et

$$\begin{aligned} p &= M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}, \\ q &= -\frac{1}{2} \left(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma \right). \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

Connaissant explicitement les états propres de l'hamiltonien \mathbf{H} , on peut maintenant considérer un état $|\psi(t)\rangle$ et décrire explicitement son évolution dans le temps. Sans perdre de généralité, on identifie arbitrairement $|\psi(t)\rangle$ comme étant un « état pur » $|M^0\rangle$ à l'instant $t = 0$. On pose donc

$$|\psi(0)\rangle \equiv |M^0\rangle = \frac{1}{2p} (|M_H\rangle + |M_L\rangle), \quad (\text{III.9})$$

et son évolution dans le temps s'écrit donc

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\mathbf{H}t}|\psi(0)\rangle = \frac{1}{2p} \left(e^{-ix_1t}|M_H\rangle + e^{-ix_2t}|M_L\rangle \right). \quad (\text{III.10})$$

En utilisant les formes explicites des valeurs propres (équation (III.6)) et des états propres (équation (III.7)), on trouve facilement

$$|M^0(t)\rangle = g_+(t)|M^0\rangle + \left(\frac{q}{p} \right) g_-(t)|\bar{M}^0\rangle, \quad (\text{III.11})$$

où

$$\begin{aligned} g_+(t) &= e^{-i(M-\frac{i}{2}\Gamma)t} \cos\left(\frac{1}{2}(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma)t\right), \\ g_-(t) &= ie^{-i(M-\frac{i}{2}\Gamma)t} \sin\left(\frac{1}{2}(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma)t\right). \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

On peut faire le même exercice pour décrire l'évolution d'un état $|\bar{M}^0\rangle$ et on trouve

$$|\bar{M}^0(t)\rangle = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} g_-(t)|M^0\rangle + g_+(t)|\bar{M}^0\rangle. \quad (\text{III.13})$$

C'est le résultat qui est mentionné à l'équation (1.13).

III.2 Distribution angulaire (équation (1.29))

Rappelons que nous considérons les désintégrations séquentielles $B \rightarrow V_1 V_2$, $V_1 \rightarrow P_1 P'_1$ et $V_2 \rightarrow P_2 P'_2$, où les V_i sont des mésons vectoriels et les P_i des mésons pseudoscalaires. Rappelons également que θ_1 (θ_2) est l'angle entre les directions de propagation de P_1 (P_2) dans le référentiel où V_1 (V_2) est au repos et la direction de propagation de V_1 (V_2) dans le référentiel où le B est au repos. De plus, ϕ est l'angle entre les normales des plans définis par les directions de propagation de $P_1 P'_1$ et $P_2 P'_2$. Pour la dérivation, nous suivons la démarche présentée dans l'article de Kramer et Palmer ^[13], mais adaptée au cas qui nous intéresse dans lequel V_2 se désintègre en une paire de pseudoscalaires au lieu d'une paire lepton-antilepton. Dans la base des polarisations A_\pm et A_0 , on peut exprimer la distribution angulaire $W(\theta_1, \theta_2, \phi)$ de façon directe en termes des matrices D de Wigner

$$W(\theta_1, \theta_2, \phi) = \sum_{\lambda_1, \lambda_2} A_{\lambda_1} A_{\lambda_2} A_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_1) B_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_2, \phi), \quad (\text{III.14})$$

où $\lambda_{1,2}$ sont les polarisations possibles de $V_{1,2}$ respectivement. La fonction $A_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_1)$ est une matrice de densité pour la sous-désintégration $V_1 \rightarrow P_1 P'_1$. Dans le cas particulier où V_1 se désintègre en une paire de pseudoscalaires, comme dans notre

cas, alors $A_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_1)$ prend une forme simplifiée

$$A_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_1) = \frac{3}{4\pi} D_{\lambda_1, 0}^{1*}(0, \theta_1, 0) D_{\lambda_2, 0}^1(0, \theta_1, 0) , \quad (\text{III.15})$$

où les matrices de Wigner $D_{m, m'}^j(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-i(m\alpha + m'\gamma)} d_{m, m'}^j(\beta)$, et où les fonctions d sont tabulées par exemple dans *The Review of Particle Physics* du PDG [127].

De façon similaire, dans notre cas particulier, les fonctions $B_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_2, \phi)$ prennent la forme simplifiée

$$B_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_2, \phi) = \frac{3}{4\pi} D_{\lambda_1, 0}^{1*}(\phi, \theta_2, -\phi) D_{\lambda_2, 0}^1(\phi, \theta_2, -\phi) . \quad (\text{III.16})$$

À partir d'ici, il suffit d'appliquer les équations machinalement. Pour les fonctions $A_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_1)$, on obtient

$$\begin{aligned} A_{1,1}(\theta_1) &= A_{-1,-1}(\theta_1) = -A_{1,-1}(\theta_1) = -A_{-1,1}(\theta_1) = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta_1 , \\ A_{1,0}(\theta_1) &= A_{0,1}(\theta_1) = -A_{-1,0}(\theta_1) = -A_{0,-1}(\theta_1) = -\frac{3}{4\sqrt{2}\pi} \sin \theta_1 \cos \theta_1 , \\ A_{0,0}(\theta_1) &= \frac{3}{4\pi} \cos^2 \theta_1 , \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

alors que pour les fonctions $B_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_2, \phi)$ on obtient

$$\begin{aligned} B_{1,1}(\theta_2, \phi) &= B_{-1,-1}(\theta_2, \phi) = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta_2 \\ B_{1,-1}(\theta_2, \phi) &= B_{-1,1}^*(\theta_2, \phi) = \frac{3}{8\pi} e^{-2i\phi} \sin^2 \theta_2 , \\ B_{1,0}(\theta_2, \phi) &= B_{0,1}^*(\theta_2, \phi) = -B_{-1,0}^*(\theta_2, \phi) = -B_{0,-1}(\theta_2, \phi) \\ &= -\frac{3}{4\sqrt{2}\pi} e^{-i\phi} \sin \theta_2 \cos \theta_2 , \\ B_{0,0}(\theta_2, \phi) &= \frac{3}{4\pi} \cos^2 \theta_2 . \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

Puisque le taux de désintégration différentiel est proportionnel à $W(\theta_1, \theta_2, \phi)$, on retrouve en quelques lignes de calculs la distribution angulaire de l'équation (1.29)

en substituant les fonctions $A_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_1)$ et $B_{\lambda_1, \lambda_2}(\theta_2, \phi)$ dans l'équation (III.14)

$$\begin{aligned} \frac{d^3\Gamma}{d \cos \theta_1 d \cos \theta_2 d \phi} &= N \left(|A_0|^2 \cos^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2 + \frac{|A_\perp|^2}{2} \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \phi \right. \\ &\quad + \frac{|A_\parallel|^2}{2} \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \cos^2 \phi + \frac{\text{Re}(A_0 A_\parallel^*)}{2\sqrt{2}} \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \cos \phi \\ &\quad \left. - \frac{\text{Im}(A_\perp A_0^*)}{2\sqrt{2}} \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin \phi - \frac{\text{Im}(A_\perp A_\parallel^*)}{2} \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin 2\phi \right, \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

où N est un facteur de normalisation.

III.3 Contractions VS diagrammes pour $B \rightarrow \pi\pi$

Pour les désintégrations $B^- \rightarrow \pi^- \pi^0$, $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ et $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, l'amplitude d'un processus donné $B^{i+j} \rightarrow \pi^i \pi^j$ prend la forme

$$A^{\pi^i \pi^j} = T^{\pi^i \pi^j} + P_{EF}^{\pi^i \pi^j} + P^{\pi^i \pi^j}, \quad (\text{III.20})$$

où T^{ij} , P_{EF}^{ij} et P^{ij} sont respectivement les parties arbres, PEF et pingouins gluoniques. En termes de contractions, on a

$$\begin{aligned} T^{\pi^- \pi^0} &= -\lambda_u^{(d)} c_i (EM_i^u + EM_{Ci}^u), \\ T^{\pi^+ \pi^-} &= -\sqrt{2} c_i [\lambda_u^{(d)} (EM_i^u + P_i^u + EX_i^u + PE_i^u) + \lambda_c^{(d)} (P_i^c + PE_i^c)], \\ T^{\pi^0 \pi^0} &= c_i [\lambda_u^{(d)} (-EM_{Ci}^u + P_i^u + EX_i^u + PE_i^u) + \lambda_c^{(d)} (P_i^c + PE_i^c)], \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

pour les arbres,

$$\begin{aligned} P_{EF}^{\pi^- \pi^0} &= \frac{3}{2} \lambda_t^{(d)} c_i (EM_i + EM_{Ci}), \\ P_{EF}^{\pi^+ \pi^-} &= \frac{3}{2} \sqrt{2} \lambda_t^{(d)} c_i \left[\frac{2}{3} EM_{Ci} + \frac{1}{3} (A_i + PF_i + PA_i) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} (P_i + EX_i + PE_i) - \frac{1}{3} (PF_i^s + PA_i^s) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{EF}^{\pi^0\pi^0} &= \frac{3}{2}\lambda_t^{(d)}c_i \left[EM_i + \frac{1}{3}EM_{ci} - \frac{1}{3}(A_i + PF_i + PA_i) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3}(P_i + EX_i + PE_i) + \frac{1}{3}(PF_i^s + PA_i^s) \right], \quad (\text{III.22})
\end{aligned}$$

pour les PEF et

$$\begin{aligned}
P^{\pi^-\pi^0} &= 0, \\
P^{\pi^+\pi^-} &= \sqrt{2}\lambda_t^{(d)}c_i \left[(2PF_i + PF_i^s + EX_i + \tilde{E}M_{ci} + P_i) \right. \\
&\quad \left. + (2A_i + 2PA_i + PA_i^s + PE_i) \right], \\
P^{\pi^0\pi^0} &= -\lambda_t^{(d)}c_i \left[(2PF_i + PF_i^s + EX_i + \tilde{E}M_{ci} + P_i) \right. \\
&\quad \left. + (2A_i + 2PA_i + PA_i^s + PE_i) \right]. \quad (\text{III.23})
\end{aligned}$$

pour les pingouins gluoniques. Rappelons que dans les équations (III.21), (III.22) et (III.23), les contractions n'ont pas d'apostrophe parce qu'il s'agit de transitions $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$. On note également au passage que la relation triangulaire d'isospin^[69]

$$\sqrt{2}A^{\pi^-\pi^0} = A^{\pi^-\pi^-} + \sqrt{2}A^{\pi^0\pi^0}, \quad (\text{III.24})$$

est respectée.

Parallèlement, exprimées en termes de diagrammes de Feynman en suivant l'approche du chapitre 2, les mêmes amplitudes prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned}
A^{\pi^-\pi^0} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[(T + C) + (P_{EF} + P_{EF}^C) \right], \\
A^{\pi^+\pi^-} &= - \left[-(T + P_u + E + PA_u) + (P_c + PA_c) \right. \\
&\quad \left. + (P_t + PA_t + \frac{2}{3}P_{EF}^C + \frac{1}{3}P_{EF}^A - \frac{1}{3}P_{EF}^E - \frac{1}{3}P_{EF}^{P_u} - \frac{1}{3}P_{EF}^{PA_u}) \right], \\
A^{\pi^0\pi^0} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[-(C - P_u - E - PA_u) + (-P_c - PA_c) \right. \\
&\quad \left. + (-P_t - PA_t + P_{EF} + \frac{1}{3}P_{EF}^C - \frac{1}{3}P_{EF}^A + \frac{1}{3}P_{EF}^E + \frac{1}{3}P_{EF}^{P_u} + \frac{1}{3}P_{EF}^{PA_u}) \right], \quad (\text{III.25})
\end{aligned}$$

où nous avons ajouté des parenthèses pour délimiter explicitement les parties contenant un facteur $\lambda_u^{(d)}$, $\lambda_c^{(d)}$ ou $\lambda_t^{(d)}$ respectivement. Ainsi, en comparant l'équation (III.25) aux équations (III.21), (III.22) et (III.23), on peut écrire les diagrammes en termes de contractions. On a donc

$$\begin{aligned}
T &= \sqrt{2}\lambda_u^{(d)}c_iEM_i^u, \\
C &= \sqrt{2}\lambda_u^{(d)}c_iEM_{Ci}^u, \\
E &= \sqrt{2}\lambda_u^{(d)}c_iEX_i^u, \\
P_u &= \sqrt{2}\lambda_u^{(d)}c_iP_i^u, \\
P_c &= -\sqrt{2}\lambda_c^{(d)}c_iP_i^c, \\
PA_u &= \sqrt{2}\lambda_u^{(d)}c_iPE_i^u, \\
PA_c &= -\sqrt{2}\lambda_c^{(d)}c_iPE_i^c,
\end{aligned} \tag{III.26}$$

pour les arbres,

$$\begin{aligned}
P_{EF} &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(d)}c_i\widetilde{EM}_i, \\
P_{EF}^C &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(d)}c_i\widetilde{EM}_{Ci}, \\
P_{EF}^E &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(d)}c_iEX_i, \\
P_{EF}^A &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(d)}c_iA_i, \\
P_{EF}^{P_u} &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(d)}c_i[(PF_i^s - PF_i) + P_i^s], \\
P_{EF}^{PA_u} &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(d)}c_i[(PA_i^s - PA_i) + PE_i^s],
\end{aligned} \tag{III.27}$$

pour les PEF et

$$\begin{aligned}
P_t &= -\sqrt{2}\lambda_t^{(d)}c_i[2PF_i + PF_i^s + EX_i + \widetilde{EM}_{Ci} + P_i^s], \\
PA_t &= -\sqrt{2}\lambda_t^{(d)}c_i(2A_i + 2PA_i + PA_i^s + PE_i),
\end{aligned} \tag{III.28}$$

pour les pingouins gluoniques. On trouve donc que les équations (III.26), (III.27) et

(III.28) complètent et confirment les relations entre les diagrammes et les contractions de la section 6.6.

III.4 Preuve des relations $SU(3)$ de GPY avec les contractions

Rappelons que les deux relations $SU(3)$ de GPY sont (6.37) :

$$\begin{aligned}
P_{EF}^{-0} + \sqrt{2}P_{EF}^{0-} &= \frac{3}{2} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} R(C' + T') , \\
P_{EF}^{+-} + P_{EF}^{-0} &= \frac{3}{4} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} R(A' + C' - T' - E) \\
&\quad - \frac{3}{4} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} R(A' - C' - T' + E) , \quad (III.29)
\end{aligned}$$

et qu'elles reposent sur la symétrie de saveurs $SU(3)$ et l'approximation de négliger les coefficients de Wilson c_7 et c_8 .

Pour démontrer ces relations en utilisant les contractions, il faut d'abord remarquer que les opérateurs PEF O_9 et O_{10} sont purement de structure $(V-A) \times (V-A)$. On peut donc faire une transformation de Fierz pour permuter les positions des quarks \bar{q}_5 et \bar{q}_6 sans changer la structure $(V-A) \times (V-A)$. Donc, pour une contraction donnée, on peut faire les changements $\langle O_1 \rangle \leftrightarrow \langle O_{10} \rangle$ et $\langle O_2 \rangle \leftrightarrow \langle O_9 \rangle$. De plus, pour une contraction donnée, puisque les contractions de Wick d'un quark u , d ou s sont équivalentes sous $SU(3)$, on a $\langle O_1 \rangle = \langle O_9 \rangle$ et $\langle O_2 \rangle = \langle O_{10} \rangle$. En utilisant ceci, on peut associer en paires certaines contractions d'opérateurs donnés de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
EM_{1,9} &= EM_{C2,10} , & EM_{2,10} &= EM_{C1,9} , \\
P_{1,9} &= PF_{2,10} , & P_{2,10} &= PF_{1,9} , \\
P_{Oz1,9} &= PF_{Oz12,10} , & P_{Oz12,10} &= PF_{Oz11,9} , \\
A_{1,9} &= EX_{2,10} , & A_{2,10} &= EX_{1,9} , \\
A_{Oz1,9} &= EX_{Oz12,10} , & A_{Oz12,10} &= EX_{Oz11,9} , \\
PA_{1,9} &= PE_{2,10} , & PA_{2,10} &= PE_{1,9} ,
\end{aligned}$$

$$PA_{Oz1,9} = PE_{Oz1,10} \quad , \quad PA_{Oz1,10} = PE_{Oz1,9} \quad . \quad (\text{III.30})$$

Nous avons omis les apostrophes puisque que ces relations sont valides pour toutes les transitions $b \rightarrow d, s$. En utilisant celles-ci, on peut réécrire le membre de gauche de la première équation de (III.29) comme

$$\begin{aligned} & \sum_{i=9,10} \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} c_i \left(\widetilde{EM}'_i + \widetilde{EM}'_{c_i} \right) \\ &= \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \left(c_9 \widetilde{EM}'_9 + c_{10} \widetilde{EM}'_{10} + c_9 \widetilde{EM}'_{c_9} + c_{10} \widetilde{EM}'_{c_{10}} \right) \\ &\stackrel{SU(3)}{=} \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \left(c_9 EM'_1 + c_{10} EM'_2 + c_9 EM'_{c_1} + c_{10} EM'_{c_2} \right) \\ &\stackrel{\text{Fierz}+SU(3)}{=} \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \left(c_9 EM'_1 + c_{10} EM'_2 + c_9 EM'_2 + c_{10} EM'_1 \right) \\ &= \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} (c_9 + c_{10}) (EM'_1 + EM'_2) \quad . \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

Pour le membre de droite de la première équation de (III.29), on a

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1,2} \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (c_i EM'_i + c_i EM'_{c_i}) \\ &= \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (c_1 EM'_1 + c_2 EM'_2 + c_1 EM'_{c_1} + c_2 EM'_{c_2}) \\ &\stackrel{\text{Fierz}+SU(3)}{=} \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (c_1 EM'_1 + c_2 EM'_2 + c_1 EM'_2 + c_2 EM'_1) \\ &= \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} [(c_1 + c_2) EM'_1 + (c_1 + c_2) EM'_2] \\ &= \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} (c_9 + c_{10}) (EM'_1 + EM'_2) \quad . \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

Ceci prouve la première relation $SU(3)$ de l'équation (III.29).

Pour prouver la seconde équation, le principe est exactement le même. On utilise les relations de l'équation (III.30) et le membre de gauche devient

$$\begin{aligned} & \sum_{i=9,10} c_i \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \left(\widetilde{EM}'_{c_i} - EX'_i \right) \\ &= \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \left(c_9 \widetilde{EM}'_{c_9} + c_{10} \widetilde{EM}'_{c_{10}} - c_9 EX'_9 - c_{10} EX'_{10} \right) \end{aligned}$$

$$\stackrel{\text{Fierz}+SU(3)}{=} \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} (c_9 EM'_2 + c_{10} EM'_1 - c_9 EX'_1 - c_{10} EX'_2) , \quad (\text{III.33})$$

alors que le membre de droit devient

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1,2} \sqrt{2} \frac{3}{4} \lambda_t^{(s)} \left[c_i \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} (A'_i + EM'_{c_i} - EM'_i - EX'_i) \right. \\ & \quad \left. - c_i \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (A'_i - EM'_{c_i} - EM'_i + EX'_i) \right] \\ = & \sqrt{2} \frac{3}{4} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} (c_1 A'_1 + c_2 A'_2 + c_1 EM'_{c_1} + c_2 EM'_{c_2} \\ & \quad - c_1 EM'_1 - c_2 EM'_2 - c_1 EX'_1 - c_2 EX'_2) \\ & - \sqrt{2} \frac{3}{4} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (c_1 A'_1 + c_2 A'_2 - c_1 EM'_{c_1} - c_2 EM'_{c_2} \\ & \quad - c_1 EM'_1 - c_2 EM'_2 + c_1 EX'_1 + c_2 EX'_2) \\ \stackrel{\text{Fierz}+SU(3)}{=} & \sqrt{2} \frac{3}{4} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} (c_1 EX'_2 + c_2 EX'_1 + c_1 EM'_2 + c_2 EM'_1 \\ & \quad - c_1 EM'_1 - c_2 EM'_2 - c_1 EX'_1 - c_2 EX'_2) \\ & - \sqrt{2} \frac{3}{4} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (c_1 EX'_2 + c_2 EX'_1 - c_1 EM'_2 - c_2 EM'_1 \\ & \quad - c_1 EM'_1 - c_2 EM'_2 + c_1 EX'_1 + c_2 EX'_2) \\ = & \sqrt{2} \frac{3}{4} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} (c_1 - c_2) (EX'_2 - EX'_1 + EM'_2 - EM'_1) \\ & \quad - \sqrt{2} \frac{3}{4} \lambda_t^{(s)} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (c_1 + c_2) (EX'_2 + EX'_1 - EM'_2 - EM'_1) \\ = & \sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} (c_9 EM'_2 + c_{10} EM'_1 - c_9 EX'_1 - c_{10} EX'_2) . \quad (\text{III.34}) \end{aligned}$$

Les membres de gauche et de droite sont donc égaux et ceci prouve la deuxième relation de GPY de l'équation (III.29).

De plus, on remarque que l'égalité des membres de gauche (équation (III.33)) et de droite (équation (III.34)) est vraie séparément pour les contractions EM' et EX' . De ce fait, on peut séparer la relation de GPY en deux relations indépendantes

$$\begin{aligned} [P_{EF}^{+-} + P_{EF}^{-0}]_{LO} &= \frac{3}{4} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} R(C' - T') - \frac{3}{4} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} R(C' - T') , \\ [P_{EF}^{+-} + P_{EF}^{-0}]_{NLO} &= \frac{3}{4} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} R(A' - E) - \frac{3}{4} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} R(A' + E) , \quad (\text{III.35}) \end{aligned}$$

dans lesquelles l'indice LO désigne les « grand PEF » P'_{EF} et P'^C_{EF} alors que l'indice NLO désigne les « petits PEF » $P'^{P_u}_{EF}$, P'^{IA}_{EF} , P'^E_{EF} et $P'^{PA_u}_{EF}$. Ceci est un ajout aux résultats déjà connus de GPY. Une autre preuve de la première de ces équations basée sur le développement CDQ aux ordres zéro et un est présentée à l'annexe III.5.1.

III.5 Ordre un de l'expansion CDQ

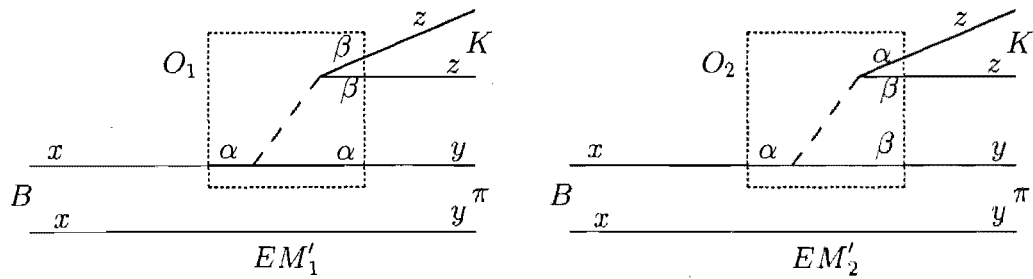


FIGURE III.1 – Représentation schématique des contractions EM' des opérateurs arbres pour $B \rightarrow \pi K$.

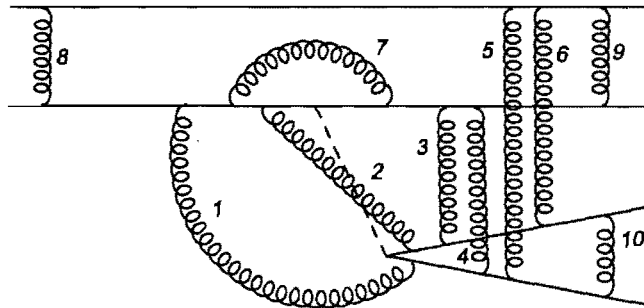


FIGURE III.2 – Représentation des 10 gluons possibles pour la correction d'ordre un d'une contraction EM' .

Rappelons la notation $Z_{i,j}$ qui désigne j -ième correction possible ($j = 1, \dots, 10$, selon la figure III.2) d'une contraction de type Z ($Z = EM', EM'_C, \dots$) de l'opérateur O_i . De plus, $Z_{i,j} = (\text{facteur de couleurs}) \times \bar{Z}_j$. Pour commencer, calculons le facteur de couleurs de la contraction $EM'_{1,1}$ en se référant aux figures III.1 et III.2 :

$$\delta_{yx} \delta_{xm} T_{m\alpha}^a \delta_{\alpha y} \delta_{z\beta} T_{\beta n}^a \delta_{nz} = \delta_{yx} \delta_{xm} \delta_{\alpha y} \delta_{z\beta} \delta_{nz} T_{m\alpha}^a T_{\beta n}^a$$

$$\begin{aligned}
&= \delta_{yx}\delta_{xm}\delta_{\alpha y}\delta_{z\beta}\delta_{nz} \left(-\frac{1}{2N_c}\delta_{m\alpha}\delta_{\beta n} + \frac{1}{2}\delta_{mn}\delta_{\alpha\beta} \right) \\
&= -\frac{N_c^2}{2N_c} + \frac{N_c}{2} = 0.
\end{aligned} \tag{III.36}$$

Dans l'équation qui précède, les deltas de Kronecker représentent la propagation d'une couleur le long d'une ligne de quark qui ne subit pas l'interaction du gluon ajouté tandis que les $T_{i,j}^a$ sont les générateurs du groupe $SU(3)$ qui proviennent du lagrangien de la CDQ et qui interviennent dans un vertex quark-quark-gluon. Pour passer de la première à la deuxième ligne, nous avons utilisé l'identité^[16]

$$T_{ik}^a T_{jl}^a = -\frac{1}{2N_c}\delta_{ik}\delta_{jl} + \frac{1}{2}\delta_{il}\delta_{jk}, \tag{III.37}$$

et comme on peut le constater, la contraction $EM'_{1,1}$ est nulle à cause du comptage des couleurs. En faisant la même chose pour la contraction $EM'_{2,1}$, on trouve

$$\begin{aligned}
\delta_{yx}\delta_{xm}T_{m\alpha}^a\delta_{\beta y}\delta_{z\beta}T_{\alpha n}^a\delta_{nz} &= \delta_{yx}\delta_{xm}\delta_{\beta y}\delta_{z\beta}\delta_{nz}T_{m\alpha}^aT_{\alpha n}^a \\
&= \delta_{yx}\delta_{xm}\delta_{\beta y}\delta_{z\beta}\delta_{nz} \left(-\frac{1}{2N_c}\delta_{m\alpha}\delta_{\alpha n} + \frac{1}{2}\delta_{mn}\delta_{\alpha\alpha} \right) \\
&= -\frac{N_c}{2N_c} + \frac{N_c^2}{2} = \frac{N_c^2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right).
\end{aligned} \tag{III.38}$$

Ainsi, en combinant les deux résultats, on trouve que la contribution totale de la correction du gluon 1 à une contraction EM' des opérateurs arbres $O_{1,2}$ est donnée par

$$c_1EM'_{1,1} + c_2EM'_{2,1} = c_2\frac{N_c^2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \overline{EM}'_1. \tag{III.39}$$

Le même principe s'applique aux neuf autres corrections du graphique III.2. En faisant la somme des dix corrections CDQ, on trouve

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{10} (c_1EM'_{1,i} + c_2EM'_{2,i}) &= c_2\frac{N_c^2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i \\
&\quad + \left(c_1 + \frac{c_2}{N_c} \right) \frac{N_c^3}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=7}^{10} \overline{EM}'_i.
\end{aligned} \tag{III.40}$$

En examinant la forme de l'équation précédente on constate que, contrairement au cas de l'ordre zéro, on ne peut pas factoriser cette somme en un facteur de couleurs et un élément de matrice hadronique. On ne pourra donc pas généraliser les relations croisées d'isospin (équation (6.42)) et le rapport C'/T' $SU(3)$ (équation (6.43)) parce que les éléments de matrice hadroniques ne se simplifient pas.

Ainsi, en utilisant l'équation que nous venons de dériver, on peut exprimer le diagramme T' des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ en termes de contractions d'ordre zéro et d'ordre un. Pour se faire, scindons en deux le diagrammes de telle sorte que $T' \equiv \tilde{T}'^0 + \tilde{T}'^1$, où \tilde{T}'^0 contient les termes sans gluon ajouté et \tilde{T}'^1 contient les termes avec un gluon ajouté. On a donc

$$\begin{aligned}\tilde{T}'^0 &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)} \left(c_1 + \frac{c_2}{N_c} \right) N_c^2 \overline{EM}' , \\ \tilde{T}'^1 &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)} \left[c_2 \frac{N_c^2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i \right. \\ &\quad \left. + \left(c_1 + \frac{c_2}{N_c} \right) \frac{N_c^3}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=7}^{10} \overline{EM}'_i \right] .\end{aligned}\quad (\text{III.41})$$

On a ajouté des tildes parce qu'il s'agit d'une notation temporaire. En effet, en observant l'équation précédente, on remarque que le facteur de couleurs des corrections 7 à 10 a une forme similaire à celui de l'ordre zéro (voir équation (6.40)). Il est donc pratique d'absorber ces corrections dans la partie d'ordre zéro. On redéfinit donc $\tilde{T}'^0 \rightarrow T'^0$ et $\tilde{T}'^1 \rightarrow T'^1$ de telle sorte que les corrections 7 à 10 soient absorbées dans T'^0

$$\begin{aligned}T'^0 &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)} \left(c_1 + \frac{c_2}{N_c} \right) N_c^2 \overline{EM}'_F , \\ \overline{EM}'_F &\equiv \overline{EM}' + \frac{N_c}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=7}^{10} \overline{EM}'_i , \\ T'^1 &= \sqrt{2}\lambda_u^{(s)} \frac{c_2}{2} N_c^2 \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i .\end{aligned}\quad (\text{III.42})$$

On constate que la structure des contractions aux ordres zéro et un correspond aux

structures de la factorisation CDQ, et de la CDQ perturbative. On peut donc en principe faire un pairing entre ce formalisme et ces théories effectives hadroniques pour calculer les valeurs des contractions et de leurs corrections CDQ.

Répetons le même exercice pour les contractions de type EM'_C pour obtenir une expression similaire pour le diagramme d'arbre réduit de couleurs. Nous avons représenté graphiquement les contractions EM'_C des opérateurs arbres à la figure III.3 et les 10 corrections CDQ possibles à la figure III.4.

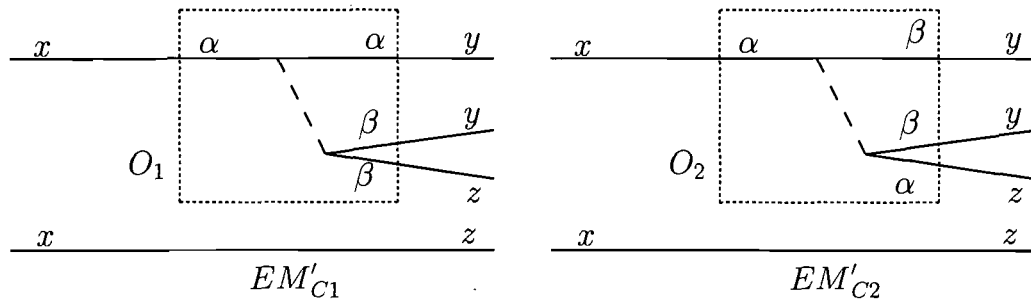


FIGURE III.3 – Représentation schématique des contractions EM'_C des opérateurs arbres pour $B \rightarrow \pi K$.

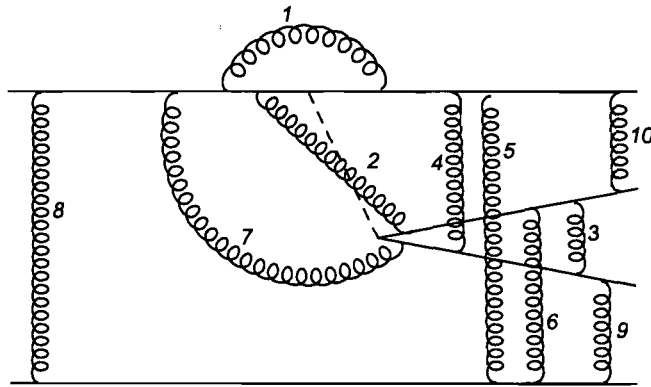


FIGURE III.4 – Représentation des 10 gluons possibles pour la correction d'ordre un d'une contraction EM'_C .

On procédant au décompte des possibilités de couleurs pour les 10 corrections de la même façon que pour la contraction EM' , on trouve

$$\sum_{i=1}^{10} (c_1 EM'_{C1,i} + c_2 EM'_{C2,i}) = c_1 \frac{N_c^2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci}$$

$$+ \left(\frac{c_1}{N_c} + c_2 \right) \frac{N_c^3}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=7}^{10} \overline{EM}'_{ci} \quad (\text{III.43})$$

En utilisant ceci, on peut exprimer le diagramme C' des désintégrations $B \rightarrow \pi K$ en définissant $C' = \tilde{C}'^0 + \tilde{C}'^1$. Ce faisant, on trouve

$$\begin{aligned} \tilde{C}'^0 &= \sqrt{2} \lambda_u^{(s)} (c_1 N_c + c_2 N_c^2) \overline{EM}'_c, \\ \tilde{C}'^1 &= \sqrt{2} \lambda_u^{(s)} \left[c_1 \frac{N_c^2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{ci} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{c_1}{N_c} + c_2 \right) \frac{N_c^3}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=7}^{10} \overline{EM}'_{ci} \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

Finalement, tout comme pour le diagramme T' , il est utile de redéfinir $\tilde{C}'^0 \rightarrow C'^0$ et $\tilde{C}'^1 \rightarrow C'^1$ de telle sorte que les corrections 7 à 10 soient absorbées dans le terme d'ordre zéro. On trouve ainsi

$$\begin{aligned} C'^0 &= \sqrt{2} \lambda_u^{(s)} \left(\frac{c_1}{N_c} + c_2 \right) N_c^2 \overline{EM}'_{CF}, \\ \overline{EM}'_{CF} &= \overline{EM}'_c + \frac{N_c}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=7}^{10} \overline{EM}'_{ci}, \\ C'^1 &= \sqrt{2} \lambda_u^{(s)} \frac{c_1}{2} N_c^2 \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{ci}, \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

où on constate, comme dans le cas du diagramme T' , que la structure des couleurs concorde avec celle des théories hadroniques effectives.

On peut répéter exactement la même procédure pour les PEF. On obtient alors

$$\begin{aligned} P_{EF}^0 &= -\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \left(c_9 + \frac{c_{10}}{N_c} \right) N_c^2 \overline{EM}'_F, \\ \overline{EM}'_F &\equiv \overline{EM}' + \frac{N_c}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=7}^{10} \overline{EM}'_i, \\ P_{EF}^1 &= -\sqrt{2} \frac{3}{2} \lambda_t^{(s)} \frac{c_{10}}{2} N_c^2 \left(1 - \frac{1}{N_c^2} \right) \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i, \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

pour le diagramme P'_{EF} et

$$\begin{aligned}
P_{EF}^{C'0} &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}\left(\frac{c_9}{N_c} + c_{10}\right)N_c^2\overline{EM}'_{CF}, \\
\overline{EM}'_{CF} &= \overline{EM}'_C + \frac{N_c}{2}\left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right)\sum_{i=7}^{10}\overline{EM}'_{Ci}, \\
P_{EF}^{C'1} &= -\sqrt{2}\frac{3}{2}\lambda_t^{(s)}\frac{c_9}{2}N_c^2\left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right)\sum_{i=1}^6\overline{EM}'_{Ci}, \tag{III.47}
\end{aligned}$$

pour le diagramme P'_{EF} .

III.5.1 La symétrie $SU(3)$ à l'ordre un

Partant des résultats de la première partie de cette annexe, on peut simplifier légèrement l'expression du rapport C'/T' en utilisant $SU(3)$. Pour montrer ceci, il faut d'abord montrer que $\overline{EM}'_F = \overline{EM}'_{CF}$ et $\overline{EM}'_{CF} = \overline{EM}'_F$. On sait déjà que $\overline{EM}' = \overline{EM}'_C$ et $\overline{EM}'_C = \overline{EM}'$ (équation (6.41)) à l'ordre zéro. En procédant exactement de la même façon qu'à l'équation (6.41), on peut montrer que $\overline{EM}'_i = \overline{EM}'_{Ci}$ et $\overline{EM}'_{Ci} = \overline{EM}'_i$ pour $i = 7, 8, 9$ et 10 . On peut affirmer ceci parce que les manipulations de l'équation (6.41) sont valides même avec l'ajout d'un gluon. En effet, la transformation de Fierz de l'opérateur local n'est en rien modifiée par l'ajout d'un gluon dans les effets de longue distance. Pour ce qui est de l'échange $M_1M_2 \leftrightarrow M_2M_1$, elle est valide également mais il faut s'assurer que la correction i (avec $i = 7, 8, 9$ et 10) d'une contraction EM' correspond à la correction i de la contraction EM'_C (d'après les figures III.2 et III.4). Ceci prouve que $\overline{EM}'_F = \overline{EM}'_{CF}$ et $\overline{EM}'_{CF} = \overline{EM}'_F$.

Il ne reste qu'à montrer que $\sum_{i=1}^6\overline{EM}'_i = \sum_{i=1}^6\overline{EM}'_{Ci}$ et $\sum_{i=1}^6\overline{EM}'_{Ci} = \sum_{i=1}^6\overline{EM}'_i$. Le principe est encore une fois exactement le même qu'à l'équation (6.41), à la seule différence que, lorsqu'on fait l'échange $M_1M_2 \leftrightarrow M_2M_1$ les numéros des corrections changent. C'est-à-dire qu'en général on n'a pas $\overline{EM}'_i = \overline{EM}'_{Ci}$ et $\overline{EM}'_{Ci} = \overline{EM}'_i$ pour $i = 1, 2, 3, 4, 5$ et 6 . Mais comme on ne s'intéresse qu'à la somme de $i = 1$ à 6 , ceci ne change rien et on a bel et bien les identités

$$\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i = \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci} \text{ et } \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci} = \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i.$$

En combinant tout ceci, on réduit donc le nombre de quantités hadroniques indépendantes de huit à quatre. On peut donc écrire les quatre diagrammes T' , C' , P'_{EF} et $P'_{EF}{}^C$ en termes de quatre quantités hadroniques en utilisant l'isospin. On ne peut donc pas généraliser les relations croisées d'isospin (équation (6.42)) avec les corrections de 1 gluon.

Si on ajoute en plus de l'isospin la symétrie $SU(3)$, on peut alors réduire de quatre à deux paramètres hadroniques. En effet, sous $SU(3)$, la position du quark s dans l'état final et dans l'opérateur n'importe plus et on trouve donc trivialement que $\overline{EM}'_{CF} = \overline{EM}'_{CF}$, $\overline{EM}'_F = \overline{EM}'_F$, $\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i = \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i$ et $\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci} = \sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci}$. Ainsi, on peut exprimer les quatre diagrammes T' , C' , P'_{EF} et $P'_{EF}{}^C$ en termes de deux quantités hadroniques. En résolvant ces équations, on en extrait donc deux relations indépendantes entre les quatre diagrammes. En procédant, on trouve

$$\begin{aligned} P'_{EF} &= \frac{3}{4} R \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (T' + C') + \frac{3}{4} R \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} (T' - C'), \\ P'_{EF}{}^C &= \frac{3}{4} R \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} (T' + C') - \frac{3}{4} R \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} (T' - C'), \end{aligned} \quad (\text{III.48})$$

où $R = \lambda_t^{(s)}/\lambda_u^{(s)}$. Un simple exercice algébrique suffit à démontrer que les équations qui précèdent sont très exactement équivalentes à la première équation de (III.35). La preuve de l'annexe III.4 est toutefois plus rigoureuse puisqu'elle démontre ces relations $SU(3)$ à tous les ordres de l'expansion CDQ tandis que la dernière preuve est valide seulement aux ordres zéro et un. Mais il est tout de même intéressant de dériver ces équations aux ordres zéro et un.

III.5.2 Rapport C'/T' à l'ordre un sous $SU(3)$

Pour conclure cette annexe sur l'expansion CDQ des contractions, revenons brièvement sur le calcul du rapport C'/T' de l'équation (6.45). En utilisant l'analyse de l'annexe III.5.1, on constate que, sous la symétrie $SU(3)$, les diagrammes C'

et T' s'expriment en termes de deux quantités hadroniques indépendantes. Donc, contrairement à l'ordre zéro de l'expansion où les éléments de matrice se simplifiaient, il n'est pas possible à l'ordre un de calculer la valeur de C'/T' sans calculer ces quantités hadroniques. Par contre, on peut quand même estimer naïvement la valeur de C'/T' . En effet, en utilisant les relations $SU(3)$ de l'annexe III.5.1, on peut réécrire l'équation (6.45) comme

$$\frac{C'}{T'}(r, \delta_r) = \frac{\left(\frac{c_1}{N_c} + c_2\right) + \frac{c_1}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) r e^{i\delta_r}}{\left(c_1 + \frac{c_2}{N_c}\right) + \frac{c_2}{2} \left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) r e^{i\delta_r}}, \quad (\text{III.49})$$

en définissant

$$r e^{i\delta_r} \equiv \frac{\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_{Ci}}{EM'_{CF}} \stackrel{SU(3)}{=} \frac{\sum_{i=1}^6 \overline{EM}'_i}{EM'_F}. \quad (\text{III.50})$$

Les implications de ce résultat sont discutées à la section 6.8.2.

III.6 Calcul de Δ_d

Rappelons que dans le cadre de la factorisation CDQ, T et P prennent les formes suivantes :

$$\frac{T}{A_d^0} = \alpha_4^u - \frac{1}{2} \alpha_{4EF}^u + \beta_3^u + 2\beta_4^u - \frac{1}{2} \beta_{3EF}^u - \beta_{4EF}^u, \quad (\text{III.51})$$

$$\frac{P}{A_d^0} = \alpha_4^c - \frac{1}{2} \alpha_{4EF}^c + \beta_3^c + 2\beta_4^c - \frac{1}{2} \beta_{3EF}^c - \beta_{4EF}^c, \quad (\text{III.52})$$

où les $\alpha_i^{u,c}$ prennent la forme

$$\begin{aligned} a_i^p(M_1 M_2) &= \left(c_i + \frac{c_{i\pm 1}}{N_c}\right) N_i(M_2) + \frac{c'_{i\pm 1} C_F \alpha'_s}{N_c 4\pi} \left[V_i(M_2) + \frac{4\pi^2}{N_c} H_i(M_1 M_2) \right] \\ &+ P_i^p(M_2). \end{aligned} \quad (\text{III.53})$$

Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 7, seuls les termes en $P_i^p(M_2)$ subsistent dans la différence $T - P$. Selon Beneke-Neubert ^[33], ceux-ci sont de la forme

$$\begin{aligned}
P_4^p(M_2) &= -\frac{C_F\alpha_s}{4\pi N_c}c_1 G_{M_2}(s_p) + \dots, \\
P_6^p(M_2) &= -\frac{C_F\alpha_s}{4\pi N_c}c_1 \hat{G}_{M_2}(s_p) + \dots, \\
P_8^p(M_2) &= -\frac{\alpha}{9\pi N_c}(c_1 + N_c c_2)\hat{G}_{M_2}(s_p) + \dots, \\
P_{10}^p(M_2) &= -\frac{\alpha}{9\pi N_c}(c_1 + N_c c_2)G_{M_2}(s_p) + \dots, \tag{III.54}
\end{aligned}$$

où les points de suspension expriment tous les autres termes qui ne dépendent pas de l'exposant p et qui s'annulent dans la différence $T - P$ et $s_u = 0$ et $s_c = (m_c/m_b)^2$. Les fonctions G et \hat{G} sont écrites explicitement dans la référence ^[33] de la bibliographie. Les termes PEF $P_{8,10}^p$ sont réduits d'un facteur $\alpha = 1/129$ et nous les négligerons ici. Dans la limite de ces approximations, on a

$$\begin{aligned}
\Delta_d &= A_d^0 \left[\alpha_4^u(M_1 M_2) - \alpha_4^c(M_1 M_2) + r_\chi^{M_2} (\alpha_6^u(M_1 M_2) - \alpha_6^c(M_1 M_2)) \right] \\
&= A_d^0 \left[P_4^u(M_2) - P_4^c(M_2) + r_\chi^{M_2} (P_6^u(M_2) - P_6^c(M_2)) \right] \\
&= A_d^0 \frac{C_F\alpha_s}{4\pi N_c} c_1 \left[G_{M_2}(s_c) - G_{M_2}(0) + r_\chi^{M_2} (\hat{G}_{M_2}(s_c) - \hat{G}_{M_2}(0)) \right] \tag{III.55} \\
&= A_d^0 \frac{C_F\alpha_s}{4\pi N_c} c_1 \left[G_K \left(\frac{m_c^2}{m_b^2} \right) - G_K(0) + r_\chi^K \left(\hat{G}_K \left(\frac{m_c^2}{m_b^2} \right) - \hat{G}_K(0) \right) \right].
\end{aligned}$$

Le paramètre r_χ^K est défini par

$$r_\chi^K(\mu) = \frac{2m_K^2}{m_b(\mu)(m_q + m_s)(\mu)}, \tag{III.56}$$

où m_q est la moyenne des masses des quarks u et d et

$$A_d^0 = M_{B_d^0}^2 F_0^{B_d^0 \rightarrow \bar{K}^0}(0) f_K G_F / \sqrt{2}. \tag{III.57}$$

On a donc tous les éléments pour calculer la quantité Δ_d numériquement.

III.7 Calcul des coefficients de Wilson du modèle de GNK

Le but est de calculer les contributions des diagrammes en boîte squark/ gluino et du pingouin squark/gluino dans le modèle de GNK et faire le pairage du résultat sur l'hamiltonien effectif de l'équation (8.5). Les règles de Feynman des vertex quark-squark-gluino sont présentées à la figure III.5.

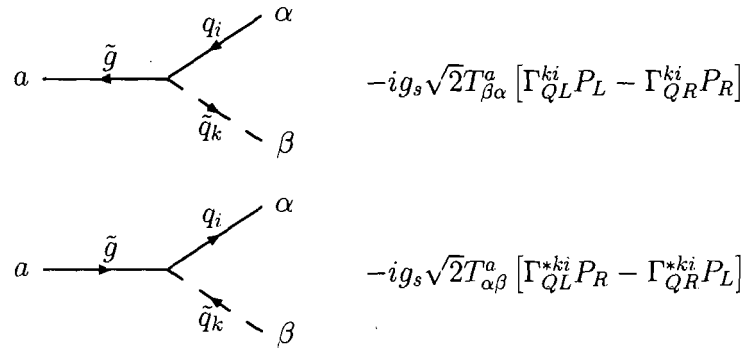


FIGURE III.5 – Règles de Feynman pour les vertex quark-squark-gluino^[95]. Les lignes pleines représentent des fermions (quarks ou gluinos) et les lignes pointillées des squarks ($q = u, d$).

III.7.1 Diagrammes en boîte squark/gluino

Les quatre diagrammes en boîte squark/gluino sont représentés à la figure III.6. Dans les figures III.5 et III.6, $P_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)/2$, les T_{ij}^a sont les matrices de couleurs $SU(3)$ et Γ est la matrice de mélange des squarks (équation (8.4)). Les gluinos sont des fermions de Majorana et on les traite ainsi selon les prescriptions de la référence ^[101] de la bibliographie.

Diagramme (a)

En appliquant les règles de Feynman au diagramme (a) de la figure III.6, on a

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_a &= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{g}}^2} \right) \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{d}_i}^2} \right) \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{g}}^2} \right) \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{d}_j}^2} \right) \\
 &\times \left\{ \bar{b}_\alpha \left(-ig_s\sqrt{2}T_{\alpha\rho}^a \left[\Gamma_{DL}^{*ib}P_R - \Gamma_{DR}^{*ib}P_L \right] \right) (\not{p} + m_{\tilde{g}}) \right.
 \end{aligned}$$

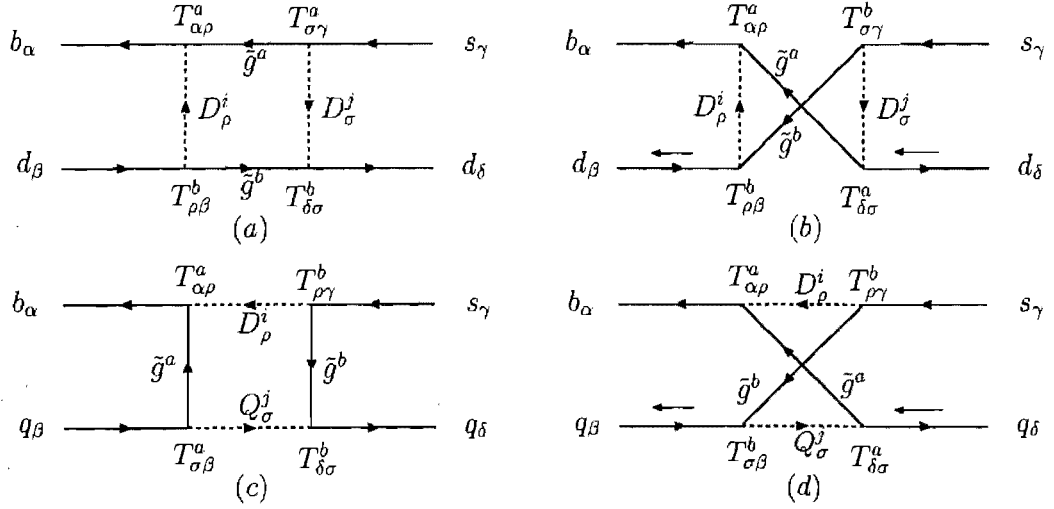


FIGURE III.6 – Diagrammes en boîte squark/gluino. Les lignes pleines représentent des fermions et les lignes pointillées des squarks ($q = u, d$) (les majuscules U et D sont des squarks). Quand le *courant arbitraire de fermion* (tel que défini dans la référence ^[101] de la bibliographie) est dans le sens contraire de la ligne de fermion, alors il est indiqué par une flèche parallèle à la ligne de fermion.

$$\begin{aligned}
& \left(-ig_s \sqrt{2} T_{\sigma\gamma}^a \left[\Gamma_{DL}^{js} P_L - \Gamma_{DR}^{js} P_R \right] s_\gamma \right) \\
& \times \left\{ \bar{d}_\delta \left(-ig_s \sqrt{2} T_{\delta\sigma}^b \left[\Gamma_{DL}^{*jd} P_R - \Gamma_{DR}^{*jd} P_L \right] \right) (\not{p} + m_{\tilde{g}}) \right. \\
& \left. \left(-ig_s \sqrt{2} T_{\rho\beta}^b \left[\Gamma_{DL}^{id} P_L - \Gamma_{DR}^{id} P_R \right] d_\beta \right) \right\} , \tag{III.58}
\end{aligned}$$

où p est le quadrivecteur d'énergie-impulsion de l'intégrale de la boucle. Nous négligeons les quantités de mouvement des champs entrants et sortants qui ne sont pas dans la boucle. Pour traiter les matrices de couleurs, on utilise l'identité de l'équation (III.37) et on trouve

$$T_{\alpha\rho}^a T_{\sigma\gamma}^a T_{\delta\sigma}^b T_{\rho\beta}^b = \frac{1}{36} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + \frac{7}{12} \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} . \tag{III.59}$$

Pour l'intégrale, il est facile de montrer ^[94, 95] que

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{p^\mu p^\nu}{(p^2 - m_{\tilde{g}}^2)(p^2 - m_{\tilde{d}_i}^2)(p^2 - m_{\tilde{g}}^2)(p^2 - m_{\tilde{d}_j}^2)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{i}{16\pi^2 m_{\tilde{g}}^2} \left(-\frac{g^{\mu\nu}}{4} G(x_{\tilde{d}_i \tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \right), \\
\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - m_{\tilde{g}}^2)(p^2 - m_{\tilde{d}_i}^2)(p^2 - m_{\tilde{g}}^2)(p^2 - m_{\tilde{d}_j}^2)} \\
&= \frac{i}{16\pi^2 m_{\tilde{g}}^2} \left(\frac{1}{m_{\tilde{g}}^2} F(x_{\tilde{d}_i \tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \right), \quad (\text{III.60})
\end{aligned}$$

où $x_{i\tilde{g}} = m_{\tilde{d}_i}^2/m_{\tilde{g}}^2$ et

$$\begin{aligned}
F(x, y) &= -\frac{x \ln x}{(x-y)(x-1)^2} - \frac{y \ln y}{(y-x)(y-1)^2} - \frac{1}{(x-1)(y-1)}, \\
G(x, y) &= \frac{x^2 \ln x}{(x-y)(x-1)^2} + \frac{y^2 \ln y}{(y-x)(y-1)^2} + \frac{1}{(x-1)(y-1)}. \quad (\text{III.61})
\end{aligned}$$

En utilisant ceci et en ignorant les puissances impaires de p qui ne contribuent pas dans l'intégrale, alors l'équation (III.58) devient

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_a &= \frac{i\alpha_s^2}{m_{\tilde{g}}^2} \left(\frac{1}{36} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + \frac{7}{12} \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} \right) \\
&\left\{ F(x_{\tilde{d}_i \tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{js} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DR}^{id} (\bar{b}_\alpha s_\gamma)_{S+P} (\bar{d}_\delta d_\beta)_{S+P} \right. \\
&- \frac{1}{4} G(x_{\tilde{d}_i \tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{js} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} (\bar{b}_\alpha s_\gamma)_{V-A} (\bar{d}_\delta d_\beta)_{V-A} \\
&- \frac{1}{4} G(x_{\tilde{d}_i \tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{js} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DR}^{id} (\bar{b}_\alpha s_\gamma)_{V-A} (\bar{d}_\delta d_\beta)_{V+A} \\
&+ \left. F(x_{\tilde{d}_i \tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{js} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} (\bar{b}_\alpha s_\gamma)_{S+P} (\bar{d}_\delta d_\beta)_{S-P} \right\} \\
&+ (L \leftrightarrow R). \quad (\text{III.62})
\end{aligned}$$

Il est raisonnable de négliger les premier et le troisième termes puisqu'ils impliquent des mélanges LR et ceux-ci sont contraints à être très petits ^[94, 102]. Le deuxième terme peut être pairé directement à l'hamiltonien effectif de l'équation (8.5) ($O_{3,4}^d$). Cependant, le quatrième terme doit d'abord subir une transformation de Fierz pour pouvoir être pairé :

$$(\bar{b}_\alpha s_\gamma)_{S+P} (\bar{d}_\delta d_\beta)_{S-P} \xrightarrow{\text{Fierz}} -\frac{1}{2} (\bar{b}_\alpha d_\beta)_{V-A} (\bar{d}_\delta s_\gamma)_{V+A}. \quad (\text{III.63})$$

Le signe négatif provient de la permutation des deux champs de fermion. Ainsi, ce terme peut être pairé aux opérateurs $O_{5,6}^d$. On a alors

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_a = & -\frac{\alpha_s^2}{4m_{\tilde{g}}^2} \left\{ -\frac{1}{36} G(x_{\tilde{d}_i\tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j\tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{js} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{V-A} (\bar{d}_\beta d_\alpha)_{V-A} \right. \\
& -\frac{1}{18} F(x_{\tilde{d}_i\tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j\tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{js} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} (\bar{b}_\alpha d_\alpha)_{V-A} (\bar{d}_\beta s_\beta)_{V+A} \\
& -\frac{7}{12} G(x_{\tilde{d}_i\tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j\tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{js} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{V-A} (\bar{d}_\beta d_\beta)_{V-A} \\
& \left. -\frac{7}{6} F(x_{\tilde{d}_i\tilde{g}}, x_{\tilde{d}_j\tilde{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{js} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} (\bar{b}_\alpha d_\beta)_{V-A} (\bar{d}_\beta s_\alpha)_{V+A} \right\} \\
& +(L \leftrightarrow R) , \tag{III.64}
\end{aligned}$$

où les deux premières lignes proviennent du terme $1/36\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta}$ alors que les deux dernières proviennent du terme $7/12\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta}$ de l'étape précédente. Ainsi, les quatre lignes se paient respectivement aux opérateurs O_4^d , O_5^d , O_3^d et O_6^d .

Diagrammes (b)

En appliquant les règles de Feynman au diagramme (b) de la figure III.6, on trouve

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_b = & \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{g}}^2} \right) \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{d}_i}^2} \right) \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{g}}^2} \right) \left(\frac{i}{p^2 - m_{\tilde{d}_j}^2} \right) \\
& \times \left\{ \bar{b}_\alpha \left(-ig_s \sqrt{2} T_{\alpha\rho}^a \left[\Gamma_{DL}^{*ib} P_R - \Gamma_{DR}^{*ib} P_L \right] (\not{p} + m_{\tilde{g}}) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left(-ig_s \sqrt{2} T_{\delta\sigma}^a \left[\Gamma_{DL}^{*jd} P_R - \Gamma_{DR}^{*jd} P_L \right] \right) d_\delta \right\} \\
& \times \left\{ \bar{d}_\beta \left(-ig_s \sqrt{2} T_{\rho\beta}^b \left[\Gamma_{DL}^{id} P_L - \Gamma_{DR}^{id} P_R \right] (\not{p} + m_{\tilde{g}}) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left(-ig_s \sqrt{2} T_{\sigma\gamma}^b \left[\Gamma_{DL}^{js} P_L - \Gamma_{DR}^{js} P_R \right] \right) s_\gamma \right\} , \tag{III.65}
\end{aligned}$$

où

$$T_{\alpha\rho}^a T_{\delta\sigma}^a T_{\rho\beta}^b T_{\sigma\gamma}^b = \frac{10}{36} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} - \frac{2}{12} \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} . \tag{III.66}$$

En faisant les mêmes suppositions que pour le diagramme (a), on a

$$\mathcal{M}_b = \frac{i\alpha_s^2}{m_{\tilde{g}}^2} \left(\frac{10}{36} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} - \frac{2}{12} \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} \right)$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ F(x_{\bar{d}_{i\bar{g}}}, x_{\bar{d}_{j\bar{g}}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \Gamma_{DL}^{js} (\bar{b}_\alpha d_\delta)_{S+P} (\bar{d}_\beta s_\gamma)_{S-P} \right. \\
& - \frac{1}{4} G(x_{\bar{d}_{i\bar{g}}}, x_{\bar{d}_{j\bar{g}}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \Gamma_{DR}^{js} (\bar{b}_\alpha d_\delta)_{V-A} (\bar{d}_\beta s_\gamma)_{V+A} \\
& - \frac{1}{4} G(x_{\bar{d}_{i\bar{g}}}, x_{\bar{d}_{j\bar{g}}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DR}^{id} \Gamma_{DL}^{js} (\bar{b}_\alpha d_\delta)_{V-A} (\bar{d}_\beta s_\gamma)_{V-A} \\
& \left. + F(x_{\bar{d}_{i\bar{g}}}, x_{\bar{d}_{j\bar{g}}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DR}^{id} \Gamma_{DR}^{js} (\bar{b}_\alpha d_\delta)_{S+P} (\bar{d}_\beta s_\gamma)_{S+P} \right\} \\
& + (L \leftrightarrow R) . \tag{III.67}
\end{aligned}$$

On néglige les troisième et quatrième lignes parce qu'elles impliquent des mélanges LR . Les deux autres termes doivent être transformés pour pouvoir être pairés avec l'hamiltonien effectif :

$$\begin{aligned}
(\bar{b}_\alpha d_\delta)_{S+P} (\bar{d}_\beta s_\gamma)_{S-P} & \xrightarrow{Fierz} -\frac{1}{2} (\bar{b}_\alpha s_\gamma)_{V-A} (\bar{d}_\beta d_\delta)_{V+A} \\
& \xrightarrow{Transpose} \frac{1}{2} (\bar{b}_\alpha s_\gamma)_{V-A} (\bar{d}_\delta d_\beta)_{V-A} , \\
(\bar{b}_\alpha d_\delta)_{V-A} (\bar{d}_\beta s_\gamma)_{V+A} & \xrightarrow{Transpose} -(\bar{b}_\alpha d_\delta)_{V-A} (\bar{s}_\gamma d_\beta)_{V-A} \\
& \xrightarrow{Fierz} -(\bar{b}_\alpha d_\beta)_{V-A} (\bar{s}_\gamma d_\delta)_{V-A} \\
& \xrightarrow{Transpose} (\bar{b}_\alpha d_\beta)_{V-A} (\bar{d}_\delta s_\gamma)_{V+A} . \tag{III.68}
\end{aligned}$$

Pour les transpositions, il faut tenir compte du fait que le gluino est un fermion de Majorana ^[101]. Ainsi, les spineurs u et v sont reliés par $u = C\bar{v}^T$ et $v = C\bar{u}^T$ ^[103], où C est l'opérateur de conjugaison de charge. Ainsi, on a

$$\begin{aligned}
(\bar{s}_\gamma \gamma_\mu \gamma_L d_\delta)^T & = -d_\delta^T \gamma_L^T \gamma_\mu^T \bar{s}_\gamma^T & (-1 \text{ de la permutation de fermions}) \\
& = -\bar{d}_\delta C^T \gamma_L^T \gamma_\mu^T C^{-1} s_\gamma \\
& = -\bar{d}_\delta (-C) \gamma_L \gamma_\mu^T C s_\gamma & (\text{puisque } C^T = -C \text{ et } C^{-1} = C) \\
& = \bar{d}_\delta \gamma_L (C \gamma_\mu^T C) s_\gamma & (\text{puisque } C \gamma_L = \gamma_L C) \\
& = \bar{d}_\delta \gamma_L (-\gamma_\mu) s_\gamma \\
& = -\bar{d}_\delta \gamma_\mu \gamma_R s_\gamma . \tag{III.69}
\end{aligned}$$

En appliquant ceci à \mathcal{M}_b , on trouve

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_b = & -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_g^2} \left\{ \frac{5}{9} F(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{d}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \Gamma_{DL}^{js} (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{v-A} (\bar{d}_\beta d_\alpha)_{v-A} \right. \\
& - \frac{5}{18} G(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{d}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \Gamma_{DR}^{js} (\bar{b}_\alpha d_\alpha)_{v-A} (\bar{d}_\beta s_\beta)_{v+A} \\
& - \frac{1}{3} F(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{d}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \Gamma_{DL}^{js} (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{v-A} (\bar{d}_\beta d_\beta)_{v-A} \\
& \left. + \frac{1}{6} G(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{d}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \Gamma_{DR}^{js} (\bar{b}_\alpha d_\beta)_{v-A} (\bar{d}_\beta s_\alpha)_{v+A} \right\} \\
& + (L \leftrightarrow R). \tag{III.70}
\end{aligned}$$

Les quatre termes peuvent être pairés respectivement aux opérateurs O_4^d , O_5^d , O_3^d et O_6^d .

Diagramme (c)

On répète la même procédure que précédemment et on trouve

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_c = & -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_g^2} \left\{ -\frac{1}{36} G(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{q}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{jq} \Gamma_{DL}^{*jq} \Gamma_{DL}^{is} (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{v-A} (\bar{q}_\beta q_\beta)_{v-A} \right. \\
& - \frac{1}{18} F(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{q}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{jq} \Gamma_{DR}^{*jq} \Gamma_{DL}^{is} (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{v-A} (\bar{q}_\beta q_\beta)_{v+A} \\
& - \frac{7}{12} G(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{q}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{jq} \Gamma_{DL}^{*jq} \Gamma_{DL}^{is} (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{v-A} (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{v-A} \\
& \left. - \frac{7}{6} F(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{q}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{jq} \Gamma_{DR}^{*jq} \Gamma_{DL}^{is} (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{v-A} (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{v+A} \right\} \\
& + (L \leftrightarrow R), \tag{III.71}
\end{aligned}$$

et les quatre termes peuvent être pairés respectivement aux opérateurs $O_3^{u,d}$, $O_1^{u,d}$, $O_4^{u,d}$ et $O_2^{u,d}$.

Diagramme (d)

Pareillement, on trouve

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_d = & -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_g^2} \left\{ \frac{5}{9} F(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{q}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{*jq} \Gamma_{DL}^{jq} \Gamma_{DL}^{is} (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{v-A} (\bar{q}_\beta q_\beta)_{v-A} \right. \\
& \left. + \frac{5}{18} G(x_{\bar{d}_i \bar{g}}, x_{\bar{q}_j \bar{g}}) \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{*jq} \Gamma_{DR}^{jq} \Gamma_{DL}^{is} (\bar{b}_\alpha s_\alpha)_{v-A} (\bar{q}_\beta q_\beta)_{v+A} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{3}F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{q}_j\bar{g}})\Gamma_{DL}^{*ib}\Gamma_{DL}^{*jq}\Gamma_{DL}^{jq}\Gamma_{DL}^{is}(\bar{b}_\alpha s_\beta)_{\nu-A}(\bar{q}_\beta q_\alpha)_{\nu-A} \\
& -\frac{1}{6}G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{q}_j\bar{g}})\Gamma_{DL}^{*ib}\Gamma_{DR}^{*jq}\Gamma_{DR}^{jq}\Gamma_{DL}^{is}(\bar{b}_\alpha s_\beta)_{\nu-A}(\bar{q}_\beta q_\alpha)_{\nu+A} \Big\} \\
& +(L \leftrightarrow R) , \tag{III.72}
\end{aligned}$$

et les quatre termes peuvent être pairés respectivement aux opérateurs $O_3^{u,d}$, $O_1^{u,d}$, $O_4^{u,d}$ et $O_2^{u,d}$.

En faisant le pairage explicitement à l'hamiltonien effectif, on obtient les expressions des coefficients de Wilson :

$$\begin{aligned}
c_{1,box}^q &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{is} \Gamma_{DR}^{*jq} \Gamma_{DR}^{jq} \left[\frac{1}{18} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{q}_j\bar{g}}) - \frac{5}{18} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{q}_j\bar{g}}) \right] , \\
c_{2,box}^q &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{is} \Gamma_{DR}^{*jq} \Gamma_{DR}^{jq} \left[\frac{7}{6} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{q}_j\bar{g}}) + \frac{1}{6} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{q}_j\bar{g}}) \right] , \\
c_{3,box}^u &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{is} \Gamma_{DL}^{*ju} \Gamma_{DL}^{ju} \left[-\frac{5}{9} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{u}_j\bar{g}}) + \frac{1}{36} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{u}_j\bar{g}}) \right] , \\
c_{3,box}^d &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \left\{ \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{is} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{jd} \left[-\frac{5}{9} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) + \frac{1}{36} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) \right] \right. \\
& \quad \left. + \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{js} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \left[+\frac{1}{3} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) + \frac{7}{12} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) \right] \right\} , \\
c_{4,box}^u &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{ju} \Gamma_{DL}^{*ju} \Gamma_{DL}^{is} \left[\frac{1}{3} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{u}_j\bar{g}}) + \frac{7}{12} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{u}_j\bar{g}}) \right] , \\
c_{4,box}^d &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{jd} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{is} \left[\frac{1}{3} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) + \frac{7}{12} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) \right] \\
& \quad + \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{js} \Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \left[-\frac{5}{9} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) + \frac{1}{36} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) \right] \Big\} , \\
c_{5,box}^d &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{js} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \left[\frac{1}{18} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) + \frac{5}{18} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) \right] , \\
c_{6,box}^d &= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F m_{\bar{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DR}^{js} \Gamma_{DR}^{*jd} \Gamma_{DL}^{id} \left[\frac{7}{6} F(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) - \frac{1}{6} G(x_{\bar{d}_i\bar{g}}, x_{\bar{d}_j\bar{g}}) \right] , \tag{III.73}
\end{aligned}$$

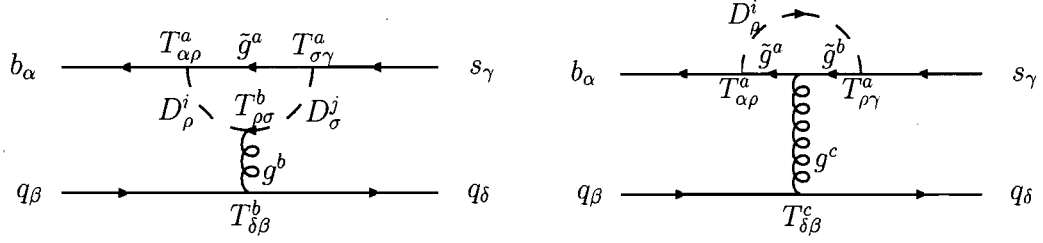


FIGURE III.7 – Diagrammes pingouins gluino/squark. Les lignes pleines représentent des fermions et les lignes pointillées des squarks ($q = u, d$).

III.7.2 Diagrammes pingouins squark/gluino

Afin de simplifier la dérivation, prenons comme point de départ le résultat de la référence [104].

$$\mathcal{M}^{peng} = \frac{ig_s^2}{4\pi^2} [\bar{b}_\alpha T_{\alpha\beta}^a \bar{\gamma}_\mu q_\beta] [\bar{q}'_\sigma \gamma^\mu T_{\sigma\delta}^a q'_\delta] , \quad (\text{III.74})$$

avec

$$\bar{\gamma}_\mu = \gamma_\mu [\bar{F}_1^L(q^2)P_L + \bar{F}_1^R(q^2)P_R] + \dots \quad (\text{III.75})$$

où nous avons omis la deuxième partie de l'équation parce qu'elle n'est pas impliquée dans le présent calcul. En prenant comme étant acquis que $q^2 \ll m_d^2$, on a

$$\begin{aligned} \bar{F}_1^L(0) &= \sum_j \bar{\Lambda}_{LLj}^{bq} [C_2(G)A(x_{\tilde{d}_j\tilde{g}}) + C_2(R)B(x_{\tilde{d}_j\tilde{g}})] , \\ \bar{F}_1^R(0) &= \sum_j \bar{\Lambda}_{RRj}^{bq} [C_2(G)A(x_{\tilde{d}_j\tilde{g}}) + C_2(R)B(x_{\tilde{d}_j\tilde{g}})] , \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

où la somme sur $j = 1 - 6$ est sur les six squarks de type *down*, $C_2(G) = 3$ et $C_2(R) = 4/3$ sont respectivement les invariants de Casimir du groupe $SU(3)$ et

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}_{ABj}^{bq} &= -\frac{g_s^2}{4m_{\tilde{g}}^2} \Gamma_{DA}^{jq} \Gamma_{DB}^{*jb} , \\ A(x) &= \frac{1}{2(1-x)} + \frac{(1+2x)\ln x}{6(1-x)^2} , \\ B(x) &= -\frac{11-7x+2x^2}{18(1-x)^3} - \frac{\ln x}{3(1-x)^4} . \end{aligned} \quad (\text{III.77})$$

Il est clair que les termes \bar{F}_1^L contribuent aux coefficients c_i^q et que les termes \bar{F}_1^R contribuent aux coefficients \bar{c}_i^q . Ainsi, nous ne ferons la dérivation explicite que pour les premiers (avec $q = s$ et $q' = u, d$) :

$$\begin{aligned}
& \frac{ig_s^2}{4\pi^2} [\bar{b}_\alpha T_{\alpha\beta}^a \gamma_\mu \bar{F}_1^L(0) P_L q_\beta] [\bar{q}'_\sigma \gamma^\mu (P_L + P_R) T_{\sigma\delta}^a q'_\delta] + (L \leftrightarrow R) \\
&= \frac{ig_s^2}{16\pi^2} \bar{F}_1^L(0) \left(-\frac{1}{2N} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\sigma\delta} + \frac{1}{2} \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\sigma} \right) \\
&\quad \times [(\bar{b}_\alpha q_\beta)_{V-A} (\bar{q}'_\sigma q'_\delta)_{V-A} + (\bar{b}_\alpha q_\beta)_{V-A} (\bar{q}'_\sigma q'_\delta)_{V+A}] + (L \leftrightarrow R) \\
&= \frac{ig_s^2}{16\pi^2} \bar{F}_1^L(0) \left(-\frac{1}{2N} O_3^{q'} + \frac{1}{2} O_4^{q'} - \frac{1}{2N} O_1^{q'} + \frac{1}{2} O_2^{q'} \right) + (L \leftrightarrow R) \\
&= i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2} G_F m_{\tilde{g}}^2} \Gamma_{DL}^{jq} \Gamma_{DL}^{*jb} \left(\frac{1}{2} A(x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) + \frac{2}{9} B(x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \right) \\
&\quad \times (O_3^{q'} - 3O_4^{q'} + O_1^{q'} - 3O_2^{q'}) + (L \leftrightarrow R), \tag{III.78}
\end{aligned}$$

où la sommation sur les indices j est sous-entendue. En pairant à l'hamiltonien effectif, on trouve

$$\begin{aligned}
c_{1,peng}^{q'} &= -\frac{1}{3} c_{2,peng}^{q'} = c_{3,peng}^{q'} = -\frac{1}{3} c_{4,peng}^{q'} \\
&= \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2} G_F m_{\tilde{g}}^2} \Gamma_{DL}^{*jb} \Gamma_{DL}^{js} \left[\frac{1}{2} A(x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) + \frac{2}{9} B(x_{\tilde{d}_j \tilde{g}}) \right]. \tag{III.79}
\end{aligned}$$

Pour les coefficients \bar{c}_i^q , il suffit d'inverser $L \leftrightarrow R$.

En utilisant les prescriptions du modèle de GNK (équation (8.4)), on a

$$\begin{aligned}
\Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{is} &= \frac{1}{2} \sin 2\theta_L e^{i\delta_L} (\delta_{\tilde{d}_i \tilde{b}_L} - \delta_{\tilde{d}_i \tilde{s}_L}), \\
\Gamma_{DL}^{*ib} \Gamma_{DL}^{id} &= 0, \\
\Gamma_{DL}^{*jd} \Gamma_{DL}^{jd} &= \delta_{\tilde{d}_j \tilde{d}_L}, \\
\Gamma_{UL}^{*ju} \Gamma_{UL}^{ju} &= \delta_{\tilde{u}_j \tilde{u}_L}, \tag{III.80}
\end{aligned}$$

et pareillement pour la partie de chiralité inverse $L \leftrightarrow R$. Ainsi, en combinant les

résultats des équations (III.73) et (III.79), on trouve pour les coefficients de Wilson

$$\begin{aligned}
c_1^q &= \frac{\alpha_s^2 \sin 2\theta_L e^{i\delta_L}}{4\sqrt{2}G_F m_{\tilde{g}}^2} \left[\frac{1}{18} F(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_R \tilde{g}}) - \frac{5}{18} G(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_R \tilde{g}}) + \frac{1}{2} A(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) + \frac{2}{9} B(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) \right] \\
&\quad - (\tilde{b}_L \rightarrow \tilde{s}_L) , \\
c_2^q &= \frac{\alpha_s^2 \sin 2\theta_L e^{i\delta_L}}{4\sqrt{2}G_F m_{\tilde{g}}^2} \left[\frac{7}{6} F(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_R \tilde{g}}) + \frac{1}{6} G(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_R \tilde{g}}) - \frac{3}{2} A(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) - \frac{2}{3} B(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) \right] \\
&\quad - (\tilde{b}_L \rightarrow \tilde{s}_L) , \\
c_3^q &= \frac{\alpha_s^2 \sin 2\theta_L e^{i\delta_L}}{4\sqrt{2}G_F m_{\tilde{g}}^2} \left[-\frac{5}{9} F(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_L \tilde{g}}) + \frac{1}{36} G(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_L \tilde{g}}) + \frac{1}{2} A(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) + \frac{2}{9} B(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) \right] \\
&\quad - (\tilde{b}_L \rightarrow \tilde{s}_L) , \\
c_4^q &= \frac{\alpha_s^2 \sin 2\theta_L e^{i\delta_L}}{4\sqrt{2}G_F m_{\tilde{g}}^2} \left[\frac{1}{3} F(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_L \tilde{g}}) + \frac{7}{12} G(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}, x_{\tilde{q}_L \tilde{g}}) - \frac{3}{2} A(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) - \frac{2}{3} B(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) \right] \\
&\quad - (\tilde{b}_L \rightarrow \tilde{s}_L) , \\
c_5^q &= c_6^q = 0 ,
\end{aligned} \tag{III.81}$$

ce qui est différent de la référence ^[94] par quelques signes négatifs, mais qui confirme le calcul de la référence ^[99].

III.7.3 Pingouins chromomagnétiques squark/gluino

Pour ce cas, il n'y a aucune discordance entre les différences références. Nous utiliserons donc leurs résultats sans dérivation supplémentaire

$$\lambda_t \frac{2\alpha_s}{3\pi} c_{8g} = \frac{8\alpha_s^2 \sin 2\theta_L e^{i\delta_L}}{3\sqrt{2}G_F m_{\tilde{g}}^2} \left[f_8^{SUSY}(x_{\tilde{b}_L \tilde{g}}) - (b_L \leftrightarrow s_L) \right] , \tag{III.82}$$

avec

$$f_8^{SUSY}(x) = \frac{-11 + 51x - 21x^2 - 19x^3 + 6x(9x - 1) \log x}{72(x - 1)^4} . \tag{III.83}$$

III.8 Calcul des éléments de matrice du chapitre 9.

Pour calculer les éléments de matrice, on définit d'abord les quadrivecteurs d'énergie-impulsion dans le référentiel dans lequel le méson B est au repos :

$$p_B = (m_B, 0, 0, 0), \quad p_{K, K^*} = (E_{K, K^*}, 0, 0, -p_c), \quad p_\phi = (E_\phi, 0, 0, p_c). \quad (\text{III.84})$$

Il s'en suit que les quadrivecteurs de polarisations sont donnés par

$$\begin{aligned} \epsilon_{K^*}^0 &= \frac{1}{m_{K^*}}(p_c, 0, 0, -E_{K^*}), & \epsilon_{K^*}^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, +i, 0), \\ \epsilon_\phi^0 &= \frac{1}{m_\phi}(p_c, 0, 0, E_\phi), & \epsilon_\phi^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, -i, 0). \end{aligned} \quad (\text{III.85})$$

On utilisant ces expressions, le calcul des éléments de matrice à partir des définitions de l'annexe II.2 est direct. En utilisant une notation plus compacte où V désigne un opérateur vectoriel et T un opérateur tensoriel, on trouve

$$\begin{aligned} \langle K|V|\bar{B}\rangle_\mu \langle \phi|V|0\rangle^\mu &= 2f_+ f_\phi m_B p_c, \\ \langle K|T|\bar{B}\rangle_{\mu\nu} \langle \phi|T|0\rangle^{\mu\nu} &= 4f_T f_\phi^\perp \frac{m_\phi m_B p_c}{m_B + m_K}, \end{aligned} \quad (\text{III.86})$$

pour les éléments de matrice de $B_d^0 \rightarrow \phi K^s$ et

$$\begin{aligned} \langle K^*|T|\bar{B}\rangle_{\mu\nu} \langle \phi|T|0\rangle^{\mu\nu} \Big|_{\lambda=\pm} &= \langle K^*|T\gamma_5|\bar{B}\rangle_{\mu\nu} \langle \phi|T\gamma_5|0\rangle^{\mu\nu} \Big|_{\lambda=\pm} \\ &= \mp 4i f_\phi^\perp T_1 m_B p_c, \\ \langle K^*|T|\bar{B}\rangle_{\mu\nu} \langle \phi|T\gamma_5|0\rangle^{\mu\nu} \Big|_{\lambda=0} &= i \frac{f_\phi^\perp}{m_\phi m_{K^*}} \left\{ -T_2 (m_B^2 - m_\phi^2 - m_{K^*}^2) (m_B^2 - m_{K^*}^2) \right. \\ &\quad \left. + 4p_c^2 m_B^2 \left[T_2 + T_3 m_\phi^2 / (m_B^2 - m_{K^*}^2) \right] \right\}, \\ \langle K^*|T|\bar{B}\rangle_{\mu\nu} \langle \phi|T\gamma_5|0\rangle^{\mu\nu} \Big|_{\lambda=\pm} &= 2i f_\phi^\perp T_2 (m_B^2 - m_{K^*}^2), \\ \langle K^*|V|\bar{B}\rangle_\mu \langle \phi|V|0\rangle^\mu \Big|_{\lambda=\pm} &= \mp 2i f_\phi V \frac{m_\phi m_B p_c}{m_B + m_{K^*}}, \\ \langle K^*|A|\bar{B}\rangle_\mu \langle \phi|V|0\rangle^\mu \Big|_{\lambda=0} &= i f_\phi \frac{m_B + m_{K^*}}{2m_{K^*}} \left\{ (m_B^2 - m_\phi^2 - m_{K^*}^2) A_1 \right. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{4m_B^2 p_c^2 A_2}{(m_B + m_{K^*})^2} \right\} \\ \langle K^* | A | \bar{B} \rangle_\mu \langle \phi | V | 0 \rangle^\mu \Big|_{\lambda=\pm} &= -if_\phi m_\phi (m_B + m_{K^*}) A_1 \end{aligned} \quad (\text{III.87})$$

pour les éléments de matrice de $B_d^0 \rightarrow \phi K^{*0}$. Les éléments de matrice omis sont nuls. On utilise ceci pour les calculs du chapitre 9.

Annexe IV

Traductions libres

La présente thèse est écrite en français et toutes les publications de ce domaine de recherche sont écrites en anglais. Il y a donc plusieurs termes techniques anglais qui n'ont pas leur équivalent français. L'auteur a donc traduit librement ces termes techniques. Cette annexe présente la liste de ces traductions libres.

Liste des traductions libres :

augmenté chiralement	chirally enhanced
CDQ perturbative	perturbative QCD
comptage de puissances	power counting
convention- q	q -convention ($q = u, c, t$)
développement de produit d'opérateurs	operator product expansion
diagramme arbre	color-allowed tree diagram
diagramme arbre réduit de couleurs	color-suppressed tree diagram
matrice de dimensions anormales	matrix of anomalous dimensions
pairage	matching
problème $B \rightarrow \pi K$	$B \rightarrow \pi K$ puzzle
règle de sommes	sum rule
CDQ sur réseau	lattice QCD