Isabelle Paquet
PAQI12538102

Projet sur les options réelles : Logiciel *Crystal Ball*

Travail dirigé par monsieur Marcel Boyer
Université de Montréal

Table des matières

1- Introduction

Partout dans le monde, les gestionnaires financiers tentent d'évaluer les projets en choix d'investissement. L'évaluation de la valeur d'un projet permet ensuite de décider si celui-ci sera réalisé ou tout simplement abandonné selon certains critères. Actuellement, la méthode la plus utilisée est sans aucun doute la technique d'actualisation des flux monétaires. Cette méthode consiste à évaluer les coûts ainsi que les bénéfices du projet pour ensuite actualiser ces sommes et finalement les additionner. Cette valeur est appelée la valeur présente nette d'un projet (VPN) ou encore la valeur actualisée nette du projet (VAN). Un projet qui a une VAN positive est un projet qui devrait être réalisé.

Bien que cette méthode soit très utilisée présentement, elle présente certains défauts. En effet, il est très difficile de prévoir avec exactitude le montant des coûts et des bénéfices. De plus, cette procédure ne permet pas de capter la flexibilité d'un projet. En d'autres mots, la capacité des gestionnaires de changer leur stratégie au cours du projet n'est pas prise en compte. Certains vont même jusqu'à dire que cette méthode présente une caractéristique insidieuse : elle engendre une mentalité de contrôle à tous les niveaux dans l'entreprise. Une fois que le projet, le budget et le calendrier sont établis, les employés n'ont qu'un seul but : respecter ces objectifs et par conséquent, ne pas les surpasser.

C'est pour palier à ces défauts que la méthode d'évaluation de projet par la méthode des options réelles a vu le jour. Les options réelles sont très liées au concept des options financières. C'est pourquoi il faut, avant même de parler d'option réelle, définir le concept d'option financière.

Une option financière est un contrat entre deux parties par lequel l'une accorde à l'autre le droit, mais non l'obligation, de lui acheter dans le cas d'une option d'achat ou de lui vendre dans le cas d'une option de vente un actif financier. Le détenteur du contrat achète celui-ci pour une somme appelé le prix de l'option. La somme déboursée pour l'achat (ou la vente) de l'actif en question est appelée le prix d'exercice de l'option. La durée de ce contrat est aussi fixée à l'avance et est appelée la période d'exercice. Il existe plusieurs types d'options. Les deux principales sont les options américaines et les options européennes. Une option américaine est une option qui peut être exercée durant la période tandis qu'une option européenne est une option qui ne peut être exercée qu'à la date de maturité, date à laquelle le contrat prend fin. Énormément de ressources sont mises en places dans le monde financier pour déterminer avec précision la valeur d'une option. La valeur d'une option est la somme de deux valeurs :

Valeur option = Valeur intrinsèque + Valeur temps

La valeur intrinsèque est le maximum entre 0 et le prix de l'actif sous-jacent moins le prix d'exercice de l'option (pour une option d'achat). La valeur temps est une anticipation de la valeur intrinsèque. Il existe toujours une probabilité que le cours de l'actif sous-jacent s'élève rendant l'exercice de l'option encore plus intéressant qu'il ne l'est actuellement. On appelle valeur temps d'une option cette anticipation d'une valeur intrinsèque supérieure à celle prévue. Plusieurs modèles existent pour déterminer cette valeur d'une option financière. Les deux plus populaires sont sans aucun doute le modèle de Black-Scholes et le modèle de Cox-Ross-Rubinstein.

Mais de quelle façon les options financières sont-elles reliées aux options réelles dans des problèmes en choix d'investissement ?

Par analogie avec l'option financière, on parle d'option réelle pour caractériser la position d'un gestionnaire qui bénéficie d'une certaine flexibilité dans la gestion d'un projet d'investissement. Il est en effet possible de réagir à la suite l'évolution des perspectives de rentabilité, tout comme le détenteur d'une option financière qui peut exercer ou non son option sur un sous-jacent, dépendant de la valeur que celui-ci prendra dans le futur. Cette flexibilité offre une valeur qu'on appelle la valeur de l'option réelle.

Les techniques développées au fil des années pour trouver la valeur d'une option financière sont celles utilisées pour trouver la valeur d'une option réelle. Comme les options financières, les options réelles donnent le droit et non l'obligation aux gestionnaires du projet de réaliser une action. On peut donc faire la parallèle entre les options financières et les options réelles de la façon suivante.

Options financières :	Options réelles :
Prix du sous-jacent	Valeur actualisée du projet
Prix d'exercice	Dépenses en capital
Valeur intrinsèque	Valeur actualisée nette du projet
Temps avant l'échéance	Fenêtre d'opportunité
Dividende non-reçu	Coût d'attente
Volatilité du sous-jacent	Volatilité des facteurs du projet

Il existe plusieurs types de flexibilité liée à un projet. Par exemple, considérons le cas d'une firme réalisant un investissement qui offre la possibilité de poursuivre un projet aussi longtemps qu'elle le voudra mais qui permet aussi de mettre fin au projet si les choses s'annoncent mal. Cette option est appelée « l'option d'abandon ». Cette option vient accroître la valeur attendue du projet car l'abandon d'un projet peut avoir un impact positif pour l'entreprise. En effet, le renoncement précoce à un projet libère des ressources rares et précieuses en recherche et développement qui peuvent, dès lors, être affectées à d'autres projets dont la valeur potentielle est supérieure. Ainsi, il arrive que l'entreprise lance davantage de projets de recherche et développement qu'elle n'en mène à terme, car seuls ceux qui présentent un fort intérêt seront achevés.

Si maintenant une entreprise peut modifier la méthode et les activités d'un projet, afin de tirer profit d'opportunités qui se présentent, elle a ce qu'on appelle une « option d'amélioration ». En ayant cette option, les dirigeants peuvent tirer profit de l'arrivée de nouveaux événements survenant pendant la durée d'un projet. Par exemple, la firme peut au cours de la durée de projet améliorer certains aspects de la performance technique, modifier le marché cible ou encore modifier les caractéristiques du produit. Une entreprise peut décider d'apporter des modifications, en évaluant les coûts et les bénéfices qu'engendreront ces modifications.

Le concept d'option réelle met en relief les opportunités importantes qu'une entreprise peut choisir d'exploiter ou non, consécutives à de nombreux investissements. Il souligne ainsi la valeur liée aux investissements précoces. Par exemple, un projet de recherche et développement peut avoir une valeur actuelle nulle mais une valeur d'option réelle positive. Certains projets qui ne verraient jamais le jour en utilisant la valeur actualisée le serait si on considère plutôt la méthode d'option réelle.

Nous savons aussi que plus une option financière présente de l'incertitude, plus sa valeur augmente. Cette caractéristique particulière est aussi valable pour les options réelles. En donnant une marge de manoeuvre aux dirigeants, les options réelles aident les sociétés à limiter leurs risques négatifs, tout en leur permettant d'accéder à des opportunités futures intéressantes qu'on ne se permet même pas de considérer avec le calcul de la valeur actuelle nette.

Plus généralement, la perspective d'option réelle a des conséquences importantes sur la conception et la mise en oeuvre de la stratégie et sur la gestion des risques de l'entreprise. L'analyse de ces options encourage en effet les cadres à comparer activement les sources fondamentales de l'incertitude, plutôt que de seulement essayer de s'en protéger ou de l'éviter. Elles les incitent, par exemple, à créer de la valeur et à réduire les risques en réalisant des investissements stratégiques. Ceux-ci leur permettent alors de revendiquer des opportunités potentiellement lucratives, de contrôler activement les différentes sources d'incertitude et de changer l'attribution de leurs ressources en temps réel.

Chez les gestionnaires averses au risque, tout écart par rapport à l'environnement prévu ou par rapport au plan est perçu comme un élément négatif. Dans la mentalité de plusieurs gestionnaires, le risque est devenu un facteur négatif, une chose qu'on doit éviter à tout prix. Or, seules les entreprises capables d'évaluer les facteurs de gains ainsi que les facteurs de baisses dans des projets risqués ont une chance de réaliser des bénéfices. Les entreprises qui tentent plutôt d'évaluer certains objectifs et de tout faire dans le seul but de les respecter n'obtiendront, dans le meilleur des cas, que la réalisation des objectifs visés. Il faut absolument que les entreprises voient le risque comme une variable impossible à ignorer ou à contrôler et qu'elles essaient de s'en servir pour augmenter leurs profits.

Nous avons présenté plusieurs types d'options financières. Il y a les options d'achats et de ventes, les options américaines ou européennes, etc. On peut donc se demander sous quelles formes spécifiques les options réelles se présentent? Il existe de nombreux types d'investissements stratégiques. Ces différents investissements peuvent présenter par la suite différentes actions possibles. On peut donc trouver autant d'options réelles qui leurs sont associées.

Présentement, cette technique permettant d'évaluer les projets d'investissements n'est pas aussi bien perçue en pratique qu'en théorie. Il est assez difficile de changer la mentalité des investisseurs et comme les méthodes utilisées présentement sont relativement bien reconnues, le désir de changer les procédures n’est pas très grand. De plus, la différence entre les promesses théoriques des options réelles et la réalité vécue par les sociétés dépendent de la volonté de celles-ci d'utiliser efficacement ces options. Beaucoup d'entreprises ne possèdent pas l’expertise pour évaluer les options présentes dans leurs investissements.

Il est aussi probable que la complexité d'organisation fasse obstacle à la valorisation des options réelles dans la gestion des risques. Les sociétés qui, par exemple, se développent sur un plan international et choisissent d'adapter leurs filiales étrangères aux besoins locaux en procédant marché par marché, peuvent trouver difficile de transférer leurs activités conformément à la théorie des options. Dans d'autres cas, les coûts de documentation et de coordination d'une multinationale complexe risquent d'être supérieurs aux bénéfices des options de transfert.

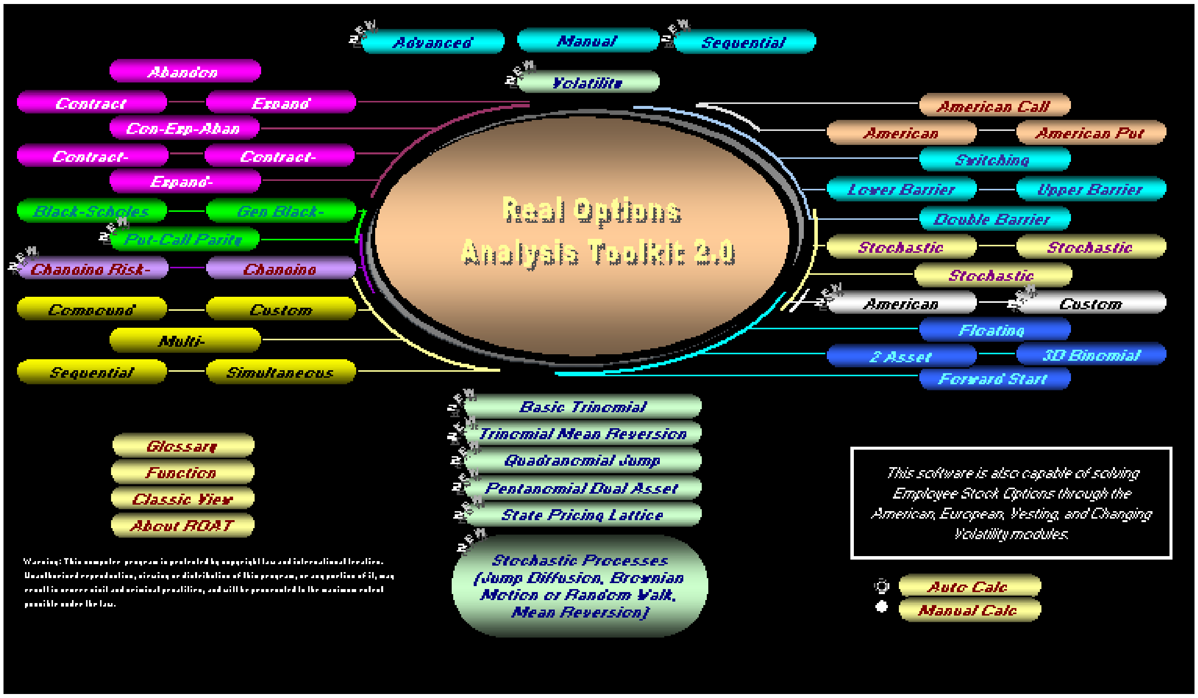
C’est dans le but de faciliter l’évaluation des projets avec la méthode des options réelles que plusieurs logiciels ont été conçus. Le développement des options réelles passe inévitablement par l’élaboration de processus pour changer les techniques utilisées au sein même de la compagnie. Le changement implique beaucoup de difficultés et c’est pour essayer de facilité cette transition que le logiciel *Crytal Ball* a été conçu.

2- Présentation du logiciel

Le logiciel *Crytal Ball* est un logiciel utilisant le logiciel Excel. Une division nommée *The Real Option Analysis Toolkit* a été créée dans ce logiciel afin de déterminer de façon simple la valeur de l'option réelle des investissements. Ce logiciel s'adresse donc à des gens qui sont familiers avec l'analyse des options réelles ainsi qu'avec l'utilisation des feuilles de calcul dans Excel. Trois livres accompagnent ce logiciel*: Real Options Analysis : Tool and techniques, Real Options Analysis Course* et *Applied Risk Analysis,* tous trois écrits par monsieur Johnathan Mun qui est aussi le créateur du logiciel *Cristal Ball*.

L'analyse des options réelles se base sur des concepts financiers appliqués à des éléments d'actifs réels. Nous savons tous que le futur est difficile à prévoir. Voilà pourquoi l'analyse d'un investissement devient assez difficile. La méthode d'évaluation de projets d'investissement par la méthode des options réelles permet d'évaluer la flexibilité que peut présenter un projet et d'en faire une partie intégrante de l'analyse, contrairement aux méthodes utilisées présentement. Une option réelle représente donc l'ensemble des choix qui s'offre à une compagnie lors d'un investissement. Il est donc primordiale que l'entreprise puisse analyser de façon le plus détaillée possible l'ensemble des options qui s'offre à elle et donc par conséquent. La méthode d'évaluation de projet par l'approche option réelle reste une approche plus ou moins populaire pour des raisons citées plus hauts. C'est donc dans le but de faciliter son application que Jonathan Mun a conçu ce logiciel.

The Real Option Analysis Toolkit comprend 44 modules et 99 fonctions s'adaptant à différentes situations d'investissement. Par exemple, si on veut analyser la valeur de l'option de réduire de façon temporaire la production d'une usine pendant une période fixée, on doit choisir dans l'index *American Contraction Option*. Chaque module comprend ses particularités. Il faut donc bien établir les hypothèses du problème pour ensuite utiliser le bon module qui évaluera la valeur de l'option en fonction des paramètres propres à chaque cas. De plus, la plupart des modules présentent la solution en utilisant différentes approches comme la méthode binomiale et la formule de Black-Scholes. On peut donc comparer plusieurs méthodes pour calculer une seule valeur. Vous pouvez voir à la page suivante l'index du *toolkit* qui présente les différents modules auxquels nous avons accès :



Ce logiciel a été construit de façon à ce que les modules soient simples à utiliser. En effet, *The Real Option Analysis Toolkit* a été conçu pour faciliter l'évaluation des projets d'investissement à l'aide des options réelles pour ainsi accroître le nombre de personnes utilisant cette méthode. Les mathématiques sur lesquelles se base la théorie sont assez complexes pour une personne qui n'a pas de formation dans ce domaine. Il faut, pour utiliser ce logiciel, avoir des bonnes connaissances sur les options réelles mais ne pas avoir nécessairement le bagage requis pour traiter celles-ci. Le traitement des données est fait de façon automatique, il ne reste qu'à analyser les résultats.

Le logiciel nous permet aussi faire des simulations Monte-Carlo qui sont très utiles dans l'évaluation des options réelles. En effet, une difficulté majeure pour évaluer une option réelle est de bien déterminer les paramètres associés comme la volatilité, le taux d'intérêt etc. Les simulations nous permettent de faire varier ces paramètres pour voir leur impact sur les décisions.

3- Description des 44 modules présents

Le logiciel comporte au total 44 modules. Il faut, lors de l'analyse, pouvoir reconnaître lequel des modules utiliser. Voici donc une courte description de chacun de ces modules. Dans l'index, les modules parcourus seront d'abord ceux présentés à gauche, puis au centre, pour terminer avec ceux de droite. Il est important de noter que pour évaluer la valeur des options, l'auteur fait l'hypothèse qu'il est toujours possible de former un portefeuille contenant une certaine quantité d'actions se transigeant au prix actuel de l'actif sous-jacent et d'un emprunt qu'on place dans une obligation (titre sans risque). Comme ce portefeuille réplique parfaitement l'option et qu'il est relativement facile de trouver la valeur du portefeuille, on peut par conséquent trouver la valeur de l'option. Cette méthode d'évaluation est appelée l'évaluation par arbitrage.

1. **American Abondonment Option :** Ce module permet d'évaluer la valeur d'une option d'abandonner un projet au cours de la période d'exercice et ainsi récupérer une somme d'argent qu'on appelle valeur de récupération. Par exemple, une firme peut vouloir acquérir une option de vente sur son usine pour une somme de 100 millions de dollars (*salvage value*) valide pour les 5 prochaines années sachant qu'elle vaut actuellement 120 millions de dollars. En achetant cette option la firme achète une sécurité au cas où le prix du bien produit par l'usine chuterait considérablement au cours des 5 prochaines années.

2. **American Contraction Option :** Ce module permet d'évaluer la valeur de la flexibilité de pouvoir, au cours d'une période, réduire la production. La production sera diminuée d'un certain facteur (*contraction factor*) lorsque les conditions seront défavorables pour ainsi générer des économies de coûts. Par exemple, une firme peut se voir offrir l'option de réduire sa production de 10% pour générer des économies de coût de 50 millions de dollars au cours d'une période déterminée.

3. **American Expansion Option :** Ce module permet d'évaluer la flexibilité de pouvoir, au cours d'une période, augmenter la production d'un certain facteur (*expansion factor*) lorsque les conditions sont favorables pour augmenter les profits de la firme. Par exemple, une firme qui vaut actuellement 400 millions de dollars peut vouloir acheter une option lui permettant d'acheter son compétiteur pour une somme de 250 millions de dollars et, de cette façon, doubler sa production pendant les 5 prochaines années.

4. **American Contraction, Expension and Abandonment Option :** Ce module combine les trois modules précédents. Il s'applique donc à une firme qui peut, au cours de la période, soit augmenter, diminuer ou abandonner complètement un projet. Des coûts sont associés à l'augmentation de la production (*expansion cost*), des économies sont associées à la réduction de la production (*contraction savings*) et enfin une valeur de récupération est associée à l'abandon du projet (*salvage value*). Ces trois options doivent être mutuellement exclusives.

5. **American Contraction and Abandonment Option :** Ce module combine les modules #1 et #2. Il s'applique donc à une firme qui peut, au cours de la période d'exercice, diminuer sa production ou abandonner totalement son projet. Ces deux options doivent être mutuellement exclusives.

6. **American Contraction and Expansion Option :** Ce module combine les modules #2 et #3. Il permet de calculer la valeur d'une option permettant de diminuer ou augmenter sa production tout au long de la période. Ces deux options doivent être mutuellement exclusives.

7. **American Expansion and Abandonment Option :** Ce module combine les modules #1 et #3. Il permet de calculer la valeur d'une option permettant d'augmenter ou d'arrêter complètement sa production à chacune des étapes tout au long de la période. Ces deux options doivent être mutuellement exclusives.

8. **European Option (Binomial Lattice vs. Black-Scholes):** Ce module permet de calculer la valeur d'une option d'achat de type européen en précisant la date d'exercice, la volatilité, la valeur présente de l'actif, le taux d'intérêt sans risque et le prix d'exercice. La valeur de l'option est calculée de deux façons différentes : par l'approche binomiale et par la formule de Black-Scholes. Il est à noter que dans tous les modules qui présentent l'approche binomiale, la valeur de l'option sera calculée avec 5 pas ce qui n'est nettement pas suffisant (voir section sur <u>les méthodes de calcul utilisées</u>). Par contre il y a toujours en dessous une approche nommée *Super Lattice* qui correspond à la méthode binomiale avec 5, 10, 50, 100, 300, 500 ou 1000 pas selon le choix de l'utilisateur.

9. **European Option (Generalized Black-Scholes and Binomial Lattices):** Ce module permet de calculer de la même façon que le module #8 la valeur d'une option d'achat et de vente européenne avec des dividendes versés au cours de la période. Nous savons que la particularité de l'option européenne est qu'on ne peut exercer l'option qu'à la fin de la période d'exercice contrairement à l'option américaine qu'on peut exercer avant et à la fin de la période d'exercice.

10. **Put-Call Parity :** Ce module permet d'établir une relation entre la valeur d'une option d'achat européenne et une option de vente européenne sans dividendes lorsque le taux d'intérêt sans risque, la période d'exercice, les coûts d'investissement et la valeur de l'actif sous-jacent sont identiques. Donc, connaissant la valeur d'une option d'achat ayant certains paramètres, on peut trouver la valeur de l'option de vente ayant exactement les même paramètres et ce, sans connaître la volatilité.

11. **American Option with Changing Risk-Free Rates :** Ce module permet d'évaluer l'impact d'un changement du taux d'intérêt sans risque au cours de la période de vie du projet. Certaines options réelles ont une durée de vie de plusieurs années et, par conséquent, le taux d'intérêt sans risque peut, au cours de la période, changer de façon significative. On peut donc préciser tout au long de la période quel sera le taux d'intérêt à chacune des années. On obtient deux résultats. Le premier, calculé à l'aide de la méthode de *Black-Scholes,* ne tient pas compte du changement dans le taux d'intérêt; le deuxième,

calculé avec la *Super Lattice Method,* tient compte du changement du taux d'intérêt. On donc peut comparer ces deux résultats.

12. **American Changing Volatility Option :** Ce module permet d'évaluer l'impact d'un changement de la volatilité au cours de la période du projet. Il se peut qu'un projet qui dure 10 ans comprennent deux phases ayant des niveaux d'incertitude différents. Par exemple, un projet d'investissement de déroulant sur une période de 10 ans rapportera des flux monétaires constants tout au long de ces 10 années. Or la firme évalue que les flux monétaires seront de plus en plus volatiles car la compétition dans le domaine qu'elle opère est forte et elle peut par conséquent perdre ou gagner facilement une partie du marché espéré. Dans ce cas, on peut ajuster la volatilité à chaque année. Comme dans le module #11, le premier résultat est obtenu à l'aide de la méthode de *Black-Scholes* et le deuxième par la *Super Lattice Method* qui tient compte du changement de la volatilité du projet.

13. **European Compound Option on Option (Closed-Form) :** Ce module s'applique aux investissements comportant deux phases comme dans le cas d'un projet de recherche et de développement. L'investisseur a dans ce cas le choix de poursuivre ou non son investissement après la première phase de recherche si cet investissement est encore désiré. La firme a pu au cours de cette phase de recherche étudier le marché et, par conséquent, en apprendre plus sur ce qui était au départ complètement inconnu. Cette possibilité qu'a la firme de poursuivre ou non le projet augmente la valeur du projet. La valeur de l'option est calculée de façon analytique et le module ne traite que des options européennes.

14. **American Sequential Custom Compound Option (4 Phases) :** Ce module calcule la valeur d'une séquence d'options qui présentent la particularité qu'à chaque phase, il peut y avoir différentes combinaisons d'options mutuellement exclusives comme la flexibilité d'abandonner le projet, d'augmenter ou de diminuer la production. Ce module traite des options réelles américaines qui présentent la particularité, contrairement aux options européennes, d'être exercées à n'importe quel moment au cours de la période. On pourrait donc, après la première étape, avoir à faire un choix entre abandonner ou poursuivre le projet, tandis qu'à la deuxième période, on pourrait avoir à choisir entre réduire ou augmenter la production sans toutefois pouvoir abandonner la production. Un maximum de 4 phases est possible.

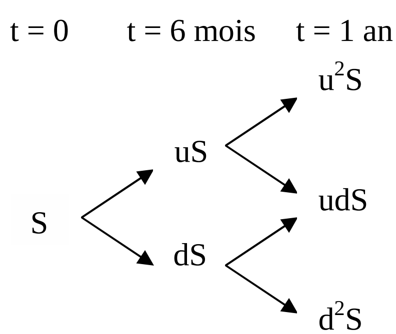
15. **American Multi-Sequential Option (10 Phases) :** Ce module traite du même genre de problème que le module #14 tout en permettant d'avoir un projet d'investissement qui possède jusqu'à 10 phases.

16. **American Sequential Compound Option (2 Phases) :** Ce module est identique au module #13. La seule exception est que le projet doit être une option américaine et non une option européenne.

17. **American Simultaneous Compound Option :** Ce module évalue la valeur d'un projet lorsque ce projet dépend de deux investissements initiaux qui doivent être exécutés en même temps. On peut faire l'analogie avec un investissement qui doit se dérouler en deux phases distinctes (exemple de recherche et développement) mais dans ce module ces deux phases doivent être réalisées simultanément. Quatre approches sont utilisées: *BinomialApproach ENPV, American Approximation Benchmark, Compound Option Benchmark* et *Super Lattice.*

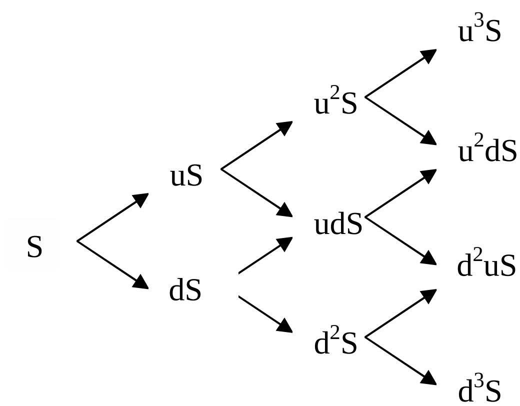
18. **Advanced Custom Lattice :** Ce module permet de traiter une foule d'options que l'on peut déjà traiter avec d'autres modules, en particulier les modules 1 à 7. Ce module offre l'avantage d'avoir accès aux formules utilisées pour former l'arbre binomial. En général, dans les modules, on ne peut pas changer les formules implantées dans le logiciel comme, par exemple, la forme du *payoff* de l'option. Par contre, dans ce module, il est possible de le faire. On peut donc faire des liens avec d'autres modules et obtenir des résultats similaires tout en ayant accès aux méthodes pour y parvenir. L'utilisateur peut, lors de l'entrée des paramètres, choisir s'il désire évaluer une option américaine ou européenne. De plus, il peut sélectionner lui-même le processus aléatoire que l'actif sous-jacent suit parmi les trois processus suivants : le mouvement brownien géométrique, le mouvement de retour à la moyenne et le processus de diffusion avec sauts.

19. **Manual Custom Lattice :** Ce module est un module pour tous les genres d'options. L'utilisateur construit lui-même son arbre binomial en établissant ses propres formules. Ce module exige une compréhension plus poussée que les autres car l'utilisateur doit lui-même programmer la règle de décision à chaque nœud de l'arbre. Par contre, cette particularité offre l'avantage de pouvoir résoudre une très grande quantité de problèmes. L'utilisateur peut, lors de l'entrée des paramètres, choisir en combien de pas il veut former son arbre binomial. Lorsqu'on forme un arbre binomial, on établit à partir de la valeur de l'actif sous-jacent deux valeurs futures possibles : le mouvement vers le haut et le mouvement vers le bas. Si, par exemple, un projet a une durée de vie d'un an et qu'on forme l'arbre binomial à l'aide de deux pas, nous aurons l'arbre suivant :



Si par contre, on augmente le nombre de pas à 3, nous aurons l'arbre suivant :

t = 0 t = 1/3 t = 2/3 t = 1 an



Plus le nombre de pas est grand, plus les valeurs possibles du projet dans un an seront nombreuses. Lorsque le nombre de pas est infini, la distribution du prix futur de l'actif passe d'une distribution discrète à une distribution continue et le prix de l'actif est décrit à la limite par le mouvement brownien géométrique. C'est un grand avantage de pouvoir déterminer en combien de pas nous voulons former l'arbre. On peut atteindre un niveau très précis de calcul en choisissant un nombre de pas assez élevé. Il y a trois grandes catégories de problèmes qu'on peut résoudre avec ce module, les problèmes de réduction, d'expansion et d'abandon. Il est aussi possible de décider si les actifs sous-jacents suivent un mouvement brownien géométrique, un mouvement de retour à la moyenne ou un mouvement de diffusion avec sauts en spécifiant les variables pour chacun de ces mouvements. Pour une explication détaillée du genre de problème qu'on peut résoudre avec ce module, voir le cas #1 dans la section sur <u>les études de cas théoriques</u>.

20. **Sequential Custom Lattice :** Ce module est un module permettant de calculer la valeur d'une option soit américaine ou européenne comportant plusieurs phases exigeant chacune un investissement. Le projet doit comporter au maximum 20 phases.

21. **Volatility Estimates :** Ce module permet d'estimer la volatilité de la valeur du projet (ou de l'actif sous-jacent qui est incertain) à l'aide de 4 approches différentes. Ce module est très pratique pour les gestionnaires qui s'initient au concept de la volatilité. En effet, plusieurs investisseurs ne connaissent pas ce concept mais doivent toutefois se familiariser avec celui-ci pour travailler avec les options réelles. Les 4 méthodes seront détaillées dans la section suivante nommée : <u>Estimation de la volatilité</u>.

22. **American Option Using Trinomial Lattices :** Ce module permet de trouver la valeur d'une option américaine à l'aide de deux approches : l'approche binomiale et l'approche trinomiale. En effet, la méthode binomiale est une méthode qui à partir d'un prix de départ de l'actif en t=0 détermine les deux valeurs que pourront prendre cet actif au prochain pas. La méthode trinomiale détermine plutôt trois valeurs possibles pour l'actif à chaque pas. Il faut noter que les méthodes binomiale et trinomiale convergent vers la même valeur lorsque le nombre de pas tend vers l'infini. Par contre, la méthode trinomiale converge beaucoup plus rapidement que la méthode binomiale. Pour plus de détails sur ces deux méthodes, voir la section sur les méthodes de calcul utilisées. Voici un tableau pour comparer les vitesses de convergence de ces deux méthodes :

Nombre de pas	5	10	100	1000	5000
Méthode binomiale	30.73	29.22	29.72	29.77	29.78
Méthode trinomiale	29.22	29.5	29.75	29.78	29.78

23. **Mean-Reversion Option (American and European Trinomial Lattices):** Ce module calcule la valeur d'une option d'achat ou de vente américaine ou européenne lorsque la valeur des actifs sous-jacents suit un mouvement de retour à la moyenne. Par exemple, nous croyons que le prix du gaz naturel suit un mouvement de retour à la moyenne. La méthode utilisée pour calculer la valeur de l'option est la méthode trinomiale.

24. **Jump-Diffusion Option Using Quadranomial Lattices :** Ce module permet de calculer la valeur d'une option américaine ou européenne avec la méthode quadrinomiale. Cette méthode utilise quatre branches partant de chaque nœud. Ce modèle est idéal pour des actifs dont les prix subissent des sauts de discontinuité. Par exemple, les prix du pétrole et du gaz ont subit de fortes augmentations lors de la guerre. La fréquence des sauts est appelée *Rate jump* et l'amplitude est dénotée par la variable *Intensity jump*.

25. **Dual Variable Rainbow Option Pentanomial Lattices :** Dans la plupart des cas de calcul d'option réelle, la valeur de l'option dépend du prix d'un actif sous-jacent. Par contre, il y a des cas particuliers où la valeur de cet actif sous-jacent dépend de deux actifs sous-jacents. Par exemple, les flux monétaires peuvent dépendre de la quantité d'actif vendu et du prix de cet actif. Dans ce cas, on ne connaît pas nécessairement la volatilité de l'actif sous-jacent mais on sait qu'elle dépend de la volatilité de la quantité et celle du prix. La volatilité du prix et la volatilité de la quantité sont connues et, par conséquent, on peut modéliser les valeurs de l'actif sous-jacent. Ce module trouve la valeur d'une option d'achat et de vente américaine et européenne et l'approche utilisée est un modèle pentanomial (à cinq branches).

26. **State-Pricing Approach for an American Option :** Ce module trouve la valeur d'une option américaine avec une méthode appelée *state-pricing*. Cette approche est similaire à la méthode binomiale à l'exception que les mouvements vers le haut et vers le bas ne sont pas toujours symétriques. Pour plus de détails sur cette méthode, la section sur les méthodes de calculs décrit cette approche. Voici un tableau représentant la valeur d'une option calculée avec l'approche binomiale et l'approche *state-pricing* :

Nombre de pas	5	10	100	500	1000	10000
State-Pricing	32.71	31.753	32.428	32.439	32.496	32.504
Méthode binomiale	33.16	31.986	32.452	32.493	32.499	32.504

27. **Stochastic Processes :** Ce module a pour but d'illustrer les graphiques des différents processus stochastiques utilisés dans ce logiciel. Les trois processus modélisables sont : le mouvement brownien géométrique, le processus de retour à la moyenne et le processus de diffusion avec sauts. Le graphique est illustré et les valeurs simulées sont disponibles.

28. **American Call Option with a Timed Dividend Payment :** Ce module permet d'évaluer le changement dans la valeur d'une option d'achat américaine si on augmente ou diminue un des paramètres d'un certain pourcentage. Ces paramètres sont, par exemple, la valeur des actifs, les coûts reliés au développement, la date d'échéance, le taux sans risque, le taux de dividende et la volatilité. On doit d'abord fixer ce pourcentage appelé sensibilité. Si, par exemple, l'utilisateur fixe le niveau de sensibilité à 10%, il obtient la variation de la valeur de l'option s'il y a une augmentation ou une diminution de 10% de la valeur de la volatilité tout en laissant intactes les autres variables.

29. **American Call Option with a Dividend Rate:** Ce module est très similaire au précédant mais offre en plus le calcul de la valeur de l'option à l'aide de la méthode binomiale. Par conséquent, elle nous donne l'arbre de décision binomial dans la section « analyse ». Il est possible d'augmenter le nombre de pas pour les calculs, la valeur obtenue peut donc être très précise si on choisit un nombre de pas assez élevé.

30. **American Put Option (Continuous Dividend Rate):** Ce module est identique au précédent à l'exception qu'il traite des options de vente plutôt que des options d'achat.

31. **European Switching Option:** Ce module calcule la valeur d'une option qui permet à un certain moment de changer l'actif. Chaque actif a sa propre volatilité et est traité en conséquence. Par exemple, si une usine produit avec une machine un bien A qui génère des profits qui suivent un mouvement aléatoire quelconque, celle-ci peut, au cours de la période, modifier sa machine et, par conséquent, produire un bien B dont les profits ont une volatilité différente. Si les deux biens possèdent la même valeur actuelle et qu'ils ont la même volatilité, alors l'option de changer n'a plus de valeur.

32. **European Lower Barrier Option:** Ce module traite des options (achat et vente) qui doivent atteindre un seuil inférieur avant d'être exercées. Donc, si au cours d'une période la valeur de l'actif atteint ce seuil inférieur, il est possible d'exercer l'option et sinon, on ne peut pas l'exercer. Si ce seuil est très bas par rapport à la valeur optimale d'exercice, la valeur de l'option diminue car l'investisseur n'est pas certain de pouvoir exercer son option. Par contre, s'il se situe au prix optimal d'exercice, ce seuil n'aura aucune influence sur le prix de l'option car il faudrait de toute façon attendre que l'actif franchisse cette valeur pour exercer l'option. Ce type d'option est bien connu sur le

marché financier mais l'auteur ne cite pas de cas d'option réel où ce modèle serait applicable.

33. **European Upper Barrier Option:** Ce module est basé sur le même principe que le précédent, mais la barrière est un seuil supérieur. Si ce seuil est fixé au prix optimal d'exercice, il n'y aura aucune conséquence sur le prix de l'option. Par contre, si ce seuil est plus élevé que le prix d'exercice optimal, l'option perd de sa valeur car si par exemple, le prix d'exercice est fixé à 20$ et que le seuil est fixé à 25$, on voudrait être en mesure d'exercer l'option si elle vaut 20$ sans toutefois pouvoir le faire si la valeur de l'actif n'a pas franchi le seuil de 25$. L'auteur ne cite pas de cas d'option réel où ce modèle d'option est applicable. Ce pourrait peut-être représenter une exigence des investisseurs pour s'assurer d'un certain niveau des prix.

34. **European Double Barrier Option:** Ce module combine les deux modules précédents. Il y a donc deux seuils qui peuvent être atteints au cours de la période, le seuil inférieur et le seuil supérieur. Il suffit d'en atteindre un des deux pour pouvoir exercer l'option. Ce type d'option est bien connu sur le marché financier mais l'auteur ne cite pas de cas d'option réel où ce modèle serait applicable.

35. **Stochastic Priority Model:** Sachant fort bien que les investisseurs utilisent beaucoup la valeur présente nette dans l'évaluation des investissements, ce module permet de comparer cinq investissements en connaissant la valeur présente des actifs sous-jacents, les dépenses, la durée du projet, la volatilité ainsi que le taux d'intérêt sans risque. En effet, la valeur présente nette place ces différents investissements, du plus souhaitable au moins souhaitable. De plus, deux autres valeurs sont calculées : l'index de retour et l'index de volatilité, dont voici les formules :

$$\mathrm{Re}turns\_Index = \frac{Underlying\_Asset}{Capital\_Expenditures \Big/ (1 + riskfree\_rate)^t}$$

$$Volatility\_Index = Volatility\sqrt{t}$$

36. **Timing Option:** Ce module permet d'évaluer la valeur d'attendre et de la comparer à la valeur d'exercer son option immédiatement pour déterminer à quel moment exactement on devrait exercer l'option. Il y a deux facteurs qui influencent la date optimale à laquelle on devrait exercer une option. Le premier est le taux d'actualisation. En effet, un dollar aujourd'hui vaut plus qu'un dollar demain. Plus on attend longtemps, plus les profits futurs valent moins aujourd'hui. Le deuxième est le taux de croissance des actifs. Plus on attend, plus le projet prend de la valeur. Ces deux variables agissent de façon opposée. Si le taux d'actualisation augmente sans toutefois que le taux de croissance du projet ne change, il est préférable d'exercer l'option plus tôt car le coût d'opportunité de l'attente augmente alors que si le taux de croissance augmente sans que le taux d'actualisation ne change, il est préférable d'attendre avant d'exercer l'option. Ce module calcule la valeur

présente nette du projet, la valeur de l'option d'attendre, la décision optimale (exercer ou non l'option) et la date optimale d'exercice.

37. **Stochastic Valuation Option:** Ce module considère les options ayant une durée de vie infinie. Cette analyse suppose un investissement partiellement irréversible ce qui signifie que lorsque l'investissement a été réalisé, une partie de cet investissement n'est pas récupérable. Si l'investissement est totalement irréversible, on ne peut pas récupérer la mise de fond investit pour réaliser le projet. L'investissement peut être reporté mais dans ce cas, un coût d'attente apparaît (*dividend rate*). Par contre, il y a aussi un avantage à attendre pour investir car plus on attend, moins grandes sont les incertitudes. Il est intéressant de pouvoir trouver ce moment optimal pour investir, un jeu entre faire le compromis d'attendre pour posséder plus d'information et investir le plus tôt possible pour récupérer les flux monétaires.

38. **American Option with Vesting Requirements:** Ce module calcule la valeur d'une option qui ne peut pas être exercée avant la fin d'une certaine période suivant son acquisition. Par exemple, une option qui a une période d'exercice de 10 ans ne pourrait être exercée que pendant les 5 dernières années. Ce type d'option apparaît par exemple lorsqu'il y a une période de formation des employés. La valeur de l'option est calculée avec la méthode de Black-Scholes ainsi qu'avec la méthode Super Lattice.

39. **American Customized Option with Vesting and Suboptimal Behavior:** Ce module calcule la valeur d'une option qui se présente comme dans le module #38 mais qui présente aussi la particularité de devoir par la suite atteindre une valeur$*$, pour pouvoir être exercée, définie de la façon suivante :

$$valeur* = Suboptimal\_Behavior\_ratio \times Asset\_Value$$

Un exemple d'application serait que suite à une formation d'employés, les investisseurs veulent exercer l'option seulement lorsque l'actif aura atteint une certaine valeur. Nous pouvons dans ce module changer la volatilité ainsi que le taux d'intérêt à chaque année tout au long de la période de l'option.

40. **European Floating Chooser Option:** Ce modèle évalue la valeur de la flexibilité de choisir à un moment donné au cours de la période si l'option que l'on possède est une option d'achat ou de vente. Au début de la période d'exercice, l'acheteur ne sait pas s'il détient une option d'achat ou de vente. Il doit au cours de la période choisir parmi ces deux éventualités. L'instant où l'investisseur doit choisir la nature de son option est appelé *time to choose.* L'auteur ne cite pas de cas d'option réel où ce modèle d'option est applicable et bien que ce type d'option existe dans le domaine des options financières, je ne vois pas en quoi ce module pourrait être utile dans le cas des options réelles.

41. **Two-Asset Correlation European Option:** Ce module calcule la valeur d'une option d'achat et de vente européenne lorsqu'on a une option composée de deux variables stochastiques qui sont corrélées entre elles mais qui possèdent chacune leurs propres

valeurs actuelles d'actif, coût, taux de dividende et leur propre volatilité. Nous pouvons aussi dans ce module voir l'impact que peut avoir un changement d'un certain pourcentage en ajustant le niveau de sensibilité d'une des variables sur la valeur finale de l'option.

42. **3D Binomial American Option:** Ce module traite de quatre différents types de *rainbow options*. Le premier est *American Call Option on the Maximum*, dont la structure de gain suit la règle suivante: $Max[0, Max(Q_1S_1, Q_2S_2)]$. Le deuxième est *American Call Option on the Minimum*, dont la structure de gain suit la règle suivante: $Max[0, Min(Q_1S_1, Q_2S_2)]$. Le troisième est *American Dual Strike Call Option,* dont la structure de gain suit la règle suivante: $Max[0, (Q_1S_1 - X_1), (Q_2S_2 - X_2)]$. Puis enfin le quatrième est *American Portofolio Call Option* et sa structure de gain suit la règle suivante : $Max[0, (Q_1S_1 + Q_2S_2) - X]$. Chaque modèle considère deux différents actifs qui peuvent avoir différentes structures (coût, volatilité) mais qui sont corrélés entre eux. Aucun exemple d'option réelle n'est cité par l'auteur pour justifier la présence de ce module.

43. **Forward Start Option:** Ce module calcule la valeur d'une option qu'on doit acheter aujourd'hui mais qui prend effet plus tard. Cet intervalle de temps est appelé *Time to Forward Start*. On doit définir dans ce module une variable α qui déterminera le prix d'exercice de l'option. Par exemple, si α=1 cela signifie qu'après la période d'attente pour acquérir l'option, le prix d'exercice sera: $prixd'exercice = \alpha Assetvalue$. On pourrait utiliser ce module dans le cas d'une firme qui fait l'acquisition d'une usine pour commencer à produire mais qui doit attendre une certaine période de temps pour prendre possession de son usine.

44. **List of Function:** Ce module n'a pas d'autre utilité que de donner une liste des 21 fonctions qui sont disponibles directement dans Excel en utilisant une autre version du logiciel.

4- Estimation de la volatilité :

Lors de l’analyse préliminaire pour l’évaluation d’un projet d’investissement, la méthode des options réelles requiert une estimation de la volatilité des actifs sous-jacents. Par analogie, lors de l’évaluation d’une option financière, on doit estimer la volatilité de l’actif sous-jacent. Par exemple, si on tente d’évaluer la valeur d’une option d’achat sur des actions de la compagnie Bombardier, on doit estimer la volatilité des actions de la compagnie Bombardier. Mais définissons d’abord cette notion de volatilité.

La volatilité est la valeur qui mesure la propension d’un actif à varier. Elle mesure en quelque sorte l’incertitude sur l’avenir du cours de l’actif. Cette donnée statistique permet de mesurer le degré de dépendance d'un titre par rapport aux fluctuations du marché. La volatilité peut s'interpréter aussi comme la mesure de la variance d'un titre par rapport à son cours moyen.

Plus un actif à tendance à varier fortement sur une courte période de temps, plus cet actif est dit volatile. Si par contre un actif ne varie pas beaucoup sur une certaine période de temps, on dit de cet actif qu’il est peu volatile.

Il y a aussi un lien entre la volatilité et la notion de risque d’un actif financier. Plus un titre financier est risqué, plus son cours est volatile. En effet, un titre volatile qui vaut par exemple 100$ aujourd’hui peut valoir 50$ demain. Une personne qui fait l’acquisition d’un titre très risqué peut faire un profit très élevé mais peut aussi perdre beaucoup d’argent.

En ce qui concerne les options financières, plus le sous-jacent est volatile, plus la valeur de l’option est élevée. Cette affirmation peut sembler étrange mais elle est facile à comprendre avec un exemple. Prenons celui d’une option d’achat européenne. Lorsqu’on achète l’option, le prix du sous-jacent est inférieur au prix d’exercice de l’option. On souhaite donc, pour pouvoir exercer l’option, que la valeur du sous-jacent augmente pour passer au dessus de prix d’exercice. Si l’actif sous-jacent est très volatile, on augmente l’espérance de gain qu’on fera à la suite de l’exercice. Par exemple si une personne possède une option d’achat dont le sous-jacent vaut aujourd’hui 95$, et de prix d’exercice de 100$. Plaçons-nous alors dans le cas où elle doit exercer l’option (valeur du sous-jacent est supérieur à celle du prix d’exercice). Si la volatilité est très petite, la valeur du sous-jacent ne sera pas vraiment plus élevé que 100$ et par conséquent le profit sera relativement petit. Par contre, si la volatilité est très élevée, le prix du sous-jacent aura tendance à grimper beaucoup plus haut que le prix d’exercice et les profits seront par conséquent beaucoup plus élevé. L’espérance de gain est donc plus élevée si la volatilité est grande. De plus la volatilité n’a pas d’impact au point de vue des pertes car lorsqu’on se trouve dans la situation contraire, l’option ne sera jamais exercer car le prix d’exercice est plus élevé que le prix du sous-jacent. Que le sous-jacent soit très près de 100$ ou non, le gain restera nul. En résumé, on peut en augmentant la volatilité gagner plus sans perdre moins.

Cette affirmation reste vraie dans le cas des options réelles. Plus le sous-jacent est volatile, plus la valeur de l’option réelle est élevée. Voilà pourquoi il est si important de pouvoir estimer la volatilité d’un projet lorsqu’on veut évaluer sa valeur d’option réelle.

Le module #21 du *Toolkit* permet d'estimer la volatilité des actifs sous-jacents de quatre façons différentes. L'estimation de la volatilité peut représenter un grand défi dans l'analyse des options réelles car une mauvaise évaluation de celle-ci peut entraîner de graves conséquences. C'est pourquoi le concepteur de ce logiciel a décidé de consacrer tout un module sur ce sujet.

Lorsqu'on évalue la valeur d'un projet, on doit tenir compte des incertitudes reliées à celui-ci. Par exemple, si une firme étudie un projet d'agrandissement de son usine, elle doit évaluer combien cet investissement lui rapportera dans le futur. Par contre, ces profits résultant de l'investissement peuvent être incertains. Il se peut par exemple qu'une autre firme faisant son apparition sur le marché fasse chuter les ventes et donc diminuer les profits. C'est donc à l'aide de la volatilité qu'on tient compte des incertitudes reliées aux flux monétaires du projet. On dit d'un projet qu'il est très volatile si les profits qui en découlent sont très incertains.

On tient compte des incertitudes reliées à un projet en modélisant à l'aide d'un processus stochastique la trajectoire qu'elles suivront. La section 4 est réservée à l'étude de ces différents processus.

Alors comment mesurer cette volatilité ? Le logiciel propose ici différentes techniques pour évaluer cette volatilité.

1. Logarithmic present value returns: Cette méthode utilise les valeurs des flux monétaires estimés dans deux types de valeurs présentes, celles estimées aujourd'hui et celles estimées à la période 1. Il faut donc tenir compte d'un facteur d'actualisation que nous fixerons, à titre d'exemple, à 10%. Il faut donc actualiser aux périodes t=0 et t=1 chacun des flux monétaires de la façon suivante :

Période	Flux monétaires	VP en t=0	VP en t=1
0	100	100	-
1	125	113.64	125
2	95	78.51	86.36
3	105	78.89	86.78
4	155	105.87	116.45
5	146	90.65	99.72
Somme		567.56	514.31

Il faut par la suite calculer $X = \ln\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} PVCF_1}{\sum_{i=1}^{n} PVCF_2}\right) = -0.0985$

Puis, il suffit de simuler à l'aide la méthode de Monte-Carlo cette valeur de X pour ainsi obtenir une prévision de la distribution de X en faisant varier l'actif sous-jacent présentant de l'incertitude (généralement les flux monétaires). La volatilité est tout simplement l'écart-type de cette distribution. En effet, l'hypothèse sur laquelle se base ce principe est la suivante:

$V_t = V_0 e^{rt+\varepsilon}$, $E[V_t] = V_0 e^{rt}$. En posant t=1, nous avons $E[V_t] = V_0 e^{r}$. Nous avons finalement $r = \ln\left(\frac{E[V_t]}{V_0}\right)$. On peut donc estimer la volatilité de cette façon. Pour procéder à la simulation Monte-Carlo, il faut après avoir entré les flux monétaires, les sélectionner et cliquer sur la touche *define assumption* en haut complètement à droite. Puis, il faut définir une à une les lois que suivent les flux monétaires. Pour sélectionner la distribution, il suffit d'aller dans l'onglet nommé *gallery*. Par la suite, il faut sélectionner les flux monétaires et cliquer sur la touche *define forecast* et entrer l'unité de chacune des variables. Dans notre cas, ce sont des dollars. Finalement, il faut, en sélectionnant une dernière fois les flux monétaires, appuyer sur la flèche pour commencer la simulation. La volatilité sera calculée automatiquement. Nous n'avons pas à nous soucier du taux de croissance moyen car n'oublions pas que nous faisons toujours l'hypothèse qu'il est possible de répliquer parfaitement l'option avec un portefeuille de réplication.

2. Logarithmic cash flow approach: Contrairement à la précédente, cette approche n'exige pas de simulation Monte-Carlo, elle est donc plus facile à utiliser. Cette méthode calcule la volatilité en utilisant les flux monétaires estimés et le logarithme du rapport des flux de périodes adjacentes. Voici un tableau qui représente les valeurs à utiliser :

Période	Flux monétaires	ratio	X_i= ln(ratio)
0	100	-	-
1	125	125/100=1.25	0.2231
2	95	95/125=0.76	-0.02744
3	105	105/95=1.11	0.1001
4	155	155/105=1.48	0.3895
5	146	146/155=0.94	-0.0598

Par la suite, on peut trouver la volatilité à l'aide de la formule suivante :

$$volatilité = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} = 25.58\%$$

où $\bar{x}$ est la moyenne des X dans le tableau précédent et n représente le nombre de périodes.

Cette méthode est très simple et rapide. Elle est beaucoup utilisée en finance, mais en ce qui a trait aux options réelles, il y a quelques précautions à prendre. Lorsque plusieurs périodes présentent des flux monétaires négatifs, le ratio sera négatif, et par conséquent, le logarithme de ce ratio n'existe pas. De plus, si les flux monétaires sont corrélés entre eux ou s'ils suivent un taux de croissance, la volatilité sera erronée. Dans ces deux cas, il faut procéder par simulation Monte-Carlo pour estimer la volatilité.

Pour ce qui est de l'utilisation du logiciel, il faut simplement entrer un à un les flux monétaires après avoir choisi le nombre de périodes voulu (2 à 60). Puis, il faut choisir le type de données que l'on a (données annuelles, mensuelles,…). Nous obtenons alors la volatilité annuelle.

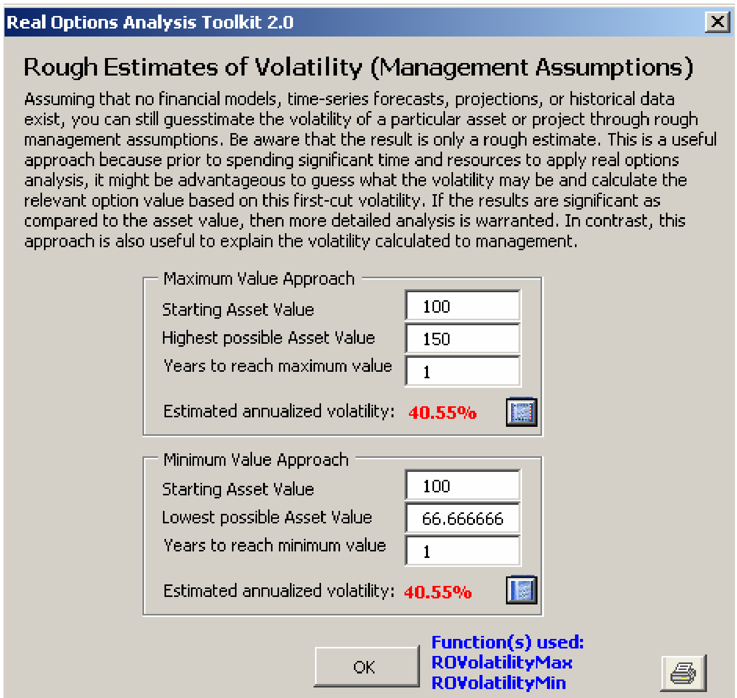
Il faut noter qu'avec les mêmes flux monétaires, la volatilité estimée ne sera pas nécessairement la même avec la méthode #1 et #2. Ces deux méthodes sont basées sur des hypothèses différentes et, par conséquent, donnent des résultats différents.

3. Rough management assumptions: Cette approche est beaucoup moins précise que les deux précédentes, mais n'a pas la même utilité. Ce module vise plutôt à estimer la volatilité. En effet, il peut être intéressant de connaître une approximation de la volatilité pour ainsi utiliser cette approximation dans le calcul de l'option réelle pour une première estimation du problème. On peut de cette façon obtenir une idée de la valeur de l'option réelle sans avoir à mettre temps et ressources. En ce qui à trait à l'utilisation, il suffit d'entrer 4 valeurs : la valeur présente de l'actif, les valeurs maximale et minimale que pourraient atteindre l'actif, et en combien de périodes ces valeurs seront atteintes. Cette approche utilise une méthode binomiale.

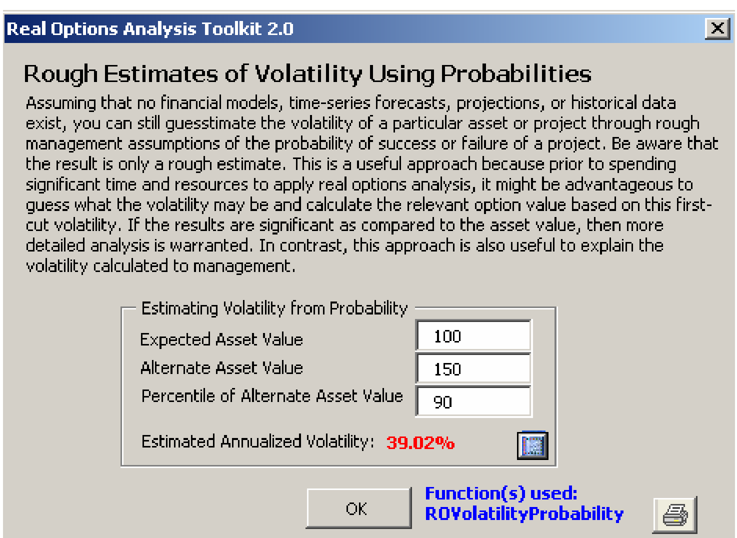
4. Rough estimates of volatility from probability: Cette méthode est du même ordre que la précédente, c'est à dire qu'elle ne donne pas de valeur précise mais plutôt une estimation de la volatilité qui n'exige pas énormément de recherche de données. Ce module estime la volatilité en considérant deux valeurs possibles futures de l'actif. Il suffit d'entrer trois valeurs : la valeur de l'actif, une valeur alternative future et la percentile que cette valeur future alternative soit atteinte.

L'auteur ne fait pas mention nulle part des expressions mathématiques utilisées pour trouver la volatilité à l'aide des approches 3 et 4 mais voici un exemple numérique de chacune de ces deux méthodes.

Approche 3 :



Approche 4 :

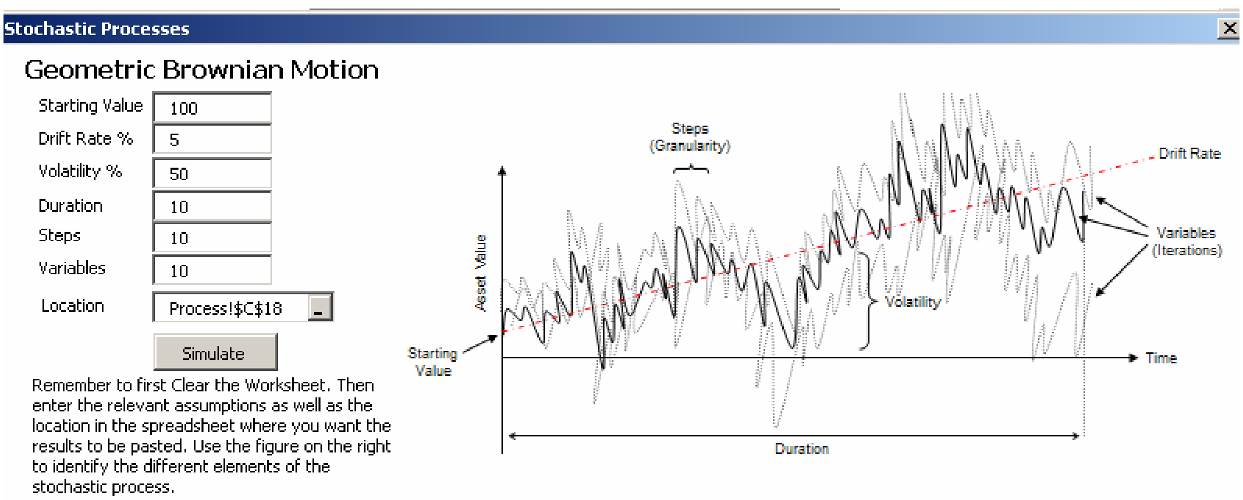


5- Génération de processus aléatoires

Un des aspects les plus important dans le domaine des options réelles est sans aucun doute l'incertitude qui règle l'évolution des prix des actifs sous-jacents. En effet, le logiciel utilise dans la plupart des modules le mouvement brownien géométrique pour modéliser l'évolution des *payoffs* car ce modèle est simple et s'applique à de nombreuses situations. Il y a deux autres processus utilisés, le mouvement de retour à la moyenne ainsi que le mouvement de diffusion avec sauts. Voici donc une description de ces trois mouvements, le graphique associé et les valeurs simulées.

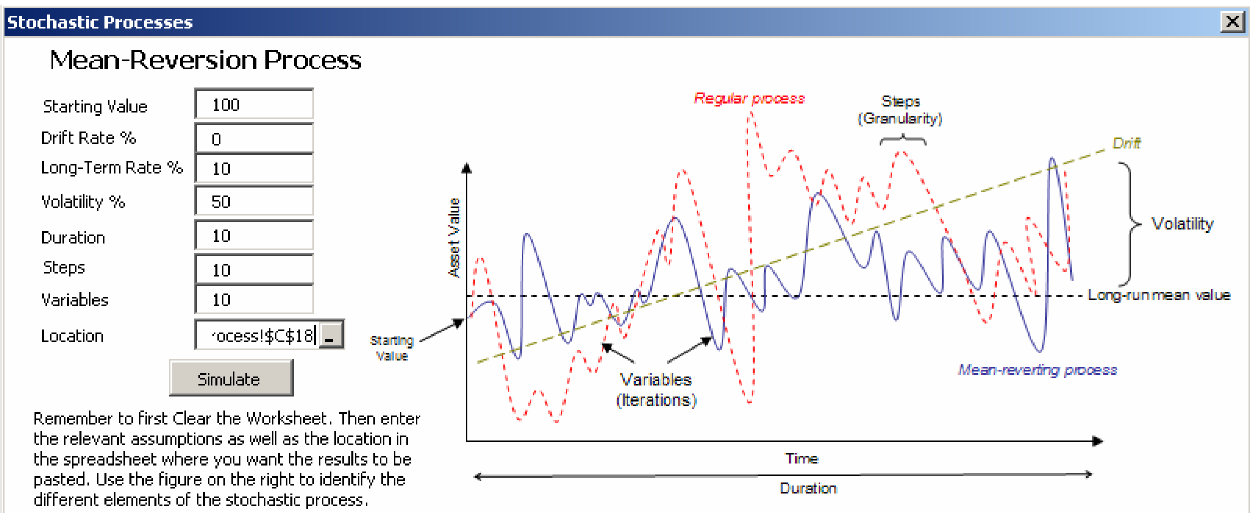
1. <u>Mouvement brownien géométrique</u> : Le processus $dX = \alpha X dt + \sigma X dZ$ suit un mouvement brownien géométrique. La variable α représente la tendance du processus (drift rate), σ la volatilité et $dZ = \varepsilon_t \sqrt{\Delta dt}$ tel que ε ~N(0,1).

   Nous avons alors $\Delta X = \alpha X + \sigma X \varepsilon_t$



Time	Average	Iteration 1	Iteration 2	Iteration 3	Iteration 4	Iteration 5	Iteration 6	Iteration 7	Iteration 8	Iteration 9	Iteration 10
0.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1.00	124.65	145.95	184.94	94.92	117.21	140.09	171.69	115.41	81.95	134.29	60.03
2.00	182.34	231.24	394.01	105.44	97.23	263.16	317.70	171.40	26.80	174.94	41.53
3.00	182.14	90.00	459.27	118.46	167.06	223.95	396.25	30.24	25.05	237.51	73.57
4.00	151.57	99.23	500.67	170.33	237.14	288.86	-16.10	7.54	28.61	146.14	53.30
5.00	163.27	93.59	598.94	32.58	271.69	420.51	-20.27	8.53	40.30	208.31	38.48
6.00	74.00	30.36	225.80	30.32	261.87	61.76	-39.60	6.90	46.40	64.90	51.31
7.00	80.02	30.07	135.64	8.14	356.20	90.20	4.93	6.48	57.78	46.06	64.80
8.00	72.20	39.35	103.61	6.55	199.04	92.85	9.31	6.88	85.78	86.34	92.28
9.00	51.65	41.28	1.09	7.73	53.94	59.49	3.03	3.37	81.07	130.15	129.32
10.00	47.56	38.49	0.59	8.29	37.87	70.16	2.36	3.27	118.81	86.29	103.44

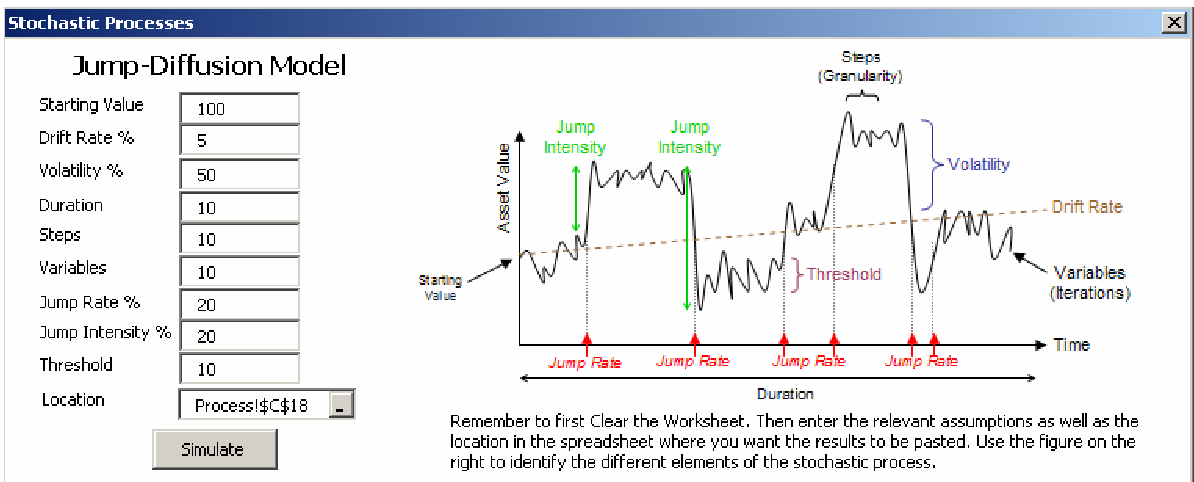
2. <u>Mouvement de retour à la moyenne</u> : Ce mouvement s'applique dans le cas où l'actif sous-jacent subit des fluctuations mais tendrait à revenir vers sa valeur moyenne à une vitesse bien précise. Un mouvement de retour à la moyenne aura tendance à moins fluctuer qu'un mouvement brownien s'il possède la même volatilité et si le paramètre de force de retour à la moyenne est assez grand. La valeur à long terme rejoint la moyenne. La valeur espérée est $E[X_t] = \overline{X} + \left(X_0 - \overline{X}\right)e^{-\eta t}$ et sa variance est : $Var\left[X_t - \overline{X}\right] = \dfrac{\sigma^2\,(1\text{-}\,e^{-2\eta t})}{2\eta}$ où η représente la force de retour à la moyenne et σ la variabilité du processus. Ici, on peut combiner le mouvement brownien géométrique avec le mouvement de retour à la moyenne en précisant la tendance du processus (drift rate). Par contre, si on veut utiliser un mouvement de retour à la moyenne standard, il faut fixer à 0 cette variable de tendance du processus.



Time	Average	Iteration 1	Iteration 2	Iteration 3	Iteration 4	Iteration 5	Iteration 6	Iteration 7	Iteration 8	Iteration 9	Iteration 10
0.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1.00	100.01	100.09	99.73	99.72	99.61	99.50	99.97	101.19	100.29	99.71	100.30
2.00	100.19	100.08	99.98	99.93	100.14	99.13	100.72	101.72	100.19	99.66	100.33
3.00	100.18	100.44	100.07	99.85	99.63	99.40	101.15	102.07	99.66	99.62	100.68
4.00	100.20	100.08	100.40	100.53	100.78	99.78	100.58	102.07	99.32	99.43	100.02
5.00	100.29	100.08	101.11	100.60	100.13	99.92	100.85	102.48	99.71	99.54	100.47
6.00	100.23	100.24	101.04	100.26	99.46	99.10	101.23	102.29	99.72	99.10	100.93
7.00	100.33	100.78	100.88	100.60	99.97	99.81	100.25	102.20	99.69	99.22	100.93
8.00	100.45	100.94	100.71	101.04	99.91	99.87	100.27	102.22	99.84	100.23	100.52
9.00	100.57	100.94	100.29	101.28	99.97	99.30	100.24	103.12	99.94	100.40	100.24
10.00	100.74	101.06	100.43	101.77	99.48	99.74	100.05	102.63	101.00	101.17	100.12

3. <u>Processus de diffusion avec sauts</u> : Lorsqu'un actif suit un mouvement stochastique quelconque, il se peut que le prix de cet actif subissent des sauts inattendus. Dans ce cas, on utilise un processus de diffusion avec sauts. Si on suppose que la probabilité d'avoir un saut suit un processus de Poisson, alors $dX = f(X,t)dt + g(X,t)dq$ où la fonction f représente un mouvement brownien géométrique standard, g représente le saut que suit la trajectoire et dq est définie comme suit : $dq = \begin{cases} 0 & P(X) = 1-\lambda dt \\ \mu & P(X) = \lambda dt \end{cases}$

   Les paramètres associés au mouvement brownien géométrique sont α, qui représente la tendance (drift rate), et σ, la volatilité. Les paramètres associés aux sauts sont λ, la fréquence des sauts (jump rate), μ l'intensité des sauts (jump intensity) et le seuil des sauts (threshold).



Time	Average	Iteration 1	Iteration 2	Iteration 3	Iteration 4	Iteration 5	Iteration 6	Iteration 7	Iteration 8	Iteration 9	Iteration 10
0.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1.00	89.07	62.12	224.13	-10.77	3.64	64.26	194.13	-1.02	148.52	123.67	76.06
2.00	101.07	51.23	227.29	-5.77	14.68	56.36	343.33	-0.86	119.04	132.35	67.05
3.00	104.89	48.17	-62.55	-5.16	21.17	64.40	792.27	-1.12	106.16	88.61	-3.06
4.00	147.12	25.89	-59.83	-3.13	30.80	54.70	1225.14	-0.49	98.16	102.29	-2.39
5.00	143.81	31.14	-46.16	-6.49	25.68	53.38	1145.95	-0.21	152.16	141.67	-5.06
6.00	193.26	12.69	-64.22	-10.50	25.38	56.77	1696.36	-0.16	142.38	141.01	-7.11
7.00	414.26	8.10	-107.03	-12.11	28.41	64.83	3736.57	-0.15	191.96	240.20	-8.19
8.00	301.58	10.54	-161.76	-16.41	41.96	14.77	2712.46	-0.17	240.82	183.28	-9.70
9.00	193.86	11.13	-94.85	-8.55	47.44	16.39	1577.84	-0.14	224.34	232.14	-7.18
10.00	285.71	6.65	-41.12	-6.20	30.15	10.50	2058.26	-0.11	420.42	386.19	-7.62

6- Méthodes de calcul utilisées :

Il existe plusieurs approches et méthodologies pour calculer la valeur d'une option. Il y a des solutions analytiques comme la formule de Black-Scholes et ses variantes, les solutions par simulations Monte-Carlo, les méthodes à réseaux comme les arbres binomial, trimomial, quadranomial et même pentanomial puis les méthodes numériques qui consistent à résoudre des équations aux dérivées partielles.

Les méthodes à solutions analytiques ont l'avantage d'être exactes, rapides et faciles à implanter pour quelqu'un qui possède des connaissances de base en informatique. Elles sont cependant très difficiles à expliquer aux investisseurs car elles utilisent des techniques de calcul stochastique et des mathématiques assez poussées. De plus, ces méthodes sont tellement spécifiques qu'elles ne s'appliquent que dans une petite portion des problèmes traités et les hypothèses sont nombreuses. Les méthodes d'arbre ont l'avantage d'être faciles à implémenter et très facile à comprendre même pour les gens qui ne connaissent pas énormément les processus stochastiques. Ces méthodes sont très flexibles mais demandent un niveau de calcul assez élevé pour donner de bons résultats. Voici donc une liste détaillée des méthodes utilisées dans le logiciel pour calculer les valeurs des options réelles :

1. VPN : Cette technique très utilisée sur le marché est utilisée dans ce logiciel dans le but de comparer certaines valeurs d'options. Les concepteurs de ce logiciel ont cru qu'il serait intéressant de permettre aux investisseurs de calculer la VPN d'un projet étant donné la popularité de cette approche. Il est alors possible de comparer cette valeur à celle de l'option réelle.

   La méthode est simple, il suffit d'actualiser et d'additionner les flux monétaires du projet pour trouver sa valeur actualisée nette.

   $$VPN = \sum_{t=o}^{n} C_t (1+i)^{-t}$$

   C_t : flux monétaire à la fin de la période t
   i : taux d'actualisation
   n : durée de vie de l'investissement

2. Formule de Black-Scholes : Cette méthode de résolution est une approche analytique qui consiste à résoudre l'équation de Black-Scholes. Cette approche n'est utilisée que dans quelques modules car les hypothèses à poser pour l'appliquer sont très restrictives et ne permettent d'appliquer cette approche que dans une petite partie des cas. Plusieurs formules sont utilisées dans ce logiciel tout dépendant du type d'option à évaluer. Voici donc deux des modèles utilisés. Le premier correspond à la formule de Black-Scholes pour une option européenne sans versement de dividendes tandis que le deuxième modèle évalue la valeur d'une option européenne avec versement de dividendes :

$$Call = SN\left(\frac{\ln(S/X)+(r+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT}N\left(\frac{\ln(S/X)+(r-\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT}N\left(-\frac{\ln(S/X)+(r-\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - SN\left(-\frac{\ln(S/X)+(r+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

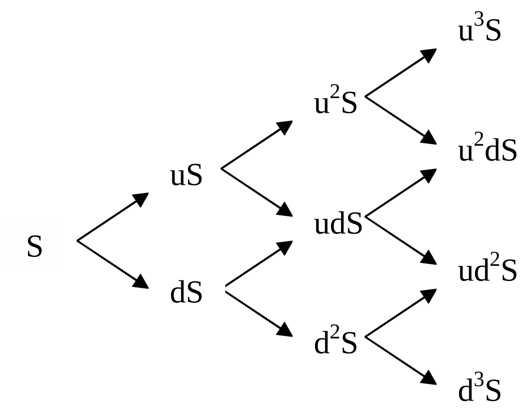
N = probabilité d'une distribution normale
X = prix d'exercice
S = prix courant de l'actif
r = 1+ r_f = le taux d'intérêt sans risque plus 1
T = échéance
σ = volatilité

$$Call = Se^{-qT}N\left(\frac{\ln(S/X)+(r-q+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT}N\left(\frac{\ln(S/X)+(r-q-\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT}N\left(-\frac{\ln(S/X)+(r-q-\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Se^{-qT}N\left(-\frac{\ln(S/X)+(r-q+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

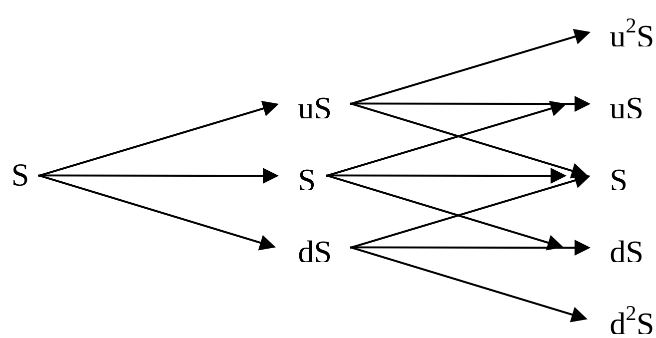
N = probabilité d'une normale
X = prix d'exercice
S = prix courant de l'actif
r = 1+ r_f = le taux d'intérêt sans risque plus 1
T = période de l'option
σ= volatilité
q=taux de dividende

3. Méthode binomiale : Cette méthode consiste à former un arbre binomial pour ensuite trouver chacune des valeurs du projet en tout point de l'arbre. La théorie de réplication du portefeuille est utilisée pour parcourir l'arbre de nœud en nœud pour trouver la valeur du projet actualisée. Cette approche porte le nom de binomial car de chacun des nœuds deux valeurs sont possibles au pas suivant : le mouvement à la hausse et le mouvement à la baisse. Chacune des ces deux valeurs a une probabilité respective de p et 1-p d'être atteinte. Il est à noter que cette méthode peut devenir très puissante si le nombre de pas est assez grand. L'arbre binomial permet en général une bonne visualisation du problème et lorsque cette méthode est utilisée, un arbre de décision est toujours construit par le logiciel. Par exemple, voici ici l'exemple d'un arbre binomial comprenant 3 pas.



Le nombre de pas a un rôle à jouer dans l'exactitude des résultats. Plus le nombre de pas est élevé, plus il y aura de valeurs générées pour la valeur de l'actif sous-jacent. La distribution qui est discrète tend, lorsque le nombre de pas tend vers l'infini, vers une distribution continue. L'actif sous-jacent est décrit dans ce cas limite par le mouvement brownien géométrique. Donc, plus le nombre de pas est élevé, plus la distribution de l'actif sous-jacent est précise.

4. <u>Méthode trinomiale</u> : Cette méthode est très similaire à l'approche binomiale à l'exception que de chacun des nœuds se forment trois branches plutôt que deux. La méthode de résolution reste la même. De la même façon que le modèle binomial, plus le nombre de pas est élevé, plus la valeur de l'option sera juste mais cette approche converge plus vite que l'approche binomiale. On estime à 1000 le nombre de pas requis pour converger vers la valeur de l'option avec la méthode binomiale, tandis qu'avec la méthode trinomiale, on estime converger vers ce même résultat en seulement 500 pas. Voici donc un arbre trinomial :



5. <u>Méthodes Quadranomiale et Pentanomiale</u> : Ces deux méthodes découlent directement des deux précédentes et se composent respectivement de quatre et cinq branches partant de chaque nœud. Le nombre de pas requis pour converger vers le résultat est encore moins élevé que pour les approches binomiale et trinomiale, mais les calculs deviennent assez complexes, et par conséquent, le temps de calcul augmente.

*** <u>Note</u> : Pour chacune de ces méthodes, une option nommée S*uper Lattice* est disponible et permet d'augmenter le nombre de pas de l'arbre. Par défaut, le logiciel utilise 5 pas pour ses calculs avec les méthodes à réseaux, mais on peut, en utilisant le S*uper Lattice* obtenir la valeur de l'option avec un nombre plus élevé de pas et par conséquent obtenir plus de précision pour la valeur de l'option. Par exemple, dans le module #1 avec *American abondonment option* nous obtenons la valeur d'une option d'abandon d'un projet à l'aide de la méthode binomiale avec 5 pas (peu importe la durée de la période), l'arbre des valeurs de l'actif en 5 pas, l'arbre de la valeur de l'option avec 5 pas, l'arbre des décisions en 5 pas et enfin la valeur de l'option obtenue à l'aide de la méthode binomiale en 5, 10, 50, 100, 300, 500 ou 1000 pas selon le choix de l'utilisateur.

6. <u>State-Pricing Approach</u>: Cette approche est similaire à l'approche binomiale. La particularité de cette méthode est que les mouvements vers le haut et vers le bas ne sont pas nécessairement symétriques comme avec l'approche binomiale. Lorsqu'on utilise l'approche binomiale, trois valeurs sont calculées : u, d et la probabilité risque neutre π. Avec l'approche *state-pricing*, seulement deux valeurs sont calculées pour former l'arbre binomial: le *up-state-price* et le *down-state-price*. Par exemple, si on a la situation suivante :

$$\begin{tikzcd}[row sep=small] & 128.4 \\ 100 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & 77.88 \end{tikzcd}$$

Avec l'approche binomiale, on a u =1.2840 et d = 77.88

On trouve ensuite la probabilité risque neutre avec la formule suivante : $\pi = \dfrac{r-d}{u-d}$

C'est à l'aide de ces trois valeurs qu'on peut former l'arbre binomial.

Avec l'approche *state-pricing*, on trouve plutôt, le *up-state-price* et le *down-state-price* de la façon suivante :

$$up-state-price = \frac{128.4-100}{100} = 28.40\% \quad down-state-price = \frac{77.88-100}{100} = -22.12\% .$$

L'arbre binomial est ensuite formé avec ces deux valeurs.

6. <u>Compound Option Benchmark</u>: Cette approche fait référence à l'utilisation d'un portefeuille de réplication d'une option européenne composée. On trouve la valeur du

portefeuille de réplication à l'aide d'une solution analytique. En effet, les options composées américaines sont calculées à l'aide de la méthode binomiale avec un nombre de pas très élevé, tandis que les options composées européennes sont calculées à l'aide d'une solution analytique qui n'est pas décrite dans le manuel d'utilisation du logiciel.

7- Études de cas théoriques:

Je vais donc procéder dans cette section à trois cas d'études pour établir de façon plus concrète la façon de procéder pour l'évaluation d'un investissement. Le premier exemple à pour but d'établir la procédure pour utiliser le *manuel custom lattice* (module #19). Le deuxième exemple portera sur un problème très fréquent de choix lors d'un lancement d'un nouveau produit, de construire ou d'acheter la technologie requise pour fabriquer ce nouveau produit. Le troisième cas portera sur la valeur de pouvoir séparer un projet en plusieurs phases qui permet de pouvoir abandonner le projet à chacune de ces phases.

1) Manual Custom Lattice

Ce module est très intéressant pour ceux qui veulent comprendre comment utiliser les options réelles, peu importe le type d'option à évaluer, en établissant eux-même les formules à utiliser. En effet, il faut pour évaluer une option, construire nous-mêmes l'arbre qui représente les différentes trajectoires de la valeur de l'actif et de la valeur de l'option associée. L'utilisateur peut choisir le nombre de pas qu'il désire pour construire l'arbre, ce qui est très intéressant car nous savons que plus le nombre de pas est élevé, plus l'estimation de la valeur de l'option est précise.

La première étape consiste à entrer la valeur actuelle de l'actif. L'utilisateur doit sélectionner avec la souris la touche *reset sheet* et ensuite *ok*. Puis, il doit sélectionner la case indiquée et y entrer la valeur désirée. Dans notre exemple, l'actif vaut aujourd'hui 100$.

La deuxième étape consiste à former l'arbre en précisant les variables qui font varier le prix de l'actif. L'utilisateur doit sélectionner l'option *create underlying asset* et choisir un-à-un les paramètres. Pour l'entrée du premier paramètre intitulé *initial pricing cell,* il suffit de sélectionner la case correspondant à la valeur de l'actif entré précédemment (100$). Puis, il faut ensuite entrer la volatilité, le taux d'intérêt, le nombre de pas, la durée de vie du projet et le taux de dividende. À titre d'exemple, considérons que ces variables valent respectivement 25%, 5%, 6, 6 et 0%. Par la suite, il suffit d'appuyer sur la touche *create* et l'arbre binomial devrait apparaître.

La troisième étape consiste à former l'arbre correspondant aux valeurs de l'option associée. Pour ce faire, il faut sélectionner la troisième étape qui s'intitule *create valuation lattice.* Cette étape déterminera la règle que l'utilisateur désire implanter pour former son arbre. Il y a deux valeurs à préciser. La première est celle à l'extrémité supérieure droite de l'arbre qu'on appellera formule terminale. Par exemple, si l'utilisateur veut évaluer la valeur d'une option d'achat américaine ayant prix d'exercice est K, la formule terminale serait :

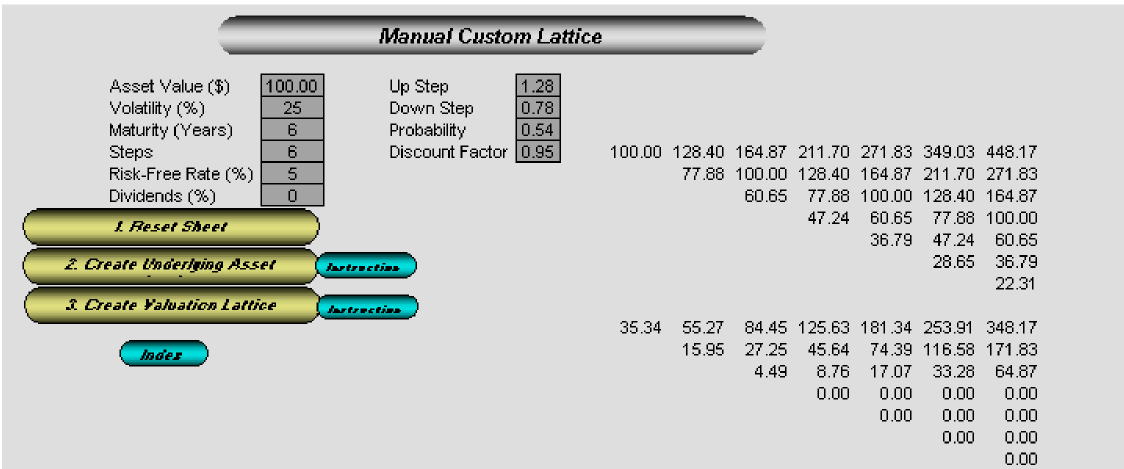
$\max[Actif - K, 0] = \max[P22 - 100, 0] = 145.96$.

L'utilisateur doit donc sélectionner la case où il désire avoir la fin de son arbre et entrer cette formule. La deuxième valeur à déterminer est la valeur précédant la valeur finale ou encore celle du nœud précédant qu'on appellera formule intermédiaire. Dans l'exemple, l'utilisateur n'aura qu'à entrer la formule suivante :

$$= Max\left[Actif - Coût, \left(\Pr ob \times valeur\_\sup + (1-p) valeur\_\inf\right) \times \exp(-taux\_\text{int} \times dt)\right]$$

$$= Max\left[(0.5926 * P36 + (1-0.5926) * P37) * 0.9753, O22 - 100\right] = 111.7$$

Il ne reste qu'à entrer le nombre de pas désiré et sélectionner la touche *value.* Le second arbre devrait apparaître et la valeur actuelle de l'option correspond à la valeur initiale de cet arbre. Dans l'exemple qui suit, l'option réelle vaut 35.34 :



2) **Firme de haute technologie**

Problème : Une firme de haute technologie décide de produire un nouveau bien. Comme ce produit fait son entrée sur le marché, les incertitudes sont nombreuses. Un choix se présente pour la firme. Elle peut soit construire elle-même la technologie pour sa nouvelle usine ou elle peut l'acheter. Dans ce cas, quel est la somme maximale doit-elle débourser pour acheter cette nouvelletechnologie?

Stratégies possibles : La firme considère qu'elle a trois stratégies possibles. Dans la description des stratégies qui suit, les sommes investies sont exprimées en valeur actuelle ou encore en valeur présente nette. La période d'exercice de chacune des stratégies est de 5 ans et la firme a déterminé que la valeur actualisée des *payoffs* du projet est de 100 millions de dollars (PV Asset). Voici donc en détails les trois stratégies qui s'offrent à la firme.

1. La première stratégie consiste à attendre pour obtenir plus d'informations sur le marché. Cette stratégie se détaille en une suite de 4 phases d'investissement consécutives de 10 millions de dollars en recherche et développement (valeur actualisée des investissements). Cette option est une option américaine. On peut donc à tout moment poursuivre, investir la somme requise ou abandonner le projet si les conditions du marché deviennent défavorables. Le module à utiliser pour évaluer ce projet est le module #15 : *multiple american sequential compound option*. La volatilité de l'actif est évaluée à 30% et le taux d'intérêt sans risque est de 5%. Voici donc les résultats :

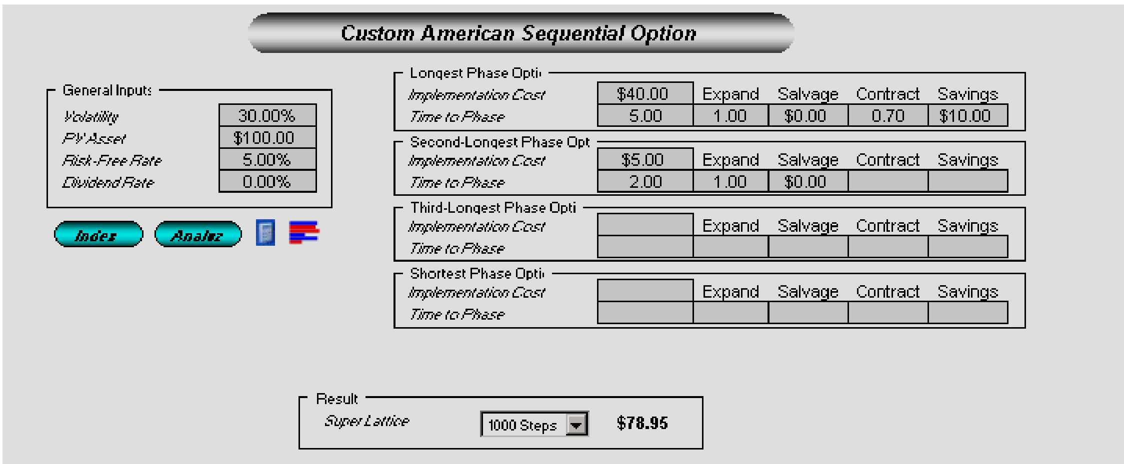
$$NPV = Assets - investment = 100M - 4 \times 10M = 60M$$

$$option\_réelles = 64.65M$$

La valeur d'option réelle de cette stratégie est de 64.65 millions de dollars.

2. La deuxième stratégie débute avec un investissement en recherche et développement de 5 millions de dollars suivi d'une suite de deux investissements de 40 et 10 millions de dollars (en valeur actualisée). Cette option est une option américaine ce qui implique que la firme peut à tout moment abandonner ou poursuivre le projet. À la suite de ces

investissements, la firme peut, à la période suivante, si les conditions deviennent défavorables à la production, réduire sa production de 30% pour économiser 10 millions de dollars (en valeur actualisée) en coûts de production. Le module #14 : *American Sequential Custom Compound Option* est le module adéquat pour évaluer ce type d'option. De la même façon que pour la stratégie précédente, la volatilité est évaluée à 30% et le taux d'intérêt est toujours de 5%. Voici les résultats de cette stratégie.

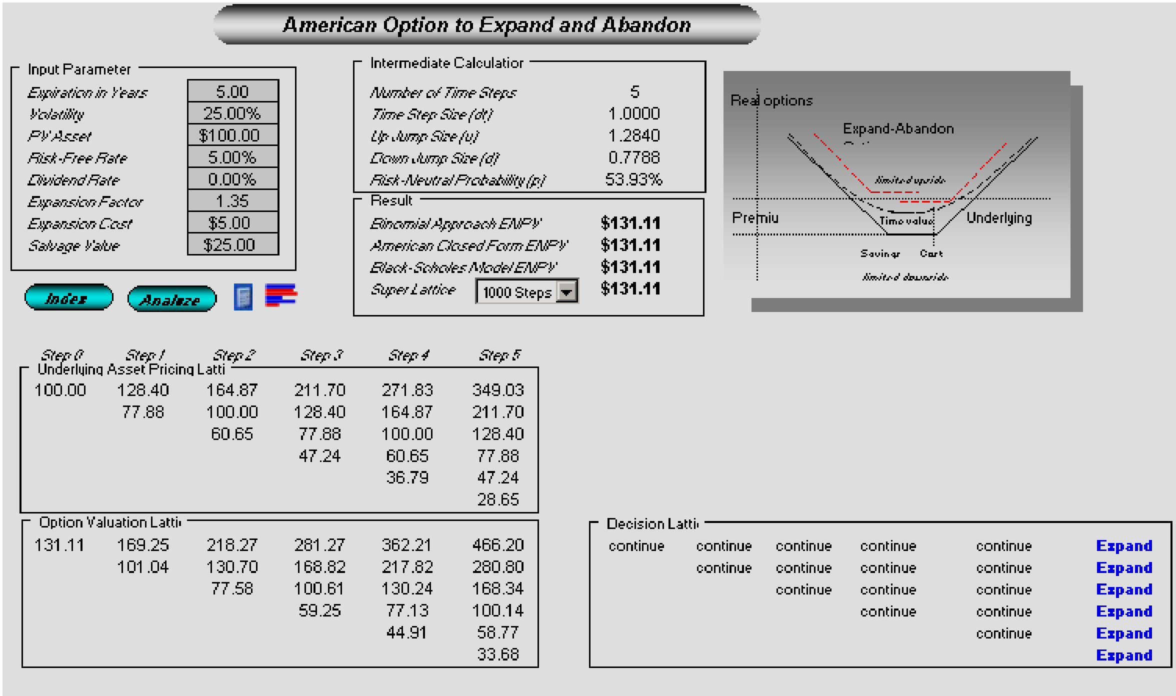


$$NPV = Assets - investment = 100M - (5M + 40M) = 55M$$

$$option\_réelle = 78.95M$$

La valeur d'option réelle de la deuxième stratégie est de 78.95 millions de dollars.

3. La troisième stratégie consiste à acheter une compagnie qui possède déjà la technologie pour une somme de 50 millions de dollars (en valeur actualisée). Puis, au cours des 5 années qui suivent, la firme a la possibilité d'augmenter sa production de 35% en investissant 5 millions de dollars ou de vendre la technologie pour une somme de 25 millions de dollars (ces deux valeurs sont actualisées). Le module pour trouver la valeur de ce projet est le module #7 : *American expension and abandonment option*. Cette fois, la firme considère que la volatilité est de 25% car elle considère qu'il est moins risqué d'acheter une technologie déjà existante que de la construire elle-même. Le taux d'intérêt reste le même.



$$NPV = Assets - investment = 100M - 50M = 50M$$

$$option\_réelle = 131.16M$$

La valeur d'option réelle de cette stratégie est de 131.11millions de dollars.

Conclusion : La troisième stratégie est celle qui possède la plus grande valeur d'option réelle c'est donc la meilleure des trois stratégies. Il serait par contre intéressant de changer les valeurs qui présentent des incertitudes comme par exemple la volatilité, les facteurs d'expansion et de diminution de la production pour tester la robustesse du classement des stratégies. En effet, après quelques tests, on constate que c'est toujours la troisième stratégie qui présente la meilleure option pour la firme.

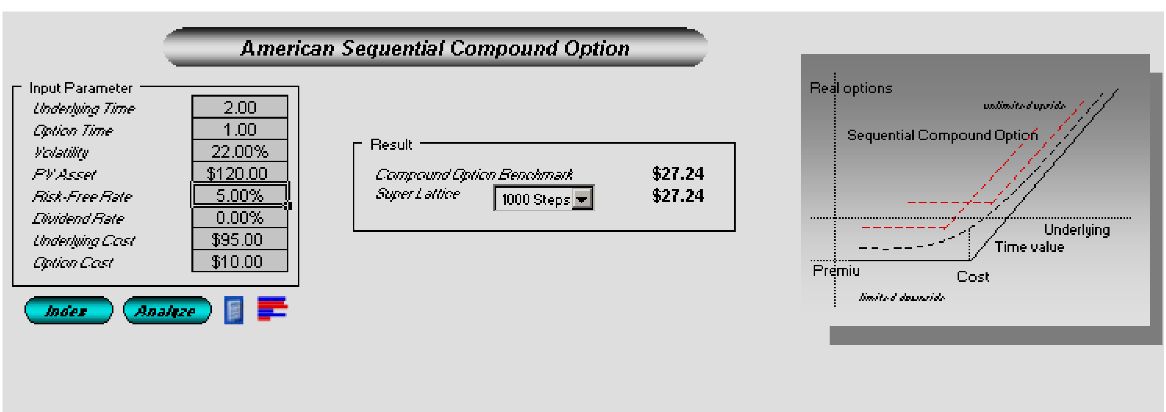
3) Valeur de l'information supplémentaire :

Problème : Une compagnie pharmaceutique désire développer un nouveau médicament. La première étape, qui consiste à établir la composition du médicament, est déjà complétée. La compagnie doit donc procéder à la phase suivante de la mise en marché qui consiste à faire toutes les recherches concernant l'efficacité du médicament, la phase de recherche et développement. Les incertitudes sont nombreuses dans la mise en marché d'un nouveau produit pharmaceutique. Quelques exemples de ces incertitudes sont la réceptivité du marché, la probabilité de commercialisation et la compétition entre les différentes compagnies.

Stratégies possibles : La compagnie considère deux stratégies. Voici donc ces deux stratégies ainsi que l'évaluation de leurs valeurs d'options réelles. Dans la description des stratégies, les sommes investies sont exprimées en valeur actuelle ou encore en valeur présente nette. La période d'exercice de chacune des stratégies est de 2 ans et la firme a déterminé que la valeur actualisée des *payoffs* du nouveau médicament est de 100 millions de dollars (PV Asset). Voici donc en détails les deux stratégies considérées. La compagnie estime la volatilité de son projet à 22% et le taux d'intérêt sans risque à 5%.

1. La première stratégie consiste à séparer la phase de recherche et développement en deux phases distinctes. La première phase constitue un investissement de 10 millions de dollars (valeur actualisée). On nommera cette phase la phase de recherche et développement préliminaire. Puis, suit un abandon du projet ou une deuxième phase recherche et développement plus poussée qui exige un deuxième investissement de 95 millions de dollars (valeur actualisée). Les flux monétaires débute la période suivante (la troisième période). Dans ce cas, nous avons une valeur présente nette du projet et une valeur d'option réelle de :

$$VPN = 120M - 10M - 95M = 15M$$



$$option\_réelle = 27.24M$$

2. La deuxième stratégie consiste à s'engager immédiatement dans une phase de recherche et développement constituant un investissement de 100 millions de dollars (en valeur actualisée). Les *payoffs* suivent tout de suite après (à la deuxième période) et sont supérieurs à ceux de la stratégie 1 car selon la compagnie, le fait de pouvoir recevoir ces flux monétaires une période plus tôt entraîne une augmentation de la part de marché détenue pas la firme. Donc les *payoffs* sont estimés dans ce cas à 124 millions de dollars (valeur actualisée).

   $VPN = 124M - 100M = 24M$

   En effet, les flux monétaires ont été évalués à 124 millions plutôt qu'à 120 millions dans ce cas, car selon la compagnie, le fait de pouvoir recevoir ces flux monétaires une période plus tôt engendre une plus grosse part de marché due à la compétitivité qui diminue de façon considérable plus le produit sort tôt.

   Il faut noter que dans ce cas, la valeur présente nette est aussi la valeur de l'option réelle car il n'y a pas d'option dans cette stratégie.

Conclusion: Dans ce cas précis, la stratégie optimale serait la première stratégie. Il est à noter que dans cet exemple, si on avait seulement tenu compte de la valeur présente nette dans notre évaluation du projet, jamais on n'aurait retenu une stratégie comme la première stratégie, car les coûts d'investissement de la stratégie #1 sont supérieurs à ceux de la stratégie #2 en plus du fait que les revenus associés à la stratégie #1 sont inférieurs à ceux de la stratégie #2. Mais pourquoi prioriser une stratégie plus coûteuse qui rapportera moins de profit? La réponse vient de la flexibilité de cette stratégie. En effet, la stratégie #1 présente de la flexibilité qui permet de réagir à des situations favorables et par le fait même saisir des opportunités ou encore de réagir aux situations défavorables en limitant ou même en évitant des pertes. Cette flexibilité a une valeur et cette valeur n'est pas prise en compte dans le calcul de la valeur présente nette du projet. La valeur de la flexibilité de la stratégie #1 vient augmenter la valeur du projet assez pour ainsi surpasser la valeur de la stratégie #2.

$VOR = VPN + valeur \quad de \quad la \quad flexibilit\acute{e}$

Pour les deux stratégies, nous avons :

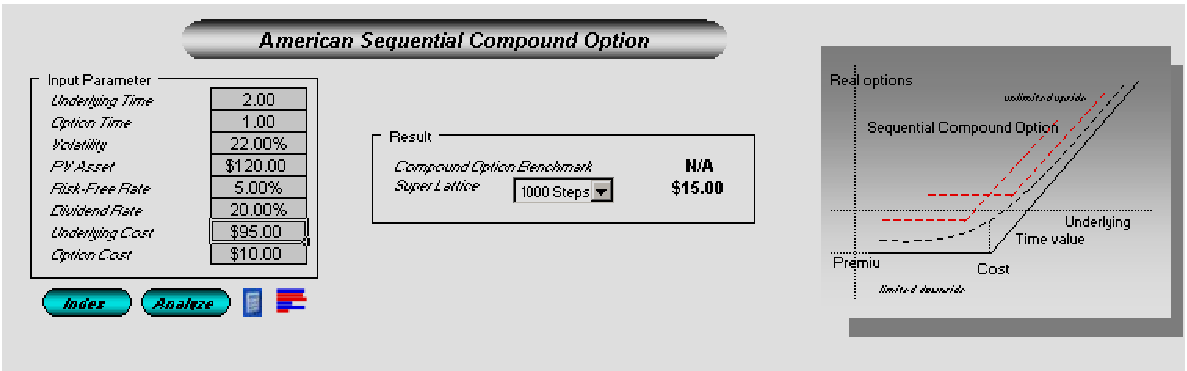
$VOR_1 = 15M + 12.24M = 27.24M$

$VOR_2 = 24M + 0M = 24M$

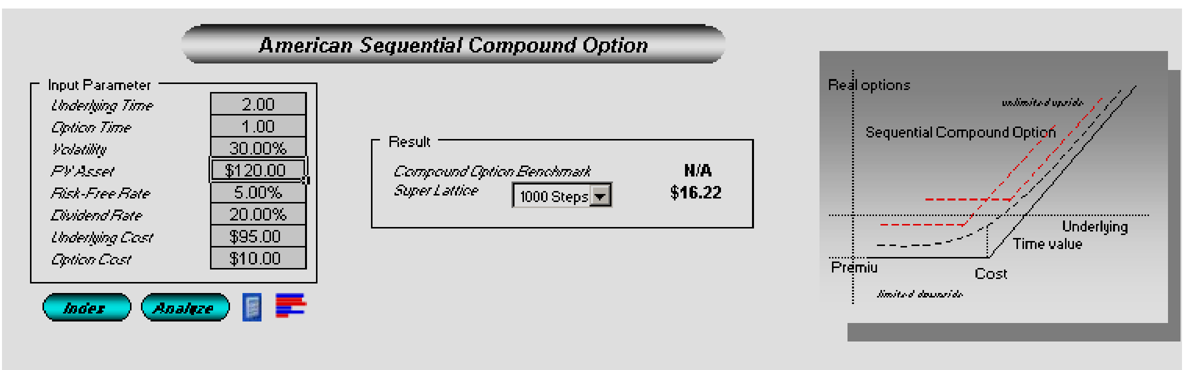
La valeur de la flexibilité de la stratégie 1 : 12.24 M

La valeur de la flexibilité de la stratégie 2 : 0

Dans cet exemple, on peut voir l'importance de bien identifier la nature du problème, car un changement peut inverser la décision optimale à prendre. En effet, s'il s'avère que des dividendes sont versés au cours de la période, à partir du moment ou le taux de versement de dividende est supérieur à 18.1%, la valeur de l'option est de 15 millions. La valeur d'option réelle de la stratégie 1 est la même que la valeur présente nette.



Par contre, si la volatilité n'est pas de 22% comme la compagnie croyait, mais qu'elle est plutôt de 30%, même si le taux de dividende est de 20%, la première stratégie redevient la stratégie optimale.



$valeur\_option = 16.22M$

8- Études de cas réels :

Premier cas :

Le premier des deux cas étudiés sera l'implantation d'une usine Pepsi en Chine. C'est suite à une étude de marché que la compagnie américaine Pepsi a décidé d'ouvrir une usine en Chine dans le but de commercialiser ses boissons gazeuses. C'est à l'aide de leur données disponibles que je vais tenter de trouver la valeur d'option réelle de ce projet.

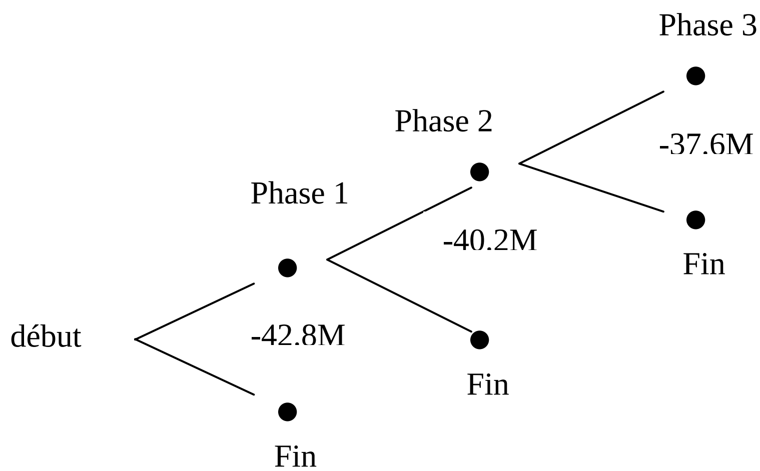
Mise en situation : La compagnie prévoit construire 3 lignes d'embouteillage qui produiront chacune 7.8 millions de caisses par année. La durée de vie de chacune des lignes est de 10 ans. Les trois lignes de montage seront construites sur des périodes de 4 ans. La construction de la première ligne est prévue en 2006, la deuxième en 2010 et la troisième en 2014. C'est suite à la construction de la première ligne que l'option de construire la deuxième se présente et qu'ensuite l'option de construire la troisième se présente. En d'autres mots, la compagnie ne peut pas construire la troisième ligne si les deux premières n'ont pas été réalisées. À chacun des investissements, la firme doit prendre la décision de poursuivre ou non son projet en fonction du marché.

Caractéristiques du projet : L'incertitude du projet vient des flux monétaires reçus au cours de la période du projet. Nous allons, pour résoudre ce problème, considérer que les trois lignes de production produiront les flux monétaires. Voici le tableau représentant les différents coûts d'investissement à faire pour chacune des lignes ainsi que les coûts d'opération pendant toute la période de vie de chacune des lignes. Ces coûts sont représentés en valeur actuelle.

	Ligne #1	Ligne #2	Ligne #3
Coûts d'investissement	21 000 000	19 000 000	17 000 000
Coûts d'opération	21 800 000	21 200 000	20 600 000
Coût total	42 800 000	40 200 000	37 600 000

Les autres paramètres à utilisés sont les suivants :
σ = 20%
r = 8%
durée de vie totale du projet = 18 ans
Valeur présente des flux monétaires = 20M B(8%,18)= 20M (9.3719)=187.438 millions

Voici le schéma représentant le modèle :



<u>Solution</u> : Le module à utiliser pour trouver la valeur de cette stratégie est le module # 15 : *American Multi-Sequential Option (10 Phases)*. Notre projet se modélise plutôt avec une option européenne qu'avec une option américaine mais puisqu'il n'y a pas de dividendes versés au cours de la période, on peut utiliser ce module. Nous aurions pu aussi utiliser le module # 13 : *European Compound Option on Option (Closed-Form)* mais ce module ne permet d'avoir que deux phases d'investissement alors que nous en avons trois.

Voici l'analyse dans le *toolkit* :

La valeur d'option réelle de ce projet est de 128.29 millions de dollars.

Deuxième cas :

Le deuxième cas étudié sera l'exemple illustré dans le cours de Choix d'investissement portant sur l'évaluation de la valeur d'un projet d'exploitation d'un puits de gaz naturel.

Mise en situation : Une entreprise d'exploration et de production gazière vient de terminer un programme de forage pour conclure qu'il y a une présence commercialement suffisante de gaz dans le puits. L'entreprise doit dans ce cas, décider si elle met ce puits en production et, le cas échéant, la date optimale du début de la production du puits.

Cette étude se divise en deux parties distinctes. Tout d'abord, il faut évaluer la valeur actuelle en terme d'option réelle du puits et ensuite, il faut déterminer le moment optimal pour commencer à produire.

Caractéristiques du projet : Un coût variable C est associé au traitement du gaz naturel à sa sortie du puits. C'est suite à ce traitement que le gaz peut être acheminé par le gazoduc pour éventuellement servir à la consommation. De plus, on fait l'hypothèse que le gestionnaire du projet peut interrompre la livraison du gaz si les revenus deviennent inférieurs au coût pour éviter de vendre à perte, et ce, sans aucun coût supplémentaire. Il est possible de retarder la mise en service du puits pendant T années.

La seule source d'incertitude vient du prix de gaz naturel P_t et nous savons que ce prix P_t varie selon un processus de retour à la moyenne :

$$dY_t = \eta(\alpha - Y_t)dt + \sigma dz_t$$

où $Y_t = \ln P_t \quad dz_t = \varepsilon\sqrt{dt} \quad \varepsilon_t \approx N(0,1) \quad E[\varepsilon_t \varepsilon_s] = 0 \quad pour \quad t \neq s$

De plus, nous savons qu'à t=0, la distribution de Y_t est normale de moyenne et de variance :

$$a = \alpha + (Y_0 - \alpha)e^{-\eta t} \qquad b^2 = \frac{\sigma^2\left(1 - e^{-2\eta t}\right)}{2\eta}$$

Nous voulons trouver en premier lieu la valeur du puits de gaz. Pour ce faire, nous devons supposer que la production de gaz est stable pendant t_p et qu'elle décline ensuite exponentiellement à un taux annuel de μ_q. Nous avons dans ce cas :

$$q_t = q_0 e^{-\left(\mu_q (t - t_p) 1_{t \succ t_p}\right)} \qquad \text{où} \qquad 1_{t \succ t_p} = \begin{cases} 0 & t \leq t_p \\ 1 & t \succ t_p \end{cases}$$

Si on livre le gaz seulement quand les revenus sont supérieurs au coût de traitement, la fonction de profit devient :

$$\pi(t) = Max[P_t q_t (1-\nu) - C_t, 0]$$

où ν représente les royautés.

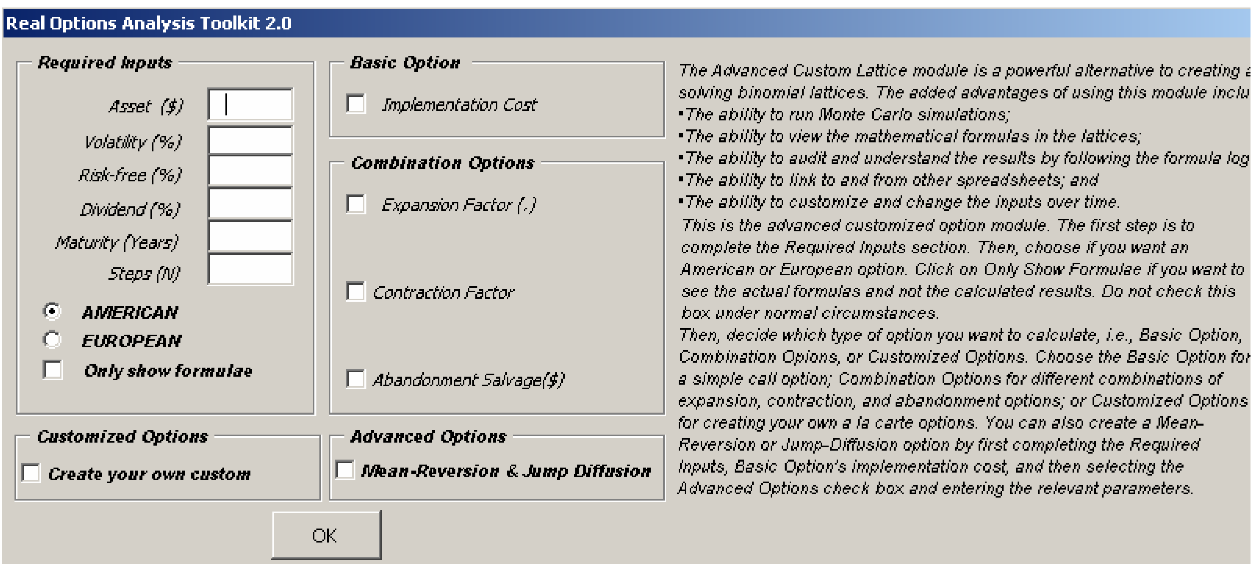
Pour que cette expression soit valide, il faut faire l'hypothèse que le décideur est en mesure d'interrompre et de reprendre la production sans coûts.

Au temps t=0, si le prix du gaz est P_0 alors la valeur de l'option est :

$$V(P_0, t) = e^{-rt} \int_0^{\infty} \frac{Max[P_t q_t (1-\nu) - C_t, 0]}{P_t b \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{\ln P_t - a}{b}\right)} dP$$

Solution : Malheureusement, il est impossible d'évaluer la valeur de cette option à l'aide du logiciel. En effet, deux modules auraient pu être appropriés s'il y avait eu un peu plus de latitude dans l'utilisation.

Tout d'abord, nous aurions pu être tenté d'utiliser le module #18: *Advanced Custom Lattice*.



Ce module nous permet de simuler un mouvement de retour à la moyenne et par conséquent, pourrait bien représenter notre problématique. Le problème majeur vient du fait que dans l'exemple de la réserve de gaz, la seule source d'incertitude vient du prix de gaz naturel P_t. C'est ce prix P_t qui varie selon un processus de retour à la moyenne. Or dans le module c'est plutôt la valeur du projet qui varie selon un processus aléatoire. La valeur du projet dépend du prix du gaz alors on pourrait penser que la valeur du projet évolue aussi selon un processus de retour à la moyenne mais il est impossible de déterminer quel sont les paramètres associés à ce processus. Il faudrait dans ce cas, pouvoir établir l'arbre binomial du prix du gaz et ensuite calculer à chaque nœud la valeur de l'option associée à l'aide de la formule de la page précédente.

Le module le plus approprié pour résoudre ce problème est dons le module #19 : *Manual Custom Lattice* car il est possible dans ce module de générer nous-mêmes l'arbre binomial du prix du gaz. On pourrait donc par la suite calculer la valeur de l'option à chaque nœud en programmant nous-mêmes la formule à utiliser (formule de la page précédente). Or, ce module ne permet aucune latitude sur le processus stochastique utilisé dans la formation de l'arbre. Le mouvement brownien géométrique est utilisé et d'aucune façon on ne peut changer celui-ci pour générer un processus de retour à la moyenne. Comme le prix du gaz suit un processus de retour à la moyenne, il est impossible de construire l'arbre binomial pour modéliser le prix du gaz à l'aide de ce module.

Voici donc un exemple qu'on ne peut résoudre à l'aide du *toolkit* sans faire d'hypothèses plus fortes.

9- Conclusion :

Bien qu’il ne soit pas parfait, le logiciel Crytal Ball peut offrir aux utilisateurs de bonnes indications pour traiter de façon simple les problèmes d’options réelles. Les modules sont en général très simples à comprendre et l’utilisation est accessible à tous. Les 44 modules regroupent une bonne partie des problèmes possibles sans toutefois pouvoir résoudre tous les exemples possibles en choix d’investissement.

Par contre, les modules sont parfois trop restrictifs. Par exemple, dans le premier cas réel étudié, nous aurions été tentés d’utiliser la module # 13 : *European Compound Option on Option (Closed-Form)* mais ce module ne permet d’avoir que deux phases d’investissement alors que nous en avions trois. Nous avons pu utiliser le module #15 parce qu’il n’y avait pas de dividende mais s’il y en avait eu, nous n’aurions pu résoudre ce cas, que je considère assez simple, avec ce logiciel. Le manque de latitude des modules restreint de façon considérable la quantité de problèmes que nous pouvons résoudre avec le logiciel.

Un autre inconvénient est le fait que dans la majorité des modules, l’actif sous-jacent qui varie de façon stochastique dans le temps, est modélisé par le mouvement brownien géométrique. On est trop souvent forcé d’utiliser ce processus pour modéliser la valeur du sous-jacent. Or dans de nombreuses situations, l’actif sous-jacent suit un autre type de processus comme par exemple le mouvement de retour à la moyenne ou le mouvement de diffusion à sauts. Seulement quelques modules nous permettent de modéliser le prix du sous-jacent avec le processus de notre choix. Idéalement, il faudrait pouvoir choisir dans tous les modules le mouvement qui convient le mieux à chacune des situations.

La plupart des logiciels ont une application directe dans le domaine des options réelles. Par contre, il y a quelques modules où aucun exemple en choix d’investissement n’est applicable. En effet, certains modules présentent des options bien connues dans le domaine des options financières mais dont l’application dans le domaine des options réelles me semble absurde. Par exemple, le module #32 : *European Lower Barrier Option***,** traite des options (achat et vente) qui doivent atteindre un seuil inférieur avant d’être exercées. Ce type d’option est bien connu sur les marchés financiers mais l’auteur ne cite pas de cas d’option réelle où ce modèle serait applicable. Quelques modèles comme celui-ci me semblent inappropriés dans le cas des options réelles.

Ce logiciel peut offrir une bonne idée à l’utilisateur qui débute dans le domaine des options réelles sur les techniques d’évaluation de projet sans toutefois entrer dans des procédures extrêmement complexes. La précision des résultats est bonne et le temps d’exécution en général est relativement court. Plusieurs méthodes sont utilisées dans chacun des modules, ce qui nous permet de comparer certains résultats avec plus d’une méthode. Par exemple, dans le module #4 : *American Contraction, Expension and Abandonment Option* l’option réelle est calculée à l’aide de quatre méthodes différentes : l’approche binomial, le modèle de Black-Scholes, *le super lattice et l’american closed form model*.

Un autre avantage du logiciel est que dans beaucoup de modules, on peut faire une analyse de la sensibilité de chacune des variables sur la valeur de l’option. Par exemple, on peut voir de combien la valeur de l’option change si la volatilité augmente d’un certain pourcentage. Nous savons que l’estimation des paramètres est un problème assez difficile dans l’évaluation d’un projet en choix d’investissement c’est pourquoi il peut être très intéressant de pouvoir déterminer le changement l’impact d’un changement d’un paramètre sur la valeur de l’option réelle.

De plus, l’aspect visuel du logiciel est extrêmement important et procure à l’utilisateur un avantage important dans la compréhension et dans l’interprétation des résultats. L’utilisation est assez facile en général et donc peut convenir à tous.

10- Bibliographie :

MUN, Johnathan, Real Options Analysis: Tool end Techniques for Valuing Strategic Investments and Decision, Wiley, 2002

BIERMAN, Harold, SMIDT, Seymour, The Capital Budgeting Decision, Prentice Hall, 1993

MUN, Johnathan, Real Options Analysis Toolkit 2.0: Software and Application Manual, 2002

COPELAND, Tom, ANTIKAROV, Vladimir, Real Options: a practitioner's guide, Texere, 2001

COX, John, ROSS, Stephen, RUBINSTEIN, Mark, Option Pricing: A Simplified Approach, Journal of Financial Economics, 7 (1979), p.229-263

COPELAND, Tom, TUFANO, Peter, A Real-World Way to, Harvard Business Review, p.90-99.

SICK, Gordon, Valuation and Capital Budgeting.