Université de Montréal

L’arithmétique de Boèce :

le transfert de savoir mathématique grec

par

Nadiejda Tamitegama

Centre d’Études Classiques

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté en vue de l’obtention du grade de

Maître ès arts (M.A.)

en Études Classiques

Option Histoire Ancienne

13 Novembre 2020

Université de Montréal

Faculté des arts et des sciences

Ce mémoire intitulé

L'arithmétique de Boèce :

le transfert de savoir mathématique grec

présenté par

Nadiejda Tamitegama

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Gordon Blennemann
(président-rapporteur)

Christian R. Raschle
(directeur de recherche)

Gabriel Giannini
(membre du jury)

Résumé

Auteur romain du 6ème siècle connu pour ses traductions en latin des textes en grec d'Aristote, Boèce a aussi rédigé une traduction-adaptation d'un texte de Nicomaque de Gérase sur l'arithmétique. La première partie de ce mémoire de maîtrise est consacrée à l'étude de Boèce en tant que passeur de savoir. Sa relation avec son père adoptif est mise en valeur afin de soutenir l'hypothèse selon laquelle Boèce aurait acquis sa connaissance du grec et son éducation tout en restant à Rome, sans avoir séjourné dans les écoles athéniennes ou alexandriennes. La deuxième partie porte sur le contenu mathématique du *De institutione arithmetica*. Après avoir montré comment le *De arithmetica* était relié à l'oeuvre de traduction par Boèce des philosophes grecs, le choix de l'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque comme point de départ du traité d'arithmétique de Boèce est étudié. Un catalogue raisonné des concepts mathématiques présentés est ensuite proposé, organisé autour des notions de quantité en soi et quantité relative qui conservent l'opposition entre le Même et l'Autre et rappellent l'opposition fondamentale entre Limité et Illimité, si chère aux pythagoriciens. Ce mémoire se termine par une analyse de la transmission du *De institutione arithmetica* et de son influence sur les mathématiques et l'enseignement du *quadrivium* au Moyen-Âge.

Mots-clés : Boèce, *De institutione arithmetica*, arithmétique médiévale, *quadrivium*, Nicomaque de Gérase, Memmius Symmachus.

Abstract

Roman author of the 6^{th} century known for his Latin translations of Aristotle's Greek texts, Boethius has also composed a translation-adaptation of a treatise on arithmetics written by Nicomachus of Gerasa. The first section of this master's thesis focuses on characterizing Boethius as a intermediary, transferring Greek knowledge to the Latin West. His relationship with Symmachus is highlighted in order to argue that Boethius had been able to learn Greek and reach such a high level of learning in Rome, without the need to study in the Athenian or Alexandrian schools of his time. The mathematical content of the *De institutione arithmetica* is the main topic of the second section. After showing how the *De arithmetica* is related to Boethius' *magnum opus* – the Latin translation of the Greek philosophers – the choice of Nicomachus of Gerasa' *Introduction to Arithmetics* as the source of Boethius' treaty on arithmetics is studied. Then, a catalogue raisonné of the mathematical concepts showcased is provided, organized around the notions of quantity constant of itself and relative quantity which retain the opposition between the Same and the Other and stems from the pythagoricians' fondamental opposition between the Limited and the Unlimited. This masters' thesis ends with an analysis of the medieval transmission of the *De institutione arithmetica* and of its influence on medieval mathematics and education through the *quadrivium*.

Keywords: Boethius, *De institutione arithmetica*, medieval arithmetics, *quadrivium*, Nicomachus of Gerasa, Memmius Symmachus.

Table des matières

Introduction

Sur l'échelle du temps, la contribution du monde latin au développement des mathématiques modernes est éclipsée par celle des savants grecs. Les noms de Pythagore, Archimède, Euclide, Diophante sont encore connus au 21ème siècle et leurs théorèmes enseignés aux étudiants en mathématiques d'aujourd'hui alors que les mathématiques romaines, bien qu'elles aient fourni les applications pratiques, commerciales et militaires complémentaires à la théorie mathématique grecque, n'ont jamais joui d'un tel statut, ni d'une telle reconnaissance [1].

Ainsi les études consacrées à Boèce, auteur prolifique aussi à l'origine d'un traité d'arithmétique au 6ème siècle qui joua un rôle majeur dans l'enseignement de l'arithmétique jusqu'au Moyen-Âge, portent principalement sur ses contributions à la philosophie médiévale (*De consolatione philosophiae*) ou au caractère théologique de son œuvre (*Opuscula sacra*) et ne s'intéressent que rarement au contenu et à la portée de ses traités scientifiques. En effet, bien que la quantité importante d'exemplaires du *De institutione arithmetica* témoigne de la popularité et du prestige de ce traité tout au cours du Moyen-Âge, la plupart des biographies de Boèce ne mentionnent les ouvrages scientifiques de Boèce qu'afin d'insister sur sa maîtrise des sept arts libéraux qui lui permit d'écrire ses textes les plus connus et on retrouve cette tendance dans la majorité des ouvrages qui lui sont dédiés. Toutefois,

1. David Eugene Smith, *Mathematics* (New York : Cooper Square Publishers, 1963) 12-13.

Pearl Kibre [2], Michael Masi [3] et Margaret Gibson [4] publièrent dans les années 1980 des ouvrages au sujet du rôle joué par le *De institutione arithmetica* dans les mathématiques et le *quadrivium* médiévaux tandis que le contenu mathématique de ce texte fut brièvement analysé par Dorothy Schrader [5] en 1968, puis par Michael Masi [6] dans sa traduction anglaise de 1983 et par Jean-Yves Guillaumin [7] dans sa traduction française commentée de 2002.

Le *De institutione arithmetica* est pourtant une traduction-adaptation de l'*Introduction à l'arithmétique* de Nicomaque de Gérase qui avait été employé comme manuel d'arithmétique dans les écoles néoplatoniciennes d'Athènes et d'Alexandrie [8]. En entamant la rédaction de ce texte, Boèce espérait pouvoir remédier au manque de ressources latines dans les disciplines scientifiques [9] en fournissant un manuel d'arithmétique écrit en latin à ses contemporains romains en Italie qui ne pouvaient lire le grec, une compétence de plus en plus rare dans la moitié occidentale du monde romain.

Notons que le terme latin *arithmetica* dont la traduction «arithmétique» est employée tout au long de ce mémoire désigne une notion partiellement distincte de l'arithmétique moderne [10]. En effet, l'arithmétique de Boèce porte sur la théorie des nombres et regroupe

---

2. Pearl KIBRE, « The Boethian 'De Institutione Arithmetica' and the 'Quadrivium' in the Thirteenth Century University Milieu at Paris », *Boethius and the Liberal Arts. A collection of Essays*, sous la dir. de Michael MASI (Berne : Peter Lang, 1981) 67-80.

3. Michael MASI, « Boethius' De institutione arithmetica in the context of mediaeval mathematics », *Congresso internazionale di studi boeziani (Pavia, 5-8 ottobre 1980)* (1981) 263-272.

4. Voir les articles de John Caldwell, Helen Kirby et Alison White dans Margaret GIBSON, *Boethius : His Life, Thought and Influence* (Oxford : B. Blackwell, 1982).

5. Dorothy V. SCHRADER, « De Arithmetica, Book I, of Boethius », *The Mathematics Teacher* 61.6 (1968) : 615-628.

6. BOÈCE, *Boethian Number Theory : a translation of the De institutione arithmetica (with introduction and notes)*, trad. par Michael MASI, Studies in classical antiquity 6 (Amsterdam : Rodopi, 1983.).

7. BOÈCE, *Institution arithmétique*, trad. par Jean-Yves GUILLAUMIN, Collection des universités de France 0184-7155 (Paris : Les Belles lettres, 2002.).

8. Henry CHADWICK, *Boethius : the consolations of music, logic, theology and philosophy* (Oxford : Clarendon Press, 1990.) 70-71.

9. BOÈCE, *Institution arithmétique* xlvi.

10. David Eugene SMITH, « The Influence of the Mathematical Works of the Fifteenth Century Upon Those of Later Times », *The Papers of the Bibliographical Society of America* 26.1/2 (1932) : 146.

l'étude de leurs propriétés et celle des rapports établis entre eux. La redécouverte au 9ème siècle du *De institutione arithmetica* agrandit progressivement la place des nombres au-delà de leur rôle en numérologie chrétienne auquel ils avaient été relégués depuis le 7ème siècle [11]. L'arithmétique est aussi intimement liée à la science du *computus* qui fut utilisée au Moyen-Âge afin, entre autres, de calculer les dates importantes du culte chrétien [12]. Ces applications pratiques contribuèrent à la croissance de l'intérêt des ecclésiastiques pour l'arithmétique, tout en favorisant la dissémination de connaissances arithmétiques parmi les élèves des écoles monastiques puis des écoles cathédrales [13].

L'objectif de ce mémoire est de prouver que Boèce joua un rôle de passeur de savoir mathématique du monde grec à l'enseignement médiéval grâce à son *Arithmétique*. Pour cela, il nous sera nécessaire d'analyser l'influence du milieu social et culturel de Boèce sur son projet de programme d'étude qui donnerait accès aux classiques grecs, de vérifier si le contenu mathématique du *De institutione arithmetica* remplit adéquatement les exigences d'un tel plan et enfin de déterminer l'impact de ce texte sur le développement de l'enseignement médiéval.

Ainsi le premier chapitre de ce mémoire propose une courte biographie de Boèce suivie d'une analyse de l'éducation reçue par ce dernier. Nous accorderons un intérêt particulier aux liens entre Boèce et son père adoptif qui cultiva chez Boèce l'appréciation de la culture grecque et dont le cercle littéraire fut propice à son développement intellectuel. Enfin, une synthèse des discussions concernant les lieux où Boèce étudia et l'identité de ses maîtres nous permettra de mettre en évidence l'évolution de cette question du 18ème au 21ème siècle,

11. Jens Høyrup, « Jordanus de Nemore, 13th Century Mathematical Innovator : an Essay on Intellectual Context, Achievement, and Failure », *Archive for History of Exact Sciences* 38.4 (1988) : 313.
12. Hardy Grant, « Mathematics and the Liberal Arts-II », *The College Mathematics Journal* 30.3 (1999) : 201.
13. Dorothy V. Schrader, « The Arithmetic of the Medieval Universities », *The Mathematics Teacher* 60.3 (1967) : 269.

de l'hypothèse d'Athènes soutenue par Edward Gibbon [14] et de celle d'Alexandrie avancée par Pierre Courcelle [15] à la nouvelle interprétation d'Alain Galonnier [16], en plus d'une théorie moins prévalente selon laquelle Boèce aurait reçu la totalité de sa formation littéraire sans jamais quitter l'Italie. Cette question est en effet essentielle car elle conditionne la manière dont Boèce était entré en contact avec le néoplatonisme qui marque tant sa production littéraire.

Puisque Boèce lui-même ne fournit aucun renseignement autobiographique dans ses ouvrages, nous utiliserons la correspondance de son contemporain Cassiodore [17] comme source principale au sujet des activités politiques de Boèce, à laquelle viendront s'ajouter les récits de Procope de Césarée, de Jordanès et de l'*Anonymus Valesianus* afin d'élucider les circonstances de l'exécution de Boèce.

Le deuxième chapitre de ce mémoire est consacré à l'étude du *De institutione arithmetica* et de son contenu mathématique. Après avoir établi que sa rédaction avait été motivée par le besoin de donner au lecteur les outils nécessaires pour étudier la philosophie grecque, nous montrerons que cet ouvrage doit être considéré comme un traité de vulgarisation arithmétique qui conserve l'organisation et les concepts mathématiques présents dans l'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque mais qui en améliore la présentation. Ensuite, un catalogue des notions arithmétiques développées dans le *De institutione arithmetica* permettra de faire ressortir les thèmes récurrents dans l'enseignement de Boèce : l'opposition

14. Edward Gibbon, *The History of the Decline and Fall of the Roman Empire : Edited in Seven Volumes with Introduction, Notes, Appendices, and Index*, sous la dir. de J. B. Bury, t. 4, Cambridge Library Collection - Classics (Cambridge : Cambridge University Press, 2013.) IV.39.

15. Pierre Courcelle, « Boèce et l'école d'Alexandrie », *Mélanges d'archéologie et d'histoire* 52.1 (1935) : 186.

16. Alain Galonnier, « Cassiodore entre politique et science : l'exemple du portrait de Boèce », *Schola Salernitana* IX (2004) : 66–67 ; Alain Galonnier, *Boèce. Opuscula Sacra*, t. 1, Philosophes médiévaux (Louvain-la-Neuve : Éditions de l'Institut supérieur de philosophie, 2007.) I.46.

17. Cassiodore, *The Variae : The Complete Translation*, trad. par M. Shane Bjornlie, 1re éd. (University of California Press, 2019.) I.10, I.45 et II.40.

entre la quantité en soi et la quantité relative provenant de l'opposition entre les substances du Même et de l'Autre, la classification des nombres selon leur nature et l'utilisation d'un modèle tripartite pour répartir les nombres en fonction de deux propriétés diamétralement opposées et d'une propriété à mi-chemin entre celles-ci.

Le texte du *De institutione arithmetica* utilisé dans ce catalogue sera celui établi et traduit en 2002 par Jean-Yves Guillaumin à l'édition des Belles Lettres [18], et nous en comparerons le contenu mathématique à celui de la traduction anglaise de l'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque, réalisée par Martin Luther D'Ooge [19] en 1926.

Dans la troisième et dernière partie de ce mémoire, nous nous pencherons sur la postérité du *De institutione arithmetica* de Boèce en étudiant l'influence de ce texte sur le développement de l'arithmétique au Moyen-Âge et sur la construction de l'enseignement médiéval autour des matières du *quadrivium*, ce terme apparaissant pour la première fois dans l'*Arithmétique* de Boèce [20]. Le parcours des manuscrits du *De institutione arithmetica* à la suite de la mort de Boèce nous conduira aux monastères qui gardèrent le texte en vie jusqu'à sa redécouverte par les écolâtres du 8ème siècle et nous donnera un aperçu de sa diffusion à travers l'Europe pendant la renaissance caroligienne puis la renaissance ottonienne. Puis nous analyserons la manière dont quelques-uns des lecteurs du *De institutione arithmetica* s'en servirent pour produire leur propre compilation scientifique ou traité mathématique – le livre III des *Etymologiae* d'Isidore de Séville [21], le commentaire d'Abbon de Fleury sur le *Calculus* de Victorius d'Aquitaine et les *Scholium ad Boethii arithmeticam institutionem* et *Saltus Gerberti* de Gerbert d'Aurillac, continuant à transmettre l'enseignement de Boèce

18. Boèce, *Institution arithmétique*.
19. Nicomaque de Gérase, *Introduction to Arithmetic*, trad. par Martin Luther D'Ooge, University of Michigan Studies : Humanistic series 16 (New York : Macmillan Company, 1926).
20. Boèce, *Institution arithmétique* liii.
21. Isidore de Séville, *The Etymologies of Isidore of Seville*, éd. établie et trad. par Stephen A. Barney et al. (Cambridge : Cambridge University Press, 2006.).

aux générations suivantes. Enfin, nous mettrons en évidence le rôle central joué par Boèce au sein de l'enseignement médiéval dès la naissance des écoles cathédrales et des premières universités en montrant que le *De institutione arithmetica* y était employé comme ouvrage de référence puis manuel d'arithmétique et que l'ordre d'apprentissage des sept arts libéraux regroupés sous les arts du *trivium* (grammaire, logique et rhétorique) et les sciences du *quadrivium* (arithmétique, géométrie, musique et astronomie), tel que promulgué par Alcuin [22], avait été hérité de Boèce.

Les arguments du troisième chapitre prennent appui sur les correspondances privées entre des membres du clergé ou du corps enseignant des monastères puis des écoles et des premières universités européennes qui mentionnent l'arithmétique de Boèce, soit pour se la procurer, soit pour discuter de son contenu. Les catalogues des livres de collections privées ou de bibliothèques de monastères seront aussi examinés afin de fournir une estimation plus précise de la diffusion du *De institutione arithmetica* à travers l'Europe.

22. Alcuin *De grammatica* (PL 101.853).

Chapitre 1

Boèce, passeur de savoir

1. Vie de Boèce

L'homme longtemps considéré par Edward Gibbon [1] comme l'un des derniers bastions de la philosophie païenne, Anicius Manlius Severinus Boethius, naquit à Rome dans l'illustre *gens Anicia* à la fin du 5ème siècle [2]. Bien que sa pensée nous soit parvenue grâce au nombre de ses écrits ayant survécu jusqu'à nos jours, l'homme lui-même est méconnu car aucun de ses contemporains n'a daigné en écrire la biographie. Toutefois, quelques données sur le déroulement de la vie de Boèce peuvent être obtenues à partir de lettres de Cassiodore et d'Ennode de Pavie et plus tard, au Moyen-Âge, ceux étudiant sa *Consolation de la Philosophie* et ceux de ses textes ayant une portée théologique s'intéresseront davantage à cet auteur peu connu. C'est grâce aux travaux de ces derniers que nous pouvons encore aujourd'hui étudier l'influence du milieu social dans lequel Boèce évolua, de l'éducation qui lui fut dispensée, et du contexte historique de cette période sur sa production intellectuelle.

1. Gibbon IV.39.
2. Pour alléger le texte, on omettra EC de toutes les dates mentionnées dans ce chapitre.

1.1. Jeunesse

Issu de la *gens Anicia*[3] qui avait produit deux empereurs et de nombreux consuls dont son propre père, Boèce naquit dans une famille riche et illustre de la vieille aristocratie romaine[4], ses noms *Manlius* et *Severinus* indiquant un lien supplémentaire avec la fameuse *gens Manlia* à laquelle appartenait Marcus Manlius Capitolinus[5] et la famille des *Severi* qui régna à Rome de 193 à 235. En plus de ces glorieux ancêtres éloignés, la famille proche de Boèce s'était lancée avec tout autant de succès dans les affaires politiques car son père Flavius Manlius Boethius avait été nommé *Praefectus Vrbi* à deux reprises sous Odoacre, puis *Praefectus Praetorio* et enfin consul en 487[6]. Par ailleurs, il est probable que son grand-père ait été le Boèce qui avait été *Praefectus Praetorio* de Valentinien III en 454 et qui avait été assassiné avec Aetius au palais impérial à Rome en 455[7].

L'année de naissance de Boèce, encore ambiguë de nos jours, est habituellement située par les historiens entre 455 et 483[8]. La démonstration élaborée par Hermann Usener[9] en

3. John Robert Martindale, *The Prosopography of the later Roman Empire : Volume II (A.D. 395-527)*, t. 2 (Cambridge : Cambridge University Press, 1994.) 233–37.

4. Sous la République, un Quintus Anicius Praenestinus fut nommé édile curule en 304 AEC et un Lucius Anicius Gallus devint consul en 160 AEC. Il est fort possible que la *gens Anicia*, dont Boèce fait partie et dont on retrouve de nombreux membres dans les charges prestigieuses du Bas-Empire, soit issue de la famille de la période républicaine. Voir Gibbon, III.31 et Alan Cameron, «Anician Myths.» *The Journal of Roman Studies*, vol. 102, 2012, pp. 133–171.

5. Helen Barrett, *Boethius : some aspects of his life and work* (New York : Russel & Russel, 1965) 33–34 : Légendaire défenseur, selon Tite-Live (*Histoire Romaine*, V.47.4) et Plutarque (*Vie de Camille*, 36.2), du Capitole lors du siège de Rome en 390 AEC.

6. PLRE II, *Boethius 4*, 232-33

7. PLRE II, *Boethius 1*, 231

8. Galonnier, *Boèce. Opuscula Sacra* I.32.

9. En ce qui concerne la limite antérieure, H.F. Stewart fait remarquer que dans sa correspondance avec Boèce (*Paraenesis Didascalica*), Ennode de Pavie emploie un ton paternel qui ne conviendrait pas à une conversation avec un homme du même âge. Ceci suggèrerait que Boèce serait né quelques années après Ennode qui précise lui-même dans son *Eucharisticum* (op 5.20) qu'il n'avait qu'environ seize ans lors de l'arrivée de Théoderic en Italie c'est à dire durant l'été 489, ce qui le fait naître en 473, c'est à dire après 475. De plus, Boèce mentionne (*Consol.*, I, M1) que son emprisonnement avait causé ses cheveux à blanchir avant l'âge, sous-entendant qu'il n'avait pas encore atteint la cinquantaine en 523. Quant à la limite postérieure, comme Boèce indique (*Consol.*, II, P6) que ses deux jeunes fils avaient été consuls pendant la même année, 522 selon Cassiodore, il ne pouvait avoir moins de 40 ans en 522, ce qui le ferait naître avant 482. Voir Stewart, *Boethius : An Essay*, pp. 23-24 et Louis Judicis de Mirandol, *La Consolation de la Philosophique de Boèce*, préface, note 15.

1877 a permis de la placer entre 475 et 482, intervalle utilisé par la grande majorité des historiens des siècles suivants. Toutefois, quelques biographies de Boèce écrites au 18ème et au 19ème siècles le font naître en 455. Cette date sera reprise par certains historiens du 20ème siècle dont Alexander Chalmers, Jean Alexandre Buchon et William Tegg, donnant ainsi à Boèce une quinzaine d'années pour faire ses études à Athènes avant de revenir à Rome et de faire son entrée en politique. Le consul de 487 serait alors Boèce et non son père. L'intervalle entre 475 et 482 sera utilisé dans ce mémoire pour la naissance de Boèce.

À la mort de son père [10], le jeune Boèce fut adopté par Quintus Aurelius Memmius Symmachus, petit-fils du patricien et célèbre orateur Quintus Aurelius Symmachus qui avait rédigé le *De Ara Victoriae* en 384. Il reçut une excellente éducation chez ce père adoptif, qui lui aura permis de d'étudier les ouvrages de philosophes grecs et d'en faire la traduction en latin. Boèce avait manifestement développé des liens très forts avec sa famille adoptive, car il épousa la fille de Symmaque, Rusticiana, dont il eût deux fils : Flavius Boethius nommé d'après Boèce lui-même et Flavius Symmachus nommé d'après son grand-père, Memmius Symmachus. Ses relations avec la famille de Symmaque étaient présentes tout autant sur le plan intellectuel ou politique que familial car si l'on croit la dédicace de son *Institution Arithmétique*, Boèce avait gardé tout au long de sa vie un respect particulier pour le père adoptif qui l'initia aux divers arts et sciences, allant jusqu'à se décrire comme un élève qui présente son travail au maître et en appelle à son jugement et à sa critique.

Selon H.F. Stewart, Boèce trouva une seconde figure paternelle en un autre ami et parent éloigné de son père, le patricien Flavius Rufius Postumius Festus, qui aurait également pris un rôle de tuteur auprès du jeune homme [11], au même titre que Symmaque. Toutefois,

10. Comme sa carrière politique semble s'être arrêtée après 487, il est plausible que Manlius Boethius soit mort immédiatement après son consulat ou même pendant celui-ci.
11. H. F. Stewart, *Boethius : an essay* (Edinburgh : W. Blackwood et sons, 1891) 24.

Festus n'est que rarement mentionné dans les autres sources traitant de la vie de Boèce, et dans ces rares cas, seule est fait mention d'une tradition voulant que Boèce ait épousé sa fille Helpes (ou Elpis) puis, après sa mort prématurée, la fille de Symmaque. Comme cette tradition repose sur des arguments peu crédibles [12] et que Stewart, compte-tenu de la trop flagrante symétrie des relations entre Boèce et ses deux tuteurs, ne semble pas convaincu de sa véracité, il est difficile de placer Festus dans la même position que Symmaque vis-à-vis de Boèce. De plus, quel qu'ait pu être le lien entre Festus et Boèce, il a été éclipsé par l'amitié que celui-ci portait à Symmaque autant en privé qu'en public et aboutissant à l'implication du père adoptif et du fils dans le même complot.

1.2. Carrière politique

Envoyé à l'ouest par l'empereur Zénon pour renverser Odoacre, Théodoric le Grand réussit à s'emparer de l'Italie en 493, après avoir fait tuer son adversaire et ses partisans à la suite du siège de Ravenne. Du fait de la mort de Zénon en 491 qui a certainement entraîné la suspension des projets prévus pour ce territoire dès sa reconquête, il est difficile de déterminer la nature de cette mission ou la durée pendant laquelle Théodoric aurait assumé le rôle de gouverneur provisionnel d'Italie. Selon Procope de Césarée, Zénon ne souhaitait pas réintégrer l'Italie à l'Empire byzantin et l'avait offerte à Théodoric s'il parvenait à vaincre Odoacre [13]. Procope qualifie toutefois Théodoric d'usurpateur [14], si ce n'est que de nom car il l'estime avoir régné admirablement, et précise qu'il n'était pas dans l'intention de Zénon de donner l'Italie à Théodoric et de remplacer ainsi un tyran par un autre [15].

12. Voir Louis Judicis de Mirandol, *La Consolation de la Philosophique de Boèce*, préface, note 15. L'épitaphe de la fin du 5ème siècle d'une poête sicilienne du nom d'Elpis vantait les vertus du mari qu'elle avait suivi jusqu'à Rome ; comme le mari d'une poête ne pouvait être que poête lui-même et que très peu de poètes de cette période étaient connus, le nom de Boèce fut proposé et accepté sur le champ.
13. Procope, *Les Guerres de Justinien*, V.1.10-11
14. Procope, V.1.29.
15. Procope, VI.6.23-25.

Cependant, Jordanès[16] explique que Théodoric avait proposé à Zénon de reprendre l'Italie à Odoacre puis d'y régner avec sa bénédiction ; le tyran serait alors remplacé par un homme de confiance et le territoire reconquis deviendrait un État client de l'Empire byzantin[17].

Finalement, l'auteur de l'*Anonymus Valesianus* propose une interprétation à mi-chemin entre celles de Procope et de Jordanès qui vise plutôt à expliquer le pacte établi entre Théodoric et Zénon concernant le statut de l'Italie une fois conquise. Ainsi cette position ne lui avait été accordée par Zénon que s'il parvenait à vaincre Odoacre en Italie et elle n'était censée durer que temporairement, jusqu'à l'arrivée de Zénon sur les lieux, bien que l'auteur doute que Zénon ait prévu de quitter Constantinople[18]. La mort de Zénon en 491 mettant fin à l'accord établi avec Théodoric, celui-ci fut proclamé *rex Italiae* par ses sujets goths. Ce geste symbolique déclare l'indépendance de Théodoric vis-à-vis de Constantinople qui lui avait conféré son titre précédent ; le titre de *rex* vient remplacer l'épithète patricien utilisée jusque là dans l'*Anonymus Valesianus* et ses décisions relèvent désormais du *regnare* plutôt que du *praeregnare*. Toutefois, quelconque interprétation se reposant uniquement sur l'*Anonymus Valesianus* est à modérer car ce texte souffre de quelques problèmes en sa qualité de source historique, notamment dans son traitement incohérent de Théodoric. En effet, les louanges de la première partie de l'ouvrage sont suivies de critiques cinglantes[19], ce qui laisse penser que chaque moitié proviendrait d'un auteur différent.

Ces trois sources sont néanmoins en accord sur le résultat de la campagne contre Odoacre, c'est à dire que Théodoric avait régné en Italie sans dépendre de Constantinople. Théodoric dut attendre jusqu'en 497 pour que sa position soit légitimée par Anastase Ier,

16. Jordanès, *Getica*, 291 et *Romana*, 348-9.
17. Jonathan J. Arnold, *Theoderic and the Roman Imperial Restoration* (Cambridge : Cambridge University Press, 2014.) 64.
18. Arnold 66–70.
19. Arnold 65.

successeur de Zénon, entre *roi des Goths et des Romains en Italie* [20] et gouverneur romain agissant comme un vice-roi dépendant de l'empereur byzantin stationné à Constantinople [21]. Afin de stabiliser son nouveau territoire et de consolider son autorité, ce roi ostrogoth fit l'effort de se présenter comme un roi romain [22], revêtant l'habit pourpre de la royauté [23], conservant les coutumes romaines et développant une législation clairement inspirée des lois romaines [24]. Si l'on suit Edmund Reiss [25], le sens pratique de Théodoric qui le poussa à créer de nombreuses alliances par mariage et son admiration pour les réussites de l'Empire romain jouèrent un rôle central dans le retour de la paix et de la prospérité à Rome. Tandis que les sujets goths de Théodoric étaient responsables de la défense de l'Italie, son administration était confiée aux romains. Les trente-trois années paisibles suivant sa prise de contrôle de l'Italie furent propices au retour des arts et des lettres, ce que Théodoric, ayant reçu une éducation traditionnelle romaine au cours de son séjour en tant qu'otage à Constantinople, favorisa en s'entourant de romains éduqués lorsqu'il forma sa cour, tels Cassiodore et Benoît de Nursie. Le règne de Théodoric était donc favorable à l'ascension politique de jeunes gens éduqués et de bonne famille [26], comme Boèce le prouva par sa propre carrière politique et littéraire.

---

20. Thomas Hodgkin, *Theodoric the Goth : The Barbarian Champion of Civilization* (G. P. Putnam's sons, 1891) 131 : le titre de chefs teutoniques provenait souvent des peuples qui se battaient sous leurs ordres, il semble donc à Hodgkin être fort probable que Théodoric s'était proclamé roi des Goths et des Romains en Italie.
21. Barrett 25.
22. Yitzhak Hen, « Adaptation : The Ostrogothic Court of Theoderic the Great », *Roman Barbarians : The Royal Court and Culture in the Early Medieval West*, Medieval Culture and Society (London : Palgrave Macmillan UK : Palgrave Macmillan, 2007) 31.
23. Hodgkin.
24. Hen 31.
25. Edmund Reiss, *Boethius*, Twayne's world authors series TWAS 672 (Boston : Twayne Publishers, 1982.) 2–3.
26. Voir Arnold 209-12 ; Natalia Lozovsky, « Intellectual Culture and Literary Practices », *A Companion to Ostrogothic Italy*, sous la dir. de Jonathan Arnold, Shane Bjornlie et Kristina Sessa (Leiden, Netherlands : Brill, 2016.).

Âgé d'une vingtaine d'années, Boèce entra au service de Théodoric au début du 6ème siècle, marquant le début d'une longue amitié entre ce souverain goth et ce jeune érudit romain. Les textes d'arithmétique et de musique écrits par Boèce avant sa carrière politique l'avaient fait connaître en Italie et il était réputé pour sa maîtrise inégalée des arts libéraux [27]. Bien que sa première rencontre avec Théodoric n'ait pas été documentée, elle est souvent placée dans le cadre de l'unique visite que Théodoric fit à Rome en 500 selon Edmund Reiss, ou en 504 d'après Stewart, pendant laquelle Boèce lui aurait été présenté grâce à sa réputation impressionnante [28], ou bien à cause de son lien familial avec le sénateur Symmaque [29]. Comme Cassiodore qui avait été nommé questeur dès 503 et chargé de la correspondance de Théodoric, Boèce fut immédiatement affecté à des positions importantes, entrant au sénat en tant que patricien à l'âge de trente ans avant d'être nommé seul et unique consul en 510.

En plus de ces activités politiques, Boèce conseillait Théodoric sur les sujets nécessitant des connaissances scientifiques. Les lettres de Cassiodore documentant les requêtes que Boèce recevait de la cour sont une mine d'informations sur le savoir encyclopédique que celui-ci avait développé au cours de ses études. Ainsi, on s'adressa à Boèce pour résoudre un problème de poids et de mesures lorsque les gardes du roi se plaignirent du poids des pièces de monnaie avec lesquelles ils avaient été payés (*Variae*, I.10), puis pour construire une horloge à eau et un cadran solaire pour le roi des Burgondes (*Variae*, I.45), et enfin pour choisir un harpiste pour la cour de Clovis, roi des Francs (*Variae*, II.40). Toutefois, ces requêtes semblent valoriser le savoir-faire de Boèce plutôt que son érudition. Bien que Théodoric fasse l'éloge des vastes connaissances de son sujet [30], ses paroles relèvent plus de la flatterie que d'une véritable admiration pour ses accomplissements car son souci

27. Chadwick 23.
28. Stewart 25.
29. Reiss 9.
30. Cassiodore, *The Variae* I.45.

principal est de marquer la supériorité culturelle de sa cour et d'impressionner ses visiteurs [31].

Malheureusement, Boèce dut laisser de côté ses activités littéraires [32] lors de sa nomination en 520 au poste de *magister officiorum* qui le força à quitter Rome pour la cour de Théodoric à Ravenne afin d'assurer ses nouvelles responsabilités politiques. Bien qu'il lamente la perte de ses livres, Boèce en tant que maître des offices possédait de forts pouvoirs judiciaires et administratifs [33] à employer dans des fonctions civiles [34] tout en étant à la tête du réseau de renseignement romain et responsable des gardes de l'empereur [35]. Ces diverses tâches le plaçant presque quotidiennement sous la supervision de Théodoric, elles lui permirent bien évidemment d'entretenir une relation très particulière avec celui-ci. On peut notamment attribuer à l'influence de Théodoric la nomination au consulat des deux fils de Boèce en 522, remarquable car depuis la mort de Théodose chacun des deux empereurs de l'Empire romain ne désignait qu'un seul consul par an sauf dans de rares cas particuliers.

1.3. Complot et exécution

Malgré sa position privilégiée au sein de la cour de l'empereur d'Occident, Boèce ne parvint pas à rester longtemps dans les bonnes grâces de Théodoric. Celui-ci ayant dépassé les soixante-dix ans, sa succession faisait l'objet de spéculations alors que les alliances bâties

31. Reiss 11.
32. Boèce, *In Categorias Aristotelis*, 2 (PL 64 : 201b) : Et si nos curae officii consularis impediunt quo minus in his studiis omne otium plenamque operam consumimus, pertinere tamen videtur hoc ad aliquam rei publicae curam, elucubratæ rei doctrina cives instruere.
33. Christine Radtki, « The Senate at Rome in Ostrogothic Italy », *A Companion to Ostrogothic Italy* (Leiden : Brill, 2016) 121–22 : Le *magister officiorum* dirigeait l'administration centrale, composée de Théodoric et de ses *viri illustres*, exercait sa juridiction sur ses subordonnés et était chargé de l'organisation des cérémonies.
34. M. Shane Bjornlie, « Governmental Administration », *A Companion to Ostrogothic Italy* (Leiden : Brill, 2016) 61–63 : Le *cursus publicus* était officiellement contrôlé par *magister officiorum*, mais ce pouvoir était en réalité partagé par le préfet du prétoire. En effet, les grands ministres de la bureaucratie palatine avait tendance à être chargés de plus de responsabilités administratives que celles traditionnellement liées à leur position car les ministres nommés par le roi goth avait été choisis en fonction de leur aptitude ou de leur disponibilité au moment de leur nomination.
35. Chadwick 46–47.

au début de son règne commençaient à s'effriter et que le nombre de ses partisans parmi le clergé italien diminuait à la suite du décès d'Ennode de Pavie en 521 puis celui du pape Hormisdas en 523 [36], seulement quelques années après la résolution du schisme acacien [37], si bien que Théodoric utilisa la découverte de lettres adressées par le sénateur Albinus à des proches de l'empereur Justin comme prétexte pour pouvoir finalement éliminer l'ordre des sénateurs [38]. Ce fut dans de telles circonstances que Boèce plaida l'innocence d'Albinus, espérant que son statut et son célèbre désintérêt envers sa carrière politique pourraient le protéger [39]. Contré par Cyprien, l'accusateur d'Albinus, son nom fut rajouté à la liste de ceux impliqués dans le complot découvert sans avoir réussi à améliorer la situation d'Albinus puis, cette nouvelle accusation soutenue sous le regard indifférent de Théodoric par un trio d'hommes sans grand renom, Boèce fut jeté en prison à Ticenium (aujourd'hui Pavie) qu'il ne quitta que le jour de son exécution. Tout comme son gendre, Symmaque fut aussi accusé d'avoir comploté contre Théodoric et exécuté peu après à Ravenne ; leurs domaines confisqués lors de leur emprisonnement ne seront rendus aux fils de Boèce qu'à la mort de Théodoric [40] par sa fille Amalasuintha.

La chute de Boèce est documentée dans l'*Anonymus Valesianus*, les *Guerres gothiques* de Procope et racontée par l'accusé lui-même dans sa *Consolation de la Philosophie*. Selon l'*Anonymus*, il est reproché à Boèce d'avoir envoyé à Justin des lettres hostiles au règne de Théodoric, l'accusation chez Procope porte sur l'organisation d'un coup d'État contre Théodoric, tandis que Boèce rapporte qu'on l'a accusé d'avoir voulu sauver le sénat, d'avoir dissimulé des documents compromettants et d'avoir entretenu l'espoir que Rome redevienne libre ; à ces accusations d'ordre politique viennent se rajouter la pratique

36. Chadwick 53.
37. Lire Barrett 29–45, 49–53 au sujet du schisme acacien et des tensions entre Rome et Constantinople sous Théodoric.
38. Chadwick 49.
39. Barrett 53.
40. Procope, VI.2.5

de magie en secret et le culte des faux dieux [41]. Écartant les suspicions de magie et de nécromancie, Thomas Hodgkin attribue l'incrimination de Boèce aux côtés d'Albinus à son caractère inadapté à la gouvernance bien que brillant dans le domaine des lettres et de la science [42] ; cette idée est reprise par Henry Chadwick qui suggère que Boèce ne pouvait survivre et prospérer dans le rude climat politique de l'Italie du 6ème siècle à cause de son caractère académique idéaliste. Finalement, c'est le manque d'humilité d'un homme se sachant supérieur intellectuellement à ses collègues [43] qui, d'après H.F. Stewart, causa la perte du *magister officiorum* de Théodoric, mettant fin à sa remarquable carrière politique.

Condamné à mort par une cour composée des sénateurs dont Boèce est accusé d'avoir protégé les intérêts et cela sans être autorisé à assister à son propre procès [44], la culpabilité de Boèce est à remettre en question. Certes, sa tirade dramatique adressée à la Philosophie trahit sa rancœur, il annonce avoir été guidé dans son administration par une maxime de Platon [45] qui pourrait être interprétée comme un prélude à la trahison, et les crimes politiques qui, selon Boèce, lui sont imputés sont absurdes [46], mais on ne peut déduire avec certitude de ces arguments que Boèce voulait incarner le roi philosophe de Platon en prenant la place de Théodoric. Contrairement à James O'Donnell, Helen Barrett hésite à condamner Boèce [47] car elle l'estime avoir eu bien peu d'intérêt pour la politique, y préférant sa vie familiale et ses aspirations littéraires auxquelles ses responsabilités l'arrachèrent,

---

41. Barrett 63 ; Chadwick 49.
42. Noel Harold Kaylor, Jr. et Philip Edward Phillips, *A Companion to Boethius in the Middle Ages* (Leiden : Brill, 2012.) 38–40 : Ces accusations, de plus en plus fréquentes dans l'ouest de l'Empire romain aux 5ème et 6ème siècles, porteraient sur les travaux d'ingénierie et d'astronomie dont Boèce était chargé.
43. Stewart 53-54.
44. Chadwick 53.
45. Boèce, *La consolation philosophique de Boèce / traduction nouvelle en prose et en vers, avec le texte en regard et accompagnée d'une introduction et de notes, par Louis Judicis de Mirandol*, trad. par Louis Judicis de Mirandol, Éditions de la Maisnie (Paris : Hachette, 1861.) I.8 : "Qu'heureuses seraient les républiques si elles étaient gouvernées par les sages, ou si ceux qui les gouvernent s'appliquaient à l'étude de la sagesse". Voir Platon, *La République*, V.473 pour le passage auquel Boèce fait référence.
46. James Joseph O'Donnell, *The Ruin of the Roman Empire*, 1st Ecco pbk. (New York : Ecco, 2009) 166.
47. Barrett 73-74.

malgré les faiblesses de cet argument [48]. Enfin, Boèce clama catégoriquement son innocence dans la *Consolation de la Philosophie* écrite pendant son emprisonnement, affirmant qu'il avait été inculpé sur la base d'accusations mensongères. S'il avait réellement été coupable, il décida de le nier jusqu'à son exécution et de maintenir ce mensonge éhonté dans un texte qui lui survivrait certainement. Ce choix est alors difficile à réconcilier avec l'image d'intellectualisme que projette Boèce, toujours à la recherche de la sagesse et de la vérité [49].

Le cryptochristianisme [50] présent dans les *Opuscula Sacra* de Boèce, l'interprétation christianisante de la *Consolation de la Philosophie* [51] et les circonstances de son exécution lui octroyèrent une place parmi les martyrs de la foi catholique [52]. La mort de Boèce ne peut pourtant être uniquement attribuée à la persécution d'un croyant catholique par son roi arien dans le cadre du schisme acacien ; politique et religion étaient en effet intimement liées au 6ème siècle, autant à la cour de Théodoric qu'à celle de Constantinople. Cette interprétation est sans doute issue du désir de l'Église catholique de revendiquer un savant de l'envergure de Boèce parmi ses grands hommes [53], compte tenu de la place occupée par les textes de Boèce et ses traductions de philosophes grecs dans l'enseignement qu'elle dispense, mais elle a depuis été laissée de côté [54] au profit d'un complot hypothétique contre le *magister officiorum* de Théodoric. En effet, l'affaire Albinus dut représenter une chance inouïe pour les *palatinae canes* que Boèce s'était mis à dos lors de l'exercice de ses responsabilités [55] d'arrêter brusquement sa brillante carrière politique et de se débarrasser de lui. L'exécution de Boèce puis de Symmaque fut, tel que le raconte Procope de Césarée, la première et la dernière injustice que

48. Bien que la piété familiale de Boèce et son intérêt pour les arts et la science soient largement acceptés, on ne peut oublier que Boèce est l'auteur de la majorité des textes qui informent de sa personnalité, de ses intérêts et de ses ambitions.
49. Boèce, *Institution Arithmétique*, I.1.5
50. Galonnier, *Boèce. Opuscula Sacra* 115.
51. Chadwick 68.
52. Fêté le 23 octobre dans le diocèse de Pavie, sa béatification est approuvée en 1883 par la Congrégation des rites puis confirmée par Léon XIII (*Acta Sanctae Sedis*, XVI, 302f.) au cours de la même année.
53. Chadwick 68.
54. Reiss 80.
55. Chadwick 47.

commit Théodoric à l'égard de ses sujets, ayant agi sur la base de fausses accusations sans enquêter davantage comme il en avait l'habitude [56], et il la regretta jusqu'à la fin de ses jours.

2. Éducation

Boèce ayant appris le grec, compétence de plus en plus rare parmi ses contemporains vivant en Italie, et connaissant intimement les œuvres des philosophes grecs, il convient de considérer les conditions dans lesquelles son éducation s'est déroulée afin de peindre un portrait plus précis de ses influences littéraires en tant que véhicule de concepts grecs vers le Moyen-Âge.

2.1. Symmaque et son influence sur Boèce

Né dans une vieille famille de l'aristocratie romaine et élevé par Symmaque, Boèce eut accès à un milieu social éduqué et aux cercles littéraires de la Rome du 5ème siècle depuis le plus jeune âge. L'excellence littéraire de son père adoptif était reconnue à travers la société italienne et son approbation recherchée comme l'indique la dédicace de trois textes de rhétorique latine écrits par Priscien de Césarée [57]. Bien que Symmaque soit poussé vers le mécénat par sa naissance et ses ressources, sa production littéraire témoigne d'un engagement personnel au delà de la simple promotion des arts et de la culture à Rome. Il avait ainsi rédigé une histoire de Rome (aujourd'hui perdue), s'était intéressé à la correction de copies de manuscrits [58] et avait corrigé le *Commentarii in Somnium Scipionis* de Macrobe avant sa publication [59]. Il maîtrisait notamment le grec et portait un intérêt particulier à la

56. PROCOPE, *Les Guerres de Justinien*, V.1.32-39
57. Ces trois textes sont les suivants : *De figuris numerorum. De metris Terentii. Praeexercitamina*
58. Charles W. Jr. HEDRICK, *History and silence : purge and rehabilitation of memory in late antiquity* (Austin : University of Texas Press, 2000.) 178.
59. HEDRICK 183.

philosophie néoplatonicienne [60].

Grâce à ses connexions familiales et à ces collaborations littéraires, Symmaque s'était doté d'un cercle d'amateurs des arts et des sciences qui souhaitait conserver contact avec Constantinople et ainsi avec la culture du monde grec devant laquelle l'Italie semblait bien maigre. En effet, Stewart mentionne qu'un indice suggérant l'existence d'un groupe d'intellectuels dans lequel Symmaque joue un rôle proéminent a été relevé par August Hildebrand dans le *De Hebdomadibus* de Boèce. Le titre de cet ouvrage, aussi connu sous le nom de «*Quomodo substantiae in eo quod sint, bonae sint, cum non sint substantialia bona*», ferait référence à cette société littéraire à laquelle Boèce, Symmaque, Jean Diacre et possiblement Cassiodore ont appartenu et dont les réunions hebdomadaires permettaient à ses membres de faire relire leurs écrits et de débattre sur des questions philosophiques ou théologiques [61] et Hildebrand en conclut que les courts textes rédigés par Boèce furent lus au cours de telles rencontres ou bien écrits en réponse à des questions soulevées auparavant par les membres de la société. Ce milieu était donc propice au développement intellectuel du jeune Boèce, puis à l'entretien de ses capacités tout au long de sa vie.

Par ailleurs, Symmaque n'était pas étranger à la formation intellectuelle des jeunes gens car dans un pamphlet [62] d'Ennode de Pavie s'addressant à des étudiants voulant se déplacer à Rome pour y finir leurs études, celui-ci leur recommande de rendre visite à Festus et Symmaque qui les prendront volontiers sous leur aile. De même, Festus puis Symmaque avaient été priés par Cassiodore de superviser les études à Rome des fils de Filagrius (*Variae* I.39), puis ceux de Valérien (*Variae* IV.6) dont les deux pères souhaitaient quitter Rome

60. Chadwick 16.

61. Stewart 132, note 1 : Stewart se range derrière l'hypothèse de Hildebrand (op.cit., p.289) car elle lui semble compatible avec le style d'écriture délibérément obscur de Boèce.

62. Ennode, 6.19 (*Paraenesis didascalica*) : *Sed istis in bono publico desudantibus patricii Festus et Symmachus, omnium disciplinarum materia et constantis forma sapientiae, ab urbe sacratissima non recedunt.*

pour revenir dans leur ville natale de Syracuse.

Ayant les ressources de son père adoptif à sa disposition et ayant été élevé dans une famille accordant une telle importance à la culture, Boèce ne peut avoir reçu autre chose qu'une solide éducation traditionnelle, en *grammatica* aussi bien qu'en *rhetorica*. Dès les premiers signes d'engouement, il aura été encouragé par Symmaque à poursuivre ses études au plus haut niveau, c'est à dire du côté grec de la Méditerranée.

2.2. Écoles néoplatoniciennes

Le peu d'information concernant la jeunesse de Boèce dissimule non seulement le contenu de son éducation mais aussi l'emplacement de ses études et l'identité des maîtres dont il suivit les cours. Certains le font étudier à Athènes ou à Alexandrie dans des écoles néoplatoniciennes, tandis que d'autres le considèrent plutôt autodidacte, ayant appris le grec et s'étant familiarisé avec la pensée grecque à partir d'un texte annoté d'Aristote.

En 1788, Edward Gibbon écrit qu'après avoir cultivé son érudition littéraire latine à Rome, Boèce fut envoyé par ses tuteurs à l'école de philosophie d'Athènes où il étudia pendant 18 années [63]. Bien que Gibbon émette des doutes sur les études de Boèce à Athènes et remette en question la longueur proposée de ce séjour, il estime qu'il existe trop de preuves pour pouvoir s'opposer à cette théorie [64]. Or son argumentation repose en partie sur une interprétation aujourd'hui contestée d'une lettre de Cassiodore [65] qui, prise au pied de la lettre, indiquerait que Boèce avait été physiquement présent à Athènes [66], mais que Thomas

63. Gibbon IV.39.
64. Gibbon IV.39, note 91.
65. Cassiodore, *Variae*, I.45 : *sic enim Atheniensium scholas longe positus introisti.*
66. Galonnier, « Cassiodore entre politique et science : l'exemple du portrait de Boèce » 66–67. Galonnier propose la traduction suivante : "Tu as pénétré les écoles des Athéniens (et) mêlé la toge aux chœurs des porteurs de pallium".

Hodgkin comprend comme un marqueur de l'aisance que Boèce avait développée pour lire et discuter de la philosophie grecque [67]. Quant à Alain Galonnier, il soutient que cette expression doit être mise en relation avec le style que Cassiodore emploie dans l'intégralité de sa correspondance. L'éloignement signifié par *longe* serait alors vis-à-vis de l'Italie et non des écoles athéniennes car il est accompagné du participe passé adjectivé *positus* qui, selon Galonnier, indique toujours chez Cassiodore un "positionnement effectif" [68]. Il est donc difficile de trancher sur la question en utilisant uniquement cet extrait de Cassiodore.

Finalement, il faut prendre en considération que l'âge d'or de l'école d'Athènes prit fin à la mort de Proclus en 485 et qu'elle n'avait pu retrouver son prestige avant l'ordonnance en 529 de Justinien interdisant d'enseigner la philosophie hellénique à Athènes [69]. Boèce étant né entre 475 et 482 [70], se déplacer en Grèce pour étudier à l'école d'Athènes vers la fin du 5ème siècle aurait été une option peu alléchante comparée aux perspectives offertes par l'école néoplatonicienne d'Alexandrie où enseignait le célèbre Ammonios [71].

Pierre Courcelle proposa au milieu du 20ème siècle que Boèce aurait pu étudier à l'école d'Alexandrie, visant ainsi à remplacer la légende qu'il désigne comme étant sans aucun fondement [72] faisant jusque-là étudier Boèce à Athènes. Sa réflexion part du plan que Boèce s'impose de suivre au cours de son œuvre de traduction [73]. Ainsi, Courcelle estime que ce

67. Cassiodore, *The Letters of Cassiodorus : Being a Condensed Translation of the Variae Epistolae of Magnus Aurelius Cassiodorus Senator*, trad. par Thomas Hodgkin (London : Henry Frowde, 1886) : "You have thoroughly imbued yourself with Greek philosophy.". Voir la note 246.

68. Galonnier, *Boèce. Opuscula Sacra* I.46. Voir aussi la note 87.

69. Boèce, *Institution arithmétique* xxii.

70. Bien que cet intervalle soit habituellement choisi comme encadrement de l'année de naissance de Boèce, si celui-ci était né en 455, il aurait été en âge de faire ses études à l'école néoplatonicienne d'Athènes au cours de son âge d'or. Il serait difficile de rejeter cette hypothèse dans ce cas-ci.

71. Un des élèves d'Ammonios d'Alexandrie, Asclépios de Tralles, composera par la suite un *Commentaire sur l'Introduction à l'arithmétique de Nicomaque* à partir de ses notes de cours. Voir Leonardo Tarán, *Asclepius of Tralles, Commentary to Nicomachus' Introduction to Arithmetic*, Transactions of the American Philosophical Society (n.s.), 59 : 4. Philadelphia, 1969.

72. Courcelle, « Boèce et l'école d'Alexandrie » 186.

73. Boèce, *In Librum de Interpretatione. Editio Secunda.*, 2 (PL 64 : 433C).

plan correspondrait aux thèmes chers à l'école de Porphyre, c'est à dire la production d'une traduction et d'un commentaire des textes d'Aristote, suivis d'un même travail réalisé sur ceux de Platon, dans le but de montrer qu'ils sont en accord sur une grande partie de leur philosophie. Comme nous possédons de Boèce une traduction latine commentée de l'*Isagogè* de Porphyre ainsi que des commentaires sur le *De interpretatione* d'Aristote où il manifeste son accord avec les idées de Porphyre [74], il avait évidemment une connaissance intime de la pensée de Porphyre de Tyr.

Toutefois, et Courcelle l'admet volontiers, sa théorie rencontre des difficultés lorsqu'il s'agit d'établir un lien entre Boèce et Ammonios d'Alexandrie, ancien élève de l'école néoplatonicienne d'Athènes et un des maîtres les plus renommés de celle d'Alexandrie qui enseigna à tous les commentateurs d'Aristote du 6ème siècle. Bien qu'Ammonios ait enseigné à Alexandrie lorsque Boèce était en âge de faire ses études, aucun de ses élèves n'est cité ou mentionné par Boèce dans son œuvre, contrairement aux commentateurs d'Aristote jusqu'à Syranius qui y figurent tous. Il était toutefois tradition chez les auteurs anciens de citer les commentateurs anciens renommés plutôt que les sources les plus directes [75]. Enfin, comparer les commentaires de Boèce à ceux d'Ammonios est voué à l'échec parce qu'il n'y a que trois textes pour lesquels ces commentaires ont tous les deux survécu [76] et qu'il est possible que Boèce ait eut accès à des notes de cours d'Ammonios sans avoir directement assisté à ses cours.

Ce dernier point donne naissance à une nouvelle option concernant les études de Boèce. Aurait-il pu atteindre un tel niveau d'érudition sans avoir assisté aux cours des écoles du monde grec ? Les arguments soutenant que Boèce avait étudié à Athènes ou à Alexandrie

74. Courcelle, « Boèce et l'école d'Alexandrie » 188.
75. Courcelle, « Boèce et l'école d'Alexandrie » 190.
76. Ces textes sont l'*Isagogè* de Porphyre et les *Catégories* et le *De l'interprétation* d'Aristote.

étant accompagnés de tant d'incertitude et d'obstacles conséquents, il est envisageable d'examiner si Boèce aurait pu faire ses études à Rome et cela sans jamais avoir eu besoin de quitter l'Italie [77].

2.3. Formation reçue en Italie

Revenons à l'expression de Cassiodore qui a longtemps été utilisée pour justifier que Boèce avait fréquenté les écoles athéniennes : *sic enim Atheniensium scholas longe positus introisti* [78]. Pourtant l'emploi de l'adverbe *longe* laisse entendre que Boèce ne s'était jamais déplacé jusqu'à Athènes pour faire ses études bien qu'il réussit à obtenir un niveau équivalent à celui des élèves d'Athènes ; c'est en effet l'argument que Courcelle utilise pour remettre en question les légendes envoyant Boèce dans les écoles athéniennes. Mais, séduit par la présence d'une école néoplatonicienne à Alexandrie qui avait produit de nombreux commentateurs d'Aristote dont notamment Ammonios et ses élèves, Courcelle laisse de côté Cassiodore et s'élance sur les traces de Boèce en Égypte.

Si Boèce avait étudié à l'école néoplatonicienne d'Alexandrie, Cassiodore aurait-il choisi la même expression pour flatter Boèce dans une lettre lui demandant de construire une clepsydre ? Bien que Cassiodore n'ait pas hésité à nommer les philosophes grecs [79] dont Boèce avait traduit en latin les textes, il n'y a aucune mention dans ses lettres adressées à Boèce des philosophes que celui-ci aurait dû côtoyer à Alexandrie. Une telle omission est d'autant plus surprenante car un certain nombre de maîtres de l'école néoplatonicienne d'Alexandrie étaient issus de celle d'Athènes. Cassiodore aurait donc pu insister sur le prestige d'avoir été initié au néoplatonisme par un étudiant d'Athènes enseignant maintenant à Alexandrie.

77. John Marenbon, éd., *The Cambridge Companion to Boethius*, Cambridge Companions to Philosophy (Cambridge : Cambridge University Press, 2009.) 29.
78. Cassiodore, *Variae*, I.45
79. *Variae* I.45 : Pythagore, Ptolémée, Nicomaque, Euclide, Platon, Aristote et Archimède.

De plus, la séparation qu'il marque entre Boèce et l'enseignement dispensé à Athènes perd de son charme s'il s'avère que Boèce avait tout simplement reçu dans une autre ville la même éducation qu'un étudiant d'Athènes. Enfin, Cassiodore avait emprunté à Ammonios d'Alexandrie la classification des arts libéraux sur laquelle ses *Institutiones* se basaient [80], ce qui prouve qu'il avait reconnu la valeur du philosophe grec dont Boèce aurait pu suivre les cours à Alexandrie. Malgré la vingtaine d'années séparant la rédaction des *Institutiones* de la mort de Boèce, si Ammonius d'Alexandrie était encore inconnu de Cassiodore au début de sa correspondance, ce n'était plus le cas au moment de la compilation des *Variae* pendant laquelle il modifia le contenu de quelques lettres afin d'assurer une certaine cohérence idéologique [81], allant jusqu'à rajouter des lettres fictives. Cassiodore aurait donc pu faire référence à Ammonios, au même titre que les grands savants et philosophes cités auparavant, dans ses lettres adressées à Boèce – lors de leur rédaction ou de leur révision – mais il choisit de ne pas le faire.

Bien que ces écueils ne soient pas suffisants pour rejeter ces deux hypothèses car les lettres de Cassiodore sont souvent accompagnées d'éloges exagérés destinés à flatter son interlocuteur [82], une interprétation plus littérale est aussi à envisager et permet d'éviter le débat au sujet des écoles néoplatoniciennes d'Athènes et d'Alexandrie. En effet, la phrase de Cassiodore pourrait tout autant indiquer que Boèce reçut en Italie une éducation identique à celle qu'il aurait reçue à Athènes ; il faudrait dans ce cas-ci vérifier si une telle éducation pouvait être dispensée à Rome et par qui.

80. Pierre Courcelle, *Les lettres grecques en Occident, de Macrobe à Cassiodore.* Nouv. ed. rev. et augm., Bibliothèque des écoles françaises d'Athènes et de Rome 159 (Paris : E. de Boccard, 1948) 322, 340 : il s'agit d'un texte encyclopédique destiné à l'enseignement profane des moines du monastère que Cassiodore fonda à Vivarium vers 544.

81. Cassiodore, *The Variae* 5-8 : Bjornlie met en garde contre l'utilisation des lettres de Cassiodore comme témoignages historiques à cause des révisions entreprises par leur auteur qui furent certainement influencées par le climat politique de la période et qui tentaient de réhabiliter l'élite bureaucratique. Notons que Boèce avait été exécuté pour trahison et son poste de *magister officiorum* donné à Cassiodore en 533.

82. La phrase de Cassiodore tant étudiée fait elle-même partie d'un paragraphe de louanges adressées à Boèce accompagnant une demande de Théodoric.

La situation particulière de Boèce à Rome lui donnait accès à un grand nombre de ressources qui auraient permis à un jeune étudiant intelligent et appliqué de développer une culture exceptionnelle à l'extérieur du monde grec. Sa relation privilégiée avec Symmaque se révéla être un atout incomparable. Il avait trouvé en la personne de Symmaque un mentor qui maîtrisait le grec, qui possédait un intérêt profond pour le néoplatonisme [83], et dont la bibliothèque était aussi bien fournie en textes grecs qu'en textes latins [84]. Voyant les efforts studieux de son fils adoptif, Symmaque l'encouragea naturellement sur cette voie et mit à sa disposition tous les outils qu'il avait lui-même utilisés pour étudier la langue et la philosophie grecque pendant sa jeunesse.

Comme Symmaque recevait chez lui des étudiants souhaitant se perfectionner [85] et qu'il maintenait des contacts avec des hommes lettrés de Constantinople, Boèce côtoyait les étudiants des écoles grecques rendant visite à Symmaque, certains issus d'Athènes ou d'Alexandrie, qui auraient pu lui servir de tuteur pendant leur séjour à Rome ou même partager avec lui leurs notes de cours. De cette manière, Boèce aurait pu lire les notes de cours d'Ammonios [86] et s'imprégner à distance de la pensée promulguée par l'école d'Alexandrie que l'on retrouve dans un grand nombre de ses écrits.

Enfin, la dédicace du *De Institutione Arithmetica* et les liens qui unirent père et fils jusqu'à leur exécution suggèrent qu'une relation de maître et élève s'était développée entre Symmaque et Boèce, en plus de leur lien familial. En effet, Boèce annonce qu'il fait cadeau de sa traduction à Symmaque et le prie de réviser son travail et surtout d'évaluer la qualité de son interprétation du texte original de Nicomaque. Cette requête ne doit pas être

83. Chadwick 16.
84. C'est ces livres qu'il dût quitter avec regret lorsqu'il fut nommé *magister officiorum* en 520.
85. Ennode de Pavie, *Paraenesis didascalica*, op. 6.19
86. Courcelle, « Boèce et l'école d'Alexandrie » 190.

confondue avec les formules de politesse que l'on rencontre habituellement dans les dédicaces adressées à un mécène bien qu'elle s'y apparente. Sachant lire le grec et ayant participé à la relecture et à la correction d'ouvrages publiés par ses connaissances, Symmaque possédait toutes les qualités nécessaires au travail que Boèce lui proposait. Il était ainsi parfaitement capable d'apprécier la méthodologie de traduction suivie par Boèce, s'écartant quelques fois du texte original par souci pédagogique, et d'aider le jeune homme à naviguer à travers les difficultés liées à son inexpérience pour obtenir un produit final digne de ses efforts.

Si Boèce avait quitté l'Italie pendant ses années formatives pour suivre les cours d'autres professeurs dans les écoles du monde grec, il lui aurait été difficile d'établir une relation si proche avec Symmaque lors de son retour à Rome à l'âge adulte. En revanche, celle-ci se serait développée au fil des années si Boèce avait été guidé par Symmaque dans ses lectures et son apprentissage du grec, puis dans ses travaux de traduction et sa propre production littéraire, tout en accompagnant régulièrement son père adoptif aux rencontres de son cercle littéraire. Des trois lieux d'études proposés, Rome semble être le plus propice à la croissance de liens étroits entre père et fils se manifestant dans leur vie familiale aussi bien que politique et littéraire, sans que le niveau intellectuel de Boèce soit compromis.

Conclusion

Boèce, auteur d'un texte d'arithmétique utilisé par la suite comme manuel par les écoles cathédrales puis les premières universités médiévales, est un produit de l'environnement dans lequel il fut éduqué. Son adoption par un sénateur romain lettré éveilla chez lui un intérêt pour les arts et les sciences qui fut favorisé par sa nouvelle famille. Que Boèce ait été envoyé poursuivre ses études dans les écoles grecques ou qu'il fût formé à Rome, il eut accès à toutes les ressources dont disposait Symmaque qui était lui-même bien souvent au centre des initiatives littéraires romaines du $6^{\text{ème}}$ siècle. Aux côtés d'un tel homme, les talents de Boèce ne pouvaient que s'épanouir. Bien que sa production littéraire se ralentisse dès son arrivée aux postes les plus prestigieux de l'administration de Théodoric le Grand, ses années de jeunesse employées à traduire et commenter les ouvrages de savants grecs lui permirent de combler partiellement l'insuffisance en Italie de textes philosophiques et scientifiques écrits en latin que déplorait Symmaque.

Chapitre 2

L'Arithmétique de Boèce

1. Origines du *De Arithmetica*

1.1. Prélude aux traductions de philosophie grecque

L'*Institution arithmétique* est traditionnellement le texte qui marque le début de la carrière littéraire de Boèce [1] aux alentours de l'an 500. En effet, la chronologie des œuvres boéciennes établie par Luca Obertello [2] indique que Boèce rédigea son *Arithmétique* puis ses traités sur la musique et la géométrie entre 502 et 507, quelques années après sa traduction de l'*Isagogè* de Porphyre. De même, Arthur McKinlay conclut de son analyse de l'évolution du style d'écriture et de réflexion de Boèce que le *De institutione arithmetica* était un de ses premiers ouvrages et faisait partie d'une période de transition dans laquelle il place aussi sa traduction de Porphyre [3].

1. Marenbon 552.
2. Luca Obertello, *Severino Boezio* (Genova, 1974) 342, cité dans Galonnier, *Boèce. Opuscula Sacra* 134–35.
3. Arthur Patch McKinlay, « Stylistic Tests and the Chronology of the Works of Boethius », *Harvard Studies in Classical Philology* 18 (1907) : 154 : Cette période de transition est suivie d'une période grecque, puis d'une période cicéronienne et enfin d'une période finale ne contenant que la *Consolation de la Philosophie*. Selon McKinlay, le *De musica* ne peut faire partie de la période de transition car il s'oppose au *De arithmetica* sur un grand nombre de points et il ne correspond pas au profil d'un texte écrit juste avant le *Dialogi in Porphyrium*. Il en déduit alors que le *De musica* a été écrit au cours de la période cicéronienne, c'est à dire bien après 510 et avant 523.

Les motivations de Boèce à l'égard de sa production littéraire post-adolescente ne laissent pas de place au doute. Ayant annoncé son projet de «traduire en latin, pour les proposer aux esprits romains, l'intégralité des œuvres de Platon et d'Aristote, afin de montrer ensuite leur convergence profonde sur les grands problèmes philosophiques» [4], Boèce s'attela à l'ouvrage et produisit traductions et commentaires de leurs traités logiques. Bien que ses responsabilités à la cour de Théodoric et sa mort prématurée l'empêchèrent de venir à bout de son vaste projet, il compléta tout de même une portion respectable de ce qu'il avait entrepris.

Quelle est alors la relation entre les écrits scientifiques de Boèce, pour la plupart des traductions d'originaux grecs, et ses traductions d'Aristote et de Platon dans le cadre de son projet de transmission du savoir grec ? À première vue, l'*Institution Arithmétique* peut sembler être un simple exercice de traduction, l'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque de Gérase ayant été choisie pour cela, car le jeune Boèce ne maîtrise le grec que depuis peu et ce livre de Nicomaque avait déjà été traduit en latin par Apulée de Madaure [5] sous le règne d'Antonin le Pieux.

Toutefois, selon Boèce, l'étude des sept arts libéraux regroupés sous les arts du *trivium* (grammaire, logique et rhétorique) et les sciences du *quadrivium* (arithmétique, géométrie, musique et astronomie) permet de préparer les esprits à la poursuite du savoir philosophique menant ultimement à la sagesse [6]. C'est un thème récurrent dans son œuvre, puisé dans l'*Arithmétique* de Nicomaque. Boèce annonce à cet effet dès le prologue de l'*Institution Arithmétique* [7] que quiconque néglige d'emprunter les quatre sentiers du quadrivium, menant ensemble à la vérité, ne peut se prévaloir d'aimer la sagesse puis il poursuit en évaluant

4. Boèce, *Institution arithmétique* xvi : Ce projet, typique du néo-platonisme, est annoncé dans le *In Librum de Interpretatione. Editio Secunda*, 2 (PL 64 : 433C).

5. Nicomaque de Gérase, trad. par Martin Luther D'Ooge 124.

6. Jean-Yves Guillaumin, « Le statut des mathématiques chez Boèce », *Revue des Études Anciennes* 92.1-2 (1990) : 121.

7. Boèce, *Institution arithmétique* I.1.5.

l'ordre logique dans lequel les disciplines du quadrivium doivent être étudiées. Cela montre que pour Boèce, l'acquisition qu'il présente des outils nécessaires à l'étude de la philosophie – c'est à dire l'éducation prérequise – est issue d'une profonde réflexion dont il soutient les résultats même s'il n'en n'est pas à l'origine. Il est donc logique que cet homme, dès les balbutiements de son projet de traduction des grands philosophes grecs, se soit soucié de l'apprentissage des préalables et ait choisi de rédiger quelques courts traités sur chaque matière du *quadrivium* à partir des textes utilisés aux mêmes fins par les écoles grecques.

1.2. L'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque

Le texte choisi par Boèce comme source pour son traité sur l'arithmétique est l'*Introduction à l'arithmétique* de Nicomaque de Gérase. Penseur néopythagoricien du 1er siècle, Nicomaque est réputé pour ses contributions à l'arithmétique et est arrivé à un niveau de suprématie dans cette discipline comparable à celui d'Euclide en géométrie. Il est notamment l'auteur d'une *Introduction à la musique* dont Boèce s'inspira lors de la rédaction de son *De institutione musica*[8] suivant immédiatement celle du *De arithmetica*, ainsi que d'un manuel d'harmonique[9] et d'une *Théologie de l'arithmétique* perdue, traitant de la doctrine mystique des nombres.

Selon Thomas Heath[10], Nicomaque de Gérase n'était pas réellement un mathématicien et avait plutôt rédigé son *Introduction à l'Arithmétique* dans le but de populariser l'étude de l'arithmétique. Il ajoute que Nicomaque, souhaitant développer chez le lecteur le goût pour la théorie des nombres, avait regroupé à ces fins dans son livre les curiosités arithmétiques les plus intéressantes. Cela expliquerait la faible quantité de contenu mathématique disséminée

8. Boèce, *Institution arithmétique* xxxi.
9. Traduit par Charles-Émile Ruelle, Annuaire de l'Association pour l'encouragement des Études grecques en France (1880), Paris, Baur 1881.
10. T. L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cambridge Library Collection - Classics (Cambridge : Cambridge University Press, 2013.) 98.

dans cette compilation, qui ne comporte d'ailleurs presque rien d'original, à l'exception de quelques définitions concernant la classification des nombres. Martin Luther D'Ooge estime pourtant que Nicomaque était parvenu à fournir un examen complet des sujets habituellement regroupés sous le titre d'arithmétique grecque, malgré ses erreurs et ses préjugés philosophiques [11]. Cependant, il ne peut être comparé à Euclide et Théon de Smyrne sur le plan mathématique. Bien que la section des *Éléments* portant sur l'arithmétique soit éclipsée par les sections sur la géométrie, l'étude faite par Euclide est systématique car son texte est organisé par propositions qui sont toutes prouvées rigoureusement [12]. Quant à Théon de Smyrne, le contenu arithmétique de l'*Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon* [13] et la façon dont il est présenté se rapproche plus de l'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque mais Théon démontre un degré de compréhension des sujets mathématiques qu'il traite plus élevé que celui-ci [14].

Nicomaque doit toutefois sa réputation à sa compilation arithmétique. En effet, l'*Introduction* est traduite en latin par Apulée de Madaure dès le 2ème siècle puis en arabe par Thābit ibn Qurra au 9ème siècle et le nombre important de scholies figurant sur les manuscrits de son texte témoigne de sa popularité [15]. Bien que son audience ait été principalement constituée de philosophes ayant développé un intérêt pour les mathématiques et non de mathématiciens [16], il eut une influence considérable sur les livres d'arithmétique rédigés du 10ème au 16ème siècle, en partie par l'intermédiaire de la traduction de Boèce.

11. Nicomaque de Gérase 65.
12. Nicomaque de Gérase 46.
13. Traduite par J. Dupuis, Hachette, 1892.
14. Nicomaque de Gérase 65.
15. Nicomaque de Gérase 125 : Jamblique, Asclépios de Tralles, Jean Philopon et Proclus figurent parmi les commentateurs de l'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque.
16. Heath 99.

1.3. La traduction de Boèce

L'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque est donc le traité que Boèce choisit de traduire afin de faire connaître l'arithmétique grecque au monde latin. L'*Institution Arithmétique* n'est pas pour autant une traduction directe de l'original de Nicomaque. Plutôt que de se contraindre à suivre le modèle de Nicomaque, Boèce fit quelques modifications au texte grec dans le but le rendre plus accessible au lecteur, abrégeant des développements trop longs ou rajoutant des exemples et des diagrammes destinés à éclaircir les explications de Nicomaque [17]. John Caldwell suggère que la traduction faite par Apulée [18], quelques siècles avant celle de Boèce, devait être très littérale [19]. Cela aurait donc incité Boèce à dévier légèrement du chemin tracé par Nicomaque, suivant la même route «sans pour autant marcher dans ses pas» [20].

Quant au contenu arithmétique du texte, Boèce ne se permet pas de prendre de telles libertés. Qu'il ait estimé que l'examen systématique de l'arithmétique grecque produit par Nicomaque soit adéquat, ou qu'il n'ait tout simplement pas eu les connaissances mathématiques [21] requises pour identifier les lacunes du texte d'origine et y remédier, Boèce conserve l'organisation de l'*Introduction* et sa traduction des sections mathématiques est principalement littérale.

Boèce ne s'adresse pas à des mathématiciens mais à un public d'intellectuels romains qui s'intéresse à la culture du monde grec sans forcément en maîtriser la langue. D'après Helen

17. Boèce, *Institution arithmétique* Préface, 3.
18. Cette traduction a été perdue à une date inconnue. Elle est mentionnée par Cassiodore (PL 70 : 1208A-B) mais on ne sait si elle était connue de Boèce.
19. John Caldwell, « The De Institutione Arithmetica and the De Institutione Musica », *Boethius : His Life, Thought and Influence*, sous la dir. de Margaret Gibson (Oxford : B. Blackwell, 1982) 138.
20. Boèce, *Institution arithmétique* Préface, 3.
21. On ne peut oublier que Boèce n'avait qu'une vingtaine d'années lors de la rédaction du *De institutione arithmetica* et qu'il n'avait pas encore acquis l'expérience et la maturité dont il fait preuve dans ses travaux postérieurs.

Kirby[22], Boèce n'aurait pas éprouvé le besoin de produire ses traductions s'il n'avait écrit que pour son propre cercle social. Elle en conclut qu'il comptait atteindre une audience plus large. De plus, le titre de l'ouvrage – *Institutio* – indique que Boèce l'avait conçu comme «exposé méthodique»[23], pouvant servir de manuel scolaire aussi bien que d'ouvrage de référence. Il faut donc voir le *De institutione arithmetica* comme un traité de vulgarisation arithmétique.

2. Le *De institutione arithmetica*

2.1. Grandeur et multiplicité

Selon Boèce, les êtres possédant une substance et un caractère immuable par nature sont appelés «essences» et sont à l'origine des sciences. De la classification de ces essences naît la classification des sciences elles-mêmes[24]. Tandis que les choses unifiées et continues, telles les arbres ou les pierres, relèvent de la grandeur, celles qui sont discontinues et divisées en parties distinctes, par exemple un troupeau d'animaux, sont associées à la multiplicité. Les sciences classées sous la grandeur sont la géométrie et l'astronomie car l'une étudie la grandeur d'objets immobiles et l'autre la grandeur des objets en mouvement. Comme l'arithmétique s'intéresse aux quantités absolues et la musique aux quantités relatives[25], ces deux sciences découlent de la multiplicité.

Boèce explique ensuite que cette classification prouve que toutes les autres sciences du *quadrivium* doivent leur existence à l'arithmétique. Puisque les figures géométriques sont définies par le nombre de leurs côtés, on ne peut étudier la géométrie sans le concept de

22. Helen Kirby, « The Scholar and his Public », *Boethius : His Life, Thought and Influence*, sous la dir. de Margaret Gibson (Oxford : B. Blackwell, 1982) 54.
23. Boèce, *Institution arithmétique* xxxix.
24. Voir le tableau de la note 14 dans Boèce, *Institution arithmétique* 182.
25. Schrader, « De Arithmetica, Book I, of Boethius » 616.

nombre alors que l'arithmétique ne serait pas affectée par la disparition de la géométrie. Ce même raisonnement est appliqué à la musique dont les harmonies sont notées par les noms de nombres et à l'astronomie sur laquelle la géométrie a priorité. L'arithmétique est donc à la source des trois autres sciences mathématiques, c'est pourquoi elle doit être étudiée en premier.

2.2. Quantité en soi

2.2.1. Unité et nombre

Le simple corollaire présenté au chapitre I.6 permet d'étudier les relations entre les nombres consécutifs dans la suite des entiers naturels. Alors que tout entier est égal à la moitié de la somme de l'entier précédent et de l'entier suivant dans cette suite, l'unité qui n'a qu'un seul voisin, dont elle est égale à la moitié, est à la tête de la suite naturelle des nombres et engendre donc la multiplicité tout entière.

Après une courte discussion sur la substance du nombre, celui-ci est défini comme une collection d'unités ou encore un entassement de quotité dont le flux est constitué d'unités (I.3) Alors que cette définition dépend du concept d'unité, ni Boèce ni Nicomaque n'ont jugé nécessaire de définir l'unité ; c'est aussi la première fois que le terme *unitas* apparaît dans le *De institutione arithmetica*.

2.2.2. Pair et impair

La parité occupe une place centrale dans la classification des nombres chez Boèce car elle est à l'origine de la toute première division des entiers naturels en ensembles complémentaires, qui exercera une influence conséquente sur les catégories établies par la suite. En effet, chacune des trois définitions du nombre pair rapportées dans le *De Arithmetica* (Livre I 3.3, 4.1, 5.1) définit le nombre impair en opposition au nombre pair ; celle provenant de la doctrine pythagoricienne (I.4.4) est la plus explicite sur ce sujet, annonçant qu'est impair tout nombre n'ayant pas la propriété utilisée auparavant pour définir le nombre pair. De plus, la définition ancienne du nombre pair (I.5.1) prépare le lecteur à étudier les catégories de nombres pairs, dont notamment les nombres pairement impairs, en faisant apparaître des éléments de nature impaire à l'intérieur du pair [26].

Bien que la définition des pairs et des impairs provienne de la même propriété, ces deux catégories sont considérées comme deux «espèces» différentes de nombres qui peuvent et doivent être définies l'une vis-à-vis de l'autre. Boèce indique donc, corollaire banal du I.3 portant quand même le titre de définition, que l'impair diffère du pair d'une unité, soit ajoutée, soit retranchée, et vice-versa. Contrairement aux définitions précédentes qui fournissent un critère permettant de vérifier si un nombre donné est pair ou impair, celle du I.6 porte sur la nature du nombre et non sur le nombre en tant que collection d'unités.

L'opposition entre pairs et impairs provient donc d'une différence au niveau de leur nature et fait partie des couples d'opposés découlant de l'opposition fondamentale entre Limité et Illimité, concept attribué aux pythagoriciens par Aristote (*Mét.* 1.986a 22-26) [27].

2.2.3. Divisions du pair et de l'impair

Les nombres pairs sont ensuite classés en fonction du nombre n de divisions successives en deux parties égales nécessaires pour obtenir une partie de taille impaire (I.8-12). Si

26. Est pair tout nombre (sauf 2) pouvant être divisé autant en deux parties égales ayant la même parité qu'en deux parties inégales ayant la même parité. Ainsi $6 = 2 \times 3 = 1+5 = 2+4$ et $10 = 2 \times 5 = 1+9 = 2+8$. Le nombre $n = 2$ est pair mais fait exception à cette règle car il ne peut être divisé en deux parties inégales.

27. Boèce, *Institution arithmétique* 214. Voir la note 79.

$n = 1$, le nombre pair est appelé pairement impair et si $n > 1$, il est impairement pair [28]. En revanche, si l'impair obtenu à la suite de ces divisions en deux moitiés est l'unité, le nombre de départ est pairement pair ; l'ensemble des nombres pairement pairs est donc constitué par les puissances de 2. Les notions de pair et impair sont mis ici en opposition, cette fois-ci avec l'ajout d'une espèce intermédiaire. L'impairement pair est ainsi placé à mi-chemin entre les extrêmes du pairement pair et du pairement impair et il en partage les qualités tout en possèdant celles qui manquent à chacune de ces espèces (I.11.5).

Malgré leurs différences en nature et en substance, les nombres impairs peuvent aussi être divisés en trois catégories très similaires à celles du nombre pair. En effet, les nombres premiers non-composés et les nombres seconds et composés en eux-mêmes [29] forment les deux extrêmes des nombres impairs et sont reliés par la catégorie intermédiaire du nombre «second et composé en lui-même mais premier et non-composé relativement à un autre». Toutefois, l'inclusion de cette catégorie intermédiaire parmi les subdivisions de l'impair est déroutante car, contrairement à l'impairement pair défini par rapport à lui-même et distinct des autres subdivisions du pair, le nombre «second et composé en lui-même mais premier et non-composé relativement à un autre» appartient à la catégorie des nombres seconds et composés en eux-mêmes, et sa définition se fait vis-à-vis des autres nombres de la catégorie intermédiaire (I.16) dont il ne partage aucun diviseur. Tout nombre impair est d'ailleurs soit premier soit second et composé en lui-même, la troisième catégorie ne devant pas être vue comme une subdivision de l'ensemble des nombres impairs au même titre.

28. Le nombre pairement impair peut donc être écrit sous la forme $2(2k+1)$ et l'impairement pair sous la forme $2^a(2k+1)$, a et k étant des entiers strictements positifs. Noter que l'impairement pair est le produit d'un impair par un pairement pair.

29. Ces deux termes sont à dissocier de leur utilisation moderne car seuls les nombres impairs peuvent être classés dans ces deux catégories. Le nombre 2 n'est donc pas étudié selon ces critères, il ne peut être premier car il est pair. Selon la définition de Boèce, le nombre premier et non-composé ne peut être mesuré que par l'unité tandis que le nombre second et composé en lui-même est composé d'autres nombres. Contrairement à Euclide (*Éléments*, 7.14) dont les nombres seconds et composés en eux-mêmes peuvent être aussi bien pairs qu'impairs, Boèce et Nicomaque ont choisi d'exclure les pairs afin de présenter des subdivisions des impairs distinctes de celles des pairs.

Ces définitions sont finalement suivies de méthodes pour générer chaque type de nombre impair. Boèce ne s'écarte pas du texte de Nicomaque et passe en revue le crible d'Ératosthène (I.17), permettant de trouver tous les nombres premiers inférieurs à un entier naturel donné, puis l'*anthyphérèse* (I.18), connue aujourd'hui sous le nom d'algorithme d'Euclide, permettant de calculer le PGCD de deux entiers. Les nombres seconds en eux-mêmes mais premiers relativement à un autre sont alors révélés être formés en élevant au carré un nombre impair et premier (I.17.10) bien que ces carrés ne soient pas les seuls à remplir les conditions établies par Nicomaque et Boèce. Par exemple, les nombres $15 = 3 \times 5$ et $77 = 7 \times 11$ sont impairs, seconds et composés en eux-mêmes, et premiers et non-composés relativement à l'autre selon les définitions proposées par les deux auteurs mais ils ne semblent pas avoir été considérés comme tels. Selon Jean-Yves Guillaumin, cette troisième catégorie de nombres impairs a été inventée par Nicomaque dans le but d'établir une symétrie entre les trois divisions du pair et celles de l'impair [30] - d'autant plus qu'elle est absente des *Éléments* d'Euclide - car le pair est associé à la dyade et l'impair à l'unité, thème central du Livre II du *De institutione arithmetica*.

2.2.4. Deuxième division du pair

Les nombres pairs peuvent aussi être catégorisés en fonction de la somme de leurs diviseurs. Tout nombre égal à la somme de ses diviseurs est dit parfait, le nombre abondant (ou plus-que-parfait) est inférieur à cette somme et le nombre déficient (ou imparfait) y est supérieur. Cette classification, sans équivalent donné pour les nombres impairs [31], est associée à la théorie aristotélicienne des vices et des vertus. Les nombres parfaits étant peu

30. Boèce, *Institution arithmétique* 193. Note 103.

31. Les nombres impairs peuvent aussi être déficients ou abondants bien qu'on ignore toujours s'il existe des nombres parfaits impairs. Voir sur ce sujet Ochem et Rao, «Odd perfect numbers are greater than 10^{1500}», *Mathematics of Computation*, 81, nº 279 (2012), 1869-1877.

nombreux et produits dans un ordre régulier [32], ils imitent la vertu tandis que les nombres abondants ou déficients sont associés au vice du fait de leur nombre et de leur désordre (I.20.1). La vertu est alors le juste milieu entre le vice par excès et le vice par défaut [33], suivant un modèle tripartite similaire à celui établi par la première classification des pairs.

2.2.5. Figures géométriques

Positionnée au milieu des chapitres traitant de la quantité relative, d'un côté les rapports d'inégalités et de l'autre les proportions et les médiétés, l'étude détaillée des nombres se trouvant dans les figures géométriques (II.4-39) revient sur la notion de la quantité en soi. En effet, ces nombres sont classés en fonction du nombre de dimensions [34] engendrant leur représentation géométrique. L'unité est associée au point et au manque de dimension car le point n'a ni longueur, ni largeur, ni profondeur. La ligne est l'objet obtenu en rajoutant au point une dimension, la longueur ; la surface est formée en ajoutant la largeur à la ligne et le solide en ajoutant la profondeur aux deux dimensions de la surface. Point, ligne, surface et solide sont chacun le principe de l'objet immédiatement après eux dans cette séquence et possèdent une dimension de moins que celui-ci. Les nombres associés à ces quatre figures géométriques sont donc construits d'une manière similaire. Les nombres linéaires sont engendrés par l'unité-point, en entassant des unités sur une ligne. Les nombres figurés sont ceux dont les unités les composant peuvent être disposés en une forme de polygone régulier et ils sont catégorisés selon le nombre d'angles de leur représentation. Chacune des cinq premières espèces du nombre figuré, du triangle à l'heptagone, est analysée séparément et un intérêt particulier est porté à la suite des nombres représentés par une même figure géométrique. Ainsi, Boèce exhibe la suite correspondant à la différence entre deux nombres

32. Boèce et Nicomaque indiquent sans démonstration que les nombres de la forme $(2^{n+1}-1)2^n$ sont parfaits si $2^{n+1}-1$ est premier. Ce résultat avait pourtant été prouvé par Euclide dans les *Éléments* (IX.36).
33. Boèce, *Institution arithmétique* 196. Note 132.
34. Boèce, *Institution arithmétique* II.4.6 : Boèce, comme Nicomaque (*Introduction à l'Arithmétique*, II.6.4), n'envisagent pas l'existence de solides ayant plus de trois dimensions.

n-gones successifs et en déduit une règle générale pour obtenir la suite des nombres figurés en fonction du nombre c de côtés de sa représentation : le n-ième nombre figuré de côté c est produit en faisant la somme des n premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 1 et de raison $c - 2$. Puis, en organisant dans un tableau les premiers termes des suites associées au triangle, carré, pentagone, hexagone et heptagone, il devient évident que le n-ième nombre de côté c est égal à la somme du n-ième nombre de côté $c - 1$ et du $(n - 1)$-ième nombre triangle. Il en résulte que le nombre triangle engendre tous les autres nombres figurés. La propriété géométrique énoncée au II.6 selon laquelle tout n-gone peut être décomposé en n triangles est donc aussi valable pour les nombres associés à de tels polygones.

L'analyse des nombres solides suit la même structure. Le nombre pyramide à base triangulaire est démontré être le principe de tous les nombres pyramides à base polygonale [35], jouant le même rôle que les nombres triangles auprès des nombres figurés, et il est construit en superposant à partir du sommet les nombres triangles dans l'ordre croissant. Puis, après une courte parenthèse sur les nombres correspondants aux pyramides tronquées [36], un deuxième type de nombres solides est présenté, ceux-ci étant obtenus en faisant augmenter à l'infini le nombre de surfaces parallèles et opposées [37]. Les objets construits ainsi sont, selon Boèce, les cubes, les coins, les sphères et les parallélépipèdes. Parmi ces nombres solides, le cube dont la largeur, hauteur et longueur sont égales, est mis en opposition avec le coin dont les dimensions sont toutes inégales l'une par rapport à l'autre (II.25.7) ; les parallélépipèdes sont placés à mi-chemin entre cubes et scalènes car leurs dimensions ne sont ni toutes égales, ni toutes inégales (II.25.9). Les parallélépipèdes ont donc exactement deux dimensions

35. Boèce, *Institution arithmétique* II.23 : Le titre de ce chapitre, rajouté par Boèce car les chapitres de Nicomaque sont simplement numérotés, est «Génération des nombres solides» bien que la méthode décrite ne permette de générer que des nombres pyramides. La génération de quelques nombres solides non-pyramidaux sera abordée dans les chapitres suivants.

36. Ces nombres sont construits en tronquant le sommet d'un nombre pyramide. Le nombre pyramide sera dit «x fois tronqué» si on lui a retranché les x premiers échelons à partir du sommet.

37. Cette description a été rajoutée par Boèce et elle est bien entendu fausse dans le cas de la construction de la sphère.

égales et sont catégorisés en poutres et en briques, la troisième dimension des poutres étant plus grande que les deux autres et plus petite dans le cas des briques (II.29). Finalement le nombre circulaire est un nombre dont les chiffres du carré se terminent par le nombre lui-même et le nombre sphérique (ou cyclique) satisfait cette même propriété vis-à-vis de son cube [38], imitant le cercle et la sphère respectivement par leur retour à leur point de départ.

2.3. Quantité relative

2.3.1. Égalité et inégalités

Puisque la division des nombres pairs en nombres parfaits, abondants et déficients introduit les notions d'égalité, supériorité et infériorité, les chapitres I.19-20 servent de transition entre l'étude de la quantité en soi et celle de la quantité relative. Tout comme le nombre, la quantité relative peut être divisée en deux catégories à la fois opposées et complémentaires : l'égalité et l'inégalité. Tandis que l'égalité est par nature indivisible (I.21.3), la quantité inégale est composée de deux subdivisions contraires appelées «plus grand» et «plus petit» comportant chacune cinq catégories. Boèce note que les subdivisions du «plus petit», bien qu'elles contiennent une infinité de relations d'inégalité, sont symétriques à celles du «plus grand». Elles portent donc le même nom auquel est ajouté le préfixe *sub-*. Cette classification de la quantité relative fait de nouveau apparaître le modèle tripartite composé d'un groupe intermédiaire équilibrant deux groupes extrêmes et opposés, cette fois-ci de manière moins explicite car l'emphase est mise sur la séparation entre égalité et inégalités.

L'inégalité la plus grande est donc divisée en cinq espèces : le multiple, le superpartiel, le superpartient, le multiple superpartiel et le multiple superpartient. Le multiple [39] est celui

38. Les entiers naturels ayant cette caractéristique sont appelés nombres automorphes en mathématiques modernes, à distinguer des nombres cycliques dont les permutations circulaires des chiffres correspondent aux multiples du nombre d'origine.

39. Le nombre x est ici comparé à y ; a et b sont des entiers naturels non-nuls avec $a \geq 2$.

qui contient plus d'une fois le nombre auquel il est comparé ($x = a \times y$), le superpartiel contient le nombre auquel il comparé plus une partie de ce dernier ($x = y + \frac{1}{b} \times y$) et le superpartient contient le nombre auquel il comparé plus un minimum de deux parties de ce dernier ($x = y + \frac{a}{b} \times y$). À ces trois espèces simples d'inégalités viennent s'ajouter deux espèces composées. Le multiple superpartiel et le multiple superpartient sont issus du superpartiel et du superpartient respectivement car ils contiennent plus d'une fois le nombre auquel ils sont comparés, en plus de la partie supplémentaire mentionnée ci-dessus [40].

Chacune de ces cinq classes d'inégalités est constituée d'une infinité de relations, nommées d'après le nombre de fois que le multiple contient le nombre auquel il est comparé et la partie de ce nombre que le superpartiel ou le superpartient contiennent. Par exemple, 4 est le double de 2, le sesquialtère désigne le rapport $\frac{3}{2}$ équivalent à $x = y + \frac{1}{2} \times y$ et $5 = 3 + \frac{2}{3} \times 3$ est le superbipartient [41] de 3 ; réciproquement, 2 est le sous-double de 4 ainsi que le sous-sesquialtère de 4, et 3 est le sous-superbipartient de 5.

Le livre I du *De institutione arithmetica* se termine par une démonstration de la manière dont toute inégalité est dérivée de l'égalité. Cette démonstration, loin d'être une preuve rigoureuse, vise dans un premier temps à obtenir un triplet de multiples à partir d'un triplet d'entiers égaux puis à transformer ce résultat pour faire apparaître chaque relation définie auparavant, tout cela en appliquant la même opération à chaque étape. L'opération choisie par Boèce est $(a,b,c) \to (a, b + c, a + 2b + c)$ et transforme tout triplet (a, a, a) représentant l'égalité en $(a, 2a, 4a)$ représentant alors la relation de multiple. Appliquée à un triplet

40. La description de Boèce signifie que le multiple superpartiel satisfait la relation $x = ny + \frac{1}{b} \times y$ et le multiple superpartient la relation $x = ny + \frac{a}{b} \times y$ avec $n, a, b \in \mathbb{N}^*$ et $b \geq 2$. Un multiple superpartiel de y peut donc s'écrire comme la somme d'un multiple de y et d'un superpartiel de y. De la même façon, un multiple superpartient de y peut aussi s'écrire comme la somme d'un multiple et d'un superpartient de y.

41. Boèce, *Institution arithmétique* I.28.9 : Le nom des inégalités dépendant du superpartient n'indique que le nombre de parties de y qui figurent dans x. Comme le diviseur permettant d'obtenir ces parties est sous-entendu, le terme superbipartient peut être utilisé pour décrire la relation entre $6 = 4 + \frac{2}{4} \times 4$ et 4 aussi bien que celle entre $5 = 4 + \frac{2}{2} \times 4$ et 4.

$(a^2, a, 1)$ représentant la relation de multiple, écrivant cette fois-ci les termes du triplet dans l'ordre inverse, Boèce obtient le triplet $(a^2, a^2+1, (a+1)^2)$ qui représente le superpartiel car chaque nombre du triplet est égal au précédent multiplié par $\left(1+\frac{1}{a}\right)$. De même, le superpartient décrivant le rapport $(2a+1)/(a+1)$ peut être obtenu à partir du superpartiel écrit dans l'ordre inverse : $((a+1)^2, a^2+1, a^2) \rightarrow ((a+1)^2, (2a+1)(a+1), (2a+1)^2)$. Quant au multiple superpartiel et au multiple superpartient, ils sont obtenus en appliquant cette opération à un triplet superpartiel ou superpartient respectivement, sans le mettre dans l'ordre inverse. Le sesquialtère donne donc naissance au double sequialtère qui lui-même donne naissance au triple sesquialtère et ainsi de suite. Ces résultats illustrent la priorité du multiple sur les quatre autres espèces de l'inégalité et la priorité de l'égalité sur les inégalités.

2.3.2. Proportions et médiétés

Le dernier tiers du Livre II porte sur les proportions et leurs applications. La proportion est un rassemblement d'un nombre quelconque de rapports en un seul rapport (II.40), le rapport étant défini comme une relation réciproque entre deux termes. Si une même relation unit chaque paire de termes consécutifs d'une proportion donnée, cette proportion est dite continue, sinon elle est disjointe. Les proportions sont ensuite divisées en trois médiétés [42] connue des Anciens (c'est à dire Pythagore, Platon et Aristote), leurs trois contraires et quatre nouvelles médiétés, rajoutées plus récemment afin de faire monter à dix le nombre de types de proportions [43].

Les trois médiétés héritées des Anciens sont les proportions arithmétiques, géométriques et harmoniques. Comme la science dont elle porte le nom, la proportion arithmétique est

42. Boèce, *Institution arithmétique* 218. Voir la note 114 au sujet de la confusion entre les termes «médiété» et «proportion». Seule la médiété géométrique correspond à la définition d'une proportion.
43. Nicomaque de Gérase 267. Voir la note 1 au sujet du caractère sacré du nombre 10 chez les pythagoriciens.

considérée être antérieure car sa suppression entraîne la disparition des deux autres (II.42). En effet, les termes d'une proportion arithmétique sont tels que la différence entre n'importe quels termes consécutifs est toujours égale tandis que dans une proportion géométrique, c'est le rapport entre deux termes successifs qui est toujours constant. Quant à la médiété harmonique, elle sert de juste milieu entre les deux extrêmes des proportions arithmétiques et géométriques car elle porte autant sur la différence entre deux termes consécutifs que sur leur rapport (II.48). Cela peut se vérifier aisément à l'aide d'une notation moderne : étant donné trois termes $\{a,b,c\}$ d'une proportion [44], on a : $b - a = c - b$ si elle est arithmétique, $b/a = c/b$ si elle est géométrique et $(c - b)/(b - a) = c/a$ dans le cas d'une proportion harmonique. Boèce enchaîne en montrant que chacune de ces médiétés peut être obtenue en connaissant seulement les deux extrêmes d'une proportion à trois termes. Après avoir présenté des exemples dans lesquels les termes connus ont la même parité, il en déduit une règle pour obtenir le terme moyen dans un cas général. Ainsi, la proportion $\{a,b,c\}$ sera arithmétique si $b = (a+c)/2$, géométrique si $b^2 = a \times c$ et harmonique si $b = 2ac/(a+c)$.

Les six médiétés suivantes ne sont pas examinées avec autant de détail car Boèce les estime être moins utiles et peu nécessaires pour la lecture des auteurs pythagoriciens. Les trois médiétés dites contraires sont obtenues en inversant les rapports ou les différences entre les termes des proportions auxquelles elles s'opposent [45] (II.51). Les quatre médiétés ajoutées par les auteurs postérieurs sont celles qui correspondent aux relations suivantes satisfaites par un triplet $\{a,b,c\}$:

$$\frac{a-c}{b-c} = \frac{a}{c} \quad ; \quad \frac{a-c}{a-b} = \frac{a}{c} \quad ; \quad \frac{a-c}{b-c} = \frac{b}{c} \quad ; \quad \frac{a-c}{a-b} = \frac{b}{c}.$$

44. Chaque terme (*terminus*) est identifié par sa position dans la proportion. Le *medius terminus* est ainsi encadré par le *minor terminus* et le *maior terminus* dans une proportion à trois termes tandis que les termes *parvissimus* et *maximus* désignent les extrêmes d'une proportion d'une taille quelconque.

45. La quatrième médiété, contraire à l'harmonique, revient au rapport $(b-c)/(a-b) = a/c$. La cinquième et la sixième sont contraires à la médiété géométrique et sont produites par les relations $(b-c)/(a-b) = b/c$ et $(b-c)/(a-b) = a/b$.

Les dix médiétés sont ensuite regroupées dans un tableau mettant en évidence leur parenté à travers leur dénomination et un exemple à trois termes de chaque médiété (II.53). Le deuxième et dernier livre du *De institutione arithmetica* finit par une discussion sur le sujet de l'accord «suprême et parfait», aussi appellé harmonie, de son influence en musique et de son rôle dans l'étude des questions de la nature (II.54). En effet, Boèce explique qu'une proportion harmonique à quatre termes peut être construite à partir des deux termes extrêmes de telle sorte qu'on puisse faire apparaître chacune des trois médiétés connues par les Anciens dans les rapports entre ces termes. Cet accord est donc suprême et c'est à son caractère tridimensionnel [46] qu'il doit son deuxième épithète car l'objet à trois dimensions est le plus parfait selon Aristote [47]. Ce concept est illustré à l'aide de la proportion harmonique $\{6, 8, 9, 12\}$ qui contient la médiété arithmétique $\{6, 9, 12\}$, la médiété harmonique $\{6, 8, 12\}$ et la médiété géométrique dans le rapport sesquialtère entre les termes 6 et 9 et entre les termes 8 et 12 tandis que le produit des deux termes extrêmes est égal à celui des deux termes moyens.

2.4. Le Même et l'Autre

La notion du Même et de l'Autre est un thème important de cet ouvrage qui est introduit immédiatement après l'étude des figures géométriques. Les nombres vus jusque là sont alors étiquetés en fonction de leur nature afin de prouver que la structure des nombres que Nicomaque décrit et que Boèce traduit fidèlement relève directement de l'opposition entre la substance du Même et la substance de l'Autre à partir de laquelle est formé le monde entier (II.31). Cette opposition est ainsi représentée au niveau des nombres par la séparation entre l'unité et la dualité. Nicomaque reprend toutefois la pensée de Philolaos [48]

46. Boèce, *Institution arithmétique* II.49.1 : La médiété harmonique est rapprochée de l'harmonie géométrique car le nombre de surfaces, d'angles et de côtés d'un cube peut être représenté par le triplet $\{6, 8, 12\}$ qui est disposé selon la proportion harmonique.
47. Aristote, *Du Ciel*, I.1.
48. Boèce, *Institution arithmétique* II.32.3-4. Voir aussi les notes 99 et 100.

qui place l'harmonie entre ces deux extrêmes car elle les relie l'un à l'autre. On reconnaît là la structure qui est omniprésente dans les classifications des nombres présentées auparavant, composée de deux catégories extrêmes délimitées par des propriétés contraires et d'une catégorie intermédiaire définie par une propriété ressemblant de loin à une union des deux propriétés précédentes.

Le Même, c'est à dire le Un, est associé à la quantité en soi et au caractère immuable et insécable de l'unité tandis que l'Autre est associé à la quantité relative et au caractère changeant. Les nombres issus de la notion du Même sont donc l'unité, puis les nombres impairs et finalement les carrés auxquels sont opposés la dualité, les nombres pairs et les nombres oblongs [49] qui relèvent tous de l'Autre (II.36). L'affiliation des nombres impairs et pairs au Même et à l'Autre est rapidement déduite de leur construction [50] faite en entassant soit des unités soit le nombre 2, alors que celle des carrés et des nombres oblongs fait l'objet d'une explication plus détaillée dans le texte. En effet, leur opposition est à l'origine du système des figures présenté dans le livre II et de leurs différences découlent les proportions, c'est à dire le dernier sujet traité par Boèce dans son *Arithmétique*.

3. Contributions de Boèce

3.1. Omissions et réécritures

Après cet exposé du contenu mathématique du *De institutione arithmetica* et de la façon dont il est organisé, il reste à examiner les contributions de Boèce au texte original grec de Nicomaque. Jean-Yves Guillaumin estime que le nombre de réécritures, ajouts et modifications apportés par Boèce à l'arithmétique de Nicomaque est plutôt faible [51], ce

49. Défini au II.27, le nombre oblong est le produit de deux nombres consécutifs.
50. Boèce, *Institution arithmétique* II.31.3-4.
51. Boèce, *Institution arithmétique* xli.

qu'il explique par la réticence d'un jeune auteur à s'écarter du modèle choisi. De plus, les changements effectués par Boèce sont mineurs et ne peuvent donc être comparés au commentaire de Jamblique [52] qui reprend le texte de Nicomaque tout en y ajoutant des explications du contexte historique et de la terminologie employée.

Loin d'une tentative de créer un texte autonome, seulement inspiré de celui de Nicomaque, les changements visibles dans cette traduction-adaptation correspondent plutôt à l'intention énoncée par Boèce dans la préface du *De institution arithmetica.* Afin de rendre son traité d'arithmétique plus accessible au public latin visé, Boèce réduit de taille la place occupée par les digressions de Nicomaque, résumant ainsi les cinq premiers chapitres de l'*Introduction* dans le premier chapitre de son *De arithmetica.* Un fil directeur plus précis, guidant le choix des sections à omettre, est toutefois absent car Boèce supprime la définition du nombre en tant que «pluralité définie» (Nicomaque I.7) et celle de la monade et de la dyade en tant qu'éléments (Nicomaque II.1), immédiatement reliés aux concepts du Même et de l'Autre tant étudiés dans le livre II, puis omet une phrase comparant le vice à l'inégalité et la vertu à l'égalité (Nicomaque I.14) alors qu'il conserve un rappel à cette doctrine morale d'Aristote au I.32 (Nicomaque I.23.4). Guillaumin note que les réécritures de Boèce se bornent parfois à paraphraser le texte d'origine tout en conservant les mêmes notions, ou à produire les résultats de l'étude d'autres rangées d'un même tableau. Par ailleurs, il souligne que derrière les réécritures de Boèce, certains changements peuvent avoir été liés au manuscrit de l'*Introduction à l'arithmétique* que ce dernier a utilisé comme source [53].

52. *In Nicomachi arithmeticam introductionem*, Teubner, ed. Pistelli, Teubner, 1894.
53. Boèce, *Institution arithmétique* xlii-iv.

3.2. Ajouts pédagogiques

Finalement, les ajouts de Boèce sont eux aussi conçus dans un but pédagogique. À l'exception d'un chapitre comparant les médiétés aux différentes formes d'État (II.49) [54], Boèce fournit au lecteur un nombre conséquent d'exemples supplémentaires et de diagrammes destinés à aider la compréhension d'un traité d'arithmétique assez complexe pour un amateur des sciences. Ainsi, Boèce offre une illustration de la définition pythagoricienne du pair et de l'impair en montrant que le nombre $8 = 4 + 4$ ne peut être divisé en parties plus grandes ou en un nombre de parties plus petit (I.4.2), puis, il rajoute à la troisième définition du pair et de l'impair les exemples de $10 = 5 + 5 = 3 + 7$ et $8 = 4 + 4 = 3 + 5$ (I.5.2) pour illustrer la division d'un nombre pair en parties égales ou en parties inégales sans qu'il n'y ait de mélange entre natures paires et impaires décrite auparavant (I.5.1).

De même, Boèce apporte quelques précisions au texte de Nicomaque qui témoignent d'une certaine maîtrise du contenu arithmétique des deux textes et de sa compréhension des besoins d'un lecteur moins avancé. Ces précisions vont de simples rappels des définitions du carré (II.10), du cercle et de la sphère (II.30.3) à une explication du nombre de catégories chez Aristote et Archytas (II.41.3) et enfin à un approfondissement de la discussion sur la construction de tous les rapports de proportions à partir des carrés et des nombres oblongs (II.33.9-10). Tandis que Nicomaque se contente d'observer que dans la suite créée en insérant les nombres oblongs entre les carrés dont ils sont issus, on peut toujours obtenir un carré en prenant trois termes consécutifs et en faisant la somme des deux termes extrêmes et du double du terme moyen (Nicomaque II.19), Boèce poursuit ce raisonnement en montrant que la racine du carré obtenu est impaire lorsque deux carrés sont parmi les

54. Voir Jean-Yves Guillaumin, « Mathématique et organisation politique dans un texte scientifique latin des années 500 (Boèce, Institution arithmétique 2, 45) », *Collection de l'Institut des Sciences et Techniques de l'Antiquité* 850.1 (2002) : 151-162.

termes choisis (II.33.9) et paire lorsque deux nombres oblongs entourent un carré (II.33.10) [55].

Les tableaux et diagrammes insérés par Boèce dans les chapitres du *De institutione arithmetica*, absents dans le texte très dense de Nicomaque, permettent d'aérer ce traité d'arithmétique en fournissant une aide visuelle pour assimiler les notions présentées. Leur utilité apparaît nettement lorsqu'il s'agit de visualiser que l'impairement pair est engendré par le pairement pair et le pairement impair (I.12), ou d'illustrer les nombreux rapports entre les trois termes d'un triplet de nombres (II.3) ou l'organisation des nombres figurés sur le modèle de la figure géométrique leur étant associée (II.5-23). Leur ajout rend d'ailleurs les manuscrits du *De arithmetica* recopiés au Moyen-Âge particulièrement agréables à lire car c'est dans ces sections du livre que certains copistes purent faire l'étalage de leurs talents artistiques.

55. $1, 2, 4, 6, 9, 12, 16, 20\dots$ est la suite décrite par Nicomaque, créée à partir des suites $(a_n) = n^2$ et $(b_n) = n(n+1)$. Boèce montre que pour tout $n \in \mathbb{N}$, la somme $a_n+2b_n+a_{n+1} = n^2+2(n^2+n)+(n+1)^2 = (2n+1)^2$ est le carré d'un impair et que la somme $b_{n-1} + 2a_n + b_n = (n^2 - n) + 2n^2 + (n^2 + n) = 4n^2$ est le carré d'un pair.

Chapitre 3

Transmission et portée de l'*Institution Arithmétique*

L'héritage scientifique reçu par l'Occident, de la chute de l'Empire romain jusqu'à la renaissance du 12ème siècle se limita à des fragments de savoir gréco-romain prenant la forme d'encyclopédies. En effet, précédés par l'Histoire naturelle de Pline l'Ancien et suivant peut-être ce modèle, les textes scientifiques produits au cours de ces quelques siècles sont soit des compilations de divers savoirs, soit des commentaires sur l'œuvre des grands savants grecs. Ayant perdu accès au réservoir principal de savoir grec dès les invasions musulmanes de l'Empire byzantin du 7ème siècle, ces compilations et les traductions latines de textes grecs déjà achevées devinrent les seuls écrits scientifiques circulant dans le monde occidental. Il faut attendre le 12ème siècle pour que ce contenu scientifique soit finalement mis à jour lors de l'arrivée dans l'Occident chrétien de traductions latines de textes arabes sous l'influence d'hommes tels Gérard de Crémone.

En tant que traduction latine de l'arithmétique du grec Nicomaque de Gérase, le *De institutione arithmetica* de Boèce, rédigé au début du 6ème siècle, fut un des quelques livres d'arithmétique qui purent servir de référence aux auteurs médiévaux de compilations scientifiques. Boèce aura ainsi influencé une importante portion de ces traités qui façonnèrent l'arithmétique médiévale [1]. De même, sa contribution non-négligeable est aussi visible dans l'enseignement médiéval car le *De institutione arithmetica* est utilisé comme manuel d'arithmétique dans les premières universités dont le curriculum est composé de sept matières divisées en deux degrés : le *trivium* (grammaire, dialectique, rhétorique) et le *quadrivium* (arithmétique, géométrie, musique, astronomie), ce dernier terme ayant été inventé par Boèce dont il a également défini la séquence, largement répandue [2]. Il existe d'ailleurs une quantité importante de copies du *De institutione arithmetica*, ce qui témoigne de sa popularité et de son prestige au Moyen-Âge [3].

Après une courte étude de la tradition manuscrite de l'Institution Arithmétique de Boèce, on étudiera dans ce chapitre la réception de ce texte au cours du Moyen-Âge en portant une attention particulière aux auteurs l'utilisant comme source pour leurs propres ouvrages et ayant ainsi un rôle majeur dans sa transmission. On analysera ensuite les besoins en mathématiques de la cour de Charlemagne pour comprendre pourquoi le livre de Boèce obtint une position si privilégiée dans l'enseignement médiéval. Finalement, on discutera de l'influence de Boèce sur le programme des premières universités.

1. Andrew Fleming West, *Alcuin and the Rise of the Christian Schools*, The Great Educators 3 (London : Heinemann, 1893) 22.

2. À distinguer de Martianus Capella auquel on doit l'étude des sept arts libéraux mais qui conseille un ordre d'étude différent de celui de Boèce pour les quatre matières du *quadrivium* : géométrie, arithmétique, astronomie puis musique.

3. Plus de 180 copies selon la liste de Guillaumin, avec quelques fragments supplémentaires dans d'autres manuscrits. Un nombre similaire est donné par Masi.

1. Transmission du manuscrit

1.1. Monastères

Le texte de Boèce a été rédigé aux alentours de 500 [4]. Au cours des vingt années séparant la rédaction de l'ouvrage de la mort de l'auteur, quelques copies ont circulé dans le cercle littéraire de Symmaque comme il en était coutume à cette époque dans ce milieu, pour être lues, commentées et révisées. La transmission du texte a donc commencé bien avant la mort de Boèce.

Les suscriptions de plusieurs manuscrits du *De institutione arithmetica* laissent entendre qu'un certain Martius Novatus Renatus [5] eut accès aux textes de Boèce pour les réviser. Il est donc possible que cet homme eut une influence non négligeable sur la transmission des traités logiques et rhétoriques de Boèce [6]. De plus, le siège apostolique et le sénat romain jouèrent un rôle conséquent dans la transmission des textes de Boèce car les membres de son milieu intellectuel eurent accès à ses écrits comme le témoignent certaines dédicaces de Boèce dans ses ouvrages [7]. Guillaumin cite aussi la cour impériale de Constantinople avec laquelle Symmaque avait de nombreux contacts, et la famille de Boèce dont son épouse Rusticiana, comme potentiels responsables de la sauvegarde et de la publication des traités logiques et rhétoriques de Boèce.

Finalement, on retrouve les traces de traités scientifiques de Boèce à Vivarium, monastère fondé en Italie du Sud par Cassiodore vers la fin de sa vie dans le but de conserver la culture et la littérature classique grecque et latine. Des témoignages montrent que

4. Galonnier, « Cassiodore entre politique et science : l'exemple du portrait de Boèce » 134-35.
5. Voir Galonnier, *Boèce. Opuscula Sacra* 117 qui porte sur ce personnage.
6. Boèce, *Institution arithmétique* lxii.
7. John Moorhead, « The Last Years of Theoderic », *Historia : Zeitschrift für Alte Geschichte* 32.1 (1983) : 113. L'*Institution arithmétique* est en effet dédiée à Symmaque et trois de ses cinq traités religieux sont dédiés au diacre Jean que Moorhead estime être le pape Jean Ier.

l'éducation scientifique des moines suivait le programme du *quadrivium* et qu'une copie du *De institutione geometria*[8] de Boèce avait été amené à Vivarium, en provenance de la bibliothèque de Cassiodore à Rome.

Malheureusement ce monastère disparaît peu de temps après la mort de son fondateur et sa bibliothèque est intégrée à celle du monastère du Latran. Le monastère du Latran, plus tard rattaché à la basilique du Latéran – église de l'évêque de Rome – est le centre le plus important pour la diffusion de manuscrits à travers toute l'Europe au cours du 7ème siècle. Guillaumin explique aussi que Bobbio était un centre de similaire envergure, favorisé par le pape tout comme Yarrow, et ajoute que les plus anciens manuscrits du *De institutione arithmetica* qui ont survécu sont issus de Bobbio[9]. Il semble logique que Bobbio et Yarrow aient profité de leur contact privilégié avec le pape et que les fragments du livre d'arithmétique de Boèce aient été copiés à partir de manuscrits plus anciens provenant du Latéran.

Margaret Gibson indique que le *De institutione arithmetica* était connu de Bède le Vénérable et que des copies de ce texte avaient atteint les monastères de Luxeuil et de Corbie[10]. Elle poursuit en théorisant que la survie de ce traité pourrait être imputée à une seule bibliothèque monastériale ou à un seul scolastique à la fois jusqu'à sa redécouverte qui en fit un texte utilisé dans l'enseignement scolaire. Elle note toutefois que la communauté irlandaise située à Bobbio, centre primitif de diffusion des manuscrits de Boèce, ne présente pas de preuves indiquant que ses membres avaient lu le *De institutione arithmetica* ou possédaient des connaissances similaires aux mathématiques qu'il renferme.

8. Mentionnée dans Cassiodorus, *Institutiones* : 2.6.3 et 2.4.7
9. Boèce, *Institution arithmétique* lxiv.
10. Margaret Gibson, « Boethius in the Carolingian Schools », *Transactions of the Royal Historical Society* 32 (1982) : 45.

1.2. Enseignement scolaire

Essentiellement inconnue auparavant, l'Arithmétique de Boèce prit de l'importance à partir du milieu du 8ème siècle grâce à sa redécouverte en quelque sorte par des écolâtres qui l'utilisèrent comme matière d'enseignement. Bien que les traités logiques et théologiques de Boèce aient été bien plus étudiés que ses ouvrages scientifiques, son *De arithmetica* bénéficia certainement de la popularité croissante de son auteur et du cadre fourni par la renaissance carolingienne, propice à la culture et aux études. C'est en effet de cette période que proviennent les plus anciens exemplaires de l'Arithmétique de Boèce [11], à l'exception du manuscrit de Turin produit à Bobbio vers le 6ème ou 7ème siècle.

1.2.1. Renaissance carolingienne

Alcuin de York, l'écolâtre du 8ème siècle à la tête de la renaissance culturelle sous le règne de Charlemagne [12], fut un lecteur avide des ouvrages de Boèce, qui, par son rôle dans le développement de centres culturels autour de monastères et de cathédrales, amorça l'arrivée de Boèce aux côtés des auteurs classiques grecs et latins reconnus au Moyen-Âge. Alcuin est surtout l'un des premiers à utiliser les commentaires de Boèce dans sa propre production littéraire [13], établissant ainsi les bases de l'influence de Boèce à travers les siècles. Toutefois la production mathématique d'Alcuin se résume à la rédaction des *Propositiones ad acuendos juvenes*, une collection de problèmes mathématiques et logiques destinée à entraîner les esprits et qui ne permet malheureusement pas d'établir ou de réfuter un lien entre Alcuin et l'Arithmétique de Boèce. Alcuin est pourtant considéré comme le premier lecteur anglo-saxon de Boèce ; seul Bède le Vénérable, dont l'un des étudiants fut le maître d'Alcuin, aurait pu prétendre à ce titre mais cette suggestion, avancée par Ogilvy en 1936,

11. Boèce, *Institution arithmétique* lxi : ces manuscrits sont au nombre de 28 selon la liste établie par Guillaumin.
12. « Alcuin », Encyclopaedia Britannica, 15th edition, 2010.
13. Luitpold Wallach, « Alcuin on Sophistry », *Classical Philology* 50.4 (oct. 1955) : 259.

fut rejetée par ce dernier en 1967, estimant plutôt que Bède n'avait jamais été en contact avec les écrits de Boèce [14].

On voit ensuite apparaître des exemplaires du *De arithmetica* à travers l'Europe de l'ouest, dans plusieurs catalogues de bibliothèques de monastères et dans les collections privées des membres du haut clergé, souvent accompagnée par les textes mieux connus de Boèce. À l'abbaye de Reichenau, les *Opusculis Boetii* – contenant l'*Arithmétique*, la *Géométrie* et la *Consolation de la Philosophie* – font partie de la liste de livres dès 821, tandis que l'abbé de Saint-Gall avait la *Consolation de la Philosophie* dans sa bibliothèque privée [15] et l'*Arithmétique* dans la bibliothèque de l'abbaye, accompagnée de la mention «*libri scottice scripti*» qui suggère qu'elle était connue jusque dans les îles Britanniques et que cet exemplaire en était peut-être même issu. Cependant Duft soutient que le plus ancien catalogue de Saint-Gall a été établi vers 884-88 [16] donc l'*Arithmétique* de Boèce n'était pas nécessairement arrivée en Angleterre avant le 9ème siècle car «les Anglais l'auraient certainement utilisée de manière extensive» [17].

Le bouche-à-oreille joue encore un rôle important dans la transmission de l'*Arithmétique* au cours de cette période, permettant de faire connaître Boèce aux écolâtres et de faire circuler des exemplaires du texte à l'extérieur des quelques bibliothèques monastiques en ayant le monopole jusqu'au 8ème siècle, comme le montre l'exemple de Loup de Ferrières. Dans une lettre [18] de 836 adressée à Éginhard, biographe de Charlemagne, Loup de Ferrières demande à son interlocuteur de lui expliquer quelques passages de l'arithmétique de Boèce.

14. Adrian Papahagi, « The Transmission of Boethius' De Consolatione Philosophiae in the Carolingian Age », *Medium Ævum* 78.1 (2009) : 2.

15. Voir le catalogue St. Gallen, Stiftsbibliothek, Cod. Sang. 267 dont les pages 30 à 32 recensent les livres appartenant à la collection privée de l'abbé Grimald de Wissembourg.

16. Johannes Duft, *Die Abtei St. Gallen : Beiträge zur Erforschung ihrer Manuskripte*, sous la dir. d'Ernst Ziegler Peter Ochsenbein, t. 1 (Thorbecke, 1990.) 14.

17. Jack David Angus Ogilvy, *Books Known to the English : 597-1066*, Medieval Academy Books 76 (Mediaeval Academy of America, 1967) 100.

18. Loup de Ferrières, *Epistolae*, V.

Alison White fait remarquer que Loup de Ferrières avait très probablement eu accès à deux exemplaires différents du *De arithmetica* car il mentionne dans sa lettre avoir lu deux orthographes d'un terme grec traduit en latin par Boèce [19]. Cela suggère que le petit nombre d'exemplaires de l'*Arithmétique* du temps d'Alcuin s'est significativement accru en moins d'un siècle et que ces nouvelles copies produites ont essaimé jusque dans les bibliothèques de Ferrières et de Fulda où Loup de Ferrières fut éduqué. En effet, celui-ci ne semble pas éprouver le besoin de présenter à son correspondant le texte ou de replacer dans leur contexte les passages sur lesquels il s'interroge. Margaret Gibson en déduit donc que Éginhard possédait lui-même une copie du livre de Boèce et avance que Boèce devait être connu par les deux hommes, supposant qu'ils avaient discuté de ce sujet auparavant, lors d'une visite de Loup à Seligenstadt [20].

Envoyé finir son éducation à l'école du palais d'Aix-la-Chapelle vers 792, Éginhard avait assisté entre autres aux cours d'Alcuin qu'il côtoya par la suite au sein du cercle d'érudits entourant Charlemagne, d'autant plus que les titres des manuscrits de la *Vita Karoli Magni* rédigée par Éginhard témoignent tous d'une paternité littéraire d'Alcuin [21]. C'était sans doute à Aix et sous l'impulsion d'Alcuin qu'Éginhard avait été mis en contact avec l'oeuvre de Boèce et qu'il s'était procuré une copie de l'*Arithmétique* pour la bibliothèque de l'abbaye qu'il fonda à Seligenstadt. Se considérant disciple d'Éginhard, Loup de Ferrières avait pris l'habitude d'emprunter à son maître ses livres d'auteurs romains [22] et d'inclure dans ses lettres à Éginhard des questions sur ces textes. Il avait ainsi été mis en contact, par Éginhard et ceux qui l'éduquèrent à Ferrières et à Fulda, avec la littérature classique

19. Alison White, « Boethius in the Medieval Quadrivium », *Boethius : His Life, Thought and Influence*, sous la dir. de Margaret Gibson (Oxford : B. Blackwell, 1982) 190, note 14 : et ut ait Nichomachus inmusitation siue, *ut alibi repperi*, enmusitation teorema proficiens.
20. Gibson, « Boethius in the Carolingian Schools » 49.
21. Matthias M. Tischler, « Alcuin, biographe de Charlemagne. Possibilités et limites de l'historiographie littéraire au Moyen Âge », *Annales de Bretagne et des Pays de l'Ouest* 111-3 (sept. 2004) : 454.
22. Robert J. Gariepy, *Lupus of Ferrières and the Classics* (Monographic Press, 1967) 24.

romaine qu'il s'efforça de promouvoir tout au long de sa vie [23], jouant lui-même un rôle d'éducateur auprès des jeunes étudiants de son abbaye à Ferrières. S'il s'avère qu'une copie de l'*Institution arithmétique* de Boèce se trouvait dans la bibliothèque de Loup de Ferrières – fort probable car il faisait régulièrement venir les écrits d'auteurs romains des collections d'autres monastères et il avait notamment été à la recherche de quelques commentaires de Boèce [24] – les étudiants de l'abbaye auraient été au moins en contact avec cet ouvrage, voire peut-être initiés à l'arithmétique à partir de celui-ci. En effet, Héric d'Auxerre, un des disciples de Loup qui succéda à Haymon comme maître de l'école de l'abbaye Saint-Germain, rédigea des gloses aux textes d'Aristote traduits par Boèce [25] et son propre successeur, Rémi d'Auxerre, commenta le *De consolatione* et les traités théologiques de Boèce [26], démontrant une certaine familiarité avec l'ensemble de la production littéraire de cet auteur romain.

On retrouve le *De institutione arithmetica* [27] une vingtaine d'années plus tard sous une nouvelle forme, à la cour d'un petit-fils de Charlemagne. Contrairement aux copies ni sobres ni luxueuses qui ornaient les bibliothèques des abbayes ou les rayons de collections privées d'hommes d'Église lettrés, cet exemplaire était destiné à être lu par un roi et il fut donc produit dans un style sans égal. Ce manuscrit provenant du scriptorium de Tours se distingue par le soin apporté à sa présentation et à ses diagrammes en couleur ornés de colonnes, feuilles, portraits et oiseaux, bien que la qualité du texte lui-même soit moyenne [28]. Il contient aussi deux belles enluminures, l'une mettant en scène Boèce et Symmaque en conversation [29], l'autre les quatre disciplines du *quadrivium*. Offert vers l'an 845 à Charles le

23. M. L. W. Laistner, « The Revival of Greek in Western Europe in the Carolingian Age », *History* 9.35 (1924) : 177.
24. Gibson, « Boethius in the Carolingian Schools » 47.
25. Ralph McInerny et Aloysius Robert Caponigri, *A History of Western Philosophy : Philosophy from St. Augustine to Ockham*, t. 2 (Regnerny, 1963.) 2.III.A : Il s'agit du *De l'interprétation* et des *Catégories.*
26. Pierre Riché, *Écoles et enseignement dans le Haut Moyen Âge : fin du Ve siècle-milieu du XIe siècle* (Picard, 1999.) 108.
27. Staatsbibliothek Bamberg Msc.Class.5.
28. Gibson, « Boethius in the Carolingian Schools » 50.
29. Margaret Gibson, « Codices Boethiani », *Revue d'Histoire des Textes* 14.1984 (1986) : 74.

Chauve, roi de la Francie occidentale créée par le traité de Verdun, ce cadeau doit être vu comme une tentative par un courtier inconnu de rentrer ou bien de rester dans les bonnes grâces des dirigeants du nouveau royaume après l'instabilité résultant de la mort de Louis le Pieux. Le livre de Boèce jouissait donc d'un certain niveau de reconnaissance auprès des cours carolingiennes dès le milieu du 9ème siècle.

1.2.2. Renaissance ottonienne

L'essor de l'enseignement médiéval se continue sous la renaissance ottonienne, intrinsèquement liée à la renaissance carolingienne qui la précède. L'enseignement du *trivium* se tourne alors davantage vers l'étude de la dialectique, basée jusque-là sur les ouvrages d'Aristote et de Porphyre – dont Boèce était le traducteur principal, grâce à la redécouverte de textes de Boèce à la suite de contacts avec l'Empire byzantin [30]. Par ailleurs, l'enseignement dispensé par Abbon de Fleury et Gerbert d'Aurillac, acteurs majeurs du renouveau culturel sous les Ottoniens, témoigne d'un intérêt plus marqué pour les disciplines du *quadrivium* [31] dont l'arithmétique et la géométrie, telles qu'enseignées par Boèce.

Le commentaire de l'abbé de Fleury sur le *Calculus* de Victorius d'Aquitaine comporte de nombreuses références aux textes des auteurs classiques sur l'arithmétique, la dialectique et la cosmologie, faisant étalage de la richesse et de l'étendue de ses sources dont l'*Arithmétique* de Boèce fait partie. En effet, sa présentation de l'unité en tant qu'origine de la multiplicité et donc du nombre lui-même provient de Boèce, tout comme la définition de la sagesse [32].

30. Riché, *Écoles et enseignement dans le Haut Moyen Âge* 265 : il s'agit du *De syllogismo hypothetico* et du *De categoricis syllogismis* que l'on trouve à Fleury et à Chartres sans mention des conditions dans lesquelles ces deux ouvrages sont arrivés en France.

31. Riché, *Écoles et enseignement dans le Haut Moyen Âge* 269.

32. Luigi Catalani, « «Omnia Numerorum Videntur Ratione Formata». A 'Computable World' Theory in Early Medieval Philosophy », *History and Philosophy of Computing : Third International Conference, HaPoC 2015, Pisa, Italy, October 8-11, 2015, Revised Selected Papers*, sous la dir. de Fabio Gadducci et Mirko Tavosanis, IFIP Advances in Information and Communication Technology (Springer International Publishing, 2016) 4.

Bien que l'*Arithmétique* n'ait pas été la source principale de la section du commentaire d'Abbon de Fleury portant sur l'arithmétique, partageant ce rôle avec les *Noces de Philologie et de Mercure* de Martianus Capella et les *Etymologiae* d'Isidore de Séville, l'ouvrage de l'abbé de Fleury contient quelques références à des passages du *De institutione arithmetica* et fut imprégné par la pensée boécienne [33]. Enfin, un manuscrit de l'*Arithmétique* de Boèce semble avoir été reçu à l'abbaye de Fleury lorsqu'Abbon en était l'abbé [34], il est donc vraisemblable qu'Abbon ait eu accès aux textes de Boèce lors de la rédaction de son commentaire.

Gerbert d'Aurillac, élu pape en 999 sous le nom de Sylvestre II, est un contemporain d'Abbon de Fleury grâce à qui l'arithmétique boécienne continua à se propager à travers l'Europe. Ayant lu Aristote et Porphyre en traduction ainsi que les œuvres de Virgile et Cicéron, cet homme s'intéressa aux mathématiques, à l'astronomie et à la musique. Il fut notamment écolâtre à l'école épiscopale de Reims, un des principaux centres d'étude de l'arithmétique, où il enseigna la dialectique et les matières du *quadrivium*. Un de ses élèves à Reims, Richer de Saint-Rémi, explique dans ses *Quatre livres d'histoire* que son maître était un disciple fidèle de Boèce [35] et qu'il avait puisé chez cet auteur romain la structure et le contenu de sa géométrie [36].

La géométrie de Boèce, d'après une lettre de Gerbert adressée au moine Constantin de l'abbaye de Fleury, semble aussi avoir influencé la méthode de l'*abacus* développée par Gerbert [37], dont est dérivé un jeu (*rithmomachia* [38]) qui requiert la maîtrise de la théorie

33. D'autant plus qu'Isidore de Séville rédigea le chapitre des *Etymologiae* sur l'arithmétique à partir des textes de Boèce et Martianus Capella.

34. Élisabeth Pellegrin, « La tradition des textes classiques latins à l'abbaye de Fleury-sur-Loire », *Revue d'histoire des textes* 14.1984 (1986) : 161.

35. Catalani 6.

36. Alexandre Olleris, « Sur l'enseignement de Gerbert », *Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres* 6.1 (1862) : 213.

37. Olleris 212.

38. Une courte description de ce jeu est donnée dans Marek Otisk, « The Interpretations and Applications of Boethius's Introduction to the Arithmetic II, 1 at the End of the 10th Century », *Gerbertvs* 5 (2014) : 51-53.

boécienne des rapports et la connaissance des nombres figurés. Jens Høyrup suggère que le développement de l'*abacus* et de ce jeu aidèrent l'arithmétique boécienne à rester d'actualité jusqu'au 16ème siècle [39].

1.3. Survie sous forme d'extraits et de notes

Il est difficile de retracer le parcours de l'*Arithmétique* de Boèce à travers les scriptoriums et les bibliothèques médiévales, malgré les indices produits par les manuscrits ayant survécu jusqu'à nos jours. Outre les exemplaires du *De institutione arithmetica* produits du 8ème au 12ème siècle, le texte de Boèce survit également sous la forme d'extraits ou de notes dans les ouvrages d'autres auteurs. Par exemple, l'auteur d'une note ajoutée à un manuscrit d'Auxerre [40] contenant la correspondance de Loup de Ferrières indique que la technique décrite par le texte, application d'une couche de cire à un panneau peint, est apparentée à celle que mentionne Boèce dans la préface du *De arithmetica.* Cet homme avait donc lu Boèce avec attention car la similarité qu'il relève provient d'une métaphore utilisée dans la préface de ce livre et non du contenu mathématique sur lequel un lecteur assidu aurait plus eu tendance à s'attarder.

Bernward de Hildesheim, évêque du 10ème siècle, est une autre illustration de la survie du contenu arithmétique de Boèce dans le texte d'un autre auteur. Cet évêque saxon rédigea un livre sur l'arithmétique en utilisant Boèce comme source, bien que peu de substance n'ait été ajoutée à l'original dont la structure est identique, ne faisant de son *Liber mathematicalis* qu'une copie reformulée de l'arithmétique de Boèce. Les lecteurs de son livre eurent donc accès à l'arithmétique de Boèce paraphrasée par Bernward de Hildesheim et purent l'étudier

39. Jens Høyrup, « Mathematics Education in the European Middle Ages », *Handbook on the History of Mathematics Education* (New York : Springer, 2014) 5-6.
40. Paris, Bibl. Nat., MS lat. 12949 : fol 38v-9v.

en tirant un bénéfice similaire à celui reçu par les lecteurs du livre source.

Enfin, certaines copies du texte de Boèce correspondent au programme de production de textes scolaires dans les monastères de Germanie, souvent écrits et glosés par un groupe identifiable de scribes [41]. Ainsi, le *De arithmetica* fait partie de textes copiés à Freising au 10ème siècle par un assistant du scribe de l'évêque Abraham ; deux exemplaires sont produits à Echternach vers l'an 1000, accompagnés du *De musica* de Boèce ; le moine Froumund de l'abbaye de Tegernsee recopia de sa propre main une portion du *De arithmetica* qu'il obtint en échange de ses livres de Persius et de Juvenal, sa correspondance mettant en évidence un réseau de prêts de manuscrits entre abbayes [42].

1.4. Écoles cathédrales et universités

Entre le 8ème et le 12ème siècle, l'*Arithmétique* de Boèce se répandit à travers le monde occidental. Le nombre élevé d'exemplaires produits, sa présence parmi les textes lus dans les premières écoles et son influence sur les auteurs de compilations encyclopédiques médiévales la promurent comme l'un des ouvrages de référence dans l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles cathédrales [43], ce qu'elle demeura pendant plusieurs siècles. Ce rayonnement de cette œuvre jusqu'au 12ème siècle en fit une option séduisante pour un manuel d'arithmétique au commencement de l'enseignement universitaire.

Les manuscrits copiés pendant ces quelques siècles se distinguent de la période précédente par leur aspect beaucoup plus fruste, ce qui se justifierait selon Guillaumin par le changement de la destination de ces textes, vers l'enseignement des moines et la préparation

41. White 174.
42. White 175-77.
43. David Eugene Smith, *Rara Arithmetica* (Boston : Ginn et Company, 1908) 28.

à l'enseignement universitaire[44]. En effet, pendant le 12ème siècle et la première moitié du 13ème, l'*Arithmétique* de Boèce – accompagnée des textes de Cassiodore et d'Isidore de Séville – est utilisée à Oxford et à Cambridge pour enseigner l'arithmétique[45]. Elle figure aussi sur la liste de lectures requises afin d'accéder à la maîtrise ès-arts à Oxford[46]. L'influence des écrits scientifiques de Boèce est aussi présente en France mais elle est difficile à quantifier car il existe peu de documents sur l'étude des matières du *quadrivium* à l'université de Paris au cours du 13ème siècle[47]. Toutefois, le *De institution arithmetica* est cité par Alexandre Neckam comme un des livres requis à l'université de Paris où celui-ci enseigne pour pouvoir être considéré comme instruit en arts libéraux[48]. Enfin, Robert Grosseteste et son disciple Roger Bacon, ayant passé une bonne partie de leur carrière académique à Paris, se réfèrent régulièrement à l'*Arithmétique* de Boèce[49]. Il était d'ailleurs coutume chez les étudiants de faire des copies de leurs notes de cours et de leurs manuels, ce qui aura vraisemblablement contribué à la production de nombreux exemplaires de ce livre et à sa propagation à travers l'Europe.

2. Lecteurs médiévaux notables

2.1. Isidore de Séville

L'évêque Isidore de Séville, auteur du 6ème siècle ayant rédigé les *Etymologiae*, fait partie de ceux qui ont été influencés par l'œuvre de Boèce et qui ont contribué à sa transmission en s'inspirant de son contenu lors de la rédaction de leurs propres écrits. Isidore compile dans ses *Etymologiae* une quantité impressionnante de savoir sur des thèmes très variés,

44. Boèce, *Institution arithmétique* lxii.
45. Schrader, « The Arithmetic of the Medieval Universities » 269.
46. Joseph Dyer, « Speculative 'Musica' and the Medieval University of Paris », *Music & Letters* 90.2 (2009) : 192.
47. Kibre 71.
48. Dyer 181.
49. Kibre 74-75.

écrite dans un latin simple et utile, afin de fournir à un public chrétien et surtout aux membres du clergé les connaissances nécessaires à leur éducation et d'éviter ainsi les erreurs intellectuelles conduisant à l'hérésie [50].

Le livre III de cet ouvrage, intitulé *De mathematica*, porte ainsi sur les matières du *quadrivium*, terme emprunté à Boèce, et les explore dans l'ordre que celui-ci recommande. Bien qu'une majorité de ce livre soit inspirée par les *Institutiones* de Cassiodore, la section sur l'arithmétique comporte des ajouts importants provenant de l'arithmétique de Boèce [51] dont quelques exemples numériques, eux-mêmes rajoutés par Boèce au texte de Nicomaque [52]. Comme Cassiodore s'était lui-même servi des ouvrages de Boèce pour écrire ses *Institutiones*, l'influence de Boèce reste fortement présente dans l'arithmétique qui est enseignée par Isidore de Séville, d'autant plus que les contributions originales d'Isidore sont peu nombreuses [53].

Boèce semble d'ailleurs avoir obtenu une réputation de passeur de savoir dès le 6ème siècle, car il est mentionné par Isidore aux côtés d'Apulée comme l'un des deux auteurs ayant traduit en latin les ouvrages des pères des mathématiques [54]. De plus, il est possible qu'Isidore ait eu accès à la traduction latine de Boèce des *Éléments* d'Euclide, aujourd'hui perdue [55]. Bien qu'Høyrup ne considère pas Isidore comme un passeur de savoir mathématique, il estime que celui-ci était parvenu à transmettre aux générations suivantes la certitude que les mathématiques, et donc l'arithmétique, occupaient une place importante et légitime dans la culture chrétienne. [56]. Isidore de Séville mérite donc assurément sa place

50. De Séville 17-18.
51. De Séville 15.
52. Kaylor et Phillips.
53. Kaylor et Phillips 155-57.
54. De Séville 89.
55. Isabel M. Serrano, Lucy H. Odom et Bogdan D. Suceavă, « Quadrivium : The Structure of Mathematics as Described in Isidore of Seville's Etymologies », *The Mathematical Intelligencer* 39.4 (déc. 2017) : 52.
56. Høyrup, « Jordanus de Nemore, 13 th Century Mathematical Innovator » 312.

aux côtés des lecteurs médiévaux notables du *De institutione arithmetica*, dépassant la simple réécriture ou compilation du traité de Boèce.

2.2. Abbon de Fleury

Le travail mathématique produit par Abbon de Fleury a été inspiré par une maxime du *Calculus* de Victorius d'Aquitaine qui accompagne la définition de l'arithmétique comme science de l'unité [57]. Cette inspiration est donc à la source du commentaire détaillé de cet ouvrage qu'il rédiga dans le but de former un pont «introductif» vers l'arithmétique, c'est à dire un texte scolastique destiné à l'apprentissage des membres de son abbaye [58].

Parmi les sources qui ont été consultées pour écrire ce texte, Abbon fait plusieurs fois directement référence à des passages du *De arithmetica* lorsqu'il se penche sur des questions relevant de la relation entre égalité et inégalité [59] puis des nombres parfaits, imparfaits et plus-que-parfaits [60]. Ce commentaire tente alors de révéler l'aspect théologique des mathématiques et de mettre en évidence que l'étude des nombres et de leurs propriétés permet de s'approcher de la compréhension de la divinité [61]. C'est pourquoi Abbon s'inspire de la définition de la sagesse donnée par Boèce [62] qui partage cette conception de la relation entre le monde et le nombre. L'étude de la théorie des nombres dépasse alors les simples calculs et s'approche de la contemplation.

57. Victorius d'Aquitaine, *De ratione calculi* préface : *Unitas illa, unde omnis numerorum multitudo procedit, quae proprie ad arithmeticam disciplinam pertinet, quia vere simplex est et nulla partium congregatione subsistit, nullam utique recipit sectionem.*
58. Catalani 3.
59. Otisk 36.
60. G.R. Evans et A.M. Peden, « Natural Science and Liberal Arts in Abbo of Fleury's Commentary on the Calculus of Victorius of Aquitaine », *Viator* 16 (1985) : 118.
61. Catalani 4.
62. Mentionnée au 1.2.2.

2.3. Gerbert d'Aurillac

Tandis qu'Abbon de Fleury n'utilisa l'*Arithmétique* de Boèce que dans le cadre d'un commentaire sur le texte d'un autre auteur et à des fins plutôt philosophiques que calculatoires, les commentaires de Gerbert d'Aurillac regroupés dans son *Scholium ad Boethii arithmeticam institutionem* portent sur le contenu mathématique du texte étudié. Ses commentaires furent rédigés sur recommandation de l'empereur Otto III [63] auquel Gerbert avait envoyé une copie du *De institutione arithmetica* [64]. Il composa par la suite le *saltus Gerberti* dans lequel il fournit une solution aux problèmes posés par Boèce dans les chapitres I.32 et II.1 de son *Arithmétique* et un commentaire sur ce même texte [65]. Après avoir passé quelques années à la cour d'Otto en tant que précepteur de son fils, Gerbert fut chargé par l'archevêque de Reims de restructurer l'école cathédrale de Reims pour lui redonner son lustre d'antan en employant tout les moyens nécessaires [66]. Gerbert en profita pour concevoir son propre programme d'enseignement en suivant le modèle du *quadrivium* qui eut un grand succès et propulsa Reims au rang des centres d'études de l'arithmétique [67]. Leigh Atkinson attribue la réussite de Gerbert au rôle central joué par les mathématiques dans son nouveau *curriculum* [68] car, contrairement à ses contemporains, Gerbert travaille directement avec les sources mathématiques traditionnelles et s'inspire des sciences arabes avec lesquelles il fut mis en contact lors de son séjour en Catalogne [69].

Le fait de remplacer les chiffres romains par les chiffres arabes permettait en effet à Gerbert d'alléger les problèmes numériques typiques de l'arithmétique [70] et de manipuler

63. Catalani 6.
64. Kaylor et Phillips 158.
65. Boèce, *Institution arithmétique* lviii.
66. Leigh Atkinson, « When the Pope was a Mathematician », *The College Mathematics Journal* 36.5 (nov. 2005) : 358.
67. Pierre Riché, « Éducation et enseignement monastique dans le Haut Moyen-Âge », *Médiévales* 13 (1987) : 138-39.
68. Atkinson 358.
69. Catalani 6.
70. Gerbert se servit aussi des chiffres arabes pour améliorer l'efficacité de l'*abacus* romain, méthode de

plus facilement les relations fondamentales en musique qui provenant des proportions mathématiques définies par Boèce [71]. Échappant ainsi aux pièges de la terminologie verbeuse de ce dernier, Gerbert put étudier le *De arithmetica* sous un nouveau jour et réussit à mettre en évidence quelques problèmes logiques dans ce texte [72].

Il décrit dans son *saltus Gerberti* une méthode pour réduire le triplet $\{16, 20, 25\}$ dont les termes sont sesquiquartes [73] à un triplet d'unités qui combine deux formules données par Boèce : la première permet de réduire un triplet superpartiel ou superpartient à un triplet de multiples (Boèce I.32) et la deuxième de transformer un triplet de multiples en un triplet de nombres égaux (Boèce II.1). Gerbert entreprit ce projet afin de vérifier l'aspect arithmétique de la théorie boécienne soutenant que toutes les inégalités peuvent être réduites à l'égalité dont elles sont issues [74]. Bien qu'il porte un intérêt particulier aux applications pratiques des mathématiques, Gerbert n'omet pas pour autant la dimension philosophique de cette discipline et il emprunte aussi à Boèce la conception de l'univers comme étant structuré de la même manière que le nombre que l'on retrouve chez Abbon [75].

---

calcul avec laquelle il enseignait l'arithmétique, en substituant des jetons, *apices*, marqués par les chiffres 1 à 9, aux *calculi* identiques et encombrants qui dénotaient les unités à additionner. Voir Atkinson 359.

71. Otisk 37-38.
72. White 169.
73. C'est à dire que $20 = 16 + 16/4$ et $25 = 20 + 20/4$.
74. White 169.
75. Kaylor et Phillips 158.

3. Boèce dans l'enseignement du *quadrivium*

3.1. Alcuin

Comme indiqué lors de l'étude de la transmission du *De institutione arithmetica*, Alcuin amorça la renaissance carolingienne mentionnée. Au-delà de son rôle dans la redécouverte des commentaires de Boèce au Moyen-Âge, Alcuin est aussi responsable de la diffusion dans l'enseignement médiéval du *quadrivium* tel que conçu par Boèce dans l'*Arithmetica*. L'héritage qu'il retient de celui-ci, d'une nature distincte du contenu arithmétique qui ne semble pas avoir eu d'influence ni sur lui, ni sur sa production mathématique, consiste d'une part en l'ordre d'étude de la deuxième moitié des sept arts libéraux, et en la clarté de l'objectif qui justifie l'apprentissage du *quadrivium* dans cet ordre [76]. En effet, les sept arts libéraux forment pour Alcuin un escalier permettant de s'approcher de la sagesse [77].

Invité par Charlemagne à Aix-la-Chapelle puis nommé professeur à l'école palatine, Alcuin fut chargé de mettre en place un enseignement rivalisant avec celui qu'il avait reçu à York [78]. Cette charge s'inscrit dans le cadre des décrets de Charlemagne [79] ordonnant que des écoles soient ouvertes pour instruire les membres du clergé et les fils d'hommes libres [80]. Bien que l'enseignement dispensé dans ces écoles cathédrales nouvellement créées soit assez rudimentaire et malgré la réticence des sujets de Charlemagne à respecter ses décrets, les élèves apprennent à lire et écrire avant d'aborder le *computus* [81] puis d'être initiés aux disciplines du *trivium* [82]. Alcuin ne se heurta pas à ces difficultés lors de son mandat à l'école palatine et put enseigner l'arithmétique, l'astronomie, la rhétorique et la dialectique à ses étudiants [83].

76. Gibson, « Boethius in the Carolingian Schools » 45.
77. Alcuin *De grammatica* (PL 101.853).
78. West 40.
79. Voir Charlemagne, *Admonitio generalis*, chapitre 72, édité dans *MGH, Leges, II, Capitularia regum Francorum, I*, Hanovre, 1883, p. 60.
80. West 49, 55.
81. Méthode permettant de calculer les dates importantes du calendrier chrétien.
82. West 58.
83. West 45.

3.2. École de Chartres

Au 12ème siècle, les traités scientifiques de Boèce sont étudiés par les membres de l'école de Chartres [84] dont fait partie Thierry de Chartres. Cet homme, lecteur avide des textes faisant autorité sur les arts du langage (*trivium*) et les arts de la quantité (*quadrivium*), connaît aussi les *Noces de Philologie et de Mercure* de Martianus Capella auxquelles il fait référence en avançant que le *quadrivium* doit être uni au *trivium* car le premier éclaire l'intelligence tandis que le deuxième permet d'exprimer l'intelligence de manière correcte, rationnelle et ornée [85]. Thierry rédigea à ces fins une anthologie, l'*Heptateuchon*, réunissant en deux volumes quarante-cinq textes qu'il estime nécessaires à l'étude des sept arts libéraux [86] et les classant selon leur appartenance au *trivium* ou au *quadrivium* [87]. Quatre textes d'arithmétique ont été sélectionnés par Thierry de Chartres pour figurer dans l'*Heptateuchon* : le *De institutione arithmetica* est suivi de la scholie de Gerbert d'Aurillac - le *Scolium as Boethii arithmeticam institutionem*, puis d'un passage des *Noces* de Martianus Capella et enfin des *Éléments* d'Euclide tels qu'ils figurent dans la compilation de Robert de Chester [88]

Selon Michael Masi, l'étude des mathématiques boéciennes entreprise par cette école est aussi connectée à la présence d'une cathédrale médiévale à Chartres [89]. L'architecture est en effet soumise aux lois des proportions énoncée par Boèce dans son *Arithmétique* [90] et ses principes mathématiques influencèrent la façon de penser de ceux qui conçurent la

84. Boèce, *Institution arithmétique* lviii.
85. Max Lejbowicz, « Le premier témoin scolaire des Éléments arabo-latins d'Euclide : Thierry de Chartres et l'Heptateuchon », *Revue d'histoire des sciences* 56.2 (2003) : 349.
86. Charles Homer Haskins, *Studies in the history of mediaeval science*, Harvard historical studies 27 (Cambridge : Harvard University Press, 1924) 90-91.
87. Lejbowicz 351.
88. Lejbowicz 360-61.
89. Masi 31.
90. Boèce, *Institution arithmétique* lviii.

cathédrale de Chartres, tout comme celle d'Hildesheim [91].

3.3. Universités médiévales

L'enseignement dispensé par les universités du nord de l'Europe, descendantes directes des écoles cathédrales, reste centré sur les sept arts libéraux contrairement aux universités de Bologne et de Padoue qui, étant à l'origine des écoles de droit puis de médecine, considéraient les matières du *quadrivium* comme auxiliaires à l'étude de la médecine [92]. Dès le 12ème siècle, l'enseignement universitaire se tourne vers l'étude de textes à partir desquels les étudiants développent une réflexion tout en étant guidés par un maître. Les traités d'arithmétique et de musique de Boèce sont alors utilisés comme manuels dans les universités d'Oxford et de Paris et sont par la suite supplémentés par des traités plus avancés, rédigés au cours des 13ème et 14ème siècles [93], l'arithmétique conservant encore sa place centrale dans le *quadrivium*, concurrencée seulement par la géométrie [94].

On constate en effet que, tout comme les matières du *trivium* enseignées afin de préparer les étudiants à la lecture de la Bible et à la théologie, une solide connaissance de l'arithmétique permettait, en plus de ses applications pratiques, d'étudier les interprétations allégoriques des nombres de l'Ancien Testament et du Nouveau Testament [95].

91. Masi 34.
92. Høyrup, « Mathematics Education in the European Middle Ages » 11.
93. Edward Grant, *The Foundations of Modern Science in the Middle Ages : Their Religious, Institutional and Intellectual Contexts*, Cambridge Studies in the History of Science (Cambridge : Cambridge University Press, 1996.) 44-45.
94. Grant, *The Foundations of Modern Science in the Middle Ages* 46.
95. Dyer 180.

Estompement du *De Arithmetica*

Le *De institutione arithmetica* continua à influencer l'arithmétique du Moyen-Âge et même au-delà. En effet, bien que ce traité ait été remplacé par de nouveaux livres d'arithmétique, sa substance survit dans le *De elementis arismetice artis* de Jordanus Nemorarius, ouvrage de référence qui est imprimé dès 1496 et diffusé dans des couches plus larges de la population [96], dont les contributions sont principalement méthodologiques [97]. Ainsi intégré à des éléments mathématiques arabes, l'héritage de Boèce continua son chemin dans le texte de Jordanus qui influença considérablement les mathématiques européennes jusqu'au 16ème siècle.

96. Boèce, *Institution arithmétique* lx.
97. Gillian R. Evans, « From Abacus to Algorism : Theory and Practice in Medieval Arithmetic », *The British Journal for the History of Science* 10.2 (1977) : 123.

Conclusion

Né à Rome au $6^{\text{ème}}$ siècle, Boèce rédigea son *De institutione arithmetica* pendant une période où l'Italie souffrait d'une insuffisance de textes philosophiques et scientifiques écrits en latin. De plus, les textes philosophiques et scientifiques grecs étaient devenus de plus en plus inaccessibles car lire le grec était désormais une compétence rare dans la partie occidentale du monde romain. Boèce a néanmoins réussi à produire un texte latin comblant partiellement cette insuffisance en arithmétique en réalisant une traduction-adaptation de l'*Introduction à l'Arithmétique* de Nicomaque de Gérase qui conserve les concepts mathématiques tout en les présentant sous une forme qu'il estimait être plus pédagogique.

Le traité de Nicomaque étant une compilation de l'arithmétique grecque du 1^{er} siècle et sa traduction par Boèce ayant été utilisée comme manuel d'arithmétique dans les monastères jusqu'au $8^{\text{ème}}$ siècle puis dans les écoles cathédrales et les premières universités, le traité de Boèce servit de véhicule entre les mathématiques grecques et l'enseignement de l'arithmétique au Moyen-Âge.

Produit du milieu culturel et social dans lequel il évolue, Boèce doit sa formation, sa maîtrise du grec et son engouement pour le néoplatonisme au père adoptif, le sénateur lettré Symmaque, qui lui fournit les ressources nécessaires pour cultiver son intérêt pour les arts et les sciences, qui lui fit profiter de son propre cercle d'intellectuels et qui encadra les projets littéraires de Boèce durant sa vie entière.

Tout au long du *De institutione arithmetica*, les nombres sont classés selon des catégories découlant de la séparation entre l'unité et la dualité, extrêmes entre lesquels l'harmonie est placée. Cette structure est héritée de l'opposition d'origine pythagoricienne entre le Même et l'Autre, qui a été reprise par Platon[98]. Ainsi l'étude de ce traité, exposant le lecteur à des thèmes philosophiques chers au néoplatonisme, visait à préparer celui-ci à l'étude de la philosophie.

L'enseignement médiéval de l'arithmétique se concrétisa à partir du traité rédigé par Boèce. En effet, celui-ci servit d'ouvrage de référence et de manuel d'arithmétique pendant plusieurs siècles dans les écoles monastiques, les écoles cathédrales et enfin les premières universités. De plus, le *De institutione arithmetica* inspira les compilations et traités scientifiques d'Isidore de Séville et de Gerbert d'Aurillac, entre autres, qui eurent eux-mêmes une influence non négligeable sur le monde intellectuel médiéval. Finalement le curriculum de l'enseignement des sciences au Moyen-Âge s'établit en suivant le modèle du *quadrivium*, tel que conçu par Boèce.

Ce mémoire aura offert un aperçu de l'aspect scientifique des œuvres de Boèce, qui ne peut être négligé. Bien que celui-ci ne puisse être considéré comme un mathématicien au même titre qu'Euclide et Nicomaque, sa modeste traduction de l'*Introduction à l'Arithmétique* témoigne d'une compréhension plus qu'acceptable de son contenu arithmétique. Avec ses propres ajouts au-delà de la traduction du texte initial, Boèce parvint en effet à produire un texte latin d'une qualité tout à fait respectable qui fut utilisé pendant plusieurs siècles pour enseigner l'arithmétique, atteignant un succès similaire à celui du livre grec qui en était à l'origine.

98. Boèce, *Institution arithmétique* Note 79, p. 214.

Il est à espérer qu'une tentative plus large soit entreprise pour étudier l'évolution de la tradition boécienne vers la fin du Moyen-Âge et le début de la Renaissance, chez les commentateurs du *De institutione arithmetica* et dans les ouvrages en étant dérivés.

Bibliographie

Sources

Boèce. *Opera Omnia*. T. 64. Sous la dir. de Jacques Paul Migne. Patrologiae Cursus Completus. Series Latina. Garnier, 1847.

——.*La consolation philosophique de Boèce / traduction nouvelle en prose et en vers, avec le texte en regard et accompagnée d'une introduction et de notes, par Louis Judicis de Mirandol*. Trad. par Louis Judicis de Mirandol. Éditions de la Maisnie. Paris : Hachette, 1861.

——.*Boethian Number Theory : a translation of the De institutione arithmetica (with introduction and notes)*. Trad. par Michael Masi. Studies in classical antiquity 6. Amsterdam : Rodopi, 1983.

——.*Institution arithmétique*. Trad. par Jean-Yves Guillaumin. Collection des universités de France 0184-7155. Paris : Les Belles lettres, 2002.

Cassiodore. *The Letters of Cassiodorus : Being a Condensed Translation of the Variae Epistolae of Magnus Aurelius Cassiodorus Senator*. Trad. par Thomas Hodgkin. London : Henry Frowde, 1886.

——. *The Variae : The Complete Translation*. Trad. par M. Shane Bjornlie. 1re éd. University of California Press, 2019.

De Séville, Isidore. *The Etymologies of Isidore of Seville*. Éd. établie et trad. par Stephen A. Barney, et al. Cambridge : Cambridge University Press, 2006.

ENNODIUS, Magnus Felix. *Magni Felicis Ennodi Opera*. Sous la dir. de Friedrich VOGEL. Monumenta Germaniae Historica. Auctores Antiquissimi 7. Berolini : Apvd Weidmannos, 1885.

JORDANÈS. *The Gothic History of Jordanes : In English with an Introduction and a Commentary*. Trad. par Charles Christopher MIEROW. Evolution Publishing, 1915.

—.*De Summa Temporum Vel Origine Actibusque Gentis Romanorum*. Trad. par B.T. REGAN. 2003.

NICOMAQUE DE GÉRASE. *Introduction to Arithmetic*. Trad. par Martin Luther D'OOGE. University of Michigan Studies : Humanistic series 16. New York : Macmillan Company, 1926.

PLUTARQUE. « Vie de Camille ». *Vies parallèles*. Sous la dir. de François HARTOG. Trad. par Anne-Marie OZANAM. Paris : Gallimard, 2002.

PROCOPE. *History of the Wars, Volume III : Books 5-6.15 (Gothic War)*. Trad. par H.B. DEWING. Loeb Classical Library 107. Cambridge, MA : Harvard University Press, 1916.

Ouvrages de référence

KAYLOR, Jr., Noel Harold et Philip Edward PHILLIPS. *A Companion to Boethius in the Middle Ages*. Leiden : Brill, 2012.

MARENBON, John, éd. *The Cambridge Companion to Boethius*. Cambridge Companions to Philosophy. Cambridge : Cambridge University Press, 2009.

MARTINDALE, John Robert. *The Prosopography of the later Roman Empire : Volume II (A.D. 395-527)*. T. 2. Cambridge : Cambridge University Press, 1994.

Bibliographie générale

ARNOLD, Jonathan J. *Theoderic and the Roman Imperial Restoration*. Cambridge : Cambridge University Press, 2014.

ATKINSON, Leigh. « When the Pope was a Mathematician ». *The College Mathematics Journal* 36.5 (nov. 2005) : 354-362.

BARRETT, Helen. *Boethius : some aspects of his life and work*. New York : Russel & Russel, 1965.

BJORNLIE, M. Shane. « Governmental Administration ». *A Companion to Ostrogothic Italy*. Leiden : Brill, 2016. 47-72.

CALDWELL, John. « The De Institutione Arithmetica and the De Institutione Musica ». *Boethius : His Life, Thought and Influence*. Sous la dir. de Margaret GIBSON. Oxford : B. Blackwell, 1982. 135-154.

CATALANI, Luigi. « «Omnia Numerorum Videntur Ratione Formata». A 'Computable World' Theory in Early Medieval Philosophy ». *History and Philosophy of Computing : Third International Conference, HaPoC 2015, Pisa, Italy, October 8-11, 2015, Revised Selected Papers*. Sous la dir. de Fabio GADDUCCI et Mirko TAVOSANIS. IFIP Advances in Information and Communication Technology. Springer International Publishing, 2016. 131-140.

CHADWICK, Henry. *Boethius : the consolations of music, logic, theology and philosophy*. Oxford : Clarendon Press, 1990.

COURCELLE, Pierre. « Boèce et l'école d'Alexandrie ». *Mélanges d'archéologie et d'histoire* 52.1 (1935) : 185-223.

—.*Les lettres grecques en Occident, de Macrobe à Cassiodore*. Nouv. ed. rev. et augm. Bibliothèque des écoles françaises d'Athènes et de Rome 159. Paris : E. de Boccard, 1948.

DUFT, Johannes. *Die Abtei St. Gallen : Beiträge zur Erforschung ihrer Manuskripte*. T. 1. Sous la dir. d'Ernst Ziegler PETER OCHSENBEIN. Thorbecke, 1990.

DYER, Joseph. « Speculative 'Musica' and the Medieval University of Paris ». *Music & Letters* 90.2 (2009) : 177-204.

EVANS, Gillian R. « From Abacus to Algorism : Theory and Practice in Medieval Arithmetic ». *The British Journal for the History of Science* 10.2 (1977) : 114-131.

EVANS, G.R. et A.M. PEDEN. « Natural Science and Liberal Arts in Abbo of Fleury's Commentary on the Calculus of Victorius of Aquitaine ». *Viator* 16 (1985) : 109-127.

GALONNIER, Alain. « Cassiodore entre politique et science : l'exemple du portrait de Boèce ». *Schola Salernitana* IX (2004) : 61-87.

—.*Boèce. Opuscula Sacra*. T. 1. Philosophes médiévaux. Louvain-la-Neuve : Éditions de l'Institut supérieur de philosophie, 2007.

GARIEPY, Robert J. *Lupus of Ferrières and the Classics*. Monographic Press, 1967.

GIBBON, Edward. *The History of the Decline and Fall of the Roman Empire : Edited in Seven Volumes with Introduction, Notes, Appendices, and Index*. T. 4. Sous la dir. de J. B. BURY. Cambridge Library Collection - Classics. Cambridge : Cambridge University Press, 2013.

GIBSON, Margaret. « Boethius in the Carolingian Schools ». *Transactions of the Royal Historical Society* 32 (1982) : 43-56.

—.« Codices Boethiani ». *Revue d'Histoire des Textes* 14.1984 (1986) : 71-75.

GRANT, Edward. *The Foundations of Modern Science in the Middle Ages : Their Religious, Institutional and Intellectual Contexts*. Cambridge Studies in the History of Science. Cambridge : Cambridge University Press, 1996.

GRANT, Hardy. « Mathematics and the Liberal Arts-II ». *The College Mathematics Journal* 30.3 (1999) : 197-203.

GUILLAUMIN, Jean-Yves. « Le statut des mathématiques chez Boèce ». *Revue des Études Anciennes* 92.1-2 (1990) : 121-126.

——.« Mathématique et organisation politique dans un texte scientifique latin des années 500 (Boèce, Institution arithmétique 2, 45) ». *Collection de l'Institut des Sciences et Techniques de l'Antiquité* 850.1 (2002) : 151-162.

HASKINS, Charles Homer. *Studies in the history of mediaeval science*. Harvard historical studies 27. Cambridge : Harvard University Press, 1924.

HEATH, T. L. *A History of Greek Mathematics*. Cambridge Library Collection - Classics. Cambridge : Cambridge University Press, 2013.

HEDRICK, Charles W. Jr. *History and silence : purge and rehabilitation of memory in late antiquity*. Austin : University of Texas Press, 2000.

HEN, Yitzhak. « Adaptation : The Ostrogothic Court of Theoderic the Great ». *Roman Barbarians : The Royal Court and Culture in the Early Medieval West*. Medieval Culture and Society. London : Palgrave Macmillan UK : Palgrave Macmillan, 2007. 27-58.

HODGKIN, Thomas. *Theodoric the Goth : The Barbarian Champion of Civilization*. G. P. Putnam's sons, 1891.

HØYRUP, Jens. « Jordanus de Nemore, 13th Century Mathematical Innovator : an Essay on Intellectual Context, Achievement, and Failure ». *Archive for History of Exact Sciences* 38.4 (1988) : 307-363.

——.« Mathematics Education in the European Middle Ages ». *Handbook on the History of Mathematics Education*. New York : Springer, 2014. 109-124.

KIBRE, Pearl. « The Boethian 'De Institutione Arithmetica' and the 'Quadrivium' in the Thirteenth Century University Milieu at Paris ». *Boethius and the Liberal Arts. A collection of Essays*. Sous la dir. de Michael MASI. Berne : Peter Lang, 1981. 67-80.

KIRBY, Helen. « The Scholar and his Public ». *Boethius : His Life, Thought and Influence*. Sous la dir. de Margaret GIBSON. Oxford : B. Blackwell, 1982. 44-69.

LAISTNER, M. L. W. « The Revival of Greek in Western Europe in the Carolingian Age ». *History* 9.35 (1924) : 177-187.

LEJBOWICZ, Max. « Le premier témoin scolaire des Éléments arabo-latins d'Euclide : Thierry de Chartres et l'Heptateuchon ». *Revue d'histoire des sciences* 56.2 (2003) : 347-368.

LOZOVSKY, Natalia. « Intellectual Culture and Literary Practices ». *A Companion to Ostrogothic Italy*. Sous la dir. de Jonathan ARNOLD, Shane BJORNLIE et Kristina SESSA. Leiden, Netherlands : Brill, 2016.

MASI, Michael. « Boethius' De institutione arithmetica in the context of mediaeval mathematics ». *Congresso internazionale di studi boeziani (Pavia, 5-8 ottobre 1980)*. 1981. 263-272.

MCINERNY, Ralph et Aloysius Robert CAPONIGRI. *A History of Western Philosophy : Philosophy from St. Augustine to Ockham*. T. 2. Regnerny, 1963.

MCKINLAY, Arthur Patch. « Stylistic Tests and the Chronology of the Works of Boethius ». *Harvard Studies in Classical Philology* 18 (1907) : 123-156.

MOORHEAD, John. « The Last Years of Theoderic ». *Historia : Zeitschrift für Alte Geschichte* 32.1 (1983) : 106-120.

O'DONNELL, James Joseph. *The Ruin of the Roman Empire*. 1st Ecco pbk. New York : Ecco, 2009.

OGILVY, Jack David Angus. *Books Known to the English : 597-1066*. Medieval Academy Books 76. Mediaeval Academy of America, 1967.

OLLERIS, Alexandre. « Sur l'enseignement de Gerbert ». *Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres* 6.1 (1862) : 211-213.

OTISK, Marek. « The Interpretations and Applications of Boethius's Introduction to the Arithmetic II, 1 at the End of the 10th Century ». *Gerbertvs* 5 (2014) : 33-56.

PAPAHAGI, Adrian. « The Transmission of Boethius' De Consolatione Philosophiae in the Carolingian Age ». *Medium Ævum* 78.1 (2009) : 1-15.

PELLEGRIN, Élisabeth. « La tradition des textes classiques latins à l'abbaye de Fleury-sur-Loire ». *Revue d'histoire des textes* 14.1984 (1986) : 155-167.

RADTKI, Christine. « The Senate at Rome in Ostrogothic Italy ». *A Companion to Ostrogothic Italy*. Leiden : Brill, 2016. 121-146.

REISS, Edmund. *Boethius*. Twayne's world authors series TWAS 672. Boston : Twayne Publishers, 1982.

RICHÉ, Pierre. « Éducation et enseignement monastique dans le Haut Moyen-Âge ». *Médiévales* 13 (1987) : 131-141.

—.*Écoles et enseignement dans le Haut Moyen Âge : fin du Ve siècle-milieu du XIe siècle.* Picard, 1999.

SCHRADER, Dorothy V. « The Arithmetic of the Medieval Universities ». *The Mathematics Teacher* 60.3 (1967) : 264-278.

—.« De Arithmetica, Book I, of Boethius ». *The Mathematics Teacher* 61.6 (1968) : 615-628.

SERRANO, Isabel M., Lucy H. ODOM et Bogdan D. SUCEAVĂ. « Quadrivium : The Structure of Mathematics as Described in Isidore of Seville's Etymologies ». *The Mathematical Intelligencer* 39.4 (déc. 2017) : 51-56.

SMITH, David Eugene. *Rara Arithmetica*. Boston : Ginn et Company, 1908.

—.« The Influence of the Mathematical Works of the Fifteenth Century Upon Those of Later Times ». *The Papers of the Bibliographical Society of America* 26.1/2 (1932) : 143-171.

—.*Mathematics*. New York : Cooper Square Publishers, 1963.

STEWART, H. F. *Boethius : an essay*. Edinburgh : W. Blackwood et sons, 1891.

TISCHLER, Matthias M. « Alcuin, biographe de Charlemagne. Possibilités et limites de l'historiographie littéraire au Moyen Âge ». *Annales de Bretagne et des Pays de l'Ouest* 111-3 (sept. 2004) : 443-459.

WALLACH, Luitpold. « Alcuin on Sophistry ». *Classical Philology* 50.4 (oct. 1955) : 259-261.

West, Andrew Fleming. *Alcuin and the Rise of the Christian Schools.* The Great Educators 3. London : Heinemann, 1893.

White, Alison. « Boethius in the Medieval Quadrivium ». *Boethius : His Life, Thought and Influence.* Sous la dir. de Margaret Gibson. Oxford : B. Blackwell, 1982. 162-205.