LES TRIANGLES SPHÉRIQUES
ET LE PARADOXE DES OBJETS NON CONGRUENTS

Claude Piché, Université de Montréal

[Ceci est une version de travail. Elle peut différer de la version finale et ne devrait donc pas servir pour les besoins de citations. Voir la version finale dans : *Kant et les sciences. Un dialogue philosophique avec la pluralité des savoirs*, S. Grapotte, M. Lequan et M. Ruffing (dir.), Paris, Vrin, 2011, p. 55-76.]

ABSTRACT: Kant has been concerned with the problem of incongruent counterparts at different moments in his career: for instance in his 1768 article on the *directions in space,* in his *Dissertation* of 1770 and in the *Prolegomena* (1783). The purpose of this article is to demonstrate that 1) the example of the spherical 'scalene' triangles is the only one (thus excluding the isosceles and equilateral triangles) that can support Kant's argument about the intrinsic character of the difference between two similar but nevertheless incongruent spherical triangles, 2) that what is here philosophically at stake is Wolff's erroneous conception of "similarity" in geometry, and 3) that Kant's thesis on the intrinsic nature of the difference between incongruent counterparts in space remains valid for his conception of space as "absolute" in 1768 as well as for his view of space as an *a priori* formal condition of the possibility of experience in 1783.

KEYWORDS : Kant, Wolff, incongruent counterparts, geometry, spherical triangles,

RÉSUMÉ : Kant a abordé la question des objets non congruents à différents moments dans sa carrière : dans son texte *sur les directions dans l'espace* de 1768, dans la *Dissertation* de 1770 et dans les *Prolégomènes* de 1783. Or cet article vise à montrer 1) que seul l'exemple des triangles sphériques scalènes (à l'exclusion donc des triangles équilatéraux et des triangles isocèles) permet à Kant d'étayer son argument à propos du caractère intrinsèque de la distinction entre deux triangles semblables mais non congruents, 2) que l'enjeu philosophique ici touche la conception wolffienne erronée de la « similitude » en géométrie et 3) que la thèse de Kant sur le caractère « intrinsèque » de la différence entre les objets non congruents demeure valable aussi bien pour la conception de l'espace conçu comme absolu en 1768 que pour l'espace compris comme condition formelle *a priori* de la possibilité de l'expérience en 1783.

MOTS CLÉS : Kant, Wolff, objets non congruents, géométrie, triangles sphériques

Dans son texte *Du premier principe de la différence des directions dans l'espace*, Kant introduit la définition suivante : « J'appelle corps non congruent à un autre, un corps qui est tout à fait égal et semblable à celui-ci, sans toutefois pouvoir être enfermé dans les mêmes limites[1] ». Le traducteur, Sylvain Zac, rend par les mots « corps non congruent à un autre » l'expression kantienne *inkongruentes Gegenstück*, que l'on pourrait aussi traduire de manière littérale par « contrepartie non congruente ». Mais peu importe au fond la traduction retenue, il suffit simplement de signaler que Kant se permet ici de forger une expression nouvelle pour désigner ce qu'il est convenu d'appeler dans les études kantiennes de langue française le « paradoxe des objets symétriques ». Or, connaissant les réticences de Kant face aux néologismes, nous devons en conclure que le phénomène ainsi décrit devait à ses yeux revêtir une certaine importance. Kant est sans doute le premier philosophe à s'être intéressé aux objets non congruents[2], et ce assez tôt dans son parcours philosophique, comme en témoigne la phrase citée, datant de 1768. En vérité, le paradoxe entraîné par la non-congruence de certains objets empiriques et de certaines figures géométriques a joué et continuera à jouer un rôle significatif dans sa réflexion sur l'espace. Je propose donc ici d'évaluer le sens et la portée de ce phénomène. Afin de limiter mon propos, je vais m'en tenir principalement à l'exemple des triangles sphériques tel qu'il est présenté dans le paragraphe 13 des *Prolégomènes*. Comme on le sait, ce paragraphe se situe dans la première partie de l'ouvrage qui a pour titre : « Comment la mathématique pure est-elle possible? » et où sont traités les deux thèmes de l'Esthétique transcendantale, l'espace et le temps, en vue de montrer qu'ils comptent au nombre des conditions de possibilité *a priori* des mathématiques comme sciences pures.

Cette question est du reste conforme à l'intention générale des *Prolégomènes* qui visent à présenter les résultats de la *Critique de la raison pure* en indiquant leur pertinence pour la mathématique pure, pour la physique pure et pour une éventuelle métaphysique, laquelle pourra elle aussi prétendre au titre de science. Or le paragraphe 13, pas plus que le 12, n'ont pour but de fonder la géométrie sur le concept critique

---

[1] PF, AK, 382; tr. S. Zac, dans *Quelques opuscules précritiques*, Paris, Vrin, 1970, p. 96. Si la traduction du titre de cet opuscule diffère ici de celle de S. Zac, c'est que David Wolford a établi, à l'encontre d'une longue tradition, que dans ce contexte Kant utilise le mot *Gegenden* au sens, par exemple, de *Weltgegenden*, qui désignent les points cardinaux. Le terme signifie donc dans le cas présent « direction » plutôt que « région ». Voir son article « Towards an Interpretation of Kant's 1768 *Gegenden im Raume* Essay », *Kant-Studien*, 92, 2001, p. 407-439.

[2] Cf. Felix Mühlhölzer, « Das Phänomen der inkongruenten Gegenstücke aus Kantischer und heutiger Sicht », *Kant-Studien,* 83, 1992, p 436.

d'espace. Ils attendent plutôt de recevoir de cette science une « confirmation[3] » de la justesse du concept philosophique d'espace qui y est présenté. En d'autres mots, Kant veut mettre à l'épreuve sa conception de l'espace en regard de certaines difficultés qui se posent pour des objets solides qui, tout en étant parfaitement symétriques l'un par rapport à l'autre, ne sont pas pour autant identiques. Ainsi en est-il par exemple de la main droite et de la gauche, que la science actuelle désigne comme des objets « énantiomorphes[4] ». Et les triangles sphériques représentent un autre exemple d'objets symétriques qui, malgré une description discursive de leurs propriétés en tout point identique, ne peuvent pourtant être superposés. En attirant l'attention sur cet exemple, Kant veut en fait démontrer que l'espace constitue un facteur de différenciation *sui generis*, qui échappe à une description purement conceptuelle des deux objets.

Il s'agira pour nous en premier lieu de nous interroger sur la façon dont Kant conçoit l'exemple des triangles sphériques. Si l'on compare la présentation du paragraphe 13 des *Prolégomènes* avec l'allusion aux triangles sphériques contenue dans le texte de 1768 *Du premier fondement de la différence des directions dans l'espace*, et avec la section « C » du numéro 15 de la *Dissertation de 1770*, force nous est d'avouer que les développements des *Prolégomènes* sont les plus explicites et les plus utiles pour nous ici. Ils laissent malgré tout en suspens la question de savoir comment ces triangles sphériques doivent être tracés et de quelle manière au juste ils viennent appuyer la thèse de Kant.

Il conviendra de nous pencher en second lieu sur un élément en particulier de la description de cette non-coïncidence entre les deux figures sphériques, à savoir le fait que la différence doive être qualifiée d'« intrinsèque ». Kant réitère ce trait à maintes reprises et il contient la pointe critique de son argument. C'est en fait l'école leibnizo-wolffienne qui est ici prise à partie dans la mesure où la conception strictement intellectualiste des caractères dits « internes » de l'objet rend impossible la saisie de la différence entre les figures géométriques non congruentes. C'est en ce sens que Kant déclare dans les

[3] PMF, §12, AK IV, 284; OP II, 53. Sur l'importance que revêtent pour Kant les exemples d'objets non congruents tirés de la géométrie, voir Henny Blomme, « La preuve de l'espace absolu et l'argument des homologues non congruents en 1768 », dans *Années 1747-1781. Kant avant la* Critique de la raison pure, L. Langlois (dir.), Paris, Vrin, 2009, p. 176 ; Mai Lequan, « 1768 : le paradoxe des incongruents et la preuve de l'intuitivité de l'espace », in ibid., p. 157-167.

[4] Cf. Jill Vance Buroker, *Space and Incongruence. The Origin of Kant's Idealism*, Dordrecht, Boston et Londres, Reidel, 1981, p. 53.

Prolégomènes que ceux qui croient encore que l'espace appartient à la chose en soi, auront beaucoup de peine à résoudre le paradoxe des objets non congruents.

Pour terminer, nous reviendrons sur une question qui ne peut manquer de surgir lorsque l'on constate que Kant a eu recours à l'exemple des triangles sphériques, comme nous venons de le voir, à trois étapes distinctes de son développement philosophique, c'est-à-dire d'abord dans le texte précritique sur les *directions dans l'espace*, ensuite au seuil de la philosophie critique dans la *Dissertation de 1770* et enfin après la publication de la *Critique de la raison pure*. Ce sera pour nous l'occasion de montrer en quoi cet argument à propos de l'espace conserve sa pertinence, tout en sachant par ailleurs que, dans le premier texte, Kant envisage l'espace comme absolu, dans le second, comme une pure forme de l'intuition et dans le troisième comme une condition transcendantale de la connaissance.

1- L'exemple des triangles sphériques égaux mais non superposables

Au moment où il introduit son exemple au paragraphe 13, Kant affirme que « diverses figures sphériques » soulèvent une difficulté pour le philosophe et il passe aussitôt au cas particulier des triangles sphériques, sans préciser, pas plus que dans les deux textes antérieurs auxquels il a été fait allusion, si le problème de la non-congruence se pose pour tous les triangles sphériques, sans exception, ou seulement pour certains types. Voilà la question à laquelle nous devons d'abord répondre. Il s'agit de savoir dans quels cas deux triangles sphériques dont les dimensions et la configuration, selon la description que l'on en donne, sont les mêmes, peuvent malgré tout ne pas être superposables, ou encore : ne pas être congruents, en conséquence de quoi ils doivent être déclarés non identiques. En effet, la possibilité de la superposition parfaite de deux figures définit le principe général de l'égalité en géométrie, dont Kant donne une formulation au paragraphe 12 :

> Toutes les démonstrations de l'égalité générale de deux figures données (le fait que l'une puisse être substituée à l'autre en tout point) se ramènent en dernier ressort au fait qu'elles se recouvrent…[5]

[5] PMF, §12, AK IV, 284; OP II, 53.

En d'autres mots, lorsque toutes les parties d'une figure recoupent parfaitement celle d'une autre, les deux figures s'avèrent identiques. Et Kant souscrit pleinement à ce principe. Afin d'en illustrer l'application, nous pouvons aborder le cas des figures planes identiques. Ainsi, par exemple, deux triangles rectangles ABC et A'B'C' dont les angles respectifs et les côtés homologues sont égaux, ne peuvent que coïncider. Il suffit de les faire glisser dans un même plan jusqu'à ce que leurs sommets et leurs côtés se superposent (fig.1, en annexe).

Si par ailleurs on dessine ces deux triangles rectangles ABC et A'B'C' de telle manière que le second apparaisse comme une image en miroir du premier, alors le simple fait de glisser le second sur le premier, sans quitter le plan dans lequel ces figures sont inscrites, interdit leur parfaite superposition (fig. 2 et 3). Dans le cas de telles figures planes disposées de manière symétrique, en effet, une opération différente est requise : il y a lieu de faire basculer le second triangle sur le premier -- ce qui nécessite le recours à la troisième dimension -- de manière à ce que les côtés homologues et les sommets respectifs puissent se recouvrir (fig. 4). Cette opération est d'ailleurs tout à fait légitime puisque Kant lui-même nous dit que pour effectuer un recoupement entre deux objets ou figures il nous est loisible de les faire tourner et pivoter (*drehen und wenden*[6]) à notre guise. La seule condition que l'on se doit de respecter, c'est la directive classique selon laquelle le mouvement doit demeurer « rigide », au sens où il ne faut pas qu'au cours de l'opération la forme de la figure elle-même soit altérée[7].

Maintenant, afin de savoir comment le problème se présente lorsque l'on quitte les figures planes pour passer à la géométrie sphérique, il convient de lire la présentation du problème tel que formulé au paragraphe 13 des *Prolégomènes*. Je rappelle que cette formulation est plus explicite que celle de 1768 et de 1770 :

> […] deux triangles sphériques situés dans deux hémisphères, ayant pour base commune un arc de l'équateur, peuvent être parfaitement égaux en ce qui concerne leurs côtés et leurs angles, en sorte qu'aucun d'eux, si on le décrit seul et complètement, ne présente rien qui ne soit du même coup dans la description de l'autre, et pourtant on ne peut mettre l'un à la place de l'autre (c'est-à-dire dans l'hémisphère opposé); et il y a donc ici une différence *interne* des deux triangles

[6] PF, AK II, 382, cf. 379.
[7] Cf. James Van Cleve, « Right, Left, and the Fourth Dimension » dans le même (dir.), *The Philosophy of Right and Left*, Dordrecht, Boston et Londres, Kluwer, 1991, p. 211.

> qu'aucun entendement ne peut indiquer comme intrinsèque, et qui ne se manifeste que par la relation extérieure dans l'espace[8].

Comment construire la figure ici décrite par Kant? Il faut avouer que cette description conserve une certaine marge d'indétermination. Au premier abord, nous sommes spontanément portés à construire ces deux figures comme des triangles polaires, c'est-à-dire comme des triangles dont le sommet qui est opposé à leur base commune à l'équateur va directement au pôle, respectivement au pôle nord pour le triangle ABC et au pôle sud pour A'B'C' et dont les côtés réunis par ces sommets sont des méridiens (fig. 5). Si l'on fait basculer le triangle ABC sur sa base afin que son sommet B rejoigne dans l'hémisphère sud le sommet B' de l'autre triangle, on constate que sans doute les trois sommets se touchent AA', BB' et CC' (fig. 6). En revanche, les arcs qui composent ces deux triangles demeurent opposés et ne coïncident aucunement. Si toutefois on se livre à une seconde opération qui consiste à faire pivoter dans l'hémisphère sud le triangle ABC de sorte que sa base coïncide avec l'équateur, alors le triangle ABC adopte la même courbure que sa contrepartie A'B'C'. Il suffit dès lors de faire glisser l'une sur l'autre les deux bases jusqu'à ce qu'elles se superposent pour que le recouvrement des deux triangles soit parfait. Mais par là même, nous venons d'éliminer un candidat à la non-congruence (fig. 7). Le triangle polaire n'est donc pas le type de triangle qu'envisage Kant.

En vérité, le triangle polaire ici est un cas particulier de triangle isocèle (fig. 8). Ou plus précisément : si l'on respecte l'exemple de Kant en vertu duquel les deux triangles ont une base commune à l'équateur, il faut conclure que tout triangle dont le sommet, qui fait face à cette base, unit deux côtés égaux s'élève nécessairement au centre de la base, si bien que l'on reproduit le paradigme des triangles polaires. C'est dire que les deux triangles isocèles ainsi construits de part et d'autre de l'équateur, même si leur sommet n'atteint pas le pôle, sont nécessairement superposables, pour autant qu'on leur fasse subir le même mouvement de repli sur la base et de rotation que dans le cas des triangles polaires. Il nous faut donc exclure les triangles isocèles, et à plus forte raison les triangles équilatéraux (fig. 9).

---

[8] PMF, §13, AK IV, 285-286 ; OP II, 54-55.

On constate dès lors que Kant ne pouvait avoir à l'esprit, pour illustrer la difficulté propre aux figures sphériques, tous les triangles de ce genre, mais uniquement les triangles scalènes. Dans ce cas, en effet, les deux côtés qui encadrent le sommet B (et B') ne sont pas égaux, si bien que ce sommet ne s'élève pas au dessus du centre de la base (fig. 10). Le sommet se situe forcément à la gauche ou à la droite de ce centre. On obtient de la sorte deux triangles ABC et A'B'C' qui sont symétriques l'un par rapport à l'autre mais qui ne peuvent en aucun cas se recouper dans la mesure où, une fois les opérations de repli et de rotation effectuées, les sommets B et B' ne coïncident pas (fig. 11). Les deux figures sont sans doute symétriques de part et d'autre de l'équateur, mais la configuration de leur courbure respective les empêche de se superposer exactement. Le recours par Kant aux triangles sphériques prend dès lors tout son sens.

Si nous revenons brièvement au triangle isocèle, nous pouvons, par souci d'exhaustivité, soulever la question suivante : qu'en est-il des exemplaires de triangles isocèles qui ne sont pas construits de manière analogue au triangle polaire? Prenons le cas du triangle isocèle dont l'un des côtés égaux constitue la base située par Kant à l'équateur. Le repli vers l'hémisphère sud et le pivotement de la figure ne reproduisent-ils pas la situation des triangles scalènes déjà examinés? En effet, à la suite de cette double opération, les sommets B et B' ne coïncident pas. Or cette apparence est trompeuse car, comme tous les triangles isocèles de part et d'autre de l'équateur, ils sont superposables. Il suffit tout simplement de revenir à la situation initiale (fig. 12) et de faire glisser le triangle nord dans l'hémisphère sud en conservant C comme point fixe pour qu'il s'y superpose en tout point. Ce qui nous amène à conclure que les triangles sphériques qui ont en eux-mêmes une structure symétrique coïncident sans difficulté avec leur vis-à-vis de l'hémisphère opposé : c'est le cas des triangles équilatéraux, polaires et isocèles.

En revanche, pour les triangles sphériques scalènes, le paradoxe surgit du fait que les deux figures ne peuvent être superposées, alors que par ailleurs, quant à leur grandeur et à leurs proportions respectives, leur description est exactement la même. Comme le précise Kant dans les *Prolégomènes*, cette description, qui fait problème ici, concerne « toutes les déterminations qui se rapportent à la grandeur ou à la qualité[9] ». Ainsi, d'une

[9] PMF, §13, AK IV, 285; OP II, 54.

part, selon la terminologie de l'École, les éléments qui ont trait à la quantité sont des déterminations dites externes, puisqu'un étalon de mesure est nécessaire et que la figure doit être mise en rapport avec l'autre pour fin de comparaison, alors que les déterminations appelées internes, celles qui touchent la forme spécifique de la figure, les angles, les arcs et les proportions respectives des côtés, ressortissent aux déterminations qualitatives. L'allusion à ces deux ordres de détermination de la part de Kant n'est d'ailleurs pas innocente. En effet, on pourrait être amené à croire que deux figures qui ont la même description sous ces deux aspects, sont identiques : du point de vue quantitatif, les dimensions des deux figures peuvent être égales, et du point de vue qualitatif, l'agencement et les proportions des parties peuvent en tout point correspondre. Mais cela n'est pas suffisant, du moins pas dans tous les cas, comme nous venons de le voir pour les triangles sphériques scalènes. C'est pourquoi Kant au paragraphe 13 souligne que deux choses par ailleurs « égales » au point de vue quantitatif et « semblables » au point de vue qualitatif peuvent malgré tout ne pas coïncider[10]. Or, ce n'est pas ici l'aspect quantitatif qui pose problème, mais l'aspect qualitatif, lequel établit la similitude ou l'absence de similitude de deux figures. En effet, ce sont les déterminations internes de la figure qui garantissent la similitude. C'est dire qu'aux yeux de Kant une description complète du triangle sphérique devrait en principe permettre de prévoir la non-congruence, et de là la non-identité. Le concept de similitude en usage à son époque laisse toutefois échapper cette nuance, d'où l'apparition du « paradoxe ». La difficulté que Kant tient à mettre en lumière est donc attribuable à une conception insuffisante de la similitude et de la description des caractères internes de l'objet sur lesquels elle repose. En tout état de cause, cette conception inadéquate, à l'origine de l'anomalie, doit être mise au compte de Wolff, indirectement visé ici.

2- La critique de la théorie leibnizo-wolffienne de la similitude

La critique du concept rationaliste de similitude a été développée par Kant bien avant la période critique. Elle est exposée dans le texte soumis au concours de

[10] Il s'agit de la distinction latine entre *aequalitas* et *similitudo*. PMF, §13, AK IV, 286; OP II, 55. Voir également les multiples occurrences du doublet « égal et semblable » dans l'opuscule de 1768 : PF, AK II, 381-382 ; DSI, §15, AK II, 403; OP I, 653.

l'Académie de Berlin pour l'année 1763 : *Recherche sur l'évidence des principes de la théologie naturelle et de la morale*. On sait que Kant s'y applique à distinguer la méthode mathématique de celle qui est propre à la philosophie. Ainsi, on apprend que la méthode des mathématiques est synthétique alors que celle de la philosophie procède essentiellement à l'aide de l'analyse. Si, par exemple, l'objet des définitions de la géométrie n'existe tout simplement pas avant la formulation de son *Erklärung*, c'est que cette science procède de manière synthétique en construisant cet objet de toutes pièces, alors que la philosophie se penche sur des concepts qui sont donnés au départ et qu'il lui incombe de décomposer en leurs divers caractères. Kant présente en vérité ces méthodes respectives de manière passablement tranchée et il cherche à maintenir une ligne de démarcation nette entre les deux disciplines. Or, l'allusion critique à Wolff au début du texte signale précisément ce que l'on pourrait appeler une transgression. En vérité, Kant voit d'un mauvais œil que ce dernier, lorsqu'il aborde la géométrie, introduise de façon inconsidérée dans cette discipline des définitions de nature philosophique, en l'occurrence le concept de similitude. En effet, cette définition n'est au fond qu'une analyse du contenu sémantique du mot, laquelle n'est pas d'une grande utilité pour le mathématicien et risque même de le conduire sur une fausse piste.

> […] les mathématiciens ont quelquefois défini, j'en conviens, d'une manière analytique, mais cela a toujours été une erreur. C'est ainsi que Wolff a considéré la similitude en géométrie avec le regard du philosophe, afin de comprendre aussi, dans le concept général de similitude, les cas qui s'en présentent en géométrie. Il aurait pu s'en dispenser… Pour le géomètre, la définition générale de la similitude n'a absolument aucune importance[11].

Aux yeux de Kant, les mathématiques ont sans aucun doute recours aux chaînes déductives grâce auxquelles elles exploitent la teneur des prémisses d'une question à résoudre, mais il s'agit avant tout d'une discipline qui se donne, par voie de synthèse, ses objets au fur et à mesure, de sorte que les concepts dont elle se sert sont pour ainsi dire taillés sur mesure pour ces objets. En d'autres mots, la géométrie traite ses objets *in concreto*, si bien que les définitions générales que lui fournit la philosophie sont pour elle le plus souvent dépourvues d'intérêt, quand elles ne constituent pas une entrave. L'analyse du concept général et abstrait de similitude ne lui procure en fait aucune

[11] REP, AK II, 277; OP I, 218.

connaissance nouvelle. Au contraire, si le concept de similitude en venait à être requis en mathématique, son sens devrait être déterminé en respectant la spécificité de l'objet à l'étude. Or Kant n'en dit pas plus ici et l'on ne sait pas au juste quelles conséquences négatives il a à l'esprit dans ce texte rédigé en 1762, lorsqu'il formule cette critique du concept wolffien de similitude.

Dans leur excellent article sur les objets non congruents chez Kant, Paul Rosnock et Rolf George attirent l'attention sur la première occurrence chez Kant -- et encore, à mots voilés -- du paradoxe des objets non congruents[12]. Ils se réfèrent aux notes prises par Herder au cours de métaphysique de Kant de l'hiver 1762-1763. La remarque faite en classe par Kant se rapporte au paragraphe 70 de la *Metaphysica* de Baumgarten, qui traite de la question de la congruence. On peut en effet y lire ce qui suit : « les choses qui ont la même qualité sont similaires, les choses qui ont la même quantité sont égales et [lorsque les deux conditions sont satisfaites] elles coïncident [*congruentia*][13] ». Dans son cours, Kant enchaîne en illustrant cet énoncé philosophique à l'aide de l'exemple géométrique du cercle, après quoi il introduit une remarque qui fait état d'une restriction dans l'usage en mathématique de cette notion philosophique : « Les concepts de la congruence [connaissent une application] élargie en mathématiques, *aequalia et similia congruunt non nisi in plano* [les figures égales et semblables ne coïncident que dans un plan][14] ». Comment faut-il comprendre cette précision de la part de Kant? Pourquoi ressent-il le besoin de restreindre la validité du principe de congruence aux figures à deux dimensions? Tout porte à croire que, dès le début des années soixante, il avait repéré la difficulté particulière que présentent les objets tridimensionnels et les figures sphériques. Nous savons, pour notre part, que la symétrie parfaite de deux triangles sphériques, par exemple, n'est aucunement garante de l'identité des deux figures, et en ce sens le passage de la géométrie plane à la géométrie des objets solides rend nécessaire la restriction du champ d'application du concept de coïncidence, et plus précisément du concept de similitude qui en est constitutif.

---

[12] Paul Rosnock et Rolf George, « A Last Shot at Kant and Incongruent Counterparts », *Kant-Studien,* 86, 1995, p. 263.

[13] Baumgarten, *Metaphysica*, § 70, 4e édition, 1757, p. 19, reproduit dans AK XVII, 42.

[14] Kant, *Vorlesungen über Metaphysik* (Herder), 1762-1763, AK XXVIII, 15, cf. AK XXVIII, 33 [Ajout de 2019 : voir aussi PF, AK II, 381]

Il s'agit dès lors pour nous de faire le lien entre ces passages contemporains, c'est-à-dire entre, d'une part, l'avertissement formulé par Kant dans son cours de métaphysique selon lequel l'emploi en géométrie du concept de congruence et, par extension, de la notion de similitude, doit être restreint aux figures planes et, d'autre part, la critique de la notion wolffienne de similitude. Il est sans doute pertinent de rappeler que Wolff a débuté sa carrière comme professeur de mathématiques, à Leipzig d'abord, puis à Halle, où il a accédé en 1706, sur la recommandation de Leibniz, à la chaire de mathématique nouvellement créée. À coup sûr, Wolff, dont la formation en ce domaine est en grande partie autodidacte, ne s'est pas signalé par l'originalité de sa contribution. Il s'est plutôt distingué comme un pédagogue soucieux de montrer les applications concrètes des sous-disciplines que comporte cette science. Les nombreuses rééditions de ses *Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften* témoignent du rayonnement des travaux de Wolff en ce domaine et de son souci de les rendre accessibles dans une langue non savante. Or, comme c'est très souvent le cas chez lui, il publiera en 1730 une édition révisée de ses *Elementa mathesos universae* en quatre volumes, qui représentent une relecture détaillée et plus approfondie de l'œuvre allemande. Ces deux œuvres présentent pour nous ceci d'intéressant que non seulement on trouve dans le premier tome de chaque ouvrage un traité de géométrie, mais également dans le tome troisième une section consacrée aux figures sphériques. Ainsi, par exemple, le second chapitre de cette section intitulée, dans l'œuvre latine, *Elementa sphaericorum et trigonometriae sphaericae* est spécialement consacré aux « triangles sphériques », thème par le biais duquel, nous l'avons vu, Kant cherche à mettre en lumière le paradoxe en question. Ce qui doit tout particulièrement retenir notre attention dans cette section de l'œuvre, ce sont les passages qui exposent les conditions requises pour que l'on puisse déclarer identiques deux triangles sphériques.

En l'occurrence, les théorèmes 24 et 25 portent sur l'égalité de ce type de triangles. Le premier théorème stipule que deux triangles possédant un angle égal (A=a) borné par deux côtés égaux (BA=ba et CA=ca), sont identiques. Quant au second théorème, il s'énonce comme suit : lorsque ces deux figures possèdent deux angles respectivement égaux (A=a et C=c) qui ont en partage un côté de même dimension (AC=ac), elles sont aussi égales. Or ces deux théorèmes ont ceci de remarquable que

Wolff considère qu'il peut se dispenser d'en fournir une démonstration spécifique. Il déclare en effet que la démonstration du premier théorème « ne diffère pas de la démonstration du théorème 18 de [sa] Géométrie (§179)[15] ». Et il en va de même du second théorème de trigonométrie sphérique, dont la démonstration coïncide avec celle du théorème 42 de cette partie antérieure de l'ouvrage qu'est la Géométrie. Toutefois, les théorèmes 18 et 42 de la Géométrie traitent de lignes droites et des triangles plans qui peuvent être construits avec leur aide. C'est dire que ce qui est valable pour les triangles plans l'est également à ses yeux pour les triangles sphériques. Et ce qui est plus digne de mention encore : les deux démonstrations de sa Géométrie auxquelles Wolff effectue un renvoi trouvent leur confirmation dans le fait que, dans chaque cas, les figures peuvent être superposées. Cela signifie qu'aux yeux de Wolff les triangles sphériques égaux et semblables d'après leur description coïncident nécessairement, c'est-à-dire qu'ils sont superposables, tout comme les triangles plans.

Cette conclusion n'est d'ailleurs pas une simple conjecture de ma part. Ainsi dans le scolie du théorème 25 sur les triangles sphériques, Wolff déclare ouvertement que ce qui est valable pour les triangles rectilignes l'est également pour les triangles sphériques[16]. Ainsi la figure qu'il dessine dans les *Elementa* pour illustrer l'égalité des triangles sphériques selon les théorèmes 24 et 25 trace sous les arcs de ces triangles des cordes réunissant les trois sommets, de sorte que les deux triangles sphériques en question sont sous-tendus par deux triangles plans tout aussi égaux entre eux que sont censés l'être les sphériques. Les arcs similaires des deux triangles sphériques étant sous-tendus par des cordes similaires dans les triangles rectilignes, cette transposition ne semble poser aucun problème aux yeux de Wolff. Les *Anfangsgründe* reprendront d'ailleurs cette thèse des *Elementa* de la manière suivante :

> Ce qui a été prouvé pour les triangles rectilignes §§ 70, 71, 72, 96, 107, 110 Géom. etc., vaut également pour les triangles sphériques, c'est-à-dire de manière générale pour tous [les triangles] qui ont pour côtés des lignes semblables, comme je l'ai montré dans mes *Elementis sphaericorum*. La preuve demeure

---

[15] Wolff, *Elementa mathesos universae*, Tome III, Halle, 1735, §§ 55-56, p. 397. Le renvoi aux théorèmes 19 et 43 est ici erroné, le référence est faite en réalité aux théorèmes 18 et 42 de la Géométrie, cf. Tome I, Halle, 1742, §§179 et 251, p. 143, 157 (réimpression dans C. Wolff, *Gesammelte Werke*, Hildesheim, Olms, 1968, Vol. 31 et 29).

[16] Wolff, *Elementa mathesos universae,*Tome III, *Elementa sphaericorum et trigonometriae sphaericae*, Scolie du théorème 25, p. 198.

> partout la même pour autant que nous remarquions que des lignes semblables se recouvrent dès qu'elles sont de dimensions égales[17].

La figure que nous propose Wolff en guise d'illustration est composée de triangles isocèles, si bien que le cas spécial que présentent les triangles sphériques scalènes ne peut être perçu, ni même soupçonné (fig. 13). L'aveuglement de Wolff à cet égard est du reste patent. On n'a qu'à consulter sa définition de la congruence tant dans les *Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften* que dans ses *Elementa mathesos universae*. Dans la section de l'ouvrage allemand consacrée aux éléments de géométrie, on trouve en effet une définition tout à fait conventionnelle de l'identité, rappelant d'ailleurs celle d'Euclide pour qui «les objets superposables sont égaux[18] ». Cette définition ne pose aucune difficulté puisque deux figures qui sont superposables en tout point sont manifestement identiques. Mais là ou Wolff fait montre d'imprudence, c'est lorsqu'il affirme la réciproque en se fondant sur sa définition de la coïncidence : deux figures égales et semblables coïncident nécessairement. Le sixième « principe » de sa Géométrie allemande réunit donc l'énoncé standard et sa réciproque : « Les figures qui se recouvrent l'une l'autre sont égales entre elles : et celles qui sont égales et semblables se recouvrent l'une l'autre[19] ». Or, comme ce principe est valable pour toute la section touchant la géométrie, donc pour tous ses objets, y compris les cônes, les cylindres et les sphères, sa formulation n'anticipe pas le paradoxe signalé par Kant. Car pour ce dernier, faut-il le rappeler, deux figures sphériques peuvent être parfaitement égales et semblables (au sens wolffien, sur lequel nous aurons à revenir), sans pour autant être superposables, en conséquence de quoi elles ne sont pas identiques[20].

---

[17] Wolff, *Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften*, Tome III, Halle, 1750, *Anfangsgründe der sphärischen Trigonometrie*, Remarque sur le second théorème, p. 1087 (*Gesammlte Werke*, Vol. 14).
[18] Euclide, *Les éléments*, I, Axiome 8, trad. G. J. Kayas, Paris, Éd. du CNRS, 1978, Vol. 1, p. 2.
[19] Wolff, *Anfangsgründe*, Tome I, Halle, 1750, §50, p. 130 (*Gesammelte Werke*, Vol. 12).
[20] Les *Elementa mathesos universae* procèdent toutefois de manière plus nuancée. Dans la section du Tome I consacrée à la Géométrie, on peut lire, comme dans la version allemande, l'énoncé du principe de congruence et sa réciproque, mais cette fois en deux théorèmes distincts : « [les figures] qui coïncident l'une avec l'autre sont égales et semblables » (Wolff, *Elementa*, Tome I, §161, p. 139), alors que le théorème suivant inverse l'énoncé : « [les figures] qui sont égales et semblables coïncident l'une avec l'autre » (Wolff, *Elementa*, Tome I, §162, p. 140). Il faut l'avouer, cette dernière formulation est tout à fait légitime puisque le chapitre dans lequel elle s'insère est explicitement consacré aux lignes droites et aux figures planes. Or, d'après les notes de Herder, on sait que Kant admet que la définition de la similitude chez Wolff et Baumgarten est entièrement valable pour la géométrie plane, là précisément où le problème de la non congruence ne se pose pas. En revanche, depuis que nous savons que la démonstration de l'identité des triangles sphériques repose (dans l'œuvre latine) sur la démonstration des triangles plans, on

Nous pouvons maintenant effectuer un retour à ce qui représente l'enjeu pour Kant des objets non congruents. Le paragraphe 13 des *Prolégomènes* est très clair à ce sujet, dans la mesure où il redit pour l'exemple de la main droite et de la main gauche ce qui avait été précisé à l'occasion des triangles sphériques. Pour ce dernier cas, nous pouvons relire la phrase déjà citée :

> […] il y a ici une différence *interne* des deux triangles qu'aucun entendement ne peut indiquer comme intrinsèque...[21]

Le même motif est repris pour l'exemple des mains :

> Or il n'y a là aucune différence interne que quelque entendement pourrait simplement penser; et pourtant les différences sont intrinsèques, pour autant que l'enseignent les sens…[22]

Deux éléments sont à retenir de ces passages dans lesquels le cœur de la difficulté est exposé, deux éléments qui touchent la définition de la similitude. Il y a premièrement la référence à l'« entendement » et deuxièmement le fait que la différence soit « interne ». En ce qui a trait au premier élément, à savoir l'incapacité pour l'entendement de cerner la différence en question, on peut voir dans les allusions répétées de Kant une critique de l'approche rationaliste de l'espace, et plus particulièrement une critique adressée à Wolff, puisque, d'entrée de jeu dans la section des *Anfangsgründe* consacrée à la géométrie, il précise dans sa définition de la similitude que les traits qui permettent d'établir que deux figures sont semblables relèvent de l'entendement : « La similitude est l'adéquation de ce grâce à quoi les choses sont distinguées par l'entendement[23]». C'est Wolff qui insiste ici sur le rôle de l'entendement dans les questions de similitude, et il est très vraisemblable que Kant ait en tête le maître de Halle dans sa critique[24]. Le phénomène de la non-congruence échappe en effet irrémédiablement à une approche discursive. Bien que les propriétés qui sont en cause pour établir la similitude soient de nature spatiale dans le cas des triangles, comme par exemple la structure, les proportions et l'agencement des

---

n'a aucune peine à comprendre que le texte allemand de la Géométrie présente pour sa part la réciproque du principe de la congruence comme universellement valable.

[21] PMF, §13, AK IV, 286; OP II, 54.
[22] PMF, §13, AK IV, 286; OP II, 55.
[23] Wolff, *Anfangsgründe*, Tome I, §5, p. 118.
[24] Voir à ce sujet Paul Rosnock et Rolf George, « A Last Shot at Kant and Incongruent Counterparts », p. 262.

parties, l'entendement ne demeure pas moins l'unique faculté compétente, selon Wolff, pour procéder à l'inventaire de ces traits. Ce qui nous conduit au second élément du diagnostic de Kant : la différence entre les objets non congruents est intrinsèque, même si par ailleurs la conception rationaliste des propriétés internes d'une chose ne peut en rendre compte. Si, en effet, d'après cette conception la quantité requiert une comparaison avec des éléments extérieurs, les qualités propres de la figure, en revanche, sont internes. Or, cet aspect de la similitude, à savoir son ancrage dans les propriétés internes de l'objet, avait été fortement appuyé par Leibniz lui-même. On peut lire par exemple dans sa *Characteristica geometrica* que la prise en compte des éléments qui appartiennent en propre à la figure géométrique est suffisante pour établir les similarités. La comparaison des deux listes de propriétés dressées individuellement permet ainsi d'établir la similitude, sans qu'une confrontation directe – donc extérieure -- des deux objets soit nécessaire : « Sont *semblables* [deux choses] qui, uniquement considérées en elles-mêmes, ne peuvent pas être distinguées; ainsi en est-il par exemple de deux triangles équilatéraux, nous ne pouvons trouver aucun attribut, aucune propriété dans l'un que nous ne pouvons aussi repérer dans l'autre[25]…» C'est cette nuance que Kant tenait à rendre par la phrase « si on décrit [le triangle sphérique] *seul* et complètement » dans notre citation initiale du paragraphe 13. La conception leibnizienne des propriétés internes ne peut faire place au phénomène de la non-congruence. Bien que les caractéristiques propres à une figure géométrique soient par nature manifestement spatiales, comme la forme et la disposition des côtés et des angles, un tel inventaire doit nécessairement laisser échapper la différence des triangles sphériques, pour la simple raison que c'est l'entendement qui préside à l'opération. Le paradoxe en question, spatial par essence, se situe résolument hors du domaine de la discursivité.

Si l'on peut se permettre de faire référence à Leibniz ici, c'est dans la mesure où Wolff lui-même a publiquement reconnu sa dette envers ce dernier précisément pour sa définition de la similitude. Ainsi, dans la Préface à la partie des *Elementa mathesos universae* touchant la géométrie, Wolff confesse que c'est à l'instigation de Leibniz qu'il fait un usage répété du concept de similitude dans son ouvrage, concept dont il tient la

[25] Leibniz, *Mathematische Schriften*, C. I. Gerhardt (dir.), Hildesheim, Olms, 1971,Vol. V, p. 153.

définition de Leibniz lui-même[26]. De même, dans les sections antérieures consacrées à l'arithmétique, il avait fait état de son emprunt en mentionnant à nouveau en quoi il est redevable à Leibniz à cet égard[27].

3 – La cohérence de la conception kantienne des objets non congruents

La dimension polémique qui est constamment sous-jacente au recours par Kant au paradoxe des triangles sphériques non congruents est maintenant devenue évidente pour nous. Il s'oppose à une approche rationaliste de l'espace qui ne dispose pas des instruments aptes à identifier le problème. Ainsi, d'une part, la différence en question ne peut être comptée au nombre des caractéristiques extérieures de l'objet, dans la mesure où ces traits distinctifs se limitent à la différence numérique, c'est-à-dire au simple fait que nous soyons en présence de deux objets, et à la comparaison des dimensions de ces deux objets. Quant aux différences internes, d'autre part, au nombre desquelles bien sûr Kant aimerait inclure l'incongruence, cette dernière ne peut être problématisée par Wolff en raison d'une conception incomplète des facteurs à considérer avant de déclarer semblables deux figures, en l'occurrence deux figures sphériques. Or, nous avons vu que cette incomplétude tient aux limitations inhérentes à une approche exclusivement discursive des propriétés internes des objets spatiaux.

À l'évidence, cette pointe critique est présente dans tous les textes où Kant introduit les triangles sphériques. Cela vaut tout autant pour l'opuscule *Du premier fondement de la différence des directions dans l'espace* de 1768, pour la *Dissertation de 1770* que pour le paragraphe 13 des *Prolégomènes*. Mais alors se pose la question suivante : comment Kant peut-il se permettre de recourir à nouveau en 1783 à un exemple, celui des triangles sphériques et des objets non congruents en général, qui en 1768 lui servait à prouver la « réalité » de l'espace absolu newtonien? Il nous incombe, comme lecteurs, de prendre en compte l'évolution de la pensée de Kant entre 1768 et 1783. La question est donc la suivante : si Kant nourrit des visées autres que strictement

[26] Il faut savoir gré à Jean Ferrari d'avoir attiré l'attention du lecteur de sa traduction de la *Recherche sur l'évidence des principes de la théologie naturelle et de la morale* sur cette préface à l'occasion de la critique par Kant du concept wolffien de similitude. Cf. OP I, 1501, note 2.
[27] Wolff, *Elementa mathesos universae*, Tome I, §27, p. 25, cf. p. 120.

polémiques avec l'exemple du paradoxe, comment dès lors un tel exemple peut-il conserver sa pertinence, d'un côté, au sein d'une conception de l'espace réel absolu et, de l'autre, à l'intérieur d'une théorie de l'espace conçu comme forme pure de l'intuition sensible? La question porte en définitive sur le volet positif de l'argument, sur la manière dont le paradoxe met en lumière un aspect essentiel de l'espace.

La réponse à cette question nous est fournie par la prise en considération de ce qui constitue le fil conducteur ou encore la ligne de force de l'argument. Dans ses trois textes, Kant insiste en effet sur le caractère « intrinsèque » de la différence subsistant entre de tels objets symétriques. Or, en quoi sa solution nous libère-t-elle des impasses du rationalisme? En vérité, le défi à relever est de taille : il lui faut maintenir le caractère intrinsèque d'une distinction qui a toutes les apparences d'une différence externe puisque, dans les faits, elle ne peut apparaître qu'à la faveur d'une comparaison, par exemple, entre la main droite et la main gauche. Car autrement, comment peut-on de prendre conscience de la différence? Certains passages chez Kant, isolés de leur contexte, semblent du reste accréditer cette thèse de l'indispensable recours à la contrepartie extérieure. Ainsi dans l'écrit sur les *directions dans l'espace*, on apprend que la particularité de l'objet « ne peut être perçue que par la confrontation à un autre corps[28] ». Et de la même manière les *Prolégomènes* indiquent que la différence en question « ne se manifeste que par la relation extérieure dans l'espace[29] ». Kant se contredirait-il en prétendant qu'au fond la différence n'est pas vraiment intrinsèque? La prudence est de mise ici. En effet, la particularité de l'un des triangles sphériques n'est pas strictement relative à l'autre triangle, elle n'est pas à vrai dire tributaire de sa contrepartie. Aussi les deux passages cités ci-dessus doivent-ils être lus avec attention : le premier précise que la « perception » de la différence implique le recours à la contrepartie. De même, la phrase des *Prolégomènes* souligne que la particularité de l'objet se « manifeste » par la relation extérieure dans l'espace. Mais cette formulation est rapidement complétée, voire corrigée dans la suite du texte. L'argument de Kant pour fonder le caractère intrinsèque de la différence ne tient pas au rapport du triangle ou de la main à son vis-à-vis, mais à

[28] PF, AK II, 383.
[29] PMF, §13, AK IV, 286; OP II, 54-55.

l'espace entier. Ce sur quoi Kant ne manque pas d'insister et dans son texte de 1783 et dans celui de 1768. Voici le passage décisif des *Prolégomènes* :

> […] la détermination interne de tout espace n'est possible que par la détermination de sa relation extérieure *à* l'espace entier (…) dont il est une partie, c'est-à-dire que la partie n'est possible que par le tout; ce qui n'a jamais lieu pour les choses en soi, en tant qu'objets du simple entendement, mais bien pour les simples phénomènes[30].

L'opuscule sur les *directions dans l'espace* aborde à son tour la « complète » détermination de l'objet spatial et fait voir qu'au nombre de ces déterminations il faut inclure « le rapport *à* l'espace absolu en général[31] ». On le voit, chaque partie de l'espace est toujours d'entrée de jeu en rapport avec l'espace en entier. On se rappelle les indications de l'Esthétique transcendantale dans la *Critique de la raison pure* : l'espace n'est pas composé de parties, mais tous les espaces s'insèrent dans un seul et unique espace englobant. L'espace entier précède donc les parties et les délimite; c'est pourquoi il les excède toujours. C'est de cette manière qu'il nous faut comprendre la quatrième proposition de l'exposition métaphysique de l'espace dans la *Critique*, si magistralement commentée par Michel Fichant, selon laquelle l'espace « doit être représenté comme une grandeur infinie donnée[32] ».

Le triangle sphérique est sans contredit une partie de ce tout. Certes, il possède un trait distinctif remarquable, la directionalité propre de sa courbure, mais force nous est d'avouer que cette caractéristique, tout intrinsèque qu'elle soit, est repérable uniquement en référence au tout de l'espace orienté. Ce rapport à l'espace global ne fait pas pour autant de la courbure propre au triangle une caractéristique externe, au sens où elle procéderait d'abord de la comparaison avec la contrepartie. Selon Wolff, on le sait, les caractéristiques externes de deux figures ne peuvent tenir qu'à la différence de leurs dimensions respectives et aux positions (numériquement) différentes qu'elles occupent. Kant affirme bien plutôt que la particularité propre à chaque triangle tient au caractère

---

[30] PMF, §13, AK IV, 286 ; OP II, 55 (souligné par CP).
[31] PF, AK II, 381 (souligné par CP).
[32] CRP A39, AK III, 53 ; OP I, 786. Michel Fichant, « 'L'espace est représenté comme une grandeur infinie donnée' : la radicalité de l'esthétique », dans *Kant*, J.-M. Vaysse (dir.), Paris, Cerf, 2008, p. 7-46. Voir du même auteur, « Espace esthétique et espace géométrique chez Kant », *Revue de métaphysique et de morale*, 2004, No. 4, 530-550. Pour la genèse de la conception kantienne de l'espace, on consultera avec profit le texte de Robert Theis « Aux sources de l'Esthétique transcendantale », dans le même, *Approches de la* Critique de la raison pure », Hildesheim, Olms, 1991, p. 32-76.

spécifique de sa délimitation dans l'espace global. À coup sûr, les triangles sphériques scalènes de l'hémisphère nord et de l'hémisphère sud se distinguent par la configuration de leur courbure, mais c'est parce que ces figures sont contenue dans des délimitations différentes que la distinction peut être perçue. L'impossibilité de la superposition des triangles est en réalité une autre manière d'exprimer cette différence de délimitation. Or, les délimitations différentes sont tout simplement l'indice d'une particularité spatiale interne. À cet égard, les *Prolégomènes* et l'opuscule de 1768 affirment la même chose :

> […] la main gauche ne peut être renfermée dans les mêmes limites que la droite (elles ne peuvent coïncider), nonobstant toute leur égalité et leur similitude réciproques[33].
> […] il subsiste cependant une différence interne, à savoir qu'il est impossible que la superficie qui enferme [un corps] puisse enfermer l'autre. Étant donné que la superficie qui limite l'espace corporel d'un corps, qu'on le tourne et le retourne à volonté, ne peut pas servir de limite au second, cette différence doit être de telle sorte qu'elle repose sur un fondement interne[34].

Dans les deux extraits, Kant affirme que la différence entre les objets non congruents est intrinsèque dans la mesure où la forme spécifique de l'un ne peut être « enfermée » dans les mêmes limites que celles de l'autre. Si le texte de l'opuscule de 1768 concorde dans une large mesure avec l'exposition des *Prolégomènes*, c'est que la solution kantienne ne repose pas en vérité sur le caractère « réel » de l'espace. On pourrait même faire valoir que l'espace n'a à cet égard besoin d'être ni réel, ni absolu à la manière de celui de Newton, c'est-à-dire au sens où l'espace représenterait un pôle de référence fixe pour évaluer le mouvement et le repos. D'ailleurs, à ce chapitre, Kant soulève d'emblée dans son opuscule certaines réticences, qui indiquent jusqu'à quel point il est conscient des difficultés reliées à l'espace newtonien, difficultés qui touchent la physique et l'évaluation du mouvement, bien sûr, mais qui sont sans doute également d'ordre métaphysique. S'il est un sens dans lequel l'adjectif « absolu » conserve tout de même sa pertinence ici, c'est dans la mesure où cette épithète s'oppose à relatif, en l'occurrence à la conception leibnizienne de l'espace, qui est relationnelle. Or c'est précisément une telle conception qui neutralise la directionalité de l'espace. Comme on le sait, l'existence des choses chez Leibniz précède leur apparition dans l'espace. C'est dire que

[33] PMF, §13, AK IV, 286; OP II, 55.
[34] PF, AK II, 382; tr. modifiée, p. 97.

l'espace est relatif aux substances; il n'exprime que l'ordre de coexistence de celles-ci, ou encore les rapports qui se tissent entre les monades. Au mieux, il constitue un « système de places[35] » ou de positions abstrait des rapports entre les objets et, à ce titre, sans directionalité propre. Or, d'après Kant, seul un espace représenté comme une grandeur infinie donnée, précédant les objets, est susceptible d'être orienté.

* * *

Les triangles sphériques non congruents nous ont fourni l'occasion d'observer le type de rapports qu'entretient la philosophie avec la science, tels que Kant les conçoit. Nous savons que l'entreprise critique a une visée éminemment fondationnelle pour toute connaissance en général, et à coup sûr pour la science. Le discours transcendantal vise entre autres à dégager les conditions de possibilité *a priori* de la mathématique pure et, dans cette perspective, la présence de l'exemple des triangles sphériques dans les *Prolégomènes* n'a pas valeur de preuve mais plutôt, nous l'avons dit, de confirmation *a posteriori* de la justesse du concept critique d'espace. Et si Kant attend une confirmation de la part de la géométrie, c'est qu'il demeure fidèle au précepte d'Euler, selon lequel la philosophie ne doit pas entrer en conflit avec les résultats de la mathématique[36]. Mais cela ne signifie pas pour autant que la philosophie soit à la remorque de la science. Kant est bien au contraire un chaud partisan de l'autonomie de la philosophie.

Cette indépendance du discours philosophique est manifeste déjà dans le texte consacré à la *Recherche sur l'évidence des principes de la théologie naturelle et de la morale* et précisément à propos de la nature de l'espace. Cette question, qui semble préoccuper Kant à cette époque, puisqu'elle est évoquée dans *L'unique argument possible pour une démonstration de l'existence de Dieu* de même que dans l'écrit sur les grandeurs négatives[37], est selon lui du ressort exclusif de la philosophie. Si les mathématiques travaillent à l'aide d'un concept non problématique d'espace, concept qu'elles reçoivent « tel quel » pour ainsi dire, la tâche de la philosophie consiste en revanche à le définir avec précision :

---

[35] PF, AK II, 377.
[36] Cf. Ernst Cassirer, *Kants Leben und Lehre*, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1977, p. 112.
[37] UA, AK II, 70; OP I, 323. EGN, AK II, 168; OP I, 262.

> Le mathématicien a affaire à des concepts qui, le plus souvent, sont encore susceptibles d'être définis philosophiquement, comme, par exemple, le concept d'espace en général. Mais il admet un tel concept comme donné d'après sa représentation claire et commune[38].

L'espace est donc considéré comme un concept philosophique, voire comme un concept métaphysique, qu'il incombe au philosophe de définir. Or l'attitude de Kant entre 1762 et 1781 a-t-elle changé? L'exposition transcendantale de l'espace dans l'Esthétique de la *Critique de la raison pure* n'est-elle pas précédée d'une exposition métaphysique, visant à inventorier ce que l'on peut dire de l'espace *a priori*. Dans l'esprit de Kant, c'est la philosophie qui fournit à la géométrie le concept juste de l'espace, en sorte que le géomètre se voit assigner la tâche de construire ses objets dans cet espace. Serait-il dans ces conditions autorisé à construire l'espace lui-même, à en démultiplier les dimensions? La question est complexe car il n'est pas aisé de faire le partage entre ce qu'affirme Kant de l'espace d'un point de vue strictement philosophique et ce qu'il en dit en regard de la géométrie. Ainsi, d'une part, il a la prudence de tenir le plus souvent l'espace tridimensionnel euclidien à l'écart de son discours transcendantal, mais on peut légitimement se demander, d'autre part, s'il aurait pu accepter un espace autre qu'euclidien. Une chose est certaine : il aurait sans doute manifesté sa désapprobation devant le sort que réserve Wittgenstein au problème des objets non congruents. Le passage suivant du *Tractatus* se réfère explicitement à Kant :

> La main droite et la main gauche sont en réalité parfaitement congruentes. Et le fait qu'on ne puisse les amener à se couvrir l'une l'autre n'a rien à voir avec cela. On pourrait mettre le gant de droite à la main gauche, si on pouvait le retourner dans l'espace à quatre dimensions[39].

La solution évoquée ici ressortit aux mathématiques. Pourtant Kant a tenu à produire une solution -- sinon à fournir une explication -- philosophique au problème des objets non congruents, pour cette raison que l'espace est au départ un concept philosophique. Était-ce une erreur de sa part, semblable à celle de Wolff avec son concept de similitude ? Faut-il, autrement dit, que le philosophe renonce à réfléchir sur l'espace, pour laisser le champ libre aux sciences? Non, sans doute, mais pour autant qu'un dialogue ouvert et

---

[38] REP, AK II, 277-278; OP I, 218.
[39] Ludwig Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, 6.3612, tr. P. Klossowski, Paris, Gallimard, 1961, p. 166-167.

constant soit maintenu avec les sciences. Et, à cet égard, Kant a malgré tout encore pour nous valeur de modèle.