

Université de Montréal

Étude de physique au-delà du Modèle Standard dans  
les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$

par

**Nicolas Boisvert-Beaudry**

Département de physique  
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Maître ès sciences (M.Sc.)  
en Physique  
orientation physique des particules

Avril, 2018



# SOMMAIRE

---

Ce mémoire s'intéresse aux quatre désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  :  $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ ,  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ ,  $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$  et  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ . Celles-ci sont intéressantes à étudier puisqu'elles sont reliées à la violation CP dans le secteur des quarks. À l'aide d'ajustements, des données expérimentales les plus récentes et de l'approche diagrammatique, ce projet analyse ces désintégrations pour quantifier le désaccord avec le Modèle Standard, et déterminer si des modèles de nouvelle physique peuvent réduire ce désaccord. Les résultats obtenus montrent que le rapport  $|C'|/|T'|$  est central pour déterminer l'état du désaccord avec le Modèle Standard. Il s'agit du rapport entre les grandeurs des amplitudes de deux diagrammes intervenant dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Ces diagrammes sont le diagramme de type arbre avec suppression de couleur ( $C'$ ) et celui sans suppression de couleur ( $T'$ ). Si ce rapport est élevé ( $\sim 0.5$ ), le Modèle Standard peut expliquer les désintégrations. Ce n'est pas le cas s'il est faible ( $\sim 0.2$ ). Dans ce cas, des modèles de nouvelle physique peuvent améliorer la situation, sans toutefois expliquer totalement le désaccord. C'est le cas du  $Z'$ , une particule qui peut causer une transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  au niveau des arbres. Pour qu'un modèle de  $Z'$  puisse réduire le désaccord dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , le  $Z'$  doit se coupler à  $\bar{u}_R u_R$  et/ou  $\bar{d}_R d_R$  et le couplage ne doit pas être le même dans les deux cas. Plusieurs modèles permettent que le  $Z'$  se couple à  $\bar{b} \rightarrow \bar{s} \mu^+ \mu^-$ , ceux-ci peuvent expliquer plusieurs anomalies reliées à cette transition. Pour la moitié de ces modèles, le  $Z'$  respecte également les conditions nécessaires pour réduire le désaccord dans  $B \rightarrow \pi K$ . Des modèles impliquant un diquark, une particule pouvant se coupler à deux quarks de même chiralité ont aussi été considérés. Les résultats obtenus montrent qu'un diquark étant un sextet de couleur et se couplant à  $u_{L,R}^i d_{L,R}^j$  peut également

réduire le désaccord dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ .

**Mots clés : Violation CP, Mésons B, Nouvelle physique**

# SUMMARY

---

This thesis deals with the four  $B \rightarrow \pi K$  decays:  $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ ,  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ ,  $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$  and  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ . These are interesting to study since they are related to CP violation in the quark sector. Using fits, the latest experimental results on these decays and the diagrammatic approach, this project measures the disagreement with the Standard Model and determines whether new physics models can reduce this disagreement. The results obtained show that the ratio  $|C'|/|T'|$  is essential to determine the state of the disagreement with the Standard Model. This is a ratio between the magnitudes of two diagrams contributing the  $B \rightarrow \pi K$  decays. These diagrams are the color suppressed ( $C'$ ) and color allowed ( $T'$ ) tree diagrams. If this ratio is high ( $\sim 0.5$ ), the Standard Model can explain the decays. If it is low ( $\sim 0.2$ ), it cannot. In this case, it was found that new physics models can improve on the Standard Model, without however fully explaining the disagreement. This is the case for a  $Z'$ , a particle that can cause a transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  at tree level. For  $Z'$  models to improve on the Standard Model, the  $Z'$  must couple to  $\bar{u}_R u_R$  and/or  $\bar{d}_R d_R$ , and the coupling in each of these cases must be different. In some models, the  $Z'$  can couple to  $\bar{b} \rightarrow \bar{s} \mu^+ \mu^-$ . These models can explain many anomalies observed in this transition. For half of these models, the  $Z'$  also has the requirements needed to reduce the disagreement in the  $B \rightarrow \pi K$  decays. Models involving a diquark, a particle that can couple to 2 quarks of the same chirality were also considered. It was found that a color sextet diquark that couples to  $u_{L,R}^i d_{L,R}^j$  can reduce the disagreement found in the  $B \rightarrow \pi K$  decays.

**Keywords:** CP Violation, B Mesons, New Physics



# Table des matières

---

<b>Sommaire</b> .....	iii
<b>Summary</b> .....	v
<b>Liste des tableaux</b> .....	xi
<b>Table des figures</b> .....	xiii
<b>Liste des sigles et des abréviations</b> .....	xv
<b>Remerciements</b> .....	xvii
<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre 1. Le Modèle Standard et la violation CP</b> .....	5
1.1. Le groupe de symétrie du Modèle Standard .....	5
1.2. Le mécanisme de Higgs et la masse des fermions .....	7
1.3. La matrice CKM .....	9
1.4. Le triangle unitaire .....	10
<b>Chapitre 2. Approche diagrammatique et observables</b> .....	13
2.1. L'approche diagrammatique .....	15
2.2. Les observables dans $B \rightarrow \pi K$ .....	21

<b>Chapitre 3. Modèles de nouvelle physique dans les désintégrations <math>B \rightarrow \pi K</math></b> .....	25
3.1. Motivations pour l'étude de $Z'$ dans $B \rightarrow \pi K$ .....	25
3.2. Motivations pour l'étude de diquarks dans $B \rightarrow \pi K$ .....	27
<b>Chapitre 4. The <math>B \rightarrow \pi K</math> puzzle revisited</b> .....	29
4.1. Introduction.....	31
4.2. The $B \rightarrow \pi K$ Puzzle.....	33
4.2.1. Naive $B \rightarrow \pi K$ Puzzle.....	35
4.2.2. Statistics.....	35
4.2.3. True $B \rightarrow \pi K$ Puzzle.....	37
4.3. SM Fits.....	38
4.3.1. All diagrams free, constraint on $\gamma$ added.....	39
4.3.2. $ C'/T'  = 0.2$ , $P'_{uc} = 0$ , constraint on $\gamma$ added.....	40
4.3.3. $ C'/T'  = 0.5$ , $P'_{uc} = 0$ , constraints on $\gamma$ added.....	41
4.3.4. $ C'/T'  = 0.5$ , $P'_{uc} = 0$ , $\gamma$ free.....	42
4.3.5. Summary.....	42
4.4. NP Fits.....	43
4.4.1. Model-independent formalism.....	43
4.4.2. $Z'$ models.....	44
4.4.2.1. Case (5): all three NP operators nonzero.....	46
4.4.2.2. Case (1): only $P'_{NP}$ nonzero.....	47
4.4.2.3. Cases (3), (2), (4).....	49
4.4.2.4. $Z'$ $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ models and $b \rightarrow s\bar{q}q$ .....	51
4.4.3. Diquarks.....	54



4.4.3.1. Diquark <i>II</i> .....	56
4.4.3.2. Diquark <i>III</i> .....	56
4.4.3.3. Diquark <i>IV</i> .....	57
4.4.3.4. Diquark <i>VIII</i> .....	57
4.4.4. Summary .....	57
4.5. Conclusions .....	58
<b>Conclusion</b> .....	61
<b>Références</b> .....	65



# Liste des tableaux

---

4. I	Branching ratios, direct CP asymmetries $A_{CP}$ , and mixing-induced CP asymmetry $S_{CP}$ (if applicable) for the four $B \rightarrow \pi K$ decay modes. The data are taken from Ref. [1].....	35
4. II	$\chi^2_{\min}$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.6). Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ . .....	37
4. III	$\chi^2_{\min}$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ . .....	39
4. IV	$\chi^2_{\min}$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , theoretical inputs $ C'/T'  = 0.2$ , $P'_{uc} = 0$ . .....	40
4. V	$\chi^2_{\min}$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , theoretical inputs $ C'/T'  = 0.5$ , $P'_{uc} = 0$ . .....	41
4. VI	$\chi^2_{\min}$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurement of $\beta$ , theoretical inputs $ C'/T'  = 0.5$ , $P'_{uc} = 0$ . .....	42
4. VII	$\chi^2_{\min}$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters for the $Z'$ model where all three NP operators are present in $B \rightarrow \pi K$ . Left-hand table has constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , $ C'/T'  = 0.2$ . Right-hand table has constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , $ C'/T'  = 0.2$ , and $ P'_{EW,NP}/P'_{EW,NP}  = 0.3$ . .....	47

4. VIII	$\chi_{\min}^2$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters [ $z$ and $z'$ are defined in Eq. (4.4.4)] for the $Z'$ model where NP is present in $B \rightarrow \pi K$ , but only $P'_{NP}$ is nonzero. Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ .....	48
4. IX	$\chi_{\min}^2$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters for the $Z'$ model where only $g_R^{dd}$ is nonzero. Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , $ C'/T'  = 0.2$ , $ P'_{EW,NP}/P'_{EW,NP}  = 0.3$ .....	49
4. X	Scalar diquarks: quantum numbers and couplings.....	54
4. XI	$\chi_{\min}^2$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters for the model of diquark <i>III</i> . Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , $ C'/T'  = 0.2$ .....	56
4. XII	$\chi_{\min}^2$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters for the model of diquark <i>IV</i> . Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , $ C'/T'  = 0.2$ .....	57
4. XIII	$\chi_{\min}^2$ /d.o.f. and best-fit values of unknown parameters for the model of diquark <i>VIII</i> . Constraints: $B \rightarrow \pi K$ data, measurements of $\beta$ and $\gamma$ , $ C'/T'  = 0.2$ .....	58

# Table des figures

---

1.1	Le triangle unitaire tiré de [2] .....	11
2.1	Diagrammes du Modèle Standard considérés contribuant à la désintégrations $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ . Les pingouins gluoniques correspondent à trois diagrammes, un pour chaque quark intermédiaire qui est identifié par l'indice $i$ de $P'_i$ .....	19
2.2	Diagrammes de mélange pour $K^0$ et $B_d^0$ .....	23
3.1	Diagrammes impliquant un $Z'$ contribuant à $B \rightarrow \pi^0 K^+$ .....	27
3.2	Diagrammes impliquant un diquark se couplant à $u_L d_L, u_R d_R$ contribuant à $B \rightarrow \pi^0 K^+$ .....	28



# LISTE DES SIGLES ET DES ABRÉVIATIONS

---

CKM	Cabbibo-Kobayashi-Maskawa
SM	Modèle Standard de la physique des particules, de l'anglais <i>Standard Model of particle physics</i>
NP	nouvelle physique, de l'anglais <i>new physics</i>
FCNC	courants neutres changeant la saveur, de l'anglais <i>flavor-changing neutral currents</i>
QCD	chromodynamique quantique, de l'anglais <i>quantum chromodynamics</i>
QCdf	factorisation QCD, de l'anglais <i>QCD factorization</i>
PQCD	QCD perturbative, de l'anglais <i>perturbative QCD</i>





# REMERCIEMENTS

---

Je tiens d'abord à remercier mon directeur de recherche, David London, pour avoir été patient et pour m'avoir supporté tout au long de ce projet. Un jour, j'espère être capable d'exprimer mes pensées aussi efficacement que lui. J'aimerais aussi remercier Julien, Mari-Ève, François et Édouard avec qui on peut toujours rire un bon coup, la plupart du temps de l'état de nos recherches... Je voudrais aussi remercier mon frère. Ses conseils sur les statistiques ont été fort utiles pour ce projet. Finalement, j'aimerais remercier mes parents, sans qui rien de tout ceci n'aurait été possible.



# INTRODUCTION

---

La physique des particules est le domaine de la physique qui s'intéresse aux éléments les plus fondamentaux qui composent la matière. Ce domaine cherche à décrire le comportement de ces particules avec la plus grande exactitude possible. Jusqu'à présent, le modèle qui a eu le plus de succès dans cette entreprise est le Modèle Standard de la physique des particules.<sup>1</sup> Celui-ci a été bâti durant la seconde moitié du 20<sup>e</sup> siècle et a réussi à prédire avec une grande précision le comportement des particules fondamentales. Par exemple, avec la découverte du boson de Higgs en 2012 [3], toutes les particules du Modèle Standard ont maintenant été découvertes. Malgré son vaste succès, il existe plusieurs désaccords entre certaines observations et les prédictions du Modèle Standard qui indiquent que celui-ci est incomplet. Il doit donc exister de la physique au-delà du Modèle Standard qui peut expliquer ces désaccords. La nature de cette nouvelle physique est toutefois inconnue. Aujourd'hui, la recherche en physique des particules se concentre sur l'identification de cette nouvelle physique.

En 1967, Sakharov a proposé des conditions qu'une théorie doit respecter pour pouvoir expliquer le déséquilibre entre matière et antimatière que l'on observe dans l'Univers [4]. Une de ces conditions est qu'au début de l'Univers, la symétrie CP<sup>2</sup> a dû être violée. Heureusement, il existe dans le Modèle Standard un mécanisme appelé mécanisme de Kobayashi-Maskawa [5] qui permet de la violation CP dans le secteur des quarks. Par contre, il se trouve que ce mécanisme n'est pas suffisant pour expliquer le déséquilibre entre matière et antimatière observé [6]. De nouvelles sources de violation CP encore inconnues

---

1. Pour le reste du mémoire on utilisera plutôt Modèle Standard, par soucis de concision.

2. C est l'opération de conjugaison de charge, qui transforme une particule en son antiparticule et vice-versa. P est l'opération de parité, qui inverse la direction de l'espace ( $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$ ).

sont nécessaires. Il est donc pertinent de tester le mécanisme de Kobayashi-Maskawa dans certains processus particuliers. En effet, si l'on observe des déviations par rapport aux prédictions du Modèle Standard dans ces processus, cela suggère que les nouvelles sources de violation CP agissent dans ceux-ci. Les nouvelles sources de violation CP sont alors plus faciles à identifier par la suite. Plusieurs processus différents peuvent être utilisés, mais ce projet s'intéresse en particulier aux désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ .

Le but de ce projet est d'étudier les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  pour savoir si le Modèle Standard peut les décrire adéquatement. Il est possible de mesurer expérimentalement 9 observables avec les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . En utilisant des ajustements,<sup>3</sup> il est possible de quantifier à quel point la description des désintégrations par le Modèle Standard est en accord avec ces observables. Des ajustements de ce genre ont déjà été effectués auparavant, par exemple dans [7]. Il a été constaté qu'en décrivant les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  à l'aide du Modèle Standard (*SM fit*), on obtient un mauvais ajustement. Par contre, celui-ci n'est pas assez mauvais pour suggérer que de la nouvelle physique doit nécessairement être présente dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . La situation actuelle est donc ambiguë. Pour ce projet, on désire déterminer avec les données expérimentales les plus récentes si cette situation a changé. En particulier, on aimerait savoir quels sont les espaces des paramètres décrivant les désintégrations qui favorisent (ou non) le Modèle Standard, de façon à mieux comprendre le désaccord. Advenant que le Modèle Standard offre une description inadéquate, il est possible d'inclure dans l'analyse des modèles de nouvelle physique pour vérifier s'ils peuvent apporter une amélioration. Pour ce projet, on considérera deux modèles de nouvelle physique, un  $Z'$  et diquark. Le  $Z'$  est particulièrement intéressant puisqu'il peut potentiellement expliquer également des anomalies dans des processus faisant intervenir la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}\mu^+\mu^-$ .

Ce mémoire est divisé comme suit. Le chapitre 1 se concentrera sur une description de la source de violation CP dans le secteur des quarks proposée par le Modèle Standard. Le

---

3. traduction française de *fits*

chapitre 2 décrira la technique utilisée pour analyser les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , soit les ajustements, et le formalisme théorique qui est utilisé pour décrire les désintégrations, soit l'approche diagrammatique. Le chapitre 3 discutera des justifications derrière l'inclusion de modèles de  $Z'$  et de diquarks dans l'analyse. Le chapitre 4 présentera les résultats de l'analyse des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  sous la forme d'un article publié dans le *Journal of High Energy Physics*. Ce chapitre est suivi par une brève conclusion.



# Chapitre 1

---

## LE MODÈLE STANDARD ET LA VIOLATION CP

Everything not forbidden is  
compulsory

---

Murray Gell-Mann

Selon le Modèle Standard, toute violation CP dans le secteur des quarks ne peut provenir que du mécanisme de Kobayashi-Maskawa. Les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  sont intéressantes à étudier puisqu'elles peuvent être utilisées pour tester ce mécanisme. Ce chapitre expliquera donc l'origine de ce mécanisme et son lien avec les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ .

### 1.1. LE GROUPE DE SYMÉTRIE DU MODÈLE STANDARD

Les particules du Modèle Standard sont séparées en deux catégories : les fermions, des particules de spin demi-entier, et les bosons, des particules de spin entier. Dans le Modèle Standard, ces particules peuvent interagir entre elles selon trois interactions : l'interaction électromagnétique, l'interaction forte et l'interaction faible. Ces trois interactions sont intimement liées aux symétries du lagrangien du Modèle Standard. Par exemple, pour que le lagrangien de l'équation de Dirac soit invariant sous une transformation à l'aide d'une phase locale ( $\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi(x)$ ), il faut rajouter un terme dans le lagrangien correspondant au vertex primaire de l'électrodynamique quantique ( $e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$ ).<sup>1</sup> Ce terme décrit les interactions possibles entre les fermions de charge électrique  $|e|$  et un boson sans masse de spin 1 qui correspond au photon. Ainsi, en demandant que le lagrangien de

---

1. Ici et pour le reste du mémoire, la convention d'Einstein est utilisée. Les indices répétés sont donc sommés.

l'équation de Dirac soit invariant sous une transformation unitaire locale du groupe  $U(1)$ , ceci fait apparaître un terme associé à l'interaction électromagnétique. En fait, cette idée d'imposer des symétries locales au lagrangien de l'équation de Dirac pour faire apparaître des interactions peut se généraliser à d'autres groupes de symétrie, qui eux seront associés aux autres interactions du Modèle Standard.

Le groupe de symétrie du Modèle Standard est  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  où  $SU(3)_C$  est relié à l'interaction forte tandis que les interactions faibles et électromagnétiques sont réunies dans un même cadre mathématique associé à  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Les interactions permises entre les différents bosons et un fermion en particulier sont déterminées par la représentation selon laquelle ce fermion se transforme sous le groupe de symétrie du Modèle Standard. Par exemple, les représentations des quarks sont inscrites ci-bas selon la notation  $(SU(3)_C, SU(2)_L)_Y$  où  $Y = 2(Q - I_{3W})$ ,  $Q$  est la charge électrique en unités de  $e$  et  $I_{3W}$  est la troisième composante de l'isospin faible :

- quarks gauchers  $Q_L : (3, 2)_{1/3}$
- quarks de type up droitiers  $U_R : (3, 1)_{4/3}$
- quarks de type down droitiers  $D_R : (3, 1)_{-2/3}$
- antiquarks droitiers  $Q_R^C : (\bar{3}, 2)_{-1/3}$

Dans cette notation, les quarks se transforment comme des triplets sous  $SU(3)_C$  ; il faut donc inclure dans le lagrangien des termes d'interaction avec des bosons (des gluons dans ce cas) pour garantir que celui-ci soit invariant sous  $SU(3)_C$ . Les quarks portent donc une charge de couleur, une quantité qui est conservée. La même logique s'applique pour  $SU(2)_L$ . Ici les indices  $L$  et  $R$  identifient des particules de chiralité gauche et droite respectivement. Il a été déterminé expérimentalement que seul les particules gauchères et les antiparticules droitères interagissent avec les bosons  $W^+, W^-$  [8]. Ceci est reflété par le fait que les particules droitères sont des singulets de  $SU(2)_L$ , mais que les particules gauchères en sont des doublets et vice-versa pour les antiparticules. Les représentations des leptons sont similaires à celles des quarks, sauf que ce sont des singulets de  $SU(3)_C$  (ils ne ressentent pas



l'interaction forte) et leurs charges électriques ne sont pas les mêmes que celles des quarks. Dans les doublets de  $SU(2)_L$ , les neutrinos et les quarks de type up ont  $I_{3W} = 1/2$  et les leptons chargés et les quarks de type down ont  $I_{3W} = -1/2$ .

Même si ces représentations sont utiles pour décrire les interactions du Modèle Standard, elles posent certains problèmes. En effet, un terme de masse pour les fermions de la forme  $m\bar{\psi}\psi$  briserait l'invariance de jauge :

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)(\psi_L + \psi_R) = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \quad (1.1.1)$$

où  $\psi_{R[L]} = \frac{1}{2}(1 + [-]\gamma^5)\psi$  sont les composantes droitières [gauchères] du fermion et  $\bar{\psi}_{R[L]} = (\psi_{R[L]})^\dagger\gamma^0$ . Or, les particules gauchères sont des doublets de  $SU(2)_L$  alors que les particules droitières en sont des singulets, elles se transforment donc de façon différente sous  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Ainsi, les deux termes de l'équation 1.1.1 ne sont pas invariants sous  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  et donc un terme de masse pour un fermion ne peut être écrit comme  $m\bar{\psi}\psi$ . Ce problème peut être réglé à l'aide du mécanisme de Higgs et de la brisure spontanée de symétrie.

## 1.2. LE MÉCANISME DE HIGGS ET LA MASSE DES FERMIONS

Le mécanisme de Higgs brise la symétrie du Modèle Standard de  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  à  $SU(3)_C \times U(1)_{em}$ . Il permet aux fermions d'acquérir une masse en introduisant des termes de Yukawa.<sup>2</sup> Pour les quarks, ces termes ont la forme :

$$\mathcal{L}_Y = -g_{Y,ij}^d \bar{\psi}_{iL} \phi d_{jR} + g_{Y,ij}^u \bar{\psi}_{iL} i\sigma_2 \phi^* u_{jR} + h.c. \quad (1.2.1)$$

où  $g_{Y,ij}^{d,u}$  sont les couplages de Yukawa et  $i$  et  $j$  sont des indices reliés à la génération des quarks.  $\psi_{iL}$  sont des doublets de quarks gauchers et  $d_{jR}, u_{jR}$  sont des singulets de quarks droitiers.  $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$  est un boson scalaire doublet de  $SU(2)_L$  et sans couleur.  $\phi^0$  et  $\phi^+$  sont tous deux complexes;  $\phi^0$  étant neutre et  $\phi^+$  étant chargé positivement. Il y donc 4 quatre

---

<sup>2</sup> La génération de masse des fermions par des termes de Yukawa ne s'applique pas aux neutrinos puisqu'ils n'ont pas de composantes droitières dans le Modèle Standard.

degrés de liberté au total. Lors de la brisure de symétrie, trois des quatre degrés de liberté initiaux sont utilisés pour donner des masses aux bosons  $W^\pm$  et  $Z$ . Suite à cette brisure, le boson  $\phi$  devient  $\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$  [9] où  $v$  est la valeur moyenne du vide, un paramètre libre du Modèle Standard, et  $H$  est le boson de Higgs. Ainsi, les quarks ont maintenant des masses de  $g_{Y,ij}^{d,u}v/\sqrt{2}$ . Étant donné que les valeurs des couplages  $g_{Y,ij}^{d,u}$  ne sont pas prédites par le Modèle Standard, les masses des quarks sont donc des paramètres libres. Par contre, un problème supplémentaire apparaît. En effet, il n'y a pas de symétrie qui interdit que les couplages de Yukawa soient non-nuls lorsque les quarks impliqués ne sont pas de la même génération. C'est-à-dire qu'il peut y avoir des termes non diagonaux, mais pour que les quarks aient des masses bien définies il faut que leurs termes de masse soient diagonalisés. On peut écrire les termes de masse possibles pour les quarks de la façon suivante :

$$\mathcal{L}_m = -\overline{D}'_L M_D D'_R - \overline{U}'_L M_U U'_R + h.c. \quad (1.2.2)$$

où les matrices de masse  $M_{D,U}$  sont non diagonales,  $U'_L = \begin{pmatrix} u_L & c_L & t_L \end{pmatrix}^T$  et  $D'_L = \begin{pmatrix} d_L & s_L & b_L \end{pmatrix}^T$  (il en va de même pour l'indice  $R$ ). Il est possible de diagonaliser les matrices  $M_{D,U}$  par une transformation biunitaire [10]. Plus précisément, il existe des matrices unitaires  $S_{U,D}$  et  $T_{U,D}$  telles que  $S_{U,D}^\dagger M_{U,D} T_{U,D}$  est une matrice diagonale avec des valeurs propres réelles positives. Pour obtenir ces matrices unitaires, on fait un changement de base pour les quarks et on passe à la base de masse :  $U'_{L,R} = \mathcal{U}_{L,R}^u U_{L,R}$ ,  $D'_{L,R} = \mathcal{U}_{L,R}^d D_{L,R}$ . On choisit les matrices  $\mathcal{U}_{L,R}^{u,d}$  telles que les expressions  $\mathcal{U}_L^{u\dagger} M_U \mathcal{U}_R^u$  et  $\mathcal{U}_L^{d\dagger} M_D \mathcal{U}_R^d$  soient diagonales. Ce changement de base permet d'avoir des masses bien définies pour les quarks, par contre, il a aussi un effet sur l'interaction entre les quarks et le  $W$ . En effet, les termes du lagrangien qui régissent cette interaction sont :

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{U}'_L \gamma^\mu D'_L W_\mu^+ + h.c. \quad (1.2.3)$$

où  $g^2 = 4\sqrt{2}G_F M_W^2$  avec  $G_F$  la constante de Fermi et  $M_W$  la masse du boson  $W$ . Avec le changement de base, on obtient :

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{U}_L \mathcal{U}_L^{u\dagger} \gamma^\mu \mathcal{U}_L^d D_L W_\mu^+ + h.c. = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{U}_L V \gamma^\mu D_L W_\mu^+ + h.c. \quad (1.2.4)$$

où  $V = \mathcal{U}_L^u \dagger \mathcal{U}_L^d$  est la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Il s'avère que cette matrice est la seule cause de la violation CP dans le secteur des quarks prédite par le Modèle Standard. La prochaine section explore donc plus en détail cette matrice et son lien avec la violation CP.

### 1.3. LA MATRICE CKM

Les éléments de la matrice CKM sont des paramètres libres du Modèle Standard puisqu'ils dépendent des couplages de Yukawa dont les valeurs ne sont pas prédites par celui-ci. Par contre, il est possible de réduire le nombre de paramètres inconnus de la matrice CKM à l'aide de certaines de ses propriétés. D'abord, puisque  $V = \mathcal{U}_L^u \dagger \mathcal{U}_L^d$  et que  $\mathcal{U}_L^u$  et  $\mathcal{U}_L^d$  sont unitaires,  $V$  est donc unitaire. En raison de cette unitarité, elle peut être paramétrisée par trois angles et six phases. Aussi, puisque les phases des quarks sont des paramètres non-physiques, elles peuvent être modifiées pour éliminer certaines des 6 phases de la matrice CKM. En modifiant les phases des quarks ( $u_i \rightarrow e^{i\phi_i} u_i$ ,  $d_j \rightarrow e^{i\theta_j} d_j$ ), cela revient à modifier les éléments de la matrice CKM par des phases correspondant aux différences entre les phases des quarks ( $V_{ij} \rightarrow e^{i(\theta_j - \phi_i)} V_{ij}$ ). Puisqu'il y a 6 quarks, il y a 5 différences de phase indépendantes et donc on peut éliminer 5 phases de la matrice CKM de cette façon. Avec trois angles et une phase, la matrice CKM peut être paramétrisée de diverses façons, mais le choix standard est [11] :

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.3.1)$$

où  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  et  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ . Pour voir comment la violation CP est reliée à la matrice CKM, il est utile de considérer l'approximation de Wolfenstein [12]. En se basant sur des mesures expérimentales des éléments de la matrice CKM, on pose que  $s_{12} = \lambda \approx 0.22$ ,  $s_{23} = A\lambda^2$  où  $A$  est de l'ordre de  $O(1)$  et on fixe également  $s_{13}e^{i\delta_{13}} = A\lambda^3(\rho + i\eta)$ .<sup>3</sup> En négligeant ensuite tous les termes d'ordres supérieurs à  $\lambda^3$ , on obtient que seuls les termes

---

3. Les paramètres  $\bar{\rho} + i\bar{\eta} = (\rho + i\eta) \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right)$  sont aussi parfois utilisés.

$V_{ub}$  et  $V_{td}$  sont complexes :

$$V_{CKM} \approx \begin{bmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3.2)$$

Cette description de la matrice CKM est utile puisqu'elle permet d'évaluer facilement les ordres de grandeur de ses éléments. Le fait que la matrice CKM ait des éléments complexes est ce qui permet de la violation CP dans le secteur des quarks. Par exemple, pour un processus qui fait intervenir la transition  $b \rightarrow uW^-$ , son amplitude sera proportionnelle à  $V_{ub}$ . Par contre, l'amplitude de l'antiprocessus (le conjugué CP du processus), qui fait intervenir  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}W^+$ , sera proportionnelle à  $V_{ub}^*$ . Au chapitre suivant, lorsqu'on établira un formalisme pour décrire les amplitudes, on verra comment cette différence entre les deux amplitudes peut se traduire en différence entre des quantités physiques observables associés au processus et à son antiprocessus.

#### 1.4. LE TRIANGLE UNITAIRE

On peut tester le Modèle Standard en s'assurant que les éléments de la matrice CKM respectent la relation d'unitarité :

$$V_{ij}V_{ik}^* = \delta_{jk} \quad (1.4.1)$$

Pour la première et la troisième colonnes cette relation donne :

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (1.4.2)$$

En divisant de chaque côté par  $V_{cd}V_{cb}^*$ , on peut alors tracer un triangle dans le plan complexe. Ce triangle est représenté à la figure 1.1. Les trois angles  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont donnés par :

$$\alpha = \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right) \quad \beta = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right) \quad \gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) \quad (1.4.3)$$

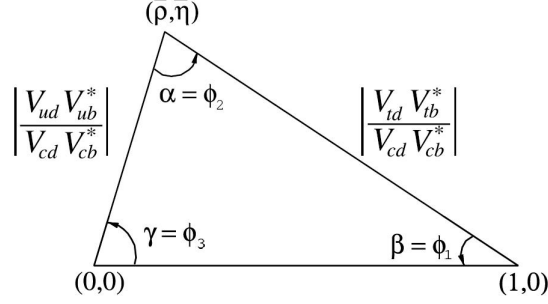


FIGURE 1.1. Le triangle unitaire tiré de [2]

Cette représentation de la relation d'unitarité est utile puisque avec l'approximation de Wolfenstein, les deux éléments complexes de la matrice CKM s'écrivent comme :

$$V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma} \quad (1.4.4)$$

$$V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta} \quad (1.4.5)$$

De plus, le triangle unitaire fournit une autre relation qui peut être utilisée pour tester le Modèle Standard. En effet, grâce au triangle unitaire, on a que :

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad (1.4.6)$$

Il est donc pertinent de mesurer  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  chacun de manière indépendante pour vérifier que la relation 1.4.6 est respectée.

À l'aide d'un ajustement, divers observables reliés aux désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  peuvent être utilisés pour mesurer  $\gamma$ . À l'aide des données expérimentales les plus récentes, cette valeur est calculée au chapitre 4 (section 4.3.4). Par contre, d'autres processus peuvent également être utilisés pour mesurer  $\gamma$  (par exemple [13]), de sorte qu'il est possible d'obtenir une valeur de  $\gamma$  indépendamment des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  [14]. De cette façon, on obtient que  $\gamma = (72.1 \pm 5.8)^\circ$ . Si ces deux valeurs de  $\gamma$  sont différentes, cela suggère que le Modèle Standard ne décrit pas adéquatement les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , particulièrement du point de vue de la violation CP. Étant donné que les ajustements sont le principal outil qui est

utilisé dans ce projet pour analyser les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , ils sont décrits en détail au chapitre suivant.

# Chapitre 2

---

## APPROCHE DIAGRAMMATIQUE ET OBSERVABLES

En connaissant les valeurs des observables expérimentaux reliés aux désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , il est possible d'évaluer à quel point une description théorique des désintégrations est adéquate en utilisant la méthode des moindres carrés :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\mathcal{O}_i^{th} - \mathcal{O}_i^{exp})^2}{(\Delta\mathcal{O}_i)^2} \quad (2.0.1)$$

où les  $\mathcal{O}_i^{exp}$  sont les valeurs centrales expérimentales des divers observables que l'on peut obtenir avec les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ ,  $\Delta\mathcal{O}_i$  sont leurs incertitudes respectives et les  $\mathcal{O}_i^{th}$  sont les prédictions théoriques pour ces observables selon le modèle considéré (par exemple le Modèle Standard). Ces prédictions théoriques dépendent de paramètres a priori inconnus. De plus, pour pouvoir réaliser un ajustement, ces paramètres doivent être indépendants. Les valeurs des paramètres théoriques pour lesquelles l'accord entre les prédictions théoriques et les valeurs des observables est le meilleur sont celles où le  $\chi^2$  est minimisé. Un ajustement permet de trouver ces valeurs des paramètres, de même que la valeur minimale du  $\chi^2$ , notée  $\chi_{\min}^2$ . Celle-ci peut être utilisée pour évaluer la qualité de l'ajustement,<sup>1</sup> soit une mesure de l'importance du désaccord entre la description théorique des observables et leurs valeurs expérimentales.

---

1. traduction française de *goodness-of-fit*

La qualité de l'ajustement est particulièrement utile pour ce projet. En effet, plusieurs ajustements seront réalisés dans lesquels les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  seront décrites par différents modèles théoriques. En permettant de déterminer à quel point ces modèles théoriques sont en accord avec les données expérimentales, la qualité de l'ajustement peut être utilisée pour comparer ces modèles entre eux. En général, c'est la valeur du  $\chi^2$  qui est utilisée pour quantifier la qualité de l'ajustement. En théorie, plus le  $\chi^2$  tend vers 0, plus le modèle théorique est en accord avec les données expérimentales. Par contre, en raison de fluctuations statistiques, il est commun de considérer qu'un ajustement ayant un  $\chi^2/n$  de 1 correspond à un bon ajustement [15] ( $n$  est le nombre de degrés de liberté soit la différence entre le nombre d'observables et le nombre de paramètres théoriques). Malheureusement, comme on le verra dans la section 4.2.2, l'utilisation du  $\chi^2$  pour comparer plusieurs ajustements est problématique, particulièrement si  $n$  est petit. C'est pourquoi on utilisera un autre paramètre que le  $\chi^2$  pour quantifier la qualité de l'ajustement, soit la valeur  $p$ . Celle-ci est donnée par :

$$p = \int_{\chi_{\min}^2}^{\infty} f(x; n) dx = \int_{\chi_{\min}^2}^{\infty} \frac{x^{(\frac{n}{2}-1)} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} dx \quad (2.0.2)$$

où  $\chi_{\min}^2$  est la valeur minimale du  $\chi^2$  obtenue suite à un ajustement et  $f(x; n)$  est la densité de probabilité du  $\chi^2$ . Supposons que l'on obtienne un  $\chi_{\min}^2$  non-nul suite à un ajustement. On peut alors se demander : est-ce possible que  $\chi_{\min}^2$  soit différent de 0 uniquement en raison de fluctuations statistiques, et donc que le modèle théorique considéré pour décrire les observables corresponde tout de même à la réalité? La valeur  $p$  permet de répondre à cette question. En assumant que le modèle théorique considéré correspond à la réalité, la valeur  $p$  est la probabilité d'obtenir, avec un ajustement, un  $\chi^2$  égal ou supérieur à  $\chi_{\min}^2$ . La valeur  $p$  diminue lorsque le  $\chi_{\min}^2$  augmente puisqu'il devient de plus en plus improbable que celui-ci soit aussi éloigné de 0, mais que le modèle théorique considéré corresponde tout de même à la réalité. Pour ce projet, on considérera qu'un ajustement acceptable a une valeur  $p$  qui tend vers 50%. Cette valeur correspond en général<sup>2</sup> à un  $\chi^2/n$  de 1. Bien que le  $\chi^2$  et la valeur  $p$  soient deux concepts différents, on utilisera la valeur

---

2. Ceci est vrai seulement pour un grand nombre de degrés de liberté. Le tout est discuté plus en détail à la section 4.2.2



p de la même manière que l'on utiliserait le  $\chi^2$ , soit pour comparer des ajustements entre eux.

Les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  sont intéressantes à étudier puisqu'elles permettent de tester la violation CP dans le Modèle Standard. Par contre, la technique utilisée pour les analyser, les ajustements, permet de tester les désintégrations de manière bien plus large. En effet, un ajustement permet de quantifier le désaccord général entre les observables et la description théorique, que ce désaccord soit causé par la violation CP ou par autre chose. Pour réaliser un ajustement, deux éléments sont nécessaires : une description théorique des observables et leurs valeurs expérimentales. Ce chapitre décrira donc d'abord le formalisme théorique qui est utilisé pour décrire les observables et ensuite présentera les observables qui peuvent être obtenus à l'aide des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ .

## 2.1. L'APPROCHE DIAGRAMMATIQUE

Il existe quatre désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  :  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ ,  $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$ ,  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$  et  $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ . Les amplitudes de ces désintégrations sont représentées respectivement par :  $A^{00}$ ,  $A^{-+}$ ,  $A^{0+}$  et  $A^{+0}$ . Pour étudier les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  à l'aide d'ajustements, il est impératif de décrire à l'aide d'un modèle ces amplitudes et celles des antiprocessus, puisque les observables dépendent de celles-ci. Ceci peut se faire grâce à l'approche diagrammatique [16]. Dans cette approche, les quatre amplitudes peuvent être écrites comme :

$$A = \sum_i c_i A_i e^{\phi_i} = \sum_i c_i |A_i| e^{\delta_i} e^{\phi_i} \quad (2.1.1)$$

où pour un  $i$  donné, les paramètres  $|A_i|$ ,  $\phi_i$  et  $\delta_i$  sont associés à un certain type de diagramme de Feynman qui contribue au processus considéré. L'amplitude du processus est donc obtenue en additionnant les contributions des diagrammes qui y contribuent. Les  $\phi_i$  sont des phases faibles. Elles correspondent aux phases des éléments de la matrice CKM qui interviennent dans les diagrammes. Ces phases vont donc changer de signe dans l'amplitude de l'antiprocessus, puisque le conjugué CP d'un processus fait intervenir le complexe

conjugué des éléments de la matrice CKM. Les autres phases présentes,  $\delta_i$ , sont appelées phases fortes. Elles sont causées par la rediffusion des particules initiales dans des états intermédiaires sur leur couche de masse<sup>3</sup> entre le début de la désintégration et l'état final. Ces rediffusions sont causées par l'interaction forte, qui est une interaction qui respecte CP. Ainsi, ces phases ne sont pas affectées par la transformation CP et sont les mêmes dans l'expression de l'amplitude de l'antiprocessus. Les  $|A_i|$  sont les grandeurs<sup>4</sup> des amplitudes associées aux diagrammes, elles non plus ne sont pas modifiées dans l'amplitude de l'antiprocessus. Les  $c_i$  sont des coefficients connus qui dépendent des types de quarks présents dans l'état final. Un facteur de  $-1$  est ajouté pour chaque  $\bar{u}$  dans l'état final et un facteur de  $1/\sqrt{2}$  s'il y a un  $\pi^0$ . Ces facteurs s'expliquent par la convention adopté dans [16]. Selon cette convention, les mésons sont définis comme :

$$\pi^+ = u\bar{d} \quad \pi^0 = \frac{(d\bar{d} - u\bar{u})}{\sqrt{2}} \quad \pi^- = -d\bar{u} \quad (2.1.2)$$

$$K^+ = u\bar{s} \quad K^- = -s\bar{u} \quad K^0 = d\bar{s} \quad \bar{K}^0 = s\bar{d} \quad (2.1.3)$$

Ainsi, l'approche diagrammatique permet de décrire l'amplitude d'une désintégration  $B \rightarrow \pi K$  et celle de son antiprocessus avec les mêmes paramètres, puisque seul les signes des phases faibles doivent être changés pour passer de l'une à l'autre.

Les différents diagrammes du Modèle Standard considérés pour décrire les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  sont représentés à la figure 2.1 pour la désintégration  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ . On obtient que ces diagrammes contribuent également aux autres désintégrations en changeant pour tous les diagrammes le quark spectateur de  $u$  à  $d$  et pour les diagrammes de type pingouin en posant  $g, Z \rightarrow d\bar{d}$  au lieu de  $g, Z \rightarrow u\bar{u}$ . Évidemment, tous les diagrammes de la figure 2.1 ne contribuent pas à toutes les désintégrations, cela dépend des quarks qui sont

---

3. traduction française de *on-shell*

4. En général les  $A_i$  peuvent être négatifs. La valeur absolue ici signifie que le signe des  $A_i$  est absorbé dans la phase forte. Si la phase forte d'un diagramme est nulle, cette valeur absolue ne s'applique pas.

présents dans l'état initial et final. L'avantage de l'approche diagrammatique est que pour un même type de diagramme, les paramètres  $|A_i|$ ,  $\phi_i$  et  $\delta_i$  sont les mêmes peu importe à laquelle des 4 désintégrations ce type de diagramme contribue. On peut voir ceci facilement pour les  $\phi_i$  puisque les diagrammes qui contribuent aux désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  font toujours intervenir les mêmes éléments de la matrice CKM, peu importe la désintégration à laquelle ils contribuent. En effet, les diagrammes de type arbre ( $T', C'$ ) font toujours intervenir la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}(W \rightarrow u\bar{s})$ . Quant aux diagrammes de type pingouin, ils font toujours intervenir par l'intermédiaire d'une boucle avec un  $W$  la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{s}$  où  $q$  est le quark intermédiaire.

Même si on peut voir facilement que pour un diagramme donné,  $\phi_i$  est la même peu importe la désintégration à laquelle ce diagramme contribue, ceci est moins évident pour  $|A_i|$  et  $\delta_i$ . Par contre, on peut voir ceci en comprenant le lien entre le formalisme de l'approche diagrammatique, le formalisme de l'hamiltonien effectif et les contractions de Wick [17]. L'amplitude d'une désintégration de type  $B \rightarrow M_1 M_2$ , où  $M_1$  et  $M_2$  sont des mésons, fait intervenir les éléments de matrice  $c_i \langle M_1 M_2 | O_i | B \rangle$ , où les  $O_i$  sont les opérateurs de l'hamiltonien effectif gouvernant la désintégration et les  $c_i$  sont appelés coefficients de Wilson [18]. Pour calculer ces éléments de matrice, il faut sommer sur toutes les contractions de Wick possibles entre les quarks des opérateurs  $O_i$  et les quarks des états initiaux et finaux. Or, il est possible de montrer que les  $A_i$  de l'approche diagrammatique peuvent s'écrire en terme de contractions de Wick. Prenons par exemple  $P'_{EW}{}^C$ . L'opérateur qui lui est associé a la forme<sup>5</sup> :

$$O_{10} = \frac{3}{2} \sum_{q=u,d} e_q (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{V-A} \quad (2.1.4)$$

où  $(\bar{q}_1 q_2)_{V-A}$  correspond à  $\bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) q_2$ ,  $e_q$  est la charge de  $q$  et les indices  $\alpha$  et  $\beta$  sont des indices de couleur. Lorsque  $P'_{EW}{}^C$  contribue à  $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ , il peut s'écrire comme :

$$P'_{EW}{}^C = \frac{-3}{2} G_F (c_9 + 3c_{10}) \left\langle \overbrace{\bar{s} d d u}^{\text{diagramme}} | (\bar{b}_\alpha s_\beta)_{V-A} (\bar{d}_\beta d_\alpha)_{V-A} | \bar{b} u \right\rangle \quad (2.1.5)$$

5. Ici, suivant [17], on néglige les coefficients de Wilson  $c_7$  et  $c_8$ . Le courant est donc purement  $(V - A) \times (V - A)$ .

Pour la contribution de  $P_{EW}^C$  à  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^+$ , cette contraction est aussi présente mais les quarks  $d$  de l'état final et de l'opérateur sont maintenant des quarks  $u$ . La contraction est donc la même que précédemment, mais des contractions de quarks  $d$  sont remplacées par des contractions de quarks  $u$ . Par contre, si l'on suppose qu'il y a symétrie de saveur  $SU(2)$ , les contractions des quarks  $u$  et  $d$  sont les mêmes. Ainsi les deux contractions présentes dans deux désintégrations différentes sont donc équivalentes. Un raisonnement similaire s'applique pour toutes les contractions associées aux diagrammes considérés, étant donné que les seules différences entre les désintégrations sont des changements de quarks  $u$  en quarks  $d$  ou vice-versa dans l'état initial et final. On en conclut que les diagrammes contribuent de la même façon à toutes les désintégrations, et donc que les paramètres  $|A_i|$  et  $\delta_i$  d'un diagramme sont les mêmes pour toutes les désintégrations à lesquelles ce diagramme contribue. Pour arriver à cette conclusion, seule la symétrie de saveur  $SU(2)$  est nécessaire. Par contre, pour ce projet on assumera la symétrie de saveur  $SU(3)$ , où les contractions entre  $u, d$  et  $s$  sont alors égales. Comme on le verra au chapitre 4, cela permet notamment d'établir des relations utiles entre  $T', C'$  et les pingouins électrofaibles.

Les observables qui peuvent être mesurés avec les 4 désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , sont tous fonctions des 4 amplitudes des processus et des antiprocessus. Avec l'approche diagrammatique, tous ces observables peuvent donc être décrits à l'aide d'un certain nombre de paramètres communs. Les trois paramètres utilisés pour décrire un diagramme sont a priori considérés comme inconnus. En effet, les  $\phi_i$  sont associées aux éléments de la matrice CKM, qui sont des paramètres libres du Modèle Standard. Quant aux  $|A_i|$  et  $\delta_i$ , ils sont reliés aux éléments de matrice  $\langle M_1 M_2 | O_i | B \rangle$ . Or, en raison du confinement de couleur, pour calculer ces éléments de matrice il faut tenir compte de l'hadronisation des quarks en mésons, ce qui implique des calculs non-perturbatifs. En théorie ceux-ci peuvent être calculés à l'aide de deux approches différentes, QCD *factorization* (QCdf) [19, 20] et *perturbative* QCD (PQCD) [21, 22], mais cela implique des incertitudes théoriques importantes (voir par

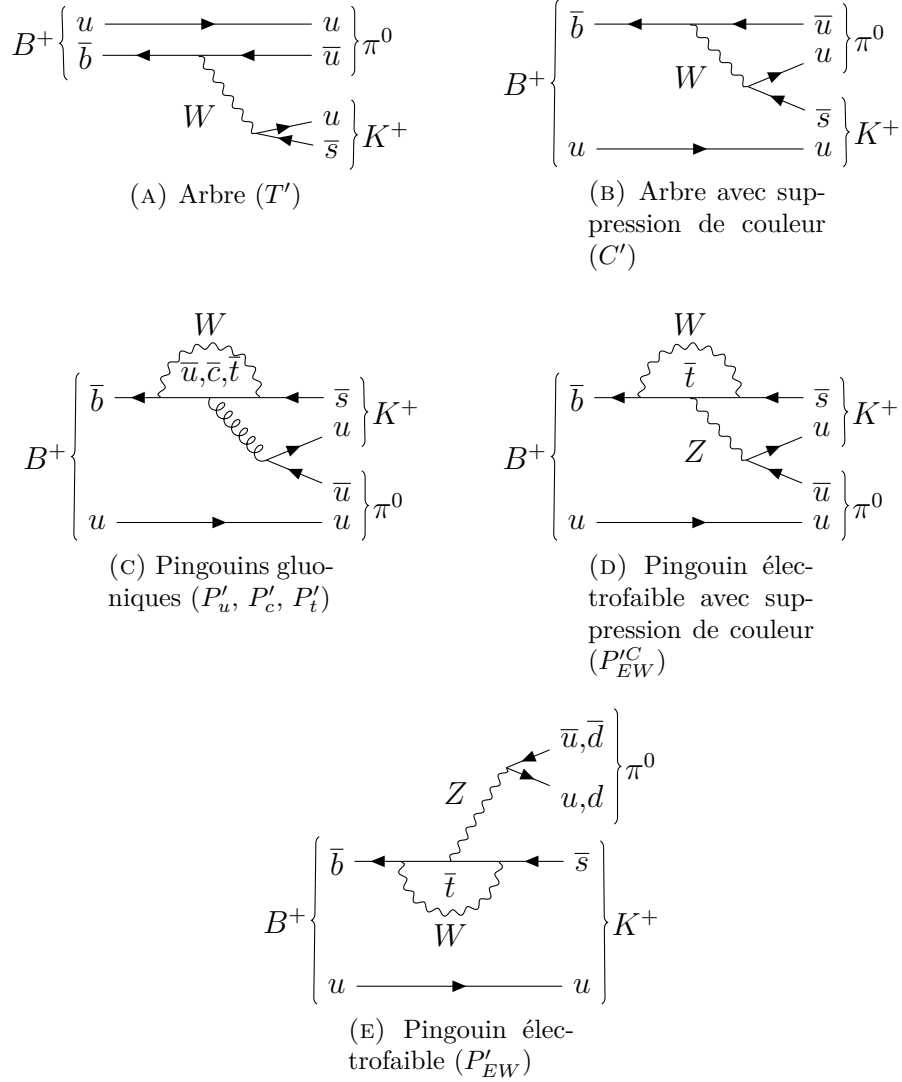


FIGURE 2.1. Diagrammes du Modèle Standard considérés contribuant à la désintégrations  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ . Les pingouins gluoniques correspondent à trois diagrammes, un pour chaque quark intermédiaire qui est identifié par l'indice  $i$  de  $P'_i$

exemple [23]). Pour cette raison, les  $|A_i|$  et  $\delta_i$  seront en général considérés comme inconnus.

Bien que les paramètres  $\phi_i$ ,  $|A_i|$  et  $\delta_i$  soient considérés comme inconnus, il est possible de faire certaines prédictions les concernant. D'abord, la seule  $\phi_i$  inconnue qui intervient dans les amplitudes des désintégrations est  $\gamma$ , dont la valeur devrait être la même que celle obtenue indépendamment des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Aussi, pour les  $|A_i|$ , on peut estimer leurs tailles relatives. Par exemple, les diagrammes  $T'$  et  $C'$  font tous deux intervenir

$V_{ub}^* V_{us} \sim \lambda^4$ , on s'attendrait donc à ce qu'ils soient de la même taille, mais en réalité  $|C'|$  doit être inférieur à  $|T'|$ . Dans le diagramme  $T'$ , les deux quarks provenant du  $W$  forment leur propre méson. Le  $W$  n'ayant pas de couleur, ces quarks peuvent avoir chacune des trois couleurs possibles. Ce n'est pas le cas dans le diagramme  $C'$ . Le confinement de couleur implique que les deux quarks provenant du  $W$  doivent avoir la même couleur que les quarks initiaux. On estime donc que  $\frac{|C'|}{|T'|}$  devrait être de l'ordre de  $\frac{1}{3}$ . On dit alors que le diagramme  $C'$  est diminué par rapport à  $T'$  en raison de la suppression de couleur. Ce genre d'argument s'applique ici puisque  $T'$  et  $C'$  sont générés par des opérateurs qui diffèrent uniquement par leurs structures de couleur (ici  $T'$  est généré par l'opérateur  $(\bar{b}_\alpha u_\alpha)_{V-A}(\bar{u}_\beta s_\beta)_{V-A}$  et  $C'$  par l'opérateur  $(\bar{b}_\alpha u_\beta)_{V-A}(\bar{u}_\beta s_\alpha)_{V-A}$ ). Par contre, même si cette condition est remplie, cela ne garantit pas que les grandeurs des deux diagrammes seront différentes. C'est le cas ici puisque le  $W$  n'a pas de couleur, mais ça peut être différent pour d'autres diagrammes. Notons aussi que cet argument assume qu'il n'y a pas de gluons échangés entre les quarks appartenant à différents mésons. Pour connaître le ratio  $|C'|/|T'|$  à des ordres supérieurs il faut utiliser les approches mentionnées précédemment, QCDf ou PQCD. Les grandeurs relatives des autres diagrammes sont estimées dans [24], [25]. Quant aux  $\delta_i$ , on s'attend à ce que certaines d'entre elles soient petites, et donc qu'elles puissent raisonnablement être négligées dans certains ajustements. C'est notamment le cas de la phase forte de  $T'$ . Sa taille sera discutée plus en détail à la section 4.3.

La qualité de l'ajustement est le principal outil utilisé pour déterminer si un ajustement est acceptable, soit que les valeurs expérimentales des observables sont en accord avec la description théorique choisie. Par contre, il est possible qu'un ajustement soit acceptable, mais que les valeurs des paramètres théoriques obtenues grâce à l'ajustement soient en désaccord avec les prédictions mentionnées plus haut. On peut alors imposer des contraintes dans l'ajustement sur les paramètres théoriques pour s'assurer que ceux-ci respectent les prédictions. La qualité de l'ajustement reflète alors plus exactement le désaccord entre les observables et

la description théorique choisie. En fait, c'est ce qui sera fait avec  $\gamma$  dans la plupart des ajustements, elle sera fixée à la valeur obtenue indépendamment des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . De plus, en comparant des ajustements sous diverses contraintes, on peut évaluer l'impact de paramètres particuliers sur le désaccord avec le Modèle Standard.

## 2.2. LES OBSERVABLES DANS $B \rightarrow \pi K$

Il existe certains observables qui peuvent être obtenus avec les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  et qui sont reliés à la violation CP. Si l'on note  $A$  comme étant l'amplitude du processus  $B \rightarrow f$  et  $\bar{A}$  comme étant l'amplitude de l'antiprocessus  $\bar{B} \rightarrow \bar{f}$ , pour les désintégrations où  $|A| \neq |\bar{A}|$ , on peut mesurer l'asymétrie CP directe  $A_{CP}$  :

$$A_{CP} = \frac{|\bar{A}|^2 - |A|^2}{|\bar{A}|^2 + |A|^2} \quad (2.2.1)$$

La seule différence entre  $A$  et  $\bar{A}$  est que cette dernière fait intervenir le complexe-conjugué des éléments de la matrice CKM qui interviennent dans  $A$ . On pourrait donc s'attendre à ce que l'observable 2.2.1 soit nul, puisqu'il ne fait intervenir que les normes au carré de  $A$  et  $\bar{A}$ . Par contre, ce n'est pas le cas si plus d'un diagramme contribuent à l'amplitude. En effet, si on a que :

$$A = |A_1|e^{i\delta_1}e^{i\phi_1} + |A_2|e^{i\delta_2}e^{i\phi_2} \quad (2.2.2)$$

alors le numérateur de  $A_{CP}$  devient

$$\begin{aligned} |\bar{A}|^2 - |A|^2 &= |A_1||A_2|(e^{i(\delta_1-\delta_2)}e^{i(\phi_2-\phi_1)} + e^{-i(\delta_1-\delta_2)}e^{-i(\phi_2-\phi_1)}) \\ &\quad - |A_1||A_2|(e^{i(\delta_1-\delta_2)}e^{-i(\phi_2-\phi_1)} + e^{-i(\delta_1-\delta_2)}e^{i(\phi_2-\phi_1)}) \\ &= 4i|A_1||A_2|\sin(\delta_1 - \delta_2)\sin(\phi_2 - \phi_1) \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Ainsi, pour qu'il y ait présence de violation CP directe non-nulle, la différence entre les phases faibles des deux diagrammes contribuant doit être non-nulle, de même que celle des phases fortes. Ici seulement deux diagrammes contribuent, mais on peut généraliser le résultat à plus de diagrammes. Dans ce cas, il peut y avoir plusieurs interférences entre les

diagrammes qui font que  $A_{CP}$  est non-nulle.

Dans le cas de l'asymétrie CP directe, pour une désintégration donnée, la violation CP est causée par l'interférence entre deux diagrammes ayant des phases faibles et fortes différentes. Une asymétrie CP directe peut donc être obtenue pour chacune des 4 désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Par contre, pour  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ , un autre type d'interférence intervient pour causer de la violation CP. En raison du diagramme de la figure 2.2a, un  $K^0$  peut avec le temps se transformer en  $\bar{K}^0$ . Les états physiques de  $K^0$  sont donc des combinaisons de  $K^0$  et  $\bar{K}^0$ . Un de ces états physique est  $K_S$ , qui est approximativement un état propre de CP [9] avec une valeur propre de  $-1$ . L'état  $\pi^0 K_S$  est donc un état propre de CP, il est accessible à la fois à  $\bar{B}_d^0$  et  $B_d^0$ . Or, grâce au diagramme de la figure 2.2b, un méson  $B_d^0$  peut, tout comme  $K^0$ , se transformer en méson  $\bar{B}_d^0$  avec le temps. Le processus  $B_d^0 \rightarrow \bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^0 K_S$  peut donc venir interférer avec  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K_S$  pour causer de la violation CP. On qualifie cette violation CP d'indirecte, et l'observable qui lui est associé a la forme (voir l'équation 13.91 dans la section *CP Violation in the Quark Sector* de [15]) :

$$S_{CP}^{00} = \frac{2\text{Im} \left[ \left( \frac{\bar{A}_f^{00}}{A^{00}} \right) e^{-2i\beta} \right]}{\left| \frac{\bar{A}_f^{00}}{A^{00}} \right|^2 + 1} \quad (2.2.4)$$

où l'amplitude  $\bar{A}_f^{00}$  décrit le processus  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^0 K_S$ . Par contre, il serait pratique que  $S_{CP}^{00}$  dépende plutôt de  $\bar{A}^{00}$ , qui décrit le conjugué CP de  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K_S$  puisque l'on sait comment décrire cette amplitude avec l'approche diagrammatique. Puisque  $\pi^0 K_S$  est un état propre de CP, on a que  $\bar{A}_f^{00} = \eta_f \bar{A}^{00}$  où  $\eta_f$  est la valeur propre CP de  $\pi^0 K_S$ . La forme de  $S_{CP}^{00}$  qui est utilisée dans l'expression du  $\chi^2$  est donc <sup>6</sup> :

$$S_{CP}^{00} = - \frac{2\text{Im} \left[ \left( \frac{\bar{A}^{00}}{A^{00}} \right) e^{-2i\beta} \right]}{\left| \frac{\bar{A}^{00}}{A^{00}} \right|^2 + 1} \quad (2.2.5)$$

---

6. Ici on ne considère pas l'état  $\pi^0 K_L$  car c'est l'état physique  $K_S$  qui est utilisé dans les expériences qui mesurent  $S_{CP}^{00}$  [26, 27].



Ici  $\beta$  apparaît en raison du diagramme de la figure 2.2b et est l'un des trois angles du triangle unitaire. Tout comme  $\gamma$ , sa valeur peut être obtenue indépendamment des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  [14] et pour ce projet,  $\beta$  sera toujours contraint par cette valeur dans les ajustements. L'angle  $\beta$  ne constitue donc pas un paramètre inconnu supplémentaire dans les ajustements.

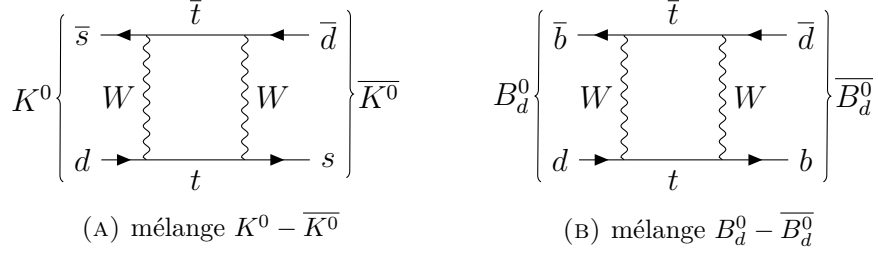


FIGURE 2.2. Diagrammes de mélange pour  $K^0$  et  $B_d^0$

Finalement, pour chacune des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , un autre observable dépendant des amplitudes peut être obtenu : le rapport d'embranchement. Il est donné par :

$$\mathcal{B}(B \rightarrow K\pi) = \tau_B \frac{|\vec{p}|}{8\pi m_B^2} |A|^2 \quad (2.2.6)$$

$$\text{où } |\vec{p}| = \frac{m_B}{2} \sqrt{1 - \frac{2(m_\pi^2 + m_K^2)}{m_B^2} + \frac{(m_\pi^2 - m_K^2)^2}{m_B^4}}$$

Cette expression est valide pour les 4 désintégrations considérées. Pour chacune d'entre elles,  $m_B$  est la masse du méson B,  $m_K$  celle du kaon et  $m_\pi$  celle du pion.  $\tau_B$  est le temps de vie du méson B. Bien que l'équation 2.2.6 ne dépende que de  $|A|^2$ , l'expression du rapport d'embranchement qui apparaît dans l'expression du  $\chi^2$  dépend également de  $|\overline{A}|^2$ , étant donnée que les expériences qui mesurent les rapports d'embranchement mesurent la moyenne entre le rapport d'embranchement du processus et de l'antiprocessus (voir par exemple [28–31]).

Pour chaque désintégration  $B \rightarrow \pi K$ , on peut mesurer une asymétrie CP directe et un rapport d'embranchement. Pour  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ , on peut aussi mesurer une asymétrie

CP indirecte. Avec 4 désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , on peut donc mesurer 9 observables qui dépendent tous des amplitudes des processus et de celles des antiprocessus. Avec l'approche diagrammatique, ces amplitudes peuvent être décrites à l'aide de paramètres communs. Le nombre d'observables limite grandement les descriptions théoriques que l'on peut utiliser pour décrire les désintégrations. En effet, pour obtenir une description plus exacte des désintégrations avec le Modèle Standard, on pourrait rajouter des diagrammes dont les contributions sont plus faibles que ceux déjà considérés. Par contre, pour chaque diagramme supplémentaire que l'on considère, cela rajoute également davantage de paramètres inconnus à considérer dans les ajustements. Pour pouvoir réaliser un ajustement, le nombre de paramètres inconnus ne peut être supérieur ou égal au nombre d'observables, soit 9. Cette limite au nombre de paramètres inconnus que l'on peut considérer limite grandement le type de modèle théorique que l'on peut étudier à l'aide des ajustements. Notons que les trois types d'observables ne sont pas modifiés si on multiplie les amplitudes par une phase forte. On peut donc réduire de un le nombre de phases fortes que l'on doit considérer en multipliant les amplitudes par une phase  $e^{-\delta_i}$ . Dans ce cas, les phases fortes restantes seront des phases relatives à celle qui a été retirée.

Ce chapitre a décrit comment il est possible de tester la description des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  par le Modèle Standard à l'aide d'ajustements. Si celui-ci se révèle inadéquat, il est possible que des modèles de nouvelle physique puissent offrir une meilleure description. Pour ce projet, on étudiera deux modèles de nouvelle physique pouvant contribuer aux désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  : un  $Z'$  et un diquark. Le prochain chapitre se concentrera sur les raisons pour lesquelles ces deux types de nouvelle physique sont intéressants à étudier dans le contexte des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ .

# Chapitre 3

---

## MODÈLES DE NOUVELLE PHYSIQUE DANS LES DÉSINTÉGRATIONS $B \rightarrow \pi K$

### 3.1. MOTIVATIONS POUR L'ÉTUDE DE $Z'$ DANS $B \rightarrow \pi K$

Si le Modèle Standard se révèle inadéquat pour décrire les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , il est possible que des modèles de nouvelle physique puissent offrir une meilleure description. Pour étudier cette possibilité, il faut d'abord décider quels types de modèle on désire considérer dans notre analyse. Pour ce projet, on se concentrera sur les modèles de nouvelle physique qui peuvent contribuer à la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  au niveau des arbres. Cette transition implique toujours une boucle dans le Modèle Standard, puisque celui-ci ne permet pas de courant neutre qui change la saveur des quarks au niveau des arbres. Ainsi, cette transition est rare dans le Modèle Standard, elle est donc particulièrement sensible à l'existence de nouvelles particules qui peuvent y contribuer. Plusieurs désaccords avec le Modèle Standard impliquant cette transition ont maintenant été observés. Prenons par exemple les ratios  $R_K$  et  $R_{K^*}$  :

$$R_K = \frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)} \quad R_{K^*} = \frac{\mathcal{B}(B_d^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)}{\mathcal{B}(B_d^0 \rightarrow K^{*0} e^+ e^-)} \quad (3.1.1)$$

Selon le Modèle Standard, ces deux ratios devraient être de 1, puisque les interactions électromagnétiques et faibles se couplent de la même façon aux électrons et aux muons.<sup>1</sup> En réalité, les résultats expérimentaux montrent qu'il y a des désaccords avec le Modèle

---

1. La différence entre les masses de  $e^-$  et  $\mu^-$  n'a pas d'impact significatif sur les rapports d'embranchement, puisque ces masses sont négligeables par rapport à la masse du méson B.

Standard de  $2.6 \sigma$  et  $2.1-2.5 \sigma$  respectivement [32], [33].  $R_K$  et  $R_{K^*}$ , de même que d'autres observations [34–40] suggèrent que de la nouvelle physique intervient dans la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}\mu^+\mu^-$ .

Parmi les modèles qui ont été proposés pour expliquer ces anomalies, certains postulent l'existence d'un  $Z'$ , un boson vecteur qui permettrait un courant neutre qui change la saveur des quarks au niveau des arbres. Ce boson permettrait une transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  au niveau des arbres et se couplerait à  $\mu^+\mu^-$ . Certains modèles de  $Z'$  permettent que celui-ci se couple aussi à  $u\bar{u}$  et/ou  $d\bar{d}$ , ceux-ci peuvent donc contribuer à  $B \rightarrow \pi K$  avec la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ . Cette situation est particulièrement intéressante, puisque les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  pourraient alors être utilisées pour favoriser certains modèles. En effet, on s'attend à ce que le modèle idéal explique à la fois tous les désaccords dans  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}\mu^+\mu^-$  et les désaccords dans  $B \rightarrow \pi K$ . À l'aide d'ajustements, on peut déterminer les conditions que doit respecter un modèle de  $Z'$  pour expliquer les désaccords dans  $B \rightarrow \pi K$ . En connaissant ces conditions on peut alors réduire le nombre de modèles pouvant expliquer les désaccords observés dans  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}\mu^+\mu^-$  qui sont pertinents à considérer. Les diagrammes impliquant un  $Z'$  et contribuant à  $B \rightarrow K^+\pi^0$  sont présentés à la figure 3.1. De manière similaire à précédemment, on obtient que ces diagrammes contribuent aux 4 désintégrations en changeant le quark spectateur par un quark  $d$  et en posant que le  $Z'$  se couple à  $\bar{d}d$  au lieu de  $\bar{u}u$ . La transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  à laquelle contribue le  $Z'$  implique seulement des quarks  $b$  et  $s$  gauchers, puisque cette transition fait nécessairement intervenir une boucle avec un  $W$  dans le Modèle Standard. Le  $Z'$  peut en général se coupler à la fois aux quarks  $\bar{u}u$  et  $\bar{d}d$  gauchers et droitiers. Par contre, le couplage aux quarks  $\bar{u}u$  et  $\bar{d}d$  gauchers est nécessairement le même, peu importe le modèle de  $Z'$  considéré. Dans le Modèle Standard, la brisure spontanée de symétrie brise la symétrie de  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  à  $SU(3)_C \times U(1)_{em}$ . En s'effectuant à une échelle  $\sim 100$  GeV cette brisure permet aux bosons  $W$  et  $Z$  d'acquérir une masse autour de 100 GeV. Étant donné que le  $Z'$  n'a pas encore été observé, on s'attend à ce qu'il ait une masse dans l'échelle du TeV. On peut inclure un  $Z'$  dans le

Modèle Standard en supposant que le Modèle Standard respecte une autre symétrie que  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  (celle-ci dépend du modèle de  $Z'$  considéré). Par contre, cette autre symétrie doit être brisée à une échelle  $\sim \text{TeV}$ , pour donner sa masse au  $Z'$ . Suite à cette brisure, la symétrie résiduelle est celle du Modèle Standard. À l'échelle où s'effectue cette brisure,  $SU(2)_L$  est donc toujours une symétrie valide. Le  $Z'$  physique (massif) se couple donc de la même façon à  $u$  et  $d$  gauchers puisqu'ils font parti du même doublet de  $SU(2)_L$ . De plus, le  $Z'$  est un singulet de  $SU(3)_C$ , il n'a pas de couleur. De manière similaire à  $T'$  et  $C'$  dans le Modèle Standard, on s'attend donc à ce que la contribution du diagramme de la figure 3.1a soit plus importante que celle du diagramme de la figure 3.1b.

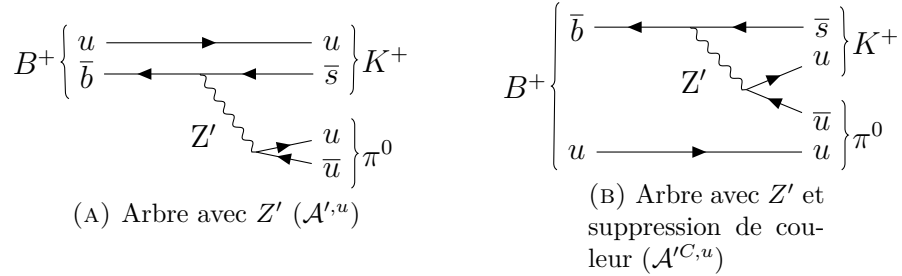


FIGURE 3.1. Diagrammes impliquant un  $Z'$  contribuant à  $B \rightarrow \pi^0 K^+$

### 3.2. MOTIVATIONS POUR L'ÉTUDE DE DIQUARKS DANS $B \rightarrow \pi K$

Pour ce projet, on considérera également un autre type de nouvelle physique : le diquark. Il s'agit d'une particule scalaire pouvant se coupler à deux quarks de même chiralité, mais qui peuvent ne pas avoir la même saveur [41]. Les diquarks ne se couplent pas aux leptons et donc ne contribuent pas à la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s} \mu^+ \mu^-$ . Ils ne peuvent donc malheureusement pas être utilisés pour restreindre le nombre de modèles à considérer en étudiant les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , comme on peut le faire avec le  $Z'$ . Par contre, ils offrent une différence intéressante par rapport au  $Z'$ . Comme on le verra au chapitre 4, les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  semble favoriser un ratio plus élevé que ce qui est attendu à la fois entre  $C'$  et  $T'$  et entre les diagrammes similaires à ceux des figures 3.1b et 3.1a. Il semble donc y avoir une tension avec la notion de suppression de couleur dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Les diquarks sont donc

particulièrement intéressants puisque la notion de suppression de couleur ne s'applique pas à leurs diagrammes. On peut comprendre ceci à l'aide de diagrammes impliquant un diquark. Par exemple, si l'on considère un diquark pouvant se coupler à  $u_L d_L$  et  $u_R d_R$ , les diagrammes contribuant à  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$  sont présentés à la figure 3.2. Les diagrammes 3.2a et 3.2b sont respectivement générés par des opérateurs de la forme  $\bar{b}_\alpha \gamma^\mu s_\alpha \bar{u}_\beta \gamma_\mu u_\beta$  et  $\bar{b}_\alpha \gamma^\mu s_\beta \bar{u}_\beta \gamma_\mu u_\alpha$ . Par contre, même si ces opérateurs ne diffèrent que par leurs structures de couleur, il n'y a pas de suppression de couleur ici. En effet, la seule différence entre le diagramme de la figure 3.2a et celui de la figure 3.2b est que les couleurs du  $\bar{s}$  et du  $\bar{u}$  sont inversées. Or, pour garantir que le lagrangien est invariant sous  $SU(3)_C$ , les diquarks doivent être soit des sextet ou des antitriplet de couleur ( $3 \otimes 3 = \bar{3} \oplus 6$ ). Dans le premier cas le couplage à  $\bar{s}$  et  $\bar{u}$  est symétrique en couleur et dans le second cas il est antisymétrique. Dans tous les cas, les contributions des diagrammes de la figure 3.2a et 3.2b sont donc soit équivalentes ou soit diffèrent seulement par un signe.

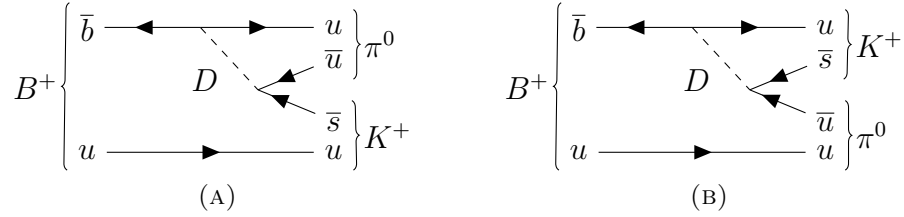


FIGURE 3.2. Diagrammes impliquant un diquark se couplant à  $u_L d_L, u_R d_R$  contribuant à  $B \rightarrow \pi^0 K^+$

# Chapitre 4

---

## THE $B \rightarrow \pi K$ PUZZLE REVISITED

Dans ce chapitre, les résultats obtenus dans le cadre de ce projet sont présentés sous la forme d'un article qui a été publié dans la revue *Journal of High Energy Physics*. Les contributions des différents auteurs sont les suivantes. Nicolas Boisvert-Beaudry a réalisé tous les ajustements nécessaires pour obtenir les résultats sur lesquels les conclusions de l'article sont basées. Il a aussi aidé à décider quels calculs numériques étaient pertinents à réaliser dans le cadre du projet. David London a supervisé l'ensemble des travaux de recherche et a rédigé l'article. Alakabha Datta et lui ont réalisé des recherches dans la littérature reliées au rapport  $|C'|/|T'|$ . Ils ont déterminé les conséquences des résultats numériques obtenus pour d'autres processus impliquant  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ , de même que les conséquences pour les couplages et les masses des  $Z'$  et des diquarks. Ahmed Rashed a réalisé une synthèse de divers modèles de  $Z'$  qui a permis de déterminer lesquels étaient pertinents à considérer pour les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Jean-Samuel Roux a réalisé une tâche similaire pour les diquarks.

# The $B \rightarrow \pi K$ puzzle revisited

Nicolas Boisvert-Beaudry<sup>a</sup>, Alakabha Datta<sup>b,c</sup>, David London<sup>a</sup>,

Ahmed Rashed<sup>b,d</sup> and Jean-Samuel Roux<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Physique des Particules, Université de Montréal,*

*C.P. 6128, succ. centre-ville, Montréal, QC, Canada H3C 3J7*

<sup>b</sup>*Department of Physics and Astronomy,*

*108 Lewis Hall, University of Mississippi, Oxford, MS 38677-1848, U.S.A.*

<sup>c</sup>*Department of Physics and Astronomy,*

*2505 Correa Rd, University of Hawaii, Honolulu, Hi 96826, U.S.A.*

<sup>d</sup>*Department of Physics, Faculty of Science, Ain Shams University, Cairo,*

*11566, Egypt*

## Abstract

For a number of years, there has been a certain inconsistency among the measurements of the branching ratios and CP asymmetries of the four  $B \rightarrow \pi K$  decays ( $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ ,  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ ,  $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$ ,  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ ). In this paper, we re-examine this  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. We find that the key unknown parameter is  $|C'/T'|$ , the ratio of color-suppressed and color-allowed tree amplitudes. If this ratio is large,  $|C'/T'| = 0.5$ , the SM can explain the data. But if it is small,  $|C'/T'| = 0.2$ , the SM cannot explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle – new physics (NP) is needed. The two types of NP that can contribute to  $B \rightarrow \pi K$  at tree level are  $Z'$  bosons and diquarks.  $Z'$  models can explain the puzzle if the  $Z'$  couples to right-handed  $u\bar{u}$  and/or  $d\bar{d}$ , with  $g_R^{dd} \neq g_R^{uu}$ . Interestingly, half of the many  $Z'$  models proposed to explain the present anomalies in  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  decays have the required  $Z'$  couplings to  $u\bar{u}$



and/or  $d\bar{d}$ . Such models could potentially explain both the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  anomalies and the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. The addition of a color sextet diquark that couples to  $ud$  can also explain the puzzle.

**Keywords:** Beyond Standard Model, Heavy Quark Physics, CP violation

## 4.1. INTRODUCTION

Over the past 15 years there has been a great deal of interest in  $B \rightarrow \pi K$  decays. There are four such processes:  $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$  (designated as  $+0$  below),  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$  ( $0+$ ),  $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$  ( $-+$ ) and  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$  ( $00$ ). Their amplitudes are not independent, but obey a quadrilateral isospin relation:

$$\sqrt{2}A^{00} + A^{-+} = \sqrt{2}A^{0+} + A^{+0} . \quad (4.1.1)$$

Using these decays, nine observables have been measured: the four branching ratios, the four direct CP asymmetries  $A_{CP}$ , and the mixing-induced indirect CP asymmetry  $S_{CP}$  in  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ . Shortly after these measurements were first made (in the early 2000s), it was noted that there was an inconsistency among them. This was referred to as the “ $B \rightarrow \pi K$  puzzle” [42–44].

In Ref. [45], it was pointed out that, by performing a full fit to the data, one can quantify the discrepancy with the standard model (SM) implied by the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. Ref. [45] (2004) contains the results of the first such fit, an update was done in Ref. [46] (2007), and the last fit was performed in Ref. [7] (2009). This latter study finds that “if one adds a constraint on the weak phase  $\gamma$  coming from independent measurements – the SM fit – one finds that the fit is poor. On the other hand, it is not terrible. If one is willing to accept some deficiencies in the fit, it can be argued that the SM can explain the  $B \rightarrow \pi K$  data.” In other words, one cannot say that the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle suggests the presence of new physics (NP). A more correct statement would be that the measurements of  $B \rightarrow \pi K$  decays *allow* for NP.

In the present paper, we update the fit using the latest experimental results. As the data has not changed enormously since 2007, we do not expect to find a different conclusion. However, the first purpose of our study is to be more precise in this conclusion. In what regions of parameter space does the SM yield a reasonable explanation of the  $B \rightarrow \pi K$  data? And in what regions is the SM fit to the data terrible, so that NP is definitely required?

There are two types of NP that can contribute at tree level to  $B \rightarrow \pi K$ . One is a  $Z'$  boson that has a flavor-changing coupling to  $\bar{s}b$  and also couples to  $\bar{u}u$  and/or  $\bar{d}d$ . The other is a diquark that has  $db$  and  $ds$  couplings or  $ub$  and  $us$  couplings. The second goal of our work is to determine what precise couplings the  $Z'$  or diquark must have in order to improve the fit with the  $B \rightarrow \pi K$  data.

Finally, we make one other observation. Over the past few years, several measurements have been made that disagree with the predictions of the SM. These include (i)  $R_K$  (LHCb [32]) and (ii)  $R_{K^*}$  (LHCb [33]), where  $R_{K,K^*} \equiv \mathcal{B}(B^{+,0} \rightarrow K^{+,*0} \mu^+ \mu^-) / \mathcal{B}(B^{+,0} \rightarrow K^{+,*0} e^+ e^-)$ , (iii) the angular distribution of  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  (LHCb [34, 35], Belle [36], ATLAS [37] and CMS [38]), and (iv) the branching fraction and angular distribution of  $B_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$  (LHCb [39, 40]). Recent analyses of these discrepancies [47–57] combine constraints from all measurements and come to the following conclusions: (i) there is indeed a significant disagreement with the SM, somewhere in the range of  $4\text{--}6\sigma$ , and (ii) the most probable explanation is that the NP primarily affects  $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$  transitions. Arguably the simplest NP explanation is that its contribution to  $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$  comes from the tree-level exchange of a  $Z'$  boson that has a flavor-changing coupling to  $\bar{s}b$ , and also couples to  $\mu^+ \mu^-$ . Many models of this type have been proposed to explain the data. In some of these models, the  $Z'$  also has couplings to  $\bar{u}u$  and/or  $\bar{d}d$ . In this case, it will also contribute at tree level to  $B \rightarrow \pi K$  decays<sup>1</sup> and could potentially furnish an explanation of the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. If so, in such models there would be a connection between the anomalies in  $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$  and  $B \rightarrow \pi K$  decays, which is quite intriguing.

---

1. Another class of models involves the tree-level exchange of a leptoquark (LQ). However, LQs cannot contribute to  $B \rightarrow \pi K$  at tree level.

In Sec. 2 we review the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle and update its status. In Sec. 3 we examine whether the SM can explain the puzzle. We find that it can if  $|C'/T'| = 0.5$ , but not if  $|C'/T'| = 0.2$  (both values are allowed theoretically). For the case of  $|C'/T'| = 0.2$ , in Sec. 4 we examine the puzzle in the presence of NP. We find that the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle can be explained if the NP is a  $Z'$  boson or a diquark. We make the connection with  $Z'$  models that explain the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  anomalies. We conclude in Sec. 5.

## 4.2. THE $B \rightarrow \pi K$ PUZZLE

We begin by reviewing the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. Within the diagrammatic approach [16, 25],  $B$ -decay amplitudes are expressed in terms of six diagrams<sup>2</sup>: the color-favored and color-suppressed tree amplitudes  $T'$  and  $C'$ , the gluonic penguin amplitudes  $P'_{tc}$  and  $P'_{uc}$ , and the color-favored and color-suppressed electroweak penguin amplitudes  $P'_{EW}$  and  $P'_{EW}^C$ . (The primes on the amplitudes indicate  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  transitions.) The  $B \rightarrow \pi K$  decay amplitudes are given in terms of diagrams by

$$\begin{aligned}
A^{+0} &= -P'_{tc} + P'_{uc}e^{i\gamma} - \frac{1}{3}P'_{EW}^C, \\
\sqrt{2}A^{0+} &= -T'e^{i\gamma} - C'e^{i\gamma} + P'_{tc} - P'_{uc}e^{i\gamma} - P'_{EW} - \frac{2}{3}P'_{EW}^C, \\
A^{-+} &= -T'e^{i\gamma} + P'_{tc} - P'_{uc}e^{i\gamma} - \frac{2}{3}P'_{EW}^C, \\
\sqrt{2}A^{00} &= -C'e^{i\gamma} - P'_{tc} + P'_{uc}e^{i\gamma} - P'_{EW} - \frac{1}{3}P'_{EW}^C.
\end{aligned} \tag{4.2.1}$$

We have explicitly written the weak-phase dependence (including the minus sign from  $V_{tb}^*V_{ts}$  [in  $P'_{tc}$ ]), so that the diagrams contain both strong phases and the magnitudes of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrix elements. The amplitudes for the CP-conjugate processes can be obtained from the above by changing the sign of the weak phase  $\gamma$ .

$P'_{tc}$  and  $P'_{uc}$  are defined as follows. There are three gluonic penguin contributions  $P_i$ , where  $i = u, c, t$  indicates the identity of the quark in the loop. The full penguin amplitude

---

<sup>2</sup> We neglect the annihilation, exchange and penguin-annihilation diagrams, which are expected to be very small in the SM.

is then

$$\begin{aligned}
P &= V_{ub}^* V_{us} P'_u + V_{cb}^* V_{cs} P'_c + V_{tb}^* V_{ts} P'_t \\
&= V_{ub}^* V_{us} (P'_u - P'_c) + V_{tb}^* V_{ts} (P'_t - P'_c) .
\end{aligned} \tag{4.2.2}$$

The second line arises due to the unitarity of the CKM matrix ( $V_{ub}^* V_{us} + V_{cb}^* V_{cs} + V_{tb}^* V_{ts} = 0$ ), and we define  $P'_{tc} \equiv |V_{tb}^* V_{ts}|(P'_t - P'_c)$  and  $P'_{uc} \equiv |V_{ub}^* V_{us}|(P'_u - P'_c)$ . Since  $|V_{ub}^* V_{us}| = O(\lambda^4)$  and  $|V_{tb}^* V_{ts}| = O(\lambda^2)$ , where  $\lambda = 0.22$  is the sine of the Cabibbo angle,  $|P'_{uc}| \ll |P'_{tc}|$ .

It has been shown [58–60] that, to a good approximation, the diagrams  $P'_{EW}$  and  $P'_{EW}^C$  can be related to  $T'$  and  $C'$  within the SM using flavor SU(3) symmetry:

$$\begin{aligned}
P'_{EW} &= \frac{3}{4} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} R(T' + C') + \frac{3}{4} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} R(T' - C') , \\
P'_{EW}^C &= \frac{3}{4} \frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} R(T' + C') - \frac{3}{4} \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} R(T' - C') .
\end{aligned} \tag{4.2.3}$$

We refer to these as EWP-tree relations. Here, the  $c_i$  are Wilson coefficients [18] and  $R \equiv |(V_{tb}^* V_{ts}) / (V_{ub}^* V_{us})| = 49.1 \pm 1.0$  [14]. Now,  $c_{10}/c_9 = c_2/c_1$  holds to a few percent. In this limit, the above EWP-tree relations become

$$P'_{EW} = \frac{3}{2} \frac{c_9}{c_1} R T' , \quad P'_{EW}^C = \frac{3}{2} \frac{c_9}{c_1} R C' . \tag{4.2.4}$$

Thus,  $P'_{EW}$  and  $T'$  are roughly the same size, as are  $P'_{EW}^C$  and  $C'$ .

Taking the above information into account, the relative sizes of all the  $B \rightarrow \pi K$  diagrams can be roughly estimated as<sup>3</sup>

$$1 : |P'_{tc}| , \quad \mathcal{O}(\bar{\lambda}) : |T'|, |P'_{EW}| , \quad \mathcal{O}(\bar{\lambda}^2) : |C'|, |P'_{uc}|, |P'_{EW}^C| , \tag{4.2.5}$$

where  $\bar{\lambda} \sim 0.2$ .

---

3. These estimates were first given in Ref. [25], which predates the derivation of the EWP-tree relations.

### 4.2.1. Naive $B \rightarrow \pi K$ Puzzle

Neglecting the diagrams of  $\mathcal{O}(\bar{\lambda}^2)$  in Eq. (4.2.5), the  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes become

$$\begin{aligned}
A^{+0} &= -P'_{tc} , \\
\sqrt{2}A^{0+} &= -T'e^{i\gamma} + P'_{tc} - P'_{EW} , \\
A^{-+} &= -T'e^{i\gamma} + P'_{tc} , \\
\sqrt{2}A^{00} &= -P'_{tc} - P'_{EW} .
\end{aligned} \tag{4.2.6}$$

With these amplitudes, consider the direct CP asymmetries of  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$  and  $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$ . Such CP asymmetries are generated by the interference of two amplitudes with nonzero relative weak and strong phases. In both  $A^{0+}$  and  $A^{-+}$ ,  $T'$ - $P'_{tc}$  interference leads to a direct CP asymmetry. On the other hand, in  $A^{0+}$ ,  $P'_{EW}$  and  $T'$  have the same strong phase ( $P'_{EW} \propto T'$  [Eq. (4.2.4)]), while  $P'_{EW}$  and  $P'_{tc}$  have the same weak phase ( $= 0$ ), so that  $P'_{EW}$  does not contribute to the direct CP asymmetry. This means that we expect  $A_{CP}(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+) = A_{CP}(B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+)$ .

The latest  $B \rightarrow \pi K$  measurements are shown in Table 4. I. Not only are  $A_{CP}(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+)$  and  $A_{CP}(B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+)$  not equal, they are of opposite sign! Experimentally, we have  $(\Delta A_{CP})_{\text{exp}} = (12.2 \pm 2.2)\%$ . This differs from 0 by  $5.5\sigma$ . This is the naive  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

Mode	$BR[10^{-6}]$	$A_{CP}$	$S_{CP}$
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$	$23.79 \pm 0.75$	$-0.017 \pm 0.016$	
$B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	$12.94 \pm 0.52$	$0.040 \pm 0.021$	
$B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$	$19.57 \pm 0.53$	$-0.082 \pm 0.006$	
$B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	$9.93 \pm 0.49$	$-0.01 \pm 0.10$	$0.57 \pm 0.17$

TABLE 4. I. Branching ratios, direct CP asymmetries  $A_{CP}$ , and mixing-induced CP asymmetry  $S_{CP}$  (if applicable) for the four  $B \rightarrow \pi K$  decay modes. The data are taken from Ref. [1].

### 4.2.2. Statistics

As noted in the Introduction, a more accurate measure of the (dis)agreement with the SM can be obtained by performing a fit to the data. From here on, in looking for SM or

NP explanations of the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle, we will use only fits. In such fits, the  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes are expressed in terms of a certain number of unknown theoretical parameters. In order to perform a fit, there must be fewer theoretical unknowns than observables. We define  $\chi^2$  as

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\mathcal{O}_i^{th} - \mathcal{O}_i^{exp})^2}{(\Delta\mathcal{O}_i)^2} , \quad (4.2.7)$$

where  $\mathcal{O}_i$  are the various observables used as constraints.  $\mathcal{O}_i^{exp}$  and  $\Delta\mathcal{O}_i$  are, respectively, the experimentally-measured central values and errors.  $\mathcal{O}_i^{th}$  are the theoretical predictions for the observables, and are functions of the unknown theoretical parameters. We use the program MINUIT [61–63] to find the values of the unknowns that minimize the  $\chi^2$ .

At this point, it is useful to review some basic properties of  $\chi^2$  distributions in order to establish what constitutes a good fit. The  $\chi^2$  probability distribution depends on a single parameter,  $n$ , which is the number of degrees of freedom (d.o.f.). It is given by

$$P(\chi^2) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} (\chi^2)^{(n/2-1)} e^{-\chi^2/2} . \quad (4.2.8)$$

For  $n$  large, this becomes a normal distribution with central value  $n$  and standard deviation  $\sqrt{2n}$ . That is, in this limit the preferred value of  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  is 1, with an error  $\sqrt{2/n}$ . This says that, even if we have the correct underlying theory, we still expect  $\chi^2/\text{d.o.f.} \simeq 1$ , just due to statistical fluctuations. For this reason, it is common to say that, if we find  $\chi_{\min}^2/\text{d.o.f.} \simeq 1$  in a fit, it is acceptable.

We stress that this only holds for  $n$  large – it is not justified to apply the same criterion for small values of  $n$ . One way to see this is to compute the p-value. For  $n$  large, the p-value corresponding to  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 1$  is 50%. That is, a p-value of  $\simeq 0.5$  constitutes an acceptable fit. However, here are the p-values corresponding to  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 1$  for smaller values of  $n$ :

$$n = 1 \quad : \quad \text{p-value} = 0.32 ,$$

$$n = 2 \quad : \quad \text{p-value} = 0.37 ,$$

$$n = 3 \quad : \quad \text{p-value} = 0.39 ,$$

$$n = 5 \quad : \quad \text{p-value} = 0.42 ,$$

$$n = 10 \quad : \quad \text{p-value} = 0.44 . \quad (4.2.9)$$

These reflect the fact that, for  $n$  small, the central value of the distribution is not at  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 1$  – it is at smaller values. This shows that, if  $n = 1$ , though  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 1$  is not a bad fit, it is still somewhat less than acceptable (which corresponds to a p-value of  $\simeq 0.5$ ). It also suggests that p-values are easier than  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  for judging the goodness-of-fit when  $n$  is small.

### 4.2.3. True $B \rightarrow \pi K$ Puzzle

Taking into account the first EWP-tree relation of Eq. (4.2.4), the amplitudes of Eq. (4.2.6) depend on four unknown parameters: the magnitudes  $|T'|$  and  $|P'_{tc}|$ , one relative strong phase, and the weak phase  $\gamma$ . In addition, the indirect CP asymmetry in  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ ,  $S_{CP}$ , depends on the weak phase  $\beta$ . These parameters are constrained by the  $B \rightarrow \pi K$  data of Table 4. I, as well as by the independent measurements of the weak phases [14]:

$$\beta = (21.85 \pm 0.68)^\circ \quad , \quad \gamma = (72.1 \pm 5.8)^\circ . \quad (4.2.10)$$

With more observables (11) than theoretical unknowns (5), a fit can be performed. The results are shown in Table 4. II. Unsurprisingly, we find a terrible fit:  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 30.9/6$ , corresponding to a p-value of  $3.0 \times 10^{-5}$ . This can be considered the true  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

$\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 30.9/6,$ $\text{p-value} = 3.0 \times 10^{-5}$	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(67.2 \pm 4.7)^\circ$
$\beta$	$(21.80 \pm 0.68)^\circ$
$ T' $	$7.0 \pm 1.4$
$ P'_{tc} $	$50.5 \pm 0.6$
$\delta_{P'_{tc}} - \delta_{T'}$	$(-15.6 \pm 3.4)^\circ$

TABLE 4. II.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.6). Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ .

### 4.3. SM FITS

In the previous section, we saw that the SM cannot account for the  $B \rightarrow \pi K$  data if the small diagrams  $C'$ ,  $P'_{uc}$  and  $P'_{EW}$  are neglected. Thus, in order to test whether the data can be explained by the SM, the small diagrams must be included in the fit. With the EWP-tree relations of Eq. (4.2.3), there are only four independent diagrams in the  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes<sup>4</sup>:  $T'$ ,  $C'$ ,  $P'_{tc}$  and  $P'_{uc}$ . This corresponds to 8 unknown parameters: four magnitudes of diagrams, three relative strong phases, and the weak phase  $\gamma$ . (As before, the value of  $\beta$ , which is required for  $S_{CP}$ , can be constrained from independent measurements. This is done in all fits.) We therefore have more observables (9) than theoretical unknowns (8), so that a fit can be done. Additional constraints can come from the independent measurement of  $\gamma$  and/or theoretical input. In this section we perform various SM fits in order to determine under what circumstances the SM can explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

Regarding the strong phases, these are mainly generated by QCD rescattering from another diagram with the same CKM matrix elements. As an example, take  $P'_c$  in Eq. (4.2.2). It can arise directly via a gluonic penguin amplitude with a  $c$  quark in the loop, or it can be generated by rescattering from the tree operator  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}c\bar{c}$ :

$$(P'_c)_{tot} = (P'_c)_{dir} + (P'_c)_{rescatt} . \quad (4.3.1)$$

Only the rescattered contribution has a substantial strong phase. Now, the tree diagram is much larger than the penguin diagram. But rescattering comes with a cost: the rescattered penguin is only about 5-10% as large as the tree. Indeed it is of the same order as  $(P'_c)_{dir}$ . The net effect is that  $(P'_c)_{tot}$  can have a sizeable strong phase. On the other hand, the strong phase of  $T'$  can only arise due to self-rescattering. Since this self-rescattered amplitude is only about 5-10% as large as the original amplitude, the strong phase of  $T'$  is expected to be small. The bottom line is that  $\delta_{T'}$  should be small, while the other strong phases can be large. In the fits we adopt the convention that  $\delta_{T'} = 0$ . (In any case, only relative strong phases are measurable.)

---

4. The EWP-tree relations were first applied to  $B \rightarrow \pi K$  decays in Ref. [64], which predates discussions of the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.



### 4.3.1. All diagrams free, constraint on $\gamma$ added

In this fit, we keep all diagrams and allow their values to vary, but constrain  $\gamma$  by including the independent measurement of Eq. (4.2.10) ( $\beta$  is always constrained in this way.) The results of the fit are given in Table 4. III. We see that the p-value is only 17%, which is below the 50% required for an acceptable fit. More importantly, the best fit has  $|C'/T'| = 0.75 \pm 0.32$ , which is considerably larger than the estimate in Eq. (4.2.5).

SM fit (2): $\chi^2/\text{d.o.f.} = 3.5/2$ , p-value = 0.17	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(72.0 \pm 5.8)^\circ$
$\beta$	$(21.85 \pm 0.68)^\circ$
$ T' $	$5.2 \pm 1.5$
$ C' $	$3.9 \pm 1.2$
$ P'_{tc} $	$50.7 \pm 0.9$
$ P'_{uc} $	$1.1 \pm 2.4$
$\delta_{C'}$	$(209.8 \pm 21.3)^\circ$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(-16.2 \pm 7.3)^\circ$
$\delta_{P'_{uc}}$	$(4.9 \pm 51.3)^\circ$

TABLE 4. III.  $\chi^2_{\text{min}}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ .

Even though the fit is only fair, it is clear that the SM fit prefers a large value of  $|C'/T'|$ . But this raises the question: what does theory predict for  $|C'/T'|$ ?

1. In Ref. [23],  $B \rightarrow \pi K$  decays were analyzed in the context of QCD factorization (QCdf). The various NLO contributions were computed for three different values of the renormalization scale,  $\mu = m_b/2$ ,  $m_b$  and  $2m_b$ . In all three cases it was found that  $|C'/T'| \simeq 0.2$ .
2. The NNLO corrections within QCdf have been considered in Refs. [65–68]. Including these corrections, it is found [69] that  $0.13 \leq |C'/T'| \leq 0.43$ , with a central value of  $|C'/T'| = 0.23$ , very near its NLO value.
3. Ref. [70] does NNLO calculations within perturbative QCD (pQCD), and finds  $|C'/T'| = 0.53$ . We note that a range of values is not given, which suggests that

this result is for a specific choice of the theoretical parameters. It is not clear what the smallest allowed value of  $|C'/T'|$  is within pQCD.

It therefore appears that  $|C'/T'|$  can be as large as  $\sim 0.5$ . But it may also be the case that  $|C'/T'|$  is quite a bit smaller. In light of this, below we repeat the SM fit, taking as theoretical input  $|C'/T'| = 0.2$  or  $0.5$ .

There is one more thing. In Eq. (4.2.5), it is estimated that  $|P'_{uc}/P'_{tc}| = \mathcal{O}(\bar{\lambda}^2)$ . However, it has been argued that  $|P'_{uc}|$  is actually even smaller:  $|P'_{uc}/P'_{tc}| = \mathcal{O}(\bar{\lambda}^3)$  [71], so that it can be neglected, to a good approximation. Indeed, in Table 4. III  $P'_{uc}$  is the smallest diagram. Therefore, from now on we will also add the theoretical input  $P'_{uc} = 0$ . Note that this is the most favorable assumption for the SM: it increases the d.o.f., and hence the p-value, of a fit. If we find that a particular SM fit is poor, it would be even worse had we allowed  $P'_{uc}$  to vary.

#### 4.3.2. $|C'/T'| = 0.2$ , $P'_{uc} = 0$ , constraint on $\gamma$ added

We now perform the same fit as above, but add the theoretical constraints  $|C'/T'| = 0.2$  and  $P'_{uc} = 0$ . The results of the fit are given in Table 4. IV. The situation is better than in Table 4. II, but we still have a poor fit:  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 12.1/5$ , corresponding to a p-value of 3%. This demonstrates conclusively that, if  $|C'/T'| = 0.2$ , the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle cannot be explained by the SM.

$\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 12.1/5,$ $\text{p-value} = 0.03$	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(67.2 \pm 4.6)^\circ$
$\beta$	$(21.80 \pm 0.68)^\circ$
$ T' $	$7.9 \pm 1.2$
$ P'_{tc} $	$50.7 \pm 0.6$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(346.5 \pm 2.6)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(253.1 \pm 23.5)^\circ$

TABLE 4. IV.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ , theoretical inputs  $|C'/T'| = 0.2$ ,  $P'_{uc} = 0$ .

### 4.3.3. $|C'/T'| = 0.5$ , $P'_{uc} = 0$ , constraints on $\gamma$ added

We now perform the SM fit, but with the theoretical constraints  $|C'/T'| = 0.5$  and  $P'_{uc} = 0$ . The results of the fit are given in Table 4. V. We find  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 4.9/5$ , for a p-value of 43%, which is an acceptable fit. We therefore conclude that, if  $|C'/T'| = 0.5$ , there is no  $B \rightarrow \pi K$  puzzle – the data can be explained by the SM.

$\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 4.9/5,$ p-value = 0.43	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(70.6 \pm 5.3)^\circ$
$\beta$	$(21.82 \pm 0.68)^\circ$
$ T' $	$6.2 \pm 0.9$
$ P'_{tc} $	$50.5 \pm 0.5$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(162.4 \pm 3.5)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(42.8 \pm 18.1)^\circ$

TABLE 4. V.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ , theoretical inputs  $|C'/T'| = 0.5$ ,  $P'_{uc} = 0$ .

It is interesting to compare the results of this fit with those in Table 4. III. By  $\chi^2_{\min}$ , this fit is worse, since  $(\chi^2_{\min})_{\text{Table 4.V}} > (\chi^2_{\min})_{\text{Table 4.III}}$ . On the other hand, by p-value it is better. The reason is that the number of d.o.f. has changed, so that  $(\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.})_{\text{Table 4.V}} < (\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.})_{\text{Table 4.III}}$ . This type of behavior often occurs when the number of d.o.f. is small, making it difficult to judge which of two fits is truly better.

Note that the strong phase  $\delta_{C'}$  is produced mainly by rescattering from  $T'$ . Thus, for a large value of  $|C'/T'|$ ,  $\delta_{C'}$  should be on the small side. And indeed, from Table 4. V, we see that  $\delta_{C'}$  is not that large.

Now, in this fit  $\gamma$  is constrained by its independently-measured value. However, this is not necessary –  $\gamma$  can be treated as an unknown parameter and extracted from the measurements of  $B \rightarrow \pi K$  decays. Indeed, if the SM explains the  $B \rightarrow \pi K$  data, we would expect the extracted value of  $\gamma$  to be the same as that measured in tree-level decays. We investigate this in the following subsection.

#### 4.3.4. $|C'/T'| = 0.5$ , $P'_{uc} = 0$ , $\gamma$ free

Here we repeat the fit of the previous subsection, but remove the constraint from the independent measurement of  $\gamma$ . The results are given in Table 4. VI. By  $\chi^2_{\min}$ , this fit is better than that of Table 4. V. However, by p-value it is worse. This is a result of the different d.o.f. in the two fits. More importantly, it is found that  $\gamma = (51.2 \pm 5.1)^\circ$ , which deviates from its measured value of  $(72.1 \pm 5.8)^\circ$  by  $2.7\sigma$ . So this is a reason not to be entirely satisfied that the SM explains the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle, even if  $|C'/T'| = 0.5$ .

$\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 4.3/4,$ p-value = 0.36	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(51.2 \pm 5.1)^\circ$
$\beta$	$(21.78 \pm 0.68)^\circ$
$ T' $	$10.1 \pm 3.4$
$ P'_{tc} $	$51.8 \pm 1.0$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(168.6 \pm 4.6)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(131.2 \pm 24.7)^\circ$

TABLE 4. VI.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters in amplitudes of Eq. (4.2.1). Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurement of  $\beta$ , theoretical inputs  $|C'/T'| = 0.5$ ,  $P'_{uc} = 0$ .

#### 4.3.5. Summary

If  $|C'/T'| = 0.2$ , we have found that the SM cannot explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. Even in the most optimistic scenario, where  $P'_{uc}$  is neglected, the p-value is only 3%, constituting a poor fit. On the other hand, if  $|C'/T'| = 0.5$  and  $P'_{uc} = 0$ , the p-value is 43%, which is acceptable. There is still an aspect of this fit that is not entirely satisfactory, but on the whole we find that, in this case, the SM can explain the  $B \rightarrow \pi K$  data.

We therefore conclude that it is the size of  $|C'/T'|$  that determines whether or not there is truly a  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. If  $|C'/T'| = 0.5$ , which is theoretically its maximally-allowed value, the SM can explain the  $B \rightarrow \pi K$  data. However, if  $|C'/T'| = 0.2$ , which is towards the lower end of its theoretically-allowed range, then the SM cannot explain the data, and NP is required. In this case, it is natural to investigate what type of NP is required. We do this in the next section.

## 4.4. NP FITS

In this section we assume  $|C'/T'| = 0.2$  and examine whether the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle can be explained with the addition of new physics.

### 4.4.1. Model-independent formalism

In the general approach of Ref. [72], the NP operators that contribute to the  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes take the form  $\mathcal{O}_{NP}^{ij,q} \sim \bar{s}\Gamma_i b \bar{q}\Gamma_j q$  ( $q = u, d$ ), where  $\Gamma_{i,j}$  represent Lorentz structures, and color indices are suppressed. The NP contributions to  $B \rightarrow \pi K$  are encoded in the matrix elements  $\langle \pi K | \mathcal{O}_{NP}^{ij,q} | B \rangle$ . In general, each matrix element has its own NP weak and strong phases.

Now, above we noted that strong phases are basically generated by QCD rescattering from diagrams with the same CKM matrix elements. We then argued that the strong phase of  $T'$  is expected to be very small since it is due to self-rescattering. For the same reason, all NP strong phases are also small, and can be neglected. In this case, many NP matrix elements can be combined into a single NP amplitude, with a single weak phase:

$$\sum \langle \pi K | \mathcal{O}_{NP}^{ij,q} | B \rangle = \mathcal{A}^q e^{i\Phi_q} . \quad (4.4.1)$$

Here the strong phase is zero. There are two classes of such NP amplitudes, differing only in their color structure:  $\bar{s}_\alpha \Gamma_i b_\alpha \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\beta$  and  $\bar{s}_\alpha \Gamma_i b_\beta \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\alpha$  ( $q = u, d$ ). They are denoted  $\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q}$  and  $\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi_q^C}$ , respectively [73]. Here,  $\Phi'_q$  and  $\Phi_q^C$  are the NP weak phases. In general,  $\mathcal{A}'^q \neq \mathcal{A}'^{C,q}$  and  $\Phi'_q \neq \Phi_q^C$ . Note that, despite the ‘‘color-suppressed’’ index  $C$ , the matrix elements  $\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi_q^C}$  are not necessarily smaller than  $\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q}$ .

There are therefore four NP matrix elements that contribute to  $B \rightarrow \pi K$  decays. However, only three combinations appear in the amplitudes:  $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'} \equiv -\mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u} + \mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d}$ ,  $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^C}$ , and  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^C}$  [73]. The  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes can now be written in terms of the SM diagrams and these NP matrix elements. Here we neglect the small SM diagram  $P'_{uc}$ :

$$A^{+0} = -P'_{tc} - \frac{1}{3} P'_{EW} + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^C} ,$$

$$\begin{aligned}
\sqrt{2}A^{0+} &= P'_{tc} - T' e^{i\gamma} - P'_{EW} - C' e^{i\gamma} - \frac{2}{3}P'_{EW}{}^C + \mathcal{A}'^{,comb} e^{i\Phi'} - \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u} , \\
A^{-+} &= P'_{tc} - T' e^{i\gamma} - \frac{2}{3}P'_{EW}{}^C - \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u} , \\
\sqrt{2}A^{00} &= -P'_{tc} - P'_{EW} - C' e^{i\gamma} - \frac{1}{3}P'_{EW}{}^C + \mathcal{A}'^{,comb} e^{i\Phi'} + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d} . \tag{4.4.2}
\end{aligned}$$

In Ref. [7], a different set of NP operators is defined:

$$\begin{aligned}
P'_{EW,NP} e^{i\Phi'_{EW}} &\equiv \mathcal{A}'^{,u} e^{i\Phi'_u} - \mathcal{A}'^{,d} e^{i\Phi'_d} , \\
P'_{NP} e^{i\Phi'_P} &\equiv \frac{1}{3}\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u} + \frac{2}{3}\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d} , \\
P'_{EW,NP}{}^C e^{i\Phi'_{EW}{}^C} &\equiv \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u} - \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d} . \tag{4.4.3}
\end{aligned}$$

In order, these imply the inclusion of NP in the color-allowed electroweak penguin, the gluonic penguin, and the color-suppressed electroweak penguin amplitudes. Of course, the two sets of NP operators,  $\{\mathcal{A}'^{,comb} e^{i\Phi'}, \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u}, \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d}\}$  and  $\{P'_{EW,NP}, P'_{NP}, P'_{EW,NP}{}^C\}$ , are equivalent. Depending on the situation, one set or the other may be used.

In the most general case, there are three independent NP operators that contribute to  $B \rightarrow \pi K$  decays. Although their strong phases are negligible, they each have their own weak phase. There are therefore 12 parameters in the  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes: 6 magnitudes of diagrams, 2 relative strong phases, 3 NP weak phases, and the CKM phase  $\gamma$ . As before, the CKM phase  $\beta$  also contributes to the indirect CP asymmetry in  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ , so that there are a total of 13 unknown parameters. However, there are only 12 constraints: the 9  $B \rightarrow \pi K$  observables, the independent measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ , and the theoretical input  $|C'/T'| = 0.2$ . With more unknowns than constraints, a fit cannot be done. However, this may be improved in the context of a specific model. There may be fewer unknown parameters, or they may not all be independent. We examine this possibility in the following subsections.

#### 4.4.2. $Z'$ models

For  $B \rightarrow \pi K$ , the relevant decay is  $b \rightarrow s\bar{q}q$  ( $q = u, d$ ). This can occur via the tree-level exchange of a  $Z'$  that has a flavor-changing coupling to  $\bar{s}b$  and also couples to  $\bar{q}q$ . The exact form of the  $\bar{s}bZ'$  coupling is unimportant, and for the light quarks, all four currents

$g_{L(R)}^{qq} \bar{q} \gamma^\mu P_{L(R)} q$  are possible. Assuming the weak and mass eigenstates are the same (i.e., we neglect the off-diagonal terms in the CKM matrix), the only thing that is certain is that  $g_L^{dd} = g_L^{uu}$  due to  $SU(2)_L$  symmetry.

Still, how the  $Z'$  couples to  $\bar{d}d$  and  $\bar{u}u$  has direct consequences for the NP operators:

1. Suppose that the  $Z'$  couples only to left-handed  $\bar{d}d$  and  $\bar{u}u$ , i.e.,  $g_R^{dd} = g_R^{uu} = 0$ . Since  $g_L^{dd} = g_L^{uu}$ , the NP operators  $\mathcal{A}'^{,d} e^{i\Phi'_d}$  and  $\mathcal{A}'^{,u} e^{i\Phi'_u}$  are equal, as are  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}$  and  $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}$ . In this case,  $P'_{EW,NP} = P'_{EW,NP}{}^C = 0$  in Eq. (4.4.3); the only nonzero NP operator is  $P'_{NP}$ . This also holds if the  $Z'$  couples vectorially to  $\bar{d}d$  and  $\bar{u}u$ , in which case  $g_L^{dd} = g_R^{dd} = g_L^{uu} = g_R^{uu}$ .
2. On the other hand, if  $g_R^{dd}$  and  $g_R^{uu}$  are nonzero, but  $g_R^{uu} = -2g_R^{dd}$ , then  $P'_{NP} = 0$ , but  $P'_{EW,NP}$  and  $P'_{EW,NP}{}^C$  are nonzero.
3. Alternatively, if only  $g_R^{dd}$  is nonzero,  $\mathcal{A}'^{,comb} e^{i\Phi'}$  and  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}$  are nonzero (equivalently,  $P'_{EW,NP}$  is nonzero and  $P'_{NP} e^{i\Phi'_P} = -(2/3)P'_{EW,NP}{}^C e^{i\Phi'_{EW}{}^C}$ ).
4. Similarly, if only  $g_R^{uu}$  is nonzero,  $\mathcal{A}'^{,comb} e^{i\Phi'}$  and  $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}$  are nonzero (equivalently,  $P'_{EW,NP}$  is nonzero and  $P'_{NP} e^{i\Phi'_P} = (1/3)P'_{EW,NP}{}^C e^{i\Phi'_{EW}{}^C}$ ).
5. For all other choices of couplings, all three NP operators are nonzero.

The point is that, although we consider a specific NP model, it has many variations, so that its study includes a number of different NP scenarios. Below we consider each of the cases above (which are identified by their number in the list).

Note also that, for this particular kind of NP, we do naively expect the color-suppressed operators to be smaller than the color-allowed ones.

The four-fermion operator corresponding to  $b \rightarrow s \bar{q} q$  is proportional to  $g_L^{bs} g_{L(R)}^{qq}$ . Note that  $g_{L(R)}^{qq}$  must be real, since the light-quark current  $\bar{q} \gamma^\mu P_{L(R)} q$  is self-conjugate. However,  $g_L^{bs}$  can be complex, i.e., it can contain a weak phase. This is the only source of CP violation in the model and, as it appears in all NP operators, the weak phases of all operators are equal, i.e., there is only a single NP weak phase. That is,  $\Phi'_d = \Phi'_u = \Phi'_d{}^C = \Phi'_u{}^C \equiv \Phi'$  for  $\{\mathcal{A}'^{,comb} e^{i\Phi'}, \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi'_u{}^C}, \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi'_d{}^C}\}$  and  $\Phi'_{EW} = \Phi'_P = \Phi'_{EW}{}^C \equiv \Phi'$  for  $\{P'_{EW,NP}, P'_{NP}, P'_{EW,NP}{}^C\}$ .

Now,  $Z'$  models with a flavor-changing coupling to  $\bar{s}b$  also contribute to  $B_s^0$ - $\bar{B}_s^0$  mixing. The larger  $g_L^{bs}$  is, the more  $Z'$  models contribute to – and receive constraints from – this mixing. In particular, the phase of  $B_s^0$ - $\bar{B}_s^0$  mixing has been measured to be quite small:  $\varphi_s^{c\bar{c}s} = -0.030 \pm 0.033$  [1]. Thus, if  $g_L^{bs}$  is big, its phase, which is the NP weak phase  $\Phi'$  in  $B \rightarrow \pi K$ , must be small.  $\Phi'$  can be large only if  $g_L^{bs}$  is small, which means  $g_{L(R)}^{qq}$  is big. (This type of argument was first made in Ref. [74].)

#### 4.4.2.1. Case (5): all three NP operators nonzero

We begin with the general case, in which all three NP operators are nonzero. Since all three NP weak phases are equal in the  $Z'$  model, there are 11 unknown parameters. However, there are 12 constraints – the 9  $B \rightarrow \pi K$  observables, the independent measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ , and the theoretical input  $|C'/T'| = 0.2$  – so a fit can be done.

The results are shown in Table 4. VII (left-hand table). With  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 0.41/1$  and a p-value of 52%, this is an excellent fit. However, there is a serious problem: the best fit has  $P_{EW,NP}^C/P_{EW,NP}' = 16$ , whereas, in the  $Z'$  model, the color-suppressed NP operators are expected to be smaller than the color-allowed ones. We therefore conclude that this result cannot arise within a  $Z'$  NP model.

To focus on a possibility consistent with a  $Z'$  NP model, we impose an additional (theoretical) constraint:  $|P_{EW,NP}^C/P_{EW,NP}'| = 0.3$ . The results of this fit are shown in Table 4. VII (right-hand table). Here  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 1.85/2$ , for a p-value of 40%, which is a good fit. Of course, this good p-value is a consequence of the fact that, with the constraint, the d.o.f. has increased from 1 to 2. If we consider instead d.o.f. = 1 (which essentially corresponds to the region in the space of the fit of Table 4. VII (left-hand table) with  $|P_{EW,NP}^C/P_{EW,NP}'| = 0.3$ ), the p-value is 17%. Although far from an excellent fit, it is still better than that of the SM.

In the above fits, all NP operators are allowed. In the following, we examine whether a better fit can be found if the model contains only a subset of the operators. Clearly the minimum  $\chi^2$  will be larger than that found above, but since the d.o.f. will also be larger, a larger p-value may be found, indicative of a better fit.



NP fit (5): $\chi^2/\text{d.o.f.} = 0.41/1$ , p-value = 0.52		NP fit (5): $\chi^2/\text{d.o.f.} = 1.85/2$ , p-value = 0.4	
Parameter	Best-fit value	Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(72.1 \pm 5.8)^\circ$	$\gamma$	$(70.8 \pm 5.3)^\circ$
$\beta$	$(21.85 \pm 0.68)^\circ$	$\beta$	$(21.80 \pm 0.68)^\circ$
$\Phi'$	$(77.5 \pm 20.1)^\circ$	$\Phi'$	$(34.7 \pm 12.8)^\circ$
$ T' $	$19.8 \pm 4.3$	$ T' $	$17.0 \pm 8.6$
$ P'_{tc} $	$49.7 \pm 0.9$	$ P'_{tc} $	$60.8 \pm 10.5$
$P'_{NP}$	$7.4 \pm 1.4$	$P'_{NP}$	$14.9 \pm 13.7$
$P'_{EW,NP}$	$1.3 \pm 8.6$	$P'_{EW,NP}$	$11.6 \pm 8.5$
$P'^C_{EW,NP}$	$20.9 \pm 4.2$	$P'^C_{EW,NP}$	$3.5 \pm 2.7$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(257.4 \pm 7.1)^\circ$	$\delta_{P'_{tc}}$	$(177.9 \pm 2.1)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(91.6 \pm 126.0)^\circ$	$\delta_{C'}$	$(64.1 \pm 58.3)^\circ$

TABLE 4. VII.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters for the  $Z'$  model where all three NP operators are present in  $B \rightarrow \pi K$ . Left-hand table has constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ ,  $|C'/T'| = 0.2$ . Right-hand table has constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ ,  $|C'/T'| = 0.2$ , and  $|P'^C_{EW,NP}/P'_{EW,NP}| = 0.3$ .

#### 4.4.2.2. Case (1): only $P'_{NP}$ nonzero

The case where only  $P'_{NP}$  is nonzero arises when the  $Z'$  couplings to right-handed  $d$  and  $u$  quarks obey  $g_R^{dd} = g_R^{uu}$  (these can both vanish or be nonzero). Since  $g_L^{dd} = g_L^{uu}$  by weak isospin invariance,  $\mathcal{A}^{',d}e^{i\Phi'_d} = \mathcal{A}^{',u}e^{i\Phi'_u}$  and  $\mathcal{A}^{',C,d}e^{i\Phi'_d} = \mathcal{A}^{',C,u}e^{i\Phi'_u}$ , so that  $P'_{EW,NP} = P'^C_{EW,NP} = 0$ . In model-building terms, this corresponds to the case where the  $Z'$  couples only to left-handed  $\bar{d}d$  and  $\bar{u}u$ , or where it couples vectorially to these quark pairs.

Assuming that only  $P'_{NP}$  is nonzero, we note that all four  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes of Eq. (4.4.2) contain the following combination:  $P'_{tc} - P'_{NP}e^{i\Phi'_P}$ . Writing  $P'_{tc} = |P'_{tc}|e^{i\delta_{P'_{tc}}}$ , this contains the four quantities  $|P'_{tc}|$ ,  $\delta_{P'_{tc}}$ ,  $P'_{NP}$  and  $\Phi'_P$ . However, here these are not all independent. One can see this by noting that the combinations that appear in  $B$  and  $\bar{B}$  decays are:

$$\begin{aligned}
|P'_{tc}|e^{i\delta_{P'_{tc}}} - P'_{NP}e^{i\Phi'_P} &\equiv z, \\
|P'_{tc}|e^{i\delta_{P'_{tc}}} - P'_{NP}e^{-i\Phi'_P} &\equiv z'.
\end{aligned}
\tag{4.4.4}$$

$z$  and  $z'$  are complex numbers; their four real and imaginary parts can be written in terms of the four theoretical parameters. However, it is clear from the above expressions that  $\text{Re}(z) = \text{Re}(z')$ .

In order to take this into account, we use  $\text{Re}(z)$ ,  $\text{Im}(z)$  and  $\text{Im}(z')$  as unknown parameters in the fit. The results are shown in Table 4. VIII.

NP fit (1): $\chi^2/\text{d.o.f.} = 3.5/1$ , p-value = 0.06	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(72.0 \pm 5.9)^\circ$
$\beta$	$(21.85 \pm 0.68)^\circ$
$ T' $	$5.2 \pm 1.5$
$\text{Re}(z)$	$-48.3 \pm 2.0$
$\text{Im}(z)$	$15.4 \pm 6.9$
$\text{Im}(z')$	$13.0 \pm 9.0$
$ C' $	$3.9 \pm 1.2$
$ P'_{uc} $	$0.2 \pm 10.6$
$\delta_{C'}$	$(29.8 \pm 21.3)^\circ$
$\delta_{P'_{uc}}$	$(333 \pm 360)^\circ$

TABLE 4. VIII.  $\chi^2_{\text{min}}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters [ $z$  and  $z'$  are defined in Eq. (4.4.4)] for the  $Z'$  model where NP is present in  $B \rightarrow \pi K$ , but only  $P'_{NP}$  is nonzero. Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ .

With  $\chi^2_{\text{min}}/\text{d.o.f.} = 3.5/1$  and a p-value of 6%, this is a poor fit, despite the addition of NP. But we can understand what's going on here. We have used  $\text{Re}(z)$ ,  $\text{Im}(z)$  and  $\text{Im}(z')$  as unknown parameters. Referring to Eq. (4.4.4), we see that, if  $P'_{NP} = 0$ ,  $\text{Im}(z) = \text{Im}(z')$ . But this is essentially what is found in Table 4. VIII. That is, with this particular type of NP, we cannot do better than the SM. (This was also the conclusion of Ref. [7].) Indeed, comparing with Table 4. III, we see that the results are very similar. In particular, the  $\chi^2_{\text{min}}$  is identical (the p-values are different due to the different d.o.f.).

We therefore see that the only way for this NP to improve on the SM is if the  $Z'$  couplings to right-handed  $d$  and  $u$  quarks obey  $g_R^{dd} \neq g_R^{uu}$ .

#### 4.4.2.3. Cases (3), (2), (4)

We begin with case (3), where only  $g_R^{dd}$  is nonzero. Now  $P'_{EW,NP}$  is nonzero and  $P'_{NP} = -(2/3)P'^C_{EW,NP}$ . We also impose the constraint  $|P'^C_{EW,NP}/P'_{EW,NP}| = 0.3$ . The results of the fit for this case are shown in Table 4. IX. Here the p-value is 30%, which is not bad (and is far better than that of the SM).

NP fit (3): $\chi^2/\text{d.o.f.} = 3.67/3$ , p-value = 0.30	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(68.1 \pm 3.7)^\circ$
$\beta$	$(21.80 \pm 0.68)^\circ$
$\Phi'$	$(29.0 \pm 12.4)^\circ$
$ T' $	$22.1 \pm 10.7$
$ P'_{tc} $	$53.3 \pm 2.0$
$P'_{EW,NP}$	$14.8 \pm 9.3$
$P'^C_{EW,NP}$	$4.2 \pm 2.9$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(176.5 \pm 2.4)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(42.5 \pm 28.9)^\circ$

TABLE 4. IX.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters for the  $Z'$  model where only  $g_R^{dd}$  is nonzero. Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ ,  $|C'/T'| = 0.2$ ,  $|P'^C_{EW,NP}/P'_{EW,NP}| = 0.3$ .

One important question is: what values of the  $Z'$  mass and couplings are required to explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle? This can be deduced from Table 4. IX. The SM  $T'$  diagram involves the tree-level decay  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}W^{+*}(\rightarrow u\bar{s} = K^+)$ . The NP  $P'_{EW,NP}$  diagram looks very similar – we have the tree-level decay  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}Z'^*(\rightarrow d\bar{d} = \pi^0/\sqrt{2})$ . Within factorization, the SM and NP diagrams involve  $A_{\pi K} \equiv F_0^{B \rightarrow \pi}(0)f_K$  and  $A_{K\pi} \equiv F_0^{B \rightarrow K}(0)f_\pi$ , respectively, where  $F_0^{B \rightarrow K,\pi}(0)$  are form factors and  $f_{\pi,K}$  are decay constants. The hadronic factors are similar in size:  $|A_{K\pi}/A_{\pi K}| = 0.9 \pm 0.1$  [23]. Taking central values, we have

$$\begin{aligned} \left| \frac{P'_{EW,NP}}{T'} \right| &\simeq \frac{A_{K\pi} |g_L^{bs} g_R^{dd}| / M_{Z'}^2}{A_{\pi K} (G_F / \sqrt{2}) |V_{ub}^* V_{us}|} = \frac{14.8}{22.1} \\ \implies \frac{|g_L^{bs} g_R^{dd}|}{M_{Z'}^2} &= 5.6 \times 10^{-3} \text{ TeV}^{-2}. \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

This particular  $Z'$  has no couplings to leptons, i.e., it is leptophobic. The experimental limits on such  $Z'$  bosons are very weak. However, suppose they were stronger: say  $M_{Z'} > 1$  TeV is

required. The above constraint can still be satisfied with such values of  $M_{Z'}$ , while keeping perturbative couplings.

The only additional constraint comes from  $B_s^0$ - $\bar{B}_s^0$  mixing. The formalism is described in Ref. [74], to which we refer the reader for details. Briefly, in the presence of SM and NP contributions,  $B_s^0$ - $\bar{B}_s^0$  mixing is due to the operator

$$NC_{VLL} (\bar{s}_L \gamma^\mu b_L) (\bar{s}_L \gamma_\mu b_L) , \quad (4.4.6)$$

where

$$NC_{VLL} \equiv |NC_{VLL}^{\text{SM}}| e^{-2i\beta_s} + \frac{(g_L^{bs})^2}{2M_{Z'}^2} . \quad (4.4.7)$$

(Recall that  $g_L^{bs} = |g_L^{bs}| e^{i\Phi'}$ .) The  $B_s^0$ - $\bar{B}_s^0$  mixing parameters are given by

$$\begin{aligned} \Delta M_s &= \frac{2}{3} m_{B_s} f_{B_s}^2 \hat{B}_{B_s} |NC_{VLL}| , \\ \varphi_s &= \arg(NC_{VLL}) . \end{aligned} \quad (4.4.8)$$

Here,  $f_{B_s} \sqrt{\hat{B}_{B_s}} = 270 \pm 16$  MeV. The experimental measurements of the mixing parameters yield [1]

$$\begin{aligned} \Delta M_s^{\text{exp}} &= 17.757 \pm 0.021 \text{ ps}^{-1} , \\ \varphi_s^{c\bar{c}s} &= -0.030 \pm 0.033 , \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

while the SM predictions are

$$\begin{aligned} \Delta M_s^{\text{SM}} &= \frac{2}{3} m_{B_s} f_{B_s}^2 \hat{B}_{B_s} |NC_{VLL}^{\text{SM}}| = (17.9 \pm 2.4) \text{ ps}^{-1} , \\ \varphi_s^{c\bar{c}s, \text{SM}} &= -2\beta_s = -0.03704 \pm 0.00064 . \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

With all of this, we can obtain an upper bound on the NP contribution. From Eq. (4.4.7), we have

$$\frac{|g_L^{bs}|^2}{2M_{Z'}^2} \leq \sqrt{|NC_{VLL}|^2 + |NC_{VLL}^{\text{SM}}|^2 - 2|NC_{VLL}||NC_{VLL}^{\text{SM}}| \cos(\varphi_s^{c\bar{c}s} - \varphi_s^{c\bar{c}s, \text{SM}})} . \quad (4.4.11)$$

We allow the experimental quantities to vary by  $\pm 2\sigma$ , while  $f_{B_s}\sqrt{\hat{B}_{B_s}}$  varies within its theoretical range. This leads to

$$\frac{|g_L^{bs}|^2}{M_{Z'}^2} \leq 3.56 \times 10^{-5} \text{ TeV}^{-2} \quad \Longrightarrow \quad M_{Z'} \geq |g_L^{bs}| \times 168 \text{ TeV} . \quad (4.4.12)$$

(A similar result can be found in Ref. [75].) Combining this with Eq. (4.4.5), we have

$$\left| \frac{g_L^{bs}}{g_R^{dd}} \right| \leq 6.4 \times 10^{-3} . \quad (4.4.13)$$

With this condition, all the constraints can be satisfied. Therefore this  $Z'$  can indeed explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

The results for cases (2) ( $g_R^{dd}$  and  $g_R^{uu}$  are nonzero, but  $g_R^{uu} = -2g_R^{dd}$ ) and (4) (only  $g_R^{uu}$  is nonzero) are similar. The fit for case (2) has a p-value of 28%, while that for case (4) has p-value = 26%.

We therefore conclude that a  $Z'$  model can explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle, but it is necessary that the  $Z'$  couple to right-handed  $d$  and/or  $u$  quarks, with  $g_R^{dd} \neq g_R^{uu}$ .

#### 4.4.2.4. $Z' b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ models and $b \rightarrow s\bar{q}q$

As noted in the introduction, there are currently several measurements that disagree with the predictions of the SM. These include (i)  $R_K$  (LHCb [32]) and (ii)  $R_{K^*}$  (LHCb [33]), (iii) the angular distribution of  $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$  (LHCb [34, 35], Belle [36], ATLAS [37] and CMS [38]), especially the observable  $P'_5$  [76], and (iv) the branching fraction and angular distribution of  $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$  (LHCb [39, 40]). The discrepancies in  $R_K$  and  $R_{K^*}$  are quite clean and are at the level of 2.2-2.6 $\sigma$ . On the other hand, the discrepancies in  $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$  and  $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$  have some amount of theoretical input. Depending on how one treats the hadronic uncertainties, the disagreement with the SM is in the 2.5-4 $\sigma$  range.

Of these measurements, the most recent is that of  $R_{K^*}$ . Following its announcement, a number of papers appeared [47–57] computing the size of the discrepancy with the SM, and determining the general properties of the NP required to explain the results. Combining constraints from all measurements, the general consensus is that there is indeed a significant

disagreement with the SM, somewhere in the range of  $4\text{--}6\sigma$  (this large range is due to the fact that different groups deal with the theoretical uncertainties in different ways). In order to account for all measurements, the most probable explanation is that the NP primarily affects  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  transitions.

Arguably the simplest NP explanation is that the contribution to  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  arises due to the tree-level exchange of a  $Z'$  boson. Here the  $Z'$  has a flavor-changing coupling to  $\bar{s}b$ , and it also couples to  $\bar{\mu}\mu$ . Many models of this type have been proposed to explain the data. In some of these models, the  $Z'$  also has couplings to  $\bar{u}u$  and/or  $\bar{d}d$ , so that it could potentially furnish an explanation of the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. If so, in such models there would be a connection between the anomalies in  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  and  $B \rightarrow \pi K$  decays, which is quite intriguing.

Many  $Z'$  models have been proposed to explain the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  anomalies [77–114]. (Note that Refs. [84–87] all discuss the 3-3-1 model. Here the  $Z'$  couples equally to  $e^+e^-$  and  $\mu^+\mu^-$ , so this model cannot explain  $R_{K^{(*)}}$ .) The question is: are there models in which the  $Z'$  couples to right-handed  $d$  and/or  $u$  quarks, with  $g_R^{dd} \neq g_R^{uu}$ ? A survey of the models reveals the following:

- Models in which the  $Z'$  couplings to  $u\bar{u}$  or  $d\bar{d}$  either vanish or are very small include Refs. [77, 101, 103, 108, 111–114].
- Models in which the  $Z'$  has vectorlike couplings to  $u\bar{u}$  and  $d\bar{d}$  include Refs. [78, 90, 94, 99, 100, 102]. In this case the  $Z'$  model cannot explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle, see Sec. 4.4.2.2.
- Models that focus only on  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  and say nothing about any other couplings include Refs. [91, 107, 110].
- Models in which the  $Z'$  has explicit couplings to RH quarks, with different couplings to RH  $u\bar{u}$  and  $d\bar{d}$  include the 3-3-1 model [84–87] and Refs. [92, 105].
- Many models have been proposed in which the  $Z'$  couples to LH quarks, but not RH quarks. A significant fraction of these can be easily modified to allow the  $Z'$  to couple to RH quarks. These include Refs. [79–82, 88, 89, 93, 95–98, 104, 106, 109].

There are a total of 34  $Z'$  models. Of these, 17 have, or can be modified to have, the  $Z'$  coupling to right-handed  $u\bar{u}$  and/or  $d\bar{d}$ , with  $g_R^{dd} \neq g_R^{uu}$ . These models can therefore potentially also explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

It is necessary to check other constraints. In order to reproduce the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  data, the  $Z'$  mass and couplings must satisfy

$$C_9^{\mu\mu}(\text{NP}) = -C_{10}^{\mu\mu}(\text{NP}) = - \left[ \frac{\pi}{\sqrt{2}G_F\alpha V_{tb}V_{ts}^*} \right] \frac{g_L^{bs}g_L^{\mu\mu}}{M_{Z'}^2} . \quad (4.4.14)$$

For  $C_9^{\mu\mu}(\text{NP}) = -C_{10}^{\mu\mu}(\text{NP}) = -0.8$  [74], we require

$$\frac{|g_L^{bs}g_L^{\mu\mu}|}{M_{Z'}^2} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ TeV}^{-2} . \quad (4.4.15)$$

The  $Z'$  will also contribute to  $\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu N \mu^+\mu^-$  (neutrino trident production). Measurements of this process lead to the constraint [74]

$$\frac{|g_L^{\mu\mu}|^2}{M_{Z'}^2} < 1.6 \text{ TeV}^{-2} . \quad (4.4.16)$$

For example, in Ref. [55], the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  data were analyzed in the context of  $Z'$  models. Good fits were found for  $M_{Z'} = 1 \text{ TeV}$ , with  $g_L^{\mu\mu} \simeq 0.5$  and  $g_L^{bs} \simeq -2.5 \times 10^{-3}$ . From Eq. (4.4.13), this implies that the  $Z'$  couplings to right-handed  $u\bar{u}$  and/or  $d\bar{d}$  must be on the large side,  $O(1)$ .

However, there is another, more important process to consider. A  $Z'$  that couples to both quarks and muons can be detected at the LHC via  $pp \rightarrow Z' \rightarrow \mu^+\mu^-$ . If the  $Z'$  couples only to  $\bar{s}b$ , its production cross section may be small enough to escape detection (for example, see Ref. [103]). On the other hand, if the  $Z'$  couples to  $\bar{d}d$  and/or  $\bar{u}u$ , it will be produced plentifully in  $pp$  collisions. Recently, using the 2015 and 2016 data at  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ , the ATLAS Collaboration searched for high-mass resonances decaying into dileptons, but found nothing [115]. They put an upper limit on the product of the production cross section and decay branching ratio, converting this to a lower limit on  $M_{Z'} \gtrsim 4 \text{ TeV}$  for the  $Z'$  models analyzed. We expect that this limit applies to our  $Z'$ .

The conclusion is that some of the  $Z'$  models proposed to explain the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  data may also explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. The  $Z'$  must be somewhat massive, with  $M_{Z'} \gtrsim 4$  TeV. On the other hand, its mass cannot be *much* larger than this lower limit, as the couplings would become nonperturbative in this case. So perhaps such a  $Z'$  will be observed at the LHC in the coming years.

#### 4.4.3. Diquarks

Another NP particle that can contribute to  $b \rightarrow s\bar{q}q$  ( $q = u, d$ ) at tree level is a diquark [41]. Diquarks are scalar particles that couple to two quarks<sup>5</sup>. Quarks are  $\mathbf{3}$ s under  $SU(3)_C$ , so that the diquark must transform as a  $\bar{\mathbf{3}}$  (triplet) or a  $\mathbf{6}$  (sextet). Since diquark couplings are fermion-number-violating, the diquarks couple to two quarks of the same chirality. That is, they couple to  $q_L^i q_L^j$ ,  $u_R^i u_R^j$ ,  $u_R^i d_R^j$ , or  $d_R^i d_R^j$ , where  $q_L = (u_L, d_L)$  is an  $SU(2)_L$  doublet, and  $i, j$  are flavor indices. There are therefore a total of 8 different types of diquark. These are listed in Table 4. X.

Name	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$QQ$ Coupling
<i>I</i>	$\mathbf{6}$	$\mathbf{3}$	$\frac{2}{3}$	$q_L^i q_L^j$
<i>II</i>	$\bar{\mathbf{3}}$	$\mathbf{3}$	$\frac{2}{3}$	$q_L^i q_L^j$
<i>III</i>	$\mathbf{6}$	$\mathbf{1}$	$\frac{2}{3}$	$q_L^i q_L^j, u_R^i d_R^j$
<i>IV</i>	$\bar{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$\frac{2}{3}$	$q_L^i q_L^j, u_R^i d_R^j$
<i>V</i>	$\mathbf{6}$	$\mathbf{1}$	$\frac{1}{3}$	$u_R^i u_R^j$
<i>VI</i>	$\bar{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$\frac{1}{3}$	$u_R^i u_R^j$
<i>VII</i>	$\mathbf{6}$	$\mathbf{1}$	$-\frac{4}{3}$	$d_R^i d_R^j$
<i>VIII</i>	$\bar{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$-\frac{4}{3}$	$d_R^i d_R^j$

TABLE 4. X. Scalar diquarks: quantum numbers and couplings.

The triplets are antisymmetric in color, while sextets are symmetric. This implies that their couplings are also respectively antisymmetric and symmetric in flavor [41]. This has important consequences for flavor-changing neutral currents (FCNCs). Consider the diquarks that couple to  $ds$  (diquarks *I*, *II*, *VII* and *VIII*). In principle, they contribute at tree level to  $K^0\text{-}\bar{K}^0$  mixing via the t-channel exchange of a diquark. This involves the transitions

5. In principle, diquarks can also be vector particles. In this case, it is natural to consider them to be the gauge bosons of an extended gauge group (such as  $SU(5)$ ). However, in general such diquarks also have leptoquark couplings, which leads to proton decay. Scalar diquarks do not have this problem.



$d \rightarrow \bar{d}$  and  $\bar{s} \rightarrow s$ , i.e., the flavor indices of the couplings have  $i = j$ . However, because the couplings of the triplet diquarks are antisymmetric in flavor, these couplings vanish for these diquarks. That is, while sextet diquarks can generate  $\Delta F = 2$  FCNCs, triplet diquarks cannot [41]. Thus, the measurements of neutral meson mixing constrain diquarks  $I$ ,  $V$  and  $VII$  to be very massive, so that their effects in other low-energy processes are negligible. However, there are no similar constraints on diquarks  $II$ ,  $III$ ,  $IV$ ,  $VI$  and  $VIII$ .

Diquarks contribute at tree level to  $b \rightarrow s\bar{q}q$  ( $q = u, d$ ) via  $b \rightarrow \bar{q}D^*(\rightarrow sq)$ . From this, we see that diquark  $VI$  does not contribute to  $B \rightarrow \pi K$ . Recall that in Sec. 4.4.1 we noted that there are four NP matrix elements that contribute to  $B \rightarrow \pi K$  decays:  $\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q}$  and  $\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi_q^{C}}$  ( $q = u, d$ ). The color-allowed and color-suppressed matrix elements use the operators  $\bar{s}_\alpha \Gamma_i b_\alpha \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\beta$  and  $\bar{s}_\alpha \Gamma_i b_\beta \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\alpha$ , respectively. Now consider diquark  $VIII$ . It contributes to  $\mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d}$  and  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C}}$ . However, it is straightforward to see that these are not independent. The  $b \rightarrow s\bar{q}q$  transition involves  $b_\alpha \rightarrow \bar{q}_\beta D_{\alpha\beta}^*$ . The virtual  $D^*$  then decays equally to  $s_\beta d_\alpha$  and  $s_\alpha d_\beta$ . But the first decay creates the color-allowed operator, the second the color-suppressed operator. And since the triplet is antisymmetric, there is a relative minus sign. That is, we have  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C}} = -\mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d}$ , or  $\Phi_d^{C} = \Phi'_d$  and  $\mathcal{A}'^{C,d} = -\mathcal{A}'^d$ . This same type of behavior holds for all diquarks, except that diquark  $III$  is a sextet, which is symmetric, so that  $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C}} = +\mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u}$ .

The four diquarks that contribute to  $B \rightarrow \pi K$  are  $II$ ,  $III$ ,  $IV$  and  $VIII$ . These have the following properties:

- $II$ : decays to  $q_L^i q_L^j$ , which includes  $u_L^i u_L^j$ ,  $u_L^i d_L^j$  and  $d_L^i d_L^j$ . This implies that the amplitudes for  $b \rightarrow s\bar{u}u$  and  $b \rightarrow s\bar{d}d$  are equal, so that  $\mathcal{A}'^d = \mathcal{A}'^u$  and  $\mathcal{A}'^{C,d} = \mathcal{A}'^{C,u}$ . We then have  $P'_{EW,NP} = P'_{EW,NP} = 0$ ; the only nonzero NP operator is  $P'_{NP}$ . (We also have  $\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi_q^{C}} = -\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q}$ , but this is not important.)
- $III$ : has  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C}} = \mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d} = 0$  and  $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C}} = +\mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u}$ .
- $IV$ : has  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C}} = \mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d} = 0$  and  $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C}} = -\mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u}$ .
- $VIII$ : has  $\mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C}} = -\mathcal{A}'^d e^{i\Phi'_d}$  and  $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C}} = \mathcal{A}'^u e^{i\Phi'_u} = 0$ .

With this information, we can perform fits for the four diquark models.

#### 4.4.3.1. Diquark *II*

The scenario where  $P'_{NP}$  is the only nonzero NP operator was examined in Sec. 4.4.2.2. There it was found that the fit was no better than that of the SM, and that the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle could not be explained.

#### 4.4.3.2. Diquark *III*

The results of the fit with diquark *III* are shown in Table 4. XI. The best fit has  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 4.0/3$ , for a p-value of 26%. Like the  $Z'$  model of Sec. 4.4.2.3, the fit is not bad (and is far better than the SM). It could explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

Diquark <i>III</i> : $\chi^2/\text{d.o.f.} = 4.0/3$ , p-value = 0.26	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(72.1 \pm 5.8)^\circ$
$\beta$	$(21.87 \pm 0.68)^\circ$
$\Phi'$	$(273.2 \pm 10.5)^\circ$
$ T' $	$7.8 \pm 5.5$
$ P'_{tc} $	$50.6 \pm 0.7$
$P'_{EW,NP}$	$4.6 \pm 7.5$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(317.8 \pm 47.5)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(128.0 \pm 329.0)^\circ$

TABLE 4. XI.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters for the model of diquark *III*. Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ ,  $|C'/T'| = 0.2$ .

In order to get a sense of what values are required for the diquark mass and couplings, we proceed as in Sec. 4.4.2.3: we compare  $P'_{EW,NP}$  and  $T'$ . Here, however, the form factors for the two diagrams are different, so this comparison will only give a rough idea. We have

$$\begin{aligned} \left| \frac{P'_{EW,NP}}{T'} \right| &\approx \frac{|g^{ub}g^{us}|/M_{DQ}^2}{(G_F/\sqrt{2})|V_{ub}^*V_{us}|} = \frac{4.6}{7.8} \\ \implies \frac{|g^{ub}g^{us}|}{M_{DQ}^2} &= 4.5 \times 10^{-3} \text{ TeV}^{-2}. \end{aligned} \quad (4.4.17)$$

This is similar to what was found for  $Z'$  models.

#### 4.4.3.3. Diquark *IV*

The results of the fit with diquark *IV* are shown in Table 4. XII. The best fit has  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 5.4/3$ , for a p-value of 15%. This is only so-so. Given that the best-fit values of the ratios  $|T'/P'_{tc}|$  and  $|P'_{EW,NP}/P'_{tc}|$  are both somewhat larger than expected, we conclude that this diquark does not provide a good explanation of the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

Diquark <i>IV</i> : $\chi^2/\text{d.o.f.} = 5.4/3$ , p-value = 0.15	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(69.9 \pm 5.6)^\circ$
$\beta$	$(21.86 \pm 0.68)^\circ$
$\Phi'$	$(0.6 \pm 6.8)^\circ$
$ T' $	$31.5 \pm 4.8$
$ P'_{tc} $	$50.3 \pm 0.8$
$P'_{EW,NP}$	$22.6 \pm 3.4$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(186.3 \pm 0.9)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(57.5 \pm 17.0)^\circ$

TABLE 4. XII.  $\chi^2_{\text{min}}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters for the model of diquark *IV*. Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ ,  $|C'/T'| = 0.2$ .

#### 4.4.3.4. Diquark *VIII*

The results of the fit with diquark *VIII* are shown in Table 4. XIII. The best fit has  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 11.6/3$ , for a p-value of 0.9%. This is a very poor fit, worse than that of the SM. This diquark cannot explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

#### 4.4.4. Summary

In the previous section, we saw that, if  $|C'/T'| = 0.2$ , the SM cannot explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle. The two types of NP that can contribute to  $B \rightarrow \pi K$  at tree level are  $Z'$  bosons and diquarks. In this section, we found that either NP model can explain the puzzle if  $|C'/T'| = 0.2$ . For  $Z'$  models, the  $Z'$  must couple to right-handed  $u\bar{u}$  and/or  $d\bar{d}$ , with  $g_R^{dd} \neq g_R^{uu}$ . Half of the  $Z'$  models proposed to explain the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  anomalies have the required  $Z'$  couplings to  $u\bar{u}$  and/or  $d\bar{d}$ . As for diquarks, the only one that works is a color **6** that couples to  $ud$ . For both NP models, the fits have p-values in the range 25-40%.

Diquark <i>VIII</i> : $\chi^2/\text{d.o.f.} = 11.6/3$ , p-value = 0.009	
Parameter	Best-fit value
$\gamma$	$(64.8 \pm 6.5)^\circ$
$\beta$	$(21.80 \pm 0.68)^\circ$
$\Phi'$	$(-19.4 \pm 91.7)^\circ$
$ T' $	$9.3 \pm 3.2$
$ P'_{tc} $	$51.7 \pm 2.1$
$P'_{EW,NP}$	$1.3 \pm 2.1$
$\delta_{P'_{tc}}$	$(-11.4 \pm 4.4)^\circ$
$\delta_{C'}$	$(250.2 \pm 24.8)^\circ$

TABLE 4. XIII.  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.}$  and best-fit values of unknown parameters for the model of diquark *VIII*. Constraints:  $B \rightarrow \pi K$  data, measurements of  $\beta$  and  $\gamma$ ,  $|C'/T'| = 0.2$ .

## 4.5. CONCLUSIONS

There are four  $B \rightarrow \pi K$  decays –  $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ ,  $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ ,  $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$  and  $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$  – whose amplitudes obey a quadrilateral isospin relation. In the early 2000s, their branching ratios and CP asymmetries (direct and indirect) were measured, and it was noted that there was a tension between the measurements and the SM. This was referred to as the “ $B \rightarrow \pi K$  puzzle.” Over the years, a number of analyses were done, attempting to quantify the seriousness of the puzzle, and to identify the type of new physics that can ameliorate the problem.

In the present paper, we perform an update of the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle by doing fits to the data using a diagrammatic decomposition of the  $B \rightarrow \pi K$  amplitudes. We find that the key unknown parameter is  $|C'/T'|$ , the ratio of color-suppressed and color-allowed tree amplitudes. Theoretically, this ratio is predicted to be  $0.15 \lesssim |C'/T'| \lesssim 0.5$ . If it is large,  $|C'/T'| = 0.5$ , we find that the SM can explain the data: the fit has a p-value of 43% (an excellent fit has p-value = 50%). On the other hand, if it is small,  $|C'/T'| = 0.2$ , the fit has a p-value of 4%, which is poor. Our conclusion is that, if  $|C'/T'|$  is small, the SM cannot explain the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle – NP is needed.

The two types of NP that can contribute to  $B \rightarrow \pi K$  at tree level are  $Z'$  bosons and diquarks. For the case of  $|C'/T'| = 0.2$ , we examine whether the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle can be explained with the inclusion of such NP. For both types of NP, the answer is yes.

In the case of  $Z'$  models, the decay  $b \rightarrow s\bar{q}q$  ( $q = u, d$ ) is produced via the tree-level exchange of a  $Z'$  that couples to  $\bar{s}b$  and to  $\bar{q}q$ . We find that, if the  $Z'$  couples only to left-handed  $\bar{q}q$ , things do not work. The  $B \rightarrow \pi K$  puzzle can be explained only if the  $Z'$  couples to right-handed  $u\bar{u}$  and/or  $d\bar{d}$ , with  $g_R^{dd} \neq g_R^{uu}$  – the p-values of the fits are in the range 25-40%.

This particular NP solution is intriguing because there are currently anomalies involving the process  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  that can also be explained by the addition of a  $Z'$ . We find that, of all the  $Z'$  models proposed for the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  anomalies, half have the required  $Z'$  couplings to  $u\bar{u}$  and/or  $d\bar{d}$ . Such models could potentially explain both the  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  anomalies and the  $B \rightarrow \pi K$  puzzle.

Turning to diquarks, there are eight different types. Taking into account constraints from other processes, particularly  $\Delta F = 2$  FCNCs, there is only one diquark that works. It is a color **6** that couples to  $ud$ . It contribute at tree level to  $b \rightarrow s\bar{u}u$  via  $b \rightarrow \bar{u}D^*(\rightarrow su)$ . Its fit has a p-value of 26%.

**Acknowledgments:** We thank A. Alok for help with MINUIT, B. Bhattacharya for collaboration at the early stages of the project, G. Bell for helpful discussions about the value of  $|C'/T'|$  at NNLO, and R. Watanabe for helpful discussions about diquarks. This work was financially supported by NSERC of Canada (NBB, DL, JR), and by the National Science Foundation (AD, AR) under Grant No. NSF PHY-1414345. AD acknowledges the hospitality of the Department of Physics and Astronomy, University of Hawaii, where part of the work was done.



# CONCLUSION

---

À l'aide des résultats présentés au chapitre 4, on constate que le ratio  $|C'|/|T'|$  est de première importance pour déterminer si les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  sont en désaccord avec le Modèle Standard. En effet, au premier ordre on s'attend à ce que ce ratio soit de l'ordre de  $\frac{1}{3}$  en raison de la suppression de couleur. Pour les ordres supérieurs, PQCD et QCdf permettent que ce ratio se situe entre 0.2 et 0.5. Si  $|C'|/|T'| = 0.5$ , les résultats obtenus indiquent qu'en considérant les diagrammes du Modèle Standard d'ordres  $\lambda^2$  et supérieurs, on peut décrire adéquatement les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Par contre, dans ce cas, si l'on ne contraint pas  $\gamma$ , on obtient une valeur à  $2.7\sigma$  de la valeur obtenue indépendamment des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Ainsi, même dans le meilleur scénario, il existe toujours une tension entre la valeur de  $\gamma$  obtenue par les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  et celle obtenue indépendamment de celles-ci. Dans le cas où  $|C'|/|T'| = 0.2$ , avec une valeur  $p$  de 3%, il est clair que le Modèle Standard ne peut décrire adéquatement les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Si l'on considère un modèle général de  $Z'$ , on obtient un excellent résultat, avec une valeur  $p$  de 52%. Par contre, on obtient également que le ratio  $|P'_{EW,NP}|/|P'_{EW,NP}|$  est d'environ 16, ce qui est beaucoup plus grand que le  $\frac{1}{3}$  prévu. La situation est donc similaire au Modèle Standard, soit que pour obtenir une bonne description des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , les ratios affectés par la suppression de couleur doivent être augmentés par rapport à leur valeur attendue.

En considérant des modèles spécifiques de  $Z'$ , il a été constaté que pour pouvoir expliquer les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , ces modèles doivent nécessairement se coupler à  $\bar{u}u$

et/ou  $\bar{d}d$  droitiers et que les couplages dans les deux cas ne doivent pas être les mêmes. Pour les modèles spécifiques, celui qui offre la meilleure description est celui où le  $Z'$  ne se couple qu'au quarks  $d$  droitiers, avec une valeur  $p$  de 30%. Quant au diquarks, en prenant en compte les contraintes imposées par le mélange  $K^0 - \bar{K}^0$  et les résultats des ajustements, un seul d'entre eux peut améliorer le Modèle Standard dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Il s'agit d'un sextet de couleur pouvant se coupler à  $u_{L,R}^i d_{L,R}^j$ . La valeur  $p$  obtenue est de 26%.

Une observation intéressante que l'on peut faire est que pour  $|C'|/|T'| = 0.2$ , il semble que ni le Modèle Standard, ni les modèles de nouvelle physique n'offrent une description satisfaisante des désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . En effet, pour les modèles spécifiques de nouvelle physique, les valeurs  $p$  obtenues varient entre 26% et 30%. Même si ces résultats sont bien meilleurs que le Modèle Standard, ils ne représentent tout de même pas une solution idéale. Cela suggère diverses avenues possibles pour les désaccords dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  dans le futur. D'abord, si PQCD et QCdf convergent vers une valeur élevée pour  $|C'|/|T'|$ , le Modèle Standard pourra alors expliquer les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Il restera toujours le désaccord avec  $\gamma$ , mais peut-être que des changements dans les observables expérimentaux vont aussi éliminer ce problème dans le futur. Si PQCD et QCdf convergent vers une valeur basse pour le ratio  $|C'|/|T'|$ , les résultats suggèrent que les valeurs des observables devront changer. En effet, lorsque  $|C'|/|T'|$  est bas, pour les valeurs actuelles des observables, ni le Modèle Standard ni les modèles de nouvelle physique offrent une solution adéquate pour décrire les désintégrations. Cela suggère que les observables changeront dans le futur de façon à favoriser l'une des deux options. Notons que cette conclusion est valide uniquement si la nouvelle physique présente dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  contribue à la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  au niveau des arbres, étant donné que seul des modèles de nouvelle physique contribuant à cette transition ont été considérés dans l'analyse. Tel que mentionné au chapitre 3, ces modèles ont été choisis puisque cette transition est rare dans le Modèle Standard et parce que des observations dans plusieurs autres processus suggèrent la présence de nouvelle physique dans cette transition. Évidemment, il est possible que



d'autres types de modèles de nouvelle physique que ceux considérés puissent contribuer aux désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ . Ces autres modèles pourraient potentiellement expliquer les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$  sans que les observables aient besoin de changer. Par contre, compte tenu des connaissances actuelles, il semble raisonnable de penser que s'il y a présence de nouvelle physique dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi K$ , alors elle contribuera à la transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$  au niveau des arbres. Dans ce cas, la conclusion mentionnée plus haut est valide.



# Références

---

- [1] Y. Amhis et al. Averages of  $b$ -hadron,  $c$ -hadron, and  $\tau$ -lepton properties as of summer 2016. Eur. Phys. J., C77(12) :895, 2017.
- [2] Alexandra Martin Sanchez. Measurement of the gamma angle from tree decays at the LHCb experiment. EPJ Web Conf., 28 :12030, 2012.
- [3] Georges Aad et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. Phys. Lett., B716 :1–29, 2012.
- [4] A. D. Sakharov. Violation of CP Invariance, c Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe. Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz., 5 :32–35, 1967. [Usp. Fiz. Nauk161,61(1991)].
- [5] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. Prog. Theor. Phys., 49 :652–657, 1973.
- [6] Patrick Huet and Eric Sather. Electroweak baryogenesis and standard model cp violation. Phys. Rev. D, 51 :379–394, Jan 1995.
- [7] Seungwon Baek, Cheng-Wei Chiang, and David London. The  $B \rightarrow \pi K$  Puzzle : 2009 Update. Phys. Lett., B675 :59–63, 2009.
- [8] E. C. G. Sudarshan and R. e. Marshak. Chirality invariance and the universal Fermi interaction. Phys. Rev., 109 :1860–1860, 1958.
- [9] M. Thomson. Modern Particle Physics. Modern Particle Physics. Cambridge University Press, 2013.
- [10] T.P. Cheng and L.F. Li. Gauge Theory of Elementary Particle Physics. Oxford science publications. Clarendon Press, 1984.
- [11] Ling-Lie Chau and Wai-Yee Keung. Comments on the Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix. Phys. Rev. Lett., 53 :1802, 1984.

- [12] Lincoln Wolfenstein. Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix. Phys. Rev. Lett., 51 :1945, 1983.
- [13] Michael Gronau and Daniel Wyler. On determining a weak phase from CP asymmetries in charged B decays. Phys. Lett., B265 :172–176, 1991.
- [14] J. Charles, Andreas Hocker, H. Lacker, S. Laplace, F. R. Le Diberder, J. Malcles, J. Ocariz, M. Pivk, and L. Roos. CP violation and the CKM matrix : Assessing the impact of the asymmetric  $B$  factories. Eur. Phys. J., C41(1) :1–131, 2005.
- [15] C. Patrignani et al. Review of Particle Physics. Chin. Phys., C40(10) :100001, 2016.
- [16] Michael Gronau, Oscar F. Hernandez, David London, and Jonathan L. Rosner. Decays of B mesons to two light pseudoscalars. Phys. Rev., D50 :4529–4543, 1994.
- [17] Maxime Imbeault, Alakabha Datta, and David London. Hadronic B decays : A General approach. Int. J. Mod. Phys., A22 :2057–2092, 2007.
- [18] Gerhard Buchalla, Andrzej J. Buras, and Markus E. Lautenbacher. Weak decays beyond leading logarithms. Rev. Mod. Phys., 68 :1125–1144, 1996.
- [19] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, and Christopher T. Sachrajda. QCD factorization for  $B \rightarrow \pi \pi$  decays : Strong phases and CP violation in the heavy quark limit. Phys. Rev. Lett., 83 :1914–1917, 1999.
- [20] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, and Christopher T. Sachrajda. QCD factorization for exclusive, nonleptonic B meson decays : General arguments and the case of heavy light final states. Nucl. Phys., B591 :313–418, 2000.
- [21] Yong-Yeon Keum, Hsiang-nan Li, and A. I. Sanda. Fat penguins and imaginary penguins in perturbative QCD. Phys. Lett., B504 :6–14, 2001.
- [22] Y. Y. Keum, Hsiang-Nan Li, and A. I. Sanda. Penguin enhancement and  $B \rightarrow K\pi$  decays in perturbative QCD. Phys. Rev., D63 :054008, 2001.
- [23] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, and Christopher T. Sachrajda. QCD factorization in  $B \rightarrow \pi K$ ,  $\pi \pi$  decays and extraction of Wolfenstein parameters. Nucl. Phys., B606 :245–321, 2001.
- [24] Michael Gronau, Oscar F. Hernández, David London, and Jonathan L. Rosner. Decays of b mesons to two pseudoscalars in broken  $su(3)$  symmetry. Phys. Rev. D, 52 :6356–6373, Dec 1995.

- [25] Michael Gronau, Oscar F. Hernández, David London, and Jonathan L. Rosner. Electroweak penguin diagrams and two-body b decays. Phys. Rev. D, 52 :6374–6382, Dec 1995.
- [26] Bernard Aubert et al. Measurement of time dependent CP asymmetry parameters in B0 meson decays to omega K0(S), eta-prime K0, and pi0 K0(S). Phys. Rev., D79 :052003, 2009.
- [27] M. Fujikawa et al. Measurement of CP asymmetries in B0  $\rightarrow$  K0 pi0 decays. Phys. Rev., D81 :011101, 2010.
- [28] J. P. Lees et al. Measurement of CP Asymmetries and Branching Fractions in Charmless Two-Body B-Meson Decays to Pions and Kaons. Phys. Rev., D87(5) :052009, 2013.
- [29] Bernard Aubert et al. Improved Measurements of the Branching Fractions for  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  and  $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ , and a Search for  $B^0 \rightarrow K^+K^-$ . Phys. Rev., D75 :012008, 2007.
- [30] Bernard Aubert et al. Observation of  $B^+ \rightarrow \bar{K}^0 K^+$  and  $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ . Phys. Rev. Lett., 97 :171805, 2006.
- [31] Bernard Aubert et al. Study of  $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ ,  $B^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0$ , and  $B^\pm \rightarrow K^\pm\pi^0$  Decays, and Isospin Analysis of  $B \rightarrow \pi\pi$  Decays. Phys. Rev., D76 :091102, 2007.
- [32] Roel Aaij et al. Test of lepton universality using  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  decays. Phys. Rev. Lett., 113 :151601, 2014.
- [33] R. Aaij et al. Test of lepton universality with  $B^0 \rightarrow K^{*0}\ell^+\ell^-$  decays. JHEP, 08 :055, 2017.
- [34] R Aaij et al. Measurement of Form-Factor-Independent Observables in the Decay  $B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$ . Phys. Rev. Lett., 111 :191801, 2013.
- [35] Roel Aaij et al. Angular analysis of the  $B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$  decay using  $3 \text{ fb}^{-1}$  of integrated luminosity. JHEP, 02 :104, 2016.
- [36] A. Abdesselam et al. Angular analysis of  $B^0 \rightarrow K^*(892)^0\ell^+\ell^-$ . Technical Report BELLE-CONF-1603., Apr 2016. Comments : Conference paper for LHC Ski 2016.
- [37] Angular analysis of  $B_d^0 \rightarrow K^{*}\mu^+\mu^-$  decays in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  with the ATLAS detector. Technical Report ATLAS-CONF-2017-023, CERN, Geneva, Apr 2017.
- [38] Measurement of the  $P_1$  and  $P'_5$  angular parameters of the decay  $B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$  in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ . Technical Report CMS-PAS-BPH-15-008, CERN, Geneva, 2017.
- [39] R Aaij et al. Differential branching fraction and angular analysis of the decay  $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$ . JHEP, 07 :084, 2013.

- [40] Roel Aaij et al. Angular analysis and differential branching fraction of the decay  $B_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ . JHEP, 09 :179, 2015.
- [41] Gian Francesco Giudice, Ben Gripaios, and Raman Sundrum. Flavourful Production at Hadron Colliders. JHEP, 08 :055, 2011.
- [42] Andrzej J. Buras, Robert Fleischer, Stefan Recksiegel, and Felix Schwab. The B  $\rightarrow$  pi K puzzle and its relation to rare B and K decays. Eur. Phys. J., C32 :45–54, 2003.
- [43] Andrzej J. Buras, Robert Fleischer, Stefan Recksiegel, and Felix Schwab. B  $\rightarrow$  pi pi, new physics in B  $\rightarrow$  pi K and implications for rare K and B decays. Phys. Rev. Lett., 92 :101804, 2004.
- [44] Andrzej J. Buras, Robert Fleischer, Stefan Recksiegel, and Felix Schwab. Anatomy of prominent B and K decays and signatures of CP violating new physics in the electroweak penguin sector. Nucl. Phys., B697 :133–206, 2004.
- [45] Seungwon Baek, Philippe Hamel, David London, Alakabha Datta, and Denis A. Suprun. The B  $\rightarrow$  pi K puzzle and new physics. Phys. Rev., D71 :057502, 2005.
- [46] Seungwon Baek and David London. Is There Still a B  $\rightarrow$  pi K Puzzle? Phys. Lett., B653 :249–253, 2007.
- [47] Bernat Capdevila, Andreas Crivellin, Sébastien Descotes-Genon, Joaquim Matias, and Javier Virto. Patterns of New Physics in  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$  transitions in the light of recent data. JHEP, 01 :093, 2018.
- [48] Wolfgang Altmannshofer, Peter Stangl, and David M. Straub. Interpreting Hints for Lepton Flavor Universality Violation. Phys. Rev., D96(5) :055008, 2017.
- [49] Guido D’Amico, Marco Nardecchia, Paolo Panci, Francesco Sannino, Alessandro Strumia, Riccardo Torre, and Alfredo Urbano. Flavour anomalies after the  $R_{K^*}$  measurement. JHEP, 09 :010, 2017.
- [50] Gudrun Hiller and Ivan Nisandzic.  $R_K$  and  $R_{K^*}$  beyond the standard model. Phys. Rev., D96(3) :035003, 2017.
- [51] Li-Sheng Geng, Benjamín Grinstein, Sebastian Jäger, Jorge Martin Camalich, Xiu-Lei Ren, and Rui-Xiang Shi. Towards the discovery of new physics with lepton-universality ratios of  $b \rightarrow s \ell \ell$  decays. Phys. Rev., D96(9) :093006, 2017.
- [52] Marco Ciuchini, Antonio M. Coutinho, Marco Fedele, Enrico Franco, Ayan Paul, Luca Silvestrini, and Mauro Valli. On Flavourful Easter eggs for New Physics hunger and Lepton Flavour Universality violation. Eur. Phys. J., C77(10) :688, 2017.

- [53] Alejandro Celis, Javier Fuentes-Martin, Avelino Vicente, and Javier Virto. Gauge-invariant implications of the LHCb measurements on lepton-flavor nonuniversality. Phys. Rev., D96(3) :035026, 2017.
- [54] Diptimoy Ghosh. Explaining the  $R_K$  and  $R_{K^*}$  anomalies. Eur. Phys. J., C77(10) :694, 2017.
- [55] Ashutosh Kumar Alok, Bhubanjyoti Bhattacharya, Alakabha Datta, Dinesh Kumar, Jacky Kumar, and David London. New Physics in  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  after the Measurement of  $R_{K^*}$ . Phys. Rev., D96(9) :095009, 2017.
- [56] Wei Wang and Shuai Zhao. Implications of the  $R_K$  and  $R_{K^*}$  anomalies. Chin. Phys., C42(1) :013105, 2018.
- [57] Alakabha Datta, Jacky Kumar, Jiajun Liao, and Danny Marfatia. New light mediators for the  $R_K$  and  $R_{K^*}$  puzzles. 2017.
- [58] Matthias Neubert and Jonathan L. Rosner. New bound on gamma from  $B^{+-} \rightarrow \pi K$  decays. Phys. Lett., B441 :403–409, 1998.
- [59] Matthias Neubert and Jonathan L. Rosner. Determination of the weak phase gamma from rate measurements in  $B^{+-} \rightarrow \pi K, \pi\pi$  decays. Phys. Rev. Lett., 81 :5076–5079, 1998.
- [60] Michael Gronau, Dan Pirjol, and Tung-Mow Yan. Model independent electroweak penguins in B decays to two pseudoscalars. Phys. Rev., D60 :034021, 1999. [Erratum : Phys. Rev.D69,119901(2004)].
- [61] F. James and M. Roos. Minuit : A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlations. Comput. Phys. Commun., 10 :343–367, 1975.
- [62] Fred James and Matthias Winkler. MINUIT User’s Guide. 2004.
- [63] F. James. MINUIT Function Minimization and Error Analysis : Reference Manual Version 94.1. 1994.
- [64] Maxime Imbeault, Alexandre St-Laurent Lemerle, Veronique Page, and David London. Obtaining the full unitarity triangle from  $B \rightarrow \pi K$  decays. Phys. Rev. Lett., 92 :081801, 2004.
- [65] Guido Bell. NNLO vertex corrections in charmless hadronic B decays : Imaginary part. Nucl. Phys., B795 :1–26, 2008.
- [66] Guido Bell. NNLO vertex corrections in charmless hadronic B decays : Real part. Nucl. Phys., B822 :172–200, 2009.

- [67] M. Beneke, T. Huber, and Xin-Qiang Li. NNLO vertex corrections to non-leptonic B decays : Tree amplitudes. Nucl. Phys., B832 :109–151, 2010.
- [68] Guido Bell, Martin Beneke, Tobias Huber, and Xin-Qiang Li. Two-loop current–current operator contribution to the non-leptonic QCD penguin amplitude. Phys. Lett., B750 :348–355, 2015.
- [69] Guido Bell, Martin Beneke, Tobias Huber, and Xin-Qiang Li. private communication.
- [70] Hsiang-nan Li and Satoshi Mishima. Possible resolution of the  $B \rightarrow \pi\pi, \pi K$  puzzles. Phys. Rev., D83 :034023, 2011.
- [71] C. S. Kim, Sechul Oh, and Yeo Woong Yoon. Analytic resolution of puzzle in  $B \rightarrow K\pi$  decays. Phys. Lett., B665 :231–236, 2008.
- [72] Alakabha Datta and David London. Measuring new physics parameters in B penguin decays. Phys. Lett., B595 :453–460, 2004.
- [73] Alakabha Datta, Maxime Imbeault, David London, Veronique Page, Nita Sinha, and Rahul Sinha. Methods for measuring new-physics parameters in B decays. Phys. Rev., D71 :096002, 2005.
- [74] Ashutosh Kumar Alok, Bhuvanajyoti Bhattacharya, Dinesh Kumar, Jacky Kumar, David London, and S. Uma Sankar. New physics in  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  : Distinguishing models through CP-violating effects. Phys. Rev., D96(1) :015034, 2017.
- [75] Wolfgang Altmannshofer and David M. Straub. New physics in  $b \rightarrow s$  transitions after LHC run 1. Eur. Phys. J., C75(8) :382, 2015.
- [76] Sebastien Descotes-Genon, Tobias Hurth, Joaquim Matias, and Javier Virto. Optimizing the basis of  $B \rightarrow K^*ll$  observables in the full kinematic range. JHEP, 05 :137, 2013.
- [77] Lorenzo Calibbi, Andreas Crivellin, and Toshihiko Ota. Effective Field Theory Approach to  $b \rightarrow s\ell\ell^{(\prime)}$ ,  $B \rightarrow K^{(*)}\nu\bar{\nu}$  and  $B \rightarrow D^{(*)}\tau\nu$  with Third Generation Couplings. Phys. Rev. Lett., 115 :181801, 2015.
- [78] Andreas Crivellin, Giancarlo D’Ambrosio, and Julian Heeck. Addressing the LHC flavor anomalies with horizontal gauge symmetries. Phys. Rev., D91(7) :075006, 2015.
- [79] Admir Greljo, Gino Isidori, and David Marzocca. On the breaking of Lepton Flavor Universality in B decays. JHEP, 07 :142, 2015.
- [80] D. Aristizabal Sierra, Florian Staub, and Avelino Vicente. Shedding light on the  $b \rightarrow s$  anomalies with a dark sector. Phys. Rev., D92(1) :015001, 2015.



- [81] Cheng-Wei Chiang, Xiao-Gang He, and German Valencia.  $Z'$  model for  $b \rightarrow s\ell\bar{\ell}$  flavor anomalies. Phys. Rev., D93(7) :074003, 2016.
- [82] Sofiane M. Boucenna, Alejandro Celis, Javier Fuentes-Martin, Avelino Vicente, and Javier Virto. Non-abelian gauge extensions for B-decay anomalies. Phys. Lett., B760 :214–219, 2016.
- [83] Sofiane M. Boucenna, Alejandro Celis, Javier Fuentes-Martin, Avelino Vicente, and Javier Virto. Phenomenology of an  $SU(2) \times SU(2) \times U(1)$  model with lepton-flavour non-universality. JHEP, 12 :059, 2016.
- [84] Rhorry Gauld, Florian Goertz, and Ulrich Haisch. On minimal  $Z'$  explanations of the  $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$  anomaly. Phys. Rev., D89 :015005, 2014.
- [85] Rhorry Gauld, Florian Goertz, and Ulrich Haisch. An explicit  $Z'$ -boson explanation of the  $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$  anomaly. JHEP, 01 :069, 2014.
- [86] Andrzej J. Buras and Jennifer Girrbach. Left-handed  $Z'$  and  $Z$  FCNC quark couplings facing new  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  data. JHEP, 12 :009, 2013.
- [87] Andrzej J. Buras, Fulvia De Fazio, and Jennifer Girrbach. 331 models facing new  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  data. JHEP, 02 :112, 2014.
- [88] Wolfgang Altmannshofer, Stefania Gori, Maxim Pospelov, and Itay Yavin. Quark flavor transitions in  $L_\mu - L_\tau$  models. Phys. Rev., D89 :095033, 2014.
- [89] Andreas Crivellin, Giancarlo D'Ambrosio, and Julian Heeck. Explaining  $h \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp$ ,  $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$  and  $B \rightarrow K\mu^+\mu^-/B \rightarrow Ke^+e^-$  in a two-Higgs-doublet model with gauged  $L_\mu - L_\tau$ . Phys. Rev. Lett., 114 :151801, 2015.
- [90] Andreas Crivellin, Giancarlo D'Ambrosio, and Julian Heeck. Addressing the LHC flavor anomalies with horizontal gauge symmetries. Phys. Rev., D91(7) :075006, 2015.
- [91] Andreas Crivellin, Lars Hofer, Joaquim Matias, Ulrich Nierste, Stefan Pokorski, and Janusz Rosiek. Lepton-flavour violating  $B$  decays in generic  $Z'$  models. Phys. Rev., D92(5) :054013, 2015.
- [92] Alejandro Celis, Javier Fuentes-Martin, Martín Jung, and Hugo Serodio. Family nonuniversal  $Z'$  models with protected flavor-changing interactions. Phys. Rev., D92(1) :015007, 2015.
- [93] Geneviève Bélanger, Cédric Delaunay, and Susanne Westhoff. A Dark Matter Relic From Muon Anomalies. Phys. Rev., D92 :055021, 2015.

- [94] Adam Falkowski, Marco Nardecchia, and Robert Ziegler. Lepton Flavor Non-Universality in B-meson Decays from a U(2) Flavor Model. JHEP, 11 :173, 2015.
- [95] Adrian Carmona and Florian Goertz. Lepton Flavor and Nonuniversality from Minimal Composite Higgs Setups. Phys. Rev. Lett., 116(25) :251801, 2016.
- [96] Ben Allanach, Farinaldo S. Queiroz, Alessandro Strumia, and Sichun Sun.  $Z'$  models for the LHCb and  $g - 2$  muon anomalies. Phys. Rev., D93(5) :055045, 2016. [Erratum : Phys. Rev.D95,no.11,119902(2017)].
- [97] Alejandro Celis, Wan-Zhe Feng, and Dieter Lüst. Stringy explanation of  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  anomalies. JHEP, 02 :007, 2016.
- [98] Kaori Fuyuto, Wei-Shu Hou, and Masaya Kohda.  $Z'$  -induced FCNC decays of top, beauty, and strange quarks. Phys. Rev., D93(5) :054021, 2016.
- [99] Alejandro Celis, Wan-Zhe Feng, and Martin Vollmann. Dirac dark matter and  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  with U(1) gauge symmetry. Phys. Rev., D95(3) :035018, 2017.
- [100] Andreas Crivellin, Javier Fuentes-Martin, Admir Greljo, and Gino Isidori. Lepton Flavor Non-Universality in B decays from Dynamical Yukawas. Phys. Lett., B766 :77–85, 2017.
- [101] Isabel Garcia Garcia. LHCb anomalies from a natural perspective. JHEP, 03 :040, 2017.
- [102] Disha Bhatia, Sabyasachi Chakraborty, and Amol Dighe. Neutrino mixing and  $R_K$  anomaly in  $U(1)_X$  models : a bottom-up approach. JHEP, 03 :117, 2017.
- [103] James M. Cline, Jonathan M. Cornell, David London, and Ryoutaro Watanabe. Hidden sector explanation of  $B$ -decay and cosmic ray anomalies. Phys. Rev., D95(9) :095015, 2017.
- [104] Alakabha Datta, Jiajun Liao, and Danny Marfatia. A light  $Z'$  for the  $R_K$  puzzle and nonstandard neutrino interactions. Phys. Lett., B768 :265–269, 2017.
- [105] P. Ko, Yuji Omura, Yoshihiro Shigekami, and Chaehyun Yu. LHCb anomaly and B physics in flavored  $Z'$  models with flavored Higgs doublets. Phys. Rev., D95(11) :115040, 2017.
- [106] Eugenio Megias, Mariano Quiros, and Lindber Salas. Lepton-flavor universality violation in  $R_K$  and  $R_{D^{(*)}}$  from warped space. JHEP, 07 :102, 2017.
- [107] Ishtiaq Ahmed and Abdur Rehman. LHCb anomaly in  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  optimised observables and potential of  $Z'$  Model. 2017.

- [108] Jernej F. Kamenik, Yotam Soreq, and Jure Zupan. Lepton flavor universality violation without new sources of quark flavor violation. Phys. Rev., D97(3) :035002, 2018.
- [109] Filippo Sala and David M. Straub. A New Light Particle in B Decays? Phys. Lett., B774 :205–209, 2017.
- [110] Stefano Di Chiara, Andrew Fowlie, Sean Fraser, Carlo Marzo, Luca Marzola, Martti Raidal, and Christian Spethmann. Minimal flavor-changing  $Z'$  models and muon  $g - 2$  after the  $R_{K^*}$  measurement. Nucl. Phys., B923 :245–257, 2017.
- [111] Rodrigo Alonso, Peter Cox, Chengcheng Han, and Tsutomu T. Yanagida. Anomaly-free local horizontal symmetry and anomaly-full rare B-decays. Phys. Rev., D96(7) :071701, 2017.
- [112] Cesar Bonilla, Tanmoy Modak, Rahul Srivastava, and Jose W. F. Valle.  $U(1)_{B_3-3L_\mu}$  gauge symmetry as the simplest description of  $b \rightarrow s$  anomalies. 2017.
- [113] Rodrigo Alonso, Peter Cox, Chengcheng Han, and Tsutomu T. Yanagida. Flavoured  $B - L$  local symmetry and anomalous rare  $B$  decays. Phys. Lett., B774 :643–648, 2017.
- [114] Cheng-Wei Chiang, Xiao-Gang He, Jusak Tandean, and Xing-Bo Yuan.  $R_{K^{(*)}}$  and related  $b \rightarrow s\ell\bar{\ell}$  anomalies in minimal flavor violation framework with  $Z'$  boson. Phys. Rev., D96(11) :115022, 2017.
- [115] Morad Aaboud et al. Search for new high-mass phenomena in the dilepton final state using  $36 \text{ fb}^{-1}$  of proton-proton collision data at  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$  with the ATLAS detector. JHEP, 10 :182, 2017.