

**Université de Montréal**

**Nature et rôle des inférences impliquées  
dans la résolution de problèmes mathématiques**

**par : Marie Luquette**

DÉPARTEMENT DE DIDACTIQUE  
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

THÈSE PRÉSENTÉE À LA FACULTÉ DE SCIENCES DE L'ÉDUCATION EN VUE DE L'OBTENTION DU  
GRADE DE DOCTORAT EN ÉDUCATION OPTION DIDACTIQUE

MAI 2017

© Marie Luquette, 2017



## Résumé

---

Dans le milieu des enseignants de mathématiques au secondaire, on entend souvent dire que les élèves ont de la difficulté à résoudre des problèmes « parce qu'ils ne savent pas lire ». Si l'on admet aisément l'existence d'un lien entre les habiletés en lecture et celles en résolution de problèmes, il importe d'examiner ce lien de façon systématique afin d'aller au-delà des idées reçues. Cette thèse s'intéresse donc au rôle de la lecture dans la résolution de problèmes mathématiques et, en particulier, à une composante-clé de la compréhension en lecture : les inférences.

Différents modèles de la compréhension en lecture ont été explorés pour mieux discerner le rôle qu'y jouent les inférences. Il en ressort que, pour bien comprendre un texte, il faut s'en construire une représentation mentale appelée modèle de situation, dans la construction de laquelle les inférences jouent un rôle important. Plusieurs auteurs s'étant intéressés à la compréhension de problèmes mathématiques parlent également du modèle de situation – par opposition à une stratégie de traduction directe où l'élève ne fait que combiner, au fur et à mesure qu'ils apparaissent, les nombres et les mots-clés de l'énoncé – comme d'un facteur important dans la réussite en résolution de problèmes, sans toutefois aborder la question des inférences. Or, puisqu'elles interviennent dans la construction du modèle de situation, le fait de ne pas construire un tel modèle pourrait être lié à des lacunes dans les habiletés inférentielles ; c'est ce que nous avons voulu vérifier, de même que la nature des inférences impliquées dans la résolution de problèmes et le rôle qu'elles y jouent.

Pour ce faire, différentes épreuves ont été administrées à 175 élèves québécois de 4<sup>e</sup> secondaire : habiletés inférentielles en lecture, résolution de problèmes mathématiques, tâche de rappel des énoncés desdits problèmes, et, pour certains élèves, une entrevue individuelle.

Les données ainsi obtenues nous ont permis de tirer les conclusions suivantes. D'abord, il y a une corrélation positive entre le score obtenu en production d'inférences et celui en

résolution de problèmes ; nous avons également déterminé quels types d'inférences étaient le plus fortement corrélés à la réussite en résolution de problèmes. Ensuite, puisque les inférences sont impliquées dans la construction d'un modèle de situation, nous avons voulu savoir si les élèves qui construisent un tel modèle réussissent mieux en production d'inférences que ceux utilisant une stratégie de traduction directe, ce qui fut le cas. Ces résultats nous permettaient de déceler des tendances générales en ce qui concerne la nature des inférences impliquées dans la résolution de problèmes mathématiques, mais nous avons voulu voir s'il était possible d'établir des profils d'élèves en combinant leurs habiletés inférentielles et leur stratégie privilégiée de résolution de problèmes. Nous avons ainsi pu identifier six profils ayant chacun des caractéristiques spécifiques. Finalement, nous avons analysé les données recueillies pour faire ressortir six rôles joués par les inférences dans la démarche de résolution d'un problème mathématique, de même que les moments auxquels des inférences étaient produites et le type d'inférence dans chacun des cas.

Mots-clés : résolution de problèmes, lecture, mathématiques, inférences, compréhension

## Summary

---

Among high school mathematics teachers, it is a common conception that students have a hard time solving problems because «they don't know how to read». Although it seems common sense that a relation between reading abilities and problem solving abilities exists, it is nonetheless important to examine systematically this relation in order to go beyond popular belief. This thesis addresses this issue by exploring the role of reading comprehension in mathematical problem solving, focusing on inferences which are one of reading comprehension's components.

Various reading comprehension models have been explored in order to discern the role inferences play within this process. Most researchers agree that it is important, to understand a text properly, to build a situation model, which is a particular type of mental representation of the text, in the construction of which inferences play an important part. Many authors who studied mathematical problem comprehension also consider the construction of a situation model, as opposed to a direct translation strategy (which consists in combining numbers and keywords as they appear in the problem statement to get to a solution), as very important for succeeding in problem solving, although they don't mention inferences. Since inferences play an important role in the situation model construction, the failure to construct the latter might be explained by a weakness in inference generation. That is what this research addresses, as well as the nature of the inferences that are involved in problem solving and their role in that process.

To achieve this goal, we administered various tests to 175 secondary 4 students from the Province of Quebec: an inferential skills test, a problem solving test, a recall task about the problem statements, and, for some participants, an individual interview.

The data thus obtained allowed us to draw the following conclusions. First of all, there is a positive correlation between the inference generation score and the problem solving score; we

were even able to determine which types of inferences were more closely related to successful problem solving. Since inferences take part in the situation model construction, we wanted to know if the students who did build such a situation model got a better inference generation score than the students who mostly used a direct translation strategy, which they did. General conclusions on the nature of the inferences implied in mathematical problem solving were drawn from these results, but we also wanted to see if the data could lead to a more specific understanding of this relation. Therefore, we tried to establish student profiles by combining their inference generation abilities and their preferred problem solving strategy. We identified six different profiles, each with specific characteristics. Finally, we analyzed the problem solving and the interviews to highlight six different inference functions within the problem solving process, as well as the moments when inferences were used and the types of inferences involved, which let us to better understand and define these functions.

Keywords: problem solving, reading, mathematics, inferences, comprehension

## Table des matières

---

Résumé.....	iii
Summary.....	v
Table des matières.....	vii
Liste des figures.....	xiii
Liste des tableaux.....	xv
Remerciements.....	xvii
Introduction.....	1
Chapitre 1. Problématique.....	3
1.1. Difficultés des élèves en lecture et en mathématiques.....	4
1.1.1. Importance de la lecture, des mathématiques et de la résolution de problèmes dans la formation générale.....	4
1.1.2. Rendement des élèves en lecture et en mathématiques.....	6
1.2. Contexte québécois et programme de formation au secondaire.....	10
1.2.1. Interdisciplinarité et transversalité en contexte de renouveau pédagogique... ..	10
1.2.2. Approche par compétences.....	11
1.2.3. Programme de mathématique au secondaire.....	12
1.2.4. Compétence en résolution de problèmes mathématiques.....	14
1.2.5. Compétence en lecture.....	15
1.3. Résolution de problèmes mathématiques.....	17
1.3.1. Définition du problème mathématique.....	17
1.3.2. Processus de compréhension du problème mathématique.....	18
1.3.3. Spécificités du langage mathématique.....	19
1.4. Compréhension de texte et inférences.....	21
1.4.1. Inférences.....	22
1.4.2. Inférences et compréhension de problèmes mathématiques.....	23
1.5. Question générale de recherche.....	24
CADRE THÉORIQUE.....	25
Chapitre 2. La compréhension en lecture.....	27
2.1. Modèle de la vision simple de la lecture (1986).....	28
2.2. Modèle de Irwin (1986).....	30
2.3. Modèle de van Dijk et Kintsch (1983).....	32
2.4. Modèle de Fayol (1992).....	37
2.5. Modèle de Deschênes (1988).....	38

2.6. Synthèse des modèles de la compréhension en lecture.....	40
Chapitre 3. Inférences.....	45
3.1. Définition générale de l'inférence en lecture.....	45
3.2. Typologies.....	50
3.3. Rôle des inférences dans la compréhension d'un texte.....	54
3.4. Inférences en lecture: résultats empiriques .....	56
3.5. Inférences en mathématiques .....	59
3.5.1. Le raisonnement plausible (Pólya, 1954).....	60
3.5.2. Les inférences figurales (Richard, 2004).....	61
3.5.3. Inférences en lecture et résolution de problèmes mathématiques.....	62
3.5.4. Inférences spécifiques en résolution de problèmes mathématiques .....	63
3.6. Synthèse : inférences et compréhension d'un texte .....	65
Chapitre 4. Compréhension d'un problème mathématique écrit.....	67
4.1. Définition du problème mathématique .....	67
4.2. Processus de compréhension d'un problème mathématique .....	70
4.2.1. La compréhension en mathématiques (Sierpińska, 1995) .....	72
4.2.2. Modèle de Kintsch et Greeno (1985).....	73
4.2.3. Modèle de Mayer, Hegarty et Monk (1995b).....	76
4.2.4. Modèle de Reusser (1990) .....	79
4.2.5. Modèle de Greer (1997).....	80
4.2.6. Modèle de Julo (1995) .....	80
4.2.7. Modèle synthèse de la compréhension de problèmes mathématiques.....	82
4.3. Problèmes mathématiques : résultats empiriques .....	84
4.3.1. Compréhension d'un problème mathématique .....	85
4.3.2. Élaboration d'un modèle de situation .....	88
4.3.3. Types de démarche utilisés dans la de résolution de problèmes mathématiques .....	91
4.4. Rôle des inférences en résolution de problèmes mathématiques.....	95
4.5. Bilan des études recensées .....	99
4.6. Compte-rendu des méthodologies employées.....	104
4.6.1. Évaluation des habiletés inférentielles.....	104
4.6.1.1. Mesures prises pendant la lecture .....	105
4.6.1.2. Mesures prises après la lecture.....	106
4.6.1.3. Protocole verbal .....	108

4.6.1.4. Épreuves utilisées à plus grande échelle .....	110
4.6.1.5. Outils d'évaluation des habiletés inférentielles en contexte de résolution de problèmes .....	111
4.6.2. Évaluation des habiletés en résolution de problèmes mathématiques .....	112
4.6.3. Identification du type de démarche utilisé dans la résolution de problèmes .....	115
4.6.4. Objectifs spécifiques de recherche.....	120
Chapitre 5. Méthodologie.....	123
5.1. Participants.....	123
5.2. Outils de collecte de données.....	125
5.2.1. Mesures contrôles .....	127
5.2.2. Épreuve d'évaluation des habiletés inférentielles (annexe 2).....	129
5.2.3. Habiletés en résolution de problèmes mathématiques (annexe 4) .....	132
5.2.4. Type de démarche utilisée dans la résolution de problème .....	134
5.2.5. Entrevues.....	142
5.3. Procédures liées à la collecte de données.....	142
5.3.1. Épreuves écrites .....	143
5.3.2. Entrevues.....	145
5.4. Analyse des données .....	147
Chapitre 6. Résultats.....	151
6.1. Portrait global des élèves .....	151
6.1.1. Types d'inférences .....	152
6.1.2. Résolution de problèmes mathématiques.....	153
6.1.3. Type de démarche utilisé pour la résolution des problèmes mathématiques .....	154
6.2. Q1. Inférences et score en résolution de problèmes.....	159
6.3. Q2. Inférences et type de démarche utilisé dans la résolution de problèmes.....	160
6.4. Q3. Combinaisons récurrentes dans les habiletés inférentielles et dans les types de démarche dans la résolution de problèmes .....	162
6.4.1. Profil I+ E+ ms (63 élèves).....	163
6.4.2. Profil I- E+ MS (31 élèves).....	164
6.4.3. Profil E- MSms (32 élèves).....	164
6.4.4. Profil E+ TDtd (19 élèves).....	164
6.4.5. Profil S- E- TD (17 élèves) .....	165
6.4.6. Profil S+ TDms (9 élèves) .....	165
6.5. Q4. Rôle des inférences dans la résolution de problèmes.....	166

6.5.1.	Inférences utilisées dans la résolution de problèmes de façon globale.....	166
6.5.2.	Inférences utilisées dans la résolution de problèmes selon le profil d'élève	169
Chapitre 7.	Interprétation des résultats.....	173
7.1.	Inférences, résolution de problèmes et types de démarche – faits saillants.....	173
7.2.	Q1. Lien entre la production d'inférences et la réussite en résolution de problèmes mathématiques .....	177
7.3.	Q2. Lien entre la construction d'un modèle de situation et la production d'inférences.....	178
7.4.	Q3. Profils d'élèves.....	181
7.5.	Q4. Rôles joués par les inférences dans la résolution d'un problème mathématique	184
7.5.1.	Incohérence entre les inférences d'intégration et la construction d'un modèle de situation global (profil I- E+ MS) .....	185
7.5.2.	Incohérence entre les inférences d'élaboration et la construction d'un modèle de situation global (profils E- MSms et E+ TDtd).....	186
7.5.3.	Inférences et résolution de problèmes mathématiques – analyse des entrevues	189
7.5.3.1.	Moment de production des inférences .....	189
7.5.3.2.	Fonction des inférences.....	191
7.5.3.3.	Inférences et profils des élèves .....	194
7.6.	Contributions de cette recherche à l'avancement des connaissances .....	196
7.6.1.	Contributions sur le plan des connaissances scientifiques.....	196
7.6.2.	Contributions sur le plan socioéducatif.....	201
7.7.	Perspectives futures.....	204
7.8.	Limites de cette recherche.....	205
Conclusion	.....	208
Bibliographie	.....	213
Annexes	.....	xiv
Annexe 1 :	Épreuve d'habiletés procédurales en mathématiques .....	xvi
Annexe 2 :	Épreuve d'habiletés inférentielles.....	xvii
Annexe 3 :	Provenance des textes utilisés dans l'épreuve d'habiletés inférentielles... ..	xxix
Annexe 4 :	Épreuve de résolution de problèmes mathématiques.....	xxxii
Annexe 5 :	Analyse des problèmes mathématiques retenus .....	xxxiv
Annexe 6 :	Exemple de cotes pour les démarches de résolution .....	xli
Annexe 7 :	Exemple de cotes pour les types de stratégies utilisées .....	xliii

Annexe 8 : Certificat d'éthique ..... xlvii



## Liste des figures

---

Figure 1. Modèle de la compréhension en lecture (Deschênes, 1988) .....	39
Figure 2. Modèle synthèse de la compréhension en lecture .....	42
Figure 3. Représentation du modèle de compréhension de Kintsch et Greeno (1985).....	75
Figure 4. Représentation du modèle de compréhension de problèmes de Mayer, Hegarty et Monk (1995) .....	77
Figure 5. Compréhension et processus de résolution de problèmes mathématiques .....	84
Figure 6. Modèle synthèse de la résolution d'un problème mathématique .....	103
Figure 7. Production de l'élève H511 au problème des timbres .....	138
Figure 8. Répartition des scores en production d'inférences.....	152
Figure 9. Répartition des types de démarche utilisés dans la résolution des problèmes ..	156
Figure 11. Moment de production des inférences.....	167
Figure 12. Modèle synthèse revu de la compréhension d'un problème mathématique ....	200



## Liste des tableaux

---

Tableau 1. Synthèse des outils de collecte de données utilisés.....	118
Tableau 2. Résumé des outils de collecte de données .....	126
Tableau 3. Exemples d'exercices d'inférences selon Boutard et Brouard (2003) .....	129
Tableau 4. Répartition des questions en fonction des types d'inférences visés.....	130
Tableau 5. Déroulement des séances d'expérimentation .....	143
Tableau 6. Score aux questions d'inférences .....	153
Tableau 7. Scores minimal et maximal obtenus pour chacun des problèmes.....	154
Tableau 9. Répartition des types de démarches utilisées par problème (%).....	155
Tableau 10. Comparaison des scores selon le type de démarche utilisé.....	158
Tableau 11. Corrélation entre les différents types d'inférences .....	159
Tableau 12. Scores moyens obtenus à l'épreuve d'habiletés inférentielles.....	161
Tableau 13. Scores moyens obtenus à l'épreuve d'habiletés inférentielles.....	161
Tableau 14. Analyse <i>a priori</i> des problèmes mathématiques retenus .....	xxxv



## Remerciements

---

La rédaction d'une thèse est toujours un travail de longue haleine, dans lequel alternent inévitablement des moments de grand enthousiasme et des moments de découragement ou de lassitude. La réussite d'une telle entreprise dépend donc en bonne partie du soutien de nombreuses personnes que je tiens à remercier.

En premier lieu, je remercie du fond du cœur ma directrice de thèse, Mme Rachel Berthiaume, qui a su croire en un projet inusité et me soutenir tout au long de cette aventure, tout en me laissant suffisamment de latitude pour développer mon autonomie de chercheuse. C'est finalement grâce à elle que je me suis lancée dans ce projet, c'est elle qui a su me convaincre que je pouvais faire de la recherche et qui m'a aidée à mettre en place un contexte favorable à ma réussite. Je remercie tout autant ma co-directrice, Mme Sophie René de Cotret, qui ne s'est pas fait prier pour embarquer dans ce projet et s'y investir à fond, demeurant toujours disponible pour réfléchir avec moi sur des éléments problématiques et partageant le plaisir de comprendre un peu mieux ce qui fait la richesse des problèmes mathématiques.

En deuxième lieu, un grand merci aux membres du jury, passés et présents, M. Daniel Daigle, Mme Annette Braconne-Michoux et M. Philippe R. Richard, qui m'ont appuyée à toutes les étapes importantes, du devis de maîtrise au dépôt de la thèse et qui m'ont grandement aidée à bonifier ce travail par leurs remarques, leurs conseils et leurs propositions, de même qu'à M. Dominic Voyer dont la lecture attentive et les commentaires ont permis de peaufiner cette thèse.

Je tiens également à remercier très chaleureusement tous les enseignants qui m'ont ouvert la porte de leur classe pour recueillir les données présentées ici, de même que toutes les personnes qui ont cru en l'intérêt de mon projet et qui ont contribué à rendre ces visites dans les écoles possibles (directions, conseillers pédagogiques, personnel des commissions scolaires), ainsi que les très nombreux élèves qui ont accepté de « jouer le jeu » des différents

tests que je leur ai proposés, s’y appliquant avec sérieux et bonne volonté. Sachez que ce projet n’aurait pas pu voir le jour sans vous, et je vous en suis très reconnaissante.

Finalement, je ne peux passer sous silence le soutien de mes collègues d’étude et de travail, de mes parents et surtout de ma conjointe, Isabelle Sauvageau, qui s’est avéré plus que précieux à tous les niveaux. Tes encouragements, ton soutien affectif et matériel, ta façon de remettre les difficultés en perspective et de me rappeler l’objectif à atteindre, tes relectures et tes commentaires m’ont permis d’atteindre et même de dépasser mes objectifs.

La réalisation de ce projet a été rendue possible grâce à la bourse de maîtrise en recherche du Fonds de recherche du Québec – Société et culture (FQRSC), de même qu’à la bourse de doctorat du Programme de bourses d’études supérieures du Canada Joseph-Armand-Bombardier (CRSH).



## **Introduction**

---

Au Québec, tous les élèves suivant le programme de formation générale du secondaire reçoivent une formation approfondie dans différentes disciplines scolaires, notamment en langue d'enseignement et en mathématiques. De nombreuses recherches ont par ailleurs montré l'existence d'une relation entre le rendement des élèves en langue d'enseignement et leur rendement en mathématique, et en particulier entre le rendement en lecture et celui en résolution de problèmes mathématiques (voir Voyer, 2006 pour une recension de ces études). Cette relation demeure cependant largement inexplicée : on ne sait pas précisément quels aspects de la lecture pourraient être impliqués dans la résolution de problèmes mathématiques, ni quelle(s) forme(s) pourrait prendre cette implication. C'est dans ce cadre que s'inscrit la présente recherche, qui vise à vérifier le rôle de l'une des composantes de la lecture, soit la production d'inférences, dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques. Cette thèse est constituée de sept chapitres répartis en quatre parties : le premier chapitre présente la problématique qui sous-tend notre recherche : il y est question de la pertinence d'étudier les liens entre les habiletés inférentielles et le rendement en résolution de problèmes mathématiques. Nous y abordons les difficultés des élèves en lecture et en mathématiques de même que les particularités du contexte scolaire québécois, avant de nous attarder brièvement aux problèmes mathématiques et à la compréhension en lecture. Ce chapitre débouche sur une question générale de recherche qui guide la revue de littérature que nous présentons dans les chapitres suivants.

Les deuxième, troisième et quatrième chapitres constituent le cadre théorique et permettent d'explorer les connaissances mises de l'avant par la littérature scientifique portant sur la lecture, les inférences et la résolution de problèmes mathématiques, autant sur le plan des connaissances théoriques que des connaissances empiriques. Nous y présentons d'abord, au chapitre deux, différents modèles de la compréhension en lecture. Nous nous intéressons ensuite, au chapitre trois, aux recherches sur les inférences, sur leur rôle dans la compréhension en lecture de même que sur l'utilisation de ce terme dans le domaine des

mathématiques, et plus spécifiquement de la résolution de problèmes mathématiques. Nous étudions ensuite, au chapitre quatre, un genre bien particulier de texte, l'énoncé de problème mathématique, en mettant l'accent sur ce qui le distingue des autres genres de textes, en particulier sur ce qui distingue la compréhension du problème mathématique de la compréhension des autres genres littéraires. Nous mettons ensuite en relation les inférences et les problèmes mathématiques. Ce chapitre se conclut par un bilan du cadre théorique qui nous permet de mieux cerner des enjeux et des questions restées sans réponse jusqu'à ce jour. Nous y puisons donc les questions spécifiques qui sont l'objet de la présente recherche.

Le cinquième chapitre est consacré aux méthodes qui ont été utilisées pour répondre à ces questions. Nous y présentons les participants, les outils utilisés pour la collecte des données ainsi que les procédures de collecte et d'analyse de ces données.

Les sixième et septième chapitres présentent les résultats obtenus et les discutent, toujours en fonction des questions spécifiques de recherche. Ils se concluent par une synthèse de la contribution de cette recherche aux connaissances scientifiques et à ses possibles retombées pour la pratique enseignante.

## Chapitre 1. Problématique

---

Depuis l'Antiquité, l'apprentissage du langage écrit et du calcul occupe une place centrale dans l'éducation (Vial, 1995). Encore aujourd'hui, au Québec comme dans de nombreuses autres régions du monde, on accorde à la langue d'enseignement (et en particulier à la lecture) ainsi qu'aux mathématiques une place prépondérante dans les grilles horaires des élèves des niveaux primaire et secondaire (voir par exemple Ministère de l'Éducation du Québec, 2000). La maîtrise de la lecture et des mathématiques de base<sup>1</sup> est d'ailleurs considérée comme un critère de littératie<sup>2</sup> dans la plupart des pays (UNESCO, 2006). Ce sont donc des apprentissages fondamentaux qui ont été largement étudiés dans le cadre de nombreuses disciplines, allant de la psychologie (voir par exemple Gentaz et Dessus, 2004; Lemaire, 1999) à la didactique (à titre d'exemple, voir Brousseau, 1987; Garcia-Debanco, 1996) en passant par la linguistique (Sprenger-Charolles, 1989, par exemple). Or, nous n'avons recensé que peu de recherches portant sur ces apprentissages de manière combinée. En effet, le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec<sup>3</sup> (MELS) préconise une approche interdisciplinaire des enjeux éducatifs. Celle-ci peut être vue comme une invitation à étudier les stratégies des élèves et leurs difficultés de façon plus intégrée, ou plus « décloisonnée », pour reprendre le langage ministériel. Il s'agira donc, en particulier dans le cadre de cette recherche, de puiser dans la didactique de chacune des disciplines – lecture et mathématique –

---

<sup>1</sup> L'expression « mathématiques de base » correspond ici aux savoirs mathématiques généralement considérés comme essentiels pour mener une vie autonome et épanouie dans la société. Plusieurs listes de ces savoirs existent; au Québec, on considère généralement que les mathématiques de base incluent les savoirs mathématiques jusqu'à la fin du premier cycle du secondaire (deuxième secondaire ou huitième année) (MELS, 2015)

<sup>2</sup> Le mot « littératie » correspond ici à la capacité de comprendre et d'utiliser les formes du langage écrit, ce qui inclut donc la lecture, l'écriture et certaines notions mathématiques de base (Elley, 1994). Certains auteurs choisissent de distinguer la littératie et la numératie, cette dernière faisant alors référence à la capacité de comprendre et d'utiliser les concepts et processus mathématiques à un niveau permettant de bien fonctionner dans la société (Dion, 2014). Cela pourrait être redéfini comme étant la maîtrise des mathématiques de base telles que décrites ci-dessus. Dans un cas comme dans l'autre, ces connaissances sont perçues comme essentielles pour réussir sa vie.

<sup>3</sup> Au Québec, le ministère responsable des ordres d'enseignement primaire et secondaire s'est appelé Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) jusqu'en février 2005, date à laquelle il a été rebaptisé Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). Selon l'année de parution des documents cités, on retrouvera donc l'une ou l'autre appellation. Il a changé d'appellation deux autres fois depuis (en 2015 et en 2016) et est aujourd'hui connu sous le nom de Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (MEES).

pour faire ressortir les apports respectifs et complémentaires de chacune à la compréhension des processus utilisés par les élèves.

Dans ce chapitre, nous mettons de l'avant l'importance d'étudier les difficultés en résolution de problèmes chez les élèves du secondaire sous l'angle de la compréhension en lecture. Pour ce faire, les principales difficultés des élèves en lecture et en mathématiques sont d'abord présentées, suivies de certains éléments spécifiques au contexte scolaire québécois. La résolution de problèmes mathématiques et la compréhension de texte sont ensuite abordées plus en détail, en insistant, pour cette dernière, sur la production d'inférences. Ces considérations débouchent sur une question générale de recherche qui guide la suite de cette étude.

### 1.1. Difficultés des élèves en lecture et en mathématiques

Les mathématiques et la lecture sont considérées comme des apprentissages de base, et les différents systèmes éducatifs leur accordent une grande importance, comme nous le décrirons dans la première section ci-dessous. Or, plusieurs élèves éprouvent des difficultés dans ces domaines, même après avoir suivi le curriculum de la formation générale; il en sera question dans la seconde section, alors que nous présenterons certaines études d'envergure nationale et internationale qui ont rapporté ces difficultés.

#### 1.1.1. Importance de la lecture, des mathématiques et de la résolution de problèmes dans la formation générale

L'importance de savoir lire dans un contexte social comme le nôtre n'est certes pas à démontrer. Il est notamment reconnu que les habiletés en lecture constituent l'un des fondements du processus d'apprentissage en contexte scolaire et qu'elles deviennent de plus en plus importantes au fur et à mesure que ces apprentissages gagnent en complexité (Adams et Lowery, 2007). Or, non seulement la réussite en lecture est-elle un facteur favorisant la réussite et la persévérance scolaires (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec,

2009), mais elle est également indispensable à la vie en société. L'Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE) va même jusqu'à affirmer que « [...] les niveaux de compétence en lecture permettent de prédire le bien-être économique et social de façon plus fiable que la quantité d'éducation reçue telle que mesurée par le nombre d'années passées à l'école ou à l'éducation postsecondaire.<sup>4</sup> » (OCDE, 2010, p.32).

Les mathématiques font également partie des apprentissages fondamentaux visés par l'éducation de base. Traditionnellement, la pertinence d'intégrer les mathématiques au curriculum scolaire est justifiée par deux grands arguments : leur utilité dans la vie quotidienne et dans la compréhension du monde (pensons à leurs applications en sciences, par exemple) ainsi que leur rôle dans le développement de la pensée et du raisonnement (Dionne, 2007). C'est sur ce second argument que se base le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) pour affirmer que les mathématiques sont un domaine privilégié pour développer les habiletés en résolution de problèmes (2006). Ces habiletés à résoudre des problèmes sont par ailleurs de plus en plus reconnues comme étant essentielles à la vie en société et à la participation citoyenne, ce qui rejoint le premier argument, tout en permettant de d'acquérir de nouvelles connaissances, mathématiques ou autres, ce qui rejoint le second argument (Houdement & Paris, 2003).

Ainsi, en plus de savoir lire et comprendre un texte courant, de pouvoir communiquer par écrit de façon appropriée et de maîtriser les notions de calcul de base, les élèves doivent développer et maîtriser plusieurs autres habiletés afin de réussir leur intégration sociale et professionnelle. Divers auteurs se sont d'ailleurs interrogés sur les compétences à posséder dans les sociétés industrialisées pour réussir sa vie sur les plans professionnel, économique et social (OCDE, 2010; Reeff, Zabal et Klieme, 2005). Outre celles relevant de la littératie, dont il a été question ci-dessus, on admet de plus en plus généralement que la compétence à résoudre des problèmes (au sens large, et non strictement mathématique) est nécessaire à une autonomie fonctionnelle dans une société qui progresse rapidement et dans laquelle les individus sont confrontés à de nombreux changements au cours de leur existence. D'ailleurs,

---

<sup>4</sup> Traduction libre de « Levels of reading literacy are more reliable predictors of economic and social well-being than is the quantity of education as measured by years at school or in post-school education ».

même l'OCDE, dans sa définition récemment adoptée de l'alphabétisation (2010), inclut la capacité des élèves à appliquer leurs connaissances et leurs habiletés dans différentes disciplines, à analyser, à raisonner et à communiquer alors qu'ils posent, interprètent et résolvent des problèmes dans différents contextes, scolaires ou extrascolaires. En d'autres termes, l'OCDE considère que, parmi les apprentissages nécessaires pour la vie adulte, se retrouve la capacité à comprendre des problèmes dans différents contextes, à y apporter une solution et à communiquer adéquatement la démarche utilisée pour les résoudre. La compétence à résoudre des problèmes est également considérée comme fondamentale par la plupart des spécialistes du marché du travail (voir à ce sujet Reeffer et al., 2005). C'est sans doute la raison pour laquelle des spécialistes croient qu'il s'agit d'un des objectifs fondamentaux de tout programme d'étude (Svecnik, 1999 cité par Reeffer et al., 2005). Le MELS, dans le plus récent Programme de Formation de l'École Québécoise du secondaire (PFEQ, MELS, 2006), en a d'ailleurs fait une compétence transversale à développer à travers l'ensemble des disciplines scolaires.

Ainsi, dans les sociétés occidentales actuelles, les compétences en lecture et en mathématiques, de même que celles en résolution de problèmes, sont considérées comme fondamentales non seulement pour la réussite scolaire, mais également pour la réussite personnelle, professionnelle et sociale. Il importe donc de s'assurer que tous les élèves reçoivent une formation leur permettant de développer ces compétences de façon adéquate, à un niveau suffisant. Cependant, à la lumière de plusieurs enquêtes d'envergure présentées ci-dessous, force est de constater que plusieurs élèves éprouvent encore des difficultés dans ces domaines, même vers la fin de leur scolarité obligatoire.

### 1.1.2. Rendement des élèves en lecture et en mathématiques

Plusieurs enquêtes internationales se sont intéressées au rendement des élèves en lecture et en mathématiques. Parmi celles-ci, on retrouve le *Program for International Student Assessment* (PISA) qui recueille des données de façon triennale auprès des élèves de quinze ans provenant de plusieurs pays. Les études réalisées par cet organisme présentent un intérêt

parce qu'elles permettent de comparer les élèves de différentes régions du monde entre eux, mais également de comparer les élèves d'un même pays par intervalles de trois ans. De plus, chaque étude approfondit l'une des disciplines ciblées (lecture, mathématiques et sciences) en lui consacrant une portion importante du questionnaire.

L'étude PISA réalisée en 2009 a servi à étudier de façon détaillée le rendement en lecture dans divers pays pour la deuxième fois, permettant ainsi une comparaison entre ces résultats et ceux obtenus neuf ans plus tôt (PISA, 2000). Dans les deux cas, les données recueillies concernaient non seulement les connaissances et les habiletés en lecture, mais également les attitudes des élèves et leurs stratégies d'apprentissage à l'égard de celle-ci. Les auteurs du rapport justifient l'importance accordée à cet aspect de la formation générale en rappelant que le succès en lecture constitue le fondement autant de la réussite dans les autres matières que de la pleine participation à la vie adulte (OCDE, 2010).

Bien que le score canadien global (incluant toutes les sous-composantes du test) à cette étude ne soit pas statistiquement différent en 2000 et en 2009, on remarque une baisse significative du rendement des élèves québécois en lecture. En effet, ceux-ci ont obtenu, en 2009, un rendement inférieur à la moyenne canadienne sur l'échelle « réflexion et évaluation » (celle qui sert notamment à évaluer les inférences, soit la création de liens entre les informations tirées du texte et les connaissances et expériences du lecteur); dans les autres échelles de lecture, ils ont obtenu un score ne différant pas significativement de la moyenne canadienne (Knighton, Brochu et Gluszynski, 2010). De plus, on remarque que d'une étude à l'autre, le score québécois en lecture a diminué, passant du deuxième au quatrième rang des provinces canadiennes entre 2000 et 2009 (Knighton et al., 2010, p. 25). Cette tendance à la baisse du rendement en lecture s'est en outre confirmée lors de l'évaluation de 2012. De même, on compte au Québec en 2009 une proportion plus faible de lecteurs très performants qu'en 2000 (ce qui équivaut à une baisse de 7% des répondants) (Knighton et al., 2010). Tous ces indicateurs soulèvent des questions quant à la compétence des élèves québécois en lecture : en effet, bien que les résultats, comparés à ceux des autres pays, restent très satisfaisants, ils montrent une tendance au déclin qui a de quoi inquiéter.

Dans la même lignée, une étude canadienne récente montre que les élèves québécois de deuxième secondaire se situent significativement sous la moyenne canadienne en lecture (Conseil des ministres de l'éducation du Canada, 2011)<sup>5</sup>. Il serait certes intéressant d'analyser des données annuelles sur le rendement des élèves québécois en lecture, mais le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) du Québec n'évalue pas systématiquement le rendement en lecture des adolescents québécois par une épreuve unique, comme il le fait en écriture, par exemple.

Les données sur le rendement en résolution de problèmes mathématiques sont encore plus rares, puisque ni le MELS, ni le PISA ne l'évaluent de façon explicite. En effet, le MELS a abandonné l'idée d'une épreuve unique pour évaluer cette compétence, tandis que les tests du PISA, bien qu'ils comportent des problèmes mathématiques, amalgament ces problèmes avec les autres questions dans le calcul du score. Une autre évaluation internationale se concentrant sur les mathématiques et les sciences, le *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS, Mullis, Martin, Foy et Arora, 2012), permet cependant de constater que dans la sous-catégorie « raisonnement », les élèves québécois de 15 ans obtiennent des résultats significativement inférieurs à ceux qu'ils obtiennent globalement en mathématiques : la sous-catégorie « raisonnement » constitue donc l'une de leurs principales faiblesses en mathématiques. Il s'agit d'un fait particulièrement intéressant pour notre étude, puisque la définition qu'en donnent les auteurs de cette étude s'harmonise tout à fait à la façon dont nous définissons la résolution de problèmes (voir sections 1.3.1 et 4.1): « Le raisonnement va au-delà de la résolution de problèmes de routine et englobe des situations moins familières, plus complexes, ainsi que des problèmes à plusieurs étapes<sup>6</sup> » (Mullis et al., 2012, p. 140).

À l'instar des résultats des jeunes Québécois au TIMSS, plusieurs résultats de recherche montrent que, de façon générale, nombreux sont les élèves, tous pays confondus, qui éprouvent des difficultés à résoudre des problèmes mathématiques, surtout lorsque ceux-ci

---

<sup>5</sup> Il est à noter que, autant du côté de l'OCDE pour la conception du PISA que du côté du Conseil des ministres de l'éducation du Canada pour le Programme pancanadien d'évaluation, différents moyens sont mis en œuvre afin de s'assurer que les tests dans les différentes langues de passation sont équivalents (longueur, niveau de difficulté, contenu visé).

<sup>6</sup> Traduction libre.

requièrent plus qu'une simple application d'algorithmes connus; en fait, les difficultés surviennent surtout lorsque les élèves sont confrontés à des problèmes mathématiques complexes (Santos-Trigo, 1996); les critères que nous avons retenus pour définir ceux-ci dans le cadre de notre étude seront présentés plus loin, mais mentionnons tout de même qu'un problème nécessitant une certaine réflexion et la production d'une solution complexe entraîne des difficultés chez plusieurs élèves (voir section 1.1.2). Les difficultés semblent encore plus importantes lorsque les problèmes sont présentés sous forme de texte plutôt que sous forme numérique, les scores des élèves diminuant alors de 10 % à 30 % par rapport au même problème présenté sous forme numérique (Abedi et Lord, 2001; Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist et Reys, 1980). Plusieurs recherches ont par ailleurs montré que la complexité d'un texte et les difficultés de compréhension qui y sont associées sont au cœur des difficultés en résolution de problèmes mathématiques (Cummins, Kintsch, Reusser et Weimer, 1988; Kintsch et Greeno, 1985). Cela ne signifie toutefois pas que de bonnes habiletés en lecture soient garantes de la réussite en résolution de problèmes; le lien de cause à effet n'a pas été établi, bien qu'une relation entre ces données ait été montrée (voir par exemple Devidal, Fayol et Barrouillet, 1997 et Voyer, 2006).

Ces données sur le rendement en lecture et en mathématiques des jeunes Occidentaux, Canadiens et Québécois en particulier, suscitent de nombreuses questions pour qui réfléchit à l'éducation dispensée dans nos écoles. Les données les plus récentes montrent que la réforme pédagogique mise en place au tournant du siècle n'a pas contribué à améliorer le rendement des élèves à ce chapitre. Le nouveau programme a certes contribué à changer de façon importante le contexte pédagogique, en particulier les modalités d'évaluation en vigueur dans les écoles québécoises; mais qu'en est-il du développement des compétences fondamentales que sont la lecture et la résolution de problèmes mathématiques? Comment sont-elles intégrées dans ce nouveau programme de formation générale des jeunes au secondaire? Nous répondons à ces questions dans la section suivante en expliquant d'abord de façon générale en quoi consiste le renouveau pédagogique, puis en regardant plus spécifiquement la place qu'y tiennent la compréhension en lecture et la résolution de problèmes mathématiques.

## 1.2. Contexte québécois et programme de formation au secondaire

---

Le renouveau pédagogique, entrepris au niveau secondaire en 2005, se veut une réponse aux changements récents d'une société dans laquelle les savoirs se multiplient, d'où l'importance d'être apte à poursuivre leur apprentissage hors du contexte scolaire pour éviter d'être rapidement dépassé par l'évolution de ces savoirs. Ce renouveau se construit autour de quatre traits distinctifs, dont les trois premiers nous intéressent tout particulièrement : la visée de développement des compétences, la poursuite d'apprentissages transversaux, l'interdisciplinarité et l'autonomie accordée aux professionnels de l'enseignement et aux écoles (MELS, 2006). Dans les pages qui suivent, nous traitons de la transversalité et de l'interdisciplinarité des apprentissages, pour ensuite nous attarder au développement des compétences, en particulier des compétences en lecture et en résolution de problèmes

### 1.2.1. Interdisciplinarité et transversalité en contexte de renouveau pédagogique

---

Toujours dans le but de mieux préparer les élèves à jouer un rôle actif dans la société, le Ministère affirme que les apprentissages doivent être décloisonnés (MELS, 2006). En effet, pour résoudre un problème de la vie courante, il importe de faire appel à des connaissances relevant de matières à la fois différentes et reliées entre elles. En fait, cette visée d'interdisciplinarité prend deux formes apparemment opposées, mais complémentaires : d'une part, le PFEQ explique qu'il existe des éléments communs entre plusieurs matières, éléments qui constituent autant de ponts entre les disciplines scolaires et autant d'occasions de décloisonner les savoirs; d'autre part, il affirme que la nécessaire diversité des matières apporte une complémentarité d'approches lors de l'analyse de situations réelles. La contribution de chacune est donc nécessaire pour traiter un problème ou une situation de manière cohérente et complète.

Dans le PFEQ, ce décloisonnement est aussi présenté comme favorisant une meilleure intégration des différents milieux de vie des élèves, entre autres comme une plus grande ouverture de l'école sur son environnement (quartier, ville, pays, etc.). Il est donc logique que

les situations d'apprentissage proposées aux élèves soient le mieux possible ancrées dans la réalité extrascolaire, ce qui exige de bien définir et circonscrire les aspects de la réalité étudiés, tout en gardant un souci de continuité entre les matières, entre les différents ordres d'enseignement et entre les années d'un même ordre.

Dans cette logique de continuité, le PFEQ présente les liens que chacune des disciplines scolaires entretient avec les autres. Parmi les liens interdisciplinaires entre la mathématique et le français langue d'enseignement, on retrouve notamment la relation entre la lecture de textes variés et la compréhension des problèmes mathématiques (MELS, 2006). C'est donc dire que le MELS lui-même propose d'utiliser conjointement ces deux disciplines pour aborder la question de la lecture dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques, ce qui concorde avec notre objectif de recherche, qui est d'autant plus pertinente qu'elle s'inscrit dans les grandes orientations du PFEQ. Nous verrons maintenant une autre spécificité du PFEQ, l'approche par compétence, ce qui nous permettra d'aborder ensuite plus en détail les compétences en résolution de problèmes mathématiques et en lecture.

### 1.2.2. Approche par compétences

---

L'approche par compétences, au-delà des débats qu'elle suscite, a été retenue pour donner aux élèves un « pouvoir d'action éclairé » (MELS, 2006, p. 9) face aux nombreux enjeux qu'ils rencontreront dans leur vie présente et future. Définie comme « un savoir-agir fondé sur la mobilisation et l'utilisation efficaces d'un ensemble de ressources » par le MELS (2006, p. 7), la compétence peut également être vue comme un ensemble de savoirs, de savoir-faire et de savoir-être (Altet, 2001). Elle doit être développée activement par l'élève dans des contextes complexes, puisqu'on ne peut pas devenir compétent simplement en juxtaposant des éléments appris indépendamment. Ainsi, la compétence est plus que la somme des connaissances que l'on utiliserait dans un contexte donné. Cette approche s'inscrit dans une tendance mondiale, si l'on se fie à la présentation du PISA, qui dit évaluer les capacités des jeunes à utiliser leurs connaissances et leurs habiletés dans des contextes réels pour s'ajuster aux changements d'objectifs des curriculums scolaires eux-mêmes. En effet, la préoccupation

au cœur de cette étude tourne de plus en plus autour de ce que les élèves sont capables de faire avec les apprentissages réalisés en contexte scolaire (OCDE, 2010, p.18). En conséquence, dans le cadre de notre recherche, les termes « compétence en lecture » et « compétence en résolution de problèmes » vont au-delà de la simple capacité à répondre à des questions de repérage d'informations dans un texte ou à effectuer des opérations mathématiques simples parfois déguisées en problèmes.

Le PFEQ distingue deux grandes catégories de compétences : les compétences « disciplinaires », spécifiques à chaque matière scolaire (comme « lire et apprécier des textes variés » en langue d'enseignement et « résoudre une situation-problème » en mathématiques) et les compétences « transversales », lesquelles, comme leur nom l'indique, sont utiles dans l'ensemble des domaines scolaires et extrascolaires, ce qui met en relief l'interdisciplinarité dont nous avons parlé à la section précédente. Nous avons vu que les compétences en lecture, en mathématiques et en résolution de problèmes sont importantes non seulement pour la réussite scolaire, mais également pour une vie personnelle, professionnelle et citoyenne épanouie. Cependant, nombreux sont les élèves qui ne maîtrisent pas suffisamment l'une ou l'autre de ces compétences, pourtant jugées essentielles par le PFEQ. Dans la prochaine section, nous présenterons plus en détail ces compétences telles qu'incluses dans le PFEQ. Nous décrirons de manière approfondie leur contenu en nous concentrant sur quelques éléments-clés, notamment la compréhension de problèmes mathématiques, la modélisation et le rôle des inférences dans la compréhension de texte.

### 1.2.3. Programme de mathématique au secondaire

---

Afin de mieux comprendre la compétence à résoudre des situations-problèmes mathématiques<sup>7</sup>, nous présenterons d'abord quelques éléments relatifs au programme de mathématique au secondaire.

---

<sup>7</sup> Le MELS utilise l'appellation « situation-problème mathématique » pour désigner ce que nous appelons simplement « problème mathématique ». Une définition plus précise de ces concepts pourra être trouvée à la section 1.3.1 pour ce qui est de la situation-problème telle que présentée par le MELS, et à la section 4.1 pour ce qui est de la définition du problème mathématique tel que perçu par la communauté scientifique.

Selon le PFEQ, le programme de mathématique doit être commun pour tous les élèves inscrits à la formation générale durant les trois premières années du secondaire. À partir de la quatrième secondaire, les élèves ont le choix entre trois séquences, qui se distinguent les unes des autres en partie par les contenus mathématiques enseignés, mais surtout par leur approche de la discipline. Ainsi, la séquence Culture, Société et Technique (CST) a été conçue pour les élèves qui s'intéressent aux causes sociales et qui montrent un esprit d'entrepreneuriat; elle les prépare à poursuivre des études dans les domaines des arts, de la communication et des sciences humaines. La séquence Technico-Science (TS) privilégie une approche par le concret des mathématiques, notamment par le biais d'études de cas et l'exploration des concepts et processus mathématiques utilisés dans certaines technologies; elle ouvre la porte à des études dans des domaines qui combinent techniques et sciences telles que le génie ou l'informatique. La séquence Sciences de la Nature (SN), quant à elle, promeut une approche plus formelle des mathématiques, faisant davantage appel aux capacités d'abstraction des élèves, en utilisant des situations tirées de contextes scientifiques; elle se veut une préparation à des études en sciences de la nature et, éventuellement, à une carrière en recherche (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec, 2007). Ces mêmes séquences sont présentes en cinquième secondaire et, bien qu'il existe des programmes dits « passerelles » permettant de changer de séquence entre la quatrième et la cinquième secondaire, ces changements sont généralement découragés, de sorte que le choix fait pour la quatrième secondaire est habituellement maintenu pour la cinquième secondaire.

Il existe toutefois une nuance importante à ce portrait. En effet, pour obtenir leur diplôme d'études secondaires, les élèves doivent cumuler au moins quatre unités de mathématique de quatrième ou de cinquième secondaire. Or, les séquences TS et SN de quatrième secondaire valent six unités, tandis que la séquence CST en vaut quatre (Ministère de l'Éducation du Québec, 2000). Cela revient à dire que les élèves ayant réussi leur cours de mathématique de quatrième secondaire n'ont pas besoin de réussir (ni même de suivre, à condition de respecter les conditions relatives au nombre total d'unités requis pour la diplomation) le cours de mathématique de cinquième secondaire pour obtenir leur diplôme. En pratique, la quatrième secondaire est donc la dernière année où le cours de mathématique est obligatoire.

Un autre élément caractérise la quatrième secondaire: la réussite du cours de mathématique est sanctionnée par une épreuve unique, c'est-à-dire par un examen préparé par le MELS et administré dans les mêmes conditions et au même moment à tous les élèves inscrits au cours en question. Cet examen vise à évaluer la compétence des élèves à déployer un raisonnement mathématique (la compétence à résoudre des situations-problèmes ne fait pas l'objet d'une épreuve unique), et cible l'ensemble des contenus au programme de la quatrième secondaire. La quatrième secondaire est la seule année du secondaire où le MELS impose une épreuve unique en mathématique.

On constate alors qu'en ce qui concerne le programme de mathématique, la quatrième secondaire revêt un caractère particulier : c'est là qu'a lieu la sanction ministérielle des études en mathématique et, si ce niveau est réussi, le cours de l'année suivante n'est plus obligatoire pour l'obtention du diplôme d'études secondaires. Pour plusieurs élèves, la quatrième secondaire marque donc la fin des cours de mathématiques obligatoires. Cela nous amène à considérer cette année comme se prêtant bien à une évaluation de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques telle que développée à la fin de la scolarité. Voyons maintenant en quoi consiste cette compétence selon le PFEQ.

#### 1.2.4. Compétence en résolution de problèmes mathématiques

La résolution de problèmes occupe une place de choix dans le PFEQ. En effet, on retrouve dans plusieurs disciplines, dont les mathématiques et les sciences, une compétence disciplinaire ciblant explicitement la résolution de problèmes. Par ailleurs, le PFEQ lui reconnaît également un caractère transversal: c'est pourquoi elle a été incluse au nombre des neuf compétences transversales que l'élève doit développer à travers l'ensemble des matières du curriculum scolaire.

Dans la présentation de cette compétence transversale, le PFEQ insiste sur les éléments communs à toute démarche de résolution de situations-problèmes : le fait de poser le

problème, c'est-à-dire de reconnaître les éléments pertinents de la situation et de les organiser, l'adoption d'un fonctionnement souple et l'exploration de plusieurs pistes de solution.

La résolution de situations-problèmes spécifiquement mathématiques, quant à elle, est l'une des trois compétences fondamentales à développer dans cette discipline (MELS, 2006). Le Ministère reconnaît que la résolution de situations-problèmes est centrale en mathématiques : « La résolution de situations-problèmes est au cœur des activités mathématiques comme de celles de la vie quotidienne. » (MELS, 2006, p.231). Cette orientation n'est cependant pas nouvelle : déjà dans le programme de 1991, on cherchait à favoriser le développement de certaines composantes de la résolution de situations-problèmes, notamment le raisonnement, l'établissement de liens et la communication appropriée de la solution (Ministère de l'Éducation du Québec, 1991). La compétence à résoudre des situations-problèmes telle que définie aujourd'hui ajoute à ces trois composantes le décodage des éléments pertinents et la modélisation de la situation par un modèle mathématique, l'élaboration de la solution et sa validation. Ces composantes permettent de mieux comprendre ce que le MELS considère comme faisant partie du processus de résolution d'une situation-problème. Il est par ailleurs possible de remarquer que certaines de ces composantes (notamment « décoder les éléments pertinents de la situation » et « partager la solution sous une forme appropriée au contexte ») font appel à la compréhension du contexte de la situation, contexte qui est le plus souvent présenté dans un énoncé écrit, d'où l'importance de relier la compétence à résoudre des situations-problèmes mathématiques à la compétence à lire et à apprécier des textes variés, laquelle est maintenant présentée plus en détail.

#### 1.2.5. Compétence en lecture

---

La compétence en lecture, de façon générale, va bien au-delà de la simple habileté à reconnaître les mots du texte, et le niveau de compréhension attendu, surtout au niveau secondaire, dépasse largement le simple repérage d'informations dans un texte (MELS, 2006). Les tests du PISA, par exemple, mesurent, outre la compréhension du contenu littéral du texte, son interprétation, son intégration et son utilisation dans l'accomplissement des buts

personnels (OCDE, 2010). Pour ce faire, les tâches proposées incluent du repérage d'informations, certes, mais également de la réflexion et de l'évaluation de textes : les élèves doivent construire du sens à partir d'éléments explicites et implicites dans le texte ainsi que créer des relations entre le texte et leurs propres idées, expériences et connaissances antérieures. L'une des tâches mesure également la capacité à intégrer des informations provenant de plusieurs textes en version électronique.

Le PFEQ, quant à lui, exige que l'élève devienne «[...] un lecteur efficace, critique et autonome. » (MELS, 2006, p.97). En particulier, il doit consolider les stratégies de lecture déjà acquises et en développer de nouvelles, ce qui ne peut se faire que dans le cadre de tâches de lecture complexes, c'est-à-dire qui «[...] offrent des défis de compréhension et d'interprétation » (MELS, 2006, p. 97). Parmi les habiletés à développer, l'élève doit apprendre à établir des liens entre des informations tirées d'un ou de plusieurs textes et son expérience personnelle. Selon le ministère de l'Éducation, «[...] la compétence *Lire et apprécier des textes variés* repose sur la qualité de la compréhension, la justesse de l'interprétation et la justification des réactions » (2006, p.97). Au secondaire, la lecture occupe une place importante dans tous les programmes de langue, que l'on parle de la langue maternelle, seconde ou tierce, de français, d'anglais ou d'espagnol. C'est dire l'importance attachée à cette compétence par ailleurs essentielle dans toutes les matières.

Selon le PFEQ, la compétence en lecture demande donc à l'élève de développer et de mobiliser une multitude d'habiletés lorsqu'il lit un texte : il doit être capable de le mettre en relation avec ses connaissances et ses expériences personnelles, de même qu'avec des informations tirées d'autres textes. C'est l'un des critères permettant de juger de la compréhension d'un texte par un élève. Nous verrons plus loin que ces liens constituent en fait des inférences que l'élève est amené à produire. L'élève doit également réfléchir à son approche et à ses stratégies de lecture pour les développer et les enrichir, et ce, peu importe la langue à l'étude.

Il a été montré à la section 1.1.1 que l'apprentissage de la lecture, des mathématiques et de la résolution de problèmes occupent une place importante dans l'enseignement dispensé dans

les écoles secondaires du Québec et que ces compétences sont importantes à la fois pour la réussite scolaire et pour une insertion sociale réussie. En outre, le PFEQ accorde à la lecture et à la résolution de problèmes mathématiques une place importante, tout en promouvant une approche interdisciplinaire des compétences. Il reconnaît par ailleurs que la relation entre la lecture et la compréhension de problèmes mathématiques écrits fait partie des liens entre ces disciplines. Mais que savons-nous de cette relation et de l'interdépendance du développement de ces deux compétences? Que nous en dit la recherche scientifique? C'est ce qui fait l'objet des prochaines sections, d'abord en ce qui concerne la résolution de problèmes mathématiques, puis en ce qui concerne la lecture et, en particulier, les inférences.

### 1.3. Résolution de problèmes mathématiques

Afin de mettre en lumière la pertinence d'étudier conjointement la lecture et la résolution de problèmes mathématiques nous décrivons brièvement, dans la prochaine section, les principales caractéristiques d'une situation-problème mathématique au sens où la présente le PFEQ et les processus qui entrent en jeu dans sa compréhension afin de mieux faire le lien avec les processus impliqués dans la compréhension en lecture, qui seront abordés au point 1.4.

#### 1.3.1. Définition du problème mathématique

S'il existe de nombreuses recherches portant sur la résolution de problèmes mathématiques, rares sont les auteurs qui en proposent une définition (il y a tout de même des exceptions, dont nous parlerons à la section 4.1), et encore plus rares sont ceux qui utilisent la terminologie du MELS et qui parlent en contexte scolaire de « situations-problèmes » à caractère mathématique (nous n'en avons d'ailleurs recensé aucun). Paradoxalement, même le MELS lui-même ne définit pas ce qu'est une situation-problème en tant que telle : il ne fait qu'indiquer quelques caractéristiques de sa démarche de résolution. Il parle à plusieurs reprises de ce processus de résolution et des connaissances et habiletés qui doivent être mobilisées pour arriver à une solution, mais ne donne que quelques attributs peu détaillés de

ce qu'elle est. Le Ministère indique qu'une situation-problème doit être nouvelle, soit parce qu'elle « [...] n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage », soit parce qu'elle exige un « [...] recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage », soit encore parce que « [...] le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement. » (MELS, 2006, p. 240). Il affirme également qu'elle doit être « [...] organisée autour d'obstacles à franchir » (MELS, 2006, p.237), ce qui laisse croire qu'elle atteint un certain niveau de difficulté et qu'elle requiert plusieurs opérations, puisqu'il y a plusieurs obstacles à franchir. Il est cependant possible de déduire quelques caractéristiques supplémentaires des situations-problèmes à partir de ce que le MELS écrit sur leur processus de résolution. Puisque l'élève doit « [...] reconnaître, dans une situation, les aspects qui servent à définir le problème » (MELS, 2006, p. 38), on peut supposer que la situation-problème inclut des éléments de contexte qui ne sont pas essentiels à sa compréhension. De même, puisqu'il faut une « [...] exploration de pistes variées » (MELS, 2006, p. 38), on suppose que les situations-problèmes peuvent être résolues de plusieurs façons et qu'il n'existe pas de solution unique attendue. Elles amènent en outre l'élève à « [...] l'exploitation de ressources variées » (MELS, 2006, p. 38); elles sollicitent donc des savoirs qui peuvent être de plusieurs types et issus de plusieurs champs de connaissances, ou à tout le moins de plusieurs champs mathématiques.

La présence d'éléments de contexte et, de façon plus générale, la présentation usuelle sous forme de texte des problèmes mathématiques pose la question de leur compréhension. Comment ces problèmes sont-ils compris par les élèves qui tentent de les résoudre? C'est à cette question que nous répondrons maintenant.

### 1.3.2. Processus de compréhension du problème mathématique

---

La compréhension d'un problème mathématique fait appel à de nombreux processus cognitifs de même qu'à plusieurs connaissances. De plus, comme le montrent les recherches

de Radford (1996b), la compréhension d'un problème écrit<sup>8</sup> s'affine et se modifie tout au long de la démarche de résolution du problème. Plusieurs auteurs ont tenté de modéliser la résolution d'un problème mathématique, et donc, en partie, sa compréhension. Nous nous attardons à ces modèles à la section 4.2, en mettant tout de même en évidence dès maintenant quelques éléments communs à la plupart de ces modèles tels que présentés par Reusser (1990). Selon ce chercheur, la compréhension d'un problème débute par une compréhension littérale de son énoncé. À partir de cette première compréhension, le lecteur se construit une représentation mentale du problème, qui l'amènera à construire un modèle mathématique (sous forme d'équations ou de chaînes d'opérations, par exemple) qui servira de base à la résolution proprement dite. La construction du modèle mathématique et la résolution du problème sont, bien entendu, des étapes propres à la lecture d'énoncés de problèmes mathématiques, que l'on ne retrouverait pas dans le cas de la lecture de textes d'un autre genre. Par contre, comme nous le verrons ci-dessous, la construction d'une représentation mentale du texte est un processus commun à la compréhension de tous les types de textes. L'étude de la compréhension en lecture de façon générale pourrait donc permettre de mieux saisir comment un problème mathématique est compris.

Ainsi, la compréhension d'un problème mathématique pourrait, selon certains auteurs, être assimilée à la compréhension de son énoncé, et donc d'un texte, dans la mesure où on le considère comme un genre littéraire particulier (Greer, 1997). Il faut alors tenir compte de ses spécificités, notamment en ce qui concerne le langage et l'intention de lecture, qui sont présentés ci-dessous.

### 1.3.3. Spécificités du langage mathématique

---

Plusieurs chercheurs se sont intéressés aux particularités du texte du problème mathématique, et en ont fait ressortir de nombreuses difficultés inhérentes au langage mathématique qui complexifient la compréhension de ces énoncés.

---

<sup>8</sup> À partir de maintenant, afin d'alléger le texte, sauf mention contraire, l'utilisation de l'expression « problèmes mathématiques » réfèrera toujours aux problèmes écrits, c'est-à-dire présentés principalement en mots (voir section 4.1).

La première de ces difficultés est le vocabulaire complexe des mathématiques, qui comprend non seulement des termes spécifiques qu'il importe de bien connaître, mais également des termes tirés du langage de la vie quotidienne, mais utilisés dans un sens différent du sens usuel (Adams et Lowery, 2007; Malefoasi, 2010; Schleppegrell, 2007). Pensons par exemple au mot *volume*, employé dans le langage courant pour parler du niveau sonore ou d'une quantité de façon générique; en mathématique, il ne s'agit plus d'une quantité quelconque, mais de la mesure de l'espace occupé par un solide. De plus, certains termes mathématiques ont une signification différente selon le champ des mathématiques dans lequel on se trouve (Schleppegrell, 2007). Ainsi, une médiane en géométrie n'a que peu de points communs avec la médiane en statistiques, surtout si on porte sur elle un regard superficiel.

La syntaxe des phrases en mathématique est souvent complexe et très dense : on y retrouve fréquemment de longs groupes nominaux ainsi que de nombreuses propositions subordonnées les unes aux autres (Malefoasi, 2010; Schleppegrell, 2007). Ainsi, on retrouve des énoncés tels que « L'aire latérale d'un prisme rectangulaire d'une hauteur de 10 cm, d'une largeur de 4 cm et d'une profondeur de 6 cm ». Il s'agit ici d'un groupe nominal qui serait, en contexte réel, inséré dans une phrase encore plus longue et tout aussi dense en contenu, par exemple : « Quel est le rapport entre l'aire latérale d'un prisme rectangulaire d'une hauteur de 10 cm, d'une largeur de 4 cm et d'une profondeur de 6 cm et le volume de ce prisme? » Cette syntaxe peut bien entendu poser des défis importants pour la compréhension de la phrase (De Serres et Groleau, 1995).

Aux difficultés rencontrées au niveau du mot et de la phrase s'ajoutent celles liées à la pluralité des registres de représentation : il est en effet rare qu'un texte mathématique soit composé exclusivement de mots. Il est le plus souvent complété par des nombres, des symboles, des expressions algébriques, des tableaux, des figures, des diagrammes, etc. Or, pour bien comprendre un texte, il faut également être en mesure de décoder ces autres registres de représentation, de leur donner du sens et d'intégrer les informations provenant de toutes ces sources, tout en tenant compte des indications sur les relations entre les divers éléments (Schleppegrell, 2007).

Les énoncés de problèmes mathématiques comportent donc des éléments qui en font un « genre littéraire » bien particulier, distinct des autres types de textes (Greer, 1997). Certains de ces éléments, comme les spécificités du langage mathématique, en compliquent le processus de compréhension. Voyons maintenant en quoi le processus de compréhension d'un texte générique peut aider à définir la compréhension d'un problème mathématique.

#### 1.4. Compréhension de texte et inférences

---

Plusieurs auteurs ont tenté de définir la lecture et la compréhension d'un texte écrit (voir Zwaan, 1993 pour une perspective historique). Les modèles qu'ils proposent sont parfois contradictoires et, combinés, ils montrent la complexité des processus impliqués et de leur articulation. Une revue plus détaillée de ces modèles est faite à la section 2.1; pour l'instant, nous ne faisons que délimiter les contours de ces concepts. La lecture d'un texte écrit implique deux grandes composantes : la reconnaissance de mots, qui permet au lecteur, à partir de l'analyse des constituants du mot, d'accéder à son sens, et la compréhension, qui permet, à partir d'un groupe de mots, d'accéder au sens du texte (Hoover et Gough, 1990). Pour expliquer les mécanismes qui sous-tendent la lecture d'un texte de façon générale, Thurlow et van den Broek écrivent que « [...] le but ultime du processus de la lecture est l'intégration du matériel textuel en un modèle complet et cohérent, dans la mémoire du lecteur. Ce modèle est construit à partir de la compréhension que le lecteur a des idées du texte et des relations qui les rattachent. <sup>9</sup> » (Thurlow et van den Broek, 1997, p.168). On peut par ailleurs affirmer que plus ce modèle en mémoire est cohérent, plus la compréhension du lecteur est complète. Plusieurs auteurs rejoignent cette pensée et affirment qu'un texte est compris lorsqu'une représentation mentale cohérente (c'est-à-dire structurée, exempte de contradictions et conforme au contenu du texte) en a été construite par le lecteur (Fayol, 1992a; Kintsch et van Dijk, 1978).

Nous expliquons à la section 2.3 comment cette représentation mentale est construite. Pour l'instant, précisons simplement qu'une compréhension purement littérale du texte est, la

---

<sup>9</sup> Traduction libre de l'auteur.

plupart du temps, insuffisante pour accéder au sens complet d'un texte. En effet, nombreux sont les éléments implicites qui doivent être relevés pour le comprendre pleinement, et c'est précisément le rôle du processus inférentiel.

#### 1.4.1. Inférences

---

Les inférences sont les informations implicites que le lecteur ajoute au contenu explicite du texte pour mieux le comprendre (voir par exemple Cunningham, 1987; Rossi et Campion, 1999; van den Broek, 1990). Cain et Oakhill (1999) soulignent d'ailleurs que l'aptitude à produire des inférences est l'une des causes plausibles d'une bonne aptitude à comprendre des textes. Une compilation des données de plusieurs recherches montre par ailleurs que les élèves qui ont de la difficulté à comprendre un texte « [...] ne font pas de liens entre les différentes parties d'un texte, se limitent à ce qui est textuellement écrit et n'établissent pas de relations d'inférence, ne comprennent que certains types de textes, ne se font pas de modèle mental du texte qu'ils lisent et ne distinguent pas l'essentiel de ce qui est moins important » (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec, 2012, p.2). C'est dire l'importance des inférences dans la compréhension des textes en général, et en particulier des textes mathématiques qui, de par leur nature, présentent des difficultés de compréhension supplémentaires. En effet, outre les particularités mises en évidence ci-dessus, il faut souvent, pour les comprendre, dégager de nombreux liens plus ou moins apparents à la première lecture (Schleppegrell, 2007).

À la lumière de ce qui précède, il n'est pas difficile de comprendre pourquoi les résultats de plusieurs recherches montrent que les élèves qui réussissent moins bien en compréhension en lecture se distinguent des autres, notamment en ce qui concerne leurs habiletés inférentielles (Oakhill, Cain et Bryant, 2003). Les différentes enquêtes internationales montrent par ailleurs que le rendement des élèves québécois en lecture tend à diminuer (voir celles présentées à la section 1.1.2); la question de leurs habiletés inférentielles se pose donc, d'autant plus que la recherche révèle que la production d'inférences s'avère difficile pour de

nombreux lecteurs (Cain et Oakhill, 1999). Voyons en quoi les inférences peuvent être utiles pour la compréhension de problèmes mathématiques.

#### 1.4.2. Inférences et compréhension de problèmes mathématiques

---

Dans le cas spécifique des problèmes mathématiques, plusieurs compétences et connaissances doivent se combiner pour en assurer une bonne compréhension. Celle-ci ne repose donc pas seulement sur les connaissances mathématiques, mais également sur des connaissances linguistiques, conceptuelles et situationnelles. Ainsi, ce qui rend les problèmes mathématiques difficiles à comprendre, ce ne sont pas tant leurs propriétés mathématiques (structure, opérations requises, etc.) que la façon dont ils sont présentés sur le plan linguistique (Sovik, Frostrad et Heggberget, 1999) et les situations dans lesquelles ils sont enchâssés (Orrantia, Tarín et Vicente, 2011; Reusser, 1988; Vicente, Orrantia et Verschaffel, 2008; Walkington, Sherman et Petrosino, 2012). À la lumière de ce que nous avons présenté jusqu'ici, nous pouvons croire que, comme la construction d'une représentation mentale cohérente est essentielle à la compréhension d'un texte, l'élève qui veut résoudre un problème mathématique doit d'abord se former une telle représentation mentale en mettant en relation les différents éléments contenus dans le texte de l'énoncé et en y intégrant les connaissances pertinentes relatives au contexte du problème. Le processus inférentiel est donc central dans sa démarche de compréhension du problème, puisque c'est lui qui semble permettre la formation d'un modèle mental cohérent. C'est à partir de ce modèle mental que l'élève pourra se lancer dans la résolution du problème.

Or, à notre connaissance, une seule recherche s'est intéressée à la relation entre les habiletés inférentielles des élèves et leur capacité à résoudre des problèmes mathématiques (Voyer, Beaudoin et Goulet, 2012). Cette étude est présentée en détail dans le chapitre quatre; nous n'en faisons ressortir que les conclusions les plus importantes pour l'instant. Voyer et son équipe (2012) ont étudié la capacité à produire des inférences et l'habileté à résoudre des problèmes mathématiques chez des élèves de la quatrième année du primaire. Ils ont ensuite analysé les résultats obtenus pour arriver à la conclusion qu'il y a une corrélation entre le score

en production d'inférences et celui en résolution de problèmes mathématiques, sans toutefois pouvoir expliquer cette corrélation. Cette étude ouvre des perspectives de recherche intéressantes : cette corrélation se retrouve-t-elle également chez des élèves du secondaire? Comment expliquer cette corrélation? Les inférences jouent-elles un rôle dans la résolution de problèmes mathématiques? Ces questions sont à la base du présent projet de recherche.

### 1.5. Question générale de recherche

---

En résumé, le PFEQ, qui a entraîné plusieurs innovations sur les plans pédagogique et didactique, accorde une place importante à la lecture, à la résolution de problèmes et à l'interdisciplinarité dans l'élaboration de situations d'apprentissage. Or, nous avons vu que plusieurs élèves du secondaire éprouvent des difficultés autant en lecture qu'en résolution de problèmes mathématiques. Cependant, très peu de recherches ont approfondi les liens entre ces deux compétences et les difficultés que les élèves y rencontrent.

De plus, les modèles qui cherchent à rendre compte du processus de résolution de problèmes mathématiques accordent une place importante à la compréhension en la situant à la base de la démarche de résolution, mais ils ne s'attardent pas à expliquer comment cette compréhension devient effective. La recherche montre par ailleurs que le lecteur construit un modèle mental du texte à partir de sa compréhension des éléments qui le composent et de leurs relations. Or, ces relations, comme plusieurs autres éléments, demeurent souvent implicites dans le texte et ne sont accessibles que par la production d'inférences. Ces constatations nous amènent à poser la question de recherche suivante :

Quelles relations existe-t-il entre la production d'inférences et la compréhension de problèmes mathématiques?

Cette question générale nous amène maintenant à définir le cadre théorique dans lequel s'inscrit ce devis. Nous y explorons la compréhension en lecture, la production d'inférences de même que la compréhension et la résolution de problèmes mathématiques.

## CADRE THÉORIQUE

---

La présente recherche s'intéresse aux liens qui existent entre la production d'inférences et la compréhension de problèmes mathématiques. Pour ce faire, nous explorons, dans les chapitres suivants, la littérature scientifique en lien avec ces éléments. Le premier chapitre de ce cadre théorique sera consacré à différents modèles de la compréhension en lecture, à partir desquels un modèle synthèse sera proposé. Le deuxième chapitre permettra d'approfondir la notion d'inférence, centrale dans la compréhension d'un texte. Les différentes définitions de l'inférence seront alors abordées, de même que les différentes typologies et leur rôle dans la compréhension. La deuxième partie de ce chapitre s'attardera à la notion d'inférence telle que comprise dans le champ des mathématiques, en particulier dans le domaine de la résolution de problèmes mathématiques. Le troisième chapitre du cadre théorique portera sur la compréhension des problèmes mathématiques et sur le rôle que jouent les inférences dans ce processus, et présentera différentes études ayant porté sur la compréhension de problèmes mathématiques. Il se termine par un bilan qui met en évidence les ponts que la recherche nous permet d'entrevoir entre la compréhension en lecture, les inférences et la compréhension de problèmes mathématiques. Un modèle synthèse de la compréhension de problèmes mathématiques, basé à la fois sur les modèles de compréhension en lecture et sur ceux de résolution de problèmes, sera alors proposé. C'est à la lumière de ce modèle qu'une analyse critique de quelques instruments d'évaluation de la compréhension en lecture, des habiletés inférentielles et de la compréhension de problèmes mathématiques sera effectuée. Cela nous permettra de tirer des conclusions quant aux éléments de méthodologie à retenir pour notre étude, méthodologie qui sera présentée plus en détail dans le cinquième chapitre de cette thèse.



## Chapitre 2. La compréhension en lecture

---

La compréhension d'un texte lu est complexe et implique de nombreux processus cognitifs de différents niveaux ; elle a toujours lieu dans le cadre d'une interaction entre un texte, contenant des informations transmises selon les règles propres à une langue, et un lecteur, avec ses connaissances conceptuelles, linguistiques et procédurales, et sa capacité limitée de traitement de l'information (Fayol, 1992a). De nombreuses théories tentant d'expliquer comment un lecteur comprend un texte ont été élaborées. Nous en présentons quelques-unes, ce qui nous amènera à introduire le concept d'inférence, central pour notre recherche, et qui est exploré plus en détail dans le chapitre suivant. Nous concluons par une synthèse des différents modèles de la compréhension en lecture qui servira de base pour la suite de notre étude.

De manière générale, on a longtemps conçu la lecture comme un enchaînement linéaire de processus. Dans cette optique, plusieurs modèles ont tenté d'expliquer quels processus sont impliqués dans la lecture d'un texte et dans sa compréhension, et selon quel ordre (Zwaan, 1993). Ainsi, les modèles « bottom-up » affirment que lors de la lecture, le traitement se fait à partir des unités les plus petites et les plus simples vers les plus complexes, pour finalement arriver à construire du sens à partir des éléments tirés de cette construction (Gough, 1972). Le lecteur partirait alors des lettres pour en arriver progressivement aux graphèmes, aux syllabes, aux mots, aux phrases, et ainsi de suite. Les modèles « top-down », comme celui de Goodman (1976), présentent quant à eux le chemin vers la compréhension dans le sens contraire. Selon ceux-ci, le lecteur partirait d'abord de ses attentes face au texte et à son contenu pour s'en forger une série d'hypothèses quant au sens du texte. Il ne recourrait à ce dernier que pour confirmer ou infirmer ses hypothèses, glanant au besoin quelques mots seulement.

Cependant, la rapidité avec laquelle ont lieu la lecture et la compréhension d'un texte, de même que le grand nombre de processus impliqués, milite en faveur d'une simultanéité de mobilisation de ces processus. L'aspect séquentiel et linéaire des modèles « bottom-up » et

« top-down » a donc été remis en question, de même que leur trop grande simplicité et leur caractère naïf (Hudson, 2007). Si ces modèles ont identifié de nombreux processus impliqués dans la compréhension d'un texte, ils n'ont pas su combiner les processus dits de bas niveau (décodage, reconnaissance des mots, etc.) aux processus de haut niveau (lien avec les connaissances du lecteur, inférences, etc.), ce que les modèles interactifs tentent de faire. Les modèles interactifs font en effet intervenir simultanément des processus issus des deux types de modèles précédents et rejettent leur organisation séquentielle. Ils affirment par exemple qu'un processus peut suppléer à un autre qui serait moins bien maîtrisé par le lecteur. Ainsi, un lecteur éprouvant plus de difficultés à décoder les mots utiliserait davantage les processus « *top-down* », et vice versa (Stanovich, 1980). Nous présenterons ci-dessous les modèles interactifs qui, à l'heure actuelle, retiennent toujours l'attention des chercheurs, et qui sont pertinents pour notre recherche, notamment parce qu'ils s'intéressent à la compréhension de l'ensemble du texte, c'est-à-dire celui de la vision simple de la lecture (Gough et Tunmer, 1986), celui de Irwin (1986), celui de Fayol (1992b), celui de van Dijk et Kintsch (Kintsch, 1988; Van Dijk et Kintsch, 1983) et celui de Deschênes (1988). Cela nous permettra d'en faire ressortir les points communs afin d'en tirer un modèle hybride qui en fait la synthèse la plus complète possible.

## 2.1. Modèle de la vision simple de la lecture (1986)

---

Le modèle de Gough et Tunmer (1986), appelé « vision simple de la lecture », ne tente pas d'expliquer dans quel ordre sont enclenchés les différents processus, mais plutôt comment ils interagissent. Les résultats obtenus lors d'expériences mesurant la reconnaissance des mots, la compréhension en lecture et la compréhension orale chez des élèves du primaire ont amené ces chercheurs à conclure que la compréhension en lecture (L) serait en fait le produit de la reconnaissance des mots (R) et de la compréhension linguistique (C), ce que l'on pourrait symboliser par  $L = R \times C$ . Dans ce modèle, la compréhension linguistique se distingue de la compréhension de texte dans la mesure où elle exprime le degré de compréhension de la langue : elle concerne la compréhension à l'oral plutôt que celle à l'écrit. Chacune de ces variables peut prendre une valeur comprise entre 0 (pour une absence totale de maîtrise) et 1

(pour une maîtrise parfaite). Ainsi, étant donné la multiplication dans la formule proposée, une absence totale de maîtrise de l'une ou de l'autre des composantes rend nulle la compréhension en lecture.

D'un côté, ce modèle a l'avantage, comme son nom l'indique, d'être d'une grande simplicité, et de présenter une opérabilité intéressante d'un point de vue de la recherche pratique : en effet, chacune des trois variables utilisées dans la formule peut être mesurée à l'aide de tests, dont plusieurs sont standardisés (Hoover et Gough, 1990). Il est donc possible d'arriver à un score de compréhension en lecture à l'aide de tests existants, sans devoir en construire un spécifiquement pour mesurer celle-ci.

D'un autre côté, ce modèle a été critiqué, dans la mesure où on lui a reproché de n'être qu'un modèle « *bottom-up* » déguisé : un lecteur n'aurait en effet qu'à reconnaître les mots et à « s'écouter » les dire pour comprendre le texte (voir par exemple Kirby et Savage, 2008; Ouellette et Beers, 2010). Tout partirait donc du décodage pour « remonter » jusqu'à la compréhension et, à partir du moment où la reconnaissance des mots serait acquise par le lecteur, il n'y aurait plus de différences entre le niveau de compréhension à l'oral et à l'écrit, ce qui est pourtant contredit par certaines recherches (Duke, Pressley et Hilden, 2004, entre autres). Même Gough et ses collègues (1996) reconnaissent que la seule véritable spécificité de la lecture par rapport à l'oral serait la reconnaissance de mots. De plus, ce modèle permet mal d'expliquer pourquoi certains lecteurs maîtrisant la reconnaissance de mots éprouvent toujours des difficultés en compréhension en lecture, difficultés qu'ils n'éprouvent cependant pas dans la compréhension de la langue orale (Garner, 1987; Hacker, 1997).

De plus, cette notion même de compréhension linguistique peut poser problème, puisque les auteurs ne la définissent pas (outre le fait qu'elle consiste à comprendre un discours oral). Comment peut-on alors savoir si un auditeur a compris un discours? Comment définir la compréhension dans le cadre de la compréhension linguistique? Ces questions restent actuellement sans réponse.

Un autre problème soulevé par l'utilisation de cette équation est la définition de la compréhension en lecture. Dans les études utilisées par Gough et ses collègues (1986) pour établir cette équation, la compréhension en lecture était mesurée par des tests standardisés dans lesquels les enfants devaient lire de courts textes puis répondre à des questions à choix multiples. Or, cette façon d'évaluer la compréhension en lecture est bien limitée et peut servir à n'en mesurer que certains aspects (Kirby et Savage, 2008).

De l'aveu même de ses auteurs (Gough et al., 1996; voir aussi Kintsch, 1988; Smith, 2012), le modèle de la vision simple de la lecture ne permet pas non plus de prendre en considération les particularités de l'écrit qui ne relèvent pas de la reconnaissance de mots, comme le fait que le texte, contrairement au discours oral, reste disponible pendant un certain temps, ce qui permet des retours en arrière lors de la lecture. Ces retours en arrière peuvent améliorer la compréhension du texte, et ce, même si tous les mots ont été adéquatement reconnus dès la première lecture. L'effet de ces retours en arrière serait toutefois difficile à mesurer sur de courts textes tels que ceux utilisés par Gough et Tunmer (Gough et Tunmer, 1986) pour évaluer la compréhension en lecture (Kirby et Savage, 2008). Ce modèle gagnerait donc à être bonifié pour tenir compte des différentes stratégies de lecture spécifiques au support écrit.

## 2.2. Modèle de Irwin (1986)

Irwin (1986) ne propose pas véritablement de modèle de la compréhension en lecture; elle a plutôt établi une liste organisée des processus impliqués dans la compréhension en lecture. Elle relève cinq types de processus mobilisés simultanément et en interaction les uns avec les autres lors de la lecture d'un texte et que nous définirons brièvement : les microprocessus, les processus d'intégration, les macroprocessus, les processus d'élaboration et les processus métacognitifs.

Les microprocessus permettent la segmentation d'un texte et la rétention de certaines des idées qui y sont contenues. Ils sont impliqués dans le découpage d'une phrase en unités de

sens, alors que le lecteur doit déterminer quelles informations retenir (la mémorisation de tous les détails d'un texte s'avérant impossible). Par exemple, dans la phrase « La voiture rouge avançait lentement sur la route », le lecteur doit comprendre que le mot « rouge » doit être associé à « voiture » et que « lentement » doit être relié à « avançait », et peut, selon son intention de lecture, ne retenir que le fait que la voiture avançait lentement, les autres éléments étant alors considérés comme non essentiels à la compréhension de l'ensemble du texte.

Les processus d'intégration servent à comprendre et à inférer, au besoin, les relations entre les différents éléments retenus pour qu'ils forment un tout cohérent. Cela inclut de relier les pronoms à leurs référents et d'inférer différentes informations, notamment les relations de cause à effet dans un récit. Nous décrirons ces processus plus en détail dans le chapitre 3, portant sur les inférences.

Les macroprocessus fournissent quant à eux une structure aux informations en mémoire. Ils incluent le résumé des informations mémorisées et l'utilisation du schéma de l'auteur du texte pour organiser ces informations. Ainsi, les macroprocessus permettent de donner une structure aux éléments du texte retenus par les microprocessus et mis en relation par les processus d'intégration. Pour Irwin, cette structure est basée sur celle proposée par l'auteur, mais d'autres chercheurs (Fayol, 1992a; Van Dijk et Kintsch, 1983) suggèrent qu'elle pourrait également découler des schémas de texte connus du lecteur. Ce dernier pourrait alors se baser sur un schéma connu d'un texte narratif pour structurer les éléments du texte en fonction de ce schéma.

Les processus d'élaboration font référence à l'ajout d'informations qui ne sont ni essentielles à la compréhension du texte, ni explicitées dans celui-ci, mais qui enrichissent la représentation que le lecteur s'en fait. Il s'agit en fait des inférences d'élaboration, que nous étudierons également dans le troisième chapitre. Ces processus permettent d'intégrer le contenu du texte aux connaissances du lecteur, et font, pour cette raison, partie du processus de compréhension; ils n'y sont toutefois pas essentiels.

Finalement, les processus métacognitifs concernent tout ce qui a trait au contrôle conscient des stratégies de compréhension et de mémorisation des éléments du texte. Ils permettent de sélectionner, d'évaluer et de réguler l'utilisation de ces stratégies tout au long de la lecture.

Il est important de préciser que, toujours selon Irwin, ces processus ne sont pas indépendants : ils sont mobilisés simultanément et de façon interactive, s'influencent les uns les autres durant la lecture. De plus, ils ne sont pas toujours mobilisés de la même façon d'un individu à l'autre, tout comme ils ne sont pas mobilisés de la même façon chez un même individu, d'un texte à l'autre. En effet, ils sont influencés par les caractéristiques personnelles du lecteur, mais aussi par le type de texte (son genre littéraire, son niveau de difficulté, etc.), par le contexte de lecture, etc.

Pour Irwin, donc, comprendre un texte, c'est utiliser ses connaissances et les indices fournis par son auteur pour construire un sens en conformité avec les exigences spécifiques du contexte. Cela peut se faire à l'aide de différents types de processus qui sont mis en œuvre simultanément, consciemment ou non, et qui interagissent les uns avec les autres.

Selon notre analyse, ce modèle est intéressant en raison de sa classification des processus impliqués dans la compréhension. Sa principale faiblesse réside cependant dans ce qu'il décrit des processus, les regroupe en catégories et affirme qu'ils sont interactifs, sans toutefois expliquer lesquels interagissent et comment. Il laisse également de côté plusieurs processus de bas niveau, notamment la reconnaissance des mots, qu'il tient pour acquise, alors qu'elle pourrait plutôt être en interaction avec les processus mentionnés.

### 2.3. Modèle de van Dijk et Kintsch (1983)

Ce modèle repose sur un postulat de première importance : on peut parler d'un texte compris lorsque le lecteur s'en est formé une représentation mentale adéquate, c'est-à-dire cohérente en elle-même et avec le texte qu'elle représente (Van Dijk et Kintsch, 1983). La formation de la représentation mentale est donc capitale pour la compréhension du texte, d'où

la place importante que nous lui accordons ici. Notons par ailleurs que ce postulat de base est partagé par d'autres auteurs que nous aborderons dans les sections suivantes.

Van Dijk et Kintsch considèrent qu'il y a trois niveaux de représentations mentales construites lors de la lecture d'un texte. Le premier niveau reprend textuellement le contenu du discours (il s'agit en fait d'un simple verbatim du texte) et ne subsiste que très peu de temps en mémoire. Il ne sert qu'à passer de la forme écrite à la forme mentale du texte.

Le deuxième niveau, la base de texte (*text base*), contient les idées et les concepts exprimés explicitement dans le texte sans y faire d'ajouts. Cette première construction fait d'abord et avant tout appel aux procédés strictement linguistiques dont dispose le lecteur. Elle reflète la structure sémantique du texte et reprend son contenu sous forme de propositions, sans y faire d'ajouts. La base de texte est en fait un ensemble de propositions simples, organisées selon la logique du texte. Elle n'inclut pas tous les mots du texte, mais en retient les idées. Par exemple, à partir de la phrase « Les fascistes ont gagné les élections au Salvador<sup>10</sup> », on obtiendrait les propositions suivantes : « Fascistes » ( $x_1$ ), « ont gagné » ( $x_1, x_2$ ), « élections » ( $x_2$ ), « au » ( $x_2, x_3$ ) et « Salvador » ( $x_3$ ). On pourrait les reformuler afin de rendre les liens exprimés entre parenthèses plus évidents : « Fascistes ont gagné élections » et « Élections au Salvador ». On remarque qu'il y a bel et bien deux informations importantes contenues dans cette phrase, exprimées par les deux propositions précédentes. En somme, la base de texte est constituée des propositions les plus simples qu'il soit possible de former à partir du texte tel qu'il est écrit. Comme nous l'avons déjà mentionné, aucune information n'est ajoutée lors de la création de la base de texte. En particulier, selon Van Dijk et Kintsch, aucune inférence n'est nécessaire pour parvenir à la base de texte, sauf celles qui servent à résoudre les anaphores, c'est-à-dire à trouver le référent d'un pronom ou d'un terme générique.

Une fois la base de texte établie, le lecteur s'assurerait qu'elle est cohérente, c'est-à-dire qu'il y a superposition d'au moins un élément entre une proposition et celle qui la suit

---

<sup>10</sup> Traduction libre de « The fascists have won the elections in El Salvador » (Kintsch and van Dijk 1978, p.14).

immédiatement (dans l'exemple précédent, c'est le mot « élections », que l'on retrouve dans les deux propositions, qui permet d'établir la cohérence). S'il y avait des failles dans la cohérence, le lecteur s'engagerait dans un processus inférentiel visant à les combler. Ce traitement se ferait de façon cyclique, puisque les limites de la mémoire de travail rendent impossible le traitement simultané de l'ensemble de la base de texte. Le lecteur construirait alors un ensemble de macro-propositions à partir des propositions de la base de texte, propositions peu à peu élaguées, généralisées et intégrées. La base de texte serait donc segmentée en blocs traités successivement, puis reliés les uns aux autres une fois traités.

Le même processus de recherche de cohérence entre les blocs serait alors repris, jusqu'à ce que le lecteur arrive à une représentation cohérente de l'ensemble du texte, que l'on appelle « modèle de situation » (*situation model*). C'est le troisième et plus haut niveau de représentation, et il est considéré comme essentiel à la compréhension. Ce modèle de situation consiste en une représentation du texte intégrée aux connaissances et aux expériences du lecteur. En ce sens, il s'agit d'une représentation beaucoup plus personnelle du texte, qui dépasse son contenu explicite. En fait, le modèle de situation comprend les objets et les relations auxquels le texte fait référence, mais sans la structure linguistique sous-jacente; il s'agit donc d'une représentation non-linguistique (Hemforth et Konieczny, 2006). Le processus nécessaire pour y arriver serait guidé à la fois par l'intention de lecture et les connaissances du lecteur portant sur la structure conventionnelle des textes. À titre d'exemple, une même phrase, « Jean donne des billes à Jonathan », peut donner lieu à des interprétations différentes selon qu'elle se trouve dans un récit (le lecteur pourra alors se demander quelles sont les motivations de Jean ou déduire, en utilisant ses connaissances sur les jeux de billes, que Jonathan a gagné la partie de billes) ou dans un énoncé de problème mathématique (le lecteur pourra alors déduire que Jean a maintenant moins de billes qu'au départ et que Jonathan en a plus). Dans les deux cas, le lecteur peut faire appel à ses connaissances et à ses expériences des jeux de billes pour mieux comprendre le contexte de la phrase, mais les éléments qu'il retiendra seront différents selon son intention de lecture (se divertir ou résoudre un problème mathématique) et sa connaissance du schéma conventionnel du texte en question. Cette intégration d'informations issues des connaissances du lecteur relève du processus inférentiel, que nous détaillons dans le prochain chapitre.

Le modèle proposé par van Dijk et Kintsch a l'avantage de définir ce qu'est la compréhension d'un texte, bien que le critère proposé (une représentation mentale adéquate et cohérente) ne soit pas très concret, et impossible à évaluer dans la pratique. Ce modèle explique en outre les différentes constructions cognitives permettant d'arriver à cette compréhension. On retrouve, dans ces constructions cognitives, quelques-uns des processus mis en évidence par Irwin (1986), bien que ces processus ne soient pas toujours mis en évidence par van Dijk et Kintsch (1983). Ainsi, la description faite par van Dijk et Kintsch de la construction de la base de texte ressemble fortement aux microprocessus qui, selon Irwin, servent à segmenter le texte pour en extraire les informations principales. De même, dans la recherche de cohérence qui caractérise le passage de la base de texte au modèle de situation, on reconnaît l'apport des processus d'intégration dont le rôle, selon Irwin, est justement d'assurer la cohérence dans la compréhension du texte. Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, bien qu'Irwin considère que la structure construite grâce aux macroprocessus soit calquée sur celle choisie par l'auteur du texte, nous ne pouvons exclure que ces mêmes macroprocessus tiennent également compte des connaissances du lecteur sur les différents schémas de texte, comme le suggèrent van Dijk et Kintsch. Finalement, les processus d'élaboration peuvent être mis en relation avec l'intégration du contenu du texte avec les connaissances et les expériences du lecteur, telle que vue par van Dijk et Kintsch dans le modèle de situation. Seuls les processus métacognitifs d'Irwin ne peuvent être reliés directement à l'une ou l'autre des phases de la construction du modèle de situation de van Dijk et Kintsch, mais cela ne saurait étonner, dans la mesure où ces processus agissent à un niveau métacognitif, comme leur nom l'indique. Ils contrôlent et régulent donc l'ensemble du processus de compréhension, intervenant au besoin à chacune des étapes. Les liens entre les différents modèles, que nous avons commencé à ébaucher ici, sont illustrés à la Figure 2 (p. 42).

Il est à noter que Kintsch, quelques années après la publication de ses travaux conjoints avec van Dijk, a repris quelques éléments de son modèle de compréhension en lecture afin de les préciser ou de les adapter à des résultats empiriques devenus disponibles entre temps (Kintsch, 1988). La principale différence entre le modèle dit « de construction-intégration » de Kintsch (1988) et celui de van Dijk et Kintsch (1983) concerne la formation de la base de

texte. Kintsch (1988) considère que lors de la lecture du texte, tous les sens possibles des mots et des expressions sont rendus disponibles en mémoire de travail (ils sont donc « activés »<sup>11</sup>). Différentes propositions, de sens différents, sont donc formées dans la base de texte. Cela se fait en interaction avec les connaissances du sujet, qui sont représentées sous la forme d'un graphe (un réseau) fait de nœuds reliés les uns aux autres. Les propositions formées activent donc aussi les éléments qui leur sont reliés dans le graphe; ces éléments deviennent autant d'inférences potentielles. La dernière étape de la construction de la base de texte est celle qui permet d'attribuer une force à toutes les relations ainsi créées. C'est la partie « construction » du modèle. Il en résulte une base de texte plus riche que le texte initial, mais sans cohérence interne et possiblement contradictoire. C'est alors que le lecteur s'engage dans la deuxième grande phase de traitement, l'intégration, qui le conduira à la formation du modèle de situation. L'intégration se fait de façon cyclique, en éliminant graduellement les informations les moins pertinentes (celles qui sont le moins fortement reliées aux autres) et celles qui entravent le plus la cohérence de l'ensemble de la représentation. Les informations qui sont retenues peuvent être de différents types : propositions, macropropositions, inférences, etc. Cette phase d'intégration débouche sur le modèle de situation, qui est une représentation cohérente et structurée du texte. Elle contient des éléments provenant non seulement du texte, mais aussi des connaissances du lecteur (sur le sujet du texte, sur sa structure, sur la polysémie de certaines expressions, etc.), comme dans le modèle original de van Dijk et Kintsch (1983).

Tout comme celui de Irwin (1986), autant le modèle proposé par van Dijk et Kintsch (1983) que celui proposé par Kintsch (1988) tiennent pour acquis les processus liés à la reconnaissance des mots. Ils ne s'attardent à cette dernière que très brièvement, disant que c'est ce qui permet la construction du premier niveau de représentation mentale, le verbatim du texte. Les différents processus impliqués tout au long de la compréhension ne sont par ailleurs pas définis, bien que les auteurs y fassent occasionnellement allusion. Il est donc difficile d'en déduire leurs relations et leurs interactions, voire même lesquels entrent en jeu à chacune des étapes de la construction du modèle de situation.

---

<sup>11</sup> Voir le modèle de Fayol à la section 2.4 pour une présentation des mécanismes d'activation.

#### 2.4. Modèle de Fayol (1992)

---

Fayol (1992a) adopte une vision de la compréhension en lecture très proche de celle de van Dijk et Kintsch (Van Dijk et Kintsch, 1983) présentée ci-dessus. En effet, tout comme ces deux auteurs, il affirme que comprendre un texte, c'est se forger un modèle mental de son contenu. Il écrit que la construction de ce modèle mental advient par le biais de la rencontre entre un texte (avec son contenu explicite et sa forme respectant les règles de la langue de rédaction) et un lecteur (avec ses connaissances conceptuelles et linguistiques). Lorsqu'un lecteur dispose déjà de connaissances conceptuelles suffisantes en lien avec le domaine du texte, la compréhension de ce dernier s'en trouve grandement facilitée, puisque le lecteur peut déterminer rapidement quels éléments du texte sont les plus importants et méritent qu'on leur accorde une plus grande attention. Cela pourrait être expliqué par le fait que la structure des connaissances antérieures du lecteur sert de base pour structurer les informations contenues dans le texte. Il en irait de même pour les textes narratifs, dont la compréhension serait facilitée par des connaissances sur la structure habituelle (aussi appelée « schéma de texte ») de ce genre de texte. Les connaissances du sujet à propos de la langue utilisée pour la rédaction du texte (connaissance du vocabulaire, des propriétés morphologiques, des marqueurs de relation, des signes de ponctuation et des anaphores) influenceraient aussi la compréhension. Fayol ayant en outre beaucoup étudié la résolution de problèmes mathématiques (voir par exemple Devidal et al., 1997; Fayol, 1990), les différents éléments nommés ci-dessus sont particulièrement pertinents pour notre recherche, dans la mesure où, comme nous le verrons à la section, ils s'appliquent bien à la lecture d'énoncés de problèmes mathématiques.

Dans ce modèle, l'articulation entre les connaissances du sujet et le contenu du texte se fait par le biais d'un double mécanisme d'activation et de désactivation. Les éléments du texte présents dans les connaissances du sujet sont activés, c'est-à-dire rendus disponibles en mémoire de travail, lorsqu'ils sont mentionnés dans le texte ou lorsqu'un autre élément fortement lié au premier l'est. Par exemple, si on lit « peindre une chambre », il est probable

que les items « pinceau » et « peinture » seront activés, même si on ne les retrouve pas textuellement dans cette expression. Plus un élément est central dans la représentation que se fait le lecteur du concept, plus il sera activé facilement lors de la lecture d'un texte; de la même façon, un item plus familier pour le lecteur aura besoin d'un stimulus plus faible qu'un élément moins familier pour être activé. L'activation permet de former une représentation mentale du texte qui se structure et devient cohérente au fur et à mesure que la lecture progresse. La désactivation, quant à elle, consiste en l'extinction progressive de certains éléments précédemment activés ou à leur suppression volontaire lorsqu'ils ne sont plus requis pour la compréhension. Or, étant donné la capacité limitée de la mémoire de travail, ces processus doivent s'effectuer très rapidement et être coordonnés à tous les niveaux (décodage, reconnaissance de mots, lien avec la représentation mentale en construction, etc.)<sup>12</sup>.

Le modèle de Fayol, tout comme celui de Irwin (1991), néglige le rôle de la reconnaissance des mots ainsi que celui des autres processus de bas niveau; contrairement à Irwin, toutefois, Fayol justifie cette absence en disant qu'il décrit le processus de compréhension du texte chez un lecteur expert, chez qui les processus liés à la reconnaissance des mots devraient être totalement automatisés.

Ce modèle met moins l'accent que les autres sur les nombreux processus mobilisés lors de la lecture, à l'exception bien sûr des mécanismes d'activation et de désactivation. Il est toutefois permis de se demander si ces mécanismes fonctionnent de la même façon pour relier des éléments du texte entre eux que pour puiser des informations dans les connaissances du lecteur.

## 2.5. Modèle de Deschênes (1988)

---

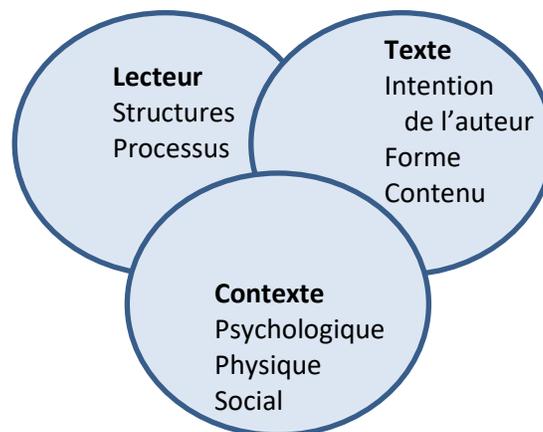
Deschênes, tout en affirmant que la compréhension est une activité mentale dont le but est la construction d'une représentation du texte, s'attarde surtout aux variables influençant cette

---

<sup>12</sup> Pour l'explication de cette combinaison de processus, Fayol renvoie au modèle de Kintsch et van Dijk (1978), qui a ensuite été repris dans van Dijk et Kintsch (1983).

compréhension. Il présente un modèle interactif de la compréhension en lecture qui, dit-il, fait consensus chez les chercheurs.

Selon ce modèle, la compréhension d'un texte relève d'une interaction entre trois variables, le lecteur, le texte et le contexte, chacune ayant ses caractéristiques propres. Les caractéristiques du lecteur comprennent ses structures, c'est-à-dire ses connaissances et ses attitudes, ainsi que ses processus, c'est-à-dire ce qu'il fait quand il lit, les habiletés qu'il utilise (Deschênes reprend à ce sujet les processus identifiés par Irwin, 1986). Le modèle s'attarde à trois aspects principaux de la variable « texte » : son contenu (thèmes, vocabulaire, etc.), sa structure et l'intention de l'auteur. Quant au contexte, il fait référence à la fois au contexte physique, au contexte psychologique et au contexte social de la lecture. Selon ce modèle, plus les différentes variables se chevauchent, meilleure est la compréhension. On pourrait donc le représenter ainsi :



**Figure 1. Modèle de la compréhension en lecture (Deschênes, 1988)**

Le modèle mis de l'avant par Deschênes présente l'avantage de tenir compte non seulement du texte et du lecteur, comme le font, même implicitement, la plupart des autres modèles, mais d'y intégrer également le contexte, qui joue également un rôle dans la compréhension. Pensons simplement, à titre d'exemple, aux distractions présentes dans l'environnement du lecteur : il est évident qu'elles peuvent diminuer la compréhension, ou à tout le moins la rendre plus ardue.

Ce modèle laisse cependant complètement de côté l'activité liée à la compréhension : s'il affirme qu'elle a lieu par l'interaction des variables que sont le texte, le lecteur et le contexte,

il ne précise ni la nature de cette interaction ni les mécanismes qui la rendent possible. De ce fait, il n'explique pas vraiment comment un texte est compris, mais plutôt à quelles conditions il peut être compris (lorsque ces variables se chevauchent suffisamment). Ici encore, la description proposée est vague : le chevauchement requis est-il plutôt de nature quantitative (les caractéristiques qui se recoupent sont nombreuses) ou de nature qualitative (on retrouve quelques caractéristiques très proches, mais peu nombreuses)? Comment détermine-t-on ce qui est « suffisant » autrement que par le résultat attendu? Ce modèle se révèle donc utile pour amener le chercheur à considérer différentes variables pouvant affecter ses données, mais peu utile pour prédire le degré effectif de compréhension d'un texte lu par un lecteur donné dans un contexte donné.

## 2.6. Synthèse des modèles de la compréhension en lecture

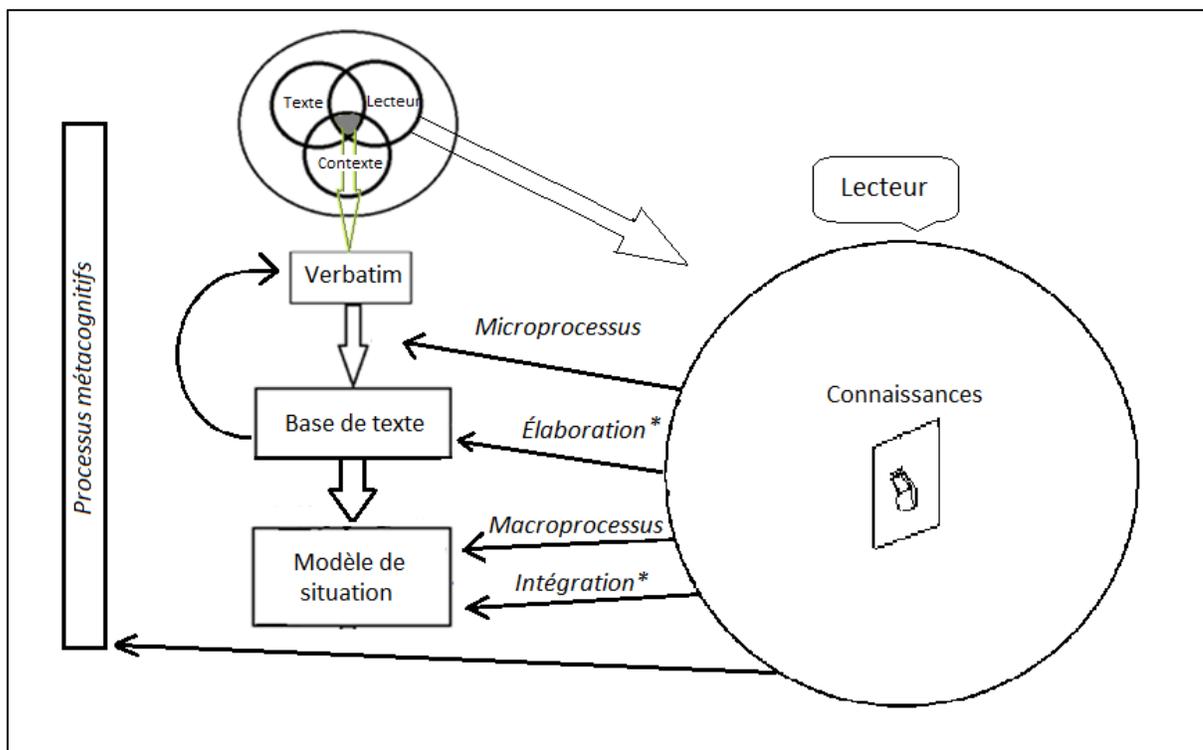
---

Les modèles que nous avons présentés sont de trois types : certains, comme celui de Deschênes (1988) et celui de la vision simple de la lecture (Gough et Tunmer, 1986), expliquent quels facteurs influencent la compréhension en lecture, sans toutefois définir clairement ce qu'est la compréhension d'un texte ni, dans le cas de Gough et Tunmer, les processus mobilisés lors de cette compréhension; d'autres, comme celui de Irwin (1986), identifient les processus mobilisés lors de la compréhension d'un texte, mais sans préciser les relations et les interactions entre ces processus; d'autres enfin, comme celui de Fayol (1992a) et celui de van Dijk et Kintsch (Kintsch, 1988; Van Dijk et Kintsch, 1983), proposent un critère afin de déterminer si un texte a été compris ou non (la construction d'une représentation mentale adéquate de ce texte, appelée « modèle de situation »), et expliquent comment cette représentation est construite, sans toutefois tenir compte des processus métacognitifs qui pourraient être impliqués ni de la variable « contexte », qui influence sans contredire le processus de compréhension, ni rendre mesurable la compréhension, puisqu'elle est définie en fonction d'une représentation mentale forcément inaccessible à une personne extérieure.

On remarque cependant une absence presque totale de contradiction irréconciliable entre ces modèles. En effet, ils adoptent des points de vue différents, considérant une même question sous différents angles, mais ces points de vue se complètent. Il existe toutefois une exception : le modèle de la vision simple de la lecture (Gough et Tunmer, 1986). Si on l'applique à un lecteur expert pour lequel la reconnaissance de mots ne pose pas de difficultés, ce modèle affirme que la compréhension en lecture peut être assimilée à la compréhension orale de la langue, alors que tous les autres modèles proposent un mode de traitement spécifique de l'écrit. En effet, la lecture d'un texte permet des retours en arrière et un temps d'interprétation que le discours oral ne permet pas, ce qui fait en sorte que des processus différents sont utilisés pour la compréhension (Kintsch, 1988; Smith, 2012). Gough, Hoover et Peterson (1996) jugent cependant ces différences mineures; en suivant leur point de vue, il serait possible de considérer que les différentes étapes et processus de compréhension d'un texte écrit proposé par les autres chercheurs pourraient également s'appliquer à la compréhension d'un discours oral et, par conséquent, à ce que Gough et Tunmer (1986) appellent « compréhension linguistique ». Le modèle synthèse que nous proposons (Figure 2) tente donc de combiner les différentes approches décrites ci-dessus, à l'exception de celui de la vision simple de la lecture. Ce modèle synthèse sera repris à la section 4.2.7 pour y intégrer les éléments relatifs à la compréhension d'un problème mathématique que nous aurons dégagés.

Dans cette figure, tout ce qui suit le diagramme de Venn placé au haut de l'image est en fait intégré dans l'intersection des trois disques composant ce diagramme; il faut le voir comme un agrandissement de la partie grisée au centre du premier cercle. Nous représentons ainsi le fait que le processus de compréhension a lieu lors de la rencontre entre le texte et le lecteur dans un contexte donné (Deschênes, 1988). La colonne centrale est constituée des trois types de représentations mentales construites par le lecteur pendant le processus de compréhension du texte : le verbatim, la base de texte et le modèle de situation (Fayol, 1992a; Van Dijk et Kintsch, 1983). La flèche semi-circulaire sur la gauche indique que le passage entre ces représentations n'est pas linéaire, mais qu'il s'agit d'un processus itératif, d'où la circularité. Les différents processus identifiés par Irwin (1986) sont reliés aux étapes où ils interviennent principalement, à l'exception des processus métacognitifs, qui sont mobilisés

tout au long de la démarche. Parmi ceux-ci, les processus inférentiels (élaboration et intégration) sont indiqués par un astérisque. Dans la bulle du lecteur se retrouvent, entre autres, ses connaissances, notamment celles en lien avec le texte, qui sont successivement activées et désactivées selon les besoins des différents types de représentation (Fayol, 1992a), ce qui est représenté par l'interrupteur.



**Figure 2. Modèle synthèse de la compréhension en lecture**

\* Les astérisques indiquent les processus inférentiels

Nous avons présenté plusieurs modèles qui tentent d'expliquer comment on passe d'un texte lu à un texte compris. Cela nécessite de recourir à une panoplie de processus plus ou moins bien identifiés, plus ou moins conscients, qui échappent pour la plupart aux observations empiriques directes. Dans le cadre de notre recherche, nous nous intéresserons de façon particulière aux processus inférentiels à cause de leur rôle central dans la compréhension, comme le montre le modèle ci-dessus. Ils interviennent en effet à plusieurs étapes de la compréhension et jouent un rôle essentiel dans la construction du modèle de situation. Le prochain chapitre sera donc entièrement consacré aux inférences, telles que comprises dans le domaine de la compréhension en lecture, dans un premier temps, et telles que comprises dans le domaine des mathématiques, et en particulier de la résolution de

problèmes, dans un deuxième temps. Nous pourrions ainsi mieux faire ressortir la richesse de ce concept, de même que les possibles implications des processus inférentiels dans la compréhension d'un genre particulier de texte, l'énoncé de problème mathématique.



### **Chapitre 3. Inférences**

---

Le chapitre précédent a présenté un portrait des principaux facteurs et processus impliqués dans la compréhension d'un texte lu, de même que, dans la mesure des connaissances actuelles, de l'articulation entre ces processus et les différentes représentations mentales menant à la construction d'un modèle de situation. Parmi ces processus, les inférences jouent un rôle primordial, puisqu'elles sont utilisées pour arriver à une représentation cohérente du texte. Or, la définition de ce qu'est une inférence et la description de son rôle exact ne ressortent pas clairement des écrits des auteurs présentés ci-dessus. Il convient donc de nous attarder plus en détail sur ce concept.

Dans ce chapitre, nous définirons d'abord le concept d'inférence dans le cadre de la compréhension en lecture pour ensuite présenter les différentes typologies proposées par les chercheurs s'étant intéressés à cette question. Cela nous permettra de préciser leurs rôles dans la compréhension en lecture, avant de faire ressortir les données empiriques les concernant. Nous poursuivrons en nous intéressant au concept d'inférence dans un cadre précis, celui des mathématiques, et tout particulièrement de la résolution de problèmes mathématiques. Cela nous conduira à formuler une définition s'appliquant aux inférences à la fois en compréhension en lecture et en résolution de problèmes mathématiques, définition qui servira de base pour la suite de cette étude.

#### **3.1. Définition générale de l'inférence en lecture**

---

Il existe une forme de consensus dans la communauté scientifique en ce qui concerne la définition du concept d'inférence dans un contexte de compréhension de texte. En effet, la grande majorité des auteurs s'entendent pour dire que l'inférence est à la fois le processus et le résultat du processus par lequel le lecteur ajoute au texte des éléments d'information qui ne s'y trouvent que de façon implicite, ou relie entre eux des éléments d'informations qui ne sont pas explicitement liés dans le texte (Dupin de Saint-André, 2011). Ainsi, Rossi et Champion (1999)

définissent les inférences comme « les informations que le lecteur ajoute au contenu explicite du texte pour le comprendre » (1999, p.494). Cunningham (1987), quant à lui, parle du processus cognitif consistant à compléter et à étendre le texte, ce qui inclut également des informations qui ne seraient pas strictement nécessaires à la compréhension du texte, mais qui y sont néanmoins ajoutées pour différentes raisons. De façon générale, on peut dire que le lecteur génère des inférences lorsqu'il intègre à une partie d'un texte des éléments d'information qui n'y sont pas textuellement présents, mais auxquels renvoient plus ou moins directement certains éléments du texte.

Certains auteurs précisent que cette définition, qui parle des inférences comme de l'intégration au contenu explicite d'un texte d'informations auxquelles il renvoie, est la définition de l'inférence dite « pragmatique », par opposition aux inférences qualifiées de « logiques » ou « formelles » (voir par exemple Martins et Le Bouédec, 1998). Ces dernières, auxquelles nous ne nous intéresserons pas dans le cadre de notre étude, relèvent davantage du domaine de la logique et sont notamment utilisées pour résoudre des syllogismes (du type « Si A, alors B; si B, alors C; donc si A, alors C », par exemple). Les inférences pragmatiques, quant à elles, prennent des formes plus variées et ne sont pas toujours strictement vraies du point de vue de la logique formelle (elles peuvent être simplement plausibles). À moins d'indication contraire, dans le cadre de ce travail, le terme « inférences » réfèrera toujours aux inférences pragmatiques.

Parmi les inférences pragmatiques, une catégorie semble se distinguer des autres chez plusieurs auteurs (Fayol, 2003; Martins et Le Bouédec, 1998): ce sont les inférences servant à résoudre les anaphores à l'intérieur d'un texte. Une anaphore est la reprise d'un élément du discours par un mot ou une expression équivalent. Par exemple, dans « Le chien a mangé son repas. Il s'est ensuite couché sur le tapis », la résolution de l'anaphore implique de comprendre que le « il » de la deuxième phrase fait référence au « chien » de la première. Pour ce faire, le lecteur doit faire une inférence, puisqu'il relie ce qu'il est en train de lire (la seconde phrase) à ce qu'il a déjà lu (la première phrase) (Chan et T'sou, 1999). Certains auteurs considèrent simplement qu'il s'agit là de l'archétype des inférences effectuées automatiquement et inconsciemment (ce que l'on appelle aussi « inférences implicites »), bien

qu'elles ne soient pas toujours totalement automatiques et inconscientes, notamment lorsque le référent n'est pas clair (Kintsch et van Dijk, 1978; McKoon et Ratcliff, 1992; Thurlow et van den Broek, 1997). Plusieurs de ces auteurs les étudient tout de même séparément des autres inférences pragmatiques. Dans le modèle de compréhension de texte de Kintsch et van Dijk (1978), par exemple, ce sont les seules inférences à être produites lors de la construction de la base de texte, puisque ce sont les seules inférences essentielles pour comprendre le texte à un niveau aussi local que le niveau propositionnel. De plus, certains auteurs considèrent que la résolution des anaphores relève davantage d'une analyse syntaxique que d'un processus inférentiel à proprement parler (voir Chan et T'sou, 1999 pour un résumé du débat). Étant donné ce statut ambigu – certains auteurs considérant les anaphores comme des inférences et d'autres, non –, nous laisserons de côté les inférences servant à résoudre les anaphores dans le cadre de cette étude. Nous ne nous intéresserons qu'aux autres types d'inférences pragmatiques.

Si la définition générale d'une inférence semble faire l'unanimité chez les chercheurs, des désaccords subsistent néanmoins quant à certaines de leurs caractéristiques. L'une d'entre elles a trait au caractère permanent ou non des inférences. En effet, lors de la lecture, certaines inférences sont générées mais ne subsistent que très peu en mémoire, souvent moins d'une seconde, alors que d'autres sont encodées et intégrées à la représentation mentale du texte (van den Broek, 1994). Certains théoriciens croient que seules celles qui sont encodées devraient être qualifiées d'inférences, mais ce débat n'a que très peu de conséquences pratiques, d'où son importance secondaire (van den Broek, 1994).

De la même façon, nous n'accorderons que très peu d'importance au débat sur la place des inférences basées sur un seul mot du texte (inférences lexicales), qui consistent à déterminer le sens d'un mot à partir de son contexte (Fraser, 1999), par opposition à celles basées sur des propositions ou des phrases. Il ne nous semble pas pertinent, pour notre objet d'étude, de distinguer les inférences en fonction de l'étendue de texte sur laquelle elles sont basées et, à l'instar de la majorité des auteurs (bien qu'il y ait des exceptions; voir à ce sujet van den Broek, 1994), nous inclurons les inférences basées sur un seul mot dans notre définition.

Un autre débat a occupé beaucoup plus de place dans la littérature scientifique, surtout pendant les années 1980 et 1990. Ce débat concerne les inférences qui sont réellement générées lors de la lecture, par opposition à toutes les inférences que peut potentiellement susciter un texte. En effet, à partir d'un texte, une multitude d'inférences peuvent être générées, mais elles ne le sont pas nécessairement toutes. Deux grandes théories, profondément opposées, tentent d'expliquer lesquelles le sont, chacune à leur façon. La première, la théorie constructionniste, représentée par Graesser *et al.* (1994), considère que le lecteur fournit un effort conscient et constant pour construire du sens lors de la lecture, générant ainsi toutes les inférences explicatives contribuant de près ou de loin à la cohérence locale et globale du texte. La seconde, la théorie minimaliste, représentée par McKoon et Ratcliff (1992), prévoit que le lecteur ne générera que les inférences strictement nécessaires à la cohérence locale du texte (au niveau de la phrase), de même que les inférences nécessaires à la cohérence globale supportées par des connaissances très facilement accessibles au lecteur. Dans ce débat, le choix de la méthodologie a souvent conduit à obtenir des résultats soutenant l'une ou l'autre des hypothèses, ce qui peut porter à croire que les deux peuvent s'avérer, selon le contexte. Ces deux théories s'accordent cependant sur un point, central pour la suite: les inférences nécessaires à la cohérence locale sont construites lors de la lecture, de même que certaines des inférences nécessaires à la cohérence globale.

Enfin, la définition des inférences générées de façon automatique et inconsciente par rapport à celles produites de façon stratégique et consciente constitue un autre lieu de débats entre chercheurs, les premières étant produites spontanément à la lecture du texte et les secondes n'étant produites que lorsque la tâche à laquelle on soumet le lecteur le requiert (van den Broek, 1994). Cette distinction donne en fait naissance à l'une des nombreuses façons de classer les inférences, que nous verrons dans la section suivante.

Nous avons défini l'inférence dans le cadre de la compréhension en lecture comme étant à la fois le processus (ou l'ensemble des processus) et le résultat du processus par lequel un lecteur intègre à un texte des éléments d'information qui n'y sont pas textuellement présents, mais auxquels renvoient plus ou moins directement certains éléments du texte, ou par lequel le lecteur relie entre eux des éléments d'informations qui ne sont pas explicitement liés dans le

texte, et ce, en vue d'atteindre une compréhension satisfaisante de ce texte. Il faut toutefois préciser que ce qu'est une compréhension satisfaisante dépend en grande partie de l'intention de lecture. Ainsi, on ne lit pas de la même façon un roman et le rapport financier d'une entreprise dans laquelle on souhaite investir : l'intention de lecture n'est pas la même dans les deux cas. En lisant un roman, l'intention est probablement simplement de se divertir : le lecteur se concentrera alors sur les grandes lignes du récit. Par contre, à la lecture d'un rapport financier, il cherchera à lire entre les lignes, à déceler les signes de croissance ou de difficulté de l'entreprise : la lecture sera donc orientée vers ces détails. En contexte scolaire, l'intention de lecture de l'élève est très souvent déterminée par la tâche qui suivra la lecture, notamment par les questions auxquelles il devra répondre (puisque c'est l'une des tâches les plus souvent demandées à la suite d'une lecture), tant est que plusieurs élèves lisent le questionnaire avant le texte afin de mieux cibler l'intention de l'activité de lecture. Si le niveau de compréhension souhaité dépend de l'intention de lecture (Van Grunderbeeck, 1993), il est fort probable que les inférences produites à la lecture dépendront aussi de cette même intention de lecture. Certaines inférences pourront même être produites de façon rétroactive, après la lecture, si elles sont nécessaires pour répondre à une question ou pour compléter une tâche. Il est donc important de tenir compte de ce facteur dans l'interprétation de résultats empiriques impliquant des tâches d'évaluation des habiletés inférentielles.

En excluant certains types d'inférences de la définition présentée ci-dessus, nous avons déjà commencé à distinguer les inférences entre elles. Nous avons vu que certains auteurs les différencient en fonction de leur degré d'automatisme ou encore de leur nécessité pour la compréhension du texte. Ainsi, de nombreuses typologies coexistent dans la littérature scientifique, chacune mettant l'accent sur quelques caractéristiques particulières des inférences. Ce sont ces différentes typologies qui seront maintenant abordées; elles nous permettront de rendre compte de la diversité et en même temps de l'unité de ce concept. Cette revue des différentes typologies nous amènera également à choisir celle qui servira le mieux nos objectifs de recherche.

### 3.2. Typologies

---

De nombreuses typologies destinées à classer les inférences ont été présentées dans la littérature, la plupart ayant été développées en fonction d'objectifs méthodologiques précis. Certaines ont été reprises par plusieurs auteurs en utilisant une terminologie différente; nous les avons alors regroupées. Voici donc les principales typologies d'inférences avec, dans la mesure du possible, un exemple pour chacune.

On peut tout d'abord classer les inférences selon leur contenu (voir par exemple Johnson-Laird, 1983). On considère que le lecteur peut inférer des informations sur le lieu de l'action, le moment à laquelle celle-ci a lieu, les instruments utilisés pour l'accomplir, etc. Par exemple, à partir de la phrase « Les Indiens se dirigeaient vers le soleil couchant », on peut déduire que les Indiens se dirigent vers l'ouest (lieu), que l'action se déroule probablement en fin de journée (temps), ou encore imaginer que les Indiens se déplacent à cheval (moyen)<sup>13</sup>. Cette typologie, comme le laissent deviner les exemples proposés, a surtout été utilisée dans le cadre de textes narratifs. Les types d'inférences possibles dépendraient alors fortement du genre littéraire du texte en question.

On remarque que les suppositions données en exemple ci-dessus n'ont pas toutes le même degré de probabilité. Cunningham (1987) place les inférences sur un continuum selon le degré de créativité que le lecteur montre en les produisant. Dans l'exemple précédent, la première inférence, qui fait appel aux connaissances du monde du lecteur (« soleil couchant » = « ouest »), est considérée comme moins créative que la dernière, tirée elle aussi des connaissances du lecteur, mais suggérée beaucoup moins directement (voire pas du tout) par le texte.

Les inférences peuvent donc être faites à partir des connaissances que le lecteur a du monde, ou du moins de la situation évoquée dans le texte, mais elles peuvent également être faites à partir des seuls éléments du texte. À partir des phrases « Catherine achète des

---

<sup>13</sup> Exemple tiré de Giasson (1990), pp.62-63.

souliers. Elle paie et sort », on pourrait déduire que ce sont les souliers qu'elle paie. Dans ce cas, toutes les informations nécessaires se trouvent à l'intérieur même du texte. On pourrait également affirmer que c'est de la boutique qu'elle sort; la boutique a été inférée à partir de ses connaissances sur l'achat de chaussures. On a alors fait appel à des informations qui n'étaient pas dans le texte. On peut donc également classer les inférences selon que les informations nécessaires pour les produire sont intra ou extratextuelles (Cain et Oakhill, 1999; Voyer et al., 2012). On utilisera, selon le cas, les termes « inférence intratextuelle » ou « inférence extratextuelle ». Il est à noter que ces inférences sont aussi appelées inférences « d'intégration », dans le cas des inférences intratextuelles, et « d'élaboration » pour les inférences extratextuelles.

De même, certaines inférences sont plus ou moins utiles à la compréhension du texte. Là où certaines sont essentielles (comme dans l'exemple de Catherine qui paie ses souliers), d'autres sont plutôt accessoires (comme le moyen de locomotion des Indiens). Il est donc possible, à l'instar de Singer (1994) et de Thurlow (1997), entre autres, de classer les inférences selon leur caractère obligatoire ou optionnel. Certains auteurs (Oakhill et al., 2003) utilisent une autre terminologie pour cette même typologie : ils parlent plutôt d'inférences de cohérence, c'est-à-dire des inférences essentielles au maintien de la cohérence du texte (et donc obligatoires), et d'inférences d'élaboration, qui ajoutent au texte des informations qui ne sont pas indispensables à sa compréhension (et donc optionnelles). Il ne faut toutefois pas confondre ces inférences d'élaboration avec celles désignées par le même terme dans la typologie précédente. En outre, on comprendra que, bien que les termes employés mettent l'accent sur un autre aspect, ces catégories (obligatoire et optionnelle – de cohérence et d'élaboration) se recoupent : on peut en effet considérer que les inférences de cohérence sont des inférences obligatoires, alors que les inférences d'élaboration sont optionnelles.

Les inférences peuvent aussi connecter l'information nouvelle à des informations déjà présentes en mémoire, que celles-ci proviennent du texte lui-même ou des connaissances du lecteur, ou à des informations à venir, et donc anticipées (comme lorsque l'on tente de prévoir la suite des événements d'un récit); on parle alors d'inférences « rétroactives » (connexion

avec des informations antérieures) ou « proactives » (connexion avec des informations à venir) (Martins et Le Bouédec, 1998; van den Broek, 1994).

Les inférences peuvent également être regroupées en fonction de leur moment de production (Casteel et Simpson, 1991; Graesser et al., 1994, etc.). Différentes études semblent montrer que les inférences ne sont pas toutes générées au moment de la lecture, mais que plusieurs seraient au contraire produites plus tard, alors que le lecteur réélabore le texte pour lui-même, ou si une question le requérant lui est posée. Nous avons mentionné brièvement le débat concernant cette dernière question à la section 3.1. En effet, plusieurs chercheurs rejettent les inférences produites lors de l'accomplissement d'une tâche subséquente, parce qu'elles ne reflètent pas vraiment le processus de lecture en situation « naturelle ». D'un point de vue méthodologique, cependant, il reste très difficile de différencier les inférences produites spécifiquement parce que la tâche proposée le nécessite de celles générées spontanément par le lecteur. Même parmi les inférences spontanément produites par le lecteur, certaines sont automatiques et donc générées de façon inconsciente, alors que d'autres peuvent être qualifiées de stratégiques parce que produites consciemment dans un but précis. Ce biais méthodologique pouvant difficilement être évité, il convient simplement d'en tenir compte dans l'interprétation des résultats des différentes recherches.

Finalement, on peut classer les inférences selon le type d'opération cognitive nécessaire à leur production. Fayol et ses collègues (1992a) considèrent qu'on peut regrouper les inférences selon trois types d'opérations cognitives : certaines inférences font appel aux capacités d'intégration, c'est-à-dire qu'elles relient différentes informations provenant de plusieurs parties du texte (par exemple, lors de la lecture d'un roman policier, elles peuvent permettre d'établir des liens entre des indices présentés au début du roman et l'interrogatoire d'un suspect quelques chapitres plus loin). D'autres sont plutôt des inférences d'élaboration, qui ajoutent au texte des informations provenant essentiellement des connaissances et expériences antérieures pertinentes du lecteur (par exemple, si on a « Joseph est invité à la fête d'anniversaire de Nicolas. Il casse son cochon et va acheter un ballon », on peut faire appel à ses connaissances sur l'usage d'apporter un cadeau lorsqu'on est invité à une fête d'anniversaire et sur les tirelires pour enfants qui ont souvent la forme d'un cochon).

Finalement, un troisième type d'inférences concerne celles produites par une démarche de sélection et de hiérarchisation : elles sont générées lorsqu'on tente de cerner l'intention de l'auteur à travers ses propos ou de déterminer le thème principal et les thèmes secondaires d'un texte, entre autres. Elles peuvent par exemple amener le lecteur à résumer un texte ou à lui trouver un titre en lui permettant de hiérarchiser les idées avancées dans ce texte selon leur importance.

À notre connaissance, un seul auteur a utilisé une combinaison de différents critères. Kintsch (1993) propose en effet une typologie basée sur trois critères : le fait que les processus mobilisés pour produire l'inférence sont contrôlés ou automatiques, le fait que l'inférence ajoute ou retire de l'information au texte et le fait que cette information est nouvelle (« créée » à partir des informations contenues dans le texte, comme lorsque le lecteur établit des liens de cause à effet) ou simplement ajoutée (Kintsch fait ici référence à des informations déjà existantes, comme des connaissances sur le monde, que le lecteur greffe au contenu du texte). Kintsch a également apporté une nuance importante à la définition d'inférence que nous avons présentée ci-dessus : il précise en effet que la production d'une inférence peut avoir pour effet de retirer une information du texte (par exemple si elle est jugée superflue, ou si elle est remplacée par une autre information). Il rejoint ainsi, en quelque sorte, la position de Fayol et de ses collègues (1992a) qui considèrent que c'est un processus inférentiel qui permet de sélectionner les informations les plus importantes d'un texte (en laissant donc de côté certaines autres, perçues comme étant moins importantes).

Il est donc possible de catégoriser les inférences de différentes façons, mais plusieurs de ces façons ne permettent pas une observation mesurable, du moins en l'absence de moyens technologiques sophistiqués et coûteux (le moment de génération, le degré de certitude, etc.). Certaines taxonomies proposent des catégories qui ne sont pas mutuellement exclusives (on peut par exemple produire une inférence en combinant des informations intra et extratextuelles). Dans le cadre de notre étude, nous adopterons une typologie qui nous permettra d'évaluer à l'aide de moyens simples la génération d'inférences. Puisque nous nous intéressons aux inférences dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques, nous choisirons une typologie qui peut être étendue à ce type de texte. Ainsi, les typologies basées

sur le contenu, développées dans le contexte de la lecture de textes narratifs, seront écartées. À la lumière de ces considérations, pour la suite de cette étude, c'est la typologie de Fayol *et al.* (1992a) qui sera retenue, d'une part à cause de sa mesurabilité et de sa facilité d'observation, et d'autre part parce qu'elle fait appel à des opérations cognitives qui pourraient bien être utilisées dans des domaines autres que la lecture et qui pourraient, par conséquent, contribuer à expliquer les liens entre la compréhension en lecture et la résolution de problèmes mathématiques, entre autres. Afin de mieux cerner ces liens, nous présenterons maintenant l'état des connaissances scientifiques concernant le rôle des inférences dans la compréhension d'un texte lu, en faisant référence aux différents modèles décrits dans le chapitre précédent.

### 3.3. Rôle des inférences dans la compréhension d'un texte

---

Nous avons montré, au chapitre précédent, qu'un élément essentiel de la compréhension de texte consiste à établir des liens entre les différentes parties du texte, de même qu'entre le texte et les connaissances du lecteur, tout en faisant ressortir les éléments les plus importants du texte. Ces relations permettent de lier et de tenir ensemble les événements, les faits, les idées, etc. décrits dans le texte. « Conséquemment, le texte est perçu et représenté en mémoire comme une structure cohérente plutôt que comme un assemblage disjoint de pièces d'informations individuelles<sup>14</sup> » (van den Broek, 1994, p.539). Or, ces liens sont établis grâce aux inférences. On reconnaît en effet dans ces éléments de la compréhension les trois types d'inférences tels que décrits par Fayol (1992a, voir section 3.2) : inférences d'élaboration pour établir des liens entre les éléments du texte et les connaissances du lecteur, inférences d'intégration pour relier les différentes parties du textes entre elles et inférences de sélection et de hiérarchisation pour discerner les éléments les plus importants.

La représentation mentale d'un texte, que l'on peut considérer comme le résultat de la compréhension de ce texte, est le résultat de plusieurs processus, dont les processus inférentiels. Ceux-ci permettent au lecteur de s'assurer de la cohérence de son modèle mental

---

<sup>14</sup> Traduction libre de « As a consequence, the text is perceived and represented in memory as a coherent structure, rather than as a disjointed assembly of individual pieces of information ».

au fur et à mesure de sa lecture et de pallier les incohérences, le cas échéant, par le biais des inférences d'intégration (Zwaan et Rapp, 2006). Nous avons déjà détaillé ce processus dans la section portant sur la construction du modèle de situation (voir section 2.3), mais il importe de rappeler ici que les inférences sont également utilisées d'autres façons lors du passage entre la base de texte et le modèle de situation : tel que précédemment défini, le modèle de situation inclut non seulement certains éléments textuellement présents dans le discours, mais également d'autres informations évoquées par le texte (bien qu'absentes de son contenu explicite). Ces dernières sont ajoutées par un processus inférentiel qui, selon la typologie de Fayol (1999) présentée dans la section précédente, donne lieu à la production d'inférences d'élaboration. Les inférences de sélection sont également sollicitées dans le passage de la base de texte au modèle de situation, car lors de ce passage, certaines informations moins pertinentes sont délaissées et supprimées de la représentation mentale. Nous ne détaillerons pas ici les règles présidant à la suppression des propositions et des concepts lors de ce passage, mais mentionnons qu'il s'agit essentiellement d'un processus visant à ne retenir que les informations les plus importantes, d'où le recours aux inférences de sélection et de hiérarchisation.

On peut donc résumer le rôle des inférences dans la compréhension d'un texte de la façon suivante : elles sont impliquées principalement lors du passage de la base de texte au modèle de situation. Elles servent, d'une part, à établir la cohérence locale (entre les éléments adjacents) et globale (au niveau macrostructurel) de cette représentation mentale et, d'autre part, à enrichir le modèle de situation en y apportant des éléments tirés des connaissances et des expériences du lecteur. Afin de compléter les bases théoriques que nous venons d'énoncer concernant le rôle des inférences dans la compréhension d'un texte, nous présentons maintenant quelques résultats empiriques portant sur les inférences. Certains de ces résultats sont issus de recherches visant à corroborer certains aspects de ces bases théoriques, alors que d'autres, de nature plutôt exploratoire, ont contribué au développement de ces théories.

### 3.4. Inférences en lecture: résultats empiriques

---

Les études portant sur les inférences se sont intéressées à différents aspects de ce concept : le développement des habiletés inférentielles, les variables les influençant, le moment de production des inférences, le type d'inférences générées, etc. Nous reprenons ici, dans cet ordre, les résultats les plus significatifs pour notre étude, c'est-à-dire ceux qui peuvent nous donner des indications sur les habiletés des élèves du secondaire, de même que ceux pouvant être appliqués à des textes autres que narratifs. Soulignons que, puisque nous nous intéressons aux élèves de la fin du secondaire, les études portant sur le développement des habiletés inférentielles, habituellement menées auprès d'enfants d'âge préscolaire et primaire, ne seront pas présentées dans cette section. Si ces études ont permis de montrer que même les très jeunes enfants sont capables de faire des inférences (à l'oral, bien sûr) et que plus ils vieillissent, plus ils sont capables d'établir des liens entre des informations distantes les unes des autres (et plus les inférences générées sont nombreuses) (voir par exemple Casteel et Simpson, 1991), celles-ci ne contribuent pas à répondre à notre question générale de recherche.

Les variables influençant la production d'inférences sont multiples. Une étude québécoise s'est penchée sur cet aspect, soit celle de Lavigne (2008), menée auprès d'élèves de la 6<sup>ème</sup> année du primaire. Lavigne a étudié l'influence de sept variables (la reconnaissance de mots, la fluidité, la compréhension à l'oral, le vocabulaire, les stratégies de détection d'incompréhensions, les stratégies de résolution de ces incompréhensions et la mémoire de travail) sur la production d'inférences de cohérence et d'inférences d'élaboration. La chercheuse a soumis à 244 élèves une série de huit épreuves : chacune d'entre elles évaluait l'une des sept variables mentionnées ci-dessus, et la dernière permettait de mesurer la production d'inférences. Ces épreuves ont toutes été conçues par la chercheuse, à l'exception de celle de vocabulaire et de celle de reconnaissance de mots, et elles ont été administrées la même journée. Si les analyses de régression menées par cette auteure ont pu établir une influence significative de quatre de ces variables (la fluidité, la compréhension à l'oral, les stratégies de résolution des incompréhensions et la mémoire de travail) sur la production d'inférences à l'écrit, c'est tout de même la compréhension à l'oral qui s'est révélée être le

facteur le plus fortement lié à la production d'inférences en lecture. Par ailleurs, les résultats indiquent qu'autant à l'oral qu'à l'écrit, les questions qui demandaient simplement de repérer une information dans le texte étaient beaucoup mieux réussies que les questions inférentielles. Cette étude a également mis en évidence une corrélation significative allant de faible à moyenne ( $0,212 < r < 0,596$ ) entre toutes les variables indépendantes à l'étude et le score en production d'inférences de cohérence, à l'exception des stratégies de détection des incompréhensions, ainsi qu'entre toutes les variables indépendantes à l'étude et le score en production d'inférences d'élaboration. Elle a également permis de faire ressortir le fait qu'il n'y a qu'un faible écart dans le niveau de réussite entre les deux types d'inférences lors de l'épreuve de production d'inférence à l'écrit (71,04 % pour les inférences de cohérence contre 69,94 % pour les inférences élaboratives). On sait donc qu'il y a un lien entre ces différentes habiletés et la production d'inférences, du moins chez les enfants, sans cependant qu'un lien de causalité n'ait été établi.

Il importe de mentionner une étude abondamment citée, celle de Cain et Oakhill (1999), faite auprès d'enfants de 7 et 8 ans. Le premier objectif de ces chercheuses était de déterminer la direction du lien de causalité entre la réussite en production d'inférences et la réussite en compréhension en lecture. Leur second objectif consistait à explorer les raisons pour lesquelles les enfants éprouvent des difficultés à produire des inférences. Pour ce faire, les chercheuses ont procédé à un double appariement : au groupe expérimental, composé d'enfants éprouvant des difficultés en compréhension en lecture (mais ayant bien réussi à une épreuve compréhension orale), elles ont apparié deux groupes contrôles, l'un composé d'enfants du même âge n'ayant pas de difficultés en compréhension en lecture (contrôle âge) et l'autre composé d'enfants plus jeunes, sans difficultés en compréhension de lecture, de même niveau de lecture que les enfants du premier groupe (contrôle lecture). Les élèves faibles en compréhension ont obtenu un résultat significativement inférieur à celui des deux autres groupes pour ce qui est des inférences intratextuelles, alors que pour les inférences extratextuelles, autant les élèves faibles en compréhension que leurs pairs plus jeunes ont moins bien performé que les élèves du groupe contrôle âge, sans qu'il y ait de différence significative entre ces deux premiers groupes. Le fait que les élèves en difficulté et leurs pairs de même niveau de lecture aient obtenu des résultats semblables au niveau des inférences

extratextuelles pourrait indiquer un lien entre l'habileté à faire des inférences extratextuelles et la compréhension du texte, puisque ces deux groupes ont en commun, par rapport aux élèves du groupe d'élèves plus âgés et sans difficulté, une moins bonne compréhension en lecture et une habileté moindre à produire des inférences extratextuelles. Par contre, le fait que les élèves en difficulté performant moins bien que les deux autres groupes sur le plan des inférences intratextuelles surprend : on se serait en effet attendu à ce que les élèves de même niveau de lecture obtiennent un résultat semblable à celui des élèves en difficulté. Cela pourrait signifier que la difficulté à établir des inférences intratextuelles serait le propre des élèves faibles en lecture (par rapport à leur groupe d'âge), et donc que cette habileté serait discriminante au niveau du rendement en lecture. Il est en outre intéressant de noter que le score obtenu pour la tâche de rappel littéral du texte, dans laquelle on demandait aux élèves de récrire le texte de mémoire le plus exactement possible, n'est significativement corrélé au résultat de compréhension en lecture chez aucun des groupes. À la lumière de ce que nous savons sur la construction du modèle de situation (voir section 2.3), nous pourrions interpréter ce résultat comme un indice de l'absence d'un modèle de situation adéquat chez les élèves éprouvant des difficultés de compréhension : ils réussiraient à construire une base de texte adéquate au même titre que leurs pairs normo-lecteurs (ce qui expliquerait que la réussite à la tâche de rappel littéral ne diffère pas en fonction de la compréhension en lecture), mais n'iraient pas jusqu'au niveau suivant, le modèle de situation, qui fait appel aux inférences. Cela corrobore en outre le fait que la base de texte ne suffit pas pour arriver à une bonne compréhension du texte, puisque les élèves faibles en compréhension arrivent à en construire une adéquate. Dans l'ensemble, cette recherche montre que les participants éprouvant des difficultés en compréhension en lecture font significativement moins d'inférences que leurs pairs de même âge sans difficultés, et moins d'inférences intratextuelles que les participants de même âge lecture mais d'âge chronologique plus jeune. Une mauvaise compréhension en lecture irait donc de pair avec un certain déficit sur le plan de la production d'inférences. Les auteures de cette étude affirment que les difficultés en compréhension en lecture seraient la conséquence, et non la cause, des lacunes en production d'inférences, et ce, bien que la méthodologie utilisée ne permette pas d'en être certain. En outre, comme les élèves en difficulté ont aussi bien réussi que leurs pairs lorsqu'on leur a permis de retourner voir dans le texte, ils seraient tout autant capables que les autres de faire des inférences. Ils se

distingueraient plutôt quant à leurs objectifs de lecture, étant moins concentrés sur la compréhension du texte que sur l'exactitude de leur lecture, par exemple. De même, ils pourraient avoir de la difficulté à savoir quand utiliser leurs connaissances du monde pour comprendre un texte, ce qui expliquerait leurs difficultés persistantes au niveau des inférences extratextuelles.

Nous avons vu que dans le domaine de la lecture, les inférences pouvaient être définies comme l'ensemble des processus et des résultats de ces processus qui permettent de compléter, de relier ou de sélectionner les informations contenues dans un texte pour en avoir une meilleure compréhension. Nous avons également présenté différents types d'inférences, tout en soulignant que plusieurs d'entre eux sont fortement dépendants du genre littéraire du texte en question. Qu'en est-il alors des textes mathématiques, et plus spécifiquement des énoncés de problèmes mathématiques? L'inférence en mathématique peut-elle être définie de la même façon que dans le cadre de la compréhension en lecture? Si la production d'inférences semble être un déterminant de la compréhension en lecture, vraisemblablement à cause de leur rôle dans la construction d'un modèle de situation, sont-elles tout aussi importantes dans la compréhension d'un problème mathématique? La prochaine section tente de répondre à ces questions tout en tissant des liens entre les inférences en lecture et les inférences en résolution de problèmes mathématiques.

### 3.5. Inférences en mathématiques

---

L'usage du terme « inférences » dans le domaine des mathématiques peut facilement porter à confusion, notamment à cause des nombreuses acceptions de ce mot. En effet, on peut parler d'inférences statistiques (qui permettent d'induire, à partir des caractéristiques d'un échantillon, des traits de la population de laquelle il est tiré), d'inférences bayésiennes (qui cherchent à quantifier la probabilité de vérité d'une proposition à partir d'observations) ou encore d'inférences logiques (qui servent à mettre en relation des propositions afin d'arriver à une conclusion de vérité, de fausseté ou de probabilité). Certains points de vue tentent cependant de réconcilier – du moins en partie – les différents sens de l'inférence en

mathématiques en incluant les inférences pragmatiques telles que définies ci-dessus. L'incertitude relative liée à ces inférences (voir, par exemple, la typologie selon le degré de probabilité proposée par Cunningham à la section 3.2) peut, de prime abord, sembler en contradiction avec les principes d'exactitude et de rigueur du raisonnement mathématique, mais, comme nous le verrons ci-dessous, ce n'est pas le cas (Pólya, 1954). Dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques, comme dans la lecture d'un texte quelconque, le recours à un processus inférentiel peut être nécessaire pour que les énoncés des problèmes (qui sont des textes d'un genre particulier, bien entendu; voir à ce sujet Gerofsky, 1999) puissent être bien compris, et en particulier pour que toutes les informations nécessaires à la résolution de ces problèmes puissent être dégagées.

Nous présenterons d'abord deux points de vue qui abordent la question de l'inférence dans le raisonnement mathématique, ceux du raisonnement plausible de Pólya (1954) et des inférences figurales de Richard (2004). Nous nous intéresserons ensuite de façon plus spécifique aux recherches ayant porté sur les processus inférentiels lors de la résolution de problèmes arithmétiques. Nous pourrons alors combiner les savoirs issus du domaine de la lecture et ceux issus des mathématiques et de la didactique des mathématiques pour définir l'inférence dans le cadre de la compréhension et de la résolution de problèmes mathématiques.

### 3.5.1. Le raisonnement plausible (Pólya, 1954)

George Pólya est surtout connu pour avoir proposé une modélisation des étapes de résolution de problèmes mathématiques (Pólya, 1945). On oublie cependant souvent qu'il a également publié un essai intitulé « Patterns of Plausible Inferences » (Pólya, 1954) dans lequel il fait le pont entre les inférences logiques, telles que définies à la section 3.1, les inférences pragmatiques et le raisonnement mathématique, en particulier le raisonnement probabiliste. Il y montre que les inférences pragmatiques proviennent souvent d'un raisonnement analogue à celui permettant de produire des inférences logiques, mais avec un degré de certitude inférieur, ce qui peut être modélisé de façon mathématique en faisant appel aux probabilités et en particulier aux inférences bayésiennes. Il donne l'exemple suivant, que

l'on pourrait rencontrer dans le cadre d'un procès criminel : « Le suspect a fait exploser le yacht. Le suspect s'est procuré des explosifs.<sup>15</sup> » (Pólya, 1954, p. 28). Il est certain que la première affirmation implique la seconde (autrement dit, le suspect ne peut pas avoir fait exploser le yacht sans s'être procuré d'explosifs). Si on prouve que le suspect s'est effectivement procuré des explosifs (et donc que la seconde affirmation est vraie), on ne peut pas, du point de vue de la logique formelle, en conclure que le suspect a fait exploser le yacht, mais dans la réalité, cette hypothèse gagne en crédibilité, d'autant plus qu'il est très inhabituel de se procurer des explosifs sans avoir l'intention de faire exploser quelque chose. Le domaine des probabilités, et en particulier des probabilités conditionnelles, permet d'explorer ces relations et d'affirmer, dans le cas de notre exemple, que plus la seconde affirmation (le fait de se procurer des explosifs) est improbable pour un individu quelconque, plus il est probable que la première soit vraie si la seconde l'est. La position de Pólya nous amène à conclure non seulement que les inférences pragmatiques ont leur place dans le raisonnement mathématique, mais également qu'elles constituent des bases légitimes pour ce raisonnement, ce qui est d'une importance capitale pour pouvoir fonder la résolution d'un problème sur de telles inférences.

### 3.5.2. Les inférences figurales (Richard, 2004)

---

Richard, quant à lui, s'est intéressé au raisonnement dans le cadre de situations de validation en géométrie. En étudiant la démarche d'élèves qui tentaient d'expliquer leur raisonnement, il s'est aperçu que dans plusieurs cas, les figures géométriques permettaient des « pas de raisonnement<sup>16</sup> » authentiques (Duval, 1995). Il utilise la typologie d'inférences basée sur le contenu présentée par Duval (1995) qui parle d'inférences basées sur l'argumentation verbale (en langage naturel), qu'il appelle « inférences discursives » et d'inférences produites à partir des règles de la logique (« inférences sémantiques »). Richard y ajoute le concept d'inférence figurale pour expliquer ces « pas de raisonnement » fondés sur des figures. En combinant les différents types d'inférences mentionnées par ces auteurs, soit les inférences figurales, les inférences discursives et les inférences sémantiques, on peut mieux suivre le

---

<sup>15</sup> Traduction libre

<sup>16</sup> En bref, chez Duval (1995), un pas de raisonnement est une étape qui fait progresser un raisonnement en confirmant la vérité de ce qui n'était, avant ce pas, qu'une conjecture.

raisonnement d'un élève, raisonnement qui reste unifié malgré les allers-retours entre plusieurs registres (graphique, verbal et symbolique). Cela se révèle particulièrement important à cause de la pluralité des registres qui caractérise de nombreux problèmes mathématiques.

À la fois chez Duval (1995) et chez Richard (2004), l'inférence peut être définie comme un processus permettant l'adjonction d'éléments à ceux déjà connus. Ces chercheurs ont donc en commun avec les autres présentés ci-dessus (section 3.1) une définition selon laquelle l'inférence permet d'ajouter une information à un texte et ce, de façon pragmatique, c'est-à-dire sans avoir besoin de s'appuyer sur des règles de logique formelle ou sur des éléments théoriques qui peuvent justifier ce pas de raisonnement (comme une définition ou un théorème). Par contre, leur point de vue sur les inférences dépasse celui des autres en ce qu'il considère la possibilité d'effectuer des inférences tout au long du raisonnement, et non seulement à partir du texte lui-même.

### 3.5.3. Inférences en lecture et résolution de problèmes mathématiques

---

Dans le contexte plus spécifique de la résolution de problèmes mathématiques, plusieurs chercheurs font allusion aux inférences, sans toutefois en spécifier ni la nature, ni les caractéristiques. C'est le cas par exemple de Hegarty, Mayer et Monk (1995b) qui affirment qu'à partir de l'énoncé du problème, certaines informations nécessaires à sa résolution (notamment en ce qui concerne les relations entre les données) pourront être inférées. Ils proposent l'exemple du problème suivant : « Chez Lucky, le beurre coûte 65¢ le bâton. C'est 2¢ de moins que le bâton de beurre chez Vons. Combien coûteront 4 bâtons de beurre Vons? <sup>17</sup>» (Hegarty et al., 1995b, p. 23). Pour résoudre le problème correctement, il faut comprendre que le beurre coûte plus cher chez Vons que chez Lucky : c'est l'information qui doit être inférée à la lecture de l'énoncé de ce problème. Sans cette inférence, il est très difficile de résoudre ce dernier adéquatement.

---

<sup>17</sup> Traduction libre.

Kintsch et Greeno (1985) sont quant à eux plus explicites en ce qui concerne la place des inférences dans le processus de résolution de problèmes mathématiques. Ils se basent sur le modèle de compréhension en lecture de van Dijk et Kintsch (1983) et admettent qu'il y a construction de deux représentations mentales lors de la lecture d'un énoncé : une représentation sémantique, la base de texte, et un modèle de situation (qu'ils appellent « modèle de problème »), qui inclut des inférences générées à partir des connaissances du lecteur sur le problème (son contexte, les concepts mathématiques auxquels il réfère, etc.). Pour ces auteurs, le modèle de situation est une représentation mathématique du problème, indépendante de la formulation du texte et intégrée aux expériences et aux connaissances pertinentes du lecteur (ses expériences de résolution de problèmes similaires, par exemple). Il est intéressant de noter que, toujours selon Kintsch et Greeno, la forme du modèle de situation est déterminée par la tâche que le lecteur devra accomplir suite à la lecture, autrement dit, par l'intention de lecture. C'est là un élément très important, car c'est cet objectif qui détermine quelles inférences doivent être produites ou, au contraire, inhibées. Dans le cas de la résolution d'un problème, le modèle de situation est construit en intégrant aux éléments du texte des informations nécessaires à la résolution mais absentes du texte, tout en éliminant les informations de ce même texte qui ne sont pas utiles à la résolution. Les processus inférentiels mobilisés dans la résolution d'un problème mathématique seraient donc, selon ces auteurs, les mêmes que ceux impliqués dans la compréhension d'un texte générique. Ils ne seraient modulés que par l'intention de lecture, qui est la résolution du problème.

#### 3.5.4. Inférences spécifiques en résolution de problèmes mathématiques

Porcheron (1998) s'est lui aussi intéressé à la production d'inférences lors de la résolution de problèmes arithmétiques. Son approche est originale en ce que, contrairement à Hegarty, Mayer et Monk (1995b) et à Kintsch et Greeno (1985), elle ne se base pas sur des théories de compréhension en lecture; elle est donc en quelque sorte plus spécifique au domaine des mathématiques. Selon lui, les inférences sont produites soit pour créer une nouvelle variable (qui sera utile à la résolution du problème), soit pour attribuer une caractéristique à une variable. Prenons les exemples suivants : « Jean a gagné 3 billes. Maintenant il a 5 billes.

Combien Jean avait-il de billes au départ? » (Fayol, 1990, p. 179). On remarque qu'aucune phrase de l'énoncé (à part la question) ne fait référence aux billes que Jean avait au départ. Pour résoudre ce problème (destiné à des élèves du début du primaire), l'élève doit inférer une nouvelle variable, qui est la collection de billes que Jean avait au départ. La nécessité de produire cette inférence rend par ailleurs le problème considérablement plus difficile pour les jeunes enfants. En effet, l'ajout au début de l'énoncé d'une phrase telle que « Jean avait quelques billes », qui rend explicite la présence de la variable « collection de billes au départ », augmente le taux de réussite de ce problème de près de 20 %. Porcheron (1998) souligne cependant que cette différence n'existe plus chez les élèves plus âgés, ce qui pourrait témoigner d'une automatisisation de certains processus inférentiels. Dans l'exemple suivant, par contre, toutes les variables sont évoquées dans l'énoncé : « On veut recouvrir de céramique le plancher d'une cuisine. On a dépensé 425\$ pour une céramique qui coûtait 35\$ le mètre carré. Quelle surface a-t-on recouverte? » Il faut cependant inférer que la céramique achetée correspond à la surface recouverte et que celle-ci est mesurée en mètres carrés. Il s'agit donc ici d'inférer des caractéristiques d'une variable. Il est en outre intéressant de noter, comme le font Houdement et Paris (2003), que pour arriver à la solution attendue, il faut parfois inhiber les inférences faites à partir des connaissances sur le monde. Dans le problème de la céramique présenté ci-dessus, par exemple, l'utilisation des connaissances sur le monde pourrait amener l'élève à tenir compte des pertes lors de la pose, et à conclure que la surface réellement recouverte est moindre que la surface que l'on peut couvrir avec la céramique achetée.

Les deux types d'inférences proposés par Porcheron sont difficiles à mettre en parallèle avec les types identifiés par d'autres auteurs, notamment à cause de leur grande spécificité. On pourrait toutefois entrevoir une parenté entre les types proposés par Porcheron et les typologies basées sur le contenu des inférences, comme celle mise de l'avant par Johnson-Laird (1983), par exemple (présentée à la section 3.2). En effet, on pourrait considérer que Porcheron classe les inférences selon leur contenu : nouvelle variable ou valeur attribuée à une variable existante. Or, nous avons vu que les typologies d'inférences basées sur le contenu restent fortement dépendantes du type de texte lu (texte narratif, explicatif, énoncé de problème arithmétique, etc.). On peut en outre imaginer des problèmes où une variable doit à

la fois être créée et caractérisée. Considérons par exemple le problème suivant : « Dans une ferme, on retrouve des poules et des vaches. On compte un total de 18 têtes et de 50 pattes. Combien y a-t-il d'animaux de chaque sorte? » Pour le résoudre, il est impératif d'ajouter l'information selon laquelle les vaches ont quatre pattes (et les poules, deux). Intuitivement, il semble cependant que cet ajout relève d'un seul et même processus inférentiel, et non d'un processus double dans lequel on créerait d'abord la variable « nombre de pattes d'une vache » pour ensuite, par une seconde inférence, lui attribuer la valeur « quatre ». La typologie d'inférences que nous avons privilégiée ci-dessus (section 3.2) permet de mieux rendre compte des similitudes entre les processus inférentiels dans des contextes différents, puisqu'elle est basée sur les opérations cognitives sous-jacentes (intégration, élaboration, sélection et hiérarchisation), opérations qui ne sont pas spécifiques à un domaine ou à une discipline, et c'est pourquoi nous continuerons de nous y tenir.

Cette section nous a permis de constater que la définition de l'inférence est moins homogène dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques que dans le cadre de la compréhension en lecture. En effet, les sens de l'inférence logique, de l'inférence pragmatique et de l'inférence probabiliste s'entremêlent les uns aux autres. En mathématiques, le processus inférentiel fait le plus souvent référence, plus ou moins directement, à la déduction d'informations à partir des informations connues<sup>18</sup>. Ces informations nouvelles peuvent provenir des connaissances du sujet ou être déduites à partir du texte de l'énoncé. Elles peuvent également apparaître au cours de la démarche de résolution et faire le pont entre deux étapes successives d'un même raisonnement; elles sont alors déduites d'autres informations, elles-mêmes déduites précédemment. Nous concluons maintenant ce chapitre en résumant ce que nous avons dégagé jusqu'ici du rôle des inférences dans la compréhension d'un texte.

### 3.6. Synthèse : inférences et compréhension d'un texte

---

Nous avons présenté, dans le chapitre portant sur la compréhension de texte (voir le chapitre 2), différents modèles de compréhension en lecture. Ces modèles décrivent divers

---

<sup>18</sup> Nous considérons ici les syllogismes comme une forme particulière de raisonnement déductif.

aspects de la compréhension d'un texte, et plusieurs d'entre eux font référence à la construction de représentations mentales du texte en question. Par ailleurs, plusieurs recherches montrent l'importance de la construction de modèles mentaux pour la compréhension véritable d'un texte. Selon les modèles de compréhension en lecture, il existe plusieurs niveaux de représentations mentales, allant de la plus textuelle à la plus personnalisée, mais il semblerait que le modèle de situation, correspondant au niveau le plus élevé de représentation, soit le seul qui permette une compréhension en profondeur. Ce modèle de situation retiendrait les informations importantes du texte et les intégrerait aux connaissances et expériences pertinentes du lecteur.

La construction de ce modèle de situation se ferait par le moyen des inférences, dont il a été question dans ce troisième chapitre. Plusieurs études ont mis en évidence leur rôle fondamental dans la compréhension : inférences d'intégration pour arriver à une représentation cohérente de l'ensemble du texte, inférences de sélection pour hiérarchiser les idées du texte et ne retenir que les plus importantes, et inférences d'élaboration pour y ajouter des informations extratextuelles qui enrichissent la compréhension. Les remarques précédentes s'appliquent de façon générale à tous les types de textes. En effet, bien que la très grande majorité des études ait été faite sur des textes narratifs (van den Broek, Virtue, Everson, Tzeng et Sung, 2002), quelques auteurs (Hegarty, Mayer et Monk, 1995a; Kintsch et Greeno, 1985) ont confirmé que ce même processus se vérifiait lors de la compréhension de problèmes mathématiques.

Afin de mieux comprendre le rôle des inférences dans la résolution d'un problème mathématique, nous explorons maintenant ce dernier en tant que genre littéraire particulier, avec ses spécificités et ses défis propres pour la compréhension. C'est là l'objet du prochain chapitre, qui porte sur la compréhension d'un problème mathématique.

## Chapitre 4. Compréhension d'un problème mathématique écrit

---

La compréhension de l'énoncé du problème mathématique écrit peut, à certains égards, être comparée à la compréhension d'un texte; cependant, l'énoncé de problème se distingue aussi des autres genres de textes par plusieurs de ses caractéristiques, ces dernières affectant sa compréhension. Dans cette section, nous commençons par définir le problème mathématique et quelques-unes de ses caractéristiques principales, pour nous concentrer ensuite sur le processus de compréhension qui y est associé, en incluant notamment une brève présentation des types de démarche utilisés dans la résolution de problèmes. Nous abordons ensuite de façon plus détaillée le rôle des inférences dans la compréhension et la résolution d'un problème mathématique, puis nous décrivons quelques études empiriques portant sur ces thèmes. Nous concluons ce chapitre par un bilan des connaissances théoriques et empiriques dégagées jusqu'ici afin de préciser l'orientation de notre recherche par le biais des questions spécifiques auxquelles elle tentera de répondre.

### 4.1. Définition du problème mathématique

---

Le MELS, afin de différencier les problèmes mathématiques « véritables » de ceux qui ne sont en fait que des exercices présentés sous forme de texte (et souvent appelés « problèmes », même s'ils n'en sont pas vraiment), utilise le terme « situation-problème ». Selon le MELS (2006), pour que l'on puisse parler de situation-problème, il est essentiel d'y retrouver un aspect de nouveauté : une situation-problème ne peut pas entrer dans une routine et la façon de parvenir à la solution doit être inconnue *a priori*. Cependant, la personne qui la résout doit également avoir le sentiment qu'elle peut arriver à cette solution. Autrement dit, la situation-problème ne doit pas être perçue comme un défi insurmontable. Ceci signifie que la notion de situation-problème est relative et dépend de la personne à qui cette situation-problème est présentée (Brun, 1990).

Ces deux conditions, de la nouveauté et du défi surmontable, sont celles qui, selon Voyer (2006), font consensus au sein de la communauté scientifique pour définir ce qu'est un problème mathématique. Mayer et Hegarty (1996) présentent quant à eux le problème mathématique comme un ensemble de trois éléments fondamentaux : une situation initiale, un but (une situation finale) et un ensemble d'opérations permises. Ils insistent eux aussi, tout comme Brun (1990) sur le fait que la manière de passer de la situation initiale à la situation finale ne doit pas être connue à l'avance : ce passage constitue la résolution du problème.

Brousseau et Gibel (2005) énumèrent également ce qu'ils considèrent comme les caractéristiques fondamentales d'un problème mathématique : l'élève doit posséder des connaissances suffisantes pour être en mesure de développer les stratégies de base sollicitées par la situation; les connaissances nécessaires au développement des autres stratégies requises par la situation ne sont pas trop éloignées des connaissances actuelles de l'élève; l'élève est en mesure d'évaluer lui-même la validité de sa solution; l'élève peut faire plusieurs essais. Les premières de ces caractéristiques rejoignent celles que nous avons énoncées ci-dessus; nous pourrions les regrouper en affirmant qu'un problème doit constituer un défi raisonnable pour l'élève. Afin de mieux comprendre les caractéristiques énoncées par ces auteurs, il importe de les resituer dans leur contexte. En effet, pour Brousseau et Gibel, les problèmes servent à introduire de nouvelles connaissances; ils mettent donc l'élève dans une situation où il doit développer et tester de nouvelles procédures (Brousseau et Gibel, 2005). Ils ont par ailleurs un caractère imprévisible, en ce sens qu'ils peuvent conduire certains élèves à emprunter des chemins inattendus pour parvenir à la solution. On devrait, selon ces auteurs, les utiliser pour créer des conditions favorables à la recherche d'informations, à la vérification de la pertinence et de la validité des informations, à la formulation d'hypothèses, à l'organisation d'une démarche de résolution, etc., leur but ultime étant d'amener l'élève à s'engager dans un raisonnement véritable. Cette définition ne convient cependant pas aux problèmes utilisés pour l'évaluation des apprentissages, puisque le but n'est alors pas de développer de nouvelles connaissances chez les élèves. Dans le cadre de notre étude, nous souhaitons évaluer l'habileté des élèves à résoudre des problèmes; il convient donc de nous limiter aux caractéristiques pouvant être appliquées aux problèmes destinés à l'évaluation, c'est-à-dire celle de défi

raisonnable et de possibilité de validation de la solution par l'élève. À ce sujet, nous verrons à la section 4.2.2 le rôle des inférences dans la validation de la solution.

D'autres critères, généralement implicites, peuvent être ajoutés aux précédents pour définir le problème mathématique : il est le plus souvent présenté principalement en mots, parfois accompagnés de tableaux, figures, graphiques ou autres. C'est pourquoi la littérature anglophone utilise souvent l'expression « *word problem* », mais cette terminologie inclut très souvent des exercices qui ne sont pas de véritables problèmes. Ces derniers requièrent également des notions et des processus mathématiques pour parvenir à la solution, sans quoi on ne peut parler de problèmes *mathématiques*. Finalement, la démarche comporte habituellement plusieurs étapes, surtout dans le cas des problèmes proposés au niveau secondaire. Cela est cohérent avec le fait que le chemin pour parvenir à la solution doit être inconnu *a priori* : si une seule étape était nécessaire, il serait difficile de vérifier si le sujet connaît ou non ce chemin avant de se lancer dans le processus de résolution. De plus, dans ce cas, il serait facile de se retrouver dans une simple application de concepts et de processus déjà étudiés, ce qui constitue un critère d'exclusion de la définition du problème mathématique.

Ainsi, nous utiliserons dans ce texte le terme « problème » dans un sens plus restrictif que dans l'usage courant, où le terme « problème » englobe souvent à la fois les véritables problèmes et ce que l'on pourrait qualifier d'exercices en mots, c'est-à-dire d'exercices mathématiques présentés sous forme de mots mais qui ne présentent aucune nouveauté et qui ne sont que des répétitions d'autres exercices déjà réalisés. Ce que nous qualifierons de « problème mathématique » devra donc avoir ces caractéristiques fondamentales : il constitue un défi raisonnable pour l'élève à qui il est destiné; il présente un caractère nouveau, inédit; la démarche doit être inconnue *a priori*; il requiert la mobilisation de connaissances mathématiques pour sa résolution. À ces caractéristiques fondamentales qui font généralement consensus s'ajoutent les suivantes, elles aussi importantes : l'élève peut valider lui-même sa solution; plusieurs démarches sont possibles; l'énoncé est présenté principalement en mots. Ces caractéristiques étant définies, voyons ce que disent les chercheurs du processus de compréhension des problèmes mathématiques.

## 4.2. Processus de compréhension d'un problème mathématique

---

L'énoncé de problème mathématique constitue un type de texte relativement bien défini. On y retrouve le plus souvent certaines particularités linguistiques, tant au niveau du vocabulaire que de la syntaxe (voir section 1.3.3 pour de plus amples détails). Il se distingue par ailleurs d'autres genres littéraires en ce que la question à laquelle on doit répondre suite à la lecture est toujours incluse dans l'énoncé et en fait partie intégrante. Il est donc légitime de croire que certains aspects de la compréhension en lecture présentés au chapitre 2 sont mobilisés pour comprendre l'énoncé d'un problème mathématique, mais certaines nuances pourraient devoir être apportées. Il en va de même pour le rôle des inférences dans la résolution des problèmes mathématiques. Nous nous attarderons donc, dans les prochains paragraphes, aux processus liés à la compréhension de ces problèmes, ainsi qu'à certains modèles qui tentent d'expliquer comment ces processus sont articulés entre eux.

Traditionnellement, la résolution de problèmes mathématiques a été présentée comme une activité séquentielle dans laquelle s'enchaînaient quelques étapes, généralement définies comme suit : compréhension du problème (ou de son énoncé, qui sont souvent assimilés), planification de la démarche, exécution de la démarche, obtention d'une solution, validation de la solution (Radford, 1996a). Comme le soulignent certains auteurs (Radford, 1996b; Verschaffel, Greer et De Corte, 2002), ces étapes sont rarement linéaires et la compréhension se peaufine au fur et à mesure que le sujet avance dans sa démarche de résolution. Il y a donc une interdépendance des étapes, une sorte de relation circulaire entre l'une et l'autre. Cette constatation se base sur les résultats d'une étude où on a soumis à des élèves une tâche de rappel d'un énoncé de problème mathématique à deux moments : un premier rappel immédiatement après la lecture de l'énoncé du problème et avant le début de sa résolution, et un deuxième rappel une fois la résolution terminée. Ces résultats montrent que les élèves ajustent leur compréhension en fonction de leur démarche de résolution, parfois en la déformant, au fur et à mesure qu'ils progressent dans celle-ci (Radford, 1996a). Le même auteur fait remarquer que dans la plupart des modèles du processus de résolution de problèmes, on prend pour acquis que la compréhension d'un problème découle directement de la lecture de son énoncé, alors qu'elle semble être en réalité beaucoup plus complexe. Se

contenter d'appliquer quelques stratégies habituelles de compréhension en lecture pour tenter de comprendre un énoncé de problème mathématique (souligner les informations importantes, par exemple), comme on le recommande généralement dans les manuels, s'avère alors inefficace ou seulement partiellement efficace (Radford, 1996b). En effet, il ne suffit pas de développer une compréhension littéraire de l'énoncé du problème mathématique; il faut plutôt en développer également une compréhension mathématique, incluant notamment une vue d'ensemble des données pertinentes (ce qui comprend souvent des données qui ne sont pas exprimées littéralement dans le texte et qui exclut, parfois, des données superflues). Ainsi, la compréhension véritable d'un problème mathématique requiert d'en arriver à un modèle mental qui comprend toutes les données pertinentes, incluant celles qu'il faut inférer (Julo, 2002; Kintsch et Greeno, 1985). En ce sens, la compréhension d'un énoncé de problème ne diffère pas de la compréhension d'un texte telle que présentée au chapitre deux : il faut une représentation mentale complète et cohérente, incluant des informations inférées, pour que l'on puisse parler de compréhension.

Dans les prochaines sections, nous aborderons différents modèles de la compréhension de problèmes mathématiques. Les modèles qui tentent d'expliquer comment un problème mathématique est résolu ne sont pas très nombreux, ni très récents. Plusieurs de ces modèles se concentrent en outre sur la phase « opérationnelle » du problème, considérant que la compréhension est acquise dès que l'énoncé du problème est lu, et qu'une difficulté à ce niveau ne relève pas du domaine des mathématiques, mais exclusivement du domaine linguistique. Nous ne nous attarderons pour notre part qu'aux modèles abordant explicitement la compréhension, puisque c'est là l'objet de notre recherche. En guise d'introduction à la présentation des modèles de résolution de problèmes mathématiques, nous exposerons brièvement le point de vue de Sierpinska (1995) sur ce qu'est la compréhension en mathématiques. Nous verrons ensuite plusieurs modèles de résolution de problèmes (dont certains seulement prennent en considération de façon explicite l'interdépendance des étapes de résolution), en commençant par ceux qui se basent directement sur des modèles de compréhension en lecture, pour ensuite aborder les modèles « indépendants ».

#### 4.2.1. La compréhension en mathématiques (Sierpińska, 1995)

---

Selon Sierpińska, la compréhension est d'abord un acte, lié à la fois au développement de l'individu et à la culture (incluant le langage). Cet acte s'intègre dans un processus itératif d'interprétation qui va d'une conjecture à l'autre, en passant par la validation de chacune de ces conjectures. Pour cette chercheuse, comprendre consiste à relier mentalement l'objet de compréhension à un autre « objet » (qui peut être une représentation mentale, par exemple). Cet acte de compréhension implique donc quatre éléments : le « compreneur » (puisque l'acte ne peut pas être détaché du sujet qui comprend), l'objet à comprendre, la base de compréhension, qui est ce à quoi le compreneur cherche à relier l'objet à comprendre, et l'opération mentale qui permet cette mise en relation de l'objet à comprendre avec la base de compréhension.

Sierpińska propose également une série de quatre critères qui permettent de déterminer si l'on a bien compris : il doit y avoir un « sentiment d'ordre et d'harmonie dans les pensées », qui relève surtout de l'intuition, « la compréhension doit s'appuyer sur une relation unificatrice » et doit donc permettre d'intégrer l'objet à comprendre dans un tout cohérent, « la compréhension doit permettre de réduire ce qui est complexe à quelque chose de plus simple; la compréhension doit permettre d'atteindre l'essence des choses » (Sierpińska, 1995, p. 34), ce qui, en mathématiques, revient souvent à construire un modèle mathématique. Ces critères sont évidemment destinés au compreneur lui-même; en effet, selon Sierpińska, il est le seul, ultimement, à pouvoir évaluer sa compréhension.

Cette auteure identifie également quatre opérations mentales qui interviennent dans la compréhension : ce sont l'identification, qui permet de cerner l'objet à comprendre et de l'amener à l'avant-plan du champ de la conscience, la discrimination, qui permet de le distinguer l'objet à comprendre d'autres objets semblables, la généralisation, qui permet de reconnaître qu'une situation est un cas particulier d'une autre situation (cette opération sera particulièrement pertinente pour reconnaître le schéma d'un problème à résoudre, ce dont nous discuterons ci-dessous), et la synthèse, qui est la recherche d'une unité entre plusieurs généralisations et qui permet de les intégrer dans un système cohérent et ordonné. Bien que

cela dépasse la pensée de Sierpińska, il est possible d'établir quelques liens entre ces opérations et les opérations cognitives qui sous-tendent la typologie d'inférences que nous avons retenue (voir section 3.2), soit l'intégration, l'élaboration et la sélection-hiérarchisation. L'identification et la généralisation telles que présentées par Sierpińska, par exemple, présentent un lien de parenté avec les inférences de sélection et hiérarchisation qui permettent de mettre en relief les informations les plus importantes tout en reléguant au second plan les autres informations. La généralisation et la synthèse, quant à elles, pourraient être liées à la fois aux inférences d'élaboration, pour ce qui concerne l'utilisation des connaissances sur les schémas de problèmes, et à l'intégration, pour faire ressortir les liens entre les différents éléments du texte, ce qui s'avère nécessaire dans la synthèse, en particulier.

Sierpińska aborde brièvement dans son livre la question des modèles de la compréhension, qu'elle divise en quatre catégories : les modèles des stades de développement de la compréhension, les modèles abordant la compréhension d'une notion dans une perspective historico-empirique, les modèles présentant la compréhension comme « un jeu dialectique entre deux façons de saisir l'objet de compréhension » (Sierpińska, 1995, p. 121) et les modèles centrés sur un modèle mental ou une structure cognitive évolutive. Nous nous intéresserons maintenant à quelques modèles appartenant à cette dernière catégorie, puisque les trois premières catégories s'appliquent à la compréhension d'une notion mathématique, et non à celle d'un problème mathématique, qui constitue notre objet d'étude.

#### 4.2.2. Modèle de Kintsch et Greeno (1985)

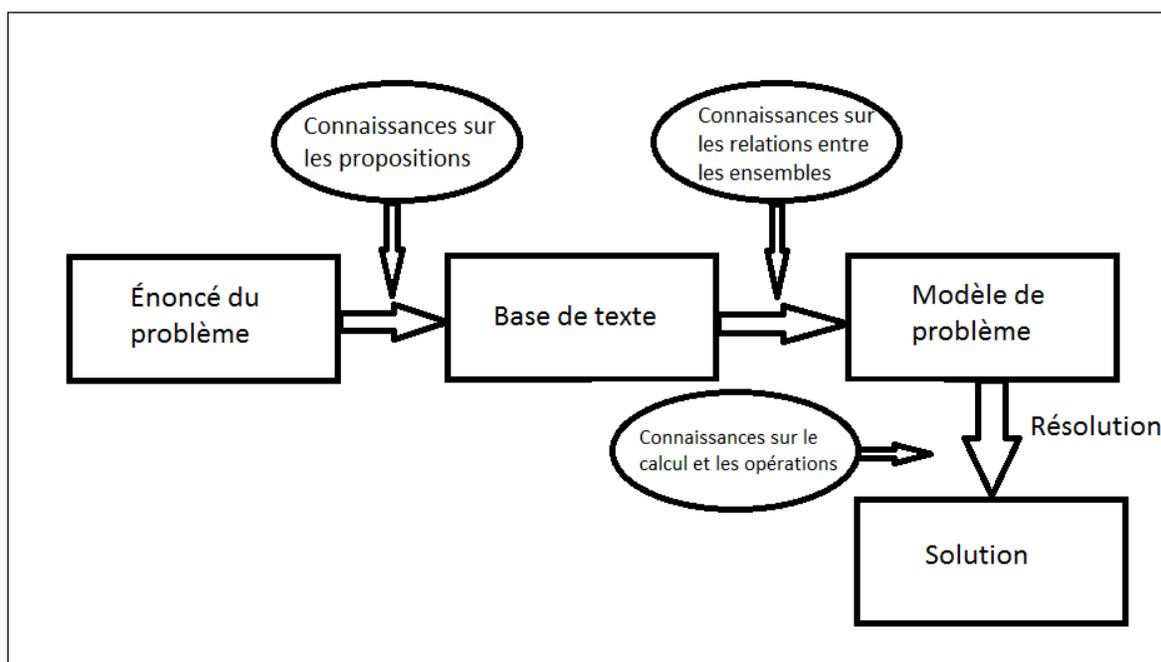
L'une des premières théories explicatives de la compréhension d'un problème mathématique, celle de Kintsch et Greeno (1985), vise à décrire en quoi consiste la construction d'un modèle mental du texte dans le cas d'un problème arithmétique. Cette théorie peut toutefois être étendue aux problèmes relevant des autres champs mathématiques, dans la mesure où l'énoncé est présenté en mots. Elle reprend *grosso modo* la structure du modèle de compréhension de texte développé par van Dijk et Kintsch (1983) dont il a été question à la section 2.3, mais en y incluant des éléments spécifiques aux énoncés de

problèmes mathématiques dont le principal est l'intention de lecture, qui est de résoudre le problème.

Selon Kintsch et Greeno (1985), la résolution d'un problème mathématique requiert la construction, à partir d'éléments verbaux, d'une représentation conceptuelle du problème qui servira de base au processus de résolution. Cette représentation prend deux formes : d'un côté se trouve la base de texte, construite selon les mêmes processus que dans le modèle de van Dijk et Kintsch (1983) alors que de l'autre côté se trouve un modèle de problème, qui serait en quelque sorte l'équivalent mathématique de leur modèle de situation. Ce modèle de problème prendrait une forme plutôt abstraite et ne contiendrait que les éléments essentiels à la résolution du problème (quantités, relations et inconnues) présentés sous une forme qui rendrait possible le développement d'un plan de solution. Le passage de la base de texte au modèle de problème se ferait de façon itérative : le lecteur segmenterait la base de texte en blocs de propositions qu'il traiterait ensuite l'un après l'autre afin d'en dégager une macrostructure mettant en évidence les concepts et les relations contenus dans le texte. À partir de cette macrostructure, le lecteur éliminerait les informations qui ne sont pas nécessaires à la résolution et ajouterait celles qui manquent, par un processus inférentiel. C'est ainsi qu'il arriverait au modèle de problème. Selon cette théorie, à partir du modèle de problème, le lecteur n'aurait qu'à utiliser des connaissances strictement mathématiques pour résoudre le problème en question. Le modèle de problème serait donc un modèle mathématique.

Trois ensembles de connaissances seraient nécessaires pour effectuer le passage de la base de texte au modèle de problème : des connaissances sur les propositions, servant à construire la base de texte, des connaissances sur les relations entre ces propositions, mises en œuvre dans l'extraction de la macrostructure pour arriver au modèle de problème, et des connaissances générales sur le calcul et les opérations arithmétiques, utilisées pour parvenir à une solution. Le sujet utiliserait également des stratégies (les auteurs ne précisent pas lesquelles) pour reconnaître (même inconsciemment) le schéma global du problème à partir du modèle de problème (on reconnaît ici l'opération mentale de généralisation telle que décrite par Sierpińska, 1995), et y apporter une solution appropriée.

Nous proposons ici (Figure 3) une schématisation du processus de compréhension selon le modèle de Kintsch et Greeno. Ce schéma ne se retrouve pas dans leurs écrits, mais nous l'avons déduit de ceux-ci afin de mieux visualiser leur modèle.



**Figure 3. Représentation du modèle de compréhension de Kintsch et Greeno (1985)**

De l'aveu même de ses auteurs, ce modèle présente des limitations importantes, notamment en ce qui concerne la généralisation à des problèmes requérant plus d'une opération ou contenant des informations superflues. Pour résoudre de tels problèmes, les élèves devraient recourir à des processus de haut niveau plus complexes, et l'articulation de ces processus avec ceux déjà présents dans le cas de problèmes simples pose une difficulté supplémentaire. En effet, si le texte inclut des éléments de nature narrative, le lecteur devra inhiber certaines de ses stratégies de compréhension de récit, généralement automatisées, pour leur préférer des stratégies adaptées à la résolution de problèmes mathématiques (Kintsch et Greeno, 1985). Ce problème tend cependant à s'amoinrir au fur et à mesure que les élèves acquièrent de l'expérience en résolution de problèmes mathématiques et que les stratégies de compréhension adéquates s'automatisent : chez les élèves du secondaire, par exemple, les

difficultés reliées à ce conflit de stratégies devraient être moindres que chez des élèves du début du primaire, comme ceux qui ont participé à l'étude de Kintsch et Greeno.

#### 4.2.3. Modèle de Mayer, Hegarty et Monk (1995b)

---

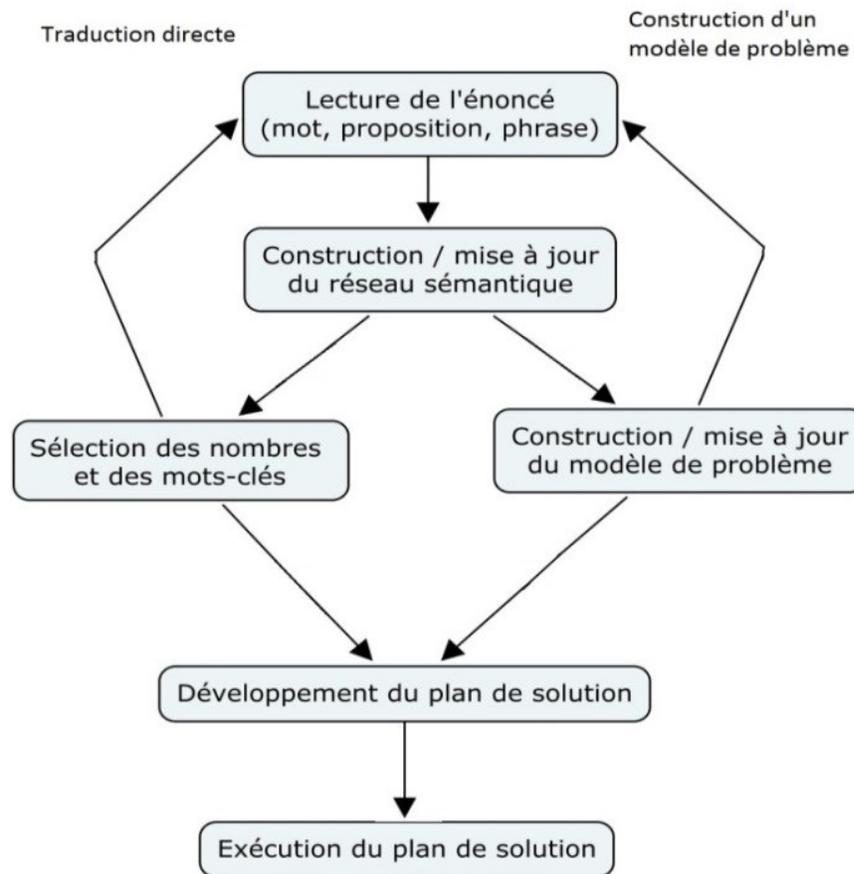
Mayer, Hegarty et Monk (1995b) proposent un modèle de résolution de problèmes qui détaille surtout les étapes relatives à la compréhension du problème, et très peu celles relatives à l'exécution de la solution (calculs ou autres) en tant que telle. Il ressemble sur beaucoup de points à celui de Kintsch et de Greeno (1985) présenté ci-dessus, mais il a été modifié pour tenir compte des résultats empiriques obtenus par ses auteurs. Ce modèle propose deux cheminements possibles pour résoudre un problème, selon l'approche choisie par le sujet. En effet, ces chercheurs considèrent que le sujet peut privilégier soit la traduction directe, soit la construction d'un modèle de problème. Dans le premier cas, le sujet repère les nombres et les mots-clés indiquant la relation entre ces derniers pour les combiner et arriver rapidement à une solution numérique. Par exemple, dans le problème « Dans une école, il y a 25 fois plus d'élèves que d'enseignants. Combien y a-t-il d'élèves s'il y a 10 enseignants? <sup>19</sup> », le sujet repère rapidement les nombres (25 et 10) et l'expression-clé « fois plus » (qui lui suggère une multiplication) pour arriver rapidement à la solution  $25 \times 10 = 250$  élèves. Or, il suffit de transformer un peu le problème pour que cette stratégie débouche sur une solution erronée : « Dans une école, il y a 25 fois plus d'élèves que d'enseignants. Combien y a-t-il d'enseignants s'il y a 250 élèves? ». Le sujet repère ici la même expression-clé (qui suggère toujours une multiplication) et les nombres (25 et 250) et arrive tout aussi rapidement à une solution, fautive cette fois-ci :  $25 \times 250 = 6250$ .

Dans le cas de la construction d'un modèle de problème, le sujet prend le temps de se former une représentation mentale du lien entre les données, et c'est à partir de cette représentation, appelée « modèle de problème », qu'il élabore un plan de solution. Un tel sujet ne serait pas tombé dans le piège du deuxième problème, puisque son calcul se serait basé non pas sur l'expression-clé, mais sur la relation réelle entre les nombres, relation que le sujet a

---

<sup>19</sup> Ce problème est une adaptation de celui proposé par Clement (1982).

inclue dans son modèle de problème. Le modèle de résolution de problèmes proposé par Mayer et ses collègues se présente donc comme suit :



**Figure 4. Représentation du modèle de compréhension de problèmes de Mayer, Hegarty et Monk (1995)**

Ce modèle affirme que la compréhension du texte se fait de façon itérative, comme dans les modèles de compréhension en lecture de Fayol (1992a), de van Dijk et Kintsch (1983), d'Irwin (1986) et de Deschênes (1988) que nous avons présentés ci-dessus. Le lecteur fait ressortir des informations du texte pour les intégrer au réseau sémantique en construction; c'est la première étape de la compréhension. Il doit ensuite se construire un modèle de problème; il s'agit en fait ici d'une représentation modifiée en fonction de son intention de lecture, qui est la résolution du problème. Jusqu'ici, il n'y a pas de différence significative entre ce modèle et celui de Kintsch et Greeno (1985). Cependant, comme nous l'avons expliqué ci-dessus, la représentation mathématique du problème peut se construire de deux

façons et prendre, dans certains cas<sup>20</sup>, deux formes différentes (qui mèneront à des solutions différentes). Dans le cas de la traduction directe, toutes les informations contenues dans le réseau sémantique sont effacées, sauf les nombres et les mots-clés indiquant les opérations à effectuer. Au contraire, dans le cas de la construction d'un modèle de problème, la représentation est centrée sur les objets, avec leurs attributs spécifiques et leurs relations. Les nombres sont donc étroitement reliés aux variables auxquelles ils sont rattachés. Cette représentation prend donc une forme différente de celle du réseau sémantique; on pourrait dire, pour reprendre une expression du langage informatique, qu'elle est « orientée-objet » et ne s'exprime donc pas sous forme de propositions organisées de façon linéaire, contrairement à la représentation construite par traduction directe, mais plutôt sous forme d'un réseau où les différents éléments sont reliés entre eux.

Lors de l'élaboration du plan de solution, le lecteur utilise la représentation mathématique du problème qu'il s'est construite pour déterminer les opérations à effectuer. Les auteurs affirment que la construction d'un modèle de problème sous-tend un plan de solution cohérent avec les éléments du réseau sémantique et permet en outre au sujet d'exercer un certain contrôle sur son processus de résolution, puisque ce modèle de problème reste présent dans la mémoire de travail tout au long de la résolution, ce qui permet de détecter les incohérences éventuelles (processus de validation). On pourrait penser que le contrôle passe aussi, du moins en partie, par les connaissances mathématiques du lecteur (Brousseau, 1990; Giroux, 2004, 2015).

Les auteurs spécifient en outre qu'il est possible que le processus de résolution ne soit pas aussi linéaire que leur modèle le laisse croire : il arrive en effet que le lecteur fasse des allers-retours entre la lecture (et les étapes de compréhension à proprement parler) et la résolution du problème, comme le suggérait aussi Radford (1996b).

---

<sup>20</sup> Dans certains problèmes, les deux stratégies mènent à la même démarche. Dans le cas du premier problème présenté ci-dessus, par exemple, autant l'élève utilisant la traduction directe que celui construisant un modèle de problème parviendront à la même solution, soit,  $25 \times 10 = 250$  enfants.

#### 4.2.4. Modèle de Reusser (1990)

---

Les modèles précédents ne permettent pas d'expliquer comment se fait le passage du réseau sémantique (aussi appelé « base de texte ») au modèle de problème. Ils évoquent vaguement une sélection et un ajout d'informations par un processus inférentiel, mais le passage d'une représentation en langage verbal à une représentation mathématisée n'est pas abordé, alors qu'il s'agit d'une étape cruciale dans le processus de résolution (à ce sujet, voir René de Cotret, 2000).

Reusser introduit donc l'idée de modèle de situation, sorte d'intermédiaire entre la base de texte et le modèle de problème, afin de pallier les lacunes du modèle de Kintsch et Greeno (1985) dans le cas où l'énoncé du problème contient des informations non pertinentes, ou quand plusieurs inférences sont nécessaires pour le résoudre. Ce modèle de situation sert à expliquer l'apport du contexte à la compréhension du problème lui-même. Il est l'équivalent du modèle de situation tel que présenté par van Dijk et Kintsch (1983). Ainsi, selon Reusser, à partir de la base de texte, le lecteur se construit d'abord un modèle de situation permettant de représenter « l'histoire »<sup>21</sup> du problème; autrement dit, il met en œuvre une compréhension extra-mathématique, qualitative des éléments de l'énoncé. Il combinerait ensuite les informations extraites de ce modèle de situation et les données numériques de la base de texte pour arriver à la représentation plus formelle du problème qu'est le modèle de problème.

Comme le modèle de situation n'est construit que par ceux qui tiennent compte du contexte du problème, cette représentation ne se retrouverait que dans la voie « construction d'un modèle de problème » de Hegarty, Mayer et Monk (1995b). Elle correspondrait en fait à ce que ces auteurs appellent « modèle de problème », le modèle de problème étant en réalité une étape successive à celle du modèle de situation. Il est à noter que ce modèle a été repris sans grandes modifications par Nathan, Kintsch et Young (1992).

---

<sup>21</sup> À ce sujet, il peut être pertinent de distinguer l'histoire du problème, souvent présentée sous forme narrative, de la question. La même histoire peut mener à différentes questions; on obtient alors des problèmes différents. C'est la question qui permet de déterminer quels éléments de l'histoire devront être retenus, lesquels devront être inférés et lesquels seront inutiles pour la résolution du problème. Voir à ce sujet René de Cotret (2007).

#### 4.2.5. Modèle de Greer (1997)

---

Greer (1997) a repris un modèle très semblable à celui auquel sont arrivés Reusser (1990) et plusieurs autres après lui. L'originalité de son approche consiste à prendre en considération différents facteurs ayant une influence sur l'un ou l'autre des processus impliqués dans la résolution d'un problème. Ainsi, il considère que dans la construction du modèle de situation, l'élève n'utilise pas seulement ses connaissances sur le monde (et en particulier celles relatives au contexte du problème), mais aussi les connaissances qu'il a (ou l'idée qu'il se fait) de la tâche à accomplir, ce que Greer appelle « la saisie implicite des règles du 'jeu des problèmes écrits' » (Greer, 1997, p. 301). De même, lors du passage du modèle de situation au modèle de problème, ce sont à la fois les ressources dont l'élève dispose (incluant entre autres ses connaissances), le contexte de résolution et les buts que l'élève s'est fixés qui entrent en jeu. Il se rapproche en ce sens du modèle de compréhension en lecture de Deschênes (1988), qui inclut également le contexte parmi les variables influençant la compréhension d'un texte. L'apport de Greer pourrait se résumer en considérant que la représentation que l'élève se fait de son rôle en tant qu'élève dans un cours de mathématiques<sup>22</sup>, tout comme le contexte de résolution, sont fondamentaux pour comprendre comment il résout les problèmes qui lui sont soumis.

#### 4.2.6. Modèle de Julo (1995)

---

Le modèle proposé par Julo ne concerne pas l'ensemble du processus de résolution d'un problème, mais seulement ce qu'il appelle « la représentation du problème », et que nous pouvons, *grosso modo*, assimiler à la construction d'un modèle de situation de ce problème. Il diffère des autres en ce qu'il ne découle pas de théories de compréhension en lecture; il est plutôt issu directement de la didactique des mathématiques. À l'instar d'Irwin (voir section 2.2), Julo identifie une série de processus qui doivent être mis en œuvre pour parvenir à une compréhension adéquate du problème mathématique.

---

<sup>22</sup> Cela rejoint la notion de « contrat didactique ». Selon Brousseau (1987), le contrat didactique est le partage, le plus souvent implicite, des responsabilités de l'apprentissage entre l'enseignant et l'élève : il s'agit en fait de la perception qu'ils ont réciproquement de leur propre rôle et de celui de l'autre en contexte de classe.

Selon Julo, trois grands processus doivent être mobilisés pour parvenir à une représentation adéquate d'un problème mathématique. Le premier de ces processus est celui d'interprétation et de sélection, qui consiste à reconnaître et à sélectionner les informations importantes dans un énoncé tout en leur attribuant une signification particulière. Julo affirme en effet qu'il est faux de croire que les informations nécessaires à la résolution du problème se trouvent directement dans son énoncé. L'interprétation requise ici est en partie déterminée par les connaissances du lecteur au moment où il cherche à résoudre le problème. Ce que Julo regroupe sous cette appellation, ce sont en fait les processus qui mènent à la construction d'une base de texte et d'un modèle de situation (identifiés entre autres par Irwin, 1986). Le deuxième type de processus en jeu regroupe les processus de structuration, c'est-à-dire ceux qui permettent d'organiser l'information en un tout cohérent, en reliant les différents éléments entre eux. On observe ici aussi un recoupement avec ce qu'Irwin (1986) appelle « macroprocessus ». Les processus d'opérationnalisation constituent le troisième et dernier type de processus; ce sont eux qui permettent le passage à l'action (qui peut demeurer mentale, comme l'élaboration d'un plan de solution ou la reformulation de la question). Ils constituent la partie la plus visible du processus de résolution.

L'un des points les plus intéressants de la théorie de Julo est qu'il considère que le processus de représentation commence avant même la lecture de l'énoncé, avec l'intégration du contexte dans lequel le problème est présenté (contexte de classe, position dans la structure du cours, etc.). Il ne se termine que lorsque le problème disparaît de la mémoire de travail, ce qui peut même déborder du contexte de la classe : pensons par exemple aux élèves qui, à la sortie d'un examen, s'empressent d'échanger leurs réponses et de comparer leurs démarches. Il rejoint en ce sens la position de Deschênes (1988) et de Greer (1997), pour qui le contexte joue un rôle important dans la compréhension et dans l'interprétation du texte.

Un autre point original de ce modèle est que les connaissances qui sont les plus directement impliquées dans cette activité de représentation sont les connaissances sur les schémas de problèmes, celles qui permettent de faire le pont entre le problème à résoudre et d'autres problèmes similaires. En retour, l'activité de représentation du problème à résoudre contribue à développer ces connaissances sur les schémas de problèmes. Il rejoint en ce sens

les positions de Irwin (1986), de van Dijk et Kintsch (1983) et de Fayol (1992a), qui reconnaissent tous l'importance des schémas associés à différents genres littéraires pour la compréhension de textes.

#### 4.2.7. Modèle synthèse de la compréhension de problèmes mathématiques

Nous avons montré dans les sections précédentes comment la construction d'un modèle de situation s'intègre dans le processus de compréhension et de résolution d'un problème mathématique. Ce modèle de situation permet au sujet d'intégrer à sa compréhension du problème des éléments de nature contextuelle, principalement qualitative, l'aidant à mieux comprendre la situation du problème et à parvenir à un modèle de problème en conformité avec les contraintes de cette situation. Or, il semblerait que certains élèves seulement parviennent à construire un modèle de situation. Ceux qui n'en construisent pas (et passent directement de la base de texte au modèle de problème) semblent adopter une stratégie dite « de traduction directe », puisqu'ils tentent de traduire directement l'énoncé en une représentation mathématique, ce qui, dans le cas de problèmes plus complexes (notamment ceux requérant des inférences), risque de conduire à une interprétation fautive des relations entre les éléments en jeu. C'est ce que nous mettons en lumière dans la présente section.

Reusser (1988), entre autres, affirme que dans plusieurs cas, les élèves se basent sur la formulation de l'énoncé du problème, et non sur la compréhension qu'ils en ont, pour élaborer une solution. En fait, ils n'utilisent que certains indices textuels et des connaissances développées au fil du temps sur la structure des problèmes pour ébaucher une solution, sans arriver à comprendre l'ensemble du texte. Ils peuvent par exemple choisir de combiner les nombres selon leur ordre d'apparition dans le problème, ou encore utiliser les mots-clés indiquant les relations pour déterminer l'opération mathématique à utiliser. Cela rejoint plusieurs observations empiriques sur les stratégies de traduction directe (notamment celles de Mayer et Hegarty, 1996 ; Pape, 2004) que nous présentons ci-dessous, tout en renforçant l'idée selon laquelle un niveau intermédiaire entre la base de texte et le modèle de problème serait nécessaire pour arriver à une compréhension véritable du problème.

Mayer et Hegarty (1996) opposent la traduction directe à la construction d'un modèle de situation sous plusieurs points de vue<sup>23</sup>. Ils considèrent en effet que la première privilégie un traitement plus quantitatif de la situation, alors que la seconde s'appuie davantage sur le qualitatif. La première est davantage préoccupée par l'aspect computationnel de la résolution de problèmes, c'est-à-dire des calculs qu'il faut faire pour arriver à une solution, tandis que la seconde se concentre plutôt sur la compréhension des relations entre les variables du problème. Ces chercheurs font en outre remarquer que la traduction directe est très souvent plus rapide que la construction d'un modèle de situation et qu'elle permet d'arriver à une solution correcte dans plusieurs cas. En ce sens, il s'agit d'une stratégie souvent efficace, mais qu'il faut apprendre à utiliser avec discernement. Les auteurs soulignent également que son utilisation peut être encouragée indirectement par un enseignement valorisant l'aspect numérique et computationnel de la résolution de problèmes, ce qui peut être résumé par l'expression « calculer d'abord et réfléchir après<sup>24</sup> » (Mayer et Hegarty, 1996, p. 35).

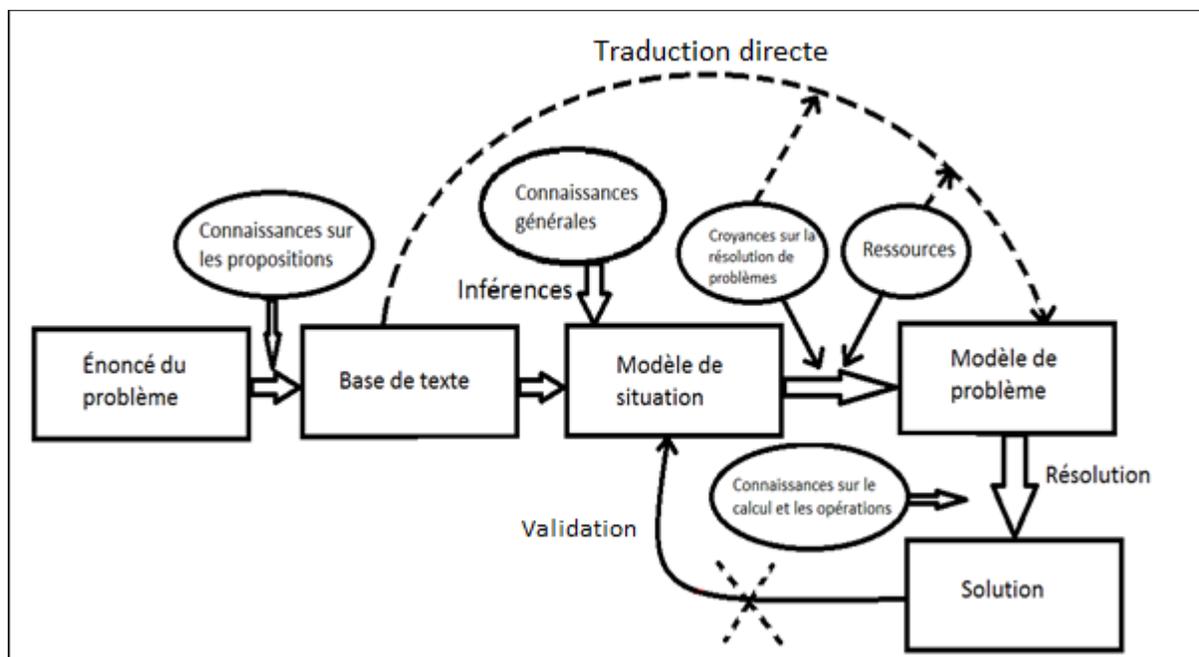
Plusieurs recherches (nous en présentons quelques-unes ci-dessous) indiquent que cette stratégie serait davantage utilisée par les novices et par ceux qui réussissent moins bien en résolution de problèmes. Les experts, quant à eux, privilégieraient plutôt la construction d'un modèle de situation, qui, comme nous l'avons mentionné ci-dessus, accorde plus d'importance à une compréhension qualitative de la situation; ce n'est qu'à partir de cette compréhension qualitative que sont élaborés le modèle de problème et le plan de solution.

Ceci nous amène à considérer que le schéma de résolution de problème que nous avons présenté à la figure 4 correspond à une situation idéale, c'est-à-dire lorsqu'un modèle de situation est bel et bien construit. Nous le complétons maintenant en ajoutant, en pointillés, les éléments reliés à la traduction directe de même que le modèle de situation (Figure 5).

---

<sup>23</sup> Rappelons que ces auteurs parlent plutôt d'un « modèle de problème », mais que la description qu'ils en donnent se rapproche plutôt de celle du modèle de situation telle que faite par Reusser.

<sup>24</sup> Traduction libre de « Compute first and think later. »



**Figure 5. Compréhension et processus de résolution de problèmes mathématiques**

Ce schéma montre bien que l'élève qui choisit la voie de la traduction directe ne construit pas de modèle de situation et, par conséquent, n'est pas en mesure de valider sa solution en la confrontant à un tel modèle. En effet, n'ayant pas élaboré de modèle de situation, il n'a pas de point de repère lui permettant d'évaluer si la solution obtenue a du sens en fonction du contexte ou non, puisque ce contexte n'a pas été pris en compte dans la résolution du problème (cela n'exclut toutefois pas une éventuelle validation par d'autres moyens, par exemple en remplaçant la réponse dans l'énoncé du problème et en refaisant les calculs qui en découlent). Ce modèle de la compréhension et de la résolution d'un problème mathématique nous servira de cadre de référence pour l'analyse de certaines études empiriques auxquelles est consacrée la section suivante.

#### 4.3. Problèmes mathématiques : résultats empiriques

Afin de compléter notre exposé des processus menant à la compréhension d'un problème mathématique, nous présentons dans cette section différentes recherches, menées auprès d'élèves du primaire, du secondaire ou d'étudiants universitaires. Leur point commun

concerne le fait qu'elles portent toutes sur la compréhension des problèmes mathématiques. La première section s'attarde aux études ayant porté sur la compréhension d'un problème mathématique de façon générale. La deuxième section porte sur les résultats d'études soutenant l'hypothèse de la construction d'une représentation intermédiaire entre la base de texte et le modèle de problème, représentation que nous avons nommée « modèle de situation ». Une dernière catégorie d'études, celles s'étant intéressées aux types de démarches utilisées dans la résolution de problèmes mathématiques et en particulier à la construction d'un modèle de situation et à la traduction directe, est ensuite présentée. Enfin, nous concluons cette section par une synthèse de ces différents résultats.

#### 4.3.1. Compréhension d'un problème mathématique

Comme nous l'avons déjà mentionné, Radford (1996b) s'est intéressé à la place de la compréhension dans le processus de résolution d'un problème mathématique, de même qu'à l'apport respectif de la compréhension textuelle et de la compréhension mathématique. Il a demandé à des élèves de la 3<sup>ème</sup> à la 5<sup>ème</sup> secondaire de lire un problème mathématique. Une fois cette lecture terminée, on leur retirait la feuille pour ensuite leur demander de réécrire l'énoncé tel qu'ils l'avaient compris. Ils devaient ensuite résoudre le problème (les feuilles précédentes leur étaient retirées mais ils pouvaient demander à revoir leur réécriture) et le réécrire à nouveau. L'analyse des productions des élèves a donné des résultats étonnants : certains élèves, lorsque confrontés à un problème qu'ils ne savaient pas résoudre, en ont déformé leur compréhension pour en arriver à une version du problème qu'ils se sentaient capables de solutionner. Cette déformation n'était pas nécessairement détectable lors des rappels, mais elle était perceptible lors de l'analyse de la solution de l'élève. Ces résultats ont amené Radford à rejeter le modèle dit « par étapes » de la résolution de problèmes mathématiques, selon lequel la compréhension ne serait que la première des étapes de la résolution et ne résulterait que des compétences linguistiques de l'élève. Il affirme au contraire que la compréhension est un processus évolutif qui se peaufine tout au long de la résolution du problème : ce n'est qu'en amorçant la résolution à proprement parler que l'élève peut atteindre une compréhension adéquate des relations entre les éléments de l'énoncé et peut (ou non) les

articuler entre elles. En utilisant la théorie des représentations mentales, Radford (1996b) interprète ces déformations comme des tentatives de rendre cohérentes la représentation mathématique de la situation et sa représentation textuelle : à défaut de pouvoir représenter mathématiquement le texte, l'élève le modifie pour qu'il soit cohérent avec la représentation mathématique qu'il est à même de produire. La compréhension et l'élaboration d'un plan de solution seraient donc interreliées, et l'élève tenterait d'en arriver à une cohérence entre l'énoncé textuel du problème et sa représentation mathématique.

La compréhension d'un problème est donc plus complexe que la simple compréhension linguistique de l'énoncé, et inclut aussi des éléments mathématiques. Plusieurs études ont voulu savoir si la présence d'un contexte non mathématique pouvait faciliter l'arrimage entre les éléments textuels et les composantes mathématiques d'un problème. Les résultats de ces études sont plutôt semblables, et mettent en évidence le rôle facilitateur des éléments de contexte dans la compréhension des mathématiques et, de façon plus spécifique, des problèmes mathématiques (Adams et Lowery, 2007; Malefoasi, 2010; Reusser, 1988; Tijus et al., 2002; Voyer, 2006), ce qui pourrait militer en faveur de la construction d'un modèle de situation servant d'intermédiaire entre la base de texte et le modèle de problème (Orrantia et al., 2011).

Voyer (2011), en particulier, a mené une étude auprès d'élèves québécois de la 6<sup>ème</sup> année. Il a utilisé des problèmes présentés en différentes versions, variant selon la quantité d'éléments de contexte ou situationnels contenus dans leur texte. Les élèves ont eu à résoudre quatre problèmes; par la suite, ils ont eu à indiquer lesquelles des informations contenues dans le texte leur avaient été utiles pour mieux comprendre le problème, sans que ces informations aient été essentielles pour le résoudre. Voyer a ainsi voulu vérifier si les participants ont bel et bien construit un modèle de situation. Ses résultats montrent que les élèves qui ont tenu compte du contexte dans lequel était enraciné le problème (le « thème » du problème) ont mieux réussi à le résoudre, ce que l'auteur a interprété comme une indication de l'importance du modèle de situation dans la résolution. Il nuance toutefois ces résultats puisqu'il semblerait que les élèves moyens et forts ont davantage réussi à résoudre un problème lorsqu'ils ont tenu compte des éléments situationnels, tandis que le contraire a prévalu dans le cas des élèves

faibles. Comme l'explique Voyer, ceci pourrait être un signe de la difficulté qu'éprouvent les élèves faibles à construire un modèle de situation, ou encore à l'utiliser pour construire un modèle de problème.

Coquin-Viennot et Moreau (2007) ont aussi montré l'importance des éléments contextuels pour la compréhension d'un problème mathématique en utilisant des problèmes présentant des contradictions dans le contenu de la situation. Par exemple, elles ont utilisé le problème suivant : « Au début de l'année, un berger avait un troupeau de 22 moutons. À la fin de l'été, il y avait 9 moutons de plus dans le troupeau et au printemps suivant, *puisque le loup avait mangé des moutons*, il y avait en tout 42 moutons dans le troupeau. Le nombre de moutons dans le troupeau a-t-il augmenté ou diminué durant l'hiver? De combien? <sup>25</sup>» (Coquin-Viennot et Moreau, 2007, p. 72). Ici, la portion en italique de l'énoncé fait croire au lecteur que le nombre de moutons dans le troupeau aura diminué, alors que ce n'est pas le cas (d'où la contradiction). Dans la version sans contradiction, cette portion était remplacée par « *puisque plusieurs bébés étaient nés* » (Coquin-Viennot et Moreau, 2007, p.72) : il y aurait alors adéquation entre l'élément explicatif en italique et l'augmentation effective du nombre de moutons. Chaque élève a résolu sept problèmes comportant des contradictions et sept problèmes n'en comportant pas. Les résultats indiquent que les problèmes contradictoires ont été moins bien réussis que les problèmes sans contradiction. Selon les auteures, ces résultats peuvent être attribués au fait que les élèves accordent plus d'importance aux éléments situationnels (sources d'erreurs dans ce cas-ci) qu'aux éléments numériques et aux termes relationnels (« de plus », par exemple) qui, isolés des éléments contextuels, ne présentent pas de difficulté particulière. Cela pourrait être interprété, comme le suggèrent les auteures, comme un signe de l'importance du modèle de situation dans le processus de résolution.

Afin de mieux comprendre comment les élèves construisent ce modèle de situation, nous présentons dans la section suivante quelques études empiriques portant précisément sur ce processus.

---

<sup>25</sup> Traduction libre de « At the beginning of the year, a shepherd had a flock of 22 sheep. By the end of the summer, the flock had increased by 9 sheep and by the following spring, as the wolf had devoured some of the sheep, the flock totalled 42 sheep ».

#### 4.3.2. Élaboration d'un modèle de situation

---

Les différentes modifications successives apportées au modèle de Kintsch et Greeno (1985) se basent sur des observations empiriques qui mettent en lumière la nécessité d'inclure une représentation intermédiaire entre la base de texte et le modèle de problème, de même que sur plusieurs études s'intéressant aux facteurs contextuels influençant la compréhension et la résolution de problèmes mathématiques. Nous résumons ici quelques études portant sur les indices de construction d'un modèle de situation : nous exposons d'abord le point de vue d'un chercheur ayant publié une synthèse de ces études (Fayol, 1992a), puis la recherche de Thévenot (2010), qui a utilisé une tâche de rappel afin de déceler des indices de construction d'un modèle de situation. Nous nous concentrons ensuite sur l'utilisation de problèmes dits contradictoires afin de mettre en évidence la construction de ce modèle.

Plusieurs études empiriques ont tenté de trouver des indices relatifs à la construction d'un modèle de situation. Fayol (1992a), dans une synthèse des recherches publiées sur le sujet, écrit qu'il est possible, lors de tâches de rappel portant sur des problèmes mathématiques immédiatement après la lecture de leur énoncé, d'obtenir des informations qui indiquent qu'il y a bel et bien eu construction d'une macrostructure (que d'autres auteurs nomment « base de texte ») et ce, même lorsque les participants ne réussissent pas à résoudre les problèmes en question. À l'inverse, les tâches de rappel menées après la résolution de problèmes montrent une reconstruction de l'énoncé et font apparaître un modèle qui correspond à la solution élaborée. Ce modèle correspond en fait au modèle de situation tel qu'il a été construit par les participants.

« En somme, la construction réussie d'une macrostructure peut permettre un rappel d'excellente qualité sans garantir pour autant la compréhension de la situation décrite. On aurait donc affaire à deux niveaux relativement indépendants l'un de l'autre. L'un serait à dominante propositionnelle; l'autre correspondrait au 'modèle de situation' (ou 'modèle mental'). Or, le passage du premier au second ne semble pas aller de soi, comme le révèlent également [d'autres] études. » (Fayol, 1992a, p. 94)

Thévenot (2010), dans une expérience menée auprès d'étudiants universitaires de deuxième et troisième cycles, a demandé aux sujets de résoudre à deux reprises les deux

problèmes proposés requérant une seule opération arithmétique simple, puis leur a présenté une tâche de reconnaissance dans laquelle on leur demandait d'indiquer si une formulation correspondait mot pour mot ou non aux énoncés des problèmes tels qu'ils leur avaient été présentés. Les résultats indiquent que les formulations différentes de l'original, mais respectant le sens du problème étaient plus fréquemment indiquées comme correctes que les formulations dans lesquelles on avait préservé l'ordre des noms, mais changé l'expression relationnelle (ou vice versa). Cela semble indiquer que la majorité des participants construisent bien un modèle de situation. En effet, s'ils étaient passés directement de la base de texte au modèle de problème, on peut penser qu'ils auraient davantage retenu les propositions telles que présentées dans l'énoncé et auraient donc choisi les formulations dans lesquelles l'ordre des mots et les termes relationnels étaient préservés, quitte à ne pas toujours respecter le sens du problème. L'auteure en conclut que ces étudiants ont construit un modèle de situation intermédiaire entre la base de texte et le modèle de problème. Cette étude présente toutefois de nombreuses failles méthodologiques, notamment quant au choix des « problèmes », beaucoup trop simples, à notre avis, pour des étudiants universitaires. En effet, ces problèmes semblent avoir peu sollicité la construction d'un modèle mental, d'autant plus qu'il n'y avait que deux problèmes à effectuer et que ceux-ci ont été résolus deux fois par chacun des sujets. De plus, l'auteure explique que les phrases de l'énoncé n'apparaissaient à l'écran qu'une à la fois. Elle justifie ce choix méthodologique par le fait que dans le cas contraire, les sujets n'auraient pas suffisamment porté attention aux noms des personnages et au contexte (ils se seraient surtout concentrés sur les quantités et les mots de relation), ce qui est caractéristique de la traduction directe. Il semble donc que ce choix méthodologique ait favorisé la construction d'un modèle de situation, ce qui rend difficile l'interprétation des résultats, d'autant plus qu'en situation réelle de classe, les problèmes sont pratiquement toujours présentés en entier dès le début de la tâche.

Pour mettre en évidence des indices de la construction d'un modèle de situation, toute une série de recherches a utilisé des problèmes que nous qualifions de contradictoires (« *inconsistent* », en anglais) : il s'agit de problèmes pour lesquels un traitement trop rapide peut mener à une solution erronée, les mots de relation invitant à utiliser une opération mathématique différente de celle qu'il faudrait utiliser. Par exemple, dans l'énoncé : « Chez

Arco, un gallon d'essence coûte 1,13\$. C'est 5 sous de moins par gallon que chez Chevron. Combien coûtent 5 gallons d'essence chez Chevron?<sup>26</sup> » (Lewis et Mayer, 1987, p. 366), l'expression « 5 sous de moins » invite à effectuer une soustraction, alors qu'il faut plutôt faire une addition pour arriver au résultat attendu. Les chercheurs dont il sera fait mention ci-dessous considèrent que si un modèle de situation est construit, les sujets seront en mesure d'interpréter correctement la relation entre les deux quantités, et donc de voir que le prix de l'essence chez Chevron est plus élevé que celui de chez Arco. À l'inverse, les sujets utilisant la traduction directe seront portés à se fier d'abord au terme relationnel, qui suggère ici de soustraire 5 sous.

De tels problèmes ont été utilisés par Mayer et Hegarty (1996) qui ont remarqué, lors d'une série d'études, que les participants qui réussissaient bien en résolution de problèmes mathématiques passaient plus de temps à lire les énoncés des problèmes contradictoires que ceux des problèmes sans contradictions. Pour tenter de comprendre à quoi était employé ce temps supplémentaire, ils ont étudié les temps de fixation des yeux sur chacun des éléments des problèmes soumis aux sujets. Leur hypothèse était que si ce temps supplémentaire était bel et bien employé pour construire un modèle de situation, les participants concentreraient davantage leur regard sur les mots nécessaires à la construction d'un modèle de situation (noms associés aux quantités et mots de relation) que sur les autres éléments de l'énoncé; s'ils ne construisent pas de modèle de situation, le regard devrait être davantage porté sur les nombres et les termes relationnels. Les résultats ont confirmé que les yeux de ces participants étaient plus souvent fixés sur les noms, ce qui semble indiquer que le temps supplémentaire consacré aux problèmes contradictoires était bien utilisé pour en construire une représentation qualitative, c'est-à-dire un modèle de situation.

Afin de mieux comprendre la distinction entre la construction d'un modèle de situation et la traduction directe, parfois utilisée par les élèves, la prochaine section est consacrée à la discussion d'études portant précisément sur ce sujet.

---

<sup>26</sup> Traduction libre de : « At ARCO gas sells for \$1.13 per gallon. This is 5 cents less per gallon than gas at Chevron. How much do 5 gallons of gas cost at Chevron? »

### 4.3.3. Types de démarche utilisés dans la de résolution de problèmes mathématiques

---

Plusieurs études ont tenté de comprendre ce qui se passe lorsque l'on tente de résoudre un problème mathématique. La plupart ont observé deux grandes catégories de démarches : la construction d'un modèle de situation, qui prend en considération le contexte du problème pour comprendre la relation entre les données et l'exprimer ensuite dans un modèle de problème, et la traduction directe, qui combine plutôt les nombres et les mots-clés de l'énoncé sans tenir compte des relations implicites, lorsqu'il y en a, dans l'énoncé. Nous abordons ici quelques études ayant permis de constater la présence de ces deux types de démarche dans la résolution.

Dans une étude dont l'objectif était de décrire et de classer les comportements observés chez des élèves en situation de résolution de problèmes mathématiques, Pape (2004) a observé les stratégies de résolution de problèmes mathématiques de 98 élèves de sixième et de septième années : il les a enregistrés sur vidéo pendant qu'ils résolvaient huit problèmes mathématiques en leur demandant de décrire à voix haute ce qu'ils faisaient, puis il leur a demandé de répéter l'énoncé du problème à voix haute. Les résultats obtenus ont permis à cet auteur de classer les démarches utilisées pour la résolution à l'intérieur de deux grandes catégories, soit l'utilisation du contexte pour construire un modèle de situation et le recours aux mots-clés et aux quantités indiqués dans l'énoncé du problème pour passer directement au modèle de problème (traduction directe). Il a relevé que l'utilisation de la traduction directe, bien qu'efficace pour plusieurs problèmes, entraîne de nombreuses erreurs dans les problèmes contradictoires. Il a également remarqué que plus de 86 % des élèves utilisent des démarches du même type de façon prédominante lors de la résolution d'une série de problèmes. Il en ressort donc que non seulement les deux types de démarche (construction d'un modèle de situation et traduction directe) sont utilisés par les élèves, mais que les élèves semblent préférer un type à l'autre et l'emploient donc beaucoup plus fréquemment dans la résolution de problèmes mathématiques.

Parmi les autres études, celle de Moreau et Coquin-Viennot (2003) a tenté de vérifier si des enfants (âgés de 8 à 11 ans) étaient portés à construire un modèle de situation ou plutôt à

passer par la traduction directe (dans laquelle les nombres sont le plus souvent combinés selon leur ordre d'apparition dans le problème; à ce sujet, voir Clement, 1982) pour résoudre un problème mathématique. Pour ce faire, elles ont proposé à différents groupes de participants des problèmes à résoudre, en faisant varier, d'un groupe à l'autre, l'ordre d'apparition des nombres dans l'énoncé du problème et en introduisant ou non des éléments de contexte aidant à structurer l'information. Leurs résultats montrent que l'ordre des nombres dans l'énoncé du problème n'a pas eu d'influence significative sur les démarches choisies par les élèves, ce qui pourrait témoigner d'un faible recours à la traduction directe, mais que la présence d'éléments structurants<sup>27</sup> modifie la démarche utilisée par les élèves, ce qu'elles interprètent comme un signe de la construction par ces mêmes élèves d'un modèle de situation. Un examen plus approfondi des résultats montre cependant que de nombreux élèves (près du quart chez les élèves les plus jeunes) ont eu recours à une démarche différente de celles identifiées par les chercheuses comme indiquant le recours à l'une ou l'autre des démarches. Cela soulève la question du parallèle entre la démarche de l'élève et sa représentation mentale du problème qui a peut-être été trop rapidement mis de l'avant par Moreau et Coquin-Viennot. En effet, il faut rester extrêmement prudent lorsque l'on tente d'inférer, à partir de traces écrites limitées, ce qui s'est passé dans la tête d'un élève lors de la résolution. En outre, les problèmes utilisés dans le cadre de cette étude peuvent s'apparenter à des exercices routiniers effectués en classe. Il est donc possible que les élèves aient appris « comment faire » et n'aient plus vraiment besoin de faire appel à leurs modèles mentaux pour résoudre de tels « problèmes » (qui ne correspondent toutefois pas à la définition de problème telle que présentée à la section 4.1).

L'étude la plus complète sur ce sujet est sans doute celle de Mayer *et al.* (1992), qui a porté sur la formation de modèles mentaux dans le cas de problèmes impliquant des énoncés relationnels trompeurs (problèmes contradictoires). Ces auteurs ont relevé deux types d'erreurs liées à une mauvaise compréhension mathématique : celles qui surviennent lorsque les sujets n'arrivent pas à former un modèle de situation cohérent avec l'énoncé du problème,

---

<sup>27</sup> Par exemple, dans le problème « Pour une remise de prix, un fleuriste prépare pour chacun des 14 candidats 5 roses et 7 tulipes. Combien de fleurs utilise-t-il en tout? » (p.269) on pourrait ajouter un élément structurant en disant que le fleuriste prépare pour chacun des candidats « un bouquet » de 5 roses et 7 tulipes. Cela devrait, selon les auteures, aider l'élève à structurer l'information contenue dans le problème, d'où l'expression « élément structurant » pour le désigner.

et celles commises lors du passage du modèle de situation au modèle de problème. Dans les deux cas, on aboutit à un modèle de problème qui n'est pas conforme avec l'énoncé du problème. Ce dernier ne pourra donc pas être résolu correctement. L'étude de Mayer *et al.* s'est concentrée sur les tâches de rappel après la résolution de problèmes chez des étudiants universitaires et a montré que les erreurs portant sur le rappel des relations entre les données sont beaucoup plus fréquentes que celles concernant les données elles-mêmes. De même, les erreurs étaient plus fréquentes pour les structures de problèmes moins familières ainsi que pour les problèmes où les mots-clés des énoncés suggèrent une opération différente de celle qui devait être effectuée. En analysant le temps de fixation des yeux des sujets sur différentes parties des énoncés de problèmes, les chercheurs ont remarqué qu'à la première lecture, les sujets forts en résolution de problèmes se concentraient surtout sur les mots et revenaient ensuite aux nombres, ce qui semble corroborer la construction d'un modèle de situation plus qualitatif avant le passage au modèle de problème, plutôt quantitatif. Les sujets qui accordaient dès le départ une plus grande importance aux nombres qu'aux mots (on suppose qu'ils ont utilisé plutôt une stratégie de traduction directe) ont moins bien réussi en général.

Ces résultats ont été complétés par ceux obtenus par Mayer et Hegarty (1996) dans l'étude dont nous avons parlé brièvement à la section 4.3.2. En comparant les participants qui réussissent bien en résolution de problèmes aux participants plus faibles, ces chercheurs se sont aperçus que ces derniers prennent un temps approximativement égal pour résoudre des problèmes contradictoires et des problèmes non contradictoires, alors que les premiers prennent plus de temps dans le cas des problèmes contradictoires, temps vraisemblablement utilisé pour construire un modèle de situation. Les chercheurs en ont déduit que les participants forts en résolution de problèmes construisent généralement un modèle de situation, alors que les participants faibles utilisent plutôt la traduction directe. Pour vérifier cette hypothèse, ils se sont intéressés au temps de fixation des yeux sur les différents éléments de l'énoncé du problème chez les deux groupes de participants. Leurs résultats confirment leur hypothèse, dans la mesure où les sujets forts en résolution de problème ont passé plus de temps sur les noms des variables et sur les termes relationnels que les sujets faibles, ces derniers se concentrant davantage sur les nombres. Il semblerait donc que les sujets réussissant mieux à résoudre les problèmes utilisent davantage le modèle de situation que les sujets

réussissant moins bien, qui utiliseraient plutôt la traduction directe. Dans une autre étape de la même étude, les chercheurs ont soumis les sujets à une épreuve de rappel. Leur hypothèse était que les sujets construisant un modèle de situation se rappelleraient davantage les relations entre les données que les mots exacts de l'énoncé, alors que les sujets utilisant la traduction directe se rappelleraient plus les termes de relation tels qu'écrits dans l'énoncé que la relation réelle entre les quantités, ce que les résultats ont confirmé.

Il apparaît donc, selon cette étude, que les élèves utilisent de façon prédominante soit une démarche de traduction directe, soit une démarche de construction d'un « modèle de situation ». Ceux qui construisent un modèle de situation réussissent mieux en résolution de problèmes que ceux qui utilisent la traduction directe, ce qui n'est pas étonnant puisque la traduction directe mène souvent à une mauvaise interprétation des relations entre les quantités, surtout dans le cas de problèmes contradictoires. Cependant, il nous paraît important de souligner que les problèmes mathématiques utilisés dans le cadre de ces études sont relativement simples dans la mesure où il est possible de les résoudre en effectuant un seul calcul. Il est donc légitime de nous demander si la distinction observée entre traduction directe et modèle de situation serait aussi nette dans le cas de problèmes requérant plusieurs étapes intermédiaires pour arriver à une solution : nous pouvons en effet imaginer une solution dans laquelle certaines étapes relèveraient plutôt d'une traduction directe, alors que d'autres impliqueraient un modèle de situation. L'utilisation de problèmes à plusieurs étapes pourrait donc remettre en question la binarité des types de démarche utilisés dans la résolution telle que présentée dans ces études et inciter à les nuancer davantage.

Nous avons décrit des études empiriques portant sur les indices de construction d'un modèle de situation de même que sur les types de démarche utilisés dans la résolution (construction d'un modèle de situation et traduction directe) les plus utilisés par les élèves. On peut tirer plusieurs conclusions des résultats issus de ces différentes études. D'abord, il semble que l'importance du modèle de situation dans la résolution d'un problème mathématique soit plutôt consensuelle parmi les chercheurs. Les résultats empiriques semblent indiquer qu'une bonne part des participants, qu'ils soient enfants ou adultes, construisent un tel modèle. Ceux qui le font paraissent également mieux réussir que les autres en résolution de problèmes

mathématiques, alors que l'inverse serait aussi vrai : les sujets qui réussissent le moins bien en résolution de problèmes seraient plutôt ceux qui ne construisent pas de modèle de situation. On remarque cependant que les problèmes utilisés pour ces études ne correspondent pas, dans la grande majorité des cas, à la définition du problème que nous avons présentée plus haut, la plupart étant trop simples et d'une forme trop familière pour être considérés comme tels; des problèmes plus complexes, nécessitant plus d'une étape pour la résolution, pourraient exiger une plus grande finesse dans l'analyse des types de démarche utilisés dans la résolution. De plus, certaines études tirent des conclusions qui peuvent paraître un peu trop directes, dans la mesure où elles ne tiennent pas compte du fait qu'il est difficile d'avoir une idée précise des modèles construits par les sujets, ces modèles demeurant au niveau mental. Toute étude des modèles mentaux se fait par extrapolation à partir des démarches de résolution de problème observées. Il importe donc d'être excessivement rigoureux et prudent dans l'interprétation de ces démarches.

Dans le cadre de l'étude des théories de la compréhension en lecture, nous avons montré le rôle primordial que jouent les inférences dans la construction d'un modèle de situation. Nous tentons maintenant de déterminer si ce rôle demeure dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques.

#### 4.4. Rôle des inférences en résolution de problèmes mathématiques

Rares sont les chercheurs qui se sont penchés sur la place des inférences dans la résolution d'un problème mathématique. D'un point de vue théorique, le seul élément dont on dispose est la place accordée par les différents auteurs aux inférences dans leur modèle de compréhension d'un problème mathématique, mais cette place reste très peu détaillée. Ceux qui en ont parlé s'accordent pour dire que les inférences servent, d'une part, à assurer la cohérence du modèle de situation et, d'autre part, à ajouter certaines informations implicites nécessaires à la résolution du problème (voir par exemple Nathan et al., 1992; Voyer et al., 2012). Les inférences pourraient aussi être impliquées dans la démarche de résolution, pour le passage d'une étape à une autre (Richard, 2004). Plusieurs études empiriques ont tenté d'explorer le

lien entre les habiletés de lecture de façon générale et la résolution de problèmes mathématiques, notamment en mettant en place des programmes destinés à développer des stratégies de lecture pour ensuite vérifier l'influence du développement de ces stratégies sur la résolution de problèmes mathématiques (voir par exemple Hite, 2009; Vicente, Orrantia et Verschaffel, 2007). Parmi les études empiriques qui se sont intéressées de façon spécifique au rôle des inférences dans la résolution d'un problème mathématique, nous retenons celles de Walkington, Sherman et Petrosino (2012), de Nathan, Kintsch et Young (1992) ainsi que celle de Voyer, Beaudoin et Goulet (2012) pour leur pertinence par rapport à notre objet de recherche.

Walkington et ses collègues (2012), lors d'une étude menée auprès d'élèves en difficulté de niveau secondaire, ont interrogé 24 élèves de 9<sup>ème</sup> année alors qu'ils résolvaient des problèmes algébriques et ont analysé leurs solutions écrites afin de déterminer si l'ajout d'éléments contextuels familiers aux problèmes facilitait l'accès à leur contenu mathématique. Pour ce faire, ils ont repéré, dans les démarches des élèves et dans le contenu des entrevues, les indices indiquant les stratégies utilisées par les élèves, les erreurs qu'ils ont commises, l'utilisation du contexte du problème et les difficultés quant à l'interprétation de certaines parties des problèmes. Cette analyse a montré que moins de la moitié de ces élèves faisaient des inférences basées sur leurs connaissances du monde ou leurs expériences personnelles (inférences d'élaboration) lors de la résolution de problèmes mathématiques. En fait, elles ont été observées dans seulement 2% à 5% des démarches de résolution de problèmes, et la majorité des inférences produites, sans être directement nuisibles, n'étaient pas utiles à la résolution du problème. Cela soulève, d'une part, la question de l'habileté de ces élèves en difficulté à générer des inférences et, d'autre part, la question de l'importance de la distinction entre inférences utiles et inutiles. Pour que la compréhension du contexte des problèmes soit optimale, il faut que les inférences générées soient pertinentes pour la résolution du problème. Les élèves doivent donc être en mesure de discriminer les inférences utiles des inférences inutiles afin de ne pas créer de difficultés supplémentaires en intégrant de trop nombreuses informations non pertinentes à leur modèle mental. Il importe cependant de préciser que certaines inférences peuvent avoir été produites par les élèves sans qu'elles n'aient été détectables par l'entrevue ou par l'analyse des traces écrites des élèves.

Nathan *et al.* (1992) croient également que les élèves faibles en résolution de problèmes font généralement peu d'inférences, ou incluent des inférences non pertinentes dans leur solution, ce qui provoque des erreurs. Ils soulignent que dans les problèmes mathématiques, certaines relations fondamentales entre les données doivent être déduites du contexte et ne sont pas explicitement spécifiées dans le texte de l'énoncé lui-même. De faibles habiletés inférentielles peuvent donc empêcher la mise en évidence ou l'extraction de ces relations, et par le fait même la résolution correcte du problème. Nathan et al. posent l'hypothèse selon laquelle les équations contenant des relations à inférer sont omises par les élèves faisant peu d'inférences lors de la résolution d'un problème. Puisque les inférences servent à la construction du modèle de situation, une autre hypothèse prédit que les élèves qui produisent des inférences construiront également un modèle de situation complet. Inversement, les chercheurs croient qu'un raisonnement basé sur les informations situationnelles (et donc sur la construction d'un modèle de situation) soutiendra la production d'inférences pertinentes. Ils ont donc conçu un logiciel d'entraînement à la production d'inférences en contexte de résolution de problèmes qui a été utilisé auprès d'un groupe expérimental de 28 étudiants universitaires dont les études en mathématiques se limitaient au niveau secondaire (en comparaison avec un groupe contrôle composé du même nombre d'étudiants et du même niveau d'études qui a reçu un entraînement non personnalisé à la résolution de problèmes mathématiques donné par un enseignant). Son efficacité a été testée à l'aide de la méthode prétest / posttest. Lors du prétest, la majorité des erreurs relevées étaient en fait des omissions de relations pour lesquelles une inférence était nécessaire. Toutes les hypothèses présentées ci-dessus ont été vérifiées à partir des résultats obtenus au posttest. Les résultats montrent une diminution du taux d'erreur de type « absence d'une ou de plusieurs inférences nécessaires à la résolution » de 45 à 50% entre le prétest et le posttest, contre une augmentation de ce taux chez les participants n'ayant pas utilisé le logiciel. Cette étude contribue donc à mieux définir le rôle des inférences dans la résolution de problème, tout en montrant une influence possible de lacunes dans les habiletés inférentielles, c'est-à-dire la difficulté à dégager les relations implicites entre les données du problème. Elle montre également qu'il est possible d'améliorer les habiletés inférentielles en contexte de résolution de problèmes par des programmes d'entraînement appropriés.

L'étude menée par Voyer et ses collègues (2012) est la seule, parmi celles recensées, à s'être déroulée dans un contexte francophone. Ces chercheurs ont soumis 73 élèves de la 4<sup>e</sup> année du primaire à des épreuves de compréhension en lecture et à des épreuves de résolution de problèmes mathématiques afin d'identifier les habiletés de lecture utilisées par les élèves qui réussissent bien en résolution de problèmes mathématiques. Ils ont utilisé deux types de textes, soit les textes narratifs et informatifs. Il ressort des analyses de corrélation que seule le rendement en compréhension de textes informatifs est lié au rendement en résolution de problèmes mathématiques, ce qui, selon ces chercheurs, pourrait s'expliquer par un mode de traitement de l'information commun à ces deux types de textes. En effet, dans un texte informatif comme dans un énoncé de problème mathématique, l'information est structurée selon des liens logiques, et non selon des liens temporels ou causaux (comme c'est le cas pour les textes narratifs). Ces chercheurs ont également partagé les questions des épreuves de compréhension en lecture en deux catégories: les questions de repérage et les questions d'inférences. Ils ont ensuite fait des tests de corrélation entre les scores des élèves aux différents types de question et les scores de ces mêmes élèves en résolution de problèmes mathématiques, pour découvrir que seule la corrélation entre le score aux questions d'inférence et celui en résolution de problèmes était statistiquement significative. Deux conclusions importantes peuvent être tirées de cette étude : d'une part, la modalité de traitement de l'information contenue dans un texte semble être une variable explicative, du moins en partie, de la corrélation entre le rendement en lecture et celui en résolution de problèmes mathématiques. Le choix d'une typologie d'inférences basée sur les opérations cognitives sous-jacentes pour notre étude se révèle d'autant plus pertinent à la lumière de ces résultats : cette typologie pourrait en effet contribuer à expliquer certains succès ou certaines difficultés des élèves, puisque les modalités de traitement de l'information (qui peuvent être assimilées à des opérations cognitives similaires à celles mises de l'avant dans cette typologie) semblent expliquer partiellement le lien entre compréhension en lecture et résolution de problèmes mathématiques. D'autre part, comme l'ont également relevé les autres études présentées ci-dessus, il existe un lien entre l'habileté à produire des inférences lors de la lecture d'un texte et la performance en résolution de problèmes mathématiques. Ce lien dépendrait cependant du genre littéraire du texte présenté aux élèves, et ne serait significatif que pour les textes informatifs.

Jusqu'ici, dans ce chapitre, nous avons présenté différentes études portant sur la compréhension des problèmes mathématiques et sur le rôle que jouent les inférences dans cette compréhension. Nous ferons maintenant une synthèse de ces études, d'une part afin d'en dégager les connaissances théoriques et empiriques utiles pour répondre à notre question de recherche et, d'autre part, pour faire un bilan des méthodes utilisées pour évaluer les habiletés inférentielles, la résolution de problèmes et les types de démarche utilisés dans cette résolution par les participants.

#### 4.5. Bilan des études recensées

---

Le processus de compréhension d'un problème mathématique peut, sur certains aspects, être assimilé au processus de compréhension d'un texte, bien qu'il faille tenir compte des particularités du langage mathématique et de l'intention de lecture. Cette intention de lecture diffère, bien entendu, lors de la lecture d'un énoncé de problème et d'un texte présenté dans le cadre d'un cours de français, par exemple. De façon générale, on peut considérer que le processus de compréhension, sans être linéaire, passe tout de même par la construction de différentes représentations du texte. La première d'entre elles serait la base de texte, suivie du modèle de situation et, finalement, du modèle de problème, plus abstrait et plus quantitatif que le précédent, qui conduirait directement à l'élaboration d'un plan de solution. Or, la recherche montre que plusieurs sujets, autant élèves qu'adultes, construisent la base de texte et passent directement au modèle de problème, sans construire de modèle de situation. Cette manière de faire, qualifiée de « traduction directe », rend le processus de compréhension d'un problème mathématique plus rapide, mais conduit souvent à des erreurs d'interprétation (et, par conséquent, à une solution erronée). La construction d'un modèle de situation serait, quant à elle, un signe de compréhension des enjeux du problème, incluant ceux relatifs au contexte dans lequel il est ancré.

Nous avons mis de l'avant les différents liens existant entre la production d'inférences et les représentations mentales liées à la résolution de problèmes mathématiques. Notre recension

des recherches menées sur ce sujet nous a permis d'extraire plusieurs informations importantes, autant théoriques qu'empiriques, et de soulever certaines zones d'ombre qui méritent d'être explorées davantage. Il en est question dans cette section, alors que nous procédons, à une synthèse des connaissances en lien avec la relation entre les inférences et les représentations mentales construites lors de la résolution de problèmes mathématique.

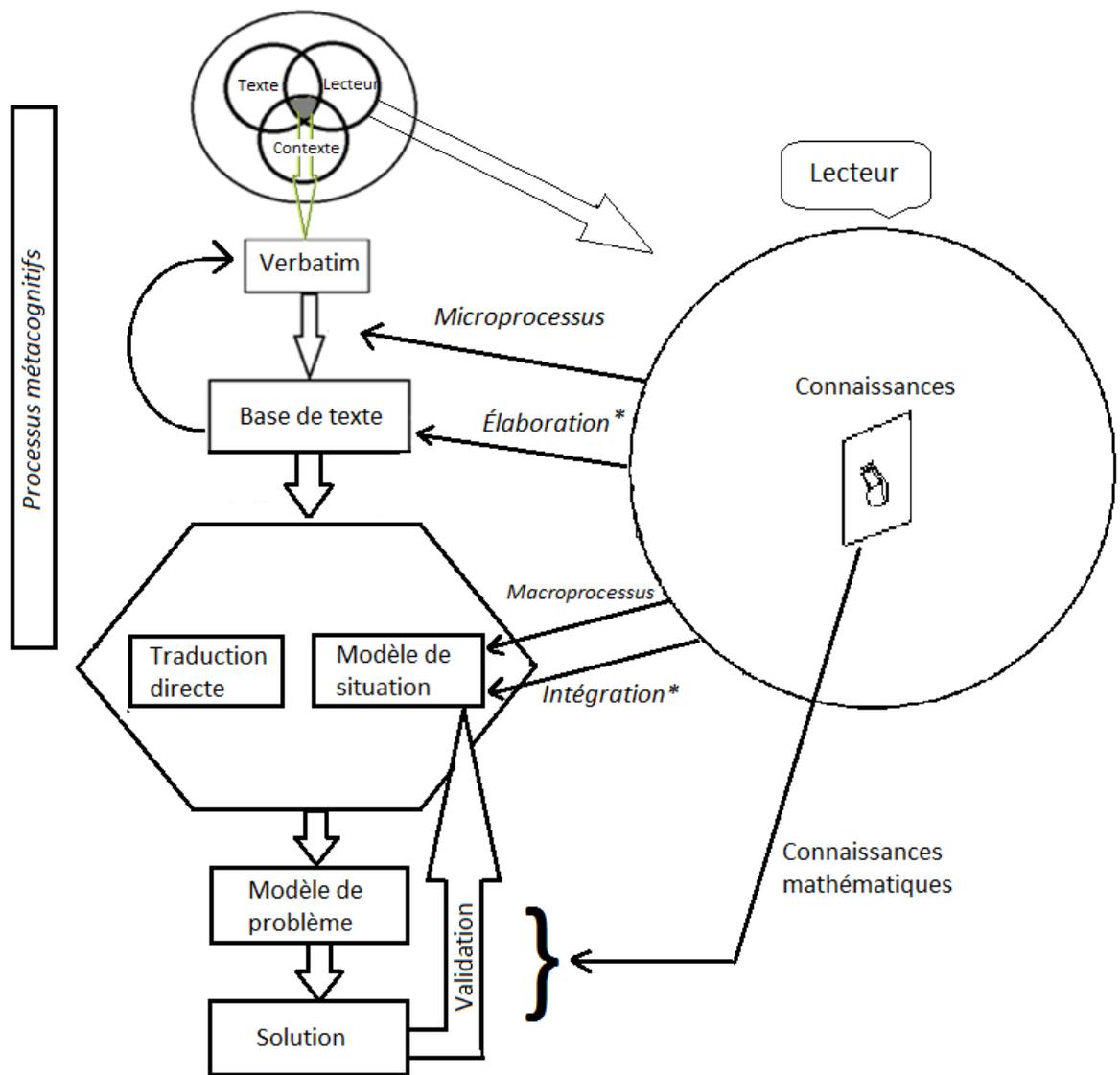
Plusieurs des auteurs dont nous avons présenté les travaux s'entendent pour dire qu'un texte est compris lorsque le lecteur s'en est construit un modèle mental, que l'on appelle « modèle de situation » (voir par exemple Fayol, 1992a; Kintsch et van Dijk, 1978; Martins et Le Bouédec, 1998; van den Broek et al., 2002). Pour bâtir ce modèle de situation, le lecteur part de la base de texte (une représentation propositionnelle du texte qu'il a lu) et hiérarchise les informations qu'il contient, sélectionne les plus pertinentes selon son intention de lecture, y intègre d'autres informations provenant d'autres parties du texte, de son expérience personnelle ou de ses connaissances antérieures et organise le tout. Ce processus fait une grande place aux habiletés inférentielles, notamment aux trois types d'inférences que nous avons choisi d'étudier, soit les inférences de hiérarchisation et de sélection de l'information, les inférences d'intégration entre les différentes parties d'un texte et les inférences d'élaboration (qui intègrent au texte lu des informations provenant des connaissances et des expériences du lecteur).

Nous avons également vu que ce modèle de compréhension de texte peut être appliqué aux problèmes mathématiques. Dans ce cas précis, cependant, le modèle de situation n'est pas le dernier niveau de représentation mentale auquel parvient le lecteur. En effet, puisque l'intention de lecture est guidée par la tâche à accomplir, qui est alors la résolution du problème, un modèle qui permet cette résolution doit être construit : c'est le modèle de problème, qui permet le passage aux opérations formelles (mise en équation, calcul, etc.), lesquelles sont mises à contribution pour la résolution du problème. Le modèle de situation garde dans ce processus toute son importance : les élèves le construisent en utilisant les éléments contextuels fournis dans l'énoncé du problème et les inférences qu'ils tirent de leurs connaissances et de leurs expériences personnelles. Ils utilisent ce modèle de situation pour bien comprendre les relations entre les différents éléments et pour planifier leur solution en

conséquence. Plusieurs recherches empiriques montrent que certains élèves ne construisent toutefois pas de modèle de situation et utilisent plutôt une stratégie dite de « traduction directe », par laquelle ils ne retiennent que les quantités et les mots-clés de l'énoncé pour les combiner, le plus souvent selon leur ordre d'apparition. Les élèves peu performants en résolution de problèmes utilisent davantage la traduction directe que les élèves plus performants, et omettent donc plus souvent de construire un modèle de situation. Nous tenons à rappeler ici une critique cruciale faite ci-dessus lorsqu'il a été question de la distinction entre modèle de situation et traduction directe dans les recherches empiriques présentées. En effet, la majorité des problèmes utilisés pour trouver des traces de l'une ou l'autre de ces approches étaient très simples et ne comportaient le plus souvent qu'une ou deux étapes de résolution. Il était donc assez facile de placer l'approche utilisée par le participant dans l'une ou l'autre de ces deux catégories, qui semblaient par conséquent mutuellement exclusives. Il reste à déterminer si une telle catégorisation nécessitera des raffinements lorsque l'on observera des démarches comportant plusieurs étapes.

L'ensemble de ce cheminement, de la lecture de l'énoncé du problème à sa résolution, pourrait être représenté par le modèle-synthèse présenté ci-dessous (Figure 6). Ce modèle-synthèse reprend celui que nous avons présenté pour la compréhension en lecture, tout en y intégrant les spécificités de la compréhension d'un problème mathématique (rappelons que l'astérisque identifie les processus inférentiels et que l'interrupteur, placé sous le mot « connaissances », fait référence au processus d'activation – désactivation de ces connaissances). Nous avons ainsi ajouté, après la base de texte, les deux principales possibilités, soit la construction d'un modèle de situation ou le passage direct au modèle de problème (traduction directe) de même que le modèle de problème lui-même, la solution (qui inclut à la fois l'élaboration et l'exécution d'un plan de solution), la vérification de cette solution ainsi que les connaissances mathématiques, qui sont impliquées tout au long du processus, mais surtout lors des dernières phases (de la construction du modèle de situation à la validation de la solution obtenue). Nous avons soulevé des doutes quant à la dichotomie marquée entre ces types de démarches, mais nous les avons tout de même illustrées de cette façon puisque c'est ainsi qu'elles sont présentées dans la littérature scientifique. Ce modèle combine donc l'ensemble des théories que nous avons présentées, autant sur le plan de la

compréhension en lecture que de la résolution de problèmes mathématiques. Il importe de souligner que malgré son aspect linéaire, les différentes « étapes » ne sont pas successives : des retours en arrière sont non seulement souhaitables, mais nécessaires, et le traitement des informations semble se faire de manière plus itérative que séquentielle. Nous souhaitons en outre rappeler au lecteur que la compréhension du problème se modifie tout au long du processus de résolution, en fonction des résultats obtenus et des compétences mathématiques des sujets. Il est donc nécessaire de considérer la résolution du problème comme faisant partie du processus de compréhension.



**Figure 6. Modèle synthèse de la résolution d'un problème mathématique**

Il ressort de la synthèse des différentes études que les élèves qui réussissent moins bien en résolution de problèmes mathématiques ne construisent pas, ou du moins seulement rarement, de modèle de situation complet. Or, la production d'inférences est particulièrement sollicitée dans la construction de ce modèle, ce qui suscite certaines questions, que nous poserons après avoir présenté une synthèse des méthodes employées dans les différentes études.

## 4.6. Compte-rendu des méthodologies employées

---

Dans cette section, nous présentons les méthodes utilisées par les différents auteurs pour leur collecte de données et ce, pour chacune des variables qui nous intéressent, à savoir 1) les habiletés inférentielles, 2) les habiletés en résolution de problèmes et 3) le type de démarche de résolution utilisé (construction d'un modèle de situation ou traduction directe). Nous présentons, pour chacune de ces variables (sections 4.6.1.1 à 4.6.1.4), les différentes méthodes recensées, tout en les critiquant. C'est cette structure qui guidera la présentation de chacune des méthodes recensées. Cette section se conclut par un tableau récapitulatif permettant de repérer, pour chacune des variables, les différentes méthodes employées par les chercheurs.

### 4.6.1. Évaluation des habiletés inférentielles

---

Les outils d'évaluation utilisés par les chercheurs qui se sont intéressés à la production d'inférences à l'écrit sont de trois types : ceux qui permettent de prendre des mesures pendant la lecture (*on-line*; Albrecht et O'Brien, 1993; Fincher-Kiefer, 1993; Hegarty et al., 1995a; Long et Golding, 1993; Magliano, Baggett, Johnson et Graesser, 1993; Potts, Keenan et Golding, 1988; Trabasso et Suh, 1993; Whitney et Williams-Whitney, 1990), ceux qui permettent de prendre des mesures après la lecture (*off-line*; Cain et Oakhill, 1999; Casteel et Simpson, 1991; Lavigne, 2008; Le Sourn-Bissaoui, Caillies, Gierski et Motte, 2009; Magliano, Trabasso et Graesser, 1999; van den Broek, Fletcher et Risdén, 1993; Voyer, 2006; Voyer et al., 2012) et ceux qui font appel à un protocole verbal pendant la lecture (*think aloud*; Magliano et al., 1999; Trabasso et Magliano, 1996; Trabasso et Suh, 1993). Mentionnons également, à titre informatif, qu'à notre connaissance, il n'existe pas de tests standardisés pour mesurer la production d'inférences lors de la lecture d'un texte chez les adolescents ou chez les adultes, du moins, pas en français. Nous décrivons d'abord les trois catégories d'outils énoncées ci-dessus, en précisant quels types d'outils elles comprennent, le genre d'informations que ces outils permettent de recueillir, leurs avantages et leurs inconvénients. Cette description sera également basée sur la présentation d'outils ayant été utilisés par les chercheurs s'intéressant à l'évaluation des inférences. Nous nous attardons ensuite aux outils utilisés pour mesurer la production d'inférences dans le cadre de la résolution de problèmes

mathématiques. Cela nous conduira à discuter de la pertinence d'utiliser chacun de ces outils dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques.

#### 4.6.1.1. Mesures prises pendant la lecture

---

La première catégorie d'outils d'évaluation est sans doute la plus variée quant à ceux qu'elle contient. Dans un premier temps, de nombreuses mesures peuvent être prises pendant la lecture, comme la vitesse de lecture (on compare alors les temps de lecture de textes requérant plus ou moins d'inférences; voir par exemple Albrecht et O'Brien, 1993) et le temps consacré à chaque mot ou à chaque proposition (mesuré soit avec des outils informatiques, soit en analysant le mouvement des yeux du sujet, comme l'ont fait Hegarty et al., 1995b; on suppose que le lecteur passera plus de temps sur les items requérant des inférences). Dans un deuxième temps, différentes tâches peuvent être administrées aux participants. Parmi celles-ci, la tâche de décision lexicale (Long et Golding, 1993; Magliano et al., 1993; Potts et al., 1988) requiert, de la part du participant, de lire un texte et de dire, à des moments précis, si certains mots existent ou non. Dans le cadre des études recensées, on présente aux participants soit un faux mot, soit un mot provenant des inférences que ceux-ci peuvent faire, soit un vrai mot sans lien avec le texte. Les chercheurs supposent qu'un délai de réponse plus court indique un lien de proximité plus étroit avec le texte; les mots reliés aux inférences devraient donc être reconnus plus rapidement que les autres. Par exemple, dans le texte « Un couple entre dans un restaurant. Il s'assoit et se met à discuter », le mot « manger » devrait être reconnu plus rapidement que le mot « jouer » (précisons que la fréquence des mots utilisés est contrôlée). On retrouve également des tâches de reconnaissance de mots, de propositions ou de phrases (Potts et al., 1988; Trabasso et Suh, 1993) dans lesquelles les sujets doivent dire s'ils ont lu ou non un mot (ou une proposition, ou une phrase). On suppose que les mots ciblant des inférences seront plus souvent faussement identifiés comme ayant été lus que des mots non reliés au texte. Un dernier type de tâche de cette catégorie consiste à compléter un texte troué (test de *closure*: Fincher-Kiefer, 1993; Potts et al., 1988) ou à compléter un mot dont on ne connaît que la ou les premières lettres (Whitney et Williams-Whitney, 1990). Le mot choisi

par le participant peut donner une indication des inférences qu'il a produites, ou omis de produire. On mesure aussi souvent le temps de réponse à ces tâches.

Toutes ces mesures sont utiles puisqu'elles permettent (du moins, en partie) de déterminer quelles inférences sont disponibles pour le lecteur au moment même de la lecture. Par contre, à cause des interruptions que la plupart d'entre elles occasionnent, elles peuvent interférer avec la lecture, qui se rapproche alors moins de celle faite en situation naturelle. Même les tâches qui n'interrompent pas la lecture, comme le temps passé sur chaque phrase, s'éloignent d'une situation naturelle de lecture parce que le texte est alors présenté phrase par phrase plutôt qu'en entier, sans possibilité de retour en arrière. Les différentes interruptions que ces tâches occasionnent peuvent également nuire à la compréhension globale du texte chez le lecteur, puisqu'on aura introduit plusieurs éléments de distraction dans sa lecture. Il sera donc davantage porté à en perdre le fil.

#### 4.6.1.2. Mesures prises après la lecture

---

La deuxième grande catégorie d'outils regroupe toutes les tâches qui doivent être accomplies après la lecture. On y retrouve deux principaux types d'outils, soit la réponse à des questions et des tâches de rappel du texte.

Dans le cas des questions posées après la lecture, plusieurs recherches ont utilisé des questionnaires existants (par exemple, des examens nationaux ou régionaux de compréhension de texte ou des questionnaires présents dans des banques d'outils d'évaluation pour enseignants) en distinguant les questions (à choix multiple) de repérage d'informations des questions inférentielles, se servant des premières comme des questions contrôles. D'autres ont plutôt construit des épreuves sur le même modèle (texte, questions de repérage, questions inférentielles) (Cain et Oakhill, 1999; Voyer et al., 2012). Les élèves devaient le plus souvent lire un ou plusieurs textes, selon leur longueur, puis répondre de manière individuelle et par écrit à des questions également présentées à l'écrit. Ces questions peuvent être très simples, comme demander au sujet, après la lecture de quelques phrases, de déterminer laquelle des

suites ou des intentions attribuées au personnage est la plus probable (Le Sourn-Bissaoui et al., 2009). Ce type de tâche présente l'avantage certain de pouvoir être présenté à un groupe, ce qui facilite grandement la cueillette de données, tout en permettant une correction rapide et objective. Elle a également l'avantage de ne pas interrompre la lecture, contrairement à la première catégorie d'outils d'évaluation, mais elle ne permet pas de distinguer les inférences qui étaient disponibles pour le lecteur au moment de la lecture (celles qu'il a produites spontanément) de celles qui ont été produites spécifiquement pour répondre aux questions posées. Ces tâches peuvent en effet induire des inférences qui n'auraient pas été produites autrement (Van den Broek, Fletcher et Risdén, 1993) : il devient alors impossible de distinguer les inférences que le lecteur a produites spontanément, et qu'il jugeait donc nécessaires à sa compréhension, de celles produites spécifiquement pour satisfaire aux exigences de la tâche, et non directement reliées à la compréhension du texte. De plus, en réutilisant des questions déjà existantes mais qui ne sont pas conçues pour évaluer les inférences de façon spécifique, il est difficile d'obtenir une variété de types d'inférences. En outre, les questions inférentielles étant généralement peu nombreuses dans ce genre de test, on oblige les sujets à lire beaucoup pour obtenir une quantité restreinte d'informations. Lavigne (2008), tout comme Casteel et Simpson (1991), a construit et validé ses propres épreuves, mais celles-ci ressemblent beaucoup aux autres tests du genre, bien qu'elles incluent davantage de questions inférentielles. La construction d'épreuves *ad hoc* permet tout de même de mieux contrôler le type d'inférences ciblées par les questions, tout en augmentant le nombre de questions inférentielles relatives à un même texte.

Les tâches de rappel, quant à elles, peuvent prendre la forme soit d'un rappel libre, dans lequel on demande aux participants de récrire le texte tel qu'ils se le rappellent, soit d'une tâche de reconnaissance de différents éléments du texte. Dans le premier cas, on analyse les productions des participants afin d'identifier le contenu qui ne se trouvait pas dans le texte original (et qui a donc été ajouté par un processus inférentiel); dans le second cas, on présente différentes versions du texte aux participants en leur demandant d'identifier laquelle ils ont lue. Ce sont les erreurs des participants qui sont instructives dans ce cas : si la version du texte incluant le contenu des inférences est choisie, c'est un bon indicateur de la production de ces inférences par le lecteur (Voyer, 2006). Tout comme les tâches de réponse à des

questionnaires, les tâches de rappel ont l'avantage de ne pas interrompre la lecture. Ces tâches, et en particulier celles de rappel libre, sont également moins sujettes à induire des inférences que le lecteur n'aurait pas produites autrement. Elles ne permettent toutefois pas de déterminer quelles inférences étaient disponibles au moment de la lecture, à l'instar des tâches de réponse à des questions (Magliano et al., 1999). Elles rendent en outre difficile l'identification des inférences de sélection produites par le participant : il est impossible de savoir si un élément est absent du rappel parce qu'il a été jugé moins important ou parce qu'il a simplement été oublié.

#### 4.6.1.3. Protocole verbal

---

La troisième catégorie d'outils d'évaluation regroupe les méthodes de protocoles verbaux (« *think aloud* »). Ces méthodes consistent, après une démonstration et un entraînement, à demander aux participants de lire un texte tout en disant au fur et à mesure, à voix haute, ce à quoi ils pensent en lisant (Magliano et al., 1999). La verbalisation du participant est ensuite analysée pour y détecter le contenu inférentiel, sa provenance et les mécanismes mnémoniques qui ont permis son activation. Trabasso et Magliano (1996) ont développé une méthode d'analyse pour ce faire. Cette méthode a cependant été construite pour les textes narratifs, et en particulier pour les relations causales entre les différents éléments; il n'est donc pas garanti qu'elle s'applique à d'autres types de textes.

Il existe également des formes de protocoles verbaux utilisés après la lecture du texte, notamment pour pallier le principal inconvénient des protocoles verbaux présentés pendant la lecture, à savoir le fait qu'ils sont peu écologiques, dans la mesure où la lecture ne se déroule plus dans un contexte « normal » et que le lecteur est tenu, en même temps qu'il lit, de porter attention à des éléments auxquels il n'accorderait habituellement pas d'importance, du moins pas à ce moment précis. L'un de ces protocoles verbaux est l'entretien d'explicitation (Vermersch, 2006). Ce dernier vise l'explicitation la plus précise et détaillée possible du vécu du participant par rapport à une action passée pour qu'il en prenne conscience. Ce type d'entretien se concentre sur l'aspect procédural (le « quoi ») de cette action, et non sur son

explication, sa justification. L'essentiel de cette démarche passe par un processus dit de « réflexion », qui permet au participant de se remettre en contact avec son vécu pour mieux prendre conscience de ses aspects jusque-là restés inconscients et pour le mettre en mots. Plusieurs techniques permettent d'atteindre ce réflexion, notamment la référence à une situation précise (par exemple, la résolution d'un problème mathématique donné à un moment précis, plutôt que la résolution de problèmes en général), l'évocation sensorielle de la situation et l'utilisation de questions descriptives portant sur l'action elle-même. Le principal avantage de l'entretien d'explicitation est de ne pas perturber le déroulement de la tâche qui est visée par l'entretien, puisqu'il est fait après la réalisation de cette tâche. Il permet en outre d'accéder à des informations qui étaient parfois restées inconscientes pour le participant lui-même lors de la réalisation de la tâches; les informations obtenues sont donc plus complètes. Par contre, comme toutes les méthodes utilisées après la lecture ou la résolution du problème, il est susceptible de faire apparaître des éléments qui n'étaient pas réellement présents lors de la lecture; il faut donc valider les informations obtenues par le biais de l'entretien d'explicitation.

Plusieurs auteurs s'entendent pour dire qu'en matière d'évaluation des inférences, la triangulation des données produit des résultats plus fiables que l'utilisation d'une seule méthode (Graesser et Zwaan, 1995; Magliano et Graesser, 1991; Trabasso et Suh, 1993). Trabasso et Suh (1993) proposent par exemple une méthode d'évaluation à trois volets : un premier volet demande une analyse *a priori* du texte afin de déterminer quelles inférences peuvent être produites à sa lecture; un deuxième volet consiste en une cueillette de données par le biais de protocoles verbaux, selon la méthode décrite ci-dessus; le troisième volet consiste en une réponse à des questions suite à la lecture. Le premier volet permet d'analyser les protocoles verbaux obtenus lors de la lecture; les résultats de cette analyse sont ensuite mis en relation avec la réussite aux différents items du questionnaire afin de déterminer si les inférences avaient bel et bien été produites.

Comme nous l'avons spécifié ci-dessus, il existe dans chacune de ces catégories une grande variété d'outils d'évaluation des inférences. Nous en décrirons maintenant quelques-

uns parmi ceux ayant été utilisés à plus grande échelle, autant chez des enfants que chez des adultes.

#### 4.6.1.4. Épreuves utilisées à plus grande échelle

---

L'un des outils les plus utilisés a été développé par Happé (1994) dans le cadre d'une étude sur le raisonnement des autistes, enfants et adultes. Cet outil, appelé « test des histoires étranges », comprend 24 histoires dont 18 exigent, pour être bien comprises, de pouvoir interpréter correctement des figures de style, des blagues, des mensonges, des incompréhensions entre les personnages et d'autres situations ambiguës du même genre. Dans la plupart des cas, des processus inférentiels sont sollicités, le plus souvent pour comprendre adéquatement les relations sociales en jeu et les motivations des personnages. Les textes employés sont tous des textes narratifs, et le contenu des inférences à produire reste très limité, ce qui rend cet outil moins intéressant pour mesurer la production d'inférences de façon plus globale.

L'autre outil ayant été repris dans plusieurs études est celui développé par Brownell, Potter, Bihrlé et Gardner (1986). Il consiste en des paires de phrases qui, considérées séparément, encouragent une interprétation différente de celle que le lecteur fait lorsqu'il les considère comme un tout. Les sujets doivent lire les paires de phrases, puis déterminer si chacune des quatre affirmations qu'on leur présente par la suite (une contenant une inférence correcte, une contenant une inférence incorrecte, et deux contenant des informations factuelles) est vraie ou fausse. Voici, à titre d'exemple, l'une des paires de phrases de cet outil et les affirmations qui y sont reliées :

« Jeanne est entrée en courant dans le bureau du dentiste. Elle a vu son sac à main sur la table de la salle d'attente.

1. Elle avait oublié son sac à main en quittant le bureau. (inférence correcte)
2. Elle était en retard pour son rendez-vous chez le dentiste. (inférence incorrecte)
3. Jeanne est entrée en courant dans le bureau de l'avocat. (question littérale)
4. Le sac à main de Jeanne était dans la salle d'attente. (question littérale) » (Ozonoff et Miller, 1996, p. 419)

Ces deux outils, comme d'ailleurs la plupart des outils d'évaluation des inférences en lecture, font appel à des textes narratifs. Or, comme le soulignent Voyer et ses collègues (2012), les processus cognitifs impliqués dans la compréhension de textes narratifs sont significativement différents de ceux impliqués dans la compréhension de problèmes mathématiques, entre autres à cause de la structure des textes. En effet, les textes narratifs sont le plus souvent organisés de façon temporelle. Les textes informatifs, par contre, sont plutôt organisés selon des liens logiques, comme les énoncés de problèmes mathématiques. L'utilisation de textes narratifs pour étudier la relation entre la production d'inférences et la résolution de problèmes mathématiques n'apparaît donc pas comme un choix judicieux. Nous aborderons maintenant les outils permettant d'évaluer la production d'inférences dans le contexte spécifique des problèmes mathématiques.

#### 4.6.1.5. Outils d'évaluation des habiletés inférentielles en contexte de résolution de problèmes

---

S'il est difficile de trouver des outils d'évaluation de la production d'inférences lors de la lecture d'un texte, il est encore plus difficile d'en trouver pour mesurer la génération d'inférences lors de la résolution de problèmes mathématiques. En fait, à notre connaissance, il n'existe aucun outil spécifique pour l'évaluation des habiletés inférentielles dans ce cadre. Les rares chercheurs s'y étant intéressés l'ont fait soit en tentant d'établir des corrélations entre la compréhension en lecture de façon générale et la résolution de problèmes mathématiques en utilisant des outils comme ceux mentionnés ci-dessus (voir Voyer et al., 2012, par exemple), soit en appliquant les techniques d'évaluation des inférences en compréhension de texte à des problèmes mathématiques (Walkington et al., 2012), au risque de ne pas tenir compte de la spécificité de ce genre de textes.

Dans cette dernière catégorie, on a surtout utilisé des tâches de rappel (Cummins et al., 1988; Radford, 1996a; Voyer, 2006) dans lesquelles on demandait aux sujets, après qu'ils avaient résolu les problèmes, d'en récrire l'énoncé le plus fidèlement possible. L'analyse du contenu de ces rappels permet de déterminer quelles relations, en particulier, ont été inférées

par le sujet, quels éléments ont été laissés de côté, le cas échéant, et quelles informations ont été retenues pour la résolution, et donc considérées comme pertinentes. Ces tâches ne permettent cependant pas de déterminer toutes les inférences qui ont été faites lors de la lecture et *a fortiori*, lors de la résolution du problème, mais seulement celles dont le sujet se souvient une fois cette résolution terminée. Ce sont probablement là les inférences les plus cruciales pour la compréhension du problème, mais il n'est pas à exclure que certains sujets, ayant mieux retenu la formulation originale du problème, cherchent à s'en tenir à cette version, ce qui limite l'inclusion de contenu inférentiel dans leurs rappels.

Nous avons présenté différents outils d'évaluation des habiletés inférentielles, et ce, dans plusieurs contextes, notamment en compréhension en lecture et en résolution de problèmes mathématiques. Il ressort de cette analyse que, s'il existe plusieurs outils d'évaluation des habiletés inférentielles lors de la lecture, aucun ne se suffit à lui-même; il semble en effet que la combinaison de plusieurs outils permet une évaluation plus juste des habiletés inférentielles des participants telles qu'elles se manifestent en situation naturelle de lecture ou de résolution de problèmes. Il importe en outre de rester prudent lors de l'utilisation des outils conçus pour des textes narratifs pour évaluer la production d'inférences lors de la résolution de problèmes mathématiques. Certains outils, notamment les tâches de rappel, ont été utilisés par plusieurs chercheurs et semblent généralement fournir des données valides, mais la vigilance reste de mise. Nous aborderons maintenant l'évaluation des habiletés à résoudre des problèmes mathématiques.

#### 4.6.2. Évaluation des habiletés en résolution de problèmes mathématiques

Parmi les trois variables qui nous intéressent (habiletés en production d'inférences, en construction de modèles mentaux et en résolution de problèmes mathématiques), il semble que ce soit pour les dernières que les méthodes de cueillette de données sont les plus uniformes. Dans toutes les études consultées s'y étant intéressées, les participants devaient résoudre des problèmes mathématiques. Il s'agissait parfois de la seule tâche qui leur était proposée au regard de ces problèmes (Coquin-Viennot et Moreau, 2007; Moreau et Coquin-Viennot, 2003;

Tijus et al., 2002; Voyer et al., 2012), mais les participants étaient parfois soumis aussi à des entrevues prenant différentes formes (Llinares et Roig, 2008; Malefoasi, 2010; Pape, 2004).

Le choix et le nombre des problèmes varient beaucoup d'une étude à l'autre. Alors que certains chercheurs ont utilisé des problèmes présents dans les manuels scolaires ou dans des épreuves nationales (Malefoasi, 2010; Voyer et al., 2012; Walkington et al., 2012), d'autres ont construit des problèmes expressément pour leur étude, ou les ont empruntés à des chercheurs ayant utilisé une méthodologie similaire (Coquin-Viennot et Moreau, 2007; Llinares et Roig, 2008; Mayer et al., 1992; Moreau et Coquin-Viennot, 2003; Pape, 2004; Voyer, 2006; Walkington et al., 2012). Dans les études consultées, le nombre de problèmes soumis aux participants varie entre deux (Thevenot, 2010; Voyer, 2006) et 24 (Mayer et al., 1992).

Puisque la plupart des auteurs consultés ont choisi d'utiliser des problèmes d'arithmétique, notamment des problèmes additifs, ils expliquent leur choix en faisant référence aux typologies reconnues de problèmes additifs comme celles de Riley (1984) et de Vergnaud et Durand (1976). Or, cette typologie n'est pas adaptée aux problèmes requérant une solution algébrique ou un recours à d'autres opérations mathématiques que l'addition et la soustraction. Par contre, de tels problèmes peuvent être catégorisés en fonction de leur nature « connectée » ou « déconnectée ». En effet, selon Bednarz et Janvier (1996), un problème est dit « connecté » si l'on peut, à partir des données fournies, aboutir à la réponse cherchée par une chaîne ininterrompue de calculs. Autrement dit, un problème dans lequel il n'est pas nécessaire d'effectuer des opérations sur des données inconnues est appelé « connecté ». À l'inverse, un problème dans lequel ce genre de démarche directe n'est pas possible sera appelé « déconnecté ». Dans ces problèmes, aucun pont ne peut être établi directement (sans démarches intermédiaires) entre deux données connues. Les problèmes dits « algébriques » sont généralement de ce type (déconnecté), tandis que les problèmes arithmétiques seraient plutôt de type connecté. Cela reste cependant tributaire du point de vue et du type de solution adoptés par celui qui les résout. Cette typologie, puisqu'elle s'applique à des problèmes complexes comme ceux utilisés dans le cadre de notre étude, pourra nous être utile pour catégoriser les problèmes retenus.

Certaines des études mentionnées ci-dessus utilisaient, outre les problèmes mathématiques, des entretiens pour recueillir des données. Ces entretiens étaient généralement semi-structurés puisque seul le thème général de l'entretien était prédéterminé. Leur contenu variait selon l'objectif de recherche. Dans certains cas, on demandait aux participants de verbaliser les difficultés rencontrées lors de la résolution des problèmes (Malefoasi, 2010; Pape, 2004), ou simplement d'expliquer leur démarche (Llinares et Roig, 2008; Radford, 1996b), afin de mieux comprendre leur raisonnement de façon générale. Certaines entretiens leur demandaient plutôt de réfléchir à voix haute pendant la résolution des problèmes (protocole verbal, ou « *think aloud protocol* ») (Pape, 2004) afin de saisir chacune des étapes du raisonnement des participants. Si les entretiens permettent de compléter l'information obtenue par l'analyse des démarches de résolution des sujets, la réflexion à voix haute, surtout dans le cas de problèmes plus complexes, risque de créer une surcharge cognitive rendant difficile à la fois la résolution du problème et la communication du raisonnement. Comme dans le cas des questionnaires de Voyer (2006) abordés ci-dessus, l'entretien requiert du sujet une certaine conscience de ses stratégies, des processus utilisés et des difficultés rencontrées, ce qui n'est pas à la portée de tous. De plus, les sujets apportant les informations les plus utiles en entretien pourraient être les sujets les plus habiles sur le plan métacognitif (au niveau de la conscience de ces stratégies, processus et difficultés, entre autres), ce qui risquerait de biaiser les résultats, les habiletés métacognitives influençant la réussite en résolution de problèmes mathématiques (voir entre autres Focant, 2004).

Plusieurs aspects méthodologiques présents dans les études recensées peuvent poser des problèmes d'interprétation importants, principalement en ce qui a trait au choix des problèmes et à la nature des données sur lesquelles est fondée l'interprétation. En effet, les problèmes choisis correspondent rarement à la définition d'un problème telle que celle présentée ci-dessus. Une grande partie de ces problèmes s'apparentent plutôt à des exercices d'application plus ou moins routiniers. Il est donc possible que les participants aient appris « comment faire » et n'aient plus vraiment besoin de construire des modèles mentaux pour résoudre de tels « problèmes », comme dans le cadre des études de Moreau et Coquin-Viennot (2003) et de Thévenot (2010), soit parce que le processus est automatisé, soit parce que les modèles nécessaires sont déjà présents et que le processus s'en trouve simplifié. Dans cette dernière

étude, le choix de problèmes trop faciles ressort tout particulièrement puisque des étudiants universitaires devaient résoudre des problèmes arithmétiques semblables à ceux présentés au début du primaire. De plus, il n'y avait que deux problèmes à résoudre, que chaque participant devait résoudre à deux reprises. La répétition des mêmes problèmes pose également un problème important d'interprétation des résultats.

À la lumière de cette synthèse, il appert que le choix des problèmes proposés doit faire l'objet d'une attention particulière pour s'assurer qu'ils posent réellement un défi et qu'ils comportent un aspect de nouveauté pour les participants. Il semble en outre pertinent de chercher à compléter les résultats provenant de l'analyse des traces écrites de la démarche par d'autres sources d'information, telles que l'entretien d'explicitation ou une tâche de rappel, suivant la logique de la méthode de triangulation présentée par Trabasso et Suh (1993; voir section 4.6.1.3). Les données provenant de ces trois sources pourront alors mieux refléter la capacité des participants à résoudre des problèmes mathématiques, tout en fournissant des informations sur le type de démarche adopté pour la résolution de problèmes, ce dont nous traitons à l'instant.

#### 4.6.3. Identification du type de démarche utilisé dans la résolution de problèmes

La recherche sur les différents types de démarche utilisés dans la résolution de problèmes a mis de l'avant des méthodologies plutôt variées, dont certaines utilisent des outils technologiques difficilement accessibles. Nous présentons ici les méthodologies recensées dans les études citées ci-dessus.

Certaines études ayant utilisé le temps de fixation des yeux sur différents éléments du texte ont fait appel à des dispositifs informatiques permettant de déterminer très précisément le mot ou le nombre sur lequel se pose le regard du participant et de mesurer tout aussi précisément le temps de fixation de chacun des mots ou des nombres (Hegarty et al., 1995a; Mayer et al., 1992). Cela exige néanmoins l'utilisation de matériel dispendieux et difficilement accessible, ce qui demeure le principal inconvénient de cette méthode.

Certaines recherches, particulièrement celles utilisant des problèmes contradictoires, ont simplement analysé les démarches de solution des sujets afin de déterminer la stratégie employée et, par conséquent, si un modèle de situation a été construit ou non par les sujets concernés (Lewis et Mayer, 1987). Comme nous l'avons déjà mentionné, cette méthode pose un problème notamment en ce qui concerne les problèmes utilisés, qui pouvaient être résolus en une seule étape de calcul et qui permettaient donc une classification en deux types de stratégies démarches (modèle de situation ou traduction directe), certes claire mais possiblement artificiellement simplifiée.

Par ailleurs, plusieurs études ont utilisé des tâches de rappel (Hegarty et al., 1995a; Radford, 1996a, 1996b; Voyer, 2006) à différents moments de l'expérimentation. Ces tâches peuvent prendre différentes formes, comme la réécriture de l'énoncé du problème tel que les participants se le rappellent après l'avoir résolu (Hegarty et al., 1995a; Mayer et al., 1992; Voyer, 2006) et ce, en supposant qu'ils se souviendront seulement de ce qui leur a été utile pour le résoudre (Voyer, 2006). Or, le laps de temps relativement court entre la dernière lecture de l'énoncé du problème et la tâche de rappel peut causer un problème. La tâche de rappel peut également être utilisée à deux reprises, comme dans l'étude de Radford (Radford, 1996a, 1996b), qui a demandé à ses sujets de récrire l'énoncé du problème après une première lecture et une deuxième fois après avoir terminé de le résoudre. La comparaison entre ces deux versions permet d'éviter certaines erreurs d'interprétation et de mieux distinguer les éléments qui relèvent de la mémoire de ceux relevant de la compréhension. D'autres types de tâches de rappel requièrent de la part des participants d'identifier, parmi plusieurs formulations semblables, celle correspondant à l'énoncé du problème qui leur a été présenté (Mayer et Hegarty, 1996), ou à une partie de cet énoncé (la question, par exemple, ou encore les quantités initiales) (Thevenot, 2010). Les résultats obtenus permettent de savoir si un participant a construit un modèle de situation (s'il reconnaît un problème formulé différemment mais sémantiquement équivalent à l'énoncé initial), ou s'il a plutôt utilisé une stratégie de traduction directe (s'il a reconnu la formulation où les termes relationnels sont les mêmes, mais dont le sens est différent) (Mayer et Hegarty, 1996). D'autres encore ont soumis les participants à une tâche de rappel sous forme de questionnaire distribué après la résolution

de problèmes mathématiques. Voyer (2006), par exemple, a demandé à certains participants de cocher les phrases de l'énoncé qui les ont aidés à mieux comprendre le problème (les phrases contenant les données essentielles étant déjà cochées) et ce, afin de déterminer si les éléments situationnels étaient considérés comme aidants par les participants. Dans la même étude, on a demandé à certains participants, à l'inverse, de rayer les phrases inutiles pour la résolution afin de cerner celles qui étaient omises dans la construction du modèle de problème. On a également demandé à certains participants d'ajouter une ou plusieurs phrases qui pourraient permettre de mieux comprendre le problème, afin de cerner ce qui pourrait entrer dans le modèle de situation. Ce type de questionnaire, bien qu'il puisse être utile, exige que les participants puissent avoir un regard réflexif sur leur processus de compréhension du problème ce qui, particulièrement dans des tâches complexes (Branch, 2000) ou chez des élèves jeunes (comme c'était le cas dans cette étude) ou plus faibles (Johnstone, Bottsford-Miller et Thompson, 2006), n'est pas garanti, tout en posant une difficulté d'analyse à cause de la grande variété de réponses possibles.

Ainsi, les tâches de rappel sont considérées par plusieurs chercheurs comme un moyen intéressant d'obtenir des indices quant à la construction d'un modèle de situation ou à l'utilisation de la traduction directe pour la résolution d'un problème. Ces tâches présentent l'avantage de ne pas surcharger cognitivement le participant pendant la résolution du problème, et, combinées à l'analyse de la démarche de résolution utilisée par le participant, peuvent donner des indications importantes quant au type de démarche utilisé dans la résolution.

Afin de mieux résumer les différentes méthodologies recensées dans cette section, nous présentons ici (Tableau 1) un tableau récapitulatif dans lequel on retrouve les différentes variables à l'étude dans le cadre de notre recherche, ainsi que les différents outils de collecte de données utilisés pour chacune. Les outils marqués d'un astérisque ont été repris par plusieurs chercheurs; les études soulignées sont celles qui ont utilisé ces outils dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques.

**Tableau 1. Synthèse des outils de collecte de données utilisés**

<b>Variable</b>	<b>Type d'outil</b>	<b>Tâche / Mesure</b>	<b>Études</b>
<b>Habiletés inférentielles</b>	Pendant la lecture	Vitesse de lecture	Albrecht, 1993
		Décision lexicale	Long, 1993; Magliano, 1993; Potts, 1988
		Reconnaissance de mots	Potts, 1988; Trabasso, 1993
		Complétion de texte troué (avec amorce)	Whitney, 1990
		Complétion de texte troué (sans amorce)	Fincher, 1993; Potts, 1988
	Après la lecture	Questions à choix multiples / vrai ou faux	Cain, 1999; Voyer, 2012; Le Sourn, 2009; Lavigne, 2008; Casteel & Simpsom, 1991; Happé, 1994*; Potter, 1986
		Rappel libre	<u>Cummins, 1988; Radford, 1996a; Voyer, 2006</u>
		Rappel décisionnel (reconnaissance du texte)	<u>Voyer, 2006</u>
	Protocole verbal	Protocole verbal	Magliano, 1999; Trabasso, 1996; Trabasso, 1993; <u>Pape, 2004</u>
<b>Habiletés en résolution de problèmes mathématiques</b>	Résolution de problèmes	Résolution de problèmes exclusivement	<u>Coquin, 2007; Moreau, 2003; Thévenot, 2010; Tijus, 2002; Voyer, 2012</u>
		Résolution avec entrevue	<u>Llinares &amp; Roig, 2008; Malefoasi, 2010; Pape, 2004; Radford, 1996b</u>

Variable	Type d'outil	Tâche / Mesure	Études	
<b>Type de démarche utilisé dans la résolution de problème</b>	Temps de fixation des yeux	Temps de fixation des yeux	<u>Hegarty, 1995; Mayer, 1992</u>	
	Analyse de la démarche	Résolution du problème	<u>Lewis, 1987</u>	
	Rappel	Rappel libre post-résolution		<u>Hegarty, 1995; Mayer, 1992; Voyer, 2006</u>
		Rappel libre; comparaison pré- et post-résolution		<u>Radford, 1996a; 1996b</u>
		Rappel décisionnel (reconnaissance du texte)		<u>Mayer, 1996; Thévenot, 2010; Voyer, 2006</u>
Question à choix multiple après la résolution	Identification des éléments utiles à la résolution		<u>Voyer, 2006</u>	

Dans cette section, nous avons vu qu'en ce qui concerne l'évaluation des habiletés inférentielles, aucun type d'outil d'évaluation ne se révèle pleinement satisfaisant. En ce qui concerne la résolution de problèmes, le mode d'évaluation le plus fréquent consiste à faire résoudre un certain nombre de problèmes aux élèves. Finalement, pour déterminer le type de démarche utilisé par les participants dans la résolution de problèmes, il est possible d'utiliser à la fois des tâches de rappel libre et des tâches de rappel de type décisionnel, tout en combinant les résultats de ces tâches à l'analyse de la démarche de résolution des élèves. Les outils que nous avons retenus pour notre étude sont décrits en détail au chapitre 5.

#### 4.6.4. Objectifs spécifiques de recherche

---

Nous avons vu, dans les trois chapitres qui précèdent, que la compréhension d'un texte lu relève d'un processus complexe impliquant plusieurs ressources issues du lecteur, notamment ses habiletés inférentielles. Celles-ci semblent être fondamentales pour la construction d'une représentation mentale complète et cohérente, qui est le critère principal permettant de juger de la compréhension d'un texte par un lecteur donné. Dans le cas des problèmes mathématiques, la construction de cette représentation mentale semble être tout aussi importante pour la compréhension et la résolution du problème en question. En particulier, le fait de construire un modèle de situation en utilisant les éléments contextuels du problème afin de mieux comprendre les relations entre les données semble distinguer les experts des novices en résolution de problèmes. Or, puisque les inférences jouent un rôle important dans la construction d'une représentation mentale, il se pourrait que le fait de ne pas construire de modèle de situation complet puisse dépendre, du moins en partie, de lacunes dans les habiletés inférentielles. À la lumière des études présentées dans les chapitres précédents, on ne sait pas non plus si certains types d'inférences sont plus sollicités que d'autres dans la construction d'un modèle de situation. Nous avons également vu que très rares sont les études sur les inférences réalisées dans le monde francophone, et au Québec en particulier; de même, on en sait très peu sur les élèves du secondaire, la majorité des études ayant porté sur des étudiants universitaires ou sur des élèves du primaire. Il est donc difficile de déterminer si les résultats que nous avons résumés aux chapitres précédents peuvent être généralisés aux élèves du secondaire, ou s'ils auraient été les mêmes si l'on avait utilisé de véritables problèmes mathématiques, dans la mesure où ils présentent un défi et un aspect de nouveauté. Ces constats nous amènent à poser les objectifs spécifiques de recherche suivants :

Q1)

- a) Déterminer s'il existe, chez les élèves de 4<sup>e</sup> secondaire, une corrélation entre la capacité à produire des inférences et la réussite en résolution de problèmes mathématiques.
- b) Le cas échéant, déterminer si certains types d'inférences (inférences a) d'intégration, b) d'élaboration et c) de sélection et de hiérarchisation) sont plus étroitement associés à cette réussite.

Q2)

- a) Les inférences étant impliquées dans la construction d'un modèle de situation, déterminer si les élèves construisant un tel modèle produisent davantage d'inférences que ceux utilisant la traduction directe.
- b) Le cas échéant, déterminer quels types d'inférences sont davantage associés à la construction usuelle d'un modèle de situation.

Q3) Identifier des combinaisons récurrentes (*patterns*) dans le type de démarche privilégié lors de la résolution de problèmes en lien avec les forces et les faiblesses en production d'inférences. Autrement dit, établir des profils d'élèves en combinant leurs habiletés inférentielles et leur type de démarche privilégié dans la résolution de problèmes.

Q4) À titre exploratoire, déterminer quel(s) rôle(s) jouent les inférences dans la résolution d'un problème mathématique de façon générale de même que pour chacun des profils d'élèves identifiés.

Dans le chapitre suivant, nous présentons la méthodologie de notre étude, c'est-à-dire la façon dont les données qui ont été utilisées pour atteindre ces objectifs ont été recueillies.



## Chapitre 5. Méthodologie

---

Cette recherche vise à déterminer la nature et le rôle des inférences impliquées dans la résolution de problèmes mathématiques auprès d'élèves de 4<sup>e</sup> secondaire. Afin d'atteindre cet objectif et à la lumière des lacunes identifiées dans la littérature scientifique, des objectifs spécifiques de recherche ont été proposés (section 4.5.3). Pour atteindre ces objectifs, nous avons retenu des outils et des méthodes de collecte de données et d'analyse des résultats qui sont détaillés dans ce chapitre.

La méthodologie retenue s'inscrit dans une approche à la fois quantitative et qualitative. Précisons que l'ensemble de ce protocole a été approuvé par le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPÉR) de l'Université de Montréal (le certificat d'éthique se trouve à l'annexe 8). Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons les participants de l'étude. La deuxième partie est consacrée aux instruments d'évaluation retenus et la troisième, aux procédures de collecte des données. Nous terminons par les modalités d'analyse des données recueillies.

### 5.1. Participants

---

Cette étude fait appel à des données obtenues auprès d'élèves de 4<sup>e</sup> secondaire. En effet, comme nous l'avons expliqué à la section 1.2.3, les exigences ministérielles pour l'obtention du diplôme d'études secondaires font en sorte qu'il s'agit de la dernière année scolaire de mathématiques obligatoires pour tous les élèves du secteur régulier. Il est fondamental de bien comprendre d'une part, les caractéristiques principales de ces élèves et, d'autre part, les critères selon lesquels ils ont été sélectionnés pour participer à cette recherche.

Pour cette étude, nous avons recruté 191 élèves de 4<sup>e</sup> secondaire, dont l'âge moyen est de 16,2 ans. Ces élèves étaient répartis au sein de 13 groupes-classes, dont huit de la séquence CST, quatre de la séquence SN et un de la séquence TS. La répartition de ces groupes entre les

séquences offertes à ce niveau (CST, TS et SN; voir la section 1.2.3 pour une présentation plus détaillée de leurs particularités) respecte celle qui prévaut à l'échelle provinciale<sup>28</sup>. Les groupes étaient répartis dans trois écoles secondaires publiques de Lanaudière et de la Montérégie. Cette procédure nous a permis d'éviter une possible contamination des données de recherche par les élèves (dans le cas où les élèves d'une même école, lors du dîner ou de la récréation, par exemple, s'échangeraient des informations concernant leur participation au projet, ce qui pourrait affecter la validité de l'expérimentation). Afin de nous assurer d'une certaine homogénéité entre les groupes et dans une perspective de transfert des résultats à l'ensemble de la population québécoise, l'indice de défavorisation (indice de milieu socio-économique, IMSE) des écoles choisies devait se situer entre 4 et 7 (précisons que ces indices de défavorisation, qui vont de 1 à 10, sont déterminés à partir des données du recensement et sont fournis par le MELS). Dans les faits, les écoles retenues ont toutes des indices de défavorisation de 5 ou 6 pour l'année scolaire pendant laquelle la collecte de données a été réalisée.

Différents critères ont été retenus pour déterminer quels élèves pourraient participer à l'étude. D'abord, dans les classes choisies, nous n'avons retenu que les élèves ayant accepté de participer à cette étude (ceux ayant donné leur consentement écrit). De plus, étant donné l'importance d'une bonne compréhension du français dans notre étude, nous avons exclu des analyses les résultats des élèves qui n'ont pas été scolarisés qu'en français depuis le début du primaire. Ceci nous a permis de limiter, en bonne partie, les difficultés liées au fait que le français soit une langue seconde moins bien maîtrisée par certains. Dans la même optique, nous avons écarté de nos analyses les résultats des élèves ayant reçu officiellement un diagnostic lié à un trouble d'apprentissage, un trouble du déficit de l'attention ou un trouble du comportement, de même que ceux des élèves qui présentaient un retard scolaire d'une année

---

<sup>28</sup> Le MELS ne compile pas de statistiques sur le nombre d'élèves inscrits dans chacune des séquences. Les représentants de leur département de statistiques nous ont cependant indiqué que l'on pouvait en avoir une bonne estimation en utilisant le nombre d'élèves présents à l'épreuve unique du mois de juin. En juin 2013, 30 622 élèves (38 % des élèves) se sont présentés à l'épreuve de mathématiques SN, 8471 (11 %) à l'épreuve de TS et 40 628 (51 %) à l'épreuve de CST. Les proportions étaient sensiblement les mêmes pour l'année 2012, soit 37 %, 13 % et 50 %, respectivement (données fournies par le MELS). Nous avons donc choisi de répartir de la façon suivante les groupes-classes qui participeront à l'étude, en supposant que le nombre d'élèves par groupe sera similaire : 40 % en SN, 10 % en TS et 50 % en CST.

ou plus en français ou en mathématique, c'est-à-dire les élèves qui reprenaient l'un de ces cours pour une deuxième fois (ou plus). Nous avons également écarté des analyses les données provenant des élèves qui n'avaient pas complété l'ensemble des épreuves, ou dont les résultats aux mesures contrôles étaient trop faibles (en deçà du cinquième percentile pour le test de vocabulaire et pour le test d'habiletés cognitives générales, et ceux qui n'avaient pas montré des habiletés procédurales suffisantes en mathématiques; voir la section 5.2.1 pour de plus amples détails à ce sujet).

Dans la prochaine section, nous présentons les outils qui ont été administrés à ces élèves.

## 5.2. Outils de collecte de données

---

Les participants ont été soumis à différents tests et épreuves dont les résultats, présentés au chapitre suivant, permettent d'atteindre les objectifs de recherche énoncés ci-dessus. Nous avons recueilli des données à la fois sur les habiletés inférentielles des élèves et sur leurs habiletés en résolution de problèmes mathématiques. De façon plus spécifique, nous nous sommes intéressée à leur capacité à produire les trois types d'inférences mentionnées dans le chapitre trois (inférences d'intégration, inférence de sélection-hiérarchisation et inférences d'élaboration), à leur taux de réussite dans la résolution de problèmes ainsi qu'au type de démarche qu'ils privilégient dans la résolution de problèmes mathématiques (construction d'un modèle de situation ou traduction directe). Nous présentons ci-dessous les trois tests qui nous ont servi de mesures contrôles, soit les matrices progressives de Raven, le test de vocabulaire Peabody, et l'épreuve d'habiletés procédurales en mathématiques, ainsi que les épreuves d'habiletés inférentielles, d'habiletés en résolution de problèmes et la tâche de rappel. Le tableau 2 présenté ci-dessous offre un résumé des outils de collecte de données utilisés et de leurs principales fonctions dans le cadre de notre étude. Les outils marqués d'un astérisque ont été construits spécifiquement pour cette étude, alors que les autres sont des outils existants.

**Tableau 2. Résumé des outils de collecte de données**

<b>Outil de collecte de données</b>	<b>Variable mesurée</b>	<b>Utilité pour notre étude</b>
Matrices progressives de Raven	Habilités cognitives générales	Mesure contrôle
Échelle de vocabulaire en images Peabody	Vocabulaire	Mesure contrôle
Habilités procédurales en mathématiques*	Habilités procédurales en mathématiques	Mesure contrôle
Habilités inférentielles*	Habilités inférentielles générales, habiletés pour chacun des types d'inférence	Q1, Q2 et Q3
Habilités en résolution de problèmes*	Habilité en résolution de problèmes	Q1
Tâche de rappel libre	Indices de construction d'un modèle de situation ou de traduction directe pour établir le type de démarche utilisé	Q2 et Q3
Entrevue (entretien d'explicitation)	Rôle des inférences dans la résolution du problème	Q4

Note : Q1, Q2, Q3 et Q4 font référence aux objectifs de recherche

Pour chacune de ces épreuves, nous présenterons, dans les paragraphes à venir, les éléments suivants : la raison de leur emploi dans le cadre de notre étude, une description de leur contenu, leur validation (dans le cas des épreuves qui ne sont pas standardisées) de même que les résultats qu'elles permettent d'obtenir.

### 5.2.1. Mesures contrôles

---

Afin de nous assurer de la validité des résultats obtenus, nous avons contrôlé trois variables relatives aux participants : les habiletés cognitives générales, le vocabulaire et les connaissances procédurales en mathématiques. Nous décrivons ici les tests et les épreuves utilisés pour ce faire.

En ce qui concerne les habiletés cognitives générales, nous avons utilisé la version pour adultes des Matrices progressives de Raven (Raven, 2005). Ce test nous a permis de nous assurer que tous les participants retenus présentaient un niveau cognitif suffisant pour bien comprendre les tâches qui leur étaient proposées, et que d'éventuelles difficultés n'étaient pas tributaires d'un déficit ou d'un retard à ce niveau. Les Matrices progressives de Raven, dans leur version pour adultes (validées pour les participants de 15 ans et plus), sont constituées de 60 items où le participant doit choisir, parmi six ou huit images en noir et blanc, celle qui complète le mieux l'image-cible. Son principal avantage est de ne pas faire appel au langage, ce qui permet d'avoir une vision plus juste des habiletés cognitives d'un individu, même dans le cas où ses habiletés langagières seraient déficientes. De plus, ce test peut être passé de façon collective. Dans le cadre de notre étude, nous avons éliminé des analyses toutes les données provenant des participants trop faibles ( $n = 2$ ), c'est-à-dire ceux dont le résultat à ce test était situé dans le cinquième percentile de la population tel qu'établi dans le guide d'administration du test ou plus bas.

Nous souhaitions également contrôler les connaissances sur le vocabulaire des participants afin de nous assurer que ce facteur ne nuise pas à leur compréhension en lecture. Il nous était impossible de nous fier à une mesure globale de compréhension en lecture, puisque cette compréhension requiert des inférences, et que ces dernières sont l'objet de notre étude. Il s'agit également d'une façon de nous assurer que les participants maîtrisent suffisamment la langue française pour comprendre les épreuves que nous leur avons proposées. En effet, pour comprendre un texte, il faut comprendre 95% des mots (Schmitt, Jiang et Grabe, 2011). Par cette mesure, nous avons voulu nous assurer que les élèves pouvaient entrer dans le problème sans que les mots ne soient un obstacle; c'est d'ailleurs pour cette même raison que nous

avons exclus de l'étude les élèves qui n'ont pas été scolarisés uniquement en français. Nous leur avons donc proposé l'Échelle de vocabulaire en images Peabody (Dunn, Dunn et Thériault-Whalen, 1993). Pour réaliser ce test, qui a été adapté pour une passation en groupe selon la méthode retenue par Dunn *et al.* (1993), les participants doivent identifier, parmi une série de quatre images, celle qui représente le mieux le mot dit par l'expérimentateur. Puisque les mots sont imagés, cette épreuve ne fait pas appel à la lecture, et donne donc une mesure du vocabulaire connu des participants au-delà de leur capacité à reconnaître les mots à l'écrit. Dans le cadre de cette recherche, nous avons éliminé les données provenant des participants trop faibles ( $n = 3$ ), c'est-à-dire de ceux dont le résultat à cette épreuve se situe au cinquième percentile de la population ou en deçà.

Finalement, nous avons contrôlé les habiletés procédurales en mathématiques des participants (Annexe 1) afin de nous assurer que d'éventuelles difficultés en lien avec l'aspect calculatoire des problèmes proposés ne freinent pas l'entrée ou la progression dans la résolution de ces problèmes. L'épreuve utilisée pour ce faire est constituée de trois calculs arithmétiques nécessaires à la résolution des problèmes et de deux résolutions d'équations algébriques, sans mise en contexte ni énoncé, et elle doit être réalisée en un maximum de 12 minutes. Afin de nous assurer que cette épreuve n'interfère pas avec celle de résolution de problèmes (ce qui pourrait arriver si, par exemple, les participants se rappelaient des calculs de cette épreuve lors de la résolution de problèmes), les passations de ces deux épreuves ont été espacées d'au moins trois semaines. Nous avons exclu des analyses les données provenant d'élèves qui ne sont pas arrivés à fournir de réponse à au moins deux des questions de cette épreuve, ou qui n'ont résolu aucune des deux équations algébriques proposées ( $n = 11$ ). Nous n'avons pas tenu compte de l'exactitude des réponses données : nous avons considéré qu'une réponse erronée, mais donnée dans un temps raisonnable était le signe d'un élève qui ne serait pas freiné dans son raisonnement par des difficultés de calcul, d'autant plus que pour la résolution des problèmes, il pourrait demander de l'aide pour les calculs plus difficiles.

À la fin de ces mesures contrôles, nous avons conservé pour fins d'analyse les données recueillies auprès des 175 élèves restants.

### 5.2.2. Épreuve d'évaluation des habiletés inférentielles (annexe 2)

L'épreuve visant à mesurer les habiletés inférentielles des participants, élaborée par l'auteure de la présente recherche, permet d'obtenir, pour chaque élève, un score global de production d'inférences ainsi qu'un score pour chacun des types d'inférences retenus : intégration, sélection et hiérarchisation, et élaboration. Il a été construit sur le modèle des exercices de compréhension d'inférences de Boutard et Brouard (2003), niveau 2. Le tableau 3 ci-dessous présente des exemples tirés des différents niveaux d'exercices de Boutard et Brouard; dans chaque cas, la réponse attendue est mise en caractères gras.

**Tableau 3. Exemples d'exercices d'inférences selon Boutard et Brouard (2003)**

Niveau 1	« Élise a planté des haricots, mais ceux-ci n'ont pas poussé. a) <b>Élise ne les a pas suffisamment arrosés.</b> b) Des tomates ont poussé à la place des haricots. c) Élise n'a pas encore son diplôme de jardinerie. » (Boutard et Brouard, 2003, p. 46)
Niveau 2	« Véronique part acheter un cadeau à sa mère. Véronique achète un cadeau à sa mère parce que : a) On est lundi. b) C'est l'anniversaire de son père. c) <b>C'est la fête des mères.</b> d) Il fait beau. » (p.52)

Les exercices de niveau 1 demandent de lire une phrase simple et de choisir la phrase qui la complète le mieux parmi les ~~trois~~ choix proposés. On s'attend à ce que la réponse la plus plausible soit choisie par les élèves. Les exercices de niveau 2 sont légèrement plus complexes : quatre choix de réponse sont proposés et plusieurs seraient plausibles si l'on omettait l'un des détails exprimés dans la phrase de départ. Les inférences sollicitées par ces exercices sont toutes des inférences d'intégration ou d'élaboration, et toutes les phrases sont du genre narratif.

Or, puisque nous avons choisi de baser notre épreuve sur des textes informatifs (nous renvoyons ici le lecteur à la section 4.5.2.1.4 pour l'explication de ce choix), nous avons dû

créer des items à inclure dans l'épreuve. De plus, étant donné le niveau des élèves, le texte précédant les choix de réponse dans notre épreuve est constitué de quelques phrases plutôt que d'une seule, de façon notamment à permettre des inférences d'intégration reliant des éléments distants les uns des autres dans le texte.

Cette épreuve comprend donc 32 items répartis comme suit : 8 questions portant sur des inférences d'élaboration, 8 questions requérant des inférences d'intégration, 8 questions d'inférences de sélection-hiérarchisation et 8 questions de repérage d'information, que nous avons utilisées comme questions de contrôle (la répartition des questions en fonction de ces différents types est détaillée dans le Tableau 4). Pour chaque question, quatre choix de réponse sont proposés; l'élève doit opter pour un seul de ces choix. Les choix sont placés en ordre aléatoire, mais incluent, pour chaque item, 1) un distracteur reprenant des mots du texte mais ne répondant pas à la question, 2) une inférence contradictoire avec un élément du texte, 3) l'inférence attendue ainsi que 4) une inférence correcte, mais qui ne répond pas à la question posée. Les choix comportent tous un nombre de mots semblable, suivent la même structure de phrase et utilisent un vocabulaire similaire.

**Tableau 4. Répartition des questions en fonction des types d'inférences visés**

<b>Repérage</b>	<b>Élaboration</b>	<b>Sélection et hiérarchisation</b>	<b>Intégration</b>
4, 6, 16, 19, 22, 27, 29, 32	1, 2, 5, 10, 13, 15, 21, 28	3, 7, 8, 11, 14, 17, 23, 25	9, 12, 18, 20, 24, 26, 30, 31

Puisque les connaissances sur le domaine spécifique du texte influencent la production d'inférences de façon importante (van den Broek, 1994), nous nous sommes assurée de choisir de courts textes (maximum de 166 mots) sur des thèmes habituellement connus pour des élèves du secondaire. Nous avons demandé à une enseignante de français de 4<sup>e</sup> secondaire de valider le niveau de difficulté des textes retenus et des questions qui leur sont associées. Nous avons privilégié les textes de type informatif, puisque leur compréhension semble être plus directement corrélée au rendement en résolution de problèmes mathématiques que les textes

narratifs (voir section 4.4). En l'absence de données sur les autres types de textes, nous nous sommes limitée au genre informatif. Les textes retenus sont tirés de journaux de même que de revues de vulgarisation scientifique.

En plus de l'enseignante de français, cette épreuve a été validée auprès de cinq adultes et de dix élèves du même niveau scolaire que ceux auxquels elle s'adresse. Nous avons prévu éliminer du test les questions obtenant un taux de réussite inférieur à 30% (et donc très proche de celui qui serait obtenu si les participants avaient répondu au hasard), ce qui ne fut le cas pour aucune des questions.

Tel que mentionné ci-dessus, cette épreuve a servi à calculer un score global de production d'inférences, de même qu'un score pour chaque type d'inférences. Un point a été accordé pour chaque bonne réponse et aucun point n'a été octroyé dans le cas où l'élève a donné une réponse erronée, aucune réponse ou plusieurs réponses. Puisque cette épreuve comporte 24 items requérant la production d'inférences, le score global de production d'inférences obtenu est une note sur 24. Nous avons ensuite analysé le score pour chacune des catégories d'inférences en regroupant les items y faisant appel. Nous avons ainsi obtenu un score sur huit pour chacune des catégories suivantes : inférences d'intégration, inférences de sélection-hiérarchisation, inférences d'élaboration.

Étant donné que ce test en est un à choix multiple, nous avons porté une attention particulière à ce que les réponses aux différents items ne relèvent pas du hasard et ce, en effectuant un test du  $\chi^2$  d'ajustement sur les réponses données à ces questions. Ce test permet de vérifier si la distribution expérimentale est significativement différente d'une distribution qui aurait été obtenue si les élèves avaient répondu au hasard, et il a été répété pour chacune des questions du test d'habiletés inférentielles (Howell, Yzerbyt, Bestgen et Rogier, 2008). Nous avons prévu d'exclure des analyses subséquentes les questions où les réponses ne différaient pas du hasard, ce qui ne fut le cas pour aucune question.

### 5.2.3. Habiletés en résolution de problèmes mathématiques (annexe 4)

---

Pour évaluer l'habileté des participants à résoudre des problèmes mathématiques, une épreuve de résolution de problèmes a été construite. Les recherches portant sur la résolution de problèmes ont utilisé un nombre très variable de problèmes, allant de deux à plus de vingt (voir la section 4.5.2.3 pour plus de détails). Étant donné la nature complexe des problèmes retenus pour notre étude, nous avons choisi de nous limiter à cinq, en nous basant sur le temps nécessaire pour les résoudre tel que mesuré lors de la validation des problèmes, validation que nous décrivons ci-dessous. Les problèmes mathématiques ont été choisis parmi des problèmes existants (utilisés pour des projets de recherche) en nous assurant qu'ils répondent bien aux critères définissant les problèmes mathématiques tels que présentés dans le chapitre précédent (voir la section 4.1). De manière plus spécifique :

- Ces problèmes n'ont jamais été présentés aux élèves : leur démarche de résolution est *a priori* inconnue des élèves, ce qui signifie qu'ils ne ressemblent pas de manière excessive aux exercices routiniers que l'on retrouve, entre autres, dans les manuels scolaires.
- Ils représentent un défi surmontable pour les élèves; ils sont donc, idéalement, ni trop faciles, ni trop difficiles. Étant donné les inévitables différences individuelles en ce qui concerne les habiletés en résolution de problèmes et en mathématiques en général, nous avons fait une analyse *a priori* des problèmes utilisés ainsi qu'une validation de l'épreuve pour nous assurer que ces problèmes convenaient pour une majorité d'élèves.
- Des outils mathématiques sont utiles à leur résolution.
- Plusieurs démarches différentes peuvent être employées pour arriver à la solution.

Nous avons également choisi des problèmes dont l'énoncé est présenté uniquement en mots (avec parfois des nombres écrits en chiffres, ainsi que des symboles usuels tels que « % » ou « \$ »), et ce, afin d'éviter tous les biais pouvant résulter de la compréhension des autres modes de représentation et de leurs interactions avec le texte. Cela nous a conduit à choisir des problèmes relevant des champs mathématiques de l'arithmétique et de l'algèbre.

Puisque nous désirions étudier le type de démarche de résolution utilisé par les élèves dans la résolution (modèle de situation ou traduction directe), nous avons retenu des problèmes pour lesquels la stratégie de résolution utilisée sera identifiable. Dans la revue de littérature présentée à la section 4.3.2, nous avons vu que plusieurs auteurs ont utilisé des problèmes contradictoires afin d'identifier le type de démarche utilisé dans la résolution. Nous avons choisi d'intégrer, nous aussi, un certain nombre de problèmes (trois, sur les cinq de l'épreuve : les scientifiques, les pommes et l'argent) comportant des passages de ce type afin de mieux cerner l'utilisation de ces types de démarche. D'autres problèmes, qui ne sont pas contradictoires mais qui permettent l'observation d'indices de ces deux types de démarches, ont également été utilisés. Les problèmes retenus ainsi que la justification de la pertinence de leur choix sont présentés en annexe 4.

Chaque problème a été analysé avant sa validation. Dans un premier temps, nous avons fait ressortir la structure mathématique du problème afin de déterminer quelles données sont nécessaires à sa résolution et, parmi ces données, lesquelles sont déjà présentes dans l'énoncé du problème et lesquelles doivent au contraire être inférées par le participant. Nous avons également établi, à partir de cette analyse, la nature connectée ou déconnectée de chaque problème<sup>29</sup>. Dans un deuxième temps, nous avons déterminé les principales inférences pouvant être générées à la lecture de l'énoncé du problème, de même que les manifestations possibles de la production de ces inférences dans la solution du problème. Les résultats de cette analyse sont présentés dans le tableau 13 en annexe 4.

Huit problèmes ont d'abord été soumis à une enseignante de mathématique du secondaire pour une première validation de leur niveau de difficulté. Ils ont ensuite été présentés à treize élèves de quatrième secondaire pour être résolus. Nous avons finalement retenu les cinq problèmes les plus discriminants quant à la variété de démarches qu'ils permettaient d'observer pour la composition de l'épreuve finale.

---

<sup>29</sup> Rappelons qu'un problème est dit « connecté » s'il peut être résolu à partir des données fournies par une chaîne ininterrompue de calculs; pour une définition plus complète, voir la section 4.6.2.

Pour évaluer la résolution de problèmes, nous avons utilisé un barème semblable à celui présenté par Voyer (2006), en l’ajustant pour ne pas tenir compte des erreurs de calcul. Nous considérons en effet, à l’instar du MELS (2011), que les erreurs de calcul ne sont pas représentatives de la compétence d’un élève à résoudre des problèmes. Ainsi, un élève qui montrerait clairement l’opération  $9 \times 60 = 580$  ne serait pas pénalisé, dans la mesure où l’opération de départ est appropriée et pertinente à la démarche de résolution. Un pointage a été attribué à chaque démarche de résolution, selon l’échelle suivante :

- Cote 4 : Démarche complète, appropriée au problème, conduisant à la réponse attendue ou qui aurait conduit à la réponse attendue s’il n’y avait pas eu d’erreurs de calcul.
- Cote 3 : Démarche incomplète (non terminée), mais cohérente et appropriée au problème (une ou deux étapes manquantes).
- Cote 2 : Amorce d’une démarche pertinente (plus de deux étapes manquantes) et/ou démarche seulement partiellement cohérente ou pertinente.
- Cote 1 : Démarche non appropriée au problème ou non pertinente.
- Cote 0 : Aucune démarche

Pour chaque problème, un maximum de 4 points peut être accordé, ce qui, pour l’ensemble de l’épreuve, nous donne un score sur 20. Des exemples de démarches correspondant à chacune de ces cotes sont illustrés à l’annexe 6.

#### 5.2.4. Type de démarche utilisée dans la résolution de problème

---

Nous nous intéressons également au type de démarche utilisée dans la résolution de problème. Autrement dit, nous voulons déterminer, pour chaque élève et pour chaque problème, si un modèle de situation a été construit, ou si l’élève est passé directement au modèle de problème en adoptant une stratégie de type « traduction directe ». Il importe de souligner ici que, comme cela sera précisé plus en détail dans les paragraphes suivants, des nuances doivent être apportées à cette dichotomie apparente. En effet, dans la résolution d’un même problème, un élève peut montrer des signes de construction d’un modèle de situation tout en utilisant la traduction directe à d’autres étapes de la démarche. De plus, le modèle de

situation peut n'être que partiel, dans le sens où il peut n'englober qu'une partie du problème (ce que nous avons appelé « modèle de situation local »), ou dans le sens où il peut n'inclure que certains éléments du contexte. En tous les cas, il s'agit d'une représentation mentale à laquelle nous n'avons pas accès, et nous devons nous contenter d'en relever les traces dans les productions des participants; les conclusions que nous tirons de ces données doivent donc être considérées avec ces nuances en tête.

Comme cela a été souligné précédemment (section 4.6.2.4), l'analyse des démarches des élèves est nécessaire mais non suffisante pour identifier adéquatement le type de modèle mental qui a été construit. La méthode qui semble donner les meilleurs résultats, selon les différentes études empiriques recensées, s'avère être le recours aux tâches de rappel. Ainsi, après avoir résolu l'ensemble des problèmes, les élèves ont été soumis à une tâche de rappel libre: on leur a demandé de récrire les énoncés des problèmes qu'ils venaient de résoudre sans nécessairement en respecter la formulation exacte, mais de façon à ce que quelqu'un d'autre, qui n'a pas lu les énoncés originaux, soit en mesure de les résoudre. Nous avons choisi d'opter pour une tâche de rappel effectuée après la résolution complète des problèmes car, comme le dit Fayol (1992a, p. 94) :

« On peut obtenir des rappels immédiats témoignant de la construction effective de la macrostructure [*ie* la base de texte] sans que les sujets réussissent pour autant à résoudre les problèmes. Par contraste, les rappels différés, postérieurs à la résolution, sont, eux, clairement reconstitutifs, ils font apparaître le modèle de situation construit par les sujets, modèle qui correspond à la solution mise en œuvre. En somme, la construction réussie d'une macrostructure peut permettre un rappel d'excellente qualité sans garantir pour autant la compréhension de la situation décrite. On aurait donc affaire à deux niveaux relativement indépendants l'un de l'autre. L'un serait à dominante propositionnelle; l'autre correspondrait au 'modèle de situation' (ou 'modèle mental'). Or, le passage du premier au second ne semble pas aller de soi, comme le révèlent également [d'autres] études. »

Ainsi, une tâche de rappel différé permettrait d'avoir un meilleur accès au modèle de situation lorsque celui-ci est effectivement construit par l'élève.

La tâche de rappel libre prend la forme suivante. L'élève reçoit d'abord les feuilles sur lesquelles sont imprimés les énoncés des problèmes avec l'espace nécessaire pour la résolution, avec la consigne de résoudre ces problèmes. Une fois la résolution des cinq problèmes terminée, l'expérimentateur ramasse les feuilles de l'élève et lui en donnera une autre, blanche, sur laquelle il lui demande de récrire l'énoncé des problèmes dans l'ordre dans lequel il les a résolus, tels qu'il se les rappelle, sans nécessairement utiliser les mêmes termes, mais de façon à ce que quelqu'un d'autre n'ayant pas lu la version originale soit capable de les résoudre. Cette tâche a déjà été utilisée par plusieurs chercheurs (Hegarty et al., 1995a; Mayer et al., 1992; Radford, 1996b; Voyer, 2006) mais nous avons tout de même procédé à une validation de cet outil avant l'expérimentation auprès des mêmes treize élèves de quatrième secondaire qui ont validé les problèmes. Cela nous a également permis de vérifier que les élèves arrivaient à se rappeler suffisamment des problèmes pour en récrire l'énoncé, même après en avoir résolu plusieurs.

Puisque, dans le cadre de notre étude, la tâche de rappel libre sert à déterminer si un modèle de situation a été construit ou non, nous nous sommes concentrées, pour l'analyse de ces résultats, uniquement sur les aspects pouvant constituer des indices de cette construction. Ainsi, nous n'avons pas accordé d'importance à l'exactitude des nombres, par exemple. Nous avons considéré des indices tels que l'inclusion d'éléments situationnels pertinents, l'ajout d'éléments situationnels pertinents (éléments qui n'étaient pas textuellement présents dans l'énoncé de départ mais qui peuvent permettre une meilleure compréhension de la situation) et la conservation des relations entre les quantités (ou la transformation pertinente de ces quantités). Inversement, nous avons également considéré les indices qui peuvent être révélateurs d'une traduction directe ou d'une tentative de restituer à l'écrit la base de texte qui a été formée. Rappelons que la base de texte est la première représentation mentale à être formée à la lecture d'un texte, dont elle conserve l'ordre des idées et une bonne partie de la formulation. Une tentative par l'élève d'inclure dans son rappel des expressions telles que présentées dans l'énoncé original au détriment de la cohérence, par exemple, peut être interprétée comme une tentative de se rappeler la base de texte plutôt que le modèle de situation.

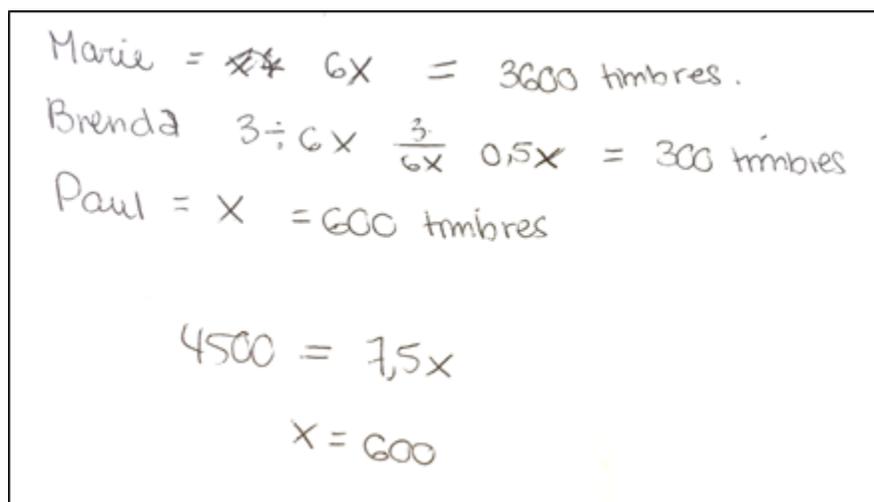
Afin de pallier les limites de la distinction binaire entre modèle de situation et traduction directe (voir section 4.3.3), nous l'avons raffinée en nous attardant à deux niveaux d'utilisation de ces représentations mentales : le niveau local et le niveau global. Nous avons considéré comme étant « locales » les représentations mentales utilisées à l'intérieur d'une même étape du raisonnement, et celles qui impliquaient une seule relation entre des données. Par exemple, dans la production d'élève ci-dessous (Figure 7), nous avons considéré que chacune des expressions algébriques représentant le nombre de timbres des personnages était de nature locale. Par exemple, cette élève écrit que Brenda a  $3 \div 6x = 0,5x$  timbres. Évidemment, cette expression est fautive : elle découle d'une interprétation erronée de la relation entre le nombre de timbres de Marie et celui de Brenda. Comme elle ne réfère qu'à une relation (celle entre le nombre de timbres de Marie et celui de Brenda), nous la considérons comme relevant du niveau local. Nous avons également considéré un niveau plus global d'utilisation des représentations; ce niveau global inclut les représentations utilisées pour l'organisation générale de la démarche de résolution. Autrement dit, ont été considérées comme « globales » les représentations mentales qui sous-tendaient l'intégration et la coordination de plusieurs relations entre les données. Dans l'extrait ci-dessous (Figure 7), par exemple, nous avons conclu que les deux dernières lignes, dans lesquelles l'élève a additionné les quantités de Marie, de Brenda et de Paul pour arriver au total de 4500 timbres et trouver la valeur de  $x$ , relevait davantage d'un niveau global puisqu'elles incluent, de façon organisée, l'ensemble des relations du problème (les trois valeurs correspondant au nombre de timbres des amis et leur somme). Il est à noter que des exemples analogues existent dans les tâches de rappel. Cette distinction entre les niveaux global et local nous a permis de mieux rendre compte des types de démarches utilisées par les élèves, même lorsque celles-ci étaient *a priori* contradictoires (par exemple, lorsqu'un élève montrait des signes de construction d'un modèle de situation à une étape de sa démarche, mais semblait juxtaposer les différentes étapes de la démarche selon une organisation de type « traduction directe »). Ce faisant, nous avons obtenu quatre types de démarches :

Cote MSms : l'ensemble de la démarche, à la fois au niveau local et global, est de type « construction d'un modèle de situation ». Il n'y a aucun indice de l'utilisation de la traduction directe.

Cote MStd : la démarche au niveau global correspond à la construction d'un modèle de situation, mais au niveau local, on retrouve à la fois des indices de la construction d'un modèle de situation (à certaines étapes) et des indices de traduction directe (à d'autres étapes), ou alors seulement des indices de traduction directe.

Cote TDms : la démarche au niveau global correspond à de la traduction directe, mais au niveau local, on retrouve à la fois des indices de la construction d'un modèle de situation (à certaines étapes) et des indices de traduction directe (à d'autres étapes), ou alors seulement des indices de la construction d'un modèle de situation.

Cote TDtd : l'ensemble de la démarche, à la fois au niveau local et global, est de type « traduction directe ». Il n'y a aucun indice de construction d'un modèle de situation.



Handwritten mathematical work for a stamp problem. The work is enclosed in a rectangular box and shows the following steps:

$$\begin{aligned} \text{Marie} &= \cancel{4} \times 6x = 3600 \text{ timbres.} \\ \text{Brenda} &= 3 \div 6 \times \frac{3}{6x} \times 0,5x = 300 \text{ timbres} \\ \text{Paul} &= x = 600 \text{ timbres} \\ \\ 4500 &= 7,5x \\ x &= 600 \end{aligned}$$

**Figure 7. Production de l'élève H511 au problème des timbres**

Dans certains cas, en particulier lorsque les traces de la démarche étaient très peu nombreuses, il a été impossible de déterminer le type de démarche utilisé à l'un ou l'autre des niveaux; nous avons alors utilisé le code « ND » pour le niveau global et/ou « nd » pour le niveau local, en combinaison avec les codes « MS », « TD », « ms » et « td » déjà présentés. Des exemples illustrant chacune des cotes (à l'exception des « ND » et « nd ») sont présentés à l'annexe 7. Comme nous le verrons ci-dessous, ces résultats ont été confrontés aux traces de la démarche de l'élève afin de confirmer ou d'infirmier l'hypothèse formulée à partir des tâches de rappel libre.

Les traces de la solution des problèmes ont servi à déterminer le score global de chaque élève en résolution de problèmes mathématiques, comme nous l'avons vu ci-dessus, mais elles constituent également un indice supplémentaire du type de modèle mental utilisé. En effet, en mathématiques, ce sont les actions posées par les élèves qui nous permettent de déduire ce qu'ils ont compris de leur lecture (Adams et Lowery, 2007).

En vue de déterminer le type de démarche (construction d'un modèle de situation local et/ou global combinée ou non à de la traduction directe au niveau local ou global) utilisée par les élèves, nous avons cherché, dans les traces de leur démarche, des indices de prise en considération des éléments situationnels et de raisonnement sur les relations entre les quantités. Ces indices ont été considérés comme révélateurs de la construction d'un modèle de situation, toujours en distinguant le niveau local du niveau global. Nous nous sommes également intéressée aux tentatives de traduire en opérations ou en équations les termes tels que présents dans l'énoncé, sans indice d'un réaménagement des relations entre les quantités; celles-ci ont plutôt été considérées comme révélatrices d'une traduction directe (d'autant plus que les énoncés avaient été choisis de façon à ce qu'une telle stratégie mène à une réponse erronée), tout comme l'absence de référence aux éléments contextuels du problème.

Ce codage a été réalisé par l'auteure et une autre chercheuse experte de la résolution de problèmes selon la méthode de l'analyse inductive générale telle que décrite par Blais et Martineau (2006). Les chercheuses ont d'abord pris connaissance d'un certain nombre de démarches de résolution d'un même problème, et se sont entendues sur ce qui pouvait être considéré comme des indices de l'utilisation de la traduction directe et de la construction d'un modèle de situation. Elles ont codé différentes démarches chacune de leur côté ont comparé les codages un à un, en raffinant les critères de codage, jusqu'à arriver à un accord parfait sur dix démarches consécutives. L'auteure a ensuite codé l'ensemble des démarches restantes. La validité du codage a été établie par la méthode de la vérification de la clarté des catégories (Blais et Martineau, 2006). L'auteure de cette thèse a ainsi fourni à l'autre chercheuse les objectifs de la recherche et une définition de chacune des catégories. Cette chercheuse a ensuite classé des extraits des démarches de résolution dans les différentes catégories, et ce

classement a été comparé à celui effectué par l'auteure afin de vérifier que la description des catégories était suffisamment claire pour éviter les ambiguïtés. Une fois le processus de codage terminé pour l'ensemble des démarches relatives à un même problème, les deux chercheuses ont revu ensemble les quelques éléments pour lesquels l'attribution d'une catégorie posait problème et les ont discuté jusqu'à parvenir à un consensus. Ce processus a été répété pour chacun des problèmes soumis aux élèves. À la toute fin, les chercheuses ont vérifié la cohérence des catégories établies en comparant leur attribution entre les différents problèmes.

À partir de l'analyse des tâches de rappel libre et des traces de la démarche des élèves, nous avons récolté des indices sur la construction d'un modèle de situation. Il est à noter que tous ces éléments ne sont que des indices et ne peuvent en aucun cas indiquer avec certitude le type de représentation mentale utilisé par l'élève. Ce n'est que par la combinaison de plusieurs indices provenant de plusieurs sources que nous pouvons tenter de déterminer quel(s) type(s) de démarche a (ont) le plus probablement été utilisé(s).

Ainsi, pour chacun des problèmes et pour chacun des élèves, nous avons tenté de mettre en relation les indices provenant des traces de la démarche et ceux provenant de la tâche de rappel qui lui est associée. Nous avons alors codé le type de démarche utilisé pour chaque problème de la façon suivante :

- Si le type de démarche identifié pour la tâche de rappel concorde avec celle identifiée pour la démarche de résolution, c'est ce type qui est retenu (par exemple, MStd).
- Si le type de démarche pour l'une ou l'autre des tâches (tâche de rappel et résolution du problème) n'a pas pu être identifié, ce qui a été assez fréquent dans les tâches de rappel, mais plutôt rare (45 cas sur 875, soit environ 5% des cas) dans les démarches de résolution, nous avons retenu le type de démarche identifié pour l'autre tâche.

- S'il y a contradiction entre les deux tâches :
  - Au niveau global : c'est le modèle de situation qui est retenu, puisque des indices de construction de ce modèle ont été trouvés; il est donc impossible d'affirmer avec certitude qu'un tel modèle n'a pas été construit. Par exemple, si nous avons trouvé des traces de construction d'un modèle de situation global dans la tâche de rappel mais pas dans la démarche de résolution, nous avons considéré que l'élève avait bien construit un modèle de situation global. Les cotes globales ont été modifiées dans 43 cas sur 875 (moins de 5% des problèmes résolus).
  - Au niveau local : si, par exemple, une cote MSms avait été attribuée à la tâche de rappel, mais que des éléments de traduction directe locale ont été trouvés dans la démarche de résolution, la cote finale attribuée à ce problème est MStd puisque cette cote inclut à la fois des éléments de modèle de situation et de traduction directe au niveau local. Ainsi, les cotes MStd et TDms ont été priorisées, puisqu'elles incluent déjà des éléments des deux types de démarche au niveau local. Par contre, lorsque l'une ou l'autre des tâches se voyait accorder une cote MSms ou TDtd et que l'autre tâche montrait des signes de l'autre type de démarche, nous avons modifié la cote pour obtenir soit MStd, soit TDms. Les cotes locales ont été modifiées dans 28 cas sur 875 (environ 3% des problèmes résolus).

À partir de ces cotes, nous avons calculé une fréquence d'utilisation de chacun des types de représentation, en distinguant le niveau global du niveau local. Pour le niveau global, nous avons divisé le nombre de problèmes ayant reçu une cote donnée (TD ou MS), par le nombre total de problèmes ayant reçu une cote déterminée (qu'elle soit MS ou TD, c'est-à-dire en excluant les cotes ND). Par exemple, pour un élève ayant obtenu une cote TDtd, une cote TDms, une cote MSms et deux cotes NDnd, la fréquence d'utilisation de la traduction directe (TD) au niveau global sera de  $\frac{2}{3}$  (2 cotes TD / 3 cotes autres que ND attribuées), c'est-à-dire de 66,7 %. Pour les représentations élaborées au niveau local, nous avons utilisé un processus semblable : par exemple, la cote MSms comptait pour une occurrence, mais les cotes MStd et

TDms ont été comptabilisées comme une demi-occurrence chacune, puisque ces cotes regroupent, au niveau local, à la fois des modèles de situation et des éléments de traduction directe. Ainsi, l'élève dont il a été question ci-dessus aurait obtenu une fréquence d'utilisation du modèle de situation au niveau local (ms) de 1,5 (une somme de 0 pour le TDtd, de 0,5 pour le TDms et de 1 pour le MSms) sur 3 (nombre de cotes autres que ND attribuées), pour un total de 50 %.

#### 5.2.5. Entrevues

---

Les entrevues avaient pour objectif de mieux cerner le rôle des inférences dans la résolution de problèmes. Elles ont pris la forme d'entretiens d'explicitation individuels selon la méthode proposée par Vermersch (2006). Leur objectif était d'amener le participant à prendre conscience des stratégies et des processus utilisés lors de la résolution du problème ainsi que des difficultés rencontrées à cette occasion. Cela peut aider à surmonter les limites du protocole verbal et des autres méthodes d'entrevue identifiées ci-dessus (section 4.6.1.3), notamment en ce qui concerne la difficulté que peuvent avoir les participants d'explicitier ce qu'ils pensent pendant la résolution et la surcharge cognitive qui peut résulter de l'utilisation de cette méthode. Nous avons tiré de ces entrevues des indications sur les inférences qui ont été produites, sur le moment où elles ont été utilisées dans la démarche de résolution et sur leur rôle dans le processus de résolution. Le contenu des entrevues sera décrit plus en détail à la section 5.3.2 ci-dessous.

### 5.3. Procédures liées à la collecte de données

---

Nous présentons maintenant le déroulement des séances d'expérimentation avec les élèves : le temps alloué à chacune des étapes, les consignes et le matériel fournis, la répartition des différentes épreuves au fil de l'année scolaire et les particularités de chacune des séances. Le Tableau 5 présente un résumé de ce déroulement pour chacun des groupes.

**Tableau 5. Déroulement des séances d'expérimentation**

Semaine	Séance	Épreuve	Type de passation	Durée
1	1	Recueil des formulaires de consentement et réponse aux questions sur l'expérimentation	s.o.	5 min
		Habilités procédurales en mathématiques	En groupe	15 min
		Test d'habiletés inférentielles	En groupe	50 min
	2	Échelle de vocabulaire en images Peabody	En groupe	40 min
		Matrices progressives de Raven	En groupe	35 min
2 (au moins 3 semaines après la première)	1	Habilités en résolution de problèmes	En groupe	75 min
		Tâches de rappel	En groupe	
	2	Entrevue (pour certains participants seulement)	Individuel	5 à 10 min

Nous décrivons d'abord le déroulement des épreuves écrites, puis celui des entrevues.

### 5.3.1. Épreuves écrites

---

Les épreuves écrites ont eu lieu avant les entrevues, et les données que certaines d'entre elles (mesures contrôle et habiletés inférentielles) ont permis de recueillir ont servi de base pour le choix des élèves à interroger. Voici comment se sont déroulées les séances qui leur étaient consacrées.

Avant le début de l'expérimentation proprement dite, nous avons rencontré une première fois les groupes d'élèves sélectionnés pour leur présenter la recherche et le type de participation que nous attendions d'eux. Nous les avons avisés que nous conduisions une recherche sur les habiletés de lecture et la résolution de problèmes mathématiques, leur avons expliqué qu'ils étaient libres d'y participer ou non, nous avons répondu à leurs questions et

leur avons présenté les formulaires de consentement qu'ils devaient remplir s'ils souhaitaient participer tout en leur précisant la date à laquelle ces consentements devaient être remis. La collecte de données a débuté lors d'une séance ultérieure, après la réception des formulaires de consentement signés.

Étant donné le nombre d'épreuves à compléter, elles ont été réparties sur trois séances d'une heure et quinze minutes (en plus des entrevues, qui se sont tenues pendant la période de dîner ou de récréation des élèves), ce qui correspond à la durée habituelle d'une période de cours dans les écoles secondaires du Québec. Ces séances ont été réparties en deux temps, distants d'au moins trois semaines : le premier temps était constitué des deux premières séances, qui ont été aussi rapprochées que possible, alors que le deuxième temps, la dernière période, se déroulait le jour même des entrevues avec les participants choisis. Cet étalement sur deux blocs a été conçu de façon à avoir en main, pour le deuxième bloc, les résultats de l'analyse des données issues du premier bloc, afin de pouvoir sélectionner de façon appropriée les élèves pour l'entrevue, qui doit être aussi proche que possible dans le temps de l'épreuve de résolution de problèmes. Une première ébauche des profils provisoires d'élèves avait déjà été esquissée sur la base des résultats à l'épreuve d'habiletés inférentielles, et les élèves associés à chacun de ces profils, identifiés.

Lors de la première séance, nous avons commencé par répondre aux éventuelles questions des participants sur la recherche et sur leur rôle, pour ensuite donner les consignes relatives au test d'habiletés procédurales en mathématiques (15 minutes; ces consignes se retrouvent à l'annexe 1). Une fois ce test fini, les consignes relatives au test d'habiletés inférentielles ont été présentées et le test a été distribué aux élèves, qui ont eu le reste de la période, soit 50 minutes, pour le compléter. La deuxième séance a été consacrée au test de vocabulaire (Peabody, 40 minutes) et à celui des matrices progressives de Raven (durée de 35 minutes). En ce qui concerne la troisième séance, qui a eu lieu quelques semaines plus tard dans l'année scolaire, elle a été dédiée à la résolution des problèmes mathématiques et à la tâche de rappel qui y est reliée. C'est également durant cette séance que nous avons demandé à certains élèves de participer à une entrevue individuelle qui se tenait le jour même, pendant la récréation ou à l'heure du dîner.

Ces épreuves (à l'exception des entrevues) ont toutes été administrées en groupe-classe pendant les heures de cours, dans le local habituel de cours des élèves. Pour toutes les épreuves, sauf celle de résolution de problèmes, seuls un crayon à la mine et une gomme à effacer ont été autorisés, tandis que pour l'épreuve de résolution de problèmes mathématiques, seul un stylo à l'encre était permis. Le choix du stylo à l'encre se veut une tentative de conserver un maximum de traces de la démarche de l'élève, incluant les retours en arrière, les changements de piste de solution et les corrections qui auraient pu être apportées en cours de démarche. C'est la même raison qui nous amène à interdire la calculatrice : les élèves auraient pu l'utiliser pour faire des chaînes d'opérations sans laisser de traces écrites, ce qui ne nous aurait pas permis de retracer leur raisonnement. Il va sans dire que les problèmes retenus pour cette épreuve ont été choisis en tenant compte de l'absence de cet outil, et les nombres qu'ils comportent sont relativement simples. De plus, nous avons permis aux élèves de demander l'aide de l'expérimentateur s'ils trouvaient certains calculs trop difficiles.

Toutes les consignes ont été données verbalement au début de chaque épreuve, en plus d'être inscrites sur les documents remis aux élèves, sauf en ce qui concerne les épreuves standardisées, pour lesquelles une façon précise de donner les consignes est déjà déterminée dans le guide d'administration de ces épreuves.

### 5.3.2. Entrevues

---

Un peu plus tard durant la journée suivant la réalisation de l'épreuve de résolution de problèmes mathématiques, certains participants (15 en tout) ont été rencontrés individuellement par l'expérimentateur pour un entretien d'explicitation. L'objectif de ces entretiens était de déceler à quel(s) moment(s), dans le processus de résolution, les participants ont produit des inférences, de quel type étaient ces inférences et comment ils les ont utilisées pour mener à bien la résolution. Les entrevues ont donc permis d'obtenir des données qui ont contribué à atteindre l'objectif Q4, quant au rôle des inférences dans le processus de résolution de problèmes mathématiques.

Le choix des participants pour l'entrevue a été fait en fonction des résultats de l'analyse des données de l'épreuve d'habiletés inférentielles. En effet, les profils définitifs ne pouvaient pas être établis dans un délai suffisamment court pour permettre de conduire un entretien d'explicitation avec les élèves retenus; c'est pourquoi nous avons utilisé les résultats de cette analyse pour déterminer des profils provisoires d'élèves en fonction de leurs forces et de leurs faiblesses pour chacun des types d'inférences. Ces profils ont été construits en utilisant la même méthode d'analyse typologique d'agglomération hiérarchique que celle utilisée pour former les profils définitifs, et qui sera décrite à la section 5.4. Nous avons ensuite demandé à quatre ou cinq élèves de chacun de ces profils (17 élèves en tout) de participer à un court entretien individuel « pour mieux comprendre leurs démarches de résolution ». Le choix des participants à l'intérieur de chacun des profils a été établi en fonction de leur représentativité du profil – les participants dont les résultats sont les plus caractéristiques du profil ont été retenus – de même que de leurs disponibilités et des contraintes d'horaire. Deux élèves avaient accepté de réaliser l'entrevue mais ne se sont pas présentés au rendez-vous donné. Nous avons donc réalisé des entrevues avec 15 élèves, dont 6 garçons et 9 filles, provenant de deux des trois écoles où nous avons conduit nos expérimentations. Leur âge moyen était de 16,1 ans et ils représentaient les trois séquences de mathématiques offertes en quatrième secondaire (il y avait 6 élèves de SN, 2 élèves de TS et 7 élèves de CST).

Lors de cet entretien, l'expérimentatrice est revenue avec l'élève sur un à trois des problèmes mathématiques résolus dans le cadre de l'épreuve d'habiletés en résolution de problèmes, selon le temps disponible, pour tenter de cerner les inférences utilisées dans la démarche de l'élève. Les problèmes retenus l'ont été au hasard parmi ceux que l'élève avait tenté de résoudre, en nous assurant que tous les problèmes étaient abordés un nombre similaire de fois dans l'ensemble des entrevues.

Lors de l'entrevue, nous avons présenté à l'élève la feuille comprenant l'énoncé du problème et sa démarche de résolution, et nous avons tenté, par les techniques d'entrevue propres à l'entretien d'explicitation (Vermersch, 2006), de lui faire verbaliser la réflexion mobilisée tout au long de la résolution du problème. Ainsi, nous avons d'abord expliqué le déroulement de l'entrevue à l'élève, puis nous lui avons demandé de se remettre dans le

contexte où il était quand il a résolu le problème : lieu, bruits ambiants, etc. (Vermersch, 2004). Il importe de préciser que selon cette technique, on doit solliciter un « laisser venir » des impressions et des souvenirs, sans faire d'efforts pour les recouvrer. Les questions posées au fur et à mesure de l'entretien étaient des questions ouvertes, qui font appel à l'expérience vécue du participant plutôt qu'au contenu de sa démarche de résolution en elle-même (bien que les deux soient intimement liés). Nous avons par exemple demandé : « Par quoi as-tu commencé? » ou bien « Que savais-tu quand tu ne savais plus quoi faire? ». Nous avons relancé le participant jusqu'à obtenir le niveau de détail souhaité pour l'analyse de ses réponses en fonction de notre objectif de recherche (l'analyse des inférences produites et de leur rôle dans la résolution du problème) et ce, en suivant l'ordre dans lequel il a effectivement réalisé sa démarche (incluant les retours en arrière et les possibles culs-de-sac). L'entrevue se terminait lorsque nous avons passé en revue l'ensemble du processus de résolution.

Ces entretiens, d'une durée approximative de 10 minutes, ont été enregistrés sur vidéo de façon à pouvoir retracer à la fois les explications de l'élève, mais également le lien entre ces explications et les éléments de la démarche présents sur la feuille, notamment lorsque l'élève pointe certains éléments de sa démarche. Ces séances ont eu lieu dans un local à l'écart des autres élèves et le plus calme possible, généralement une salle de classe inoccupée, de façon à permettre au participant de se concentrer de façon optimale.

#### 5.4. Analyse des données

---

Le recours à ces outils et à ces procédures de collecte de données nous a permis de recueillir des données se prêtant à un traitement quantitatif ou qualitatif, selon les épreuves. Nous verrons, dans cette section, comment ces données ont été utilisées pour atteindre nos objectifs spécifiques de recherche en décrivant les analyses statistiques et qualitatives qui ont été faites.

Des analyses statistiques ont été menées grâce au logiciel SPSS afin d'atteindre les trois premiers objectifs de notre recherche. De façon plus précise, pour atteindre l'objectif Q1 (Déterminer s'il existe, chez les élèves de 4<sup>e</sup> secondaire, une corrélation entre la capacité à

produire des inférences et la réussite en résolution de problèmes mathématiques; le cas échéant, déterminer quels certains types d'inférences sont plus étroitement associés à cette réussite), nous avons vérifié s'il y a une corrélation positive et significative (coefficient de corrélation de Pearson) entre le score global en production d'inférences et le score global en résolution de problèmes mathématiques, de même qu'entre le score obtenu pour chaque type d'inférence et le score global en résolution de problèmes mathématiques. Cela nous a permis de déterminer si l'un de ces types est plus étroitement corrélé que les autres au score en résolution de problèmes.

Le deuxième objectif vise le lien entre le type de démarche utilisé et la production d'inférences. Nous avons d'abord étudié la corrélation (coefficient de corrélation de Pearson) entre la fréquence de construction d'un modèle de situation (local et global, de façon distincte) et le score en production d'inférences. Cet objectif fait également référence à un type de démarche de résolution des problèmes mathématiques privilégié. Nous avons utilisé les fréquences d'utilisation de chacun des types de démarche dont le calcul a été expliqué ci-dessus (section 5.2.4) pour déterminer, pour chaque élève, si l'un de types de démarche est plus souvent utilisé que l'autre. Pour ce faire, nous avons traité le niveau local indépendamment du niveau global. Nous avons donc déterminé le type de démarche privilégié, c'est-à-dire utilisé plus de la moitié du temps, au niveau local, puis la représentation mentale privilégiée au niveau global. À la lumière d'études semblables, nous nous attendions à pouvoir identifier un type de démarche privilégié pour une grande majorité d'élèves. Pape (2004), par exemple, a rapporté avoir pu identifier un type de démarche dominant pour environ 90 % des quelque 100 élèves qui ont participé à son étude. Nous avons voulu déterminer s'il existait une différence dans le score en production d'inférences entre deux groupes d'élèves : ceux qui produisent plus souvent un modèle de situation et ceux qui utilisent la traduction directe dans une majorité de problèmes, et c'est pourquoi nous avons utilisé un test  $t$  pour comparer les moyennes de ces groupes. Nous avons mené cette analyse en deux temps : nous avons d'abord testé si les élèves qui privilégiaient la construction d'un modèle de situation global obtenaient un meilleur score en production d'inférences que ceux qui privilégient l'utilisation de la traduction directe au niveau global. Nous avons ensuite refait cette analyse en considérant cette fois les démarches utilisées au niveau local. À la seconde

partie de cet objectif, il s'agit de voir si le score en production de certains types d'inférences est plus étroitement associé à la construction d'un modèle de situation local ou global. Pour ce faire, nous avons comparé le score pour chacun des types d'inférences étudiés des élèves privilégiant le modèle de situation à celui des élèves préférant la traduction directe à l'aide d'un test  $t$ , de la même façon que nous l'avons fait avec le score global de production d'inférences.

Le troisième objectif (Q3) nous a amenée à voir s'il était possible de constituer des groupes ou profils d'élèves sur la base du type de démarche utilisé le plus souvent dans la résolution de problèmes et des forces et des faiblesses pour les différents types d'inférences. Rappelons que l'intérêt de cet objectif de recherche est de nous permettre de nuancer, pour mieux les comprendre, les résultats relatifs aux objectifs précédents. Nous avons d'abord identifié les forces et les faiblesses des élèves pour chacun des types d'inférences. Nous avons considéré qu'un type d'inférences constituait une force si l'élève avait obtenu un score de 5 ou plus (sur 8) pour ce type d'inférences, et une faiblesse s'il avait obtenu 4 ou moins. Cette catégorisation a été retenue afin d'obtenir des catégories de taille égale (il y a ainsi 4 notes dans chacune des catégories). Ce processus a été répété pour chaque élève et pour chacun des types d'inférences. Puisqu'il était impossible de déterminer *a priori* le nombre de profils d'élèves que nous obtiendrions, nous avons utilisé pour ce faire une analyse typologique (*cluster analysis*) d'agglomération hiérarchique par la méthode de la distance inter-groupes afin de voir si des regroupements pouvaient être faits.

Finalement, notre dernier objectif concerne le rôle joué par les inférences dans la résolution de problèmes mathématiques de façon générale et en fonction des profils identifiés à l'étape précédente. Cet objectif, de nature plus exploratoire et plus qualitative, a été atteint par l'analyse des entrevues menées avec les élèves des différents profils. Il est à noter que, les participants aux entrevues ayant été sélectionnés sur la base de profils provisoires, il n'a pas été possible d'interroger le même nombre d'élèves de chacun des profils définitifs. De la même façon, les élèves retenus ne sont pas nécessairement les plus typiques des profils établis pour atteindre l'objectif Q3. Le contenu des entrevues a été codé, toujours selon la méthode de l'analyse inductive (Blais et Martineau, 2006), de façon à mettre en évidence les moments où

des inférences ont été produites pendant la résolution, les types d'inférences produites de même que la façon dont elles ont été utilisées par l'élève dans la résolution. Tous les éléments de réponse de l'élève qui montraient soit un ajout d'information, soit un lien nouveau ou plus explicite que dans l'énoncé entre différentes informations, soit une sélection d'information parmi celles présentes dans l'énoncé ou dans la démarche de l'élève à ce stade de la résolution ont été codés comme étant des inférences (respectivement d'élaboration, d'intégration et de sélection-hiérarchisation). Ces données ont ensuite été regroupées pour avoir un portrait global des types d'inférences utilisées dans la résolution de problèmes, des rôles qu'elles y jouent et des moments auxquels elles sont produites et ainsi en dégager des hypothèses qui seraient à vérifier dans une étude ultérieure. Nous avons finalement étudié ces données en considérant séparément les différents profils d'élèves afin de dégager certaines similitudes et différences entre les profils.

Les résultats obtenus par ces différentes méthodes sont présentés au chapitre suivant.

## Chapitre 6. Résultats

---

Nous avons décrit les différentes modalités de collecte de données mises en œuvre dans le cadre de cette étude, de même que les moyens mis en œuvre pour analyser les données ainsi recueillies. Nous disposons, pour chaque élève participant à l'étude, de données quant à son habileté à produire des inférences, quant à son habileté à résoudre des problèmes mathématiques de même qu'au type de démarche qu'il utilise pour ce faire. Nous présenterons dans ce chapitre les résultats des analyses menées au regard des objectifs identifiés à la fin du chapitre quatre. Nous présenterons d'abord un portrait des élèves en considérant de façon indépendante les trois variables à l'étude, soient leurs scores en production d'inférences, leurs scores en résolution de problèmes et les types de démarche utilisés pour résoudre ces problèmes. Nous verrons ensuite comment ces résultats se combinent pour nous permettre de déterminer :

Q1) s'il existe, chez les élèves de 4<sup>e</sup> secondaire, une corrélation entre la capacité à produire des inférences et la réussite en résolution de problèmes mathématiques, de même que les types d'inférences (d'intégration, d'élaboration ou de sélection et de hiérarchisation) qui sont le plus étroitement associés à cette réussite;

Q2) si les élèves construisant un modèle de situation produisent davantage d'inférences que ceux qui ne l'utilisent pas et, le cas échéant, quels types d'inférences sont davantage associés à la construction usuelle d'un modèle de situation;

Q3) s'il y a des combinaisons récurrentes (*patterns*) dans le type de démarche privilégié de résolution de problèmes en lien avec les forces et les faiblesses en production d'inférences;

Q4) s'il est possible de déterminer quel(s) rôle(s) jouent les inférences dans la résolution d'un problème mathématique pour chacun des profils d'élèves identifiés.

### 6.1. Portrait global des élèves

---

Nous avons étudié trois variables dans le cadre de cette étude : le score en production d'inférences en fonction des trois types d'inférences (inférences d'intégration, inférences d'élaboration et inférences de sélection et de hiérarchisation), le score en résolution de

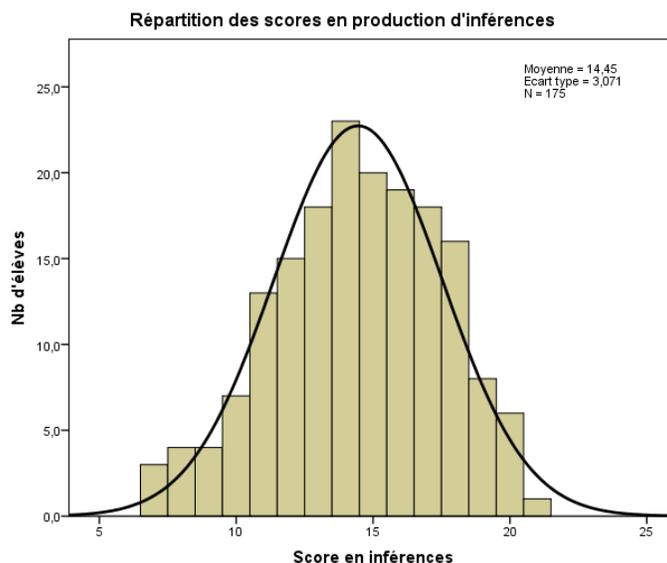
problèmes et le type de démarche utilisée pour résoudre ces problèmes. Les résultats des analyses concernant chacune de ces variables sont présentés ci-dessus.

### 6.1.1. Types d'inférences

---

Nous avons analysé les résultats des élèves au test d'habiletés inférentielles. Ce test comportait 32 questions, dont 8 de repérage (ne sollicitant donc pas les inférences) et 8 pour chacun des trois types d'inférences (intégration, élaboration et sélection-hiérarchisation) pour un total de 24 questions inférentielles. Le score de chacun des élèves pour les inférences s'exprime donc sous la forme d'une note sur 24 (1 point par question réussie).

En ce qui concerne le score global pour l'ensemble des inférences, les élèves obtiennent une moyenne de 14,45 sur 24, les scores allant de 7 à 21 sur 24. Comme le montre le graphique ci-dessous (Figure 8), la répartition des scores en production d'inférences suit globalement une courbe normale dont la moyenne est 14,45 et l'écart-type, 3,07 avec une légère asymétrie à gauche.



**Figure 8. Répartition des scores en production d'inférences**

Nous avons également analysé les réponses des élèves en fonction du type d'inférence impliqué. Le tableau suivant (Tableau 6) présente les scores obtenus (sur 8) par les élèves pour chacun des types d'inférences évalués.

**Tableau 6. Score aux questions d'inférences**

	Minimum	Maximum	Moyenne	Écart type
Inférences de sélection-hiérarchisation	0	8	4,69	1,48
Inférences d'intégration	1	8	4,75	1,50
Inférences d'élaboration	1	8	5,01	1,33
Inférences – score total	7	21	14,45	3,07

On remarque à la lecture de ce tableau que les différences entre les trois types d'inférences sont minimales : autant les moyennes que les écarts-types sont très proches les uns des autres. Une analyse statistique plus poussée avec le test de Friedman permet cependant de déterminer qu'il y a bel et bien une différence significative entre au moins deux types d'inférences ( $\chi^2(2) = 8,30, p = 0,016$ ) : c'est entre les inférences d'élaboration et les inférences de sélection-hiérarchisation que cette différence significative se situe.

Notre objectif étant de voir comment les inférences sont impliquées dans la résolution de problèmes mathématiques, nous nous attardons maintenant aux données relatives à la résolution des problèmes soumis aux élèves.

### 6.1.2. Résolution de problèmes mathématiques

---

Les participants devaient résoudre cinq problèmes mathématiques. À chacune des démarches de résolution était attribué un score entre 0 et 4, pour un score total maximal de 20 points en résolution de problèmes.

Le tableau ci-dessous (Tableau 7) présente le score moyen pour chacun des problèmes mathématiques, de même que le score total moyen.

**Tableau 7. Scores minimal et maximal obtenus pour chacun des problèmes**

<b>Problèmes</b>	<b>Minimum</b>	<b>Maximum</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Écart type</b>
<b>Pommes</b>	0	4	3,32	1,15
<b>Scientifiques</b>	0	4	2,79	1,34
<b>Timbres</b>	0	4	2,69	1,35
<b>Feuilles</b>	0	4	2,30	1,07
<b>Argent</b>	0	4	1,99	1,25
<b>Ensemble du questionnaire</b>	4	20	13,09	4,12

On remarque que le score total va de 4 à 20 sur 20, avec une moyenne d'environ 13 sur 20. Les problèmes, du mieux réussi au moins bien réussi, sont, dans l'ordre, celui des pommes, celui des scientifiques, celui des timbres, celui des feuilles et celui de l'argent.

### 6.1.3. Type de démarche utilisé pour la résolution des problèmes mathématiques

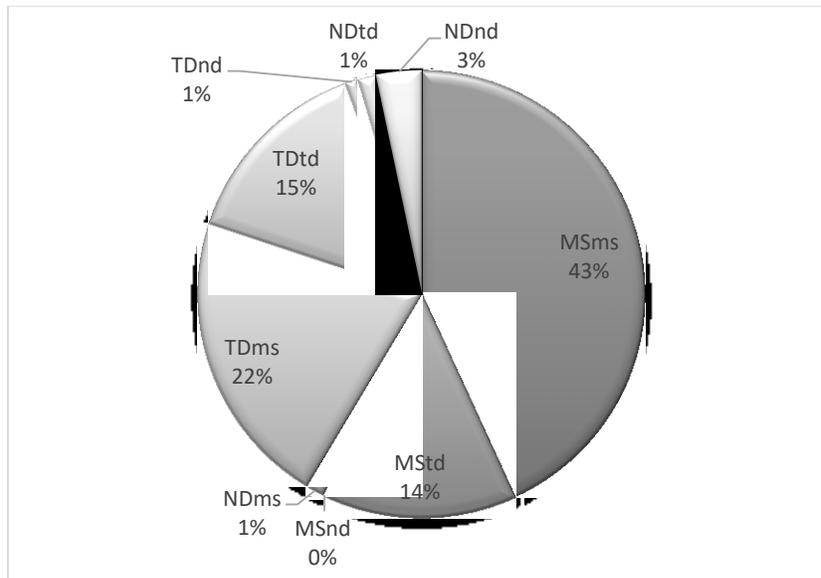
Nous nous sommes également intéressée, en plus du score en production d'inférences et en résolution de problèmes mathématiques, au type de démarche principalement utilisé par les élèves pour résoudre ces problèmes mathématiques. Ces démarches pouvaient être du type « construction d'un modèle de situation » (MS) ou « élaboration d'un modèle de problème par traduction directe » (TD), c'est-à-dire sans faire appel à un modèle de situation, et chacune de ces démarches pouvait être utilisée dans le problème localement, c'est-à-dire à l'intérieur d'une seule relation, ou globalement, c'est-à-dire dans l'articulation des différentes relations entre elles. Rappelons que quatre combinaisons différentes de ces représentations, au niveau local et global, sont possibles : MS globale et locale (MSms), MS globale avec des éléments de TD locaux (MStd), TD globale avec des éléments de MS locaux (TDms) et TD globale et locale (TDtd). Précisons que dans certains cas, il a été impossible de déterminer la stratégie le type de démarche utilisée au niveau local et/ou global; le code ND (nd pour le niveau local) a alors été utilisé en combinaison avec les symboles précédemment mentionnés.

Pour l'ensemble des problèmes, certains types de démarches ont été plus souvent utilisés. Le tableau suivant (Tableau 9) montre la fréquence d'utilisation de chacun des types de démarche par problème, de même que pour l'ensemble des problèmes. La Figure 9 montre la répartition des différentes démarches utilisées pour l'ensemble des problèmes et des élèves. On constate rapidement, à la lecture du graphique que présente cette figure, que la démarche la plus utilisée est la construction d'un modèle de situation, à la fois au niveau local et au niveau global.

**Tableau 8. Répartition des types de démarches utilisées par problème (%)**

Type de démarche	Pommes	Timbres	Scientifiques	Feuilles	Argent	Moyenne
MSms	65,7	49,1	49,1	27,4	24,0	43
MStd	9,1	24,0	8,6	14,9	13,1	14
MSnd		0,6				0
NDms	1,7	1,7	0,6	0,6	2,3	1
TDms	16,0	7,4	17,1	39,4	27,4	22
TDtd	5,7	6,9	22,3	13,7	23,4	14
TDnd		1,1		1,7	1,7	1
NDtd		3,4		0,6	2,9	1
NDnd	1,7	5,1	2,3	1,7	5,1	3
<i>Total</i>	100	100	100	100	100	100

Or, le tableau ci-dessus (Tableau 9) montre que les types de démarche utilisés varient de façon assez importante selon le problème. Nous avons mis en évidence dans ce tableau la démarche utilisée par le plus grand nombre d'élèves pour chacun des problèmes, soit la construction de modèles de situation locaux et globaux (MSms) pour les problèmes des pommes, des timbres et des scientifiques, et la traduction directe globale avec construction de modèles de situation locaux (TDms) pour les problèmes des feuilles et de l'argent, afin que le lecteur puisse mieux voir les différences d'un problème à l'autre.



**Figure 9. Répartition des types de démarche utilisés dans la résolution des problèmes**

Il nous a semblé important, outre les analyses présentées ci-dessus, de vérifier s'il existait un lien entre le type de démarche utilisé et le score en résolution de problèmes. Nous avons donc comparé les élèves afin de déterminer si le score moyen de résolution de problèmes différait selon leur type de démarche privilégié lors de la résolution. Le Tableau 9 reprend les résultats statistiques obtenus pour chacune des comparaisons faites, en incluant la correction de Bonferroni pour pallier le fait de faire des comparaisons multiples. Dans ce tableau, on observe, par exemple, que pour le problème des pommes, le premier groupe (MSms) obtient une moyenne de cinq points de pourcentage supérieure à celle du deuxième groupe (MStd); cette différence n'est cependant pas significative ( $p = 0,104$ ). Dans ce tableau, les différences statistiquement significatives ont été mises en gris afin de mieux les visualiser. Les résultats obtenus montrent que les élèves qui construisent à la fois un modèle de situation global et local réussissent mieux que les autres en résolution de problèmes : la différence moyenne de score entre ces élèves et les autres est d'au moins 23 points de pourcentage (4,62 points sur 20). Les trois autres groupes d'élèves se distinguent moins les uns des autres : les élèves qui construisent un modèle de situation global mais qui utilisent de la traduction directe au niveau local ne se distinguent pas de ceux qui ne construisent pas de modèle de situation global (TDms et TDtd). Quant à ces deux derniers groupes, ils se distinguent l'un de l'autre : les élèves qui ne construisent aucun modèle de situation, ni local ni global (TDtd), ont un score de

résolution de problèmes inférieur de 14 % (2,75 sur 20) en moyenne par rapport aux élèves qui utilisent la traduction directe au niveau global mais construisent des modèles de situation locaux (TDms). Ces résultats ont été obtenus en tenant compte du niveau de représentation mentale le plus souvent utilisé par chacun des élèves; si l'on regarde chaque résolution de problème indépendamment des autres, en considérant le type de démarche utilisé et le score obtenu pour ce problème, on s'aperçoit que les meilleurs scores sont généralement obtenus par les élèves qui ont utilisé une démarche de type MSms, suivis de ceux ayant utilisé le MStd, puis de ceux ayant choisi le TDms, et finalement des élèves n'ayant construit aucun modèle de situation (TDtd). Dans certains problèmes, les différences entre deux groupes ne sont pas significatives, mais la tendance générale n'en est pas affectée.

**Tableau 9. Comparaison des scores selon le type de démarche utilisé**

<b>POMMES</b>				
<b>MSms</b>	<b>MSms</b>	<b>MStd</b>	<b>TDms</b>	<b>TDtd</b>
<b>MSms</b>	X	MSms 5% de plus <i>p</i> = 0,104	MSms 49% de plus <i>p</i> < 0,001	MSms 60% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>MStd</b>		X	MStd 44% de plus <i>p</i> < 0,001	MStd 55% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>TDms</b>			X	TDms 11% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>TDtd</b>				X
<b>TIMBRES</b>				
<b>MSms</b>	X	MSms 35% de plus <i>p</i> < 0,001	MSms 55% de plus <i>p</i> < 0,001	MSms 56% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>MStd</b>		X	MStd 19% de plus <i>p</i> < 0,001	MStd 21% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>TDms</b>			X	TDms 1% de plus <i>p</i> = 1,000
<b>TDtd</b>				X
<b>SCIENTIFIQUES</b>				
<b>MSms</b>	X	MSms 23% de plus <i>p</i> < 0,001	MSms 17% de plus <i>p</i> = 0,001	MSms 56% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>MStd</b>		X	TDms 6% de plus <i>p</i> = 1,000	MStd 33% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>TDms</b>			X	TDms 39% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>TDtd</b>				X
<b>FEUILLES</b>				
<b>MSms</b>	X	MSms 10% de plus <i>p</i> = 0,006	MSms 35% de plus <i>p</i> < 0,001	MSms 46% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>MStd</b>		X	MStd 25% de plus <i>p</i> < 0,001	MStd 36% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>TDms</b>			X	TDms 11% de plus <i>p</i> = 0,040
<b>TDtd</b>				X
<b>ARGENT</b>				
<b>MSms</b>	X	MSms 4% de plus <i>p</i> = 1,000	MSms 35% de plus <i>p</i> = 0,006	MSms 37% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>MStd</b>		X	MStd 31% de plus <i>p</i> = 0,024	MStd 33% de plus <i>p</i> < 0,001
<b>TDms</b>			X	TDms 3% de plus <i>p</i> = 1,000
<b>TDtd</b>				X

Nous avons présenté, dans cette section, les différentes données recueillies pour atteindre nos objectifs de recherche. Les prochaines sections seront consacrées à décrire de façon détaillée les résultats qui nous ont permis d'atteindre ces objectifs.

## 6.2. Q1. Inférences et score en résolution de problèmes

Nous avons posé la question de la corrélation entre la capacité à produire des inférences telle que mesurée dans le test que nous avons conçu et l'habileté à résoudre des problèmes mathématiques. Il s'agit donc de vérifier, dans un premier temps, s'il y a une corrélation significative entre le score global en production d'inférences et le score en résolution de problèmes mathématiques. Dans un deuxième temps, nous vérifierons si certains types d'inférences sont corrélés plus étroitement que d'autres au score en résolution de problèmes mathématiques.

Les analyses de nos données montrent qu'il y a une corrélation entre le score en inférences et celui en résolution de problèmes mathématiques ( $r = 0,348$ ,  $p < 0,001$ ). Autrement dit, un peu plus de 12 % ( $r^2 = 0,121$ ) de la variabilité du score en résolution de problèmes est liée aux habiletés à produire des inférences.

Nous avons également utilisé le coefficient de corrélation de Pearson pour vérifier l'existence d'une corrélation entre le score en résolution de problèmes et chacun des types d'inférences. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous (Tableau 10).

**Tableau 10. Corrélation entre les différents types d'inférences et la résolution de problèmes mathématiques**

Type d'inférence	Coefficient de corrélation ( $r$ )	Degré de significativité bilatérale ( $p$ )	Pourcentage de la variabilité du score en résolution de problèmes lié à ce type d'inférences ( $r^2$ )
Élaboration	0,267	< 0,001	7,1 %
Intégration	0,258	0,001	6,7 %
Sélection - hiérarchisation	0,221	0,003	4,9 %
<i>Tous types confondus</i>	<i>0,348</i>	<i>&lt; 0,001</i>	<i>12,1%</i>

Les inférences d'élaboration semblent donc plus étroitement associées à la résolution de problèmes que les inférences d'intégration, qui y sont à leur tour plus fortement liées que les inférences de sélection et de hiérarchisation. Afin de cerner le rôle que pourraient jouer ces différents types d'inférences dans la résolution de problèmes, nous nous concentrerons maintenant sur le lien qu'ils entretiennent avec la construction d'un modèle de situation.

### 6.3. Q2. Inférences et type de démarche utilisé dans la résolution de problèmes

Afin de mieux comprendre le rôle potentiel des inférences dans la résolution de problèmes, il nous semblait important de déterminer si elles étaient corrélées à la construction d'un modèle de situation, que celui-ci soit global ou local. Nous aborderons d'abord cette question en considérant les inférences de façon globale, puis type par type.

Les habiletés en production d'inférences (tous types confondus) sont corrélées positivement à la fois avec la construction d'un modèle de situation global ( $r=0,332$ ,  $p<0,001$ ) et avec la construction de modèles de situation locaux ( $r=0,318$ ,  $p<0,001$ ) lors de la résolution de problèmes mathématiques. Ce coefficient de corrélation indique généralement une corrélation moyenne-faible, mais en tenant compte du fait que de nombreux autres facteurs (dont une bonne part était impossible à contrôler) jouent un rôle dans la construction d'un modèle de situation, il est tout de même étonnant de constater que la variabilité du score en production d'inférences compte pour 11 % ( $r^2$ ) de la variabilité de la construction d'un modèle de situation global, et pour 10,1 % de celle de la construction de modèles de situation locaux.

Il appert intéressant de voir si certains types d'inférences sont plus étroitement liées à l'un ou l'autre type de construction d'un modèle de situation (local ou global). Nous avons donc comparé le score pour chacun des types d'inférences des élèves qui utilisent le plus souvent un modèle de situation (global et local) à celui des élèves qui, le plus souvent, adoptent une démarche de traduction directe. Les Tableaux 11 et 13 résument l'ensemble des comparaisons qui ont été faites. À titre d'exemple, la première ligne du tableau 12 signifie que les élèves qui

privilégient la construction d'un modèle de situation global ont obtenu un score moyen de 4,82 sur 8, pour les inférences de sélection-hiérarchisation, ce qui est plus élevé que le score moyen de 4,42 obtenu par les élèves qui privilégient la traduction directe au niveau global; cependant, cette différence n'est pas significative ( $p = 0,094$ ). Par contre, pour ces mêmes inférences, les élèves qui construisent des modèles de situation locaux (tableau 13) obtiennent un score moyen de 4,82 contre 4,21 pour ceux qui utilisent la traduction directe au niveau local, ce qui constitue une différence significative ( $p = 0,024$ ). Les autres lignes présentent les résultats pour les autres types d'inférences. Les différences significatives ont été mises en évidence dans ces tableaux pour en faciliter la compréhension.

**Tableau 11. Scores moyens obtenus à l'épreuve d'habiletés inférentielles en fonction du type de représentation mentale privilégiée au niveau global**

Types d'inférences	Moyenne MS	Moyenne TD	<i>t</i>	Signification ( <i>p</i> )
Inférences de sélection - hiérarchisation	4,82	4,42	1,684	0,094
Inférences d'intégration	4,92	4,60	2,138	0,034
Inférences d'élaboration	5,20	4,41	2,800	0,006
Inférences total	14,94	13,44	3,106	0,002

**Tableau 12. Scores moyens obtenus à l'épreuve d'habiletés inférentielles en fonction du type de représentation mentale privilégiée au niveau local**

Types d'inférences	Moyenne ms	Moyenne td	<i>t</i>	Signification ( <i>p</i> )
Inférences de sélection - hiérarchisation	4,82	4,21	2,285	0,024
Inférences d'intégration	4,85	4,37	1,778	0,077
Inférences d'élaboration	5,07	4,79	1,164	0,246
Inférences total	14,75	13,37	2,493	0,014

On observe d'abord que le score en production d'inférences est significativement différent entre les élèves qui produisent habituellement un modèle de situation (score moyen de 14,94

sur 24 pour le modèle de situation global, et de 14,75 sur 24 pour le modèle de situation local) et ceux qui privilégient la traduction directe (score moyen de 13,44 sur 24 pour le modèle de situation global, et de 13,37 sur 24 pour le modèle de situation local) et ce, autant au niveau global que local. Ensuite, les élèves qui construisent un modèle de situation global se distinguent de ceux qui utilisent une traduction directe globale par la production d'inférences d'intégration et d'élaboration, mais pas en ce qui concerne les inférences de sélection-hiérarchisation. À l'inverse, les élèves qui construisent des modèles de situation locaux se distinguent de ceux qui privilégient une traduction directe au niveau local par la production d'inférences de sélection-hiérarchisation, mais pas pour la production des autres types d'inférences. Dans les deux cas, les deux groupes d'élèves (construction d'un modèle de situation et traduction directe) se distinguent par le score global en production d'inférences.

Ces statistiques nous permettent d'avoir un portrait global de l'ensemble des élèves. Or, il est possible que ce portrait d'ensemble cache en réalité des profils d'élèves bien distincts. C'est ce que nous explorons dans la section suivante, qui est liée à notre troisième objectif de recherche.

#### 6.4. Q3. Combinaisons récurrentes dans les habiletés inférentielles et dans les types de démarche dans la résolution de problèmes

---

Nous avons vu à la section précédente que certains types d'inférences semblent plus étroitement liés que d'autres à la construction d'un modèle de situation global ou local. Nous tenterons maintenant de voir si les données recueillies nous permettent d'établir des profils d'élèves en fonction de leurs forces et de leurs faiblesses sur le plan de la production d'inférences et du type de démarche le plus souvent utilisé dans la résolution de problèmes.

Pour ce faire, nous avons fait une analyse par grappes (*cluster* hiérarchique par la méthode de la distance inter-groupes) des élèves en fonction de leurs forces et de leurs faiblesses sur le plan de la production d'inférences et du type de démarche privilégié. Bien que toutes les combinaisons soient théoriquement possibles, cette méthode d'analyse part des données et les regroupe par proximité. Elle permet de regrouper d'abord les données les plus semblables en

procédant par itérations jusqu'à n'obtenir qu'un seul groupe contenant toutes les données. C'est ensuite au chercheur de décider du niveau de généralisation qu'il souhaite obtenir en considérant les résultats obtenus.

Dans le cas présent, nous avons obtenu deux grands groupes, qui correspondent aux élèves qui privilégient la construction d'un modèle de situation global et à ceux qui utilisent le plus souvent traduction directe globale. On retrouve, dans chacun de ces groupes, trois profils dominants, pour un total de six profils différents, que nous présentons ci-dessous. Ces profils, qui correspondent à autant de grappes, sont regroupés sur la base de leurs similarités en ce qui concerne leurs forces et leurs faiblesses pour les différents types d'inférences et les types de démarche qu'ils privilégient lors de la résolution de problèmes mathématiques. Nous les présentons en fonction des points communs à tous les élèves de chacun des profils. Ces points communs n'englobent pas toutes les variables énumérées ci-dessus; ainsi, les élèves du profil E-MSms ont en commun une faiblesse en inférences d'élaboration (E-) de même que l'utilisation fréquente de modèles de situation à la fois globaux (MS) et locaux (ms) en résolution de problèmes. Par contre, les autres types d'inférences peuvent être des forces ou des faiblesses. L'analyse par grappes nous permet cependant d'affirmer que ces élèves ont assez de points communs pour être regroupés tout en étant suffisamment différents des autres élèves pour en être distingués.

#### 6.4.1. Profil I+ E+ ms (63 élèves)

---

Ce profil est constitué des élèves pour qui les inférences d'intégration (I) et les inférences d'élaboration (E) sont une force (+), c'est-à-dire qu'ils ont obtenu un score d'au moins cinq sur huit pour chacun de ces types d'inférences. Ils ont en outre comme point commun de construire des modèles de situations locaux (ms) dans la majorité de leurs démarches de résolution de problèmes mathématiques. Il s'agit du profil où les élèves sont le plus nombreux : on y retrouve 63 élèves, soit 36 % des participants. La plus grande partie d'entre eux (47 sur 63) sont également forts en inférences de sélection, et ils sont encore plus nombreux (55 sur 63) à construire également un modèle de situation global dans la majorité de

leurs démarches de résolution. Il s'agit donc d'élèves qui sont, de façon générale, forts en production d'inférences et qui construisent des modèles de situation à la fois au niveau local et global.

#### 6.4.2. Profil I- E+ MS (31 élèves)

---

Les élèves de ce profil (31 élèves) se ressemblent d'abord par le fait qu'ils construisent le plus souvent un modèle de situation global (MS) lors de la résolution de problèmes mathématiques, de même que par leur force en production d'inférences d'élaboration (E+) et leur faiblesse en inférences d'intégration (I-). La très grande majorité de ces élèves (tous sauf 2, soit près de 94 %) construit également des modèles de situation locaux. En ce qui concerne les inférences de sélection, il n'y a pas d'homogénéité dans ce groupe, leur rendement varie de façon importante à ce niveau.

#### 6.4.3. Profil E- MSms (32 élèves)

---

Les 32 élèves qui constituent ce groupe ont comme particularité de construire des modèles de situation à la fois globaux (MS) et locaux (ms) dans la majorité de leurs démarches de résolution de problèmes mathématiques. En ce qui concerne les inférences, leur point commun est une faiblesse en production d'inférences d'élaboration (E-), ce qui les distingue nettement des deux profils précédents. Par contre, leurs habiletés en production d'inférences de sélection et d'intégration varient d'un individu à l'autre.

#### 6.4.4. Profil E+ TDtd (19 élèves)

---

Ce profil est le seul à regrouper des élèves qui utilisent presque exclusivement la traduction directe à la fois au niveau local (td) et au niveau global (TD) dans leur résolution de problèmes. Parmi les trois profils d'élèves qui privilégient la traduction directe au niveau global, c'est le seul où les élèves utilisent aussi ce type de démarche de façon dominante au

niveau local. De plus, ces élèves ont en commun une force en production d'inférences d'élaboration (E+). Dix-neuf (19) élèves s'y retrouvent.

#### 6.4.5. Profil S- E- TD (17 élèves)

---

Ce profil regroupe les élèves qui ont le plus de faiblesses en production d'inférences : ils ont tous en commun une faiblesse en production d'inférences de sélection (S-) et en inférences d'élaboration (E-), et ils ont presque tous (à 75 %) aussi une faiblesse en production d'inférences d'intégration. Ils privilégient tous une traduction directe globale (TD), et une bonne partie (12 sur 17, soit 71 %) la privilégie aussi au niveau local.

#### 6.4.6. Profil S+ TDms (9 élèves)

---

Le dernier profil que nous avons pu dégager à partir de nos données est composé d'élèves qui ont en commun une force en ce qui concerne la production d'inférences de sélection et de hiérarchisation (S+), une construction habituelle de modèles de situation locaux (ms), mais également le fait de privilégier la traduction directe (TD) au niveau global. Chez la plupart, on observe également une faiblesse en inférences d'intégration. C'est le profil le moins répandu parmi nos participants : seuls neuf élèves s'y retrouvent.

Ces profils semblent suffisamment exhaustifs pour être satisfaisants; en effet, seuls quatre élèves sur 175 (environ 2 %) ne s'y retrouvent pas. Afin de mieux comprendre le rôle joué par les différents types d'inférences pour les élèves de chacun des profils, nous avons analysé les entrevues menées après la résolution de problèmes avec 15 de ces élèves. Les résultats de cette analyse sont présentés dans la section ci-dessous.

## 6.5. Q4. Rôle des inférences dans la résolution de problèmes

---

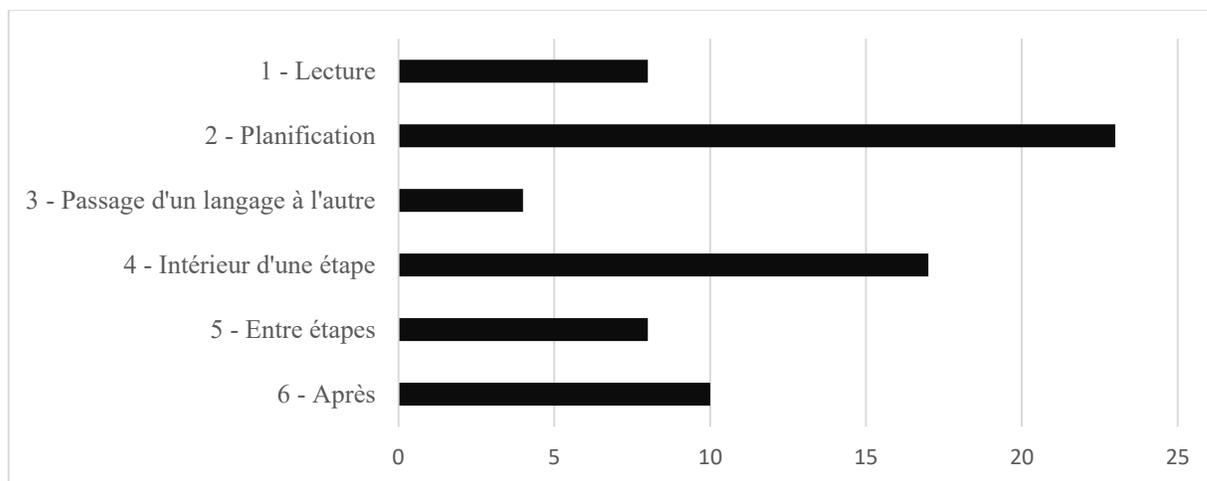
Les différentes analyses statistiques menées jusqu'ici nous ont permis de mettre au jour des liens existant entre les inférences et la résolution de problèmes mathématiques, en plus d'identifier six profils d'élèves en fonction de leurs forces et de leurs faiblesses en production d'inférences et de leur type de démarche privilégié pour la résolution de problèmes. Nous nous intéressons maintenant au rôle que jouent les différents types d'inférences dans la résolution de problèmes mathématiques pour chacun de ces profils d'élèves. Cette analyse, basée sur les entrevues menées avec certains des participants, nous a permis d'entrevoir à quels moments de la démarche de résolution et de quelles façons les différents types d'inférences contribuent à la résolution d'un problème mathématique. Nous présenterons d'abord les résultats émergeant de ces entrevues de façon globale, puis nous tenterons de dégager certaines spécificités en fonction du profil auquel les élèves interrogés appartiennent.

### 6.5.1. Inférences utilisées dans la résolution de problèmes de façon globale

---

En considérant tous les profils d'élèves confondus, les inférences que l'on retrouve le plus dans la démarche de résolution de problèmes des élèves vus en entrevue sont les inférences d'intégration. Nous avons pu déceler un total de 70 inférences dans les analyses des entrevues réalisées avec les élèves, et 37 de celles-ci étaient des inférences d'intégration, soit plus de la moitié. Les inférences restantes sont réparties à peu près également entre les inférences d'élaboration et celles de sélection-hiérarchisation (respectivement 17 et 16).

Nous nous sommes également intéressée aux moments de la démarche de résolution où ces inférences ont été évoquées par les élèves. Nous avons décelé six moments différents : lors de la lecture de l'énoncé, lors de la planification de la démarche, lors du passage du langage verbal écrit au langage mathématique, à l'intérieur d'une étape de la démarche de résolution, dans l'articulation entre deux étapes de la démarche de résolution et finalement, à la fin de la démarche de résolution. La figure suivante (Figure 10) présente la répartition des inférences rapportées dans les entrevues en fonction du moment auquel elles ont été utilisées par l'élève.



**Figure 10. Moment de production des inférences**

On constate que c'est au moment de la planification de la démarche que le plus grand nombre d'inférences sont rapportées, suivi de celles utilisées à l'intérieur d'une étape de la démarche de résolution.

Outre le type d'inférences et le moment auquel ces inférences sont utilisées, nous avons identifié la fonction que jouait chacune des inférences dans le processus de résolution. Nous avons identifié six fonctions différentes dans les inférences mentionnées par les élèves. La première de ces fonctions est l'ajout d'informations. Cela peut concerner l'ajout d'informations à partir des connaissances antérieures de l'élève (par exemple concernant le fait qu'un livre a deux couvertures), ou d'ajouter des informations provenant de l'énoncé du problème à une certaine étape de la démarche. La deuxième fonction est le retrait d'information : il peut s'agir d'informations de l'énoncé que l'élève considère superflues, ou alors d'informations trouvées lors d'étapes précédentes de la démarche que l'élève choisit de ne pas utiliser. La troisième fonction des inférences dans le processus de résolution de problème est l'invalidation d'étapes ou de résultats obtenus précédemment. Ce sont les inférences qui permettent par exemple de dire que la solution trouvée n'a pas de sens dans le contexte du problème. Le quatrième rôle des inférences dans la résolution d'un problème concerne la transformation d'informations d'une forme à une autre. On l'observe par exemple lorsque les élèves vont combiner plusieurs informations issues du texte avec leurs propres connaissances pour faire un dessin ou un schéma représentant la situation; dans ce cas, les

informations en langage verbal sont transformées en langage graphique. On retrouve également cette fonction des inférences lorsque les relations telles qu'exprimées dans l'énoncé du problème doivent être transformées pour pouvoir être utilisées dans la résolution du problème. Par exemple, dans le cas du problème des timbres, l'énoncé dit que Marie a 6 fois plus de timbres que Paul et que Brenda a 3 fois moins de timbres que Marie. Certains élèves en ont déduit que Brenda avait deux fois plus de timbres que Paul : ils ont combiné les informations de l'énoncé pour les exprimer autrement et ainsi simplifier leur calcul. La cinquième fonction attribuée aux inférences dans cette analyse est celle du choix, qui peut être de trois ordres : le choix de l'inconnue, le choix de l'opération à faire ou de la stratégie à adopter, ou encore le choix des données à inclure dans le calcul à une certaine étape de la démarche. À titre d'exemple pour le premier type de choix (choix de l'inconnue), plusieurs élèves ont expliqué comment, en combinant différentes informations issues de l'énoncé, ils ont choisi à quelle variable attribuer l'inconnue (le  $x$ ). Le choix de l'opération à faire peut être illustré par les élèves qui ont dit hésiter entre la multiplication et la division pour représenter l'expression « trois fois moins », mais qui ont choisi la division parce qu'en tenant compte du contexte, le résultat devait être plus petit que les nombres de départ. En ce qui concerne le choix des données à inclure, certains élèves se sont par exemple demandé, dans le problème des feuilles, s'ils devaient enlever l'épaisseur de la couverture à l'épaisseur obtenue pour la partie gauche du livre, ce qu'ils ont choisi de faire après avoir relié les dernières étapes de leur démarche au schéma qu'ils avaient fait en début de résolution. La dernière fonction que nous avons pu identifier dans les propos des élèves est celle de faire ressortir, de mettre en relief certaines informations de l'énoncé. C'est ce que certains ont dit avoir fait en surlignant certains passages de l'énoncé du problème. Les élèves qui l'ont fait ont tous dit que cela les avait aidés à résoudre le problème, et même, dans certains cas, que cela leur avait permis d'avancer alors qu'ils étaient bloqués, mais il est difficile d'expliquer le rôle précis que cette opération joue dans l'ensemble de la résolution du problème. Enfin, dans un seul cas, il nous a semblé que l'inférence décrite par l'élève ne jouait pas de rôle direct dans la résolution du problème, ce qui ne veut pas dire qu'elle était inutile : il s'agit d'un élève qui, en lien avec le problème des pommes, a dit que sa première pensée à la lecture de l'énoncé du problème avait été de s'imaginer en train de cueillir des pommes et de les mettre dans un panier. Or, nulle part dans la suite de la démarche il n'a fait référence à cette image qu'il ne semble donc pas

avoir utilisée directement pour résoudre le problème. Il reste toutefois possible qu'elle l'ait aidé à se représenter les paniers de pommes dont il était question dans l'énoncé, auquel cas sa fonction serait plutôt une transformation (il serait passé d'une représentation en mots à une représentation imagée), mais il nous est impossible d'en être certaine.

Finalement, nous avons également constaté que certaines des inférences produites par les élèves étaient fausses, c'est-à-dire que leur contenu était faux. Par exemple, certains élèves ont jugé que l'épaisseur des feuilles et des couvertures était une donnée superflue dans le problème des feuilles du livre, alors que ces informations étaient nécessaires à la résolution du problème. Ainsi, 12 des 70 inférences répertoriées lors des entrevues se sont révélées fausses; nous en tiendrons compte dans l'analyse de rôle des inférences selon le profil des élèves, que nous décrivons ci-dessous.

#### 6.5.2. Inférences utilisées dans la résolution de problèmes selon le profil d'élève

Notre quatrième et dernier objectif de recherche concernait le rôle joué par les inférences dans la résolution de problèmes de façon générale de même que pour chacun des six profils d'élèves identifiés à la section 6.4. Nous verrons maintenant quelles conclusions il est possible de tirer des données issues des entrevues pour chacun des profils d'élèves.

Les élèves du premier profil interrogés ( $n = 9$ ), (I+ E+ ms) sont les seuls chez lesquels on retrouve toutes les fonctions identifiées. En particulier, ce sont les seuls élèves qui utilisent des inférences pour retirer de l'information du problème et pour faire ressortir des informations. Il n'est donc pas surprenant que, toutes proportions gardées, ils utilisent plus d'inférences de sélection-hiérarchisation que tous les autres profils dans le processus de résolution. En outre, c'est l'un des deux seuls profils, avec le suivant (I- E+ MS) qui utilise les inférences pour invalider certains aspects de sa solution. Finalement, c'est aussi le groupe dans lequel on retrouve proportionnellement le plus d'inférences fausses.

Les élèves du deuxième profil ( $n = 3$ ) (I- E+ MS) partagent plusieurs traits avec les élèves du profil précédent, notamment, comme nous l'avons décrit ci-dessus, le fait d'utiliser les inférences pour invalider certains résultats. De plus, les inférences servant au choix de l'inconnue ou de l'opération à effectuer sont plus présentes chez les élèves de ce profil que chez les autres. En ce qui concerne les moments où les inférences interviennent dans la démarche de résolution, tous les cas d'inférences ayant servi à passer du langage écrit au langage mathématique se sont retrouvés chez des élèves de ce groupe.

Les résultats concernant les autres profils d'élèves sont moins robustes que les précédents à cause du petit nombre d'élèves interrogés. Les élèves du troisième profil ( $n = 2$ ) (E- MSms) interrogés ont révélé utiliser les inférences presque exclusivement pour la transformation d'informations d'une forme à une autre; ces inférences sont presque toutes des inférences d'intégration. Tel que mentionné au chapitre précédent, nous n'avons malheureusement pu faire d'entrevue avec aucun élève du quatrième profil (E+ TDtd); il ne nous est donc pas possible de dégager de pistes quant à l'utilisation des inférences dans la résolution de problèmes par les élèves de ce groupe. Quant à l'élève du cinquième profil (S- E- TD), il n'a relaté utiliser les inférences que pour ajouter de l'information ou transformer l'information déjà existante. C'est par ailleurs le seul profil à n'avoir pas explicité d'inférences lors de la planification de la démarche de résolution. Finalement, l'élève du sixième profil (S+ TDms) interrogé est le seul à avoir utilisé une inférence pour choisir une donnée à utiliser à une étape précise de sa démarche. L'analyse de son entrevue a aussi fait ressortir une inférence d'intégration utilisée pour transformer les données à l'étape de la planification.

Nous avons vu que des inférences de tous les types étaient utilisées pour remplir six fonctions différentes par les élèves en contexte de résolution de problèmes. Certaines de ces fonctions sont spécifiques à certains profils d'élèves, comme celles consistant à retirer des informations superflues ou à faire ressortir des informations qui sont spécifiques au profil I+ E+ ms, tandis que d'autres sont plus largement utilisées par la plupart des élèves interrogés, comme l'ajout et la transformation d'informations. De plus, ces inférences sont utilisées à toutes les étapes de la démarche de résolution.

Cette section faisait état des principaux résultats issus de notre recherche, en lien avec nos quatre objectifs de recherche spécifiques. Nous avons déterminé qu'il existe bel et bien un lien entre la production d'inférences (de façon globale, de même que selon les types d'inférences en jeu) et la réussite en résolution de problèmes mathématiques (Q1), de même qu'un lien entre la construction d'un modèle de situation et la production d'inférences (Q2). De façon plus spécifique, les élèves qui construisent un modèle de situation global réussissent mieux que les autres en inférences d'élaboration et d'intégration, alors que ceux qui construisent un modèle de situation local réussissent mieux que les autres en inférences de sélection et de hiérarchisation. Le score global en production d'inférences est également plus élevé pour les élèves qui construisent un modèle de situation, qu'il soit global ou local, que pour ceux qui privilégient la traduction directe. Nous avons également identifié six profils d'élèves différents en mettant en relation le type de démarche privilégié dans la résolution de problèmes et les forces et les faiblesses en production d'inférences (Q3). Finalement, comme nous venons d'en faire état, nous avons pu identifier six rôles joués par les inférences dans la résolution d'un problème mathématique : ajout d'information, choix d'une donnée, d'une opération ou d'une inconnue, invalidation d'un résultat obtenu, transformation d'une information, retrait d'une information et mise en évidence d'une information. Ces rôles ne se retrouvent cependant pas également répartis chez les élèves de tous les profils : alors que certains sont communs à tous, comme celui de transformer l'information, d'autres sont spécifiques à un ou deux profils d'élèves (comme l'invalidation d'un résultat obtenu) (Q4). Dans le chapitre suivant, nous nous pencherons sur l'interprétation de ces différents résultats, sur les liens qu'il est possible d'établir entre eux et avec la littérature scientifique existante, de même que sur ce que notre recherche apporte de nouveau aux connaissances scientifiques, à la fois sur le plan théorique et sur le plan pratique.



## **Chapitre 7. Interprétation des résultats**

---

Le chapitre précédent nous a permis de faire ressortir les différents résultats de notre étude. Ces résultats seront maintenant discutés à la lumière de la littérature scientifique exposée dans cette thèse (dans la mesure du possible) de manière à en faire ressortir la pertinence, à la fois sur le plan de l'avancement des connaissances théoriques et sur le plan socioéducatif. Étant donné le caractère en partie exploratoire de cette recherche, il nous est toutefois impossible d'établir des comparaisons nombreuses et systématiques avec la littérature existante. Nous reprendrons d'abord les principaux résultats de notre étude pour chacune des variables étudiées (production d'inférences, résolution de problèmes et types de démarche utilisés), puis en fonction de nos quatre objectifs de recherche. Nous en ferons ensuite ressortir les principales contributions à l'avancement des connaissances scientifiques et les apports de notre recherche sur le plan socioéducatif. Nous terminerons en présentant des perspectives de recherche futures que notre recherche permet d'ouvrir, de même que les limites de notre recherche.

### **7.1. Inférences, résolution de problèmes et types de démarche – faits saillants**

---

Avant de présenter les liens entre les différentes variables étudiées et ainsi atteindre nos objectifs de recherche, nous prenons le temps de situer les résultats obtenus pour chacune de ces variables – score en production d'inférences, score en résolution de problèmes types de démarche utilisés pour résoudre ces problèmes – par rapport à ce que nous en dit la littérature scientifique disponible.

Puisque, à notre connaissance, aucune autre étude n'a utilisé la typologie d'inférences que nous avons utilisée, il n'est pas possible de comparer les résultats que nous avons obtenus pour chacun des types d'inférences ciblées par notre recherche à ceux rapportés par d'autres auteurs. Mentionnons tout de même que les données récoltées à l'épreuve d'habiletés inférentielles nous ont permis de remarquer que les trois types d'inférences concernées, soit

les inférences d'élaboration, d'intégration et de sélection-hiérarchisation, étaient réussies à des niveaux très semblables. Malgré cette similitude dans les résultats, nous avons observé une différence significative entre les inférences d'élaboration et les inférences de sélection-hiérarchisation, les premières étant mieux réussies que les secondes.

La mise en relation des scores obtenus par les élèves à chacun des problèmes et types de démarche utilisés pour les résoudre nous permet maintenant de dégager certaines conclusions quant au choix de démarche effectué par les élèves, que ce choix ait été conscient ou non. Nous sommes également en mesure de comparer les scores obtenus en fonction du type de démarche utilisé de façon à déterminer si celle-ci a une influence sur le score.

Il nous apparaît d'abord important de faire quelques remarques à propos de la proportion d'élèves ayant utilisé chacun des types de démarche. En ne tenant pas compte des quelques démarches pour lesquelles nous n'avons pas pu déterminer le type de démarche employé, nous remarquons qu'un peu plus de 40 % des élèves construisent à la fois un modèle de situation global et local; c'est le type de démarche le plus employé et ce, dans trois des cinq problèmes proposés aux élèves. Il est à noter que ces trois problèmes (ceux des pommes, des timbres et des scientifiques) ont également été les mieux réussis de façon générale. Quant aux deux autres problèmes, on y retrouve plus d'élèves ayant opté pour la traduction directe globale, avec la construction de modèles de situation locaux. Nous proposons ici deux hypothèses pour expliquer cette différence. D'une part, nous pouvons considérer que ces problèmes comportaient un niveau de difficulté supérieur à celui des autres, ce que suggèrent à la fois l'analyse *a priori* de ces problèmes et le plus faible taux de réussite. Les élèves ont donc eu plus de difficulté à construire un modèle de situation global qui permette de donner un sens qualitatif à l'ensemble des données et des relations entre ces données, ce qui peut être corroboré par le plus grand nombre de données dans ces deux problèmes, comparativement aux autres. D'autre part, il est également possible que ce soit le fait d'avoir choisi (encore une fois, consciemment ou non) la traduction directe globale qui a mené de nombreux élèves à échouer la résolution de ces problèmes, si l'on considère que la construction d'un modèle de situation global constitue un support pour la résolution d'un problème mathématique, tel que

le suggère notre modèle synthèse de la compréhension d'un problème mathématique (section 4.2.7). Rappelons que ce modèle stipule que ce n'est pas dans tous les cas qu'un élève construit un modèle de situation et que ce dernier sert d'intermédiaire entre l'énoncé du problème et la représentation mathématisée, opérationnelle (le modèle de problème, juste ou faux) que l'élève s'en fait. Dans d'autres cas, au contraire, l'élève tente plutôt de passer directement de l'énoncé du problème au modèle de problème sans prendre le temps de se représenter le contexte du problème et sans tenir compte des éléments que ce contexte permet de dégager dans l'énoncé du problème. Ainsi, dans ces problèmes où les données étaient plus nombreuses, le fait d'avoir opté pour une traduction directe globale peut avoir nui à l'organisation de ces données et à l'établissement d'une représentation mathématique appropriée à la résolution. À l'inverse, il est également possible que l'élève ait opté pour la traduction directe précisément parce qu'il était incapable d'organiser les données et d'arriver à une représentation qualitative appropriée. Quoi qu'il en soit, la méthodologie que nous avons adoptée ne nous permet pas de nous prononcer quant aux relations de cause à effet entre la stratégie utilisée et le score obtenu; nous ne pouvons qu'émettre des hypothèses qui pourraient être vérifiées dans le cadre d'études ultérieures.

Ces hypothèses semblent être corroborées lorsque l'on s'attarde au lien entre le score obtenu et le type de démarche utilisé. Les résultats à ce chapitre sont sans équivoque : de façon générale, les élèves ayant construit des modèles de situation locaux et globaux (MSms) ont mieux réussi que les autres dans pratiquement tous les problèmes (sauf deux où la différence avec ceux n'ayant construit qu'un modèle de situation global n'est pas significative). Ils sont suivis par ceux ayant construit un modèle de situation global mais ayant tout de même utilisé la traduction directe au niveau local (MStd), eux-mêmes suivis par ceux n'ayant pas ~~construit~~ montré de signe de construction d'un modèle de situation global mais en ayant construit un local à l'occasion (TDms). Finalement, les élèves ayant le moins bien réussi sont ceux qui n'ont montré aucun signe de construction d'un modèle de situation, ni local, ni global (TDtd). Ces résultats ne nous étonnent pas outre mesure, puisque le choix même des problèmes mathématiques soumis aux élèves avait été fait de façon à pouvoir distinguer les démarches impliquant la construction d'un modèle de situation des démarches où une telle construction n'avait pas lieu. Autrement dit, nous avons choisi les problèmes expérimentaux de façon à ce

que l'utilisation de la traduction directe ne permette pas d'arriver à une solution correcte. En ce sens, les résultats ne font que confirmer que les problèmes choisis remplissaient bien ce critère, puisque les élèves ayant opté pour la traduction directe les ont effectivement moins bien réussis que les autres. De plus, le tableau 9 présenté à la section 6.1.3 permet de constater que ce sont les problèmes dans lesquels il y avait un plus grand nombre de relations en jeu (telles qu'identifiées dans l'analyse *a priori* de l'annexe 5), soit celui des feuilles et celui de l'argent, qui ont posé le plus de difficultés aux élèves, et que ce sont ces mêmes problèmes pour lesquels la traduction directe globale a le plus souvent été employée.

Les résultats concernant le lien entre le score et le type de démarche utilisé pour résoudre le problème apportent cependant un éclairage nouveau sur le rôle du modèle de situation global en comparaison au modèle de situation local. Nous avons souligné, à la section 5.2.4, que le choix de raffiner la distinction présente dans la littérature entre construction d'un modèle de situation et traduction directe était fait de façon à mieux saisir les subtilités pouvant exister dans la résolution de problèmes complexes. Or, les résultats obtenus montrent que le modèle de situation global est associé de façon plus importante à la réussite de la résolution du problème que le modèle de situation local. En effet, l'examen des résultats nous permet de constater que les élèves qui ont construit un modèle de situation global (donc ceux qui se retrouvent dans les catégories MSms et MStd) obtenaient systématiquement un résultat plus élevé pour la résolution du problème que ceux qui privilégiaient la traduction directe globale (TDms et TDtd), sauf pour le problème des scientifiques, où la différence de score entre les démarches de type MStd et TDms n'est pas significative. Ce n'est que dans une analyse à un niveau plus fin que la construction d'un modèle de situation local influence aussi le score : parmi les élèves qui en construisent déjà un au niveau global, ceux qui en construisent également au niveau local réussissent mieux que ceux qui utilisent la traduction directe au niveau local. La même observation vaut pour les élèves qui résolvent le problème en utilisant globalement la traduction directe : ceux qui intègrent à leur démarche la construction de modèles de situation locaux obtiennent un meilleur score que ceux qui n'en construisent pas du tout. Ainsi, la construction d'un modèle de situation global semble jouer un rôle plus important dans la résolution du problème; il est possible qu'il permette d'organiser la démarche de façon à tenir compte de l'ensemble des données et des relations qu'elles

entretiennent entre elles; la mauvaise interprétation de l'une de ces relations aurait alors moins d'impact sur la réussite du problème que la mauvaise coordination de l'ensemble des informations, ce qui peut survenir en l'absence de modèle de situation global.

Nous avons vu que la construction d'un modèle de situation et la réussite en résolution d'un problème mathématique semblent aller de pair, surtout lorsque ce modèle de situation est à la fois global et local. Nous retenons toutefois que le modèle de situation global semble plus étroitement associé à cette réussite que le modèle de situation local. Or, la littérature scientifique nous indique que les inférences jouent un rôle important dans la construction d'un modèle de situation (voir section 3.3). C'est pourquoi nous discuterons maintenant les résultats obtenus quant au lien entre la production d'inférences et la réussite en résolution de problèmes mathématiques.

## 7.2. Q1. Lien entre la production d'inférences et la réussite en résolution de problèmes mathématiques

---

Nous avons vu, dans le chapitre précédent (section 6.2), que le score en production d'inférences était corrélé au score en résolution de problèmes et ce, pour chacun des types d'inférences étudié. Nous avons observé que les types d'inférences les plus étroitement corrélés à la résolution de problèmes sont, dans l'ordre, les inférences d'élaboration, les inférences d'intégration et finalement, les inférences de sélection et de hiérarchisation. Nous verrons maintenant comment ces résultats se comparent à ceux obtenus par d'autres chercheurs, et ce qu'ils apportent de nouveau dans les connaissances scientifiques à ce sujet.

Nos résultats corroborent ceux obtenus par Voyer et al. (2012), qui ont observé une corrélation entre la production d'inférences lors de la lecture de textes et la réussite en résolution de problèmes mathématiques auprès d'élèves plus jeunes, soit issus de la quatrième année du primaire. La corrélation observée par Voyer et ses collègues semble donc se maintenir chez des lecteurs et des solutionneurs plus habiles et plus expérimentés. Nos résultats permettent également de préciser ceux de ces chercheurs en identifiant les types

d'inférences les plus étroitement corrélés au rendement en résolution de problèmes mathématiques, à savoir, dans l'ordre, les inférences d'élaboration, les inférences d'intégration, et les inférences de sélection et de hiérarchisation. En ce sens, nos résultats rejoignent aussi ceux de Nathan, Kintsch et Young (1992), qui avaient confirmé leur hypothèse selon laquelle les relations entre les données qui doivent être inférées (ce qui, dans notre typologie, relève surtout des inférences d'élaboration et d'intégration) sont souvent omises lors de la résolution du problème par les participants qui font peu d'inférences. Selon ces auteurs, inférer une relation entre les données serait donc l'un des rôles joués par les inférences dans la résolution d'un problème mathématique, ce qui expliquerait, du moins en partie, pourquoi les inférences d'élaboration et d'intégration sont les plus étroitement corrélées à la réussite en résolution de problèmes. Nous reviendrons ci-dessous (section 7.5) aux différents rôles joués par les inférences identifiés dans le cadre de notre étude alors que nous approfondirons plus amplement le rôle de chaque type d'inférence. Auparavant, nous présentons, à la section suivante, la discussion des résultats relatifs à notre deuxième objectif de recherche qui porte sur le lien entre le type de démarche utilisé et les habiletés inférentielles des élèves.

### 7.3. Q2. Lien entre la construction d'un modèle de situation et la production d'inférences

Les résultats rapportés à la section 6.3 montrent que si la production d'inférences de façon générale est corrélée à la construction d'un modèle de situation local et global, ce n'est pas le cas de tous les types d'inférences. Nous avons en effet observé que seules les inférences d'élaboration et d'intégration sont corrélées à la construction d'un modèle de situation global, alors que seules les inférences de sélection et de hiérarchisation sont liées à la construction d'un modèle de situation local.

Rappelons que le modèle de situation global permet de faire appel au contexte pour articuler les différentes relations du problème entre elles et en faire un tout cohérent. Il se base sur des éléments du contexte du problème pour donner un sens à cette articulation. Cela étant, il n'est pas étonnant outre mesure de constater le lien qui relie la construction de ce modèle de

situation global aux inférences d'intégration, qui permettent de relier entre elles différentes parties du texte pour former un tout cohérent. La corrélation entre le modèle de situation global et les inférences d'élaboration pourrait surprendre un peu plus, dans la mesure où le rôle de ces inférences n'est pas, *a priori*, de relier les différentes relations exprimées dans l'énoncé entre elles. Par contre, cette corrélation pourrait s'expliquer par le recours à des éléments du contexte pour articuler les différentes relations entre elles. La résolution d'un problème mathématique demande souvent d'ajouter des relations à celles qui sont explicites dans l'énoncé pour organiser l'ensemble de ses éléments. La plupart du temps, la construction d'un modèle de situation global repose sur une utilisation judicieuse de certains éléments de contexte afin de former un tout cohérent avec les différentes relations évoquées dans l'énoncé du problème. Or, cette utilisation d'éléments de contexte peut fort bien solliciter des inférences d'élaboration, dans la mesure où elle fait appel à certaines connaissances qu'ont les participants de ce contexte. Par exemple, dans le problème des feuilles du livre, plusieurs participants ont dessiné un livre ouvert et ont utilisé ce schéma pour comprendre comment articuler les données sur l'épaisseur des feuilles et des couvertures du livre avec le fait que la partie gauche devait être deux fois plus épaisse que celle de droite. Ils ont alors utilisé leurs connaissances sur la forme d'un livre, sur le fait qu'il comporte deux couvertures et sur le sens dans lequel on tourne les pages pour résoudre le problème.

Le modèle de situation local, quant à lui, est construit pour donner du sens et rendre cohérente une seule relation entre des données du problème. Il s'agit souvent de transformer une relation pour la rendre cohérente avec ce que l'on sait de la situation. Par exemple, dans l'énoncé du problème des scientifiques, il est écrit que le nombre (400 000) représente 40 000 chercheurs de moins que la moitié de tous les chercheurs dans le monde. L'une des façons de résoudre ce problème implique d'ajouter le 40 000 au 400 000 pour ainsi obtenir la moitié des chercheurs dans le monde. Or, cette opération ne va pas de soi, puisque les mots utilisés dans l'énoncé suggèrent une soustraction (40 000 « de moins ») plutôt qu'une addition; c'est ce que nous avons appelé un « problème contradictoire » dans notre cadre théorique (section 4.3.2). La transformation de ces mots associés à la soustraction en une opération d'addition constitue un signe de la construction d'un modèle de situation. Or, dans ce cas, ce modèle de situation est local, puisqu'il n'est utilisé qu'à l'intérieur d'une relation mathématique, et non pour

représenter l'ensemble du problème. Nos résultats montrent une corrélation entre les inférences de sélection et de hiérarchisation et la construction d'un modèle de situation local, mais pas entre une telle construction et les autres types d'inférences. Il nous semble logique que les inférences d'intégration ne soient pas directement impliquées dans la construction d'un modèle de situation local puisque, par définition, il ne concerne qu'une relation, généralement exprimée dans un seul passage de l'énoncé; il n'est donc pas utile, pour la comprendre, de relier cette partie de l'énoncé à d'autres, ni d'ailleurs d'ajouter de l'information provenant des connaissances du participant, ce que font les inférences d'élaboration. À l'inverse, les inférences de sélection semblent importantes afin de ne retenir du texte que les éléments qui permettent de comprendre la relation et de ne pas tenir compte des éléments qui pourraient être trompeurs, comme les termes employés dans l'exemple précédent.

Les différences importantes observées entre les types d'inférences impliquées dans la construction d'un modèle de situation local et dans la construction d'un modèle de situation global font en outre ressortir la pertinence du choix de cette typologie d'inférences. En effet, la classification des inférences que nous avons retenue dans le cadre de cette étude est basée sur les opérations cognitives sous-jacentes. Or, la distinction nette observée entre les types d'inférences liées à la construction d'un modèle de situation global et à celle d'un modèle de situation local suggère que les opérations cognitives nécessaires à ces deux constructions semblent constituer la principale différence entre elles. À la lumière des résultats obtenus, la construction d'un modèle de situation local et celle du modèle de situation global ne semblent pas requérir les mêmes types d'opérations cognitives : la construction du modèle de situation global solliciterait davantage des opérations telles que l'élaboration et l'intégration, alors que la construction du modèle de situation local ferait plutôt appel à la sélection et à la hiérarchisation des informations. Ces informations ne peuvent être comparées à celles d'autres études puisque, à notre connaissance, aucune autre recherche ne s'est intéressée à la relation entre les inférences et la construction d'un modèle de situation. En outre, la distinction entre le modèle de situation global et les modèles de situation locaux sont une contribution originale de notre recherche; il s'agit d'une distinction que nous n'avons retrouvée nulle part dans la littérature scientifique.

En plus des liens généraux entre les différents types d'inférences et les différentes démarches utilisées dans la résolution de problèmes, nous avons voulu voir si des profils d'élèves se dégagent au regard de ces variables. Nous avons effectivement pu identifier différents profils, sur lesquels nous revenons maintenant.

#### 7.4. Q3. Profils d'élèves

---

Nous avons considéré, pour chaque élève, ses forces et ses faiblesses au niveau de la production d'inférences (pour chacun des types d'inférences), de même que le type de démarche qu'il utilisait de façon prioritaire dans le cadre de la résolution des problèmes que nous lui avons soumis. Nous avons identifié six profils d'élèves, que nous reprenons brièvement ci-dessous pour les comparer afin de mieux faire ressortir leurs ressemblances et leurs différences, tout en proposant des pistes d'explication des tendances observées.

Le premier profil, I+ E+ ms (forces en inférences d'intégration et d'élaboration et construction de modèles de situation locaux), regroupe les élèves qui réussissent le mieux en production d'inférences et en résolution de problèmes mathématiques; ce sont ceux qui sont en plus grand nombre dans notre échantillon. Ils ne représentent cependant que 36% des participants à notre recherche. Ces résultats rejoignent ceux présentés au tout début de ce texte (voir section 1.1.2) sur les faiblesses des élèves québécois en lecture et en résolution de problèmes mathématiques.

Le second profil, I- E+ MS (faiblesse en inférences d'intégration, force en inférences d'élaboration et construction d'un modèle de situation global), se rapproche du premier par la force en inférences d'élaboration et par le fait que les élèves qui le composent construisent également, en très forte majorité, des modèles de situation locaux, en plus des modèles de situation globaux. En ce qui concerne les inférences de sélection et de hiérarchisation, les habiletés des élèves de ce profil ne sont pas homogènes, ce qui est cohérent avec le fait qu'ils ne construisent pas tous de modèles de situation locaux. En effet, bien qu'une forte majorité d'élèves de ce profil construisent des modèles de situation locaux en plus du modèle de situation

global, ils ne le font pas tous, et leurs habiletés en production d'inférences de sélection et de hiérarchisation, qui se sont révélées corrélées à la construction d'un modèle de situation local, varient également. Il n'y a donc pas de contradiction entre les caractéristiques de ce profil et la corrélation mise en évidence au chapitre précédent (section 6.3) entre les inférences de sélection et de hiérarchisation et la construction d'un modèle de situation local. Au contraire, cette corrélation est également corroborée par l'existence du profil S+ TDms, c'est-à-dire des élèves qui ont une force en inférences de sélection, qui construisent habituellement un modèle de situation local mais qui utilisent la traduction directe au niveau global. Cela tend à montrer que les inférences de sélection et de hiérarchisation jouent bel et bien un rôle dans la construction d'un modèle de situation local, mais pas dans la construction d'un tel modèle au niveau global. Chez la plupart des élèves de ce dernier profil, on observe également une faiblesse en inférences d'intégration, cohérente avec l'absence de construction d'un modèle de situation global. De la même façon, l'existence du profil S- E- TD, qui regroupe les élèves qui ont le plus de faiblesses en production d'inférences (faiblesse en production d'inférences de sélection (S-) et en inférences d'élaboration (E-), et en grande partie aussi en inférences d'intégration) vient renforcer par la négative le lien mis en évidence entre la réussite en inférences d'élaboration et d'intégration et la construction d'un modèle de situation global. En effet, ces élèves privilégient tous la traduction directe globale (TD), tout en étant faibles sur le plan des inférences d'élaboration et d'intégration. De même, une bonne partie d'entre eux utilisent également majoritairement la traduction directe au niveau local, tout en étant faibles en inférences de sélection et de hiérarchisation, en accord avec la corrélation observée entre la réussite en production de ces inférences et la construction d'un modèle de situation local.

Ainsi, la plupart des corrélations observées entre les différents types d'inférences et la construction de modèles de situation locaux ou globaux sont illustrées par les différents profils d'élèves identifiés et ce, de deux façons. D'une part, certains élèves ont montré des forces en production de certains types d'inférences tout en construisant les modèles de situation qui leurs sont associés. D'autre part, d'autres élèves ont montré des faiblesses pour certains types d'inférences tout en ne construisant pas les modèles de situation liés à ces types d'inférences. Il y a donc une cohérence entre l'analyse de corrélation menée de façon globale sur l'ensemble des résultats des élèves et le regroupement de ces élèves en profils basés sur leurs habiletés

inférentielles et en résolution de problèmes. Il existe toutefois certaines contradictions apparentes, que nous abordons maintenant.

L'existence du deuxième profil (I- E+ MS), déjà abordé au paragraphe précédent, laisse perplexe quant au lien identifié à la section 6.3 de cette thèse entre les inférences d'intégration et la construction d'un modèle de situation global. Nos résultats ont montré que la réussite aux questions portant sur les inférences d'intégration était positivement corrélée à la construction d'un modèle de situation global. Or, le présent profil regroupe des élèves qui construisent tous un modèle de situation global lors de la résolution de problème, tout en présentant une faiblesse au niveau des inférences d'intégration. Nous tenterons d'éclaircir cette question lorsque nous discuterons le rôle des différents types d'inférences dans la résolution de problèmes (section 7.5 ci-dessous).

D'autres incohérences de ce type se révèlent également dans les profils suivants (E- MSms et E+ TDtd). Dans le profil E- MSms, on retrouve des élèves qui ont comme point commun une faiblesse en production d'inférences d'élaboration, mais qui construisent néanmoins un modèle de situation local. On retrouve une situation similaire (quoiqu'inverse) en observant le profil E+ TDtd, qui regroupe des élèves forts en inférences d'élaboration, mais qui ne construisent habituellement ni modèle de situation global, ni modèles de situation locaux, alors que les inférences d'élaboration, selon les résultats exposés à la section 6.3, sont liées à la construction d'un modèle de situation global. Il est donc étonnant, d'une part, que des élèves faibles en production de ce type d'inférences construisent tout de même un modèle de situation global (profil E- MSms) et, à l'inverse, que des élèves forts en production de ce type d'inférences n'en construisent pas (profil E+ TDtd).

L'accumulation de ces contradictions apparentes pourrait nous amener à mettre en doute le lien de causalité entre les habiletés inférentielles et la construction de modèles de situation, globaux ou locaux. Bien que l'étude de ce lien ne fasse pas partie de nos objectifs de recherche et que la méthodologie adoptée ne nous permette pas de nous prononcer à ce sujet, il semble peu probable que les habiletés inférentielles en lecture agissent comme prédicteur de la construction de modèles de situation locaux ou globaux dans le cadre de la résolution de

problèmes. Il ne faut cependant pas perdre de vue que les habiletés inférentielles dont il est question ici ont été mesurées dans le cadre d'une tâche de lecture de textes qui n'avaient rien à voir avec des énoncés de problèmes mathématiques. Ainsi, il se pourrait que certains élèves soient aptes à produire des inférences dans un tel contexte, mais incapables de le faire en contexte de résolution de problèmes. Ils pourraient également produire ces inférences en contexte de résolution de problèmes, mais ne pas savoir quand ni comment les utiliser, et par le fait même, ne pas en tenir compte dans leur démarche de résolution. Finalement, une dernière hypothèse explicative concerne plus particulièrement les inférences d'élaboration, qui se retrouvent au cœur de la majorité des incohérences relevées ici : comme l'ont relevé Walkington, Sherman et Petrosino (2012), plusieurs élèves produisent, lors de la résolution d'un problème mathématique, des inférences d'élaboration inutiles à la résolution, ce qui pourrait expliquer, du moins en partie, l'existence d'un profil tel que le E+ TDtd, dans lequel les élèves produisent des inférences d'élaboration tout en ne construisant pas de modèle de situation; ils semblent donc incapables d'utiliser les inférences produites pour construire un modèle de situation.

#### 7.5. Q4. Rôles joués par les inférences dans la résolution d'un problème mathématique

Nous avons décrit les profils d'élèves obtenus en reliant leurs habiletés inférentielles et leurs types de démarche privilégiés en résolution de problèmes mathématiques. Nous nous intéressons maintenant à la façon dont ces élèves utilisent les inférences dans le cadre de la résolution d'un problème mathématique. La nuance est importante : les résultats discutés jusqu'ici ne faisaient que mettre en relation les inférences produites dans le cadre de la lecture de textes informatifs et les différentes démarches de résolution de problèmes utilisées par les élèves. Nous abordons maintenant la question des inférences telles qu'elles peuvent être détectées dans le processus de même de résolution de problèmes mathématiques par ces mêmes élèves. Dans un premier temps, nous nous concentrerons sur ce que les résultats obtenus permettent de clarifier pour chacun des profils d'élèves, pour ensuite les analyser de façon globale, et ainsi expliquer le rôle que jouent les inférences dans la résolution de problèmes mathématiques, notamment en lien avec le modèle synthèse de la compréhension

d'un problème mathématique présenté dans notre cadre théorique (à la section 4.2.7). Rappelons que nous avons conclu la section précédente avec des hypothèses pour expliquer certaines contradictions apparentes entre des profils d'élèves et les résultats obtenus quant aux corrélations entre les différents types d'inférences et les types de démarche utilisés. Nous avons relevé de telles incohérences pour les profils I- E+ MS, E- MSms et E+ TDtd, dont il sera maintenant question de manière plus spécifique.

#### 7.5.1. Incohérence entre les inférences d'intégration et la construction d'un modèle de situation global (profil I- E+ MS)

---

En ce qui concerne le profil I- E+ MS, l'incohérence relève du fait que les inférences d'intégration, qui sont un point faible des élèves de ce profil, est corrélée à la construction d'un modèle de situation global, construit par les élèves de ce profil. Comment est-il possible de concilier ces résultats? L'analyse des entrevues menées avec des élèves de ce profil montre que dans un contexte de résolution de problèmes, ils produisent des inférences d'intégration; c'est même le type d'inférences qu'ils produisent en plus grand nombre (14 inférences sur 22 relevées en tout). Une seule de ces inférences s'est révélée fautive; ce n'est donc pas l'exactitude des inférences générées qui est en cause. En outre, ils utilisent les inférences d'intégration à tous les moments de la démarche de résolution, à l'exception de la lecture du problème, et ces inférences remplissent, pour les élèves de ce groupe, quatre rôles différents : ajout d'information (deux inférences), choix de l'opération à effectuer ou de l'inconnue (quatre inférences), transformation d'une information d'une forme à une autre (cinq inférences) et invalidation des résultats obtenus (trois inférences). Ce sont là tous les rôles recensés pour les inférences d'intégration lors de la résolution de problèmes. Autrement dit, non seulement ces élèves utilisent-ils les inférences d'intégration dans la résolution de problèmes mathématiques, mais ils les utilisent pour remplir différents rôles. Comment expliquer alors que ces élèves soient regroupés notamment sur la base d'une faiblesse en production d'inférences d'intégration? D'une part, cela peut s'expliquer par le type de texte en cause : ces élèves pourraient utiliser des inférences d'intégration dans la résolution d'un problème mathématique sans pour autant le faire à la lecture d'un texte informatif. Il pourrait

alors s'agir d'une habileté limitée à un domaine – celui de la résolution de problèmes mathématiques – et qui n'est pas transférée à la lecture d'un texte informatif. Cette absence de transfert peut s'expliquer de différentes façons, notamment, par une habileté qui n'est pas suffisamment maîtrisée pour être transférée d'un domaine à l'autre, ou par le fait que l'élève n'en perçoit tout simplement pas la nécessité dans un contexte de lecture d'un texte informatif. Cela nous amène à considérer, d'autre part, la tâche demandée aux élèves, qui diffère grandement. En effet, répondre à une question à choix multiple et résoudre un problème mathématique sont des tâches très différentes, et il est plausible que les élèves mobilisent des ressources et des processus différents pour les accomplir. En outre, au sein même de la résolution de problèmes, les types de problèmes et les questions auxquelles sont confrontés les élèves peuvent solliciter des habiletés inférentielles différentes. En ce sens, il nous semble pertinent, pour répondre à notre dernier objectif de recherche (Q4), de lever la contradiction observée en nous fiant davantage aux observations réalisées en contexte de résolution de problèmes qu'aux corrélations entre la production d'inférences en contexte de lecture d'un texte informatif et la résolution de problèmes mathématiques. Ceci ne vient en aucun cas diminuer la portée de nos conclusions quant aux liens entre les inférences en contexte de lecture d'un texte informatif et la résolution de problèmes mathématiques, mais plutôt que pour comprendre comment les inférences interviennent en contexte de résolution de problèmes, il nous semble plus fiable d'observer les inférences produites dans ce contexte.

#### 7.5.2. Incohérence entre les inférences d'élaboration et la construction d'un modèle de situation global (profils E- MSms et E+ TDtd)

---

Les incohérences relevées pour les deux autres profils concernent la corrélation entre les inférences d'élaboration et la construction d'un modèle de situation global. Nous avons en effet expliqué que la production d'inférences d'élaboration est positivement corrélée à la construction d'un modèle de situation global. Or, deux profils d'élèves semblent contredire ce résultat : l'un dans lequel les élèves construisent un modèle de situation global tout en partageant une faiblesse en inférences d'élaboration (E- MSms) et l'autre dans lequel, au contraire, les élèves ont en commun une force en production d'inférences d'élaboration, sans

pour autant construire de modèle de situation global (E+ TDtd); ils privilégient plutôt la traduction directe. Nous nous attarderons maintenant aux données récoltées lors des entrevues avec les élèves de ces profils afin de tenter de mieux comprendre le rôle des inférences d'élaboration dans la construction d'un modèle de situation global.

Il importe d'abord de préciser que nous avons fait des entrevues avec deux élèves de ces profils seulement; les données sont donc très limitées. L'un de ces élèves, appartenant au profil E-MSms, n'a fourni, lors de son entrevue, aucun indice de production d'inférences d'élaboration, bien qu'il ait fait des inférences d'autres types. Sa faiblesse en inférences d'élaboration semble donc confirmée par ces données. Il semble que les inférences d'élaboration peuvent aider à la construction d'un modèle de situation, sans toutefois se révéler nécessaires. Nous pourrions par exemple envisager que les inférences d'intégration, qui étaient l'une des forces de cet élève, puissent compenser jusqu'à un certain point l'absence d'inférences d'élaboration pour la construction d'un modèle de situation global. Dans le cas du problème de l'argent, par exemple, cet élève dit avoir mis les données dans un tableau avec une légende de couleurs pour mieux comprendre; ce mode de représentation lui a notamment permis de contourner la difficulté reliée à la coordination entre les montants de Luc et de Michel « avant » et « maintenant ». D'autres élèves (se situant dans des profils différents) ont plutôt fait appel à des inférences d'élaboration pour surmonter cette difficulté : l'une d'entre elles, par exemple, a fait des liens avec d'autres problèmes rencontrés au cours de sa scolarité pour décider que la représentation algébrique des données lui permettrait de surmonter cette difficulté. Il est alors plausible de croire que dans certains cas, les inférences d'intégration permettent de compenser, dans une certaine mesure, l'absence d'inférences d'élaboration pour construire un modèle de situation global de la situation.

L'autre élève issu de ces profils et que nous avons interrogé n'a produit que des inférences d'élaboration; nous pourrions donc croire que c'était l'une de ses forces. Or, une analyse plus fine des inférences qu'il a produites révèle des problèmes qui peuvent expliquer pourquoi la production d'inférences d'élaboration n'est pas nécessairement une aide à la construction d'un modèle de situation global. En effet, les inférences d'élaboration produites par cet élève se sont révélées soit trop générales pour être utiles à la résolution, soit non pertinentes pour la

résolution du problème, sans toutefois être fausses. Par exemple, dans le problème des pommes, l'élève a raconté avoir vu une image de quelqu'un qui cueille des pommes et les met dans un panier lors de la lecture de l'énoncé du problème. Cette inférence n'est pas fausse, mais elle est trop générale pour contribuer réellement à la résolution du problème. Si, par exemple, ce participant avait plutôt parlé de paniers desquels quelqu'un retirait des pommes pour les mettre dans un quatrième panier, il aurait produit une inférence d'élaboration qui aurait pu l'aider à résoudre le problème (notamment en lui faisant comprendre que pour retrouver le nombre initial de pommes, il fallait penser à « remettre » les pommes dans les paniers desquels elles avaient été retirées). Cet élève a également produit des inférences d'élaboration inutiles à la résolution du problème : par exemple, dans le problème des timbres, il s'est dit que 4500 timbres représentaient une très grande collection. Or, cela n'a aucun impact pour mieux comprendre la répartition des timbres entre les amis; cette inférence ne s'est donc pas révélée utile à la résolution du problème. Ces exemples illustrent comment la pertinence et l'utilité des inférences produites est à prendre en considération dans l'analyse de leur rôle dans la résolution de problèmes. En ce sens, nos résultats rejoignent ceux de Walkington, Sherman et Petrosino (2012), qui avaient relevé que la majorité des inférences d'élaboration produites par les élèves en difficulté n'étaient pas pertinentes pour la résolution du problème. Dans le cadre de notre étude, nous ne nous sommes pas intéressés aux élèves en difficulté, mais il est possible d'inférer que ceux qui ne construisent ni modèle de situation local, ni modèle de situation global (comme ceux du profil en question, incluant celui que nous avons interrogé) ne comptent pas parmi les plus habiles en résolution de problèmes (comme le montre leur score moyen, qui est plus faible que celui des participants qui construisent un modèle de situation local - nous renvoyons ici le lecteur à la section 6.1.3). Si nous admettons que ces élèves font peut-être plus d'inférences d'élaboration inutiles que les autres, comment expliquer qu'ils réussissent bien à l'épreuve d'habiletés inférentielles, du moins pour ce type d'inférences? Encore une fois, il nous semble que la nature de la tâche peut constituer un facteur explicatif. En effet, dans l'épreuve d'habiletés inférentielles, les élèves devaient répondre à des questions à choix multiple; or, la présence de choix de réponse pourrait limiter la détection de la production d'inférences d'élaboration non pertinentes, puisque ces inférences ne sont pas incluses dans les choix de réponse et ne sont donc pas mesurables par une tâche de ce type. Il serait ainsi plausible d'expliquer le fait que les élèves

du profil E+ TDtd ne construisent pas de modèle de situation global tout en réussissant bien les questions d'habiletés inférentielles à l'épreuve de production d'inférences par la pertinence moindre des inférences d'élaboration produites en contexte de résolution de problèmes, ce qui signifie en outre que ces élèves n'arrivent peut-être pas à distinguer les inférences utiles à la résolution de celles qui ne le sont pas.

Nous avons vu que les incohérences apparentes relevées entre certains profils d'élèves et les corrélations mises en évidence entre les différents types d'inférences et la construction de modèles de situation locaux et globaux s'expliquent par un examen plus approfondi des inférences produites en contexte de résolution de problèmes mathématiques. Nous développerons maintenant les résultats obtenus par l'analyse des entrevues menées avec les participants en ce qui concerne les inférences en contexte de résolution de problèmes.

### 7.5.3. Inférences et résolution de problèmes mathématiques – analyse des entrevues

Nous avons effectué des entrevues avec 15 élèves afin de déceler des indices d'utilisation des inférences dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques. Pour chacune des inférences identifiées, nous avons relevé de quel type elle était, à quel moment de la démarche elle était utilisée et le rôle qu'elle jouait dans la démarche de résolution. Nous reprenons ici pour les discuter les principaux résultats issus de cette analyse, en nous concentrant d'abord sur les éléments généraux concernant les inférences produites dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques (soit le moment de leur production ainsi que leur rôle et leur type), puis sur les spécificités de chacun des profils d'élèves.

#### 7.5.3.1. Moment de production des inférences

En ce qui concerne les moments auxquels les inférences sont produites durant la résolution d'un problème mathématique, nous en avons cerné six : lors de la lecture de l'énoncé, de la planification de la démarche, du passage d'un langage à l'autre, à l'intérieur d'une étape de la résolution, entre deux étapes de la résolution et après avoir trouvé une solution.

Nous avons souligné, dans le chapitre 4, que selon plusieurs auteurs (voir Greer, 1997; Radford, 1996b, entre autres), le processus de compréhension du problème mathématique ne s'arrête pas à la fin de la lecture de l'énoncé, mais se poursuit tout au long du processus de résolution, et même au-delà, avec la communication de la solution obtenue. De même, si la majorité des auteurs recensés situent les rôles joués par les inférences dans la résolution de problèmes aux seules phases de lecture et de planification de la démarche, d'autres (Richard, 2004, notamment) parlent d'inférences même à l'intérieur de la démarche de résolution. Ces positions correspondent à ce que nous observons suite à l'analyse des entrevues menées avec les élèves : les inférences sont bel et bien produites tout au long de la démarche de résolution et permettent d'approfondir ou d'adapter la compréhension du problème à chacun des étapes de la résolution. En effet, bien que l'étape à laquelle sont produites le plus d'inférences soit celle de la planification de la démarche, le deuxième plus grand nombre d'inférences produites se retrouve à l'intérieur d'une étape de la résolution, ce qui montre bien que leur rôle ne s'arrête pas après la lecture de l'énoncé et la planification de la démarche. Des inférences continuent même d'être produites une fois que l'élève a trouvé une solution au problème : elles servent alors à invalider le résultat obtenu, si besoin était. Ces inférences faites après l'obtention d'une solution nous donnent également une indication précieuse sur le rôle du modèle de situation dans la résolution du problème : cette représentation ne sert pas seulement de support à la démarche, mais elle sert également à valider la solution obtenue à la fin. En effet, les inférences faites au moment de la validation s'appuient sur le modèle de situation construit afin de déceler des incohérences éventuelles. À titre d'exemple, citons une élève qui, au problème des feuilles, a obtenu une réponse de 24 feuilles pour la partie gauche du livre. Elle s'est dit que ce résultat n'avait pas de sens puisque le livre avait 300 pages, et qu'il était impossible que la partie gauche soit plus épaisse que la partie droite si elle ne comportait que 24 feuilles. Cette élève a fait appel au modèle de situation qu'elle s'était construit, et elle s'attendait à retrouver plus de pages à gauche qu'à droite.

Des inférences ont donc été produites tout au long de la résolution de problème, de la lecture de l'énoncé jusqu'à la validation de la solution. Leur rôle apparaît d'autant plus important qu'il n'est pas limité à une seule phase de la résolution et qu'elles sont utilisées pour remplir plusieurs rôles, ce que nous abordons dans la section suivante.

En plus du moment de production des inférences, nous nous sommes intéressée au rôle qu'elles jouent dans la résolution du problème mathématique. Nous avons pu identifier six rôles, que nous détaillons maintenant.

Le premier rôle joué par les inférences est celui d'ajouter de l'information. Il serait tentant d'associer spontanément les inférences d'élaboration à cette fonction, puisqu'elles servent justement à ajouter des informations à partir des connaissances et des expériences du lecteur. Les inférences d'élaboration comptent effectivement pour la majorité des inférences ayant servi à ajouter de l'information, mais elles ne sont pas les seules à jouer ce rôle. En effet, on retrouve également dans cette fonction des inférences d'intégration, surtout en cours de résolution (à l'intérieur d'une étape ou entre deux étapes de la résolution). Dans ce cas, les inférences servent à relier des éléments de l'énoncé à la démarche de l'élève, en particulier aux informations qu'il vient de découvrir. Ainsi, dans le problème des feuilles du livre, un élève, après avoir obtenu une épaisseur pour la partie gauche du livre, a mentionné avoir réutilisé la donnée concernant l'épaisseur de la couverture afin de trouver l'épaisseur des feuilles de la partie gauche. Il a ainsi fait le lien entre ce que l'étape précédente lui avait permis de découvrir, soit l'épaisseur de la partie gauche du livre, et une donnée de l'énoncé dont il avait besoin pour poursuivre la résolution du problème. Puisque cette donnée provenait de l'énoncé et non des connaissances de l'élève, il s'agit bien d'une inférence d'intégration.

La deuxième fonction des inférences dans la résolution d'un problème est le retrait d'informations. Le modèle de construction-intégration de Kintsch (1988) nous avait permis de mettre en évidence le fait que les inférences ne servent pas seulement à ajouter de l'information au contenu explicite d'un texte, mais également de trier les informations contenues dans le texte afin de déterminer lesquelles sont les plus importantes et utiles; c'est ce que permettent de faire les inférences de sélection et de hiérarchisation. C'est donc sans surprise que nous constatons que toutes les inférences ayant servi à retirer de l'information jugée superflue des problèmes étaient des inférences de sélection et de hiérarchisation. Il est à noter que parmi les inférences servant à retirer des informations produites par les élèves

interrogés, une seule n'était pas fausse. Autrement dit, dans presque tous les cas, les élèves ont jugé qu'une information était superflue et n'en ont pas tenu compte alors qu'elle était en réalité nécessaire à la résolution du problème. Cela s'est produit par exemple dans le problème des feuilles, où une élève a jugé que les informations relatives à l'épaisseur n'étaient pas utiles, puisqu'il suffisait selon elle de considérer le nombre de pages pour trouver la réponse. Il nous semble important de souligner ici que nous n'avons observé que peu d'inférences servant à retirer des informations, mais cela peut être dû en grande partie au fait que les problèmes proposés ne contenaient pas de données superflues. Nous supposons que dans le cas contraire, plusieurs élèves auraient été en mesure de les identifier par des inférences de sélection-hiérarchisation.

Le troisième rôle joué par les inférences dans la résolution de problèmes est la transformation de l'information d'une forme à une autre. Dans plusieurs cas, les élèves interrogés ont représenté les informations données sous forme textuelle par un dessin ou un tableau. Pour ce faire, ils ont utilisé des inférences d'élaboration (par exemple, pour inclure le nombre de couvertures d'un livre dans le dessin) et des inférences d'intégration (pour mettre en relation, dans un tableau, les montants d'argent de Luc et de Michel avant et maintenant, dans le problème de l'argent, par exemple). Cela s'est avéré à toutes les phases de la résolution du problème, sauf à la validation. Les transformations ont donc eu lieu à tous les moments, de la lecture de l'énoncé à l'obtention de la solution. C'est, de loin, le rôle attribué au plus grand nombre d'inférences relevées dans les entrevues : il semble donc particulièrement important. Cela est corroboré par le fait que c'est, avec l'ajout d'informations, le seul rôle joué par les inférences qui a été rapporté pour chacun des cinq problèmes proposés aux élèves.

Le quatrième rôle associé aux inférences est celui du choix d'une inconnue, d'une opération à effectuer ou d'une donnée à utiliser à un moment précis de la résolution. Ces inférences sont surtout produites au moment de la planification de la démarche. Sans surprise, on retrouve ici aussi un grand nombre d'inférences de sélection-hiérarchisation, ce qui convient bien à la définition de ce type d'inférences. En effet, ce sont les inférences qui permettent de juger de l'importance relative des informations présentées (fonction de hiérarchisation), et donc de faire un choix parmi celles-ci. Cependant, un nombre non

négligeable de ces inférences sont plutôt du type « inférences d'intégration »; ces dernières représentent toutes les inférences dont le rôle est de choisir l'opération à effectuer. Dans ce cas, il peut être utile de relier différents éléments du texte entre eux afin de déterminer l'opération appropriée. Ainsi, par exemple, une élève a expliqué avoir hésité sur l'opération à effectuer à la lecture de l'expression « trois fois moins » dans le problème des timbres. Elle a toutefois relu le problème pour s'apercevoir que ce ne pouvait être ni une multiplication – le nombre aurait été trop grand –, ni une soustraction – ce n'était pas « trois timbres de moins » - alors elle a opté pour la division par trois, qui était l'opération appropriée. Cette élève a donc combiné différentes informations tirées de l'énoncé du problème pour choisir l'opération à effectuer.

Le cinquième rôle joué par les inférences dans la résolution de problèmes est la mise en relief de certaines informations de l'énoncé. Plusieurs élèves, parmi ceux ayant utilisé des inférences pour jouer ce rôle, ont expliqué que cela les avait aidés à comprendre le problème, sans être capables d'en dire plus à ce sujet. Dans tous les cas recensés, il s'agissait d'inférences de sélection et de hiérarchisation ce qui, encore une fois, n'étonne pas, dans la mesure où ces inférences ont comme caractéristique principale de permettre de distinguer les informations les plus importantes des autres dans un texte. Cette mise en relief ne s'est faite qu'en début de résolution, soit à l'étape de la lecture du problème, soit à l'étape de la planification de la démarche. Dans un cas, cette planification était une deuxième tentative, après une invalidation de la réponse obtenue; l'élève concerné a alors pris le temps de relire le problème et d'en faire ressortir un élément qui lui a permis de comprendre pourquoi sa tentative précédente avait échoué et de la corriger.

La dernière fonction des inférences rapportée par les élèves est l'invalidation de résultats obtenus. Ces invalidations ont toutes eu lieu après l'obtention d'une solution, sauf une, qui s'est produite à l'intérieur d'une étape du raisonnement, lorsque l'élève a réalisé que le résultat d'un calcul n'avait pas de sens. Il est intéressant de remarquer que, d'après les résultats obtenus, les élèves ne semblent faire que peu de validation en cours de résolution; ils ne font de validation que sur le résultat final, et non sur les résultats intermédiaires. Cela pourrait s'expliquer par une surcharge cognitive potentielle : il est en effet très exigeant de garder à

l'esprit à la fois le plan d'ensemble de la démarche de même que l'étape de résolution en cours, les différents éléments de l'énoncé à prendre en compte, les connaissances relatives aux concepts et aux processus mathématiques employés de même que le modèle de situation permettant de valider les différents résultats intermédiaires obtenus. Il reste toutefois possible que nous n'observions tout simplement pas de traces de ces validations en cours de résolution.

Ces différentes fonctions des inférences, de même que les moments auxquels elles sont sollicitées, ne sont pas réparties uniformément parmi l'ensemble des élèves. Un examen plus approfondi des résultats de recherche permet de mieux comprendre le rôle des inférences pour chacun des profils d'élèves que nous avons dégagés plus tôt (voir section 6.4). C'est ce que nous détaillerons dans la prochaine section.

#### 7.5.3.3. Inférences et profils des élèves

---

Les résultats que nous avons présentés au chapitre 6 font état de certaines particularités observées quant aux inférences produites en contexte de résolution de problèmes par certains profils d'élèves. Nous reprenons maintenant ces résultats afin de les approfondir.

Nous avons vu que les élèves du profil I+ E+ ms sont les seuls à avoir utilisé les inférences pour toutes les fonctions recensées, ce qui renforce l'idée de ce profil comme étant celui regroupant les élèves les plus forts en inférences : ce sont en tout cas ceux qui les utilisent pour la plus grande variété de fonctions et ce, à toutes les étapes de la résolution. Ce sont donc les élèves chez lesquels les inférences sont les plus présentes dans le processus de résolution de problèmes. Ceci dit, il importe également de mentionner que c'est également le groupe dans lequel on retrouve le plus d'inférences incorrectes en absolu. Ces élèves produisent donc de nombreuses inférences, mais la qualité de ces inférences n'est peut-être pas la meilleure parmi tous les profils identifiés.

Les élèves du profil suivant (I- E+ MS) partagent avec ceux du profil précédent l'utilisation d'inférences à des fins d'invalidation de certains résultats obtenus. Ce sont les deux seuls profils à utiliser les inférences de cette façon. Selon les modèles de compréhension

en lecture recensés, c'est le modèle de situation qui permet une validation de la solution; il n'est donc pas étonnant qu'on retrouve des traces de cette validation chez les élèves des profils qui construisent un tel modèle. Remarquons que des élèves d'autres profils construisent aussi un modèle de situation, sans pour autant avoir laissé d'indices suggérant une validation des résultats obtenus. Cela suggère que, bien que le modèle de situation puisse être utile, voire nécessaire à la validation, sa construction n'est pas garante d'un processus de validation. Les élèves de ce profil ont en outre été les seuls à utiliser des inférences pour passer du langage écrit au langage mathématique et ce, en utilisant à la fois des inférences d'élaboration, qui constituent l'une des forces de ces élèves, mais également des inférences d'intégration, supposé point faible de ce profil. Cette observation semble confirmer les hypothèses que nous avons formulées à propos de la contradiction apparente entre les faiblesses des élèves de ce groupe et le fait qu'ils construisent un modèle de situation global (section 7.5.1) : les élèves de ce profil, bien que plutôt faibles en production d'inférences d'intégration en contexte de lecture, arrivent cependant à les utiliser de façon efficace en contexte de résolution de problèmes.

Ce qui ressort de l'analyse des trois autres profils (rappelons que nous n'avons pu mener d'entrevue avec aucun élève du quatrième profil) est le rôle limité des inférences dans la résolution. En effet, les élèves de ces profils n'utilisent les inférences lors de la résolution que pour ajouter de l'information ou pour la transformer d'une forme à une autre, en plus d'une seule inférence servant à choisir la donnée de l'énoncé à utiliser à un moment précis. De plus, les élèves de ces profils n'ont montré aucun signe de production d'inférences de sélection-hiérarchisation lors de la résolution des problèmes sur lesquels ils ont été interrogés; cela vaut même pour les élèves du profil S+ TDms, qui partagent pourtant une force en production d'inférences de ce type en contexte de lecture. En comparaison des deux profils précédents, les élèves de ces trois profils font quantitativement moins d'inférences; c'est encore plus vrai si l'on ne compare que les élèves des profils S- E- TD et S+ TDms avec ceux des deux premiers profils. Cela nous amène à corroborer l'importance des inférences pour la construction d'un modèle de situation, en particulier pour le modèle de situation global : les résultats indiquent en effet que les élèves qui ont utilisé la traduction directe au niveau global ont produit beaucoup moins d'inférences lors de la résolution du problème que ceux qui ont construit un

modèle de situation global. Il est à noter que cette relation entre inférences et construction d'un modèle de situation n'est pas nécessairement directionnelle : si l'on peut imaginer que les inférences contribuent à la construction d'un modèle de situation, il est également possible que les élèves habitués de construire un modèle de situation aient, ce faisant, développé des habiletés inférentielles en contexte de résolution de problèmes. Nous ne pouvons donc pas déterminer le sens de cette relation, bien que les modèles de compréhension en lecture que nous avons présentés (chapitre 2) parlent du rôle des inférences dans la construction d'un modèle de situation et non de l'inverse.

Nous avons discuté les principaux résultats issus de notre recherche en proposant des hypothèses explicatives et en les reliant aux résultats d'autres recherches. Plusieurs de ces résultats n'ont toutefois pas trouvé écho dans les écrits scientifiques, puisque le sujet de notre recherche est relativement nouveau. Dans la section suivante, nous expliquerons comment notre recherche permet de faire avancer les connaissances en lien avec notre sujet.

## 7.6. Contributions de cette recherche à l'avancement des connaissances

Nous avons démontré, en particulier au premier chapitre de cette thèse, mais également au travers de la recension de la littérature scientifique, que notre sujet de recherche était très peu exploré et que beaucoup restait à faire afin de mieux comprendre le lien entre inférences et résolution de problèmes mathématiques. Nous présenterons maintenant les principales contributions de notre recherche à l'avancement des connaissances, d'abord sur le plan théorique, puis sur le plan socioéducatif.

### 7.6.1. Contributions sur le plan des connaissances scientifiques

Sur le plan des connaissances scientifiques, nous apportons trois contributions principales : la pertinence du choix de la typologie d'inférences, les modèles de situation globaux et locaux, ainsi qu'un raffinement du modèle synthèse de la compréhension d'un problème mathématique. Ce sont les principaux axes autour desquels s'articule cette section.

Notre première contribution découle directement du choix de la typologie d'inférences que nous avons fait. Lorsque nous avons présenté les différentes typologies d'inférences et les recherches expérimentales qui les utilisaient (sections 3.2 et 3.4), nous avons vu que la typologie de Fayol (1992a) n'avait, à notre connaissance, jamais été utilisée dans le cadre d'une recherche empirique, alors que d'autres typologies, notamment celle qui classe les inférences en fonction de leur contenu et celle qui les présente en fonction de l'origine des informations ajoutées (intratextuelles et extratextuelles), étaient beaucoup plus répandues. Nous avons justifié ce choix en expliquant que classer les inférences selon l'opération cognitive sous-jacente nous permettrait peut-être de mieux comprendre comment elles sont impliquées dans la résolution d'un problème mathématique. À la lumière des résultats que nous avons obtenus, force est de constater ce choix était pertinent. En effet, non seulement cette typologie a-t-elle permis de mieux comprendre le rôle des inférences dans la résolution de problèmes mathématiques en nous permettant d'identifier quels types d'inférences jouent quel rôle et à quel moment, mais elle nous a également amenée à identifier quels types d'inférences étaient impliquées dans la construction d'un modèle de situation global et local. À ce sujet, la distinction nette entre les types d'inférences impliquées dans ces deux constructions nous a permis de mieux comprendre comment elles pouvaient influencer la construction d'un modèle de situation selon qu'il soit global ou local, tout en confirmant la pertinence de distinguer ces deux niveaux de représentation, ce qui constitue la contribution théorique suivante de notre recherche.

L'analyse des démarches de résolution de problèmes des élèves a confirmé les critiques que nous avons faites de la distinction entre une démarche passant par une traduction directe et celle impliquant la construction d'un modèle de situation. Nous avons en effet souligné que cette catégorisation en deux pôles risquait de mal rendre compte de la complexité de la réalité, dans laquelle il est possible d'observer des démarches montrant des modèles de situation partiels, plus ou moins développés, coexistant avec des traductions directes, surtout dans le cas de problèmes requérant plusieurs étapes de résolution tels que ceux que nous avons utilisés. Nous avons donc distingué deux niveaux de construction d'un modèle de situation : un niveau plus local, servant à comprendre une relation du problème, et un niveau global, qui intègre l'ensemble des données et des relations du problème en un tout cohérent et articulé. Nous

avons supposé que dans un même problème, il pouvait y avoir soit de la traduction directe, soit la construction d'un modèle de situation au niveau global en même temps que plusieurs petits modèles de situation et/ou traductions directes au niveau local selon le nombre de relations en jeu dans le problème. L'analyse de nos résultats a montré la pertinence d'une telle distinction, puisque dans plusieurs cas, nous avons effectivement observé des combinaisons qui auraient été impossibles à catégoriser comme étant simplement des traductions directes ou des modèles de situations (combinaisons telles que MStd ou TDms, en plus de la coexistence de la traduction directe et du modèle de situation au niveau local à différentes étapes de la démarche). Cette distinction nous apparaît d'autant plus importante que les inférences (et donc, possiblement, les opérations cognitives, puisque la typologie des inférences utilisée est basée sur l'opération cognitive sous-jacente) impliquées dans la construction d'un modèle de situation local et dans celle d'un modèle de situation global sont différentes. Cela laisse croire que ces deux niveaux de construction font appel à des processus cognitifs différents, et que l'intervention visant à aider les élèves à construire un modèle de situation devrait être différente selon le niveau de construction visé. Nous y reviendrons lorsque nous aborderons les contributions de cette recherche pour la pratique enseignante (section 7.6.2).

La dernière contribution théorique importante de notre recherche consiste en un modèle synthèse de la compréhension en résolution de problèmes qui va plus loin que la simple synthèse des écrits scientifiques. À la lumière des résultats que nous avons obtenus, nous avons repris le modèle synthèse que nous avons présenté dans notre cadre théorique (page 103) et nous l'avons bonifié. Cette nouvelle version (Figure 11) est décrite ci-dessous.

Dans cette nouvelle version du modèle synthèse, les principales nouveautés concernent la distinction entre les niveaux global et local pour chacun des types de démarche (construction d'un modèle de situation ou traduction directe), de même que les différents types d'inférences que nous avons étudiés. Nous avons ainsi tenté de représenter la nuance que nous avons apportée à la dichotomie traduction directe – modèle de situation, soit le niveau d'utilisation de ces types de représentations (local ou global). Il va sans dire que toutes les combinaisons sont possibles, et que dans un problème complexe dont la résolution requiert plusieurs étapes, il peut y avoir coexistence des deux types de représentation au niveau local. Cette partie du

modèle doit donc être comprise comme un processus itératif, qui se déroule sans ordre particulier : en effet, nos résultats ne nous permettent pas de déterminer si c'est à partir du niveau de représentation global que s'élaborent les niveaux de représentation locaux ou vice versa; d'ailleurs, il n'y a possiblement pas de réponse universelle à cette question, et il est fort probable qu'il y ait une interdépendance et une circularité dans l'élaboration des différents niveaux de représentation. Cet aspect du modèle reste donc à explorer. Nous avons également utilisé les conclusions issues de notre analyse pour préciser les rôles des différents types d'inférences dans ce modèle. Ainsi, nous avons relié plus directement les inférences d'intégration et d'élaboration à la construction du modèle de situation global, et les inférences de sélection-hiérarchisation à la construction du modèle de situation local. Cela ne signifie pas que les inférences ne jouent pas de rôle à l'extérieur des constructions auxquelles elles ont été assignées, mais bien que ce sont là des moments du processus de compréhension où elles interviennent de façon particulière. Les autres éléments du modèle synthèse ne diffèrent pas de ce qui avait été présenté en conclusion de la recension des écrits sur la compréhension de problèmes mathématiques (section 4.5).

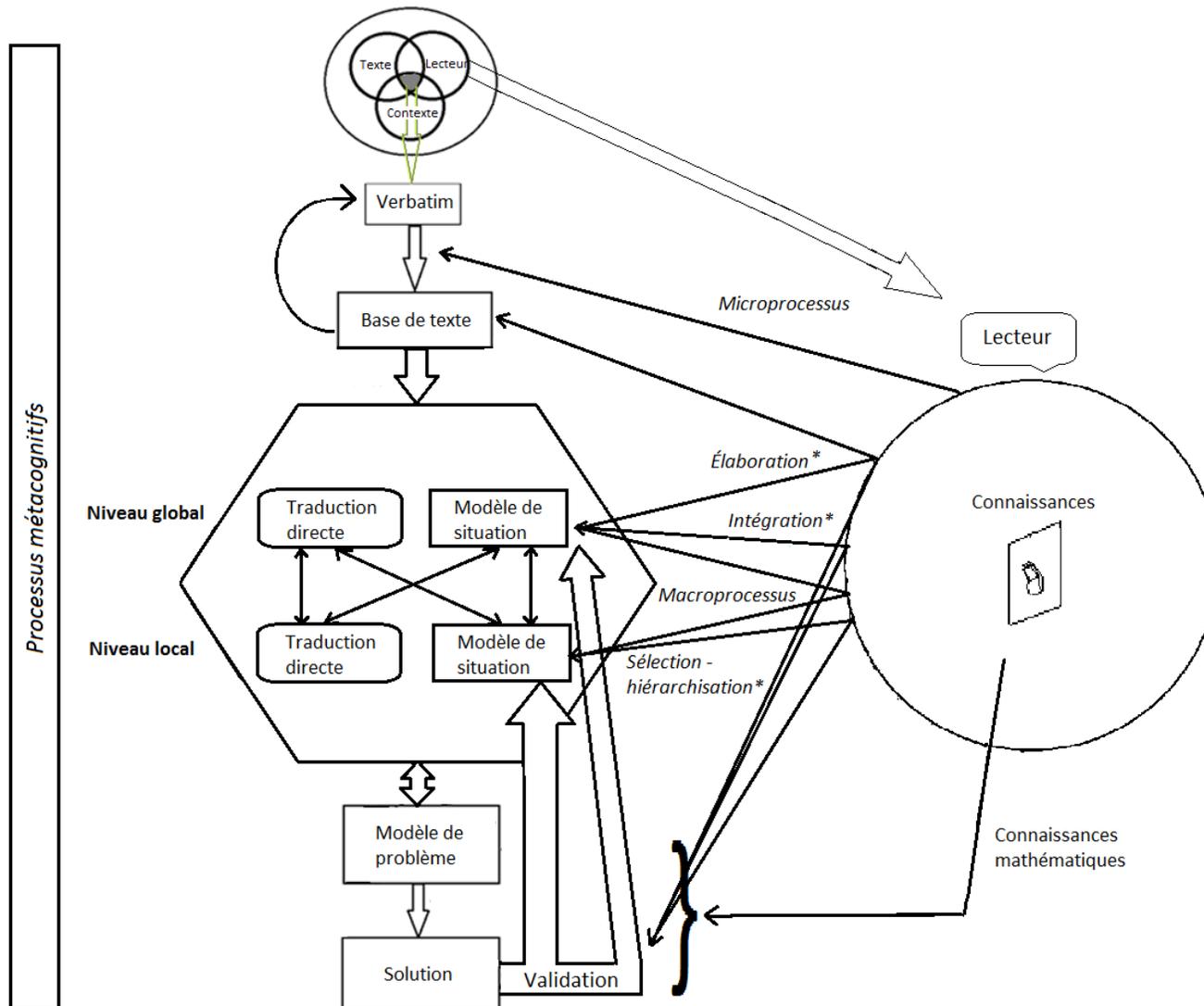


Figure 11. Modèle synthèse revu de la compréhension d'un problème mathématique

Ce modèle synthèse de la compréhension d'un problème mathématique nous permet de jeter un nouvel éclairage sur certaines des pratiques enseignantes et de proposer de nouvelles pistes d'intervention, qui font l'objet de la prochaine section.

#### 7.6.2. Contributions sur le plan socioéducatif

---

Le questionnement à la source de cette recherche est issu, entre autres, de plusieurs remarques entendues çà et là dans les salles des enseignants de plusieurs écoles secondaires selon lesquelles les difficultés des élèves en résolution de problèmes mathématiques sont attribuables au fait que ces élèves « ne savent pas lire ». Une recension d'études nationales et internationales (voir section 1.1.2) semblait confirmer les difficultés en lecture des élèves québécois, en particulier en ce qui a trait aux inférences. Les résultats de notre recherche viennent nuancer ces affirmations : s'il est vrai que le rendement des participants à notre étude en production d'inférences n'est pas optimale, ce que confirme la moyenne de 60 % qu'ils ont obtenue à cette épreuve, il n'en demeure pas moins que plus des deux tiers des élèves testés ont montré des forces en production à au moins deux des trois types d'inférences. Le portrait n'est donc pas aussi noir qu'il n'y paraît. Il restait cependant à vérifier si et comment ce rendement était lié à celui observé lors de la résolution de problèmes mathématiques. Nos résultats montrent que non seulement ce lien existe, mais que les inférences jouent bel et bien un rôle important dans la résolution de problèmes mathématiques en y remplissant plusieurs fonctions et ce, à toutes les étapes de la résolution. Cela nous amène à dégager plusieurs pistes pour l'enseignement, à la fois de la lecture et de la résolution de problèmes en mathématiques.

La première de ces pistes reprend ce que le MELS préconise déjà dans le programme de formation, à savoir une véritable approche interdisciplinaire et transversale des apprentissages des élèves. En effet, les similarités, mais également les différences, relevées entre la production d'inférences en contexte de lecture d'un texte informatif et celle en contexte de résolution de problèmes indiquent, d'une part, que ces inférences gagnent à être travaillées dans la plus grande variété de contextes possibles de façon à ce que les élèves soient en mesure de les utiliser dans toutes les disciplines scolaires, voire au-delà. D'autre part, il existe certaines spécificités quant à l'utilisation des inférences à l'intérieur d'une discipline qui font

en sorte qu'un travail sur les inférences limité au cours de français, par exemple, ne saurait outiller suffisamment les élèves pour qu'ils arrivent d'eux-mêmes à transférer ces apprentissages à une autre discipline, comme les mathématiques. Il faut en effet qu'elles soient travaillées de façon spécifique en mathématiques, et que les apprentissages mathématiques nécessaires soient aussi réalisés. Il nous semble que, à la lumière de ces constatations, un travail concerté entre les enseignants de français et de mathématiques, par exemple pour un travail sur un type précis d'inférences, ne saurait qu'être bénéfique pour les élèves, qui pourraient alors mieux comprendre comment utiliser les acquis réalisés dans le cadre d'une discipline dans une autre, tout en saisissant bien les particularités de chacune.

En ce qui concerne de façon plus spécifique l'enseignement des habiletés inférentielles, il nous semble d'abord que la typologie d'inférences que nous avons utilisée dans le cadre de cette recherche peut aider les enseignants à poser un regard plus éclairé sur les habiletés de leurs élèves et à travailler les inférences de façon à aider les élèves à utiliser ces apprentissages dans la lecture de textes de genres aussi différents que les textes informatifs (même à l'extérieur du cours de français), les textes narratifs et les énoncés de problèmes mathématiques. En effet, l'utilisation de cette typologie peut permettre, dans une optique d'évaluation diagnostique, d'obtenir un portrait plus juste des habiletés des élèves en production d'inférences. Puisqu'elle est basée sur les opérations cognitives sous-jacentes, il devient plus facile, une fois les difficultés identifiées, de cerner à la fois leurs impacts potentiels et des moyens d'amener les élèves à s'améliorer. Par exemple, pour un élève qui montre des faiblesses en inférences de sélection et de hiérarchisation, on peut s'attendre à observer des difficultés à résumer un texte (ce qui implique de ne retenir que les idées les plus importantes) ou à cerner la position de l'auteur d'un éditorial, par exemple. On peut par contre imaginer des tâches dont le niveau de difficulté augmenterait graduellement et qui permettraient à l'élève de développer progressivement son habileté à discerner les informations les plus importantes des autres. Ensuite, il importe de proposer aux élèves la plus grande variété possible de textes lorsque l'on travaille les inférences en lecture : bien que l'on parle le plus souvent d'inférences dans le cadre de textes narratifs, notre recherche montre qu'elles jouent un rôle tout aussi fondamental dans la compréhension d'autres types de textes, qui ne sont donc pas à négliger. La dernière piste que nous entrevoyons à ce niveau concerne

la prise en considération des inférences fausses produites par les élèves. En ce sens, il nous apparaît important de distinguer l'élève qui ne produit pas d'inférences lorsqu'elles seraient requises de celui qui produit un nombre appréciable d'inférences mais qui ne sait pas discerner celles qui sont vraies de celles qui sont fausses ou inutiles pour comprendre le texte et effectuer la tâche demandée. Dans ce dernier cas, l'intervention devrait plutôt porter sur la remise en question par l'élève des inférences qu'il produit et de la pertinence de les utiliser pour accomplir la tâche qui lui est demandée. Il pourrait par exemple être utile de lui enseigner à confronter les inférences qu'il produit aux autres éléments du texte afin de s'assurer qu'il n'y a pas de contradiction. En ce sens, un travail sur la démarche de validation et d'invalidation pourrait être bénéfique pour l'élève.

Finalement, plusieurs pistes de réflexion se dégagent quant au développement de la compétence à résoudre des situations-problèmes mathématiques des élèves du secondaire. En particulier, nos résultats montrent que la construction d'un modèle de situation local et global est directement liée à la réussite en résolution de problèmes. Cela nous amène à souligner l'importance de ces constructions, qui sont toutefois probablement impossibles à enseigner. Nous croyons cependant, à la lumière des résultats obtenus, qu'outiller les élèves afin qu'ils puissent construire des modèles de situation locaux et globaux pourrait améliorer leur réussite en résolution de problèmes. L'un de ces outils pourrait être les schémas des problèmes tels que ceux que nous avons présentés dans l'analyse *a priori* des problèmes (annexe 5). Ces schémas ont été élaborés pour des fins de recherche, mais il pourrait être intéressant d'étudier leur apport potentiel pour améliorer la compréhension des relations dans les problèmes chez les élèves. Une autre catégorie d'outils qui pourrait aider les élèves à construire des modèles de situation locaux et globaux est celle qui regroupe les différents types d'inférences impliqués dans chacun de ces types de construction. Ainsi, il sera pertinent de montrer comment faire appel aux inférences de sélection et de hiérarchisation en sélectionnant les informations pertinentes pour comprendre une relation locale (sans bien sûr enseigner explicitement la distinction entre le niveau local et global, qui ne sont que des outils pour le didacticien). Pour faciliter la construction d'un modèle de situation global, on pourra s'attarder plutôt aux liens entre les différents éléments de l'énoncé (inférences d'intégration) et à l'information à ajouter à cet énoncé à partir des connaissances de l'élève (inférences d'élaboration). Il faudra

également, dans tous les cas, amener les élèves à distinguer les inférences utiles des inférences inutiles pour la construction d'un modèle de situation, qu'il soit local ou global, de même qu'à vérifier la véracité de leurs inférences avant d'entreprendre la résolution du problème. Comme pour tout apprentissage, celui du modèle de situation ne sera pleinement intégré que si les élèves en perçoivent la pertinence. Or, cette pertinence ne peut être montrée qu'en proposant des problèmes pour lesquels la traduction directe mène à une solution erronée. Le choix des problèmes qui sont présentés aux élèves mérite donc qu'on lui accorde une attention particulière, en s'assurant notamment d'une part, qu'ils contiennent des éléments contextuels propices à la construction d'un modèle de situation, et d'autre part, que la traduction directe ne permet pas d'arriver à une solution satisfaisante pour ces problèmes.

### 7.7. Perspectives futures

---

La recherche que nous avons menée était, à plusieurs égards, exploratoire. Plusieurs perspectives futures de recherche s'en dégagent.

Sur le plan théorique, d'abord, la structure que nous avons mise en place pour cette recherche, notamment la typologie d'inférences adoptée et le raffinement de la distinction entre traduction directe et modèle de situation, pour laquelle nous avons introduit deux niveaux (niveau local et niveau global) pourrait permettre de jeter un nouvel éclairage sur des recherches déjà menées dans le passé, comme celle de Pape (2004), qui a utilisé la catégorisation traduction directe *versus* modèle de situation<sup>30</sup>, ou celles de Voyer et de ses collègues (Voyer, 2006; Voyer et al., 2012) qui ont traité des habiletés de lecture dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques.

Sur le plan empirique, plusieurs pistes se dégagent de notre recherche et mériteraient d'être approfondies. Entre autres, les participants ayant un trouble d'apprentissage ont été exclus des analyses menées dans le cadre de notre étude, mais les élèves en difficulté

---

<sup>30</sup> Il est à noter que Pape semble accorder un sens plus large que les autres auteurs au modèle de situation, en y incluant notamment quelques éléments relatifs à la mathématisation du problème (Pape et Wang, 2003) et qui sont habituellement inclus plutôt dans le modèle de problème. Ainsi, la catégorisation qu'il met de l'avant est moins rigide que celle présentée par d'autres auteurs, incluant l'auteur de cette thèse.

pourraient bénéficier au moins autant que les autres que l'on s'attarde aux défis qu'ils rencontrent dans la compréhension de problèmes mathématiques. Pour ce faire, il faudrait, dans un premier temps, vérifier si les conclusions tirées de notre étude s'appliquent aussi à ces élèves. En outre, les quelques entrevues que nous avons menées avec des participants à notre recherche nous ont permis d'identifier certains des rôles que jouent les inférences dans la résolution de problèmes. Cependant, nous n'avons pas étudié de façon plus globale les inférences produites spécifiquement en contexte de résolution de problèmes; cela pourrait être utile d'une part, pour mieux comprendre leur rôle, et d'autre part, pour mieux cerner les différences entre les inférences produites lors de la lecture d'un texte informatif et celles produites lors de la résolution d'un problème. Cela pourrait contribuer à raffiner les pistes d'interventions proposées à la section précédente, tout en contribuant à éclaircir la question du transfert des acquis, sur le plan des habiletés inférentielles, d'une discipline scolaire à une autre. De plus, nous avons utilisé un nombre limité de problèmes mathématiques; conduire une recherche similaire avec un plus grand nombre et une plus grande variété de problèmes pourrait permettre de préciser certains des résultats obtenus et de mieux comprendre le rôle des inférences en lien avec certaines caractéristiques spécifiques des problèmes présentés aux participants.

Enfin, nous avons abordé, à la section précédente, la question de l'enseignement d'outils pour faciliter la construction du modèle de situation en contexte de résolution de problèmes mathématiques. Or, à notre connaissance, il n'existe pas de pistes ni de guide à ce sujet, ni, de façon plus générale, pour l'enseignement des habiletés inférentielles en contexte de résolution de problèmes. Il pourrait être intéressant de construire et de mettre à l'essai un dispositif d'enseignement visant spécifiquement cet objectif.

## 7.8. Limites de cette recherche

---

Cette étude présente certaines limites dont il convient de tenir compte, notamment pour comprendre la portée des résultats obtenus.

D'abord, le fait d'avoir écarté les participants n'ayant pas été scolarisés entièrement en français, de même que ceux présentant des diagnostics de troubles d'apprentissage, limite la portée des résultats, puisque ces élèves comptent pour une part importante de la population scolaire, surtout dans les centres urbains (pour ce qui est de la langue de scolarisation). Dans le cadre de notre étude, ce sont 43 élèves qui ont été exclus des analyses pour ces raisons. De la même façon, un nombre plutôt important d'élèves n'ont pas complété tous les tests, et ont donc aussi été exclus des analyses. Or, ces élèves ont, pour la plupart, été absents pendant plus d'une période de cours, puisque nous n'avons pas réussi à leur faire reprendre les épreuves manquées, comme ce fut le cas pour d'autres. Nous pouvons donc supposer qu'au moins une partie de ces élèves ont des taux d'absentéisme scolaire assez élevés, ce qui pourrait également influencer leur réussite. Ce sont donc d'autres élèves potentiellement plus faibles, ou présentant des problématiques psychosociales, qui ont été exclus de l'analyse, contribuant à rendre les résultats moins représentatifs de la réalité scolaire.

De plus, l'écart de temps entre la passation de l'épreuve d'habiletés inférentielles et celle de l'épreuve de résolution de problèmes nous oblige à nuancer, du moins partiellement, les corrélations que nous observons entre ces variables : on peut supposer que ces habiletés continuent de se développer tout au long de la scolarisation et qu'un délai de quelques semaines peut permettre une légère amélioration des habiletés inférentielles. Ainsi, le score en habiletés inférentielles pourrait être légèrement plus élevé si l'épreuve était réalisée dans la même semaine que celle de résolution de problèmes, ce qui pourrait changer les valeurs des coefficients de corrélation calculés à partir de ces scores.

En ce qui concerne les épreuves proposées, il aurait été souhaitable de disposer de tests standardisés pour mesurer les différentes variables étudiées. Le processus de validation retenu reste restreint pour les épreuves que nous avons construites et une validation à plus grande échelle pourrait mettre en évidence des lacunes qui auraient pu passer inaperçues dans certains des items. En outre, le faible nombre de problèmes mathématiques utilisés, tout en étant justifié par un souci de ne pas dépasser les capacités de concentration des participants, pourrait également conduire à une identification du type de démarche préféré différent de celui qui aurait été obtenu avec un plus grand nombre de problèmes à résoudre.

Sur le plan des analyses statistiques, le regroupement des élèves en différents profils présenté à la section XX a été fait en considérant que, pour chaque type d'inférences, les élèves présentaient soit une force, soit une faiblesse; nous n'avons pas inclus de qualification médiane. Ainsi, deux élèves ayant des scores proches (quatre et cinq sur huit) pour un type d'inférences peuvent, en réalité, avoir des habiletés très similaires, étant donné la marge d'erreur des épreuves utilisées, tout en étant considérés de façon différente dans cette analyse, l'un étant qualifié de faible et l'autre de fort pour ce type d'inférences. Cette limite était toutefois difficile à éviter puisque, d'une part, nous voulions conserver des catégories équivalentes quant au nombre de scores qu'elles incluaient tout en limitant leur nombre, afin de préserver la fiabilité du test statistique, qui diminue lorsque les catégories sont trop nombreuses.

Finalement, l'approche théorique retenue, issue principalement de la psychologie cognitive, n'est pas la seule qui aurait pu être pertinente pour notre objet de recherche, d'autant plus qu'il ne s'agit pas d'une approche issue de la didactique. En effet, la didactique s'intéresse plutôt à l'enseignement et à l'apprentissage des savoirs et moins aux processus cognitifs sous-jacents, qui relèvent surtout de la psychologie cognitive. Cependant, notre recherche, en jetant un éclairage sur ces processus, permet de recadrer le travail didactique sur la résolution de problèmes et de développer des outils en conséquence; en ce sens, elle reste profondément ancrée dans la didactique. En outre, l'analyse théorique qui a été faite, de même que les résultats obtenus grâce à cette approche montrent que l'on ne se situe finalement jamais très loin des approches plus traditionnelles en didactique, et que ces approches sont plus complémentaires que contradictoires.

## Conclusion

---

La présente recherche avait pour objectif d'identifier la nature et le rôle des inférences impliquées dans la compréhension de problèmes mathématiques. Nous avons vu que la lecture et la résolution de problèmes occupent une place importante dans le curriculum scolaire suivi par les élèves du Québec, dont le programme de formation insiste d'ailleurs sur l'interdisciplinarité dans l'élaboration de situations d'apprentissage. Or, des données issues de la recherche révèlent que plusieurs élèves du secondaire éprouvent des difficultés autant en lecture, notamment en ce qui concerne la production d'inférences, qu'en résolution de problèmes mathématiques, et que le rendement des élèves dans ces deux compétences sont liés, mais ces liens sont encore mal connus. Nous avons donc exploré les connaissances théoriques et empiriques relatives à la compréhension en lecture et à la résolution de problèmes mathématiques afin de mieux comprendre le rôle des inférences dans ces deux domaines.

Sur le plan théorique, les modèles qui tentent d'expliquer la résolution de problèmes mathématiques placent la compréhension à la base de ce processus, mais ils ne s'attardent pas à expliquer en quoi elle consiste, ni comment elle advient. Nous avons donc eu recours à des recherches portant sur la compréhension en lecture de façon générale pour éclairer cette question. Nous avons étudié plusieurs modèles qui tentent d'expliquer comment on passe d'un texte lu à un texte compris. Ces modèles décrivent différents aspects de la compréhension d'un texte, et plusieurs d'entre eux font référence à la construction de représentations mentales du texte en question, ce dont plusieurs recherches montrent l'importance pour la compréhension véritable d'un texte. Il existe en fait plusieurs niveaux de représentations mentales, certaines étant très proches du texte et d'autres étant beaucoup plus personnalisées, mais il semblerait que le modèle de situation, correspondant au niveau le plus élevé de représentation, soit le seul qui permette une compréhension en profondeur du texte lu. Le lecteur, en construisant ce modèle de situation, retiendrait les informations importantes du texte et les intégrerait à ses

connaissances et à ses expériences pertinentes et ce, à partir de sa compréhension des éléments qui composent le texte et de leurs relations. Or, ces relations, comme plusieurs autres éléments, demeurent souvent implicites dans le texte et ne sont accessibles que par la production d'inférences. Plusieurs études ont mis en évidence leur rôle fondamental dans la compréhension : inférences d'intégration pour arriver à une représentation cohérente de l'ensemble du texte, inférences de sélection pour hiérarchiser les idées du texte et ne retenir que les plus importantes, et inférences d'élaboration pour y ajouter des informations extratextuelles qui enrichissent la compréhension.

Dans le cas spécifique des problèmes mathématiques, la construction d'une représentation mentale appropriée, et en particulier d'un modèle de situation, semble être tout aussi importante pour la compréhension et, par conséquent, pour la résolution du problème en question. En particulier, le fait de construire un modèle de situation en utilisant les éléments contextuels du problème afin de mieux comprendre les relations entre les données semble distinguer les experts des novices en résolution de problèmes. Or, puisque les inférences jouent un rôle important dans la construction du modèle de situation en lecture, il se pourrait qu'elles jouent le même rôle dans l'élaboration du modèle de situation en contexte de résolution de problème, et que le fait de ne pas construire un tel modèle de situation complet puisse dépendre, du moins en partie, de lacunes dans les habiletés inférentielles. Cette hypothèse n'a, à notre connaissance, jamais été vérifiée. À la lumière des études recensées, nous ne savons pas non plus si certains types d'inférences sont plus sollicités que d'autres dans la construction d'un modèle de situation. En outre, les études réalisées dans le monde francophone, et au Québec en particulier sont rares; de même, nous n'en savons que très peu sur les élèves du secondaire, la majorité des études ayant porté sur des étudiants universitaires ou sur des élèves du primaire, d'où l'intérêt d'étudier cette question chez des élèves québécois du secondaire.

Afin de déterminer la nature et le rôle des inférences impliquées dans la résolution de problèmes mathématiques, nous avons approfondi les quatre questions suivantes, qui constituaient nos quatre objectifs de recherche. Dans un premier temps, nous avons vérifié s'il existait, chez les élèves de 4<sup>e</sup> secondaire, une corrélation entre la capacité à produire des

inférences et la réussite en résolution de problèmes mathématiques, ce qui s'est avéré être le cas. Nous avons en outre montré que les inférences d'élaboration sont les plus étroitement associées à cette réussite, suivies des inférences d'intégration, à leur tour suivies des inférences de sélection et de hiérarchisation. Tous les types d'inférences étudiés se sont donc révélés être positivement corrélés à la réussite en résolution de problèmes, bien qu'à des degrés divers.

Dans un deuxième temps, étant donné que les inférences sont impliquées dans la construction d'un modèle de situation, nous avons voulu savoir si les élèves qui construisent un tel modèle réussissaient mieux que ceux utilisant la traduction directe en production d'inférences. Pour ce faire, nous avons distingué les modèles de situation construits au niveau local de ceux construits au niveau global. Dans les deux cas, les élèves qui les construisent réussissent mieux que les élèves qui emploient la traduction directe en production d'inférences. De façon plus spécifique, les élèves qui construisent un modèle de situation global réussissent mieux en inférences d'élaboration et en inférences d'intégration que ceux qui utilisent la traduction directe à ce niveau, alors que ceux qui construisent des modèles de situation locaux réussissent mieux que les autres à produire des inférences de sélection et de hiérarchisation.

Dans un troisième temps, nous nous sommes demandé s'il existait des combinaisons récurrentes (*patterns*) dans type de démarche privilégié en résolution de problèmes en lien avec les forces et les faiblesses en production d'inférences. Nous avons donc tenté d'établir des profils d'élèves en combinant leurs habiletés inférentielles et leur type de démarche privilégié, ce qui nous a permis d'identifier six profils d'élèves différents, ayant chacun des caractéristiques spécifiques.

Finalement, nous avons tenté de déterminer les rôles joués par les inférences dans la résolution d'un problème mathématique et ce, à la fois de façon globale et pour chacun des profils d'élèves identifiés. Nous avons pu identifier six rôles joués par les inférences dans la résolution d'un problème mathématique : ajout d'information, choix d'une donnée, d'une opération ou d'une inconnue, invalidation d'un résultat obtenu, transformation d'une information, retrait d'une information et mise en évidence d'une information. Nous avons

également cerné les moments auxquels des inférences étaient produites et le type d'inférence dans chacun des cas, ce qui nous a permis de mieux comprendre et de mieux définir chacun de ces rôles. Ces derniers ne se retrouvent cependant pas également répartis chez les élèves de tous les profils : alors que certains sont communs à tous, d'autres sont spécifiques à un ou deux profils d'élèves; ce résultat nous a permis de préciser certains éléments des profils d'élèves identifiés précédemment.

Malgré ses limites, nous croyons que cette étude peut contribuer à l'avancement des connaissances à la fois théoriques et pratiques en lien avec les inférences en résolution de problèmes mathématiques. En effet, sur le plan théorique, nous avons contribué à raffiner la distinction présente dans la littérature scientifique entre traduction directe et construction d'un modèle de situation en introduisant la notion de niveaux (local et global). Cela nous a permis de présenter un modèle synthèse de la compréhension d'un problème mathématique qui peut servir, sur le plan de la recherche et, éventuellement, de la pratique enseignante, de grille d'analyse pour comprendre les difficultés des élèves en résolution de problèmes et ainsi développer des moyens pour les aider à les surmonter. Nous avons également montré la pertinence d'utiliser une typologie d'inférences basée sur les opérations cognitives sous-jacentes pour mieux comprendre comment les inférences sont utilisées dans différentes disciplines scolaires. Cela peut conduire à développer des pratiques enseignantes qui aident les élèves à transférer les acquis relatifs aux habiletés inférentielles d'une discipline à l'autre, et qui misent sur l'interdisciplinarité et la transversalité de l'enseignement et des apprentissages, tel que préconisé par le MELS (2006). Sur le plan de la résolution de problèmes, nous croyons que, vu l'importance du modèle de situation dans la résolution réussie des problèmes mathématiques, il serait important d'enseigner aux élèves comment construire des modèles de situation locaux et globaux. Tout cela pourra contribuer à l'amélioration des habiletés des élèves à la fois en compréhension en lecture et en résolution de problèmes mathématiques.



## Bibliographie

---

- Abedi, J. et Lord, C. (2001). The language factor in mathematics tests. *Applied Measurement in Education*, 14(3), 219-234.
- Adams, T. L. et Lowery, R. M. (2007). An Analysis of Children's Strategies for Reading Mathematics. *Reading and Writing Quarterly*, 23(2), 161-171. doi: 10.1080/10573560601158479
- Albrecht, J. E. et O'Brien, E. J. (1993). Updating a mental model: Maintaining both local and global coherence. *Journal of experimental psychology: Learning, memory, and cognition*, 19(5), 1061.
- Altet, M. (2001). Chapitre 1. Les compétences de l'enseignant-professionnel: entre savoirs, schèmes d'action et adaptation, le savoir analyser. *Perspectives en éducation et formation*, 27-40.
- Bednarz, N. et Janvier, B. (1996). Emergence and Development of Algebra as a Problem-Solving Tool: Continuities and Discontinuities with Arithmetic. Dans N. Bernarz, C. Kieran & L. Lee (dir.), *Approaches to Algebra* (Vol. 18, p. 115-136): Springer Netherlands.
- Bednarz, N., Janvier, B., Mary, C. et Lepage, A. (1992). *L'Algèbre comme outil de résolution de problèmes: une réflexion sur les changements nécessaires dans le passage d'un mode de traitement arithmétique à un mode de traitement algébrique*. Communication présentée Actes du Colloque portant sur l'émergence de l'algèbre.
- Blais, M. et Martineau, S. (2006). L'analyse inductive générale: description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitatives*, 26(2), 1-18.
- Boutard, C. et Brouard, E. (2003). *300 exercices de compréhension d'inférences logiques et pragmatiques et de chaînes causales*. Isbergues, France: OrthoÉditions.
- Branch, J. L. (2000). Investigating the information-seeking processes of adolescents: The value of using think alouds and think afters. *Library & Information Science Research*, 22(4), 371-392.
- Brousseau, G. (1987). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques de Bordeaux.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. Dans L. P. sauvage (dir.), *Recherches en didactique des mathématiques* (Vol. 9, p. 309-336).
- Brousseau, G. et Gibel, P. (2005). Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. Dans C. Laborde, M.-J. Perrin-Glorian & A. Sierpiska (dir.), *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom* (p. 13-58): Springer US.
- Brownell, H. H., Potter, H. H., Bihrlé, A. M. et Gardner, H. (1986). Inference deficits in right brain-damaged patients. *Brain and Language*, 27(2), 310-321.
- Brun, J. (1990). La résolution de problèmes arithmétiques: bilan et perspectives. *Math École*, 141, 3-14.
- Cain, K. et Oakhill, J. V. (1999). Inference making ability and its relation to comprehension failure in young children. *Reading and Writing*, 11(5), 489-503. doi: 10.1023/a:1008084120205
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H. S. J., Lindquist, M. M. et Reys, R. E. (1980). Students' affective responses to mathematics: Secondary school results from national assessment *The Mathematics Teacher*, 73(7), 531-539. doi: 10.2307/27962139

- Casteel, M. A. et Simpson, G. B. (1991). Textual coherence and the development of inferential generation skills. *Journal of Research in Reading*, 14(2), 116-129. doi: 10.1111/j.1467-9817.1991.tb00013.x
- Chan, S. W. K. et T'sou, B. K. (1999). *Anaphora Resolution as Lexical Cohesion Identification*. Repéré à <http://www.mercubuana.com/76/Y99-1032.pdf>
- Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 16-30. doi: 10.2307/748434
- Conseil des ministres de l'éducation du Canada (2011). *PPCE de 2010. Rapport de l'évaluation pancanadienne en mathématiques, en sciences et en lecture*. Toronto: Conseil des ministres de l'éducation du Canada. Repéré à <http://www.cmec.ca/Publications/Lists/Publications/Attachments/274/ppce2010.pdf>
- Coquin-Viennot, D. et Moreau, S. (2007). Arithmetic problems at school: When there is an apparent contradiction between the situation model and the problem model. *British Journal of Educational Psychology*, 77(1), 69-80. doi: 10.1348/000709905x79121
- Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. et Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20(4), 405-438. doi: 10.1016/0010-0285(88)90011-4
- Cunningham, J. W. (1987). Toward a Pedagogy of Inferential Comprehension and Creative Response. Dans R. J. Tierney, Anders, Patricia L., Mitchell, Judy Nichols (dir.), *Understanding Readers' Understanding. Theory and Practice* (p. 229-253). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- De Serres, M. et Groleau, J.-D. (1995). *Erreurs de langage en mathématiques*. Communication présentée Colloque 1995 de l'Association de la recherche au collégial. Repéré à [https://cdc.qc.ca/actes\\_arc/1995/de\\_serres\\_groleau\\_actes\\_arc\\_1995.pdf](https://cdc.qc.ca/actes_arc/1995/de_serres_groleau_actes_arc_1995.pdf)
- Deschênes, A.-J. (1988). *La Compréhension et la production de textes*. Sillery: Presses de l'Université du Québec.
- Devidal, M., Fayol, M. et Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. *L'année psychologique*, 97(1), 9-31.
- Dion, N. (2014). *Promouvoir la numératie en tant que compétence essentielle* (n° En question no 19). Toronto: Conseil ontarien de la qualité de l'enseignement supérieur. Repéré à [http://w3.uqo.ca/erli/wp-content/uploads/Dion-N2014\\_Promouvoir-la-litt%C3%A9rerie-en-tant-que-comp%C3%A9tence-essentielle.pdf](http://w3.uqo.ca/erli/wp-content/uploads/Dion-N2014_Promouvoir-la-litt%C3%A9rerie-en-tant-que-comp%C3%A9tence-essentielle.pdf)
- Dionne, J. (2007). L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école au Québec : Une cohérence à vivre dans une nécessaire cohésion. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 7(1), 6-27. doi: 10.1080/14926150709556717
- Duke, N. K., Pressley, M. et Hilden, K. (2004). Difficulties with reading comprehension. Dans C. A. Stone, E. R. Silliman, B. J. Ehren & K. Apel (dir.), *Handbook of language and literacy* (p. 501-520). New York: The Guilford Press.
- Dunn, L. M., Dunn, L. M. et Thériault-Whalen, C. M. (1993). *Échelle de vocabulaire en images Peabody*. Toronto: Psycan.

- Dupin de Saint-André, M. (2011). *L'évolution des pratiques de lecture à haute voix d'enseignantes expertes et leur influence sur le développement de l'habileté des élèves du préscolaire à faire des inférences*. (Université de Montréal, Montréal). Repéré à [https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/bitstream/handle/1866/6854/DupindeSaint-Andre\\_Marie\\_2011\\_these.pdf?sequence=3&isAllowed=y](https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/bitstream/handle/1866/6854/DupindeSaint-Andre_Marie_2011_these.pdf?sequence=3&isAllowed=y)
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Elley, W. (1994). *Achievement and instruction in thirty-two school systems: The IEA study of reading literacy*. Oxford, UK: Pergamon Press.
- Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problèmes*. Neuchâtel: Delachaux & Niestlé.
- Fayol, M. (1992a). Comprendre ce qu'on lit: de l'automatisme au contrôle. Dans M. Fayol, J. E. Gombert, P. Lecocq, L. Sprenger-Charolles & D. Zagar (dir.), *Psychologie cognitive de la lecture* (p. 73-105). Paris: Presses Universitaires de France.
- Fayol, M. (1992b). La compréhension lors de la lecture: un bilan provisoire et quelques questions. *La lecture: Processus, apprentissage, troubles*, 79-101.
- Fayol, M. (2003, 4-5 décembre). *La Compréhension: Évaluation, difficultés, interventions*. Communication présentée Conférence de consensus sur l'enseignement de la lecture à l'école primaire, Paris.
- Fayol, M. et Gombert, J. E. (1999). L'apprentissage de la lecture et de l'écriture. *Manuel de Psychologie de l'enfant*. Bruxelles: Mardaga.
- Fincher-Kiefer, R. (1993). The role of predictive inferences in situation model construction. *Discourse Processes*, 16(1-2), 99-124.
- Focant, J. (2004). *Stratégies d'autorégulation d'élèves de cinquième primaire en situation de résolution de problèmes arithmétiques*. (Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve). Repéré à [http://edoc.bib.ucl.ac.be:81/ETD-papier/submitted/Focant\\_Jerome.html](http://edoc.bib.ucl.ac.be:81/ETD-papier/submitted/Focant_Jerome.html)
- Fraser, C. A. (1999). Lexical processing strategy use and vocabulary learning through reading. *Studies in second language acquisition*, 21(2), 225-241.
- Garcia-Debanc, C. (1996). *Didactique de la lecture*. Presses Univ. du Mirail.
- Garner, R. (1987). Strategies for Reading and Studying Expository Text. *Educational Psychologist*, 22(3-4), 299-312. doi: 10.1080/00461520.1987.9653054
- Gentaz, E. et Dessus, P. (Dir.). (2004). *Comprendre les apprentissages*: Dunod.
- Gerofsky, S. G. (1999). *The word problem as genre in mathematics education*. Simon Fraser University.
- Giasson, J. (1990). *La Compréhension en lecture*. Montréal: Gaëtan Morin Éditeur.
- Giroux, J. (2004). Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 30(2), 303-327.
- Giroux, J. (2015). Le plaisir de faire des mathématiques, de les enseigner et de les apprendre. Dans L. Dupuy-Walker & M. Brodeur (dir.).
- Goodman, K. S. (1976). Reading: A Psycholinguistic guessing game. Dans H. Singer & R. B. Rudell (dir.), *Theoretical models and processes of reading* (p. 497-508). Newark: International Reading Association.

- Gough, P. B., Hoover, W. A. et Peterson, C. L. (1996). Some observations on a Simple view of reading. Dans C. Cornoldi & J. V. Oakhill (dir.), *Reading comprehension and difficulties: Processes and intervention* (p. 1-14). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gough, P. B. et Tunmer, W. E. (1986). Decoding, reading, and reading disability. *Remedial and special education*, 7(1), 6-10.
- Graesser, A. C., Singer, M. et Trabasso, T. (1994). Constructing inferences during narrative text comprehension. *Psychological Review*, 101(3), 371.
- Graesser, A. C. et Zwaan, R. A. (1995). Inference generation and the construction of situation models. *Discourse comprehension: Essays in honor of Walter Kintsch*, 117-139.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307. doi: 10.1016/s0959-4752(97)00006-6
- Hacker, D. J. (1997). Comprehension monitoring of written discourse across early-to-middle adolescence. *Reading and Writing*, 9(3), 207-240.
- Happé, F. G. E. (1994). An advanced test of theory of mind: Understanding of story characters' thoughts and feelings by able autistic, mentally handicapped, and normal children and adults. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 24(2), 129-154.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. et Monk, C. A. (1995a). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18-32. doi: 10.1037/0022-0663.87.1.18
- Hemforth, B. et Konieczny, L. (2006). Language processing: construction of mental models or more? *Advances in Psychology*, 138, 189-204.
- Hite, S. (2009). *Improving Problem Solving by Improving Reading Skills*. (University of Nebraska-Lincoln, Grant, Nebraska). Repéré à <http://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1016&context=mathmidsummative&sei-redir=1#search=Improving+Problem+Solving+by+Improving+Reading+Skills>
- Hoover, W. A. et Gough, P. B. (1990). The simple view of reading. *Reading and Writing*, 2(2), 127-160.
- Houdement, C. et Paris, D. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, 71, 7-23.
- Howell, D. C., Yzerbyt, V., Bestgen, Y. et Rogier, M. (2008). *Méthodes statistiques en sciences humaines*. Bruxelles: De Boeck Supérieur.
- Hudson, T. (2007). *Teaching second language reading*. Oxford University Press Oxford.
- Irwin, J. (1986). *Teaching reading comprehension processes*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall
- Irwin, J. W. (1991). *Teaching reading comprehension processes*. Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge: Harvard University Press.
- Johnstone, C. J., Bottsford-Miller, N. A. et Thompson, S. J. (2006). Using the Think Aloud Method (Cognitive Labs) to Evaluate Test Design for Students with Disabilities and English Language Learners. Technical Report 44. *National Center on Educational Outcomes, University of Minnesota*.
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques: un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes: Presses universitaires de Rennes.

- Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes? *Grand N n*, 69.
- Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: A construction-integration model. *Psychological review*, 95(2), 163-182.
- Kintsch, W. (1993). Information accretion and reduction in text processing: Inferences. *Discourse Processes*, 16(1-2), 193-202.
- Kintsch, W. et Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129. doi: 10.1037/0033-295x.92.1.109
- Kintsch, W. et van Dijk, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review*, 85(5), 363-394. doi: 10.1037/0033-295x.85.5.363
- Kirby, J. R. et Savage, R. S. (2008). Can the simple view deal with the complexities of reading? *Literacy*, 42(2), 75-82.
- Knighton, T., Brochu, P. et Gluszynski, T. (2010). *À la hauteur : Résultats canadiens de l'étude PISA de l'OCDE*. Ottawa. Repéré à <http://www.statcan.gc.ca/pub/81-590-x/81-590-x2010001-fra.pdf>
- Labrosse, P. (2005). *L'évaluation de la compétence à résoudre des problèmes en mathématiques: vers des problèmes favorisant le raisonnement* Communication présentée Colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec Montréal. Repéré à [http://www.math.uqam.ca/~tanguay\\_d/Pdf%20des%20articles/Actes\\_GDM\\_2005.pdf](http://www.math.uqam.ca/~tanguay_d/Pdf%20des%20articles/Actes_GDM_2005.pdf)
- Lavigne, J. (2008). *Les mécanismes d'inférence en lecture chez les élèves de sixième année du primaire*. (Université Laval, Québec). Repéré à <http://www.theses.ulaval.ca/2008/25247/>
- Le Sourn-Bissaoui, S., Caillies, S., Gierski, F. et Motte, J. (2009). Inference processing in adolescents with Asperger syndrome: Relationship with theory of mind abilities. *Research in Autism Spectrum Disorders*, 3(3), 797-808.
- Lemaire, P. (1999). *Psychologie cognitive*. De Boeck Supérieur.
- Lewis, A. B. et Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79(4), 363-371. doi: 10.1037/0022-0663.79.4.363
- Llinares, S. et Roig, A. (2008). Secondary School Students' Construction and Use of Mathematical Models in Solving Word Problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(3), 505-532. doi: 10.1007/s10763-006-9055-6
- Long, D. L. et Golding, J. M. (1993). Superordinate goal inferences: Are they automatically generated during comprehension? *Discourse Processes*, 16(1-2), 55-73.
- Magliano, J. P., Baggett, W. B., Johnson, B. K. et Graesser, A. C. (1993). The time course of generating causal antecedent and causal consequence inferences. *Discourse Processes*, 16(1-2), 35-53.
- Magliano, J. P. et Graesser, A. C. (1991). A three-pronged method for studying inference generation in literary text. *Poetics*, 20(3), 193-232.
- Magliano, J. P., Trabasso, T. et Graesser, A. C. (1999). Strategic processing during comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 615-629. doi: 10.1037/0022-0663.91.4.615

- Malefoasi, A. (2010). *Exploring the role that language plays in solving mathematical word problems for the Solomon Islands secondary school students*. (University of Waikato, Hamilton, New Zealand). Repéré à <http://researchcommons.waikato.ac.nz/handle/10289/4992>
- Marchand, P. et Bednarz, N. (1999). L'Enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ*, 39(4), 30-42.
- Martins, D. et Le Bouédec, B. (1998). La production d'inférences lors de la compréhension de textes chez des adultes : une analyse de la littérature. *L'année psychologique*, 511-543.
- Mayer, R. E., Bovenmyer Lewis, A. et Hegarty, M. (1992). Mathematical misunderstandings: qualitative reasoning about quantitative problems. Dans J. I. D. Campbell (dir.), *The Nature and origins of mathematical skills* (p. 137-154). Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- Mayer, R. E. et Hegarty, M. (1996). The Process of understanding mathematical problems. Dans R. J. Sternberg, Ben-Zeev, Talia (dir.), *The nature of mathematical thinking* (p. 29-54). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc. .
- McKoon, G. et Ratcliff, R. (1992). Inference during reading. *Psychological Review*, 99(3), 440.
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec (2006). *Programme de formation de l'école québécoise: enseignement secondaire premier cycle*. Québec. Repéré à [http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme\\_de\\_formation/secondaire/pdf/prform2004/prfrmsec1ercyclev3.pdf](http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/pdf/prform2004/prfrmsec1ercyclev3.pdf)
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec (2007). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, deuxième cycle*. Québec: Gouvernement du Québec. Repéré à <http://www.mels.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire2/index.asp>
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec (2009). *Coup de pouce à la réussite! Des pistes d'action pour la persévérance et la réussite scolaires au secondaire*. Québec: Gouvernement du Québec.
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec (2011). *Prototype d'épreuve. Guide d'administration et de correction. 4e secondaire, mathématique, compétence 1*. Québec: Gouvernement du Québec.
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec (2012). *La Lecture chez les élèves du secondaire. Action concertée pour le soutien à la recherche en lecture*. Québec: Gouvernement du Québec. Repéré à [http://www.mels.gouv.qc.ca/stat/recherche/lec\\_sec\\_fr.pdf](http://www.mels.gouv.qc.ca/stat/recherche/lec_sec_fr.pdf)
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport du Québec (2015). Alphabétisation - définition du domaine d'examen. Repéré le 23 septembre 2015 à <http://www.education.gouv.qc.ca/alphabetisation/definition-du-domaine-dexamen/>
- Ministère de l'Éducation du Québec (1991). *Programme transitoire mathématique 436 (064-436) (n° 2-550-15679-X)*. Québec: Gouvernement du Québec.
- Régime pédagogique de l'éducation préscolaire, de l'enseignement primaire et de l'enseignement secondaire (2000). Québec: Gouvernement du Québec.
- Moreau, S. et Coquin-Viennot, D. (2003). Highlighting the role of the episodic situation model in the solving of arithmetical problems. *European Journal of Psychology of Education*, 18(3), 267-279. doi: 10.1007/bf03173248

- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. et Arora, A. (2012). TIMSS 2011 international results in mathematics. Chestnut Hill, MA: Lynch School of Education, Boston College.
- Nathan, M. J., Kintsch, W. et Young, E. (1992). A Theory of Algebra-Word-Problem Comprehension and Its Implications for the Design of Learning Environments. *Cognition and Instruction*, 9(4), 329-389. doi: 10.1207/s1532690xci0904\_2
- Oakhill, J. V., Cain, K. et Bryant, P. E. (2003). The dissociation of word reading and text comprehension: Evidence from component skills. *Language and Cognitive Processes*, 18(4), 443-468. doi: 10.1080/01690960344000008
- OCDE. (2010). PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do. Student Performance in Reading, Mathematics and Science. Volume I. *OECD Publishing*.
- Orrantia, J., Tarín, J. et Vicente, S. (2011). The use of situational information in word problem solving. *Infancia y Aprendizaje*, 34(1), 81-94.
- Ouellette, G. et Beers, A. (2010). A not-so-simple view of reading: how oral vocabulary and visual-word recognition complicate the story. *Reading and Writing*, 23(2), 189-208. doi: 10.1007/s11145-008-9159-1
- Ozonoff, S. et Miller, J. N. (1996). An exploration of right-hemisphere contributions to the pragmatic impairments of autism. *Brain and Language*, 52(3), 411-434.
- Pape, S. J. (2004). Middle School Children's Problem-Solving Behavior: A Cognitive Analysis from a Reading Comprehension Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education* 35(3), 187-219.
- Pape, S. J. et Wang, C. (2003). Middle school children's strategic behavior: Classification and relation to academic achievement and mathematical problem solving. *Instructional Science*, 31(6), 419-449.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1954). *Patterns of plausible inference*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Porcheron, J.-L. (1998). *Production d'inférences dans la résolution de problèmes additifs*. (Université de Paris VIII, Paris).
- Potts, G. R., Keenan, J. M. et Golding, J. M. (1988). Assessing the occurrence of elaborative inferences: Lexical decision versus naming. *Journal of Memory and Language*, 27(4), 399-415.
- Radford, L. (1996a). La résolution de problèmes dans la classe de mathématiques. *Revue du Nouvel Ontario*, 18, 11-34.
- Radford, L. (1996b). La résolution de problèmes: comprendre puis résoudre. *Bulletin AMQ*, 36(3), 19-30.
- Raven, J. (2005). *Progressive Matrices de Raven*. Paris: ECPA.
- Reeff, J.-P., Zabal, A. et Klieme, E. (2005). *Cadre conceptuel pour la résolution de problèmes – EIACA (chapitre 6)*. Repéré à <http://dsp-psd.tpsgc.gc.ca/Collection/CS89-552-13F.pdf#page=205>
- René de Cotret, S. (2000). *Problématique à propos de la mise en équation de problèmes écrits*. Communication présentée Neuvième Séminaire Franco-Italien de Didactique de l'Algèbre (SFIDA), Nice.
- René de Cotret, S. (2007). *Un programme double : « Bouchons les trous » un environnement informatisé pour le travail de mise en équations algébriques et Esquisse d'une didactique du sens commun*. Communication présentée Séminaire national de didactique des mathématiques 2006.

- Reusser, K. (1988). Problem solving beyond the logic of things: contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science*, 17(4), 309-338. doi: 10.1007/bf00056219
- Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. Dans H. Mandl, E. De Corte, S. N. Bennett & H. F. Friedrich (dir.), *Learning & instruction: European research in an international context* (Vol. 2, p. 477-498). Oxford, Angleterre: Pergamon Press.
- Richard, P. R. (2004). L'inférence figurale: Un pas de raisonnement discursivo-graphique. *Educational Studies in Mathematics*, 57(2), 229-263.
- Riley, M. S. (1984). Development of children's problem-solving ability in arithmetic.
- Rossi, J. P. et Campion, N. (1999). Inférences et compréhension de texte. *L'année psychologique*, 493-527.
- Santos-Trigo, M. (1996). An exploration of strategies used by students to solve problems with multiple ways of solution. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15(3), 263-284. doi: 10.1016/s0732-3123(96)90006-1
- Schleppegrell, M. J. (2007). The Linguistic Challenges of Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 139-159. doi: 10.1080/10573560601158461
- Schmitt, N., Jiang, X. et Grabe, W. (2011). The percentage of words known in a text and reading comprehension. *The Modern Language Journal*, 95(1), 26-43.
- Sierpińska, A. (1995). *La Compréhension en mathématiques*. Mont-Royal, QC: Modulo.
- Singer, M. (1994). Discourse inference processes. Dans M. A. Gernsbacher (dir.), *Handbook of Psycholinguistics* (Vol. XXII, p. 479-515). San Diego, CA: Academic Press.
- Smith, F. (2012). *Understandign reading*. New York: Routledge.
- Sovik, N., Frostrad, P. et Heggberget, M. (1999). The Relation between Reading Comprehension and Task-specific Strategies used in Arithmetical Word Problems. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 43(4), 371-398. doi: 10.1080/0031383990430403
- Sprenger-Charolles, L. (1989). L'apprentissage de la lecture et ses difficultés: approche psycho-linguistique. *Revue française de pédagogie*, 77-106.
- Stanovich, K. E. (1980). Toward an interactive-compensatory model of individual differences in the development of reading fluency. *Reading Research Quarterly*, 32-71.
- Thevenot, C. (2010). Arithmetic word problem solving: Evidence for the construction of a mental model. *Acta Psychologica*, 133(1), 90-95. doi: 10.1016/j.actpsy.2009.10.004
- Thurlow, R. et van den Broek, P. (1997). Automaticity and Inference Generation during Reading Comprehension. *Reading & Writing Quarterly*, 13(2), 165-181. doi: 10.1080/1057356970130205
- Tijus, C., Legros, D., Brissiaud, R., Richard, J.-F., Sander, E. et Léger, L. (2002). Propriétés des objets et résolution de problèmes mathématiques. *Revue française de pédagogie*(139), 97-105.
- Trabasso, T. et Magliano, J. P. (1996). Conscious understanding during comprehension. *Discourse Processes*, 21(3), 255-287.
- Trabasso, T. et Suh, S. (1993). Understanding text: Achieving explanatory coherence through on-line inferences and mental operations in working memory. *Discourse Processes*, 16(1-2), 3-34.

- UNESCO (2006). *Rapport mondial de suivi sur l'éducation pour tous*. Paris: UNESCO.  
Repéré à [http://www.unesco.org/education/GMR2006/full/chap6\\_fr.pdf](http://www.unesco.org/education/GMR2006/full/chap6_fr.pdf)
- van den Broek, P. (1990). The causal inference maker: Towards a process model of inference generation in text comprehension. Dans D. A. Balota, G. B. Flores d'Arcais & K. Rayner (dir.), *Comprehension processes in reading*. (p. 423-445): Hillsdale, NJ, England: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- van den Broek, P. (1994). Comprehension and memory of narrative texts: Inferences and coherence. Dans M. A. Gernsbacher (dir.), *Handbook of psycholinguistics*. (p. 539-588): San Diego, CA, US: Academic Press.
- van den Broek, P., Fletcher, C. R. et Risdén, K. (1993). Investigations of inferential processes in reading: A theoretical and methodological integration. *Discourse Processes*, 16(1&2), 169-180. doi: 10.1080/01638539309544835
- van den Broek, P., Virtue, S., Everson, M. G., Tzeng, Y. et Sung, Y.-c. (2002). Comprehension and memory of science texts: Inferential processes and the construction of a mental representation. Dans J. Otero, J. A. León & A. C. Graesser (dir.), *The psychology of science text comprehension* (p. 131). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Van Dijk, T. A. et Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. Academic Press New York.
- Van Grunderbeeck, N. (1993). Du transfert des connaissances en lecture. *Québec français*(88), 36-39.
- Vergnaud, G. et Durand, C. (1976). Structures additives et complexité psychogénétique. *Revue française de pédagogie*, 28-43.
- Vermersch, P. (2004). Aide à l'explicitation et retour réflexif. *Éducation permanente*(160), 71-80.
- Vermersch, P. (2006). *L'entretien d'explicitation*. (5<sup>e</sup> éd.). Issy-les-Moulineaux: ESF Éditeur.
- Verschaffel, L., Greer, B. et De Corte, E. (2002). Everyday Knowledge and Mathematical Modeling of School Word Problems. Dans K. P. K.P Gravemeijer, R. Lehrer, H. J. van Oers & L. Verschaffel (dir.), *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education* (p. 257-276). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Vial, J. (1995). *Histoire de l'éducation*. Presses universitaires de France.
- Vicente, S., Orrantia, J. et Verschaffel, L. (2007). Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. *The British journal of educational psychology*, 77(Pt), 829-848.
- Vicente, S., Orrantia, J. et Verschaffel, L. (2008). Influence of situational and mathematical information on situationally difficult word problems. *Studia psychologica*, 50(4), 337-356.
- Voyer, D. (2006). *L'influence de facteurs liés à l'élève ou à l'énoncé sur la compréhension de problèmes écrits d'arithmétique*. (Université Laval, Québec). Repéré à [www.theses.ulaval.ca/2006/23719/23719.pdf](http://www.theses.ulaval.ca/2006/23719/23719.pdf)
- Voyer, D. (2011). Performance in Mathematical Problem Solving as a Function of Comprehension and Arithmetic Skills. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(5), 1073-1092. doi: 10.1007/s10763-010-9239-y

- Voyer, D., Beaudoin, I. et Goulet, M.-P. (2012). De la lecture à la résolution de problèmes: des habiletés spécifiques à développer. *Revue canadienne de l'éducation*, 35(2), 401-421.
- Walkington, C., Sherman, M. et Petrosino, A. (2012). "Playing the game" of story problems: Coordinating situation-based reasoning with algebraic representation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(2), 174-195. doi: 10.1016/j.jmathb.2011.12.009
- Whitney, P. et Williams-Whitney, D. (1990). Toward A Contextualist View of Elaborative Inferences. Dans C. G. Arthur & H. B. Gordon (dir.), *Psychology of Learning and Motivation* (Vol. Volume 25, p. 279-293): Academic Press.
- Zwaan, R. A. (1993). *Aspects of literary comprehension: a cognitive approach*. Amsterdam: John Benjamins Publishing Co.
- Zwaan, R. A. et Rapp, D. N. (2006). Discourse comprehension. Dans M. J. Traxler & M. A. Gernsbacher (dir.), *Handbook of psycholinguistics* (p. 725-764). Boston: Elsevier / Academic Press.

## **Annexes**

---

Annexe 1 : Épreuve d'habiletés procédurales en mathématiques

Annexe 2 : Épreuve d'habiletés inférentielles

Annexe 3 : Provenance des textes utilisés dans l'épreuve d'habiletés inférentielles

Annexe 4 : Épreuve de résolution de problèmes mathématiques

Annexe 5 : Analyse des problèmes mathématiques retenus

Annexe 6 : Exemple de cotes pour les démarches de résolution

Annexe 7 : Exemple de cotes pour les types de stratégies de résolution utilisées

Annexe 8 : Certificat d'éthique



## Annexe 1 : Épreuve d'habiletés procédurales en mathématiques

---

### Consignes :

- Réponds aux questions **dans l'ordre**.
- Laisse des traces de ta démarche.
- Si tu bloques sur une question, tu peux passer à la suivante.
- L'utilisation de la calculatrice est interdite.
- Lorsque tu as terminé, indique l'heure à laquelle tu finis dans l'espace prévu.

1.  $100\,000 - 43\,000 =$  (Scientifiques<sup>31</sup>)

2.  $0,2 \times 250 =$  (Feuilles)

3.  $3252 \div 6$  (Pommes, Timbres)

4. Résous les équations suivantes :

a.  $8x + 15 = 47$  (Timbres)

b.  $x + \frac{1}{3}x = 1,2$  (Argent)

Heure de fin : \_\_\_\_\_

---

<sup>31</sup> Nous avons mis entre parenthèses, à la fin de chaque question, le problème auquel cette question fait référence afin de faciliter la tâche du lecteur. Évidemment, ces références n'apparaissent pas dans le document remis aux élèves.

**Consignes :**

- Répondez à toutes les questions.
- Choisissez une seule réponse par question.
- Parfois, plusieurs réponses peuvent être bonnes. Choisissez celle qui vous semble la meilleure.
- Les textes qui sont liés sont placés sur la même page. Il n'y a pas de lien entre les textes placés sur des pages différentes<sup>32</sup>.
- Répondez aux questions dans l'ordre, sans lire la question suivante avant d'avoir répondu à celle qui précède.

1. Ventes de musique: merci à Adele et au web.

Ce titre d'article signifie que :

- a. Adele achète beaucoup de musique et fait augmenter les ventes de musique.
- b. Le piratage de musique sur internet fait augmenter les ventes de musique.
- c. Le partage de la musique d'Adele sur internet fait augmenter les ventes de musique.
- d. Les achats des chansons d'Adele et les achats par internet font augmenter les ventes de musique.

2. Le chien sauveteur reçoit une formation complète, tout comme son maître. Des restes de repas sont placés devant Elliott, qui n'a pas le droit d'y toucher.

Les chiens sont entraînés à résister aux tentations afin de :

- a. Ne pas manger les indices potentiels sur une scène de crime.
- b. Rester concentrés sur leur mission de retrouver les personnes disparues.
- c. Obtenir une plus grosse récompense à la fin de leur entraînement.
- d. Ne pas devenir obèses.

---

<sup>32</sup> Dans la version remise aux participants, ces sauts de page ont été intégrés entre tous les textes dont la référence bibliographique n'est pas la même. Les sources des textes utilisés se retrouvent à la page xxiv.

3. Dubitatif à l'endroit de la couverture médiatique de l'affaire Villanueva, Magnus Isacson a voulu faire un film qui montrerait Montréal-Nord sous son vrai jour. Il en résulte un portrait d'individus qui survivent comme ils le peuvent. Un film très réaliste qui fait contraste avec les images guerrières d'émeutes et de gangs de rue qui plombent les ailes d'un quartier surtout peuplé de travailleurs à faibles revenus.

« Montréal-Nord, c'est un quartier comme un autre. Sauf que ses jeunes sont confrontés à des questions plus difficiles. Les organismes communautaires y sont hyper présents, les gens se connaissent, se parlent, il y a un vrai esprit de communauté. Et c'est l'un des quartiers les plus multiethniques de Montréal », témoigne Franck Le Coroller, qui a assisté Magnus Isacson à la réalisation. »

Le titre de ce film pourrait être :

- a. Montréal-Nord : la vie dans un gang de rue
  - b. Montréal-Nord : le quartier avec des ailes
  - c. Montréal-Nord : l'esprit de communauté
  - d. Montréal-Nord : l'affaire Villanueva et les médias
4. Selon l'extrait précédent, les jeunes de Montréal-Nord :
- a. ont accès à plusieurs ressources communautaires
  - b. sont majoritairement engagés dans les gangs de rue
  - c. sont majoritairement issus d'une même communauté ethnique
  - d. ont de la difficulté à survivre
5. Il est là. Coincé comme un rat. Mais le travail ne fait que commencer : il faut le faire parler. Pour l'incriminer ou le disculper.
- De qui parle-t-on?
- a. D'une victime
  - b. D'un témoin
  - c. D'un suspect
  - d. D'un détective
6. On pouvait s'y attendre et le 'drame' s'est produit : le Musée des beaux-arts du Canada est à nouveau l'objet de nombreux jugements noirs et blancs pour l'annonce de l'achat, à fort prix, d'une toile abstraite et bicolore.
- Cela signifie que :
- a. L'achat de cette toile a provoqué une controverse surprenante
  - b. Les réactions à l'achat de cette toile en noir et blanc ont été très négatives.
  - c. Les réactions à l'achat de cette toile sont peu nuancées, mais cela était prévisible.
  - d. Le fait qu'il s'agisse d'une toile abstraite a suscité des réactions violentes.

7. En France, on ne consomme pas d'insectes, de renards, de chats, de chiens ni de rats, alors qu'en Chine, le filet de rat se vend au prix du meilleur poulet et le chien se consomme grillé. En revanche, les Français se régalaient de toutes sortes d'aliments qui causent du dégoût dans d'autres cultures : la viande de cheval, les escargots, les grenouilles, les huîtres, les tripes d'animaux, la tête de veau, la cervelle d'agneau.

Dans ce texte, l'auteur veut surtout montrer que :

- a. Les aliments appréciés en Chine et en France sont dégoûtants.
  - b. La gastronomie française est supérieure aux autres, qui ne savent pas l'apprécier.
  - c. Le prix du filet de rat en Chine est comparable à celui du meilleur poulet en France.
  - d. Il y a dans toutes les cultures des aliments qui sont dégoûtants pour d'autres.
8. Faites le test : placez sur le trottoir devant chez vous n'importe quel objet dont vous n'avez plus besoin : un bout de tuyau, des jouets, des meubles, des vêtements. Combien de temps faudra-t-il avant qu'il disparaisse? Peu, très peu de temps. Toute une faune urbaine est à l'affût de vos moindres rebuts.

L'auteure utilise cet exemple pour montrer que :

- a. Il est facile de se faire voler en ville.
  - b. Les objets peuvent toujours servir à quelqu'un.
  - c. Il vaut mieux ne pas garder ce dont on n'a plus besoin.
  - d. Le ramassage des ordures est très efficace.
9. Dans l'extrait précédent, l'expression « une faune urbaine » fait référence :
- a. Aux animaux sauvages qui se nourrissent dans les poubelles;
  - b. Aux animaux domestiques qui circulent en ville;
  - c. Aux gens dangereux qui circulent en ville;
  - d. Aux gens qui sont avides de ramasser toute sorte d'objets utiles.

10. Le 10 septembre 1939, le Canada déclare la guerre à l'Allemagne. Le Québec sera relativement épargné si on excepte les milliers de morts, les restrictions et le remous causé par le plébiscite de 1942.

Cela signifie que :

- a. Le Québec a beaucoup souffert de la guerre.
- b. Le Québec a été tout aussi touché que le reste du Canada par cette guerre.
- c. Le Québec n'a subi presque aucune conséquence négative de cette guerre.
- d. Le Québec a été moins touché que le reste du Canada par cette guerre.

11. Voici la suite de l'extrait précédent :

Au terme de ce deuxième conflit mondial, l'infrastructure industrielle aura été renforcée. Les débuts, même timides, de la syndicalisation, auront entraîné l'amélioration des conditions de travail et de vie des travailleurs québécois. Les femmes auront fait une entrée massive sur le marché du travail. Elles auront obtenu le droit de vote en 1940.

Selon l'auteur, la principale conséquence de la guerre mondiale pour le Québec est :

- a. De meilleures conditions de vie pour une majorité de Québécois.
- b. L'amélioration du sort des femmes.
- c. De meilleures conditions de travail.
- d. Les nombreux soldats morts au combat.

12. Le traversier qui reliait Marseille à la Corse a coulé hier, faisant un grand nombre de victimes. Suite au naufrage de ce bateau prévu pour 700 passagers, on dénombre déjà plus de 900 victimes et on ne compte hélas que 15 survivants.

Quelle est la suite la plus plausible de cet article?

- a. La tempête et le fait que certains passagers fumaient à bord sont mis en cause pour expliquer cette tragédie.
- b. Le calme de la mer, en lien avec les intempéries, explique probablement ce naufrage.
- c. Ce naufrage s'explique probablement par la tempête et la surcharge évidente du traversier.
- d. Étant donnée la surcharge du bateau, la thèse de l'attentat est la première hypothèse retenue pour expliquer ce naufrage.

13. La violence verbale ou physique au sein des établissements scolaires a longtemps été présentée comme propre aux États-Unis. Ce phénomène, pourtant, se développe considérablement dans les pays riches, obligeant les gouvernements à prendre différentes mesures.

Quelle mesure, parmi les suivantes, aurait pu être adoptée par certains pays?

- a. Une peine d'un mois d'emprisonnement est prévue dans le cas de violence envers un enseignant.
- b. Les élèves indisciplinés passeront devant un conseil de discipline présidé par le ministre de la sécurité publique.
- c. Chaque enseignant sera doté d'un gilet pare-balles et d'un revolver pour faire régner l'ordre dans sa classe.
- d. Les élèves et les enseignants doivent suivre des ateliers de résolution de conflits.

14. Durant quatre siècles, on a tenté de se faufiler à travers les îles et les glaces afin de raccourcir les distances du globe. Des dizaines d'équipages et de capitaines courageux se sont perdus dans ces dédales étincelants, se sont fait tuer par les ours ou la solitude.

L'idée principale de cet extrait est que :

- a. Plusieurs explorateurs ont tenté de trouver des passages plus courts entre les continents.
- b. La majorité de ces explorateurs sont morts.
- c. Il y a longtemps que les humains veulent diminuer les distances à parcourir.
- d. Les îles et les glaces étincellent à cause du soleil qui se reflète sur la neige.

15. Aujourd'hui, les pôles sont menacés. Non pas les pôles eux-mêmes, puisqu'il n'est pas facile de supprimer ce qui n'existe pas, mais les paysages blancs dont ils constituent le centre.

Cela signifie que :

- a. Il n'y aura bientôt plus de pôle Nord et de pôle Sud.
- b. Il y aura encore un pôle Nord et un pôle Sud, mais ils ne seront plus situés au même endroit à cause des changements d'axe de la terre.
- c. Les glaces qui se trouvent au pôle Nord et au pôle Sud risquent de disparaître à cause des changements climatiques.
- d. Les pôles risquent d'être salis et de ne plus être de beaux paysages blancs à cause de la pollution.

16. Alléchés par la chaleur, les pays qui bordent les pôles, celui du nord surtout (le Canada, la Russie, les Etats-Unis, la Norvège et le Danemark), s'approprient à empocher les énormes richesses minérales et pétrolières que la débâcle des banquises va mettre à leur disposition. On dirait un conte de fées ou d'épouvante.

Ces pays :

- a. Considèrent la débâcle des banquises comme une histoire d'horreur.
- b. Veulent s'enrichir en ayant un territoire plus grand.
- c. Ne croient pas que la fonte des glaces leur permettra de creuser d'atteindre les richesses minérales du pôle Nord.
- d. Veulent profiter de la fonte des glaces pour exploiter le pétrole.

17. Les symptômes de la fièvre du hockey sont nombreux. Par chance, ils sont également puissants, ce qui facilite le diagnostic. Sur le plan physique, la fièvre du hockey peut se manifester par l'apparition sur le corps de la victime de tatouages tricolores. En séries éliminatoires, le malade peut aussi développer une barbe abondante. Enfin, dans des cas extrêmes, le mal peut causer la perte totale des cheveux.

Dans ce texte, l'auteur décrit :

- a. Un phénomène réel tel qu'il a été observé.
- b. Un phénomène inventé de toutes pièces.
- c. Un phénomène réel en des termes imagés, humoristiques.
- d. Un phénomène inventé mais qui pourrait un jour devenir réel.

18. Le chercheur reconnaît que les défenseurs des animaux jouent un rôle utile lorsqu'ils dénoncent des pratiques inacceptables et il tient à les en remercier. Mais de là à accorder aux animaux les mêmes droits qu'à l'être humain, il y a un abîme qu'il n'est pas près de franchir. Dans la nature, ce sont l'équilibre et la santé du troupeau qui comptent et non la santé de l'individu, déclare Jean-Pierre Vaillancourt. La nature ne se préoccupe pas du droit de l'individu et personne ne critique, par exemple, le comportement du lion qui dévore la gazelle.

Selon ce chercheur, les droits des animaux doivent être différents de ceux des humains parce que :

- a. On ne peut pas parler, pour les animaux, de droits collectifs, il faut se limiter aux droits des individus.
- b. Les défenseurs des animaux dénoncent les pratiques inacceptables.
- c. Les droits des animaux doivent être basés sur ce qui se passe dans la nature.
- d. Il faut défendre les droits des proies contre leurs prédateurs.

19. Pas facile de trouver le sommeil lorsque des punaises de lit cachées dans votre matelas sortent durant la nuit pour se nourrir de votre sang. Insomnie, anxiété et symptômes dépressifs ont été observés pendant une étude menée par deux spécialistes de la santé publique, les Drs Stéphane Perron et Stephanie Rebecca Susser. Se nourrissant de sang humain, la punaise de lit se déplace en marchant et n'aime pas la lumière. Pendant le jour, elle se cache surtout près des coutures des matelas et des sommiers. Les piqûres qu'elle inflige sur les bras et les jambes sont semblables à celles des moustiques.

Selon ce texte, les punaises de lit sont nuisibles parce que :

- a. Les punaises de lit causent des taches près des coutures des matelas.
- b. Les punaises de lit causent des piqûres excessivement douloureuses.
- c. Les punaises de lit sont porteuses de maladies mortelles.
- d. Les punaises de lit ont des conséquences à la fois physiques et psychologiques.

20. Depuis la crête du volcan Nyiragongo, autour du cratère fumant, des touristes admirent le chaudron de lave en ébullition en contrebas. Dans l'est ravagé par la guerre de la République démocratique du Congo (RDC), le Parc national des Virunga redevient, contre toute attente, une destination touristique. Jalonné de collines verdoyantes couvertes de forêts noyées dans la brume, le plus ancien parc national d'Afrique, ouvert en 1925, abrite aussi une biodiversité exceptionnelle, dont le quart de la population survivante des gorilles de montagne, espèce gravement menacée.

Le Parc des Virunga :

- a. A toujours été boudé par les touristes parce qu'il y a trop de brume.
- b. Était populaire auprès des touristes, mais a été abandonné à cause de la menace pesant sur les gorilles de montagne.
- c. A été délaissé par les touristes à cause de la guerre en République démocratique du Congo.
- d. Redevient populaire à cause de la lave en ébullition que les touristes peuvent y voir.

21. Outre les problèmes cardiovasculaires, la consommation de ces comprimés entraîne des réactions allergiques graves, des vomissements et des nausées liés à leur composition très variée (vitamines, minéraux, acides aminés, produits à base de plantes).

De quel type de comprimés est-il question dans cet extrait?

- a. De médicaments contre le cancer
- b. De multivitamines
- c. De produits pour perdre du poids
- d. De médicaments pour prévenir les problèmes cardiovasculaires

22. Et puis, ne donne pas ses organes qui veut! Première condition : être en état de mort cérébrale, alors que notre cerveau ne fonctionne plus, mais que notre cœur bat toujours. Or, cette «manière de mourir» ne représente que 1% à 2% des décès. Il s'agit la plupart du temps de victimes de traumatismes fulgurants (accidents de la route, du travail ou accidents vasculaires cérébraux). Fort heureusement, ces morts violentes sont de plus en plus rares, notamment parce que les campagnes de sécurité routière ont fait chuter le nombre d'accidents. Il y a un autre «problème» avec la mort cérébrale : elle va à l'encontre de notre conception habituelle de la grande faucheuse. Pendant longtemps, c'est l'arrêt du cœur qui signait notre arrêt de mort. Une mort claire, évidente, dont les manifestations ont été reproduites ad nauseam dans les tableaux de maîtres, les films de guerre, les séries télévisées. La respiration s'arrête, le regard devient vitreux, la peau pâlit, le corps se refroidit, puis durcit.

Les dons d'organe sont rares, entre autres parce que :

- a. On peut prélever les organes seulement sur les accidentés de la route.
- b. La mort cérébrale est assez difficile à reconnaître.
- c. Peu de gens meurent d'une mort cérébrale.
- d. Il faut attendre que le cœur arrête pour déclarer la mort de la personne.

23. Utiliser les Pokémons pour expliquer Darwin ou Stromae pour vulgariser la perspective: le virus de la science a infiltré YouTube, la filiale de Google plus connue pour ses vidéos d'humour et de musique.

L'idée principale de cet extrait est que :

- a. Youtube sert à faire connaître toute sorte de personnages, de Darwin aux Pokémons en passant par Stromae.
- b. Youtube est surtout connu pour ses vidéos drôles et pour les clips musicaux
- c. Youtube sert maintenant à expliquer des phénomènes scientifiques
- d. Youtube est vulnérable aux virus produits par la science

24. Dans un contexte économique difficile, le budget alloué à Viva Elvis a fondu : «En général, on dépense quelque chose comme 5 millions \$ pour lancer un spectacle. Pour celui-là, on a investi moins d'un million de dollars. Ça montre à quel point les finances étaient serrées», résume M. Nadal, qui croit aussi que le Cirque a fait fausse route en cherchant le public cible de cette production. «Avec le recul, on s'est rendu compte que les fans d'Elvis étaient beaucoup plus âgés que ce qu'on avait anticipé, note-t-il. Il n'y a pas assez de ces spectateurs qui viennent à Vegas et encore moins dans ce complexe hôtelier.

Cet extrait dit que le spectacle Viva Elvis :

- a. A été un succès malgré le budget limité.
- b. A été un échec parce qu'on n'y a pas investi assez d'argent.
- c. A été un échec parce qu'on a mal cerné le public intéressé.
- d. A été un succès parce qu'il est installé à Las Vegas.

25. Six espèces de plantes procurent directement ou indirectement près de 80 % des calories ingérées par l'humain : le blé, le riz, le maïs, la pomme de terre, la patate douce et le manioc. On pourrait donc croire qu'il suffit de disposer d'une variété unique de ces légumes et céréales pour assurer la subsistance des populations.

Quelle pourrait être la phrase suivante de cet article?

- a. « Ainsi, en ne cultivant qu'une variété de chaque plante, on pourrait rendre l'agriculture plus performante et diminuer les problèmes de faim dans le monde. »
- b. « Cependant, la diversité des espèces est importante : il faut manger une plus grande variété de plantes pour que nos besoins en nutriments soient satisfaits. »
- c. « Or, il suffirait qu'une maladie ou un parasite inconnu atteigne cette espèce unique pour que l'on se retrouve face à une catastrophe alimentaire ayant des répercussions mondiales. »
- d. « Ainsi, puisque seules 20% des calories proviennent d'autres sources, on devrait diminuer la proportion des terres agricoles réservée à ces autres sources, notamment à l'élevage de bétail. »

26. « Il est ordinaire de trouver des écoliers qui n'ont aucune connaissance des règles de la langue française et qui en écrivant pèchent contre l'orthographe dans les points les plus essentiels. » C'est avec ces propos énoncés en 1689 par Nicolas Audry que Pascale Lefrançois a amorcé la conférence qu'elle a prononcée le 18 mars. « Comme vous le voyez, ce n'est pas d'hier qu'on s'inquiète de la qualité du français chez les jeunes... ni que des médecins se mêlent d'éducation! »

Pascale Lefrançois parle des médecins qui se mêlent d'éducation en référence :

- a. Au Ministre de l'éducation du Québec, qui est médecin.
- b. À Nicolas Audry, qui est médecin.
- c. Aux personnes à qui s'adresse la conférence, qui sont des médecins.
- d. Aux jeunes et aux écoliers qui veulent devenir médecins.

27. Près de 25 ans après que le ruban rouge est devenu le symbole de la sensibilisation au VIH/SIDA, un nombre incalculable d'organismes utilisent le ruban de toutes les couleurs pour publiciser leur cause. Le ruban rose contre le cancer du sein et le ruban blanc contre la violence sont devenus, dans les années 1990, des symboles connus internationalement. Mais au fil des ans, ces campagnes se sont multipliées, si bien qu'une couleur est parfois liée à plusieurs causes. Les rubans mauves, par exemple, représentent la maladie d'Alzheimer, la fibrose kystique, l'épilepsie, le lupus et les cancers du pancréas et de la glande thyroïde. L'auteure Sarah Moore, qui a publié *Ribbon Culture: Charity, Compassion and Public Awareness*, a réalisé que « le point de saturation » était atteint pour les rubans de sensibilisation.

Le ruban mauve est utilisé par plusieurs causes parce que :

- a. Le mauve est une couleur qui symbolise la générosité.
- b. Le mauve est utilisé par des causes qui se ressemblent et qui ont décidé de s'unir.
- c. Toutes les couleurs disponibles sont déjà utilisées.
- d. Les rubans rouges et blancs sont déjà utilisés par des causes plus anciennes.

28. Julie me fait gagner énormément de temps... J'ai également été surpris de voir à quel point elle est utile pour organiser des rendez-vous avec des personnes opérant sur des fuseaux horaires différents. Avant, cela me prenait des jours ; mais comme Julie travaille 24h/24, elle gère mes rendez-vous du lendemain pendant mon sommeil.

Qui est Julie?

- a. Une secrétaire très performante
- b. Une esclave utilisée comme secrétaire
- c. Un logiciel de gestion d'agenda
- d. Une employée travaillant de nuit

29. Une étoile mystérieuse située à environ 1500 années-lumière de la Terre dans notre galaxie, la Voie Lactée, agite la communauté astronomique ces derniers jours en raison des fortes fluctuations irrégulières de sa luminosité. Du jamais vu, selon des scientifiques. Certains vont même jusqu'à avancer du bout des lèvres l'idée d'une, improbable, structure artificielle géante déployée en orbite par une civilisation extra-terrestre. « Cette étrange étoile, appelée KIC 8462852, n'a pas une luminosité normale », reconnaît dans un courriel à l'AFP Steve Howell, responsable scientifique de la mission du télescope spatial Kepler de la NASA. Mais, insiste-t-il, « dire immédiatement qu'il s'agit d'extra-terrestres est tiré par les cheveux ».

Selon les scientifiques, KIC 8462852 est-elle une structure construite par les extraterrestres?

- a. C'est tout à fait possible : sa luminosité varie de façon trop irrégulière pour que ce soit naturel.
- b. C'est impossible, c'est probablement une étoile d'un genre inconnu.
- c. C'est très probablement une étoile, mais on ne peut pas être certains que ce n'est pas une construction extraterrestre.
- d. C'est possible : ce pourrait être une étoile artificielle construite par les extraterrestres et contrôlée à partir d'une structure en orbite.

30. Le bureau du criminologue Tony Brien, dans la station de police de la ville, est recouvert de documents agrafés que l'homme a minutieusement et rigoureusement organisés par petites sections devant lui. Données statistiques, nomenclature des crimes haineux sur une fiche plastifiée, rapports tapuscrits de constables détaillant quelques incidents... Ici, il est question d'un appel au meurtre contre les « islamistes » lancé par un Sherbrookoise ordinaire sur Facebook, capture d'écran à l'appui. Là, d'un néo-Québécois ayant attaqué à l'arme blanche un voisin ouvertement homosexuel, ou encore d'une tension ethnique entre deux peuples africains ayant échauffé les esprits de deux immigrants dans les rues de la ville québécoise. Tous ont été judiciairisés.

De quel type de crimes s'occupe Tony Brien?

- a. Des meurtres
- b. Des crimes visant les musulmans
- c. Des crimes haineux
- d. Des crimes judiciairisés

31. Pour l'aînée, la sédentarisation forcée de son peuple est en grande partie responsable des ravages dont on récolte encore les fruits des années plus tard. « On nous a toujours enseigné que tout ce dont nous avons besoin nous viendrait de la terre, explique-t-elle. Pourtant, dans les pensionnats [ces écoles où, pendant plus d'un siècle, des dizaines de milliers de jeunes autochtones ont été envoyés afin de les soustraire à leur culture], on nous punissait lorsque nous voulions manger ce qu'elle nous donnait. »

Qui parle ici?

- a. Une retraitée ayant enseigné dans un pensionnat
- b. Une autochtone âgée
- c. La plus âgée des enfants d'une famille qui ont étudié dans un pensionnat
- d. Un membre d'un peuple où on punit sévèrement les enfants

32. Les alterscientifiques livrent une science altérée et veulent surtout s'attirer la lumière des projecteurs sans avoir à se confronter, par les méthodes habituelles, à leurs pairs. Non, vous ne lirez pas leurs élucubrations climatosceptiques, créationnistes ou anti-einsteiniennes dans Nature, Science, Cell ou Québec Science, mais ils ont pourtant bel et bien un parcours de chercheurs.

Qui sont les alterscientifiques?

- a. Des scientifiques s'intéressant aux altermondialistes
- b. Des scientifiques qui veulent être célèbres
- c. Des chercheurs qui promeuvent des théories non-scientifiques
- d. Des chercheurs qui cherchent à contredire Einstein

- Q1. Côté, É. (2013, 8 janvier). Ventes de musique: merci à Adele et au web, *La Presse*. Repéré à <http://www.lapresse.ca/arts/musique/201301/08/01-4609342-ventes-de-musique-merci-a-adele-et-au-web.php>
- Q2. Vallet, S. (2013, 7 janvier). Des animaux au secours des sinistrés, *La Presse*. Repéré à [http://www.lapresse.ca/vivre/animaux/201301/07/01-4608870-des-animaux-au-secours-des-sinistres.php?utm\\_categorieinterne=traffidriviers&utm\\_contenuinterne=cycyberpres\\_B52\\_animaux\\_1769568\\_section\\_POS1](http://www.lapresse.ca/vivre/animaux/201301/07/01-4608870-des-animaux-au-secours-des-sinistres.php?utm_categorieinterne=traffidriviers&utm_contenuinterne=cycyberpres_B52_animaux_1769568_section_POS1)
- Q3. St-Jacques, S. (2012, 14 novembre). Magnus Isacsson : bons baisers de Montréal-Nord, *La Presse*. Repéré à <http://www.lapresse.ca/arts/et-cetera/201211/14/01-4593629-magnus-isacsson-bons-baisers-de-montreal-nord.php>
- Q5. Élie, M.-P. (2002). "La psychologie de l'aveu." *Québec Science* **40**(3): 20.
- Q6. Baillargeon, S. (1993). Le No 16 de Rothko relance le débat sur l'art contemporain. *Le Devoir*. Montréal.
- Q7. Carrière, J. C. (2000). Nous sommes ce que nous mangeons. *Le Nouvel Observateur* (Hors série no 38).
- Q8. Grammond, S. (2005, 26 juin). Une Fortune à la rue, *La Presse*, p. 1, cahier Affaires.
- Q10 et Q11. Rousselle, J. (2000). *Textes. Français quatrième secondaire*. Montréal: Éditions CEC, p.17.
- Q12 et Q13. Boutard, C., & Brouard, E. (2003). *300 exercices de compréhension d'inférences logiques et pragmatiques et de chaînes causales*. Isbergues, France: OrthoÉditions.
- Q14, Q15 et Q16. Lapouge, G. (2010). Fascination pour les pôles. *Le Monde diplomatique*, 14-15.
- Q17. Letendre, S. (2008). La Fièvre. *Présence magazine*, *17*(132), 30.
- Q18. Baril, D. (2013). À la défense de l'élevage industriel, *Forum*, *47*(16).
- Q19. Sauvé, M.-R. (2012). Punaises de lit: les effets sont aussi dans la tête, *Forum*, *47*(11).

- Q20. Martell, P. (2015, 26 août). Volcan et gorilles font revenir les touristes au parc congolais des Virunga, *La Presse*. Repéré à : [http://www.lapresse.ca/voyage/destinations/afrique/201508/26/01-4895521-volcan-et-gorilles-font-revenir-les-touristes-au-parc-congolais-des-virunga.php?utm\\_categorieinterne=traffidriviers&utm\\_contenuinterne=cyberpresse\\_B52\\_afrique\\_305\\_section\\_POS1](http://www.lapresse.ca/voyage/destinations/afrique/201508/26/01-4895521-volcan-et-gorilles-font-revenir-les-touristes-au-parc-congolais-des-virunga.php?utm_categorieinterne=traffidriviers&utm_contenuinterne=cyberpresse_B52_afrique_305_section_POS1)
- Q21. Agence France-Presse. (2015, 15 octobre) Les compléments alimentaires conduisent 20 000 Américains aux urgences, par an, *La Presse*. Repéré à : <http://www.lapresse.ca/sciences/medecine/201510/15/01-4910285-les-complements-alimentaires-conduisent-20-000-americains-aux-urgences-par-an.php>
- Q22. Millot, P. (2012). Organes recherchés. *Québec Science*, décembre 2012, 26-34.
- Q23. Coustal, L. (2015, 17 septembre). YouTube pour expliquer les sciences, *La Presse*. Repéré à : [http://techno.lapresse.ca/nouvelles/internet/201509/17/01-4901411-youtube-pour-expliquer-les-sciences.php?utm\\_categorieinterne=traffidriviers&utm\\_contenuinterne=cyberpresse\\_B13\\_b\\_en-vrac\\_523\\_section\\_POS4](http://techno.lapresse.ca/nouvelles/internet/201509/17/01-4901411-youtube-pour-expliquer-les-sciences.php?utm_categorieinterne=traffidriviers&utm_contenuinterne=cyberpresse_B13_b_en-vrac_523_section_POS4)
- Q24. Bouchard, G. (2015, 14 octobre). Le pari renouvelé du Cirque du Soleil, *Le Soleil*. Repéré à : [http://www.lapresse.ca/le-soleil/arts-et-spectacles/sur-scene/201510/13/01-4909501-le-pari-renouvele-du-cirque-du-soleil.php?utm\\_categorieinterne=traffidriviers&utm\\_contenuinterne=cyberpresse\\_B13b\\_spectacles-et-theatre\\_391\\_section\\_POS4](http://www.lapresse.ca/le-soleil/arts-et-spectacles/sur-scene/201510/13/01-4909501-le-pari-renouvele-du-cirque-du-soleil.php?utm_categorieinterne=traffidriviers&utm_contenuinterne=cyberpresse_B13b_spectacles-et-theatre_391_section_POS4)
- Q25. Nancy, D. (2015). Est-ce la fin des plantes médicinales?. *Forum*, 49 (30), 1-2.
- Q26. LaSalle, M. (2015). Les étudiants n'écrivent pas mieux qu'il y a 50 ans. *Forum*, 49 (26), 4.
- Q27. La Rose, L. (2015, 18 octobre) Y a-t-il trop de rubans de sensibilisation?. *La Presse*. Repéré à : <http://www.lapresse.ca/vivre/societe/201510/18/01-4911327-y-a-t-il-trop-de-rubans-de-sensibilisation.php>
- Q28. Nora, D. (2015, 20 octobre). Intelligence artificielle : "Je suis Julie Desk, votre assistante personnelle. Et virtuelle". *L'Obs économie*. Repéré à : <http://tempsreel.nouvelobs.com/economie/20151020.OBS7972/intelligence-artificielle-je-suis-julie-desk-votre-assistante-personnelle-et-virtuelle.html>
- Q29. Agence France-Presse. (2015, 19 octobre). Une étoile mystérieuse agite les astronomes. *La Presse*. Repéré à : <http://www.lapresse.ca/sciences/astronomie-et-espace/201510/19/01-4911638-une-etoile-mysterieuse-agite-les-astronomes.php>

Q30. Deglise, F. (2015, 22 août). Entre intégration et intolérance. *Le Devoir*, repéré à <http://www.ledevoir.com/societe/actualites-en-societe/448196/sherbrooke-multiculturel-entre-integration-et-intolerance>.

Q31. Ferraris, S.F.G. (2015, 16 mai). Le Nord du Québec a faim. *Le Devoir*. Repéré à <http://www.ledevoir.com/societe/actualites-en-societe/440254/insecurite-alimentaire-le-nord-du-quebec-a-faim>

Q32. Lemieux, R. (2013) Les alterscientifiques. *Québec Science*, mars 2013, (4).

**Consignes :**

- Résolvez de votre mieux les problèmes mathématiques suivants.
- Laissez le plus de traces possibles de votre démarche
- Si vous vous trompez ou que vous changez d'idée, **n'effacez pas** : faites un seul trait sur la partie que vous voulez enlever.
- Vous pouvez utiliser le verso des feuilles au besoin. Indiquez clairement quel problème vous faites.
- N'utilisez pas la calculatrice.

1. Les timbres<sup>34</sup>

Marie, Paul et Brenda ont ensemble une collection de 4500 timbres. Si Marie en a 6 fois plus que Paul et que Brenda en a 3 fois moins que Marie, quelle est la part de chacun?

2. Les scientifiques

On estime à 400 000 le nombre de scientifiques qui prennent part à des travaux de recherche militaire. Ce nombre représente 40 000 chercheurs de moins que la moitié de tous les chercheurs dans le monde. Combien y a-t-il de chercheurs sur notre planète?

3. Les feuilles

Un livre a 300 feuilles, chaque feuille a une épaisseur de 0,1mm et chacune des couvertures a une épaisseur de 3mm. Après combien de feuilles faut-il ouvrir le livre pour que la partie posée à gauche ait une épaisseur du double de celle posée à droite?

4. Les pommes<sup>35</sup>

Trois boîtes contenaient chacune le même nombre de pommes. Après avoir retiré 120 pommes, on s'aperçoit que dans chacune des boîtes, il reste respectivement 28, 25 et 16 pommes. Combien y en avait-il au début dans chacune des boîtes?

5. L'argent de Luc et de Michel<sup>36</sup>

Luc a 3\$ de moins que Michel. Luc double son avoir tandis que Michel augmente le sien de  $\frac{1}{2}$ . Maintenant, Luc a 1\$ de moins que Michel. Combien ont-ils chacun maintenant?

---

<sup>33</sup> Dans la version présentée aux élèves, chaque problème était présenté sur une page différente.

<sup>34</sup> L'origine des problèmes des timbres, des scientifiques et des feuilles est inconnue. Ils ont été fournis par René de Cotret.

<sup>35</sup> Labrosse (2005), p.188.

<sup>36</sup> Inspiré de Bednarz, Janvier, Mary et Lepage (1992).



Dans le tableau ci-dessous, pour chacun des problèmes, nous présentons les éléments suivants :

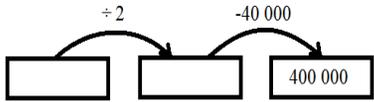
- L'énoncé, tel qu'il a été présenté aux participants.
- La nature connectée ou déconnectée du problème.
- Quelques-unes des inférences nécessaires à la résolution adéquate du problème.
- Une première « mise en équation », la plus proche possible du texte de l'énoncé, et qui respecte le sens de ce texte. Cette première « équation », tout en utilisant des symboles mathématiques, ne respecte pas les conventions de ce langage; il s'agit plutôt d'une première forme de transformation de l'énoncé que l'on peut utiliser comme étape intermédiaire pour arriver à une équation à proprement parler.
- Une première mise en équation, toujours la plus proche possible de l'énoncé, de chacune des relations nécessaires à la résolution du problème. Ces équations représentent le niveau local de résolution tel que nous le concevons pour l'analyse des stratégies de résolution utilisées par les élèves.
- Une équation globale, qui inclut et organise l'ensemble des relations du problème et dont la résolution mène à la solution du problème. Cette équation correspond au niveau global de résolution tel que nous le concevons pour l'analyse des stratégies de résolution utilisées par les élèves.
- Pour chacune de ces relations (locales et globales), un exemple de traduction directe.
- Pour chaque problème où cela est possible, un exemple de résolution arithmétique et un exemple de résolution algébrique et dans chaque cas, les savoirs mathématiques mobilisés pour résoudre ce problème.
- Le schéma du problème, selon le modèle présenté par Marchand et Bednarz (1999).

**Tableau 13. Analyse *a priori* des problèmes mathématiques retenus**

<p><b>Les timbres</b>                  Marie, Paul et Brenda ont ensemble une collection de 4500 timbres. Si Marie en a 6 fois plus que Paul et que Brenda en a 3 fois moins que Marie, quelle est la part de chacun?</p>				
<p><b>Connecté</b> <input type="checkbox"/>  <b>ou déconnecté</b> <input checked="" type="checkbox"/></p>	<p><b>Inférences nécessaires à la résolution</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Signification des relations « 6 fois plus » et « 3 fois moins ».</li> <li>• Selon le chemin de résolution choisi, inférer aussi que Brenda en a 2 fois plus que Paul.</li> </ul>		<p><b>Première mise en équation</b></p> $m + p + b = 4500$ $m = 6 \times p$ $b = 3 \times m$	<p><b>Schéma</b></p>
<p><b>Relations locales</b></p>	$m + p + b = 4500$ $m = 6p$ $b = \frac{m}{3}$	<p><b>Exemple de traduction directe</b></p> $m + p + b = 4500$ $m = 6p$ $b = -3 \times m$	<p><b>Résolution algébrique</b></p> $6p + p + \frac{6p}{3} = 4500$ $9p = 4500 \rightarrow p = 500$ $m = 6p = 3000$ $b = \frac{m}{3} = 1000$	<p><b>Résolution arithmétique</b></p> <p>En tout, il y a 9 parties (6 pour Marie, 1 pour Paul et <math>6 \div 3 = 2</math> pour Brenda).  <math>4500 \div 9 = 500</math>                  Donc Paul : 500; Marie : <math>500 \times 6 = 3000</math> et Brenda : <math>3000 \div 3 = 1000</math></p>
<p><b>Relation globale</b></p>	$6p + p + \frac{6p}{3} = 4500$	<p>Marie : 4500  <math>4500 \div 6 = 750</math> (Paul)  <math>-3 \times 750 = 2250</math> (Brenda)</p>		

### Les scientifiques

On estime à 400 000 le nombre de scientifiques qui prennent part à des travaux de recherche militaire. Ce nombre représente 40 000 chercheurs de moins que la moitié de tous les chercheurs dans le monde. Combien y a-t-il de chercheurs sur notre planète?

<b>Connecté</b> <input checked="" type="checkbox"/> <b>ou déconnecté</b> <input type="checkbox"/>	<b>Inférences nécessaires à la résolution</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Signification de la relation entre 400 000 et 40 000.</li> <li>• Le nombre dont on doit prendre la moitié.</li> </ul>		<b>Première mise en équation</b> $400\ 000 = 40\ 000 \text{ de } - \text{ que } \frac{1}{2}x$	<b>Schéma</b> 
<b>Relations locales</b>	$40\ 000 + 40\ 000 = a$ $a = \frac{x}{2}$	<b>Exemple de traduction directe</b> $400\ 000 = 40\ 000 - \frac{1}{2}x$	<b>Résolution algébrique</b> $400\ 000 = \frac{1}{2}x - 40\ 000$ $x = 880\ 000$	<b>Résolution arithmétique</b> $400\ 000 + 40\ 000 = 440\ 000$ $440\ 000 \times 2 = 880\ 000$
<b>Relation globale</b>	$400\ 000 = \frac{1}{2}x - 40\ 000$	$400\ 000 = 40\ 000 - \frac{1}{2}x$		

Les feuilles				
<p>Un livre a 300 feuilles, chaque feuille a une épaisseur de 0,1mm et chacune des couvertures a une épaisseur de 3mm. Après combien de feuilles faut-il ouvrir le livre pour que la partie posée à gauche ait une épaisseur du double de celle posée à droite?</p>				
<p><b>Connecté</b> <input checked="" type="checkbox"/> <b>ou déconnecté</b> <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>(connecté, sauf pour la relation entre la partie posée à gauche et la partie posée à droite)</p>	<p><b>Inférences nécessaires à la résolution</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Un livre a 2 couvertures.</li> <li>• En ouvrant le livre, il y a une couverture de chaque côté.</li> <li>• À cause de la couverture, on ne peut pas simplement diviser les feuilles d'un côté et de l'autre. Une fois trouvée l'épaisseur de chaque côté, il faut enlever l'épaisseur de la couverture pour déterminer le nombre de feuilles.</li> </ul>	<p><b>Première mise en équation</b></p> <p><math>300 \times 0,1 =</math> épaisseur de toutes les feuilles  <math>2 \times 3 =</math> épaisseur des deux couvertures  <math>g = 2 \times d</math></p> <p><math>g</math> : épaisseur de gauche  <math>d</math> : épaisseur de droite</p>	<p><b>Schéma</b></p>	
<p><b>Relations locales</b></p>	<p><math>e</math>: épaisseur, <math>t</math>: totale  <math>f</math>: feuilles  <math>c</math>: couverture(s)</p> <p><math>300 \times 0,1 = e_f</math>  <math>2 \times 3 = e_c</math>  <math>f + c = e_t</math>  <math>g + d = e_t</math>  <math>g = 2 \times d</math>  <math>e_{fg} = g - 3</math>  <math>x = e_{fg} \div 0,1</math></p>	<p><b>Exemple de traduction directe</b></p> <p><math>300 = f</math>  <math>3 = c</math>  <math>300 = e_t</math> (ne tient pas compte des couvertures)  <math>g + d = e_t</math>  <math>g = 2 \times d</math>  <math>g = e_{fg}</math></p>	<p><b>Résolution algébrique</b></p> <p><math>(x \times 0,1) + 3 =</math>  <math>2[(300 - x) \times 0,1 + 3]</math></p> <p><math>0,1x + 3 = 60 - 0,2x + 6</math></p> <p><math>0,3x = 63</math></p> <p><math>x = 210</math></p>	<p><b>Résolution arithmétique</b></p> <p><math>(300 \times 0,1) + (2 \times 3) = 36\text{mm}</math>  <math>36 \text{ mm} \div 3 = 12 \text{ mm}</math>          Partie gauche :  <math>2 \times 12 \text{ mm} = 24 \text{ mm}</math>  <math>24 \text{ mm} - 3 \text{ mm} = 21 \text{ mm}</math>  <math>21 \div 0,1 = 210</math> feuilles</p>
<p><b>Relation globale</b></p>	<p><math>(x \times 0,1) + 3 =</math>  <math>2[(300 - x) \times 0,1 + 3]</math></p>	<p>Double épaisseur à gauche, donc 200 feuilles à gauche et 100 feuilles à droite</p>		

## Les pommes

Trois boîtes contenaient chacune le même nombre de pommes. Après avoir retiré 120 pommes, on s'aperçoit que dans chacune des boîtes, il reste respectivement 28, 25 et 16 pommes. Combien y en avait-il au début dans chacune des boîtes?

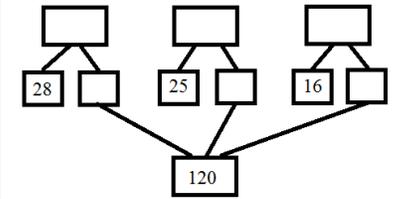
Connecté   
ou déconnecté

### Inférences nécessaires à la résolution

- 120 est le total des pommes retirées.
- On n'a pas retiré le même nombre de pommes dans chaque boîte.
- La somme du nombre de pommes enlevées et du nombre de pommes restantes est égale au nombre total de pommes dans les boîtes au départ.

### Première mise en équation

### Schéma



### Relations locales

$$28 + 25 + 16 + 120 = \text{nb total}$$

$$\text{Nb total} = 3x$$

### Exemple de traduction directe

$$120 \div 3 = 40$$

### Résolution algébrique

$$3x = (28 + 25 + 16 + 120)$$

$$3x = 189$$

$$x = 63$$

### Résolution arithmétique

$$28 + 25 + 16 + 120 = 189$$

$$189 \div 3 = 63$$

### Relation globale

$$3x = (28 + 25 + 16 + 120)$$

Il y avait 28 + 40, 25 + 40 et 16 + 40 pommes dans les boîtes.

### L'argent de Luc et de Michel

Luc a 3 \$ de moins que Michel. Luc double son avoir tandis que Michel augmente le sien de  $\frac{1}{2}$ . Maintenant, Luc a 1 \$ de moins que Michel. Combien ont-ils chacun maintenant?

<p><b>Connecté</b> <input type="checkbox"/> <b>ou déconnecté</b> <input checked="" type="checkbox"/></p>	<p><b>Inférences nécessaires à la résolution</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Signification des relations « 3 \$ de moins que » et « 1 \$ de moins que ».</li> <li>• Le <math>\frac{1}{2}</math> ne représente pas le nombre <math>\frac{1}{2}</math>, mais la moitié du montant initial.</li> <li>• La distinction entre le montant « avant » et le montant « maintenant » pour Michel et Luc.</li> </ul>		<p><b>Première mise en équation</b></p> $L = M - 3$ $2L$ $M + \frac{1}{2}M$ $\rightarrow L = M - 1$	<p><b>Schéma</b></p>
<p><b>Relations locales</b></p>	<p>Avant : <math>L = M - 3</math> Maintenant : <math>2L</math></p> $M + \frac{1}{2}M$ $\rightarrow L = M - 1$	<p><b>Exemple de traduction directe</b></p> $L - 3 = M$ $2L$ $M + \frac{1}{2}M$ $\rightarrow L - 1 = M$	<p><b>Résolution algébrique</b></p> $2(M - 3) = M + \frac{1}{2}M - 1$ $2M - 6 = \frac{3}{2}M - 1$ $\frac{1}{2}M = 5$ $M = 10 \text{ (avant)}$ $\rightarrow M + \frac{1}{2}M = 15$ $\rightarrow L = M - 1 = 14$	<p><b>Résolution arithmétique</b></p> <p>Très difficile sans utiliser un minimum de représentation schématique ou algébrique</p>
<p><b>Relation globale</b></p>	$2(M - 3) = M + \frac{1}{2}M - 1$	$2L - 1 = M + \frac{1}{2}M$		



## Annexe 6 : Exemple de cotes pour les démarches de résolution

---

Les exemples suivants sont tous des démarches de résolution du problème des pommes.

Cote 4 : Démarche complète, appropriée au problème, conduisant à la réponse attendue ou qui aurait conduit à la réponse attendue s'il n'y avait pas eu d'erreurs de calcul.

① total de pommes

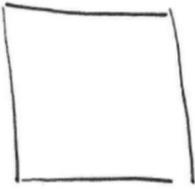
$$120 + 28 + 25 + 16 = 189$$

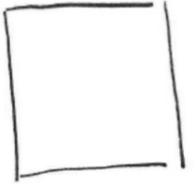
② pommes par boîte

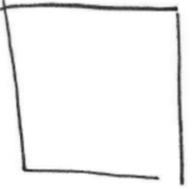
$$\begin{array}{r} 189 \overline{) 3} \\ 09 \ 63 \end{array}$$

Rép: Il y avait 63 pommes aux début.

Cote 3 : Démarche incomplète, mais cohérente et appropriée au problème (une ou deux étapes manquantes).

1  


2  


3  


∴

$$\begin{array}{r} 28 + 25 + 16 + 20 \\ 53 + 136 \\ \hline 189 \text{ pommes chacun} \end{array}$$

Cote 2 : Amorce d'une démarche pertinente (plus de deux étapes manquantes) et/ou démarche seulement partiellement cohérente ou pertinente.

Rep : 68, 65, 56 pommes

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 40 \\ \hline 68 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 25 \\ + 40 \\ \hline 65 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 16 \\ + 40 \\ \hline 56 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 120 \\ \div 3 \\ \hline 40 \end{array}$$

Cote 1 : Démarche non appropriée au problème ou non pertinente.

$$\begin{array}{r} 3x = 120 \\ \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \\ \hline x = 40 \end{array}$$

## Annexe 7 : Exemple de cotes pour les types de stratégies utilisées

Les exemples suivants sont tous des démarches de résolution du problème des timbres. Une courte justification de la stratégie identifiée dans chaque démarche est également présentée. Il est à noter que la plupart de ces justifications s'appuient sur l'analyse *a priori* présentée à l'annexe 5.

**Cote MSms :** Cet élève a clairement représenté, et de façon appropriée, chacune des relations au niveau local. Il a su exprimer la relation entre le nombre de timbres de Marie et celui de Brenda, et au niveau global, il a représenté par une seule équation l'ensemble des relations du problème. C'est pourquoi il obtient une cote MSms.

① Représentation des variables

$x$  est le nombre de timbres

Marie  $6x$   
Paul  $x$   
Brenda  $\frac{6x}{3} = 2x$

$$6x + x + 2x = 4500$$

② Isoler  $x$  dans l'équation

$$6x + x + 2x = 4500$$
$$9x = 4500$$
$$x = 500$$

③ Nombre de timbres pour chacun

Marie	$6x$	Paul	$x$	Brenda	$2x$
	$6(500)$		500		$2(500)$
	3000				1000

Marie a 3000 timbres, Paul 500 et Brenda 1000

**Cote MStd** : Au niveau local, cette élève avait bien commencé sa démarche : le tout début de celle-ci, avec les flèches entre les personnages, témoigne de la prise en considération de l'ensemble des relations, ce qui est confirmé par l'équation qui la mène à sa solution ( $4500 = x + 6 + x + (6x) - 3$ ). Nous lui avons donc attribué une cote MS au niveau global. Par contre, au niveau local, elle utilise une stratégie de traduction directe pour traduire les relations en expressions algébriques. Ainsi, « 6 fois plus » devient «  $6 + x$  » et « trois fois moins que Marie » devient «  $(6x) - 3$  », Marie ayant été identifiée à ce moment comme «  $6x$  ».

Diagram showing relationships between Marie, Paul, and Brenda. Marie is labeled  $6x$ . Paul is labeled  $x+6$ . Brenda is labeled  $3 \text{ fois moins}$ . A box contains the number 4500. Arrows indicate relationships between the variables.

~~4500 = 2321300~~

Marie:  $x+6$   $562+6 = 568$   
 Paul:  $x$   $562$   
 Brenda:  $(6x)-3$   $568-3 = 565$ .

$4500 = x+6+x+(6x)-3$   
 $4500 = x+x+6x+6-3$   
 $4500 = 8x+3$   
 ~~$4500-3 = 8x$~~   
 $\frac{4497}{8} = \frac{8x}{8}$   
 $562,125 = x$   
 $\approx 562$

Rép: Marie en a 568, Paul en a 562 et Brenda en a 565.

**Cote TDms :** Cette élève a su exprimer correctement chacune des relations entre deux amis sous forme d'expression algébrique. Au niveau local, elle obtient donc un score ms. Par contre, au niveau global, la démarche ne prend pas en considération la relation d'addition entre ces trois quantités pour un total de 4500 timbres : cette élève a simplement posé que les quantités de Brenda et de Marie étaient égales, ce qui est en contradiction directe avec les relations qu'elle a écrites au niveau local. Nous lui avons donc attribué une cote TD au niveau global.

Paul:  $x$   
 Marie:  $6x$   
 Brenda:  $\frac{6x}{3}$

~~$6x = \frac{6x}{3}$   
 $\frac{6x}{6} = \left(\frac{6x}{3}\right) \div 6$~~

Paul: 0,5 timbres  
 Marie:  $6(0,5) = 12$  timbres  $x =$   
 Brenda:  $\frac{6(0,5)}{3} = 4$  timbres

$6x = \frac{6x}{3}$   
 $\frac{6x}{x} = \frac{6x}{3}$   
 ~~$\frac{6x}{6} = \frac{3}{6}$~~   
 $\frac{6x}{6x} = \frac{3}{6}$   
 $x = 0,5$

**Cote TDtd :** On remarque ici qu'au niveau local, aucune des relations identifiées dans l'analyse *a priori* ne fonctionne. En apparence, on pourrait croire que l'expression « Marie :  $6x$  » est correcte, mais puisque  $x$  ne correspond pas au nombre de timbres de Paul, ce n'est pas le cas. De plus, on voit bien une forme de traduction directe pour le nombre de timbres de Brenda :  $-3$  pour 3 fois moins. Cette élève mentionne d'ailleurs explicitement que « les 3 fois moins ça me mélange ». Au niveau global, cette élève a considéré chaque personne séparément, sans articuler les trois quantités ensemble. C'est pourquoi la cote attribuée à cette démarche est TDtd.

Marie :  $6x$  } 750  
 Paul :  $x$  } -750  
 Brenda :  $-3x$  } 1500

$x$  : nb de timbre une personne  
 $y$  : nb ensemble

NE RIEN EFFACER : si vous voyez  $y = 6x$   
 La calculatrice est bloquée (vous bloquez une partie de l'enseignement).

~~$4500$~~   
 ~~$-750$~~   
 ~~$3750$~~

~~$4500$~~   
 ~~$-1500$~~   
 ~~$3000$~~

$4500 = 6x$   
 $750 = x$

$y = -3x$   
 $4500 = \frac{-3x}{-3}$   
 $1500 = x$

$y = -6x$   
 $4500 = \frac{-6x}{-6}$   
 $-750 = x$

J'ai essayé mais je comprend plus ou moins car les 6 fois moins que ou 3 fois moins ça me mélange.

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche

**CERTIFICAT D'APPROBATION ÉTHIQUE**

*Le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPER), selon les procédures en vigueur, en vertu des documents qui lui ont été fournis, a examiné le projet de recherche suivant et conclu qu'il respecte les règles d'éthique énoncées dans la Politique sur la recherche avec des êtres humains de l'Université de Montréal.*

<b>Projet</b>	
<b>Titre du projet</b>	<b>Rôle et nature des inférences impliquées dans la résolution de problèmes mathématiques.</b>
Étudiante requérant	<b>Marie Luquette</b> Candidate au doctorat, Didactique - Faculté des Sciences de l'éducation Université de Montréal
<b>Financement</b>	
Organisme	CRSH
Programme	Bourse d'études supérieures du Canada Joseph-Armand-Bombardier- Bourse de doctorat
Titre de l'octroi si différent	--
Numéro d'octroi	0
Chercheur principal	--
No de compte	--
<b>Approbation reconnue</b>	
Approbation émise par	non
Certificat:	s.o.

**MODALITÉS D'APPLICATION**

Tout changement anticipé au protocole de recherche doit être communiqué au CPER qui en évaluera l'impact au chapitre de l'éthique.

Toute interruption prématurée du projet ou tout incident grave doit être immédiatement signalé au CPER.

Selon les règles universitaires en vigueur, un suivi annuel est minimalement exigé pour maintenir la validité de la présente approbation éthique, et ce, jusqu'à la fin du projet. Le questionnaire de suivi est disponible sur la page web du CPER.

Signature masquée

Tiiu Poldma/Présidente  
Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche  
Université de Montréal

**1er décembre 2015**  
Date de délivrance

**1er janvier 2017**  
Date de fin de validité

adresse postale  
3744 Jean-Brillant, B-430-8  
C.P. 6128, succ. Centre-ville  
Montréal QC H3C 3J7  
www.cper.umontreal.ca

Téléphone : 514-343-6111 poste 1896  
cper@umontreal.ca