

Université de Montréal

La nouvelle physique dans le système des mésons B

par
Philippe Hamel

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)
en physique

avril, 2006

© Philippe Hamel, 2006.



dc

3

U54

200p

V020

AVIS

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

La nouvelle physique dans le système des mésons B

présenté par:

Philippe Hamel

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Manu Paranjape
président-rapporteur

David London
directeur de recherche

Georges Azuelos
membre du jury

Mémoire accepté le

05/05/06

RÉSUMÉ

Ce mémoire a pour but d'étudier la phénoménologie des mésons B et de résoudre certaines divergences existantes entre l'expérience et la théorie en supposant de la physique au-delà du modèle standard (MS). Pour ce faire, on y étudie en particulier les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ et $B \rightarrow \rho K^*$. Le mémoire inclut une introduction théorique et deux articles. La partie théorique décrit la violation CP dans le MS ainsi que la phénoménologie des mésons B . Le premier article étudie la désintégration $B \rightarrow \pi K$ par une méthode numérique. Nous avons démontré qu'il y a une divergence entre les prédictions théoriques et les mesures expérimentales. Pour résoudre le problème, nous avons proposé différents opérateurs de nouvelle physique. Nous avons trouvé une classe d'opérateurs permettant d'expliquer les mesures. Dans le deuxième article, nous avons calculé les effets qu'auraient ces opérateurs dans la désintégration $B \rightarrow \rho K^*$. Nous avons trouvé que seulement les opérateurs $f_d^{RR} \bar{b} \gamma_{RS} \bar{d} \gamma_R d$ et $f_d^{LL} \bar{b} \gamma_{LS} \bar{d} \gamma_L d$ peuvent résoudre à la fois le casse-tête de $B \rightarrow \pi K$ et le problème de polarisation dans $B \rightarrow \rho K^*$.

Mots clés : phénoménologie, mésons B , violation CP, nouvelle physique.

ABSTRACT

The goal of this thesis is to study the phenomenology of B mesons and to solve some discrepancies that exist between experiment and theory by adding physics beyond the standard model. In order to do that, we study, in particular, the decays $B \rightarrow \pi K$ and $B \rightarrow \rho K^*$. The thesis includes a theoretical introduction and two articles. The theoretical part describes CP violation in the standard model and B -meson phenomenology. The first article studies the decay $B \rightarrow \pi K$ by doing a numerical fit. We show that there is a discrepancy between theoretical predictions and experimental results. In order to solve this problem, we test many classes of new-physics operators. We find one class of operators that can explain the experimental data. In the second article, we calculate the effects of those operators in the $B \rightarrow \rho K^*$ system. We find that only operators of the type $f_d^{RR} \bar{b} \gamma_R s \bar{d} \gamma_R d$ and $f_d^{LL} \bar{b} \gamma_L s \bar{d} \gamma_L d$ can explain both the $B \rightarrow \pi K$ puzzle and the polarization problem in $B \rightarrow \rho K^*$.

Key words: phenomenology, B mesons, CP violation, new physics.

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|------|
| RÉSUMÉ | iii |
| ABSTRACT | iv |
| TABLE DES MATIÈRES | v |
| LISTE DES TABLEAUX | vii |
| LISTE DES FIGURES | viii |
| LISTE DES SIGLES | ix |
| REMERCIEMENTS | x |
| INTRODUCTION | 1 |
| CHAPITRE 1 : LA VIOLATION CP DANS LE MODÈLE STAN- DARD | 3 |
| 1.1 Symétries | 3 |
| 1.2 Le système des kaons neutres | 4 |
| 1.3 Matrice CKM | 7 |
| 1.4 Phases faibles et fortes | 9 |
| CHAPITRE 2 : PHÉNOMÉNOLOGIE DES MÉSONS B | 11 |
| 2.1 Diagrammes de Feynman | 11 |
| 2.2 Opérateurs | 14 |
| 2.3 Mélange $B^0 - \bar{B}^0$ | 16 |
| 2.4 Observables | 17 |
| 2.5 Polarisation | 19 |

| | |
|--|-----------|
| CHAPITRE 3 : LE CASSE-TÊTE DE $B \rightarrow \pi K$ ET LA NOUVELLE PHYSIQUE | 20 |
| CHAPITRE 4 : LES ÉTATS DE POLARISATION DE $B \rightarrow \rho K^*$ ET LA NOUVELLE PHYSIQUE | 31 |
| 4.1 Introduction | 33 |
| 4.2 $B \rightarrow \rho K^*$: Standard Model Predictions | 34 |
| 4.3 $B \rightarrow \pi K$ Decays | 41 |
| 4.4 $B \rightarrow \rho K^*$: New-Physics Contributions | 44 |
| 4.5 $B \rightarrow \phi K^*$ | 51 |
| 4.6 Conclusions | 52 |
| CONCLUSION | 55 |
| BIBLIOGRAPHIE | 57 |

LISTE DES TABLEAUX

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | La composition en quarks de quelques mésons | 5 |
| 1.2 | Temps de vie des deux types de kaons neutres | 5 |
| 3.1 | Branching ratios, direct CP asymmetries A_{dir} , and mixing-induced CP asymmetry A_{indir} (if applicable) for the four $B \rightarrow \pi K$ decay modes. | 24 |
| 4.1 | Branching ratios and polarization fractions for the two $B^+ \rightarrow \rho K^*$ decays. Data comes from Ref. [38]; averages are taken from Ref. [39]. | 40 |
| 4.2 | Contributions to the polarization states of $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ from the various NP operators. Operators which are not shown do not contribute. The various Z 's and X 's are defined analogously to Eqs. (4.38) and (4.44). We take $\zeta_{\perp} \approx \zeta_{\parallel}$ | 49 |
| 4.3 | Contributions to the polarization states of $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ from the various NP operators. Operators which are not shown do not contribute. The various Z 's and X 's are defined analogously to Eqs. (4.38) and (4.44). We take $\zeta_{\perp} \approx \zeta_{\parallel}$ | 50 |

LISTE DES FIGURES

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Exemple de triangle unitaire. | 9 |
| 2.1 | Arbre favorisé par la couleur (T') | 12 |
| 2.2 | Arbre supprimé par la couleur (C') | 12 |
| 2.3 | Pingouin gluonique (P') | 13 |
| 2.4 | Pingouin électrofaible (P'_{EW}) | 14 |
| 2.5 | Pingouin électrofaible supprimé par la couleur (P'^C_{EW}) | 14 |
| 2.6 | Diagramme de mélange $B^0 - \overline{B^0}$ | 16 |

LISTE DES SIGLES

| | |
|-----|-------------------------------|
| A | Axial |
| C | Charge |
| CKM | Cabibbo, Kobayashi et Maskawa |
| CP | Charge-Parité |
| MS | Modèle Standard |
| NP | Nouvelle Physique |
| P | Parité |
| V | Vecteur |

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tout d'abord mon directeur de recherche David London. J'ai toujours apprécié sa méthode pédagogique. Il a été un excellent guide pendant les deux dernières années. Son expérience et sa grande connaissance du domaine lui ont permis de nous diriger, moi et les co-auteurs, pendant l'élaboration des articles.

Je tiens également à remercier tous les co-auteurs des articles. J'ai apprécié travailler avec eux. Les nombreuses discussions que nous avons eues ont été très éclairantes.

Un gros merci aussi aux «bananes théoriques volantes». Ces créatures sympathiques qui vivent au V-207 ont su garder une belle ambiance de travail. Grâce à elles, j'ai pu résoudre d'innombrables petits problèmes. J'ai beaucoup apprécié travailler avec vous !

Je veux aussi remercier les habitués de la Planck. Vous avez été d'une grande aide pendant les années de bacc et de maîtrise. Je n'aurais probablement pas réalisé ce mémoire sans votre présence. C'est grâce à votre sens de l'humour que j'ai pu garder (une partie de) ma santé d'esprit pendant ces cinq années d'étude en physique.

Enfin, un merci très spécial à Ariane. Elle m'a supporté, dans tous les sens du terme, pendant la dernière année. Sans elle, ce mémoire aurait probablement été beaucoup plus pénible à lire.

Merci tout le monde !

INTRODUCTION

Le système des mésons B est un sujet encore jeune de la physique des particules. Cela est dû entre autres au fait que les infrastructures expérimentales nécessaires à l'étude de telles particules lourdes ne sont disponibles que depuis quelques années. Depuis, on a construit des « usines à B » telles que Babar, aux États-Unis, et Belle, au Japon. Ces laboratoires ont pour but premier d'étudier les désintégrations des mésons B . Grâce à de tels projets, nous disposons maintenant de données expérimentales de plus en plus précises pour vérifier la validité du modèle standard (MS). Toutefois, ces données ont encore de grandes incertitudes et il est encore tôt pour en arriver à des conclusions claires. Une étude théorique des résultats actuels peut motiver le besoin d'augmenter la précision de certaines mesures et diriger les expérimentateurs vers de nouvelles pistes.

Ce mémoire a pour but d'étudier la phénoménologie des mésons B et de résoudre certaines divergences entre l'expérience et la théorie grâce à de la physique au-delà du MS. On étudiera en particulier les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ et $B \rightarrow \rho K^*$. Pour ce faire, le mode de présentation par articles a été choisi. Les deux premiers chapitres formeront un survol des notions importantes à la compréhension des articles présentés. Le premier chapitre traitera principalement de l'aspect théorique de la violation CP dans le MS. Le second portera plutôt sur la phénoménologie spécifique aux mésons B , en particulier des désintégrations à l'étude.

Le troisième chapitre est constitué de l'article intitulé «The $B \rightarrow \pi K$ Puzzle and New Physics». Dans cet article, on étudie les divergences entre le MS et les résultats expérimentaux grâce à des comparaisons numériques. On y inclut des opérateurs de nouvelle physique (NP) et on vérifie lesquels ajusteraient mieux les résultats. Nous avons trouvé qu'un type particulier d'opérateur permet de résoudre les problèmes dans ce système. Ma contribution personnelle à cet article a été de travailler sur un programme, en collaboration avec S. Baek, et d'effectuer les simulations numériques. Grâce au programme, j'ai pu montrer que le modèle standard ne s'accorde pas avec les résultats expérimentaux. J'ai ensuite ajouté différents

opérateurs de NP à la simulation. Cela nous a permis de trouver le meilleur type d'opérateur pour résoudre la divergence. Mon programme a utilisé la routine de minimisation de fonction MINUIT. Par souci de rigueur, nous avons ensuite comparé nos résultats à ceux de D. Suprun, générés par un programme indépendant.

Le quatrième et dernier chapitre inclut un autre article intitulé «Polarization States in $B \rightarrow \rho K^*$ and New Physics». Cet article fait suite à celui du troisième chapitre. Nous utilisons le type d'opérateurs obtenus pour le système $B \rightarrow \pi K$ afin de résoudre le problème de polarisation dans le système $B \rightarrow \rho K^*$. On trouve qu'il est possible d'accorder l'expérience à la théorie dans ces deux systèmes grâce à l'ajout de certains opérateurs spécifiques de nouvelle physique. J'ai contribué à cet article dans la discussion et la documentation nécessaire à la compréhension du sujet traité. J'ai également effectué les calculs présentés dans l'article. Les calculs ont montré que parmi les seize opérateurs trouvés dans le premier article, seulement deux contribuent significativement à la polarisation transversale de $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$. Ces deux opérateurs permettraient donc de résoudre à la fois le casse-tête de $B \rightarrow \pi K$ et le problème de polarisation dans $B \rightarrow \rho K^*$. Encore une fois par souci de rigueur, ces calculs ont été comparés à ceux d'A. Datta et de S. Baek qui ont été effectués indépendamment.

CHAPITRE 1

LA VIOLATION CP DANS LE MODÈLE STANDARD

Commençons tout d'abord par un bref survol de la violation CP dans le modèle standard (MS). On sait que les symétries sont très importantes en physique. Jusqu'à il y a environ quarante ans, on croyait que la symétrie CP était une symétrie intrinsèque de la nature. La découverte de la violation d'une telle symétrie nous a forcé à revoir notre façon de comprendre la nature. On a dû faire de nouvelles hypothèses et postuler l'existence de nouvelles particules.

Kobayashi et Maskawa ont proposé d'étendre la matrice de Cabibbo à une troisième famille de quarks. De cette façon, la nouvelle matrice de mélange des quarks, aujourd'hui appelée matrice CKM pour Cabibbo, Kobayashi et Maskawa, inclut une phase irréductible qui engendre de la violation CP dans l'interaction faible. Cette matrice possède des paramètres que l'on peut déterminer par l'expérimentation. Toutefois, quelques-uns de ces paramètres restent à ce jour assez mal connus.

1.1 Symétries

La physique utilise souvent la symétrie afin de simplifier et résoudre des problèmes complexes. Souvent, les symétries ne sont pas que de simples approximations, mais font partie intégrante du système étudié. Par exemple, le modèle standard actuel est décrit par un ensemble de groupes de symétrie : $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Grâce au théorème de Noether, on sait que toute symétrie du système impose une quantité conservée. Par exemple, l'isotropie de l'espace impose la conservation de l'impulsion et l'invariance sous rotation impose la conservation du moment angulaire. Donc, pour bien comprendre le comportement d'un système, il est crucial de connaître ses symétries.

La symétrie de parité P ($x \rightarrow -x$) a longtemps été considérée comme une symétrie fondamentale de la nature. Une transformation de parité a pour propriété

d'inverser l'impulsion ($p \rightarrow -p$) et de laisser le moment angulaire (et le spin) invariant ($J \rightarrow J$). Donc, un changement de parité transforme une particule gauchère (le spin dans la direction opposée à l'impulsion) en une particule droitère (le spin aligné avec l'impulsion). On a découvert au cours du dernier siècle que cette symétrie n'est pas tout à fait conservée. En fait, on dit qu'elle est «violée maximale» par la force faible. On peut le voir par le fait que la force faible interagit avec les neutrinos gauchers, mais pas avec les neutrinos droitiers (qui, par conséquent, ne semblent pas interagir avec notre univers).

La symétrie de conjugaison de charge C (qui consiste à changer une particule pour son antiparticule) est elle aussi violée maximale par la force faible. Si on reprend l'exemple du neutrino gaucher et qu'on applique maintenant une transformation de conjugaison de charge, on obtient un anti-neutrino gaucher, qui ne peut interagir par la force faible.

On a donc que P et C sont violées maximale. On peut se demander quelles symétries sont bel et bien conservées. Qu'en est-il de CP, la transformation qui combine conjugaison de charge et parité? Une transformation CP appliquée à notre fidèle neutrino gaucher le transforme en anti-neutrino droitier qui peut interagir avec la force faible. À priori, la symétrie CP semble être respectée par l'interaction faible, comme pour les autres interactions.

Après la découverte de la violation de P, les physiciens de l'époque se sont rabattus sur la symétrie CP en croyant que celle-ci était une symétrie fondamentale de la nature. Mais la nature n'est jamais aussi simple qu'on le croit. En 1964, une expérience sur les kaons neutres obtient des résultats déconcertants qui viennent encore une fois révolutionner la physique.

1.2 Le système des kaons neutres

Les mésons K , aussi appelés kaons, sont constitués d'un quark «étrange» s et d'un quark de la première famille (u ou d). Le système des kaons neutres possède des propriétés très particulières qui nous ont permis d'observer la brisure de la

symétrie CP pour la première fois.

TAB. 1.1 – La composition en quarks de quelques mésons

| Méson | quarks | spin | conjugué CP |
|----------|--------------------------------------|------|----------------|
| π^0 | $\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ | 0 | π^0 |
| π^+ | $u\bar{d}$ | 0 | π^- |
| K^0 | $d\bar{s}$ | 0 | \bar{K}^0 |
| K^+ | $u\bar{s}$ | 0 | K^- |
| B^0 | $d\bar{b}$ | 0 | \bar{B}^0 |
| B^+ | $u\bar{b}$ | 0 | B^- |
| ρ^0 | $\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ | 1 | ρ^0 |
| ρ^+ | $u\bar{d}$ | 1 | ρ^- |
| K^{*0} | $d\bar{s}$ | 1 | \bar{K}^{*0} |
| K^{*+} | $u\bar{s}$ | 1 | K^{*-} |

Puisqu'il y a deux kaons neutres, il y a deux états propres de masses. Ces états de masse sont des combinaisons linéaires des états K^0 et \bar{K}^0 et ont un temps de vie bien défini. On appelle K_S (S pour «short-lived») l'état ayant le temps de vie le plus court et K_L (L pour «long-lived») celui ayant le temps de vie le plus long.

Les kaons neutres peuvent se désintégrer en deux ou trois pions. On remarque expérimentalement que les désintégrations en deux pions s'effectuent beaucoup plus rapidement que celles en trois pions. Cela est dû au fait que la masse des kaons neutres (494 MeV) est près de la masse de trois pions (3 fois 135 MeV). Les états de masse sont donc tels que K_S se désintègre principalement en deux pions et K_L en trois pions. On voit dans le tableau 1.2 que le temps de vie de K_L est en fait 600 fois plus grand que celui de K_S .

TAB. 1.2 – Temps de vie des deux types de kaons neutres

$$\begin{aligned}
 \tau_S &= (0,8926 \pm 0,0012) \times 10^{-10} \text{ s} \\
 \tau_L &= (5,15 \pm 0,04) \times 10^{-8} \text{ s}
 \end{aligned}$$

Les états propres de CP des kaons neutres sont :

$$\begin{aligned} K_{CP+}^0 &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0) \\ K_{CP-}^0 &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \bar{K}^0). \end{aligned} \quad (1.1)$$

De plus, on sait que

$$\begin{aligned} CP |\pi\pi\rangle &= + |\pi\pi\rangle \\ CP |\pi\pi\pi\rangle &= - |\pi\pi\pi\rangle. \end{aligned} \quad (1.2)$$

C'est-à-dire que l'état à deux pions est un état purement CP+, et celui à trois pions est purement CP-.

Si CP est conservé, on sait que les états propres de masses seront les états CP. Il est donc naturel d'associer K_L à K_{CP-} et K_S à K_{CP+} . On peut vérifier expérimentalement une telle supposition. On utilise la grande différence de temps de vie afin d'obtenir expérimentalement un faisceau constitué presque exclusivement de K_L . En effet, dans un faisceau constitué d'un mélange quelconque de K^0 et de \bar{K}^0 , la composante K_S va naturellement se désintégrer sur un temps très court, et laisser seulement la composante K_L . Par ce stratagème, on a pu obtenir un signal très clair que, contrairement aux attentes, la désintégration $K_L \rightarrow \pi\pi$ est possible. Cela signifie que les états propres de masse $K_{L,S}$ ne correspondent pas aux états CP. On a donc que

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} (|K_{CP-}\rangle + \epsilon |K_{CP+}\rangle) \quad (1.3)$$

où $\epsilon = 2,3 \times 10^{-3}$ [4]. Le fait que ϵ soit non-nul est une preuve directe que la symétrie CP est violée.

1.3 Matrice CKM

On sait que les quarks peuvent changer de saveur uniquement par l'interaction faible. Supposons qu'un quark q [antiquark \bar{q}] interagisse avec un W pour se transformer en un quark q' [antiquark \bar{q}']. Dans le calcul de l'amplitude de ce processus, on aura un facteur $V_{qq'}^*$ [$V_{qq'}$] qui apparaîtra dans le terme du vertex. Ce facteur est un élément de la matrice de mélange des quarks.

Avant la matrice CKM, on ne connaissait que deux familles de quarks. La matrice de mélange des quarks était donc une matrice unitaire 2×2 à coefficients complexes. On peut montrer qu'une telle matrice peut être paramétrisée par un seul angle réel (l'angle de Cabibbo). Une telle matrice n'aurait pas permis de violation CP.

En 1973, Kobayashi et Maskawa proposèrent d'ajouter une famille de quarks aux deux déjà connues dans la matrice de Cabibbo. La matrice de mélange de quarks devient alors une matrice unitaire 3×3 à coefficients complexes. On peut montrer qu'une telle matrice peut être paramétrisée par trois angles réels et une phase complexe. Cette phase peut être la source d'une violation CP. Le grand succès de la matrice CKM a été de postuler l'existence d'une troisième famille de quarks 10 ans avant la première observation expérimentale d'un quark b . On peut écrire la matrice de mélange de quarks comme :

$$\begin{aligned}
 V &\equiv \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}. \quad (1.4)
 \end{aligned}$$

Il existe plusieurs paramétrisations de la matrice V . Une des plus utiles est la paramétrisation de Wolfenstein [3]. Elle fait un développement de chacun des éléments en termes de puissances de λ . Celle-ci découle directement de l'éq.(1.4)

en posant $s_{12} \equiv \lambda \approx 0.22$, $s_{23} \equiv A\lambda^2$ et $s_{13}e^{-i\delta} \equiv A\lambda^3(\rho - i\eta)$. À l'ordre λ^3 on a

$$V \approx \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4) \quad (1.5)$$

où A , ρ et η sont des paramètres réels de l'ordre de l'unité. On peut remarquer que sous cette paramétrisation, seulement V_{ub} et V_{td} sont complexes à l'ordre λ^3 . On peut donc écrire

$$V \approx \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & |V_{ub}|e^{-i\gamma} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ |V_{td}|e^{-i\beta} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

L'unitarité de la matrice implique les relations suivantes :

$$\sum_{i=1}^3 |V_{ij}|^2 = 1 \quad j = 1, 2, 3 \quad (1.7)$$

$$\sum_{i=1}^3 V_{ij}V_{ik}^* = 0 \quad j, k = 1, 2, 3 \quad j \neq k \quad (1.8)$$

Les six équations de (1.8) peuvent être représentées de façon géométrique par six triangles à aires égales dans le plan complexe. En particulier l'équation

$$\sum_{i=1}^3 V_{id}V_{ib}^* = 0 \quad (1.9)$$

représentée par le triangle de la figure 1.1 a la particularité d'avoir trois côtés du même ordre de grandeur. On remarque que les angles γ et β du triangle sont les mêmes que dans la matrice CKM de l'équation (1.6) et que $\alpha \equiv \pi - \beta - \gamma$.

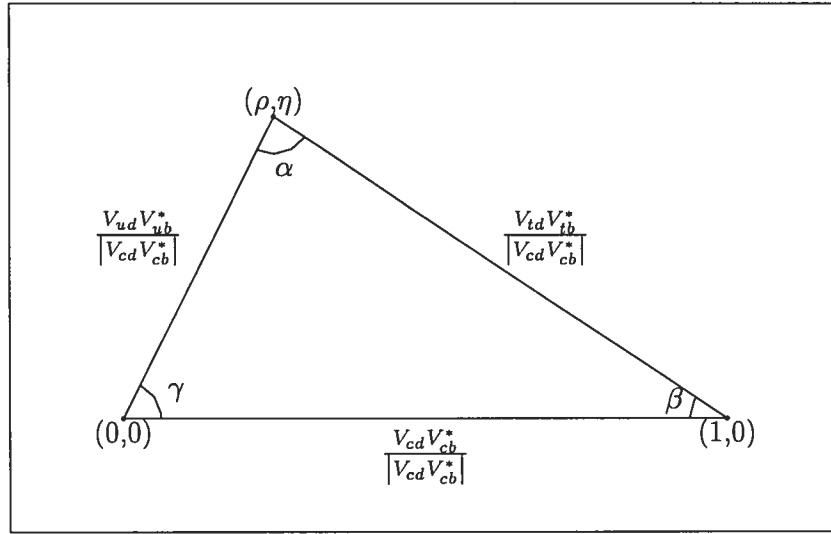


FIG. 1.1 – Exemple de triangle unitaire.

1.4 Phases faibles et fortes

Considérons un processus qui comporte un seul diagramme de Feynman. L'amplitude de ce processus est donnée par

$$A = |A| e^{i\phi} e^{i\delta} \quad (1.10)$$

où ϕ représente la phase «faible» et δ représente la phase «forte». La phase forte vient de l'interaction forte, elle est donc invariante sous CP. La phase faible, quant à elle, provient de la matrice de mélange des quarks et change de signe sous CP. L'amplitude de l'anti-processus est donc

$$CP(A) = \bar{A} = |A| e^{-i\phi} e^{i\delta}. \quad (1.11)$$

On remarque que dans le cas où il y a un seul diagramme en jeu,

$$|A|^2 = |\bar{A}|^2. \quad (1.12)$$

Considérons maintenant un processus à deux diagrammes. Les amplitudes du processus et de l'anti-processus sont

$$\begin{aligned} A &= |A_1| e^{i\phi_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{i\phi_2} e^{i\delta_2} \\ \bar{A} &= |A_1| e^{-i\phi_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{-i\phi_2} e^{i\delta_2}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Donc,

$$\begin{aligned} |A|^2 &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2 |A_1| |A_2| (\cos(\phi_1 - \phi_2) \cos(\delta_1 - \delta_2) \\ &\quad - \sin(\phi_1 - \phi_2) \sin(\delta_1 - \delta_2)) \\ |\bar{A}|^2 &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2 |A_1| |A_2| (\cos(\phi_1 - \phi_2) \cos(\delta_1 - \delta_2) \\ &\quad + \sin(\phi_1 - \phi_2) \sin(\delta_1 - \delta_2)) . \end{aligned} \quad (1.14)$$

Ce qui implique que

$$|A|^2 \neq |\bar{A}|^2 \quad (1.15)$$

si $\phi_1 \neq \phi_2$ et $\delta_1 \neq \delta_2$. C'est ce qu'on appelle la violation CP directe. Elle se manifeste lorsqu'un processus provient de deux diagrammes ou plus ayant des phases faibles et fortes différentes. On verra au chapitre 2 comment on observe expérimentalement cette asymétrie. On verra également qu'il est possible d'observer la violation CP même s'il n'y a pas de violation directe.

CHAPITRE 2

PHÉNOMÉNOLOGIE DES MÉSONS B

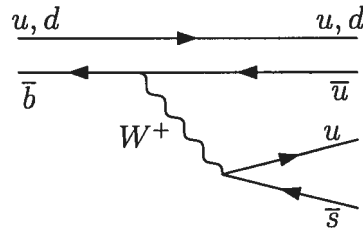
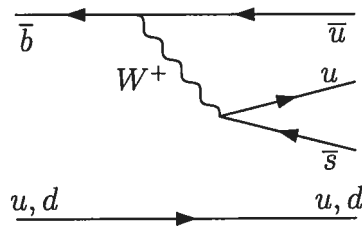
La matrice CKM peut être paramétrisée par quatre constantes réelles. Il est possible de contraindre la valeur de ces constantes par l'expérimentation. Les systèmes de mésons légers ne nous permettent pas de mesurer efficacement ces paramètres puisque la violation CP y est plutôt faible. Par contre, dans le système des mésons B on prédit une forte violation CP. Cela est dû au fait que V_{ub} et V_{td} , deux éléments de la matrice CKM que l'on retrouve dans les désintégrations et le mélange des mésons B , ont des phases faibles importantes. C'est donc un système idéal pour contraindre les paramètres et tester si le modèle est bien valide. À ce jour, plusieurs mesures expérimentales sont encore trop incertaines pour arriver à des conclusions claires. Toutefois, on voit déjà apparaître plusieurs indices portant à croire que la description du MS est incomplète. On peut donc émettre des hypothèses sur la nouvelle physique (NP) qui pourrait unir expérimentation et théorie. Bien sûr, avant de proposer de nouvelles théories, il est important de bien comprendre ce que le MS prédit.

Dans ce mémoire, on se limite à l'étude de $B \rightarrow \pi K$ et $B \rightarrow \rho K^*$. Ces deux systèmes ont la même composition en quarks. Les diagrammes intervenant dans les différents processus seront donc les mêmes. Tous ces diagrammes auront une désintégration $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ ($q = u, d$). De plus, si on ajoute de la NP à un des deux systèmes, l'autre sera également affecté.

2.1 Diagrammes de Feynman

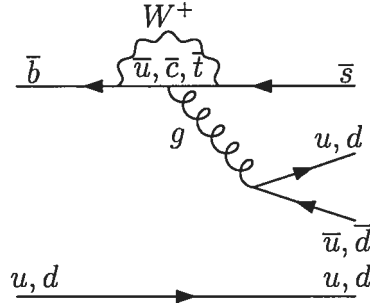
Premièrement, énumérons les différents diagrammes de Feynman qui interviendront dans les désintégrations $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ ($q = u, d$) à l'étude dans ce mémoire.

On a tout d'abord les diagrammes en arbre (figs. 2.1 et 2.2). On dit que le diagramme C' est «supprimé par la couleur» car la conservation de la couleur

FIG. 2.1 – Arbre favorisé par la couleur (T')FIG. 2.2 – Arbre supprimé par la couleur (C')

impose la couleur des quarks générés par le W dans ce diagramme. En effet, la couleur de ces quarks doit correspondre à la couleur du quark spectateur. Pour le diagramme T' , au contraire, les quarks générés par le W ont le choix de la couleur ($r\bar{r}$, $b\bar{b}$ ou $g\bar{g}$). On peut donc poser naïvement que l'amplitude T' devrait être trois fois plus grande que C' . Le facteur CKM de ces diagrammes est $V_{ub}^*V_{us}$. Ils possèdent donc une phase faible $e^{i\gamma}$ (éq. 1.6).

On a ensuite les pingouins gluoniques (fig. 2.3). Il y a trois pingouins gluoniques différents (P'_t , P'_c et P'_u) puisqu'il y a trois quarks internes possibles dans la boucle. Chacun de ces termes possède un facteur CKM différent. Cependant, on utilise

FIG. 2.3 – Pingouin gluonique (P')

l'unitarité de la matrice CKM (éq. 1.8) pour mettre en relation ces diagrammes et réécrire l'amplitude avec seulement deux termes. On a donc

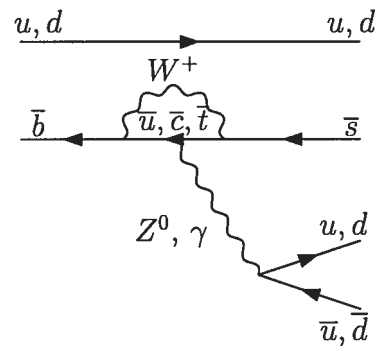
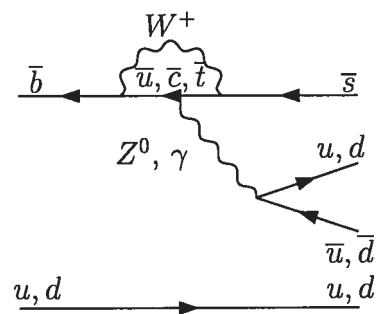
$$P' = V_{ub}^* V_{us} P'_u + V_{cb}^* V_{cs} P'_c + V_{tb}^* V_{ts} P'_t = V_{ub}^* V_{us} P'_{ut} + V_{cb}^* V_{cs} P'_{ct} \quad (2.1)$$

où $P'_{ut} = P'_u - P'_t$ et $P'_{ct} = P'_c - P'_t$. On voit que P'_{ut} possède une phase faible $e^{i\gamma}$ et que P'_{ct} n'en a pas. De plus, on sait que

$$\frac{V_{ub}^* V_{us}}{V_{cb}^* V_{cs}} \approx \lambda^2 \approx 5\%. \quad (2.2)$$

Par conséquent, la contribution de P'_{ct} sera beaucoup plus importante que celle de P'_{ut} .

Finalement, on a les pingouins électrofaibles (figs 2.4 et 2.5). Comme pour les diagrammes en arbre, on a un diagramme favorisé par la couleur et un supprimé par la couleur. On peut donc poser que $P'_{EW}/P'^c_{EW} \approx 3$. Dans ces diagrammes, le couplage du Z^0 au quark q nous donne un terme proportionnel à m_q^2 . Puisque $m_u \ll m_c \ll m_t$, on peut considérer seulement le diagramme avec un quark t . Dans ce cas, le facteur CKM est $V_{tb}^* V_{ts}$. Il n'y a donc pas de phase faible pour ces diagrammes.

FIG. 2.4 – Pingouin électrofaible (P'_{EW})FIG. 2.5 – Pingouin électrofaible supprimé par la couleur (P'^c_{EW})

2.2 Opérateurs

L'amplitude totale d'une désintégration $B \rightarrow f$ peut s'écrire comme

$$A = \langle f | H_{eff} | B \rangle \quad (2.3)$$

où H_{eff} est l'hamiltonien effectif. Celui-ci peut s'écrire comme une combinaison linéaire d'opérateurs représentant les différents diagrammes. L'hamiltonien effectif

est donné par

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [V_{ub}V_{us}^*(c_1O_1 + c_2O_2) - \sum_{i=3}^{10} V_{tb}V_{ts}^*c_iO_i] + h.c. . \quad (2.4)$$

Les c_i sont les coefficients de Wilson. Les O_i sont définis comme

$$\begin{aligned} O_1 &= (\bar{s}u)_{V-A}(\bar{u}b)_{V-A}, & O_2 &= (\bar{s}_\alpha u_\beta)_{V-A}(\bar{u}_\beta b_\alpha)_{V-A}, \\ O_3 &= (\bar{s}b)_{V-A} \sum_q (\bar{q}q)_{V-A}, & O_4 &= (\bar{s}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{V-A}, \\ O_5 &= (\bar{s}b)_{V-A} \sum_q (\bar{q}q)_{V+A}, & O_6 &= (\bar{s}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{V+A}, \\ O_7 &= \frac{3}{2}(\bar{s}b)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}q)_{V+A}, & O_8 &= \frac{3}{2}(\bar{s}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{V+A}, \\ O_9 &= \frac{3}{2}(\bar{s}b)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}q)_{V-A}, & O_{10} &= \frac{3}{2}(\bar{s}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_\beta q_\alpha)_{V-A} \end{aligned} \quad (2.5)$$

où $(\bar{q}q')_{V\pm A} = \bar{q}\gamma_\mu(1 \pm \gamma_5)q'$ et α, β sont des indices de couleur. Les diagrammes en arbre sont représentés par les opérateurs O_1 et O_2 , les pingouins gluoniques par O_3 à O_6 et les pingouins électrofaibles par O_7 à O_{10} .

Même en utilisant l'hamiltonien effectif, les éléments de matrice restent complexes à calculer. Dans les calculs du chapitre 4, on utilise l'approximation dite «factorisation naïve». Cette dernière nous donne des résultats peu précis, mais nous permet de négliger des effets difficiles à calculer tels que la rediffusion.

Avec la factorisation naïve, on peut séparer les éléments de matrice en deux facteurs. Voici un exemple de calcul pour l'amplitude d'un diagramme en arbre :

$$\begin{aligned} T'_{B^+ \rightarrow \pi^0 K^+} &= \langle \pi^0 K^+ | \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub}V_{us}^* (c_1 + \frac{c_2}{N_c}) (\bar{s}u)_{V-A} (\bar{u}b)_{V-A} | B^+ \rangle \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub}V_{us}^* (c_1 + \frac{c_2}{N_c}) \langle \pi^0 | \bar{u}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | B^+ \rangle \langle K^+ | \bar{s}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) u | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ces éléments de matrice peuvent être calculés en utilisant des facteurs de forme. Les différents éléments de matrice utilisés dans ce mémoire sont donnés dans l'annexe du chapitre 4.

2.3 Mélange $B^0 - \bar{B}^0$

Dans le système des mésons neutres, il existe un phénomène de mélange. C'est-à-dire qu'un méson neutre peut se transformer en son anti-particule. Donc, un B^0 peut se transformer en \bar{B}^0 et vice-versa. Les diagrammes responsables pour de tels échanges sont les diagrammes en boîte (fig. 2.6).

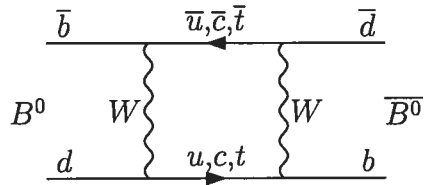


FIG. 2.6 – Diagramme de mélange $B^0 - \bar{B}^0$

On remarque que trois quarks et trois anti-quarks sont possibles. Toutefois, l'amplitude du diagramme avec t et \bar{t} domine largement tous les autres. Cela est dû à un facteur proportionnel à m_t^2 qui apparaît dans le calcul de l'amplitude. On peut donc dire qu'à une bonne approximation, le facteur CKM de ce diagramme est $(V_{tb}^* V_{td})^2$, ce qui donne une phase faible de $e^{-i2\beta}$.

Puisqu'on sait que CP n'est pas conservé, les états de masse ne sont pas nécessairement équivalents aux états propres de CP. On peut définir les états de masse par

$$\begin{aligned}
 |B_H\rangle &= p |B^0\rangle + q |\bar{B}^0\rangle \\
 |B_L\rangle &= p |B^0\rangle - q |\bar{B}^0\rangle
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

où p et q sont des constantes complexes telles que $|p|^2 + |q|^2 = 1$. On peut donc

définir l'évolution à travers le temps de l'état d'un B^0 ou $\overline{B^0}$ pur par

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= g_+(t) |B^0\rangle + g_-(t) \frac{q}{p} |\overline{B^0}\rangle \\ |\overline{B^0}(t)\rangle &= g_-(t) \frac{p}{q} |B^0\rangle + g_+(t) |\overline{B^0}\rangle \end{aligned} \quad (2.8)$$

où

$$g_{\pm}(t) \equiv \frac{1}{2} (e^{-i(m_H - \Gamma_H)t} \pm e^{-i(m_L - \Gamma_L)t}). \quad (2.9)$$

Les termes $m_{H,L}$ et $\Gamma_{H,L}$ représentent respectivement la masse et la largeur de désintégration des états B_H et B_L .

Un fait important à remarquer est que

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1 \Rightarrow \text{Prob}(B^0(t) \rightarrow \overline{B^0}) \neq \text{Prob}(\overline{B^0}(t) \rightarrow B^0). \quad (2.10)$$

C'est ce qu'on appelle la violation CP dans le mélange. On a mesuré expérimentalement ce phénomène par les désintégrations semi-leptoniques des B neutres. On n'a toujours pas trouvé à ce jour d'asymétrie dans le mélange des mésons B [6]. On peut donc écrire $\frac{q}{p}$ comme une phase pure. Si on fait l'approximation que le diagramme de mélange dominant est la boîte avec deux quarks t , on a que

$$\frac{q}{p} = e^{-i2\beta}. \quad (2.11)$$

2.4 Observables

Expérimentalement, ce que nous observons est $\Gamma(X(t) \rightarrow Y)$ et $\Gamma(\overline{X}(t) \rightarrow \overline{Y})$, les rapports d'embranchement d'un processus et de son anti-processus. On peut intégrer sur le temps pour obtenir les rapports indépendants du temps $\Gamma(X \rightarrow Y)$ et $\Gamma(\overline{X} \rightarrow \overline{Y})$. Dans les processus qui nous intéressent, on peut extraire trois types d'observables.

Il y a tout d'abord le rapport d'embranchement moyen indépendant du temps :

$$Br(B \rightarrow f) = \frac{\Gamma(B \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}{2}. \quad (2.12)$$

Cette observable est évidemment indépendante de la violation CP puisque $Br(B \rightarrow f) = Br(\bar{B} \rightarrow \bar{f})$.

On peut également mesurer l'asymétrie directe indépendante du temps :

$$A_{dir} = \frac{\Gamma(B \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}. \quad (2.13)$$

Si ce terme est non-nul, cela implique que l'équation (1.15) est respectée. Toutefois, l'asymétrie directe ne nous donne pas toute l'information sur la brisure de la symétrie pour les mésons neutres. Puisque les rapports d'embranchement sont intégrés dans le temps, on perd de l'information. Justement, les mésons neutres oscillent entre particule et anti-particule dans le temps. Pour tenir compte de ce fait, on doit considérer les rapports d'embranchement dépendants du temps. Le terme d'asymétrie le plus général est :

$$A_{CP}(t) = \frac{\Gamma(B(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}(t) \rightarrow \bar{f})}. \quad (2.14)$$

Considérons un état final f qui est un état propre de CP (i.e. $f = \bar{f}$). Donc, par l'éq. (2.8) et par le fait que

$$\Gamma(X \rightarrow Y) = |\langle Y | H | X \rangle|^2 = |A(X \rightarrow Y)|^2, \quad (2.15)$$

on peut montrer que

$$\begin{aligned} A_{CP}(t) &= \frac{1 - |\lambda|^2}{1 + |\lambda|^2} \cos(\Delta mt) - \frac{2Im\lambda}{1 + |\lambda|^2} \sin(\Delta mt) \\ &= C(\lambda) \cos(\Delta mt) - S(\lambda) \sin(\Delta mt) \end{aligned} \quad (2.16)$$

où $\Delta m = m_H - m_L$ et

$$\lambda = \frac{q}{p} \frac{A(\overline{B} \rightarrow f)}{A(B \rightarrow f)} = e^{-i2\beta} \frac{\overline{A}}{A}. \quad (2.17)$$

On voit par l'éq. (2.13) que $C(\lambda) \equiv A_{dir}$. Il nous reste le terme $S(\lambda)$ comme observable indépendante du temps. C'est ce qu'on appelle l'asymétrie due à l'interférence entre les désintégrations avec et sans mélange ou, plus simplement, asymétrie indirecte :

$$A_{indir} = S(\lambda) = \frac{2\text{Im}\lambda}{1 + |\lambda|^2}. \quad (2.18)$$

2.5 Polarisation

Une dernière observable est pertinente à notre étude. Dans les systèmes de particules vectorielles tels que $B \rightarrow \rho K^*$, les particules finales ont une polarisation. Une particule massive de spin 1 a trois états de polarisation possibles : gaucher(-), droitier(+) ou longitudinal(0). Dans les désintégrations $B \rightarrow VV$, les deux particules vectorielles doivent avoir la même polarisation puisque les mésons B sont de spin 0. Cette polarisation peut être observée expérimentalement. Il est donc possible d'obtenir un rapport entre les différentes polarisations finales. À cause de la forme $(V - A) \times (V \pm A)$ des opérateurs du MS, la polarisation longitudinale devrait naïvement dominer (éq. 4.6). Toutefois, les résultats expérimentaux des systèmes $B \rightarrow \rho K^*$ et $B \rightarrow \phi K^*$ ne semblent pas respecter cette prédiction théorique.

CHAPITRE 3

LE CASSE-TÊTE DE $B \rightarrow \pi K$ ET LA NOUVELLE PHYSIQUE

The $B \rightarrow \pi K$ Puzzle and New Physics [1]

Seungwon Baek ^a Alakabha Datta ^b, Philippe Hamel ^a,
Denis A. Suprun ^c and David London ^a

*a : Physique des Particules, Université de Montréal,
C.P. 6128, succ. centre-ville, Montréal, QC, Canada H3C 3J7*

*b : Department of Physics, University of Toronto,
60 St. George Street, Toronto, ON, Canada M5S 1A7*

*c : Physics Department, Brookhaven National Laboratory,
Upton, NY, USA, 11973.*

Abstract

The present $B \rightarrow \pi K$ data is studied in the context of the standard model (SM) and with new physics (NP). We confirm that the SM has difficulties explaining the $B \rightarrow \pi K$ measurements. By adopting an effective-lagrangian parametrization of NP effects, we are able to rule out several classes of NP. Our model-independent analysis shows that the $B \rightarrow \pi K$ data can be accommodated by NP in the electroweak penguin sector.

The B -factories BaBar and Belle have measured (most of) the branching ratios and CP asymmetries for the various $B \rightarrow \pi\pi$ and $B \rightarrow \pi K$ decays, and these can be used to search for physics beyond the Standard Model (SM). By using flavor SU(3) symmetry to relate these processes [9–14], several analyses were able to constrain the SM parameters, and to look for signs of New Physics (NP). The advantage of this approach is that one takes into account a large number of processes. The disadvantage is that one has to deal with unknown effects related to the breaking of SU(3) symmetry. Also, $B \rightarrow \pi\pi$ decays involve the quark-level processes $\bar{b} \rightarrow \bar{d}q\bar{q}$ ($q = u, d$), while $B \rightarrow \pi K$ receives contributions from $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$. If there is NP, it could affect $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ and $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$ processes differently.

For this reason, there are advantages to considering $B \rightarrow \pi K$ decays alone. As we will see, these processes contain enough information to constrain the SM parameters. Within the diagrammatic approach [15], the amplitudes for the four $B \rightarrow \pi K$ decays can be written in terms of seven diagrams : the color-favored and color-suppressed tree amplitudes T' and C' , the gluonic penguin amplitudes P' and P'_{uc} , the color-favored and color-suppressed electroweak penguin amplitudes P'_{EW} and P'_{EW}^C , and the annihilation amplitude A' . (The primes on the amplitudes indicate $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$ transitions.)

In Ref. [15], the relative sizes of the amplitudes were roughly estimated as

$$\begin{aligned} 1 : |P'| \quad , \quad \mathcal{O}(\bar{\lambda}) : |T'|, |P'_{EW}| \quad , \\ \mathcal{O}(\bar{\lambda}^2) : |C'|, |P'_{uc}|, |P'_{EW}^C| \quad , \quad \mathcal{O}(\bar{\lambda}^3) : |A'|, \end{aligned} \quad (3.1)$$

where $\bar{\lambda} \sim 0.2$. These estimates are expected to hold approximately in the SM. Thus, to $\mathcal{O}(\bar{\lambda})$, we can ignore all diagrams but P' , T' and P'_{EW} in our $B \rightarrow \pi K$ amplitudes. We will perform a fit of the present $B \rightarrow \pi K$ data – the goodness or badness of the fit should not be much affected by the inclusion of the smaller amplitudes.

The four amplitudes can then be written as

$$\begin{aligned}
A(B^+ \rightarrow \pi^+ K^0) &\equiv A^{+0} = -P' , \\
\sqrt{2}A(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+) &\equiv \sqrt{2}A^{0+} = -T' e^{i\gamma} + P' - P'_{EW} , \\
A(B^0 \rightarrow \pi^- K^+) &\equiv A^{-+} = -T' e^{i\gamma} + P' , \\
\sqrt{2}A(B^0 \rightarrow \pi^0 K^0) &\equiv \sqrt{2}A^{00} = -P' - P'_{EW} ,
\end{aligned} \tag{3.2}$$

where we have explicitly written the dependence on the weak phase (including the minus sign from $V_{tb}^* V_{ts}$ [P']), while the amplitudes contain strong phases. (The phase information in the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) quark mixing matrix is conventionally parametrized in terms of the unitarity triangle, in which the interior (CP-violating) angles are known as α , β and γ [16].)

We have one additional piece of information : within the SM, to a good approximation, the diagram P'_{EW} can be related to T' using flavor SU(3) [17] :

$$P'_{EW} \simeq \frac{3}{4} \left[\frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} + \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} \right] R T' . \tag{3.3}$$

Here, the c_i are Wilson coefficients [18] and

$$R \equiv \left| \frac{V_{tb}^* V_{ts}}{V_{ub}^* V_{us}} \right| = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \beta} . \tag{3.4}$$

With the above relation, the $B \rightarrow \pi K$ observables contain five theoretical parameters : $|P'|$, $|T'|$, β , γ , and one relative strong phase, δ . The phase β can be taken from the measurement of $\sin 2\beta$ in $B_d^0(t) \rightarrow J/\psi K_s$: $\sin 2\beta = 0.726 \pm 0.037$ [19], leaving four theoretical unknowns. However, there are a total of nine $B \rightarrow \pi K$ measurements : four CP-averaged branching ratios and five CP asymmetries (Table 3.1, [20]). Within the parametrization of Eq. (3.2), three of these are independent of the theoretical parameters : the direct CP asymmetries in $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ and $B^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ are predicted to vanish, and the indirect CP asymmetry in $B^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ measures $\sin 2\beta$. The remaining six observables are functions of the four theoretical param-

TAB. 3.1 – Branching ratios, direct CP asymmetries A_{dir} , and mixing-induced CP asymmetry A_{indir} (if applicable) for the four $B \rightarrow \pi K$ decay modes.

| Mode | $BR(10^{-6})$ | A_{dir} | A_{indir} |
|-------------------------------|----------------|--------------------|-----------------|
| $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ | 24.1 ± 1.3 | -0.020 ± 0.034 | |
| $B^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ | 12.1 ± 0.8 | 0.04 ± 0.04 | |
| $B_d^0 \rightarrow \pi^- K^+$ | 18.2 ± 0.8 | -0.109 ± 0.019 | |
| $B_d^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ | 11.5 ± 1.0 | -0.09 ± 0.14 | 0.34 ± 0.28 |

ters, so we can perform a fit to obtain these quantities.

Using the parametrization of Eq. (3.2) for the $B \rightarrow \pi K$ amplitudes, we find that $\chi_{min}^2/d.o.f. = 15.6/5$ (0.8%), indicating a very poor fit. (The number in parentheses indicates the quality of the fit, and depends on χ_{min}^2 and $d.o.f.$ individually. 50% is a good fit; fits which are substantially less than 50% are poorer.) This is not a new result – other analyses have made a similar observation [9, 11–14]. It shows that present data is inconsistent with the naive implementation of the SM. Our parametrization is therefore incomplete. There are two ways to make modifications. Either we work within the SM, or we add new physics. We address these possibilities in turn.

We begin with the SM, but abandon the relation between P'_{EW} and T' [Eq. (3.3)]. We now have six theoretical parameters: $|P'|$, $|T'|$, $|P'_{EW}|$, γ , and two relative strong phases. In this case, the fit is good: $\chi_{min}^2/d.o.f. = 2.7/3$ (44%). The fit also gives a central value of $\gamma = 59^\circ$. This is consistent with the value of γ obtained via a fit to independent measurements: $\gamma = 62_{-12}^{+10^\circ}$ [21]. (Because these errors are not gaussian, we do not include this information in our fit at this stage.) On the other hand, the fit also gives $|P'_{EW}/T'| = 1.55 \pm 0.68$, whose central value is far from its SM value of 0.65 ± 0.15 [17]. Thus, while it is possible to explain the present $B \rightarrow \pi K$ data by treating P'_{EW} and T' independently, it is difficult to understand how $|P'_{EW}/T'|$ could be so much larger than its SM value.

The second modification is to take into account the smaller (neglected) amplitudes. Including the $O(\bar{\lambda}^2)$ diagrams, the $B \rightarrow \pi K$ amplitudes take the form

$$\begin{aligned}
A^{+0} &= -P' + P'_{uc} e^{i\gamma} - \frac{1}{3} P'_{EW}{}^{IC} , \\
\sqrt{2}A^{0+} &= -T' e^{i\gamma} - C' e^{i\gamma} + P' - P'_{uc} e^{i\gamma} \\
&\quad - P'_{EW}{}^{IC} - \frac{2}{3} P'_{EW}{}^{IC} , \\
A^{-+} &= -T' e^{i\gamma} + P' - P'_{uc} e^{i\gamma} - \frac{2}{3} P'_{EW}{}^{IC} , \\
\sqrt{2}A^{00} &= -C' e^{i\gamma} - P' + P'_{uc} e^{i\gamma} - P'_{EW}{}^{IC} - \frac{1}{3} P'_{EW}{}^{IC} .
\end{aligned} \tag{3.5}$$

In this case, $P'_{EW}{}^{IC}$ is not independent of the amplitudes T' and C' . We have [17]

$$\begin{aligned}
P'_{EW} &= \frac{3 c_9 + c_{10}}{4 c_1 + c_2} R(T' + C') + \frac{3 c_9 - c_{10}}{4 c_1 - c_2} R(T' - C') , \\
P'_{EW}{}^{IC} &= \frac{3 c_9 + c_{10}}{4 c_1 + c_2} R(T' + C') - \frac{3 c_9 - c_{10}}{4 c_1 - c_2} R(T' - C') .
\end{aligned} \tag{3.6}$$

With these relations, we now have eight theoretical parameters : $|P'|$, $|P'_{uc}|$, $|T'|$, $|C'|$, γ , and three relative strong phases. With nine pieces of experimental data, we can still perform a fit, which is acceptable : $\chi^2_{min}/d.o.f. = 0.7/1$ (40%). In addition, we find $\gamma = 64^\circ$, consistent with independent measurements. However, the fit gives $|C'/T'| = 1.8 \pm 1.0$, whose central value is far larger than naive estimates. Other analyses have also found the C' must be very big to explain the $B \rightarrow \pi K$ data [13, 14]. In Ref. [14], it is argued that final-state interactions (FSI) can increase the size of C' . However, in that case, the authors were attempting to explain $|C'/T'| \simeq 0.5$ (which comes from the joint fit to $B \rightarrow \pi K$ and $B \rightarrow \pi\pi$ decays [10]). Even with FSI, it is difficult to see how C' can be increased to about twice as large as T' .

It is therefore extremely difficult to explain the current $B \rightarrow \pi K$ data within the SM alone. Instead, one must consider the effect of new-physics operators. These can be included in B -physics analyses in a model-independent way [22]. We suppose that there are NP contributions to $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ transitions which are roughly the same

size as the SM $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$ penguin operators. The NP contributions take the form $\mathcal{O}_{NP}^{ij,q} \sim \bar{s}\Gamma_i b \bar{q}\Gamma_j q$ ($q = u, d, s, c$), where the $\Gamma_{i,j}$ represent Lorentz structures, and colour indices are suppressed. There are a total of 20 possible NP operators, each of which can in principle have a different weak phase. The NP contributes to the decay $B \rightarrow f$ through its matrix elements $\langle f | \mathcal{O}_{NP}^{ij,q} | B \rangle$, which can be written as

$$\langle f | \mathcal{O}_{NP}^{ij,q} | B \rangle = A_k e^{i\phi_k^q} e^{i\delta_k^q} , \quad (3.7)$$

where ϕ_k^q and δ_k^q are the NP weak and strong phases associated with the individual matrix elements. However, the key point is that the NP strong phases are very small. The reasoning goes as follows. Strong phases arise from rescattering. In the SM, the (large) tree diagram $(\tilde{T}') \bar{b} \rightarrow \bar{s}c\bar{c}$ can rescatter into the c -quark penguin P'_c , possibly giving it a strong phase of $O(1)$. Note that $|P'_c/\tilde{T}'| \lesssim 10\%$. That is, in the SM the diagram responsible for the rescattering is considerably larger than the diagram which receives the strong phase. On the other hand, the NP rescattering can only come from the NP matrix elements themselves. Assuming the same suppression factor, the NP strong phases are $O(10\%)$, which is negligible, to a good approximation. Note that this is a quite general result and applies to all NP models.

The neglect of NP strong phases allows for a great simplification. For a given type of transition, all NP matrix elements can now be combined into a single NP amplitude, with a single weak phase :

$$\sum \langle f | \mathcal{O}_{NP}^{ij,q} | B \rangle = \mathcal{A}^q e^{i\Phi_q} , \quad (3.8)$$

where $q = u, d, s, c$. (Throughout the paper, the symbols \mathcal{A} and Φ denote the NP amplitudes and weak phases, respectively.) $B \rightarrow \pi K$ decays involve only NP parameters related to the quarks u and d . These operators come in two classes, differing in their colour structure : $\bar{s}_\alpha \Gamma_i b_\alpha \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\beta$ and $\bar{s}_\alpha \Gamma_i b_\beta \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\alpha$ ($q = u, d$). The matrix elements of these operators can be combined into single NP amplitudes,

denoted $\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q}$ and $\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi_q^{C'}}$, respectively [42]. Here, Φ'_q and $\Phi_q^{C'}$ are the NP weak phases; the strong phases are zero. Each of these contributes differently to the various $B \rightarrow \pi K$ decays. In general, $\mathcal{A}'^q \neq \mathcal{A}'^{C,q}$ and $\Phi'_q \neq \Phi_q^{C'}$. Note that, despite the ‘‘colour-suppressed’’ index C , the matrix elements $\mathcal{A}'^{C,q} e^{i\Phi_q^{C'}}$ are not necessarily smaller than the $\mathcal{A}'^q e^{i\Phi'_q}$.

The $B \rightarrow \pi K$ amplitudes can now be written in terms of the SM amplitudes to $O(\bar{\lambda})$ [P'_{EW} and T' are related as in Eq. (3.3)], along with the NP matrix elements [42] :

$$\begin{aligned}
A^{+0} &= -P' + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C'}} , \\
\sqrt{2}A^{0+} &= P' - T' e^{i\gamma} - P'_{EW} \\
&\quad + \mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'} - \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C'}} , \\
A^{-+} &= P' - T' e^{i\gamma} - \mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C'}} , \\
\sqrt{2}A^{00} &= -P' - P'_{EW} + \mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'} + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C'}} , \tag{3.9}
\end{aligned}$$

where $\mathcal{A}'^{comb} e^{i\Phi'} \equiv -\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C'}} + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C'}}$. There are now a total of 11 theoretical parameters : $|P'|$, $|T'|$, $|\mathcal{A}'^{comb}|$, $|\mathcal{A}'^{C,u}|$, $|\mathcal{A}'^{C,d}|$, γ , 3 NP weak phases and two relative strong phases. With only 9 experimental measurements, it is not possible to perform a fit. It is necessary to make some theoretical assumptions.

We assume that a single NP amplitude dominates. There are an infinite number of choices, but we consider the following four possibilities : (i) only $\mathcal{A}'^{comb} \neq 0$, (ii) only $\mathcal{A}'^{C,u} \neq 0$, (iii) only $\mathcal{A}'^{C,d} \neq 0$, (iv) $\mathcal{A}'^{C,u} e^{i\Phi_u^{C'}} = \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C'}}$, $\mathcal{A}'^{comb} = 0$ (isospin-conserving NP).

In the first three cases there are seven parameters : three amplitude magnitudes, γ , one weak NP phase and two relative strong phases. However, for the type of NP characterizing the fourth fit, all $B \rightarrow \pi K$ amplitudes and their CP-conjugates contain two combinations of amplitudes. These can be written as follows :

$$\begin{aligned}
P_{NP} e^{i\delta_{NP}} e^{i\Phi_{NP}} &= -P' + \mathcal{A}'^{C,d} e^{i\Phi_d^{C'}} , \\
\bar{P}_{NP} e^{i\delta_{NP}} e^{-i\Phi_{NP}} &= -P' + \mathcal{A}'^{C,d} e^{-i\Phi_d^{C'}} , \tag{3.10}
\end{aligned}$$

with $P_{NP} \neq \bar{P}_{NP}$. However, note that the real parts of these quantities are equal : $P_{NP} \cos(\delta_{NP} + \Phi_{NP}) = \bar{P}_{NP} \cos(\delta_{NP} - \Phi_{NP})$. Thus, one variable, say δ_{NP} , can be written as a function of the other three. That is, in this case there is one fewer degree of freedom, and the $B \rightarrow \pi K$ amplitudes contain six unknown parameters : $P_{NP}, \bar{P}_{NP}, T', \gamma, \Phi_{NP}$ and $\delta_{T'}$.

In cases (i), (iii) and (iv), there are more measurements than unknowns, and we can perform a fit. On the other hand, parametrization (ii) makes the same predictions as the SM : $A_{dir}(B^+ \rightarrow \pi^+ K^0) = A_{dir}(B^0 \rightarrow \pi^0 K^0) = 0$ and $A_{indir}(B^0 \rightarrow \pi^0 K^0) = \sin 2\beta$. Thus, in this case, there are only six observables, and we cannot determine the seven theoretical parameters.

Using Table 3.1, our results are : (i) $\chi^2_{min}/d.o.f. = 1.9/2$ (39%), (iii) $\chi^2_{min}/d.o.f. = 9.4/2$ (0.9%), (iv) $\chi^2_{min}/d.o.f. = 3.9/3$ (27%). Thus, based on the fit quality only, we conclude that fit (i) is acceptable, fit (iv) is somewhat less good, and fit (iii) is poor.

However, these fits also give values for the CP angle γ : (i) $\gamma = 64.2^\circ$, (iii) $\gamma = 31.8^\circ$, (iv) $\gamma = 37.8^\circ$. These can be compared with the value obtained from a fit to independent data, $\gamma = 62^{+10}_{-12}^\circ$ [21]. Note that this latter value of γ includes limits on $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ mixing. However, the NP considered here will, in general, also lead to effects in this mixing. Thus, technically, in considering this type of NP, the $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ mixing data should be removed from the γ fit. In practice, though, this will not make much difference. We therefore continue to use the best-fit values of γ with $\gamma = 62^{+10}_{-12}^\circ$ as the independent value, but the reader should keep this caveat in mind.

Note also that any explanation of the $B \rightarrow \pi K$ data using new physics must also reproduce the SM value of γ . This demonstrates that, in looking for NP, it is important to use all handles available, and not simply concentrate on measurements of the CP phases.

We incorporate the information on γ by adding a constraint to the data, so that we now fit to all the $B \rightarrow \pi K$ data and $\gamma = 62 \pm 11^\circ$. (Note that the γ constraint is not a true experimental number – it has some theoretical input – and so its inclusion

in the fit must be viewed with some prudence.) With this added input, we can now perform a fit in parametrization (ii). We find : (i) $\chi_{min}^2/d.o.f. = 1.9/3$ (59%), (ii) $\chi_{min}^2/d.o.f. = 2.7/3$ (44%), (iii) $\chi_{min}^2/d.o.f. = 9.4/3$ (2%), (iv) $\chi_{min}^2/d.o.f. = 6.7/4$ (15%). We conclude that fits (i) and (ii) are good, while fit (iv) is poorer, and fit (iii) is very poor. We do not consider fit (iii) further.

However, we have still not included all the information at our disposal. In the fits, we find that (i) $\delta_{T'} = -58.4^\circ$, (ii) $\delta_{T'} = -26.2^\circ$ or 68.8° , and (iv) $\delta_{T'} = -47^\circ$. On the other hand, the diagram T' is governed by the CKM matrix elements $V_{ub}^* V_{us}$, and so its strong phase can arise only from self-rescattering. Thus, like the new-physics amplitudes, the strong phase of T' , $\delta_{T'}$, is expected to be very small. This requirement gives us an additional handle. We incorporate this by adding a constraint to the data : we require $\delta_{T'} = 0 \pm 10^\circ$. Since this is purely theoretical, it is obviously not on the same footing as the $B \rightarrow \pi K$ data. However, since we only want to see if particular NP models give a good fit, it is sensible to include this information among the constraints.

Including the constraint on $\delta_{T'}$, we find (i) $\chi_{min}^2/d.o.f. = 2.2/4$ (70%), (ii) $\chi_{min}^2/d.o.f. = 5.9/4$ (21%), and (iv) $\chi_{min}^2/d.o.f. = 14.3/5$ (1%). We therefore find that (i) is a good fit, (ii) is poorer, and (iv) is a very poor fit.

Of the four new-physics models examined in this paper, only one produces a good fit to the $B \rightarrow \pi K$ data and the various imposed constraints on γ and $\delta_{T'}$. It is case (i), $\mathcal{A}^{i,comb} \neq 0$. In this model, the best-fit values of the theoretical parameters are $|T'/P'| = 0.22$ (in line with theoretical expectations), $|\mathcal{A}^{i,comb}/P'| = 0.36$, $\Phi' = 100^\circ$, $\delta_{P'} = -10^\circ$. We therefore find that the NP amplitude must be sizeable, with a large weak phase.

This class of NP models essentially corresponds to a modification of the SM electroweak penguin amplitude, as explored in Refs. [9, 12, 23]. In Ref. [9] the weak phase of the electroweak penguin was modified, meaning that the NP operator is of the form $(V - A) \times (V - A)$. Here, we allow any form for the operator, so that this is a more general solution. NP models which can lead to this include Z - and Z' -mediated flavour-changing neutral currents [23, 24] or supersymmetry with

R -parity breaking.

Fit (ii) ($\mathcal{A}^{I C, u} \neq 0$) is poorer, but not ruled out (though it does give a value for $|T'/P'|$ which is about three times larger than expectations). This is a NP solution which has not been considered before. It can arise, for example, in supersymmetric models with R -parity breaking. Fit (iii) ($\mathcal{A}^{I C, d} \neq 0$) yields a poor fit, so that this class of NP models is (close to) ruled out. We also rule out isospin-conserving models of NP [fit (iv)]. These include new physics whose principal effect is to generate an anomalous gluonic quadrupole moment [25].

A word of caution : one has to be careful about ruling out particular models of new physics. Any specific NP model will, in general, lead to more than one effective NP operator, and the more general case can be used to explain the $B \rightarrow \pi K$ data.

To summarize, we have presented a study of the current $B \rightarrow \pi K$ data. The standard model (SM) has great difficulty accounting for these measurements. Depending on the parametrization, one obtains a poor fit, or values for the SM parameters which are greatly at odds with our present understanding. For models of new physics (NP), we adopt a model-independent, effective-lagrangian parametrization of the NP effects. There are three possible (complex) NP parameters which can affect $B \rightarrow \pi K$ decays, denoted $\mathcal{A}^{I, comb}$, $\mathcal{A}^{I C, u}$ and $\mathcal{A}^{I C, d}$. We consider four classes of NP models : (i) only $\mathcal{A}^{I, comb} \neq 0$, (ii) only $\mathcal{A}^{I C, u} \neq 0$, (iii) only $\mathcal{A}^{I C, d} \neq 0$, (iv) isospin-conserving NP : $\mathcal{A}^{I C, u} e^{i\Phi_u^{I C}} = \mathcal{A}^{I C, d} e^{i\Phi_d^{I C}}$, $\mathcal{A}^{I, comb} = 0$. Of these, the classes of models (ii), (iii) and (iv) produce poor or very poor fits. Only model (i) explains the data satisfactorily. It corresponds to a modification of the electroweak penguin (EWP) amplitude. Note that, while other studies also consider specific models of NP in the EWP, our analysis is completely model independent.

D.S. thanks D.L. for the hospitality of the Université de Montréal, where part of this work was done. The work of S.B., P.H., D.L. and A.D. was financially supported by NSERC of Canada and les Fonds FQRNT du Québec. The work of D.S. was supported by the U.S. Department of Energy under grant No. DE-AC02-98CH10886.

CHAPITRE 4

LES ÉTATS DE POLARISATION DE $B \rightarrow \rho K^*$ ET LA NOUVELLE PHYSIQUE

Polarization States in $B \rightarrow \rho K^*$ and New Physics [2]

Seungwon Baek ^a, Alakabha Datta ^b, Philippe Hamel ^a,
Oscar F. Hernández ^c and David London ^a

*a : Physique des Particules, Université de Montréal,
C.P. 6128, succ. centre-ville, Montréal, QC, Canada H3C 3J7*

*b : Department of Physics, University of Toronto,
60 St. George Street, Toronto, ON, Canada M5S 1A7*

*c : Physics Department, McGill University,
3600 University St., Montréal, Québec, Canada, H3A 2T8.*

Abstract

The standard-model explanations of the anomalously-large transverse polarization fraction f_T in $B \rightarrow \phi K^*$ can be tested by measuring the polarizations of the two decays $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ and $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$. For the scenario in which the transverse polarizations of both $B \rightarrow \rho K^*$ decays are predicted to be large, we derive a simple relation between the f_T 's of these decays. If this relation is not confirmed experimentally, this would yield an unambiguous signal for new physics. The new-physics operators which can account for the discrepancy in $B \rightarrow \pi K$ decays will also contribute to the polarization states of $B \rightarrow \rho K^*$. We compute these contributions and show that there are only two operators which can simultaneously account for the present $B \rightarrow \pi K$ and $B \rightarrow \rho K^*$ data. If the new physics obeys an approximate U-spin symmetry, the $B \rightarrow \phi K^*$ measurements can also be explained.

4.1 Introduction

One class of B decays which is particularly intriguing involves processes whose principal contribution comes from $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$ penguin amplitudes. The reason is that there are already several results in these processes hinting at the presence of physics beyond the standard model (SM).

First, within the SM, the CP asymmetry in $B_d^0(t) \rightarrow J/\psi K_s$ ($\sin 2\beta = 0.725 \pm 0.037$ [26]) should be approximately equal to that in penguin-dominated $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ transitions ($q = u, d, s$). However, on average, these latter measurements yield a smaller value : $\sin 2\beta = 0.43 \pm 0.07$ [27].

Second, within the SM, one expects no triple-product asymmetries in $B \rightarrow \phi K^*$ [28]. However both BaBar and Belle have measured such effects, albeit at low statistical significance [29].

Third, the latest data on $B \rightarrow \pi K$ branching ratios and CP asymmetries [30] appear to be inconsistent with a SM fit [1, 31]. The model-independent analysis in Ref. [1] has shown that the data can be accommodated with a new-physics (NP) operator in the electroweak penguin sector.

A fourth possible hint of NP occurs in $B \rightarrow V_1 V_2$ decays, where the V_i are light vector mesons. In such decays the final-state particles can be found with transverse or longitudinal polarization. SM factorizable amplitudes, which are expected to dominate in the heavy b -quark limit, result in a dominant longitudinal polarization, with the transversely-polarized amplitudes suppressed by m_V/m_B . While this is realized for $B \rightarrow \rho\rho$ decays, which receive $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ penguin contributions, in $B \rightarrow \phi K^*$ decays it is found that the transverse fraction f_T is about equal to the longitudinal fraction f_L [16, 32]. Competing NP [33, 34], and SM [35–37] explanations have been proposed. $B \rightarrow \rho K^*$ decays may offer a way to resolve this discrepancy.

In this paper we will be mainly focussing our attention on the third and fourth points above. In the decay $B \rightarrow \rho K^*$, unlike $B \rightarrow \phi K^*$, there are two states, distinguished by the charge of the ρ meson : ρ^+ or ρ^0 . Here, the final-state particles

are also vector mesons, so that one can measure their polarization states. Now, the polarization states of $B \rightarrow \rho K^*$ can be related to those in $B \rightarrow \phi K^*$. For this latter decay, it is not clear whether the large observed value of f_T/f_L is accommodated by the SM or best explained with NP. However one can distinguish between a SM and NP explanation by *comparing* the two charge states. In particular, we show that if one of the SM scenarios proposed in Refs. [35, 36] does explain the large $B \rightarrow \phi K^*$ transverse polarization, then the transverse fractions of the two charge states in $B \rightarrow \rho K^*$ should satisfy $f_T^+/f_T^0 \simeq 2(\text{BR}^0/\text{BR}^+)$. Alternatively, if the SM scenario for the $B \rightarrow \phi K^*$ modes in Ref. [37] is correct, then the f_L fraction of both charged $B \rightarrow \rho K^*$ decays should be greater than 90%. If neither of these two results is observed then non-SM physics is involved in the decays. We derive and discuss these prediction in Sec. 4.2.

The decay $B \rightarrow \rho K^*$ is described at the quark level by $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ ($q = u, d$). This is the same quark-level decay that contributes to $B \rightarrow \pi K$. If there is NP in these latter decays, it will affect $B \rightarrow \rho K^*$. Thus, given a $B \rightarrow \pi K$ NP scenario, we can examine its effects on the $B \rightarrow \rho K^*$ polarizations. We review the data on $B \rightarrow \pi K$ decays, as well as the size of NP operators which can account for it, in Sec. 4.3.

Sec. 4.4 contains the calculation of the contribution of these NP operators to the polarization states of charged $B \rightarrow \rho K^*$ decays. Under some simplifying assumptions we show that only NP operators of the form $\bar{b}\gamma_{RS}\bar{d}\gamma_Rd$ or $\bar{b}\gamma_{LS}\bar{d}\gamma_Ld$ can explain both the πK and ρK^* data. We then discuss ways of testing this scenario.

Finally, in Sec. 4.5 we examine the consequences of the NP scenario for $B \rightarrow \phi K^*$ decays. We show that if the NP respects an approximate U-spin symmetry, it can simultaneously account for the πK , ρK^* and ϕK^* data. We conclude in Sec. 4.6.

4.2 $B \rightarrow \rho K^*$: Standard Model Predictions

Before examining the contributions of new physics to the polarization states in $B \rightarrow \rho K^*$ decays, it is first necessary to understand the SM predictions for these

states.

In the following, we denote A_0 as the longitudinal polarization amplitude for a decay, and A_{++} and A_{--} as the amplitudes with both vector mesons in the right-handed or left-handed helicity state, respectively. The transverse amplitudes are then $A_{\parallel} = (A_{++} + A_{--})/\sqrt{2}$ and $A_{\perp} = (A_{++} - A_{--})/\sqrt{2}$, while the total amplitude squared is $|A_{\text{total}}|^2 = |A_0|^2 + |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2$. The individual polarization fractions are

$$f_L = \frac{|A_0|^2}{|A_{\text{total}}|^2} , \quad f_{\parallel} = \frac{|A_{\parallel}|^2}{|A_{\text{total}}|^2} , \quad f_{\perp} = \frac{|A_{\perp}|^2}{|A_{\text{total}}|^2} . \quad (4.1)$$

For a given decay, the branching ratio is related to the polarization amplitudes by

$$\text{BR} = (|A_0|^2 + |A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2) \text{PS} / \Gamma_{\text{total}} , \quad (4.2)$$

where PS is a phase-space factor, and Γ_{total} is the total decay width .

It is useful to express the amplitudes for the various decays in terms of diagrams [15]. These include a “tree” amplitude T' , a “color-suppressed” amplitude C' , a gluonic “penguin” amplitude P' , a color-favored electroweak penguin (EWP) amplitude P'_{EW} and a color-suppressed EWP amplitude P'^C_{EW} . Other diagrams are higher-order in $1/m_B$ and are expected to be smaller. They will be neglected in our calculations. Here the prime on the amplitude stands for a strangeness-changing decay.

The diagram P' in fact includes three pieces, corresponding to the internal quarks u , c and t .

$$P' = V_{ub}^* V_{us} P'_u + V_{cb}^* V_{cs} P'_c + V_{tb}^* V_{ts} P'_t = V_{ub}^* V_{us} P'_{ut} + V_{cb}^* V_{cs} P'_{ct} . \quad (4.3)$$

Here, $P'_{qt} = P'_q - P'_t$ ($q = u, c$). On the right-hand side, the unitarity of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrix has been used to reduce the number of terms. Since $|V_{ub}^* V_{us}| \ll |V_{cb}^* V_{cs}|$, only the last term above is important; the first piece can be neglected. In addition, P'^C_{EW} and C' are expected to be smaller than P'_{EW} and

T' [15], and will also be neglected in our calculations. Our amplitudes will therefore be expressed in terms of the diagrams P'_{ct} , T' and P'_{EW} .

Furthermore, it has been shown that, to a good approximation, the EWP amplitude P'_{EW} can be related to T' [17] :

$$P'_{EW} \simeq \frac{3}{4} \left[\frac{c_9 + c_{10}}{c_1 + c_2} + \frac{c_9 - c_{10}}{c_1 - c_2} \right] \frac{1}{\lambda^2} \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \beta} T' \equiv -Z T' \simeq -0.65 T' , \quad (4.4)$$

where $\lambda = 0.22$ is the Cabibbo angle, β and γ are CP phases (the phase information in the CKM quark mixing matrix is conventionally parametrized in terms of the unitarity triangle, in which the interior (CP-violating) angles are known as α , β and γ [16]), and the c_i are (known) Wilson coefficients [18].

We begin with a study of $B \rightarrow \phi K^*$. This is a pure penguin decay whose amplitude can be written

$$A(B \rightarrow \phi K^*) \simeq P'_{ct} - \frac{1}{3} P'_{EW} - \frac{1}{3} P'_{EW}{}^C . \quad (4.5)$$

The penguin operator P'_{ct} has $(V - A) \times (V - A)$ and $(V - A) \times (V + A)$ pieces while the EWP's have mainly $(V - A) \times (V - A)$ structure. For operators with $(V - A) \times (V \mp A)$ structure, a single spin flip is required to produce the A_{--} amplitude and a double spin flip for the A_{++} amplitude. Each spin flip leads to a $1/m_B$ suppression, causing the amplitudes A_{\perp} and A_{\parallel} to be $1/m_B$ suppressed. Thus, the SM operators naturally contribute mainly to the longitudinal polarization in $B \rightarrow \phi K^*$; their transverse polarization contribution is down by at least $O(1/m_B^2)$ relative to the total decay amplitude. The SM predictions for this decay can then be written as

$$f_L = 1 - O(1/m_B^2) , \quad f_T = O(1/m_B^2) , \quad \frac{f_{\perp}}{f_{\parallel}} = 1 + O(1/m_B) . \quad (4.6)$$

The large transverse polarization observed in $B \rightarrow \phi K^*$ is then a puzzle for the SM.

However, there may be certain sources of large transverse polarization within

the SM. Rescattering effects from tree-level $\bar{b} \rightarrow \bar{s}c\bar{c}$ operators have been identified as a possible source of large transverse polarization [35]. In Eq. (4.3) this effect is represented by P'_c and is contained in P'_{ct} . The claim here is then that rescattering effects from P'_c can enhance one or both of the transverse amplitudes associated with P'_{ct} .

Another possible source for the enhancement of the transverse amplitudes is associated with P'_{ct} through annihilation topologies [36]. The dominant contribution comes from the $(S - P) \times (S + P)$ operators in the effective Hamiltonian, produced by performing a Fierz transformation on the $(V - A) \times (V + A)$ piece of P'_{ct} . Even though formally suppressed in the heavy m_b limit, these contributions can produce an $O(1)$ effect on the transverse polarization amplitudes due to large coefficients.

Finally, a third SM explanation for the large transverse polarization in $B \rightarrow \phi K^*$ is proposed in Ref. [37]. Here, the transverse amplitudes are enhanced because the gluon from the $\bar{b} \rightarrow \bar{s}g$ transition hadronizes directly into the ϕ , with the exchange of additional gluons to take care of color factors.

We therefore see that it may be possible to account for the large transverse polarization in $B \rightarrow \phi K^*$ through SM effects. Fortunately, it is possible to test these explanations through the measurement of the transverse polarization in $B \rightarrow \rho K^*$ decays. The key point here is that, in contrast to $B \rightarrow \phi K^*$, there are *two* decays, $B \rightarrow \rho^+ K^*$ and $B \rightarrow \rho^0 K^*$. It is the measurement of the polarization states of both decays which allows us to distinguish the various explanations of the $B \rightarrow \phi K^*$ data. In the following, we concentrate on charged B decays; the discussion is similar when neutral B 's are involved. We use the indices '+' and '0' to indicate the decays $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ and $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$, respectively.

In the SM, neglecting the small amplitudes, the two $B^+ \rightarrow \rho K^*$ amplitudes are given by

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}) &\equiv A^+ = P'_{ct} , \\ \sqrt{2}A(B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}) &\equiv \sqrt{2}A^0 = -P'_{ct} - T' e^{i\gamma} - P'_{EW} . \end{aligned} \quad (4.7)$$

We have explicitly written the dependence on the weak phase γ , but the amplitudes contain strong phases. These amplitudes allow us to test the SM explanations of the large transverse polarization in $B \rightarrow \phi K^*$ by comparing the two $B \rightarrow \rho K^*$ decays. In particular, we calculate the transverse polarization pieces of

$$\frac{|A^+|^2 - 2|A^0|^2}{|A^+|^2} . \quad (4.8)$$

Consider first Ref. [35], which invokes rescattering from tree-level $\bar{b} \rightarrow \bar{s}c\bar{c}$ operators, so that P'_{ct} is affected. The rescattering represented by P'_u ($\bar{b} \rightarrow \bar{s}u\bar{u}$ operators) is small because of CKM suppression, so that the amplitudes T' and P'_{EW} are essentially unaffected. Ref. [36] is similar. Here, large annihilation effects modify P'_{ct} ; the amplitudes T' and P'_{EW} remain effectively unchanged. In both cases, the change in P'_{ct} persists in $B \rightarrow \rho K^*$ decays, so that a large transverse polarization in these processes is expected. Since both decays are dominated by P'_{ct} , to leading order the numerator of Eq. 4.8 vanishes, and it is predicted that

$$f_T^+ = 2f_T^0 \left(\frac{\text{BR}^0}{\text{BR}^+} \right) . \quad (4.9)$$

The systematic error in this relation comes from the contribution of T' to the transverse polarization, which is suppressed by m_ν/m_B :

$$\text{sys} = O \left(2 \frac{T' m_\nu}{P'_{ct} m_B} \right) \sim 10\% . \quad (4.10)$$

We repeat that this systematic error holds only for the case in which the transverse polarization in both $B \rightarrow \rho K^*$ decays is large. If it is small, then the systematic error is correspondingly larger.

In the third SM explanation [37], the transverse amplitude in $B \rightarrow \phi K^*$ is enhanced due to direct gluon hadronization into the ϕ . Since the gluon has isospin zero, there should be no effect on $B \rightarrow \rho K^*$. Thus, in this model the usual SM arguments apply to both decay modes, giving a f_T that is suppressed by $(m_\nu/m_B)^2$.

These qualitative arguments can be made quantitative. We note that the amplitudes given in Eq. (4.7) apply to the longitudinal and transverse polarizations individually. Thus, the transverse pieces ($T = \perp, \parallel$) of the two amplitudes are related as

$$\sqrt{2}(A^0)_T = -(A^+)_T [1 + x_T e^{i\Delta_T}] , \quad (4.11)$$

with

$$x_T e^{i\Delta_T} \equiv \frac{T'_T e^{i\gamma} + P'_{EW,T}}{P'_T} = \frac{T'_T (e^{i\gamma} - Z)}{P'_T} . \quad (4.12)$$

Now, because QCD respects isospin symmetry, the phase factors in Eq. (4.2) for both $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ and $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ are equal to within a few percent. Thus, a prediction of the SM using Eq. (4.11) is that the transverse polarizations in both charge states of $B \rightarrow \rho K^*$ should be related. At leading order, $\sqrt{2}(A^0)_T = -(A^+)_T$, so that

$$E_T = \frac{f_T^+ \text{BR}^+ - 2f_T^0 \text{BR}^0}{f_T^+ \text{BR}^+} \approx 0 . \quad (4.13)$$

The systematic error in this relation, ΔE_T , can be estimated by keeping terms linear in x_T :

$$\Delta E_T \approx -2x_T \cos \Delta_T , \quad x_T \approx \frac{|T'_T|}{|P'_L|} (1 + Z^2 - 2Z \cos \gamma)^{1/2} \sqrt{\frac{f_L^+}{f_T^+}} , \quad (4.14)$$

where P'_L is the longitudinal contribution from P' . Using $|T'_T| \sim (m_{K^*}/m_B)|T'_L|$ and taking $|T'_L/P'_L| \sim 0.4$ [28], we find

$$|\Delta E_T| \lesssim 10\% \sqrt{\frac{f_L^+}{f_T^+}} . \quad (4.15)$$

From this expression, we see that a large value of $\sqrt{f_T^+/f_L^+}$ would result in a smaller systematic error in Eq. (4.13). Thus, this relation is most useful if a large transverse polarization is observed in the $\rho^+ K^*$ mode.

Relations involving the longitudinal polarizations will have errors of the order of $x_L \sim (m_B/m_{K^*})x_T$, which can be significant. Additional measurements, such as

TAB. 4.1 – Branching ratios and polarization fractions for the two $B^+ \rightarrow \rho K^*$ decays. Data comes from Ref. [38]; averages are taken from Ref. [39].

| | | $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ | $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ |
|---------------|---------|---------------------------------|---------------------------------|
| $BR[10^{-6}]$ | Belle | $8.9 \pm 1.7 \pm 1.2$ | |
| | BaBar | $17.0 \pm 2.9^{+2.0}_{-2.8}$ | $10.6^{+3.0}_{-2.6} \pm 2.4$ |
| | average | 10.6 ± 1.9 | $10.6^{+3.8}_{-3.5}$ |
| f_L | Belle | $0.43 \pm 0.11^{+0.05}_{-0.02}$ | |
| | BaBar | $0.79 \pm 0.08 \pm 0.04$ | $0.96^{+0.04}_{-0.15} \pm 0.04$ |
| | average | 0.66 ± 0.07 | $0.96^{+0.06}_{-0.15}$ |

direct CP asymmetries and triple-product asymmetries in both ρK^* modes would provide important constraints on the various amplitudes and their phases, thereby providing strong tests of the SM.

The above SM predictions can now be compared with the present $B \rightarrow \rho K^*$ data, shown in Table 4.1. Using the central values, and using the SM relation $A_\perp \approx A_\parallel$, we find $E_\perp \approx E_\parallel \approx 77\%$. This is very far from the expected value of zero, so that one might be tempted to claim the presence of new physics. However, even though the systematic error $\Delta E_\perp \approx \Delta E_\parallel$ is relatively small, $\sim 20\%$, the statistical error is enormous, $\pm 129\%$. Thus, the errors are still much too large to claim any discrepancy with the SM. However, this does demonstrate the importance of more precise measurements of the polarizations in $B \rightarrow \rho K^*$ decays.

While the predictions of Refs. [35, 36] are not invalidated, the same is not true for Ref. [37]. In this scenario, the f_L fraction of both charged $B \rightarrow \rho K^*$ decays is predicted to be greater than 90%. However, the data in Table 4.1 show that this clearly does not hold for $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$, ruling out this SM explanation at the 3.5σ level.

Finally, we note that in the pQCD approach, even with annihilation and non-factorizable effects, the large transverse polarization in $B \rightarrow \phi K^*$ cannot be explained [40]. In Ref. [41], it is argued that one of the $B \rightarrow K^*$ form factors must be reduced to explain the $B \rightarrow \phi K^*$ polarization. It is not clear whether this can

be done, but the prediction of this scenario is then that the $B \rightarrow \phi K^*$ longitudinal polarization is smaller than that of both the $B^+ \rightarrow \rho^+ K^*$ and $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ modes. The careful measurement of the polarization fractions in the $B \rightarrow \rho K^*$ modes will test this scenario.

4.3 $B \rightarrow \pi K$ Decays

There are four $B \rightarrow \pi K$ decays. In the SM, neglecting small diagrams as usual, their amplitudes are given by

$$\begin{aligned}
 A(B^+ \rightarrow \pi^+ K^0) &\equiv A^{+0} = P'_{ct} , \\
 \sqrt{2}A(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+) &\equiv \sqrt{2}A^{0+} = -T' e^{i\gamma} - P'_{ct} - P'_{EW} , \\
 A(B^0 \rightarrow \pi^- K^+) &\equiv A^{-+} = -T' e^{i\gamma} - P'_{ct} , \\
 \sqrt{2}A(B^0 \rightarrow \pi^0 K^0) &\equiv \sqrt{2}A^{00} = P'_{ct} - P'_{EW} , \tag{4.16}
 \end{aligned}$$

(Isospin implies the relation $A^{+0} + \sqrt{2}A^{0+} = A^{-+} + \sqrt{2}A^{00}$.) It is difficult to explain the present data (branching ratios, CP asymmetries) using only this parametrization [1].

We therefore consider the addition of new $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ ($q = u, d$) operators. One can show that the strong phase of any NP operator is much smaller than that of the SM [22]. In this case, for a given type of transition, all NP matrix elements can now be combined into a single effective NP amplitude, with a single weak phase :

$$\sum \langle \pi K | \mathcal{O}_{NP}^q | B \rangle = \mathcal{A}^q e^{i\Phi_q} , \tag{4.17}$$

in which the symbols \mathcal{A} and Φ denote the NP amplitudes and weak phases, respectively. In $B \rightarrow \pi K$ decays, there are four classes of NP operators, differing in their color structure : $\bar{b}_\alpha \Gamma_i s_\alpha \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\beta$ and $\bar{b}_\alpha \Gamma_i s_\beta \bar{q}_\beta \Gamma_j q_\alpha$ ($q = u, d$). The matrix elements of these operators can be combined into single NP amplitudes, denoted $\mathcal{A}^{l,q} e^{i\Phi_q^l}$ and $\mathcal{A}^{lC,q} e^{i\Phi_q^{lC}}$, respectively [42]. Each of these contributes differently to the various $B \rightarrow \pi K$ decays. (Note that, despite the color-suppressed index C , the matrix

elements $\mathcal{A}'^{C,q}e^{i\Phi'_q}$ are not necessarily smaller than the $\mathcal{A}'^{q}e^{i\Phi'_q}$.)

In the presence of these NP matrix elements, the $B \rightarrow \pi K$ amplitudes take the form [1, 42] :

$$\begin{aligned}
A^{+0} &= P'_{ct} + \mathcal{A}'^{C,d}e^{i\Phi'_d} , \\
\sqrt{2}A^{0+} &= -P'_{ct} - T' e^{i\gamma} - P'_{EW} + \mathcal{A}'^{,comb}e^{i\Phi'} - \mathcal{A}'^{C,u}e^{i\Phi'_u} , \\
A^{-+} &= -P'_{ct} - T' e^{i\gamma} - \mathcal{A}'^{C,u}e^{i\Phi'_u} , \\
\sqrt{2}A^{00} &= P'_{ct} - P'_{EW} + \mathcal{A}'^{,comb}e^{i\Phi'} + \mathcal{A}'^{C,d}e^{i\Phi'_d} ,
\end{aligned} \tag{4.18}$$

where $\mathcal{A}'^{,comb}e^{i\Phi'} \equiv -\mathcal{A}'^{,u}e^{i\Phi'_u} + \mathcal{A}'^{,d}e^{i\Phi'_d}$.

Even taking into account the fact that P'_{EW} and T' are related [17], there are too many theoretical parameters to perform a fit. For this reason, the authors of Ref. [1] assumed that a single NP amplitude dominates. They considered four possibilities : (i) only $\mathcal{A}'^{,comb} \neq 0$, (ii) only $\mathcal{A}'^{C,u} \neq 0$, (iii) only $\mathcal{A}'^{C,d} \neq 0$, (iv) $\mathcal{A}'^{C,u}e^{i\Phi'_u} = \mathcal{A}'^{C,d}e^{i\Phi'_d}$, $\mathcal{A}'^{,comb} = 0$ (isospin-conserving NP). Of these, only choice (i) gave a good fit ; the others produced poor or very poor fits¹. The good fit found best-fit values of $|\mathcal{A}'^{,comb}/P'| = 0.36$ and $|T'/P'| = 0.22$. Thus, the NP parameter was found to be larger than the tree amplitude, with $|\mathcal{A}'^{,comb}/T'| = 1.64$.

In what follows, we assume that NP of type (i) is present in $B \rightarrow \pi K$ decays. This same NP will affect $B \rightarrow \rho K^*$ decays. In order to calculate the effect on the $B \rightarrow \rho K^*$ polarization states, we must assume a particular form for $\mathcal{A}'^{,comb}$. There are many NP operators which can contribute to $\mathcal{A}'^{,comb}$. They are

$$\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{A,B=L,R} \left\{ f_q^{AB} \bar{b}\gamma_{AS} \bar{q}\gamma_B q + g_q^{AB} \bar{b}\gamma^\mu \gamma_{AS} \bar{q}\gamma_\mu \gamma_B q \right\} . \tag{4.19}$$

There are a total of 16 contributing operators ($A, B = L, R$, $q = u, d$) ; tensor operators do not contribute to $B \rightarrow \pi K$. For simplicity, we assume that a single operator contributes to $\mathcal{A}'^{,comb}$, and we analyze their effects one by one.

¹Note that the poor fit gave a discrepancy of only about 2σ with the SM, so that, strictly speaking, it cannot be ruled out. However, in what follows, we concentrate on the good fit.

Note that all operators contribute directly to πK final states involving a π^0 . They can also contribute to states involving a π^+ if one performs Fierz transformations of the fermions and colors. However, the effects on $\pi^+ K^0$ are all suppressed by at least $1/N_c$, so that the contributions to $\pi^0 K^+$ are larger. This is approximately consistent with the hypothesis of including only \mathcal{A}'^{comb} .

We begin by considering the operators whose coefficients are f_q^{AB} [Eq. (4.19)]. Using $|\mathcal{A}'^{comb}/T'| = 1.64$ and

$$T' = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub}^* V_{us} \left(c_1 + \frac{c_2}{N_c} \right) \langle \pi^0 K^+ | \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) s \bar{b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u | B^+ \rangle, \quad (4.20)$$

where $c_1 = 1.081$ and $c_2 = -0.190$ are the Wilson coefficients characterizing T' [18], we can estimate the size of the NP coefficients. To do this, we use naive factorization. This is reasonable since we are interested only in estimates. More accurate calculations can use a more precise formalism, e.g. Ref. [43].

We then have :

$$\left| \frac{4f_q^{AB} \langle \pi^0 | \bar{q} \gamma_B q | 0 \rangle \langle K^+ | \bar{b} \gamma_A s | B^+ \rangle}{V_{ub}^* V_{us} \langle \pi^0 | \bar{b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u | B^+ \rangle \langle K^+ | \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) s | 0 \rangle} \right| = 1.64. \quad (4.21)$$

Using the matrix elements given in the Appendix, we find

$$|f_q^{AB}| = \frac{f_K (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^\pi / \sqrt{2}}{[(m_B^2 - m_K^2)/(m_b - m_s)] F_0^K (m_\pi^2 / 2m_q) f_\pi / \sqrt{2}} 1.64 \left(c_1 + \frac{c_2}{N_c} \right) |V_{ub}^* V_{us}|. \quad (4.22)$$

We take $(f_K/f_\pi)(F_0^\pi/F_0^K) \sim 1$, $|V_{ub}^* V_{us}/V_{tb}^* V_{ts}| = 1/48$ and $c_1 + c_2/N_c = 1.018$.

Taking the masses from the Particle Data Group [16], we find

$$\begin{aligned} |f_d^{LL}| = |f_d^{RR}| = |f_d^{LR}| = |f_d^{RL}| &= \begin{cases} 0.069 |V_{tb}^* V_{ts}| & m_d = 4 \text{ MeV}, \\ 0.138 |V_{tb}^* V_{ts}| & m_d = 8 \text{ MeV}, \end{cases} \\ |f_u^{LL}| = |f_u^{RR}| = |f_u^{LR}| = |f_u^{RL}| &= \begin{cases} 0.026 |V_{tb}^* V_{ts}| & m_u = 1.5 \text{ MeV}, \\ 0.069 |V_{tb}^* V_{ts}| & m_u = 4 \text{ MeV}. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.23)$$

The operators associated with the parameters g_q^{AB} [Eq. (4.19)] can be analyzed

similarly. The sizes of the NP coefficients are

$$|g_q^{LL}| = |g_q^{RR}| = |g_q^{LR}| = |g_q^{RL}| = 0.035|V_{tb}^*V_{ts}|, \quad q = u, d. \quad (4.24)$$

We remind the reader that we have assumed that a single NP operator contributes to $\mathcal{A}^{l,comb}$. For each operator, we have calculated the size of the coefficient which reproduces the $B \rightarrow \pi K$ data. These same operators will affect the $B \rightarrow \rho K^*$ polarization states. We compute these effects in the next section.

4.4 $B \rightarrow \rho K^*$: New-Physics Contributions

If there is new physics in $B \rightarrow \pi K$ decays, it is of the form $\bar{b} \rightarrow \bar{s}q\bar{q}$ ($q = u, d$), and will, in general, contribute to $B \rightarrow \rho K^*$ decays. In this section, we proceed as above, and calculate the effect on $B \rightarrow \rho K^*$ of each of the operators in Eq. (4.19).

We begin with some general statements. The amplitude for an arbitrary $B \rightarrow V_1 V_2$ decay can be written as (for example, see Ref. [28])

$$\mathcal{M} = a \epsilon_1^* \cdot \epsilon_2^* + \frac{b}{m_B^2} (\epsilon_1^* \cdot p_2) (\epsilon_2^* \cdot p_1) - 2i \frac{c}{m_B^2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^\mu p_2^\nu \epsilon_1^\alpha \epsilon_2^\beta, \quad (4.25)$$

with

$$A_{||} = \sqrt{2}a, \quad A_0 = -ax - \frac{m_1 m_2}{m_B^2} b(x^2 - 1), \quad A_{\perp} = 2\sqrt{2} \frac{m_1 m_2}{m_B^2} c \sqrt{x^2 - 1}, \quad (4.26)$$

where $x = p_1 \cdot p_2 / (m_1 m_2)$. Here we are considering $B \rightarrow V_1 V_2$ decays in which the final vector mesons are light : $m_{1,2} \ll m_B$. Neglecting terms of $O(m_{1,2}^2/m_B^2)$, we can then approximate $E_1 \sim E_2 \sim |\vec{k}| = E = m_B/2$. Then, using Eq. (4.26), we have for the various linear polarization amplitudes

$$A_0 \approx -(2a + b) \frac{E^2}{m_1 m_2}, \quad A_{||} \approx \sqrt{2}a, \quad A_{\perp} \approx \sqrt{2}c. \quad (4.27)$$

The procedure for computing the SM or NP contributions to polarization amplitudes is then clear : we first express the amplitude for a particular $B \rightarrow V_1 V_2$ decay

as in Eq. (4.25) and then use the above relations to obtain A_0 , A_{\parallel} and A_{\perp} . For the SM, in which all operators have $(V - A) \times (V \mp A)$ structure, one can show that $2a + b \sim m_V/m_B$, so that the polarization fractions are predicted to be as in Eq. (4.2). (We will see this explicitly below for $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$.)

The present data is consistent with the SM expectations for $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$, but suggests that there may be new physics in $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$. For this reason, we concentrate on this latter decay in what follows.

Using factorization, the SM amplitude for the decay $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ is given by

$$A[B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}] = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [X_{\rho} P_{K^*}^{\rho}], \quad (4.28)$$

with

$$\begin{aligned} X_{\rho} &= - \sum_{q=u,c,t} V_{qb} V_{qs}^* \left(a_4^q - \frac{1}{2} a_{10}^q \right), \\ P_{K^*}^{\rho} &= m_{K^*} g_{K^*} \varepsilon_{K^*}^{\mu} \langle \rho^+ | \bar{d} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) b | B^+ \rangle, \end{aligned} \quad (4.29)$$

The above amplitude depends on combinations of Wilson coefficients, a_i , where $a_i = c_i + c_{i+1}/N_c$ for i odd and $a_i = c_i + c_{i-1}/N_c$ for i even. The terms described by the various a_i 's can be associated with the different decay topologies introduced earlier. The term proportional to a_4 is the color-allowed penguin amplitude, P' . The dominant electroweak penguin P'_{EW} is represented by term proportional to a_9 , P'_{EW} is a_{10} , and a_7 and a_8 are additional small EWP amplitudes. (If there were terms proportional to a_1 and a_2 , they would represent the color-allowed and color-suppressed tree amplitudes T' and C' , respectively.) The values of the Wilson coefficients can be found in Ref [18].

Using the matrix elements found in the Appendix, this amplitude can be put in the form of Eq. (4.25). The polarization amplitudes are then given by

$$A_0 \approx \frac{G_F}{\sqrt{2}} 2m_B m_{K^*} g_{K^*} X_{\rho} \left[(A_1^{\rho} - A_2^{\rho}) + \frac{m_{\rho}}{m_B} (A_1^{\rho} + A_2^{\rho}) \right] \frac{m_B^2}{4m_{\rho} m_{K^*}},$$

$$\begin{aligned}
A_{\parallel} &\approx -\frac{G_F}{\sqrt{2}}\sqrt{2}m_B \left[m_{K^*}g_{K^*} \left(1 + \frac{m_\rho}{m_B} \right) A_1^\rho(m_{K^*}^2)X \right] , \\
A_{\perp} &\approx -\frac{G_F}{\sqrt{2}}\sqrt{2}m_B \left[m_{K^*}g_{K^*} \left(1 - \frac{m_\rho}{m_B} \right) V^\rho(m_{K^*}^2)X \right] .
\end{aligned} \tag{4.30}$$

In the large-energy limit, the form factors are related [44] :

$$A_1 = A_2 + O(m_V/m_B) , \quad V = A_1 + O(m_V/m_B) . \tag{4.31}$$

We therefore find the same suppression of the $A_{\parallel,\perp}$ amplitudes relative to A_0 as was found from helicity arguments [Eq. (4.2)]. We therefore see that the SM naturally predicts the longitudinal polarization for the decay $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ to be enhanced by $O(m_B/m_V)$.

In our simplified approach we will assume the form-factor relations above and ignore possible power-suppressed and α_s corrections to them. We then have

$$\begin{aligned}
A_1^\rho &\approx \zeta_{\perp} \left(1 - \frac{m_\rho}{m_B} \right) \\
A_2^\rho &\approx \zeta_{\perp} \left(1 + \frac{m_\rho}{m_B} \right) - \frac{2m_\rho}{m_B} \zeta_{\parallel} \\
V_1^\rho &\approx \zeta_{\perp} \left(1 + \frac{m_\rho}{m_B} \right) .
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Choosing $\zeta_{\perp} \approx \zeta_{\parallel}$ gives $A_1^\rho \approx A_2^\rho$, and hence the SM prediction is that

$$\begin{aligned}
A_0^{SM} &\approx \frac{G_F}{\sqrt{2}}g_{K^*}m_B^2 \cdot X\zeta_{\parallel} , \\
A_{\parallel}^{SM} &\approx -G_Fg_{K^*}m_{K^*}m_B \cdot X\zeta_{\parallel} , \\
A_{\perp}^{SM} &\approx -G_Fg_{K^*}m_{K^*}m_B \cdot X\zeta_{\parallel} ,
\end{aligned} \tag{4.33}$$

where $X \simeq -a_4^t |V_{tb}^* V_{ts}| = 0.035 |V_{tb}^* V_{ts}|$.

We now turn to the new-physics contributions. As mentioned earlier, there are 16 possible NP operators. We present the calculations in some detail for two of them ; the results for the others are included in tables. We begin with the operator

whose coefficient is f_d^{RR} [Eq. (4.19)] :

$$\frac{4G_F}{\sqrt{2}} f_d^{RR} \bar{b} \gamma_{RS} \bar{d} \gamma_R d . \quad (4.34)$$

Because this is a scalar/pseudoscalar operator, within factorization it does not contribute to $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$. However, it can affect $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$. To see this, we perform a Fierz transformation of this operator (both fermions and colors) :

$$-\frac{4}{N_c} \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_d^{RR} \left[\frac{1}{2} \bar{b} \gamma_R d \bar{d} \gamma_{RS} + \frac{1}{8} \bar{b} \sigma^{\mu\nu} \gamma_R d \bar{d} \sigma_{\mu\nu} \gamma_{RS} \right] . \quad (4.35)$$

It is the second term which is important (in contrast to $B \rightarrow \pi K$), as it contributes to $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$.

Within factorization, the contribution to $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ is given by

$$-\frac{1}{2N_c} \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_d^{RR} \langle K^{*0} | \bar{d} \sigma_{\mu\nu} \gamma_{RS} | 0 \rangle \langle \rho^+ | \bar{b} \sigma^{\mu\nu} \gamma_R d | B^+ \rangle . \quad (4.36)$$

Using the matrix elements given in the Appendix, this gives

$$Z_d^{RR} \left\{ 2T_2 \left(1 - \frac{m_\rho^2}{m_B^2} \right) (\epsilon_\rho^* \cdot \epsilon_{K^*}^*) - \frac{4}{m_B^2} \left(T_2 + T_3 \frac{m_{K^*}^2}{m_B^2} \right) (\epsilon_\rho^* \cdot p_{K^*}) (\epsilon_{K^*}^* \cdot p_\rho) - \frac{4i}{m_B^2} T_1 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\mu^\rho p_\nu^{K^*} \epsilon_\alpha^{*\rho} \epsilon_\beta^{*K^*} \right\} , \quad (4.37)$$

where the T_i are form factors and

$$Z_d^{RR} \equiv \frac{1}{4N_c} \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_d^{RR} g_T^{K^*} m_B^2 . \quad (4.38)$$

We again use the form factor relations [44]

$$\begin{aligned} T_1(q^2) &\approx \zeta_\perp , \\ T_2(q^2) &\approx \zeta_\perp \left(1 - \frac{q^2}{m_B^2 - m_V^2} \right) , \\ T_3(q^2) &\approx \zeta_\perp - \frac{2m_V}{m_B} \zeta_\parallel . \end{aligned} \quad (4.39)$$

Comparing the above expression for the NP amplitude with the formula in Eqs. (4.25), we see that the NP operator whose coefficient is f_d^{RR} predicts

$$A_0 = -2\zeta_{\parallel} \frac{m_{K^*}}{m_B} Z_d^{RR}, \quad A_{\parallel} = 2\sqrt{2}\zeta_{\perp} Z_d^{RR}, \quad A_{\perp} = 2\sqrt{2}\zeta_{\perp} Z_d^{RR}. \quad (4.40)$$

(We note that A_0 above is subleading in $1/m_B$ and so we have used the general expressions in Eq. 4.26 instead of Eq. 4.27 to calculate the longitudinal polarization amplitude.) We therefore see that this operator contributes significantly to transverse polarization states of $\rho^- K^{*0}$. The longitudinal polarization is suppressed by $O(m_V/m_B)$ as expected.

We can now calculate the ratio of transverse and longitudinal polarizations, including the SM contribution [Eq. (4.33)]. Assuming $g_{K^*} \approx g_{K^*}^T$ and taking the value of the NP coefficient from $B \rightarrow \pi K$ [Eq. (4.23)], we have with $T = \perp, \parallel$

$$\frac{f_T}{f_L} = 2 \frac{|f_d^{RR}/(2N_c)|^2}{|X|^2} = \begin{cases} 0.22, & m_d = 4 \text{ MeV}, \\ 0.86, & m_d = 8 \text{ MeV}. \end{cases} \quad (4.41)$$

We therefore see that this NP operator can generate a large transverse polarization in $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$.

Note that we also predict for this NP operator (as well as the operator associated with f^{LL})

$$\frac{f_{\perp}}{f_{\parallel}} \approx 1 + O(m_V/m_B) \quad (4.42)$$

which is the same as the SM prediction.

The second NP operator for which we explicitly present calculations is the one whose coefficient is g_u^{LR} [Eq. (4.19)] :

$$\frac{4G_F}{\sqrt{2}} g_u^{LR} \bar{b} \gamma^{\mu} \gamma_L s \bar{u} \gamma_{\mu} \gamma_R u. \quad (4.43)$$

This operator contributes directly to $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$. Its Fierz transformation has the form $(S - P) \times (S + P)$ and, being a scalar/pseudoscalar operator, does not

TAB. 4.2 – Contributions to the polarization states of $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ from the various NP operators. Operators which are not shown do not contribute. The various Z 's and X 's are defined analogously to Eqs. (4.38) and (4.44). We take $\zeta_{\perp} \approx \zeta_{\parallel}$.

| | A_0 | A_{\parallel} | A_{\perp} |
|------------|--|--------------------------------|-------------------------------|
| f_u^{RR} | $O(m_V/m_B)$ | $2\zeta_{\perp\rho} Z_u^{RR}$ | $2\zeta_{\perp\rho} Z_u^{RR}$ |
| f_u^{LL} | $O(m_V/m_B)$ | $-2\zeta_{\perp\rho} Z_u^{LL}$ | $2\zeta_{\perp\rho} Z_u^{LL}$ |
| f_u^{RL} | $-\sqrt{2}\zeta_{\parallel\rho}(g_{K^*}/g_{K^*}^T)Z_u^{RL}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| f_u^{LR} | $\sqrt{2}\zeta_{\parallel\rho}(g_{K^*}g_{K^*}^T)Z_u^{LR}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_u^{RR} | $-\frac{1}{\sqrt{2}}(\zeta_{\parallel K^*} + (g_{K^*}/g_{\rho})\zeta_{\parallel\rho}/N_c)X_u^{RR}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_u^{LL} | $\frac{1}{\sqrt{2}}(\zeta_{\parallel K^*} + (g_{K^*}/g_{\rho})\zeta_{\parallel\rho}/N_c)X_u^{LL}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_d^{RR} | $\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta_{\parallel K^*}X_d^{RR}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_d^{LL} | $-\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta_{\parallel K^*}X_d^{LL}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_u^{RL} | $-\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta_{\parallel K^*}X_u^{RL}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_u^{LR} | $\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta_{\parallel K^*}X_u^{LR}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_d^{RL} | $\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta_{\parallel K^*}X_d^{RL}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_d^{LR} | $-\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta_{\parallel K^*}X_d^{LR}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |

contribute to $B^- \rightarrow \rho^- K^{*0}$ within factorization. In this case, the situation is much like the SM, and using the matrix elements found in the Appendix, the amplitude corresponding to this operator for $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ is dominantly longitudinal, with

$$A_0 \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}X_u^{LR}\zeta_{\parallel} \quad , \quad X_u^{LR} \equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}}g_u^{LR}g_{\rho}m_B^2 \quad . \quad (4.44)$$

The contributions of all 16 new-physics operators to the $B \rightarrow \rho K^*$ polarization states are shown in Tables 4.2 and 4.3. Here we present only the dominant contributions to f_L and f_T ; terms of $O(m_V/m_B)$ are subdominant and contribute to $f_{L,T}$ only at the $O(m_V^2/m_B^2) \sim 5\%$ level. Of all the operators, there are only two which reproduce the data of Table 4.1, i.e. they contribute significantly to the transverse polarization of $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ while leaving $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ essentially longitudinal. They have the coefficients f_d^{RR} and f_d^{LL} . These are the only two NP operators which successfully explain both the $B \rightarrow \pi K$ and $B^+ \rightarrow \rho K^*$ data.

This explanation of the $B \rightarrow \rho K^*$ data can be tested. In the SM, there is

TAB. 4.3 – Contributions to the polarization states of $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ from the various NP operators. Operators which are not shown do not contribute. The various Z 's and X 's are defined analogously to Eqs. (4.38) and (4.44). We take $\zeta_{\perp} \approx \zeta_{\parallel}$.

| Operator | A_0 | A_{\parallel} | A_{\perp} |
|------------|---|---------------------------------------|--------------------------------------|
| f_d^{RR} | $O(m_V/m_B)$ | $2\sqrt{2}\zeta_{\perp\rho}Z_d^{RR}$ | $2\sqrt{2}\zeta_{\perp\rho}Z_d^{RR}$ |
| f_d^{LL} | $O(m_V/m_B)$ | $-2\sqrt{2}\zeta_{\perp\rho}Z_d^{LL}$ | $2\sqrt{2}\zeta_{\perp\rho}Z_d^{LL}$ |
| f_d^{RL} | $-2\zeta_{\parallel\rho}(g_{K^*}/g_{K^*}^T)Z_d^{RL}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| f_d^{LR} | $2\zeta_{\parallel\rho}(g_{K^*}/g_{K^*}^T)Z_d^{LR}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_d^{RR} | $\frac{1}{N_c}\zeta_{\parallel\rho}(g_{K^*}/g_{\rho})X_d^{RR}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |
| g_d^{LL} | $-\frac{1}{N_c}\zeta_{\parallel\rho}(g_{K^*}/g_{\rho})X_d^{LL}$ | $O(m_V/m_B)$ | $O(m_V/m_B)$ |

essentially only one dynamical decay amplitude. Because of this, one expects the CP-violating triple-product correlation (TP) in these decays to be very small [28]. However, this can change with the addition of a second NP amplitude. A nonzero value of the f_d^{RR} or f_d^{LL} amplitude will lead to a nonzero TP. Furthermore, one expects such a TP only in $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$; the TP should remain tiny in $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$.

We can estimate the expected size of the TP in $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$. In Ref. [28] the following measures of the triple-product correlations were defined :

$$A_T^{(1)} \equiv \frac{\text{Im}(A_{\perp}A_0^*)}{A_0^2 + A_{\parallel}^2 + A_{\perp}^2}, \quad A_T^{(2)} \equiv \frac{\text{Im}(A_{\perp}A_{\parallel}^*)}{A_0^2 + A_{\parallel}^2 + A_{\perp}^2}. \quad (4.45)$$

The corresponding quantities for the charge-conjugate process, $\overline{A}_T^{(1)}$ and $\overline{A}_T^{(2)}$, are defined similarly. The comparison of the TP asymmetries in a decay and in the corresponding CP-conjugate process will give a measure of the true T-odd, CP-violating asymmetry for that decay. The TP is therefore due to the interference between the A_{\perp} and A_0 or A_{\parallel} amplitudes, and requires that the two interfering amplitude have different weak phases. Recall that it was found in Ref. [1] that, to explain the $B \rightarrow \pi K$ data, a NP weak phase $\phi_{NP} \sim 100^\circ$ was needed.

Now, at leading order, the SM yields only A_0 ; large transverse amplitudes can

arise only if NP is included. However, the only way to obtain a nonzero $A_T^{(2)}$ is through SM–NP interference. We observe from Table 4.3 that the NP operators associated with the coefficients f_d^{RR} and f_d^{LL} yield large values for A_\perp or A_\parallel . On the other hand, the transverse SM amplitudes are all $O(1/m_B)$. Thus, the SM–NP interference gives an $A_T^{(2)}$ of $O(1/m_B)$. Note that a measurement of the sign of $A_T^{(2)}$, if possible, can be used to distinguish between the two NP operators.

In contrast, the TP asymmetry $A_T^{(1)}$ can be sizeable. It can arise due to the interference of the A_0 SM amplitude and the A_\perp NP amplitude. As above, this latter amplitude can be big for those NP operators whose coefficients are f_d^{RR} or f_d^{LL} . For these operators, we can estimate the maximum magnitude of $A_T^{(1)}$. We first take the strong-phase difference between A_0 and A_\perp to be zero (or π). In this case, $A_T^{(1)}$ is by itself a measure of T-odd CP violation and we can write

$$|A_T^{(1)}| \leq \frac{\sqrt{f_\perp/f_L}}{1 + 2f_\perp/f_L} \sin \phi_{NP} . \quad (4.46)$$

Using $\phi_{NP} \sim 100^\circ$ and Eq. 4.41 we find $|A_T^{(1)}| \leq 32\text{--}34\%$ for $m_d = 4\text{--}8$ MeV. Hence we see that a sizeable TP is possible in the decay $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$.

4.5 $B \rightarrow \phi K^*$

As noted earlier, a sizeable value of f_T/f_L is observed in $B \rightarrow \phi K^*$, contrary to expectations. There are different SM explanations, but they all predict either that (i) the transverse polarization fractions are large in both $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ and $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$, with the f_T 's respecting Eq. (4.9), or (ii) f_T is small in both $B \rightarrow \rho K^*$ decays. If either of these is not seen, new physics is needed.

There are already several non-SM explanations of the ϕK^* data [33, 34], but one can now ask the question : can one explain the πK , ρK^* and ϕK^* observations simultaneously? The answer is yes. One can reproduce the ϕK^* data with the addition of NP operators of the form $\bar{b}\gamma_R s \bar{s}\gamma_R s$ or $\bar{b}\gamma_L s \bar{s}\gamma_L s$ [34]. Above, we have shown that NP operators such as $\bar{b}\gamma_R s \bar{d}\gamma_R d$ or $\bar{b}\gamma_L s \bar{d}\gamma_L d$ can account for the

observations in the πK and ρK^* systems. Thus, if the NP obeys an approximate U-spin symmetry, which relates d - and s -quarks, one can simultaneously explain the πK , ρK^* and ϕK^* observations. (A model which does this will be described in Ref. [45].)

4.6 Conclusions

At present, there are several discrepancies with the predictions of the standard model (SM), in $B \rightarrow \phi K$, $B \rightarrow \phi K^*$ and $B \rightarrow \pi K$ decays. We must stress that these discrepancies are (almost) all in the $1-2\sigma$ range and as such are not yet statistically significant. That is, the existence of physics beyond the SM is not certain. However, if these hints are taken together, the statistical significance increases. Furthermore, they are intriguing since they all point to new physics (NP) in $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$ transitions. For these reasons, it is worthwhile considering the effects of NP on various B decays.

One hint of NP occurs in the decays $B \rightarrow \phi K^*$. The SM naively predicts that the transverse polarization fraction of the final-state particles, f_T , should be much smaller [$O(m_V^2/m_B^2)$] than that of the longitudinal polarization, f_L . However, it is observed that $f_T \simeq f_L$. There are several SM explanations, all of which go beyond the naive expectations. However, all make predictions for the polarization in $B \rightarrow \rho K^*$ decays. The key point is that there are two such decays, $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ and $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ (and similarly for neutral B decays). By measuring the polarizations in *both* decays, one can test the SM explanations of the $B \rightarrow \phi K^*$ measurements.

In one scenario [35,36], it is predicted that f_T should be large in both $B \rightarrow \rho K^*$ decays. We have shown that the values of f_T in both decays should obey Eq. (4.9). If this relation is not respected, then this scenario is ruled out, yielding a clear signal of new physics. Using present $B \rightarrow \rho K^*$ data, the central values violate this relation. However, the errors are still extremely large, so that no firm conclusions can be drawn. This emphasizes the importance of more precise measurements of these decays.

In the second scenario [37], the transverse polarizations in both $B \rightarrow \rho K^*$

decays are predicted to be small, i.e. f_L is close to 1. However, in $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ decays, it is found that $f_L^+ = 0.66 \pm 0.07$ (Table 4.1), ruling out this scenario at the 3.5σ level.

The discrepancy in $B \rightarrow \pi K$ decays can be explained by the addition of new-physics operators of the form $\bar{b} \rightarrow \bar{s} q \bar{q}$ ($q = u, d$) [1,31]. There are 16 such operators, all of which will contribute to $B \rightarrow \rho K^*$ decays. Assuming that NP is present, we have calculated the effect on the polarization states of $B \rightarrow \rho K^*$ of each of these operators (Tables 4.2 and 4.3). Of these, there are only two which reproduce the data of Table 4.1, i.e. they contribute significantly to the transverse polarization of $B^+ \rightarrow \rho^+ K^{*0}$ while leaving $B^+ \rightarrow \rho^0 K^{*+}$ essentially longitudinal. They are $f_d^{RR} \bar{b} \gamma_{RS} \bar{d} \gamma_R d$ and $f_d^{LL} \bar{b} \gamma_{LS} \bar{d} \gamma_L d$. If the $B \rightarrow \pi K$ measurements turn out to show statistically-significant evidence of new physics, and if the $B \rightarrow \rho K^*$ data remain as in Table 4.1, these are the only two NP operators which can explain both sets of observations.

Finally, it is natural to assume that the same type of new physics which accounts for the $B \rightarrow \pi K$ and $B \rightarrow \rho K^*$ measurements also affects $B \rightarrow \phi K^*$ decays and can explain the observed value of f_T/f_L . This is possible if the NP obeys an approximate U-spin symmetry. In this case, there are also NP operators of the form $\bar{b} \gamma_{RS} \bar{s} \gamma_{RS}$ or $\bar{b} \gamma_{LS} \bar{s} \gamma_{LS}$, which can reproduce the ϕK^* data [34]. This type of NP can therefore simultaneously account for the πK , ρK^* and ϕK^* data.

Note that it is quite possible that, with more data, the experimental measurements will change, leading to a different pattern of new-physics signals. In this case, the conclusions presented in this paper will have to be modified. However, we must stress that this type of analysis will ultimately be necessary. Rather than look for NP solutions to each individual discrepancy with the SM, it will be far more compelling to search for a single solution to all NP signals. Thus, an analysis of the type presented in this paper will have to be carried out.

Acknowledgements : This work is financially supported by NSERC of Canada.

Appendix

The matrix elements used in the paper : we have

$$\begin{aligned}
\langle \pi^0 | \bar{q}(1 \pm \gamma_5)q | 0 \rangle &= \pm i \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} \frac{m_\pi^2}{2m_q}, \\
\langle \pi^0 | \bar{q}\gamma^\mu(1 \pm \gamma_5)q | 0 \rangle &= \mp i f_K p_\pi^\mu, \\
\langle K^+ | \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)s | 0 \rangle &= i f_K p_K^\mu, \\
\langle K^+ | \bar{b}(1 \pm \gamma_5)s | B^+ \rangle &= \frac{m_B^2 - m_K^2}{m_s - m_b} F_0^K, \\
\langle K^+ | \bar{b}\gamma_\mu(1 \pm \gamma_5)s | B^+ \rangle &= \left[(p_B + p_K)_\mu - \frac{m_B^2 - m_K^2}{q^2} q_\mu \right] F_1^K \\
&\quad + \frac{m_B^2 - m_K^2}{q^2} q_\mu F_0^K, \quad q_\mu \equiv (p_B - p_K)_\mu, \\
\langle \pi^0 | \bar{b}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u | B^+ \rangle &= \left[(p_B + p_\pi)_\mu - \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{q^2} q_\mu \right] F_1^\pi \\
&\quad + \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{q^2} q_\mu F_0^\pi, \quad q_\mu \equiv (p_B - p_\pi)_\mu, \\
\langle K^* | \bar{q}\gamma^\mu s | 0 \rangle &= g_{K^*} m_{K^*} \epsilon_{K^*}^{*\mu}, \\
\langle \rho | \bar{b}\gamma^\mu(1 \pm \gamma_5)q | B \rangle \epsilon_\mu^{*K^*} &= \frac{2i}{m_B + m_\rho} V^\rho \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\mu^\rho p_\nu^{K^*} \epsilon_\alpha^{*\rho} \epsilon_\beta^{*K^*} \pm (m_B + m_\rho) A_1^\rho \epsilon^{*\rho} \cdot \epsilon^{*K^*} \\
&\quad \mp A_2^\rho \frac{2}{m_B + m_\rho} (p^\rho \cdot \epsilon^{*K^*}) (p^{K^*} \cdot \epsilon^{*\rho}), \\
\langle K^* | \bar{q}\sigma^{\mu\nu} s | 0 \rangle &= -i g_T^{K^*} (\epsilon_{K^*}^{*\mu} p_{K^*}^\nu - \epsilon_{K^*}^{*\nu} p_{K^*}^\mu), \\
\langle \rho | \bar{b}\sigma^{\mu\nu} q | B \rangle p_\nu^{K^*} &= -2T_1 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\nu^{K^*} p_\alpha^\rho \epsilon_\beta^{*\rho}, \\
\langle \rho | \bar{b}\sigma^{\mu\nu} \gamma_5 q | B \rangle p_\nu^{K^*} &= -iT_2 [(m_B^2 - m_\rho^2) \epsilon_\rho^{*\mu} - (\epsilon_\rho^* \cdot p_{K^*}) (p_B^\mu + p_\rho^\mu)] \\
&\quad - iT_3 (\epsilon_\rho^* \cdot p_{K^*}) \left[p_{K^*}^\nu - \frac{m_{K^*}^2}{m_B^2 - m_\rho^2} (p_B^\mu + p_\rho^\mu) \right], \\
\langle \rho^0 | \bar{u}\gamma^\mu u | 0 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} g_\rho m_\rho \epsilon_\rho^{*\mu}, \\
\langle K^* | \bar{b}\gamma^\mu(1 \pm \gamma_5)s | B \rangle \epsilon_\mu^{*\rho} &= \frac{2i}{m_B + m_{K^*}} V^{K^*} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\mu^\rho p_\nu^{K^*} \epsilon_\alpha^{*\rho} \epsilon_\beta^{*K^*} \pm (m_B + m_{K^*}) A_1^{K^*} \epsilon^{*\rho} \cdot \epsilon^{*K^*} \\
&\quad \mp A_2^{K^*} \frac{2}{m_B + m_{K^*}} (p^\rho \cdot \epsilon^{*K^*}) (p^{K^*} \cdot \epsilon^{*\rho}). \tag{4.47}
\end{aligned}$$

CONCLUSION

Le modèle standard tel que nous le concevons à ce jour n'est certainement pas la dernière page de l'histoire de la physique des particules. Il existe de nombreux signes de divergences entre les prédictions du MS et les mesures expérimentales. En particulier, l'asymétrie CP découverte il y a à peine 40 ans n'a pas encore révélé tous ses mystères. L'étude des mésons lourds nous permet de sonder les paramètres qui expliquent ce phénomène. Malgré les incertitudes encore grandes sur les mesures, on voit déjà apparaître des indices de divergences entre le modèle théorique et les résultats expérimentaux. Certains chercheurs croient que ces divergences viennent de notre interprétation erronée des conséquences du modèle actuel et proposent des solutions qui peuvent être expliquées par le MS. D'autres, proposent des hypothèses de nouvelle physique au-delà du MS.

Dans ce mémoire, on a étudié les désintégrations $B \rightarrow \pi K$ et $B \rightarrow \rho K^*$ et leurs divergences expérimentales par rapport à la théorie. On a tout d'abord décrit la violation CP dans le MS. On a ensuite exposé les bases de la phénoménologie des mésons B . On a par la suite étudié la désintégration $B \rightarrow \pi K$. Pour ce faire, nous avons utilisé une méthode numérique. Nous avons démontré qu'il y avait une divergence entre les prédictions théoriques et les mesures expérimentales. Pour solutionner le problème, nous avons proposé différents opérateurs de nouvelle physique. Nous avons découvert la forme de l'opérateur qui permettrait d'ajuster le plus adéquatement les données. Finalement, nous avons calculé les effets qu'aurait cette forme d'opérateur dans la désintégration $B \rightarrow \rho K^*$. Nous avons trouvé que seulement les opérateurs $f_d^{RR} \bar{b}_{\gamma_R} s \bar{d}_{\gamma_R} d$ et $f_d^{LL} \bar{b}_{\gamma_L} s \bar{d}_{\gamma_L} d$ peuvent résoudre à la fois le casse-tête de $B \rightarrow \pi K$ et le problème de polarisation dans $B \rightarrow \rho K^*$.

Les divergences dans les systèmes étudiés ne peuvent toujours pas être confirmées à cause des grandes incertitudes théoriques et expérimentales. On ne peut donc pas avoir de conclusion claire sur la présence de nouvelle physique dans ces systèmes. Les résultats des prochaines années nous permettront d'infirmer ou de confirmer nos hypothèses. Toutefois, les études phénoménologiques telles que celles

présentées dans ce mémoire servent à motiver les efforts mis à augmenter la précision des mesures expérimentales et des calculs théoriques. On peut donc espérer avoir une meilleure compréhension de l'asymétrie CP dans les années à venir. Il est nécessaire de bien connaître les paramètres qui régissent la violation CP non seulement pour tester le MS, mais également afin de répondre à la grande question de l'asymétrie matière-antimatière dans notre univers.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] S. Baek, P. Hamel, D. London, A. Datta et D. A. Suprun, *Phys. Rev. D* **71**, 057502 (2005).
- [2] S. Baek, A. Datta, P. Hamel, O. F. Hernandez et D. London, *Phys. Rev. D* **72**, 094008 (2005)
- [3] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1945
- [4] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley & sons, 1987.
- [5] I. I. Bigi et A. I. Sanda, *CP Violation*. Cambridge University Press, 2000.
- [6] G. Hamel De Monchenault [BABAR Collaboration], arXiv :hep-ex/0305055.
- [7] G.C. Branco, L. Lavoura et J. P. Silva, *CP Violation*. Oxford Science Publications, 1999.
- [8] P.F. Harrison et H.R. Quinn, editors. *The BaBar Physics Book*. SLAC Report 504, 1998.
- [9] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 101804 (2004), *Nucl. Phys. B* **697**, 133 (2004), hep-ph/0410407.
- [10] C. W. Chiang, M. Gronau, J. L. Rosner et D. A. Suprun, *Phys. Rev. D* **70**, 034020 (2004).
- [11] CKMfitter Group, J. Charles *et al.*, hep-ph/0406184.
- [12] S. Mishima et T. Yoshikawa, *Phys. Rev. D* **70**, 094024 (2004).
- [13] Y. L. Wu et Y. F. Zhou, *Phys. Rev. D* **71**, 021701 (2005); Y. Y. Charng et H. n. Li, hep-ph/0410005; X. G. He et B. H. J. McKellar, hep-ph/0410098.
- [14] H. Y. Cheng, C. K. Chua et A. Soni, *Phys. Rev. D* **71**, 014030 (2005)
- [15] M. Gronau, O. F. Hernández, D. London et J. L. Rosner, *Phys. Rev. D* **50**, 4529 (1994), *Phys. Lett. B* **333**, 500 (1994), *Phys. Rev. D* **52**, 6374
- [16] Particle Data Group Collaboration, S. Eidelman *et al.*, *Phys. Lett. B* **592** (2004) 1.

- [17] M. Neubert et J. L. Rosner, *Phys. Lett. B* **441**, 403 (1998), *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5076 (1998); M. Gronau, D. Pirjol et T. M. Yan, *Phys. Rev. D* **60**, 034021 (1999) [Erratum-ibid. *D* **69**, 119901 (2004)]; M. Imbeault, A. L. Lemerle, V. Page et D. London, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 081801 (2004).
- [18] See, for example, G. Buchalla, A.J. Buras et M.E. Lautenbacher, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1125 (1996).
- [19] BELLE Collaboration, K. Abe *et al.*, hep-ex/0408111; BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, hep-ex/0408127.
- [20] CLEO Collaboration, A. Bornheim *et al.*, *Phys. Rev. D* **68**, 052002 (2003); CLEO Collaboration, S. Chen *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 525 (2000); Belle Collaboration, Y. Chao *et al.*, *Phys. Rev. D* **69**, 111102 (2004); hep-ex/0407025, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 191802 (2004); BELLE Collaboration, K. Abe *et al.*, hep-ex/0409049; BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 281802 (2002), hep-ex/0408062, hep-ex/0408080, hep-ex/0408081, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 131801 (2004).
- [21] The CKMfitter group, http://www.slac.stanford.edu/xorg/ckmfitter/ckm_results_winter2004.html.
- [22] A. Datta et D. London, *Phys. Lett. B* **595**, 453 (2004).
- [23] Z' -mediated FCNC's are explored in V. Barger, C. W. Chiang, P. Langacker et H. S. Lee, *Phys. Lett. B* **598**, 218 (2004).
- [24] Z -mediated FCNC's were first introduced in Y. Nir et D. J. Silverman, *Phys. Rev. D* **42**, 1477 (1990).
- [25] E.g., see A. Kagan, *Phys. Rev. D* **51**, 6196 (1995).
- [26] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 161803; K. Abe *et al.* [BELLE Collaboration], *Phys. Rev. D* **71** (2005) 072003.
- [27] K. F. Chen [Belle Collaboration], [hep-ex/0504023]; B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], [hep-ex/0503011]; B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], [hep-ex/0502019]; B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], [hep-ex/0502017].

- [28] For a study of triple products in the SM et with new physics, see A. Datta et D. London, *Int. J. Mod. Phys. A* **19**, 2505 (2004).
- [29] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **93**, 231804 (2004); K. Senyo [Belle Collaboration], arXiv :hep-ex/0505067.
- [30] CLEO Collaboration, A. Bornheim *et al.*, *Phys. Rev. D* **68**, 052002 (2003); CLEO Collaboration, S. Chen *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 525 (2000); Belle Collaboration, Y. Chao *et al.*, *Phys. Rev. D* **69**, 111102 (2004); hep-ex/0407025, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 191802 (2004); BELLE Collaboration, K. Abe *et al.*, hep-ex/0409049; BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 281802 (2002), hep-ex/0408062, hep-ex/0408080, hep-ex/0408081, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 131801 (2004).
- [31] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel et F. Schwab, *Eur. Phys. J. C* **32**, 45 (2003), *Phys. Rev. Lett.* **92**, 101804 (2004), *Nucl. Phys. B* **697**, 133 (2004), *Acta Phys. Polon. B* **36**, 2015 (2005); V. Barger, C. W. Chiang, P. Langacker et H. S. Lee, *Phys. Lett. B* **598**, 218 (2004); S. Mishima et T. Yoshikawa, *Phys. Rev. D* **70**, 094024 (2004); Y. L. Wu et Y. F. Zhou, *Phys. Rev. D* **71**, 021701 (2005); H. Y. Cheng, C. K. Chua et A. Soni, *Phys. Rev. D* **71**, 014030 (2005); Y. Y. Charng et H. n. Li, *Phys. Rev. D* **71**, 014036 (2005); X. G. He et B. H. J. McKellar, arXiv :hep-ph/0410098.
- [32] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **91**, 171802 (2003); K. F. Chen *et al.* [BELLE Collaboration], arXiv :hep-ex/0503013.
- [33] C. Dariescu, M. A. Dariescu, N. G. Deshpande et D. K. Ghosh, *Phys. Rev. D* **69**, 112003 (2004); E. Alvarez, L. N. Epele, D. G. Dumm et A. Szykman, arXiv :hep-ph/0410096; Y. D. Yang, R. M. Wang et G. R. Lu, *Phys. Rev. D* **72**, 015009 (2005); C. S. Kim et Y. D. Yang, arXiv :hep-ph/0412364; C. H. Chen et C. Q. Geng, *Phys. Rev. D* **71**, 115004 (2005).
- [34] P. K. Das et K. C. Yang, *Phys. Rev. D* **71**, 094002 (2005);

- [35] P. Colangelo, F. De Fazio et T. N. Pham, Phys. Lett. B **597**, 291 (2004);
H. Y. Cheng, C. K. Chua et A. Soni, Ref. [31]; M. Ladisa, V. Laporta, G. Nardulli et P. Santorelli, Phys. Rev. D **70**, 114025 (2004).
- [36] A. L. Kagan, Phys. Lett. B **601**, 151 (2004).
- [37] W. S. Hou et M. Nagashima, arXiv :hep-ph/0408007.
- [38] Particle Data Group, Ref. [16]; B. Aubert [BABAR Collaboration], arXiv :hep-ex/0408093; J. Zhang *et al.* [BELLE Collaboration], arXiv :hep-ex/0505039.
- [39] The Heavy Flavor Averaging Group, <http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/>
- [40] H. n. Li et S. Mishima, Phys. Rev. D **71**, 054025 (2005).
- [41] H. n. Li, arXiv :hep-ph/0411305.
- [42] A. Datta, M. Imbeault, D. London, V. Page, N. Sinha et R. Sinha, Phys. Rev. D **71**, 096002 (2005).
- [43] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert et C.T. Sachrajda, Nucl. Phys. B **591**, 313 (2000), Nucl. Phys. B **606**, 245 (2001).
- [44] J. Charles, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene et J. C. Raynal, Phys. Rev. D **60**, 014001 (1999).
- [45] A. Datta, in preparation.