

Université de Montréal

4.4
6
271

Une analyse économique des
hypothèses actuarielles dans
les régimes de retraite

par

Jean Bouchard

École de relations industrielles
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès science (M.Sc.)
en Relations industrielles

Avril 1991

© Jean Bouchard, 1991

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

Une analyse économique des hypothèses actuarielles
dans les régimes de retraite

Présenté par Jean Bouchard

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

<u>M. Gilles Beausoleil</u>	Président rapporteur
<u>M. Jean-Michel Cousineau</u>	Directeur de recherche
<u>M. Michel Bergeron</u>	Co-Directeur
<u>M. Gérard Hébert</u>	Membre du jury

Sommaire

Il y a plusieurs éléments déterminants dans un régime de retraite. Nous avons étudié les trois (3) principaux: le coût d'une rente, les prestations versées en rentes et finalement le risque. On note que non seulement ces composantes sont interreliées, mais aussi que le risque découle des deux (2) précédentes.

De ce fait, l'objectif du mémoire est de mesurer l'efficacité ou l'inefficacité selon diverses variables (mortalité, roulement de la main-d'œuvre, invalidité, augmentation des salaires et rendement du capital) en terme de risque implicite dans un régime de retraite versus le risque calculé par le marché des rentes. Pour ce faire, nous supposons qu'il est possible d'améliorer la condition dans laquelle se trouve un individu sans que celui-ci ait à payer un montant supplémentaire.

Il y a deux (2) façons de se procurer une rente de retraite: par le biais d'un régime de retraite ou auprès du marché des rentes (composé exclusivement de compagnies d'assurance-vie). Ce marché se sert d'hypothèses légèrement différentes pour calculer le montant de la rente. L'achat d'une rente étant conditionnelle à la prise de la retraite, le marché emploie donc trois (3) hypothèses: la mortalité (la Gam-1983 est la table la plus couramment utilisée), un certain taux d'intérêt, ainsi que divers frais d'administration.

À partir de tableaux publiés dans l'hebdomadaire Les Affaires entre le 4 septembre 1985 et le 5 août 1989, indiquant la valeur de 81 types de rentes, nous avons estimé le taux d'intérêt utilisé par le marché. Nous avons émis comme hypothèses des frais d'administration nuls et la Gam-1983 comme table de mortalité. Notre critère de décision est de minimiser la somme des écarts au carré entre les 81 types de rentes qu'offrent le marché et celles que nous avons estimées. Nos recherches nous ont démontré, que le marché utilise le taux d'intérêt des obligations d'épargne à long terme du gouvernement fédéral majoré de quatre-vingt-quinze centièmes (0,95) de point, en plus des hypothèses traitant des frais d'administration et de la mortalité.

Ainsi nous avons comparé la valeur des rentes payées à des retraités d'un régime donné versus celles qu'auraient pu acheter ces retraités s'ils s'étaient tournés vers le marché. Il en coûte un peu plus de 31% au régime pour offrir des rentes de même valeur que celles disponibles sur le marché. Ou bien à l'inverse, le marché peut payer des rentes de 31% plus élevées, en considérant la valeur présente des obligations du régime. Nous voyons donc apparaître des surplus qui peuvent être répartis entre les groupes d'un régime de retraite. Nous favorisons davantage une approche axée vers l'augmentation des rentes financées à même ce surplus par une règle d'allocation prédéfinie.

Tables des matières

Sommaire.....	III
Tables des matières.....	V
Liste des tableaux.....	VIII
Liste des figures.....	X
Liste des symboles utilisés.....	XI
Remerciements.....	XIII
Introduction.....	1
Chapitre 1: Revue de la littérature des différentes hypothèses actuarielles dans les régimes de retraite.....	4
1.1 Aperçu du fonctionnement d'un régime de retraite.....	5
1.2. La mortalité.....	9
1.3 Le roulement de la main-d'œuvre.....	19
1.4 L'invalidité.....	22
1.5 L'augmentation des salaires.....	23
1.6 Le rendement du capital.....	28
1.7 Le risque.....	31
Chapitre 2: Modèle général d'analyse des régimes de retraite.....	34
2.1 Méthodes d'analyse et de financement des régimes de retraite.....	36
2.2 Types de régimes.....	40
2.2.1. Régimes à cotisations déterminées.....	41
2.2.2. Régimes à prestations déterminées.....	42

2.2.2.1 les régimes "salaire meilleures années".....	42
2.2.2.2 les régimes "derniers salaires" ("fin de carrière").....	42
2.2.2.3 les régimes "salaires de carrière".....	43
2.2.3 Régimes hybrides.....	43
2.3 Modèle général.....	44
2.3.1 La première phase du modèle.....	44
2.3.2 La deuxième phase du modèle.....	45
2.3.2.1 Valeur présente de la rente.....	47
2.3.2.2. Rente avec garantie minimale.....	48
2.3.2.3. Rente de retraite.....	49
2.3.2.4. Rente réversible au conjoint et rente d'enfant.....	50
Chapitre 3: Le marché des rentes de retraite.....	53
3.1. La notion de marché comme concept de risque nul.....	54
3.2. Description des hypothèses actuarielles.....	59
3.2.1 La mortalité.....	60
3.2.2. Le rendement du capital.....	60
3.2.3. Autres éléments.....	61
3.3. Théorie actuarielle et équation.....	62
Chapitre 4: Analyse quantitative du marché des rentes de retraite.....	65
4.1 Problématique.....	66
4.2. Objectif de ce chapitre.....	68

4.2.1. Base de données.....	68
4.3 Hypothèses de travail.....	72
4.3.1. Tables de mortalité.....	73
4.3.2. Taux de rendement.....	73
4.3.3. Frais d'administration.....	74
4.4 Présentation des résultats des estimations.....	75
4.4.1 Les résultats concernant le scénario optimum.....	76
4.4.2 Scénarios optimums pour les variables âge, sexe, garantie minimale et investissement.....	78
Chapitre 5: Comparaison du marché avec un régime de retraite.....	85
5.1 Un régime de retraite opposé au marché des rentes.....	86
5.2 Le concept de règles allocatives.....	93
Conclusion.....	96
Bibliographie.....	101
Annexe.....	109

Liste des tableaux

Tableau I	
Composantes du taux d'augmentation des salaires.....	27
Tableau II	
Les meilleures rentes mensuelles disponibles pour divers montants et différentes situations au 25 juillet 1989.....	69
Tableau III	
Présentation des trois (3) meilleurs scénarios avec la somme des écarts au carré et la moyenne des écarts entre les divers types de rentes.....	77
Tableau IV	
Variations de la somme des écarts au carré et de la moyenne des écarts selon les trois scénarios optimums pour les variables sexe, âge, garantie minimale et investissement.....	80
Tableau V	
Scénarios optimums selon les diverses variables dépendantes.....	82
Tableau VI	
Présentation de la population composant notre groupe de référence.....	87
Tableau VII	
Comparaison du passif actuariel à l'intérieur de la caisse du régime et du coût des rentes sur le marché.....	88

Tableau VIII

Comparaison des passifs actuariels	90
--	----

Liste des figures

FIGURE 1.1	
Aperçu du fonctionnement d'un régime de retraite.....	6
Figure 1.2	
Représentation de la mortalité auprès	
d'une population masculine selon la GAM-83.....	17
Figure 1.3	
Représentation du roulement de la	
main-d'œuvre à différents âges	22
Figure 1.4	
Évolution de l'invalidité d'une population	
à différents âges.....	23
Figure 1.5	
Aperçu de l'augmentation des salaires	
en fonction des années de service.....	26
Figure 2.1	
L'évolution du passif actuariel au cours de la	
carrière selon la méthode actuarielle.....	39
Figure 3.1	
La courbe des rentes optimales dans un	
régime de retraite.....	56

Liste des symboles utilisés

- i représente le taux d'intérêt utilisé dans le calcul de la rente;
- P donne la probabilité que l'individu vive;
- PC cette expression représente la probabilité de vivre pour le conjoint;
- Σ signifie la sommation d'une série d'éléments;
- Π veut dire le produit de plusieurs termes;
- \bar{x} est employé pour représenter une moyenne arithmétique.

*A Michel Bergeron, mon père spirituel
et l'homme qui me fit confiance
tout au long de cette aventure.
J'espère que ce travail lui
fera honneur.*

Remerciements

Des remerciements tous particuliers s'adressent à MM. **Michel Bergeron** du Département des Sciences Économiques de l'Université du Québec à Montréal et à **Jean-Michel Cousineau** de l'École de Relations Industrielles de l'Université de Montréal, les deux **co-directeurs**, pour le temps précieux qu'ils ont bien voulu donner, pour leurs appuis intarissables, leurs encouragements ainsi que pour la générosité avec laquelle ils ont mis à notre disposition toutes visites et profondes connaissances dans le domaine fascinant des régimes de retraite.

Ainsi qu'à **François Boucher**, l'expert programmeur-analyste, pour ses connaissances en informatique qui furent très utiles lors de l'étape de l'estimation du marché des rentes et qui n'ont d'égale que l'amitié et la loyauté qu'il nous aura témoignées tout au long de ce travail. Tout comme à **Sonia Côté** pour son infatigable support qui m'a permis de persévérer.

Cependant en aucun cas, ces généreuses personnes ne peuvent être tenues responsables des lacunes qui ont pu se glisser dans ce mémoire.

Une analyse économique des hypothèses actuarielles dans les régimes de retraite

Introduction

La vie est divisée en trois (3) parties, la première s'étend de la naissance jusqu'au moment où l'individu commence à travailler, la seconde s'échelonne tout au long de la période consacrée au travail, et finalement la troisième partie est celle de la retraite. Il existe en sciences économiques diverses théories de la consommation qui expliquent comment un individu se procure l'argent nécessaire pour sa consommation. Ces théories supposent au point de départ que durant la première partie de la vie, ce sont les parents qui défraient les dépenses de consommation de l'individu. Au cours du second segment de la vie, l'individu assume ses propres dépenses à même ses revenus. On suppose par la suite qu'il est à même de se constituer une réserve lui permettant d'être autonome au moment de la retraite. Pendant la troisième période, l'individu puise dans son épargne pour payer ses dépenses de consommation. À chaque stade de ce processus, l'individu est susceptible de recevoir des paiements de transferts.

C'est pendant la période où l'individu occupe un emploi qu'il doit déjà penser à épargner pour sa retraite. Il lui faudra consacrer des sommes considérables, de l'ordre de 200 000\$ @ 300 000\$ pour lui permettre d'obtenir une rente viagère d'environ 20 000\$ par année.

L'individu peut se procurer ces sommes de diverses manières: soit par le biais des régimes publics (Régime des rentes du Québec ou Régime de pension du Canada), soit par les régimes de retraite privés (régimes supplémentaires de rentes), ou bien d'une façon individuelle (régimes enregistrés d'épargne retraite, ou autres formes d'épargne) enfin, il peut également tirer des revenus pour une contribution à la production (dividendes, intérêts, salaires).

Depuis les années 1970, la retraite a connu plusieurs grands débats: l'indexation des rentes, l'âge de la retraite, l'utilisation des surplus actuariels (au moment de la terminaison du régime), etc... Sans vouloir minimiser l'ampleur de ces phénomènes, il existe un autre problème tout aussi important que ces derniers et dont très peu de gens sont conscients. Il s'agit du problème d'efficacité économique¹ autour des régimes de retraite. Il s'évalue en terme des hypothèses de base sur lesquelles reposent l'ensemble des calculs effectués par les actuaires dans le domaine des régimes de retraite. Ces derniers se servent de diverses hypothèses actuarielles. Nous nous limiterons à décrire les cinq (5) principales qu'il est difficile de mettre de côté sans fausser l'analyse actuarielle. Ces cinq (5) hypothèses actuarielles sont la mortalité, le roulement de la main-d'œuvre, l'invalidité, l'augmentation des salaires et finalement le rendement du capital. La question à laquelle nous allons répondre est la suivante: est-il possible d'améliorer

¹Par efficacité économique, nous entendons le concept d'optimalité parétienne: à partir d'une situation d'équilibre, est-il possible d'améliorer le bien être d'un individu sans diminuer celle d'un autre individu?

la condition dans laquelle se trouve un individu recevant une rente d'un régime de retraite, sans qu'il ait à payer un montant supplémentaire? Si les régimes de retraite sont parfaitement efficaces, alors nous serons incapables d'accorder de meilleures rentes aux bénéficiaires. Dans le cas contraire, les retraités de même que les autres groupes de gens recevant des rentes d'un régime de retraite pourront recevoir des rentes augmentées.

Chapitre 1 : Revue de la littérature des différentes hypothèses actuarielles dans les régimes de retraite

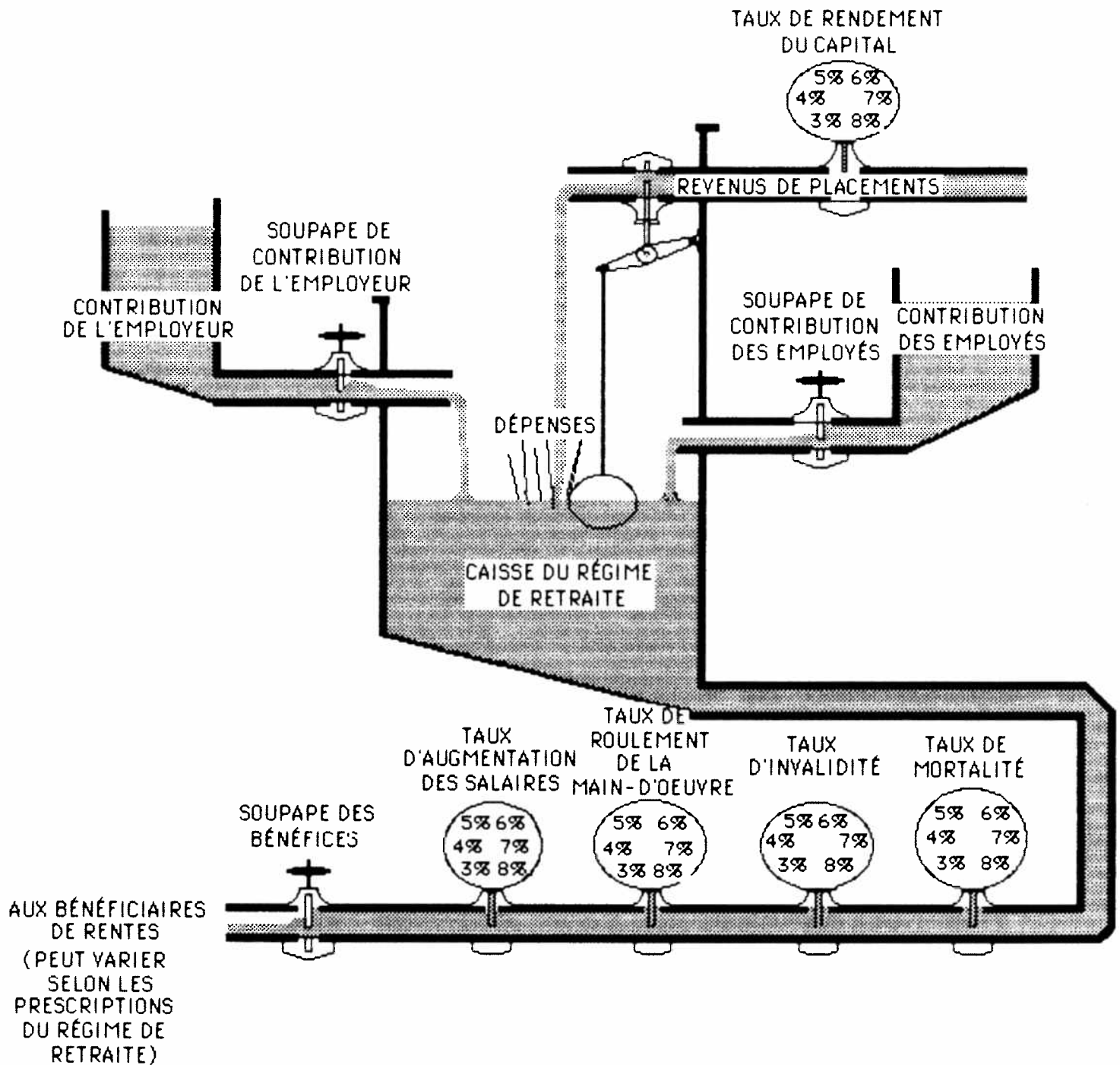
Chapitre 1: Revue de la littérature des différentes hypothèses actuarielles dans les régimes de retraite

1.1 Aperçu du fonctionnement d'un régime de retraite

Etant donné le caractère assez technique d'un sujet comme les hypothèses actuarielles, il serait préférable que les lecteurs puissent acquérir certaines notions élémentaires décrivant le fonctionnement des régimes de retraite avant de débiter l'analyse proprement dite. Nous retrouvons à la Figure 1.1 un aperçu du fonctionnement d'un régime de retraite que l'on compare à un système de plomberie. Cette représentation est inspirée d'une figure apparaissant dans un article rédigé par Charles L. Trowbridge (1966). Nous avons conservé l'allure générale de cette représentation en l'adaptant à notre besoin, soit en incluant les variables faisant l'objet de cette étude: les taux de mortalité, d'invalidité, de roulement de la main-d'œuvre, de rendement du capital et finalement d'augmentation des salaires.

Tout le processus de fonctionnement d'un régime de retraite débute à partir d'une injection de capitaux de la part des cotisants (l'employeur et l'employé). Il faut établir un certain mécanisme pour

Figure 1.1
Aperçu du fonctionnement
d'un régime de retraite²



2. Cette représentation s'applique uniquement dans les régimes de retraite où l'actif actuariel est supérieur au passif.

contrôler les montants des contributions des deux (2) acteurs, soit une soupape ou un robinet que l'on peut décider de fermer pour ralentir le débit ou à l'inverse, ouvrir un peu plus. Les sommes circulant de cette manière se dirigent vers une cagnotte qui accumule les cotisations de l'ensemble des participants au régime. Cette cagnotte porte le nom de caisse du régime de retraite. Aux cotisations courantes viennent s'ajouter les revenus de placements provenant du portefeuille de placements de la caisse de retraite. Nous retrouvons à ce niveau une variable reprise dans cette recherche, soit le taux de rendement du capital ou taux d'intérêt. Lorsqu'il n'y a aucune somme d'argent dans la caisse de retraite, il ne peut y avoir de capitaux placés dans les divers véhicules qu'offrent le marché financier (obligations d'épargne, actions de compagnies, hypothèques, etc...). Pour représenter ce fait, Trowbridge a placé un flotteur au niveau de la surface des capitaux bouchant ainsi la conduite des revenus de placements. Il se peut également que tout au long de ce processus certains coûts ou certaines dépenses soient engendrés par le fonctionnement normal de ce système. Ces dépenses sont alors défrayées par l'ensemble des participants par le biais de la caisse du régime.

Cependant, la détermination du coût des diverses rentes est basée en partie sur certaines variables comme les taux de mortalité, d'invalidité, de roulement de la main-d'œuvre et finalement par le taux d'augmentation des salaires. Pour tenir compte de ces éléments, nous avons décidé de les inclure dans notre schéma sous la forme de compteurs pour indiquer le taux ou le pourcentage associé à chacune de

ces variables. Cette section constitue un second ajout par rapport à la figure élaborée par Trowbridge.

Le flux suit son cours jusqu'au moment où les bénéficiaires remplissent les conditions d'obtention des diverses rentes (rentes de retraite, rentes d'enfant, rentes de conjoint survivant, rentes d'invalidité) prévues à l'intérieur des règlements du régime. Ce principe a été évoqué par Trowbridge par une soupape des bénéficiaires qui représentait ainsi une certaine forme de contrôle sur les divers types de prestations versées aux bénéficiaires.

En fait, toutes les hypothèses que nous allons étudier au cours de ce mémoire entrent dans le calcul du coût d'un régime de retraite. Par exemple dans le cas des trois (3) variables que sont la mortalité, l'invalidité et le roulement de la main-d'œuvre, nous recherchons quelles sont les probabilités qu'un individu soit encore cotisant au régime à la fin de l'année, ou qu'il soit décédé, invalide ou ait changé d'emploi. Cela revient à se demander, par exemple dans le cas de la mortalité; combien un individu doit-il verser d'argent au cours de la présente année, si ce dernier a une probabilité κ de décéder et $(1-\kappa)$ de survivre à cette même année? Alors, quelle rente aura droit l'individu au moment où il décidera de prendre sa retraite? Il faut nous poser cette même question pour chacune des années subséquentes, jusqu'à ce que l'individu ait atteint l'âge normal de la retraite. Comme normalement les gens arrêtent de travailler une fois atteint cette date, il

n'est plus nécessaire que l'individu continue de cotiser au régime, puisqu'il devient un bénéficiaire plutôt qu'un cotisant. Alors, l'actuaire devra calculer le coût de la rente, eu égard à l'hypothèse sur la mortalité uniquement, en se posant la même question que pendant la période où l'individu cotisait au régime.

L'hypothèse sur l'augmentation des salaires est utilisée dans les cas où les cotisations au régime ne sont pas des montants forfaitaires mais un certain pourcentage du salaire, de même que lorsque la rente de retraite de l'individu constitue une fraction prédéterminée du salaire de l'individu (salaires de carrière, salaire meilleures années et fin de carrière, par exemple).

L'hypothèse sur le rendement du capital permet de calculer quant à elle, les sommes d'argent nécessaires au financement de la rente.

1.2. La mortalité

La mortalité est certainement un des premiers facteurs qui nous vient à l'esprit lorsqu'on pense aux régimes de retraite. Il n'y aura pas de rente de retraite qui sera versée si l'individu qui contribue à un régime, décède avant d'avoir atteint l'âge normal de la retraite. Si

l'individu est déjà à sa retraite, la rente qu'il reçoit continue à être versée durant la période de la garantie minimale.

Le concept de mortalité opère au niveau individuel et se mesure en étudiant le taux de mortalité chez une certaine population à divers âges. Il existe plusieurs tables de mortalité utilisées principalement par des actuaires. Le fonctionnement de ces tables est assez simple. En partant avec une cohorte assez grande, comme par exemple 100 000 individus de même sexe et nés le même jour, on peut voir combien de personnes décéderont durant la première année de la vie, durant la seconde, etc...jusqu'à ce que tout le monde soit décédé, i.e. soit par hypothèse vers l'âge de 100 ou de 110 ans. En divisant à chaque année, le nombre de décès par le nombre de personnes encore en vie, on obtient le taux de mortalité pour l'âge calculé. De plus, on retrouve des tables de mortalité pour les hommes et d'autres pour les femmes, puisque ces dernières vivent quelques années de plus que les hommes. Parfois, les actuaires se servent des mêmes tables pour les hommes que pour les femmes, mais en soustrayant un certain nombre d'années lors de calculs chez les femmes, de manière à les faire rajeunir statistiquement. Par exemple, l'auteur suggérait dans le cas de la table de mortalité de groupe publiée en 1952 (Ga-1951) que:

It would appear that a five-year setback in age of the male table would be reasonably satisfactory unless the actuary wished to make allowance for a greater rate of

mortality improvement for females than that assumed in the projection scale.³

La mortalité ne constitue nullement un phénomène statique mais plutôt un événement dynamique puisqu'au cours des ans, l'espérance de vie s'est accrue. Comme les actuaires ne désiraient pas demeurer en reste, ils ont conçu une échelle de projection. Les taux apparaissant dans les échelles sont utilisés pour permettre de conserver les tables de mortalité à jour.

Les tables de mortalité les plus fréquemment utilisées dans le domaine des régimes de retraite s'intitulent "Group Annuity Mortality" (GAM). La première version de ces tables fut conçue par Ray M. Peterson en 1952 et était identifiée par l'abréviation Ga-1951. Avant la table de mortalité élaborée par Peterson, les actuaires se servaient des mêmes tables que celles utilisées dans le cas des rentes de retraite vendues à des individus (non à des groupes composant un régime). Ce faisant, les actuaires intégrèrent un biais dans leurs calculs, car statistiquement les individus qui achètent des rentes de retraites individuellement ont une espérance de vie plus longue que la population en générale. Alors, cela a entraîné une légère surestimation de l'espérance de vie des individus membres d'un régime de retraite, comparativement à des individus décidant d'acheter un régime

³PETERSON, Ray M, Group Annuity Mortality, Transactions of the Society of Actuaries, IV (1952), p. 283

d'épargne-retraite. Les tables de groupes permettaient donc de se prémunir contre le phénomène de la sélection adverse des risques.

Voici les diverses étapes ayant servi à la construction de cette table:

- a) The intercompany group annuity matured life experience for the years 1946-1950 with respect to retirements on or after normal retirement date for each sex by lives was used to derive mortality rates at ages 65 and above with an adjustment to allow for mortality after age 65 with respect to retirement prior to normal retirement date.
- b) The series of rates for each sex was graduated by a Whittaker-Henderson Type B formula which minimizes a function such that perfect smoothness would be represented by first differences in geometric series.
- c) The resulting mortality rates were adjusted to allow for three years' decrease according to Jenkins and Lew Projection Scale B and at a same time a margin for annuity purposes was introduced by reducing the mortality rates for males 10% and for females 12.5%;
- d) These rates, which included age 102, were extended by arbitrary means so as to reach a value of 1.000 at age 110 for each sex.
- e) To complete the table for ages under 65, the resulting graduated mortality rates for ages 65 to 110, inclusive, were joined by a 4th order curve to the Ga-1949 Table rates projected one year by the Scale B.⁴

En ce qui a trait aux échelles de projection des diverses tables de mortalité, Peterson réalisa que les taux de mortalité des hommes et des

⁴Ibid. pp. 248-249

femmes ne progressaient pas au même rythme au cours des années. Il fallait donc prévoir deux (2) échelles de projection différentes; l'échelle de projection B pour les hommes et l'échelle de projection C pour les femmes.

Mais en 1971, Harold R. Greenlee et Alfonso D. Keh étudièrent l'hypothèse que depuis la publication de la Ga-1951 en 1952, cette table n'était plus un outil valide et fidèle pour servir à l'analyse de régimes de retraite, étant donné les effets successifs de diminution des taux de mortalité plus forts que ceux prévus originellement par Peterson en 1952.

"Since publication of the Ga-1951 Table, pension mortality rates have continued their steady decline. For both males and females there have been substantial decreases, 9 percent and 17 percent, respectively, in the aggregate ratios over the period 1951-55 to 1964-68 after allowance is made for the effect of underreporting of exposures and deaths in 1968. The mortality margin contained in the Ga-1951 has virtually disappeared at the significant ages."⁵

C'est donc pour cette raison que l'on vit apparaître la "Group Annuity Mortality Table" de 1971 (Gam-1971) qui visait à remplacer la Ga-1951 devenue désuète. La Gam-1971 fut construite à partir de diverses tables comme la table des expériences de 1966 projetée sur

⁵GREENLEE, Harold H. et Alfonso D. KEH, "The 1971 Group Annuity Mortality Table", Transactions of the Society of Actuaries, XXIII (1971), p. 572

cinq (5) ans par l'échelle de projection D. La recherche servit à construire deux (2) nouvelles échelles de projection: l'échelle D pour les hommes et l'échelle E pour les femmes. On se souvient que Peterson avait recommandé l'utilisation d'un facteur de diminution de l'âge (age setback) de cinq (5) ans pour les femmes dans la Ga-1951. Greenlee et Keh recommandèrent plutôt, pour la Gam-1971 un facteur de six (6) ans, soit une (1) année de plus en raison d'une plus grande amélioration de l'espérance de vie des femmes que de celle des hommes.

Présentement, la table de mortalité la plus récente est la Gam-1983. Un groupe d'actuaire fut chargé en 1979 d'évaluer la Gam-1971 pour vérifier si cette dernière, ainsi que les échelles de projection, pouvaient encore représenter la réalité contemporaine. Les auteurs conclurent:

...the 1971 GAM Table, in either its unprojected or projected form, had become inadequate as a basis for determining minimum statutory reserves for current group annuitants... The new table [GAM-1983] is intended to be used as an interim valuation basis pending the development of a new table."⁶

Les actuaire se retrouvaient avec le même problème qu'en 1971 lorsque Greenlee et Keh avaient découvert que la Ga-1951 et les échelles B et C n'étaient plus des instruments assez valides et fidèles,

⁶Committee on Annuities, "Development of the 1983 Group Annuity Mortality Table", Transactions of the Society of Actuaries, XXXV (1983), p. 860.

pour continuer à être utilisés dans les analyses de régimes de retraite. Les données servant à la préparation de la Gam-1983 provenaient de diverses sources comme par exemple, La Prudentielle et la compagnie d'assurance-vie Bankers. Le Comité des pensions analysa en plus les données démographiques de la population blanche américaine. Toutefois, les informations démographiques concernant la population canadienne venaient directement contredire celles des États-Unis.

"Unlike the results for the U.S. population statistics, the Canadian population results did not show consistently greater rates of mortality decrease for the more recent of the two periods. Also, the Canadian population results did not show rates of decrease that are significantly greater than Projection Scale D."⁷

En dépit de ces constatations, le Comité jugea que la Gam-1971 ainsi que les échelles de projection D et E devaient être remplacées par une nouvelle table de mortalité et une autre échelle de projection qui sauraient répondre à cette nouvelle réalité de la mortalité.

Les travaux du Comité des pensions menèrent donc à la construction d'une nouvelle table connue sous l'appellation Gam-1983. Cette dernière fut élaborée à partir de la même table ayant servi à la construction de la Gam-1971, soit la table des expériences de 1966. Pour projeter les taux de 1966 @ 1983, le Comité s'est servi de deux (2)

⁷Ibid., p. 866

échelles de projection, d'abord l'échelle X pour la période 1966 @ 1975 et l'échelle Y de 1976 @ 1983.

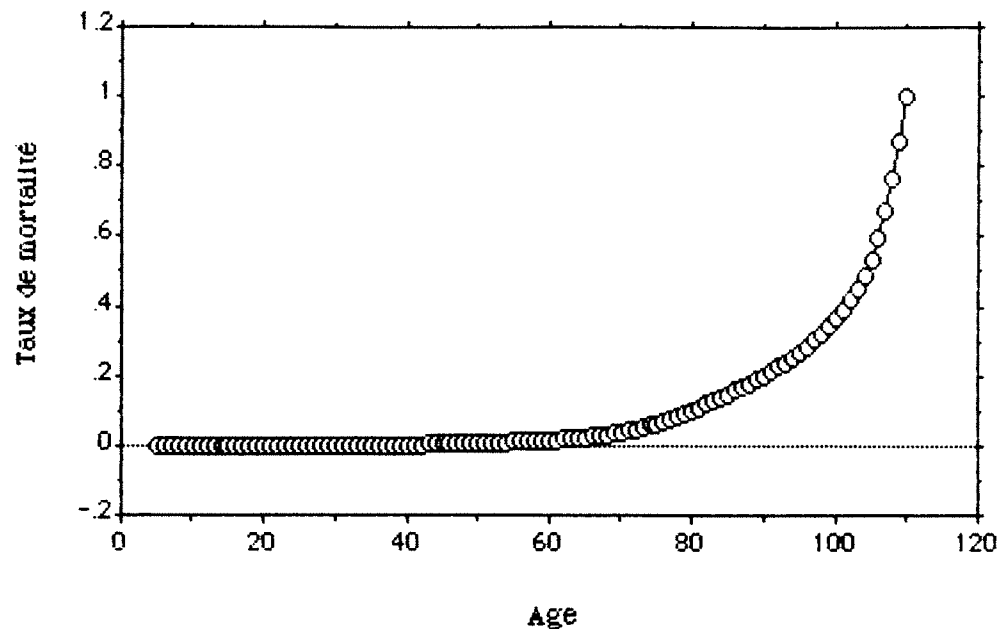
The combined scale, called Scale Z, was calculated as the geometric average of improvement rates for the periods associated with Scale X and Scale Y...As expected scale Z rates of mortality improvement were much higher than those forecast by Scale D".⁸

La figure 1.2 nous donne une représentation d'une courbe d'un taux de mortalité tracée pour une population masculine avec la Gam-1983 sans projection⁹. Ainsi, on remarque que plus les hommes sont âgés, plus le taux de mortalité croît de façon exponentielle. La relation est analogue dans le cas des femmes.

⁸Ibid., pp. 873-874

⁹La Gam-1971 ainsi que la Gam-1983 sont présentées en annexe.

Figure 1.2
Représentation de la mortalité auprès
d'une population masculine selon la GAM-83



Il ne restait plus au Comité qu'à élaborer une nouvelle échelle de projection. Ce groupe d'actuaire décida de fonctionner avec une version modifiée (échelle de projection H) de l'échelle de projection G, utilisée dans le cas des rentes de retraite achetées par des individus uniquement. Les seules différences entre ces deux (2) échelles étaient situées au niveau des âges supérieurs.

Encore aujourd'hui, les auteurs de la Gam-1983 recommandent aux utilisateurs de celle-ci, qui ne désirent pas fonctionner avec la table des femmes, de simplement soustraire le même nombre d'années que pour la Gam-1971 (age setback), soit six (6) ans pour les mêmes raisons mentionnées plus tôt.

Il serait important de revenir sur un point traité par le Comité d'actuaire chargé de la composition de la Gam-1983. Ces derniers ont soulevé un problème en ce qui a trait à certains écarts existant entre les données des populations canadiennes et américaines. En effet, le comité jugea que la Gam-1983 était significative uniquement pour les américains. Cependant, en raison de modifications moins accentuées dans la population canadienne, la Gam-1971 pourrait demeurer encore valide. Le problème qui se pose est donc le suivant: existe-t-il des tables de mortalité reflétant uniquement la réalité canadienne? Statistique Canada ainsi que le Bureau de la Statistique du Québec ont construit chacun, dans les années 1982, diverses tables de mortalité. Cependant, on retrouve dans ces deux (2) ouvrages, uniquement des tables de mortalité canadiennes et provinciales pour le document: Tables de mortalité, Canada et provinces 1980-1982 (cat. 84-532), et des tables de mortalité pour le Québec et ses régions dans la publication du BSQ: Tables de mortalité: Québec, régions administratives et sous-régions de Montréal, 1980-1982. Aucun de ces deux (2) ouvrages ne contenait d'échelle de projection.

Malheureusement, on ne peut se contenter de ces tables, car une table de mortalité est semblable à une photographie d'une population. Si on veut que notre portrait demeure représentatif de ce groupe, on doit avoir la possibilité de le corriger, lorsque certains changements se produisent, et c'est justement le but des échelles de projection. Or, ces échelles, comme mentionné plus tôt, sont absentes dans les deux (2)

documents publiés par ces agences gouvernementales. Ces tables, si elles avaient des échelles de projection, pourraient être très utiles car elles représenteraient alors la structure de la mortalité pour la population canadienne ou québécoise.

1.3 Le roulement de la main-d'œuvre

Le concept de roulement de la main-d'œuvre fait référence à la notion de la mobilité des travailleurs, c'est-à-dire aux personnes qui quittent leur emploi après une certaine période de temps pour diverses raisons. Ce concept opère sur deux (2) plans: aux niveaux organisationnel (le régime) ou bien individuel (les membres).

En effet, un actuair e peut décider de fixer simplement un taux de roulement de la main-d'œuvre constant pour les divers groupes composant le régime lors de l'évaluation de ce dernier. Par contre, certains régimes fonctionnent avec un taux de roulement de la main-d'œuvre variable selon les individus et que plusieurs facteurs sont pris en compte lors de la fixation du taux. Cela revient donc à dire que ces derniers agissent sur le plan individuel. Nous verrons plus en détail certains de ces facteurs dans les paragraphes qui vont suivre.

Il est important de comprendre le rôle que joue cette variable dans le calcul d'une rente de retraite. C'est avec le taux de roulement de la main-d'œuvre que l'actuaire peut prévoir combien d'employés au service d'un employeur demeureront au service pour ce dernier et ce jusqu'au premier jour de la retraite ou, à tout le moins, jusqu'à ce que les individus atteignent la condition minimale pour avoir droit à une rente différée. Cette dernière condition prévue dans la Loi sur les régimes complémentaires de retraite¹⁰, est de deux (2) années de service, ou toute autre règle d'acquisition d'une rente de retraite différée plus avantageuse. Très peu d'auteurs ont expliqué la façon dont les taux de roulement de la main-d'œuvre sont construits. Existe-t-il une théorie dont les actuaires se servent pour fixer ces taux, ou s'agit-il simplement de chiffres choisis selon le bon jugement de l'actuaire?

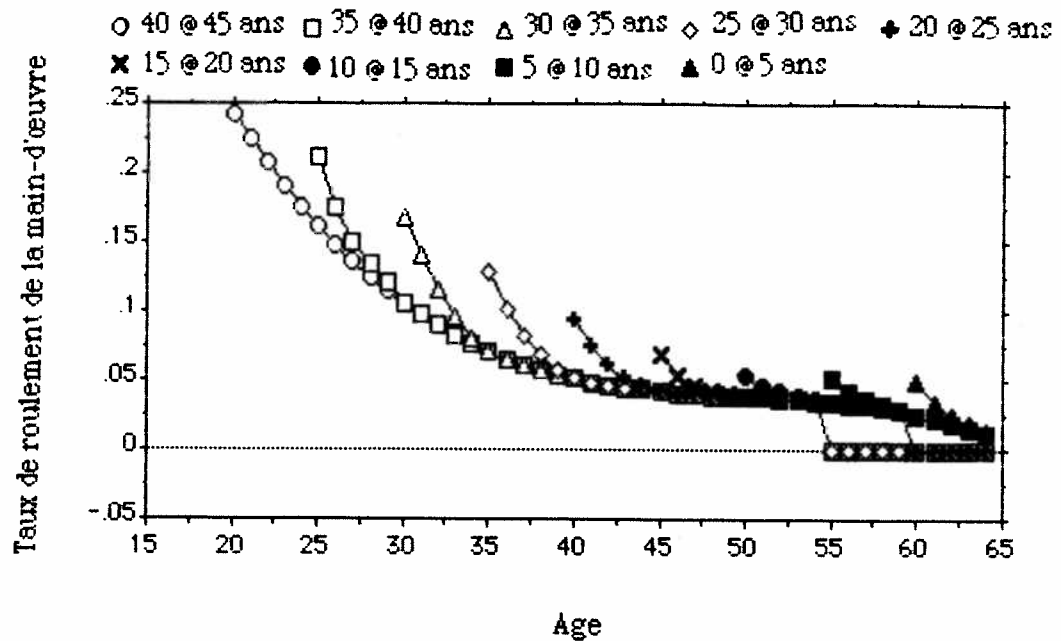
Winklevoss (1977) a suggéré une table de terminaison expliquant le roulement de la main-d'œuvre. La figure 1.3 trace une représentation des taux de roulement de la main-d'œuvre à partir de la table de taux que Winklevoss (1977) proposait. Toutefois, l'auteur ne précisait pas la méthode sur laquelle il s'était basé pour construire ce tableau. D'après ce dernier, les variables influençant la mobilité sont l'âge et le nombre d'années de service. Ainsi, plus un travailleur est âgé et a beaucoup d'années de service à son actif, moins il est enclin à quitter son emploi. Même si Winklevoss n'a pas soulevé cet aspect dans

¹⁰Loi sur les régimes complémentaires de retraites, L.Q. 1989, c-38

son tableau, on peut se demander si le roulement peut être différent chez les hommes comparativement à celui des femmes.

En effet, Trowbridge et Farr (1976) énumèrent, en plus des variables soulevées par Winklevoss les variables suivantes: l'état civil, le niveau de revenu, le sexe ainsi que diverses variables économiques comme étant les facteurs pouvant déterminer le roulement de la main-d'œuvre. Ces auteurs ont précisé l'existence d'un certain nombre de tables de roulement de la main-d'œuvre qui doivent être utilisées comme exemples, plutôt qu'outils servant à des calculs actuariels. De plus, on retrouve dans certains régimes de retraites un taux fixe concernant le roulement de la main-d'œuvre au lieu de tables comme celles suggérées par Winklevoss.

Figure 1.3
Représentation du roulement de la
main-d'œuvre à différents âges



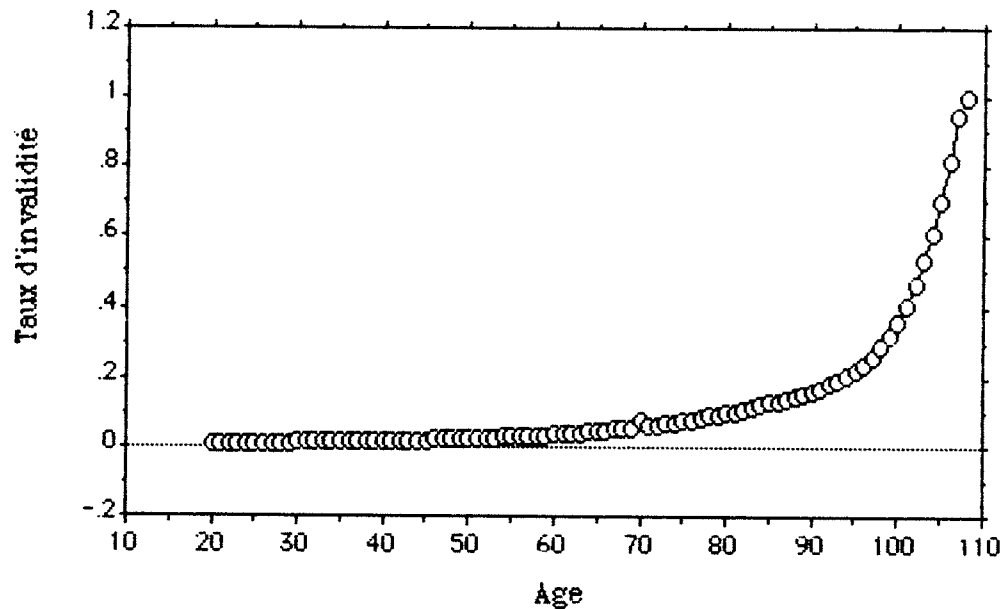
1.4 L'invalidité

L'invalidité nous aide à estimer le nombre d'individus devant quitter le régime pour des raisons de santé reconnues par ce dernier, si ce dernier en reconnaît bien sûr.

Les divers auteurs qui ont traité des hypothèses actuarielles sont demeurés peu loquaces sur les différents facteurs pouvant affecter l'invalidité des individus. En fait, seul Winklevoss (1977) a dressé un tableau qui démontre que plus l'âge augmente, plus le taux d'invalidité

s'accroît également. La figure 1.4 illustre les données communiquées par Winklevoss.

Figure 1.4
Évolution de l'invalidité d'une population
à différents âges



1.5 L'augmentation des salaires

Au niveau des hypothèses actuarielles, certains régimes ont utilisé les augmentations de salaires dans une perspective organisationnelle alors que d'autres, ont abordé la situation dans une perspective individuelle. En fait, tous les régimes devraient être étudiés dans un environnement individuel en ce qui a trait aux augmentations de

salaires, eu égard aux diverses variables déterminant ce dernier qui sont plutôt de type micro ou individuelles. Les actuaires qui utilisent un taux fixe pour tout le régime le font davantage pour se simplifier la tâche, que pour représenter la réalité (i.e. les variables) qui agit sur le plan individuel. En effet, il est simpliste de comparer deux (2) individus n'ayant pas le même âge ni le même nombre d'années d'ancienneté au sein de leur employeur, pour ne prendre que ces deux (2) variables, et de leur attribuer un taux d'augmentation des salaires identique alors que nous savons que la réalité nous dicte plutôt le contraire.

La littérature a défini au cours des années différentes théories pouvant expliquer les augmentations salariales consenties aux travailleurs. Ainsi, Holcombe et Clement (1969) ont expliqué les augmentations de salaires comme étant un phénomène s'accroissant au même taux d'années en années, au fil des âges des travailleurs. Il est certain que l'âge joue un rôle au niveau des accroissements salariaux, mais attribuer tout le fardeau des augmentations de salaires à cette seule variable semble donner une vision simpliste de la réalité.

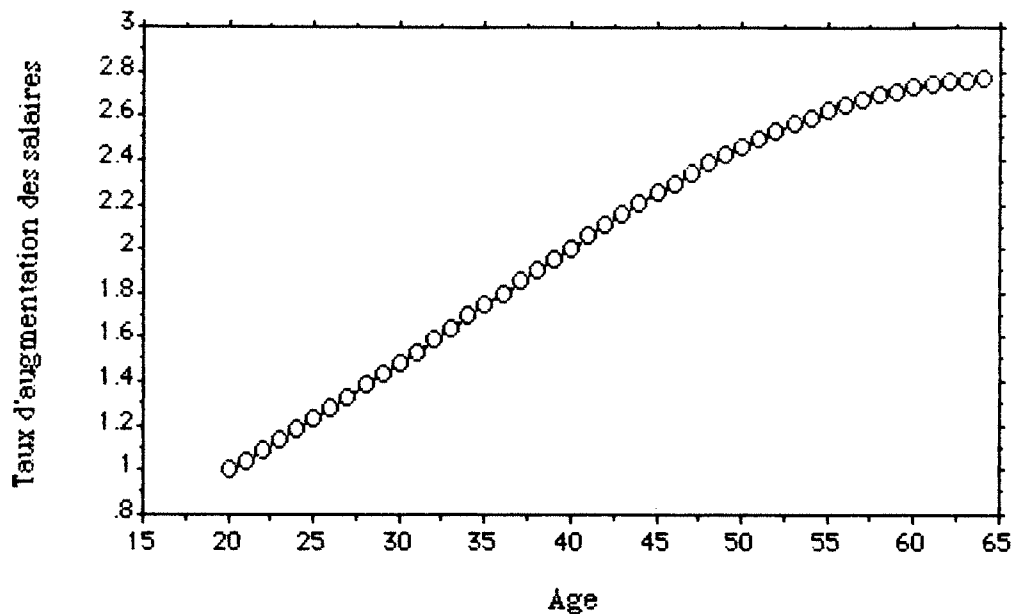
La première école de pensée majeure concernant cette hypothèse actuarielle est apparue dans l'ouvrage de Trowbridge et Farr (1976). Selon cette théorie, les accroissements salariaux proviennent de deux (2) éléments: d'abord du partage au prorata des gains de productivité du travail entre les employés, ainsi que de la hausse du coût de la vie.

L'autre école semble avoir été fortement inspirée de la théorie précédente. Elle attire un plus grand nombre de disciples: Allison et Winklevoss (1975), Grubbs (1985), McGill (1978), McKenna (1980), Winklevoss (1976, 1977). Selon cette approche, les augmentations de salaires proviennent de la somme de trois (3) facteurs: une composante pour la productivité, une pour la hausse du coût de la vie et finalement une composante liée au mérite. Winklevoss (1977) a défini en ces termes les augmentations salariales liées au mérite:

"Merit increases are those that an individual employee will receive as he progresses through his career and that are theoretically based on his ability to perform at a more competent or responsible level as he becomes older and, accumulate more years of service to the firm."¹¹

Les composantes liées à l'inflation présente et anticipée ainsi qu'à la productivité, font l'objet d'un taux constant sur toute la période de trois (3 %) et zéro (0 %) pourcent respectivement, dans un scénario pessimiste et de cinq (5 %) et deux (2 %) pourcent avec un scénario optimiste. La part liée au mérite croît avec les années, commençant à 1,000 à 20 ans pour aller à un maximum de 2,769 pour un individu demeurant à son emploi jusqu'à l'âge de 64 ans. La Figure 1.5 nous fait voir l'évolution de la composante rattachée au mérite pour un travailleur entrant au service d'un employeur à l'âge de 20 ans.

¹¹WINKLEVOSS, Howard E., Pension Mathematics: with Numerical Illustrations, Richard D. Irwin, Homewood, Ill., 1977, p.23

Figure 1.5**Aperçu de l'augmentation des salaires
en fonction des années de service**

Toutefois, la part rattachée au mérite est moins importante si un employé entre au service de son employeur plus tardivement.

"Since this scale is unity at age 20, an employee entering at this age will have an age-64 salary 2.8 times greater than his entry age due to merit increases alone... The merit scale shows a continually decreasing rate of salary progression beginning at 4.5 percent at age 20 and declining to nearly 0 by age 64."¹²

Les taux d'augmentation des salaires sont projetés sur une période pouvant aller jusqu'à 40 ans. Les taux utilisés par les

¹²Ibid., p. 23

actuares sont tirés de Winklevoss (1976) et sont représentés au tableau I.

Tableau I
Composantes du taux d'augmentation des salaires

	Scénario faible	Scénario fort
Mérite	1%	2.769%
Productivité	0%	2.000%
Inflation	3%	5.000%
Total	4%	9.769%

Comme on le voit, les taux d'augmentation des salaires varient de quatre (4 %) @ près de dix (10 %) pourcent par année selon le degré de conservatisme de l'actuaire.

"These components produce a salary increase which could be as low as 4 percent or a high as 10 percent, and I suspect the midpoint of this interval or 7 percent might represent a fairly good estimate for a typical plan."¹³

¹³WINKLEVOSS, Howard E., "Assumptions Implicit versus Explicit", The Proceedings, 1975-1976, Volume 25, The Conference of Actuaries in Public Practices, Twenty-first Annual Edition, Itasca, Ill., 1976, p.269

1.6 Le rendement du capital

Comme dans le cas de l'hypothèse sur l'augmentation des salaires, il ne semble pas y avoir émergence d'une pratique ou d'une théorie dominante. En fait, dans ce cas-ci, il paraît y avoir une confrontation entre deux (2) théories ayant certains points en commun. Peut-être cette divergence est-elle simplement causée par une différence de vocabulaire?

Ainsi, pour Fellers et Owen (1973) tout comme pour Michas et Keating (1982), le rendement du capital est composé de deux (2) éléments: d'abord du taux d'inflation et ensuite du taux d'intérêt réel, (i.e. le taux d'intérêt que les banques consentent à leurs plus gros clients). Taux qui pourrait varier selon le niveau de risque du portefeuille financier de la caisse du régime de retraite.

Par contre, pour d'autres auteurs comme Winklevoss (1976, 1977), Allison et Winklevoss (1975) et McKenna (1980), le taux de rendement du capital provient de la somme de trois (3) éléments: premièrement du taux de rendement pur, deuxièmement de la prime de risque et finalement de la prime pour l'inflation présente et anticipée que l'on retrouve dans l'hypothèse sur l'augmentation salariale. Winklevoss (1977) a défini pour nous, chacun de ces éléments:

Pure rate: The pure rate of interest is one that would prevail if there were no current or anticipated inflation, and if the investment were 100 percent secure as to its principal and yield.

Investment risk: The second component making up the assumed investment rate is the investment risk inherent in the current and future plan assets. The risk premium ideally would be tied to historical performance, current yields, and anticipated future investment returns of the plan.

Inflation component: A premium for the current and anticipated rate of inflation is the third component making up the interest rate assumption. This factor was present in the salary assumption also...¹⁴

Si nous additionnons le taux de rendement pur et la prime de risque, nous obtenons alors le taux de rendement réel. Cependant, avant de procéder trop hâtivement et de comparer ces deux (2) théories, il faut faire attention aux sens des relations entre les divers éléments entrant en jeu. En effet, l'article de Michas et Keating (1982) sert à démontrer que contrairement à la théorie classique de l'intérêt développée par Irving Fisher, il existe une relation inverse entre l'inflation et le rendement du capital. En d'autres termes, plus l'inflation augmente, plus le rendement du capital diminue.

"Mounting evidence of statistical analysis of data covering the period since the beginning of the century, as well as more intensive work over the last twenty-five years, uniformly suggests that both the nominal and the real rates of return on corporate equities have

¹⁴WINKLEVOSS, Howard. E., Op. Cit., pp. 26-27

been negative and very significantly related to inflation rates."¹⁵

Par contre, en ce qui concerne la théorie de Winklevoss, la relation entre l'inflation présente et anticipée et le rendement du capital est de signe positif, comme d'ailleurs l'ensemble des autres relations de l'hypothèse sur le rendement du capital. En d'autres termes, plus l'inflation augmente, plus le rendement du capital augmente.

Nous croyons donc préférable d'aller dans le sens des relations démontrées dans la théorie classique de Fisher en utilisant l'approche proposée par Winklevoss. Cette dernière a l'avantage d'être plus précise au niveau des composantes, et plus récente que celle proposée par Michas et Keating. De plus, après vérification auprès des institutions offrant des rentes de retraite, il appert que la méthode de Winklevoss est la plus largement utilisée par les actuaires. D'ailleurs, Winklevoss estime "the mid-point of 8 1/2 percent might be appropriate under some circumstances."¹⁶

"It is common to set the deterministic investment rate assumption at a constant rate equal to the return expected to be achieved on the pension fund portfolio

¹⁵MICHAS N.A., KEATING, R.C., The Impact of Inflation on Returns to Securities, The Proceedings, 1981-1982, Volume 31, The Conference of Actuaries in Public Practices, Thirty-first Annual Edition, Itasca, Ill., 1982, pp. 22-23

¹⁶WINKLEVOSS, Howard E., *Op Cit.*, p. 269

in future years, although it is not uncommon to find this rate set lower than best-estimate expectation."¹⁷

1.7 Le risque

Nous avons mentionné dans l'hypothèse sur le rendement du capital, la composante liée au risque. Mais comment doit-on la définir en vue de l'intégrer adéquatement à cette recherche? Peu d'auteurs ont traité de cet aspect particulier de l'analyse des régimes de retraite. McKenna (1980, 1982) a défini le risque comme étant: "The dispersion of pension cost estimates around the expected value provides a measure of the degree of risk, associated with actual future pension costs."¹⁸

D'ailleurs, ce dernier a réussi à quantifier le risque "...the degree of risk is measured by the probability of pension cost exceeding a target pension cost (percentage of payroll)."¹⁹

Mc Kenna a tenté de comparer l'écart entre le coût réalisé (soit la valeur présente des crédits de rentes) du régime de retraite par rapport à son coût estimé en pourcentage de la masse salariale pour déterminer

¹⁷McKENNA, Fred W., Pension Costs under Stochastic Inflation Rate, Salary Rate, and Investment Rate Assumptions, Thèse de Doctorat, Université de Caroline du Sud, 1980, p.50

¹⁸ibid. p.168

¹⁹ibid. p.184

la sensibilité du coût du régime à divers facteurs économiques, eu égard à la composition du portefeuille de la caisse du régime de retraite. Cet écart vient des salaires des participants au régime, du taux d'inflation et du taux de rendement sur le capital investi par la caisse de retraite.

L'auteur a donc tenté d'analyser cet écart. Il a étudié la période de 1926 @ 1974 aux États-Unis en se basant sur la théorie moderne du marché du capital. Celle-ci affirme qu'il y a toujours un lien entre le rendement du capital de certains véhicules financiers (actions, billets, obligations gouvernementales et des sociétés) et le risque. McKenna a effectué diverses simulations en modifiant soit le taux d'inflation ou la composition du portefeuille de la caisse du régime de retraite, et en conservant l'augmentation des salaires constante.

McKenna a ainsi constaté que le risque s'accroît au fur et à mesure que le pourcentage d'actions augmente dans le portefeuille de la caisse. Ceci s'applique, en considérant les variations potentielles pouvant survenir dans les cours et les bénéfices des actions, comparativement au rendement garanti par les obligations.

McKenna a comparé le risque, soit l'écart entre le coût d'un régime de retraite et le coût estimé en pourcentage de la masse salariale, entre un portefeuille composé uniquement d'obligations et un autre semblable ne comptant que des actions. Avec un seuil de confiance de 95 %, le

premier comporte un risque de 27 %, tandis que le second, représente quant à lui, un risque de 51 %. Fait intéressant à noter, peu importe le niveau de confiance, la progression du risque n'est ni constante, ni régulière, malgré le fait qu'avec le seuil de confiance le plus élevé, le risque croît plus rapidement que chez les autres niveaux de confiance.

Toutefois, nous avons remarqué une lacune importante dans les deux (2) publications de McKenna (1980, 1982). En effet, ce dernier n'a aucunement considéré le marché des rentes de retraite (compagnies d'assurance-vie) offrant des rentes viagères comme une alternative sans risque. Ce dernier a privilégié plutôt l'option où les régimes supportaient eux-mêmes le risque.

Dans le prochain chapitre, nous traiterons du modèle général d'un régime de retraite.

Chapitre 2: Modèle général d'analyse des régimes de
retraite

Chapitre 2: Modèle général d'analyse des régimes de retraite

Puisque l'actuariat et le domaine des régimes de retraite constituent des champs d'étude de nature relativement complexe, nous développerons dans ce chapitre un modèle général démontrant les liens existant entre les différentes variables servant au calcul d'une rente de retraite, tant aux niveaux individuel qu'organisationnel. Ainsi, les liens existant entre le sexe de l'individu, son âge, son salaire, la table de mortalité utilisée, le taux d'augmentation des salaires, le taux d'invalidité, le taux de roulement de la main-d'œuvre se situent au niveau individuel. Alors que, le taux de rendement du capital et la formule pour le calcul de la rente sont de niveau organisationnel.

Nous présenterons sommairement dans un premier temps, les méthodes d'évaluation et de financement des régimes de retraite. Ensuite, nous enchaînerons avec les deux (2) principaux types de régimes de retraite. Nous terminerons ce chapitre en développant un modèle général d'analyse des régimes de retraite.

2.1 Méthodes d'analyse et de financement des régimes de retraite

L'évaluation actuarielle peut être calculée selon deux (2) méthodes actuarielles²⁰. Laurence E. Coward (1988) résume très bien les deux (2) principaux modes de provisionnement (sic) des régimes de retraite que sont la prime unique et la prime nivelée ainsi que leur fonctionnement respectif.

"Selon la méthode de la prime unique, on détermine la valeur actualisée de la rente constituée pour chaque participant pour une année donnée. La valeur actualisée est le montant qui, placé et majoré des intérêts, sera suffisant pour verser la rente constituée par le participant... Lorsqu'il fonctionne bien, le provisionnement (sic) par la méthode de la prime unique ne fait rien d'autre que de provisionner (sic) les rentes qui se sont accumulées pour chaque participant du régime à un moment quelconque. Idéalement, la caisse pourrait être dissoute et pourvoir à la totalité des rentes constituées pour tous les participants sous formes de rentes immédiates pour les retraités et de rentes différées pour tous les participants actifs...²¹"

²⁰COWARD Laurence E., Le Guide Mercer sur les Régimes de retraite et des avantages sociaux au Canada, 9^e éd., CCH Canada Ltée, Montréal, 1988, 259 p.

Tant qu'à son pendant, Coward dans le même ouvrage, la décrit ainsi:

"La méthode de la prime nivelée est conçue de manière à éviter que le coût des rentes n'augmente au fur et à mesure du vieillissement des employés et des augmentations de salaire. Le but est d'établir une cotisation annuelle nivelée (exprimée en dollars par employé ou en pourcentage de la masse salariale) qui, si elle est payée dans chacune des années futures, permette de pourvoir à toutes les rentes futures. Par conséquent, selon cette méthode, le coût pour une personne tend à être plus élevé lorsqu'elle est jeune, et plus bas lorsqu'elle est âgée, comparativement à la prime unique.²²"

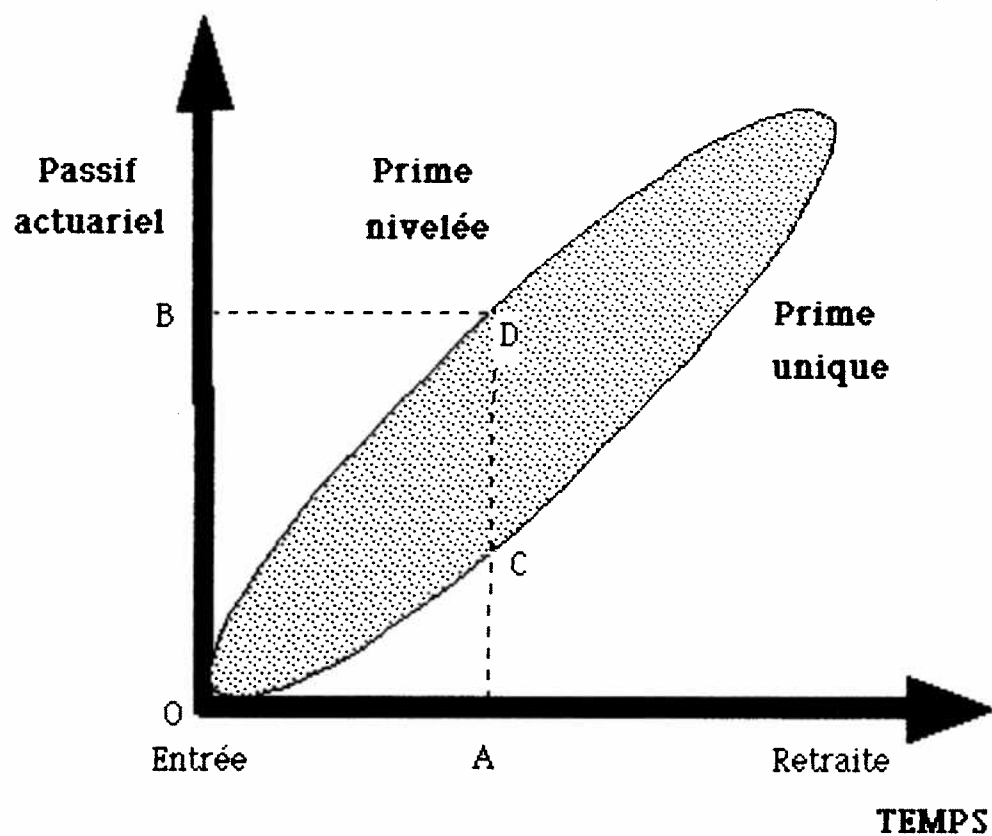
La méthode de la prime nivelée permet de calculer la valeur présente des obligations actuelles et futures du régime, en plus des actifs de la caisse à compter de cette date et, jusqu'à ce que le dernier travailleur atteigne l'âge normal de la retraite en effectuant diverses projections pour niveler le coût des crédits de rentes pour chaque participant. Ce nivellement implique que le coût soit surestimé lorsque le participant est jeune et qu'il soit moins élevé lorsque ce dernier est à un âge rapproché de l'âge normal de la retraite. Le coût des crédits de rentes pour un individu X, si le régime de retraite auquel il participe utilise la méthode de la prime nivelée, est représenté par le point D dans la figure 2.1: Évolution du passif actuariel au cours de la carrière selon la méthode actuarielle.

²²Ibid. p. 68

Par contre, la méthode de la prime unique ne fait qu'actualiser le coût des promesses de rentes actuelles sans faire aucune projection. Le coût présenté par cette méthode d'analyse est la valeur actualisée des crédits de rentes accumulés par chaque participant à un régime de retraite. Si nous reprenons le même individu que dans le paragraphe précédent, mais que cette fois les administrateurs du régime optent plutôt pour la méthode de la prime unique, alors le coût associé aux crédits de rentes de notre sujet représente dans ce cas le point C de la figure 2.1. Nous sommes maintenant en mesure d'expliquer l'écart entre ces deux (2) points.

Il est important de préciser que selon la méthode utilisée pour effectuer l'évaluation actuarielle, la valeur des obligations acquises par les travailleurs retraités du régime peut varier beaucoup même si toutes les autres hypothèses sont identiques. En effet, le segment OB étant plus grand que le segment AC, cela nous démontre que la méthode de la prime nivelée donne un passif actuariel plus élevé, comparativement à la prime unique.

Figure 2.1
L'évolution du passif actuariel
au cours de la carrière selon
la méthode actuarielle



Note: le graphique présente l'évolution du passif actuariel pour une même rente

Il existe deux (2) modes de financement des régimes de retraite. D'abord, les régimes par répartition, également connus sous le vocable anglais de "pay as you go". Premièrement, on calcule combien le régime devra verser d'argent en rentes durant l'année en cours. Ensuite, on perçoit auprès des cotisants au régime, les sommes nécessaires que l'on redistribue en rentes parmi les gens qui y auront droit. Le régime public aux États-Unis est un exemple de régime par répartition.

Le second mode de financement des régimes de retraite vise la capitalisation, dans une caisse de retraite, des diverses obligations que le régime a acquises auprès des gens qui contribuent à ce dernier. Les régimes supplémentaires de retraite au Québec sont tous tenus par la Loi²³ d'utiliser cette méthode de financement.

2.2 Types de régimes

Il existe un grand nombre de types de régimes de retraite. Cependant, trois (3) modèles sont plus populaires que les autres: les régimes à cotisations déterminées, les régimes à prestations déterminées et les régimes hybrides. Étienne Brodeur et alii (1988) dans Le lexique de la retraite et Laurence E. Coward (1988) dans Le Guide Mercer sur les régimes de retraite et des avantages sociaux au

²³ Loi sur les régimes complémentaires de retraites, précitée, note 10.

Canada présentent les principaux types de régimes que l'on retrouve dans ce domaine. Nous présentons dans les lignes qui suivent ces régimes.

2.2.1. Régimes à cotisations déterminées

Il s'agit des régimes où la rente de retraite est calculée en fonction des cotisations versées à la caisse du régime de retraite par les travailleurs et leur employeur et des revenus de placements générés par ce fonds. On reproche à ce type de rente de manquer de précision quant au montant des prestations de rentes que le travailleur empochera une fois rendu à la retraite, ou par rapport au pourcentage de remplacement du salaire qu'il peut retirer grâce à sa rente.

Donc, pour les régimes à cotisations déterminées, les gestionnaires du régime peuvent établir la rente en allant sur les marchés financiers et en se renseignant sur la valeur d'une rente qu'ils auraient pu acheter avec le capital que le travailleur a accumulé pour sa retraite. Ce capital est composé de l'ensemble des cotisations versées par le travailleur et son employeur au nom de cet employé, en plus des intérêts accumulés sur ces montants. Avec ce type de régime, il n'est pas nécessaire d'utiliser des hypothèses sur la mortalité, l'invalidité, et sur l'augmentation des salaires avant que l'individu décide de prendre sa

retraite, car il a alors droit de transférer ses cotisations en plus de l'intérêt accumulé.

2.2.2. Régimes à prestations déterminées

Contrairement aux régimes à cotisations déterminées, les régimes à prestations déterminées mettent l'emphase sur la rente payée et non sur la cotisation à verser dans le régime. Il existe deux (2) catégories de régimes à prestations déterminées. La première est le régime à prestation uniforme dont la rente est égale à un montant fixe (régime rente uniforme), par exemple: 25\$ par mois, ou bien encore à un certain pourcentage uniforme (régime pourcentage uniforme). Ces deux (2) régimes ne considèrent point les années de participation ou le salaire. La deuxième catégorie porte sur le régime élément de retraite, soit lorsque la rente est calculée selon un montant forfaitaire (régime rente forfaitaire) ou bien d'un pourcentage du salaire (régime pourcentage-salaire), mais en considérant le nombre d'années de service crédité à l'employé. Précisons que le régime pourcentage-salaire se subdivise encore en trois (3) groupes:

2.2.2.1 les régimes "salaire meilleures années";

2.2.2.2 les régimes "derniers salaires" (ou "fin de carrière");

2.2.2.3 les régimes "salaires de carrière" (porte sur toutes les années de participation au régime).

Les régimes à prestations déterminées, contrairement aux régimes à cotisations déterminées, permettent de mieux connaître la valeur des engagements du régime face à la retraite et aux promesses de rentes. Un régime à prestations déterminées aurait la forme suivante: deux et quart pourcent (2 1/4 %) du salaire moyen des cinq (5) meilleures années multiplié par le nombre d'années de service crédité dans le régime.

2.2.3 Régimes hybrides

On retrouve de plus un autre genre de régime qui est cependant beaucoup moins populaire que les deux (2) précédents, il s'agit des régimes hybrides. Coward (1988) présente sommairement ces régimes qui sont composés de régimes à prestations déterminées ainsi qu'à cotisations déterminées.

"Dans un régime hybride, la rente versée est la plus élevée de deux types de rentes, par exemple, la plus élevée de la rente de type à prestations déterminées, qui peut être de 2 pour cent (sic) du salaire pour chaque année de service, et de la rente qui peut être souscrite par la composante à cotisations définies lorsque l'employeur et l'employé cotisent 5 pour cent (sic) du salaire. Le régime dont la rente d'un

premier type est assujettie au minimum d'un autre type est hybride si le minimum a une grande importance."²⁴

2.3 Modèle général

Le modèle général que nous allons démontré porte sur les régimes à prestations déterminées. Ce modèle démontre les liens existants entre les variables et doit être séparé en deux (2) parties. La première concerne la période précédant le moment où l'individu cesse de travailler, soit parce qu'il décide de prendre sa retraite ou parce qu'il est décédé. Celle-ci comprend les variables entrant dans la détermination de la rente. Il s'agit de variables comme le salaire, le taux d'augmentation des salaires, le taux de roulement de la main-d'œuvre, etc... La seconde partie comprend les variables figurant dans la formule de la rente proprement dite, ainsi que dans celles de la garantie minimale et de la rente de conjoint survivant.

2.3.1 La première phase du modèle

La première phase consiste à déterminer la rente ou les crédits de rentes. Toutes les prescriptions et les conditions sont écrites dans les règlements du régime. Il faut ensuite se servir de diverses probabilités telles que celles de décéder dans le courant de l'année ou de vivre une

²⁴COWARD, Laurence E, *op. cit.*, notes 22 et 23, p 19

année de plus. En plus, on doit considérer les probabilités de quitter son emploi au cours de l'année ou d'y demeurer. Parfois, certains régimes prévoient une protection pour les cas d'invalidité ou de maladies reconnues par ceux-ci dans les règlements. Dans ces cas, nous utilisons des probabilités d'invalidité pour chaque année où le travailleur a occupé son emploi.

2.3.2 La deuxième phase du modèle

Nous allons définir les variables incluses dans la seconde phase, pour préciser les liens existant entre les variables et présenter les rentes que l'on retrouve généralement dans un régime de retraite: rente de retraite, rente de conjoint survivant et rente d'enfant.

Un régime de retraite sert à payer des rentes pour les individus qui se rendent jusqu'à l'âge de la retraite. Un régime paiera donc de telles rentes, comme élément de base à la protection du revenu à la retraite. Cependant, il est possible qu'un individu qui contribue à un régime pendant un certain nombre d'années, décède dans une période très rapprochée de la date à laquelle il prend sa retraite, soit par exemple 66 ou 67 ans, alors qu'il s'est retiré du marché du travail à 65 ans. Dans ce cas, les régimes prévoient une période de garantie que le retraité ou ses ayants droit reçoivent sa rente de retraite durant une

certaine période: généralement de cinq (5), dix (10) ou 15 ans, s'il décède avant la fin de cet intervalle (âge de la retraite et période de garantie)..

Généralement, les individus vivent au-delà de la période de garantie puisque l'espérance de vie à la retraite au Canada est, en moyenne de 13 ans pour les hommes et de 17 ans pour les femmes. L'écart de quatre (4) années existant entre les espérances de vie des hommes et des femmes sont différents de celui proposé par les tables de mortalité des actuaires. En effet, l'écart de quatre (4) années est un écart factuel de la population canadienne et le second, le résultat de projections d'actuaires à l'intérieur d'une table de mortalité (la Gam-1983 par exemple) pour l'ensemble de la population blanche nord-américaine. Donc d'après ces statistiques concernant la population canadienne, la plupart des ex-travailleurs ayant cotisé à un régime de retraite reçoivent une rente viagère.

Par ailleurs, les régimes de retraite peuvent également prévoir la possibilité de convertir la rente de retraite en une rente payée au conjoint, lorsque le retraité décède. Et ceci, même si l'individu, de même que son conjoint, n'ont pas atteint l'âge de la retraite. Cette rente réversible au conjoint est égale à un certain pourcentage de la rente de retraite, pourcentage qui peut varier selon les régimes, de 50 @ 100%. Un autre type de rente similaire est la rente payée aux enfants à charge du travailleur décédé. Il est à noter que pour cette dernière, la garantie

minimale s'applique seulement dans les cas où les deux (2) parents sont décédés.

Toute analyse des techniques actuarielles dans les régimes de retraite repose sur deux (2) concepts de statistique de base: l'espérance mathématique (une moyenne arithmétique d'une population dans son ensemble) et la valeur présente d'une certaine somme d'argent que l'on désire escompter à la période actuelle pour déterminer son coût.

2.3.2.1 Valeur présente de la rente

L'équation 2.1 démontre le coût d'une rente de retraite assurée, incluant chacune de ses composantes: la garantie minimale, la rente de retraite proprement dite, la rente réversible au conjoint ou la rente de conjoint survivant et la rente d'enfant. Dans cette équation, la rente est représentée par le terme R et le taux d'intérêt par i.

$$\begin{aligned} \text{COÛT} & \quad \Omega \\ \text{DE LA} & \quad \sum_{T=1} \\ \text{RENTE} & \quad \prod_{t=1}^T \frac{Rt}{(1+i)^t} \left\{ [\delta 1 + (1-\delta 1)(P^* + P^{*t-1}(1-P_t)/2)] \right. \\ & \quad \left. + \delta 2(P^{*t-1}(1-P_t)(PC^{*t-1} + PC_{t-1}(1-PC_t)/2)) \right\} \quad (\text{équation 2.1}) \end{aligned}$$

où $P^* = \prod_{t=1}^T P_t$ où $P_t =$ la probabilité que l'individu vive durant cette année;

R_t = rente versée à l'individu au temps t .

$$PC^* = \prod_{t=1}^T PC_t \text{ où } PC_t = \begin{cases} \text{la probabilité que le conjoint vive} \\ \text{durant cette année mais que l'individu} \\ \text{soit décédé;} \end{cases}$$

$\delta_1 = 1$ si $T \leq$ que la période de garantie minimale;

$\delta_1 = 0$ si $T >$ que la période de garantie minimale;

$\delta_2 = 0$ si $T \leq$ que la période de garantie minimale;

$\delta_2 = 0$ si $T \geq$ que la période de garantie minimale et que l'individu a également un conjoint pour la rente de conjoint survivant et/ou des enfants à charge dans le cas de régime de retraite avec une rente d'enfant;

B = le pourcentage de la rente de l'individu qui est versé en rente au conjoint et/ou aux enfants à charge de l'individu.

2.3.2.2. Rente avec garantie minimale

Dans les prochaines sections, nous utiliserons un exemple pour mieux aider à la compréhension des divers types de rentes rencontrées dans les régimes de retraite. Prenons le cas de madame Crak qui est mariée à monsieur Crok. Monsieur Crok et madame Crak ont un enfant.

Ce dernier se nomme Crik Crak Crok. Madame Crak travaille dans une compagnie de céréales offrant un régime de retraite à ses employés. Puis, arriva le moment où madame Crak dut quitter son emploi étant donné qu'elle avait atteint l'âge normal de la retraite.

Le premier élément que l'on retrouve dans un régime de retraite est la garantie minimale. Pour cette dernière, il n'importe pas de connaître les probabilités qu'elle et son conjoint (dans le cas de la rente de conjoint survivant) soient encore en vie, car nous sommes assurés que la rente sera payée de toute façon durant la durée de la garantie. La rente peut ainsi être payée aux ayants droit lorsque l'individu et son conjoint sont décédés. Ce qui compte en fait, c'est la rente ainsi que le taux d'intérêt utilisés pour escompter ce montant, afin de la ramener en valeur d'aujourd'hui. Alors si madame Crak décédait durant cette période, δ 1 dans l'équation 2.1 serait égal à 1.

2.3.2.3. Rente de retraite

Poursuivons avec le même exemple. Madame Crak vit au-delà de la période de garantie. Pour connaître le coût d'une rente de retraite, il suffit de multiplier la probabilité de vivre au-delà de chacune de ces années par la valeur des crédits de rentes de madame Crak et d'actualiser ces montants par le nombre d'années approprié, en utilisant le taux d'intérêt adéquat.

La rente de retraite est représentée par la troisième composante de l'équation 2.1. Dans cette dernière, la probabilité de vivre est représentée par la lettre P , le produit de ces probabilités par P^* , et enfin la probabilité de décéder par $(1-P)$.

Il a été observé de façon statistique, que les hommes meurent plus jeunes que les femmes. Les hommes reçoivent donc une rente de retraite qui est payée sur une période moins longue que celle des femmes. En conséquence, toutes choses étant égales par ailleurs, le coût d'une rente pour les hommes est inférieur à celui des femmes. Si l'individu décédait durant une année t , alors les actuaires poseraient par hypothèse qu'il aurait vécu en moyenne pendant les six (6) premiers mois de cette année.

2.3.2.4. Rente réversible au conjoint et rente d'enfant

Nous poursuivons nos explications en utilisant maintenant les autres membres de la famille de madame Crak: monsieur Crok et leur enfant, Crik. Les rentes de conjoint survivant de même que les rentes d'enfant constituent le deuxième élément de l'équation 2.1. Dans cette équation, la probabilité que le conjoint vive est représentée par l'expression PC , la probabilité que le conjoint décède $(1-PC)$, et le

produit des probabilités que le conjoint vive PC^* . Si M Crok décédait, alors δ_2 serait égal à 1.

Cette rente est versée au conjoint après que la période de la garantie minimale est écoulée. Elle est calculée de la même manière que la rente de retraite, c'est-à-dire que si madame Crok décédait, son conjoint, monsieur Crok recevrait pour chaque année de vit une rente R_t , représentant une fraction β de la rente de retraite de madame Crok. Cependant, si monsieur Crok décède durant l'année t , alors il est supposé avoir vécu en moyenne durant les six (6) premiers mois de cette année.

La rente d'enfant est également construite sur le même principe. Ainsi, Crik peut également recevoir une rente comme son père si sa mère décédait. La fraction β n'est pas la même que pour la rente de conjoint survivant. Cependant, il existe généralement une limite à l'âge auquel l'enfant peut recevoir une telle rente. Cet âge est habituellement de 18 ou 25 ans. L'âge de 25 ans s'applique uniquement si l'ayant droit fréquente une institution d'enseignement reconnue. La rente d'enfant peut également être convertie dans les mêmes termes que les autres éléments de l'équation 2.1, il suffit d'y effectuer les modifications mutatis mutandis.

Nous allons, dans le prochain chapitre, présenter le marché des rentes de retraite tel qu'il existe et introduire les variables actuarielles utilisées par ce dernier dans le calcul des rentes.

Chapitre 3: Le marché des rentes de retraite

Chapitre 3: Le marché des rentes de retraite

Un des rôles de l'État sur le marché financier est, entre autres, de protéger le public contre les institutions financières qui vendent des rentes. Cette fonction s'inscrit dans un objectif général de bon fonctionnement des marchés financiers.

Les actuaires dans leurs évaluations s'assurent contre un trop grand optimisme. Ce faisant, ces derniers ne visent pas l'efficacité comme telle, car ils utilisent des hypothèses conservatrices et peu réalistes dans leurs calculs.

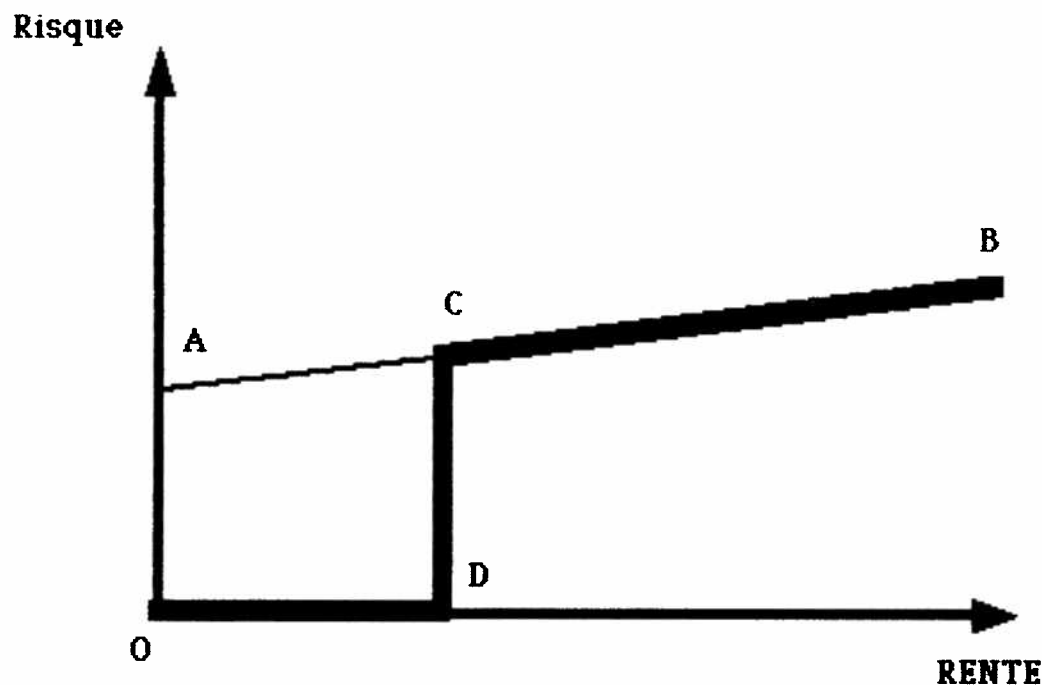
3.1. La notion de marché comme concept de risque nul

Pour bien comprendre les diverses interactions entre le niveau de risque, le montant de la rente et le marché, nous devons faire référence à la figure 3.1. Nous supposons alors, un certain montant à notre disposition pour l'achat d'une rente par un individu, par exemple 100 000\$.

Dans cette figure, nous pouvons observer la ligne ACB qui indique que pour un montant de rente donné, il y a toujours un certain niveau

de risque qui s'y trouve associé. Le risque étant pour nous, l'obligation que détient le régime de retraite de verser au moment de la retraite, la rente promise au participant. Cette rente est payée à partir de la capitalisation des contributions du participant, de celles de l'employeur au nom de cet individu, ainsi que du rendement réalisé avec le capital. Le régime de retraite doit supporter le fardeau lié au paiement de la rente, à partir du moment où l'individu acquiert le droit à une rente différée, jusqu'au jour où l'individu, ou un de ses ayants droit touchent une rente payée par le régime. C'est donc la raison pour laquelle les actuaires utilisent certaines hypothèses conservatrices traitant du rendement du capital, de peur que les promesses du régime envers les membres ne se réalisent point.

Figure 3.1
La courbe des rentes optimales dans un régime de retraite



Ce risque est assumé par le régime de retraite qui doit prendre certaines précautions pour s'assurer d'avoir suffisamment d'argent dans la caisse du régime de retraite, afin de remplir ses obligations face à tous les membres participant au régime. Il existe donc une relation positive entre la rente et le niveau de risque de celle-ci. En effet, plus la rente s'accroît, plus le niveau de risque augmente pour le régime en considérant un même montant initial. C'est d'ailleurs la raison qui explique la présence de la pente positive de la ligne ACB dans la figure 3.1. Il nous est impossible de reproduire sur papier un plan multidimensionnel où seraient représentés sur un axe la rente et sur les autres axes, la table de mortalité utilisée, le taux d'intérêt, les divers

frais, etc... Nous avons donc décidé de synthétiser ces trois (3) variables par le concept de risque.

Cette relation entre la rente et le risque représente le cas où un régime de retraite évalue la rente que l'individu recevra. On suppose que le régime paye la rente de retraite à même ses avoirs et ses revenus. Nous savons qu'en supposant un taux de rendement plus élevé, l'individu a une rente supérieure pour le même montant initial.

Les agents économiques connaissent l'existence du marché des rentes. Dans ce contexte, la présence d'un marché financier qui vend des rentes viagères vient modifier la relation risque versus la rente payée par le régime. Ceci, parce qu'il existe toujours la possibilité pour un individu ou pour le régime d'acheter une rente avec le même capital initial sur le marché des rentes. Le régime, transférant du même coup le risque au marché. On retrouve donc une alternative sans risque à la figure 3.1, représentée par le point D. Cet aspect du marché est très important, car il présente deux (2) structures de marché: la première où l'individu est captif de son régime comme un consommateur devant un seul offreur de biens, la seconde présente plutôt une structure de type concurrentielle avec divers agents offrant tous un produit identique à un individu. Nous savons qu'en toute rationalité, ce dernier achètera la rente de retraite la plus élevée avec un capital initial donné.

La courbe définissant l'ensemble des points où un individu pourra se procurer une rente est donc ODCB et non ACB. Dans ce contexte, si les points entre A et C deviennent inefficaces, alors il est toujours possible de choisir le point D qui correspond à une situation où le risque diminue et la rente augmente.

L'objectif du mémoire est de mesurer l'efficacité ou l'inefficacité des régimes de retraite selon diverses variables (mortalité, roulement de la main-d'œuvre, invalidité, augmentation des salaires et rendement du capital) en terme de risque implicite dans un régime, versus le risque nul offert par le marché.

Les actuaires des firmes présentes sur le marché peuvent choisir d'utiliser certaines variantes dans les hypothèses actuarielles servant à déterminer le coût du régime. Ces hypothèses, principalement celles traitant du taux d'intérêt, peuvent prévoir un taux plus élevé que dans le cadre d'hypothèses conservatrices, qui elles, au contraire, entraînent le paiement de rentes moins élevées. L'individu qui prend sa retraite avec ce type de régime, employant un taux d'intérêt conservateur, n'a aucune autre solution devant lui que d'accepter cette rente.

Par contre, on sait qu'un individu peut, par exemple, se procurer auprès de compagnies d'assurance une rente de retraite au moment où il décide de se retirer du marché du travail. L'ensemble des compagnies

d'assurance offrant ce type de service se nomme le marché des rentes de retraite. De par sa structure, ce marché sera donc concurrentiel puisque les compagnies d'assurance vendent un bien identique à travers une certaine gamme de prix. L'acheteur opte donc pour la meilleure rente, c'est-à-dire la rente la plus élevée disponible avec son capital initial. Il existe également un certain nombre d'autres facteurs pouvant influencer la valeur de la rente, ces éléments seront étudiés ultérieurement dans ce chapitre.

3.2. Description des hypothèses actuarielles

Nous avons effectué une enquête non-exhaustive auprès de dix (10) grandes compagnies d'assurance installées à Montréal (Standard Life, Les Coopérants, La Sauvegarde, Assurance-vie Desjardins, Aeterna vie, Manu vie, Mutuelle SSQ, la Mutuelle compagnie d'assurance, Industrielle-Alliance et la London Life). Cette enquête visait à connaître les principales hypothèses actuarielles utilisées par les actuaires lors de leurs calculs pour déterminer le coût d'une rente assurée.

En d'autres mots, on entend par rente assurée une rente de retraite qu'un individu achète d'une compagnie d'assurance avec son capital initial, lorsqu'il se retire du marché du travail en raison de son âge. Ceci

représente la situation produite avec le marché des rentes, en opposition à un individu captif dans un régime.

3.2.1 La mortalité

Les compagnies d'assurance se servent généralement de la Gam-1971 pour déterminer la mortalité des individus. La Gam-1983 n'est utilisée que par un nombre très restreint de compagnies. Peu importe la table utilisée, les actuaires emploient cette dernière autant lors du calcul des rentes que de l'évaluation actuarielle.

3.2.2. Le rendement du capital

Plus les montants pour acheter une rente de retraite sont élevés, plus le rendement peut être avantageux pour le retraité. Nous parlons donc des taux d'intérêt payés implicitement au retraité.

Les actuaires des compagnies d'assurance se servent généralement de deux (2) taux d'intérêt pour projeter la valeur de la rente. En novembre 1988, ils ont utilisé un premier taux de dix (10 %) @ 11 % pourcent pour les 15 ou 20 premières années, selon les compagnies et ce, à partir du moment où la rente a commencé à être payée. Le second

taux utilisé était d'environ six (6 %) @ six point cinq pourcent (6.5 %), commençant à la fin de cette période, jusqu'à l'âge limite spécifié dans les tables de mortalité, soit 110 ans.

3.2.3. Autres éléments

Il existe un troisième élément qui diffère d'avec les régimes de retraite. En effet, les compagnies d'assurance qui vendent des rentes de retraite chargent certains frais généraux à l'acheteur, comme par exemple:

1) un certain pourcentage de la prime comme commission à l'agent ayant vendu la rente ou à l'actuaire qui a effectué les calculs pour établir le coût;

2) un certain montant pour la rédaction ou l'émission de la police;

3) finalement un montant forfaitaire pour l'émission de chaque paiement ou comme frais de surcharge. Il est bien entendu que dans chacun de ces frais la compagnie d'assurance réalise un certain profit.

Voici un exemple des divers frais de surcharge (i.e. frais d'administration) imputés par le marché: deux (2%) pourcent comme commission à l'agent ou à l'actuaire, un montant de 200\$ pour la rédaction de la police et pour terminer deux dollars (2\$) pour l'émission et l'envoi de chaque chèque au bénéficiaire de la rente.

3.3. Théorie actuarielle et équation

Comme nous l'avons mentionné précédemment dans ce chapitre, les rentes de retraite dépendent d'un certain nombre de variables indépendantes. Les rentes assurées ne font pas exception à ce principe, même si quelques variables peuvent être absentes avec ce type de rente comparativement à des rentes de retraite payées par le régime.

Par exemple, le marché ne tiendra plus compte du taux de roulement de la main-d'œuvre, puisque nous achetons des rentes pour des gens qui sont assurés de prendre leur retraite. Un autre exemple est celui de la variable traitant du taux d'augmentation des salaires. Celle-ci n'est utilisée que pour les projections des salaires servant au calcul des cotisations devant être versées annuellement, de même que pour le calcul des rentes basé sur un certain pourcentage du salaire de l'individu. On l'emploie entre autres, dans les régimes pourcentage-salaire: les régimes "salaire meilleures années", les régimes "fin de carrière" et les régimes "salaires de carrière".

Une fonction définissant l'importance relative de chaque variable indépendante dans la détermination du prix d'une rente sur le marché, a la même forme que celle de l'équation 3.1.

Équation 3.1

$$C = f (R, A, S, GM, CS, i, M, AD)$$

où **C** représente le capital initial, **R** le montant de la rente, **A** l'âge, **S** le sexe, **GM** la garantie minimale, **CS** une variable pour représenter une rente viagère conjointe ou une rente viagère simple, **i** le ou les taux d'intérêt, **M** la mortalité, **AD** pour les frais d'administration.

Plus simplement, la valeur des investissements au moment de l'achat de la rente auprès du marché est une fonction dépendante: d'abord de la valeur de la rente elle-même, de l'âge, du sexe du bénéficiaire de la rente, du nombre de versements mensuels minimums (60, 120 ou 180 versements tels que déterminés dans la durée de la garantie minimale), du ou des taux d'intérêt en vigueur, de la table de mortalité utilisée, des frais d'administration perçus (un certain pourcentage (2% @ 3%) comme commission à l'agent ou à l'actuaire, l'émission ou la rédaction de la police (100\$ @ 500\$) et finalement des frais de deux dollars (2\$) pour l'émission de chaque chèque). Pour chacun de ces frais d'administration, la compagnie d'assurance retire bien entendu une certaine marge de profit.

Dans le prochain chapitre, nous traiterons de l'analyse quantitative du marché des rentes de retraite, ainsi que de l'approche des scénarios qui fut utilisée pour nous permettre d'inférer les hypothèses actuarielles dont le marché se sert dans la détermination des rentes.

Chapitre 4: Analyse quantitative du marché
des rentes de retraite

Chapitre 4: Analyse quantitative du marché des rentes de retraite

4.1 Problématique

Nous avons vu dans les chapitres qui ont précédé, quelles sont les hypothèses actuarielles déterminantes pour calculer la valeur des diverses rentes qu'un individu peut se procurer par le biais des régimes de retraite, ou en allant sur le marché des rentes. Ces hypothèses actuarielles sont: la mortalité, le roulement de la main-d'œuvre, l'invalidité, l'augmentation des salaires, de même que le rendement du capital.

Dans ce chapitre, nous tenterons de cerner les hypothèses actuarielles dont se sert le marché des rentes pour déterminer la valeur présente des rentes pour les gens qui prennent leur retraite, ou ceux qui sont déjà à la retraite, à savoir: le rendement du capital, la mortalité, de même que certains frais administratifs inhérents à la rente ou à l'émission de ses chèques. Ceci nous permet de ne pas avoir à considérer l'impact des variables suivantes: taux de roulement de la main-d'œuvre, taux d'invalidité et taux d'augmentation des salaires.

Il est important de se rappeler que les hypothèses traitant du rendement du capital diffèrent, si elles sont utilisées par un régime de retraite avec son employeur, ou par le biais d'une entente entre une compagnie d'assurance et un individu désirant s'acheter une rente de retraite. Bien entendu, les conséquences sont considérables pour les bénéficiaires des rentes, ou pour bien des gens qui reçoivent une rente d'un régime. Pour ces personnes, la rente peut représenter le plus important flux financier qu'ils reçoivent durant cette période de leur vie.

Considérant ces faits, les individus ne devraient-ils pas quitter la structure de "monopole" du régime de retraite dont ils sont captifs présentement, pour aller vers une structure davantage axée vers le modèle de la "concurrence pure et parfaite", pour trouver l'efficacité économique qui leur permettrait de toucher de meilleures rentes, lorsqu'ils y ont droit? Pour nous, le modèle de la concurrence est représenté par le marché des rentes de retraite. Ceci s'applique, dans la mesure où nous interprétons ces deux (2) modèles comme étant légèrement différents de ceux utilisés dans la théorie économique, et leur sens comme étant moins contraignant que celui donné par cette dernière. En effet, les modèles économiques que sont la concurrence pure et parfaite et le monopole, reposent sur une pléthore d'hypothèses que nous ne retrouvons pas nécessairement au niveau des régimes de retraite.

4.2. Objectif de ce chapitre

L'objectif de ce chapitre est de confronter la situation d'un régime de retraite avec le marché des rentes et ce, à partir de n'importe quel point dans le temps, sans être tenu d'aller sur le marché des rentes recueillir de l'information. Nous recherchons donc la plus grande efficacité possible pour les rentes de retraite.

4.2.1. Base de données

Il a été possible de retrouver dans un tableau publié dans l'hebdomadaire Les Affaires, au rythme d'environ un tableau par mois, un grand nombre d'informations qui nous seront utiles lors de l'étape de l'estimation des résultats. Ces données sont les seules à exister dans ce domaine. Les tableaux du journal Les Affaires présentent les meilleures rentes viagères simples et les meilleures rentes viagères conjointes²⁵ disponibles sur le marché des rentes au Québec pour divers investissements (25 000\$, 50 000\$ et 100 000\$), pour des hommes et des femmes de différents âges (60 ans, 65 ans et 70 ans), et avec trois (3) types de garanties minimales (5, 10 ou 15 ans). Le tableau II nous donne un exemple du type d'information que l'on retrouvait dans le numéro du 5 août 1989.

²⁵Nous aurions pu utiliser également l'expression rentes viagères avec rente de conjoint survivant ou encore rentes réversibles au conjoint survivant pour traiter des rentes viagères conjointes.

TABLEAU II

Les meilleures rentes mensuelles disponibles pour divers montants et différentes situations au 25 juillet 1989 écart en % entre la meilleure et la dixième rente les cotes apparaissant dans le tableau fluctuent de jour en jour au moment d'acheter une rente, il est impérieux d'obtenir les cotes les plus récentes (chiffres fournis par Cannex)

Rente viagère simple	Investissement de 25000 \$		Investissement de 50000 \$		Investissement de 100 000 \$	
	Mensualités (\$)	Écart (%)	Mensualités (\$)	Écart (%)	Mensualités (\$)	Écart (%)
1. homme 60 ans						
- garantie 15 ans	232,52	2,18	467,56	2,06	938,98	1,99
- garantie 10 ans	240,18	2,53	483,10	2,54	970,18	2,67
- garantie 5 ans	257,48	3,05	495,87	2,83	995,83	2,70
2. homme 65 ans						
- garantie 15 ans	242,41	2,41	487,32	2,10	977,15	1,99
- garantie 10 ans	254,37	2,36	511,65	2,34	1027,52	2,32
- garantie 5 ans	266,08	3,00	535,20	3,17	1074,81	2,93
3. homme 70 ans						
- garantie 15 ans	253,74	2,66	510,09	2,52	1022,80	2,28
- garantie 10 ans	274,90	2,74	552,93	2,68	1110,42	2,63
- garantie 5 ans	303,22	5,24	608,91	5,00	1227,49	5,50
4. femme 60 ans						
- garantie 15 ans	223,88	2,33	450,30	2,02	905,24	2,22
- garantie 10 ans	227,88	2,69	458,36	2,16	920,57	2,29
- garantie 5 ans	231,06	2,64	464,77	2,38	933,37	2,42
5. femme 65 ans						
- garantie 15 ans	233,62	2,42	469,64	2,04	941,69	2,03
- garantie 10 ans	239,81	2,11	482,36	2,09	968,70	2,05
- garantie 5 ans	245,64	2,32	494,08	2,27	992,23	2,31
6. femme 70 ans						
- garantie 15 ans	246,81	2,54	496,16	2,53	994,86	2,48
- garantie 10 ans	259,98	2,42	522,92	2,27	1050,16	1,95
- garantie 5 ans	274,33	2,81	550,89	2,40	1111,32	2,87
Rente réversible à 100%, aux héritiers en cas de décès avant la fin de la garantie						
7. h. & f. 60 ans						
- garantie 15 ans	216,04	2,55	435,36	2,46	877,83	2,65
- garantie 10 ans	216,74	2,57	436,40	2,50	879,71	2,60
- garantie 5 ans	217,02	2,56	436,97	2,54	880,23	2,58
8. h. & f. 65 ans						
- garantie 15 ans	225,33	2,12	452,97	1,86	909,06	1,93
- garantie 10 ans	226,90	1,99	456,22	1,78	916,68	2,05
- garantie 5 ans	227,52	2,05	457,78	1,85	919,82	2,12
9. h. & f. 70 ans						
- garantie 15 ans	239,73	2,53	481,94	2,30	966,35	2,13
- garantie 10 ans	245,23	2,75	493,77	2,42	1004,94	2,69
- garantie 5 ans	248,39	3,05	500,14	2,95	1004,94	2,95

Source: MATTE, André, "Dans un cas de maladie, une rente est souvent avantageuse", Les Affaires, samedi 5 août 1989, p.25

Nous avons compilé l'ensemble des données figurant dans les tableaux du journal Les Affaires qui traitent des rentes assurées. Ces données sont comprises entre le 4 septembre 1985 et le 5 août 1989, soit 41 périodes. Cependant, ces données présentent certaines limites. L'intervalle durant lequel s'échelonne notre série chronologique est trop restreint pour pouvoir mesurer l'effet des taux d'intérêt durant un cycle économique complet, qui s'étend normalement sur une période plus longue.

De plus, une autre contrainte provient de la structure changeante des taux de mortalité. En effet, nous savons que la mortalité de la population est un phénomène qui évolue au cours des ans. D'ailleurs, les actuaires utilisent des échelles de projection pour tenir compte de ces facteurs. Par conséquent, une période d'environ cinq (5) ans n'est pas assez longue pour constater l'importance de cette évolution. Nous devons donc rejeter l'analyse de régression linéaire multiple. L'approche des scénarios semble nous laisser plus de souplesse de ce côté.

En utilisant la méthode des scénarios, nous verrons à décrire et à présenter l'ensemble des possibilités qui nous sont offertes par les variables présentes dans notre fonction. Nous retrouvons donc premièrement, les tables de mortalité et les échelles de projection (Gam-1971 avec échelle de projection D et Gam-1983 avec l'échelle H), deuxièmement les taux d'intérêt des obligations d'épargne du

gouvernement fédéral ou provincial pondéré par un certain facteur et finalement, les trois (3) types de frais d'administration: la commission à l'actuaire ou à l'agent, les frais de rédaction de la police ainsi que les frais d'émission et de manutention de chaque chèque.

Par exemple, un scénario peut avoir la forme suivante: Gam-1983 avec l'échelle H, le taux d'intérêt des obligations d'épargne à long terme du gouvernement fédéral moins cinq dixièmes de un pourcent (0,5 %), une commission de deux pourcent (2 %), deux dollars (2\$) par chèques émis et 200\$ pour la rédaction de la police ou du contrat.

À ce niveau, nous cherchons à découvrir qu'elles sont les hypothèses dont se sert précisément le marché des rentes (i.e. taux d'intérêt, table de mortalité et frais d'administration). Le critère de décision en vue d'atteindre notre objectif est de minimiser la différence au carré entre notre estimation des 81 types de rentes basée à partir de nos scénarios et des rentes correspondantes sur le marché. Et ensuite, de diviser cette différence par le nombre de périodes entre la valeur de la rente du marché et l'estimation que nous avons réalisée. Cette mesure de dispersion qui s'apparente à la variance a été choisie parmi toutes les autres mesures.

En supposant toutes les combinaisons possibles, nous estimons avoir 924 scénarios (deux (2) tables de mortalité X 14 frais d'administration X 33 taux d'intérêt) au total. Comme nous avons plusieurs scénarios, nous obtiendrons donc une mesure de dispersion différente pour chaque scénario. Nous désirons obtenir la dispersion qui sera la plus faible entre les 81 rentes offertes sur le marché et la rente équivalente que nous avons estimée. Cependant, nous sommes conscients qu'il puisse y avoir plus d'une solution optimale en raison principalement de la non-continuité des variables incluses dans nos scénarios. De plus, il est impossible de discerner un cas, où par exemple le taux d'intérêt optimal est égal à 10,25 % et un autre où tous les frais d'administration sont nuls. Ce sont là les limites de l'approche par scénarios.

4.3 Hypothèses de travail

Les scénarios sont composés des trois (3) variables utilisées par le marché, soit la table de mortalité, le taux de rendement du capital et les frais d'administration. De plus, nous nous servons des mêmes données que le marché pour la construction de nos scénarios.

4.3.1. Tables de mortalité

Nous pourrions utiliser deux (2) tables: soit la Gam-1971 avec échelle de projection D, ainsi que la Gam-1983 avec échelle de projection H. Cependant, nous nous servirons uniquement de la Gam-1983 avec l'échelle de projection H, parce que celle-ci est la plus utilisée par les actuaires.

4.3.2. Taux de rendement

Nous savons que le taux de rendement représente une des variables les plus importantes dans le calcul du coût d'une rente. Nous déterminerons d'abord, les diverses possibilités de taux d'intérêt que nous pouvons utiliser dans nos scénarios pour représenter le concept de rendement du capital. Nous utiliserons donc les taux d'intérêt des obligations d'épargne du gouvernement fédéral et du gouvernement provincial.

Dans un second temps, nous ferons varier les bornes inférieures et supérieures des taux d'intérêt pour chaque scénario. Nous croyons qu'une variation de un quart de un pourcent (0,25 de 1%) est suffisante.

4.3.3. Frais d'administration

Cette section comprend trois (3) composantes:

a) d'abord, la commission à l'agent de rente ou à l'actuaire, ce dernier taux varie: 1%, 1,5% et 2%;

b) ensuite, les frais de rédaction de la police, soit des montants de 100\$, 200\$ et 500\$;

c) finalement, les frais pour le paiement et la manutention de chaque chèque. Ces frais varient selon les compagnies entre 1,50\$ et 2\$ pour chaque chèque.

Compte tenu du rôle important que joue la variable taux d'intérêt, de même que le concept d'efficacité qui constitue le coeur de ce travail, il est de mise de circonscrire au maximum le rôle joué par cette variable dans notre modèle. En effet, un marché purement efficace, tentera de réduire au maximum ces frais qui causent une certaine interférence entre les diverses relations étudiées, quitte à ne pas en imposer du tout.

4.4 Présentation des résultats des estimations

Nous avons tenté de simplifier le nombre de scénarios au maximum en posant deux (2) hypothèses. Premièrement, en affirmant que le marché n'impose aucun frais d'administration. Ces frais sont approximativement assimilables à une baisse au niveau du rendement. Deuxièmement que le marché ne se serve que d'une (1) seule table de mortalité, soit la Gam-1983. Ces deux (2) simplifications nous permettent de diminuer le nombre de scénarios de 924 à 33.

Nous avons donc estimé 33 scénarios qui considéraient une seule variable, soit le taux d'intérêt, les deux (2) autres hypothèses demeurant constantes. Ainsi, nous avons composé ces scénarios en faisant varier, dans un premier temps le taux d'intérêt de un quart (0,25 de 1%) de point de pourcentage à la fois, à l'intérieur d'un certain intervalle compris entre moins quatre (-4,00) et quatre (+4,00). Dans un deuxième temps, en nous basant sur les résultats de nos estimations précédentes, nous avons effectué une deuxième série de simulations, mais en faisant varier les taux d'intérêt, cette fois par tranche de cinq centièmes de un pourcent (0,05 de 1%) et dans un espace plus limité, soit entre moins quatre-vingt centièmes (-0,80 de 1%) de point et plus quatre-vingt centièmes (+0,80 de 1%). Le critère de décision que nous avons gardé pour chaque estimation, est la plus petite somme des écarts au carré entre les valeurs des rentes prédites par les scénarios dans nos

estimations et les valeurs vendues sur le marché. Nous avons ainsi pu retenir les trois (3) meilleurs scénarios

4.4.1 Les résultats concernant le scénario optimum

Ainsi, nous avons conservé trois (3) scénarios qui nous permettent de reproduire les mêmes conditions que le marché, c'est-à-dire lorsque la table de mortalité utilisée est la Gam-1983, sans frais d'administration et lorsque le taux d'intérêt des obligations d'épargne du gouvernement fédéral à long terme est majoré d'un certain pourcentage. Nous avons donné le nom DÉDU à la variable représentant la variation autour du taux d'intérêt. DÉDU a donc pris trois (3) valeurs: quatre-vingt-dix centièmes (0,90), quatre-vingt-quinze centièmes (0,95) et finalement un (1,00). Le tableau III présente pour ces trois (3) scénarios la dispersion entre la rente vendue sur le marché et la rente que nous avons estimée, ainsi que la valeur moyenne mesurant l'écart pour les 81 types de rentes estimées par rapport aux rentes vendues sur le marché et présentées précédemment au tableau II.

Tableau III
Présentation des trois (3) meilleurs scénarios
avec la somme des écarts au carré et la moyenne
des écarts entre les divers types de rentes

Scénario	Valeur de DÉDU	Somme des écarts	Moyenne des écarts ²⁶
1.	0,90	56,57	-0,23
2.	0,95	56,45	0,15
3.	1,00	56,63	0,53

En observant les résultats de ce tableau, on peut remarquer que la somme des écarts au carré entre les valeurs des rentes prédites et les valeurs des rentes réalisées pour les 81 types de rentes est de +56,57 pour le premier scénario utilisant un taux d'intérêt majoré de neuf dixièmes (0,90) de un pourcent (1%), la moyenne des écarts est de -0,23 entre les deux (2) valeurs des rentes (prédites et réalisées). Pour ce qui est de notre deuxième scénario, utilisant cette fois un taux majoré de quatre-vingt-quinze centièmes de point (0,95 de 1%), la somme des écarts au carré est de +56,45 et la dispersion moyenne de +0,15. Finalement, notre troisième scénario utilise un taux majoré de un point de pourcentage (1,00 de 1%), dans ce cas la somme des écarts au carré est de +56,63 et la moyenne des écarts est de +0,53. Il est à noter que

²⁶Un écart de 1,00 veut dire que notre scénario surestime la rente donnée de un pourcent (1%).

ces sommes sont très minimales compte tenu qu'elles représentent les variations au carré de 81 rentes.

Eu égard à notre objectif qui est d'estimer les variables utilisées par le marché pour déterminer la valeur des rentes, il nous faut donc trouver un taux d'intérêt qui nous permette de minimiser la somme des écarts au carré entre les rentes estimées et celles du marché. Ce taux d'intérêt optimal est majoré de quatre-vingt-quinze centièmes (0,95 de 1%) de point lorsqu'on utilise les deux (2) contraintes: frais nuls et Gam-1983.

4.4.2 Scénarios optimaux pour les variables âge, sexe, garantie minimale et investissement

Dans le tableau III, nos informations représentent le scénario optimum pour l'ensemble des 81 types de rentes vendues sur le marché. Il faut dans un deuxième temps se poser la question suivante: est-ce que le scénario optimum que nous venons de trouver est toujours le meilleur pour les 81 types de rentes dans leur ensemble, indépendamment des variables indépendantes, ou bien y a-t-il plusieurs scénarios optimaux qui varient selon la rente étudiée?

Le tableau IV présente les résultats pour chacune des variables considérées par le marché comme étant des variables dépendantes (sexe, âge, garantie minimale et investissement), tout en utilisant les trois (3) mêmes scénarios retenus précédemment. Il est à noter que pour chaque variable, nous nous retrouvons maintenant avec 27 types de rentes et non plus 81. Prenons la variable sexe pour illustrer nos propos; comme nous avons trois (3) options (homme, femme, conjoint survivant) nos variables à considérer sont alors l'âge (60, 65 et 71 ans), la garantie minimale (15, 10 et 5 ans) et l'investissement (25 000\$, 50 000\$ et 100 000\$), ce qui nous donne donc 27 types de rentes (3 X 3 X 3) pour chacun des âges.

Tableau IV
Variations de la somme des écarts au carré
et de la moyenne des écarts selon les trois
scénarios optimums pour les variables
sexe, âge, garantie minimale et investissement

DÉDU:	0,90		0,95		1,00	
	$\sum x_i^{27}$	\bar{X}	$\sum x_i$	\bar{X}	$\sum x_i$	\bar{X}
Sexe homme:	8,90	6,99	9,17	7,33	9,45	7,67
femme:	7,97	-6,27	7,68	-5,88	7,40	-5,48
conjoint surv.:	5,19	-1,42	5,12	-1,01	5,08	-0,59
Age 60 ans:	5,74	2,84	5,94	3,26	6,17	3,68
65 ans:	6,38	0,17	6,38	0,56	6,41	0,94
71 ans:	9,80	-3,71	9,66	-3,37	9,53	-3,02
Garantie minimale 15 ans:	9,29	1,60	9,35	1,99	9,43	2,37
10 ans:	6,97	-0,22	6,96	0,16	6,97	0,54
5 ans:	5,91	-2,08	5,79	-1,70	5,70	-1,32
Investis- sement \$25000:	7,51	0,39	7,53	0,77	7,57	1,16
\$50000:	7,54	-0,31	7,53	0,08	7,54	0,46
\$100000:	7,51	-0,78	7,48	-0,40	7,46	-0,02

Comme nous pouvons le constater, l'écart est demeuré minime pour une même variable entre les trois (3) scénarios optimums. Par exemple, pour la variable rente de conjoint survivant, l'écart est de

²⁷Nous avons utilisé les symboles $\sum x_i$ et \bar{X} pour identifier les sommes des écarts au carré ainsi que la somme des écarts moyens.

+5,19 lorsque Dédu=0,90, si Dédu=0,95 l'écart égal +5,12, et finalement si Dédu=1,00 l'écart est de +5,08. Quant aux moyennes des écarts entre les rentes du marché et les rentes estimées, elles sont respectivement de -1,42, -1,01 et -0,59.

Ainsi, c'est lorsque la rente est destinée au conjoint survivant, que l'on retrouve la dispersion la plus faible. Dans le cas des 27 rentes utilisant la variable sexe comme variable dépendante, la dispersion la plus faible est égal à +5,08 et la plus forte est de +9,45. Pour l'âge, l'écart le plus bas est de +5,74 et le plus élevé de +9,80. La moyenne des écarts la plus faible en valeur absolue est de +0,17 à 65 ans. De plus, c'est à ce même âge où en moyenne la rente du marché et la rente estimée correspondante sont les plus rapprochées.

Pour notre troisième variable étudiée, la garantie minimale, l'écart le plus faible est de +5,70 et le plus fort de +9,43. La moyenne des écarts la plus faible en valeur absolue se retrouve dans le cas d'une rente garantie pendant dix (10) ans. Finalement, l'écart le plus élevé que nous avons observé est de +7,57 avec un investissement de 25 000\$ et le plus faible est égal à +7,46, avec un investissement de 100 000\$ cette fois. Dans ce cas, la moyenne des écarts la plus faible, toujours en valeur absolue, est de +0,02 avec un capital de 100 000\$. Ce qui signifie que les dispersions des 27 types de rentes ne sont pas identiques entre les variables dépendantes analysées, tout comme le scénario optimum que nous verrons d'ailleurs au tableau V.

Tout compte fait, il y a donc un (1) scénario optimal pour chaque variable dépendante, et non un (1) seul scénario prédominant pour les 81 types de rentes vendues.

Tableau V
Scénarios optimums²⁸ selon les
diverses variables dépendantes

variable dépendante	scénario optimum
sexe: homme	0,90
femme	1,00
conjoint survivant	1,00
âge: 60 ans	0,90
65 ans	0,90
71 ans	1,00
garantie min de 15 ans	0,90
10 ans	0,95
5 ans	1,00
investissement: 25 000\$	0,90
50 000\$	0,95
100 000\$	1,00

Le scénario no 3, lorsque Dédu=1,00 selon nos estimations, est le meilleur scénario des 33 que nous avons analysés. Ceci s'applique dans les cas suivants: pour les 27 types de rentes avec conjoint survivant, de

²⁸La valeur donnée au scénario optimum représente le nombre de points de pourcentage qu'il faut ajouter au taux de rendement à long terme des obligations du gouvernement fédéral pour obtenir le taux de rendement utilisé par le marché pour évaluer la rente.

même que les 27 autres types de rentes avec un investissement nécessitant un capital de 100 000\$, ou bien une garantie minimale de cinq (5) ans pour les 27 types de rentes, ou encore pour les 27 types de rentes vendues à des gens de 71 ans.

Par ailleurs, le scénario no 1 ($DÉDU=0,90$) est considéré comme un scénario optimum pour les variables dépendantes qui suivent: pour les rentes viagères simples achetées pour des hommes, ou pour une garantie minimale de 15 ans, ou pour un capital de 25 000\$, ou finalement dans les cas où les gens qui achètent une rente ont 60 ou 65 ans.

Lorsque nous analysons le deuxième scénario soit un taux d'intérêt majoré de quatre-vingt-quinze centièmes ($0,95$), nous observons alors que c'est ce dernier qui permet de minimiser la somme des écarts au carré pour les variables indépendantes suivantes: les femmes, ou les investissements de 50 000\$, ou les rentes garanties pour une période de dix (10) ans

Une mise en garde est nécessaire à ce point pour avertir le lecteur que ces scénarios ne doivent pas être interprétés comme étant des scénarios optimums pour une combinaison de variables indépendantes, mais pour les 27 types de rentes découlant de la variable dépendante. Voici un exemple d'une combinaison de variable dépendante: une

personne de 65 ans désirant acheter une rente réversible au conjoint et garantie cinq (5) ans avec un montant de 50 000\$. Nous avons limité nos estimations à ce niveau.

En regardant tous ces scénarios, nous réalisons que les types de rentes ne sont pas identiques entre les variables dépendantes et de plus qu'il n'y a aucun scénario optimum qui a préséance sur les autres. Nous pouvons expliquer cet état de fait en rappelant que le but de notre recherche est simplement de connaître les divers comportements régissant le marché face à telle ou telle variable dépendante, et c'est ce que nous constatons. Par exemple, le marché se sert d'un taux d'intérêt majoré de un point (1,00 de 1%) de un pourcent pour estimer autant la valeur des rentes de conjoint survivant, que pour les rentes vendues à des individus de 71 ans, ou bien pour les investissements de 100 000\$, plutôt que de tout autre taux d'intérêt.

Dans le cinquième chapitre, nous utiliserons les résultats obtenus à partir de nos estimations pour ainsi comparer la situation du marché des rentes face à celle prévalant à l'intérieur d'un régime de retraite.

Chapitre 5: Comparaison du marché
avec un régime de retraite

Chapitre 5

Comparaison du marché avec un régime de retraite

Dans ce chapitre, nous allons comparer le passif actuariel (i.e. la valeur des obligations du régime envers les membres) d'un régime de retraite avec un second passif actuariel. Ce dernier est calculé selon les règles du marché des rentes. De plus, nous introduirons un nouveau concept: soit les règles allocatives.

5.1 Un régime de retraite opposé au marché des rentes

Le régime de retraite, de type "salaires de carrière", que nous utilisons pour cette comparaison a été retenu pour plusieurs raisons. Notamment, parce qu'il compte un grand nombre de retraités et que les hypothèses employées, par l'actuaire qui a analysé le régime, sont semblables à celles utilisées dans plusieurs autres régimes de même type. Le régime de retraite des membres du Syndicat national de la métallurgie de Plessisville Inc. et du Syndicat national des employés de bureau de Plessisville couvre 600 membres répartis en trois (3) groupes: les retraités, les membres qui ont quitté le régime mais qui toucheront une rente différée lors de leur retraite ainsi que les membres actifs du régime. Pour nos besoins, nous utilisons uniquement les données du groupe de retraités (soit 141 individus) appartenant à ce régime de retraite. Les informations sur les retraités, de même que sur

le passif actuariel sont tirées de l'évaluation actuarielle en date du 31 décembre 1989, évaluation qui fut déposée devant la Régie des rentes du Québec. Nous présentons au tableau VI certaines informations concernant cette population, telles que: la répartition des hommes, des femmes et leur âge.

Tableau VI
Présentation de la population composant
notre groupe de référence

• Femmes	7
Hommes	134
• Femmes de moins de 65 ans	3
Hommes de moins de 65 ans	11
• Femmes de plus de 65 ans	4
Hommes de plus de 65 ans	123

En appliquant les mêmes hypothèses que nous avons découvertes dans le chapitre antérieur (Gam-1983, frais d'administration nuls ainsi que taux d'intérêt à long terme des obligations du gouvernement fédéral majoré de 0,95 point de pourcentage), nous pouvons estimer combien il en aurait coûté au régime pour acheter des rentes sans risque qui soient égales à celles payées dans le régime.

Le tableau suivant résume les hypothèses actuarielles utilisées pour les deux (2) types d'évaluation, soit celles à l'intérieur du régime tel qu'employé par l'actuaire et celles prévalant sur le marché, ainsi que les différences entre ces dernières.

Tableau VII
Comparaison du passif actuariel
à l'intérieur de la caisse du régime
et du coût des rentes sur le marché

	Passif calculé selon l'actuaire à l'intérieur de la caisse	Coût d'acquisition des rentes sur le marché	Écart
1. Hypothèses:			
sur le rendement	7%	Taux des obligations d'épargne du gouver- nement fédéral ma- joré de 0,95%	-
sur la mortalité	GAM-1983	GAM-1983	-
2. Passif	3 361 901,16\$	2,564,593,53\$	797,307,63\$
			31.1%

Comme nous pouvons le remarquer, la valeur du passif actuariel du régime pour les 141 retraités, soit les sommes nécessaires au paiement des rentes selon l'actuaire, doit être de: 3 361 901,16\$.

Tandis qu'en utilisant le marché, c'est-à-dire que si les rentes avaient été offertes par le marché, le passif actuariel serait plutôt: 2 564 593,53\$, soit une économie 31,1 %. Pour obtenir la valeur du passif actuariel du marché, nous avons repris la valeur des crédits de rentes que détenait le régime face à ses 141 retraités, mais en se posant la question suivante: quelle serait la valeur des engagements que détient le régime en utilisant les hypothèses actuarielles propres au marché?

Ces résultats correspondent à l'analyse présentée dans les premiers chapitres. En effet, nous avons alors mentionné que les régimes de retraite doivent supporter un risque plus élevé que le marché des rentes de retraite, puisque ces derniers ont l'obligation de garantir les crédits de rentes aux bénéficiaires présents et futurs

De ce fait, les régimes de retraite ne peuvent faire que des placements conservateurs, afin justement de minimiser ces risques, laissant ainsi aux autres agents économiques, les placements plus spéculatifs de même que les taux d'intérêt plus élevés.

Nous pouvons donc affirmer que le marché est plus efficace que le régime, selon la définition de l'efficacité économique que nous avons formulée au chapitre 1. Ainsi donc pour notre cas, il en coûterait 31,1% de plus au régime pour acheter des rentes identiques à celles payées sur le marché, ou bien à l'inverse, le marché offrirait également des

rentes de même valeur que le régime mais à 31% moins cher que ce dernier. Dans le tableau qui suit, nous comparons ces deux (2) passifs en nous attardant principalement sur les variables sexe, âge et garantie minimale.

Tableau VIII
Comparaison des passifs actuariels

	n	selon le régime	selon le marché	écart(%)
1. Sexe				
• pour les femmes:	7	56 693,92\$	42 902,88\$	32,1%
• pour les hommes:	134	3 305 207,24\$	2 521 690,65\$	31,1%
2. Age				
• pour les femmes de moins de 65 ans:				
	3	31 943,78\$	23 817,29\$	34,1%
• pour les hommes de moins de 65 ans:				
	11	411 745,49\$	316 319,29\$	30,0%
• pour les femmes de plus de 65 ans:				
	4	24 750,14\$	19 085,59\$	29,7%
• pour les hommes de plus de 65 ans:				
	123	2 893 461,75\$	2 205 371,36\$	31,2%
3. Garantie minimale				
• 5 ans:	62	1 386 282,67\$	1 079 450,06\$	28,4%
• 10 ans:	43	1 362 696,05\$	998 131,66\$	36,6%
• 15 ans:	0			

Pour les sept (7) femmes de notre population la valeur du passif du régime, selon l'actuaire est de 56 693,92\$, tandis qu'en reprenant les

mêmes règles que celles utilisées par le marché, la valeur présente des obligations représente 42 902,88\$, soit 32% de moins. Pour les 134 hommes qui reçoivent une rente de retraite l'écart, dans ce cas, entre ces deux (2) passifs est de 31,2%, 3 305 207,24\$ pour le régime et 2 521 690,65\$ en faveur du marché.

La deuxième variable que nous avons isolée est l'âge. Notre population est séparée en deux (2) tranches, les hommes et les femmes de moins de 65 ans, et ceux de plus de 65 ans. Dans le premier groupe composé des femmes de moins de 65 ans, il appert que pour les trois (3) individus qui composent ce groupe, le régime, s'il désire offrir des rentes identiques à celles qu'offrent le marché, doit s'attendre à payer 31 943,78\$ comparativement au marché qui, de son côté, estime la valeur des obligations comme étant 34% moins élevées (23 817,29\$). En ce qui concerne les hommes 11 individus ont, selon le régime, un passif actuariel de 411 745,49\$ comparativement à 316 319,29\$ sur le marché, soit un écart de 30%.

Les données pour les gens de plus de 65 ans ne diffèrent guère des autres. En effet, pour les quatre (4) femmes qui constituent ce groupe, le marché estime un passif actuariel de 19 055,59\$ comparativement à 24 750,14\$ d'après les méthodes des actuaires, soit 29,7% de plus selon le régime que sur le marché. Un total de 123 hommes composent le dernier segment de notre population. Le passif actuariel diffère de 31,2% selon que l'on utilise le passif du régime, ou

que l'on opte pour le marché comme substitut au régime de retraite comme pourvoyeur de rentes.

La dernière section du tableau compare les passifs actuariels en fonction de la durée de la garantie minimale. C'est avec les rentes offrant une garantie de cinq (5) ans que l'écart est le moins élevé de notre étude: soit 28,4% (1 386 282,67\$ selon l'actuaire et 1 079 450 06\$ d'après le marché). A l'opposé, lorsque la rente est garantie pendant dix (10) ans ou 120 versements mensuels, l'écart en pourcentage le plus élevé de nos estimations est de 36,6%. D'après les estimations produites par le marché, s'il évalue le passif actuariel, ce dernier vaut 998 131,66\$ comparativement à 1 362 696,05\$ selon les calculs produits par l'actuaire, toujours pour fournir des rentes de même valeur que le marché. Dans notre groupe, aucune rente n'est garantie pour une période supérieure à 120 versements mensuels.

Bref, pour l'ensemble de notre groupe témoin, en calculant le passif actuariel selon les mêmes règles que le marché, celui-ci doit capitaliser 31% de plus, s'il désire offrir des rentes de retraite de même valeur que celles vendues sur le marché. Nous pourrions donc recommander au régime de retraite que nous venons d'analyser, de se tourner vers le marché. Ce dernier pourra offrir des rentes sans risque et de même valeur que celles qu'il offre à un coût d'environ 31% moins élevé et ainsi bénéficier d'un surplus. La valeur présente de ce surplus est estimée à 31% de la valeur du passif actuariel du régime. Cette

valeur pourra être redistribuée entre les membres selon certaines règles prédéfinies.

5.2 Le concept de règles allocatives

D'après la section 5.1, il est possible de créer des surplus qui peuvent être redistribués parmi les retraités et les autres groupes de participants au régime, en fonction de certaines règles d'allocations.

Comme nous venons de le démontrer dans la section précédente, les institutions qui caractérisent ce que nous avons appelé le marché des rentes, se servent de leurs propres hypothèses actuarielles, générant ainsi des rentes de retraite de même valeur que le régime, mais à un coût de 31% moins élevé. Ces institutions ont donc recours à certains principes ou hypothèses différents; il est alors prévisible de voir apparaître des surplus. Ces surplus proviennent du conservatisme des hypothèses utilisées par l'actuaire, tant au niveau du rendement que de la mortalité. La valeur présente attendue de ces surplus est au moins égale à la différence entre les valeurs présentes des passifs actuariels du marché des rentes et du régime de retraite, étant donné qu'on peut supposer que les compagnies d'assurance ne vendent pas à perte leurs rentes de retraite.

Ces surplus ne sont nullement le fruit d'un phénomène ponctuel, mais plutôt le résultat de l'utilisation d'hypothèses (taux d'intérêt par exemple) et de principes différents qui se répètent. Conséquemment, on peut alors anticiper de tels surplus et les redistribuer aux divers groupes composant la structure d'un régime de retraite: les retraités, les membres qui ont quitté le régime mais qui ont toujours certains droits dans ce dernier (comme une rente différée jusqu'à l'âge de la retraite) et les membres actifs ou inactifs qui n'ont pas accepté la transformation de leurs droits d'un régime de retraite antérieur. Il est important de préciser que, depuis un (1) an, la législation provinciale régissant le domaine des régimes de retraite (loi 116), est demeurée complètement muette sur cet aspect.

Jusqu'à maintenant très peu de régimes de retraite ont prévu des dispositions dans leurs règlements qui définissent le partage de surplus que pourrait réaliser le régime. En fait, la polémique sur les régimes de retraite est apparue lorsque les travailleurs ont réalisés que ces surplus ne profitaient qu'à leur employeur.

Nous présentons un extrait d'un des rares règlements proposant certaines règles allocatives à ses membres. Nous nous attarderons uniquement à celles visant la redistribution du surplus envers les retraités. Le principe moteur de ces règles est de permettre aux retraités de bénéficier de meilleures rentes. "Tout surplus provenant du groupe des membres à la retraite ne pourra servir qu'à

l'amélioration des rentes de ce groupe."²⁹ Ce principe s'applique donc de la façon suivante à l'article 13.05 du règlement:

a) En premier lieu, il (tout surplus) servira à augmenter les rentes des retraités jusqu'à ce que toute l'inflation de la dernière année soit couverte. Si le surplus disponible est insuffisant, la formule du prorata sera utilisée. Si un membre est devenu retraité au cours de l'année, l'inflation qu'on pourra lui couvrir sera établie sur la portion de l'année où le membre a été retraité.

b) Si, une fois les obligations de 13.05 a) remplies, il reste un surplus positif, il sera réparti à chaque membre à la retraite au prorata des passifs calculés par l'actuaire. Le montant ainsi disponible à chaque retraité pourra servir à couvrir pour le membre l'inflation vécue et non-compensée depuis la date de retraite, incluant les conjoints survivants qui touchent une rente. Il pourra aussi servir à augmenter la rente jusqu'à ce que soit atteint la rente maximale prévue à ce règlement.

c) Si, une fois les obligations de 13.05 b) remplies, il reste un surplus positif, il demeure au compte des retraités et sera reporté à la prochaine évaluation actuarielle du régime."³⁰

Ces règles allocatives ne sont donc en fait qu'un principe de redistribution des surplus et la clé pour une plus grande équité économique à l'intérieur des régimes de retraite.

²⁹BERGERON Michel, Régime de retraite des membres du Syndicat National de la Métallurgie de Plessisville Inc. et du Syndicat National des Employés de Bureau de Plessisville, Montréal, août 1990, 25 p., Non publié

³⁰Ibid. p. 24

Conclusion

Conclusion

Lorsque nous avons débuté nos travaux sur ce sujet, nous nous sommes posé une question: est-il possible d'améliorer la condition économique dans laquelle se trouve un individu sans avoir à payer de cotisations ou de contributions supplémentaires? Ce qui revient en fait à se demander si les régimes de retraite sont efficaces ou inefficaces. Très tôt, nous avons réalisé qu'une partie de la réponse à cette importante question se trouve du côté du choix des hypothèses actuarielles.

Comme nous l'avons démontré dans les premiers chapitres de ce mémoire, les évaluations des régimes de retraite sont faites à partir de diverses hypothèses actuarielles: soit des hypothèses traitant de mortalité, de roulement de la main-d'œuvre, d'invalidité, d'augmentation des salaires et du rendement du capital (i.e. taux d'intérêt). Nous avons découvert qu'il existe une alternative vers laquelle les régimes peuvent se tourner lors du paiement de rentes de retraite. Cette seconde avenue qu'est le marché des rentes de retraite a le grand avantage d'offrir des rentes sans risque à l'acheteur, ce qui signifie que le marché ne vend des rentes qu'à des acheteurs qui prennent leur retraite dans un très court terme (comme le lendemain). Ainsi donc, ce facteur de "rente sans risque" permet au marché d'établir ses calculs sur des hypothèses actuarielles légèrement différentes des régimes: frais d'administration, taux d'intérêt des obligations du

gouvernement fédéral majoré d'un certain montant et le facteur de la mortalité.

À partir de données tirées de l'hebdomadaire Les Affaires, nous avons estimé les hypothèses dont se servent les institutions qui caractérisent ce que nous avons appelé le marché. Nous avons découvert qu'avec des frais d'administration nuls et une certaine table de mortalité (Gam-1983 avec l'échelle de projection H), que ces institutions emploient le taux d'intérêt à long terme des obligations d'épargne du gouvernement fédéral majoré de quatre-vingt-quinze centièmes (0,95 de 1%) de point de un pourcent.

À partir d'un régime de retraite donné, soit celui des membres du Syndicat national de la métallurgie de Plessisville Inc. et du Syndicat national des employés de bureau de Plessisville (composé d'environ 600 membres dont 141 sont retraités), nous avons comparé les rentes payées par ce dernier avec celles offertes par le marché pour savoir si ce régime est efficace ou inefficace. Nous avons alors observé un écart global de plus de 31%, entre le passif actuariel du régime, tel que calculé par l'actuaire, et la valeur estimée par le marché. Ce qui signifie qu'il nécessite 31% de plus au régime pour acheter des rentes de même valeur que celles payées sur le marché. Ou bien à l'inverse, que le marché peut offrir des rentes de même valeur que celles qu'offrent le régime mais à un coût de 31% moins élevé. Comme le régime de retraite de référence est un régime à prestations déterminées de type

"salaires de carrière" utilisant les mêmes hypothèses actuarielles que celles que l'on retrouve généralement avec ce genre de rentes, (celles traitant de mortalité, de roulement de la main-d'œuvre, d'invalidité, de l'augmentation des salaires et du taux d'intérêt), il est donc réaliste d'inférer nos conclusions face aux autres régimes du même acabit. Nous pouvons donc ainsi affirmer que d'autres régimes de retraite du même type que celui mentionné, peuvent tout aussi bien générer une inefficacité similaire et que la solution pour ces régimes se situe également du côté du marché des rentes, et cela, en raison du choix des hypothèses actuarielles.

Nous avons donc démontré que ce régime de retraite est inefficace de plus de 31% comparativement au marché. Cette lacune peut être corrigée facilement en se tournant vers le marché, car ce dernier est plus efficace et permet la création de certains surplus. Toutes choses étant égales par ailleurs, le marché des rentes de retraite semble plus efficace que certains régimes.

L'étape qui suit consiste à répartir, par le biais de certaines règles allocatives, les surplus générés entre les divers groupes appartenant au régime. Également, en favorisant a priori les retraités et les bénéficiaires de rentes, cela permet à ces derniers d'augmenter davantage la valeur de leur rente sans pénaliser les futurs retraités. Toutes choses étant égales par ailleurs, le marché des rentes de retraite semble plus efficace que certains régimes.

Nous sommes conscients que nous venons d'effleurer un tout nouveau sujet relié au nôtre, qui est très pertinent en lui-même. Il serait important d'analyser plus en profondeur tout l'aspect entourant les règles d'allocations des surplus ainsi que leur impact en terme de transferts intergénérationels. Toutefois, nous laissons à d'autres le soin d'explorer cet aspect.

Bibliographie

Livres

- BRODEUR Étienne et alii, Le lexique de la retraite, Montréal, TPF&C Limitée, 1988.
- BRONSON Dorrance C., Concepts of Actuarial Soundness in Pension Plan, Richard D. Irwin, Homewood, Ill., 1957
- Bureau de la statistique du Québec, Tables de mortalité: Québec, régions administratives et sous-régions de Montréal, 1980-1982, Québec, Bureau de la statistique du Québec, 1985, 61 p.
- COWARD, Laurence E., Le Guide Mercer sur les régimes de retraite et les avantages sociaux au Canada, 9^e édition, CCH Canada, Montréal, 1988, 259 p.
- GÉLINAS, Francine, La comptabilisation des régimes de retraite, Éditions Savoir d'aujourd'hui, Pierrefonds, 1986, 109 p.
- McGILL Dan M., Fundamentals of Private Pensions, Richard D. Irwin, 3^e édition, Homewood, Ill., 1979, 621 p.
- Statistique Canada, Tables de mortalité, Canada et provinces 1980-1982, catalogue 84-532, Ottawa, Statistique Canada, 1984, 58 p.
- TROWBRIDGE Charles L., FARR, C.E., The Theory and Practice of Pension Funding, Richard D. Irwin, Homewood, Ill., 1976

WINKLEVOSS Howard E, Pension Mathematics: with Numerical Illustrations, Richard D. Irwin, Homewood, Ill., 1977, 425 p.

Périodiques

ALLISON Glen D., WINKLEVOSS Howard E., "The Interrelationship among Inflation Rates, Salary Rates, Interest Rates, And Pension Costs", Transactions, Society of Actuaries, Volume 27, 1975, pp. 197-210.

BERIN Barnet B, "Assumptions Implicit versus Explicit", The Proceedings, 1975-1976, Volume 25, The Conference of Actuaries in Public Practices, Twenty-fifth Annual Edition, 1976, Itasca, Ill., pp. 262-279.

Committee on Annuities, "Development of the 1983 Group Annuity Mortality Table", Transactions of the Society of Actuaries, XXXV, (1983), p.860.

FELLERS William W., OWEN Edward H., "Actuarial Assumptions and Methods for Qualified Plans", The Proceedings, 1972-1973, Volume 2, The Conference of Actuaries in Public Practices, Twenty-second Annual Edition, 1973, Itasca, Ill., pp 308-327.

GREENLEE Harold et Alfonso D. KEH, "The 1971 Group Annuity Mortality Table", Transactions of the Society of Actuaries, XXIII, (1971), p.572.

GRUBBS Donald S., "Actuarial Assumptions for Booking Pension Costs", The Proceedings, 1984-1985, Volume 34, The Conference of Actuaries in Public Practices, Thirty-fourth Annual Edition, 1985, Itasca, Ill., pp 67-84.

HOLCOMBE Shepperd M., CLEMENT Donald F., "Current Approaches to Actuarial Methods and Assumptions", The Proceedings, 1968-1969, Volume 18, The Conference of Actuaries in Public Practices, Eighteen Annual Edition, 1969, Itasca, Ill., pp 92-106

MCKENNA, Fred W, "Pension Plan Cost Risk", Journal of Risk and Insurance, Volume 49, no 2, 1982, pp. 193-217.

MICHAS Nicholas A., KEATING Richard C., "The Impact of Inflation on Returns to Securities", The Proceedings, 1981-1982, Volume 18, The Conference of Actuaries in Public Practices, Thirty-first Annual Edition, 1982, Itasca, Ill., pp 22-23

PETERSON Ray M., "Group Annuity Mortality", Transactions of the Society of Actuaries, IV, (1952), p.283.

PRIEN Barthus J., "Review of Withdrawal Rates for a Pension Valuation", The Proceedings, 1977-1978, Volume 27, The Conference of Actuaries in Public Practices, Twenty-seventh Annual Edition, 1978, Itasca, Ill., pp 48-75.

TROWBRIDGE Charles L., "ABC's of Pension Funding", Harvard Business Review, March-April, 1966, pp. 115-126.

WINKLEVOSS Howard E, "Assumptions Implicit versus Explicit, The Proceedings, 1975-1976, Volume 25, The Conference of Actuaries in Public Practices, Twenty-fifth Annual Edition, 1976, Itasca, Ill., pp 48-75.

"Statistiques diverses sur le loyer de l'argent au Canada et à l'étranger, y compris le taux de rendement des obligations, Revue de la Banque du Canada, Ottawa, décembre 1985, p.F-1

"Statistiques diverses sur le loyer de l'argent au Canada et à l'étranger, y compris le taux de rendement des obligations, "Revue de la Banque du Canada, Ottawa, décembre 1986, p.F-1

"Statistiques diverses sur le loyer de l'argent au Canada et à l'étranger, y compris le taux de rendement des obligations, "Revue de la Banque du Canada, Ottawa, décembre 1987, p.F-1

"Statistiques diverses sur le loyer de l'argent au Canada et à l'étranger, y compris le taux de rendement des obligations, "Revue de la Banque du Canada, Ottawa, décembre 1988, p.F-1

"Statistiques diverses sur le loyer de l'argent au Canada et à l'étranger, y compris le taux de rendement des obligations, "Revue de la Banque du Canada, Ottawa, septembre 1989, p.F-1

Articles de journaux

CHIASSEON Claude , "Les Affaires publiera un tableau mensuel sur les meilleures rentes et FERR disponibles sur le marché", Les Affaires, samedi 14 septembre 1985, p.38

____ "Rentes viagères: mensualités à la baisse", Les Affaires, samedi 12 octobre 1985, p.52

____ "Rentes: les mensualités sont à la baisse", Les Affaires, samedi 9 novembre 1985, p.40

CHIASSON Claude , "Vive concurrence dans le marché hypothécaire Rentes: les mensualités continuent de baisser", Les Affaires, samedi 7 décembre 1985, p.39

____ "Le marché des rentes s'écroule", Les Affaires, samedi 4 janvier 1986, p.28

____ "Augmentation de 3 à 5% Après trois mois de baisse, les mensualités sur les rentes remontent", Les Affaires, samedi 8 février 1986, p.58

____ "Acheter dès maintenant votre rente: une baisse des mensualités s'annonce", Les Affaires, samedi 1er mars 1986, p.42

____ "Les mensualités sur les rentes chutent", Les Affaires, samedi 5 avril 1986, p.36

____ "Les mensualités sur les rentes poursuivent leur dégringolade", Les Affaires, samedi 3 mai 1986, p.36

____ "Stabilité des mensualités sur les rentes", Les Affaires, samedi 7 juin 1986, p.40

____ "Rentes différées achetées avant le 1981: l'intérêt accumulé deviendra imposable en 1987", Les Affaires, samedi 28 juin 1986, p.26

____ "Les rentes conjointes pour une personne de 60 ans montent de 1% durant juillet", Les Affaires, samedi 9 août 1986, p.19

____ "Plusieurs catégories de rentes à la hausse", Les Affaires, samedi 6 septembre 1986, p.49

CHIASSON Claude , "Courtier en rentes et compagnies d'assurance-vie pourraient éprouver des difficultés financières", Les Affaires, samedi 4 octobre 1986, p.40

____ "Les rendements des rentes encaissables proposées par Ottawa seront très faibles", Les Affaires, samedi 1er novembre 1986, p.47

____ "Les mensualités sur les rentes ont peu variées depuis un mois", Les Affaires, samedi 6 décembre 1986, p.55

____ "Mensualités et rendement fléchissent depuis deux mois", Les Affaires, samedi 14 février 1987, p.44

____ "Augmentation des rentes conjointes et diminution des rentes à terme", Les Affaires, samedi mars 1987, p.38

____ "Baisse généralisée des mensualités des rentes viagères", Les Affaires, samedi 11 avril 1987, p.45

____ "Les rendements offerts sur les rentes montent", Les Affaires, samedi 16 mai 1987, p.45

____ "Celui qui vend doit posséder une expérience certaine L'achat d'un fonds enregistré de revenu de retraite exige une bonne planification", Les Affaires, samedi 10 octobre 1987, p.76

____ "Les mensualités sur les rentes ont baissé de 3,5% à 4% depuis un mois", Les Affaires, samedi 7 novembre 1987, p.76

____ "Songer à l'argent qu'il faut pour vivre en investissant dans un FERR", Les Affaires, samedi 19 décembre 1987, p.47

CHIASSON Claude, "Les mensualités des rentes sont à la baisse en ce début d'année 1988", Les Affaires, samedi 6 février 1988, p.56

____, "Forte baisse des mensualités pour les femmes de 60 ans", Les Affaires, samedi 12 mars 1988, p.41

____, "Baisse de 3% des mensualités des rentes viagères garanties cinq ans pour hommes", Les Affaires, samedi 9 avril 1988, p.56

MATTE André, "Cas vécu Une mauvaise planification du FERR fait perdre des milliers de dollars", Les Affaires, samedi 14 mai 1988, p.54

____, "Pour s'assurer des revenus décents à la retraite, le compromis FERR-rente", Les Affaires, samedi 18 juin 1988, p.41

____, "Un retraité sur trois ayant un FERR risque d'être sans le sou dans cinq ans", Les Affaires, samedi 16 juillet 1988, p.25

____, "Analyse de cas transfert sans incidence fiscale de son REER à celui d'un enfant de moins de 26 ans", Les Affaires, samedi 10 septembre 1988, pp. 62-63

____, "Planification du REER: cinq facteurs dont il faut tenir compte", Les Affaires, samedi 8 octobre 1988, p.63

____, "Depuis août 1981, des dissimilitudes parfois spectaculaires Le comportement des taux de rente peut différer de celui d'autres taux d'intérêt", Les Affaires, samedi 19 novembre 1988, p.53

____, "Dès 1990, il ne sera plus permis de rouler des revenus de pension dans un REER", Les Affaires, samedi 4 février 1989, p.45

MATTE André, "Comment profiter des taux d'intérêt actuellement élevés avec une rente", Les Affaires, samedi 18 mars 1989, p.66

____, "Un cas vécu en illustre l'importance Une rente viagère comportant une garantie protège les héritiers"Les Affaires, samedi 29 avril 1989, p.53

____, "Chaque type de REER apporte ses avantages et ses désavantages", Les Affaires, samedi 27 mai 1989, p.49

____, "Dans un cas de maladie, une rente tarifée est souvent avantageuse", Les Affaires, samedi 5 août 1989, p.25

Documents non-publiés

BERGERON Michel, Régime de retraite des membres du Syndicat national de la métallurgie de Plessiville Inc. et du Syndicat national des employés de bureau de Plessisville, Montréal, août 1990, 30 p., Non publiée

CHANTAL Hugues , Une analyse économique des régimes supplémentaires de rentes: les règles d'acquisition, Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal, 1988, 127 p.

MCKENNA Fred W., Pension Costs under Stochastic Inflation Rate, Salary Rate, and Investment Rate Assumptions, Thèse de Doctorat, Université de Caroline du Sud, 1980, 214 p.

WINKLEVOSS Howard E, A Quantitative Analysis of the Factors Affecting Pension Costs, Thèse de Doctorat, Université de l'Orégon, 1970, 408 p.

Annexe

I - Tables de mortalité: Gam-1971 et Gam-1983

Annexe I**Table de mortalité****Gam-1971**

Age	Taux de mortalité		Age	Taux de mortalité	
	Hommes	Femmes		Hommes	Femmes
5	0,000456	0,000234	30	0,000809	0,000469
6	0,000424	0,000193	31	0,000860	0,000499
7	0,000403	0,000162	32	0,000916	0,000533
8	0,000392	0,000143	33	0,000978	0,000569
9	0,000389	0,000134	34	0,001046	0,000608
10	0,000390	0,000132	35	0,001122	0,000651
11	0,000397	0,000143	36	0,001204	0,000698
12	0,000405	0,000155	37	0,001295	0,000750
13	0,000413	0,000167	38	0,001397	0,000807
14	0,000422	0,000180	39	0,001509	0,000869
15	0,000433	0,000193	40	0,001633	0,000938
16	0,000444	0,000205	41	0,001789	0,001013
17	0,000457	0,000218	42	0,002000	0,001094
18	0,000471	0,000231	43	0,002260	0,001186
19	0,000486	0,000245	44	0,002569	0,001286
20	0,000503	0,000260	45	0,002922	0,001397
21	0,000522	0,000275	46	0,003318	0,001519
22	0,000544	0,000292	47	0,003754	0,001654
23	0,000566	0,000309	48	0,004228	0,001802
24	0,000591	0,000327	49	0,004740	0,001967
25	0,000619	0,000347	50	0,005285	0,002151
26	0,000650	0,000368	51	0,005867	0,002324
27	0,000684	0,000390	52	0,006480	0,002520
28	0,000722	0,000414	53	0,007127	0,002738
29	0,000763	0,000440	54	0,007806	0,002982

Table de mortalité**Gam-1971(suite)**

Age	Taux de mortalité		Age	Taux de mortalité	
	Hommes	Femmes		Hommes	Femmes
55	0,008519	0,003256	83	0,112303	0,074351
56	0,009262	0,003574	84	0,121116	0,081501
57	0,010039	0,003948	85	0,130102	0,089179
58	0,010889	0,004388	86	0,139315	0,097468
59	0,011924	0,004901	87	0,148714	0,106452
60	0,013119	0,005489	88	0,158486	0,446226
61	0,014440	0,006156	89	0,168709	0,126893
62	0,015863	0,006898	90	0,179452	0,138577
63	0,017413	0,007712	91	0,190489	0,151192
64	0,019185	0,008608	92	0,201681	0,165077
65	0,021260	0,009563	93	0,212986	0,180401
66	0,023643	0,010565	94	0,226535	0,197349
67	0,026316	0,011621	95	0,241164	0,216129
68	0,029188	0,012877	96	0,256204	0,236970
69	0,032435	0,014461	97	0,272480	0,258059
70	0,036106	0,016477	98	0,290163	0,280237
71	0,040008	0,019000	99	0,309125	0,304679
72	0,043827	0,021911	100	0,329825	0,331630
73	0,047489	0,025112	101	0,352455	0,361361
74	0,051221	0,028632	102	0,377220	0,394167
75	0,055293	0,032385	103	0,406205	0,430366
76	0,060068	0,036408	104	0,441497	0,471522
77	0,065924	0,040769	105	0,485182	0,519196
78	0,072595	0,045472	106	0,539343	0,574950
79	0,079639	0,050616	107	0,606069	0,640345
80	0,087431	0,056085	108	0,687444	0,716944
81	0,095445	0,061853	109	0,785555	0,806309
82	0,103691	0,067936	110	0,999999	0,999999

Table de mortalité**Gam-1983**

Age	Taux de mortalité		Age	Taux de mortalité	
	Hommes	Femmes		Hommes	Femmes
5	0,000342	0,000171	34	0,000785	0,000443
6	0,000318	0,000140	35	0,000860	0,000476
7	0,000302	0,000118	36	0,000966	0,000502
8	0,000294	0,000104	37	0,001039	0,000536
9	0,000292	0,000097	38	0,001128	0,000573
10	0,000293	0,000096	39	0,001238	0,000617
11	0,000298	0,000104	40	0,001370	0,000665
12	0,000304	0,000113	41	0,001527	0,000716
13	0,000310	0,000122	42	0,001715	0,000775
14	0,000317	0,000131	43	0,001932	0,000842
15	0,000325	0,000140	44	0,002183	0,000919
16	0,000333	0,000149	45	0,002471	0,001010
17	0,000343	0,000159	46	0,002790	0,001117
18	0,000353	0,000168	47	0,003138	0,001237
19	0,000365	0,000179	48	0,003513	0,001366
20	0,000377	0,000189	49	0,003909	0,001505
21	0,000392	0,000201	50	0,004324	0,001647
22	0,000408	0,000212	51	0,004755	0,001793
23	0,000424	0,000225	52	0,005200	0,001949
24	0,000444	0,000239	53	0,005660	0,002120
25	0,000464	0,000253	54	0,006131	0,002315
26	0,000488	0,000268	55	0,006618	0,002541
27	0,000513	0,000284	56	0,007139	0,002803
28	0,000542	0,000302	57	0,007719	0,003103
29	0,000572	0,000320	58	0,008384	0,003443
30	0,000607	0,000342	59	0,009158	0,003821
31	0,000645	0,000364	60	0,010064	0,004241
32	0,000687	0,000388	61	0,011133	0,004703
33	0,000734	0,000414	62	0,012391	0,005210

Table de mortalité**Gam-1983(suite)**

Age	Taux de mortalité		Age	Taux de mortalité	
	Hommes	Femmes		Hommes	Femmes
63	0,012391	0,005769	87	0,133870	0,083870
64	0,013868	0,006386	88	0,144073	0,091935
65	0,015592	0,007064	89	0,154859	0,101354
66	0,017579	0,007817	90	0,166307	0,111750
67	0,019804	0,008681	91	0,178214	0,123076
68	0,022229	0,009702	92	0,190460	0,135630
69	0,024817	0,010922	93	0,203307	0,149577
70	0,027530	0,012385	94	0,217904	0,165103
71	0,030354	0,014128	95	0,234086	0,182419
72	0,033370	0,016160	96	0,248436	0,201757
73	0,036680	0,018481	97	0,263954	0,222044
74	0,040388	0,021092	98	0,280803	0,243899
75	0,044597	0,023992	99	0,299154	0,268185
76	0,049388	0,027185	100	0,319185	0,295187
77	0,054758	0,030672	101	0,341086	0,325225
78	0,060678	0,034459	102	0,365052	0,358897
79	0,067125	0,038549	103	0,393102	0,395843
80	0,074070	0,042945	104	0,427255	0,438360
81	0,081484	0,047655	105	0,469531	0,487816
82	0,089320	0,052691	106	0,521945	0,545886
83	0,097525	0,058071	107	0,586518	0,614309
84	0,106047	0,063807	108	0,665268	0,694885
85	0,114836	0,069918	109	0,760215	0,789474
86	0,124170	0,076570	110	1,000000	1,000000