

Université de Montréal

**EXPANSION MULTI-PÉRIODES
D'UN RÉSEAU LOCAL DE
TÉLÉCOMMUNICATIONS**

par

Ali Smires

Département d'informatique et de recherche opérationnelle
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maîtrise (M.Sc.)
en informatique et recherche opérationnelle

Janvier, 2004

©Ali Smires, 2004



QA
76
USB
2004
v.011

AVIS

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce Mémoire intitulé :

EXPANSION MULTI-PÉRIODES
D'UN RÉSEAU LOCAL DE
TÉLÉCOMMUNICATIONS

présenté par :
Ali Smires

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Brigitte Jaumard	président-rapporteur
Jean-Yves Potvin	directeur de recherche
Michel Gendreau	codirecteur de recherche
Patrick Soriano	codirecteur de recherche
Bernard Gendron	membre du jury

Mémoire accepté le : 09-04-2004

Sommaire

L'expansion multi-périodes d'un réseau local de télécommunications, présentant typiquement une structure arborescente, consiste à planifier l'installation à coût minimal de nouveaux équipements sur un certain horizon de temps.

Cette expansion peut être réalisée de deux manières différentes. La première consiste à augmenter la capacité de transmission des câbles entre les nœuds, tandis que la deuxième consiste à installer des concentrateurs aux différents nœuds. Il est évident que l'installation de plusieurs concentrateurs augmentera le coût associé à l'acquisition de ces concentrateurs mais réduira le coût des câbles et vice-versa. Une bonne décision consistera donc à trouver un bon compromis entre les deux. Par conséquent, une stratégie d'expansion doit déterminer, pour chaque nœud et lien du réseau, les équipements à installer, l'endroit et le moment où ces ajouts de capacité doivent prendre place afin de satisfaire la demande sur tout l'horizon de planification, et ce au moindre coût possible.

Une approche de résolution heuristique a été développée où l'effet des décisions locales à chacun des nœuds est propagé dans tout le réseau. Des résultats numériques sur des réseaux de différentes tailles sont présentés.

Mots-clés : Expansion multi-périodes, réseau local de télécommunications, heuristique, ajustement des prix.

Abstract

In this thesis, we study a multi-period network capacity expansion problem for a local access telecommunications network with a tree topology. Capacity expansion can be done in two different ways. First, transmitting capabilities can be increased by adding new cables on the links of the network. Second, concentrators can be installed at the distribution points (nodes) to reduce the outgoing flow. Clearly, the installation of concentrators reduces the need for additional cables, and conversely. Given the costs of these concentrators and cables, the best possible compromise should be found. That is, an expansion strategy must determine the equipments to install at each node and link of the network to minimize the associated costs, while satisfying the demand over the time horizon.

A heuristic was developed to solve this problem, where local decisions at each node and link of the network are propagated to the entire network. The impact of each local decision is used to adjust “prices” that guide the decision process. Numerical results are reported on randomly generated problem instances based on realistic costs.

Keywords : Multi-period network capacity expansion, local access telecommunications network, heuristic, price adjustment.

Table des matières

Sommaire	i
Abstract	ii
Table des matières	iii
Table des figures	v
Table des tableaux	vi
Dédicace	vii
Remerciements	viii
1 Introduction	1
1.1 Problèmes d'expansion des réseaux de télécommunications	1
1.2 Caractéristiques du problème	2
1.2.1 Les réseaux	3
1.2.2 Les demandes	8
1.2.3 Les équipements	8
1.3 Motivation	9
1.4 Plan du mémoire	10
2 Revue de littérature	12
2.1 Réseau dorsal	12
2.2 Réseaux d'accès locaux	14
3 Description du modèle retenu	18
3.1 Introduction	18
3.2 Description du réseau	19

3.2.1	Les concentrateurs	20
3.2.2	Les câbles	21
3.3	Formulation mathématique	21
3.4	Formulation simplifiée	23
4	Approche de résolution	26
4.1	Introduction	26
4.2	Procédure globale de résolution	26
4.2.1	Balayage en aval de l'arborescence	27
4.2.2	Balayage en amont de l'arborescence	29
4.3	L'algorithme itératif	32
4.4	Une approche de résolution alternative	32
4.5	Algorithme de programmation dynamique	34
5	Résultats expérimentaux	37
5.1	Introduction	37
5.2	Définition des problèmes	37
5.2.1	Taille des problèmes	37
5.2.2	Horizon de planification	38
5.2.3	Types d'équipements	38
5.3	Détails de la mise en œuvre	41
5.3.1	Instances générées	41
5.3.2	Choix des critères d'arrêt de l'heuristique	41
5.3.3	Lissage	41
5.4	Résultats numériques	42
5.4.1	Première phase d'expérimentation	42
5.4.2	Deuxième phase d'expérimentation	44
6	Conclusion	48
	Conclusion	48
	Bibliographie	49

Table des figures

1.1	Schéma d'un réseau d'accès local	5
3.1	Exemple de structure d'un réseau d'accès local	20
4.1	Le calcul des prix pour le balayage en aval	31
5.1	Problèmes avec 110 nœuds - modèle d'obsolescence "1-2-3"	46
5.2	Problèmes avec 90 nœuds - modèle d'obsolescence "1-2-3"	47

Liste des tableaux

5.1	Variation des coûts d'une période à une autre	39
5.2	Rapport de coûts concentrateur/câble <i>élevé</i>	40
5.3	Rapport de coûts concentrateur/câble <i>moyen</i>	40
5.4	Rapport de coûts concentrateur/câble <i>faible</i>	40
5.5	Résultats numériques avec $\alpha = 1$	43
5.6	Résultats numériques avec $\alpha = 0.5$	43
5.7	Résultats numériques avec $\alpha = 0.1$	43
5.8	Résultats numériques avec $\alpha = 1$	45
5.9	Résultats numériques avec $\alpha = 0.5$	45
5.10	Résultats numériques avec $\alpha = 0.1$	46

À mes parents.

À mon épouse.

À mes sœurs.

À ma belle-famille.

À toute ma famille.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer mes remerciements et ma gratitude à mes directeurs de recherche les professeurs Jean-Yves Potvin, Michel Gendreau et Patrick Soriano pour leur aide, leur patience, leur disponibilité ainsi que leur support constant tout au long de ce travail.

C'est avec un grand plaisir que j'exprime toute ma gratitude à mon défunt père Mohamed, à ma mère Rabia, à mes sœurs Mouna et Leila et à mes beaux-frères Rachid et Youssef, ainsi qu'à tous mes amis qui m'ont encouragé tout au long de mes études et auxquels je dois chaque réussite.

J'aimerais remercier ma femme Siham pour sa présence, sa compréhension et son soutien permanents.

Je remercie aussi les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail.

Enfin, que tous celles et ceux qui m'ont apporté leur appui trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Problèmes d'expansion des réseaux de télécommunications

L'expansion multi-périodes des réseaux de télécommunications est cruciale pour s'adapter à l'évolution des besoins en trafic ainsi que pour le développement de nouveaux services. Par une gestion appropriée de la demande, il est possible d'améliorer l'accessibilité aux services de communication et d'accélérer l'utilisation de services plus intelligents et plus diversifiés, qui supportent la communication des données, de la voix et de la vidéo. Par ailleurs, la rapidité des innovations technologiques réduit grandement le coût de l'installation et de la maintenance des services. Durant les deux dernières décennies, l'attention était centrée sur le problème de conception de la topologie d'un réseau de télécommunications et l'expansion des services et de la capacité, que ce soit dans un contexte multi-périodes ou non, l'objectif étant généralement de permettre une expansion de la capacité du réseau qui minimise les coûts totaux d'installation et de maintenance sur un horizon de planification donné.

En dépit de l'importance pratique de ces problèmes, seulement quelques travaux ont été rapportés jusqu'ici dans un contexte multi-périodes, dû à la complexité de ces problèmes. Typiquement, les problèmes d'expansion de capacité se caractérisent par un certain nombre d'éléments de base [5, 34], en l'occurrence :

- **Les données :**
 1. Le réseau
 2. Les types de commutateurs

3. Les types de câbles
 4. Les besoins en trafic pour chaque période
 5. La structure de coût en fonction du temps
- **L'objectif** : Minimiser le coût total sur l'horizon de planification
 - **Les contraintes** :
 1. Conservation de flot
 2. Capacité
 3. Fiabilité
 4. Autres (liés à l'application spécifique)
 - **Les décisions** :
 1. Quand et à quel endroit installer des concentrateurs ?
 2. Quand et à quel endroit augmenter les capacités des lignes de transmission ?
 3. Comment diriger ou distribuer le flot (routage) ?

Afin de mieux cerner ces problèmes et les traiter convenablement, certaines hypothèses sont souvent posées, en particulier :

- Les seules décisions concernent soit l'installation d'équipements sur les sommets du réseau (concentrateurs, multiplexeurs, ...), soit l'augmentation de la capacité sur les liens du réseau (câbles).
- Les fonctions de coût sont linéaires.
- Les réseaux sont fiables et leur topologie est fixée (e.g. structure arborescente).

1.2 Caractéristiques du problème

Les problèmes d'expansion de la capacité diffèrent les uns des autres selon le contexte particulier d'application. Afin de bien saisir le problème qui nous intéresse, il est essentiel de fournir une description détaillée des éléments qui le composent. Ainsi, dans cette section, nous en présentons les principales caractéristiques. Nous abordons d'abord la structure générale des différents types de réseaux, puis nous donnons une brève description du réseau dorsal ("backbone network"), avant de décrire avec plus de

détails les réseaux câblés d'accès locaux ("local access networks") auxquels nous nous intéressons plus particulièrement. Nous présentons ensuite les différentes hypothèses concernant les demandes en télécommunications et les équipements susceptibles d'être utilisés afin de répondre à celles-ci.

1.2.1 Les réseaux

La dernière décennie a été marquée par un développement important des réseaux de télécommunications comportant des milliers de terminaux, des centaines d'ordinateurs et supportant une grande variété d'applications en ligne. La conception de ces réseaux implique des décisions sur les protocoles de communication, le routage des messages, le contrôle de flot, la distribution de la capacité, etc. À cause de la complexité de ces problèmes, la résolution se fait typiquement en deux étapes. La première étape correspond à la conception du réseau dorsal qui sert à faire transiter un grand volume de trafic. Le réseau dorsal est généralement composé de plusieurs serveurs et est régi par des protocoles de communication supportant des systèmes distribués. La seconde étape correspond à la conception des réseaux d'accès locaux qui transportent le trafic entre un serveur sur le réseau dorsal et les terminaux (clients). Ces derniers sont centralisés, car ils sont liés à un seul serveur sur le réseau dorsal, via des techniques de multiplexage, de concentration et des protocoles d'interrogation ou de sélection.

La conception d'un réseau de télécommunications touche à chacune des problématiques suivantes [7, 35, 28, 18] :

1. Conception de la topologie du réseau dorsal.
2. Choix des emplacements pour les nœuds du réseau dorsal.
3. Affectation des terminaux aux nœuds du réseau dorsal.
4. Conception de la topologie des réseaux d'accès locaux.
5. Evaluation du réseau en termes de performance et fiabilité.

Le réseau dorsal

le réseau dorsal est capable de transférer un grand volume d'information entre ses nœuds. Par ailleurs, chaque réseau d'accès local lie un groupe de terminaux à

un point d'accès du réseau dorsal. Les canaux de communication entre les terminaux sont établis à travers leur point d'accès au réseau dorsal. La conception d'un réseau de télécommunications est assez complexe pour que le processus soit divisé en plusieurs phases où chaque phase traite un sous-problème particulier (c.f. les points 1 à 5 évoqués précédemment). Typiquement, les décisions prises à une phase donnée sont fixées lorsque l'on passe aux phases ultérieures.

Les réseaux d'accès locaux

Les réseaux d'accès locaux lient les clients au point d'accès central qui leur permet d'échanger des données entre eux, et qui sert aussi d'interface avec le réseau dorsal. Ce réseau est hiérarchique : il est constitué de trois niveaux faisant référence aux itinéraires (routes), réseaux de conduction et réseaux de distribution.

Une route est une portion du réseau d'accès local contenant tous les nœuds clients qui communiquent avec le point d'accès central via un lien commun incident au centre. Chaque point d'accès central sert un certain nombre de routes. Chaque route est à son tour divisée en deux segments : le segment appartenant au «réseau de conduction» qui connecte le point d'accès central à des nœuds intermédiaires, appelés points de distribution ou points de contrôle ; et le segment appartenant au «réseau de distribution» liant chaque point de distribution aux nœuds clients.

Les réseaux de conduction sont constitués de points de distribution liés par des câbles de différents calibres qui sont enterrés, installés dans des tuyaux ou montés sur des poteaux. Le nombre de points de distribution affectés au point d'accès central varie de 20 à 200. Le segment de câble entre deux points de distribution adjacents est appelé «section de conduction». Le réseau de conduction a une structure particulière, car le nombre de câbles dans chaque section de conduction diminue à mesure qu'on s'éloigne du point d'accès central. Le réseau de distribution est branché au réseau de conduction via des câbles latéraux liés aux points de distribution. La plupart des réseaux de conduction et de distribution ont une structure d'arbre qui fournit un chemin de transmission unique de chaque client au point d'accès central [25]. La figure 1.1 illustre l'architecture d'un réseau d'accès local.

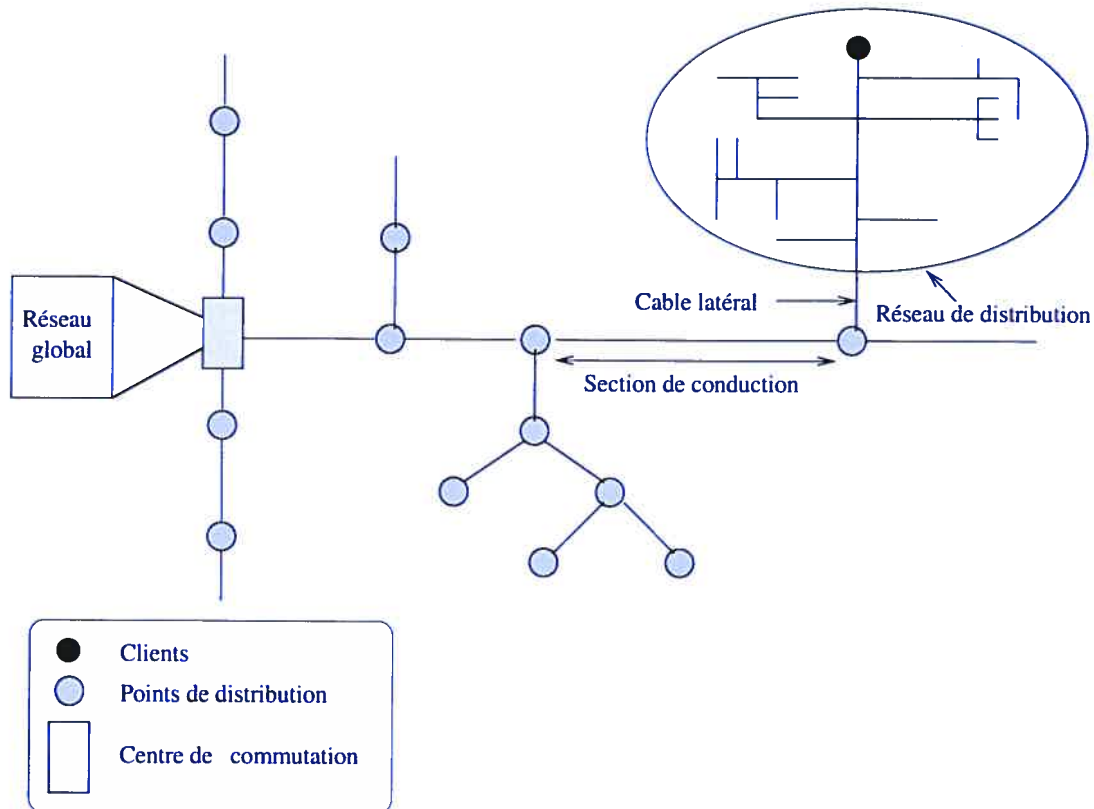


FIG. 1.1 – Schéma d'un réseau d'accès local

Évolution des réseaux d'accès locaux

Dans une perspective de modélisation, on peut regrouper les développements technologiques en trois étapes principales [4].

Étape 1 : le réseau de conduction de base

Le réseau de conduction de base emploie une transmission analogique avec une fréquence de voie de 4kHz à travers des câbles de cuivre. Il utilise des lignes dédiées pour connecter chaque client au point d'accès central. Physiquement, la ligne pour un client peut être constituée de plusieurs fils (possiblement avec des calibres différents) sur chaque section de conduction. Dans cette configuration, la problématique est de fournir une qualité de transmission acceptable en s'assurant que le circuit connectant chaque client (consommateur) au point d'accès central satisfasse la résistance maximale permise du fil (à peu près 1300 ohms, qui peut augmenter jusqu'à 2500 ohms avec des unités d'extension d'intervalle). Ainsi, la tâche d'ingénierie de réseau, parfois

appelée «la conception de résistance» [9], consiste à choisir une combinaison rentable de fils pour chaque section de conduction afin de répondre aux exigences maximales de résistance.

On peut observer que le réseau de conduction de base peut répondre à la demande croissante seulement en ajoutant ou en réaffectant des câbles dans chaque section de conduction. Chaque section où la demande excède la capacité du câble disponible présente de l'échappement. Les exercices de planification considèrent deux stratégies pour remédier à l'échappement lorsque les clients se déplacent ou lorsque le nombre de clients augmente : (i) redistribution des câbles de conduction (d'alimentation) et (ii) expansion des câbles de conduction.

En supposant un changement dans la demande à moyen terme à chaque point de distribution, les méthodes de redistribution des câbles de conduction essaient d'identifier une redistribution réalisable des conducteurs actuels et des câbles disponibles dans chaque section afin de réduire et retarder le plus possible l'expansion de câble.

Les modèles d'expansion déterminent, à leur tour, le nombre additionnel de câbles à installer afin de remédier à l'échappement, et ce, à coût minimum. Pour les réseaux avec une structure d'arbre, chaque section de conduction peut être analysée indépendamment si l'expansion de câbles est la seule méthode disponible pour remédier à l'échappement.

Etape 2 : réseaux de conduction avec des dispositifs électroniques

D'un point de vue modélisation, l'étape qui suit dans l'évolution des réseaux locaux est apparue quand l'industrie a développé des dispositifs électroniques à distance, i.e., multiplexeurs, concentrateurs et des commutateurs à distance. Un multiplexeur est un dispositif électronique qui comprime ou intercale les signaux de plusieurs lignes entrantes en un signal sortant composé de fréquence plus élevée mais qui exige seulement une ligne simple. Le système affecte chaque signal entrant à un canal séparé dans la transmission sortante. De même, les concentrateurs sont des dispositifs électroniques qui compressent ou combinent les signaux en entrée (i.e., signal analogique) sur plusieurs lignes en un signal composé simple (i.e., haute fréquence numérique ou signal optique) qui requiert seulement une ligne en sortie. Le ratio entre les canaux en entrée et le canal en sortie est appelé le ratio de compression. Cependant, le signal

de sortie d'un concentrateur n'a pas de canal dédié pour chaque ligne en entrée. Les canaux en sortie sont dynamiquement affectés aux lignes en entrée selon les besoins. Les commutateurs à distance sont décentralisés, ils exécutent des fonctions locales de commutation et compressent aussi le trafic destiné au commutateur central.

Dans un réseau d'accès local, les dispositifs électroniques permettent l'utilisation d'une même ligne physique par plusieurs utilisateurs sur le réseau de conduction, ce qui fournit une autre alternative pour remédier à l'échappement lorsque la demande augmente. Ils permettent aussi d'éliminer certaines restrictions sur les circuits de résistance, et diminuent le nombre et le coût des lignes utilisées. Bien que le multiplexage, la compression et la commutation à distance réduisent le nombre de câbles requis pour une section de conduction, ils forcent les câbles à supporter la haute fréquence des dispositifs électroniques. Les câbles conventionnels (paires torsadées) ont une bande passante limitée (à peu près 150kHz) [4]. Les signaux à haute fréquence (150 kHz à 2 MHz) requièrent d'autres câbles coaxiaux, des câbles conditionnés, soit des paires de fil torsadé avec des répéteurs intermédiaires (qui sont des dispositifs électroniques pour éliminer les distorsions du signal). Les signaux à très haute fréquence (au dessus de 2MHz) requièrent des câbles à fibre optique.

Etape 3 : la fibre dans le réseau d'accès local

Plusieurs compagnies de téléphone prévoient introduire la technologie de la fibre optique dans leurs réseaux locaux afin d'augmenter la capacité de la bande passante. La transmission à base de fibre optique consiste à relier deux terminaux optiques qui convertissent un signal électrique ou analogique en un signal optique, et où le multiplexage des signaux se fait à l'aide d'un câble en fibre optique.

La capacité de la fibre optique est effectivement très grande pour les applications dans un réseau local, tant au niveau de la bande passante qu'au niveau du nombre des canaux à haute fréquence à multiplexer. Mais le coût toujours élevé des équipements optiques d'interconnection, qui dépasse de beaucoup le coût des câbles à fibre optique, limite l'utilisation de ces réseaux.

Les compagnies de téléphone n'ont toujours pas déployé la transmission à base de fibre optique dans leurs réseaux d'accès locaux, sinon dans un contexte expérimental, et ce à cause du changement permanent des caractéristiques, des capacités,

du déploiement de la technologie, et même des plans de configuration des réseaux [1, 30]. Cependant, pour être plus compétitives, certaines compagnies commencent à considérer de nouvelles architectures de leur réseau telles que l'architecture mixte "Fibre/Coaxiale" (hybrid fiber/coax), "la fibre au bout" (fiber to the curb) [36], qui permettent d'offrir des services diversifiés, tels les services multi-média. D'autre part, de nouvelles technologies comme le multiplexage des faisceaux lumineux de la fibre optique (wavelength division multiplexing) [31], permettent maintenant d'augmenter la capacité de la fibre optique sans qu'il soit nécessaire d'ajouter d'autres fibres. Ces technologies peuvent réduire considérablement le coût d'expansion de la capacité du réseau.

Dans notre cas, nous supposons que le réseau est un réseau d'accès local (avec une structure arborescente) que nous équipons à l'aide de câbles coaxiaux couplés à des concentrateurs électroniques.

1.2.2 Les demandes

Pour la plupart des problèmes d'expansion de réseau, une demande doit être satisfaite à chaque période de l'horizon de planification [4, 12]. Dans notre cas, nous assumons que la demande est connue et nous ne faisons pas de restrictions sur l'évolution de cette demande sur l'horizon de planification. Cependant la structure arborescente du réseau fait en sorte que les flots qui transitent sur chacune des installations dépendent simplement de la demande au niveau du nœud considéré et du flot entrant à partir des nœuds situés en amont.

1.2.3 Les équipements

Afin de satisfaire la demande, nous devons connaître les différents types d'équipements disponibles pouvant être installés. Ici, nous distinguons deux types d'équipements, soit (1) les câbles de transmission, qui sont caractérisés par leur capacité et un vecteur de coût qui représente le coût d'acquisition et d'installation d'une unité de ce type d'équipements pour chacune des périodes de l'horizon, et (2) les concentrateurs qui représentent des dispositifs qui permettent de comprimer le trafic et qui sont caractérisés à leur tour par un taux de compression et un vecteur de coût. Il faut

aussi prendre en considération deux effets économiques : une économie d'échelle qui fait que le coût de chaque type d'équipement n'est pas directement proportionnel à sa capacité (e.g., le coût de l'équipement de type 1 sera habituellement moindre que le double du coût d'un équipement de type 2, même si le type 1 a le double de la capacité du type 2) ; et l'effet d'obsolescence de la technologie qui fait qu'il est toujours plus intéressant de repousser les décisions d'installation au plus tard (avec les progrès dans les technologies de transmission, on peut se procurer les mêmes équipements ou des équipements plus performants à moindre coût).

1.3 Motivation

En raison d'une évolution remarquable et très rapide de la technologie, de nouvelles opportunités pour le développement de modèles d'optimisation touchant à la planification des réseaux locaux de télécommunications sont apparues. Les recherches récentes se sont attardées davantage aux modèles pour le réseau dorsal plutôt que pour les réseaux locaux, même si ce sont ces derniers qui alimentent le premier.

Dans les réseaux locaux conventionnels à fils de cuivre, chaque circuit requiert une paire de fils de cuivre torsadés et dédiés. Le réseau peut satisfaire cette demande de deux façons : soit fournir un câble dédié vers le point d'accès central pour chaque circuit requis ou faire appel à un dispositif de compactage du trafic appelé concentrateur. En pratique, des éléments tels que les multiplexeurs, les fibres optiques, etc. peuvent améliorer la compression du trafic.

Au fur et à mesure que la demande augmente (e.g., en raison de nouvelles constructions, du déplacement des clients ou de l'offre de nouveaux services), les câbles et concentrateurs existants peuvent ne plus suffire à la tâche. Dans le problème de planification de l'expansion, on désire placer de nouveaux concentrateurs, ajouter certains câbles et rediriger le trafic afin de satisfaire la demande projetée tout en minimisant les coûts additionnels. En dirigeant le trafic à travers des concentrateurs, on réduit évidemment les besoins en câbles, mais les concentrateurs peuvent être dispendieux. Ce compromis entre l'installation de nouveaux concentrateurs et l'augmentation de la capacité des câbles est à la base du problème d'expansion des réseaux d'accès locaux.

La plupart des approches de résolution existantes pour la planification des réseaux

de communication opèrent sur une seule période [3, 20, 34, 18, 10, 17]. Récemment, toutefois, l'attention s'est portée sur le développement de modèles de planification multi-périodes [6, 8, 19]. La résolution de ce type de problèmes consiste à déterminer, pour chaque période de l'horizon de planification, les équipements à installer parmi l'ensemble des types d'équipements disponibles tout en respectant des contraintes globales de ressources. Il nous est donc apparu intéressant d'étudier le problème d'expansion d'un réseau d'accès local dans un contexte multi-périodes.

1.4 Plan du mémoire

Dans ce mémoire, nous nous intéressons au problème d'expansion multi-périodes pour un réseau d'accès local, que ce soit un réseau de distribution ou un réseau de conduction. Un tel réseau, habituellement de structure arborescente [4, 8], connecte les sommets (nœuds clients ou points de distribution) à un point d'accès central (point de distribution dans le cas du réseau de distribution ou centre de commutation dans le cas du réseau de conduction). La demande associée à un sommet dépend du nombre ou du type de clients qui lui sont connectés et correspond au nombre de circuits requis vers le point d'accès. Par ailleurs, les arcs de l'arborescence correspondent aux liens physiques (câbles) entre les sommets.

Nous proposons un modèle mathématique qui permet de modifier plusieurs fois les décisions d'installation de concentrateur à chacun des sommets tout au long de l'horizon de planification. Toutefois, nous ne résolvons en pratique que des problèmes plus simples où une seule décision d'installation est permise à chaque sommet sur l'horizon de planification. La méthode de résolution proposée est une heuristique itérative, au sein de laquelle un algorithme de programmation dynamique est utilisé afin de résoudre les sous-problèmes de dimensionnement de câbles associés aux décisions d'installation de concentrateur à chacun des sommets.

Ce mémoire est constitué de six chapitres. Dans le chapitre 2 nous présentons quelques recherches qui ont été faites dans le domaine de l'expansion des réseaux de télécommunication. Dans le chapitre 3 nous décrivons le modèle mathématique utilisé pour la résolution de notre problème. Nous commençons par décrire les types de réseaux retenus par notre étude. Nous présentons ensuite la formulation mathématique

du problème général puis une formulation pour le problème simplifié. Dans le chapitre 4 nous proposons une approche de résolution heuristique où l'effet des décisions locales à chacun des sommets est propagé dans tout le réseau. Dans le chapitre 5 nous présentons quelques résultats expérimentaux. Enfin, la conclusion au chapitre 6 fait une synthèse des résultats obtenus et propose des avenues de recherche futures dans ce domaine.

Chapitre 2

Revue de littérature

2.1 Réseau dorsal

Plusieurs études s'intéressent à la conception de la topologie des réseaux et au problème d'expansion de capacité. Elles incluent celles de Chang et Gavish [5, 6], Doulliez et Rao [12] et Parrish et al. [32]. Toutes font des hypothèses simplificatrices. Doulliez et Rao [12] traitent le problème sur une seule période de planification en ne considérant qu'une expansion au niveau des liens (câbles). Par conséquent, l'investissement consiste à augmenter la capacité des liens par l'ajout d'un certain nombre d'éléments de capacité standard. Ils considèrent deux types de coûts à savoir le coût d'acquisition et le coût d'installation. Leur approche de résolution repose sur la recherche d'un chemin de moindre coût dans le graphe d'état du réseau. Dans ce graphe, chaque état est un vecteur de m éléments, où m est le nombre d'arcs dans le réseau. Chaque élément du vecteur représente le nombre d'unités de capacité ajoutées sur l'arc correspondant et une transition entre deux états prend place lorsqu'une unité de capacité est ajoutée sur l'un des arcs.

Pour leur part, Parrish et al. [32] s'intéressent à un problème d'expansion d'un réseau téléphonique, toujours sur une seule période de planification. À la différence de Doulliez et Rao [12], l'expansion ne se fera que par l'ajout d'un certain nombre de facilités (concentrateurs, multiplexeurs,...). Ils font appel à deux types de concentrateurs. Le premier type est un circuit analogique qui peut supporter seulement une suite de données à la fois. Le second est un circuit numérique pouvant supporter jusqu'à vingt-quatre suites de données simultanément, en attachant plusieurs circuits

analogiques au circuit numérique via un ou plusieurs multiplexeurs. Deux types de coûts sont considérés pour chaque type de concentrateur, soit le coût d'installation et le coût d'acquisition. Le problème est formulé comme un problème de programmation linéaire en nombres entiers et est résolu à l'aide d'une approche de programmation dynamique.

Dans Chang et Gavish [5], les auteurs traitent le problème sur plusieurs périodes de planification et font appel à deux types de coûts fixes et de coûts variables. Le premier type de coût fixe est associé à l'installation de la ligne physique (mettre le conduit) tandis que le second correspond à l'expansion de la capacité (l'ajout d'un nouveau câble). Le coût variable est proportionnel à la capacité de la ligne, et représente la somme du coût du câble et du coût de maintenance. Une heuristique basée sur une méthode d'ascension duale est proposée afin de trouver une bonne solution réalisable. Le second article [6] est une extension du premier. Il résout le même problème, mais développe une meilleure formulation et propose de nouvelles approches de résolution. En particulier, un certain nombre d'inégalités valides sont dérivées et employées dans la procédure de résolution. On remarque que l'ajout de nouvelles inégalités améliore d'une façon significative les bornes générées par l'ancienne méthode. La procédure suggérée peut être vue comme une extension de la méthode d'ascension duale pour le problème de conception de réseau sans contraintes de capacité, tel que proposé dans [2].

Lim et Dutta [14] s'intéressent aussi aux problèmes d'expansion de la capacité de réseaux de télécommunications sur un horizon multi-périodes. Les auteurs n'ont considéré que deux types de coût relatifs à la capacité de transmission, à savoir le coût d'installation et le coût annuel. Le coût d'installation s'applique lorsque la ligne est installée pour la première fois. Les charges annuelles couvrent les coûts d'exploitation et de maintenance des lignes. Les coûts d'exploitation sont souvent approchés par une fonction linéaire de la forme $A + B * w$, où A est un composant fixe couvrant le multiplexage, le matériel de terminaison de la ligne, etc., et B représente la somme des coûts des équipements de répétition (répéteurs) et les coûts de la ligne physique par unité de longueur où w est la longueur de la ligne. Le modèle permet une augmentation du trafic via les nœuds existants, soit en ajoutant de nouveaux nœuds, soit

en changeant la topologie du réseau. Il est formulé comme un problème de programmation en nombres entiers et une solution basée sur une relaxation lagrangienne est proposée. En outre, leur méthode fournit une indication sur la qualité de la solution grâce à la borne inférieure obtenue par le Lagrangien. Des expériences sur plusieurs réseaux démontrent que la méthode trouve de bonnes solutions pour ce problème.

2.2 Réseaux d'accès locaux

Certains travaux portent sur la conception de la topologie des réseaux d'accès locaux [23, 24, 29], tandis que d'autres se sont concentrés davantage sur l'expansion des réseaux d'accès locaux avec une topologie fixée au départ [4, 8], comme dans le présent travail. La conception d'un réseau d'accès local est un problème complexe qui peut être abordé en le décomposant en un certain nombre de sous-problèmes tels que :

1. Détermination du nombre requis de concentrateurs ("concentrator quantity problem")
2. Sélection de l'emplacement des concentrateurs ("concentrator location problem")
3. Affectation des terminaux aux concentrateurs ("terminal clustering problem")
4. Interconnexion des terminaux à leurs concentrateurs associés ("terminal layout problem").

Ces quatre problèmes sont généralement résolus séparément et séquentiellement. Gouveia et Lopes [24] proposent un modèle qui intègre les sous-problèmes 3 et 4 en un seul problème plus général. Ils présentent des heuristiques pour résoudre ce problème et démontrent qu'il est préférable de combiner les deux sous-problèmes lors de la conception des réseaux d'accès locaux. Lorsque chaque terminal est un domaine local du réseau comprenant un nombre significatif de machines, les terminaux peuvent être connectés aux concentrateurs par une ligne directe. Dans ce cas, le sous-problème 4 n'est pas très complexe et les trois autres sous-problèmes peuvent être abordés à l'aide de la théorie de la localisation. Plus précisément, étant donné un ensemble de sites potentiels pour des facilités (concentrateurs) et un ensemble de clients, le problème de localisation consiste à sélectionner un ensemble de sites pour les facilités et une

affectation des clients aux sites choisis de façon à minimiser le coût total, soit le coût fixe de la facilité et le coût d'affectation des clients aux facilités. Si la capacité des câbles est assez grande par rapport aux besoins, il n'y a pas d'autres contraintes à ajouter et le problème s'exprime alors comme un problème de localisation sans contraintes de capacité [11].

Par ailleurs, comme les capacités des câbles sont souvent limitées, le problème correspond alors à un problème plus difficile de localisation avec contraintes de capacité. L'architecture mentionnée ci-dessus peut être étendue en utilisant plusieurs niveaux de concentration, tel Chardaire [7] qui fait appel à deux niveaux de concentrations. Chaque terminal est connecté à un premier niveau de concentrateurs, qui à son tour est connecté à un second niveau de concentrateurs. La formulation du problème est ramenée à un problème de localisation hiérarchique à deux niveaux sans capacité. L'auteur propose aussi une nouvelle famille de coupes afin de générer une formulation plus forte. Enfin, l'auteur présente des méthodes de résolution basées sur la relaxation lagrangienne pour calculer une borne inférieure sur la valeur optimale de la formulation linéaire. Un algorithme de recuit simulé est utilisé pour résoudre les sous problèmes. Des résultats numériques démontrent l'efficacité de la méthode de résolution.

Les réseaux d'accès locaux sont souvent construits en insérant des concentrateurs entre les clients et leur point d'accès. Plusieurs clients sont connectés à un concentrateur qui est à son tour (possiblement) connecté à d'autres concentrateurs avant de rejoindre le point d'accès. La solution la plus simple pour la conception du réseau serait d'utiliser des liens dédiés pour chaque client. Cependant, il est clair que cette solution peut être très coûteuse lorsque le nombre de clients est grand ou lorsqu'ils sont loin du point d'accès. Dans les réseaux informatiques, les clients peuvent correspondre à des machines qui utilisent des lignes de transmission seulement pour une fraction de temps (e.g., envoi et réception de messages). Une telle situation surgit dans les réseaux informatiques à vitesse réduite, typiques parmi les réseaux de terminaux servis par une base de données centralisée. Dans ce cas, les terminaux peuvent être connectés au serveur central en utilisant des lignes multipoints. Les terminaux accèdent et partagent une ligne en utilisant des protocoles appropriés et des techniques d'interrogation. Une ligne multipoint présente une structure arborescente connectée

à une machine par un seul pont enjambant les terminaux affectés à cette ligne. S'il n'y a pas d'autres contraintes, le problème d'optimisation peut être réduit à un problème d'arbre de recouvrement de poids minimal. Cependant la capacité de la ligne multipoint, aussi bien que la capacité de chaque port d'entrée de l'ordinateur, sont limitées. Donc, le problème devient un problème d'arbre de recouvrement de poids minimal avec contraintes de capacité. Ce problème a été traité par plusieurs auteurs. Gouveia et Paixao [23] ont proposé des heuristiques qui combinent la programmation dynamique avec des techniques de regroupement et de décomposition. Plus spécifiquement, le problème original est transformé, soit par regroupement ou décomposition, afin d'obtenir des problèmes de taille plus petite qui peuvent être résolus à l'aide de la programmation dynamique. L'heuristique développée est supérieure à l'algorithme de Esau-Williams [16], considéré comme l'une des approches les plus efficaces pour résoudre ce problème.

Pour leur part, Balakrishnan et al. [4], exploitent cette structure arborescente et traitent le problème pour une seule période de planification en considérant une expansion au niveau des liens du réseau (en augmentant la capacité de transmission des câbles) et au niveau des nœuds (en installant des concentrateurs aux différents nœuds). Le modèle utilisé considère des économies d'échelle en ce qui a trait aux coûts des équipements et permet de trouver un bon compromis entre l'installation des concentrateurs et l'augmentation de la capacité des câbles afin de satisfaire la demande. Les auteurs utilisent deux types de coûts pour les câbles, à savoir un coût fixe (pour l'installation de nouveaux conduits par exemple) et des coûts variables qui représentent le coût des câbles et de leur maintenance. Les concentrateurs possèdent aussi un coût fixe (le coût d'investissement dans l'infrastructure nécessaire à l'installation d'un concentrateur) et un coût variable relatif à l'acquisition de ce dernier. À la différence de notre problème, la structure arborescente peut changer lors de la résolution du problème car la méthode de résolution permet de déconnecter un lien (circuit) courant et le rediriger vers un autre concentrateur installé à une autre location. Aussi, le flot entre deux sommets peut circuler dans les deux sens. La méthode de résolution exploite la topologie particulière du réseau afin de dériver des inégalités valides, obtenues en étudiant la structure polyédrale du problème. Le tout est intégré

dans un algorithme de programmation dynamique qui est de beaucoup supérieur à la résolution directe du modèle de programmation mixte en nombres entiers.

Dans [18], les auteurs traitent un problème similaire à celui de Balakrishnan et al. [4] qu'ils résolvent à l'aide d'un algorithme de programmation dynamique. Les résultats numériques démontrent que l'algorithme est très efficace et permet de résoudre optimalement des problèmes ayant jusqu'à 1000 nœuds, et cela en quelques minutes.

Le problème de planification des réseaux d'accès locaux traité par Chen et Alfa [8] peut être considéré comme une extension multi-périodes du modèle proposé dans Balakrishnan et al. Malheureusement, certains éléments de leur modèle sont discutables, à savoir la structure des coûts (aucune économie d'échelle) et l'utilisation de capacités non modulaires. Les auteurs formulent le problème comme un modèle de programmation non linéaire en nombres entiers, qu'ils linéarisent ensuite. La méthode de relaxation lagrangienne est utilisée pour résoudre le modèle linéaire.

Dans le chapitre suivant, nous proposons des modifications au modèle multi-périodes de Chen et Alfa visant à le rendre plus réaliste.

Chapitre 3

Description du modèle retenu

3.1 Introduction

L'objectif de notre problème consiste à trouver une stratégie d'expansion d'un réseau d'accès local à coût minimum. Cette expansion peut être réalisée de deux manières différentes. La première consiste à augmenter la capacité de transmission des câbles entre les nœuds du réseau, tandis que la deuxième consiste à installer des concentrateurs aux différents nœuds. Il est évident que l'installation de plusieurs concentrateurs augmentera le prix associé aux concentrateurs mais réduira le coût des câbles et vice-versa. Une bonne décision consistera donc à trouver un bon compromis entre les deux. Par conséquent, la stratégie d'expansion doit déterminer les équipements à installer, l'endroit et le moment où ces ajouts de capacité doivent avoir lieu afin de satisfaire la demande sur tout l'horizon de planification, et ce, au moindre coût possible.

Par ailleurs, l'état initial du réseau au début de l'horizon de planification doit également être connu. Dans le cas où nous cherchons à augmenter la capacité d'un réseau déjà existant et initialement équipé, il est probable que des capacités non utilisées soient disponibles dès la première période de l'horizon. Il faut donc en tenir compte dans notre recherche d'une stratégie d'expansion. Il se peut également que le réseau soit initialement vide, donc non équipé, et qu'il faille alors l'équiper au complet.

Notre problème a aussi une composante de modernisation des réseaux, dans le sens où nous n'écartons pas la possibilité de remplacer des équipements. Plus précisément,

nous supposons qu'on ne peut installer qu'un seul type de concentrateur à chaque sommet mais ce dernier peut (possiblement) en remplacer un déjà présent [8]. Par contre, on ne peut qu'ajouter des câbles sur les liens. D'autre part, les coûts associés aux concentrateurs et câbles décroissent dans le temps, dû à l'obsolescence, ce qui fait qu'il n'est pas avantageux d'installer des équipements à l'avance. La stratégie d'expansion doit donc déterminer :

- l'endroit où de nouveaux équipements doivent être installés,
- le type et la quantité de chaque équipement devant y être installé,
- la période d'installation de ces équipements,

étant donné :

- le coût des équipements par type et par période,
- les demandes prévues par période à chaque nœud du réseau,

afin que le coût total d'installation soit minimal sur tout l'horizon de planification.

3.2 Description du réseau

Notons le réseau par $G = \{V, A\}$, où V est l'ensemble des nœuds représentant les points de distribution et A est l'ensemble des arcs représentant les connections. Dans notre cas, le réseau a une structure arborescente, avec un seul nœud connecté directement au point d'accès central, tel qu'illustré à la figure 3.1. Dans la figure, $Aval(b) = Aval(c) = a$ est le nœud immédiatement en aval des nœuds b et c , tandis que $Aval(d) = Aval(e) = b$ est le nœud immédiatement en aval des nœuds d et e . Réciproquement, $Amont(a) = \{b, c\}$ et $Amont(b) = \{d, e\}$ sont les ensembles des nœuds immédiatement en amont de a et b respectivement.

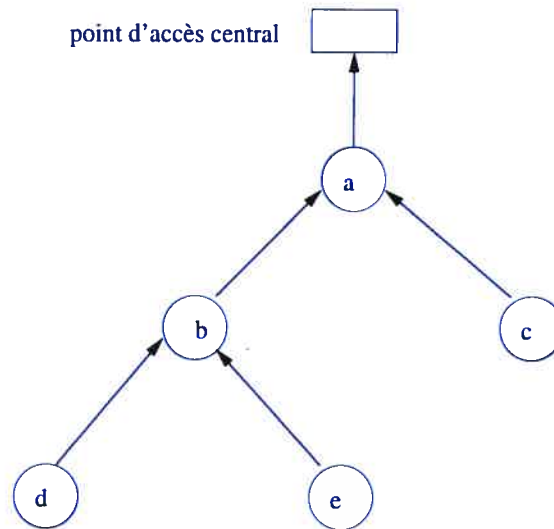


FIG. 3.1 – Exemple de structure d'un réseau d'accès local

3.2.1 Les concentrateurs

Soit $T = \{1, 2, \dots, |T|\}$ l'ensemble des périodes considérées sur tout l'horizon de planification, et soit $D_{i,t}$ la demande au nœud i à la période t , $i \in V$, $t \in T$. Nous supposons que chaque nœud peut recevoir n'importe quel type de concentrateur, quelle que soit la période considérée. Le trafic est condensé par les concentrateurs installés aux nœuds. Ceci étant, la bande passante (capacité) doit être suffisante pour transmettre le trafic condensé. Evidemment, il y a des coûts associés à l'acquisition des différents concentrateurs et à leur installation, et ce coût peut varier d'un nœud à un autre et d'une période à une autre.

Soit L l'ensemble des différents types de concentrateurs disponibles, où un type de concentrateur est caractérisé par son taux de compression $0 \leq \phi_l \leq 1$, $l \in L$, (une valeur de 1 signifie qu'il n'y a pas de concentration). Nous notons $L^+ = L \cup \{0\}$, où le type 0 représente l'absence de concentrateur. Pour plus de simplicité, et afin d'éviter toute complication en ce qui a trait à la réutilisation des concentrateurs retirés d'un nœud, on considère un coût générique dénoté $f_{l,m,i,t}$ qui représente le coût de remplacement d'un concentrateur de type l par un concentrateur de type m au nœud i à la période t , $l \in L^+$, $i \in V$, $t \in T$. Ce coût générique regroupe tout type de coût, à savoir les coûts d'installation, d'acquisition, de mise à jour, etc.

3.2.2 Les câbles

Soit Q l'ensemble des différents types de câbles, où un type est caractérisé par sa capacité de bande passante B_q , $q \in Q$. On désigne par $C_{q,i,j,t}$ le coût global associé à l'acquisition et l'installation d'un câble de type q sur l'arc (i, j) à la période t , $q \in Q$, $(i, j) \in A$, $t \in T$.

3.3 Formulation mathématique

Le problème est de déterminer les types de câbles à installer sur les liens et les types de concentrateurs à installer sur les nœuds à chaque période de l'horizon de planification de façon à minimiser les coûts totaux.

La formulation mathématique que nous avons développée correspond à un modèle de programmation en nombres entiers, soit :

$$F = \min \sum_{t \in T} \sum_{i \in V} \sum_{l \in L^+} \sum_{m \in L^+, m \neq l} U_{l,m,i,t} f_{l,m,i,t} + \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} \sum_{(i,j) \in A} C_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t} \quad (3.1)$$

Sujet à :

$$\left(\sum_{h \in \text{Amont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t} \right) \left(\sum_{l \in L^+} \phi_l Z_{l,i,t} \right) = Y_{i,j,t} \quad i \in V, t \in T, j = \text{Aval}(i), \quad (3.2)$$

$$Y_{i,j,t} \leq \sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{q \in Q} B_q X_{q,i,j,t'}, \quad (i, j) \in A, t \in T, \quad (3.3)$$

$$U_{l,m,i,t} \geq (Z_{m,i,t} - Z_{m,i,t-1}) + (Z_{l,i,t-1} - Z_{l,i,t}) - 1, \\ i \in V, t \in T, l \in L^+, m \in L^+, m \neq l, \quad (3.4)$$

$$\sum_{l \in L^+} Z_{l,i,t} = 1, \quad i \in V, t \in T, \quad (3.5)$$

$$X_{q,i,j,t} \geq 0 \text{ et entières}, \quad q \in Q, (i, j) \in A, t \in T, \quad (3.6)$$

$$Y_{i,j,t} \geq 0, \quad (i, j) \in A, t \in T, \quad (3.7)$$

$$U_{l,m,i,t} \in \{0, 1\}, \quad i \in V, t \in T, l \in L^+, m \in L^+, m \neq l, \quad (3.8)$$

$$Z_{l,i,t} \in \{0, 1\}, \quad l \in L^+, i \in V, t \in T, \quad (3.9)$$

où

- $X_{q,i,j,t}$ = le nombre de câbles de type q , ajoutés entre le nœud i et le nœud j à la période t , $q \in Q$, $(i, j) \in A$, $t \in T$,
- $Z_{l,i,t} = 1$ si un concentrateur de type l est présent au nœud i à la période t , $i \in V$, $l \in L^+$, $t \in T$; 0, sinon.
- $U_{l,m,i,t} = 1$ si on remplace un concentrateur de type l par un concentrateur de type m au nœud i à la période t , $i \in V$, $l, m \in L^+$, $t \in T$; 0, sinon.
- $Y_{i,j,t}$ est le flot transmis sur l'arc (i, j) à la période t , $(i, j) \in A$, $t \in T$.

Dans ce modèle, la fonction objective (3.1) a pour but de minimiser le coût global qui comprend le coût associé aux concentrateurs ainsi que celui associé aux câbles tout au long de l'horizon de planification. (3.2) est l'équation de conservation de flot, où $Amont(i)$ est l'ensemble des nœuds immédiatement en amont de i lui envoyant du flot et $Aval(i)$ est le nœud immédiatement en aval de i recevant du flot de ce dernier. (3.2) utilise le taux de compression ϕ_l entre le trafic entrant et celui sortant au nœud i , si un concentrateur de type l est présent au nœud i . (3.3) exprime la capacité requise à chaque période t . (3.4) assure que la variable de transition $U_{l,m,i,t}$ prend la valeur 1 s'il y a effectivement une transition d'un concentrateur de type l à un concentrateur de type m et la valeur 0 sinon. En effet, le seul cas où l'inégalité est contraignante pour $U_{l,m,i,t}$ est lorsque $(Z_{m,i,t} - Z_{m,i,t-1}) = 1$ et $(Z_{l,i,t-1} - Z_{l,i,t}) = 1$, c'est-à-dire lorsqu'un concentrateur de type m , absent à la période $t-1$ ($Z_{m,i,t-1} = 0$), apparaît à la période t ($Z_{m,i,t} = 1$), tandis qu'un concentrateur de type l , présent à la période $t-1$ ($Z_{l,i,t-1} = 1$), disparaît à la période t ($Z_{l,i,t} = 0$). (3.5) assure qu'un seul concentrateur parmi tous les types de concentrateurs est présent à chaque nœud $i \in V$ et à chaque période $t \in T$. Lorsqu'il n'y a aucun concentrateur, cela est considéré comme un concentrateur de type 0, dont le taux de compression est $\phi_0 = 1$. Dans la formulation ci-dessus, seule (3.2) est une fonction non linéaire qui peut toutefois être linéarisée [8].

Clairement, le nombre de contraintes et de variables dépend du nombre de nœuds dans le réseau, du nombre de types de câbles et de concentrateurs, ainsi que du nombre

de périodes que compte l'horizon de planification. Afin de surmonter la difficulté associée à résolution de ce modèle pour des applications pratiques, des simplifications y seront donc apportées.

3.4 Formulation simplifiée

Afin de simplifier ce modèle, nous avons décidé de considérer une planification ne permettant qu'une seule installation de concentrateur à chaque sommet sur tout l'horizon de planification.

Le modèle qui suit se distingue ainsi par la présence de nouvelles variables $Z_{l,i,t}$ qui sont, cette fois-ci, des variables de transition. Plus précisément :

$Z_{l,i,t} = 1$ si un concentrateur de type l est installé au nœud i à la période t , $i \in V$, $l \in L$, $t \in T$; 0, sinon.

Le coût générique dénoté $f_{l,m,i,t}$ qui représentait le coût de remplacement d'un concentrateur de type l par un concentrateur de type m à la période t deviendra un coût générique dénoté $f_{l,i,t}$ relatif à l'installation d'un concentrateur de type l au nœud i à la période t .

D'autre part, l'équation (3.2) mentionnée à la section précédente devient :

$$\left(\sum_{h \in \text{Amont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t} \right) \left(\sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{l \in L} (\phi_l - \Phi_i) Z_{l,i,t'} + \Phi_i \right) = Y_{i,j,t},$$

$$i \in V, j = \text{Aval}(i), t \in T,$$

où $0 \leq \Phi_i \leq 1$ représente le taux de compression initial au sommet i , qui prend une valeur de 1 lorsqu'il n'y a pas de concentration, et ϕ_l représente le taux de compression d'un concentrateur de type $l \in L$.

Le nouveau problème ainsi obtenu peut être formulé comme suit :

$$F = \min \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} \sum_{i \in V} f_{l,i,t} Z_{l,i,t} + \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} \sum_{(i,j) \in A} C_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t} \quad (3.10)$$

Sujet à :

$$\left(\sum_{h \in \text{Amont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t} \right) \left(\sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{l \in L} (\phi_l - \Phi_i) Z_{l,i,t'} + \Phi_i \right) = Y_{i,j,t}, \quad (3.11)$$

$i \in V, t \in T, j = \text{Aval}(i),$

$$Y_{i,j,t} \leq \sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{q \in Q} B_q X_{q,i,j,t'}, \quad (i, j) \in A, t \in T, \quad (3.12)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{l \in L} Z_{l,i,t} \leq 1, \quad i \in V, \quad (3.13)$$

$$X_{q,i,j,t} \geq 0 \text{ et entières}, \quad q \in Q, (i, j) \in A, t \in T, \quad (3.14)$$

$$Y_{i,j,t} \geq 0, \quad (i, j) \in A, t \in T, \quad (3.15)$$

$$Z_{l,i,t} \in \{0, 1\}, \quad l \in L, i \in V, t \in T, \quad (3.16)$$

où

- $X_{q,i,j,t}$ = nombre de câbles de type q , ajoutés entre le nœud i et le nœud j à la période t , $q \in Q$, $(i, j) \in A$, $t \in T$,
- $Z_{l,i,t} = 1$ si un concentrateur de type l est installé au nœud i à la période t , $i \in V$, $l \in L$, $t \in T$; 0, sinon.
- $Y_{i,j,t}$ est le flot transmis sur l'arc (i, j) à la période t , $(i, j) \in A$, $t \in T$.

Les contraintes de conservation de flot (3.11) établissent une relation entre le flot entrant d'un nœud (le flot provenant des nœuds en amont de ce dernier plus la demande locale) et le flot sortant (possiblement concentré). Deux cas peuvent se présenter. Dans le premier cas, aucun concentrateur n'est installé tout au long de l'horizon de planification (i.e., $\sum_{t \in T} \sum_{l \in L} Z_{l,i,t} = 0$ et $\sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{l \in L} (\phi_l - \Phi_i) Z_{l,i,t'} + \Phi_i = \Phi_i$), et

donc le flot sortant est égal au flot entrant multiplié par le taux de concentration initial

($\sum_{h \in A_{mont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t}$) $\Phi_i = Y_{i,j,t}$. Dans le second cas, un concentrateur est installé à

une période donnée t (i.e., $Z_{l,i,t} = 1$ et $\sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{l \in L} (\phi_l - \Phi_i) Z_{l,i,t'} + \Phi_i = \phi_l - \Phi_i + \Phi_i = \phi_l$),

et donc le flot sortant est égal au flot entrant multiplié par le taux de compression ϕ_l du concentrateur l installé ($\sum_{h \in A_{mont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t}$) $\phi_l = Y_{i,j,t}$. (3.12) exprime la capacité

requisse à chaque période $t \in T$. (3.13) assure qu'au plus un concentrateur parmi tous les types de concentrateurs est installé à un nœud donné i tout au long de l'horizon de planification. Notons que les variables $Z_{l,i,t}$ dans cette équation peuvent être considérées comme des variables de transition, dans le sens où elles indiquent si une transition à partir de l'état initial a eu lieu ou non pour un nœud donné.

Chapitre 4

Approche de résolution

4.1 Introduction

Le problème simplifié décrit à section 3.4 peut être décomposé en deux sous-problèmes à savoir **(1)** un problème d'installation de concentrateurs qui doit déterminer, pour chaque nœud du réseau les concentrateurs à installer et le moment où ces derniers doivent être installés et **(2)** un problème de dimensionnement qui nous permettra de décider pour chaque arc du réseau les types de câbles à installer et le moment où ces ajouts de capacité doivent prendre place afin de satisfaire la demande sur tout l'horizon de planification.

La structure arborescente du réseau, telle que présentée au chapitre 3, sera exploitée pour résoudre ce problème. L'approche de résolution que nous allons utiliser est une méthode itérative qui utilise une stratégie de décomposition par nœud. Cette méthode fait appel à un algorithme de programmation dynamique afin de résoudre les sous-problèmes de dimensionnement de câbles.

4.2 Procédure globale de résolution

La méthode développée pour résoudre le problème est un algorithme itératif, où de nouvelles décisions d'installation, basées sur des prix courants, sont prises au niveau de chaque nœud du réseau. L'algorithme s'arrête lorsqu'un état d'équilibre est atteint (i.e., lorsque les prix ne changent plus), ou lorsqu'on atteint un certain nombre d'itérations fixés au départ. Une solution correspond à l'affectation de concentrateurs

aux sommets et de câbles sur les arcs du réseau afin de satisfaire la demande, sur tout l'horizon de planification. Le coût de la solution correspond au coût d'installation total de ces équipements sur tout l'horizon. Etant donné une structure arborescente, telle celle illustrée à la figure 3.1, le coût total F est :

$$F = \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} \sum_{i \in V} f_{l,i,t} Z_{l,i,t} + \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} \sum_{(i,j) \in A} C_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t}.$$

Les sections 4.2.1 et 4.2.2. décrivent l'algorithme itératif. Chaque itération comporte deux phases : un balayage en aval de l'arborescence, qui permet de prendre des décisions d'installation au niveau de chaque sommet, suivi d'un balayage en amont, qui permet de mettre à jour les prix.

4.2.1 Balayage en aval de l'arborescence

À chaque itération k , des décisions d'installation locales sont prises au niveau de chaque nœud du réseau. Ceci est réalisé en commençant le traitement à partir des feuilles et en remontant progressivement jusqu'au nœud connecté directement au point d'accès central (balayage en aval). Les décisions touchent à l'installation d'un concentrateur au niveau de chaque nœud, et de câbles sur l'arc sortant afin d'acheminer le flot. Pour prendre les décisions d'installation appropriées, un nœud ne peut être traité que si tous les nœuds en amont ont déjà été traités. En supposant que nous connaissons le flot entrant à un nœud i (i.e., les décisions d'installation ont déjà été prises au niveau de tous les nœuds en amont de i), les décisions d'installation à l'itération k sont prises de façon à minimiser :

$$F_i^k = \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} f_{l,i,t} Z_{l,i,t} + \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} C_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t} + \sum_{t \in T} P_{j,t}^k Y_{i,j,t}, \quad i \in V \quad (4.1)$$

Cette équation se compose de trois éléments :

- Le premier élément représente le coût d'installation d'un concentrateur à une période donnée (notons qu'au plus une variable $Z_{l,i,t}$ peut prendre la valeur 1).
- Le second élément représente le coût d'installation des câbles pour acheminer le flot $Y_{i,j,t}$ sur l'arc sortant de i , où $j = \text{Aval}(i)$, $t \in T$.
- Le troisième élément représente le prix total chargé par le nœud $j = \text{Aval}(i)$ pour le flot qu'il reçoit via l'arc (i, j) , $t \in T$. Les prix $P_{j,t}^0$ sont d'abord mis à

$0, j \in V, t \in T$ et sont ensuite modifiés d'une itération à une autre afin de prendre de nouvelles décisions d'installation (nous expliciterons le calcul de ces prix dans la section 4.2.2).

Afin de minimiser F_i^k , nous considérons et évaluons le coût associé à l'installation de chaque type de concentrateur, à chacune des périodes. Il y a donc $(|L| * |T| + 1)$ alternatives si nous incluons la possibilité de ne pas installer de concentrateur. Avec le flot entrant, le type, le coût et la période d'installation du concentrateur, nous pouvons facilement calculer le flot sortant $Y_{i,j,t}$ sur l'arc $(i, j) \in A, t \in T$. Ainsi, nous pouvons évaluer le coût des câbles devant être installés pour acheminer le flot correspondant (second élément de F_i^k). Pour ce faire, nous résolvons un problème de dimensionnement de câbles afin de déterminer la combinaison de câbles la moins coûteuse devant être installée pour acheminer le flot. Ceci est réalisé à l'aide d'un algorithme exact de programmation dynamique [13], décrit à la section 4.5.

Une fois le problème de dimensionnement résolu, le prix chargé par le nœud j est facilement calculé, puisque le prix courant par unité de flot et le flot sortant sont connus pour chaque période de l'horizon de planification. Nous pouvons donc calculer F_i^k pour une installation particulière d'un concentrateur. Après avoir considéré toutes les alternatives d'installation de concentrateurs, la meilleure est retournée. Le pseudo-code ci-dessous récapitule la procédure pour un nœud donné i à une itération k , où la variable F_i^k est le coût d'installation actuel et F_i^{k*} est le coût de la meilleure installation.

Cette procédure prend deux paramètres en entrée, à savoir les prix par unité de flot $P_{j,t}^k, t \in T$, chargés à i par le nœud immédiatement en aval j , et les flots entrants $Y_{r,i,t}$ au nœud $i, r \in Amont(i), t \in T$. Comme indiqué précédemment, cette procédure n'est appliquée à un nœud i , qu'après avoir traité tous les nœuds en amont de ce dernier. Les instructions 1, 2 et 3 considèrent le cas où aucun concentrateur n'est installé. Ensuite l'instruction 4, considère tour à tour chacune des installations possibles de concentrateur.

1. $Y_{i,j,t} \leftarrow \sum_{r \in Amont(i)} Y_{r,i,t} + D_{i,t}, t \in T$.
2. Trouver les valeurs de $X_{q,i,j,t}, q \in Q, t \in T$, qui minimisent le coût des câbles

nécessaires pour acheminer le flot $Y_{i,j,t}$, $t \in T$.

$$3. F_i^{k*} \leftarrow \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} C_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t} + \sum_{t \in T} P_{j,t}^k Y_{i,j,t}.$$

4. Pour $l \in L$ faire

Pour $t \in T$ faire

{un concentrateur de type l est installé au nœud i à la période t }

$$4.1 Y_{i,j,t'} \leftarrow \sum_{r \in \text{Amont}(i)} Y_{r,i,t'} + D_{i,t'}, t' \in T.$$

$$4.2 Y_{i,j,t'} \leftarrow \phi_l Y_{i,j,t'}, t' \geq t, t' \in T.$$

4.3 Trouver les valeurs de $X_{q,i,j,t'}$, $q \in Q$, $t' \in T$, qui minimisent le coût des câbles nécessaires pour acheminer le flot $Y_{i,j,t'}$, $t' \in T$.

$$4.4 F_i^k \leftarrow f_{i,t} + \sum_{t' \in T} \sum_{q \in Q} C_{q,i,j,t'} X_{q,i,j,t'} + \sum_{t' \in T} P_{j,t'}^k Y_{i,j,t'}.$$

$$4.5 \text{ si } F_i^k < F_i^{k*} \text{ alors } F_i^{k*} \leftarrow F_i^k.$$

5. Retourner F_i^{k*} et ses installations correspondantes.

Après avoir traité tous les nœuds de cette façon, nous obtenons une solution, (i.e., une affectation de concentrateurs aux sommets et des câbles sur les arcs du réseau sur tout l'horizon de planification). Par conséquent, nous sommes en mesure de procéder à l'ajustement des prix (balayage en amont). Ceci sera décrit à la section suivante.

4.2.2 Balayage en amont de l'arborescence

Une fois que le balayage en aval à une itération k a été complété et que les décisions d'installation ont été prises à chaque nœud du réseau, nous procédons à un balayage en amont à partir du nœud connecté directement au point d'accès central jusqu'aux feuilles. Le but de cette phase est de mettre à jour les prix courants pour générer ceux qui seront utilisés à l'itération suivante ($P_{j,t}^{k+1}$, $j \in V$, $t \in T$). Comme on l'a vu, le nœud j charge aux nœuds qui sont immédiatement en amont un prix $P_{j,t}$ par unité de flot qui lui est envoyé à la période t . Les nouveaux prix par unité de flot à l'itération suivante $k + 1$ sont déterminés comme suit :

$$P_{j,t}^{k+1} = \frac{\sum_{l \in L} f_{l,j,t} Z_{l,j,t}^{k*} + \sum_{q \in Q} C_{q,j,r,t} X_{q,j,r,t}^{k*} + P_{r,t}^{k+1} Y_{j,r,t}^{k*}}{\sum_{i \in \text{Amont}(j)} Y_{i,j,t}^{k*} + D_{j,t}}, r = \text{Aval}(j), j \in V, t \in T. (4.2)$$

Dans cette équation, le numérateur représente le coût associé au nœud j à la période t , où Z^{k*} , X^{k*} et Y^{k*} sont les valeurs des variables dans la solution obtenue à la fin du balayage en aval. Afin de mettre à jour le prix par unité de flot au nœud j , on a besoin du prix mis à jour du nœud immédiatement en aval r . Donc, on ne peut traiter un nœud donné qu'après avoir traité tous les nœuds qui sont en aval. Le dénominateur représente le flot total supporté par le nœud j , soit la somme de la demande locale et du flot entrant, en provenance des nœuds immédiatement en amont. Ainsi, le nœud j charge à chacun des nœuds immédiatement en amont, pour toute unité de flot envoyée par ces derniers, ce qu'il lui en coûte en moyenne pour traiter cette unité. Notons toutefois que le point d'accès central est un nœud particulier, car il ne charge rien aux nœuds immédiatement en amont. L'exemple de la figure 4.1, basé sur une seule période $t = 1$ permet de mieux comprendre la méthode de calcul du prix chargé par un nœud aux nœuds immédiatement en amont à une itération donnée k . Nous considérons dans cet exemple que le balayage en aval est complété et que les installations (concentrateurs et câbles) à chaque nœud du réseau, ainsi que le flot sur chaque arc, sont connus.

Analysons tout d'abord comment on calcule le prix que le nœud S_1 charge aux nœuds immédiatement en amont. Nous supposons que le coût des équipements installés au nœud S_1 (concentrateur et câbles) est $C_{S_1} = 100$, la demande locale est $D = 20$ et le flot provenant des deux nœuds en amont est 10 et 20 unités, respectivement. Nous pouvons déduire que le flot entrant au nœud S_1 est la somme du flot provenant des nœuds immédiatement en amont et de la demande locale, soit : $Flt_{S_1} = 20 + 10 + 20 = 50$. Vu que le flot sortant est de 20, il est clair qu'un concentrateur est installé au nœud S_1 . Donc, le prix par unité de flot que S_1 va charger aux nœuds immédiatement en amont est égal à la somme des coûts des équipements $C_{S_1} = 100$ plus le prix que lui charge le nœud immédiatement en aval (qui est nul ici car le nœud S_1 est directement connecté au point d'accès central). En divisant le tout par le flot entrant $Flt_{S_1} = 50$, on obtient : $P_{S_1,1}^{k+1} = 100/50 = 2/\text{unité de flot}$. Ensuite, le prix total chargé par le nœud S_1 , aux nœuds immédiatement en amont est distribué au prorata du flot envoyé par chacun, soit $2 * 10 = 20$ dans le cas de S_2 et $2 * 20 = 40$ dans le cas de S_3 . Un prix de $2 * 20 = 40$ est associé à la demande

locale. Si nous additionnons ces trois valeurs, nous obtenons $20 + 40 + 40 = 100$, le coût associé au nœud S_1 . Une fois ce calcul terminé, nous pouvons traiter les nœuds $S_2, S_3 \in Amont(S_1)$. De la même manière, le prix par unité de flot que S_2 va charger aux nœuds immédiatement en amont est égal à la somme des coûts des équipements installés, que nous assumons ici égale à $C_{S_2} = 200$, plus le prix total que le nœud immédiatement en aval lui charge, soit 20. En divisant le tout par le flot entrant $Flt_{S_2} = 10 + 20 + 10 = 40$, on obtient : $P_{S_2,1}^{k+1} = (200 + 20)/40 = 5.5/$ unité de flot. Le prix total chargé par le nœud S_2 aux nœuds $S_4, S_5 \in Amont(S_2)$ est donc de $10 * 5.5 = 55$. Un prix de $20 * 5.5 = 110$ est aussi associé à la demande locale du nœud S_2 . Une fois encore, nous avons $55 + 55 + 110 = 200 + 20 = 220$. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que chaque nœud du réseau soit traité.

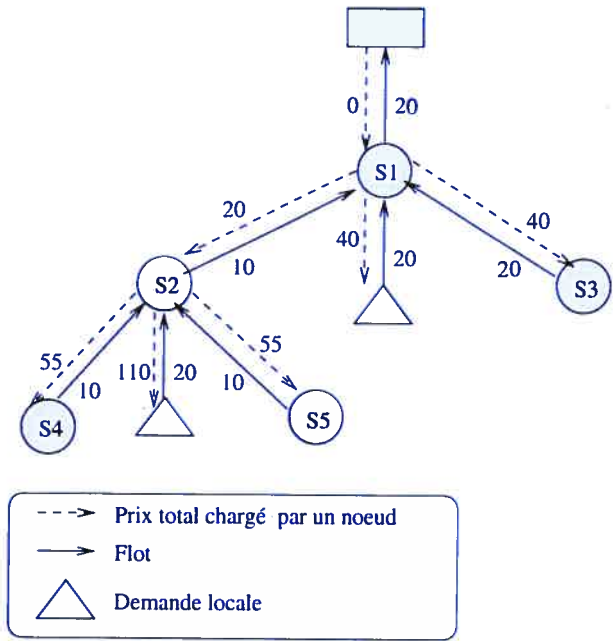


FIG. 4.1 – Le calcul des prix pour le balayage en aval

4.3 L'algorithme itératif

Dans cette section, nous décrivons l'algorithme au complet, où K_{max} est un nombre fixe d'itérations :

1. $k \leftarrow 0$
2. Indicateur $\leftarrow 0$.
3. $P_{j,t}^0 \leftarrow 0, j \in V, t \in T$.
4. Tant que ($k \leq K_{max}$) et (*Indicateur* = 0) faire
 - 4.1 Balayage en aval pour générer une solution basée sur les prix $P_{j,t}^k$,
 $j \in V, t \in T$.
 - 4.2 Balayage en amont pour générer $P_{j,t}^{k+1}, j \in V, t \in T$.
 - 4.3 Si $P_{j,t}^k = P_{j,t}^{k+1}, j \in V, t \in T$ alors
Indicateur $\leftarrow 1$.
sinon
 $P_{j,t}^k \leftarrow P_{j,t}^{k+1}, j \in V, t \in T$.
 $k \leftarrow k + 1$.
5. Retourner la meilleure solution trouvée.

Il faut noter que cet algorithme termine après un nombre maximal d'itérations K_{max} ou dès que des prix identiques sont obtenus pour deux itérations consécutives (car, dans une telle situation, la solution ne peut plus changer par la suite).

4.4 Une approche de résolution alternative

Une deuxième approche de résolution a été conçue pour résoudre ce problème, mais n'a pas été implémentée en pratique. Chaque itération est ici beaucoup moins longue et moins coûteuse, et pourrait permettre la résolution du modèle général présenté à la section 3.3, où plusieurs changements de concentrateur sont permis sur un même sommet sur l'ensemble des périodes de l'horizon de planification. Mais tous ces avantages sont réalisés au détriment de l'exactitude, car l'évaluation des coûts est approximative. À la différence de la première alternative de résolution, l'idée est

de découpler les décisions de concentration et les décisions de dimensionnement à chaque sommet. Ainsi, lors du balayage en aval, au lieu de résoudre un problème de dimensionnement de câbles pour chacune des $(|L| * |T| + 1)$ installations possibles de concentrateur, on approxime le coût du dimensionnement en utilisant celui provenant de l'itération précédente. Ainsi le coût associé à la décision d'installer un concentrateur de type l à la période t au nœud i et des câbles sur l'arc sortant est la somme du coût du concentrateur l au nœud, du coût d'installation des câbles sur le lien sortant du nœud (obtenu de l'itération précédente), et le prix total chargé par le nœud j pour le flot sur l'arc (i, j) , $t \in T$, $j = Aval(i)$. Une fois que la meilleure décision de concentration est prise sur cette base, on résout alors une seule fois le problème de dimensionnement de façon exacte à l'aide de l'algorithme de programmation dynamique de Christine Dupuis [13]. Le pseudo-code ci-dessous récapitule la procédure pour un nœud donné i à une itération k , où X^{k-1} représentent les valeurs des variables d'installation de câbles dans la solution obtenue à l'itération $k - 1$. La variable F_i^k est le coût d'installation actuel et F_i^{k*} est le coût de la meilleure installation.

Cette procédure n'est appliquée au nœud i qu'après avoir traité tous les nœuds en amont. Les instructions 1, 2 et 3 considèrent le cas où aucun concentrateur n'est installé. L'instruction 4, traite tour à tour chacune des installations possibles de concentrateur (i.e., pour chaque type de concentrateur $l \in L$ à chaque période $t \in T$).

1. $Y_{i,j,t} \leftarrow \sum_{r \in Amont(i)} Y_{r,i,t} + D_{i,t}$, $t \in T$.

2. $F_i^{k*} \leftarrow \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} C_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t}^{k-1} + \sum_{t \in T} P_{j,t}^k Y_{i,j,t}$.

3. Pour $l \in L$ faire

Pour $t \in T$ faire

{un concentrateur de type l est installé au nœud i à la période t }

- 3.1 $Y_{i,j,t'} \leftarrow \sum_{r \in Amont(i)} Y_{r,i,t'} + D_{i,t'}$, $t' \in T$.

- 3.2 $Y_{i,j,t'} \leftarrow \phi_l Y_{i,j,t'}$, $t' \geq t$, $t' \in T$.

- 3.3 $F_i^k \leftarrow f_{l,i,t} + \sum_{t' \in T} \sum_{q \in Q} C_{q,i,j,t'} X_{q,i,j,t'}^{k-1} + \sum_{t' \in T} P_{j,t'}^k Y_{i,j,t'}$.

- 3.4 si $F_i^k < F_i^{k*}$ alors $F_i^{k*} \leftarrow F_i^k$.

4. Trouver les valeurs $X_{q,i,j,t}^*$, $q \in Q$, $t \in T$, qui minimisent le coût des câbles nécessaires pour acheminer le flot $Y_{i,j,t}^*$, $t \in T$.
5. $F_i^{k*} \leftarrow f_{i^*,i,t^*} + \sum_{t' \in T} \sum_{q \in Q} C_{q,i,j,t'} X_{q,i,j,t'}^* + \sum_{t' \in T} P_{j,t'}^k Y_{i,j,t'}^*$.
6. Retourner F_i^{k*} et ses installations correspondantes.

Après avoir traité tous les nœuds de cette façon, nous obtenons une solution, (i.e., l'affectation de concentrateurs aux sommets et de câbles sur les arcs du réseau sur tout l'horizon de planification). Par conséquent, nous sommes en mesure de procéder à l'ajustement des prix comme décrit à la section 4.2.2.

4.5 Algorithme de programmation dynamique

Nous décrivons ici l'algorithme de programmation dynamique de Dupuis [13] permettant de résoudre de façon exacte les sous-problèmes de dimensionnement de câbles. De façon à rester cohérent avec la terminologie utilisée dans [13], nous entendons dans la suite par installation un arc du réseau auquel on ajoute des équipements (câbles) de différentes capacités. Une demande correspond à la quantité de flot qui doit être accommodé sur un arc.

Soit une installation de capacité initiale I_0 au début de l'horizon de planification et une demande D_t qui doit être satisfaite à chaque période t ($1 \leq t \leq T$) de cet horizon. Pour répondre à cette demande, nous disposons de $|Q|$ types d'équipements différents. À chaque période t de l'horizon, l'équipement de type q ($1 \leq q \leq |Q|$) de capacité B_q a un coût C_{qt} non négatif. Enfin, la variable de décision X_{qt} correspond au nombre d'équipements de type q à ajouter à cette installation à la période t . À partir des variables et des données définies ci-haut, un sous problème peut être défini pour chaque installation de la façon suivante :

Minimiser

$$\sum_{q=1}^{|Q|} \sum_{t=1}^T C_{qt} X_{qt} \quad (4.3)$$

sujet à :

$$I_0 + \sum_{q=1}^{|Q|} \sum_{t'=1}^t B_q X_{qt'} \geq D_t, \quad t = 1 \dots T \quad (4.4)$$

$$X_{qt} \geq 0 \text{ et entiers} \quad (4.5)$$

Ce modèle correspond à un problème de sac à dos multi-contraintes puisque la contrainte (4.4) doit être définie pour chaque période t . L'objectif (4.3) consiste à minimiser le coût total des équipements à installer au cours de l'horizon de planification tout en s'assurant que la demande à chaque période soit couverte compte tenu de la capacité initialement disponible à cette installation (4.4). La résolution doit être faite en nombre entiers (4.5) puisqu'il s'agit d'un nombre de pièces d'équipements.

Ce problème de dimensionnement est résolu par programmation dynamique dans un graphe dirigé, où les nœuds correspondent à des états et les arcs à des transitions. Un état est défini comme étant la capacité résiduelle de l'installation à une période donnée (c'est-à-dire la capacité non encore utilisée) et les transitions représentent des ajouts de capacité. Trouver le plan d'expansion de coût minimal pour une installation équivaut à trouver le plus court chemin allant de l'état initial à un état final commun à tous les états à la fin de l'horizon de planification. Puisque les équipements doivent être utilisés dès leur installation, la plus grande valeur que peut prendre la capacité résiduelle est limitée par la capacité du plus gros équipement disponible B_{Q_g} . Si on note par r la capacité résiduelle, on a donc $0 \leq r \leq B_{Q_g} - 1$. Nous notons $CO_{t+1}(r')$ le coût minimal des ajouts de capacité permettant de satisfaire toutes les demandes jusqu'à la fin de l'horizon de planification à partir d'un niveau de capacité résiduelle r' , et $CM_{t+1}(d_{t+1} + r' - r)$ le coût minimal de l'ajout de capacité correspondant à la transition d'un niveau de capacité résiduelle r à la fin de la période t à un niveau r' à la fin de la période $t + 1$ permettant de satisfaire la demande incrémentale

$d_{t+1} = D_{t+1} - D_t$ à la période $t + 1$. L'équation de récurrence s'écrit alors comme suit :

$$CO_t(r) = \min_{0 \leq r' \leq (B_{Q_g} - 1)} (CM_{t+1}(d_{t+1} + r' - r) + CO_{t+1}(r')) \quad (4.6)$$

pour $0 \leq t \leq T - 1$ et $0 \leq r \leq (B_{Q_g} - 1)$.

Un algorithme de programmation dynamique est utilisé pour trouver la solution optimale $CO_0^*(0)$.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux

5.1 Introduction

Des tests expérimentaux ont été réalisés afin d'évaluer l'efficacité et la performance de l'approche de résolution proposée. Dans ce chapitre, nous commençons par présenter les différents types de problèmes considérés, tout en expliquant le choix des types d'arborescence utilisés, le nombre de périodes ainsi que le choix des types d'équipements. Nous justifions par la suite le choix des critères qui nous ont permis de générer les différentes structures de coûts.

Finalement, nous donnons des détails sur la mise en œuvre, et terminons ce chapitre par une analyse des différents résultats numériques que nous présentons sous forme de tableaux et de graphiques.

5.2 Définition des problèmes

Notons tout d'abord que le choix des problèmes n'a pas été fait de façon aléatoire. Les instances ont été générées de sorte qu'elles représentent différents types de réseaux locaux, avec une demande qui augmente de façon progressive et des coûts d'équipements qui tiennent compte de l'obsolescence et des économies d'échelle.

5.2.1 Taille des problèmes

On a considéré trois types de réseaux de taille différente à savoir des réseaux composés de 16 nœuds avec une profondeur égale à 3, 90 nœuds avec une profondeur

égale à 6 et 110 nœuds, avec une profondeur égale à 9. Pour que notre échantillon soit plus significatif, nous avons généré trois instances différentes pour chaque type de réseaux. Nous avons considéré une première structure d'arbre équilibrée où tous les nœuds de l'arborescence avaient le même nombre de fils, ensuite une deuxième structure où le nombre de nœuds fils augmente à mesure qu'on s'éloigne du point d'accès central et finalement une structure où le nombre de nœuds diminue à mesure qu'on s'éloigne du point d'accès central.

5.2.2 Horizon de planification

Concernant l'horizon de planification, nous avons considéré un horizon de 4 périodes ($T = 4$), ce qui semble être suffisamment long pour tester les différents problèmes décrits à la section 5.2.1.

5.2.3 Types d'équipements

Quatre types différents de câbles ($|Q| = 4$) ont été considérés, soit des $STM - 1$, $STM - 4$, $STM - 16$, $STM - 64$, de capacité 1, 4, 16 et 64 unités respectivement, ainsi que trois types différents de concentrateurs, soit $C - 0.6$, $C - 0.4$, $C - 0.25$, avec un taux de compression de 60%, 40% et 25% respectivement. Les coûts des équipements ont été générés selon trois dimensions.

Obsolescence. Différents modèles d'obsolescence des coûts ont été générés afin de diversifier le champ d'expérimentations. Un modèle d'obsolescence représente l'évolution de la diminution des coûts des équipements tout au long de l'horizon de planification. Dans notre cas, nous avons choisi six modèles d'obsolescence pour les câbles, tels qu'illustrés au tableau 5.1, à savoir des modèles où les variations de coût restent constantes d'une période à une autre (e.g., une variation d'une unité entre chaque période de planification, appelé modèle "1-1-1" et une variation de deux unités entre chaque période de planification, appelé modèle "2-2-2"); d'autres modèles où les variations étaient très fortes au cours des premières périodes et plus atténuées pour les dernières périodes de planification (e.g., une variation de six unités entre la première et la deuxième période, suivie d'une variation de deux unités entre la deuxième et la troisième période et d'une variation d'une unité entre la troisième et la quatrième pé-

riode, appelé modèle "6-2-1"); et finalement, des modèles où les variations sont faibles dans les premières périodes et plus fortes dans les dernières périodes de planification (e.g., une variation d'une unité entre la première et la deuxième période suivie d'une variation de deux unités entre la deuxième et la troisième période, et d'une variation de six unités entre la troisième et la quatrième période, appelé modèle "1-2-6"). On considère aussi les modèles "1-2-3" et "3-2-1". Economiquement ces modèles se justifient par l'apparition de nouvelles technologies sur le marché.

TAB. 5.1 – Variation des coûts d'une période à une autre

Modèle	Période 1 ← Période 2	Période 2 ← Période 3	Période 3 ← Période 4
1-1-1	1	1	1
2-2-2	2	2	2
1-2-3	1	2	3
3-2-1	3	2	1
1-2-6	1	2	6
6-2-1	6	2	1

Économies d'échelle. Pour chaque période, des économies d'échelle sont associées à l'augmentation du taux de compression des concentrateurs et de la capacité des câbles. Pour les câbles par exemple, le coût de chaque type de câble n'est pas directement proportionnel à sa capacité. Ainsi, le coût d'un certain type de câble ne sera pas nécessairement le double du coût d'un autre type de câbles même si ce rapport existe entre la capacité des deux types.

Coût des concentrateurs versus câbles. Cette dimension représente le rapport entre les coûts des câbles et ceux des concentrateurs. Trois type de rapports de coûts concentrateur/câble ont été utilisés, en l'occurrence le rapport *élevé* où les coûts des concentrateurs sont élevés relativement à ceux des câbles (peu de concentrateurs seront installés dans une solution); le rapport *faible* où le coût des concentrateurs est relativement faible par rapport à celui des câbles (un plus grand nombre de concentrateurs seront installés dans une solution); et le rapport *moyen*, qui se situe entre faible et fort. Les tableaux ci-dessous illustrent respectivement, les coûts des équipements sur tout l'horizon de planification pour les trois rapports de coûts concentrateur/câble, *élevé*, *moyen* et *faible*, pour le modèle d'obsolescence "1-2-3". Les coûts associés aux autres modèles d'obsolescence peuvent être facilement dérivés à partir

des coûts observés à la période 1.

TAB. 5.2 – Rapport de coûts concentrateur/câble *élevé*

Capacité du câble (unités)	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4
1	11	10	8	5
4	29	26	20	11
16	83	74	56	29
64	249	218	164	83
Taux du concentrateur				
0.6	300	200	125	75
0.4	400	260	165	95
0.25	500	340	215	125

TAB. 5.3 – Rapport de coûts concentrateur/câble *moyen*

Capacité du câble (unités)	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4
1	11	10	8	5
4	29	26	20	11
16	83	74	56	29
64	249	218	164	83
Taux du concentrateur				
0.6	200	130	80	50
0.4	270	180	100	60
0.25	350	250	140	75

TAB. 5.4 – Rapport de coûts concentrateur/câble *faible*

Capacité du câble (unités)	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4
1	11	10	8	5
4	29	26	20	11
16	83	74	56	29
64	249	218	164	83
Taux du concentrateur				
0.6	140	90	50	30
0.4	180	120	65	40
0.25	240	150	85	50

Notons finalement, que pour les câbles et les concentrateurs, nous avons pris $C_{q,i,j,t} = C_{q,t}$, pour tout $(i, j) \in A$, $q \in Q$, $t \in T$, et $f_{l,i,t} = f_{l,t}$ pour tout $i \in V$, $l \in L$, $t \in T$. Ainsi ces deux coûts sont respectivement indépendants des arcs sur lesquels les câbles sont installés et des nœuds sur lesquels les concentrateurs sont installés. De plus, nous considérons que le réseau ne comporte aucune concentration initiale (i.e., $\Phi_i = 1, \forall i \in V$).

5.3 Détails de la mise en œuvre

5.3.1 Instances générées

Avec 9 arbres différents et 18 structures de coût (6 modèles d'obsolescence et 3 rapports), un total de 162 instances ont été générées.

5.3.2 Choix des critères d'arrêt de l'heuristique

Comme nous l'avons évoqué au chapitre précédent, notre heuristique est un algorithme itératif. Par conséquent, nous avons choisi deux critères d'arrêt pour cette heuristique. Le premier critère consiste à arrêter l'algorithme lorsque «les prix» ne changent plus d'une itération à une autre. Cependant, si les prix ne se stabilisent pas, nous arrêtons l'algorithme après un certain nombre d'itérations. Dans notre cas, et après plusieurs cas d'expérimentations, nous avons décidé de fixer ce nombre d'itérations à cinquante ($K_{max} = 50$), ce qui est amplement suffisant pour observer une convergence de toutes les instances de notre banc d'essai.

5.3.3 Lissage

Après plusieurs exécutions de notre heuristique, nous avons constaté une certaine instabilité des prix avec des variations brusques d'une itération à une autre. D'où l'idée d'intégrer un processus de lissage permettant d'alléger ces variations. Ainsi, à une itération donnée k où les deux balayages ont été complétés, le prix utilisé à l'itération $k+1$ consistera en une combinaison de deux éléments, à savoir le prix $P_{j,t}^{k+1}$, $j \in V$, $t \in T$, généré lors du balayage en amont et le prix courant $P_{j,t}^k$, $j \in V$, $t \in T$, utilisé lors du balayage en aval (ce dernier représente l'historique). La combinaison dépend du paramètre de lissage $0 \leq \alpha \leq 1$, soit :

$$P_{j,t}^{k+1} \leftarrow \alpha * P_{j,t}^{k+1} + (1 - \alpha) * P_{j,t}^k, \quad j \in V, t \in T.$$

Notons qu'avec l'utilisation du lissage, le critère d'arrêt de l'algorithme demande maintenant que les changements de prix d'une itération à une autre soient plus petits ou égaux à une certaine valeur ϵ . Contrairement à la première approche sans lissage,

les prix peuvent maintenant changer même après que deux solutions consécutives identiques aient été générées, à cause de la composante «historique». Dans notre cas nous avons fixé ϵ à 0.001.

Notre algorithme a été appliqué à toutes les instances en utilisant trois valeurs pour le facteur de lissage, soit $\alpha = 0.1$ qui s'interprète par une faible contribution du prix courant (10%) et une forte contribution de l'historique (90%) dans le prix; ensuite $\alpha = 0.5$ où le prix courant et l'historique ont le même poids, et un facteur α avec une valeur égale à 1, qui signifie que l'historique n'est pas tenu en compte (pas de lissage).

5.4 Résultats numériques

Le programme a été codé en $C++$ et les tests ont été effectués sur une machine Pentium IV 2.4 Ghz, 1024RAM. Les résultats numériques ont été réalisés en deux phases. Dans une première phase d'expérimentation, toutes les topologies d'arborescences ont été considérées, mais la structure de coûts a été fixée en utilisant le modèle d'obsolescence "1-2-3" et le rapport concentrateur/câble *faible*. Cette première phase d'expérimentation a pour but d'étudier l'effet de certains paramètres sur le comportement de l'algorithme, en particulier la taille du réseau et le facteur de lissage α . Dans la deuxième phase d'expérimentation, toutes les structures de coûts ont été utilisées, mais seulement pour les plus «gros» problèmes (i.e., arborescence avec 110 nœuds).

5.4.1 Première phase d'expérimentation

Les résultats obtenus avec le modèle d'obsolescence "1-2-3" et le rapport de coût concentrateur/câble *faible* sont présentés dans les tableaux 5.5, 5.6 et 5.7, avec les trois valeurs du facteur de lissage $\alpha = 1, 0.5$ et 0.1 , respectivement. Etant donné que notre jeu de tests comporte trois instances pour chaque type de problème, l'information contenue dans chaque tableau représente une moyenne des trois instances. La première valeur est le pourcentage d'amélioration P de la meilleure solution trouvée par rapport à la solution initiale (celle obtenue avec les prix fixés à 0); la deuxième valeur est le numéro d'itération It ayant permis de produire la meilleure solution;

la troisième valeur est le temps nécessaire pour trouver la meilleure solution T^* ; la dernière valeur est le temps d'exécution total T .

TAB. 5.5 – Résultats numériques avec $\alpha = 1$

Taille du réseau		
$ V =16$	$ V =90$	$ V =110$
$P=2\%$	$P=5.2\%$	$P=4.4\%$
$It=2$	$It=3$	$It=4$
$T^* = 0.08 \text{ s}$	$T^* = 0.685 \text{ s}$	$T^* = 1.04 \text{ s}$
$T = 2 \text{ sec}$	$T = 11.4 \text{ sec}$	$T = 13 \text{ s}$

TAB. 5.6 – Résultats numériques avec $\alpha = 0.5$

Taille du réseau		
$ V =16$	$ V =90$	$ V =110$
$P=2\%$	$P=5.5\%$	$P=4.5\%$
$It=2$	$It=3$	$It=5$
$T^* = 0.08 \text{ s}$	$T^* = 0.68 \text{ s}$	$T^* = 1.32 \text{ s}$
$T = 2 \text{ s}$	$T = 11.3 \text{ s}$	$T = 13.2 \text{ s}$

TAB. 5.7 – Résultats numériques avec $\alpha = 0.1$

Taille du réseau		
$ V =16$	$ V =90$	$ V =110$
$P=2\%$	$P=5.5\%$	$P=5.5\%$
$It=2$	$It=6$	$It=9$
$T^* = 0.08 \text{ s}$	$T^* = 1.36 \text{ s}$	$T^* = 2.43 \text{ s}$
$T = 2 \text{ s}$	$T = 11.3 \text{ s}$	$T = 13.5 \text{ s}$

Dans un premier temps, nous constatons une amélioration substantielle par rapport à la solution initiale, variant autour de 5% pour les problèmes de taille 90 et 110. Nous pouvons également constater que le temps d'exécution croît linéairement, en comparant le temps d'exécution des petits problèmes à 16 nœuds qui tourne autour de 2 secondes, avec celui des problèmes à 90 nœuds qui tourne autour de 11 secondes et celui des problèmes à 110 nœuds qui est de 13.5 secondes environ. Cela peut s'expliquer par l'utilisation d'une méthode où nous résolvons un sous problème local, à chacun des nœuds, et ce, indépendamment des autres nœuds du réseau. Pour les petits problèmes à 16 nœuds, nous remarquons que la solution ne change pas malgré les modifications apportées à la valeur du facteur de lissage α , et le pourcentage

d'amélioration est faible à 2%. De plus, la meilleure solution est obtenue en deux itérations en moins d'une seconde, avec un temps d'exécution total qui tourne autour de deux secondes. Ces résultats s'expliquent par la petite taille de ces problèmes.

Bien que l'introduction du lissage ne permette pas toujours d'obtenir de meilleures solutions, nous constatons qu'il permet à l'algorithme d'explorer plus de solutions différentes avant d'atteindre la meilleure solution (descente plus progressive). Ainsi, pour les réseaux à 90 nœuds et 110 nœuds, lorsqu'on diminue la valeur du facteur de lissage α , le numéro de l'itération à laquelle la meilleure solution est trouvée augmente (e.g. pour le réseau à 110 nœuds, $It=4$ lorsque $\alpha=1$, $It=5$ lorsque $\alpha=0.5$ et $It=9$ lorsque $\alpha=0.1$). La génération de solutions différentes est très intéressante si on considère notre algorithme comme une procédure de base qui sera intégrée au sein d'une méthode de recherche plus globale, capable d'exploiter ces différentes solutions (e.g., comme points de départ dans une approche de type "multi-start").

5.4.2 Deuxième phase d'expérimentation

Dans cette deuxième phase, nous considérons toutes les structures de coûts générées à partir des six modèles d'obsolescences et des trois rapports de coût concentrateur/câble, mais seulement pour les plus «gros» problèmes (i.e., arborescence avec 110 nœuds).

TAB. 5.8 - Résultats numériques avec $\alpha = 1$

Rapport	modèle d'obsolescence					
	1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
élevé	$P=8.7\%$ $It=3$ $T^*=0.912$ s $T=15.2$ s	$P=6\%$ $It=4$ $T^*=1.088$ s $T=13.6$ s	$P=7\%$ $It=5$ $T^*=1.39$ s $T=13.87$ s	$P=7.1\%$ $It=5$ $T^*=1.39$ s $T=13.89$ s	$P=4\%$ $It=4$ $T^*=1.12$ s $T=14.01$ s	$P=5.8\%$ $It=4$ $T^*=1.12$ s $T=13.97$ s
moyen	$P=5.6\%$ $It=4$ $T^*=1.1$ s $T=14.9$ s	$P=5\%$ $It=4$ $T^*=1.073$ s $T=13.413$ s	$P=6.9\%$ $It=6$ $T^*=1.59$ s $T=13.26$ s	$P=6.5\%$ $It=6$ $T^*=1.59$ s $T=13.28$ s	$P=5\%$ $It=4$ $T^*=1.078$ s $T=13.47$ s	$P=6.5\%$ $It=6$ $T^*=1.62$ s $T=13.48$ s
faible	$P=4\%$ $It=3$ $T^*=0.866$ s $T=14.5$ s	$P=4.4\%$ $It=4$ $T^*=1.076$ s $T=13.447$ s	$P=5.4\%$ $It=5$ $T^*=1.36$ s $T=13.6$ s	$P=4.4\%$ $It=5$ $T^*=1.38$ s $T=13.75$ s	$P=4.4\%$ $It=4$ $T^*=1.08$ s $T=13.51$ s	$P=4.4\%$ $It=4$ $T^*=1.07$ s $T=13.43$ s

TAB. 5.9 - Résultats numériques avec $\alpha = 0.5$

Rapport	modèle d'obsolescence					
	1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
élevé	$P=9\%$ $It=6$ $T^*=1.68$ s $T=14$ s	$P=6\%$ $It=5$ $T^*=1.38$ s $T=13.855$ s	$P=7\%$ $It=6$ $T^*=1.66$ s $T=13.87$ s	$P=7.3\%$ $It=7$ $T^*=1.96$ s $T=13.974$ s	$P=6\%$ $It=5$ $T^*=1.4$ s $T=14.01$ s	$P=6.3\%$ $It=6$ $T^*=1.7$ s $T=14.13$ s
moyen	$P=5.3\%$ $It=4$ $T^*=1.064$ s $T=13.3$ s	$P=5\%$ $It=4$ $T^*=1.0608$ s $T=13.26$ s	$P=6.9\%$ $It=6$ $T^*=1.6$ s $T=13.36$ s	$P=6\%$ $It=6$ $T^*=1.6$ s $T=13.41$ s	$P=5\%$ $It=4$ $T^*=1.08$ s $T=13.46$ s	$P=6.5\%$ $It=6$ $T^*=1.65$ s $T=13.77$ s
faible	$P=4.7\%$ $It=3$ $T^*=0.834$ s $T=13.9$ s	$P=4.5\%$ $It=5$ $T^*=1.3481$ s $T=13.481$ s	$P=6.5\%$ $It=6$ $T^*=1.62$ s $T=13.46$ s	$P=5.5\%$ $It=5$ $T^*=1.34$ s $T=13.4$ s	$P=4.5\%$ $It=5$ $T^*=1.38$ s $T=13.79$ s	$P=5.5\%$ $It=5$ $T^*=1.35$ s $T=13.52$ s

Dans les tableaux 5.8, 5.9 et 5.10, nous pouvons constater qu'en passant d'un rapport de coûts concentrateur/câble *faible* vers un rapport *élevé*, l'amélioration par rapport à la solution initiale tend généralement à augmenter. Nous constatons aussi, tout comme dans la première phase d'expérimentation, que l'utilisation du facteur de lissage permet d'explorer des solutions différentes. Par contre, le modèle d'obsolescence semble avoir peu d'impact sur la méthode. Il faut aussi mentionner que dans certaines instances, l'amélioration par rapport à la solution initiale atteint maintenant des valeurs plus importantes, parfois de l'ordre de 9%. Pour terminer, nous

TAB. 5.10 – Résultats numériques avec $\alpha = 0.1$

Rapport	modèle d'obsolescence					
	1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
élevé	$P=6\%$ $It=15$ $T^*=4.44$ s $T=14.8$ s	$P=6\%$ $It=10$ $T^*=2.8016$ s $T=14.008$ s	$P=6\%$ $It=9$ $T^*=2.48$ s $T=13.79$ s	$P=6.6\%$ $It=12$ $T^*=3.35$ s $T=13.94$ s	$P=6\%$ $It=10$ $T^*=2.82$ s $T=14.09$ s	$P=5.6\%$ $It=10$ $T^*=1.12$ s $T=13.97$ s
moyen	$P=5.3\%$ $It=14$ $T^*=3.724$ s $T=13.3$ s	$P=4.4\%$ $It=5$ $T^*=1.33$ s $T=13.3$ s	$P=5.5\%$ $It=5$ $T^*=1.35$ s $T=13.46$ s	$P=5\%$ $It=5$ $T^*=1.35$ s $T=13.55$ s	$P=4.4\%$ $It=5$ $T^*=1.36$ s $T=13.57$ s	$P=5.5\%$ $It=5$ $T^*=1.37$ s $T=13.67$ s
faible	$P=5\%$ $It=11$ $T^*=3.564$ s $T=16.2$ s	$P=5.5\%$ $It=9$ $T^*=2.414$ s $T=13.413$ s	$P=5\%$ $It=5$ $T^*=1.34$ s $T=13.38$ s	$P=4\%$ $It=4$ $T^*=1.08$ s $T=13.51$ s	$P=5.5\%$ $It=9$ $T^*=2.43$ s $T=13.51$ s	$P=4\%$ $It=4$ $T^*=1.09$ s $T=13.69$ s

présentons des graphes qui montrent l'évolution des solutions au fil des itérations, et ce, pour différentes valeurs du facteur de lissage α (voir figures 5.1 et 5.2).

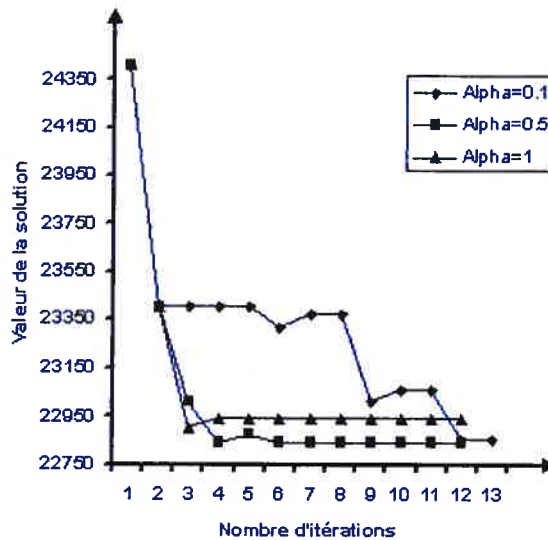


FIG. 5.1 – Problèmes avec 110 nœuds - modèle d'obsolescence "1-2-3"

Dans les deux graphes, nous remarquons que l'algorithme converge plus rapidement vers une meilleure solution lorsqu'il n'y a pas de lissage ($\alpha = 1$), et se stabilise plus rapidement. En effet, quand il y a lissage, la descente est plus progressive et on aboutit en bout de ligne à des solutions différentes de celles obtenues avec la méthode sans lissage (mais pas nécessairement meilleures). Il faut noter que sans lissage,

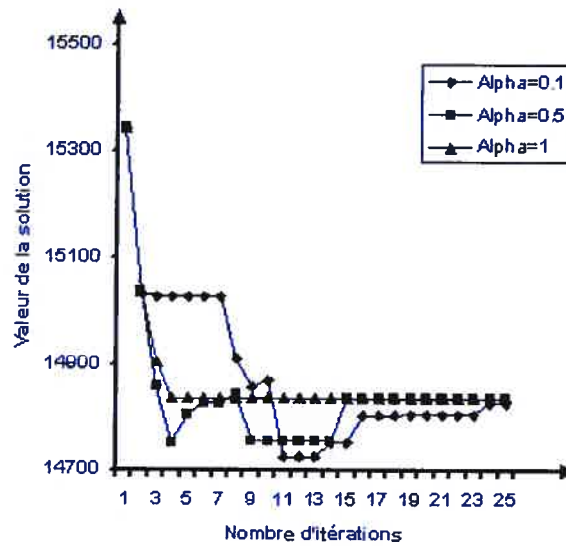


FIG. 5.2 – Problèmes avec 90 nœuds - modèle d'obsolescence "1-2-3"

les prix se stabilisent dès que deux solutions consécutives identiques sont produites, et plus rien ne change par la suite. Ce n'est pas le cas lorsqu'il y a lissage, car la composante historique permet de générer des prix différents, même si deux solutions identiques sont produites. Par ailleurs, nous constatons que la valeur de la solution ne décroît pas de façon monotone. Le deuxième graphe nous permet de mieux observer ce comportement de l'algorithme. En l'occurrence, avec $\alpha = 0.1$, la courbe décroît pour atteindre une meilleure solution et remonte ensuite avant de se stabiliser.

Chapitre 6

Conclusion

Les travaux qui ont été faits dans le domaine de l'expansion des réseaux de télécommunications diffèrent du nôtre à plusieurs égards. Une première distinction concerne le type de réseau et la durée de l'horizon de planification. En effet, aucun travail à notre connaissance ne traite de l'aspect multi-périodes dans un réseau d'accès local, sauf celui de Chen et Alfa. Par contre, notre modèle est plus réaliste puisque nous avons utilisé une structure de coût non linéaire qui prend en considération les effets des économies d'échelle et nous avons travaillé avec des capacités modulaires pour les équipements. Enfin, la possibilité de prendre plusieurs décisions tout au long de l'horizon de planification (dans une première formulation de notre problème) constitue une distinction majeure avec les formulations présentées par d'autres auteurs.

Dans ce mémoire, nous avons élaboré un modèle mathématique et développé une approche de résolution heuristique pour résoudre le problème d'expansion multi-périodes dans un réseau local de télécommunications. Les résultats expérimentaux témoignent d'une performance intéressante de cette méthode. Cependant, notre heuristique peut être considérée comme un premier pas vers une stratégie de recherche globale plus sophistiquée. Ainsi, afin de "repartir" la recherche au sein de cette procédure globale, nous pourrions envisager d'exploiter la diversité de solutions apportée par la procédure de lissage. Nous pourrions également envisager de perturber la solution courante, soit en modifiant légèrement les données (i.e., les coûts des câbles et des concentrateurs), soit en modifiant les prix courants chargés par un nœud (qui guident le choix des installations à chaque sommet, et donc la solution générée). Clairement, beaucoup de possibilités existent ici pour la conception de cette procédure globale.

Bibliographie

- [1] Anderson P., *Fiber optics for loop applications*, Proceeding of the International Symposium on Subscriber Loops and Services, 213-216, 1988.
- [2] Balakrishnan A., T.L. Magnanti et R.T. Wong, *A dual-ascent procedure for large scale uncapacitated network design*, Operations Research 37, 716-740, 1989.
- [3] Balakrishnan A. et T.L. Magnanti, *A decomposition algorithm for local access telecommunications network expansion planning*, Operations Research 43, 58-76, 1995.
- [4] Balakrishnan A., T.L. Magnanti, A. Shulman et R.T. Wong, *Models for planning capacity extension in local access telecommunication networks*, Annals of Operations Research 33, 239-284, 1991.
- [5] Chang S.-G. et B. Gavish, *Telecommunications network topological design and capacity expansion : formulations and algorithms*, Telecommunication Systems 1, 99-131, 1993.
- [6] Chang S.-G. et B. Gavish, *Lower bounding procedures for multiperiod telecommunications network expansion problems*, Operations Research 43, 43-57, 1995.
- [7] Chardaire P., *Hierarchical two level location problems*, in Telecommunications Network Planning, B. Sanso et P. Soriano (éditeur), Kluwer, 33-54, 1999.
- [8] Chen M. et A. S. Alfa, *A model for planing multi-period local access communication network*, Working Paper, Université de Régina, 1996.
- [9] Ciesielka A.J. et D.C. Douglas, *Electronics in the suburban and light urban loop networks*, The Bell System Technical Journal 59, 417-439, 1980.

- [10] Cortés P., J. Larraneta, L. Onieva, J. M. Garcia et M. S. Caraballo, *Genetic algorithm for planning cable telecommunication networks*, Applied Soft Computing 1, 21-33, 2001.
- [11] Costa M.C. et A. Billionnet, *Solving the uncapacited plant location problem on trees*, Discrete Applied Mathematics 49, Issues 1-3, 30, 51-59, 1994.
- [12] Doulliez P.J. et M.R. Rao, *Optimal network capacity planning : A shortest path scheme*, Operations Research 23, 811-818, 1975.
- [13] Dupuis C., *Résolution d'un problème de la capacité dans un réseau de télécommunications*, Mémoire de maîtrise, Université de Montréal, 1998.
- [14] Dutta A. et J.I. Lim, *A multiperiod capacity planning model for backbone computer communication networks* Planning for optimal, Operations Research 40, 689-705, 1992.
- [15] Erlenkotter D., *A dual based procedure for uncapacitated facility location*, Operations Research 26, 992-1009, 1978.
- [16] Esau L. et K. Williams, *On teleprocessing system design : A method for approximating the optimal network*, IBM System Journal 5, 142-147, 1966.
- [17] Filho V.J.M.F. et R.D. Galvao, *Design of Interconnection of Local Area Networks*, International Transactions in Operational Research 5, No. 3, 211-231, 1998.
- [18] Flippo O.E., A.W.J. Kolen, A.M.C.A. Koster et R.L.M.J. van de Leensel, *A dynamic programming algorithm for the local access telecommunication network expansion problem*, European Journal of Operational Research 127, 189-202, 2000.
- [19] Garcia B.L., P. Mahey et L. Leblanc, *Iterative improvement methods for a multi-period network design problem*, European Journal of Operational Research 110, 150-165, 1998.
- [20] Gavish B. , *Topological design of telecommunication networks- Local access design methods*, Annals of Operations Research 33, 17-71, 1991.
- [21] Gavish B. et K. Srikanth, *An optimal solutions method for large scale multiple traveling salesman problems*, Operations Research 34, 698-717, 1986.
- [22] Gibson A.E. et D.B. Luber, *Critical section methods for loop plant allocation*, The Bell Sys. Tech. J. 59, 99-117, 1980.

- [23] Gouveia L. et J. Paixão, *Dynamic programming based heuristics for the topological design of local access networks*, Annals of Operations Research 33, 305-327, 1991.
- [24] Gouveia L. et M. J. Lopes, *Using generalized capacitated trees for designing the topology of local access networks*, Telecommunication Systems 7, 315-337, 1997.
- [25] Griffiths J.M., *Local Telecommunications 2*, The digital ERA, P.Peregrinus, London, 1988.
- [26] Koontz W.L.G., *Economic evaluation of loop feeder relief alternatives*, The Bell System Technical Journal 59, 277-293, 1980.
- [27] Kubat P. et J. MacGregor-Smith, *A multi-period network design problem for cellular telecommunication systems*, European Journal of Operational Research 134, 439-456, 2001.
- [28] Luna H.P.L. et P. Mahey, *Bounds for global optimisation of capacity expansion and flow assignment problems*, Operations Research Letters 26, 211-216, 2000.
- [29] Mateus G.R. et R. V. L. Franqueira, *Model and heuristic for a generalized access network design problem*, Telecommunication Systems 15, 257-271, 2000.
- [30] Mazzei U., Mazzetti C. et Roso G., *Economics of digital carriers and fiber optic systems in subscriber loops*, Proceeding of the International Symposium on Subscriber Loops and Services, 133-137, 1988.
- [31] Melián B., M. Laguna et J.A. Moreno-Pérez, *Capacity expansion of fiber optic networks with WDM systems : problem formulation and comparative analysis*, Computers & Operations Research 31, 461-472, 2004.
- [32] Parrish S.H., T. Cox, W. Kuehner et Y. Qui, *Planning for optimal expansion of leased line communication networks*, Annals of Operations Research 36, 347-364, 1992.
- [33] Pickavet M., *Integrated multi-period planning of transport networks*, présenté à la cinquième Conférence *INFORMS Telecommunications*, Boca Raton, FL, 2000.
- [34] Pirkul H. et R. Gupta, *Topological Design of Centralized Computer Networks*, International Transactions in Operational Research 4, 75-83, 1997.

- [35] Pirkul H. et S. Soni, *New formulations and solution procedures for the hop constrained network design problem*, European Journal of Operational Research 148, 126-140, 2003.
- [36] Pupillo L. et A. Conte, *The economics of local loop architecture for multimedia services*, Information Economics and Policy 10, 107-126, 1998.
- [37] Wolsey L.A. et G.L. Nemhauser, *Integer and Combinatorial Optimization*, Wiley, 1988.

