

Université de Montréal

**Reconstruction des mouvements du plasma dans une région active solaire à l'aide
de données d'observation et d'une minimisation Lagrangienne**

par
Benoit Tremblay

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)
en astrophysique

27 avril, 2015

© Benoit Tremblay, 2015.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

**Reconstruction des mouvements du plasma dans une région active solaire à l'aide
de données d'observation et d'une minimisation Lagrangienne**

présenté par:

Benoit Tremblay

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Georges Michaud,	président-rapporteur
Alain Vincent,	directeur de recherche
David Lafrenière,	membre du jury

Mémoire accepté le:

RÉSUMÉ

À ce jour, les différentes méthodes de reconstruction des mouvements du plasma à la surface du Soleil qui ont été proposées présupposent une MHD idéale (Welsch et al., 2007). Cependant, Chae & Sakurai (2008) ont montré l'existence d'une diffusivité magnétique turbulente à la photosphère. Nous introduisons une généralisation de la méthode du *Minimum Energy Fit* (MEF ; Longcope, 2004) pour les plasmas résistifs. Le *Resistive Minimum Energy Fit* (MEF-R ; Tremblay & Vincent, 2014) reconstruit les champs de vitesse du plasma et la diffusivité magnétique turbulente qui satisfont à l'équation d'induction magnétique résistive et qui minimisent une fonctionnelle analogue à l'énergie cinétique totale.

Une séquence de magnétogrammes et de Dopplergrammes sur les régions actives AR 9077 et AR 12158 ayant chacune produit une éruption de classe X a été utilisée dans MEF-R pour reconstruire les mouvements du plasma à la surface du Soleil. Les séquences temporelles des vitesses et des diffusivités magnétiques turbulentes calculées par MEF-R sont comparées au flux en rayons X mous enregistré par le satellite GOES-15 avant, pendant et après l'éruption. Pour AR 12158, nous observons une corrélation entre les valeurs significatives de la diffusivité magnétique turbulente et de la vitesse microturbulente pour les champs magnétiques faibles.

Mots clés: Champs de vitesse photosphériques, diffusivité magnétique turbulente, Dopplergrammes, magnétogrammes, simulations numériques.

ABSTRACT

To this day, the various methods proposed for the reconstruction of plasma motions at the Sun's surface are all based on ideal MHD (Welsch et al., 2007). However, Chae & Sakurai (2008) have shown the existence of an eddy magnetic diffusivity at the photosphere. We introduce a generalization of the Minimum Energy Fit (MEF; Longcope, 2004) for resistive plasmas. The Resistive Minimum Energy Fit (MEF-R; Tremblay & Vincent, 2014) infers velocity fields and an eddy magnetic diffusivity which solve the resistive magnetic induction equation and minimize an energy-like functional.

A sequence of magnetograms and Dopplergrams documenting the active regions AR 9077 and AR 12158 are used as input in MEF-R to reconstruct plasma motions at the Sun's surface. Time series of the inferred velocities and eddy magnetic diffusivities are compared to the soft X-ray flux observed by GOES-15. We find a positive correlation between significant eddy magnetic diffusivities and microturbulent velocities for weak magnetic fields in AR 12158.

Keywords: Dopplergrams, magnetic eddy-diffusivity, magnetograms, numerical simulations, photospheric velocity fields.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	iii
ABSTRACT	iv
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES TABLEAUX	viii
LISTE DES FIGURES	ix
LISTE DES SIGLES	xi
NOTATION	xiii
DÉDICACE	xv
REMERCIEMENTS	xvi
AVANT-PROPOS	xvii
CHAPITRE 1 : MÉTHODE DE MINIMUM D'ÉNERGIE POUR LES PLASMAS RÉSISTIFS ET LES RECONSTRUCTIONS À FORCE MAGNÉTIQUE NULLE DU CHAMP MAGNÉTIQUE	1
1.1 Introduction	3
1.2 Data Preprocessing: AR 9077	6
1.3 MEF Technique for Ideal MHD Alone	8
1.4 MEF-R: A Generalization of the MEF Technique to Resistive Plasmas	10
1.4.1 Resistive Induction Equation	10
1.4.2 Unknown Scalar Potentials	12
1.4.3 The Minimum Energy Fit	14
1.4.4 Boundary Conditions for Magnetic Diffusivity $\eta(x,y)$	18

1.4.5	Testing MEF-R: The Spheromak	18
1.4.6	Statistics of the Results	20
1.5	Data Processing Using MEF-R: AR 9077	22
1.5.1	Testing MEF-R: Numerical Convergence	22
1.5.2	Vertical Velocity versus Doppler Velocity	24
1.5.3	Horizontal Velocity	24
1.5.4	Computation of the Magnetic Diffusivity	26
1.5.5	The Meaning of η : Subgrid Eddy-Diffusivity	30
1.5.6	Spiral-like Structures and the Force-Free Assumption	34
1.6	Time Evolution: Catching the Flare	35
1.7	Conclusions	36
1.8	Appendix A. Figures of Merit for the Spheromak Test	40
1.9	Appendix B. Conversion of Units	41

CHAPITRE 2 : MÉTHODE DE MINIMUM D'ÉNERGIE POUR LES PLASMAS RÉSISTIFS ET LES RECONSTRUCTIONS À FORCE MAGNÉTIQUE NON NULLE DU CHAMP MAGNÉTIQUE 45

2.1	Introduction	47
2.2	MEF-R : Une revue	51
2.3	Test : Modèle du Sphéromak expansif et résistif	55
2.4	Prétraitement des données d'observation	60
2.4.1	Choix de la région active (AR)	63
2.4.2	Données d'observation de SDO/HMI	65
2.4.3	Série hmi.ME_720s_fd10	67
2.4.4	Séries hmi.sharp_720s et hmi.sharp_cea_720s	68
2.4.5	Extraction de la région active AR 12158	69
2.4.6	Intensité du continu (I_c) et température (T) à la photosphère	70
2.4.7	Reconstructions du champ magnétique à la photosphère	71
2.4.8	Corrections pour la vitesse Doppler à la photosphère	87
2.4.9	Vitesses microturbulentes	90

2.5	Résultats - AR 12158	92
2.5.1	Écoulement de plasma v à la photosphère	95
2.5.2	Diffusivité magnétique turbulente	98
2.6	Séquences temporelles	102
2.7	Validité des résultats et statistiques des erreurs	106
2.7.1	Erreurs instrumentales	107
2.7.2	Erreurs de modélisation	108
2.8	Conclusion	110
CHAPITRE 3 : CONCLUSION		113
BIBLIOGRAPHIE		116

LISTE DES TABLEAUX

1.I	List of times (UT) of available SOHO/MDI magnetograms and MEF-R computations	7
1.II	Statistics of the Spheromak plasma configuration test case	42
1.III	More statistics of the Spheromak plasma configuration test case	43
1.IV	Conversion factors from MKSA to MEF units	43
2.I	Statistiques du test du Sphéromak expansif et résistif	61
2.II	Liste des éruptions solaires détectées par le satellite GOES-15 entre le 10 septembre 2014 et le 13 septembre 2014	66
2.III	Coefficients des corrections de la vitesse Doppler	90
2.IV	Statistiques des écoulements reconstruits par MEF-R pour AR 12158	94

LISTE DES FIGURES

1.1	Components of the linear force-free magnetic field reconstruction	10
1.2	Vertical flow produced by MEF using SOHO/MDI data	11
1.3	Results produced by MEF-R using an analytical Spheromak plasma configuration	23
1.4	Resistive magnetic induction equation residuals and MEF-R convergence curve	24
1.5	Vertical flow produced by MEF-R using SOHO/MDI data	25
1.6	Horizontal flow produced by MEF-R using SOHO/MDI data	27
1.7	Histogram of the magnetic eddy-diffusivity inferred by MEF-R	28
1.8	Maps of the magnetic eddy-diffusivity inferred by MEF-R and two models	31
1.9	Streamlines of the rotated horizontal current density vector	35
1.10	Time sequences of spatial averages of inferred vertical flows and eddy magnetic diffusivities	37
1.11	Poynting flux and temperature maps of AR 9077	38
2.1	Champ magnétique d’une coupe du Sphéromak expansif et résistif	60
2.2	Résidus de l’équation de Poisson pour le test du Sphéromak expansif et résistif	61
2.3	Écoulement du Sphéromak expansif et résistif	62
2.4	Diffusivité magnétique du Sphéromak expansif et résistif	63
2.5	Flux en rayons-X mous mesuré le satellite GOES-15 entre le 10 septembre 2014 et le 13 septembre 2014	66
2.6	Intensité du continu et température de la région active AR 12158	72
2.7	Composantes cartésiennes du champ magnétique de AR 12158 pour trois reconstructions différentes	82
2.8	Comparaison entre le Dopplergramme observé par SDO/HMI et la carte de la vitesse Doppler après correction	91

2.9	Élargissement Doppler des raies et vitesses microturbulentes . . .	93
2.10	Vitesse verticale reconstruite par MEF-R pour une reconstruction NFF du champ magnétique de AR 12158	97
2.11	Vitesses verticales reconstruites par MEF-R pour des reconstructions globalement LFF et localement LFF du champ magnétique de AR 12158	98
2.12	Diffusivité magnétique turbulente reconstruite par MEF-R pour des reconstructions globalement LFF et localement LFF du champ magnétique de AR 12158	99
2.13	Diffusivité magnétique turbulente reconstruite par MEF-R pour une reconstruction NFF du champ magnétique de AR 12158 . . .	99
2.14	Valeur absolue de la diffusivité magnétique reconstruite par MEF-R pour une reconstruction localement LFF du champ magnétique de AR 12158	101
2.15	Séquences temporelles de la vitesse verticale reconstruite par MEF-R entre le 10 septembre 2014 et le 13 septembre 2014	103
2.16	Séquences temporelles de la vitesse horizontale, de la vitesse microturbulente et de la diffusivité magnétique turbulente entre le 10 septembre 2014 et le 13 septembre 2014	105
2.17	Oscillations d'une période de 24h dans les données enregistrées par SDO/HMI	107

LISTE DES SIGLES

En français :

2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
AR	Région active
CME	Éjection de masse coronale
ETL	Équilibre thermodynamique local
FF	À force magnétique nulle
Hors-ETL	Équilibre thermodynamique non-local
LFF	Linéaire à force magnétique nulle
ME	Milne-Eddington
MHD	Magnétohydrodynamique
NFF	À force magnétique non nulle
NLFF	Non linéaire à force magnétique nulle
NOAA	Agence américaine d'observation océanique et atmosphérique
UT	Temps universel
UVE	Rayonnement ultraviolet extrême

En anglais :

AR	Active region
CME	Coronal mass ejection
DDM	Doppler Diffusivity Matching
EUV	Extreme ultraviolet
FF	Force-Free
FITS	Flexible Image Transport System
LFF	Linear Force-Free

LTE	Local thermodynamical equilibrium
HARP	HMI Active Region Patches
ME	Milne-Eddington
MEF	Minimum Energy Fit
MEF-R	Resistive Minimum Energy Fit
MHD	Magnetohydrodynamics
MERLIN	Milne-Eddington gRid Linear Inversion Network
NFF	Non Force-Free
NLFF	Nonlinear Force-Free
NLTE	Non local thermodynamical equilibrium
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
UT	Universal time
VFISV	Very Fast Inversion of the Stokes Vector

NOTATION

A	Vecteur potentiel
B	Champ magnétique
B_a	Azimuth du champ magnétique vectoriel
B_g	Inclinaison du champ magnétique vectoriel
B_ℓ	Composante le long de la ligne de visée du champ magnétique vectoriel
B_t	Composante transverse à la ligne de visée du champ magnétique vectoriel
E	Champ électrique
J	Densité de courant électrique
k	Vecteur d'onde horizontal
P	Vecteur de Poynting
u, v	Champs de vitesse
v_∥	Composante de la vitesse parallèle au champ magnétique
v_⊥	Composante de la vitesse perpendiculaire au champ magnétique
x	Vecteur position
x_h	Vecteur position dans le plan horizontal
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	Vecteurs unitaires (coordonnées cartésiennes)
α	Degré de torsion des lignes de champs ; une forme de l'hélicité magnétique
$\Delta\lambda_D$	Élargissement Doppler des raies
I_c	Intensité du continu
k_x, k_y	Composantes du vecteur d'onde horizontal
μ_0	Perméabilité magnétique
η	Diffusivité magnétique
η_{eddy}	Diffusivité magnétique turbulente
ϕ, ψ	Potentiels scalaires
τ	Profondeur optique
T	Température
t	Temps

v_r	Composante de la vitesse le long de la ligne de visée (vitesse Doppler)
M	Domaine dans le plan photosphérique
∂M	Frontière du domaine dans le plan photosphérique
θ, ϕ	Coordonnées héliographiques (longitude et latitude)
x, y, z	Coordonnées cartésiennes
$\langle \rangle$	Opérateur de la moyenne spatiale
$\hat{}$	Opération de transformée de Fourier
$C(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$	Coefficient de corrélation des champs vectoriels \mathbf{F}_1 et \mathbf{F}_2
$C_{CS}(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$	Inégalité de Cauchy-Schwarz des champs vectoriels \mathbf{F}_1 et \mathbf{F}_2
$E_N(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$	Erreur normalisée des champs vectoriels \mathbf{F}_1 et \mathbf{F}_2
$E_M(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$	Erreur relative moyenne des champs vectoriels \mathbf{F}_1 et \mathbf{F}_2
$\varepsilon(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$	Rapport des normes quadratiques des champs vectoriels \mathbf{F}_1 et \mathbf{F}_2

À mes parents.

REMERCIEMENTS

Je remercie mon directeur de recherche Alain Vincent pour les opportunités et toutes les discussions que nous avons eues et que nous allons avoir.

Je remercie mes collègues et Melissa pour leur soutien.

AVANT-PROPOS

Les régions actives sont des structures magnétiques complexes observées à la surface du Soleil. Elles peuvent produire simultanément des éruptions solaires avec éjections de masse coronale. Ces phénomènes éruptifs jouent un rôle important dans la météorologie spatiale. La radiation et les particules émises peuvent interrompre les communications radio civiles et militaires en plus de causer des pannes majeures des réseaux de distribution d'électricité. La prédiction à long terme de l'état des régions actives est donc un sujet d'intérêt en physique solaire.

Les régions actives sont dûes à l'émergence de tubes de flux magnétique qui sont formés profondément dans la zone de convection. L'intérieur, la surface et l'atmosphère du Soleil sont inter-dépendants physiquement. Un bon modèle magnétohydrodynamique (MHD) doit donc les traiter simultanément. Les simulations dirigées par les données ou l'assimilation des données utilisent les observations comme conditions aux frontières pour simuler l'évolution d'une région active.

Les observatoires terrestres et les satellites enregistrent des données qui proviennent principalement de la surface (la photosphère) ou d'une couche externe nommée la couronne. Elles nous renseignent entre autres sur le champ magnétique et les mouvements du plasma dans la direction de l'observateur. Ces informations sont utilisées pour dériver des quantités physiques non observables dont la température. Les échelles spatiales des observations sont macroscopiques. La physique aux petites échelles est moyennée à l'intérieur d'un pixel mais peut cependant contribuer à la dissipation du champ magnétique aux grandes échelles.

Nous proposons une approche physique simplifiée pour reconstruire les composantes de la vitesse du plasma à la photosphère. Notre méthode se distingue des autres car elle inclut un terme de diffusivité magnétique dite turbulente qui modélise les fluctuations non résolues du flux magnétique. Nous présentons des exemples de simulations

numériques utilisant des données d'observation de régions actives éruptives.

Organisation du mémoire

Au chapitre 1, nous présentons la publication dans laquelle nous généralisons la méthode de Longcope (2004). Nous supposons que le champ magnétique à la surface du Soleil n'est pas simplement gelé dans le plasma et qu'il existe une diffusivité magnétique non nulle. La méthode est utilisée avec des observations pour reconstruire des cartes bidimensionnelles des mouvements et de la diffusivité magnétique d'une région active qui produit une éruption solaire. Même si la théorie développée est générale, les applications de l'algorithme sont limitées à des champs magnétiques à force magnétique nulle. Il s'agit d'une approximation grossière de la physique à la photosphère.

Au chapitre 2, nous présentons un article en préparation dans lequel on introduit une version plus générale de l'algorithme. Elle inclut cette fois les configurations à force magnétique non nulle, ce qu'est le champ magnétique à la surface du Soleil. La méthode est évaluée à l'aide d'un modèle analytique et est ensuite utilisée pour étudier une seconde région active éruptive avec des données d'observation à plus haute résolution spatiale et temporelle. Nous comparons les résultats obtenus pour des reconstructions du champ magnétique avec différents degrés de réalisme.

Le lecteur trouvera une introduction détaillée au début de chacun des chapitres du mémoire.

Ce travail a donné lieu à un article publié dans une revue avec comités de lecture :

1. **Benoit TREMBLAY**, Alain VINCENT. A Minimum Energy Fit Method to Reconstruct Photospheric Velocity and Magnetic Diffusivity in Active Regions from Observed Magnetograms and Dopplergrams. *Solar Physics*, 290(2) :437–466, 2014. DOI : <http://dx.doi.org/10.1007%2Fs11207-014-0629-0>.

Liste des présentations orales :

1. **Benoit TREMBLAY**, Alain VINCENT. Mouvements du plasma et diffusivité magnétique turbulente d'une région active solaire à partir d'une reconstruction NFFF du champ magnétique. *Rencontre Annuelle du CRAQ 2015*, 06-08 Mai 2015, Auberge Lac-à-l'Eau-Claire, St-Alexis-des-Monts, Québec.
LIEN : <http://craq-astro.ca/rencontre/resume.php?id=325>.
2. **Benoit TREMBLAY**, Alain VINCENT. Inferring Photospheric Velocities and Eddy Magnetic Diffusivities of Solar Active Regions with Non Force-Free Reconstructed Vector Magnetic Fields. *Eleventh Canadian Solar Workshop*, 17-19 Oct. 2014, Centre Touristique La Petite Rouge, St-Émile-de-Suffolk, Québec.
LIEN : <http://www.astro.umontreal.ca/~paulchar/grps/CSW/CSW14.html>.
3. **Benoit TREMBLAY**, Alain VINCENT. Reconstruction des champs de vitesses et de la diffusivité magnétique turbulente du plasma d'une région active à la surface du Soleil. *Rencontre Annuelle du CRAQ 2014*, 21-23 Mai 2014, Auberge Lac-à-l'Eau-Claire, St-Alexis-des-Monts, Québec.
LIEN : <http://dualcore.physics.mcgill.ca/CRAQ14/>.
4. **Benoit TREMBLAY**, Alain VINCENT. Reconstruction of Photospheric Velocities and Magnetic Diffusivities Using MEF. *Tenth Canadian Solar Workshop*, 18-20 Oct. 2013, Centre Touristique La Petite Rouge, St-Émile-de-Suffolk, Québec.
LIEN : <http://www.astro.umontreal.ca/~paulchar/grps/CSW/CSW13.html>.

Liste des présentations par affiche :

1. **Benoit TREMBLAY**, Alain VINCENT. Photospheric Plasma Motions and Eddy Magnetic Diffusivity of a Solar Active Region. *CASCA 2015*, 24-27 Mai 2015, Hôtel Sheraton, Hamilton, Ontario.
LIEN : <http://www.physics.mcmaster.ca/casca2015>.
2. **Benoit TREMBLAY**, Alain VINCENT. MEF-R : Computing Photospheric Velocity Fields and Eddy Magnetic Diffusivities Using Vector Magnetograms and Dopplergrams. *CASCA 2014*, 08-12 Juin 2014, Château Laurier, Québec, Québec.
LIEN : <http://casca2014.craq-astro.ca/>

CHAPITRE 1

MÉTHODE DE MINIMUM D'ÉNERGIE POUR LES PLASMAS RÉSIDIFS ET LES RECONSTRUCTIONS À FORCE MAGNÉTIQUE NULLE DU CHAMP MAGNÉTIQUE

L'article qui suit introduit une généralisation de la méthode du *Minimum Energy Fit* (MEF ; Longcope, 2004) pour les plasmas résistifs. La méthode originale utilise des magnétogrammes vectoriels et des Dopplergrammes et reconstruit les champs de vitesse $\mathbf{v}(x, y)$ à la photosphère pour un plasma idéal. Elle utilise un principe d'extremum qui minimise globalement l'écart à la vitesse de référence $\mathbf{u}(x, y) = v_r(x, y)\hat{z}$, où $v_r(x, y)$ est la vitesse Doppler observée. Pour optimiser l'accord entre la vitesse verticale $v_z(x, y)$ et $v_r(x, y)$, nous incluons une diffusivité magnétique turbulente non nulle $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ dans la minimisation Lagrangienne. L'algorithme original est modifié et les performances sont évaluées comme dans Longcope (2004) avec le modèle analytique du Sphéromak classique (Bellan, 2000), soit une configuration particulière de plasma utilisée en physique des plasmas et en physique solaire dont le champ magnétique interne est linéaire à force magnétique nulle (LFF). La méthode est ensuite utilisée pour étudier la région active éruptive AR 9077. Bien que la théorie développée dans l'article soit valide pour tout champ magnétique, les applications de l'algorithme sont restreintes aux reconstructions LFF de \mathbf{B} .

La mise en forme de l'article original a été adaptée pour être inclus dans le texte. La notation mathématique originale a été conservée.

Mes contributions incluent le développement des équations analytiques, de la méthode numérique et du code *Resistive Minimum Energy Fit* (MEF-R). Le coauteur a effectué le pré-traitement des données d'observation (incluant les reconstructions du champ magnétique) et a fait le post-traitement et l'analyse des résultats. Nous avons réalisé l'écriture du papier et les étapes de la révision ensemble.

Tremblay, B., Vincent, A. (2014). A Minimum Energy Fit Method to Reconstruct Photospheric Velocity and Magnetic Diffusivity in Active Regions from Observed Magnetograms and Dopplergrams. *Solar Physics: Volume 290, Issue 2 (2015), Pages 437-466*.
Version finale: <http://dx.doi.org/10.1007%2Fs11207-014-0629-0>.
Avec l'aimable permission de *Springer*. / With the kind permission of *Springer*.

**A Minimum Energy Fit Method to Reconstruct Photospheric Velocity and
Magnetic Diffusivity in Active Regions from Observed Magnetograms and
Dopplergrams.**

Benoit Tremblay, Alain Vincent - *Université de Montréal*

Abstract

We introduce MEF-R, a generalization of the minimum energy fit (MEF; Longcope, 2004) to a non-ideal (resistive) gas. The new technique requires both vector magnetograms and Doppler velocities as input fields. However, in the case of active regions observed only with the *Michelson-Doppler Imager* (MDI) onboard the *Solar and Heliospheric Observatory* (SOHO) such as AR 9077, we have only access to line-of-sight magnetograms. We reconstruct two-dimensional maps of magnetic diffusivity $\eta(x, y)$ together with velocity components $v_x(x, y)$, $v_y(x, y)$ and $v_z(x, y)$ under the linear force-free magnetic field approximation. Computed maps for $v_z(x, y)$ very well match Doppler velocities $v_r(x, y)$. We find the average value $\langle \eta \rangle \approx 10^8 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ with a standard deviation of $\approx 10^{10} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. Such high values of $\eta(x, y)$ are to be expected at some places since our magnetic diffusivity is actually eddy-diffusivity. Inside AR 9077, the maps of $\eta(x, y)$ do not resemble closely the maps from classical models of magnetic diffusivity, but are closer to η as a function of temperature than to η as a function of electric current density.

Keywords: Eddy-diffusivity · Magnetograms · Minimum Energy Fit · Photosphere · Velocity fields.

1.1 Introduction

Observations and numerical simulations show that in solar active regions, flares are often preceded by emerging sunspots (Ionidis et al., 2011) under the form of vertical plasma motions (Harra et al., 2012; Rubio et al., 2001).

Various techniques have been proposed to reconstruct velocity vectors from any consecutive set of line-of-sight or vector magnetograms. The frozen-in-flux theorem (Alfvén, 1942) is valid for a perfectly conducting fluid with no magnetic resistivity. Magnetic induction \mathbf{B} is frozen-in to the plasma and passively follows plasma motions \mathbf{v} . To this date and although it could have been theoretically possible, none of these techniques have been used for resistive plasmas. Local correlation tracking (LCT) would work best if the line-of-sight magnetic field \mathbf{B}_ℓ is advected in a velocity field with a constant profile. However, such a field being not necessarily a solution of the magnetic induction equation, LCT alone has been shown to be inconsistent with the equation of magnetic induction (Schuck, 2005). The method of inductive local correlation tracking (ILCT; Schuck, 2005; Welsch et al., 2004) combines both. If vector magnetograms computed from Stokes polarimetry are used, the minimum structure reconstruction (MSR; Georgoulis & LaBonte, 2005) addresses the 180° azimuth ambiguity (*e.g.* Metcalf et al., 2006) but does not work in the case of rapidly varying local magnetic fluxes such as an emergence or submergence. As far as the motions are restricted to horizontal directions, techniques using line-of-sight magnetograms are known to work, but to reconstruct vertical velocities vector magnetograms should be used (Schuck, 2008). The differential affine velocity estimator (DAVE) for vector magnetograms (Schuck, 2008) finds a two-dimensional affine profile for all three components of the photospheric velocity but does not need Doppler velocities. The minimum energy fit (MEF; Longcope, 2004) with a reference background velocity v_r (which could possibly be taken from the Doppler velocity) is a self-consistent method that gives a unique vector velocity field solution to the ideal magnetic induction equation. Due to the stabilizing effect of strong magnetic fields, it is reasonable to have the total kinetic energy minimal in active regions except during flares or during the emergence of an active region. A poloidal-toroidal decomposition

(PTD) of the magnetic field (Fisher et al., 2010) includes Doppler velocity observations. Doppler velocities have to be taken into account as a constraint to compute accurate electric fields and Poynting fluxes (Fisher et al., 2012b). Hybrid techniques are also proposed. A combination of MEF, LCT, and Doppler velocity is best to reconstruct \mathbf{v} and this is shown by using anelastic MHD (ANMHD; Fan et al., 1999) test flows (Ravindra et al., 2008). FLCT and DAVE (Welsch et al., 2009) can be used to study photospheric flows and deduce energy fluxes to be compared with soft X-ray flux data. ILCT and MEF (Santos et al., 2008) have been used to compute emerging/submerging flow as well as horizontal motions.

To test any algorithm, analytical solutions are useful but are very difficult to find. Therefore, specific output data from numerical simulations of convection have been used instead. For instance ANMHD (Fan et al., 1999) was used to compute solar-like anelastic convection (Lantz & Fan, 1999) but without the complexity of the photosphere. Most of the above techniques were compared (Welsch et al., 2007) and have shown performance comparable to (but slightly lower overall than) MEF. It was found generally difficult to reconstruct v_z from v_r (Georgoulis & LaBonte, 2005). A method like MEF (Longcope, 2004) may compute v_z , if it has some similarities with v_r , starting from $B_{x,y,z}(t)$ and $B_{x,y,z}(t + dt)$ only if v_r is taken as a background vertical reference velocity.

To reconstruct a velocity field, MEF needs sequences of vector magnetograms. Such measurements are now made at regular time intervals and high resolution by ground-based observatories (*e.g.* the Vector Spectromagnetograph (VSM) from the *Synoptic Optical Long-term Investigations of the Sun* (SOLIS; Keller & the Solis Team, 2001) or the Near InfraRed Imaging Spectropolarimeter (NIRIS; Cao et al., 2012) of the *New Solar Telescope* (NST) of the Big Bear Solar Observatory (BBSO) and by instruments like the Spectro-Polarimeter of the *Solar Optical Telescope* onboard *Hinode* (Kosugi et al., 2007) or the *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI; Schou et al., 2012) onboard the *Solar Dynamics Observatory* (SDO).

However, in this study of AR 9077, we used the line-of-sight magnetograms B_ℓ from the *Michelson-Doppler Imager* (MDI; Scherrer et al., 1995) onboard *Solar and Heliospheric Observatory* (SOHO). In this case, the only way B_x , B_y , and B_z can be recon-

structed from B_ℓ alone is to use the force-free (FF) assumption.

The photosphere is a dynamic medium (DeRosa et al., 2009) and there is an interaction between the Lorentz force in the lower corona and the magnetic field in the photosphere and especially during flares (Fisher et al., 2012a). Nevertheless, except during the emergence of an active region or during a flare, the magnetic field of the photosphere has been approximated as force-free (Moon et al., 2002; Tiwari, 2011) but this may be only true at 400 km above the photosphere (Metcalf et al., 1995) or inside sunspots where the magnetic field is the strongest (Tiwari, 2011). In this study, we have used the linear force-free approximation (LFF; Nakagawa & Raadu, 1972), with the twist α as a free parameter taken from literature (*e.g.* Régnier & Priest, 2007). Geometrical distortion due to sphericity of the solar surface is a problem if the active region under study is located too far from the center of the solar disk. But even if corrected (*e.g.* Welsch et al., 2009), part of the real value of B_z has been lost in the projection.

There are several mechanisms to explain why the reconstructed v_z is not v_r . Here we suppose that the magnetic field is not completely frozen-in to the plasma and that there must exist an eddy magnetic diffusivity inside the photosphere and the chromosphere that would be due to small scale fluctuations of unresolved current, temperature, or velocity. Indeed, theoretical magnetic diffusivities (Ohmic, Hall, and ambipolar) in the photosphere and chromosphere are in the range of $\eta \approx [10^3, 10^6] \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (*e.g.* Pandey & Wardle, 2012, 2013; Singh et al., 2011) or even higher $\eta_0 \approx 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (Abramenko et al., 2011; Cameron et al., 2011) but are pixel-size dependent (Chae et al., 2008). Such high values are explained as turbulent or eddy magnetic diffusivity (*e.g.* Chae et al., 2008) with a smallest resolved scale (the subgrid) as large as a solar granule (Simon & Weiss, 1997). Higher values of magnetic diffusivity would locally produce stronger Joule heating (Spangler, 2009). Reconnection of magnetic field lines may occur not only in the corona but also in the chromosphere (Hegglund et al., 2009). This can be modeled by a critical value of electric current $J_c \approx 1.4 \times 10^{-3} \text{ A m}^{-2}$ (Büchner et al., 2004) above which the magnetic resistivity would sharply increase. In this case, η_{eddy} is due to small scale current instabilities (Klimas et al., 2004; Lu, 1995; Uritsky & Klimas, 2005).

The purpose of this study is to reconstruct (v_x, v_y, v_z) from (B_x, B_y, B_z) computed

from B_ℓ observed with SOHO/MDI under the assumption of the force-free condition and using the resistive magnetic induction equation. Anomalous diffusivity η_{eddy} would be adjusted locally so that v_z be as close as possible to the observed Doppler velocity v_r , while v_x and v_y be such that the total kinetic energy is minimal. In this sense, our method could be labeled as a ‘‘Doppler-diffusivity matching’’ (DDM) technique. We have applied the new MEF with resistivity (MEF-R method) to SOHO/MDI observations of AR 9077 on 14 July 2000 having produced the X5.7 GOES X-ray class ‘‘Bastille’’ Day flare. It has been extensively studied in the literature (see the Topical Issue, *Solar Physics* **204**, 2001). A detailed study of horizontal motions has shown that AR 9077 was in a highly sheared state and that the initiation of the two-ribbon flare followed an episode of flux emergence (Liu & Zhang, 2001; Somov, 2007). The motion of the flare propagation together with the dynamics of this two-ribbon system is best seen at 171 Å from TRACE (*Transition Region and Coronal Explorer*) data (Aschwanden, 2008).

The manuscript is organized as follows. In Section 1.2 we explain in detail the processing of the data. In Section 1.3, we show that MEF alone does not produce vertical velocities matching the observed Doppler velocities. In Section 1.4, we derive MEF-R, a generalization of MEF to resistive plasmas. We start from the resistive induction equation and use the force-free condition. In Section 1.5, we use MEF-R to study AR 9077 using SOHO/MDI magnetograms and Dopplergrams. We discuss vertical velocity versus Doppler velocity, horizontal velocity vector maps, and the meaning of the magnetic eddy diffusivity. In Section 1.6, we show that the time evolution of Doppler velocity, magnetic diffusivity, and Poynting energy flux can predict the flare. Finally, in the conclusion (Section 1.7), we discuss open questions and work under way.

1.2 Data Preprocessing: AR 9077

To test MEF-R, we processed active region AR 9077. It has produced the ‘‘Bastille Day’’ flare on 14 July 2000, an X5.7 GOES X-ray class flare that has been studied by several authors (*e.g.* Aschwanden, 2008; Chertok & Grechnev, 2005).

We used moderate resolution (≈ 1.98 arcsec per pixel) line-of-sight full-disk mag-

Time (UT)	Time interval dt (s)	Comment
00:00 - 01:39	5940	Start simulation
01:39 - 03:15	5760	
03:15 - 04:51	5760	
04:51 - 06:24	5580	
06:24 - 08:00	5760	
08:00 - 09:36	5760	
09:36 - 10:30	3240	
10:30 - 11:12	2520	Flare from 10:30 to 10:50 UT
11:12 - 12:48	5760	Thermalization phase
12:48 - 16:33	13500	
16:33 - 20:48	15300	
20:48 - 01:36	17280	End simulation

Table 1.I: AR 9077 on 14 July 2000. Times (UT) are given at which we computed \mathbf{v} from B_ℓ magnetograms recorded by SOHO/MDI and IVM at Mees Observatory at Haleakala (16:33 UT).

netograms $B_\ell(t; t + dt)$ and Dopplergrams $v_r(t; t + dt)$ recorded with SOHO/MDI (Table 1.I). The difficulty and the need of a complex processing have been emphasized by numerous authors in the past. There are several processing steps to do. First, we extracted a square domain of area ($386 \times 386 \text{ Mm}^2$) around the sunspot of maximal lifespan. Second, we removed the bad pixels (*e.g.* X-ray or proton hits on the CCD). Third, we applied a local smoothing over 3×3 points whenever necessary (bad pixels or missing data) (*e.g.* Fuhrmann et al., 2011). Spherical distortion and projection effects have not been considered because AR 9077 was at latitude 17°N and close enough to disk center at the times we consider. We choose to crudely approximate photospheric fields as force-free (*e.g.* Moon et al., 2002; Seehafer et al., 2007; Tiwari, 2011). Thus, vector magnetograms can be reconstructed from the line-of-sight SOHO/MDI magnetograms B_ℓ , which we assumed to be equal to B_z . We computed vector magnetograms (B_x, B_y, B_z) from $B_z \approx B_\ell$ using a spectral Fourier-Laguerre technique based on the linear force-free assumption (Nakagawa & Raadu, 1972) in which $\alpha^2 = (k_x^2 + k_y^2 - k_z^2)$ with $k_x = 2\pi/L_x$, $k_y = 2\pi/L_y$, and $k_z = \pi/L_z$. The value of α was chosen such that $\alpha = \langle \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{B} \rangle / \langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} \rangle$ ($\langle \rangle$ represents the spatial average). The required mean value of local twist (*e.g.* Hao & Zhang, 2011) is taken as constant over the entire active region. We set for the entire

time sequence $\alpha \approx -1.5 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}$, a realistic value (*e.g.* Régnier & Priest, 2007; Sakurai & Hagino, 2003). The components $B_x(x,y)$ and $B_y(x,y)$ of the horizontal magnetic field \mathbf{B}_h are shown in Figure 1.1. The resulting vector magnetogram (B_x, B_y, B_z) is a force-free and divergence-free field with $\nabla \cdot \mathbf{B} / \langle (\frac{\partial B_x}{\partial x})^2 + (\frac{\partial B_y}{\partial y})^2 + (\frac{\partial B_z}{\partial z})^2 \rangle^{1/2} \leq 10^{-7}$ as in Contopoulos et al. (2011). For all three components, the polarity inversion lines can be seen near the center of the map (Figure 1.1).

Doppler velocities v_r are also from SOHO/MDI data archives and were extracted over the same area on the solar disk. Because MDI uses the same Ni I 6768 Å line, both Dopplergrams and magnetograms are observed at the same optical depth, very close to the standard 5000 Å defining the altitude of the photosphere (*e.g.* Steffen, 2009). The motion of the observer, the limb shift, as well as the Sun’s rotation have been removed using ‘standard’ models (Snodgrass, 1984; Snodgrass & Ulrich, 1990). But we did not process the data as completely as in Schuck (2010). In particular, the p -mode oscillations have not been removed. The p -modes could produce velocities up to a few hundred meters per second (*e.g.* Hathaway et al., 2000). Furthermore, Dopplergrams were only available at 12:00 and 16:54 UT on 13 July 2000, 00:16, 06:11 and 10:30 UT on 14 July 2000 and 05:05 and 11:20 UT on 15 July 2000. A second-order time interpolation has been used to produce Dopplergrams at the same times as available magnetograms (see Table 1.I).

The resulting maps have a grid size of 256×256 pixels corresponding to an area of about $500 \times 500 \text{ arcsec}^2$ or $386 \times 386 \text{ Mm}^2$ on the solar disk.

1.3 MEF Technique for Ideal MHD Alone

To compute photospheric velocities, MEF (Longcope, 2004) needs sets of vector magnetograms (B_x, B_y, B_z) taken at two consecutive times $(t; t + dt)$. In the case of AR 9077, we had no access to time sequences of vector magnetograms. Also, as explained below (Section 1.4.1), we did not have enough information to compute the vertical derivatives of \mathbf{B} . Thus, although MEF would be valid for any magnetic field, we had to use the force-free approximation $\mu_0 \mathbf{J} = \alpha \mathbf{B}$.

In this study, we have used the IDL version of MEF available at <http://solar.physics.montana.edu/dana/>. To avoid divisions by zero during the computations using MEF, $|B_z| \geq 1$ gauss (G) has been imposed locally as a minimum value except in the computations of $1/|B_z|$ where we impose $|B_z| \geq 40$ G. This empirical value has been set above the noise (≈ 20 G) in our data. At the 11 times listed in Table 1.I, we computed velocities \mathbf{v} and compared $v_z(t)$ with the Doppler velocity $v_r(t)$ observed with SOHO/MDI. We found that without any reference velocity field $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $v_z(t)$ is very different from $v_r(t)$ (not shown). Even when using $v_r(t)$ as a background vertical velocity we find differences. As an example, using MEF and 1000 iterations, we computed the vertical velocity v_z between 08:00 and 09:36 UT, just before the flare. At this time, both Doppler and Zeeman shifts are still reliable. The vector magnetogram (B_x, B_y, B_z) is shown as an average between 08:00 and 09:36 UT in Figure 1.1 and the corresponding Doppler velocity v_r is displayed in Figure 1.2(a). Although the minima are located at the right places, there are significant differences between v_r and MEF-computed v_z (Figure 1.2(b)). The differences are quantified by a scatter plot (Figure 1.2(c)). A quantitative global estimate of how close are two 2D spatial distributions $A(x, y)$ and $B(x, y)$ is given by their correlation coefficient: $C(A, B) = (\sum_{x,y} A \cdot B) / (\sum_{x,y} A^2 \cdot \sum_{x,y} B^2)^{1/2}$. We found that $C(v_r, v_z) \approx 0.906$ for $1 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2500 \text{ G}$. If we separate a weak field contribution we obtain $C(v_r, v_z) \approx 0.909$ for $1 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 200 \text{ G}$. Likewise if we separate a strong field contribution we obtain $C(v_r, v_z) \approx 0.805$ for $500 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2500 \text{ G}$. The high values of correlation coefficients here are mostly due to the global minimization process of MEF and do not reflect local differences. As noted by Ravindra et al. (2008), Doppler velocity observations alone could conflict with the conservation of magnetic flux. We have made the hypothesis that these differences are due to the fact that the magnetic field is not simply frozen-in to the plasma and have generalized MEF to include a magnetic diffusivity (MEF-R). Due to the size of a pixel in our data (see below, 1 pixel ≈ 1500 km), one cannot expect η to be a collisional diffusivity but a turbulent or eddy diffusivity.

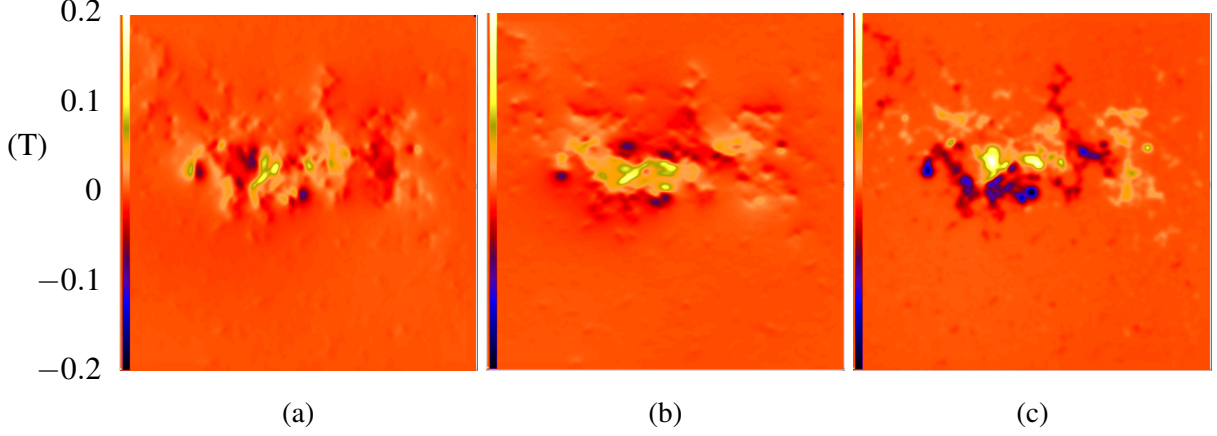


Figure 1.1: Vector magnetograms (a) $B_x(x,y)$, (b) $B_y(x,y)$, and (c) $B_z(x,y) \equiv B_\ell(x,y)$ of AR 9077 on 14 July 2000. The magnetograms (a) and (b) were reconstructed from the line-of-sight magnetograms (c) recorded by SOHO/MDI by using the linear force-free hypothesis (Nakagawa & Raadu, 1972) with $\alpha \approx -1.5 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}$ (Régnier & Priest, 2007). \mathbf{B} has been averaged between 08:00 and 09:36 UT and smoothed with a 3×3 pixels spatial filter. The grid size is 256 pixels. The area covered is about $500 \times 500 \text{ arcsec}^2$. The color scales range from -0.2 T to 0.2 T .

1.4 MEF-R: A Generalization of the MEF Technique to Resistive Plasmas

In the following, we locate the photosphere at the origin of the vertical coordinate $z = 0$ in Cartesian geometry. Each vector quantity observed or computed at the photospheric level has a vertical component, normal to the photospheric plane, subscripted with “ z ” and a horizontal component subscripted with “ h ”.

1.4.1 Resistive Induction Equation

The non-ideal or resistive induction equation is used here to describe the behavior of the photospheric magnetic field \mathbf{B} and its time evolution

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times [(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \eta (\nabla \times \mathbf{B})] \\ &= \nabla \times [(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \eta \mu_0 \mathbf{J}], \end{aligned} \quad (1.1)$$

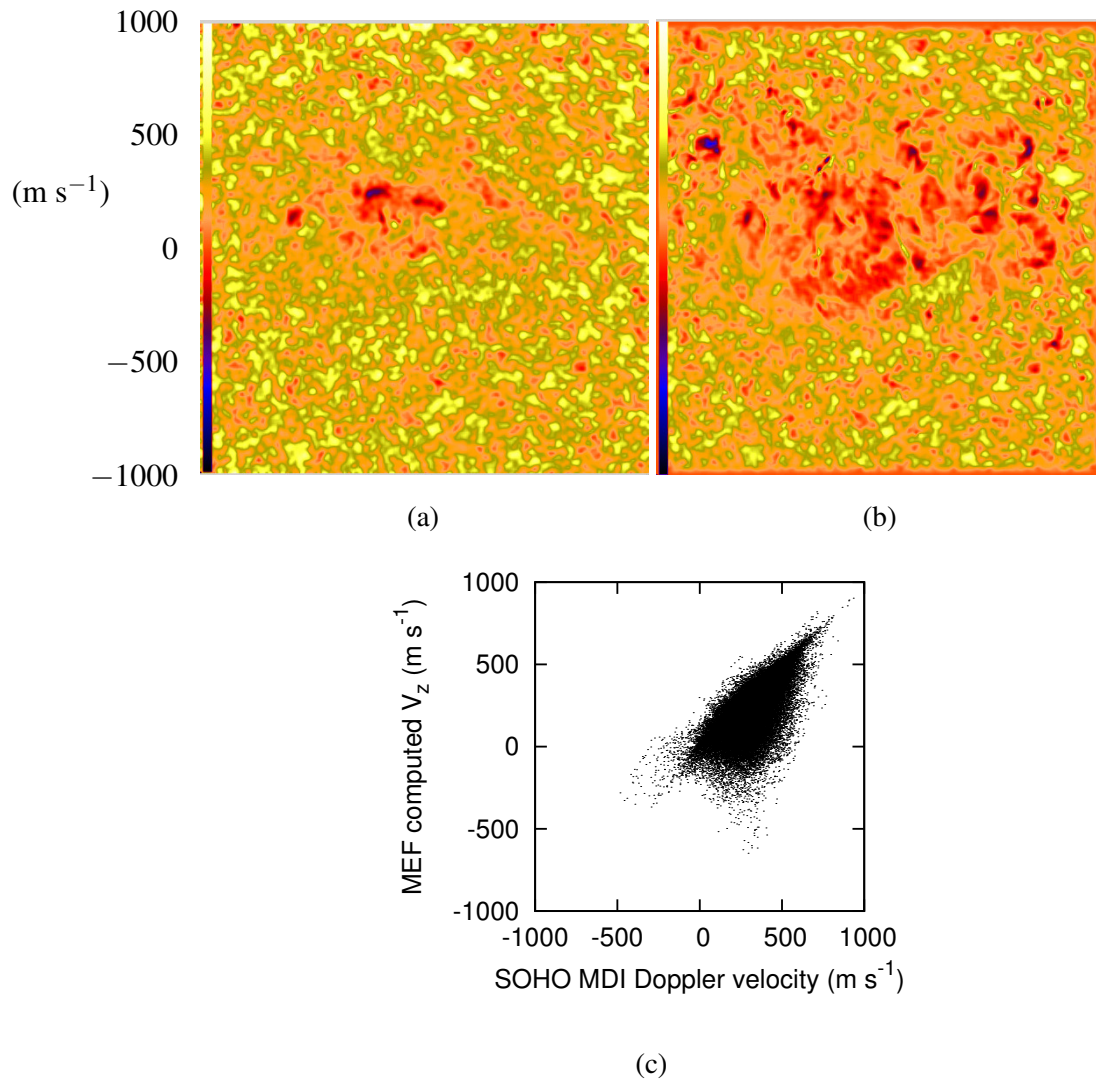


Figure 1.2: (a) Doppler velocity $v_r(t)$ in AR 9077 recorded by SOHO/MDI on 14 July 2000. The Sun's rotation has been removed. (b) $v_z(t)$ as computed using MEF with $v_r(t)$ as a background vertical velocity. The time interval is 08:00 - 09:36 UT and the grid size is 256 pixels in both panels. (c) shows the scatter plot between $v_z(t)$ and $v_r(t)$.

where $\eta = \eta(x, y; t)$ is the magnetic diffusivity and is a function of space and time,

$$\eta(x, y) = \frac{1}{\mu_0 \sigma}, \quad (1.2)$$

σ being the conductivity. A consistent velocity flow can be derived, as in the case of non-resistive ideal MHD, by considering the vertical component of the non-ideal equation of magnetic induction (Equation (1.1))

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z}{\partial t} &= [\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})]_z - (\nabla \times \eta \mu_0 \mathbf{J})_z \\ &= \nabla_{\mathbf{h}} \cdot [(v_z \mathbf{B}_h - B_z \mathbf{v}_h) + \eta (\hat{\mathbf{z}} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)]. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Here we suppose that the discrepancies between v_z as computed by MEF and Doppler velocity v_r observed by SOHO/MDI are due to the fact that the magnetic field is not frozen-in to the plasma flow but there is also a magnetic diffusivity $\eta(x, y)$. This may be only partially true since we did not have access to the vertical derivatives of the magnetic field outside of the FF assumption, but $\eta(x, y)$ would not be a collisional magnetic diffusivity.

As noticed by Longcope (2004), it would be impossible to solve the resistive induction equation in a single plane. Indeed, the second term on the right-hand side of Equation (1.3) includes vertical spatial derivatives of first order for \mathbf{B}_h . In order to approximate these derivatives, one must rely on data from at least two planes at different vertical heights at and above the photosphere, all at the same time t_j . Quantities such as J_x and J_y , or simply \mathbf{J}_h , could be computed since we suppose that the magnetic field at the photospheric level is a force-free field.

1.4.2 Unknown Scalar Potentials

Helmholtz's theorem allows for a differentiable vector function going to zero fast enough as r goes to infinity to be expressed as the sum of the gradient of a scalar function and the curl of a potential vector (*e.g.* Griffiths, 2007). This approach was used by Longcope (2004) to rewrite Equation (1.3) in terms of two scalar potentials ϕ and ψ

for an ideal MHD ($\eta = 0$). Here we use Helmholtz's theorem to decompose a vector function including a resistive term,

$$\mathbf{F} = (v_z \mathbf{B}_h - B_z \mathbf{v}_h) + \eta (\hat{\mathbf{z}} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) . \quad (1.4)$$

The magnetic fields considered in this study are not bounded and could not be so, even locally, because they are force-free (Brownstein, 1994). However, as mentioned above, Helmholtz's theorem does not require a bounded domain to be valid. In the general case of $\alpha = \alpha(x, y) = \mu_0 J_z / B_z$, the differentiability of the vector function \mathbf{F} is not always satisfied if $\eta \neq 0$ as its second term in Equation (1.4), $\eta (\hat{\mathbf{z}} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$, cannot be differentiated where B_z is 0. The problem arises from the force-free approximation of \mathbf{B} as the horizontal current density \mathbf{J}_h depends on the inverse of B_z . As in the case of MEF (Section 1.3), we used a threshold so that $|B_z| \geq 40$ G everywhere on the photospheric plane. Thus, with every condition satisfied, applying Helmholtz's theorem to the vector function in Equation (1.3) yields

$$\mathbf{F} = (v_z \mathbf{B}_h - B_z \mathbf{v}_h) + \eta (\hat{\mathbf{z}} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) = \nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \times \psi \hat{\mathbf{z}} = \nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \psi \times \hat{\mathbf{z}} . \quad (1.5)$$

The formalism introduced in Equation (1.5) leads to the same result for both resistive and ideal forms of the induction equation as we rewrite Equation (1.3) in terms of ϕ and ψ , *i.e.* a Poisson equation for ϕ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z}{\partial t} &= \nabla_{\mathbf{h}} \cdot (\nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \psi \times \hat{\mathbf{z}}) \\ &= \nabla_{\mathbf{h}}^2 \phi . \end{aligned} \quad (1.6)$$

Mathematically, ϕ has the form of the electrostatic potential arising from a charge distribution given by $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ whereas ψ is a potential function generating the solenoidal part of the electric field (Longcope, 2004). The same method can therefore be applied to the solution of Equation (1.6) for ϕ , *i.e.* reversing the Laplacian operator and using $\phi = 0$ as a boundary condition for all points that are not in the active region interior (Longcope, 2004) or, in our study, at the border of the computational domain.

1.4.3 The Minimum Energy Fit

By rearranging the terms in Equation (1.5), the horizontal velocity \mathbf{v}_h can be written as a function of ϕ , ψ , v_z , and η ,

$$\mathbf{v}_h = \frac{[v_z \mathbf{B}_h - \nabla_h \phi - \nabla_h \psi \times \hat{z} + \eta (\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)]}{B_z}. \quad (1.7)$$

There are an infinite number of solutions for \mathbf{v}_h as the formalism introduced in Equation (1.5) results in the resistive induction equation being satisfied regardless of the field ψ . As for ideal MHD, the minimization of a penalty function guarantees a unique solution for \mathbf{v}_h . It is expected that inside an active region where the magnetic fields are strong the total kinetic energy would be reduced. Thus, we use the same energy-like functional W previously introduced for the MEF, the only difference being that it is also a function of a third field, $\eta(x, y)$, as a result of Equation (1.7)

$$\begin{aligned} W \equiv W\{\psi, v_z, \eta\} &= \int_M L\left\{x, y, \psi, \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, v_z, \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_z}{\partial y}, \eta, \frac{\partial \eta}{\partial x}, \frac{\partial \eta}{\partial y}\right\} dx dy \\ &= \frac{1}{2} \int_M |\mathbf{v}_h - \mathbf{u}_h|^2 + |v_z - u_z|^2 dx dy \\ &\quad + \lambda \int_M \left| \nabla_h \left(\eta \frac{|\mu_0 \mathbf{J}|}{B_z} \right) \right|^2 dx dy, \end{aligned} \quad (1.8)$$

where M is a region of the photosphere and \mathbf{u}_h and u_z are the components of the reference flow \mathbf{u} that \mathbf{v} tries to fit. For example, Doppler velocity could be used as a reference vertical velocity u_z . This possibly ill-posed problem is treated in MEF-R with a Tikhonov regularization (Tikhonov, 1963) that maximizes correlation between neighboring points (x, y) . Here λ is a Lagrange multiplier set to 0.4 px^2 in the case of the Spheromak (Section 1.4.5).

Minimization of the functional W in terms of ψ , v_z , and η is made using a set of

three Euler-Lagrange equations involving the Lagrangian L ,

$$\frac{\partial L}{\partial v_z} - \frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial v_{zx}} - \frac{d}{dy} \frac{\partial L}{\partial v_{zy}} = 0, \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial \psi_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial L}{\partial \psi_y} = 0, \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} - \frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial \eta_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial L}{\partial \eta_y} = 0, \quad (1.11)$$

where we set $v_{zx} \equiv \frac{\partial v_z}{\partial x}$, $v_{zy} \equiv \frac{\partial v_z}{\partial y}$, $\psi_x \equiv \frac{\partial \psi}{\partial x}$, $\psi_y \equiv \frac{\partial \psi}{\partial y}$, $\eta_x \equiv \frac{\partial \eta}{\partial x}$, $\eta_y \equiv \frac{\partial \eta}{\partial y}$. Since $\frac{\partial L}{\partial \psi} = \frac{\partial L}{\partial v_{zx}} = \frac{\partial L}{\partial v_{zy}} = \frac{\partial L}{\partial \eta_x} = \frac{\partial L}{\partial \eta_y} = 0$, the above equations can be reduced to,

$$\frac{\partial L}{\partial v_z} = \frac{\mathbf{B}_h \cdot (\mathbf{v}_h - \mathbf{u}_h)}{B_z} + (v_z - u_z) = 0, \quad (1.12)$$

$$-\frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial \psi_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial L}{\partial \psi_y} = \nabla_h \cdot \left[\frac{\hat{z}}{B_z} \times (\mathbf{v}_h - \mathbf{u}_h) \right] = 0, \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = \frac{(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) \cdot (\mathbf{v}_h - \mathbf{u}_h)}{B_z} = 0. \quad (1.14)$$

With the use of vector identities, one finds that ψ , v_z , and η must satisfy the following three coupled Euler-Lagrange equations,

$$v_z = \frac{B_z^2 u_z + \mathbf{B}_h \cdot [\nabla_h \phi + \nabla_h \psi \times \hat{z} + B_z \mathbf{u}_h - \eta (\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)]}{|\mathbf{B}|^2}, \quad (1.15)$$

$$\nabla_h \cdot \left(\frac{\nabla_h \psi}{B_z^2} \right) = \nabla_h \cdot \left[\frac{\hat{z} \times (v_z \mathbf{B}_h - \nabla_h \phi - B_z \mathbf{u}_h + \eta (\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h))}{B_z^2} \right], \quad (1.16)$$

$$\eta = \frac{(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) \cdot (\nabla_h \phi + \nabla_h \psi \times \hat{z} + B_z \mathbf{u}_h - v_z \mathbf{B}_h)}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|^2}. \quad (1.17)$$

In the case of a resistive plasma, we obtain the same solutions as in the case of an ideal plasma, with the additional term η on the right-hand side. These equations stand for any magnetic field \mathbf{B} ; no restriction has been made on \mathbf{B} . However, if the magnetic field \mathbf{B} is a force-free field, it is parallel to the current density \mathbf{J} so that $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) \cdot \mathbf{B}_h = 0$. In this case, the above Euler-Lagrange equations (Equations (1.15) and (1.17)) have a

vanishing term and can be written as

$$v_z = \frac{B_z^2 u_z + \mathbf{B}_h \cdot (\nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \psi \times \hat{\mathbf{z}} + B_z \mathbf{u}_h)}{|\mathbf{B}|^2}, \quad (1.18)$$

$$\nabla_{\mathbf{h}} \cdot \left(\frac{\nabla_{\mathbf{h}} \psi}{B_z^2} \right) = \nabla_{\mathbf{h}} \cdot \left[\frac{\hat{\mathbf{z}} \times (v_z \mathbf{B}_h - \nabla_{\mathbf{h}} \phi - B_z \mathbf{u}_h + \eta (\hat{\mathbf{z}} \times \mu_0 \mathbf{J}_h))}{B_z^2} \right], \quad (1.19)$$

$$\eta = \frac{(\hat{\mathbf{z}} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) \cdot (\nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \psi \times \hat{\mathbf{z}} + B_z \mathbf{u}_h)}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|^2}, \quad (1.20)$$

where for numerical reasons, a lower limit of $|\mu_0 \mathbf{J}_h|$ must be imposed here. In 64-bit computing, we set it to $10^{-12} \text{ N A}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

To see the physical meaning of Equation (1.17) or (1.20), we can use Ohm's law

$$\mathbf{E} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \mu_0 \mathbf{J}, \quad (1.21)$$

in which we can separate horizontal and vertical components using Helmholtz decomposition (*e.g.* Equation (1.5)),

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_h &= -\hat{\mathbf{z}} \times [(v_z \mathbf{B}_h - B_z \mathbf{v}_h)] + \eta \mu_0 \mathbf{J}_h \\ &= \nabla_{\mathbf{h}} \phi \times \hat{\mathbf{z}} - \nabla_{\mathbf{h}} \psi, \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$E_z = \mathbf{v}_h \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{B}_h) + \eta \mu_0 J_z. \quad (1.23)$$

Equation (1.14) together with vector identity $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})$ are combined with Equation (1.17). We then use Equation (1.22) to obtain

$$\eta = \frac{\mu_0 \mathbf{J}_h \cdot \mathbf{E}_h}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|^2} + \frac{(B_z \mathbf{u}_h - v_z \mathbf{B}_h) \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|^2}. \quad (1.24)$$

Multiplying Equation (1.23) for the vertical component E_z by $\mu_0 J_z$ and summing with Equation (1.24) gives

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} + \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} \\ &= \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} - \frac{\mathbf{v} \cdot (\mu_0 \mathbf{J} \times \mathbf{B})}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Equation (1.25) could have been found using the scalar product of generalized Ohm's law (Equation (1.21)) with $\mu_0 \mathbf{J}$.

In the context of the eddy diffusivity model, the difference between the two terms in Equation (1.25) represents the transport of magnetic flux from processes other than the resolved $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ electric field. The above derivation is relevant to any magnetic field \mathbf{B} . If however \mathbf{B} is a force-free field, $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ so that the last term of Equation (1.25) vanishes and we have

$$\eta = \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2}. \quad (1.26)$$

The physical meaning of this equation is the same as in the case of a non force-free magnetic field without considering the work done by the magnetic force. A rewriting of Equation (1.25) leads to

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \frac{\eta |\mu_0 \mathbf{J}|^2}{\mu_0} - \mathbf{J} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.27)$$

Using generalized Ohm's law (Equation (1.21)) and the magnetic flux conservation (Equation (1.1)), we obtain

$$\begin{aligned} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} &= \frac{\eta |\mu_0 \mathbf{J}|^2}{\mu_0} - \mathbf{J} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ &= -\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{P} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\partial B^2}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{P}, \end{aligned} \quad (1.28)$$

where $\mathbf{P} \equiv \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ is the Poynting vector and Equation (1.28) is the differential form of the Poynting theorem (*e.g.* Griffiths, 2007). As a consequence, we can express η as a function of the Poynting vector,

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} + \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} \\ &= \frac{\mu_0}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial \left(\frac{B^2}{\mu_0} \right)}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{P} \right] + \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

In the case of a force-free magnetic field, one obtains

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{\mu_0 \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} \\ &= \frac{\mu_0}{|\mu_0 \mathbf{J}|^2} \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial \left(\frac{|\mathbf{B}|^2}{\mu_0} \right)}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{P} \right].\end{aligned}\quad (1.30)$$

1.4.4 Boundary Conditions for Magnetic Diffusivity $\eta(x, y)$

MEF takes boundary conditions under the form of a mask cancelling values of $\phi(x, y)$ and $v_z(x, y)$ at pixels on the border of the domain that includes the active region, ∂AR . In MEF-R, we use a Hann window over eight grid points on the sides of the computational domain for all quantities except for the magnetic diffusivity $\eta(x, y)$. This produces an efficient mask, takes the whole area into consideration, and is compatible with the computation of vector magnetograms (Nakagawa & Raadu, 1972). Equations (1.18) and (1.20) are minimization forms of W according to v_z and η . Solving Equation (1.20) for η is done in the same way as solving Equation (1.18) for v_z .

1.4.5 Testing MEF-R: The Spheromak

Spheromaks are plasmas with internal magnetic fields but strong internal electric currents. They resemble a bipolar active region with twisted flux (Longcope, 2004). Due to finite magnetic diffusivity, they relax (Taylor, 1974) toward a state of minimal magnetic energy while conserving global magnetic helicity (Bellan, 2000). The consequence is that the magnetic field in the relaxed state is force-free (Bellan, 2000). Since the Spheromak is a closed system, the relaxed magnetic field is a linear force-free field (Woltjer, 1958). The relaxation process itself redistributes the current locally by reconnection processes (Garcia-Martinez, 2012) and is equivalent to the effect of eddy magnetic diffusivity. The latter would vanish when the system has reached the relaxed state but there would be still remaining uniform resistivity.

To create an analytical test for MEF-R we proceeded as follows. We use the magnetic vector field $(B_x, B_y, B_z)(x, y, z; t + dt/2)$ from the Spheromak (Bellan, 2000) and an external velocity field $(v_x, v_y, v_z)(x, y, z; t + dt/2)$ oriented in a single direction of space. We solved numerically the resistive magnetic induction equation (Equation (1.1)),

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \eta (\nabla \times \mathbf{B})],$$

using a second order finite differences numerical discretization in space and a second order leapfrog time-marching. This gives $(B_x, B_y, B_z)(x, y, z; t, t + dt)$. Next, we used MEF-R with $(B_x, B_y, B_z)(x, y, z; t, t + dt)$ and $v_r = v_z(x, y, z; t + dt/2)$ to compute $(v_x, v_y, v_z)(x, y, z; t + dt/2)$ and $\eta(x, y, z; t + dt/2)$. We can then compare $(v_x, v_y, v_z)(x, y, z; t + dt/2)$ (Figure 1.3(b)) and $\eta(x, y, z; t + dt/2)$ (Figure 1.3(c)) with the original models.

As the test case Spheromak here is purely analytical, we work in pixels (px) and dt units. The Spheromak has a radius $a = 20$ px and its center is located at $\mathbf{r}_c(t) = (x_c(t), y_c(t), z_c(t)) = (0, 0, -3)$ px. The generating flow is given as $\mathbf{v}(t + dt/2) = 4 \cos(35^\circ) \mathbf{e}_x + 4 \sin(35^\circ) \mathbf{e}_y + 4 \mathbf{e}_z$ with $|\mathbf{v}(t + dt/2)| \approx 5.6$ px dt^{-1} (Figure 1.3(a)) and corresponds to a uniform translation of the Spheromak center along a constant direction (Longcope, 2004). A uniform magnetic diffusivity has been set to $\eta(x, y, z; t + dt/2) = 10$ px² dt^{-1} . In Figure 1.3(a), we see only $v_{\perp x}, v_{\perp y}$, and $v_{\perp z}$ extracted from

$$\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v} - [(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) / \mathbf{B}^2] \mathbf{B},$$

the component of \mathbf{v} perpendicular to the magnetic field lines. The vertical velocity field of the Spheromak $v_z(t + dt/2)$ (Figure 1.3(a)) is similar to the MEF-R inferred flow $v_z(t + dt/2)$ (Figure 1.3(b)). The inferred horizontal components of \mathbf{v} are somehow different however (see vectors in Figures 1.3(a) and 1.3(b)). This is a consequence of the decay of kinetic energy W during the MEF-R iterative process. If we define the kinetic energy of the Spheromak numerically as

$$W = \Sigma_{x,y} \left[v_x^2 + v_y^2 + (v_z - u_z)^2 \right]$$

and take the reference velocity $\mathbf{u}_h = \mathbf{0}$ and $u_z = v_{\perp z}$, we find the kinetic energy of the generating flow $W_0(t + dt/2) \approx 23540 \text{ px}^2 \text{ dt}^{-2}$ to be greater than the kinetic energy of the perpendicular component of the generating flow $W_{\perp}(t + dt/2) \approx 15045 \text{ px}^2 \text{ dt}^{-2}$ as expected, the latter being itself greater than the kinetic energy of the inferred final state $W_f(t + dt/2) \approx 976 \text{ px}^2 \text{ dt}^{-2}$,

$$W_f < W_{\perp} < W_0.$$

Our translation of the Spheromak is not a state of minimal kinetic energy and MEF-R, searching a flow of minimal kinetic energy, is not supposed to produce an inferred velocity matching exactly the initial flow.

Equation (1.14) predicts that in the absence of a horizontal reference flow $\mathbf{u}_h = \mathbf{0}$, the inferred horizontal velocity \mathbf{v}_h should be perpendicular to $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$. In other words, under the LFF assumption, MEF-R predicts that the minimal kinetic energy configuration of \mathbf{v} will be such that \mathbf{v}_h and \mathbf{B}_h are parallel. However, neither the generating flow, the perpendicular component of the generating flow, nor the reference flow would have their horizontal component being parallel to \mathbf{B}_h .

How MEF-R predicts magnetic eddy diffusivity at time $(t + dt/2)$ is shown in Figure 1.3(c). The mean value of inferred magnetic diffusivity is almost unchanged with $\langle \eta \rangle \approx 9 \text{ px}^2 \text{ dt}^{-1}$ although it is not uniform with a standard deviation of $12 \text{ px}^2 \text{ dt}^{-1}$. In Figure 1.3(c) we superimposed the field lines of $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$ above the map of $\eta(x, y; t + dt/2)$. We see that MEF-R distorts the magnetic diffusivity along these lines as can be seen from Equation (1.17).

1.4.6 Statistics of the Results

Finally, to have a global measure of the performance of MEF-R in the Spheromak test case, we computed the correlation coefficients between $v_{\perp x, y, z}^s$ of the Spheromak and $v_{\perp x, y, z}$ inferred from MEF-R. We found

$$\begin{aligned} C(v_{\perp x}^s, v_{\perp x}) &\approx 0.285, & C(v_{\perp y}^s, v_{\perp y}) &\approx 0.137, \\ C(v_{\perp z}^s, v_{\perp z}) &\approx 0.571. \end{aligned}$$

The mean $\langle \rangle$ and standard deviation $\sigma[]$ of the difference between the Spheromak and inferred velocities are also computed. We found

$$\begin{aligned}\langle v_{\perp x}^s - v_{\perp x} \rangle &\approx 2.108 \text{ px dt}^{-1}, & \langle v_{\perp y}^s - v_{\perp y} \rangle &\approx 1.906 \text{ px dt}^{-1}, \\ \langle v_{\perp z}^s - v_{\perp z} \rangle &\approx 1.529 \text{ px dt}^{-1},\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}\sigma[v_{\perp x}^s - v_{\perp x}] &\approx 1.541 \text{ px dt}^{-1}, & \sigma[v_{\perp y}^s - v_{\perp y}] &\approx 1.412 \text{ px dt}^{-1}, \\ \sigma[v_{\perp z}^s - v_{\perp z}] &\approx 1.735 \text{ px dt}^{-1}.\end{aligned}$$

The correlation and accuracy are higher for the vertical component of velocity as expected with MEF-R although the standard deviation is also slightly higher. A global measurement of the velocity differences in terms of vectors would give a lower value but with the same standard deviation,

$$\langle |\mathbf{v}_{\perp}^s| - |\mathbf{v}_{\perp}| \rangle \approx 3.471 \text{ px dt}^{-1}, \quad \sigma[|\mathbf{v}_{\perp}^s| - |\mathbf{v}_{\perp}|] \approx 1.762 \text{ px dt}^{-1}.$$

The distribution of the relative orientations between the two vector fields is given by $\langle \mathbf{v}_{\perp}^s \cdot \mathbf{v}_{\perp} \rangle \approx 3.392 \text{ px}^2 \text{ dt}^{-2}$ with standard deviation $\sigma[\mathbf{v}_{\perp}^s \cdot \mathbf{v}_{\perp}] \approx 6.201 \text{ px}^2 \text{ dt}^{-2}$. A better estimate is given by the average dot product of the normalized perpendicular velocities $\langle \frac{\mathbf{v}_{\perp}^s \cdot \mathbf{v}_{\perp}}{|\mathbf{v}_{\perp}^s| |\mathbf{v}_{\perp}|} \rangle \approx 0.959$ which follows the Cauchy-Schwarz inequality (Schrijver et al., 2006) and indicates that the two fields are mostly parallel. The results are not as good for the resistivity. The correlation coefficient, mean, and standard deviation of the difference between true and inferred values of resistivity η are

$$\begin{aligned}C(\eta^s, \eta) &\approx 0.243, & \langle |\eta^s| - |\eta| \rangle &\approx 6.134 \text{ px dt}^{-1}, \\ \sigma[|\eta^s| - |\eta|] &\approx 7.752 \text{ px dt}^{-1},\end{aligned}$$

with extremal values of resistivity about 10 times greater (Figure 1.3 (c)).

These results only reflect the fact that the external velocity and magnetic diffusivity we imposed for the relaxed Spheromak are rather arbitrary and not consistent with a

state of minimal kinetic energy as previously defined. More statistics are computed (*e.g.* Schrijver et al., 2006) and a comparison with the case when we not only impose u_z but also u_x and u_y are given in Tables 1.II and 1.III (section 1.8).

1.5 Data Processing Using MEF-R: AR 9077

In MEF, v_r can be used as a vertical background velocity. In MEF-R, we precisely adjust the magnetic diffusivity so that v_z is as close as possible to v_r . We want to compute both $\mathbf{v}(x, y)$ and $\eta(x, y)$. Whenever we had to compute $\frac{1}{B_z}$, the vertical component $B_z(x, y)$ was further thresholded, $|B_z(x, y)| \geq 40$ G, to avoid dividing by zero or computer round-off values. This value is chosen to be above the noise (≈ 20 G in our data).

1.5.1 Testing MEF-R: Numerical Convergence

Numerical simulations of reconnection processes in the lower corona have been done with a variable magnetic diffusivity $\eta(J)$ as an explicit function of current density J (*e.g.* Chen & Shibata, 2000; Otto, 2001) or $\eta(v_{ed})$ varying with electron velocity v_{ed} (Miyagoshi & Yokoyama, 2004). However, to our knowledge no code simulating convection up to the photosphere and using variable $\eta(x, y)$ is currently available. This is left for future work. Nevertheless, we did check numerically that the solution was indeed a unique solution to the magnetic induction equation. In Figure 1.4(a) we display the scaled residuals of the vertical component of the magnetic induction equation (Equation (1.3)). Here we have rescaled the residuals by the standard deviation of the variable $\frac{\partial B_z}{\partial t}$. Scales range from -10.7 to 11.2 with a mean value at 0.00239 and standard deviation of 0.9296 . The convergence process itself is shown in Figure 1.4(b). Kinetic energy scale here is in $(\text{px } dt^{-1})^2$ (see Table 1.IV in Section 1.9). The convergence is nearly obtained at 400 iterations. After 1000 iterations there is no significant improvement in the convergence.

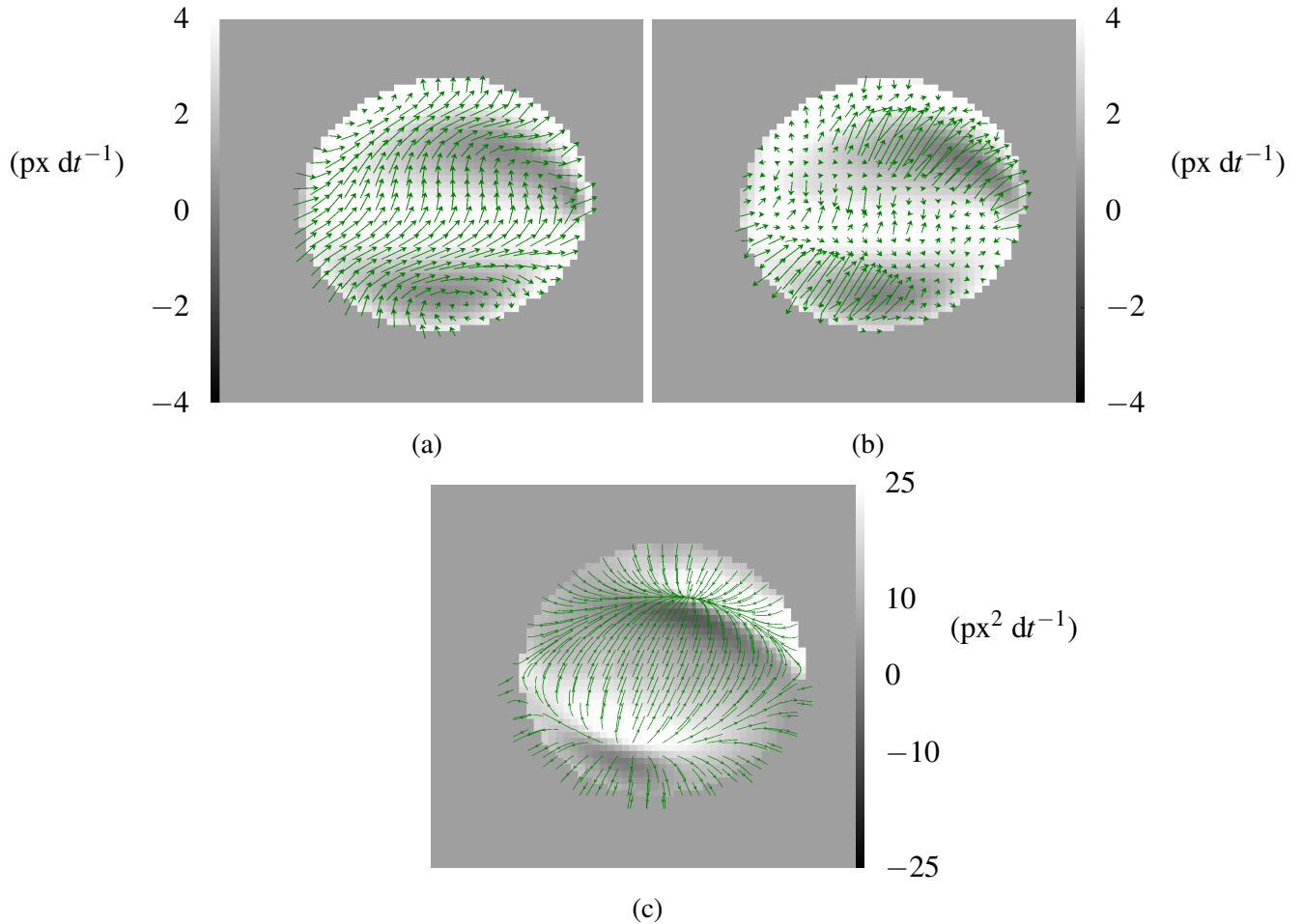


Figure 1.3: Testing MEF-R using the Spheromak at given time $t + dt/2$ with a generating flow as a uniform velocity field $\mathbf{v}(t + dt/2) = 4 \cos(35^\circ) \mathbf{e}_x + 4 \sin(35^\circ) \mathbf{e}_y + 4 \mathbf{e}_z$. Here we show a cut in the plane $z = -3 \text{ px}$. 2D vectors show the x and y -components and grey scale refers to the z -component. The Spheromak being closed, a circle is set to delimitate the boundary. (a) The perpendicular components of the generating flow, $(v_{\perp x}, v_{\perp y})(x, y)$ (vectors) and $v_{\perp z}(x, y)$ (grey scale). (b) How MEF-R reconstructs the velocity field $(v_x, v_y)(x, y)$ (vectors) and $v_z(x, y)$ (grey scale). (c) Magnetic diffusivity $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ as reconstructed by MEF-R (colorscale). Field lines of $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$ are superimposed. MEF-R distorts η_{eddy} along these lines (see Equation (1.17)).

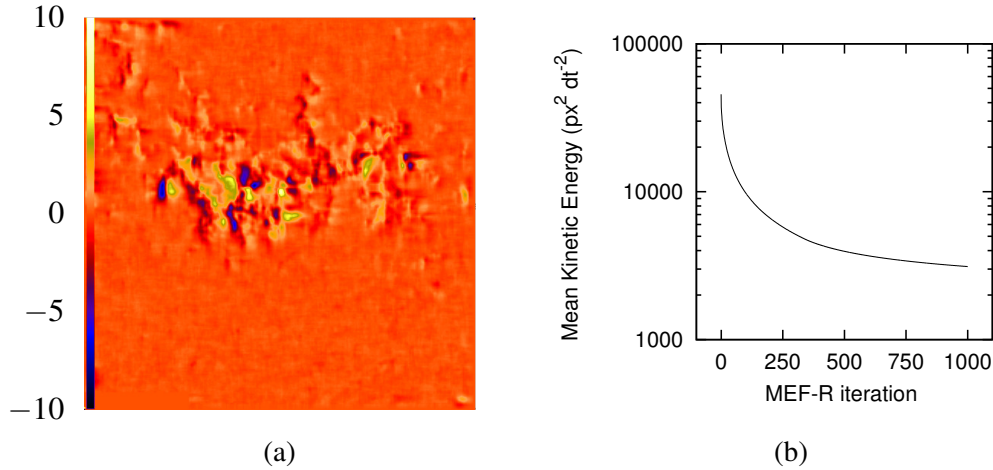


Figure 1.4: (a) Map of the scaled residuals of the vertical component of equation of conservation of magnetic flux (Equation (1.3)) corresponding to the time interval 08:00 - 09:36 UT of 14 July 2000 in AR 9077. Residuals have been rescaled by the standard deviation of the variable $\frac{\partial B_z}{\partial t}$. (b) Convergence curve of the MEF-R. Kinetic energy scale here is in $(\text{px dt}^{-1})^2$.

1.5.2 Vertical Velocity versus Doppler Velocity

As expected, after 1000 iterations of MEF-R, we found that $v_z(t)$ is very close to Doppler velocity $v_r(t)$ (Figures 1.5(a) and 1.5(b)), in particular inside the active region. This is to be compared with Figure 1.2 where $v_z(x, y)$ was computed using MEF for a non-resistive ideal gas. There are still differences, however, as can be seen on a scatter plot (Figure 1.5(c)) due to iterative noise amplification by MEF-R of uncorrected bad pixels on the two vector magnetograms we used. This can be quantified using histograms of $v_z(x, y; t)$ and $v_r(x, y; t)$ plotted in Figure 1.5(d) and occurs mostly for the highest values of velocity $|v_z(x, y; t)|$ although due to the minimization process v_z is slightly smaller than v_r . Correlation coefficients are $C(v_r, v_z) \approx 0.9937$ for $1 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2500 \text{ G}$, with a weak field contribution $C(v_r, v_z) \approx 0.9939$ for $1 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 200 \text{ G}$, as good as its strong field contribution $C(v_r, v_z) \approx 0.9909$ for $500 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2500 \text{ G}$.

1.5.3 Horizontal Velocity

To compute $\mathbf{v}_h(x, y)$ we have used Equation (1.7). In Figure 1.6 we show the horizontal velocity vector field (v_x, v_y) computed with MEF-R using vector magnetograms and

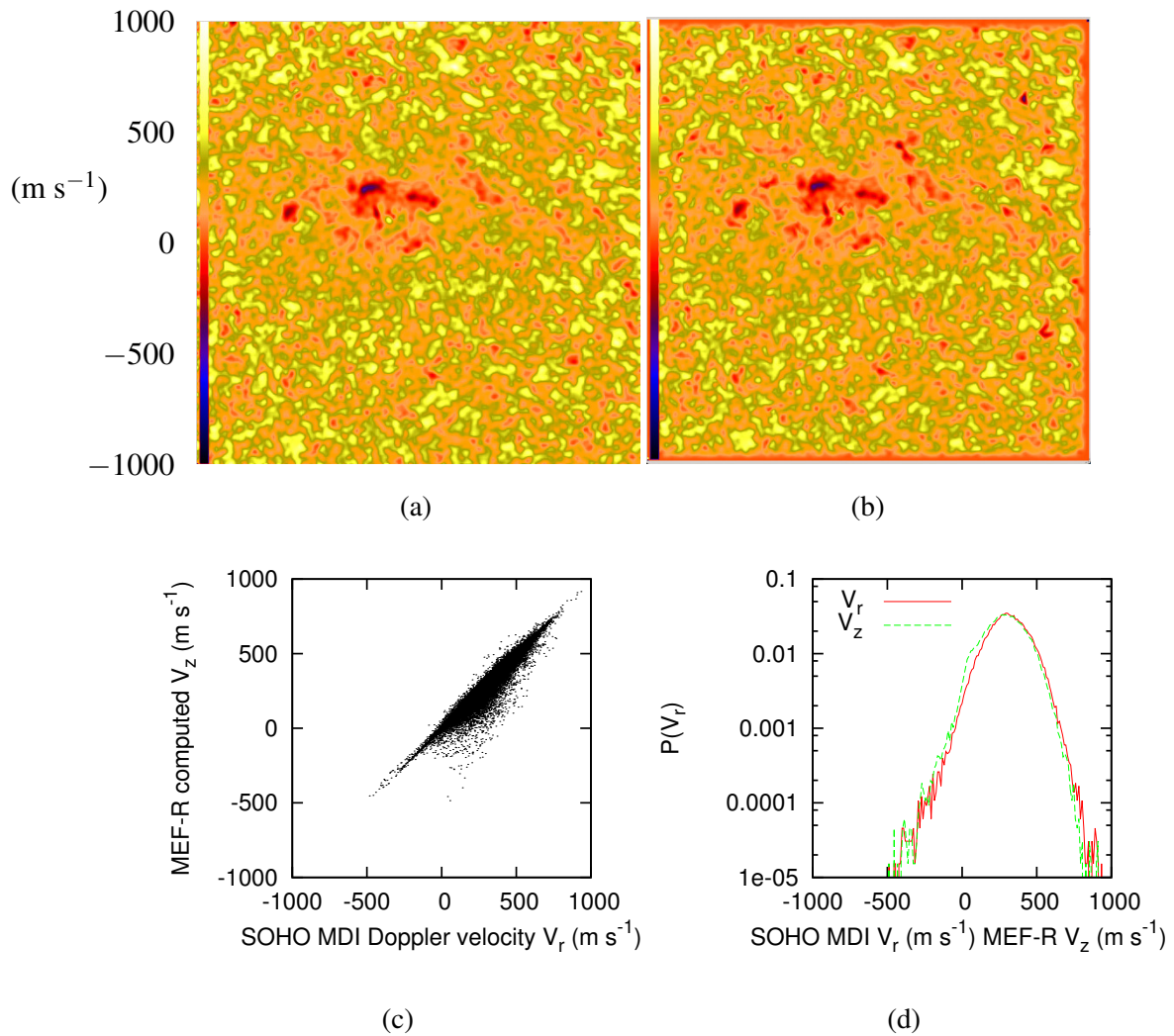


Figure 1.5: (a) Doppler velocity $v_r(t)$ in AR 9077 recorded by SOHO/MDI on 14 July 2000. The Sun's rotation has been removed. (b) $v_z(t)$ as computed using MEF-R with magnetic diffusivity $\eta(x, y; t)$ so that $v_z(t) \approx v_r(t)$. The time interval is 08:00 - 09:36 UT and the grid size is 256 pixels in both panels. Panel (c) shows the scatter plot between vertical velocity $v_z(t)$ computed using MEF-R and Doppler velocity $v_r(t)$. Panel (d) compares histograms of $v_z(t)$ and $v_r(t)$.

Doppler velocities between 08:00 and 09:36 UT. The use of a flat field constructed from $|\mathbf{v}_h(x,y)|$ as done for temperature T (Potts & Diver, 2009) would produce a cleaner and smoother picture. In the active region where (B_x, B_y, B_z) is strong the velocity is weaker, as expected given the stabilizing property of the magnetic field. Outside of the active region, the physics is more complex and, as noted by Longcope (2004), it is unlikely that we have computed the real velocity field.

An animation¹ depicting the evolution of the velocity fields shows that before the flare (*e.g.* 08:00 - 09:36 UT), there is extra vertical activity and little horizontal motions, with $|v_z|$ being much larger than $|v_h|$. Quantitatively, the velocity vectors are mostly oriented vertically, with a maxima of $\approx 916 \text{ m s}^{-1}$, a mean value of $\approx 286 \text{ m s}^{-1}$ and a standard deviation of $\approx 121 \text{ m s}^{-1}$. The maximal horizontal velocity is $\approx 199 \text{ m s}^{-1}$, the mean is $\approx 18 \text{ m s}^{-1}$, and the standard deviation is $\approx 23 \text{ m s}^{-1}$.

It is the opposite at the time of the flare (10:30 - 11:12 UT). The motions are mostly horizontal and more chaotic, whereas vertical motions are more equally distributed and more coherent (not shown). During this lapse of time, the maximum value of the vertical velocity is $\approx 594 \text{ m s}^{-1}$, the mean value is $\approx 121 \text{ m s}^{-1}$, and the standard deviation is $\approx 81 \text{ m s}^{-1}$. The maximum value of the horizontal velocity is $\approx 628 \text{ m s}^{-1}$, the mean is $\approx 38 \text{ m s}^{-1}$, and the standard deviation is $\approx 56 \text{ m s}^{-1}$.

In this animation, at the time of the flare, chaotic flows occur everywhere in the active region and it is unclear whether it occurs mostly in the sunspots or around the polarity inversion lines. Note that the absorption line Ni I 6768 Å used to measure both Doppler and Zeeman shifts in SOHO/MDI could be perturbed by a strong flare and thus Doppler velocities and magnetic field values might not be accurate during a flare (*e.g.* Babin & Koval, 2007).

1.5.4 Computation of the Magnetic Diffusivity

The values of eddy magnetic diffusivity $\eta(x,y)$ are sparse but can equally be positive or negative (see below) with a mean value of $\approx 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ and standard deviation of $\approx 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (Figure 1.7). These values can be much larger than the largest values

1. Supplementary material available at: <http://www.astro.umontreal.ca/~benoit/MEF-R>.

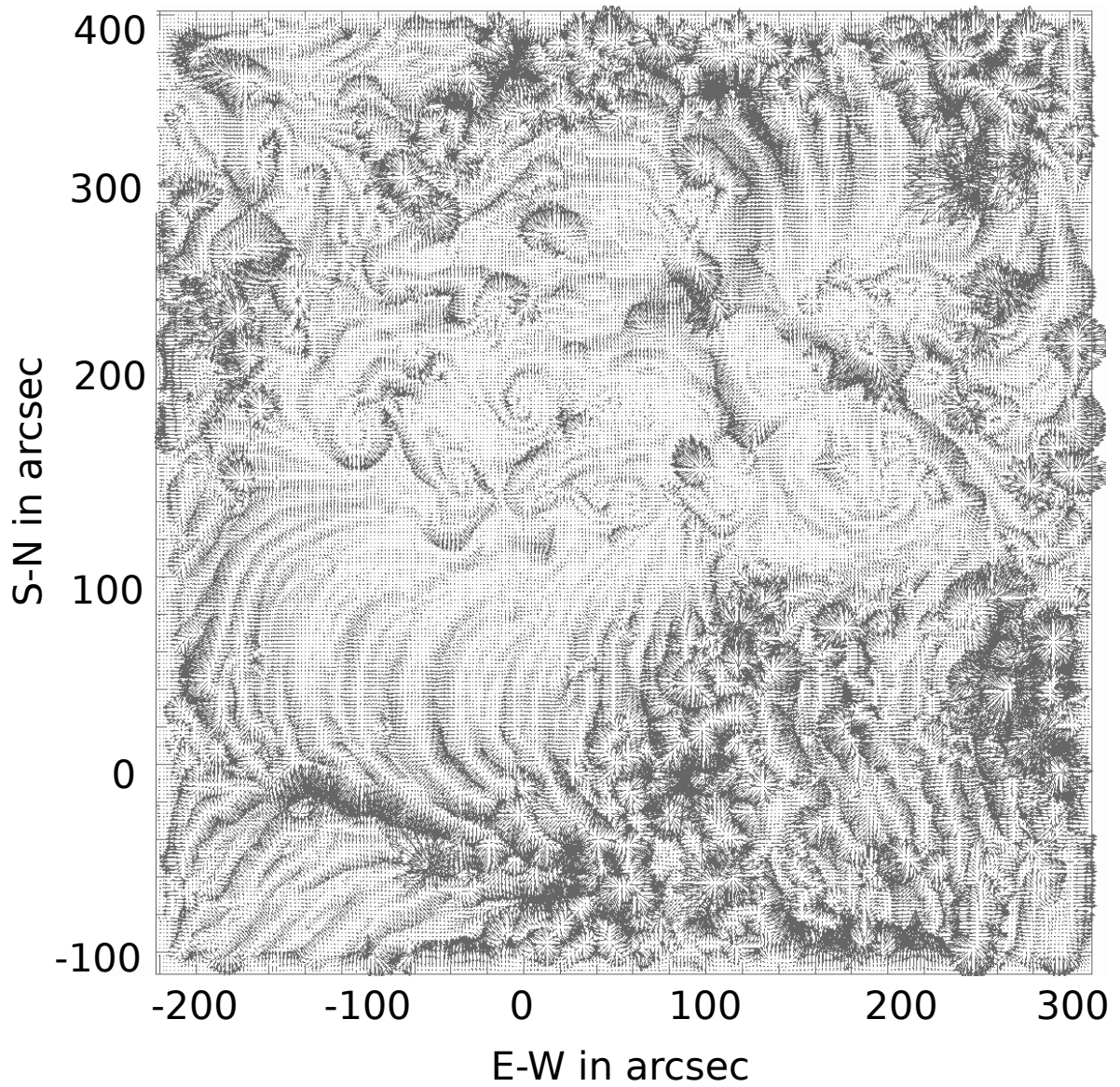


Figure 1.6: Velocity vector field (v_x, v_y) in AR 9077, 14 July 2000 between times 08:00 and 09:36 UT, computed with MEF-R after 1000 iterations using vector magnetograms and Doppler velocities from SOHO/MDI. Scales range over $[0 : 200] \text{ m s}^{-1}$. At strong-field locations are spirals rotating counterclockwise. The area is $500 \times 500 \text{ arcsec}^2$.

computed from magnetograms by Chae et al. (2008) using a generalization of the non-linear affine velocity estimator of Chae & Sakurai (2008) and a pixel size of about 2 arcsec (1400 km). Negative extrema of $\eta(x,y)$ may be partly due to noise in the data. Indeed, their amplitude could be reduced by using higher resolution data. In this case, they are unphysical. But some of the negative values of the diffusivity in Figure 1.8(a) are in strong magnetic field regions, where the relative error in field measurements is expected to be low. At these places, the action of negative eddy diffusivity would be to concentrate rather than disperse flux (*e.g.* Petrovay, 1994). Such an explanation has been given in the case of a theoretical dynamo (Zheligovsky et al., 2001).

Locally, high values of turbulent diffusivity are considered greater than $10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ for the photosphere (*e.g.* Abramenko et al., 2011) but values of $2.5 \times 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ have been inferred (Simon & Weiss, 1997) with a pixel of the size of a granule or larger. In fact, $\eta(x,y)$ could be even higher in the lower corona (Wu et al., 2000) and the chromosphere (Hegglund et al., 2009; Miyagoshi & Yokoyama, 2004).

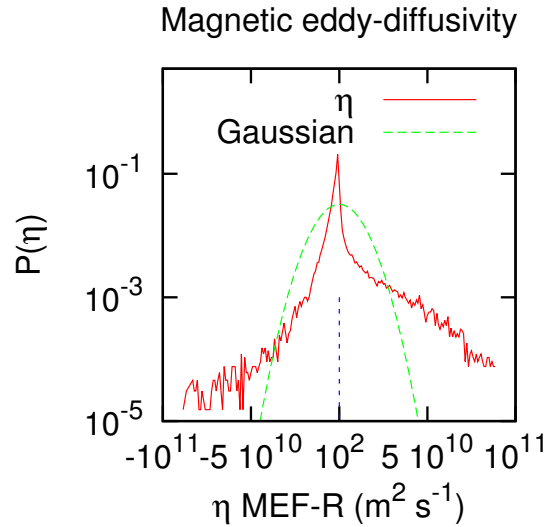


Figure 1.7: Histogram of magnetic diffusivity $\eta(x,y)$ in AR 9077, 14 July 2000, 08:00 - 09:36 UT, compared with a Gaussian of the same variance. Exponential wings are the signature of intermittency. Log scale is used in the vertical axis. Mean value is $\approx 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (vertical line). Standard deviation is $\sigma \approx 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. $|\eta(x,y)| \geq 2 \times 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ are due to noise.

The values of η_{\min} and η_{\max} are of the order of what we expect here for numerical-grid diffusivity $dr^2dt^{-1} \approx 3.9 \times 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, although below these values the value of magnetic diffusivity is likely distorted.

The normalized histogram or probability distribution function of magnetic diffusivity $\eta(x, y)$ between 08:00 and 09:36 UT is displayed on Figure 1.7 (solid line). It is different from a Gaussian distribution of the same variance (dashed line) but displays exponential wings characteristic of intermittency. The standard deviation is $\sigma \approx 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. At the start of a flare, the temperature distribution is observed to be chaotic (*e.g.* Veronig et al., 2006). Since magnetic diffusivity depends on temperature (Spitzer Jr., 1962), it is expected that the variance of magnetic diffusivity will also increase. This is what we see at 10:30 UT, the time of the flare, and at 12:48 UT, at the beginning of the thermalization phase (see below in Section 1.6).

The map of magnetic diffusivity is shown in Figure 1.8(a). Spiral structures can be seen at the location of sunspots where there are strong unipolar magnetic fields. These spirals rotate counterclockwise in AR 9077 (Figure 1.8(a)). The direction of rotation of these spirals is related to the sign of the average twist α . In an active region in the southern hemisphere where α would be positive, we predict that these spiral features would rotate clockwise. The physical mechanism of the observed hemispheric distribution of active region helicity has been proposed to be due to the action of the Coriolis force on a rising Ω -shaped flux tube originating deep inside the convection layer below an active region (Sakurai & Hagino, 2003).

For numerical reasons, $|\mathbf{J}_h| \geq 10^{-3} \text{ A m}^{-2}$ must be used in the computation. This lower threshold value roughly equals to the noise level in our data. Moreover, to better focus on the active region itself and to reduce discretization effects involving terms in $1/B_z$ (Longcope, 2004) we have used a threshold value of $|J_z| \geq 10^{-2} \text{ A m}^{-2}$ in the computation of Equation (1.20). Such values of $|J_z|$ are observed at resolutions of 2.5 arcsec at the photosphere within sunspots (*e.g.* Deloach et al., 1984; Krall et al., 1982).

As can be seen in Equations (1.20) and (1.25), η_{eddy} is also a function of \mathbf{J} and thus can be compared to $\eta(|\mathbf{J}|)$ (Otto, 2001). The peaks of $\eta(x, y)$ (Figure 1.8(a)) are located at the same places where photospheric currents are maximal (Figure 1.8(c)) and temper-

atures are minimal (Figure 1.11(b)) and where spiral centers are often located (Figures 1.6 and 1.8(a)). In fact, magnetic diffusivity in the photosphere and chromosphere can also be modeled as a function of temperature (Kumar et al., 2011; Spitzer Jr., 1962), $\eta(T) = c 10^8 T^{-3/2}$ ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) where $c \approx 5$ is a constant (Figure 1.8(d)). Here we used the continuum intensity also measured by SOHO/MDI with the flat field corrected (Potts & Diver, 2009) to derive T (Solanki et al., 1993). We found that $\eta(T)$ and $\eta(|\mathbf{J}|)$ are correlated with $C(\eta(|\mathbf{J}|), \eta(T)) \approx 0.88$ for $100 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2000 \text{ G}$ and especially for the strongest magnetic fields $1000 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2000 \text{ G}$ with $C(\eta(|\mathbf{J}|), \eta(T)) \approx 0.98$. But η_{eddy} does not well correlate with neither $\eta(T)$ nor $\eta(|\mathbf{J}|)$. For $100 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2000 \text{ G}$, we computed $C(\eta_{\text{eddy}}, \eta(|\mathbf{J}|)) \approx 0.41$ and $C(\eta_{\text{eddy}}, \eta(T)) \approx 0.56$. This is expected because the eddy diffusivity is not related to (molecular) resistivity but reflects the unresolved physics inside the subgrid.

To better understand the negative values of η_{eddy} , we have computed the corresponding map of angles between \mathbf{J} and \mathbf{E} (Figure 1.8(b)). A positive η occurs where angles are smaller than 90° whereas negative η is for angles greater than 90° and $\eta = 0$ corresponds to 90° between \mathbf{J} and \mathbf{E} . Here η_{eddy} , \mathbf{J} , and \mathbf{E} are eddy quantities representing macroscopic statistical effects, not actual processes.

1.5.5 The Meaning of η : Subgrid Eddy-Diffusivity

If magnetic diffusivity is small enough so that the velocity-dependent term is dominant in the generalized Ohm's Law, we have

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta_0 \mu_0 \mathbf{J} \\ &\approx -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \end{aligned} \tag{1.31}$$

as in Longcope (2004). In such a case the MEF-R algorithm is able to compute v_z very close to v_r (Figure 1.5). But there are several places where the magnetic diffusivity takes negative values (Section 1.5.4). We have therefore to understand the physical meaning of $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$.

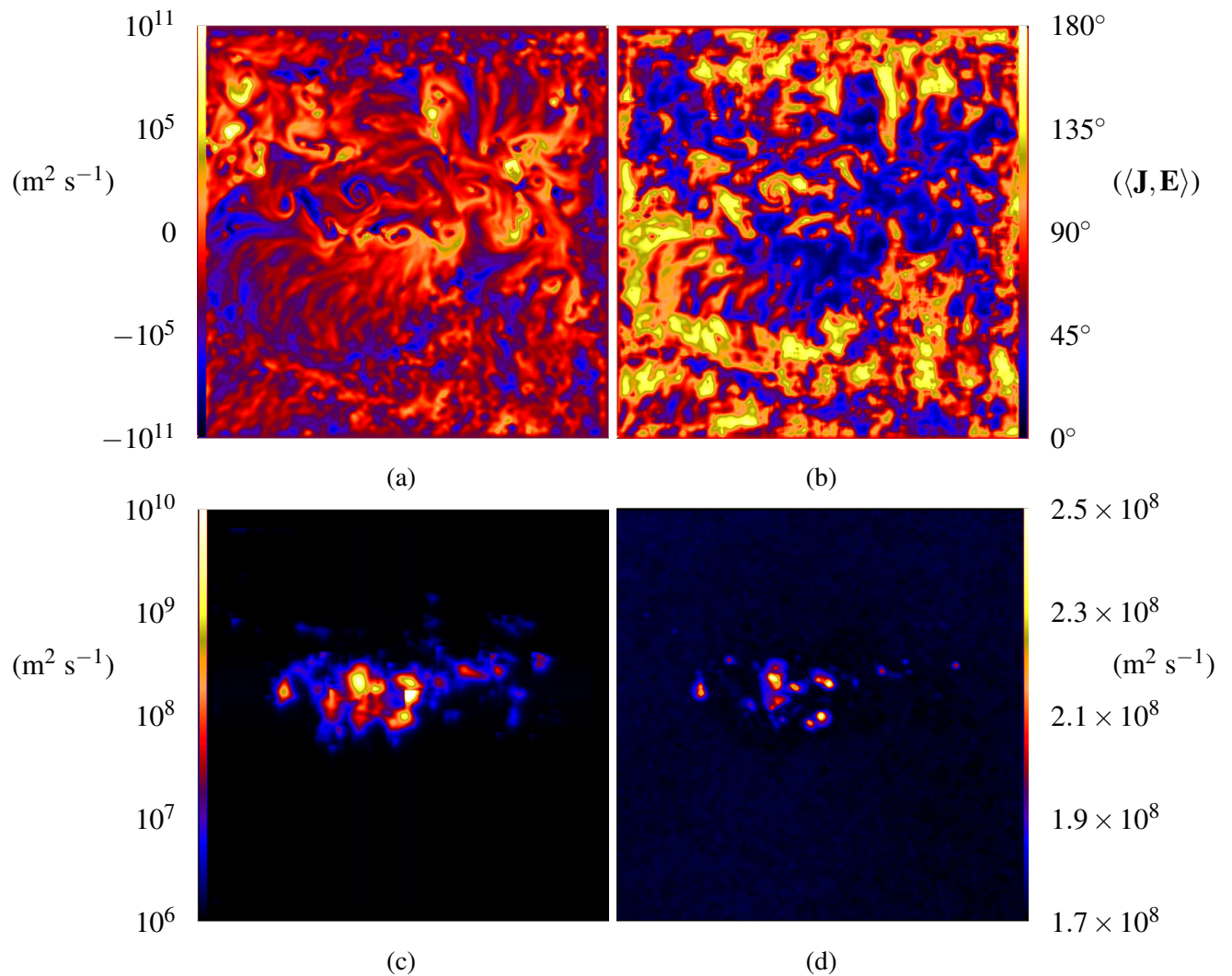


Figure 1.8: (a) Eddy diffusivity $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ in AR 9077, 14 July 2000, computed with MEF-R using our modeled vector magnetic field and Doppler velocities at 08:00 and 09:36 UT. (b) Map of the angles between vectors \mathbf{J} and \mathbf{E} . (c) Magnetic diffusivity as a function of current density $J = |\mathbf{J}|$, $\eta(J) = k(J^2 - J_c^2)^{1/2} S(J - J_c) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (Otto, 2001). (d) Magnetic diffusivity as a function of temperature T , $\eta(T) = c 10^8 T^{-3/2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (Spitzer Jr., 1962).

If the apparent diffusive effects of unresolved velocities are much greater than the advective transport of flux by velocities that can be resolved, then the electric field \mathbf{E} can be modeled by resistivity only, namely

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta_{\text{eddy}} \mu_0 \mathbf{J} \\ &\approx \eta_{\text{eddy}} \mu_0 \mathbf{J}.\end{aligned}\tag{1.32}$$

Making the scalar product of both sides of Equation (1.32) with \mathbf{J} , we find an expression for η_{eddy} ,

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \approx \mu_0 \eta_{\text{eddy}} |\mathbf{J}|^2.\tag{1.33}$$

However, since we consider only force-free magnetic fields, \mathbf{J} and \mathbf{B} are parallel and we have a strict equality instead of an approximation. We can now write η_{eddy} as

$$\eta_{\text{eddy}} = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}{\mu_0 |\mathbf{J}|^2}.\tag{1.34}$$

Equation (1.34) is equivalent to Equation (1.26) that we derived from Euler-Lagrange formalism for η within the force-free approximation and η is thus a magnetic turbulent diffusivity $\eta \equiv \eta_{\text{eddy}}$. The sign of η_{eddy} depends locally on the angle between vectors \mathbf{J} and \mathbf{E} . If the magnetic field is not force-free, the solution is given by Equations (1.15), (1.16), and (1.17) whereas if the magnetic field is a force-free field it is given by Equations (1.18), (1.19), and (1.20). The relative orientation between \mathbf{J} and \mathbf{E} would be different in the two cases but the physical meaning of $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \leq 0$ has to be understood as a statistical macroscopic effect.

To reconstruct an exact velocity field, one would need to involve the conservation of total energy and momentum (Fisher et al., 2010), *i.e.* to solve the full set of 3D MHD equations. However, in MEF-R we only use the vertical component of the magnetic induction equation. Using Equations (1.7) and (1.15) it can be shown that $(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \cdot \mathbf{B} = 0$, a result which the original MEF algorithm also yields. Splitting the velocity \mathbf{v} into two components, one parallel to the magnetic field (\mathbf{v}_{\parallel}) and one perpendicular to the magnetic

field (\mathbf{v}_\perp), it can be shown that

$$\begin{aligned}
 0 &= (\mathbf{v} - \mathbf{u}) \cdot \mathbf{B} \\
 &= [(\mathbf{v}_\perp - \mathbf{u}_\perp) + (\mathbf{v}_\parallel - \mathbf{u}_\parallel)] \cdot \mathbf{B} \\
 &= (\mathbf{v}_\parallel - \mathbf{u}_\parallel) \cdot \mathbf{B},
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

which implies that if the reference flow \mathbf{u} has a component parallel to the magnetic field \mathbf{B} , then the inferred flow will be such that $\mathbf{v}_\parallel = \mathbf{u}_\parallel$. Therefore, unless the parallel component \mathbf{v}_\parallel is provided through a reference flow, both MEF and MEF-R can only provide the component of the velocity which is perpendicular to the magnetic field (\mathbf{v}_\perp).

In this study, we have made the assumption that the observed Doppler velocity is entirely due to either ideal electric fields or to magnetic eddy diffusivity. Flux tubes are examples of loci where the plasma flows parallel to the magnetic field $|(\mathbf{v} \times \mathbf{B})| \approx 0$ and resistivity is negligible. This is only partially the case at the photospheric level. It is, however, mostly the case in sunspots where the field lines are almost vertical. There, parallel flows would most contribute to the Doppler shift. If the vector magnetic fields are correctly oriented, MEF should be able to reproduce $v_z \approx v_r$ but only by using externally specified flow field ($u_{\parallel x}, u_{\parallel y}$). It is when and where the flow cannot be perpendicular that MEF cannot adjust v_z to v_r . And this could be the case because we made a further assumption by using force-free magnetic fields. If the vector magnetic field is incorrectly oriented, a DDM technique might be unable to match v_z with v_r unless it utilizes some eddy diffusivity to do so. In this case, it would be spurious eddy diffusivity.

A simple subgrid model of turbulent diffusivity in the case of isotropic turbulence has been proposed by Smagorinsky (1963) and later generalized to magnetic diffusivity (Theobald et al., 1994). In this case, $\eta_{\text{sg}} = C_e \, dr^2 |\mathbf{J}|$ is based on the hypothesis that the effect of subgrid current fluctuations is similar to eddy magnetic diffusivity (*e.g.* Klimas et al., 2004; Lu, 1995; Otto, 2001) that can be activated only if $|\mathbf{J}| \geq J_c$ (Figure 1.8(c)).

1.5.6 Spiral-like Structures and the Force-Free Assumption

The magnetic diffusivity η is characterized by the presence of various patterns including spiral-like structures (Figure 1.8(a)). As per Equation (1.14), with $\mathbf{u}_h = \mathbf{0}$, the minimization of the energy functional over the magnetic diffusivity $\eta(x, y)$ results in \mathbf{v}_h and $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$ being perpendicular, namely

$$(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) \cdot \mathbf{v}_h = 0. \quad (1.36)$$

This implies that the resulting horizontal velocity \mathbf{v}_h must be parallel to the horizontal current density \mathbf{J}_h , as both vector quantities are non-zero. Since the horizontal magnetic field \mathbf{B}_h is parallel to \mathbf{J}_h under the force-free approximation, we conclude that \mathbf{v}_h and \mathbf{B}_h must also be parallel.

Mathematically, the expression of magnetic diffusivity η under the force-free approximation given by Equation (1.20) can locally be interpreted as the scalar component of the projection of the Helmholtz decomposition vector $(\nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \psi \times \hat{z})$ on the rotated density current vector $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$, normalized by $|\mu_0 \mathbf{J}_h|$,

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{(\nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \psi \times \hat{z}) \cdot (\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|^2} \\ &= \frac{1}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|} \left[(\nabla_{\mathbf{h}} \phi + \nabla_{\mathbf{h}} \psi \times \hat{z}) \cdot \frac{(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|} \right]. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Here, $\frac{(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|}$ is a unit vector.

For a non-zero magnetic diffusivity, we expect the resulting map to be reminiscent of the structure of $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$ (Figure 1.9(a)). Vectors of \mathbf{v}_h , \mathbf{B}_h , and \mathbf{J}_h , as formulated within the LFF assumption, are found to be perpendicular to the streamlines of $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$ inside the photospheric plane. The streamlines of $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$ outline spiral-like structures on the map of magnetic diffusivity (Figure 1.9(b)). This suggests that, as a result of Equation (1.37), spiral-like features seen in the maps of $(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)$ and consequently of $\eta(x, y)$ might be artifacts of the LFF approximation used to reconstruct the magnetic field of AR 9077.

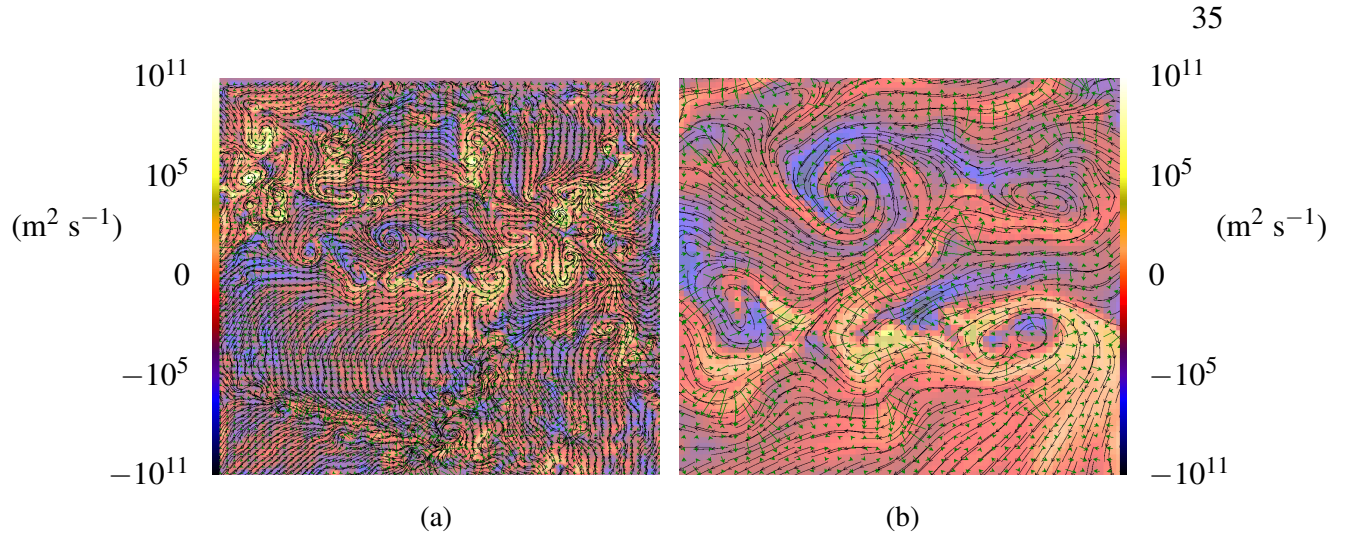


Figure 1.9: (a) Streamlines of rotated horizontal current density vector field ($\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h$) together with vectors of inferred horizontal velocity \mathbf{v}_h in AR9077, 14 July 2000, 08:00 - 09:36 UT, displayed over the map of magnetic eddy diffusivity $\eta(x, y)$. (b) An enlargement of the area near the center of the domain.

1.6 Time Evolution: Catching the Flare

The time evolution of active region AR 9077 can be well traced using timeseries of various physical quantities we can compute using MEF-R (Figure 1.10). Here $\langle \cdot \rangle$ denotes an average over the entire area. Shortly before the flare (10:30 UT) there is a break in the motion of the plasma followed by a sharp upward motion just before and during the flare (Figure 1.10(a)). Observations as well as numerical simulations suggest the existence of such precursors in flaring active regions (Alexander, 2006; Archontis & Hood, 2012; Falchi & Mauas, 2002; Ilonidis et al., 2011). Using semi-empirical models, Falchi & Mauas (2002) have shown that such motions of the chromosphere are needed to reproduce the time evolution of Si I 3905 Å and Ca II K line profiles. \mathbf{E} and \mathbf{J} are oriented in the opposite directions only during the flare, *i.e.* during a large scale reconnection event (Figure 1.10(b)). Similar to the vertical velocity, the turbulent magnetic diffusivity η (Figure 1.10(b)) decays before the flare and strongly increases at the time of the flare. This is seen also in both models $\eta(J)$ (Otto, 2001) and $\eta(T)$ (Spitzer Jr., 1962) (Figures 1.10(b) and 1.10(c)). Observations of active regions have shown that photospheric magnetic fields may change significantly during flares (Sudol

& Harvey, 2005) and thus must respond to coronal field restructuring (Wang & Liu, 2010). The scale of those changes increases with the flare intensity. In X-class flares, abrupt field changes with amplitudes up to 450 G have been detected (Petrie & Sudol, 2010).

The Poynting vector becomes almost vertical and directed upward during and just after the flare as can be seen when comparing the time evolution of $\langle |\mathbf{P}| \rangle$ and P_z (Figure 1.10(d)). It has been seen in active regions that upward Poynting flux corresponds to flux emergence and not global plasma motion (Fan et al., 2011). Observations of Poynting flux across the photosphere in emerging active regions found similar values $P_z \geq 10^4 \text{ W m}^{-2}$ (e.g. Liu & Schuck, 2012). Data-driven numerical simulations of the emergence of a flux tube have produced upward-directed vertical Poynting flux $\approx 10^6 \text{ W m}^{-2}$ with a steep increase during emergence to $\approx 10^7 \text{ W m}^{-2}$ on average over the area of the active region (Chen et al., 2014). Here, the vertical component of the Poynting flux P_z is slightly oriented upwards on average except at the time of the flare where it is strongly upwards (Figure 1.10(d)). The peaks of $|\mathbf{P}|$, T , and $\eta(J)$ are found at the same places where B_z is also maximal (not shown). If the photospheric resistivity is due to electric currents this would mean that at least part of the photospheric temperatures are due to Joule heating. But this is not the case with our supergranular turbulent magnetic diffusivity. Most of the energy flux radiated at the photospheric level is located in areas close to sunspots as displayed in a map of the modulus of the Poynting vector $|\mathbf{P}|$ (Figure 1.11(a)). At these places, the temperature is lower (Figure 1.11(b)).

1.7 Conclusions

When using the force-free field approximation, the MEF technique does not produce vertical velocity fields close to the observed Doppler velocities even given a reference background vertical velocity field. To address this point, we have supposed that, at least for a large scale ($> 1.5 \text{ Mm}$), the photospheric magnetic field is not frozen-in to the plasma motions but that there must exist a magnetic eddy diffusivity term in the equation of magnetic flux conservation. We generalized the theory of MEF (Longcope, 2004) to

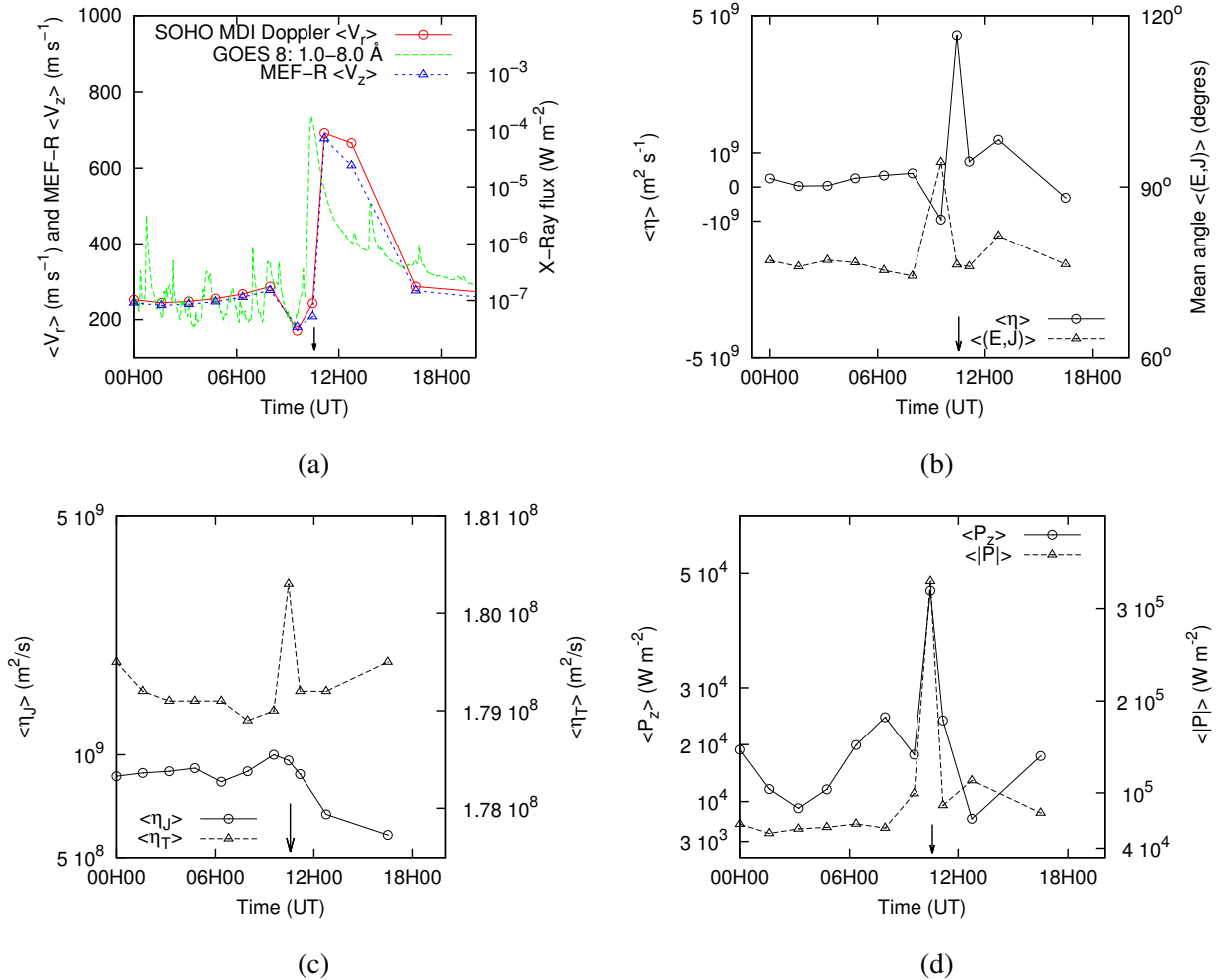


Figure 1.10: (a) Doppler velocity $\langle v_r \rangle$ observed with SOHO/MDI (red solid line with circles), the vertical velocity $\langle v_z \rangle$ computed with MEF-R (blue dashed line with triangles), and X-ray flux recorded by GOES 8 in the 1.0 – 8.0 Å channel (green dashed line) in AR 9077, on 14 July 2000. (b) Mean eddy magnetic diffusivity $\langle \eta \rangle$ computed by MEF-R (solid line with circles, scale on the left axis) and the mean angle $\langle \mathbf{E}, \mathbf{J} \rangle$ (dashed line with triangles, scale on the right axis). (c) Models of magnetic diffusivity function; $\langle \eta(J) \rangle$ (solid line with circles) and $\langle \eta(T) \rangle$ (dashed line with triangles). (d) Poynting flux $\langle |\mathbf{P}| \rangle$ and its z -component $\langle P_z \rangle$. The arrows indicate the time of the flare (10:30 UT) in all the panels.

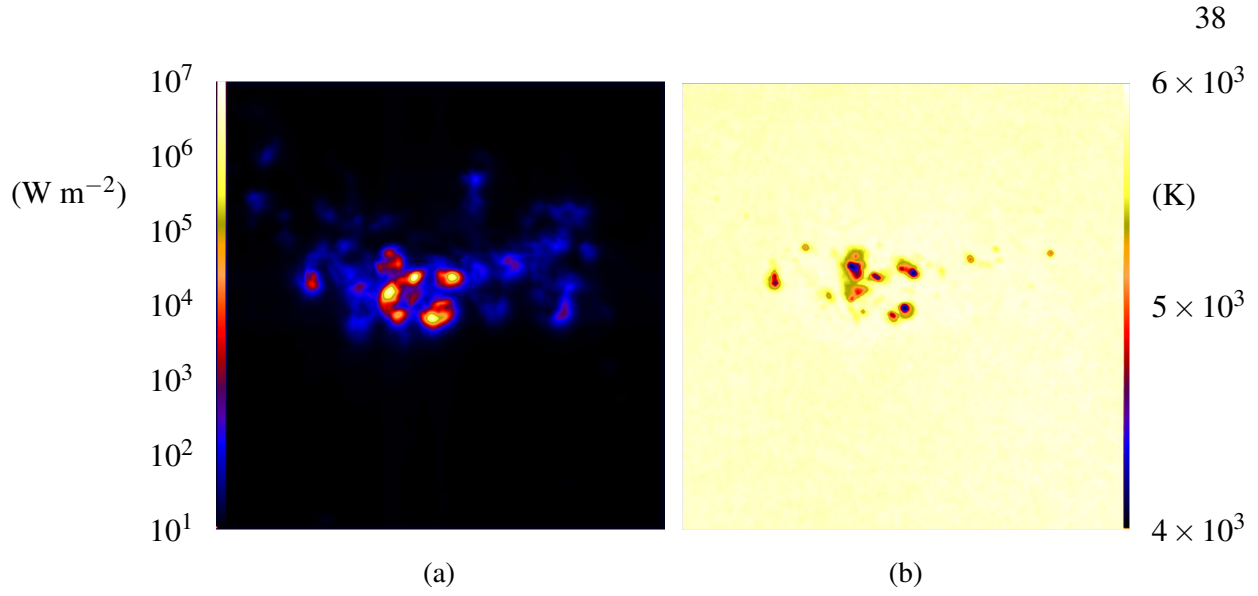


Figure 1.11: (a) Modulus of the Poynting flux $|\mathbf{P}|$ at the photospheric level in AR 9077, 14 July 2000, 08:00 - 09:36 UT. (b) Temperature map from continuum intensity recorded by SOHO/MDI. Scales range over $[4000 : 6000]$ (K).

include a resistive term in Ohm's law.

Although our formulation is valid for any magnetic field \mathbf{B} , we had to limit our algorithm to the particular case of force-free magnetic fields. There are two reasons for that. The first reason is because, in the case of AR 9077, we had only access to SOHO/MDI line-of-sight magnetograms that we identify with the vertical component of the magnetic field. The second reason is that MEF-R needs the vertical derivatives of the magnetic field components and here too the force-free hypothesis was a way of solving the problem.

But the force-freeness of the photosphere is now questionable (Liu et al., 2013) and DDM would overcompensate by creating a spurious eddy diffusivity. The reason is that parallel flows ($|(\mathbf{v} \times \mathbf{B})| \approx 0$) might contribute to the Doppler shift while being unrelated to either the diffusivity or the ideal electric field.

The algorithm could not be tested by comparison with other techniques because all of them, although they are able to process non force-free vector magnetograms, are written for ideal MHD. Neither could we access local maps of observations of magnetic diffusivity on the photosphere. But we used the analytical solution of the Spheromak (Bellan, 2000) and verified that MEF-R partly reconstructs the input fields in the induction equa-

tion.

We focused on a particular active region AR 9077 on 14 July 2000 and used line-of-sight magnetograms together with Doppler velocities as recorded by SOHO/MDI. Although we removed the differential rotation of the Sun and the limb effect, there is still a slight distortion effect due to sphericity. However, the effect would be small because on 14 July 2000, AR 9077 was close to the center of the solar disk. We indeed found that MEF-R gives a very good match between the computed v_z and the observed v_r . However, we found that our computed magnetic diffusivity $\eta(x, y)$ is in fact turbulent diffusivity $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ that could take negative values at some places. Nevertheless, on average over the whole area, most of time we found positive and realistic values for η_{eddy} , in particular near the active region. The spatial distribution of $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ is not well correlated with a model based on temperature $\eta(T)(x, y)$, but the correlation is still better than with a model based on a critical current density $\eta(|\mathbf{J}|)(x, y)$. Correlation coefficients here are less than 0.41 and are valid for strong magnetic fields ($100 \text{ G} \leq |B_\ell| \leq 2000 \text{ G}$). Nevertheless, an interesting result is that $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ maps display spiral structures near the loci of strongest unipolar magnetic field. However, such structures might be the result of the linear force-free assumption that was used to reconstruct the vector magnetograms of AR 9077.

If anomalous Doppler broadening observed in spectral lines of the photosphere is due to microturbulent velocities, we could then predict a 2D spatial correlation with the high values of our inferred eddy diffusivity. Such a correlation would validate our model. For this purpose, we are currently using high resolution SOLIS/VSM spectral datacubes.

A generalization of the method to non force-free magnetic fields is straightforward and under way but the problem of the first order vertical derivatives still needs to be solved. The divergence-free condition on the magnetic field together with the Zeeman effect measured in spectropolarimetric observations of two lines Fe I 6301.5 and 6302.5 Å formed at different depths (Bommier et al., 2011) may be the key to this problem. In any case, at least to test the whole process, it is possible to use the 3D output of a radiative MHD simulation including a given model of magnetic diffusivity (*e.g.* Abbett, 2007; Abbett & Fisher, 2012) for at least in the upper part of Sun's convection zone including

the photosphere and data driven by magnetograms and Doppler velocities (Vincent et al., 2012)).

Acknowledgements

Alain Vincent is supported through NSERC Individual Research Grant. Computations have been done with a modified version of MEF (Longcope, 2004). We have used the IDL graphics system and SAO Image DS9 from the Smithsonian Astrophysical Observatory. In this study, we have used SOHO/MDI data archives (<http://soi.stanford.edu/data/>) as well as Solar Monitor (<http://www.solarmonitor.org/>). We thank Frédérique Baron, Léonie Petitclerc, and Benoît Rolland for their initial contributions to data processing. Finally, we thank the anonymous reviewer for her/his constructive remarks.

1.8 Appendix A. Figures of Merit for the Spheromak Test

Statistical quantities are computed to test the accuracy of MEF-R in the Spheromak case. Only the perpendicular components of velocity are considered here. Given two 2D spatial scalar fields $F(x,y)$ and $f(x,y)$, we have computed the following quantities (*e.g.* Schrijver et al., 2006): the coefficient of correlation,

$$C = [\sum_{x,y} F^S(x,y) \cdot f(x,y)] / \left[\sum_{x,y} F^{S^2}(x,y) \sum_{x,y} f^2(x,y) \right]^{1/2},$$

the normalized error,

$$E_N = \sum_{x,y} |f(x,y) - F^S(x,y)| / \sum_{x,y} |F^S(x,y)|,$$

and the mean error,

$$E_M = \frac{1}{N} \sum_{x,y} [|f(x,y) - F^S(x,y)| / |F^S(x,y)|].$$

Here E_M and E_N are measures of differences between the two scalar fields. The ratio of “energies”,

$$\varepsilon = \Sigma_{x,y} f^2(x,y) / \Sigma_{x,y} F^s(x,y)^2$$

is a measure of how well the model estimates the quadratic norm of the field. The “Cauchy-Schwarz inequality”,

$$C_{CS} = \frac{1}{N} \Sigma_{x,y} [F^s(x,y) \cdot f(x,y)] / [|F^s(x,y)| |f(x,y)|]$$

is a dimensionless measure of the relative orientation between the two vector fields. In the above formulae $F^s(x,y)$ is an “exact” analytical Spheromak scalar field and $f(x,y)$ is the corresponding scalar field inferred from MEF. N is the number of grid points in (x,y) .

The coefficient of correlation C , normalized error E_N , mean error E_M , and ratio of “energies” ε are shown in Table 1.II for each component of the velocity and for the resistivity. In Table 1.III we display the mean and standard deviation of the difference between scalar or vector velocity fields corresponding to the “exact” Spheromak and MEF-R-based fields. In both Tables 1.II and 1.III we have compared two cases. First (left column), we impose u_z only as a background velocity. Second (right column), we impose all three components (u_x, u_y, u_z) .

1.9 Appendix B. Conversion of Units

In MEF, time and space units are $dt = t_2 - t_1$ and pixels (px). Conversion formulae to SI units are listed in Table 1.IV. Here B is the magnetic induction, t is the time, v is the velocity, E is the electric field, P is the Poynting flux, μ_0 is the magnetic permeability, I and J are the current and the current density, ϕ and ψ are electric potentials, η is the magnetic diffusivity, n is the number of gridpoints in each direction of 2D space, dt is the time between two consecutive magnetograms, L is the size of the area under study, and px stands for the size of a ‘pixel’.

$(v_{\perp x}^s, v_{\perp x})$	u_z	u_x, u_y, u_z
C	0.2849	0.49079
E_N	0.9251	0.70102
E_M	1.6586	1.50043
ε	0.0175	0.27333
C_{CS}	0.3911	0.94217
$(v_{\perp y}^s, v_{\perp y})$	u_z	u_x, u_y, u_z
C	0.1375	0.6107
E_N	0.8664	0.5842
E_M	1.3520	1.3586
ε	0.0426	0.3513
C_{CS}	0.2619	0.9251
$(v_{\perp z}^s, v_{\perp z})$	u_z	u_x, u_y, u_z
C	0.5708	0.5741
E_N	0.6517	0.6582
E_M	1.9979	1.6309
ε	0.3464	0.3102
C_{CS}	0.9591	0.9761
(η^s, η)	u_z	u_x, u_y, u_z
C	0.2434	0.4999
E_N	0.7928	0.6836
E_M	1.7928	1.6836
ε	0.7237	0.4002
C_{CS}	0.4047	0.9693

Table 1.II: Various statistics to test the accuracy of MEF-R in the Spheromak case. The coefficient of correlation C , normalized error E_N , mean error E_M , ratio of “energies” ε , and Cauchy-Schwarz inequality (Schrijver et al., 2006) are shown here for each component of the velocity and for the resistivity. Only the perpendicular component of velocity is considered here. For comparison purposes, the case where all three components (u_x, u_y, u_z) are taken as background velocities is shown in the right column.

	u_z	u_x, u_y, u_z
$\langle \mathbf{v}_{\perp}^s \cdot \mathbf{v}_{\perp} \rangle$	3.39238	6.86488 px ² dt ⁻²
$\sigma[\mathbf{v}_{\perp}^s \cdot \mathbf{v}_{\perp}]$	6.20118	11.0127
$\langle \mathbf{v}_{\perp}^s - \mathbf{v}_{\perp} \rangle$	3.47194	2.99564 px dt ⁻¹
$\sigma[\mathbf{v}_{\perp}^s - \mathbf{v}_{\perp}]$	1.76250	2.26999
$\langle v_{\perp x}^s - v_{\perp x} \rangle$	2.10845	1.52082
$\sigma[v_{\perp x}^s - v_{\perp x}]$	1.54141	1.64542
$\langle v_{\perp y}^s - v_{\perp y} \rangle$	1.90684	1.35509
$\sigma[v_{\perp y}^s - v_{\perp y}]$	1.41212	1.43074
$\langle v_{\perp z}^s - v_{\perp z} \rangle$	1.52915	1.56027
$\sigma[v_{\perp z}^s - v_{\perp z}]$	1.73518	1.70398
$\langle \eta^s - \eta \rangle$	6.13462	6.83447 px ² dt ⁻¹
$\sigma[\eta^s - \eta]$	7.75257	5.73199

Table 1.III: Various statistics to test the accuracy of MEF-R in the Spheromak case. Mean and standard deviation of (i) the angle distribution between “exact” Spheromak and MEF-R-based velocity vectors, (ii) the difference between scalar or vector fields corresponding to “exact” Spheromak and MEF-R-based fields, and (iii) the difference between magnetic diffusivities based on the “exact” Spheromak and MEF-R. Only the perpendicular components of velocity are considered here. For comparison purposes, the case where all three components (u_x, u_y, u_z) are taken as background velocities is shown in the right column.

Quantity	MEF	MKSA	Conversion factor from MKSA to MEF
B	G	T	10^4
L	px	m	$(n L^{-1})$
t	dt	s	dt
v	px dt ⁻¹	m s ⁻¹	$(n L^{-1}) dt$
E	G px dt ⁻¹	T m s ⁻¹	$10^4 dt (n L^{-1})$
P	kg dt ⁻³	kg s ⁻³	dt ³
μ_0	px G ² dt ² kg ⁻¹	m T ² s ² kg ⁻¹	$10^8 (n L^{-1}) dt^{-2}$
$\mu_0 J$	G px ⁻¹	T m ⁻¹	$10^4 (L n^{-1})$
J	kg G ⁻¹ dt ⁻² px ⁻²	kg T ⁻¹ s ⁻² m ⁻²	$10^{-4} dt^2 (L^2 n^{-2})$
ϕ, ψ	G px ² dt ⁻¹	T m ² s ⁻¹	$10^4 dt (n^2 L^{-2})$
η	px ² dt ⁻¹	m ² s ⁻¹	dt $(n^2 L^{-2})$
I	kg G ⁻¹ dt ⁻²	kg T ⁻¹ s ⁻²	$10^{-4} dt^2$

Table 1.IV: Conversion factors from MKSA to MEF.

Fin de l'article.

CHAPITRE 2

MÉTHODE DE MINIMUM D'ÉNERGIE POUR LES PLASMAS RÉSISTIFS ET LES RECONSTRUCTIONS À FORCE MAGNÉTIQUE NON NULLE DU CHAMP MAGNÉTIQUE

L'étude de la région active AR 9077 présentée dans Tremblay & Vincent (2014) était limitée à une reconstruction linéaire à force magnétique nulle (LFF) du champ magnétique car l'instrument SOHO/MDI ne mesure que \mathbf{B}_ℓ . Or, \mathbf{B} à la surface du Soleil est à force magnétique non nulle (NFF). Nous présentons dans le texte qui suit la généralisation de la méthode MEF-R pour les champs NFF. La nouvelle version de l'algorithme est évaluée avec le modèle analytique du Sphéromak expansif et résistif de Rakowski et al. (2011). On étudie ensuite la région active éruptive AR 12158 avec les magnétogrammes vectoriels et les Dopplergrammes à haute résolution spatiale et temporelle de l'instrument SDO/HMI. Nous comparons les vitesses $\mathbf{v}(x,y)$ et les diffusivités magnétiques turbulentes $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ pour des reconstructions globalement LFF, localement LFF et NFF du champ magnétique. Notre algorithme de reconstruction NFF n'est cependant pas au point. Nous travaillons présentement sur l'implémentation d'un gradient conjugué pour l'optimiser.

L'article est en préparation. Les méthodes utilisées pour notre analyse sont détaillées dans le texte par souci de clarté pour le lecteur. La notation mathématique du chapitre précédent a été conservée.

Mes contributions incluent le développement des équations analytiques, de la méthode numérique et du code MEF-R, le prétraitement des données d'observation, et l'analyse des résultats. Le coauteur a produit les reconstructions NFF du champ magnétique à partir des données d'observation et a fait le post-traitement des résultats.

Tremblay, B., Vincent, A. (2015). Inferring Photospheric Velocities and Turbulent Magnetic Diffusivities in AR 12158 from SDO/HMI Magnetograms using the Resistive Minimum Energy Fit

Article en préparation ; à soumettre à Solar Physics.

Mouvements du plasma et diffusivité magnétique turbulente d'une région active par méthode de minimum d'énergie à partir d'une reconstruction à force magnétique non nulle du champ magnétique.

Benoit Tremblay, Alain Vincent - *Université de Montréal*

Résumé

Nous introduisons une généralisation de la méthode MEF-R (MEF-R ; Tremblay & Vincent, 2014) pour les champs magnétiques à force magnétique non nulle (NFF). Un principe d'extrémum est utilisé pour inférer les cartes des mouvements $\mathbf{v}(x, y)$ du plasma et de la diffusivité magnétique turbulente $\eta(x, y)$ à la photosphère. Les performances de l'algorithme sont évaluées avec le modèle du Sphéromak expansif et résistif de Rakowski et al. (2011) avec des résultats très favorables. Nous proposons une étude de la région active éruptive AR 12158 à l'aide de magnétogrammes et de Dopplergrammes de l'appareil *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI) à bord du satellite *Solar Dynamics Observatory* (SDO). Les résultats sont comparés pour trois reconstructions du champ magnétique : un champ globalement linéaire à force magnétique nulle \mathbf{B}_{LFF} (Nakagawa & Raadu, 1972), un champ localement linéaire à force magnétique nulle \mathbf{B}_{HARP} (Metcalf et al., 2006), et une reconstruction à force magnétique non nulle \mathbf{B}_{NFF} (Hu & Dasgupta, 2008). Les vitesses verticales inférées $v_z(x, y)$ ressemblent aux vitesses Doppler observées $v_r(x, y)$, avec \mathbf{B}_{HARP} produisant le meilleur accord. Comme les échelles sont macroscopiques, la diffusivité magnétique est en fait une diffusivité magnétique turbulente $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$. On observe une corrélation spatiale entre les valeurs significatives de $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ et de la vitesse microturbulente pour $|\mathbf{B}_{\text{HARP}}| \leq 1000$ G.

Mots-clés : Champs de vitesse · Diffusivité magnétique turbulente · Magnétogrammes · Minimum Energy Fit · Photosphère · Vitesses microturbulentes.

2.1 Introduction

Les vitesses Doppler observées $v_r(x, y)$ ne nous renseignent que sur la composante le long de la ligne de visée des mouvements du plasma. Plusieurs méthodes ont été développées pour reconstruire les écoulements $\mathbf{v}(x, y)$ à la photosphère à partir de magnétogrammes vectoriels pour, par exemple, les utiliser comme conditions aux frontières dans une simulation *data-driven* (e.g. Welsch et al., 2007) ou pour l'assimilation des données dans un modèle MHD tridimensionnel (Abbett & Fisher, 2008). Une revue est présentée dans Welsch et al. (2007). Elles utilisent une approche où la physique est simplifiée en posant des hypothèses supplémentaires par rapport à $\mathbf{v}(x, y)$ (Schuck, 2008), par exemple en supposant que le plasma est idéal (Georgoulis & LaBonte, 2005; Longcope, 2004; Schuck, 2008; Welsch et al., 2004) et/ou en utilisant des principes variationnels (Longcope, 2004; Schuck, 2008; Tremblay & Vincent, 2014). La méthode du Minimum Energy Fit (MEF; Longcope, 2004) produit une solution unique pour l'écoulement $\mathbf{v}(x, y)$ à la photosphère à l'aide de magnétogrammes et de Dopplergrammes à deux temps consécutifs. Elle résout la composante verticale de l'équation d'induction magnétique idéale par la minimisation Lagrangienne de l'énergie cinétique totale dans le plan photosphérique. La méthode a été généralisée pour les plasmas résistifs. Le *Resistive Minimum Energy Fit* (MEF-R; Tremblay & Vincent, 2014) requiert une diffusivité magnétique turbulente $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ pour que $v_z(x, y) \approx v_r(x, y)$. La méthode est par conséquent étiquetée comme une approche de *Doppler Diffusivity Matching* ou DDM. Cependant, dans l'étude de Tremblay & Vincent (2014), seulement des champs LFF ont été traités. La raison est que l'instrument *Michelson Doppler Imager* (MDI; Scherrer et al., 1995) de la mission (maintenant achevée) *Solar and Heliospheric Observatory* (SOHO) ne peut mesurer que la composante le long de la ligne de visée du champ magnétique \mathbf{B}_ℓ pour tout le disque solaire.

Le modèle d’atmosphère de Milne-Eddington (Mihalas, 1978) est utilisé pour résoudre l’équation de transfert radiatif avec polarisation et dériver le champ magnétique vectoriel des paramètres Stokes IQUV (Borrero et al., 2011). Les observations de la lumière polarisée sont effectuées par spectropolarimétrie (del Toro Iniesta, 2003) avec des progrès substantiels réalisés au niveau des résolutions spatiales et temporelles (Welsch et al., 2007). L’instrument *Vector Spectromagnetograph* de l’observatoire terrestre *Synoptic Optical Long-term Investigations of the Sun* (SOLIS ; Keller & the Solis Team, 2001) produit des cubes spectraux à haute résolution (≈ 1 arcsec par pixel) des paramètres Stokes à la photosphère et à la chromosphère. Le spectropolarimètre (SP) du télescope *Solar Optical Telescope* (SOT) à bord du satellite *Hinode* (Kosugi et al., 2007) produit des magnétogrammes vectoriels à haute résolution spatiale (≈ 0.16 arcsec par pixel) pour des régions actives à la photosphère. Le *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI ; Schou et al., 2012) à bord du satellite *Solar Dynamics Observatory* (SDO) est le successeur de SOHO/MDI et produit des séquences temporelles continues du champ magnétique vectoriel pour tout le disque solaire à haute cadence et avec une résolution de ≈ 0.5 arcsec par pixel (Hoeksema et al., 2014). La mission propose aussi les données *Space-weather HMI Active Region Patches* (SHARPs ou HARPes ; Bobra et al., 2014) qui localisent les structures magnétiques à la photosphère et les documentent sur toute leur durée de vie. Les algorithmes d’inversion *Very Fast Inversion of the Stokes Vector* (VFISV ; Borrero et al., 2011) et *Milne-Eddington gRid Linear Inversion Network* (MERLIN ; Lites et al., 2007) sont par exemple utilisés pour interpréter les données des instruments *Hinode* SOT/SP et SDO/HMI.

La dégénérescence de la polarisation linéaire (paramètres Stokes Q et U) induit une ambiguïté de 180° sur l’azimut B_a et donc sur la direction du champ magnétique transverse à la ligne de visée \mathbf{B}_t (Leka et al., 2009). Une revue de méthodes pour lever cette ambiguïté est présentée dans Metcalf et al. (2006). Les reconstructions ou extrapolations du champ magnétique coronal à partir de \mathbf{B}_ℓ et B_t sont à présent utilisées pour évaluer $B_x(x,y)$, $B_y(x,y)$ et $B_z(x,y)$ à la photosphère. Dans la plupart des cas, les méthodes émettent des hypothèses par rapport à \mathbf{B} et utilisent des principes d’extrémum pour la

résolution. Trois configurations sont définies : linéaire à force magnétique nulle (LFF), nonlinéaire à force magnétiques nulle (NLFF) ou à force magnétique non nulle (NFF). À l'exception des fortes concentrations du champ magnétique (Tiwari, 2011), les champs LFF et NLFF sont des approximations grossières de la photosphère qui est NFF (Liu et al., 2013). Dans cet ouvrage, nous utilisons la méthode de reconstruction LFF de Nakagawa & Raadu (1972), la méthode pour lever l'ambiguïté localement LFF de Metcalf et al. (2006) qui minimise la divergence du champ magnétique et l'énergie magnétique libre maximale, et la méthode de reconstruction NFF de Hu & Dasgupta (2008) qui minimise la dissipation Joule et la dissipation visqueuse tout en conservant l'hélicité magnétique. Les vitesses Doppler observées v_r doivent être traitées pour soustraire le mouvement de l'observateur, la rotation différentielle du Soleil, l'effet du limbe et la circulation méridionale (Schuck, 2010; Snodgrass, 1984). Les effets de la distortion sphérique ne sont pas considérés pour une région active près du centre du disque solaire. L'environnement SolarSoftWare¹ (SSW; Freeland & Handy, 1998) est une collection d'outils, de bibliothèques et de routines dans le langage IDL qui ont été développés pour la manipulation et l'analyse des données astronomiques en physique solaire. Le système inclut les routines WCS pour les changements de système de coordonnées (*World Coordinate System*; Thompson, 2006) et des progiciels créés pour des missions spécifiques dont les satellites GOES et SDO utilisés ici.

Les éruptions solaires et les éjections de masse coronale (CME) sont des phénomènes dynamiques d'origine magnétique qui se produisent dans les régions actives (Aschwanden, 2006). Elles peuvent être associées entre elles mais sont généralement faiblement corrélées (Nitta et al., 2014). Ces événements jouent un rôle important dans la météorologie spatiale, d'où l'intérêt d'étudier les propriétés des régions actives dans le but d'interpréter et prédire les éruptions solaires (Welsch et al., 2007). Les données d'observation de SDO/HMI sont particulièrement intéressantes dans ce contexte car elles couvrent de façon continue les régions actives à la photosphère avec une cadence de 720 secondes (Bobra et al., 2014; Schou et al., 2012). Nous les utilisons pour étudier la région active

1. *SolarSoftWare* (SSW) : <http://www.lmsal.com/solarsoft/>

AR 12158 qui a produit une éruption de classe X1.6 le 10 septembre 2014 à 17:20 (UT) et une éjection de masse coronale associée.

D'après l'équation d'induction magnétique résistive, l'évolution du champ magnétique est contrôlée par les mouvements du plasma et par la diffusivité magnétique η (Chae & Sakurai, 2008). La dissipation Ohmique (η_O), l'effet Hall (η_H), et la diffusion ambipolaire (η_A) contribuent² à la dissipation du champ magnétique (Martinez-Sykora et al., 2012; Pandey & Wardle, 2013). Or, les échelles spatiales des observations sont macroscopiques. La diffusivité magnétique $\eta(x, y)$ est dans ce cas une diffusivité magnétique turbulente $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$. Elle prend des valeurs artificielles pour modéliser la physique non résolue aux petites échelles comme les mouvements aléatoires du plasma qui diffusent le flux magnétique (Chae & Sakurai, 2008). Des modèles turbulents de la diffusivité magnétique en termes des fluctuations des vitesses et du courant dans la sous-maille ont été introduits dans Theobald et al. (1994) suivant le modèle initial de Smagorinsky (1963). Chae & Sakurai (2008) ont reconstruit une carte de la diffusivité magnétique turbulente $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ à la photosphère à partir de magnétogrammes vectoriels. La diminution des valeurs de $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ en fonction de la résolution spatiale présente une loi d'échelle (cascade turbulente ; Chae & Sakurai, 2008) tel qu'attendu. L'algorithme de reconstruction des champs de vitesse MEF-R produit aussi une carte de la diffusivité magnétique turbulente $\eta_{\text{eddy}}(x, y)$ telle que $v_z(x, y) \approx v_r(x, y)$. Les valeurs obtenues à l'aide des données SOHO/MDI sont de l'ordre de $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ pour une résolution spatiale d'environ $1.5 \cdot 10^6 \text{ m}$ par pixel, ce qui est plus élevé que la valeur moyenne $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx 8.7 \cdot 10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ obtenue par Chae & Sakurai (2008) pour une échelle d'environ $1.4 \cdot 10^6 \text{ m}$ par pixel. Or, la mauvaise orientation de la reconstruction du champ magnétique \mathbf{B} peut introduire une fausse diffusivité magnétique turbulente pour compenser (Tremblay & Vincent, 2014).

L'étude de la région active AR 9077 présentée Tremblay & Vincent (2014) était lim-

2. Une discussion sur les valeurs de η_O , η_H et η_A à la photosphère et à la chromosphère est présentée dans : Martinez-Sykora et al. (2012), Pandey & Wardle (2013), Pandey & Wardle (2012) et Singh et al. (2011).

itée à une reconstruction LFF du champ magnétique à la photosphère. Nous introduisons par conséquent une généralisation de l’algorithme MEF-R pour traiter les champs à force magnétique non nulle (NFF) en plus des champs à force magnétique nulle (FF). L’objectif est de comparer les écoulements \mathbf{v} et les diffusivités magnétiques turbulentes η_{eddy} pour des reconstructions plus réalistes du champ magnétique \mathbf{B} de AR 12158.

Une revue de la méthode MEF-R est présentée à la section 2.2. Les performances de la dernière version l’algorithme sont évaluées à la section 2.3 à l’aide du modèle analytique d’un Sphéromak expansif et résistif. On propose ensuite une étude de la région active éruptive AR 12158 à l’aide de MEF-R et des magnétogrammes vectoriels et des Dopplergrammes v_r produits par SDO/HMI. Les étapes du prétraitement des données sont décrites à la section 2.4. Les résultats produits par MEF-R à un temps intermédiaire entre le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT) et le 10 septembre 2014 à 16:22:20 (UT) sont analysés à la section 2.5 pour trois reconstructions différentes du champ magnétique. Les séquences temporelles des résultats obtenus entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) sont présentées à la section 2.6. On discute à la section 2.7 de la validité des reconstructions de MEF-R et des sources d’erreurs. On conclut à la section 2.8.

2.2 MEF-R : Une revue

Le *Resistive Minimum Energy Fit* (MEF-R, chapitre 1 de ce mémoire ; Tremblay & Vincent, 2014) est une généralisation de la méthode MEF (Longcope, 2004) pour les plasmas résistifs. Un principe d’extrémum est utilisé pour reconstruire l’écoulement \mathbf{v} et la diffusivité magnétique η du plasma. Nous présentons un résumé dans le contexte de l’étude des régions actives à la surface du Soleil. La méthode s’applique aussi pour les configurations de plasma comme les Sphéromaks qui sont à force magnétique nulle (voir la section 2.3). Notons que le formalisme introduit dans Tremblay & Vincent (2014) est valide pour tout champ magnétique \mathbf{B} .

Les données d'observation couvrent une région M à la photosphère que l'on approxime par un plan et que l'on situe en $z = 0$ dans un système de coordonnées cartésiennes. Les quantités vectorielles sont décomposées en termes d'une composante verticale z perpendiculaire au plan et d'une composante horizontale h parallèle au plan.

La méthode MEF-R utilise les magnétogrammes et les Dopplergrammes à deux temps consécutifs t_i et t_{i+1} pour reconstruire les mouvements du plasma \mathbf{v} et la diffusivité magnétique turbulente η à la photosphère au temps intermédiaire $t_{i+\frac{1}{2}}$. Elle requiert que les champs soient cohérents avec l'équation d'induction magnétique résistive :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \quad (2.1)$$

Le théorème d'Helmholtz est utilisé pour formuler la loi d'Ohm en termes des potentiels scalaires ϕ et ψ :

$$\mathbf{E} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \mu_0 \mathbf{J}, \quad (2.2)$$

$$= -\nabla_h \phi \times \hat{z} + \nabla_h \psi. \quad (2.3)$$

La composante verticale de l'équation 2.1 devient alors une équation de Poisson pour ϕ qui est résolue numériquement par inversion de l'opérateur Laplacien (Longcope, 2004) :

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \nabla_h^2 \phi. \quad (2.4)$$

Une solution unique pour le champ de vitesse \mathbf{v} est obtenue par la minimisation Lagrangienne de la fonctionnelle W qui est analogue à l'énergie cinétique totale à l'intérieur de M (Longcope, 2004) :

$$\begin{aligned} W \equiv W \{ \psi, v_z, \eta \} &= \int_M L \left\{ x, y, \psi, \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, v_z, \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_z}{\partial y}, \eta, \frac{\partial \eta}{\partial x}, \frac{\partial \eta}{\partial y} \right\} dx dy \\ &= \frac{1}{2} \int_M (|\mathbf{v}_h - \mathbf{u}_h|^2 + |v_z - u_z|^2) dx dy, \end{aligned} \quad (2.5)$$

où l'écoulement de référence \mathbf{u} représente la solution attendue. Les valeurs de v_z , ψ et η sont ajustées localement pour minimiser globalement les résidus entre \mathbf{v} et \mathbf{u} , tout en satisfaisant aux contraintes imposées par les équations 2.1 et 2.4.

Pour une région active solaire, seule la composante de la vitesse le long de la ligne de visée est mesurée ; nous tentons de reconstruire les écoulements horizontaux à l'aide de MEF-R. Près du centre du disque solaire, la verticale est essentiellement parallèle à la ligne de visée. La vitesse Doppler v_r au temps $t_{i+\frac{1}{2}}$ est donc utilisée comme vitesse de référence verticale u_z . Elle est approximée en moyennant les mesures aux temps t_i et t_{i+1} , de sorte que $v_r(t_{i+\frac{1}{2}}) = (v_r(t_i) + v_r(t_{i+1})) / 2$. La méthode est alors étiquetée comme une technique de *Doppler diffusivity matching* (DDM) car η est ajustée pour que $v_z \approx v_r$. À cause de l'effet inertiel des champs magnétiques intenses caractérisant les régions actives, on suppose qu'il y a peu de mouvements horizontaux, de sorte que $\mathbf{u}_h = 0\hat{x} + 0\hat{y}$. La vitesse de référence utilisée est donc $\mathbf{u} = v_r(t_{i+\frac{1}{2}})\hat{z}$. Comme les échelles spatiales sont macroscopiques, la diffusivité magnétique est turbulente ($\eta \equiv \eta_{\text{eddy}}$) et modélise les fluctuations du flux magnétique dans la sous-maille.

La minimisation de la fonctionnelle W par rapport aux champs v_z , ψ et η résulte en un système de trois équations d'Euler-Lagrange :

$$\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \cdot \mathbf{B}}{B_z} = 0, \quad (2.6)$$

$$\nabla_{\mathbf{h}} \cdot \left[\frac{\hat{z} \times (\mathbf{v}_h - \mathbf{u}_h)}{B_z} \right] = 0, \quad (2.7)$$

$$\frac{(\mathbf{v}_h - \mathbf{u}_h) \cdot (\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)}{B_z} = 0. \quad (2.8)$$

Les équations 2.6, 2.7 et 2.8 ont été développées pour un champ magnétique quelconque

B dans Tremblay & Vincent (2014) :

$$v_z = \frac{B_z^2 u_z + \mathbf{B}_h \cdot [\nabla_h \phi + \nabla_h \psi \times \hat{z} + B_z \mathbf{u}_h - \eta (\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h)]}{|\mathbf{B}|^2}, \quad (2.9)$$

$$\nabla_h \cdot \left(\frac{\nabla_h \psi}{B_z^2} \right) = \nabla_h \cdot \left[\frac{\hat{z} \times (v_z \mathbf{B}_h - \nabla_h \phi - B_z \mathbf{u}_h + \eta (\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h))}{B_z^2} \right], \quad (2.10)$$

$$\eta = \frac{(\hat{z} \times \mu_0 \mathbf{J}_h) \cdot (\nabla_h \phi + \nabla_h \psi \times \hat{z} + B_z \mathbf{u}_h - v_z \mathbf{B}_h)}{|\mu_0 \mathbf{J}_h|^2}. \quad (2.11)$$

Les équations 2.9, 2.10 et 2.11 sont couplées. Elles sont résolues itérativement par rapport à v_z , ψ et η par relaxation de Jacobi jusqu'à ce que $\mathbf{v} \approx \mathbf{u}$ (W minimale), tel que décrit dans Longcope (2004). L'écoulement horizontal \mathbf{v}_h est déterminé de la loi l'Ohm (équation 2.2).

Soient \mathbf{v}_\parallel , la composante de l'écoulement parallèle à \mathbf{B} , et \mathbf{v}_\perp , la composante perpendiculaire à \mathbf{B} , de sorte que $\mathbf{v} = \mathbf{v}_\parallel + \mathbf{v}_\perp$. De l'équation 2.6, nous avons :

$$(\mathbf{v}_\parallel - \mathbf{u}_\parallel) \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.12)$$

ce qui implique que \mathbf{v}_\parallel est égale à la composante parallèle de la vitesse de référence :

$$\mathbf{v}_\parallel = \mathbf{u}_\parallel. \quad (2.13)$$

On conclut donc que MEF-R ne peut reconstruire que l'écoulement perpendiculaire \mathbf{v}_\perp . Il s'agit d'une limitation de la méthode car la composante parallèle \mathbf{v}_\parallel ne contribue pas au champ électrique (équation 2.2). C'est le choix de \mathbf{u} qui impose \mathbf{v}_\parallel . De façon similaire, on peut décomposer l'écoulement \mathbf{v} en termes de $\mathbf{v}_{\parallel(\hat{z} \times \mathbf{J}_h)}$, la composante parallèle à $(\hat{z} \times \mathbf{J}_h)$, et de $\mathbf{v}_{\perp(\hat{z} \times \mathbf{J}_h)}$, la composante perpendiculaire à $(\hat{z} \times \mathbf{J}_h)$. De l'équation 2.8, on obtient que :

$$(\mathbf{v}_{\parallel(\hat{z} \times \mathbf{J}_h)})_h = (\mathbf{u}_{\parallel(\hat{z} \times \mathbf{J}_h)})_h. \quad (2.14)$$

Ces limitations se superposent à celles de l'équation 2.13.

2.3 Test : Modèle du Sphéromak expansif et résistif

Les Sphéromaks sont des configurations axisymétriques (fermées) de plasma dont les courants électriques internes sont principalement à l'origine du champ magnétique (Bellan, 2000). Le système relaxe vers un état dit de Woltjer-Taylor où l'énergie magnétique est minimale et l'hélicité magnétique est conservée (Bellan, 2000). Il en résulte un champ magnétique linéaire à force magnétique nulle ($\nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}$) dont les composantes en coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) sont :

$$B_r = 2B_0 \frac{J_1(\alpha r)}{\alpha r} \cos(\theta), \quad (2.15)$$

$$B_\theta = -B_0 \left(\frac{J_1(\alpha r) + \alpha r J_1'(\alpha r)}{\alpha r} \right) \sin(\theta), \quad (2.16)$$

$$B_\phi = B_0 J_1(\alpha r) \sin(\theta), \quad (2.17)$$

où $J_1(x) = \sin(x)/x^2 - \cos(x)/x$ est la fonction de Bessel du premier ordre, $J_1'(\alpha r) \equiv \frac{\partial J_1(\alpha r)}{\partial r}$, et B_0 est une constante ayant les dimensions et les unités d'un champ magnétique (Bellan, 2000; Rakowski et al., 2011). Le paramètre α est défini comme :

$$\alpha = C_\alpha R, \quad (2.18)$$

où $C_\alpha \approx 4.4934$ est le plus petit zéro positif de la fonction $J_1(x)$. De l'équation 2.15, on a que le rayon R du Sphéromak définit une surface telle que $B_r(r=R) = B_\phi(r=R) = 0$ (Rakowski et al., 2011). Les équations 2.15, 2.16 et 2.17 ont été utilisées dans Tremblay & Vincent (2014) pour tester la version à force magnétique nulle de l'algorithme MEF-R.

Les Sphéromaks expansifs sont utilisés pour la modélisation des éjections de masse coronale (CME). Les solutions auto-similaires pour une expansion idéale ($\eta = 0$) ont été développées dans Lyutikov & Gourgouliatos (2011). Pour tester l'algorithme MEF-R, on considère plutôt le modèle analytique du Sphéromak expansif et résistif ($\eta \neq 0$) de Rakowski et al. (2011). L'expansion résistive est incorporée pour modéliser le chauffage du plasma lors du phénomène de reconnection magnétique associé aux CMEs. À partir

des équations 2.26 à 2.31 du modèle, on peut déterminer l'écoulement interne de même que la diffusivité magnétique locale et les utiliser comme références. Le champ magnétique du Sphéromak expansif est linéaire à force magnétique nulle, comme pour le Sphéromak classique. On utilise toutefois la version généralisée de MEF-R pour le test.

On définit le paramètre d'expansion $\alpha \equiv \alpha(t)$ et $R(t) \equiv R_0 + \gamma(t - t_0)^n$ où t_0 est le temps initial, R_0 est le rayon initial et γ est une constante. Contrairement au modèle idéal, le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{B} du Sphéromak sont calculés indépendamment. Soit \mathbf{A} , le vecteur potentiel du champ magnétique \mathbf{B} tel que :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (2.19)$$

Dans la jauge de radiation de Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), l'expression pour le champ électrique \mathbf{E} est :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (2.20)$$

La condition du champ linéaire à force magnétique nulle $\nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}$ est réexprimée en terme du vecteur potentiel \mathbf{A} :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A} - \alpha \mathbf{A}) = \mathbf{0}. \quad (2.21)$$

La composante toroïdale ϕ de l'équation 2.21 est :

$$\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} = \alpha r A_\phi. \quad (2.22)$$

Deux types d'expansions résistives sont proposées dans Rakowski et al. (2011) en fonction du choix des composantes poloïdales A_r et A_θ . La solution générale du vecteur potentiel \mathbf{A} est une combinaison linéaire des deux procédés dissipatifs. Nous considérons uniquement les solutions telles que $A_r = 0$ ($A_\theta \neq 0$) et qui sont associées à la dissipation du champ magnétique des tubes de flux à l'équateur (Rakowski et al., 2011). De

l'équation 2.22, on déduit le potentiel vecteur \mathbf{A} :

$$A_r = 0, \quad (2.23)$$

$$A_\theta = -B_0 f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \left(\sin(\alpha r) - \int_0^{\alpha r} \frac{\sin(z)}{z} dz \right) \frac{\sin(\theta)}{\alpha^2 r}, \quad (2.24)$$

$$A_\phi = -B_0 f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \left(\cos(\alpha r) - \frac{\sin(\alpha r)}{\alpha r} \right) \frac{\sin(\theta)}{\alpha^2 r}, \quad (2.25)$$

où $f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \equiv \left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^{2+m}$ et $\alpha_0 = C_\alpha/R_0$. Lorsque $m = 0$, on retrouve les solutions du Sphéromak expansif et idéal (Lyutikov & Gourgouliatos, 2011). Pour les valeurs positives $m > 0$, il y a dissipation du champ magnétique. Ces solutions sont cohérentes avec le phénomène de reconnection magnétique associé aux éruptions solaires et aux éjections de masse coronale (Rakowski et al., 2011). En remplaçant dans l'équation 2.20, on obtient les composantes du champ électrique \mathbf{E} :

$$E_r = 0, \quad (2.26)$$

$$E_\theta = - \left(\frac{\dot{f}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)}{f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)} - \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right) A_\theta - \dot{\alpha} r A_\phi, \quad (2.27)$$

$$E_\phi = - \left(\frac{\dot{f}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)}{f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)} - \frac{3\dot{\alpha}}{\alpha} \right) A_\phi - B_0 f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \left(\frac{\dot{\alpha} \sin(\alpha r)}{\alpha^2} \right) \sin(\theta), \quad (2.28)$$

où $\dot{\alpha} \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial t}$ et $\dot{f} \equiv \frac{\partial f}{\partial t}$. Le champ magnétique \mathbf{B} est quant à lui obtenu de l'équation 2.19 :

$$B_r = \frac{2A_\phi \cos(\theta)}{r \sin(\theta)}, \quad (2.29)$$

$$B_\theta = \frac{A_\phi}{r} - B_0 f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \left(\frac{\sin(\alpha r)}{\alpha r} \right) \sin(\theta), \quad (2.30)$$

$$B_\phi = \alpha A_\phi. \quad (2.31)$$

Les résultats sont utilisés dans l'équation 2.1 pour le calcul des composantes de l'équation d'induction magnétique résistive.

Soit $\tilde{\mathbf{v}}$ l'écoulement interne du Sphéromak. La vitesse de dérive $\tilde{\mathbf{v}}_{\perp}$ est définie comme la composante de l'écoulement qui est perpendiculaire aux lignes du champ magnétique (Lyutikov & Gourgouliatos, 2011). De la loi d'Ohm, nous avons :

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\perp} = \frac{(\mathbf{E} \times \mathbf{B})}{|\mathbf{B}|^2}. \quad (2.32)$$

Comme les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} sont déterminés de manière indépendante à partir du vecteur potentiel \mathbf{A} , la vitesse $\tilde{\mathbf{v}}_{\perp}$ peut être évaluée. La composante parallèle au champ magnétique est $\tilde{\mathbf{v}}_{\parallel} = \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{\mathbf{v}}_{\perp} = ((\tilde{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{B}) / |\mathbf{B}|^2) \mathbf{B}$, dans la mesure où $\tilde{\mathbf{v}}$ est connu. De façon similaire, l'équation pour la diffusivité magnétique locale $\tilde{\eta}$ est :

$$\tilde{\eta} = \frac{(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})}{\alpha |\mathbf{B}|^2}. \quad (2.33)$$

On cherche à reconstruire l'écoulement $\tilde{\mathbf{v}}$ du Sphéromak à l'aide de l'algorithme MEF-R pour valider la méthode. Or, la minimisation ne permet de reconstruire que la composante de la vitesse localement perpendiculaire au champ magnétique. La composante parallèle induite \mathbf{v}_{\parallel} est simplement égale à la vitesse de référence \mathbf{u}_{\parallel} (équation 2.13). Le champ $\tilde{\mathbf{v}}_{\parallel}$ du Sphéromak est donc sans incidence sur le test et on pose de façon arbitraire l'écoulement de référence $\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{v}}_{\perp}$. La diffusivité magnétique inférée est comparée à la solution analytique de l'équation 2.33 que l'on définit comme $\eta_{\text{ref}} \equiv \tilde{\eta}$.

Chen (2011) estime que le volume typique d'une CME est de 10^{24} m^3 et que la valeur moyenne du champ magnétique observé est $B_0 = 100 \text{ G}$. En supposant un volume sphérique, on obtient un rayon $R_0 = 6.7 \cdot 10^7 \text{ m}$. Les solutions analytiques 2.23 à 2.31 du Sphéromak expansif et résistif de Rakowski et al. (2011) sont utilisées pour dériver le vecteur potentiel \mathbf{A} et les champs \mathbf{E} , \mathbf{B} , $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ et \mathbf{J} à l'intérieur d'un volume cubique de $512 \times 512 \times 512 \text{ pixels}^3$. Nous adoptons l'unité de longueur 1 pixel $\approx 10^{-3} R_0$ pour que le domaine soit entièrement contenu dans le Sphéromak et que les résidus des équations discrétisées soient suffisamment petits. Pour le paramètre d'expansion $\alpha(t)$, on pose $t - t_0 = 1 \text{ s}$, $n = 1$ et $\gamma = 2.5 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$ pour que $\frac{\partial R(t)}{\partial t}$ soit égal à la vitesse

d'expansion radiale d'une CME déterminée par Savani et al. (2009). Pour qu'il y ait dissipation, on fixe $m = 1$ dans le calcul de la fonction $f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)$. Les champs sont d'abord calculés en coordonnées sphériques puis sont transformés dans le système de coordonnées cartésiennes. L'origine du système est défini au centre du Sphéromak et coïncide avec le centre du domaine $\mathbf{r}_c = (256.5, 256.5, 256.5)$ pixels. Le plan horizontal $z = 0.133 R_0$ ($r_z = 389$ pixels) est extrait du volume et est utilisé comme donnée d'entrée dans l'algorithme MEF-R. Une coupe horizontale du champ magnétique vertical B_z est présentée à la figure 2.1. On observe une symétrie radiale. Les lignes de champs de \mathbf{B}_h sont superposées sur l'image et tracent des spirales dans le sens anti-horaire.

L'équation 2.4 est résolue par rapport à ϕ dans le plan en utilisant des conditions aux limites de Dirichlet homogènes pour les pixels sur le bord de l'image. Les résultats sont présentés à la figure 2.2 et quantifiés dans la table 2.I. Le champ magnétique du Sphéromak varie cependant très rapidement (sur quelques pixels) près de son centre. Pour cette raison, nous extrayons loin du centre du Sphéromak un sous-domaine M de 96 pixels par 96 pixels centré en $\mathbf{r} = (48.5, 48.5, 389)$ pixels (figure 2.1). La frontière ∂M est définie par les pixels sur les bords de l'image M . Pour les champs v_z et η , on utilise les conditions aux limites de Dirichlet inhomogènes $v_z(\partial M) = u_z(\partial M)$ et $\eta(\partial M) = \eta_{\text{ref}}(\partial M)$. Une condition de Neumann inhomogène est imposée sur le potentiel ψ de sorte que $\mathbf{v}_h(\partial M) = \mathbf{u}_h(\partial M)$. Les équations d'Euler-Lagrange sont résolues itérativement par rapport à ψ , v_z et η à l'aide de la méthode de relaxation de Jacobi, tel que décrit dans Longcope (2004).

Les composantes des écoulements de référence \mathbf{u} et induit \mathbf{v} sont comparées à la figure 2.3. Les erreurs relatives locales sont au plus $\approx 0.1 \%$. Les diffusivités magnétiques de référence η_{ref} et inférée η sont affichées à la figure 2.4. L'erreur relative locale atteint $\approx 0.1 \%$ pour les points les plus près du centre du Sphéromak. Les statistiques des résultats (Schrijver et al., 2006) sont présentées dans le tableau 2.I. On trouve un bon accord entre les reconstructions de MEF-R et les champs de référence. En effet, les coefficients de corrélation $C(u_x, v_x)$, $C(u_y, v_y)$, $C(u_z, v_z)$ et $C(\eta_{\text{ref}}, \eta)$ valent 1. Aussi, l'erreur relative

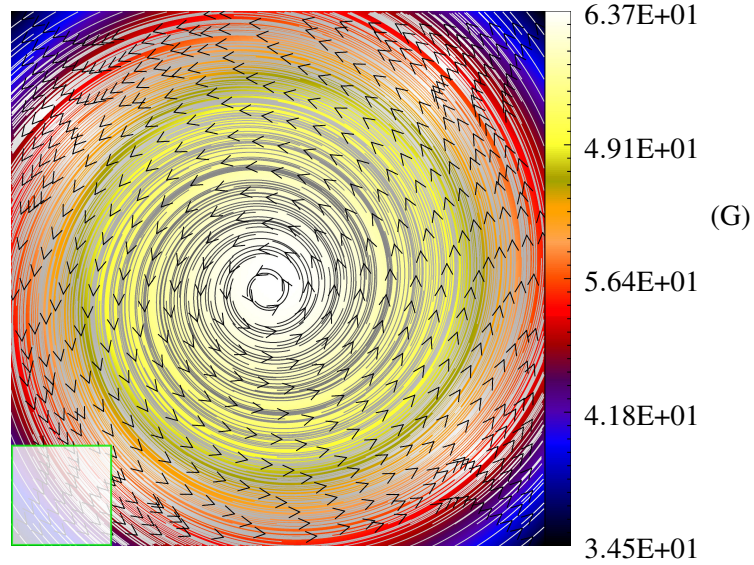


Figure 2.1 – Coupe horizontale de 512 pixels par 512 pixels du champ magnétique du Sphéromak expansif et résistif centrée en $\mathbf{r}_c = (256.5, 256.5, 256.5)$ pixels. Les lignes de champs de \mathbf{B}_h sont superposées sur l'image de B_z (échelle de couleur). Le sous-domaine M de 96 pixels par 96 pixels utilisé pour tester l'algorithme MEF-R est identifié par le rectangle blanc.

moyenne E_M atteint une valeur maximale $\approx 2\%$.

L'algorithme a plus de difficulté à reconstruire la diffusivité magnétique η (tableau 2.I), particulièrement près du centre du Sphéromak (figure 2.4(c)). Ceci peut s'expliquer par le mauvais conditionnement de la matrice de coefficients de l'équation d'Euler-Lagrange discrète pour η . Il s'agit d'une matrice diagonale dominante dont les termes diagonaux sont fonction de l'inverse de $|\mu_0 \mathbf{J}_h| = |\alpha \mathbf{B}_h|$.

2.4 Prétraitement des données d'observation

Les données d'observation du champ magnétique et de la vitesse Doppler d'une région active à deux temps consécutifs t_i et t_{i+1} sont utilisées dans MEF-R pour reconstruire les champs de vitesses et la diffusivité magnétique à un temps intermédiaire $t_{i+\frac{1}{2}}$. Cependant, comme les échelles spatiales sont macroscopiques, la diffusivité magnétique inférée est en fait une diffusivité magnétique turbulente modélisant la physique non ré-

Champs scalaires	C	E_N	E_M	ε
u_x, v_x	≈ 1	$2.45 \cdot 10^{-04}$	$3.62 \cdot 10^{-04}$	1.0001
u_y, v_y	≈ 1	$4.96 \cdot 10^{-04}$	$5.24 \cdot 10^{-04}$	1.0000
u_z, v_z	≈ 1	$2.92 \cdot 10^{-03}$	$3.00 \cdot 10^{-03}$	1.0015
η_{ref}, η	≈ 1	$1.92 \cdot 10^{-02}$	$1.90 \cdot 10^{-02}$	0.9635
$\frac{\partial B_z}{\partial t}, \nabla_h^2 \phi$	≈ 1	$1.09 \cdot 10^{-02}$	$9.70 \cdot 10^{-03}$	0.9762

Tableau 2.I – Statistiques du test du Sphéromak expansif et résistif. Les résultats produits par l’algorithme MEF-R ($v_x, v_y, v_z, \eta, \nabla_h^2 \phi$) sont comparés aux valeurs de références ($u_x, u_y, u_z, \eta_{\text{ref}}, \frac{\partial B_z}{\partial t}$). C est le coefficient de corrélation, E_N est l’erreur normalisée par la norme moyenne, E_M est l’erreur relative moyenne et ε est le ratio des normes quadratiques (Schrijver et al., 2006). Voir la section 1.8 pour leurs définitions.

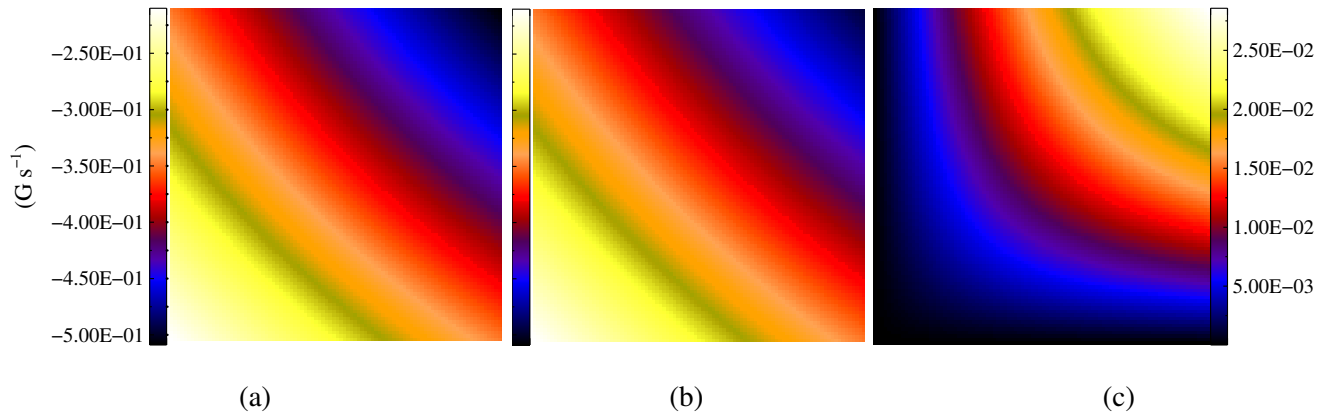


Figure 2.2 – Résultats de la résolution de l’équation de Poisson $\frac{\partial B_z}{\partial t} = \nabla_h^2 \phi$ par rapport au potentiel scalaire ϕ pour le test du Sphéromak expansif et résistif. (a) $\frac{\partial B_z}{\partial t}$. (b) $\nabla_h^2 \phi$. L’échelle utilisée (en $G s^{-1}$) est la même que pour $\frac{\partial B_z}{\partial t}$. (c) Erreurs relatives absolues de l’équation de Poisson.

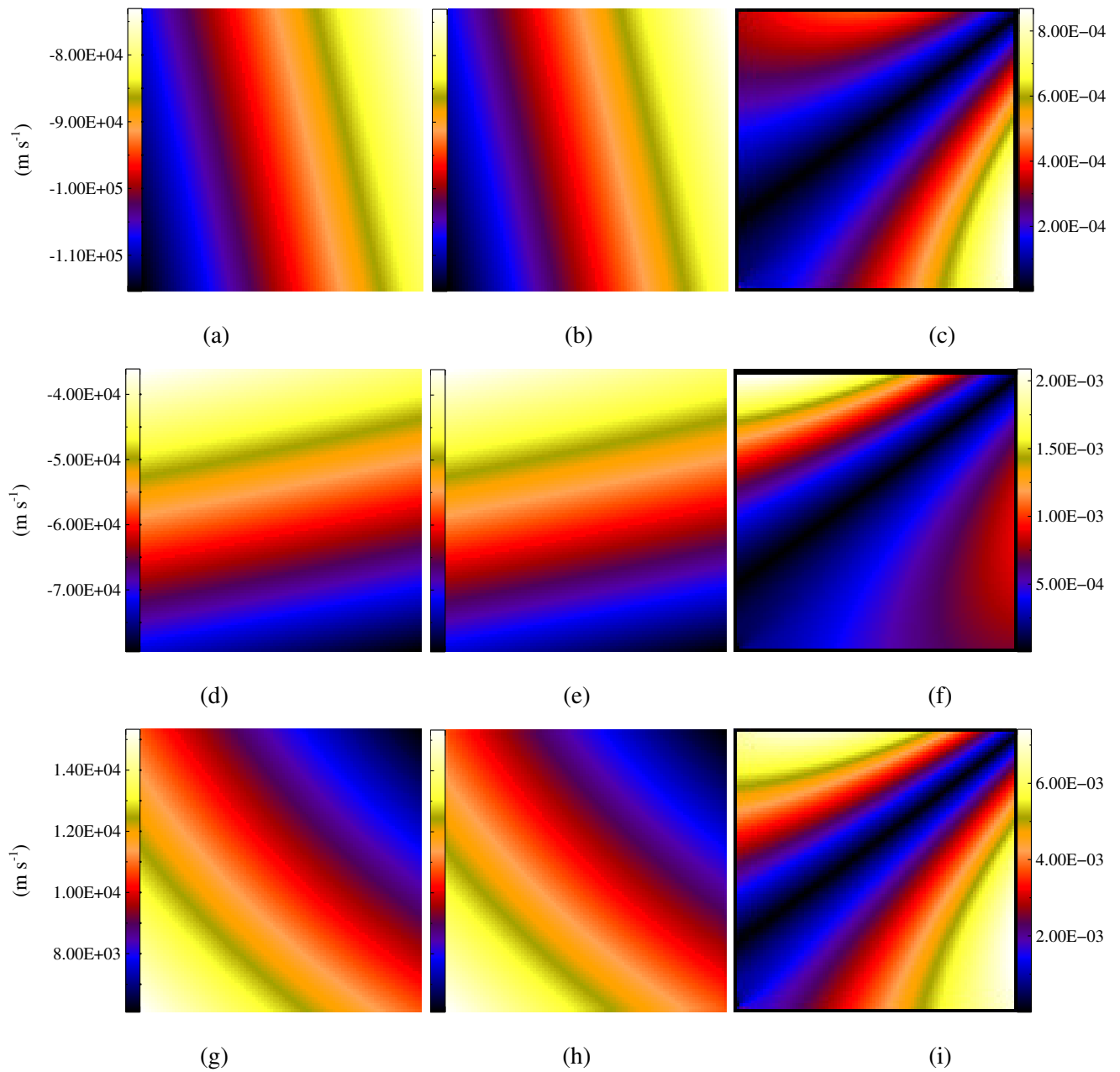


Figure 2.3 – Comparaison entre les composantes de l'écoulement de référence \mathbf{u} et l'écoulement \mathbf{v} reconstruit par l'algorithme MEF-R pour le test du Sphéromak expansif et résistif. (a) u_x . (b) v_x . (c) Erreurs relatives absolues $|u_x - v_x|/|u_x|$. (d) u_y . (e) v_y . (f) Erreurs relatives absolues $|u_y - v_y|/|u_y|$. (g) u_z . (h) v_z . (i) Erreurs relatives absolues $|u_z - v_z|/|u_z|$. Les résultats concordent avec les valeurs analytiques. L'échelle utilisée (en m s^{-1}) est la même pour les composantes de \mathbf{u} et de \mathbf{v} .

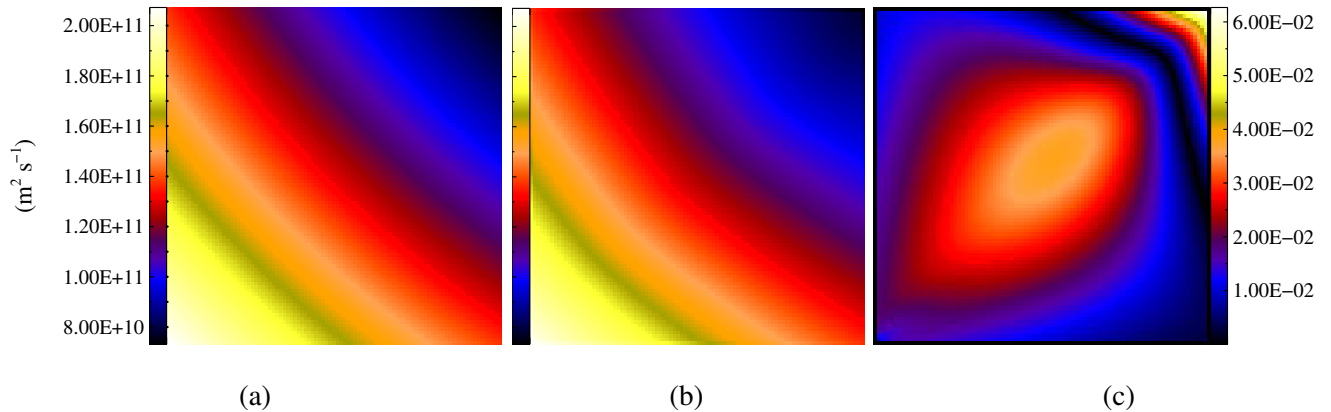


Figure 2.4 – Comparaison entre la diffusivité magnétique de référence η_{ref} et la diffusivité magnétique η reconstruite par l’algorithme MEF-R pour le test du Sphéromak expansif et résistif. (a) η_{ref} . (b) η . L’échelle utilisée (en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) est la même que pour η_{ref} . (c) Erreurs relatives absolues $|\eta_{\text{ref}} - \eta|/\eta_{\text{ref}}$. L’accord entre (a) et (b) est optimal.

solue dans la sous-maille. Les données utilisées couvrent un intervalle de temps durant lequel la région active étudiée produit au moins une éruption solaire majeure.

2.4.1 Choix de la région active (AR)

La région active NOAA AR 12158³ est associée à plusieurs phénomènes éruptifs et tempêtes géomagnétiques durant le mois de septembre 2014. De plus, elle est documentée par SDO/HMI et SDO/AIA (*Atmospheric Imaging Assembly*; Lemen et al., 2012). Nous proposons d’en faire l’étude entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT).

Dans cet intervalle de temps, plusieurs régions actives éruptives coexistaient sur le disque, comme on peut le voir à la figure 2.5(a). AR 12158 était située près du centre du disque dans l’hémisphère nord, ce qui minimise les effets de distortion sphérique.

La couronne solaire est composée de plasma ionisé et d’électrons libres. De par sa température ($T \geq 1\text{MK}$), elle émet principalement dans les domaines de l’ultraviolet

3. Voir Space Weather News : <http://swc.gsfc.nasa.gov/main/swnewsar2158>.

extrême (UVE), des rayons X et des ondes radio. Le mécanisme de radiation principal est le bremsstrahlung thermique produit par la décélération des électrons libres par les ions (Aschwanden, 2006). Lors d'une éruption solaire, la température du site peut atteindre des dizaines de millions de Kelvin dans la couronne. Les électrons libres sont accélérés à des hautes énergies ; leurs interactions avec les protons résultent en une émission bremsstrahlung nettement plus importante que la radiation du Soleil calme. Les observations dans les rayons X mous exploitent ce contraste dans la couronne pour étudier des éruptions solaires.

Les satellites géostationnaires GOES (*Geostationary Orbiting Environmental Satellites* ; <http://goes.gsfc.nasa.gov/>) de la NASA et de l'Agence américaine d'observation océanique (NOAA) se succèdent depuis 1974 pour observer les conditions météorologiques terrestres et la météorologie spatiale. GOES-15 (aussi connu sous le nom de GOES-p) est le dernier de la série à avoir été lancé en 2010. Le satellite, comme certains de ses prédécesseurs, est équipé du X-Ray Sensor (XRS) qui mesure le flux en rayons X mous intégré sur le disque solaire dans les bandes de $1.0 - 8.0 \text{ \AA}$ et $0.5 - 4.0 \text{ \AA}$. Cet appareil est utilisé pour étudier l'activité du Soleil. Les données sont disponibles à des cadences de 5 minutes, 1 minute ou 3 secondes. Les éruptions solaires détectées sont classées en fonction de l'amplitude du pic du flux mesuré. Soient c_1, c_2, c_3 , des entiers tels que $1 \leq c_1 \leq 9$ et $0 \leq c_2 \leq 9$, et soit $F = c_1.c_2 \cdot 10^{c_3}$, la valeur du pic en W m^{-2} dans la bande de $1.0-8.0 \text{ \AA}$, les classes (A,B,C,M,X) sont définies selon l'ordre de grandeur du flux sur une échelle logarithmique (c_3), avec les événements les plus intenses appartenant à la classe X. Une éruption est de classe $A_{c_1.c_2}$ si $c_3 = -8$, $B_{c_1.c_2}$ si $c_3 = -7$, $C_{c_1.c_2}$ si $c_3 = -6$, $M_{c_1.c_2}$ si $c_3 = -5$ ou $X_{c_1.c_2}$ si $c_3 = -4$. Les données⁴ enregistrées incluent aussi le flux d'électrons, le flux de protons et la température dans la couronne.

Le flux dans la bande $1 - 8 \text{ \AA}$ mesuré par le satellite GOES-15 entre le 10 et le 13 septembre 2014 est tracé à la figure 2.5(b) ; les éruptions solaires détectées sont listées

4. Les données des satellites GOES peuvent être accédées à l'aide de la routine `GOES.PRO` de la librairie SolarSoft (SSW ; Freeland & Handy, 1998).

dans la table 2.II. AR 12158 en a produit trois dont une éruption de classe X1.6 le 10 septembre 2014 à 17:21 (UT), suivie d'une longue phase de thermalisation et deux éruptions de classe C à quelques minutes d'intervalle le 12 septembre 2014. Les autres pics observés pour le flux correspondent aux éruptions solaires produites par les autres régions actives.

Selon le *NASA GSFC Space Weather Research Center* (SWRC), une éjection de masse coronale (CME) dirigée vers la Terre est associée à l'éruption de classe X1.6. La mission DAWN visant à mettre un satellite en orbite autour de Cérès a dû être retardée d'un mois à cause des difficultés techniques engendrées par la tempête⁵ magnétique qui a été produite.

2.4.2 Données d'observation de SDO/HMI

Nous utilisons les données de la vitesse Doppler et du champ magnétique vectoriel du spectropolarimètre *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI ; Schou et al., 2012) à bord du satellite *Solar Dynamics Observatory* (SDO). Il s'agit d'une version améliorée du Michelson Doppler Imager de la mission SOHO (Scherrer et al., 1995) dont les données ont été utilisées dans Tremblay & Vincent (2014) pour étudier la région active NOAA AR 9077 (Schou et al., 2012). L'instrument utilise la raie d'absorption Fe I 6173.34 Å pour étudier la photosphère du Soleil. Des images de 4096 pixels par 4096 pixels du disque solaire avec une résolution spatiale de 0.505 arcsec par pixel sont produites de façon continue (Schou et al., 2012). Les produits dérivés des observations sont disponibles à des cadences de 720 secondes, ce qui est particulièrement intéressant dans le contexte de l'évolution des régions actives et de la prédiction des éruptions solaires. Le spectropolarimètre (SP) du *Solar Optical Telescope* (SOT) à bord du satellite *Hinode* (Hinode SOT/SP ; Kosugi et al., 2007) utilise les raies Fe I 6301.5 Å et 6302.5 Å pour observer la photosphère. L'instrument a une meilleure résolution spatiale que SDO/HMI (≈ 0.16 arcsec par pixel). Les données ne couvrent cependant pas tout le disque et sont

5. Voir *Space Weather News* : <http://swc.gsfc.nasa.gov/main/swnewsar2158>.

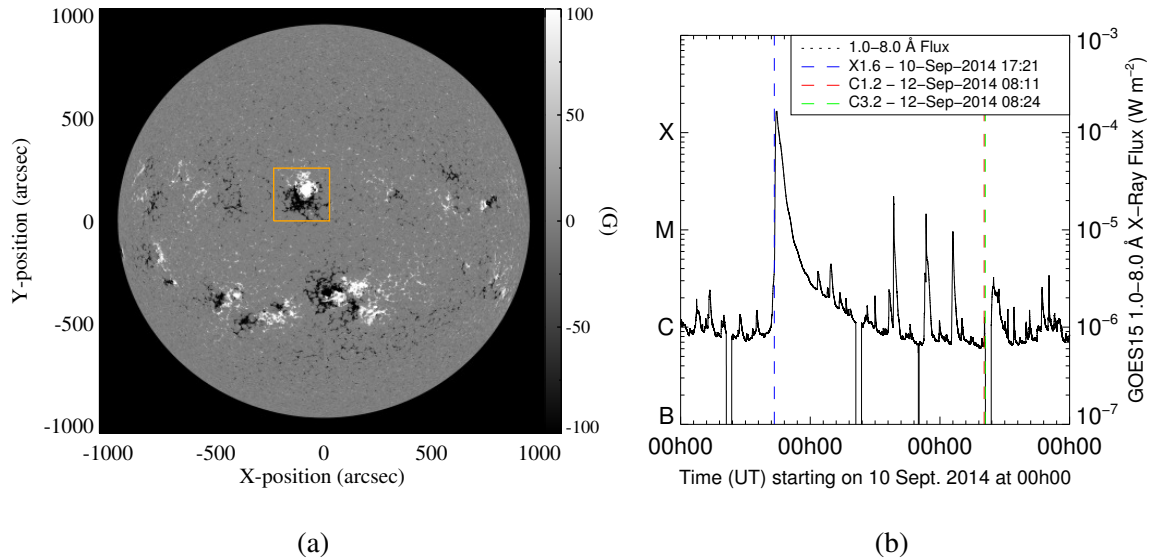


Figure 2.5 – (a) Champ magnétique B_ℓ mesuré pour le disque solaire par SDO/HMI le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT). Les valeurs sont seuillées à ± 100 G. La région active AR 12158 est identifiée. (b) Flux en rayons-X mous enregistré par le satellite GOES-15. Les temps des éruptions solaires produites par AR 12158 sont indiqués à l’aide de traits pointillés. L’axe vertical de gauche indique la classe des éruptions.

Début (UT)	Pic (UT)	Fin (UT)	Classe	Région active (AR)
10-Sep-2014 05:12	05:24	05:32	C2.4	12157
10-Sep-2014 17:21	17:45	18:20	X1.6	12158
11-Sep-2014 03:35	03:49	04:02	C4.4	
11-Sep-2014 06:33	06:36	06:42	C1.9	
11-Sep-2014 11:54	11:58	12:01	C2.0	12163
11-Sep-2014 14:30	14:34	14:50	C2.4	12157
11-Sep-2014 15:20	15:26	15:31	M2.1	12166
11-Sep-2014 21:01	21:26	21:30	M1.4	12166
12-Sep-2014 02:07	02:24	02:32	C9.5	12157
12-Sep-2014 08:11	08:15	08:17	C1.2	12158
12-Sep-2014 08:24	09:55	10:43	C3.2	12158
12-Sep-2014 12:30	12:34	12:37	C1.5	12161
12-Sep-2014 13:36	13:41	13:47	C1.5	12161
12-Sep-2014 16:32	16:35	16:38	C1.4	12161
12-Sep-2014 18:45	18:55	19:02	C2.5	12157
12-Sep-2014 20:05	20:12	20:14	C3.3	12157

Tableau 2.II – Liste des éruptions solaires détectées par le satellite GOES-15 entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT). Cette table a été produite par la routine `goes_make_yearly_eventlist` de la librairie Solarsoft (SSW ; Freeland & Handy, 1998).

séparées par des intervalles de temps irréguliers allant jusqu'à plusieurs heures.

2.4.3 Série hmi.ME_720s_fd10

Les données de la série hmi.ME_720s_fd10 (Hoeksema et al., 2014) du Joint Science Operations Center (JSOC⁶) couvrant l'intervalle entre le 10 septembre à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) sont utilisées pour les reconstructions linéaires à force magnétique nulle (LFF) et à force magnétique non nulle (NFF) du champ magnétique photosphérique (voir les sections 2.4.7.1 et 2.4.7.2). Les produits de niveau 1.5 de la chaîne de réduction sont disponibles pour le disque solaire à une cadence de 720 secondes (12 minutes). Les corrections pour le biais électronique du détecteur, la non-uniformité du détecteur (*flat-field*), les courants sombres et les mauvais pixels (ex : rayons cosmiques) ont déjà été apportées. L'algorithme Milne-Eddington VFISV (Very Fast Inversion of the Stokes Vector ; Borrero et al., 2011) est utilisé pour l'inversion des paramètres Stokes IQUV moyennés sur 720 secondes (Hoeksema et al., 2014). Les produits incluent en particulier la norme, l'inclinaison et l'azimut B_a du champ magnétique, la vitesse Doppler v_r , l'intensité du continu I_c et l'élargissement Doppler des raies $\Delta\lambda_D$ (Hoeksema et al., 2014). L'ambiguïté de 180° sur B_a n'est cependant pas levée. Des mauvais pixels peuvent se former là où la convergence de l'algorithme d'inversion échoue (Hoeksema et al., 2014). Les segments ConvFlag et QualMap de la série hmi.ME_720s_fd10 sont utilisés pour en identifier la majorité. Nous avons corrigé les valeurs par interpolation à l'aide d'une surface polynomiale de degré 3 à l'intérieur d'une boîte de dimensions 7 pixels par 7 pixels centrée sur le mauvais pixel.

Les données de SDO/HMI sont enregistrées avec un angle d'environ 180° séparant l'axe vertical du CCD et le nord solaire et apparaissent donc retournées. Le mot-clé CROTA2 dans l'entête des fichiers FITS contient l'angle exact de la rotation dans le sens anti-horaire à effectuer pour corriger (Hoeksema et al., 2014). Pour effectuer la rotation,

6. Joint Science Operations Center (JSOC) : <http://jsoc.stanford.edu>. Les données ont été téléchargées à l'aide de la routine `ssw_jsoc_time2data.pro` disponible dans la librairie SolarSoft (Freeland & Handy, 1998).

nous avons interpolé les valeurs aux positions des pixels à l'aide d'un polynôme cubique. La position sur l'image du centre du disque solaire en pixels est donnée par les mots-clés CRPIX1 et CRPIX2 dans l'entête des fichiers FITS. Leurs valeurs sont corrigées pour la rotation de l'image. L'angle CROTA2 est dorénavant nul.

2.4.4 Séries hmi.sharp_720s et hmi.sharp_cea_720s

Les HARPs (*Space-weather HMI Active Region Patches*; Bobra et al., 2014) sont des concentrations du champ magnétique à la photosphère observées par SDO/HMI. La chaîne de réduction des données utilise la méthode de Turmon et al. (2014) pour identifier et suivre des structures magnétiques cohérentes à partir de la composante \mathbf{B}_ℓ du champ magnétique. Chaque HARP peut inclure aucune, une ou plusieurs région(s) active(s) répertoriée(s) par l'Agence américaine d'observation océanique et atmosphérique (NOAA⁷). Par exemple, la région active NOAA AR 12158 qui est étudiée dans ce papier correspond à la structure HARP 4536. Les HARPs sont documentées jusqu'à leur dissipation. Les données recueillies sont particulièrement utiles pour l'étude des propriétés ou indices physiques des régions actives, par exemple dans le cadre de la prédiction des éruptions solaires (Bobra et al., 2014; Hoeksema et al., 2014). Elles sont utilisées pour les reconstructions localement linéaires à force magnétique nulle du champ magnétique photosphérique (voir la section 2.4.7.1).

Des domaines rectangulaires entourant chaque HARP sont extraits de l'image du disque solaire. Les produits de l'inversion par l'algorithme VFISV pour ces régions sont enregistrées dans les séries hmi.sharp_720s et hmi.sharp_cea_720s (Hoeksema et al., 2014) qui se distinguent par le système de coordonnées WCS utilisé (*World Coordinate System*; Thompson, 2006). La série hmi.sharp_720s utilise le système de coordonnées du CCD, soit le système hélioprojectif cartésien; la série hmi.sharp_cea_720s utilise le système héliographique avec une projection cylindrique conservant l'aire et minimisant la distortion (*Cylindrical Equal Area (CEA) projection*; Bobra et al., 2014; Sun, 2013). Contrairement à la série hmi.ME_720s_fd10, des corrections ont déjà été apportées pour

7. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) : <http://www.swpc.noaa.gov/>

les mauvais pixels et pour la rotation des données. Aussi, la méthode du *Minimum Energy* (ME0 ; Leka et al., 2009; Metcalf, 1994; Metcalf et al., 2006) est utilisée pour lever l'ambiguïté sur l'azimut et reconstruire un champ magnétique localement linéaire à force magnétique nulle. Voir la section 2.4.7 pour les composantes du champ magnétique de AR 12158. Pour notre analyse, nous utilisons les composantes du champ magnétique en coordonnées héliographiques sphériques (Bobra et al., 2014; Sun, 2013), l'intensité du continu I_c et la vitesse Doppler v_r de la série hmi.sharp_cea_720s à titre de comparaison.

2.4.5 Extraction de la région active AR 12158

Pour notre analyse, la région active AR 12158 est extraite des données réduites de la série hmi.ME_720s_fd10 qui couvrent tout le disque solaire. Afin de comparer les résultats de MEF-R en fonction de la reconstruction de \mathbf{B} , le domaine M qui est découpé est le même que le domaine de HARP 4536 de la série hmi.sharp_cea_720s au temps correspondant.

Les données de la série hmi.sharp_cea_720s sont exprimées dans le système de coordonnées héliographique avec projection CEA pour conserver l'aire et minimiser la distortion (Bobra et al., 2014). La longitude et la latitude du centre de HARP 4536 sont sauvegardées dans les mots-clés CRVAL1 et CRVAL2 de l'entête des fichiers FITS. La procédure d'extraction pour un temps donné est la suivante :

- a) Les coordonnées des pixels de l'image et du centre de HARP 4536 sont converties dans le système hélioprojectif cartésien utilisé pour la série hmi.ME_720s_fd10.
- b) Les coordonnées sont exprimées en termes de pixels sur une image du disque solaire à l'aide de l'entête du fichier hmi.ME_720s_fd10 correspondant.
- c) Les produits de la série hmi.ME_720s_fd10 sont évalués à ces positions par interpolation bilinéaire.
- d) Une boîte de 512 pixels par 512 pixels est découpée autour du centre de la région active.

Cette dernière étape s'applique à la fois pour l'extraction de AR 12158 et les données hmi.sharp_cea_720s de HARP 4536. Les données de la série hmi.ME_720s_fd10 pour lesquelles il n'y a pas de données hmi.sharp_cea_720s au même temps ont été rejetées de notre échantillon.

Les dérivées horizontales du champ magnétique qui apparaissent dans le calcul des composantes J_x , J_y et J_z sont estimées par différences finies centrées d'ordre deux. Elles n'ont cependant pas été calculées sur les bords, bien qu'il aurait été possible de décentrer les dérivées. Les images finales utilisées pour MEF-R sont donc de dimensions 510 pixels par 510 pixels. Un seuil minimal de 20 G est imposé sur les composantes du champ magnétique pour éviter les divisions par zéro et être au-dessus du bruit dans les données, de sorte que $|B_x| \geq 20$ G, $|B_y| \geq 20$ G et $|B_z| \geq 20$ G.

2.4.6 Intensité du continu (I_c) et température (T) à la photosphère

Les archives JSOC incluent aussi la série hmi.Ic_noLimbDark_720s (Hoeksema et al., 2014). Des cartes de l'intensité du continu I_c avec corrections pour l'assombrissement centre-bord sont produites aux mêmes temps que la série hmi.ME_720s_fd10. Nous les utilisons pour estimer la température locale à la photosphère. Un exemple incluant les corrections pour les mauvais pixels et pour la rotation des données est présenté à la figure 2.6(a) et une coupe de la région active AR 12158 à la figure 2.6(c). Notons que ces données n'ont pas été produites par l'algorithme d'inversion Milne-Eddington VFISV mais plutôt par un algorithme de type *MDI-like* (Couvidat et al., 2012; Hoeksema et al., 2014). L'intensité du continu I_c et les autres observables le long de la ligne de visée obtenus par cette méthode sont affectés par des oscillations d'une période de 24h (Couvidat et al., 2013). Les oscillations sont aussi présentes dans les produits de VFISV, mais avec des amplitudes beaucoup moins importantes. Le sujet est abordé en détails à la section 2.7.

Supposons que la photosphère est dans un état d'équilibre thermodynamique local (ETL). D'après la relation d'Eddington-Barbier, $I(\tau = 0, \mu, \nu) \approx B_\nu(\tau = \mu)$, où ν est la fréquence, τ est la profondeur optique, μ est l'angle et B_ν est la fonction de Planck

(Mihalas, 1978). Cette équation pourrait en principe être résolue localement pour T . La conversion des unités de I_c (DN s^{-1}) n'est cependant pas si simple à effectuer (Bjølseth, 2008).

Les cartes de la température à la photosphère (figures 2.6(b) et 2.6(d)) sont plutôt reconstruites selon la méthode de Solanki et al. (1993). Du rapport entre les valeurs locales de I_c et de l'intensité du continu du Soleil calme $I_{c\text{Quiet}}$, on obtient :

$$T = \frac{hc}{\lambda k_B} \cdot \frac{1}{\ln \left(1 + \left(\frac{I_{c\text{Quiet}}}{I_c} \right) \cdot \left(\exp \left(\frac{hc}{\lambda k_B T_{\text{Quiet}}} \right) - 1 \right) \right)}, \quad (2.34)$$

où h est la constante de Planck, c est la vitesse de la lumière, k_B est la constante de Boltzmann et $\lambda = 6173.34\text{\AA}$. La température du Soleil calme est approximée à $T_{\text{Quiet}} \approx 5779\text{K}$, soit sa température effective (Sukhatme & Nayak, 2008). $I_{c\text{Quiet}}$ à un temps donné est estimée en moyennant I_c sur tout le disque. Les régions actives sont préalablement masquées pour éliminer leurs contributions. La méthode utilisée s'inspire de l'algorithme SMART pour la détection et la localisation des régions actives à partir des cartes du champ magnétique le long de la ligne de visée (Higgins et al., 2011).

Un exemple de reconstruction des cartes de T est présenté à la figure 2.6 pour AR 12158 le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT). La température varie comme I_c , tel que prédit par la fonction de Planck, et est minimale dans les taches solaires ($\approx 3500\text{ K}$).

2.4.7 Reconstructions du champ magnétique à la photosphère

L'inversion des paramètres de Stokes IQUV à l'aide du modèle d'atmosphère de Milne-Eddington permet de dériver le champ magnétique le long de la ligne de visée \mathbf{B}_ℓ , le champ magnétique transverse à la ligne de visée \mathbf{B}_t , l'inclinaison B_g et l'azimuth B_a . Cependant, l'azimuth est ambigu de 180° car il y a une dégénérescence sur la polarisation linéaire (paramètres Stokes Q et U ; Leka et al., 2009). Il y a donc deux directions possibles pour \mathbf{B}_t .

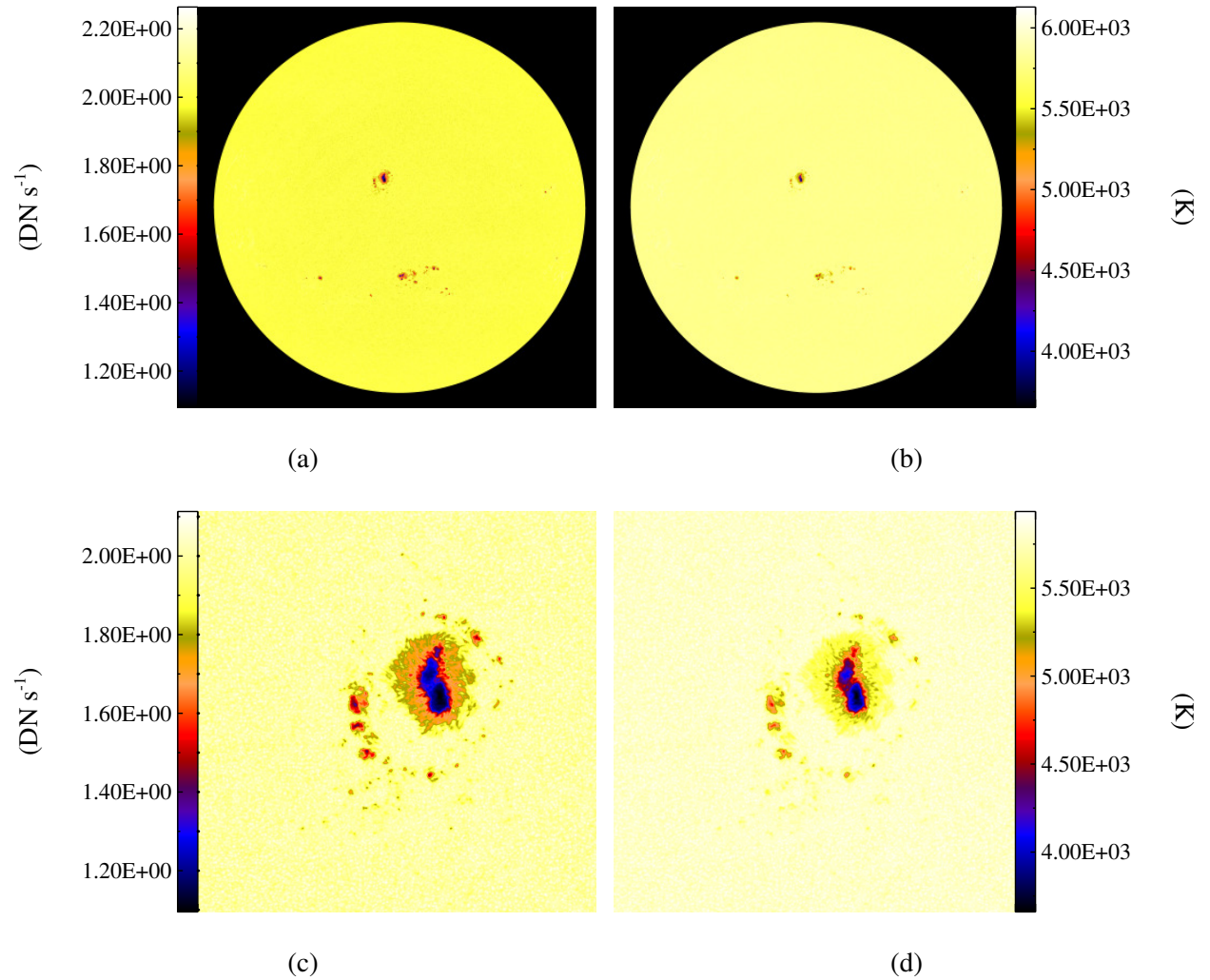


Figure 2.6 – (a) Intensité du continu I_c mesurée par SDO/HMI le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT) et corrigée pour l’assombrissement centre-bord, les mauvais pixels et la rotation. (b) Température reconstruite selon la méthode de Solanki et al. (1993). La région active AR 12158 est extraite du disque en (c) pour I_c et en (d) pour T .

Les champs magnétiques peuvent être classés selon trois types : linéaire à force magnétique nulle (LFF), non-linéaire à force magnétique nulle (NLFF) ou à force magnétique non nulle (NFF). Lorsque les forces magnétiques dominent nettement les forces non-magnétiques (*eg.* la pression du plasma p , la gravité), la force de Lorentz se réduit alors au premier ordre à la force magnétique $\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} \approx \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ (Wiegmann & Sakurai, 2012). Si on fait l'hypothèse que $\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = \mathbf{0}$, alors le champ magnétique \mathbf{B} est approximé à force magnétique nulle (*force-free* ou FF ; Wiegmann & Sakurai, 2012) :

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} \right) \times \mathbf{B} = \mathbf{0}, \quad (2.35)$$

en plus de satisfaire à la condition solénoïdale :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.36)$$

Les solutions de l'équation 2.35 sont des fonctions propres du rotationnel connues sous le nom de fonctions de Chandrasekhar-Kendall (CK ; Chandrasekhar & Kendall, 1957) :

$$\mu_0 \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}, \quad (2.37)$$

où la valeur propre α représente le *twist* ou le degré de torsion des lignes de champ magnétique dans le sens horaire si $\alpha < 0$ ou dans le sens anti-horaire si $\alpha > 0$ (Sakurai & Hagino, 2003). Le paramètre α peut varier en fonction de la position. Des équations 2.36 et 2.37, les champs à force magnétique nulle satisfont à la relation :

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \alpha = 0. \quad (2.38)$$

Notons que la somme de deux champs FF \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_2 est elle-même un champ FF si et seulement si $\alpha_1 = \alpha_2$ et/ou $\mathbf{B}_1 \parallel \mathbf{B}_2$.

Lorsque $\alpha = 0$, la densité de courant est nulle dans le domaine ($\mathbf{J} = \mathbf{0}$) et le champ

magnétique peut s'exprimer comme le gradient d'un potentiel scalaire ϑ :

$$\mathbf{B} = \nabla \vartheta . \quad (2.39)$$

D'après l'équation 2.36, ϑ est une solution de l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 \vartheta = 0 . \quad (2.40)$$

Il s'agit de la solution du champ potentiel. Notons que la somme de champs potentiels est aussi un champ potentiel. Autrement, pour $\alpha \neq 0$, la densité de courant est parallèle aux lignes de champ magnétique ($\mathbf{J} \parallel \mathbf{B}$). Un champ est dit linéaire à force magnétique nulle (*linear force-free* ou LFF) lorsque α dans l'équation 2.37 est une constante. Des équations 2.36 et 2.37, il peut être démontré que les champs LFF sont des solutions de la forme vectorielle de l'équation d'Helmholtz homogène (Wiegelmann & Sakurai, 2012) :

$$\nabla^2 \mathbf{B} + \alpha^2 \mathbf{B} = \mathbf{0} . \quad (2.41)$$

Un champ est dit non-linéaire à force magnétique nulle (*nonlinear force-free* ou NLFF) lorsque α dans l'équation 2.37 varie en fonction de la position ($\alpha \equiv \alpha(x, y, z)$).

Les deux types de solutions ($\alpha = 0$ et $\alpha \neq 0$) peuvent produire des reconstructions du champ magnétique du Soleil différentes. Les champs potentiels ($\alpha = 0$) ne parviennent pas cependant à modéliser physiquement les observations (Alissandrakis, 1981; Wiegelmann & Sakurai, 2012). Ils peuvent tout de même être utilisés en première approximation. Le paramètre α à la photosphère peut être évalué localement à partir des données d'observation. Le calcul de la densité de courant verticale J_z ne requiert que les dérivées horizontales du champ magnétique dans le plan photosphérique. De la composante verticale de l'équation 2.37, on a :

$$\alpha(x, y) = \frac{\mu_0 J_z(x, y)}{B_z(x, y)} . \quad (2.42)$$

Les composantes J_x et J_y de la densité de courant requièrent au moins deux plans pour approximer les dérivées verticales du champ magnétique. Cependant, les données d'observation ne proviennent que du plan photosphérique. Pour un champ FF, les équations 2.37 et 2.42 peuvent être combinées pour éviter ce problème.

Le rapport de la pression thermique p (non-magnétique) sur la pression magnétique est quantifié par le paramètre β du plasma :

$$\beta = \frac{2\mu_0 p}{|\mathbf{B}|^2}. \quad (2.43)$$

Le paramètre varie en fonction de la position dans l'atmosphère du Soleil. La condition $\beta \ll 1$ est suffisante mais pas nécessaire pour que le champ magnétique puisse être approximé FF (Wiegelmann & Sakurai, 2012). À la photosphère et dans la haute couronne, on observe généralement que $\beta > 1$ (Gary, 2002). Entre ces deux régions, ce sont les forces magnétiques qui dominent : dans la haute chromosphère et la basse couronne, $\beta \ll 1$ et l'approximation FF s'applique (Wiegelmann & Sakurai, 2012).

Les méthodes⁸ de reconstruction de \mathbf{B} produisent des configurations différentes selon les hypothèses et les principes de minimisation utilisés (Metcalf et al., 2006). Leur validité peut varier en fonction des propriétés du plasma ou de la région du Soleil. Pour notre analyse, nous considérons trois reconstructions du champ magnétique photosphérique \mathbf{B} :

- (1) \mathbf{B}_{NFF} : Un champ NFF produit selon la méthode de Hu & Dasgupta (2008). Voir les figures 2.7(a), 2.7(b) et 2.7(c) pour des exemples des composantes reconstruites à 16:10:20 (UT).
- (2) \mathbf{B}_{LFF} : Un champ LFF produit selon la méthode de Nakagawa & Raadu (1972). Voir les figures 2.7(d), 2.7(e) et 2.7(f) pour des exemples des composantes reconstruites à 16:10:20 (UT). La méthode a été utilisée pour l'étude de AR 9077

8. Voir les articles de Metcalf et al. (2006), Leka et al. (2009) et Wiegelmann & Sakurai (2012) pour des discussions sur quelques algorithmes permettant de lever l'ambiguïté sur l'azimut ou sur des méthodes de reconstruction du champ magnétique.

présentée dans Tremblay & Vincent (2014).

- (3) \mathbf{B}_{HARP} : Les données de la série hmi.sharp_cea_720s où l'ambiguïté sur l'azimut de \mathbf{B} est levée selon une variante de la méthode de Metcalf et al. (2006) localement LFF (Hoeksema et al., 2014). Voir les figures 2.7(g), 2.7(h) et 2.7(i) pour des exemples des composantes reconstruites à 16:10:20 (UT).

2.4.7.1 Champ magnétique à force magnétique nulle (FF)

En général, les reconstructions de type LFF n'utilisent que la composante le long de la ligne de visée (approximée parallèle à la verticale) du champ magnétique observé. Aussi, la constante α doit être imposée dans les modèles. Sa valeur peut cependant être approximée à l'aide des observations. Une approche serait de l'ajuster pour que la composante horizontale \mathbf{B}_h du champ reconstruit se rapproche du champ magnétique transverse observé (Wiegelmann & Sakurai, 2012). La méthode de Sakurai & Hagino (2003) utilise les données pour estimer un α moyen dans le domaine photosphérique :

$$\alpha_{\text{Moyen}} = \frac{\sum \frac{\mu_0 J_z B_z}{|B_z|}}{\sum |B_z|}, \quad (2.44)$$

où les sommes sont sur les pixels des images. Le champ magnétique horizontal intervient dans le calcul de $\mu_0 J_z$.

Pour notre analyse, nous avons utilisé la méthode de reconstruction LFF de Nakagawa & Raadu (1972). De l'équation 2.37, on peut montrer que le champ magnétique de type LFF est décrit par l'équation :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times P(x, y, z) \hat{z} + \alpha \nabla \times P(x, y, z) \hat{z}, \quad (2.45)$$

où la fonction scalaire $P(x, y, z)$ satisfait à l'équation d'Helmholtz homogène :

$$\nabla^2 P(x, y, z) + \alpha^2 P(x, y, z) = 0. \quad (2.46)$$

La solution générale de l'équation 2.46 est :

$$P(x, y, z) = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \frac{1}{k^2} \hat{B}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - z\sqrt{k^2 - \alpha^2}}, \quad (2.47)$$

où \mathbf{x} est la position dans le plan horizontal et $\mathbf{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y}$ est le vecteur d'onde horizontal avec $k^2 = k_x^2 + k_y^2$. Les nombres d'onde horizontaux sont $k_x = 2\pi m/L_x$ et $k_y = 2\pi n/L_y$, où m et n sont des entiers et L_x et L_y sont les dimensions horizontales du domaine. Les coefficients de Fourier $\hat{B}_{\mathbf{k}}$ sont déterminés en utilisant les observations du champ magnétique comme conditions frontières à la photosphère ($z = 0$) :

$$\begin{aligned} B_z(x, y, z = 0) &= B_\ell, \\ &= B_{00} + \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \hat{B}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}, \end{aligned} \quad (2.48)$$

où B_{00} est la moyenne spatiale de $B_z(x, y, z = 0)$ et devrait être approximativement nulle. Des équations 2.45 et 2.47, nous avons que les composantes cartésiennes du champ magnétique à l'intérieur du domaine sont :

$$B_x(x, y, z) = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \frac{i}{k^2} \left(\alpha k_y - k_x \sqrt{k^2 - \alpha^2} \right) \hat{B}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - z\sqrt{k^2 - \alpha^2}}, \quad (2.49)$$

$$B_y(x, y, z) = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \frac{-i}{k^2} \left(\alpha k_x + k_y \sqrt{k^2 - \alpha^2} \right) \hat{B}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - z\sqrt{k^2 - \alpha^2}}, \quad (2.50)$$

$$B_z(x, y, z) = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{0}} \hat{B}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - z\sqrt{k^2 - \alpha^2}}. \quad (2.51)$$

L'équation 2.51 est équivalente à l'équation 2.48 lorsque $z = 0$ et que B_{00} est négligeable devant la somme. Les composantes satisfont à $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

La méthode de Nakagawa & Raadu (1972) a été généralisée dans Alissandrakis (1981). La solution de l'équation 2.41 satisfait à l'égalité :

$$\hat{\mathbf{B}}(k_x, k_y, z) = e^{-\zeta z} \hat{\mathbf{B}}(k_x, k_y, z = 0), \quad (2.52)$$

où le symbole $\hat{\cdot}$ indique une opération de transformée de Fourier et le nombre d'onde vertical ζ est à déterminer. Les solutions existent sous la condition que le déterminant de la matrice des coefficients du système soit nul, ce qui implique que :

$$\zeta = \pm \sqrt{k^2 - \alpha^2}, \quad (2.53)$$

où k est le nombre d'onde horizontal défini précédemment. Deux types de solutions sont précisés. Le résultat final en est la combinaison. Lorsque $k \geq |\alpha|$, ζ est réel et doit nécessairement être positif pour que le résultat soit borné à $z = +\infty$. La solution est étiquetée "pour les petites échelles" car les échelles spatiales de $2\pi/k$ sont inférieures à $2\pi/|\alpha|$. Il s'agit de la méthode de Nakagawa & Raadu (1972). Autrement, lorsque $k < |\alpha|$, ζ est complexe. La solution "pour les grandes échelles" s'écrit comme une combinaison linéaire des termes avec le signe positif et le signe négatif de ζ de sorte que le résultat soit réel (Alissandrakis, 1981). Elle est de nature oscillatoire avec une amplitude diminuant en fonction de z . Le champ magnétique transverse B_t est requis pour la reconstruction.

Pour les données d'observation utilisées, les dimensions horizontales du domaine sont de l'ordre de 100 Mm ; α pour une région active à la photosphère est typiquement de l'ordre de 10^{-2} Mm^{-1} (Liu et al., 2014). Soit k_{min} , le plus petit nombre d'onde horizontal tel que $k \geq |\alpha|$, et supposons que $L_x = L_y$. Nous avons que $k_{min} = |\alpha|$ si :

$$(m^2 + n^2)^2 = \frac{L^2 \alpha^2}{4\pi^2} \approx \frac{1}{4\pi^2}. \quad (2.54)$$

Or, $(m^2 + n^2)^2 \geq 1$ car $\mathbf{k} \neq \mathbf{0}$ et $k > |\alpha|$ pour tous les vecteurs d'ondes. L'utilisation de la méthode de Nakagawa & Raadu (1972) est donc justifiée.

Des solutions analytiques dans le cas LFF sont proposées par Amari et al. (1998). La topologie de \mathbf{B} est complexe et les lignes de champs tracent des formes ressemblant à des spirales (figures 1 et 2 dans Nakagawa & Raadu (1972) et figure 2 dans Amari et al. (1998)).

La méthode a été utilisée dans Tremblay & Vincent (2014) pour reconstruire le champ magnétique de la région active AR9077 à partir des données d'observations de SOHO/MDI. Cette approximation grossière du champ magnétique photosphérique a été utilisée parce que seule la composante \mathbf{B}_ℓ est mesurée par SOHO/MDI et que les données ne couvrent que le plan photosphérique.

Le champ magnétique de AR 12158 approximé LFF est reconstruit selon la méthode de Nakagawa & Raadu (1972) à titre de comparaison avec les autres types de configurations. À cet effet, la valeur de α utilisée correspond à la moyenne des α_i calculés à la section 2.4.7.2 pour la reconstruction NFF. Des exemples pour les composantes cartésiennes à 16:10:20 (UT) sont présentées aux figures 2.7(d), 2.7(e) et 2.7(f).

La méthode du *Minimum Energy* (Leka et al., 2009; Metcalf, 1994; Metcalf et al., 2006) lève l'ambiguïté de 180° sur l'azimut et reconstruit un champ magnétique à force magnétique nulle. Elle utilise un principe d'extrémum basé sur la minimisation de la pseudo-énergie E définie comme la somme des résidus de l'équation 2.36 et de l'énergie magnétique libre maximale (Metcalf, 1994). Le premier terme représente la condition solénoïdale à laquelle tout champ magnétique doit satisfaire. On peut aussi montrer que l'énergie magnétique libre d'un champ à force magnétique nulle est bornée supérieurement par un terme proportionnel à $|\mathbf{J}|^2/|\mathbf{B}|^2$ (Metcalf et al., 2006). Cette pénalité produit des solutions plus lisses. Notons qu'il est suffisant de traiter $|\mathbf{J}|$ car $|\mathbf{B}|^2$ n'est pas ambigu (Metcalf, 1994). Plusieurs définitions de la fonctionnelle E ont été introduites (Leka et al., 2009; Metcalf, 1994; Metcalf et al., 2006). Considérons la variante de Leka et al. (2009) où $|J_z|$ est utilisé plutôt que $|\mathbf{J}|$ pour réduire le nombre de dérivées verticales de \mathbf{B} à calculer :

$$E = \sum (|\nabla \cdot \mathbf{B}| + |J_z|), \quad (2.55)$$

où la somme se fait sur les pixels du magnétogramme. Pour approximer la dérivée ver-

ticale $\frac{\partial B_z}{\partial z}|_{z=0}$, le champ magnétique \mathbf{B} est reconstruit LFF en utilisant les observations de B_ℓ à la photosphère comme conditions aux frontières. La minimisation est effectuée par rapport aux combinaisons possibles de l'azimut. Le champ magnétique transverse a deux orientations possibles à chaque pixel. De plus, le calcul des dérivées induit une dépendance sur les pixels voisins. Le minimum global de E est obtenu à l'aide de la méthode du recuit simulé (Metropolis et al., 1953).

Les champs magnétiques produits par la méthode sont linéaires à force magnétique nulle (Wiegelmann & Sakurai, 2012). L'approche a cependant été généralisée pour produire des champs localement LFF (Leka et al., 2009; Metcalf et al., 2006). Le magnétogramme est divisé en segments. Dans chaque sous-domaine, l'approximation LFF est appliquée et la valeur de α est ajustée pour produire le meilleur accord avec les observations. Les reconstructions sont utilisées pour l'approximation des dérivées verticales apparaissant dans l'équation 2.55. La minimisation est ensuite effectuée pour l'ensemble (Metcalf et al., 2006). Il s'agit de la méthode de reconstruction automatique la plus efficace, mais elle est cependant lente (Metcalf et al., 2006; Wiegelmann & Sakurai, 2012). Notons que ces champs ne sont pas non linéaires à force magnétique nulle (Wiegelmann & Sakurai, 2012).

La chaîne de traitement des données SDO/HMI utilise la méthode du *Minimum Energy* pour les reconstructions des séries `hmi.sharp_720s` et `hmi.sharp_cea_720s` (Hoeksema et al., 2014). La fonctionnelle minimisée est donnée à l'équation 2.55. Une approche locale est utilisée. Le magnétogramme est divisé en régions où le champ magnétique transverse est déterminé à un niveau de confiance élevé, intermédiaire ou faible. Les zones de haute confiance sont formées à partir des pixels où $|\mathbf{B}_t| > 50\text{G}$. L'équation 2.55 est minimisée à l'intérieur de chacune d'entre elles. La même approche est utilisée pour les zones de confiance intermédiaire constituées des pixels à une distance d'au plus cinq pixels des zones de haute confiance. Les résultats sont cependant lissés. Les pixels restant sont de faible confiance et couvrent principalement le Soleil calme. Ils sont traités à l'aide de méthodes alternatives plus simples et plus rapides (Hoeksema et al.,

2014). L'algorithme d'inversion MERLIN (Lites et al., 2007) utilise aussi une version de la méthode du *Minimum Energy* pour lever l'ambiguïté sur les données Hinode SOT/SP (Wiegelmann & Sakurai, 2012).

Pour notre étude de AR 12158, les données du champ magnétique \mathbf{B}_{HARP} de la série hmi.sharp_cea_720s ont aussi été utilisées. Les composantes sont réexprimées dans le système de coordonnées cartésien et sont présentées aux figures 2.7(g), 2.7(h) et 2.7(i) pour le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT). On note des différences au niveau de la topologie du champ par rapport aux reconstructions \mathbf{B}_{LFF} à 16:10:20 (UT) produites avec la méthode (globalement) LFF de Nakagawa & Raadu (1972) (figures 2.7(e), 2.7(f) et 2.7(g)). Le coefficient de corrélation est $C(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{HARP}}) = 0.783$. L'inégalité de Cauchy-Schwarz $C_{CS} = 0.294$ indique qu'il y a des écarts angulaires importants entre les deux vecteurs. Ces différences varient en fonction de l'intensité du champ magnétique. Elles sont plus importantes à l'extérieur de la région active où le champ magnétique est faible et que l'approximation LFF n'est plus valide (Tiwari, 2011). En effet,

$$C(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{HARP}}) = 0.943, C_{CS}(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{HARP}}) = 0.948 \text{ où } |\mathbf{B}_{\text{HARP}}| > 1000 \text{ G,}$$

$$C(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{HARP}}) = 0.882, C_{CS}(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{HARP}}) = 0.904 \text{ où } 500 \leq |\mathbf{B}_{\text{HARP}}| < 1000 \text{ G.}$$

Cependant,

$$C(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{HARP}}) = 0.510, C_{CS}(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{HARP}}) = 0.231 \text{ où } |\mathbf{B}_{\text{HARP}}| \leq 500 \text{ G.}$$

On voit plus de détails dans \mathbf{B}_{HARP} car α varie localement.

2.4.7.2 Champ magnétique à force magnétique non nulle (NFF)

Lorsque $\mathbf{J} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{0}$, le champ magnétique est dit à force magnétique non nulle (NFF). Il s'agit du type de configuration le plus général.

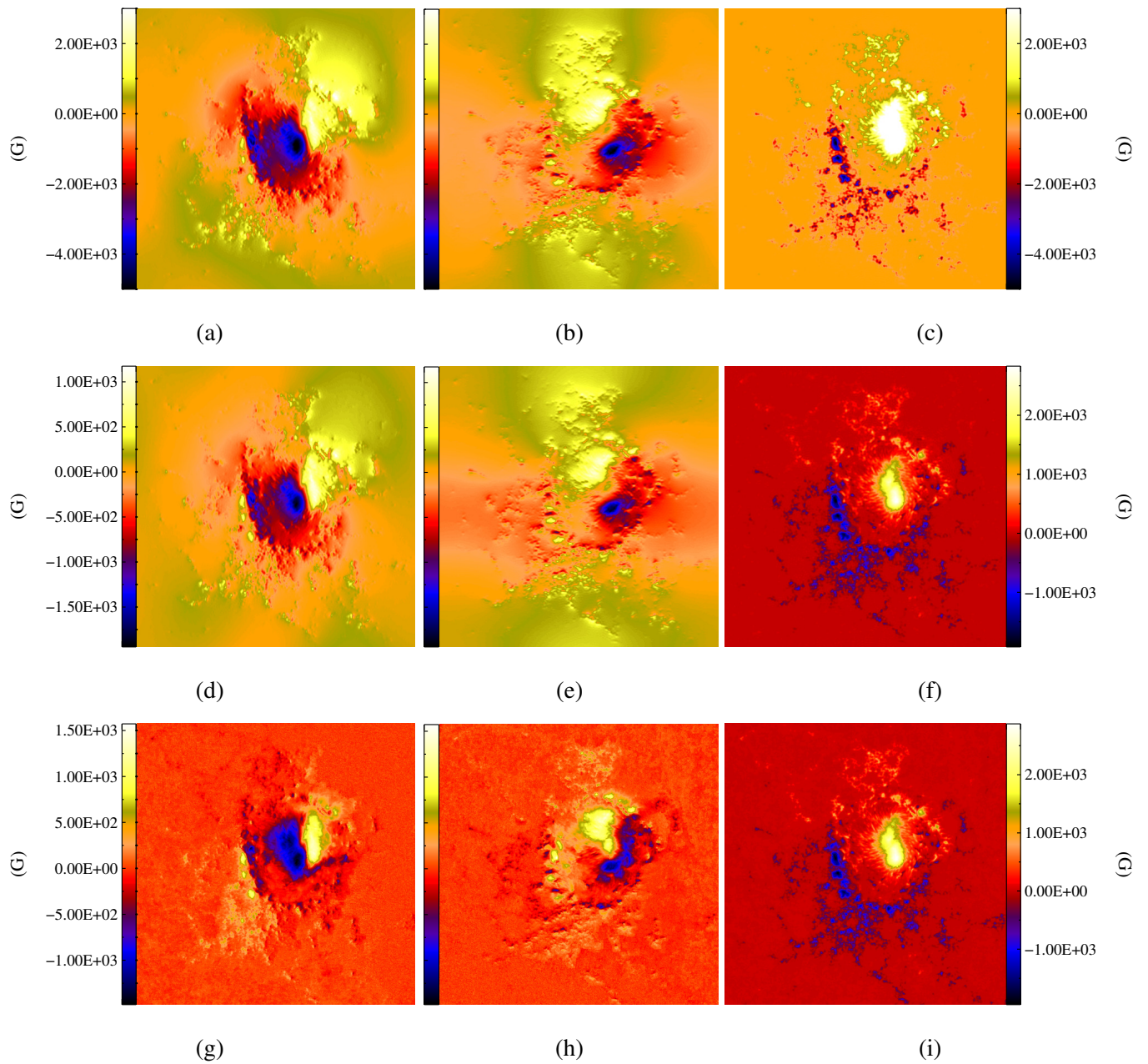


Figure 2.7 – Exemples des composantes B_x , B_y , B_z du champ magnétique AR 12158 à 16 :10 :20 UT le 10 septembre 2014 pour une reconstruction à force magnétique non nulle \mathbf{B}_{NFF} ((a), (b) et (c)) ; pour une reconstruction linéaire à force magnétique nulle \mathbf{B}_{LFF} ((d), (e) et (f)) ; pour un champ localement linéaire à force magnétique nulle \mathbf{B}_{HARP} ((g), (h) et (i)). L'échelle utilisée (en Gauss) est la même pour les composantes horizontales B_x et B_y .

Le champ magnétique à la surface du Soleil n'est pas à force magnétique nulle (Liu et al., 2013). Par exemple, dans Wiegmann et al. (2006), un prétraitement est effectué sur les magnétogrammes pour soustraire les forces magnétiques avant de les utiliser comme conditions aux frontières dans une reconstruction NLFF. Un champ NFF devrait donc être une représentation plus juste du champ magnétique à la photosphère. Cependant, la seule information que nous avons est ce que la configuration n'est pas, c'est-à-dire à force magnétique nulle. Les résultats des reconstructions NFF varient en fonction des hypothèses évoquées et du principe d'extrémum utilisé. Nous présentons un exemple.

La méthode de Hu & Dasgupta (2008) utilise un principe d'extrémum pour reconstruire un champ magnétique NFF en trois dimensions à partir des observations. Les données d'au moins deux plans sont cependant requises pour approximer les dérivées verticales du champ magnétique. Des correctifs suggérés dans Hu et al. (2010) permettent la reconstruction d'un champ NFF uniquement à partir des données dans le plan photosphérique. Notre implémentation s'inspire fortement des procédures de Hu & Dasgupta (2008) et de Hu et al. (2010). Les différences sont précisées.

Le plasma est composé d'électrons libres et d'ions et est par conséquent décrit dans le formalisme à deux fluides. L'approche de Hu & Dasgupta (2008) pour reconstruire un champ NFF est basée sur la minimisation de la dissipation Ohmique et de la dissipation visqueuse sous la contrainte de la conservation de l'hélicité magnétique (Bhattacharyya & Janaki, 2004) :

$$\begin{aligned}
 I = & \int \eta |\mu_0 \mathbf{J}|^2 + \mu_{ion} |\boldsymbol{\omega}_{ion}|^2 dV \\
 & + \lambda_{ion} \int \left(\eta (\nabla \times \mathbf{B}) + \mu_{ion} (\nabla \times \boldsymbol{\omega}_{ion}) \right) \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ion} dV \\
 & + \lambda_e \int \eta (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{B} dV,
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

où μ_{ion} , $\boldsymbol{\omega}_{ion}$ et $\boldsymbol{\Omega}_{ion}$ sont respectivement la viscosité, la vorticité et la vorticité canonique

du fluide ionique, η est la diffusivité magnétique moléculaire, et λ_{ion} et λ_e sont les multiplicateurs de Lagrange. La minimisation de I produit deux équations d'Euler-Lagrange découplées pour \mathbf{B} et ω_{ion} :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + a_1 \nabla \times \mathbf{B} + b_1 \mathbf{B} = \nabla \Psi, \quad (2.57)$$

$$\nabla \times \nabla \times \omega_{ion} + a_2 \nabla \times \omega_{ion} + b_2 \omega_{ion} = \nabla \chi, \quad (2.58)$$

où Ψ et χ sont des potentiels scalaires qui satisfont à l'équation de Poisson et a_1 , a_2 , b_1 et b_2 sont des constantes qui dépendent des propriétés du plasma (Hu & Dasgupta, 2008).

Seul le résultat pour \mathbf{B} est considéré. Le rotationnel de l'équation 2.57 produit une équation n'impliquant que le champ magnétique :

$$\nabla \times \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + a_1 \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + b_1 \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{0}. \quad (2.59)$$

La solution est donnée par la superposition de trois fonctions propres de Chandrasekhar-Kendall qui satisfont aux équations 2.36 et 2.37 (Hu & Dasgupta, 2008). Le champ NFF \mathbf{B} s'écrit donc comme la somme de trois champs LFF \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 et \mathbf{B}_3 :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3. \quad (2.60)$$

On définit les paramètres α_1 , α_2 et α_3 correspondant. Des équations 2.37 et 2.60, les trois champs satisfont au système d'équations d'ordre 3 :

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{v}^{-1} \tilde{\mathbf{C}}, \quad (2.61)$$

où

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{B} \\ \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

La matrice \mathbf{v} est la transposée d'une matrice de Vandermonde d'ordre 3 qui est inversible

si et seulement si $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3$. On pose arbitrairement $\alpha_2 = 0$ pour que l'équation 2.59 soit vérifiée (Hu & Dasgupta, 2008). Le champ \mathbf{B}_2 de l'équation 2.60 est donc un champ potentiel. Les composantes verticales de l'équation 2.61 sont utilisées comme conditions frontières à la photosphère ($z = 0$) pour les reconstructions LFF de \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 et \mathbf{B}_3 . Le terme $(\nabla \times \nabla \times \mathbf{B})_z$ fait cependant intervenir une dérivée verticale. Les données d'au moins deux plans distincts et acquises simultanément sont requises pour en faire l'approximation (Hu & Dasgupta, 2008). Le système matriciel 2.61 se réduit à un système d'équations d'ordre 2 pour \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_3 si \mathbf{B}_2 est prédéterminé (Hu et al., 2010) :

$$\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{C}}, \quad (2.62)$$

où

$$\bar{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

Aucune dérivée verticale n'intervient dans le calcul des composantes verticales de \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_3 . Seules les données dans le plan photosphérique sont requises.

Une procédure itérative est utilisée pour prédéterminer le champ potentiel \mathbf{B}_2 et ensuite reconstruire les champs \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_3 . À chaque sous-itération, des correctifs sont apportés pour obtenir un meilleur accord avec les observations (Hu et al., 2010). La méthode consiste en les étapes suivantes :

- (1) Les composantes verticales de l'équation 2.62 sont utilisées comme conditions frontières à la photosphère ($z = 0$) pour les reconstructions LFF de \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_3 . Nous avons utilisé la méthode de Nakagawa & Raadu (1972) ainsi que la méthode de Alissandrakis (1981) comme suggérée dans Hu & Dasgupta (2008). Les deux approches sont cependant équivalentes pour les échelles spatiales en jeu, tel que discuté à la section 2.4.7.1. Les valeurs de α_1 et α_3 sont ajustées de sorte à minimiser l'écart E_n entre le champ magnétique transverse observé \mathbf{B}_t et la reconstruction

$\mathbf{b}_t = \mathbf{B}_{1,t} + \mathbf{B}_{2,t} + \mathbf{B}_{3,t}$ à la photosphère :

$$E_n = \frac{\sum_{i=1}^M |\mathbf{B}_{t,i} - \mathbf{b}_{t,i}|}{\sum_{i=1}^M |\mathbf{B}_{t,i}|}, \quad (2.63)$$

où M est le nombre de pixels dans le magnétogramme. Pour l'instant, nous balayons un ensemble de valeurs pour α_1 et α_3 et utilisons celles qui produisent la plus petite valeur de E_n . Nous travaillons présentement à l'implémentation d'un gradient conjugué (Gilbert & Nocedal, 1992) pour trouver la paire qui minimise l'équation 2.63.

Corrections itératives ultérieures (sous-itération k) :

- (2) Le champ \mathbf{B}_2 s'écrit comme la superposition de champs potentiels car la somme est elle-même un champ potentiel :

$$\mathbf{B}_2 \equiv \mathbf{B}_2^{(k)} = \mathbf{B}_2^{(0)} + \sum_{i=1}^k \mathbf{B}_2^{(i)}, \quad (2.64)$$

où k est le nombre de sous-itérations et le champ $\mathbf{B}_2^{(0)}$ est initialement reconstruit à partir du champ magnétique vertical observé à la photosphère ($B_z(x, y, z = 0)$). On recalcule $E_n \equiv E_n^{(k)}$. On remarque que lorsque k augmente, $E_n^{(k)}$ diminue et donc le processus itératif de correction converge.

- (3) Lorsque $E_n^{(k)}$ est suffisamment faible, le processus itératif prend fin. Le champ à force magnétique non nulle \mathbf{B} est la somme de \mathbf{B}_1 , $\mathbf{B}_2^{(k)}$ et \mathbf{B}_3 (équation 2.60).
- (4) Autrement, une nouvelle sous-itération $k = k + 1$ débute : un champ potentiel $\mathbf{B}_2^{(k)}$ est reconstruit à partir du résidu du champ magnétique transverse $\delta \mathbf{b}_t^{(k)} = \mathbf{B}_t - \mathbf{b}_t^{(k)}$. La correction est appliquée au champ potentiel \mathbf{B}_2 à l'étape (2).

Les reconstructions sont en trois dimensions et s'étendent de la photosphère ($z = 0$) à la couronne solaire. Cependant, seules les composantes du champ magnétique et de la densité de courant dans le plan photosphérique nous intéressent. Pour les calculs de J_x et de J_y , les dérivées verticales du champ magnétique à la photosphère sont approximées par différences finies avant d'ordre 4.

Les composantes cartésiennes de notre reconstruction NFF du champ magnétique \mathbf{B}_{NFF} de AR 12158 à 16:10:20 (UT) sont présentées aux figures 2.7(a), 2.7(b) et 2.7(c). Les différences avec les champs \mathbf{B}_{LFF} et \mathbf{B}_{HARP} sont moins importantes où le champ magnétique est fort car l'approximation LFF est justifiée (Tiwari, 2011). En effet,

$$C(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{NFF}}) = 0.997, C_{CS}(\mathbf{B}_{\text{LFF}}, \mathbf{B}_{\text{NFF}}) = 0.998 \text{ où } |\mathbf{B}_{\text{LFF}}| > 1000 \text{ G},$$

$$C(\mathbf{B}_{\text{HARP}}, \mathbf{B}_{\text{NFF}}) = 0.933, C_{CS}(\mathbf{B}_{\text{HARP}}, \mathbf{B}_{\text{NFF}}) = 0.942 \text{ où } |\mathbf{B}_{\text{HARP}}| > 1000 \text{ G}.$$

2.4.8 Corrections pour la vitesse Doppler à la photosphère

Les vitesses Doppler observées sont corrigées pour soustraire les mouvements aux grandes échelles. Le mouvement du satellite v_{SDO} est d'abord soustrait selon la méthode de Schuck (2010) :

$$v_{\text{SDO}}(\rho, \psi) = V_R \cdot \left(1 - \frac{\rho^2}{2}\right) + V_W \cdot \rho \sin(\psi) - V_N \cdot \rho \cos(\psi), \quad (2.65)$$

où ρ et ψ sont le paramètre d'impact et l'angle de positionnement en radians dans le système de coordonnées hélioprojectif radial (Thompson, 2006). Les termes V_R , V_W et V_N correspondent aux composantes de la vitesse de SDO dans les directions radiale, vers l'ouest et vers le nord du système de coordonnées héliographique. Leurs valeurs sont contenues dans les mots-clés OBS_VR, OBS_VW et OBS_VN dans l'entête des fichiers FITS de la série hmi.ME_720s_fd10. La vitesse v_{SDO} oscille avec une amplitude d'environ 3000 m s^{-1} et une période de 24h (Couvidat et al., 2013; Welsch et al., 2013).

La procédure de Snodgrass (1984) est utilisée pour soustraire des observations les mouvements photosphériques à grande échelle. Soient θ la longitude, ϕ la latitude et B_0 la latitude du centre du disque solaire dans le système de coordonnées héliographique (Thompson, 2006). La rotation différentielle du Soleil correspond à la variation de la rotation angulaire $\omega(\phi)$ en fonction de la latitude. Le taux $\omega(\phi)$ est représenté à la

photosphère par le polynôme :

$$\omega(\phi) = A + B \cdot \sin^2(\phi) + C \cdot \sin^4(\phi), \quad (2.66)$$

où les coefficients A, B et C sont des paramètres à ajuster avec les observations. La vitesse de rotation correspondante est alors $v = \omega(\phi)R_0 \cos(\phi)$ (Howard & Harvey, 1970) et la composante le long de la ligne de visée est donnée par l'expression :

$$v_{Rotation} = \omega(\phi) \cdot R_0 \sin(\theta) \cos(\phi) \cos(B_0), \quad (2.67)$$

où R_0 est le rayon du Soleil. Les effets sont visibles sur le Dopplergramme de la figure 2.8(a). Près des bords du disque, la vitesse Doppler est nettement plus importante à l'équateur qu'aux pôles.

L'effet du limbe (*limbshift*) correspond au décalage vers le rouge que subissent les raies d'absorption près du limbe par rapport à leurs longueurs d'onde au centre du disque solaire (Dravins, 1982). Une variation dans les vitesses Doppler mesurées près du limbe est par conséquent observée (Hathaway, 1996). Selon Dravins (1981), cette différence serait causée par les mouvements convectifs ascendants dans les granules qui induisent un décalage vers le bleu plus important au centre. Loin du centre, la verticale n'est plus parallèle à la ligne de visée ; la granulation devient plus difficile à détailler, les mouvements horizontaux ont une composante le long de la ligne de visée et les profondeurs optiques sondées ne sont pas les mêmes. La contribution de l'effet du limbe à la vitesse Doppler est modélisée dans Howard & Labonte (1982) par la fonction :

$$v_{LS} = L_1 \cdot (1 - \mu) + L_2 \cdot (1 - \mu)^3, \quad (2.68)$$

où $\mu = \sqrt{1 - (\rho/R_0)^2}$ est le cosinus de l'angle entre le point observé et le centre du disque, et ρ est la distance au centre du disque solaire (Thompson, 2006). L_1 et L_2 sont des coefficients à déterminer. La vitesse v_{LS} varie de façon monotone près du centre ($\rho = 0$) comme l'intensité du continu I_c , mais devient maximale lorsqu'on se approche

du limbe à cause des contributions des mouvements horizontaux (Howard & Labonte, 1982).

La rotation des cellules convectives peut produire à la surface des écoulements de plasma allant de l'équateur aux pôles (Hathaway, 1996). La composante le long de la ligne de visée de la circulation méridionale est exprimée comme une fonction de la latitude ϕ :

$$v_{MF} = M \cdot S(\phi) (\sin(\phi) \cos(\theta) \cos(B_0) - \cos(\phi) \sin(B_0)), \quad (2.69)$$

où M est un paramètre à ajuster et $S(\phi)$ change de signe selon l'hémisphère :

$$\begin{aligned} S(\phi) &= +1 \text{ si } \phi > 0 \\ &= -1 \text{ si } \phi < 0. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Les contributions des écoulements méridionaux ($\approx 10 \text{ m s}^{-1}$; Hathaway, 1996) sont beaucoup moins importantes que la rotation différentielle ($\approx 1000 \text{ m s}^{-1}$).

La méthode de Snodgrass (1984) inclut finalement deux corrections pour un zéro relatif (G) et un terme de dérive instrumentale ($H \cdot \sin(\phi)$). Les coefficients A , B , C , L_1 , L_2 , M , G et H sont estimés par ajustement par la méthode des moindres carrés avec la vitesse Doppler observée, une fois le mouvement de l'observateur soustrait :

$$v_{r_{obs}} - v_{SDO} = v_{Rotation} + v_{LS} + v_{MF} + G + H \sin(\phi). \quad (2.71)$$

Les moyennes des coefficients A , B , C pour notre échantillonnage sont comparables aux résultats des études de Howard et al. (1990) et Welsch et al. (2013). Les valeurs sont données dans la table 2.III. La vitesse Doppler observée et la vitesse Doppler corrigée pour AR 12158 le 10 septembre à 16:10:20 (UT) sont comparées à la figure 2.8. La rotation différentielle atteint plusieurs kilomètres par seconde près du limbe, au niveau de l'équateur (figure 2.8(a)). Une fois les mouvements aux grandes échelles soustraits, on

obtient une vitesse plus uniforme, en particulier dans le limbe (figure 2.8(b)).

Les modes p sont les modes de vibration des ondes acoustiques à l'intérieur du Soleil. L'amplitude d'un mode individuel est inférieure à 0.1 m s^{-1} (Harvey, 1995). La superposition des modes peut cependant produire en surface des vitesses de l'ordre de $\approx 100 \text{ m s}^{-1}$ (Hathaway et al., 2000; Welsch et al., 2013). La procédure pour éliminer leurs contributions est illustrée dans Hathaway et al. (2000) et Schuck (2010) mais n'a cependant pas été utilisée. Les données de la série hmi.ME_720s_fd10 sont produites à partir de l'inversion des paramètres Stokes IQUV moyennés sur 720 secondes. Cette moyenne temporelle a pour effet de filtrer les modes p et de réduire leurs amplitudes sous le niveau du signal sur bruit des données de la vitesse Doppler (Liu et al., 2012b; Welsch et al., 2013). Aucune correction supplémentaire n'est donc requise.

2.4.9 Vitesses microturbulentes

Les mouvements des atomes ou des ions le long de la ligne de visée induisent par effet Doppler un décalage des longueurs d'onde d'absorption. Il en résulte un élargissement Doppler des raies $\Delta\lambda_D$. Les contributions incluent l'agitation thermique des atomes et la microturbulence qui réfère aux mouvements aléatoires ou turbulents non résolus dans la sous-maille (del Toro Iniesta, 2003). La turbulence aux petites échelles est modélisée par une distribution de vitesses le long de la ligne de visée que l'on définit comme la vitesse microturbulente $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$. Des mécanismes additionnels pour l'élargissement des raies incluent le temps de vie des raies (élargissement naturel) et les collisions entre les

Étude	A ($\mu\text{rad s}^{-1}$)	B ($\mu\text{rad s}^{-1}$)	C ($\mu\text{rad s}^{-1}$)
Howard et al. (1990)	2.894 ± 0.011	-0.428 ± 0.070	-0.370 ± 0.077
Welsch et al. (2013)	2.902	-0.464	-0.328
Notre moyenne	2.87 ± 0.07	-0.51 ± 0.07	-0.40 ± 0.10

Tableau 2.III – Coefficients A, B, C de la méthode de Snodgrass (1984) obtenus par les études Howard et al. (1990) et Welsch et al. (2013) et en moyennant les valeurs obtenues pour les données de la série hmi.ME_720s_fd10 entre le 10 septembre à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT). Les incertitudes correspondent aux déviations standards des coefficients calculés pour notre échantillon.

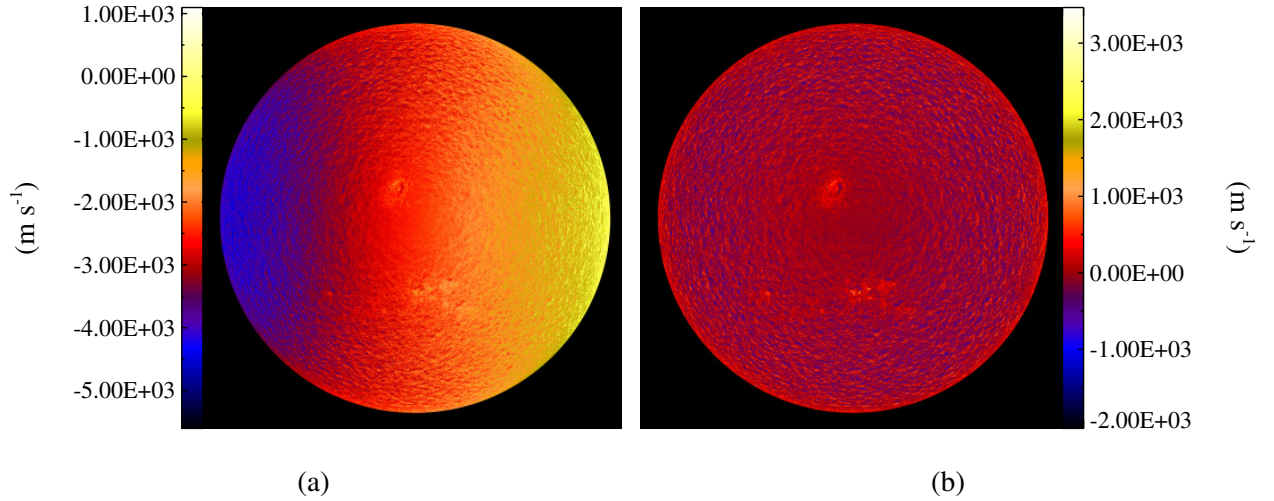


Figure 2.8 – Dopplergrams v_r du disque solaire le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT). (a) Données de la série hmi.ME_720s_fd10 avec correction des mauvais pixels et rotation de l’image. (b) Données corrigées selon le procédé de Snodgrass (1984) et Schuck (2010).

atomes et/ou ions (élargissement collisionnel). Ceux-ci ne sont cependant pas traités ici.

En supposant que la photosphère est à l’équilibre thermodynamique local (ETL), l’élargissement Doppler $\Delta\lambda_D$ est défini comme :

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda}{c} \cdot \sqrt{\frac{2k_B T}{m} + |\mathbf{v}_{\text{turb}}|^2}, \quad (2.72)$$

où c est la vitesse de la lumière, k_B est la constante de Boltzmann, T est la température, $\lambda = 6173.34 \text{ \AA}$ est la longueur d’onde de la raie d’absorption du Fe I utilisée par SDO/HMI et m est la masse du fer. L’algorithme d’inversion Milne-Eddington VFISV mesure les valeurs locales de $\Delta\lambda_D$ pour tout le disque solaire (figures 2.9(a) et 2.9(c)). La contribution thermique est évaluée à l’aide des reconstructions de T produites selon la méthode de Solanki et al. (1993) sous l’approximation ETL (figures 2.6(b) et 2.6(d)). Du carré de l’équation 2.72, nous isolons $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|^2$:

$$|\mathbf{v}_{\text{turb}}|^2 = c^2 \cdot \left(\frac{\Delta\lambda_D}{\lambda} \right)^2 - \frac{2k_B T}{m}. \quad (2.73)$$

Des exemples de reconstruction des vitesses microturbulentes pour tout le disque solaire et pour la région active AR 12158 le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT) sont présentés aux figures 2.9(b) et 2.9(d) respectivement.

Notons que pour une fraction non négligeable des points, le côté droit de l'équation 2.73 est négatif. Or, on doit nécessairement avoir que $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|^2 \geq 0$. Les quantités $\Delta\lambda_{\text{D}}$ et T ont été calculées de manières indépendantes. On peut cependant estimer leurs incertitudes $\delta(\Delta\lambda_{\text{D}})$ et δT . Les valeurs locales de $\Delta\lambda_{\text{D}}$ et T sont ajustées à l'intérieur de l'intervalle des erreurs pour tenter de seuiliser les valeurs négatives à $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|^2 = 0$. On définit $\delta(\Delta\lambda_{\text{D}}) \approx \sigma(\Delta\lambda_{\text{D}})$ et $\delta I_c \approx \sigma(I_c)$. L'incertitude δT est ensuite calculée par propagation des erreurs à partir de l'équation 2.34. En posant le côté gauche de l'équation 2.73 égal à zéro, on obtient que :

$$0 = c^2 \left(\frac{\Delta\lambda_{\text{D}} + c_{\Delta\lambda_{\text{D}}}(x,y)\delta(\Delta\lambda_{\text{D}})}{\lambda} \right)^2 - \frac{2k_B(T + c_T(x,y)\delta T)}{m}, \quad (2.74)$$

où l'on doit avoir localement que $-3 < c_{\Delta\lambda_{\text{D}}}(x,y) < 3$ et $-3 < c_T(x,y) < 3$. Une stratégie semblable est applicable pour les données Hinode SOT/SP. L'algorithme d'inversion Milne-Eddington MERLIN (Lites et al., 2007) estime cependant des incertitudes locales sur $\Delta\lambda_{\text{D}}$ qui peuvent être utilisées plutôt que de prendre la déviation standard $\sigma(\Delta\lambda_{\text{D}})$.

2.5 Résultats - AR 12158

Pour notre analyse de la région active AR 12158, nous considérons les résultats de MEF-R à un temps intermédiaire entre le 10 septembre 2014 à 16 : 10 : 20 (UT) et le 10 septembre 2014 à 16 : 22 : 20 (UT). À ce temps, soit environ une heure avant l'éruption de classe X1.6, les approximations utilisées et les données sont encore fiables. Nous comparons les résultats obtenus pour les reconstructions \mathbf{B}_{NFF} , \mathbf{B}_{LFF} et \mathbf{B}_{HARP} (voir la section 2.4.7).

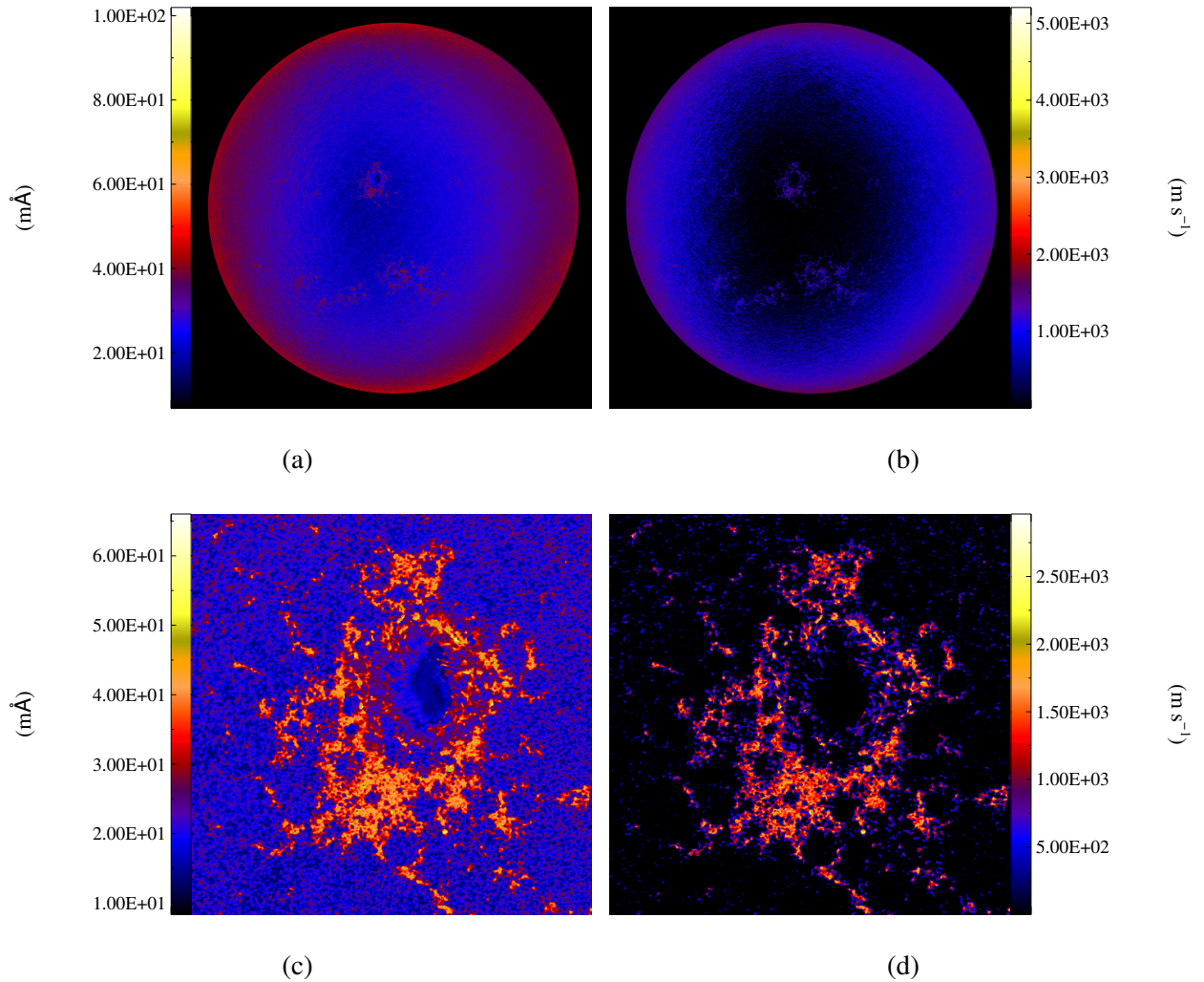


Figure 2.9 – Vitesses microturbulentes : (a) Élargissement Doppler $\Delta\lambda_D$ déterminé par l’algorithme d’inversion Milne-Eddington VFISV pour le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT). (b) Carte des vitesses microturbulentes $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ reconstruite à l’aide de l’équation 2.73. Les valeurs négatives sont seuillées à zéro. La région active AR 12158 est extraite du disque en (c) pour $\Delta\lambda_D$ et en (d) pour $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$.

Champs	Intensité de $ \mathbf{B}_{\text{NFF}} $	C	E_N	E_M	ε	C_{CS}
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$ \mathbf{B}_{\text{NFF}} > 1000 \text{ G}$	0.997	0.035	0.261	0.995	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$500 \text{ G} < \mathbf{B}_{\text{NFF}} \leq 1000 \text{ G}$	0.993	0.071	0.491	1.004	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$ \mathbf{B}_{\text{NFF}} \leq 500 \text{ G}$	0.970	0.172	1.075	1.036	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	Aucune contrainte	0.988	0.093	0.670	1.009	-
u, v	$ \mathbf{B}_{\text{NFF}} > 1000 \text{ G}$	0.994	0.057	0.320	1.001	0.966
u, v	$500 \text{ G} < \mathbf{B}_{\text{NFF}} \leq 1000 \text{ G}$	0.986	0.100	0.618	1.018	0.943
u, v	$ \mathbf{B}_{\text{NFF}} \leq 500 \text{ G}$	0.963	0.198	1.254	1.051	0.885
u, v	Aucune contrainte	0.983	0.118	0.800	1.020	0.925

(a)

Champs	Intensité de $ \mathbf{B}_{\text{LFF}} $	C	E_N	E_M	ε	C_{CS}
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$ \mathbf{B}_{\text{LFF}} > 1000 \text{ G}$	0.978	0.093	0.163	0.878	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$500 \text{ G} < \mathbf{B}_{\text{LFF}} \leq 1000 \text{ G}$	0.953	0.241	2.155	0.740	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$ \mathbf{B}_{\text{LFF}} \leq 500 \text{ G}$	0.979	0.170	1.299	0.932	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	Aucune contrainte	0.972	0.177	1.341	0.877	-
u, v	$ \mathbf{B}_{\text{LFF}} > 1000 \text{ G}$	0.968	0.119	0.200	0.898	0.952
u, v	$500 \text{ G} < \mathbf{B}_{\text{LFF}} \leq 1000 \text{ G}$	0.939	0.274	2.196	0.762	0.811
u, v	$ \mathbf{B}_{\text{LFF}} \leq 500 \text{ G}$	0.976	0.181	1.349	0.939	0.889
u, v	Aucune contrainte	0.965	0.193	1.390	0.889	0.883

(b)

Champs	Intensité de $ \mathbf{B}_{\text{HARP}} $	C	E_N	E_M	ε	C_{CS}
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$ \mathbf{B}_{\text{HARP}} > 1000 \text{ G}$	0.995	0.050	0.137	0.949	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$500 \text{ G} < \mathbf{B}_{\text{HARP}} \leq 1000 \text{ G}$	0.969	0.131	0.165	0.801	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	$ \mathbf{B}_{\text{HARP}} \leq 500 \text{ G}$	0.996	0.050	0.272	0.969	-
$v_r \hat{z}, v_z \hat{z}$	Aucune contrainte	0.990	0.060	0.261	0.934	-
u, v	$ \mathbf{B}_{\text{HARP}} > 1000 \text{ G}$	0.992	0.068	0.183	0.954	0.979
u, v	$500 \text{ G} < \mathbf{B}_{\text{HARP}} \leq 1000 \text{ G}$	0.964	0.151	0.195	0.808	0.962
u, v	$ \mathbf{B}_{\text{HARP}} \leq 500 \text{ G}$	0.995	0.064	0.361	0.971	0.968
u, v	Aucune contrainte	0.988	0.075	0.345	0.938	0.968

(c)

Tableau 2.IV – Statistiques de l'écoulement \mathbf{v} reconstruit par l'algorithme MEF-R en fonction de $|\mathbf{B}|$. Les résultats sont comparés à l'écoulement de référence $\mathbf{u} = v_r \left(t_{i+\frac{1}{2}} \right) \hat{z}$. C est le coefficient de corrélation, E_N est l'erreur normalisée par la norme moyenne, E_M est l'erreur relative moyenne, ε est le ratio des normes quadratiques et C_{CS} est l'inégalité de Cauchy-Schwarz (Schrijver et al., 2006). Résultats produits avec (a) \mathbf{B}_{NFF} , (b) \mathbf{B}_{LFF} et (c) \mathbf{B}_{HARP} .

2.5.1 Écoulement de plasma \mathbf{v} à la photosphère

Les figures de mérite⁹ de Schrijver et al. (2006) sont utilisées pour comparer le champ de vitesse \mathbf{v} reconstruit par l'algorithme MEF-R à l'écoulement de référence \mathbf{u} . Les résultats sont présentés dans le tableau 2.IV en fonction de l'intensité du champ magnétique $|\mathbf{B}|$ que l'on définit comme étant faible lorsque $|\mathbf{B}| \leq 500$ G, intermédiaire lorsque $500 < |\mathbf{B}| \leq 1000$ G et fort lorsque $|\mathbf{B}| > 1000$ G. L'inégalité de Cauchy-Schwarz C_{CS} est utilisée pour quantifier les différences angulaires entre deux champs de vecteurs (Schrijver et al., 2006). La métrique $C_{CS} = 1$ si $\mathbf{u} \parallel \mathbf{v}$ et $C_{CS} = 0$ si $\mathbf{u} \perp \mathbf{v}$.

Les trois méthodes produisent des champs de vitesse \mathbf{v} similaires à \mathbf{u} , tel que quantifié par le coefficient de corrélation $C(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ et $C_{CS}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ qui tendent vers 1 (tableau 2.IV). La minimisation est globale. On trouve donc localement des écarts par rapport à \mathbf{u} . En particulier, le calcul de l'erreur relative moyenne E_M est pollué par les mauvais pixels dans les reconstructions de \mathbf{B} qui sont amplifiés itérativement par MEF-R. On note que l'accord entre la vitesse inférée et la vitesse de référence est meilleur lorsque seule la composante verticale est considérée (table 2.IV). Le choix de $\mathbf{u}_h = \mathbf{0}$ a été justifié à la section 2.4 par l'effet inertiel des forts champs magnétiques des régions actives. Les statistiques pour $|\mathbf{B}| > 1000$ G supportent cette hypothèse. Par exemple, nous avons que $C(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 0.994$ et $C_{CS}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 0.966$ pour \mathbf{B}_{NFF} (tableau 2.IV(a)). On observe cependant que $C(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ et de $C_{CS}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ diminuent pour les champs magnétiques intermédiaires et faibles. Ces déviations remettent en cause l'écoulement \mathbf{u} que nous avons choisi à l'extérieur des régions actives, par exemple pour le Soleil calme.

Sans surprise, la reconstruction \mathbf{B}_{LFF} produit les plus grandes erreurs E_N et E_M et les plus grandes différences angulaires entre \mathbf{u} et \mathbf{v} . Il s'agit d'une approximation grossière du champ magnétique à la photosphère qui est à force magnétique non nulle (Liu et al., 2013). Les statistiques montrent que c'est à l'aide de \mathbf{B}_{HARP} que l'algorithme MEF-R infère un écoulement \mathbf{v} le plus près de \mathbf{u} (tableau 2.IV(c)). Or, l'accord devrait en principe

9. Les formules de Schrijver et al. (2006) sont énoncées à la section 1.8.

être meilleur en utilisant la reconstruction \mathbf{B}_{NFF} . Notre algorithme inspiré de la méthode de Hu & Dasgupta (2008) et de Hu et al. (2010) n'est cependant pas encore au point. Les résultats obtenus pour \mathbf{B}_{NFF} ne sont donc pas concluants.

Tel qu'attendu, la méthode DDM reconstruit une composante verticale v_z qui ressemble fortement à la moyenne (au temps intermédiaire) des vitesses Doppler observées v_r (figure 2.10(a)). Nous présentons comme exemple la carte de v_z produite pour \mathbf{B}_{NFF} à la figure 2.10(b). Le coefficient de corrélation correspondant est $C(v_r, v_z) = 0.988$ (tableau 2.IV(a)). Les histogrammes de v_r et v_z sont très similaires, avec MEF-R produisant des vitesses plus élevées en valeur absolue (figure 2.10(d)). Globalement, les résidus sont tels que $|v_r - v_z| < 5\sigma(v_r(\mathbf{x}_h \in M))$, où \mathbf{x}_h est la position dans le plan horizontal et $\sigma(v_r(\mathbf{x}_h \in M)) \approx 185.10 \text{ m s}^{-1}$. Les différences sont plus importantes à l'extérieur de la région active pour \mathbf{B}_{NFF} (figure 2.10(c)) et \mathbf{B}_{LFF} (figure 2.11(a)). On voit aux figures 2.7(g), 2.7(h) et 2.7(i) que le champ magnétique \mathbf{B}_{HARP} y est beaucoup moins important, ce qui pourrait expliquer les faibles résidus pour l'écoulement vertical associé à \mathbf{B}_{HARP} (figure 2.11(b)). Les fenêtres de Hann utilisées dans notre algorithme de reconstruction LFF (et par conséquent dans la reconstruction de \mathbf{B}_{NFF}) pourraient aussi expliquer les différences sur les frontières du domaine.

Les vitesses horizontales \mathbf{v}_h produites par MEF-R sont les plus petites en norme à satisfaire à l'équation d'induction magnétique et telles que $v_z \approx v_r$. Elles atteignent au plus quelques centaines de mètres par seconde. Tel que suggéré par les métriques $C(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ et $C_{CS}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, l'écoulement horizontal le plus faible est produit en utilisant \mathbf{B}_{HARP} . La moyenne spatiale est $\langle |\mathbf{v}_h| \rangle \approx 6 \text{ m s}^{-1}$, la déviation standard est $\sigma(|\mathbf{v}_h|) \approx 10 \text{ m s}^{-1}$ et la vitesse maximale est de 385 m s^{-1} . Pour \mathbf{B}_{LFF} , nous avons que $\langle |\mathbf{v}_h| \rangle \approx 9 \text{ m s}^{-1}$ avec $\sigma(|\mathbf{v}_h|) \approx 20 \text{ m s}^{-1}$. La valeur maximale est d'environ 434 m s^{-1} . L'écoulement horizontal produit pour \mathbf{B}_{NFF} est tel que $\langle |\mathbf{v}_h| \rangle \approx 9 \text{ m s}^{-1}$ et que $\sigma(|\mathbf{v}_h|) \approx 19 \text{ m s}^{-1}$. Les valeurs les plus importantes sont cependant produites à l'extérieur de la région active, là où les résidus de v_z sont les plus importants (figure 2.10(c)). Il s'agit d'un effet du gel du plasma par les forts champs magnétiques dans la région active. La vitesse maximale

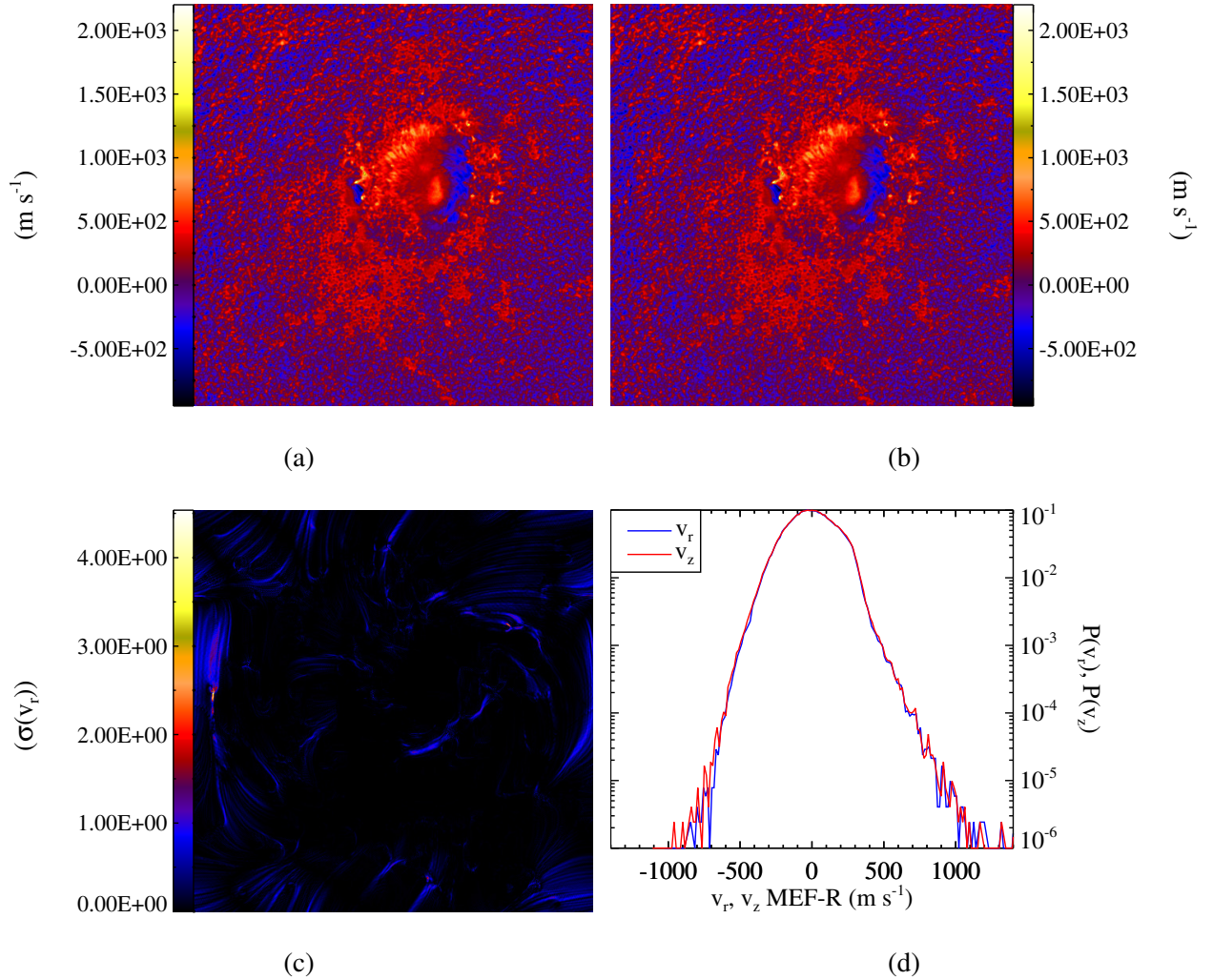


Figure 2.10 – Comparaison entre la vitesse Doppler v_r et la vitesse verticale v_z reconstruite par MEF-R pour $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{NFF}}$. (a) Carte de 510 pixels par 510 pixels de la moyenne locale des vitesses Doppler corrigées du 10 septembre 2014 à 16:10:20 et 16:22:20 (UT) : $v_r \equiv v_r(t_{i+\frac{1}{2}}) = (v_r(t_i) + v_r(t_{i+1})) / 2$. (b) Écoulement vertical v_z reconstruit par l’algorithme MEF-R avec $\mathbf{u} = v_r \hat{\mathbf{z}}$. (c) Résidus $|v_r - v_z| / \sigma(v_r)$, où la déviation standard $\sigma(v_r) = 185.10 \text{ m s}^{-1}$. (d) Histogrammes des champs v_r (courbe en bleu) et v_z (courbe en rouge).

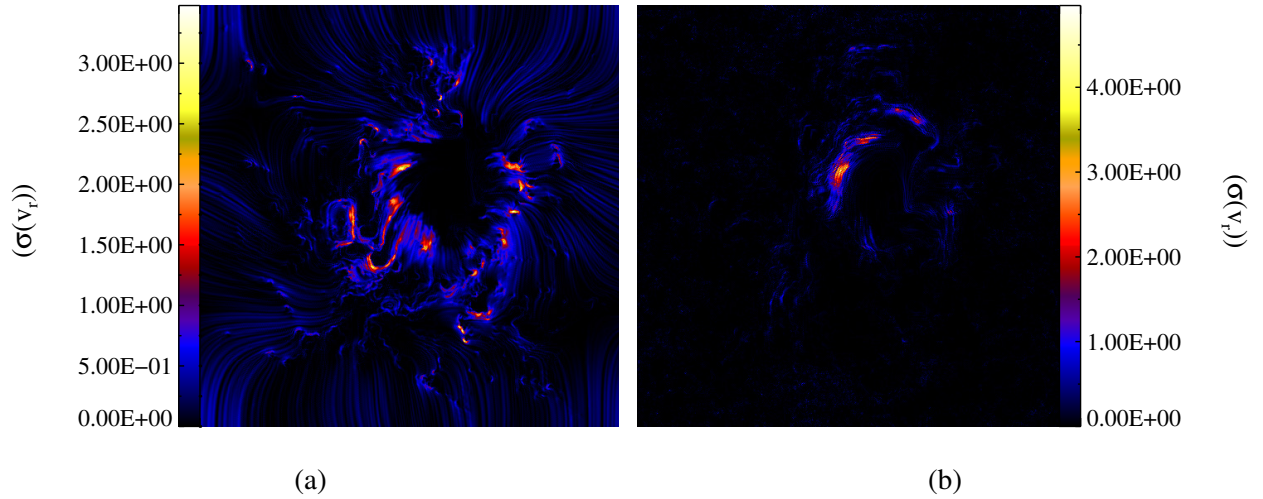


Figure 2.11 – Cartes de 510 pixels par 510 pixels des résidus $|v_r - v_z|/\sigma(v_r)$ pour les reconstructions : (a) \mathbf{B}_{LFF} et (b) \mathbf{B}_{HARP} . La déviation standard $\sigma(v_r) = 185.10 \text{ m s}^{-1}$.

atteinte est $|\mathbf{v}_h| \approx 1350 \text{ m s}^{-1}$.

2.5.2 Diffusivité magnétique turbulente

La méthode de Nakagawa & Raadu (1972) a précédemment été utilisée dans Tremblay & Vincent (2014) pour reconstruire le champ magnétique de la région active AR 9077 sous l'approximation LFF. Les termes individuels des séries de Fourier des composantes B_x , B_y et B_z ont des topologies complexes (Amari et al., 1998; Seehafer, 1978). Des structures analogues à des spirales étaient visibles dans la carte de η_{eddy} (figures 1.8, 1.9(a) et 1.9(b) ou figures 8(a), 9(a) et 9(b) dans Tremblay & Vincent (2014)). Les artéfacts de la reconstruction LFF sont encore visibles dans la diffusivité η_{eddy} inférée par MEF-R pour \mathbf{B}_{LFF} (figure 2.12(a)). Le sens de rotation est à nouveau anti-horaire. La valeur moyenne est $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx 2.4 \cdot 10^9 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et la déviation standard est $\sigma(\eta_{\text{eddy}}) \approx 2.5 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Localement, la diffusivité atteint au plus $|\eta_{\text{eddy}}| \leq 1.2 \cdot 10^{14} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

On n'observe cependant pas de spirales dans les cartes de η_{eddy} pour \mathbf{B}_{NFF} (figure 2.13(a)) et pour \mathbf{B}_{HARP} (figure 2.12(b)). Les champs \mathbf{B}_{LFF} , \mathbf{B}_{HARP} et \mathbf{B}_{NFF} mènent à des

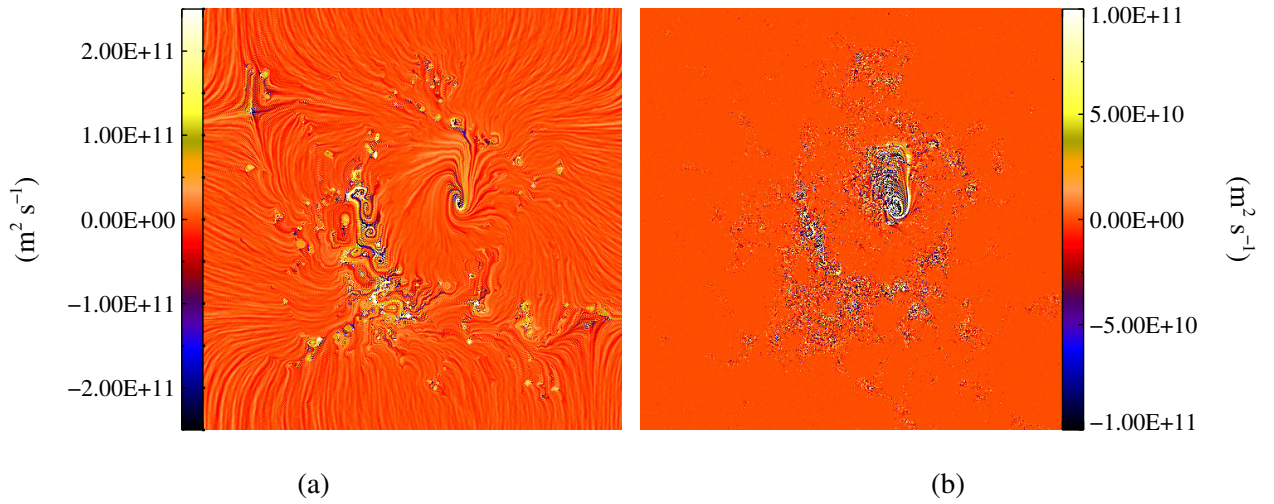


Figure 2.12 – Diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} à un temps intermédiaire entre le 10 septembre 2014 à 16:10:20 et 16:22:20 (UT) pour : (a) La reconstruction \mathbf{B}_{LFF} . Un seuil de $|\eta| \leq 2.5 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ est appliqué pour faire apparaître les structures en forme de spirales précédemment observées dans Tremblay & Vincent (2014). (b) Les données \mathbf{B}_{HARP} . Un seuil de $|\eta| \leq 10^{11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ est appliqué pour faire apparaître les structures.

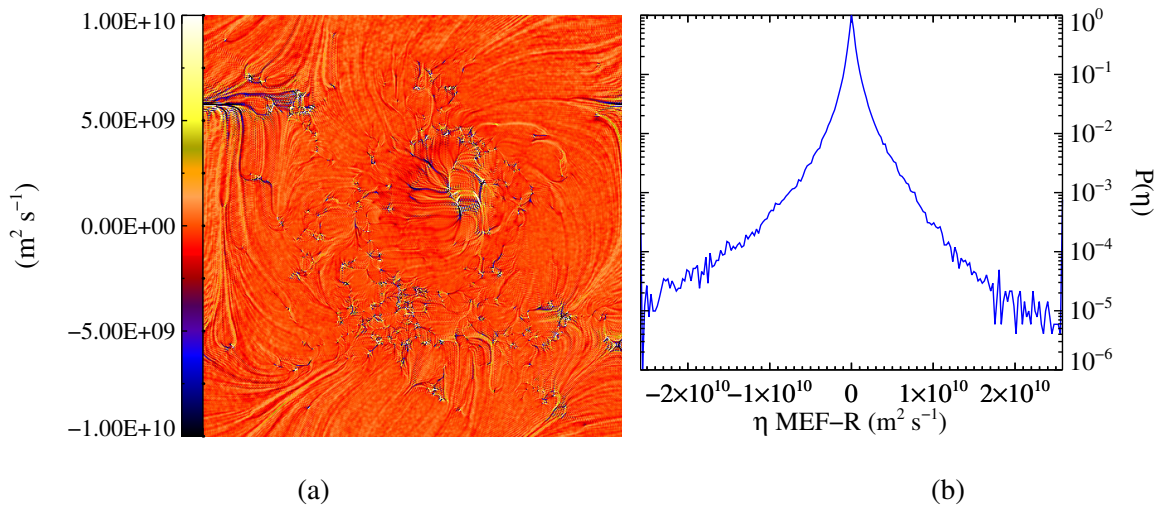


Figure 2.13 – Diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} inférée par MEF-R pour la reconstruction \mathbf{B}_{NFF} à un temps intermédiaire entre le 10 septembre 2014 à 16:10:20 et 16:22:20 (UT). (a) Carte de 510 pixels par 510 pixels de η_{eddy} . Un seuil de $|\eta| \leq 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ est appliqué pour faire apparaître les structures. (b) Histogramme des valeurs de η_{eddy} .

configurations différentes de η_{eddy} . En effet,

$$\begin{aligned} C(|\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{LFF}})|, |\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{HARP}})|) &\approx 0.008, \\ C(|\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{LFF}})|, |\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{NFF}})|) &\approx 0.031, \\ C(|\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{HARP}})|, |\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{NFF}})|) &\approx 0.019. \end{aligned}$$

Pour \mathbf{B}_{HARP} (figure 2.12(b)), les valeurs significatives sont concentrées dans la région active, où le champ magnétique est fort. Nous avons $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx -6.08 \cdot 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, $\langle |\eta_{\text{eddy}}| \rangle \approx 1.08 \cdot 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, $\sigma(\eta_{\text{eddy}}) \approx 3.64 \cdot 10^{13} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et $|\eta_{\text{eddy}}| \leq 1.49 \cdot 10^{14} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. MEF-R n'a pas autant besoin d'ajuster η_{eddy} pour avoir $v_z \approx v_r$ à l'extérieur de la région active. Ce n'est pas le cas pour la diffusivité η_{eddy} associée à \mathbf{B}_{NFF} qui doit compenser pour le champ magnétique élevé et les artéfacts de la reconstruction (figure 2.13(a)). Comme pour \mathbf{B}_{LFF} , les valeurs sont significatives près des frontières du domaine et seraient dûes aux effets de bords de la méthode de reconstruction LFF. L'histogramme à la figure 2.13(b) montre que les valeurs sont concentrées entre $-2 \cdot 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et $+2 \cdot 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, avec une valeur moyenne $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx -7.07 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et $\langle |\eta_{\text{eddy}}| \rangle \approx 7.96 \cdot 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. On note comme dans Tremblay & Vincent (2014) que les ailes exponentielles sont une signature d'intermittence dans les résultats. La déviation standard est $\sigma(\eta_{\text{eddy}}) \approx 3.17 \cdot 10^9 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et $|\eta_{\text{eddy}}| \leq 7.98 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Une fois l'algorithme de reconstruction NFF optimisé, on s'attend à ce que la configuration soit plus près de celle observée pour \mathbf{B}_{HARP} . Les valeurs de la diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} devraient aussi être plus faibles car \mathbf{B}_{NFF} se doit d'être une meilleure représentation de la physique à la photosphère. η_{eddy} n'a pas alors à compenser pour la mauvaise orientation du champ magnétique.

La diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} modélise la physique non résolue dans la sous-maille. Si elle est dûe aux mouvements de plasma aux petites échelles, on s'attend à observer une corrélation spatiale entre les valeurs significatives de $|\eta_{\text{eddy}}|$ et $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ (figure 2.9(d)). On étudie cette hypothèse à l'aide de la diffusivité η_{eddy} associée au champ magnétique \mathbf{B}_{HARP} qui a produit la meilleure reconstruction de \mathbf{v} . Pour limiter

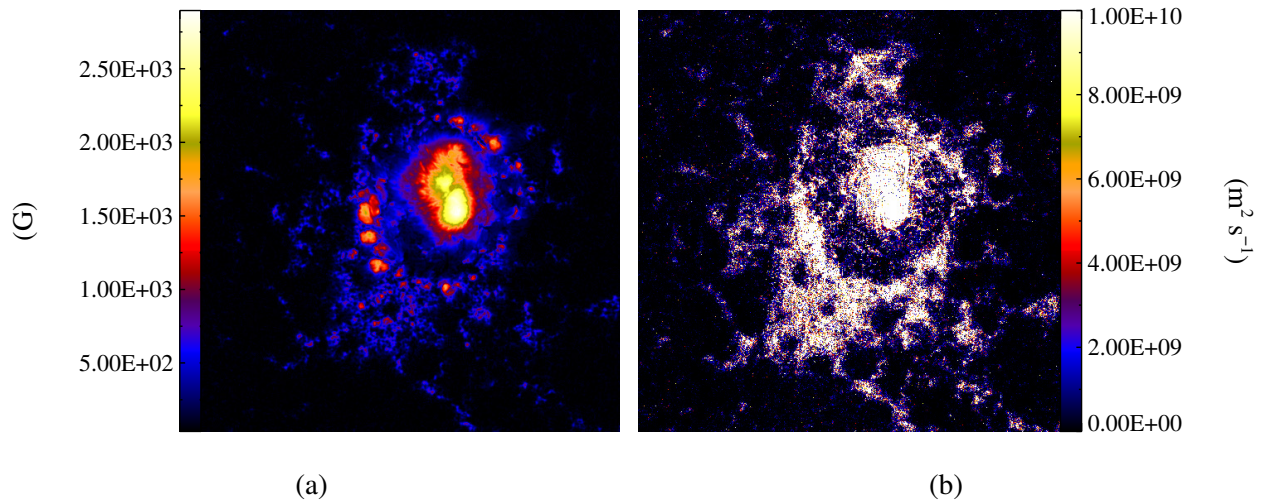


Figure 2.14 – (a) Carte de 510 pixels par 510 pixels de $|\mathbf{B}_{\text{HARP}}|$ à un temps intermédiaire entre le 10 septembre 2014 à 16:10:20 et 16:22:20 (UT). (b) Valeur absolue de la diffusivité magnétique turbulente inférée par MEF-R pour la reconstruction $|\mathbf{B}_{\text{HARP}}|$. Les valeurs sont seuillées de sorte que $|\eta_{\text{eddy}}| \leq 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

l'impact des mauvais pixels, un seuil égal à la valeur moyenne est appliqué de sorte que $|\eta_{\text{eddy}}| \leq 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (figure 2.14(b)).

Le coefficient de corrélation C mesure l'existence d'une relation linéaire de la forme $|\eta_{\text{eddy}}| = L |\mathbf{v}_{\text{turb}}| + b$ entre les champs $|\eta_{\text{eddy}}|$ et $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ où b est une constante et L est interprété comme la longueur caractéristique de diffusion du champ magnétique. Globalement, $C(|\mathbf{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}|) \approx 0.625$, ce qui indique que $|\eta_{\text{eddy}}|$ a tendance à augmenter lorsque $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ augmente. La relation est valable pour les champs magnétiques faibles et intermédiaires :

$$C(|\mathbf{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}|) \approx 0.747 \text{ où } 500 < |\mathbf{B}_{\text{HARP}}| \leq 1000 \text{ G,}$$

$$C(|\mathbf{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}|) \approx 0.659 \text{ où } |\mathbf{B}_{\text{HARP}}| \leq 500 \text{ G.}$$

Les variables ne sont cependant pas corrélées pour $|\mathbf{B}_{\text{HARP}}| > 1000 \text{ G}$:

$$C(|\mathbf{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}|) \approx 0.386 \text{ où } |\mathbf{B}_{\text{HARP}}| > 1000 \text{ G.}$$

On remarque par exemple qu’au coeur de la région active, les vitesses microturbulentes sont faibles et cohérentes (figure 2.9(d)) car la température est faible (figure 2.6(d)) et le champ magnétique est élevé ($|\mathbf{B}_{\text{HARP}}| > 1500 \text{ G}$, figure 2.14(a)). Or, la diffusivité $|\eta_{\text{eddy}}|$ est très importante pour produire $v_z \approx v_r$ (figure 2.14(b)). Toute anomalie du champ magnétique est instantanément dispersée. La relation impliquerait alors une longueur caractéristique très grande.

La validité de MEF-R en termes de modélisation des mouvements aux petites échelles serait donc limitée aux régions où le champ magnétique n’est pas fort. La vitesse microturbulente ne modélise cependant que la composante le long de la ligne de visée car la composante perpendiculaire ne contribue pas à l’élargissement Doppler $\Delta\lambda_D$. Les mouvements horizontaux non résolus pourraient contribuer à η_{eddy} . De plus, l’équation 2.73 n’indique pas si la vitesse est vers l’observateur ou l’inverse. Il serait intéressant d’étudier la relation entre le signe de η_{eddy} et la direction de \mathbf{v}_{turb} .

2.6 Séquences temporelles

Nous présentons les séquences temporelles des moyennes spatiales (opérateur $\langle \rangle$), des déviations standards (opérateur σ) et des extrémums dans le domaine M des observables de SDO/HMI et des quantités physiques produites par MEF-R entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT). Les courbes en bleu correspondent aux résultats obtenus pour \mathbf{B}_{NFF} tandis que les courbes en rouge correspondent aux résultats obtenus pour \mathbf{B}_{HARP} . La courbe en noir en arrière-plan est le flux en rayons X mous mesuré dans la bande $1 - 8 \text{ \AA}$ par le satellite GOES-15. Les traits pointillés oranges indiquent les temps des éruptions produites par AR 12158. On observe un pic important le 10 septembre 2014 à 17:21 (UT) correspondant à l’éruption de classe X1.6. Notons que le flux inclut les contributions de toutes les régions actives sur le disque solaire. Les autres pics correspondent aux éruptions solaires qu’elles ont produites (voir le tableau 2.II).

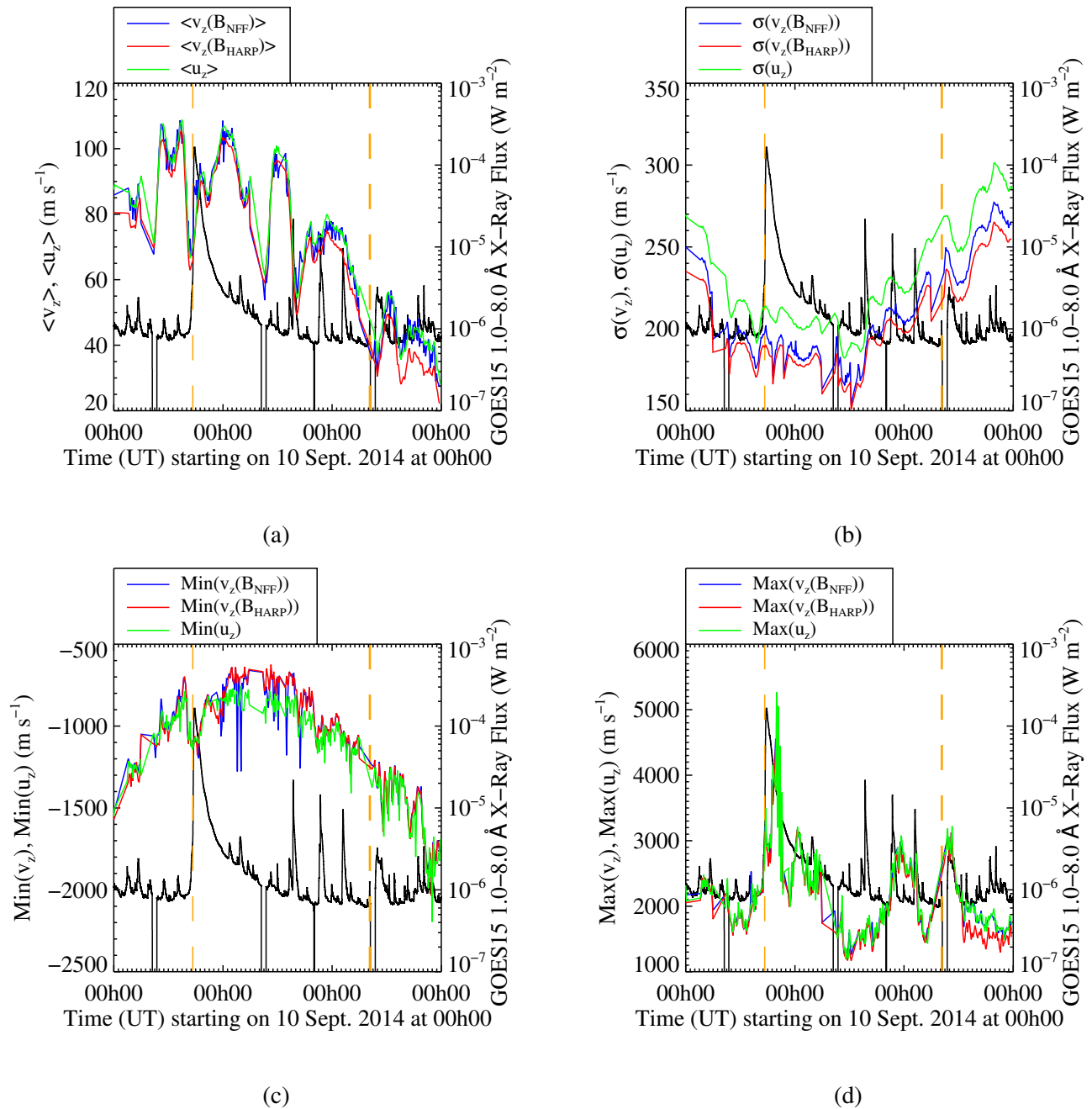


Figure 2.15 – Séquences temporelles des statistiques de la vitesse verticale v_z reconstruite par MEF-R pour \mathbf{B}_{NFF} et \mathbf{B}_{HARP} entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT). La courbe en noir est le flux dans la bande 1-8 Å mesuré par GOES-15. Les traits pointillés oranges indiquent les temps des éruptions produites par AR 12158. (a) Moyennes spatiales $\langle v_r \rangle$ et $\langle v_z \rangle$. (b) Déviations standards $\sigma(v_r)$ et $\sigma(v_z)$. (c) Valeurs minimales de v_r et v_z . Les valeurs négatives impliquent que le plasma s'éloigne de l'observateur. (d) Valeurs maximales de v_r et v_z . Les valeurs positives impliquent que le plasma se rapproche de l'observateur.

Le principe DDM fait en sorte que la vitesse verticale inférée ressemble à la vitesse Doppler. Sans surprise, les statistiques de $v_z(\mathbf{B}_{\text{NFF}})$ et $v_z(\mathbf{B}_{\text{HARP}})$ évoluent comme les statistiques de v_r (figure 2.15). Globalement, la moyenne spatiale de la vitesse Doppler est maximale au moment de l'éruption et décroît durant la phase de thermalisation (figure 2.15(a)). Nous avons précédemment observé avec les données de SOHO/MDI une chute de $\langle v_r \rangle$ quelques heures avant l'éruption suivie d'une augmentation rapide durant la phase impulsive (figure 1.10(a) ou figure 10(a) dans Tremblay & Vincent (2014)). Il n'est cependant pas clair s'il existe un tel précurseur à la figure 2.15(a). Les fluctuations des courbes pourraient être reliées aux oscillations résiduelles d'une période de 24h dans les données qui sont dûes aux mouvements du satellite SDO (voir la section 2.7.1). On remarque que $\sigma(v_r)$ atteint un minimum peu après la phase impulsive de l'éruption de classe X1.6 et croît à la fin de la phase de thermalisation (figure 2.15(b)). Les mouvements verticaux dans la région active sont donc plus cohérents au moment de l'éruption. Ces observations sont cohérentes avec l'éjection d'un plasmoïde lors de l'éruption solaire. Les valeurs négatives de v_r indiquent que le plasma s'éloigne de l'observateur. Dans ce sens, la valeur minimale $\text{Min}(v_r)$ est interprétée comme le maximum de la vitesse vers la surface du Soleil. Son évolution est en phase avec $\sigma(v_r)$ (figure 2.15(c)). Les chutes de plasma sont moins importantes lors de l'éruption alors que le plasma est éjecté et plus importantes après l'éruption alors qu'une partie du plasma retombe à la surface. Les valeurs maximales de l'éjection vers l'observateur $\text{Max}(v_r)$ sont en phase avec le flux en rayons X mous mesuré par GOES-15, sauf lorsque les autres régions actives sur le disque ont produit des éruptions (figure 2.15(d)). On observe en particulier un pic durant la phase impulsive qui est légèrement décalé par rapport au pic du flux causé par l'émission bremsstrahlung des électrons libres accélérés. Il y a ensuite une décroissance durant la phase de thermalisation. Notons que les effets ne sont pas observés pour les deux éruptions de classe C produites par AR 12158.

La minimisation produit le plus petit écoulement horizontal tel que $v_z \approx v_r$. Nous avons vu dans le tableau 2.IV que la reconstruction \mathbf{B}_{NFF} produisait le meilleur accord entre l'écoulement inféré par MEF-R et l'écoulement de référence \mathbf{u} . Sans sur-

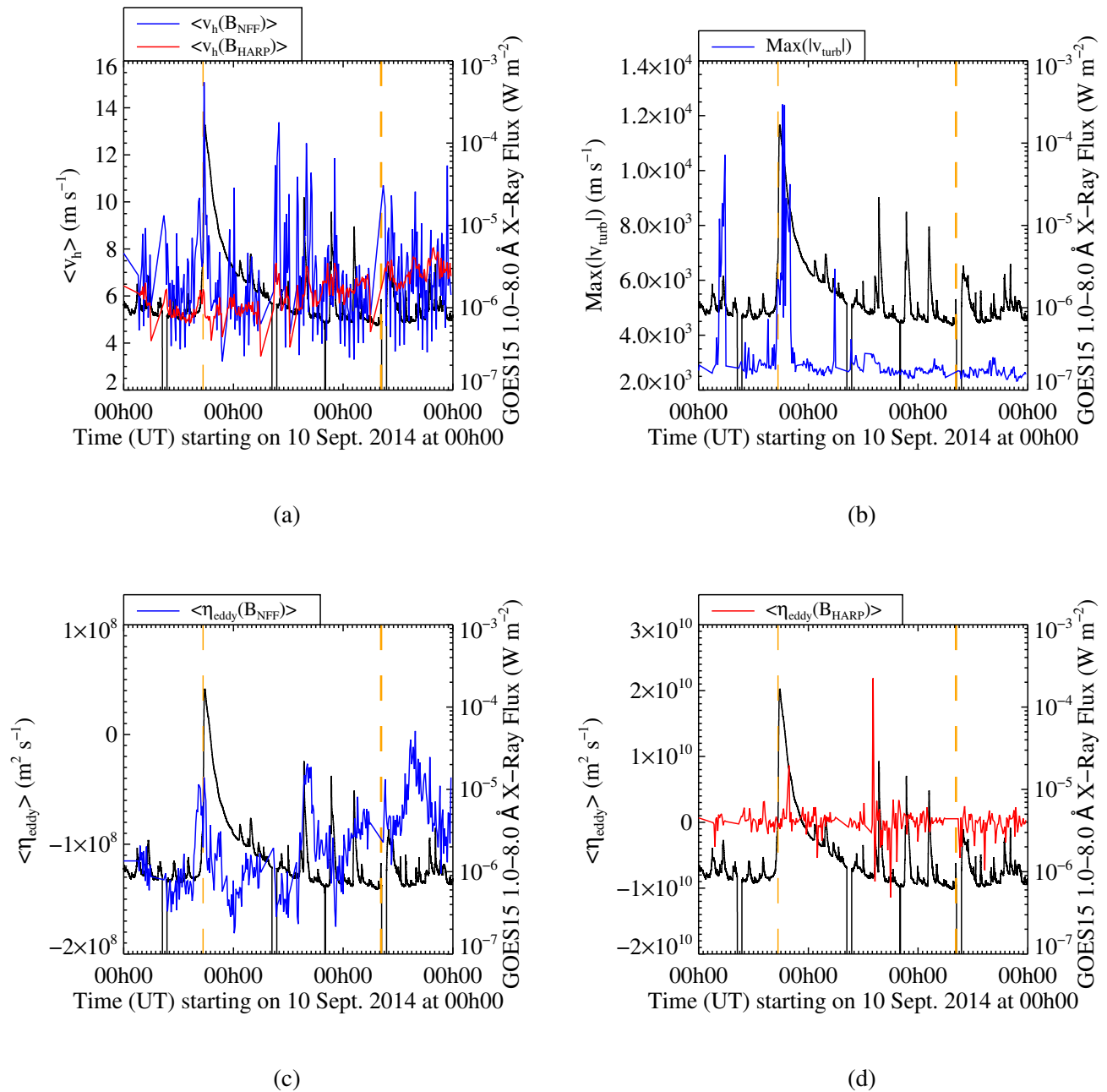


Figure 2.16 – Séquences temporelles entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT). La courbe en noir est le flux dans la bande 1-8 Å mesuré par GOES-15. Les traits pointillés oranges indiquent les temps des éruptions produites par AR 12158. (a) Moyennes spatiales des vitesses horizontales : $\langle |v_h| \rangle$ pour \mathbf{B}_{NFF} (courbe en bleu) et pour \mathbf{B}_{HARP} (courbe en rouge). (b) Valeurs maximales de la vitesse microturbulente $|v_{\text{turb}}|$ dans le domaine M . (c) Moyennes spatiales de la diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} inférée par MEF-R pour \mathbf{B}_{NFF} . (d) Moyennes spatiales de la diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} inférée par MEF-R pour \mathbf{B}_{HARP} .

prise, la moyenne spatiale $\langle |\mathbf{v}_h|(\mathbf{B}_{\text{NFF}}) \rangle$ est généralement plus faible et plus cohérente que $\langle |\mathbf{v}_h|(\mathbf{B}_{\text{HARP}}) \rangle$ (figure 2.16(a)). Les valeurs sont de quelques mètres par seconde.

Sur l'intervalle de temps considéré, les vitesses microturbulentes moyennes oscillent entre 200 m s^{-1} et 500 m s^{-1} . En général, les valeurs maximales de $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ sont d'au plus 3000 m s^{-1} (figure 2.16(b)), ce qui est cohérent avec les valeurs des modèles empiriques en fonction de la température de Fontenla et al. (1991) et Mauas et al. (2005). Or, $\text{Max}(|\mathbf{v}_{\text{turb}}|)$ croît de près d'un ordre de grandeur au début de l'éruption. Le pic prend fin lorsque $\text{Max}(|v_z|)$ est maximal (figure 2.15(d)). Notre interprétation est que l'éjection du plasma est initialisée aux petites échelles et que la matière est entraînée pour produire des mouvements plus cohérents observables aux échelles des observations des vitesses Doppler.

Nous avons observé dans Tremblay & Vincent (2014) que $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle$ diminuait avant l'éruption et augmentait brusquement au début de la phase impulsive (figure 1.10(b)). Cependant, comme pour $\langle v_r \rangle$, cette variation n'est pas observée dans les séquences temporelles de $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle(\mathbf{B}_{\text{NFF}})$ (figure 2.16(c)) et $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle(\mathbf{B}_{\text{HARP}})$ (figure 2.16(d)). Tel que discuté à la section 2.7.2, la diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} doit compenser pour la mauvaise orientation des reconstructions du champ magnétique lorsqu'elle tente de produire $v_z \approx v_r$. Le pic observé pour $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle$ dans Tremblay & Vincent (2014) pourrait être une conséquence de l'approximation LFF qui n'est surtout pas valide lors d'une éruption solaire (Fisher et al., 2012a).

2.7 Validité des résultats et statistiques des erreurs

Nous discutons des sources d'erreurs dans notre analyse. Elles sont catégorisées en termes d'erreurs instrumentales et d'erreurs de modélisation.

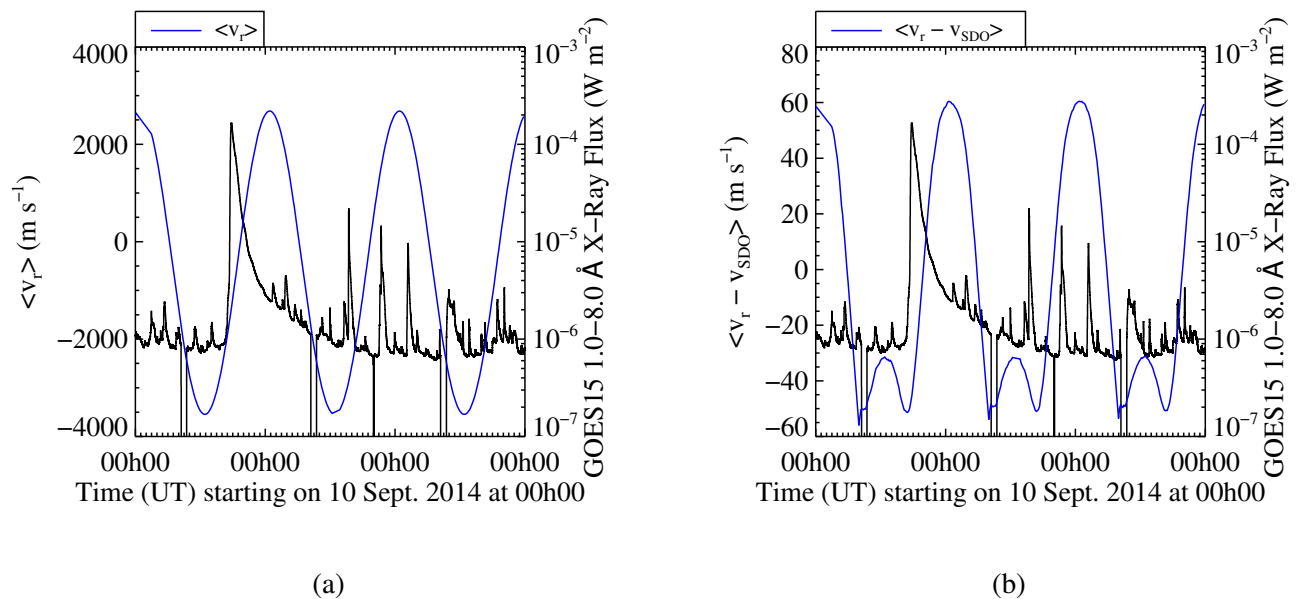


Figure 2.17 – Séquences temporelles des moyennes spatiales $\langle \rangle$ sur tout le disque solaire des observables le long de la ligne de visée de SDO/HMI entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) : (a) $\langle v_r \rangle$ avant correction. Les valeurs oscillent avec une période de 24h. (b) $\langle v_r - v_{\text{SDO}} \rangle$ où la vitesse v_{SDO} est calculée selon l'équation 2.65. Il reste une oscillation résiduelle mais l'amplitude est faible devant les valeurs maximales de v_r .

2.7.1 Erreurs instrumentales

Les observables le long de la ligne de visée de SDO/HMI sont calculés des paramètres Stokes IQUV à l'aide de l'algorithme de type *MDI-like* (Couvidat et al., 2012) ou de l'algorithme d'inversion Milne-Eddington VFISV (Borrero et al., 2011). Ils incluent l'intensité du continu I_c , le champ magnétique \mathbf{B}_ℓ , la vitesse Doppler v_r et les paramètres de la raie Fe I 6173.34 Å. Des oscillations avec des périodes de 12h et de 24h sont visibles dans les produits des deux méthodes (Couvidat et al., 2013). Ce sont des conséquences du mouvement orbital du satellite SDO et des erreurs dans les modèles du profil de la raie Fe I 6173.34 Å et des profils des filtres de transmission de SDO/HMI (Couvidat et al., 2013). Les amplitudes des oscillations sont cependant moins importantes dans les résultats de l'algorithme VFISV (Couvidat et al., 2013).

Nous présentons à la figure 2.17(a) la séquence temporelle des moyennes spatiales sur le disque solaire de v_r avant correction. Les données hmi.ME_720s_fd10 sont utilisées. On observe des oscillations d'une période de 24h et d'une amplitude d'environ 3000 m s^{-1} . Elles correspondent aux variations de la vitesse orbitale du satellite SDO (Couvidat et al., 2013). Nous avons par conséquent corrigé pour le mouvement de l'observateur à l'aide de l'équation 2.65 (Schuck, 2010). Il reste des oscillations résiduelles d'une amplitude beaucoup plus faible, soit environ 60 m s^{-1} (figure 2.17(b)). Les corrections décrites à la section 2.4.8 ont ensuite été appliquées, résultant en la séquence temporelle pour $\langle u_z \rangle$ à la figure 2.16(a).

Les oscillations affectent aussi nos calculs de la température T et de la vitesse micro-turbulente $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$. En effet, l'intensité du continu I_c que nous avons utilisée dans l'équation 2.34 provient des données de la série hmi.Ic_noLimbDark_720s qui sont produites par la méthode de type *MDI-like* (Couvidat et al., 2012; Hoeksema et al., 2014). L'équation 2.73 combine ensuite les résultats obtenus pour T avec l'élargissement Doppler $\Delta\lambda_D$ de la série hmi.ME_720s_fd10 qui a été ajusté par l'algorithme VFISV (Hoeksema et al., 2014). On estime par exemple que les oscillations de $\Delta\lambda_D$ induisent des variations de $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ de l'ordre de $\approx 10 \text{ m s}^{-1}$.

2.7.2 Erreurs de modélisation

La méthode MEF-R résout l'équation d'induction magnétique résistive (équation 2.1) à l'aide d'un principe d'extrémum pour inférer l'écoulement de plasma \mathbf{v} à la photosphère. Or, la loi d'Ohm (équation 2.2) limite l'algorithme à ne pouvoir inférer que la composante perpendiculaire au champ magnétique \mathbf{v}_\perp . La composante parallèle \mathbf{v}_\parallel est imposée par l'écoulement de référence \mathbf{u} .

Le choix de la vitesse de référence \mathbf{u} et l'orientation de la reconstruction du champ magnétique \mathbf{B} ont des conséquences sur les résultats. Nous avons approximé que la direction verticale est parallèle à la ligne de visée près du centre du disque et avons choisi

de prendre $\mathbf{u} = v_r \hat{z}$, où v_r est la vitesse Doppler observée. L'approche DDM ajuste alors une diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} pour avoir $\mathbf{v} \approx \mathbf{u}$ et en particulier $v_z \approx v_r$. Par exemple, là où le champ magnétique photosphérique est parallèle à la ligne de visée, l'écoulement parallèle n'intervient pas dans la loi d'Ohm mais contribue au décalage Doppler. Dans ce cas, MEF-R retourne simplement que $\mathbf{v}_{\parallel} = v_r \hat{z}$ et la diffusivité η_{eddy} est ajustée pour avoir que $\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{0}$. Or, si l'orientation de la reconstruction du champ magnétique \mathbf{B} est fautive, $\mathbf{v}_{\parallel} \neq v_r \hat{z}$ et MEF-R doit introduire une fautive diffusivité magnétique pour compenser. La discussion s'étend aussi aux cas où le champ magnétique a une composante transverse (ou horizontale). Le choix de l'écoulement de référence horizontal \mathbf{u}_h modifie aussi les composantes \mathbf{u}_{\parallel} et \mathbf{u}_{\perp} . Nous avons remarqué que l'écoulement \mathbf{v} inféré par MEF-R avait tendance à dévier de notre choix de \mathbf{u} pour $500 < |\mathbf{B}| \leq 1000$ G (voir le tableau 2.IV). L'écoulement de référence pourrait par exemple être choisi localement pour que $\mathbf{u} \parallel \mathbf{B}$ avec $u_z = v_r$. MEF-R produirait alors $v_z = v_r$ et la diffusivité η_{eddy} ne serait ajustée que pour avoir $\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{0}$.

On remarque aux figures 2.12 et 2.13 que les cartes de η_{eddy} sont différentes pour les champs \mathbf{B}_{NFF} , \mathbf{B}_{LFF} et \mathbf{B}_{HARP} . Bien que les reconstructions tentent de reproduire les observations, les orientations ne sont pas les mêmes. En particulier, \mathbf{B}_{NFF} et \mathbf{B}_{LFF} ont des composantes horizontales non négligeables à l'extérieur de la région active (figures 2.7(a), 2.7(b), 2.7(d) et 2.7(e)). Ce n'est pas le cas de \mathbf{B}_{HARP} (figures 2.7(g) et 2.7(h)). Cette configuration est la plus compatible avec les observations. Les valeurs de η_{eddy} sont par conséquent moins importantes à l'extérieur de la région active (figure 2.12(b)). Le champ \mathbf{B}_{LFF} est une approximation grossière du champ magnétique à la photosphère qui est à force magnétique non nulle (Liu et al., 2013). \mathbf{B}_{NFF} devrait être le champ plus réaliste. Nous travaillons présentement sur l'optimisation de notre routine pour la reconstruction de \mathbf{B}_{NFF} qui s'inspire des méthodes de Hu & Dasgupta (2008) et Hu et al. (2010).

2.8 Conclusion

La méthode du *Resistive Minimum Energy Fit* (MEF-R ; Tremblay & Vincent, 2014) était limitée aux champs magnétiques linéaires à force magnétique nulle (LFF). Or, il s'agit d'une grossière approximation du champ magnétique à la photosphère du Soleil qui est à force magnétique non nulle (NFF) (Liu et al., 2013). Nous avons par conséquent généralisé MEF-R pour traiter aussi les champs NFF. La méthode utilise un principe d'extrémum pour résoudre l'équation d'induction magnétique résistive et inférer l'écoulement \mathbf{v} et la diffusivité magnétique η . La reconstruction est cependant limitée à la composante perpendiculaire au champ magnétique \mathbf{v}_\perp . La composante parallèle \mathbf{v}_\parallel est imposée par le choix de l'écoulement de référence \mathbf{u} .

L'algorithme a été testé avec le modèle analytique du Sphéromak expansif et résistif de Rakowski et al. (2011). MEF-R reconstruit des champs très similaires aux solutions analytiques de \mathbf{v}_\perp et η lorsqu'on utilise $\mathbf{u} = \mathbf{v}_\perp$.

Nous avons utilisé les données SDO/HMI pour étudier la région active éruptive AR 12158 entre le 10 septembre 2014 à 00:00:00 (UT) et le 13 septembre 2014 à 00:00:00 (UT). Nous avons comparé les résultats produits par MEF-R pour trois reconstructions du champ magnétique : \mathbf{B}_{LFF} produit selon la méthode LFF de Nakagawa & Raadu (1972), les données \mathbf{B}_{HARP} dont l'ambiguïté a été levée selon la méthode localement LFF de Metcalf et al. (2006) et \mathbf{B}_{NFF} produit selon la méthode de Hu & Dasgupta (2008). L'approche DDM ajuste la diffusivité η pour que $v_z \approx v_r$, avec le champ $v_z(\mathbf{B}_{\text{HARP}})$ reproduisant le mieux v_r . Comme les échelles ne sont pas s, la diffusivité magnétique est une diffusivité magnétique turbulente η_{eddy} . Des structures ressemblant à des spirales sont observées sur la carte de $\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{LFF}})$ et sont des artefacts de la méthode de reconstruction LFF (Tremblay & Vincent, 2014). Des cartes de la vitesse microturbulente $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ ont été produites sous l'approximation ETL à partir des mesures de l'élargissement Doppler $\Delta\lambda_{\text{D}}$ et de la température reconstruite selon la méthode de Solanki et al. (1993). Nous avons examiné la corrélation spatiale entre les valeurs significatives

de $\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{HARP}})$ et $|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$. Nous concluons que là où le champ magnétique est faible ($|\mathbf{B}_{\text{HARP}}| \leq 1000$ G), η_{eddy} modélise les mouvements de plasma non résolus dans la sous-maille. Ce n'est cependant pas le cas où le champ magnétique est fort ($|\mathbf{B}_{\text{HARP}}| > 1000$ G). Les mouvements de plasma sont cohérents ($|\mathbf{v}_{\text{turb}}|$ faible) mais des valeurs importantes de η_{eddy} sont observées.

Les reconstructions du champ magnétique et le choix de l'écoulement de référence \mathbf{u} sont cependant des sources d'erreurs. Les écoulements \mathbf{v}_{\parallel} contribuent au décalage Doppler mais pas à la loi d'Ohm. Si l'orientation du champ magnétique n'est pas la bonne, MEF-R doit introduire une fausse diffusivité magnétique turbulente pour compenser. Ceci explique les différentes configurations obtenues pour η_{eddy} .

Nous travaillons présentement sur l'implémentation d'un gradient conjugué (Gilbert & Nosedal, 1992) pour optimiser notre algorithme de reconstruction du champ magnétique NFF et répéter l'analyse de la section 2.5. Nous prévoyons ensuite tester la méthode avec le modèle à force magnétique non nulle des arcades solaires de Petrie & Neukirch (2000). L'instrument Hinode SOT/SP a une meilleure résolution spatiale que SDO/HMI. Les données à deux temps consécutifs pourraient être utilisées dans MEF-R pour étudier l'influence de la résolution spatiale sur les valeurs de η_{eddy} , comme dans Sakurai & Hagino (2003). Comme l'échelle est macroscopique, une diffusivité magnétique turbulente est toujours nécessaire. Les cadences des données de Hinode SOT/SP ne sont cependant pas favorables pour l'étude des séquences temporelles. Finalement, nous planifions utiliser les résultats d'une simulation directe résolvant les équations de conservation de la MHD radiative (*e.g.* RADMHD ; Abbett, 2007) pour tester MEF-R et vérifier les hypothèses des principes d'extrémum utilisés dans cette étude.

Les auteurs voudraient remercier Robyn Fiori de Ressources Naturelles Canada (NR-Can) pour la suggestion de la région active NOAA AR 12158.

Fin de l'article.

CHAPITRE 3

CONCLUSION

Nous récapitulons point par point les contributions de ce mémoire :

Contributions majeures

- Nous avons introduit au chapitre 1 une généralisation de la méthode de Longcope (2004) pour les plasma résistifs. Elle utilise une approche simplifiée de la physique en jeu pour reconstruire les champs de vitesses $\mathbf{v}(x,y)$ à la photosphère à partir des observations du champ magnétique et de la vitesse Doppler $v_r(x,y)$. Notre algorithme produit un meilleur accord entre la vitesse verticale $v_z(x,y)$ et $v_r(x,y)$, mais notre étude a été limitée aux champs magnétiques linéaires à force magnétique nulle (LFF).
- Il s'agit à notre connaissance de la première tentative de produire une carte de la diffusivité magnétique turbulente $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ à la photosphère depuis les travaux de Chae & Sakurai (2008). La majorité des méthodes de reconstruction de $\mathbf{v}(x,y)$ supposent une diffusivité magnétique nulle. Mais les échelles des observations sont macroscopiques et $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ est une diffusivité magnétique turbulente.
- Comme le champ magnétique à la surface du Soleil est à force magnétique non nulle, nous avons généralisé la méthode MEF-R aux champs NFF (chapitre 2).

Contributions mineures

- Nous avons produit des cartes de la température sous l'approximation ETL à partir des mesures de l'intensité du continu pour AR 9077 (section 1.6) et pour AR 12158 (section 2.4.6). Elles ont servi à tester les modèles en fonction de la température de $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ (section 1.6).
- Nous avons aussi produit des cartes des vitesses microturbulentes $|\mathbf{v}_{\text{turb}}(x,y)|$ sous

l'approximation ETL à partir des cartes de la température et des mesures de l'élargissement Doppler $\Delta\lambda_D$ pour AR 12158 (section 2.4.9). Elles ont été utilisées pour examiner la relation entre la diffusivité magnétique turbulente $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ et les mouvements de plasma aux petites échelles (section 2.5.2).

- Nous avons comparé les champs de vitesses $\mathbf{v}(x,y)$ et les diffusivités magnétiques turbulentes $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ inférées pour des reconstructions LFF, localement LFF et NFF du champ magnétique photosphérique (section 2.5).
- Dans le cadre de la prédiction des éruptions solaires, nous avons étudié les variations de $\mathbf{v}(x,y)$ et de $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ pour AR 9077 et AR 12158 avant, pendant et après l'éruption à partir des séquences temporelles de ces quantités et du flux en rayons X nous enregistré par le satellite GOES-15 (sections 1.6 et 2.6).

Principaux résultats

- MEF-R parvient à produire une vitesse verticale v_z très similaire à la vitesse Doppler v_r corrigée pour les mouvements aux grandes échelles (sections 1.5.2 et 2.5.1).
- La reconstruction localement à force magnétique nulle du champ magnétique photosphérique \mathbf{B}_{HARP} produit le meilleur accord avec les observations par rapport à nos reconstructions à force magnétique non nulle \mathbf{B}_{NFF} et linéaire à force magnétique nulle \mathbf{B}_{LFF} (sections 2.4.7.1 et 2.4.7.2). Elle produit aussi le meilleur accord entre la vitesse de référence \mathbf{u} et la vitesse inférée \mathbf{v} (section 2.5.1).
- On observe une corrélation entre les valeurs significatives de la diffusivité magnétique turbulente $|\eta_{\text{eddy}}(\mathbf{B}_{\text{HARP}})|$ et de la vitesse microturbulente $|\mathbf{v}_{\text{micro}}|$ où le champ magnétique est faible (section 2.5.2).
- Les séquences temporelles pour $\langle v_r \rangle$ et $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle$ produites avec les données de SOHO/MDI sont caractérisées par une chute dans les instants précédents l'éruption solaire, suivie d'une croissance rapide au moment de l'éruption (section 1.6). Aucun précurseur n'est cependant observé lorsqu'on traite les données de SDO/HMI (section 2.6).

Perspectives

On s'intéresse à la simulation de l'évolution à long terme des régions actives solaires. L'intérieur, la surface et l'atmosphère du Soleil sont inter-dépendants physiquement et doivent être traités simultanément (*e.g.* Abbett, 2007). Les observations du champ magnétique, de la vitesse Doppler et les reconstructions de la températures seront utilisées comme conditions internes à la photosphère dans des simulations *data-driven* ou pour l'assimilation des données dans un modèle tridimensionnel qui résout les équations de conservation de la MHD radiative (Abbett & Fisher, 2008). Cependant, la vitesse Doppler ne renseigne que sur la composante verticale des mouvements du plasma. Il fallait par conséquent générer des mouvements horizontaux du plasma à la surface qui sont cohérents avec les équations du modèle et les observations. MEF-R s'ajoute à la liste des méthodes de reconstructions des champs de vitesse photosphériques qui pourraient être utilisées à cet effet. Notons que les données de l'instrument SDO/HMI que nous avons traitées dans le chapitre 2 sont prêtes à être utilisées pour l'assimilation des données.

BIBLIOGRAPHIE

- W.P. Abbett. The Magnetic Connection Between the Convection Zone and Corona in the Quiet Sun. *Astrophysical Journal*, 665(2):1469–1488, 2007.
- W.P. Abbett & G.H. Fisher. Improving Large-scale Convection Zone-to-Corona Models. *Journal of the Italian Astronomical Society*, 75:282–290, 2008.
- W.P. Abbett & G.H. Fisher. Radiative Cooling in MHD models of the Quiet Sun Convection Zone and Corona. *Solar Physics*, 277:3–20, 2012.
- V.I. Abramenko, V. Carbone, V. Yurchyshyn, P.R. Goode, R.F. Stein, F. Lepreti, V. Capparelli & A. Vecchio. Turbulent Diffusion in the Photosphere as Derived from Photospheric Bright Point Motion. *Astrophysical Journal*, 743:133, 2011.
- D. Alexander. An Introduction to the Pre-CME Corona. *Space Sci. Rev.*, 123:81–92, 2006.
- H. Alfvén. On the Existence of Electromagnetic-hydrodynamic Waves. *Ark. Mat. Astron. Fys.*, 29B:1–7, 1942.
- C.E. Alissandrakis. On the Computation of Constant Alpha Force-Free Magnetic Field. *Astronomy & Astrophysics*, 100(1):197–200, 1981.
- T. Amari, T.Z. Boulmezaoud & Y. Maday. A Regularization Method For the Extrapolation of the Photospheric Solar Magnetic Field. I. Linear Force-Free Field. *Astronomy & Astrophysics*, 339:252–260, 1998.
- V. Archontis & A.W. Hood. Magnetic Flux Emergence : A Precursor of Solar Plasma Expulsion. *Astronomy & Astrophysics*, 537:A62, 2012.
- M.J. Aschwanden. *Physics of the Solar Corona : An Introduction with Problems and Solutions*. Springer, Jointly published with Praxis Publishing, UK, 2006.
- M.J. Aschwanden. Solar Flare Physics Enlivened by TRACE and RHESSI. *Solar Physics*, 29(1-2):115–124, 2008.

- A.N. Babin & A.N. Koval. Ni I 6768 Å Line Profile Variations during a Solar Flare and their Effect on the SOHO/MDI Magnetic Field Measurement. *Bulletin of the Crimean Astrophysical Observatory*, 103(1):63–68, 2007.
- P.M. Bellan. *Spheromaks : A Practical Application of Magnetohydrodynamic Dynamos and Plasma Self-Organization*. Imperial College Press, London, 2000.
- R. Bhattacharyya & M.S. Janaki. Dissipative Relaxed States In Two-Fluid Plasma With External Drive. *Phys. Plasmas*, 11(12):5615–5619, 2004.
- S. Bjølseth. Spicules. Master’s thesis, Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, Norway, 2008.
- M.G. Bobra, X. Sun, J.T. Hoeksema, M. Turmon, Y. Liu, K. Hayashi, G. Barnes & K.D. Leka. The Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Vector Magnetic Field Pipeline : SHARPs - Space-weather HMI Active Region Patches. *Solar Physics*, 289(9):3549–3578, 2014.
- V. Bommier, E.L. Degl’Innocenti, B. Schmieder & B. Gelly. Vector Magnetic Field and Vector Current Density in and around the δ -spot NOAA 10808. Dans D.P. Choudhary & K.G. Strassmeier, éditeurs, *Proceedings of the International Astronomical Union*, volume 273, pages 338–338. Cambridge, 2011.
- J.M. Borrero, S. Tomczyk, M. Kubo, H. Socas-Navarro, J. Schou, S. Couvidat & R. Bogart. VFISV : Very Fast Inversion of the Stokes Vector for the Helioseismic and Magnetic Imager. *Solar Physics*, 273:267–293, 2011.
- K.R. Brownstein. Nonexistence of Spatially Bounded Force-free Magnetic Fields : A Scaling Point of View. *IEEE Transaction on Plasma Science*, 22:275–277, 1994.
- J. Büchner, B. Nikutowski & A. Otto. Magnetic Coupling of Photosphere and Corona : MHD Simulation for Multi-wavelength Observations. Dans A.V. Stepanov, E.E. Benevolenskaya & A.G. Kosovichev, éditeurs, *Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity, IAU Symp.*, volume 223, pages 353–356. International Astronomical Union, 2004.

- R. Cameron, A. Vögler & M. Schüssler. Decay of a Simulated Mixed-polarity Magnetic Field in the Solar Surface Layers. *Astronomy & Astrophysics*, 533:A86, 2011.
- W. Cao, P.R. Goode, K. Ahn, N. Gorceix, W. Schmidt & H. Lin. NIRIS - The Second Generation Near-Infrared Imaging Spectro-polarimeter for the 1.6 Meter New Solar Telescope. Dans T. Rimmele, A. Tritschler, F. Wöger, V. Collados, H. Socas-Navarro, R. Schlichenmaier, M. Carlsson, T. Berger, A. Cadavid, P. Gilbert, P. Goode & M. Knölker, éditeurs, *2nd ATST-EAST Workshop in Solar Physics : Magnetic Fields from the Photosphere to the Corona*, volume 436, pages 291–299. ASP Conf. Ser., 2012.
- J. Chae, Y.E. Litvinenko & T. Sakurai. Determination of Magnetic Diffusivity from High-resolution Solar Magnetograms. *Astrophysical Journal*, 683:1153–1159, 2008.
- J. Chae & T. Sakurai. A Test of Three Optical Flow Techniques-LCT, DAVE, and NAVE. *Astrophysical Journal*, 689:593–612, 2008.
- S. Chandrasekhar & P.C. Kendall. On Force-Free Magnetic Fields. *Astrophysical Journal*, 126:457, 1957.
- F. Chen, H. Peter, S. Bingert & M.C.M. Cheung. A Model for the Formation of the Active Region Corona Driven by Magnetic Flux Emergence. *Astronomy & Astrophysics*, 564:A12, 2014.
- P.F. Chen. Coronal Mass Ejections : Models and Their Observational Basis. *Living Reviews in Solar Physics*, 8(1), 2011. Cited on 24/04/15 - <http://solarphysics.livingreviews.org/Articles/lrsp-2011-1/>.
- P.F. Chen & K. Shibata. An Emerging Flux Trigger Mechanism for Coronal Mass Ejections. *Astrophysical Journal*, 545(1):524–531, 2000.
- I.M. Chertok & V.V. Grechnev. Large-Scale Activity in the Bastille Day 2000 Solar Event. *Solar Physics*, 229(1):95–114, 2005.

- I. Contopoulos, C. Kalapotharakos & M.K. Georgoulis. Nonlinear Force-Free Reconstruction of the Global Solar Magnetic Field : Methodology. *Solar Physics*, 269(1): 351–365, 2011.
- S. Couvidat, Y. Liu, P.H. Scherrer, J. Schou & the HMI Team. Presence Of 12- And 24-hour Period Oscillations In Line-Of-Sight Observables And Milne-Eddington Inversion Results From SDO/HMI. 2013.
- S. Couvidat, J. Schou, R.A. Shine, R.I. Bush, J.W. Miles, P.H. Scherrer & R.L. Rairden. Wavelength Dependence of the Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Instrument onboard the Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Physics*, 275(1-2):285–325, 2012.
- J.C. del Toro Iniesta. *Introduction to Spectropolarimetry*. Cambridge University Press, 2003.
- A.C. Deloach, M.J. Hagyard, D. Rabin, R.L. Moore, B.J Smith Jr. & E.A. West. Photospheric Electric Current and Transition Region Brightness within an Active Region. *Solar Physics*, 91(2):235–242, 1984.
- M.L. DeRosa, C.J. Schrijver, G. Barnes, K.D. Leka, B.W. Lites, M.J. Aschwanden, T. Amari, A. Canou, J.M. McTiernan, S. Régnier, J.K. Thalmann, G. Valori, M.S. Wheatland, T. Wiegmann, M.C.M. Cheung, P.A. Conlon, M. Fuhrmann, B. Inhester & T. Tades. A Critical Assessment of Nonlinear Force-Free Field Modeling of the Solar Corona for Active Region 10953. *Astrophysical Journal*, 696:1780–1791, 2009.
- D. Dravins. Solar granulation - Influence of Convection on Spectral Line Asymmetries and Wavelength Shifts. *Astronomy & Astrophysics*, 96(1-2):345–364, 1981.
- D. Dravins. Photospheric Spectrum Line Asymmetries and Wavelength Shifts. *Annual review of Astronomy & Astrophysics*, 20:61–89, 1982.
- A. Falchi & P.J.D. Mauas. Chromospheric Models of a Solar Flare Including Velocity Fields. *Astronomy & Astrophysics*, 387:678–686, 2002.

- Y.L. Fan, H.N. Wang, H. He & X.S. Zhu. Study of the Poynting Flux in Active Region 10930 using Data-Driven Magnetohydrodynamic Simulation. *Astrophysical Journal*, 737(1):39, 2011.
- Y.L. Fan, E.G. Zweibel, M.G. Linton & G.H. Fisher. The Rise of Kink-Unstable Magnetic Flux Tubes and the Origin of δ -Configuration Sunspots. *Astrophysical Journal*, 521:460–477, 1999.
- G.H. Fisher, D.J. Bercik, B.T. Welsch & H.S. Hudson. Global Forces in Eruptive Solar Flares : The Lorentz Force Acting on the Solar Atmosphere and the Solar Interior. *Solar Physics*, 277(1):56–76, 2012a.
- G.H. Fisher, B.T. Welsch & W.P. Abbett. Can We Determine Electric Fields and Poynting Fluxes from Vector Magnetograms and Doppler Measurements ? *Solar Physics*, 277(1):153–163, 2012b.
- G.H. Fisher, B.T. Welsch, W.P. Abbett & D.J. Bercik. Estimating Electric Fields from Vector Magnetogram Sequences. *Astrophysical Journal*, 715:242–259, 2010.
- J. M. Fontenla, E.H. Avrett & R. Loeser. Energy Balance in the Solar Transition Region. II - Effects of Pressure and Energy Input on Hydrostatic Models. *Astrophysical Journal*, 377:712–725, 1991.
- S.L. Freeland & B.N. Handy. Data Analysis with the SolarSoft System. *Solar Physics*, 182(2):497–500, 1998.
- M. Fuhrmann, N. Seehafer, G. Valori & T. Wiegelmann. A Comparison of Preprocessing Methods for Solar Force-Free Magnetic Field Extrapolation. *Astronomy & Astrophysics*, 526(A70), 2011.
- P.L. Garcia-Martinez. *Topics in Magnetohydrodynamics*. InTech, Rijeka, Croatia, 2012.
- G.A. Gary. Plasma Beta above a Solar Active Region : Rethinking the Paradigm. *Solar Physics*, 203(1):71–86, 2002.

- M.K. Georgoulis & B.J. LaBonte. Reconstruction of an Inductive Velocity Field Vector from Doppler Motions and a Pair of Solar Vector Magnetograms. *Astrophysical Journal*, 636:475–495, 2005.
- J.C. Gilbert & J. Nocedal. Global Convergence Properties of Conjugate Gradient Methods. *SIAM Journal on Optimization*, 2:21–42, 1992.
- D.J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics (3rd ed.)*. Harlow, Essex, UK, 2007.
- J. Hao & M. Zhang. Hemispheric Helicity Trend for Solar Cycle 24. *Astrophysical Journal Letters*, 733(L27), 2011.
- L.K. Harra, V. Archontis, E. Pedram, A.W. Hood, D.L. Shelton & L. van Driel-Gesztelyi. The Creation of Outflowing Plasma in the Corona at Emerging Flux Regions : Comparing Observations and Simulations. *Solar Physics*, 278(1):47–71, 2012.
- J. Harvey. Sounding Out the Sun. *Physics Today*, 48(10):32–38, 1995.
- D.H. Hathaway, J.G. Beck, R.S. Bogart, K.T. Bachmann, G. Khatri, J.M. Petitto, S. Han & J. Raymond. The Photospheric Convection Spectrum. *Solar Physics*, 193(1-2): 299–312, 2000.
- H. Hathaway. Solar Granulation - Influence of Convection on Spectral Line Asymmetries and Wavelength Shifts. *Astrophysical Journal*, 460:1027–1033, 1996.
- L. Heggland, B. De Pontieu & V.H. Hansteen. Observational Signatures of Simulated Reconnection Events in the Solar Chromosphere and Transition Region. *Astrophysical Journal*, 702:1–18, 2009.
- P.A. Higgins, P.T. Gallagher, R.T.J. McAteer & D.S. Bloomfield. Solar Magnetic Feature Detection and Tracking for Space Weather Monitoring. *Advances in Space Research*, 47(12):2105–2117, 2011.
- J.T. Hoeksema, Y. Liu, K. Hayashi, X. Sun, J. Schou, S. Couvidat, A. Norton, M. Bobra, R. Centeno, K.D. Leka, G. Barnes & M. Turmon. The Helioseismic and Magnetic

- Imager (HMI) Vector Magnetic Field Pipeline : Overview and Performance. *Solar Physics*, 289:3483–3530, 2014.
- R.F. Howard & J.W. Harvey. Spectroscopic Determinations of Solar Rotation. *Solar Physics*, 12(1):23–51, 1970.
- R.F. Howard, J.W. Harvey & S. Forgach. Solar Surface Velocity Fields Determined from Small Magnetic Features. *Solar Physics*, 130:295–311, 1990.
- R.F. Howard & B.J. Labonte. Solar Rotation Measurements at Mount Wilson. III - Meridional Flow and Limbshift. *Solar Physics*, 80:361–372, 1982.
- Q. Hu & B. Dasgupta. An Improved Approach to Non-Force-Free Coronal Magnetic Field Extrapolation. *Solar Physics*, 247:87–101, 2008.
- Q. Hu, B. Dasgupta, M.L. DeRosa, J. Buchner & G.A. Gary. Non-force-free Extrapolation of Solar Coronal Magnetic Field using Vector Magnetograms. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 72(2-3):219–223, 2010.
- S. Ilonidis, J. Zhao & A. Kosovichev. Detection of Emerging Sunspot Regions in the Solar Interior. *Science*, 333(6045):993–996, 2011.
- C.U. Keller & the Solis Team. The SOLIS Vector-Spectromagnetograph (VSM). Dans M. Sigwarth, éditeur, *Advanced Solar Polarimetry – Theory, Observation, and Instrumentation*, ASP Conf. Ser., volume 236, pages 16–24, 2001.
- A.J. Klimas, V.M. Uritsky, D. Vassiliadis & D.N. Baker. Reconnection and Scale-Free Avalanching in a Driven Current-Sheet Model. *J. Geophys. Res.*, 109:2218–2231, 2004.
- T. Kosugi, K. Matsuzaki, T. Sakao, T. Shimizu, Y. Sone, S. Tachikawa, T. Hashimoto, K. Minesugi, A. Ohnishi, T. Yamada, S. Tsuneta, H. Hara, K. Ichimoto, Y. Suematsu, M. Shimojo, T. Watanabe, S. Shimada, J.M. Davis, L.D. Hill, J.K. Owens, A.M. Title, J.L. Culhane, L.K. Harra, G.A. Doschek & L. Golub. The Hinode (Solar-B) Mission : An Overview. *Solar Physics*, 243(1):3–17, 2007.

- K.R. Krall, J.B. Smith Jr., M.J. Hagyard, E.A. West & N.P. Cummings. Vector Magnetic Field Evolution, Energy Storage, and Associated Photospheric Velocity Shear within a Flare-Productive Active Region. *Solar Physics*, 79:59–75, 1982.
- P. Kumar, N. Kumar & W. Uddin. Reconnection in Photospheric-Chromospheric Current Sheet and Coronal Heating. *Plasma Phys. Rep.*, 37(2):161–170, 2011.
- S.R. Lantz & Y. Fan. Anelastic Magnetohydrodynamic Equations for Modeling Solar and Stellar Convection Zones. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 121(1):247–264, 1999.
- K.D. Leka, G. Barnes, A.D. Crouch, T.R. Metcalf, G.A. Gary, J. Jing & Y. Liu. Resolving the 180 Ambiguity in Solar Vector Magnetic Field Data : Evaluating the Effects of Noise, Spatial Resolution, and Method Assumptions. *Solar Physics*, 260(1):83–108, 2009.
- J.R. Lemen, A.M. Title, D.J. Akin, P.F. Boerner, C. Chou, J.F. Drake, D.W. Duncan, C.G. Edwards, F.M. Friedlaender, G.F. Heyman, N.E. Hurlburt, N.L. Katz, G.D. Kushner, M. Levay, R.W. Lindgren, D.P. Mathur, E.L. McFeaters, S. Mitchell, R.A. Rehse, C.J. Schrijver, L.A. Springer, R.A. Stern, T.D. Tarbell, J.-P. Wuelser, C.J. Wolfson, C. Yanari, J.A. Bookbinder, P.N. Cheimets, D. Caldwell, E.E. Deluca, R. Gates, L. Golub, S. Park, W.A. Podgorski, R.I. Bush, P.H. Scherrer, M.A. Gummin, P. Smith, G. Aufer, P. Jerram, P. Pool, R. Soufli, D.L. Windt, S. Beardsley, M. Clapp, J. Lang & N. Waltham. The Atmospheric Imaging Assembly (AIA) on the Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Physics*, 275:17–40, 2012.
- B. Lites, R. Casini, J. Garcia & H. Socas-Navarro. A Suite of Community Tools For Spectro-Polarimetric Analysis. *Memorie della Società Astronomica Italiana*, 78:148, 2007.
- Y. Liu, J.T. Hoeksema, M. Bobra, K. Hayashi, P.W. Schuck & X. Sun. Magnetic Helicity in Emerging Solar Active Regions. *Astrophysical Journal*, 785(1):9 pp., 2014.

- Y. Liu, P.H. Scherrer, J.T. Hoeksema, J. Schou, T. Bai, J.G. Beck, M. Bobra, R.S. Bogart, R.I. Bush, S. Couvidat, K. Hayashi, A.G. Kosovichev, T.P. Larson, C. Rabello-Soares, X. Sun, R. Wachter, J. Zhao, X.P. Zhao, T.L. Duvall Jr., M.L. DeRosa, C.J. Schrijver, A.M. Title, R. Centeno, S. Tomczyk, J.M. Borrero, A.A. Norton, G. Barnes, A.D. Crouch, K.D. Leka, W.P. Abbett, G.H. Fisher, B.T. Welsch, K. Muglach, P.W. Schuck, T. Wiegmann, M. Turmon, J.A. Linker, Z. Miki, P. Riley & S.T. Wu. A First Look at Magnetic Field Data Products from SDO/HMI. Dans L.R. Bellot Rubio, F. Reale & M. Carlsson, éditeurs, *ASP Conference Series*, volume 455, pages 337–352. American Astronomical Society, 2012b.
- Y. Liu & P.W. Schuck. Magnetic Energy and Helicity in Two Emerging Active Regions in the Sun. *Astrophysical Journal*, 761(2):105, 2012.
- Y. Liu & H. Zhang. Relationship between Magnetic Field Evolution and Major Flare Event on July 14, 2000. *Astronomy & Astrophysics*, 372:1019–1029, 2001.
- Y. Liu, J. Zhao & P.W. Schuck. Horizontal Flows in the Photosphere and Subphotosphere of Two Active Regions. *Solar Physics*, 287(1-2):279–291, 2013.
- D.W. Longcope. Inferring a Photospheric Velocity Field from a Sequence of Vector Magnetograms : the Minimum Energy Fit. *Astrophysical Journal*, 612:1181–1192, 2004.
- E.T. Lu. Avalanches in Continuum Driven Dissipative Systems. *Phys. Rev. Lett.*, 74: 2511–2514, 1995.
- M. Lyutikov & K.N. Gourgouliatos. Coronal Mass Ejections as Expanding Force-Free Structures. *Solar Physics*, 270(2):537–549, 2011.
- J. Martinez-Sykora, B. De Pontieu & V. Hansteen. Two-Dimensional Radiative Magnetohydrodynamic Simulations of the Importance of Partial Ionization in the Chromosphere. *Astrophysical Journal*, 753:161(20pp), 2012.

- P.J.D. Mauas, V. Andretta, A. Falchi, R. Falciani, L. Teriaca & G. Cauzzi. Helium Line Formation and Abundance in a Solar Active Region. *Astrophysical Journal*, 619(1): 604–612, 2005.
- T.R. Metcalf. Resolving the 180-Degree Ambiguity in Vector Magnetic Field Measurements : the ‘Minimum’ Energy Solution. *Solar Physics*, 155:235–242, 1994.
- T.R. Metcalf, L. Jiao, A.N. McClymont, R.C. Caneld & H. Uitenbroek. Is the Solar Chromospheric Magnetic Field Force-Free ? *Astrophysical Journal*, 439(1):474–481, 1995.
- T.R. Metcalf, K.D. Leka, G. Barnes, B.W. Lites, M.K. Georgoulis, A.A. Pevtsov, K.S. Balasubramanian, G.A. Gary, J. Jing, J. Li, Y. Liu, H.N. Wang, V. Abramenko, V. Yurchyshyn & Y.-J. Moon. An Overview of Existing Algorithms for Resolving the 180° Ambiguity in Vector Magnetic Fields : Quantitative Tests with Synthetic Data. *Solar Physics*, 237(2):267–296, 2006.
- N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller & E. Teller. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *J. Chem. Phys.*, 21:1087–1092, 1953.
- D. Mihalas. *Stellar Atmospheres (2nd Edition)*. W.H. Freeman and Company, 1978.
- T. Miyagoshi & T. Yokoyama. Magnetohydrodynamic Simulation of Solar Coronal Chromospheric Evaporation Jets Caused by Magnetic Reconnection Associated with Magnetic Flux Emergence. *Astrophysical Journal*, 614:1042–1053, 2004.
- Y.-J. Moon, G.S. Choe, H.S. Yun, Y.D. Park & D.L. Mickey. Force-Freeness of Solar Magnetic Fields in the Photosphere. *Astrophysical Journal*, 568:422–431, 2002.
- Y. Nakagawa & M.A. Raadu. On Practical Representation of Magnetic Field. *Solar Physics*, 25:127–135, 1972.
- N.V. Nitta, M.J. Aschwanden, S.L. Freeland, J.R. Lemen, J.-P. Wülser & D.M. Zarro. The Association of Solar Flares with Coronal Mass Ejections During the Extended Solar Minimum. *Solar Physics*, 289(4):1257–1277, 2014.

- A. Otto. Geospace Environment Modeling(GEM) Magnetic Reconnection Challenge : MHD and Hall MHD - Constant and Current Dependent Resistivity Models. *J. Geophys. Res.*, 106(A3):3751–3758, 2001.
- B.P. Pandey & M. Wardle. Hall Instability of Solar Flux Tubes in the Presence of Shear Flows. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 426(2):1436–1443, 2012.
- B.P. Pandey & M. Wardle. Magnetic Diffusion Driven Shear Instability of Solar Flux Tubes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 431(1):570–581, 2013.
- G.J.D. Petrie & T. Neukirch. The Green’s Function Method For A Special Class of Linear Three-Dimensional Magnetohydrostatic Equilibria. *Astronomy & Astrophysics*, 356:735–746, 2000.
- G.J.D. Petrie & J.J. Sudol. Abrupt Longitudinal Magnetic Field Changes in Flaring Active Regions. *Astrophysical Journal*, 724:1218–1237, 2010.
- K. Petrovay. Theory of Passive Magnetic Field Transport. Dans R.J. Rutten & C.J. Schrijver, éditeurs, *Solar Surface Magnetism*, pages 415–440. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994.
- H.E. Potts & D.A. Diver. A Repository of Precision Flat Fields for High-Resolution MDI Continuum Data. *Solar Physics*, 258(2):343–351, 2009.
- J. Puls, J. S. Vink & F. Najarro. Mass loss from hot massive stars. *Astron. Astrophys. Rev.*, 16:209–325, décembre 2008.
- C.E. Rakowski, J.M. Laming & M. Lyutikov. In Situ Heating of the 2007 May 19 CME Ejecta Detected by STEREO/PLASTIC and ACE. *Astrophysical Journal*, 730:30, 2011.
- B. Ravindra, D.W. Longcope & W.P. Abbett. Inferring Photospheric Velocity Fields using Combination of Minimum Energy Fit, Local Correlation Tracking and Doppler Velocity. *Astrophysical Journal*, 677:751–768, 2008.

- S. Régnier & E.R. Priest. Free Magnetic Energy in Solar Active Regions Above the Minimum-Energy Relaxed State. *Astrophysical Journal Letters*, 669:L53–L56, 2007.
- L.R.B. Rubio, I.R. Hidalgo, M. Collados, E. Khomenko & B.R. Cobo. Observation of Convective Collapse and Upward-moving Shocks in the Quiet Sun. *Astrophysical Journal*, 560(2):1010–1019, 2001.
- T. Sakurai & M. Hagino. Magnetic Helicity of Solar Active Regions and its Implications. *Journal of the Korean Astronomical Society*, 36:S7–S12, 2003.
- J.C. Santos, J. Büchner & H. Zhang. Inferring Plasma Flow Velocities from Photospheric Vector Magnetic Field Observations for the Investigation of Flare Onsets. *Adv. Space Res.*, 42(5):812–821, 2008.
- N.P. Savani, A.P. Rouillard, J.A. Davies, M.J. Owens, R.J. Forsyth, C.J. Davis & R.A. Harrison. The Radial Width of a Coronal Mass Ejection Between 0.1 and 0.4 AU Estimated From the Heliospheric Imager on STEREO. *Annales Geophysicae*, 27: 4349–4358, 2009.
- P.H. Scherrer, R.S. Bogart, R.I. Bush, J.T. Hoeksema, A.G. Kosovichev, J. Schou, W. Rosenberg, L. Springer, T.D. Tarbell, A. Title, C.J. Wolfson, I. Zayer & the MDI Engineering Team. The Solar Oscillations Investigation Michelson Doppler Imager. *Solar Physics*, 162:129–188, 1995.
- J. Schou, P.H. Scherrer, R.I. Bush, R. Wachter, S. Couvidat, M.C. Rabello-Soares, R.S. Bogart, J.T. Hoeksema, Y. Liu, T.L. Duvall Jr., D.J. Akin, B.A. Allard, J.W. Miles, R. Rairden, R.A. Shine, T.D. Tarbell, A.M. Title, C.J. Wolfson, D.F. Elmore, A.A. Norton & S. Tomczyk. Design and Ground Calibration Of the Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Instrument On the Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Physics*, 275(1-2):229–259, 2012.
- C.J. Schrijver, M.L. Derosa, T.R. Metcalf, Y. Liu, J. Mctiernan, S. Régnier, G. Valori, M.S. Wheatland & T. Wiegmann. Nonlinear Force-Free Modeling of Coronal Mag-

- netic Fields Part I : A Quantitative Comparison of Methods. *Solar Physics*, 235: 161–190, 2006.
- P.W. Schuck. Local Correlation Tracking and the Magnetic Induction Equation. *Astrophysical Journal Letters*, 632:L53–L56, 2005.
- P.W. Schuck. Tracking Vector Magnetograms with the Magnetic Induction Equation. *Astrophysical Journal*, 683:1134–1152, 2008.
- P.W. Schuck. The Photospheric Energy and Helicity Budgets of the Flux-Injection Hypothesis. *Astrophysical Journal*, 713:1–21, 2010.
- N. Seehafer. Determination of Constant Alpha Force-Free Solar Magnetic Fields From Magnetograph Data. *Solar Physics*, 58:215–223, 1978.
- N. Seehafer, M. Fuhrmann, G. Valori & B. Kliem. Force-Free Magnetic Fields in the Solar Atmosphere. *Astronomische Nachrichten*, 328(10):1166–1169, 2007.
- G.W. Simon & N.O. Weiss. Kinematic Modeling of Vortices in the Solar Photosphere. *Astrophysical Journal*, 489(2):960–967, 1997.
- K.A.P. Singh, K. Shibata, N. Nishizuka & H. Isobe. Chromospheric Anemone Jets and Magnetic Reconnection in Partially Ionized Solar Atmosphere. *Phys. Plasmas*, 18: 111210(8 pages), 2011.
- J. Smagorinsky. General Circulation Experiments with the Primitive Equations. *Mon. Wea. Rev.*, 91:99–164, 1963.
- H.B. Snodgrass. Separation of Large-Scale Photospheric Doppler Patterns. *Solar Physics*, 94(1):13–31, 1984.
- H.B. Snodgrass & R.K. Ulrich. Rotation of Doppler Features in the Solar Photosphere. *Astrophysical Journal*, 351(1):309–316, 1990.

- S.K. Solanki, U. Walther & W. Livingston. Infrared Lines as Probes of Solar Magnetic Features : VI. The Thermal-Magnetic Relation and Wilson Depression of a Sunspot. *Astronomy & Astrophysics*, 277:639–647, 1993.
- B.V. Somov. The Bastille Day 2000 Flare. *Plasma Astrophysics, Physics and Astronomy*, 341:468–489, 2007.
- S.R. Spangler. Joule Heating and Anomalous Resistivity in the Solar Corona. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 16:443–452, 2009.
- L. Spitzer Jr. *Physics of Fully Ionized Gases*. Interscience, New York, 1962.
- M. Steffen. *The Landolt-Börnstein Database*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- J.J. Sudol & J.W. Harvey. Longitudinal Magnetic Field Changes Accompanying Solar Flares. *Astrophysical Journal*, 635:647–658, 2005.
- S.P. Sukhatme & J.K. Nayak. *Solar Energy : Principles of Thermal Collection and Storage (3rd Edition)*. Tata McGraw-Hill, 2008.
- X. Sun. On the Coordinate System of Space-Weather HMI Active Region Patches (SHARPs) : A Technical Note. http://jsoc.stanford.edu/jsocwiki/sharp_coord. arXiv, 2013.
- J. Taylor. Relaxation of Toroidal Plasma and Generation of Reverse Magnetic Fields. *Phys. Rev. Lett.*, 33:1139–1141, 1974.
- M.L. Theobald, P.A. Fox & S. Sofia. A Subgridscale Resistivity for Magnetohydrodynamics. *Phys. Plasmas*, 1:3016–3032, 1994.
- W.T. Thompson. Coordinate Systems for Solar Image Data. *Astronomy & Astrophysics*, 449(2):791–803, 2006.
- A.N. Tikhonov. *Solution of Incorrectly Formulated Problems and Regularization Method*, volume 4. Soviet Math. Dokl., 1963.

- S.K. Tiwari. Are the Photospheric Sunspots Magnetically Force-Free in Nature ? Dans D.P. Choudhary & K.G. Strassmeier, éditeurs, *The Physics of Sun and Star Spots*, IAU Symp., volume 273, pages 1–4. International Astronomical Union, 2011.
- B. Tremblay & A. Vincent. A Minimum Energy Fit Method to Reconstruct Photospheric Velocity and Magnetic Diffusivity in Active Regions from Observed Magnetograms and Dopplergrams. *Solar Physics*, 290(2):437–466, 2014.
- M. Turmon, J.T. Hoeksema & M. Bobra. Tracked Active Region Patches for MDI and HMI. Dans AAS, éditeur, *American Astronomical Society Meeting 224*, volume 123, page 52. American Astronomical Society, 2014.
- V.M. Uritsky & A.J. Klimas. Hysteresis-Controlled Instability Waves in a Scale-Free Driven Current Sheet Model. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 12:827–833, 2005.
- A.M. Veronig, M. Karlick, B. Vrsnak, M. Temmer, J. Magdalenic, B.R. Dennis, W. Otruba & W. Pötzi. X-ray Sources and Magnetic Reconnection in the X3.9 Flare of 2003 November 3. *Astronomy & Astrophysics*, 446:675–690, 2006.
- A. Vincent, P. Charbonneau & C. Dubé. Numerical Simulation of a Solar Active Region. I : Bastille Day Flare. *Solar Physics*, 278(2):367–391, 2012.
- H. Wang & Ch. Liu. Observational Evidence of Back Reaction on the Solar Surface Associated with Coronal Magnetic Restructuring in Solar Eruptions. *Astrophysical Journal Letters*, 716:L195–L199, 2010.
- B.T. Welsch, W.P. Abbett, M.L. DeRosa, G.H. Fisher, M.K. Georgoulis, K. Kusano, D.W. Longcope, B. Ravindra & P.W. Schuck. Tests and Comparisons of Velocity Inversion Techniques. *Astrophysical Journal*, 670:1434–1452, 2007.
- B.T. Welsch, G.H. Fisher, W.P. Abbett & S. Régnier. ILCT : Recovering Photospheric Velocities from Magnetograms by Combining the Induction Equation with Local Correlation Tracking. *Astrophysical Journal*, 610:1148–1156, 2004.

- B.T. Welsch, G.H. Fisher & X. Sun. A Magnetic Calibration of Photospheric Doppler Velocities. *Astrophysical Journal*, 765(2):98, 2013.
- B.T. Welsch, Y. Li, P.W. Schuck & G.H. Fisher. What is the Relationship between Photospheric Flow Fields and Solar Flares? *Astrophysical Journal*, 705:821–843, 2009.
- T. Wiegmann, B. Inhester & T. Sakurai. Preprocessing of Vector Magnetograph Data for a Nonlinear Force-Free Magnetic Field Reconstruction. *Solar Physics*, 233(2): 215–232, 2006.
- T. Wiegmann & T. Sakurai. Solar Force-free Magnetic Fields. *Living Reviews in Solar Physics*, 9(5), 2012. Cited on 16/03/15 - :<http://www.livingreviews.org/lrsp-2012-5>.
- L. Woltjer. A Theorem on Force-Free magnetic Fields. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 44 (6):489–491, 1958.
- S.T. Wu, A.H. Wang, S.P. Plunkett & D.J. Michels. Evolution of Global-Scale Coronal Magnetic Field Due to Magnetic Reconnection : the Formation of the Observed Blob Motion in the Coronal Streamer Belt. *Astrophysical Journal*, 545:1101–1115, 2000.
- V.A. Zheligovsky, O.M. Podvigina & U. Frisch. Dynamo Effect in Parity-Invariant Flow with Large and Moderate Separation of Scales. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 95: 227–268, 2001.