

UNIVERSITE DE MONTREAL

DETERMINATION DE LA LOI DE SEVERITE DES INCENDIES ET EVALUATION DU MPY
(ESTIMATION DU MAXIMUM PROBABLE DE L'AGREGAT ANNUEL DE
PERTES)

PAR

LIONEL MAISTRE

DEPARTEMENT DE SCIENCES ECONOMIQUES

FACULTE DES ARTS ET DES SCIENCES

MEMOIRE PRESENTE A LA FACULTE DES ETUDES SUPERIEURES

EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE

MAITRE ES SCIENCES (M. Sc.)

JUIN 1984

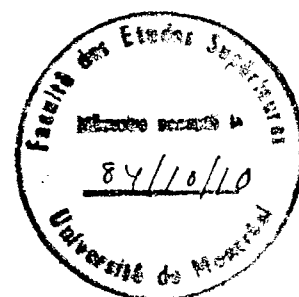


Table des matières

Liste des tableaux et des graphiques	IV
Sommaire	V
0- Introduction	1
1- Estimation du maximum probable de l'agrégat annuel de pertes	3
L'approximation normale	7
Méthode de Tchebychev	12
Méthode Allen-Duvall	12
La méthode de la puissance normale	14
Approche analytique et simulation	15
Impact de quelques hypothèses	16
2- Etude empirique de la distribution de sévérité	20
Généralités	21
Analyse	24
Moments par rapport à l'origine	29
Moments centrés	31
Coefficients de Pearson et loi de distribution	36
Qualité de l'ajustement de la loi choisie	41

3- Simulation par la méthode de Monte Carlo	48
Intervalle de confiance	49
Loi de Student généralisée	51
Simulation	53
4- Résumé et conclusions	57
Estimation du maximum probable de l'aggrégat annuel de pertes	58
Etude empirique de la distribution de sévérité	59
Simulation par la méthode de Monte Carlo	61
Conclusions	62
Appendices	65
Loi Pearson III	66
Loi Pearson I	70
Programme statistiques	77
Programme Pearson III	82
Programme Khi carré	88
Formules diverses	91
Modèle Fortran V: Pearson III (Khi carré minimum)	92
Modèle Fortran V: Pearson III ("a" forcé)	106
Modèle Fortran V: Student	115

Bibliographie

122

Remerciements

124

Liste des tableaux et des graphiques

Tableau 0: Estimations de MPY	18
Tableau 1: Données de base	19
Tableau 2: Partition en 10 classes	25
Tableau 3: Partition en 20 classes	26
Tableau 4: Partition en 30 classes	27
Tableau 5: Moments par rapport à l'origine m_q et $E(m_q)$	30
Tableau 6: Moments centrés μ_q	35
Tableau 7: Calcul des Khi carrés	42
Graphique 1: Répartition en 30 classes	28
Graphique 2: Pearson III y_9	45
Graphique 3: Fréquences réelles et courbe de densité de probabilité	46
Graphique 4: Fréquences cumulées réelles et calculées	47

Sommaire

Le présent mémoire présente une évaluation de la loi de sévérité des incendies à partir d'un échantillon de 80 enregistrements répartis sur 23 ans d'une grande Université américaine. De plus, comme ce même échantillon a déjà été utilisé par d'autres auteurs (2) pour la publication d'un article sur l'estimation du maximum probable de l'agrégat annuel de pertes (MPY), les résultats de la présente évaluation sont utilisés à des fins de comparaison par rapport audit article.

Dans une première partie, les principales méthodes de calcul de MPY sont passées en revue et critiquées, et une formule supplémentaire est proposée. Cette dernière est utilisée dans la troisième partie pour la détermination d'un intervalle de confiance à 99% de la valeur de MPY. La comparaison avec les résultats obtenus dans l'article (2) montre que l'analyse faite dans cet article est insuffisante pour déterminer une valeur crédible de MPY.

Dans la deuxième partie, on procède à l'analyse empirique de l'échantillon, déterminant ainsi que, contrairement à ce qui est proposé dans l'article (2), d'abord le moment centré d'ordre 3 de la distribution n'est pas nul, le moment centré d'ordre 4 lui n'est ni nul, ni égal à trois fois la variance, ni infini, et donc qu'il est impossible que la loi de sévérité puisse être représentée par une loi de Student symétrique. Notre analyse empirique nous conduit à une loi statistique Pearson III, loi dérivée de la loi binomiale, avec des paramètres de Bernoulli inégaux.

Le critère d'ajustement du Khi carré appliqué à cette loi fournit un niveau marginal de confiance de 99.8% alors même que la loi de Student proposée dans l'article (2) passait difficilement le seuil des 5%.

Cette loi est utilisée dans la troisième partie pour faire une simulation par la méthode de Monte Carlo et obtenir ainsi une évaluation plus précise du MPY. Le résultat obtenu est notablement inférieur à celui de (2), et beaucoup plus proche de la valeur centrale de MPY alors que dans l'article (2) la simulation donne une valeur proche de la borne supérieure de l'intervalle de confiance.

Enfin, on attire l'attention du lecteur sur l'utilisation de MPY en économie de l'incertitude, ainsi que celle des résultats de l'analyse empirique et de l'avantage de connaître une loi relativement précise de la sévérité des incendies.

0- INTRODUCTION

0- Introduction

- 0-1 L'étude a pour objet la recherche de la loi de sévérité des incendies dans un complexe universitaire. Elle est basée sur un échantillon exhaustif de 80 incendies reportés durant 23 ans. Cet échantillon a déjà fait l'objet d'une analyse par J.D. Cummins et L.R. Freifelder (2) publiée en mars 1978.
- 0-2 Dans cette étude, les auteurs concluaient pour une loi de sévérité du type loi de Student décentrée avec 4 degrés de liberté. Pour diverses raisons analysées dans la deuxième partie du mémoire, ces résultats ne sont guère satisfaisants. L'objet du présent travail est de montrer sur le même échantillon comment mener la recherche d'une loi statistique descriptive par la méthode des moments de façon aussi précise que possible et sans moyen sophistiqué.
- 0-3 La première partie de ce mémoire concerne un bref résumé de l'utilité de ce type de recherche et de l'usage d'une grandeur appelée MPY représentant une estimation du maximum probable le l'agrégat annuel de pertes.
- 0-4 Dans la deuxième partie, on présentera une analyse critique de l'article (2) suivie de l'analyse de l'échantillon et la détermination de la loi probable de sévérité résultant de l'échantillon. Les moyens de calcul utilisés jusqu'à ce niveau sont un calculateur programmable de poche.
- 0-5 Dans la dernière partie du mémoire, les résultats d'une simulation par la méthode de Monte Carlo seront présentés et commentés.

1- ESTIMATION DU MAXIMUM PROBABLE DE
L'AGREGAT ANNUEL DE PERTES
(MPY)

1- Estimation du Maximum Probable de l'agrégat annuel de pertes (MPY)

- 1.1 Bien que depuis plusieurs années la gestion des portefeuilles de risques en matière de pertes soit dominée par une approche liée à l'utilisation de processus de décision par le biais de l'espérance d'utilité, cette théorie sera encore longtemps ignorée et ce sur une base très large. En conséquence, des outils de prise de décisions plus traditionnels seront encore longtemps considérés comme les plus largement répandus et il est bon d'en rappeler leurs usages.
- 1.2 Le concept le plus utile à ce sujet, et qui peut avantageusement être utilisé dans les analyses utilisant la théorie de l'espérance d'utilité, est celui du maximum probable de l'agrégat annuel de perte (MPY). Ce dernier peut être défini comme suit:
Maximum probable de l'agrégat annuel de pertes : le montant en numéraire qui sera égalé ou dépassé avec une probabilité non supérieure à α par l'agrégat de pertes réelles durant une période d'un an.
- 1.3 Le concept MPY est pertinent dans le cas d'un portefeuille d'unités de risques et peut être décrit mathématiquement de la façon suivante: si L est la variable aléatoire représentant le total des pertes annuelles évalué en numéraire, et MPY ce qui est défini ci-dessus, alors MPY est tel que $P(L \geq MPY) \leq \alpha$.
- 1.4 MPY est plus ou moins lié à un autre concept familier, celui de perte probable maximum (PML). Ce dernier est défini par McGuinness (6) comme étant la proportion de la valeur totale d'une unité de risque assurée qui

égalera ou dépassera, pour une probabilité donnée, le montant réel d'une perte unique à partir d'un risque ou groupe de risques spécifiés.

1.5 Le problème avec PML est qu'il est centré sur des risques individualisés et est conditionnel aux cas ayant déjà été reportés alors que le décideur d'une firme d'assurance serait plus intéressé par la connaissance, ou au moins l'estimation, par l'agrégat de pertes (probables) futurs qu'il pourrait encourir. Cette dernière mesure est mieux représentée par MPY.

1.6 Le paragraphe qui précède doit faire comprendre au moins intuitivement l'usage que l'on peut tirer de MPY pour les prises de décision en utilisant la théorie de l'espérance d'utilité. En effet, pourvu de la connaissance d'une estimation suffisamment précise de MPY, un agent économique peut facilement décider sur ses choix entre auto-assurance, réassurance, coassurance et autres solutions qui s'offriraient à lui. Dans le cas plus précis d'une société d'assurance, MPY permet de déterminer avec grande précision à la fois le montant optimal de réserves sans risque majeur et le montant de réassurance nécessaire, ou encore si le risque proposé ne serait pas mieux couvert par plusieurs sociétés. Ce point n'est pas véritablement souligné dans l'article (2), notamment l'usage que l'on peut faire de MPY dans l'approche par la théorie de l'espérance d'utilité pour les prises de décision face aux risques moraux ou à toute asymétrie de l'information. Les jeux contre la nature ressortent bien évidemment de cette dernière catégorie.

- 1.7 Le propos de ce mémoire n'étant pas l'étude des différentes méthodes d'estimation de MPY, on se reportera à McGuinness (7) et Rosenthal (9) pour de plus amples informations. On se contentera ici de résumer divers moyens de calculer MPY.
- 1.8 Il est bien évident que la meilleure solution statistique, ou du moins la plus fiable, pour analyser des données de pertes est d'estimer la distribution des coûts totaux de pertes. Cette analyse peut être menée à bien en séparant cette distribution entre une loi de fréquences et une loi de sévérité, et d'utiliser le résultat pour estimer MPY. Contrairement à ce que l'on peut croire, cette approche n'est pas nécessairement coûteuse ni ne requiert des moyens mathématiques extrêmement sophistiqués. Néanmoins pour comparaison des résultats, on peut utiliser des procédures de calcul simplifiées pour faire une estimation de MPY.
- 1.9 Lorsque l'on utilise des procédures simplifiées, il est bien évident que celles-ci ont pour but d'obtenir une approximation aussi précise que possible du résultat qui serait obtenu en utilisant la véritable loi de distribution des pertes totales annuelles. Les hypothèses suivantes sont faites:
- i- Le décideur accepte 100% des risques ou prend une assurance complémentaire pour l'excès.
 - ii- Les données disponibles sont considérées comme observations de la loi de distribution et sont utilisées pour l'estimation de MPY par échantillon.

- iii- En général $\alpha = 0.01$ pour le calcul de MPY, mais dépend en pratique de l'aversion au risque du décideur.
- iv- Le nombre d'unités de risques est suffisamment grand pour fournir suffisamment de données (l'approche par la loi de distribution ne nécessite pas cette hypothèse).
- v- Les unités de risque sont supposées indépendantes et identiquement distribuées tant transversalement que temporellement (ceci est une hypothèse forte, car il est évident que les risques d'incendie sont différents dans une piscine que dans un laboratoire de chimie).
- vi- De plus, on suppose que le nombre d'unités de risque est constant avec le temps.

1.10 Clairement, les relations simplifiées qui sont utilisées sont basées implicitement sur la loi des grands nombres et donc MPY ainsi obtenu n'est qu'une estimation de la convergence en probabilité de MPY vrai.

L'approximation normale .

1.11 C'est la technique de calcul la plus simple. La formule est la suivante:

$$(1) \text{MPY}_1 = m_1 + z_{\alpha} \mu_2^{\frac{1}{2}}$$

où MPY_1 = MPY utilisant l'approximation normale

m_1 = le moment d'ordre 1 de la distribution

μ_2 = la variance ou moment centré d'ordre 2 de la distribution

z = la variable normale centrée réduite $N(0, 1)$

z_{α} = la valeur de z telle que $P(z > z_{\alpha}) = \alpha$

1.12 Bien qu'extrêmement simple, MPY_1 ne peut être calculé que par rapport à un échantillon seulement, et donc m_1 et μ_2 sont des variables aléatoires. On doit donc corriger MPY_1 . Si les seules données disponibles sont les montants annuels de pertes, alors:

$$(2) \quad MPY_2^a = m_1^a + t_\alpha * (1+1/n)^{\frac{1}{2}} * (\mu_2^a)^{\frac{1}{2}}$$

où $MPY_2^a = MPY_1$ ajusté pour erreur d'échantillonnage dans l'estimation de m_1 et μ_2

m_1^a = moment d'ordre 1 de l'échantillon annuel

μ_2^a = moment centré d'ordre 2 de l'échantillon annuel

n = nombre d'années pour lesquelles les données sont disponibles

t = valeur du t de Student à $n-1$ degrés de liberté tel que $P(t \geq t_\alpha) = \alpha$

$$(3) \quad m_1^a = (1/n) \sum_{i=1}^n L_i$$

$$(4) \quad \mu_2^a = (1/(n-1)) \sum_1^n (L_i - m_1^a)^2 \quad ((n-1) \text{ pour correction d'échantillonnage})$$

où L_i = perte totale durant l'année i .

1.13 Si les données sont disponibles par unité de risque, alors:

$$(5) \quad \text{MPY}_2^e = m_1^e + z_{\alpha} (1+(1/M))^{\frac{1}{2}} (\mu_2^e)^{\frac{1}{2}}$$

où $\text{MPY}_2^e = \text{MPY}_1$ ajusté pour erreur d'échantillonnage dans

l'estimation de m_1 et μ_2 .

m_1^e = moment d'ordre 1 de l'échantillon sur base d'unité de risque.

μ_2^e = moment centré d'ordre 2 du même échantillon

M = nombre d'unités de risque années disponibles.

A noter qu'ici t_{α} est remplacé par z_{α} car le nombre d'unités de risque est en général suffisamment grand pour justifier cette approximation.

Notons que MPY est calculé pour l'année à venir.

Donc dans le cas de MPY_2^e , on a:

$$(6) \quad m_1^e = (m/M) \sum_1^M x_i, \text{ et}$$

$$(7) \quad \mu_2^e = (m/(M-1)) * \sum_1^M * (x_i - \bar{m}_1^e)^2 \quad ((M-1) \text{ pour correction})$$

$$\text{avec } \bar{m}_1^e = (1/M) \sum_1^M x_i$$

m = nombre d'unités de risque pour l'année à venir.

1.14 Notons immédiatement que $\text{MPY}(2/a)$ et $\text{MPY}(2/e)$ sont encore des résultats biaisés, et ce indépendamment du fait que la loi de distribution ne soit pas normale comme supposée ou que le nombre d'incidents rapportés annuellement soit petit, ou encore que la loi de distribution ait une

lourde queue à droite, ces trois points étant clairement soulignés par les auteurs de l'article (2), mais parce que la seule correction prise en compte due aux variances est celle de $m(1/a)$ ou $m(1/e)$ et que l'on a négligé de considérer celles sur les termes μ_2 .

1.15 En effet, si l'on ne prend en compte que l'écart type sur m_1 , on a par exemple pour $MPY(2/a)$:

$$\text{Var}(m_1) = (1/n) * (m_2 - m_1)^2 = \mu_2/n$$

et donc

$$MPY_2^a = m_1^a + t_\alpha * (\mu_2/n)^{\frac{1}{2}} + t_\alpha * (\mu_2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{soit } MPY_2^a = m_1^a + t_\alpha * (1+(1/n))^{\frac{1}{2}} * (\mu_2)^{\frac{1}{2}}$$

Cependant, $\mu(2/a)$ est lui aussi un terme aléatoire dont la variance peut être estimée par (4):

$$\text{Var}(\mu_2) = (1/n) [E(\mu_2^{-2}) - \mu_2^2] \# (1/n) (\mu_4 - \mu_2^2) *$$

En prenant en compte la variance sur $\mu(2/a)$, on aurait:

$$(8) \quad MPY_2^{a'} = m_1^a + t_\alpha (\mu_2^a/n)^{\frac{1}{2}} + t_\alpha [\mu_2^a + t_\alpha ((\mu_4^a - \mu_2^{a2})/n)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}$$

*Le symbole # est utilisé dans le sens "peu différent de".

- L'approximation faite ici est clairement détaillée dans (4), chapitre 10, pp. 229-230.

1.16 Ainsi, appliqué à l'échantillon après transformation en Log des données, on a:

pour $t_\alpha = 2.39$

$$\begin{array}{ccc} \overset{a}{m} = 8.215 & \overset{a}{\mu} = 1.82 & \overset{a}{\mu} = 16.145 \text{ avec } n = 80 \\ 1 & 2 & 4 \end{array}$$

$$\overset{a'}{MPY} = 12.5584 \text{ (valeur avec } \text{Var}(\mu_2) \text{ exacte} = 12.5519)$$

$$\overset{a}{MPY} = 11.4594$$

soit une erreur de 10% sur une estimation en logarithme, mais de +100% une fois convertie en valeur normale. Comme on le voit ici, l'influence du biais introduit en négligeant la correction sur $\mu(2/a)$ est très importante.

1.17 Si l'on applique la correction $MPY(2/a)'$ sur les résultats du tableau 1 de l'article (2), p.44, on trouve avec $t_\alpha = 2.5$ seulement:

$$\overset{a'}{MPY} = 690549 : \text{valeur corrigée pour inflation mais non pour le nombre d'unités de risque variables.}$$

$$\text{alors que dans l'article } \overset{a}{MPY} = 397193$$

$$\text{on notera: } \mu_2^a = 1.619 \cdot 10^{10} \text{ et } \mu_4^a = 4.674 \cdot 10^{21}$$

Méthode de Tchebychev

1.18 Il est possible d'éviter les inconvénients des formules (2) et (5) en utilisant la méthode de Tchebychev. Dans ce cas :

$$(9) \quad \text{MPY}_3^{a/e} = m_1^{a/e} + k * (\mu_2^{a/e})^{\frac{1}{2}}$$

où MPY_3 = MPY estimé en accord avec le théorème de Tchebychev

k = la solution de l'équation $\alpha = 1 / (k^2)$

$m(1/a.e)$ et $\mu(2/a.e)$ peuvent être estimés par l'utilisation soit des équations (3) et (4), soit des équations (5) et (6). Le théorème de Tchebychev établit que:

$$P (|L - m_1^L| \leq k * (\mu_2^L)^{\frac{1}{2}}) \geq 1 - 1 / k^2$$

1.19 Le problème avec $\text{MPY}(3)$ est qu'elle produit une évaluation de MPY très surestimée en raison de la nature conservatrice (extrêmement) du théorème. En conséquence $\text{MPY}(3)$ ne peut être utilisée pour des résultats où une grande précision est requise. Elle est très inférieure à la formule proposée en (8) pour $\text{MPY}(2)'$.

Méthode Allen-Duvall

1.20 Lorsque les données disponibles présentent suffisamment de détails pour estimer à la fois une fréquence moyenne des pertes et estimer une distribution de sévérité, Allen et Duvall (1) ont suggéré une méthode

donnant:

$$(10) \quad \text{MPY}_4 = (m_F + 5 \mu_{2F}^{\frac{1}{2}}) S_{80}$$

où MPY_4 = estimation de MPY suivant la méthode Allen-Duvall

m_F = moment de 1° ordre de la distribution de fréquence

μ_{2F} = moment centré de 2° ordre de la distribution de fréquence

S_{80} = valeur de la sévérité supérieure ou égale à 80% des pertes observées (centile 80).

m_F est estimé par:

$$(11) \quad (1/n) * \sum_{i=1}^n N_i \quad \text{où } N_i \text{ est la fréquence observée l'année } i$$

et $\mu_{2F} = m_F$, la fréquence étant supposée distribuée selon une loi de Poisson.

1.21 L'hypothèse sous-jacente à cette méthode est qu'une fois calculée une fréquence de perte maximum, "il est peu probable que toutes ces pertes soient au-dessus du 80ème percentile" et donc on multiplie la fréquence maximum par la valeur du percentile 80. L'avantage évident est sa simplicité. Son défaut est de prédire des estimations peu crédibles.

1.22 En effet, une première critique serait qu'une distribution de fréquence poissonnienne ne corresponde pas toujours au cas observé, et ainsi dans le cas de la binomiale négative où la variance est supérieure à la moyenne, on aura un premier biais dû à une sous-estimation de la fréquence. Mais le problème le plus sérieux est

lié au fait que certaines distributions sont très fortement asymétriques et peuvent donc entraîner une énorme sous-évaluation de MPY. L'utilisation de cette méthode doit donc être évitée dans le cas de distributions de sévérité asymétriques.

La méthode de la puissance normale .

1.23 Cette méthode dérive d'études sur la théorie du risque afin de calculer la probabilité de ruine.

$$(12) \quad \text{MPY}_5 = m_1 + [z_\alpha + (1/6) g_1 (z_\alpha^2 - 1)] \mu_2^{\frac{1}{2}}$$

où MPY_5 = estimation de MPY par la méthode de la puissance normale

$$g_1 = \text{coefficient d'asymétrie de Fisher (8)}$$

g_1 est défini par

$$(13) \quad g_1 = \beta_1 = \mu_3 / (\mu_2)^{3/2} \text{ et peut être estimé par:}$$

$$(14) \quad \hat{g}_1^a = [n / (n-1)(n-2)] \mu_3^a / (\mu_2^a)^{3/2}$$

$$= [n / (n-1)(n-2)] * \left[\sum_1^n (L_i - \bar{L}_a)^3 / (\mu_2^a)^{3/2} \right]$$

$$(15) \text{ et } \hat{g}_1^e = [m M / (M-1)(M-2)] * \left[\sum_1^M (x_i - \bar{x})^3 / (\mu_2^e)^{3/2} \right]$$

tandis que $m(1/a)$, $\mu(2/a)$ et $m(1/e)$, $\mu(2/e)$ peuvent être calculés par les formules (3), (4), (6) et (7) respectivement.

1.24 L'avantage de cette formule est qu'elle tient compte d'un certain degré d'asymétrie et ne nécessite pas de calculs particulièrement compliqués, sauf si l'on veut corriger pour les erreurs d'échantillonnage où dans ce cas les calculs deviennent très complexes en raison du paramètre g_1 . Toutefois, le choix du coefficient δ est basé sur une distribution quasi normale dont l'asymétrie ne dépasserait pas environ $g_1 = 2$. En fait cela est souvent le cas et l'on a dès lors une surestimation de MPY. Cette méthode est cependant précise pour toute valeur de g_1 relativement faible.

Approche analytique et simulation

1.25 En théorie, il est clair que l'approche analytique est de loin la plus précise, mais c'est aussi celle qui implique le plus de calculs statistiques. Le but recherché est très simple; on cherche la distribution des pertes totales connaissant une loi de fréquence et une loi de sévérité. Soit $F(L)$ cette loi de distribution, MPY est déterminé par $MPY=L^*$ tel que $F(L^*)=1 - \alpha$. Toutefois $F(L)$ est obtenue par l'interaction d'une loi de fréquence de fonction de densité $g(q)$ et les convolutions de la fonction de sévérité $H(L)$, soit $H^{q^*}(L)$ par exemple pour la $q^{\text{ème}}$ convolution. On appelle convolution la fonction de distribution de la somme de q variables aléatoires de sévérité.

$$(16) \quad F(L) = \sum_{q=0}^{\infty} g(q) \cdot H^{q^*}(L)$$

- 1.26 Comme une fonction de fréquence et une de sévérité sont requises pour obtenir $F(L)$, il suit que les statistiques doivent être extrêmement détaillées, et donc la méthode analytique ne peut être utilisée lorsque les statistiques sont tenues sur une base d'agrégats annuels de pertes.
- 1.27 Si les fonctions de fréquence et de sévérité peuvent être obtenues, et de plus suivent certaines lois de distribution, le calcul de MPY par la formule (16) peut être exécuté analytiquement. Ceci est le cas lorsque la loi de fréquence est une loi de Poisson et celle de sévérité une Gamma, mais dans la plupart des cas, on est obligé de s'en remettre à un calcul par simulations connu sous le nom de technique Monte Carlo.
- 1.28 L'estimation de la loi de sévérité pour l'échantillon cité au chapitre 0 et la simulation avec la loi de fréquence estimée dans l'article (2) font l'objet des prochaines parties du présent mémoire.

Impact de quelques hypothèses

- 1.29 Le calcul de MPY par les formules qui précèdent nécessite un certain nombre d'hypothèses simplificatrices parmi lesquelles trois peuvent être relativement relâchées. Pour les autres, le problème est encore loin d'être résolu comme par exemple la non homogénéité dans le temps de la distribution des pertes ou encore la non indépendance (voir (2)). Par contre, l'inflation, la variabilité du nombre d'unités du risque et la non homogénéité du nombre d'unités peuvent être traitées (voir (2)).

1.30 L'inflation est la plus facile des corrections possibles en introduisant les corrections aux niveaux des années de base. Le tableau 1 ci-après présente les données corrigées pour les 23 années d'enregistrement des incendies dans une grande université américaine.

1.31 Les corrections dues aux nombres d'unités sont plus complexes. Ainsi, dans le cas de $MPY(2/a)$, la correction résultante est de l'ordre de 0.86%. Appliquée à la valeur de $MPY(2/a)$ estimée en 1.17, cela donnerait 696503, soit 75.36% de plus que $MPY(2/a)$. A noter que l'utilisation de la formule:

$$\text{Var}(\mu_2) = (\mu_4 - \mu_2^2)/n$$

est un majorant (faible) de la variance de $\mu(2)$ mais comme la correction de 0.86% ne tient pas compte de la correction pour $\mu(2)$, on peut admettre cette valeur comme une bonne approximation de MPY calculée par la méthode normale. Comparée aux autres valeurs du tableau 4 de (2), elle semble particulièrement bien placée, entre les 658400 de l'approche par Monte Carlo et l'évaluation par la méthode de la puissance normale qui donnerait 737539 (valeurs obtenues par utilisation de données par unité de risque pour le Monte Carlo et par $MPY(5/a)$ pour la puissance normale.)

Tableau 0
 Estimations de MPY par différentes méthodes ($\alpha = .01$)
 (Tableau 4 de l'article (2))

Méthode	Données annuelles	Données par unité
MPY(2/a.e)	397 193	382 413
MPY(3/a.e)	1 373 143	1 443 328
MPY(4/e)	-	130 214
MPY(5/a.e)	737 539	809 146
Monte Carlo	-	658 400
MPY(2/a)'	696 503	-

Tableau 1- Données de base -

n	X	Ln X	n	X	Ln X
1	290,40	5,67126	41	2948,35	7,98900
2	537,19	6,28635	42	3036,51	8,01846
3	756,80	6,62910	43	3287,68	8,09794
4	769,19	6,64534	44	3331,62	8,11121
5	787,69	6,66910	45	3416,67	8,13642
6	796,18	6,67983	46	3604,66	8,18998
7	933,62	6,83907	47	3671,16	8,20826
8	967,97	6,87520	48	3739,30	8,22665
9	1010,56	6,91826	49	3941,30	8,27927
10	1017,40	6,92501	50	4017,01	8,29829
11	1033,49	6,94070	51	4100,00	8,31874
12	1034,33	6,94151	52	4166,98	8,33495
13	1056,93	6,96312	53	4355,02	8,37908
14	1124,06	7,02470	54	5117,93	8,54051
15	1165,73	7,06110	55	5335,96	8,58222
16	1217,64	7,10467	56	5453,02	8,60392
17	1248,49	7,12969	57	5568,96	8,62496
18	1268,24	7,14539	58	5761,83	8,65901
19	1284,56	7,15817	59	6161,81	8,72613
20	1363,85	7,21807	60	6348,69	8,75600
21	1436,20	7,26976	61	6859,37	8,83337
22	1445,96	7,27653	62	7972,20	8,98372
23	1469,48	7,29266	63	8028,32	8,99073
24	1507,47	7,31819	64	10047,22	9,21505
25	1662,36	7,41599	65	10560,10	9,26484
26	1674,58	7,42332	66	11179,54	9,32184
27	1690,91	7,43302	67	11461,39	9,34674
28	1737,96	7,46047	68	14538,13	9,58453
29	1776,56	7,48243	69	14789,81	9,60169
30	1932,09	7,56636	70	17186,09	9,75186
31	1975,89	7,58877	71	18582,57	9,82998
32	2099,79	7,64959	72	22857,33	10,03703
33	2202,96	7,69756	73	23177,85	10,05095
34	2222,80	7,70652	74	23446,13	10,06246
35	2255,72	7,72122	75	28409,82	10,25449
36	2274,61	7,72956	76	57612,82	10,96150
37	2328,64	7,75304	77	59582,78	10,99512
38	2387,37	7,77795	78	113164,77	11,63660
39	2847,83	7,95431	79	123228,92	11,72180
40	2947,04	7,98856	80	626402,82	13,34775

2- ETUDE EMPIRIQUE DE LA DISTRIBUTION DE SEVERITE

2- Etude empirique de la distribution de sévérité

Généralités

- 2.1 Dans leur papier étudiant la distribution de la loi de distribution des incendies dans un grand complexe universitaire, utilisant le même échantillon que celui présenté au tableau 1, MM. J.D. Cummings et L.R. Freifelder (2) concluaient à une loi de sévérité par unité de risque du type Student décentrée.
- 2.2 Leur argumentation pour justifier ce résultat tenait au fait que la plupart des lois statistiques classiques avaient été rejetées, et ils en concluaient que l'hypothèse d'homogénéité des bâtiments devait être relâchée. Utilisant comme base de calcul une distribution log normale, mais en faisant la remarque que la distribution des pertes pour chaque bâtiment, ainsi décrite par cette distribution, aura des paramètres variant d'un bâtiment à l'autre.
- 2.3 Si de plus on admet que la distribution des variations des paramètres est elle-même décrite par une loi de distribution de probabilité, on peut alors dériver une loi de distribution de la sévérité non conditionnelle. Ayant fait ainsi, les auteurs concluaient pour une loi de Student décentrée (ou généralisée) et utilisaient les moments $m(1)$, $\mu(2)$ et $\mu(4)$ pour estimer les paramètres de la loi de Student.

- 2.4 Les auteurs obtenaient ainsi un nombre de degrés de liberté $v \neq 4$, et les auteurs n'en concluaient pas que la loi de Student devait être rejetée. Pourtant, si $v=4$, alors le moment μ_4 de la distribution de Student est infini et on ne peut donc pas utiliser la méthode des moments (voir (3)).
- 2.5 De même, les auteurs n'utilisaient pas le moment μ_3 car si la distribution avait été une distribution de Student, alors μ_3 devait être nul.
- 2.6 Comme on le voit, la méthode des moments utilisée ici a été faussée dès le départ en utilisant une hypothèse concernant la forme de la distribution a priori. Mais même cette hypothèse a priori aurait dû être rejetée bien avant le calcul. En effet, admettre une distribution de type t, c'est admettre implicitement une distribution de probabilité des incendies symétrique par rapport à la moyenne des sévérités, donc les paramètres de Bernoulli doivent être égaux.
- 2.7 Or une telle hypothèse est inacceptable, car elle revient à nier l'existence de mesures préventives ainsi que l'efficacité de la lutte contre l'incendie. De plus, il n'y a aucune raison de penser que le coût d'un incendie soit le même dans un bâtiment général ou dans la salle d'ordinateur par exemple. On doit donc rejeter a priori toute loi symétrique.
- 2.8 Une autre remarque importante concernant ce type de problème est que, en général, les petits incendies ne sont pas répertoriés séparément, et ce pour deux raisons au moins:

i- Il serait non économique de rapporter un incendie mineur dont le coût serait inférieur au coût du traitement administratif de ce rapport.

ii- La plupart des assurances prévoient une franchise minimale pour qu'un incendie soit "admissible" à une demande de remboursement.

2.9 Les conclusions que l'on doit tirer de ces deux remarques sont d'abord que l'échantillon est très probablement biaisé (vers la gauche), et que d'autre part, la loi de distribution doit être bornée vers le bas, mais pas vers le haut, un incendie d'ampleur catastrophique étant toujours possible.

2.10 Une autre remarque que l'on doit faire est que le principe de l'assurance est de couvrir un accident pour une valeur identique au montant perdu. Dans le cas des incendies, le plus souvent l'assurance couvre une restauration à l'identique par une estimation du coût de remplacement du ou des bâtiments avant l'accident. On doit de plus supposer que dans le cas d'une université, l'administration de cette dernière fera tout pour obtenir une couverture lui assurant une remise en l'état totale.

2.11 Cela n'interdit pas à l'assureur de répartir le risque avec des confrères ou de se réassurer pour tout incendie qui dépasserait un certain montant. Mais cela amène également deux conclusions, d'abord que la loi de sévérité ne peut être bornée supérieurement, comme on l'a déjà vu dans 2.9, mais aussi que le "tirage de l'échantillon" est non exhaustif.

2.12 Ce dernier point est très important, car il permet de rejeter entre autres toutes les lois liées à la distribution hypergéométrique.

Analyse

2.13 Il reste à vérifier si toutes les conclusions précédentes sont acceptables... après étude empirique de la distribution de sévérité. La procédure que l'on va suivre pour cela utilise les coefficients β et k de Pearson ((8) p137-144), et pour cela nous ne faisons a priori aucune hypothèse sur la loi de distribution de la sévérité. Seuls les résultats de l'analyse devront nous guider dans la sélection des lois possibles et alors seulement les considérations précédentes nous permettront de choisir éventuellement une loi ou de rejeter les conclusions précédentes.

2.14 Avant même de commencer les calculs qui, sans être compliqués, sont relativement longs, on peut déjà s'assurer que la distribution de la variable $\log(Y)$ où les Y sont les montants des pertes, est effectivement asymétrique. Pour cela, on décompose l'échantillon en classes, d'abord 10, puis 20 et 30 classes. Ces partitions sont présentées aux tableaux 2, 3 et 4 respectivement, et mettent très clairement en évidence l'aspect dissymétrique de la distribution avec présence possible de deux modes.

Tableau 2- Partition en 10 classes -

Classe	Borne inférieure	Borne supérieure	Fréquences	
			cumulées	par classe
1	5,67126	6,43891	2	2
2	6,43891	7,20656	19	17
3	7,20656	7,97421	39	20
4	7,97421	8,74186	59	20
5	8,74186	9,50951	67	18
6	9,50951	10,27715	75	8
7	10,27715	11,04480	77	2
8	11,04480	11,81245	79	2
9	11,81245	12,58010	79	0
10	12,58010	13,34775	80	1

Le ou les modes semblent compris entre la 19ème et la 59ème mesure, soit entre 7,20656 et 8,74186 (entre 1348 et 6260). En retrécissant la largeur des classes, on pourra apporter une plus grande précision, soit avec 20 et 30 classes d'égales amplitudes.

Tableau 3- Partition en 20 classes -

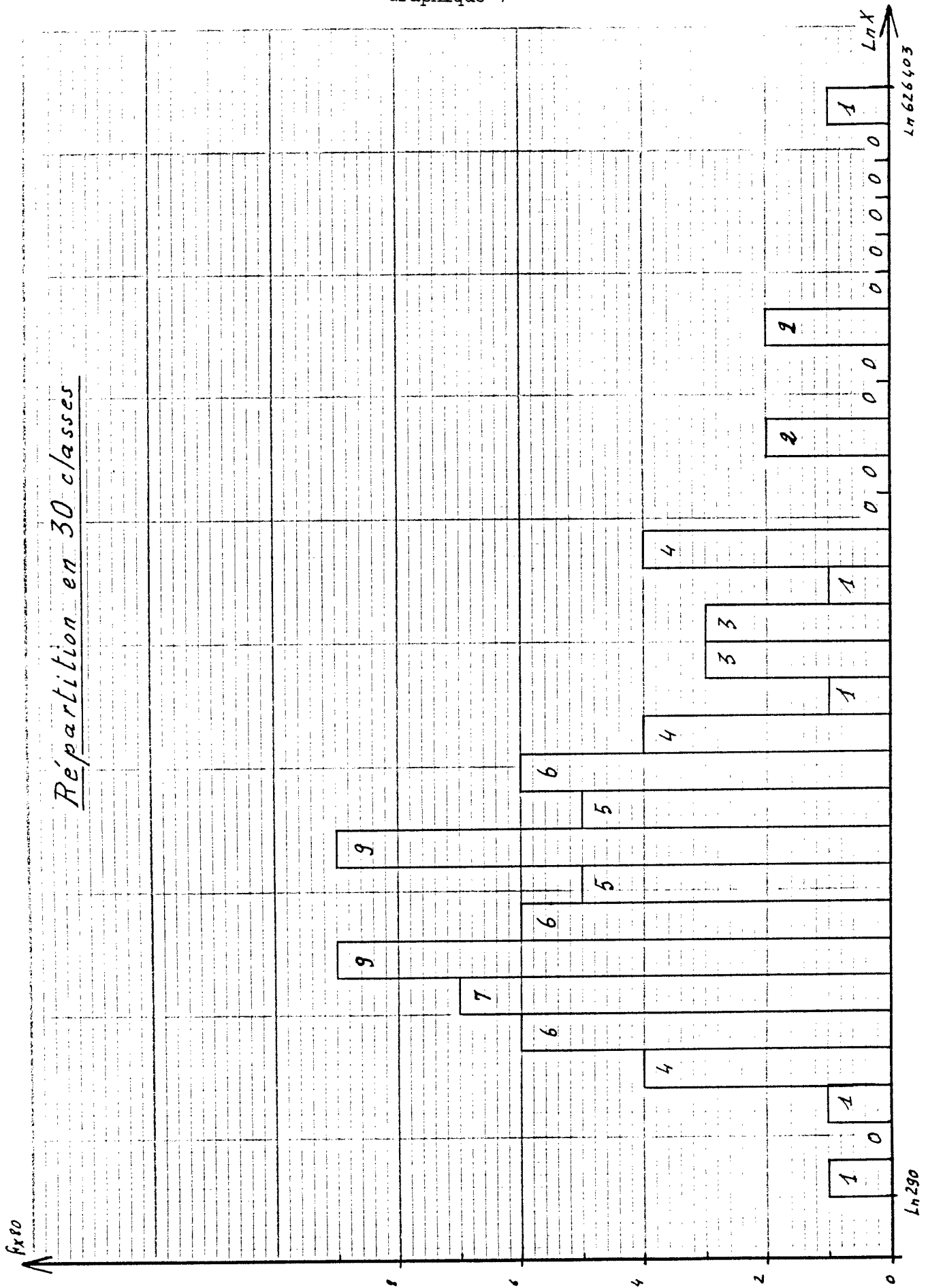
Classe	Borne supérieure	Σf	f
1	6,05508	1	1
2	6,43891	2	1
3	6,82273	6	4
4	7,20656	19	13
5	7,59038	31	12
6	7,97421	39	8
7	8,35803	52	13
8	8,74186	59	7
9	9,12568	63	4
10	9,50951	67	4
11	9,89333	71	4
12	10,27715	75	4
13	10,66098	75	0
14	11,04480	77	2
15	11,42863	77	0
16	11,81245	79	2
17	12,19628	79	0
18	12,58010	79	0
19	12,96393	79	0
20	13,34775	80	1

Le ou les modes semblent compris entre les classes 4 et 7. La structure plurimodale semble plus nette ici.

Tableau 4- Partition en 30 classes -

Classe	Borne supérieure	Σf	f	
1	5,92714	1	1	
2	6,18303	1	0	
3	6,43891	2	1	
4	6,69479	6	4	
5	5,95068	12	6	
6	7,20656	19	7	
7	7,46244	28	9	Mode 1
8	7,71832	34	6	
9	7,97421	39	5	
10	8,23009	48	9	Mode 2
11	8,48597	53	5	
12	8,74186	59	6	
13	8,99774	63	4	
14	9,25362	64	1	
15	9,50951	67	3	
16	9,76539	70	3	
17	10,02127	71	1	
18	10,27715	75	4	
19	10,53304	75	0	
20	10,78892	75	0	
21	11,04480	77	2	
22	11,30069	77	0	
23	11,55657	77	0	
24	11,81245	79	2	
25	12,06834	79	0	
26	12,32422	79	0	
27	12,58010	79	0	
28	12,83598	79	0	
29	13,09187	79	0	
30	13,34775	80	1	

Graphique 1



2.15 Ceci confirme quelque peu les hypothèses précédentes, et de plus l'existence éventuelle de deux modes ne devrait pas nous surprendre, car cela correspond clairement à l'existence de deux classes de paramètres dans la loi de distribution de sévérité. Après tout, dans une université, il doit être évident que les paramètres concernant la sévérité d'un incendie doivent être différents pour des salles de cours et des laboratoires de recherche.

Moments par rapport à l'origine

2.16 Passons maintenant à l'analyse statistique proprement dite. Comme nous l'avons dit, tous les calculs sont faits à l'aide d'un calculateur de poche programmable. Un premier calcul à faire est l'estimation des moments par rapport à l'origine jusqu'à l'ordre 8 inclusivement. Ces moments sont appelés m_q dans ce qui suit et sont définis par:

$$(17) \quad m_q = \left(\sum_{i=1}^n m_i^q \right) / n$$

où $n = 80$

et m_i = valeur du logarithme de la perte i

2.17 Ces résultats permettent tout d'abord de calculer m_q jusqu'à l'ordre 8, mais aussi $E(m_q)$ jusqu'au même ordre et $\text{Var}(m_q)$ jusqu'à l'ordre 4. Les formules utilisées sont (voir (8)):

$$(18) \quad E(m_q) = m_q$$

et

$$(19) \quad \text{Var}(m_q) = (1/n) * (m_{2q} - m_q^2)$$

Les résultats figurent au tableau 5.

Tableau 5 - Moments par rapport à l'origine m_q et $E(m_q)$

$m_1 =$	8.21506	$m_5 =$	50 227.14168
$m_2 =$	69.30695	$m_6 =$	484 138.01513
$m_3 =$	602.22219	$m_7 =$	4 843 665.63875
$m_4 =$	5 404.87887	$m_8 =$	50 270 296.2375

Var (m_q)

$$\text{Var} (m_1) = \frac{1}{n} (m_2 - m_1^2) = 0.02275$$

$$\text{Var} (m_2) = \frac{1}{n} (m_4 - m_2^2) = 7.51782$$

$$\text{Var} (m_3) = \frac{1}{n} (m_6 - m_3^2) = 1 518.33062$$

$$\text{Var} (m_4) = \frac{1}{n} (m_8 - m_4^2) = 263 219.758$$

$$tm_1 = (m_1) / (\text{Var} (m_1))^{\frac{1}{2}} = 54.465 \quad \text{Nbre de d.d.l. : 79}$$

$$tm_2 = (m_2) / (\text{Var} (m_2))^{\frac{1}{2}} = 25.277 \quad \text{Nbre de d.d.l. : 79}$$

$$tm_3 = (m_3) / (\text{Var} (m_3))^{\frac{1}{2}} = 15.455 \quad \text{Nbre de d.d.l. : 79}$$

$$tm_4 = (m_4) / (\text{Var} (m_4))^{\frac{1}{2}} = 10.535 \quad \text{Nbre de d.d.l. : 79}$$

et $t_{\alpha, v} = 3.460$ pour $\alpha = 0.001$ et $v = 80$

$= 3.551$ pour $\alpha = 0.001$ et $v = 40$

2.18 Comme le montre le tableau 5, les moments m_q jusqu'à l'ordre 4 résistent parfaitement à l'hypothèse nulle, et ce, même pour un niveau de sévérité de $\alpha = 0.001$. On peut donc les utiliser pour calculer les moments centrés d'ordre q , appelés ci-après μ_q .

Moments centrés

2.19 La formule générale donnant μ_q est:

$$(20) \quad \mu_q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (m_i - m_1)^q$$

On notera dès à présent que m_1 est une variable aléatoire au même titre que les m_i puisque résultant d'échantillon. Il en est bien sûr de même pour tous les m_q et μ_q .

2.20 La procédure de calcul est grandement facilitée en développant le terme à la puissance q .

$$(21) \quad (m_i - m_1)^q = m_i^q + (-1)^1 C_q^1 m_1 m_i^{q-1} + \dots + (-1)^p C_q^p m_1^p m_i^{q-p} + \dots + (-m_1)^q$$

Ce genre de développement ressort de la méthode bien connue du triangle de Pascal, mais on notera que les deux derniers termes s'écrivent:

$$(22) \quad \sum_i [(-1)^{q-1} C_q^{q-1} m_1^{q-1} m_i + (-1)^q C_q^q m_1^q] = [(-1)^{q-1} C_q^{q-1} + (-1)^q] n m_1^q$$

et comme $C_q^{q-1} = q$, il vient $[q(-1)^{q-1} + (-1)^q] n m_1^q$

2.21 La réintroduction de (21) et (22) dans (20) donne immédiatement, avec le triangle de Pascal, les formules suivantes:

$$\mu_0 = 1$$

$$\mu_1 = 0$$

$$\mu_2 = m_2 - m_1^2$$

$$\mu_3 = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3$$

$$(23) \quad \mu_4 = m_4 - 4m_1m_3 + 6m_1^2m_2 - 3m_1^4$$

$$\mu_5 = m_5 - 5m_1m_4 + 10m_1^2m_3 - 10m_1^3m_2 + 4m_1^5$$

$$\mu_6 = m_6 - 6m_1m_5 + 15m_1^2m_4 - 20m_1^3m_3 + 15m_1^4m_2 - 5m_1^6$$

$$\mu_7 = m_7 - 7m_1m_6 + 21m_1^2m_5 - 35m_1^3m_4 + 35m_1^4m_3 - 21m_1^5m_2 + 6m_1^7$$

$$\mu_8 = m_8 - 8m_1m_7 + 28m_1^2m_6 - 56m_1^3m_5 + 70m_1^4m_4 - 56m_1^5m_3 + 28m_1^6m_2 - 7m_1^8$$

2.22 L'ensemble de ces formules (23) donne μ_q jusqu'à l'ordre 8, mais par contre, le calcul de $E(\mu_q)$ et celui de $\text{Var}(u_q)$ n'est pas aussi simple que dans le cas de m_q . Ainsi, si l'on note \bar{x} les valeurs vraies de la population on aurait pour $E(\mu_q)$:

$$E(\mu_2) = [(n-1)/n] * \bar{\mu}_2$$

$$(24) \quad E(\mu_3) = [(n-1)(n-2)/n^2] * \bar{\mu}_3$$

$$E(\mu_4) = [(n-1)(n^2-3n+3)/n^3] * \bar{\mu}_4 + [3(n-1)(2n-3)/n^3] * \bar{\mu}_2^2$$

2.23 Comme $n=80$, on voit immédiatement que l'on ne fait pas une grande erreur en prenant:

$$E(\mu_2) \# \bar{\mu}_2$$

$$(24') \quad E(\mu_3) \# \bar{\mu}_3$$

$$E(\mu_4) \# \bar{\mu}_4 + 6\bar{\mu}_2^2 / n$$

cette dernière valeur pouvant être corrigée à:

$$E(\mu_4) \# \bar{\mu}_4 \text{ si } 6\bar{\mu}_2^2 \ll 80, \text{ ce qui est le cas pour cet échantillon.}$$

2.24 Dans le cas de la variance, on montre que:

$$(25) \quad \text{Var}(\mu_2) = E(\mu_2^2) - (E(\mu_2))^2 \\ = [(n-1)^2 / n^3] * \bar{\mu}_4 - (n-1)(n-3)/n^3 * \bar{\mu}_2^2$$

$$\text{Var}(\mu_3) = (\bar{\mu}_6 - \bar{\mu}_3^2 - 6\bar{\mu}_4\bar{\mu}_2 + 9\bar{\mu}_2^3) / n$$

$$\text{Var}(\mu_4) = \frac{1}{n} (\bar{\mu}_8 - \bar{\mu}_4^2 - 8\bar{\mu}_5\bar{\mu}_3 + 16\bar{\mu}_2\bar{\mu}_3^2)$$

qui sont des valeurs approchées.

D'une façon générale, une bonne approximation de $\text{Var}(\mu_q)$ est donnée par:

$$(26) \quad \text{Var}(\mu_q) = \frac{1}{n} (\bar{\mu}_{2q} - \bar{\mu}_q^2 + q\bar{\mu}_2\bar{\mu}_{q-1}^2 - 2q\bar{\mu}_{q-1}\bar{\mu}_{q+1})$$

2.25 Comme le montre la formule (26), ceci revient le plus souvent à faire les approximations qui suivent, et d'après 2.23:

$$(27) \quad \left[\begin{array}{l} \text{Var } (\mu_2) \# (\mu_4 - \mu_2)^2 / n \\ \text{Var } (\mu_3) \# \frac{1}{n} (\mu_6 - \mu_3^2 - 6\mu_4\mu_2 + 9\mu_2^3) \\ \text{Var } (\mu_4) \# \frac{1}{n} (\mu_8 - \mu_4^2 - 8\mu_5\mu_3 + 16\mu_2\mu_3^2) \end{array} \right.$$

Ceci en supposant $E(\mu_q)$ pour $q > 4$ peu différent de μ_q (voir (4) p230).

2.26 L'application des formules (23), (24') et (27) conduit aux résultats du tableau 6 ci-après. Comme le montrent les résultats des trois premiers tests en t, l'hypothèse nulle est rejetée au seuil de confiance de 0.001.

2.27 Le fait que μ_3 est désormais considéré comme significativement différent de zéro confirme jusqu'à ce point les conclusions précédentes sur l'asymétrie de la loi de sévérité. D'autre part, la valeur du $t(\mu_2)$ semble suffisamment élevée pour considérer dans ce qui suit μ_2 comme fixe. Cette approximation nous sera utile dans ce qui suit.

Tableau 6- Moments centrés μ_q -

$\mu_1 = 0$	$\mu_5 = 60.06670$
$\mu_2 = 1.81979$	$\mu_6 = 291.350$
$\mu_3 = 2.96234$	$\mu_7 = 1347.590$
$\mu_4 = 16.14497$	$\mu_8 = 6664.40$

$$\text{Var} (\mu_2) = 0.15745$$

$$\text{Var} (\mu_3) = 2.00663$$

$$\text{Var} (\mu_4) = 65.44685$$

$$t \mu_2 = 4.586 \quad \text{ddl} = 79$$

$$t \mu_3 = 2.091 \quad \text{ddl} = 79$$

$$t \mu_4 = 1.996 \quad \text{ddl} = 79$$

Hypothèse $\mu_4 = 3\mu_2$, en supposant $\mu_2 = \text{constante}$:

$$t_H = [(\mu_4 - 3\mu_2) / (\text{Var} (\mu_4))^{1/2}] * n^{1/2} = 0.768$$

Coefficients de Pearson et loi de distribution

2.28 L'ensemble des résultats précédents permet de calculer les coefficients de Pearson ((8), p137-144) β_1 , β_2 et k . Ceux-ci sont définis par:

$$(28) \quad \beta_1 = \mu_3^2 / \mu_2^3 \qquad (29) \quad \beta_2 = \mu_4^2 / \mu_2^2$$

$$(30) \quad \text{et } k = [\beta_1 (\beta_2 + 3)^2] / [4 (4\beta_2 - 3\beta_1) (2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)]$$

2.29 Les résultats concernant ces trois coefficients sont les suivants:

$$\beta_1 = 1.45615$$

$$\beta_2 = 4.87523$$

$$k = -2.414$$

2.30 Il s'agit maintenant d'analyser ces résultats pour savoir s'ils sont significativement différents de valeurs particulières, à savoir $\beta_1 \neq 0$ et $\beta_2 \neq 3$. Le premier cas correspond à la symétrie ($\beta_1=0$) et le second à une loi normale ($\beta_2=3$). Avec notre hypothèse simplificatrice $\mu_2 = \bar{\mu}_2$, ceci revient à tester les hypothèses

$\mu_3=0$ et $\mu_4=3\mu_2^2$ pour lesquels nous avons:

$$t(\mu_3=0) = 2.091 \qquad \text{et } t(\mu_4 = 3\mu_2^2) = t_H = 0.768$$

Au seuil de confiance de 0.001, ces tests ne permettent pas de rejeter l'hypothèse de normalité de la distribution cherchée. Toutefois, en raison de ce qui est dit au paragraphe 2.7, on continuera à rejeter la loi normale. Le seuil de confiance de $\alpha = 0.001$ est choisi pour s'assurer que l'on compare ainsi l'hypothèse $\mu_2 = \bar{\mu}_2$.

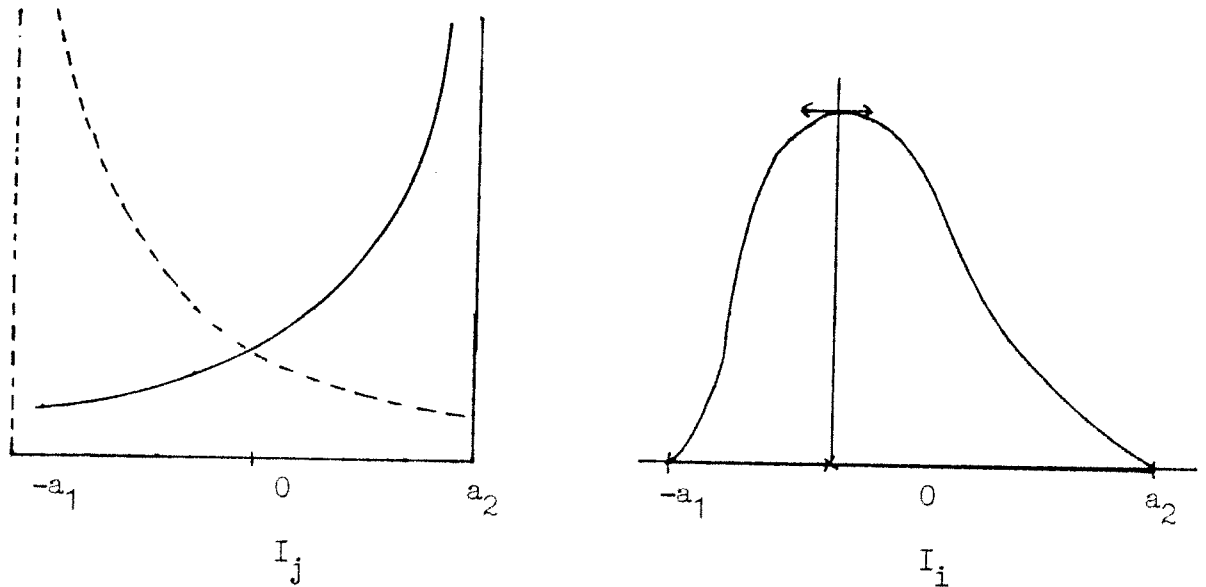
2.31 Considérant ces résultats, nous allons déterminer une région de confiance pour les valeurs β_1 , β_2 et k , toujours avec l'hypothèse $\mu_2 = \bar{\mu}_2$ et donc $\alpha = 0.001$ qui donne $t_\alpha \approx 3.5$. On trouve ainsi:

$$\begin{aligned} 0,96 < \beta_1 < 2.05 \\ 3.92 < \beta_2 < 5.83 \\ -\infty < k < \infty \quad (2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 = 0) \end{aligned}$$

2.32 A partir d'une abaque des domaines des courbes de Pearson, on trouve comme courbes possibles:

$$\begin{aligned} \text{I}_i \quad \bar{y} &= y_0 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{m_2} \\ \text{I}_j \quad \bar{y} &= y_0 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{-m_2} \\ (31) \quad \text{III} \quad \bar{y} &= y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p(x/a)} \\ \text{IV} \quad \bar{y} &= y_0 e^{-v \arctg(x/a)} \left[1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2\right]^{-m} \\ \text{V} \quad \bar{y} &= y_0 e^{-g/x} x^{-p} \\ \text{VI} \quad \bar{y} &= y_0 (x - a)^{m_1} x^{-m_2} \end{aligned}$$

2.33 Parmi ces courbes, trois peuvent être éliminées immédiatement, car ne correspondant pas à la distribution de l'échantillon. D'abord I_j pour des raisons de forme, et I_i car bornée supérieurement:



et la courbe IV car elle a une branche vers $-\infty$.

2.34 En ce qui concerne les trois autres, une seule correspond à un tirage non exhaustif, la loi III, les deux autres étant dérivées de la loi hypergéométrique. On retiendra donc la loi III pour les raisons présentées au début de cette étude.

2.35 Avant de passer à la vérification de la qualité de l'ajustement de cette loi et au calcul de ses paramètres, nous allons présenter l'origine de cette loi. Elle est dérivée de l'équation différentielle déduite d'une loi binominale. En effet, les ordonnées aux points x et $x+1$ du polygone binominal sont:

$$(32) \quad y_x = \frac{n!}{(x)!(n-x)!} * p^x q^{n-x}$$

$$(33) \quad \text{et } y_{x+1} = \frac{n!}{(x+1)!(n-x-1)!} p^{x+1} q^{n-x-1}$$

L'accroissement relatif d'ordonnée, rapporté à l'ordonnée moyenne

$\frac{1}{2} (y_{x+1} + y_x)$ pour une variation unitaire de x est donc:

$$(34) \quad (y_{x+1} - y_x) / \frac{1}{2} (y_{x+1} + y_x) = -2 (x+q-np) / ((q-p)x + np + q)$$

2.36 Cet accroissement relatif est positif pour toute valeur (entière) de x inférieure au mode de la distribution, et négatif après. Commençons par un changement de variable:

$$t = (x + \frac{1}{2}) - (np - q + \frac{1}{2})$$

qui représente l'écart entre l'abscisse du point où l'on considère l'accroissement et le mode estimé de la distribution par la moyenne arithmétique de $np - q$ et $np + q$. On a alors:

$$(35) \quad \frac{\Delta y / 1}{\frac{1}{2} (y_{x+1} + y_x)} = - \frac{k t}{t+a} \quad \text{avec}$$

$$(36) \quad a = \frac{2(n+1) p q}{q - p} \quad \text{et } k = \frac{2}{q-p} \quad (37)$$

2.37 Si l'on se rappelle que dans une distribution binominale:

$m_1 = n p$ et $\mu_2 = n p q$, on pourrait donc estimer le paramètre p de la binominale sous-jacente à la loi continue que l'on recherche.

2.38 Si maintenant l'on passe en variables continues, on obtient l'équation différentielle:

$$(38) \quad \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = -\frac{kt}{t+a}$$

dont l'intégration dépend des valeurs de p et q.

1- si $p = q$, il vient:

$$y = y_0 e^{-t^2/2s^2} \quad \text{avec } s^2 = \frac{1}{4} (n+1) \text{ et } y_0 = 1/(2\pi)^{\frac{1}{2}} s$$

pour que l'intégrale de $-\infty$ à $+\infty$ soit égale à 1.

On reconnaît bien sûr la loi normale.

2- si $p \neq q$, il vient:

$$(39) \quad \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = -k + \frac{ka}{t+a}$$

dont la primitive est:

$$(40) \quad \ln y = -k t + k a \ln (t+a) + \text{Constante}$$

qui est l'équation de la loi III de Pearson:

$$(41) \quad y = y_0 \left(1 + \frac{t}{a}\right)^{ka} e^{-kt} = y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-px/a}$$

Cependant, il s'agit ici d'une équation en variables continues, où y_0 est déterminé par la condition habituelle:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-px/a} dx = 1$$

2.39 On trouvera en appendice les développements mathématiques permettant de relier les paramètres a et p aux moments calculés précédemment. Ces relations donnent:

$$m_1 = \frac{a}{p} \quad \text{et} \quad \mu_2 = m_1 (m_1 + a)$$

$$\text{soit } a = (\mu_2 / m_1) - m_1 \quad \text{et} \quad p = a/m_1 = (\mu_2 / m_1^2) - 1 = m_1 / m_1^2 - 2$$

Ces valeurs sont calculées en utilisant un recentrage sur le mode de la fonction. Les résultats numériques varieront donc en fonction de la valeur attribuée au mode.

Qualité de l'ajustement de la loi choisie

2.40 Prenant en compte le fait que a et p varient suivant la valeur attribuée au mode, il nous faut un critère de sélection pour cette valeur. Nous en retiendrons deux, à savoir en imposant la borne inférieure a telle que:

$$e^{Mo-a} = 250 ,$$

considérant que cette valeur est une borne très acceptable puisque aucune valeur recensée n'y est inférieure et que de plus, un tel montant présente un sens économique non négligeable comme valeur minimale à reporter aux assureurs ou comme franchise. La deuxième méthode consistera en la minimisation du critère du χ^2 , même si cette méthode n'est pas parfaitement exacte (5).

2.41 Le critère du χ^2 utilisé ici consiste à considérer les paramètres de la loi III connus a priori et donc l'échantillon comme étant la distribution expérimentale. Les résultats des calculs sont présentés au tableau 7 ci-après.

Tableau 7 - Calcul des Khi carrés -

Classe	Borne supérieure	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
1	990	8	12.104	10.625	9.592	8.200	8.520	8.666	8.950	8.812	8.739
2	1233	8	5.134	6.229	6.874	7.732	7.538	7.450	7.274	7.358	7.402
3	1585	8	6.433	7.509	8.092	8.811	8.654	8.582	8.436	8.505	8.541
4	2151	8	8.104	8.951	9.363	9.838	9.738	9.693	9.597	9.641	9.665
5	2948	8	8.137	8.481	8.627	8.789	8.755	8.742	8.710	8.723	8.731
6	3840	8	6.333	6.304	6.282	6.265	6.268	6.271	6.275	6.272	6.271
7	5511	8	7.648	7.328	7.188	7.053	7.080	7.095	7.122	7.108	7.101
8	10304	8	10.203	9.419	9.102	8.799	8.859	8.888	8.950	8.920	8.905
9	23018	8	8.098	7.357	7.062	6.780	6.835	6.861	6.918	6.892	6.878
10	>23018	8	7.807	7.798	7.817	7.733	7.752	7.752	7.768	7.769	7.766
χ^2			4.313	2.106	1.517	1.412	1.372	1.368	1.378	1.368	1.366
$P(\chi^2, 9)$.8896	.9897	.9970	.9977	.99799	.99801	.99795	.99801	.99802
M_0			7.54	7.3	7.2	7.1	7.12	7.13	7.15	7.14	7.135
a			2.02	1.074	0.778	.571	.567	.592	.644	.618	.60484
p			3.0	1.173	0.766	.464	.518	.546	.605	.575	.56000
y_0			.33276	.37523	.40441	.44639	.43657	.43219	.42352	.42761	.42977
e^{M_0-a}			249.635	505.729	615.232	722.7	701.345	690.9	669.144	680.16	685.51

$$1 = \int_{-a}^{+\infty} y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p x/a}$$

donne y_0 $m_1 = 8.21506$

$\mu_2 = 1.81979$

ici $\infty = \text{Ln}(10^8)$

Tableau 7 (suite)

$$\begin{aligned}
 a &= [(\mu_2) / (m_1 - M_0)] - (m_1 - M_0) \\
 p &= a / (m_1 - M_0)
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} a \\ p \end{aligned}} \right\} \text{centrage sur le mode}$$

"a" forcé (a_F) donne M_0 solution de l'équation:

$$(42) \quad M_0 - a_F = \mu_2 / (m_1 - M_0) - (m_1 - M_0)$$

soit

$$M_0 = (m_1 - a_F m_1 - \mu_2) / m_1 - a_F = m_1 - \mu_2 / (m_1 - a_F)$$

Application: $e^{M_0 - a_F} = 250.00$ donne

$$a_F = 2.018 \quad \# \quad 2.02$$

$$M_0 = 7.53946 \quad \# \quad 7.54$$

$$p = 2.98699 \quad \# \quad 3.00$$

$$y_0 = 0.33230$$

tandis que les valeurs arrondies donnaient $y_0 = 0.33276$.

Notons de plus que, dans ce cas, si l'on calcule le χ^2 en utilisant la fonction III avec une distribution constante et égale à 8, alors χ^2 est compris entre:

$$3.625 \geq \chi^2 \geq 2.750$$

$$\text{soit: } 0.934 \leq P \leq 0.973$$

2.42 Ces résultats montrent clairement que la loi Pearson III s'ajuste de façon quasi parfaite à l'échantillon proposé. Pour la partie simulation, on peut donc utiliser les deux distributions:

$$y_1 (f_1) \text{ avec } M_0 = 7.54; a = 2.02; p = 3.0; \text{ et } y_0 = .33276$$

$$y_9 (f_9) \text{ avec } M_0 = 7.135; a = .60484; p = .56000; \text{ et } y_0 = .42977$$

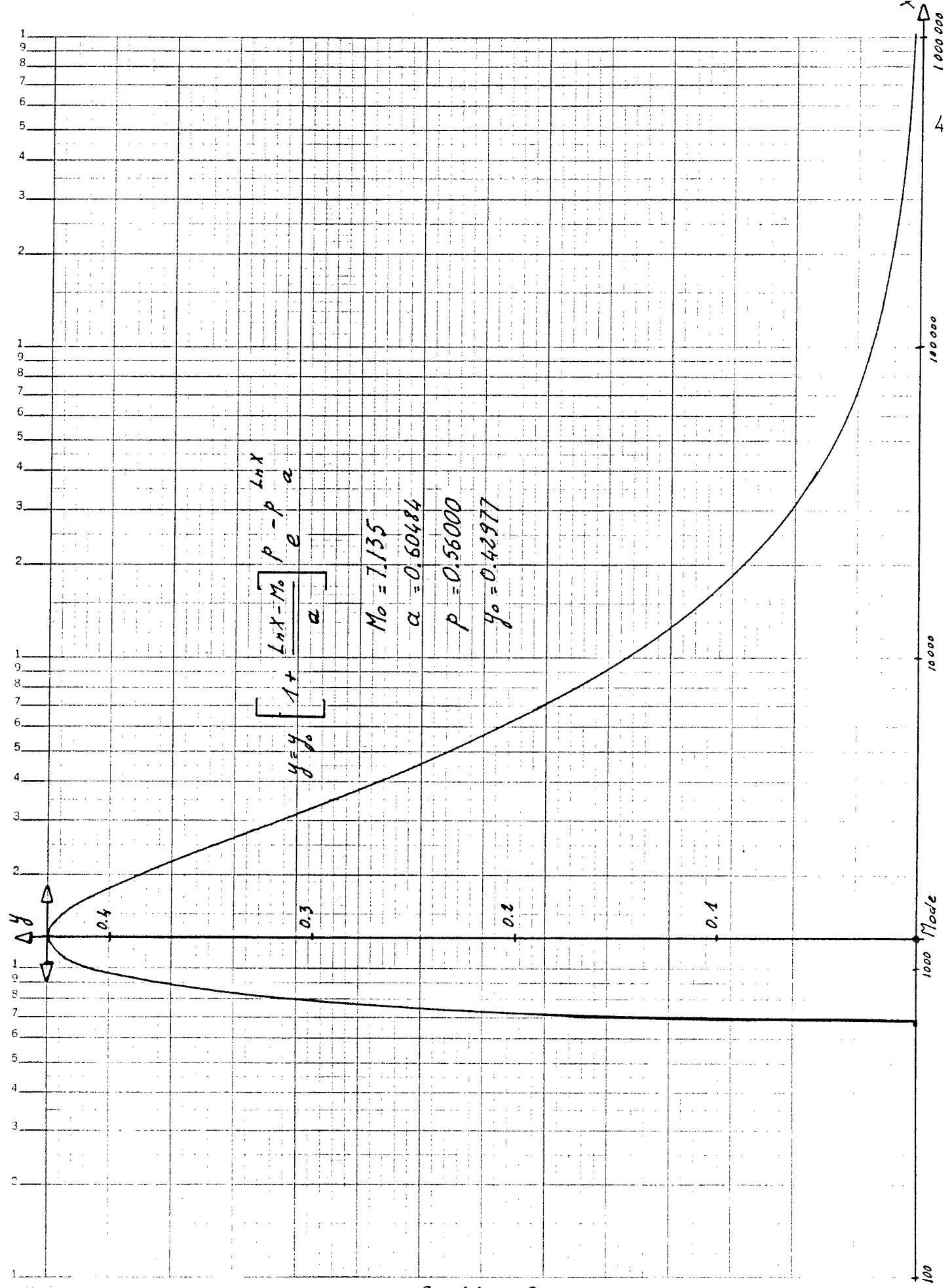
2.43 On notera également que les valeurs des χ^2 obtenues par les deux méthodes, à savoir "a" forcé ou χ^2 minimum, ne permettent en aucun cas de rejeter l'une ou l'autre des solutions.

2.44 En conclusion, comme le montrent les résultats obtenus, et compte tenu des moyens de calcul utilisés pour les obtenir, il est clair que la méthode utilisée ici est particulièrement fiable pour un grand nombre de cas de recherche de loi de distribution d'après échantillons.

2.45 On notera également que les relations (36) et (37) donnent $p = 0.00966$, soit $a = 1.5809$ et $k = 2.0394$ qui donnent $ka = 3.2241$. L'utilisation de ces paramètres obtenus à partir de valeurs discrètes dans la fonction (41) en variables continues fournit un χ^2 de 9.157 pour 8 degrés de liberté, soit:

$$P(\chi^2, 8) = 0.329$$

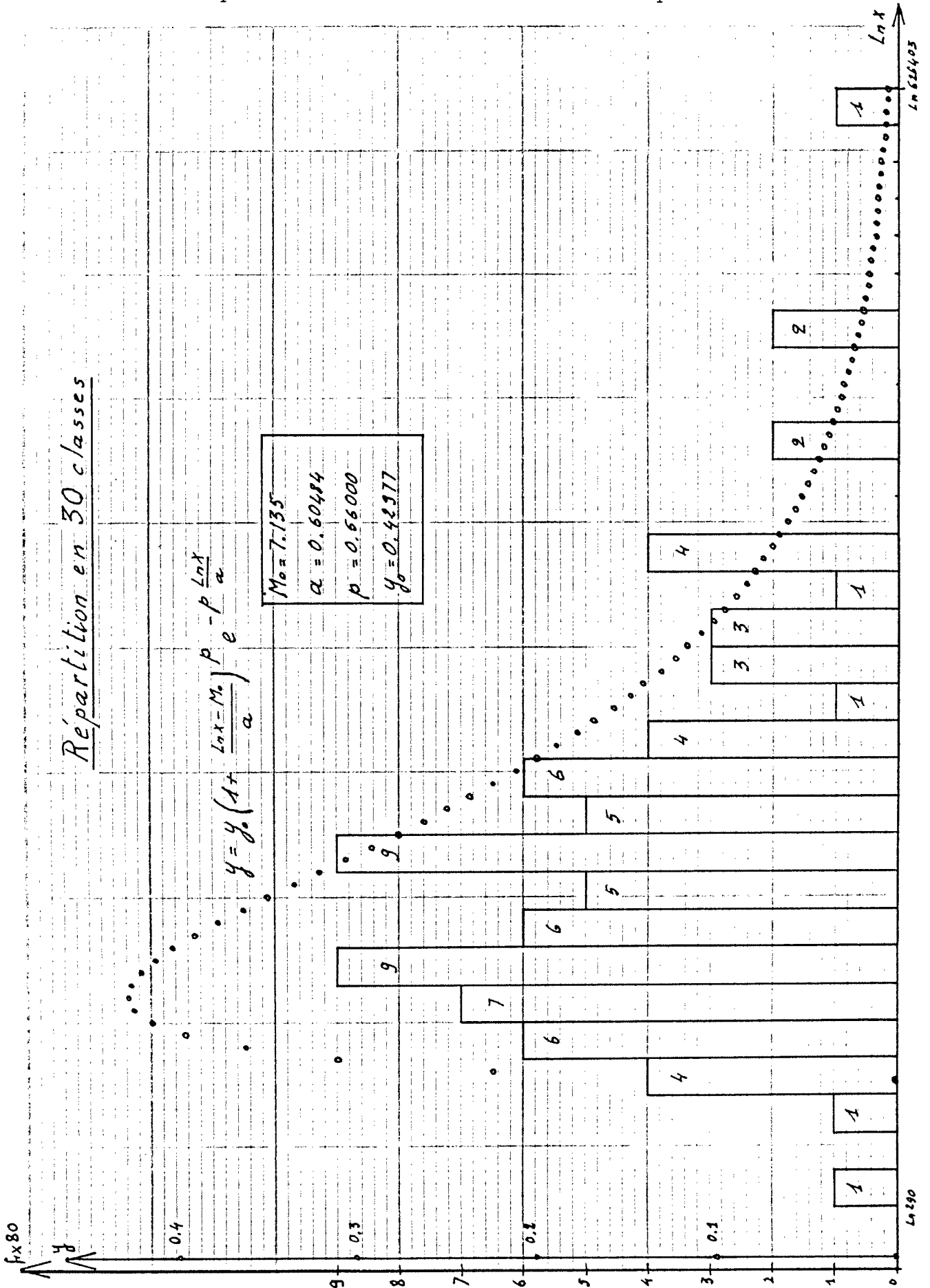
2.46 On trouvera en appendice les programmes utilisés pour ces calculs, et sur les pages suivantes trois graphiques de la loi avec les paramètres minimisant le critère du Khi carré.

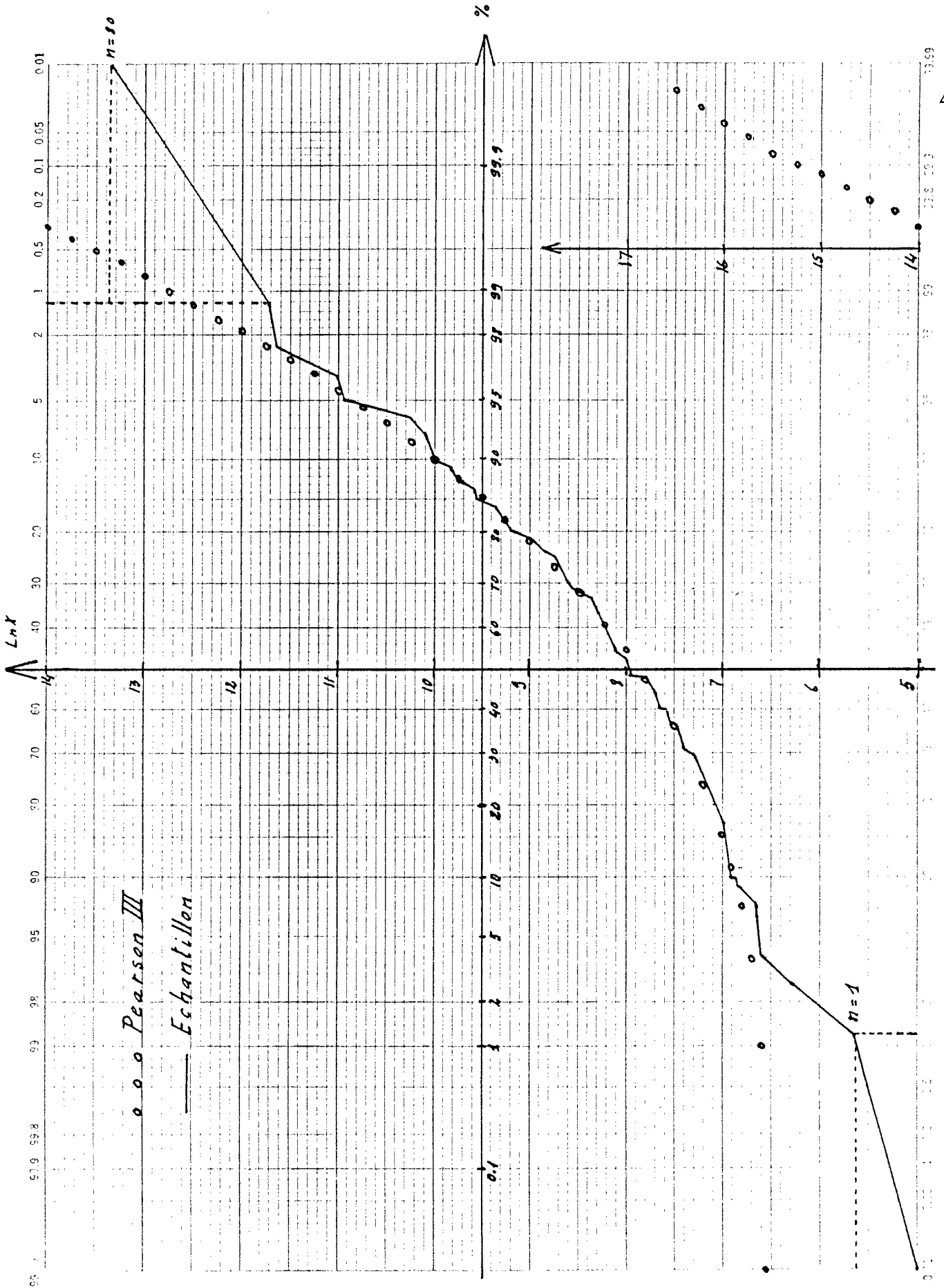


Graphique 2

PEARSON III: y_9

Fréquences réelles et courbe de densité de probabilité





Graphique 4

3- SIMULATION PAR LA METHODE DE MONTE CARLO

3- Simulation par la méthode de Monte Carlo

3.1 Avant de traiter de la simulation proprement dite, nous allons revenir sur deux points importants:

- i - détermination d'un intervalle de confiance pour MPY
- ii- loi de Student généralisée

Intervalle de confiance

3.2 La détermination d'un intervalle de confiance au niveau de confiance $\alpha=0.01$ pour MPY est relativement simple. On notera tout d'abord que:

$MPY^a \geq MPY^e$ pour des raisons évidentes,

MPY^a étant composé à partir des valeurs déterminant MPY^e en les agrégeant. Il suit qu'un intervalle de confiance pour MPY est nécessairement au plus égal à celui pour MPY^a .

3.3 En ce qui concerne la valeur de cet intervalle de confiance, rappelons que si x est une variable aléatoire de variance s^2 , alors l'intervalle de confiance au niveau α de x est donné par $x \pm t_{\alpha} s$. Il suit que dans le cas de MPY, l'intervalle de confiance serait déterminé en prenant en compte les écarts types de chacune des variables permettant de calculer la valeur centrale de MPY.

3.4 La valeur centrale de MPY est bien sûr donnée par:

$$\overline{\text{MPY}} = m_1^a + t_\alpha (\mu_2^a)^{\frac{1}{2}}$$

et on a donc à prendre l'intervalle de confiance à la fois sur la moyenne m_1^a et la variance $\mu(2/a)$, soit:

$$\pm t_\alpha (\mu_2^a/n)^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad \pm t_\alpha ((\mu_4^a - \mu_2^a)/n)^{\frac{1}{2}}$$

3.5 Globalement, le résultat serait:

$$\text{MPY} = m_1^a \pm t_\alpha (\mu_2^a/n)^{\frac{1}{2}} + t_\alpha [m_2^a \pm t_\alpha ((\mu_4^a - \mu_2^a)/n)^{\frac{1}{2}}]$$

Considérant que seules les valeurs maximales du centile 99 nous intéressent, il est possible de réduire cet intervalle de confiance en ne prenant en compte que l'écart type sur $\mu(2/a)$ et en ne considérant que la solution positive sur $m(1/a)$. Dans ce cas, l'intervalle de confiance serait donné par:

$$(43) \text{MPY} = m_1^a + t_\alpha (\mu_2^a/n)^{\frac{1}{2}} + t_\alpha [m_2^a \pm t_\alpha ((\mu_4^a - \mu_2^a)/n)^{\frac{1}{2}}]$$

et la valeur centrale serait alors:

$$\text{MPY} = m_1^a + t_\alpha (\mu_2^a/n)^{\frac{1}{2}} + t_\alpha (\mu_2^a)^{\frac{1}{2}} = \text{MPY}_2^a$$

3.6 Le gestionnaire riscophobe ou simplement prudent sera bien sûr intéressé par la valeur positive de cet intervalle, c'est-à-dire par les valeurs comprises entre $\text{MPY}(2/a)$ et $\text{MPY}(2/a)'$. Ce sont ces valeurs qui permettront de trancher entre les diverses méthodes d'estimation des paramètres de la loi Pearson III, donc entre "a" forcé et Khi carré minimum.

3.7 En tenant compte des corrections pour variations d'échantillon (voir 1.31), on obtient:

$$49218 \leq MPY \leq 696503$$

soit environ

$$50000 \leq MPY \leq 700000$$

Loi de Student généralisée

3.8 La loi de Student est définie comme étant la loi de distribution d'une variable aléatoire t résultant du rapport de deux autres variables aléatoires:

$$t_1 = Y / (X/v)^{\frac{1}{2}}$$

où $Y \sim N(0, s_1)$ et $X \sim X^2(v)$.

t_1 suit alors une loi de Student $t(v)$.

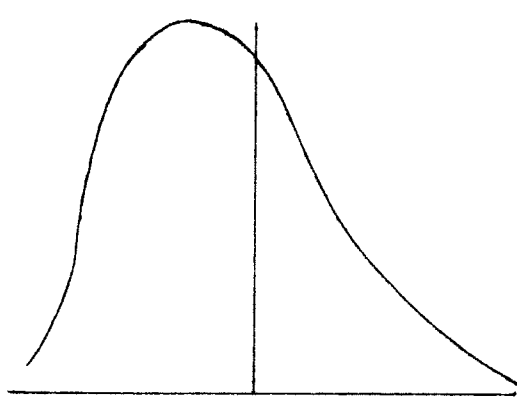
3.9 Si maintenant on opère un décentrage de cette loi par le paramètre q , alors la loi de Student devient une loi de Student décentrée définie par:

$$t_2 = (Y - q) / (X / v)^{\frac{1}{2}}$$

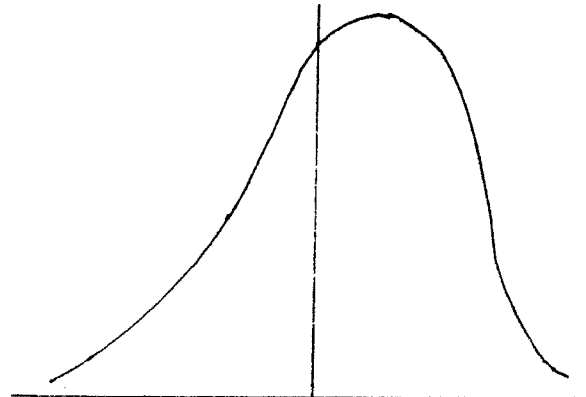
où $Y \sim N(0, s_1)$ et $X \sim X^2(v)$.

t_2 suit alors une loi de Student décentrée $t(m, v)$ et asymétrique.

3.10 Ceci est le cas pour l'étude faite dans l'article (2), et donc la loi de Student utilisée aurait dû être une loi asymétrique et non symétrique comme ce fut le cas. A noter d'ailleurs que l'utilisation d'un paramètre de décentrage positif entraîne une asymétrie droite alors que la distribution de la loi de sévérité présente une asymétrie gauche.



asymétrie gauche



asymétrie droite

3.11 La simulation faite avec les paramètres utilisés dans (2) montre clairement que la loi de Student utilisée pour cette simulation était une loi symétrique et donc en aucun cas une loi de Student décentrée.

Simulation

3.12 La simulation est faite par la méthode de Monte Carlo. Elle utilise un générateur de nombre aléatoire tiré de la logithèque IMSL. Ce générateur est utilisé aussi bien pour la loi de fréquence (binomiale négative) que pour la loi de sévérité.

3.13 Trois simulations sont faites, à savoir une avec la loi de sévérité déterminée dans (2), c'est-à-dire une loi de Student ayant un paramètre constant de décentrage et $v=4$, et deux lois de Pearson III, à savoir celle utilisant la borne a forcée et celle qui minimise le χ^2 .

3.14 Pour la simulation avec la loi de Student, l'intégrale est calculée par une routine IMSL, tandis que pour la loi Pearson III, un programme spécial a été écrit.

3.15 La simulation dans chacun des cas est faite pour 1000 cas et ce 4 fois en utilisant à chaque fois un initiateur différent pour le générateur de nombres aléatoires. La moitié de ces simulations sera faite en faisant 1000 tirages tandis que l'autre moitié sera de 10 fois 100 tirages, soit:

N°	Initiateur	Nombre de cas
1	334577	1 * 1000
2	pi	1 * 1000
3 (*)	pi	10 * 100
4 (**)	$(pi)^i$	10 * 100

(*) La différence entre cette simulation et la précédente vient du fait que si l'initiateur est le même dans les deux cas, la procédure de calcul fait que pour le cas 2, on tire les 1000 cas d'incendies puis la sévérité, tandis que pour le cas 3, on tire 100 cas d'incendies et ensuite la sévérité, puis on recommence avec la valeur (autoregénérée) atteinte par l'initiateur pour les 100 suivantes, et cela 10 fois de suite.

(**) Dans ce cas, l'initiateur est changé pour chaque séquence de 100 tirages et égal au nombre pi à la puissance i, où i représente le rang du n^{ème} des 10 groupes de 100 tirages, et donc i varie de 1 à 10.

3.16 Dans le cas de la loi de Pearson III, l'intégrale est calculée par l'approximation de Simpson et la recherche de solution est faite par l'algorithme de Newton. L'ensemble du programme est écrit en FORTRAN 5 et figure en appendice avec la compilation (Lo=M) et les résultats.

- 3.17 Du fait de l'utilisation de la méthode de Simpson, la précision des calculs a été limitée à 10^{-3} , ce qui explique les valeurs constantes au-dessus d'une certaine probabilité p_0 , la valeur de p_0 étant peu différente de 0.9985. Comme l'on recherche MPY à 1% de confiance, une telle précision est très suffisante, d'autant que les calculs sont particulièrement longs.
- 3.18 Le programme commence par générer 1000 cas d'incendies à l'aide de la loi binomiale négative, puis l'on calcule MPY pour ces 1000 cas (ou 10×100) et l'on trie les résultats pour ne retenir que les 20 plus élevés.
- 3.19 Considérant la variabilité des résultats en fonction de l'initiateur de nombres aléatoires (les séquences ne sont pas les mêmes), la valeur de MPY sera déterminée par la combinaison des 4×20 résultats.
- 3.20 En raison des variations des résultats, MPY sera déterminée par un intervalle de 10 mesures soit de la 35ème à la 45ème mesure, on indiquera également les valeurs centrales (40ème mesure). Ces résultats figurent au tableau ci-après, avec les paramètres des lois utilisées.

Loi	Student	Pearson III ("a" forcé)	Pearson III (χ^2 minimum)
moyenne	8.21506	-	-
d.d.l.	4	-	-
Mode (Mo)	-	7.54	7.135
Borne (a)	-	2.02	0.60484
Exposant (p)	-	3.00	0.56
Constante y_0	-	0.33276	0.42977
35ème valeur	736 160	273 758	544 866
45ème valeur	516 558	234 495	373 288
40ème valeur	583 109	273 758	463 648

3.21 En ce qui concerne les résultats avec la loi de Student, ceux-ci sont suffisamment cohérents avec ceux de l'article (2) pour confirmer ce qui est dit en 3.13.

3.22 Pour ce qui est de la loi Pearson III, les meilleurs résultats sont bien sûr ceux résultant de la loi donnant le χ^2 minimum. De plus, ces résultats s'inscrivent dans l'intervalle de confiance déterminé en 3.7.

3.23 Contrairement à la loi de Student qui centre MPY vers le haut de l'intervalle (en raison de l'asymétrie droite), la loi de Pearson donne des résultats plus orientés vers le milieu.

4- RESUME ET CONCLUSIONS

4- Résumé et conclusions

Estimation du maximum probable de l'agrégat annuel des pertes (MPY)

- 4.1 Dans le chapitre 1, on a présenté une revue rapide des diverses méthodes utilisées pour l'estimation de MPY, et l'on a pu montrer que les calculs faits doivent être corrigés en fonction des différents moments utilisés dans les calculs.
- 4.2 Parmi toutes ces méthodes, on se doit de rejeter celle de Chébishev trop pessimiste et celle de Allen-Duvall trop empirique.
- 4.3 En ce qui concerne la méthode de la puissance normale, celle-ci a ses propres limites dû à la présence d'un coefficient empirique de $1/6$ dans la formule, coefficient qui implique que l'asymétrie soit relativement faible. Ce n'est donc pas une formule que l'on puisse utiliser de façon générale.
- 4.4 Il reste donc les méthodes dérivées de l'approximation normale, et considérant les corrections que nous y avons apportées, il semble que cette méthode soit de très loin la plus fiable. Non seulement les équations (2) et (5) permettent d'obtenir des valeurs centrales de MPY relativement satisfaisantes, mais la formule (8) proposée permet de déterminer efficacement un intervalle de confiance à 99% de niveau de crédibilité.

4.5 Comme le montrent les résultats présentés au chapitre 3, la méthode normale est celle qui donne les meilleurs résultats dans le cas de l'échantillon proposé.

4.6 On propose donc comme estimateur de MPY l'équation (8):

$$MPY = m_1^a + t_{\alpha} \left(\frac{\mu_2^a}{n} \right)^{\frac{1}{2}} + t_{\alpha} \left[\mu_2^a + t_{\alpha} \left(\frac{\mu_4^a - \mu_2^a}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

qui donne une borne supérieure de MPY au niveau de confiance $1-\alpha$. Cette même formule permet de déterminer un intervalle de confiance $1-\alpha$ en utilisant la correction sur $\mu(a,2)$ en plus ou moins de la valeur centrale déterminée sans cette correction.

4.7 On obtient ainsi:

$$49\ 218 \leq MPY \leq 696\ 503$$

au niveau $\alpha = 0.01$, avec comme valeur centrale 397 193.

4.8 Considérant l'asymétrie de la distribution, il est très probable que MPY vraie soit supérieure à cette valeur centrale.

Etude empirique de la distribution de sévérité.

4.9 Le chapitre 2 débute par des considérations générales permettant de démontrer pourquoi l'article (2) était jugé très insatisfaisant. En plus de la détermination de MPY dont la valeur approximative devrait être déterminée comme indiqué ci-dessus, on relevait:

- i- le moment centré μ_3 posé nul a priori.
- ii- une distribution de Student déterminée en utilisant μ_4 et donnant $v = 4$, ce qui est impossible.
- iii- une distribution de Student décentrée symétrique, ce qui est inacceptable et incorrect.

4.10 De plus, à notre avis, les auteurs de l'article ont perdu de vue l'origine des lois de distribution et donc oublié de tenir compte de la dissymétrie des probabilités (paramètres de Bernoulli) dans la distribution ainsi que de tenir compte de la nature du problème à savoir un problème d'assurance.

4.11 Ceci nous amène à penser que la loi de sévérité ne peut être que dérivée de la loi binomiale et non de la loi hypergéométrique.

4.12 Les résultats de l'analyse empirique confirment ces hypothèses et l'on trouve bien effectivement:

- i - une loi asymétrique (tableau 2, 3 et 4)
- ii - $\mu_3 \neq 0$ ($t = 18.705$) au seuil $\alpha = 0.001$ (tableau 6)
- iii - la loi la plus probable serait la loi de Pearson III

4.13 Le test du χ^2 sur la loi III de Pearson met très clairement en évidence que la distribution de l'échantillon correspond très certainement à la loi trouvée, et le critère χ^2 minimum donne comme résultats pour les paramètres de la loi:

$$a = 0.60484$$

$$p = 0.56000$$

avec $M_0 = 7.135$ et $y_0 = 0.42977$

$$y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p x/a}$$

4.14 Le χ^2 correspondant à cette loi et les valeurs des paramètres ci-dessus donne un niveau marginal de confiance de 0.998 alors que la loi de Student passait tout juste le niveau de 0.05 dans l'article (2). Il restait donc à estimer MPY par simulation pour vérifier les hypothèses des chapitres 1 et 2.

Simulation par la méthode de Monte Carlo

4.15 Trois simulations ont été conduites, à savoir une avec la loi de Student proposée dans l'article (2), et deux avec la loi de Pearson III. A chaque fois, les séquences de nombres aléatoires sont identiques. Pour chaque simulation, il est fait 4 000 tirages aléatoires d'incendies, ce qui, compte tenu de la loi de fréquence binomiale négative, représente en fait bien plus de 40 000 tirages réels.

4.16 Dans le cas de la loi de Student, on retrouve bien une valeur semblable à celle proposée dans l'article (2).

4.17 Dans le cas de la loi de Pearson III, deux simulations sont faites, l'une en utilisant les résultats qui minimisent la valeur du χ^2 , l'autre en utilisant la valeur forcée de la borne inférieure pour \$250.00. Les résultats de cette dernière sont relativement inacceptables. Rappelons que la loi Pearson III est centrée sur le mode.

4.18 Dans le cas de la loi avec "a" forcé pour \$250.00, MPY ressort à une valeur de l'ordre de \$274 000, ce qui est inférieur à la valeur centrale proposée en 4.7, mais compris dans l'intervalle de confiance. Dans le cas de la loi de Pearson III utilisant les paramètres qui minimisent le χ^2 , MPY serait de l'ordre de \$465 000, valeur qui est bien supérieure à la valeur centrale proposée et à l'intérieur de l'intervalle de confiance.

Conclusions

4.19 Une première conclusion s'impose; il est préférable d'utiliser les paramètres qui minimisent le critère du χ^2 .

4.20 De plus, le résultat obtenu par simulation montre:

i - la supériorité des estimations par simulation par rapport aux approximations de MPY présentées au chapitre 1.

ii - parmi les lois approximatives proposées, la méthode normale semble la plus fiable et devrait le rester tant que l'on ne fait pas face à des lois hétérotypiques.

4.21 Nous tenons à souligner que la détermination précise de MPY n'est pas un exercice de style sans intérêt. Dans le cas présent, le MPY trouvé est de l'ordre de \$465 000 contre \$700 000 environ dans l'article (2) ou en utilisant la borne supérieure fournie par l'équation (8) (voir 3.1 à 3.7). Non seulement MPY permet aux gestionnaires de décider de leur stratégie en ce qui concerne réassurance ou association avec d'autres firmes, mais si MPY est réduit de \$235 000 par an, cela représente une économie non négligeable.

4.22 En effet, MPY permet de déterminer le niveau de liquidité nécessaire pour faire face aux engagements contractés. Ces réserves peuvent être bien sûr utilisées sur le marché financier au jour le jour. Dans ce cas, le rendement serait de l'ordre de 10% par an. Si l'on épargne un montant X à ce niveau, il peut être placé à des niveaux de rendement très supérieurs. S'il existe un impôt de 50% sur les bénéfices des sociétés, on sait que pour obtenir un rendement net de l'ordre de 10%, il faut en fait obtenir un rendement brut de 20%. Le marché financier ne permettant que 10%, la perte au niveau social serait de 10% par an.

4.23 Si maintenant on applique ce raisonnement sur les \$235 000 par an épargnés, ceci représente une économie de:

$$i : \$235\,000 * .01 = \$23\,500$$

ii: le rendement que l'on peut obtenir ultérieurement de ces \$23 500 placés au taux annuel de 20% et ce pendant plusieurs années.

Comme on le voit, ceci n'est pas une économie négligeable.

4.24 Enfin, un dernier résultat important vient de la détermination de la borne inférieure. Elle peut être utilisée pour évaluer le niveau de la franchise minimum en deçà de laquelle aucun remboursement ne saurait avoir lieu. Dans le cas de la présente étude, la borne serait de \$685.50, et donc la franchise pourrait être fixée soit à cette valeur soit à tout montant inférieur que l'assureur pourrait choisir pour des motifs de stratégie commerciale. A noter que dans ce cas, seulement deux valeurs de l'échantillon seraient rejetées.

Appendices

1. Loi $y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p x/a}$

2. Loi $y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2}$

3. Statistiques (programme)

4. Pearson III (programme)

5. Khi carré (programme)

6. Formules diverses

7. Modèle Fortran V - Pearson III - χ^2 minimum

8. Modèle Fortran V - Pearson III - "a" forcé

9. Modèle Fortran V - Student

A1- Etude de $y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p x/a}$

A)- 1. Loi non symétrique, centrée sur le mode.

$$y' = y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{p-1} e^{-p x/a} \left(\frac{px}{a}\right)^2$$

2. Moyenne: $m = \int_{-a}^{+\infty} x f(x) dx$

3. Moment par rapport à l'origine: m_q

$$m_q = \int_{-a}^{+\infty} x^q f(x) dx$$

4. Moment par rapport à la moyenne: μ_q

$$\mu_q = \int_{-a}^{+\infty} (x - \hat{m})^q f(x) dx$$

$$\text{et } \hat{m} = m_1$$

B)- Etude de m_q : on pose:

$$z_q = y_0 x^q \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{p+1} e^{-p x/a}, \text{ et } y_q = y_0 x^q \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p x/a}$$

$$\text{d'où } z = \left(1 + \frac{x}{a}\right) y_q$$

$$z'_q = y_o e^{-p x/a} \left[q x^{q-1} \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{p+1} + \frac{p+1}{a} x^q \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p - \frac{p}{a} x^q \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{p+1} \right]$$

$$z'_q = q \left(1 + \frac{x}{a}\right) y_{q-1} + \frac{1}{a} \left(1 - \frac{x p}{a}\right) y_q$$

En intégrant, il vient:

$$\left[z_q \right]_{-a}^{+\infty} = q \int_{-a}^{+\infty} \frac{y}{x^{q-1}} dx + \frac{q}{a} \int_{-a}^{+\infty} x y_{q-1} dx + \frac{1}{a} \int_{-a}^{+\infty} y dx - (p/a)^2 \int_{-a}^{+\infty} x y_q dx$$

et comme $x y_{q-1} = y_q$, il vient:

$$0 = q m_{q-1} + \frac{q}{a} m_q + \frac{1}{a} m_q - (p/a) m_{q+1}$$

$m_{q+1} = \frac{q}{p} a^2 m_{q-1} + \frac{q+1}{p} a m_q$	avec $m_o = 1$
---	----------------

Dans le cas de $q = 0$, $z'_q = \frac{y}{a} - (p/a)^2 x y$, d'où $\hat{m} = \frac{a}{p}$ car

$$0 = \frac{1}{a} \int_{-a}^{+\infty} y dx - (p/a)^2 \int_{-a}^{+\infty} x y dx = \frac{1}{a} - (p/a)^2 \hat{m}$$

C)- Etude de μ_q

$$\text{On pose } z_q = \left(1 + \frac{x}{a}\right) y_q \quad \text{et} \quad y_q = y_o (x-\hat{m})^q \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p x/a}$$

$$y_{q+1} = (x-\hat{m}) y_q$$

$$z'_q = (y_o) e^{-p x/a} \left[q (x-\hat{m})^{q-1} \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{p+1} + \frac{p+1}{a} (x-\hat{m})^q \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p - \frac{p}{a} (x-\hat{m})^q \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{p+1} \right]$$

$$z'_q = q \left(1 + \frac{x}{a}\right) y_{q-1} + \frac{p+1}{a} y_q - \frac{p}{a} \left(1 + \frac{x}{a}\right) y_q$$

$$z'_q = q \left(1 + \frac{x}{a}\right) y_{q-1} + \frac{1}{a} \left(1 - \frac{px}{a}\right) y_q$$

En intégrant, il vient:

$$[z]_{q-a}^{+\infty} = q \mu_{q-1} + \frac{q}{a} \int_{-a}^{+\infty} x y_{q-1} dx + \frac{1}{a} \mu_q - p/a^2 \int_{-a}^{+\infty} x y_q dx$$

Mais:

$$\int_{-a}^{+\infty} x y_q dx = \int_{-a}^{+\infty} (x - \hat{m}) y_q dx + \int_{-a}^{+\infty} \hat{m} y_q dx = \mu_{q+1} + \hat{m} \mu_q$$

d'où:

$$0 = q \mu_{q-1} + \frac{q}{a} (\mu_q + \hat{m} \mu_{q-1})^2 + \frac{1}{a} [\mu_q - (p/a) (\mu_{q+1} + \hat{m} \mu_q)]$$

Soit:

$$\mu_{q+1} = q \hat{m} [\mu_q + (a + \hat{m}) \mu_{q-1}]$$

$$\mu_1 = 0$$

$$\mu_0 = 1$$

Entre autres, il vient:

$$\mu_2 = \hat{m} (\hat{m} + a) = \frac{m_2}{2} - \frac{m_1}{1}$$

D)- D'où l'ensemble de relations:

$$m_1 = a/p \quad \text{et} \quad \mu_2 = \frac{m_2}{1} - \frac{m_1}{1}$$

qui donnent

$$a = \left(\frac{\mu_2}{1} - \frac{m_1}{1} \right) - m_1 \quad y_0 \text{ tel que } y_0 \int_{-a}^{+\infty} \left(1 + \frac{x}{a}\right)^p e^{-p x/a} dx = 1$$

$$p = a / m_1$$

Nota: Dans ces formules m_1 est calculé sur l'origine après recentrage sur le mode M_0 .

$$A2- \quad \text{Loi } y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2}$$

$$\text{Nota: } p_1=p_1 \quad p_2=p_2 \quad a_1=a_1 \quad a_2=a_2$$

1. Centrée sur le mode:

$$y' = y_0 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1-1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2-1} \left[\left(\frac{p_1}{a_1}\right) \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) - \left(\frac{p_2}{a_2}\right) \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) \right]$$

$$\text{s'annule pour } x = -a_1 \text{ si } p_1 > 1$$

$$x = a_2 \text{ si } p_2 > 1$$

$$x = M = \frac{(a_2 p_1 - a_1 p_2)}{(p_1 + p_2)}$$

2. Relation entre les moments:

1) par rapport à l'origine m_q

$$m_q = \int_{-a_1}^{a_2} y_0 x^q \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2} dx$$

$$\text{On pose: } y_q = x^q y \quad z_q = \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) y_q$$

$$z'_q = \left[x^{q-1} \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1+1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2+1} + \frac{p_1+1}{a_1} x^q \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2+1} - \frac{p_2+1}{a_2} x^q \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1+1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2} \right] y_0$$

$$z'_q = y_{q-1} \left[q \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) + \frac{p_1+1}{a_1} x \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) - \frac{p_2+1}{a_2} x \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) \right]$$

$$z'_q = y_{q-1} \left[q + \frac{(a_1(p_1+q+1) - a_2(p_2+q+1))x}{a_1 a_2} - \frac{(p_1+p_2+q+2)x^2}{a_1 a_2} \right]$$

En intégrant il vient:

$$0 = q m_{q-1} + \left[\frac{(a_1(p_1+q+1) - a_2(p_2+q+1))x}{a_1 a_2} \right] m_q - \left[\frac{(p_1+p_2+q+2)}{a_1 a_2} \right] m_{q+1}$$

d'où

$$m_{q+1} = \left[\frac{(a_1 a_2 q)}{(p_1+p_2+q+2)} \right] m_q + \left[\frac{(a_1(p_1+q+1) - a_2(p_2+q+1))}{(p_1+p_2+q+2)} \right] m_q$$

$$m_0 = 1$$

$$m_1 = \frac{(a_1(p_1+1) - a_2(p_2+1))}{(p_1+p_2+2)}$$

$$m_2 = \left(\frac{a_1 a_2}{(p_1+p_2+3)} \right) + \left[\frac{(a_1(p_1+2) - a_2(p_2+2))}{(p_1+p_2+3)} \right] m_1$$

2) moments par rapport à la moyenne μ_q

$$\mu_q = \int_{-a_1}^{+a_2} y_0 (x-m_1)^q \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{p_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{p_2} dx$$

$$\text{on pose: } y_q = (x-m_1)^q y_1 \quad z_q = \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) y_q$$

on a les relations de récurrence suivantes:

$$x y_q = (x-m)_1 y_q + m y_{q-1} = y_{q+1} + m y_q$$

$$\text{et } x^2 y_q = (x-m)_1^2 y_q + 2m x y_{q-1} - m^2 y_{q-2} = y_{q+2} + 2m y_{q+1} + m^2 y_q$$

Dérivons z_q :

$$z'_q = y_{q-1} \left[q \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) + \frac{p+1}{a_1} (x-m)_1 \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) - \frac{p+1}{a_2} (x-m)_1 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) \right]$$

$$z'_q = y_{q-1} \left[q + \frac{q(a_2 - a_1)}{a_1 a_2} x - \frac{(q/a_1 a_2) x^2}{1} + \frac{((x-m)_1 (a_2 (p+1) - a_1 (p+1))) / a_1 a_2}{1} \right. \\ \left. - \frac{x(x-m)_1 (p+p+2)}{a_1 a_2} \right]$$

$$z'_q = q y_{q-1} + \frac{q(a_2 - a_1)}{a_1 a_2} x y_{q-1} - \frac{q}{a_1 a_2} x^2 y_{q-1} \\ + \frac{((a_2 (p+1) - a_1 (p+1)) / a_1 a_2) y_{q-1}}{1} - \frac{x y_{q-1} (p+p+2)}{a_1 a_2}$$

$$\text{et } x y_{q-1} = y_{q+1} + 2m y_q + m^2 y_{q-1}, \quad x y_q = y_{q+1} + m y_q$$

D'où en regroupant les termes de même rang:

$$z'_q = \left[\frac{(a_1 a_2 q + q m (a_2 - a_1 - m))}{a_1 a_2} \right] y_{q-1} - \left[\frac{(p+p+2+q)}{a_1 a_2} \right] y_{q+1} \\ + \left[\frac{(a_2 (p+q+1) - a_1 (p+q+1) - m (p+p+2+2q))}{a_1 a_2} \right] y_q$$

En intégrant, il vient:

$$\mu_{q+1} = \left[\frac{a_1 a_2 + m(a_1 - a_2 - m)}{(p_1 + p_2 + q + 2)} \right] \mu_{q-1} \\ + \left[\frac{a_2(p_1 + q + 1) - a_1(p_1 + q + 1) - m(p_1 + p_2 + 2q + 2)}{(p_1 + p_2 + q + 2)} \right] \mu_q$$

$$\mu_1 = 0 \quad \mu_0 = 1$$

$$\mu_2 = \frac{a_1 a_2 + m(a_1 - a_2 - m)}{(p_1 + p_2 + 3)}$$

On vérifie aisément que μ_2 est bien égal à $m - \frac{m^2}{p_1 + 2}$

$$\mu_2 = \left[\frac{a_1 a_2}{(p_1 + p_2 + 3)} \right] + \left[\frac{(a_2 - a_1)m}{(p_1 + p_2 + 3)} \right] \\ - \frac{m^2}{(p_1 + p_2 + 3)}$$

$$= \left[\frac{a_1 a_2}{(p_1 + p_2 + 3)} \right] + \left[\frac{(a_2(p_1 + 2) - a_1(p_1 + 2))m}{(p_1 + p_2 + 3)} \right] \\ - \left[\frac{(a_2(p_1 + 1) - a_1(p_1 + 1))m}{(p_1 + p_2 + 3)} \right] - \left[\frac{m^2}{(p_1 + p_2 + 3)} \right]$$

$$= m - \frac{m}{p_1 + 2} \left[\frac{(a_2(p_1 + 1) - a_1(p_1 + 1) + m)}{(p_1 + p_2 + 3)} \right]$$

$$= m - \frac{m}{p_1 + 1} \left[\frac{((p_1 + p_2 + 2)m + m)}{(p_1 + p_2 + 3)} \right] = m - \frac{m^2}{p_1 + 1}$$

3) si on suppose M_0 , a_1 et a_2 connus, on a:

$$p_1 = p$$

$$p_2 = p + Dp$$

$$M_0 = ((a_2 - a_1)p - a_1 Dp) / (2p + Dp)$$

$$\text{soit } p = (a_1 + M_0) Dp / (a_2 - a_1 - 2M_0)$$

$$\text{et } m_1 = ((a_2 - a_1)p - a_1 Dp + (a_2 - a_1)) / (2p + Dp + 2)$$

$$\text{d'où } p = ((a_2 - a_1) - Dp(a_1 + m_1) - 2m_1) / (2m_1 - a_2 + a_1)$$

d'où l'on tire:

$$p = (a_1 + M_0)(a_2 - a_1 - 2m_1) / (a_1 + a_2)(m_1 - M_0)$$

$$\text{et } Dp = (a_2 - a_1 - 2M_0)(a_2 - a_1 - 2m_1) / (a_2 + a_1)(m_1 - M_0)$$

La distribution étant centrée sur M_0 , $M_0=0$, d'où:

$$p = a_1 (a_2 - a_1 - 2m_1) / (a_2 + a_1) m_1$$

$$Dp = (a_2 - a_1)(a_2 - a_1 - 2m_1) / (a_2 + a_1) m_1$$

$$p = a_1 (a_2 - a_1 - 2m_1) / m_1 (a_2 + a_1)$$

$$p_2 = p + Dp = a_1 (a_2 - 2m_1 - a_1) / m_1 (a_2 + a_1) = a_1 p_1 / a_1$$

$$\text{et donc } a_{21} p_{21} = p_{21} a_{21}$$

$$\text{Il suit de cette relation } a_{21} p_{12} = a_{12} p_{21}$$

$$m_{12} = (a_{21} (p_{12} + 1) - a_{12} (p_{21} + 1)) / (p_{12} + p_{21} + 2) = (a_{21} - a_{12}) / (p_{12} + p_{21} + 2)$$

$$p_{12} + p_{21} = ((a_{21} - a_{12}) / m_{12}) - 2 = (a_{21} - a_{12} - 2m_{12}) / m_{12}$$

$$m_{12} = [a_{12} a_{21} / (p_{12} + p_{21} + 3)] + [2m_{12} (a_{21} - a_{12}) / (p_{12} + p_{21} + 3)]$$

$$= [a_{12} a_{21} / (p_{12} + p_{21} + 3)] + [2(a_{21} - a_{12})^2 / (p_{12} + p_{21} + 3)(p_{12} + p_{21} + 2)]$$

$$m_{q+1} = [a_{12} a_{q-1} m_{q-1} / (p_{12} + p_{q-1} + q + 2)] + [(q+1)(a_{21} - a_{12}) m_{q-1} / (p_{12} + p_{q-1} + q + 2)]$$

$$\begin{aligned} \mu_{q+1} &= [(a_{12} a_{q-1} + m_{q-1} (a_{21} - a_{12} - m_{q-1})) \mu_{q-1} / (p_{12} + p_{q-1} + q + 2)] \\ &\quad + [((q+1)(a_{21} - a_{12}) - m_{q-1} q) \mu_{q-1} / (p_{12} + p_{q-1} + q + 2)] - m_{q-1} \mu_{1q} \end{aligned}$$

$$q=0 \quad ; \quad \mu_{10} = [(a_{21} - a_{12}) \mu_{10} / (p_{12} + p_{21} + 2)] - m_{12} \mu_{10} = 0 \quad ; \quad \mu_{10} = 1$$

$$\mu_{12} = (a_{12} a_{21} + m_{12} (a_{21} - a_{12} - m_{12})) / (p_{12} + p_{21} + 3)$$

$$= (a_{12} a_{21} + m_{12} (a_{21} - a_{12} - m_{12})) m_{12} / (a_{21} - a_{12} - 2m_{12} + 3m_{12})$$

$$\mu_{13} = [(a_{12} a_{21} + m_{12} (a_{21} - a_{12} - m_{12})) / (p_{12} + p_{21} + 4)] 2\mu_{12}$$

$$+ [(3(a_{21} - a_{12}) - 2m_{12}) \mu_{12} / (p_{12} + p_{21} + 4)] - m_{12} \mu_{12}$$

$$\mu_3 = \left[\left(\frac{3(a_2 - a_1) - 2m}{p_1 + p_2 + 4} \right) - m \right] \mu_2$$

LBL MΣ	LBL NΣ	LBL MT	
CLRG	↗	RCL 16	
RTN	↗	ST/28	
LBL AA	↗	ST/27	
↗	Σ -	ST/26	
↗	CLX	ST/25	
↗	+	ST/24	
Σ +	3	ST/23	
CLX	Y ↗ X	ST/12	
+	ST-23	ST/11	
3	*	VIEW 11	
Y ↗ X	ST-24	RTN	=m1
ST+23	*	VIEW 12	
*	ST-25	RTN	=m2
ST+24	*	VIEW 23	
*	ST-26	RTN	=m3
ST+25	*	VIEW 24	
*	ST-27	RTN	=m4
ST+26	*	VIEW 25	
*	ST-28	RTN	=m5
ST+27	RCL 16	VIEW 6	
*	RTN	RTN	=m6
ST+28	GTO AA	VIEW 27	
RCL 16	END	RTN	=m7
RTN		VIEW 28	
GTO AA		RTN	=m8
END		END	

LBL MU1		LBL MU5	LBL MU6	
RCL 12	RCL 24	RCL 11	RCL 11	-
RCL 11	+	↗	RCL 25	RCL 26
X ↗ 2	STO 04	↗	*	+
-	RTN ↗μ4	↗	CHS	STO 06
STO 02		3	6	RTN ↗μ6
RTN ↗μ2		Y ↗ X	*	
RCL 11		RCL 12	RCL 11	
*		*	X ↗ 2	
3		X<>Y	RCL 24	
*		X ↗ 2	*	
RCL 11		RCL 23	15	
3		*	*	
Y ↗ X		X<>Y	+	
+		-	RCL 11	
CHS		2	3	
RCL 23		*	Y ↗ X	
+		X<>Y	RCL 23	
STO 03		RCL 24	*	
RTN ↗μ3		*	20	
RCL 11		-	*	
*		5	-	
2		*	RCL 11	
*		X<>Y	4	
RCL 11		5	Y ↗ X	
4		Y ↗ X	RCL 12	
Y ↗ X		4	*	
-		*	15	
RCL 11		+	*	
RCL 23		RCL 25	+	
*		+	RCL 11	
2		STO 05	6	
*		RTN ↗μ5	Y ↗ X	
+			5	
CHS			*	

LBL MU7		LBL MU8	
RCL 11	7	RCL 11	*
RCL 26	*	X ↗ 2	4
*	RCL 11	RCL 26	+
CHS	7	*	RCL 11
RCL 11	Y ↗ X	4	8
X ↗ 2	6	*	Y ↗ X
RCL 25	*	RCL 11	-
*	+	3	7
3	RCL 27	Y ↗ X	*
*	+	RCL 25	RCL 11
+	STO 07	*	RCL 27
RCL 11	RTN $\Rightarrow \mu 7$	8	*
3		*	8
Y ↗ X		-	-
RCL 24		RCL 11	RCL 28
*		4	+
5		Y ↗ X	STO 08
*		RCL 24	RTN $\Rightarrow \mu 8$
-		*	END
RCL 11		10	
4		*	
Y ↗ X		+	
RCL 23		RCL 11	
*		5	
5		Y ↗ X	
+		RCL 23	
RCL 11		*	
5		8	
Y ↗ X		*	
RCL 12		-	
*		RCL 11	
3		6	
*		Y ↗ X	
-		RCL 12	

LBL VAR				LBL BETA	
RCL 16	*		*	RCL 04	*
1/X	RTN	=Var μ_2	+	RCL 02	-
↗	RCL 04		RCL 04	X ↗ 2	6
↗	RCL 02		X ↗ 2	/	-
↗	*		-	STO 09	/
RCL 02	6		RCL 08	RTN	=B2 STO 20
*	*		+	RCL 03	RTN =k
RTN	=Var m1	CHS	*	X / 2	END
CLX	RCL 02		RTN	=Var μ_4	RCL 02
RCL 24	3		END		3
RCL 12	Y ↗ X			Y ↗ X	
X ↗ 2	9			/	
-	*			STO 10	
*	+			RTN	=B1
RTN	=Var m2	RCL 06		X<>Y	
CLX	+			3	
RCL 26	RCL 03			+	
RCL 23	X ↗ 2			X ↗ 2	
X ↗ 2	-			*	
-	*			4	
*	RTN	=Var μ_3		/	
RTN	=Var m3	CLX		RCL 09	
CLX	RCL 05			4	
RCL 28	RCL 03			*	
RCL 24	*			RCL 10	
X ↗ 2	8			3	
-	*			*	
*	CHS			-	
RTN	=Var m4	RCL 03		/	
CLX	X ↗ 2			RCL 09	
RCL 04	RCL 02			2	
RCL 02	*			*	
Y ↗ X	16			RCL 10	
-				3	

SIZE 031

STO

ASN MU1	C	11	> x ; m1
ASN MU5	D	12	> x ² ; m2
ASN MU6	E	13	> y
ASN MU7	b	14	> y ²
ASN MU8	c	15	> xy
ASN VAR	d	16	n
ASN BETA	e	23	> x ³ ; m3
ASN N>	a	24	> x ⁴ ; m4
ASN MT	B	25	> x ⁵ ; m5
		26	> x ⁶ ; m6
		27	> x ⁷ ; m7
		28	> x ⁸ ; m8
		03	μ_3
		04	μ_4
		05	μ_5
		06	μ_6
		07	μ_7
		08	μ_8
		02	μ_2
		09	β_2
		10	β_1
		20	k

A4 - Pearson III -

LBL P			
1 E-3		*	
STO 60		ST+25	
PA		CLA	
ASTO 63		STO 31	
0		XEQ KH	
STO 25		LBL 03	(E)
STO 30		RCL 62	
RCL 18		STO 61	
RCL 17		CF 22	
-		RCL 31	
STO 61		VIEW X	
E / X		RTN	$=f_j^i$
RTN	$=e^{Mo-a}$	FS?22	
LBL 00		GTO 00	
LN		RCL 27	
STO 62		RCL 25	
4		-	
STO 68		STO 31	
0		RTN	$=f_j^{10}$
STO 66		XEQ KH	
XEQ IA		RCL 30	(F)
RCL 26	(A)	RTN	$=X^2$
*		END	
RCL 27			

LBL IA		
LBL 01	GTO 03	RCL 68
RCL 62	GTO 08	4
RCL 61	LBL 05	/
-	RCL 69	.5
RCL 68	RCL 65	+
STO 64	*	INT
/	RCL 61	2
STO 65	+	*
1000	XEQ IND 63	ST+68
ST/64	STO 67	GTO 01
LBL 03	RCL 69	LBL 08
RCL 64	2	RCL 70
INT	/	RCL 65
X≠0?	INT	*
GTO 04	RCL 69	3
RCL 61	2	/
XEQ IND 63	/	X<>66
STO 70	-	RCL 66
ISG 64	X≠0?	-
GTO 03	SF 00	ABS
GTO 08	2	VIEW X
LBL 04	FS?COO	RCL 60
STO 69	4	X<=Y?
RCL 68	RCL 67	GTO 12
X≠Y?	*	CLA
GTO 05	ST+70	RCL 66
RCL 62	ISG 64	INTG=
XEQ IND 63	GTO 03	ARCL X
ST+70	GTO 08	AVIEW
ISG 64	LBL 12	RTN
	CLA	retour à LBL P: A

(B)

(D)

(C)

LBL PA
RCL 18
-
STO 19
RCL 17
/
1
+
RCL 21
Y ↗ X
RCL 19
RCL 17
/
RCL 21
*
CHS
E ↗ X
*
RTN retour IA: B, C, D
END

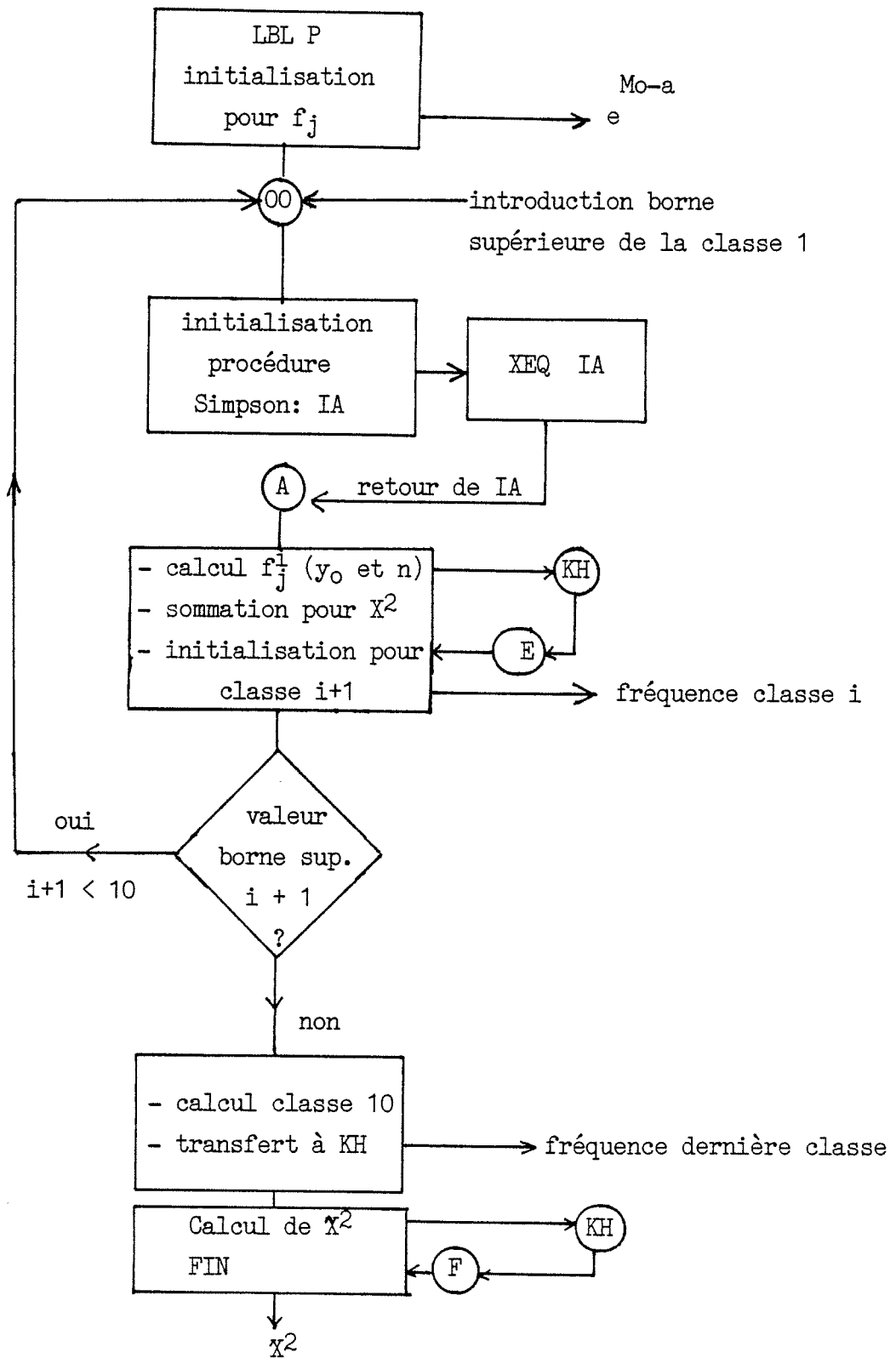
LBL KH
RCL 31
8
-
X ↗ 2
RCL 31
/
ST+30
RNT retour à P: E, F
END

SIZE 071

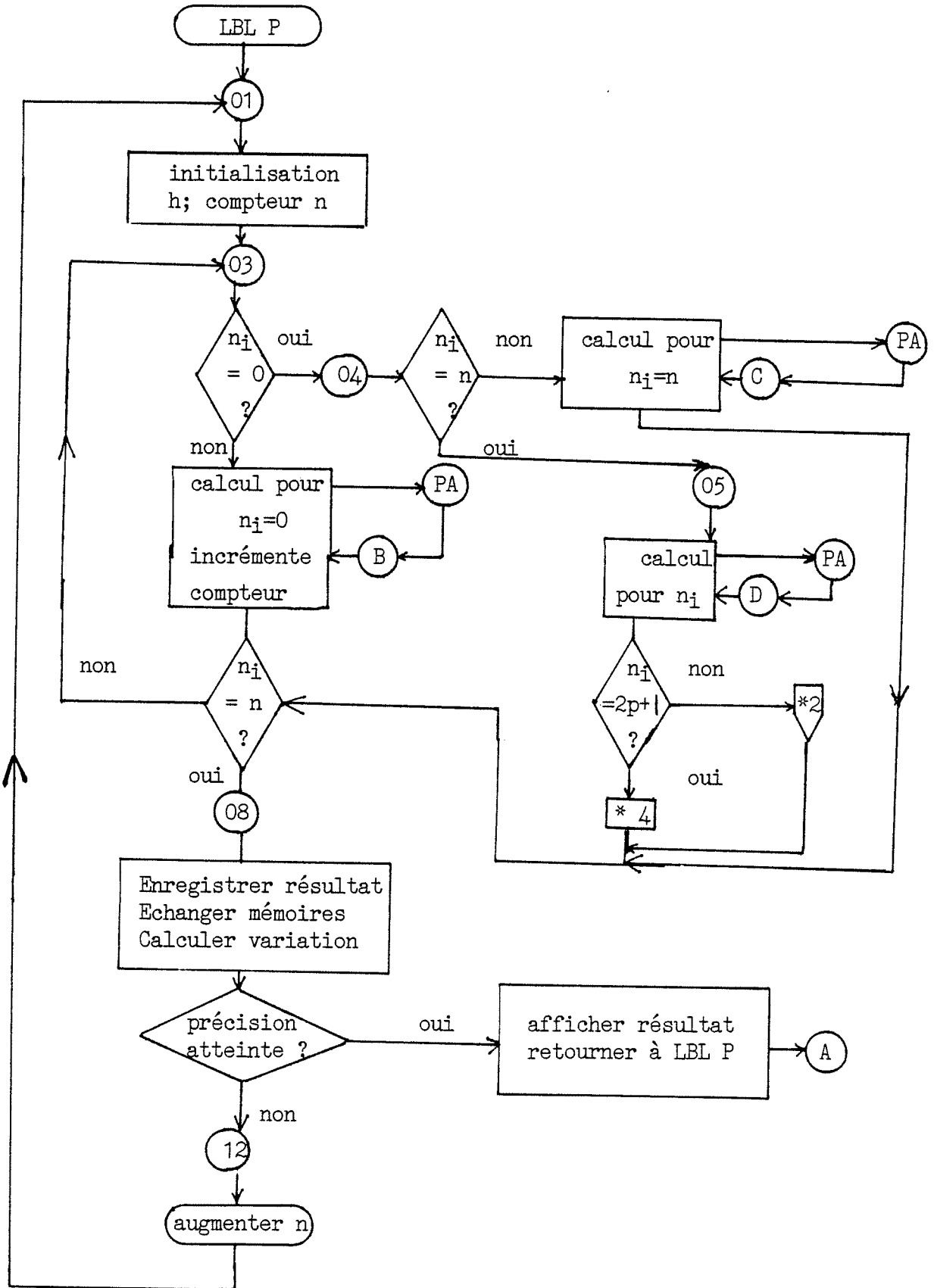
STO

- 60 précision
 61 borne inférieure
 62 borne supérieure
 63 fonction PA
 64 compteur
 65 h
 66 résultat précédent
 67 valeur intermédiaire
 68 nombre de pas sur l'intégrale
 69 ième pas ou classe i
 70 intégrale en cours de calcul
- 17 a pour f_j
 18 M_0 pour f_j
 21 p pour f_j
 26 y_0 pour f_j
 27 n (80)
- 25 $\sum_{j=1}^i f_j$ fréquences cumulées
- 31 f_j^i fréquence classe i de j
- 30 \bar{x}_j^2

$$PA = (1 + (x - M_0)/a)^p * \text{EXP}(\text{CHS}((x - M_0)p/a))$$



Routine Simpson



A5 - Loi du Khi carré

LBL K1	LBL GA	LBL G1	
STO 62	↗	↗	
XEQ KHI	↗	↗	
RCL 27	↗	↗	
-	INT	Y ↗ X	
CLA	-	X<>Y	
RTN	X=0?	CHS	
END	GTO 02	E ↗ X	
	CLX	*	
	+	X<>Y	
LBL K	GTO G1	PI	FACT = X!
STO 19	LBL 02	*	
RCL 26	+	2	
1/X	FACT	*	G1= STIRLING (voir A6)
2	RTN	SQRT	
RCL 25		*	
Y ↗ X		X<>Y	
/		X ↗ 2	
RCL 19		288	
RCL 25		*	
1		1/X	
-		RCL T	
Y ↗ X		12	
*		*	
RCL 19		1/X	
2		+	
/		1	
CHS		+	
E ↗ X		*	
*		RTN	
RTN			

$$k = \frac{2^{-v/2}}{\Gamma(v/2)} X^{(v/2)-1} e^{-X^2/2}$$

LBL KHI			
0	ST/64	STO 67	ST+68
STO 66	LBL 03	RCL 69	GTO 01
CF 00	RCL 64	2	LBL 08
K	INT	/	RCL 70
ASTO 63	X \neq 0?	INT	RCL 65
RCL 62	GTO 04	RCL 69	*
0	RCL 61	2	3
STO 61	XEQ IND 63	/	/
X>Y?	STO 70	-	X <> 66
RTN	ISG 64	X \neq 0?	RCL 66
1 E-6	GTO 03	SF 00	-
STO 60	GTO 08	2	ABS
LBL 00	LBL 04	FS?C 00	VIEW X
2	STO 69	4	RCL 60
STO 68	RCL 68	RCL 67	X <= Y?
RCL 21	X \neq Y?	*	GTO 12
2	GTO 05	ST+70	CLA
/	RCL 62	ISG 64	1 (*)
STO 25	XEQ IND 63	GTO 03	RCL 66
XEQ GA	ST+70	GTO 08	RCL 25
STO 26	ISG 64	LBL 12	*
LBL 01	GTO 03	CLA	-
RCL 62	GTO 08	RCL 68	INTG=
RCL 61	LBL 05	4	ARCL X
-	RCL 69	/	AVIEW
RCL 68	RCL 65	.5	RTN
STO 64	*	+	
/	RCL 61	INT	
STO 65	+	2	
1000	XEQ IND 63	*	

(*) LBL KHI est une procédure de Simpson qui calcule la probabilité de 0 à X^2 , celle recherchée pour le critère du X^2 étant alors la différence à 1.

SIZE 071

STO
60 précision
61 borne inférieure (0)
62 borne supérieure (χ^2 exp.)
63 fonction k
64 compteur
65 h
66 résultat précédent
67 valeur intermédiaire
68 nombre de pas
69 ième pas
70 intégrale en cours
21 nombre de d.d.l. v
25 v/2
26 Gamma de v/2
19 χ^2 en cours de calcul
(27 réservation)

GA calcul $X!$ si X entier et renvoi à la procédure G1 si X non entier .

G1 calcul $X!$ par l'approximation de Stirling avec correction.

A6 - Formules diverses -

1. Stirling

$$X! = x^x e^{-x} (2\pi x)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{12x} + \frac{1}{288x^2}\right)$$

Cette formule est quasi exacte pour toute valeur de $x > 0$

2. Simpson

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [f(a) + \sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih) \cdot k_i + f(b)]$$

où $h = (b-a) / n$; $n = 2p$ (impérativement)

$$k_i = 2(i \text{ Mod } 2 + 1)$$

Cette formule est parfaitement exacte pour $n = 2$ si $f(x)$ est une équation du 1er, 2ème ou 3ème degré.

A7- Pearson III

χ^2 minimum

$$a = 0.60484$$

$$p = 0.56000$$

$$y_0 = 0.42977$$

$$M_0 = 7.135$$

PROGRAM DIONNE 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DB FTM 5.1+564 84/04/25 20.35.12

```

60      135 PO=QOUBFS(DSEED)
61      *** QOUBFS EST UN GENERATEUR DE NBRES ALEATOIRES UTILISANT DSEED
62      COMME INITIATEUR DU CALCUL. DSEED EST REGENERE AUTOMATIQUEMENT
63      C
64      DO 137 L=1,100
65      IF (K.GT.1) GOTO 138
66      WK(I)=DNEBO(L)
67      GO TO 134
68      138 WK(I)=DNEB1(L)
69      136 IF(WK(I).LE.PO) GOTO 134
70      139 CONTINUE
71      134 IR(I)=L-1
72      IF (IR(I).LE.O) GOTO 131
73      BB=BB+1
74      IF (BB.LT.NR) GOTO 132
75      140 CONTINUE
76      Z(I)=0
77      DO 141 I=8,100
78      Z(I)=0
79      141 COMPT(I)=0
80      C
81      *** K=NBRES DE SUCCES,P=PROBABILITE DE SUCCES
82      NR=NBRE DE CALCULS,WK=VARIABLE DE TRAVAIL,IR= VECTEUR DE SORTIE
83      C
84      DO 120 I=1,NR
85      COMPT(IR(I)+1)=COMPT(IR(I)+1)+1
86      DO 100 J=1,IR(I)
87      C
88      LES ARGUMENTS ET LE NOM EXACT DE LA FONCTION AFNX DOIVENT ETRE
89      INGRES ICI,AINSI QUE LES EQUATIONS NECESSAIRES A LA SOLUTION.
90      C
91      PO=QOUBFS(DSEED)
92      IF (FLAG1.LT.1) GOTO 125
93      CALL RACINE (PO,TDUT)
94      GOTO 201
95      125 CALL HDSTI (PO, IDF, TOUT, IER)
96      TOUT=TOUT+0
97      C
98      AUTRES EQUATIONS...
99      C
100     201 Z(J)=TOUT
101     100 Y(I)=Y(I)-EXP(Z(J))
102     120 CONTINUE
103     C
104     Y=SEVERITE TOTALE
105     C
106     CALL VSRTR(Y,NR,AA)
107     DO 121 L=1,10
108     121 PRINT 10
109     PRINT 30
110     PRINT 10
111     WRITE(OUT,40) COMPT(1)
112     DO 130 I=1,10
113     Y(I)=Y(I)
114     Y(I+10)=Y(I+10)
115     130 WRITE(OUT,50) I,Y(I),COMPT(I+1),I+10,Y(I+10),COMPT(I+11)
116     PRINT 10
117     PRINT 70
118     200 CONTINUE
119     C
120     *** INSCRIRE LES FORMATS

```

PROGRAM DIONNE 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DB FTM 5.1+564 84/04/25 20.35.12

```

121     10 FORMAT (1X)
122     20 FORMAT (6X,14,30X,16)
123     30 FORMAT (9X,"N",7X,"SEVERITE",7X,"NBRE",9X,"N",7X,
124     *SEVERITE",7X,"NBRE")
125     40 FORMAT (9X,"0",20X,16)
126     50 FORMAT (6X,14,5X,F10.2,5X,16,6X,14,5X,F10.2,5X,16)
127     60 FORMAT (6X,14,5X,F10.6,5X,16)
128     70 FORMAT (* ** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN
129     *ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE *** *)
130     END
131

```

--VARIABLE MAP--(LD=M/A)				--NAME--ADDRESS--BLOCK--PROPERTIES--				--NAME--ADDRESS--BLOCK--PROPERTIES--			
AA	3720B	/SIMUL/	INTEGER	1000	L	735B					II
BB	730B		INTEGER		MODE	1B	/SIMP/				RI
BORNE	2B	/SIMP/	REAL		NR	2B	/PARAM/				RI
COMPT	10004B	/SIMUL/	INTEGER	100	P	6B	/PARAM/				RI
CSTE	0B	/SIMP/	REAL		PP	7B	/PARAM/				RI
D	4B	/PARAM/	REAL		PG	10B	/PARAM/				RI
DSEED	723B		DOUBLE		PRE	3B	/PARAM/				RI
FLAG1	4B	/SIMP/	INTEGER		PUI	3B	/SIMP/				RI
FLAG2	731B		INTEGER		PO	725B					DI
I	734B		INTEGER		TOUT	0B	/PARAM/				RI
IDF	3B	/PARAM/	REAL		TOUT	727B					RI
IER	743B	*6*	INTEGER		WK	0B	/SIMUL/				RI
II	732B		INTEGER		X	NONE	STF-DARG				RI
IR	1750B	/SIMUL/	INTEGER	1000	Y	5670B	/SIMUL/				RI
J	741B		INTEGER		Z	7640B	/SIMUL/				RI
K	1B	/PARAM/	REAL								

--SYMBOLIC CONSTANTS--(LD=M/A)		
NAME	TYPE	VALUE
IN	INTEGER	5
OUT	INTEGER	6
PI	REAL	0*17216220773250404272*

--PROCEDURES--(LD=M/A)				--NAME--TYPE--ARCS--CLASS--			
NAME	TYPE	ARCS	CLASS	NAME	TYPE	ARCS	CLASS
DGAM	REAL	1	STAT FUNC	QOUBFS	REAL	1	FUNCTION
DNEBO	REAL	1	STAT FUNC	HDSTI		4	SUBROUTINE
DNEB1	REAL	1	STAT FUNC	RACINE		2	SUBROUTINE
EXP	GENERIC	1	INTRINSIC	VSRTR		3	SUBROUTINE

--STATEMENT LABELS--(LD=M/A)				--LABEL-ADDRESS--PROPERTIES--DEF				--LABEL-ADDRESS--PROPER			
LD	ADDRESS	PROPERTIES	DEF	LD	ADDRESS	PROPERTIES	DEF	LD	ADDRESS	PROPER	
10	562B	FORMAT	122	100	INACTIVE	DO-TERM	101	134	333B		
20	564B	FORMAT	123	120	INACTIVE	DO-TERM	102	135	36B		
30	567B	FORMAT	124	121	INACTIVE	DO-TERM	108	136	320B		
40	377B	FORMAT	126	125	422B		95	138	210B		
50	402B	FORMAT	127	130	INACTIVE	DO-TERM	115	139	INACTIVE	DO-TER	
60	610B	FORMAT	128	131	54B		59	140	*NO REFS*		
70	614B	FORMAT	129	132	55B		55	141	INACTIVE	DO-TER	

PROGRAM DIONNE 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DS FTN 5.1+564 84/04/25 20.35.12
 -LABEL-ADDRESS-----PROPERTIES-----DEF -LABEL-ADDRESS-----PROPERTIES-----DEF -LABEL-ADDRESS-----PROPER

200 INACTIVE DO-TERM 118 201 4278 100
 -ENTRY POINTS--(LD=M/A)
 -NAME--ADDRESS--ARGS--
 DIONNE 208 0

--DO LOOPS--(LD=M/A)
 -LABEL-ADDRESS-----PROPERTIES-----INDEX-----FROM-----TO-----LABEL-ADDRESS-----PROPERTIES-----INDE

200	*NO REFS*	XREF/OUTER	II	49	118	100	*NO REFS*	XRBF	J
139	*NO REFS*	XREF/EXIT	L	64	70	121	*NO REFS*	XRBF	L
141	*NO REFS*	XREF/OUTER	I	77	79	130	*NO REFS*	XRBF	I
120	*NO REFS*	XREF/OUTER	I	84	102				

--COMMON+EQUIVALENCE--(LD=M/A)

/PARAM/	LEVEL = 1. SIZE = 9 WORDS CH							
T<1>	K<2>	NR<3>		IDF<4>		DC<5>		
P<7>	PP<8>	PG<9>						
/SIMUL/	LEVEL = 1. SIZE = 4200 WORDS CH							
WK<1-1000>	IR<1001-2000>	AA<2001-3000>		Y<3001-4000>		Z<4001-4100>		
CDPPT<4101-4200>								
/SIMPS/	LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CH							
CBTE<1>	MODE<2>	BORNE<3>		PUI<4>		FLAG1<5>		

--I/O UNITS--(LD=M/A)
 -NAME--PROPERTIES--
 TAPE6 FMT/SEQ

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 7468 = 486
 CH LABELLED COMMON LENGTH 101868 = 4214
 CH STORAGE USED 633008 = 26304
 COMPILE TIME 1.263 SECONDS

SUBROUTINE RACINE 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DS FTN 5.1+564 84/04/25 20.35.12
 DO=-LONG/-OT,ARG=-COMMON/-FIXED,CS= USER/-FIXED,DS=-TB/-SB/-SL/ ER/-ID/--PHD/--ST,PL=3000
 FTNS(LD=M).

```

1  SUBROUTINE RACINE (PO, TOUT)
2  INTEGER FLAG1
3  DOUBLE PRECISION PO
4  REAL X, X1, T1, T2, P1, P2, XOUT, TOUT
5  REAL CBTE, MODE, BORNE, PUI
6  REAL D, PRE, P
7  COMMON /PARAM/ T, K, NR, IDF, D, PRE, P, PP, PG
8  COMMON /SIMUL/ WK(1000), IR(1000), AA(1000), Y(1000),
9  *Z(100), CDPPT(100)
10 COMMON /SIMPS/ CBTE, MODE, BORNE, PUI, FLAG1
11 ***** AFN2 *****
12 PRE-PRECISION ABSOLUE DE L'AJUSTEMENT
13 TOUT=T OUTPUT
14 LE CALCUL EST FAIT PAR LA METHODE DE NEWTON DE RECHERCHE DE RACINES
15 L'ARGUMENT EST PO VS XOUT DE L'INTEGRALE ET LA RACINE X=TOUT
16 CORRESPONDANT A P=PO
17
18 FLAG1=0 ==>AFN1
19 FLAG1=1 ==>AFN2
20 LA METHODE EST UTILISEE POUR AFN2.
21 VOIR PLUS LOIN POUR CETTE FONCTION.
22 L'UTILISATION DE FLAG1 PERMET DE CHANGER LA FONCTION ETUDIEE
23 SANS POUR AUTANT MODIFIER TOUT LE PROGRAMME.
24
25 I=0
26 X1=MODE-BORNE
27 X=X1
28 CALL AFN2(X, XOUT)
29 P1=XOUT
30 T1=X
31 DO 10 I=1, 100
32 X=X1+1
33 T2=X
34 CALL AFN2(X, XOUT)
35 P2=XOUT
36 IF (ABS(P2-PO).LE. PRE) GOTO 999
37 IF ((PO-P1)+(PO-P2).LE. 0) GOTO 15
38 P1=P2
39 T1=T2
40 X=T2-(P2-PO)*(T2-T1)/(P2-P1)
41 CALL AFN2(X, XOUT)
42 IF (ABS(XOUT-PO).LE. PRE) GOTO 999
43 IF ((PO-XOUT).LT. 0) GOTO 20
44 T1=X
45 P1=XOUT
46 GOTO 16
47 T2=X
48 P2=XOUT
49 P1=P1/2
50 GOTO 16
51 TOUT=X
52 999 RETURN
53 FORMAT (F10.6, 5X, F10.6, 5X, F10.6)

```

SUBROUTINE RACINE 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DB FTN 5.1+564 84/04/25 20.35.12

```

60 FORMAT (6X, I4, 5X, F10.6, 5X, F10.6, 5X, F10.6, 5X, I6)
61 FORMAT (7X, "T1", 10X, "P1", 13X, "PO", 13X, "P2", 11X, "TZ")
62 80 FORMAT (1X)
63 90 FORMAT (F10.6, 5X, F10.6, 5X, F10.6, 5X, F10.6, 1X, F10.6)
64 100 FORMAT (7X, "T1", 11X, "X", 13X, "TZ", 13X, "PO", 9X, "XOUT")
65 END
    
```

VARIABLE MAP (LD=M/A)				NAME ADDRESS BLOCK PROPERTIES				NAME ADDRESS BLOCK PROPERTIES			
NAME	ADDRESS	BLOCK	PROPERTIES	TYPE	SIZE	NAME	ADDRESS	BLOCK	PROPERTIES	TYPE	SIZE
AA	3720B	/SIMUL/		REAL	1000	PRE	5B	/PARAM/		RI	
BORNE	2B	/SIMPS/		REAL		PUI	3B	/SIMPS/		RI	
COMPT	10004B	/SIMUL/		REAL	100	PO	1	DUMMY-ARG		RI	
CSTE	0B	/SIMPS/		REAL		P1	250B			RI	
D	4B	/PARAM/		REAL		P2	251B			RI	
FLAG1	4B	/SIMPS/		INTEGER		T	0B	/PARAM/		RI	
I	252B			INTEGER		TOUT	2	DUMMY-ARG		RI	
IDF	3B	/PARAM/		INTEGER		T1	246B			RI	
IR	1750B	/SIMUL/		INTEGER	1000	T2	247B			RI	
K	1B	/PARAM/		INTEGER		WA	0B	/SIMUL/		RI	
MODE	1B	/SIMPS/		REAL		X	244B			RI	
NR	2B	/PARAM/		REAL		XOUT	252B			RI	
P	6B	/PARAM/		INTEGER		X1	245B			RI	
PP	7B	/PARAM/		REAL		Y	5670B	/SIMUL/		RI	
PG	10B	/PARAM/		REAL		Z	7640B	/SIMUL/		RI	

PROCEDURES (LD=M/A)			
NAME	TYPE	ARGS	CLASS
ABB	GENERIC	1	INTRINSIC
AFNG		2	SUBROUTINE

STATEMENT LABELS (LD=M/A)				LABEL ADDRESS PROPERTIES DEF				LABEL ADDRESS PROPERTIES DEF			
LABEL	ADDRESS	PROPERTIES	DEF	LABEL	ADDRESS	PROPERTIES	DEF	LABEL	ADDRESS	PROPERTIES	DEF
10	INACTIVE	DO-TERM	43	50	200B	FORMAT	59	90	221B	FORMAT	
15			44	60	204B	FORMAT	60	100	227B	FORMAT	
16			45	70	211B	FORMAT	61	999	170B	FORMAT	
20	161B		53	80	217B	FORMAT	62				

ENTRY POINTS (LD=M/A)		
NAME	ADDRESS	ARGS
RACINE	5B	2

DO LOOPS (LD=M/A)				
LABEL	ADDRESS	PROPERTIES	INDEX	FROM TO
10	*NO REFS*	XREF/EXIT	1	35 43

SUBROUTINE RACINE 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DB FTN 5.1+564 84/04/25 20.35.12

COMMON-EQUIVALENCE (LD=M/A)

/PARAM/	LEVEL = 1, SIZE = 2 WORDS CH	NR<3>	IDF<4>	D<5>
TC<1>	K<2>	PG<9>		
PC<7>	PP<8>			
/SIMUL/	LEVEL = 1, SIZE = 4200 WORDS CH	AA<2001-3000>	Y<3001-4000>	Z<4001-4100>
WK<1-1000>	IR<1001-2000>			
COMPT<4101-4200>				
/SIMPS/	LEVEL = 1, SIZE = 5 WORDS CH	BORNE<3>	PUI<4>	FLAG1<5>
CSTE<1>	MODE<2>			

STATISTICS

```

PROGRAM UNIT LENGTH      257B = 175
CH LABELLED COMMON LENGTH 10166B = 4214
CH STORAGE USED          61300B = 25260
COMPILE TIME              0.524 SECONDS
    
```

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DS FTN 5.1+564 84/04/25 20.35.12
 DO=L/NO/-OT,ARG=-COMMON/-FIXED,CB= USER/-FIXED,DB=-TB/-SB/-SL/ ER/-ID/-PMD/-G,PL=9000
 FTNS(LD=M).

```

1 C
2 C *****
3 C
4 C SUBROUTINE AFN2(X,XOUT)
5 C REAL X,XOUT,BSUP,XPRE,XX,YY
6 C REAL CSTE,MODE,BORNE,PUI
7 C REAL PRE,H,RNO
8 C INTEGER LRNO,LSUP,FLAG1
9 C COMMON /PARAM/ T,M,NR,DF,D,PRE,P,PP,PG
10 C COMMON /SIMUL/ WK(1000),IR(1000),AA(1000),Y(1000),
11 C *Z(100),COMPT(100)
12 C COMMON /SIMP/ CSTE,MODE,BORNE,PUI,FLAG1
13 C
14 C CETTE ROUTINE CALCULE LA VALEUR DE L'INTEGRALE DE LA
15 C FONCTION AFN2 PAR LA METHODE D'APPROXIMATION DE SIMPSON
16 C (ICI AFN2 EST LA FONCTION DE TYPE TROIS DE PEARSON,
17 C LES VARIABLES SONT:
18 C I=VARIABLE ALEATOIRE (ICI LOG DE LA VARIABLE REELLE)
19 C CSTE=CONSTANTE D'INTEGRATION
20 C MODE=MODE DE LA DISTRIBUTION,AUSSI VALEUR LA PLUS PROBABLE
21 C BORNE=LIMITE INFERIEURE DE CALCUL:PEAR(BORNE)=0
22 C PUI=EXPOSANT
23 C PRE=PRECISION DU CALCUL
24 C XOUT=VALEUR DE L'INTEGRALE DE BORNE A X DE AFN2
25 C
26 C LA FONCTION PEAR3 EST CENTREE SUR SON MODE, LA CONSTANTE
27 C D'INTEGRATION EST TELLE QUE L'INTEGRALE DE BORNE A
28 C L'INFINI DE PEAR3 SOIT EGALE A 1.
29 C
30 C PEAR3(YY)=((1+(YY-MODE)/(BORNE))**PUI)*
31 C *EXP(-PUI*(YY-MODE)/(BORNE))
32 C
33 C INITIALISATION
34 C
35 C RNO=4.0
36 C XOUT=0.0
37 C BSUP=PEAR3(X)
38 C IF (BSUP.EQ.0.0) RETURN
39 C XPRE=0.0
40 C
41 C BOUCLE DE LA PROCEDURE DE CALCUL
42 C
43 C 10 LRNO=ABS(RNO)
44 C H=(1-MODE+BORNE)/LRNO
45 C LSUP=LRNO-1
46 C XOUT=BSUP
47 C DO 20 L=1,LSUP
48 C XX=MODE-BORNE+L*H
49 C XOUT=XOUT+2*PEAR3(XX)*(MOD(L,2)+1)
50 C
51 C 20 CONTINUE
52 C XOUT=XOUT*H/3
53 C IF (ABS(XOUT-XPRE).LE.PRE) GO TO 30
54 C XPRE=XOUT
55 C RNO=RNO+2*IFIX(RNO/4+.51)
56 C GO TO 10
57 C 30 XOUT=XOUT+CSTE
58 C 100 FORMAT (F10.6,5X,F10.6)
59 C 110 FORMAT (F10.6)
60 C 120 FORMAT (F6)
    
```

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DS FTN 5.1+564 84/04/25 20.35.12

```

60 130 FORMAT ("*****")
61 140 FORMAT (16,5X,F10.6,5X,F10.6,5X,F10.6,5X,F10.6)
62 150 FORMAT (4X,"L=",10X,"XX",14X,"X",12X,"XOUT",10X,"XPRE*3/H*")
63 160 FORMAT ("*** RNO =",F10.2)
64 RETURN
65 END
    
```

VARIABLE MAP--(LO=M/A)				NAME--ADDRESS--BLOCK--PROPERTIES			
NAME	ADDRESS	BLOCK	PROPERTIES	NAME	ADDRESS	BLOCK	PROPERTIES
AA	3720B	/SIMUL/	REAL	P	6B	/PARAM/	R
BORNE	2B	/SIMP/	REAL	PP	7B	/PARAM/	R
BSUP	203B		REAL	PG	10B	/PARAM/	R
COMPT	10004B	/SIMUL/	REAL	PRE	3B	/PARAM/	R
CSTE	0B	/SIMP/	REAL	PUI	3B	/SIMP/	R
D	4B	/PARAM/	REAL	RNO	206B		R
FLAG1	4B	/SIMP/	INTEGER	T	0B	/PARAM/	R
H	203B		REAL	WK	0B	/SIMUL/	R
IDF	3B	/PARAM/	INTEGER	X	1	DUMMY-ARG	R
IR	1750B	/SIMUL/	INTEGER	XOUT	2	DUMMY-ARG	R
N	1B	/PARAM/	INTEGER	XPRE	203B		R
L	211B		INTEGER	XX	204B		R
LRNO	207B		INTEGER	Y	5670B	/SIMUL/	R
LSUP	210B		INTEGER	YY	NONE	STP-DARG	R
MODE	1B	/SIMP/	REAL	Z	7640B	/SIMUL/	R
NR	2B	/PARAM/	INTEGER				

PROCEDURES--(LO=M/A)			
NAME	TYPE	ARGS	CLASS
ABS	GENERIC	1	INTRINSIC
EXP	GENERIC	1	INTRINSIC
IFIX	INTEGER	1	INTRINSIC
MOD	GENERIC	2	INTRINSIC
PEAR3	REAL	1	STAT FUNC

STATEMENT LABELS--(LO=M/A)				LABEL-ADDRESS--PROPERTIES--DEF			
LABEL	ADDRESS	PROPERTIES	DEF	LABEL	ADDRESS	PROPERTIES	DEF
10	35B		43	110	149B	FORMAT	58
20	INACTIVE	DO-TERM	50	120	147B	FORMAT	59
30	127B		56	130	151B	FORMAT	60
100	142B	FORMAT	57				

ENTRY POINTS--(LO=M/A)		
NAME	ADDRESS	ARGS
AFN2	5B	2

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DB FTN 5.1+564 84/04/25 20.05.12

```

--DO LOOPS--(LD=M/A)
-LABEL--ADDRESS--PROPERTIES-----INDEX--FROM--TO
20 *NO REFS* XREF L 47 50

--COMMON+EQUIVALENCE--(LD=M/A)

/PARAM/ LEVEL = 1. SIZE = 9 WORDS CH
T<1> K<2> NR<3> IDF<4> DC<5>
P<7> PP<8> PG<9>

/SIMUL/ LEVEL = 1. SIZE = 4200 WORDS CH
HM<1-1000> IR<1001-2000> AAC2001-3000 Y<3001-4000> Z<4001-4100>
CONPT<4101-4200>

/SIMPS/ LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CH
CSTE<1> MODE<2> BORNE<3> PUI<4> FLAG<5>

--STATISTICS--
PROGRAM-UNIT LENGTH 215B = 141
CM LABELLED COMMON LENGTH 10166B = 4214
CM STORAGE USED 61300B = 25280
COMPILE TIME 0.446 SECONDS
    
```

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		86092			
1	3556482.44	936	11	397040.41	0
2	2043470.20	13	12	374799.14	0
3	2043470.20	1	13	391770.59	0
4	2043470.20	0	14	372661.06	0
5	2043470.20	0	15	276953.62	0
6	1122420.35	0	16	245918.20	0
7	731730.68	0	17	240842.22	0
8	731730.68	0	18	231636.64	0
9	731730.68	0	19	201903.35	0
10	644117.20	0	20	193770.24	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

```

MFA NOSSE 1.5 MFA UNTL 564 84/04/10
20.05.12 LIONED1 DE MFB/TIAC 84/04/25 9TL
20.05.12 IF 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 04
20.05.12 LIONEL, CH70000, T1007.
20.05.12 04117 ASECC222.
20.05.12 FTNS(LD=M).
20.05.14 53300 CH STORAGE USED.
20.05.14 2.316 CP SECONDS COMPILE TIME.
20.05.14 IMBLS.
20.05.15 EXC(01+)
20.05.15 ATTACH IMBL, IMBLS, ID=U001178, SN=PFQUEUE)
20.05.15 AT CY= 002 SN=PFQUEUE
20.05.15 LIBRARY(NUCLEUS, IMBL)
20.05.15 EXIT(S)
20.05.15 EXC(01-)
20.05.15 LCO.
20.05.18 CH LWA+1 = 271738, LOADER USED 44700B
20.05.39 END DIONNE
20.05.39 35000 MAXIMUM EXECUTION FL.
20.05.39 766.413 CP SECONDS EXECUTION TIME.
20.05.39 00003200 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
20.05.39 SEJOUR INPUT (SEC) T = 4
20.05.39 SEJOUR GUEUE CM (SEC) T = 0, 1 SWAPS
20.05.39 SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 1046, 0 INTERACTIONS
20.05.39 SEJOUR TOTAL (SEC) T = 1051, 53 ACCES DISQUE
20.05.39 ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114, MAX = 388
20.05.39 ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 31300, MAX = 63500B
20.05.40 TEMPS CP (SEC) T = 769.990 COUT =# 86.623
20.05.40 TEMPS IO (SEC) T = 4.070 COUT =# 0.061
20.05.40 TEMPS * MEMOIRE (KMS) TH = 10064.931 COUT =# 25.162
20.05.40 COUT(CP, IO, CM, NT) TOTAL=# 111.847
20.05.40 FIN IAC 84/04/25

20.05.22 LIONED1. 4117-A2 EG(02-PTX) PR 1 596 LN 12 PO 84/04/25 MFA/ A2 81036
    
```

DSEED=PI N=1000

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ B/ M/-D,-DB FTN 5.1+564 84/04/25 20.37.01

--DO LOOPS--(LD=M/A)
 LABEL--ADDRESS--PROPERTIES-----INDEX--FROM--TO
 20 *NO REFS* XREF L 47 50

--COMMON-EQUIVALENCE--(LD=M/A)

```

/PARAM/ LEVEL = 1, SIZE = 9 WORDS CM          NR<C>          IDF<4>          DC<3>
TC<1>          KC<2>
PC<3>          PF<5>

/SIMUL/ LEVEL = 1, SIZE = 4200 WORDS CM       AAC2001-3000     YC3001-4000     Z<4001-4100>
WK<1-1000>     IR<1001-2000>
COMPT<4101-4200>

/SIMPS/ LEVEL = 1, SIZE = 5 WORDS CM          BORNE<C>        PUI<4>          FLAG<1-5>
CBTE<1>       HODE<2>
  
```

--STATISTICS--

```

PROGRAM-UNIT LENGTH      215B = 141
CM LABELLED COMMON LENGTH 10166B = 4214
CM STORAGE USED          81300B = 25200
COMPILE TIME              0.457 SECONDS
  
```

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		89423			
1	3554727.92	977	11	366088.33	0
2	2043470.20	21	12	364722.29	0
3	731790.68	0	13	326421.04	0
4	731790.68	0	14	276593.62	0
5	581071.76	0	15	276593.62	0
6	344864.17	0	16	236690.11	0
7	339324.31	0	17	224518.37	0
8	320354.81	0	18	212566.22	0
9	410423.20	0	19	212566.22	0
10	368358.39	0	20	211010.45	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

```

MFA NOSBE 1.5 MFA UMTL 564 84/04/10
20.37.01. LIGNES 18 DE MFS/TIAC 84/04/25 9TL
20.37.01. IP 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 40
20.37.01. LIGNES CM70000, T1007.
20.37.01. 04117 ABEC222
20.37.01. FTNS(LD=M)
20.37.06. 63300 CM STORAGE USED.
20.37.06. 2.376 CP SECONDS COMPILATION TIME.
20.37.06. IMSL5
20.37.06. EXC(01+)
20.37.06. ATTACH(IMSL, IMSL5, ID=U00117B, SN=PFQUEUE)
20.37.06. AT CY= 002 SN=PFQUEUE
20.37.06. LIBRARY(NUCLEUS, IMSL)
20.37.06. EXIT(S)
20.37.06. EXC(01-)
20.37.06. L90.
20.37.09. CM LMA+1 = 27172B, LOADER USED 44700B
20.53.25. END DIONNE
20.53.25. 35000 MAXIMUM EXECUTION FL.
20.53.25. 719.484 CP SECONDS EXECUTION TIME.
20.53.25. CP 00003200 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
20.53.25. SEJOUR INPUT (SEC) T = 10
20.53.25. SEJOUR QUEUE CM (SEC) T = 1. 3 SWAPS
20.53.25. SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 981. 0 INTERACTIONS
20.53.25. SEJOUR TOTAL (SEC) T = 994. 30 ACCES DISQUE
20.53.25. ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114. MAX = 342
20.53.25. ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 31300. MAX = 63300B
20.53.25. TEMPS CP (SEC) T = 723.193 COUT =# 81.359
20.53.25. TEMPS IO (SEC) T = 4.170 COUT =# 0.62
20.53.25. TEMPS * MEMOIRE (KRS) T = 7462.927 COUT =# 23.657
20.53.25. COUT CP, IO, CH, NT) TOTAL=# 105.079
20.53.25. FIN IAC 84/04/25
  
```

21.01.12. LIGNES 18 4117-A2 EQ(02-PTX) PR 1 596 LN 12 PG 84/04/25 MFA/ A2 S1037

$$DSEED=(PI)^n \quad n \in (1,10)$$

$$N=10 * 100$$

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ H/-D,-DB FTN 5.1+564 84/04/25 19.09.16

--DO LOOPS--(LD=M/A)
 --LABEL--ADDRESS--PROPERTIES-----INDEX--FROM--TO
 20 *NO REFS* XREF L 47 50

--COMMON+EQUIVALENCE--(LD=M/A)

/PARAM/ LEVEL = 1, SIZE = 9 WORDS CH NR<D> IDF<4> D<5>
 IC<2> PC<7> KC<2> PK<8> PG<7>
 /SINR/ LEVEL = 1, SIZE = 4200 WORDS CH AA<2001-3000> Y<3001-4000> Z<4001-4100>
 HK<1-1000> TR<1001-2000>
 COMPT<4101-4200>
 /SINPS/ LEVEL = 1, SIZE = 5 WORDS CH BORNE<D> PUI<4> FLAG<1><5>
 CBTE<1> MODE<2>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 2158 = 141
 CH LABELLED COMMON LENGTH 101668 = 4214
 CH STORAGE USED 613008 = 25280
 COMPILE TIME 0.501 SECONDS

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8288			
1	390987.18	97	11	26638.38	0
2	274893.62	0	12	19654.73	0
3	101738.39	0	13	19317.77	0
4	98705.87	0	14	17702.79	0
5	96465.34	0	15	17903.82	0
6	75864.94	0	16	16177.80	0
7	57042.49	0	17	15971.72	0
8	36848.08	0	18	14605.96	0
9	32666.33	0	19	14368.09	0
10	27777.18	0	20	14246.12	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9566			
1	5554727.92	94	11	12294.28	0
2	2043470.20	0	12	11808.84	0
3	71790.68	0	13	11167.38	0
4	473316.73	0	14	10141.64	0
5	111010.58	0	15	9274.96	0
6	34958.17	0	16	8793.81	0
7	22569.75	0	17	8507.17	0
8	16671.58	0	18	8364.22	0
9	15715.15	0	19	6354.40	0
10	14638.85	0	20	6408.75	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8745			
1	731750.68	96	11	15462.37	0
2	212685.31	0	12	13660.80	0
3	101738.39	0	13	13556.36	0
4	44497.58	0	14	12721.00	0
5	27587.47	0	15	11737.71	0
6	27458.07	0	16	11644.42	0
7	24857.68	0	17	11058.90	0
8	20323.91	0	18	10810.65	0
9	18712.29	0	19	10246.51	0
10	15935.93	0	20	9898.13	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8061			
1	2043470.20	97	11	14273.31	0
2	2043470.20	0	12	14424.39	0
3	168177.14	0	13	11071.83	0
4	95741.75	0	14	10169.88	0
5	75080.17	0	15	9960.91	0
6	46450.00	0	16	9620.36	0
7	40585.16	0	17	9584.85	0
8	25049.85	0	18	8725.64	0
9	21565.80	0	19	8578.17	0
10	17518.59	0	20	8192.76	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8189			
1	231275.15	98	11	27484.55	0
2	106647.26	0	12	25436.93	0
3	101738.39	0	13	25113.03	0
4	84171.77	0	14	24038.38	0
5	77271.01	0	15	18404.12	0
6	68378.26	0	16	13589.21	0
7	57947.11	0	17	13302.03	0
8	35116.43	0	18	11789.43	0
9	32463.85	0	19	8999.89	0
10	31506.72	0	20	8520.28	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		10040			
1	928157.80	76	11	12204.32	0
2	463648.07	4	12	11711.16	0
3	178038.08	0	13	11878.75	0
4	39347.75	0	14	10754.88	0
5	32993.40	0	15	10350.33	0
6	25331.03	0	16	9987.29	0
7	23402.03	0	17	9399.69	0
8	17016.21	0	18	8899.97	0
9	13662.23	0	19	8367.76	0
10	12828.82	0	20	7935.78	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9517			
1	139732.74	76	11	17603.13	0
2	131710.70	3	12	17260.10	0
3	85739.53	1	13	17073.10	0
4	45769.68	0	14	17053.22	0
5	41610.10	0	15	16606.09	0
6	37427.46	0	16	16090.29	0
7	36373.27	0	17	14820.90	0
8	29726.14	0	18	14653.96	0
9	28568.31	0	19	9266.17	0
10	26284.94	0	20	8588.05	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7563			
1	56543.48	99	11	13456.80	0
2	47563.70	1	12	11561.54	0
3	31967.25	0	13	10047.00	0
4	20752.37	0	14	9260.38	0
5	18209.43	0	15	7565.83	0
6	17322.47	0	16	7066.43	0
7	16506.64	0	17	6942.38	0
8	15285.05	0	18	6616.22	0
9	13633.92	0	19	6127.66	0
10	13457.14	0	20	5656.71	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9016			
1	2043470.20	97	11	28041.47	0
2	751750.68	3	12	19294.69	0
3	415991.35	0	13	18006.10	0
4	38048.02	0	14	14196.34	0
5	56300.02	0	15	14123.40	0
6	49267.35	0	16	13664.34	0
7	45219.47	0	17	13512.22	0
8	42519.06	0	18	13138.43	0
9	36493.32	0	19	11626.46	0
10	33829.63	0	20	11502.20	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0	81094.85	9257	11	22440.20	0
1	70613.61	99	12	19304.66	0
2	44416.34	0	13	17903.30	0
3	37427.46	0	14	17410.25	0
4	32707.43	0	15	14093.34	0
5	30803.34	0	16	13768.79	0
6	30088.73	0	17	9860.11	0
7	29969.27	0	18	9791.86	0
8	25241.44	0	19	9337.10	0
9	23048.34	0	20	9182.76	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

```

MFA NOBSE 1.5 MFA UNTL 564 84/04/10
19.09.13. LIONEDF DE MFB/TIAC 84/04/23 OTL
19.09.13. IP 00001028 WORDS - FILE INPUT , DC 04
19.09.13. LIONEL. CRT7000. T1007.
19.09.15. 04117 ABEC222
19.09.16. FTNS(LD=M).
19.09.17. 63300 CM STORAGE USED.
19.09.17. 2.356 CP SECONDS COMPILATION TIME.
19.09.19. IMSLS.
19.09.20. EXC(01+)
19.09.20. ATTACH(IMSL,IMSL3.ID=U001178,SN=PFQUEUE)
19.09.20. AT CY= 002 SN=PFQUEUE
19.09.20. LIBRARY(NUCLEUS,IMSL)
19.09.20. EXIT(8)
19.09.20. EXC(01-)
19.09.20. L90.
19.09.24. CH LWA+1 = 271728, LOADER USED 447008
19.18.11. END DIONNE
19.18.11. 33000 MAXIMUM EXECUTION FL.
19.18.11. 697.905 CP SECONDS EXECUTION TIME.
19.18.11. OP 00004228 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
19.18.11. SEJOUR INPUT (SEC) T = 792
19.18.11. SEJOUR QUEUE CM (SEC) T = 3. 2 SWAPS
19.18.11. SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 532. 0 INTERACTIONS
19.18.11. SEJOUR TOTAL (SEC) T = 1328. 33 ACCES DISQUE
19.18.11. ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114. MAX = 342
19.18.11. ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 34400. MAX = 633008
19.18.11. TEMPS CP (SEC) T = 701.505 COUT = 78.919
19.18.11. TEMPS IO (SEC) T = 4.085 COUT = 061
19.18.11. TEMPS MEMOIRE (KMS) TH = 10372.677 COUT = 25.931
19.18.11. COUT(CP,IO,CH,NT) TOTAL = 104.912
19.18.11. FIN IAC 84/04/25

19.40.25. LIONEDF. 4117-A2 EQ(02-PYX) PR 1 821 LN 14 PG 84/04/25 MFA/ A2 B019
    
```

SUBROUTINE AFNR 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DB FTM 5.1+564 84/04/25 20.38.21

--DO LOOPS--(LD=M/A)
--LABEL--ADDRESS--PROPERTIES--INDEX--FROM--TO
20 *NO REFS* XREF L 47 50

--COMMON+EQUIVALENCE--(LD=M/A)

/PARAM/ LEVEL = 1. SIZE = 9 WORDS CH NR<3> IDF<4> D<5>
/CH/ K<2> PK<7>
/SIMUL/ LEVEL = 1. SIZE = 4200 WORDS CH AA<2001-3000> Y<3001-4000> Z<4001-4100>
/BSIMP/ LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CH BORNE<3> PUI<4> FLAG1<5>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 2158 = 141
CH LABELLED COMMON LENGTH 101668 = 4214
CH STORAGE USED 213008 = 25280
COMPILE TIME 0.454 SECONDS

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8742			
1	428453.28	78	11	16343.22	0
2	64632.17	2	12	16321.44	0
3	40987.74	0	13	13351.14	0
4	28426.27	0	14	11281.82	0
5	25072.86	0	15	10946.39	0
6	21881.78	0	16	6306.06	0
7	21343.02	0	17	6239.73	0
8	20454.34	0	18	3769.17	0
9	16976.77	0	19	5745.67	0
10	16702.20	0	20	5679.77	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		10327			
1	193387.42	78	11	22048.92	0
2	38317.34	2	12	15356.76	0
3	32689.47	0	13	14792.92	0
4	31344.77	0	14	14634.29	0
5	46080.53	0	15	14613.81	0
6	43428.16	0	16	12383.76	0
7	39340.32	0	17	12328.10	0
8	32964.02	0	18	10298.70	0
9	28584.39	0	19	10148.96	0
10	26966.32	0	20	9343.01	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7541			
1	2043470.20	100	11	15792.69	0
2	93875.58	0	12	14271.82	0
3	42350.98	0	13	12184.10	0
4	37427.46	0	14	11898.32	0
5	27657.88	0	15	11314.23	0
6	23969.26	0	16	9987.84	0
7	18296.72	0	17	9335.28	0
8	18246.34	0	18	8201.34	0
9	17761.76	0	19	7540.04	0
10	16455.85	0	20	7389.85	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7932			
1	123424.83	95	11	13337.26	0
2	114372.70	0	12	12339.43	0
3	98178.71	0	13	12294.09	0
4	97073.04	0	14	11191.42	0
5	36277.33	0	15	10131.06	0
6	24253.60	0	16	10074.36	0
7	23133.03	0	17	9913.61	0
8	19860.73	0	18	9827.76	0
9	17930.44	0	19	8141.13	0
10	16384.63	0	20	8063.88	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8077			
1	5554727.92	100	11	20395.41	0
2	373288.31	0	12	20330.28	0
3	333356.01	0	13	19054.89	0
4	90004.60	0	14	18215.96	0
5	86782.35	0	15	16718.38	0
6	76430.13	0	16	16413.32	0
7	58374.69	0	17	16341.86	0
8	34403.91	0	18	12998.49	0
9	42973.74	0	19	10656.13	0
10	27729.59	0	20	10362.93	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8923	11	28973.46	0
1	731730.68	99	12	26003.70	0
2	540727.89	1	13	23331.65	0
3	233174.61	0	14	22023.83	0
4	87440.22	0	15	21841.77	0
5	71117.71	0	16	19879.51	0
6	63778.64	0	17	18035.75	0
7	53239.70	0	18	17747.64	0
8	47503.70	0	19	17059.27	0
9	39022.66	0	20	15687.12	0
10	27335.73	0			

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

```

MFA NOSBE 1.5 MFA UNTL 564 84/04/10
20.38.19. LIONEIF DE PFB/TIAC 84/04/25 9TL
20.38.19. IP 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 04
20.38.19. LIONEL CN70000.T1007.
20.38.20. 04117 ASECC222
20.38.21. FTNS(LD-H).
20.38.27. 63300 CM STORAGE USED.
20.38.27. 2.404 CP SECONDS COMPILATION TIME.
20.38.27. IMBL3.
20.38.28. EXC(01+)
20.38.28. ATTACH(IMBL,IMBL3, ID=0001178, SN=PFQUEUE)
20.38.28. AT CV= 002 SN=PFQUEUE
20.38.28. LIBRARY(NUCLEUS,IMBL)
20.38.28. EXIT(S)
20.38.28. EXC(01-)
20.38.28. L90.
20.38.31. CH LWA+1 = 271728. LOADER USED 447008
20.38.31. END DIONNE
20.34.22. 35000 MAXIMUM EXECUTION FL.
20.34.22. 770.682 CP SECONDS EXECUTION TIME
20.34.22. OP 00004224 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
20.34.22. SEJOUR INPUT (SEC) T = 7
20.34.22. SEJOUR QUEUE CM (SEC) T = 1. 2 SWAPS
20.34.22. SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 959. 0 INTERACTIONS
20.34.22. SEJOUR TOTAL (SEC) T = 972. 37 ACCES DISQUE
20.34.22. ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114. MAX = 388
20.34.22. ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 34600. MAX = 633008
20.34.22. TEMPS CP (SEC) T = 774.361 COUT =# 87.115
20.34.22. TEMPS IO (SEC) T = 4.302 COUT =# 064
20.34.22. TEMPS * MEMOIRE (MRS) TH = 11457.696 COUT =# 28.649
20.34.22. COUT(CP, IO, CH, NT) TOTAL=# 115.829
20.34.22. FIN IAC 84/04/25
21.03.31. LIONEIF. 4117-A2 EQ(02-RTX) PR 1 821 LN 16 PO 84/04/25 MFA/ A2 SLO38
    
```


A8- Pearson III

"a" forcé

$$a = 2.02$$

$$p = 3.0$$

$$y_0 = 0.33276$$

$$Mo = 7.54$$

DSEED=334577

N=1000

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ S/ M/-D,-DB FIN 5.1+364 84/04/25 17 20 23

--DO LOOPS--(LD=M/A)
 LABEL ADDRESS PROPERTIES INDEX FROM TO
 20 #NO REFS# XREF L 47 50

--COMMON+EQUIVALENCE--(LD=M/A)

/PARAM/ LEVEL = 1. SIZE = 9 WORDS CM NR<3> IDF<4> D<5>
 T<1> K<2>
 P<7> PK<8>
 /SIMUL/ LEVEL = 1. SIZE = 4200 WORDS CM AA<2001-3000> Y<3001-4000> Z<4001-4100>
 WA<1-1000> IR<1001-2000>
 COMPT<4101-4200>
 /SIMPS/ LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CM BORNE<3> PUI<4> FLA01<5>
 CBTE<1> MODE<2>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 2158 = 141
 CM LABELLED COMMON LENGTH 101668 = 4214
 CM STORAGE USED 613008 = 25280
 COMPILE TIME 0.505 SECONDS

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		86092			
1	2024681.49	786	11	336093.77	0
2	2022813.64	13	12	273758.06	0
3	2022813.64	1	13	241662.01	0
4	2022813.64	0	14	238829.29	0
5	744151.56	0	15	182405.22	0
6	538326.12	0	16	164369.81	0
7	496807.38	0	17	160925.12	0
8	480158.60	0	18	134750.17	0
9	461626.37	0	19	138257.65	0
10	368797.00	0	20	134087.22	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

MFA NOSBE 1.5 MFA UNTL 364 84/04/10
 17.20.22 LIONEK1 DE MFB/TIAC 84/04/25 GTL
 17.20.22 IF 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 04
 17.20.22 LIONEL CM70000-T307
 17.20.22 04117 ASECC222
 17.20.23 FTNS(LD=M)
 17.20.24 63200 CM STORAGE USED
 17.20.25 2.357 CP SECONDS COMPILE TIME
 17.20.26 IMSL3
 17.20.26 EXC(01+)
 17.20.26 ATTACH(IMSL,IMSL3,LD=J001178,SN=PFQUEUE)
 17.20.27 AT CY= 002 SN=PFQUEUE
 17.20.27 LIBRARY(NUCLEUS,IMSL)
 17.20.27 EXIT(S)
 17.20.27 EXC(01-)
 17.20.27 LG0
 17.20.27 LQA
 17.20.28 CH LHA+1 = 271738. LOADER USED 447008
 17.20.28 END DIONNE
 17.20.28 35000 MAXIMUM EXECUTION FL
 17.20.28 212.824 CP SECONDS EXECUTION TIME
 17.20.28 CP 00003200 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
 17.20.28 SEJOUR INPUT (SEC) I = 13
 17.20.28 SEJOUR QUEUE CM (SEC) T = 2 2 SWAPS
 17.20.28 SEJOUR MEMOIRE (SEC) I = 179 0 INTERACTIONS
 17.20.28 SEJOUR TOTAL (SEC) T = 196 56 ACCES DISQUE
 17.20.28 ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114. MAX = 434
 17.20.28 ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 31600. MAX = 633008
 17.20.28 TEMPS CP (SEC) T = 216.437 CDUT = 24.349
 17.20.28 TEMPS IO (SEC) T = 4.237 CDUT = 0.61
 17.20.28 TEMPS MEMOIRE (MRS) TH = 2912.916 CDUT = 7.282
 17.20.28 CDUT(CP,IO,CM,NT) TOTAL = 31.695
 17.20.29 FIN IAC 84/04/25

19.22.40. LIONEK1. 4117-A2 EQ(02-PTX) PR 1 596 LN 12 PO 84/04/25 MFA/ A2 S010

DSEED=PI N=1000

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ B/ M/-0,-DB FTM 5.1+564 84/04/23 17.27.57

--DO LOOPS--(LD=M/A)
-LABEL-ADDRESS-PROPERTIES-----INDEX-FROM-TO
20 *NO REFS* XREF L 47 50

--COMMON-EQUIVALENCE--(LD=M/A)

/PARAM/ LEVEL = 1. SIZE = 9 WORDS CH
K<2> NR<3> IDF<4> D<5>
P<7> PK<9>
/SIMUL/ LEVEL = 1. SIZE = 4200 WORDS CH
WK<1-1000> IR<1001-2000> AA<2001-3000> Y<3001-4000> Z<4001-4100>
C<4101-4200>
/SIMPS/ LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CH
MODE<2> BORNE<3> PUI<4> FLAG1<5>
C<6>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 215B = 141
CM LABELLED COMMON LENGTH 10164B = 4214
CM STORAGE USED 61300B = 25280
COMPILE TIME 0.489 SECONDS

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. It shows a distribution of severity levels from 0 to 10.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

MFA NOSBE 1.5 MFA UNTL 564 84/04/10
17.27.50. LIONENO DE MFB/TIAC 84/04/23 OTL
17.27.50. IF 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 04
17.27.50. LIONEL. CM7000. T307.
17.27.50. 04117 ASECC222
17.27.50. FTN5(LD=M).
17.28.01. 63300 CM STORAGE USED.
17.28.01. 2.373 CP SECONDS COMPILE TIME.
17.28.01. IMBLS.
17.28.01. EXC(01++)
17.28.01. ATTACH(IMSL,IMSL5, ID=U001178, SN=PFQUEUE)
17.28.02. AT CY= 002 SN=PFQUEUE)
17.28.02. LIBRARY(MUCLEUS,IMBL)
17.28.02. EXIT(S)
17.28.02. EXC(01-)
17.28.02. LGO.
17.28.06. CM LWA+1 = 27172B. LOADER USED 44700B
17.30.28. END DIONNE
17.30.28. 35000 MAXIMUM EXECUTION FL.
17.30.28. 214.280 CP SECONDS EXECUTION TIME.
17.30.28. OP 00003200 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
17.30.28. SEJOUR INPUT (SEC) T = 19
17.30.28. SEJOUR QUEUE CM (SEC) T = 6. 1 SHAPS
17.30.28. SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 152. 0 INTERACTIONS
17.30.28. SEJOUR TOTAL (SEC) T = 177. 36 ACCES DISQUE
17.30.28. ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114. MAX = 388
17.30.28. ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 31600. MAX = 63300B
17.30.28. TEMPS CP (SEC) T = 217.983 COUT =# 24.522
17.30.28. TEMPS IO (SEC) T = 4.221 COUT =# 0.63
17.30.28. TEMPS * MEMOIRE (MRS) TH = 2731.704 COUT =# 7.329
17.30.28. COUT(CP, IO, CM, NT) TOTAL=# 31.916
17.30.28. FIN IAC 84/04/23

19.25.10. LIONENO. 4117-A2 EQ(02-PTX) PR 1 596 LN 12 PO 84/04/23 MFA/ A2 S012

$$DSEED=(PI)^n$$

$$n \in (1,10)$$

$$N=10 * 100$$

--DO LOOPS--(LO=M/A)
 LABEL--ADDRESS--PROPERTIES-----INDEX--FROM--TO
 20 *NO REFS* XREF L 47 50

--COMMON+EQUIVALENCE--(LO=M/A)

/PARAM/ LEVEL = 1, SIZE = 9 WORDS CM NR<3> IDF<4> D<5>
 TC1> KC2>
 PC7> PP<8>
 /SIMUL/ LEVEL = 1, SIZE = 4200 WORDS CM AAC2001-3000> Y<3001-4000> Z<4001-4100>
 HK<1-1000> IR<1001-2000>
 CMPT<4101-4200>
 /SIMPS/ LEVEL = 1, SIZE = 5 WORDS CM BORNE<3> PUI<4> FLA<5>
 CSTE<1> MODE<2>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 2158 = 141
 CM LABELLED COMMON LENGTH 101668 = 4214
 CM STORAGE USED 613008 = 25280
 COMPILE TIME 0.474 SECONDS

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8288			
1	331676.60	97	11	26223.44	0
2	202035.33	3	12	20244.11	0
3	80752.37	0	13	19942.71	0
4	79067.77	0	14	18467.96	0
5	76876.40	0	15	18287.13	0
6	62653.03	0	16	17063.28	0
7	52113.89	0	17	16476.97	0
8	49628.82	0	18	13583.73	0
9	31186.35	0	19	13302.77	0
10	27170.05	0	20	13187.53	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN. ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9566			
1	2022813.66	94	11	13307.69	0
2	744131.56	6	12	12738.41	0
3	479614.92	0	13	12218.38	0
4	273708.06	0	14	11198.18	0
5	86388.43	0	15	10317.13	0
6	33002.78	0	16	9841.15	0
7	22790.31	0	17	9528.36	0
8	17525.10	0	18	9379.90	0
9	16628.65	0	19	7455.36	0
10	15611.11	0	20	7293.78	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8745			
1	410305.01	76	11	16372.77	0
2	144074.62	4	12	14678.20	0
3	79678.21	0	13	14553.78	0
4	41920.39	0	14	13627.61	0
5	27030.42	0	15	12782.52	0
6	26901.16	0	16	12682.88	0
7	24728.37	0	17	12324.97	0
8	20849.79	0	18	12113.06	0
9	19374.27	0	19	11274.24	0
10	16834.25	0	20	10943.09	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8061			
1	2022813.66	97	11	17151.56	0
2	744131.56	3	12	15357.89	0
3	119605.68	0	13	12125.33	0
4	76165.85	0	14	11226.39	0
5	62147.27	0	15	11006.31	0
6	41883.95	0	16	10773.69	0
7	37049.12	0	17	10670.81	0
8	24877.16	0	18	9746.74	0
9	22011.68	0	19	9576.31	0
10	18302.79	0	20	9198.90	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8187			
1	154514.62	98	11	24923.49	0
2	89253.04	0	12	25212.47	0
3	82827.31	0	13	24933.23	0
4	68171.19	0	14	22418.31	0
5	63587.82	0	15	19109.10	0
6	57373.47	0	16	14598.29	0
7	50270.93	0	17	14270.04	0
8	33142.68	0	18	12829.74	0
9	31013.09	0	19	9992.23	0
10	30263.72	0	20	9542.14	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		10040			
1	337289.06	76	11	13224.69	0
2	273758.06	4	12	12943.74	0
3	18177.16	0	13	12913.19	0
4	36377.63	0	14	11812.37	0
5	31462.78	0	15	11607.71	0
6	25122.24	0	16	11032.86	0
7	23466.03	0	17	10444.26	0
8	17842.09	0	18	9889.38	0
9	14700.13	0	19	9383.38	0
10	13780.01	0	20	8907.73	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9817			
1	100709.76	76	11	18382.58	0
2	76819.84	1	12	18066.12	0
3	49177.34	0	13	17894.92	0
4	41374.71	0	14	17790.20	0
5	37049.12	0	15	17459.02	0
6	35081.19	0	16	16779.79	0
7	34742.04	0	17	15788.73	0
8	28800.41	0	18	15632.43	0
9	27838.81	0	19	10307.14	0
10	26120.74	0	20	9606.53	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7563			
1	49273.40	77	11	14454.61	0
2	42713.88	1	12	12602.41	0
3	30623.22	0	13	11103.46	0
4	21224.34	0	14	10302.25	0
5	18941.44	0	15	8963.97	0
6	18119.73	0	16	8010.87	0
7	17367.91	0	17	7876.75	0
8	16225.70	0	18	7520.17	0
9	14660.36	0	19	6989.55	0
10	14493.03	0	20	6471.74	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9016			
1	744151.36	97	11	20387.88	0
2	432119.13	3	12	19921.76	0
3	248849.57	0	13	18732.73	0
4	30343.11	0	14	13139.76	0
5	49113.72	0	15	13071.68	0
6	43978.37	0	16	14703.30	0
7	40939.09	0	17	14492.09	0
8	38881.73	0	18	14146.32	0
9	36176.80	0	19	12663.77	0
10	32143.12	0	20	12356.93	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9257			
1	66114.26	99	11	22784.35	0
2	39093.73	1	12	20114.82	0
3	40357.88	0	13	18698.23	0
4	35659.99	0	14	18206.90	0
5	31220.70	0	15	15070.11	0
6	29672.87	0	16	14811.91	0
7	29097.02	0	17	10904.76	0
8	28997.74	0	18	10844.11	0
9	25884.34	0	19	10576.79	0
10	23174.34	0	20	10223.14	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

```

MFA NOSBE 1.3 MFA UNTL 564 84/04/10
17.47.03. LIONEJ1 DE MFB/TIAC 84/04/25 9TL
17.47.03. IP 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 04
17.47.03. LIONEL CR70000.1307
17.47.03. 04117 ABEC222
17.47.03. PTNS(LD=M)
17.47.06. 63300 CH STORAGE USED
17.47.06. 2.408 CP SECONDS COMPIATION TIME
17.47.06. INSL5
17.47.06. EXC(01+)
17.47.07. ATTACH(INSL INSL5.ID=U001178.SN=PFQUEUE)
17.47.07. AT CY=002 BN=PFQUEUE
17.47.07. LIBRARY(NUCLEUS.INSL)
17.47.07. EXIT(S)
17.47.07. EXC(01-)
17.47.07. LGD
17.47.12. CH LWA+1 = 271728. LOADER USED 447008
17.52.17. END DIONE
17.52.17. 35000 MAXIMUM EXECUTION FL
17.52.17. 210.100 CP SECONDS EXECUTION TIME
17.52.17. OP 00004224 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
17.52.17. SEJOUR INPUT (SEC) T = 12
17.52.17. SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 287. 15 SWAPS
17.52.17. SEJOUR TOTAL (SEC) T = 326. 0 INTERACTIONS
17.52.17. ESPACE DISQUE (FRU) ACT = 114. 54 ACCES DISQUE
17.52.17. ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 35000. MAX = 633008
17.52.17. TEMPS CP (SEC) T = 213.547 COUT = 24.037
17.52.17. TEMPS IO (SEC) T = 4.133 COUT = 0.62
17.52.17. TEMPS MEMOIRE (MRS) TH = 3234.108 COUT = 8.085
17.52.17. COUT(CP, IO, CH, NT) TOTAL = 32.203
17.52.17. FIN IAC 84/04/25
  
```

19.33.30. LIONEJ1. 4117-A2 EQ(02-PTX) PR 1 821 LN 16 P0 84/04/25 MFA/ A2 8016

DSEED=PI

N=10 * 100

SUBROUTINE AFN2 74/1 OPT=0,ROUND= A/ B/ M/-D,-DB FTN 5.1+564 84/04/25 17.36.49

--DO LOOPS--(LD=M/A)
--LABEL--ADDRESS--PROPERTIES--INDEX--FROM--TO
20 *NO REFB* XREF L 47 50

--COMMON+EQUIVALENCE--(LD=M/A)

/PARAM/ LEVEL = 1. SIZE = 9 WORDS CM NR<D> IDP<4> D<5>
TC<D> KC<D>
P<7> PP<D>
/SIMUL/ LEVEL = 1. SIZE = 4200 WORDS CM AAC2001-3000 Y<3001-4000 Z<4001-4100
MK<1-1000> IR<1001-2000>
COMPT<4101-4200>
/SIMP9/ LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CM BORNE<D> PUI<4> FLAG<5>
CSTE<1> MODE<2>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 2158 = 141
CM LABELLED COMMON LENGTH 101668 = 4214
CM STORAGE USED 613008 = 25260
COMPILE TIME 0.511 SECONDS

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution data.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution data.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution data.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

Table with 6 columns: N, SEVERITE, NBRE, N, SEVERITE, NBRE. Rows 0-10 showing severity distribution data.

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8742			
1	232464.22	98	11	17216.73	0
2	35006.86	0	12	17196.37	0
3	37049.12	0	13	14946.38	0
4	27719.76	0	14	12331.81	0
5	24898.86	0	15	11990.69	0
6	22285.33	0	16	7183.19	0
7	21981.26	0	17	7112.47	0
8	20961.33	0	18	6571.60	0
9	17909.21	0	19	6498.76	0
10	17990.22	0	20	6372.18	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		10327			
1	133733.18	98	11	22427.66	0
2	30675.43	0	12	16294.47	0
3	46493.64	0	13	13760.55	0
4	43693.00	0	14	15609.72	0
5	41606.29	0	15	15991.56	0
6	37607.32	0	16	13344.48	0
7	36374.76	0	17	13202.45	0
8	31438.02	0	18	11346.37	0
9	27852.29	0	19	11205.51	0
10	26900.75	0	20	10386.53	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7541			
1	2022813.66	100	11	16702.88	0
2	74430.78	0	12	15212.11	0
3	36694.40	0	13	13207.12	0
4	35399.09	0	14	12836.40	0
5	27089.70	0	15	12363.17	0
6	23668.78	0	16	11033.42	0
7	19016.18	0	17	10374.58	0
8	18988.32	0	18	9202.87	0
9	18530.76	0	19	8512.27	0
10	17320.49	0	20	8356.42	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7932			
1	103825.80	95	11	16276.91	0
2	88042.82	0	12	13910.12	0
3	78248.79	0	13	13307.53	0
4	77473.40	0	14	12241.68	0
5	49084.88	0	15	1187.61	0
6	24206.60	0	16	11131.37	0
7	23330.99	0	17	10958.69	0
8	20524.29	0	18	10880.31	0
9	18653.76	0	19	9144.90	0
10	17257.07	0	20	9048.74	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8077			
1	2022813.66	100	11	21092.75	0
2	236023.14	0	12	21031.76	0
3	212380.18	0	13	19708.41	0
4	71338.23	0	14	18947.41	0
5	69870.80	0	15	17365.29	0
6	63006.27	0	16	17283.78	0
7	30973.54	0	17	17215.46	0
8	47744.86	0	18	14032.83	0
9	39263.33	0	19	11703.11	0
10	27150.04	0	20	11421.92	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8923			
1	388381.12	99	11	28182.42	0
2	273758.06	1	12	25678.08	0
3	170363.16	0	13	23993.73	0
4	70239.90	0	14	22408.16	0
5	59442.93	0	15	22222.25	0
6	33752.63	0	16	20468.37	0
7	46891.20	0	17	18798.39	0
8	42678.89	0	18	18698.75	0
9	36260.59	0	19	17882.08	0
10	28503.48	0	20	16604.60	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

```

MFA NOSSE 1.5 MFA UNTL 364 84/04/10
17.36.48. LIONE09 DE MFB/TIAC 84/04/23 9TL
17.36.48. IP 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 04
17.36.48. LIONEL CH70000.T307.
17.36.49. 04117. ASEC222
17.36.49. FTNS(LD=M).
17.36.52. 63300 CM STORAGE USED.
17.36.52. 2.348 CP SECONDS COMPILATION TIME.
17.36.53. INSL3.
17.36.53. EXC(01+)
17.36.53. ATTACH(INSL, INSL3, ID=U001178, SN=PFQUEUE)
17.36.53. AT CY= 002 SN=PFQUEUE
17.36.53. LIBRARY(NUCLEUS, INSL)
17.36.53. EXIT(3)
17.36.53. EXC(01-)
17.36.53. L00.
17.36.58. CM LWA+1 = 271728. LOADER USED 447008
17.43.22. END DIONNE
17.43.22. 35000 MAXIMUM EXECUTION FL.
17.43.22. 221.035 CP SECONDS EXECUTION TIME.
17.43.22. OP 00004224 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
17.43.22. SEJOUR INPUT (SEC) T = 34 16 SWAPS
17.43.22. SEJOUR QUEUE CM (SEC) T = 37, 0 INTERACTIONS
17.43.22. SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 349, 37 ACCES DISQUE
17.43.22. SEJOUR TOTAL (SEC) T = 428, MAX = 368
17.43.22. ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114, MAX = 633008
17.43.22. ESPACE MEMOIRE (MOY) MOY = 35000, COUT =# 25.278
17.43.22. TEMPS CP (SEC) T = 224.698 COUT =# 064
17.43.22. TEMPS IO (SEC) T = 4.289 COUT =# 8.493
17.43.22. TEMPS * MEMOIRE (MFB) TH = 3377.369 TOTAL=# 33.836
17.43.22. COUT(CP, IO, CM, NT)
17.43.22. FIN IAC 84/04/23
19.31.11. LIONE09. 4117-A2 EQ(02-PTX) PR 1 921 LN 16 PO 84/04/25 MFA/ A2 B015

```

A9- Student

$$m = 8.21506$$

$$v = 4$$

COMPTK4101-4200>
 /SIMPS/ LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CM
 CSTE<1> MODE<2> BORNE<3> PUT<4> FLAG<5>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 1550 = 109
 CM LABELLED COMMON LENGTH 101608 = 4214
 CM STORAGE USED 613008 = 25280
 COMPILE TIME 0.454 SECONDS

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		86092			
1	6521502.08	986	11	565277.09	0
2	7307323.33	13	12	556457.10	0
3	3552083.38	0	13	503274.23	0
4	1954983.81	0	14	393800.41	0
5	1803564.43	0	15	344874.91	0
6	1714763.95	0	16	329150.35	0
7	1405786.88	0	17	252622.89	0
8	1216136.09	0	18	235428.09	0
9	1174024.60	0	19	231169.29	0
10	726160.30	0	20	209398.60	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

MFA NDSRC 1.5 MFA UNTL 564 R.N 09.40
 09 50 11 LIONEMA DE MFB/TIAC 84/04/16 OTL
 09 50 11 IP 00001024 WORDS - FILE INPUT , DC 04
 09 50 11 LIONEL.CH70000.T207.
 09 50 11 04117 ASECC222
 09 50 11 FTNS(LD#H)
 09 50 10 83300 CM STORAGE USED
 09 50 13 2.286 CP SECONDS COMPILATION TIME.
 09 50 12 IMSL 5
 09 50 13 EXC(01+)
 09 50 12 ATTACH(IMSL.IMSL5.ID=U001178.SN=PFQUEUE)
 09 50 14 AT CY= 002 SN=PFQUEUE
 09 50 14 LIBRARY(NUCLEUS.IMSL)
 09 50 14 EXIT(S)
 09 50 14 EXC(01-)
 09 50 14 LQD
 09 50 16 CM LWA#1 = 271498, LOADER USED 447008
 09 50 58 END DIONNE
 09 50 58 34700 MAXIMUM EXECUTION FL
 09 50 58 88 452 CP SECONDS EXECUTION TIME
 09 50 58 DP 00003200 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
 09 50 58 SEJOUR INPUT (SEC) T = 15
 09 50 58 SEJOUR GUEUE CM (SEC) T = 0, 0 SWAPS
 09 50 58 SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 47, 0 INTERACTIONS
 09 50 58 SEJOUR TOTAL (SEC) T = 62, 54 ACCES DISQUE
 09 50 58 ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114, MAX = 342
 09 50 58 ESPACE MEMOIRE (MDI) MOY = 32300, MAX = 623008
 09 50 58 TEMPS CP (SEC) T = 91.977 COUT =# 10.347
 09 50 58 TEMPS IO (SEC) T = 4.122 COUT =# 0.61
 09 50 58 TEMPS + MEMOIRE (MMS) TM = 1300.137 COUT =# 3.250
 09 50 58 COUT(CP, IO, CM, NT) TOTAL =# 13.659
 09 50 58 FIN IAC 84/04/16

10.08 31. LIONEMA 4117-A2 EG(02-PTX) PR 1 593 LN 12 P# 84/04/16 MFA/ A2 S185

COMPT<4101-4200>
 /SIMPS/ LEVEL = 1, SIZE = 5 WORDS CM
 CSTE<1> MODE<2> BORNE<3> PUI<4> FLAG<5>

--STATISTICS--

PROGRAM UNIT LENGTH 1358 = 109
 CM LABELLED COMMON LENGTH 101858 = 4214
 CM STORAGE USED 613008 = 25280
 COMPILE TIME 0.420 SECONDS

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		89623			
1	11616771.67	979	11	274878.04	0
2	7066688.94	21	12	257062.30	0
3	6245585.59	0	13	231345.42	0
4	2316212.94	0	14	188462.33	0
5	1823316.67	0	15	179629.34	0
6	1532878.89	0	16	168558.27	0
7	1444264.33	0	17	168543.74	0
8	1047115.81	0	18	162768.69	0
9	672582.12	0	19	149432.61	0
10	267643.75	0	20	130979.31	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

MFA NOSBE 1.5 MFA UNTL 564 R.N 09.40
 09 38 15 LIGNEUR DE MFA/TIAC 84/04/16 0TL
 09 38 15 IP 00001054 WORDS - FILE INPUT , DC 40
 09 38 15 LIGNEL.CM70000.T207.
 09 38 15 04117 ABEC222
 09 38 15 FTNS(LD=H)
 09 38 18 63300 CM STORAGE USED.
 09 38 18 2.328 CP SECONDS COMPILATION TIME.
 09 38 18 IMSL3
 09 38 18 EXC(01+)
 09 38 19 ATTACH(IMSL,IMSL3.ID=U001178,SN=PFQUEUE)
 09 38 19 AT CY= 002 SN=PFQUEUE
 09 38 19 LIBRARY(NUCLEUS,IMSL)
 09 38 19 EXIT(S)
 09 38 19 EXC(01-)
 09 38 19 LCO
 09 38 21 CM LWA*1 = 271448, LOADER USED 447008
 09 40 04 END DIONNE
 09 40 04 34700 MAXIMUM EXECUTION FL.
 09 40 04 93 413 CP SECONDS EXECUTION TIME.
 09 40 04 DP 00003200 WORDS - FILE OUTPUT , DC 40
 09 40 04 SEJOUR INPUT (SEC) T = 3
 09 40 04 SEJOUR GUEVE CM (SEC) T = 0, 0 SWAPS
 09 40 04 SEJOUR MEMOIRE (SEC) T = 109, 0 INTERACTIONS
 09 40 04 SEJOUR TOTAL (SEC) T = 112, 53 ACCES DISQUE
 09 40 04 ESPACE DISQUE (PRU) ACT = 114, MAX = 388
 09 40 04 ESPACE MEMOIRE (MOT) MOY = 32300, MAX = 633008
 09 40 04 TEMPS CP (SEC) T = 97.023 COUT = 10.915
 09 40 04 TEMPS IO (SEC) T = 4.072 COUT = 0.61
 09 40 04 TEMPS * MEMOIRE (MRS) TM = 1364.806 COUT = 3.411
 09 40 04 COUT(CP, IO, CM, NT) TOTAL = 14.388
 09 40 04 FIN IAC 84/04/16

10.06.41. LIGNEUR. 4117-A2 EQ(02-PTX) PR 1 593 LN 12 PC 84/04/16 MFA/ A2 S184

$$DSEED=(PI)^n \quad n \in (1,10)$$

$$N=10 * 100$$

COMPTON 2010 74/1 OPT=O,ROUND= A/ S/ D/-D, -DS FIN 5 1+564 84/24/16 07 30 30

COMPTON 4101-4200
 /SIMP/ LEVEL * 1, SIZE = 5 WORDS CM
 /STE/ MODE/2> BORNE/3> PUI/4> FLAG/5>

--STATISTICS--
 PROGRAM-UNIT LENGTH 1558 = 107
 CM LABELLED COMMON LENGTH 101668 = 4214
 CM STORAGE USED 813008 = 75280
 COMPILE TIME 0.352 SECONDS

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8288			
1	348721 75	97	11	29416 50	0
2	516357 76	3	12	27489 10	0
3	136077 08	0	13	26759 13	0
4	37299 36	0	14	21389 07	0
5	45232 62	0	15	19883 72	0
6	40604 58	0	16	19488 49	0
7	34752 87	0	17	19203 42	0
8	33782 12	0	18	18813 25	0
9	32744 77	0	19	16503 42	0
10	29524 24	0	20	16404 26	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		9566			
1	2668984 71	94	11	30675 46	0
2	222977 15	6	12	29495 62	0
3	108135 23	0	13	28686 27	0
4	80554 17	0	14	26848 20	0
5	79015 25	0	15	24648 84	0
6	67856 01	0	16	24573 68	0
7	50013 92	0	17	22218 12	0
8	34041 94	0	18	21830 15	0
9	31824 21	0	19	18169 87	0
10	31796 44	0	20		0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8745			
1	346945 76	96	11	32485 73	0
2	165071 89	4	12	30794 25	0
3	77072 31	0	13	28151 15	0
4	69140 87	0	14	25144 30	0
5	66507 43	0	15	23487 10	0
6	51939 79	0	16	23775 45	0
7	47586 84	0	17	23625 13	0
8	44854 32	0	18	22403 67	0
9	38214 50	0	19	19974 38	0
10	34763 78	0	20	19574 13	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8061			
1	3204938 22	97	11	50732 89	0
2	369615 45	3	12	34665 28	0
3	155413 45	0	13	34284 16	0
4	127952 46	0	14	33517 99	0
5	79187 11	0	15	32351 80	0
6	73670 70	0	16	28546 15	0
7	67016 68	0	17	25713 59	0
8	69230 37	0	18	24482 52	0
9	44677 00	0	19	24332 11	0
10	51557 31	0	20	22195 85	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8189			
1	61823 39	98	11	14458 80	0
2	48065 70	2	12	18440 74	0
3	43841 31	0	13	17207 16	0
4	37690 47	0	14	17119 90	0
5	37745 1	0	15	14144 37	0

10	22803.80	0	17	15990.51	0
9	21885.33	0	18	15209.25	0
8	21669.97	0	19	14702.37	0
7	19748.38	0	20	14362.97	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
10	96788372000.62	10040	11	66892.51	0
9	47897364.20	96	12	66309.88	0
8	583108.94	4	13	52233.33	0
7	501714.43	0	14	49856.50	0
6	306852.98	0	15	46940.32	0
5	209403.28	0	16	43796.96	0
4	142176.75	0	17	39985.49	0
3	82751.18	0	18	34276.13	0
2	82362.12	0	19	33492.37	0
1	74977.50	0	20	26712.03	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
10	1690784.31	9517	11	33830.94	0
9	686534.26	96	12	31486.54	0
8	260568.22	3	13	28021.91	0
7	196842.93	1	14	25702.45	0
6	35378.82	0	15	23824.43	0
5	32488.72	0	16	22332.69	0
4	48433.91	0	17	20559.62	0
3	42621.20	0	18	19662.46	0
2	41597.92	0	19	18700.46	0
1	38090.84	0	20		0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
10	2562459.97	7563	11	38713.35	0
9	1041762.38	99	12	33356.03	0
8	702209.83	1	13	32057.67	0
7	135242.06	0	14	31394.82	0
6	89427.74	0	15	31260.85	0
5	77490.45	0	16	30859.04	0
4	67528.83	0	17	29433.43	0
3	39350.35	0	18	28907.61	0
2	39161.33	0	19	28760.38	0
1	43876.47	0	20	26448.25	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
10	392991.07	9016	11	28149.10	0
9	342105.37	97	12	25917.18	0
8	113821.28	3	13	23376.23	0
7	89037.18	0	14	22994.32	0
6	75373.77	0	15	21799.41	0
5	48779.55	0	16	21372.70	0
4	42046.74	0	17	21119.30	0
3	38430.33	0	18	18743.38	0
2	36262.91	0	19	18032.92	0
1	28200.74	0	20	17942.73	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
10	324509.88	9257	11	41028.98	0
9	181795.37	99	12	33887.16	0
8	174901.85	1	13	30943.53	0
7	116135.33	0	14	24999.94	0
6	107304.36	0	15	23090.77	0
5	58127.93	0	16	19876.80	0
4	26717.81	0	17	18651.86	0
3	22867.32	0	18	18480.95	0
2	51648.84	0	19	17966.02	0
1	45313.75	0	20	16209.71	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

SUBROUTINE AP12 7471 UPT=0, HOUR= A/ S/ H/ D. -DS FIN 5.1+564 84/04/16 07 20 00

COMPT<4101-4200>

/SIMPS/ LEVEL = 1. SIZE = 5 WORDS CM BORNE<3> PUI<4> FLAG<5>
CSTE<1> MODE<2>

--STATISTICS--

PROGRAM-UNIT LENGTH 1558 = 109
CM LABELLED COMMON LENGTH 101668 = 4214
CM STORAGE USED 613008 = 25280
COMPILE TIME 0.239 SECONDS

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8288			
1	548721.75	97	11	29416.50	0
2	516557.76	3	12	27489.10	0
3	138077.08	0	13	26759.13	0
4	57299.35	0	14	21389.02	0
5	45232.62	0	15	19865.72	0
6	40604.58	0	16	19488.49	0
7	34732.87	0	17	19203.47	0
8	33782.12	0	18	18813.25	0
9	32744.77	0	19	16503.2	0
10	29524.24	0	20	16404.26	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		10612			
1	1019777.72	98	11	52774.97	0
2	710648.77	0	12	31959.67	0
3	321180.58	0	13	50828.04	0
4	115279.10	0	14	43152.16	0
5	102878.1	0	15	42410.09	0
6	101723.82	0	16	36792.44	0
7	83717.36	0	17	31898.30	0
8	73937.95	0	18	31621.00	0
9	64017.83	0	19	30110.40	0
10	37862.31	0	20	29970.66	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		10765			
1	223903.88	97	11	31623.84	0
2	174959.63	0	12	30354.20	0
3	133284.22	0	13	26014.13	0
4	99485.92	0	14	23600.44	0
5	71137.04	0	15	23102.26	0
6	64093.27	0	16	22484.43	0
7	57523.97	0	17	22335.57	0
8	31607.31	0	18	20686.77	0
9	49637.72	0	19	18935.49	0
10	39722.68	0	20	18141.41	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8685			
1	102943236396.42	98	11	31878.49	0
2	5341419.83	0	12	26833.58	0
3	435715.06	0	13	23189.91	0
4	299726.98	0	14	22970.44	0
5	223913.22	0	15	22811.18	0
6	56260.87	0	16	22073.91	0
7	81579.69	0	17	21031.83	0
8	79369.63	0	18	20698.59	0
9	70276.81	0	19	20597.16	0
10	34837.02	0	20	20134.28	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8742			
1	6270802.30	98	11	32793.76	0
2	267961.22	0	12	31832.34	0
3	51071.85	0	13	3135.10	0
4	71543.01	0	14	28802.66	0

10 33064.42 0 20 21045.57 0
 *** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		10327			
1	1768456.89	98	11	29094.14	0
2	125599.94	0	12	28825.06	0
3	81107.26	0	13	28553.59	0
4	72268.32	0	14	22126.70	0
5	78478.86	0	15	20445.97	0
6	63783.33	0	16	20189.64	0
7	54163.28	0	17	19083.39	0
8	32864.73	0	18	17461.17	0
9	34984.41	0	19	16947.74	0
10	33673.77	0	20	16778.88	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7541			
1	2943336.49	100	11	30442.74	0
2	784672.91	0	12	28120.32	0
3	244481.11	0	13	27333.62	0
4	240928.82	0	14	26665.41	0
5	139462.37	0	15	23361.70	0
6	76339.30	0	16	23355.97	0
7	67543.22	0	17	21911.37	0
8	67324.24	0	18	21330.81	0
9	39988.98	0	19	21281.18	0
10	37055.89	0	20	21200.24	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		7932			
1	137973.86	93	11	27855.29	0
2	37840.30	0	12	25716.46	0
3	46443.11	0	13	25299.13	0
4	43429.00	0	14	233196.68	0
5	38046.98	0	15	23478.34	0
6	37440.19	0	16	23333.39	0
7	35099.74	0	17	23333.39	0
8	32243.22	0	18	21739.16	0
9	28091.93	0	19	21377.75	0
10	28063.72	0	20	19681.44	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8077			
1	12651454.99	100	11	34900.94	0
2	7864171.89	0	12	28042.11	0
3	524133.79	0	13	27548.84	0
4	98793.40	0	14	27398.32	0
5	62878.31	0	15	24329.70	0
6	49920.89	0	16	231580.84	0
7	40393.89	0	17	20144.05	0
8	39703.09	0	18	20098.23	0
9	38794.87	0	19	19840.63	0
10	36185.41	0	20	17803.98	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

N	SEVERITE	NBRE	N	SEVERITE	NBRE
0		8923			
1	922234.45	99	11	27901.47	0
2	650211.42	0	12	26517.37	0
3	112424.35	0	13	20817.14	0
4	112075.08	0	14	18776.13	0
5	72010.71	0	15	18632.05	0
6	70870.90	0	16	18500.79	0
7	50229.95	0	17	16607.60	0
8	39270.39	0	18	15900.77	0
9	32525.81	0	19	15754.71	0
10	28098.06	0	20	13908.80	0

*** N INDIQUE A LA FOIS LE NBRE D'INCENDIES PAR AN ET LE RANG DE SEVERITE POUR L'ANNEE ***

BIBLIOGRAPHIE

- (1) Allen, Tom C. and Richard M. Duvall, "A Theoretical and Practical Approach to risk managment." New York. American Society of Insurance.
- (2) Cummings J. David and Leonard R. Freifelder., "A comparative analysis of alternative maximum probable yearly aggregate loss estimators." The Journal of Risk and Insurance. March 1978. Vol. XLV, n°1.
- (3) Hastings, N.A.J. and J.B. Peacock, Statistical Distributions. John Wiley and Sons. New York Toronto. é974.
- (4) Kendall, M.G. and A. Stuart, The advanced theory of statistics. Volume 1. Chapitres 10 et 12.
- (5) Lemaire Jean, L'assurance automobile. Editions Labor. 1983.
- (6) McGuinness, J.S., "Is 'probable maximum loss (PML)' a useful concept?" Proceeding of the casualty actuarial society 56 (1969) p31-40.
- (7) McGuinness, J.S., "Controlling the effects of catastrophes in insurance against floods and other elemental perils." Transactions of the XV international congress of actuaries, v. 4, pp 190-203.

- (8) Morice, E. et F. Chartier, Méthode Statistique. Tome 2. p 45 et suivantes. Paris. Imprimerie Nationale. 1954.
- (9) Rosenthal, Irving, "Limits of retention for ordinary life insurance." Record of the American Institute of Actuaries (May 1947): 6-22.

Remerciements

Je tiens à remercier mon directeur de thèse, Georges Dionne, pour la qualité et la pertinence de ses suggestions et commentaires tout au long de cette étude.

Je remercie également Serge Poulard, Marcel Dagenais et son équipe, pour leur aide en informatique, ainsi que Jean-Marie Dufour et Marcel Dagenais pour leur assistance efficace en statistique.

Et on ne peut passer sous silence le très bon travail de dactylographie de Claude Lamazouère.

