Université de Montréal

Comparaison des techniques de mesure de la productivité et du progrès technique

par

Denis Valois

Département de sciences économiques

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)
en sciences économiques

Août 1988

Sommaire

La productivité et le progrès technique sont des concepts importants en économique. Cependant, on ne peut pas mesurer ces concepts aussi facilement qu'il nous est possible de le faire comme dans le cas des outputs et des inputs. Ainsi, la littérature portant sur le sujet des techniques de mesure de productivité et de progrès technique nous propose quatre façons principales de mesurer ces concepts. A l'intérieur de ce mémoire, nous faisons une comparaison de ces diverses méthodes de mesure servant à mesurer la productivité et le progrès technique. Après avoir défini le progrès technique et la productivité, nous présentons une comparaison théorique, à partir d'un point de départ commun. Celle-ci nous permet d'identifier les hypothèses sous-jacentes à chacune des méthodes et de choisir du même point de vue, celle qui semble la plus adéquate à fournir des mesures non-biaisées de ces concepts. Par la suite, à partir d'une banque de données portant sur les mines d'amiante canadiennes, nous calculons des indices de productivité issus des quatre méthodes afin d'effectuer une comparaison empirique. Nous en venons à la conclusion que les indices issus de la méthode économétrique du progrès technique et de la productivité semble vouloir être les plus performants.

Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord mon directeur, le Professeur Pierre Ouellette qui par ses encouragements, ses remarques et conseils pertinents ainsi que sa grande disponibilité, ont rendu possible l'exécution de ce mémoire. De plus, je tiens aussi à remercier le Professeur Pierre Lasserre pour ses remarques pertinentes à l'égard de ce mémoire. Finalement, je remercie Madame Julie Dutrisac et Monsieur Claude Brousseau pour leurs précieux conseils en informatique.

Chapitre 1 - Introduction

Les notions de productivité et de progrès technique sont fortement utilisées dans des domaines tels le génie et l'économique. Ces deux concepts visent en premier lieu à rendre compte de la performance et de la croissance productive d'une entreprise, d'une industrie ou de l'économie toute entière. Habituellement, on procédera au calcul d'un indice de productivité afin de mesurer la croissance de l'entité économique à l'étude. Si l'indice de productivité augmente au fil des ans, il est fort à parier que, par exemple dans le cas d'une industrie, celle-ci soit caractérisée par un niveau de dynamisme élevé et un bon fonctionnement.

En second lieu, les concepts de productivité et de progrès technique servent à établir des comparaisons inter-sectorielles. Ces comparaisons peuvent alors être à la base de décisions d'investissement tant au niveau privé que public; on cherchera à investir dans les secteurs présentant des niveaux de productivité élevés.

Faisant face à ces considérations auxquelles on pourrait ajouter une longue liste d'exemples, il est important de bien mesurer la productivité et le progrès technique. La littérature faisant état des méthodes de mesure de productivité et de progrès technique est relativement abondante et intéressante. On doit les premiers travaux sur la productivité en tant que phénomène technologique à l'intérieur d'un cadre de maximisation des profits à Solow (1957). Depuis lors, plusieurs chercheurs se sont intéressés à ces concepts surtout suite à la présence d'un ralentissement de l'accroissement de la productivité dans la plupart des pays occidentaux industrialisés au cours des années '70. En économique, l'intérêt envers ces concepts est partagé entre les méthodes de mesure et les causes de la productivité et du progrès technique.

Le présent mémoire a pour objet principal la comparaison des diverses méthodes de mesure servant à mesurer la productivité et le progrès technique. De fait, il existe dans la littérature quatre méthodes principales servant à mesurer ces concepts. La comparaison sera faite à deux niveaux. Après avoir défini le progrès technique et la productivité (chapitre 2), nous comparerons dans le chapitre 3 d'un point de vue théorique, à partir d'un point de départ commun, les diverses méthodes proposées, afin de faire ressortir les hypothèses sous-jacentes à chacune d'entre elles. Puis, nous effectuerons dans le chapitre 4 une comparaison empirique à partir d'une même banque de données dans le but de déterminer la perte de généralité qu'entraîne l'imposition des diverses hypothèses servant à rendre opérationnelle les diverses méthodes. Toutefois, certaines de ces méthodes n'ayant été développées que pour des cas spécifiques, nous serons ainsi amené à généraliser quelques-unes d'entre elles. Le chapitre 5 regroupe nos conclusions.

Chapitre 2 - Définition du progrès technique et de la productivité

La définition de la productivité la plus traditionnelle est celle qui est donnée par le ratio production-travailleurs. Cette définition est encore aujourd'hui à la base du calcul d'un grand nombre d'indices de productivité. Cette définition simple de la productivité manque cependant de généralité car il peut sembler inadéquat d'accorder tout le mérite de la productivité d'un secteur ou d'une économie à un seul intrant. C'est pourquoi il semble préférable d'opter pour une mesure de la productivité qui soit multifactorielle.

La productivité et le progrès technique sont deux concepts qui sont intimement reliés, le second étant défini comme le taux de croissance du premier. Le progrès technique se définit comme le déplacement d'une fonction représentant la technologie d'une firme, qui est non attribuable à des variations des arguments affectant la fonction autre que le temps. Cette définition peut s'appliquer autant à une fonction de production, à une fonction de coût qu'à une fonction de distance. Prenons le cas d'une fonction de coût total implicite:

$$C(w(t),z(t),r(t),y(t),t) = G(w(t),r(t),y(t),t) + z(t)'r(t) \qquad (1)$$

où $w(t) = (w_1(t),\ldots, w_l(t))$ est le vecteur du prix des facteurs variables; $r(t) = (r_1(t),\ldots,r_m(t))$ est le vecteur de quantité des facteurs quasi-fixes; $y(t) = (y_1(t),\ldots, y_n(t))$ est le vecteur des outputs et $z(t) =$

$(z_1(t),\dots, z_m(t))$ est le vecteur des prix implicites des facteurs quasi-fixes. Toutes les variables sont données sous forme continue, avec t représentant le temps.

Trouvons l'équation de mouvement de la fonction de coût total implicite en prenant la différentielle totale. Après réarrangements, on a avec ($dC/dt=\dot{C}$, $dy/dt=\dot{y}$, $dw/dt=\dot{w}$, $dr/dt=\dot{r}$) :

$$\dot{C}/C = \Sigma\partial G/\partial w_i*w_i/C*\dot{w}_i/w_i + \Sigma\partial G/\partial r_j*r_j/C*\dot{r}_j/r_j + \Sigma\partial G/\partial y_k*y_k/C*\dot{y}_k/y_k + 1/C*\partial G/\partial t + \Sigma z_j r_j/C*[\dot{z}_j/z_j+\dot{r}_j/r_j] \quad (2)$$

Par définition, le progrès technique est donné par le déplacement de la fonction de coût total implicite qui n'est pas expliqué par des variations des w_i, des r_j et des y_k. Le progrès technique est donc donné par $1/C*\partial G/\partial t$ que l'on notera $\dot{B}/B$. Il est aussi vrai que :

$$C = \Sigma w_i x_i + \Sigma z_j r_j , \quad (3)$$

avec x_i, le vecteur des facteurs variables. Prenons la différentielle totale de (3) afin de retrouver après quelques réarrangements :

$$\dot{C}/C = \Sigma w_i x_i/C*[\dot{w}_i/w_i+\dot{x}_i/x_i] + \Sigma z_j r_j/C*[\dot{r}_j/r_j+\dot{z}_j/z_j] \quad (4)$$

Substituons l'équation (4) dans l'équation (2). Après simplifications, on a:

$$-\dot{B}/B = \Sigma \partial G/\partial y_k * y_k/C * \dot{y}_k/y_k - \Sigma \partial G/\partial w_i * x_i/C * \dot{x}_i/x_i$$
$$- \Sigma \partial G/\partial r_j * r_j/C * \dot{r}_j/r_j \qquad (5)$$

L'équation (5) défini le progrès technique en termes des taux de croissance des outputs et des inputs. La définition de la productivité s'obtient en prenant l'intégrale de l'expression (5), soit:

$$B(T) = \exp \int_0^T -\dot{B}/B(t)\, dt, \text{ avec } B(0)=1 \qquad (6)$$

Il nous sera donc possible de calculer le progrès technique et la productivité à partir des expressions (5) et (6). Il importe de remarquer que la définition de progrès n'est pas exempte d'arbitraire. Elle représente en quelque sorte, la distance verticale d'une fonction de coût prise à deux moments différents. D'autres notions de distance peuvent cependant être retenues. Par exemple on pourrait considérer la distance euclidienne minimale entre l'observation courante et l'ensemble des observations passés dominées par l'observation courante (le concept de dominance sera défini dans la section 3.5). Cette définition et d'autres encore ont prouvé leur utilité dans les mesures d'efficacité productive à l'aide de méthodes non-paramétriques (Tulkens, 1986 et Desprins, Simar et Tulkens 1984) que nous décrirons plus tard. En comparant les diverses méthodes, il faudra donc faire attention à la notion de distance retenue.

L'équation (5) se caractérise par la présence des dérivées partielles de la fonction de coût par rapport aux prix des inputs variables, aux quantités des inputs quasi-fixes et des outputs. Ces variables étant non-observées, il faudra recourir à la théorie économique pour leur substituer des variables observées et aussi, lorsque cela ne sera pas possible, faire les hypothèses simplificatrices appropriées. On peut regrouper les diverses méthodes pour mesurer le progrès technique en deux groupes selon qu'elles adoptent ou non l'équation (5) comme définition.

Dans le premier groupe nous retrouvons les méthodes qui adoptent l'équation (5) comme définition. Trois sous-groupes sont à distinguer: la méthode de Divisia, la théorie des nombres indices et l'approche économétrique (ou paramétrique). Dans le second se retrouve presqu'exclusivement la méthode non-paramétrique. En toute rigueur, il importe de remarquer que la méthode non-paramétrique peut être utilisée de façon à emprunter la définition donnée par l'équation (5). Mais comme cela ne peut se faire qu'en faisant des hypothèses supplémentaires et en acceptant d'utiliser des approximations pour certaines variables, il est d'usage courant d'adopter une autre définition du progrès technique que (5) plutôt que de faire ces hypothèses et approximations.

La méthode issue de l'approche de Divisia consiste en l'imposition d'un ensemble d'hypothèses permettant de résoudre les inconnues des expressions (5) et (6). En d'autres mots, on obtient une façon particulière de calculer les poids des coefficients de pondération. Cette méthode est valable uniquement en temps continu. Il existe toutefois une approximation discrète permettant de rendre compatible cette méthode avec les données disponibles en économique. Les données nécessaires à l'utilisation de cette méthode se résument à l'obtention de données sur les quantités et les prix de marché des outputs et des inputs. Historiquement, on doit cette méthode à Solow (1957). De plus, certains raffinements lui ont été apporté que nous retrouvons dans l'article de synthèse de Ouellette et Lasserre (1984).

La méthode issue de la théorie des nombres indices, tout comme celle de Divisia, propose une façon particulière d'éliminer les inconnues de l'expression (5) par l'imposition de certaines hypothèses. Contrairement à la méthode issue de l'approche de Divisia, cette méthode est valable avec des données en temps discret mais elle requiert l'imposition d'une forme fonctionnelle flexible à la représentation de la technologie. Cette méthode est dû en grande partie à Diewert (1976) et Caves, Christensen et Diewert (1982).

La méthode économétrique consiste tout d'abord à associer une forme fonctionnelle flexible à la représentation de la technologie choisie. Ensuite, le progrès technique est introduit par le biais de paramètres et de variables supplémentaires dans la forme fonctionnelle. On estime économétriquement les paramètres de cette fonction, et on utilise les résultats afin de déterminer les coefficients de pondération nécessaires à la résolution des expressions (5) et (6). Cette méthode, couramment utilisée, a connu des développements récents (Berndt et Khaled (1979) et Gatien, Lasserre et Ouellette (1987)) visant à mieux représenter le comportement de la firme face aux modification technologiques. D'autres travaux ont portés sur le choix de la structure stochastique sur les divers résultats de l'estimation de technologie (Chavas et Sergeson(1987), McElroy(1987)). Nous reviendrons sur ces points dans les prochaines sections.

La méthode non-paramétrique ne requiert en aucun temps que l'on associe une forme fonctionnelle à une fonction de coût ou de production ou de distance. Il s'agit plutôt de déterminer le déplacement de la technologie au moyen d'une approximation non-paramétrique. Cette méthode a vu le jour suite aux travaux de Farrell (1957) et de Afriat (1972). Plus récemment, on remarque les travaux de Diewert(1981), Desprins, Simar et Tulkens (1984) et Tulkens (1986).

Chapitre 3 - Description des diverses méthodes de mesure du progrès technique et de la productivité

3.1 Aperçu général

Ce chapître présente une description détaillée de la méthode de Divisia, de la méthode issue de la théorie des nombres indices, de la méthode paramétrique et de la méthode non-paramétrique. Chacune de ces méthodes sera décrite en prenant comme point de départ une fonction de coût total implicite à l'exception de la méthode non-paramétrique, ce qui nous amènera à un ensemble de résultats dont la plupart se retrouve déjà dans la littérature existante. Le caractère général de notre point de départ nous permettra cependant d'apporter quelques raffinements sur les résultats théoriques déjà existants. Ces ajouts sont les suivants: en premier lieu, nous allons généraliser la méthode issue de la théorie des nombres indices au cas d'une fonction de coût total implicite et en second lieu, nous allons proposer une nouvelle façon de mesurer le progrès technique dans la méthode non-paramétrique. Chacun de ces raffinements sera introduit lors de la description de la méthode à laquelle ils se rapportent.

3.2 Méthode issue de l'approche de Divisia

La méthode issue de l'approche de Divisia permet, par l'imposition d'un ensemble d'hypothèses et l'utilisation de certains résultats théoriques, de solutionner les équations (5) et (6). L'équation (6) renferme plusieurs dérivées partielles qui sont non-observables.

Dans ce cas, on a recours à l'utilisation du lemme de Shephard :

$$\partial G/\partial w_i = x_i$$

$$\partial G/\partial r_j = -z_j \qquad (7)$$

De plus, en réécrivant $\partial G/\partial y_k * y_k/C$ comme Ecy_k, l'élasticité du coût variable par rapport à l'output y_k et en utilisant le lemme de Shephard, l'équation (5) devient:

$$-\dot{B}/B = \Sigma w_i x_i/C*\dot{w}_i/w_i - \Sigma z_j r_j/C*\dot{z}_j/z_j + \Sigma Ecy_k*\dot{y}_k/y_k$$
$$+ \Sigma z_j r_j/C*[\dot{z}_j/z_j + \dot{r}_j/r_j] - \dot{C}/C \qquad (8)$$

En faisant quelques simplifications, on obtient:

$$-\dot{B}/B = \Sigma Ecy_k*\dot{y}_k/y_k - \Sigma w_i x_i/C*\dot{x}_i/x_i - \Sigma z_j r_j/C*\dot{r}_j/r_j \qquad (9)$$

Définissons $S_i = w_i x_i/C$, la part des dépenses en facteur variable x_i dans le coût total implicite; $S_j = z_j r_j/C$, la part des dépenses implicites du facteur quasi-fixe r_j dans le coût total implicite et substituons dans (9) pour obtenir :

$$-\dot{B}/B = \Sigma Ecy_k*\dot{y}_k/y_k - \Sigma S_i*\dot{x}_i/x_i - \Sigma S_j*\dot{r}_j/r_j \qquad (10)$$

avec $\Sigma S_i + \Sigma S_j = 1$

L'expression (10) représente la définition du progrès technique tout comme l'expression (5). De plus l'équivalent de l'expression (6) s'écrit :

$$B^{-1}(T) = \exp\ [\ \Sigma\int Ecy_k * \dot{y}_k/y_k dt - \Sigma\int S_i * \dot{x}_i/x_i dt - \Sigma\int S_j * \dot{r}_j/r_j dt\ ] \tag{11}$$

Les équations (10) et (11) supposent que les données sont en temps continu. Cependant, comme les données dont on disposent en économique sont en temps discret, on doit trouver une expression valable en temps discret. Si les conditions suivantes sont respectées:

i) $Ecy_k(t)$ = constant;

ii) $S_i(t)$ = constant;

iii) $S_j(t)$ = constant;

alors il existe une solution exacte à l'équation (11)

$$B^{-1}(T) = \Pi\ [y_k(T)/y_k(0)]^{Ecy_k}\ /\ (\Pi\ [x_i(T)/x_i(0)]^{S_i} *$$
$$\Pi[r_j(T)/r_j(0)]^{S_j}\ ) \tag{12}$$

Si les coefficients de pondération Ecy_k, S_i et S_j ne sont pas constants, il faut se contenter d'une approximation. Cependant, ce problème ne semble pas trop important car dans la mesure où les variables varient peu d'une période à l'autre (ce qui est généralement le cas en économie), on peut faire les substitutions suivantes:

i) $Ecy_k \approx 1/2\,[Ecy_k(T) + Ecy_k(0)]$;

ii) $S_i \approx 1/2\,[S_i(T) + S_i(0)]$;

iii) $S_j \approx 1/2\,[S_j(T) + Sj(0)]$.

On appelle communément cette approximation, l'approximation de Törnqvist (1936). L'expression (11) devient :

$$B^{-1}(T) = \Pi\,[y_k(T)/y_k(0)]^{1/2[Ecy_k(T)+Ecy_k(0)]} \,/$$

$$\Pi\,[x_i(T)/x_i(0)]^{1/2[S_i(T)+S_i(0)]} * \Pi\,[r_j(T)/r_j(0)]^{1/2[S_j(T)+S(0)]} \tag{13}$$

Toutefois, on est encore au prise avec un bon nombre d'inconnues. On a besoin d'information sur les rendements d'échelle $Ecy_k = \partial G/\partial y_k * y_k/C$, car $\partial G/\partial y_k$ et C sont inconnus; sur les parts dans le coût total implicite des facteurs variables, $S_i = w_i x_i/C$, car C est inconnu, et des facteurs quasi-fixes $S_j = z_j r_j/C$, car z_j et C sont inconnus.

Conséquemment, afin de trouver ces inconnues, nous devons faire les hypothèses suivantes :

<u>Hypothèse 3.2.1</u>

i) concurrence parfaite : ceci implique que $\partial G/\partial y_k = P_k$;

ii) tous les facteurs sont à l'équilibre de long terme : ceci implique que le prix (un loyer) du facteur quasi-fixe j est égal au prix de marché du facteur, c'est-à-dire $z_j = w_j$;

iii) rendements constants à l'échelle : $\Sigma Ecy_k = 1$

Ceci implique que les revenus sont égaux aux coûts, i.e. C=R. Ainsi suite à l'adoption de cette dernière hypothèse, on a : $S_k^R = p_k y_k / R$, la part de l'output y_k dans les revenus; $S_i^R = w_i x_i / R$, la part du facteur variable x_i dans les revenus et $S_j^R = w_j r_j / R$, la part du facteur quasi-fixe r_j dans les revenus.

L'hypothèse 3.2.1 nous permet de lever les indéterminations sur les poids de l'expression (10) et ainsi, il nous est maintenant possible calculer cette expression ainsi que l'expression (11). On obtient finalement :

$$\dot{PTF}/PTF = \Sigma S_k^R \dot{y}_k / y_k - \Sigma S_i^R \dot{x}_i / x_i - \Sigma S_j^R \dot{r}_j / r_j \tag{14}$$

où $\dot{PTF}/PTF$, le taux de croissance de la Productivité Totale des Facteurs correspond au progrès technique calculé selon l'approche de Divisia. De plus, on a les approximations de Törnqvist suivantes:

$$\Delta PTF(T)/PTF = \Sigma 1/2[S_k^R(T) + S_k^R(0)]\Delta y_k(T)/y_k - \Sigma 1/2[S_i^R(T) + S_i^R(0)]\Delta x_i(T)/x_i - \Sigma 1/2[S_j^R(T) + S_j^R(0)]\Delta r_j(T)/r_j$$

$$PTF(T) = \Pi[y_k(T)/y_k(0)]^{1/2[S_k^R(T) + S_k^R(0)]} / \Pi[x_i(T)/x_i(0)]^{1/2[S_i^R(T) + S_i^R(0)]} * \Pi[r_j(T)/r_j(0)]^{1/2[S_j^R(T) + S_j^R(0)]} \tag{15}$$

où $\Delta x_i(T)/x_i = (x(T) - x(0))/x(0)$; $\Delta r_j(T)/r_j = (r(T) - r(0))/r(0)$;

$\Delta y_k(T)/y_k = (y(T)-y(0))/y(0)$

L'expression (15) représente la définition de la productivité lorsqu'on applique les hypothèses qui rendent opérationnelle la méthode issue de l'approche de Divisia. Il est à noter que les indices utilisés dans cette méthode sont des indices de Divisia, d'où le nom de cette première méthode.

3.2.1 Biais dû à l'utilisation de la méthode de Divisia

L'utilisation de la méthode issue de l'approche de Divisia requiert un bon nombre d'hypothèses causant certains biais. Le but de cette section est d'identifier ces biais. Commençons par définir les variables suivantes:

$\dot{y}^C/y = \Sigma Ecy_k \dot{y}_k/y_k$ = indice du taux de croissance des outputs pondéré sur la base des élasticités;

$\dot{y}^R/y = \Sigma S_k^R \dot{y}_k/y_k$ = indice du taux de croissance des outputs pondéré sur la base des revenus;

$\dot{x}^C/x = \Sigma S_i \dot{x}_i/x_i$ = indice des inputs variables pondéré sur la base des parts dans le coût total implicite;

$\dot{x}^R/x = \Sigma S_i^R \dot{x}_i/x_i$ = indice des inputs variables pondéré sur la base des parts dans les revenus;

$\dot{r}^C/r = \Sigma S_j \dot{r}_j/r_j$ = indice des inputs quasi-fixes pondéré sur la base des parts dans le coût total implicite;

$\dot{r}^R/r = \Sigma S_j^R \dot{r}_j/r_j$ = indice des inputs quasi-fixes pondéré sur la base des parts dans les revenus.

Le progrès technique et le taux de croissance de la productivité totale des facteurs peuvent se réécrire:

$$-\dot{B}/B = (\Sigma Ecy)\, \dot{y}^C/y - \dot{x}^C/x - \dot{r}^C/r$$

$$P\dot{T}F/PTF = \dot{y}^R/y - \dot{x}^R/x - \dot{r}^R/r \tag{16}$$

De ces deux expressions, on tire:

$$P\dot{T}F/PTF = -\dot{B}/B + [1-Ecy_k]\dot{y}^C/y + [\dot{x}^C/x - \dot{x}^R/x] + [\dot{r}^C/r - \dot{r}^R/r] + [\dot{y}^R/y - \dot{y}^C/y] \tag{17}$$

Il est clair que $P\dot{T}F/PTF$ mesure non seulement le progrès technique mais aussi certains biais rattachés aux diverses hypothèses que l'on doit faire pour rendre opérationnelle la mesure de Divisia du progrès technique. Il s'agit des biais suivant :

- $[1-Ecy_k]\dot{y}^C/y$: biais dû aux rendements d'échelle constant.
- $[\dot{x}^C/x - \dot{x}^R/x]$: biais dû aux rendements d'échelle constant et à la tarification non-marginale.
- $[\dot{r}^C/r - \dot{r}^R/r]$: biais de déséquilibre de long terme.
- $[\dot{y}^R/y - \dot{y}^C/y]$: biais dû à la tarification non-marginale.

Cette section complète le développement de la méthode issue de l'approche de Divisia. La prochaine section couvrira le développement de la méthode issue de la théorie des nombres indices.

3.3 Méthode issue de la théorie des nombres indices

La méthode issue de la théorie des nombres indices, contrairement à l'approche de Divisia, est valable pour des données en temps discret. De plus, elle requiert les hypothèses adoptées par la méthode de Divisia concernant la technologie, l'imposition d'une forme fonctionnelle à la représentation de la technologie. La dérivation qui suit, inclut le premier des raffinements apporté dans le cadre de ce travail aux diverses méthodes de mesure du progrès technique et de la productivité. En effet, le traitement de la méthode issue de la théorie des nombres indices prendra comme point de départ une fonction de coût total implicite.

Soit la fonction de coût total implicite suivante:

$$C_t = G(w_t, r_t, y_t, t) + z_t r_t = C(w_t, z_t, r_t, y_t, t) \tag{18}$$

Il faut associer une forme fonctionnelle flexible à cette fonction de coût total implicite. Dans ce travail, nous utiliserons une translog. Rappelons qu'une forme fonctionnelle est flexible si elle fournit une approximation du second ordre à une fonction quelconque, deux fois différentiable (Diewert, 1976). La fonction de coût total implicite s'écrit, dans ce cas:

$$\ln C_t = \ln C(\ln w_t, \ln z_t, \ln r_t, \ln y_t, t) \qquad (19)$$

A l'aide de l'identité quadratique (Diewert (1976)), nous allons déterminer des équations définissant le progrès technique et la productivité. L'application de l'identité quadratique à l'équation (19) donne:

$$\begin{aligned}\ln(C_t/C_{t-1}) = {} & 1/2\ \Sigma[\partial \ln C_{t-1}/\partial \ln w_i + \partial \ln C_t/\partial \ln w_i]\ \ln(w_{it}/w_{it-1}) \\ & + 1/2\ \Sigma[\partial \ln C_{t-1}/\partial \ln z_j + \partial \ln C_t/\partial \ln z_j]\ \ln(z_{jt}/z_{jt-1}) \\ & + 1/2\ \Sigma[\partial \ln C_{t-1}/\partial \ln r_j + \partial \ln C_t/\partial \ln r_j]\ \ln(r_{jt}/r_{jt-1}) \\ & + 1/2\ \Sigma[\partial \ln C_{t-1}/\partial \ln y_k + \partial \ln C_t/\partial \ln y_k]\ \ln(y_{kt}/y_{kt-1}) \\ & + 1/2\ \Sigma[\partial \ln C_{t-1}/\partial t + \partial \ln C_t/\partial t]\ (t-(t-1)) \qquad (20)\end{aligned}$$

On peut démontrer que $\partial \ln C_t/\partial \ln r_j = 0$, pour tout t comme conséquence du lemme de Shephard. De plus, en se servant de la version translogarithmique du lemme de Shephard, en notant $\partial \ln C_t/\partial t = ¥_t$, le progrès technique à la date t et en faisant l'hypothèse 3.2.1, l'expression (20) devient :

$$\begin{aligned}\ln(C_t/C_{t-1}) = {} & 1/2\ \Sigma[S_{it-1} + S_{it}]\ \ln(w_{it}/w_{it-1}) \\ & + 1/2\ \Sigma[S_{jt-1} + S_{jt}]\ \ln(z_{jt}/z_{jt-1}) \\ & + 1/2\ \Sigma[S_{kt-1} + S_{kt}]\ \ln(y_{kt}/y_{kt-1}) \\ & + 1/2\ \Sigma[¥_{t-1} + ¥_t]\ (t-(t-1)) \qquad (21)\end{aligned}$$

De plus, en isolant $1/2\ [¥_{t-1} + ¥_t]\ (t-(t-1))$ de l'expression (21), on obtient :

$$-1/2\,[\,¥_{t-1} + ¥_t\,]\,(t-(t-1)) = 1/2\ \Sigma[S_{it-1} + S_{it}]\ \ln(w_{it}/w_{it-1})$$
$$+ 1/2\ \Sigma[S_{jt-1} + S_{jt}]\ \ln(z_{jt}/z_{jt-1})$$
$$+ 1/2\ \Sigma[S_{kt-1} + S_{kt}]\ \ln(y_{kt}/y_{kt-1})$$
$$- \ln(C_t/C_{t-1}) \qquad (22)$$

L'expression (22) représente le progrès technique qu'il y a eu entre les périodes t et t-1. En partant de cette dernière formule, on obtient la mesure de la productivité:

$$e^{-(¥_{t-1} + ¥_t)/2} = \Pi(w_t/w_{t-1})^{\,1/2\ \Sigma[S_{it-1} + S_{it}]}$$
$$* \Pi(z_t/z_{t-1})^{\,1/2\ \Sigma[S_{jt-1} + S_{jt}]}$$
$$* \Pi(y_t/y_{t-1})^{\,1/2\ \Sigma[S_{kt-1} + S_{kt}]}\ /\ (C_t/C_{t-1})$$
$$(23)$$

3.3.1 Relation entre l'approche des nombres indices et l'approche de Divisia

Cette section montre la relation qui existe entre la formule pour mesurer la productivité dans le cas de la méthode de Divisia et celle utilisée dans le cas de la théorie des nombres indices. L'équation

(8) peut se réécrire:

$$-\dot{B}/B = \Sigma S_i \dot{w}_i/w_i + \Sigma Ecy_k \dot{y}_k/y_k + \Sigma S_j \dot{r}_j/r_j - \dot{C}/C \qquad (24)$$

Après intégration de l'expression (24), on a:

$$-B^{-1}(T) = \exp\int -\dot{B}/B dt = \exp\int(\Sigma S_i \dot{w}_i/w_i + \Sigma Ecy_k \dot{y}_k/y_k + \Sigma S_j \dot{r}_j/r_j - \dot{C}/C)dt \qquad (25)$$

que l'on peut réécrire en utilisant l'approximation de Törnqvist et l'hypothèse 3.2.1 :

$$B^{-1}(T) = \Pi(w_i(T)/w_i(0))^{1/2\ \Sigma[S_{iT} + S_{i0}]}$$
$$* \Pi(z_j(T)/z_j(0))^{1/2\ \Sigma[S_{jT} + S_{j0}]}$$
$$* \Pi(y_j(T)/y_j(0))^{1/2\ \Sigma[S_{kT} + S_{k0}]} / (C_T/C_0) \qquad (26)$$

avec T = t et 0 = t-1.

L'expression (23) représentant la productivité lorsqu'on utilise la méthode issue de la théorie des nombres indices et l'expression (26) représentant la même notion lorsqu'on utilise la méthode issue de l'approche de Divisia sont identiques .

Cette relation est importante car elle nous permet de justifier l'approximation de Törnqvist de l'indice de Divisia. En effet, la méthode de Divisia n'est valable qu'avec des données en temps continu.

Afin de contourner ce problème, on utilise l'approximation de Törnqvist. De son côté, la méthode issue de la théorie des nombres indices est valable en temps discret. L'identité que nous venons d'établir permet de conclure que l'utilisation de l'approximation de Törnqvist est exacte lorsqu'il est possible de représenter la fonction de coût total implicite par une forme translog.

Le principal intérêt de l'approche de Divisia et de l'approche des nombres indices réside dans le fait qu'elles fournissent une mesure multifactorielle du progrès technique et de la productivité qui ne nécessitent que l'emploi de données en prix de marché et quantités des inputs et outputs. Cependant, cela se fait au coût de certaines hypothèses (rendements constants, équilibre de long terme et concurrence) qui limite leur généralité. Une méthode permet de ne pas faire ces hypothèses. Il s'agit de la méthode paramétrique ou économétrique que nous allons maintenant aborder.

3.4 Méthode paramétrique ou économétrique

La méthode économétrique du progrès technique consiste à imposer une forme fonctionnelle à la représentation de la technologie choisie et d'en estimer les paramètres. A l'intérieur de cette forme fonctionnelle, certains paramètres représentent le déplacement de la technologie dans le temps.

3.4.1 Modèle économétrique

Contrairement aux deux autres méthodes abordées précédemment, on doit ici utiliser une fonction de coût variable comme point de départ. En effet, pour fins empiriques, on doit employer une telle fonction car les prix des facteurs quasi-fixes sont inconnus. Nous montrerons comment obtenir, à partir de la fonction de coût variable toutes les informations nécessaires au calcul du progrès technique défini à partir du coût total implicite. En supposant que l'on puissent apporter une transformation logarithmique aux diverses variables, la fonction de coût variable peut s'écrire:

$$\ln CV(t) = \ln CV(\ln w(t), \ln r(t), \ln y(t), t) \tag{27}$$

Dans cette fonction, la technologie n'est représentée que par la variable t, représentant le temps. Afin de démontrer que l'utilisation du temps comme indice de technologie est trop restrictif, nous allons considérer qu'il s'agit de la fonction de coût d'une firme ne produisant qu'un output avec deux facteurs variables et un facteur quasi-fixe. En prenant une expansion de Taylor de 1^{er} ordre de cette fonction, on obtient la fonction Cobb-Douglas suivante :

$$\ln CV = \ln a + \beta_1 \ln w_1 + \beta_2 \ln w_2 + \pi \ln r + \int \ln y + \Omega t \tag{28}$$

où $\ln w_1$ est le logarithme du prix du facteur variable 1; $\ln w_2$ est le logarithme du prix du facteur variable 2; $\ln r$ est le logarithme de la quantité du facteur quasi-fixe; lny est le logarithme de la quantité produite; et t est le temps. De l'expression (28) on tire les résultats suivants:

$\Omega = \partial \ln CV_t/\partial t$ est le progrès technique;

$S_i = \beta_i$, une constante, représentant la part des facteurs variables avec $i=1,2.$;

$-S_r = \pi$, une constante, représentant la part du facteur quasi-fixe; et

$Ecy = \int$, une constante représentant l'élasticité d'échelle par rapport à y. (29)

Le choix de la Cobb-Douglas et du temps comme indice technologique est donc très contraignant. En effet, on impose une structure de déplacement constante de la fonction de coût à travers le temps. De plus, les diverses parts sont constantes et ne sont pas affectées par le progrès technique; il n'y a donc pas de progrès biaisé.

De façon à réduire l'importance de ces contraintes, prenons une expansion de Taylor de second ordre de l'expression (27) en spécifiant la technologie toujours avec t, la variable temps. On obtient ainsi une forme translog de la fonction de coût variable s'écrivant:

$$\begin{aligned}\ln CV_t &= a_0 + \Sigma a_i \ln w_{it} + \Sigma a_j \ln r_{jt} + \Sigma a_k \ln y_{kt} + a_t t \\ &\quad + 1/2\Sigma\Sigma b_{im} \ln w_{it} \ln w_{mt} + \Sigma\Sigma b_{ij} \ln w_{it} \ln r_{jt}\end{aligned}$$

$$+ \Sigma\Sigma b_{iR} \ln w_{iR} \ln y_{lt} + \Sigma\Sigma b_{it} \ln w_{i} t$$

$$+ 1/2 \Sigma\Sigma b_{ko} \ln r_{k} \ln r_{ot} + \Sigma\Sigma b_{jk} \ln r_{jt} \ln y_{kt} + \Sigma\Sigma b_{kt} \ln r_{j} t$$

$$+ 1/2 \Sigma\Sigma b_{kp} \ln y_{kt} \ln y_{pt} + \Sigma\Sigma b_{kt} \ln y_{kt} t + 1/2 b_{tt} t^{2} \qquad (30)$$

$$\text{où } \partial \ln CV/\partial t = a_t + \Sigma\Sigma b_{it} \ln w_{it} + \Sigma\Sigma b_{jt} \ln r_{jt} + \Sigma\Sigma b_{kt} \ln y_{kt} + b_{tt} t;$$

$$S_i = \Sigma a_i + \Sigma b_{im} \ln w_{mt} + \Sigma\Sigma b_{ij} \ln r_{jt} + \Sigma\Sigma b_{ik} \ln y_{kt} + \Sigma\Sigma b_{ik} t \quad i=1,2;$$

$$-S_j = \Sigma a_j + \Sigma\Sigma b_{ij} \ln w_{it} + \Sigma b_{jo} \ln r_{ot} + \Sigma\Sigma b_{jk} \ln y_{kt} + \Sigma\Sigma b_{jt} t \; ;$$

$$Ecy_k = \Sigma a_k + \Sigma\Sigma b_{ik} \ln w_{it} + \Sigma\Sigma b_{jk} \ln r_{jt} + \Sigma b_{kp} \ln y_{pt} + \Sigma\Sigma b_{kt} t \quad (31)$$

En somme, l'utilisation de la translog nous permet de faire apparaître du progrès technique biaisé, mais ce biais est constant dans le temps. Le choix de la forme fonctionnelle a donc un impact sur l'estimation du progrès technique, des prix implicites et des élasticités d'échelle. Il faudrait donc en arriver à modéliser la technologie de façon plus souple de manière à ne pas restreindre à priori la trajectoire du progrès technique. A cette fin, nous suiverons la méthode proposée par Gatien, Lasserre et Ouellette (1987) en introduisant, plutôt que le temps, un indice de productivité (non-observé) dans la fonction de coût variable. Ainsi soit la fonction de coût variable suivante:

$$\ln CV(t) = \ln CV(\ln w(t), \ln r(t), \ln y(t), \ln B(t)) \qquad (32)$$

avec $\ln B(t)$ représentant la technologie. Le progrès technique est donné par:

$$\dot{B}/B = \partial lnCV/\partial t = \partial lnCV/\partial lnB * \partial lnB/\partial t \tag{33}$$

Cela implique que $\partial lnCV/\partial lnB = 1$ par définition, ce qui permet de réécrire (32) comme suit:

$$lnCV = lnCV(lnw(t),lnr(t),lny(t)) + lnB(t) \tag{34}$$

En prenant comme point de départ la fonction de coût variable total donné par (34), nous pouvons dériver un système d'équations contenant les parts des divers facteurs et la fonction de coût. Le progrès biaisé, par définition, va toucher les parts et les élasticités d'échelle tandis que le progrès neutre ne les affectera pas. Dans ce cas, les parts s'écrivent:

$$S_i = \partial lnCV/\partial lnw_i + B_i(\bullet);$$

$$-S_j = \partial lnCV/\partial lnr_j + B_j(\bullet); \tag{35}$$

et les diverses élasticités d'échelle:

$$Ecy_k = \partial lnCV/\partial lny_k + B_k(\bullet). \tag{36}$$

où B_i, B_j et B_k représentent les divers biais affectant les parts et les élasticités d'échelle dépendant de variables que nous allons définir plus loin. Cette spécification des parts et élasticités d'échelle implique que la fonction de coût variable s'écrit:

$$\begin{aligned}\ln CV_t = {} & a_0 + \Sigma a_i \ln w_{it} + \Sigma a_j \ln r_{jt} + \Sigma a_k \ln y_{kt} \\ & + 1/2\Sigma\Sigma b_{im} \ln w_{it} \ln w_{mt} + \Sigma\Sigma b_{ij} \ln w_{it} \ln r_{jt} \\ & + \Sigma\Sigma b_{ik} \ln w_{it} \ln y_{kt} \\ & + 1/2\Sigma\Sigma b_{jo} \ln r_{jt} \ln r_{ot} + \Sigma\Sigma b_{jk} \ln r_{jt} \ln y_{kt} \\ & + 1/2\Sigma\Sigma b_{kp} \ln y_{kt} \ln y_{pt} \\ & + \boldsymbol{\ln B_0 + \Sigma B_i \ln w_{it} + \Sigma B_j \ln r_{jt} + \Sigma B_k \ln y_{kt}} \end{aligned} \tag{37}$$

avec $\ln B_1 = \Sigma B_i \ln w_i + \Sigma B_j \ln r_j + \Sigma B_k \ln y_k$, le progrès biaisé, et $\ln B_0$, le progrès neutre i.e. le progrès qui n'affecte ni les parts, ni les élasticités d'échelle.

L'équation (37) est la somme d'une fonction translog conventionnelle, i.e. ne comportant comme argument que les prix des facteurs variables, les inputs quasi-fixes et les outputs, et, en caractère gras, un ensemble de termes faisant état de la technologie que nous avons regroupé en progrès biaisé, $\ln B_1$ et neutre, $\ln B_0$. Un avantage de l'utilisation de cette spécification de la technologie est qu'elle nous donne la possibilité de décomposer le progrès technique en différentes composantes. En effet, le progrès technique peut être divisé en quatre composantes. Tout d'abord, le progrès **biaisé** se caractérise par un déplacement de la fonction de coût impliquant des changements de combinaisons dans les divers intrants. Le progrès **neutre** mesure un déplacement de la fonction de coût qui n'altère pas les parts relatives des inputs. Chacun de ces deux types de progrès peut être induit ou exogène. Le progrès **induit** dépend du comportement optimisateur de la firme. En effet, la firme faisant face à un nouvel environnement technologique ou économique, va tenter de trouver une nouvelle technologie qui sera plus profitable. Le progrès technique **exogène** est extérieur à la firme, i.e. que ce type de progrès ne dépend pas du comportement de la firme: une main-d'oeuvre plus éduquée est caractéristique de ce type de progrès.

L'estimation de ces paramètres est faite de façon à combler le manque d'information nécessaire au calcul dans l'expression (5). Ainsi, on pourra identifier les rendements d'échelle, les parts des intrants ainsi que les prix implicites des facteurs quasi-fixes. Mais tout d'abord caractérisons le progrès biaisé qui est représenté dans l'équation (37) par B_Ω, Ω=i,j,k. Selon certaines considérations, B_Ω se définit ainsi :

$$B_\Omega = B_\Omega(\ln w_{-\infty},\ldots, \ln w_{-1}, \ln r_{-\infty},\ldots, \ln r_{-1}, \ln y_{-\infty},\ldots, \ln y_{-1}, t)$$
$$\Omega = i,j,k. \qquad (38)$$

Nous allons supposer que le progrès technique biaisé induit dépendra des signaux passés observés par la firme: les prix des facteurs affectant sa production, les quantités des inputs quasi-fixes qu'elle utilise et les outputs qu'elle produit. Le progrès technique exogène ne dépendra que du temps. Evidemment, plusieurs autres variables pourraient être ajoutées à cette liste, mais pour des considérations de degrés de liberté lors de l'estimation économétrique, on a restreint notre sélection aux variables qui semblaient les plus importantes. Cette façon de modéliser le progrès induit est conforme à l'étude de Hicks (1932).

Pour le cas du progrès technique neutre, nous prendrons une variable représentant les profits ainsi qu'une variable représentant la taille de l'entreprise. Le choix de ces variables repose sur l'argumentation de Schumpeter (1955) qui relie le progrès au pouvoir de marché de la firme. Ce pouvoir de marché est fonction des profits et de la taille de l'entreprise. Plus la firme a un pouvoir de marché élevé, plus elle devrait amasser de profit et donc être en mesure de financer les investissements en recherche et développement; ces investissements avec le temps devraient générer du progrès technique. En contre-partie, on peut penser que plus la firme est importante, moins elle sera incitée à investir en R.&D. n'étant pas inquiétée par la présence de concurrents. Pour ces raisons, il est impossible de prévoir le signe de ces variables; il sera déterminé empiriquement. Comme indice de pouvoir de marché, nous avons opté pour une variable de profitabilité passé, R/CV et les outputs passés qui représentent la taille de l'entreprise. De plus, tout comme dans le cas du progrès technique biaisé, le temps sera introduit comme argument de la fonction dans le but d'incorporer la composante exogène au progrès neutre. Donc , le progrès neutre s'écrit :

$$\ln B_0 = \ln B^0(\ln(R/CV)_{-\infty},\ldots,\ln(R/CV)_{-1},\ \ln y_{-\infty},\ldots,\ln y_{-1},\ t) \quad (39)$$

avec R/CV_t étant les revenus passés sur coût variable total (argument de profitabilité); et $\ln y_t$ étant les outputs passés (argument de taille de marché) . Donc, le progrès neutre induit est caractérisé par les variables des profits et des outputs, tandis que le progrès neutre exogène dépend de t.

Ce genre de spécification est difficilement utilisable empiriquement pour deux raisons. En premier lieu, on est confronté avec un nombre infini de variables qu'on ne peut pas observer et en second lieu, ce nombre infini de variables nous cause des problèmes au niveau des degrés de liberté. Pour contrer ce problème, on prend une expansion de Taylor de premier ordre des fonctions (38) et (39). Deuxièmement, on suppose que les retards suivent une distribution géométrique décroissante que l'on réduit en utilisant une transformation de Koyck (voir par exemple: Maddala (1977) p.360-363). Les équations (38) et (39) deviennent:

$$B_\Omega = \Sigma \varnothing_{\Omega i}/(1-\mu L) \ln w_{it-1} + \Sigma \varnothing_{\Omega j}/(1-\mu L) \ln r_{jt-1} + \Sigma \varnothing_{\Omega k}/(1-\mu L) \ln y_{kt-1} + \varnothing_{\Omega t} t \qquad \Omega = i,j,k. \tag{40}$$

$$\ln B_0 = \Sigma \varnothing_r/(1-\mu L) \ln(R/CV)_{t-1} + \Sigma \varnothing_{yk}/(1-\mu L) \ln y_{-1} + \varnothing_{ty} t \ln y_t + \varnothing_{tt}/2\, t \tag{41}$$

où μ est la variable permettant de dire si le passé influence la décision présente de l'agent, (c'est la constante de Koyck); et L est l'opérateur de retard, ($L^n X_t = X_{t-n}$).

Suite à la modélisation de la fonction de coût variable restreinte, on peut maintenant estimer cette forme fonctionnelle. Une fois l'estimation des paramètres complétée, il faut maintenant obtenir l'information manquante pour calculer le progrès technique et la productivité.

Tout d'abord, à l'aide du lemme de Shephard modifié, on peut trouver la valeur estimée de z_j:

$$z_j = -\partial \ln CV/\partial \ln r_j * CV/r_j \tag{42}$$

La valeur estimé de z_j étant connue, on peut maintenant trouver le coût total implicite estimé comme suit:

$$C = \exp(\ln CV) + \Sigma z_j r_j \tag{43}$$

Les diverses élasticités d'échelle du coût total implicite s'obtiennent comme suit:

$$\begin{aligned} Ecy_k &= \partial \ln C/\partial \ln y_k \\ &= \partial \ln(CV+Z'R)/\partial \ln y_k \\ &= E^V cy_k + (1/1+\Sigma S_j)*(\partial \Sigma S_j/\partial \ln y_k). \text{ Avec } S_j = -\partial \ln CV/\partial r_j \\ &= E^V cy_k - \sum_j b_{jk}/(1+\Sigma S_j). \end{aligned} \tag{44}$$

où $E^V cy_k = \partial \ln CV/\partial \ln y_k$ est l'élasticité d'échelle du coût variable.

Mis à part le fait que l'on doit associer une forme fonctionnelle à la vraie fonction de coût variable et que l'on doit estimer ses paramètres, l'approche économétrique du progrès technique et de la productivité nous permet de calculer -B/B sans imposer d'hypothèses supplémentaires à la minimisation des coûts. De plus, cette approche nous permet de faire des tests sur les divers types de progrès techniques, à savoir si les types de progrès, seul ou en groupes sont significatifs. Pour se faire, on estime des modèles contraints que l'on teste par rapport au modèle non-contraint au moyen d'un test de ratio de vraisemblance. Il est aussi possible de vérifier si localement, les propriétés de la fonction de coût variable (courbure, monotonicité, etc,...) sont respectées.

Au cours des deux prochaines sous-sections, deux spécifications seront proposées. La distinction entre ces deux procédés réside dans la spécification stochastique du modèle économétrique.

3.4.1.1 Méthode d'estimation I : spécification stochastique standard

La spécification stochastique d'un modèle économétrique ainsi que son interprétation sont importantes. Il existe plus d'une façon de spécifier la partie stochastique d'un modèle économétrique. La façon la plus commune de le faire est d'ajouter à la partie déterministe du modèle, un terme d'erreur. Ce terme d'erreur renfermera tous les types d'erreurs que l'on peut imaginer.

En accord avec cette spécification stochastique, le modèle économétrique que nous allons utiliser pour fins d'estimation est un modèle composé de n équations: la fonction de coût variable et n-1 parts des dépenses en facteurs variables que nous choisirons arbitrairement parmi les n parts des dépenses en ces facteurs. A chacune de ces n équations, nous allons ajouter un terme d'erreur. On obtient donc un système de n équations, chacune étant constituées d'une partie déterministe et d'une partie stochastique. On procédera à une estimation simultanée de ce système de n équations en supposant comme il est habituellement fait, que les erreurs sont identiquement et indépendamment distribuées.

3.4.1.2 Méthode d'estimation II : spécification stochastique à la McElroy

Certains économistes, McElroy(1987), Chavas et Sergeson(1987) disent que la spécification stochastique standard ne convient pas à l'estimation d'un système tel que nous le proposons à la section 3.4.1.1.. En effet, ces auteurs soutiennent que les erreurs des équations de parts soient reliées à la fonction de coût étant donné que les parts sont obtenues directement de la fonction de coût par le biais du lemme de Shephard. Si c'était le cas, les estimateurs issus d'une telle estimation seraient biaisés. On reproche aussi à la spécification stochastique standard de ne pas être justifiée théoriquement.

Suivant McElroy (1987), nous proposons une seconde spécification stochastique. Ce système d'équations sera composé des demandes conditionnelles de facteurs variables auxquelles nous ajouterons une partie stochastique. Les demandes qui composeront ce système d'équations sont de la forme:

$$x_i = 1/w_i \exp(\ln C(\ln y, \ln w, \ln r))\,(\partial h(y,r,w)/\partial \ln w_i) + e_i \qquad (45)$$

où w_i est le prix du facteur i, $\exp(\ln C(\ln y, \ln w, \ln r))$ est la fonction de coût variable, $\partial \ln C(\ln y, \ln w, \ln r)/\partial \ln w_i$ est la part du facteur i et e_i est le terme d'erreur.

Les termes d''erreurs contenus dans l'équation (45) ont comme particularité de ne pas être reliés au terme d'erreur de la fonction de coût et donc d'être identiquement et indépendamment distribué. Ce modèle est équivalent au modèle proposé par McElroy(1987), sauf que l'interprétation du terme stochastique est différente. Ce terme comporte des erreurs de spécifications et des erreurs de mesure alors que celui associé au modèle de McElroy ne représente que des erreurs de mesure. La raison pour laquelle nous avons délaissé le modèle de McElroy réside dans le fait que celui-ci est présenté pour le cas d'une firme et non pour celui d'une industrie. Le passage au niveau agrégé ne semble pas se faire sans quelques problèmes non encore résolus.

Donc, en accord avec cette seconde spécification stochatique, nous allons estimer simultanément un système de n équations de demande conditionnelles de facteurs variables. De ce système, nous allons extraire l'information disponible afin de calculer le prix des facteurs quasi-fixes, le coût total implicite, les diverses parts et les élasticités d'échelle ce qui nous permettra de calculer les indices de progrès technique et de productivité. Cependant, puisque le progrès induit, lorsque inclus, donne une spécification non estimable, nous estimerons les demandes conditionnelles de facteurs en n'incluant que le progrès exogène.

3.5 Méthode non-paramétrique

La méthode non-paramétrique du progrès technique (issue initialement des travaux de Farrell(1957)), consiste à construire une fonction de coût variable à partir d'une nombre restreint d'hypothèses. Cette fonction de coût variable total est la frontière de l'ensemble de points que nous observons dans un graphique dont les dimensions sont données par le coût, les outputs, les prix des facteurs variables et les quantités des facteurs quasi-fixes. Avec le temps, cette frontière se modifie. Selon la direction du déplacement nous dirons qu'il y a progrès technique ou régression technique. Pour ce faire, nous proposerons une méthode inspirée des articles de Desprins, Simar et Tulkens (1984) et Tulkens (1986). Dans leurs articles, Desprins, Simar et Tulkens suggèrent une méthode pour calculer le déplacement d'une approximation intérieure d'une fonction de production générée à partir d'un ensemble d'observations efficaces (c'est-à-dire le progrès technique). Nous adopterons leur méthode au cas de la fonction de coût variable. On appellera (C_0, w_0, r_0, y_0) une observation efficace, si elle n'est pas dominée par aucune autre i.e. qu'il est impossible de produire plus que y_0, à un coût inférieur ou égal à C_0, à des prix de facteurs variables plus grands ou égaux que w_0 et à des quantités de facteurs quasi-fixes plus petites ou égales à r_0.

Prenons le cas où une firme produit un output avec un input variable. De plus supposons que le prix du facteur variable ne varie pas dans le temps et donc que le coût de la firme n'est affecté que par le niveau d'output qu'elle produit à chaque période. Cette hypothèse simplificatrice nous permettra de travailler dans l'espace de l'output et du coût. Au temps t=1, on observe un premier point qui fait correspondre une quantité d'output y_1 à un coût C_1; à ce moment, le quadrant nord-ouest engendré par ce point, est accessible à la firme. Les limites de ce quadrant constituent la frontière du coût variable au temps 1 (c'est-à-dire, une approximation intérieure de la fonction de coût variable totale. Au temps t=2, nous observons un deuxième point, (y_2,C_2). Si ce point se situe dans le quadrant nord-est ou sud-ouest ou sur la frontière, alors nous dirons qu'il n'y a pas de progrès ou de régression technique (figure 3.1, tous les tableaux et figures sont à la fin du chapître 5).

Si le point (y_2,C_2) apparaît au sud-est du point (y_1,C_1), alors nous dirons qu'il y a progrès technique car soit qu'il en coûte moins de produire un niveau d'output y_2 identique à y_1, ou qu'il n'en coûte pas plus de produire un niveau d'output y_2 supérieur à y_1; la frontière s'agrandit vers le sud-ouest lorsqu'il y a progrès (figure 3.2). Desprins, Simar et Tulkens proposent deux méthodes pour mesurer le progrès technique: par rapport à l'output (en mesurant la distance horizontale entre les deux niveaux d'outputs que nous noterons $§_0$) ou soit par rapport aux coûts (en mesurant la distance verticale entre les deux niveaux de coûts que nous noterons $§_c$). Finalement, si nous observons le point (y_2,C_2) au nord-ouest du point (y_1,C_1), alors nous dirons qu'il y a régression technique (figure 3.3).

Nous avons donc le choix de calculer le progrès technique (régression technique) par rapport à l'output ou par rapport au coût. Toutefois, ces deux façons de procéder peuvent nous conduire à des résultats différents et non-justifiables (il se peut que la mesure dans le coût soit la même pour deux points mais que la mesure dans l'output soit différente). Pour contrer ce problème, nous suggérons de calculer la distance euclidienne entre deux points (figure 3.4). Cette distance est donnée par $§ = (§_0 + §_c)^{1/2}$ et présente l'avantage de définir le progrès technique à partir d'observations plutôt qu'à partir de droites générées par des hypothèses de non-dominance. Dans le cas où la nouvelle observation est dominée ou domine plus d'un point, nous prendrons la distance euclidienne minimale entre le nouveau point et les points dominés ou dominants selon le cas.

Dans cet exemple, le progrès technique et la productivité sont relativement faciles à calculer. Toutefois, si on relâche l'hypothèse de la fixité des prix des facteurs dans le temps, on doit changer d'espace de travail. Typiquement, la fonction de coût sera affectée par le prix des l inputs, la quantité des m facteurs quasi-fixes et la quantités des n outputs produit par la firme ou l'industrie à l'étude. Dans ce cas, nous devons adapter ce qui précède à un espace de dimension l+m+n pour calculer un indice de productivité et de progrès technique.

Notons que pour calculer le niveau de la productivité et du progrès technique nous n'avons pas fait appel aux formules (5) et (6). Les raisons justifiant cette déviation proviennent du fait qu'il nous est difficile de calculer les rendements d'échelle ainsi que la part des facteurs quasi-fixes. Le calcul de ces quantités est fort complexe et déborde les limites et objectifs de ce texte. Nous allons donc calculer uniquement le progrès technique et la productivité en nous servant des distances euclidiennes. Voici comment nous y parviendrons:

1. On procède à une comparaison de points dans un espace en l+m+n dimensions. Une observation type est:

$$d(t) = (CVT(t)\,,\, w(t)\,,\, r(t)\,,\, y(t)), \tag{46}$$

où CVT(t) est le coût variable total, w(t) est le vecteur du prix des inputs variable, r(t) est le vecteur des facteurs quasi-fixes et y(t) est le vecteur des outputs.

Nous dirons que le point d(t') domine le point d(t) si les quatre conditions suivantes sont vérifiées:

$CVT(t') \leq CVT(t)$

$w_i(t') \geq w_i(t)$

$r_j(t') \leq r_j(t)$

$y_k(t') \geq y_k(t)$

Dans le cas où le point d(t') domine le point d(t), nous dirons qu'il y a progrès technique. Si le point d(t') est dominé par le point d(t) nous dirons qu'il y a régression technique. Si aucun point ne domine l'autre, alors nous dirons qu'il y a stabilité technique.

2. On définit l'ensemble de points $\P(t')$ qui fait partie de la frontière au temps t'>t (approximation intérieure de la fonction de coût variable totale) de la façon suivante:

i) si d(t') est dominé par un d(t") élément de $\P(t)$: $\P(t') = [\P(t)\backslash \beta(x(t'))] \cup (x(t'))$

ii) si d(t') domine tout d(t") élément de $\P(t)$:
$\P(t') = [\P(t)\backslash \Omega(x(t'))] \cup (x(t'))$

iii) si d(t') n'est ni l'un ni l'autre : $\P(t') =[\P(t) \cup (d(t'))]$

où $\P(t')$ est le nouvel ensemble de points dominant; $\beta(d(t'))$ est l'ensemble des points de $\P(t)$ qui dominent d(t'); et $\Omega(d(t'))$ est l'ensemble des points de $\P(t)$ dominés par d(t').

3. On calcule le progrès technique en mesurant la distance euclidienne.

i) si régression technique : $\text{MIN} \ (\Sigma \ [x_\mu(t')-\beta(x_\mu(t'))]^2)^{1/2}$

ii) si progrès technique: MIN $(\Sigma \quad [x_{\mu}(t')-\Omega(x_{\mu}(t'))]^{2})^{1/2}$

iii) si stabilité technique: 0

où l'indice μ désigne les éléments du vecteur x.

Cette section termine la partie théorique de ce mémoire. Le prochain chapître décrit la banque de données que nous avons choisie pour analyser empiriquement ces méthodes et présente les divers résultats.

Chapitre 4 - Banque de données et résultats empiriques

4.1 Banque de données

La banque de données utilisée pour fins de comparaisons empiriques porte sur l'industrie de l'amiante canadienne pour la période 1953-1985. Le choix de cette industrie est motivé par le fait que les secteurs miniers sont généralement situés dans un environnement économique qui ne permet pas de supposer à priori que l'hypothèse 3.2.1 soit vérifiée. On s'attend à ce que ces secteurs présentent des rendements non-constants, que leur stock d'inputs quasi-fixes ne soit pas à l'équilibre de long terme et que les firmes aient un pouvoir de marché entrainant une tarification non-marginale.

La banque de donnée est construite à partir de toutes les entreprises faisant partie de l'industrie et non pas d'un échantillon. Cette industrie produit un output, de l'amiante, avec l'aide de cinq groupes d'inputs dont quatre que nous considérerons comme variables. Ces inputs variables sont le capital, le travail, l'énergie et les matériaux et fournitures; le facteur quasi-fixe est la ressource, qui est un input non-marchandé. Ainsi, même en supposant que la ressource est à son équilibre de long terme, nous ne pourrions pas lui trouver un loyer (coût d'usage) de marché. Un regroupement des inputs énergie et matériaux et fournitures est fait par souci d'économie de degrés de liberté.

4.2 Résultats de l'application des diverses méthodes

Cette section contient les divers résultats de l'application des diverses méthodes précédemment exposées. Dans l'ordre, nous retrouvons l'indice de Divisia de la productivité qui est le même que celui issu de la théorie des nombres indices. Puis, les indices économétriques et l'indice non-paramétrique suivent. Pour chacune de ces méthodes sauf la méthode non-paramétrique, nous avons calculé deux indices dont un qui est corrigé pour la teneur du minerai. En effet, comme la réserve de minerai est une facteur de production qui se dégrade sans cesse dans le temps, nous tenons compte de cette dégradation en introduisant la teneur du minerai dans le calcul de la productivité et du progrès technique. Cet exercice est fait dans le but d'extraire du calcul de ces indices, un biais qui vient fausser la mesure du dynamisme de ce type d'industrie. Ainsi les indices que nous calculons sont maintenant comparables avec d'autres secteurs qui n'utilisent pas de facteurs dont la qualité se dégrade dans le temps (ex: secteur manufacturier), (Lasserre et Ouellette (1986)). De plus, tous ces indices seront présentés par rapport au coût variable total et au coût total implicite (voir annexe 1). Seuls les indices de productivité (dont l'année de base est 1953=1) seront présentés.

4.2.1 Méthode de Divisia et théorie des nombres indices

Nous avons regroupé les résultats de la méthode de Divisia ainsi que ceux issus de la théorie des nombres indices, car ceux-ci sont identiques. Nous avons mesuré deux indices de productivité: un indice standard et un indice corrigé pour la teneur.

Nous retrouvons ces indices construits par rapport au coût variable total et au coût total implicite respectivement aux tableaux IV.1 et IV.2 et sur les figures 4.1 et 4.2. Nous avons ainsi calculé un indice de productivité en corrigeant pour le taux d'utilisation du capital (méthode trend-through-peak) mais les résultats montrent que cette correction n'est pas significative contrairement à la correction pour la teneur.

4.2.2 Méthode économétrique

Pour obtenir les résultats économétriques, nous avons eu recours à l'estimation simultanée de deux systèmes d'équations. Le premier système que nous avons estimé répond à une spécification stochastique standard telle que définie à la section 3.4.1.1. Ce système se compose de trois équations, soit une fonction de coût et deux équations de parts. Nous avons imposé à la fonction de coût les contraintes suivantes: symétrie, additivité et homogénéité. Le tableau IV.3 nous révèle les divers résultats obtenus de cette estimation.

Lors de cette estimation, nous avons volontairement mis quatre paramètres (BKK,BMY,BKY et BYY) égaux à 0 et ce, afin d'obtenir des résultats qui préservent les conditions de courbure de la fonction de coût en accord avec la théorie. Les élasticités d'échelle à long terme sont de l'ordre de 0.95 en moyenne. La part de la ressource devient négative en 1958-59, 1975 et de 1978 à 1984. Ce comportement de la part de la ressource est expliqué par la présence d'une grève de six mois en 1975 et d'une menace de nationalisation et de baisse de la demande suite à des réglementations. Ces phénomènes ont eu pour conséquence de rendre inintéressante la détention de gisements d'amiante amenant ainsi la valeur implicite de la ressource à zéro. Les valeurs du Durbin-h nous permettent de ne pas rejeter l'hypothèse qu'il n'y a pas d'autocorrélation des erreurs.

Nous avons procédé aussi à de nombreux tests de ratio de vraisemblance. Ceux-ci nous ont permis de conclure que premièrement, le modèle contenant la spécification de la technologie à la Gatien, Lasserre et Ouellette (1987) à l'intérieur de la fonction de coût était significativement différent de celui corrigeant l'autocorrélation d'ordre 1 (car le second modèle est un cas particulier du premier). Deuxièmement, nous pouvons conclure que tous les types de progrès technique (i.e. biaisé, neutre, induit et exogène) sont significatifs pris seul à seul ou en groupe. Notons finalement que le paramètre de Koyck qui reflète que le progrès technique est un phénomène qui prend du temps est significatif, de bon signe et dans l'intervalle voulu (0.64). Les tableaux IV.4 et IV.5 ainsi que les figures 4.3 et 4.4 nous donnent les indices de productivité issus de cette méthode par rapport au coût variable total et au coût total implicite respectivement. Il est à noter que nous avons posé $z'r=0$ lorsque le prix de la ressource est de mauvais signe dans le calcul du coût total implicite.

Le second système que nous avons estimé est composé de trois équations de demande conditionnelle de facteurs (capital,travail, énergie et matériaux & fournitures). Contrairement au système précédent, nous utiliserons uniquement le temps pour spécifier la technologie à l'intérieur de nos équations, ce qui correspond au progrès exogène. Cette modification, qui revient à exclure le progrès induit nous est imposée par l'impossibilité d'estimer un système de trois demandes conditionnelles de facteurs dans lequel on incorporerait le progrès induit à la Gatien,Lasserre et Ouellette(1987). Ainsi, nous avons estimé trois demandes dans lesquelles nous avons imposé la symétrie, l'additivité et l'homogénéité. Le tableau IV.6 nous fournit les résultats de l'estimation.

Dans le cas de cette estimation, l'élasticité d'échelle est égale en moyenne à 0.79. Quant à la part de la ressource, elle devient négative en 1975 ainsi que pour la période allant de 1978 à 1982. On peut justifier ces valeurs de la même façon que précédemment. Les diverses valeurs des Durbin-Watson ne nous permettent pas d'affirmer s'il y a autocorrélation ou non. De plus, par le biais d'un test de ratio de vraisemblance, nous pouvons dire que la spécification de la technologie que nous avons adopté est significative. Finalement, nous avons mis quatre paramètres à zéro (BKK, BMY, BKY et BYY) dans le but d'obtenir des résultats conformes à ceux que prévoit la théorie économique. Nous obtenons ainsi les bonnes propriétés de courbure qui sont respectées localement pour toutes les observations.

Dans les tableaux IV.7 et IV.8 ainsi que dans les figures 4.5 et 4.6, nous retrouvons les indices de productivité mesurésdans un premier temps par rapport au coût variable total et par la suite, au coût total implicite.

4.2.3 Méthode non-paramétrique

Le calcul de l'indice de productivité par rapport au coût variable total issu de la méthode non-paramétrique que nous avons calculé est basé sur les principes tel que définit dans la section 3.5. L'indice de productivité prend deux valeurs: 1.00 de 1953 à 1966, puis 0.87 de 1967 à 1985. Dans le but de vérifier ce qui se passait en 1967, nous avons repris l'opération en éliminant l'année 1967 de la banque de données. Dans ce cas, l'indice de productivité est constant à 1.00 pour toute la période. Cela démontre que l'observation de 1967 est dominée par toutes les autres et qu'elle seule doit prendre la valeur de 0.87. Le résultat est donné au tableau IV.9 ainsi qu'à la figure 4.7.

4.3 Comparaison graphique des diverses méthodes

Les figures 4.8 et 4.9 présentent simultanément les mesures de productivité résultant des quatre méthodes et avec en plus l'indice de productivité du travail. La figure 4.8 regroupe les résultats dans le cas de la fonction de coût variable total, le tableau 4.9 dans le cas de la fonction de coût total implicite (duquel est excluse la méthode non-paramétrique). De plus, pour rendre plus comparable les indices issus des deux approches économétriques, nous avons estimé simultanément un système de trois équations identique à celui caractérisé par une structure stochastique standard tout en excluant le progrès technique induit. Les résultats sont représentés aux figures

4.10 et 4.11. De plus, ces quatre figures contiennent uniquement des indices qui ne sont pas corrigés pour la teneur, car nous ne pouvons pas corriger l'indice de la productivité du travail et l'indice non-paramétrique pour la teneur.

Chapitre 5 - Conclusions

5.1 Comparaison théorique

En ce qui concerne la méthode de Divisia, malgré le fait qu'elle soit encore couramment utilisée aujourd'hui et bien que d'importants raffinements lui aient été apportés, les résultats espérés de l'utilisation de cette méthode sont nécessairement limités par les hypothèses que l'on doit imposer pour qu'elle soit applicable. L'intérêt primordial de cette méthode réside dans sa facilité d'application, ce qui explique sa popularité. Ces commentaires sont aussi valables pour la méthode issue de la théorie des nombres indices.

La méthode paramétrique requiert très peu d'hypothèses pour son application et celles-ci semblent peu contraignantes. La seule contrainte vient du fait que nous devons associer une forme fonctionnelle à la fonction que l'on décide de traiter. Dans la littérature, la plupart des études récentes sur le sujet optent pour l'utilisation d'une forme fonctionnelle flexible, ce qui représente une restriction plutôt faible en regard des hypothèses que requière la méthode de Divisia et l'approche des nombres indices. Avec l'ajout à la fonction de coût de paramètres tenant compte de la technologie, les résultats attendus devraient être supérieurs à ceux de l'approche de Divisia. De plus, cette méthode permet de désagréger le progrès technique en ses diverses composantes, biaisé et neutre, et aussi de tester diverses théories du progrès technique.

Pour ce qui est de la méthode non-paramétrique, peu d'hypothèses sont requises pour son application et le progrès technique est relativement facile à calculer. Cependant, on peut y arriver avec l'aide d'au moins trois façons différentes (calcul de la distance entre deux approximations de la technologie), donnant des résultats pouvant être ambigüs. Il semblerait que prendre le minimum de la distance euclidienne soit la solution à ces problèmes de calcul de distance.

Toutefois, chacune de ces quatres méthodes se veut une amélioration certaine face à la définition traditionnelle de la productivité qui est, rappelons-le, le ratio output-travail.

5.2 Comparaison empirique

Pour cette dernière section, nous allons baser notre analyse sur les figures 4.10 et 4.11. On remarque tout d'abord certaines ressemblances entre les divers indices: dans le cas de la mesure de la productivité par rapport au coût variable total (figure 4.10); les deux indices issus de la méthode paramétrique sont presqu'identiques. Mis à part cette similitude, les indices issus des trois autres méthodes sont forts différents. Par rapport au coût total implicite (figure 4.11), les quatre indices sont passablement différents quoiqu'il serait possible d'accorder certaines ressemblances aux indices issus de la méthode de Divisia (Théorie des nombres indices) avec les indices paramétriques.

Nous devons toutefois faire la comparaison par rapport au coût total implicite (figure 4.11), parce que la fonction de coût variable total exclue les variations du prix de la ressource qui représente les variations de l'évaluation interne du gisement qui est partie intégrante du coût. Le fait de prendre une évaluation plutôt que l'autre apporte des différences marquées quant à l'évaluation de la productivité par la méthode paramétrique. A ce titre, la méthode non-paramétrique présente une faiblesse. Les indices de Divisia sont relativement similaires ce qui laisse supposer qu'ils ne peuvent tenir compte adéquatement de l'évaluation de la ressource. Finalement, si on se base sur les quatre méthodes présentées ici, la méthode Q/L donne une image du secteur opposée à la réalité car c'est le seul indice qui donne un taux de croissance positif à la productivité.

Notons que les courbes qui apparaissent dans ces figures, sont toutes caractérisées, sauf pour celle issue de la méthode non-paramétrique, par une baisse relativement importante de leur niveau en 1975. Ceci dénote la présence d'une grève de six mois dans cette industrie durant cette année-là. A part cette caractéristique commune, il est difficile de choisir une de ces courbes et d'affirmer qu'elle représente la meilleure mesure du dynamisme du secteur de l'amiante canadien. Toutefois nous pouvons nous permettre les commentaires suivants:

-il est clair que l'indice issu de la méthode de Divisia a toute les chances d'être biaisé. En effet dans un secteur tel celui de l'amiante, il est fort peu probable que les rendements à l'échelle soient constants, il y a un facteur quasi-fixe ce qui provoque un déséquilibre de long terme et ce facteur ne possède pas d'équivalent de prix de marché. Toutes ces considérations font de l'indice de Divisia (et de celui issu de la théorie des nombres indices) une mesure, dans le cas de l'amiante, probablement biaisée. Par contre, sa relative facilité d'application est attirante, et l'essai de cette méthode dans d'autres secteurs de l'économie où l'on croit que les hypothèses nécessaires à son application ne sont pas violées pourrait nous donner des résultats intéressants.

-la méthode économétrique est sans doute celle qui offre la possibilité de calculer un indice de productivité qui se rapproche le plus de la vraie mesure. Cette méthode ne requière que très peu d'hypothèses pour son application et donc on s'attend à ce que les résultats que l'on a obtenus soient non-biaisés. De plus, dans le cas de l'industrie de l'amiante canadienne, il semblerait que la spécification stochastique choisie ait peu d'importance étant donné la similitude entre les indices. Notons finalement que l'obtention d'une mesure dont l'espérance de biais tend vers une valeur faible ne s'obtient pas sans difficultés; en effet, la méthode économétrique est certainement la plus complexe des quatres méthodes présentées.

-l'indice issu de la méthode non-paramétrique est certainement très loin de la vraie mesure de productivité. Toutefois il faut noter que la mesure de productivité que nous avons obtenue s'interprète différemment des autres mesures. En effet, ce que l'on mesure tend plutôt vers le concept d'efficacité productive. De plus, il serait peu être intéressant d'estimer un indice de productivité en faisant appel aux deux autres méthodes de calcul proposées par Tulkens (1986); mais ces façons de calculer un indice implique l'imposition de quelques hypothèses.

En conclusion, nous croyons que la méthode paramétrique, à laquelle se joint la théorie sur les formes flexibles, est certainement la plus recommandable pour mesurer le progrès technique et la productivité car c'est à partir de cette méthode que l'on peut espérer obtenir un indice de productivité et de progrès technique le moins biaisé.

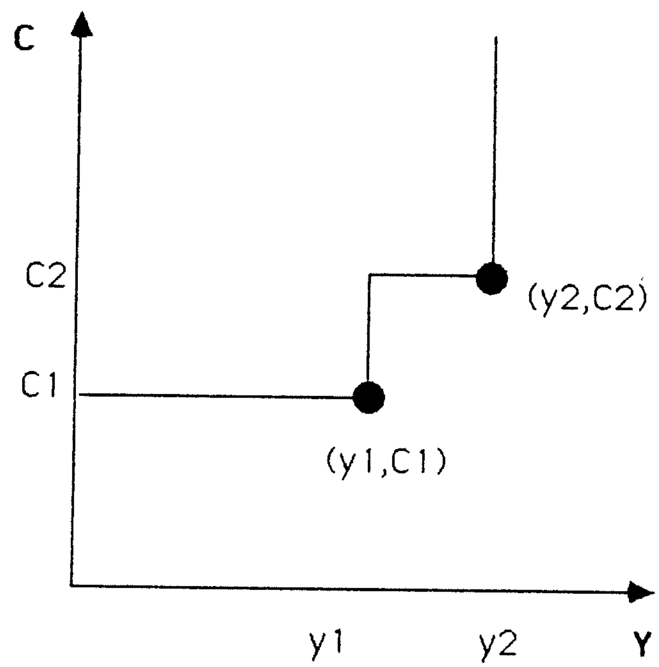


FIGURE 3.1 - Méthode non-paramétrique: cas de la stabilité technique

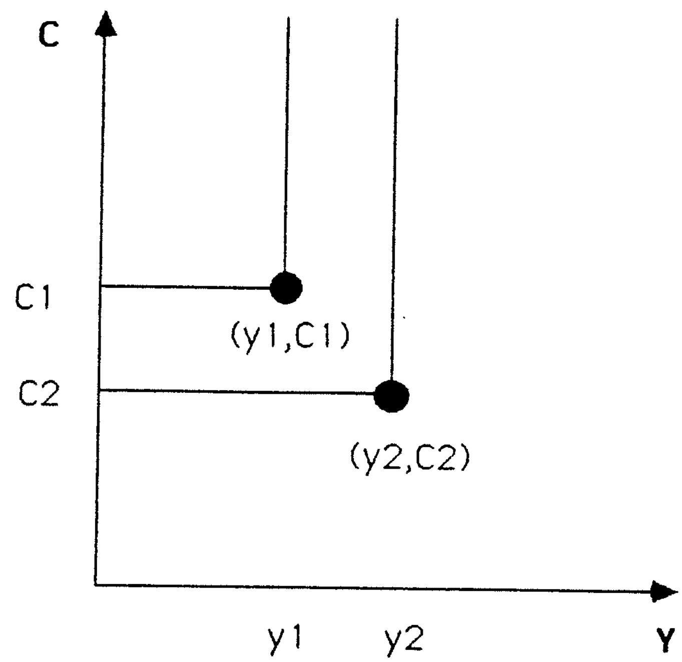


FIGURE 3.2 - Méthode non-paramétrique: cas du progrès technique

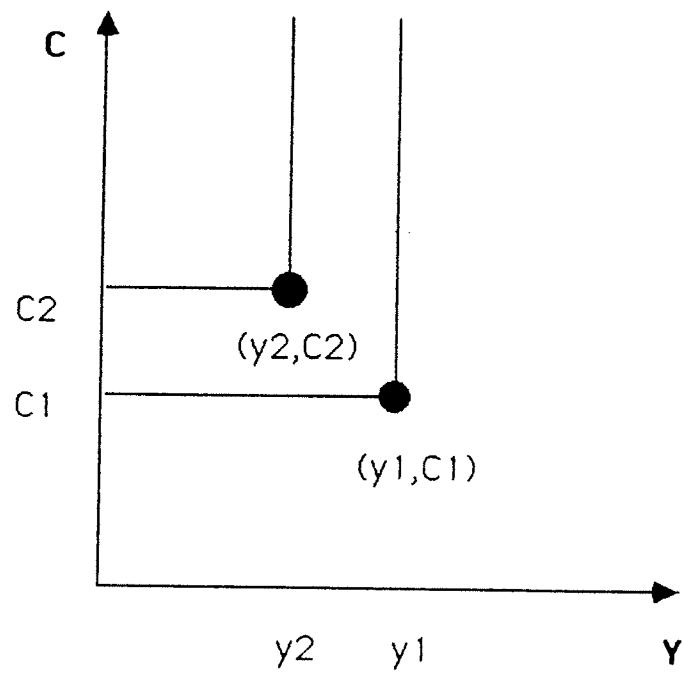


FIGURE 3.3 - Méthode non-paramétrique: cas de la régression technique

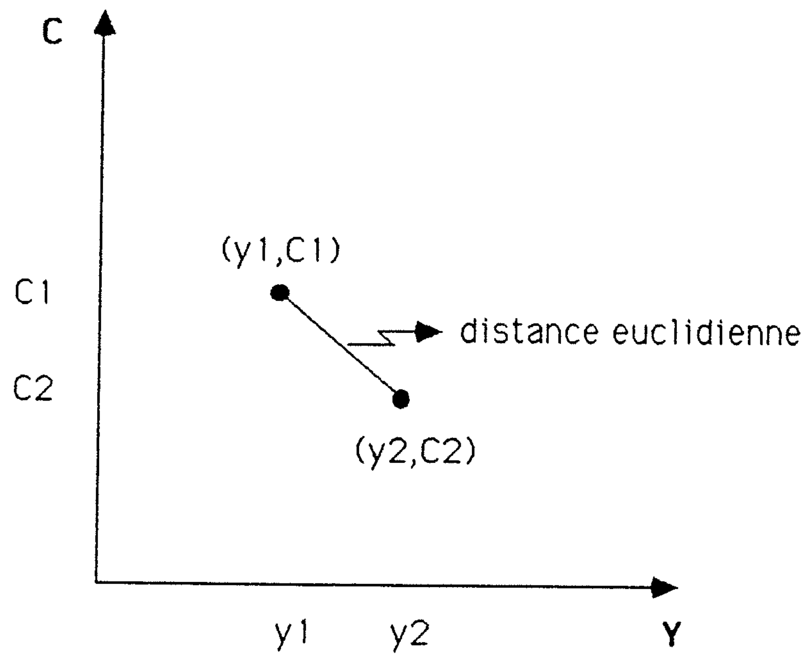


FIGURE 3.4 - Méthode non-paramétrique: calcul du progrès technique

Tableau IV.1 - Mesure de la productivité selon la méthode de Divisia et la théorie des nombres indices: le cas de la fonction de coût variable total

Année	Indice standard	Indice corrigé pour la teneur
1953	1.00000	1.00000
1954	.934953	.969613
1955	.951791	1.02473
1956	.871915	1.07733
1957	.810490	1.01991
1958	.712495	.925059
1959	.763900	.963273
1960	.839492	1.21638
1961	.826579	1.26659
1962	.830830	1.30316
1963	.849684	1.36276
1964	.912593	1.47574
1965	.872040	1.31545
1966	.916536	1.50465
1967	.803936	1.52394
1968	.797144	1.45334
1969	.814128	1.52240
1970	.768932	1.43241
1971	.745125	1.35536
1972	.719944	1.30115
1973	.723584	1.31355
1974	.685092	1.25646
1975	.555172	1.06286
1976	.692858	1.28951
1977	.705717	1.33524
1978	.630334	1.20665
1979	.648319	1.24533
1980	.587181	1.12587
1981	.594202	1.14260
1982	.512286	.986254
1983	.523984	1.05740
1984	.533094	1.04734
1985	.522317	.988051

Tableau IV.2 - Mesure de la productivité selon la méthode de Divisia et la théorie des nombres indices: le cas de la fonction de coût total implicite

Année	Indice standarc	Indice corrigé pour la teneur
1953	1.00000	1.00000
1954	.972247	.991325
1955	1.03947	1.08164
1956	.978195	1.10601
1957	.934664	1.06895
1958	.837681	.978155
1959	.905820	1.03695
1960	.975669	1.22334
1961	.983918	1.27687
1962	1.00356	1.32222
1963	1.03065	1.37798
1964	1.10777	1.48896
1965	1.08803	1.39964
1966	1.14931	1.56492
1967	1.03946	1.55788
1968	1.05332	1.53647
1969	1.08052	1.60663
1970	1.04294	1.54628
1971	1.02217	1.48668
1972	.990161	1.43198
1973	.998173	1.44951
1974	.951965	1.39426
1975	.733898	1.11346
1976	.963414	1.43262
1977	.984428	1.47998
1978	.876222	1.32779
1979	.904863	1.37818
1980	.821170	1.24595
1981	.823645	1.25234
1982	.745461	1.13346
1983	.769797	1.17047
1984	.798895	1.21471
1985	.837857	1.27395

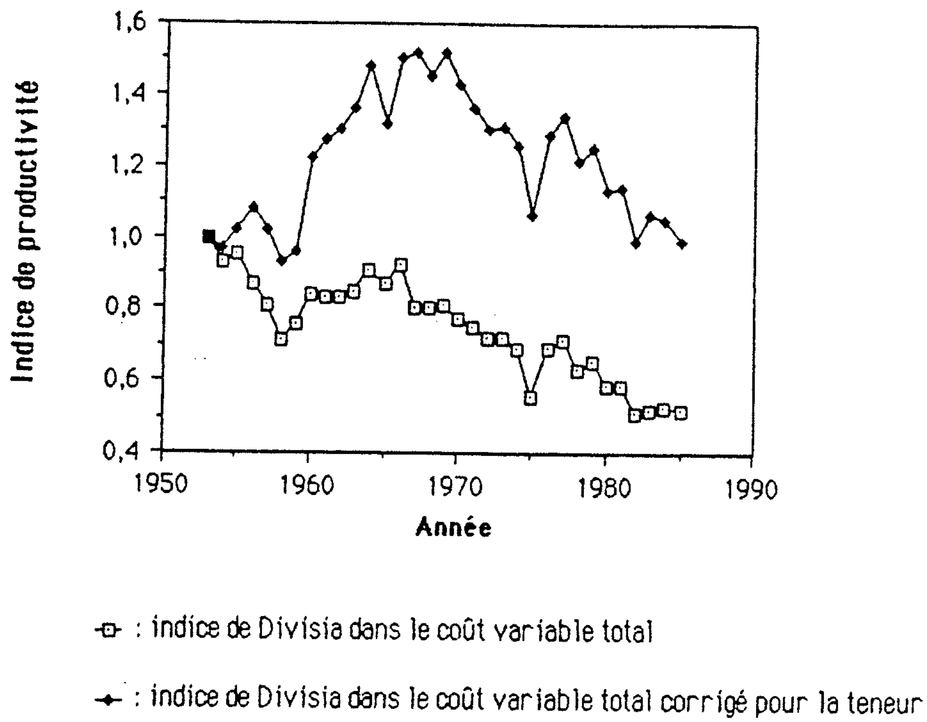


Figure 4.1 - Indice de Divisia dans le coût variable total

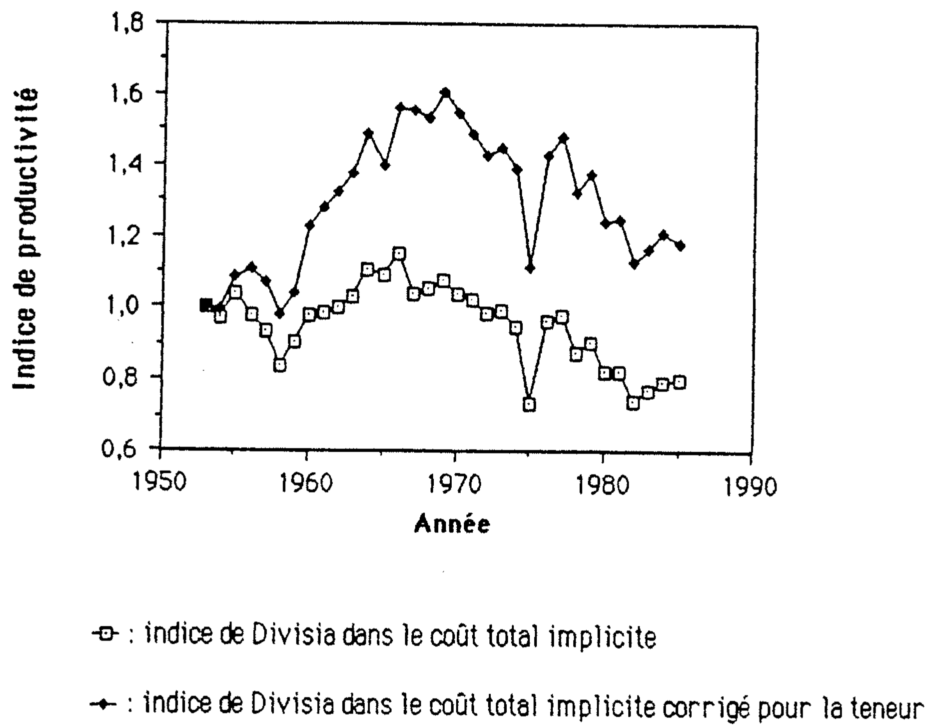


Figure 4.2 – Indice de Divisia dans le coût total implicite

Tableau IV.3 - Résultats de l'estimation économétrique avec spécification stochastique standard

PARAMETRE[1]	COEFFICIENT ESTIME	T-STATISTIQUE
Constante de Koyck		
K	0.654	8.32
Technologie de base		
CONST	0.081	0.96
AK	0.23	4.52
AM	0.26	6.00
AR	-1.22	-2.64
AY	0.033	0.13
AL	0.51	22.81
BKK	---	---
BKM	0.058	5.57
BKR	-0.061	-0.47
BKY	---	---
BMM	-0.40	-1.55
BMY	---	---
BRR	4.58	2.01
BRM	0.073	0.70
BRY	-0.83	-1.17
BYY	---	---
BKL	-0.058	-5.61
BLL	-0.28	-11.04
BLM	0.34	12.85
BLR	-0.008	-0.16
BLY	---	---

PARAMETRE[1]	COEFFICIENT ESTIME	T-STAT.
Progrèsbiaisé exog.		
TK	0.10	3.55
TM	0.0014	0.50
TR	0.092	2.37
TL	-0.10	-47.45
Progrès biaisé induit		
PKK	-0.062	-2.11
PKM	0.067	2.98
PRK	-0.029	-0.37
PMM	-0.017	-0.675
PRM	0.052	0.798
PRR	-0.52	-1.11
PLM	-0.050	-1.06
PLK	-0.005	-0.035
PLL	0.055	---
Progrès neutre exog.		
BTT	-0.00063	-0.69
BT	0.032	2.44
Progrès neutre induit		
TY	0.012	0.95
PNN	-0.051	-0.90

log. de vraisemblance : 232.50
nombre d'observations : 33
nombre d'équations : 3
nombre de paramètres estimés : 34
nombre de restrictions : 5
éq. de part du capital : $R2=0.82$, Durbin=-0.15
éq. de part des m.&f. : $R2=0.36$, Durbin= 0.58
éq. de coût : $R2=0.98$, Durbin= 0.056

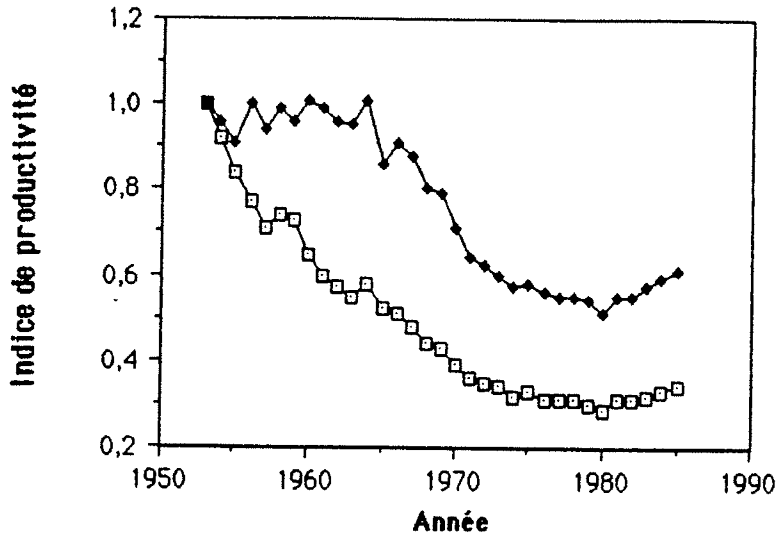
1 voir annexe 2 pour la définition des paramètres

Tableau IV.4 - Mesure de la productivité selon la méthode économétrique avec spécification stochastique standard: le cas de la fonction de coût variable total

Année	Indice standard	Indice corrigé pour la teneur
1953	1.00000	1.00000
1954	.923576	.958095
1955	.835369	.907898
1956	.774528	1.00020
1957	.705434	.936509
1958	.742075	.985153
1959	.726339	.964262
1960	.650940	1.01279
1961	.601928	.989335
1962	.567670	.958509
1963	.550453	.954377
1964	.577288	1.00601
1965	.523148	.863771
1966	.508635	.913714
1967	.479905	.875603
1968	.444555	.801185
1969	.431103	.793345
1970	.387860	.710706
1971	.361489	.636417
1972	.353755	.622801
1973	.341717	.604151
1974	.320539	.571179
1975	.326865	.582450
1976	.314047	.557526
1977	.310187	.550676
1978	.307062	.545128
1979	.302755	.537518
1980	.288899	.512883
1981	.307930	.546669
1982	.309279	.549064
1983	.319784	.567713
1984	.332834	.590881
1985	.335948	.608241

Tableau IV.5 - Mesure de la productivité selon la méthode économétrique avec spécification stochastique standard: le cas de la fonction de coût total implicite

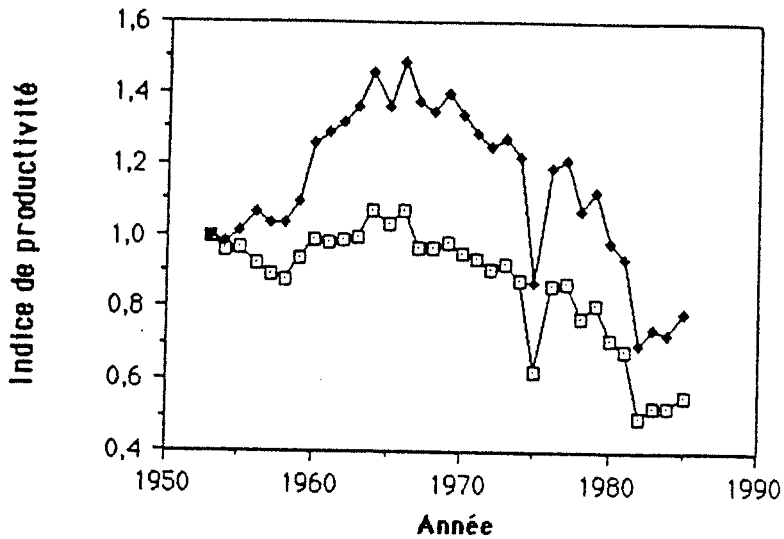
Année	Indice standarc	Indice corrigé pour la teneur
1953	1.00000	1.00000
1954	.960704	.979750
1955	.965416	1.00735
1956	.920936	1.05668
1957	.887167	1.03265
1958	.881571	1.02614
1959	.938140	1.09199
1960	.992978	1.26387
1961	.981657	1.29185
1962	.985568	1.31821
1963	1.00237	1.36233
1964	1.06700	1.45563
1965	1.03193	1.35778
1966	1.07290	1.49111
1967	.974760	1.37563
1968	.956821	1.34906
1969	.984956	1.39786
1970	.949003	1.34274
1971	.935301	1.28681
1972	.908874	1.25045
1973	.920220	1.27086
1974	.875914	1.21804
1975	.622481	.865617
1976	.859658	1.19244
1977	.870099	1.20693
1978	.773495	1.07293
1979	.809557	1.12295
1980	.707524	.981417
1981	.678201	.940743
1982	.503926	.699004
1983	.530101	.735311
1984	.528949	.733713
1985	.557501	.785415



-□- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût variable total

-◆- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût variable total corrigé pour la teneur

Figure 4.3 - Indice économétrique (standard) dans le coût variable total



-□- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût total implicite

-◆- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût total implicite corrigé pour la teneur

Figure 4.4 – Indice économétrique (standard) dans le coût total implicite

Tableau IV.6 - Résultats de l'estimation économétrique avec spécification stochastique à la McElroy

PARAMETRE[1]	COEFFICIENT ESTIME	T-STATISTIQUE
Technologie de base		
CONST	10.84	320.84
AK	0.25	6.46
AM	0.27	8.53
AR	-1.27	-2.37
AY	-0.65	-1.99
AL	0.48	33.94
BKK	---	---
BKM	0.065	5.00
BKR	-0.33	-2.53
BKY	---	---
BMM	-0.55	-2.03
BMY	---	---
BRR	3.28	1.15
BRM	0.23	2.21
BRY	-0.65	-0.77
BYY	---	---
BKL	-0.065	-5.01
BLL	-0.43	-25.15
BLM	0.49	21.91
BLR	0.10	1.96
BLY	---	---

PARAMETRE[1]	COEFFICIENT ESTIME	T-STAT.
Progrès exogène biaisé		
TK	0.0044	2.16
TM	0.0021	1.23
TR	0.075	1.58
TY	0.047	2.76
TL	-0.0065	-7.08
Progrès exogène induit		
BT	0.042	4.36
BTT	-0.0016	-1.74

log. de vraisemblance : -883.993
nombre d'observations : 33
nombre d'équations : 3
nombre de paramètres estimés : 23
nombre de restrictions : 5
éq. de dem. du capital : $R2=0.81$, D.-W.=1.13
éq. de dem. des m.&f. : $R2=0.88$, D.-W.=0.92
éq. de dem. du travail : $R2=0.94$, D.-W.=1.24

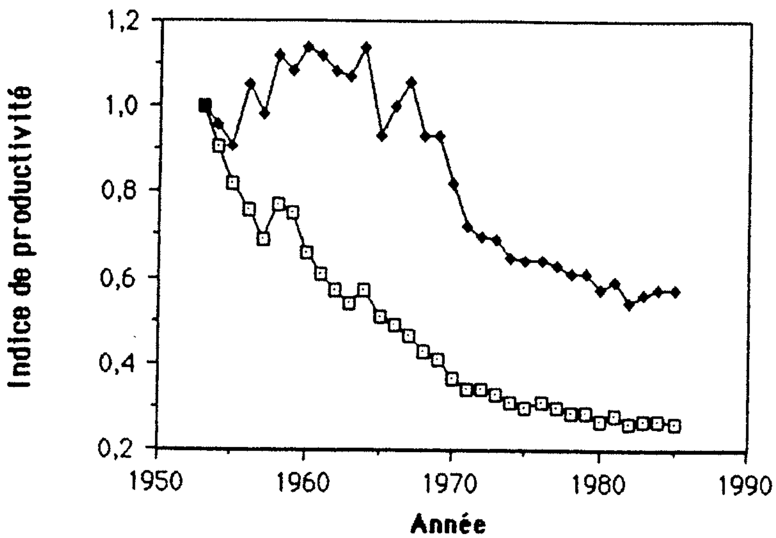
1 voir l'annexe 3 pour la définition des paramètres

Tableau IV.7 - Mesure de la productivité selon la méthode économétrique avec spécification stochastique à la McElroy: le cas de la fonction de coût variable total

Année	Indice standard	Indice corrigé pour la teneur
1953	1.00000	1.00000
1954	.910417	.956824
1955	.817585	.909447
1956	.756552	1.04812
1957	.686770	.982783
1958	.767881	1.11560
1959	.753799	1.07981
1960	.662717	1.14333
1961	.605979	1.11878
1962	.565934	1.08098
1963	.544546	1.07473
1964	.571782	1.13792
1965	.511096	.934745
1966	.488962	1.00427
1967	.473005	1.06235
1968	.432631	.934220
1969	.414524	.930830
1970	.369276	.823539
1971	.342218	.718390
1972	.340404	.702814
1973	.327614	.688583
1974	.305235	.653150
1975	.300049	.642053
1976	.306047	.637657
1977	.302759	.634258
1978	.291696	.611080
1979	.292188	.612111
1980	.271761	.569319
1981	.280038	.586658
1982	.255864	.636015
1983	.265225	.555627
1984	.271148	.571811
1985	.256458	.571505

Tableau IV.8 - Mesure de la productivité selon la méthode économétrique avec spécification stochastique à la McElroy: le cas de la fonction de coût total implicite

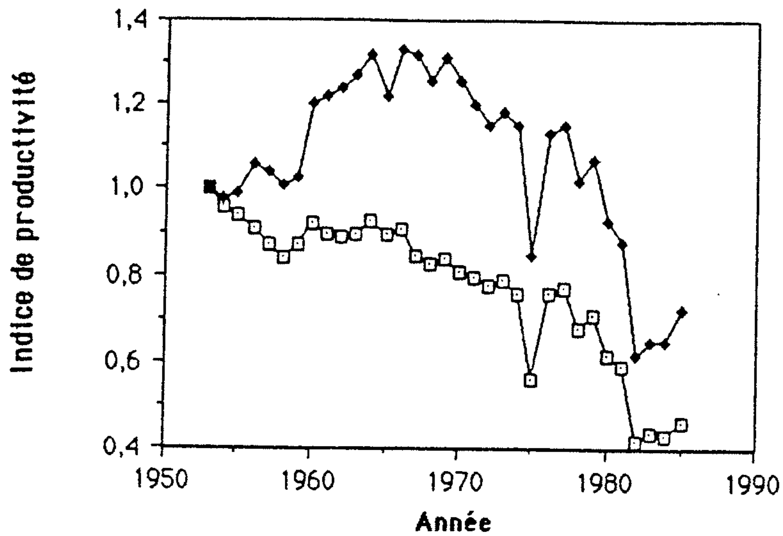
Année	Indice standard	Indice corrigé pour la teneur
1953	1.00000	1.00000
1954	.955989	.978171
1955	.941162	.988180
1956	.905140	1.05784
1957	.874317	1.03783
1958	.840373	1.01135
1959	.868213	1.03322
1960	.916306	1.20295
1961	.896720	1.22310
1962	.891428	1.23895
1963	.899569	1.27333
1964	.929287	1.32262
1965	.896193	1.21518
1966	.914479	1.32735
1967	.847026	1.32003
1968	.830717	1.26049
1969	.843821	1.31317
1970	.814747	1.26257
1971	.803634	1.19987
1972	.778516	1.14703
1973	.788445	1.17724
1974	.758874	1.14857
1975	.561911	.850460
1976	.758523	1.12986
1977	.769554	1.15160
1978	.680464	1.01828
1979	.713965	1.06842
1980	.619111	.926470
1981	.585823	.876657
1982	.415097	.621174
1983	.436140	.652664
1984	.431566	.649953
1985	.462869	.719237



-□- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût variable total

-◆- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût variable total corrigé pour la teneur

Figure 4.5 - Indice économétrique (McElroy) dans le coût variable total



-□- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût total implicite

-◆- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût total implicite corrigé pour la teneur

Figure 4.6 - Indice économétrique (McElroy) dans le coût total implicite

Tableau IV.9 - Mesure de la productivité selon la méthode non-paramétrique: le cas de la fonction de coût variable total

Année	Indice standard
1953	1.00000
1954	1.00000
1955	1.00000
1956	1.00000
1957	1.00000
1958	1.00000
1959	1.00000
1960	1.00000
1961	1.00000
1962	1.00000
1963	1.00000
1964	1.00000
1965	1.00000
1966	1.00000
1967	.874593
1968	1.00000
1969	1.00000
1970	1.00000
1971	1.00000
1972	1.00000
1973	1.00000
1974	1.00000
1975	1.00000
1976	1.00000
1977	1.00000
1978	1.00000
1979	1.00000
1980	1.00000
1981	1.00000
1982	1.00000
1983	1.00000
1984	1.00000
1985	1.00000

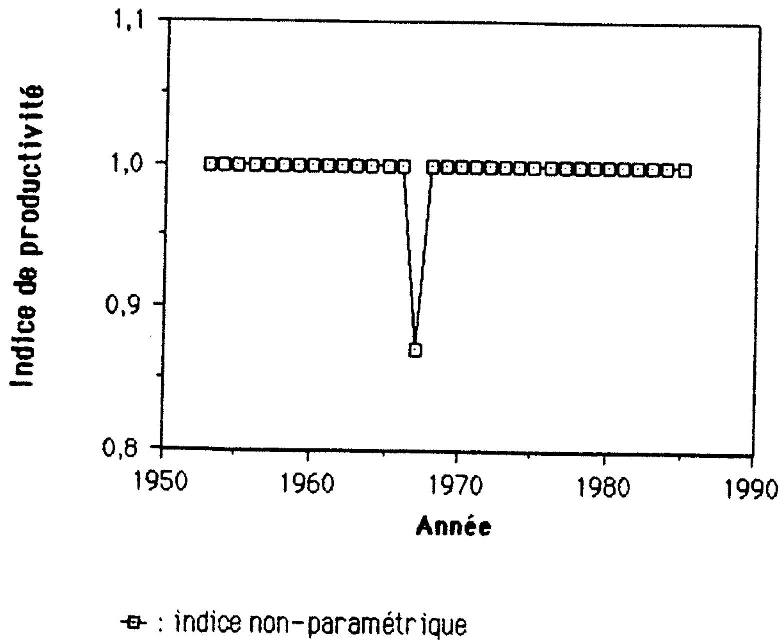
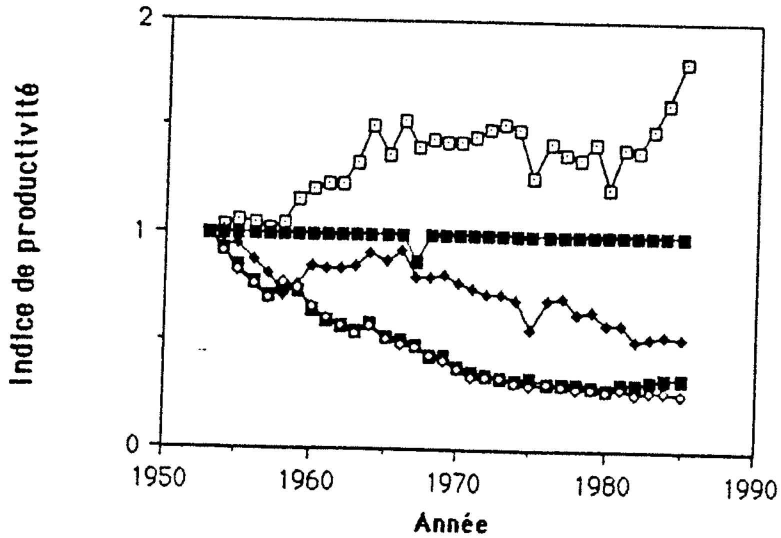


Figure 4.7 - Indice non-paramétrique dans le coût variable total



-□- : productivité du travail

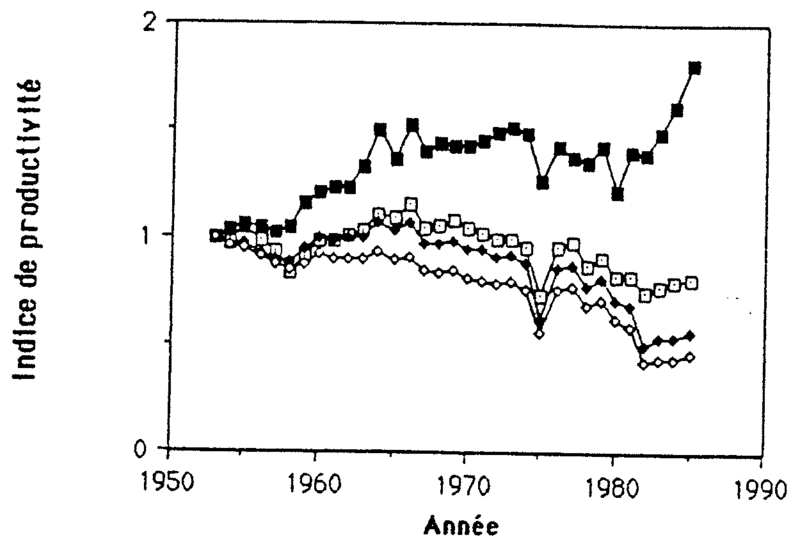
-◆- : indice de Divisia dans le coût variable total

-■- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût variable total

-◇- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût variable total

-■- : indice non-paramétrique

Figure 4.8 - Indices de productivité dans le coût variable total



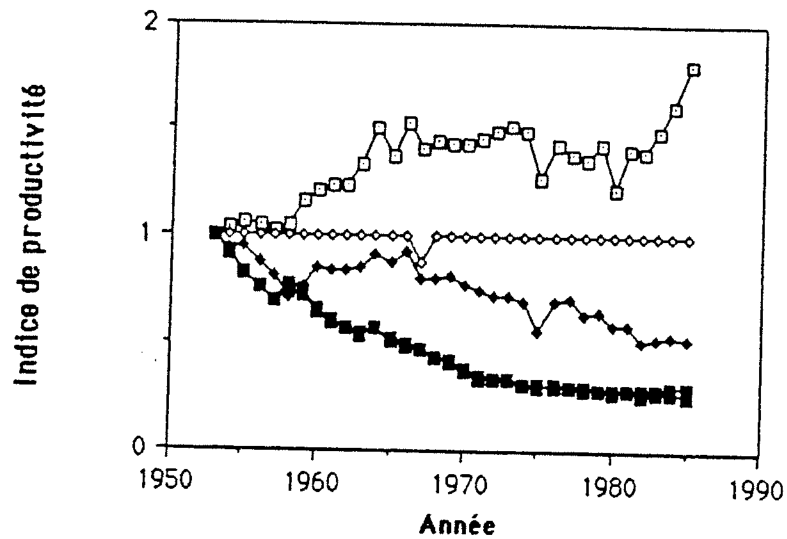
-□- : indice de Divisia dans le coût total implicite

-◆- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût total implicite

-■- : productivité du travail

-◇- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût total implicite

Figure 4.9 – Indices de productivité dans le coût total implicite



-□- : productivité du travail

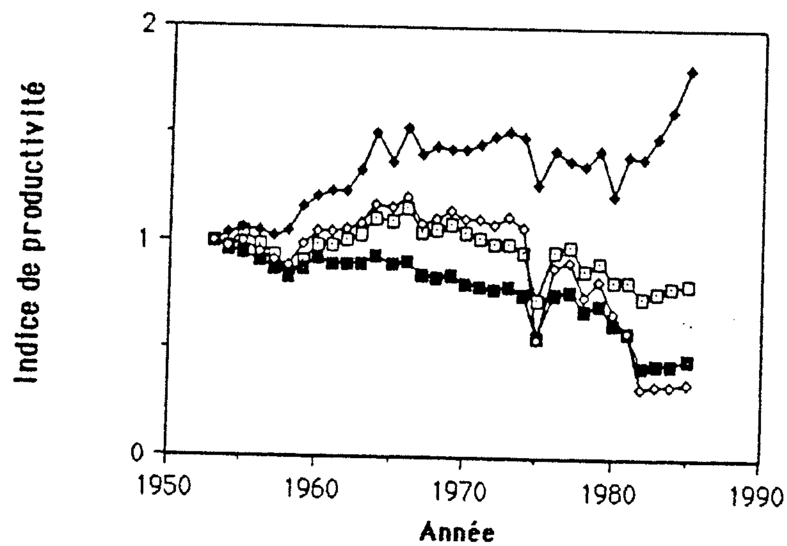
-◆- : indice de Divisia dans le coût variable total

-■- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût variable total

-◇- : indice non-paramétrique

-■- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût variable total avec le temps comme spécification technologique

Figure 4.10 – Indices de productivité dans le coût variable total avec les mêmes spécifications technologiques pour les indices économétriques



-▫- : indice de Divisia dans le coût total implicite

-♦- : productivité du travail

-■- : indice économétrique (spécification stochastique à la McElroy) dans le coût total implicite

-◇- : indice économétrique (spécification stochastique standard) dans le coût total implicite avec le temps comme spécification technologique

Figure 4.11 - Indices de productivité dans le coût total implicite avec les mêmes spécifications technologiques pour les indices économétriques

BIBLIOGRAPHIE

Afriat, S.N., (1972), "Efficiency Estimation of Production Functions", International Economic Review, 13(3), 568-598.

Berndt, E.R and M.S. Khaled (1979), "Parametric Productivity Measurement and Choice among Flexible Functional Form", Journal Of Political Economy, 87(December) 1220-1245.

Caves, D.W., L.R. Christensen and W.E. Diewert (1982), "The Economic Theory of Index Numbers and the measurement of Input, Output and Productivity", Econometrica, 50(6), (November), pp.1393-1414.

Chavas, J.-P. and K. Sergerson (1987), "Stochastic specification and estimation of share equation systems" Journal of Econometrics, 35(1987), 337-358. North-Holland.

Deprins,D., L.Simar and H.Tulkens,(1984) "Measuring Labor-Efficiency in Post Offices" in M.Marcahnd, P.Pestieau, and H.Tulkens (eds.), THE PERFORMANCE OF PUBLIC ENTREPRISES: Concepts and Measurement, North-Holland, 1984.

Diewert, W.E., (1976), "Exact and Superlative Index Numbers", Journal of Econometrics, 4 (2), (May), pp.115-146.

Diewert, W.E. (1981), "The Theory of Total Factor Factor Productivity Measurement in Regulated Industries", in T.G. Cowing and R.E. Stevenson (eds.), Productivity Measurement in Regulated Industries, Academic Press, New York.

Farrell, M.J. (1957), "The Measurement of Productive Efficiency", Journal of Royal Statistical Society, Serie A, 120, pp. 253-281.

Gatien, M.A., P.Lasserre et P.Ouellette, (1987), The Measurement of Productivity and Scarcity Rents: The case of Asbestos in Canada, Cahier de recherche no.8747, Université de Montréal, 29p.

Hicks, J.R. (1932), Theory of wages, Macmillan, London.

Lasserre P. and P. Ouellette (1986), "On Measuring and Comparing Total Factor Productivity in Extractive and Non Extractive Sectors", Cahier de recherche 8625, Département de sciences économiques, Université de Montréal, Montréal. (à paraître dans la Revue canadienne d'économique)

Maddala, G.S. (1977), Econometrics, McGraw-Hill Book Compagny, New-York.

McElroy M.B., (1987), "Additive General Error Models for Production, Cost, and Derived Demand or Share Systems, Journal of Political Economy, vol. 95, no. 4, pp.737-757.

Ouellette P. et P. Lasserre (1984) "Mesure du progrès technique: théories et méthodes", Cahier de recherche C.R.D.E. no. 8425, 82p..

Schumpeter, J.A. (1955), Theory of Economic Development, Harvard University Press, Cambridge, Mass.

Solow, R. (1957), "Technical Change and the Production Function", Review of Economics and Statistics 39(3), 312-20.

Törnqvist, L. (1936), "The Bank of Finland's Consumption Price Index", Bank of Finland Monthly Bulletin, No.10, pp.1-8.

Tulkens, H., (1986), "La performance productive d'un service public : définitions, méthodes de mesure et application à la Régie des Postes en Belgique", L'Actualité économique, vol.62(2), (Juin), pp.306-335

Annexe 1 - Progrès technique et fonction de coût variable

On a la fonction de coût variable total suivante:

$$CVT = CVT(w, r, y, t)$$

en prenant la même démarche que dans le chapître 2, on obtient:

$$-\dot{B}^{CVT}/B = \Sigma Ecvty_k \dot{y}_k/y_k - \Sigma S_i \dot{x}_i/x_i - \Sigma S_j \dot{r}_j/r_j$$

où $Ecvty_k$ est l'élasticité du coût variable total par rapport à l'output k; S_i est la part du facteur variable i dans le coût variable total; S_j est la part du facteur quasi-fixe j dans le coût variable total et $-B^{CVT}/B$ est la mesure du progrès technique dans le coût variable total.

On peut démontrer que la relation dans le coût variable total et le progrès technique dans le coût total implicite est

$$-\dot{B}^{CVT}/B = -\dot{B}^{CTI}/B * CVT/CTI$$

Annexe 2 - Fonction de coût variable total translog se rapportant aux résultats de l'estimation du tableau IV.3

$$
\begin{aligned}
\ln CV_t = {} & k*\ln CV_{t-1} + const*(1-k) \\
& + AM*(lpmel-k*lpmel(-1)) \\
& + AK*(lpkl-k*lpkl(-1)) \\
& + AR*(lqr-k*lqr(-1)) \\
& + AY*(lpro-k*lpro(-1)) \\
& + 0.5*BMM*(lpmel^2-k*lpmel(-1)^2) \\
& + BKM*((lpmel*lpkl)-k*(lpmel(-1)*lpkl(-1))) \\
& + BRM*((lpmel*lqr)-k*(lpmel(-1)*lqr(-1))) \\
& + BKR*((lpkl*lqr)-k*(lpkl(-1)*lqr(-1))) \\
& + 0.5*BRR*(lqr^2-k*lqr(-1)^2) \\
& + BRY*((lqr*lpro)-k*(lqr(-1)*lpro(-1))) \\
& + TR*((lqr*t)-k*(lqr(-1)*t(-1))) \\
& + TK*((lpkl*t)-k*(lpkl(-1)*t(-1))) \\
& + TM*((lpmel*t)-k*(lpmel(-1)*t(-1))) \\
& + TY*((lpro*t)-k*(lpro(-1)*t(-1))) \\
& + PNN*(\ln(R/CV(-1))) \\
& + 0.5*BTT*(t^2-k*t^2(-1)) \\
& + BT*(t-k*t(-1)) \\
& + PKK*(lpkl*lpkl(-1)) \\
& + PMM*(lpmel*lpmel(-1)) \\
& + PRR*(lqr*lqr(-1)) \\
& + PKM*(lpkl*lpmel(-1) + lpkl(-1)*lpmel) \\
& + PRK*(lpkl(-1)*lqr + lpkl*lqr(-1)) \\
& + PRM*(lpmel(-1)*lqr + lpmel*lqr(-1))
\end{aligned}
$$

Annexe 3 - Fonction de coût variable total translog se rapportant aux résultats de l'estimation du tableau IV.6

$$
\begin{aligned}
lnCV_t = const \\
& + AM*lpmel \\
& + AK*lpkl \\
& + AR*lqr \\
& + AY*lpro \\
& + 0.5\ BMM*lpmel^2 \\
& + BKM*lpmel*lpkl \\
& + BRM*lpmel*lqr \\
& + BKR*lpkl*lqr \\
& + 0.5*BRR*lqr^2 \\
& + BRY*lqr*lpro \\
& + TR*lqr*t \\
& + TK*lpkl*t \\
& + TM*lpmel*t \\
& + TY*lpro*t \\
& + 0.5\ BTT\ (t^2-k*t^2(-1)) \\
& + BT\ (t-k*t(-1))
\end{aligned}
$$

Annexe 4 - Description des données

Source :

1. Minerai extrait: Statistiques Canada *26-205 et *26-204.
2. Production: Statistiques Canada *26-205 et *26-204.
3. Estimation de la réserve en terre de minerai à la fin de la période: pour l'obtention de cette série, nous avons additionné la réserve en terre à la fin de la période des firmes suivantes: Baie Verte Mines Ltd., Asbestos Corp., John's Mansville Canada Inc., Cassiar Mines Ltd., Carey Canada Inc., Lake Asbestos of Quebec Ltd., Johnson Corp. et Keewli Mines Ltd.. Les références sont: Canadian Mines Handbook et Financial Post-Survey of Mines.
4. Valeur de la production: Statistiques Canada *26-205 et *26-204.
5. Indice du prix du produit: cet indice est calculé à partir du rapport $\Delta\%prix = (VP/P) - (VP/P)_{(-1)}/(VP/P)_{(-1)}$ où VP= valeur de la production et P= quantité produite.
6. Taux d'intérêt sur les obligations d'entreprises industrielles: Statistiques Canada *11-516F et Banque du Canada, Revue Mensuelle.
7. Depenses d'immobilisations en construction: Statistiques Canada *26-205 et *61-205.
8. Depenses d'immobilisations en machinerie: Statistiques Canada *26-205 et *61-205.
9. Indice du prix des immobilisations en construction: Statistiques Canada *13-568 et *13-211.

10. Indice du prix des immobilisations en machinerie: Statistiques Canada *13-568 et *13-211.
11. Nombre total d'heures-hommes travaillées: Statistiques Canada *26-205 et *26-224.
12. Prix moyen du travail: Statistiques Canada *26-205 et *26-224.
13. Coût total de l'énergie: Statistiques Canada *26-205 et *26-224.
14. Indice du prix des matériaux et fournitures: Statistiques Canada *26-205, *26-224, *62-002 et *11-003F.
15. Coût total des matériaux et fournitures: Statistiques Canada *26-205 et *26-224.
16. Indice de Divisia de la quantité d'énergie: cette série a été calculé en faisant tout d'abord la somme de la valeur de ces divers types d'énergie: charbon et coke, gaz naturel, essence, mazout, diesel, kérosène, bois, gaz de pétrole liquide et électricité. Les références sont: Statistiques Canada *26-205 et *26-224.
17. Indice de Divisia de prix d'énergie: cette série a été calculé en faisant tout d'abord la somme de la valeur de ces divers types d'énergie: charbon et coke, gaz naturel, essence, mazout, diesel, kérosène, bois, gaz de pétrole liquide et électricité. Les références sont: Statistiques Canada *26-205 et *26-224.