Université de Montréal

# Une application de l'étalonnage concurrentiel aux contrats de rémunération

Par

Rym Ben Hamadi

Département des Sciences Économiques

Faculté des Études Supérieures

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître es sciences (M.Sc.)
en Sciences Économiques

(Juillet, 1999)

**Page d'identification du jury**

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé :

**APPLICATION DE L'ÉTALONNAGE CONCURRENTIEL AUX CONTRATS DE RÉMUNÉRATION**

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Marcel Boyer – président-rapporteur
Michel Poitevin – directeur de recherche
Michel Patry – membre du jury (H.E.C.)

Mémoire accepté le 29 septembre 1999

# Sommaire

L'étalonnage concurrentiel est un outil de gestion qui vise à améliorer la performance des organisations. Ce concept a été largement présenté dans les revues de gestion, mais n'a fait l'objet d'aucune analyse économique à notre connaissance. Notre objectif est de combler cette lacune.

Nous nous proposons dans ce mémoire de passer tout d'abord en revue la littérature de gestion relative à l'étalonnage concurrentiel puis de présenter les fondements théoriques qui sous-tendent ce dernier. La notion de performance relative étant à la base de ce concept, nous avons retenu la théorie des tournois comme cadre d'analyse, cette théorie faisant intervenir une forme de compétition endogène au sein de l'organisation.

Nous passerons ensuite à une application de l'étalonnage concurrentiel aux contrats de rémunération. Pour ce faire, nous étudierons trois modèles correspondants à trois stratégies différentes pour le principal. Ce dernier désire investir dans deux projets. Là où Nier (1997) considère des projets totalement indépendants, nous introduisons un facteur de corrélation, dans le but de généraliser son étude. Lorsque ce facteur prend la valeur zéro, nous retrouvons le cas étudié par l'auteur. S'informer sur chaque projet entraîne des coûts d'investigation. Le principal peut choisir de recourir à un gestionnaire qui investiguerait les deux projets avant d'investir ou bien ce gestionnaire pourrait en investiguer un seul et prendre une décision conjointe sur les deux. Une autre possibilité serait de faire recours à deux gestionnaires, chacun d'eux étant responsable d'un projet. C'est ce modèle qui ferait intervenir la performance relative, donc l'étalonnage concurrentiel.

Nous montrerons que la structure optimale dépend notamment du degré de corrélation entre les projets. Lorsque la corrélation est faible, l'investigation des deux projets par un seul agent est préférée; lorsque la corrélation est élevée, le principal préfère que le gestionnaire s'informe sur un seul projet; alors que pour des valeurs intermédiaires, le recours à l'étalonnage concurrentiel est optimal. Cependant, nous verrons également que pour certaines valeurs des paramètres considérés, il n'est jamais optimal que le gestionnaire investigue un seul projet, même lorsque les projets sont parfaitement corrélés. Dans ce cas, la duplication des coûts d'investigation est optimale car elle réduit

le coût de fournir des incitations aux gestionnaires. Il en résulte alors que le recours à l'étalonnage concurrentiel est préféré pour des valeurs intermédiaires et élevées du coefficient de corrélation.

# Table des matières


| | |
|---|---|
| 1 Les fondements théoriques de l'étalonnage concurrentiel | 1 |
| 1.1 L'étalonnage concurrentiel | 1 |
| 1.1.1 Définition | 1 |
| 1.1.2 Motivation | 2 |
| 1.1.3 Éléments à étalonner | 3 |
| 1.1.4 Les étapes | 4 |
| 1.1.5 Types d'étalonnage concurrentiel | 6 |
| 1.1.6 Limites | 9 |
| 1.2 La théorie des tournois | 10 |
| 1.2.1 Introduction | 10 |
| 1.2.2 Le modèle | 10 |
| 1.2.3 Pratique | 26 |
| 1.2.4 Critique | 31 |
| 2 Application de l'étalonnage concurrentiel aux contrats de rémunération | 35 |
| 2.1 L'intégration verticale | 36 |
| 2.1.1 Le modèle de Nier (1997) | 36 |
| 2.1.2 Généralisation de Nier (1997) | 38 |
| 2.1.3 Cas de faible corrélation: k<k* | 45 |
| 2.1.4 Cas de corrélation élevée: k>k* | 55 |
| 2.2 Introduction de l'étalonnage concurrentiel | 60 |
| 2.3 Comparaison des différents modèles | 64 |
| 2.3.1 Un exemple numérique | 64 |
| 2.3.2 La théorie | 71 |
| Conclusion | 72 |
| Bibliographie | 74 |
| Annexe I | 77 |
| Annexe II | 82 |
| Annexe III | 85 |

## Remerciements

Je désire chaleureusement remercier Monsieur Michel Poitevin pour avoir accepté d'être mon superviseur et pour sa patience tout au long du cheminement de ce travail. Cette expérience a été extrêmement bénéfique pour moi et je lui en serai toujours reconnaissante.

Je tiens également à remercier le Centre Interuniversitaire de Recherche en Analyse des Organisations (CIRANO) pour son soutien financier ainsi que son personnel pour le soutien technique qu'il m'a prodigué. Je remercie plus particulièrement Nathalie Bannier, Steve Girard et Normand Ranger pour leur précieuse aide relativement aux différents aspects informatiques de ce travail.

## Liste des figures


Figure 1: Comparaison des salaires espérés 67
Figure 2: Comparaison des profits espérés 68
Figure 3: Comparaison des rentes informationnelles 70
Figure 4: Comparaison des profits espérés pour c = 0.5 82
Figure 5: Comparaison des profits espérés pour c = 1.5 83
Figure 6: Comparaison des profits espérés 84
Figure 7: Comparaison des profits espérés 84

# 1 Les fondements théoriques de l'étalonnage concurrentiel

L'étalonnage concurrentiel, ou balisage (*benchmarking*), est un outil d'amélioration de performance qui a fait ses preuves dans le secteur privé et qui a déjà commencé à être utilisé dans le secteur public. Depuis les années 70, il a permis à des entreprises en difficulté de retrouver un avantage compétitif : IBM, Motorola et Xerox sont des exemples de firmes qui ont dû leur succès, à un moment ou un autre, à l'étalonnage concurrentiel. Le point commun entre ces organisations est qu'elles ont réalisé que rentabilité et croissance sont les résultats d'une bonne compréhension de leurs activités. Il ne suffit plus de comparer leur performance actuelle avec celles passées, il est primordial de se mesurer aux performances des meilleures organisations possibles.

Afin de familiariser le lecteur avec le concept, nous nous proposons de présenter dans une première section les principaux éléments de l'étalonnage concurrentiel. Dans une seconde section, nous présenterons le modèle théorique que nous envisageons d'utiliser, à savoir celui des tournois, en soulignant les éléments qui ont motivé le choix de ce modèle.

## 1.1 L'étalonnage concurrentiel

### 1.1.1 Définition

Bien qu'il y ait presque autant de définitions de l'étalonnage concurrentiel qu'il y a de consultants en gestion, ces derniers s'accordent à dire que cela consiste à trouver, analyser et implanter les meilleures pratiques[1]. L'étalonnage concurrentiel peut se retrouver à tous les niveaux opérationnels, de la réalisation d'un processus individuel tel que le traitement du courrier ou de la paie, à la performance globale d'une entreprise employant des milliers de personnes. Ce qui distingue l'étalonnage concurrentiel des autres outils de gestion c'est qu'il

[1] On entend par meilleure pratique la méthode utilisée par une organisation qui excelle dans une activité particulière (Biesada, 1991).

fait appel à la notion de performance relative d'une organisation par rapport à d'autres. En comparant des coûts de production, des chiffres d'affaires, des profits, on permet à la firme d'avoir une meilleure connaissance de ses forces et faiblesses face à la concurrence.

### 1.1.2 Motivation

L'étalonnage concurrentiel est au centre d'un mouvement qui a entraîné le passage d'une perception des données financières comme étant la base d'une mesure de performance à une conception qui les considère comme un élément d'un ensemble plus large de mesures. Cet ensemble inclurait entre autres la qualité, la satisfaction des consommateurs, les ressources humaines et les parts de marché. Ce changement a été rendu possible par la prise en compte du fait que les indicateurs financiers peuvent ne pas refléter les stratégies globales de l'organisation, ses objectifs et missions (Eccles, 1991). Les organisations qui ne recourent pas à une certaine forme de balisage risquent d'être leurrées par des indicateurs financiers qui laissent croire aux responsables qu'ils réalisent de bonnes performances, alors qu'ils font face à un phénomène financier transitoire. En d'autres termes, les mauvaises performances opérationnelles ne sont plus masquées par une croissance économique et des taux de change favorables.

La littérature s'accorde à dire que l'étalonnage concurrentiel a été largement accepté dans le secteur privé parce que ses origines se trouvent dans l'analyse compétitive et les pratiques de la gestion de la qualité totale qui y sont largement répandues. Étant familiers avec ces concepts, les gestionnaires avaient tôt fait de voir le potentiel que recelait cet outil. Greengard (1995) trouve que 70% des 500 compagnies recensées par *Fortune* ont recours au balisage pour renforcer leur philosophie de changement continu et d'amélioration.

Les principales raisons qui motivent le recours à cet outil consistent dans le fait qu'il permet d'établir la performance de l'organisation de manière objective, de déterminer les services ou départements où une amélioration est requise et d'identifier des firmes ayant des processus générant des performances supérieures, dans le but de les adopter (The Benchmarking Centre, 1997).

### 1.1.3 Éléments à étalonner

L'étalonnage concurrentiel porte généralement sur l'un ou plusieurs des éléments suivants (Williams, 1997):

**Les standards :** spécifier des standards de performance qu'une organisation devrait pouvoir atteindre (ex : coût de recrutement, absentéisme, taux d'accident). La publication de ces standards peut motiver le personnel et montrer l'engagement de l'organisation à améliorer son produit ou le service fourni. De plus, la comparaison de la performance et du standard représente un outil de supervision.

**Les résultats :** La comparaison de la performance d'un certain nombre d'organisations offrant un service similaire permet de pallier à l'absence de pressions dues à la concurrence.

**Les processus :** Un processus peut se définir comme une séquence d'activités que les employés accomplissent avec certains intrants pour obtenir un output (ex : le recrutement, la formation). L'examen détaillé des processus assurant la production d'un output particulier permet d'expliquer la différence de performance et par la suite d'incorporer les meilleures pratiques.

Le *Benchmarking Centre* (1997) estime que s'arrêter à l'étalonnage concurrentiel des mesures de performance revient à déterminer son positionnement par rapport aux autres, sans se donner les moyens d'améliorer la situation ou garder un avantage. En effet, cela ne donne aucune indication quant aux processus et facteurs qui influencent les performances. Or, les mesures de performance ne sont pas une fin en soi et c'est pourquoi il est fondamental de baliser les processus.

### 1.1.4 Les étapes

Les étapes de l'étalonnage concurrentiel sont au nombre de cinq (Evans, 1995):

**Organiser et planifier:**

Tout d'abord, il est fondamental de mettre au point un plan de travail qui permettra de connaître très précisement le problème qu'on cherche à résoudre, les points dont on vise l'amélioration. La précision à ce niveau permettra une allocation optimale des ressources et évitera les ambitions trop élevées et les objectifs trop larges. L'identification du sujet de l'étalonnage concurrentiel et des processus qui feront l'objet de comparaisons (internes ou externes) dépend du potentiel d'économies (en temps ou en termes monétaires) que ces processus renferment[2].

Une fois le processus analysé de sorte à déterminer les facteurs-clefs contribuant à sa bonne performance, il est crucial de déterminer un certain nombre d'indicateurs qui reflètent les facteurs en question. Cette étape évite toute collecte de données inutiles. Il est important dans le secteur public d'avoir tant des variables de coût (rémunérations, indemnités, frais généraux) que des variables de différenciation (satisfaction des résidents, passagers et autres consommateurs de services). La collecte de données est à la fois de type interne (examen des documents internes) et externe (consultants, bases de données disponibles, publications adéquates, associations, chambres de commerce, fournisseurs et clients des concurrents, analystes). Il s'agit de mesurer sa propre performance de même que celle de ceux à qui on veut se mesurer.

On procède ensuite à l'identification des partenaires potentiels dont on ne retiendra qu'un petit nombre lors du choix final afin de ne pas disperser ses efforts. Pour une première étude, les organisations préfèrent généralement se limiter à des partenariats avec des entreprises de la même industrie par commodité (même jargon, mêmes techniques, même contexte)[3].

[2]Chez General Motors par exemple, dans le service d'opération des pièces détachées, le balisage a tout d'abord porté sur un processus horizontal d'introduction de pièces de rechange. Le choix de ce processus était motivé entre autres par le fait que les coûts d'opération étaient élevés et qu'on enregistrait un niveau élevé de mécontentement des clients. (Vicki J. Powers, "GM service parts operations: Pilot benchmarking study achieves remarkable results", *Continuous Journey*, été 1995, p. 9-11.)

[3]Cependant, le principal élément dans le choix du partenaire consiste en la similitude qui existe entre les processus des deux organisations, de sorte qu'il ne faut pas s'étonner qu'un hôpital choisisse de faire du

**Analyse des données:**

L'analyse des données permet d'identifier et d'analyser l'écart de performance, d'établir ce qui entraîne la différence des processus balisés et de se donner un niveau de performance futur à atteindre. Des ajustements devront être faits pour tenir compte des économies d'échelle, des différentes philosophies de gestion, des contraintes législatives etc. Dans certains cas, l'analyse des données peut conclure que les écarts ne peuvent être comblés sous les conditions opérationnelles et législatives actuelles[4].

**Action :**

Les résultats de l'étude doivent être partagés avec tous les employés pour accroître leur implication et engagement à assurer le succès de l'opération. En tenant certaines personnes responsables de la réalisation des améliorations voulues, on s'assure du suivi des recommandations émises pour combler les écarts eventuels.

**Revue:**

L'étalonnage concurrentiel étant un processus permanent, pour continuer à être performant une fois les corrections nécessaires entreprises, il est important de mettre continuellement à jour les procédés de travail. Cela permet de surveiller les progrès, de savoir si les objectifs fixés ont été atteints et de déterminer les raisons du succès ou de l'échec enregistré à ce niveau. Cependant il n'est pas nécessaire que les indicateurs utilisés soient les mêmes au fil du temps: ils devraient refléter l'obtention de nouvelles données, une mission révisée, des changements organisationnels etc[5].

---

balisage avec un hôtel. En effet, un groupe d'hôpitaux de San Francisco avaient opté pour du balisage avec le Ritz-Carlton à cause de la ressemblance des processus d'admission des deux secteurs: les deux impliquent un enregistrement, un client qui passera au moins une nuit sur place etc. (Todd Lambertus, "Benchmarking the inpatient admitting process", *Continuous Journey*, avril/mai 1993, p.32-35.)

[4]Bruder et Gray (1994) citent l'exemple des autorités de transport de San Francisco qui sont obligées d'acheter des locomotives fabriquées aux États-Unis alors que cela leur coûterait moins cher de s'approvisionner à l'étranger.

[5]Fisher, Richard J., "An overview of performance measurement", *Public management*, vol.76, no.9, septembre 1994, p.S2-S9.

**Maturité:**

L'étape de la maturité est atteinte quand l'organisation institutionnalise le balisage et adopte ou adapte les meilleures pratiques dans tous ses processus opérationnels. L'étalonnage concurrentiel ne devrait pas être considéré comme un dernier recours pour les compagnies connaissant de graves difficultés.

Souvent, la structuration du processus et la collecte de données accaparent 75% de l'effort alloué à l'étalonnage concurrentiel, de sorte que l'action, la communication et l'implantation ne reçoivent qu'un faible pourcentage de l'effort. L'idéal selon Bruder et Gray (1994) serait qu'on alloue à ces derniers éléments la moitié de l'effort.

### 1.1.5 Types d'étalonnage concurrentiel

Le choix du type d'étalonnage concurrentiel va dépendre de la nature du problème à résoudre (Evans, 1995; Williams, 1997). Nous avons classé les différentes approches en fonction de leur niveau de difficulté.

**Interne** L'étalonnage concurrentiel interne consiste à comparer les opérations de différents services ou unités au sein de l'organisation afin de déterminer ce qui fait le succès des unités les plus performantes et explique l'échec des autres.

*Avantages:* C'est la façon la plus facile et la moins onéreuse de faire de l'étalonnage concurrentiel. Elle encourage le partage de l'information et permet d'acquérir de l'expérience avant de passer au balisage externe.

*Inconvénients:* L'organisation risque de se contenter de ce stade alors que c'est celui qui offre le moins d'opportunités d'améliorations notables. Par ailleurs, les risques de collusion entre les différents services sont grands, la résistance au changement et la crainte d'une modification du statu quo pouvant aboutir à une entente secrète entre les employés.

**Externe** L'étalonnage concurrentiel externe s'opère avec les autres organisations, concurrentes ou non, et non plus au sein même de l'organisation. Il peut se pratiquer aussi bien avec le secteur public que le privé. Il peut prendre différentes formes :

**Compétitif:** L'étalonnage concurrentiel compétitif se met en place avec les concurrents directs de l'organisation et focalise sur les méthodes clefs de production ou sur les caractéristiques permettant d'avoir un avantage compétitif. Cela peut être le cas d'une organisation qui offre un service en un certain laps de temps alors qu'un compétiteur direct offre ce même service plus rapidement ou à un coût par unité inférieur.

*Avantage:* Ce type de balisage permet de découvrir des champs d'améliorations substantielles grâce au contact avec des concurrents directs.

*Inconvénient:* La crainte de partager son information privée avec les organisations rivales rend difficile l'obtention de l'information désirée sans tomber dans des considérations légales ou éthiques[6].

**Interindustriel:** L'étalonnage concurrentiel interindustriel s'intéresse aux tendances générales à travers un grand groupe d'organisations et s'opère entre partenaires qui ne sont pas nécessairement dans le même domaine mais qui ont les mêmes besoins quant à l'emploi de processus similaires. C'est le cas par exemple de Motorola qui, en balisant Domino Pizza, a réussi à réduire le cycle d'attente des consommateurs entre le moment de la commande et celui de la livraison de ses téléphones cellulaires (Biesada, 1991). Cela peut être également le cas des services de relations publiques d'une municipalité qui voudraient étudier comment AT&T opère la même activité.

*Avantage:* Il est plus aisé d'obtenir l'information désirée du fait de l'absence de concurrence directe et cela évite que les organisations rivales n'obtiennent l'information privée de

[6] Accusée du vol de ses fichiers par Virgin Atlantic, British Airways a été condamnée à payer des dommages et intérêts records. (Les risques du benchmarking, Science & Vie no. 199, Juin 1997, numéro hors série "Aviation 1997", p.51.)

la firme. De plus, il permet les améliorations les plus satisfaisantes grâce à l'émulation qu'il provoque.

*Inconvénient:* les organisations les plus populaires se sentent souvent exploitées et sont donc moins disponibles pour mener des études d'étalonnage concurrentiel. La NASA, par exemple, est l'un des partenaires les plus courtisés par les organismes fédéraux et l'industrie privée comme le montrent les 47 études auxquelles elle a participé. C'est également la forme la plus difficile à implanter à cause des différences de contextes dans lesquels évoluent les organisations, ce qui complique l'introduction de manière concrète des innovations auxquelles les autres ont eu recours.

**Coopératif:** L'étalonnage concurrentiel coopératif prend généralement la forme d'un groupe d'organisations qui décide de partager leurs informations pour améliorer leur efficacité. Une analyse de statique comparative montre que la taille du groupe et le nombre de firmes participantes tendent à augmenter à mesure que l'apprentissage devient plus efficace, que les technologies deviennent plus complémentaires et que le coût marginal du balisage est réduit (Elnathan et Kim, 1995).

*Avantage:* L'information est obtenue avec l'approbation des partenaires ce qui en réduit notablement les coûts d'obtention.

*Inconvénient:* L'effet du nombre de firmes sur le coût du balisage est indéfini. Elnathan et Kim (1995) montrent qu'une augmentation du nombre de firmes dans un groupe de balisage a au moins deux effets sur ce dernier : (1) un effet d'échelle qui diminue le coût de baliser pour chaque entreprise en raison d'économies d'échelle par exemple au niveau du planning et du traitement des données; (2) un effet de complexité qui fait que les coûts augmentent rapidement avec le nombre des firmes (l'information requise doit être fournie avec une précision raisonnable; les difficultés de communication augmentent etc.)

Toutefois au-delà d'un certain nombre d'organisations, il y a risque de chevauchement de technologies, donc diminution de l'utilité marginale d'un partenaire supplémentaire, de sorte que c'est l'effet de complexité qui finit par dominer.

### 1.1.6 Limites

**Le coût :** Le coût augmente à mesure qu'on passe d'un étalonnage concurrentiel interne à un balisage orienté vers l'extérieur. En effet, le premier type ne nécessite que de l'information disponible au sein de la firme alors que dans le second type, des coûts d'harmonisation des données et de coordination interviennent. Il varie également en fonction du domaine d'études: examiner un processus de recrutement n'entraîne pas les mêmes coûts que l'examen du processus de mise hors service d'une centrale nucléaire par exemple. Elnathan et Kim (1995) ont également montré que le coût a tendance à augmenter à mesure que le nombre de firmes impliquées dans un partenariat d'étalonnage concurrentiel augmente.

**L'efficacité :** L'efficacité de cet outil semble être fonction du niveau de performance de l'organisation (rapport de Ernest & Young et l'American Quality Foundation, 1992, cité dans Hequet, 1993). Une étude menée auprès de 580 entreprises a montré que dans le cas d'une organisation faiblement performante, une forme poussée d'étalonnage concurrentiel (qui se ferait avec des firmes extrêmement performantes) risquait de faire plus de mal que de bien, l'infrastructure nécessaire pour soutenir les modifications requises n'étant pas encore en place dans ce type d'organisation.

Nous avons présenté les principales caractéristiques de l'étalonnage concurrentiel, telles qu'elles ressortent de la littérature de gestion et des consultants. Nous allons à présent aborder ce sujet de manière plus économique en en présentant les fondements théoriques. Nous allons pour cela recourir à la théorie des tournois, ce choix étant motivé par les similitudes retrouvées entre cette théorie et l'étalonnage concurrentiel.

## 1.2 La théorie des tournois

### 1.2.1 Introduction

Un tournoi est une forme de contrat de travail dans le cadre duquel les travailleurs sont séparés entre, d'une part, ceux qui sont le plus efficients et, d'autre part, ceux qui le sont moins, en fonction du classement de la production de chacun (Lazear et Rosen, 1981). De même que pour un tournoi de golf ou de tennis, seule la performance relative d'un employé par rapport à celle des autres importe et non pas sa performance absolue. Nous avons vu dans ce qui précède que l'étalonnage concurrentiel fait essentiellement appel à la notion de performance relative. Les tournois, qui sont une réponse apportée au problème de non-vérifiabilité de l'output, permettent ainsi de réduire le besoin pour la firme de superviser ses employés. En effet, nous montrerons que le classement par rang permet l'obtention optimale de l'information dans certaines conditions.

### 1.2.2 Le modèle

Lazear et Rosen (1981), dans leur papier qui a inauguré la théorie des tournois, étudient un schéma de rémunération dit de classement par rang. La principale différence entre celui-ci et les autres schémas de rémunération est que dans un concours, les revenus dépendent de l'ordre de classement des participants et non pas de la "distance" séparant la performance des uns et des autres. Autrement dit, les salaires ne dépendent pas du niveau d'output puisque les prix offerts sont fixés d'avance.

**a) Neutralité au risque :** En partant d'un modèle où les agents sont neutres au risque, les auteurs comparent deux schémas de rémunération : la rémunération à la pièce et les tournois. Le problème est considéré en termes de développement de carrière et de productivité à vie des employés, mais pour éviter les problèmes de dynamique, on ne s'intéressera qu'à une seule période dans le modèle.

L'output à vie de l'employé est supposé dépendre (1) du niveau d'investissement de ce dernier dans sa formation avant son entrée sur le marché de l'emploi et (2) d'un facteur aléatoire. En observant l'output, l'employeur ignore s'il resulte de la formation acquise ou du hasard.

L'employé $j$ produit un output à vie $q_j$ tel que

$$q_j = \mu_j + \varepsilon_j \tag{1}$$

où $\mu_j$ est le niveau d'investissement (une mesure de qualifications ou d'output moyen) choisi par l'employé $j$ quand il était jeune et avant la réalisation du facteur aléatoire $\varepsilon_j$. La qualification moyenne $\mu_j$ est produite à un coût $C(\mu_j)$, avec $C' > 0$ et $C'' > 0$.

La variable aléatoire $\varepsilon$ suit une distribution de moyenne nulle et de variance $\sigma^2$. Cette variable représente la chance ou le hasard tout au long de la vie et elle est révélée peu à peu avec le passage du temps. On suppose que $\varepsilon$ est indépendamment et identiquement distribuée entre les individus, de sorte que les propriétaires de la firme peuvent diversifier leur risque en groupant les travailleurs ensemble dans une firme (*pooling*) ou bien en détenant un portefeuille d'actions.

Lorsqu'il existe des moyens de supervision fiables et peu coûteux, le meilleur schéma de rémunération consisterait à lier le salaire à l'input. Par contre, lorsque la supervision est difficile, ce type de rémunération incite les employés à des comportements stratégiques: ils choisiront de fournir un faible niveau d'effort, sachant que le superviseur ne saurait déterminer avec certitude si leur output est dû à un faible niveau d'effort ou à des facteurs indépendants de leur volonté. Ce type de problèmes peut être résolu si la rémunération dépend du niveau de l'output. En général, les salaires basés sur l'input sont préférés car ils diminuent le risque encouru par les employés. Cependant, lorsque les coûts de supervision deviennent tellement élevés que le risque moral pose un sérieux problème, alors les gains d'efficacité dûs au recours à des salaires basés sur l'output l'emportent sur les pertes subies en termes de partage de risque. Une rémunération basée sur le rang affecte les coûts d'information et de mesure, de même que la nature du risque supporté par les employés. C'est pourquoi cela peut parfois être une meilleure façon de fournir des incitations.

**Rémunération à la pièce :** Soit $r$ le taux de rémunération. Le revenu net de l'employé est $rq - C(\mu)$.

Le problème de l'employé consiste à maximiser son rendement net attendu en choisissant $\mu$ :

$E\left[rq - C\left(\mu\right)\right] = r\mu - C(\mu)$.

La solution de cette maximisation est $r = C'(\mu)$.

Quant à la firme, son profit attendu s'écrit : $E\left[Vq - rq\right] = (V-r)\mu$ où $V$ est la valeur du produit tel que définie sur le marché concurrentiel. La concurrence et l'absence de barrières à l'entrée font que $V = r$. Ceci implique que $V = C'(\mu)$, d'où efficience du contrat.

**Tournoi :** On considère un tournoi entre 2 parties où le gagnant reçoit un prix $W_1$ et le perdant un prix $W_2$, avec $W_1 > W_2$, les prix étant fixés ex-ante. La production des employés est conforme à l'équation (1) et le gagnant est celui qui génère l'output $q$ le plus élevé. Au moment de prendre la décision d'investissement en formation, chaque employé ignore qui sera son concurrent, de sorte qu'il n'y a pas de collusion à ce niveau.

On cherche à déterminer la structure optimale des prix, $(W_1, W_2)$.

Le coût d'acquérir des qualifications est supposé identique pour les deux. Si $P$ est la probabilité de gagner, l'utilité espérée d'un participant est

$$P\left[W_1 - C(\mu)\right] + (1-P)\left[W_2 - C(\mu)\right] = PW_1 + (1-P)W_2 - C(\mu). \tag{2}$$

La probabilité que $j$ gagne est

$$\begin{aligned} P &= p(q_j > q_k) = p(\mu_j - \mu_k > \varepsilon_k - \varepsilon_j) \\ &= p(\mu_j - \mu_k > \xi) = G(\mu_j - \mu_k) \end{aligned} \tag{3}$$

où $\xi = \varepsilon_k - \varepsilon_j$, $\xi \sim g(\xi)$, $G(.)$ étant la fonction de densité cumulative de $\xi$. De plus, $E(\xi) = 0$ et $E(\xi^2) = 2\sigma^2$ (les termes d'erreurs étant indépendamment et identiquement distribués).

Chaque joueur choisit $\mu$ de sorte à maximiser l'expression (2), ce qui donne

$$\begin{aligned}(W_1 - W_2)\frac{\partial P}{\partial \mu_i} - C'(\mu_i) &= 0 \\ \text{et } (W_1 - W_2)\frac{\partial^2 P}{\partial \mu_i^2} - C''(\mu_i) &< 0, i = j, k.\end{aligned} \tag{4}$$

On suppose que chaque joueur optimise son investissement en considérant l'investissement optimal de son concurrent, étant donné qu'il joue contre le marché et qu'il n'a aucune influence sur celui-ci. Il découle de (3) que pour $j$ on a

$\frac{\partial P}{\partial \mu_j} = \frac{\partial G(\mu_j - \mu_k)}{\partial \mu_j} = g\left(\mu_j - \mu_k\right)$.

En substituant dans la première équation de (4), on obtient la fonction de réaction de $j$

$$(W_1 - W_2)\, g\left(\mu_j - \mu_k\right) - C'\left(\mu_j\right) = 0. \tag{5}$$

La fonction de réaction du joueur $k$ est symétrique à (5), ce qui implique que s'il existe une solution de Nash, elle sera de la forme $\mu = \mu_j = \mu_k$ et $P = G(0) = 1/2$, de sorte que la réalisation est purement aléatoire en équilibre. Chaque joueur affecte sa probabilité de gagner en investissant ex-ante.

En remplaçant $\mu_j = \mu_k$ dans (5), on obtient

$$C'\left(\mu_i\right) = (W_1 - W_2)\, g\left(0\right), i = j, k. \tag{6}$$

L'investissement des joueurs ne dépend donc que de la différence entre les prix. Le niveau des prix n'influence que la décision de participation, ce qui nécessite la non-négativité de la richesse espérée.

Les revenus de la firme s'élèvent à $V(q_1+q_2)$ et ses coûts sont la somme des prix $W_1+W_2$, de sorte que ses profits seront égaux à $V(q_1+q_2)-(W_1+W_2)$. Étant donné qu'à l'équilibre $\mu_j=\mu_k=\mu$, la condition d'absence de profits de la firme devient

$W_1+W_2=V(\mu_j+\mu_k)$

et il s'en suit que

$$V=(W_1+W_2)/2. \tag{7}$$

En substituant (7) dans l'équation (2) (la fonction d'utilité du joueur) et en sachant que $P=1/2$ à l'équilibre, l'utilité de l'employé lorsqu'il optimise son investissement devient

$$V\mu-C\mu. \tag{8}$$

La structure de prix à l'équilibre détermine $W_1$ et $W_2$ de sorte à maximiser (8). Il s'en suit que

$$[V-C'(\mu)]\frac{\partial\mu}{\partial W_i}=0, i=1,2. \tag{9}$$

Le coût marginal de l'investissement est égal au rendement marginal social, dans un tournoi comme dans un schéma de rémunération à la pièce. Les deux schémas sont efficients et entraînent la même allocation de ressources.

**Comparaison :** Les auteurs ont démontré que les schémas aboutissent aux mêmes résultats en termes de préférences pour des agents neutres au risque. Toutefois, lorsqu'on prend en considération les coûts d'information et de mesure, il serait possible de les classer. En effet, s'il est moins coûteux d'observer le rang d'un employé que son output, alors les tournois sont supérieurs aux schémas de rémunération à la pièce. Et inversement, s'il est plus aisé d'observer l'output et que cela évite la nécessité d'effectuer des comparaisons, alors la rémunération à la pièce domine. En pratique, on observe que les gestionnaires s'engagent dans des concours alors que les vendeurs, dont l'output est facilement mesurable, sont rémunérés à la pièce.

Considérons le salaire d'un président d'entreprise. Sa rémunération est de loin plus élevée que celle des vice-présidents. Alors qu'il est généralement choisi parmi ces derniers, son salaire peut avoir triplé lorsqu'il devient président. Ce qui semble une énigme pour la théorie classique de production peut aisément s'expliquer dans un contexte de tournoi. En effet, le président de la compagnie est considéré comme le gagnant d'un concours où il reçoit le prix $W_1$ et son salaire induit les performances appropriées de la part de tous ceux qui sont dans les échelons inférieurs. Ceci suggère que les présidents ne reçoivent pas des rémunérations élevées parce qu'ils sont plus productifs en tant que présidents mais plutôt parce que cette structure de rémunération les rend plus productifs tout au long de leur vie active. Ainsi, un tournoi procure les incitations nécessaires à l'acquisition de qualifications avant d'entrer en fonction.

**b) Aversion au risque :** La rémunération à la pièce est une fonction linéaire de l'output, ce qui n'est pas le cas du tournoi. En introduisant l'aversion au risque, les auteurs montrent que les deux schémas de rémunération ne sont plus identiques, l'un étant supérieur à l'autre sous certaines conditions.

**Rémunération à la pièce :** Considérons le schéma de rémunération à la pièce suivant: la firme paie l'employé une somme forfaitaire $I$ plus une somme variable $rq$, où $r$ est le taux salarial par unité d'input. La firme doit choisir une combinaison de $I$ et $r$ qui maximise l'utilité espérée de l'employé :

$$max_{I,r}[E(U) = max \int U(y)\theta(y)dy] \tag{10}$$

où

$$y = I + rq - C(\mu) = I + r\mu + r\varepsilon - C(\mu) \tag{11}$$

et $\theta(y)$ est la fonction de densité probabilistique de $y$.

Le problème de l'employé est de choisir $\mu$ de sorte à maximiser son utilité étant donnés $I$ et $r$. Si $\varepsilon \sim f(\varepsilon)$, alors le problème de l'employé s'écrit:

$max_{\mu}\ E(U) = \int U\left[I + r\mu + r\varepsilon - C\left(\mu\right)\right] f\left(\varepsilon\right) d\varepsilon.$

La condition de premier ordre est la suivante:

$\frac{\partial E(U)}{\partial \mu} = \int \left[U'(y)\right]\left[r - C'(\mu)\right] f(\varepsilon) d\varepsilon = 0,$

ce qui, après mise en facteur, devient

$$r = C'\left(\mu\right). \tag{12}$$

L'équation (12) est identique à la solution de maximisation dans le cas de la neutralité au risque, ce qui s'explique par le fait que $\varepsilon$ est indépendant de l'investissement $\mu$.

En supposant que l'employeur est neutre au risque, son profit s'écrit $V\mu - (I + r\mu)$, de sorte que la contrainte de l'absence de profits donne

$$V\mu = I + r\mu. \tag{13}$$

En résolvant (13) pour $I$ et après substitution dans (11), on obtient que le contrat optimal maximise

$\int U\left\{V\mu\left(r\right) + r\varepsilon - C\left[\mu\left(r\right)\right]\right\} f\left(\varepsilon\right) d\varepsilon$

où $\mu = \mu(r)$ satisfait l'équation (12). Après simplifications, la condition marginale s'écrit:

$$\left[V - C'\left(\mu\right)\right] \frac{\partial \mu}{\partial r} EU' + E\varepsilon U' = 0. \tag{14}$$

Comme l'aversion au risque implique que $E\varepsilon U' < 0$, l'équation (14) montre que dans le contrat optimal $V > C'(\mu)$ pour les employés averses au risque. Ce sous-investissement représente le risque moral résultant de l'assurance $I > 0$ et $r < V$ impliqués par (14).

En approximant la fonction d'utilité par des séries de Taylor et en considérant une densité normale pour $\varepsilon$, on a l'approximation suivante pour l'optimum:

$$\mu = C'^{-1}\frac{V}{1 + sC''\sigma^2} \tag{15}$$

et

$$\sigma_y^2 = \frac{V^2\sigma^2}{(1 + sC''\sigma^2)^2} \tag{16}$$

où $s = -\frac{U''}{U'}$ évalué au revenu moyen est la mesure de l'aversion absolue au risque. L'équation (15) montre que l'investissement est croissant en $V$ et décroissant en $s$, $C''$ et $\sigma^2$ car tous ces changements impliquent des changements similaires dans le taux marginal $r$, qui à son tour influe sur l'investissement au travers de (12). Les mêmes changements dans $V$, $s$ et $C''$ affectent la variance du revenu (équation (16)) mais une augmentation de $\sigma^2$ réduit la variance de $y$, si $\sigma^2$ est grand, car cela réduit $r$ et augmente $I$.

**La structure optimale du prix :** L'utilité espérée de l'employé dans un jeu à deux joueurs est

$$E(U) = P\{U[W_1 - C(\mu^*)]\} + (1 - P)\{U[W_2 - C(\mu^*)]\} \tag{17}$$

où * dénote le résultat du concours plutôt que celui du schéma à la pièce. La structure de prix optimale est la solution de la maximisation sur $W_1$ et $W_2$ de

$$E(U^*) = max_{\mu*}\{P.U[W_1 - C(\mu^*)] + (1 - P).U[W_2 - C(\mu^*)]\} \tag{18}$$

sous la contrainte de l'absence de profits

$$V\mu^* = PW_1 + (1-P)W_2. \tag{19}$$

Le travailleur choisit $\mu^*$ pour satisfaire $\frac{\partial E(U)}{\partial \mu *} = 0$. Comme les fonctions de coût sont identiques et que les termes aléatoires sont identiquement et indépendamment distribués, la solution de Nash implique que $\mu_j = \mu_k$ et $P = 1/2$. Le choix d'investissement de l'employé se réduit à

$$C'(\mu^*) = \frac{2\left[U(1) - U(2)\right] g(0)}{U'(1) + U'(2)} \tag{20}$$

où $U(\tau) \equiv U[W\tau - C(\mu^*)]$ et $U'(\tau) \equiv U'[W\tau - C(\mu^*)]$ pour $\tau = 1, 2$.

L'équation (20) implique que

$$\mu^* = \mu^*(W_1, W_2) \tag{21}$$

et le contrat optimal $(W_1, W_2)$ maximise

$$E(U^*) = 1/2U[W_1 - C(\mu^*)] + 1/2U[W_2 - C(\mu^*)] \tag{22}$$

sous les contraintes (19) (avec $P = 1/2$) et (21). Une augmentation du coût marginal de l'investissement et de l'aversion au risque garantit un maximum unique pour (22) quand une solution de Nash existe. On suppose de nouveau une densité normale pour $\varepsilon$ et les approximations de second ordre font que

$$\mu^* = C'^{-1}\frac{V}{1 + sC''\sigma^2\pi} \tag{23}$$

et

$$\sigma^2_{y*} = \frac{\pi V^2 \sigma^2}{(1 + \pi s C''\sigma^2)^2} \tag{24}$$

où $y^* = W_1 - C(\mu^*)$ si $q_j > q_k$

$= W_2 - C(\mu^*)$ si $q_j < q_k$

et $\varepsilon_j \sim N(0, \sigma^2)$, $\varepsilon_k \sim N(0, \sigma^2)$ et $cov(\varepsilon_j, \varepsilon_k) = 0$. De plus, $C'(\mu^*) = g(0)(W_1 - W_2)$, de sorte que le différentiel est toujours aussi important que dans le cas de la neutralité au risque. Les statiques comparatives de (23) et (24) sont similaires aux équations du contrat à la pièce (15) et (16).

**Comparaison :** Les équations (15) et (23) indiquent que l'investissement et le revenu attendu sont plus faibles dans le cas d'un tournoi que dans le cas de la rémunération à la pièce pour des valeurs données de $s$. Par contre, pour des valeurs de $\sigma^2$ excédant $1/sC''\sqrt{\pi}$, la variance du revenu dans un tournoi est plus faible que dans le cas de la rémunération à la pièce. Comme la moyenne et la variance optimales dépendent des paramètres de la fonction d'utilité, on ne peut se prononcer de manière absolue pour ou contre l'un des deux schémas considérés.

Ce résultat est soutenu par Green et Stockey (1983) qui comparent un contrat classique et un tournoi entre $n$ agents averses au risque et sujets à un choc commun. Les agents ont une fonction d'utilité Von Neumann-Morgenstern et sont identiques excepté pour l'information privée qu'ils obtiennent sur la variable aléatoire. Les auteurs montrent que les tournois font que la rémunération de chaque agent est moins aléatoire car le choc commun est filtré. D'un autre côté, ces mêmes tournois augmentent l'aspect aléatoire de la rémunération en la faisant dépendre des chocs idiosyncratiques des concurrents. Green et Stockey (1983) montrent que l'avantage relatif des tournois sur les contrats dépend de l'effet qui domine. Les premiers sont supérieurs si le choc commun auquel font face les agents est suffisament important: ils éliminent une source de bruit importante tout en n'en ajoutant qu'une faible. Et inversement, en l'absence d'un terme d'erreur commun, le recours aux tournois est dominé par les contrats. Cela est dû au fait que les niveaux d'output du reste du groupe ne fournissent aucune information sur la performance de l'agent et dans ce cas le recours aux tournois introduit du bruit dans la fonction de rémunération des agents. Ces derniers étant averses au risque, cela s'avère coûteux pour le principal.

**c) Hétérogénéité des agents :** Les agents sont de nouveau neutres au risque mais leurs coûts de formation diffèrent. Considérons deux types d'employés, les $a$ et les $b$, tels que le coût marginal de l'investissement est plus faible pour les individus $a$ que pour ceux de type $b$ : $C'_a(\mu) < C'_b(\mu)\ \forall \mu$. La distribution des erreurs $f(\varepsilon)$ est supposée être la même pour les deux groupes. Lazear et Rosen (1981) considèrent tout d'abord le cas où la firme ignore le type des employés (sélection adverse) puis celui où la firme connaît le type de chacun et l'usage qu'elle fait de cette information (mise en place d'un système de handicap).

**c-1- Sélection adverse :** On suppose que chaque individu connaît son type mais que cette information est de nature privée. Les auteurs montrent que les employés ne font pas de l'auto-regroupement de sorte qu'on n'obtient pas d'équilibre séparateur. Ils montrent ensuite que l'équilibre mélangeant qui est atteint n'est pas efficient car il n'induit pas les stratégies d'investissement optimales.

**c-1-1- L'équilibre mélangeant :** Soit $R_i$ le revenu obtenu en appartenant à l'équipe $i = a, b$ et en ayant réalisé un niveau d'investissement arbitraire $\mu$. Nous avons que

$$R_i(\mu) = W_2^i + \left(W_1^i - W_2^i\right) P^i, i = a, b, \tag{25}$$

où $P^i$ est la probabilité de gagner dans l'équipe $i$. Rappelons que $P^i$ dépend du niveau d'investissement choisi par l'individu ainsi que de celui choisi par ses rivaux. De sorte que $P^a = G(\mu - \mu_a^*)$ et $P^b = G(\mu - \mu_b^*)$, où $\mu_a^*$ représente les investissements des autres joueurs de l'équipe $a$ et $V = C'_a(\mu_a^*)$ (de même pour $\mu_b^*$). À partir des équations (6) et (9), on a que $W_1^i - W_2^i = \frac{V}{g(0)}$. Nous avons également qu'à partir de l'équation (6) $W_2^i = V\mu_i^* - \frac{V}{2g(0)}$, de sorte que l'équation (25) devient

$$R_i(\mu) = V\mu_i^* - \frac{V}{g(0)}[1/2 - G(\mu - \mu_i^*)]. \tag{26}$$

Notons que $R_i(\mu) = V\mu_i^*$ quand $\mu = \mu_i^*$ et que $\frac{dR_i}{d\mu} \equiv R_i'(\mu) = Vg(\mu - \mu_i^*)/g(0) > 0$.

Étant donné que $V = C_a'(\mu_a^*)$ et que $V = C_b'(\mu_b^*)$, alors $\mu_b^* < \mu_a^*$ (car $C_a'(\mu) < C_b'(\mu)$), de sorte que $R_i(\mu_a^*) > R_i(\mu_b^*)$. De plus, $R_b'[\mu - (\mu_a^* - \mu_b^*)] = R_a'(\mu)$. Puisque $R_i'(\mu) = V$ lorsque $\mu = \mu_i^*$, et que $R_i'(\mu) < V$ pour $\mu \neq \mu_i^*$, et étant donné que $R_i(\mu)$ est une fonction croissante, alors les deux courbes déterminées par $R_a$ et $R_b$ ne se couperont jamais. La courbe de $R_b(\mu)$ se trouve en dessous de la courbe $R_a(\mu)$, de sorte qu'indépendamment des fonctions de coût, il est toujours préférable de joindre l'équipe $a$ plutôt que $b$. Il en résulte que les joueurs ne se regrouperont pas selon leur type.

**c-1-2- Les tournois mixtes ne sont pas efficients :** Supposons que les proportions d'employés de type $a$ et $b$ sont respectivement de $\alpha$ et $(1-\alpha)$. Si le jumelage entre les $a$ et les $b$ est aléatoire, alors l'utilité espérée du joueur de type $i$ sera

$\overline{W}_2 + \left[\alpha P_a^i + (1-\alpha) P_b^i\right]\left(\overline{W}_1 - \overline{W}_2\right) - C_i(\mu_i)$,

là où $(\overline{W}_1, \overline{W}_2)$ est le prix monétaire dans un tournoi mixte et $P_j^i$ est la probabilité qu'un joueur de type $i$ gagne contre un joueur de type $j$. La condition de premier ordre relative à l'investissement du joueur de type $i$ est

$\left[\alpha\frac{\partial P_a^i}{\partial \mu_i} + (1-\alpha)\frac{\partial P_b^i}{\partial \mu_i}\right]\left(\overline{W}_1 - \overline{W}_2\right) = C_i'(\overline{\mu}_i)$.

Un développement similaire à ce qui a été fait pour la neutralité au risque implique les fonctions de réaction suivantes à l'équilibre

$[\alpha g(0) + (1-\alpha)\, g(\overline{\mu}_a - \overline{\mu}_b)]\,(W_1 - W_2) = C_a'(\overline{\mu}_a)$

pour les joueurs de type $a$ et

$[\alpha g(\overline{\mu}_b - \overline{\mu}_a) + (1-\alpha) g(0)]\,(W_1 - W_2) = C_b'(\overline{\mu}_b)$

pour les joueurs de type $b$. Si la solution est efficiente, alors $C_a'(\mu_a) = V = C_b'(\mu_b)$, ce qui implique que

$$\alpha g(0) + (1-\alpha) g(\overline{\mu}_a - \overline{\mu}_b) = \alpha g(\overline{\mu}_b - \overline{\mu}_a) + (1-\alpha) g(0).$$

Sachant que $g$ est symétrique, la condition ci-dessus ne tient que lorsque $\alpha = 1/2$. C'est pourquoi, excepté pour ce cas particulier, les tournois mélangeants induisent des stratégies d'investissement non efficientes : un type de joueurs va opter pour du surinvestissement alors que l'autre choisit de sous-investir. Les joueurs les moins capables ont une utilité supérieure en joignant le tournoi prévu pour ceux du type élevé.

Il est donc nécessaire dans un tournoi de recourir à d'autres signaux pour différencier les employés et les faire participer au concours adéquat. La sélection peut se faire sur la base de la performance passée et certains peuvent même se voir interdire de participation. Rosen (1986) propose des tournois à élimination progressive comme solution à l'hétérogénéité des agents. Ce type de mécanisme, en éliminant graduellement les moins performants, accroît l'homogénéité au sein du groupe. En pratique, on observe que les participants à des tournois sportifs de haut niveau sont répartis de manière à éviter que les meilleurs ne se confrontent de façon prématurée et donc pour permettre l'élimination des moins performants.

Yun (1997) étudie l'efficience des contrats de classement par rang dans une classe plus générale que celle étudiée par Lazear et Rosen (1981). Là où ces derniers montrent que les tournois ne peuvent atteindre l'efficience de premier rang dans un contexte de double asymétrie d'information (sélection adverse et risque moral), Yun (1997) prouve qu'on peut atteindre l'efficience dans la classe des contrats de classement par rang dits simples[7]. L'étude de Yun (1997) ne contredit pas celle de Lazear et Rosen (1981) mais cherche plutôt les niveaux critiques produisant l'efficience. Il étudie la façon dont la performance du type de contrat étudié varie avec les paramètres du contrat (les deux niveaux de salaire et le nombre d'agents qui reçoivent le salaire le moins élevé). Il démontre ($i$) que le contrat de premier rang de chaque type d'agents doit pénaliser moins qu'une fraction critique de participants (c'est-à-dire leur payer le salaire le moins élevé), là où cette fraction ne dépasse jamais la demie

[7] Dans ce type de contrats, l'agent reçoit un de deux salaires possibles dépendamment du classement de sa performance.

et $(ii)$ que la fraction d'agents à pénaliser est plus faible et que la pénalité correspondante est plus grande pour des concours d'agents de type élevé. L'intuition est qu'à mesure que le contrat des agents de type élevé pénalise une fraction de plus en plus faible d'individus de plus en plus sévèrement, un agent de type faible qui entrerait dans le concours ferait face à des pénalités de plus en plus sévères (puisqu'il choisirait des niveaux d'output plus faibles que les autres). Ceci fait qu'à un certain point on obtient une auto-sélection parmi les différents types d'agents. Ceci n'implique aucune distorsion des incitations des agents de type élevé car la pénalité espérée à chaque niveau d'effort est maintenue suffisament élevée pour maintenir leurs incitations au niveau d'effort optimal.

**c-2- Handicap :** En l'absence de sélection adverse, l'entreprise peut mettre au point un système de handicap qui permet d'atteindre un équilibre mélangeant efficient. Lazear et Rosen (1981) considèrent à nouveau deux types de joueurs $a$ et $b$. Soient $\mu_a^*$ et $\mu_b^*$ les niveaux d'investissement optimaux du point de vue de la société, $\Delta\mu$, leur différence et $\widetilde{W}_1$et $\widetilde{W}_2$ les prix octroyés dans un tournoi mélangeant. Soit $h$ le handicap accordé au joueur de type $b$, joueur le moins qualifié. La solution de Nash dans un tournoi entre $a$ et $b$ satisfait

$$g\left(\mu_a - \mu_b - h\right) \Delta\widetilde{W} = C_a'\left(\mu_a\right)$$

et par symétrie de $g\left(\xi\right)$,

$$g\left(\mu_a - \mu_b - h\right) \Delta\widetilde{W} = C_b'\left(\mu_b\right). \tag{27}$$

Étant donné que le critère d'efficience est toujours $C_a'\left(\mu_a\right) = V = C_b'\left(\mu_b\right)$, indépendamment du type de jumelage ($a - a$, $b - b$ ou $a - b$), l'écart optimal entre les prix dans un tournoi mélangeant est

$$\Delta\widetilde{W} = \frac{V}{g\left(\Delta\mu - h\right)}. \tag{28}$$

Le différentiel de prix est plus large dans des tournois mélangeants que dans les autres tournois à moins que $a$ ne verse à $b$ le montant total $h = \mu_a^* - \mu_b^*$. Autrement, le différentiel est une fonction décroissante de $h$. Les prix $\widetilde{W}_1$et $\widetilde{W}_2$ doivent également respecter la contrainte d'absence de profits $\widetilde{W}_1 + \widetilde{W}_2 = V(\mu_a^* + \mu_b^*)$ indépendamment de $h$ car le différentiel de prix s'ajuste toujours pour induire les niveaux d'investissement optimaux.

Un joueur de type $a$ peut choisir de jouer contre un autre joueur $a$ ou contre un joueur de type $b$ avec handicap $h$. Le gain qu'il retire de la deuxième possibilité est égal à la différence entre les prix espérés :

$$\begin{aligned}
\gamma_a\left(h\right) &= \overline{P}\widetilde{W}_1 + \left(1 - \overline{P}\right)\widetilde{W}_2 - C_a\left(\mu_a^*\right) - \left[\frac{W_1^a + W_2^a}{2} - C_a\left(\mu_a^*\right)\right] \\
&= \overline{P}\widetilde{W}_1 + \left(1 - \overline{P}\right)\widetilde{W}_2 - \frac{W_1^a + W_2^a}{2}
\end{aligned} \tag{29}$$

où $\gamma_a\left(h\right)$ est le gain de $a$ et $\overline{P} = G\left(\Delta\mu - h\right)$ est la probabilité que $a$ gagne le tournoi mélangeant. L'expression correspondante pour $b$ sera:

$$\gamma_b\left(h\right) = \left(1 - \overline{P}\right)\widetilde{W}_1 + \overline{P}\widetilde{W}_2 - \frac{W_1^b + W_2^b}{2}. \tag{30}$$

La contrainte d'absence de profits impose que $\gamma_a\left(h\right) + \gamma_b\left(h\right) = 0$ pour tout $h$. Le gain pour $a$ de participer à un tournoi mixte est complètement compensé par la perte subie par $b$.

Si $C_a\left(\mu\right)$ n'est pas très différent de $C_b\left(\mu\right)$, alors $\Delta\mu = \mu_a^* - \mu_b^*$ est petit et on peut faire l'approximation suivante:

$$\overline{P} = \frac{1}{2} + \left[g\left(\Delta\mu - h\right)\right]\left(\Delta\mu - h\right). \tag{31}$$

Les équations (29) et (31) permettent de réduire la contrainte d'absence de profits à

$$\gamma_a(h) = V\left(\frac{\Delta\mu}{2} - h\right), \tag{32}$$

de sorte que le gain pour $a$ est décroissant en $h$. Par analogie, le gain pour $b$ est croissant en $h$. C'est pourquoi $h^* = \frac{\Delta\mu}{2}$ représente le handicap optimal, puisqu'il implique que $\gamma_a(h^*) = \gamma_b(h^*) = 0$. Lorsque le handicap est inférieur à $h^*$, $\gamma_a$ est positif et le joueur de type $a$ préfèrera participer à des tournois mélangeants plutôt qu'à des tournois homogènes, alors que le joueur de type $b$ préfèrera jouer avec des $b$. Le contraire est vrai si $h > h^*$.

En donnant un salaire supérieur aux individus de type $b$ pour compenser le fait qu'ils doivent jouer contre des joueurs plus qualifiés, on arrive à un résultat qui est compatible avec les mécanismes d'incitation efficients.

**d) Conclusion :** Les principaux résultats théoriques dérivés par Lazear et Rosen (1981) sont les suivants:

- Le différentiel de prix est le seul élément qui affecte l'effort des agents ; le niveau absolu du prix n'intervient pas dans leur décision relative à l'effort.
- Dans des tournois mélangeants, les joueurs ne se regroupent pas selon leur type et l'équilibre atteint n'est pas efficient.
- Les organisateurs de tournois vont tenter de handicaper les joueurs les plus performants ou réduire le mélange pour éviter les désincitations des tournois mélangeants.

Malcomson (1986) généralise les résultats de Lazear et Rosen (1981) et de Green et Stockey (1983) pour un continuum d'agents. Il prouve qu'un tournoi ayant le même nombre de prix que d'agents a exactement les mêmes effets incitatifs que les contrats à la pièce, même si l'output n'est pas vérifiable. Ce résultat ne dépend ni des caractéristiques de la fonction d'utilité des agents ni de leur aversion au risque et de la neutralité du principal au risque. En effet, ce type d'hypothèses est utile pour caractériser le contrat optimal, ce qui n'est pas nécessaire dans l'article de Malcomson (1986). L'auteur exploite le fait que la distribution ex post des signaux de performance est identique à la distribution de probabilité ex ante. Cela permet d'obtenir l'équivalence entre les deux types de contrats en assignant la rémunération qui serait obtenue dans le cas à la pièce, pour un signal de performance donné, au point approprié de la distribution de probabilité. Cela fait que l'agent obtiendra la même compensation, à signal égal, que celle qu'il obtiendrait avec un contrat à la pièce. Sans cette hypothèse sur la distribution, un tournoi ne pourrait être équivalent (même approximativement) à un contrat à la pièce.

### 1.2.3 Pratique

Les études empiriques qui peuvent être utilisées pour supporter la théorie des tournois sont peu nombreuses. Les premières études n'ont pas testé la théorie en tant que telle mais ont plutôt cherché à montrer que les rémunérations étaient basées sur la performance de la firme comparée à celle des autres entreprises du secteur (Kunkel et Magee, 1984; Antle et Smith, 1986.) Ces études prouvent que les firmes rémunèrent implicitement leurs gestionnaires sur la base de la performance relative. Gibbons et Murphy (1990) confirment que la rémunération des cadres supérieurs, de même que la probabilité qu'ils gardent le poste qu'ils occupent, sont reliées à la performance relative de la firme par rapport au secteur ou au marché financier. Ces études n'ont cependant pas apporté de preuves quant au recours aux tournois pour rémunérer les cadres.

**a) Expérimentations :** Plusieurs études ont testé la théorie des tournois dans un contexte expérimental. Bull, Schotter et Weigelt (1987) mènent dix expériences avec 225 collégiens rémunérés et se demandent si les sujets fournissent les niveaux d'effort prévus par la théorie. Ils trouvent que l'équilibre de Nash prédit par la théorie des tournois est très rapidement atteint et que la théorie prédit correctement le comportement moyen à travers des tournois identiques. Ce qui n'est pas le cas au sein d'un même tournoi. Autrement dit, on observe une grande variance entre tournois identiques et cette variance est beaucoup plus élevée que celle observée pour un schéma de rémunération à la pièce. Les auteurs attribuent cette variance au fait qu'un tournoi est un jeu, contrairement à la rémunération à la pièce, et qu'il nécessite donc un comportement stratégique plutôt qu'un simple comportement de maximisation. De plus, ils aboutissent au résultat que les participants les moins avantagés (ceux ayant des coûts élevés) fournissent un effort plus élevé que prévu et ne semblent donc pas découragés par l'asymétrie du tournoi.

De leur côté, Nalbatian et Schotter (1997) comparent entre eux différents schémas de rémunération de groupe : le partage de revenus (partenariat), le *forcing contract* (un niveau de performance fixé de manière exogène doit être atteint), le partage de profits (forcing contract avec en guise de pénalité un salaire nul), le partage de gains (le niveau de performance à atteindre est fixé de manière endogène en se basant sur les performances passées des employés) et les tournois. Ils ont effectué 9 expériences en recourant à 408 volontaires rémunérés. Ils divisent la firme en plusieurs groupes et amènent ces derniers à se concurrencer pour gagner un prix. Cependant c'est un jeu essentiellement non-coopératif, où chaque membre d'une équipe choisit son niveau d'effort isolément et en ignorant le choix de ses coéquipiers. Le niveau d'effort de chacun demeure une information privée et seuls les revenus des équipes sont divulgués au fur et à mesure des rounds.

Ils obtiennent le résultat suivant : les schémas recourants à un tournoi entraînent des outputs moyens beaucoup plus élevés que tous les autres mécanismes (200 contre 135 pour le plus élevé des autres) et une variance plus faible que la plupart des autres (seuls les schémas de partage de profit et de partage de revenu ont des variances d'output plus faibles, à savoir

38.75 et 44.75 contre 63.25).

| | *Moyenne* | *Variance* |
|---|---|---|
| Partage de revenus | 120 | 44.75 |
| Forcing contract | 100 | 100 |
| Partage de profits | 100 | 38.75 |
| Partage de gains | 135 | 77.5 |
| Tournois | 200 | 63.25 |

**b) Études empiriques :** Les études empiriques semblent confirmer les principales conclusions de la théorie. Elles ne sont pas nombreuses cependant, à cause de la difficulté de mesurer l'effort individuel et les incitations fournies.

Main, O'Reilly et Wade (1993) testent la théorie des tournois en étudiant la relation existant entre le salaire d'un *Chief Executive Officer* (CEO) et celui d'un vice-président. Leurs données portent sur plus de 200 entreprises et 2000 cadres par an, sur une période de 5 ans. Leurs résultats confirment l'existence d'une structure de tournoi dans la rémunération des cadres. En effet, ils trouvent que le ratio entre les salaires de deux niveaux hiérarchiques consécutifs (le CEO étant le niveau 1) augmente à mesure que l'on grimpe dans la hiérarchie. Par exemple en 1980, les cadres qui sont passés du niveau 4 à 3 ont connu une augmentation de salaire de 44% alors que ceux passant de 3 à 2 ont vu leur salaire augmenter de 75%. Enfin, un CEO gagne 141% de plus que son vice-président. Ceci rejoint Rosen (1986) qui démontre qu'il est fondamental que les prix associés aux échelons supérieurs soient plus importants, afin que les concurrents continuent à être motivés indépendamment de leurs performances antérieures et éviter qu' "ils (ne) dorment sur leurs lauriers".

Knoeber (1989) a pour sa part étudié la rémunération des éleveurs de poulets. Ces derniers sont rémunérés à la livre, ce qui représente un schéma de rémunération à la pièce. Cependant, la valeur du montant payé par livre varie à travers les éleveurs et est déterminée par leur performance relative. Cette performance est mesurée par les coûts de production par livre de poulet : plus les coûts sont faibles et meilleure sera la performance de l'éleveur. Les contrats les plus courants rémunèrent un éleveur sur la base de sa performance par rapport aux autres, ce qui donne un contrat linéaire en la performance relative (la performance de chaque producteur est comparée à la moyenne des performances des autres). Toutefois, il existe certains contrats qui ne s'intéressent qu'au rang dans le classement des performances. On fait donc face à des tournois. Dans les deux cas, le recours à la performance relative permet d'éliminer les différents éléments aléatoires communs (notamment les conditions météorologiques) affectant le taux de survie des poulets. Un second article vient conforter le recours aux tournois entre éleveurs de poulets. En effet, dans Knoeber et Thurman (1994), trois des prédictions de la théorie des tournois sont testées et vérifiées: (1) lorsque le différentiel de prix n'est pas affecté, les variations du niveau des prix n'influent pas sur la performance, (2) dans des tournois mixtes, les joueurs de type élevé vont opter pour les stratégies les moins risquées, et (3) les organisateurs de tournois vont tenter de handicaper les joueurs les plus performants ou de réduire le mélange. Les auteurs ont recours à des données relatives à la performance de 75 producteurs de poulets qui font face à un tournoi et à une structure de rémunération linéaire en la performance relative.

Par ailleurs, Ehrenberg et Bognanno (1990a) recourent à des données de la *Professional Golf Association* (PGA) pour déterminer si le prix et la structure de récompense affectent les résultats dans des tournois de golf. Le choix des données (39 tournois masculins de la PGA disputés en 1984 aux États-Unis) est motivé par le fait que l'information relative à la structure incitative (la distribution du prix) et les mesures de l'output du joueur (le score des joueurs) existe. De plus, les données permettant de contrôler pour les facteurs[8] autres que la structure des incitations et qui pourraient influer sur l'output sont disponibles.

La structure des prix par rang est plus ou moins identique entre les tournois, c'est-à-dire que celui qui se classe $n^{ème}$ reçoit à peu près le même pourcentage du prix monétaire

[8]Ces facteurs incluent la qualité du joueur, celle de ses concurrents, la difficulté du parcours et les conditions météorologiques.

total, indépendamment de la valeur de ce dernier (par exemple, celui qui est classé premier reçoit 18% du prix total et celui qui est 23ème au classement en reçoit 1%). La valeur du prix par contre peut varier énormément (entre 200 000 et 800 000$). Cela suggère de tester si le niveau du prix influe sur les scores (un prix plus élevé entraînant un score plus faible, donc meilleur), étant donné que la valeur du différentiel ne dépend que du niveau absolu du prix. Les auteurs trouvent que le niveau du prix, et donc le différentiel, influent sur la performance des joueurs ainsi que sur la qualité des participants (les prix les plus élevés attirant les meilleurs). Ce résultat est soutenu par Ehrenberg et Boganno (1990b) qui reprennent la même étude avec des données portant sur 23 tournois de golf qui se sont déroulés en 1987 et faisant partie de la *European Men's PGA*.

Enfin, Brown, Harlow et Starks (1996) suggèrent l'idée suivante : le fait de considérer le marché des fonds mutuels comme un tournoi permet une meilleure compréhension des mécanismes de décision des gestionnaires de portefeuille. En effet, il a été montré que les performances passées des fonds mutuels constituent un facteur clef pour les investisseurs dans le choix des fonds à acquérir, de sorte que les fonds qui obtenaient les rendements les plus élevés étaient ceux qui attiraient le plus de nouveaux investissements. Les auteurs testent l'hypothèse que les gestionnaires, dont la rémunération dépend de la quantité de fonds dont ils ont la responsabilité, modifieraient leur comportement à mesure que leur performance relative par rapport aux autres devient connue. L'idée sous-jacente est que les fonds qui ont la plus grande probabilité d'être classés "perdants" à la fin du tournoi sont ceux qui verront leurs niveaux de risque augmenter par rapport au niveau de risque pris par les "gagnants" probables. En effet, les gestionnaires qui ont connu les performances les moins satisfaisantes ne peuvent que bénéficier d'une tentative d'amélioration de leur position au classement. Ce besoin d'amélioration induit une augmentation du niveau de risque du fonds mutuel au cours de la période qui reste à courir. Par contre, les gestionnaires ayant réalisé les meilleures performances voudront garder leur position en tête du classement. Pour ce faire, ils ne seront pas enclins à prendre de risques afin de garder leurs acquis. Cependant, anticipant la stratégie pour laquelle les gestionnaires classés "perdants" vont opter, il est probable qu'ils soient amenés à augmenter les risques pris dans une certaine mesure, sans toutefois qu'il soit nécessaire de l'augmenter dans la même proportion que les "perdants".

Les résultats des tests, pour la période 1980-1991, se sont avérés concluants pour les 330 fonds mutuels orientés vers la croissance que les auteurs ont étudié.

### 1.2.4 Critique

**Avantages :** L'information nécessaire lors d'un tournoi est de type ordinal. Ce type d'information est disponible plus rapidement et à un coût moindre que l'information absolue consistant en la différence entre la performance observée et un standard préalablement fixé. Nous avons vu que la notion de comparaison est à la base même du concept d'étalonnage concurrentiel.

Par ailleurs, ce type de contrat est flexible et peut donc être utilisé dans des circonstances variées. Idéalement, il y aurait une structure d'incitation pour chaque ensemble de variables environementales, ce qui entraînerait toutefois un coût prohibitif. Par contre, bien qu'il soit difficile de mettre au point un système de notation pour un test dont le degré de difficulté est inconnu, noter les étudiants en pourcentage permet au même système d'être utilisé dans différents cours, différentes classes et pour des groupes d'habiletés différentes. De même, considérons l'effet d'une innovation technologique intervenant dans un environnement de travail où la compensation repose sur la performance relative. Produire plus que ses rivaux devient plus facile, ce qui aboutit à un nouvel équilibre où chacun travaille plus pour les mêmes salaires. Ceci réduit automatiquement la rémunération par unité d'output (Nalebuff et Stiglitz, 1983).

De plus, la performance relative permet une meilleure inférence quant à l'effort fourni. En effet, l'observation des productions des différents agents permet de réduire l'incertitude sur le bruit commun; seuls l'effort de l'agent et un bruit qui lui sera propre affecteront alors la production. Lorsque les agents sont très nombreux à effectuer la même tâche, Green et Stockey (1983) montrent que le rang d'un employé à l'issue d'un tournoi constitue une statistique quasi-exhaustive de la production de tous les employés. Holmstrom (1982) et Nalebuff et Stiglitz (1983) trouvent que si le nombre de concurrents augmente et si les chocs affectant les coûts des firmes sont corrélés, alors on obtient de l'information additionnelle qui peut permettre au principal d'accroître ses revenus[9].

Enfin, la rémunération totale payée par le principal à tous les agents ne dépend pas de l'état de la Nature qui intervient, de sorte que même si le principal a accès uniquement à une mesure de performance imparfaite et invérifiable pour classer les agents, il n'aura aucune incitation à falsifier le classement. Le principal préférera payer le prix à celui qui est vraiment bon plutôt que de tricher et de faire qu'un moins bon soit premier et reçoive le prix (Malcomson, 1994).

**Inconvénients :** Les tournois sont inefficaces dans l'un des cas suivants :

- S'il y a possibilité de collusion :

Les revenus des travailleurs sont les mêmes s'ils se mettent d'accord pour travailler peu, tout en économisant sur le coût de l'effort, en particulier s'il y a moyen de s'entendre pour

[9] Toutefois l'effet sur le gestionnaire est ambigü : selon la distribution de probabilités, il se peut que le coût de choisir un faible niveau d'effort soit réduit plus sensiblement que pour un niveau élevé, de sorte que le gestionnaire soit incité à moins travailler. Hart (1983) développe un modèle de sélection adverse dans lequel un choc commun est transmis à travers les prix de marché, et le salaire de chaque gestionnaire dépend uniquement des profits de sa firme. Dans ce contexte, la concurrence réduit les comportements stratégiques des gestionnaires. Toutefois, ce résultat dépend fortement de la fonction d'utilité du gestionnaire qui est supposé être infiniment averse au risque. Scharfstein (1988) montre que le résultat de Hart (1983) peut être inversé quand le gestionnaire a une utilité marginale de revenu strictement positive, auquel cas la concurrence augmenterait les comportements stratégiques des gestionnaires. De son côté, Hermalin (1992) confirme avec un modèle de risque moral que l'aspect informationnel de la concurrence sur les incitations aux gestionnaires peut être ambigü.

partager le prix entre eux. Nous avons vu qu'en cas d'hétérogénéité des agents, les moins bons influenceront les autres qui ne seront plus incités à fournir l'effort relatif à leur type. Le risque de collusion augmente à mesure que la taille du groupe diminue et que le temps passe. C'est la principale limite de l'étalonnage concurrentiel interne, c'est-à-dire la comparaison des opérations internes entre différents services ou unités. Une solution serait de recourir à des tournois où en plus du rang de la personne, un autre critère serait pris en compte, à savoir une valeur cardinale de la performance.

- S'il y a possibilité de sabotage :

Le sabotage peut être un moyen efficace pour le travailleur d'arriver en tête du tournoi. En général, la coopération est doublement coûteuse : elle améliore la performance d'un collègue qui est un concurrent potentiel, et détériore la position relative de la personne qui coopère. Rosen (1989) traite des interactions politiques entre employés et de l'efficience de la compression des salaires dans une organisation. Il semble en effet qu'un traitement salarial homogène soit une tentative de préservation d'une certaine unité au sein de l'environnement de travail et de favoriser la coopération entre les employés. L'auteur montre que l'égalité salariale est efficiente et permet de supprimer les comportements de non coopération. Les principaux résultats de son article sont les suivants: (1) le salaire est plus équitable lorsque les employés ont la possibilité d'affecter l'output de leurs collègues et (2) toutes choses étant égales par ailleurs, un comportement de "prédateur" réduit toujours l'output et les effets d'incitation ne suffisent pas à compenser pour la perte d'output due à ce comportement anti-coopératif.

Un problème supplémentaire du recours aux tournois découle du fait que le modèle est statique : l'aspect dynamique du tournoi n'est pas pris en compte. En effet, Leeds (1988) montre que les résultats soutenus par la littérature concernant les effets incitatifs des tournois dépendent du fait que les modèles proposés sont à une période, ce qui ignore ce qui se passe après les tournois. Il démontre le besoin de tournois répétitifs pour maintenir les niveaux optimums d'effort, faute de quoi il faudrait chercher à motiver les perdants. Il est vrai que si l'organisation a recours à la supervision après le premier tournoi, elle éliminera les raisons pour lesquelles elle a décidé de recourir aux tournois, à savoir la minimisation des coûts de supervision. Les tournois répétitifs s'inscrivent dans la logique qui sous-tend l'étalonnage concurrentiel, à savoir le fait que cela devrait être un processus continu, faute de quoi son utilité serait temporaire et minime.

Enfin, Holmstrom (1982) a critiqué Lazear et Rosen (1981) en arguant que le classement par rang n'est pas une statistique suffisante de l'output individuel, excepté dans certaines circonstances particulières. Cela implique un usage inefficient de l'information disponible. Il montre par contre que des mesures agrégées, telles que la moyenne pondérée des outputs des collègues, peuvent souvent fournir une information suffisante lorsque les agents font face à un bruit commun, de sorte que les schémas comparant les agents sur la base de ces mesures agrégées sont efficients (théorème 8 de Holmstrom (1982)). Nalebuff et Sitglitz (1983) suggèrent des tournois où on introduirait un écart minimum nécessaire entre les performances et démontrent que de cette façon, les résultats des tournois sont améliorés.

Nous avons vu que les tournois, contrats basés sur la performance relative, sont efficients lorsque des agents neutres au risque font face à des chocs communs. Dans ce cas, ce type de contrats est préféré aux contrats à la pièce car les coûts d'information pour le principal sont moindres. Dans la deuxième partie de ce mémoire, nous proposerons un modèle de contrat de rémunération basé sur la performance relative. Nous comparerons ensuite ce contrat à un modèle d'intégration verticale.

# 2 Application de l'étalonnage concurrentiel aux contrats de rémunération

### Motivation

La principale motivation de cette deuxième partie est d'identifier dans quelles circonstances la performance relative est préférée à l'intégration verticale. Nous allons analyser un modèle à double asymétrie d'information avec un principal et un agent neutres au risque. Le principal, un investisseur, voudrait que l'agent, un gestionnaire, fournisse suffisament d'effort et, ayant acquis de l'information privée sur les projets dont il a la supervision, qu'il prenne les décisions d'investissement appropriées, conditionnellement aux signaux perçus. Nous voulons déterminer quand est-ce qu'un gestionnaire responsable de deux projets sera préféré à deux gestionnaires responsables chacun d'un projet.

L'article d'Aron (1988) est celui qui se rapproche le plus de notre étude. L'auteur analyse les incitations qui poussent les firmes à diversifier leur activité, dans un contexte de risque moral et avec un gestionnaire averse au risque. Elle montre que la diversification permet au principal d'inférer plus précisement sur l'effort du gestionnaire. Elle compare ensuite la diversification avec des contrats basés sur la performance relative. Elle montre que bien que les évaluations relatives permettent de réduire les coûts d'agence, elles ne représentent pas des substituts parfaits à la diversification. L'une ou l'autre des deux méthodes domine selon les caractéristiques des signaux qu'on peut observer sur l'effort du gestionnaire. En effet, l'auteur montre que la performance relative est supérieure lorsque les chocs exogènes affectant les deux firmes sont corrélés. Et inversement, la diversification est préférable lorsque les chocs sont relativement non corrélés.

Nier (1997) introduit de la sélection adverse ainsi que la neutralité au risque du gestionnaire. Il étudie le cas où les projets sont technologiquement indépendants afin de déterminer les avantages de la diversification indépendamment des économies d'échelle. Il montre que lorsque le gestionnaire est responsable de N projets indépendants et que sa rémunération dépend des rendements obtenus sur tous les projets, le principal peut réduire les rentes informationnelles. C'est ce qui justifierait la diversification observée au niveau des firmes.

Nous nous proposons de généraliser l'étude de Nier (1997), dans le cas de deux projets, en introduisant un facteur de corrélation entre les projets étudiés. Lorsque ce facteur prend la valeur zéro, nous retrouvons le cas étudié par l'auteur. Ensuite, nous comparerons le contrat de rémunération obtenu avec un contrat basé sur la performance relative. Cela nous permet de classer les deux schémas dépendamment de l'intervalle sur lequel se trouve le facteur de corrélation.

Dans une première section, nous présentons le modèle de Nier (1997) et introduisons un facteur de corrélation entre les projets. Dans une deuxième section nous présenterons un contrat basé sur la performance relative, puis dans une troisième, nous comparerons les deux modèles et en tirerons les conclusions qui s'imposent. Une conclusion résumera les pricipaux résultats trouvés.

## 2.1 L'intégration verticale

Dans ce qui suit, nous commencerons par présenter le modèle développé par Nier (1997). Ensuite nous le gééraliserons dans la mesure où nous introduirons un facteur de corrélation entre les projets, là où l'auteur ne considérait que des projets totalement indépendants. Enfin, nous distinguerons deux stratégies optimales pour le principal, selon le degré de corrélation entre les projets.

### 2.1.1 Le modèle de Nier (1997)

Soit un gestionnaire qui est responsable de deux projets indivisibles, chaque projet nécessitant un investissement $I$. Soit un investisseur ou actionnaire qui est doté de fonds suffisants pour financer les projets. La richesse initiale du gestionnaire est normalisée à zéro. Le gestionnaire et l'investisseur sont neutres au risque. Le premier est cependant protégé par une responsabilité limitée : son salaire ne peut être négatif.

Nous supposons que la distribution ex ante des rendements des projets est connue de tous. Les rendements sont distribués identiquement et indépendamment entre les projets. Pour chaque projet, le gestionnaire peut choisir de fournir un effort pour s'informer sur sa rentabilité. Cette information demeure privée, de sorte qu'on obtient un contexte de sélection adverse. Par ailleurs, comme le niveau d'effort du gestionnaire n'est pas observable par l'investisseur, on a également un problème de risque moral. Toutefois, le rendement réalisé du projet étant observable et vérifiable, l'investisseur peut parfaitement inférer sur la décision d'investissement prise par le gestionnaire.

La chronologie du modèle est la suivante :

L'investisseur propose un contrat au gestionnaire qui peut l'accepter ou le refuser[10] . S'il refuse, le jeu prend fin. S'il accepte, l'investisseur lui remet $2I$. Ensuite, le gestionnaire choisit un vecteur de niveaux d'effort $e = (e_1, e_2)$, où il est supposé que pour chaque projet, le niveau d'effort ne peut prendre que deux valeurs, $e_p \in \{0, 1\}$ : soit le gestionnaire s'informe sur le projet auquel cas $e = 1$, soit il ne le fait pas et $e = 0$. Le coût de l'effort $C(e)$ est une fonction linéaire de $e$ et $C(e) = \sum ce_p$, où $c \in R$ est le coût par projet.

La probabilité qu'un projet soit prometteur est $P$. Il existe deux types de projets : le bon projet a une probabilité de succès $\overline{\pi}$ alors que le mauvais projet a une probabilité de succès de $\underline{\pi}$, là où $\overline{\pi} > \underline{\pi}$.

Le gestionnaire reçoit un signal $s(e) = (s_1, s_2)$. On suppose que $s_p = \pi_p$ si $e_p = 1$ et $s_p = 0$ si $e_p = 0$, c'est-à-dire qu'il reçoit un signal parfait s'il fournit l'effort de s'informer et qu'il ne reçoit aucune information si son effort est nul.

Après avoir observé le signal, le gestionnaire prend une décision d'investissement con-

[10] Conformément à la littérature, nous considérons que c'est le principal qui détient les pouvoirs de négociation. Hermalin (1992) avait pour sa part considéré que c'est plutôt le gestionnaire qui fait une offre à prendre ou à laisser à l'investisseur. Il estime en effet que la poignée de gestionnaires qui dirigent la firme ont plus de pouvoirs que la multitude d'actionnaires. Nous nous tiendrons pour notre part au modèle classique.

cernant chaque projet, $d = (d_1, d_2)$. Les projets étant indivisibles, $d_p = \{0, 1\}$. La décision d'investir, $d_p = 1$, implique un déboursé de $I$ mais n'occasionne pas de coûts supplémentaires au gestionnaire. Notons que le choix de l'effort ne contraint pas la décision d'investir, de sorte qu'il est possible d'investir en aveugle.

Enfin, les rendements sont réalisés et observés par les deux parties, $z = (z_1, z_2)$. Nous supposons que $z_p \in \{0, R\}$ si $d_p = 1$ et $z_p = I$ si $d_p = 0$. Les rendements réalisés $z$ sont remis par le gestionnaire à l'investisseur qui en retour paiera le gestionnaire un salaire $w$ qui dépendra des rendements réalisés.

En ce qui concerne la rentabilité des projets, on suppose que $\overline{\pi}R > I$ mais que $\underline{\pi}R < I$, de sorte qu'il n'est rentable d'investir que si le projet est bon. On aimerait également que $P\overline{\pi}R + (1-P)I - c > max\{I, P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R\}$, pour qu'il soit efficient de s'informer sur tous les projets étant donné la décision d'investissement optimale résultant de l'information obtenue.

Nier (1997) a considéré que les projets sont totalement indépendants. En introduisant un facteur de corrélation $k$, nous nous proposons de généraliser son étude.

### 2.1.2 Généralisation de Nier(1997)

Considérons un facteur $k > 0$ qui mesurerait la corrélation entre deux projets. Dans ce cas, la matrice des probabilités conjointes de ces deux projets est la suivante:

| | $\pi_j = \overline{\pi}$ | $\pi_j = \underline{\pi}$ | |
|---|---|---|---|
| $\pi_i = \overline{\pi}$ | $P^2 + k$ | $P(1-P) - k$ | $[P]$ |
| $\pi_i = \underline{\pi}$ | $(1-P)P - k$ | $(1-P)^2 + k$ | $[1-P]$ |
| | $[P]$ | $[1-P]$ | |

Les probabilités marginales sont présentées entre crochets. On remarque que lorsque

$k = 0$, on retrouve le cas d'indépendance des projets traité par Nier(1997). À l'opposé, si $k = P(1-P)$, les deux projets sont parfaitement corrélés. Nous supposons que $0 \leq k \leq P(1-P)$. Nous allons tout d'abord caractériser la stratégie efficiente que l'investisseur voudrait implanter en situation d'information symétrique.

Lorsque les projets sont faiblement corrélés, l'investisseur incitera le gestionnaire à fournir l'effort d'investigation sur les deux projets, puis à investir lorsque le signal indique un projet prometteur: c'est la stratégie $d^*$. Par contre, pour des projets suffisament corrélés, il préfèrera que le gestionnaire fournisse l'effort sur un seul projet puis qu'il prenne une décision conjointe sur les deux projets (c'est-à-dire investir dans les deux si le signal observé est $\overline{\pi}$ et n'investir dans aucun dans le cas contraire). En effet, il doit compenser le gestionnaire pour les coûts d'effort encourus, de sorte qu'il préfère que ces derniers soient minimisés dans la mesure du possible. Nous désignerons cette stratégie par $\widetilde{d}$. Nous déterminerons dans ce qui suit la valeur du $k$ critique à partir de laquelle $\widetilde{d}$ devient optimal.

**La valeur du k critique** Pour déterminer la valeur du coefficient de corrélation qui rend l'investisseur indifférent entre $d^*$ et $\widetilde{d}$, nous nous proposons d'égaliser les rendements espérés dans les deux cas. Rappelons que les hypothèses sont les suivantes:

(1) $\overline{\pi}R > I$

(2) $\underline{\pi}R < I$

(3) $P\overline{\pi}R + (1-P)I - c > \max\{I,\ P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R\}$.

Supposons que l'agent étudie un seul projet : le signal obtenu est soit $\overline{\pi}$ soit $\underline{\pi}$ et le gestionnaire n'a aucune information sur le second projet. Le recours aux probabilités conditionnelles au premier signal lui permettra de prendre une décision d'investissement pour le projet non investigué.

**a) Le signal est positif:** $\pi_i = \overline{\pi}$

La probabilité que le second projet soit bon, étant donné qu'on a observé $\overline{\pi}$, est la suivante:

$\text{prob}[\pi_j = \overline{\pi}/\pi_i = \overline{\pi}] = \frac{P^2+k}{P}$.

De même, la probabilité que le second projet soit mauvais conditionnellement au signal $\overline{\pi}$ s'écrit ainsi:

$\text{prob}[\pi_j = \underline{\pi}/\pi_i = \overline{\pi}] = \frac{P(1-P)-k}{P}$.

Il en découle que le fait d'investir dans le projet non étudié, étant donné qu'on a observé $\overline{\pi}$, permet d'obtenir le rendement suivant:

$\frac{P^2+k}{P}\ \overline{\pi}R + \frac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}R.$

**Remarque:**

Lorsque $k = 0$, le rendement devient $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R$. Or $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R < P\overline{\pi}R + (1-P)I - c$ d'après l'hypothèse (3), de sorte qu'il est préférable de s'informer sur le projet.

Lorsque $k = P(1-P)$, le rendement devient $\overline{\pi}R$. D'après la 1ère hypothèse, le projet non étudié est entrepris.

Pour $0 < k < P(1-P)$, deux cas se présentent:

1. $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R \geq I$

Dans ce cas, on a $\frac{P^2+k}{P}\ \overline{\pi}R + \frac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}R \geq I\ \forall\ k \geq 0$, de sorte que le projet non étudié est entrepris.

2. $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R < I$

Dans ce cas, il existe un $\widehat{k}$ tel que $\frac{P^2+k}{P}\ \overline{\pi}R + \frac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}R = I$.

$\widehat{k} = \frac{P[I-(P\overline{\pi}+(1-P)\underline{\pi})R]}{R[\overline{\pi}-\underline{\pi}]}$.

L'investisseur voudrait que le gestionnaire entreprenne le projet non étudié si $k \geq \widehat{k}$.

**b) Le signal est négatif:** $\pi_i = \underline{\pi}$

Les probabilités relatives au signal du second projet et conditionnelles au signal du premier sont les suivantes:

$\text{prob}[\pi_j = \overline{\pi}/\pi_i = \underline{\pi}] = \frac{P(1-P)-k}{1-P}$

et prob$[\pi_j = \underline{\pi}/\pi_i = \underline{\pi}] = \frac{(1-P)^2+k}{1-P}$.

Le fait d'investir dans le projet non étudié, étant donné le signal $\underline{\pi}$, procure le rendement suivant:

$\frac{P(1-P)-k}{1-P}\overline{\pi}R + \frac{(1-P)^2+k}{1-P}\underline{\pi}R.$

**Remarque:**

De nouveau, lorsque $k = 0$, le rendement s'écrit $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R$. D'après l'hypothèse (3), il est préférable d'investiguer le projet non étudié.

Lorsque $k = P(1-P)$, le rendement devient $\underline{\pi}R$, et le projet n'est pas entrepris (d'après l'hypothèse (2)).

Étudions les 2 cas de figure qui se présentent lorsque $0 < k < P(1-P)$.

1. $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R \geq I$

Il existe alors un $\overline{k}$ tel que $\frac{P(1-P)-k}{1-P}\overline{\pi}R + \frac{(1-P)^2+k}{1-P}\underline{\pi}R = I$.

$\overline{k} = \frac{(1-P)[(P\overline{\pi}+(1-P)\underline{\pi})R-I]}{R[\overline{\pi}-\underline{\pi}]}$

et le projet non étudié ne sera entrepris que si $k \leq \overline{k}$.

2. $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R < I$

Dans ce cas, $\frac{P(1-P)-k}{1-P}\overline{\pi}R + \frac{(1-P)^2+k}{1-P}\underline{\pi}R < I$ et le projet non étudié ne sera pas entrepris.

**Récapitulation:**

| | $\pi_i = \overline{\pi}$ | $\pi_i = \underline{\pi}$ |
|---|---|---|
| $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R \geq I$ | $(d_i, d_j) = (1,1)\forall k$ | $d_i = 0\ \forall k$; $d_j = 1$ si $k \leq \overline{k}$ |
| $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R < I$ | $d_i = 1\forall k$; $d_j = 1$ si $k \geq \widehat{k}$ | $(d_i, d_j) = (0,0)\forall k$ |

Rappelons que $d_p$ désigne la décision d'investissement relative au projet $p$ : $d_p = 1$ signifie que le gestionnaire décide d'investir alors que $d_p = 0$ signifie qu'il n'investit pas.

### c) La rentabilité de n'étudier qu'un seul projet

1. $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R \geq I$

- **Le signal du projet étudié est positif:** $\pi_i = \overline{\pi}$

Dans ce cas, le rendement espéré s'écrit:

$\overline{\pi}\left[\frac{P^2+k}{P}\overline{\pi}+\frac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}\right]2R+\overline{\pi}\left[\frac{P^2+k}{P}(1-\overline{\pi})+\frac{P(1-P)-k}{P}(1-\underline{\pi})\right]R$
$+(1-\overline{\pi})\left[\frac{P^2+k}{P}\overline{\pi}+\frac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}\right]R=\frac{R\left[(P^2+k)(\overline{\pi}-\underline{\pi})+P(\overline{\pi}+\underline{\pi})\right]}{P}.$

- **Le signal du projet étudié est négatif:** $\pi_i = \underline{\pi}$

Le gestionnaire n'entreprend pas le projet étudié et le projet non étudié n'est entrepris que si $k \leq \overline{k}$ : Lorsque $k > \overline{k}$, aucun projet n'est entrepris et lorsque $k \leq \overline{k}$, seul le projet non étudié est entrepris et le gestionnaire obtient le rendement suivant:

$I+R\left[\frac{P(1-P)-k}{1-P}\overline{\pi}+\frac{(1-P)^2+k}{1-P}\underline{\pi}\right].$

- **Le rendement espéré ex-ante:**

Pour $k > \overline{k}$, le rendement espéré ex-ante s'écrit ainsi:

$P\frac{R[k(\overline{\pi}-\underline{\pi})+P(1-P)\underline{\pi}+P(1+P)\overline{\pi}]}{P}+(1-P)2I-c=$

$R\left[\left[P^2+k\right](\overline{\pi}-\underline{\pi})+P(\overline{\pi}+\underline{\pi})\right]+(1-P)2I-c.$

Alors que dans le cas où $k \leq \overline{k}$, l'espérance de rendement s'écrit:

$P\frac{R[k(\overline{\pi}-\underline{\pi})+P(1-P)\underline{\pi}+P(1+P)\overline{\pi}]}{P}+(1-P)\left[I+R\left[\frac{P(1-P)-k}{1-P}\overline{\pi}+\frac{(1-P)^2+k}{1-P}\underline{\pi}\right]\right]-c=$

$(1-P)I+2P\overline{\pi}R+(1-P)\underline{\pi}R-c.$

2. $P\overline{\pi}R+(1-P)\underline{\pi}R<I$

- **Le signal du projet étudié est positif:** $\pi_i = \overline{\pi}$

Le gestionnaire entreprend le projet étudié et n'entreprend le 2ème que si $k \geq \widehat{k}$.

Lorsque $k < \widehat{k}$, seul le projet étudié est entrepris et le gestionnaire obtient $\overline{\pi}R + I$.

Alors que pour $k \geq \widehat{k}$, les deux projets seront entrepris et le rendement espéré des projets devient:

$P\frac{R[k(\overline{\pi}-\underline{\pi})+P(1-P)\underline{\pi}+P(1+P)\overline{\pi}]}{P}+(1-P)2I-c=$

$R\left[k(\overline{\pi}-\underline{\pi})+P(1-P)\underline{\pi}+P(1+P)\overline{\pi}\right]+(1-P)2I-c.$

- **Le signal du projet étudié est négatif:** $\pi_i = \underline{\pi}$

Aucun des 2 projets n'est entrepris et le rendement sera de $2I$.

- **Le rendement espéré ex-ante:**

Pour les valeurs de $k < \widehat{k}$, le rendement espéré est de $P\left[\overline{\pi}R + I\right] + (1-P)2I - c$.

Par contre, pour $k \geq \widehat{k}$, le rendement espéré est de $R\left[\left[P^2 + k\right](\overline{\pi} - \underline{\pi}) + P(\overline{\pi} + \underline{\pi})\right] + (1-P)2I - c$.

**Récapitulation des rendements espérés ex-ante:**

| | | |
|---|---|---|
| $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R \geq I$ | $k > \overline{k}$ | $R\left[\left[P^2 + k\right](\overline{\pi} - \underline{\pi}) + P(\overline{\pi} + \underline{\pi})\right] + (1-P)2I - c$ |
| | $k \leq \overline{k}$ | $(1-P)I + 2P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R - c$ |
| $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R < I$ | $k < \widehat{k}$ | $P\left[\overline{\pi}R + I\right] + (1-P)2I - c$ |
| | $k \geq \widehat{k}$ | $R\left[\left[P^2 + k\right](\overline{\pi} - \underline{\pi}) + P(\overline{\pi} + \underline{\pi})\right] + (1-P)2I - c$ |

**d) La rentabilité d'étudier les deux projets:**

Elle s'écrit $2\left[P\overline{\pi}R + (1-P)I - c\right]$.

**e) Comparaison des deux stratégies**

1. $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R \geq I$

Soit $E(d)$ l'espérance de gain de l'investisseur s'il adopte la stratégie $d$.

Pour $k \leq \overline{k}$ on a:

$E(d^*) - E(\widetilde{d}) =$

$2\left[P\overline{\pi}R + (1-P)I - c\right] - \left[(1-P)I + 2P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R - c\right] =$

$(1-P)\left[I - \underline{\pi}R\right] - c > 0$ (d'après l'hypothèse 3).

Au point $k = P(1-P)$ on a:

$E(\widetilde{d}/k = P(1-P)) =$

$R\left[P(1-P)(\overline{\pi} - \underline{\pi}) + P(1-P)\underline{\pi} + P(1+P)\overline{\pi}\right] + (1-P)\,2I - c =$

$2P\overline{\pi}R + 2(1-P)I - c > E(d^*/k = P(1-P))$.

Il existe donc au moins un $k$, tel que $\overline{k} < k < P(1-P)$, qui rend l'investisseur indifférent entre les deux stratégies. Désignons-le par $k_1^*$ :

$2(1-P)I + 2P\overline{\pi}R - 2c = R\left[k_1^*\left(\overline{\pi} - \underline{\pi}\right) + P(1-P)\underline{\pi} + P(1+P)\overline{\pi}\right] + 2(1-P)I - c,$

ce qui implique que $k_1^* = P(1-P) - \frac{c}{R(\overline{\pi}-\underline{\pi})}$.

2. $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R < I$

Pour $k < \widehat{k}$ on a:

$E(d^*) - E(\widetilde{d}) =$

$2\left[P\overline{\pi}R + (1-P)I - c\right] - \left[P\left[\overline{\pi}R + I\right] + (1-P)2I - c\right] =$

$P\left(\overline{\pi}R - I\right) - c > 0$ (d'après l'hypothèse 3).

Au point $k = P(1-P)$ on a:

$E(\widetilde{d}/k = P(1-P)) =$

$R\left[P(1-P)\left(\overline{\pi} - \underline{\pi}\right) + P(1-P)\underline{\pi} + P(1+P)\overline{\pi}\right] + 2(1-P)2I - c =$

$2RP\overline{\pi} + 2(1-P)2I - c > E(d^*/k = P(1-P)).$

Nous pouvons de nouveau conclure qu'il existe au moins un $k$ tel que $\widehat{k} < k < P(1-P)$ qui égalise les rendements des deux stratégies. Cette valeur est : $k_2^* = P(1-P) - \frac{c}{R(\overline{\pi}-\underline{\pi})}$.

- **Conclusion:**

Quelque soit $P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R$ supérieur, égal ou inférieur à $I$, la valeur de $k$ qui permet de rendre l'investisseur indifférent entre $d^*$ et $\widetilde{d}$ est $k^* = P(1-P) - \frac{c}{R(\overline{\pi}-\underline{\pi})}$. Pour des valeurs de $k > k^*$, le gestionnaire sera incité à suivre la stratégie $\widetilde{d}$, alors que pour $k < k^*$, l'investisseur voudra qu'il suive $d^*$. Dans ce qui suit, nous déterminerons les contraintes d'incitation adéquates sous lesquelles l'investisseur devra minimiser le salaire espéré à payer au gestionnaire, dans les deux cas de figure présentés ci-dessus et dans un contexte d'asymétrie d'information.

On considère que les salaires du gestionnaire sont symétriques de sorte qu'on a $w(z_i, R_j) = w(R_j, z_i) = w(z_i + R_j) = w(z_s)$ où $z_i$ représente le rendement obtenu sur le premier projet et $R_j$ celui obtenu sur le second. Cela limite le nombre de salaires à déterminer aux salaires suivants: $w(0), w(I), w(R), w(2R)$, $w(2I)$ et $w(I+R)$.

### 2.1.3 Cas de faible corrélation: $k < k^*$

Dans le cas de faible corrélation, la stratégie optimale est la stratégie $d^*$, c'est-à-dire investiguer les deux projets et n'investir que dans le projet dont le signal observé est positif. Le salaire éspéré du gestionnaire, lorsqu'il opte pour cette stratégie, s'écrit ainsi:

$$E_{d^*}(w(z_s)) = \left[P^2 + k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right] +$$

$$2\left[(1-P)P - k\right]\left[\overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + \left[(1-P)^2 + k\right]w(2I).$$

L'investisseur cherche à minimiser $E_{d^*}(w)$, tout en incitant le gestionnaire à opter pour la stratégie optimale $d^*$. Pour cela, il doit tenir compte des contraintes suivantes:

**a) La contrainte de participation du gerstionnaire, $CP$:**

La contrainte de participation du gestionnaire s'écrit ainsi:

$$E_{d^*}(w(z_s)) - 2c \geq 0.$$

Cette contrainte assure qu'ex-ante, le gestionnaire est récompensé pour le coût d'effort fourni s'il choisit la stratégie optimale.

**b) Les contraintes d'incitation sur les décisions, $CId$:**

Les contraintes d'incitation sur les décisions, conditionnelles aux signaux observés, sont données par $CId$. Étant donné que le gestionnaire a fourni un effort d'investigation sur les 2 projets, ces contraintes font qu'il est amené à opter pour la stratégie optimale quelle que soit la combinaison de signaux reçue $((\overline{\pi},\overline{\pi}),(\overline{\pi},\underline{\pi}),(\underline{\pi},\overline{\pi}),(\underline{\pi},\underline{\pi}))$. Dans ce qui suit, l'inégalité réfère à la première ligne.

$CI_d$ :

- $\mathbf{d}(\underline{\pi};\underline{\pi}) = (\mathbf{0};\mathbf{0})$ :

$w(2I)$

$(1) \geq \underline{\pi}w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)$

(2)$\geq \underline{\pi}^2 w(2R) + 2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\underline{\pi})^2 w(0)$.

Lorsque le gestionnaire reçoit 2 signaux négatifs, l'investisseur veut éviter qu'il n'investisse dans l'un des deux projets (1*ère* inégalité) ou dans les deux (2*ème* inégalité).

- $\mathbf{d}(\overline{\pi};\underline{\pi}) = (\mathbf{1};\mathbf{0})$ :

$\overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)$

(1)$\geq w(2I)$

(2)$\geq \underline{\pi}w(I+R) + (1-\underline{\pi})w(I)$

(3)$\geq \overline{\pi}\underline{\pi}w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)$.

Lorsque l'un des deux signaux est bon et que l'autre ne l'est pas, ces contraintes assurent que le gestionnaire investit dans le bon projet et n'investit pas dans l'autre plutôt que de n'investir dans aucun projet (1*ère* inégalité), d'investir dans le mauvais et s'abstenir d'investir dans le bon (2*ème* inégalité) ou d'investir dans les 2 (3*ème* inégalité). Il est trivial de noter que la contrainte pour les signaux $(\overline{\pi},\underline{\pi})$ est la même que pour $(\underline{\pi},\overline{\pi})$ de sorte que nous omettons la seconde.

Nous remarquons que la 2*ème* équation est vérifiée à travers la 1*ère* équation de $d(\underline{\pi};\underline{\pi}) = (0;0)$ et la 1*ère* équation de $d\left(\underline{\pi},\overline{\pi}\right)$.

- $\mathbf{d}(\overline{\pi};\overline{\pi}) = (\mathbf{1};\mathbf{1})$ :

$\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)$

(1)$\geq w(2I)$

(2)$\geq \overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)$.

C'est-à-dire que lorsque le gestionnaire obtient 2 signaux positifs, il est préférable qu'il investisse dans les deux projets plutôt que de ne pas investir du tout (1*ère* inégalité) ou d'investir dans un seul projet (2*ème* inégalité).

Notons que la 1*ère* équation est vérifiée à travers la 1*ère* équation de $d(\overline{\pi};\underline{\pi}) = (1;0)$ et la 2*ème* équation de $d(\overline{\pi};\overline{\pi})$.

**c) Les contraintes d'incitation sur l'effort,** $IC_e$ :

Les contraintes d'incitation sur l'effort assurent au gestionnaire que son salaire net de coûts d'effort, lorsqu'il opte pour la stratégie optimale, soit supérieur à tous les autres salaires qu'il obtiendrait avec des combinaisons d'effort différentes (fournir l'effort d'investigation sur le premier projet uniquement, $(1,0)$, ne fournir l'effort que sur le second, $(0,1)$, ou encore ne fournir l'effort sur aucun des deux projets, $(0,0)$).

- La contrainte suivante permet de décourager le gestionnaire d'opter pour la stratégie $e=(0,0)$, c'est-à-dire le décourager de ne fournir aucun effort.

$\mathbf{CIe(e \neq (0;0))}$ :

$E_{d^*}(w(z_s)) - 2c$

$(1) \geq w(2I)$

$(2) \geq P\left[\overline{\pi}w(I+R) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + (1-P)\left[\underline{\pi}w(I+R) + (1-\underline{\pi})w(I)\right]$

$(3) \geq \left[P^2 + k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+2\left[(1-P)P - k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)^2 + k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R) + 2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\underline{\pi})^2 w(0)\right]$.

Le salaire espéré du gestionnaire lorsqu'il étudie les deux projets est supérieur à celui qu'il percevrait s'il ne fournissait aucun effort et décidait: (1) de ne pas investir ($1\grave{e}re$ inégalité), (2) d'investir aléatoirement dans un seul projet ($2\grave{e}me$ inégalité) ou (3) d'investir dans les deux ($3\grave{e}me$ inégalité).

Nous constatons que la contrainte de participation $CP$ est satisfaite à travers la $1\grave{e}re$ inégalité.

- Les contraintes décourageant $e=(1,0)$ et $e=(0,1)$ étant les mêmes, nous pouvons omettre la deuxième. Étant donné que le gestionnaire a opté pour le choix d'effort $e=(1,0)$, il obtiendra un signal $s \in \{(\overline{\pi},0)\,(\underline{\pi},0)\}$ et sa décision d'investissement conditionnée par les signaux reçus appartiendrait à la matrice suivante.

$$\binom{d(\overline{\pi};0)}{d(\underline{\pi};0)} \in \begin{matrix} \binom{0;0}{0;0} & \binom{0;0}{1;0} & \binom{1;0}{0;0} & \binom{1;0}{1;0} \\ \binom{0;0}{0;1} & \binom{0;0}{1;1} & \binom{1;0}{0;1} & \binom{1;0}{1;1} \\ \binom{0;1}{0;0} & \binom{0;1}{1;0} & \binom{1;1}{0;0} & \binom{1;1}{1;0} \\ \binom{0;1}{0;1} & \binom{0;1}{1;1} & \binom{1;1}{0;1} & \binom{1;1}{1;1} \end{matrix}$$

Dans ce qui précède, $d(\overline{\pi}; 0)$ désigne la décision d'investissement prise par le gestionnaire lorsqu'il observe un signal positif sur le premier projet et n'observe aucun signal sur le deuxième (puisqu'il n'a pas étudié ce dernier). De même, $d(\underline{\pi}; 0)$ désigne la décision prise lorsqu'il observe un signal négatif sur le premier projet.

La première rangée de la matrice donne:

$\mathbf{CIe(e \neq (1;0))}$ :

$E_{d^*}(w(z_s)) - 2c$

$(1) \geq w(2I) - c$

$(2) \geq \left[P^2 + k\right] w(2I) + [(1-P)P - k]\, w(2I) + [P(1-P) - k]\, [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi}) w(I)]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi}) w(I)] - c$

$(3) \geq \left[P^2 + k\right] [\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi}) w(I)] + [P(1-P) - k]\, [\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi}) w(I)]$

$+ [(1-P)P - k]\, w(2I) + \left[(1-P)^2 + k\right] w(2I) - c$

$(4) \geq \left[P^2 + k\right] [\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi}) w(I)] + [P(1-P) - k]\, [\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi}) w(I)]$

$+ [(1-P)P - k]\, [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi}) w(I)]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi}) w(I)] - c.$

Autrement dit, le salaire espéré du gestionnaire s'il investigue les 2 projets et prend la décision d'investissement adéquate sera supérieur à celui qu'il obtiendrait s'il fournissait l'effort sur un seul projet et décidait: (1) de n'investir ni dans le projet investigué ni dans le non-investigué ($1ère$ inégalité), (2) d'investir uniquement dans le projet investigué si le signal est mauvais ($2ème$ inégalité), (3) d'investir uniquement dans le projet étudié si le signal est positif ($3ème$ inégalité) ou encore (4) de n'investir que dans le projet étudié quelque soit le signal observé ($4ème$ inégalité).

Les équations ci-dessus peuvent se simplifier comme suit:

$E_{d^*}(w(z_s)) - 2c$

$(1) \geq w(2I) - c$

$(2) \geq Pw(2I) + (1-P)\left[\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)\right] - c$

$(3) \geq P\left[\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + (1-P)w(2I) - c$

$(4) \geq P\left[\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + (1-P)\left[\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)\right] - c.$

Il est à noter que (4) est vérifiée à travers (3) (en utilisant la première équation de $CI_d$ $d(\underline{\pi}, \underline{\pi}) = (0,0)$). De même, nous pouvons constater que $(1) \geq (2)$ (en utilisant la même équation). Enfin, $(3) \geq (1)$ (en utilisant la première équation de $CI_d$ $d(\overline{\pi}, \underline{\pi}) = (1,0)$). Il ne reste donc plus que l'équation (3).

La $2ème$ rangée donne:

$\mathbf{CIe(e \neq (1;0))}$ :

$E_{d^*}(w(z_s)) - 2c$

$(5) \geq \left[P^2 + k\right] w(2I) + \left[(1-P)P - k\right] w(2I) + \left[P(1-P) - k\right]\left[\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right]\left[\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)\right] - c$

$(6) \geq \left[P^2 + k\right] w(2I) + \left[(1-P)P - k\right] w(2I)$

$+ \left[P(1-P) - k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi} w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi} w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R) + 2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\underline{\pi})^2 w(0)\right] - c$

$(7) \geq \left[P^2 + k\right]\left[\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + \left[P(1-P) - k\right]\left[\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right]$

$+ \left[(1-P)P - k\right]\left[\overline{\pi} w(I+R) + (1-\overline{\pi})w(I)\right]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right]\left[\underline{\pi} w(I+R) + (1-\underline{\pi})w(I)\right] - c$

$(8) \geq \left[P^2 + k\right]\left[\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + \left[P(1-P) - k\right]\left[\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right]$

$+ \left[(1-P)P - k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi} w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi} w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R) + 2(1-\underline{\pi})\underline{\pi} w(R) + (1-\underline{\pi})^2 w(0)\right] - c.$

Ces contraintes assurent que le gestionnaire préfèrera opter pour la stratégie optimale du point de vue de l'investisseur plutôt que d'investiguer un seul projet et de: (1) n'investir dans aucun projet en présence d'un bon signal et toujours investir dans le projet non étudié en présence d'un mauvais signal ($5ème$ inégalité), (2) ne pas investir dans le projet étudié en présence d'un bon signal mais investir dans les deux en présence d'un mavais signal ($6ème$ inégalité), (3) investir uniquement dans le projet investigué en présence d'un bon signal et dans celui qui n'a pas été étudié en cas de mauvais signal ($7ème$ inégalité), (4) investir uniquement dans le projet étudié en présence d'un signal positif et investir dans les deux projets en présence d'un signal négatif ($8ème$ inégalité).

Nous obtenons après simplification:

$E_{d^*}(w\,(z_s)) - 2c$

$(5)\geq Pw(2I) + [P(1-P)-k]\,[\overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)]$

$+\left[(1-P)^2+k\right][\underline{\pi}w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)] - c$

$(6)\geq Pw(2I) + \left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}^2w(2R) + 2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\underline{\pi})^2w(0)\right]$

$+[P(1-P)-k]\,[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)] - c$

$(7)\geq \left[2P-P^2-k\right][\overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)]$

$+\left[(1-P)^2+k\right][\underline{\pi}w(I+R) + (1-\underline{\pi})w(I)] - c$

$(8)\geq P\,[\overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)] +$

$[(1-P)P-k]\,[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}^2w(2R) + 2(1-\underline{\pi})\underline{\pi}w(R) + (1-\underline{\pi})^2w(0)\right] - c.$

Notons que (8) $\geq$ (6) (en utilisant la $1ère$ équation de $CI_d$ $d\,(\overline{\pi},\underline{\pi}) = (1,0)$), (7) $\geq$ (5) (en utilisant la même équation que précédement) et (7) $\geq$ (8) (en ayant recours à la $3ème$ équation de $d\,(\overline{\pi},\underline{\pi}) = (1,0)$ et à l'hypothèse $\underline{\pi}R < I$). Les contraintes (5), (6) et (8) sont donc vérifiées à travers l'équation (7).

La $3ème$ rangée de la matrice se traduit comme suit :

$\mathbf{CIe(e \neq (1;0)}$ :

$E_{d^*}(w\,(z_s)) - 2c$

$(9)\geq \left[P^2+k\right][\overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)] + [(1-P)P-k]\,[\underline{\pi}w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)]$

$+ [P(1-P)-k]\, w(2I) + \left[(1-P)^2+k\right] w(2I) - c$

$(10)\geq \left[P^2+k\right] [\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)] + [(1-P)P-k] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)]$

$+ [P(1-P)-k] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)]$

$+ \left[(1-P)^2+k\right] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)] - c$

$(11)\geq \left[P^2+k\right] \left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+ [P(1-P)-k] [\overline{\pi}\underline{\pi} w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi} w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)]$

$+ [(1-P)P-k]\, w(2I) + \left[(1-P)^2+k\right] w(2I) - c$

$(12)\geq \left[P^2+k\right] \left[\overline{\pi}^2 w(2R) + \overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\overline{\pi} w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+ [P(1-P)-k] [\overline{\pi}\underline{\pi} w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi} wR) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)]$

$+ [(1-P)P-k] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)]$

$+ \left[(1-P)^2+k\right] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)] - c.$

C'est-à-dire que le salaire espéré du gestionnaire s'il opte pour la stratégie optimale est supérieur à ce qu'il obtiendrait s'il décidait de n'investiguer qu'un seul projet et prenait l'une des décisions suivantes: (1) investir uniquement dans le projet non étudié en présence d'un bon signal et n'investir dans aucun des deux en cas de mauvais signal (inégalité (9)), (2) investir uniquement dans le projet non étudié en cas de signal $\overline{\pi}$ et investir dans le projet étudié s'il observe un signal négatif (inégalité (10)), (3) investir dans les deux projets lorsqu'il observe un signal positif et n'investir dans aucun s'il observe un mauvais signal (inégalité (11)), (4) investir dans les deux projets s'il observe un bon signal et investir uniquement dans le projet étudié s'il observe un signal négatif (inégalité (12)).

Après simplification, les équations deviennent:

$E_{d^*}(w(z_s)) - 2c$

$(9)\geq \left[P^2+k\right] [\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)] + [(1-P)P-k] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)]$

$+(1-P)w(2I) - c$

$(10)\geq \left[P^2+k\right] [\overline{\pi} w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)] + [(1-P)P-k] [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)]$

$+(1-P) [\underline{\pi} w(R+I) + (1-\underline{\pi})w(I)] - c$

$(11) \geq \left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R)+2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+\underline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+(1-P)w(2I)-c$

$(12) \geq \left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R)+2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+\underline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+(1-P)\left[\underline{\pi}w(R+I)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]-c.$

Nous pouvons constater que (9) $\geq$ (10) (en utilisant la 1*ère* équation de $CI_d\ d(\underline{\pi},\underline{\pi})=(0,0)$), (11) $\geq$ (12) (en utilisant l'équation précitée) et (11) $\geq$ (9) (en utilisant la 2*ème* équation de $CI_d\ d(\overline{\pi},\overline{\pi})=(1,1)$ et l'hypothèse que $\overline{\pi}R>I$), de sorte que les équations (9), (10) et (12) sont vérifiées à travers la contrainte (11).

Et enfin la 4*ème* rangée donne:

$\mathbf{CIe(e \neq (1;0)}$ :

$E_{d^*}(w(z_s))-2c$

$(13) \geq \left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}w(R+I)+(1-\overline{\pi})w(I)\right]+\left[P(1-P)-k\right]\left[\underline{\pi}w(R+I)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]$

$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w(I+R)+(1-\overline{\pi})w(I)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}w(I+R)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]-c$

$(14) \geq \left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}w(R+I)+(1-\overline{\pi})w(I)\right]+\left[P(1-P)-k\right]\left[\underline{\pi}w(R+I)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]$

$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R)+2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\underline{\pi})^2 w(0)\right]-c$

$(15) \geq \left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R)+2(1-\overline{\pi})\overline{\pi}w(R)+(1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+(1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\underline{\pi})\overline{\pi}w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w(I+R)+(1-\overline{\pi})w(I)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}w(I+R)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]-c$

$(16) \geq \left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R)+2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R)+2(1-\underline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\underline{\pi})^2 w(0)\right]-c.$

De nouveau, les contraintes sont telles que le gestionnaire préfère opter pour la stratégie $d^*$ plutôt que de ne chercher à s'informer que sur un seul projet et décider: (1) d'investir dans le projet non étudié quelque soit le signal obtenu (inégalité (13)), (2) d'investir uniquement dans le projet non étudié en cas de bon signal et d'investir dans les 2 projets en présence d'un mauvais signal (inégalité (14)), (3) d'investir dans les 2 projets lorsqu'il observe un bon signal et n'investir que dans le projet non investigué en présence d'un mauvais signal (15*ème* inégalité), (4) d'investir dans les 2 projets quelle que soit la nature du signal (16*ème* inégalité).

Les équations simplifiées peuvent s'écrire ainsi:

$E_{d^*}(w(z_s))-2c$

$(13)\geq P\left[\overline{\pi}w(R+I)+(1-\overline{\pi})w(I)\right]+\left[(1-P)\right]\left[\underline{\pi}w(R+I)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]-c$

$(14)\geq\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}w(R+I)+(1-\overline{\pi})w(I)\right]+\left[(1-P)P-k\right]\left[\underline{\pi}w(R+I)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]$

$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R)+2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\underline{\pi})^2 w(0)\right]-c$

$(15)\geq\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R)+2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\underline{\pi})(1-\overline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w(I+R)+(1-\overline{\pi})w(I)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}w(I+R)+(1-\underline{\pi})w(I)\right]-c$

$(16)\geq\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R)+2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+2\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R)+2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R)+(1-\underline{\pi})^2 w(0)\right]-c.$

Notons que (15) $\geq$ (16) (en utilisant la 3ème équation de $CI_d$ $d(\overline{\pi},\underline{\pi})=(1,0)$ et l'hypothèse $\underline{\pi}R<I$), (13) est vérifiée à travers la 2ème équation de $CI_e\,(e\neq(0,0))$ et (15) $\geq$ (14) (en utilisant la 2ème équation de $CI_d$ $d(\overline{\pi},\underline{\pi})=(1,0)$ ainsi que les hypothèses $\overline{\pi}R>I$ et $\underline{\pi}R<I$). Cela implique que les contraintes (13), (14) et (16) sont vérifiées à

travers la contrainte (15).

**d) La contrainte de non-négativité des salaires,** $NNS$ : La contrainte de non-négativité des salaires impose ce qui suit:

$w(z_s) \geq 0 \; \forall \; z,$

c'est-à-dire que quelque soit le rendement réalisé sur les 2 projets, le gestionnaire obtient un salaire positif ou nul.

Nous avons vu que le nombre de contraintes sur l'effort, $CI_e$, s'est réduit à sept: les 3 contraintes de $CI_e$ $(e \neq (0,0))$ ainsi que les contraintes (3), (7), (11) et (15) de $CI_e$ $(e \neq (0,1))$.

Le problème de l'actionnaire devient alors le suivant:

$$\text{Min}\left[P^2 + k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$$
$$+2\left[P(1-P) - k\right]\left[\overline{\pi}w(I+R) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + \left[(1-P)^2 + k\right] w(2I)$$

sous les contraintes relatives à la prise de décision, $CI_d$, et les contraintes relatives à l'effort précisées ci-dessus.

**Lemme 1** *Le gestionnaire est pénalisé pour chaque échec, c'est-à-dire,*

$$w(0) = w(I) = w(R) = 0.$$

En effet, si les salaires $w(0)$, $w(I)$ et $w(R)$ étaient positifs, il serait toujours possible de les réduire à zéro et d'augmenter $w(2R)$ et $w(R+I)$ tout en gardant constant le salaire espéré[11].

En remplaçant pour ces salaires dans les contraintes restantes, nous ne parvenons pas à en éliminer d'autres. De sorte que la caractérisation de ce modèle ne peut être poussée plus

[11] Il est possible par exemple de réduire $w(0)$ d'un $\varepsilon \leq w(0)$ et d'augmenter $w(2R)$ de $\varepsilon\frac{(1-\overline{\pi})^2}{\overline{\pi}^2}$. De même, nous pouvons réduire $w(R)$ d'un $\varepsilon \leq w(R)$ et augmenter $w(2R)$ de $\varepsilon\frac{2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})}{\overline{\pi}}$ ou encore réduire $w(I)$ d'un $\varepsilon \leq w(I)$ et augmenter $w(I+R)$ d'un $\varepsilon\frac{1-\overline{\pi}}{\overline{\pi}}$.

loin.

### 2.1.4 Cas de corrélation élevée: $\mathbf{k > k^*}$

Lorsque les deux projets en question sont fortement corrélés, c'est-à-dire pour des valeurs de $k > k^*$, le salaire espéré du gestionnaire lorsqu'il opte pour la stratégie optimale $\widetilde{d}$ s'écrit:

$$E_{\widetilde{d}}(w(z_s)) = \left[P^2 + k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right] +$$
$$[P(1-P) - k]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + \underline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$$
$$+(1-P)w(2I).$$

L'investisseur cherchera à minimiser $E_{\widetilde{d}}(w(z_s))$, sous les contraintes suivantes:

**a) La contrainte de participation du gestionnaire, $CP$:**

$$E_{\widetilde{d}}(w(z_s)) - c \geq 0.$$

Cette contrainte assure qu'ex-ante, le gestionnaire est récompensé pour le coût d'effort fourni s'il choisit la stratégie optimale pour l'investisseur.

**b) Les contraintes d'incitation sur les décisions, $IC_d$ :**

Les contraintes d'incitation sur les décisions, étant donné le signal observé, sont les suivantes:

- **d**$(\overline{\pi})$ :

$$\overline{\pi}\left[\tfrac{P^2+k}{P}\overline{\pi} + \tfrac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}\right]w(2R) + \overline{\pi}\left[\tfrac{P^2+k}{P}(1-\overline{\pi}) + \tfrac{P(1-P)-k}{P}(1-\underline{\pi})\right]w(R) +$$
$$(1-\overline{\pi})\left[\tfrac{P^2+k}{P}\overline{\pi} + \tfrac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}\right]w(R) + (1-\overline{\pi})\left[\tfrac{P^2+k}{P}(1-\overline{\pi}) + \tfrac{P(1-P)-k}{P}(1-\underline{\pi})\right]w(0)$$
$$(1) \geq w(2I)$$
$$(2) \geq \overline{\pi}w(I+R) + (1-\overline{\pi})w(I)$$
$$(3) \geq \left[\tfrac{P^2+k}{P}\overline{\pi} + \tfrac{P(1-P)-k}{P}\underline{\pi}\right]w(I+R) + \left[\tfrac{P^2+k}{P}(1-\overline{\pi}) + \tfrac{P(1-P)-k}{P}(1-\underline{\pi})\right]w(I).$$

Le principal voudrait que son gestionnaire investisse dans les 2 projets, s'il observe $\overline{\pi}$, plutôt que de ne pas investir du tout ($1\grave{e}re$ inégalité), d'investir uniquement dans le projet investigué ($2\grave{e}me$ inégalité) ou d'investir dans le projet non étudié ($3\grave{e}me$ inégalité).

- $\mathbf{d}(\underline{\pi})$ :

$w(2I)$

(1) $\geq \underline{\pi} w(I+R)+(1-\underline{\pi}) w(I)$

(2) $\geq \left[\frac{P(1-P)-k}{1-P} \overline{\pi}+\frac{(1-P)^2+k}{1-P} \underline{\pi}\right] w(I+R)+\left[\frac{P(1-P)-k}{1-P}(1-\overline{\pi})+\frac{(1-P)^2+k}{1-P}(1-\underline{\pi})\right] w(I)$

(3) $\geq \underline{\pi}\left[\frac{P(1-P)-k}{1-P} \overline{\pi}+\frac{(1-P)^2+k}{1-P} \underline{\pi}\right] w(2R)+\underline{\pi}\left[\frac{P(1-P)-k}{1-P}(1-\overline{\pi})+\frac{(1-P)^2+k}{1-P}(1-\underline{\pi})\right] w(R)$

$+(1-\underline{\pi})\left[\frac{P(1-P)-k}{1-P} \overline{\pi}+\frac{(1-P)^2+k}{1-P} \underline{\pi}\right] w(R)$

$+(1-\underline{\pi})\left[\frac{P(1-P)-k}{1-P}(1-\overline{\pi})+\frac{(1-P)^2+k}{1-P}(1-\underline{\pi})\right] w(0).$

En effet, il est préférable pour l'investisseur que le gestionnaire n'investisse dans aucun projet s'il observe $\underline{\pi}$, plutôt que: (1) d'investir uniquement dans le projet investigué (1*ère* inégalité), (1) d'investir seulement dans le projet non étudié (2*ème* inégalité) ou (3) d'investir dans les deux (3*ème* inégalité).

### c) Les contraintes d'incitation sur l'effort, $IC_e$ :

Les contraintes d'incitation sur l'effort assurent au gestionnaire que son salaire net des coûts d'effort, lorsqu'il opte pour la stratégie optimale, est supérieur aux salaires qu'il obtiendrait avec des combinaisons d'effort différentes ($(0,0)$ ou $(1,1)$).

- Les contraintes suivantes permettent de décourager le gestionnaire d'opter pour la stratégie $e=(0,0)$, c'est-à-dire le décourager de ne fournir aucun effort:

$\mathbf{CI}_e(\mathbf{e} \neq (\mathbf{0},\mathbf{0}))$ :

$E_{\widetilde{d}}(w(z_s))-c$

(1) $\geq w(2I)$

(2) $\geq P[\overline{\pi} w(I+R)+(1-\overline{\pi}) w(I)]+(1-P)[\underline{\pi} w(I+R)+(1-\underline{\pi}) w(I)]$

(3) $\geq\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R)+2\overline{\pi}(1-\overline{\pi}) w(R)+(1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+2[(1-P) P-k][\overline{\pi}\underline{\pi} w(2R)+(1-\overline{\pi}) \underline{\pi} w(R)+\overline{\pi}(1-\underline{\pi}) w(R)+(1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi}) w(0)]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}^2 w(2R)+2\underline{\pi}(1-\underline{\pi}) w(R)+(1-\underline{\pi})^2 w(0)\right].$

Le salaire espéré du gestionnaire lorsqu'il investigue un seul projet est supérieur à celui qu'il percevrait s'il ne fournissait aucun effort et décidait: (1) de n'investir dans aucun projet (1$ère$ inégalité), (2) d'investir aléatoirement dans un seul projet (2$ème$ inégalité) ou (3) d'investir dans les deux projets (3$ème$ inégalité).

- Les contraintes suivantes permettent de décourager le gestionnaire de fournir l'effort sur les 2 projets:

$\mathbf{CI}_e(\mathbf{e} \neq (1,1)\,)$ :

$E_{\tilde{d}}(w\,(z_s)) - c$

$(1) \geq w(2I) - 2c$

$(2) \geq \left[P^2 + k\right] \left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2\, w(0)\right] +$

$2\left[P(1-P) - k\right]\left[\overline{\pi}w(R+I) + (1-\overline{\pi})w(I)\right] + \left[(1-P)^2 + k\right] w(2I) - 2c$

$(3)\ \left[P^2 + k\right] w(2I) + 2\left[(1-P)P - k\right]\left[\underline{\pi}w(I+R) + (1-\underline{\pi})w(I)\right] +$

$\left[(1-P)^2 + k\right] \left[\underline{\pi}^2 w(2R) + 2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\underline{\pi})^2 w(0)\right] - 2c$

$(4) \geq \left[P^2 + k\right] \left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right]$

$+2\left[(1-P)P - k\right]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi}w(R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right] \left[\underline{\pi}^2 w(2R) + 2\underline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + (1-\underline{\pi})^2 w(0)\right] - 2c.$

Cela signifie que le salaire espéré du gestionnaire, lorsqu'il fournit l'effort sur un seul projet et prend une décision conjointe sur les projets, est supérieur à ce qu'il percevrait s'il investiguait les 2 projets et décidait: (1) de n'investir dans aucun projet (1$ère$ inégalité), (2) d'investir uniquement dans le(s) bon(s) projet(s) (2$ème$ inégalité), (3) d'investir uniquement dans le(s) mauvais projet(s) (3$ème$ inégalité) ou (4) de toujours investir dans les deux projets (4$ème$ inégalité).

**d) La contrainte de non-négativité des salaires,** $NNS$ :

Enfin, la contrainte de non-négativité des salaires impose que $w(z_s) \geq 0$.

Nous remarquons que:

- $CP$ et la $1ère$ équation de $CI_e(e \neq (1,1))$ sont vérifiées lorsque la $1ère$ équation de $CI_e(e \neq (0,0))$ tient.

- La $4ème$ équation de $CI_e(e \neq (1,1))$ est vérifiée lorsque la $3ème$ de $CI_e(e \neq (0,0))$ l'est.

Les contraintes restantes sont les trois contraintes de $CI_e(e \neq (0,0))$ ainsi que la $2ème$ et la $3ème$ contrainte de $CI_e(e \neq (1,1))$ et les contraintes $CId$.

Le problème de l'investisseur s'écrit alors ainsi:

Min $\left[P^2 + k\right]\left[\overline{\pi}^2 w(2R) + 2\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})^2 w(0)\right] +$

$[P(1-P) - k]\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w(2R) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w(R) + \underline{\pi}(1-\overline{\pi})w(R) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w(0)\right]$

$+(1-P)w(2I)$

sous les contraintes spécifiées ci-dessus.

**Lemme 2** *Le gestionnaire est puni s'il opte pour une décision d'investissement qui diffère d'un projet à l'autre, c'est-à-dire*

$w(R+I) = w(I) = 0.$

En effet, des décisions différentes ne faisant pas partie de la stratégie optimale, les salaires $w(R+I)$ et $w(I)$ n'apparaissent que dans la partie droite des contraintes d'incitation. Mettre ces salaires égaux à zéro permet de relâcher ces contraintes.

Une fois qu'on a posé $w(R+I) = w(I) = 0$, nous constatons que:

- la deuxième contrainte de $CI_e(e \neq (0,0))$ est vérifiée à travers la première.

- les contraintes (2) et (3) de $CI_d\,(\overline{\pi})$ sont vérifiées à travers la première contrainte de $CI_e(e \neq (0,0))$.

- les contraintes (1) et (2) de $CI_d\,(\underline{\pi})$ sont vérifiées à travers la troisième contrainte de $CI_e(e \neq (0,0))$.

En solutionnant les quatre contraintes $CI_e$ restantes pour les salaires $w(R)$, $w(0)$, $w(2R)$ et $w(2I)$, nous obtenons les résultats suivants.

**Proposition 1** *Le schéma de rémunération optimal, lorsque $k > k^*$, est le suivant:*

$$w(R) = w(0) = w(R+I) = w(I) = 0$$

$$w(2I) = c\frac{[P^2+k]\overline{\pi}^2+2[P(1-P)-k]\overline{\pi}\underline{\pi}+[(1-P)^2+k]\underline{\pi}^2}{(\overline{\pi}-\underline{\pi})[[P(1-P)-k][P\overline{\pi}+(1-P)\underline{\pi}]+k(\overline{\pi}+\underline{\pi})]}$$

$$w(2R) = c\frac{1}{(\overline{\pi}-\underline{\pi})[[P(1-P)-k][P\overline{\pi}+(1-P)\underline{\pi}]+k(\overline{\pi}+\underline{\pi})]}.$$

**Interprétation:**

Le shéma de rémunération optimal punit les échecs à travers $w(R) = w(0) = 0$. En effet, les rendements correspondants impliquent au moins un rendement nul sur l'un des deux projets. Or, un tel rendement est plus probable lorsque le gestionnaire dévie de la stratégie optimale, de sorte que l'actionnaire doit le pénaliser.

Le salaire espéré du gestionnaire s'écrit alors ainsi:

$$E_{\widetilde{d}}(w(z_s)) = c\frac{(2-P)[P^2+k]\overline{\pi}^2+(3-2P)[P(1-P)-k]\overline{\pi}\underline{\pi}+(1-P)[(1-P)^2+k]\underline{\pi}^2}{(\overline{\pi}-\underline{\pi})[[P(1-P)-k][P\overline{\pi}+(1-P)\underline{\pi}]+k(\overline{\pi}+\underline{\pi})]}$$

et les profits de l'actionnaire sont les suivants:

$$[P\overline{\pi} + [P^2+k]\overline{\pi} + [P(1-P)-k]\underline{\pi}]R + (1-P)2I - E_{\widetilde{d}}(w(z_s)).$$

**Conclusion:**

Nous avons tenté dans cette section d'analyser deux cas d'intégration verticale impliquant un gestionnaire et deux projets corrélés entre eux. Dans le premier cas, la corrélation entre les projets est jugée suffisament faible pour qu'un gestionnaire soit incité à étudier les deux projets puis à investir dans chaque projet selon le signal observé. Dans le deuxième cas, la corrélation est suffisament élevée pour qu'il soit incité à investiguer un seul projet et à prendre une décision conjointe sur les deux. Nous n'avons pas réussi à caractériser complètement le premier cas. Dans la prochaine section, nous analyserons un modèle où deux gestionnaires seraient responsables d'un projet chacun, les deux projets étant là encore corrélés.

## 2.2 Introduction de l'étalonnage concurrentiel

Dans la section précéedente, nous avons étudié le cas où un gestionnaire était responsable de deux projets corrélés. Dans le but d'introduire la performance relative, nous considérons à présent le cas où deux gestionnaires seraient responsables chacun d'un projet. Comme précédemment, les deux projets sont corrélés entre eux. Nous nous proposons de faire dépendre la rémunération d'un gestionnaire de deux éléments: (1) de sa propre performance, comme nous l'avons vu dans la section précédente, et (2) de la performance d'un autre gestionnaire.

Le salaire du gestionnaire $i$ s'écrit maintenant sous la forme $w_i(z_i; R_j)$ où $z_i$ représente sa propre performance et $R_j$ représente la performance du gestionnaire $j$. Le gestionnaire choisit son niveau d'effort puis sa décision d'investissement en ignorant les décisions correspondantes de l'autre gestionnaire.

Comme précédement, la matrice des probabilités conjointes s'écrit ainsi:

| | $\pi_j = \overline{\pi}$ | $\pi_j = \underline{\pi}$ | |
|---|---|---|---|
| $\pi_i = \overline{\pi}$ | $P^2 + k$ | $P(1-P) - k$ | $[P]$ |
| $\pi_i = \underline{\pi}$ | $(1-P)P - k$ | $(1-P)^2 + k$ | $[1-P]$ |
| | $[P]$ | $[1-P]$ | |

La stratégie optimale du point de vue de l'actionnaire consiste à ce que chaque gestionnaire investigue le projet dont il est responsable et investisse uniquement si le signal observé est favorable. En aggrégeant pour les deux gestionnaires, nous retrouvons la stratégie $d^*(.)$. Le salaire espéré du gestionnaire $i$ s'écrit alors:

$$E_{d^*}(w_i(z_i; z_j)) =$$

$$[P^2 + k]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i; R_j) + \overline{\pi}(1-\overline{\pi}) w_i(R_i; 0) + \overline{\pi}(1-\overline{\pi}) w_i(0; R_j) + (1-\overline{\pi})^2 w_i(0; 0)\right]$$

$$+ [P(1-P) - k]\left[\overline{\pi} w_i(I_i; R_j) + (1-\overline{\pi}) w_i(I_i; 0)\right]$$

$$+ [(1-P)P - k]\left[\overline{\pi} w_i(R_i; I_j) + (1-\overline{\pi}) w_i(0; I_j)\right]$$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right] w_i(I_i; I_j).$

Par symétrie, nous pouvons déterminer le salaire espéré du gestionnaire $j$. Le principal tiendra compte des contraintes d'incitation des deux gestionnaires. Dans ce qui suit, nous déterminerons les contraintes d'incitation du gestionnaire $i$ puis nous déterminerons les salaires que le principal devrait lui verser. Ensuite, nous pourrions par symétrie déterminer les salaires versés à $j$. Enfin, l'expression du profit de l'actionnaire tiendra compte des deux salaires espérés.

Les contraintes du gestionnaire $i$ sont les suivantes:

**a)** La contrainte de participation, $CP$, s'écrit comme suit:

$E_{d^*}(w_i(z_i; z_j)) - c_i \geq 0.$

Cette contrainte assure qu'ex-ante, le gestionnaire est récompensé pour le coût d'effort fourni s'il choisit la stratégie optimale.

**b)** Les contraintes d'incitation sur les décisions, $CI_d$:

- La contrainte d'incitation étant donné le signal $\overline{\pi}$, $CI_{\overline{\pi}}$, est la suivante:

$$\overline{\pi}\tfrac{P^2+k}{P}\left[\overline{\pi}w_i(R_i;R_j) + (1-\overline{\pi})w_i(R_i;0)\right] + \overline{\pi}\tfrac{P(1-P)-k}{P}w_i(R_i;I_j)$$
$$+(1-\overline{\pi})\tfrac{P^2+k}{P}\left[\overline{\pi}w_i(0;R_j) + (1-\overline{\pi})w_i(0;0)\right] + (1-\overline{\pi})\tfrac{P(1-P)-k}{P}w_i(0;I_j) \geq$$
$$\tfrac{P^2+k}{P}\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j) + (1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right] + \tfrac{P(1-P)-k}{P}w_i(I_i;I_j).$$

Autrement dit, il est préférable de toujours investir lorsqu'on observe $\overline{\pi}$.

- La contrainte d'incitation étant donné le signal $\underline{\pi}$, $CI_{\underline{\pi}}$, s'écrit ainsi:

$$\tfrac{P(1-P)-k}{P}\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j) + (1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right] + \tfrac{(1-P)^2+k}{1-P}w_i(I_i;I_j) \geq$$
$$\tfrac{P(1-P)-k}{1-P}\left[\overline{\pi}\underline{\pi}w_i(R_i;R_j) + \overline{\pi}(1-\underline{\pi})w_i(0;R_j) + (1-\overline{\pi})\underline{\pi}w_i(R_i;0) + (1-\overline{\pi})(1-\underline{\pi})w_i(0;0)\right]$$
$$+\tfrac{(1-P)^2+k}{1-P}\left[\underline{\pi}w_i(R_i;I_j) + (1-\underline{\pi})w_i(0;I_j)\right].$$

Cela signifie qu'il est préférable de ne pas investir lorsque le signal observé est $\underline{\pi}$.

**c)** Les contraintes d'incitation sur l'effort, $CI_e$:

Les contraintes $CI_e$ assurent qu'ex-ante, s'informer sur tous les projets puis choisir $d^*(.)$ est une stratégie supérieure à toutes les autres en termes de salaire espéré net de coûts d'effort.

- $CI_e(1)$ :

$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w_i(R_i;0)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w_i(0;R_j)+(1-\overline{\pi})^2 w_i(0;0)\right]$$
$$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]$$
$$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]$$
$$+\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j)-c_i\geq$$
$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]$$
$$+\left[(1-P)P-k\right]w_i(I_i;I_j)+\left[1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j).$$

Cette contrainte peut se simplifer ainsi:

$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})\left[w_i(R_i;0)+w_i(0;R_j)\right]+(1-\overline{\pi})^2 w_i(0;0)\right]$$
$$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]-c_i\geq$$
$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]+\left[(1-P)P-k\right]w_i(I_i;I_j).$$

Autrement dit, la stratégie $d^*(.)$ est préférée à la décision de ne pas investiguer le projet et de ne jamais investir.

- $CI_e(2)$ :

$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})\left[w_i(R_i;0)+w_i(0;R_j)\right]+(1-\overline{\pi})^2 w_i(0;0)\right]$$
$$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]$$
$$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]$$
$$+\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j)-c_i\geq$$
$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})\left[w_i(R_i;0)+w_i(0;R_j)\right]+(1-\overline{\pi})^2 w_i(0;0)\right]$$
$$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]$$
$$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\underline{\pi}\overline{\pi}w_i(R_i;R_j)+\underline{\pi}(1-\overline{\pi})w_i(R_i;0)\right]$$
$$+\left[P(1-P)-k\right]\left[(1-\underline{\pi})\overline{\pi}w_i(0;R_j)+(1-\underline{\pi})(1-\overline{\pi})w_i(0;0)\right]$$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi} w_i(R_i;I_j)+(1-\underline{\pi})w_i(0;I_j)\right].$

Après simplification, la contrainte devient:

$[P(1-P)-k]\left[\overline{\pi} w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]+\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j)-c_i \geq$

$[P(1-P)-k]\left[\underline{\pi}\overline{\pi} w_i(R_i;R_j)+\underline{\pi}(1-\overline{\pi})w_i(R_i;0)\right]$

$+[P(1-P)-k]\left[(1-\underline{\pi})\overline{\pi} w_i(0;R_j)+(1-\underline{\pi})(1-\overline{\pi})w_i(0;0)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi} w_i(R_i;I_j)+(1-\underline{\pi})w_i(0;I_j)\right].$

Cette contrainte traduit le fait que le principal préfère que l'agent opte pour la stratégie $d^*(.)$ plutôt que de ne pas investiguer le projet et de toujours investir.

**d**) La contrainte de non-négativité du salaire, $NNS$, s'écrit ainsi:

$w_i(z_i;R_j)\geq 0\ \forall\ z_i$ et $R_j$.

Nous remarquons que:

- $CP$ et $CI_{\overline{\pi}}$ sont vérifiées à travers $CI_e(1)$
- $CI_{\underline{\pi}}$ est vérifiée à travers $CI_e(2)$.

Le problème de l'actionnaire s'écrit alors:

$\text{Min}_{w_i}$

$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})\left[w_i(R_i;0)+w_i(0;R_j)\right]+(1-\overline{\pi})^2 w_i(0;0)\right]$

$+[P(1-P)-k]\left[\overline{\pi} w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]$

$+[(1-P)P-k]\left[\overline{\pi} w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]-\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j)$

sous les contraintes $CI_e(1)$, $(2)$ et $NNS$.

**Lemme 3** $w_i(0;I_j)=w_i(0;0)=w_i(0;R_j)=0$

$$w_i(I_i;0)=w_i(I_i;R_j)=w_i(R_i;I_j)=0$$

**Démonstration** Voir annexe I.

Comme dans le cas d'intégration verticale étudié précédement, un rendement nul est pénalisé par un salaire nul. Cependant, à chaque fois que le gestionnaire $i$ obtient une réalisation qui implique une stratégie différente de celle choisie par le gestionnaire concurrent, il est également pénalisé par un salaire nul. En effet, le gestionnaire $j$ étant supposé avoir choisi la stratégie optimale, le fait que l'investisseur puisse observer les réalisations ex-post lui permet de punir le gestionnaire $i$ lorsqu'il dévie de la stratégie optimale.

**Proposition 2** *Le contrat optimal d'étalonnage concurrentiel offre les salaires suivants:*

$$w_i(0; I_j) = w_i(0; R_j) = w_i(0; 0) = 0$$

$$w_i(I_i; R_j) = w_i(I_i; 0) = w_i(R_i; I_j) = 0$$

$$w_i(I_i; I_j) = c\frac{[P(1-P)-k]\underline{\pi}+[P^2+k]\overline{\pi}}{[(1-P)^2+k][P^2+k]\overline{\pi}-[P(1-P)-k]^2\underline{\pi}}$$

$$w_i(R_i; R_j) = c\frac{1-P}{[(1-P)^2+k][P^2+k]\overline{\pi}-[P(1-P)-k]^2\underline{\pi}}.$$

**Démonstration**: Voir Annexe I.

Le salaire espéré du gestionnaire $i$ s'écrit alors ainsi:

$$E_{d^*}(w_i(z_i; z_j)) = c\frac{[P^2+k][(1-P)(2-P)+k]\overline{\pi}+[(1-P)^2+k][P(1-P)-k]\underline{\pi}}{[(1-P)^2+k][P^2+k]\overline{\pi}-[P(1-P)-k]^2\underline{\pi}}.$$

Le salaire espéré de $j$ étant symétrique à celui du gestionnaire $i$, l'expression du profit de l'actionnaire est la suivante:

$$\Pi(d^*, k) = 2[P\overline{\pi}R + (1-P)I] - 2E_{d^*}(w_i(z_i; z_j)).$$

## 2.3 Comparaison des différents modèles

### 2.3.1 Un exemple numérique

Considérons les données suivantes:

$P = 1/2$

$c = 1$

$\underline{\pi} = 1/4$

$\overline{\pi} = 3/4$

$R = 32$

$I = 12$.

### L'intégration verticale

**Les résultats** La résolution pour les salaires permet de dégager les résultats suivants[12]:

$w(R) = w(I) = w(0) = 0 \; \forall \; k$.

$w(2R) > w(R+I) > w(2I) > 0$ pour la.stratégie $d^*$.

$w(2R) > w(2I)$ et $w(R+I) = 0$ pour la stratégie $\widetilde{d}$.

**Interprétation** $w(R) = w(I) = w(0) = 0 \; \forall \; k$.

Un rendement de $R$, $I$ ou de 0 implique un rendement nul sur au moins un projet et le gestionnaire est pénalisé en conséquence. Ce résultat rejoint le Lemme 1.

Stratégie $d^*$ : $w(2R) > w(R+I) > w(2I) > 0$.

Les salaires sont classés par ordre de préférence pour l'actionnaire: en effet il préfère obtenir $2R$ plutôt que $R+I$ et préfère $R+I$ à $2I$.

Stratégie $\widetilde{d}$: $w(2R) > w(2I)$ et $w(R+I) = 0$.

De nouveau l'actionnaire préfère $2R$ à $2I$. Cependant, les projets étant suffisament corrélés, le gestionnaire est pénalisé lorsqu'il opte pour des décisions d'investissement qui diffèrent d'un projet à l'autre. Dans le Lemme 2, nous montrons que $w(R+I) = 0$.

### L'étalonnage concurrentiel

**Les résultats** Les solutions pour les salaires dans le cas de l'étalonnage concurrentiel sont les suivantes:

$w_i(0; I_j) = w_i(I_i; 0) = w_i(I_i; R_j) = w_i(R_i; I_j) = 0$

$w_i(0; R_j) = w_i(0; 0) = 0$

[12]Pour la résolution numérique du problème d'intégration verticale avec faible corrélation, que nous n'avions pas complètement caractérisé, nous avons eu recours à Mathematica. La fonction *ConstrainedMin* permet de minimiser une fonction sous un certain nombre de contraintes linéaires de type inégalité.

$w_i(I_i; I_j) > 0$

$w_i(R_i; 0) \geq 0$

$w_i(R_i; R_j) \geq 0$

**Interprétation** $w_i(0; I_j) = w_i(I_i; 0) = w_i(I_i; R_j) = w_i(R_i; I_j) = 0$.

Lorsque le gestionnaire $i$ opte pour une stratégie différente de celle du gestionnaire $j$, il est pénalisé par un salaire nul. En effet, ce dernier est supposé opter pour la stratégie optimale et l'actionnaire cherche à inciter son propre gestionnaire à opter pour cette même stratégie. Ces résultats sont supportés par le Lemme 3.

$w_i(0; R_j) = w_i(0; 0) = 0$

Un rendement nul est pénalisé par un salaire nul, même si le gestionnaire $i$ a pris la même décision que le gestionnaire $j$. De nouveau, ces résultats rejoignent le Lemme 3.

$w_i(I_i; I_j) > 0$

$w_i(R_i; 0) \geq 0$

$w_i(R_i; R_j) \geq 0$.

Le gestionnaire $i$ a opté pour la même stratégie que le gestionnaire $j$, il est donc récompensé en conséquence. On remarque que dans certains cas, $w(R_i; R_j) = 0$, ce qui induit un salaire $w(R_i; 0) > 0$. Dans tous les cas, $w(R_i; R_j)$ ou $w(R_i; 0) > w(I_i; I_j)$. Ces résultats sont supportés par la Proposition 2.

**Les salaires espérés** La figure 1 réunit les trois solutions pour le salaire espéré du gestionnaire. Désignons le modèle d'intégration verticale avec $k < k^*$ par le premier modèle, celui où $k > k^*$ par le deuxième modèle et celui de l'étalonnage concurrentiel par le troisième modèle.

Interprétation:

Lorsque $k$, le facteur de corrélation entre les projets, est faible, l'actionnaire préfère payer un seul salaire et donc avoir un seul gestionnaire. En effet, les deux courbes d'intégration

Comparaison des salaires espérés

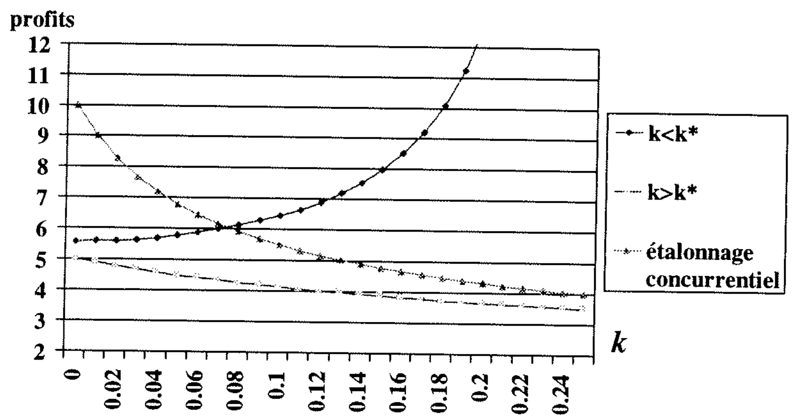


Figure 1:

verticale sont en-dessous de la courbe de salaires du troisième modèle. Puis, à mesure que $k$ augmente, la courbe de l'étalonnage concurrentiel décroît pendant que celle de l'intégration avec faible corrélation croît. Les deux courbes se rejoingnent au niveau de $\widehat{k} = 0.07$. Au-delà de $\widehat{k}$, la courbe du premier modèle est au-dessus de celle de l'étalonnage concurrentiel. En effet, payer un seul gestionnaire pour superviser deux projets corrélés devient de plus en plus dispendieux à mesure que le facteur de corrélation devient élevé, étant donné qu'il est nécessaire de payer les coûts d'investigation, relatifs à chaque projet, supportés par le gestionnaire. En revanche, à mesure que la corrélation augmente, payer deux gestionnaires devient de moins en moins dispendieux car l'étalon devient de plus en plus pertinent et l'information agrégée, relative aux deux performances, devient de moins en moins bruitée. Notons que pour toutes les valeurs de $k$, la courbe du deuxième modèle, $k > k^{*}$, se situe en dessous des deux autres courbes et elle décroît avec $k$. En termes de salaires espérés, cette solution semble donc la plus prometteuse. Toutefois, les expressions de profit étant différentes dans les trois modèles, un salaire faible ne signifie pas forcémment un profit élevé. C'est pourquoi la comparaison effective doit s'effectuer en comparant les profits espérés de l'actionnaire.

La figure 2 présente les résultats obtenus en termes de profits espérés de l'actionnaire plutôt que de salaires espérés payés au gestionnaire.

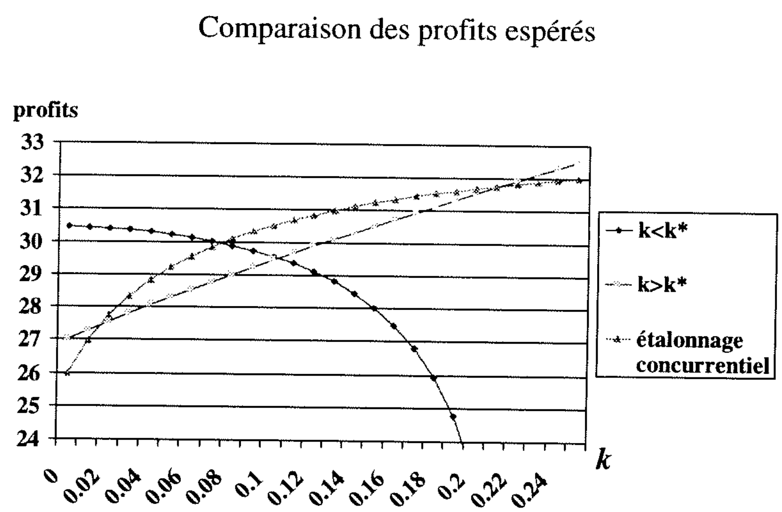


Figure 2:

Les résultats obtenus pour l'espérance de profits sont très intuitifs: lorsque la corrélation entre les projets est faible ($k < 0.07$), il est préférable de payer un seul gestionnaire pour investiguer les deux projets. On remarque que lorsque le gestionnaire s'informe sur un seul projet et applique une décision conjointe sur les deux, les profits du principal sont faibles étant donné que la corrélation entre les deux projets est faible. Lorsque la corrélation est très élevée ($k > 0.21$), il est préférable de payer le gestionnaire à investiguer un seul projet, l'investigation des deux devenant trop coûteuse. Entre les deux, l'étalonnage concurrentiel est préféré aux deux autres modèles. En effet, lorsque les chocs auxquels font face les gestionnaires sont corrélés, le recours à la performance relative permet de les filtrer et l'information obtenue sur la performance de chacun permet d'optimiser la rémunération.

L'annexe II présente une statique comparative des profits, pour différentes valeurs de $c$, toutes choses étant égales par ailleurs. Les résultats, et donc le classement des modèles, demeurent inchangés.

Dans la seconde partie de l'annexe II, nous présentons une statique comparative des profits espérés pour différentes valeurs de $\underline{\pi}$. Pour des valeurs suffisament élevées de $\underline{\pi}$, toutes choses étant égales par ailleurs, nous aboutissons à une situation où l'étalonnage concurrentiel est préféré au second modèle, même pour des valeurs élevées de $k$. Dans ce cas, le principal préfère le premier modèle lorsque la corrélation entre les deux projets est faible, puis c'est l'étalonnage concurrentiel qui est préféré, pour toutes les autres valeurs de $k$. Cela signifie que les gains au niveau des incitations à fournir sont suffisament élevés pour compenser pour l'augmentation des coûts d'investigation des projets.

Rappelons que $k^*$ est le niveau critique de corrélation, dans le cas de l'intégration verticale, qui rend l'investisseur indifférent entre le fait que son gestionnaire investigue un projet ( c'est la stratégie $\widetilde{d}$) et celui où il en investigue deux ( la stratégie $d^*$). Nous avons déterminé la valeur critique de $k$ comme étant $k^* = P(1-P) - \frac{c}{R(\overline{\pi}-\underline{\pi})}$. Avec les données spécifiées, nous obtenons $k^* = 0.1875$. Or il est clair d'après la figure 2 que la valeur de $k$ qui rend l'investisseur indifférent entre les deux stratégies intervient plus tôt, aux environs de 0.1. Les simulations permettent donc de conclure que les coûts d'agence de $d^*$ augmentent plus rapidement que ceux de $\widetilde{d}$ avec le paramètre $k$.

Enfin, l'étude de Nier (1997) avait comme objectif de démontrer que lorsque le nombre de projets dont un gestionnaire avait la responsabilité augmentait, les rentes informationnelles diminuaient. Nous nous sommes demandés si l'étalonnage concurrentiel permettrait de réduire ces rentes. Ces dernières sont représentées par le salaire espéré net des coûts d'effort. Le graphique 3 montre les courbes correspondantes.

Pour de faibles valeurs de $k$, ces rentes sont plus élevées dans le cas de l'étalonnage eu égard à la duplication des salaires. Cependant, au niveau de $k = 0.07$, ces rentes finissent par passer en-dessous de celles du premier modèle. La courbe des rentes de ce dernier sont croissantes avec $k$, alors qu'elles sont décroisantes pour les deux autres modèles. Nous

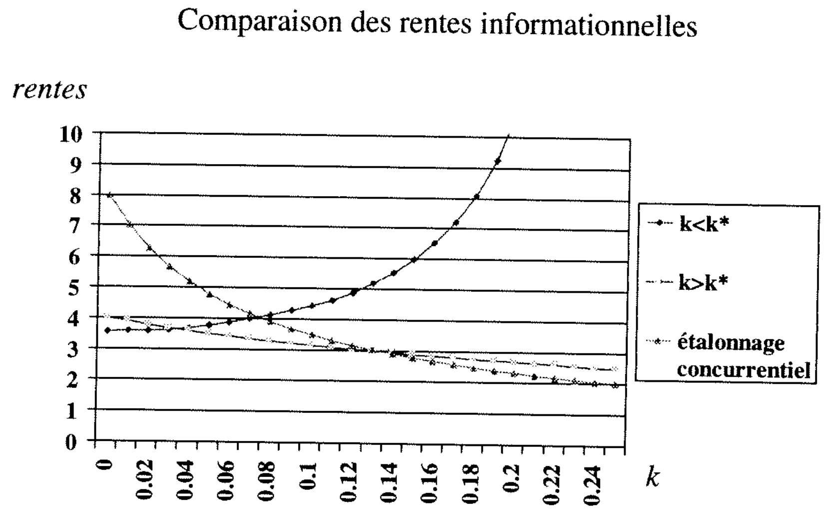


Figure 3:

remarquons que pour $k = 0$, les rentes sont supérieures pour la stratégie $\widetilde{d}$ mais au-delà de $k = 0.03$, elles deviennent inférieures à celles générées par $d^*$ et l'écart entre les deux courbes est une fonction croissante de $k$. Ce résultat est intuitif: à mesure que la corrélation augmente, investiguer les deux projets devient onéreux pour le principal en termes de coûts d'agence. Enfin, pour des valeurs de $k > 0.13$, les rentes découlant de l'étalonnage concurrentiel deviennent inférieures à celles dues à la stratégie $\widetilde{d}$. C'est ce qui explique que ce modèle peut être préféré à l'investigation d'un seul projet, malgré la duplication des coûts d'information.

**Remarque:**

Nous avons tenté de recourir à des simulations numériques pour déterminer les contraintes serrantes dans le cas du premier modèle et éventuellement aboutir à une résolution théorique. Cependant, il ressort de ces simulations que les contraintes serrantes varient simultanément avec $k$ et $P$, de sorte qu'il n'a pas été possible de déterminer une tendance spécifique. La seule exception concerne le cas où nous avons de faibles valeurs de $k$ (corrélation proche de zéro). En effet dans ce cas, nous avons constaté que les contraintes serrantes sont les trois contraintes de $CI_e\,(e \neq (0,0))$. Ce résultat rejoint celui de Nier (1997) où l'auteur ne considérait que $k = 0$.

### 2.3.2 La théorie

Le cas d'intégration verticale avec faible corrélation entre les projets n'ayant pas été complètement caractérisé, la comparaison entre les différents modèles n'est possible que pour les cas limites où $k$ est proche de zéro et $k$ est proche de $P(1-P)$.

**Proposition 3** (*i*) *Lorsque la corrélation entre les projets est suffisament faible (pour $k$ proche de zéro), l'intégration verticale avec investigation de deux projets est toujours optimale.*

(*ii*) *Lorsque les projets sont suffisament corrélés ($k$ proche de $P(1-P)$), il est optimal de recourir à l'étalonnage concurrentiel si et seulement si*

$$P(\overline{\pi}^2 - \underline{\pi}^2)(3P-2) + \underline{\pi}^2 > 0.$$

*Sinon, il serait préférable d'opter pour l'intégration verticale et avoir un gestionnaire investiguer un seul projet.*

**Démonstration** Voir annexe III.

## Conclusion

Nous avons tenté de comparer entre eux trois modèles de rémunération, deux modèles d'intégration verticale, et un troisième basé sur la performance relative. Ces modèles ont été étudiés dans le cadre de deux projets qui peuvent être corrélés entre eux : les deux premiers modèles considèrent un gestionnaire qui est responsable de deux projets alors que le modèle d'étalonnage concurrentiel propose d'avoir deux gestionnaires responsables d'un projet chacun. Dans les deux cas, la rémunération du gestionnaire est une fonction des réalisations observées sur les deux projets: dans les deux modèles d'intégration verticale, le gestionnaire est rémunéré en fonction de ce qu'il a réalisé sur les deux projets; en revanche dans le troisième cas, il est rémunéré selon sa propre réalisation et selon celle d'un autre gestionnaire.

Nous avons montré que:

- lorsque la corrélation entre les projets est très faible, l'intégration verticale avec investigation de deux projets est toujours optimale.
- lorsque la corrélation entre les projets est suffisament élevée, l'intégration verticale avec investigation d'un seul projet est préférée sous certaines conditions.
- pour certaines valeurs des paramètres, l'étalonnage concurrentiel peut être préféré à l'intégration verticale avec investigation d'un seul projet et ce, même lorsque les deux projets sont parfaitement corrélés. Dans ce cas, la duplication des coûts d'information sur les projets est contrebalancée par la diminution des coûts des incitations fournies.

Enfin, ce travail pourrait être généralisé à $N$ projets. De même, nous pourrions étudier le cas de l'étalonnage concurrentiel où il y aurait prise en compte de la collusion et comparer les modèles avec et sans collusion, en étudiant l'effet sur l'espérance des profits et des salaires. Il ne nous a pas été possible de résoudre le problème du modèle avec faible corrélation et donc de comparer les trois modèles présentés pour des valeurs non limites de $k$. En revanche, nous avons montré à travers un exemple numérique, que l'étalonnage concurrentiel pouvait être préféré à l'intégration verticale pour des valeurs de $k$ non limites.

**Bibliographie:**

**Antle, Rick et Smith, Abbie** "An empirical investigation of relative performance evaluation of corporate executives", *Journal of Accounting Research* 24, printemps 1986, p.1-32.

**Aron Debra J.**, "Ability, moral hazard, firm size and diversification". *RAND Journal of Economics*, vol.19, no.1, printemps 1988, p.72-87.

**Biesada Alexandra**, " Benchmarking ", *Financial World*, 17 septembre 1991, p.28-32.

**Brown, Keith C., Harlow V. W. et Starks Laura T.**, "Of tournaments and temptations: An analysis of managerial incentives in the mutual fund industry". *The Journal of Finance* Mars 1996, vol. LI, no.1, p.85-110.

**Bruder, Kenneth A. et Gray, Edward M.**, "Public-sector benchmarking: A practical approach", *Public Management*, vol.76, no.9, septembre 1994, p. S9-S14.

**Bull Clive, Schotter Andrew et Weigelt Keith**, "Tournaments and piece rates: an experimental study". *Journal of Political Economy*, 1987, 95, p.1-33.

**Eccles, Robert G.**, "The performance measurement manifesto", *Harvard Business Review*, janvier/février 1991, p.131-137.

**Elnathan Dan et Oliver Kim**, "Partner selection and group formation in cooperative benchmarking", *Journal of accounting and economics* 19, (1995) p. 345-364.

**Ehrenberg, Ronald G. et Bognanno, Michael L.**, "Do tournaments have incentive effects?", *Journal of Political Economy* 98, décembre 1990, p. 1307-1324 (a).

---------, "The incentive effects of tournaments revisited: evidence from the European PGA Tour", *Industrial and Labour Review* 43, février 1990, p. 74S-88S (b).

**Evans Anne**, *Best practice in the public sector,* Alpha Management Resources Pty Ltd, 1995.

**Gibbons, Robert et Murphy, Kevin J.**,"Relative performance evaluation for chief executive officers", *Industrial and Labour Relations Review* 43, février 1990, p.30S-51S.

**Green Jerry et Stockey Nancy**, "A comparison of tournaments and contracts", *Journal of Political Economy*, vol.91, 1983, p. 349-364.

**Greengard Samuel**, "Discover best practices through benchmarking", *Personnel Journal*, vol.74 no.11, novembre 1995, p.62-73.

**Hart O.**, "The market as an incentive mechanism", *Bell Journal of Economics*, 1983, vol. 14, p.366-382.

**Hequet Marc**, " The limits of benchmarking ", *Training*, février 1993, p.36-41.

**Hermalin Benjamin E.**, "The effects of competition on executive behavior", *RAND Journal of Economics*, vol.23, no.3, automne 1992, p.350-365.

**Holmstrom Bengt**, "Moral hasard and observability". *Bell Journal of Economics*, p.74-91.

____________, "Moral hasard in teams". *Bell Journal of Economics*, p.324-333.

**Knoeber, Charles R. et Thurman Walter N.**, "Testing the theory of tournaments: an empirical analysis of broiler production", *Journal of Labour Economics*, 1994, vol. 12, no.2.

**Kunkel, J. Gregory et Magee, Robert P.**, "Relative performance measurement : An examination of theory and some empirical results", working paper, Evanston, IL: Northwestern University, 1984.

**Lazear, Edward P.**, "Pay equality and industrial politics", *Journal of Political Economics*, 1989, vol.97, no.3, p.561-580.

**Lazear, Edward P. et Rosen, Sherwin**, "Rank-Order tournaments as optimum labour contracts", *Journal of Political Economy* 89, octobre 1981, p.841-864.

**Leeds, Michael A.**, " Rank-order tournaments and worker incentives ", *Atlantic Economic Journal*, vol.16, no.2, juin 1988, p.74-77.

**Main Brian G.M., O'Reilly III Charles A. et Wade James**, "Top executive pay: Tournament or teamwork?" *Journal of Labor Economics* 11(4), octobre 1993, p.606-628.

**Malcomson James M.**, "Work incentives, hierarchy and internal labor markets". *Journal of Political Economy*, 1984, vol 92, p.486-507.

__________ , "Rank-order contracts for a principal with many agents". *Review of Economic Studies*, 1986, vol. 53, p.807-817.

**Nalbatian Haig R. et Schotter Andrew**, "Productivity under group incentives: an experimental study". *American Economic Review*, juin 1997, vol.87, no. 3, p.314-341.

**Nalebuff B.J. et Stiglitz, J.E.**, "Prizes and incentives: toward a general theory of compensation and competition", *Bell Journal of Economics*, 1983, vol.14, p.21-43.

**Nier Erland**, *Optimal managerial remuneration and firm level diversification*, Discussion Paper n.269, London School of Economics, juillet 1997.

**Rosen Sherwin**, "Prizes and incentives in elimination tournaments". *American Economic Review*, septembre 1986, vol.76, no.4, p.701-715.

**Scharfstein, D.** "Product market competition and managerial slack". *RAND Journal of Economics*, 1988, vol.19, p.147-155.

**The Benchmarking Centre Ltd.** (1997), http : www.benchmarking.co.uk.

**Williams, Susan E.**, *Benchmarking in local government*, ALPHA Publications, Melbourne, 1997.

**Yun Jungyoll**, "On the efficiency of the rank-order contract under moral hazard and adverse selection". *Journal of Labor Economics*, 1997, vol. 15, no. 3, p. 466-494.

## Annexe I

### Détermination des salaires dans le cas de l'étalonnage concurrentiel

Le salaire espéré du gestionnaire $i$ s'écrit ainsi:

$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})\left[w_i(R_i;0)+w_i(0;R_j)\right]+(1-\overline{\pi})^2 w_i(0;0)\right]$$

$$+\left[P(1-P)-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)\right]$$

$$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]-\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j).$$

Nous remarquons que cette expression est notamment une somme des moyennes espérées suivantes:

- $\overline{\pi}w_i(R_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(R_i;0)$
- $\overline{\pi}w_i(0;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;0)$
- $\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+(1-\overline{\pi})w_i(I_i;0)$.

Nous pouvons alors poser $w_i(R_i;0)=0$ et avoir un salaire $w_i(R_i;R_j)\geq 0$ sans perte de généralité. De la même façon, nous pouvons poser $w(0;0)=0$ et $w_i(I_i;0)=0$.

Le salaire espéré du gestionnaire $i$ devient alors:

$$\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w_i(0;R_j)\right]+\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)$$

$$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]-\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j).$$

En appliquant le même raisonnement aux contraintes d'incitations $CI_e(1)$ et $CI_e(2)$, nous pouvons simplifier ces dernières comme suit:

(1) $\left[P^2+k\right]\left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j)+\overline{\pi}(1-\overline{\pi})w_i(0;R_j)\right]$

$+\left[(1-P)P-k\right]\left[\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\overline{\pi})w_i(0;I_j)\right]-c_i\geq$

$\left[P^2+k\right]\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+\left[(1-P)P-k\right]w_i(I_i;I_j).$

(2) $\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi}w_i(I_i;R_j)+\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j)-c_i\geq$

$\left[P(1-P)-k\right]\underline{\pi}\overline{\pi}w_i(R_i;R_j)+\left[P(1-P)-k\right]\left[(1-\underline{\pi})\overline{\pi}w_i(0;R_j)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]\left[\underline{\pi}w_i(R_i;I_j)+(1-\underline{\pi})w_i(0;I_j)\right].$

La minimisation du salaire espéré sous les contraintes précédentes nous donne le Lagrangien suivant:

$L = \left[P^2 + k\right] \left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j) + \overline{\pi}(1-\overline{\pi}) w_i(0;R_j)\right]$

$+ \left[P(1-P) - k\right] \left[\overline{\pi} w_i(I_i;R_j) + \overline{\pi} w_i(R_i;I_j) + (1-\overline{\pi}) w_i(0;I_j)\right]$

$+ \left[(1-P)^2 + k\right] w_i(I_i;I_j) - \lambda \left[P^2 + k\right] \left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j) + \overline{\pi}(1-\overline{\pi}) w_i(0;R_j)\right]$

$-\lambda \left[P(1-P) - k\right] \left[\overline{\pi} w_i(R_i;I_j) + (1-\overline{\pi}_i) w_i(0;I_j)\right] + \lambda c_i$

$+\lambda \left[P^2 + k\right] \overline{\pi} w_i(I_i;R_j) + \lambda \left[(1-P)P - k\right] w_i(I_i;I_j)$

$-\mu \left[P(1-P) - k\right] \left[\overline{\pi} w_i(I_i;R_j) - \overline{\pi}\underline{\pi} w_i(R_i;R_j) - \overline{\pi}(1-\underline{\pi}) w_i(0;R_j)\right]$

$-\mu \left[(1-P)^2 + k\right] w_i(I_i;I_j) + \mu \left[(1-P)^2 + k\right] \left[\underline{\pi} w_i(R_i;I_j) + (1-\underline{\pi}) w_i(0;I_j)\right] + \mu c_i$

$-\theta_{(R_i;R_j)} w_i(R_i;R_j) - \theta_{(0;R_j)} w_i(0;R_j) - \theta_{(I_i;R_j)} w_i(I_i;R_j) - \theta_{(R_i;I_j)} w_i(R_i;I_j)$

$-\theta_{(0;I_j)} w_i(0;I_j) - \theta_{(I_i;I_j)} w_i(I_i;I_j)$

$\Leftrightarrow$

$(1-\lambda) \left[P^2 + k\right] \left[\overline{\pi}^2 w_i(R_i;R_j) + \overline{\pi}(1-\overline{\pi}) w_i(0;R_j)\right] + (1-\mu) \left[P(1-P) - k\right] \overline{\pi} w_i(I_i;R_j)$

$+(\lambda+\mu) c_i + (1-\lambda) \left[P(1-P) - k\right] \left[\overline{\pi} w_i(R_i;I_j) + (1-\overline{\pi}) w_i(0;I_j)\right]$

$+\lambda \left[P^2 + k\right] \overline{\pi} w_i(I_i;R_j) + \mu \left[P(1-P) - k\right] \overline{\pi} \left[\underline{\pi} w_i(R_i;R_j) + (1-\underline{\pi}) w_i(0;R_j)\right]$

$+\mu \left[(1-P)^2 + k\right] \left[\underline{\pi} w_i(R_i;I_j) + (1-\underline{\pi}) w_i(0;I_j)\right]$

$+(1-\mu) \left[(1-P)^2 + k\right] w_i(I_i;I_j) + \lambda \left[(1-P)P - k\right] w_i(I_i;I_j)$

$-\theta_{(R_i;R_j)} w_i(R_i;R_j) - \theta_{(0;R_j)}(0;R_j) - \theta_{(I_i;R_j)} w_i(I_i;R_j) - \theta_{(R_i;Ij)} w_i(R_i;I_j)$

$-\theta_{(0;I_j)} w_i(0;I_j) - \theta_{(I_i;I_j)} w_i(I_i;I_j)$

Les conditions de premier ordre s'écrivent comme suit:

$CPO_1:$

$\frac{\partial L}{\partial w_i(R_i;R_j)} = (1-\lambda) \left[P^2 + k\right] \overline{\pi}^2 + \mu \left[P(1-P) - k\right] \overline{\pi}\underline{\pi} - \theta_{(R_i;R_j)} = 0$

$CPO_2:$

$\frac{\partial L}{\partial w_i(0;R_j)} = (1-\lambda) \left[P^2 + k\right] \overline{\pi}(1-\overline{\pi}) + \mu \left[P(1-P) - k\right] \overline{\pi}(1-\underline{\pi}) - \theta_{(0;R_j)} = 0$

si $\theta_{(R_i;R_j)} = 0 \Leftrightarrow \mu(P(1-P) - k) = (\lambda - 1)(P^2 + k)\frac{\overline{\pi}}{\underline{\pi}}$

$\Rightarrow \mu(P(1-P) - k) \geq (\lambda - 1)(P^2 + k)\frac{1-\overline{\pi}}{1-\underline{\pi}}$ car $\underline{\pi} < \overline{\pi}$

$$\Leftrightarrow \theta_{(0;R_j)} > 0 \Leftrightarrow w_i(0;R_j) = 0$$

si $\theta_{(R_i;R_j)} > 0 \Leftrightarrow \mu(P(1-P)-k) > (\lambda-1)(P^2+k)\frac{\overline{\pi}}{\underline{\pi}}$

$$\Rightarrow \mu(P(1-P)-k) \geq (\lambda-1)(P^2+k)\frac{1-\overline{\pi}}{1-\underline{\pi}}$$

$$\Leftrightarrow \theta_{(0;R_j)} > 0 \Leftrightarrow w_i(0;R_j) = 0$$

Donc $\forall\theta_{(R_i;R_j)} \geq 0$ on a $w_i(0;R_j) = 0$.

$CPO_3$ :

$$\frac{\partial L}{\partial w_i(I_i;R_j)} = (1-\mu)\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi} + \lambda(P^2+k)\overline{\pi} - \theta_{(I_i;R_j)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \theta_{(I_i;R_j)} = \lambda(P^2+k)\overline{\pi} + (1-\mu)\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi}$$

$CPO_4$ :

$$\frac{\partial L}{\partial w_i(R_i;I_j)} = (1-\lambda)\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi} + \mu\left[(1-P)^2+k\right]\underline{\pi} - \theta_{(R_i;I_j)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \theta_{(R_i;I_j)} = \mu\left[(1-P)^2+k\right]\underline{\pi} + \left[(\lambda-1)(P(1-P)-k\right]\overline{\pi}$$

$CPO_5$ :

$$\frac{\partial L}{\partial w_i(0;I_j)} = (1-\lambda)\left[P(1-P)-k\right](1-\overline{\pi}) + \mu\left[(1-P)^2+k\right](1-\underline{\pi}) - \theta_{(0;I_j)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \theta_{(0;I_j)} = \mu\left[(1-P)^2+k\right](1-\underline{\pi}) + \left[(1-\lambda)\left[P(1-P)-k\right](1-\overline{\pi})\right]$$

si $\theta_{(R_i;I_j)} = 0 \Leftrightarrow \mu((1-P)^2+k) = (\lambda-1)(P(1-P)-k)\frac{\overline{\pi}}{\underline{\pi}}$

$$\Rightarrow \mu((1-P)^2+k) \geq (\lambda-1)(P(1-P)-k)\frac{1-\overline{\pi}}{1-\underline{\pi}} \text{ car } \underline{\pi} < \overline{\pi}$$

$$\Leftrightarrow \theta_{(0;I_j)} > 0 \Rightarrow w_i(0;I_j) = 0$$

si $\theta_{(R_i;I_j)} \succ 0 \Leftrightarrow \mu((1-P)^2+k) > (\lambda-1)(P(1-P)-k)\frac{\overline{\pi}}{\underline{\pi}}$

$$\Rightarrow \mu((1-P)^2+k) \geq (\lambda-1)(P(1-P)-k)\frac{1-\overline{\pi}}{1-\underline{\pi}}$$

$$\Leftrightarrow \theta_{(0;I_j)} > 0 \Leftrightarrow w_i(0;I_j) = 0$$

Donc $\forall\theta_{(R_i;I_j)} \geq 0$ on a $w_i(0;I_j) = 0$

En conclusion, nous avons $w_i(0;I_j) = w_i(0;R_j) = 0$.

Reécrivons le problème en appliquant $w_i(0;I_j) = w_i(0;R_j) = 0$.

$\text{Min}_{w_i}\ \left[P^2+k\right]\overline{\pi}w_i(R_i;R_j) + \left[P(1-P)-k\right]\left[w_i(I_i;R_j) + \overline{\pi}w_i(R_i;I_j)\right]$

$+\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j)$

sous les contraintes

(1) $\left[P^2+k\right]\overline{\pi}w_i(R_i;R_j)+[P(1-P)-k]\left[-w_i(I_i;I_j)+\overline{\pi}w_i(R_i;I_j)\right]$

$-\left[P^2+k\right]w_i(I_i;R_j)-c_i\geq 0$

(2) $\left[(1-P)^2+k\right]w_i(I_i;I_j)+[P(1-P)-k]\left[w_i(I_i;R_j)-\underline{\pi}w_i(R_i;R_j)\right]$

$-\left[(1-P)^2+k\right]\underline{\pi}w_i(R_i;I_j)-c_i\geq 0$

(3) $w_i(z_i;z_j)\geq 0$

Les conditions de premier ordre sont les suivantes:

$CPO1:$

$\frac{\partial L}{\partial w_{ii}(R_i;R_j)}=\left[P^2+k\right]\overline{\pi}^2(1-\lambda)+\mu\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi}\underline{\pi}-\theta_{(R_i;R_j)}=0$

$\Leftrightarrow\left[P^2+k\right]\overline{\pi}(1-\lambda)+\mu\left[P(1-P)-k\right]\underline{\pi}\geq 0$

$CPO2:$

$\frac{\partial L}{\partial w_{ii}(I_i;I_j)}=\left[(1-P)^2+k\right](1-\mu)+\left[P(1-P)-k\right]\lambda-\theta_{(I_i;I_j)}=0$

$\Leftrightarrow\left[(1-P)^2+k\right](1-\mu)+\left[P(1-P)-k\right]\lambda\geq 0$

$CPO3:$

$\frac{\partial L}{\partial w_{ii}(R_i;I_j)}=\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi}(1-\lambda)+\mu\left[(1-P)^2+k\right]\underline{\pi}-\theta_{(R_i;I_j)}=0$

$\Leftrightarrow\left[P(1-P)-k\right]\overline{\pi}(1-\lambda)+\mu\left[(1-P)^2+k\right]\underline{\pi}\geq 0$

$CPO4:$

$\frac{\partial L}{\partial w_{ii}(I_i;R_j)}=\left[P(1-P)-k\right](1-\mu)\overline{\pi}+\lambda\left[P^2+k\right]\overline{\pi}-\theta_{(I_i;R_j)}=0$

$\Leftrightarrow\left[P(1-P)-k\right](1-\mu)+\lambda\left[P^2+k\right]\geq 0.$

La seule solution possible est lorsque $CPO1$ et $CPO2$ tiennent avec égalité.

$CPO2$ donnera: $\lambda=-\frac{\left[(1-P)^2+k\right](1-\mu)}{\left[P(1-P)-k\right]}$

$CPO1$ donne: $1-\lambda=-\frac{\mu\left[P(1-P)-k\right]\underline{\pi}}{\left[P^2+k\right]\overline{\pi}}$

$\Rightarrow\mu=\frac{(1-P)\left[P^2+k\right]\overline{\pi}}{\left[P^2+k\right]\left[(1-P)^2+k\right]\overline{\pi}-\left[P(1-P)-k\right]^2\underline{\pi}}>0$

et de $CPO1$, $\lambda=1+\mu\frac{\left[P(1-P)-k\right]\underline{\pi}_1}{\left[P^2+k\right]\overline{\pi}_1}>0.$

En remplaçant dans $CPO4$, nous avons que:

$\left[P(1-P)-k\right](1-\mu)+\lambda\left[P^2+k\right]\geq 0$

$\Leftrightarrow\left[P(1-P)-k\right](-\frac{\left[P(1-P)-k\right]}{\left[(1-P)^2+k\right]}\lambda)+\lambda\left[P^2+k\right]\geq 0$

$\Leftrightarrow k\lambda > 0.$

Il en découle que $CPO4 > 0$ et donc que le salaire $w_i(I_i;R_j) = 0$.

$CPO1$ donne: $(1-\lambda) = -\frac{\mu[P(1-P)-k]\underline{\pi}}{[P^2+k]\overline{\pi}}$.

En remplaçant dans $CPO3$, nous obtenons:

$[P(1-P)-k]\,\overline{\pi}\left[-\frac{\mu[P(1-P)-k]\underline{\pi}}{[P^2+k]\overline{\pi}}\right] + \mu\left[(1-P)^2+k\right]\underline{\pi} \geq 0$

$\Leftrightarrow k\mu\underline{\pi} > 0.$

Il en résulte que $CPO3 > 0$ et donc que $w_i(R_i;I_j) = 0$.

Nous remplaçons dans les contraintes (1) et (2):

(1) $\left[P^2+k\right]\overline{\pi} w_i(R_i;R_j) - [P(1-P)-k]\, w_i(I_i;I_j) - c_i = 0$

(2) $-[P(1-P)-k]\,\underline{\pi} w_i(R_i;R_j) + \left[(1-P)^2+k\right] w_i(I_i;I_j) - c_i = 0.$

La résolution pour les salaires donne:

$w_i(I_i;I_j) = c_i \frac{[P(1-P)-k]\underline{\pi}+\left[P^2+k\right]\overline{\pi}}{[(1-P)^2+k][P^2+k]\overline{\pi}-[P(1-P)-k]^2\underline{\pi}}$

et $w_i(R_i;R_j) = c_i \frac{1-P}{[(1-P)^2+k][P^2+k]\overline{\pi}-[P(1-P)-k]^2\underline{\pi}}$.

## Annexe II

### Statique comparative: comparaison des profits pour différentes valeurs de c.

Selon les hypothèses de notre modèle, $c < P\overline{\pi}R + (1-P)I - \max\{I, P\overline{\pi}R + (1-P)\}$. D'après les données spécifiées, $c < 2$. Nous considérons dans ce qui suit deux cas proches des limites du domaine de définition de $c$, à savoir $c = 0.5$ et $c = 1.5$.

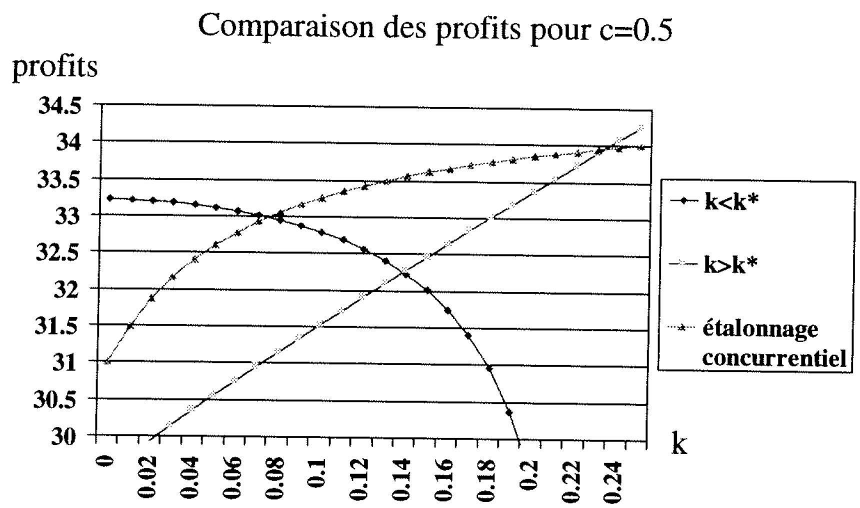


Figure 4:

Lorsque le coût d'investigation $c$ est faible, l'espérance des salaires diminue et le niveau des profits augmente en conséquence, toutes choses étant égales par ailleurs. Nous constatons que pour $k < 0.085$, il est préférable qu'un gestionnaire investigue deux projets. Lorsque $k > 0.235$, il est préférable qu'il n'en investigue qu'un seul. Et entre ces deux bornes, le recours à l'étalonnage est préféré (voir figure 4).

La figure 5 suivante montre que pour des valeurs élevées de $c$, toutes choses étant égales par ailleurs, les profits espérés du principal diminuent. Pour des valeurs de $k < 0.075$, le principal préfère le premier modèle et pour $k > 0.185$, il préfère le second modèle. Entre les deux bornes, c'est le modèle d'étalonnage concurrentiel qui lui procure les profits les plus élevés.

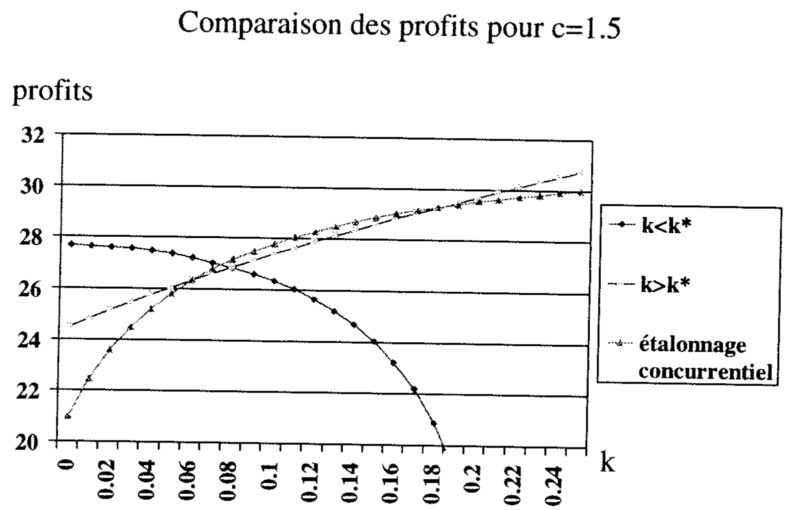


Figure 5:

**Statique comparative: comparaison des profits pour différentes valeurs de $\underline{\pi}$.**

La figure 6 montre que pour $\underline{\pi} = 0.45$, toutes choses étant égales par ailleurs, l'étalonnage concurrentiel est préféré au modèle où un gestionnaire investigue un seul projet, et ce pour tout $k \geq 0.04$. Cela signifie que même lorsque les projets sont parfaitement corrélés, il peut être préférable d'avoir deux gestionnaires plutôt qu'un seul. Dans ce cas, bien que le principal soit confronté à une duplication des coûts d'investigation, la réduction du coût des incitations à fournir est suffisament importante pour permettre de contrebalancer le premier effet.

La figure 7 compare les espérances de profits pour $\underline{\pi} = 0.6$. Pour des valeurs de $k \leq 0.02$, le premier modèle est préféré, puis au-delà, l'étalonnage concurrentiel est toujours préféré et l'écart entre les deux modèles considérés plus haut augmente avec $\underline{\pi}$ : en effet, la courbe d'étalonnage concurrentiel demeure sensiblement la même, alors que la courbe du second modèle se translate vers le bas. Cela est dû au fait que lorsque $\underline{\pi}$ est faible, le salaire espéré l'est également pour refléter le risque réduit et donc l'espérance de profits augmente. Et inversement, lorsque $\underline{\pi}$ est élevé, les profits espérés de l'actionnaire diminuent.

Comparaison des profits espérés

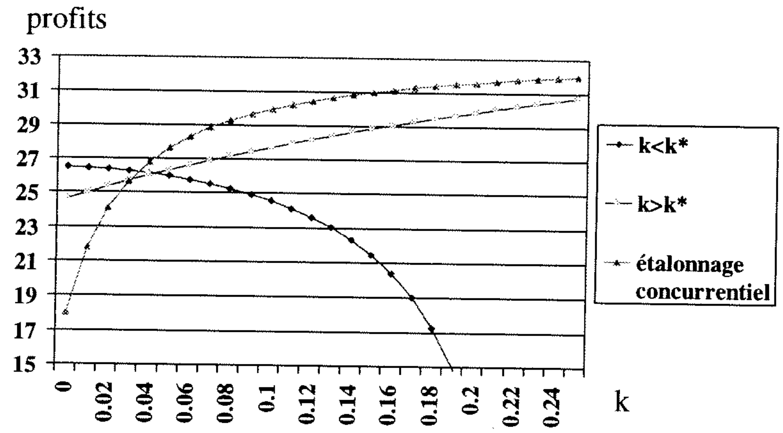


Figure 6:

Comparaison des profits espérés

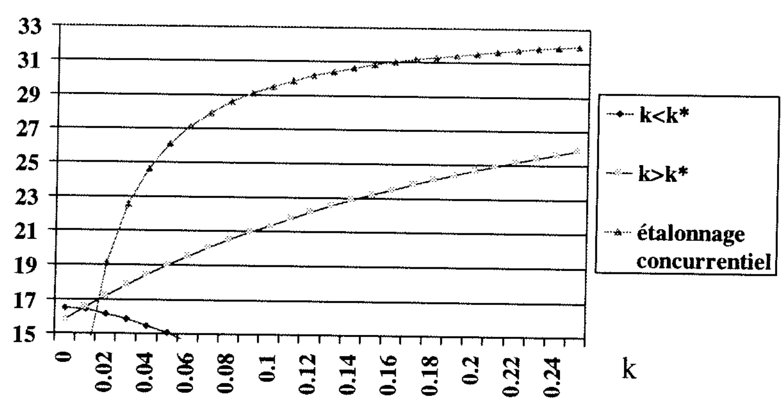


Figure 7:

## Annexe III

### Comparaison des profits pour les cas limites ($\mathbf{k = 0}$ et $\mathbf{k = P(1-P)}$)

**Au point** $k = 0$: En utilisant les résultats de Nier (1997), nous obtenons l'expression de profit suivante pour le modèle d'intégration verticale avec faible corrélation:

$$\Pi_{k<k^*} = 2\left[P\overline{\pi}R + (1-P)I\right] - 2c\frac{P\overline{\pi}(2-P)+\underline{\pi}(1-P)^2}{P(1-P)(\overline{\pi}-\underline{\pi})(P\overline{\pi}(3-P)+(1-P)(2-P)\underline{\pi})}.$$

$$\Pi_{k<k^*} - \Pi_{balisage} = 2c\frac{P\overline{\pi}(2-P)+\underline{\pi}(1-P)^2}{P(1-P)(\overline{\pi}-\underline{\pi})}\left[P\overline{\pi} + (1-P)\underline{\pi}\right] > 0$$

$$\Pi_{k<k^*} - \Pi_{k>k^*} =$$

$$P(1-P)(\overline{\pi}-\underline{\pi})R - c\frac{P\overline{\pi}(2-P)+\underline{\pi}(1-P)^2}{P\overline{\pi}(3-P)+\underline{\pi}(1-P)(2-P)}.$$

D'après nos hypothèses, $c < P\overline{\pi}R + (1-P)I - \max\left\{I, P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R\right\}$.

- Si $max = I$

$c < P\overline{\pi}R - PI$. Le côté droit de l'expression est maximisé lorsque $I = P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R$.

L'inégalité devient $c < P\overline{\pi}R - P\left[P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R\right] = P(1-P)(\overline{\pi}-\underline{\pi})R$. En remplaçant dans l'expression $\Pi_{k<k^*} - \Pi_{k>k^*}$, nous obtenons:

$$P(1-P)(\overline{\pi}-\underline{\pi})R\left[1 - \frac{P\overline{\pi}(2-P)+\underline{\pi}(1-P)^2}{P\overline{\pi}(3-P)+\underline{\pi}(1-P)(2-P)}\right] =$$

$$P(1-P)(\overline{\pi}-\underline{\pi})R\left[\frac{P\overline{\pi}+(1-P)\underline{\pi}}{P\overline{\pi}(3-P)+\underline{\pi}(1-P)(2-P)}\right] > 0.$$

- Si $max = P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R$

$c < (1-P)I - (1-P)\underline{\pi}R$. De nouveau, le côté droit de l'expression est maximisé lorsque $I = P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R$.

L'inégalité devient $c < (1-P)\left[P\overline{\pi}R + (1-P)\underline{\pi}R\right] - (1-P)\underline{\pi}R = P(1-P)(\overline{\pi}-\underline{\pi})R$.

Et de nouveau $\Pi_{k<k^*} - \Pi_{k>k^*} > 0$.

Donc $\forall c$, lorsque $k = 0$ nous avons $\Pi_{k<k^*} > \Pi_{k>k^*}$. Il est donc préférable d'avoir un gestionnaire investiguer deux projets et prendre une décision individuelle sur chacun d'eux plutôt qu'il n'en investigue un seul et prenne une décision conjointe sur les deux projets.

**Au point** $k = P(1-P)$**:** $\Pi_{balisage} - \Pi_{k>k^*} = c\frac{P\left(\overline{\pi}^2-\underline{\pi}^2\right)(3P-2)+\underline{\pi}^2}{P(1-P)\left(\overline{\pi}^2-\underline{\pi}^2\right)}$.

Cette expression est positive si $P\left(\overline{\pi}^2-\underline{\pi}^2\right)(3P-2)+\underline{\pi}^2 > 0$.