

Université de Montréal

**Modélisation de l'évolution du réseau magnétique au cours du cycle solaire**

par  
Kim Thibault

Département de physique  
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.)  
en physique

Janvier, 2014

© Kim Thibault, 2014.



Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

**Modélisation de l'évolution du réseau magnétique au cours du cycle solaire**

présentée par:

Kim Thibault

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Gilles Fontaine,	président-rapporteur
Paul Charbonneau,	directeur de recherche
David Lafrenière,	membre du jury
Scott McIntosh,	examineur externe
Davit Zargarian,	représentant du doyen de la FES

Thèse acceptée le: 24 janvier 2014



## RÉSUMÉ

Le réseau magnétique consiste en un ensemble de petites concentrations de flux magnétique sur la photosphère solaire. Vu sa petite échelle de taille et de flux, à la limite de détection, son comportement n'est connu que depuis récemment. Les interactions du réseau sont pourtant cruciales afin de comprendre la dynamo et l'irradiance solaires, car beaucoup de caractéristiques du réseau dépendent de ces interactions. De plus, le réseau est la principale contribution magnétique surfacique à l'irradiance solaire.

Les modèles existants du réseau ne tenaient jusqu'à maintenant pas compte des interactions du réseau. Nous avons tenté de combler cette lacune avec notre modèle.

Nos simulations impliquent une marche aléatoire en 2D de tubes de flux magnétiques sur la photosphère solaire. Les tubes de flux sont injectés puis soumis à des règles de déplacement et d'interaction. L'injection se fait à deux échelles, respectivement la plus petite et la plus grande observables : les tubes de flux élémentaires et les taches solaires. Des processus de surface imitant ceux observés sont inclus, et consistent en l'émergence, la coalescence, l'annulation et la submergence de flux. La fragmentation des concentrations n'est présente que pour les taches, sous forme de désintégration libérant des tubes de flux. Le modèle est appliqué au cycle solaire 21 (1976-1986, le mieux documenté en termes de caractéristiques de taches solaires.

Il en résulte des réponses à deux questions importantes en physique solaire.

La première est : l'injection de flux magnétique à deux échelles très distinctes peut-elle conduire à une distribution de flux en loi de puissance comme on l'observe, si l'on inclut des processus de surface qui retraitent le flux ? Cette question est étroitement liée à l'origine de la dynamo solaire, qui pourrait produire ladite distribution. Nous trouvons qu'on peut effectivement produire une telle distribution avec ce type d'injection et ce type de processus de surface. Cela implique que la distribution de flux observée ne peut servir à déterminer quel type de dynamo opère dans le Soleil.

La deuxième question à laquelle nous avons apporté un élément de réponse est celle à savoir combien de temps il faut au réseau pour retrouver son état d'activité de base. Cet état a été observé lors du minimum de Maunder en 1645-1715 et touche de près la question de l'influence de l'activité solaire sur le climat terrestre. Le récent minimum d'activité est considéré par certains comme ayant atteint cet état. Nous trouvons plutôt que ça n'a pas été le cas. En effet, le temps de relaxation du réseau que nous avons calculé est supérieur au temps écoulé entre la fin du dernier cycle solaire d'activité et celui de l'amorce du présent cycle.

Mots-clés : Soleil, photosphère, magnétisme, activité solaire, réseau magnétique, simulation, marche aléatoire



## ABSTRACT

The magnetic network is an ensemble of small magnetic flux concentrations on the solar photosphere. Given its small scale in size and flux, at the detection limit, its behavior has only been known since recently. The network's interactions are crucial in understanding the solar dynamo and the solar irradiance, as many network characteristics depend on these interactions. The network is the main surface magnetic contribution to the solar irradiance.

The extant models of the network so far did not consider interactions. We have attempted to remedy this failing with our model.

Our simulations involve a random walk in 2D of magnetic flux tubes on the solar photosphere. The flux tubes are injected, then undergo displacement and interaction rules. Injection occurs on two scales, the smallest and the largest observable respectively : elementary flux tubes and sunspots. Surface processes are included which imitate the ones observed : emergence, coalescence, cancellation and submergence of flux. Fragmentation of concentrations only happens for sunspots, as disintegration releasing flux tubes from the spot. The model is applied to solar cycle 21 (1976-1986), the best documented in terms of sunspot characteristics.

Two important questions in solar physics have been answered with this model.

The first pertains to whether flux injection at two very distinct flux scales can lead to a flux distribution in the shape of a power law, as observed, in the presence of surface mechanisms which reprocess the flux. This question is tied to the origin of the solar dynamo, which could produce (or not) this distribution. We find that it does produce the aforementioned distribution. This implies that the observed flux distribution cannot be used to constrain the type of dynamo operating in the Sun, because the surface flows can equally well produce the observed flux distribution.

The second question is how long the network takes to return to its baseline activity level during a prolonged activity minimum. This state was observed during the Maunder minimum in 1645-1715 and bears strongly on the relationship between solar activity and Earth climate. The recent activity minimum is considered by certain authors to have reached the baseline state of solar activity. However, we find that this was not the case. The network relaxation time we calculate is longer than the duration of the last minimum.

Keywords : Sun, photosphere, magnetism, solar activity, magnetic network, modelisation, random walk





## TABLE DES MATIÈRES

<b>RÉSUMÉ</b> . . . . .	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	<b>vii</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES</b> . . . . .	<b>ix</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> . . . . .	<b>xi</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> . . . . .	<b>xiii</b>
<b>LISTE DES ABRÉVIATIONS</b> . . . . .	<b>xv</b>
<b>DÉDICACE</b> . . . . .	<b>xvii</b>
<b>REMERCIEMENTS</b> . . . . .	<b>xix</b>
<b>CHAPITRE 1 :INTRODUCTION</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Les écoulements dans le Soleil . . . . .	4
1.2 Le magnétisme solaire . . . . .	8
1.3 Le réseau . . . . .	12
1.4 Modèles du réseau . . . . .	15
1.5 La distribution du flux . . . . .	18
1.6 Le cycle solaire . . . . .	20
1.7 Irradiance solaire . . . . .	24
1.8 Questions . . . . .	26
<b>CHAPITRE 2 :THE BUILD-UP OF A SCALE-FREE PHOTOSPHERIC MA- GNETIC NETWORK</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>Introduction</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	<b>31</b>
2.1 Introduction . . . . .	31
2.2 A global surface magnetic flux evolution model . . . . .	33
2.2.1 Formulating DLA on the sphere . . . . .	33
2.2.2 Large scale flows . . . . .	34
2.2.3 The contribution of active region decay . . . . .	36
2.3 Sample results . . . . .	38

---

2.4	Properties of the simulated magnetic network . . . . .	41
2.5	Building up the magnetic network . . . . .	44
2.6	Conclusion . . . . .	47
2.7	Bibliographie . . . . .	48
<b>CHAPITRE 3 :SOLAR PHOTOSPHERIC NETWORK PROPERTIES AND THEIR CYCLE VARIATION . . . . .</b>		<b>51</b>
<b>Introduction . . . . .</b>		<b>51</b>
<b>ABSTRACT . . . . .</b>		<b>53</b>
3.1	Introduction . . . . .	53
3.2	The network model . . . . .	56
3.3	Simulated evolution of the magnetic cycle over cycle 21 . . . . .	58
3.3.1	Simulation design . . . . .	58
3.3.2	Surface magnetic flux evolution . . . . .	59
3.3.3	Magnetic flux distribution . . . . .	64
3.3.4	Network magnetic flux . . . . .	65
3.3.5	Network filling factor . . . . .	66
3.3.6	Inter-cluster distance . . . . .	70
3.4	Polar cap evolution . . . . .	72
3.5	Network relaxation time . . . . .	76
3.6	Conclusion . . . . .	80
3.7	Bibliographie . . . . .	81
<b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>		<b>89</b>

## LISTE DES TABLEAUX

1.I	Caractéristiques des structures magnétiques photosphériques . . . . .	11
1.II	Comparaison entre les modèles du réseau solaire . . . . .	19
2.I	Paramètres de simulation . . . . .	41
2.II	Résultats de simulation après 3 ans (1) . . . . .	44
3.I	Résultats de simulation après 3 ans (2) . . . . .	61



## LISTE DES FIGURES

1.1	Le Soleil observé en intensité en lumière visible . . . . .	2
1.2	Un magnétogramme solaire . . . . .	3
1.3	Le Soleil vu en coupe . . . . .	4
1.4	Les cellules de convection de la surface solaire (granules) . . . . .	5
1.5	Les cellules de supergranulation . . . . .	6
1.6	Représentation d'un tube de flux traversant la photosphère . . . . .	8
1.7	Magnétogramme synoptique du Soleil . . . . .	9
1.8	Tache solaire entourée de granules dans la bande G (visible) . . . . .	10
1.9	Échelles spatiales et temporelles des structures magnétiques et des écoule- ments solaires . . . . .	11
1.10	Le réseau magnétique vu sur un magnétogramme . . . . .	12
1.11	Magnétogramme de la région polaire nord du Soleil . . . . .	15
1.12	La distribution de flux photosphérique observée par Parnell et al. (2009) . . .	18
1.13	Le diagramme temps-latitude (diagramme papillon) . . . . .	21
1.14	Nombre de taches solaires en fonction du temps . . . . .	22
2.1	Série temporelle du flux magnétique net et absolu dans la simulation 1 . . . .	35
2.2	Fonction de densité de probabilité du flux magnétique des taches solaires de la base de données de Wang & Sheeley pour le cycle 21 . . . . .	37
2.3	Image de la simulation 3 à $t = 3$ ans . . . . .	40
2.4	Diagramme de l'aire en fonction de la longueur et fonctions de densité de probabilité des agrégats produits dans nos simulations . . . . .	43
2.5	Série temporelle du flux magnétique net et absolu dans les simulations 2 et 3	45
2.6	Croissance de la distribution des tailles d'agrégats dans les simulations 2 et 3	46
3.1	Flux absolu injecté sous forme de régions actives par trimestre pour le cycle 21	58
3.2	Images de la simulation 3 après 1, 3, 5, 7 et 9 ans de simulation . . . . .	60
3.3	Flux total net et flux hémisphérique absolu ; flux hémisphérique net ; dipôle magnétique en fonction du temps dans la simulation 3 . . . . .	62
3.4	Distribution en loi de puissance du flux magnétique absolu des concentrations magnétiques après 3 ans dans la simulation 3 . . . . .	65
3.5	Distribution latitudinale de l'indice de couverture magnétique de la simulation 3 après 1, 3, 5 et 7 ans, et de la simulation 1 . . . . .	67
3.6	Indice de couverture magnétique prélevé aux trois mois comparé au flux in- jecté sous forme de taches solaires durant trois mois . . . . .	68

---

3.7	Carte synoptique de l'indice de couverture magnétique de la simulation 3 . . .	69
3.8	Evolution mensuelle de la distance inter-agrégats pour cinq latitudes dans la simulation 3 . . . . .	71
3.9	Vue polaire de l'hémisphère Nord après 1, 3, 5, 7 et 9 ans de la simulation 3 .	74
3.10	Contribution du plus gros agrégat aux flux magnétiques polaires . . . . .	75
3.11	Série temporelle du nombre mensuel lissé de taches solaires observées et de l'indice de couverture magnétique simulé du réseau . . . . .	78
3.12	Evolution de la distribution de flux à partir de la dernière injection de tache solaire . . . . .	79

## LISTE DES ABRÉVIATIONS

DLA : diffusion-limited aggregation

ESA : European Space Agency

KPNO : Kitt Peak National Observatory

MDI : Michelson Doppler Imager

MHD : magnétohydrodynamique

NASA : National Aeronautics and Space Administration

PDF : probability density function

SOHO : Solar and Heliospheric Observatory

SOI : Space Object Identification

SSN : sunspot number

TSI : total solar irradiance

UV : ultra-violet





## DÉDICACE

À Louis Lessard



## REMERCIEMENTS

Merci à Paul Charbonneau pour son travail exceptionnel de supervision de mon doctorat, à Michel Béland et Jacques Richer pour leur aide technique, ainsi qu'au FQRNT pour son financement.



## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

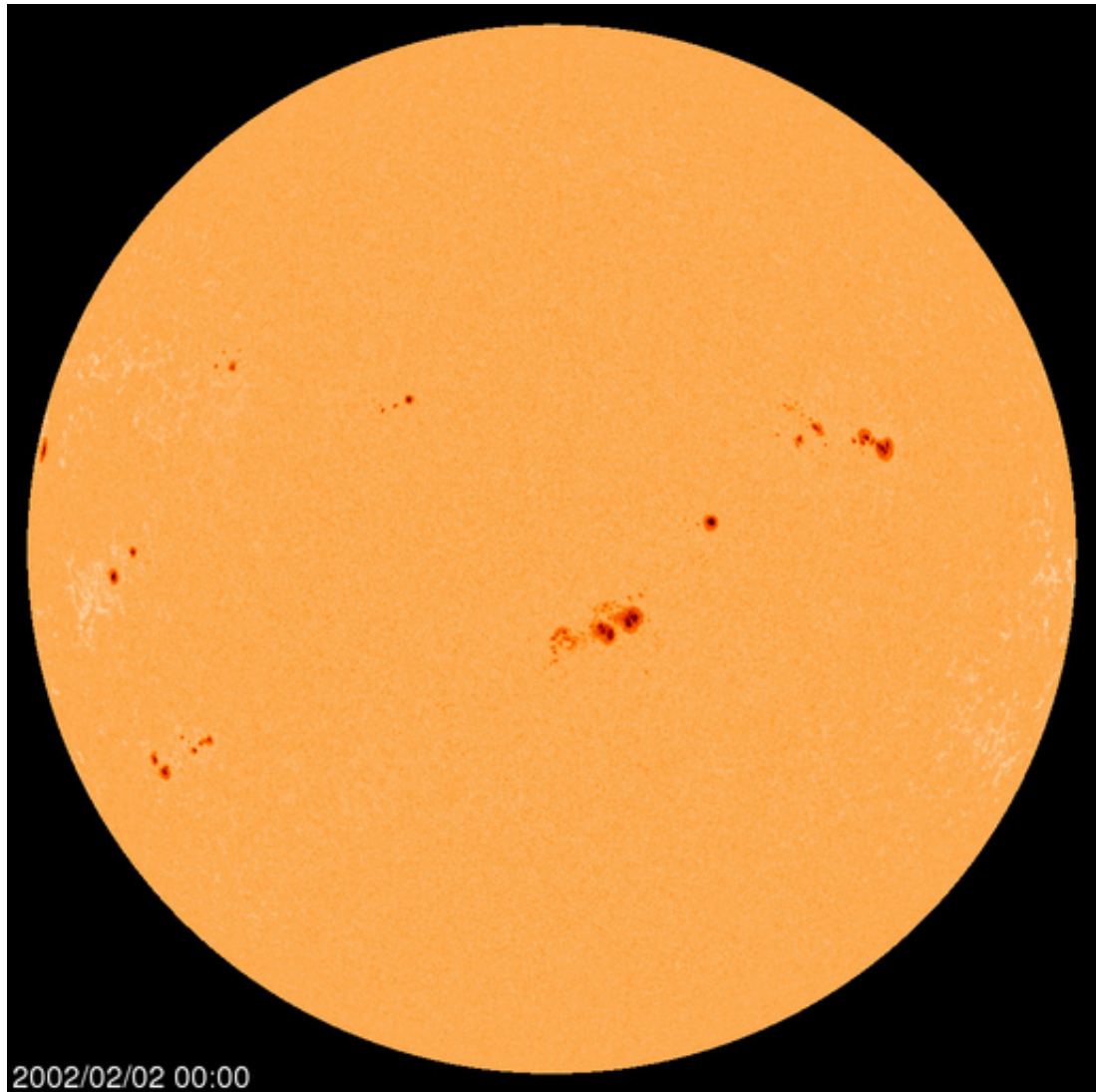
'Sans son champ magnétique, le Soleil serait une étoile aussi ennuyante que le croient la plupart des astronomes.' -R.B. Leighton

Que voit-on en observant le Soleil en lumière visible ? Un disque lumineux sur lequel des taches sombres apparaissent et disparaissent, et dont le nombre varie cycliquement dans le temps (Figure 1.1). En se rapprochant un peu, on voit des structures brillantes filamentaires autour des taches. À bien plus petite échelle, on aperçoit un motif de cellules irrégulières, de tailles semblables, claires au milieu et sombres en bordure, se retournant sur elles-mêmes. À cette même échelle, des points brillants émergent, flottent jusqu'aux confins de ces cellules et s'y accumulent, puis finissent par couler.

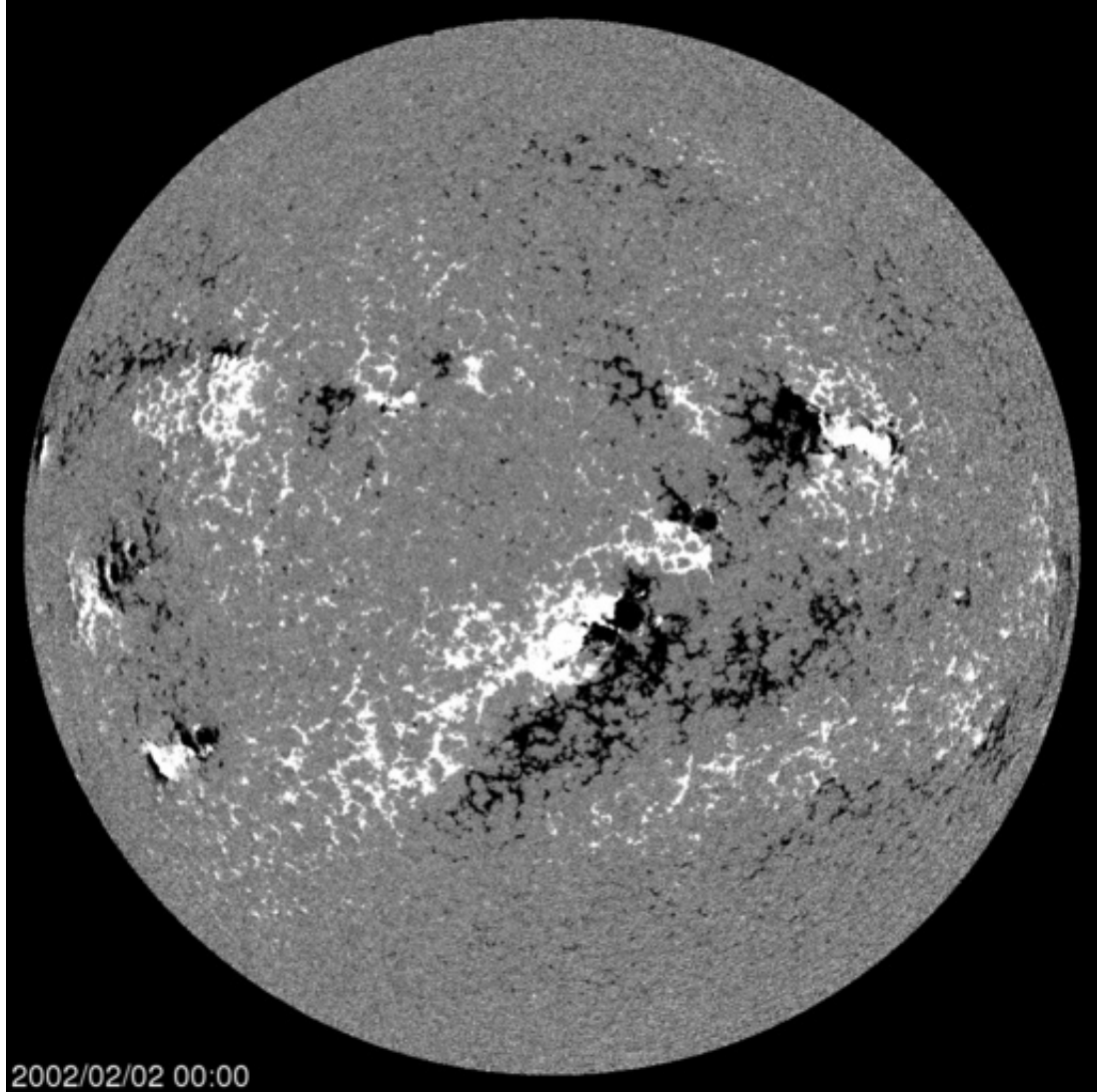
Et si on observait le Soleil sur un magnétogramme ? Le magnétogramme est une carte de l'amplitude du champ magnétique. On y verrait un disque où apparaîtraient des paires de taches de polarités magnétiques opposées, dont le nombre varie cycliquement dans le temps, ayant l'aspect présenté à la Figure 1.2. On verrait aussi des structures filamentaires autour de ces taches. À plus petite échelle, des structures ponctuelles de polarité positive et négative émergeraient, dériveraient vers des frontières invisibles, s'y accumuleraient et disparaîtraient. Les frontières invisibles délimiteraient des cellules de taille similaire et de forme irrégulière. On verrait également les structures positives et négatives s'annuler entre polarités opposées, et former des agrégats de polarités similaires. Le champ magnétique des taches est le plus intense rencontré sur le Soleil, mais le magnétisme se retrouve partout sur et dans le Soleil.

C'est ce que nous montre la surface du Soleil, la photosphère.

La photosphère se définit comme la couche d'où nous provient la quasi-totalité de la lumière du Soleil, d'où le préfixe photo. Il s'agit d'une mince couche située au-dessus de la zone convective (Solar Astrophysics, Peter V. Foukal, 2004, p.134). C'est elle qui présente un motif irrégulier de cellules de taille semblable. Ces cellules sont dues à la convection. On voit aussi aux frontières de ces cellules de convection les points brillants observables en lumière visible. Ces points forment des agrégats, et l'ensemble de ces agrégats forme le réseau. On observe ce dernier principalement au niveau de la photosphère.

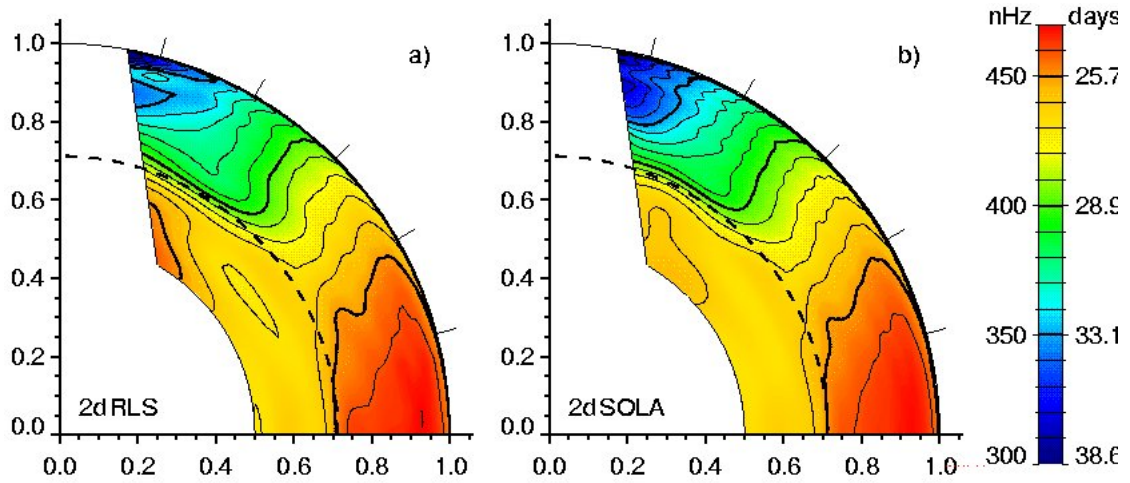


**Figure 1.1:** Le Soleil observé en intensité en lumière visible. Les taches y sont apparentes, ainsi que les facules près des bords. Les facules sont plus claires que le reste du Soleil. Image SOHO/MDI de la NASA/ESA prise le 2 février 2002 à minuit. [http://soi.stanford.edu/production/gif\\_images/intensitygrams/2002/February//MDI\\_int\\_2002.02.02\\_00:00.gif](http://soi.stanford.edu/production/gif_images/intensitygrams/2002/February//MDI_int_2002.02.02_00:00.gif)



**Figure 1.2:** Un magnétogramme solaire. Le champ magnétique détecté est dans la ligne de visée. Il est obtenu par la mesure du décalage Doppler de la longueur d'onde reçue par rapport à une longueur d'onde de référence. On prélève le signal en lumière polarisée circulairement droite et gauche, mesurés séparément. La cadence de mesure est dans ce cas d'une image aux 96 minutes. Le noir et le blanc indiquent la polarité magnétique négative et positive, et le gris, le seuil inférieur de détection du champ magnétique de 20 G. Il s'agit du seuil à partir duquel le signal se distingue du bruit. L'image est saturée à 300 G. Image SOHO/MDI de la NASA prise le 2 février 2002 à minuit. [http://soi.stanford.edu/production/gif\\_images/magnetograms/2002/02//MDI\\_mag\\_2002.02.02\\_00:00.gif](http://soi.stanford.edu/production/gif_images/magnetograms/2002/02//MDI_mag_2002.02.02_00:00.gif)

En plongeant sous la photosphère, on entre dans la zone convective, qui occupe de  $0,713 R_{\odot}$  à  $0,999 R_{\odot}$  (Christensen-Dalsgaard et al. 1991), où  $R_{\odot}$  représente le rayon solaire. Dans cette couche, le fluide monte et descend par convection, déplaçant, amplifiant et/ou détruisant les structures magnétiques.



**Figure 1.3:** Le Soleil vu en coupe. L'axe vertical correspond à l'axe de rotation, tandis que l'axe horizontal décrit le plan équatorial. L'échelle de couleur décrit la période de rotation à l'intérieur du Soleil. Sous la zone convective, on mesure une période unique d'environ 27 jours, alors que dans la zone convective cette période varie selon la profondeur et la latitude. La tachocline est la couche de gradient de vitesse très prononcé, entre les deux zones. A gauche, image de SOI, à droite de MDI. [http://www-lcd.colorado.edu/SPTP/sptp\\_global.html](http://www-lcd.colorado.edu/SPTP/sptp_global.html)

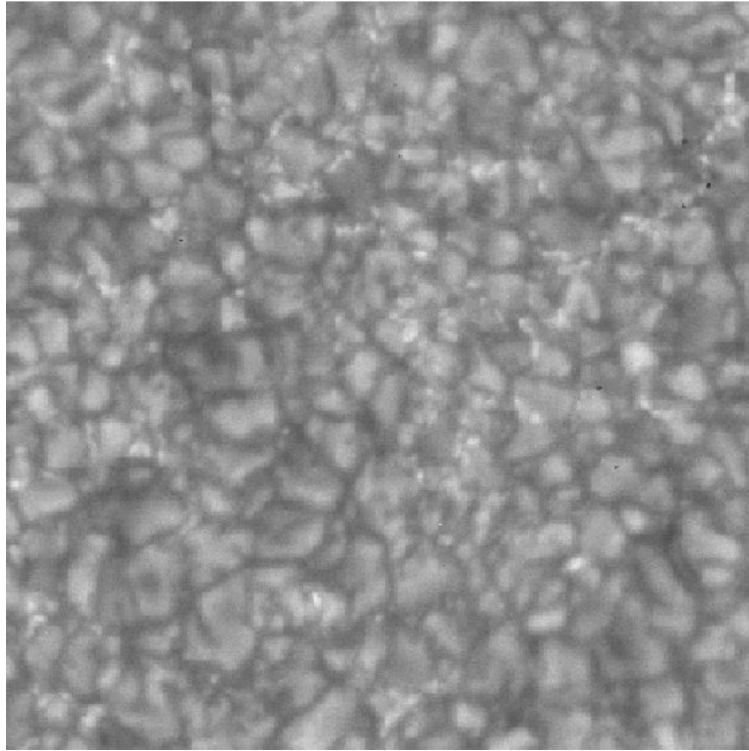
Sous la zone convective se trouve la zone radiative, du centre du Soleil jusqu'à  $0,713 R_{\odot}$ , et à l'interface de ces deux régions se trouve une zone de transition nommée tachocline (Figure 1.3). La tachocline se caractérise par un très fort gradient de vitesse angulaire. En effet, alors que la zone radiative tourne essentiellement comme un corps solide, la zone convective voit sa vitesse angulaire varier selon la profondeur et la latitude (The Sun : an Introduction, Michael Stix, 2002, p. 288-289). La tachocline serait le site de la dynamo responsable du cycle d'activité solaire (Miesch 2005 ; Gilman 2005).

### 1.1 Les écoulements dans le Soleil

Le fluide du Soleil n'est pas stationnaire dans la zone convective : il tourne et se retourne sur lui-même à plusieurs échelles.

Les processus de surface se produisent à cause des écoulements convectifs à petite échelle, soit la





**Figure 1.4:** Les cellules de convection de la surface solaire (granules). Il s'agit d'une image en intensité, où les régions claires sont plus chaudes et les régions sombres, plus froides. Leur diamètre caractéristique est de 1 Mm, leur temps de retournement de dix minutes, leur vitesse horizontale de  $0,25 \text{ km s}^{-1}$  et leur vitesse radiale de  $0,4 \text{ km s}^{-1}$  (Beckers et Morrison 1970 ; Krieg et al. 2000). Des points brillants fortement magnétisés se retrouvent aux frontières des granules. Image de la photosphère solaire couvrant environ 15 Mm par 15 Mm. Découpé d'une image produite par D. Shine, Lockheed/Palo-Alto.

granulation et la supergranulation. La granulation est le motif formé par les cellules convective (granules) montrées en lumière visible à la Figure 1.4. Leur diamètre typique fait  $1 \text{ Mm}^1$  et leur temps de retournement est d'environ dix minutes (Solar Astrophysics, Peter V. Foukal, 2004, p.140). Le retournement des granules engendre le déplacement des structures magnétiques à la surface. Ce faisant, elles s'agrègent à des frontières et ainsi délimitent un autre type de cellule de fluide nommé supergranule.

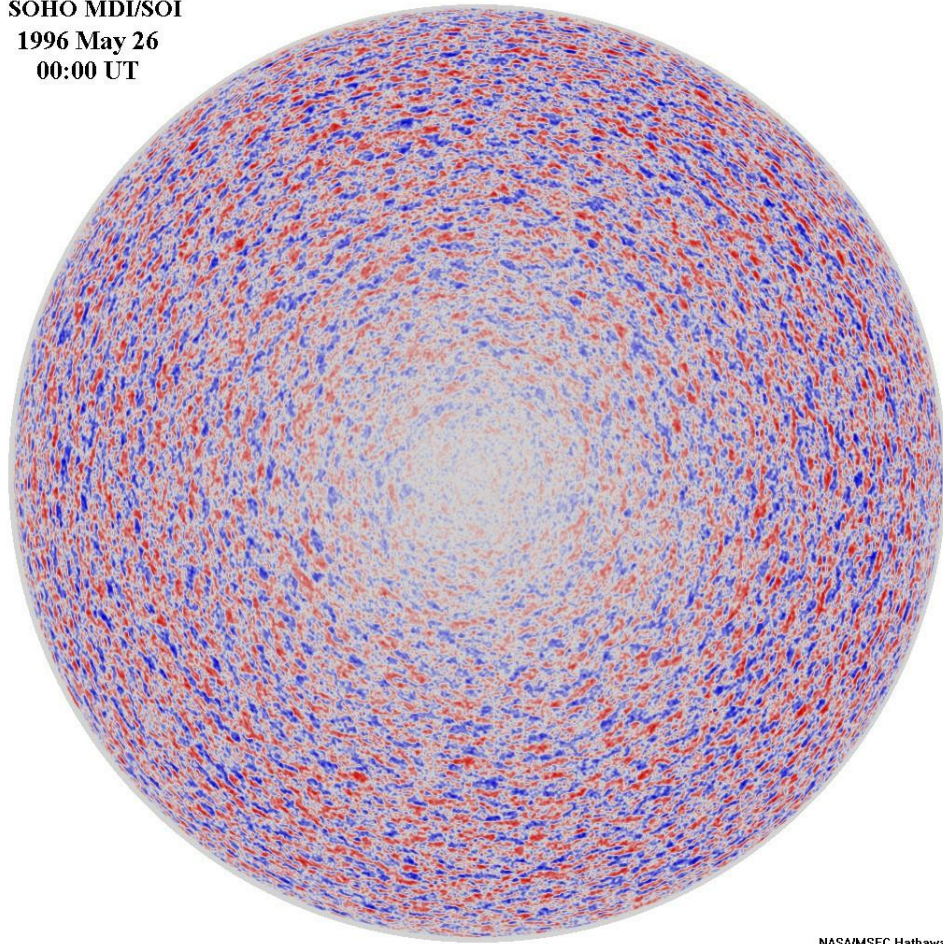
Les supergranules sont des cellules de plus grande taille et de plus longue durée de vie (environ un jour) que les granules (Solar Astrophysics, Peter V. Foukal, 2004, p. 140). Leur diamètre est estimé à 12 à 75 Mm (Rieutord et Rincon 2010). La valeur de 32 Mm est souvent citée. On observe les supergranules grâce à leurs vitesses horizontales pointant vers leurs frontières et au réseau magnétique qui s'accumule à ces frontières. A grande échelle ils présentent l'aspect qu'on

---

<sup>1</sup>Mégamètre, ou un million de mètres

---

SOHO MDI/SOI  
1996 May 26  
00:00 UT



NASA/MSFC Hathaway

**Figure 1.5:** Les cellules de supergranulation. Leur diamètre typique est de 32 Mm, et leur temps de vie d'environ un jour. Image Doppler du Soleil montrant la direction de la vitesse dans la ligne de visée. On voit que la vitesse de l'écoulement est horizontale, car les cellules disparaissent au milieu du disque et sont plus prononcées à mesure qu'on approche des bords. La vitesse horizontale est typiquement autour de  $0,5 \text{ km s}^{-1}$ . On a soustrait la rotation différentielle et la granulation, dans le dernier cas en prenant une moyenne temporelle sur plusieurs temps de retournement de granules. Par David Hathaway à partir de données SOHO/MDI. [solarscience.msfc.nasa.gov/images/supergranules.jpg](http://solarscience.msfc.nasa.gov/images/supergranules.jpg)

---

voit sur la Figure 1.5. L'origine convective des supergranules demeure controversée, en raison du manque de corrélation entre la température et la vitesse verticale du fluide qu'on mesure en leur centre : dans une cellule convective, on doit observer le fluide le plus chaud aux endroits où il monte de l'intérieur solaire, et le plus froid où il y redescend. Contrairement à la granulation, cette corrélation demeure difficile à observer dans les supergranules en raison des forts champs magnétiques aux sites d'écoulement vers l'intérieur qui altèrent l'écoulement local et le champ de température (Bellot Rubio et al. 1997, 1999, Briand et Solanki 1998, Frutiger et Solanki 1998, 2001, Rast 2003b). L'écoulement supergranulaire est néanmoins considéré dans plusieurs modèles de déplacement du flux magnétique à la surface du Soleil comme agent transporteur des structures magnétiques.

Les écoulements ne se produisent pas qu'en surface. Mais pour les étudier à l'intérieur du Soleil, il faut recourir à l'héliosismologie. L'héliosismologie étudie les oscillations à l'intérieur du Soleil. Elle permet de mesurer plusieurs quantités dont la vitesse des fluides. Plus précisément, une perturbation dans le fluide génère un spectre d'ondes dont la propagation donne des informations sur la densité du fluide qu'elles traversent et celle du fluide contre lequel elles sont réfléchies. C'est grâce à l'héliosismologie qu'on a mesuré la profondeur de la zone convective : pour donner le profil de fréquences observé, il faut que les ondes se propageant dans cette zone traversent une zone de discontinuité dans le gradient de température, passant d'adiabatique à subadiabatique. Cette zone commence à une profondeur de  $0,713 R_{\odot}$ , là où commence la zone convective.

Certains écoulements solaires couvrent des distances de l'ordre du rayon solaire. Ce sont la circulation méridienne et la rotation différentielle. Dans le premier cas, le fluide en surface circule dans chaque hémisphère de l'équateur au pôle (Hathaway 1996, Hathaway et al. 1996). Par la conservation de la masse, il coule aux pôles et revient vers l'équateur plus bas dans la zone convective, à une profondeur estimée à plus de 50 Mm (Hathaway 2012). Il remonte ensuite à la surface à l'équateur. Quant à la rotation différentielle, il s'agit de la variation de la vitesse angulaire de rotation selon la latitude et la profondeur. Elle se manifeste à la surface par l'équateur effectuant une rotation complète en 25 jours et le pôle en 33 jours. En profondeur, les vitesses de toutes les latitudes tendent vers 28 jours, la valeur dans la zone radiative (The Sun from Space, Kenneth R. Lang, 2002, p. 84). Le temps de rotation du Soleil à une latitude d'environ  $45^{\circ}$ , soit 27,2753 jours, sert de référence et définit la période de rotation dite de Carrington <sup>2</sup> (The Sun : an Introduction, Michael Stix, 2002, p.278).

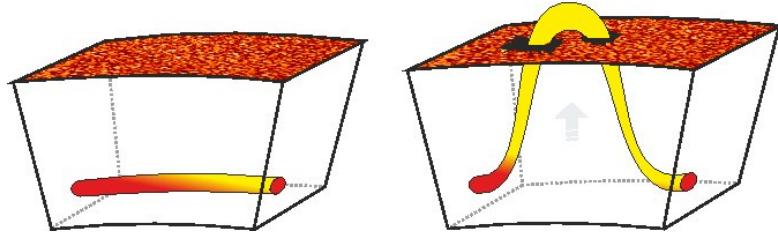
---

<sup>2</sup>Richard Christopher Carrington, 1826-1875

---

## 1.2 Le magnétisme solaire

L'étude théorique du magnétisme solaire présente plusieurs défis, notamment à cause de la nature fluide du Soleil. On facilite cette étude à l'aide de l'approximation des tubes de flux, où les lignes de champ magnétique sont confinées dans un tube à l'extérieur duquel le fluide est non-magnétisé (Spruit 1981). Grâce à la force de flottaison, des segments de ces tubes remontent à la surface du Soleil en formant des boucles en forme de  $\Omega$ , comme sur la Figure 1.6. Dans le plan de la surface, ils apparaissent comme des points. Si la surface est un magnétogramme, on distingue les polarités. Ces tubes de flux se déplacent sur la photosphère et interagissent lorsqu'ils sont assez près les uns des autres. Ainsi, deux tubes dont les lignes de champ sont parallèles vont s'agréger tandis que les tubes où elles sont antiparallèles vont s'annuler et leurs lignes de champ se reconnecter. Les points formés à l'endroit où ils traversent la surface disparaissent alors.



**Figure 1.6:** Représentation d'un tube de flux traversant la photosphère, où il apparaît comme deux taches. Les plus grands tubes de flux s'alignent typiquement sur la direction toroïdale (est-ouest) du Soleil et émergent grâce à la force de flottaison magnétique. Leur intersection avec la photosphère prend donc la forme d'une paire de taches. Les tubes de flux à plus petite échelle se comportent similairement, sauf qu'ils ne forment pas de taches solaires. Tiré de la thèse de Dario Passos (2010).

Le champ magnétique en unités cgs s'exprime en Gauss<sup>3</sup> (G). En revanche, il est d'usage de cataloguer les structures magnétiques en terme de leur flux magnétique. Il consiste en le produit scalaire du champ magnétique traversant une surface fois l'aire, intégré sur la surface :

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dS. \quad (1.1)$$

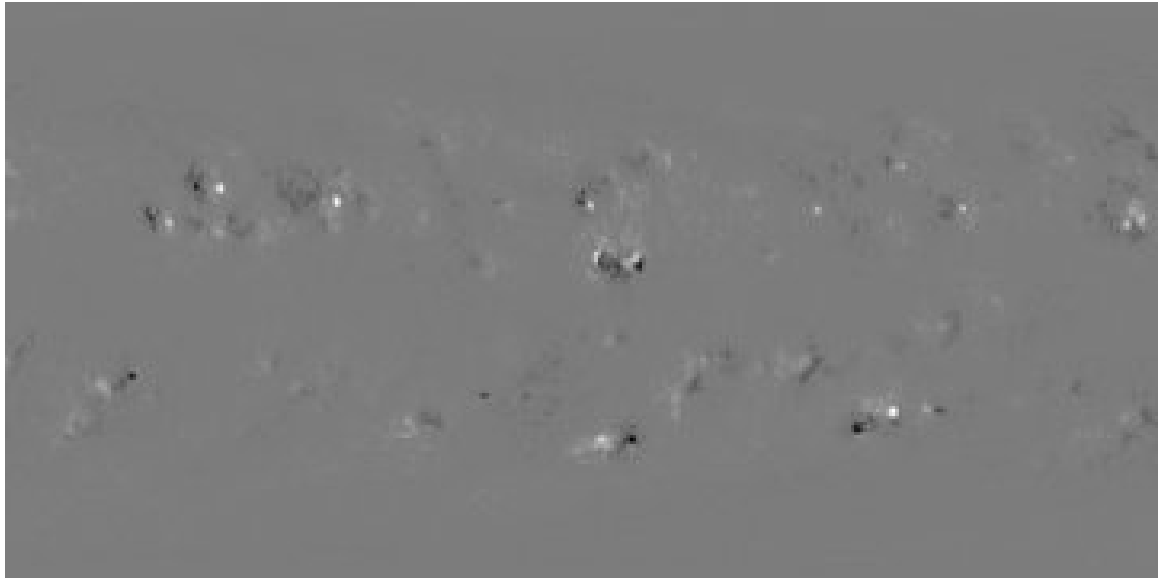
Les unités cgs en sont le Maxwell<sup>4</sup> (Mx). Les observations montrent que le champ magnétique de la photosphère solaire lui est essentiellement perpendiculaire dans les éléments magnétiques du réseau.

Le magnétisme solaire existe à plusieurs échelles de temps, de taille et de flux. La taille des plus

---

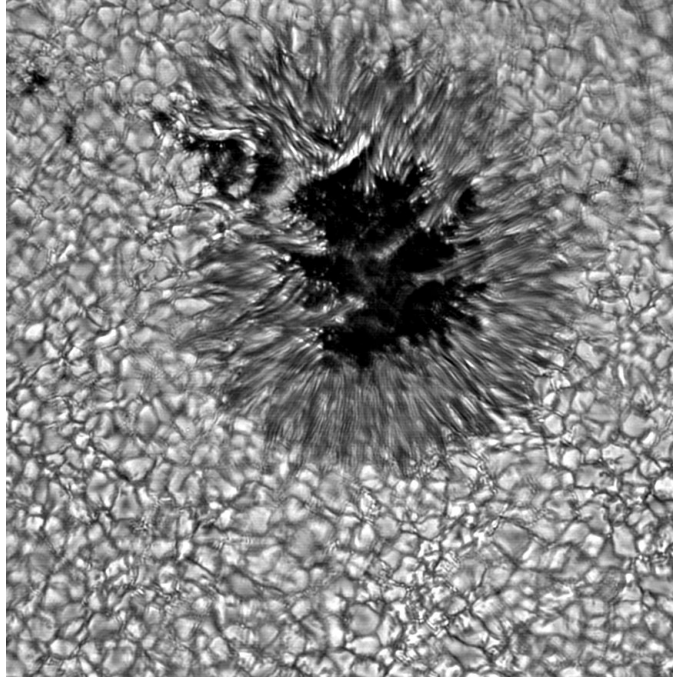
<sup>3</sup>Carl Friedrich Gauss, 1777-1855

<sup>4</sup>James Clerk Maxwell, 1831-1879



**Figure 1.7:** Magnétogramme synoptique du Soleil. L'axe horizontal suit la longitude héliographique, et l'axe vertical le cosinus de la latitude héliographique. Il est construit en enregistrant un magnétogramme du disque solaire comme celui de la Figure 1.2 à chaque jour durant une rotation de Carrington (27 jours), puis en déroulant le résultat sur un rectangle. Noter le regroupement de taches de polarités opposées. Attendre 27 jours permet d'avoir tout le Soleil au lieu de seulement la partie orientée vers la Terre. Magnétogramme synoptique de la rotation de Carrington 1685, correspondant au mois d'août 1979. Gracieuseté de David Hathaway et du KPNO.

petites structures détectables dépend fortement de la résolution des meilleurs magnétogrammes. Les plus petites structures détectables à ce jour sont des tubes de flux individuels dont le flux varie de  $10^{16}$  à  $10^{17}$  Mx et dont l'ensemble est parfois nommé inter-réseau (à ne pas confondre avec le réseau). Il apparaît comme un ensemble de points et se retrouve à l'intérieur des granules. Les agrégats de ces tubes de flux forment collectivement le réseau et individuellement se nomment éléments du réseau. On les observe aux frontières des granules, et non à l'intérieur de ceux-ci, comme l'inter-réseau. Ils présentent un aspect fractal et leur forme se conserve à peu près dans le temps en l'absence d'interactions avec d'autres concentrations magnétiques. Leur flux se situe dans les  $10^{18-19}$  Mx. Une autre échelle de flux, les régions éphémères, consiste en des concentrations bipolaires de flux de polarités opposées et séparées. Leur flux varie dans les  $10^{19} - 5 \times 10^{20}$  Mx et leur champ magnétique va jusqu'à 1200 G (Harvey et Martin 1973). Leur taille et leur durée de vie sont typiquement supérieures à celles des éléments du réseau, mais inférieures à celles des facules, avec 20 à 40 Mm de longueur et environ 24 h de durée de vie. Leur forme évolue par la dispersion du flux, à l'intérieur d'une polarité du bipôle et entre les moitiés du bipôle. Quant aux facules, ces grandes structures autour des taches, d'aspect fractal, mais plus filamentaires que le réseau, elles sont les produits de désintégration des taches. Enfin, les taches solaires sont les

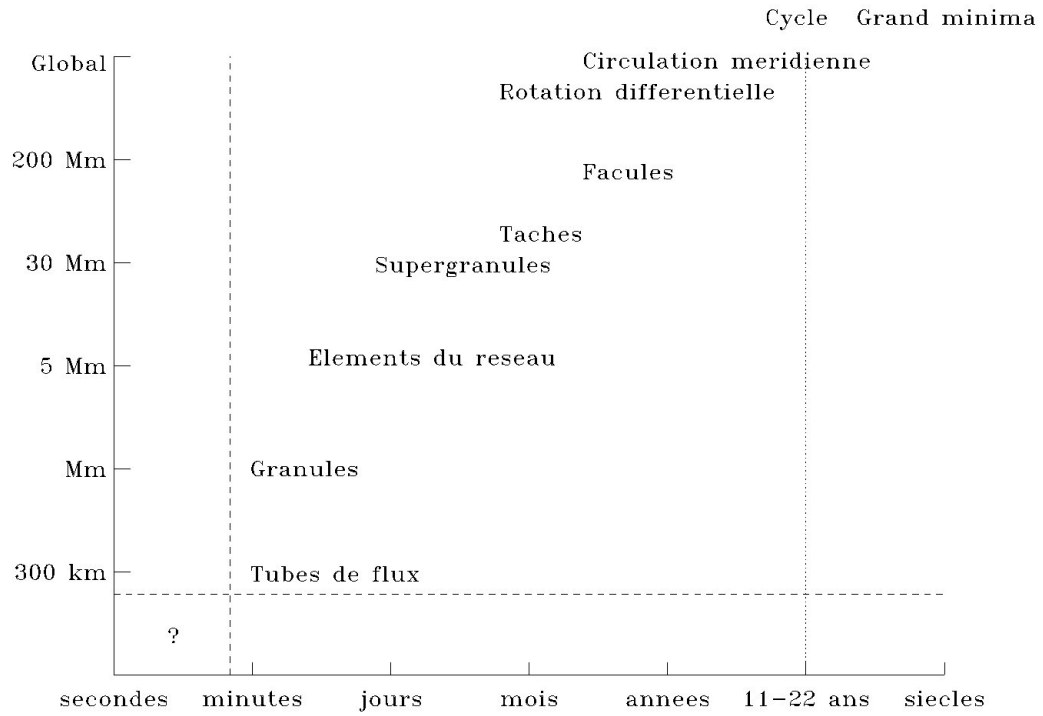


**Figure 1.8:** Tache solaire entourée de granules dans la bande G (visible). Les filaments entre la partie sombre (l'ombre) et les cellules convectives suivent les lignes de champ magnétique. A cet endroit, la pénombre, elles cessent d'être perpendiculaires à la surface. L'image couvre environ 25 Mm par 25 Mm. [http://www.noao.edu/image\\_gallery/html/im0382.html](http://www.noao.edu/image_gallery/html/im0382.html)

structures ayant le flux magnétique le plus élevé. Elles sont classées selon leur taille et leur forme, des circulaires aux irrégulières. Ce sont elles qu'on voit sur le magnétogramme de la Figure 1.7, et sur la Figure 1.8.

Les petites structures ont tendance à s'agréger alors que les plus grosses vont plutôt se fragmenter. Les flux et tailles discriminant un type de structure d'un autre varient selon les auteurs. Le tableau 1.I présente les caractéristiques des principales structures magnétiques de la photosphère solaire. La Figure 1.9 illustre quant à elle les échelles spatiales et temporelles des structures magnétiques et des écoulements.

Toutes ces structures sont sujettes à des processus de surface qui modifient leur nombre et leur taille. Ces processus sont l'émergence, l'advection, la coalescence, l'annulation, la fragmentation et la submergence. Ils sont causés par le mouvement convectif du fluide solaire dans la photosphère, qui repose sur le sommet de la zone convective. L'émergence résulte du fluide chaud remontant en surface. L'advection est le transport latéral par le fluide. La coalescence se produit lorsque



**Figure 1.9:** Échelles spatiales et temporelles des structures magnétiques et des écoulements solaires. Les lignes pointillées dans le coin inférieur gauche désignent la limite actuelle de résolution des instruments de détection de la photosphère solaire.

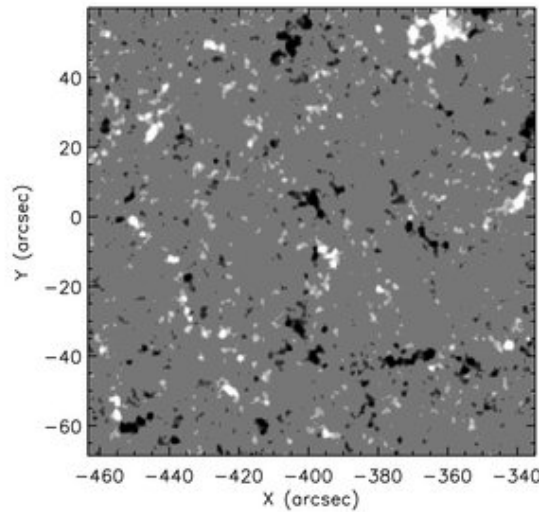
**Tableau 1.I:**

Caractéristiques des structures magnétiques photosphériques				
	Tubes de flux	Éléments du réseau	Facules	Taches solaires
Taille (Mm)	0,2	1-10	10-250	2,5-60
Durée de vie	9 h	17-48 h	2-50 j	1 j - 3 mois
Champ magnétique (G)	1000	1000	50-1500	1000-3000
Flux magnétique (Mx)	$10^{16-17}$	$10^{18-19}$	-	$10^{20-23}$

deux concentrations de flux magnétique de même polarité se rencontrent, poussées ensemble par le fluide aux frontières des granules et des supergranules. Similairement, l'annulation se produit lors de la rencontre de deux concentrations de polarités opposées. Au contraire, la fragmentation a lieu lorsque le fluide sépare une concentration en morceaux. Enfin, la submergence se produit lorsqu'une concentration coule avec le fluide refroidi descendant dans les profondeurs de la zone convective.

### 1.3 Le réseau

À la plus petite échelle où on le détecte, le magnétisme photosphérique solaire se manifeste sous forme de structures à la limite de résolution émergeant à la surface et s'agrégeant sous forme de réseau magnétique. On voit le réseau sur un magnétogramme à la Figure 1.10.



**Figure 1.10:** Le réseau magnétique vu sur un magnétogramme. Le noir et le blanc dénotent des polarités opposées. Sa taille typique se situe dans les 1-10 Mm. L'image sature à 30 G. Données magnétographiques provenant de SOHO/MDI, montrées à la Figure 1b de Meyer et al. (2013).

Le réseau serait produit à 90 % par la désintégration des régions éphémères, plus grandes que les éléments du réseau, et à 10 % par l'inter-réseau, plus petit que les éléments du réseau (Schrijver et al. 1997, Hagenaar 2001). La durée de vie de ses éléments est de 17 à 48 h (Simon et al. 2001), et varie selon leur flux d'après  $\tau = 1200(\Phi/\Phi_0)^{2,4}$  (s) ( $\Phi_0 = 2,5 \times 10^{18}$  Mx) (Hagenaar et al. 1999). On leur attribue un diamètre de 1 à 10 Mm (Martin 1988, de Wijn et al. 2009). Leur taux d'émergence se situe entre  $2 \times 10^{22}$  et  $5 \times 10^{23}$  Mx  $j^{-1}$  (Worden et Harvey 2000, Simon et al. 2001 (modélisé), Hagenaar 2001, Krijger et Roudier 2003). Le temps caractéristique de remplacement du flux est estimé à 8-19 h par Hagenaar et al. (2003), et 1-2 h par Hagenaar et al. (2008).



---

Mais d'où vient le réseau ?

Son apparition est liée à la dynamo qui génère les structures magnétiques. La dynamo solaire transforme l'énergie cinétique de l'écoulement en énergie électromagnétique. L'électromagnétisme dans les fluides est traité grâce à la magnétohydrodynamique. L'équation fondamentale en est l'équation d'induction magnétohydrodynamique :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times ((\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (1.2)$$

où  $\mathbf{B}$  représente le champ magnétique,  $t$  le temps,  $\mathbf{u}$  la vitesse de l'écoulement, et  $\eta$  la diffusivité magnétique. Dans le dernier cas,  $\eta = \frac{1}{\mu_0 \sigma}$ , où  $\sigma$  est la conductivité électrique. Le premier terme à droite de l'équation représente l'induction d'un fluide qui traverse un champ magnétique, tandis que le deuxième terme représente la dissipation des courants électriques soutenant le champ.

On peut simplifier cette équation lorsqu'un terme domine l'autre. Pour déterminer si c'est le cas, on fait une analyse dimensionnelle de l'équation d'induction magnétohydrodynamique. On remplace alors chaque quantité par sa valeur caractéristique, et les dérivées spatiale et temporelle respectivement par  $1/l$  et  $1/\tau$ , où  $l$  et  $\tau$  sont une longueur et un temps caractéristiques à la fois de  $\mathbf{u}$  et de  $\mathbf{B}$ . On obtient alors l'équation adimensionnelle

$$\frac{\mathbf{B}}{\tau} = \frac{u_0 \mathbf{B}}{l} + \frac{\eta \mathbf{B}}{l^2}. \quad (1.3)$$

Le rapport du premier terme sur le second donne le nombre de Reynolds magnétique  $R_m = \frac{u_0 l}{\eta}$ . Ce nombre mesure l'importance relative de l'induction sur la dissipation sur des échelles de longueur d'ordre  $l$ . Lorsque  $R_m \gg 1$ , l'évolution de  $\mathbf{B}$  est dominée par l'advection par l'écoulement, alors que lorsque  $R_m \ll 1$ ,  $\mathbf{B}$  se dégrade par dissipation ohmique.

Ces cas-limite exprimés sous forme adimensionnelle simplifient encore davantage le problème : si  $R_m \ll 1$ , on trouve que

$$\tau = \frac{l^2}{\eta}, \quad (1.4)$$

qui correspond au temps de diffusion magnétique. Connaissant  $l$  et  $\eta$ , on peut estimer  $\tau$ . Dans la photosphère solaire, on a  $\eta = 1000 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  et des tubes de flux de rayon typique  $l = 10^2 \text{ km}$ , donnant  $\tau \approx 10^7 \text{ s}$  ou un an. Le temps de diffusion des tubes de flux est donc beaucoup plus long que leur temps de vie observé, qui est de quelques jours. Leur structure est ainsi conservée lors de leur transport advectif dans la photosphère. Ceci permet de modéliser les tubes de flux comme

---

des structures cohérentes.

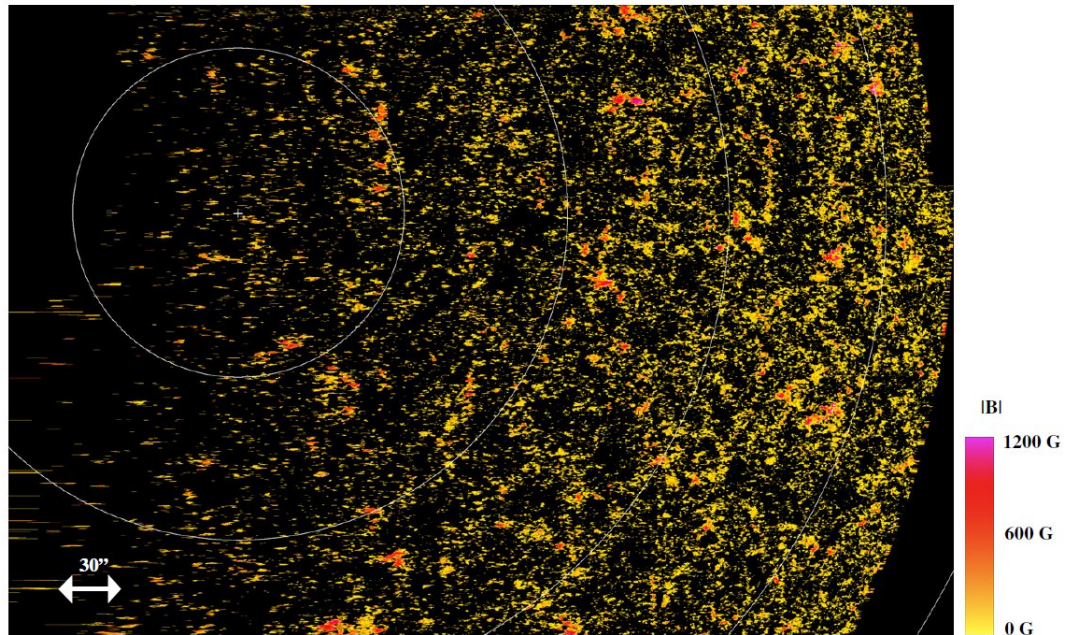
Deux dynamos opéreraient dans le Soleil : une dans la tachocline, qui générerait le champ à grande échelle responsable du cycle de onze ans observé sous forme de régions actives dont le nombre varie cycliquement ; l'autre à la surface qui générerait le champ magnétique à petite échelle, uniforme et toujours présent, à savoir le réseau (Hagenaar et al. 2003). L'hypothèse de ces derniers vient de ce que leurs distributions de régions éphémères suivent une double exponentielle, suggérant deux processus distincts de génération du magnétisme à l'oeuvre dans le Soleil.

L'action de deux dynamos séparées serait toutefois incohérente avec la détermination observationnelle par Parnell et al. (2009) d'une seule loi de puissance dans la distribution des flux photosphériques. Ils suggèrent plutôt deux possibilités. Dans le premier cas, la distribution de flux serait causée directement par la dynamo dans la tachocline, avec la contribution d'une dynamo turbulente agissant à toutes les échelles dans toute la zone convective. Les plus grandes structures, celles dont le flux excède  $10^{20}$  Mx, créées dans la tachocline, seraient amorties au minimum d'activité alors que les plus petites structures (dont le réseau) seraient toujours produites dans la zone convective tout au long du cycle. Les simulations numériques de convection de Stein et al. (2009) montrent d'ailleurs que la convection se produit non pas à deux échelles distinctes, mais dans un continuum d'échelles dont la longueur caractéristique augmente avec la profondeur dans la zone convective. L'autre explication de Parnell et al. (2009) pour l'unique loi de puissance est que le champ magnétique serait injecté à au plus quelques échelles spécifiques, mais que plusieurs processus physiques transformeraient le flux jusqu'à donner la distribution observée sans égard à la distribution originale. Le comportement du magnétisme photosphérique serait alors dominé par la convection de surface.

Nos simulations (Chapitre 2) supportent la deuxième hypothèse de Parnell et al. (2009) à l'effet que les processus de surface effaceraient la trace des échelles d'injection. Les processus physiques qui transforment le flux dans nos simulations sont à peu de choses près les mêmes que ceux observés. Bien que nos échelles d'injection soient distinctes et éloignées, nous obtenons une loi de puissance unique. Nous verrons plus loin comment on obtient cette distribution de flux à partir d'une distribution initiale entièrement différente.

Les propriétés du réseau, et du magnétisme en général, sont plus méconnues à certains endroits qu'à d'autres, en particulier aux pôles. Les magnétographes polaires présentent un défi supplémentaire à cause des effets de bordure, du fort gradient d'intensité et des conditions variables de visibilité, qui augmentent le bruit lorsque mesurés à partir du sol. Cependant, le Solar Optical

Telescope (SOT) de la mission spatiale Hinode a permis depuis 2008 de mieux mesurer les champs magnétiques photosphériques aux pôles. Les pôles solaires contiennent des champs magnétiques qui seraient la manifestation directe des champs poloïdaux internes servant de germe à la dynamo globale, celle qui produit les champs toroïdaux causant les régions actives. Or, on y a découvert des structures magnétiques semblables à celles produites aux mi-latitudes, malgré l'éloignement des pôles à ces latitudes. Ainsi constate-t-on que l'activité solaire, bien que localisée, a des impacts sur toute la surface solaire. De plus, ces structures magnétiques possèdent aux pôles une aire et un flux supérieurs à ceux rencontrés dans le Soleil inactif, et le flux magnétique total de la région polaire est supérieur à celui du Soleil inactif. Il se pourrait donc que l'impact des pôles sur le magnétisme soit supérieur à celui des régions à basse latitude.



**Figure 1.11:** Magnétogramme de la région polaire nord du Soleil (Figure 1 de Ito et al. 2010), pris le 25 septembre 2007 lors du dernier minimum d'activité. Les champs magnétiques saturent à  $\pm 1200$  G. La taille des pixels est de  $0,16''$ . Les cercles concentriques suivent les parallèles à tous les cinq degrés.

#### 1.4 Modèles du réseau

L'un des grands défis des modèles du réseau consiste à capturer toutes les échelles de longueur, de temps et de flux impliquées dans l'évolution du réseau. De la distance d'interaction entre les tubes de flux ( $\simeq 10^6$  m) au rayon solaire ( $696 \times 10^6$  m), on couvre ainsi trois ordres de grandeur en

---

longueur ; du temps de retournement des granules (10 minutes ou 600 s) au cycle solaire (onze ans ou  $3 \times 10^8$  s), on couvre cinq ordres de grandeur en temps ; du flux élémentaire contenu dans les tubes de flux ( $10^{17}$  Mx) à celui contenu dans les plus grosses taches solaires ( $10^{23}$  Mx), on couvre six ordres de grandeur en flux. Des simulations magnétohydrodynamiques en trois dimensions sur autant d'ordres de grandeurs seraient beaucoup trop coûteuses en temps et en puissance de calcul informatique. Par conséquent, les modèles sont construits en deux dimensions par nécessité.

Le réseau a été modélisé de plusieurs façons (résumés dans de Wijn et al. 2009) : aux échelles locale et globale ; avec des flux injectés variant dans leur étendue et leur distribution ; selon les équations d'advection, de diffusion, de transport de flux, de la magnétochimie, ou la méthode de Monte Carlo ; incluant ou non les écoulements de la surface solaire (granulation, supergranulation, circulation méridienne et rotation différentielle) ; et incluant parfois des processus physiques transformant le flux tels l'émergence, la coalescence, l'annulation, la fragmentation et la submergence.

Le premier modèle d'évolution du flux magnétique photosphérique remonte à Wang et Sheeley en 1989 et 1991. Leur modèle résolvait numériquement les équations de transport de flux (équ. 1.2) pour la composante radiale du champ magnétique photosphérique,  $B_r$ , en représentant les écoulements à l'aide de coefficients calibrés sur les observations. Ils avaient ainsi un taux de diffusion de l'écoulement supergranulaire, la circulation méridienne et la rotation différentielle. Un terme source variable spatialement et temporellement représentait l'éruption du flux. Il s'agissait d'un modèle à grande échelle qui ne traitait pas explicitement le réseau.

Par la suite, les équations dites de la 'magnétochimie' ont été développées par Schrijver et al. (1997) pour suivre le flux statistiquement sur plusieurs échelles, à travers les processus de coalescence, annulation et fragmentation. Le mouvement passif des concentrations de flux sur l'écoulement supergranulaire était représenté avec la marche aléatoire. Le flux injecté par le terme source de l'équation (à une échelle unique de  $10^{19}$  Mx) était en partie recyclé pour compenser la perte de flux par annulation de polarité.

Des flotteurs sur un écoulement granulaire ont été simulés par van Ballegooijen et al. (1998), Simon et al. (2001) et Rast (2003a). Dans le premier cas, tous les flotteurs avaient le même flux de  $1,7 \times 10^{17}$  Mx. Dans le deuxième cas, l'écoulement supergranulaire était ajouté et le flux injecté y était environ vingt fois plus élevé que chez le premier, et contrairement à celui-ci, le flux était recyclé. Un modèle local du flux sous forme de flotteurs sur les écoulements granulaire et supergranulaire par Meyer et al. (2011) modélisait également l'émergence, la coalescence, l'annulation

---

et la fragmentation, mais pas la submergence. Aucun modèle avec flotteurs n'inclut d'ailleurs la submergence. Dans le dernier cas, l'injection de flux se faisait à plusieurs échelles selon une distribution en loi de puissance, et le flux minimal injecté constituait le seul paramètre libre.

Un modèle classique de diffusion à l'échelle globale a été développé par Schrijver (2001). Le modèle incluait certains processus surfaciques, à savoir la coalescence, l'annulation, la fragmentation et la submergence, de même que les écoulements à grande échelle. Un terme source représentait l'émergence du flux sous forme de somme de deux distributions en loi de puissance. Plusieurs paramètres étaient modulés : le taux d'injection du flux, le coefficient de diffusion, le mode de dispersion (dépendance du pas de marche sur le flux), le flux maximal dans les régions émergentes, la vitesse maximale de la circulation méridienne et celle de la rotation différentielle. Il s'agissait d'une marche aléatoire sur une sphère avec un pas de marche variable.

Les premières simulations Monte Carlo du déplacement des tubes de flux ont été faites par Parnell (2001). Les tubes de flux y étaient contraints sur un réseau local de cellules représentant les frontières des supergranules. Le modèle incluait les processus surfaciques d'émergence, coalescence, annulation et fragmentation, mais pas la submergence. La vitesse des concentrations diminuait lorsque le nombre d'éléments les composant augmentait. Cranmer et van Ballegoijen (2010) avaient un modèle semblable, avec les mêmes processus surfaciques, mais sur l'écoulement granulaire et non supergranulaire. Leur principal paramètre libre était le rapport d'excès de flux. Similairement, les simulations Monte Carlo locales de Crouch et al. (2007) du déplacement des tubes de flux se faisaient sur l'écoulement granulaire. Ces simulations incluaient également les processus d'émergence, coalescence et annulation, mais avec en plus la submergence, et sans fragmentation.

La version globale du modèle de Crouch et al. (2007) (qui fait l'objet de cette thèse) y ajoute les écoulements à grande échelle que sont la rotation différentielle et la circulation méridienne. L'injection de flux se fait aussi aux grandes échelles sous forme de taches solaires qui libèrent des tubes de flux.

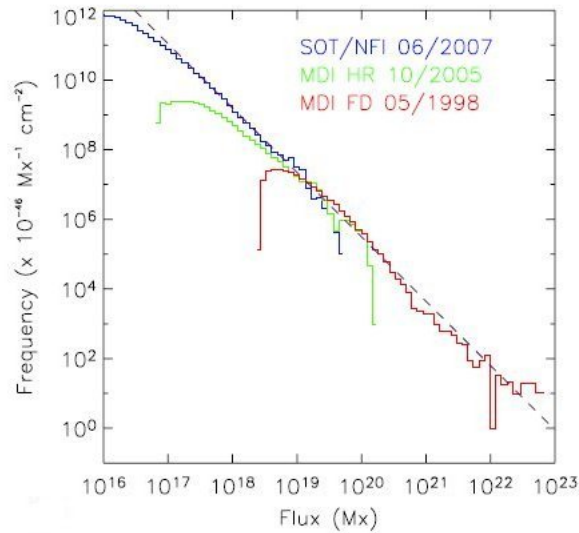
Les différents modèles décrits ci-haut sont résumés dans le tableau 1.II. Tous ont en commun d'injecter du flux et de régir son mouvement. Cependant, les modèles n'incluent pas tous des écoulements ni tous les processus de surface qui transforment le flux.

Malgré la diversité de processus d'injection, de déplacement et d'interaction, les distributions résultant de ces modèles ont en commun de suivre soit une loi de puissance, soit une exponen-

tielle ou une distribution intermédiaire, la distribution de Weibull. Dans tous ces cas, on retrouve un nombre décroissant de structures à mesure qu'on va vers des structures plus grandes.

### 1.5 La distribution du flux

La distribution du flux photosphérique a la forme d'une loi de puissance. Elle a un indice  $\alpha$  de  $-1,85 \pm 0,14$  (Parnell et al. 2009) et couvre plus de cinq ordres de grandeur en flux, de la plus petite échelle détectable jusqu'aux taches solaires (Figure 1.12). Cela signifie qu'on trouve beaucoup de structures de flux bas, mais comparativement peu de structures de flux élevé.



**Figure 1.12:** La distribution de flux photosphérique observée par Parnell et al. (2009) (Figure 5a). Combinaison de trois séries de données prises à trois moments différents du cycle d'activité par trois instruments : le Solar Optical Telescope durant le minimum de 2007, le magnétogramme de MDI à haute résolution durant la phase descendante en 2005 et le magnétogramme MDI plein disque durant la phase ascendante de 1998.

Une loi de puissance implique une invariance d'échelle. Cela est étrange dans le contexte présent, où on a des échelles caractéristiques bien définies dans les écoulements granulaire, supergranulaire, méridien et la rotation différentielle.

D'autres distributions que la loi de puissance ont été trouvées : Parnell (2002) obtient une distribution de Weibull (à mi-chemin entre une exponentielle et une loi de puissance) tandis que Schrijver et al. (1997) obtiennent une exponentielle. Ces deux derniers utilisent les équations de la magné-

Tableau 1.II:

Comparaison entre les modèles du réseau solaire					
Modèle	Echelle	Flux injecté (Mx)	Equations	Ecoulements	Processus
Thibault et al. (2012)	Globale	$10^{17}$ et $10^{20-23}$	Monte Carlo en 2D	G, RD, CM	E, C, A, S, F (taches seulement)
Crouch et al. (2007)	(100 Mm) <sup>2</sup>	$10^{17}$	Monte Carlo en 2D	G	E, C, A, S
Meyer et al. (2011)	(50 Mm) <sup>2</sup>	$(4 \text{ à } 100) \times 10^{16}$ à $10^{19}$	-	SG, G	E, C, A, F
Cranmer et van Ballegoijen (2010)	(200 Mm) <sup>2</sup>	$(2 \text{ à } 20) \times 10^{18}$	Monte Carlo en 2D	G	E, C, A, F
Schrijver (2001)	Globale	$1,2 \times 10^{19}$ à $1,5 \times 10^{22}$	Diffusion	RD, CM	E, C, A, F, S
Parnell (2001)	4621 Mm <sup>2</sup>	$(5 \text{ à } 30) \times 10^{18}$	Monte Carlo en 2D	SG	E, C, A, F
Rast (2003a)	environ (15 Mm) <sup>2</sup>	N/A	Advection mutuelle	G	E, C, S, D
Simon et al. (2001)	(310 Mm) <sup>2</sup>	$3 \times 10^{18}$ + flux recyclé	Advection	G, SG	A
van Ballegoijen et al. (1998)	Globale	(2,3 à 17,1) $\times 10^{21}$	Transport de flux	G, RD, CM	E, A, F(passive)
Schrijver et al. (1997)	Globale	$10^{19}$ + flux recyclé	Magnétochimie + Monte Carlo	SG	C, A, F + terme source <i>S</i>
Wang et Sheeley (1989,1991)	Globale	Terme source $S(\theta, \phi, t)$	Transport de flux	SG, CM, RD	N/A

Ecoulements : SG : supergranulation, G : granulation, RD : rotation différentielle, CM : circulation méridienne.

Processus : E : émergence, C : coalescence, A : annulation, F : fragmentation, D : décroissance exponentielle, S : submergence.

---

tochimie, qui traitent statistiquement les phénomènes d'émergence, de coalescence, d'annulation et de fragmentation des structures comme s'il s'agissait de composés chimiques subissant des réactions tendant vers l'équilibre. Parnell (2002) et Schrijver et al. (1997) ont toutefois des hypothèses différentes l'une de l'autre. Un autre type de distribution rencontré est la distribution log-normale, produite par la fragmentation, mais seulement lorsqu'il s'agit de la seule fragmentation de grosses structures. Lorsque des structures de différentes tailles non seulement se fragmentent, mais aussi s'agrègent, comme dans la photosphère solaire, la distribution log-normale ne s'applique donc pas. Parnell et al. (2009) avancent qu'il est aussi possible d'obtenir une distribution en loi de puissance en utilisant des hypothèses différentes de celles de Parnell (2002) et Schrijver et al. (1997), et en incluant les processus physiques d'émergence, de coalescence, d'annulation et de fragmentation à toutes les échelles. Dans ce cas, ce sont ces processus qui transforment le flux jusqu'à donner la distribution en loi de puissance, indépendamment de la distribution originale.

Nous démontrerons à l'aide des résultats de notre modèle que la fragmentation n'a pas à se produire à toutes les échelles pour donner une distribution en loi de puissance.

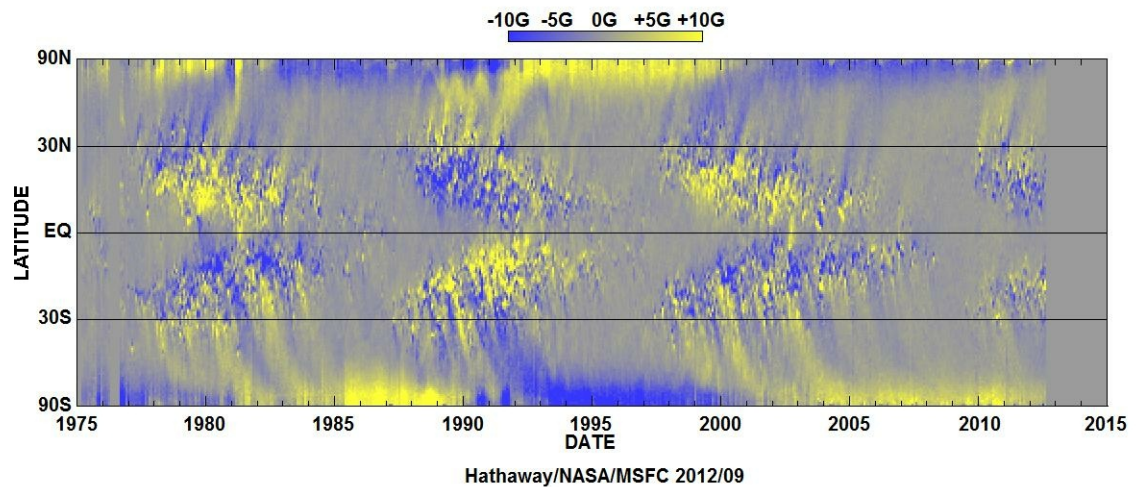
## 1.6 Le cycle solaire

À plus grande échelle, l'activité magnétique du Soleil définit un cycle d'en moyenne onze ans durant lequel le nombre de taches solaires passe de presque nul à un maximum, puis diminue encore jusqu'à définir le prochain minimum. Les taches servent donc de mesures indicatives du champ magnétique solaire. Le cycle solaire de onze ans est attribué à l'action d'une dynamo qui fait passer le champ magnétique de toroïdal à poloidal par la rotation différentielle. La dynamo en question est ancrée dans la tachocline à l'interface entre la zone radiative et la zone convective (Solar Astrophysics, Peter V. Foukal, 2004, p. 376-379).

Le magnétisme solaire devient de plus en plus organisé à mesure qu'on monte aux grandes échelles spatiales. Ainsi, si le magnétisme à petite échelle apparaît n'importe où et n'importe quand, les taches solaires obéissent quant à elles à une série de lois : 1) Elles apparaissent par paires de polarité opposée. 2) La polarité en amont de la rotation est toujours la même pour un cycle donné, est opposée entre les hémisphères, et alterne d'un cycle à l'autre (loi de Hale). 3) L'inclinaison moyenne par rapport à l'équateur du segment de droite reliant les taches d'une paire varie selon  $\cos \theta$  (loi de Joy), où  $\theta$  est la latitude. 4) Les taches apparaissent aux mi-latitudes au début du cycle, puis de plus en plus près de l'équateur à mesure que le cycle progresse (loi de Spörer). 5) D'un cycle à l'autre, la polarité magnétique en amont s'inverse, pour un cycle magnétique de 22 ans en moyenne (Solar Astrophysics, Peter V. Foukal, 2004, p. 368 ; Hale et al. 1919).



Lorsque les paires de taches apparaissent près de l'équateur lors du maximum d'activité solaire, la tache la plus près de l'équateur tend à s'annuler partiellement avec une autre de polarité opposée de l'autre côté de l'équateur, laissant un excès de flux dans les taches en aval. Ces concentrations de flux résiduel dérivent par la circulation méridienne vers leur pôle respectif, y causant une accumulation de la polarité des taches en aval de l'écoulement. Ainsi, au cours d'un cycle de onze ans, la polarité des pôles s'inverse, car l'accumulation du flux résiduel du cycle précédent est annulée puis surcompensée par le flux résiduel du nouveau cycle. Cette accumulation de flux aux pôles sur le Soleil crée un dipole net qui varie lors du cycle. Au début de celui-ci, il est négatif ou positif, puis à mesure que le flux résiduel s'amasse aux pôles, il change de signe. Le mécanisme décrit est celui de Babcock-Leighton (Babcock 1961, Leighton 1964, 1969).

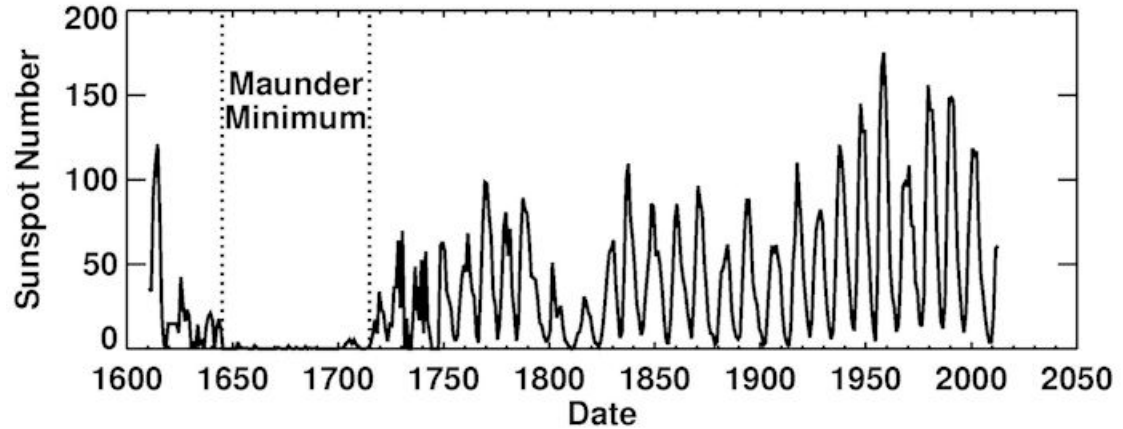


**Figure 1.13:** Le diagramme temps-latitude, aussi connu sous le nom de diagramme papillon. Il s'agit du champ magnétique perpendiculaire à la surface solaire moyenné sur la longitude et sur la durée d'une rotation solaire. On remarque les polarités opposées (jaune et bleu) en amont dans chaque hémisphère s'inverser aux onze ans. On voit aussi la polarité en aval dériver jusqu'au pôle du même hémisphère, modifiant la polarité des pôles cycliquement aux onze ans. <http://solarscience.msfc.nasa.gov/images/magbfly.jpg>

L'évolution du magnétisme solaire s'illustre de plusieurs façons. Un diagramme classique, le diagramme papillon (Figure 1.13), consiste à moyennner le flux magnétique sur chaque degré de latitude à un temps donné, et à mettre le résultat dans un pixel pour chaque degré de latitude, réduisant la surface à cet instant à une bande verticale. On répète le processus à toutes les rotations solaires (environ 27 jours) pendant plusieurs cycles solaires, pour enfin juxtaposer les bandes obtenues. On voit alors la dérive des régions actives émergentes des mi-latitudes vers l'équateur,

---

la dérive du flux résiduel vers les pôles et son accumulation à cet endroit à mesure que les cycles progressent, l'inversion de polarité d'un cycle à l'autre, et l'opposition de polarité entre les deux hémisphères. Les sites de fort magnétisme s'apparentent aux ailes d'un papillon, d'où le nom de diagramme papillon (Hathaway 2010).



**Figure 1.14:** Nombre de taches solaires en fonction du temps depuis que ces données existent. Moyenne mensuelle lissée. On voit les cycles de onze ans, les grand minima (celui de Maunder de 1645 à 1715, et celui de Dalton de 1790 à 1830), ainsi que le nombre variable du maximum des taches solaires dans chaque cycle. [http://solarscience.msfc.nasa.gov/images/ssn\\_yearly.jpg](http://solarscience.msfc.nasa.gov/images/ssn_yearly.jpg)

Il arrive parfois des minima d'activité prolongés durant lesquels le diagramme papillon disparaît, car très peu de taches sont observées, comme par exemple de 1645 à 1715, une période nommée minimum de Maunder. Cette période coïncide avec une mini-ère glaciaire terrestre durant laquelle la Tamise gela et où diverses parties de l'Europe connurent des hivers anormalement froids. Cela a amené l'hypothèse selon laquelle l'activité solaire aurait un lien avec le climat terrestre, mais ce lien demeure un sujet controversé.

Les reconstructions de radioisotopes cosmogéniques, dont le  $^{10}\text{Be}$  et le  $^{14}\text{C}$ , montrent que le minimum de Maunder n'est pas unique : des minima se produisirent en 1282-1342 (minimum de Wolf) et en 1416-1534 (minimum de Spörer). Le Soleil aurait été dans cet état environ 17% du temps depuis 11 000 ans, et pas moins de 29 grand minima auraient eu lieu lors des derniers 8000 ans. On observe également des maxima d'activité, tel le maximum moderne (1900 à aujourd'hui). Le Soleil y passe 9% ou 22 % de son temps, selon la série temporelle analysée (Beer 2000 ; Usoskin et al. 2007 et les références qu'on y trouve).

Des minima moins prolongés, mais plus longs que les minima typiques se produisent aussi, comme

---

ce fut le cas en 1875-1879 et en 1910-1914, ainsi qu'au début du cycle actuel. Le cycle 23 s'est terminé en juillet 2009, et en janvier 2008, le cycle 24 montrait sa première tache. Bien que les deux cycles se soient superposés durant un an et demi, l'émergence de flux est demeurée faible durant cette période (de Toma et al. 2010). Des spéculations ont eu lieu sur la possibilité de se retrouver avec un minimum similaire à celui de Maunder, ou dans une moindre mesure, à celui de Dalton (de 1790 à 1830).

Mais qu'avait donc le dernier minimum de si particulier pour laisser croire à un nouveau grand minimum ? Avec ses 159 mois (de mai 1996 à août 2009), le cycle 23 a possiblement été le plus long depuis le début de la série de Wolf en 1700 (Ahluwalia et Jackiewicz 2012). Le cycle 24 a été le plus long à démarrer des dix derniers cycles du 20<sup>e</sup> siècle (Ahluwalia et Ygbuhay 2012). Le nombre cumulatif de jours sans taches pour le cycle 24 ressemble beaucoup à celui des cycles 12, 14 et 15 qui ont précédé le minimum dit moderne en 1900-1904, et passablement à celui du cycle 5 qui a précédé le minimum de Dalton (Lindholm Nielsen et Kjeldsen 2011). Le niveau d'activité atteint durant le dernier minimum est le plus bas depuis 1913, avec aucune tache solaire durant 70 % du temps en 2008 et 2009 (de Toma et al. 2010). Le dernier minimum d'activité était le plus profond et le plus durable depuis le début des mesures d'activité, et montrait du flux ouvert et des champs magnétiques polaires anormalement faibles (Sheeley 2010). De plus, la dérive vers l'équateur des émergences de taches s'est fait plus lentement au cycle 24 qu'aux cycles précédents (Sheeley 2010).

On a examiné le comportement du magnétisme et de l'irradiance solaire lors du récent minimum dans l'espoir de tirer des conclusions sur les conditions lors du minimum de Maunder. On a remarqué que l'irradiance solaire totale avait atteint un minimum jamais vu durant les minima récents, un minimum non reflété par les indicateurs d'activité solaire. En effet, la différence entre l'irradiance au minimum et au maximum d'activité a été plus prononcée par 25% comparativement au minimum précédent en 1996 (Fröhlich 2009), produisant un minimum particulièrement bas. Pourtant, les marqueurs habituels d'activité solaire (nombre de taches, flux radio à 10,7 cm, indices Ca II K et Mg II) n'ont pas connu de baisse comparable. Cela signifie qu'on ne peut utiliser ces marqueurs d'activité solaire comme indicateurs de l'irradiance. Il serait surtout pertinent de savoir combien de temps il faut au Soleil pour retrouver son niveau d'activité de base, celui causant l'irradiance minimale, et quelle irradiance est associée à ce niveau. Ces questions sont d'un intérêt particulier pour mieux comprendre le lien entre l'activité solaire et l'irradiance, qui à son tour influence le climat terrestre.

Une hypothèse a été émise par Schrijver et al. (2011) selon laquelle l'état minimal d'activité solaire serait associé à une population persistante de petites concentrations magnétiques présente

---

même en l'absence de taches solaires. Par conséquent, les estimations de l'irradiance durant la mini-ère glaciaire, basées sur un échelonnage par le nombre de taches solaires, seraient généralement trop faibles, car elles ne tiendraient pas compte de la contribution de cette population. Le niveau minimal d'activité s'observe fréquemment hors des régions actives en tout temps lors du cycle solaire et sans variation avec celui-ci. Or, le niveau d'activité globalement atteint lors du récent minimum de 2008-2009 a approché celui mesuré entre les régions actives. Schrijver et al. (2011) croient donc que le minimum de Maunder a connu un niveau d'activité semblable à celui du minimum de 2008-2009. Le meilleur estimé de l'irradiance lors du minimum de Maunder serait par conséquent l'irradiance lors du minimum de 2008-2009.

L'activité solaire, avec ses cycles, ses minima et ses maxima, pourrait agir sur le climat terrestre. La moyenne courante sur onze ans du nombre de taches solaires ressemble de près à la moyenne courante sur onze ans de la température de surface des océans pour la période 1860-1980 (Reid 1987). Les minima de Maunder et de Dalton ont été accompagnés d'un refroidissement du climat terrestre, possiblement à cause de l'influence de l'irradiance solaire réduite durant ces minima (Tapping et Valdes 2011 et les références qu'on y cite). En particulier, la simultanéité entre le minimum de Maunder et la mini-ère glaciaire terrestre demeure un point critique dans l'établissement de la dépendance de notre climat sur l'activité solaire (Lean 2010). Le grand maximum dans lequel nous sommes a été accompagné par une augmentation de la température terrestre où la part du Soleil demeure incertaine (Gray et al. 2010).

Ainsi le nombre de taches solaires semble lié au climat terrestre via l'irradiance solaire. Certains facteurs autres que le magnétisme, comme la modulation interne du flux convectif, pourraient aussi influencer l'irradiance (Fröhlich 2009), mais leur contribution relative est très peu connue (voir cependant Cossette et al. 2013).

## 1.7 Irradiance solaire

Le lien entre les structures magnétiques et l'irradiance dépend notamment du type de structure magnétique : les taches y contribuent négativement, tandis que les facules et le réseau y contribuent positivement. De par leur grand nombre, les éléments du réseau pourraient dominer. En effet, l'influence d'un type de structure est proportionnelle à sa couverture surfacique. Par ailleurs, l'irradiance augmente avec l'activité solaire, malgré le nombre de taches grandissant, à cause de la brillance des produits de désintégration (les facules et une partie du réseau), qui surpassent collectivement la contribution des taches par leur couverture surfacique. Le magnétisme photosphérique serait responsable d'au moins 70% des changements d'irradiance (Solanki et Fligge 2002). La variation cyclique d'irradiance serait due à 80 % aux facules (Walton et al.

---

2003). Cependant, l'incohérence dans la nomenclature des structures magnétique brillantes rend difficile de ségréger la contribution des facules de celle du réseau.

La variation temporelle de la surface couverte par les taches solaires est bien connue, contrairement à celle des facules et du réseau. La découverte de l'existence même du réseau remonte à peu de temps. L'aire couverte par les taches varie environ d'un facteur 1000 à 4000 du minimum au maximum d'activité solaire (Balmaceda et al. 2009). Par contre, l'aire couverte par les facules sur le disque solaire augmenterait d'un facteur vingt durant la même période (Walton et al. 2003). Celle couverte par le réseau diminuerait seulement par un facteur deux (Walton et al. 2003), voire par 6 % (Ermolli et al. 2003). Autrement, le réseau serait stable d'un minimum à l'autre, du moins sur les images de Ca II K prises durant le vingtième siècle (Foukal et Milano 2001).

Pour ce qui est du nombre des concentrations magnétiques en fonction du temps, les taches voient le leur varier par un facteur 40 d'un minimum d'activité à un maximum. Par contre, les régions éphémères ne varient en nombre que par 10% au cours de la même période (Hagenaar et al. 2008). Entre les deux, la variation en nombre des facules est peu connue.

L'irradiance des structures varie selon la longueur d'onde  $\lambda$  observée et la longitude  $\phi$ . De plus, cette variation diffère d'un type de structure à l'autre. Les facules sont plus visibles au bord du disque et dans l'UV, le réseau est aussi plus visible dans l'UV, mais sur tout le disque, tandis que les taches le sont sur tout le disque et principalement non pas dans l'UV, mais dans la bande visible. La quasi-totalité de la radiation solaire est produite dans les bandes IR, visible et UV.

L'irradiance dépend entre autres du contraste des structures magnétiques. Le contraste d'une structure se définit par la différence de brillance avec le Soleil inactif. Les mesures de contraste varient beaucoup d'une observation à l'autre, à cause des différences de longueur d'onde observée, de résolution spatiale, d'étendue angulaire observée, de l'indice de couverture magnétique et de taille des structures, ce qui rend les comparaisons difficiles. Les modèles de contraste (Fligge et al. 2000) utilisent principalement la position sur le disque, le type de structure et l'indice de couverture magnétique.

Un modèle typique d'irradiance en fonction du contraste varie selon la longueur d'onde et le temps. L'irradiance totale y dépend de l'indice de couverture des structures magnétiques, de leur position sur le disque et de la longueur d'onde observée. L'indice de couverture même dépend du flux magnétique et du temps. On utilise souvent le champ magnétique  $B$  au lieu du flux magnétique  $\Phi$  dans les mesures de contraste.

---

Le contraste du réseau serait stable dans le temps (Ortiz et al. 2006), ou varierait seulement par 0,05 % du minimum au maximum d'activité (Ermolli et al. 2003).

Il est commode pour connaître le comportement du contraste en fonction du champ magnétique de diviser celui-ci par un facteur représentant sa projection sur la ligne de visée. Ce facteur est  $\mu = \cos \theta$ , où  $\theta$  est l'angle par rapport au centre du disque. L'ajustement de  $B/\mu$  aux observations sur magnétogramme donne un polynôme du troisième degré où le contraste maximal se produit autour de  $\mu=0,5$  et diminue ailleurs (Ortiz et al. 2006). Il faut noter que ces observations correspondent à une longueur d'onde et une résolution précises et que des longueurs d'ondes et des résolutions différentes donneraient d'autres relations. Les auteurs constatent aussi que plus le champ magnétique d'une structure est élevé, plus le contraste maximal se produit à une petite valeur de  $\mu$ , c'est-à-dire plus près des bords. Cela signifie qu'on perçoit mieux les facules (plus fort champ magnétique) au bord du disque, et le réseau (plus faible champ magnétique) au centre.

De façon générale, le contraste est une fonction de plusieurs variables, et son comportement n'est connu qu'en fonction d'une ou deux à la fois. A cause de ces incertitudes, en particulier des variations centre-bord, il est difficile de connaître le contraste du réseau et donc sa contribution à l'irradiance.

## 1.8 Questions

Quelles sont les questions les plus saillantes aujourd'hui au sujet du réseau magnétique ? L'une d'elles se préoccupe du lien entre la distribution observée du flux magnétique de surface et la dynamo à l'origine du magnétisme solaire. En effet, la convection sous la photosphère fait que des structures magnétiques créées en profondeur par la dynamo de la tachocline remontent à la surface. La surface peut donc permettre d'étudier les profondeurs solaires. Répondre à cette question pourrait exclure certaines hypothèses concernant la ou les dynamo(s) solaire(s), dont celles sur leur échelle de grandeur et de profondeur. Une autre question concerne le temps de relaxation du réseau, soit le temps qu'il lui faut pour atteindre son état minimal d'activité une fois que les régions actives n'émergent plus. Cette question est étroitement liée à la relation entre l'activité solaire, l'irradiance solaire et le climat terrestre.

Parnell et al. (2009) ont observé sur la photosphère solaire une distribution de flux en loi de puissance. Cette forme de distribution témoigne d'une invariance d'échelle dans les flux des concentrations magnétiques surfaciques. La question est dans ce cas de savoir si cette invariance d'échelle est causée par une seule dynamo opérant à toutes les profondeurs de la zone convective, et par

---

conséquent produisant des structures de toutes les tailles, ou plutôt que sans égard à la distribution des concentrations émergentes et la dynamo les engendrant, les processus de surface vont redistribuer le flux jusqu'à perdre la mémoire de l'origine des concentrations.

Dans le premier article de cette thèse, nous testons si la distribution observée est due aux processus de surface (annulation et coalescence). En effet, nous injectons du magnétisme aux extrêmes de flux, soit des tubes de flux et des taches solaires, respectivement les plus petites et les plus grandes concentrations magnétiques observables. La désintégration subséquente des taches solaires, et l'agrégation des tubes de flux en concentrations plus grandes, forme une distribution de flux. Si cette distribution est conforme à celle observée par Parnell et al. (2009), nous pouvons conclure que les processus de surface suffisent à éliminer la mémoire des échelles d'injection, et que la distribution surfacique des flux des concentrations magnétiques ne peut servir à contraindre le type de dynamo opérant dans le Soleil.

L'autre question à laquelle nous apportons un élément de réponse consiste à savoir si le Soleil a atteint lors de son minimum de 2009 son plus bas niveau d'activité possible. C'est l'objet du deuxième article de cette thèse. Le minimum prolongé de 2009 a fait l'objet de beaucoup de spéculation à savoir si le réseau avait atteint cet état, comme lors du minimum de Maunder. En particulier, comme mentionné précédemment, Schrijver et al. (2011) croient que ça a été le cas. Ils s'appuient sur plusieurs arguments. Une fois que les régions actives cessent d'émerger, il ne reste plus que leurs produits de désintégration, que les écoulements surfaciques nettoient de la surface solaire. Ces écoulements sont la diffusion aux petites échelles, qui en 0,7 an réduit les résidus de régions actives à 10% de leur nombre original, et la circulation méridienne, qui traîne les grands résidus aux pôles en environ deux ans. Ainsi deux ans seraient suffisants à atteindre le minimum d'activité après la cessation de l'apparition des régions actives.

Pour parvenir à apporter un élément de réponse à cette question, à la fin de notre simulation du réseau et des taches solaires, nous avons cessé l'injection de ces dernières et laissé rouler le modèle avec seulement l'injection du réseau. Le temps de relaxation correspond au temps qu'il faut au réseau pour regagner quantitativement ses caractéristiques de minimum prolongé, soit celles qu'il avait à la condition initiale de la simulation. La principale caractéristique servant à quantifier l'activité solaire dans nos simulations est l'indice de couverture magnétique. Le temps de relaxation est donc le temps écoulé entre l'arrêt de l'injection de régions actives, et le moment où l'indice de couverture magnétique regagne sa valeur initiale, celle de notre simulation du réseau à son activité minimale. Connaître le temps de relaxation du réseau permettrait de juger si le minimum de 2009 se compare à celui de Maunder. Pour cela, il faut que la durée du minimum

---

de 2009 soit égale ou supérieure au temps de relaxation du réseau. Si c'était le cas, le minimum récent pourrait servir à calibrer des simulations qui s'étendent dans le passé jusqu'au minimum de Maunder et autres minima, et de répondre à des questions sur le lien entre l'activité solaire et le climat terrestre. Dans le cas contraire, à défaut d'observation directe d'un long minimum solaire, notre modèle pourrait le simuler.



## CHAPITRE 2

### THE BUILD-UP OF A SCALE-FREE PHOTOSPHERIC MAGNETIC NETWORK

Le premier article de cette thèse a été publié dans le numéro 757 du *Astrophysical Journal* le 1er octobre 2012.

Nos simulations ont servi à apporter un élément de réponse à la question soulevée par Parnell et al. (2009). Cette question était : la distribution observée de flux magnétique est-elle causée par un seul mécanisme, ou uniquement par des processus de surface qui effacent la mémoire du/des mécanisme(s) d'origine ? Les observations ne permettent pas d'y répondre, car le flux émerge selon une distribution du même type que la distribution de tout le flux présent, c'est-à-dire une loi de puissance. Seule l'indice de la loi de puissance change.

C'est pourquoi nous avons deux échelles d'injection maximale ment éloignées dans notre modèle. Avec l'ajout des processus de surface, nous verrons si ce sont ces derniers qui engendrent la distribution observée, ou s'il s'agit plutôt d'une propriété qui doit déjà être présente lors de leur émergence, dans lequel cas la distribution de flux émergent devrait être en loi de puissance pour donner une distribution de flux présent elle aussi en loi de puissance.

On a trouvé qu'une injection de flux à deux échelles distinctes et éloignées accompagnée de certains processus de surface donnait une distribution en loi de puissance au bout de six mois de simulation. La distribution est particulièrement robuste dans la simulation 3, celle qui démarrait de l'état d'activité minimale du réseau. Dans cette simulation, l'indice de la loi de puissance était presque le même que celui observé (Parnell et al. 2009), plus ou moins erreur, soit  $-1,69$ , comparativement à  $-1,85 \pm 0,14$ .

Qu'on obtienne le même type de distribution que les observations avec des mécanismes d'injection si différents de ceux observés est un résultat remarquable qui indique que la distribution de flux présent dépend des processus de surface et non de la forme de la distribution du flux injecté.

Ma contribution à cet article a consisté en la création du programme informatique original. La version initiale couvrait un domaine local d'aire limitée et traitait les interactions entre tubes de flux et agrégats d'une seule polarité. Le programme a été réécrit en Fortran et adapté pour traiter les deux polarités magnétiques par Ashley Crouch, qui a aussi ajouté la désintégration d'une tache

---

solaire. J'ai effectué plusieurs simulations en variant les paramètres dans le but de trouver lesquels donnaient comme résultat une distribution de tailles d'agrégats conforme aux observations. J'ai ensuite appliqué sur la sphère le code local et ajouté la désintégration de plusieurs taches. J'ai effectué les tests de validité de la version globale. J'ai écrit le premier jet de cet article et la plupart des versions subséquentes. J'ai effectué les simulations et produit les graphiques ainsi qu'analysé les résultats. Paul Charbonneau a aussi participé à l'écriture, en plus d'avoir lu chaque version de mon article et suggéré des améliorations.

Coauteurs : Paul Charbonneau, Ashley D. Crouch

## ABSTRACT

We use a global Monte Carlo simulation of the formation of the solar photospheric magnetic network to investigate the origin of the scale invariance characterizing magnetic flux concentrations visible on high-resolution magnetograms. The simulations include spatially and temporally homogeneous injection of small-scale magnetic elements over the whole photosphere, as well as localized episodic injection associated with the emergence and decay of active regions. Network elements form in response to cumulative pairwise aggregation or cancellation of magnetic elements, undergoing a random walk on the sphere and advected on large spatial scales by differential rotation and a poleward meridional flow. The resulting size distribution of simulated network elements is in very good agreement with observational inferences. We find that the fractal index and size distribution of network elements is determined primarily by these post-emergence surface mechanisms, and carry little or no memory of the scales at which magnetic flux is injected in the simulation. Implications for models of dynamo action in the Sun are briefly discussed.

### 2.1 Introduction

It is now well-established that the Sun's magnetic field structures its atmosphere down to, and likely well beyond, the smallest spatial scales resolved by extant observations. The bulk of the solar photospheric magnetic flux is found to emerge in the quiet Sun, with the horizontal component dominating the vertical. This quiet Sun magnetic field is continuously advected by turbulent convection at granular and supergranular scales, becoming vertically-oriented in the process and merging in downflow lanes to form larger magnetic aggregates that collectively define the active network (see de Wijn et al. 2009 for a recent review). These flux concentrations in turn structure the Sun's outer atmospheric layers, as they mark the footpoints of the coronal loops that are so ubiquitous in the extreme ultraviolet.

The classification of solar photospheric magnetic structures has led to the definition of a few generally accepted classes (e.g. Zwaan 1981). The network refers to a fragmented distribution of magnetic flux concentrations of varying sizes, populating downflow lanes delineating supergranulation cells. The internetwork refers to the smallest, short-lived and often unresolved flux concentrations detectable within granules and supergranules. Ephemeral active regions are larger, bipolar magnetic flux systems emerging from subphotospheric layers; at the large end of the scale one finds of course sunspots and active regions, believed to emerge as  $\Omega$ -loops from the base of

---

the convective envelope where they form from the dynamo-generated large-scale magnetic field. These various classes of structures interact with one another through processes of fragmentation, boundary erosion, annihilation and aggregation, and the smaller ones are also subjected to submergence by convective flows. These interactions happen preferentially at the boundaries and vertices of granules, where the cooler fluid sinks back into the convection zone. Larger build-ups of flux happen between adjacent supergranules, where strong persisting horizontal flows sweep together structures having built up on granular scales.

Ideally, one would like to use observations of these surface magnetic features to infer information regarding the dynamo process(es) ultimately acting as source(s) for the Sun’s surface magnetic field. Parnell et al. (2009) used an automated feature detection scheme to carry out a census of all observable magnetic concentrations, from internetwork elements (flux  $2 \times 10^{17}$  Mx) to sunspots ( $10^{23}$  Mx). The resulting probability density function of magnetic flux is very well described by a single power law of index  $-1.85 \pm 0.14$ . The authors comment that such a scale invariance over so many orders of magnitude can only be explained in two ways : either a common generating mechanism — presumably a turbulent dynamo operating in the subsurface layers— is the source of all these magnetic photospheric structures, or surface processes like flux cancellation, coalescence and fragmentation produce a scale free distribution, with the “memory” of the distinct injection scales associated with multiple, distinct dynamo mechanisms being very rapidly lost. To distinguish between those two possibilities is clearly a fundamental issue concerning the origin of the solar magnetic field, and the various manifestations of solar activity, all ultimately powered by the Sun’s magnetic field.

The evolution of magnetic flux at the photosphere has been modelled in many different ways, the choice of approach and range of spatial scales retained varying widely, usually as a function of the questions motivating the modelling. The original surface flux transport model of Wang & Sheeley (1989, 1991) focused on the largest scales, through the solution of a linear advection-diffusion equation for the radial component of the photospheric magnetic field, an approach appropriate for providing boundary conditions for reconstructions of the heliospheric magnetic field — among other applications (see McCloughan and Durrant 2002; Mackay et al. 2002a,b; Schrijver and DeRosa 2003; Baumann et al. 2004; Wang et al. 2005; Riley et al. 2011). Alternately, it is possible to model surface flux evolution through Monte Carlo simulations, where a large number of discrete magnetic flux elements move and interact with one another according to simplified “rules” qualitatively capturing behavior observed on the solar surface, such as emergence, submergence, flux cancellation and/or coalescence, fragmentation, etc, and usually include sources such as the emergence of active regions and/or ephemeral regions (e.g., Schrijver et al. 1997b; van Ballegooi-

---

jen et al. 1998 ; Simon et al. 2001 ; Rast 2003). Many such models represent the displacement of small magnetic flux concentrations as random walks, either on a lattice (e.g. Parnell 2001) or unrestricted over a two-dimensional surface (e.g. Schrijver 2001 ; Crouch et al. 2007). Hybrids of these two classes of models have also been developed (e.g. Schrijver 2001).

We have generalized the model of Crouch et al. (2007 ; hereafter paper I) to cover the complete solar surface, including the advective effects of large-scale flows and injection of magnetic flux through the decay of active regions. Our ultimate aim is to model the evolution of the magnetic network over the course of the activity cycle, so as to investigate variations of its properties as a function of activity level ; results of this investigation will be reported upon in forthcoming publications. In the present paper we focus more narrowly on the question raised by Parnell et al. (2009), which we restate as follows : is the observed size distribution of network elements carrying the memory of the magnetic flux injection process ? To answer this question we run our full-Sun simulation under three different regimes : (1) injection of magnetic flux only in the form of elementary flux tubes, as could result from surface/subsurface turbulent dynamo action ; (2) injection of magnetic flux exclusively through active region decay, as driven by a deep-seated large-scale dynamo ; (3) combination of the above two injection mechanisms. The simulation framework is described in §2.2 and some general representative results are presented in §2.3. Section 2.4 focuses on geometric and spatial properties of the network elements in three reference simulations, and §2.5 delves more deeply into the formation of the network under different flux injection regimes, with particular attention given to the timescale required for the magnetic network to reach a statistically stationary state. We conclude in §2.6 by revisiting Parnell et al. (2009)’s conjecture in light of our modelling results.

## **2.2 A global surface magnetic flux evolution model**

### **2.2.1 Formulating DLA on the sphere**

The model used in the foregoing analysis is a full-Sun generalization of the diffusion-limited aggregation (DLA) model for the formation of the quiet Sun network presented in paper I. In its original form, this model is essentially a Monte Carlo simulation where magnetic “flux tubes” of either positive or negative magnetic polarity are injected at random locations on a 2D computational plane viewed as a portion of the quiet Sun, with each tube —treated effectively as a point particle— subsequently undergoing a random walk. The latter is assumed to be driven by the granular flow, which yields coherent displacements of order 1 Mm on timescales of order 10 minutes. Flux tubes coming closer together than a set “interaction distance” coalesce if they have the same magnetic polarity, otherwise they mutually annihilate. This diffusion-limited process

---

of pairwise aggregation and cancellation leads to the build-up of unipolar clusters of elementary flux tubes, which are identified with the components of the quiet-Sun magnetic network. Flux removal takes place primarily through cancellation, although magnetic structures also have a size-dependent probability of spontaneous disappearance, which is the model’s analog of convective submergence. The elementary flux tubes injected in the simulation, which define our basic “magnetic unit”, are assumed to have a radius of 0.06 Mm and field strength of 1 kG (see, e.g., Zwaan 1987), amounting to a magnetic flux of  $\Phi_t = \pm 10^{17}$  Mx each, similar to the current lower detection limit for coherent magnetic structures in the solar photosphere (see, e.g., Parnell et al. 2009, and references therein). The interested reader is referred to paper I for more details on these prescriptions for the basic DLA model, and associated parameter study.

### 2.2.2 Large scale flows

Solar surface differential rotation and poleward meridional flow are important contributors to surface magnetic flux evolution on spatial scales commensurate to the solar radius (Wang et al. 1989a,b, 1991, 2002, 2009), and therefore must be incorporated in our full-Sun DLA model. Towards this end we use the following simple parametrizations established observationally :

$$M(\theta) = 9.17 \times 10^{-2} \sin(2\theta) + 9.96 \times 10^{-3} \sin(4\theta) \quad [^\circ \text{ day}^{-1}], \quad (2.1)$$

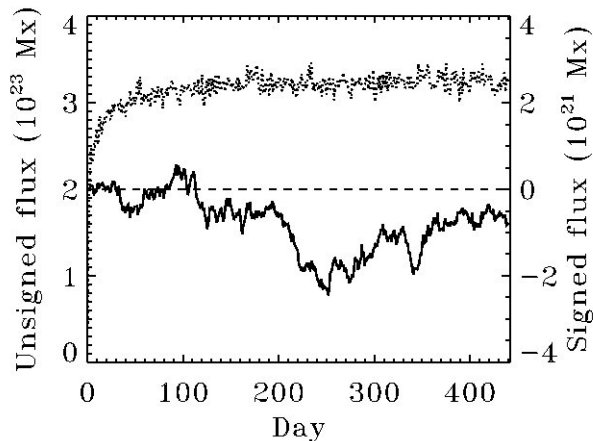
$$\Delta\Omega(\theta) = -1.95 \cos^2 \theta - 2.09 \cos^4 \theta \quad [^\circ \text{ day}^{-1}], \quad (2.2)$$

where  $\theta$  is colatitude ( $\theta = 0$  at the north pole),  $M(\theta)$  is the meridional circulation, and  $\Delta\Omega(\theta)$  is the differential rotation. The former equation is taken from Komm et al. (1993b) and converted to co-latitude, and the latter from the helioseismic fits of Charbonneau et al. (1999). We assume that all structures (network, clusters, spots) are affected the same way by these large-scale flows in our simulations, i.e., the associated displacement is independent of cluster size. This is a good working assumption in the case of individual flux tubes and small clusters, but degrades to some extent as one moves to larger structures, in particular sunspots and active regions, which are known to rotate slightly faster than the quiet-Sun photosphere (Beck 2000; Hathaway 2012; and references therein), presumably reflecting anchoring at greater depths below the photosphere. We do not introduce an explicit supergranular flow component.

In anticipation of the decadal-timescale simulations to be reported upon further below, the physical duration associated with a random walk timestep is here increased to 30 minutes, a factor of three larger than in the local DLA simulations of paper I. In order to retain the same effective DLA behavior, both the random walk step length and interaction distance must be increased by a factor  $\sqrt{3}$ . Likewise, both the injection and removal probabilities (defined per time step)

must also be scaled up by a factor of three. We verified, using the original local model of paper I, that these scalings do lead to the same cluster size and spatial distributions as in the original parameter settings associated with a 10-minute random walk step.

Fig. 2.1 shows the build-up of magnetic flux in one such full-Sun simulation, including only the injection of magnetic flux at the smallest scale, i.e., elementary flux tubes. This is little more than a full-Sun equivalent to the local DLA simulations of paper I, with large-scale flows now included. This means we go from a square domain of  $100 \text{ Mm} \times 100 \text{ Mm}$  to a spherical surface spanning 360 degrees in longitude (4373 Mm at the equator) and 180 degrees in latitude (2187 Mm from the North to the South pole).



**Figure 2.1:** Time series of signed (solid line) and unsigned (dotted line) magnetic flux in a representative full-Sun network-only DLA simulation, hereafter referred to as simulation 1. Parameters :  $\tau = 3000$ ,  $n_{in} = 90000$ ,  $d_w = \sqrt{3} \text{ Mm}$ ,  $d_i = 0.2 \times \sqrt{3} \text{ Mm}$ . A statistically stationary state is attained here after some  $10^4$  iterations, corresponding to 1.2 yr of simulated time. Note that the (left) scale for unsigned flux is in units of  $10^{23} \text{ Mx}$ , versus  $10^{21} \text{ Mx}$  for the (right) scale pertaining to signed flux.

The two time series plotted show the evolution of signed (solid line) and unsigned (dotted line) magnetic fluxes over the first 1.2 yr of this simulation, starting without any structure present on the computational plane at  $t = 0$ . Signed magnetic flux is defined here as  $\Phi_S = (N_+ - N_-) \times 10^{17} \text{ Mx}$ , where  $N_+$  and  $N_-$  are the numbers of flux tubes of positive and negative magnetic polarity, respectively. Unsigned flux is the total number of flux elements  $\Phi_U = (N_+ + N_-) \times 10^{17} \text{ Mx}$ . Because injected elementary flux tubes have equal probabilities of being assigned positive or negative magnetic polarities, the growth of the signed flux is akin to the net displacement in a one-dimensional random walk with equiprobable right and left steps. After about a year of simulation time, a statistically stationary state has been attained, with a few  $10^{23} \text{ Mx}$  of total unsigned flux distributed

---

over the sphere.

An interesting quantity that can be extracted from this “network-only” simulation is the photospheric flux replacement timescale. Let  $N_t$  ( $= N_- + N_+$ ) represent the total number of flux tubes present at time  $t$ , and  $n_{in}$  the average number of flux tubes injected per time step (inverse of injection probability); the flux replacement timescale ( $\tau_r$ ) is then simply given by

$$\tau_r = \frac{N_t}{n_{in}}. \quad (2.3)$$

In the sample simulation discussed here, the total number of elementary flux tubes —whether isolated or in aggregates— stabilizes at  $N_t \simeq 3.5 \times 10^6$ , and we inject  $n_{in}=90\,000$  flux tubes per iteration of 30 minutes. The corresponding flux replacement timescale is then  $\tau_r = 19.3$  h. This nearly falls within the range of 8-19 h determined observationally by Hagenaar et al. (2003).

This timescale is primarily controlled by two of our model parameters, namely the elementary flux tube injection rate  $n_{in}$  and lifetime parameter  $\tau$ . Paper I showed that of all three model parameters studied ( $\tau, d_i, n_{in}$ ), the results were most sensitive to  $n_{in}$ . Several parameter combinations can be found in the range  $20 \leq n_{in} \leq 1000$  and  $100 \leq \tau \leq 1000$  which yield a logarithmic slope of the power-law PDF of cluster size that falls within the values quoted by Parnell et al. (2009). The particular combination chosen here also leads to a reasonable flux replacement timescale, which provides a form of independent empirical validation for our global quiet Sun network formation model.

### 2.2.3 The contribution of active region decay

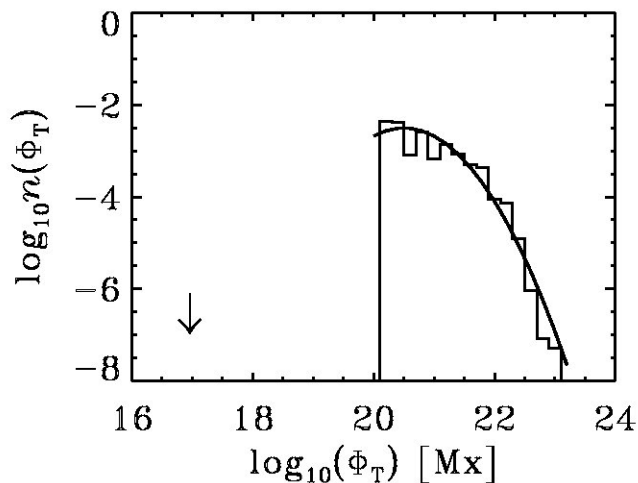
Large sunspots and sunspot groups are known to emerge as bipolar active regions carrying approximately equal amounts of positive and negative magnetic flux. Early in the cycle these bipoles emerge preferentially at latitudes of  $\pm 30$ – $40$  degrees, with emergence occurring at progressively lower latitudes as the cycle unfolds. This results in the well-known sunspot butterfly diagram (see Hathaway 2010). For our simulations this represents a significant source of magnetic flux that depends on both latitude and time, and must be incorporated as such in the simulation framework.

We opted to take advantage of the unique database of active region emergence assembled by N. Sheeley and Y.-M. Wang in the course of their pioneering surface flux transport simulations (Wang & Sheeley 1989, 1991), which they kindly agreed to give us access to. Their database covers activity cycle 21, spanning a time interval starting on 1976 August 16 and ending on 1986 April 5 (from the 1976 minimum to the 1986 minimum). It includes 3046 individual emergences, in a



range of magnetic flux spanning nearly three orders of magnitude, from  $10^{20}$  to  $7 \times 10^{22}$  Mx. Each database entry includes the time of emergence, heliographic coordinates, and most importantly for our purposes, the magnetic flux ( $\Phi_T$ ) and polarity at the time of maximum development of all spots observed to emerge within  $\pm 60^\circ$  of the central meridian over the time period covered.

Fig. 2.2 shows the probability density function of all flux concentrations included in the Wang-Sheeley database. It is well-fitted by a lognormal distribution, in agreement with more extended analyses including data from many cycles (Bogdan & Lerche 1988). The injection of small magnetic elements carrying a flux  $10^{17}$  Mx, as indicated by the downward pointing arrow on Fig. 2.2, implies that magnetic flux injection in the simulation ends up spanning six orders of magnitude in flux.



**Figure 2.2:** Probability density function of magnetic flux values for all spots included in the Wang & Sheeley database for cycle 21. The thick solid line is a lognormal curve, and the downward pointing arrow at the left indicate the magnetic flux associated with our elementary flux tubes,  $10^{17}$  Mx; taken jointly with the Wang & Sheeley database, our injection scales span 6 orders of magnitude in magnetic flux.

The first step in the injection of sunspots is to convert them into a number  $n_s = \Phi_T / \Phi_t$  of elementary flux tubes, all of the same polarity and collectively carrying the same signed flux  $\Phi_T$  as the sunspot. Sunspot decay takes place through the removal, at every time step, of a number of elementary flux tubes proportional to  $r(t)/r_0$ , where  $r(t)$  is the spot radius at time  $t$ , and  $r_0$  their maximum radius. This boundary erosion mechanism leads to the decay law :

$$n(t) = n_{ins} \rho \frac{r(t)}{r_0}, \quad (2.4)$$

---

where  $n(t)$  is the number of flux tubes released per time step, and  $\rho \in [0, 1]$  is a random deviate uniformly distributed in the unit interval. Good observational support for the above law is available (see, e.g., Petrovay & van Driel-Gesztelyi 1997). The value of  $n_{ins}$  was chosen so that the spots released their last flux tube at a time compatible with the Gnevyshev-Waldmeier law,  $D = A/T \approx 10 \mu\text{Hem d}^{-1}$ , where  $D$  is the disintegration rate,  $A$  their maximum area and  $T$  their lifetime (Gnevyshev 1938). In our simulations, we use a spot injection parameter of  $n_{ins} = 150$  in order to yield spot lifetime parameters compatible with this law.

Combined high-resolution Doppler and magnetographic observations of decaying sunspots have revealed the boundary erosion mechanism involves the action of a radial outflow around their penumbra (sometimes referred to as “moat flow”, see e.g. Brickhouse & Labonte 1988; Zwaan 1992; Hagenaar & Shine 2005). The radial extent of this flow is observed to be approximately twice the spot radius (Brickhouse & Labonte 1988). In our simulation, we introduce, around each decaying spot, a flow component away from spot center, purely radial at spot radius but gradually turning into pure random walk at a (time-varying) cutoff distance equal to three times the spot radius at that time. The model moat flow vanishes instantaneously once desintegration of the spot is complete.

Some differences between the real Sun and our model must be emphasized : except for injected sunspots, which undergo boundary erosion, our magnetic concentrations do not undergo fragmentation, unless cancellation with opposite polarity flux tubes separates two parts of an existing cluster ; sunspots fragment by releasing individual flux tubes, but not clusters thereof - the clusters form by aggregation in the moat flow once the flux tubes have been released, before accumulating in the vicinity of the cutoff radius between the moat flow and the region of randomly-oriented DLA, building up larger clusters ; the network is injected uniformly in space and time, regardless of latitude and activity phase ; injection happens at only two scales, the internetwork and the sunspots, instead of the observed size continuum that includes network elements and ephemeral regions.

### 2.3 Sample results

We consider here three reference simulations. Simulation 1 is the full-Sun equivalent of the “network-only” simulation of Crouch et al. 2007, starting from an unmagnetized computational photosphere, as introduced earlier (viz. Fig. 2.1 and accompanying discussion). In simulation 2, the emergence of active region is the only source of magnetic flux, again with a zero-flux initial condition. Simulation 3 includes both random injection of elementary flux tubes and (non-random) emergence of active regions from the Wang & Sheeley database, and is initiated from the the sta-

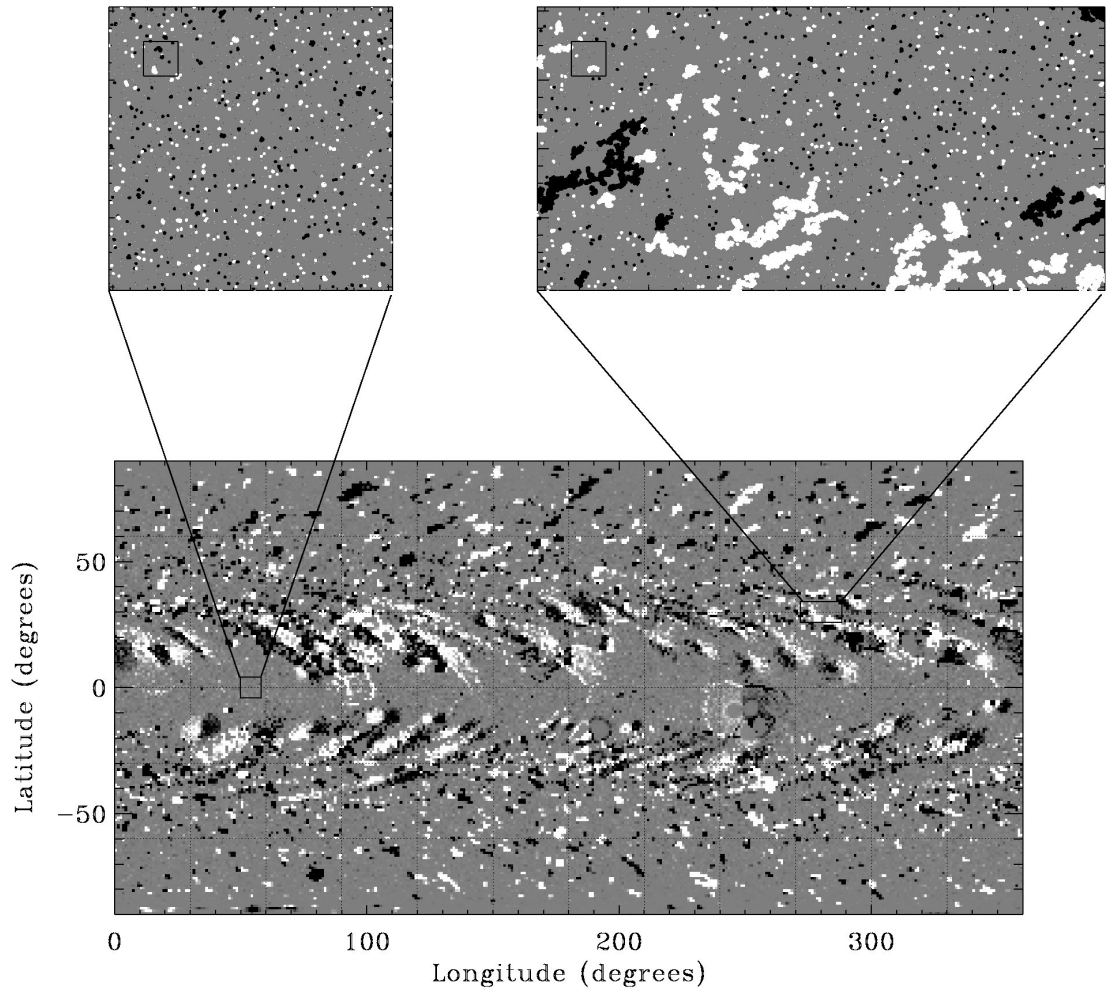
---

tistically stationary end-state of simulation 1.

Table 2.I lists the adopted values for the various numerical parameters controlling the behavior of these simulations and defining the “mapping” of the simulation onto the real Sun. There are six such parameters : the time interval  $t_w$  and step length  $d_w$  associated with the random walk; the interaction distance  $d_i$  controlling the aggregation process; the lifetime parameter  $\tau$  controlling flux decay; the injection rate of elementary flux tubes  $n_{in}$ , and the maximal number of elementary flux tubes  $n_{ins}$  removed per time step from a decaying spot.

The bottom panel on Fig. 2.3 shows a snapshot of the longitude-latitude computational plane at  $t = 3$  yr after the beginning of simulation 3, corresponding to 1979 August 16. Here all elementary flux tubes and clusters of all sizes have been binned into a  $360 \times 180$  magnetogram-like pixel array, with the grayscale level encoding the total magnetic flux in each pixel. Many elongated unipolar “tongues” of magnetic flux stretching to high latitudes are clearly visible, and typical of solar magnetograms. At this time in the simulation, there are a few  $10^5$  clusters collectively made up of  $\sim 10^7$  elementary flux tubes, the largest clusters being comprised of  $\sim 3 \times 10^5$  aggregated elementary flux tubes and  $\sim 10^6$  individual flux tubes random-walking over the computational plane. With the computational plane populated at that level, the simulation requires about 17 CPU-hours for one simulated month, running on Intel 2.66 GHz.

The two closeups in the top half of the Figure show clusters comprised of ten elementary flux tubes or more, now plotted individually to show the location of each individual component of clusters with black/white indicating again magnetic polarity. The top left closeup, taken near the equator and thus far away from any site of sunspot injection since the beginning of the simulation, covers an area equivalent to  $100 \times 100$  Mm. Comparison to Fig. 3 in paper I suggests that the overall clustering behavior is the same as in the local model, as it should be here, an inference quantitatively verified by computing the size distribution and mean inter-cluster distances for the two simulations. On the scale of the closeup, clusters are distributed uniformly and both magnetic polarities are present in approximately equal flux, so that the net flux in the corresponding pixels on the bottom diagram is close to zero. The top right closeup on Fig. 2.3, in contrast, covers  $200 \text{ Mm} \times 100 \text{ Mm}$  and is taken at active region latitudes. Clusters are seen here to be bigger and more numerous than on the top-left closeup. This occurs because our modelling of active region decay results in a strong, spatially-localized source of elementary flux tubes of the same magnetic polarity, which are rapidly displaced over a distance of the moat flow extent, and then left to random walk and aggregate. This naturally leads to the build-up of large unipolar clusters scattered about the perimeter of the moat flow’s maximal radial extent, which are the model’s equivalent



**Figure 2.3:** Pixellized snapshot of the computational plane after  $t = 3$  yr of evolution (1979 August 16), in a simulation combining random injection of elementary flux tubes as well as (non-random) injection of spots according to the Wang & Sheeley database for cycle 21. The bottom panel is a pixellized synthetic magnetogram, each pixel containing a great many tubes and aggregates yielding partial polarity cancellation, while in the two closeups all clusters comprised of more than 10 elementary flux tubes have been plotted. Pixels, tubes and clusters are color-coded according to magnetic polarity, with black/white corresponding to negative/positive. The square inside the zooms indicate the pixel size used to generate the bottom diagram.

---

**Tableau 2.I:**

Simulation parameters		
Symbol	Description	Value
$t_w$	Time step	30 min
$d_w$	Random walk step (average)	$\sqrt{3}$ Mm
$d_i$	Interaction distance	$0.2 \times \sqrt{3}$ Mm
$\tau$	Lifetime parameter	6.94 days
$n_{in}$	Number of flux tubes injected per time step	0 (sim. 2) 90 000 (sim. 1 and 3)
$n_{ins}$	Max number of flux tubes injected per time step around a sunspot (sim. 2 and 3)	150

---

of the so-called active network within active regions. Many of these large unipolar aggregates are visible on the top right closeup. The corresponding pixels on the bottom magnetogram now show significant net magnetic flux, dominated here by the positive polarity. Because these structures are (typically) of much larger size than aggregates building up away from active latitudes (cf. left and right closeups), as a consequence of our size-dependent decay law they tend to live much longer, up to many months of simulated time. Consequently, many of them are transported to higher latitudes through the action of the poleward meridional flow.

Our magnetic flux injection mechanisms range here from  $10^{17}$  Mx for elementary flux tubes, up to  $10^{23}$  Mx for the largest spots in the Wang & Sheeley database. Fig. 2.3 also reveals that our Monte Carlo simulations “catch” spatial scales ranging from  $\sim 0.1$  Mm up to the solar diameter, thus spanning nearly 5 orders of magnitude in linear size. With a time step of 30 minutes and the simulation covering a significant fraction of a full activity cycle, the range of modeled temporal scales spans 6 orders of magnitude. Such a wide range of spatial, temporal and flux scales is entirely unfeasible for current magnetohydrodynamical simulations of solar surface convection, and are likely to remain so in the foreseeable future.

## 2.4 Properties of the simulated magnetic network

Unsigned and hemispheric signed flux in simulations including active region decay evolve throughout the course of the solar cycle, so that strictly speaking a truly statistically stationary

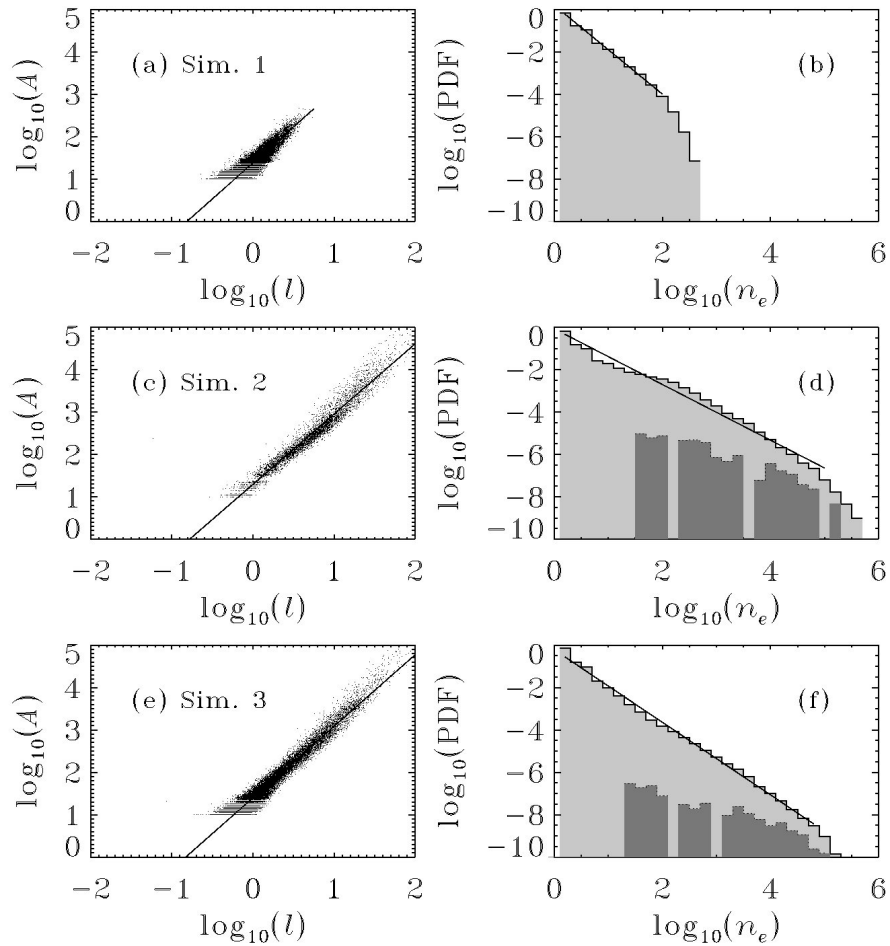
---

state is never attained in such simulations. However, some geometric properties of the simulated magnetic network do stabilize after a few years of simulation time. This is illustrated on Fig. 2.4, which show length-area scatterplots for clusters (left column) and probability density function for cluster flux (right column) after three years of simulation time, for the three reference simulations : Random injection of elementary flux tubes only (top), injection of active regions only (middle), and injection of both elementary flux tubes and active regions (bottom). The statistical distributions are built from a single snapshot of each simulation. No attempt was made to distinguish clusters having built up from the decay products of active regions, versus those formed away from active region (cf. the two closeups on Fig. 2.3).

Cluster area is here taken proportional to the number of elementary flux tubes in the aggregate times  $0.01 \text{ Mm}^2$ , flux is number of flux tubes times  $10^{17} \text{ Mx}$ , and linear size is taken as the diagonal of a rectangular box covering the cluster in the latitude-longitude plane, corrected for sphericity. The logarithmic slope of the length-area scatterplot thus offers a measure of the cluster's fractal dimension, and is listed in Table 2.II for the three simulations, together with the total number of clusters present at  $t = 3 \text{ yr}$ , and the size of the largest cluster at that time (two rightmost columns). Only clusters containing more than 10 elementary flux tubes were retained for this fractal analysis.

Despite the widely different flux injection regimes, the fractal dimension of clusters is essentially identical in all cases, and quite close to the value 1.71 expected from classical diffusion-limited aggregation in two spatial dimensions, and the same as that characterizing the local DLA simulations of paper I in the equivalent parameter regime. The cluster fractal dimension being essentially the same for all simulations indicates that cluster geometry is entirely determined by the aggregation dynamics, and carries no memory of the injection process. Some observational determinations of the fractal dimensions of photospheric magnetic structures are available in the literature (e.g. Meunier 2004 ; Criscuoli et al. 2007), but are notoriously delicate to carry out and produce stable results mostly on large structures, where pixellization effects are less important (see Criscuoli et al. 2007 for a discussion). The range of fractal dimension values listed in Table 2.II refers to these larger structures, which typically have linear dimensions at the high end of the range produced by our simulations ; the good agreement with our results is certainly encouraging, but the comparison is actually of limited relevance.

The probability density functions (PDF) of cluster sizes, plotted on the right column of Fig. 2.4, take the form of power laws, spanning nearly six orders of magnitude in the case of simulations 2 and 3, including injection through active region decay. The power-law form arises naturally from



**Figure 2.4:** Area-length scatterplots (left panels) and probability density distributions (right panels) of cluster sizes in our three reference simulations. These plots are constructed for a single time step extracted after 3 yr of simulation time (corresponding to 1979 August 16). The logarithmic ranges of each sets of panels have deliberately been kept the same for all three simulations, to allow immediate visual comparison. The dark gray histograms show the size distribution of (decaying) spots. Panels a, b refer to simulation 1, c, d to simulation 2, and e, f to simulation 3. The corresponding fractal dimensions and power-law slopes for the size distributions are listed in Table 2.II.

**Tableau 2.II:**

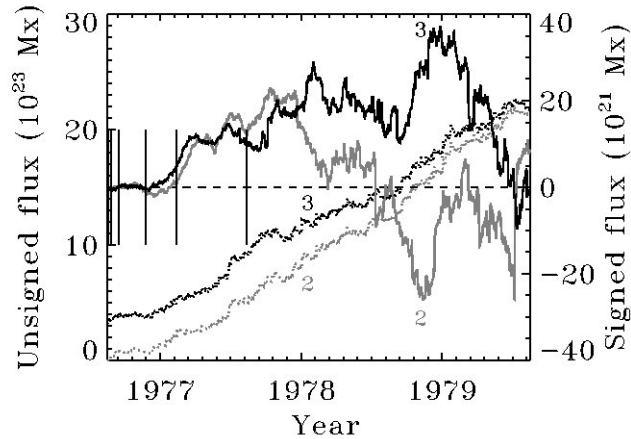
Simulation results after 3 yr					
	Injection	PDF slope	Fractal dimension	Total clusters	Largest cluster
Parnell et al. (2009)	(Real Sun)	$-1.85 \pm 0.14$	—	—	—
Criscuoli et al. (2007)	(Real Sun)	—	1.5–1.7	—	—
Crouch et al. (2007)	Flux tubes	−2.3	1.70	—	—
Sim 1	Flux tubes	$-2.10 \pm 0.06$	1.70	338553	465
Sim 2	Active regions	$-1.31 \pm 0.04$	$1.66 \pm 0.004$	14704	425709
Sim 3	Flux tubes + active regions	$-1.71 \pm 0.02$	$1.69 \pm 0.002$	311298	288631

the scale invariance of the aggregation dynamics, but here significant differences are observed in the logarithmic slopes characterizing the three simulations. Interestingly, the simulation that is presumably most solar-like, including injection of both elementary flux tubes as well as active region decay, turns out to be the only one with its power-law index ( $-1.71$ ) within the range found by Parnell et al. (2009), i.e.  $-1.85 \pm 0.14$ . Injection through active region decay only yields a flatter power law ( $-1.31$ ), a direct reflection of the aforementioned tendency for large clusters to build up at the outer reaches of the moat flows surrounding decaying active regions. Conversely, injection only at the low end of the flux scale leads to a much steeper power-law index ( $-2.1$ ), which is intuitively satisfying and demonstrates that some memory of the injection process survives at some level in the distribution of cluster sizes, even though the power-law form itself is determined by post-emergence surface processes.

## 2.5 Building up the magnetic network

We now focus on the actual build-up of photospheric flux in simulations 2 and 3. Figure 2.5 shows the evolution of signed and unsigned magnetic flux in these two simulations, spanning the first three years in the rise of cycle 21. Unlike with simulation 1 (cf. Fig. 2.1), here a truly statistically stationary state is never attained, because of the inexorably increasing rate of active region emergence. Despite this non-stationarity, it turns out that the distributions of cluster sizes stabilize after about one year, indicating once again that these distributions are dominated by surface dynamics, rather than details of the flux injection process.

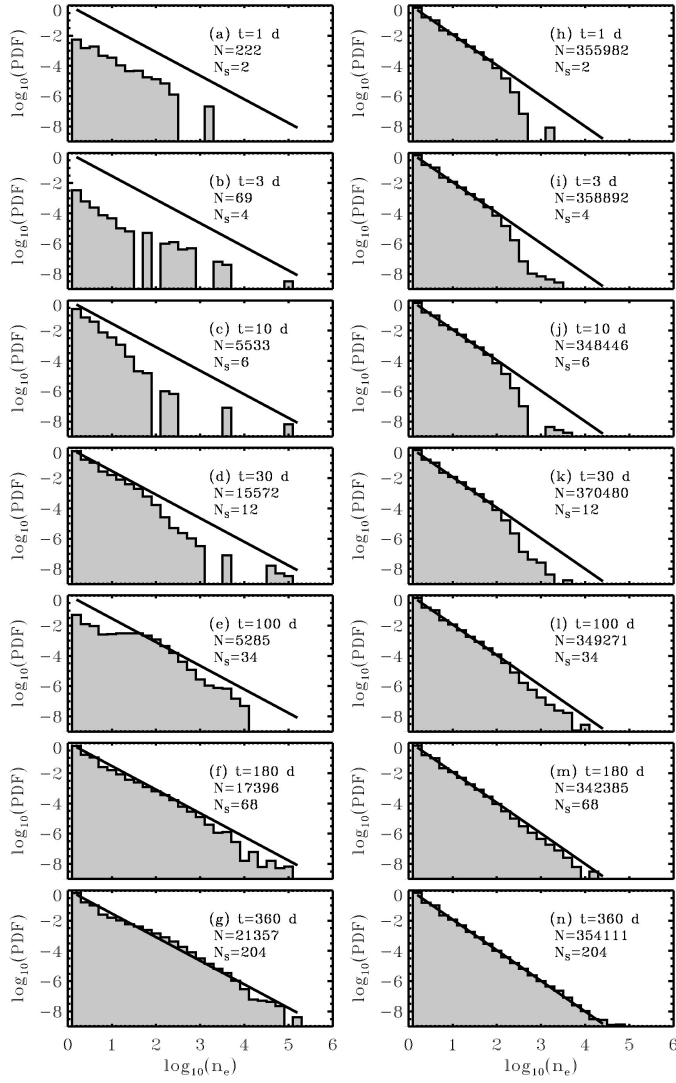




**Figure 2.5:** Time series of signed (solid line) and unsigned (dotted line) magnetic flux in simulations 2 and 3, as labeled. The vertical line segments denote the epochs at which the cluster size distributions of Fig. 2.6 have been constructed. Note that the (left) scale for unsigned flux is units of  $10^{23}$  Mx, versus  $10^{21}$  Mx for the (right) scale pertaining to signed flux.

Figure 2.6 displays two sequences of frequency distributions of cluster sizes, for simulation 2 (left) and 3 (right). Time runs vertically downward, and covers the first year of each simulation, as labeled. All distributions have been normalized to the total number of clusters after one year of simulated time (bottom panel), and the straight line on each panel indicates the slope of the corresponding frequency distribution, to serve as a guide to the eye to help visualize the build-up of the size distributions over time. Recall that in our model, a cluster’s size is a proxy for its flux.

Consider first simulation 2 (left column), where flux injection operates exclusively through the decay of active regions. After only one day, with only one bipolar sunspot group decaying, the fragments have already undergone enough aggregation to produce a power-law distribution covering two orders of magnitude at the small-size end of the scale. In the following few tens of days the distribution builds up and the mid-scales fill up, as more active regions are injected on the computational plane. The mid-size range of the distribution ( $2 \leq \log(n_e) \leq 4$ ) is very variable over the first few months of simulation time, but stabilizes after about six months. From that point on the larger scales ( $\log(n_e) \geq 4$ ) slowly fill up, and after one year the size distribution has reached its equilibrium slope. Even under these most unfavorable conditions, namely a photosphere initially devoid of any magnetic flux and highly non-uniform injection of magnetic flux only at the high end of the flux scale, well within a time span of one year the simulation manages to generate a distribution of magnetic elements that is roughly scale-free over nearly five orders of magnitude in flux.



**Figure 2.6:** Build-up of the cluster size distributions in simulations 2 (left) and 3 (right). The total number of clusters ( $N$ ) is given on each frame, along with the total number of spots having emerged up to that time ( $N_S$ ). Recall that simulation 3 is initiated from the statistically stationary distribution of simulation 1, and is therefore already well-populated with clusters of small and intermediate sizes. Every histogram in each column has been normalized by the number of clusters in the corresponding bottom frame, taken after 360 days of simulation, and the slope of the distribution in the latter frame has been traced in all others, to illustrate how the distributions evolve in time.

---

The build-up of the size distribution in simulation 3 is smoother, in part because this simulation is initiated with a computational photosphere containing a statistically stationary distribution of clusters from simulation 1, spatially homogeneous on the largest scales. Injection and subsequent decay of active regions then slowly fills up the intermediate and large scales of the size distribution, producing a power law extending over four orders of magnitude in size already after one year. In the subsequent two years this power law stretches over an additional order of magnitude in size, with little significant variation in its slope (cf. Figs. 2.6n and 2.4f).

## 2.6 Conclusion

In this paper we have presented a global Monte Carlo model for the formation of the solar magnetic network, in response to injection of magnetic flux via the emergence of active regions, as well as through the random emergence of small “elementary” magnetic flux tubes everywhere in the solar photosphere. The former is associated with the operation of a deep-seated large-scale dynamo, while the latter presumably reflects the operation of a turbulent dynamo operating in the subsurface layers, or, more generally, reprocessing of magnetic flux by turbulent convection. The formation of individual network element occurs through a process of diffusion-limited aggregation, with pairwise coalescence of flux tubes having the same magnetic polarity, and cancellation of flux tubes of opposite magnetic polarities, as embodied in simple interaction rules. Inclusion of surface differential rotation and meridional circulation leads to a realistic synoptic spatiotemporal evolution of surface magnetism.

Our simulations indicate that the geometric properties and size distributions of network elements are dominated by surface processes of random motion, aggregation and annihilation, with very little “memory” of the injection mechanism(s) remaining. Specifically, we could show that a scale-free power-law distribution of network elements spanning over four orders of magnitude in magnetic flux builds up within a year, even if injection takes place only at the extreme low and high end of this flux range. Moreover, the logarithmic slope ( $-1.71$ ) of the aforementioned power-law distribution compares favorably to observational inferences (Parnell et al. 2009), and the associated photospheric flux replacement timescale (19.3 h) is also within the observationally determined range of 8-19 h (Hagenaar et al. 2003).

It is well understood that small-scale turbulent dynamo action in the solar subsurface layers produces a very spatiotemporally intermittent magnetic field, concentrated in structures spanning a wide range of scales and field strengths (e.g., Cattaneo 1999). However, our modelling results suggest that the observed size distribution of photospheric magnetic structures cannot be used as a direct discriminant of dynamo hypotheses regarding the generation of the solar magnetic field.

---

More specifically, the scale-invariance observed in these structures does not *necessarily* reflect a similar scale invariance in the dynamo mechanism ultimately responsible for the regeneration of the solar magnetic field. Potentially more constraining, in this respect, is the size distribution of *emerging* magnetic structures (see, e.g., Thornton & Parnell 2011).

We wish to express special thanks to N.R. Sheeley, Jr. for providing us with his database of active region emergences for cycle 21, and to Michel Béland and Jacques Richer (Calcul Québec) for their invaluable help in optimizing our simulation code. This research was supported by a Research Team grant (PC) and a graduate fellowship (KT) from the Fonds Québécois pour la Recherche sur la Nature et les Technologies. Additional financial support from the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada is also gratefully acknowledged.

## 2.7 Bibliographie

- Baumann, I., Schmitt, D., Schuessler, M., & Solanki, S.K. 2004, A&A, 426, 1075
- Beck, J.G. 2000, SolP, 191, 47
- Bogdan, T.J., Gilman, P.A., Lerche, I., Howard, R. 1988, ApJ, 327, 451
- Brickhouse, N.S., Labonte, B.J. 1988, SolP, 115, 43
- Cattaneo, F. 1999, ApJL, 515, 39
- Charbonneau, P., Christensen-Dalsgaard, J., Henning, R., Larsen, R.M., Schou, J. Thompson, M.J., & Tomczyk, S. 1999, ApJ, 527, 445
- Criscuoli, S., Rast, M.P., Ermolli, I., Centrone, M. 2007, A&A, 461, 331
- Crouch, A.D., Charbonneau, P., Thibault, K. 2007, ApJ, 662, 715
- de Wijn, A.G., Stenflo, J.O., Solanki, S.K., Tsuneta, S. 2009, Space Science Reviews, 144, 275
- Gnevyshev, M.N. 1938, Pulkovo Obs. Circ., 24, 37
- Hagenaar, H.J., & Shine, R.A. 2005, ApJ, 635, 659
- Hagenaar, H.J., Schrijver, C.J., & Title, A.M. 2003, ApJ, 584, 1107
- Hathaway, D.H. 2010, Living Rev Sol Phys, 1, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2010-1>
- Hathaway, D.H. 2012, ApJ, 749, L13
- Komm, R. W., Howard, R. F., Harvey, J. W. 1993b, SolP, 147, 207
- Mackay, D. H., Priest, E. R., Lockwood, M. 2002a, SolP, 207, 291
- Mackay, D. H., Priest, E. R., Lockwood, M. 2002b, SolP, 209, 287
- Meunier, N. 2004, A&A, 333, 342
- Meyer, K.A., Mackay, D.H., van Ballegooijen, A.A., Parnell, C.E. 2011, SolP, 272, 29
- McCloughan, J., Durrant, C.J. 2002, SolP, 211, 53
- Parnell, C.E. et al. 2009, ApJ, 698, 75
- Parnell, C.E. 2001, SolP, 200, 23

- 
- Petrovay, K. & van Driel-Gesztelyi, L. 1997, SolP, 176, 249
- Rast, M.P. 2003a, ApJ, 597, 1200
- Riley, P. et al. 2011, SolP, 274, 361
- Schrijver, C.J., & DeRosa, M.L. 2003, SolP, 212, 165
- Schrijver, C.J. 2001, ApJ, 547, 475
- Schrijver, C.J., Title, A.M., van Ballegoijen, A.A., Hagenaar, H.J., Shine, R.A. 1997b, ApJ, 487, 424
- Simon, G.W., Title, A.M., & Weiss, N.O. 2001, ApJ, 561, 427
- Thornton, L.M., & Parnell, C.E. 2011, SolP, 269, 13
- van Ballegoijen, A.A., Cartledge, N.P., & Priest, E.R. 1998, ApJ, 501, 866
- Wang, Y.-M., Robbrecht, E., & Sheeley, N.R. Jr. 2009, ApJ, 707, 1372
- Wang, Y.-M., Sheeley, N.R. Jr., & Lean, J. 2002, ApJ, 580, 1188
- Wang, Y.-M., Sheeley, N. R., Jr., & Nash, A. G. 1991, ApJ, 383, 431
- Wang, Y.-M., & Sheeley, N.R. Jr. 1991, ApJ, 375, 761
- Wang, Y.-M., Nash, A. G., & Sheeley, N. R., Jr. 1989, ApJ, 347, 529
- Wang, Y.-M., Nash, A. G., & Sheeley, N. R., Jr. 1989, Science, 245, 712
- Zwaan, C. 1992, in NATO ASIC Proc. 375 : Sunspots. Theory and Observations, ed. J.H. Thomas & N.O. Weiss (Cambridge, United Kingdom)
- Zwaan, C. 1987, ARA&A, 25, 83
- Zwaan, C. 1981, NASSP, 450, 163



## CHAPITRE 3

### SOLAR PHOTOSPHERIC NETWORK PROPERTIES AND THEIR CYCLE VARIATION

Le deuxième article de cette thèse sera soumis sous peu pour publication à l’Astrophysical Journal.

Le récent minimum d’activité solaire a engendré beaucoup de spéculations à savoir s’il possédait les caractéristiques d’un minimum prolongé. Schrijver et al. (2011) argumentent que c’est le cas, et que cet état a été atteint en mars 2009. La question reliée est de connaître le temps de relaxation du réseau.

Les simulations qui couvraient la première année dans Thibault et al. (2012) ont été menées jusqu’à leur terme, soit jusqu’à la fin du cycle 21 d’activité solaire en 1986, et prolongées jusqu’à retrouver les caractéristiques d’un minimum prolongé d’activité. Le but était d’analyser l’évolution des caractéristiques du réseau au cours d’un cycle d’activité et de déterminer son temps de relaxation.

La quantité qui a servi à trouver ce temps est l’indice de couverture magnétique du réseau et son taux de décroissance exponentielle. La justesse de notre modèle est corroborée par certaines quantités conformes aux observations. D’abord, la distance caractéristique entre les agrégats obtenue est de 20 Mm, alors que celle observée se situe dans les 12-75 Mm (Rieutord et Rincon 2010). Le temps de retournement du flux simulé est de 19,3 hr, presque dans les 8-19 h observés par Hagenaar et al. (2003). Ce temps dépend de notre taux d’injection du flux, qui a été choisi indépendamment pour donner l’indice de -1,85 à la distribution de flux.

Les quantités aux valeurs divergeant des observations sont causées par un excès de flux dans notre simulation, produit par l’absence d’un puits aux pôles qui aurait submergé une partie du magnétisme comme le Soleil le fait.

Nous avons trouvé qu’il faut 2,9 ans au réseau pour que son indice de couverture magnétique redescende à  $1/e$  de sa valeur initiale. En prenant le début du dernier minimum d’activité en novembre 2008 (Hathaway 2010), cela signifie que même 2,9 ans n’auraient pas suffi à redonner l’indice de couverture magnétique initial.

---

On en conclut que le dernier minimum n'était pas un minimum prolongé au cours duquel le réseau a retrouvé son niveau basal d'activité.

Ma contribution à cet article a consisté en l'exécution des simulations, l'analyse des résultats, la production des graphiques, et une grande partie de l'écriture de l'article. Paul Charbonneau a aussi contribué à l'écriture de l'article et relu les différentes versions ainsi que suggéré des corrections. Michel Béland a optimisé le code de simulation, lui faisant gagner un ordre de grandeur en rapidité.

Coauteurs : Paul Charbonneau, Michel Béland



## ABSTRACT

We present a numerical simulation of the formation and evolution of the solar photospheric magnetic network over a full solar cycle. The model exhibits realistic behavior inasmuch as it produces large, unipolar concentrations of flux at the poles, a flux distribution in the form of a power-law with index  $-1.69$ , a flux replacement timescale of 19.3 h, and supergranule diameters of 20 Mm. The polar behavior is especially telling of model accuracy, as it results from lower-latitude activity, and accumulates the residues of any potential modeling inaccuracy and oversimplification. In this case, the main oversimplification is the absence of a polar sink for the flux, causing an amount of polar cap unsigned flux larger than expected by almost one order of magnitude. Nonetheless, our simulated polar caps carry the proper signed flux and dipole moment, and also show a spatial distribution of flux in good qualitative agreement with recent high-latitude magnetographic observations by Hinode. After the last cycle emergence, the simulation is extended until the network has recovered a configuration corresponding to its quiet Sun initial condition. This permits an estimate of the network relaxation time towards the baseline state characterizing extended periods of suppressed activity, such as the Maunder Grand Minimum. Our simulation results indicate a network relaxation time of 2.9 yr, setting at October 2011 at the soonest the time after which the last solar activity minimum could have qualified as a Maunder-type Minimum. This suggests that photospheric magnetism did not reach its baseline state during the recent extended minimum between cycles 23 and 24.

### 3.1 Introduction

The Sun, like all stars, is magnetic. Its observed photospheric magnetism covers several scales in flux, from sunspots reaching  $10^{23}$  Mx, to faculae, ephemeral regions, the network, all the way down to the inter-network ( $10^{16-17}$  Mx), at the resolution limit of current observations (see de Wijn et al. 2009, and references therein). These scales reflect in part the emergence from subphotospheric layers, but they are also coupled by flux reprocessing caused by surface flows : small flux concentrations aggregate, sunspots and large flux concentrations fragment and decay, releasing magnetic flux in the photosphere, contributing to the buildup of faculae and active network (Martin 1988, Schrijver et al. 1997, Simon et al. 2001, Krijger & Roudier 2003).

The photospheric magnetic network is made up of a disjoint assemblage of magnetic flux concentrations, found predominantly at the vertices of adjacent supergranular cells. It represents one of the smallest magnetic flux and length scales currently resolvable on the Sun. Its baseline emissivity contributes to the total solar irradiance (TSI) even in the absence of active regions. It

---

plays a significant role in determining the solar total and spectral irradiance, and, in particular, represents a crucial contribution during extended periods of suppressed magnetic activity, such as the seventeenth century Maunder Minimum, or the recent extended low-activity epoch having preceded the onset of cycle 24.

Because of the wide range of scales involved between the largest active regions (50 Mm and  $10^{23}$  Mx (Foukal 2004, p. 234)) and the network elements (1-10 Mm and  $10^{18-19}$  Mx (Martin et al. 1988; de Wijn 2009)), global simulations of the solar magnetic activity cycle have seldom taken the network explicitly into account (Wang & Sheeley 1989a, 1989b, Schrijver et al. 2002), or have treated it only statistically as a population (Schrijver et al. 1997, Schrijver 2001). Consequently, the interaction of individual network elements with one another and between network elements and other larger magnetic structures has so far been left out of full-sphere photospheric flux evolution models. On the other hand, such interactions have been treated in local models “resolving” only a small portion of the solar surface. (Parnell 2001, Simon et al. 2001, Rast 2003, Crouch et al. 2007, Cranmer & van Ballegooijen 2010, Meyer et al. 2011). These processes are highly non-linear, with smaller structures aggregating to form larger ones, and larger structures disintegrating into smaller ones, making models complex and computationally demanding.

The interactions of network elements are driven by the small-scale surface flows (granulation, supergranulation) which displaces elements, leading to surface processes of emergence, coalescence, cancellation, fragmentation, and submergence, and local amplification/regeneration by fast dynamo action. Properties of the magnetic network are thus influenced by the surface flows via the surface interactions.

The magnetic network can be physically characterized through properties such as its distributions of magnetic flux, filling factor, distance between network elements, etc. How these properties vary over the solar activity cycle has remained difficult to establish observationally, with many studies yielding contradictory results. What is now established beyond doubt is that the situation is far more complex than simple in-phase variations. The network’s filling factor does vary in phase with the activity cycle, increasing by almost a factor of four between minimum and maximum (Hagenaar et al. 2003). The flux distribution of the magnetic concentrations, including the network elements, is found to be constant by Parnell et al. (2009), while Hagenaar et al. (2003) find that the distribution of larger fluxes varies in phase with the activity cycle, and that only magnetic elements with flux  $\leq 10^{19}$  Mx retain a constant distribution. The supergranular size, which sets the spatial scale of the network, increases with solar activity according to McIntosh et al. (2011), while Meunier et al. (2008) find a decrease in size. Photospheric unsigned magnetic flux varies

---

with the activity cycle (Wang et al. 2005), and so does hemispheric signed flux, with opposite magnetic polarities dominating in opposite hemispheres. The dominant polarity of an hemisphere is the same as the trailing polarity in that hemisphere's active regions, in agreement with Hale's law. Globally, the opposite polarities just about cancel out so that net polarity remains close to zero, as expected from the solenoidal constraint  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  applied to the complete solar surface.

Latitudinal variations of the network's properties are still little known. While the magnetic filling factor varies in time, Ishikawa et al. (2010) found that at a given phase of the cycle it remains the same at all latitudes (Ishikawa et al. 2010). According to Rimmele & Schroter (1989), smaller supergranules are found around active latitudes, so that the spatial dependence is also time-dependent, due to the drift of active regions from mid-latitudes to the equator as the cycle progresses. Some ranges of flux are found to be typically correlated with active regions and show a similar butterfly diagram, and other flux ranges are found to be anticorrelated, and show a very different butterfly diagram (Jin & Wang 2012). The magnetic network's general behavior thus seems related to the solar activity cycle, although it remains uncertain whether it is the baseline network that varies, or the part of the network fed by the disintegration of active regions, or both.

Observationally, the decomposition of the network into cyclic component and baseline level is difficult, complicating the modelling of the network's contribution to solar activity and TSI, even though the correlation between changes in network coverage and changes in the solar irradiance is well established (Foukal & Lean 1988). Recent findings show that the network's contribution to TSI per unit area strays from linearity at low activity levels, increasing by a factor of 2-4 compared with active region faculae (Foukal et al. 2011). Low activity levels are of particular interest because they are the ones for which the reconstructed TSI departs from the solar activity indices used in long-term reconstructions (Tapping et al. 2007, Tapping & Valdes 2011).

The level and nature of solar activity in the absence of sunspots and active regions is also uncertain. There is evidence that absence of sunspots does not mean cessation of solar activity : solar eruptions and the interplanetary magnetic field strength both show a cyclic pattern with a period similar to sunspots, and modulate the production of cosmogenic isotopes such as  $^{10}\text{Be}$ ; the time series for  $^{10}\text{Be}$  shows uninterrupted cyclic activity during the Maunder minimum (Beer 2000). The physical nature of this residual cyclic activity remains unknown. The recent 2007-2009 extended minimum in solar activity raised several questions, notably : how long does it take the Sun to return to its baseline activity level after the end of active region emergence, such as seen during long minima? Based on the overall constancy of activity measurements observed in 2009 throughout the unusually long minimum between cycles 23 and 24, during which sunspots all but

---

failed to emerge for nearly 21 months, Schrijver et al. (2011) suggested that the Sun had reached its baseline state, similar to its condition during the Maunder Minimum.

An evolutionary model for the network, covering up to global spatial scales and activity cycle, can provide useful insights towards this question. In this paper we present one such model, and its application to sunspot cycle 21 (1976–1986), a cycle for which detailed information is available regarding the location, flux and magnetic polarity of emerging sunspots and active regions. This surface flux evolution model, described in Crouch et al. (2007) and Thibault et al. (2012; hereafter Paper I), captures the interaction of photospheric network elements as a diffusion-limited aggregation process, subjected to photospheric flux input by emergence and decay of active regions. An overview of this model is presented in §3.2 herein. In Paper I we showed that it successfully reproduces the observed power-law form and logarithmic index of the network flux distribution. We could also show that the form of this distribution is rapidly established through surface processes, so that “memory” of the injection scale is rapidly erased. However, by performing distinct simulations with or without injection of active regions, we could also show that the value of the power-law index for the flux distribution is influenced by the presence or absence of active region injection, going from  $-1.69$  in the former case, up to  $-2.10$  in the latter. This indicates that network properties are indeed influenced by the activity cycles, and motivates the present study, which spans a full solar cycle in order to examine in detail the dependence of network properties on latitude and phase of the global activity cycle (§3.3). We then focus in §3.4 on the properties and evolution of the polar cap magnetic flux, as a key test on the degree of realism (or lack thereof) of our simulation extended over a solar cycle timescale. We then extend our simulation in §3.5 with the goal of estimating the relaxation time of the network, i.e., the time required for the network properties to return to their baseline level following the end of active regions emergence at the end of an activity cycle.

### 3.2 The network model

Our surface magnetic flux evolution model is described in detail in Crouch et al. (2007) and Paper I; what follows is an overview of its most salient aspects. The model is a Monte Carlo process of diffusion-limited aggregation (DLA) on a spherical surface, where the basic dynamical unit consists of elementary magnetic flux tubes, each assumed to carry the same flux of  $10^{17}$  Mx, consistent with current high resolution magnetographic observations. The latter have a resolution limit in the range  $10^{16}$ – $10^{17}$  Mx (de Wijn et al. 2009). Individual tubes, and clusters thereof, undergo a random walk under the influence of the granular flow. The basic step length and time interval of the random walk is set here at 1.7 Mm and 30 min, somewhat larger than granular scales, in order to permit cycle-length simulations in a reasonable amount of computing time

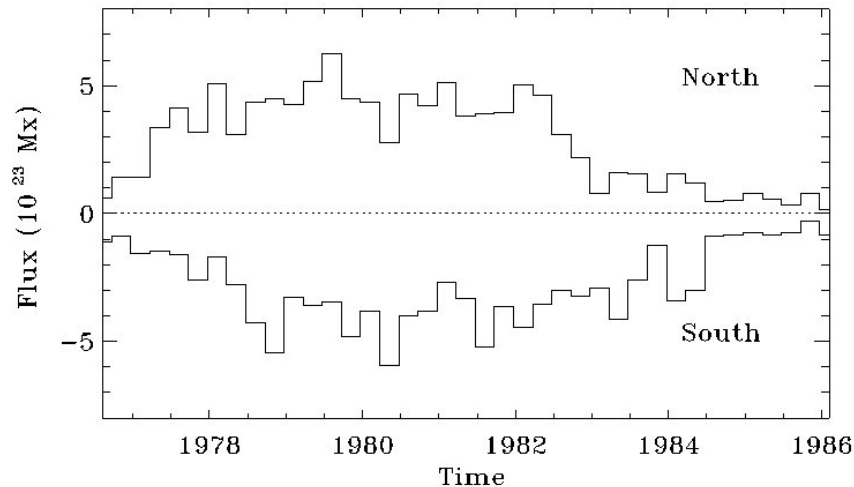
---

(see Paper I). Tubes are treated as point particles, are assigned a positive or negative magnetic polarity, and undergo clustering or cancellation when they come within an interaction distance  $d_i = 0.34$  Mm of one another. Solar-like differential rotation and poleward meridional flow are also included and contribute a temporally steady displacement of tubes and clusters. Individual tubes are injected randomly all over the photosphere, while tubes and clusters undergo random submergence at a size-dependent rate. In Crouch et al. (2007) the various parameters in this model were adjusted to yield a best fit to the observed spatial distribution and probability density function of magnetic flux; these optimal parameter values also yield a flux reprocessing time in the quiet Sun commensurate with observations, even though this quantity was not used to constrain the fit (see Paper I, §2.2, for further discussion).

As in Paper I, the simulations reported upon herein also include the injection of magnetic flux in the form of active regions. We opted to use the Wang and Sheeley sunspot database for cycle 21, which covers emergences from 1976 August 16 to 1986 April 5, for 9.63 years worth of data. All the active regions with unsigned flux  $\geq 2 \times 10^{20}$  Mx that emerged during that cycle were included, with their time, latitude and longitude of first appearance, maximum (initial) magnetic flux and —importantly for our purposes— polarity of leading spot (see Fig. 3.1). There are 3047 such entries in the database.

Injected sunspots undergo decay through boundary erosion, releasing elementary flux at a rate proportional to their radius (see Paper I, §2.3). These are carried radially away from the spot by a specified moat flow, as they gradually begin their random walk and interaction with other tubes and aggregates. This procedure is equivalent to a sunspot disintegration rate proportional to  $A/T$ , where  $A$  is their maximum area and  $T$  their lifetime, in agreement with the Gnevyshev-Waldmeier law (see Petrovay & Van Driel-Gesztelyi 1997; also eq. (4) of Paper I). This boundary erosion process operates until all the spot’s magnetic flux has been released as elementary tubes.

Our Monte Carlo surface flux evolution model represents an extreme simplification of the magnetohydrodynamical (MHD) processes driving solar photospheric magnetic flux evolution. With the modelled system spanning some five orders of magnitude in length scale, six orders of magnitude in timescale, and six orders of magnitude in magnetic flux scale, a formal MHD treatment is clearly ruled out. Even our highly simplified model remains computationally challenging. The simulations typically involve the tracking of  $N_t \sim 10^7$  flux tubes at any given time, every pair of which needing to be tested for interaction with neighbours at every time step, during  $\simeq 2 \times 10^5$  time steps. The direct approach, calculating each pair of distance, scaling as  $N_t^2$  would be clearly impractical (as well as wasteful). We opted to make use of a tiling algorithm appropriate for N-body simulations



**Figure 3.1:** Unsigned flux injection from active regions per trimester for cycle 21, from the Wang and Sheeley active region database. For the purpose of this plot, the Southern hemisphere unsigned flux is (arbitrarily) plotted as negative. The surface flux evolution throughout cycle 21 has been extensively analysed and modeled by these authors (Wang & Sheeley 1989, 1991, 1994; Wang et al. 1989a, 1989b, 2002), and so allows a detailed testing and validation of our own modelling approach. The first cycle 21 active region appearance is on 1976 August 16, and the last takes place on 1986 April 5. The total unsigned magnetic flux injected in the Northern and Southern hemisphere is  $1.10 \times 10^{25}$  Mx and  $1.08 \times 10^{25}$ , respectively.

(Allen & Tildesley 1990; Mattson & Rice 1999), which leads to order-of-magnitude savings in computing time. Even then, one time step ends up requiring  $\simeq 2.5$  core-minutes, adding up to 1.5 core-years for the cycle-length simulations discussed in what follows.

### 3.3 Simulated evolution of the magnetic cycle over cycle 21

#### 3.3.1 Simulation design

The simulations discussed in what follows represent the extensions to solar cycle timescale of the three reference simulations discussed in Paper I (see also Table 3.I herein). Simulation 1 incorporates only spatially and temporally uniform injection of individual flux tubes. The statistically stationary state of this simulation thus represents a true quiet Sun, i.e., one that has never experienced the emergence and decay of active regions. Simulation 2 injects magnetic flux only as sunspots according to Wang and Sheeley’s sunspot database for cycle 21. Unlike simulation 1, here magnetic flux injection occurs across a range of flux scales, in a spatiotemporally intermittent manner, and at an overall rate also varying slowly in time (viz. Fig. 3.1). Those sunspots then disintegrate into individual flux tubes. Simulation 3 combines injection of sunspots at large scales with injection of elementary flux tubes at small scales. The numerical parameters controlling the

---

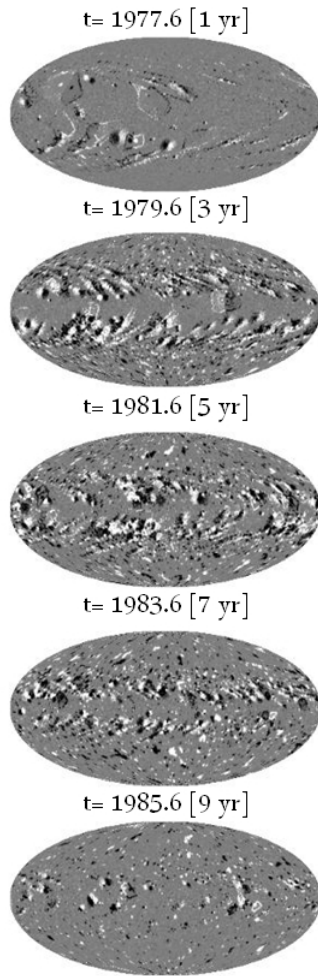
displacement and interaction of magnetic elements are the same in all three simulations, and set at the scaled-up best-fit values established by Crouch et al. (2007; see also Table 1 in Paper I, and discussion therein of the scaling-up procedure).

Simulation 3 turns out to be the more realistic of the three, in terms of simultaneously reproducing the observed power law slope of magnetic flux distribution, as well as the observationally-inferred fractal dimension of large network elements. It is also, in principle, the more realistic of our three global simulations, in the sense that flux injection takes places over a wide range of scales, although intermediate injection scales, associated e.g. with ephemeral active regions, are not included. Most results discussed in what follows pertain to this simulation, unless explicitly noted otherwise.

### 3.3.2 Surface magnetic flux evolution

Figure 3.2 shows a modeled magnetogram of the surface flux buildup in simulation 3, in which magnetic flux emergence occurs through the injection of both active regions and individual flux tubes. The five frames are taken two years apart, spanning activity cycle 21, with the full latitude-longitude computational plane displayed here in Mollweide projection. Active regions begin appearing at mid-latitudes by  $t=1$  yr (first panel). The largest aggregates forming poleward of the activity belts from the decay of active regions reach a size sufficiently large that they persist long enough to be carried poleward by meridional circulation. By  $t=3$  yr (second panel), some of these clusters have reached the polar regions. Because the surface meridional flow is poleward-directed, equatorial regions remain mostly cluster-free in the early part of the cycle. As the cycle unfolds and active regions emerge progressively closer and closer to the equator, aggregates start to populate that region (third panel). Most longer-lived, large clusters remain until the seventh year (fourth panel). By the ninth year (fifth panel), most large clusters have disappeared from the mid-latitudes, but some survive in polar regions, as well as low latitudes, building up in response to the decay the few active regions emerging in the late phase of the cycle.

Figure 3.3A shows the modeled evolution of unsigned hemispheric fluxes (dotted lines), along with total signed magnetic flux across the computational plane (solid line), over the duration of cycle 21. Recall that simulation uses as its initial condition the “quiet Sun” equilibrium state of simulation 1, which is characterized by a total unsigned magnetic flux of  $4 \times 10^{23}$  Mx. Around the activity maximum in 1981, the global unsigned flux in simulation 3 has increased by an order of magnitude, up to almost  $4 \times 10^{24}$  Mx. Now, given our flux tube injection rate, the entire cycle 21 has undergone the injection of  $1.5 \times 10^{27}$  Mx in elementary flux tubes, while active regions provided only  $2.2 \times 10^{25}$  Mx, two orders of magnitude lower. Notwithstanding the challenge of



**Figure 3.2:** Surface evolution of magnetic flux following the injection of active regions from the Wang & Sheeley database for simulation 3. Time zero corresponds to 1976 August 16, marking sunspot minimum between cycles 20 and 21. Each frame shows a pixellized snapshot in Mollweide projection of the magnetic flux in the computational plane, spaced two years apart and spanning cycle 21. Aggregates forming from the decay of active regions are transported poleward by the meridional flow, and sheared horizontally by differential rotation. Note also how large bipolar active regions emerging at mid-latitudes nearly all show the same ordering of magnetic polarity with respect to the longitudinal direction, negative (black) leading positive (white) in the Northern hemisphere, and opposite in the Southern hemisphere; this is a reflection of Hale’s polarity laws.

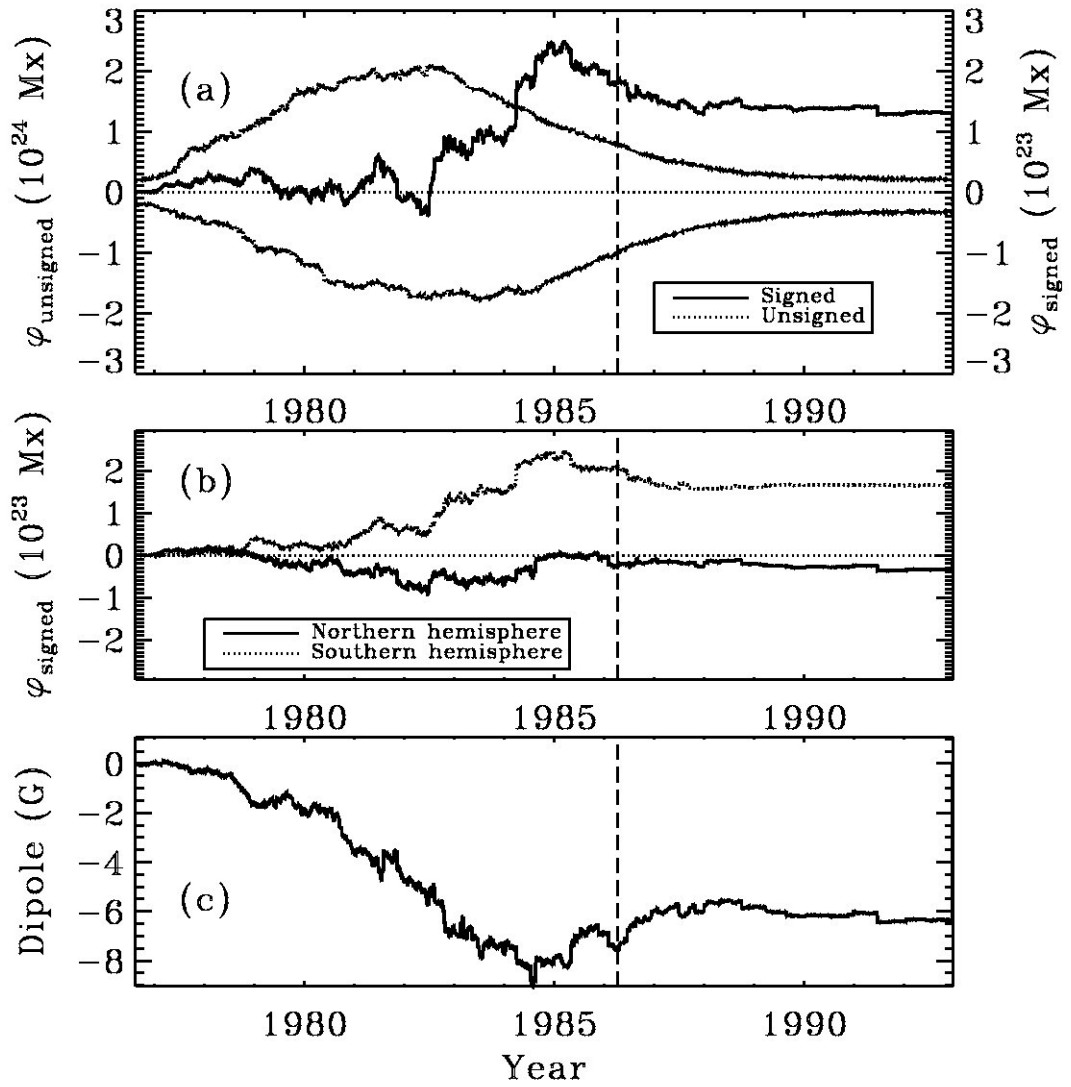


**Tableau 3.I:**

Simulation results after 3 yr				
	Injection	PDF slope	Fractal dimension	Initial condition
Parnell et al. (2009)	(Real Sun)	$-1.85 \pm 0.14$	—	
Crouch et al. (2007)	Flux tubes	-2.3	1.70	
Sim 1	Flux tubes	$-2.10 \pm 0.06$	1.70	Unmagnetized photosphere
Sim 2	Active regions	$-1.31 \pm 0.04$	$1.66 \pm 0.004$	Unmagnetized photosphere
Sim 3	Flux tubes + active regions	$-1.69 \pm 0.02$	$1.69 \pm 0.002$	Equilibrium state of Sim 1

observing  $\sim 100$  km wide structures carrying a  $\sim 10^{16}$  Mx flux, observational analyses suggest an even larger contribution of the internetwork, possibly going as high as four orders of magnitude over the contribution of active regions over an eleven-year solar cycle, especially if transient horizontal magnetic fields are included in the flux budget (de Wijn et al. 2009, Ishikawa et al. 2010). Nonetheless, the total unsigned flux in simulation 3 is very similar to that measured in simulation 2 (not shown). This suggests the main contribution to the total unsigned flux comes from the injection and decay of active regions. While this may seem contradictory with the two orders-of-magnitude discrepancy between the amount of flux injected through sunspots and individual flux tubes, it can be explained by the fact that the lifetime of small flux concentrations is a lot shorter than the large ones. Moreover, Crouch et al. (2007) could show that in their local version of our simulation 1, the vast majority of injected elementary flux tubes disappear through cancellation with a tube of opposite polarity, rather than disappearing “spontaneously” via the probability test mimicking the effects of convective submergence (see their §3.1).

The global photospheric signed flux stabilizes around  $+1.4 \times 10^{23}$  Mx, comparable to the Southern hemisphere value  $+1.7 \times 10^{23}$  Mx, after the end of sunspot injection in March 1986. This global flux imbalance, non-physical as per the solenoidal constraint  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ , arises as a consequence of the statistical procedure used to mimic convective submergence. In the late phases of the simulation the signed flux is dominated by a small population of large, long-lived clusters of mixed polarity (more on these in §3.4 below). At each simulated time step, the probability tests that govern the disappearance of these clusters are performed independently for each cluster, so it is



**Figure 3.3:** Simulation 3 : (a) Total signed (full line) and hemispheric unsigned (dotted line) magnetic fluxes. (b) Hemispheric signed flux over the course of the simulation : North hemisphere (full line) and South hemisphere (dotted line). (c) Dipole magnetic field strength. The vertical dashed line indicates the time of sunspot minimum delineating cycle 21 from cycle 22. The various time series stabilize following the last injection on 1986 April 5. The intermittent abrupt variations are due to the disappearance of a large cluster.

---

entirely conceivable that the loss of one, large unipolar cluster suddenly leads a net global signed flux of the opposite polarity, which will persist until a comparably large cluster of opposite polarity vanishes in turn. In other words, our injection processes generate no net flux, our cancellation procedure respects flux balance, but the “submergence” mechanism built into the simulation does not. Note however that net signed flux imbalance at the end of the cycle remains quite small, at the 0.1 % level, as compared to the total unsigned flux injected in the simulation throughout the cycle. Flux imbalance at this level is insignificant with regards to the evolution of the network properties that are the focus of this Paper.

Even though the last spot injection is taking place on 1986 April 5 in the Wang & Sheeley database, we continued running the simulation all the way to 1993, without injecting any cycle 22 active region. This procedure thus allow us to measure the system’s relaxation time, a topic to which we shall return in §3.5 below. At this juncture, note simply on Figure 3.3A how the photospheric unsigned flux is still decreasing towards its initial “quiet Sun” value, more than 4 years after the end of sunspot injection, indicative of persistence of network elements on long timescales.

A well-known observed property of emerging large bipolar active regions is the systematic pattern of average tilt with respect to the E-W direction of the line segment joining the center of each member of the pair, with the leading member of the pair (with respect to the direction of rotation) being usually located closer to the equator than the trailing member, and the associated tilt angle increasing with heliographic latitude. This statistical pattern is known as Joy’s Law, and is now believed to reflect the action of Coriolis force on the flow developing along the axis of the rising magnetic flux ropes forming bipolar active regions upon emergence through the photosphere (Fan 2009). In conjunction with Hale’s hemispheric polarity rule, this tilt also implies that upon decay, the decay products of the leading members are more likely to undergo cross-equatorial diffusive cancellation with the leading polarity decay product of bipolar active regions emerging in the other hemisphere. The net effect is the buildup of a signed hemispheric flux having the polarity of the trailing members of the bipolar active regions in each hemisphere. This phenomenon also materializes in our simulation, as already evident on Figure 3.3B. Transport and accumulation of the decay products to high latitudes can then lead to the buildup of a dipole moment, and reversal of the Sun’s surface magnetic dipole moment having built up in the preceeding cycle (Babcock 1961; Leighton 1969; Wang & Sheeley 1989). This forms the basis of the so-called Babcock-Leighton solar cycle model (Charbonneau 2010).

Our initial condition is such that the initial dipole field strength is originally (and unrealistically) zero. As shown on Figure 3.3C, simulation 3 generates a dipole of strength  $-7$  G by the

---

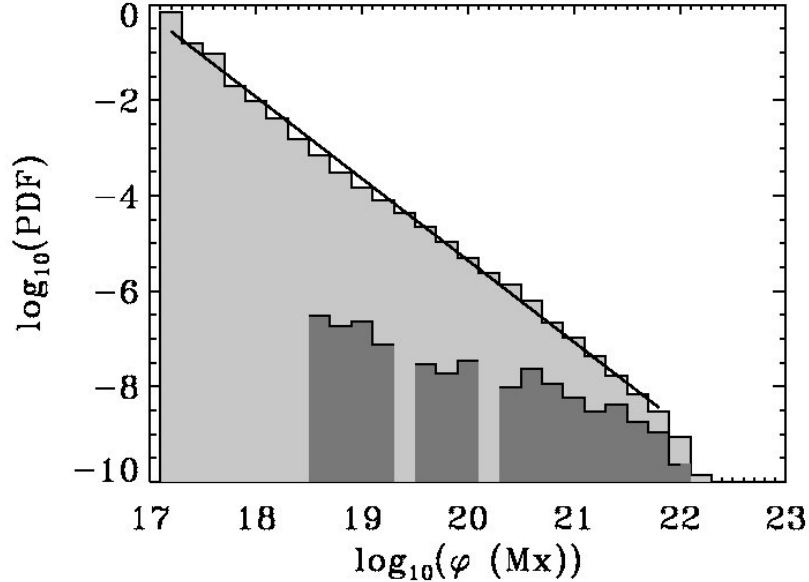
end of the cycle, increasing to stabilize at  $-6$  G thereafter (recall that we do not inject cycle 22 active regions). This buildup of a negative dipole moment compares favorably with that modeled by Wang & Sheeley (1991) who find that the dipole went from  $3$  G to  $-4$  G during cycle 21. As another point of contact with the simulation of Wang & Sheeley (1989, 1991), we can estimate a diffusion coefficient from the random walk step length and time steps used in our simulations. With these parameters set at  $d_w = \sqrt{3}$  Mm and  $\Delta t = 30$  minutes respectively in simulation 3, the implicit diffusion coefficient is  $D = d_w^2 / 4\Delta t = 416 \text{ km}^2 \text{ s}^{-1}$ . This is compatible with the value  $D = 600 \pm 200 \text{ km}^2 \text{ s}^{-1}$  used in Wang et al. (1989b)’s advection-diffusion flux evolution model, confirming that our stronger 1986 dipole results directly from our dipole-free initial condition.

Figure 3.3A, showing the evolution of total signed and hemispheric unsigned flux, can be compared to Fig. 3 of Schrijver & Harvey (1994). They observe from  $3$  to  $9 \times 10^{23}$  Mx of total photospheric flux from the 1976 minimum to the activity maximum, whereas we have from  $5$  to  $40 \times 10^{23}$  Mx for the same times. The flux they measure at the 1986 minimum is the same as during the 1976 minimum. We, on the other hand, do not recover the initial flux due to certain large persistent flux concentrations. However, Schrijver & Harvey (1994) have a detection threshold of  $8 \times 10^{19}$  Mx, compared to our magnetic unit of  $10^{17}$  Mx, so they missed a large amount of smaller magnetic flux concentrations that would have otherwise increased their total unsigned flux. Wang & Sheeley (1989) find a variation from  $18 \times 10^{23}$  Mx in 1977 to  $36 \times 10^{23}$  Mx in 1979 to  $4 \times 10^{23}$  Mx in 1985 for bipolar magnetic regions of at least  $3 \times 10^{20}$  Mx. This is comparable to the total (N+S hemisphere) unsigned flux at cycle peak in our simulation. Our higher flux in the late phases of cycle 21 is likely caused by the absence of a polar sink. The extra flux does not influence the index of the flux distribution (see Section 3.5), only its offset from the origin, as flux processing by surface flows operates on all scales.

### 3.3.3 Magnetic flux distribution

Our simulation yields not only the evolution of the total magnetic flux, but also the evolution of the size distribution of the magnetic flux contained in the various clusters populating our computational domain. As shown on Figure 3.4, this size distribution takes the form of a power law, with index  $-1.69$ . Both the power law form and index compare favorably to the flux distribution inferred observationally by Parnell et al. (2009), who find a power law index  $-1.85 \pm 0.14$ .

Paper I showed that the form of this flux distribution is set primarily by the surface processes of diffusion-limited aggregation, which rapidly erases the “memory” of the flux injection scale(s). Even when working with two extreme flux injection scenarios —simulation 1 with injection of elementary flux tubes only, or simulation 2 with injection of active regions only,— power law



**Figure 3.4:** Power-law distribution of unsigned magnetic flux for all photospheric magnetic structures present in simulation 3 at  $t=3$  yr after the beginning of cycle 21. The darker histogram isolates the contribution of decaying sunspots to the distribution. The largest sunspot present in the Wang & Sheeley cycle 21 database carries an unsigned flux of  $7 \times 10^{22}$  Mx, and appears on 1982 June 15.

distributions spanning many orders of magnitude in magnetic flux build up in less than one year of simulation time. These analyses lumped together all magnetic structures present on the simulation domain at a given time. We now refine the analysis by examining the latitudinal and temporal variations of network characteristics.

### 3.3.4 Network magnetic flux

We henceforth focus on the magnetic network building up in our simulation 3. Our first task is to define criteria that will allow us to select which clusters are considered part of the network. We obviously do not include decaying spots, nor should we include individual elementary flux tubes continuously injected in the domain. Following Crouch et al. (2007), we define network elements as clusters containing 10 or more elementary flux tubes. The associated magnetic flux,  $10^{18}$  Mx, is comparable to the threshold used in observational studies to distinguish the network from the so-called inter-network magnetic flux concentration, although the distinction is arbitrary to some significant degree (see Stenflo 2013, and discussion therein). In simulation 3, the network elements so defined collectively carry between  $1.3 \times 10^{23}$  Mx and  $34 \times 10^{23}$  Mx at its peak coverage, amounting to 95% of the total photospheric unsigned flux.

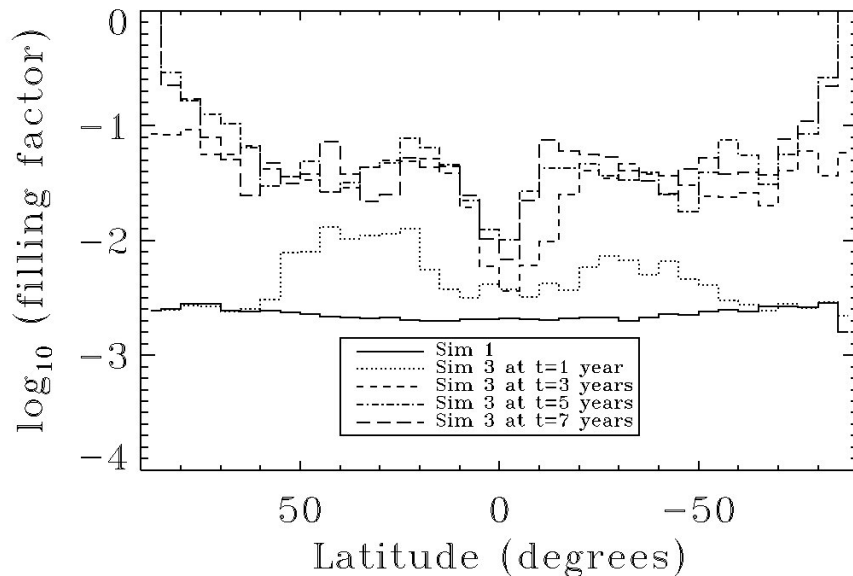
---

### 3.3.5 Network filling factor

The photospheric network coverage is expressed as the filling factor, which is the area occupied by flux tubes and clusters thereof (excluding spots), over the total area under study. With the cross-sectional area of our elementary flux tubes set directly by our adopted values for their associated magnetic flux ( $\Phi_t = 10^{17}$  Mx) and assumed (vertical and uniform) field strength  $B_t = 1000$  G, it is straightforward to compute a photospheric filling factor by simply multiplying the equivalent area  $A_t = \Phi_t/B_t = 1.3 \times 10^{-2}$  Mm<sup>2</sup> by the total number of flux tubes. The absolute values of the filling factors so computed will end up scaling inversely with the chosen value for the magnetic flux density  $B_t$ ; however, the relative variations of the filling factor with latitude and phase of the cycle, which are the focus of the foregoing analysis, remain independent of this choice. We note that for a 1 kG field strength the “diameter” of our elementary tubes is  $D \simeq 130$  km, comparable to the current resolution limits of magnetographic observations (see Stenflo 2013 for further discussion).

We first segment our spatial domain in latitudinal strips of angular width  $\Delta\theta = 5^\circ$ , so as to extract the variation of the network filling factor in latitude and time. Figure 3.5 shows the latitudinal distribution of the network filling factor at 4 successive epochs during cycle 21, spaced two years apart. The solid line is the latitudinal distribution characterizing Simulation 1, i.e., without active region injection but otherwise identical in its parameter settings, which is used here as the initial condition. This latter only shows a very mild increase of the filling factor with increasing latitude, hardly visible on the scale of this plot. This may appear surprising, as the poleward meridional flow is inexorably leading to the accumulation of tubes and clusters at high latitudes. However, the increased proximity of clusters and tubes, being gradually concentrated in the small surface of the polar cap, also increases the probability of tubes and clusters disappearing by cancellation with tubes and clusters of opposite polarity. However, as we shall see presently, in the presence of a net signed flux this proximity will also favor the formation of large, persistent unipolar clusters, given that our submergence probability decreases with cluster size.

The dotted, dashed, dash-dotted and long-dashed distributions are extracted 1, 3, 5, and 7 years following the beginning of cycle 21, corresponding to the first four panels of Fig. 3.2. As expected, the network filling factor increases rapidly at mid-latitudes during the rising phase of the cycle, in response to the emergence and decay of active regions. The equatorial latitudes are lagging behind, due to the paucity of low-latitude emergences in early phases of the cycle, and the poleward advection of mid-latitudes magnetic structures by the meridional flow, which offsets partly the

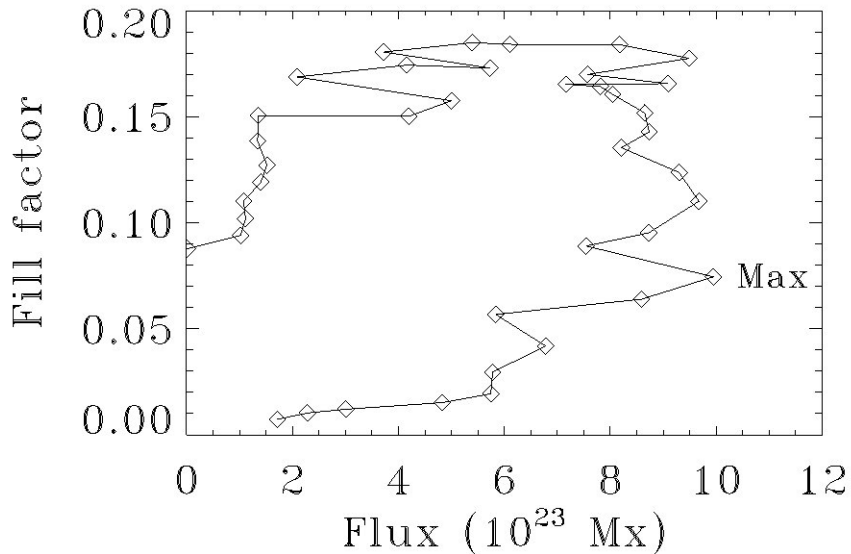


**Figure 3.5:** Latitudinal distribution of magnetic filling factor for simulation 3 after 1 year, 3 years, 5 years and 7 years since the beginning of cycle 21. The solid line shows the (statistically stationary) latitudinal distribution for simulation 1, which does not include injection of active regions. The small increase of the high latitude filling factor characterizing simulation 1 reflects the inexorable poleward transport by the meridional flow (see text).

random walk of tubes and clusters towards equatorial regions. Even in the late phases of the solar cycle, the increase of the network filling factor at equatorial latitudes remains modest, by about a factor of three over the initial condition. At high latitudes, on the other hand, poleward advection by the meridional flow leads to a large increase in filling factor, starting after about 2 years and already reaching a factor of ten three years after cycle onset. The filling factor becomes sharply peaked at polar latitudes in the descending phases of the solar cycle, reaching values almost two orders of magnitude higher than in the spot-free simulation used as initial condition. This occurs because the decay of active region by boundary erosion tends to produce larger clusters (i.e., comprised of more than  $10^4$  elementary tubes) than does random injection of individual tubes all over the surface. Such large clusters have longer lifetimes and consequently are more likely to survive long enough to be advected by the meridional flow all the way into polar regions. In our simulation, clusters have a life expectancy scaling as  $\tau\sqrt{n_e}$ , with  $\tau=6.9$  d being the lifetime parameter and  $n_e$  the number of elementary flux tubes in a cluster. For a  $10^4$ -tubes cluster (carrying a  $10^{21}$  Mx flux), the life expectancy reaches 2.0 years, which is a significant fraction of the cycle duration and commensurate with the advection time from low to polar latitudes. Our simulation has generated 491 such clusters after 5 years. Moreover, while the simulation incorporates a form

of convective submergence via the lifetime parameter, global subduction of tubes and clusters by the meridional flow at high latitude is not included here. Such subduction, if it does take place, would lead to a significant reduction of the filling factor in polar regions.

Figure 3.6 shows the variation of the latitudinally-integrated filling factor versus cycle phase, the latter measured here via the amount of active region flux injected as a function of time (viz. Fig. 3.1). The filling factors are taken and injected flux values summed over successive, contiguous three-month blocks, successive blocks being joined by a line segment, with the cycle unfolding here in a counterclockwise direction. The loop-like path traced in the course of the cycle indicates that the network filling factor is not simply set by the instantaneous rate of flux emergence, but exhibits instead a significant “memory” of past emergences, primarily via the long lifetimes of large clusters. Our model therefore predicts a complex dependence of the network filling factor on cycle phase and latitude, characterized by a latitude-dependent temporal lag.

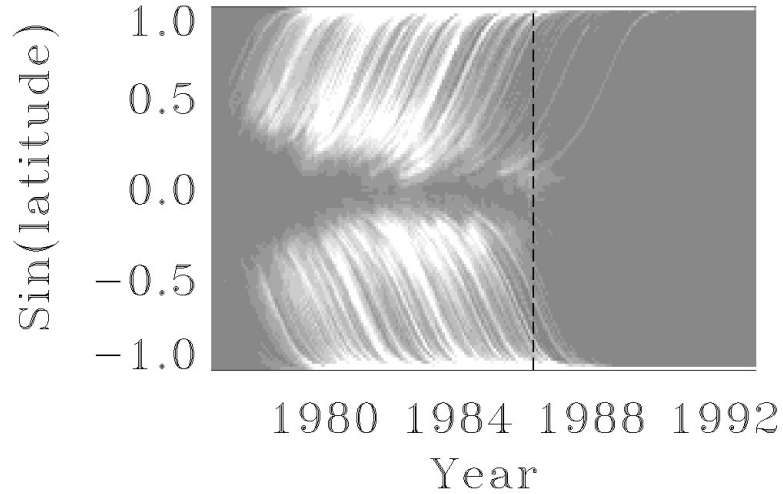


**Figure 3.6:** Three-month samples of the filling factor vs summed injected flux in simulation 3. The cycle unfolds in a counterclockwise direction on this plot, starting in April 1976 in the bottom left corner, with the trimester at which activity maximum occurs also indicated. The curve does not return to the origin because of the remaining large clusters’ contribution to the filling factor at the end of the simulation.

Figure 3.7 shows a synoptic map of the filling factor for the whole cycle 21 and the following extended time period during which the simulation was pursued without the injection of any cycle 22 active regions. The grey scale saturates at a filling factor value of 0.2. The inclined streaks are associated with large clusters, forming at active regions latitudes from the decay of the injected



active regions, carried to high latitudes by the surface meridional flow. Once active region injection ceases (vertical dashed line), the filling factor rapidly drops, except at polar latitudes, and for the drifting trace of a few large clusters formed at the end of the cycle near the equator.



**Figure 3.7:** Synoptic map of the filling factor, saturated at 0.2, for simulation 3. Sunspot injection ceases at 1986 April 5, the end of cycle 21, with no cycle 22 active regions being injected thereafter. The vertical dashed line indicates the time of sunspot minimum delineating cycle 21 from cycle 22.

Although the distinction carries some arbitrariness (Stenflo 2013), an attempt can be made to distinguish the network from the so-called inter-network, referring to the small magnetic flux concentrations omnipresent on the quiet Sun, away from granular cell boundaries. Here we can assign network versus inter-network status simply on the basis of magnetic flux, the latter including all structures with flux smaller than  $10^{18}$  Mx, a value comparable to the  $2 \times 10^{18}$  Mx used by Wang et al. (1995) as the flux threshold in their observational analysis. Our inter-network so-defined carries an unsigned flux of  $1.1 \times 10^{23}$  Mx, a value remaining essentially constant throughout our simulated cycle 21, in contrast to the network unsigned flux which increases markedly as the cycle unfolds. At cycle maximum, the peak of cycle 21, our simulations yield an inter-network to network ratio of magnetic flux equal to 35%, significantly smaller than the 41% characterizing reference simulation 1, which excludes injection of active regions; this confirms that the injection and subsequent decay of active regions favors the formation of larger clusters of elementary flux tubes. Since this simple calculation distinguishes inter-network elements only on the basis of magnetic flux value and not spatial location, it is expected that the ratio so obtained be higher

---

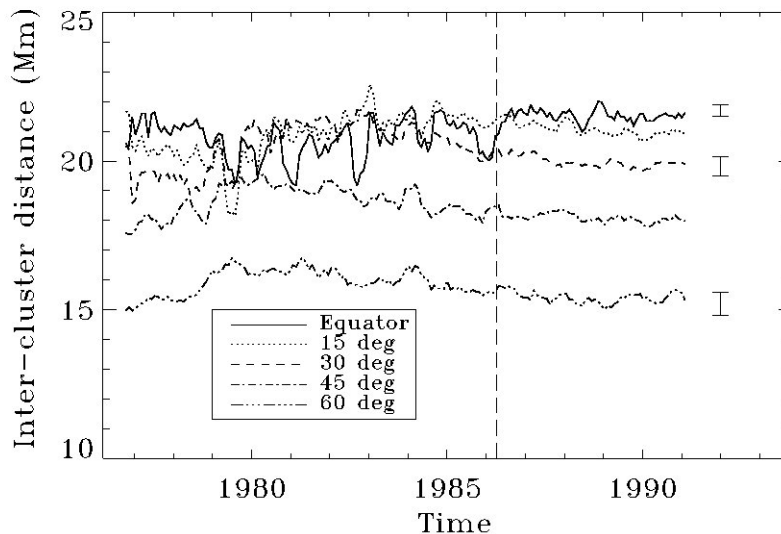
than the 20% determination of Wang et al. (1995). Nonetheless, our simulation results certainly remain consistent with the notion that a large fraction of photospheric magnetic flux resides in the inter-network, and is largely independent of cycle phase or amplitude.

Overall, our filling factor values stand at the upper end of observational determinations for the solar photospheric network (cf., e.g., Orozco Suarez et al. 2007, Ishikawa & Tsuneta 2009). Recall however that our simulations are formulated in terms of elementary magnetic flux carrying a flux of  $10^{17}$  Mx, and thus that the basic scale of our filling factor calculation is entirely set by the (uniform) 1 kG field strength assigned to our elementary flux tubes; our filling factor values thus scale inversely with this assumed field strength. What remains independent of this assumption is the *relative* variation of the filling factor with latitude and/or time, which can thus be considered a robust result.

### 3.3.6 Inter-cluster distance

Inter-cluster distance is calculated by computing the distance to each cluster's ten nearest neighbors, and by averaging these ten measurements. As demonstrated in Crouch et al. (2007, §3.5), this very simple procedure yields results that compare well with more involved (and computationally expensive) techniques, such as Voronoi tessellation. In the following analysis, square patches of 100 Mm side are sampled at one-month cadence, set at various latitudes. The monthly evolution of average inter-cluster distance is shown in Figure 3.8 for latitudes  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  and  $60^\circ$ . This quantity remains remarkably steady, fluctuating around 20 Mm for all of the activity cycle at most of the latitudes, and decreases slightly with increasing latitude at most phases of the cycle. Some temporal variations are observed at active region latitudes as the cycle unfolds, in the form of a mild increase of the inter-cluster distance during a  $\sim 3$  yr time interval centered on cycle maximum. Intercluster distance in our simulation does not seem to be otherwise affected by sunspot activity. This suggests that the mechanism responsible for establishing the characteristic length scale in the spatial distribution of network elements depends mainly on the injection rate of elementary flux tubes, at least away from active latitudes.

In the following discussion, we use inter-cluster distance as a proxy for supergranule size. We will restrict our analysis to simulation 3. The range of observed supergranule sizes lies between 12 and 75 Mm (Rieutord & Rincon 2010), with values around 30 Mm most often quoted as peak or mean of the distribution. Our values fall within this range, at around 20 Mm, with a decrease to  $\sim 16$  Mm at high latitude. Here this decrease is a direct consequence of the poleward meridional flow, which inexorably decreases the distance between neighbouring clusters. Qualitatively, this trend is consistent with the analysis of Raju et al. (1998) who also find a dependence of super-



**Figure 3.8:** Monthly evolution of inter-cluster distance for simulation 3 at five latitudes : straddling the equator (solid line), 15° (dotted line), 30° (dashed line), 45° (dot-dashed line) and 60° (triple dot-dashed line). The time series plotted are box-car averages of 5-month width. Error bars are shown for the equator, 30° and 60°. The vertical dashed line indicates the time of the last active region injection for cycle 21. Note that the inter-cluster distance stabilizes after the last injection.

granule diameter with latitude at different activity minima, with a broad minimum around 20° N, however with a measured average supergranule diameter of  $32 \pm 1$  Mm.

The cycle-trend produced by our simulation at 30° latitude is qualitatively similar to the observational trend inferred by McIntosh et al. (2011) for cycle 23, with supergranule sizes increasing with activity from 25 Mm at the minimum to around 30 Mm at the maximum. In our simulation, however, the 2 Mm min-to-max increase is smaller by a factor of two. Note however that these trends stand in opposition to the observational analysis of Meunier et al. (2008), who found instead that supergranular size decreases as activity increases, so smaller supergranules should be seen in activity belts and at activity maximum as opposed to polar regions and activity minimum. Rimmele & Schroter (1989) also found a latitudinal trend in supergranular size at the 1986 activity minimum, cells being some 10% smaller at mid-latitudes than in equatorial regions, roughly consistent with our simulation results although in absolute terms their inferred supergranular diameters are significantly larger (34–38 Mm) than our typical inter-cluster distances.

Srikanth et al. (2000), in their analysis of supergranules, calculated statistical moments of their size distribution. They found a mean supergranular size ranging from 16 to 23 Mm, depending

---

on the data used. Their distribution with the larger mean is characterized by a skewness of  $1.1 \pm 0.01$  and a kurtosis (peakedness) of  $4.6 \pm 0.09$ . We find for simulation 3 a skewness fluctuating around  $0.5 \pm 0.5$ , implying that our distribution is less asymmetric than in Srikanth et al. (2000), but a comparable kurtosis of  $5 \pm 1$ . Our standard deviation varies around  $9 \pm 1$ . Our skewness, kurtosis and standard deviation do not significantly change over time.

To sum up; despite its simplicity, our network formation and evolution model yields results that compare favorably to a number of observational inferences, including (1) the power-law form and index of the distribution of magnetic flux observed in photospheric structures; (2) their fractal index; (3) the length scale of their spatial distribution, to the extent that our inferred length scales can be compared to the supergranular scale; (4) when applied to cycle 21, and accounting for our field-free initial condition, the buildup of a global dipole component of strength in agreement with observations and other modelling approaches to surface magnetic flux transport; (5) an overall signed and unsigned hemispheric magnetic flux balance also in reasonable agreement with observational inferences and other model calculations. As a further test on the degree of realism in our modeled evolution of the magnetic network, we now turn more specifically to the behavior of the network at polar latitudes, for which recent observations have yielded some remarkable and unexpected results.

### 3.4 Polar cap evolution

Because of the combined flux dispersal by surface convection and inexorable poleward advection by the Sun's surface meridional flow, the evolution of polar cap magnetism is closely related to the global evolution of surface magnetism throughout successive activity cycles. From the modelling point of view, this means that any conceptual error or oversimplification in the design of a surface flux evolution model will have a large, cumulative impact in the polar caps. A detailed comparison of model predictions to observed polar behavior thus offers a strong test of the model. In the following we follow Tsuneta et al. (2008) in defining the polar caps as the areas contained above  $\pm 75^\circ$  in latitude.

Detection of the Sun's dipole moment goes back over half a century (Babcock 1959), but detailed investigation of polar behavior is a relatively recent endeavour (e.g. Okunev & Kneer 2004, Blanco Rodriguez et al. 2007), and has reached a detailed level with the high-resolution, high-sensitivity spectropolarimetric observations recently provided by the Hinode mission (Tsuneta et al. 2008). Analysis of Hinode data by Shiota et al. (2012) revealed a remarkable and unexpected property of polar cap magnetism, namely the fact that the polar magnetic field is far from uniform and diffuse, but instead is concentrated in a relatively small number of strongly magnetized

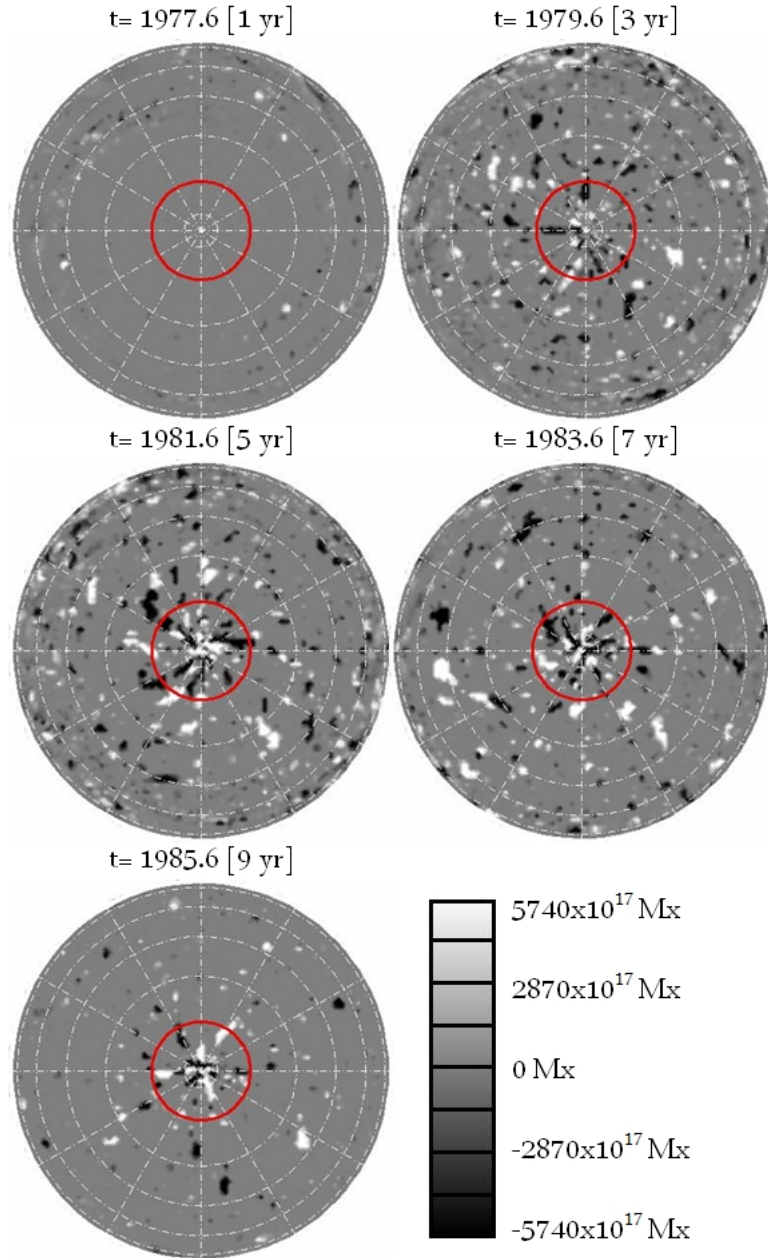
---

structures. These polar magnetic flux concentrations are characterized by higher total magnetic flux and average area than their quiet Sun counterparts, and a predominance of one (opposite) polarity in each hemisphere, in contrast to the balanced positive and negative fluxes of the quiet Sun away from active regions. More specifically, Ito et al. (2010) determined the flux in the magnetic concentrations at the poles to be 4.8 times higher than in the quiet Sun at the end of cycle 23 (Ito et al. 2010), with a per-structure average of  $2.0 \times 10^{19}$  Mx.

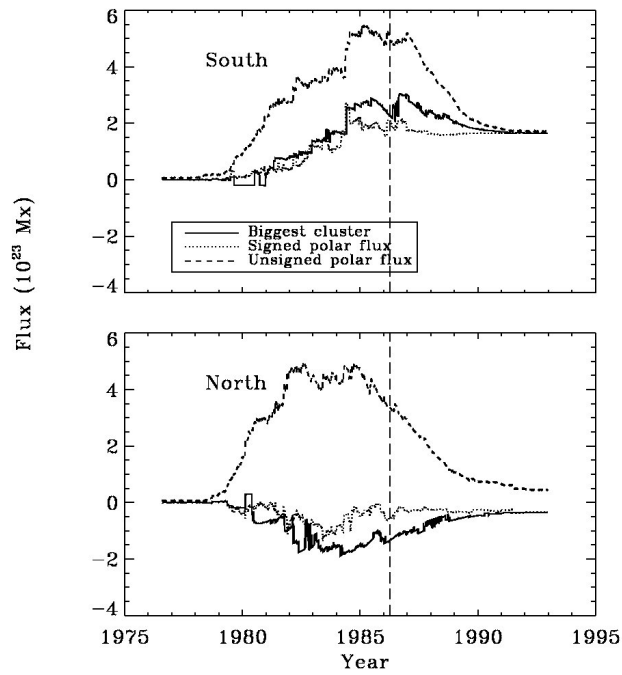
Figure 3.9 shows our simulated North pole in simulation 3 at the same 2-yr cadence as on Fig. 3.2. At  $t = 1$  yr, the few large clusters having formed from the decay of active regions injected to date in the computational plane in the quiet Sun have not had time to be carried to polar regions by the meridional flow, so that the polar cap remains largely devoid of significant magnetic flux, as per our dipole-free initial condition. Of course, injection of elementary flux tubes takes place in the polar caps as well, which leads to the buildup of clusters of moderate size (reaching a few  $\leq 10^{19}$  Mx), but these are too small and do not carry enough flux to be visible on the grayscale of Fig. 3.9. The situation is markedly different three years after cycle onset, when larger clusters of either polarity are now present at high latitudes, with some already present in the polar caps. This time lag is consistent with our adopted meridional flow profile. By  $t = 5$  yr, the polar cap contains many such clusters, packed closely together, which leads to high local filling factor (viz. Fig. 3.5). However, this close proximity favors both merging of clusters of opposite polarities, as well as erosion and/or fragmentation of clusters of opposite polarities when they collide. Nonetheless, approximately from sunspot maximum (1980) onward, the polar caps are populated with many large clusters of both polarities.

Although one would be hard-pressed to ascertain this visually on Fig. 3.9, after 7 yr of simulation time the polar cap carries a small, negative signed magnetic flux of a few  $\sim 10^{22}$  Mx, falling to a few  $-10^{21}$  Mx after 9 yr of simulation. Figure 3.10 illustrates this evolution of the signed (dotted lines) and unsigned (dashed lines) magnetic flux for the two polar caps. The buildup of a net signed (positive) magnetic flux in the Southern polar cap is more pronounced than in the North, in agreement with the modelling results of Wang et al. (1989a, 1989b) and Schrijver et al. (2002). Except in the early years of the simulation, the polar caps carry an unsigned magnetic flux largely in excess of their respective signed fluxes.

Another fascinating result having come out of vector magnetographic observations by Hinode during cycle 23 is the realization that the largest flux concentrations observed in polar regions carry the bulk of the polar cap's net signed flux. Our modeled polar caps turn out to also show a similar behavior. The solid lines on Fig. 3.10 show the time evolution of the signed flux associated



**Figure 3.9:** Polar view of the Northern hemisphere in simulation 3 at  $t=1, 3, 5, 7$  and  $9$  yr. The saturation threshold is set at  $2 \times 10^{21}$  Mx per pixel (20 000 flux tubes). The red circle indicates the  $75^\circ$  latitude used to define the polar cap.



**Figure 3.10:** Contribution of the largest cluster to the unsigned (dashed line) and signed (dotted line) magnetic flux in the Southern (top) and Northern (bottom) polar caps. The solid line on each panel shows the contributions of the largest cluster in each polar cap to the signed flux in that cap. The jumps in those curves are associated with cluster merging and breakup, which can instantaneously change which cluster is being tracked as the largest. The vertical dashed line indicates the time of sunspot minimum delineating cycle 21 from cycle 22.

---

with the single largest cluster present in each polar cap at a given time. In the Southern hemisphere, this tracks very well the time series of total signed polar cap flux (dotted line), although the match is less impressive in the Northern hemisphere.

At  $t = 7$  yr of simulation 3, we get 14 times more flux per polar concentration compared to the quiet Sun instead of the 4.8 found by Ito et al. (2010) for cycle 23. The higher amplitude of cycle 21 likely contributes to this discrepancy. More important, however, is the lack of a global polar sink in our model, associated with downward entrainment by the meridional flow sinking at high latitudes. As a consequence, our largest aggregates are very large, with fluxes exceeding  $10^{22}$  Mx. The average flux in our polar concentrations is nonetheless  $2.37 \times 10^{19}$  Mx, close to the average determined by Ito et al. (2010). The large amount of smaller concentrations makes our average similar to theirs.

### 3.5 Network relaxation time

The recent, unusually extended period of very low magnetic activity observed before the onset of current cycle 24 has led to the conjecture that the Sun had reached its true magnetic baseline state, where any remaining magnetism is associated exclusively with surface magnetic flux reprocessing. If this is indeed the case, then the observed state of the Sun in the first half of 2009 should have been similar to conditions prevailing during the 1645–1715 Maunder Grand Minimum, offering a much needed window into a magnetohydrodynamical state of the solar photosphere never observed since at least 1913 (see Schrijver et al. 2011, and discussion and references therein). This is particularly germane to the ongoing debate regarding the impact of solar activity on Earth’s atmosphere and climate. The key question is : how long does it take for the solar photosphere to lose its “magnetic memory” of a waning activity cycle ?

In Paper I we showed that the size distribution of surface magnetic elements established itself quite quickly, from 6 months to a year, independently of the mode of flux injection. This, however, does not automatically imply that this distribution will return to its “quiet Sun” state in a comparable time interval, because of the population of long-lived, large clusters forming in response to the decay of active region, and accumulating in polar regions (viz. Fig. 3.9 herein). Our simulation 3 offers a useful exploratory tool to quantify these effects. Even though the last sunspot appearance in the Wang & Sheeley database occurs on 1986 April 5, we pushed the simulation all the way to the year 1993, maintaining injection of elementary flux tubes everywhere in the photosphere, with the same parameters as before, but *without injecting any cycle 22 active regions*.

Figure 3.11 shows a time series of sunspot number (in red) and network filling factor for this



---

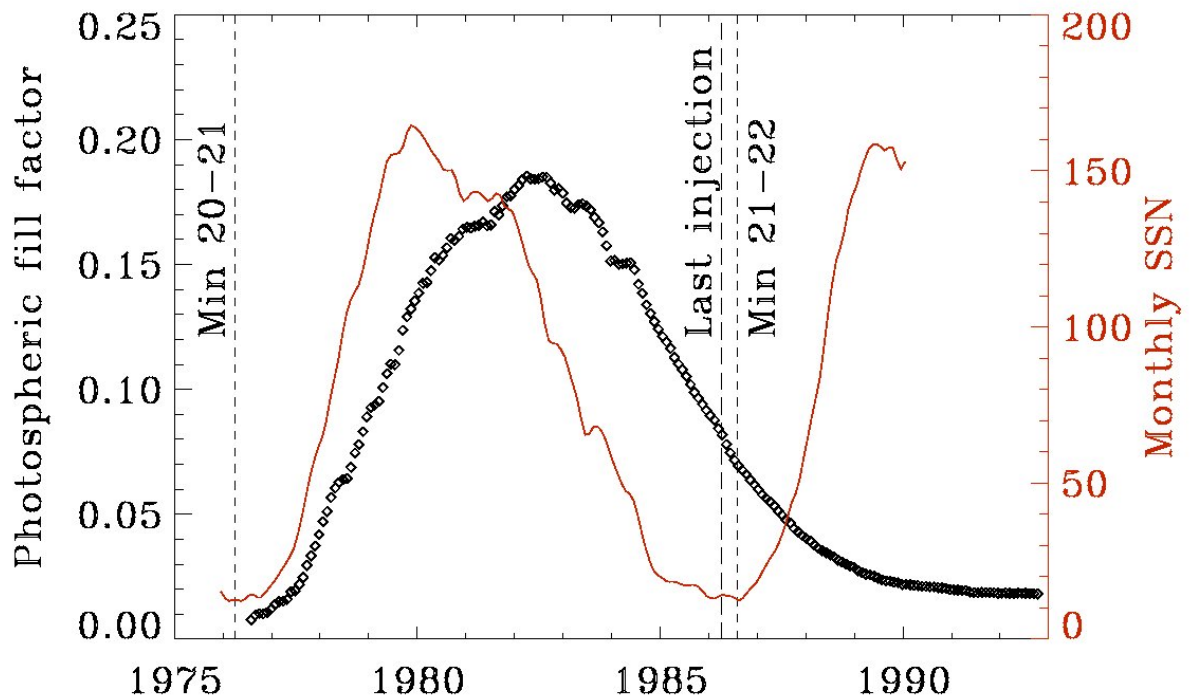
extended experiment. As noted already in the context of Fig. 3.6, the network filling factor increases in the rising phase of the cycle, but ends up lagging in phase behind the sunspot number (SSN), with the peak in filling factor occurring in mid-1982, over two years after the peak in SSN. This simply reflects the fact that the largest network clusters build up at high latitude, following their transport and concentration by the meridional flow and diffusive dispersal from active region latitudes.

Figure 3.11 clearly shows that the network filling factor decreases more slowly than the SSN in the descending phase of cycle 21, a joint consequence of the size-dependent lifetime of clusters built into the model, coupled to the fact that the merging (and thus growth) of existing clusters of the same magnetic polarity is enhanced as they are advected poleward as the cycle unfolds. The SSN minimum between cycles 21 and 22 occurred in March 1986 (vertical dashed line on Fig. 3.11; see Hathaway 2010). At this point the network filling factor is still almost ten times higher than at the beginning of the simulation, where the initial condition (simulation 1) is a “true” quiet Sun, i.e., having never experienced active region injection. Only by 1990, some 3.5 yr after sunspot minimum, does the network fall back below 50 % of its initial value. Fitting an exponential decay law yield to the filling factor decrease in the 1985–1990 time interval yields a good fit, with an e-folding time of 2.9 yr.

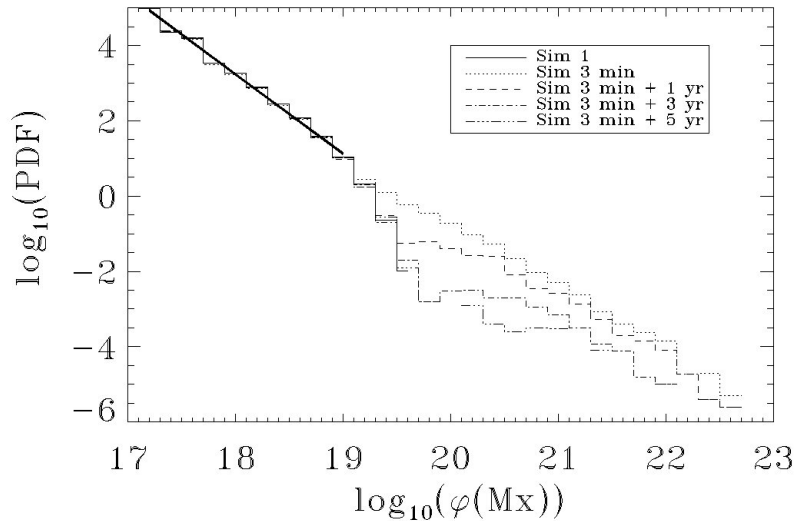
Figure 3.12 shows a different view of network relaxation, now in the shape of the distribution of cluster sizes (as measured by magnetic flux), constructed and plotted at a one year cadence starting at the SSN minimum. Here these distributions have *not* been normalized to yield probability density functions, so as to show both the overall decrease in the number of network elements, as well as variations in the shape of the distributions.

The distribution of magnetic flux values remains essentially invariant below  $\sim 10^{19}$  Mx, maintaining its power-law shape and logarithmic slope. This is not the case in the flux range  $10^{19}$ – $10^{21}$  Mx, where scale invariance is broken by our size-dependent decay probability. Note however that the very high end of the distribution changes comparatively less over the time span covered here, a consequence of the very largest clusters having a (mean) lifetime in excess of 5 yr. This may be an unrealistic consequence of the size-dependent relationship we assumed for the probability  $p_s$  of spontaneous disappearance of clusters (assumed to occur via convective submergence) :

$$p_s = (\tau_s \sqrt{n_e})^{-1} , \quad (3.1)$$



**Figure 3.11:** Time series of the smoothed monthly sunspot number (red) and network filling factor sampled over 3-month blocks (diamonds). The two vertical dashed lines indicate respectively the date of last cycle 23 active region emergence, and the SSN minimum between cycles 21 and 22, as labeled. Note the  $\sim 2.5$  yr lag between the peaks in SSN and filling factor, and the slower decrease of the filling factor in the descending phase of cycle 21. Here the last sunspot injection occurred on 1986 April 5, after which no cycle 22 active regions were injected (see text).



**Figure 3.12:** Evolving distributions of network cluster flux, extracted at a 1-yr cadence starting at sunspot minimum (1986 April 5). These distributions are not normalized, so as to simultaneously show the overall decay of the network as well as changes in its size distribution. The distribution farthest in the lower left is that of simulation 1, corresponding to the “true” baseline quiet Sun within our simulation framework. The low end of all distributions, below  $10^{19}$  Mx, are well-fit by a power-law with index  $-2.12$ .

where  $n_e$  is the number of elementary flux tubes in the cluster, and  $\tau = 6.9$  d is the lifetime parameter. This decay model was tuned in Crouch et al. (2007) to reproduce as best as possible the size distribution and spatial distribution of network elements in local “quiet Sun” simulations where the largest clusters barely reached  $10^{20}$  Mx in flux. Extrapolating eq. (3.1) to clusters with flux  $\sim 10^{22}$  Mx thus takes us well beyond the flux range in which it was calibrated. Nonetheless, Figure 3.12 indicate that the magnetic memory of cycle 21 persists here for many years, even at intermediate flux values reaching into the upper part of the calibration range for eq. (3.1).

Sunspot cycle 23 had a significantly lower amplitude than cycle 21, as well as a waning phase more extended temporally. Care is thus warranted in directly carrying over our modelling results for cycle 21 to cycle 23. This caveat notwithstanding, taking at face value the network recovery time  $\simeq 3$  yr resulting from our cycle 21 modelling would indicate that the base state of solar photospheric magnetism had *not* yet been reached in the first half of 2009, the deepest portion of the extended cycle 23–24 minimum. Indeed, directly transposing Fig. 3.11 to cycle 23 would place the return to a true quiet Sun state well into the year 2011.

---

### 3.6 Conclusion

We have presented in this Paper a simulation of the solar photospheric magnetic network evolving over a full solar cycle. The simulation incorporates statistically uniform magnetic flux injection all over the photosphere, as well as flux injection through the emergence and subsequent decay of active regions. Although formulated as a Monte Carlo simulation reducing the full magnetohydrodynamical complexity of the problem to a simple point-particle interactions and probabilistic rules, the model fares quite well in capturing a number of observed properties of the magnetic network, including its power-law form, fractal index of large network elements, and length scale characterizing the spatial distribution of network elements. The cycle-length simulation also reproduces many observed global properties, including the buildup of a dipole component, in agreement with observations and other modelling approaches to surface magnetic flux evolution. Amongst the quantitative failures of the model, the most prominent is arguably the very high unsigned flux values attained in polar regions in the late phases of the cycle. This results in part from the long lifetimes of the large clusters forming in our simulation, but also from the absence of a global polar sink associated with downward entrainment by the meridional flow.

The simulated distribution of magnetic flux in the polar caps also shows some striking similarities to recent magnetographic observations, notably the fact that most of the flux is concentrated in large, unipolar magnetic concentrations, with the flux of the largest concentrations carrying the bulk of the signed flux in the polar caps (Shiota et al. 2012). Polar behavior being an integrated result of low-latitude activity and poleward flux transport over solar cycle timescales, the good match with these observations suggests that despite its simplicity, our model succeeds in catching the salient aspects of the underlying physical mechanisms governing the evolution of the magnetic network on these long timescales.

In the late descending phase of our modeled cycle 21, the magnetic flux and filling factor are found to decay exponentially, with an e-folding time of 2.9 yr. We performed a numerical experiment whereby the simulation was extended beyond the last cycle 21 active region emergence, without any cycle 22 active region injection, to follow this exponential decay until the network had recovered its “quiet Sun” distribution used as initial condition to the simulation. In this manner we mimic the onset of a Grand Minimum in activity, and simulate the relaxation of the magnetic network to its baseline state. Applied at face value to the extended activity minimum between cycles 23 and 24, this long decay time indicates that even as late as 2009, the network had not yet reached its baseline state, as it still carried “memory” of active region emergences throughout

---

cycle 23. In the absence of cycle 24 active region emergences, this magnetic network memory would have persisted well into 2011. On the other hand, our model also shows that the network is most persistent in polar regions, so that its impact on total and spectral irradiance may have remained modest. This issue clearly deserves further detailed investigation.

We are most grateful to N.R. Sheeley, Jr. and Y.-M. Wang for kindly making their cycle 21 database their database available to us. Thanks also to Nicolas Lawson for assistance in producing some of the figures. K.T. is supported in part by a graduate fellowship from FQRNT/Québec.

### 3.7 Bibliographie

- Allen, M. P. & Tildesley, D. J. 1990, *Computer Simulation of Liquids*, New York : Oxford University Press
- Babcock, H.D. 1959, *ApJ*, 130, 364
- Babcock, H.W. 1961, *ApJ*, 133, 572
- Beer, J. 2000, *Sp. Sci. Rev.*, 94, 53
- Blanco Rodriguez, J., Okunev, O.V., Puschmann, K.G., Kneer, F., Sanchez-Andrade Nuno, B. 2007, *A&A*, 474, 251
- Charbonneau, P. 2010, *Living Rev Sol Phys*, 7, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2010-7>
- Cranmer, S.R. & van Ballegoijen, A.A. 2010, *ApJ*, 720, 824
- Crouch, A.D., Charbonneau, P., Thibault, K. 2007, *ApJ*, 662, 715
- de Wijn A.G., Stenflo J.O., Solanki, S.K., Tsuneta S. 2009, *Space Sci Rev*, 144, 275
- Fan, Y. 2009, *Living Rev Sol Phys*, 4, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2009-4>
- Foukal, P.V., Lean, J. 1988, *ApJ*, 328, 347
- Foukal, P.V. 2004, *Solar Astrophysics* (2nd ed.), New York, Wiley-VCH
- Foukal, P.V., Ortiz, A., & Schnerr, R. 2011, *ApJL*, 733, L38
- Hagenaar, H.J., Schrijver, C.J., & Title, A.M. 2003, *ApJ*, 584, 1107
- Hathaway, D. 2010, *Living Rev Sol Phys*, 1, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2010-1>
- Ishikawa, R. & Tsuneta, S. 2009, *A&A*, 495, 607
- Ishikawa, R., Tsuneta, S., Jurcak, J. 2010, *ApJ*, 713, 1310
- Ito, H., Tsuneta, S., Shiota, D., Tokumaru, M., Fujiki, K. 2010, *ApJ*, 719, 131
- Jin, C.L., Wang, J.X. 2012, *ApJ*, 745, 39
- Krijger, J.M. & Roudier, T. 2003, *A&A*, 403, 715
- Leighton, R.B. 1969, *ApJ*, 156, 1
- Martin, S.F. 1988, *Sol. Phys.*, 117, 243
- Mattson, W., Rice, B. M. 1999, *Computer Physics Communications* 119, 135
- McIntosh, S.W., Leamon, R.J., Hock, R.A., Rast, M.P., Ulrich, R.K. 2011, *ApJ*, 730, L3

- 
- Meunier, N., Roudier, T., Rieutord, M. 2008, *A&A*, 488, 1109
- Meyer, K.A., Mackay, D.H., van Ballegooijen, A.A., Parnell, C.E. 2011, *Sol. Phys.*, 272, 29
- Okunev, O.V. & Kneer, F. 2004, *A&A*, 425, 321
- Orozco Suarez, D., Bellot Rubio, L.R., del Toro Iniesta, J.C., et al. 2007, *ApJ*, 670, L61
- Parnell, C.E. 2001, *Sol. Phys.*, 200, 23
- Parnell, C.E., DeForest, C.E., Hagenaar, H.J., Johnston, B.A., Lamb, D.A., Welsch, B.T. 2009, *ApJ*, 698, 75
- Petrovay, K., Van Driel-Gesztelyi, L. 1997, *Sol. Phys.*, 176, 249
- Raju, K.P., Srikanth, R., Singh, J. 1998, *Sol. Phys.*, 180, 47
- Rast, M.P. 2003, *ApJ*, 597, 1200
- Rieutord, M. & Rincon, F. 2010, *Living Rev Sol Phys*, 2, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2010-2>
- Rimmele, T., Schroter, E.H. 1989, *A&A*, 221, 137
- Schrijver, C.J., & Harvey, K.L. 1994, *Sol. Phys.*, 150, 1
- Schrijver, C.J., Title, A.M., van Ballegooijen, A.A., Hagenaar, H.J., Shine, R.A. 1997, *ApJ*, 487, 424
- Schrijver, C.J. 2001, *ApJ*, 547, 475
- Schrijver, C.J., De Rosa, M.L., Title, A.M. 2002, *ApJ*, 577, 1006
- Schrijver, C.J., Livingston, W.C., Woods, T.N., Mewaldt, R.A. 2011, *GRL*, 38, L06701
- Shiota, D., Tsuneta, S., Shimojo, M., Sako, N., Orozco Suarez, D., Ishikawa, R. 2012, *ApJ*, 753, 157
- Simon, G.W., Title, A.M., Weiss N.O. 2001, *ApJ*, 561, 427
- Srikanth, R., Singh, J., Raju, K.P. 2000, *ApJ*, 534, 1008
- Stenflo, J.O. 2013, *A&AR*, 21, 66
- Tapping, K.F., Boteler, D., Charbonneau, P., Crouch, A., Manson, A., Paquette, H. 2007, *Sol. Phys.*, 246, 309
- Tapping, K.F. & Valdes, J.J. 2011, *Sol. Phys.*, 272, 337
- Thibault, K., Charbonneau, P., Crouch, A.D. 2012, *ApJ*, 757, 187
- Tsuneta, S., Ichimoto, K., Katsukawa, Y. et al. 2008, *ApJ*, 688, 1374
- Wang, J., Wang, H., Tang, F., Lee, J.W., & Zirin, H. 1995, *Sol. Phys.*, 160, 277W
- Wang, Y.-M., Nash, A. G., Sheeley, N.R. Jr. 1989a, *Science*, 245, 712
- Wang, Y.-M., Nash, A. G., Sheeley, N.R. Jr. 1989b, *ApJ*, 347, 529
- Wang, Y.-M., & Sheeley, N.R. Jr. 1989, *Sol. Phys.*, 124, 81
- Wang, Y.-M., & Sheeley, N.R. Jr. 1991, *ApJ*, 375, 761
- Wang, Y.-M., & Sheeley, N.R. Jr. 1994, *ApJ*, 430, 399
- Wang, Y.-M., Sheeley, N.R. Jr., & Lean, J. 2002, *ApJ*, 580, 1188

---

Wang, Y.-M., Lean, J., Sheeley, N.R. 2005, ApJ, 625, 522





## CONCLUSION

La surface solaire présente des concentrations magnétiques évoluant sur plusieurs ordres de grandeur en temps, en taille et en flux, des taches aux tubes de flux élémentaires. La vaste étendue d'échelles constitue un défi de modélisation, de sorte que les modèles de la photosphère ne détaillaient pas jusqu'ici à la fois les interactions à petite et à grande échelle, ni leur évolution. Notre modèle, grâce à sa simplicité, a permis de les voir évoluer sur un cycle solaire complet.

Nos simulations se font en deux dimensions, où le domaine couvre la surface solaire. On injecte des tubes de flux à la surface, où les tubes  $y$  sont perpendiculaires. Ils apparaissent donc comme des points et ces points sont de polarité positive ou négative, et de flux  $10^{17}$  Mx. Les tubes de flux subissent ensuite une marche aléatoire. Celle-ci représente le déplacement par advection sur l'écoulement granulaire. Les tubes qui s'approchent suffisamment les uns des autres coalescent ou s'annulent selon que leurs polarités sont identiques ou opposées. La coalescence mène à la formation de concentrations unipolaires de plus ou moins grande taille qui forment le réseau. Ces concentrations ont une probabilité de disparition, où la disparition est l'équivalent dans notre modèle de la submergence. Cependant, la plupart des concentrations s'annulent avec des éléments et concentrations de polarité opposée. À l'écoulement granulaire s'ajoutent les écoulements à grande échelle, la circulation méridienne et la rotation différentielle. Le modèle s'est déroulé sur un cycle solaire complet, le cycle 21, de 1976 à 1986. La désintégration des taches solaires s'effectuait par la libération d'un nombre contrôlé de tubes de flux sur une période proportionnelle à l'aire maximale (initiale) de la tache.

Notre modèle a servi à répondre à plusieurs questions saillantes en physique solaire. La première question traitée a été l'échelle à laquelle opère la dynamo solaire.

Les champs magnétiques solaires sont créés par une/des dynamo(s) dans la zone convective ou juste en-dessous de celle-ci, dans la tachocline. On sait que les taches viennent de la base de la zone convective. L'origine des petites concentrations est par contre incertaine. Il se peut qu'elles soient générées par une deuxième dynamo, locale, juste sous la photosphère. L'action dynamo  $y$  serait causée par des écoulements convectifs turbulents. Cependant, l'observation d'une seule loi de puissance ne concorde pas avec l'existence de deux dynamos, une en profondeur et une en surface. Aussi, la loi de puissance indique des mécanismes sans échelle caractéristique dans la production de concentrations magnétiques. Selon Parnell et al. (2009), cela implique deux possibilités. 1) La distribution de flux est causée directement par la dynamo. Dans ce cas, on aurait une dynamo dans la tachocline en plus de l'action d'une dynamo turbulente à toutes les échelles

---

de taille et de profondeur dans la zone convective. La grande échelle serait atténuée durant les minima d'activité. 2) Le champ magnétique est créé à des échelles précises, mais les processus de surface redistribuent le flux magnétique et effacent la mémoire des échelles d'injection.

On peut répondre à cette question à l'aide de notre modèle. On observe deux distributions importantes sur le Soleil : celle du flux émergent, et celle du flux présent. Ce dernier inclut le flux émergent, mais comprend aussi le plus ancien. Les deux distributions sont en loi de puissance, soit de la forme  $y = x^\alpha$ . Celle du flux émergent a un indice  $\alpha$  de -1,69, alors que celle du flux présent a un indice  $\alpha$  de -1,85. La distribution observée de flux émergent à la surface du Soleil ne permet pas de conclure sur les deux hypothèses soulevées par Parnell et al. (2009). En effet, les deux distributions forment un type semblable, la loi de puissance. Cependant, on peut parvenir à discriminer quelle hypothèse est valide en faisant une simulation du magnétisme solaire de surface où la distribution de flux émergent ne ressemble aucunement à une loi de puissance. Plus précisément, on injecte du magnétisme à deux échelles distinctes et en retraitant ce flux par des processus de surface (coalescence et annulation dans notre modèle), on peut corroborer ou infirmer l'hypothèse 2 de Parnell et al. (2009), celle énonçant que les écoulements de surface effacent la mémoire des échelles d'injection. Nos deux échelles d'injection sont les tubes de flux et les taches solaires, respectivement les plus petites et les plus grandes structures magnétiques observables sur le Soleil.

Il apparaît qu'injecter du flux à deux échelles distinctes, selon une distribution très éloignée d'une loi de puissance, et en ajoutant des processus de surface qui redistribuent le flux, retourne néanmoins une loi de puissance. De surcroît, la pente de -1,69 obtenue dans la simulation la plus réaliste est à peu près conforme aux observations de Parnell et al. (2009) qui ont trouvé  $-1,85 \pm 0,14$ .

On en déduit que le magnétisme solaire de surface est déterminé par les écoulements de surface qui effacent la mémoire des échelles d'injection, et que par conséquent, leur distribution en flux ne peut servir à déterminer à quelle(s) échelle(s) convective(s) la/les dynamo(s) opère(nt). La distribution des tailles des concentrations émergentes serait ainsi plus propice à discriminer quelle(s) dynamo(s) génère(nt) les concentrations magnétiques de la surface solaire.

L'autre question saillante à laquelle notre modèle a contribué à répondre est la variation des propriétés du réseau avec l'activité solaire et similairement, le temps de relaxation du réseau lors d'un minimum prolongé d'activité.

Le long minimum de 2009 a suscité beaucoup de questions à savoir si on avait atteint l'état

---

d'un minimum prolongé tel qu'observé par exemple durant le minimum de Maunder en 1645-1715. Cette question est liée de près à l'influence de l'activité solaire sur le climat terrestre.

Un indicateur de l'activité du réseau est l'indice de couverture magnétique. Nous avons mesuré sa valeur dans notre simulation 1 du réseau seulement, soit lors du niveau minimal possible d'activité simulé. Par la suite, à la fin de notre simulation 3 (réseau + taches), nous avons cessé toute injection de taches solaires, laissant le réseau retomber à son état minimal d'activité. Le temps de relaxation est le temps qu'il a fallu à la simulation 3 (réseau + taches) pour que son indice de couverture magnétique redescende à  $1/e$  de sa valeur lors de la cessation de l'injection des taches.

Lors du cycle d'activité modélisé, il a fallu 2,9 ans pour que l'indice redescende à  $1/e$  de cette valeur. Il en est donc ressorti qu'il faut un temps d'au moins 2,9 ans pour que le réseau atteigne son état de minimum prolongé. Cela porte à octobre 2011 le moment où le Soleil aurait atteint un minimum prolongé si l'on prend le minimum entre les cycles 23 et 24 en novembre 2008 (Hathaway 2010). Schrijver et al. (2011) avaient en revanche obtenu mars 2009.

La validité de notre temps de relaxation est corroborée par d'autres résultats de notre modèle. Nos tailles de supergranules de 20 Mm sont dans les valeurs citées de 12 à 75 Mm (Rieutord et Rincon 2010) à toutes les latitudes. De plus, notre temps de remplacement du flux de 19,3 h est similaire à celui de 8-19 h de Hagenaar et al. (2003). Nos paramètres de simulation ont été choisis pour donner près de la pente de -1,85 observée dans la distribution de flux, et le fait que ces paramètres retournent le temps de remplacement du flux observé indépendamment indique la robustesse de notre modèle.

De plus, le comportement polaire est conforme à celui observé. Notre modèle forme de grandes concentrations unipolaires qui s'accumulent aux pôles. Considérant que toute sursimplification et erreur de modélisation produite aux basses latitudes s'accumule aux hautes latitudes par l'écoulement méridien, un comportement polaire fidèle aux observations ajoute à la crédibilité de notre modèle. Les quantités modélisées qui divergent le plus des valeurs observées sont le résultat direct du surplus de magnétisme causé par l'absence de puits aux pôles.

On en conclut que le minimum de 2009, si prolongé fut-il, ne s'est pas comporté comme celui de Maunder : le réseau n'a pas eu le temps d'atteindre son niveau d'activité de base. On ne peut donc pas utiliser les conditions solaires de 2009 pour modéliser celles qu'on retrouvait lors du minimum de Maunder.

---

À l'aide de notre modèle, on pourrait étudier d'autres cycles solaires, y compris ceux du minimum de Maunder. Des données d'émergences de taches solaires sont disponibles pour tous les cycles depuis 1610, bien que plus sommaires qu'à l'époque moderne. On pourrait également inverser la polarité des taches de la base de données utilisée ici et simuler un cycle artificiel suivant le cycle 21. Cela permettrait de vérifier si et à quel point le nouveau flux inversé annule l'ancien flux. Le modèle du réseau développé ici pourrait aussi donner une représentation plus réaliste du réseau dans les reconstructions des courbes d'irradiance totale et spectrale (voir à ce sujet Fröhlich et Lean 2004, Crouch et al. 2008, Bolduc et al. 2012).

## BIBLIOGRAPHIE

- Ahluwalia, H.S. & Jackiewicz, J. 2012, *AdSpR*, 50, 662A
- Ahluwalia, H.S. & Ygbuhay, R.C. 2012, *Advances in Astronomy*, 2012, 126516
- Babcock, H.W. 1961, *ApJ*, 133, 572
- Balmaceda, L.A., Solanki, S.K., Krivova, N.A., Foster, S. 2009, *Journal of Geophysical Research*, 114, A07104
- Beckers, J.M., Morrison, R.A. 1970, *SolPhys*, 14, 280
- Beer, J. 2000, *Space Science Review*, 94, 53
- Bellot Rubio, L.R., Ruiz Cobo, B., Collados, M. 1997, *ApJ*, 478, L45
- Bellot Rubio, L.R., Ruiz Cobo, B., Collados, M. 1999, *AA*, 341, L31
- Bolduc, C., Charbonneau, P., Dumoulin, V., Bourqui, M.S., Crouch, A.D. 2012, *SolPhys*, 279, 383
- Briand, C., Solanki, S.K. 1998, *AA*, 330, 1160
- Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D.O., Thompson, M.J. 1991, *ApJ*, 378, 413
- Cossette, J.-F., Charbonneau, P., Smolarkiewicz, P.K. 2013, *ApJL*, 777, 29
- Cranmer, S.R., van Ballegoijen, A.A. 2010, *ApJ*, 720, 824
- Crouch, A.D., Charbonneau, P., Thibault, K. 2007, *ApJ*, 662, 715
- Crouch, A.D., Charbonneau, P., Beaubien, G., Paquin-Ricard, D. 2008, *ApJ*, 677, 723
- de Toma, G., Gibson, S.E., Emery, B.A., Arge, C.N. 2010, *ASP Conference Series*, 428
- de Wijn, A.G., Stenflo, J.O., Solanki, S.K., Tsuneta, S. 2009, *Space Sci Rev*, 144, 275
- Ermolli, I., Berrilli, F., Florio, A. 2003, *AA*, 412, 857
- Fligge, M., Solanki, S.K., Unruh, Y.C. 2000, *AA*, 353, 380
- Foukal, P.V., Milano, L. 2001, *GRL*, 28, 883
- Foukal, P.V. 2004, *Solar Astrophysics*, Wiley-VCH
- Fröhlich, C., Lean, J. 2004, *AAR*, 12, 273
- Fröhlich, C. 2009, *AA*, 501, L27
- Frutiger, C., Solanki, S.K. 1998, *AA*, 336, L65
- Frutiger, C., Solanki, S.K. 2001, *AA*, 369, 646
- Gilman, P.A. 2005, *A.N.*, 326, 208G
- Gray, L.J. et al. 2010, *Rev Geophys*, 48, RG4001
- Hagenaar, H.J., Schrijver, C.J., Title, A.M., Shine, R.A. 1999, *ApJ*, 511, 932
- Hagenaar, H.J. 2001, *ApJ*, 555, 448
- Hagenaar, H.J., Schrijver, C.J., & Title, A.M. 2003, *ApJ*, 584, 1107
- Hagenaar, H.J., DeRosa, M.L., Schrijver, C.J. 2008, *ApJ*, 678, 541
- Hale, G.E., Ellerman, F., Nicholson, S.B., Joy, A.H. 1919, *ApJ*, 49, 153

- 
- Harvey, K.L., Martin, S.F. 1973, *SolPhys*, 32, 389
- Hathaway, D.H. 1996, *ApJ*, 460, 1027
- Hathaway, D.H. et al. 1996, *Science*, 272, 1306
- Hathaway, D. 2010, *Living Rev Sol Phys*, 3, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2010-3>
- Hathaway, D.H. 2012, *ApJ*, 760, 84
- Ito, H., Tsuneta, S., Shiota, D., Tokumaru, M., Fujiki, D. 2010, *ApJ*, 719, 131
- Krieg, J., Kneer, F., Koschinsky, M., Ritter, C. 2000, *AA*, 360, 1157
- Krijger, J.M., Roudier, T. 2003, *AA*, 403, 715
- Lang, K.R., 2000, *The Sun from Space*, Springer
- Lean, J. 2010, *Clim. Change*, 1, 111
- Leighton, R.B. 1964, *ApJ*, 140, 1547
- Leighton, R.B. 1969, *ApJ*, 156, 1
- Lindholm Nielsen, M. & Kjeldsen, H. 2011, *SolPhys*, 270, 385
- Martin, S.F. 1988, *Sol. Phys.*, 117, 243
- Meyer, K.A., Mackay, D.H., van Ballegoijen, A.A., Parnell, C.E. 2011, *SolP*, 272, 29
- Meyer, K.A., Sabol, J., Mackay, D.H., van Ballegoijen, A.A. 2013, *ApJ*, 770, L18
- Miesch, M.S. 2005, *Living Rev Sol Phys*, 2, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2005-2>
- Ortiz, A., Domingo, V., Sanahuja, B. 2006, *AA*, 452, 311
- Parnell, C.E. 2001, *SolPhys*, 200, 23
- Parnell, C.E. 2002, *MNRAS* 335, 389
- Parnell, C.E., DeForest, C.E., Hagenaar, H.J., Johnston, B.A., Lamb, D.A., Welsch, B.T. 2009, *ApJ*, 698, 75
- Passos, D. 2010, "Modelling Solar Variability", These de doctorat, IST, Technical University of Lisbon, Portugal
- Rast, M.P. 2003a, *ApJ*, 597, 1200
- Rast, M.P. 2003b, in *Proc. SOHO 12*, ed. H. Sawaya-Lacoste (ESA SP-517; Noordwijk :ESA), 163
- Reid, G.C. 1987, *Nature*, 329, 142
- Rieutord, M., Rincon, F. 2010, *Living Rev Sol Phys*, 2, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2010-2>
- Schrijver, C.J., Title, A.M., van Ballegoijen, A.A., Hagenaar, H.J., Shine, R.A. 1997, *ApJ*, 487, 424
- Schrijver, C.J. 2001, *ApJ*, 547, 475
- Schrijver, C.J., Livingston, W.C., Woods, T.N., Mewaldt, R.A. 2011, *GRL*, 38, L06701
- Sheeley, N.R. Jr 2010, *ASP Conference Series*, 428
- Simon, G.W., Title, A.M., Weiss, N.O. 2001, *ApJ*, 561, 427
- Solanki, S.K., Fligge, M. 2002, *Adv Space Res*, 29, 1933

- 
- Spruit, H.C., 1981, AA, 98, 155
- Stein, R. F., Georgobiani, D., Schafenberger, W., Nordlund, A., Benson, D. 2009, Cool Stars, Stellar Systems and the Sun, Proc. 15th Cambridge Workshop, AIP Conf. Proc. 1094 (Melville, NY : AIP), 764
- Stix, M. 2002, The Sun : an Introduction, Springer
- Tapping, K.F., Valdes, J.J. 2011, SolPhys, 272, 337
- Thibault, K., Charbonneau, P., Crouch, A.D. 2012, ApJ, 757, 187
- Usoskin, I.G., Solanki, S.K. & Kovaltsov, G.A. 2007, A.A., 471, 301
- van Ballegoijen, A.A., Cartledge, N.P., & Priest, E.R. 1998, ApJ, 501, 866
- Walton, S.R., Preminger, D.G., Chapman, G.A. 2003, ApJ, 590, 1088
- Wang, Y.-M., Nash, A. G., & Sheeley, N. R., Jr. 1989a, Science, 245, 712
- Wang, Y.-M., Nash, A. G., & Sheeley, N. R., Jr. 1989b, ApJ, 347, 529
- Wang, Y.-M., & Sheeley, N.R. Jr. 1991, ApJ, 375, 761
- Worden, J., Harvey, J. 2000, Sol Phys, 195, 247