

Université de Montréal

Le taux d'intérêt réel et les cycles économiques

par

Alain Guay

Département de sciences économiques

Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de

Philosophiae Doctor (Ph.D.)

en sciences économiques

Août 1993

©Alain Guay, 1993



Université de Montréal

Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

Le taux d'intérêt réel et les cycles économiques

présentée par

Alain Guay

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Pierre Perron, président du jury

Eric Ghysels, directeur de recherche

René Garcia, membre du jury

Paul Baudry, examinateur externe

Thèse acceptée le: 23 septembre 1994

Sommaire

L'explication des co-mouvements entre les quantités et les prix est centrale à toute théorie voulant modéliser les cycles économiques. Le taux d'intérêt réel est le prix reflétant la volonté de substitution intertemporelle des agents économiques. Cette thèse cherche à caractériser le comportement du taux d'intérêt réel dans le cycle économique et à modéliser ce comportement.

Le premier volet de cette thèse examine les liens de causalité entre la production, le taux d'intérêt réel et l'inflation anticipée à la lumière des difficultés posées par la non-stationnarité pour l'inférence statistique. Contrairement aux résultats de Litterman et Weiss (1985), où le problème de la stationnarité des séries n'était pas abordé, nous trouvons que le taux d'intérêt réel a un pouvoir explicatif pour les variations de la production, que le pouvoir explicatif de l'inflation anticipée pour les variations de la production n'est pas robuste et que le taux d'intérêt réel n'est pas exogène par rapport à la production, la masse monétaire et l'inflation. En conséquence, il semble possible que le taux d'intérêt réel joue un rôle important dans la propagation des cycles économiques comme le prédisent plusieurs théories macroéconomiques.

Au deuxième volet, nous comparons les co-mouvements empiriques entre le taux d'intérêt réel et la production avec les co-mouvements engendrés par les modèles standards de cycle réel. Pour la période d'après-guerre, le taux réel est contracyclique ou acyclique alors que les modèles standards de cycle réel prédisent un comportement procyclique.

Le troisième volet de la thèse expose un modèle s'inspirant des modèles de cycle

réel qui rend compte des co-mouvements du taux d'int er t réel et de la production. L'introduction de non-s eparabilit  dans le temps sous forme d'habitudes de consommation pour les pr ef rences et de coûts d'ajustement pour le capital permet de diminuer la sensibilité de la demande sur le marché des biens et ainsi d'atténuer le comportement pro-cyclique du taux d'int er t réel. Ces deux modifications permettent également de mieux reproduire les caractéristiques du marché du travail, et améliorent la description des mécanismes de propagation des chocs technologiques.

Mots clés: Taux d'int er t réel, cycle économique, modèle de cycle réel, théorie macroéconomique, séries temporelles.

TABLE DES MATIÈRES

Sommaire	
Liste des tableaux	iii
Liste des figures	vi
Remerciements	
Introduction générale	1
Premier essai	
Un réexamen du pouvoir explicatif du taux d'intérêt réel	
Introduction	5
1. Stationnarité des variables	7
2. Analyse des résultats	16
3. Robustesse des résultats	21
4. Exogénéité du taux d'intérêt réel	23
Conclusion	25
Tableaux	26
Deuxième essai	
Le taux d'intérêt réel dans les modèles de cycle réel	
Introduction	35
1. Le modèle néoclassique	38
2. Corrélation croisées entre la production et le taux d'intérêt réel	48
3. Extension du processus technologique	56
4. Moments induits par la tendance stochastique	62
Conclusion	71
Appendice	72
Tableaux	75
Figures	100

Troisième essai

Un modèle de cycle réel compatible avec le comportement du taux d'intérêt réel

Introduction	103
1. Le modèle	105
2. Simulations	110
3. Comparaison des moments	113
4. Tests empiriques	117
Conclusion	121
Appendice	123
Tableaux	130
Figures	137
Bibliographie générale	140

Liste des tableaux

Premier essai

1-Tests de stationnarité	26
2-Tests de Cointégration (Engle-Granger)	27
3-Tests de Causalité à la Granger	28
4-Tests de Causalité pour les Variables ex post.	29
5-Tests de Causalité avec M.V.I.C.	30
6-Tests de Causalité avec M.V.I.C.	31
7-Tests de Causalité avec M.V.I.C. pour le P.N.B.	32
8-Tests d'exogénéité du taux d'intérêt réel	33

Deuxième essai

1-Corrélations entre la production et le taux réel ex post (E.U.) (bons du trésor et déflateur de la production)	75-76
2-Corrélations entre la production et le taux réel ex post (E.U.) (bons du trésor et indice des prix à la consommation)	77-78
3-Corrélations entre la production et le taux réel ex post (E.U.) (bons du trésor et indice des prix de gros)	79-80
4-Corrélations entre la production et le taux réel ex post (E.U.) (papier commercial et déflateur de la production)	81-82
5-Corrélations entre la production et le taux réel ex post (E.U.) (obligations des corporations AAA et déflateur de la production)	83-84

6-Corrélations entre la production et le taux réel ex ante (E.U.) (bons du trésor et déflateur de la production)	85-86
7-Corrélations entre la production et le taux réel ex ante (E.U.) (papier commercial et déflateur de la production)	87-88
8-Corrélations entre la production et le taux réel ex ante (E.U.) (obligations des corporations AAA et déflateur de la production)	89-90
9-Corrélations théoriques entre la production et le taux réel	91
10-A) Paramètres du modèle avec choc permanent autocorrélé	92
10-B) Paramètres du modèle avec choc permanent	92
10-A) Paramètres du modèle avec choc autocorrélé	92
11-Moments empiriques des séries américaines	93
12-Moments simulés du modèle avec choc permanent autocorrélé	94
13-Moments simulés du modèle avec choc permanent et temporaire	95
14-Moments empiriques des séries américaines	96
15-Moments simulés du modèle avec choc corrélé et temporaire	67
16-Tests de cointégration de Johansen	98
17-Corrélations croisées entre y_t et $(R_{t-k} - E_t \Delta p_{t+1-k})$	99

Troisième essai

1-Corrélations croisées entre la production et le taux d'intérêt réel pour différents ν et q	130
2-Moments empiriques	131
3-Moments empiriques induits par la tendance stochastique	132

4-Moments générés par le modèle avec les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement	133
5-Moments générés par le modèle de base	134
6-Tests de moments	135-136

Liste des figures

Deuxième essai

- | | |
|--|-----|
| 1-Fonctions de réponses pour le modèle à 5 variables | 100 |
| 2-Fonctions de réponses pour le modèle à 6 variables | 101 |

Troisième essai

- | | |
|--|-----|
| 1-Fonctions de réponses pour les habitudes de consommation | 137 |
| 2-Fonctions de réponses pour les coûts d'ajustement | 138 |
| 3- $\nu = .6$, $q = 10$ | 139 |

Remerciements

Cette thèse de doctorat est le fruit d'un travail de longue haleine et sa réalisation fut possible grâce à la contribution de plusieurs personnes au sein du département de sciences économiques de l'Université de Montréal. Par leurs conseils et encouragements, ainsi que par la présentation de cours et de séminaires, ces personnes ont joué un rôle essentiel dans le cheminement de ma réflexion et ont permis la réalisation de ce travail.

En premier lieu, en ayant accepté la direction de cette thèse, le professeur Eric Ghysels a manifesté son intérêt et sa confiance dans la finalité de ce travail. Je voudrais également le remercier pour avoir mis à contribution ses connaissances en économétrie et pour ses encouragements dans les moments plus difficiles.

Je tiens à souligner particulièrement l'influence que le professeur Paul Beaudry a eu sur le contenu de ce travail. Son enseignement de la macroéconomie ainsi que sa vision de cette discipline ont été pour moi une très grande source d'inspiration et de motivation. Par son enthousiasme contagieux et nos nombreuses discussions, il a permis à cette thèse de voir le jour. Enfin, j'aimerais le remercier pour son invitation à séjourner quatre mois à l'université de Boston pendant la préparation de cette thèse.

Je remercie, également, les professeurs René Garcia et Robert Kollman qui ont pris le temps de s'intéresser à ce travail et de me soumettre leurs commentaires ainsi que le professeur Michel Poitevin qui m'a fourni généreusement le support informatique.

Le financement nécessaire à la réalisation de ce travail me fut accordé par le groupe de travail composé par P. Beaudry, M. Boyer et M. Poitevin, ainsi que par E. Ghysels et je leur en suis fortement reconnaissant.

Pour terminer, j'exprime ma gratitude aux étudiants et amis au sein du département de sciences économiques pour les discussions stimulantes et l'ambiance agréable de travail et je leur souhaite bonne chance.

Introduction générale

La compréhension des cycles économiques est l'objet essentiel de la théorie macroéconomique. Dans les cinquante dernières années, deux théories concurrentes ont coexisté pour l'analyse des fluctuations économiques. Un courant, inspiré par J.M. Keynes, pour lequel le contrôle de la demande agrégée par la politique fiscale et monétaire devait permettre d'endiguer les cycles économiques. Ce courant fut largement dominant jusqu'à la fin des années 60. Les années 70 caractérisées par d'importantes fluctuations économiques, après une décennie d'expansion, et par un taux d'inflation élevé, ébranlèrent les certitudes keynésiennes et provoquèrent la réponse du courant "classique": la théorie du cycle réel.

Pour les protagonistes de cette théorie, les fluctuations économiques sont la réponse optimale des agents aux changements des conditions technologiques. Les cycles économiques sont donc optimaux au sens de Pareto et l'économie est dans un contexte d'équilibre walrasien. L'équilibre walrasien est caractérisé par l'ensemble des quantités et des prix relatifs égalisant l'offre et la demande sur les marchés. Dans les modèles de cycle réel, deux variables de prix permettent l'allocation des ressources: les salaires réels et le taux d'intérêt réel. Récemment, plusieurs auteurs ont étudié la relation entre l'emploi et la productivité marginale du travail (Christiano-Eichenbaum (1992) et Hansen-Wright (1992) pour une revue de cette littérature). Cependant, le comportement du taux d'intérêt réel n'a pas été étudié malgré l'importance de cette variable comme mécanisme d'incitation de substitution intertemporelle. L'objectif de cette thèse est donc l'étude du comportement empirique du taux d'intérêt réel dans le cycle économique et la modélisation de ce comportement.

Le premier essai examine les liens empiriques entre le taux d'intérêt nominal et la production, et la décomposition de ces liens entre l'inflation anticipée et le taux d'intérêt réel. Litterman et Weiss (1985) ont étudié le comportement de ces variables sans se soucier du problème de la stationnarité des séries utilisées. Notre objectif est d'examiner la robustesse des résultats de ces deux auteurs à la lumière du problème de la stationnarité. L'approche adoptée par Litterman et Weiss, pour caractériser les liens entre production et taux d'intérêt, comporte un ensemble de tests de causalité et de décompositions de variance. Compte tenu des critiques de la décomposition de variance, et en vue de faciliter l'application de la théorie asymptotique existante, nous examinons la relation entre le taux d'intérêt et la production à l'aide des tests de causalité. Nous démontrons que nos résultats ne dépendent pas de la méthodologie retenue.

Dans le deuxième essai, nous comparons les co-mouvements empiriques entre le taux d'intérêt réel et la production avec les co-mouvements engendrés par les modèles de cycle réel. D'un point de vue empirique, nous examinons ces co-mouvements pour différents actifs financiers et différentes mesures de l'inflation. De plus, afin de discriminer entre les co-mouvements induits par les chocs technologique et les autres sources d'incertitude de l'économie, nous utilisons la méthodologie de King, Plosser, Stock et Watson (1991) pour identifier ces chocs et obtenir ainsi les co-mouvements provenant de cette source d'incertitude. D'un point de vue théorique, nous considérons plusieurs versions de modèles de cycle réel. Nous examinons, tout d'abord, les modèles ayant comme source d'incertitude le processus technologique. Ensuite, nous considérons un modèle avec des chocs sur les préférences et des rendements croissants à la production et enfin un modèle avec un secteur public.

Le troisième essai introduit deux modifications au modèle de base susceptibles d'améliorer la performance. Pour réduire la sensibilité de la demande aux chocs technologiques, nous introduisons des coûts d'ajustement sur le capital et des habitudes de consommation dans la caractérisation des préférences. Plusieurs études empiriques sur l'investissement confirment la présence des coûts d'ajustement sur le capital (voir par exemple Shapiro (1986)) et, d'après l'étude récente de Ferson et Constantinides (1991), les habitudes de consommation sont empiriquement plausibles. Ces deux modifications ont pour effet de diminuer la sensibilité de la demande sur le marché des biens et d'atténuer ainsi le comportement pro-cyclique du taux d'intérêt réel.

Premier essai

Un réexamen du pouvoir explicatif du taux d'intérêt réel

Introduction

Il existe actuellement une littérature abondante sur le problème de la stationnarité des séries chronologiques et son impact sur l'inférence statistique (entre autres les contributions de Park-Phillips (1988, 1989) et Sims-Stock-Watson (1990)). Les implications théoriques de la non-stationnarité obligent à réexaminer plusieurs des liens empiriques entre les variables macroéconomiques communément acceptés, car les inférences statistiques sous-jacentes sont potentiellement biaisées. L'étude de Stock-Watson (1989) portant sur les liens de causalité entre l'output et la monnaie en est une bonne illustration. Ces deux auteurs ont démontré que les résultats contradictoires obtenus dans différentes études sur la relation monnaie-production étaient imputables en grande partie à la façon de modéliser les séries étudiées. En particulier, une fois les séries correctement transformées, Stock-Watson trouvent que la causalité monnaie-production est très robuste.

Dans cet essai, nous proposons un réexamen des liens empiriques entre le taux d'intérêt nominal et la production, et la décomposition de ces liens entre inflation anticipée et taux d'intérêt réel. Comme dans le cas de la causalité monnaie-production, une caractérisation adéquate de ce lien est un élément important dans la description des faits majeurs que doivent expliquer les théories des cycles macroéconomiques. Actuellement, la caractérisation communément acceptée est celle résultant de l'étude de Litterman et Weiss (1985). Comme Sims (1980), ces auteurs ont trouvé que le taux d'intérêt nominal aide à prévoir la production mais, en plus, Litterman et Weiss ont indiqué que ce lien est essentiellement dû à la composante nominale du taux d'intérêt, i.e. l'inflation anticipée. Les conclusions tirées par Litterman et Weiss face à leur résultat illustre bien l'importance d'une caractérisation adéquate du lien empirique entre la production et le

taux d'intérêt. Les deux auteurs ont démontré que la prédominance de l'inflation anticipé sur le taux d'intérêt réel pour expliquer la variabilité de la production industrielle est incompatible à la fois avec les théories monétaires des cycles économiques d'inspiration keynésienne (IS-LM) et avec les modèles d'équilibre avec information incomplète (Lucas (1972), Grossman-Weiss (1982)).

Par ailleurs, les résultats obtenus par Litterman et Weiss sont aussi pertinents pour l'évaluation des théories du cycle à l'équilibre (Real Business Cycles) caractérisées par des chocs technologiques persistants. Ce type de modèle implique que, si chaque variable est mesurée correctement¹, alors une variable de prix ne devrait pas prédire la production. Par contre, si la production est mesurée avec erreur, alors le taux d'intérêt réel devrait refléter l'état de la technologie et donc causer à la Granger la production. L'inflation anticipée ne doit en aucun cas dominer le taux d'intérêt réel pour prédire la production.

Étant donnée l'importance potentielle de la caractérisation des liens entre la production et le taux d'intérêt réel, il nous semble nécessaire d'examiner la robustesse des résultats de Litterman et Weiss à la lumière du problème de la stationnarité des variables étudiées.² L'approche adoptée par Litterman et Weiss pour caractériser les liens entre production et taux d'intérêt comportait un ensemble de tests de causalité et de décompositions de variance. Compte tenu des critiques de la décomposition de variance³ et en vue de faciliter l'application de la théorie asymptotique existante, nous choisissons d'examiner la relation entre le taux d'intérêt et la production à l'aide des tests de causal-

¹ Pour une discussion de l'impact des erreurs de mesure sur les tests de causalité à la Granger, voir Sargent (1989).

² Litterman et Weiss adoptent une spécification en niveau sans aucune mesure de tendance. Cependant, ils mentionnent que la prise en compte d'une tendance déterministe linéaire ou quadratique ne modifie pas les résultats.

³ Voir Cooley et Leroy (1985).

ité. Par contre, nous démontrons que nos résultats ne dépendent pas de la différence de méthodologie.

Nos résultats principaux sont que, lorsque les séries sont correctement transformées, 1) le taux d'intérêt réel contribue significativement à l'explication des variations de la production, 2) l'inflation anticipée ne contribue pas significativement au pouvoir explicatif du taux d'intérêt nominal sauf pour une mesure de la production sur la période de 1960:1 à 1989:4, 3) le taux d'intérêt réel ne peut être considéré comme étant exogène à la monnaie et à la production. Par conséquent, et contrairement à la conclusion de Litterman et Weiss, le taux d'intérêt réel semble être un mécanisme potentiel de transmission des cycles économiques comme le soutiennent plusieurs théories macroéconomiques.

Ce travail se divise de la façon suivante. Dans un premier temps, nous examinons la stationnarité des séries à l'aide non seulement des tests habituels, mais aussi d'un test supplémentaire où l'hypothèse nulle est la stationnarité et l'hypothèse alternative la non-stationnarité. Par la suite, à partir des résultats sur la spécification des séries, nous étudions les co-mouvements entre le taux d'intérêt nominal, ses deux composantes et la production à l'aide des tests de causalité. En dernier lieu, nous examinons l'hypothèse d'exogénéité du taux d'intérêt réel.

1. Stationnarité des variables

Comme le soulignent Stock-Watson (1989), la façon d'extraire ou non la tendance des séries chronologiques peut influencer grandement sur la distribution asymptotique des tests de causalité:

“... the usual Gaussian asymptotic distribution theory can be used to interpret F-tests in two cases:(i) the restrictions being tested can be expressed on mean zero,stationnary variables, or (ii) the restrictions involve some variables that are dominated by polynomial in time (and perhaps some additional variables that are mean zero and stationary), but there are no other linear combinations of regressors that are dominated by stochastic trends. In particular, these results imply that causality tests computed from regressions involving levels of the data typically will have non-standard distributions.”

La distribution des tests de causalité dépend donc des caractéristiques tendancielles des séries utilisées. L'utilisation de la p-value habituelle, dans le cas d'une mauvaise spécification des séries, peut amener à des conclusions erronées sur les liens de causalité entre les différentes variables.

La spécification des tendances caractérisant les séries utilisées sera étudiée en deux étapes. Dans un premier temps, nous considérerons le test de Dickey-Fuller augmenté (ADF) pour vérifier si les séries sont caractérisées par une racine unitaire (avec ou sans dérive). L'hypothèse alternative étant la stationnarité autour d'une tendance déterministe ou d'une constante selon le cas. Le test augmenté de Dickey-Fuller consiste à appliquer les m.c.o. sur l'équation suivante:

$$x_t = \alpha + \beta t + \gamma x_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta x_{t-i} + u_t \quad (1.1)$$

et de vérifier si γ est statistiquement différent de un. Les valeurs critiques proviennent de Fuller(1976) et, dans le cas où l'on incorpore une tendance quadratique à (1.1), Ouliaris, Park et Phillips (1989).

Cependant les résultats des tests de Dickey-Fuller augmenté sont sensibles au nombre

de retards de la variable endogène en différence inclus dans l'équation (1.1). L'exclusion de retards significatifs affecte le niveau de confiance du test tandis que l'inclusion de retards additionnels diminue la puissance du test (voir Campbell-Perron (1991)). Il apparaît donc important de choisir judicieusement le nombre de retards. Pour ce faire, nous utiliserons la procédure conseillée par Campbell-Perron (1991). Celle-ci consiste à fixer un nombre de retards maximum (k) et à retrancher successivement les retards non significatifs jusqu'à ce que le coefficient du dernier retard retenu soit significatif (en utilisant le t -student habituel). Dans le cas où la série est caractérisée par un processus ARMA, on doit approximer ce processus par un nombre de retards assez grand. Pour éviter un problème de distorsion du niveau de confiance du test, nous retiendrons un retard de la différence de la variable endogène lorsque celui-ci sera significatif à un niveau de 10%, comme le conseillent Campbell-Perron.⁴

Etant donné la faible puissance des tests de racine unitaire face à l'hypothèse alternative et la procédure libérale adoptée pour le choix du nombre de retards, nous effectuerons aussi un test de stationnarité supplémentaire proposé par Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992) (KPSS par la suite). Ce test, à l'inverse du test de Dickey-Fuller, considère sous l'hypothèse nulle que la série est stationnaire autour d'une tendance déterministe (ou d'une constante), et sous l'hypothèse alternative que la série est caractérisée par une tendance stochastique. Le test est basé sur une décomposition de la série en une somme comprenant une tendance déterministe, une marche aléatoire et un terme d'erreur stationnaire

⁴ Un problème de distorsion du niveau du test étant plus dramatique qu'une perte de puissance occasionnée par l'inclusion d'un nombre trop grand de retards.

$$x_t = \beta t + r_t + u_t \quad (1.2)$$

où r_t est une marche aléatoire

$$r_t = r_{t-1} + e_t \quad (1.3)$$

et e_t est iid $N(0, \sigma_e)$. La valeur r_0 est fixée et représente la constante. Sous l'hypothèse nulle, σ_e est égal à zéro, alors x_t est stationnaire. Dans le cas où $\beta = 0$, sous l'hypothèse nulle, la série est stationnaire autour d'une constante r_0 . La statistique du test est

$$LM = \sum_{t=1}^T T^{-2} S_t^2 / \hat{\sigma}_\epsilon^2 \quad (1.4)$$

où

$$S_t = \sum_{i=1}^t \epsilon_i \quad t = 1, \dots, T \quad (1.5)$$

ϵ_t étant le résidu de la régression de x_t sur une constante et une tendance linéaire. Puisque le terme d'erreur de l'équation (1.2) n'est généralement pas un bruit blanc, on corrige la statistique du test en multipliant (1.4) par $\hat{\sigma}_\epsilon^2 / s^2(l)$. $\hat{\sigma}_\epsilon^2$ est l'estimateur de la variance de ϵ_t . On définit la variance de long terme comme étant

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E(S_T S_T^t) \quad (1.6)$$

dont on peut obtenir un estimateur convergent en effectuant une correction non-paramétrique de la même façon que Phillips (1987) ou Phillips-Perron (1988), ainsi

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \epsilon_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T \epsilon_t \epsilon_{t-s} \quad (1.7)$$

où $w(s,l)$ est une pondération assurant la non-négativité de l'expression (1.7)⁵.

En dernier lieu, nous avons tenu compte de la possibilité que la production soit caractérisée par une tendance linéaire avec une cassure (Perron 1989). En fixant a priori la date du changement de pente de la tendance déterministe de la même façon que Perron, le test s'effectue à partir de l'équation suivante

$$x_t = \alpha + \beta_1 t + \beta_2 DT + \gamma x_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta x_{t-i} + u_t \quad (1.8)$$

où $DT = t - TB$ si $t > TB$ et 0 ailleurs, TB étant le premier trimestre de 1973. Les valeurs critiques sont tirées de l'article de Perron pour $\lambda \simeq .6$. On utilise la même stratégie qu'avec le test de Dickey-Fuller augmenté pour le choix du nombre de retards.

Le tableau 1 contient les résultats des tests de spécification des différentes séries étudiées soit: le log de la production industrielle (y)⁶, le log de la masse monétaire M1 désaisonnalisée (m), le log de l'indice des prix à la consommation moins le logement désaisonné (p) et le taux des bons du trésor à 90 jours sur le marché secondaire (i). L'étude porte sur des observations américaines provenant de la banque de données Citibase pour la période couvrant le premier trimestre de 1947 au dernier trimestre de 1989, à l'exception de M1 qui provient du Survey of Current Business du U.S. Department of Commerce.

La partie A du tableau 1 contient les tests de Dickey-Fuller augmentés pour le choix de k retenu. La troisième et la quatrième colonnes représentent la valeur du test pour une première et une deuxième racines respectivement. Pour la présence d'une seconde

⁵ Voir les deux articles cités plus haut pour plus de détails sur le choix de la pondération.

⁶ Nous utilisons la production industrielle pour des fins de comparabilité avec l'étude de Litterman-Weiss. Ces auteurs utilisent cet indice de production même si leur étude porte sur des séries trimestrielles.

racine le nombre de retards considéré pour le test est égal à $k-1$. Les cinquième et sixième colonnes contiennent la statistique t pour un test sur la significativité d'une constante et d'une tendance linéaire pour la régression de la série en différence sur ces deux variables et les retards de la série différenciée. La partie B présente les résultats du test KPSS. Nous avons reproduit seulement le cas où la troncature est de 4, 8 et 12 (1 dans l'équation (1.7)). La valeur du test décroît à mesure que le paramètre de retards de la troncature augmente. À 12 retards, la valeur du test atteint un plateau dans la plupart des cas.

La production industrielle est caractérisée par une racine unitaire et un "drift" puisqu'on peut rejeter sans ambiguïté l'hypothèse de la stationnarité autour d'une tendance linéaire. La deuxième ligne du tableau 1A rapporte la valeur du test avec une cassure dans la tendance. On ne peut rejeter la présence d'une racine unitaire pour un intervalle de confiance de 95 % puisque la valeur critique est de -3.95^7 . La masse monétaire possède également une racine unitaire avec une dérive, mais il subsiste une tendance linéaire. On peut rejeter sans ambiguïté la présence d'une seconde tendance stochastique. Ce résultat est similaire à celui de Stock-Watson (1989). Il est à noter que le test de Dickey-Fuller augmenté a été effectué en incluant une tendance quadratique dans l'équation (1.1). La spécification de la monnaie est donc la suivante:

$$\Delta m_t = \alpha + \beta t + u_t \quad (1.9)$$

ou u_t est un processus stationnaire de moyenne nulle. Pour l'indice des prix retenu, le test ADF ne permet pas de rejeter la présence d'une deuxième racine. La constante n'étant pas significative lorsqu'on régresse l'inflation en différence sur ses retards en différence, on peut effectuer le test (1.1) pour l'inflation sans inclure de tendance linéaire⁸. On

⁷ Pierre Perron analyse la série annuelle de la production industrielle pour un échantillon de 1869 à 1970.

⁸ Nous avons également effectué un test de rapport de vraisemblance proposé par Dickey-Fuller (1981) pour

augmente ainsi la puissance du test. La valeur apparaissant à la seconde racine du tableau 1A est le résultat du test sans tendance linéaire, les cinquième et sixième colonnes sont les valeurs obtenues pour l'inflation en différence. Pour le test KPSS, l'hypothèse nulle considérée est la stationnarité de l'inflation autour d'une constante étant donné le résultat obtenu plus haut. La valeur obtenue pour ce test est de .555 avec une correction non-paramétrique de 12 retards. La valeur critique à 5% valant .463, on peut donc rejeter la stationnarité de l'inflation autour d'une constante. Nelson et Schwert (1977) et Bollerslev (1988) obtiennent le même résultat tandis que d'autres études considèrent que l'inflation est stationnaire (Rose (1988), Stock-Watson (1989), Walsh(1987))⁹. Pour le taux d'intérêt nominal, on ne peut rejeter la présence d'une racine unitaire avec le test ADF. Comme pour l'inflation, la constante n'est pas significative lorsqu'on régresse la différence du taux d'intérêt nominal sur une constante et sur les retards de la variable différenciée. Les résultats du tableau 1A sont relatifs au test sans tendance linéaire, augmentant ainsi la puissance du test. L'hypothèse nulle du test KPSS est la stationnarité autour d'une constante, on peut donc la rejeter sans ambiguïté, la valeur critique à un niveau de 1% étant .739. Ce résultat est compatible avec ce que nous avons obtenu pour l'indice des prix. Par la relation de Fisher, le taux d'intérêt nominal est la somme de l'inflation anticipée et du taux d'intérêt réel. Puisque l'inflation semble non-stationnaire, l'inflation anticipée est non-stationnaire car elle diffère de l'inflation réalisée par un terme d'erreur stationnaire dans un contexte d'anticipation rationnelle. La non-stationnarité de l'inflation anticipée implique la non-stationnarité du taux d'intérêt nominal par la relation de Fisher car la somme d'une série intégrée d'ordre 1 et d'une série I(0) ou I(1) donne nécessairement une série intégrée d'ordre 1. Le taux d'intérêt nominal est donc

l'hypothèse $\alpha = 0, \beta = 0$ et $\gamma = 1$. On ne peut rejeter cette hypothèse. Nous obtenons le même résultat pour le taux d'intérêt nominal.

⁹ Ces différences de résultats proviennent de séries d'indice des prix différentes et d'échantillons différents.

caractérisé par une racine unitaire sans dérive.

Nous avons également effectué le test de Phillips-Perron (1988) pour chaque série. Les résultats sont semblables à l'exception de l'inflation et du taux d'intérêt nominal où l'on peut rejeter la non-stationnarité. Cependant, pour ces deux séries, les autocorrélations des variables en différences sont négatives. Par exemple, pour la variation de l'inflation, le coefficient moyenne mobile d'ordre 1 est égal à -.6. D'après les simulations de Monte-Carlo de Schwert(1989), lorsque les autocorrélations des variables en différences sont négatives, le test de Phillips-Perron rejette l'hypothèse de non-stationnarité trop souvent lorsqu'elle est vraie. Ainsi, pour un coefficient moyenne mobile de -.6, le test de Phillips-Perron rejettera, selon l'article de Schwert, la racine unitaire lorsqu'elle est présente dans une proportion supérieure à 50%, Ce résultat est confirmé par Campbell-Perron (1991).

La spécification retenue selon les tests de racine unitaire est la suivante:

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \eta_t \quad (1.10)$$

$$\Delta m_t = \alpha_2 + \beta t + u_t \quad (1.11)$$

$$\Delta i_t = \nu_t \quad (1.12)$$

$$\Delta \pi_t = e_t \quad (1.13)$$

où η_t , u_t , e_t et ν_t sont des processus stationnaires de moyenne zéro. La représentation VAR de ce système peut être écrite comme

$$\Delta x_t = \alpha + \beta t + \xi_t \quad (1.14)$$

et

$$\xi_t = A(L)^{-1} \epsilon_t, \quad (1.15)$$

où ϵ_t est un vecteur d'innovations, ξ_t le vecteur des termes d'erreurs $(\eta_t, u_t, e_t, \nu_t)$ et x_t le vecteur des variables y_t, m_t, i_t et π_t . Ainsi

$$A(L)\Delta x_t = \gamma + \delta t + \epsilon_t \quad (1.16)$$

où $\gamma + \delta T = A(L)(\alpha + \beta t)$. Cette spécification permet l'utilisation des distributions asymptotiques habituelles pour effectuer les tests de causalité. Cependant, il peut exister une relation à long terme des variables x_t de telle façon que cette relation soit stable ou stationnaire. Il y a alors cointégration entre les variables.

Si chaque composante de x_t est intégrée d'ordre 1, et s'il existe une combinaison linéaire telle que

$$Z_t = \theta' x_t \quad (1.17)$$

est stationnaire, alors le vecteur θ est appelé vecteur de cointégration. Le VAR a alors une représentation à correction d'erreurs (error correction model) de la forme suivante

$$\Delta x_t = \gamma + \phi Z_{t-1} + \delta t + D(L)\Delta x_{t-1} + \epsilon_t \quad (1.18)$$

où le déséquilibre de la relation de long terme à la période t-1 devient une variable explicative.

Afin de vérifier la présence de cointégration, nous avons utilisé la méthode en deux étapes de Engle-Granger (1987), ainsi que la procédure de Stock-Watson (1988). Le nombre de retards(k) de la variable en différence pour le test d'Engle et Granger a été choisi de la même manière que décrit précédemment. Les valeurs critiques sont tirées d'une étude de simulations de Monte Carlo effectuée par MacKinnon (1990).

Les deux tests ont été effectués pour les différentes représentations utilisées par la suite. On peut rejeter la cointégration pour toutes les représentations à l'exception du

test de Stock-Watson lorsqu'on inclut l'inflation en différence. Il existerait donc une relation à long terme pour ce système.

2. Analyse des résultats

Nous examinons dans un premier temps les co-mouvements entre le taux d'intérêt nominal et la production. Le tableau 3 présente les différents résultats des tests de causalité. Les tests sont unidirectionnels et contiennent deux retards de chaque variable. Le choix du nombre de retards est basé sur trois critères soit celui de Schwarz (BIC), Akaike (AIC) et Hannan-Quinn (HC) (Judge et al., p.687 (1985)). Deux de ces critères convergent vers le bon modèle (Schwarz et Hannan-Quinn) tandis que celui d'Akaike converge vers un modèle contenant le bon modèle. En considérant un VAR avec la production industrielle en différence et le taux d'intérêt également en différence, les critères d'Akaike et de Hannan-Quinn prescrivent deux retards et celui de Schwarz, un retard. Nous avons donc retenu une représentation VAR à deux retards. Nous avons effectué les tests pour la période couvrant le premier trimestre de 1948 au dernier trimestre de 1989, ainsi que pour la période du premier trimestre de 1960:1 au dernier trimestre de 1989, étant donné que la mesure de la masse monétaire est plus juste pour cet échantillon.

Pour la période débutant en 1960, les retards du taux d'intérêt nominal sont très significatifs quelle que soit la spécification retenue. Pour l'échantillon complet, les retards du taux nominal sont significatifs dans la plupart des cas à l'exception des systèmes comprenant les retards de l'inflation en niveau¹⁰. Ce résultat sera important pour la

¹⁰ Nous avons inclus dans l'équation de la production un vecteur de cointégration en $t-1$, mais cette variable n'était pas significative. Ce vecteur de cointégration est probablement non-stationnaire comme l'indiquait la procédure de Engle-Granger.

réconciliation avec celui de Litterman-Weiss. Il est également intéressant de noter que les variations du taux d'intérêt nominal demeurent significatives lorsque l'on inclut la croissance de l'inflation. Ainsi, le pouvoir explicatif du taux d'intérêt nominal n'est pas le reflet seulement de sa corrélation avec la croissance de l'inflation.

On remarque également que la croissance de la monnaie purgée de sa tendance déterministe ne cause pas à la Granger les variations de la production pour l'échantillon complet. Cependant, pour la période de 1960:1-1989:4, la croissance de la monnaie cause à la Granger les variations de la production industrielle; ce résultat est similaire à celui de Stock-Watson (1989).

Afin de mieux cerner ces résultats, le tableau 3 contient les tests de causalité pour la période correspondant à l'échantillon de Stock-Watson (1960:1-1985:4). Ces résultats ne sont pas parfaitement comparables car ces deux auteurs n'utilisent pas le même indice de prix et leurs observations sont mensuelles.¹¹ On observe que l'ajout de la période 1985:4-1989:4 diminue la significativité de la monnaie pour la production. Ce résultat n'est pas tellement surprenant, car cette période correspond à des fluctuations marquées de la masse monétaire et à un niveau de croissance stable de la production. À la lumière des différents tests du tableau 3, le taux d'intérêt nominal semble donc dominer la monnaie pour prévoir les mouvements de la production industrielle confirmant ainsi le résultat de Sims (1980).

Si l'on décompose le taux d'intérêt nominal en inflation réalisée et en taux d'intérêt réel ex post, la représentation VAR est la même que précédemment, mais le vecteur

¹¹ Nous avons également effectué les tests en utilisant le même indice de prix que Stock et Watson. On retrouve le même niveau de significativité que ces deux auteurs pour l'échantillon 1960:1-1985:1, mais lorsqu'on augmente l'échantillon jusqu'au quatrième trimestre de 1989, la croissance de la monnaie purgée de sa tendance linéaire n'est plus significative. Friedman et Kuttner (1993) obtiennent le même résultat.

x_t comprend maintenant la mesure de la production, la monnaie, l'inflation réalisée et le taux réel ex post. Le tableau 4 contient les résultats des tests de causalité pour un système avec et sans monnaie. Dans tous les cas, les variations du taux d'intérêt réel ex post causent à la Granger les variations de la production à un niveau de significativité inférieur 5%, tandis que les variations de l'inflation réalisée ne sont significatives que pour l'échantillon débutant en 1960. Pour l'échantillon complet, on peut rejeter l'hypothèse que les coefficients affectés aux retards des deux variables sont égaux, ce qui n'est pas le cas pour l'échantillon débutant au premier trimestre de 1960. Les résultats pour la croissance de la monnaie sont similaires à ceux du tableau 3; cette variable n'est pas significative pour l'échantillon complet mais le devient pour la période 1960:1-1989:4.

Ce qui nous intéresse particulièrement est la décomposition du taux nominal en ses deux composantes, l'inflation anticipée et le taux d'intérêt réel ex ante, les variables ex post ne correspondant pas exactement aux variables ex ante. Ceci entraîne deux difficultés économétriques. La première est la présence de variables générées. L'utilisation des m.c.o. en deux étapes produit des estimateurs de la variance asymptotiquement non-efficaces. Wickens (1982), Pagan (1984) et Pesaran (1989), entre autres, ont examiné ce problème et les solutions pour y remédier. La source des difficultés provient de la covariance entre le coefficient qui affecte le régresseur généré et les coefficients des variables explicatives de ce régresseur. Les anticipations rationnelles introduisant des restrictions entre les équations et la prise en compte de retards des variables générées, on doit utiliser, selon ces auteurs, un maximum de vraisemblance à information complète (M.V.I.C.) non linéaire comme méthode d'estimation. Selon eux, cette méthode est la seule qui permet, dans ce contexte, d'obtenir des estimateurs des moments d'ordre deux asymptotiquement efficaces.

La deuxième difficulté consiste à mesurer l'inflation anticipée. Sous l'hypothèse de rationalité des agents économiques, l'inflation anticipée sera la projection des prix futurs sur les variables courantes et retardées. Ainsi

$$\hat{\pi}_t^{t+1} \equiv E[\pi_{t+1}/y_{t-s}, m_{t-s}, i_{t-s}, \pi_{t-s}, s = 0, 1]. \quad (2.1)$$

Cependant, on ne peut calculer l'inflation en différence car cette variable sera corrélée avec le terme d'erreur. Afin de bien voir ce problème, considérons, pour simplifier, l'équation de la production en incluant seulement les retards de l'inflation anticipée et du taux d'intérêt réel ex ante comme variables explicatives. Par la relation de Fisher, les variations du taux d'intérêt nominal sera égale aux variations du taux réel ex ante et aux variations de l'inflation anticipée. Pour l'équation de la production nous aurons donc:

$$\Delta y_t = \alpha + \sum_{j=1}^2 \delta_j \Delta E_{t-j} \pi_{t-j+1} + \sum_{j=1}^2 \Gamma_j \Delta E_{t-j} r_{t-j} + v_t \quad (2.2)$$

Si l'on estime l'inflation en différence comme le prescrivent les tests de stationnarité, on obtiendra l'espérance de la variation de l'inflation, qui n'est pas égale à la variation de l'inflation anticipée, ces deux expressions ne contenant pas le même ensemble d'information. Ainsi, en estimant l'inflation anticipée en différence, nous aurons l'équation de la production suivante:

$$\Delta y_t = \alpha + \sum_{j=1}^2 \delta_j E_{t-j} \Delta \pi_{t-j+1} + \sum_{j=1}^2 \Gamma_j E_{t-j} \Delta r_{t-j} + \eta_t \quad (2.3)$$

soit encore

$$\Delta y_t = \alpha + \sum_{j=1}^2 \delta_j E_{t-j} \pi_{t-j+1} - \sum_{j=1}^2 \delta_j E_{t-j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^2 \Gamma_j E_{t-j} r_{t-j} - \sum_{j=1}^2 \Gamma_j E_{t-j} r_{t-j-1} + \eta_t \quad (2.4)$$

les variables π_{t-j} et r_{t-j-1} étant connues à la période $t-j$, elles diffèrent de $E_{t-j-1} \pi_{t-j}$ et $E_{t-j-1} r_{t-j-1}$ par un terme d'erreur aléatoire correspondant à l'erreur d'anticipation. Le terme d'erreur v_t de l'équation (2.2) inclut ce terme d'erreur (multiplié par le coefficient respectif). En anticipant l'inflation en différence, les variables retardées seront donc corrélées avec le terme d'erreur dans l'équation de la production.

Pour remédier à ce problème, on doit anticiper l'inflation en niveau. Les estimateurs obtenus sont convergents même si les variables sont non-stationnaires (voir Park-Phillips (1988) (1989)). Puisque, nous n'avons pas besoin d'effectuer d'inférence statistique pour cette équation, la non-stationnarité ne pose aucun problème. On introduit par la suite la différence de cette valeur anticipée dans l'équation de la production (ceci est également valide pour le taux d'intérêt réel ex ante).

Le tableau 5 présente les résultats pour les deux échantillons et les représentations avec et sans monnaie. Nous avons effectué des tests de Wald et de rapport de vraisemblance (LR). Pour l'échantillon complet, les retards de la variation du taux d'intérêt réel sont significatifs à un niveau près de 5% (les valeurs critiques étant de 4.61 pour 10% et de 5.99 pour 5%), tandis que les retards de l'inflation anticipée ne sont quasiment pas significatifs. Cependant, en aucun cas, les coefficients affectés aux retards de ces deux variables sont significativement différents. Pour l'échantillon débutant en 1960:1, le taux d'intérêt réel domine nettement l'inflation anticipée pour prédire les variations de la production industrielle. Dans tous les cas, les retards du taux réel en différence sont sig-

nificatifs à 1%. À nouveau, on ne peut distinguer les coefficients des deux variables. Les résultats pour la monnaie sont similaires à ceux obtenus auparavant. Pour l'échantillon complet, la croissance de la monnaie purgée de sa tendance n'aide pas à prévoir les variations de la production industrielle, contrairement à l'échantillon débutant en 1960:1. Ces résultats sont donc différents de ceux obtenus par Litterman et Weiss. Plusieurs facteurs peuvent expliquer cette différence; l'utilisation des tests de causalité au lieu de la décomposition de la variance, la prise en compte de la stationnarité des séries ou les échantillons différents. Nous allons essayer de cerner ce qui est déterminant dans la partie suivante.

3. Robustesse des résultats

Comme nous venons de le mentionner, la différence entre nos résultats et ceux de Litterman-Weiss peut provenir de diverses sources. Premièrement, l'utilisation de tests de causalité au lieu de la décomposition de variance pourrait en être la cause. La première ligne du tableau 6A contient les résultats pour la spécification retenue par Litterman et Weiss. Toutes les variables sont en niveau et l'équation n'inclut pas de tendance déterministe. On retrouve le même résultat que ces deux auteurs à l'effet que l'inflation anticipée contient l'information du taux d'intérêt nominal pour prévoir les variations de la production industrielle. La différence ne semble donc pas provenir de l'utilisation des tests de causalité.

Le reste du tableau 6 contient les résultats pour diverses spécifications des différentes variables afin de cerner ce qui pourrait être déterminant. On remarque que l'introduction d'une tendance linéaire dans la représentation en niveau augmente significativement

le pouvoir explicatif du taux d'intérêt réel. La prédominance de l'inflation anticipée résulterait seulement de l'absence de mesure de tendance dans la représentation VAR. Pour l'échantillon débutant en 1960:1, peu importe la spécification retenue, les retards du taux réel sont très significatifs. Ce résultat est intéressant étant donné le débat autour de la caractérisation adéquate des séries. Par exemple, selon Perron (1989) et Garcia-Perron (1991), les variables étudiées seraient stationnaires si l'on tient compte d'une cassure de la tendance pour la production et de changements de moyenne pour l'inflation et le taux réel. À la lumière du tableau 6, dès que l'on incorpore une mesure de tendance, le taux réel devient significatif et plus particulièrement pour l'échantillon 1960:1-1989:4. Ainsi, pour la spécification incluant toutes les variables en niveau et une tendance déterministe, les distributions des tests sont standards si les composantes du taux d'intérêt nominal sont stationnaires, que la production soit stationnaire ou non (Park-Phillips (1989)). De plus, dans le cas où la production serait non-stationnaire et les composantes du taux d'intérêt nominal stationnaires, les spécifications contenant la production en niveau et la production en différence devraient donner sensiblement les mêmes résultats, ce qui ne semble pas être le cas.

Nos résultats sont donc robustes à la caractérisation des séries. On remarque également que la prise en compte d'une mesure de tendance augmente grandement la significativité de la monnaie, comme le soulignait Bernanke (1986).

Ce qui différencie nos résultats de Litterman et Weiss tient donc principalement de la prise en compte de la stationnarité des séries. De plus, l'importance de l'inflation anticipée pour Litterman et Weiss peut provenir de sa corrélation avec l'inflation réalisée, celle-ci étant significative lorsqu'elle est introduite en niveau dans la représentation VAR,

ce qui n'est pas le cas de l'inflation en différence (voir le tableau 3).

En dernier lieu, nous avons effectué les estimations selon la caractérisation retenue pour le PNB comme mesure de la production¹². On retrouve la prédominance du taux réel, bien qu'elle soit plus marquée pour l'échantillon complet. On peut aussi distinguer significativement les coefficients des deux variables pour cet échantillon. Contrairement à la production industrielle, la croissance de la masse monétaire n'aide pas à prévoir les variations de PNB.

4. Exogénéité du taux d'intérêt réel

Un résultat important de l'article de Litterman et Weiss est que le taux d'intérêt réel peut être considéré comme exogène face aux variables incluses dans la représentation V.A.R.. Selon ces auteurs, l'exogénéité du taux réel va à l'encontre des mécanismes de propagation des théories monétaires existantes. Pour les modèles plus récents de cycle réel (R.B.C.), le taux réel dépend de la croissance anticipée de la consommation et donc ne devrait pas être exogène par rapport aux variables qui prédisent la consommation.

Afin de vérifier l'hypothèse d'exogénéité du taux d'intérêt réel, nous allons considérer un modèle contraint où la variation de cette variable ne dépend que de sa variation passée par rapport à un modèle non-contraint où la variation du taux réel dépend des retards des différentes variables de notre ensemble d'information. À nouveau, on doit tenir compte des restrictions entre les différentes équations posées par le problème de régresseurs générés.

¹² Le PNB est également caractérisé par une tendance stochastique.

Pour la caractérisation retenue pour chaque série étudiée, on peut rejeter sans ambiguïté l'exogénéité de la variation du taux d'intérêt réel. Le tableau 8 contient les résultats pour différents échantillons dont celui de Litterman et Weiss. En particulier, pour l'échantillon débutant au premier trimestre de 1960, on rejette plus fortement l'exogénéité que pour les autres échantillons.

Précédemment, nous cherchions à savoir si la décomposition du taux d'intérêt nominal en ses deux composantes aidait à prédire la production. Puisque le taux d'intérêt nominal devait être différencié, nous avons utilisé les variations de l'inflation anticipée et du taux réel. Il est cependant possible qu'il existe une relation de cointégration entre l'inflation anticipée et le taux d'intérêt nominal telle que le taux réel est stationnaire. D'après le résultat du test de Stock-Watson du tableau 2b, on ne peut rejeter cette hypothèse. Pour vérifier cette possibilité, nous avons également effectué le test d'exogénéité pour le taux d'intérêt réel en niveau. Encore ici, on peut rejeter cette hypothèse sans ambiguïté quel que soit l'échantillon utilisé.

On peut facilement expliquer la différence entre nos résultats et ceux de Litterman et Weiss. Puisque dans la caractérisation retenue par ces deux auteurs, chaque variable est en niveau, deux cas sont possibles. Si le taux réel est stationnaire, inclure chaque variable en niveau revient à regresser une variable stationnaire sur des variables non-stationnaires. Il est alors compréhensible que les variables explicatives ne soient pas significatives, i.e. que le taux réel soit exogène. Si le taux réel est intégré d'ordre 1, une spécification où toutes les variables sont en niveau fournira des estimateurs convergents mais dont les distributions asymptotiques sont non-standards, invalidant l'inférence statistique basée sur les distributions habituelles.

5. Conclusion

Dans cette étude, nous avons examiné les liens de causalité entre la production, le taux d'intérêt réel et l'inflation anticipée à la lumière des difficultés posées par la non-stationnarité pour l'inférence statistique. Contrairement aux résultats antérieurs de Litterman et Weiss (1985), où le problème de stationnarité des séries n'était pas abordée, nous trouvons (1) que le taux d'intérêt réel a un pouvoir de prédiction pour les variations de la production, (2) que ce pouvoir de prédiction de l'inflation anticipée pour les variations de la production n'est pas robuste et (3) que le taux d'intérêt réel n'est pas exogène par rapport à la production, la masse monétaire et l'inflation. Par conséquent, il nous apparaît possible que le taux d'intérêt réel joue un rôle important dans la propagation des cycles économiques comme le soulignent plusieurs théories macroéconomiques.

TABLEAU 1

Tests de stationnarité

A) Tests de racine unitaire (Dickey-Fuller augmenté)^a

Series	k	première racine	deuxième racine	constante	tendance linéaire
y	12	-1.92	-5.79** ^b	4.03**	1.44
	10	-3.78 ^{+c}	-	-	-
i	7	-1.71	-5.01**	.66	-.35
m	2	-2.13	-6.58**	4.10**	3.56**
p	12	-2.17	-2.18	.33	-.67

B) Tests de KPSS^d

nombre de retards de la troncature			
Series	4	8	12
y	.502**	.322**	.250**
i	2.698**	1.589**	1.160**
m	.862**	.495**	.356**
Δm	.094	.083	.083
p	.841**	.478**	.340**
Δp	.972**	.684*	.555*

^aLes valeurs critiques pour le test de Dickey-Fuller augmenté, lorsque celui-ci comprend une tendance linéaire, sont: -3.12 (10%), -3.41 (5%) et -3.96 (1%). Pour le test sans tendance linéaire, les valeurs critiques sont: -2.57 (10%), -2.86 (5%) et -3.43 (1%).

^bSignificatif à un niveau de 1%(**), 5%(*) et 10%(+).

^cLes valeurs critiques pour $\lambda = .6$ sont: -3.66 (10%), -3.95 (5%) et -4.20 (1%).

^dLes valeurs critiques pour le test de KPSS sont, lorsque celui-ci comprend une tendance linéaire, de .119 (10%), .146 (5%) et .176 (1%). Pour le test sans tendance linéaire, les valeurs critiques sont: .347 (10%), .463 (5%) et .739 (1%).

TABLEAU 2

A) Tests de Cointégration (Engle-Granger)

vecteurs de cointégration	k	t-stat	valeurs ^a critiques à 5%
y, i	7	-2.39	-3.84
y, i, m	11	-3.45	-4.19
y, i, m, p	9	-3.85	-4.51
y, i, m, π	8	-3.08	-4.51

B) Tests de cointégration (Stock-Watson)

vecteurs cointégration	k vs m	valeurs du test	valeurs critiques à 5%
y, i	2 vs 1	-19.32	-30.8
y, i, m	3 vs 2	-22.82	-39.0
y, i, m, p	4 vs 3	-29.59	-47.0
y, i, m, π	4 vs 3	-165.04**	-47.0

Significatif à un niveau de 1%(**), 5%(*) and 10%(+).

^ales valeurs critiques proviennent de: Mackinnon, J.G. (1990), "Critical Values for Cointegration Tests," miméo, Queen's University.

TABLEAU 3

Tests de Causalité à la Granger

Variable dépendente: Δy

Specifications ^a	Échantillons	Δi	π (ou $\Delta\pi$)	Δm
Δi	48:1-89:4	3.15 (.045) ^b		
	60:1-89:4	7.76 (.000)		
$\Delta i, \Delta m$	48:1-89:4	2.84 (.061)		2.15 (.119)
	60:1-89:4	9.07 (.000)		3.41 (.036)
	60:1-85:4	9.53 (.000)		5.83 (.005)
$\Delta i, \Delta\pi$	48:1-89:4	3.35 (.038)	0.50 (.605)	
	60:1-89:4	6.58 (.002)	0.87 (.420)	
	60:1-85:4	5.94 (.004)	0.73 (.485)	
$\Delta i, \pi$	48:1-89:4	2.15 (.120)	4.47 (.013)	
	60:1-89:4	3.79 (.026)	2.12 (.124)	
	60:1-85:4	2.93 (.058)	2.52 (.086)	
$\Delta i, \Delta m, \Delta\pi$	48:1-89:4	3.12 (.047)	0.60 (.551)	2.23 (.111)
	60:1-89:4	7.19 (.001)	0.88 (.418)	3.38 (.038)
	60:1-85:4	7.41 (.001)	0.52 (.595)	5.50 (.005)
$\Delta i, \Delta m, \pi$	48:1-89:4	2.00 (.139)	4.89 (.009)	2.60 (.078)
	60:1-89:4	4.61 (.012)	2.50 (.087)	3.77 (.026)
	60:1-85:4	4.45 (.014)	2.38 (.098)	5.62 (.005)

^a Toutes les représentations V.A.R. comprennent deux retards de chaque variable.

^b F-stat (p-value).

TABLEAU 4

Tests de Causalité pour les Variables Ex-post.

Variable dépendente: Δy

Specifications ^a	Échantillons	Δr	$\Delta \pi$	$\Delta r = \Delta \pi$	Δm
$\Delta r, \Delta \pi$	48:1-89:4	3.55 (.031) ^b	2.27 (.106)	4.37 (.014)	
	60:1-89:4	6.70 (.002)	5.78 (.004)	1.54 (.219)	
$\Delta r, \Delta \pi, \Delta m$	48:1-89:4	3.35 (.037)	2.22 (.112)	3.96 (.021)	1.71 (.184)
	60:1-89:4	7.53 (.000)	7.04 (.001)	1.34 (.266)	3.18 (.050)

^a Toutes les représentations V.A.R. comprennent deux retards de chaque variables

^b F-stat (p-value).

TABLEAU 5

Tests de Causalité avec M.V.I.C.

Specifications ^a	Tests	$\Delta\pi^e$	Δr^e	$\Delta r^e = \Delta\pi^e$	Δm
Échantillon: 1948:3-1989:4					
$\Delta y, \Delta r^e, \Delta\pi^e,$	Wald	3.80	5.49 ^{+b}	0.65	
	LR	4.16	5.80 ⁺	0.63	
$\Delta y, \Delta m, \Delta r^e,$ $\Delta\pi^e, t^c$	Wald	4.32	5.32 ⁺	0.88	4.37
	LR	4.64 ⁺	5.44 ⁺	0.88	4.84 ⁺
Échantillon: 1960:1-1989:4					
$\Delta y, \Delta r^e, \Delta\pi^e$	Wald	3.60	9.42 ^{**}	0.83	
	LR	3.32	8.93 [*]	0.79	
$\Delta y, \Delta m, \Delta r^e,$ $\Delta\pi^e, t$	Wald	6.30 [*]	11.96 ^{**}	1.41	5.65 ⁺
	LR	6.19 [*]	9.74 ^{**}	1.34	6.46 [*]

^a Toutes les représentations V.A.R. comprennent deux retards de chaque variable.

^b Les valeurs critiques pour une distribution $\chi^2(2)$ sont: 4.61 (10%(+)), 5.99 (5%(*)) et 9.21 (1%(**)).

^c Tendance linéaire.

TABLEAU 6

Tests de Causalité avec M.V.I.C.

A) Échantillon: 1949:3-1989:4

Specifications ^a	Tests	π^e	r^e	$r^e = \pi^e$	m ou (Δm)
y, m, r^e, π^e	Wald	12.92**	3.84	2.68	3.96
	LR	12.71**	3.46	2.83	
y, m, r^e, π^e, t	Wald	9.53**	7.56*	0.09	13.30**
	LR	10.08**	6.69*	0.10	
$\Delta y, \Delta m, r^e, \pi^e, t$	Wald	18.11**	5.93*	3.11	5.30 ⁺
	LR	18.80**	6.23*	3.07	

B) Échantillon: 1960:1 1989:4

Spécifications ^a	Tests	π^e	r^e	$r^e = \pi^e$	m ou (Δm)
y, m, r^e, π^e	Wald	8.37*	10.24**	0.02	2.04
	LR	8.15*	9.37**	0.02	
y, m, r^e, π^e, t	Wald	13.76**	13.43**	1.02	7.68*
	LR	13.23**	11.38**	0.96	
$\Delta y, \Delta m, r^e, \pi^e, t$	Wald	21.00**	12.18**	0.69	5.93*
	LR	19.47**	11.55**	0.59	

^a Toutes les représentations V.A.R. comprennent deux retards de chaque variables. Significatif à un niveau de 1%(**), 5%(*) and 10%(+) pour une distribution $\chi^2(2)$.

TABLEAU 7

Tests de Causalité avec M.V.I.C. pour le P.N.B.

Spécifications ^a	Test	$\Delta\pi^e$	Δr^e	$\Delta r^e = \Delta\pi^e$	Δm
Échantillon: 1948:3-1989:4					
$\Delta y, \Delta r^e, \Delta\pi^e$	Wald	4.06	10.25**	6.22*	
	LR	3.33	10.95**	6.46	
$\Delta y, \Delta m, \Delta r^e, \Delta\pi^e$	Wald	1.98	7.47*	5.62 ⁺	2.41
	LR	1.82	8.27*	5.34 ⁺	3.34
Échantillon: 1960:1-1989:4					
$\Delta y, \Delta r^e, \Delta\pi^e$	Wald	3.53	6.01*	1.39	
	LR	3.48	6.22*	1.49	
$\Delta y, \Delta m, \Delta r^e, \Delta\pi^e$	Wald	4.28	6.78*	0.71	0.90
	LR	2.99	5.16 ⁺	0.61	1.38

^a Toutes les représentations V.A.R. comprennent deux retards de chaque variables. Significatif à un niveau de 1%(**), 5%(*) and 10%(+) pour une distribution $\chi^2(2)$.

TABLE 8

Tests d'Exogénéité du Taux d'Intérêt Réel

Specifications ^a	Échantillons	Ratio de vraisemblance
$\Delta r, \Delta \pi, \Delta y, \Delta m,$	48:1-89:4	49.64**
	60:1-89:4	52.58**
	48:1-83:2	41.52**
$r, \pi, \Delta y, \Delta m,$	48:1-89:4	24.30**
	60:1-89:4	38.29**
	48:1-83:2	18.33*

^a Le VAR non-contraint inclut deux retards de chaque variable. Les valeurs critiques pour une $\chi^2(7)$ sont 12.07 (10 %), 14.07 (5 %) et 18.48 (1 %).

Deuxième essai

Le taux d'intérêt réel dans les modèles de cycle réel

Introduction

La popularité des modèles de cycle réel (Real Business Cycle), initiés par Kydland-Prescott (1982) et Long-Plosser (1983), provient de leur aptitude à reproduire certaines caractéristiques importantes des agrégats macroéconomiques à l'aide d'une structure assez simple. À partir d'un problème de maximisation d'une fonction d'utilité sous contrainte par un agent représentatif dans un contexte d'équilibre walrasien où la seule source d'incertitude est la technologie, ce type de modèle réussit à reproduire les volatilités relatives observées entre la production, la consommation et l'investissement ainsi que les corrélations croisées contemporaines entre ces séries.

L'explication des co-mouvements entre les quantités et les prix est centrale pour toute théorie voulant modéliser les cycles économiques. Dans les modèles de cycle réel, deux variables de prix permettent l'allocation des ressources; les salaires réels et le taux d'intérêt réel. Récemment, plusieurs auteurs ont étudié la relation entre l'emploi et la productivité marginale du travail (Christiano-Eichenbaum (1992) et Hansen-Wright (1992)). Cependant, le comportement du taux d'intérêt réel n'a pas été étudié malgré l'importance de cette variable comme mécanisme d'incitation de substitution intertemporelle¹. Ceci est probablement dû à la difficulté de mesurer correctement le taux de rendement sans risque puisque les taux réels ex ante ou ex post ne sont peut-être pas de bonnes approximations de ce taux². Cependant, il n'y a aucune raison pour que le problème de mesure

¹ Plusieurs études récentes ont examiné les implications des modèles de cycle réel pour le prix des actifs (par exemple: Rouwenhorst (1989), Detemple & Sundaresan (1992) et Cochrane & Hansen (1992)). Cependant, ces études n'ont pas examiné le comportement des co-mouvements entre le taux d'intérêt réel et les variables de quantités. Il existe également des études sur les co-mouvements entre le taux d'intérêt nominal et la production dans les modèles de contrainte de liquidité (voir Christiano & Eichenbaum (1991) pour une discussion de la performance empirique de ces modèles).

² Si la covariance conditionnelle entre la croissance de la consommation et l'innovation de l'inflation est petite, le taux d'intérêt réel ex ante devrait être une bonne approximation du taux de rendement sans risque.

du taux d'intérêt réel sans risque soit plus sévère que pour les autres variables macroéconomiques. Une autre explication peut provenir du résultat de Litterman et Weiss (1985) selon lequel le taux réel ne semblait contenir aucune information sur le niveau de production future. Cependant, Beaudry-Guay (1992) démontrent que, lorsqu'on tient compte de la stationnarité des séries, le taux d'intérêt réel cause au sens de Granger les variations de la production. Également, King-Plosser-Stock-Watson (1991) attribuent à un choc sur le taux d'intérêt réel une importante part des variations à court et même à moyen terme de la production, de la consommation et de l'investissement.

Dans cette partie, nous allons comparer les co-mouvements empiriques entre le taux d'intérêt réel et la production avec les co-mouvements engendrés par les modèles de cycle réel. À l'aide de différents actifs financiers et de différentes mesures de l'inflation, nous allons étudier les corrélations croisées entre le taux d'intérêt réel et la production. Pour la période d'après-guerre, la corrélation croisée contemporaine est négative ou proche de zéro. Le taux d'intérêt réel semble donc contracyclique ou acyclique. Ce résultat est confirmé lorsqu'on examine les corrélations croisées produites par un choc identifié comme étant un choc technologique par les restrictions à long terme d'un modèle avec croissance stochastique. Cependant, les modèles standards de cycle réel (Kydland-Prescott (1982) et King-Plosser-Rebelo (1988a, 1988b)) prédisent un comportement pro-cyclique du taux d'intérêt réel. Un choc technologique positif entraîne une productivité marginale du capital plus élevée, donc une augmentation du taux d'intérêt réel. Sur le marché des biens, ce choc produit une hausse de la consommation et de l'investissement supérieure à la hausse de l'offre, provoquant ainsi une augmentation du taux réel. Les co-mouvements observés entre la production et le taux d'intérêt réel sont donc incompatibles avec ceux qu'engendrent les modèles standards de cycle réel.

Dans la première partie de ce travail, nous présentons le modèle néoclassique de base, tout en mettant l'accent sur le comportement du taux d'intérêt réel comme mécanisme de propagation des chocs à la technologie. Cette présentation est grandement inspirée des deux articles de King-Plosser-Rebelo (1988a et 1988b). Dans la deuxième partie, nous comparons les co-mouvements observés avec les co-mouvements engendrés par ce modèle. Dans la troisième partie, nous examinons la possibilité de reproduire les co-mouvements empiriques à l'aide d'une classe plus grande de processus pour la technologie. Nous démontrons que, peu importe le processus utilisé pour la technologie, il est impossible de recréer à la fois les corrélations croisées entre le taux d'intérêt réel et la production et les autocorrélations observées des variables du modèle. Par la suite, afin de discriminer l'effet de la technologie d'autres sources possibles d'incertitude sur les co-mouvements entre ces deux variables, nous utilisons la méthodologie de King-Plosser-Stock-Watson (1991) pour isoler l'impact de la technologie.

1. Le modèle néoclassique

Dans cette partie, nous étudierons le comportement du taux d'intérêt réel dans les modèles de cycle réel (R.B.C.) où la seule source d'incertitude provient du processus technologique. Pour ce faire, nous utiliserons une généralisation du modèle développé par King et al. (1988a,b), pour différents types de processus technologique. Le cadre théorique consiste en un modèle néoclassique d'accumulation du capital à un secteur de production. L'économie est composée de plusieurs individus identiques ayant un horizon de vie infini. On peut caractériser les préférences d'une telle économie par une fonction d'utilité d'un agent représentatif ayant comme argument le seul bien de consommation et le loisir. Ainsi,

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{(1-\sigma)} C_t^{1-\sigma} v(L_t) \quad (1.1)$$

où $\beta < 1$, $0 < \sigma < 1$ et $\sigma > 1$, lorsque $\sigma = 1$, alors la fonction d'utilité est logarithmique

$$U = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \log(C_i) + v(L_i), \quad (1.2)$$

C_t est la consommation du bien pour la période t et L_t représente le loisir pour la période t .³ La technologie du bien de consommation est caractérisée par une Cobb-Douglas avec rendements constants à l'échelle

$$Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} N_t^\alpha, \quad (1.3)$$

³ Voir King et al. (1990) pour une justification et les caractéristiques de cette fonction d'utilité.

où K_t est le niveau prédéterminé de capital choisi à la période t-1, N_t est le travail à la période t et A_t est le processus technologique.

Le niveau de capital évolue selon l'équation suivante:

$$K_{t+1} = (1 - \delta_k)K_t + I_t \quad (1.4)$$

où I_t est l'investissement brut et δ_k est le taux de dépréciation du capital. Les contraintes de ressources sont:

$$L_t + N_t \leq 1 \quad \text{et} \quad C_t + I_t \leq 1, \quad (1.5)$$

en plus des contraintes de non-négativité pour L_t , N_t , C_t et K_t .

La croissance et l'incertitude du modèle sont incorporées dans le processus technologique. La représentation que nous utiliserons pour ce processus permet une croissance déterministe ou une croissance stochastique. King et al. (1988a,b) étudièrent ces deux cas. On permet, cependant, une forme plus générale pour la croissance stochastique, qui sera utile dans la deuxième partie.

On définit:

$$\log(A_t) = \alpha \log(X_t) \quad (1.6)$$

X_t peut être décomposé en une partie permanente représentant la croissance et une partie transitoire de la façon suivante:

$$X_t = X_t^p X_t^s \quad (1.7)$$

où X_t^p est la partie permanente et X_t^s est la partie stationnaire ou transitoire. Dans le cas d'une croissance déterministe, comme étudié par King et al. (1988a), on aura que

$$X_t^p = X_{t-1}^p \exp(\mu) \quad (1.8)$$

μ étant le taux de croissance de l'économie. Pour cette caractérisation de la croissance, le terme $\alpha \log X_t^s$ représente un processus stationnaire n'ayant aucun impact sur l'équilibre de long terme. L'incertitude provient de cette partie stationnaire du processus technologique.

Pour une croissance stochastique, la relation (1.7) correspond à la décomposition de Beveridge-Nelson (1981). Supposons une forme générale ARIMA pour le processus technologique, alors:

$$\phi(L)(1-L)\log(X_t) = \mu + \theta(L)\epsilon_t. \quad (1.9)$$

En définissant $\psi(L)$ comme étant $\phi(L)^{-1}\theta(L)$, on obtient;

$$(1-L)\log(X_t) = \mu + [\psi(1) + (1-L)\psi^*(L)]\epsilon_t \quad (1.10)$$

où $\psi^*(L) = (1 - L)^{-1}[\psi(L) - \psi(1)]$. On réécrit l'équation précédente comme étant la somme d'une composante permanente et d'une composante stationnaire,

$$\log(X_t) = \mu t + \psi(1)S_t + \psi^*(L)\epsilon_t \quad (1.11)$$

où $S_t = \sum_{j=1}^t \epsilon_j$. $\log(X_t^p)$ est composé des deux premiers termes de l'expression à droite. La partie permanente est donc une marche aléatoire de tendance μ , qui est dans ce cas le taux de croissance de l'économie. Le terme $\psi(1)$ mesure l'impact sur l'équilibre de long terme du choc ϵ_t . Pour sa part, X_t^s est égal au dernier terme de la partie de droite, ce terme est stationnaire et de moyenne nulle. King et al. (1988b) étudièrent le cas où le processus technologique est une marche aléatoire, donc que $\psi(1) = 1$. Hansen (1989) et Christiano (1988) ont utilisé une telle représentation pour le processus technologique où les polynômes $\phi(L)$ et $\theta(L)$ sont d'ordre supérieur à zéro.

Cette spécification de la technologie suppose une corrélation parfaite entre le choc de la composante permanente et le choc de la composante cyclique. A priori cette restriction semble forte. Par exemple, Kydland-Prescott (1982) employèrent une spécification de la technologie composée de deux processus stationnaires non corrélés, un très persistant (coefficient autorégressif d'ordre 1 égale à .9) et l'autre purement temporaire. Également, comme le fit Watson (1986), on peut exprimer une série chronologique caractérisée par une tendance stochastique comme un modèle à composantes inobservables. Avec une telle représentation, la composante stationnaire sera plus ou moins corrélée, selon les hypothèses, avec la composante permanente. Dans le cas où les deux composantes sont parfaitement corrélées, on retrouve la spécification (1.11). Si la composante permanente n'est pas corrélée avec la partie cyclique, alors celle-ci sera une marche aléatoire avec

dérive. Le processus technologique sera caractérisé de la façon suivante:

$$\log X_t = \log X_t^p + \psi^s(L)\epsilon_t^s \quad (1.12)$$

et

$$\log X_t^p = \log X_{t-1}^p + \mu + \epsilon_t^p \quad (1.13)$$

$E(\epsilon_t^p, \epsilon_{t-k}^s) = 0, \quad \forall k$, où ϵ_t^s et ϵ_t^p représentent respectivement les erreurs de la composante stationnaire et de la composante permanente. Enfin, on peut retrouver une représentation incluant les deux précédentes. Dans ce cas,

$$\log X_t = \log X_t^p + \psi^*(L)\epsilon_t^p + \psi^s(L)\epsilon_t^s \quad (1.14)$$

et

$$\log X_t^p = \mu + \log X_{t-1}^p + \psi(1)\epsilon_t^p. \quad (1.15)$$

La représentation choisie influence la mesure de la persistance des chocs. Ainsi, pour la représentation (1.11), la persistance du choc est représentée par la somme des coefficients moyennes mobiles découlant de la spécification ARIMA. Avec une représentation de ce type, Campbell-Mankiw (1987) analysèrent la persistance d'un choc pour le P.N.B. réel américain. La somme des coefficients moyenne mobile (ψ) étant plus grande que un, le choc a un impact plus grand à long terme que l'impact immédiat. Par contre, pour la même série, Watson (1986) à l'aide de la représentation (1.12-1.13) obtenait un impact à long terme de .59 % pour un changement non-anticipée de 1 %.

Puisque que l'économie est caractérisée par une croissance, on doit transformer les

variables pour obtenir un état stationnaire. Pour ce faire, chaque variable du modèle est divisée par la composante permanente du processus technologique X_t^p , à l'exception de N_t qui est borné par la dotation en temps de l'individu. La composante permanente est définie de la façon suivante:

$$X_t^p = X_{t-1}^p \exp(\mu + \psi(1)\epsilon_t^p). \quad (1.16)$$

Dans le cas d'une croissance déterministe, la somme des coefficients $\psi(1)$ est égale à zéro, tandis que pour une croissance stochastique ce terme est différent de zéro. Ce terme comprend donc la partie permanente des différentes représentations possibles de la croissance. Cette transformation dans le cas d'une tendance stochastique diffère de Hansen (1989) et Christiano (1988). Hansen, pour sa part, étudia un modèle pouvant comprendre les deux types de croissance, déterministe ou stochastique. Cependant, il n'utilise pas la même transformation pour les deux types de croissance. Sa méthode l'oblige à procéder à l'aide de deux modèles selon la croissance étudiée. Christiano (1988) utilisa une croissance stochastique et transforma chaque variable par le processus technologique complet X_t . Hansen (1989) procéda de la même façon pour son modèle avec une croissance stochastique. Notre transformation a l'avantage d'inclure les deux types de croissance et de ne considérer que la partie permanente du processus technologique. Les variables sont définies par rapport au nouvel équilibre de long terme résultant de l'impact du choc technologique.

Le problème de maximisation de l'agent représentatif pour l'économie transformée sera donc le suivant:

$$\text{MAX } E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{(1-\sigma)} (c_t X_t^p)^{1-\sigma} v(L_t) \quad (1.17)$$

si $\sigma = 1$, alors

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log(c_t) + v(L_t) + \log X_t^p] \quad (1.18)$$

sous les contraintes :

$$c_t + i_t \leq A_t^s k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha \quad (1.19)$$

$$N_t + L_t \leq 1 \quad (1.20)$$

$$\exp[(\mu + \psi(1)\epsilon_{t+1})] k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t. \quad (1.21)$$

où $A_t^s = (X_t^s)^\alpha$. Les lettres minuscules représente les variables divisées par la composante technologique permanente. L'optimum de Pareto correspondant à l'équilibre compétitif, par le deuxième théorème du bien-être, les prix sont ceux qui décentralisent la solution optimale. Pour résoudre ce problème d'optimisation dynamique, deux méthodes sont habituellement utilisées. La méthode de Kydland-Prescott qui consiste à substituer les contraintes non linéaires dans la fonction objective et à approximer de façon quadratique cette fonction autour de l'état stationnaire. La méthode de King et al. (1990) consiste à dériver les conditions de premier ordre du problème de maximisation sans incertitude et à approximer ces conditions de premier ordre pour obtenir des règles de décisions log-linéaires. Dans le cas d'une croissance déterministe, les deux méthodes donnent sensiblement les mêmes résultats, tandis que, pour un processus technologique caractérisé

par une croissance stochastique, l'approximation log-linéaire donne de meilleurs résultats (Christiano (1990)). Nous suivrons donc la procédure de King et al.⁴

Comme nous l'avons mentionné plus haut, la procédure de King et al. consiste à considérer le problème en contexte de certitude et à approximer les conditions de premier ordre autour de l'état stationnaire. En utilisant l'expansion de Taylor, chaque variable sera exprimée comme le pourcentage de déviation par rapport à sa valeur stationnaire ($\hat{c}_t = \log(c_t/c)$, $\hat{k}_t = \log(k_t/k)$, etc..).

À partir du système d'équations linéarisées, on obtient un système dynamique de premier ordre pour le capital (\hat{k}_t) et pour le multiplicateur de la contrainte de ressources ($\hat{\lambda}_t$) ou de deuxième ordre pour le capital. En spécifiant le comportement de la composante stationnaire du processus technologique, on obtient l'équation de comportement d'accumulation du capital. Ainsi, le capital dépend de sa valeur à la période précédente, de la valeur de la composante stationnaire de la période précédente et du choc permanent à la période présente (dans le cas d'une croissance stochastique)⁵.

Dans le langage du contrôle optimal, les variables \hat{k}_t et $\hat{\lambda}_t^s$ sont les variables d'état et les autres variables (variables de mesure) sont reliées aux variables d'état par des relations linéaires. On obtient ainsi une représentation espace-état caractérisant la solution optimale du problème du planificateur social.

En définissant S_{t+1} le vecteur contenant les variables d'état et Z_t le vecteur des variables de mesure, on exprime la solution du problème de maximisation et les relations d'équilibre sous la forme:

⁴ On peut également obtenir une approximation log-linéaire à partir de la méthode de Kydland-Prescott (voir Christiano (1988)).

⁵ Voir l'appendice de King et al. (1990) pour les détails.

$$S_{t+1} = MS_t + C\epsilon_{t+1} \quad (1.22)$$

$$Z_t = \Pi S_t. \quad (1.23)$$

La matrice M exprime les liens entre les variables d'état, la matrice C contient les corrélations entre les chocs permanents et temporaires du processus technologique. La matrice Π découle des conditions de premier ordre linéarisées et des relations d'équilibre.

Les séries initiales de quantités (à l'exception du travail) sont la somme d'une tendance (déterministe ou stochastique) en commun ($\log X_t^p$) et d'une composante stationnaire. Dans le cas d'une croissance stochastique, ces séries sont cointégrées au sens de Engle-Granger (1987). Nous avons donc pour ces variables en niveau:

$$\log(Y_t) = \log(X_t^p) + \log(y) + \hat{y}_t \quad (1.24)$$

$$\log(C_t) = \log(X_t^p) + \log(c) + \hat{c}_t \quad (1.25)$$

$$\log(I_t) = \log(X_t^p) + \log(i) + \hat{i}_t \quad (1.26)$$

$$\log(K_t) = \log(X_t^p) + \log(k) + \hat{k}_t \quad (1.27)$$

où le dernier terme représente le pourcentage de déviation par rapport à l'état stationnaire. La quantité de travail (N_t) et le taux d'intérêt réel sont stationnaires tandis que les salaires réels sont non stationnaires.

À partir de la représentation espace-état et des relations des variables en niveau (1.24-1.27)), il est alors facile d'étudier les autocorrélations, les corrélations croisées et les fonctions de réponses ("impulse responses") des variables du modèle.

Étudions maintenant l'importance du taux d'intérêt réel comme mécanisme de transmission des chocs réels. L'optimum de Pareto correspondant à l'équilibre concurrentiel, le taux d'intérêt réel entre la période t et $t+1$ est:

$$r_t = \exp(\mu + \psi(1)\epsilon_t)U_c(t)/\beta E_t U_c(t+1) - 1 \quad (1.28)$$

$U_c(t)$ représente l'utilité marginale au temps t par rapport à la consommation et E_t est l'espérance conditionnelle pour l'ensemble d'information au temps t . À l'optimum cette valeur est égale à la productivité du capital

$$r_t = E_t\{(\alpha)A_{t+1}K_{t+1}^{\alpha-1}N_{t+1}^\alpha + (1 - \delta_k)\} - 1. \quad (1.29)$$

Lorsque la fonction objectif est sous forme logarithmique, et en utilisant l'approximation log-linéaire, on a la relation suivante:

$$r_t - r = E_t(\hat{c}_{t+1} - \hat{c}_t) \quad (1.30)$$

où r est le taux réel à l'état stationnaire. Le taux d'intérêt réel représente donc la volonté de substituer intertemporellement la consommation. Suite à un choc technologique positif, le bas niveau de capital entraîne une hausse de sa productivité marginale future (à moins que le choc soit purement temporaire), comme on peut le constater à l'aide de l'équation (1.29). La hausse du taux de rendement du capital, donc du taux d'intérêt réel, conduit les individus à substituer intertemporellement pour produire des ressources

additionnelles en investissement et, si le choc est suffisamment persistant, l'individu haussera sa consommation présente. Le taux réel devra donc augmenter pour préserver l'équilibre sur le marché du seul bien de l'économie.

2. Corrélations croisées entre la production et le taux d'intérêt réel

Les tableaux 1 à 8 reproduisent les corrélations observées entre le taux d'intérêt réel et la production pour différentes méthodes d'extraction des basses fréquences⁶. Nous avons utilisé plusieurs actifs financiers et plusieurs indices de prix, ainsi que les taux réels ex post et ex ante. Dans cet essai, nous considérons que le taux d'intérêt réel est stationnaire puisque le modèle théorique implique cette hypothèse. Plusieurs études ont examiné la stationnarité du taux d'intérêt réel. Rose (1988), par exemple, conclut que le taux réel est non stationnaire en effectuant des tests de racine unitaire sur le taux nominal et l'inflation. Garcia-Perron (1991), en incluant des changements de moyenne, obtiennent un taux réel stationnaire. Pour les séries utilisées dans cette partie, on ne peut rejeter la stationnarité du taux réel avec le test KPSS présenté au premier essai⁷. On pourrait également considérer un modèle gouverné par un processus technologique avec cassure dans la tendance. Pour une telle représentation, le taux réel, résultant des conditions de premier ordre, serait stationnaire avec des changements de moyenne correspondant ainsi à la caractérisation de Garcia-Perron. Les co-mouvements, engendrés par cette spécification, ne sont pas significativement différents des résultats présentés dans cette

⁶ L'appendice explique la méthode d'estimation des corrélations croisées et des écart-types correspondants.

⁷ Nous utilisons trois séries d'actifs financiers et trois séries d'indices de prix. On peut donc construire neuf séries du taux d'intérêt réel. À l'exception du taux réel construit avec les obligations des corporations AAA et l'indice des prix à la consommation, on ne peut rejeter la stationnarité pour ces séries.

partie.

La première partie de chaque tableau contient les résultats pour la production dont nous avons extrait une tendance linéaire. Dans la deuxième partie, la production est en différence et, à la dernière partie, nous avons appliqué le filtre Hodrick-Prescott aux séries de production et du taux d'intérêt réel⁸. Pour les trois premiers tableaux, nous avons utilisé le taux des bons du Trésor (3 mois) américains sur le marché secondaire avec différents indices de prix comme mesure de l'inflation. Le tableau 1 contient les corrélations croisées entre la production et le taux d'intérêt réel ex-post calculé à partir du déflateur de la mesure de production utilisé⁹. Au tableau 2, nous avons utilisé les prix à la consommation moins l'habitation et au tableau 3, les prix de gros ("whole sale price index"). Le tableau 4 reproduit les corrélations croisées pour le taux d'intérêt réel calculé à partir du taux du papier commercial et du déflateur de la production tandis que le tableau 5 contient les résultats des rendements des obligations des corporations AAA et du déflateur de la production. Les résultats sont rapportés pour deux échantillons, soit l'échantillon complet (pour le taux réel ex-post cet échantillon débute au deuxième trimestre de 1947 et se termine au quatrième trimestre de 1990, tandis que, pour le taux réel ex-ante, l'échantillon débute au deuxième trimestre de 1949 et se termine au quatrième trimestre de 1990) et un échantillon plus récent (1960:1-1990:4).

Peu importe la méthode utilisée pour extraire les basses fréquences, les séries utilisées

⁸ Nous avons également considéré une tendance avec changement de pente pour la production avec une cassure à la même date que Perron (1989). Les résultats sont sensiblement les mêmes.

⁹ Les séries proviennent de la Citibase pour un échantillon trimestriel de 1947:1-1991:1. La mesure de la production est le P.N.B. (GNP82) moins les dépenses gouvernementales (GGE82) per capita (P16). Les taux d'intérêt sont une moyenne sur trois mois des bons du Trésor (FYGM3), du papier commercial (FYCP) et le rendement sur les obligations des corporations AAA (FYAAC). Les indices de prix sont une moyenne sur trois mois du déflateur de notre mesure de production (GNP-GGE/GNP82-GGE82), des prix à la consommation moins l'habitation (PUXHS) et des prix de gros ("whole sale price index") (PW). Nous avons exclu le secteur gouvernemental afin que les séries reflètent le mieux possible le modèle théorique.

et l'échantillon considéré, les corrélations croisées contemporaines entre la production et le taux d'intérêt réel sont pour la plupart négatives à l'exception de la spécification provenant du filtre H.P., pour l'échantillon 60:1-90:4, où la valeur avoisine zéro. Pour la spécification de la production avec une tendance linéaire, on peut rejeter une corrélation contemporaine nulle avec un intervalle de confiance de 95%. Lorsque la production est caractérisée par une croissance stochastique ou qu'on applique le filtre HP, on ne peut rejeter, dans la plupart des cas, une corrélation nulle entre les deux variables. De plus, la hausse du taux d'intérêt réel semble précéder de trois trimestres la baisse de la production per capita, et c'est pour ces trimestres que les corrélations croisées atteignent leurs minimums (à l'exception du taux construit à l'aide des rendements des corporations).

Nous avons également calculé les corrélations croisées avec le taux d'intérêt réel ex ante. Les relations (1.28-1.30) du modèle de la partie précédente ne sont valides que pour la valeur ex ante du taux d'intérêt réel. L'inflation anticipée a été construite en régressant l'inflation, pour le déflateur de la production, sur ses propres retards et sur les retards de la production, du taux d'intérêt nominal et de la masse monétaire¹⁰. Nous avons inclus 8 retards de chaque variable ainsi qu'une constante et une tendance linéaire. Les tableaux 6-8 contiennent les corrélations croisées pour les taux réels ex ante des trois actifs financiers. Les résultats obtenus sont similaires aux résultats avec les taux ex post. Dans la plupart des cas, l'utilisation du taux ex ante a augmenté la négativité des corrélations croisées. On retrouve également, dans la majorité des cas, les corrélations croisées minimums pour k compris entre 0 et 2.

¹⁰ La série de la masse monétaire (M2) est celle utilisée par King, Plosser, Stock et Watson (1991) construite avec les observations rapportées dans *Banking and Monetary Statistics, 1941-1970* (Board of Governors of the Federal Reserve System, 1976) pour la période 1947:1-1958:4 et la série de la Citibase (FM2) pour la période 1959:1-1991:1.

Au tableau 9, nous avons reproduit les corrélations obtenues pour différentes versions du modèle de la section précédente¹¹. La première colonne contient les résultats pour le modèle de base explicité plus haut avec une croissance déterministe et un choc non corrélé à la technologie, donc purement temporaire. Cette caractérisation, comme le mentionne King et al.(1988a), correspond au modèle de Long-Plosser (1983) avec dépréciation du capital. Avec une telle caractérisation, les corrélations entre le taux d'intérêt réel et la production sont négatives correspondant ainsi aux résultats empiriques.

Examinons la dynamique de cette représentation. Un choc technologique temporaire entraîne une hausse de l'investissement au temps t pour profiter de ce choc positif. Cependant, la consommation ne réagit presque pas puisque le choc est perçu comme étant purement temporaire. La consommation anticipée pour les périodes futures ne varie pas. Une fois le choc disparu, il ne reste comme effet qu'un stock de capital plus élevé que le stock de l'équilibre stationnaire. Pour un choc temporaire, les rendements décroissants du capital amènent une baisse du taux d'intérêt réel entraînant une corrélation négative entre l'output et le taux d'intérêt réel. À l'équilibre, le taux réel étant égal au rapport de prix implicite de la consommation en t et $t+1$, un choc temporaire produit une consommation présente plus abondante que la consommation future, et donc, une baisse du prix relatif de la consommation présente. Pendant que les corrélations entre ces deux variables correspondent à peu près aux corrélations observées, une telle caractérisation du processus technologique ne permet pas de reproduire les autocorrélations observées des différentes variables du modèle. Le caractère purement temporaire du choc implique des autocorrélations au voisinage de zéro pour la production et l'investissement, ce qui

¹¹ Nous aurions pu calculer les écarts-types des corrélations croisées par simulation pour les différents modèles au lieu des écarts-types des moments observés. Toutefois, les écarts-types simulés étaient substantiellement plus petits que les écarts-types observés. L'utilisation des écarts-types observés favorise les différents modèles.

est loin des autocorrélations observées (voir le tableau 14). De plus, la consommation est beaucoup moins volatile et l'investissement beaucoup plus volatile qu'observés. Cette représentation réussit donc à reproduire les corrélations négatives entre le taux d'intérêt réel et la production, mais elle est peu satisfaisante pour expliquer le comportement des différentes variables du modèle.

La deuxième colonne du tableau 9 reproduit les corrélations pour un choc technologique persistant où le coefficient AR(1) est égale à .9. Comme le soulignent King et al., cette caractérisation permet d'obtenir des ratios de variances entre les variables du modèle correspondant à ceux observés, ainsi que, des autocorrélations satisfaisantes. Cependant, les corrélations entre le taux d'intérêt réel et la production sont clairement positives ne correspondant pas aux corrélations observées. Pour un choc très persistant, la hausse de la productivité marginale future du capital domine les rendements décroissants et la consommation anticipée augmente de telle sorte que le taux d'intérêt réel augmente suite à un choc technologique positif, produisant des corrélations positives entre cette variable et la production.

Les résultats de la troisième colonne correspondent au cas où le processus technologique est caractérisé par une marche aléatoire avec une dérive, celle-ci représentant le taux de croissance. On a donc la représentation (1.9) sans polynôme de retards. Ce modèle est celui étudié par King et al. (1988b). Les paramètres utilisés pour la calibration et les coefficients obtenus apparaissent à la partie A du tableau 10. À nouveau, les corrélations entre le taux d'intérêt réel et la production sont positives, tandis que les ratios de variance de la consommation et de l'investissement par rapport à la production correspondent exactement à ceux observés (voir le tableau 1 de King et al. (1988b)).

Toutefois, les autocorrélations des variables ne sont pas satisfaisantes. Comme l'indiquent les auteurs, on devrait considérer une dynamique plus riche du choc technologique permanent pour reproduire correctement les autocorrélations des variables de quantités du modèle. Pour une telle caractérisation, un choc technologique a un effet permanent sur l'état stationnaire. Ainsi, un choc positif augmente la productivité marginale du capital et la consommation anticipée, produisant des corrélations croisées positives entre le taux d'intérêt réel et la production. Sur le marché du bien, le choc positif entraîne une hausse de la consommation, par l'effet richesse, et une hausse de l'investissement, le taux d'intérêt réel doit donc augmenter à l'équilibre.

À la colonne 4, nous avons considéré une dynamique permettant de reproduire convenablement les autocorrélations de la différence du logarithme de la production. La représentation a été augmentée de coefficient autorégressif d'ordre 1 égal à .22. Les paramètres de calibration et les coefficients obtenus sont reproduits à la partie B du tableau 10. Un choc au temps t , normalisé à 1, aura un impact à long terme de $(1/1 - .22)$. On peut comparer les moments empiriques et les moments simulés aux tableaux 11 et 12. Comme on peut s'y attendre a priori, l'ajout de cette dynamique entraîne une hausse des corrélations croisées entre la production et le taux d'intérêt réel. Ainsi, la corrélation croisée contemporaine passe de .35 à .44. Il semble donc très difficile de reproduire en même temps les corrélations croisées entre le taux d'intérêt réel et la production et des propriétés satisfaisantes entre les variables du modèle par une seule source d'incertitude provenant du processus technologique.

L'utilisation du filtre Hodrick-Prescott est fort répandu pour extraire les basses fréquences. Nous avons donc calculé les corrélations empiriques entre le taux d'intérêt

réel et la production en appliquant ce filtre. Ces corrélations croisées sont reproduites à la partie C des tableaux 1 à 8¹². Les modèles dynamiques présentés plus haut sont explicites sur la façon de transformer les séries pour les rendre stationnaires. Afin de comparer les corrélations croisées empiriques résultant de l'application du filtre HP, nous suivrons la même démarche que King et Rebelo (1989) en filtrant également les séries du modèle théorique. La partie B du tableau 9 présente les corrélations entre le taux d'intérêt réel et la production, résultant de l'application du filtre HP, pour les différents modèles selon le type de croissance (ces résultats proviennent de King et Rebelo (1989)). Les corrélations contemporaines pour les deux types de croissance sont presque égales à 1 tandis que cette corrélation empirique est négative. La dynamique est également très différente.

La cinquième colonne de la partie A du tableau 9 contient les résultats pour le modèle étudié par Baxter et King (1990). Ce modèle considère une croissance endogène par l'intermédiaire d'externalité pour la production produisant des rendements croissants et un choc sur la demande. La fonction d'utilité a la forme suivante:

$$u(C_t, L_t) = \log(C_t - \Delta_t) + \theta \log(V(L_t)). \quad (2.1)$$

Le terme Δ_t permet de considérer des chocs sur les préférences. Les deux auteurs spécifient ce choc comme étant persistant (autocorrélation du choc égal à .9). Bien que ce modèle réussit à reproduire les faits stylisés des séries macroéconomiques américaines (seulement pour un choc fortement corrélé), les corrélations croisées entre le taux d'intérêt

¹² Pour les tableaux avec le taux réel ex ante, nous n'avons pas calculé les écarts-types. La corrélation contemporaine prédite par les modèles étant près de 1, on peut affirmer sans risque qu'elle ne correspond pas à la corrélation observée.

réel et la production sont fortement positives. Le choc sur la demande entraînent une augmentation de l'investissement et, par les rendements croissants, un taux de rendement du capital plus élevé à l'équilibre. La production et le taux d'intérêt réel varient donc dans le même sens.

Aiyagari, Christiano et Eichenbaum (1992) considèrent un modèle de cycle réel avec un secteur gouvernemental. Dans ce modèle, un choc temporaire ou permanent de la consommation du secteur gouvernemental provoque une hausse du taux d'intérêt réel. Un choc temporaire affecte peu la consommation privée étant donné le désir de l'agent représentatif de lisser sa consommation privée, la demande sur le marché du bien augmentera par la consommation publique. Pour préserver l'équilibre, le taux d'intérêt réel doit donc augmenter. En considérant l'effet revenu sur le loisir, un choc permanent à la consommation gouvernementale entraîne un stock de capital et un niveau d'emploi plus élevés à l'état stationnaire ce qui implique un taux d'intérêt réel plus élevé. Le taux d'intérêt réel est donc pro-cyclique lorsqu'on incorpore un secteur gouvernemental.

Les modèles de cycle réel permettant de reproduire de façon satisfaisante le comportement de la production, de la consommation et de l'investissement implique donc un taux d'intérêt réel pro-cyclique¹³. Tandis que les corrélations croisées contemporaines entre la production et le taux d'intérêt réel sont négatives ou près de zéro. Dans la partie suivante, nous allons considérer une classe plus riche de processus technologique pouvant

¹³ Le taux d'intérêt réel est peu sensible à la valeur des paramètres choisis pour la calibration du modèle, à l'exception du paramètre d'aversion au risque. Nous aurions pu procéder dans le même esprit que Mehra et Prescott (1985) en nous posant la question suivante: pour quel coefficient d'aversion au risque peut-on reproduire la corrélation contemporaine observée entre la production et le taux d'intérêt réel? Par exemple, pour une caractérisation de la technologie par une croissance stochastique, pour obtenir une corrélation contemporaine égale à .05, le coefficient d'aversion au risque doit être égal à 100, ce qui n'est pas plausible. De plus, le comportement des variables de quantités est sensible aux variations du coefficient d'aversion. Ainsi, pour conserver des volatilités relatives de la production, de la consommation et de l'investissement qui se rapprochent des volatilités observées, le coefficient d'aversion au risque doit avoisiner la valeur de 1.

potentiellement reproduire les co-mouvements observés.

3. Extension du processus technologique

Dans cette partie, nous allons examiner si nous pouvons reproduire les corrélations observées entre le taux d'intérêt réel et la production avec comme seule source d'incertitude le processus technologique. Nous avons vu dans la première partie que pour obtenir une corrélation contemporaine négative entre ces deux variables, le choc technologique devait être purement temporaire. Cependant, avec cette seule source d'incertitude, on ne peut reproduire de façon satisfaisante les autocorrélations observées des différentes séries. En utilisant un processus technologique composé d'un choc permanent et d'un choc temporaire ou d'un choc fortement corrélé et d'un choc purement temporaire, nous essaierons de reproduire les corrélations observées entre le taux d'intérêt réel et la production, tout en obtenant des autocorrélations satisfaisantes pour les différentes séries. Intuitivement, le choc temporaire permettra une consommation présente plus abondante et donc un taux d'intérêt réel plus bas, puisque celui-ci représente le rapport des prix de la consommation dans le temps.

Dans un premier temps, nous examinerons la décomposition où le choc temporaire est non-corrélé avec le choc permanent. Les valeurs utilisées pour la simulation du modèle sont les mêmes que dans King et al. (1988a) telles que reproduites à la partie A du tableau 10. La fonction d'utilité a une forme logarithmique, donc $\sigma = 1$. Étant donné que la composante stationnaire du processus technologique est purement temporaire et que la composante permanente n'intervient pas dans le calcul des coefficients de (1.22) et (1.23), ceux-ci sont les mêmes que les coefficients du tableau 3 (p. 217) de King et al.

(1988a) et apparaissent également à la partie A du tableau 10.

Pour bien comprendre de quelle façon on peut éventuellement obtenir des corrélations négatives entre le taux d'intérêt réel et la production, examinons la formule de la corrélation contemporaine de la variation du logarithme de la production et du taux d'intérêt réel:

$$\begin{aligned}
 \text{Corr}(\Delta \log(y_t), r_t) = & \sigma_{\varepsilon^2}^2 [(\pi_{ra}\pi_{ya})/(1 + \rho) + (\rho\pi_{ka}\pi_{ra}\pi_{yk})/(1 + \rho)(1 - \rho\mu_1) \\
 & - \pi_{ya}\pi_{rk}((1 + \mu_1)\pi_{ya} - \pi_{ka}\pi_{yk})] \\
 & + \sigma_{\varepsilon^2}^2 [-(\pi_{rk}(1 + \mu_1 - \pi_{yk}))/(1 + \mu_1)]
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Le deuxième terme est positif pour les valeurs de la matrice Π et ce terme est prémultiplié par la variance du choc de la composante permanente. Le premier terme doit donc être négatif et dominer le deuxième pour que la corrélation soit négative. En examinant le terme entre parenthèses de la première expression et en utilisant les valeurs des paramètres du tableau 3 (p.217) de King et al., on obtient une valeur négative pour cette expression si $\pi_{ra} < 0$, comme c'est le cas pour un choc purement temporaire ($\rho = 0$).¹⁴ Dès qu'on augmente la persistance du choc temporaire, le coefficient π_{ra} devient positif et la corrélation contemporaine entre le taux d'intérêt réel et la variation du log de la production est positive sans ambiguïté¹⁵. Il est donc nécessaire pour obtenir une corrélation négative d'introduire un choc purement temporaire pour la composante stationnaire du processus technologique.

¹⁴ Ceci est également vrai pour des valeurs de paramètres provenant de spécification différente du processus stationnaire de la technologie. Peu importe la spécification retenue, la négativité du coefficient π_{ra} est une condition nécessaire, et non suffisante, à la négativité du premier terme de (3.1).

¹⁵ Dès que l'autocorrélation du processus technologique est égale à .05, le coefficient π_{ra} est positif.

Pour un choc temporaire ayant une variance égale au choc permanent, la corrélation est encore nettement positive (.33). Le deuxième terme de (2.1) domine donc le premier terme. On obtient une corrélation négative avec un écart-type du choc temporaire 45 fois plus élevé que celui du choc permanent. Le tableau 13 reproduit ces résultats ainsi que les corrélations-croisées et les autocorrélations des différentes séries. On peut comparer ces résultats avec les moments observés pour les séries américaines du tableau 11. Ces résultats sont similaires à une caractérisation de la technologie où il y a une croissance déterministe et un choc purement temporaire (King et al (1988a) p. 224 tableau 5A). On peut comprendre aisément ce résultat. La caractérisation du processus technologique retenue est la suivante:

$$\Delta \log X_t = \Delta \log X_t^p + \Delta \log X_t^s \quad (3.2)$$

où $\Delta \log X_t^p = \mu + \epsilon_t^p$, $\log X_t^s = \epsilon_t^s$ et $E(\epsilon_t^p, \epsilon_{t-k}^s) = 0, \forall k$. La forme réduite de cette représentation est égale à:

$$\Delta \log(X_t) = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1}. \quad (3.3)$$

Ce processus est une moyenne mobile d'ordre 1 puisque la forme structurelle est une moyenne mobile d'ordre 1 et qu'il n'y a pas de racine en commun (voir Granger-Newbold ((1977) p.29). En égalisant les moments de (3.2) et (3.3), on peut facilement démontrer que:

$$\frac{\theta_1}{(1 + \theta_1^2)} = \frac{1}{(2 + \frac{\sigma_p^2}{\sigma_s^2})}. \quad (3.4)$$

Étudions le comportement de cette égalité lorsque σ_s^2 tend vers une très grande valeur proportionnellement à σ_p^2 . Si σ_s^2 tend vers l'infini lorsque σ_p^2 reste constant, le terme de droite de l'égalité (3.4) tend vers 1/2. Pour respecter cette égalité θ_1 doit tendre vers 1. Si on réécrit l'équation (3.3) en composantes permanente et transitoire, nous obtenons:

$$\Delta \log X_t = \mu + (1 - \theta_1)a_t - \theta_1 \Delta a_t. \quad (3.5)$$

Puisque θ_1 tend vers 1, la partie stochastique de la composante permanente disparaît. Le processus technologique est donc caractérisé par une tendance déterministe et un choc purement temporaire. Comme on peut le constater en comparant les tableaux 11 et 13, les implications d'une telle représentation du processus technologique ne sont pas satisfaisantes.

On peut étudier de façon réciproque le modèle avec une tendance déterministe. Comme nous l'avons exposé précédemment, pour obtenir des autocorrélations satisfaisantes des variables du modèle, le choc du processus technologique devait être fortement corrélé (coefficient égal à .9). On ajoute à ce choc, un choc purement temporaire pour tenter de retrouver les corrélations croisées négatives entre le taux d'intérêt réel et la production. Cette caractérisation du processus technologique correspond à celle de Kydland et Prescott (1982), sans le problème d'extraction de signal. De façon similaire au cas précédent, on ne peut obtenir des corrélations croisées négatives que si la variance du choc temporaire est très importante relativement au choc fortement corrélé.

Par exemple, lorsque la variance du choc temporaire est 20 fois plus grande que le choc permanent, la corrélation croisée contemporaine est égale à -.01. Pour un rapport de variance de 200 sur 1, cette corrélation croisée est égale à -.37, correspondant aux valeurs observées. Les moments obtenus sont les mêmes que ceux du tableau 15. Ces moments correspondent, à nouveau, exactement au modèle de Long-Plosser avec dépréciation du capital.

On a la représentation suivante de la composante transitoire:

$$\Delta \log X_t^s = \frac{\epsilon_{1t}^s}{(1 - \rho L)} + \epsilon_{2t}^s \quad (3.6)$$

où ϵ_{1t}^s est le choc fortement corrélé et ϵ_{2t}^s le choc purement temporaire, tandis que la composante permanente est égale à l'expression (1.8). La forme réduite de ce processus est:

$$(1 - \rho L) \log X_t^s = (1 - \theta_1 L) a_t. \quad (3.7)$$

On peut également démontrer que:

$$\frac{\theta_1}{(1 + \theta_1^2)} = \frac{\rho}{((1 + \rho^2) + \frac{\sigma_{\epsilon_1^s}^2}{\sigma_{\epsilon_2^s}^2})}. \quad (3.8)$$

Lorsque la variance du choc temporaire est très grande par rapport au choc fortement corrélé, le paramètre θ_1 tend vers la valeur de ρ . La forme réduite correspond alors à la caractérisation du modèle de Long et Plosser avec dépréciation du capital dont

les corrélations croisées sont à la première colonne du tableau 9. Comme nous l'avons souligné précédemment, ce modèle n'est pas satisfaisant pour expliquer le comportement des différentes variables de quantité du modèle.

Il semble donc impossible de reproduire à la fois les corrélations croisées négatives entre le taux d'intérêt réel et la production et les caractéristiques empiriques des variables à partir du modèle de base de croissance ayant comme seule source d'incertitude le processus technologique.

Il est important de noter que l'impossibilité de reproduire les corrélations observées entre le taux d'intérêt réel et la production ne provient nullement de la caractérisation de la tendance du processus technologique. Si on veut correctement reproduire les autocorrélations des variables du modèle, ce processus doit être caractérisée par une tendance déterministe et un choc stationnaire fortement corrélé ou par une tendance stochastique avec une certaine dynamique. L'ordre de grandeur de la composante permanente, comme plusieurs auteurs ont essayé de le mesurer particulièrement pour le P.N.B. (Cochrane(1988), Watson(1986), Campbell-Mankiw (1987)), ne permet pas de retrouver les corrélations observées entre les deux variables qui nous intéressent. Ainsi une décomposition du type utilisée par Quah (1991) ne serait d'aucune utilité pour reproduire les corrélations observées. La stratégie de Quah consiste, pour un certain processus intégré d'ordre 1, à augmenter la proportion de la variance de la composante transitoire comparativement à la composante permanente. Il peut, de cette façon, reproduire des résultats obtenus par une caractérisation déterministe de la tendance du processus tout en préservant la tendance stochastique de ce processus. Cette décomposition lui permet de résoudre le paradoxe de Deaton sur la théorie du revenu permanent. Dans notre cas,

pour recréer les corrélations observées, la représentation avec une tendance déterministe doit incorporer une composante stationnaire fortement corrélée, ainsi la stratégie de Quah n'est d'aucun recours.

4. Moments induits par la tendance stochastique

Dans la partie précédente, nous avons été incapables de reproduire les corrélations négatives observées entre le taux d'intérêt réel et la production à l'aide du modèle de base. Le mécanisme de propagation du choc technologique produisant une corrélation positive entre ces deux variables peut être valide, pendant que les corrélations croisées négatives observées pourraient éventuellement provenir de chocs ayant des effets à court terme autre que les chocs technologiques. Par exemple, des erreurs de mesure dans les variables, comme le suggère Prescott (1986), ou des chocs à la politique monétaire. La corrélation contemporaine négative ne refléterait que la dominance de ces chocs à court terme sur le choc technologique permanent.

Afin de discriminer entre l'effet du processus technologique et les effets d'autres sources, nous utiliserons la méthodologie de King, Plosser, Stock et Watson (KPSW) (1991)¹⁶. Cette méthodologie nous permettra d'isoler la composante permanente associée au processus technologique et d'examiner les corrélations croisées produites, par cette composante, pour le taux d'intérêt réel et la production.

Dans leurs article, King et al. (1991) cherchent à mesurer l'importance du processus technologique pour expliquer les fluctuations économiques. Pour ce faire, ces auteurs

¹⁶ La méthodologie de King, Plosser, Stock et Watson est essentiellement une extension de Blanchard et Quah (1989).

identifient les chocs technologiques permanents comme étant les chocs de la tendance stochastique en commun de la production, la consommation et l'investissement de la représentation (1.24-1.27).

Nous allons décrire sommairement cette méthodologie. Soit un vecteur de variables X_t de dimension $(n \times 1)$ intégré d'ordre (1). La forme réduite de ce vecteur de variables possède une représentation de Wold

$$\Delta X_t = \mu + C(L)\epsilon_t \quad (4.1)$$

où ϵ_t est i.i.d. $(0, \Sigma_\epsilon)$ par rapport à l'ensemble d'information contenant les valeurs retardées de X_t . La forme structurelle du modèle est:

$$\Delta X_t = \mu + \Gamma(L)\eta_t \quad (4.2)$$

où le vecteur η_t est i.i.d. $(0, \Sigma_\eta)$. À partir de la forme réduite, on a que $\epsilon_t = \Gamma_0 \eta_t$ et que $C(L) = \Gamma(L)\Gamma_0^{-1}$.

Le problème d'identification consiste à retrouver les erreurs structurelles η_t et la matrice des polynômes de retards $\Gamma(L)$ à partir de la forme réduite (4.1). La procédure d'identification de KPSW consiste en deux ensembles de restrictions. La cointégration entre les variables impose des restrictions sur les multiplicateurs de long terme $\Gamma(1)$. Ceux-ci permettent d'identifier la composante permanente dû au choc technologique. En imposant la restriction que la composante n'est pas corrélée avec les composantes transitoires, on peut ainsi isoler la réponse dynamique des variables au choc technologique

permanent.

Puisque nous voulons étudier le comportement du taux d'intérêt réel et de la production, on doit augmenter le système composé de variables réels (y_t, c_t, i_t) par des variables nominales. Comme le firent KPSW, nous augmenterons le système de la relation de Fisher pour le taux d'intérêt réel et de l'équation de demande de monnaie,

$$R_t = r_t + E_t \Delta p_{t+1} \quad (4.3)$$

et

$$m_t - p_t = \beta_y y_t - \beta_R R_t + \nu_t \quad (4.4)$$

où m_t représente la masse monétaire, R_t le taux d'intérêt nominal, p_t les prix et r_t est le taux d'intérêt réel. La représentation à 5 variables comprendra les variables réelles (y_t, c_t, i_t) et les variables nominales $(R_t, \Delta p_t)$. La représentation à 6 variables aura comme variable supplémentaire $m_t - p_t$.

Cette représentation peut maintenant inclure plusieurs tendances stochastiques en commun ("common trends" dans la terminologie de Stock-Watson (1988)). Aux deux restrictions énoncées précédemment, KPSW imposent que les composantes permanentes ne soient pas corrélées entre elles, et que la matrice des multiplicateurs de long terme, correspondant aux composantes permanentes, soit triangulaire par le bas. Cette dernière restriction correspond à la décomposition de Choleski introduite par Sims(1980) pour les systèmes V.A.R..

La matrice des multiplicateurs de long terme est donc divisée de la façon suivante:

$$\Gamma(1) = [A \quad 0] \quad (4.5)$$

où A est triangulaire par le bas et de dimension $n \times k$, k étant le nombre de tendances en commun et 0 est de dimension $n \times (n - k)$ correspondant aux chocs n'ayant pas d'effet à long terme. L'absence de corrélation entre la composante technologique permanente et les autres composantes permanentes permettra d'étudier l'effet de cette composante sur les deux variables qui nous intéressent. Ainsi, les fonctions de réponse obtenues pour le taux d'intérêt réel et la production, suite à un choc sur la composante technologique permanente, correspondent aux coefficients moyennes mobiles des variables pour ce choc. On peut calculer la représentation moyenne mobile du taux d'intérêt réel *ex ante* avec les représentations moyennes mobiles du taux d'intérêt nominal et de l'inflation. Soit, les processus moyennes mobiles de (4.2) correspondant au taux d'intérêt nominal et à l'inflation:

$$R_t = \mu_R + \sum_{i=0}^{\infty} \Gamma_{R,i} \eta_{t-i} \quad (4.6)$$

et

$$\Delta p_t = \mu_{\Delta p} + \sum_{i=0}^{\infty} \Gamma_{\Delta p,i} \eta_{t-i}. \quad (4.7)$$

Alors, la représentation moyenne mobile du taux d'intérêt réel *ex ante* sera:

$$R_t - E_t \Delta p_{t+1} = \mu_R - \mu_{\Delta p} + \sum_{i=0}^{\infty} (\Gamma_{R,i} - \Gamma_{\Delta p,i+1}) \eta_{t-i}. \quad (4.8)$$

À l'aide de ces coefficients moyennes mobiles, on peut facilement calculer les corrélations croisées produites pour ces deux variables par le choc technologique permanent¹⁷.

Considérons premièrement un système à 5 variables comprenant les variables réelles et les variables nominales $(R_t, \Delta p_{t+1})$. D'après le modèle étudié précédemment, il existe une tendance en commun entre les variables réelles associées à la productivité. Alors, y_t et c_t ainsi que y_t et i_t seront cointégrées avec des coefficients de cointégration égaux à $(1,-1)$. Si on considère que le taux d'intérêt nominal et l'inflation sont des processus intégrés d'ordre (1), ce que l'on ne peut rejeter par les tests de racine unitaire, alors le taux d'intérêt réel peut être stationnaire, si ces deux variables sont cointégrées, ou non-stationnaires, si ces deux variables ne sont pas cointégrées ou si l'inflation est un processus stationnaire. Cependant la non-stationarité du taux d'intérêt réel n'est pas compatible avec le modèle présenté à la première partie. Par exemple, par l'équation (1.30), si le taux d'intérêt réel est non stationnaire alors la consommation est un processus intégré d'ordre 2, ce qu'on peut rejeter sans ambiguïté par les tests de racine unitaire. Également, on ne peut rejeter empiriquement la non-stationnarité du taux d'intérêt réel¹⁸. Nous allons donc étudier un système comprenant deux et trois tendances en commun. La partie du haut du tableau 16 contient les valeurs du test de cointégration de Johansen pour cette représentation à cinq variables. Nous avons considéré un système avec et sans tendance linéaire. La représentation avec une tendance linéaire contiendrait trois tendances stochastiques en commun, donc deux vecteurs de cointégration, tandis que la représentation avec une constante ne contiendrait que deux tendances en commun, donc trois vecteurs de cointégration. Nous avons effectué l'estimation avec deux et trois

¹⁷ Les écart-types ont été approximé par 1000 simulations (voir Doan et Litterman (1986)).

¹⁸ Pour le test de Dickey-Fuller augmenté incluant une constante et 6 retards, la valeur du test est de -2.26.

vecteurs de cointégration. Le modèle à trois vecteurs de cointégration inclut les relations $(c - y)$, $(i - y)$ et $(R - \Delta p)$. La matrice de relation à long terme est:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \pi_{12} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

La première tendance, correspondant au processus technologique, a un impact à long terme sur les trois variables réelles. La deuxième tendance, correspondant à un choc sur l'inflation, a un impact à long terme sur le taux d'intérêt nominal et, bien entendu, sur le niveau d'inflation. Ce choc n'a pas d'impact à long terme sur les variables réelles.

Le modèle contenant deux vecteurs de cointégration comprend les relations $(c - y) = \phi_1(R - \Delta p)$ et $(i - y) = \phi_2(R - \Delta p)$. Pour cette représentation, le taux d'intérêt réel n'est pas stationnaire. La matrice de relation à long terme est:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \phi_1 \\ 1 & 0 & \phi_2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & 1 & 0 \\ \pi_{31} & \pi_{32} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

La troisième tendance est un choc sur le taux d'intérêt réel. Ce choc augmentera à long terme de ϕ_1 la relation $c - y$ et de ϕ_2 la relation $i - y$. Les valeurs des paramètres des vecteurs de cointégration utilisées pour l'estimation ont été obtenues par la méthode de Stock-Watson (1993) et la méthode de Phillips et Loretan (1991). Les résultats étaient

sensiblement les mêmes pour ces deux méthodes¹⁹.

Les graphiques de la figure 1 représente les coefficients moyennes mobiles du taux d'intérêt réel suite au choc technologique. Contrairement au modèle théorique, le choc a un impact instantané négatif pour ensuite tendre vers 0 dans le cas où le taux réel est considéré comme étant stationnaire, et vers - 1 dans la représentation incluant trois tendances stochastiques. On retrouve au tableau 17 à la colonne de gauche, les corrélations croisées produites par le choc technologique permanent pour la représentation incluant deux tendances. La corrélation croisée contemporaine est fortement négative, ce qui est loin de la valeur engendrée par le modèle théorique. Pour la représentation incluant trois tendances, on ne peut calculer les corrélations croisées entre le taux d'intérêt réel et les variations de la production puisque le taux réel est non stationnaire. Les valeurs des corrélations croisées dépendent du nombre d'observations étant donné que le deuxième moment du taux réel n'est pas fini.

Les tests de cointégration de Johansen pour la représentation à six variables favorisent la présence de quatre tendances en commun. Ce résultat n'est pas compatible avec un taux d'intérêt réel stationnaire. Étant donné la faible puissance de ces tests, nous avons quand même estimé une représentation contenant trois tendances en commun et une représentation de quatre tendances en commun. Pour une représentation avec trois tendances en commun, on peut considérer que le taux réel est stationnaire ou que l'équation de demande de la monnaie est stationnaire. Pour notre échantillon, il n'est

¹⁹ La méthode de Stock-Watson consiste à corriger de façon paramétrique l'endogénéité des régresseurs dans l'équation de cointégration et de façon non paramétrique l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité des erreurs. La méthode de Phillips-Loretan corrige ces problèmes de manière paramétrique en incluant des variables retardées et avancées de la différence des variables à droite de l'équation et des retards de la relation de cointégration.

pas très clair laquelle de ces deux relations apparaît comme étant stationnaire²⁰. Nous avons considéré que le taux d'intérêt réel est stationnaire. On peut cependant affirmer que les tests de cointégration ne sont pas favorables aux modèles standard de cycle réel.

Le modèle à trois tendances étudié contient les relations de cointégration suivantes: $c - y$, $i - y$ et $R - \Delta p$. La matrice des multiplicateurs de long terme est:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta_y & -\beta_R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & 1 & 0 \\ \pi_{31} & \pi_{32} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Une unité du choc technologique permanent accroît à long terme les variables réelles d'une unité et augmente également $m - p$ de β_y . Le deuxième choc permanent, correspondant à un choc sur l'inflation, augmente d'une valeur égale à long terme le taux d'intérêt nominal et l'inflation et diminue à long terme l'espérance de $m - p$ par β_R . Le choc sur la vitesse de la monnaie constitue le troisième choc. Les valeurs de ces paramètres ont été obtenues de la même façon que précédemment.

Pour le modèle incluant quatre tendances en commun, les relations de cointégration sont: $(c - y) = \phi_1(R - \Delta p)$ et $(i - y) = \phi_2(R - \Delta p)$. Les multiplicateurs de long terme sont:

²⁰ Le test de Johansen pour la demande de monnaie a pour valeur 25.73 (.21) et le test de Dickey-Fuller pour le taux réel est de -2.26, comme nous l'avons mentionné plus haut. Dans les deux cas, on ne peut rejeter l'hypothèse nulle de non-stationnarité.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \phi_1 \\ 1 & 0 & 0 & \phi_2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \beta_y & -\beta_R & 1 & -\beta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & 1 & 0 & 0 \\ \pi_{31} & \pi_{32} & 1 & 0 \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Une unité du quatrième choc permanent, correspondant à un choc sur le taux d'intérêt réel, augmentera l'espérance à long terme de $c - y$ et $i - y$ d'une valeur égale. Également, ce choc modifiera l'espérance à long terme du taux d'intérêt nominal de la même valeur et de $m - p$ par une diminution de β_R .

Les fonctions de réponse ("impulse responses") du taux d'intérêt réel suite à un choc technologique permanent, normalisé à 1, sont reproduites aux graphiques de la figure 2. L'impact de ce choc est négatif dans les premières périodes pour tendre vers 0, lorsque le taux réel est stationnaire, et vers -1 lorsque le taux réel n'est pas stationnaire. Ces résultats ne sont pas compatibles avec le modèle théorique puisque le choc technologique permanent doit avoir un impact positif pour tendre vers 0 à l'infini. Les corrélations croisées produites par la représentation où le taux réel est stationnaire sont reproduites à la colonne de gauche du tableau 17. Ces corrélations ne sont pas réconciliables avec celles du tableau 9 pour les modèles dont la croissance est stochastique.

L'identification du choc technologique par les restrictions à long terme qu'imposent un modèle avec croissance stochastique génère donc une corrélation contemporaine entre la production et le taux réel fortement négative. Si on prend un intervalle de confiance à 95% pour la valeur de la corrélation contemporaine, celle-ci sera, au plus, de .09 pour la représentation à 5 variables et à 6 variables. Le coefficient d'aversion au risque nécessaire

pour reproduire une telle valeur est d'un ordre de grandeur irréaliste. Mais on ne peut cependant pas rejeter, pour un intervalle de confiance de 95%, que cette corrélation est égale à zéro.

Conclusion

Il est donc impossible de reproduire à la fois les corrélations croisées négatives entre le taux d'intérêt réel et la production et les caractéristiques empiriques des variables à partir du modèle de base de croissance ayant comme seule source d'incertitude le processus technologique tout en reproduisant les "faits stylisés" de la production, de la consommation et de l'investissement. Ceci nous apparaît comme une importante lacune des modèles de cycle réel gouvernés par le processus technologique, puisque le taux d'intérêt réel est un mécanisme essentiel de la propagation des chocs sur ce processus.

On devra donc modifier ce modèle. Deux voies apparaissent possibles. En ne conservant qu'une seule source d'incertitude, le processus technologique, on peut considérer l'introduction de coûts d'ajustement pour l'investissement et la consommation afin de diminuer la sensibilité de la demande sur le marché des biens. Cette voie sera poursuivie dans le troisième essai de cette thèse. On peut également considérer d'autres sources d'incertitude. Par exemple en incorporant la monnaie par l'intermédiaire d'une contrainte de type "cash-in-advance".

APPENDICE

Nous avons utilisé la méthode des moments généralisées (GMM) pour estimer les corrélations croisées entre la production et le taux d'intérêt réel. Pour la représentation de la production avec une tendance linéaire et le taux d'intérêt ex post, on estime conjointement les espérances non conditionnelles suivantes²¹:

$$E[\log(Y_t) - \mu_y - \gamma t] = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$E[\log(Y_t) - \mu_y - \gamma t]t/T = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$E[(i_t - \Pi_{t+1}) - \mu_r] = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$E[\sigma_y^2 - (\log(Y_t) - \mu_y - \gamma t)^2] = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$E[\sigma_r^2 - ((i_t - \Pi_{t+1}) - \mu_r)^2] = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$E[\sigma_y \sigma_r \rho_k - (\log(Y_t) - \mu_y - \gamma t)((i_{t-k} - \Pi_{t+1-k}) - \mu_r)] = 0 \quad (\text{A.6})$$

pour $k = -12, -8, -4, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 8, 12$. La variable i_t est le taux d'intérêt nominal au temps t et Π_{t+1} est le taux d'inflation réalisée en $t+1$. μ_y et γ sont la moyenne et le taux de croissance de la série de production, μ_r est la moyenne du taux réel. Les paramètres σ_y et σ_r sont les écarts-types de la production et du taux réel et ρ_k est le coefficient de corrélation croisée de délai k .

On définit le vecteur Θ contenant les paramètres à estimer. Ainsi,

$$\Theta = (\mu_y, \mu_r, \gamma, \sigma_y, \sigma_r, \rho_k) \quad (\text{A.7})$$

et Θ^0 est le vecteur des vraies valeurs de ces paramètres.

Lorsqu'on considère que la production est caractérisée par une tendance stochastique, on estime conjointement les espérances non conditionnelles suivantes:

$$E[\Delta \log(Y_t) - \mu_y] = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$E[(i_t - \Pi_{t+1}) - \mu_r] = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$E[\sigma_y^2 - (\Delta \log(Y_t) - \mu_y)^2] = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$E[\sigma_r^2 - ((i_t - \Pi_{t+1}) - \mu_r)^2] = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$E[\sigma_y \sigma_r \rho_k - (\Delta \log(Y_t) - \mu_y)((i_{t-k} - \Pi_{t+1-k}) - \mu_r)] = 0 \quad (\text{A.12})$$

pour $k = -12, -8, -4, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 8, 12$. Le vecteur Θ est maintenant égal à

²¹ Le terme t/T assure la stationnarité de la deuxième équation (voir Eichenbaum et Hansen (1990)).

$$\Theta = (\mu_y, \mu_r, \sigma_y, \sigma_r, \rho_k). \quad (\text{A.13})$$

On écrit les espérances non conditionnelles (A.1)-(A.6) et (A.8)-(A.12) sous la forme générale suivante:

$$E[F_t(\Theta)] = 0, \quad \forall t > 0 \quad (\text{A.14})$$

et, on définit h_t de même dimension que Θ , où,

$$h_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T F_t(\Theta). \quad (\text{A.15})$$

h_t est stationnaire et c'est un processus stochastique ergodique. Puisque h_t est de même dimension que Θ , par Hansen (1982), l'estimateur $\hat{\Theta}_T$ obtenu par les conditions $h_T(\hat{\Theta}_T) = 0$ est un estimateur convergent de Θ^0 . Un estimateur convergent de la matrice de variance-covariance de Θ_T est donné par

$$\text{Var}(\Theta_T) = [D_T'(S_T)^{-1}D_T]^{-1}/T \quad (\text{A.16})$$

où $D_T = \frac{\delta h_t(\Theta)}{\delta \Theta}$ et S_T est un estimé convergent de la densité spectrale de $F_t(\Theta^0)$ à la fréquence zéro. On utilise l'estimateur \hat{S}_t proposé par Newey et West (1987) défini comme étant:

$$\hat{S}_t = \hat{\Omega}_0 + \sum_{j=1}^m w(j, m)[\hat{\Omega}_j + \hat{\Omega}_j'] \quad (\text{A.17})$$

où $\hat{\Omega}_j = \sum_{t=j+1}^T \hat{h}_t \hat{h}_{t-j}' / T$ et la fenêtre $w(j, m) = [1 - j/(m+1)]$ assure la non-négativité de l'estimateur \hat{S}_t . Nous avons utilisé $m=12$ pour les différentes estimations.

Pour le taux d'intérêt réel ex ante, nous avons utilisé une procédure en deux étapes. On estime dans un premier temps par moindres carrés ordinaires l'inflation anticipée à l'aide de l'espérance non conditionnelle suivante:

$$EX_{t-1}[\Pi_t - X_{t-1}'\Theta_1] = 0. \quad (\text{A.18})$$

X_{t-1} contient les retards de 1 à 8 de l'inflation, de la production (en niveau ou en différence selon le cas), le taux d'intérêt nominal, la croissance de la monnaie, une

constante et une tendance linéaire (pour le cas où la croissance de la production est caractérisée par une tendance linéaire).

À la deuxième étape, on estime les mêmes moments que (A.1)-(A.6) ou (A.8)-(A.12) en remplaçant l'inflation réalisée par l'inflation anticipée obtenue grâce à la première étape. On définit Θ_2 comme le vecteur contenant les paramètres à estimer à la deuxième étape. On divise $F_t(\Theta)$ selon les deux étapes, ainsi $F_{1t}(\Theta_1)$ représente l'espérance non conditionnelles (A.18) et $F_{2t}(\Theta_1, \Theta_2)$ les espérances non conditionnelle de la deuxième étapes. On obtient l'estimateur $\hat{\Theta} = (\hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2)$ par les conditions $h_T(\Theta_T) = 0$. On corrige la matrice de variance-covariance de la deuxième étape pour tenir compte de la première étape de la façon exposée par Newey (1984).

Tableau 1

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex post (E.U.)
 (bons du Trésor (3 mois) et déflateur de la production)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1947:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-.14	(.11)	-.18	(.16)
-8	-.18	(.11)	-.31	(.14)
-4	-.12	(.15)	-.29	(.11)
-2	-.16	(.11)	-.31	(.09)
-1	-.19	(.08)	-.31	(.09)
0	-.25	(.08)	-.34	(.09)
1	-.30	(.08)	-.37	(.10)
2	-.33	(.09)	-.41	(.11)
4	-.27	(.10)	-.42	(.12)
8	-.01	(.13)	-.28	(.11)
12	-.09	(.09)	-.19	(.11)

B) Différence du log de la production

-12	.01	(.09)	-.05	(.13)
-8	-.10	(.09)	-.10	(.14)
-4	.11	(.09)	.03	(.10)
-2	-.08	(.08)	-.02	(.11)
-1	-.16	(.14)	-.02	(.13)
0	-.18	(.09)	-.08	(.10)
1	-.16	(.09)	-.09	(.15)
2	-.13	(.08)	-.13	(.13)
4	.12	(.07)	-.02	(.08)
8	.06	(.07)	.12	(.10)
12	-.03	(.11)	.04	(.08)

suite du tableau 1

C) Filtre H-P

-12	.11	(.07)	.18	(.08)
-8	-.06	(.08)	-.06	(.12)
-4	.20	(.12)	.03	(.08)
-2	.12	(.07)	.05	(.08)
-1	-.01	(.06)	.06	(.05)
0	-.16	(.09)	.01	(.07)
1	-.29	(.10)	-.07	(.09)
2	-.39	(.10)	-.18	(.12)
4	-.29	(.08)	-.26	(.14)
8	.21	(.13)	-.05	(.08)
12	.05	(.08)	.05	(.11)

Tableau 2

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex post (E.U.)
 (bons du Trésor (3 mois) et indice des prix à la consommation)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1947:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-0.12	(.12)	-0.20	(.18)
-8	-0.19	(.12)	-0.28	(.13)
-4	-0.19	(.18)	-0.39	(.10)
-2	-0.26	(.13)	-0.41	(.10)
-1	-0.28	(.10)	-0.40	(.10)
0	-0.32	(.10)	-0.42	(.10)
1	-0.33	(.10)	-0.44	(.10)
2	-0.33	(.10)	-0.44	(.10)
4	-0.22	(.11)	-0.37	(.13)
8	.07	(.14)	-0.14	(.13)
12	.00	(.11)	.09	(.15)

B) Différence du log de la production

-12	-0.02	(.07)	-0.01	(.11)
-8	-0.03	(.09)	-0.03	(.13)
-4	-0.01	(.09)	-0.07	(.11)
-2	-0.10	(.12)	.04	(.09)
-1	-0.16	(.15)	.02	(.11)
0	-0.12	(.12)	-0.06	(.11)
1	-0.04	(.09)	-0.08	(.14)
2	-0.01	(.08)	.01	(.15)
4	.20	(.07)	.14	(.10)
8	.10	(.08)	.23	(.11)
12	-0.03	(.13)	.06	(.11)

suite du tableau 2

C) Filtre H-P

-12	.07	(.11)	.16	(.17)
-8	.08	(.06)	.11	(.10)
-4	.11	(.16)	-.09	(.11)
-2	-.09	(.09)	-.15	(.14)
-1	-.22	(.07)	-.13	(.13)
0	-.32	(.10)	-.19	(.12)
1	-.36	(.11)	-.27	(.09)
2	-.39	(.11)	-.31	(.08)
4	-.21	(.10)	-.22	(.18)
8	.31	(.13)	.12	(.11)
12	.18	(.10)	.29	(.10)

Tableau 3

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex post (E.U.)
 (bons du Trésor (3 mois) et indice de prix de gros)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1947:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-.18	(.11)	-.16	(.14)
-8	-.18	(.10)	-.21	(.11)
-4	-.15	(.18)	-.33	(.10)
-2	-.23	(.16)	-.39	(.10)
-1	-.28	(.12)	-.41	(.10)
0	-.34	(.11)	-.44	(.09)
1	-.39	(.10)	-.47	(.09)
2	-.40	(.09)	-.47	(.09)
4	-.29	(.10)	-.35	(.13)
8	.05	(.12)	-.06	(.13)
12	.09	(.09)	.02	(.12)

B) Différence du log de la production

-12	.02	(.08)	.07	(.12)
-8	.01	(.08)	-.01	(.11)
-4	.05	(.11)	-.08	(.09)
-2	-.11	(.08)	-.03	(.06)
-1	-.22	(.14)	-.06	(.09)
0	-.20	(.12)	-.08	(.09)
1	-.16	(.11)	-.09	(.13)
2	-.04	(.10)	.03	(.15)
4	.19	(.06)	.19	(.14)
8	.20	(.07)	.27	(.09)
12	-.01	(.13)	.03	(.12)

suite du tableau 3

C) Filtre H-P

-12	.04	(.11)	.15	(.14)
-8	.06	(.09)	.16	(.10)
-4	.18	(.17)	-.05	(.10)
-2	.02	(.15)	-.18	(.13)
-1	-.14	(.08)	-.23	(.12)
0	-.29	(.07)	-.29	(.11)
1	-.41	(.08)	-.37	(.08)
2	-.47	(.09)	-.40	(.07)
4	-.30	(.10)	-.22	(.14)
8	.25	(.11)	.19	(.10)
12	.24	(.07)	.35	(.07)

Tableau 4

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex post (E.U.)
 (papier commercial et déflateur de la production)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1947:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-.10	(.11)	-.30	(.14)
-8	-.19	(.10)	-.26	(.13)
-4	-.08	(.13)	-.22	(.10)
-2	-.11	(.10)	-.25	(.09)
-1	-.16	(.08)	-.26	(.09)
0	-.22	(.07)	-.32	(.09)
1	-.28	(.08)	-.36	(.10)
2	-.33	(.09)	-.42	(.11)
4	-.27	(.10)	-.44	(.11)
8	-.01	(.13)	-.30	(.10)
12	-.03	(.09)	-.20	(.12)

B) Différence du log de la production

-12	.00	(.09)	-.06	(.13)
-8	-.09	(.09)	-.09	(.14)
-4	.12	(.09)	.03	(.10)
-2	-.10	(.08)	-.05	(.11)
-1	-.19	(.13)	-.05	(.12)
0	-.22	(.08)	-.15	(.09)
1	-.20	(.08)	-.17	(.13)
2	-.15	(.07)	-.19	(.11)
4	.12	(.07)	-.02	(.08)
8	.05	(.07)	.11	(.10)
12	-.03	(.11)	.04	(.08)

suite du tableau 4

C) Filtre H-P

-12	.11	(.07)	.16	(.09)
-8	-.07	(.08)	-.06	(.12)
-4	.25	(.10)	.12	(.07)
-2	.17	(.06)	.13	(.06)
-1	.02	(.06)	.12	(.05)
0	-.15	(.08)	.03	(.07)
1	-.31	(.09)	-.11	(.09)
2	-.43	(.09)	-.25	(.11)
4	-.32	(.06)	-.33	(.11)
8	.18	(.13)	-.09	(.09)
12	.04	(.08)	.04	(.12)

Tableau 5

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex post (E.U.)
 (obligations des corporations AAA et déflateur de la production)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1947:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-.09	(.09)	-.12	(.12)
-8	-.24	(.09)	-.35	(.10)
-4	-.28	(.15)	-.45	(.09)
-2	-.30	(.12)	-.50	(.07)
-1	-.34	(.08)	-.50	(.07)
0	-.38	(.07)	-.50	(.07)
1	-.40	(.07)	-.48	(.09)
2	-.39	(.07)	-.45	(.10)
4	-.27	(.07)	-.35	(.12)
8	-.01	(.11)	-.10	(.13)
12	-.10	(.09)	.02	(.15)

B) Différence du log de la production

-12	-.04	(.09)	-.11	(.13)
-8	-.14	(.08)	-.18	(.11)
-4	.05	(.09)	-.04	(.09)
-2	-.11	(.08)	-.04	(.11)
-1	-.15	(.10)	-.02	(.11)
0	-.14	(.10)	-.02	(.11)
1	-.05	(.10)	.06	(.14)
2	.01	(.08)	.07	(.11)
4	.20	(.05)	.13	(.08)
8	.05	(.06)	.10	(.08)
12	-.06	(.11)	-.02	(.09)

suite du tableau 5

C) Filtre H-P

-12	.22	(.09)	.33	(.10)
-8	-.07	(.07)	-.10	(.11)
-4	.05	(.17)	-.25	(.11)
-2	-.09	(.13)	-.30	(.12)
-1	-.22	(.06)	-.31	(.08)
0	-.35	(.05)	-.33	(.07)
1	-.41	(.07)	-.29	(.11)
2	-.41	(.10)	-.23	(.15)
4	-.17	(.10)	-.06	(.18)
8	.37	(.10)	.27	(.11)
12	.08	(.08)	.15	(.12)

Tableau 6

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex ante (E.U.)
 (bons du Trésor (3 mois) et déflateur de la production)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1949:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-.24	(.16)	-.33	(.35)
-8	-.29	(.14)	-.55	(.35)
-4	-.17	(.19)	-.49	(.34)
-2	-.21	(.15)	-.51	(.34)
-1	-.27	(.10)	-.55	(.34)
0	-.36	(.09)	-.60	(.33)
1	-.42	(.09)	-.64	(.34)
2	-.45	(.10)	-.67	(.34)
4	-.37	(.12)	-.68	(.34)
8	-.25	(.12)	-.56	(.35)
12	-.14	(.12)	-.41	(.35)

B) Différence du log de la production

-12	.00	(.09)	-.04	(.12)
-8	-.16	(.12)	-.08	(.16)
-4	.13	(.11)	.04	(.12)
-2	-.11	(.11)	-.03	(.13)
-1	-.22	(.18)	-.17	(.14)
0	-.27	(.13)	-.11	(.13)
1	-.19	(.09)	-.18	(.13)
2	-.09	(.09)	-.13	(.12)
4	.07	(.11)	-.01	(.09)
8	.07	(.09)	.15	(.10)
12	.13	(.08)	.11	(.10)

suite du tableau 6

C) Filtre H-P

-12	.15	.17
-8	-.03	-.05
-4	.16	.05
-2	-.11	.06
-1	.00	.07
0	-.13	.02
1	-.25	-.06
2	-.33	-.16
4	-.23	-.24
8	.09	-.04
12	.10	.04

Tableau 7

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex ante (E.U.)
 (papier commercial et déflateur de la production)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1949:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-.19	(.16)	-.33	(.33)
-8	-.25	(.13)	-.43	(.33)
-4	-.09	(.17)	-.40	(.32)
-2	-.14	(.14)	-.45	(.32)
-1	-.22	(.10)	-.40	(.32)
0	-.32	(.09)	-.56	(.32)
1	-.39	(.09)	-.62	(.32)
2	-.42	(.09)	-.67	(.32)
4	-.37	(.12)	-.69	(.32)
8	-.24	(.12)	-.68	(.33)
12	-.12	(.12)	-.40	(.33)

B) Différence du log de la production

-12	-.14	(.09)	-.05	(.12)
-8	-.15	(.12)	-.07	(.16)
-4	.13	(.11)	.03	(.12)
-2	-.13	(.10)	-.06	(.12)
-1	-.26	(.17)	-.06	(.13)
0	-.33	(.11)	-.19	(.11)
1	-.25	(.08)	-.25	(.11)
2	-.14	(.09)	-.19	(.10)
4	.08	(.10)	-.08	(.09)
8	.06	(.09)	.13	(.11)
12	.13	(.08)	.12	(.10)

suite du tableau 7

C) Filtre H-P

-12	.14	.15
-8	-.03	-.05
-4	.21	.14
-2	.17	.14
-1	.03	.13
0	-.13	.03
1	-.28	-.10
2	-.37	-.23
4	-.27	-.31
8	.06	-.08
12	.09	.02

Tableau 8

Corrélations entre la production et le taux d'intérêt réel ex ante (E.U.)
 (obligations des corporations AAA et déflateur de la production)
 Corrélations empiriques (y_t, r_{t-k})

A) Log de la production autour d'une tendance linéaire

K	1949:2-1990:4		1960:1-1990:4	
-12	-.15	(.25)	-.39	(.35)
-8	-.36	(.25)	-.61	(.35)
-4	-.34	(.24)	-.68	(.34)
-2	-.41	(.24)	-.72	(.34)
-1	-.47	(.24)	-.75	(.34)
0	-.53	(.24)	-.78	(.33)
1	-.53	(.24)	-.78	(.33)
2	-.51	(.24)	-.75	(.34)
4	-.40	(.24)	-.68	(.34)
8	-.23	(.25)	-.50	(.35)
12	-.17	(.25)	-.42	(.35)

B) Différence du log de la production

-12	-.06	(.10)	-.12	(.12)
-8	-.19	(.10)	-.16	(.12)
-4	.04	(.10)	-.05	(.10)
-2	-.13	(.10)	-.06	(.12)
-1	-.20	(.17)	-.11	(.14)
0	-.19	(.14)	-.04	(.13)
1	-.05	(.10)	.02	(.12)
2	.07	(.08)	.09	(.10)
4	.17	(.08)	.07	(.09)
8	.07	(.07)	.12	(.08)
12	.07	(.08)	.06	(.10)

suite du tableau 8

C) Filtre H-P

-12	.24	.31
-8	-.04	-.09
-4	-.01	-.23
-2	-.11	-.28
-1	-.23	-.29
0	-.34	-.31
1	-.38	-.27
2	-.35	-.21
4	-.10	-.05
8	.26	.25
12	..13	.13

Tableau 9

A) Corrélations théoriques entre la production et le taux d'intérêt réel
Corrélations (y_t, r_{t-k})

K	Long-Plosser (1983)	K-P-R (1988a)	K-P-R (1988b)	K-P-R (AR(1)=.22)	Baxter-King (1990)
-12	-.21	-.47	.20	.26	.32
-8	-.26	-.34	.24	.32	.44
-4	-.31	-.07	.29	.39	.58
-2	-.34	.14	.32	.42	.67
-1	-.36	.28	.34	.44	.72
0	-.38	.43	.35	.44	.77
1	-.08	.40	.05	.18	.75
2	-.07	.36	.05	.09	.73
4	-.07	.30	.04	.06	.70
8	-.05	.22	.04	.05	.64
12	-.05	.16	.03	.04	.59

B) Corrélations théoriques (filtre H.P.)
Corrélations (y_t, r_{t-k})

K	K-P-R (1988a)	K-P-R (1988b)
-12	-.24	-.27
-8	-.36	-.31
-4	-.12	-.02
-2	.27	.35
-1	.57	.60
0	.95	.98
1	.73	.71
2	.53	.53
4	.22	.23
8	-.10	.11
12	-.17	-

Tableau 10

A) Paramètres du modèle avec choc permanent.

$\sigma =$	1	$u_1 =$.953	$\pi_{ka} =$.166
$\alpha =$.58	$\pi_{ck} =$.617	$\pi_{ca} =$.108
$\beta =$.988	$\pi_{nk} =$	-.294	$\pi_{na} =$	1.332
$\gamma_x =$	1.0042	$\pi_{ik} =$	-.629	$\pi_{ia} =$	5.747
$\delta_k =$.025	$\pi_{yk} =$.249	$\pi_{ya} =$	1.773
$\rho =$.00	$\pi_{wk} =$.544	$\pi_{wa} =$.441
$N/(1-N) =$.20	$\pi_{rk} =$	-.029	$\pi_{ra} =$.005

B) Paramètres du modèle avec choc permanent autocorrélé.

$\sigma =$	1	$u_1 =$.953	$\pi_{ka} =$.165
$\alpha =$.58	$\pi_{ck} =$.617	$\pi_{ca} =$.116
$\beta =$.988	$\pi_{nk} =$	-.294	$\pi_{na} =$	1.319
$\gamma_x =$	1.0042	$\pi_{ik} =$	-.618	$\pi_{ia} =$	5.661
$\delta_k =$.025	$\pi_{yk} =$.250	$\pi_{ya} =$	1.765
$\rho =$.22	$\pi_{wk} =$.543	$\pi_{wa} =$.446
$N/(1-N) =$.20	$\pi_{rk} =$	-.029	$\pi_{ra} =$.0107

C) Paramètres du modèle avec choc autocorrélé.

$\sigma =$	1	$u_1 =$.953	$\pi_{ka} =$.137
$\alpha =$.58	$\pi_{ck} =$.617	$\pi_{ca} =$.298
$\beta =$.988	$\pi_{nk} =$	-.294	$\pi_{na} =$	1.048
$\gamma_x =$	1.0042	$\pi_{ik} =$	-.618	$\pi_{ia} =$	4.733
$\delta_k =$.025	$\pi_{yk} =$.250	$\pi_{ya} =$	1.608
$\rho =$.90	$\pi_{wk} =$.544	$\pi_{wa} =$.560
$N/(1-N) =$.20	$\pi_{rk} =$	-.029	$\pi_{ra} =$.055

Tableau 11
Moments empiriques des séries américaines
 1949:1-1990:4^{a,b}

Écart-types relatifs à la production et autocorrélations

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	N	r
écart-type	1.00	0.58	2.05	3.57	.43
AR(1)	0.34	0.05	0.47	0.97	0.85
AR(2)	0.19	0.25	0.16	0.93	0.71
AR(3)	0.00	0.07	-0.03	0.89	0.61

Corrélations croisées avec la production ($\Delta \log(y_t)$, X_{t-k})

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	N	r
-12	-.09	-.15	-.11	.06	-.06
-8	-.09	-.04	-.14	.12	-.14
-4	-.19	-.10	-.21	.20	.15
-2	.19	.16	.16	.15	-.11
-1	.34	.27	.49	.10	-.23
0	1.00	.54	.73	.00	-.26
1	.34	.36	.44	-.08	-.20
2	.19	.20	.20	-.12	-.10
4	-.19	.08	-.09	-.05	.07
8	-.09	-.17	-.18	-.05	.08
12	-.09	.02	-.12	.02	.14

Tableau 12

Moments simulés du modèle avec choc permanent autocorrélé

Écart-types relatifs à la production et autocorrélations

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	N	r
écart-type	1.00	0.68	1.89	1.69	.17
AR(1)	0.34	0.13	0.49	0.98	0.96
AR(2)	0.10	0.13	0.08	0.94	0.91
AR(3)	0.05	0.13	-0.01	0.90	0.87

Corrélations croisées avec la production ($\Delta \log(y_t), X_{t-k}$)

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	N	r
-12	.02	.07	-.03	.27	.26
-8	.02	.09	-.03	.33	.32
-4	.03	.10	-.03	.40	.39
-2	.10	.11	.08	.44	.42
-1	.34	.11	.51	.42	.44
0	1.00	.95	.97	.30	.44
1	.34	.34	.32	.13	.18
2	.10	.10	.09	.08	.09
4	.03	.04	.03	.06	.06
8	.02	.03	.02	.05	.05
12	.02	.02	.02	.04	.04

Tableau 13

Moments simulés du modèle avec choc permanent et temporaire

Écart-types relatifs à la production et autocorrélations

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	N	r
écart-type	1.00	0.04	3.31	.54	.01
AR(1)	-0.49	-0.02	-0.50	-0.02	0.95
AR(2)	0.00	-0.02	0.00	-0.02	0.91
AR(3)	0.00	-0.02	0.00	-0.02	0.87

Corrélations croisées avec la production ($\Delta \log(y_t)$, X_{t-k})

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	N	r
-12	.00	.00	.00	.00	-.01
-8	.00	.00	.00	.00	-.01
-4	.00	.00	.00	.00	-.01
-2	.00	.00	.00	.00	-.01
-1	-.49	.00	-.51	.00	-.01
0	1.00	.73	.99	.74	-.01
1	-.49	-.68	-.49	-.69	.21
2	.00	.00	.00	.00	.00
4	.00	.00	.00	.00	.00
8	.00	.00	.00	.00	.00
12	.00	.00	.00	.00	.00

Tableau 14

Moments empiriques des séries américaines^a 1949:1-1990:4

Écart-types relatifs à la production et autocorrélations						
	\hat{y}	\hat{c}	\hat{i}	\hat{n}		r
écart-type	1.00	0.87	1.74	1.17		.14
AR(1)	0.94	0.96	0.92	0.97		0.85
AR(2)	0.84	0.92	0.78	0.93		0.71
AR(3)	0.73	0.87	0.61	0.89		0.61
Corrélations croisées avec la production ($\Delta \log(y_t)$, X_{t-k})						
	\hat{y}	\hat{c}	\hat{i}	\hat{n}		r
-12	.30	.34	.03	-.56		-.17
-8	.52	.44	.11	-.47		-.31
-4	.61	.60	.39	-.26		-.18
-2	.84	.73	.68	-.16		-.24
-1	.94	.79	.81	-.13		-.31
0	1.00	.83	.87	-.14		-.40
1	.94	.82	.84	-.16		-.45
2	.84	.77	.75	-.19		-.48
4	.61	.64	.53	-.23		-.44
8	.52	.48	.24	-.26		-.30
12	.30	.41	.11	-.21		-.21

^a Les séries de la production, de la consommation et de l'investissement ont été construites en soustrayant une tendance déterministe en commun dont le coefficient est égal à .0042.

Tableau 15

Moments simulés du modèle avec un choc corrélé et un choc temporaire.

Écarts-types relatifs à la production et autocorrélations

	\hat{y}	\hat{c}	\hat{i}	\hat{n}	r
écart-type	1.00	0.20	3.24	0.75	0.01
AR(1)	0.03	0.95	-0.01	-0.02	0.95
AR(2)	0.03	0.91	-0.01	-0.02	0.91
AR(3)	0.03	0.87	-0.01	-0.02	0.87

Corrélations croisées avec la production ($\Delta \log(y_t), X_{t-k}$)

	\hat{y}	\hat{c}	\hat{i}	\hat{n}	r
-12	.02	.21	-.01	-.03	-.21
-8	.02	.26	-.02	-.03	-.26
-4	.02	.31	-.02	-.04	-.31
-2	.03	.34	-.02	-.04	-.34
-1	.03	.36	-.02	-.05	-.36
0	1.00	.38	.99	.98	-.38
1	.03	.08	.02	.01	-.08
2	.03	.07	.02	.01	-.07
4	.02	.07	.02	.01	-.07
8	.02	.05	.01	.01	-.05
12	.02	.05	.01	.01	-.05

Tableau 16

Tests de cointégration de Johansen 1949:1-1991:1^{a,b}

Modèle à 5 variables (y,c,in,R, Δp)

n-r	tendance	p-value	constante	p-value
1	3.70	(.62)	4.22	(.27)
2	14.44	(.45)	15.39	(.11)
3	29.76	(.35)	30.84	(.06)
4	58.28	(.06)	57.56	(.01)
5	94.35	(.00)	94.54	(.00)

Modèle à 6 variables (y,c,in,R, Δp ,m-p)

n-r	tendance	p-value	constante	p-value
1	0.65	(.96)	2.58	(.48)
2	6.46	(.97)	7.30	(.70)
3	19.09	(.92)	23.48	(.32)
4	40.83	(.64)	45.26	(.21)
5	71.82	(.25)	72.43	(.04)
6	115.94	(.02)	115.34	(.00)

^a Les valeurs critiques proviennent de Stock-Watson (1991).

^b La représentation V.A.R. comprend 6 retards.

Tableau 17

Corrélations croisées entre y_t et $(R_{t-k} - E_t \Delta p_{t+1-k})$

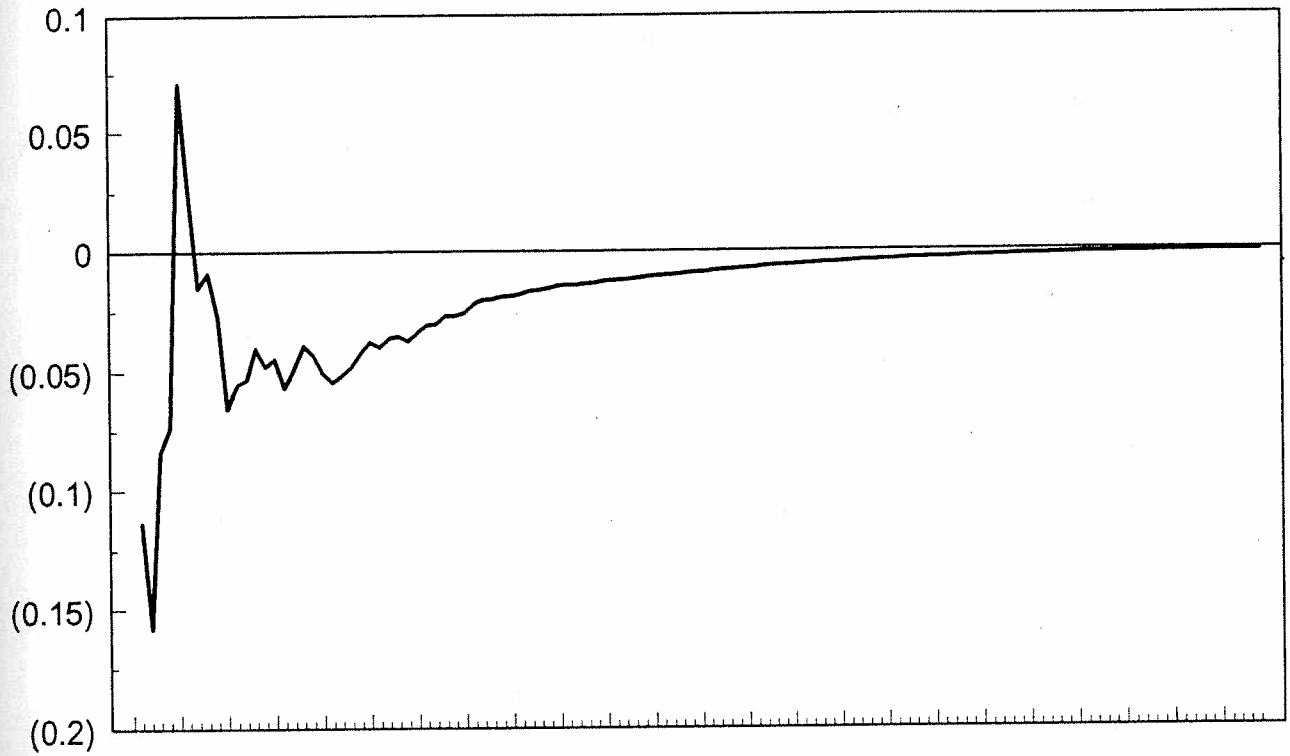
1949:3-1991:1

k	modèle à 5 variables		modèle à 6 variables	
-12	-0.12	(.21)	-0.15	(.23)
-8	-0.10	(.24)	-0.24	(.25)
-4	.23	(.30)	.25	(.32)
-2	-0.20	(.25)	-0.20	(.27)
-1	-0.51	(.29)	-0.47	(.27)
0	-0.41	(.25)	-0.41	(.25)
1	-0.12	(.21)	-0.11	(.22)
2	-0.04	(.20)	-0.02	(.21)
4	.05	(.20)	.06	(.22)
8	.09	(.20)	.08	(.23)
12	-0.03	(.19)	-0.02	(.22)

Figure 1

Fonctions de réponses pour le modèle à 5 variables

Représentation à 2 tendances



Représentation à 3 tendances

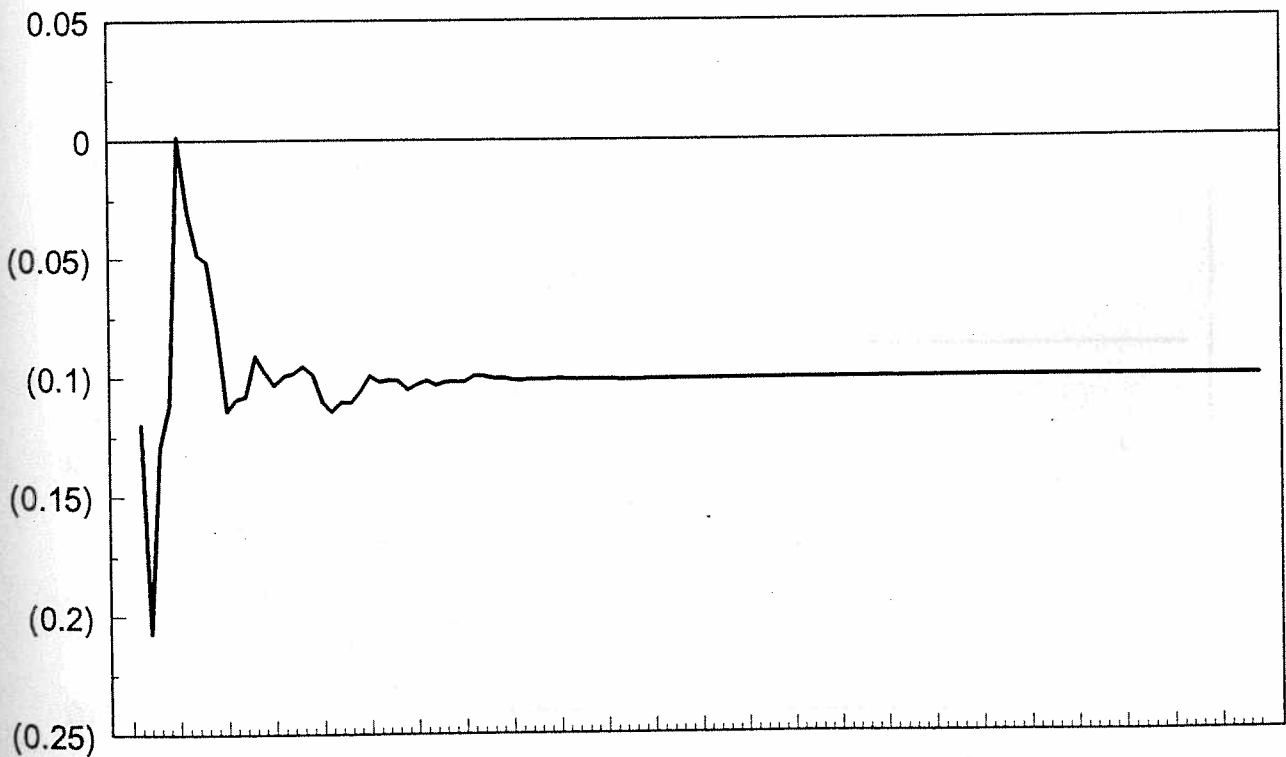
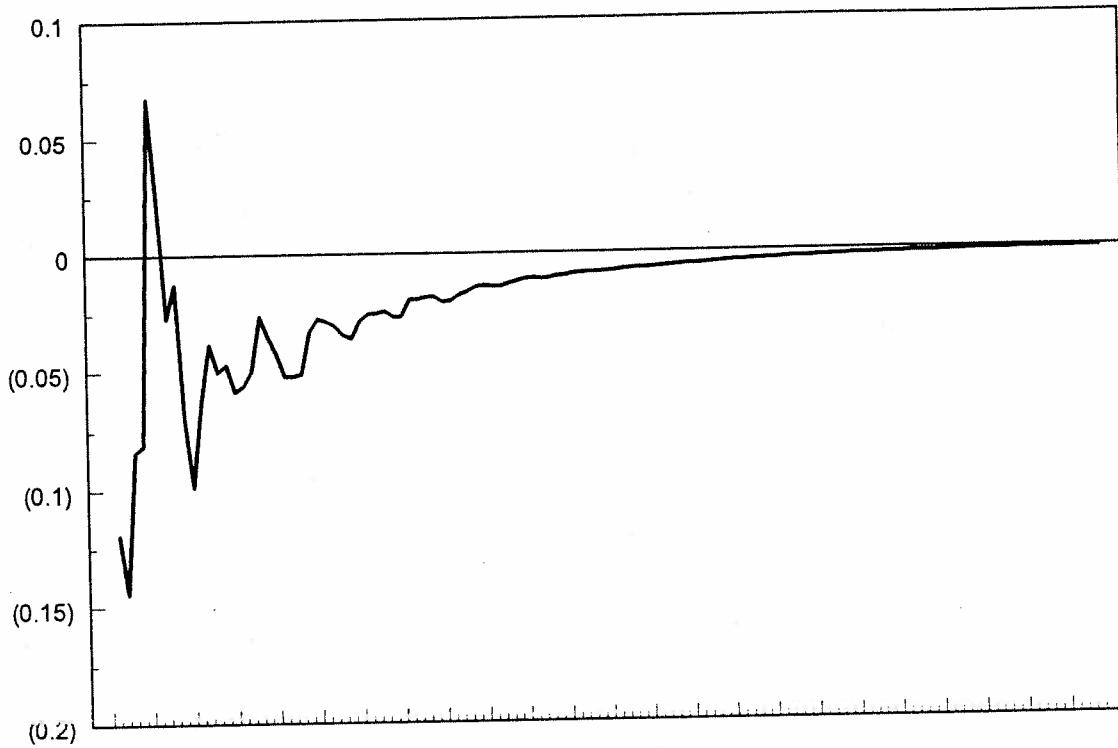


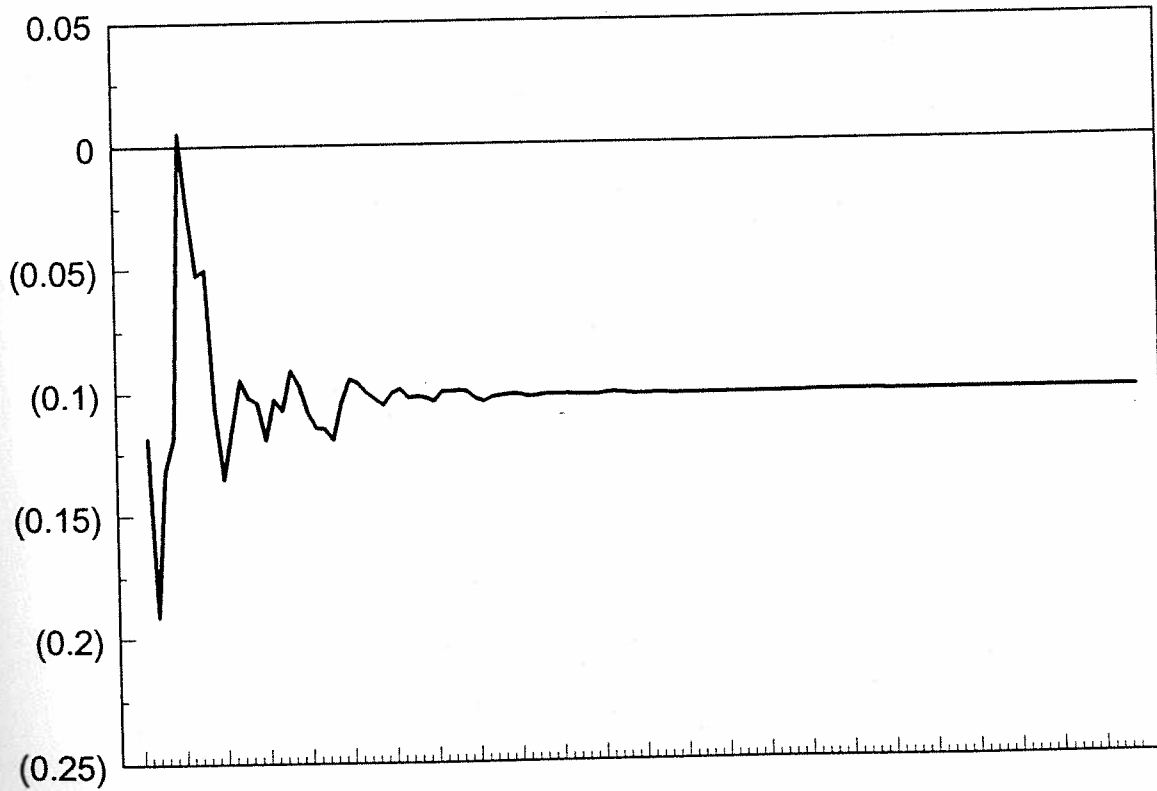
Figure 2

Fontions de réponses pour le modèle à 6 variables

Représentation à 3 tendances



Représentation à 4 tendances



Troisième essai

Un modèle de cycle réel compatible avec le comportement du
taux d'intérêt réel

Introduction

Les modèles de cycle réel (RBC) ayant comme seule source d'incertitude le processus technologique sont incompatibles avec les mouvements observés du taux d'intérêt réel. L'amélioration des conditions technologiques entraîne une hausse de la demande par l'intermédiaire de la consommation et de l'investissement supérieure à la hausse de l'offre. Pour préserver l'équilibre sur le marché des biens, le taux d'intérêt réel doit donc augmenter, impliquant ainsi un comportement pro-cyclique de cette variable. Cependant, les corrélations croisées entre la production et le taux réel sont négatives ou nulles pour la période de l'après-guerre. Ce résultat est confirmé d'autant plus que l'on examine les corrélations croisées produites par les chocs technologiques identifiés à l'aide des restrictions de long terme d'un modèle avec croissance stochastique.

Dans cet essai, nous allons examiner comment deux modifications apportées au modèle de base peuvent améliorer la performance de ce type de modèle. Pour réduire la sensibilité de la demande aux chocs technologiques, nous introduirons des coûts d'ajustement sur le capital et des habitudes de consommation dans la caractérisation des préférences¹². Plusieurs études empiriques sur l'investissement confirment la présence des coûts d'ajustement sur le capital (voir par exemple Shapiro (1986)) et, d'après l'étude récente de Ferson et Constantinides (1991), l'hypothèse d'habitudes de consommation est empiriquement plausible.

Ces deux modifications auront pour effet de diminuer la sensibilité de la demande sur

¹ Au lieu de considérer des non séparabilités pour la fonction de production et pour les préférences, des imperfections sur le marché du capital pourraient potentiellement réduire la sensibilité de la demande aux chocs à la technologie. Il s'agit d'une voie de recherches futures intéressante.

² Novalés (1992) étudie les mouvements du taux d'intérêt réel dans un modèle non standard de cycle réel incluant des coûts d'ajustement sur le capital et la consommation. Son modèle n'inclut pas le travail, et les chocs technologiques n'affectent pas la productivité du capital.

le marché des biens et ainsi d'atténuer le comportement pro-cyclique du taux d'intérêt réel. Lorsque le modèle est gouverné par une croissance stochastique, ces deux modifications sont nécessaires pour reproduire les corrélations observées entre la production et le taux d'intérêt réel.

Ces transformations améliorent également le modèle sous d'autres aspects. L'introduction des habitudes de consommation et des coûts d'ajustement réduit la corrélation entre les heures travaillées et les salaires réels. Ce résultat est important puisque les modèles de cycle réel surévaluent cette corrélation (voir Christiano et Eichenbaum (1992)). La faible corrélation empirique entre ces deux variables (connue sous le nom d'observation de Dunlop-Tarshis) est souvent utilisée pour juger la pertinence des modèles de cycle économique. De plus, l'ajout de ces deux non-séparabilités augmente sensiblement les mécanismes de propagation des chocs, quoiqu'ils soient encore insuffisants pour reproduire les "faits stylisés" de la production.

Cet essai se divise de la façon suivante. Dans la première partie, nous exposons le modèle théorique. Puis, nous calibrons ce modèle, dans la deuxième partie, pour étudier l'impact sur les différentes variables de l'introduction des habitudes de consommation et des coûts d'ajustement. Par la suite, nous comparons les moments produits par ce modèle avec les moments observés et les moments induits par une tendance stochastique identifiée comme étant le processus technologique par la méthodologie de King, Plosser, Stock et Watson (1991). Dans la quatrième partie, nous mettons l'accent sur la mesure de la performance du modèle. À l'aide d'une certaine métrique, nous cherchons à identifier sous quels aspects les modifications apportées au modèle de base améliorent sa performance face aux observations et aux moments induits par la tendance stochastique.

1. Le modèle

Le modèle introduit deux modifications à la spécification présentée dans le deuxième essai. Premièrement, on relaxe l'hypothèse de séparabilité dans le temps de la fonction d'utilité par rapport à la consommation. On définit une variable S_t comme étant:

$$S_t = C_t - \nu H_t \quad (1.1)$$

et

$$H_t = \theta H_{t-1} + C_{t-1} \quad (1.2)$$

avec la contrainte que $S_t > 0$. On appelle S_t le service de la consommation. C_t représente la quantité de consommation du seul bien de l'économie et H_t est la variable captant les habitudes de consommation. L'agent représentatif cherche à maximiser la fonction objectif suivante:

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(S_t, L_t) \quad (1.3)$$

La fonction d'utilité a donc comme argument S_t et le loisir L_t . Les préférences de l'agent dépendent des habitudes de consommation par l'intermédiaire de la variable H_t . Cette variable correspond à un niveau de consommation de subsistance. Cette spécification est une version en temps discret de la caractérisation introduite par Ryder et Heal (1973) et retenue par Constantinides (1990) pour expliquer l'énigme de la prime de rendement sur les actifs de Mehra et Prescott (1985). Hansen et Sargent (1990) utilisent également une forme similaire dans le cadre d'un modèle linéaire quadratique.

Pour une telle caractérisation des préférences, une hausse de la consommation au temps t augmentera l'utilité contemporaine de l'agent représentatif mais diminuera son utilité future. Ainsi,

$$\frac{\delta U(S_t, L_t)}{\delta C_t} > 0, \quad \frac{\delta U(S_{t+\tau}, L_{t+\tau})}{\delta C_t} < 0 \quad \forall \tau > 0. \quad (1.4)$$

L'utilité retirée au temps t de la consommation du bien dépendra de sa consommation passée. Également, la consommation contemporaine affectera l'utilité future par la présence d'habitudes de consommation.

La forme retenue inclut, par exemple, le cas où l'agent ne considère que la consommation au temps $t-1$ comme déterminant ses habitudes de consommation. Dans ce cas $\theta = 0$ et $0 < \nu < 1^3$. La forme séparable dans le temps correspond au cas où $\nu = 0$. Enfin, si $0 < \nu < 1$ et $0 < \theta < 1$, les habitudes de consommation sont fonctions de toutes les consommations passées. Cette spécification pourrait également représenter la durabilité du bien de consommation, dans ce cas $-1 < \nu < 0$.

La deuxième modification consiste en l'introduction de coûts d'ajustement sur le capital. Cette fonction est convexe, de telle sorte que plus l'investissement (positif ou négatif) est important, plus il est coûteux de faire varier le capital⁴. La contrainte de ressources sera donc:

³ Pour cette caractérisation des habitudes de consommation, $\frac{\delta U(S_{t+\tau}, L_{t+\tau})}{\delta C_t} < 0$ pour $\tau = 1$ seulement.

⁴ Cette spécification fut abondamment utilisée dans la littérature, entre autres, par Gould (1968) et Lucas (1967). Novales (1992) utilisa également une forme similaire de coûts d'ajustement pour étudier le comportement du taux d'intérêt réel.

$$C_t + I_t \leq Y_t - \frac{q(K_{t+1} - \gamma K_t)^2}{2K_t}, \quad q > 0. \quad (1.5)$$

où γ représente le niveau de croissance qui sera défini plus loin. Nous avons retenu cette formulation des coûts d'ajustement pour que ceux-ci soient égaux à zéro, lorsque l'économie est à l'équilibre stationnaire. Le paramètre q des coûts d'ajustement influencera le processus d'accumulation du capital. Suite à un choc technologique, pour $q > 0$, la dynamique transitoire vers le stock de capital d'équilibre stationnaire sera moins rapide qu'en l'absence de coûts d'ajustement. L'introduction de coûts d'ajustement affectera ainsi la productivité du capital et donc le taux d'intérêt réel.

Ces deux transformations permettent de réduire la sensibilité de la demande aux chocs technologiques sur le marché du bien. Pour des valeurs positives de θ et de ν , la réponse contemporaine face à un choc technologique permanent, correspondant à un changement du revenu permanent, sera moins forte, car l'agent représentatif préfère un sentier de consommation plus lisse. De la même façon, une valeur positive de q réduira la sensibilité de l'investissement face à un choc technologique.

Le problème du planificateur social consiste à maximiser la fonction objectif suivante⁵:

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(S_t, L_t) \quad (1.6)$$

sous les contraintes:

⁵ U est concave en S_t et L_t et deux fois continuellement différentiable en S_t et L_t

$$Y_t = K_t^{1-\alpha}(X_t N_t)^\alpha \quad (1.7)$$

$$C_t + I_t + \frac{q(K_{t+1} - \gamma K_t)^2}{2K_t} \leq Y_t \quad (1.8)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta_k)k_t + I_t \quad (1.9)$$

$$S_t = C_t - \nu H_t \quad (1.10)$$

$$H_{t+1} = \theta H_t + C_t \quad (1.11)$$

$$N_t + L_t \leq 1 \quad (1.12)$$

avec les contraintes de non-négativité sur les variables L_t , N_t , C_t , K_t et S_t . Le processus technologique X_t est:

$$X_t = X_{t-1} \exp(\mu + \psi(L)\epsilon_t) \quad (1.13)$$

dont la décomposition en composantes permanente et transitoire est:

$$X_t = X_t^p X_t^s. \quad (1.14)$$

La composante permanente est définie comme étant:

$$X_t^p = X_{t-1}^p \exp(\gamma) \quad (1.15)$$

où $\gamma = \mu + \psi(1)\epsilon_t$ et la composante transitoire comme étant:

$$X_t^s = \exp(\psi^*(L)\epsilon_t) \quad (1.16)$$

où $\psi^*(L) = \frac{(\psi(L) - \psi(1))}{(1-L)}$.

Par le deuxième théorème du bien-être, l'optimum de Pareto correspond à l'équilibre concurrentiel, les prix sont alors ceux qui décentralisent cette économie. Par la solution optimale pour les processus stochastiques des quantités, on peut obtenir ces prix. Ainsi, le taux d'intérêt réel est égal à la volonté de substituer intertemporellement le bien de consommation,

$$1 + r_t = \frac{\delta U(S_t, L_t) / \delta C_t}{E_t \beta \delta U(S_{t+1}, L_{t+1}) / \delta C_{t+1}} \quad (1.17)$$

où r_t est le rendement sur les bons sans risque et E_t représente l'espérance conditionnelle basée sur l'information disponible au temps t .

Dans le cas de séparabilité dans le temps, le taux d'intérêt réel est fonction de la consommation au temps t et au temps $t+1$. Lorsque les préférences dépendent des habitudes de consommation comme en (1.10) et (1.11), le taux d'intérêt réel sera fonction de C_{t+1} et de C_t , mais également des consommations passées et des anticipations des consommations futures. Par exemple, lorsque la fonction d'utilité a une forme logarithmique et que les habitudes de consommation ne dépendent que du niveau de consommation à la période antérieure, le taux d'intérêt réel sera égal à:

$$1 + r_t = \frac{E_t \left[\frac{1}{C_t - \nu C_{t-1}} - \frac{\beta \nu}{C_{t+1} - \nu C_t} \right]}{\beta E_t \left[\frac{1}{C_{t+1} - \nu C_t} - \frac{\beta \nu}{C_{t+2} - \nu C_{t+1}} \right]} \quad (1.18)$$

Dans ce cas simple, le taux d'intérêt réel est fonction de $E_t C_{t+2}$, $E_t C_{t+1}$, C_t et C_{t-1} . Si, $\theta \neq 0$, alors le taux d'intérêt réel est fonction du processus complet des consommations futures et passées.

Également, à l'équilibre, le taux d'intérêt réel est égal à la productivité marginale du

capital. Avec les coûts d'ajustement, la productivité marginale anticipée du capital est égale à:

$$r_t = E_t[(1 - \alpha)A_{t+1}K_{t+1}^{-\alpha}N_{t+1}^\alpha + (1 - \delta_k) + \frac{q}{2}\left(\frac{K_{t+2} - K_{t+1}}{K_{t+1}}\right)^2 + q\gamma\left(\frac{K_{t+2} - K_{t+1}}{K_{t+1}}\right) - q\gamma\left(\frac{K_{t+1} - K_t}{K_t}\right)] - 1. \quad (1.19)$$

Le taux d'intérêt réel varie maintenant positivement avec l'investissement anticipé et négativement avec l'investissement contemporain. L'ajout de coûts d'ajustement diminuera la sensibilité à court terme du taux réel aux chocs technologiques.

2. Simulations

Nous allons maintenant étudier le comportement de la consommation, de l'investissement et du taux d'intérêt réel suite à l'introduction des deux modifications apportées au modèle de base. À l'aide de la représentation espace-état dérivée à l'appendice, on peut étudier les fonctions de réponse ("impulse response") de ces variables pour un choc technologique permanent sans dynamique transitoire, donc $X_t = X_t^P$ et $X_t^P = X_{t-1}^P \exp(\mu + \epsilon_t)$. Nous avons utilisé les mêmes valeurs pour les différents paramètres du modèle que King, Plosser et Rebelo (1988a, 1988b). La partie A du tableau 10 du deuxième essai de cette thèse contient les valeurs des différents paramètres utilisés.

L'introduction d'habitudes de consommation aura pour effet de lisser la consommation suite à un choc technologique permanent. À la figure 1, on retrouve le comportement de la consommation pour différents paramètres ν caractérisant les habitudes de

capital. Avec les coûts d'ajustement, la productivité marginale anticipée du capital est égale à:

$$r_t = E_t[(1 - \alpha)A_{t+1}K_{t+1}^{-\alpha}N_{t+1}^\alpha + (1 - \delta_k) + \frac{q}{2}\left(\frac{K_{t+2} - K_{t+1}}{K_{t+1}}\right)^2 + q\gamma\left(\frac{K_{t+2} - K_{t+1}}{K_{t+1}}\right) - q\gamma\left(\frac{K_{t+1} - K_t}{K_t}\right)] - 1. \quad (1.19)$$

Le taux d'intérêt réel varie maintenant positivement avec l'investissement anticipé et négativement avec l'investissement contemporain. L'ajout de coûts d'ajustement diminuera la sensibilité à court terme du taux réel aux chocs technologiques.

2. Simulations

Nous allons maintenant étudier le comportement de la consommation, de l'investissement et du taux d'intérêt réel suite à l'introduction des deux modifications apportées au modèle de base. À l'aide de la représentation espace-état dérivée à l'appendice, on peut étudier les fonctions de réponse ("impulse response") de ces variables pour un choc technologique permanent sans dynamique transitoire, donc $X_t = X_t^P$ et $X_t^P = X_{t-1}^P \exp(\mu + \epsilon_t)$. Nous avons utilisé les mêmes valeurs pour les différents paramètres du modèle que King, Plosser et Rebelo (1988a, 1988b). La partie A du tableau 10 du deuxième essai de cette thèse contient les valeurs des différents paramètres utilisés.

L'introduction d'habitudes de consommation aura pour effet de lisser la consommation suite à un choc technologique permanent. À la figure 1, on retrouve le comportement de la consommation pour différents paramètres ν caractérisant les habitudes de

consommation⁶. La graphique du haut contient la fonction de réponse de la consommation du modèle de base suite à un choc permanent normalisé à 1. Suite à ce choc permanent, en accord avec la théorie du revenu permanent, l'agent représentatif augmentera sa consommation contemporaine d'un montant appréciable afin de rejoindre le plus rapidement possible le niveau de consommation du nouvel équilibre stationnaire⁷. Les deux graphiques du bas représentent le comportement de la consommation pour des valeurs de ν égales à .4 et .8. Plus la valeur de ν est élevée, plus le sentier de consommation pour atteindre le nouvel équilibre stationnaire sera lisse. Ainsi, à la période initiale, pour le modèle de base, la consommation augmentera de .38. Pour $\nu = .4$, l'augmentation au temps t de la consommation sera de .25, et de .11 pour $\nu = .8$. Les graphiques de droite représentent le comportement du taux d'intérêt réel pour ces différentes spécifications. Les trois graphiques sont similaires. Le taux d'intérêt réel est pro-cyclique et augmente initialement à peu près de la même valeur pour chaque spécification retenue. Les corrélations croisées entre les variations de la production et le taux d'intérêt réel sont peu sensibles au paramètre ν . Il est également intéressant de souligner que l'introduction des habitudes de consommation augmente les autocorrélations de la consommation (le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 de $\Delta \log(C_t)$ est égal à .13 pour le modèle de base et de .86 pour $\nu = .8$), mais n'augmente pas les autocorrélations de la série de production (pour le modèle de base le coefficient autorégressif d'ordre 1 est égal à .02 et à .04 pour le modèle avec $\nu = .8$)⁸.

⁶ Dans ce cas, les habitudes ne dépendent que du niveau de consommation au temps $t-1$. L'étude de comportement pour le paramètre ν fait clairement ressortir l'impact des habitudes de consommation sur le sentier optimal de cette variable.

⁷ Il est intéressant de souligner que, pour un choc permanent sous forme d'une marche aléatoire, une augmentation du coefficient d'aversion au risque correspond à une augmentation de la variance relative de la consommation par rapport à l'investissement.

⁸ Cogley et Nason (1992) démontrent que les autocorrélations de la production, données par différents modèles de cycle réel, sont incompatibles avec les autocorrélations observées de la croissance du PNB américain. L'introduction de non-séparabilité sous la forme d'habitudes de consommation ne semble pas remédier à

Examinons maintenant le comportement de l'investissement et du taux d'intérêt réel pour l'introduction de coûts d'ajustement. Les graphiques de gauche de la figure 2 représentent le comportement de l'investissement, suite à un choc permanent positif, pour un paramètre q respectivement égal à 0, 10 et 20. Pour le modèle de base ($q = 0$), l'investissement augmentera d'environ 1.6 pour tendre par la suite vers le nouvel équilibre stationnaire. Pour une valeur de q égale à 10, l'investissement réagira beaucoup moins suite au choc permanent, la hausse initiale sera de .98 pour tendre ensuite vers le nouvel équilibre stationnaire. Pour des coûts d'ajustement égaux à 20, la réponse initiale sera de .75. Le taux d'intérêt réel est, pour sa part, très sensible à l'introduction de coûts d'ajustement. Pour $q = 10$, le réponse initiale passe de .029 à .013 et, pour une valeur de q égale à 20, le taux réel ne réagit presque pas puisqu'il augmente au temps t de .0095. La réaction du taux réel est donc amoindrie, mais celui-ci demeure quand même pro-cyclique. Les corrélations croisées diminuent également avec l'introduction de coûts d'ajustement. Pour le modèle de base, la corrélation croisée entre $\Delta \log(Y_t)$ et le taux réel est de .35, tandis que pour la spécification avec $q = 20$, la corrélation croisée contemporaine est de .27.

Ces deux modifications du modèle de base prises séparément ne permettent pas de reproduire les corrélations croisées observées entre les variations de la production et le taux d'intérêt réel. Ce résultat est plutôt intuitif. Avec des habitudes de consommation, le choc technologique permanent induira une hausse relativement plus élevée de l'investissement, et donc, pour un taux d'intérêt constant, l'augmentation de la demande sera supérieure à l'augmentation de l'offre produite par le choc technologique positif. Pour la spécification avec seulement des coûts d'ajustement, le choc technologique per-

ce problème.

manent induira une hausse de la consommation (due à la hausse du revenu permanent) supérieure à la hausse de l'offre, pour un taux d'intérêt réel constant. La corrélation croisée sera plus sensible aux coûts d'ajustement parce que ceux-ci impliquent une perte de production par la contrainte (1.5), et donc une hausse plus faible de la demande. Cependant, lorsqu'on introduit conjointement les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement, on peut reproduire, pour des valeurs raisonnables des paramètres, les corrélations croisées observées. Le tableau 1 reproduit les corrélations croisées contemporaines pour différentes valeurs de ν et q . Prenons par exemple le cas où $\nu = .6$ et $q = 10$. La figure 3 reproduit les fonctions de réponse pour la consommation, l'investissement et le taux d'intérêt réel. Suite au choc technologique permanent, les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement contraignent la réponse contemporaine de la consommation et de l'investissement. Ainsi, la réponse contemporaine de la consommation est égale à .24 (.38 pour le modèle de base) et de 1.29 pour l'investissement (1.6 pour le modèle de base). À un taux d'intérêt réel constant, l'augmentation de l'offre est supérieure à la hausse de la demande, ce qui entraîne une baisse du taux d'intérêt réel.

3. Comparaison des moments

Dans cette partie, nous allons comparer le comportement du modèle, pour des valeurs de paramètres q et μ fixées selon les résultats d'études empiriques, avec les moments empiriques et les moments induits par une tendance stochastique identifiée au processus technologique par la méthode de King-Plosser-Stock-Watson (1991).

Dans le tableau 2, nous retrouvons les moments empiriques pour $\Delta \log(Y_t)$, $\Delta \log(C_t)$,

$\Delta \log(I_t)$, $\log N_t$, $r_t - r$ et $\Delta \log(w_t)$ ⁹¹⁰¹¹ pour un échantillon trimestriel couvrant la période de 1954:1 à 1990:4. Le tableau 3 contient les moments empiriques produits par le choc identifié comme étant la tendance stochastique du processus de la technologie pour une représentation incluant $\Delta \log(Y_t)$, $\Delta \log(C_t)$, $\Delta \log(I_t)$, $\log(N_t)$ ¹² et $r_t - r$. On remarque que les écarts-types des différents moments sont très élevés¹³. Par exemple, la corrélation contemporaine entre la production et le taux d'intérêt réel est égale à -.46 avec un écart-type égal à .37. Même avec un tel écart-type, on peut rejeter, avec un intervalle de confiance de 95%, la corrélation croisée du modèle de base qui est de .35.

Pour fixer la valeur des paramètres μ et q , nous avons utilisé les études de Shapiro (1986) et de Ferson & Constantinides (1991). En particulier, la valeur donnée dans le tableau II colonne (d) de l'article de Shapiro, correspond à l'estimation la plus proche de notre formulation, la valeur de q équivaut à peu près à δ ¹⁴. Cette valeur de q implique une perte de 0.4% en production lorsque le capital croît de 1.0% au-dessus de sa valeur de long terme, ce qui est un estimateur plutôt conservateur. Le choix du paramètre ν

⁹ Ces moments ont été obtenus par la méthode des moments généralisés (GMM, Hansen (1982)) et les écarts-types ont été calculés à l'aide de l'estimateur de la matrice de variance-covariance proposé par Newey et West (1987).

¹⁰ Les séries utilisées proviennent de la Citibase pour un échantillon trimestriel de 1954:1-1991:1. La mesure de la production est le P.N.B. américain (GNP82) en dollars constants de 1982 moins les dépenses gouvernementales en dollars constants (GGE82) per capita (P16). Ces séries sont désaisonnalisées. L'indice de prix correspondant est le déflateur de cette mesure de production (GNP-GGE/GNP82-GGE82) et le taux d'intérêt nominal est une moyenne sur trois mois des bons du Trésor américains (FYGM3). La série des heures travaillées a été construite comme étant l'emploi total dans le secteur non agricole (lhem) moins l'emploi total dans le secteur gouvernemental (lpgov) multiplié par la moyenne d'heures travaillées par semaine (lhch). Cette série correspond à celle utilisée par Watson (1991).

¹¹ Les salaires réels dans d'un tel modèle correspondent à la productivité moyenne du travail puisque les rendements sont constants. La productivité moyenne est définie comme le logarithme de la mesure de production moins le logarithme des heures travaillées. Pour obtenir les salaires réels, on doit prendre cette mesure en différence étant donnée la présence d'une croissance stochastique.

¹² Nous avons enlevé une tendance quadratique à la série des heures travaillées pour la rendre stationnaire.

¹³ La matrice de variance-covariance des moments de la tendance stochastique a été obtenue par méthode de simulation sur les chocs correspondant à cette tendance. Nous avons effectué 1000 simulations avec le générateur de nombres aléatoires de RATS (voir Doan et Litterman (1986)).

¹⁴ L'estimateur de g_{kk} de Shapiro (1986) doit être multiplié par la production moyenne dans le secteur manufacturier (en dollars de 1967) sur la période 1955-80 pour être compatible avec le paramètre q de notre modèle

est plus problématique. Les estimations obtenues par Ferson et Constantinides sur des données trimestrielles varient de 0.2 à 0.7 selon le choix des instruments. Nous avons fixé le paramètre à 0.4. Le tableau 4 présente les différents moments pour le modèle avec les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement, et le tableau 5, ceux du modèle de base.

Les ratios de variances entre le modèle de base et le modèle avec habitudes de consommation et coûts d'ajustement sont assez similaires. Pour les corrélations croisées contemporaines, la consommation et l'investissement sont presque parfaitement corrélés avec la production pour les deux modèles. Dans notre modèle, le travail et la production sont moins fortement corrélés (.17 au lieu de .35). On peut comprendre intuitivement ce résultat. Un choc technologique positif entraîne une hausse de la productivité marginale du travail, incitant l'individu à offrir plus de travail. Cependant, l'effet richesse, provoqué par ce choc permanent, amène l'individu à consommer plus de loisir, donc à diminuer son offre de travail. L'effet net est une hausse de l'offre de travail. Lorsque le taux d'intérêt réel contemporain baisse suite au choc permanent, l'individu diminuera son offre de travail diminuant ainsi la corrélation entre la production et le travail. Par exemple, pour un modèle où $q=10$ et $\mu = .6$, on obtient une corrélation croisée entre le travail et la production qui est négative (-.03). Dans ce cas, l'effet sur l'offre de travail de la baisse du taux d'intérêt réel est plus important que la hausse de la demande produite par le choc technologique permanent.

Il est intéressant d'examiner la corrélation entre les salaires réels et les heures travaillées puisque cette corrélation a souvent été utilisée pour juger les modèles de cycle économique. La corrélation empirique avoisine zéro (voir Christiano-Eichenbaum (1992)

pour une discussion). Pour le modèle de base, la corrélation croisée entre ces deux variables est égale à .45. Pour le modèle où $q=8$ et $\mu = .4$, cette corrélation est de .18. La baisse de la corrélation est due au déplacement de la courbe d'offre de travail produit par la baisse du taux d'intérêt réel. Pour le modèle avec $q=10$ et $\mu = .6$, cette corrélation est négative (-.05). On peut donc reproduire la corrélation observée entre les heures travaillées et les salaires réels avec un modèle qui incorpore seulement une source de choc. En résumé, l'introduction d'habitudes de consommation et de coûts d'ajustement permet d'améliorer le modèle relativement à la relation entre le taux d'intérêt réel et la production, ainsi que pour le marché du travail. Cependant, sous d'autres aspects, ce modèle se comporte moins bien. Par exemple, les autocorrélations de la consommation sont trop élevées (l'autocorrélation d'ordre 1 est égale à (.41) pour le modèle avec $q=8$ et $\mu = .4$ comparativement à la valeur observée qui est de .22 et de .13 pour le modèle de base) et les autocorrélations de l'investissement sont négatives (-.11 comparativement à la valeur empirique qui est de .48). Le modèle de base reproduit également assez mal les autocorrélations de l'investissement (l'autocorrélation d'ordre 1 est de -.01).

Finalement, il est intéressant de noter que l'introduction de non-séparabilité semble améliorer sensiblement les mécanismes de propagation des modèles de cycle réel. Pour un choc correspondant à une marche aléatoire, l'autocorrélation d'ordre 1 de la production pour le modèle avec $q=8$ et $\mu = .4$ est de .08 tandis que pour le modèle de base, elle est de .02. Cependant cette valeur est encore loin de la valeur observée qui est de .32 (en effet, on peut rejeter avec un intervalle de confiance de 95% l'égalité de ces deux valeurs).

4. Tests empiriques.

Dans la partie précédente, nous avons comparé qualitativement les différents modèles. Cependant, il est nécessaire de comparer ces modèles avec une certaine métrique. Ces modèles sont-ils significativement différents? Pour quels ensembles de moments, le modèle avec coûts d'ajustement et habitudes de consommation est-il meilleur que le modèle de base? Pour ce faire, nous allons introduire un test basé sur une forme quadratique.

Pour un ensemble de moments Φ , le test consiste à évaluer la distance entre les moments engendrés par le modèle (contenus dans le vecteur f) et les moments empiriques Φ avec comme métrique la matrice de variance-covariance des moments empiriques. Définissons le vecteur F mesurant la distance entre les moments observés et les moments produits par un modèle. Ainsi,

$$F(\Phi_T) = f - \Phi_T. \quad (4.1)$$

Un estimé convergent de la variance de F sera:

$$\text{Var}[F(\Phi_T)] = [F'(\Phi_T)]\text{var}(\Phi_T)[F'(\Phi_T)]'. \quad (4.2)$$

où $\text{var}(\Phi_T)$ est la matrice de variance-covariance des moments estimés. La statistique du test sera:

$$Q = F(\Phi_T)'\text{Var}[F(\Phi_T)]^{-1}F(\Phi_T). \quad (4.3)$$

Sous l'hypothèse que $F(\Phi)$ suit asymptotiquement une distribution normale, la statistique Q aura asymptotiquement une distribution du khi-deux avec un nombre de degrés de liberté égal à la dimension du vecteur F . Nous allons comparer divers ensembles de moments pour le modèle de base et le modèle où $q = 8$ et $\nu = .4$. Dans le cas où nous allons comparer les deux modèles avec les données brutes, la matrice de variance-covariance de Φ_T est obtenue à l'aide de la méthode des moments généralisés de la façon proposée par Newey et West (1987). Pour la comparaison avec les moments produits par la tendance stochastique identifiée aux chocs technologiques grâce à la méthodologie de KPSW, la matrice de variance-covariance de Φ_T est estimée en simulant des chocs sur cette tendance (nous avons effectué 1000 simulations).

Le Tableau 6 contient les résultats du test Q pour différents ensembles de moments. Les deux premières colonnes du tableau contiennent les résultats du test Q pour les moments des données brutes et les deux dernières ceux des moments induits par la tendance stochastique. À la première et à la troisième colonnes apparaissent les résultats du test Q pour le modèle de base et à la deuxième et à la quatrième colonne, les résultats pour le modèle avec habitudes de consommation et coûts d'ajustement.

Afin d'examiner l'impact de l'ajout au modèle de base des habitudes de consommation et des coûts d'ajustement, nous avons effectué le test Q sur les volatilités relatives de la consommation et de l'investissement par rapport à la production, sur la corrélation contemporaine entre la croissance de la production et le taux d'intérêt réel et sur la corrélation contemporaine entre les heures travaillées et les salaires réels. Nous avons choisi ces moments pour les raisons suivantes: i) les volatilités relatives de la consommation et de l'investissement sont les critères de base pour l'évaluation des modèles de cycle réel, ii)

l'étude de la corrélation entre la production et le taux d'intérêt réel est le but premier de cet essai et iii) l'observation de Dunlop-Tarship sur la faible corrélation empirique entre les heures travaillées et les salaires réels est souvent utilisée pour évaluer les modèles de cycle économique. La valeur du test pour le modèle de base avec les données brutes est très élevée, donc on peut rejeter ce modèle sans ambiguïté. Pour le modèle avec les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement, la statistique est beaucoup moins élevée que celle du modèle de base, en fait, on ne peut rejeter ce modèle avec un intervalle de confiance de 99%. Pour les résultats du test Q avec les moments provenant de la tendance stochastique, les deux modèles font beaucoup mieux. Le modèle de base est cependant près de la borne de confiance à 10% (p-value de .12), tandis que la statistique du modèle modifié est très faible (p-value de .85). Pour ces moments, l'introduction des habitudes de consommation et des coût d'ajustement améliore significativement la performance de ce type de modèle.

Pour identifier plus précisément quels aspects les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement améliorent la performance du modèle, nous avons effectué le test Q sur différents ensembles de moments. La partie B du tableau 8 contient les résultats du test Q pour la volatilité relative de la consommation, de l'investissement, des heures travaillées, du salaire réel et du taux d'intérêt réel par rapport à la production. On peut rejeter les deux modèles avec les données brutes (la valeur critique à 5% est de 9.49), tandis qu'on ne peut les rejeter avec la tendance stochastique identifiée aux chocs technologiques. Les résultats sont semblables pour les deux modèles. Le rejet pour les données brutes provient des variances du travail et du taux d'intérêt réel qui sont sous-estimées par les deux modèles¹⁵.

¹⁵ Nous aurions pu considérer les deux modèles avec une offre de travail plus élastique comme Hansen (1985) pour augmenter la variance des heures travaillées.

Par la suite, nous avons comparé les corrélations croisées contemporaines générées par les deux modèles. Le premier ensemble de corrélations comprend les corrélations de la production avec la consommation, l'investissement, le travail, le taux d'intérêt réel et les salaires travaillés. À nouveau, on peut rejeter les deux modèles avec les données brutes, mais pas avec la tendance stochastique. Cependant, le deuxième modèle semble plus satisfaisant que le premier (113.58 contre 176.55 pour les données brutes et 2.91 contre 8.20 pour la tendance stochastique). Nous avons également considéré le même ensemble de moments, mais en remplaçant la corrélation entre production et heures travaillées par la corrélation entre les heures travaillées et les salaires réels. Avec les données brutes, on rejette les deux modèles, cependant l'introduction d'habitudes de consommation et de coûts d'ajustement améliore grandement la reproductions des moments empiriques, puisque la valeur du test diminue de 139.76 à 39.54. Pour la tendance stochastique, on peut rejeter le modèle de base à un niveau de 10% malgré l'imprécision de la mesure des moments, mais on ne peut rejeter le deuxième modèle.

Examinons maintenant les corrélations dynamiques entre la ΔY_t et r_{t-k} pour $k = -2, -1, 0, 1, 2$. On peut rejeter les deux modèles. Même si la corrélation croisée contemporaine engendrée par le modèle avec les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement est négative, les autres corrélations croisées sont positives comme on peut le constater dans le tableau 4, alors que pour les données brutes, celles-ci sont négatives. Pour le test avec les corrélations dynamiques provenant de la tendance stochastique, on rejette à un niveau de 10% le modèle de base, tandis que le modèle modifié est beaucoup plus satisfaisant. Nous avons fait le même exercice pour les corrélations croisées dynamiques entre les heures travaillées et les salaires réels. Les résultats sont rapportés à la partie F du tableau 6. Pour les données brutes, on constate une nette amélioration (44.21

comparativement à 264.88) produite par l'introduction des deux modifications dans le modèle de base, même si celui-ci est rejeté. Pour la tendance stochastique, le modèle de base est rejeté avec un intervalle de confiance de 95% tandis qu'on ne peut rejeter le modèle modifié.

Comme nous l'avons souligné dans la partie précédente, le problème important du modèle avec les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement se situe au niveau des autocorrélations des différentes variables, et particulièrement pour l'investissement. La partie G du tableau 6 contient les résultats du test Q pour les autocorrélations d'ordre 1 de $\Delta \log(Y_t)$, $\Delta \log(C_t)$, $\Delta \log(I_t)$, $\Delta \log(N_t)$, $\Delta \log(w_t)$ et r_t tandis que la partie H contient les mêmes autocorrélations à l'exception de l'investissement. Pour les résultats avec l'investissement, on rejette les deux modèles, et ce, autant avec les données brutes qu'avec les autocorrélations induites par la méthodologie de KPSW. Le modèle de base donne des résultats un peu plus satisfaisants que le modèle modifié. Lorsqu'on effectue le test sans investissement, on rejette toujours pour les données brutes. Pour la tendance stochastique, on peut rejeter le modèle de base à un niveau de 10% et le modèle avec les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement est très satisfaisant.

Conclusion

L'introduction des habitudes de consommation et des coûts d'ajustement améliore la performance des modèles standards de cycle réel sur plusieurs aspects. Ces modifications ont été apportées afin de reproduire les co-mouvements entre le taux d'intérêt réel et la production. En plus d'améliorer le modèle de base sous cet aspect, les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement permettent de mieux reproduire les corrélations entre les heures travaillées et les salaires réels sans source additionnelle de choc. Cepen-

dant, les moments induits par le modèle sont rejetés dans la plupart des cas lorsqu'ils sont comparés aux moments empiriques. Les tests sont favorables si on compare avec les moments provenant des chocs identifiés comme étant ceux du processus de la technologie par la méthodologie de King, Plosser, Stock et Watson (1991).

Pour un aspect important, le modèle de base et le modèle modifié se comportent très mal. Selon les observations, la croissance de l'investissement est positivement et significativement autocorrélée tandis que ces modèles prédisent des autocorrélations légèrement négatives. L'explication du comportement de l'investissement semble donc déficiente dans ce type de modèle et constitue donc une voie de recherche intéressante.

APPENDICE

On considère la même classe de fonction d'utilité que King-Plosser-Rebelo (1990), soit

$$U(S_t, L_t) = \frac{1}{(1-\sigma)} S_t^{1-\sigma} v(L_t) \quad (\text{A.1})$$

pour $0 < \sigma < 1$ et $\sigma > 1$, pour $\sigma = 1$, on a que

$$U(S_t) = \log(S_t) + v(L_t) \quad (\text{A.2})$$

Lorsque que la fonction d'utilité est additive en S_t et L_t , $v(L_t)$ doit être croissant et concave, si la fonction d'utilité est multiplicative comme en (A.1), alors $v(L_t)$ doit être croissant et concave si $\sigma < 1$ et, décroissante et convexe si $\sigma > 1$.

On divise chaque variable par la composante permanente X_t^p à l'exception de N_t qui est borné par allocation en temps de l'individu normalisé à 1. On obtient ainsi une économie sans croissance.

Le problème du planificateur social consiste donc à maximiser:¹⁶

$$X_0^{1-\alpha} E \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t \left[\frac{1}{(1-\sigma)} S_t^{1-\sigma} v(L_t) \right] \quad (\text{A.3})$$

sous contrainte:

$$y_t = A_t k_t^{(1-\alpha)} N_t^\alpha \quad (\text{A.4})$$

$$c_t + i_t + \frac{q}{2} \gamma^2 \frac{(k_{t+1} - k_t)^2}{k_t} \leq y_t \quad (\text{A.5})$$

$$\gamma k_{t+1} = (1 - \delta_k) k_t + i_t \quad (\text{A.6})$$

$$s_t = c_t - \nu h_t \quad (\text{A.7})$$

$$\gamma h_{t+1} = \theta h_t + c_t \quad (\text{A.8})$$

où $\beta^* = \beta(\gamma)^{1-\sigma}$ et $A_t = (X_t^s)^\alpha$.

¹⁶ À l'état stationnaire, pour que S_t soit positif, $\frac{\gamma-\theta-\nu}{\gamma-\theta}$ doit être plus grand que zéro.

Pour résoudre ce problème, on applique la méthodologie de King et al. (1990), qui consiste à dériver les conditions de premier ordre du problème de maximisation dans un environnement sans incertitude et à approximer ces conditions autour de l'état stationnaire puisqu'il n'existe pas de solution analytique. Par la suite, on résout le système d'équations différentielles résultant.

Les variables d'état de cette économie sont les habitudes de consommation (h_{t+1}), le capital (k_{t+1}) et le processus exogène à la technologie (A_t). On écrit le lagrangien en fonction de ces variables:

$$L = E \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t \left[\frac{1}{(1-\sigma)} (\gamma h_{t+1} - (\theta + \nu) h_t)^{1-\sigma} v(L_t) \right] + E \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t (\beta^*)^t \left[A_t k_t^{(1-\sigma)} N_t^\sigma - \gamma h_{t+1} + \theta h_t - \gamma k_{t+1} + (1 - \delta_k) k_t - \frac{q}{2} \gamma^2 \frac{(k_{t+1} - k_t)^2}{k_t} \right]. \quad (\text{A.9})$$

Les conditions de premier ordre par rapport à h_{t+1} , k_{t+1} , N_t et λ_t sont:

$$\gamma (\gamma h_{t+1} - (\theta + \nu) h_t)^{-\sigma} v(L_t) - (\theta + \nu) \beta^* (\gamma h_{t+2} - (\theta + \nu) h_{t+1})^{-\sigma} v(L_{t+1}) = \gamma \lambda_t - \lambda_{t+1} \beta \theta \quad (\text{A.10})$$

$$\lambda_{t+1} \beta \left[(1 - \alpha) A_{t+1} k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^\alpha + (1 - \delta_k) + \frac{q}{2} \gamma^2 \left(\frac{k_{t+2} - k_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^2 + q \gamma^2 \left(\frac{k_{t+2} - k_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \right] = \lambda_t \gamma + \lambda_t q \gamma^2 \left(\frac{k_{t+1} - k_t}{k_t} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{1}{(1-\sigma)} (\gamma h_{t+1} - (\theta + \nu) h_t)^{(1-\sigma)} \frac{\delta v(L_t)}{\delta N_t} = \lambda_t \alpha A_t k_t^{(1-\alpha)} N_t^{(\alpha-1)} \quad (\text{A.12})$$

$$A_t k_t^{(1-\sigma)} N_t^\sigma - \gamma h_{t+1} + \theta h_t - \gamma k_{t+1} + (1 - \delta_k) k_t - \frac{q}{2} \gamma^2 \frac{(k_{t+1} - k_t)^2}{k_t} = 0. \quad (\text{A.13})$$

Le stock de capital k_0 et les habitudes de consommation h_0 sont donnés. Les conditions de transversalité sont:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\beta^*)^t \lambda_t k_{t+1} = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\beta^*)^t \lambda_t h_{t+1} = 0. \quad (\text{A.15})$$

À l'aide d'une approximation de Taylor, on exprime les conditions de premier ordre de façon linéaire autour de l'équilibre stationnaire, où par exemple $\hat{h} = \log(h_t/h)$. On obtient que,

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(\theta + \nu)\beta^*\gamma}{(\gamma - \theta - \nu)} \hat{h}_{t+2} - \left(\frac{\sigma\gamma^2}{(\gamma - \theta - \nu)} + \frac{(\theta + \nu)^2\sigma\beta^*}{(\gamma - \theta - \nu)} \right) \hat{h}_{t+1} + \frac{\sigma(\theta + \nu)\gamma}{(\gamma - \theta - \nu)} \hat{h}_t \\ - N\gamma \frac{\delta v(L)/\delta N}{v(L)} \hat{N}_t + N(\theta + \nu)\beta^* \frac{\delta v(L)/\delta N}{v(L)} \hat{N}_{t+1} = \quad (\text{A.16}) \\ \frac{\gamma(\gamma - (\theta + \nu)\beta^*)}{(\gamma - \beta^*\theta)} \hat{\lambda}_t - \frac{\beta^*\theta(\gamma - (\theta + \nu)\beta^*)}{(\gamma - \beta^*\theta)} \hat{\lambda}_{t+1} \end{aligned}$$

$$\lambda_{t+1} + \eta_a \hat{A}_{t+1} - \alpha \eta_a \hat{k}_{t+1} + \eta_a \hat{N}_{t+1} + \beta^* q \gamma \hat{k}_{t+2} - \beta q \gamma \hat{k}_{t+1} = \hat{\lambda}_t + q \gamma \hat{k}_{t+1} - q \gamma \hat{k}_t \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{(1 - \sigma)\gamma}{(\gamma - \theta - \nu)} \hat{h}_{t+1} - \frac{(1 - \sigma)(\theta - \nu)}{(\gamma - \theta - \nu)} \hat{h}_t - N \frac{\delta^2 v(L)/\delta N \delta N}{\delta v(L)/\delta N} \hat{N}_t = \quad (\text{A.18}) \\ \hat{\lambda}_t + \hat{A}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t - (\alpha - 1) \hat{N}_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{y} \right) \frac{\gamma}{(\gamma - \theta)} \hat{h}_{t+1} - \left(\frac{c}{y} \right) \frac{\theta}{(\gamma - \theta)} \hat{h}_t + \left(\frac{i}{y} \right) \phi \hat{k}_{t+1} - \left(\frac{i}{y} \right) (\phi - 1) \hat{k}_t = \quad (\text{A.19}) \\ \hat{A}_t + \alpha \hat{N}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t \end{aligned}$$

où $\eta_a = [\gamma - \beta^*(1 - \delta_k)]/\gamma$ et $\phi = \gamma/[\gamma - (1 - \delta_k)]$.

Algorithme de solution

Par les conditions de premier ordre linéarisées (A.18) et (A.19), les variables $\hat{\lambda}_t$ et \hat{N}_t sont reliées aux variables d'état au temps $t+1$ et t et à la variable exogène A_t par les équation suivantes:

$$\begin{bmatrix} 0 & N \frac{\delta^2 v(L)/\delta N \delta N}{\delta v(L)/\delta N} - (1 - \alpha) \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-\sigma)\gamma}{(\gamma-\theta-\nu)} & -(1-\alpha) & -\frac{(1-\sigma)(\theta+\nu)}{(\gamma-\theta-\nu)} \\ \frac{i}{y}\phi & \frac{c}{y}\frac{\gamma}{(\gamma-\theta)} & -(1-\alpha) - \frac{i}{y}(\phi-1) & -\frac{c}{y}\frac{\theta}{(\gamma-\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{h}_{t+1} \\ \hat{k}_t \\ \hat{h}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \hat{A}_t \quad (\text{A.20})$$

Les équations (A.16) et (A.17) permettent d'exprimer les variables $(\hat{k}_{t+1}, \hat{h}_{t+1}, \hat{k}_t$ et $\hat{h}_t)$ en fonction de $\hat{\lambda}_t$ et \hat{N}_t et de la variable exogène \hat{A}_t . Ainsi,

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{bmatrix} \beta^* q \gamma & 0 & -\beta^* q \gamma - \alpha \eta_a & 0 \\ 0 & \frac{\sigma(\theta+\nu)\beta^* \gamma}{(\gamma-\theta-\nu)} & 0 & -\frac{(\theta+\nu)^2 \sigma \beta^*}{(\gamma-\theta-\nu)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -q \gamma & 0 & q \gamma & 0 \\ 0 & \frac{-\sigma \gamma^2}{(\gamma-\theta-\nu)} & 0 & \frac{\sigma \gamma(\theta+\nu)}{(\gamma-\theta-\nu)} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+2} \\ \hat{h}_{t+2} \\ \hat{k}_{t+1} \\ \hat{h}_{t+1} \end{bmatrix} \\ & = \left\{ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\beta^* \theta(\gamma - (\theta+\nu)\beta^*)}{(\gamma - \beta^* \theta)} & -(\theta + \nu)\beta^* \frac{(\delta v(L)/\delta N)}{v(L)} N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\alpha \eta_a & 0 \\ \frac{\gamma(\gamma - (\theta - (\theta+\nu)\beta^*))}{(\gamma - \beta^* \theta)} & \gamma \frac{(\delta v(L)/\delta N)}{v(L)} N \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} \\ & \quad + \left\{ \begin{bmatrix} -\eta_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} B \right\} \hat{A}_{t+1} \quad (\text{A.21}) \end{aligned}$$

où B est un opérateur de retard.

Posons que $Z_t = (k_t \ h_t)'$. Étant donné que la Mcc est inversible, on peut exprimer \hat{Z}_{t+2} et \hat{Z}_{t+1} comme un polynôme du premier ordre fonction de la variable exogène \hat{A}_{t+1} . Donc,

$$[M_{ss}(B) - M_{sc}(B)M_{cc}^{-1}M_{cs}] \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+2} \\ \hat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = [M_{se}(B) + M_{sc}(B)M_{cc}^{-1}M_{ce}] \hat{A}_{t+1} \quad (\text{A.22})$$

On a donc le système de premier ordre suivant:

$$M_{ss}^*(B) \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+2} \\ \hat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = M_{se}^*(B) \hat{A}_{t+1}. \quad (\text{A.23})$$

En prémultipliant par la $M_{ss}0^*$, on obtient un système où le vecteur $(\hat{Z}_{t+2} \ \hat{Z}_{t+1})'$ est fonction de son premier retard de \hat{A}_{t+1} et \hat{A}_t

$$\begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+2} \\ \hat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+1} \\ \hat{Z}_t \end{bmatrix} + R\hat{A}_{t+1} + Q\hat{A}_t \quad (\text{A.24})$$

où $W = [M_{ss0^*}]^{-1}M_{ss1^*}$, $R = [M_{ss0^*}]^{-1}M_{se0^*}$ et $Q = [M_{ss0^*}]^{-1}M_{se1^*}$ ¹⁷.

Ce système dynamique est gouverné par les racines caractéristiques de W . Définissons P comme la matrice des vecteurs propres et Ξ la matrice diagonale des valeurs propres de W . On a donc que $W = P\Xi P^{-1}$. Les deux plus petites valeurs (Ξ_1) seront plus petites que $(\beta^*)^{1/2}$ et les plus grandes seront supérieures à $(\beta^*)^{1/2}$.

On partitionne P, Ξ , et P^{-1} en fonction de \hat{Z}_{t+2} et \hat{Z}_{t+1} ;

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} P_{11}^* & P_{12}^* \\ P_{21}^* & P_{22}^* \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_1 & 0 \\ 0 & \Xi_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.26})$$

On définit le vecteur $(\bar{Z}_{t+2} \bar{Z}_{t+1})'$ comme étant:

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_{t+2} \\ \bar{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = P^{-1} \begin{bmatrix} \hat{Z}_{t+2} \\ \hat{Z}_{t+1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

En prémultipliant l'équation (A.24) par P^{-1} , on obtient:

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_{t+2} \\ \bar{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = \Xi \begin{bmatrix} \bar{Z}_{t+1} \\ \bar{Z}_t \end{bmatrix} + P^{-1}R\hat{A}_{t+1} + P^{-1}Q\hat{A}_t. \quad (\text{A.28})$$

Par (A.26):

$$\bar{Z}_{t+1} = P_{21}^* \hat{Z}_{t+2} + P_{22}^* \hat{Z}_{t+1} \quad (\text{A.29})$$

$$\hat{Z}_{t+2} = [P_{21}^*]^{-1} \bar{Z}_{t+1} - [P_{21}^*]^{-1} P_{22}^* \hat{Z}_{t+1} \quad (\text{A.30})$$

¹⁷ M_{ss0^*} correspond à la matrice d'ordre 0 du polynôme et M_{ss1^*} à la matrice d'ordre 1 du polynôme. La même notation est utilisée M_{se}^*

et par (A.28),

$$\bar{Z}_t = [\Xi_2]^{-1} \bar{Z}_{t+1} + D_1 \hat{A}_{t+1} + D_0 \hat{A}_t. \quad (\text{A.31})$$

On prend l'espérance de l'équation précédente par rapport à l'ensemble d'information au temps t (Ω_t). Alors,

$$\bar{Z}_t = [\Xi_2]^{-1} E_t(\bar{Z}_{t+1}) + D_1 E_t \hat{A}_{t+1} + D_0 \hat{A}_t. \quad (\text{A.32})$$

On suppose un processus de Markov du premier ordre pour \hat{A} ,

$$\hat{A}_{t+1} = \rho \hat{A}_t + \epsilon_{t+1}. \quad (\text{A.33})$$

On obtient que:

$$\bar{Z}_t = [D_1 \rho + D_0][I - (\Xi_1)^{-1} \rho]^{-1} \hat{A}_t \quad (\text{A.34})$$

et en retardant (A.30) d'une période et avec (A.34),

$$\hat{Z}_{t+1} = -[P_{21}^*]^{-1} P_{22}^* \hat{Z}_t + [P_{21}^*]^{-1} [D_1 \rho + D_0][I - (\Xi_1)^{-1} \rho]^{-1} \hat{A}_t. \quad (\text{A.35})$$

L'équation (A.35) caractérise le sentier optimal des variables d'état \hat{k}_{t+1} et \hat{h}_{t+1} en fonction de la variable exogène \hat{A}_t . Les expressions suivantes lient les variables \hat{y}_t , \hat{w}_t (le salaire réel), \hat{i}_t et \hat{c}_t aux variables d'état, à la variable exogène et aux variables $\hat{\lambda}_t$ et \hat{N}_t :

$$\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{N}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t \quad (\text{A.36})$$

$$\hat{y}_t - \hat{N}_t = \hat{A}_t - (1 - \alpha) \hat{N}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t \quad (\text{A.37})$$

$$\hat{i}_t = \frac{y}{i} [\hat{A}_t + \alpha \hat{N}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t] - \frac{c}{y} \left[\frac{\gamma}{(\gamma - \theta)} \hat{h}_{t+1} - \frac{\theta}{(\gamma - \theta)} \hat{h}_t \right] \quad (\text{A.38})$$

$$\hat{c}_t = \frac{\gamma}{(\gamma - \theta)} \hat{h}_{t+1} - \frac{\theta}{(\gamma - \theta)} \hat{h}_t. \quad (\text{A.39})$$

Le taux d'intérêt réel sera:

$$r_t - r = \hat{\lambda}_t - \hat{\lambda}_{t+1}. \quad (\text{A.40})$$

On peut exprimer les différentes relations précédentes sous une forme espace-état contenant les variables en déviation par rapport à l'équilibre stationnaire. Ainsi,

$$\begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{h}_{t+1} \\ \hat{A}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{kk} & \pi_{kh} & \pi_{ka} \\ \pi_{kh} & \pi_{hh} & \pi_{ha} \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{h}_t \\ \hat{A}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \epsilon_t \end{bmatrix} \quad (\text{A.41})$$

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{y}_t \\ \hat{i}_t \\ \hat{w}_t \\ r_t - r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{ck} & \pi_{ch} & \pi_{ca} \\ \pi_{Nk} & \pi_{Nh} & \pi_{Na} \\ \pi_{yk} & \pi_{yh} & \pi_{ya} \\ \pi_{ik} & \pi_{ih} & \pi_{ia} \\ \pi_{wk} & \pi_{wh} & \pi_{wa} \\ \pi_{rk} & \pi_{rh} & \pi_{ra} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{h}_t \\ \hat{A}_t \end{bmatrix}, \quad (\text{A.42})$$

les coefficients π correspondent aux relations établies plus haut entre les différentes variables.

Pour comparer les moments empiriques aux moments induits par le modèle, on doit transformer certaines variables de la représentation espace-état (A.41) et (A.42). Ces variables possèdent une tendance (déterministe ou stochastique) en commun et sont caractérisées de la façon suivante:

$$\log(K_t) = \log(X_t^P) + \log(k) + \hat{k}_t \quad (\text{A.43})$$

$$\log(C_t) = \log(X_t^P) + \log(c) + \hat{c}_t \quad (\text{A.44})$$

$$\log(Y_t) = \log(X_t^P) + \log(y) + \hat{y}_t \quad (\text{A.45})$$

$$\log(I_t) = \log(X_t^P) + \log(k) + \hat{i}_t \quad (\text{A.46})$$

$$\log(w_t) = \log(X_t^P) + \log(k) + \hat{w}_t. \quad (\text{A.47})$$

À partir de ces transformations et de la représentation espace-état, on peut maintenant obtenir pour les différentes variables les fonctions de réponse (impulse response) ainsi que les moments induits par le modèle.

Tableau 1

Corrélations croisées entre la production et le taux d'intérêt réel pour différents ν^a et q^b

ν	q					
	0	5	10	15	33	
0	.35	.32	.30	.28	.24	
.2	.35	.12	-.10	-.28	-.62	
.4	.36	-.01	-.37	-.59	-.84	
.6	.36	-.01	-.46	-.67	-.87	
.8	.38	.06	-.38	-.60	-.79	

^a paramètre des habitudes de consommation.

^b paramètre des coûts d'ajustement.

Tableau 2
Moments empiriques

1954:1-1990:4

Écart-types relatifs et autocorrélations

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	r
$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1.00	0.57(.04)	2.06(.10)	.53(.06)
AR(1)	0.32(.09)	0.22(.07)	0.48(.07)	0.72(.07)
AR(2)	0.19(.06)	0.19(.05)	0.22(.08)	0.63(.10)
AR(3)	0.05(.06)	0.23(.06)	0.05(.07)	0.54(.11)

Corrélations croisées entre ($\Delta \log(y_t), x_{t-k}$)

k	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	r
-12	-.08(.09)	-.13(.11)	-.14(.08)	-.05(.11)
-8	-.15(.09)	-.11(.08)	-.21(.09)	-.13(.12)
-4	-.06(.07)	-.13(.09)	-.10(.08)	.03(.10)
-2	.19(.06)	.18(.06)	.26(.07)	-.04(.09)
-1	.32(.09)	.24(.07)	.49(.08)	-.04(.11)
0	1.00	.62(.06)	.73(.05)	-.13(.09)
1	.32(.09)	.35(.10)	.43(.06)	-.13(.13)
2	.19(.06)	.27(.06)	.17(.07)	-.13(.11)
4	-.06(.07)	.10(.08)	.00(.06)	.02(.07)
8	-.15(.09)	-.20(.07)	-.23(.07)	-.22(.08)
12	-.08(.09)	.02(.08)	-.18(.08)	.05(.08)

Tableau 3

Moments empiriques induits par la tendance stochastique

1954:1-1990:4

Corrélations croisées entre $(\Delta \log(y_t), x_{t-k})$

k	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	$\log(N)$	r
-12	.06(.26)	.01(.26)	.01(.27)	.10(.24)	.11(.28)
-8	-.10(.29)	-.02(.27)	-.12(.28)	.30(.23)	-.51(.29)
-4	-.06(.29)	-.04(.28)	-.19(.28)	.40(.21)	.28(.35)
-2	.27(.25)	.15(.24)	.40(.23)	.25(.23)	-.09(.32)
-1	.21(.29)	.17(.27)	.71(.19)	.16(.22)	-.13(.32)
0	1.00	.97(.18)	.77(.21)	-.02(.29)	-.46(.37)
1	.21(.29)	.21(.27)	.31(.23)	-.10(.31)	-.08(.30)
2	.27(.25)	.26(.29)	.12(.27)	-.15(.34)	-.14(.31)
4	-.06(.29)	-.05(.29)	-.15(.27)	.05(.34)	-.02(.29)
8	-.10(.29)	-.11(.29)	-.15(.26)	.05(.27)	-.07(.29)
12	.06(.26)	.07(.25)	.07(.24)	.08(.24)	-.08(.26)

Tableau 4

Moments générés par le modèle avec les habitudes de consommation et les coûts d'ajustement

(paramètres: $q = 8, \nu = .4$)

Écart-types relatifs et autocorrélations

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	$\log(N)$	r
$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1.00	0.59	2.10	.84	.10
AR(1)	0.08	0.41	-0.11	0.99	0.87
AR(2)	0.04	0.20	-0.04	0.97	0.81
AR(3)	0.03	0.12	-0.01	0.94	0.77

Corrélations croisées entre $(\Delta \log(y_t), x_{t-k})$

k	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	$\log(N)$	r
-12	.02	.04	.00	.24	.24
-8	.02	.05	-.01	.27	.29
-4	.02	.07	-.01	.30	.29
-2	.04	.17	-.04	.31	.25
-1	.08	.37	-.11	.28	.12
0	1.00	.95	.98	.17	-.25
1	.08	.10	.07	.08	.04
2	.04	.06	.03	.07	.05
4	.02	.03	.01	.06	.05
8	.02	.03	.01	.06	.05
12	.02	.02	.01	.05	.04

$$\text{corr}(\log(N_t), \Delta w_t) = .18$$

Table 5

Moments générés par le modèle de base

(paramètres: $q = 0, \nu = 0$)

Écart-types relatifs et autocorrélations

	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	$\log(N)$	r
$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1.00	0.52	2.17	.97	.13
AR(1)	0.02	0.13	-0.01	0.95	0.95
AR(2)	0.02	0.12	-0.01	0.91	0.91
AR(3)	0.02	0.12	-0.01	0.87	0.87

Corrélations croisées ($\Delta \log(y_t), x_{t-k}$)

k	$\Delta \log(y)$	$\Delta \log(c)$	$\Delta \log(I)$	$\log(N)$	r
-12	.01	.05	-.01	.20	.20
-8	.01	.06	-.02	.24	.24
-4	.02	.07	-.02	.29	.29
-2	.02	.08	-.02	.32	.34
-1	.02	.09	-.02	.34	.34
0	1.00	.98	.99	.35	.35
1	.02	.03	.01	.05	.05
2	.02	.03	.01	.05	.05
4	.02	.02	.01	.04	.05
8	.01	.02	.01	.04	.04
12	.01	.02	.01	.03	.03

$$\text{corr}(\log(N_t), \Delta w_t) = .45$$

Tableau 6

Tests de moments

	(1) $q = 0, \nu = 0$	(2) $q = 8, \nu = .4$	(3) $q = 0, \nu = 0$	(4) $q = 8, \nu = .4$
--	-------------------------	--------------------------	-------------------------	--------------------------

Partie (A)

$$\left\{ \frac{\sigma_{\Delta C}}{\sigma_{\Delta Y}}, \frac{\sigma_{\Delta I}}{\sigma_{\Delta Y}}, \text{Corr}(\Delta Y_t, r_t), \text{Corr}(\Delta Y_t, \Delta w_t) \right\}$$

Q-statistic	108.9	11.35	7.5	1.16
(p-value)	(.00)	(.02)	(.12)	(.85)

Partie(B)

$$\left\{ \frac{\sigma_{\Delta C}}{\sigma_{\Delta Y}}, \frac{\sigma_{\Delta I}}{\sigma_{\Delta Y}}, \frac{\sigma_{\Delta W}}{\sigma_{\Delta Y}}, \frac{\sigma_{\log N}}{\sigma_{\Delta Y}}, \frac{\sigma_r}{\sigma_{\Delta Y}} \right\}$$

Q-statistic	81.5	91.1	0.4	0.3
(p-value)	(.00)	(.00)	(.99)	(.99)

Partie(C)

$$\{ \text{Corr}(\Delta Y_T, \Delta C_t), \text{Corr}(\Delta Y_t, \Delta I_t), \text{Corr}(\Delta Y_t, \Delta w_t), \text{Corr}(\Delta Y_t, r_t), \text{Corr}(\log Y_t, \Delta w_t) \}$$

Q-statistic	176.6	113.58	8.2	2.9
(p-value)	(.00)	(.00)	(.14)	(.77)

Partie(D)

$$\{ \text{Corr}(\Delta Y_T, \Delta C_t), \text{Corr}(\Delta Y_t, \Delta I_t), \text{Corr}(\Delta Y_t, \Delta w_t), \text{Corr}(\Delta Y_t, r_t), \text{Corr}(\log N_t, \Delta w_t) \}$$

Q-statistic	139.8	39.54	9.2	2.3
(p-value)	(.00)	(.00)	(.10)	(.80)

Table 6 (suite)

	(1)	(2)	(3)	(4)
--	-----	-----	-----	-----

Partie(E)

$\{Corr(\Delta Y_t, r_{t-2}), Corr(\Delta Y_t, r_{t-1}), Corr(\Delta Y_t, r_t), Corr(\Delta Y_t, r_{t+1}), Corr(\Delta Y_t, r_{t+2})\}$

Q-statistic	55.7	44.3	10.0	1.76
(p-value)	(.00)	(.00)	(.08)	(.82)

Partie (F)

$Corr(N_t, \Delta w_{t-2}), Corr(N_t, \Delta w_{t-1}), Corr(N_t, \Delta w_t), Corr(N_t, \Delta w_{t+1}), Corr(N_t, \Delta w_{t+2})$

Q-statistic	264.88	44.2	13.7	5.3
(p-value)	(.00)	(.00)	(.02)	(.53)

Partie (G)

$Corr(\Delta Y_t, \Delta Y_{t-1}), Corr(\Delta C_t, \Delta C_{t-1}), Corr(\Delta I_t, \Delta I_{t-1}), Corr(\Delta w_t, \Delta w_{t-1}),$
 $Corr(N_t, N_{t-1}), Corr(r_t, r_{t-1})$

Q-statistic	87.7	154.1	13.51	15.40
(p-value)	(.00)	(.00)	(.02)	(.01)

Partie (H)

$Corr(\Delta Y_t, \Delta Y_{t-1}), Corr(\Delta C_t, \Delta C_{t-1}), Corr(\Delta w_t, \Delta w_{t-1}), Corr(N_t, N_{t-1}),$
 $Corr(r_t, r_{t-1})$

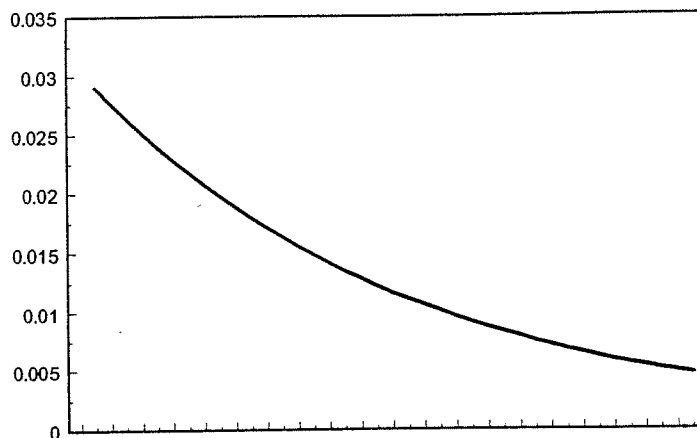
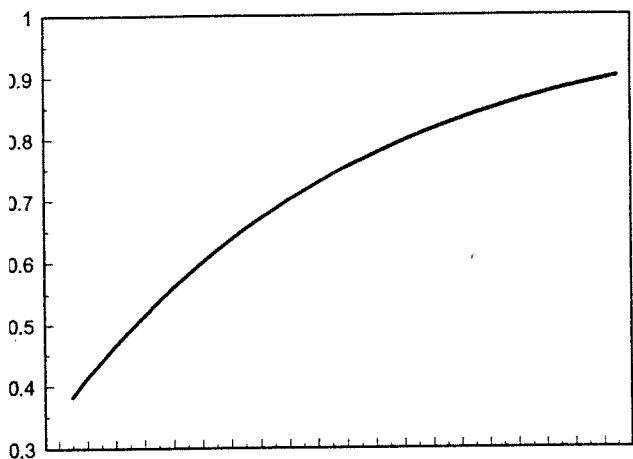
Q-statistic	98.0	70.9	9.85	6.19
(p-value)	(.00)	(.00)	(.07)	(.32)

Figure 1

Fonction de réponses pour les habitudes de consommation

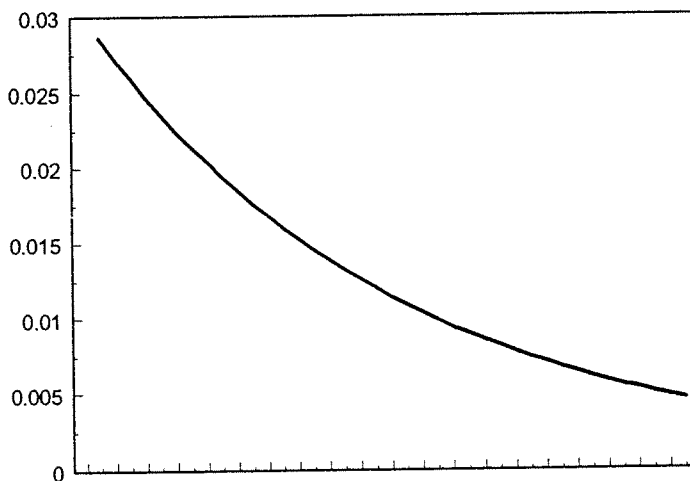
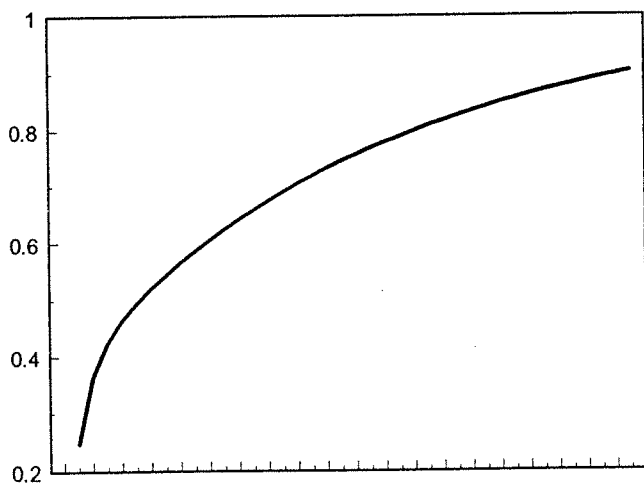
consommation, $v = 0$

taux réel, $v = 0$



consommation, $v = .4$

taux réel, $v = .4$



consommation, $v = .8$

taux réel, $v = .8$

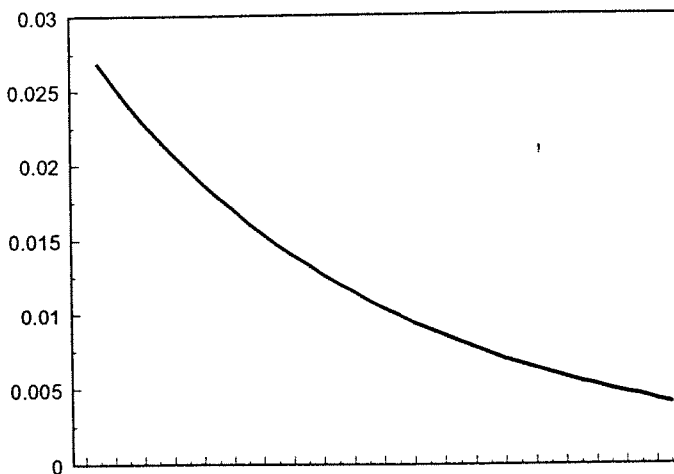
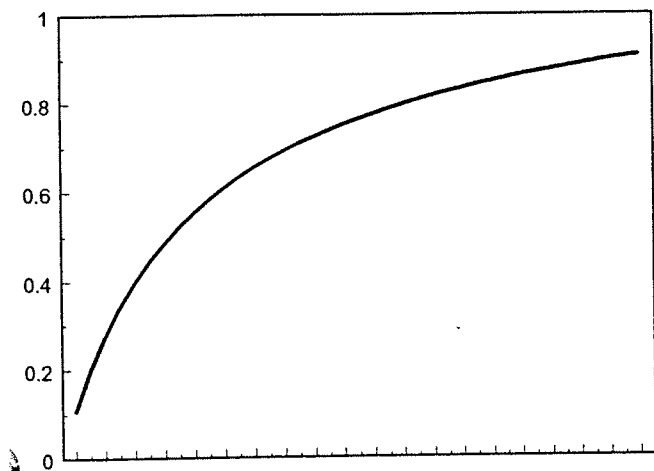
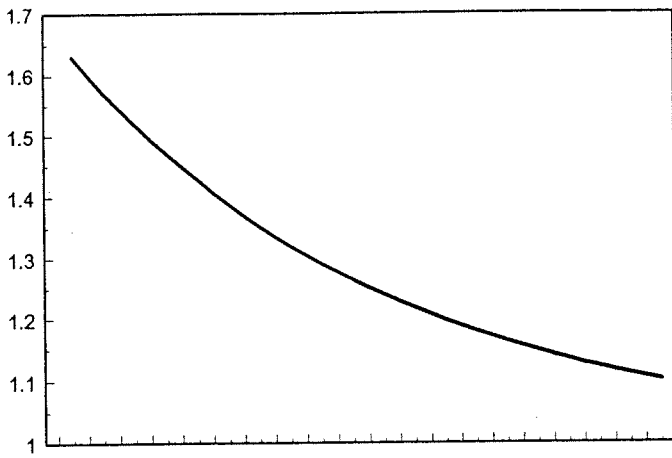


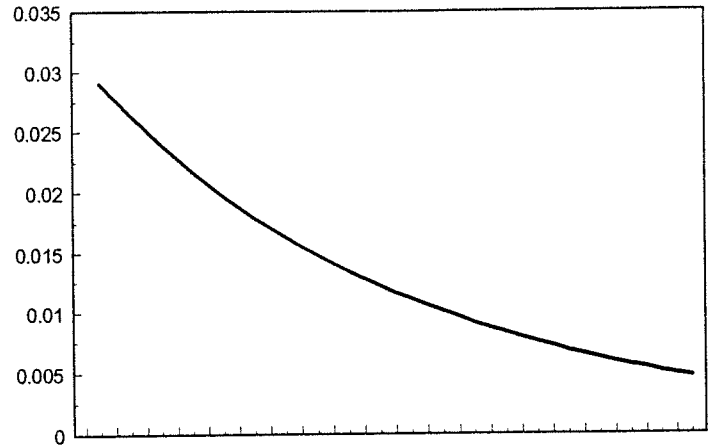
Figure 2

Fonctions de réponses pour les coûts d'ajustement

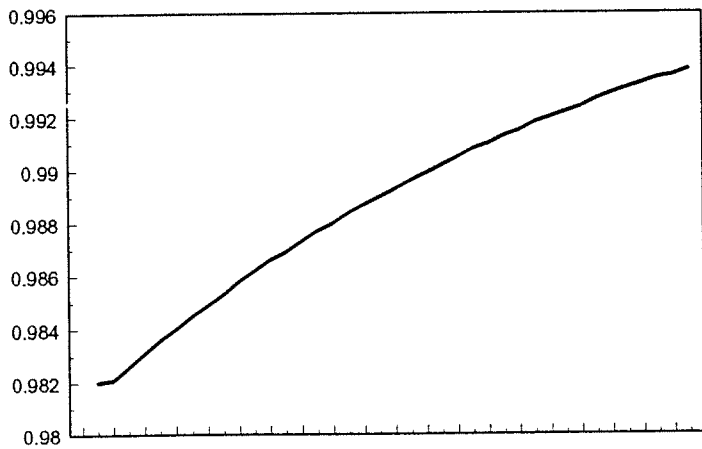
Investissement, $q = 0$



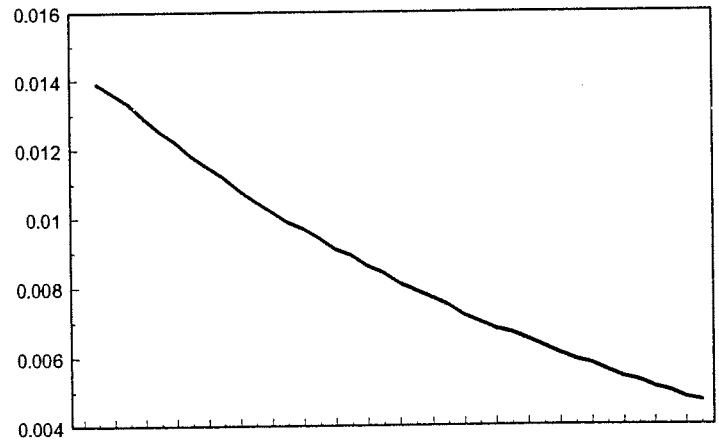
taux réel, $q = 0$



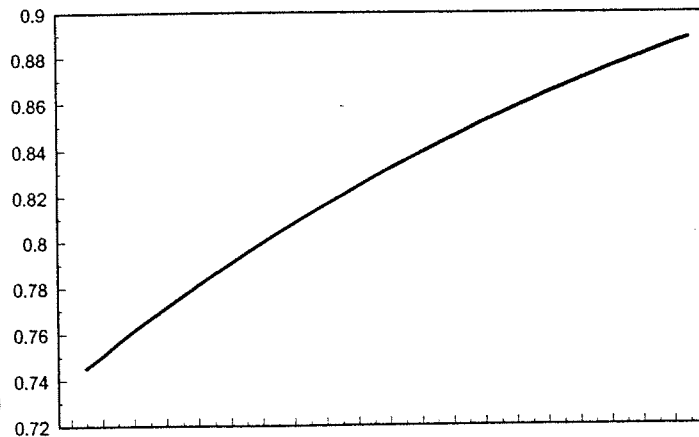
Investissement, $q = 10$



Taux réel, $q = 10$



Investissement, $q = 20$



taux réel, $q = 20$

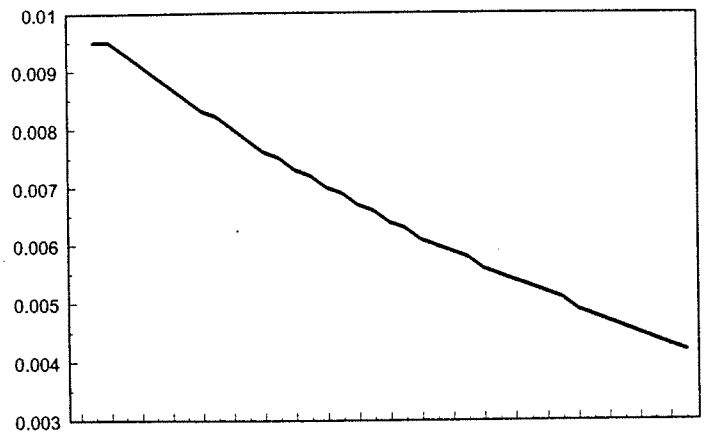
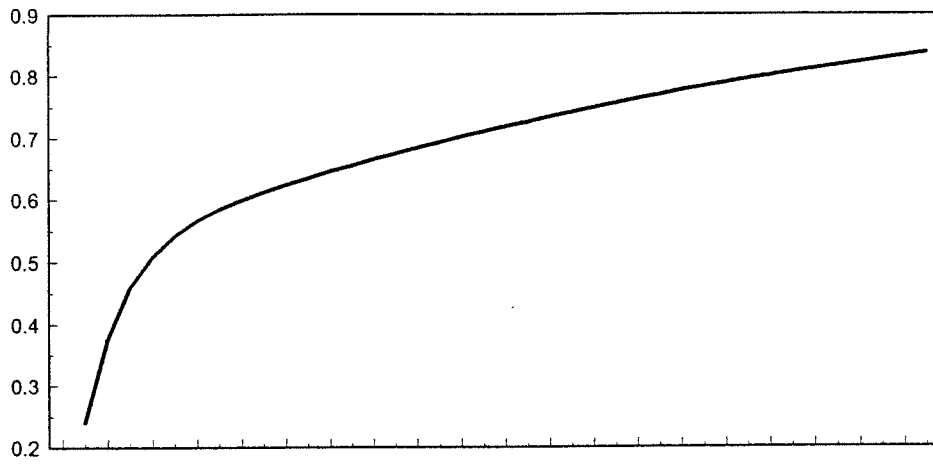
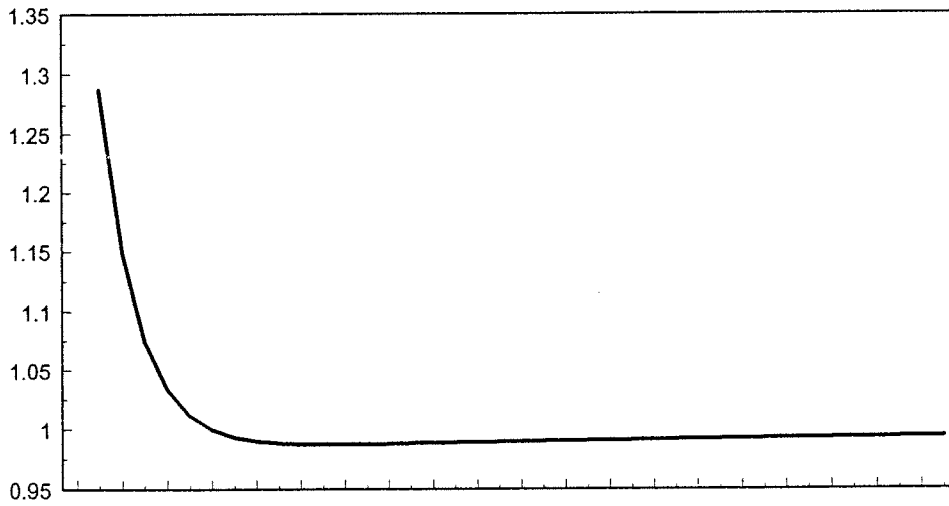


Figure 3
 $v = .6, q = 10$

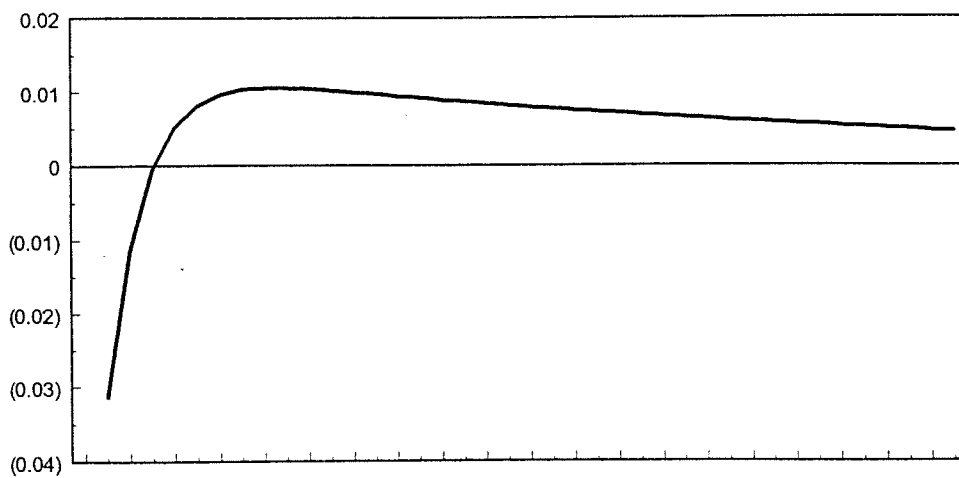
consommation



Investissement



Taux réel



BIBLIOGRAPHIE

- Aiyagari, S.R., Christiano, L.J. et M. Eichenbaum (1992), "The Output, Employment and Interest Rates Effects of Government Consumption," *Journal of Monetary Economics*, **30**, 73-86.
- Baxter, M. et R.G. King (1990), "Productive Externalities and Cyclical Volatility," University of Rochester, Working Paper No. 245.
- Beaudry, P. et A. Guay (1992), "Une Réévaluation du Pouvoir de Prédiction du Taux D'intérêt réel," Centre de recherche et développement en économie, cahier 0392.
- Bernanke, B.S. (1986), "Alternative Explanations of the Money-income Correlation," Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, **25**, 49-99.
- Beveridge, S. et C.R. Nelson (1981), "A New Approach to the Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle," *Journal of Monetary Economics*, **7**, 151-174.
- Blanchard, O.J. et D. Quah (1989), "The Dynamics Effects of Aggregate Supply and Demand Disturbances," *American Economic Review*, **79**, 655-673.
- Bollerslev, T. (1988), "Integrated ARCH and Cointegration in Variance," mimeo, Northwestern University.
- Campbell, J.Y. et N.G. Mankiw (1987), "Are Output Fluctuations transitory ?," *Quarterly Journal of Economics*, **102**, 857-880.
- Campbell, J.Y. et P. Perron (1991), "Pitfalls and Opportunities: What Macroeconomists Should Know About Unit Roots," *NBER Macroeconomics Annual*, **6**, O.J. Blanchard et S. Fisher édés.
- Christiano, C.J. (1988), "Why Does Inventory Investment Fluctuate So Much ?," *Journal of Monetary Economics*, **21**, 247-280.

- Christiano, L.J. (1990), "Linear-Quadratic Approximation and Value-Function Iteration: A Comparison," *Journal of Business and Economic Statistics*, **8**, 99-113.
- Christiano, C.J. et M. Eichenbaum (1991), "Liquidity effects, Monetary Policy and the Business Cycle," manuscript.
- Christiano, C.J. et M. Eichenbaum (1992), "Current Real Business Cycle Theories and Aggregate Labor Market Fluctuations," *American Economic Review*, **82**, 430-450.
- Cochrane, J.H. (1988), "How Big Is the Random Walk in GNP?," *Journal of Political Economy*, **96**, 893-920.
- Cochrane, J.H. et L.P. Hansen (1992), "Asset Pricing Explorations for Macroeconomics," N.B.E.R., working paper no. 4088.
- Cogley, T. et J.M. Nason (1992), "Do Real Business Cycle Models Pass the Nelson Plosser Test," manuscript.
- Constantinides, G.M. (1990), "Habit Formation: A Resolution of Equity Premium Puzzle," *Journal of Political Economy*, **98**, no. 3, 519-543.
- Cooley, T.F. et S.F. Leroy (1985), "Atheoretical Macroeconometrics: A Critique," *Journal of Monetary Economics*, **16**, 283-305.
- Dickey, D.A. et W.A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Times Series with Unit Root," *Journal of Statistical Association*, **74**, 427-431.
- Dickey, D.A. et W.A. Fuller (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica*, **49**, 1057-1072.
- Detemple, J.B. et S. Sundaresan (1992), "Consumption, Investment and Output with Intertemporally Dependent Production and Habit Formation," manuscript.
- Doan, T.A. et R.B. Litterman (1986), "RATS User's Manual, Version 3.11," VAR Econometrics.

- Eichenbaum, M. et Hansen, L.P. (1990), "Estimating Models with Intertemporal Substitution Using Aggregate Time Series Data," *Journal of Business and Economic Statistics*, **8**, 53-71.
- Engle, R.F. et C.W.J. Granger (1987), "Co-integration and Error Correction; Representation, Estimation, and Testing," *Econometrica*, **55**, 251-276
- Person, F.E. et G.M. Constantinides (1991), "Habit Persistence and Durability in Aggregate Consumption," *Journal of Financial Economics*, **29**, 199-240.
- Friedman, B.M. et K.N. Kuttner (1993), "Another Look at the Evidence on Money-Income Causality," *Journal of Econometrics*, **57**, 189-203.
- Fuller, W. A. (1976), "Introduction to Statistical Time Series," édité par John Wiley & Sons.
- Garcia, R. et P. Perron (1991), "An Analysis of the Real Interest Rate under Regime Shifts," . Centre de recherche et développement en économie, cahier 2391.
- Gould, J.P. (1968), "Adjustment Costs in the Theory of investment of the firm," *Review of Economic Studies*, **35**, 47-55.
- Granger, C.W.J. et P. Newbold (1977), "Forecasting Economic Time Series," Academic Press.
- Grossman, S., et L.Weiss (1982), "Heterogenous Information and Theory of the Business Cycle," *Journal of Political Economy*, **90**, 699-727.
- Hansen, G.D. (1985), "Indivisible Labor and the Business Cycle," *Journal of Monetary Economics*, **16**, 309-327.
- Hansen, G.D. (1989), "Technical Progress and Aggregate Fluctuations," miméo, University of California, Los Angeles.
- Hansen, G.D. et R. Wright (1992), "The Labor Market in Real Business Cycle Theory," *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Spring, 1992, 2-12.

- Hansen, L.P. (1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators," *Econometrica*, **50**, 1029-1054.
- Hansen, L.P. et T.J. Sargent (1990) "Recursive Linear Models of Dynamic Economies," Monographie, Stanford, CA: Hoover Institution.
- Judge, C.G. et al. (1985), "The Theory and Practice of Econometrics," édité par John Wiley & Sons.
- King, R.G., C.I. Plosser et S.T. Rebelo (1988a), "Production, Growth and Business Cycles I. The Basic Neoclassical Model," *Journal of Monetary Economics*, **21** 195-232.
- King, R.G., C.I. Plosser et S.T. Rebelo (1988b), "Production, Growth and Business Cycles II. New Directions," *Journal of Monetary Economics*, **21** 309-342.
- King, R.G., C.I. Plosser et S.T. Rebelo (1990), "Production, Growth and Business Cycles: Technical Appendix," University of Rochester.
- King, R. G., C.I. Plosser, J.H. Stock et M.W. Watson (1991), "Stochastic Trends and Economic Fluctuations," *American Economic Review*, **81**, 819-840.
- King, R.G. et S.T. Rebelo (1989), "Low Frequency Filtering and Real Business Cycles," *Journal of Economic Dynamics and Control*, **17**, 207-231.
- Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt et Y. Shin (1992), "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root: How Sure are we that Economic Time Series have a Unit Root?" *Journal of Econometrics*, **54** 154-178.
- Kydland, F. et E. Prescott (1982), "Time to Build and Aggregate Fluctuations," *Econometrica*, **10**, 1345-1370.
- Litterman, R.B. et L. Weiss (1985), "Money, Real Interest Rates, and Output: A Reinterpretation of Postwar U.S. Data," *Econometrica*, **53**, 129-156.

- Long, J. et C. Plosser (1983), "Real Business Cycles," *Journal of Political Economy*, **91**, 39-69.
- Lucas, R.E. (1967), "Adjustment Costs and the Theory of Supply," *Journal of Political Economic*, **75**, 321-334.
- Lucas, R.E. (1972), "Expectations and Neutrality of Money," *Journal of Economic Theory*, **4**, 103-124.
- Mackinnon, J.G. (1991), "Critical Values for Cointegration Tests," dans *Long-run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, édité par R.F. Engle et C.W. Granger, Oxford University Press, 267-276.
- Mehra, R. et E. C. Prescott (1985), "The Equity Premium: A Puzzle," *Journal of Monetary Economics*, **15**, 145-162.
- Nelson, C.R. et C.I. Plosser (1982) "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series," *Journal of Monetary Economics*, **10**, 139-162.
- Nelson, C.R. et G.W. Schwert (1977), "Short-term Interest as Predictors of Inflation: On Testing the Hypothesis that the Real Rate of Interest is Constant," *American Economic Review*, **67**, 478-486.
- Newey, W.K. (1984), "A Method of Moments Interpretation of Sequential Estimators," *Economics Letters*, **14**, 201-216.
- Newey, W.K. et K.J. West (1987), "A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix," *Econometrica*, **55**, 703-708.
- Novalés, A. (1992), "Equilibrium Interest-Rate Determination under Adjustment Costs," *Journal of Economic Dynamics and Control*, **16**, 1-25.
- Ouliaris, S., J.Y. Park et P.C.B. Phillips (1989), "Testing for Unit Root in the Presence of a Maintained Trend." Dans *Advances in Econometrics and Modelling*, édité par B. Raj, Kluwert Academic Publishers, 7-28.

- Pagan, A. (1984), "Econometric Issues in the Analysis of Regressions with Generated Regressors," *International Economic Review*, **25**, 221-247.
- Park, J.Y. et P.C.B. Phillips (1988) "Statistical Inference in Regressions with Integrated Processes: Part 1," *Econometric Theory*, **4**, 468-497.
- Park, J.Y. et P.C.B. Phillips (1989), "Statistical Inference in Regressions with Integrated Processes: Part 2," *Econometric Theory*, **5**, 95-131.
- Perron, P. (1989), "The Great Cash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis," *Econometrica*, **57**, 1361-1401.
- Pesaran, M.H. (1989), "Estimation of a Simple Class of Multiplivariate Rational Expectations Models: A Test of the New Classical Model at a Sectoral Level," Program in Applied Econometrics Discussion Paper no 4.
- Phillips, P.C.B. (1987), "Time Series Regression with Unit Roots," *Econometrica*, **55**, 277-302.
- Phillips, P.C.B. et S.N. Durlauf (1986), "Multiple Times Series Regression with Integrated Processes," *Review of Economic Studies*, **53**, 473-496.
- Phillips, P.C.B. et M. Loretan (1991), "Estimating Long Run Economic Equilibria," *Review of Economic Studies*, **58**, 407-436.
- Phillips, P.C.B. et P. Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biométrica*, **75**, 335-346.
- Prescott, E.C. (1986), "Theory Ahead of Business Cycle Measurement," *Carnegie-Rochester Series on Public Policy*, **25**, 11-66
- Quah, D. (1991), "The Relative Importance of Permanent and Transitory Components: Identification and some Theoretical Bounds," *Econometrica*, **60**, 107-118.
- Rose, A.K. (1988), "Is the Real Interest Rate Stable ?," *Journal of Finance*, **43**, 1095-1112.

- Rouwenhorst, K.G. (1989), "Asset returns and Business Cycles: A General Equilibrium Approach," manuscript.
- Ryder, H.E., et G.M. Heal (1973), "Optimum Growth with Intertemporally Dependent Preferences," *Review of Economic Studies*, **40**, 1-33.
- Sargent, T.J. (1989), "Two Models of Measurements and the Investment Accelerator," *Journal of Political Economy*, **97**, 251-287.
- Schwert, G. W. (1989), "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation," *Journal of Business and Economic Statistics*, **7**, 147-160.
- Shapiro, M.D. (1986), "The Dynamic Demand For Capital and Labor," *Quarterly Journal of Economics*, **101**, 513-541.
- Sims, C.A. (1980), "Macroeconomics and Reality," *Econometrica*, **48**, 1-48.
- Sims, C.A. (1980), "Comparison of Interwar and Postwar Business Cycles: Monetarism Reconsidered," *American Economic Review*, **70**, 250-257.
- Sims, C.A., J.H. Stock et M.W. Watson (1990), "Inference in Linear Time Series Models with some Unit Roots," *Econometrica*, **58**, 113-144.
- Stock, J.H., et M.W. Watson (1988), "Testing for Common Trends," *Journal of the American Statistical Association*, **83**, 1097-1107.
- Stock, J.H. et M.W. Watson (1989), "Interpreting the Evidence on Money-Income Causality," *Journal of Econometrics*, **40**, 161-181.
- Stock, J.H. et M.W. Watson (1990), "A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated Systems," *Econometrica*, **61**, 783-820.
- Walsh, C.E. (1987), "Three Questions Concerning Nominal and Real Interest Rates," *Economic Review*, Federal Reserve Bank of San Francisco, No 4, 5-20.

Watson, M.W. (1986), "Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends," *Journal of Monetary Economics*, **18**, 1-27.

Watson, M.W. (1991), "Measures of Fit for Calibrated Models," N.B.E.R., Technical Working Paper, no. 102.

Wickens, M.R. (1982), "The Efficient Estimation of Econometric Models with Rational Expectations," *Review of Economic Studies*, **49**, 55-67.