UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LA RÉPARTITION DES SIÈGES AU PARLEMENT

par
Jean-Martin AUSSANT

DÉPARTEMENT DES SCIENCES ÉCONOMIQUES
FACULTÉ DES ARTS ET SCIENCES

TRAVAIL PRÉSENTÉ À LA FACULTÉ DES ÉTUDES SUPÉRIEURES
EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE
MAITRISE ES SCIENCES (M.Sc.)

JUILLET 1995

Je tiens à remercier pour leur soutien financier essentiel les professeurs Marcel Boyer et Marc Gaudry.

J.M.A.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES TABLEAUX ET GRAPHIQUES

1

INTRODUCTION

La répartition des sièges à une assemblée nationale entre les régions ou les différents partis politiques d'un pays est cruciale en ce qu'elle est la base même du pouvoir. Mais comment s'assurer, lorsqu'on souscrit à la définition générale de la démocratie, que le vote de chaque citoyen ait le même poids [note 1]? Et y a-t-il un système électoral optimal quant à la détermination du parti qui dirigera le pays suite à des élections?

Au Canada, la répartition régionale des sièges entre les dix provinces et deux territoires est assez particulière, surtout suite aux élections générales de 1993 qui ont porté un parti régional, même provincial, à l'Opposition officielle (Bloc Québécois), suivi de très près par un autre parti régional, le Reform Party (tableau A). Le but de ce travail est de faire une description générale des principales méthodes d'allocation régionale et politique des sièges dans un Parlement et d'examiner brièvement les principaux systèmes électoraux qui sont utilisés dans le monde aujourd'hui.

La section 2 portera uniquement sur la répartition *régionale* des sièges dans un Parlement fédéral, c'est-à-dire la façon de déterminer combien de sièges à l'Assemblée reçoit par exemple chaque province et territoire au Canada avant une élection. Est-il équitable que la Colombie-Britannique ait en moyenne un siège par plus de 100 000 habitants, alors qu'un député des Territoires du Nord-Ouest ou du Yukon représente en moyenne moins de 30 000 habitants (tableau B)? Et quelle méthode a pu mener à une telle disparité?

Il faut dire que l'histoire politique du Canada n'est pas simple et qu'elle a certes mené à quelques faits politiques surprenants. La Constitution canadienne ne prévoyant aucune méthode de calcul précise, nous nous tournerons souvent vers les Etats-Unis qui ont depuis les tous débuts de leur union considéré plusieurs méthodes de répartition des sièges à la Chambre des Représentants. Quelques-unes des nombreuses propriétés vérifiables des méthodes seront aussi décrites dans cette section.

Parti politique	% des votes	Nombre de sièges	% des sièges	Indice 1* (%)	Indice 2**
Parti Libéral du Canada	41.3	177	60.0	0.23	122
Reform Party	18.7	52	17.6	0.36	55
Parti Progressiste Conservateur	16.0	2	0.7	8.00	47
Bloc Québécois	13.5	54	18.3	0.25	40
Nouveau Parti Démocratique	6.9	9	3.1	0.77	20
Indépendant	0.4	1	0.3	0.40	1
Autres	3.2	0	0	N/A	9
TOTAL	100	295	100	0.34	295

Tableau A: Répartition politique des sièges et pourcentages des votes, élections fédérales 1993.
*Indice 1: Pourcentage moyen du vote total par siège gagné.
**Indice 2: Nombre de sièges selon le pourcentage de vote (valeur arrondie).

La section 3 examinera les modes de répartition des sièges selon l'*appartenance politique* suite à une élection. Un coup d'oeil rapide aux résultats de la dernière élection fédérale nous permet de déceler facilement les faiblesses flagrantes du système électoral actuel au Canada en ce qui a trait à la répartition des sièges par parti politique. En effet, est-il normal qu'un parti venant au quatrième rang dans l'appui populaire selon les pourcentages des votes (le Bloc Québécois) puisse assumer le rôle d'Opposition officielle alors que le parti se classant troisième devant lui (le Parti Conservateur) n'est même pas reconnu comme parti officiel à la Chambre des Communes avec seulement deux sièges? On verra plus tard qu'il s'agit là d'un des inconvénients majeurs des systèmes majoritaires, qui ont traditionnellement été opposés aux systèmes proportionnels.

La section 4 contiendra quant à elle une forme de "mesure de l'équité" des résultats canadiens, tant au niveau de la répartition régionale qu'au niveau de la répartition politique selon un modèle utilisé par Theil et Schrage [1977]. La section 5 abordera le phénomène du charcutage électoral (*gerrymandering*), que Cohen [1993] définit comme étant la redéfinition par un parti politique (au pouvoir) des limites des circonscriptions dans le but d'en remporter un nombre plus grand qu'avec une détermination aléatoire des circonscriptions [note 2]. Cette dernière partie visera toutefois davantage à décrire le concept plutôt qu'à l'appliquer au cas canadien.

La section 6 s'inspirera fortement des sciences politiques et présentera quelques faits généraux et d'actualité concernant les systèmes électoraux. La section 7 quant à elle jettera un bref coup d'oeil sur l'histoire électorale canadienne en chiffres. Elle se basera entre autres sur les sections 2, 3 et 4, qui aideront aussi à tirer quelques conclusions sur l'efficacité du système canadien en général.

2

LA REPARTITION REGIONALE DES SIEGES

2.1 Introduction

Dans un pays composé de provinces ou d'états, la répartition des sièges dans les assemblées constituantes nationales (Sénat et Chambre des Communes au Canada, Sénat et Chambre des Représentants aux Etats-Unis) est fondamentale en ce qu'elle peut avoir des effets directs sur le vote parlementaire des lois ou sur la composition du gouvernement lui-même. Chaque région visera normalement à maximiser le nombre de députés ou sénateurs la représentant au niveau national, autrement dit chaque région i tentera de maximiser sa pondération Wi qui correspond à sa part des sièges divisée par le nombre total de sièges à être alloués. Aux Etats-Unis par exemple, pas un recensement depuis l'indépendance ne s'est terminé sans que des controverses éclatent au sujet de l'allocation finale des sièges entre les états membres, et des disputes apparaissent souvent même à l'intérieur d'un état.

Cette section fera l'hypothèse de départ qu'on vise à atteindre la proportionnalité par rapport à la population dans la représentation régionale (ce qui n'est pas le cas au Canada). On peut se demander s'il existe ultimement une méthode d'allocation régionale des sièges qui soit véritablement équitable au sens démocratique et en termes de proportionnalité, c'est-à-dire une méthode qui fasse que chaque vote, peu importe la région où il est déposé, ait le même poids politique. La représentation égalitaire de toutes les régions dans une assemblée doit être exclue dès que les populations respectives des régions sont de tailles différentes puisque le vote est un processus individuel. C'est donc au niveau individuel qu'il faut viser l'équité, et non au niveau régional.

C'est le même principe qu'appliquent les compagnies à actions lors d'un vote en assemblée générale, si on suppose que chaque actionnaire symbolise une région et que chaque action est une personne. Les actionnaires ayant le plus d'actions sont plus "pesants" dans le résultat du vote que les actionnaires minoritaires, mais chaque action individuelle se voit accorder le même poids. Dans ces circonstances, une représentation proportionnelle au Parlement semble plus pertinente entre chaque région afin que tous les membres individuels de l'une ou l'autre des régions aient un vote de même valeur, comme toutes les actions individuelles d'une compagnie sont d'égale valeur (en supposant qu'il n'y ait qu'une classe d'actions).

Au Canada par exemple, il est évident que le vote d'un résident de l'Ile-du-Prince-Edouard est relativement plus déterminant dans le choix du député et de la formation du gouvernement que le vote d'un résident de l'Ontario (tableau B). Il s'agit probablement d'une situation volontaire qui vise à éviter que ne soient marginalisées les petites entités du Canada (Yukon, Nord-Ouest, Maritimes) face aux plus grandes (Ontario, Québec, Prairies et Côte Ouest).

Région	Population 1993*	% du total	Députation négociée	% du total	Indice 1**	Indice 2***
Ontario	10 084 885	36.945	99	33.559	101 868	0.908
Québec	6 895 963	25.263	75	25.424	91 946	1.006
Colombie Britannique	3 282 061	12.024	32	10.847	102 564	0.902
Alberta	2 545 553	9.325	26	8.814	97 906	0.945
Manitoba	1 091 942	4.000	14	4.746	77 996	1.186
Saskatchewan	988 928	3.623	14	4.746	70 638	1.310
Nouvelle-Ecosse	899 942	3.297	11	3.729	81 813	1.131
Nouveau-Brunswick	723 900	2.652	10	3.390	72 390	1.278
Terre-Neuve	568 474	2.083	7	2.373	81 211	1.139
Ile-du-Prince-Edouard	129 765	0.475	4	1.356	32 441	2.852
Territoires du Nord-Ouest	57 649	0.211	2	0.678	28 825	3.210
Territoires du Yukon	27 797	0.102	1	0.339	27 797	3.329
CANADA	27 296 859	100	295	100	92 532	1.000

Tableau B: Population et députation négociée des régions canadiennes.
*Estimation du Directeur Général des Elections du Canada.
**Indice 1: Population moyenne par député.
***Indice 2: Ratio du pourcentage des députés sur le pourcentage de la population.

Le système fédéral canadien, de par ses éléments parfois très hétérogènes, exige que la répartition régionale des sièges soit davantage "négociée" que déterminée mathématiquement par une méthode officielle suivant des principes de proportionnalité comme aux Etats-Unis (le Canada n'est pas seul à ce chapitre; la Grande-Bretagne, la France et la CEE sont autant de systèmes développés où les répartitions régionales sont négociées). Le Canada s'éloigne donc doublement du principe de représentation proportionnelle, d'une part par ce que l'on vient de voir, et d'autre part par le fait que son système d'allocation des sièges par parti lors d'une élection est à majorité plutôt qu'à représentation proportionnelle, ce dont nous traiterons de façon plus détaillée dans la section 3.

Aux Etats-Unis, les disputes entre petits et grands états à propos du système de représentation à utiliser ont finalement mené à leur système bicaméral tel qu'on le connaît aujourd'hui. Les grandes régions favorisaient évidemment la répartition proportionnelle aux populations, tandis que les petites régions souhaitaient que le concept de fédération soit étendu à une représentation identique (égalitaire) pour toutes les régions afin de ne pas perdre toute signification face aux régions les plus peuplées. La solution proposée par l'état du Connecticut (le *Constitution State*) fut de créer deux assemblées, l'une fonctionnant selon des principes de proportionnalité (la Chambre des Représentants) et l'autre accordant la même représentation à chaque région (le Sénat, avec deux membres par état). Le Canada a aussi son Sénat, et bien que sa composition soit assez proche d'une représentation égale pour toutes les régions, elle est néanmoins négociable selon le "climat politique".

2.2 Principales méthodes de répartition régionale des sièges

Cette section se basera fortement sur des ouvrages de Balinski et Young [1982, 1985], qui cernent très bien les principales méthodes visant la proportionnalité dans l'allocation des sièges d'une assemblée, ainsi que les diverses propriétés mathématiques qui se rattachent à chacune. On y précise que ces méthodes sont généralement applicables à plusieurs problèmes d'allocation de biens indivisibles selon un critère unique, ici les populations régionales. On cite comme autres exemples la répartition régionale des usines selon la demande et les besoins, l'allocation de la main-d'oeuvre parmi diverses catégories d'emploi selon les quotas, le partage d'un héritage, le paiement des taxes dans une collectivité, le partage de la capacité d'un aéroport entre les compagnies, etc.

Bien que la plupart des articles théoriques concernant les méthodes de répartition des sièges (*apportionment of representation*) aient comme toile de fond l'histoire politique américaine, nous en ferons une description dans un cadre général. L'histoire démontre que nos voisins étasuniens ont mis beaucoup plus d'efforts de réflexion que nous en ce qui concerne la recherche de nouvelles méthodes objectives qui visent à atteindre la situation optimale où chaque vote, peu importe la région, a un poids égal (bien que ces recherches "objectives" furent au début de l'Union souvent guidées par l'intérêt d'un politicien désireux de gagner un siège à sa région).

2.2.1 Formulation du problème

Balinski et Young [1985] font la formulation suivante d'un problème de répartition des sièges.

$N = \{1, 2, ..., n\}$ l'ensemble des n régions (états ou provinces)

un vecteur des populations $\mathbf{P} = (P_1, P_2, ..., P_n)$

H sièges à être alloués entre les n régions (taille de l'assemblée).

Une répartition de H est un vecteur $\mathbf{A} = (A_1, A_2, ..., A_n)$ de nombres non-négatifs dont la somme est égale à H, la taille de l'assemblée. De plus, puisqu'il s'agit de sièges à une assemblée, les éléments du vecteur **A** devront en pratique être des entiers.

$$\Sigma_i A_i = H \quad \text{où } A_i \in \mathbb{N}, i = 1, ..., n.$$

Il est possible que pour une raison quelconque on veuille limiter le nombre de sièges qu'une grande région pourrait obtenir, ou à l'inverse en assurer un minimum à une trop petite région. Il peut donc y avoir comme contraintes supplémentaires au problème deux vecteurs qui limitent vers le bas et vers le haut les allocations possibles pour chaque état.

F = (F_1, F_2, ..., F_n) le vecteur des planchers (floors)

C = (C_1, C_2, ..., C_n) le vecteur des plafonds (ceilings).

Donc pour tout i, on doit avoir que $F_i \leq A_i \leq C_i$. Aux Etats-Unis, $F_i = 1$ pour chacun des états, alors qu'au Canada encore une fois, le F_i varie avec les provinces selon les "négociations". Quand nous calculerons la répartition régionale canadienne selon les diverses méthodes décrites plus loin, nous supposerons qu'un plancher d'un siège s'applique à chacun des territoires et provinces. Quant aux plafonds, ils sont généralement trop élevés pour être contraignants, et nous les supposerons tous égaux à la taille H de l'assemblée.

Une méthode de répartition M est une fonction qui assigne au moins une répartition à chaque problème (**F**, **C**, **P**, H) qui respecte $\Sigma_i F_i \leq H \leq \Sigma_i C_i$ (puisque $F_i \leq A_i \leq C_i$, $\forall i$). Notons qu'il peut y avoir plusieurs solutions possibles dans des cas d'égalités de populations. Nous pourrions donc écrire les éléments du problème canadien de répartition régionale des sièges comme suit.

H = 295 (taille actuelle de la Chambre des Communes)

n = 12 (10 provinces et 2 territoires)

P = (10084885, 6895963, 3282061, 2545553, 1091942, 988928, 899942, 723900, 568474, 129765, 57649, 27797)

F = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)

C = (284, 284, 284, 284, 284, 284, 284, 284, 284, 284, 284, 284).

Dans les sous-sections qui suivent, nous nous contenterons de présenter les méthodes sans les discuter à fond. La section 2.3 le fera davantage en décrivant leurs diverses propriétés.

2.2.2 Les quotas

Si on avait un problème où les Ai ne devaient pas absolument être des entiers, les quotas donneraient la répartition la plus équitable de toutes puisqu'ils donnent exactement la juste part des sièges à chacune des régions en considérant seulement leur population respective. On aurait donc une répartition

$$A = (HK_1, \ldots, HK_n) \quad \text{où } K_i = P_i / \Sigma_j P_j \quad i, j = 1, \ldots, n.$$

Le tableau C montre la répartition régionale canadienne selon les quotas. On peut rapidement voir que cette allocation, bien qu'équitable en fonction de la population, a une faible valeur pratique puisqu'elle ne considère pas les planchers ni la contrainte de valeur entière posée sur les Ai.

Région	Population 1993	Plancher supposé	Députation négociée	Députation selon quotas	Députation *fair share*
Ontario	10 084 885	1	99	108.988	108.589
Québec	6 895 963	1	75	74.525	74.253
Colombie Britannique	3 282 061	1	32	35.470	35.340
Alberta	2 545 553	1	26	27.510	27.409
Manitoba	1 091 942	1	14	11.801	11.758
Saskatchewan	988 928	1	14	10.687	10.648
Nouvelle-Ecosse	899 942	1	11	9.726	9.690
Nouveau-Brunswick	723 900	1	10	7.823	7.795
Terre-Neuve	568 474	1	7	6.144	6.121
Ile-du-Prince-Edouard	129 765	1	4	1.402	1.397
Territoires du Nord-Ouest	57 649	1	2	0.623	1.000
Territoires du Yukon	27 797	1	1	0.300	1.000
CANADA	27 296 859	12	295	295	295

Tableau C: Population, quota et *fair share* des régions canadiennes.

Ainsi, selon les quotas, les Territoires du Nord-Ouest ne recevraient que 0.3 député à la Chambre des

Communes, solution évidemment inacceptable. Quant à savoir pourquoi une région trop peu peuplée qui ne reçoit aucun député selon les quotas demeure tout de même une région distincte, i.e. qu'elle n'est pas fusionnée avec une autre région jusqu'à ce qu'elle atteigne naturellement le plancher minimal d'au moins un député, la prédominance des éléments géographiques, historiques et politiques sur la simple logique mathématique l'explique.

Malgré leur faiblesse du côté pratique, les quotas demeurent l'unique allocation qui assure une valeur égale à tout vote, quelle que soit la région d'où il vient. Si la distribution de la richesse était uniforme, les taxes seraient perçues de façon proportionnelle à la population, donc si l'on suppose que chaque individu a la même "valeur démocratique" (comme des actions de même classe ont le même poids), la représentation au Parlement devrait être déterminée selon le même critère, les populations régionales respectives [note 1].

2.2.3 Les *fair shares*

Comme on vient de le voir, les quotas peuvent servir de point de départ au calcul d'une répartition, mais ils ne donneront pratiquement jamais des solutions entières qui seront en plus à l'intérieur des bornes (planchers et plafonds). Il faudrait pour cela un problème très simple qui existera rarement en pratique. L'allocation par *fair shares* (fs) vise à régler le problème des bornes; on calcule d'abord les quotas mais on vérifie ensuite si les planchers (et plafonds s'il y a lieu) sont respectés. Une fois cette opération effectuée, le vecteur **S** qui en résultera sera le véritable point de départ pour les méthodes de répartition des sièges décrites par la suite.

L'exemple fictif suivant tiré de Balinski et Young [1985] illustre très bien les fs.

Soit $\mathbf{P} = (580, 268, 102, 50)$

$\mathbf{F} = (1, 1, 1, 1)$

$H = 10.$

Les quotas donneraient **A** = (5.80, 2.68, 1.02, 0.50), ce qui ne respecte pas le plancher dans le cas de la quatrième région. L'allocation fs de la quatrième région est donc automatiquement fixée au plancher de un ($A_4 = 1$). Après avoir retiré du problème de départ la population de cette région ainsi que son siège, on se retrouve avec un nouveau problème.

$\mathbf{P} = (580, 268, 102)$

$\mathbf{F} = (1, 1, 1)$

$H = 9.$

Les quotas donneraient ici **A** = (5.49, 2.54, 0.97). On donne à nouveau le plancher d'un siège à la troisième région puisque $A_3 = 0.97 < 1$ et on obtient à nouveau un problème réduit.

$\mathbf{P} = (580, 268)$

$\mathbf{F} = (1, 1)$

$H = 8.$

Etant donné que les quotas donneraient ici A = (5.47, 2.53), les planchers sont respectés et les fs sont directement donnés. Nous avons donc trouvé le vecteur **S** qui contient la répartition finale selon les fs,

$\mathbf{S} = (5.47, 2.53, 1, 1).$

Au Canada, les Territoires du Nord-Ouest et du Yukon sont les mieux servis par les fs. On débute en donnant le plancher d'un député à chacune de ces régions puisque leur quota respectif est inférieur à l'unité, puis on remarque que les quotas appliqués aux régions restantes avec la nouvelle population (population totale moins celles des deux régions déjà dotées) leur fournissent plus d'un député et les planchers sont respectés. Les répartitions des sièges au Canada selon les quotas et les fs sont données dans le tableau C.

Bien qu'ils soient plus valables que les quotas puisqu'ils respectent les planchers, les fs n'en sont pas moins inutiles en pratique en permettant une allocation fractionnée des sièges, ce qui nous ramène à la principale contrainte, de laquelle découlent tous les problèmes d'allocation des sièges, soit l'indivisibilité des sièges. L'objectif devient de trouver un vecteur **A** constitué de nombres entiers seulement et qui soit le plus près possible du vecteur **S** des fs qui respecte les proportions (sujettes aux planchers et plafonds).

2.2.4 Méthode de Hamilton (aussi connue sous les noms de méthode de Vinton et de méthode des plus grands restes)

Lorsqu'on tente de trouver le vecteur **A** qui soit le plus près possible du vecteur **S** contenant les *fair shares*, la technique des moindres carrés ordinaires est toute désignée. C'est probablement sans le savoir que l'homme d'Etat américain Alexander Hamilton, alors *Secretary of the Treasury*, proposa en 1792 une méthode qui correspondait à la minimisation de $\{\Sigma i\ (Ai - Si)^2\}$ où **A** est un vecteur de nombres entiers, et qui s'écrit aussi sous la forme de l'algorithme suivant.

> "Donner à chaque région un nombre de sièges égal à la partie entière de son Si, que l'on note [Si], puis allouer les Σi (Si - [Si]) sièges restants aux Σi (Si - [Si]) régions ayant les plus grandes fractions de siège selon les Si".

En effet, en donnant un siège supplémentaire aux régions qui ont les plus grandes fractions de siège dans le vecteur **S**, on s'assure de minimiser les écarts au carré puisqu'à mesure qu'une fraction diminue, l'écart entre elle-même et l'entier supérieur augmente (cet écart étant la part entière du Si plus le siège supplémentaire moins le Si brut). Précisons que la notation [x] signifiera tout au long du document "la valeur entière de x".

Cette méthode exige aussi qu'on détermine quelle mesure d'erreur on considère dans les calculs de moindres carrés. En effet, toutes les formulations suivantes de moindres carrés sont autant de fonctions objectives différentes.

$\min \Sigma i\ (Ai - Si)^2$ (fonction de la répartition elle-même)

$\min \Sigma i\ Ai(Pi / Ai - \Sigma i\ Pi / H)^2$ (fonction de la moyenne régionale de population par député)

$\min \Sigma i\ Pi(Ai / Pi - H / \Sigma i\ Pi)^2$ (fonction de la représentation régionale moyenne per capita).

On verra plus loin dans la section 2.3 que la méthode de Hamilton peut amener plusieurs problèmes en pratique. Elle fut utilisée de 1850 à 1900 aux Etats-Unis après avoir été proposée et légèrement modifiée par le représentant Samuel F. Vinton de l'Ohio.

2.2.5 Méthode de Jefferson (aussi connue sous les noms de méthode d'Hondt, méthode des plus grands diviseurs, méthode de Hagenbach-Bischoff et méthode des plus grandes moyennes)

La méthode proposée en 1792 par le Secrétaire d'Etat Thomas Jefferson (il devint en 1801 le troisième Président américain) fait partie de ce qu'on appelle maintenant les méthodes de diviseur (*divisor methods*). Ces méthodes consistent de façon générale à déterminer en premier lieu combien de personnes (X) un député devra représenter, et à calculer par la suite les quotients Qi (nombre brut de députés) des régions qui s'obtiennent en divisant leur population par X. C'est à l'étape de l'arrondissement des quotients Qi = (Pi/X) que plusieurs méthodes entrent en jeu.

Pour Jefferson, la meilleure façon de procéder était de prendre la partie entière des quotients, [Qi].

La méthode de Jefferson choisit donc les Ai de telle sorte que, pour tout i,

$$Ai = [Pi/X] \text{ où } X \text{ est choisi de façon telle que } \Sigma i\ Ai = H.$$

La dernière expression ne tient cependant pas compte des planchers et plafonds. Si on les inclut on obtient le problème (**F**, **C**, **P**, H), et **A** est une répartition de Jefferson [note 2] si et seulement si, pour tout i,

$$Ai = \text{med}\ (Fi, [Pi/X], Ci) \text{ avec } X \text{ choisi de façon telle que } \Sigma i\ Ai = H$$

et où "med" est la valeur médiane des trois valeurs entre parenthèses.

On verra plus loin que les grandes régions sont favorisées par la méthode de Jefferson (section 2.3). Notons que cette méthode fut utilisée pour la répartition des sièges à la Chambre des Représentants américaine de 1790 à 1830.

2.2.6 Méthode d'Adams (aussi connue sous les noms de méthode des plus petits diviseurs et méthodes des fractions incluses)

John Quincy Adams, qui fut le sixième Président américain, composa une méthode qui se voulait le miroir de celle de Jefferson. En effet, la méthode d'Adams arrondit les quotients à l'entier supérieur. Dans un problème sans plancher ni plafond, on choisit donc les Ai de telle sorte que, pour tout i,

$$Ai = \sup\ (Pi/X) \text{ avec } X \text{ choisi de façon telle que } \Sigma i\ Ai = H$$

et où sup (x) représente x arrondi à l'entier supérieur.

Pour le problème avec planchers et plafonds (**F**, **C**, **P**, H), **A** est une répartition d'Adams [note 3] si et seulement si, pour tout i,

$Ai = med (Fi, sup (Pi/X), Ci)$ avec X choisi de façon telle que $\Sigma i\ Ai = H$.

Cette méthode étant le miroir de celle de Jefferson, elle protégeait donc les régions que la méthode de Jefferson défavorisait. On peut ainsi déduire que Jefferson et Adams provenaient sans doute de régions de tailles différentes.

2.2.7 Méthode de Webster (aussi connue sous les noms de méthode des fractions majeures, méthode de Sainte-Lagüe et méthode des nombres impairs)

Comme il faut un juste milieu dans tout, le Sénateur Daniel Webster du Massachusetts proposa en 1832 une méthode qui arrondissait les quotients $Qi = Pi / X$ soit vers le haut ou vers le bas, selon l'entier le plus près. Notons que dans l'éventualité peu probable où la fraction est exactement de ½, il peut y avoir deux arrondissements admis [note 4]. En l'absence de planchers et de plafonds, la méthode de Webster choisit donc les Ai de telle sorte que, pour tout i,

$Ai = arr (Pi/X)$ avec X choisi de façon telle que $\Sigma i\ Ai = H$

et où arr (x) est l'entier le plus proche de x.

Pour le problème (**F**, **C**, **P**, H), **A** est donc une répartition de Webster [note 5] si et seulement si, pour tout i,

$Ai = med (Fi, arr (Pi/X), Ci)$ avec X choisi de façon telle que $\Sigma i\ Ai = H$.

La méthode de Webster se distingue des méthodes de Jefferson et d'Adams en ce qu'elle ne favorise ni les grandes, ni les petites régions dans ses répartitions (voir propriétés en 2.3). W.F. Willcox proposa à nouveau cette méthode au Sénat au début du siècle et elle fut adoptée en 1911.

2.2.8 Méthode de Dean (aussi connue sous le nom de méthode de la moyenne harmonique)

Tel que présenté dans Balinski et Young [1985], le <u>critère d'arrondissement</u> utilisé par chacune des méthodes peut être défini comme suit. Soit d(a), critère d'arrondissement, une fonction strictement croissante définie pour tout entier $a \geq 0$, et qui satisfasse $a \leq d(a) \leq a+1$. Chaque critère d définit une règle d'arrondissement telle que, pour tout nombre réel $z \geq 0$, où $a \leq z \leq a + 1$, on arrondit z à la baisse à a si $z \leq d(a)$, et on arrondit z à la hausse à a + 1 si $z \geq d(a)$. Une double solution est acceptable si $z = d(a)$. Le résultat de l'opération est un entier $[z]_d$ appelé d-arrondissement de z. Par exemple,

d(a) = a + 1 pour la méthode de Jefferson

d(a) = a pour la méthode d'Adams

d(a) = a + ½ pour la méthode de Webster.

Ainsi une quelconque méthode de diviseur M basée sur d est définie pour tout problème donné (**F**, **C**, **P**, H) comme étant satisfaisante quant à sa répartition **A** si, pour tout i,

$$Ai = \text{med}\,(Fi, [Pi/X]_d, Ci) \quad \text{avec X choisi de façon telle que } \Sigma i\ Ai = H.$$

On peut vérifier que **A** est une M-répartition si et seulement si

$$\max_{i:\ Ai < Ci} Pi / d(Ai) \leq \min_{j:\ Aj > Fj} Pj / d(Aj - 1)$$

James Dean (un autre), un professeur de l'université de Dartmouth, composa dans les années 1830 une nouvelle méthode plus efficace selon lui. Suivant sa méthode, on prend un diviseur X et on assigne à chaque région i le nombre de sièges Ai qui donne le Pi/Ai (population moyenne par député pour la région i) le plus près possible de X, ayant choisi X de façon telle que Σi Ai = H.

Le *critère d'arrondissement* utilisé par Dean est beaucoup plus complexe que pour les trois méthodes précédentes. Il correspond en fait à la valeur entière de la moyenne harmonique des Pi/X. En l'absence de planchers et plafonds, la méthode de Dean choisit les Ai de sorte que

$$Ai = [\text{harm}\ (Pi/X)] \text{ avec } X \text{ choisi de façon telle que } \Sigma i\ Ai = H$$

et où harm (x) représente $x(x+1)/(x+\frac{1}{2})$.

Pour le problème (**F**, **C**, **P**, H), **A** est donc une répartition de Dean [note 6] si et seulement si, pour tout i,

$$Ai = \text{med}\ (Fi, [\text{harm}\ (Pi/X)], Ci) \text{ avec } X \text{ choisi de façon telle que } \Sigma i\ Ai = H.$$

La méthode de Dean fait donc partie, tout comme les méthodes de Jefferson, Adams et Webster, de la classe générale des méthodes de diviseur telle que définie ci-haut.

2.2.9 Méthode de Hill (aussi connue sous les noms de méthode des proportions égales, méthode de la moyenne géométrique et méthode de Huntington)

Joseph A. Hill, statisticien en chef du bureau américain des recensements, proposa au début du vingtième siècle une méthode de diviseur qui fut perfectionnée par la suite par un professeur de mathématique de l'université Harvard, Edward V. Huntington. Nous faisons ici une petite incursion nécessaire dans le sujet de la section 2.3 pour mieux expliquer l'origine de la méthode de Hill.

En pratique, on peut toujours identifier laquelle de deux régions est la plus favorisée dans sa représentation. Si l'on retire un siège à la région favorisée et qu'on le donne à l'autre région, il se peut que l'ancienne région défavorisée devienne favorisée par rapport à l'ancienne région favorisée. Que l'on doive ou non effectuer ce transfert dépendra de l'importance de l'iniquité entre les deux régions avant et après un transfert. Huntington s'affaira donc à développer un indice qui puisse mesurer cette iniquité.

On peut clairement affirmer qu'une région i est relativement favorisée par rapport à une région j si et seulement si $Ai/Pi > Aj/Pj$. Donc un indice intuitif d'inégalité entre i et j est $Ai/Pi - Aj/Pj$. Après un éventuel transfert d'un siège de la région favorisée vers l'autre région, l'indice donnerait comme inégalité la valeur $|(Aj + 1) / Pj - (Ai - 1) / Pi|$. La valeur absolue appliquée à cette dernière expression vise uniquement à garder l'indice positif.

Par conséquent, une répartition **A** n'inciterait à aucun transfert entre les régions selon cet indice si, pour toutes les paires de région i et j avec $Ai/Pi \geq Aj/Pj$, $Aj > Fj$ et $Ai < Ci$,

$$(Aj + 1) / Pj \geq (Ai - 1) / Pi \quad \text{et}$$

$$Ai/Pi - Aj/Pj \leq (Aj + 1) / Pj - (Ai - 1) / Pi.$$

Ce qui est équivalent à

$$Pi / (Ai - ½) \geq Pj / (Aj + ½), \text{ et aussi à}$$

$$\max_{i:\ Ai < Ci} Pi / (Ai + ½) \leq \min_{j:\ Aj > Fj} Pj / (Aj - ½).$$

Cette dernière expression correspondant à la méthode de Webster, cette méthode n'incite à aucun transfert selon la mesure d'inégalité $|(Aj + 1) / Pj - (Ai - 1) / Pi|$. Nous verrons que d'autres méthodes peuvent ête retrouvées selon différentes mesures d'inégalité dans la section 2.3.4.

Pour la méthode de Hill, le *critère d'arrondissement* des quotients $Qi = Pi/X$ sera la valeur entière de

$$\text{hill}\,(Qi) = \{Qi(Qi + 1)\}^{½},$$

où hill (Qi) correspond à la moyenne géométrique de Qi et Qi + 1 (d'où l'un des noms de cette méthode).

En l'absence de planchers et plafonds, la méthode de Hill choisit les Ai de sorte que

$$Ai = [\text{hill } (Pi/X)] \text{ avec X choisi de façon telle que } \Sigma i \; Ai = H.$$

Donc pour le problème (**F**, **C**, **P**, H), **A** est une répartition de Hill [note 7] si et seulement si, pour tout i,

$$Ai = \text{med } (Fi, [\text{hill } (Pi/X)], Ci) \text{ avec X choisi de façon telle que } \Sigma i \; Ai = H.$$

L'annexe 1 donne les répartitions de la Chambre des Communes canadienne telles que calculées par les méthodes de Hamilton, Jefferson, Adams, Webster, Dean et Hill pour le cas actuel, soit une Chambre de 295 députés.

2.2.10 Méthodes générales de Huntington

E.V. Huntington apporta une contribution substantielle au domaine des méthodes de répartition. Il formula entre autres dans ses travaux son "index de rang" (Balinski et Young [1977a]). On peut résumer l'approche de Huntington en définissant l'index de rang comme une fonction à deux variables sur $\mathbb{R}$, notée R (P, A). La méthode de répartition est obtenue en prenant toutes les solutions de répartitions F ( ) obtenues récursivement par

(i) $Fi(\mathbf{P}, 0) = 0 \quad 1 \leq i \leq n$

(ii) si Ai = Fi (Pi, H) est une répartition de H

et $R(Pk, Ak) \geq R(Pi, Ai)$ pour une région k quelconque alors Fk (**P**, H+1) = Ak + 1 et Fi (**P**, H+1) = Ai, i ≠ k.

Huntington se concentra davantage sur les cinq méthodes de diviseur décrites plus haut et il identifia pour chacune d'elles l'index de rang associé.

Tableau D: Index de rang de Huntington pour cinq méthodes de diviseur

Méthode	Mesure
Jefferson	$P / (A + 1)$
Adams	P / A
Webster	$P / (A + ½)$
Dean	$P / \{2A (A + 1) / (2A + 1)\}$
Hill	$P / \{A (A + 1)\}^{½}$

Huntington travailla aussi à exprimer les iniquités entre les régions de plusieurs façons différentes. Un bref aperçu en a été donné dans la section 2.2.9 et ce sujet sera traité plus en détail dans la section suivante portant sur les propriétés.

2.3 Quelques propriétés des méthodes

Le simple fait que de nouvelles méthodes aient constamment été proposées indique bien que certaines propriétés désirées n'étaient pas satisfaites par les méthodes existantes. En particulier, l'étude des diverses méthodes révéla rapidement que seules celles appartenant à la classe des méthodes de diviseur possédaient quelques propriétés très importantes, et le célèbre paradoxe de l'Alabama découvert en 1881 et causé par la méthode de Hamilton en fut une preuve pratique incontestable. C'est C.W. Seaton, l'agent en chef des recensements américains, qui s'apperçut que la méthode de Hamilton qui n'est pas une méthode de diviseur aurait alloué 8 sièges à l'Alabama dans une Chambre comprenant 299 représentants, alors qu'elle n'en aurait accordé que 7 au même état dans une Chambre de 300 représentants, dû au jeu des fractions de sièges entre les différents états. La propriété qui assure d'éviter ce paradoxe sera décrite en 2.3.3 comme étant la monotonicité de l'assemblée.

La représentation à l'assemblée étant la source même du pouvoir politique, il n'est pas étonnant que l'on ait tenté d'améliorer le système de répartition des sièges entre les diverses régions qui ont parfois des intérêts différents à défendre. Il est à noter que, contrairement à la répartition des sièges entre les divers partis après une élection selon les pourcentages du vote (section 3), la répartition des sièges entre les diverses régions avant une élection doit nécessairement se baser sur des principes de proportionnalité selon les populations respectives seulement, et ce, malgré quelque autre facteur. Il serait par exemple contre les principes démocratiques d'accorder davantage de sièges à une région qui serait plus industrialisée et plus riche si sa population ne le justifiait pas.

2.3.1 Respect exact et respects partiels des *fair shares*

Selon sa formulation, une méthode peut être relativement à l'avantage de certains états selon qu'ils sont de grande ou petite population. Un examen de l'annexe 1 montre que la méthode de Jefferson par exemple favorise largement les grandes régions au détriment des régions moins populeuses. L'Ontario avec un fs de 108.589 reçoit 110 sièges alors que le Nouveau-Brunswick avec un fs de 7.795 ne reçoit que 7 sièges malgré sa fraction supérieure à celle de l'Ontario, qui reçoit en plus un cent dixième siège. On peut en fait dire que l'Ontario, le Québec et la Colombie-Britannique, les trois plus grandes provinces, reçoivent selon Jefferson des sièges supplémentaires alors que la fraction dans leur fs respectif est moindre que celle de la Saskatchewan, de la Nouvelle-Ecosse et du Nouveau-Brunswick, dont les populations sont beaucoup plus restreintes.

Tableau E: Biais en faveur des grandes régions, méthode de Jefferson (tiré de l'annexe 1)

	fs	->	Jefferson
Ontario	108.589	->	110
Québec	74.253	->	75
Colombie-Britannique	35.34	->	36
Saskatchewan	10.648	->	10
Nouvelle-Ecosse	9.69	->	9
Nouveau-Brunswick	7.795	->	7

On voit qu'il est même possible d'arrondir une allocation plus haut que l'unité directement supérieure avec la méthode de Jefferson (pour l'Ontario). Cela découle du fait qu'il faut diminuer le diviseur X pour que les allocations somment à H. En effet, puisque Jefferson alloue moins que H sièges quand elle arrondit toujours à l'unité inférieure les n quotients, la diminution de X fait basculer le quotient d'une très grande région au-delà de l'unité directement supérieure à son quotient.

On dira d'une méthode qu'elle respecte exactement les fs si pour tous les Ai contenus dans **A**, [Si] ≤ Ai ≤ sup (Si). En d'autres mots, une méthode respecte exactement les fs si les Ai sont tous l'arrondissement à l'unité supérieure ou inférieure des fs respectifs.

Ainsi, la méthode de Jefferson favorise les grandes régions et ne respecte pas exactement les fs. On comprend mieux maintenant pourquoi la méthode créée par Adams est tout simplement le miroir de celle de Jefferson. Adams favorise les petites régions au détriment des grandes. A l'annexe 1, on peut voir que la méthode d'Adams accorde seulement 107 sièges à l'Ontario malgré un fs de 108.589, alors qu'elle en alloue 7 à Terre-Neuve qui a un fs de 6.121. On peut comparer les répartitions des quatre plus grandes régions à la répartition de Terre-Neuve par exemple, et constater que la méthode d'Adams implique un biais systématique en faveur des petites régions.

Tableau F: Biais en faveur des petites régions, méthode d'Adams (tiré de l'annexe 1)

Ontario	108.589	->	107
Québec	74.253	->	74
Colombie-Britannique	35.34	->	35
Alberta	27.409	->	27
Terre-Neuve	6.121	->	7

On peut toutefois remarquer au sujet des ces deux biais qu'ils brisent les fs ou bien par le [Si], ou bien par le sup (Si), mais jamais dans les deux directions. Plus précisément, la méthode de Jefferson brise fréquemment les sup (Si) en faveur des grandes régions mais jamais les [Si] pour quelque région que ce soit, et inversement la méthode d'Adams brise souvent les [Si] pour les grandes régions mais jamais les sup (Si) pour quelque région que ce soit.

Ceci nous amène à décomposer le respect exact des fs en deux propriétés partielles (Balinski et Young [1985]). Une méthode M telle que définie en 2.2.8 respecte les fs <u>vers le bas</u> si pour tous les i, $Ai \geq [Si]$. Parallèlement, une méthode M respecte les fs <u>vers le haut</u> si $Ai \leq \sup (Si)$ pour tout i. On peut maintenant énoncer les théorèmes suivants.

<u>Théorème 1</u>: La méthode de Jefferson est la seule méthode de diviseur qui respecte toujours les fs vers le bas (elle ne brisera jamais les [Si]).

Preuve (Balinski et Young [1985]): Par contradiction, nous prouverons qu'une méthode de diviseur M basée sur un critère d'arrondissement d(a) et qui est différente de la méthode de Jefferson ne respectera pas toujours les fs vers le bas. Rappelons-nous que toute M-répartition **A** respecte l'inégalité suivante.

$$\max_{i:\, Ai < Ci} Pi / d(Ai) \leq \min_{j:\, Aj > Fj} Pj / d(Aj - 1).$$

Il doit nécessairement y avoir deux populations p et q positives et deux entiers a et b tels que

$$p/a < q / (b + 1) \quad \text{(puisque M n'est \underline{pas} la méthode de Jefferson)}$$

(a,b) étant une M-répartition pour le problème à deux régions (p,q) avec H = a + b, a et b n'étant respectivement pas à leur plancher et plafond.

Prenons un entier $t = q / (qa - p(b + 1))$. Considérons aussi le problème à (t + 1) régions avec les populations (p, p, p, ..., p, q) et H = ta + b. Evidemment, $p/a < q / (b + 1)$ est toujours valable, de même que la formulation d'une M-répartition, et donc (a, a, a, ..., a, b) est une répartition acceptable pour ce problème selon la méthode M.

Néanmoins, la part allouée à la région t + 1 est (par choix de t)

$$qH / (tp + q) = q(ta + b) / (tp + q) \geq (tp(b + 1) + q(b + 1)) / (tp + q) = b + 1.$$

Par conséquent, la région t +1 avec sa part de b brise son fs vers le bas, et une méthode M différente de Jefferson ne respecte pas toujours les fs vers le bas. Q.E.D.

Théorème 2: La méthode d'Adams est la seule méthode de diviseur qui respecte toujours les fs vers le haut (elle ne brisera jamais les sup (Si)).

Preuve: Il nous est ici possible de développer la preuve en empruntant la structure que Balinski et Young ont utilisée pour prouver le théorème 1. Supposons que nous ayons une méthode de diviseur M qui ne soit pas la méthode d'Adams. Il sera alors possible de trouver deux populations p et q positives et deux entiers a et b tels que

$$p/a > q / (b - 1) \quad \text{(puisque M n'est \underline{pas} la méthode d'Adams)}$$

où (a, b) est une M-répartition pour ce problème à deux régions (p, q) avec H = a + b, a et b n'étant respectivement pas à leur plafond et plancher.

Prenons un entier t = q / (p(b - 1) - qa). Considérons aussi le problème à (t + 1) régions avec les populations (p, p, p, ..., p, q) et H = ta + b. Ici p/a > q / (b - 1) tient toujours et (a, a, a, ..., a, b) est une répartition acceptable au sens de la méthode M.

Toutefois, l'allocation faite à la région t + 1 est

$$qH / (tp + q) = q(ta + b) / (tp + q) \leq (tp(b - 1) + q(b - 1)) / (tp + q) = b - 1.$$

Ceci signifie que la région $t + 1$, à laquelle on avait alloué b sièges, brise son fs vers le haut, et qu'une méthode M différente de la méthode d'Adams ne respecte pas toujours les fs vers le haut.

Théorème 3: Il n'existe pas de méthode de diviseur qui respecte exactement les fs.

Preuve: Par union des théorèmes 1 et 2, et par le fait que les méthodes de Jefferson et d'Adams sont distinctes, aucune méthode ne respectera exactement les fs.

2.3.2 Proximité des *fair shares*

Comme la méthode de Webster se situe à mi-chemin entre Jefferson et Adams (arrondir plutôt que $[S_i]$ ou sup (S_i)), elle possède une propriété qui s'apparente beaucoup au respect des fs. On dit qu'une méthode est à proximité des fs s'il est impossible de transférer un siège d'une région à l'autre afin de les rapprocher de leur fs respectif.

Formellement, cette propriété est respectée si on ne peut trouver deux régions i et j telles que

$$S_i - (A_i - 1) < A_i - S_i \quad \text{et} \quad (A_j + 1) - S_j < S_j - A_j.$$

L'examen de l'annexe 1 permet de vérifier que la méthode Webster possède bel et bien cette propriété. Il est par contre facile de trouver deux régions pour lesquelles un transfert est possible pour ce qui est des méthodes de Jefferson (ex.: de l'Ontario vers le Nouveau-Brunswick) et d'Adams (ex.: de Terre-Neuve vers l'Ontario).

Théorème 4: La méthode de Webster est la seule méthode de diviseur qui soit à proximité des fs.

Preuve (Balinski et Young [1985]): Nous prouverons que toute méthode différente de celle de Webster n'est pas à proximité des fs. Soit M, une méthode autre que celle de Webster. Alors pour P_1 et $P_2 > 0$, (A_1, A_2) est une M-répartition pour (P_1, P_2) et $H = A_1 + A_2$, où $A_1 > 0$ et $A_2 < H$, mais

$P_1 / (A_1 - ½) < P_2 / (A_2 + ½)$. Avec $H = A_1 + A_2$, la part de la région 1 est

$$S_1 = P_1H / (P_1 + P_2) = P_1(A_1 - ½ + A_2 + ½) / (P_1 + P_2) < A_1 - ½.$$

La part de la région 2 est $S_2 > A_2 + ½$. Mais alors $(A_1 - 1, A_2 + 1)$ est plus à proximité des fs que (A_1, A_2). Donc une méthode autre que celle de Webster n'est pas à proximité des fs. Q.E.D.

2.3.3 Monotonicité de l'assemblée

Toutes choses étant égales par ailleurs, une augmentation de la taille de l'assemblée (H) ne devrait jamais se traduire par une diminution de la représentation absolue d'une des régions. Pourtant, la méthode de Hamilton donna lieu à un tel paradoxe en 1880. Le tableau G démontre que le jeu des fractions, lorsqu'on augmente H de 299 à 300, fit perdre la priorité à l'Alabama en ce qui a trait aux fractions de siège.

Tableau G: Répartition de 1880 pour 3 états sélectionnés, méthode de Hamilton

Etat	Quota avec 299 sièges	Priorité	Quota avec 300 sièges	Priorité
Alabama	7.646	1	7.671	3
Texas	9.640	2	9.672	2
Illinois	18.640	2	18.702	1

La méthode de Hamilton accordait d'abord la part entière à chaque région, soit {7, 9, 18}. Il est ensuite intéressant d'analyser le jeu des fractions: alors qu'avec 299 sièges à l'assemblée l'Alabama venait en tête de ces trois états avec une fraction de 0.646 siège, le fait d'ajouter un siège supplémentaire le faisait passer en troisième place avec une fraction de 0.671, d'où la perte paradoxale d'un siège.

En général, une méthode M respecte la monotonicité de l'assemblée si, lorsque **A** est la M-répartition pour le problème (**F**, **C**, **P**, H), alors la M-répartition **A'** pour le problème (**F**, **C**, **P**, H+1) fait que Ai'

$\geq$ Ai pour tout i. La méthode de Hamilton se révéla particulièrement indésirable du point de vue de cette propriété. En 1900, le nombre de sièges alloués à l'état du Maine aurait varié deux fois dans la mauvaise direction (chiffres en italique) en modifiant la taille de la Chambre des représentants de 381 à 391, comme le démontre le tableau H.

Tableau H: Non-respect de la monotonicité de l'assemblée, 1900, méthode de Hamilton

Taille de l'assemblée	Nombre de sièges
381	3
382	3
383	4
384	4
385	4
386	*3*
387	4
388	4
389	*3*
390	3
391	4

Toutes les méthodes appartenant aux méthodes générales de Huntington, dont font partie les cinq méthodes de diviseur décrites plus haut, possèdent la propriété de monotonicité de l'assemblée.

2.3.4 Stabilité

Telle qu'introduite dans la section 2.2.9, la stabilité faisait référence au fait qu'on ne pouvait augmenter l'équité entre deux régions par un transfert de siège. La façon présentée de mesurer cette iniquité entre deux régions i et j était Ai/Pi - Aj/Pj. Après le transfert d'un siège de la région favorisée vers l'autre région, l'indice donnait alors comme mesure d'iniquité $|(Aj + 1) / Pj - (Ai - 1) / Pi|$.

Alors qu'on a vu que la méthode de Webster par exemple est stable selon cet indice d'iniquité, Huntington dans ses recherches trouva 32 façons différentes d'exprimer l'iniquité entre deux régions. En effet, on peut exprimer Ai/Pi > Aj/Pj autant par Pi/Ai < Pj/Aj que par AiPj / AjPi > 1, ou que par Aj < Ai(Pj/Pi). Il s'affaira donc à démontrer que tandis que certains indices ne mènent à aucune méthode stable, d'autres mènent nécessairement à l'une des cinq méthodes de diviseur précédemment décrites, à savoir Jefferson, Adams, Webster, Dean et Hill. Il identifia les indices associés à chacune de ces méthodes en partant du principe de l'équité parfaite selon lequel Ai/Pi = Aj/Pj pour n'importe quelle paire i, j de régions distinctes. Si l'objectif d'une répartition est de minimiser l'iniquité telle qu'exprimée par l'une des mesures du tableau I, alors la méthode correspondante sera l'unique méthode qui minimise cette mesure.

Tableau I: Mesures d'iniquité associées à cinq méthodes de diviseur

Méthode	Mesure d'iniquité
Jefferson	Ai(Pj/Pi) - Aj
Adams	Ai - Aj(Pi/Pj)
Webster	Ai/Pi - Aj/Pj
Dean	Pj/Aj - Pi/Ai
Hill	((Ai/Pi) / (Aj/Pj)) - 1

Huntington se pencha également sur le caractère acyclique de certaines méthodes, propriété voisine de la transitivité, et trouva que seules les méthodes maintenant appelées "de Huntington" assurent les propriétés de cohérence et de monotonicité de l'assemblée (voir Balinski et Young [1977a] pour un traitement détaillé de la cohérence et de l'acyclicité).

Les trois propriétés suivantes, l'homogénéité, la symétrie et la véracité, sont manifestement un strict minimum à respecter, et toute méthode raisonnable les possède (les cinq méthodes de diviseur qu'on a décrites les possèdent).

2.3.5 Homogénéité

Une méthode M est homogène si la M-répartition pour **P** et H est la même que la M-répartition pour λ**P** et H, $\lambda > 0$. Il est évident qu'une bonne méthode devrait donner la même répartition de 150 sièges par exemple entre trois régions comprenant respectivement 300, 500 et 700 personnes que pour des régions ayant 3000, 5000 et 7000 personnes chacune.

2.3.6 Symétrie

Une méthode M sera symétrique si le fait de permuter des Pi dans le vecteur **P** des populations mène à une nouvelle M-répartition **A'**, dans laquelle les Ai seront aussi permutés de façon à toujours correspondre aux Pi pertinents. Ainsi la méthode M qui donnerait **A** = (A_1, A_2, A_3, A_4) pour le vecteur de populations **P** = (P_1, P_2, P_3, P_4), si elle est symétrique, donnerait **A'** = (A_2, A_4, A_1, A_3) pour le nouveau problème **P'** = (P_2, P_4, P_1, P_3).

2.3.7 Véracité

Une méthode M est vraie si **A** est l'unique M-répartition pour **P** quand la répartition **A** est exactement proportionnelle à **P** et que Σ_i Ai = H.

2.3.8 Absence de biais

De façon générale, une méthode de diviseur M est sans biais si, pour tout **A** > 0, tout X > 0 et toute paire d'ensembles disjoints contenant d'une part les grandes régions (G) et d'autre part les régions moins peuplées (P), la probabilité que la M-répartition **A** favorise les éléments de G est égale à la probabilité qu'elle favorise les éléments de P.

Afin de mieux illustrer cette propriété, rappelons que sur un très grand échantillon de régions les fractions des quotients Qi = Pi/X (i.e. Qi - [Qi]) ont une distribution uniforme sur l'intervalle [0, 1[.

Ceci signifie que la probabilité que Qi - [Qi] prenne par exemple la valeur 1/4 est égale à la probabilité que Qi - [Qi] prenne la valeur 1/3, 1/2, ou toute autre valeur dans l'intervalle. L'espérance d'une loi uniforme sur [a, b] étant (b - a)/2, l'espérance mathématique de la valeur Qi - [Qi] sera (1 - 0)/2 = 1/2. Donc en moyenne, la moitié des Qi - [Qi] sera inférieure à 1/2 et l'autre moitié supérieure.

Une méthode sera sans biais si la probabilité qu'elle favorise les grandes régions est la même que la probabilité qu'elle favorise les petites régions. Par exemple, en arrondissant à la valeur entière la plus proche, la méthode de Webster fait qu'en moyenne 50% des Qi seront arrondis à l'entier inférieur et 50% seront arrondis à l'entier supérieur, et donc que cette méthode est sans biais. Pour sa part, la méthode Jefferson (Adams) est biaisée en faveur des grandes (petites) régions en arrondissant toujours les Qi à l'entier inférieur (supérieur). L'exemple qui suit illustre davantage la propriété d'absence de biais.

Pour observer l'effet que peut avoir le biais d'une méthode de diviseur sur le degré de représentation des régions, prenons un pays à cinq régions qui utiliserait la méthode de Jefferson avec diviseur X = 1000.

Région	Population Pi	Quotient Qi (1000)	Nombre de sièges Ai
A	9900	9.9	9
B	9100	9.1	9
C	5000	5.0	5
D	1900	1.9	1
E	1100	1.1	1
Total	27000	27	25

La région A perd une fraction de 0.9 siège, de même que la région D. Pourtant, la région A y perd seulement 9% de son quotient total alors que la région D y perd 47% du sien. La région A obtient alors un siège par 1100 personnes, alors que la région D n'obtient qu'un siège par 1900 personnes. Dans cet exemple, le biais systématique de la méthode de Jefferson en faveur des grandes régions fait que les députés de la région D représenteront 42% plus de gens que les députés de A. Du point de vue du citoyen, un résident de la région D est donc 42% moins représenté que celui de la région A. Cet exemple représente volontairement un cas extrême, mais qui demeure possible.

2.3.9 Exactitude

Une méthode M est dite exacte si, (i) dès lors qu'une M-répartition **A** est proportionnelle au vecteur des populations **P**, **A** est l'unique M-répartition pour l'assemblée de taille $\Sigma_i A_i$, et (ii) si **A** est une M-répartition pour **P** et que $\alpha\mathbf{A}$ est un vecteur entier pour un certain α, $0 < \alpha < 1$, alors $\alpha\mathbf{A}$ est l'unique M-répartition pour l'assemblée de taille $\Sigma_i \alpha A_i$. L'exactitude implique donc la véracité.

Théorème 5: La méthode de Webster est l'unique méthode de diviseur qui satisfasse à la fois l'absence de biais et l'exactitude.

Preuve (Balinski et Young [1985]): Supposons que M soit une méthode de diviseur exacte, avec $\mathbf{A} > 0$ et $X > 0$. Soit L et S deux ensembles disjoints de grandes et de petites régions (en termes d'habitants). L'hyperplan $\{\mathbf{P} \mid \Sigma_{i\in L} P_i / \Sigma_{i\in L} A_i = \Sigma_{i\in S} P_i / \Sigma_{i\in S} A_i\}$ divise $R_X(\mathbf{A})$ en deux zones de populations favorisant respectivement L et S (selon M). Ces deux zones sont d'égale mesure si et seulement si l'hyperplan passe par le centre C de $R_X(\mathbf{A})$, $C_i = (d(A_i - 1) + d(A_i)) / 2$. La méthode M est sans biais si et seulement si, pour tout $\mathbf{A} > 0$,

$$\Sigma_{i\in L} A_i / (\Sigma_{i\in L} (d(A_i - 1) + d(A_i)) = \Sigma_{i\in S} A_i / (\Sigma_{i\in S} d(A_i - 1) + d(A_i)).$$

Si M est la méthode de Webster, $d(A) = A + ½$, ce qui satisfait la condition ci-haut et M est sans biais. A l'inverse, supposons que M satisfasse la condition ci-haut pour tout $\mathbf{A} > 0$. Ça devra être vrai également pour un problème à deux régions, i.e.

$$(d(A_1 - 1) + d(A_1)) / (d(A_2 - 1) + d(A_2)) = A_1 / A_2 \quad \text{pour tout } A_1 > A_2 > 0.$$

Fixant $A_1 = A \geq 2$ et $A_2 = 1$, $(d(A - 1) + d(A)) / A = d(0) + d(1)$, et avec $A \to \infty$, $d(0) + d(1) = 2$. Donc $d(2A) = 2A + d(0)$ de même que $d(2A + 1) = 2A + 2 - d(0)$. Il est prouvé que si M est une méthode exacte, son critère de division d est tel que

$$d(b) / d(b - 1) \geq d(b + 1) / d(b) \quad \text{pour tout } b > 0.$$

Sachant cela et posant $b = 2A + 1$,

$$(2A + 2 - d(0)) / (2A + d(0)) \geq (2A + 2 + d(0)) / (2A + 2 - d(0))$$

ou encore $4A + 4 \geq (8A + 6)d(0)$. Si $A \to \infty$, $d(0) \leq ½$. Le même déroulement avec $b = 2A$ donnera $(8A + 2)d(0) \geq 4A$, donc $d(0) \geq ½$. Par conséquent $d(0) = ½$ et $d(A) = A + ½$. Donc M ne peut être que la méthode de Webster. Q.E.D.

2.3.10 Monotonicité de la population

Les travaux de Huntington avaient largement porté sur la détermination de la meilleure mesure d'iniquité entre deux régions. Il n'y avait malheureusement aucune réponse parfaite à cette question car chaque situation précise peut faire que l'on préfère utiliser une mesure plutôt qu'une autre. Un élément supplémentaire pouvait toutefois apporter une source additionnelle de réponse: la monotonicité de la population.

La monotonicité de la population concerne la question suivante: à mesure que la population d'une région croît relativement à celle d'une autre région, à quel point précis peut-on transférer un siège entre les deux régions? Intuitivement, une région dont la population croît relativement plus vite que celle d'une autre région ne devrait jamais perdre un siège au profit de cette dernière région. Pourtant, il existe des méthodes qui peuvent mener à un tel résultat. Si la méthode de Hamilton avait été utilisée aux Etats-Unis entre 1791 et 1970, ce paradoxe se serait réalisé pas moins de dix fois.

L'exemple suivant (Balinski et Young [1982]) illustre l'un de ces cas, impliquant la Virginie et le Maine au début du XX^{e} siècle. Le paradoxe fut en fait causé par les mouvements de population dans les autres régions aussi. En 1900, le fs de la Virginie était de 9.599 sur les 386 sièges de la chambre, et celui du Maine était de 3.595. La méthode de Hamilton, qui choisit les fractions en ordre décroissant, détermina la part de la Virginie à 10 et celle du Maine à 3. Les taux de croissance de la population étaient à l'époque de 1.07% pour la Virginie, 0.67% pour le Maine et 2.02% pour l'Union complète, ce qui implique que dès 1901, les fs pour la Virginie et le Maine étaient devenus 9.509 et 3.548 respectivement. On voit donc que la Virginie, malgré sa population qui augmentait 60% plus vite que celle du Maine, aurait perdu un siège en faveur de ce dernier, ceci dû aux taux de croissance relatifs des régions et de l'Union.

Plus formellement, supposons deux vecteurs de populations $\mathbf{P} = (P_1, ..., P_n)$ et $\mathbf{P'} = (P'_1, ..., P'_n)$ avec respectivement $H = H'$ sièges à être répartis. Supposons de plus qu'une méthode M donne la répartition (a, b) aux régions de $\mathbf{P}$ dont les populations sont (p, q), et la répartition (a', b') aux régions tirées de $\mathbf{P'}$ dont les populations sont (p', q'). La méthode M possédera alors la propriété de <u>monotonicité de la population</u> si, pour n'importe quelles deux paires, $p' \geq p$ et $q' \leq q$ implique que $a' \geq a$ et $b' \leq b$. Dans l'éventualité où $p' = p$ et $q' = q$, les solutions sont équivalentes et (a', b') autant que (a, b) est une solution pour (p, q).

<u>Théorème 6</u>: Seules les méthodes de diviseur possèdent la propriété de monotonicité de la population.

Preuve (Balinski et Young [1985]): Posons $h' = h \geq n = n' = 2$, et soit $P = \{\mathbf{p} = (p_1, p_2) > 0 \mid p_1 + p_2 = h\}$ l'ensemble de toutes les populations normalisées. Supposons enfin que la méthode M soit monotone par rapport à la population. Pour chaque $\mathbf{a} = (a_1, a_2) \mid a_1 + a_2 = h$, définissons $P(\mathbf{a})$ comme étant l'ensemble des populations $\mathbf{p} \in P$ telles que $\mathbf{a}$ est une M-répartition de h pour $\mathbf{p}$. Par monotonicité de la population, chaque $P(\mathbf{a})$ est un intervalle sur la ligne P. Puisque la méthode M est vraie, $\mathbf{a}$ est la seule M-répartition de h quand $\mathbf{p} = \mathbf{a}$, et doit de plus être comprise dans le segment $P(\mathbf{a})$. De plus, $P(\mathbf{a})$ est un intervalle fermé quand $\mathbf{a} = (a_1, a_2) > (1, 1)$. Les intervalles $P(1, h - 1)$ et

P(h - 1, 1) sont fermés ou semi-ouverts alors que les intervalles P(0, h) et P(h, 0) sont semi-ouverts (puisque **p** > 0) ou vides. Enfin, les intervalles ne peuvent se chevaucher qu'en leurs extrémités puisqu'en cas contraire la monotonicité de la population ne serait pas respectée.

Afin de démontrer que M doit nécessairement être une méthode de diviseur, nous devons établir l'existence de $\delta(a)$, un critère de division monotone croissant. Soit $(\delta(a_1-1), \delta(a_2))$, le point gauche extrême de l'intervalle $P(a_1, a_2)$, et $(\delta(a_1), \delta(a_2-1))$ le point droit extrême pour tout $a_1 \geq a_2 > 0 \mid a_1 + a_2 = h$. Le critère de division $\delta(a)$ est donc défini pour $0 \leq a \leq h$, et monotone croissant en a. Aussi, puisque **a** appartient à P(**a**), $a \leq \delta(a) \leq a + 1$. On peut finalement écrire que

$$\delta(a_1-1) / \delta(a_2) \leq p_1/p_2 \leq \delta(a_1) / \delta(a_2-1) \quad \text{si } a_1 \text{ et } a_2 \geq 1,$$

$$p_1/p_2 \leq \delta(0) / \delta(h - 1) \quad \text{si } a_1 = 0 \text{ et } a_2 = h, \text{ et}$$

$$\delta(h - 1) / \delta(0) \leq p_1/p_2 \quad \text{si } a_1 = h \text{ et } a_2 = 0.$$

Ce qui revient à écrire

$$\min_{a_i > 0} p_i / \delta(a_i - 1) \geq \max_{a_j \geq 0} p_j / \delta(a_j)$$

et donc que M ne peut être qu'une méthode diviseur. Q.E.D.

2.3.11 Le paradoxe du nouveau membre

La paradoxe de la population peut survenir lorsque la méthode utilisée réagit mal au fait que les populations des régions déjà membres varient les unes par rapport aux autres. Le paradoxe du nouveau membre provient de ce qu'une méthode peut injustement changer la répartition des sièges entre les anciens membres quand une nouvelle région fait son entrée. A titre d'exemple, l'Oklahoma a fait son entrée dans l'Union américaine en 1907. La chambre était alors composée de 386 représentants pour une population totale de près de 75 millions de personnes. Toute proportion gardée, la population d'un million de personnes de l'Oklahoma lui donna droit à 5 sièges et le nombre total de sièges fut donc porté à 391. Bien que l'on puisse s'attendre à ce que la répartition relative des états déjà présents ne soit pas modifiée, elle l'aurait été par la méthode de Hamilton.

L'état de New York aurait donné un siège à l'état du Maine, bien que leur population n'ait absolument pas changé par l'entrée d'un nouvel état. L'apparition du paradoxe du nouveau membre est due aux mêmes raisons que le paradoxe de la population, c'est-à-dire que l'entrée de l'Oklahoma dans la fédération causa une faible variation des quotas de tous les membres dont les populations demeuraient néanmoins constantes.

Ceci démontra à nouveau que la méthode de Hamilton, se basant sur les fractions, affichait plusieurs lacunes quant aux propriétés désirables minimales. Le fait que les fractions prises seules ne tiennent absolument pas compte de la taille relative des régions crée une situation favorable à la réalisation des paradoxes de la population et du nouveau membre. Huntington mit beaucoup d'importance sur le fait qu'une bonne méthode ne devrait jamais changer l'ordre de priorité d'allocation entre deux régions si les données d'une troisième région étaient modifiées, ou encore si une toute nouvelle région était ajoutée aux données du problème.

2.4 Discussion sur les méthodes en général

Balinski et Young [1982 et 1985] nous permettent de conclure que les méthodes de diviseur sont à favoriser à toute autre méthode. Tout d'abord, le simple fait que les méthodes de Hamilton et des quotas par exemple ne soient pas monotones par rapport à la population (de même que toute méthode qui respecte les quotas, comme les méthodes *quotatones*) les élimine, s'agissant là d'une propriété élémentaire. On ne devrait pas pouvoir se retrouver dans une situation où une région dont la population croît perd un siège au profit d'une région dont la population ne croît pas. De plus, en choisissant une méthode qui respecte la monotonicité de la population, on s'assure aussi d'avoir la propriété de monotonicité de l'assemblée, puisqu'on peut prouver que la première implique la deuxième. On élimine de ce fait toutes les méthodes qui pourraient enlever un siège à une région alors que le nombre de sièges à l'assemblée est augmenté (les populations demeurant constantes).

Ceci dit, il est mathématiquement impossible qu'une quelconque méthode respecte toutes les propriétés désirables à la fois. En particulier, aucune méthode respectant la monotonicité de la population ne respecte exactement les fs. La meilleure méthode disponible devra alors vraisemblablement faire partie de la classe des méthodes de diviseur, puisque les deux propriétés de monotonicité (population et assemblée) y sont toujours rattachées. Il suffit alors d'ajouter aux deux monotonicités une propriété importante comme la proximité des fs, ou d'exiger que la méthode soit sans biais, et le choix se limite parmi les cinq méthodes principales de diviseur à une seule, celle de Webster. De plus, des cinq méthodes, c'est celle de Webster qui brise le moins souvent les fs, ce que confirment des expériences de Monte Carlo menées sur la répartition des sièges aux Etats-Unis pour des problèmes semblables au cas américain, soit une cinquantaine de régions et plus de quatre cents sièges (Balinski et Young [1982]). On voit que la deuxième meilleure méthode à ce chapitre est celle de Hill qui offre néanmoins un risque presque cinq fois plus élevé. Quant aux méthodes de Jefferson et d'Adams, elles laissent très peu de doutes sur leur probabilité de donner une répartition biaisée.

Tableau J: Pourcentage de bris des fs, expériences de Monte Carlo

Méthode	Pourcentage de bris des fs
Jefferson	100%
Adams	100%
Webster	0.061%
Dean	1.54%
Hill	0.29%

Il existe par ailleurs une méthode sans biais qui respecte exactement les fs, celle de Hamilton, mais on y perd quant aux monotonicités de l'assemblée et de la population. On pourrait aussi trouver des méthodes qui respecteraient exactement les fs et qui seraient monotones par rapport à l'assemblée, mais on perdrait la monotonicité de la population (et les calculs fastidieux exigés par ces méthodes les ont historiquement écartées [note 8]). Un traitement plus technique des diverses méthodes et de leur propriétés est élaboré dans l'appendice A de Balinski et Young [1982].

Quoi qu'il en soit, la Constitution canadienne ne pose aucunement le dilemme du choix d'une méthode aux législateurs. En effet, elle ne demande pas qu'une méthode de répartition régionale des sièges soit précisément identifiée comme méthode "officielle" ou généralement acceptée, comme c'est le cas aux Etats-Unis et dans de nombreux pays européens. La section 3 traitant de la répartition des sièges par appartenance politique sera donc plus utile à l'analyse du système canadien, puisqu'il doit nécessairement se rapprocher de l'un ou l'autre des deux systèmes électoraux qui y seront décrits, soit le système à représentation proportionnelle et le système majoritaire.

Dans *Congressional Apportionment*, Schmeckebier [1941] fait une couverture complète des méthodes connues en date de publication du volume. Il faut toutefois être prudent face à l'âge de l'ouvrage car l'étude ne semble pas utiliser les mêmes termes que ceux utilisés par les publications plus récentes. Par exemple, les méthodes de Jefferson et Webster sont déclarées invalides par Schmeckebier puisque selon lui elles peuvent toutes deux mener au paradoxe de la population. Or ces deux méthodes font partie de la classe des méthodes de diviseur qui évitent justement ce paradoxe.

On peut toutefois remarquer que, dans un langage beaucoup plus mathématique, les publications qui ont suivi celle de Schmeckebier en viennent aux mêmes conclusions quant aux cinq méthodes principales et leurs résultats. Dans le chapitre trois de son livre, Schmeckebier analyse chaque méthode (sous un autre nom) et admet que l'une ou l'autre peut être optimale selon l'objectif final de la répartition. En d'autres mots, la mesure d'inégalité utilisée guidera le choix de la méthode.

Si on veut minimiser la différence absolue entre les parts individuelles de représentation par personne de chaque région (donc les Ai/Pi), la méthode des fractions majeures sera alors optimale [note 9]. Dans le tableau I, on exprimait la même chose, à savoir qu'on choisira la méthode de Webster si on veut minimiser l'iniquité mesurée par Ai/Pi - Aj/Pj.

Si on vise à réduire au maximum la différence relative entre les moyennes de population par député et les parts individuelles de représentation des régions, la méthode que Schmeckebier appelle la méthode des proportions égales est optimale [note 10]. Le tableau I suggère que la méthode de Hill est effectivement celle qui permet de minimiser l'iniquité telle que mesurée par ((Ai/Pi) / (Aj/Pj)) - 1.

Si par ailleurs le but est de calculer une répartition qui donnera les plus petites différences absolues entre les populations moyennes par député, la méthode de la moyenne harmonique est optimale [note 11]. Parallèlement, le tableau I donne que la méthode de Dean minimise Pj/Aj - Pi/Ai.

Schmeckebier exprime ensuite les deux dernières méthodes assez longuement, alors qu'elles sont formulables très brièvement de façon plus mathématique. Tout d'abord, il prescrit la méthode des plus petits diviseurs [note 12] lorsque l'objectif est d'obtenir la répartition qui minimise les surplus absolus de représentation, c'est-à-dire la différence absolue entre le nombre de députés d'une région relativement sur-représentée et le nombre de députés d'une région relativement sous-représentée multiplié par la population de la région sur-représentée sur la population de la région sous-représentée. La concision des mathématiques nous permet d'exprimer ce dernier paragraphe entier par l'expression "min Ai - Aj(Pi/Pj)" du tableau I, qui est associée à la méthode d'Adams.

Finalement, la méthode des plus grands diviseurs [note 13] permettra de minimiser les déficits absolus de représentation, soit la différence entre le nombre de députés d'une région sous-représentée et le nombre de députés d'une région sur-représentée multiplié par la population de la région sous-représentée sur la population de la région sur-représentée. De la même façon, c'est la méthode de Jefferson qui minimise l'expression d'iniquité Ai(Pj/Pi) - Aj du tableau I.

Les mathématiciens s'entendent généralement pour dire qu'une différence est mieux exprimée si elle l'est en relation avec l'un des deux nombres, la différence *relative*, et non lorsqu'on fait la simple différence *absolue*. Ajouter 1000$ à un budget de 1000$ doublera ce dernier, tandis qu'ajouter la même somme à un budget d'un million de dollars n'aura pas d'effet très significatif.

Cet avantage des différences exprimées de façon plus relative a sans doute influencé l'Académie Nationale des Sciences des Etats-Unis qui concluait en 1929 que la méthode des proportions égales (méthode de Hill) lui semblait la plus appropriée quant à la répartition de la Chambre des Représentants. L'Académie précisa toutefois, et avec raison, que les quatre autres méthodes n'en étaient pas moins sans ambiguïté et toutes cohérentes. D'ailleurs comme on le verra dans la section 3.3, la méthode de Jefferson peut parfois être la meilleure méthode dans des circonstances bien précises, malgré le fait qu'elle brise systématiquement les fs dans ses répartitions (tableau J). Il s'agit d'abord de bien déterminer les objectifs d'une répartition, qui pourront parfois être justement de briser ces fs dans une direction précise.

Dernier point au sujet des méthodes en général, il peut arriver que deux ou plusieurs des cinq méthodes de diviseur donnent le même vecteur **A** pour un même problème (**F**, **C**, **P**, H). Par exemple, les méthodes de Webster, Dean et Hill donnent toutes le même **A** pour le problème canadien actuel (annexe 1). Un problème à deux régions peut très bien donner la même répartition selon toutes les méthodes, mais à mesure que le problème deviendrait plus complexe, il est probable que chaque méthode donnerait un résultat distinct. On voit d'ailleurs que malgré la simplicité du cas canadien, les méthodes de Jefferson et d'Adams se distinguent déjà par leur biais respectif.

3

LA REPARTITION DES SIEGES PAR APPARTENANCE POLITIQUE

"The people have spoken.
Damn them!"

Commentaire de Barry Goldwater sur la démocratie, tout juste après sa défaite cuisante aux élections présidentielles de 1964 remportées par le Démocrate Lyndon B. Johnson.

Chacune des méthodes de répartition régionale que l'on a examinées plus haut s'applique également à la répartition des sièges par parti, en remplaçant simplement les proportions des populations par les proportions des votes à chaque parti. Ce sont donc des systèmes où l'allocation des sièges par appartenance politique vise à respecter la proportion des voix obtenues par chaque parti, appelés systèmes à représentation proportionnelle. Balinski et Young [1976] porte précisément sur l'application de ces méthodes aux appartenances politiques.

Cette section fera davantage la comparaison entre deux systèmes principaux d'allocation des sièges par parti politique, soit le système à représentation proportionnelle et le système à majorité, ce dernier étant appliqué au Canada comme dans beaucoup de pays du Commonwealth.

3.1 Système majoritaire versus système proportionnel

Le système canadien à majorité des voix, calqué sur le système britannique, est très simple [note1]. Dans chacune des circonscriptions individuelles, le siège va au représentant du parti qui reçoit localement le plus de voix. Un tel système vise à permettre l'émergence d'une force politique cohérente qui puisse conduire la politique nationale et la destinée de l'Etat. Il est présentement appliqué dans 83 pays dans le monde. Il semble relativement pertinent pour les sociétés fortement homogènes puisque le vote est à peu près le même partout. Par contre, à mesure que l'hétérogénéité apparaît, ce même système est particulièrement néfaste pour la proportionnalité en ce qu'il peut complètement ignorer le vote des différentes minorités dispersées.

Il ne faut pas oublier que les tendances actuelles dans plusieurs sociétés modernes et démocratiques tolèrent et même favorisent le multiculturalisme, et par conséquent l'hétérogénéité des sociétés. Dans ces cas, le choix logique demeure un système plus près de la représentation proportionnelle. L'élection doit alors garantir en priorité la représentation, au niveau national, des forces politiques du pays et produire au Parlement un reflet aussi fidèle que possible de leur implantation dans la société. La combinaison de ces deux considérations (émergence d'un parti majoritaire et représentation fidèle de la société) et l'évitement du dilemme qu'elles posent mènent à des systèmes mixtes, qui peuvent devenir très rapidement assez complexes selon le degré de perfection recherché.

Il n'est pas surprenant que ce soit dans des pays aux populations hétérogènes que les premiers systèmes plus proportionnels aient été officiellement utilisés, comme au Danemark (1855), en Suisse (1891), en Belgique (1899) et en Finlande (1906). La Knesset (chambre unique du parlement d'Israël) se rapproche encore plus d'un système purement proportionnel, tout comme la Deuxième Chambre du Parlement néerlandais, Monaco et le Paraguay (Union Interparlementaire [1993]). Pourtant, ce système a aussi conduit à des débats importants, notamment au niveau du seuil minimum de représentation, c'est-à-dire quel est le pourcentage des voix minimal requis pour obtenir un siège à l'assemblée (1/H n'apparaît pas toujours comme étant la solution idéale).

En fait, la plupart des pays qui adoptent le concept de proportionnalité utilisent un mélange de majorité et de proportionnalité, le système mixte. Le pays est d'abord divisé en régions, à l'intérieur desquelles on applique ensuite directement le concept de proportionnalité. En Suisse par exemple, les 20 cantons et les six demi-cantons déterminent chacun un nombre précis de sièges selon leur population (suivant la répartition régionale). Puis la répartition politique est faite de façon purement proportionnelle à l'intérieur de chaque région individuelle, ce qui n'équivaut pas nécessairement à une représentation proportionnelle à l'échelle du pays. Plusieurs autres pays utilisent le même concept mixte, notamment l'Italie, la Belgique, l'Autriche et les Pays-Bas pour leur Première Chambre.

Deux problèmes se posent dans un tel système. Premièrement il faut attribuer le nombre juste de sièges à chacune des régions selon sa population, et ensuite attribuer ces sièges aux différents partis selon le vote. Au Canada, seul le premier problème se pose, soit la répartition des sièges entre les provinces et territoires, puisqu'ensuite le pourcentage des votes déposés en faveur de chaque parti ne détermine absolument pas leur part des sièges dans son système majoritaire.

La Suède et l'Allemagne utilisent un système particulier de représentation, le système juxtaposé, appelé aussi système à membres additionnels. Lors d'une élection, chaque citoyen allemand doit procéder à deux votes; le premier pour le candidat de son choix dans sa circonscription, et le deuxième pour le parti général de son choix. Puis, selon le système à majorité, comme au Canada, les candidats recevant le plus de premiers votes localement sont élus dans chaque circonscription (pour un total de C sièges). Ensuite, selon les deuxièmes votes aux partis, C sièges supplémentaires sont alloués entre ces partis (à des personnes désignées par les listes de partis) afin de se rapprocher le plus possible de la proportionnalité dans la représentation politique par parti telle qu'exprimée dans les deuxièmes votes.

Donc le Parlement, composé de $H = 2C$ sièges, est autant que possible proportionnel aux résultats du vote en termes d'appartenance politique, et néanmoins les électeurs ont pu voter pour l'individu qu'ils préfèrent contrairement au Canada où le candidat et son parti sont indissociables et déterminent directement le chef de l'État à travers le système majoritaire pur. A quelques détails près, le système suédois détermine la composition de son unique chambre de façon similaire au système allemand.

3.2 Autres distinctions

Parmi les autres distinctions possibles entre les divers systèmes utilisés dans le monde, il y a le type des circonscriptions qui composent le territoire électoral. Les circonscriptions peuvent être uninominales, i.e. un seul candidat à élire dans chacune des circonscriptions, comme au Canada. Elles peuvent aussi être plurinominales, où plusieurs députés sont élus dans la même circonscription. En Suède par exemple, 310 des 349 membres du Parlement sont élus dans un total de 28 circonscriptions seulement (selon un système juxtaposé, les 39 sièges supplémentaires sont attribués de façon à se rapprocher le plus possible de la proportionnalité).

En pratique, les circonscriptions uninominales tendent à rapprocher les députés de leur circonscription, tandis que plus le nombre de députés est élevé dans une circonscription plurinominale, moins les liens sont étroits. Dans son étude mondiale des systèmes électoraux, l'Union Interparlementaire dénombre 52 pays qui n'ont que des circonscriptions uninominales alors que 18 pays possèdent une combinaison des deux. Les pays n'utilisant que des circonscriptions plurinominales (de tailles variées) sont au nombre de 76. Parmi ceux-ci, il y a quatre cas extrêmes où le pays ne contient qu'une seule et unique circonscription dans son ensemble. Il s'agit d'Israël, de Monaco, du Paraguay et des Pays-Bas (pour sa Deuxième Chambre).

L'étude couvrant en tout 150 pays, il en manque quatre au total précédent pour la simple raison que le suffrage universel (i.e. sans intermédiaire) n'y était pas encore appliqué lors de la publication du document, ce qui ne signifie pas pour autant qu'aucune forme d'élection ne puisse y avoir lieu. Il s'agit de Cuba [note 2], de la Russie, de la Libye et du Swaziland, qui utilisaient tous une forme de suffrage indirect. Notons que l'Afrique du Sud a mis fin récemment à sa règle qui n'accordait pas le droit de vote au Noirs, tandis que le Koweït applique toujours la sienne, qui ne l'accorde pas aux femmes. Quant à ce dernier exemple, bien qu'il semble anachronique, il faut se rappeler que la plupart des pays occidentaux n'ont accordé le droit de vote aux femmes qu'au début ou au milieu du XX^{e} siècle.

Plusieurs modes de scrutin peuvent être appliqués quand les circonscriptions sont plurinominales; scrutin de liste bloquée, scrutin préférentiel et scrutin avec panachage (la publication de l'Union Interparlementaire résume très bien chacun de ces modes de scrutin). Sur les 58 pays où le scrutin de liste est appliqué, 40 pratiquent le scrutin à liste bloquée, 17 le scrutin à vote préférentiel et un seul le panachage. Ce dernier mode laisse une énorme latitude aux électeurs puisqu'ils composent eux-mêmes la liste des candidats qu'ils préfèrent dans l'ordre, tous partis confondus. C'est Monaco qui pratique ce système, aidé en cela par la petitesse de son territoire et de sa population et par les responsabilités moindres de son gouvernement.

On distingue aussi les scrutins majoritaires à un tour (43 pays) des scrutins majoritaires à deux tours (neuf pays) et des scrutins préférentiels ou alternatifs (un pays, l'Australie). Notons enfin que 31 pays utilisent le scrutin majoritaire plurinominal, parmi lesquels 12 pratiquent le scrutin de liste à majorité simple (8) ou absolue (4) et 19 pratiquent le scrutin sans liste à majorité simple (14) ou absolue (5).

En ce qui concerne le système à représentation proportionnelle, il fut appliqué pour la première fois en Belgique en 1889 et il l'est aujourd'hui dans 57 pays. La qualité première de ce système demeure la justice de sa répartition politique des sièges. Bien que le système majoritaire avec ses diverses variantes demeure le plus appliqué en pratique, le système proportionnel et les différents types de systèmes mixtes gagnent du terrain. Des discussions sur une réforme du système électoral ont cours dans plusieurs pays et quelques exemples seront donnés dans la section 6.2.

3.3 Apparentements et scissions de partis

Conséquence directe du système utilisé, le nombre de partis politiques tend à varier beaucoup d'un pays à l'autre. Rae [1971] et Balinski et Young [1997c] ont étudié les conditions qui déterminent si les partis auront avantage à s'unir en un plus grand parti ou s'ils préfèreront se diviser en plusieurs partis distincts.

Entre autres, Rae [1971] constate que dans un système à majorité, une région électorale qui ne serait composée que d'une circonscription favoriserait la présence de seulement deux partis, alors qu'un pays utilisant un système proportionnel sans région déterminée contribuerait à la multiplication des partis politiques. Il est en effet évident que dans un système où 1% des voix peut valoir une présence au Parlement (dans un système purement proportionnel), l'incitation à former un parti politique est immense, alors que dans le cas de la circonscription régionale unique à deux partis à l'intérieur d'un système majoritaire, 1% des voix tout comme 49.99% ne permet aucunement d'être représenté à l'assemblée.

Afin de contrer la tendance à la prolifération des partis dans le cas des systèmes proportionnels, on comprendra alors qu'on fixe généralement un pourcentage minimal requis pour gagner un siège au Parlement. Ceci permet notamment d'éliminer les petits partis extrémistes du paysage électoral. En Israël par exemple, le pourcentage plancher est fixé à 1% du vote national, alors qu'en Suède il est de 4% au niveau national, ou de 12% au niveau régional. Ces pourcentages vont de 0,67% aux Pays-Bas jusqu'à 8% au Liechtenstein parmi les 150 pays couverts par l'Union Interparlementaire.

On peut faire ici une remarque intéressante quant aux méthodes de diviseur appliquées à la répartition des sièges par parti politique dans les systèmes proportionnels (les systèmes majoritaires ne font appel à aucune méthode). Tel que mentionné au tout début de la section 3, toutes les méthodes de répartition régionale des sièges décrites dans la section 2 s'appliquent également à la répartition par parti politique si on remplace les populations relatives par les pourcentages du vote. On comprend alors davantage que les méthodes respectant la monotonicité de la population soient vraiment préférables à toute autre méthode, sinon on pourrait se retrouver dans une situation où un parti donnerait volontairement de son appui (ses votes) à un parti adverse dans le but de gagner plus de sièges à l'assemblée. Ceci constitue un argument supplémentaire en faveur de la classe des méthodes de diviseur.

Il est clair que si l'on vise une certaine stabilité politique au niveau des partis, une méthode d'allocation qui incite les partis à fusionner en leur assurant un nombre supérieur ou égal de sièges sera toute désignée. Autrement dit, si une méthode fait que l'union de deux partis leur assure au moins autant de sièges que la somme des sièges gagnés par les deux partis séparés, elle encouragera la formation de coalitions. On peut donc tenter d'identifier parmi les méthodes de diviseur celle qui fait qu'un grand parti formé d'alliances diverses sera favorisé.

Avec son fort biais en faveur des grandes entités (autant les régions que les partis), la méthode de Jefferson est celle qui encourage le plus les coalitions de partis politiques avant une élection. Si le but d'un système est précisément d'éviter la multitude de partis, tout en évitant le paradoxe de la population, alors la méthode de diviseur de Jefferson s'impose.

Une simple analyse des fractions de siège vient appuyer ce résultat. Toute somme de deux fractions positives peut soit être inférieure à un, soit dépasser l'unité. Dans le premier cas, les deux partis unis auront le même nombre total de sièges, puisque de toute façon leur fraction était abandonnée par la méthode de Jefferson. Dans le deuxième cas, ils sont heureux de recevoir un siège supplémentaire grâce à la somme de leur fraction qui est supérieure à l'unité. Le tableau K montre qu'il sera toujours bénéfique (ou au pire sans effet) pour deux partis de s'unir si on utilise la méthode de Jefferson.

Tableau K: La méthode de Jefferson et les apparentements de partis

Quota 1	Quota 2	Quota $(1 \cup 2)$	A1	A2	(A1) + (A2)	$\leq$	$(A1 \cup 2)$
10.10	10.10	20.20	10	10	20	=	20
10.99	9.80	20.79	10	9	19	<	20
10.99	10.01	21.00	10	10	20	<	21
10.65	10.45	21.10	10	10	20	<	21

Il est facile de faire le même raisonnement à l'opposé et de déterminer que la méthode d'Adams encourage la scission des partis politiques puisqu'elle assure à deux partis séparés d'obtenir à eux deux un total au moins égal au nombre de sièges que l'apparentement sous un même parti leur accorderait, et parfois même supérieur.

Tableau L: La méthode d'Adams et les scissions de partis

Quota 1	Quota 2	Quota $(1 \cup 2)$	A1	A2	(A1) + (A2)	$\geq$	$(A1 \cup 2)$
10.10	10.10	20.20	11	11	22	>	21
10.99	9.80	20.79	11	10	21	=	21
10.99	10.01	21.00	11	11	22	>	21
10.65	10.45	21.10	11	11	22	=	22

L'existence de minorités ou d'entités dispersées nationalement joue en faveur d'un système à proportionnalité, sinon elles risqueraient d'être complètement ignorées dans une représentation élue à majorité. Et comme on vient de le voir, la méthode de Jefferson est toute désignée pour les systèmes proportionnels.

On peut même ajouter un argument pour renforcer cette conclusion. Lorsqu'on utilise la méthode de Jefferson avec un diviseur X, le fait d'arrondir chaque quotient Pi/X à la baisse fait qu'on se retrouve avec moins de sièges répartis que le nombre H à répartir. On est alors obligé de diminuer X pour augmenter la valeur de Σ [Pi/X] jusqu'à H. Ce processus a comme effet de garantir à chaque parti au moins la valeur entière de son quota puisqu'on diminue X et on garde la valeur entière de Pi/X tant qu'on n'a pas atteint Σi [Pi/X] = H. Ce résultat a été prouvé à la section 2.3.1 (théorème 1) lorsqu'on a vu que la méthode de Jefferson respectait toujours les fs vers le bas.

De ce point de vue, la méthode de Jefferson est particulièrement attirante et c'est aussi l'unique méthode de diviseur à respecter les fs vers le bas et à encourager les apparentements (Balinski et Young [1977c]). D'après l'étude de l'Union Interparlementaire, plusieurs pays utilisent Jefferson sous l'un ou l'autre de ses noms, alors qu'elle correspond aussi aux méthode d'Hondt, méthode des plus grands diviseurs, méthode de Hagenbach-Bischoff ou méthode des plus grandes moyennes.

On retrouve notamment l'Allemagne, l'Argentine, l'Autriche, la Belgique (d'Hondt était Belge), le Brésil, l'Espagne, la Finlande, la France, Israël, l'Italie, le Japon, le Luxembourg, les Pays-Bas, le Portugal et la Suisse. Dans le cas de la Suisse et de l'Autriche, il est amusant de remarquer que leur système précise l'utilisation distincte de deux méthodes pour des allocations partielles (Suisse: Hagenbach-Bischoff et plus grandes moyennes; Autriche: Hagenbach-Bischoff et d'Hondt) alors qu'elles sont identiques dans les faits.

Dans la réalité, il est rare qu'on retrouve des systèmes à proportionnalité pure. On est plus souvent en présence de systèmes mixtes ou juxtaposés, dans lesquels les biais régionaux en faveur des grands partis causés par la méthode de Jefferson peuvent avoir un effet global très néfaste aux minorités. C'est pourquoi une méthode neutre peut parfois être plus appropriée afin de ne favoriser ni les grands, ni les petits partis (i.e. ni les alliances, ni les scissions de partis).

Tel que démontré dans la section 2.3.9, c'est la méthode de Webster qui se rapproche le plus de l'absence de biais. D'ailleurs, cette méthode est également appliquée dans plusieurs pays sous l'un ou l'autre de ses noms, par exemple au Danemark, en Suède et en Norvège où on l'identifie comme étant la méthode de Sainte-Lagüe.

Quoi qu'il en soit, le choix final d'une méthode particulière repose en grande partie sur le genre de résultats recherchés qui seront souvent dictés par des facteurs culturels, historiques et politiques plutôt que sur de simples considérations mathématiques. Le Canada est un bon exemple de pays où ces facteurs remplacent toutes les méthodes connues, notamment pour l'allocation régionale des sièges.

Pour Balinski et Young [1977c], les politiciens devraient discuter davantage les mérites des méthodes et leurs propriétés et accepter les résultats qui en découlent, plutôt que sélectionner au contraire une méthode d'après ses résultats. Si aux Etats-Unis les débats sont nombreux concernant le choix d'une méthode, les systèmes sans méthode à répartition négociée peuvent aussi amener de longues discussions. L'Europe a mis trois ans à négocier la nouvelle allocation des sièges du Parlement Européen suite à la réunification de l'Allemagne (voir annexe 2).

4

LES SYSTEMES α

Dans Balinski et Young [1982], on procède au calcul de la répartition de la Chambre des Représentants aux Etats-Unis selon six méthodes pour les recensements de 1790 à 1970. Pour le Canada, un tel calcul serait moins intéressant puisque la répartition régionale de sa Chambre des Communes est négociée et la proportionnalité n'est pas nécessairement l'objectif visé par ces négociations. Il existe néanmoins un moyen de déterminer si une répartition régionale ou politique est plus ou moins près de la proportionnalité. Avec les mêmes outils, on peut également vérifier si les négociations pour la composition régionale du Parlement canadien ont au moins mené à des allocations négociées cohérentes à travers le temps.

4.1 Description de la classe des systèmes de représentation α

Dans Theil et Schrage [1977], on remarque que la répartition des sièges au Parlement Européen suite à l'entrée du Royaume-Uni, de l'Irlande et du Danemark en 1973 était loin d'être proportionnelle aux populations des neuf membres de la Communauté [note 1]. On pourrait en venir exactement à la même conclusion en examinant le tableau B qui illustre le cas canadien lors des dernières élections fédérales. De plus, on peut utiliser leur méthodologie afin d'évaluer le "degré de proportionnalité" des répartitions régionales négociées et politiques canadiennes, désigné ci-dessous comme étant "α".

Afin d'être cohérent avec les notations utilisées jusqu'ici, celles de Theil et Schrage seront quelque peu modifiées. Soit toujours n le nombre de régions (ou de partis), H le nombre de sièges à l'assemblée et $\mathbf{P} = (P_1, P_2, ..., P_n)$ le vecteur des n populations régionales (ou pourcentages respectifs du vote). En faisant temporairement abstraction de l'indivisibilité des sièges, le système des α-

répartitions détermine **A** = (A_1, A_2, ..., A_n) le vecteur des répartitions régionales (ou politiques) selon l'égalité

$$Ai/H = Pi^{\alpha}/\Sigma j\ Pj^{\alpha} \qquad \alpha \geq 0 \text{ et } i, j = 1, \ldots, n.$$

On voit donc que les Ai dépendent du α et des populations (ou pourcentages du vote). Il est aussi possible de relier quelques situations bien connues à certains α précis. Un α unitaire serait l'équivalent de la représentation proportionnelle pure, puisque chaque région (ou parti) reçoit une part des sièges égale à sa part de la population totale (ou du vote total).

Dans une répartition régionale, à mesure que le α diminue, la représentation des grandes régions diminue par rapport à celle des petites régions. A l'examen de l'indice 2 du tableau B, on devrait s'attendre à ce que l'estimation du α de la répartition régionale actuelle des sièges au Canada soit comprise entre zéro et l'unité puisqu'en général les petites régions ont un indice > 1 (sur-représentées) et les grandes régions un indice < 1 (sous-représentées).

Pour une valeur α de zéro, chaque région reçoit la même allocation de sièges, peu importent les populations respectives, qui est de Ai = H/n pour tout i. C'est notamment le cas au Sénat américain où chaque état possède deux représentants pour un total de 100 sénateurs. Pour un α supérieur à un, les grandes régions sont favorisées relativement aux petites. On peut l'expliquer par le fait que le dénominateur $\Sigma j\ Pj^{\alpha}$ est le même pour toutes les régions lors du calcul de leur Ai, alors que seul le numérateur Pi^{α} change pour chaque région. Un exposant supérieur à un augmente donc plus que linéairement le nombre de sièges relativement à la population, d'où la perte de proportionnalité. La même explication en sens inverse illustre l'avantage des petites régions pour un α inférieur à un.

Dans une application du modèle à la répartition politique des sièges, Theil et Schrage mentionnent qu'un α de deux avait été proposé au Parlement néerlandais en 1967 afin d'assigner à chaque parti un pourcentage de sièges proportionnel au carré du pourcentage du vote qu'il recevait, et ce afin de faire contre-poids au trop grand nombre de partis parmi lesquels aucun n'arrivait à obtenir la majorité.

Avec $\alpha = 2$, le plus grand parti arriverait à atteindre la majorité des sièges et à gouverner plus efficacement. En science politique, il existe d'ailleurs un concept connu sous le nom de *loi cubique*. Il stipule que la valeur du α se maintient autour de 3 dans les systèmes majoritaires, surtout à deux partis forts (cette loi ne concerne que les systèmes majoritaires puisque les systèmes proportionnels visent à atteindre un $\alpha = 1$).

Outre les cas $\alpha = \{0, 1, 2, 3\}$, d'autres valeurs de α ont fait l'objet d'études plus approfondies. L'une de ces valeurs est $\alpha = ½$. Voyons pourquoi en calculant pour une région i les deux ratios

$$Yi = Pi/P \quad \text{où } P = P_1 + P_2 + \ldots + Pn$$

$$Wi = Ai/H \quad i = 1, \ldots, n.$$

Chaque habitant de la région i a une proportion Wi des membres du Parlement provenant de sa région. Ainsi, lorsqu'un citoyen de la région i exprime une opinion ou un désir, on peut dire qu'il y a une probabilité Wi qu'il soit entendu favorablement. De façon équivalente, à mesure que ses revendications s'accumulent, le nombre de revendications par cause entendue favorablement sera de 1/Wi. Il devient clair que du point de vue de cet individu, la plus petite valeur possible de 1/Wi sera souhaitable. Le but ici sera donc de minimiser l'espérance de 1/Wi sur la population combinée de toutes les régions,

$$\min \Sigma i\ (Yi/Wi) \quad \text{sous la contrainte } \Sigma i\ Wi = 1,\ i = 1, \ldots, n.$$

On solutionne avec le Lagrangien $\Sigma i\ (Yi/Wi) - \lambda(\Sigma i\ Wi-1)$ en faisant égaler la dérivée du Lagrangien par rapport à Wi à zéro. On obtient $- Yi/Wi^2 - \lambda = 0$, ce qui montre que Wi est proportionnel à la racine carrée de Yi. Avec la contrainte $\Sigma i\ Wi = 1$, on trouve

$$Wi = Yi^{½} / \Sigma j\ Yj^{½} \quad i, j = 1, \ldots, n$$

ce qui est équivalent à

$$Ai/H = Pi^{½}/\Sigma j\, Pj^{½} \quad i, j = 1, ..., n$$

donc au modèle $Ai/H = Pi^{\alpha}/\Sigma j\, Pj^{½}$ quand $\alpha = ½$. Ce qui veut dire que du point de vue des individus, c'est $\alpha = ½$ qui minimise le nombre espéré d'interventions nécessaires avant d'être entendu favorablement par leur député.

A plus grande échelle, chaque région voudra plutôt obtenir le plus de représentation possible par citoyen, i.e. minimiser le ratio Pi/Ai qui correspond au nombre moyen de citoyens par député pour la région i. On vise à minimiser

$$\Sigma i\, (Pi/Ai) \quad \text{avec } \Sigma i\, Ai = H \text{ et } i = 1, ...n.$$

Avec Yi = Pi/P et Wi = Ai/H, cette minimisation est équivalente à la minimisation de 1/Wi, et $\alpha = ½$ est encore la valeur qui minimise la moyenne des moyennes régionales de citoyens par député.

Pour en revenir au modèle général de départ, démontrons maintenant pourquoi il est pertinent de représenter le degré de proportionnalité α, ou *proportionnalité faible* (par opposition à proportionnalité pure), par l'égalité

$$Ai/H = Pi^{\alpha}/\Sigma j\, Pj^{\alpha} \quad \alpha \geq 0 \text{ et } i, j = 1, ..., n.$$

La proportionnalité pure fait en sorte que le ratio Ai/Aj est égal à Pi/Pj pour toutes les paires de régions ou de partis (i, j). Le concept de proportionnalité faible signifie que pour toutes les paires (i, j), le ratio des sièges Ai/Aj n'est déterminé qu'en fonction du ratio Pi/Pj.

$$Ai/Aj = f(Pi/Pj) \quad i, j = 1, ...,n$$

où f( ) est une fonction continue non-décroissante telle que $f(\mathbb{R}^+) \to \mathbb{R}^+$. Prenons maintenant

$$Ai/Ak = (Ai/Aj)(Aj/Ak) \quad \text{et} \quad Pi/Pk = (Pi/Pj)(Pj/Pk).$$

Ceci implique que f(Pi/Pk) = f(Pi/Pj)f(Pj/Pk), et plus généralement que

$$f(xy) = f(x)f(y) \qquad x, y > 0.$$

En prenant les logarithmes, puis les antilogarithmes de chaque côté de l'équation, on trouve que f(x) doit avoir la forme x^α, $\alpha \geq 0$ [note 2]. Par conséquent $f(Pi/Pj) = (Pi/Pj)^\alpha$. Puisqu'on sait que $\Sigma i \ Ai = H$, on fait aussi la sommation au dénominateur du côté droit et on obtient le modèle

$$Ai/H = Pi^\alpha / (P1^\alpha + P2^\alpha + \ldots + PN^\alpha) = Pi^\alpha/\Sigma j \ Pj^\alpha. \qquad \text{Q.E.D.}$$

4.2 Solutions entières avec les α-systèmes

Les α-systèmes sont très utiles par exemple pour fixer a priori un degré désiré de proportionnalité, voire un biais volontaire, et ensuite procéder à l'allocation selon le α choisi. Par contre on retrouve encore le même problème des allocations entières des sièges. Une α-répartition composée de nombres entiers seulement est très peu probable dès que le problème de départ est le moindrement complexe.

Le premier réflexe pourrait être de considérer les α-répartitions comme les quotients respectifs de chacune des régions, et d'utiliser ensuite Jefferson, Adams ou Webster pour arrondir ces quotients par exemple. Mais, selon Theil et Schrage, ces méthodes ont la faiblesse de déterminer *comment* trouver la solution entière sans toutefois en décrire le *pourquoi*. Ils reviennent donc à leur même critère de minimisation (maximisation des utilités individuelles) comme point de départ aux solutions entières, soit min Σi (Yi/Wi) sous la contrainte $\Sigma i \ Wi = 1$. Il ne s'agit pas de procéder aux arrondissements des répartitions du modèle quand $\alpha = 1/2$, mais bien de trouver la valeur minimale de Σi (Yi/Wi) dans l'ensemble des répartitions entières admises.

Sachant que $Yi = Pi/P$ et que $Wi = Ai/H$, on peut réécrire le critère min $\Sigma i\ (Yi/Wi)$ sous la forme

$$\min \Sigma i\ (Yi / (Ai/H)), \qquad \Sigma i\ Ai = H,\ Ai \in N^{+},\ \forall i.$$

La contrainte $Ai \in N^{+}, \forall i$ évite que la fonction à minimiser puisse prendre des valeurs infinies, et assure par le fait même que toutes les régions soient représentées ($Ai > 0$).

Partant du fait que le problème où $H = n$ est automatiquement solutionné par $Ai = 1, \forall i$, Theil et Schrage procèdent en ajoutant un à un les sièges pour les problèmes où $H > n$, en allouant le siège supplémentaire de façon à toujours minimiser le critère $\Sigma i\ (Yi / (Ai/H))$. Ils trouvent comme formulation de ce procédé l'expression

$$\min \Sigma i\ \{Yi/Ai - (Yj/Aj - Yj/(Aj + 1))\}$$

qui n'est en quelque sorte qu'une façon supplémentaire de minimiser l'iniquité entre les régions tel que traité dans les sections 2.2.9 et 2.3.4. Cette méthode serait donc *stable* par rapport à ce critère d'iniquité. Il ne s'agit ainsi que d'une méthode différente qui donne des résultats satisfaisants seulement si on vise précisément à minimiser ce critère particulier, et non d'une méthode généralement optimale.

La critique de Theil et Schrage concernant les autres méthodes semble donc inappropriée en ce que chacune d'elles minimise également un critère précis (tableau I). Encore une fois, la détermination du critère à favoriser se fera selon le contexte précis et les résultats recherchés.

4.3 Estimation des α historiques liés à la répartition régionale canadienne

Dans cette section, nous procéderons à l'estimation des α des répartitions régionales pour toutes les élections fédérales depuis que le Canada actuel existe [note 3]. La série de 35 α obtenus démontre très bien, comme on pouvait s'y attendre, que le système canadien de "négociation" des allocations régionales est biaisé en faveur des petites provinces. Les données de base ayant servi lors des estimations sont détaillées dans les annexes 3, 4 et 5.

L'examen du tableau M contenant les résultats nous permet de constater que seules les neuf élections consécutives de 1896 à 1926 ont donné un α estimé supérieur ou égal à un, tandis que la totalité des 26 autres élections ont donné un $\alpha < 1$.

Il est important de noter que ces estimations sont une simple approximation du α qui minimise la somme des carrés des erreurs selon le modèle $Ai/H = Pi^{\alpha}/\Sigma j\ Pj^{\alpha}$, et qu'un résultat de $\alpha = 1$ n'implique absolument pas que l'allocation était parfaitement proportionnelle. Si l'on fixe à priori un α égal à l'unité et qu'on calcule ensuite une répartition, la proportionnalité sera obligatoirement respectée. L'inverse n'est cependant par vrai et la méthode que j'ai utilisée n'implique donc pas la proportionnalité avec un résultat de $\alpha = 1$.

A titre d'exemple, les élections de 1925 et de 1926 donnent selon mes estimations au centième près un $\alpha = 1$. Ceci signifie bien que $\alpha = 1$ minimise la somme des carrés des erreurs du modèle par rapport aux populations et aux allocations des provinces, mais aucunement qu'il y a proportionnalité parfaite. On a procédé au calcul du ratio du pourcentage des députés régionaux sur le pourcentage de la population régionale (*indice 2*) dans l'annexe 6 afin de bien démontrer que pour ces deux élections, aucune province ne respectait la proportionnalité parfaite (cas où *indice 2* = 1). L'estimation du α unitaire découle du fait que les indices > 1 compensent les indices < 1 et font que $\alpha = 1$ est quand même la valeur minimisant la somme des écarts au carré.

Le graphique 1 illustre aussi l'évolution des α régionaux. On y voit clairement que la répartition régionale négociée semble avoir été plus cohérente dans le temps pour les élections plus récentes, soit depuis 1930, en favorisant les petites régions selon un α assez constant entre 0.90 et 0.99. Il est toutefois permis de se demander pourquoi les élus canadiens ont jugé bon de négocier une répartition favorable aux petites régions au tout début de la Confédération (1867 à 1896), et qu'ils ont ensuite négocié en faveur des grandes régions pendant près de 35 ans (1896 à 1930) avant de revenir au favoritisme envers les petites régions, situation qui dure toujours. Une analyse plus détaillée des α

régionaux estimés sera présentée dans la section 7.1.

ELECTION	ALPHA REGIONAL	ALPHA POLITIQUE
1867	0.99	D.N.D.*
1872	0.93	D.N.D.
1874	0.93	D.N.D.
1878	0.92	6.32
1882	0.93	8.44
1887	0.95	11.89
1891	0.96	3.12
1896	1.02	1.30
1900	1.05	6.55
1904	1.00	5.34
1908	1.09	6.23
1911	1.15	6.55
1917	1.04	1.75
1921	1.07	1.43
1925	1.00	1.04
1926	1.00	0.91
1930	0.99	4.89
1935	0.98	2.84
1940	0.97	2.47
1945	0.95	1.44
1949	0.95	2.55
1953	0.96	1.88
1957	0.95	1.06
1958	0.95	2.96
1962	0.94	1.37
1963	0.93	1.50
1965	0.92	1.81
1968	0.95	1.86
1972	0.94	1.45
1974	0.94	1.89
1979	0.95	1.55
1980	0.95	1.63
1984	0.95	2.47
1988	0.92	2.04
1993	0.90	1.71

Tableau M: Estimations des α régionaux et politiques, élections fédérales canadiennes.
* Données non disponibles.

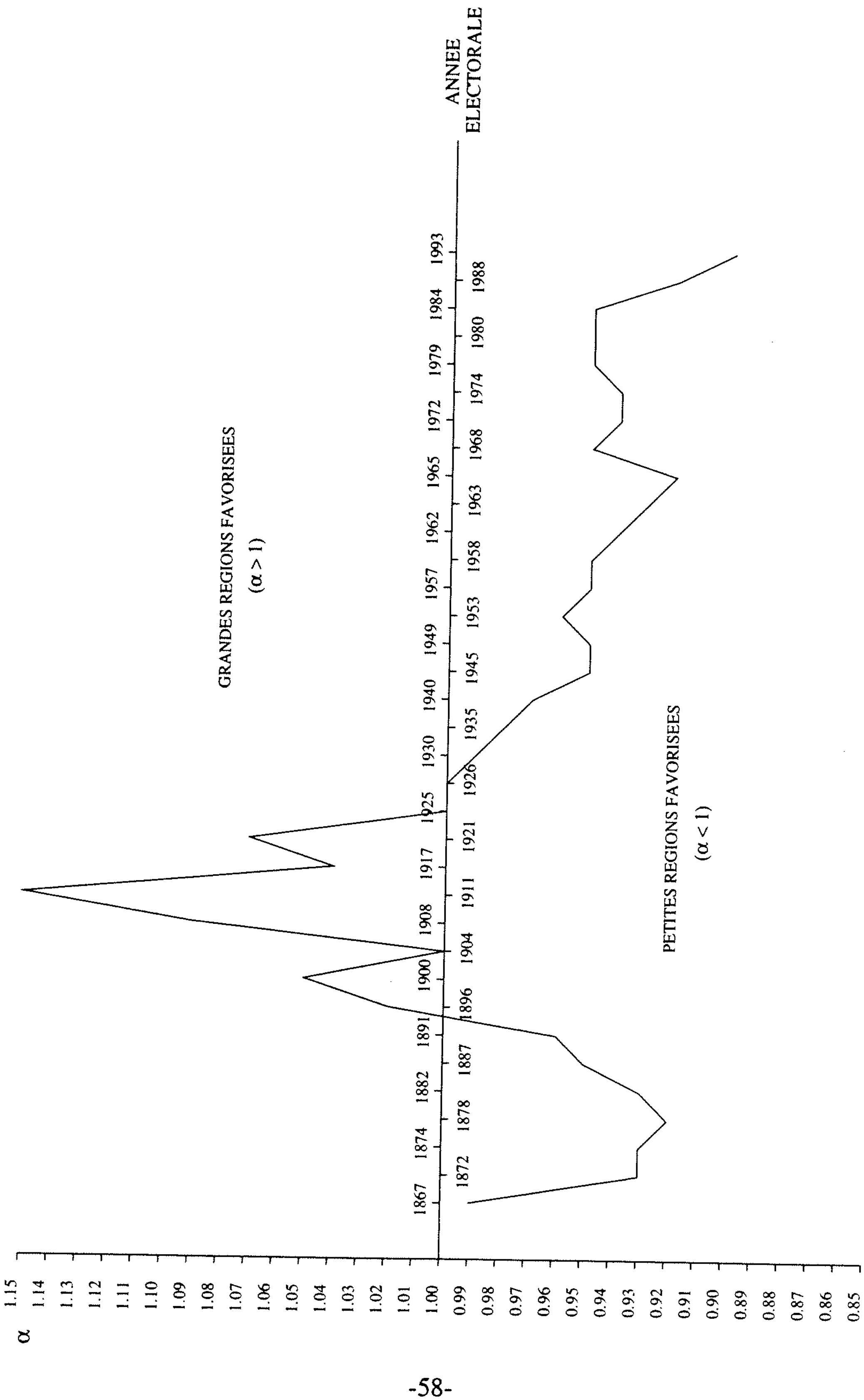
4.4 Estimation des α historiques liés à la répartition politique canadienne

Du côté politique, les α estimés obtenus avec la même méthode sont tout à fait cohérents avec le système majoritaire pratiqué au Canada et l'effet qu'il a sur l'allocation politique des sièges suite à une élection. En utilisant des données tirées de Mackie et Rose [1991] (partiellement reproduites dans l'annexe 7 pour les deux partis majeurs), les estimations du α pour les 32 dernières élections fédérales démontrent qu'à une seule occasion le α estimé n'a pas favorisé les plus grands partis, soit en 1926 avec $\alpha = 0.91$. Toutes les autres élections ont résulté en un α estimé favorisant les grands partis, allant même jusqu'à $\alpha = 11.89$ en 1887 (tableau M).

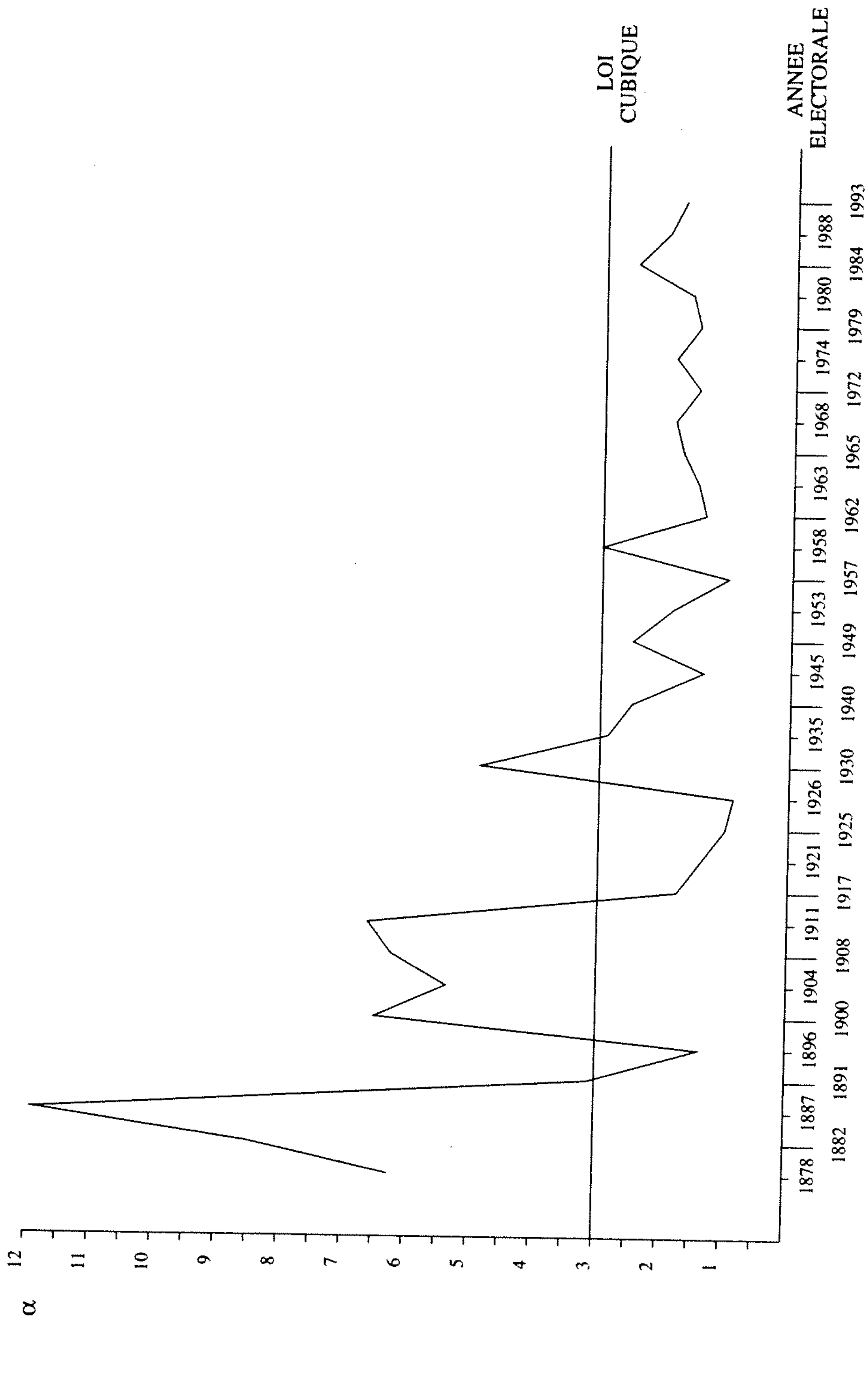
Si la loi cubique ($\alpha = 3$) vise à favoriser largement le plus grand parti afin de mener à un gouvernement majoritaire et stable dans la plupart des élections, un α de près de 12 semble à tout le moins exagéré. Notons que le Canada constitue un bon exemple historique d'observation de la loi cubique, puisque la moyenne de ses α politiques estimés est de 3.13 pour les 32 dernières élections (graphique 2).

Le lecteur est encore renvoyé à la section 7.1 pour une plus ample analyse des α politiques estimés, et une modélisation des systèmes majoritaires y démontrera qu'un gouvernement peut être élu majoritairement malgré une très faible part des voix dans de tels systèmes.

Graphique 1: Estimations des α pour les répartitions régionales



Graphique 2: Estimations des α pour les répartitions politiques



5

LE *GERRYMANDERING*

5.1 Définition

Imaginons un parti politique qui aurait la possibilité de redessiner la carte électorale et ses circonscriptions selon les diverses communautés, les divers groupes d'intérêt qui composent le territoire, les sondages, etc., afin de s'assurer un nombre maximal de sièges à l'assemblée. Ce phénomène a reçu l'appellation de *gerrymandering* suite aux agissements du Gouverneur du Massachusetts Elbridge Gerry, qui en 1812 redécoupa les circonscriptions électorales afin d'assurer la victoire de ses alliés. La deuxième partie du mot provient justement de la forme étrange et peu orthodoxe des circonscriptions résultantes, qui ressemblaient à des salamandres (*gerry* + [*sala*]*mandering*).

Le terme francophone pour le *gerrymandering* est "charcutage électoral" dans la plupart des dictionnaires. Ce concept ne semble cependant pas toujours très bien compris puisque même l'Office de la Langue Française [1973] en donne une définition erronée. On y traduit le *gerrymandering* comme étant "un remaniement arbitraire des circonscriptions", alors qu'il s'agit au contraire d'un remaniement bien planifié ne laissant rien au hasard afin de maximiser les gains électoraux. Un exemple simple de charcutage électoral est illustré à la figure 1.

5.2 Exemples de *gerrymandering*

Les deux exemples de la figure 1 démontrent comment le parti au pouvoir pourrait s'assurer d'y rester en redécoupant les circonscriptions (si certaines conditions favorables étaient respectées). Afin de simplifier au maximum l'illustration du *gerrymandering*, nous utiliserons un système majoritaire à deux partis et il sera posé trois hypothèses dans nos exemples.

1) Toutes les circonscriptions auront exactement la même population et la même superficie;

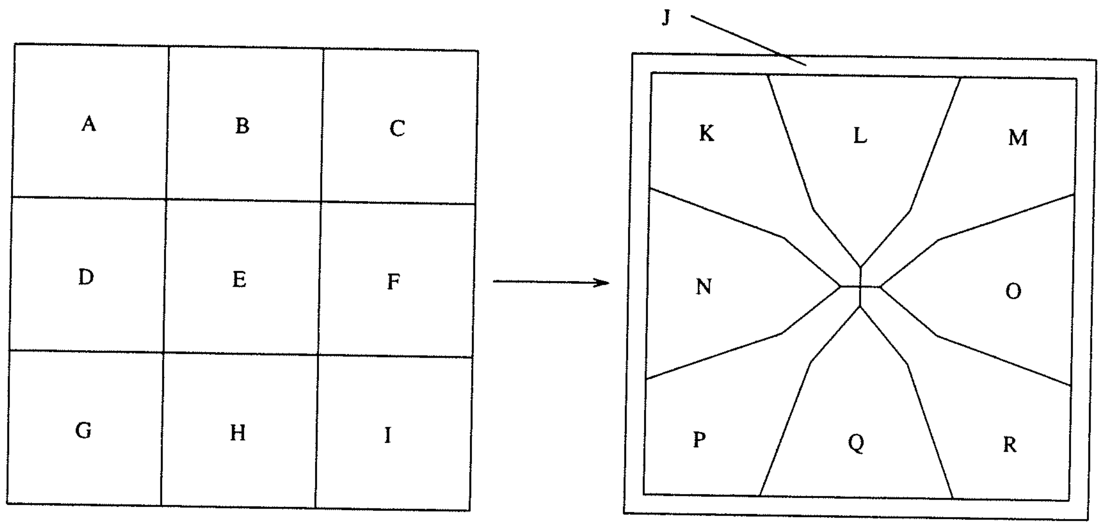
2) La population sera répartie de façon parfaitement uniforme sur l'ensemble des circonscriptions (i.e. on pourra découper n'importe quelle région de n'importe quelle taille sur tout le territoire combiné des circonscriptions et la densité de la population sera la même dans tous les cas); et

3) L'espérance des pourcentages d'allégeance aux divers partis sera la même sur tout le territoire d'une même circonscription avant le redécoupage (en d'autre mots, si 60% de la population totale d'une circonscription appuie le parti au pouvoir, n'importe quel échantillon partiel de population de cette circonscription donnera en espérance 60% d'appui au parti au pouvoir).

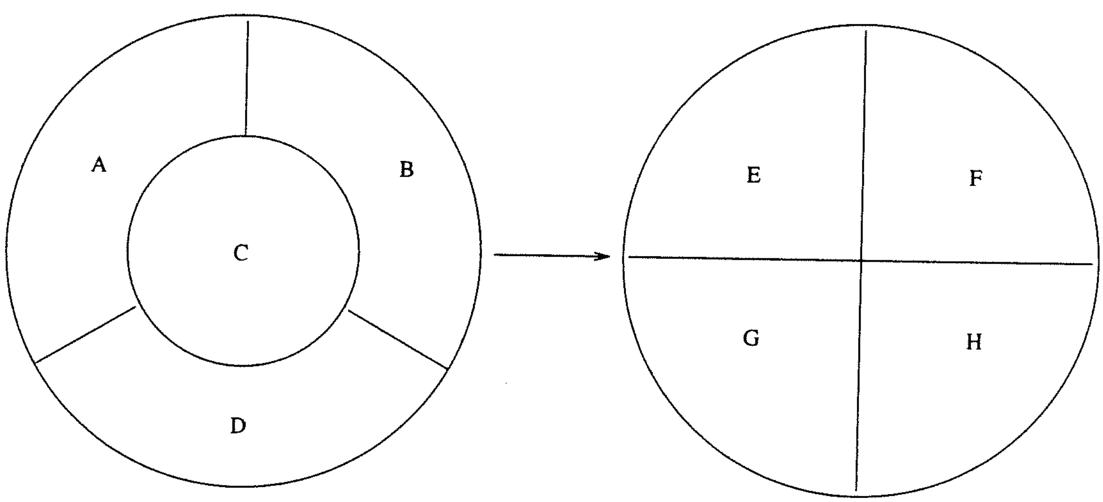
Notons que le relâchement de l'une ou l'autre de ces hypothèses, qui ne sont pas toujours réalistes, ne rend pas impossible le *gerrymandering*, mais il en complique l'application. Prenons le premier exemple de la figure 1. Soit neuf circonscriptions {A, B, C, D, E, F, G, H, I} dont les pourcentages d'appui au parti au pouvoir sont respectivement {43, 43, 43, 43, 100, 43, 43, 43, 43}. Rappelons que nous sommes dans un système majoritaire. Donc si des élections étaient tenues avec de telles circonscriptions, le parti au pouvoir ne remporterait que la circonscription E avec 100% du vote, et perdrait les huit autres circonscriptions avec 43% des voix.

Il est par contre possible de redécouper les neuf circonscriptions de façon à remporter jusqu'à huit des neuf circonscriptions selon les pourcentages d'appui supposés. La première étape consiste à découper E en huit parts égales, qui contiendront chacune le même nombre de personnes (hypothèse 2). On adjoint ensuite chacune de ces huit portions aux huit circonscriptions voisines. Finalement, on retire 1/8 de leur superficie à {A, B, C, D, F, G, H, I} et on forme la nouvelle circonscription périphérique J. Les circonscriptions {K, L, M, N, O, P, Q, R} sont le résultat de ces trois étapes.

Figure 1: Exemples de *gerrymandering*



Exemple 1. Charcutage permettant de gagner huit circonscriptions sur neuf au lieu d'une seule.



Exemple 2. Charcutage permettant de gagner toutes les circonscriptions au lieu d'une seule.

L'hypothèse 3 nous permet de calculer que les pourcentages d'appui au parti au pouvoir pour {J, K, L, M, N, O, P, Q, R} sont maintenant {43, 50.1, 50.1, 50.1, 50.1, 50.1, 50.1, 50.1, 50.1} [note 1], et que le parti au pouvoir y reste avec huit victoires et une seule défaite au lieu de l'inverse. De plus, les neuf nouvelles circonscriptions ont toujours la même population et la même superficie.

Le deuxième exemple de la figure 1 est encore plus simple. Les mêmes hypothèses tiennent toujours et les pourcentages d'appui au parti au pouvoir sont {45, 45, 70, 45} respectivement pour les circonscriptions {A, B, C, D}. On découpe d'abord C en quatre parts égales, puis on découpe aussi en quatre parts égales les circonscriptions A, B, et D confondues (ce qui est faisable car elles ont le même taux d'appui envers le parti au pouvoir). On obtient E, F, G et H en unissant les quarts de C aux quarts de (A + B + D) [note 2]. Ici, le parti au pouvoir remporte toutes les circonscriptions avec quatre majorités de {51.3, 51.3, 51.3, 51.3} au lieu de perdre le pouvoir avec un seul gain et trois défaites, i.e. {45, 45, 70, 45}.

5.3 Le *gerrymandering* dans la réalité

Bien que dans le premier exemple ci-dessus la nouvelle circonscription périphérique J ait une forme plutôt bizarre, elle n'en est pas moins acceptable selon l'interprétation stricte de la loi [note 3]. En effet, la plupart du temps, la seule contrainte constitutionnelle posée sur les circonscriptions est qu'elles soient en un seul morceau, c'est-à-dire la continuité. Il ne leur est posé aucune contrainte sur la forme à avoir. C'est d'ailleurs ce qui permit au Gouverneur Gerry de découper les circonscriptions en formes de salamandres et d'utiliser pour la première fois (documentée) cette astuce politique. Néanmoins, certaines contraintes sont posées sur la population des circonscriptions, et c'est en 1964 (*Reynolds vs Sims*) que la Cour Suprême des Etats-Unis émit la règle que les circonscriptions devraient avoir, autant que cela est possible d'une manière pratique, des populations égales.

Cette décision suivait d'une quinzaine d'années une autre cause (*Colegrove vs Green*) qui avait été soulevée devant les tribunaux. On y contesta le fait que lors d'une même élection, la plus grande circonscription du Tennessee comptait près de 43000 personnes alors que la plus petite circonscription du même état n'en dénombrait que 2340. Evidemment, on en vint à la conclusion qu'il était trop facile de diviser ainsi à souhait les comtés favorables au parti au pouvoir.

Il y a présentement quatre dossiers devant les tribunaux américains (C-SPAN [1995]). Les états de la Caroline du Nord, de la Georgie, de la Floride et de la Louisianne sont associés à quatre causes similaires où on conteste le découpage "racial" qui y a été effectué. Les principaux arguments contre ces découpages sont que les circonscriptions ne devraient pas être découpées sur la base des communautés ethniques seulement, puisque dès que l'on transforme une circonscription pour la rendre majoritairement peuplée par une ethnie donnée, les autres ethnies devenues minoritaires peuvent réclamer le même droit au redécoupage pour pouvoir aussi faire élire l'un des leurs.

Ces arguments sont surtout soutenus par le parti républicain puisque que généralement les membres actifs des communautés noires et latino-américaines, favorisés par ces découpages ethniques, sont d'allégeance démocrate. Ils appuient d'ailleurs de telles redéfinitions raciales des limites des comtés puisqu'elles ont permis à la Floride d'envoyer trois personnes de race noire au Congrès, alors que l'histoire électorale de cet état les avait presque toujours exclus du paysage politique.

Comme autre argument contre le *gerrymandering* racial, on rappelle le fait que pour réunir suffisamment de membres d'une même minorité pour en élire un représentant, le redécoupage crée souvent des circonscriptions ayant une forme très inhabituelle, c'est-à-dire très allongée et sinueuse. En Floride par exemple, la circonscription qui est contestée s'étend de Jacksonville à Orlando, deux agglomérations importantes pourtant situées à une grande distance l'une de l'autre. La continuité physique étant la seule contrainte posée par la Constitution (aucune obligation pour la circonscription d'être compacte), on a même fait appel à quelques kilomètres de voies ferrées pour relier deux communautés ethniques localisées dans des villes différentes.

Si l'on s'éloigne des quatre hypothèses associées aux exemples de la figure 1, les limitations au charcutage électoral sont nombreuses dans la réalité. Qu'il s'agisse de la distribution géographique non uniforme des habitants des comtés, ou des taux d'appui au parti au pouvoir qui peuvent varier beaucoup dans différentes régions d'une même circonscription, il devient déjà plus difficile de posséder suffisamment d'information pour redécouper efficacement le territoire.

La présence d'un troisième ou de plusieurs autres partis peut aussi compliquer la tâche, puisqu'on peut alors espérer remporter un comté sans nécessairement obtenir plus de 50% des voix, ce qui demande encore une fois une information plus précise avant de redécouper de façon optimale. De plus, précisons que les taux de participation au scrutin sont aussi un facteur qui peut modifier les résultats escomptés si les calculs servant au redécoupage ne tiennent pas compte du fait que les divers groupes d'appui n'auront pas tous les mêmes taux d'abstention lors de l'élection. Enfin, de très légers retournements subits dans l'opinion publique peuvent faire échouer des tentatives de charcutage électoral, puisqu'on y construit souvent des comtés rapportant 50.1% des voix contre 49.9%.

Le *gerrymandering* peut aussi prendre une autre forme qu'un redécoupage précis de la carte électorale. Il peut être utilisé sous la forme d'une fusion de circonscriptions existantes, par exemple dans le cadre d'une réforme visant à réduire la taille d'une assemblée. A titre d'exemple, soit un pays constitué de huit circonscriptions {A, B, C, D, E, F, G, H} contenant chacune 100 personnes. Les personnes appuyant d'une part le parti au pouvoir et d'autre part l'opposition sont réparties comme suit à l'intérieur des comtés.

A: 40-60	B: 70-30	C: 55-45	D: 60-40
E: 40-60	F: 70-30	G: 40-60	H: 25-75

Si l'on suivait la proportionnalité parfaite, chacun des partis devrait recevoir 50% des sièges puisque les votes totaux sont égaux à 400-400. Dans un système majoritaire, l'exemple donne aussi un parlement divisé en deux puisque le parti au pouvoir remporte B, C, D et F, perdant les quatre autres à l'opposition. S'il y avait une réforme procédant à la fusion des comtés pour réduire la taille de l'assemblée à quatre représentants, deux possibilités se présenteraient si on voulait respecter la continuité du territoire des circonscriptions.

On pourrait fusionner horizontalement en créant AB, CD, EF et GH, ou encore verticalement en créant AE, BF, CG et DH. Dans cet exemple, le choix du parti au pouvoir sera facile puisque les deux options donnent des résultats complètement opposés.

Fusion horizontale:	AB: 110-90	CD: 115-85
	EF: 110-90	GH: 65-135

et le parti au pouvoir y demeure avec trois gains contre une défaite (solution choisie).

Fusion verticale:	AE: 80-120	BF: 140-60	CG: 95-105	DH: 85-115

et le parti d'opposition accède au pouvoir avec trois gains contre une défaite (solution rejetée).

Que ce soit en redécoupant méticuleusement les circonscriptions ou en fusionnant des comtés existants, le *gerrymandering* utilise le fait qu'une majorité simple suffit pour remporter chaque élection localement. Il s'agit là d'une autre grande faiblesse des systèmes majoritaires que de produire autant de "votes gaspillés", concept développé plus loin à la section 6.1.

Il est possible de procéder à diverses modélisations du *gerrymandering*, dont une est faite par Cohen [1993]. Il s'interroge d'une part sur l'effet que peut avoir le charcutage électoral sur la loi cubique, i.e. est-ce que l'existence de telles possibilités de redécoupage affecte les valeurs observées du α, qui oscillent historiquement autour de trois pour un système majoritaire à deux partis forts. Il examine aussi comment l'écart maximal de population permis entre le plus et le moins populeux des comtés peut faire varier les possibilités de charcutage et ses effets sur les divers partis existants.

Le but de cette section n'étant que de présenter le concept général du charcutage électoral, son contenu ne sera pas davantage élaboré, bien que ce sujet n'en demeure pas moins très intéressant. Il a été traité par quelques ouvrages récents dans la littérature économique et de science politique [note 4].

Enfin, le *gerrymandering* n'est pas le seul instrument qu'ont les politiciens servant à maximiser leurs chances de réélection (ou de réélection de leurs alliés). La manipulation du système électoral est aussi une pratique qui, bien que moins utilisée, n'est pas inexistante. La V^{e} République Française est d'ailleurs considérée comme ayant maintes fois bricolé son système électoral à la venue d'élections, le dernier exemple étant le remplacement temporaire du système à double scrutin par la représentation proportionnelle aux élections législatives de 1986 [note 5].

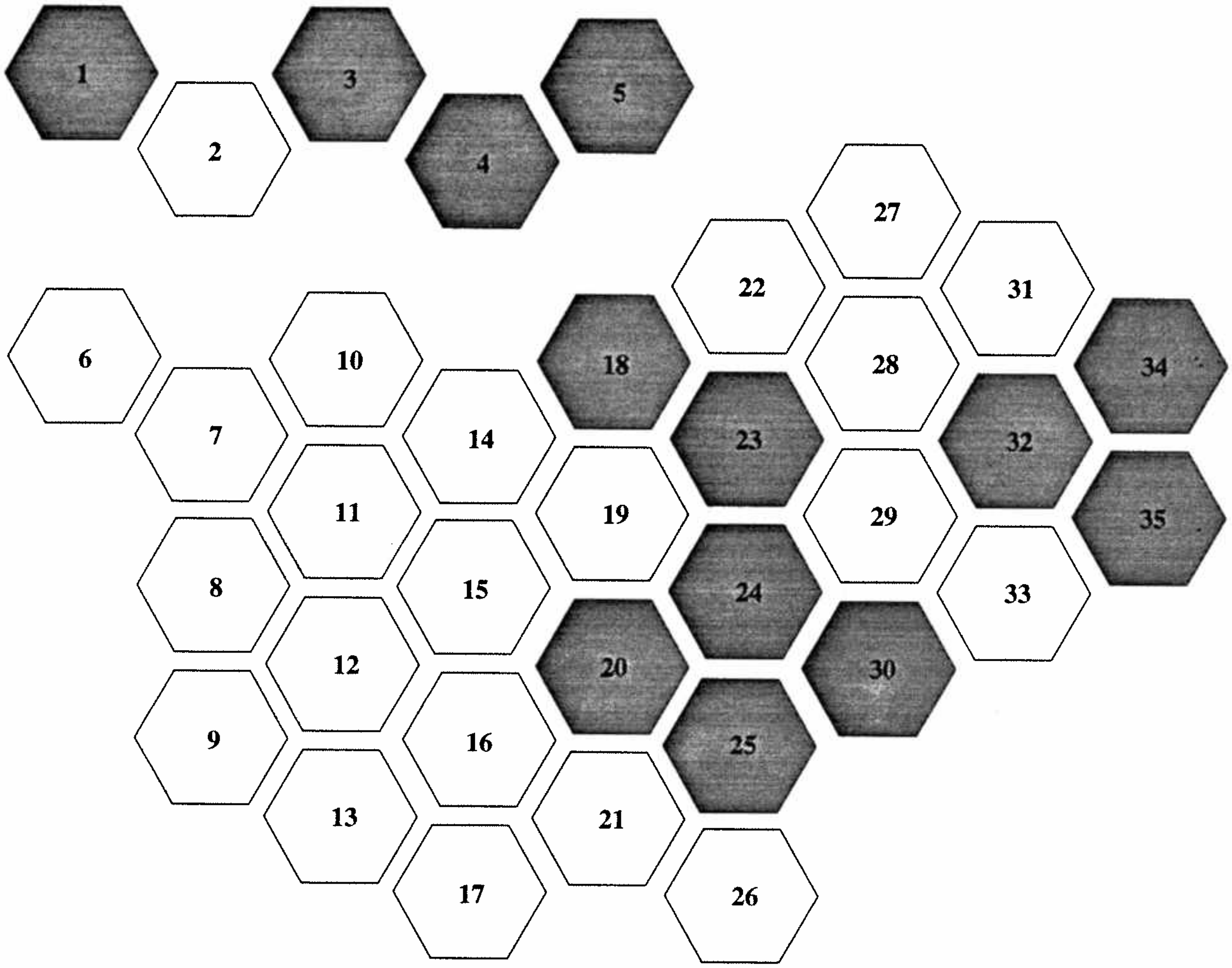
François Mitterand avait procédé à cette modification, et il s'assura ainsi de diviser la droite en accordant une représentation effective au Front National. Il y eut tout de même une majorité élue de droite, qui changea à nouveau le système en double scrutin. Après avoir remporté la Présidence en 1988, Mitterand profita de sa victoire du moment pour rapidement déclencher de nouvelles élections législatives et ainsi tirer profit des caractéristiques de non-proportionnalité du système à double scrutin qui avait été rétabli par la droite.

5.4 Application du *gerrymandering* au Québec

Si on accepte le fait que les sondeurs professionnels sont devenus de plus en plus précis dans leurs prévisions de résultats de scrutins, on peut conclure que le Parti Libéral du Québec aurait très bien fait d'examiner ses possibilités de *gerrymandering* avant la dernière élection provinciale (certaines hypothèses, dont des populations égales et des taux d'appui homogènes à l'intérieur des circonscriptions doivent cependant être posées).

Prenons seulement les résultats pour les circonscriptions des îles de Montréal et de Laval, représentées à la figure 2. Dans la réalité, ces circonscriptions ont toutes des formes très différentes, mais elles sont identiques ici pour simplifier l'illustration. Les circonscriptions ombrées sont celles remportées par le Parti Québécois, et toutes les autres ont été gagnées par les Libéraux. Quand on regarde les marges par lesquelles les Péquistes et les Libéraux ont gagné leurs comtés, on peut facilement identifier 11 possibilités de victoires supplémentaires pour les Libéraux en redécoupant la carte électorale [note 6].

Figure 2: Circonscriptions des îles de Montréal et de Laval



1. Fabre	**11. D'Arcy-McGee**	**21. Westmount-St-Louis**	**31. Lafontaine**
2. Chomedey	**12. Marquette**	**22. Bourassa**	**32. Anjou**
3. Vimont	**13. Marguerite-Bourgeoys**	**23. Gouin**	**33. Viger**
4. Laval-des-Rapides	**14. Acadie**	**24. Rosemont**	**34. Pointe-aux-Trembles**
5. Mille-Iles	**15. Outremont**	**25. Ste-Marie-St-Jacques**	**35. Bourget**
6. Nelligan	**16. Notre-Dame-de-Grace**	**26. Verdun**	
7. St-Laurent	**17. St-Henri-Ste-Anne**	**27. Sauve**	
8. Robert-Baldwin	**18. Cremazie**	**28. Viau**	
9. Jacques-Cartier	**19. Laurier-Dorion**	**29. Jeanne-Mance**	
10. Mont-Royal	**20. Mercier**	**30. Hochelaga-Maisonneuve**	

Tout d'abord, la seule circonscription gagnée par les Libéraux sur l'île de Laval (Chomedey) l'a été par une avance de 6708 voix. Les Péquistes ont remporté les comtés de Fabre, Vimont, Laval-des-Rapides et Mille-Iles par 1109, 1749, 1797 et 150 voix respectivement. Ce qui fait que globalement, les Libéraux ont obtenu sur l'île de Laval 1903 voix de plus que leur plus proche poursuivant, le Parti Québécois dans tous les cas. Sachant qu'une seule voix de plus que le deuxième candidat suffit à remporter le comté, un redécoupage de l'île de Laval aurait facilement pu assurer quatre sièges de plus aux Libéraux.

Sur l'île de Montréal maintenant, il est possible de redécouper sept paires de circonscriptions adjacentes pour assurer autant de gains supplémentaires aux Libéraux. Regardons les données suivantes concernant les résultats du vote dans 14 circonscriptions montréalaises (les autres circonscriptions de l'île n'offrent pas de possibilités de redécoupage).

Acadie:	avance de 18067 voix pour les Libéraux
Crémazie:	avance de 415 voix pour les Péquistes
Viau:	avance de 9372 voix pour les Libéraux
Gouin:	avance de 6345 voix pour les Péquistes
Jeanne-Mance:	avance de 14760 voix pour les Libéraux
Rosement:	avance de 2700 voix pour les Péquistes
Lafontaine:	avance de 8058 voix pour les Libéraux
Anjou:	avance de 666 voix pour les Péquistes
N.-Dame-de-Grâce:	avance de 17772 voix pour les Libéraux
Mercier:	avance de 8082 voix pour les Péquistes
Viger:	avance de 10052 voix pour les Libéraux
Bourget:	avance de 952 voix pour les Péquistes

Westm.-St-Louis:	avance de 22184 voix pour les Libéraux
Ste-M.-St-Jacques:	avance de 6731 voix pour les Péquistes

Les Libéraux et les Péquistes ont ici chacun sept circonscriptions, mais les Libéraux ont remporté les leurs avec une marge de beaucoup supérieure aux Péquistes dans tous les cas, ce qui aurait pu leur permettre de remporter les 14 comtés avec un redécoupage efficace. N'oublions pas que les pourcentages globaux du vote ont été pratiquement identiques pour ces deux partis avec 44.7% pour les Péquistes et 44.3% pour les Libéraux. Le fait que les Libéraux ne remportent pourtant que 47 sièges contre 77 pour le Parti Québécois implique nécessairement qu'ils auraient bénéficié d'un redécoupage de la carte (l'Action Démocratique a remporté l'autre siège pour un total de 125).

Avec ces 11 comtés de plus sur les seules îles de Montréal et de Laval, les Libéraux se seraient rapprochés à huit sièges des Péquistes au lieu de 30 actuellement. De plus, il est fort probable qu'en examinant la situation ailleurs dans la province on puisse trouver d'autres cas d'écarts marqués qui auraient permis au Parti Libéral de remporter davantage de comtés avec un redécoupage électoral.

Les Péquistes qui préparent déjà la prochaine élection devraient pour leur part avoir remarqué qu'ils ont remporté toutes les circonscriptions de la région de Québec par d'importantes avances, sauf une seule (Jean-Talon) que les Libéraux ont gagnée de justesse par 31 voix...

6

L'ACTUALITE DES SYSTEMES ELECTORAUX

Cette section contient davantage des concepts de sciences politiques, et sera très utile afin de mieux comprendre les aspects plus sociaux des méthodes de transformation de votes en sièges dans une assemblée législative. Elle permettra ainsi de procéder dans la section 8 à une conclusion plus éclairée et argumentée que ce qu'elle aurait été via le simple traitement mathématique du sujet. Elle permettra également de formuler certaines recommandations en ce qui concerne le système électoral canadien.

6.1 Le choix d'un système électoral

Qu'il s'agisse de la naissance d'un nouveau pays par sécession ou d'une réforme électorale dans un pays stable, la question de choisir un système électoral demeure incontournable. Afin de mieux comprendre les critères pertinents quant à l'évaluation et au choix d'un système précis, regardons la définition de la démocratie telle qu'utilisée par les sciences politiques (Dunleavy et Margetts [1995] inspiré de C. Hood, *The Limits of Administration*, Wiley, 1976).

Le principe de démocratie demande la présence de quatre critères primodiaux. Ce sont (i) l'égalité politique; (ii) la représentation des opinions; (iii) l'imputabilité des élus; et (iv) l'importance des élections.

(i) L'égalité politique stipule qu'aucun électeur ne devrait posséder une influence plus grande qu'un autre électeur lors d'un vote. Ce concept demeure fondamental en démocratie.

- Les ratios population/nombre de députés devront être aussi égaux que possible à travers tout le pays. La répartition régionale des sièges ne devra jamais faire qu'une région soit sur-représentée et qu'une autre soit sous-représentée.

- Un système électoral parfait ne causera jamais de "votes gaspillés", chaque vote comptera également dans la détermination de la composition du gouvernement. Il ne se présentera jamais de situation où un bloc entier de votes n'a plus d'influence sur la détermination du gouvernement.

- La proportionnalité devra être respectée. La répartition politique des sièges devra faire en sorte que le pourcentage des sièges accordé à chaque parti reflète fidèlement son pourcentage d'appui populaire.

(ii) La représentation des opinions est aussi fondamentale dans les démocraties libérales. L'assemblée doit être un reflet des composantes ethniques, culturelles et autres du peuple. Le passage du peuple total à une assemblée restreinte ne doit pas être arbitraire.

- Les diverses minorités présentes dans le pays devront pouvoir remporter des sièges. Il n'y aura aucune loi ou barrière artificielle les en empêchant.

- Tous les groupes sociaux seront *ex ante* sur un pied d'égalité en ce qui a trait aux investitures et à l'élection des représentants. Les méthodes de nomination et de vote ne contiendront aucun critère éliminant un groupe quelconque à une étape antérieure au vote populaire lui-même.

- L'assemblée sera représentative de sa société. Elle reflètera dans sa composition la distribution du vote selon les classes sociales, le sexe, l'ethnicité, etc.

(iii) L'imputabilité, ou la responsabilité, est un corollaire important même si elle semble davantage liée à la relation qui devrait exister <u>après</u> l'élection. On doit ici s'assurer que les méthodes de vote elles-mêmes puissent guider les représentants dans leur comportement, et que les représentants puissent en quelque sorte être jugés par les électeurs.

- Des élections via des circonscriptions uninominales favoriseront la connaissance du comportement du représentant par les électeurs, qui n'auront ainsi qu'un membre de l'assemblée à surveiller.

- La possibilité pour l'électorat de punir un parti entier pour ses agissements est plus difficile à obtenir. Afin de favoriser cette possibilité, les partis politiques ne devront pas pouvoir se créer des niches, ou comtés assurés, qui empêchent artificiellement les électeurs de leur retirer leur support et de réduire leur présence à l'assemblée.

(iv) L'importance des élections en termes d'influence quant à l'accès au pouvoir politique et au développement de politiques publiques doit être considérable.

- Les élections seules devront déterminer les changements de gouvernement, il ne devra donc pas y avoir d'éloignement entre le verdict des électeurs et la composition du gouvernement. Par conséquent il n'y aura pas, pendant un mandat, de nouveaux arrangements politiques comme de nouvelles coalitions parlementaires ou de nouvelles scissions de partis, puisque l'électorat n'a pas de contrôle direct sur ces changements politiques majeurs.

- Il devra favorablement être offert à l'électorat des options distinctes selon les partis concernant les grandes questions et les politiques suggérées. Une trop forte convergence idéologique est une source potentielle de problèmes dans une démocratie libérale. La segmentation et la confrontation favoriseront la responsabilité des élus.

- L'électorat devra autant que possible se voir offrir une gamme élargie d'options. Il ne devrait jamais y avoir de question importante pour laquelle le débat est définitivement clos.

Lors du choix d'un système électoral, en surplus des critères contenus dans cette définition acceptée de la démocratie, il faut regarder les éléments qui feront que l'appareil gouvernemental jouira d'une certaine stabilité dans sa gestion des institutions. En fait on en arrive à dire qu'un système imparfait du point de vue démocratique mais qui assure la stabilité du gouvernement performera relativement mieux qu'une démocratie instable. Fort heureusement, puisqu'aucun système connu ne réunit tous les éléments énumérés ci-dessus.

Ces critères de gestion de l'État sont subdivisés en (i) la capacité de gouverner; (ii) la stabilité du système de partis; et (iii) le traitement des conflits sociaux.

(i) La capacité de gouverner implique que le système électoral choisi ne devrait pas rendre plus difficile pour les représentants la gestion de l'Etat. Si possible, il devrait même la leur faciliter.

- La longévité d'un gouvernement est souvent prise comme indicateur de ce critère (sauf dans le cas des dictatures, où la capacité de gouverner ne fait aucun doute et n'est pas nécessairement un bon signal). Des mesures plus générales de la stabilité d'un gouvernement sont aussi examinées, comme la facilité pour lui de faire avancer un projet de loi.

- Les gouvernements majoritaires, les gouvernements à parti unique et les gouvernements simples sont de très bons gages de la capacité de gouverner. Les gouvernements majoritaires sont assurés de pouvoir faire avancer leurs projets de lois. Un parti unique est plus stable qu'une coalition de partis, bien que des factions apparaissent souvent dans un parti unique. Un gouvernement simple désigne ici une structure unicamérale, ou bicamérale mais où les modes de détermination de la composition des deux Chambres donnent deux assemblées cohérentes entre elles à chaque élection.

- La sur-polarisation politique est à éviter. Alors que les systèmes majoritaires amènent un renforcement dans la représentation des plus grands partis en créant une situation de *winner-takes-all*, la volonté d'éviter une polarisation nous fait nous tourner vers un système qui alloue graduellement les sièges aux partis selon leur appui populaire plutôt qu'un système caractérisé par des sauts et des discontinuités dans les proportions de sièges.

- Des choix de politiques par consensus ou par larges majorités peuvent être considérés plus valables que la nécessité d'éviter la polarisation. Les motifs cités en ce sens varient beaucoup et vont du point de vue pluraliste d'une politique nationale unique aux plaidoyers corporatistes en faveur des systèmes décisionnels inclusifs (plus consultatifs), en passant par les arguments conservateurs qui favorisent les consensus, moins oppressifs.

- La planification de politiques s'étendant sur le long terme est une des conséquences bénéfiques d'éviter la polarisation, contrairement aux politiques de court terme qui sont rendues nécessaires par les systèmes où les alternances au pouvoir sont fréquentes.

(ii) La stabilité du système de partis concerne davantage l'univers des partis politiques que le gouvernement lui-même. La capacité de gouverner est réduite si le système de partis est volatile et en constant changement, puisque ni les électeurs, ni les élus ne sont capables de s'adapter ou de prédire les conséquences de leurs actes et de ceux des autres dans un environnement toujours nouveau.

- Des seuils planchers d'appui avant d'avoir droit à un siège sont inclus dans la plupart des systèmes électoraux à représentation proportionnelle, et ils sont souvent très bas. L'efficacité de ces seuils n'est pas toujours prouvée lorsqu'il s'agit d'écarter les petits partis extrémistes. Lorsqu'un tel parti parvient à franchir le plancher, il est favorisé par l'élimination d'autres petits partis plus modérés qui demeurent sous le seuil d'appui minimal [note 1]. Il faut alors prévoir des seuils différents pour les partis qui sont ouvertement orientés vers des intérêts plus régionaux ou locaux [note 2].

- La protection des partis établis est souvent justifiée en termes de capacité de gouverner car des partis fragmentés rendent plus difficiles les majorités parlementaires soutenues.

(iii) Le traitement des conflits sociaux est une dimension importante d'une gestion efficace de l'Etat.

- Les conflits ethniques sont très présents dans les sociétés modernes, et les divisions raciales ont ressurgi comme étant le problème politique prédominant dans plusieurs pays. Les impacts (atténuation ou attisement) des divers systèmes sur des conflits raciaux, linguistiques, religieux, culturels ou autres seront donc d'une importance capitale.

- Les consensus en ce qui concerne les institutions politiques peuvent être renforcés (ou affaiblis) par des systèmes de vote dans la mesure où ils créent (ou détruisent) la légitimité d'un certain ordre constitutionnel. A long terme, dans un contexte de circulation abondante de l'information concernant les autres sytèmes, un système électoral qui s'éloigne considérablement d'un critère majeur d'efficacité démocratique tendra à perdre de sa légitimité, et par conséquent de son efficacité.

Le caractère très multi-dimensionnel des systèmes électoraux et le fait qu'ils soient avantagés par certains critères et rejetés par d'autres démontrent bien la complexité du choix définitif d'un système précis. Le Tableau N fait une brève récapitulation des éléments décrits ci-haut pour les sytèmes majoritaire et proportionnel. Il se distingue des analyses habituelles selon lesquelles les systèmes majoritaires sont surtout axés sur la capacité de gouverner tandis que les systèmes proportionnels sont davantage axés sur les critères démocratiques.

Tableau N: Comparaison sommaire des systèmes majoritaire et proportionnel

	Systèmes majoritaires	Systèmes proportionnels
Critères démocratiques		
Avantages	■ Imputabilité des élus (surtout en uninominal) ■ Faibles coûts de surveillance des élus ■ Possibilité de punir les partis ■ Les élections changent les gouvernements ■ Options distinctes	■ Proportionnalité ■ Aucun vote gaspillé ■ Accès facile pour les minorités ■ Grand choix
Inconvénients	■ Proportionnalité ■ Votes gaspillés	■ Imputabilité faible (corruption politique)
Capacité de gouverner		
Avantages	■ Forte stabilité ■ Gouvernements majoritaires ■ Seuils informels mais très élevés ■ Protection des partis établis	■ Evite la polarisation ■ Choix de politiques par larges majorités ■ Bon traitement des conflits ethniques ■ Consensus autour des institutions politiques
Inconvénients	■ Mauvais traitement des conflits ethniques	■ Manque de stabilité ■ Gouvernements minoritaires

Du strict point de vue de l'équité, il appert donc que les systèmes majoritaires, souvent appelés systèmes de *Westminster*, sont largement déficitaires par rapport aux systèmes à représentation proportionnelle.

A titre d'exemple, prenons deux élections du début du XX^{e} siècle, l'une au Royaume-Uni en 1929 et l'autre en Islande en 1933 (Taagepera et Shugart [1989]). Deux partis obtinrent dans chacune de ces élections des pourcentages d'appui très similaires: 23.4% pour les Libéraux britanniques et 23.9% pour les Progressistes islandais. Pourtant, les Libéraux britanniques n'obtinrent pas 10% des sièges, par rapport à plus de 33% des sièges pour les Progressistes islandais. Bien que les deux partis avaient le même appui populaire, l'élection de 1929 au Royaume-Uni marqua la quasi-disparition des Libéraux qui se poursuit aujourd'hui (en grande partie à cause des votes gaspillés), alors que les Progressistes islandais continuèrent à jouer un rôle majeur sur la scène politique de leur pays.

Les définitions précédentes démontrent les défauts des systèmes tant majoritaires que proportionnels. Aucun système ne correspondant exactement à la réalité d'un pays, il est compréhensible que les réformes, ou du moins les débats à leur sujet, s'éternisent dans plusieurs pays.

6.2 Quelques exemples de réforme électorale

Il est assez commun qu'un pays procède à des changements à l'intérieur de son système électoral, comme les règles de financement des partis, la durée des mandats, le rajustement des limites des comtés selon les populations changeantes, ou même la modification d'une méthode d'allocation régionale ou politique des sièges (de Jefferson à Webster par exemple).

Il est par contre très rare que le système électoral lui-même, la règle qui transforme les votes en sièges aux partis, soit modifié. Les règles sont considérées comme relativement fixes et les politiciens se disputent leur part à l'intérieur du système établi.

Le système électoral peut donc être considéré comme une variable indépendante qui explique les systèmes de partis, le comportement des politiciens, la responsabilité des gouvernements et la représentation des femmes et des groupes minoritaires (Norris [1995a]). Bien que les réformes électorales majeures soient historiquement presque inexistantes, des événements récents sont venus briser cet immobilisme général. Ainsi, la Nouvelle-Zélande (1993), l'Italie (1993) et le Japon (1994) sont trois exemples de pays établis du point de vue démocratique qui ont procédé à une réforme en profondeur de leur système électoral [note 3]. Dans tous les cas, il s'agissait d'un éloignement des systèmes extrêmes (majoritaires ou proportionnels) vers un système combiné plus proche du juxtaposé allemand [note 4].

Ces réformes étonnèrent encore plus du fait qu'elles ne survenaient pas suite à un effondrement général du système dû à une guerre, une sécession ou un événement exogène comme c'est normalement le cas. Quels ont donc été les facteurs déterminants derrière ces réformes? Norris [1995a] fait la liste des conditions générales de long et de court termes qui peuvent mener à une réforme électorale malgré les immenses efforts fournis en sens inverse par ceux qui sont bien établis dans le système.

A long terme, trois facteurs sont considérés critiques. Il s'agit premièrement des changements significatifs dans le système des partis en place. On parle ici entre autres de la fragmentation d'un parti unique, de l'affaiblissement de la loyauté envers les partis découlant de plusieurs années de dépolarisation des votes, de la montée de petits partis mineurs, etc.

Deuxièmement, les nombreux scandales politiques et les mauvais résultats généralisés des gouvernements ont largement contribué à affaiblir la confiance du public dans le système électoral en place, quel qu'il soit. Enfin, on a instauré dans certains pays des référendums consultatifs plus fréquents, ce qui peut rendre moins approprié le système électoral utilisé.

A court terme les éléments pouvant influencer les débats comprennent les circonstances particulières, les hommes politiques et les événements entourant les discussions de réforme, le comportement des diverses coalitions parlementaires, les groupes de pression et l'apport des médias.

Comme on l'a vu dans la section 6.1, la multi-dimensionnalité des systèmes électoraux est complexe. De ce fait, elle rend plus difficile les réformes car elle ouvre la porte à des possibilités de manoeuvres stratégiques de la part de quiconque possède des intérêts dans le statu quo.

Le meilleur exemple concret de la complexité d'accomplir une réforme est le Royaume-Uni, où depuis

1987 le débat sur la réforme électorale fait rage mais demeure infructueux. Il semble qu'il y soit quasi impossible qu'on s'éloigne un jour du système majoritaire actuel, source de tous les parlements de type *Westminster* dans le monde. Surtout que ce sont les Conservateurs qui dominent la scène politique, eux qui ont été les grands bénéficiaires du système majoritaire à travers le siècle, et qui s'opposent férocement depuis le XIX^{e} siècle à toute réforme.

6.2.1 Abandon d'un système majoritaire

Un fait contemporain commun à toutes les démocraties qui utilisent le système majoritaire est la fragmentation des partis traditionnels, faisant opposition aux deux partis forts habituels. Cette caractéristique qui était auparavant réservée aux systèmes proportionnels a frappé toutes les démocraties libérales majoritaires, à l'unique exception des Etats-Unis qui demeurent un pays à deux partis très solides.

En Grande-Bretagne, les troisième et quatrième partis ont reçu régulièrement plus de 20% des voix au cours des deux dernières décennies, et depuis 1984 pas moins de 10 partis différents y ont remporté des sièges. En Nouvelle-Zélande, une succession rapide de troisièmes partis jumelée à un processus effréné de fragmentation ont mené en 1993 à l'élection à l'assemblée de trois formations additionnelles aux deux partis traditionnellement forts. L'Australie a vu l'élection au Sénat de quatre partis en tout. Pour ce qui est du Canada, il ne fait nullement exception à cette tendance, et son système dominé autrefois par deux partis évolue aussi dans la même direction (voir la section 7.2).

Le Canada, la Grande-Bretagne, la Nouvelle-Zélande et l'Australie ne sont pas seuls à ce chapitre selon Dunleavy et Margetts, puisqu'on voit depuis la fin des années 60 une nette tendance des partis à se fragmenter et à se multiplier même dans les systèmes majoritaires, autant dans les démocraties occidentales solides que dans d'autres pays (Inde, Malaisie, Corée du Sud, etc.). Les médias y ont certainement joué un rôle de premier plan en facilitant les campagnes électorales efficaces avec relativement peu de moyens. Il est généralement reconnu que la fin de la Guerre Froide mit aussi un terme à une base typique de division entre les deux partis traditionnellement forts des systèmes majoritaires.

Un des avantages des systèmes majoritaires demeure toutefois que les gouvernements sont faciles à "punir" au terme de leur mandat si la population le juge à propos. Lors des élections de 1992 qui ont maintenu les Conservateurs au pouvoir en Grande-Bretagne, le tiers de leurs sièges furent remportés par une différence de moins de 5% dans les votes. Puisqu'ils en ont remportés 336 sur 651, cela signifie qu'un simple renversement de 5% dans l'opinion publique en général aurait été suffisant pour leur faire perdre environ 110 sièges et le pouvoir. Mais le système majoritaire semble toutefois bien ancré dans les moeurs britanniques, puisque même certaines anomalies flagrantes n'amplifièrent pas les discussions de réforme. En 1951 par exemple, les Conservateurs ont reçu 48% du vote et les Travaillistes 48,8%. Néanmoins, c'est un gouvernement majoritaire conservateur qui fut élu avec une large majorité de 321 sièges contre 295 pour les Travaillistes.

Utilisant jusqu'à tout récemment le système de *Westminster*, la Nouvelle-Zélande a peut-être ouvert la voie à d'autres réformes de tels systèmes en allant de l'avant contrairement au Royaume-Uni. Dans un référendum tenu parallèlement aux élections générales de 1993, une majorité de Néo-Zélandais a voté pour le remplacement du système majoritaire par un système juxtaposé. Cette élection amena d'ailleurs un fait rare dans ce pays et très significatif du mouvement de réforme qui s'y développait, soit l'élection d'un gouvernement minoritaire.

Le nouveau système néo-zélandais fera augmenter le nombre de députés de 99 à 120, parmi lesquels 60 seront élus à majorité simple dans autant de circonscriptions uninominales. Les 60 députés supplémentaires seront alloués de façon à se rapprocher le plus possible de la proportionnalité politique telle qu'exprimée dans les deuxièmes votes, reliés aux partis politiques en lice [note 5]. Toutefois, un parti duquel aucun candidat n'aura été élu à majorité simple dans les circonscriptions uninominales devra dépasser le seuil de 5% du vote national afin de s'assurer une représentation au Parlement.

Cette réforme électorale est recensée par Vowles [1995] comme étant l'innovation constitutionnelle la plus radicale depuis le droit de vote accordé aux femmes en général dans les débuts du XXe siècle. Précisons cependant que les énormes problèmes économiques que la Nouvelle-Zélande a vécus, causant littéralement une faillite de son secteur public, auront probablement accéléré le processus de réforme électorale. En effet, les diverses politiques économiques douteuses des gouvernements néo-zélandais successifs étaient trop facilement acceptées dans le système qualifié de *fastest law in the West.* Ses caractéristiques particulières qui donnaient trop de pouvoir au caucus permettaient aux gouvernements d'émettre sans résistance des politiques jamais mentionnées auparavant dans leur programme.

Tout comme en Grande-Bretagne, des anomalies électorales survinrent. Elles amenèrent par contre la population à rejeter le système majoritaire. Entre autres, le *National Party* forma en 1978 avec 39.8% des voix un gouvernement majoritaire avec 11 sièges de plus que tous les autres partis réunis, alors qu'à lui seul le *Labour Party* avait remporté 40.4% des voix. Cet événement fit de la réforme électorale un élément urgent de l'agenda politique néo-zélandais. A l'élection de 1981, le *National Party* fut encore élu gouvernement majoritaire avec moins de voix que le *Labour Party*, cette fois avec 38.8% contre 39% pour les Travaillistes. Un fait isolé aurait pu s'oublier, mais deux anomalies consécutives laissèrent des traces permanentes. Le Canada a déjà vécu pareille situation en 1896, alors que les Libéraux formèrent un gouvernement majoritaire avec moins de votes que les Conservateurs.

6.2.2 Abandon d'un système proportionnel

Nous nous attarderons moins sur les réformes des systèmes proportionnels puisque les comparaisons avec le Canada sont moins pertinentes. On peut néanmoins affirmer qu'en ce qui concerne ces systèmes, le désir de changement est provenu principalement de ce que la population jugeait insuffisant le niveau d'imputabilité des représentants élus dans d'immenses circonscriptions et parmi trop de partis [note 6].

La corruption étalée au grand jour dans de nombreux systèmes plutôt proportionnels, l'Italie et le

Japon en tête, a aussi contribué à leur discrédit. On explique en grande partie la corruption extrême de l'Italie et du Japon par leur système particulier qui était tel que les députés d'un même parti se faisaient la lutte pour les votes, et donc pour les réseaux d'appui illicites.

Parmi les autres exemples d'actualité, Israël, aux prises avec des partis politico-religieux intransigeants, s'est éloigné du système qui nécessitait presqu'automatiquement une coalition de partis, et le Premier Ministre sera élu directement dès 1996. Quant aux Pays-Bas, autre pays ne comptant qu'une seule circonscription nationale dans l'une de ses deux Chambres, une Commission parlementaire étudie présentement la possibilité de changer le système actuel pour un système basé sur le modèle juxtaposé adopté par les Allemands. Pour plus de détails sur ces réformes, voir la référence donnée à la note 4 de la présente section.

7

LA SITUATION AU CANADA

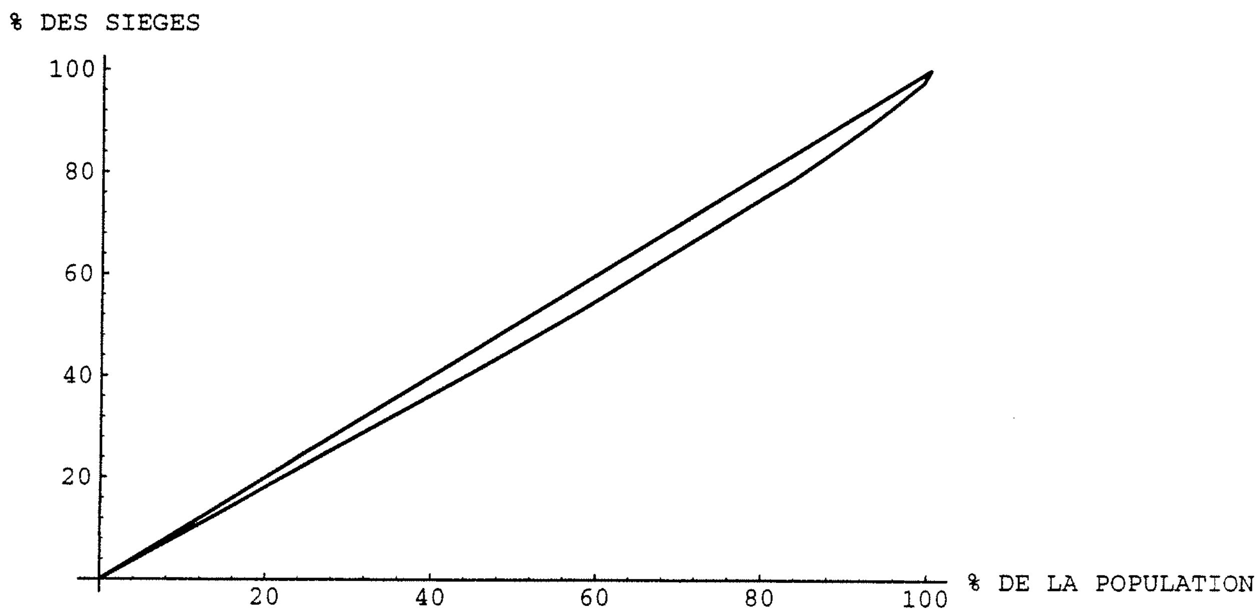
7.1 Analyse des données historiques

Si on observe d'abord la série des α régionaux estimés, on peut clairement identifier trois régions distinctes (tableau M et graphique 1). De la Confédération de 1867 jusqu'au début du XX^e siècle, les petites provinces étaient favorisées par la répartition négociée, puis la période 1896-1925 a vu les grandes régions sur-représentées au Parlement. A partir de 1926, ce fut le retour au favoritisme envers les petites régions et cette situation dure depuis. Un biais cohérent à travers le temps aurait pu être compréhensible à la limite, mais des revirements comme ceux-ci laissent planer des doutes sur l'efficacité de ces "négociations".

Aujourd'hui, c'est le Yukon qui bénéficie le plus de ce biais en faveur des petites régions, avec une population moyenne de 27797 habitants par député. Si on transposait cette moyenne au Canada entier, la Chambre des Communes passerait de 295 députés actuellement à plus de 982 [note 1]. A l'inverse, la Colombie-Britannique est littéralement sous-représentée avec un député par 101868 habitants, ce qui transposé au Canada réduirait la Chambre des Communes de 295 à moins de 268 députés.

Ces derniers chiffres, ainsi que les indices 1 et 2 du tableau B, nous permettent de conclure que les nombreuses petites régions sont relativement plus favorisées que les quelques grandes régions ne sont défavorisées. Donc globalement, les iniquités sont en quelque sorte compensées. C'est pourquoi le graphique 3 illustrant la courbe de Lorenz et le calcul du coefficient de Gini n'indique pas une situation d'une extrême iniquité. Il aurait d'ailleurs été utile de faire une comparaison internationale des indices de Gini associés à la répartition régionale de divers pays fédéraux.

Graphique 3: Courbe de Lorenz et coefficient de Gini, répartition régionale 1993



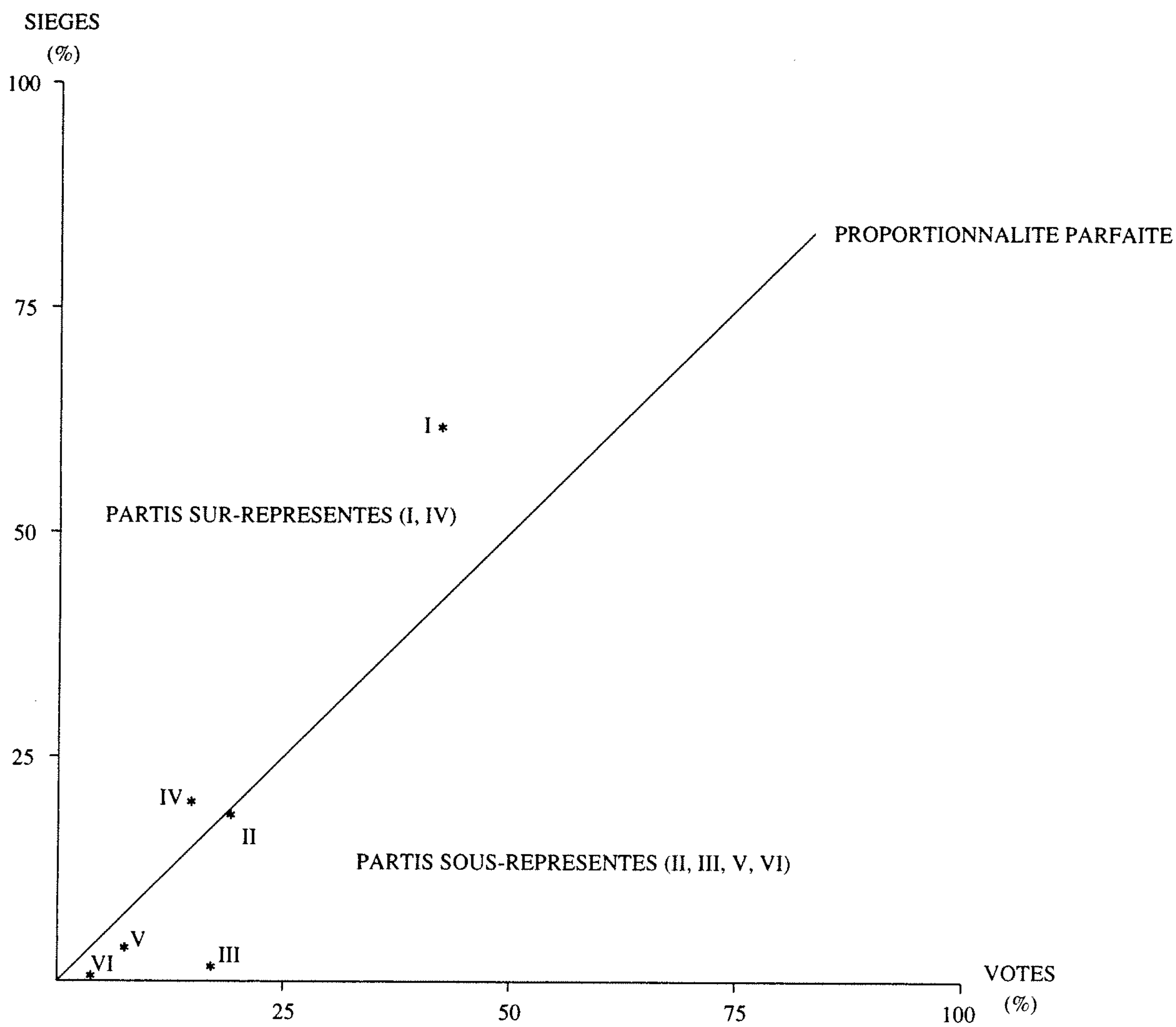
Coefficient de Gini associé = 0.07

Un coup d'oeil sur les populations (tableau B par exemple) nous permet aussi de réaliser que les hypothèses qui ont été posées à la section 5.2 pour les exemples de *gerrymandering* ne sont pas toutes remplies en ce qui concerne le Canada. Par exemple, l'une des hypothèses simplificatrices voulait que les circonscriptions aient toutes la même taille et la même population. Au Canada, si on fait la somme des populations entières de la Saskatchewan, de la Nouvelle-Ecosse, du Nouveau-Brunswick, de Terre-Neuve, de l'Ile-du-Prince-Edouard, des Territoires du Nord-Ouest et des Territoires du Yukon, on obtient une population totale équivalente à celle de la région de Montréal. On voit un peu mieux pourquoi il est difficile en pratique de faire des circonscriptions idéales avec un pays comme le Canada, très vaste et à densité de population très variable selon les régions.

Comme on l'a vu, le *gerrymandering* n'est pas la seule astuce politique à la disposition du pouvoir pour arriver plus sûrement à ses fins. La dernière élection a dû faire réaliser à beaucoup de fédéralistes que la répartition régionale actuelle permettait des votes régionaux en bloc très significatifs, avec le résultat que l'Opposition officielle est un parti exclusivement québécois. Une augmentation de la taille de la Chambre est présentement à l'étude, selon laquelle six sièges seront ajoutés. Quatre iront à la Colombie-Britannique et deux à l'Ontario. Si ces sièges avaient été ajoutés avant la dernière élection fédérale, le Bloc Québécois n'aurait pas été porté à l'Opposition, puisque la Colombie-Britannique a voté en bloc pour le Reform Party qui n'a reçu que deux sièges de moins que le Bloc.

Il y a donc au Canada une relation certaine entre la répartition régionale et la répartition politique des sièges puisque les provinces ont tendance à se polariser vers leur parti régional. Le manque de proportionnalité a en fait été très coûteux pour les fédéralistes qui ont vu le Bloc québécois remporter le titre d'Opposition et tout ce que cela implique (temps de parole en Chambre, budgets de recherche, accès aux chefs d'Etat en visite, etc.). Le titre d'Opposition officielle s'est joué sur deux sièges à la dernière élection [note 2], et un seul pourcent des sièges au Canada équivaut à trois sièges. Avec cette importance énorme que peut avoir un pourcent des sièges, le graphique 4 montre à quel point les écarts par rapport à la proportionnalité politique ont été importants lors de cette élection historique, où pour la première fois l'Opposition n'était pas un des deux partis principaux.

Graphique 4: Ecarts de proportionnalité politique, 1993



PARTI LIBERAL DU CANADA (I)
REFORM PARTY (II)
PARTI CONSERVATEUR (III)
BLOC QUEBECOIS (IV)
NOUVEAU PARTI DEMOCRATIQUE (V)
INDEPENDANT + AUTRES (VI)

Les systèmes majoritaires comme le système canadien sont utilisés en grande partie à cause de la stabilité qu'ils devraient procurer à la scène politique nationale. Il est donc surprenant que la fréquence des élections fédérales canadiennes soit si élevée, ce qui ne découle normalement pas d'une stabilité exceptionnelle. En effet, sur la seule période de 1957 à 1980, pas moins de 10 élections générales ont eu lieu au Canada. Cette moyenne d'une élection à chaque 28 mois n'a rien de très stable, et se compare davantage aux systèmes proportionnels à multiples partis où des gouvernements minoritaires sont souvent renversés ou des coalitions brisées. L'affaiblissement des partis majeurs dont traitent Dunleavy et Margetts est une des principales causes de cette fréquence élevée d'élections, puisque plusieurs gouvernements minoritaires ont été élus durant cette période (annexe 7).

Mais il ne fait nul doute que le pire effet du système canadien s'est fait sentir dans la distribution politique des sièges. D'énormes disparités entre les taux de votes obtenus et les taux de sièges obtenus se sont pratiquement réalisées à chaque élection. Les résultats de l'élection fédérale de 1993 au tableau A en sont un excellent exemple. D'autres élections récentes ont aussi donné des résultats semblables. Le tableau O montre que les Néo-démocrates ontariens ont obtenu en 1990 plus du double des sièges que les Libéraux ont remportés, bien que l'écart entre les taux respectifs d'appui n'atteignait que cinq pourcent.

Tableau O: Elections provinciales ontariennes de 1990

	% votes	Sièges
N.P.D. ontarien	37.6	74
Parti Libéral ontarien	32.4	36
Parti Conservateur ontarien	23.5	20
Total	93.5	130

Les toutes dernières élections dans la même province ont vu les Conservateurs profiter à leur tour des largesses du système et de ses *manufactured majorities* pour remporter très majoritairement les élections avec un taux d'appui inférieur à 50% (tableau P).

Tableau P: Elections provinciales ontariennes de 1995

	% votes	Sièges
Parti Conservateur ontarien	45	82
Parti Libéral ontarien	32	30
N.P.D. ontarien	20	17
Autres	3	1
Total	100	130

Au Québec, les dernières élections portant les Péquistes au pouvoir ont aussi créé une *manufactured majority* (tableau Q). Cette fois, c'est une avance de seulement 4 dixièmes de pourcent dans les suffrages qui a permis aux Péquistes de devancer les Libéraux par 30 sièges à l'Assemblée Nationale.

Tableau Q: Elections provinciales québécoises de 1994

	% votes	Sièges
Parti Québécois	44.7	77
Parti Libéral du Québec	44.3	47
Action Démocratique du Québec	6.5	1
Autres	4.5	0
Total	100	125

Les Péquistes ont toutefois vécu le mauvais côté des *manufactured majorities* alors qu'ils formaient un tout nouveau parti en 1970 (tableau R). En fait, ces majorités artificielles (ou sous-représentations artificielles pour les autres) sont souvent amplifiées lorsqu'il s'agit d'un vote massif pour le changement (Conservateurs fédéraux en 1993 par exemple) ou d'un nouveau parti qui n'est pas encore solidement établi (Action Démocratique du Québec en 1994, Parti Québécois en 1970).

Tableau R: Elections provinciales québécoises en 1970

	% votes	Sièges
Parti Libéral du Québec	44	72
Parti Québécois	24	7
Union Nationale	20	17
Ralliement Créditiste	11	12
Total	99	108

Chaque élection produit donc un nombre élevé de votes gaspillés dans le système majoritaire. Les Conservateurs fédéraux n'ayant remporté que deux sièges avec 16% des votes en 1993, on en déduit que plusieurs milliers de votes ont été gaspillés sur ce seul parti. On peut en fait dire qu'à chaque siège conservateur se rattachent 8% de tous les votes déposés, alors que ce ratio n'est que de 0.23% pour les sièges libéraux (tableau A). Avec les 47 sièges qu'un système proportionnel leur aurait accordés, les Conservateurs ne seraient certainement pas disparus de l'arène politique comme ils le sont présentement, mais ils ont eux aussi bénéficié de majorités artificielles à de nombreuses reprises. Il n'en demeure pas moins que ces déviations systématiques de la proportionnalité à chaque élection ne sont pas un moyen équitable d'allouer des sièges, même si à long terme pour un parti donné des iniquités favorables et défavorables peuvent donner en moyenne l'équité.

Le tableau S montre l'indice de déviation de la proportionnalité de Taagepera et Shugart pour différents pays avancés. Le lecteur pourra se référer à Taagepera et Shugart [1989] pour une définition complète de l'indice, mais précisons simplement que cet indice vise à exprimer le pourcentage des sièges qui sont injustement enlevés à un parti en faveur d'un autre à cause d'un malfonctionnement du système d'allocation. Ainsi, la valeur 0 signifierait que le système est parfaitement proportionnel alors qu'une valeur de 100 signifierait qu'un parti recevant tous les votes n'aurait aucun siège et vice versa.

De plus, le tableau S montre l'indice calculé pour les divers pays jusqu'à l'année 1985. Le classement pourrait donc avoir été modifié avec les élections plus récentes dans chacun de ces pays. Entre autres, le Canada aura certainement solidifié sa "mauvaise" première position avec les élections de 1993.

Tableau S: Indice de déviation de la proportionnalité

	Déviation		Déviation
Canada	24.9	Etats-Unis	6.7
Royaume-Uni	23.4	Portugal	5.7
France	20.6	Italie	4.5
Nouvelle-Zélande	19.0	Autriche	4.3
Espagne	17.5	Suisse	4.3
Australie	11.5	Finlande	3.9
Norvège	8.7	Danemark	2.9
Belgique	7.7	Pays-Bas	2.8
Luxembourg	7.5	Suède	2.0
Japon	6.9	Allemagne	0.8

On voit que les systèmes de Westminster ont plusieurs représentants dans les premières positions alors que les systèmes juxtaposés affichent les deux meilleures performances avec l'Allemagne et la Suède. Le système canadien alloue donc en moyenne selon cet indice près du quart des sièges totaux à des partis qui ne le méritent pas à travers les votes. Quelle que soit notre position quant au système électoral optimal, le système canadien est clairement déficient.

Il est surprenant de voir qu'en général dans un système à majorité où deux partis s'affrontent, un peu plus du quart des votes pourrait en pratique donner un gouvernement majoritaire pour un parti. Supposons qu'il y ait N circonscriptions, il suffit de remporter 51% des voix dans (N-1)/2 + 1 des circonscriptions pour avoir une majorité (N/2 + 1 si N est pair). Supposons que l'autre parti remporte tous les autres votes, soit 49% dans (N-1)/2 + 1 circonscriptions et 100% dans (N-1)/2 circonscriptions. Le ratio des votes du premier parti sur les votes totaux donne (25.5N + 25.5)/100N. Donc à mesure que le nombre de circonscriptions augmente, on a besoin d'une fraction moindre du vote total pour remporter la majorité des sièges.

Au Canada avec 295 comtés, il serait en pratique possible qu'un parti forme un gouvernement majoritaire avec 25.59% des voix. Au Québec avec 125 comtés, 25.7% des voix suffiraient. Il va sans dire que ces seuils minimaux exigeraient une distribution géographique très particulière des votes et une possibilité de *gerrymandering* parfait pour le parti au pouvoir. Enfin, à mesure que le nombre de partis augmente, le seuil minimal diminue puisqu'il ne faut plus nécessairement 51% des voix pour emporter un comté.

De façon très similaire au calcul présenté ci-haut, Taagepera [1984] montre qu'en général avec un contrôle parfait des possibilités de *gerrymandering* et avec des circonscriptions à M sièges, une fraction de M / 2(M+1) des votes suffit pour remporter une majorité de sièges dans les systèmes de type Westminster.

7.2 L'apparition de tiers partis

Tel que mentionné à la section 6.2.1, le Canada ne fait pas exception à la tendance générale de fragmentation des systèmes majoritaires à deux partis. Suite aux élections de 1993, cinq partis sont représentés à la Chambre des Communes, et la part conjointe des deux partis traditionnels a particulièrement chuté, renforçant une tendance claire en ce sens depuis plusieurs élections. Le graphique 5 illustre les parts du vote et des sièges que les deux principaux partis ont conjointement remportées aux cours des élections nationales depuis 1878. Les diverses chutes abruptes correspondent soit à des surprises électorales dans les élections plus anciennes, soit à des points tournants dans le système pour ce qui est des élections plus récentes.

L'élection de 1921 fut miraculeuse pour le Parti National Progressiste qui remporta plus de 20% des voix et des sièges pour briser pour la première fois le "duopole" des deux partis traditionnels. Il fusionna plus tard avec l'un de ces derniers et ils formèrent ensemble le Parti Progressiste Conservateur du Canada, qui existe toujours sous cette appellation. Les chutes de 1935 et de 1945 furent causées par le vote total remporté par trois partis secondaires qui totalisèrent encore une fois plus de 20% du vote populaire.

Graphique 5: Part totale du vote et des sièges des deux principaux partis fédéraux

Lors d'élections plus récentes, la fragmentation des partis et l'éloignement du système à deux partis devinrent de plus en plus clairs. A partir de 1962, après une très brève remontée lors de l'élection précédente, les deux partis principaux n'atteindront jamais plus le cap de 80% du vote. L'apparition des partis *Social Credit* et *Cooperative Commonwealth Federation*, ancêtre du Nouveau Parti Démocratique, fut sans doute l'élément déclencheur du système actuel à plusieurs partis. L'élection de 1993 battit tous les records avec le Bloc Québécois, le Reform Party et le Nouveau Parti Démocratique comme partis secondaires qui, jumelés à la chute phénoménale des Conservateurs, firent descendre la part globale des deux partis principaux à 60.7% seulement.

Il est intéressant de remarquer que la division des partis amplifie un des effets pervers des systèmes majoritaires, soit le manque de proportionnalité politique. Sur le graphique 5, on voit clairement que la part des sièges ne dépassait que de quelques points la part du vote au début du XX^{e} siècle, alors que la fragmentation des années 30 fit s'agrandir énormément cet écart.

L'amplification des victoires de sièges par le système majoritaire est devenue évidente en Grande Bretagne (les Britanniques l'appellent *manufactured majority*) où les gouvernements, presque toujours majoritaires, n'ont pourtant reçu que 45% des votes en moyenne depuis la Deuxième Guerre Mondiale. On pourrait faire le même constat au Canada puisque les 24 derniers gouvernements majoritaires ont remporté en moyenne 62% des sièges avec seulement 48% des voix [note 3].

8

CONCLUSION

La source du problème d'allocation des sièges dans une assemblée demeure que la division parfaitement équitable des sièges est impossible à cause de l'indivisibilité des sièges individuels. Bien qu'il faille admettre qu'aucun système de répartition ne sera jamais parfait, on est toutefois en mesure d'identifier les principales forces et faiblesses de chacun. Si la Nouvelle-Zélande a ouvert la voie à un glissement des systèmes majoritaires vers des systèmes plus équitables du point de vue de la proportionnalité, c'est peut-être justement parce qu'il s'agit du but premier d'une élection que de choisir des représentants déterminés par la volonté du peuple lui-même. En guise de conclusion, nous procèderons à l'énumération de quelques modifications qui devraient être effectuées afin d'améliorer le système canadien en ce qui concerne l'équité.

Tout d'abord, le système actuel crée un nombre beaucoup trop élevé de votes gaspillés. Cette situation ne peut que tendre à long terme vers un désintéressement accru de la population envers la scène politique, qui régit pourtant leur environnement. Un système plus proportionnel ferait que tout vote aurait un poids réel dans la détermination directe du gouvernement, et inciterait plus de gens à se prévaloir de leur droit de vote.

Un système proportionnel élimine de plus toute possibilité de *gerrymandering* puisque seuls les pourcentages eux-mêmes comptent vraiment, et non la distribution géographique des pourcentages. Dans le système majoritaire canadien actuel, les majorités artificielles (*manufactured majorities*) s'ajoutent aux possibilités de redécoupage de la carte pour créer un environnement très propice à des assemblées qui ne sont pas du tout le reflet du vote populaire, comme l'ont démontré plusieurs exemples dans les sections précédentes.

Dans un pays comme le Canada où le respect des communautés culturelles est important, le système majoritaire ne peut qu'augmenter la distorsion entre le Parlement et la société qu'il représente, puisqu'avec la société qui devient de plus en plus hétérogène, un système majoritaire conduit inévitablement à la sous-représentation des minorités, qu'elles soient culturelles ou politiques. Cette situation favorise l'établissement de "ghettos culturels" puisqu'il s'agit là du seul moyen pour ces minorités d'atteindre une majorité de voix localement et d'envoyer un représentant au Parlement. Même si les valeurs culturelles sont souvent suffisantes pour le regroupement des minorités, un système plus proportionnel favoriserait l'intégration de celles-ci ainsi que leur étalement en n'ignorant plus leurs votes dispersés.

Toujours afin d'assurer la plus grande proportionnalité possible, il faudrait aussi établir une méthode précise de répartition régionale des sièges. Le lieu de domicile ne devrait jamais déterminer le poids relatif du vote d'une personne dans le choix du gouvernement. De la même façon, aucun plancher ni plafond ne devrait être déterminé, et seules les populations devraient ultimement décider du nombre de sièges auxquels chaque région a droit.

Si on avait eu cette caractéristique lors de la dernière élection fédérale par exemple, les sièges supplémentaires accordés à la Colombie-Britannique actuellement sous-représentée auraient au moins permis au Reform Party de former la véritable Opposition officielle, position qui lui revient de droit selon les pourcentages du vote. Les sièges retirés aux régions sur-représentées (Maritimes et Territoires) auraient aussi augmenté la proportionnalité du Parlement puisque ces régions ont massivement voté pour le Parti Libéral, qui a bénéficié d'une majorité artificielle.

On devrait aussi toujours avoir des colistiers pour chaque candidature afin d'éviter le déclenchement d'élections partielles qui vont à l'encontre du principe de proportionnalité. Les élections partielles équivalent en fait au système majoritaire pur reporté à une seule circonscription. Même si la simplicité d'un système électoral demeure primordiale, les systèmes juxtaposés ne sont pas hors de portée de compréhension de la population. Ils marient parfaitement le vote direct en faveur du candidat préféré et la production d'un Parlement fidèle au vote populaire selon les partis.

Les coalitions plus fréquentes qui découleraient d'un système juxtaposé ne mineraient pas nécessairement la stabilité du gouvernement. L'Allemagne et la Suède ne sont pas reconnus pour être des pays instables du point de vue politique. D'ailleurs, comme on l'a vu, le Canada a souvent produit des gouvernements minoritaires rapidement renversés (annexe 7). Quant aux petits partis extrémistes qui pourraient accéder au Parlement avec un système proportionnel, il ne s'agit pas nécessairement d'une mauvaise chose. Il n'y a pas meilleur endroit que le Parlement lui-même pour débattre d'idées afin de sélectionner les meilleures et écarter les pires (aucune preuve de cet énoncé ne sera fournie...). Le Parlement proportionnel constituant un miroir de la société, un mauvais choix de députés est tôt ou tard corrigé par la population qui en souffre.

L'instauration d'un système juxtaposé causerait une augmentation de la taille du Parlement puisqu'on forme une assemblée de taille H = 2n, n étant le nombre de circonscriptions. Ceci n'implique pas que la taille de la Chambre des Communes devrait passer de 295 à 590. Il s'agirait plutôt d'une excellente occasion pour diminuer la taille de celle-ci puisque le Canada est largement au-dessus de la moyenne de député per capita de son groupe de référence le plus commun, le G7 (tableau T). Il pourrait aussi s'agir d'une excellente occasion de faire disparaître son Sénat et ses 110 membres dont l'utilité réelle est de plus en plus contestée. Le Sénat représente aussi un obstacle quant au premier critère de gestion de l'Etat (section 6.1), soit la capacité de gouverner. Il est en effet pratique courante pour le parti au pouvoir de nommer plusieurs nouveaux Sénateurs de même allégeance lorsque des élections approchent afin de s'assurer une majorité dans au moins une des deux Chambres.

Membres du G7	Chambre principale (# députés en 1993)	Population (millions en 1993)	Population par député (milliers)
Etats-Unis	535	260.5	486.92
Japon	512	125.4	244.92
Allemagne	662	80.9	122.21
France	577	57.6	99.83
Canada	295	28.1	95.25
Italie	630	57.9	91.90
Royaume-Uni	651	58	89.09
Moyenne	3862	668.4	173.07

Tableau T: Population moyenne par député pour les pays du G7.

Au Canada, les discussions de réforme en profondeur du système électoral sont à toutes fins pratiques inexistantes. Les partis en place ne veulent pas se défaire d'un système auquel ils se sont adaptés malgré ses lacunes, et qui les favorise souvent au détriment de la proportionnalité et du respect du vote populaire. En Grande-Bretagne où des discussions réformistes ont lieu depuis quelques années, il est davantage question des effets qu'une réforme aurait sur les partis eux-mêmes, plutôt que sur l'efficacité du système et la démocratie.

Quelle est la différence entre une dictature et une démocratie?
En dictature, c'est "ferme-la", alors qu'en démocratie, c'est "cause toujours".

Pascal Vercleyen

NOTES

1. INTRODUCTION

[1] Si l'on accepte le principe de l'égalité des personnes, il est à première vue logique que des efforts soient faits afin que le plus haut degré possible de proportionnalité soit atteint entre les régions, i.e. que le nombre de représentants d'une région à l'assemblée soit proportionnel au nombre d'habitants dans cette région (voir la section 6.1 du présent rapport pour la définition formelle de la démocratie telle que reconnue en science politique).

[2] Texte original anglais, Cohen [1993]: "*Partisan gerrymandering is the drawing of political boundaries by a political party with the aim of winning more representation in the government than the party would expect to win given a random drawing of districts*", page 467.

2. LA REPARTITION REGIONALE DES SIEGES

[1] Le concept de représentation proportionnelle aux populations est loin d'avoir été inventé par l'Occident moderne. Larsen [1955] donne en exemple les sociétés grecques aussi loin qu'au V^{e} siècle A.C., où la représentation à l'assemblée fédérale était déterminée proportionnellement aux populations, et les taxes étaient ensuite déterminées selon cette représentation. Il y avait donc une équivalence directe entre le privilège (la représentation) et le devoir (les taxes). Les anciennes Cités grecques utilisaient par ailleurs un système de vote basé sur une sélection aléatoire d'individus qui votaient pour la communauté entière, système parfait selon Aristote. Les seuls systèmes contemporains se basant sur ce concept sont les jurys (Tullock [1994]).

[2] **A** est une répartition de Jefferson pour (**F**, **C**, **P**, H) si et seulement si, pour un certain X,

$$\max_{i:\,Ai < Ci} Pi/(Ai+1) \leq X \leq \min_{j:\,Aj > Fj} Pj/Aj \quad \text{avec } \Sigma i\ Ai = H.$$

[3] **A** est une répartition d'Adams pour (**F**, **C**, **P**, H) si et seulement si, pour un certain X,

$$\max_{i:\,Ai < Ci} Pi/(Ai) \leq X \leq \min_{j:\,Aj > Fj} Pj/(Aj-1) \quad \text{avec } \Sigma i\ Ai = H.$$

[4] Selon le recensement officiel de 1970, la part brute des sièges au Congrès américain revenant à l'état d'Oregon était exactement de 4½.

[5] **A** est une répartition de Webster pour (**F**, **C**, **P**, H) si et seulement si, pour un certain X,

$$\max_{i:\,Ai < Ci} Pi/(Ai+½) \leq X \leq \min_{j:\,Aj > Fj} Pj/(Aj-½) \quad \text{avec } \Sigma i\ Ai = H.$$

[6] **A** est une répartition de Dean pour (**F**, **C**, **P**, H) si et seulement si, pour un certain X,

$$\max_{i:\,Ai < Ci} Pi/d(Ai) \leq X \leq \min_{j:\,Aj > Fj} Pj/d(Aj-1)$$

où, pour tout entier Ai, d(Ai) est la moyenne <u>harmonique</u> de Ai et Ai+1, c'est-à-dire d(Ai) = Ai(Ai+1)/(Ai+½).

[7] **A** est une répartition de Hill pour (**F**, **C**, **P**, H) si et seulement si, pour un certain X,

$$\max_{i:\,Ai < Ci} Pi/h(Ai) \leq X \leq \min_{j:\,Aj > Fj} Pj/h(Aj-1)$$

où, pour tout entier Ai, h(Ai) est la moyenne <u>géométrique</u> de Ai et Ai+1, c'est-à-dire $h(Ai) = \{Ai(Ai+1)\}^{½}$.

[8] Ces méthodes utilisent toutes un procédé de répartition récursif. On débute avec une assemblée de taille nulle et on en augmente la taille un siège à la fois jusqu'à la taille H finale. On alloue

chacun des sièges ainsi ajoutés à une région pour laquelle le fs supérieur ne sera pas brisé avec un siège supplémentaire, et pour laquelle le fs inférieur sera très bientôt brisé sans ce siège.

[9] La méthode des fractions majeures, équivalente à la méthode de Webster telle que décrite par Balinski et Young, fut développée par le professeur Walter F. Willcox en 1910 à l'Université Cornell.

[10] Edward V. Huntington de Harvard développa en 1920 cette méthode à partir de celle de Hill.

[11] La méthode de la moyenne harmonique fut aussi développée par Huntington en 1921 pour finalement correspondre à celle de Dean. Huntington abandonna plus tard cette formulation en faveur de la méthode des proportions égales (méthode de Hill) qu'il considérait comme utilisant une meilleure mesure d'iniquité.

[12] Schmeckebier utilise la formulation qui fut développée à nouveau par Huntington, en 1922, et qui correspondait à la méthode d'Adams.

[13] Telle que formulée par le mathématicien et professeur de droit civil Victor d'Hondt de l'Université de Ghent en 1855. Elle correspond donc à juste titre à la méthode d'Hondt, de même qu'à celle proposée par Thomas Jefferson au XVIII^{e} siècle.

3. LA REPARITITON DES SIEGES PAR APPARTENANCE POLITIQUE

[1] Contrairement à ce qui est généralement reconnu, l'Angleterre n'est pas le premier pays à avoir instauré le Parlement moderne tel qu'on le connaît. C'est plutôt l'Islande, dès 930, qui établit un tel Parlement, nommé *Althingi*. Les invasions norvégiennes et danoises en écourtèrent toutefois l'existence jusqu'à son rétablissement définitif en 1843. L'Islande redevint indépendante en 1944 (Rokkan et Meyriat [1969]).

[2] Une réforme récente du système électoral cubain devait le modifier de telle sorte que le suffrage universel soit appliqué dès 1993.

4. LES SYSTEMES α

[1] Ils rejoignaient ainsi la France, l'Allemagne de l'Ouest, l'Italie, la Belgique, les Pays-Bas et le Luxembourg (membres fondateurs). La Grèce s'est jointe à l'Union Européenne en 1981, et l'Espagne et le Portugal en 1986 pour constituer l'Europe des Douze telle qu'on la connaît. L'Autriche, la Suède et la Finlande ont élargi le groupe à 15 en 1995.

[2] En effet, f(x) a la forme x^α, $\alpha \geq 0$ (Theil et Schrage [1977]). Soit $\xi = \ln x$ et $\eta = \ln y$. Alors ln f(x) = ln $f(e^\xi)$, que nous appellerons $\phi(\xi)$. Sachant que f(xy) = f(x)f(y),

$$\ln f(xy) = \ln f(x)f(y)$$

$$\ln f(e^\xi e^\eta) = \ln f(e^\xi)f(e^\eta)$$

$$\phi(\xi + \eta) = \phi(\xi) + \phi(\eta)$$

Etant donné que f(xy) = f(x)f(y) est vrai pour toute valeur positive de x et y, $\phi(\xi + \eta) = \phi(\xi) + \phi(\eta)$ est vrai pour toute valeur de ξ et η comprise dans l'intervalle $(-\infty, \infty)$. Et puisque f( ) et ϕ( ) sont des fonctions continues non-décroissantes, $\phi(\xi + \eta) = \phi(\xi) + \phi(\eta)$ implique que $\phi(\xi)$ doit être de la forme $\alpha\xi$ quand $\alpha \geq 0$. Donc $f(x) = e^{\phi(\xi)} = (e^\xi)^\alpha = x^\alpha$. Q.E.D.

[3] Le α qui minimise la somme du carré des erreurs du modèle $Ai/H = Pi^\alpha/\Sigma\, Pj^\alpha$ a été estimé au centième le plus près. Une simple boucle de calcul de toutes les valeurs centésimales de α comprises entre 0 et 2 pour les répartions régionales (0 et 15 pour les répartitons politiques) a identifié le α qui donnait la plus petite somme du carré des erreurs.

La formulation sur *Mathematica* de la boucle va comme suit:

x = { vecteur des populations (des votes) }

y = { vecteur du nombre de sièges par région (par parti) }

```
diff = Table [ Apply [ Plus , Table [ ( Table [ x [ [ i ] ] ^ α / Apply [ Plus ,
x ^ α ] , { i , Length [x] } ] [ [ i ] ] - N [ y / Apply [ Plus , y ] ] [ [ i ] ] ) ^ 2 ,
{i , Length [ x ] } ] ] , { α , 0 , 2 , 0.01 } ] ; Table [ z , {z , 0 , 2 , 0.01 } ]
[ [ Position [ diff , Min [ diff ] ] [ [ 1 ] ] [ [ 1 ] ] ] ].
```

5. LE *GERRYMANDERING*

[1] Etant donné l'hypothèse 3, les pourcentages d'appui au parti au pouvoir sont homogènes sur le territoire de chacune des circonscriptions individuelles {A, B, C, D, E, F, G, H, I}. On a donc:

J = 1/8(A) + 1/8(B) + 1/8(C) + 1/8(D) + 1/8(F) + 1/8(G) + 1/8(H) + 1/8(I) =
1/8(43%) + 1/8(43%) + 1/8(43%) + 1/8(43%) + 1/8(43%) +
1/8(43%) + 1/8(43%) + 1/8(43%) = 43%;
K = 7/8(A) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%;
L = 7/8(B) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%;
M = 7/8(C) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%;
N = 7/8(D) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%;
O = 7/8(F) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%;
P = 7/8(G) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%;
Q = 7/8(H) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%; et
R = 7/8(I) + 1/8(E) = 7/8(43%) + 1/8(100%) = 50.1%.

[2] On aura comme nouveaux pourcentages d'appui au parti au pouvoir:

$$E = 1/4(C) + 1/4(A + B + D) = 1/4(70\%) + 1/4(45\% + 45\% + 45\%) = 51.3\%;$$
$$F = 1/4(C) + 1/4(A + B + D) = 1/4(70\%) + 1/4(45\% + 45\% + 45\%) = 51.3\%;$$
$$G = 1/4(C) + 1/4(A + B + D) = 1/4(70\%) + 1/4(45\% + 45\% + 45\%) = 51.3\%; \text{ et}$$
$$H = 1/4(C) + 1/4(A + B + D) = 1/4(70\%) + 1/4(45\% + 45\% + 45\%) = 51.3\%.$$

[3] Le dessin de l'exemple 1 n'est pas tout à fait à l'échelle. Pour que les circonscriptions soient toutes de taille et de population égales, la circonscription J devrait être plus mince dans les quatre coins, i.e. vis-à-vis des circonscriptions K, M, P, et R.

[4] Quelques contributions récentes à l'étude du *gerrymandering* comprennent: Public Economics, par William Vickrey, Cambridge University Press, 1994; "Reapportionment Reconsidered", par Marquart et Harrington dans *Journal of Policy Analysis and Management* 1990, vol. 9 no. 4; "Estimating the Electoral Consequences of Legislative Redistricting", par Gelman et King, dans *Journal of the American Statistical Association* 1990, vol. 85 no. 410; et "Gerrymandering: Out of the Political Thicket and Into the Quadmire", par Rush, dans *Political Science & Politics* 1994, vol.27 no. 4.

[5] En ce qui a trait au *gerrymandering* comme tel, la France l'importa des Etats-Unis et il fut abondamment utilisé sous la III^e République, de même que par le Second Empire. L'Irlande du Nord fit aussi appel au *gerrymandering* au cours de son histoire électorale récente (Cotteret et Emeri [1973]).

[6] J'ai utilisé les résultats parus le lendemain des élections dans *La Presse* du mardi 13 septembre 1994, pages A14 et A15.

6. L'ACTUALITE DES SYSTEMES ELECTORAUX

[1] Ce fut le cas notamment lors des plus récentes élections en Russie, en 1993.

[2] Le nouveau système électoral Russe (1993) élabore maintenant divers seuils planchers selon les caractéristiques régionales des partis.

[3] Notons que des vents de réforme soufflent aussi au Royaume-Uni depuis plusieurs années de même qu'en Israël, mais on retrouve dans ces sociétés, pour des raisons tant politiques que religieuses, un conservatisme très rigide averse à tout changement majeur.

[4] Un traitement en profondeur des réformes en Nouvelle-Zélande, en Italie et au Japon, et de la situation présente au Royaume-Uni et en Israël est offert dans *International Political Science Review* 1995, vol. 16 no.1. On y décrit aussi partiellement les réformes récentes qui ont eu lieu dans plusieurs pays de l'Europe de l'Est, notamment la Russie, la Hongrie et la Bulgarie.

[5] Cinq ou six sièges seront strictement réservés à des candidats Maoris. Toutefois, les Maoris pourront aussi décider de se présenter dans des circonscriptions autres que celles qui leur sont réservées, pouvant ainsi atteindre une représentation plus que proportionnelle à leur présence en Nouvelle-Zélande.

[6] Par exemple, l'élection de 1987 en Italie a amené pas moins de 14 partis représentés au Parlement.

7. LA SITUATION AU CANADA

[1] Les proportions d'électeurs et d'habitants par région étant très similaires, tous les calculs d'indices et de correspondances ont été faits avec les populations régionales.

[2] Le décès d'un député du Bloc Québécois a déclenché une élection partielle que les Libéraux ont remportée, faisant passer l'écart entre le Bloc et le Reform Party à un seul siège.

3] On peut constater une autre similarité entre le Canada et la Grande-Bretagne, cette fois au niveau de la répartition régionale. Tout comme au Canada les petites provinces (et généralement le Québec pour des raisons politiques) sont favorisées par rapport aux grandes, le Pays de Galles et L'Ecosse reçoivent systématiquement plus de députés per capita que le reste du Royaume-Uni.

BIBLIOGRAPHIE

Bacot, Paul [1994], Dictionnaire du Vote, Lyon: Presses Universitaires.

Balinski, Michel L. et H. Peyton Young [1985], "The Apportionment of Representation", dans Fair Allocation, H. Peyton Young (éditeur), Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, Providence: American Mathematical Society.

Balinski, Michel L. et H. Peyton Young [1982], Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote, New Haven: Yale University Press.

Balinski, Michel L. et H. Peyton Young [1977c], "Stability, Coalitions, and Schisms in Proportional Representation Systems", Research Report RR-77-17, Laxenburg: International Institute for Applied Systems Analysis.

Balinski, Michel L. et H. Peyton Young [1977b], "Quotatone Apportionment Methods", Research Report RR-77-11, Laxenburg: International Institute for Applied Systems Analysis.

Balinski, Michel L. et H. Peyton Young [1977a], "On Huntington Methods of Apportionment", Research Report RR-77-2, Laxenburg: International Institute for Applied Systems Analysis.

Balinski, Michel L. et H. Peyton Young [1976], "Criteria for Porportional Representation", Research Report RR-76-20, Laxenburg: International Institute for Applied Systems Analysis.

Cable Satellite Public Affairs Network (C-SPAN), "America and the Courts: Gerrymandering Cases Before the Supreme Courts", Avril 1995, Washington D.C.

Cohen, Lee M. [1993], "The Bargaining Range in Legislative District Apportionment", *Public Choice*, volume 77, pages 467-491.

Cotteret, Jean-Marie et Claude Emeri [1973], Les Systèmes Electoraux, Deuxième Edition, Paris: Presses Universitaires de France.

Directeur Général des Elections du Canada [1993], Résultats Officiels du Scrutin, Trente-Cinquième Election Générale, Ottawa.

Duff, Andrew [1994], "Building a Parliamentary Europe", *Government and Opposition*, volume 29 numéro 2, pages 147-165.

Dunleavy, Patrick and Helen Margetts [1995], "Understanding the Dynamics of Electoral Reforms", *International Political Science Review*, volume 16 numéro 1, pages 9-29.

L'Etat du Monde, Edition 1995, Annuaire Economique et Géopolitique Mondial, Montréal: La Découverte/Boréal.

Franklin, Mark, Tom Mackie, Henry Valen *et al.* [1992], Electoral Change: Responses to Evolving Social and Attitudinal Structures in Western Countries, Cambridge: Cambridge University Press.

Larsen, Jakob A. O. [1955], Representative Government in Greek and Roman History, Sather Classical Lectures, Volume 28, Berkeley: University of California Press.

Mackie, Thomas T. and Richard Rose [1991], The International Almanach of Electoral History, Fully Revised Third Edition, London: MacMillan.

Norris, Pippa [1995b], "The Politics of Electoral Reform in Britain", *International Political Science Review*, volume 16 numéro 1, pages 65-78.

Norris, Pippa [1995a], "The Politics of Electoral Reform", *International Political Science Review*, volume 16 numéro 1, pages 3-8.

Office de la Langue Française [1973], Vocabulaire des Elections, Edition Revue et Corrigée, Québec: Ministère de l'Education.

Rae, Douglas W. [1971], The Political Consequences of Electoral Laws, Revised Edition, New Haven: Yale University Press.

Reeve, Andrew et Alan Ware [1992], Electoral Systems: A Comparative and Theoretical Introduction, Theory and Practice in British Politics, London: Routledge.

Rokkan, Stein et Jean Meyriat (éditeurs) [1969], Guide International des Statistiques Electorales, Paris: Mouton.

Schmeckebier, Laurence F. [1941], Congressional Apportionment, The Brookings Institution, Menasha: George Banta Publishing Company.

Statistics Canada [1993], Canada Yearbook 1994, Ottawa: Minister of Industry, Science, and Technology.

Statistique Canada [1983], Statistiques Historiques du Canada, Deuxième Edition, F.H. Leacy (rédacteur en chef), Ottawa.

Taagepera, Rein [1984], "The Effect of District Magnitude and Properties of Two-Seat Districts", dans Choosing an Electoral System: Issues and Alternatives, Arend Lijphart et Bernard Grofman (éditeurs), New York: Praeger.

Taagepera, Rein et Matthew Shugart [1989], Seats and Votes: The Effects and Determinants of Electoral Systems, New Haven: Yale University Press.

Theil, Henri et Linus Schrage [1977], "The Apportionment Problem and the European Parliament", *European Economic Review*, volume 9, pages 247-263.

Tullock, Gordon [1994], "Thoughts about Representative Government", *European Journal of Political Economy*, volume 10, pages 27-39.

Union Interparlementaire [1993], Systèmes Electoraux: Etude Comparative Mondiale, Genève.

Vowles, Jack [1995], "The Politics of Electoral Reform in New Zealand", *International Political Science Review*, volume 16 numéro 1, pages 95-115.

ANNEXES

Annexe 1: Calcul de la répartition régionale selon les six méthodes historiques

Région	Population 1993*	Députation négociée	*Fair share*	Hamilton	Jefferson	Adams	Webster	Dean	Hill
Ontario	10 084 885	99	108.589	109	110	107	109	109	107
Québec	6 895 963	75	74.253	74	75	74	74	74	74
Colombie Britannique	3 282 061	32	35.34	35	36	35	35	35	35
Alberta	2 545 553	26	27.409	27	27	27	27	27	27
Manitoba	1 091 942	14	11.758	12	12	12	12	12	12
Saskatchewan	988 928	14	10.648	11	10	11	11	11	11
Nouvelle-Ecosse	899 942	11	9.69	10	9	10	10	10	10
Nouveau-Brunswick	723 900	10	7.795	8	7	8	8	8	8
Terre-Neuve	568 474	7	6.121	6	6	7	6	6	7
Ile-du-Prince-Edouard	129 765	4	1.397	1	1	2	1	1	2
Territoires du Nord-Ouest	57 649	2	1	1	1	1	1	1	1
Territoires du Yukon	27 797	1	1	1	1	1	1	1	1
CANADA	27 296 859	295	295	295	295	295	295	295	295

Diviseurs admis: Jefferson [90913,90995], Adams [94280, 94465], Webster [92566, 92948], Dean [92560, 92946], Hill [92562, 92947].
Plancher supposé = 1.
* Estimation du Directeur Général des Elections du Canada.

Annexe 2: Répartition des sièges au Parlement Européen

	1989	1994*	1995**
REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE	81	N/A	N/A
ALLEMAGNE UNIFIEE	N/A	99	99
REPUBLIQUE FRANÇAISE	81	87	87
ITALIE	81	87	87
ROYAUME-UNI	81	87	87
ANGLETERRE	*66*	*71*	*71*
PAYS DE GALLES	*4*	*5*	*5*
ECOSSE	*8*	*8*	*8*
IRLANDE DU NORD	*3*	*3*	*3*
ESPAGNE	60	64	64
PAYS-BAS	25	31	31
BELGIQUE	24	25	25
GRECE	24	25	25
PORTUGAL	24	25	25
DANEMARK	16	16	16
REPUBLIQUE D'IRLANDE	15	15	15
LUXEMBOURG	6	6	6
SUEDE	N/A	N/A	21
AUTRICHE	N/A	N/A	20
FINLANDE	N/A	N/A	16
NORVEGE	N/A	N/A	15
TOTAL	518	567	639

* Répartition utilisée aux élections européennes de 1994, négociée en 1992.
** La Norvège a ultérieurement renoncé par référendum à joindre l'Union.

Annexe 3: Répartitions régionales négociées depuis la Confédération

	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CAN	
1867	82	65	19	15											181	1867
1872	88	65	21	16	4	6									200	1872
1874	88	65	21	16	4	6	6								206	1874
1878	88	65	21	16	4	6	6								206	1878
1882	91	65	21	16	5	6	6								210	1882
1887	92	65	21	16	5	6	6	4							215	1887
1891	92	65	21	16	5	6	6	4							215	1891
1896	92	65	20	14	7	6	5	4							213	1896
1900	92	65	20	14	7	6	5	4							213	1900
1904	86	65	18	13	10	7	4	10			1				214	1904
1908	86	65	18	13	10	7	4		10	7	1				221	1908
1911	86	65	18	13	10	7	4		10	7	1				221	1911
1917	82	65	16	11	15	13	4		16	12	1				235	1917
1921	82	65	16	11	15	13	4		16	12	1				235	1921
1925	82	65	14	11	17	14	4		21	16	1				245	1925
1926	82	65	14	11	17	14	4		21	16	1				245	1926
1930	82	65	14	11	17	14	4		21	16	1				245	1930
1935	82	65	12	10	17	16	4		21	17	1				245	1935
1940	82	65	12	10	17	16	4		21	17	1				245	1940
1945	82	65	12	10	17	16	4		21	17	1				245	1945
1949	83	73	13	10	16	18	4		20	17	1			7	262	1949
1953	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1953
1957	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1957
1958	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1958
1962	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1962
1963	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1963
1965	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1965
1968	88	74	11	10	13	23	4		13	19		1	1	7	264	1968
1972	88	74	11	10	13	23	4		13	19		1	1	7	264	1972
1974	88	74	11	10	13	23	4		13	19		1	1	7	264	1974
1979	95	75	11	10	14	28	4		14	21		2	1	7	282	1979
1980	95	75	11	10	14	28	4		14	21		2	1	7	282	1980
1984	95	75	11	10	14	28	4		14	21		2	1	7	282	1984
1988	99	75	11	10	14	32	4		14	26		2	1	7	295	1988
1993	99	75	11	10	14	32	4		14	26		2	1	7	295	1993
	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CAN	

Annexe 4: Populations recensées depuis la Confédération (milliers)

	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1861	1396	1112	331	252											3091	1861
1871	1621	1192	388	286	25	36	94								3642	1871
1881	1927	1359	441	321	62	49	109	56							4324	1881
1891	2114	1489	450	321	153	98	109	99							4833	1891
1901	2183	1649	460	331	255	179	103	164	91	73	47				5371	1901
1911	2527	2006	492	352	461	392	94		492	374	15				7205	1911
1921	2934	2361	524	388	610	525	89		758	589	12				8790	1921
1931	3432	2875	513	408	700	694	88		922	732	14				10378	1931
1941	3788	3332	578	457	730	818	95		896	796	17				11507	1941
1951	4598	4056	643	516	777	1165	98		832	940		16	9	361	14011	1951
1956	5405	4628	695	555	850	1399	99		881	1123		19	12	415	16081	1956
1961	6236	5259	737	598	922	1629	105		952	1332		23	15	458	18266	1961
1966	6961	5781	756	617	963	1874	109		955	1463		29	14	493	20015	1966
1971	7703	6028	789	635	988	2185	112		926	1628		35	18	522	21569	1971
1976	8265	6235	829	677	1022	2467	118		921	1838		43	22	558	22995	1976
1981	8625	6438	847	696	1026	2744	123		968	2237		46	23	568	24341	1981
1986	9113	6540	873	710	1071	2889	127		1010	2375		52	24	568	25352	1986
1991	9917	6847	901	728	1094	3212	131		994	2522		55	27	576	27004	1991
	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

Annexe 5: Populations recensées* et populations estimées** depuis la Confédération (milliers)

	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1861	**1396**	**1112**	**331**	**252**											**3091**	**1861**
1867	1531	1160	365	272											3329	1867
1871	**1621**	**1192**	**388**	**286**	**25**	**36**	**94**								**3642**	**1871**
1872	1652	1209	393	290	29	37	96								3705	1872
1874	1713	1242	404	297	36	40	99								3830	1874
1878	1835	1309	425	311	51	45	105								4080	1878
1881	**1927**	**1359**	**441**	**321**	**62**	**49**	**109**	**56**							**4324**	**1881**
1882	1946	1372	442	321	71	54	109	60							4375	1882
1887	2039	1437	446	321	117	78	109	82							4629	1887
1891	**2114**	**1489**	**450**	**321**	**153**	**98**	**109**	**99**							**4833**	**1891**
1891	2114	1489	450	321	153	98	109	99							4833	1891
1896	2149	1569	455	326	204	139	106	132							5079	1896
1900	2176	1633	459	330	245	171	104	158							5275	1900
1901	**2183**	**1649**	**460**	**331**	**255**	**179**	**103**	**164**	**91**	**73**	**47**				**5535**	**1901**
1904	2286	1756	470	337	317	243	100	184	211	163	37				5921	1904
1908	2424	1899	482	346	399	328	97		372	284	25				6655	1908
1911	**2527**	**2006**	**492**	**352**	**461**	**392**	**94**		**492**	**374**	**15**				**7205**	**1911**
1911	2527	2006	492	352	461	392	94		492	374	15				7205	1911
1917	2771	2219	511	374	550	472	91		652	503	13				8156	1917
1921	**2934**	**2361**	**524**	**388**	**610**	**525**	**89**		**758**	**589**	**12**				**8790**	**1921**
1921	2934	2361	524	388	610	525	89		758	589	12				8790	1921
1925	3133	2567	520	396	646	593	89		824	646	13				9425	1925
1926	3183	2618	519	398	655	610	89		840	661	13				9584	1926
1930	3382	2824	514	406	691	677	88		906	718	14				10219	1930
1931	**3432**	**2875**	**513**	**408**	**700**	**694**	**88**		**922**	**732**	**14**				**10378**	**1931**
1935	3574	3058	539	428	712	744	91		912	758	15				10830	1935
1940	3752	3286	572	452	727	806	94		899	790	17				11394	1940
1941	**3788**	**3332**	**578**	**457**	**730**	**818**	**95**		**896**	**796**	**17**				**11507**	**1941**
1945	4112	3622	604	481	749	957	96		870	854	10				12354	1945
1949	4436	3911	630	504	768	1096	97		845	911	3			340	13542	1949
	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

Annexe 5: Populations recensées* et populations estimées** depuis la Confédération (milliers)

	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1951	**4598**	**4056**	**643**	**516**	**777**	**1165**	**98**		**832**	**940**		**16**	**9**	**361**	**14011**	**1951**
1953	4921	4285	664	532	806	1259	98		852	1013		17	10	383	14839	1953
1956	**5405**	**4628**	**695**	**555**	**850**	**1399**	**99**		**881**	**1123**		**19**	**12**	**415**	**16081**	**1956**
1957	5571	4754	703	564	864	1445	100		895	1165		20	13	424	16518	1957
1958	5737	4880	712	572	879	1491	101		909	1207		21	13	432	16955	1958
1961	**6236**	**5259**	**737**	**598**	**922**	**1629**	**105**		**952**	**1332**		**23**	**15**	**458**	**18266**	**1961**
1962	6381	5363	741	602	930	1678	106		953	1358		24	15	465	18616	1962
1963	6526	5468	745	606	938	1727	107		953	1384		25	15	472	18966	1963
1965	6816	5677	752	613	955	1825	108		954	1437		28	14	486	19665	1965
1966	**6961**	**5781**	**756**	**617**	**963**	**1874**	**109**		**955**	**1463**		**29**	**14**	**493**	**20015**	**1966**
1968	7258	5880	769	624	973	1998	110		943	1529		31	16	505	20637	1968
1971	**7703**	**6028**	**789**	**635**	**988**	**2185**	**112**		**926**	**1628**		**35**	**18**	**522**	**21569**	**1971**
1972	7815	6069	797	643	995	2241	113		925	1670		37	19	529	21854	1972
1974	8040	6152	813	660	1008	2354	116		923	1754		40	20	544	22425	1974
1976	**8265**	**6235**	**829**	**677**	**1022**	**2467**	**118**		**921**	**1838**		**43**	**22**	**558**	**22995**	**1976**
1979	8481	6357	840	688	1024	2633	121		949	2077		45	23	564	23803	1979
1980	8553	6397	843	692	1025	2689	122		959	2157		45	23	566	24072	1980
1981	**8625**	**6438**	**847**	**696**	**1026**	**2744**	**123**		**968**	**2237**		**46**	**23**	**568**	**24341**	**1981**
1984	8918	6499	863	704	1053	2831	125		993	2320		50	24	568	24948	1984
1986	**9113**	**6540**	**873**	**710**	**1071**	**2889**	**127**		**1010**	**2375**		**52**	**24**	**568**	**25352**	**1986**
1988	9435	6663	884	717	1080	3018	129		1004	2434		53	25	571	26013	1988
1991	**9917**	**6847**	**901**	**728**	**1094**	**3212**	**131**		**994**	**2522**		**55**	**27**	**576**	**27004**	**1991**
1993	10239	6970	912	735	1103	3341	133		988	2581		56	28	579	27665	1993
	ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

* Les années de recensement sont en caractères gras.

** Les estimations inter-recensement ont été obtenues par interpolation linéaire.

Annexe 6: Calcul des quotas et des fair shares, élections fédérales canadiennes depuis la Confédération

		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1867	négociée	82	65	19	15											181	1867
	population*	1531	1160	365	272											3329	
	indice 1**	18.67	17.85	19.22	18.16											18.39	
	indice 2***	0.99	1.03	0.96	1.01											1.00	
	quota	83.24	63.07	19.86	14.81											181	
	fair share	83.24	63.07	19.86	14.81											181	
1872	négociée	88	65	21	16	4	6									200	1872
	population	1652	1209	393	290	29	37									3609	
	indice 1	18.77	18.60	18.73	18.09	7.18	6.22									18.05	
	indice 2	0.96	0.97	0.96	1.00	2.51	2.90									1.00	
	quota	91.53	66.98	21.80	16.04	1.59	2.07									200	
	fair share	91.53	66.98	21.80	16.04	1.59	2.07									200	
1874	négociée	88	65	21	16	4	6	6								206	1874
	population	1713	1242	404	297	36	40	99								3830	
	indice 1	19.46	19.11	19.23	18.53	9.03	6.65	16.42								18.59	
	indice 2	0.96	0.97	0.97	1.00	2.06	2.80	1.13								1.00	
	quota	92.12	66.81	21.72	15.95	1.94	2.15	5.30								206	
	fair share	92.12	66.81	21.72	15.95	1.94	2.15	5.30								206	
1878	négociée	88	65	21	16	4	6	6								206	1878
	population	1835	1309	425	311	51	45	105								4080	
	indice 1	20.85	20.14	20.24	19.41	12.73	7.52	17.42								19.81	
	indice 2	0.95	0.98	0.98	1.02	1.56	2.63	1.14								1.00	
	quota	92.66	66.09	21.46	15.68	2.57	2.28	5.28								206	
	fair share	92.66	66.09	21.46	15.68	2.57	2.28	5.28								206	
1882	négociée	91	65	21	16	5	6	6								210	1882
	population	1946	1372	442	321	71	54	109								4315	
	indice 1	21.38	21.11	21.04	20.06	14.22	8.98	18.17								20.55	
	indice 2	0.96	0.97	0.98	1.02	1.44	2.29	1.13								1.00	
	quota	94.69	66.77	21.51	15.62	3.46	2.62	5.30								210	
	fair share	94.69	66.77	21.51	15.62	3.46	2.62	5.30								210	
		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

Annexe 6: Calcul des quotas et des fair shares, élections fédérales canadiennes depuis la Confédération

		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1887	négociée	92	65	21	16	5	6	6	4							215	1887
	population	2039	1437	446	321	117	78	109	82							4629	
	indice 1	22.17	22.11	21.26	20.06	23.32	13.07	18.17	20.45							21.53	
	indice 2	0.97	0.97	1.01	1.07	0.92	1.65	1.19	1.05							1.00	
	quota	94.71	66.74	20.73	14.91	5.42	3.64	5.06	3.80							215	
	fair share	94.71	66.74	20.73	14.91	5.42	3.64	5.06	3.80							215	
1891	négociée	92	65	21	16	5	6	6	4							215	1891
	population	2114	1489	450	321	153	98	109	99							4833	
	indice 1	22.98	22.91	21.43	20.06	30.60	16.33	18.17	24.75							22.48	
	indice 2	0.98	0.98	1.05	1.12	0.73	1.38	1.24	0.91							1.00	
	quota	94.04	66.24	20.02	14.28	6.81	4.36	4.85	4.40							215	
	fair share	94.04	66.24	20.02	14.28	6.81	4.36	4.85	4.40							215	
1896	négociée	92	65	20	14	7	6	5	4							213	1896
	population	2149	1569	455	326	204	139	106	132							5079	
	indice 1	23.35	24.14	22.75	23.29	29.14	23.08	21.20	32.88							23.84	
	indice 2	1.02	0.99	1.05	1.02	0.82	1.03	1.12	0.73							1.00	
	quota	90.10	65.80	19.08	13.67	8.56	5.81	4.45	5.51							213	
	fair share	90.10	65.80	19.08	13.67	8.56	5.81	4.45	5.51							213	
1900	négociée	92	65	20	14	7	6	5	4							213	1900
	population	2176	1633	459	330	245	171	104	158							5275	
	indice 1	23.65	25.12	22.95	23.57	34.97	28.48	20.72	39.38							24.76	
	indice 2	1.05	0.99	1.08	1.05	0.71	0.87	1.20	0.63							1.00	
	quota	87.87	65.94	18.53	13.33	9.88	6.90	4.18	6.36							213	
	fair share	87.87	65.94	18.53	13.33	9.88	6.90	4.18	6.36							213	
1904	négociée	86	65	18	13	10	7	4	10			1				214	1904
	population	2286	1756	470	337	317	243	100	184			37				5730	
	indice 1	26.58	27.02	26.09	25.95	31.68	34.70	25.08	18.35			37.40				26.78	
	indice 2	1.01	0.99	1.03	1.03	0.85	0.77	1.07	1.46			0.72				1.00	
	quota	85.38	65.59	17.54	12.60	11.83	9.07	3.75	6.85			1.40				214	
	fair share	85.38	65.59	17.54	12.60	11.83	9.07	3.75	6.85			1.40				214	
		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

Annexe 6: Calcul des quotas et des fair shares, élections fédérales canadiennes depuis la Confédération

		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1908	négociée	86	65	18	13	10	7	4		10	7	1				221	1908
	population	2424	1899	482	346	399	328	97		372	284	25				6655	
	indice 1	28.18	29.21	26.80	26.59	39.92	46.87	24.18		37.17	40.53	24.60				30.11	
	indice 2	1.07	1.03	1.12	1.13	0.75	0.64	1.25		0.81	0.74	1.22				1.00	
	quota	80.49	63.06	16.02	11.48	13.26	10.90	3.21		12.34	9.42	0.82				221	
	fair share	80.43	63.01	16.01	11.47	13.25	10.89	3.21		12.33	9.41	1.00				221	
1911	négociée	86	65	18	13	10	7	4		10	7	1				221	1911
	population	2527	2006	492	352	461	392	94		492	374	15				7205	
	indice 1	29.38	30.86	27.33	27.08	46.10	56.00	23.50		49.20	53.43	15.00				32.60	
	indice 2	1.11	1.06	1.19	1.20	0.71	0.58	1.39		0.66	0.61	2.17				1.00	
	quota	77.51	61.53	15.09	10.80	14.14	12.02	2.88		15.09	11.47	0.46				221	
	fair share	77.43	61.47	15.08	10.79	14.13	12.01	2.88		15.08	11.46	1.00				221	
1917	négociée	82	65	16	11	15	13	4		16	12	1				235	1917
	population	2771	2219	511	374	550	472	91		652	503	13				8156	
	indice 1	33.80	34.14	31.95	33.96	36.69	36.29	22.75		40.73	41.92	13.20				34.71	
	indice 2	1.03	1.02	1.09	1.02	0.95	0.96	1.53		0.85	0.83	2.63				1.00	
	quota	79.85	63.94	14.73	10.76	15.86	13.59	2.62		18.77	14.49	0.38				235	
	fair share	79.63	63.77	14.69	10.74	15.82	13.56	2.62		18.72	14.45	1.00				235	
1921	négociée	82	65	16	11	15	13	4		16	12	1				235	1921
	population	2934	2361	524	388	610	525	89		758	589	12				8790	
	indice 1	35.78	36.32	32.75	35.27	40.67	40.38	22.25		47.38	49.08	12.00				37.40	
	indice 2	1.05	1.03	1.14	1.06	0.92	0.93	1.68		0.79	0.76	3.12				1.00	
	quota	78.44	63.12	14.01	10.37	16.31	14.04	2.38		20.27	15.75	0.32				235	
	fair share	78.21	62.94	13.97	10.34	16.26	14.00	2.37		20.21	15.70	1.00				235	
1925	négociée	82	65	14	11	17	14	4		21	16	1				245	1925
	population	3133	2567	520	396	646	593	89		824	646	13				9425	
	indice 1	38.21	39.49	37.11	36.00	38.00	42.33	22.15		39.22	40.39	12.80				38.47	
	indice 2	1.01	0.97	1.04	1.07	1.01	0.91	1.74		0.98	0.95	3.01				1.00	
	quota	81.45	66.72	13.51	10.29	16.79	15.40	2.30		21.41	16.80	0.33				245	
	fair share	81.23	66.54	13.47	10.27	16.75	15.36	2.30		21.35	16.75	1.00				245	
		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

Annexe 6: Calcul des quotas et des fair shares, élections fédérales canadiennes depuis la Confédération

		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1926	négociée	82	65	14	11	17	14	4		21	16	1				245	1926
	population	3183	2618	519	398	655	610	89		840	661	13				9584	
	indice 1	38.82	40.28	37.04	36.18	38.53	43.54	22.13		40.00	41.28	13.00				39.12	
	indice 2	1.01	0.97	1.06	1.08	1.02	0.90	1.77		0.98	0.95	3.01				1.00	
	quota	81.37	66.93	13.25	10.17	16.74	15.58	2.26		21.47	16.88	0.33				245	
	fair share	81.15	66.74	13.22	10.15	16.70	15.54	2.26		21.41	16.84	1.00				245	
1930	négociée	82	65	14	11	17	14	4		21	16	1				245	1930
	population	3382	2824	514	406	691	677	88		906	718	14				10219	
	indice 1	41.25	43.44	36.72	36.91	40.65	48.36	22.03		43.12	44.86	13.80				41.71	
	indice 2	1.01	0.96	1.14	1.13	1.03	0.86	1.89		0.97	0.93	3.02				1.00	
	quota	81.09	67.70	12.33	9.73	16.57	16.23	2.11		21.71	17.21	0.33				245	
	fair share	80.87	67.51	12.29	9.71	16.52	16.19	2.11		21.65	17.16	1.00				245	
1935	négociée	82	65	12	10	17	16	4		21	17	1				245	1935
	population	3574	3058	539	428	712	744	91		912	758	15				10830	
	indice 1	43.59	47.04	44.92	42.76	41.88	46.48	22.70		43.41	44.56	15.20				44.20	
	indice 2	1.01	0.94	0.98	1.03	1.06	0.95	1.95		1.02	0.99	2.91				1.00	
	quota	80.86	69.17	12.19	9.67	16.11	16.82	2.05		20.62	17.14	0.34				245	
	fair share	80.64	68.99	12.16	9.65	16.06	16.78	2.05		20.57	17.09	1.00				245	
1940	négociée	82	65	12	10	17	16	4		21	17	1				245	1940
	population	3752	3286	572	452	727	806	94		899	790	17				11394	
	indice 1	45.76	50.56	47.63	45.21	42.76	50.35	23.58		42.79	46.45	16.70				46.51	
	indice 2	1.02	0.92	0.98	1.03	1.09	0.92	1.97		1.09	1.00	2.78				1.00	
	quota	80.69	70.66	12.29	9.72	15.63	17.32	2.03		19.32	16.98	0.36				245	
	fair share	80.48	70.48	12.26	9.70	15.59	17.28	2.02		19.27	16.93	1.00				245	
1945	négociée	82	65	12	10	17	16	4		21	17	1				245	1945
	population	4112	3622	604	481	749	957	96		870	854	10				12354	
	indice 1	50.15	55.72	50.33	48.06	44.05	59.80	24.05		41.45	50.21	10.20				50.43	
	indice 2	1.01	0.91	1.00	1.05	1.14	0.84	2.10		1.22	1.00	4.94				1.00	
	quota	81.55	71.82	11.98	9.53	14.85	18.97	1.91		17.26	16.93	0.20				245	
	fair share	81.28	71.59	11.94	9.50	14.80	18.91	1.90		17.20	16.87	1.00				245	
		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

Annexe 6: Calcul des quotas et des fair shares, élections fédérales canadiennes depuis la Confédération

		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1949	négociée	83	73	13	10	16	18	4		20	17	1			7	262	1949
	population	4436	3911	630	504	768	1096	97		845	911	3			340	13541	
	indice 1	53.45	53.58	48.46	50.42	47.98	60.87	24.35		42.24	53.60	3.40			48.57	51.68	
	indice 2	0.97	0.96	1.07	1.03	1.08	0.85	2.12		1.22	0.96	15.20			1.06	1.00	
	quota	85.83	75.68	12.19	9.76	14.85	21.20	1.88		16.35	17.63	0.07			6.58	262	
	fair share	85.52	75.40	12.15	9.72	14.80	21.12	1.88		16.29	17.57	1.00			6.55	262	
1953	négociée	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1953
	population	4921	4285	664	532	806	1259	98		852	1013		17	10	383	14839	
	indice 1	57.89	57.13	55.32	53.16	57.59	57.21	24.60		50.09	59.60		17.20	10.20	54.66	56.00	
	indice 2	0.97	0.98	1.01	1.05	0.97	0.98	2.28		1.12	0.94		3.26	5.49	1.02	1.00	
	quota	87.88	76.52	11.85	9.49	14.40	22.48	1.76		15.21	18.09		0.31	0.18	6.83	265	
	fair share	87.37	76.08	11.79	9.44	14.31	22.35	1.75		15.12	17.99		1.00	1.00	6.79	265	
1957	négociée	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1957
	population	5571	4754	703	564	864	1445	100		895	1165		20	13	424	16518	
	indice 1	65.54	63.39	58.62	56.36	61.74	65.68	25.05		52.66	68.52		19.80	12.60	60.51	62.33	
	indice 2	0.95	0.98	1.06	1.11	1.01	0.95	2.49		1.18	0.91		3.15	4.95	1.03	1.00	
	quota	89.38	76.27	11.28	9.04	13.87	23.18	1.61		14.36	18.69		0.32	0.20	6.80	265	
	fair share	88.88	75.85	11.22	8.99	13.79	23.05	1.60		14.28	18.58		1.00	1.00	6.76	265	
1958	négociée	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1958
	population	5737	4880	712	572	879	1491	101		909	1207		21	13	432	16955	
	indice 1	67.50	65.07	59.32	57.22	62.77	67.77	25.35		53.49	70.98		20.60	13.20	61.74	63.98	
	indice 2	0.95	0.98	1.08	1.12	1.02	0.94	2.52		1.20	0.90		3.11	4.85	1.04	1.00	
	quota	89.67	76.28	11.13	8.94	13.74	23.30	1.58		14.21	18.86		0.32	0.21	6.76	265	
	fair share	89.18	75.86	11.06	8.89	13.66	23.17	1.58		14.13	18.75		1.00	1.00	6.72	265	
1962	négociée	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265	1962
	population	6381	5363	741	602	930	1678	106		953	1358		24	15	465	18616	
	indice 1	75.07	71.51	61.73	60.18	66.44	76.27	26.45		56.04	79.89		24.20	14.80	66.43	70.25	
	indice 2	0.94	0.98	1.14	1.17	1.06	0.92	2.66		1.25	0.88		2.90	4.75	1.06	1.00	
	quota	90.83	76.35	10.55	8.57	13.24	23.89	1.51		13.56	19.33		0.34	0.21	6.62	265	
	fair share	90.34	75.93	10.49	8.52	13.17	23.76	1.50		13.49	19.23		1.00	1.00	6.58	265	
		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

Annexe 6: Calcul des quotas et des fair shares, élections fédérales canadiennes depuis la Confédération

		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA
1963	négociée	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265
	population	6526	5468	745	606	938	1727	107		953	1384		25	15	472	18966
	indice 1	76.78	72.90	62.05	60.56	67.03	78.50	26.65		56.07	81.44		25.40	14.60	67.43	71.57
	indice 2	0.93	0.98	1.15	1.18	1.07	0.91	2.69		1.28	0.88		2.82	4.90	1.06	1.00
	quota	91.18	76.40	10.40	8.46	13.11	24.13	1.49		13.32	19.34		0.35	0.20	6.59	265
	fair share	90.69	75.98	10.35	8.42	13.04	24.00	1.48		13.25	19.24		1.00	1.00	6.56	265
1965	négociée	85	75	12	10	14	22	4		17	17		1	1	7	265
	population	6816	5677	752	613	955	1825	108		954	1437		28	14	486	19665
	indice 1	80.19	75.69	62.68	61.32	68.20	82.95	27.05		56.14	84.52		27.80	14.20	69.43	74.21
	indice 2	0.93	0.98	1.18	1.21	1.09	0.89	2.74		1.32	0.88		2.67	5.23	1.07	1.00
	quota	91.85	76.50	10.14	8.26	12.87	24.59	1.46		12.86	19.36		0.37	0.19	6.55	265
	fair share	91.35	76.08	10.08	8.22	12.80	24.46	1.45		12.79	19.26		1.00	1.00	6.51	265
1968	négociée	88	74	11	10	13	23	4		13	19		1	1	7	264
	population	7258	5880	769	624	973	1998	110		943	1529		31	16	505	20637
	indice 1	82.48	79.46	69.93	62.42	74.85	86.89	27.55		72.57	80.47		31.40	15.60	72.09	78.17
	indice 2	0.95	0.98	1.12	1.25	1.04	0.90	2.84		1.08	0.97		2.49	5.01	1.08	1.00
	quota	92.85	75.22	9.84	7.99	12.45	25.56	1.41		12.07	19.56		0.40	0.20	6.46	264
	fair share	92.35	74.82	9.79	7.94	12.38	25.43	1.40		12.00	19.46		1.00	1.00	6.42	264
1972	négociée	88	74	11	10	13	23	4		13	19		1	1	7	264
	population	7815	6069	797	643	995	2241	113		925	1670		37	19	529	21854
	indice 1	88.81	82.02	72.45	64.34	76.52	97.45	28.30		71.15	87.89		36.60	18.80	75.60	82.78
	indice 2	0.93	1.01	1.14	1.29	1.08	0.85	2.93		1.16	0.94		2.26	4.40	1.09	1.00
	quota	94.41	73.32	9.63	7.77	12.02	27.08	1.37		11.17	20.17		0.44	0.23	6.39	264
	fair share	93.94	72.95	9.58	7.73	11.96	26.94	1.36		11.12	20.07		1.00	1.00	6.36	264
1974	négociée	88	74	11	10	13	23	4		13	19		1	1	7	264
	population	8040	6152	813	660	1008	2354	116		923	1754		40	20	544	22425
	indice 1	91.37	83.14	73.91	66.02	77.57	102.36	28.90		71.00	92.32		39.80	20.40	77.66	84.94
	indice 2	0.93	1.02	1.15	1.29	1.10	0.83	2.94		1.20	0.92		2.13	4.16	1.09	1.00
	quota	94.65	72.43	9.57	7.77	11.87	27.71	1.36		10.87	20.65		0.47	0.24	6.40	264
	fair share	94.19	72.07	9.52	7.73	11.81	27.58	1.35		10.81	20.55		1.00	1.00	6.37	264
		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA

Annexe 6: Calcul des quotas et des fair shares, élections fédérales canadiennes depuis la Confédération

		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	
1979	négociée	95	75	11	10	14	28	4		14	21		2	1	7	282	1979
	population	8481	6357	840	688	1024	2633	121		949	2077		45	23	564	23803	
	indice 1	89.27	84.76	76.35	68.84	73.17	94.04	30.25		67.80	98.92		22.40	22.60	80.57	84.41	
	indice 2	0.95	1.00	1.11	1.23	1.15	0.90	2.79		1.24	0.85		3.77	3.73	1.05	1.00	
	quota	100.48	75.31	9.95	8.16	12.14	31.20	1.43		11.25	24.61		0.53	0.27	6.68	282	
	fair share	100.05	74.99	9.91	8.12	12.08	31.06	1.43		11.20	24.51		1.00	1.00	6.65	282	
1980	négociée	95	75	11	10	14	28	4		14	21		2	1	7	282	1980
	population	8553	6397	843	692	1025	2689	122		959	2157		45	23	566	24072	
	indice 1	90.03	85.30	76.67	69.22	73.23	96.02	30.50		68.47	102.72		22.70	22.80	80.86	85.36	
	indice 2	0.95	1.00	1.11	1.23	1.17	0.89	2.80		1.25	0.83		3.76	3.74	1.06	1.00	
	quota	100.20	74.94	9.88	8.11	12.01	31.50	1.43		11.23	25.27		0.53	0.27	6.63	282	
	fair share	99.77	74.62	9.84	8.07	11.96	31.36	1.42		11.18	25.16		1.00	1.00	6.60	282	
1984	négociée	95	75	11	10	14	28	4		14	21		2	1	7	282	1984
	population	8918	6499	863	704	1053	2831	125		993	2320		50	24	568	24948	
	indice 1	93.87	86.66	78.42	70.44	75.21	101.11	31.35		70.94	110.47		24.80	23.60	81.14	88.47	
	indice 2	0.94	1.02	1.13	1.26	1.18	0.87	2.82		1.25	0.80		3.57	3.75	1.09	1.00	
	quota	100.80	73.46	9.75	7.96	11.90	32.00	1.42		11.23	26.22		0.56	0.27	6.42	282	
	fair share	100.39	73.16	9.71	7.93	11.85	31.87	1.41		11.18	26.11		1.00	1.00	6.39	282	
1988	négociée	99	75	11	10	14	32	4		14	26		2	1	7	295	1988
	population	9435	6663	884	717	1080	3018	129		1004	2434		53	25	571	26013	
	indice 1	95.30	88.84	80.38	71.72	77.16	94.32	32.15		71.69	93.61		26.60	25.20	81.60	88.18	
	indice 2	0.93	0.99	1.10	1.23	1.14	0.93	2.74		1.23	0.94		3.32	3.50	1.08	1.00	
	quota	106.99	75.56	10.03	8.13	12.25	34.23	1.46		11.38	27.60		0.60	0.29	6.48	295	
	fair share	106.59	75.27	9.99	8.10	12.20	34.10	1.45		11.34	27.50		1.00	1.00	6.45	295	
1993	négociée	99	75	11	10	14	32	4		14	26		2	1	7	295	1993
	population	10239	6970	912	735	1103	3341	133		988	2581		56	28	579	27665	
	indice 1	103.42	92.93	82.93	73.52	78.80	104.41	33.15		70.54	99.26		28.10	28.20	82.74	93.78	
	indice 2	0.91	1.01	1.13	1.28	1.19	0.90	2.83		1.33	0.94		3.34	3.33	1.13	1.00	
	quota	109.18	74.32	9.73	7.84	11.76	35.63	1.41		10.53	27.52		0.60	0.30	6.18	295	
	fair share	108.77	74.04	9.69	7.81	11.72	35.49	1.41		10.49	27.42		1.00	1.00	6.15	295	
		ONT	QC	N-E	N-B	MAN	C-B	IPE	AL+SA	SAS	ALB	YU+TNO	TNO	YUK	TN	CANADA	

* Population en milliers.

** Indice 1: Population moyenne régionale par député (milliers).

*** Indice 2: Ratio du pourcentage des députés sur le pourcentage de la population.

Annexe 7: Résultats électoraux des deux principaux partis fédéraux depuis 1878*

		Conservateur	Libéral	Total
1878	% du vote	52.5	46.3	98.8
	% des sièges	68.9	31.1	100.0
1882	% du vote	50.7	46.8	97.5
	% des sièges	65.9	33.6	99.5
1887	% du vote	50.2	48.7	98.9
	% des sièges	58.6	41.4	100.0
1891	% du vote	51.1	47.1	98.2
	% des sièges	56.3	43.7	100.0
1896	% du vote	46.1	45.1	91.2
	% des sièges	41.3	55.4	96.7
1900	% du vote	47.4	51.2	98.6
	% des sièges	37.6	62.4	100.0
1904	% du vote	46.4	52.0	98.4
	% des sièges	35.0	64.5	99.5
1908	% du vote	46.8	50.4	97.2
	% des sièges	38.5	61.1	99.6
1911	% du vote	50.9	47.7	98.6
	% des sièges	60.6	39.4	100.0
1917	% du vote	57.0	39.9	96.9
	% des sièges	65.1	34.9	100.0
1921	% du vote	30.3	40.7	71.0
	% des sièges	21.3	<u>49.4</u>	70.7
1925	% du vote	46.5	39.9	86.4
	% des sièges	<u>47.4</u>	40.4	87.8
1926	% du vote	45.3	46.1	91.4
	% des sièges	37.1	52.2	89.3
1930	% du vote	48.8	45.2	94.0
	% des sièges	55.9	37.1	93.0
1935	% du vote	29.6	44.8	74.4
	% des sièges	16.3	70.6	86.9
1940	% du vote	30.7	51.5	82.2
	% des sièges	16.3	73.9	90.2
1945	% du vote	27.4	40.9	68.3
	% des sièges	27.3	51.0	78.3
1949	% du vote	29.7	49.5	79.2
	% des sièges	15.6	73.7	89.3
1953	% du vote	31.0	48.8	79.8
	% des sièges	19.2	64.5	83.7
1957	% du vote	38.9	40.9	79.8
	% des sièges	<u>42.3</u>	39.6	81.9
1958	% du vote	53.6	33.6	87.2
	% des sièges	78.5	18.5	97.0
1962	% du vote	37.3	37.2	74.5
	% des sièges	<u>43.8</u>	37.7	81.5
1963	% du vote	32.8	41.7	74.5
	% des sièges	35.8	<u>48.7</u>	84.5
1965	% du vote	32.4	40.2	72.6
	% des sièges	36.6	<u>49.4</u>	86.0
1968	% du vote	31.4	45.5	76.9
	% des sièges	27.3	58.7	86.0
1972	% du vote	35.0	38.5	73.5
	% des sièges	40.5	<u>41.3</u>	81.8
1974	% du vote	35.4	43.2	78.6
	% des sièges	36.0	53.4	89.4
1979	% du vote	35.9	40.1	76.0
	% des sièges	<u>48.2</u>	40.4	88.6
1980	% du vote	32.5	44.3	76.8
	% des sièges	36.5	52.1	88.6
1984	% du vote	50.0	28.0	78.0
	% des sièges	74.8	14.2	89.0
1988	% du vote	43.0	31.9	74.9
	% des sièges	57.3	28.1	85.4
1993	% du vote	16.0	41.3	57.3
	% des sièges	0.7	60.0	60.7

* Les élections d'un gouvernement minoritaire sont soulignées.