

**Le modèle d'investissements échelonnés
dans le temps : analyse critique et comparaison
avec d'autres stratégies financières.**

Par

Nicolas Papageorgiou

Directeur de recherche

Professeur René Garcia

21 Septembre, 1998

Sommaire

Ce rapport a comme objectifs de démontrer la sous-optimalité en terme de moyenne-variance de la méthode à investissements échelonnés dans le temps (Dollar Cost Averaging) comme politique d'investissement. La politique DCA diminue la variance des rendements, mais elle a un coût important au point de vue de l'espérance des rendements. Néanmoins, cette politique d'investissements échelonnés dans le temps possède des propriétés intéressantes en périodes de récession ou de volatilité qui, juxtaposées à une politique d'investissement à montant forfaitaire, permet de réaliser des rendements plus élevés. Ainsi, un modèle d'investissement conditionnel, basé sur des règles de filtre, est proposé, qui recommande, selon le rendement de l'année précédente, l'une des deux politiques d'investissement. Le modèle a été testé pour le TSE300, S&P500 et les indices obligataires canadien et américain, et les résultats pour les quatre indices indique des rendements annuels significativement plus élevés. La dernière partie du rapport concerne les modèles de régression prévisionnels. En appliquant le modèle régressif de Fama et French (1989) aux quatre mêmes séries de données, des rendements comparables à ceux du modèle conditionnel ont été obtenus.

Table des Matières

1- Introduction	p.2
2- Survol de la littérature	p.3
3- Analyse théorique	
3.1- La stratégie d'investissements échelonnés dans le temps (Dollar Cost Averaging).....	p.8
3.1.1- Définition et utilité de la stratégie DCA.....	p.9
3.1.2- Démonstration théorique de la sous-optimalité de la stratégie DCA.....	p.10
3.1.3- Hypothèses et présentation des tests.....	p.12
3.2- Modèle de régression prévisionnel	p.13
3.2.1- Modèle et variables utilisés.....	p.13
3.2.2- Tests et méthodes de prévision.....	p.13
4- Analyse Empirique	
4.1- Comparaison de la stratégie d'investissement forfaitaire et d'investissements échelonnés dans le temps.....	p.14
4.2- Modèle conditionnel.....	p.18
4.3- Modèle de régression prévisionnel.....	p.20
5- Conclusion.....	p.21
6- Bibliographie.....	p.22
7- Annexe.....	p.23

Tableaux et Graphiques

Tableau 1-3	Avantages de la stratégie DCA.....	p.7
Tableau 4	Autocorrélations dans les rendements mensuels de l'indice boursier.....	p.9
Tableau 5	Tableau 5 - Nombre d'années où la politique DCA donnent des rendements supérieur à la politique d'investissement sur la période 1965-1995.....	p.11
Tableau 6	Rendements annuels et écart-type pour le TSE 300	p.13
Tableau 7	Rendements annuels et écart-type pour le S&P500	p.14
Tableau 8	Rendements annuels et écart-type pour l'indice obligataire canadien.....	p.14
Tableau 9	Rendements annuels et écart-type pour l'indice obligataire américain	p.15
Tableau 10	Rendements annuels et écart-types pour les stratégie LS, DCA, et LS ajusté ...	p.17
Tableau 11	Modèle conditionnel: rendements annuels et écarts-types (Janvier).....	p.18
Tableau 12	Modèle conditionnel: rendements annuels et écarts-types (mai).....	p.19
Tableau 13	Résultats pour le modèle de régression prévisionnel pour les quatre indices.....	p.20
Tableau A1-A2	Terminal Wealth and Standard Deviation for Investment in S&P 500 and Small-Firm Portfolio, 1926-1990 (Rozeff, 1995).....	p.22

1. Introduction

Depuis l'avènement des fonds mutuels, le nombre de personnes qui investissent régulièrement leur épargne dans les différents marchés boursiers a augmenté considérablement. Les fonds mutuels permettent aux agents d'investir dans un portefeuille d'actions et d'obligations diversifié, et offrent la possibilité d'obtenir des rendements plus élevés que les Certificats d'investissement garantie (CIG) ou les obligations gouvernementales. Les avantages d'investir dans des fonds mutuels sont nombreux : gestion professionnelle à un coût abordable, diversification, liquidité, sélection, etc. Évidemment, il existe toujours un certain risque à investir dans des fonds mutuels car ils fluctuent avec le marché, mais ils offrent aux individus une option intéressante pour investir leur épargne.

Selon l'âge et de la situation financière de chaque agent, la composition du portefeuille de fonds mutuels va varier, mais la politique d'investissement qui va leur être recommandée est souvent la même. En règle générale, on conseille à l'investisseur de suivre une politique d'investissement dite du « Dollar Cost Averaging » (DCA). Il s'agit d'investir des montants donnés à des intervalles de temps prédéterminés comme tous les mois. Il suffit de lire les prospectus des fonds mutuels des différentes institutions financières pour voir quelle stratégie d'investissement elles préconisent.

The best way to invest in mutual funds is by using a Continuous Purchase Plan. By making frequent purchases, you let the market fluctuations work to your advantage by reducing the average cost of the fund's units.¹

Cette politique d'investissement à versements échelonnés reste cependant une stratégie douteuse, qui semble bénéficier plus aux institutions financières qu'aux investisseurs eux-mêmes. Cette technique d'épargne forcée garantie aux institutions des investissements sur une base régulière mais semble simplement offrir à leurs clients des rendements significativement inférieurs. Même si la politique DCA diminue la variance des rendements, elle a un coût important en terme de l'espérance des rendements, et ceci n'est pas mis en valeur dans les annonces des gestionnaires de fonds de placement.

Le but de ce rapport est de montrer qu'une politique d'investissement de DCA donne des rendements sous-optimaux en termes de moyenne-variance. Il est possible de démontrer que suivre une politique de DCA est équivalente à suivre une politique d'investissement à montant forfaitaire (Lump-Sum), ci-après appelée politique LS, dans laquelle une partie de l'investissement est investie dans l'actif sans risque. Le DCA représente donc une stratégie d'investissement qui peut être justifiable pour des investisseurs qui sont fortement averses à l'égard du risque, mais cette politique ne bénéficie pas les investisseurs qui cherchent à maximiser l'espérance de leurs rendements.

¹ Banque de Montréal, Mutual Funds Handbook, March 1997

Le DCA a, cependant, quelques qualités intéressantes, surtout dans des périodes de récession ou de forte volatilité, et donc, ne doit pas être complètement rejeté. En construisant un modèle conditionnel, qui selon les rendements antérieurs, choisit entre un investissement DCA ou LS pour l'année en cours, il est possible de bénéficier des avantages de chacune des politiques. Le modèle conditionnel est basé sur des règles de filtre et il est simple à mettre en application. Ce modèle semble apporter en moyenne à l'investisseur des rendements plus intéressants que les politiques DCA ou LS, tout en maintenant le risque à un niveau faible.

La dernière partie du rapport concerne les modèles de régression prévisionnels. Pendant plusieurs années, la recherche sur la prévisibilité des marchés a été mise de côté car les chercheurs en finance ont accepté l'hypothèse de l'efficacité des marchés. C'est-à-dire que les prix du marché reflètent toute information disponible publiquement, et donc toute tentative de prédire les rendements futurs était futile. Cependant, dans les quinze dernières années, l'intérêt pour les modèles de prévision s'est renouvelé, et plusieurs auteurs suggèrent que les rendements à long terme des marchés sont en effet prévisibles. En appliquant le modèle régressif de Fama et French (1989)² aux mêmes séries de données utilisées pour le modèle conditionnel, il est possible de comparer les rendements des deux modèles.

2.0 Survol de la littérature

" Periodic investment of equal dollar amounts in common stocks can substantially reduce the risks of equity investment by ensuring that the entire portfolio of stocks will not be purchased at temporarily inflated prices. The investor who makes equal dollar investments will buy fewer shares when prices are high and more shares when prices are low."³

La stratégie d'investissement DCA date du début du vingtième siècle, mais cette stratégie d'investissement a été remise en question par de nombreux économistes et financiers dans la deuxième moitié du siècle. George Constantinides (1979)⁴ fut un des premiers à démontrer la sous-optimalité du DCA comme politique d'investissement. Constantinides associe deux propriétés à la politique DCA:

- Elle constitue une politique d'investissement non-séquentielle, c'est à dire qu'il faut continuer d'investir le même montant d'argent quand on

² Fama et French. "Business conditions and expected returns on stocks and bonds", *Journal of Financial Economics*, Vol. 25, 1989

³ Malkiel, B. "Returns from Investing in Equity Mutual Funds 1971-1991" *Journal of Finance*. 50, June 1995, pp. 549-572.

⁴ Constantinides, George. "A note on the suboptimality of Dollar Cost Averaging as an investment strategy." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol XIV, June 1979

est pessimiste par rapport au marché pour ne pas perdre les avantages d'acheter des actions à des prix plus faibles.

- elle dépend non seulement de la richesse totale de l'individu mais aussi de la composition de sa richesse.

La critique initiale que Constantinides mentionne à l'égard de la politique d'investissement DCA est qu'une stratégie d'investissement séquentielle qui spécifie le même investissement initial que la politique DCA au temps zéro, mais qui permet aux décisions futures d'investissement d'être prises avec le bénéfice de l'information supplémentaire disponible (réalisations des prix) domine la politique DCA. Cependant, s'il y a des coûts associés à la résolution des problèmes d'investissement séquentiel, Constantinides constate qu'il serait peut-être mieux de limiter la politique d'investissement au sous-ensemble des politiques non-séquentielles.

En supposant les quatre hypothèses de marché parfait suivantes, Constantinides démontre que le DCA est aussi dominé par une politique d'investissement non-séquentielle optimale.

- L'investisseur est un "price taker" – ses transactions n'affectent pas le prix du marché.
- L'investisseur ne paye pas d'impôt sur son revenu personnel ou sur ses gains de capital.
- Il n'y a pas de coûts de transactions.
- L'investisseur maximise l'espérance de son utilité de consommation.

Soit deux individus avec une richesse initiale égale mais de composition différente : la stratégie d'investissement DCA va être différente pour chaque individu. Cependant, une fonction d'utilité concave implique que l'investissement optimal est unique; on peut donc conclure qu'au moins un des investisseurs va suivre une stratégie non-optimale.

Rozeff (1995) présente des résultats empiriques qui concordent avec les conclusions théoriques de Constantinides. Il montre que si le marché boursier a des rendements espérés positifs, une politique à investissement forfaitaire est meilleure qu'une politique DCA. La principale subtilité dans la démonstration de Rozeff est dans l'ajustement nécessaire pour le risque, car avec une politique DCA l'investisseur détient des fonds à l'extérieur du marché. Pour égaliser le risque dans les deux politiques, Rozeff choisit de diminuer le montant investi dans la stratégie LS.

Après l'ajustement pour le risque de façon que les stratégies LS et DCA ont le même écarts-types, Rozeff trouve que pour l'indice Standard & Poor, LS a un rendement plus élevé pour 40 des 65 années entre 1926 et 1992, et en moyenne la politique LS a un rendement supérieur de 1.1% à la politique DCA.

En se basant sur un modèle de deux périodes, Rozeff conclut que :

- Pour tout investissement qui a un horizon de plus d'une période, un investissement égal dans une politique LS ou DCA résulte dans une plus grande richesse finale avec la politique LS, et l'écart est croissant

dans le temps. Notons toutefois qu'un investissement égal produit aussi un écart type plus élevé pour LS.

- Si les montants investis sont ajustés pour que les politiques DCA et LS aient la même richesse finale espérée, la politique DCA a un plus grand écart-types et celui-ci croît dans le temps. Cependant, si l'ajustement est fait de façon que les politiques LS et DCA ont le même écart-types, il est possible de démontrer que la richesse finale avec la politique LS est plus élevée.

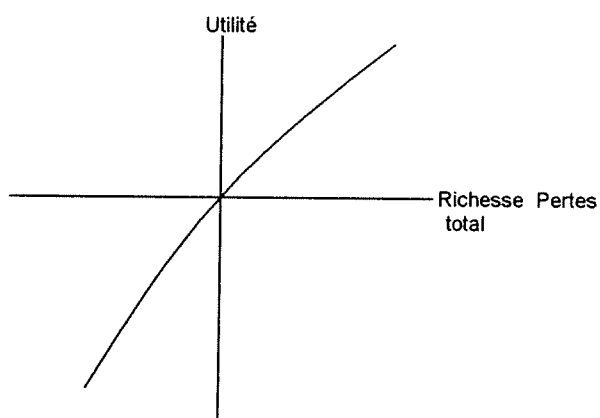
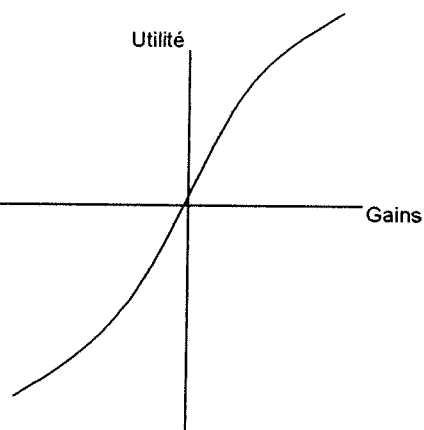
Rozeff suggère fortement que la politique DCA est dominée en moyenne-variance par la politique de LS. La raison est que la politique LS force l'investissement à subir un plus grand nombre de réalisations de rendements indépendants, ce qui augmente la probabilité de recevoir le rendement espéré tout en diminuant la variance.

Pour voir si les conclusions de son modèle étaient vérifiées par les données, Rozeff a simulé des investissements mensuels dans l'indice S&P et dans un portefeuille de petite firmes de 1926 à 1992. Les résultats du S&P suggèrent qu'une politique d'investissement LS qui a été ajustée pour avoir le même écart-type qu'une politique de DCA, a des rendements annuels supérieurs d'environ 1% à ceux du DCA. Pour le portefeuille de petites firmes, l'avantage du LS est de presque 4%. Les rendements et écarts-types pour les politiques LS et DCA ont été calculés pour des intervalles de 2 à 12 mois, et ceux-ci indiquent que la stratégie LS est la politique d'investissement qui offrent les rendements les plus élevés. Les tableaux A1 et A2 dans l'annexe présentent les résultats de Rozeff.

Vu les résultats obtenus par Rozeff, Statman⁵ (1995) essaie d'expliquer l'incohérence entre la popularité du DCA et la théorie financière classique en analysant le comportement des investisseurs vis-à-vis du risque. Il concède que le DCA est sous-optimal quand on considère l'ensemble des choix auxquels font face les investisseurs, mais selon Statman, la stratégie DCA demeure un phénomène logique dans la finance comportementaliste. Il se fie à quatre caractéristiques de la théorie du comportement pour expliquer l'attrance des investisseurs pour les stratégie DCA : la théorie des perspectives (*prospect theory*), l'aversion au regret, les erreurs cognitives, et le contrôle de soi.

Dans la finance classique, les investisseurs cherchent à maximiser l'espérance de leur utilité, évaluent leur choix en terme de richesse totale, et ont toujours une aversion à l'égard du risque. Dans la théorie des perspectives, les investisseurs évaluent leur choix en terme de gains et de pertes potentielles relatifs à un point de référence, et la fonction d'utilité n'est pas concave mais plutôt en forme de S. Les individus ont une aversion à l'égard du risque face à leurs gains mais ont une propension à prendre des risques (*risk-seeking*) en ce qui concerne leurs pertes.

⁵ Statman, M. «A Behavioral Framework for Dollar-Cost Averaging », *Journal of Financial Economics*, Automne 1995.

Fonction d'utilité classiqueFonction d'utilité avec aversion aux pertes

Pour démontrer cette hypothèse, Statman reprend une étude faite par Kahneman et Tversky⁶. Un groupe d'agents ont reçu la proposition 1, et un second groupe, la proposition 2.

Proposition 1: En plus de ce que vous détenez présentement, on vous donne \$1000. On vous demande de choisir entre :

- A1. Un gain certain de \$500.
- B1. 50% de chance d'un gain de \$1000, et 50% de chance d'un gain de \$0.

Proposition 2: En plus de ce que vous détenez présentement, on vous donne \$2000. On vous demande de choisir entre :

- A2. Une perte certaine de \$500.
- B2. 50% de chance d'une perte de \$1000, et 50% de chance d'une perte de \$0.

Kahneman et Tversky trouve que 84% des agents choisissent A₁, le gain certain, dans la première proposition. Or, 69% des agents choisissent B₂, l'option risquée, dans la deuxième proposition. En terme de finance classique, cette disparité est impossible à expliquer car l'investisseur devrait baser sa décision sur la richesse finale espérée. Cependant, les deux propositions sont identiques en terme de richesse finale. Si on incorpore la somme initiale qui est donnée aux agents dans les deux propositions, il est clair qu'elles sont identiques. Les deux propositions peuvent se réécrire sous la forme :

- A. Un gain certain de \$1500.
- B. 50% de chance d'un gain de \$1000, et 50% de chance d'un gain de \$2000.

⁶ Kahneman, D. et Tversky, A. « Prospect theory : An Analysis of decision making under Risk », *Econometrica*, 1979, pp.263-265

Statman conclut que les investisseurs comportementalistes n'investissent pas d'une manière optimale, mais plutôt de façon systématique, et c'est pour cette raison que la stratégie DCA reste une politique d'investissement autant utilisée. En plus, la stratégie DCA étant non-séquentiel, les prises de décisions de l'investisseur sont plus automatiques et le libèrent d'une part de responsabilité. Puisque l'investisseur a une aversion au regret, il préfère suivre une politique d'investissement dans laquelle il doit simplement mettre en application une stratégie fixe et prédéterminée, minimisant ainsi la probabilité qu'en route, il prenne une décision regrettable.

Récemment, la théorie financière classique a souvent été critiquée, dû au fait indéniable qu'il existe plusieurs incohérences entre la théorie et le comportement actuel des investisseurs. Plusieurs chercheurs croient qu'il est temps de se baser sur des nouvelles théories qui expliquent mieux les actions des agents, car une théorie normative est inutile si on ne peut pas convaincre les individus de la suivre. En effet, la finance comportementaliste explique mieux les décisions à court terme des investisseurs, mais il ne faut pas nier l'importance d'une théorie normative en finance, qui propose des stratégies d'investissement plus efficaces et plus profitables.

En ce qui concerne la prévisibilité des rendements, les résultats les plus intéressants qui supportent cette hypothèse sont ceux de Fama et French (1989).⁷ Ils concluent que le ratio cours-dividende, l'écart entre le taux court et le taux long, et la prime de défaut⁸ peuvent prédire le rendement excédentaire des actions ou des obligations d'entreprises. Le rendement excédentaire est défini comme la différence entre le rendement mensuel d'une action ou d'une obligation et le rendement des bons du Trésor à un mois. Fama et French suggèrent que le ratio cours-dividende et la prime de défaut sont fortement corrélés et prennent en compte les mouvements à long terme (trans-cyclique) de l'activité économique. Ils prédisent que les rendements excédentaires vont être élevés quand la situation économique est mauvaise, et qu'ils seront faibles en période de prospérité. Ils démontrent que la différence entre le taux court et le taux long est plus fortement reliée à la situation économique de courte durée. La différence est petite au sommet du cycle, et plus importante en période de récession. En gros, le ratio cours-dividende et la prime de défaut prédisent les rendements excédentaires à long terme (3-4 ans) et la différence entre le taux long et le taux court prédit les rendements excédentaires de court terme (1 mois à 2 ans). Il est important de noter cependant que la prévisibilité, pour Fama et French, correspond à trouver ex-post des coefficients de régression significatifs dans l'échantillon lui même (*in sample*). Selon Fuller et Kling⁹ (1995), un meilleur

⁷ Fama, French. "Business conditions and expected returns on stocks and bonds", *Journal of Financial Economics*, Vol. 25, 1989.

⁸ La prime de défaut et la différence entre le rendement en temps t d'un portefeuille d'obligations sans prendre en compte leur classification et le rendement d'un portefeuille de d'obligations Aaa. (La maturité moyenne de ces deux portefeuille d'obligations est de dix ans).

⁹ Fuller, Kling. " Can regression-based models predict stock and bond returns?", *Journal of Financial Economics*, Spring 1994, p.56-63

test de prévisibilité est d'estimer le modèle sur une partie de l'échantillon, (*in-sample data*), de prédire les observations qui ont été omises (*out-of-sample observations*), et de calculer l'erreur de prévision. Fuller et Kling ont soumis plusieurs modèles de prévision à des tests de prévision hors-échantillon (*out-of-sample*), et ont constaté que le modèle régressif de Fama et French démontre une habilité de prévision hors-échantillon pour la période 1938-1988. Il est donc possible d'appliquer ce modèle pour faire du *market-timing*, sous l'hypothèse que la relation entre les rendements futurs et le ratio cours-dividendes reste stationnaire. Cependant, Fuller et Kling restent sceptiques quant à l'utilité d'une telle stratégie pour les investisseurs car le pouvoir de prévision du modèle pour les sous-périodes de cinq ans est très variable.

3.1 La stratégie d'investissement échelonnés dans le temps DCA

3.1.1 Définition et utilité de la stratégie DCA

Suivre une stratégie DCA veut simplement dire investir un montant fixe d'argent dans un investissement donné à des intervalles de temps prédéterminés. L'avantage de cette stratégie, selon plusieurs analystes financiers, est que la volatilité du marché va faire diminuer le prix moyen que l'investisseur paye pour une action. Comme la somme investit reste constante, l'investisseur achète un plus grand nombre d'actions quand le prix est faible, et une moindre quantité quand le prix est élevé. Comme résultat, le prix moyen payé par action est toujours plus bas que la valeur marchande (coût moyen) d'une action. Les trois tableaux suivant illustrent les effets d'une stratégie d'investissement DCA :

Tableaux 1 : Prix de l'action augmente

	Invest. Mensuel	Coût de l'action	Nombre d'action
	\$400	\$5	80
	\$400	\$8	50
	\$400	\$10	40
	\$400	\$10	40
	\$400	\$16	25
Total	\$2,000	\$8.51	235

Coût moyen de l'action : $\$2000 / 235 \text{ actions} = \mathbf{\$8.51}$

Prix moyen de l'action : $\$49 / 5 \text{ mois} = \mathbf{\$9.80}$

Tableaux 2 : Prix de l'action diminuée

	Invest. Mensuel	Coût de l'action	Nombre d'action
	\$400	\$16	25
	\$400	\$10	40
	\$400	\$8	50
	\$400	\$8	50
	\$400	\$5	80
Total	\$2,000	\$8.16	245

Coût moyen de l'action : $\$2000 / 245 \text{ actions} = \mathbf{\$8.16}$

Prix moyen de l'action : $\$47 / 5 \text{ mois} = \mathbf{\$9.40}$

Tableaux 3 : Prix de l'action fluctue

	Invest. Mensuel	Coût de l'action	Nombre d'action
	\$400	\$10	40
	\$400	\$8	50
	\$400	\$5	80
	\$400	\$8	50
	\$400	\$10	40
Total	\$2,000	\$7.69	260

Coût moyen de l'action : $\$2000 / 260 \text{ actions} = \mathbf{\$7.69}$

Prix moyen de l'action : $\$41 / 5 \text{ mois} = \mathbf{\$8.20}$

Il est important de noter, cependant, que même si le fait que le coût moyen de l'action est inférieur au prix moyen de l'action est intéressant au plan mathématique, il n'a aucune signification économique. Ce qui intéresse plutôt les investisseurs est la possibilité de réaliser des gains sur la vente des actions. Pour que ceci soit possible, le coût moyen de l'action doit être inférieur au prix présent de l'action.

3.1.2. Démonstration théorique de la sous-optimalité de la stratégie DCA

Il est clair que quand le marché est très volatile ou dans une période de déclin, qu'une politique d'investissements échelonnés serait moins risquée et plus bénéfique à l'investisseur. Celui-ci diminue le risque du marché en investissant régulièrement et donc en achetant un plus grand nombre d'actions à un prix plus faible. Cependant, les marchés boursiers et obligataires, même s'ils subissent des chocs négatifs à court et même occasionnellement à moyen terme, ont toujours maintenu des espérances de gains positifs à long terme.

Donc, un investisseur qui cherche à maximiser le rendement de son portefeuille devrait plutôt investir un montant fixe par année (Lump Sum) que de répartir son investissement sur toute l'année. Pour démontrer cette affirmation, il suffit de comparer des formules approximatives de l'espérance et de la variance¹⁰ de la richesse finale pour les deux politiques:

- Espérance de richesse terminale sous LS (au temps T):

$$E(W,ls) = Wo(1 + rT)$$
- Variance de richesse terminale sous LS

$$V(W,ls) = Wo^2vT$$
- Espérance de richesse terminale sous DCA (au temps T) :

$$E(W,dca) = Wo[1 + r\{(T+1)/2\}]$$
- Variance de richesse terminale sous DCA

$$V(W,dca) = Wo^2v[T/3 + 1/2 + 1/(6T)]$$

Notes : Wo est la richesse initiale de l'individu. T est le nombre de périodes dans l'horizon de l'investissement. Le paramètre v est la variance du rendement d'une période. Le paramètre r est le rendement espéré pour une période.

Donc pour mesurer la taille de la perte projetée dû au DCA, il suffit de diviser $E(W,dca)$ par $E(W,ls)$:

$$\frac{E(W,dca)}{E(W,ls)} = \frac{Wo[1+r\{(T+1)/2\}]}{Wo(1 + rT)} = 1 + \frac{r(1-T)}{2(1+rT)}$$

On peut voir que pour une période ($T=1$), ce ratio est égal à 1, c'est à dire que les deux stratégie rapportent la même richesse terminale. Or, pour plus d'une période ($T>1$) et des rendements espérés positifs ($r>0$), le ratio est inférieur à 1 et la richesse terminale de la politique DCA est inférieure à celle de la politique LS.

Il est quand même important de noter que la politique d'investissement LS comporte plus de risque dans ce scénario, ce qui peut être vérifier en divisant les variances des deux politiques. Le ratio $V(W,dca) / V(W,ls) = 1/3 + 1/2T + 1/6T^2$ diminue quand T augmente, et tend vers $1/3$. On peut conclure que pour une somme donnée d'argent un investissement en LS donne des rendements qui ont une moyenne et une variance plus élevées.

Pour pouvoir faire une comparaison juste entre les politiques LS et DCA, j'ai repris la méthodologie que Michel Rozeff a suivi dans son exemple à deux

¹⁰ L'analyse des politiques d'investissement va être limitée aux deux premiers moments des rendements, la moyenne et la variance, car les moments d'ordre supérieur sont rarement utilisé dans la description et l'analyse des portefeuilles

périodes¹¹. Ce dernier a ajusté vers le bas la richesse initiale que l'individu investit dans l'actif risqué sous la politique LS de sorte que la richesse terminale espérée sous les deux politiques d'investissements soit identique. Pour faire cet ajustement, Rozeff pose f comme la fraction de la richesse initiale investie sous LS, et égalise la richesse terminale espérée sous les deux politiques.

$$fW_0(1 + rT) + (1-f)W_0 = W_0[1 + r\{(T + 1)/2\}]$$

$$\Leftrightarrow f = (T + 1) / 2T$$

Si un individu investit W_0 avec une politique DCA, il devrait investir $\$W_0(T+1)/2T$ dans l'actif sans risque avec la politique LS. Le ratio de la variance de DCA sur celle de LS devient $2(2T+1) / 3(T+1)$. Pour $T > 1$, ce ratio est nécessairement supérieur à 1, ce qui implique que la politique DCA est plus risquée.

Les formules ci-haut suggèrent fortement qu'étaler son investissement sur plusieurs périodes fait augmenter l'écart-types des rendements sans accroître leur espérance. Ce fait contredit la doctrine du DCA, qui selon plusieurs auteurs, est supposé réduire la variance sans sacrifier le rendement.¹² Cependant, il est important de noter que certaines hypothèses ont été posées pour dériver les formules précédentes :

- Les rendements sont indépendamment tirés d'une distribution lognormale, stationnaire.
- Les termes d'ordre supérieur dans les expansions de Taylor ont été négligés.
- L'espérance des rendements est positive.

La première hypothèse, d'indépendance et de stationnarité, est déjà une déviation assez importante de la réalité. Le tableau ci-dessous donne les résultats de Campbell, Lo, et McKinlay¹³ pour l'indice mensuel des rendements des actions du CRSP.

Tableau 4. Autocorrélations dans les rendements mensuels de l'indice boursier

Date	# Obs.	Moy.	Écart-types	Autocorrélations				Box-Pierce Q-stat	
				ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	Q5	Q10
62-94	390	0.861	4.336	4.3	-5.3	-1.3	-0.4	6.8	12.5
62-78	195	0.646	4.219	6.4	-3.8	7.3	6.2	3.9	9.7
78-94	195	1.076	4.450	1.3	-6.3	-8.3	-7.7	7.5	14.0

¹¹ Rozeff, M. "Lump-Sum investing versus Dollar-Averaging", *Journal of Portfolio management*, Winter 1994, pp.48.

¹² Black, Fischer, et Myron Scholes. « From theory to a new financial product » *Journal of Finance*, 39 May 1974, pp.400

¹³ Campbell, Lo, McKinlay, *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University, Press. Princeton. pp.67

Les résultats montrent que les autocorrélations d'ordre 1 des rendements mensuels sont positives et statistiquement significatives, pour l'ensemble de l'échantillon aussi bien que pour les deux sous-échantillons. Les autocorrélations d'ordre supérieur sont moins prononcées et sont parfois négatives. Ceci contredit l'indépendance et la non-corrélation, mais il reste que le modèle offre une bonne base pour entreprendre l'analyse empirique.

3.1.3. Hypothèses et présentation des tests

Ce rapport a donc comme premier objectif de démontrer que les conclusions tirées du modèle théorique présenté auparavant sont valides en ce qui concerne les marchés boursiers et obligataires canadiens et américains. Pour faire ceci, les données mensuelles du TSE 300, S&P 500, et des indices obligataires canadien et américain pour la période janvier 1964 à décembre 1995 ont été analysés¹⁴. Sous la politique LS, un investissement est fait au début de chaque année (janvier), tandis que la politique DCA investit 1 douzième de l'investissement annuel du LS au début de chaque mois. Les rendements annuels sont comparés pour les deux politiques pour la période de 30 années aussi bien que pour toutes les sous-périodes de 5, 10, et 15 années. La même procédure a été suivie pour un investissement LS effectué au début des mois de mai et septembre. Pour les calculs des rendements et des variances, j'ai supposé que tout montant qui n'est pas investi initialement est détenu en espèces (ou compte de chèques).

La seconde partie de l'analyse consiste à créer un modèle conditionnel qui, selon le rendement de l'année précédente, recommande un investissement LS ou DCA pour l'année suivante. Le modèle conditionnel est basé sur une règle de filtre et il est utilisé pour des intervalles de 3, 6, et 12 mois. Si le rendement de l'indice est supérieur au niveau spécifié par la règle de filtre (4% - 15%)¹⁵, alors un investissement LS est réalisé à la prochaine période. Si le rendement de l'indice est inférieur au taux spécifié, un investissement DCA est effectué à la prochaine période. Dans cette stratégie, tout montant qui n'est pas investi immédiatement est placé au taux sans risque, à savoir :

$$- \text{Si } \frac{(X_t + X_{t-j})}{X_{t-j}} > k * (j/12) \Rightarrow \text{Investissement de } \Theta \text{ à la période } t+1$$

$$- \text{Si } \frac{(X_t + X_{t-j})}{X_{t-j}} < k * (j/12) \Rightarrow \text{Investissement de } (\Theta/j) * t_x \text{ pour les } j \text{ prochaines périodes}$$

¹⁴ Tout les données ont été obtenu du CIRANO.

¹⁵ Les taux indiqués sont les taux annuels. Si l'intervalle en question est de 3 ou 6 mois, alors le taux est multiplié par la fraction de l'année que l'on considère.

où

X_t = valeur de l'indice au temps t
 j = longueur de l'intervalle en mois
 k = niveau de la règle de filtre
 tx = taux sans risque actualisé

3.2. Modèle de régression prévisionnel

3.2.1. Modèle et variables utilisés

Le modèle de régression prévisionnel utilisé est un de ceux introduit par Fama et French, qui emploie comme variables explicatives le ratio cours-dividende, la prime de défaut et la différence entre le taux long et le taux court (*prime de terme*). Il peut s'écrire sous la forme :

$$r(T)_t = a(T)_t + b(T)_t[DPREM]_t + c(T)_t[TPREM]_t + d(T)_t[P/Dratio] + e(T)_t \quad (1)$$

où

DPREM = prime de défaut
 TPREM = différence entre le taux long et le taux court
 P/Dratio = ratio prix-dividende
 T = durée de l'horizon de rendement;
 t = mois courant;
 $r(T)$ = taux de rendement excédentaire (en pourcentage) annualisé de la fin du mois t à la fin du mois $t + T$, pour les actions ou les obligations;
 $a(T)_t, b(T)_t, c(T)_t, d(T)_t$ = l'ordonnée à l'origine et les pentes estimées à la fin de la période t , et basé sur des rendements de durée T .
 $e(T)_t$ = terme d'erreur aléatoire pour les rendements de T périodes.

3.2.2. Tests et méthodes de prévision

Pour tester s'il y a prévisibilité des rendements futurs à partir du modèle de régression, il faut générer des observations hors-échantillon. Des estimations de l'équation (1) sont utilisées pour prédire le rendement excédentaire des obligations et des actions pour un horizon de 12. ($T = 12$). Quatre années (48 mois) d'observations vont être utilisées pour générer les estimateurs initiaux, et le modèle va être mis à jour et réestimé chaque mois par la suite. Donc, pour chaque modèle estimé au temps t , une prévision pour les rendements des T prochains mois peut être calculée, conditionnellement à la valeur observée des variables explicatives en t . Par exemple, pour chaque t , la prévision pour $T=48$ est :

$$F(12)_t = a'(48)_t + b'(12)_t[DPREM]_t + c'(12)_t[TPREM]_t + d'(12)_t[P/Dratio]$$

Pour évaluer la performance du modèle de prévision, il faut en même temps adopter une règle de *market timing*, c'est-à-dire une règle qui nous indique les moments auxquels investir dans le marché. Pour chaque mois, une série de prévisions $F(T)_t$ pour les rendements excédentaires des T prochains mois est générée, et la règle de *market timing* est appliquée pour créer des séries de rendements pour les quatre indices. La règle de *market timing* mise en application est la suivante¹⁶ :

1. Si $F(T)_t > 0$, l'agent investit son argent dans le marché, et reçoit le rendement réalisé pour la période $t+1$.
2. Si $F(T)_t < 0$, l'agent investit dans des bons du Trésor et reçoit le rendement réalisé des bons du Trésor pour la période $t+1$.

4.0 Analyse empirique

Les premiers résultats à analyser sont le nombre de fois entre 1965 et 1995 que la politique d'investissement DCA rapporte des rendements annuels plus élevés que la politique LS. Le tableau 2 contient les résultats obtenus pour les quatre indices.

Tableau 5 - Nombre d'années où la politique DCA donne des rendements supérieurs à la politique LS sur la période 1965-1995

	Jan.	Fev.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
TSE	14	15	15	11	11	11	12	11	10	6	9	12
S&P	10	9	9	10	9	9	11	10	12	9	11	12
Obl.C	12	10	7	5	6	4	5	6	7	7	8	9
Obl.A	7	7	6	5	6	6	7	7	6	6	8	10

Les résultats indiquent clairement que le DCA ne performe pas aussi bien que le LS, et ceci pour les quatre indices. Il est intéressant de noter cependant que le DCA a un rendement relativement meilleur pour les indices boursiers que pour les indices obligataires. Pour le TSE 300 et le S&P 500, la politique LS a des rendements inférieurs à la politique DCA en moyenne 11.4 et 10.1 fois respectivement sur la période de 30 ans. Ces chiffres diminuent à 7.1 et 6.75 pour les indices obligataires canadien et américain. Ce phénomène peut être expliqué par le fait que les marchés boursiers ont tendance à être considérablement plus volatiles que les marchés obligataires. Comme il a été démontré dans la section précédente, une politique d'investissement à versements échelonnés aide à diminuer le coût moyen de l'action pendant des périodes de dépréciation ou de volatilité.

¹⁶ Fuller et Kling. « Can Regression Based Models Predict Stock and Bond Returns », *Journal of Portfolio Management*, Spring 1994

Les tableaux 6 à 9¹⁷ montrent les rendements annuels obtenus avec les deux politiques, ainsi que leurs écarts-typess, pour le TSE 300, le S&P 500, et les marchés obligataires canadien et américain pour la période 1965-1994 et pour toutes les sous-périodes de 5, 10, et 15 années.

Tableau 6. Rendements annuels et écarts-types pour le TSE 300

		Horizons de cinq années						Dix années			Quinze années		30 ans
		65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	65-74	75-84	85-94	65-79	80-94	65-94
Janv.	LS	1.024	1.008	1.175	1.061	1.078	1.032	1.016	1.117	1.055	1.068	1.057	1.063
		<i>0.139</i>	<i>0.137</i>	<i>0.237</i>	<i>0.156</i>	<i>0.113</i>	<i>0.212</i>	<i>0.130</i>	<i>0.199</i>	<i>0.162</i>	<i>0.182</i>	<i>0.154</i>	<i>0.166</i>
	DCA	1.034	1.055	1.093	1.059	1.020	1.016	1.045	1.077	1.018	1.061	1.032	1.046
		<i>0.088</i>	<i>0.058</i>	<i>0.140</i>	<i>0.150</i>	<i>0.101</i>	<i>0.095</i>	<i>0.071</i>	<i>0.138</i>	<i>0.092</i>	<i>0.972</i>	<i>0.111</i>	<i>0.103</i>
Mai.	LS	0.997	1.049	1.150	1.116	1.062	1.048	1.023	1.133	1.054	1.065	1.075	1.070
		<i>0.197</i>	<i>0.112</i>	<i>0.179</i>	<i>0.355</i>	<i>0.130</i>	<i>0.081</i>	<i>0.154</i>	<i>0.265</i>	<i>0.102</i>	<i>0.167</i>	<i>0.209</i>	<i>0.186</i>
	DCA	0.997	1.021	1.090	1.058	1.048	1.051	1.009	1.074	1.049	1.036	1.052	1.044
		<i>0.112</i>	<i>0.108</i>	<i>0.084</i>	<i>0.222</i>	<i>0.094</i>	<i>0.059</i>	<i>0.104</i>	<i>0.159</i>	<i>0.074</i>	<i>0.103</i>	<i>0.133</i>	<i>0.117</i>
Sept.	LS	1.015	1.036	1.192	1.060	1.057	1.077	1.026	1.126	1.067	1.081	1.064	1.073
		<i>0.135</i>	<i>0.222</i>	<i>0.169</i>	<i>0.299</i>	<i>0.224</i>	<i>0.086</i>	<i>0.173</i>	<i>0.239</i>	<i>0.160</i>	<i>0.184</i>	<i>0.205</i>	<i>0.192</i>
	DCA	1.002	0.980	1.125	1.003	1.024	1.029	0.991	1.064	1.026	1.036	1.019	1.027
		<i>0.100</i>	<i>0.154</i>	<i>0.145</i>	<i>0.131</i>	<i>0.104</i>	<i>0.057</i>	<i>0.118</i>	<i>0.132</i>	<i>0.079</i>	<i>0.130</i>	<i>0.095</i>	<i>0.112</i>

Tableau 7. Rendements annuels et écarts-types pour le S&P 500

		Horizons de cinq années						Dix années			Quinze années		30 ans
		65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	65-74	75-84	85-94	65-79	80-94	65-94
Janv.	LS	1.014	0.970	1.105	1.098	1.134	1.076	0.993	1.102	1.106	1.030	1.103	1.066
		<i>0.111</i>	<i>0.176</i>	<i>0.166</i>	<i>0.102</i>	<i>0.130</i>	<i>0.077</i>	<i>0.14</i>	<i>0.130</i>	<i>0.105</i>	<i>0.154</i>	<i>0.100</i>	<i>0.133</i>
	DCA	1.010	1.011	1.043	1.078	1.061	1.049	1.011	1.061	1.063	1.021	1.063	1.042
		<i>0.053</i>	<i>0.109</i>	<i>0.083</i>	<i>0.103</i>	<i>0.099</i>	<i>0.021</i>	<i>0.081</i>	<i>0.905</i>	<i>0.067</i>	<i>0.803</i>	<i>0.078</i>	<i>0.081</i>
Mai.	LS	0.978	1.046	1.045	1.134	1.146	1.082	1.012	1.089	1.114	1.026	1.121	1.072
		<i>0.146</i>	<i>0.182</i>	<i>0.070</i>	<i>0.248</i>	<i>0.150</i>	<i>0.055</i>	<i>0.159</i>	<i>0.178</i>	<i>0.112</i>	<i>0.134</i>	<i>0.160</i>	<i>0.153</i>
	DCA	0.993	1.054	1.029	1.054	1.104	1.074	1.023	1.042	1.089	1.025	1.077	1.051
		<i>0.110</i>	<i>0.128</i>	<i>0.048</i>	<i>0.141</i>	<i>0.098</i>	<i>0.062</i>	<i>0.117</i>	<i>0.100</i>	<i>0.079</i>	<i>0.097</i>	<i>0.100</i>	<i>0.099</i>
Sept.	LS	0.993	1.031	1.087	1.087	1.133	1.142	1.012	1.087	1.138	1.037	1.121	1.079
		<i>0.153</i>	<i>0.241</i>	<i>0.124</i>	<i>0.174</i>	<i>0.253</i>	<i>0.116</i>	<i>0.192</i>	<i>0.142</i>	<i>0.186</i>	<i>0.171</i>	<i>0.171</i>	<i>0.177</i>
	DCA	0.989	0.975	1.072	1.019	1.061	1.069	0.982	1.046	1.065	1.012	1.050	1.031
		<i>0.095</i>	<i>0.144</i>	<i>0.070</i>	<i>0.083</i>	<i>0.112</i>	<i>0.067</i>	<i>0.115</i>	<i>0.077</i>	<i>0.087</i>	<i>0.109</i>	<i>0.086</i>	<i>0.098</i>

¹⁷ Les rendements sont indiqués en terme de ratio. Un rendement de 1.050 indique un accroissement de 5% par rapport à l'année précédente.

Tableau 8. Rendements annuels et écarts-types pour l'indice obligataire canadien

		Horizons de cinq années						Dix années			Quinze années		30 ans
		65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	65-74	75-84	85-94	65-79	80-94	65-94
Janv.	LS	1.007	1.102	1.022	1.159	1.120	1.106	1.055	1.091	1.113	1.044	1.128	1.086
		0.033	0.106	0.075	0.171	0.086	0.129	0.089	0.144	0.103	0.083	0.125	0.133
	DCA	1.006	1.090	1.015	1.110	1.073	1.077	1.049	1.062	1.075	1.037	1.087	1.062
		0.027	0.062	0.058	0.093	0.031	0.053	0.063	0.089	0.041	0.061	0.062	0.066
Mai.	LS	1.023	1.079	1.049	1.161	1.099	1.132	1.051	1.105	1.115	1.051	1.130	1.091
		0.041	0.089	0.059	0.223	0.074	0.073	0.072	0.165	0.070	0.065	0.134	0.111
	DCA	1.011	1.015	1.045	1.087	1.051	1.065	1.013	1.066	1.058	1.024	1.068	1.046
		0.028	0.055	0.029	0.127	0.053	0.678	0.041	0.089	0.058	0.039	0.084	0.068
Sept.	LS	1.034	1.054	1.050	1.177	1.096	1.142	1.044	1.114	1.119	1.046	1.138	1.092
		0.055	0.078	0.062	0.206	0.101	0.114	0.064	0.158	0.104	0.062	0.141	0.117
	DCA	1.025	1.003	1.027	1.068	1.023	1.070	1.014	1.048	1.047	1.019	1.054	1.036
		0.038	0.036	0.020	0.106	0.058	0.051	0.037	0.076	0.060	0.033	0.075	0.059

Tableau 9. Rendements annuels et écarts-types pour l'indice obligataire américain

		Horizons de cinq années						Dix années			Quinze années		30 ans
		65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	65-74	75-84	85-94	65-79	80-94	65-94
Janv.	LS	1.001	1.075	1.040	1.131	1.139	1.084	1.038	1.086	1.111	1.039	1.118	1.078
		0.040	0.070	0.051	0.172	0.121	0.091	0.068	0.129	0.105	0.061	0.125	0.104
	DCA	1.001	1.053	1.021	1.088	1.073	1.056	1.027	1.054	1.065	1.025	1.073	1.049
		0.033	0.042	0.043	0.097	0.051	0.042	0.045	0.079	0.045	0.043	0.064	0.059
Mai.	LS	1.001	1.069	1.058	1.135	1.122	1.113	1.035	1.096	1.117	1.043	1.123	1.083
		0.034	0.072	0.040	0.202	0.126	0.077	0.064	0.146	0.099	0.057	0.134	0.109
	DCA	1.000	1.027	1.034	1.068	1.049	1.055	1.013	1.051	1.054	1.020	1.058	1.039
		0.015	0.030	0.028	0.102	0.083	0.068	0.027	0.074	0.072	0.028	0.080	0.062
Sept.	LS	1.012	1.056	1.049	1.153	1.113	1.117	1.034	1.101	1.115	1.039	1.128	1.084
		0.051	0.620	0.068	0.160	0.135	0.113	0.058	0.128	0.117	0.060	0.128	0.108
	DCA	1.001	1.012	1.032	1.069	1.042	1.072	1.001	1.051	1.057	1.017	1.061	1.039
		0.035	0.029	0.020	0.086	0.073	0.064	0.030	0.062	0.066	0.029	0.071	0.058

Les résultats indiquent que pour la période de 30 ans, une stratégie d'investissement LS rapporte des rendements annuels supérieurs à la politique DCA pour les quatre indices, quel que soit le mois dans lequel l'investissement initial est réalisé. L'écart de rendement entre les politiques LS et DCA est plus grand pour les indices obligataires, étant donné que les marchés boursiers sont plus volatiles. De plus, l'écart entre les rendements des deux politiques s'accroît en fur et à mesure que l'investissement initial est retardé. En ce qui concerne les sous-périodes de 5, 10, et 15 années, les indices obligataires maintiennent des rendements plus élevés sous la politique LS pour toutes les sous-périodes et pour les trois mois. Les résultats pour le TSE 300 et le S&P 500 sont moins biaisés vers la politique LS. Pour les sous-périodes de 5 et 10 ans entre 1965-

1974, la politique DCA offre de meilleurs rendements pour les deux indices. En effet, entre 65 et 70 les deux indices boursiers ont réalisé des rendements annuels négatifs en moyenne, donc la politique DCA a servi à réduire les pertes pendant cette période. Les rendements du S&P débutant en mai 1965, pour la période 1965-1970, sont de -0.07% pour la politique DCA et de -2.3% pour la politique LS. Cependant, pour toutes les sous-périodes entre 75-94, et pour les deux périodes de 15 ans, les rendements sont plus élevés sous la politique LS. Il faut noter cependant que les variances des rendements sont considérablement plus élevés pour la politique LS que pour la politique DCA. Les résultats concordent très bien avec les hypothèses théoriques mentionnées auparavant; pendant les périodes de rendements positifs, la politique LS est plus intéressante, et pendant les périodes de dépréciation et de volatilité, le DCA donne des rendements légèrement supérieurs, tout en diminuant la variance.

Le tableau 12 ci-dessous compare les rendements et les écarts-types des deux politiques en appliquant à la politique LS l'ajustement nécessaire pour égaliser le rendement. La somme initiale investie sous LS est diminuée de sorte que la richesse finale (rendements) dans les deux scénarios soit équivalente.

Tableau 10. Rendements annuels et écarts-typess pour LS, DCA, et LS ajusté

		Janv.	Mai	Sept.
TSE 300	LS	1.063 <i>0.166</i>	1.070 <i>0.186</i>	1.073 <i>0.192</i>
	DCA	1.046 <i>0.103</i>	1.044 <i>0.117</i>	1.027 <i>0.112</i>
	LS(aj.)	1.046 <i>0.106</i>	1.044 <i>0.115</i>	1.027 <i>0.076</i>
S&P 500	LS	1.066 <i>0.133</i>	1.072 <i>0.153</i>	1.079 <i>0.177</i>
	DCA	1.042 <i>0.081</i>	1.051 <i>0.099</i>	1.031 <i>0.098</i>
	LS(aj.)	1.042 <i>0.081</i>	1.051 <i>0.108</i>	1.031 <i>0.073</i>
Oblig. Can.	LS	1.086 <i>0.133</i>	1.091 <i>0.111</i>	1.092 <i>0.117</i>
	DCA	1.062 <i>0.066</i>	1.046 <i>0.068</i>	1.036 <i>0.059</i>
	LS(aj.)	1.062 <i>0.079</i>	1.046 <i>0.055</i>	1.036 <i>0.045</i>
Oblig. Amer.	LS	1.078 <i>0.104</i>	1.083 <i>0.109</i>	1.084 <i>0.108</i>
	DCA	1.049 <i>0.059</i>	1.039 <i>0.062</i>	1.039 <i>0.058</i>
	LS(aj.)	1.049 <i>0.067</i>	1.039 <i>0.050</i>	1.039 <i>0.048</i>

Les résultats obtenus en appliquant la méthodologie utilisé par Rozeff ne semblent pas favoriser clairement la politique LS, mais ils indiquent tout de même une faible dominance en terme de moyenne-variance de la politique LS sur la politique DCA. En ce qui concerne les indices boursiers, la politique DCA

et la politique LS ajustée offrent des rendements et des variances quasi-identiques pour les mois de janvier et mai, mais si les investissements sont faits au mois de Septembre la variance sous le LS ajusté est significativement plus petite (de l'ordre de 25-30%). Les résultats sont similaires pour les indices obligataires : la variance sous DCA est légèrement inférieure pour le mois de janvier, mais la politique LS ajusté domine le DCA en terme de moyenne-variance pour les deux autres mois. Ces résultats démontrent qu'une politique d'investissement à versements échelonnés est équivalente à une politique d'investissement à montant forfaitaire, dans laquelle une partie de l'investissement est détenue dans l'actif sans risque.

4.2- Modèle Conditionnel

Pour essayer de capter les qualités des deux politiques, le modèle conditionnel basé sur des règles de filtre a été testé. Les résultats sont présentés dans les tableaux 11 et 12.

Tableau 11. Modèle conditionnel : rendements annuels et écarts-typess (janvier)

		TSE 300	S&P 500	Obligation Can.	Obligation Amer.
Modèle Cond. 4%	3 mois	1.057 0.114	1.052 0.087	1.073 0.073	1.060 0.063
	6 mois	1.066 0.122	1.057 0.093	1.081 0.085	1.069 0.079
	12 mois	1.079 0.141	1.072 0.119	1.092 0.093	1.088 0.086
Modèle Cond. 6%	3 mois	1.057 0.112	1.052 0.086	1.073 0.071	1.060 0.064
	6 mois	1.063 0.122	1.057 0.093	1.081 0.0877	1.070 0.078
	12 mois	1.079 0.142	1.069 0.117	1.094 0.095	1.093 0.086
Modèle Cond. 8%	3 mois	1.058 0.110	1.052 0.084	1.074 0.072	1.060 0.064
	6 mois	1.063 0.121	1.065 0.092	1.082 0.087	1.072 0.077
	12 mois	1.081 0.143	1.081 0.119	1.093 0.093	1.093 0.086
Modèle Cond. 15%	3 mois	1.059 0.111	1.062 0.081	1.072 0.073	1.061 0.061
	6 mois	1.066 0.119	1.068 0.089	1.081 0.084	1.075 0.075
	12 mois	1.080 0.129	1.080 0.111	1.090 0.089	1.089 0.076
DCA (avec taux sans risque)		1.065 0.112	1.061 0.091	1.081 0.071	1.067 0.066
Lump-Sum		1.063 0.192	1.079 0.177	1.086 0.133	1.078 0.104

Tableau 12. Modèle conditionnel: rendements annuels et écarts-typess (mai)

		TSE 300	S&P 500	Obligation Can.	Obligation Amer.
Modèle Cond. 4%	3 mois	1.053 <i>0.126</i>	1.060 <i>0.110</i>	1.056 <i>0.072</i>	1.052 <i>0.067</i>
	6 mois	1.065 <i>0.138</i>	1.071 <i>0.111</i>	1.066 <i>0.866</i>	1.064 <i>0.076</i>
	12 mois	1.074 <i>0.158</i>	1.078 <i>0.132</i>	1.092 <i>0.101</i>	1.088 <i>0.101</i>
Modèle Cond. 8%	3 mois	1.054 <i>0.125</i>	1.061 <i>0.112</i>	1.059 <i>0.075</i>	1.052 <i>0.066</i>
	6 mois	1.069 <i>0.135</i>	1.076 <i>0.109</i>	1.068 <i>0.861</i>	1.068 <i>0.074</i>
	12 mois	1.079 0.155	1.081 0.129	1.098 0.099	1.091 0.099
DCA ¹⁸ (avec taux sans risque)		1.063 <i>0.128</i>	1.064 <i>0.117</i>	1.064 <i>0.069</i>	1.064 <i>0.063</i>
Lump-Sum		1.070 <i>0.186</i>	1.072 <i>0.153</i>	1.091 <i>0.111</i>	1.083 <i>0.109</i>

Le modèle conditionnel, selon la longueur de la période entre les prises de décision, donne des résultats impressionnants. Pour les tests de filtre à 3 et 6 mois, il y a une baisse marquée de la variance des rendements par rapport à celles de la politique LS. Cependant, cette diminution du risque est accompagnée d'une baisse du rendement moyen, et dans plusieurs cas la politique DCA est une politique plus intéressante au plan moyenne-variance. Ceci indique que les périodes de 3 ou 6 mois ne sont pas suffisamment longues pour des prises de décision. Les réalisations de prix des indices pendant ces périodes de courte durée ne permettent pas d'inférence sur l'orientation de l'indice à la période suivante.

Cependant, quand le modèle conditionnel est appliqué pour des périodes de 12 mois, les rendements sont plus élevés que pour les deux politiques prises individuellement, et la variance est considérablement plus faible que pour la politique LS. Celle-ci reste cependant légèrement plus élevée que pour la stratégie DCA. Ces traits sont communs aux résultats des quatre indices, et à tout les niveaux de la règle de filtre. L'augmentation annuelle des rendements varie de 0.8% à 1.5% et la diminution des écarts-typess est de l'ordre de 10-25% pour les différents indices. Les résultats varient très peu avec une variation du niveau de la règle de filtre. Toutefois, il semble que les meilleurs résultats sont obtenus quand la règle est à 8%.

Les résultats présentés dans les tableaux 11 et 12 indiquent que le modèle d'investissement conditionnel domine dans l'espace moyenne-variance la politique LS, et comme auparavant, les rendements et variances obtenus avec la politique DCA peuvent être réalisés en diminuant l'investissement dans l'actif risqué dans le modèle conditionnel.

¹⁸ Dans cette section, les rendements du DCA sont plus élevé que précédemment car l'argent qui n'est pas investi dans le marché immédiatement est maintenant investi au taux sans risque, et n'est pas détenu en espèce.

4.3- Modèle de régression prévisionnel

Les résultats obtenus avec le modèle de régression prévisionnel sont présentés dans le tableau 13 ci-dessous. Le modèle utilisé pour les prévisions hors-échantillon est :

$$\text{Rend. Exc} = b_0 + b_1 (\text{prime de terme}) + b_2 (\text{Ratio cours-dividende})$$

Tableau 13 Résultats pour le modèle de régression prévisionnel pour les quatre indices

	Indices			
	TSE300	S&P500	Oblig. Can	Oblig. Amer
Rend.	1.075	1.082	1.092	1.090
Ec.Type	0.085	0.084	0.090	0.095
b ₀	-0.032	-0.030	-0.0279	-0.018
t-stat	-2.432	-2.784	-3.863	-1.74
b ₁	3.894	3.681	3.302	5.319
t-stat	1.922	2.121	2.980	2.902
b ₂	0.0076	0.006	0.007	0.0036
t-stat	2.275	2.451	3.833	1.696
% fois F(T)=1	60%	60%	56%	53%

Notes : - Les rendements présentés dans le tableau ne sont pas les rendements excédentaires mais plutôt les rendements brutes.

- La dernière rangée (% fois F(T)=1) représente le pourcentage de fois sur les trente années que le modèle a prévu des rendements excédentaires positifs.

Les rendements et les variances réalisés avec le modèle de régression prévisionnel sont très similaires à ceux obtenus avec le modèle d'investissement conditionnel pour les deux indices obligataires. En ce qui concerne le TSE300 et le S&P500, les rendements sont comparables pour les deux modèles mais les variances sont significativement moins élevées pour le modèle prévisionnel. Ceci peut être attribué au fait que dans le modèle de régression, si la prévision pour le rendement excédentaire est négative, le montant pour l'année suivante est investi au taux sans risque. De plus, il est important de noter que pendant la période de temps en question, les rendements sur les bons du Trésor étaient extrêmement élevés, de l'ordre de 12% (surtout pendant les années 80). Les coefficients estimés des variables sont tous significatifs à un niveau de confiance de 90%, et la prime de terme et le ratio cours-dividende sont positivement corrélés avec le rendement excédentaire. C'est-à-dire, un accroissement d'une des deux variables explicatives va augmenter le rendement excédentaire. En ce qui concerne la prévisibilité des rendements, le modèle de régression offre des résultats légèrement décevants. Pour le TSE 300, le modèle a prévu des rendements excédentaires positifs pour 18 des 30 années.

Cependant, il y a eu des rendements excédentaires positifs dans seulement 11 de ces 18 années. De façon similaire, parmi les 12 années pour lesquelles le modèle a prévu des rendements excédentaires négatifs, le rendement du marché était supérieur 5 fois au taux sans risque. Ceci étant dit, le modèle a réussi à prévoir la majorité des années pendant lesquelles il y a eu des grandes fluctuations (à la hausse ou à la baisse) sur le marché, à l'exception de la chute en 81 due à la crise pétrolière. Les résultats sont quasi-identiques pour le S&P500, et pour les marchés obligataires.

5. Conclusion

Les résultats obtenus démontrent qu'une politique d'investissement DCA, même si elle a des bons mérites pendant des périodes de forte volatilité et de dépréciation du marché, représente une politique sous-optimal en terme de moyenne-variance des rendements. Il est entièrement vrai que le DCA diminue la variance des rendements, mais cette stratégie d'investissement non-séquentielle a un coût important en termes des rendements. À long terme, une politique d'investissement à versements échelonnés offre aux investisseurs des rendements significativement plus faibles qu'une politique d'investissement à montant forfaitaire (1 à 6% selon l'indice). De plus, les rendements et variances obtenus avec la politique DCA peuvent être réalisés avec une politique LS, si une partie de l'investissement initial est investi dans l'actif sans risque (bons du Trésor). Le DCA, donc, ne semble pas démontrer des caractéristiques propices à un investisseur qui cherche à maximiser l'espérance de sa richesse finale, mais cette stratégie pourrait intéresser des investisseurs qui ont une plus grande aversion à l'égard du risque.

En ce qui concerne le modèle conditionnel, les résultats les plus intéressants sont obtenus quand la règle de filtre est à 8% et l'intervalle d'investissement est de 12 mois. Ce modèle permet d'augmenter le rendement annuel moyen sur la période de 30 ans de 1 à 3,5% et de diminuer la variance entre 10 et 25% par rapport à la politique LS. Les rendements et les variances du modèle conditionnel sont comparable à ceux réalisés en appliquant le modèle de régression prévisionnel pour les deux indices obligataires, cependant, ce dernier modèle diminue largement la variance des rendements pour le S&P 500 et le TSE300.

BIBLIOGRAPHIE

Bank of Montreal, Mutual Funds Handbook, March 1997

Black, Fischer, et Myron Scholes. " From theory to a new financial product " *Journal of Finance*, 39 (May 1974), pp.400-412

Campbell, Lo, McKinlay, *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, Princeton, 1997.

Constantinides, George. "A note on the suboptimality of Dollar-Cost Averaging as an investment policy". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. XIV, No. 2, June 1979, 443-450.

Fama, French. "Business conditions and expected returns on stocks and bonds", *Journal of Financial Economics*, Vol. 25, 1989, 23-49.

Fuller, Kling. " Can regression-based models predict stock and bond returns?", *Journal of Financial Economics*, Spring 1994, 56-63.

Fuller, Kling. " Is the stock market predictable?", *Journal of Portfolio Management*, Summer 1990, 28-36.

Kahneman, D. et Tversky, A. "Prospect theory : An Analysis of decision making under Risk" , *Econometrica*, 1979, pp.263-265

Rozeff, M. "Lump-Sum investing versus Dollar-Averaging", *Journal of Portfolio management*, Winter 1994, 45-51.

Statman, M. "A Behavioral Framework for Dollar-Cost Averaging" , *Journal of Financial Economics*, Automne 1995

Annexe

Terminal Wealth and Standard Deviation for Investment in S&P 500 and Small-Firm Portfolio, 1926-1990

Tableau A1. S&P 500

Horizon		LS(u)	LS(a)	DCA	Ratio	Z-stat
2 months	Wealth	1.020	1.0152	1.0157	0.9996	2.53
	St. dev	0.0913	0.0697	0.0697	1.0000	
4 months	Wealth	1.0391	1.0291	1.0302	0.9910	1.07
	St. dev	0.1139	0.0847	0.0847	1.0000	
6 months	Wealth	1.0613	1.0395	1.0343	1.0050	2.10
	St. dev	0.1578	1.1016	0.1016	1.0000	
8 months	Wealth	1.0779	1.0543	1.0471	1.0068	2.74
	St. dev	0.1539	0.1072	0.1072	1.0000	
10 months	Wealth	1.0978	1.0654	1.0678	0.9997	2.04
	St. dev	0.1782	0.1191	0.1191	1.0000	
12 months	Wealth	1.1214	1.0777	1.0659	1.0111	1.86
	St. dev	0.2079	0.1331	1.1331	1.0000	

Tableau A2. Small Firms

Horizon		LS(u)	LS(a)	DCA	Ratio	Z-stat
2 months	Wealth	1.0280	1.0207	1.0186	1.0021	3.14
	St. dev	0.1494	0.1106	0.1106	1.000	
4 months	Wealth	1.0560	1.0373	1.0322	1.0050	0.79
	St. dev	0.2032	0.1351	0.1353	1.000	
6 months	Wealth	1.0880	1.0611	1.0348	1.0254	3.16
	St. dev	0.2826	0.1911	0.1961	1.000	
8 months	Wealth	1.1095	1.0764	1.0566	1.0187	2.94
	St. dev	0.2611	0.1822	0.1822	1.000	
10 months	Wealth	1.1332	1.1079	1.0980	1.0091	2.72
	St. dev	0.2994	0.1647	0.1647	1.000	
12 months	Wealth	1.1707	1.0982	1.0573	1.0387	3.10
	St. dev	0.3541	0.1918	0.1918	1.000	

Note : LS(a) denotes risk adjusted policy, LS(u) denotes unadjusted policy.