Université de Montréal

Département des sciences économiques

Rapport de Recherche de maîtrise:

28 août 2006

L'influence du risque spécifique des travailleurs sur les firmes : Une explication de la discrimination salariale.

Par

Julien Picault [1,2]

Directeur : Abraham Hollander [3]

Co-directeur : Yves Richelle [4]

---

[1] Courriel : julien_picault@hotmail.com

[2] J'aimerais particulièrement remercier Yves Richelle pour sa grande disponibilité et son implication personnelle dans ce rapport, j'aimerais aussi remercier David De Angelis et Marjolaine Gauthier-Loiselle pour leurs commentaires et suggestions en tant que contre rapporteur.

[3] Courriel : abraham.j.hollander@umontreal.ca

[4] Courriel : yves.richelle@umontreal.ca

Sommaire

Résumé

Ce papier cherche à introduire la variance spécifique à chaque catégorie de population comme un des déterminants de la discrimination sur le marché du travail. La démarche employée est la mise en place d'un modèle économique prenant en compte comme facteur différentiateur des catégories de travailleurs la variance de la productivité, afin de retrouver les constats de discrimination salariale. Le modèle a pour particularité de reprendre aussi bien des éléments du courant Beckérien que de la discrimination statistique tout en essayant le plus possible de s'éloigner des faiblesses de chacun d'eux. Le modèle met en avant l'implication de la différence entre les variances des catégories de travailleurs et l'influence aggravante qu'ont l'aversion au risque des firmes et le coût unitaire de production sur les discriminations au sein du marché du travail.

Table des illustrations

I. Introduction

D'un point de vue économique, de nombreuses recherches analytiques ont été menées sur le thème des discriminations salariales sur le marché du travail. Cette problématique fut énormément débattue depuis une quarantaine d'années et très vite un consensus s'est formé autour de la cause de cette discrimination et celle-ci depuis n'a été que très peu remise en cause. Et pourtant, bien que tout le monde semble s'être mis d'accord sur le fait que les discriminations ont majoritairement pour cause les stéréotypes négatifs des dirigeants des entreprises, les différentes politiques mises en place pour atténuer ces pratiques ne s'avèrent pas totalement efficace.

La justification économique de la discrimination salariale semble être problématique bien que l'on ne puisse remettre en cause que les stéréotypes négatifs fassent partie des causes de cette discrimination.

De plus, économiquement les effets observés peuvent sembler contradictoires. En effet, une entreprise maximisant son profit n'emploierait, à productivité égale, que des personnes discriminées, puisque la maximisation du profit imposerait pour une même quantité de travail de se tourner vers celui dont le coût du travail est le moins cher. Pourtant l'effet observé à notre époque est inverse à cette constatation, puisque même à salaire très largement inférieur, les populations discriminées souffrent encore d'une sous utilisation de leur force de travail et on observe une préférence évidente des firmes pour les populations dites « non discriminées ». Ceci pouvant apparaître comme un indice suggérant que le problème pour les firmes sur le marché du travail ne se limite pas à une simple maximisation de profit.

Le propos dans ce rapport sera de prendre en compte une composante de risque qui n'est pas au niveau du travailleur, mais au niveau de l'employeur et donc de modifier son problème de maximisation.

Pour illustrer ce propos, on peut penser tout naturellement au fait que les femmes peuvent prendre des congés de maternité ou encore que les travailleurs étrangers peuvent avoir des incitations à retourner dans leurs pays d'origine, etc., soit des risques spécifiques à des catégories de populations spécifiques. En effet, on peut aisément penser que ces risques soient donc facilement identifiables, différentiables, et ordonnables. Il peut donc sembler tout aussi évident que la firme les reporte directement sur sa décision d'embauche, puisque ce sont des caractères observables avant la décision et qui donc peuvent avoir un poids sur celle ci.

Le papier introduit un facteur de discrimination salariale, qui est un facteur multiplicatif du salaire pour les agents d'un type plus « risqués ». A partir de ceci, il a été établi les bornes de ce facteur de discrimination permettant d'assurer que la firme utilise les catégories de travailleurs présentes dans le modèle. De plus, le modèle détermine qu'il existe des valeurs de ce facteur de discrimination pour lesquels, le comportement optimal de la firme sera de n'employer des agents que d'une seule catégorie de travailleurs. Par ailleurs, il est montré l'influence négative que peut avoir l'aversion au risque de la firme, le salaire par unité de production et la valeur de la variance des agents appartenant à la catégorie de population la plus « risquée » sur la quantité d'agent, de ce même type, employée par la firme. Enfin, le modèle montre l'effet de ces trois mêmes variables sur les bornes du facteur de discriminations salariales. En effet, plus ces variables vont avoir une valeur élevée, plus les bornes vont se rapprocher de zéro, soit, plus il faudra que le facteur de discrimination soit proche de zéro pour que le comportement optimal de la firme soit d'utiliser des deux types d'agents.

II. Revue de la littérature

La question des discriminations salariales est très présente dans la littérature économique. Gary S. Becker fut l'un des premiers à poser les fondements de la théorie des discriminations sur le marché du travail dès 1957. Dans ces premiers articles Becker pose la base des recherches sur la discrimination partant de chose très simple mais pourtant bien novatrice à cette époque. Il commença par poser un coefficient de discrimination du marché : $MDC = \frac{\pi_w - \pi_b}{\pi_b}$, π étant le taux de salaire d'équilibre des catégories de population (avec b pour noir et w pour blanc). Par ailleurs, Becker essaye d'expliquer le paradoxe exposé ici même en introduction, qui ferait qu'une firme n'emploierait pas la population discriminée pourtant moins coûteuse. Pour ce faire, il pose l'hypothèse que le producteur ne maximise plus directement une fonction de profit. Le producteur maximise, dans son modèle, une fonction d'utilité ou le profit n'est qu'une simple composante au même titre que les critères de discrimination (dans l'article la couleur de la peau). On retrouve donc une fonction d'utilité : $U(\pi, B, W)$, le profit étant de la forme : $\pi = f(W + B) - w_W W - w_B B$. Cette fonction d'utilité étant croissante en W et π et décroissante en B. L'introduction de cette fonction d'utilité permet donc de donner une part d'explication à ce paradoxe.

Il paraît toutefois difficile d'accepter telle quelle cette hypothèse sans avoir identifié des explications claires concernant l'origine de cette discrimination de la part des décideurs des firmes.

Beaucoup de choses ont été écrites partant de cette hypothèse. Les modèles se sont complexifiés au fur et à mesure de l'avancement des études et notamment avec l'apport d'une approche plus psychologique pour justifier l'emploi d'une fonction d'utilité dans les modèles économiques, on peut notamment citer l'article : « Race, Amenities, and Psychic Income » de Kimenyi (1991), qui s'inscrit dans cette lignée. Dans cet article, l'auteur prend l'exemple des états du sud des Etats-Unis et justifie l'emploi de la fonction d'utilité par le maintien continu des vieilles traditions dans ces états. De plus, il décèle une différence dans les satisfactions professionnelles que peuvent ressentir les différentes catégories de population et ceci notamment du fait de la « discrimination positive ».

On peut par ailleurs parler d'un deuxième courant qui tenta d'expliquer les discriminations salariales s'opposant à celui initié par Becker (discrimination venant des préférences des firmes). Ce courant est celui initié par Phelps (1972) et Arrow (1973), et table sur une discrimination statistique. Cette discrimination statistique met plus l'accent sur les asymétries d'informations. En effet, il est très coûteux pour les entreprises de chercher des informations plus précises sur les candidats à l'embauche et celles-ci vont préférer se baser sur des caractéristiques facilement discernables (sexe, origine, etc.) pour choisir des catégories de population statistiquement plus productives. Arrow arrivait notamment à montrer qu'à l'équilibre la firme donnait des salaires différents pour le même travail. Ce courant permet de donner une explication tangible aux origines de la discrimination par opposition au courant « Beckérien ». On peut par ailleurs parler de deux importantes contributions sur ce courant de discrimination, à savoir, les études de Coate et Loury (1993) et Moro et Norman (2004). Coate et Loury ont cherchés à évaluer si les politiques publiques « affirmative action » ont un impact sur la discrimination statistique. Ils ont déterminé que ces politiques avaient un impact significatif sur les conséquences des stéréotypes négatifs, sans toutefois les effacer, mais qu'il s'accompagnait aussi d'un effet négatif sur les incitations des travailleurs bénéficiant de ses politiques et notamment sur l'acquisition des compétences nécessaires pour le travail. Moro et Norman ont repris le modèle de Coate et Loury en y ajoutant des variables exogènes et ont repris l'analyse sur des marchés concurrentiels comme cela l'était dans le papier d'Arrow. Ce modèle est un modèle d'équilibre général et rend possible des tests pour vérifier l'influence des politiques en terme de bien être social. Le modèle montre aussi que les incitations à acquérir du capital humain sont déterminées non seulement par les décisions des agents de sa propre catégorie mais aussi par les décisions des agents des autres catégories.

L'étude réalisée ici, ne s'inscrit dans aucun des deux grands courants d'explications des discriminations salariales, elle s'inspire des deux de part la reprise de la maximisation de l'utilité de la firme d'un coté et de l'autre par une différentiation statistique qui se fera en variance plutôt qu'en moyenne. Le but est de conserver l'hypothèse d'une productivité marginale et moyenne égale entre différentes catégories de travailleurs. En plus d'essayer de vérifier l'influence du risque spécifique du à la catégorie des travailleurs sur les décisions d'embauche des firmes, le but sera donc de justifier l'utilisation d'une fonction d'utilité comme le préconisait Becker et de recourir à l'attrait statistique des populations que préconisait Phelps et Arrow.

III. <u>Cadre de l'économie</u>

Notre économie comporte 2 types d'agent j (1 et 2). Chaque agent i de type j produit une quantité y_{ji}. Cette quantité produite y_{ji} est une variable aléatoire de moyenne $\overline{y}$ et d'écart-type σ_j. Les agents ont tous la même production moyenne et ne diffèrent donc que par l'écart-type de cette production. On supposera que les agents de type 1 ont un écart-type inférieur à celui des agents de type 2. Les travailleurs de type 2 sont donc plus « risqués » que ceux de type 1 dans le sens que leur productivité est plus variable. Le fait de supposer la même production moyenne pour les deux groupes permet d'isoler l'impact des différences dans les écarts-types. Cette hypothèse pourrait être relâchée sans conséquence pour l'analyse.

Les écarts-type sont supposés connus par la firme. La covariance entre les quantités produites par chaque agent quelque soit son type est supposée nulle. Cette hypothèse n'est pas forte puisque la variance est basée sur des caractéristiques spécifiques aux catégories de populations et donc nous pouvons supposer qu'elles n'ont pas d'influence inter-catégorie.

La firme est averse au risque et son utilité est fonction de la moyenne et de la variance du coût salarial. Elle cherche donc à maximiser son utilité sous la contrainte de produire au moins une quantité Q. Pour ce papier nous prendrons la fonction d'utilité suivante : $U(E(C);V(C)) = -[E(C)]^2 - \alpha[V(C)]^2$, le coût C s'exprime de la façon suivante :

$\sum_j\sum_i(w_{ji}l_{ji})$, avec w_{ji} le salaire horaire de l'agent i de type j et l_{ji} le nombre d'heure de travail de l'agent i de type j. On peut écrire l_{ji} comme θy_{ji}, soit que le temps de travail est fonction de la production. Par hypothèse, on posera θ=1. Le coût C s'exprimera dans l'analyse de la façon suivante : $\sum_j\sum_i(w_{ji}y_{ji})$. On pose les salaires tel que $w_{1i}=\overline{w}$ et $w_{2i}=\overline{w}\varepsilon$, avec $\varepsilon \in [0\,;1]$ le facteur de discrimination salariale.

La firme prend les salaires $\overline{w}$ et $\overline{w}\varepsilon$ comme donné et décide du nombre de travailleurs de type 1 et de type 2 qu'elle embauchera.

IV. Analyse et résultats

L'objectif de l'analyse est d'identifier un intervalle de valeurs pour le facteur de discrimination salariale, ε , pour lesquelles la firme choisira d'utiliser les deux types de travailleurs.

On pourra alors analyser l'impact de la variance des travailleurs de type 2 : $\sigma_2^{\ 2}$, du coût unitaire de production : $\overline{w}$ ainsi que de l'aversion au risque de la firme : α sur les bornes de cet intervalle.

1. Programme de maximisation

La fonction d'utilité $U(E(C);V(C))$ peut s'exprimer en fonction du nombre d'employés de chaque type comme (construction de la fonction d'utilité en appendice) :

$$u(n_1;n_2) = -w^2\left[n_1^{\ 2}\left(\alpha\overline{w}^2\sigma_1^{\ 4} + \overline{y}^2\right) + n_2^{\ 2}\left(\alpha\varepsilon^4\overline{w}^2\sigma_2^{\ 4} + \varepsilon^2\overline{y}^2\right) + 2n_1n_2\left(\alpha\overline{w}^2\sigma_1^{\ 2}\sigma_2^{\ 2}\varepsilon^2 + \varepsilon\overline{y}^2\right)\right] \quad (1)$$

Le programme de maximisation la firme est le suivant :

$$\max_{n_1,n_2} u(n_1;n_2)$$
$$s.c.\ \mathrm{E}\left(\sum_j\sum_{\mathrm{i}} \mathrm{y}_{\mathrm{ji}}\right) \geq \mathrm{Q}$$
$$n_1 \geq 0$$
$$n_2 \geq 0$$

Ce programme maximise l'utilité de la firme averse au risque en fonction du nombre de personnes employées de chaque catégorie, sous la contrainte de respecter la production déterminée par le marché.

Pour pouvoir faire la maximisation, on pose le Lagrangien :

$$L = u(n_1;n_2) + \lambda\left(\mathrm{E}\left(\sum_j\sum_{\mathrm{i}} \mathrm{y}_{\mathrm{ji}}\right) - \mathrm{Q}\right) + \xi_1 n_1 + \xi_2 n_2$$

Les conditions de premier ordre du problème de maximisation sont les suivantes :

$$\text{CPO :}\left|\begin{array}{l}
\dfrac{\partial u(n_1;n_2)}{\partial n_1}+\lambda\dfrac{\partial \mathrm{E}\left(\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{y}_{\mathrm{i}}\right)}{\partial n_1}+\xi_1=0 \qquad (2)\\[2ex]
\dfrac{\partial u(n_1;n_2)}{\partial n_2}+\lambda\dfrac{\partial \mathrm{E}\left(\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{y}_{\mathrm{i}}\right)}{\partial n_2}+\xi_2=0 \qquad (3)\\[2ex]
\mathrm{E}\left(\sum_j\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{y}_{\mathrm{ji}}\right)\geq \mathrm{Q}\,,\,\lambda\left(\mathrm{E}\left(\sum_j\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{y}_{\mathrm{ji}}\right)-\mathrm{Q}\right)=0\,,\,\lambda\geq 0\\[2ex]
n_1\geq 0\,,\,\xi_1 n_1=0\,,\,\xi_1\geq 0\\[2ex]
n_2\geq 0\,,\,\xi_2 n_2=0\,,\,\xi_2\geq 0
\end{array}\right.$$

Par définition, on a :

$$\mathrm{E}\left(\sum_j\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{y}_{\mathrm{ji}}\right)=(\mathrm{n}_1+\mathrm{n}_2)\overline{y}$$

Ce qui implique que :

$$\frac{\partial \mathrm{E}\left(\sum_j\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{y}_{\mathrm{ji}}\right)}{\partial n_1}=\frac{\partial \mathrm{E}\left(\sum_j\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{y}_{\mathrm{ji}}\right)}{\partial n_2}=\overline{y} \qquad (4)$$

En tenant compte de (4), les conditions de (2) et (3) conduisent à :

$$\frac{\partial u(n_1;n_2)}{\partial n_1}+\xi_1=\frac{\partial u(n_1;n_2)}{\partial n_2}+\xi_2 \qquad (5)$$

Il est clair que $n_1=n_2=0$ n'est pas une solution puisque cela ne permet pas de satisfaire la contrainte de production de la quantité Q. Nous aurons donc trois types de solution, à savoir une solution où $n_1=0$, une solution où $n_2=0$ et une solution où n_1 et n_2 sont strictement positifs. D'autre part, il est facile de vérifier qu'à la solution la contrainte de production est satisfaite à l'égalité, c'est-à-dire $\left(n_1+n_2\right)=\frac{Q}{\overline{y}}$.

Le premier type de solution avec $n_1=0$ sera obtenu lorsque :

$$\xi_1=\frac{\partial u\left(0;Q/\overline{y}\right)}{\partial n_2}-\frac{\partial u\left(0;Q/\overline{y}\right)}{\partial n_1}\geq 0 \tag{6}$$

A partir de la définition de la fonction $u\left(n_1;n_2\right)$ donnée en (1), il est facile de vérifier que :

$$\frac{\partial U\left(n_1;n_2\right)}{\partial n_1}=-w^2\left[2n_1\left(\alpha\overline{w}^2\sigma_1{}^4+\overline{y}^2\right)+2n_2\left(\alpha\overline{w}^2\sigma_1{}^2\sigma_2{}^2\varepsilon^2+\varepsilon\overline{y}^2\right)\right] \tag{7}$$

$$\frac{\partial U\left(n_1;n_2\right)}{\partial n_2}=-w^2\left[2n_2\left(\alpha\varepsilon^4\overline{w}^2\sigma_2{}^4+\varepsilon^2\overline{y}^2\right)+2n_1\left(\alpha\overline{w}^2\sigma_1{}^2\sigma_2{}^2\varepsilon^2+\varepsilon\overline{y}^2\right)\right] \tag{8}$$

La condition (6) s'écrit donc :

$A(\varepsilon)\leq 0$

avec

$$A(\varepsilon)=\varepsilon^4\alpha\frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\sigma_2{}^4+\varepsilon^2-\alpha\frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\sigma_1{}^2\sigma_2{}^2\varepsilon^2-\varepsilon \tag{9}$$

Le deuxième type de solution avec $n_2=0$ sera obtenu lorsque :

$$\xi_2=\frac{\partial u\left(0;Q/\overline{y}\right)}{\partial n_1}-\frac{\partial u\left(0;Q/\overline{y}\right)}{\partial n_2}\geq 0 \tag{10}$$

En tenant compte des conditions (7) et (8), la condition (10) peut se réécrire comme suit :

$$B(\varepsilon) \leq 0$$

avec

$$B(\varepsilon) = \alpha \frac{\bar{w}^2}{\bar{y}^2} \sigma_1^{\ 4} + 1 - \alpha \frac{\bar{w}^2}{\bar{y}^2} \sigma_1^{\ 2} \sigma_2^{\ 2} \varepsilon^2 - \varepsilon$$

Le troisième type de solution, celui où n_1 et n_2 sont strictement positifs sera obtenu lorsque $A(\varepsilon) > 0$ et $B(\varepsilon) > 0$. Dans ce cas la solution $n_1{*}$ et $n_2{*}$ devra satisfaire les conditions suivantes :

$$\left| \begin{array}{ll} \dfrac{\partial u(n_1{*};n_2{*})}{\partial n_1} = \dfrac{\partial u(n_1{*};n_2{*})}{\partial n_2} & \qquad (11) \\[2em] (n_1{*} + n_2{*}) = \dfrac{Q}{\bar{y}} & \qquad (12) \end{array} \right.$$

2. Résultats

Résultat 1 :

Il existe $\varepsilon_1{*} \in \left]\sigma_1/\sigma_2, 1\right[$ tel que $\forall \varepsilon \geq \varepsilon_1{*}$, le choix optimal de la firme sera $n_1{*} = Q/\overline{y}$ et $n_2{*} = 0$.

Preuve :

À partir de la définition de la fonction $B(\varepsilon)$, on obtient

$$B(0) = \alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \sigma_1^4 + 1 > 0$$

$$B(\sigma_1/\sigma_2) = 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} > 0$$

$$B(1) = \alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \sigma_1^2 (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) < 0$$

Comme $B(\varepsilon)$ est une fonction continue de ε, ces propriétés impliquent qu'il existe au moins une valeur de ε telle que $B(\varepsilon) = 0$. De plus, il est facile d'obtenir que

$$B'(\varepsilon) = -2\alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \sigma_1^2 \sigma_2^2 \varepsilon - 1 < 0$$

$$B''(\varepsilon) = -2\alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \sigma_1^2 \sigma_2^2 < 0$$

$B(\varepsilon)$ est donc décroissante et concave. Ceci implique d'une part qu'il existe une seule valeur de ε, appelée ε_1*, telle que $B(\varepsilon)$ soit égale à 0. D'autre part, comme $B(\varepsilon)$ est décroissante, $B(\varepsilon)$ sera négative pour tout ε supérieur à ε_1*. Le résultat 1 est donc prouvé.

Graphiquement on peut représenter la fonction $B(\varepsilon)$ comme suit

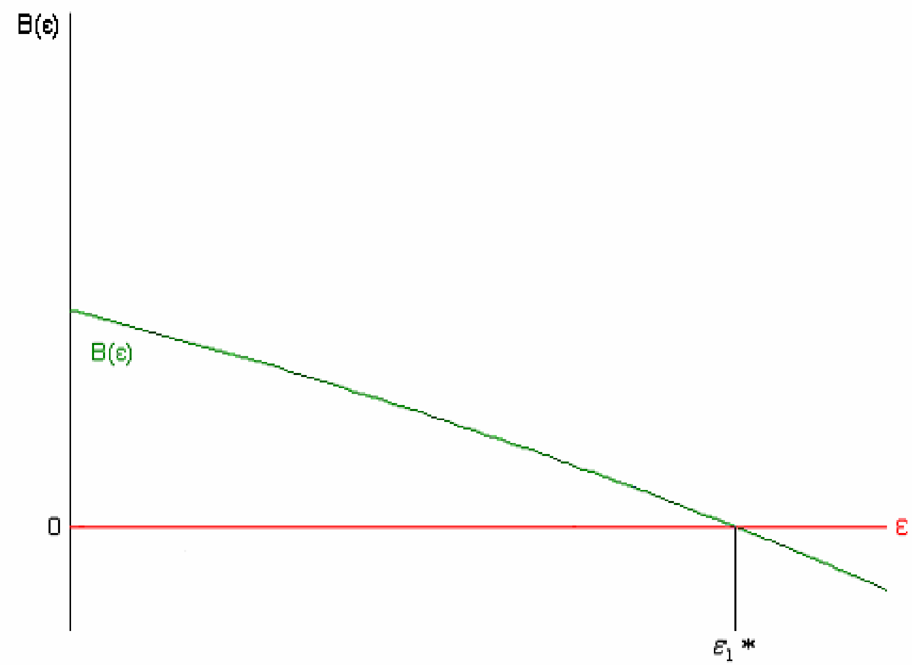

Figure 1 : Existence de ε_1 *

Le premier résultat montre que si le facteur de discrimination salariale est faible (ε proche de 1), alors le choix optimal d'une firme sera de n'employer que des travailleurs venant de la catégorie la moins « risquée », délaissant totalement la catégorie la plus « risquée ». Ceci est du au fait que la compensation pour le risque pris pour engager des agents de types 2 est moins importante que la valeur que représente la première unité de risque additionnelle pour la firme.

Résultat 2 :
Il existe $\varepsilon_2{*} > \sigma_1/\sigma_2$ tel que $\forall \varepsilon \leq \varepsilon_2{*}$, le choix optimal de la firme sera $n_1{*} = 0$ et $n_2{*} = Q/\bar{y}$.

Preuve :

À partir de la définition de la fonction $A(\varepsilon)$, on obtient

$$A(0) = 0$$

$$A(\sigma_1/\sigma_2) = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1\right) < 0$$

$$A(1) = \alpha \frac{\bar{w}^2}{\bar{y}^2}\sigma_2^{\,2}(\sigma_2^{\,2} - \sigma_1^{\,2}) > 0$$

On peut de plus vérifier que

$$A'(\varepsilon) = 4\varepsilon^3 \alpha \frac{\bar{w}^2}{\bar{y}^2}\sigma_2^{\,4} + 2\varepsilon\left(1 - \alpha \frac{\bar{w}^2}{\bar{y}^2}\sigma_1^{\,2}\sigma_2^{\,2}\right) - 1$$

$$A''(\varepsilon) = \frac{A'(\varepsilon)}{\varepsilon} + 8\varepsilon^2 \alpha \left(\frac{\bar{w}}{\bar{y}}\right)^2 + \frac{1}{\varepsilon}$$

On remarque que $A'(0)$ est strictement négatif et que $A''(\varepsilon)$ est strictement positif pour toute valeur de ε telle que $A'(\varepsilon)$ est positif ou nul. Ceci implique donc qu'il existe une seule valeur ε différente de 0, appelée ε_2*, telle que $A(\varepsilon)$ est égal à 0. De plus, on aura que ε_2* est strictement supérieur à σ_1/σ_2 puisque $A\left(\sigma_1/\sigma_2\right)$ est strictement négatif.

Graphiquement on peut représenter la fonction $A(\varepsilon)$ comme suit

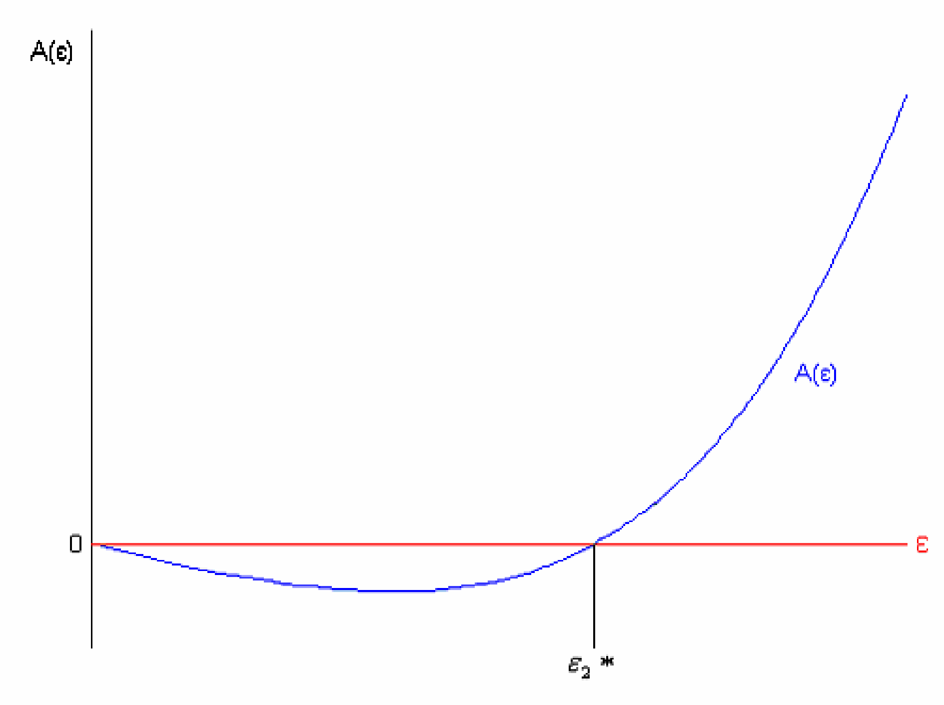

Figure 2 : Existence de ε_2 *

Ce second résultat montre que si le facteur de discrimination salariale est fort (ε proche de 0), alors le choix optimal d'une firme sera de n'employer que des travailleurs venant de la catégorie la plus « risquée », délaissant totalement la catégorie la moins « risquée ». Ceci est du au fait qu'il est possible d'avoir une diminution dans le salaire des travailleurs de type 2 qui est plus que suffisante pour compenser le risque supplémentaire pour la firme d'engager ce type de travailleur.

Résultat 3 :
On a $\varepsilon_2 * < \varepsilon_1 *$ et la firme décidera d'employer les deux types de travailleurs pour tout $\varepsilon \in \left]\varepsilon_1 *, \varepsilon_2 *\right[$. De plus $n_1 *$ et $n_2 *$ seront donnés par : $n_1 * = \left[1 + \frac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}\right]^{-1} \frac{Q}{\overline{y}}$ et $n_2 * = \left[1 + \frac{A(\varepsilon)}{B(\varepsilon)}\right]^{-1} \frac{Q}{\overline{y}}$.

Preuve :

Le graphique suivant illustre la situation :

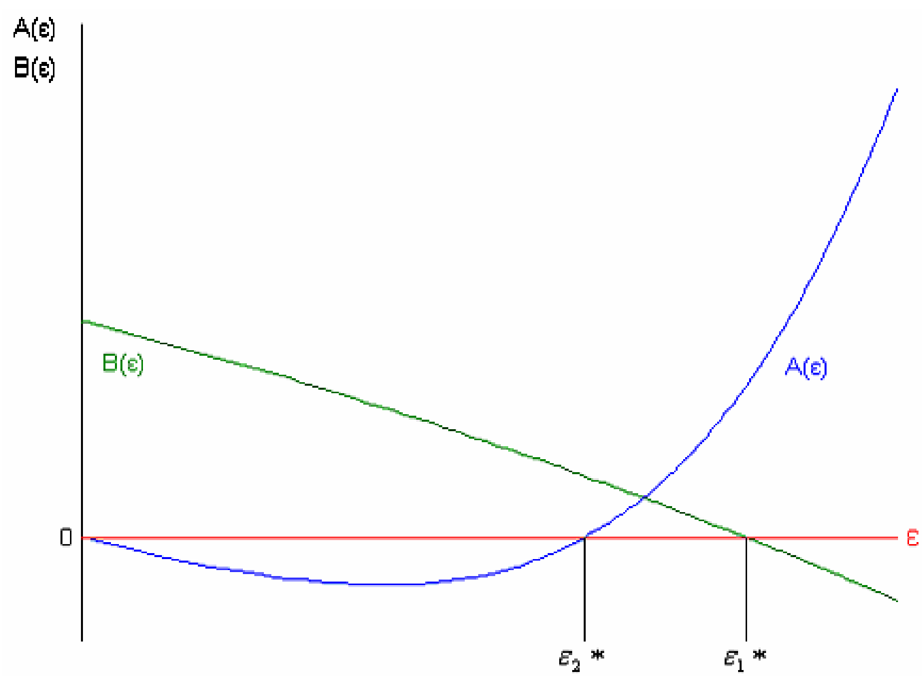

Figure 3 : Existence de l'optimalité d'engager les deux types d'agent.

Afin de s'assurer qu'ils existent bien deux primes, il faut donc s'assurer que $A(\varepsilon_1 *)$ est bien positif. On procédera de manière numérique en posant σ_1 =1 et en examinant la valeur de $A(\varepsilon_1 *)$ pour l'ensemble des valeurs possibles pour σ_2 et pour $\bar{w}/\bar{y}$. Le graphique suivant montre que $A(\varepsilon_1 *)$ est bien strictement positif pour l'ensemble des valeurs possibles pour σ_2 et pour $\bar{w}/\bar{y}$.

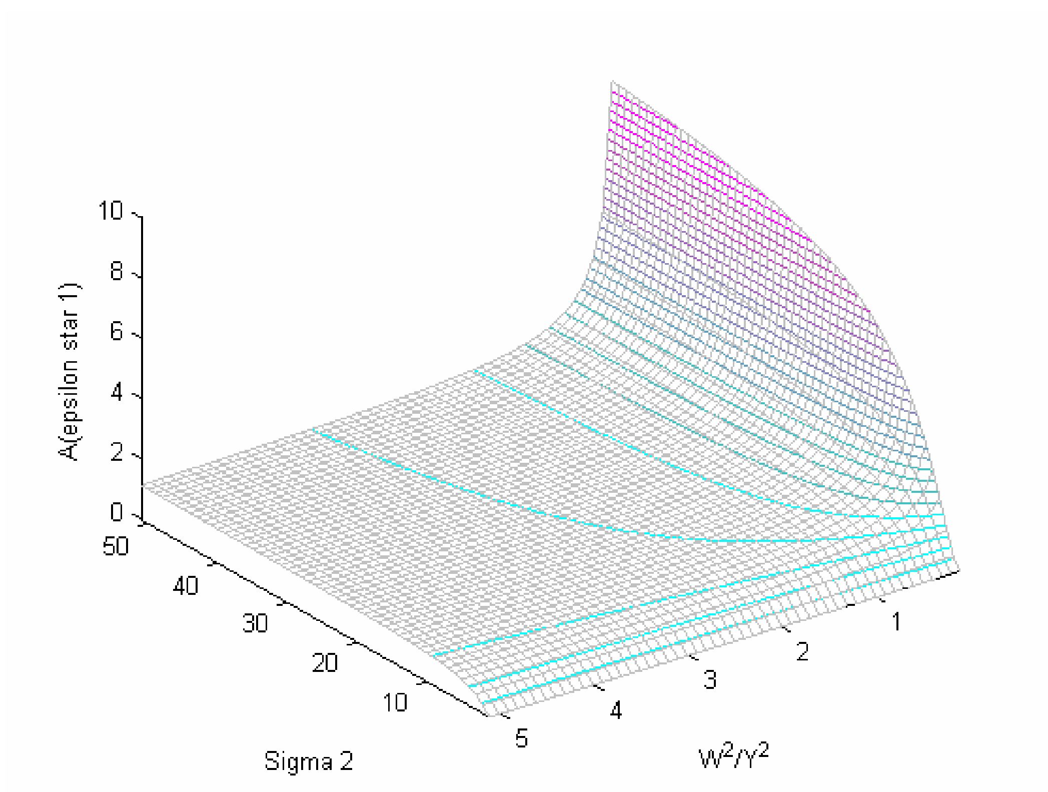

Figure 4 : Existence des deux primes de risque

Ceci permet d'affirmer que $\varepsilon_2 * < \varepsilon_1 *$ puisque la fonction $A(\varepsilon)$ est négative puis positive et aura donc croisé 0 avant $\varepsilon = \varepsilon_1 *$.

Par suite, on peut retrouver les valeurs de n_1 * et n_2 * de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dfrac{n_2 *}{n_1 *} = \dfrac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)} \\ n_1 * + n_2 * = \dfrac{Q}{\overline{\overline{y}}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 * = \left[1 + \dfrac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}\right]^{-1} \dfrac{Q}{\overline{\overline{y}}} \\ n_2 * = \left[1 + \dfrac{A(\varepsilon)}{B(\varepsilon)}\right]^{-1} \dfrac{Q}{\overline{\overline{y}}} \end{cases}$$

Ces valeurs nous permettent de comprendre l'évolution des quantités de travailleurs, de chaque groupe, employés par la firme par rapport à $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$. n_1 * croît avec $A(\varepsilon)$ et décroît avec $B(\varepsilon)$, inversement n_2 * décroît avec $A(\varepsilon)$ et croît avec $B(\varepsilon)$. Ceci nous servira à comprendre l'évolution des quantités de travailleurs de chaque groupe, en fonction des variables σ_2, $\dfrac{\overline{w}}{\overline{\overline{y}}}$ et α .

Suite à ces trois premiers résultats, voici une figure résumant les 3 situations concernant les répartitions des catégories de travailleurs :

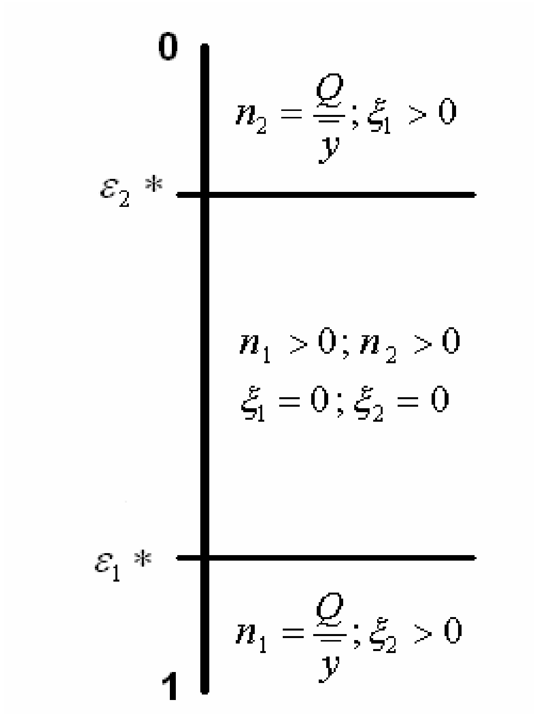

Figure 5 : Répartition des deux types d'agent selon la valeur de la prime.

Résultat 4 :
$\forall \varepsilon \in \left]\varepsilon_1 *, \varepsilon_2 *\right[$, une augmentation de σ_2 conduira à une diminution de $n_2 *$ et une augmentation de $n_1 *$.

Preuve :

Les dérivées partielles de $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ par rapport à $\sigma_2{}^2$ sont :

- $$\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \sigma_2{}^2} = \alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \varepsilon^2 \left(2\varepsilon^2 \sigma_2{}^2 - \sigma_1{}^2\right)$$

- $$\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \sigma_2{}^2} = -\alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \sigma_1{}^2 \varepsilon^2 < 0$$

Par ailleurs la dérivée de $A(\varepsilon)$ par rapport à $\sigma_2{}^2$ est croissante par rapport à σ_2^2 et cette

dérivée évaluée au point $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ s'écrit comme suit

$$\frac{\partial A\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}{\partial \sigma_2{}^2} = \alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \frac{\sigma_1{}^4}{\sigma_2{}^2} > 0$$

Ceci nous permet donc d'affirmer que $\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \sigma_2} > 0, \forall \varepsilon$ tel que $A(\varepsilon) \geq 0$, puisque, d'après le

Résultat 2, $\varepsilon_2 * \geq \sigma_1 / \sigma_2$ et $A(\varepsilon)$ est positif pour tout ε plus grand que ε_2*.

On obtient donc

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \sigma_2} > 0, \forall \varepsilon \text{ tel que } A(\varepsilon) \geq 0 \\ \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \sigma_2} < 0, \forall \varepsilon \text{ tel que } B(\varepsilon) \geq 0 \end{array}\right.$$

À partir du résultat 3, on sait que $n_1 *$ est décroissant en $\frac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}$ et que $n_2 *$ est croissant en $\frac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}$. La preuve du résultat est donc complète.

L'augmentation du risque inhérent aux agents de types 2 aura pour conséquence de diminuer le nombre de personnes embauchées dans cette catégorie de population et d'augmenter les agents de type 1 employés pour satisfaire la contrainte de production. C'est bien l'effet auquel on s'attendait puisque ici, les agents de type 2 se trouvent dévalorisés et donc la firme échangera tout ou partie de ses agents de type 2 contre des agents de type 1.

Résultat 5 :
$\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$ sont décroissants en σ_2 et $\varepsilon_1 * = \varepsilon_2 * = 1$ si $\sigma_2 = \sigma_1$.

Preuve :

Prenons les différentielles totales des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ en considérant σ_2 comme une variable :

$$A(\varepsilon) = \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon$$

$$B(\varepsilon) = \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon$$

On peut donc écrire

$$\left[\begin{array}{l} \left. \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{A(\varepsilon)=0} d\varepsilon_2 * = 0 \\ \left. \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{B(\varepsilon)=0} d\varepsilon_1 * = 0 \end{array} \right.$$

D'où

$$\left[\begin{array}{l} \frac{d\varepsilon_1 *}{d\sigma_2} = - \left. \frac{\partial A(\varepsilon)/\partial \sigma_2}{\partial A(\varepsilon)/\partial \varepsilon} \right|_{A(\varepsilon)=0} \\ \frac{d\varepsilon_2 *}{d\sigma_2} = - \left. \frac{\partial B(\varepsilon)/\partial \sigma_2}{\partial B(\varepsilon)/\partial \varepsilon} \right|_{B(\varepsilon)=0} \end{array} \right.$$

On a vu précédemment dans les résultats 1 et 4 qu'à proximité d' $\varepsilon_1 *$, $\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \sigma_2}$ et $\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ sont strictement positifs, ce qui permet d'affirmer que $\frac{d\varepsilon_1 *}{d\sigma_2}$ et donc qu' $\varepsilon_1 *$ est décroissant en σ_2. De plus, on a vu que dans les résultats 2 et 4 qu'à proximité d' $\varepsilon_2 *$,

$\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \sigma_2}$ et $\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ sont strictement négatifs, ce qui permet d'affirmer que $\frac{d\varepsilon_2 *}{d\sigma_2}$ est négatif et donc qu' $\varepsilon_2 *$ est décroissant en σ_2.

La figure suivante montre l'influence d'une augmentation de σ_2 sur les fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ et donc sur $\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$. $\overline{A}(\varepsilon)$ et $\overline{B}(\varepsilon)$ étant les valeurs des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ après l'augmentation de σ_2.

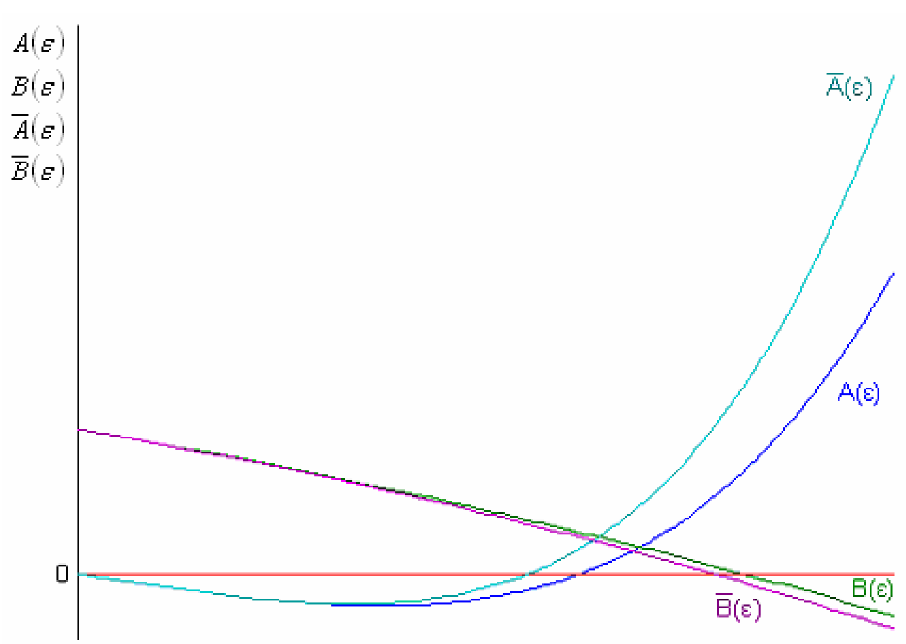

Figure 6 : Influence de l'augmentation du risque des agents de type 2

Un accroissement du risque des agents de type 2 aura pour effet de réduire la valeur des 2 primes $\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$. Cela aura donc pour effet que la firme aura besoin d'un coefficient de discrimination plus proche de zéro pour, dans un premier temps, commencer à employer ce type d'agent, puis pour renoncer à utiliser les agents de type 1. Ceci confirme donc le fait de l'influence de la différence de risque entre les catégories de populations dans la décision d'embauche des firmes.

Par suite, si $\sigma_2 = \sigma_1 = \sigma$, les fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ s'écrivent comme suit

- $A(\varepsilon)\Big|_{\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma} = \varepsilon^2 \alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \sigma^4 \left(\varepsilon^2 - 1\right) + \varepsilon^2 - \varepsilon$
- $B(\varepsilon)\Big|_{\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma} = \alpha \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \sigma^4 \left(1 - \varepsilon^2\right) + 1 - \varepsilon$

A partir de ces deux équations et de la forme des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ définies dans les Résultats 1 et 2 on retrouve $\varepsilon_1 * = \varepsilon_2 * = 1$.

Ce résultat confirme l'importance de la différentiation en variance qui a été faite en hypothèse dans la discrimination salariale ayant pour cause les risques spécifiques des catégories de travailleurs. En effet, si l'ont ne fait pas cette différentiation les bornes du facteur de discrimination sont confondues et égales à 1. Ceci indique que sans cette différentiation, la firme ne ferait pas de différence entre les différentes catégories de travailleurs.

<u>Résultat 6</u> :

$\forall \varepsilon \in \left] \varepsilon_1 *, \varepsilon_2 * \right[$, une augmentation de $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$ conduira à une diminution de $n_2 *$ et une augmentation de $n_1 *$.

<u>Preuve</u> :

Les dérivées partielles de $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ par rapport à $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$ sont :

- $$\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \left(\dfrac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \right)} = \alpha\varepsilon^4 \sigma_2{}^4 - \alpha\sigma_1{}^2 \sigma_2{}^2 \varepsilon^2 = \alpha\varepsilon^2 \sigma_2{}^4 \left(\varepsilon^2 - \frac{\sigma_1{}^2}{\sigma_2{}^2} \right)$$

- $$\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \left(\dfrac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2} \right)} = \alpha\sigma_1{}^4 - \alpha\sigma_1{}^2 \sigma_2{}^2 \varepsilon^2 = \alpha\sigma_1{}^2 \sigma_2{}^2 \left(\frac{\sigma_1{}^2}{\sigma_2{}^2} - \varepsilon^2 \right)$$

Par ailleurs la dérivée de $A(\varepsilon)$ par rapport à $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$ est décroissante puis croissante, la dérivée de $B(\varepsilon)$ par rapport à $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$ est croissante puis décroissante et ces dérivées évaluées au point $\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$ s'écrivent comme suit

$$\frac{\partial A(\sigma_1/\sigma_2)}{\partial \left(\overline{w}^2 / \overline{y}^2 \right)} = \frac{\partial B(\sigma_1/\sigma_2)}{\partial \left(\overline{w}^2 / \overline{y}^2 \right)} = 0 .$$

Ceci nous permet donc d'affirmer que $\dfrac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} > 0, \forall \varepsilon$ tel que $A(\varepsilon) \geq 0$ puisque, d'après le Résultat 2, $\varepsilon_2 * \geq \sigma_1/\sigma_2$ et $A(\varepsilon)$ est positif pour tout ε plus grand que ε_2*. Par ailleurs on peut affirmer que $\dfrac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} < 0, \ \forall \varepsilon$ tel que $B(\varepsilon) \geq 0$ puisque, d'après le Résultat 1,

$\varepsilon_1 * \geq \sigma_1 / \sigma_2$ et $B(\varepsilon)$ est négatif pour tout ε plus grand que ε_1*.

On obtient donc

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} > 0, \forall \varepsilon \text{ tel que } A(\varepsilon) \geq 0 \\ \dfrac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} < 0, \forall \varepsilon \text{ tel que } B(\varepsilon) \geq 0 \end{cases}$$

À partir du résultat 3, on sait que $n_1 *$ décroissant en $\dfrac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}$ et que $n_2 *$ croissant en $\dfrac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}$.

La preuve du résultat est donc complète.

Une augmentation de $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$ est une hausse du coût unitaire de production relativement à la productivité moyenne d'un agent. Ceci montre l'importance du montant de la rémunération sur la répartition des travailleurs. Plus la rémunération unitaire sera importante, moins la firme préférera employer des agents de type 2. En effet, la firme sera moins encline à prendre un risque supplémentaire si le la rémunération du travailleur est haute. On retrouve cela du fait que $\overline{w}$ évolue positivement par rapport à $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$. Par ailleurs, la firme se montrera moins difficile envers les agents de type 2, si la productivité moyenne des agents est plus élevée, ceci est du au fait que $\overline{y}$ évolue négativement par rapport $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$.

Résultat 7 :

$\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$ sont décroissant en $\frac{\overline{w}}{\overline{y}}$.

Preuve :

Prenons les différentielles totales des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ en considérant $\frac{\overline{w}}{\overline{y}}$ comme une variable :

$$A(\varepsilon) = \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} d\,\overline{w}/\overline{y} + \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon$$

$$B(\varepsilon) = \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} d\,\overline{w}/\overline{y} + \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon$$

On peut donc écrire

$$\begin{cases} \left.\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} d\,\overline{w}/\overline{y} + \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right|_{A(\varepsilon)=0} d\varepsilon_2 * = 0 \\ \left.\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}} d\,\overline{w}/\overline{y} + \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right|_{B(\varepsilon)=0} d\varepsilon_1 * = 0 \end{cases}$$

D'où

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon_1 *}{d\,\overline{w}/\overline{y}} = -\left.\frac{\partial A(\varepsilon)/\partial \overline{w}/\overline{y}}{\partial A(\varepsilon)/\partial \varepsilon}\right|_{A(\varepsilon)=0} \\ \frac{d\varepsilon_2 *}{d\,\overline{w}/\overline{y}} = -\left.\frac{\partial B(\varepsilon)/\partial \overline{w}/\overline{y}}{\partial B(\varepsilon)/\partial \varepsilon}\right|_{B(\varepsilon)=0} \end{cases}$$

On a vu précédemment dans les résultats 1 et 6 qu'à proximité d' $\varepsilon_1 *$, $\dfrac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}}$ et $\dfrac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ sont strictement positifs, ce qui permet d'affirmer que $\dfrac{d\varepsilon_1 *}{d\,\overline{w}/\overline{y}}$ et donc qu' $\varepsilon_1 *$ est décroissant en $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$. De plus on a vu que dans les résultats 2 et 6 qu'à proximité d' $\varepsilon_2 *$, $\dfrac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \overline{w}/\overline{y}}$ et $\dfrac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ sont strictement négatifs, ce qui permet d'affirmer que $\dfrac{d\varepsilon_2 *}{\partial \overline{w}/\overline{y}}$ est négatif et donc qu' $\varepsilon_2 *$ est décroissant en $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$.

La figure suivante montre l'influence d'une augmentation de $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$ sur les fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ et donc sur $\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$. $\overline{A}(\varepsilon)$ et $\overline{B}(\varepsilon)$ étant les valeurs des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ après l'augmentation de $\dfrac{\overline{w}}{\overline{y}}$.

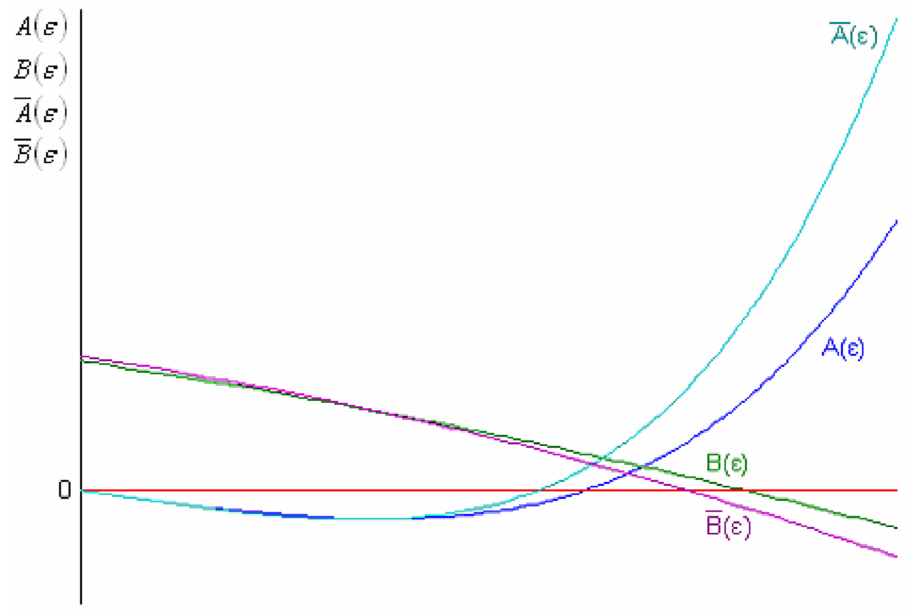

Figure 7 : Influence de l'augmentation de $\frac{\overline{w}}{\overline{y}}$

Un accroissement du ratio salaire unitaire sur production moyenne unitaire aura pour effet de réduire les valeurs de $\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$. Cela aura donc pour effet que la firme aura besoin d'un coefficient de discrimination plus proche de zéro pour, dans un premier temps, commencer à employer ce type d'agent, puis pour renoncer à utiliser les agents de type 1. Ce ratio renforce donc l'influence de la différence des variances. Cela s'explique par le fait que plus le coût de production unitaire est élevé, plus la firme voudra être compensé pour le risque qu'elle prend qu'en à sa production, mais, si la productivité moyenne est élevé alors celle-ci aura besoin d'une compensation moindre.

Résultat 8 :
$\forall \varepsilon \in \left] \varepsilon_1 *, \varepsilon_2 * \right[$, une augmentation de α conduira à une diminution de $n_2 *$ et une augmentation de $n_1 *$.

Preuve :

Les dérivées partielles de $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ par rapport à α sont :

- $$\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial(\alpha)} = \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\varepsilon^4\sigma_2^{\,4} - \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\sigma_1^{\,2}\sigma_2^{\,2}\varepsilon^2 = \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\varepsilon^2\sigma_2^{\,4}\left(\varepsilon^2 - \frac{\sigma_1^{\,2}}{\sigma_2^{\,2}}\right)$$

- $$\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial(\alpha)} = \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\sigma_1^{\,4} - \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\sigma_1^{\,2}\sigma_2^{\,2}\varepsilon^2 = \frac{\overline{w}^2}{\overline{y}^2}\sigma_1^{\,2}\sigma_2^{\,2}\left(\frac{\sigma_1^{\,2}}{\sigma_2^{\,2}} - \varepsilon^2\right)$$

Par ailleurs la dérivée de $A(\varepsilon)$ par rapport à α est décroissante puis croissante par rapport à α, la dérivée de $B(\varepsilon)$ par rapport à α est croissante puis décroissante et ces dérivées évaluées au point $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ s'écrivent comme suit

$$\frac{\partial A(\sigma_1/\sigma_2)}{\partial\alpha} = \frac{\partial B(\sigma_1/\sigma_2)}{\partial\alpha} = 0.$$

Ceci nous permet donc d'affirmer que $\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial\alpha} > 0, \forall\varepsilon$ tel que $A(\varepsilon) \geq 0$ puisque, d'après le Résultat 2, $\varepsilon_2 * \geq \sigma_1/\sigma_2$ et $A(\varepsilon)$ est positif pour tout ε plus grand que ε_2*. Par ailleurs on peut affirmer que $\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial\alpha} < 0, \ \forall\varepsilon$ tel que $B(\varepsilon) \geq 0$ puisque, d'après le Résultat 1, $\varepsilon_1 * \geq \sigma_1/\sigma_2$ et $B(\varepsilon)$ est négatif pour tout ε plus grand que ε_1*.

On obtient donc

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \alpha} > 0, \forall \varepsilon \text{ tel que } A(\varepsilon) \geq 0 \\ \dfrac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \alpha} < 0, \forall \varepsilon \text{ tel que } B(\varepsilon) \geq 0 \end{cases}$$

À partir du résultat 3, on sait que n_1* décroissant en $\dfrac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}$ et que n_2* croissant en $\dfrac{B(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}$.

La preuve du résultat est donc complète.

On remarque que plus la firme est averse au risque moins elle portera son choix sur des agents de type 2, puisque son coût en utilité est plus fort avec une aversion au risque plus forte.

Résultat 9 :
$\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$ sont décroissant en α et $\varepsilon_1 * = \varepsilon_2 * = 1$ si $\alpha = 0$.

Preuve :

Prenons les différentielles totales des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ en considérant α comme une variable :

$$A(\varepsilon) = \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon$$

$$B(\varepsilon) = \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon$$

On peut donc écrire

$$\begin{cases} \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \alpha} d\alpha + \left.\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right|_{A(\varepsilon)=0} d\varepsilon_2 * = 0 \\ \frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \alpha} d\alpha + \left.\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right|_{B(\varepsilon)=0} d\varepsilon_1 * = 0 \end{cases}$$

D'où

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon_2 *}{d\alpha} = -\left.\frac{\partial A(\varepsilon)/\partial \alpha}{\partial A(\varepsilon)/\partial \varepsilon}\right|_{A(\varepsilon)=0} \\ \\ \frac{d\varepsilon_1 *}{d\alpha} = -\left.\frac{\partial B(\varepsilon)/\partial \alpha}{\partial B(\varepsilon)/\partial \varepsilon}\right|_{B(\varepsilon)=0} \end{cases}$$

On a vu précédemment dans les résultats 1 et 8 qu'à proximité d' $\varepsilon_1 *$, $\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \alpha}$ et $\frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ sont strictement positifs, ce qui permet d'affirmer que $\frac{d\varepsilon_1 *}{d\alpha}$ et donc qu' $\varepsilon_1 *$ est décroissant en α. De plus on a vu que dans les résultats 2 et 8 qu'à proximité d' $\varepsilon_2 *$,

$\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \alpha}$ et $\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}$ sont strictement négatifs, ce qui permet d'affirmer que $\frac{d\varepsilon_2 *}{\partial \alpha}$ est négatif et donc qu' $\varepsilon_2 *$ est décroissant en α.

La figure suivante montre l'influence d'une augmentation de α sur les fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ et donc sur $\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$. $\overline{A}(\varepsilon)$ et $\overline{B}(\varepsilon)$ étant les valeurs des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ après l'augmentation de α

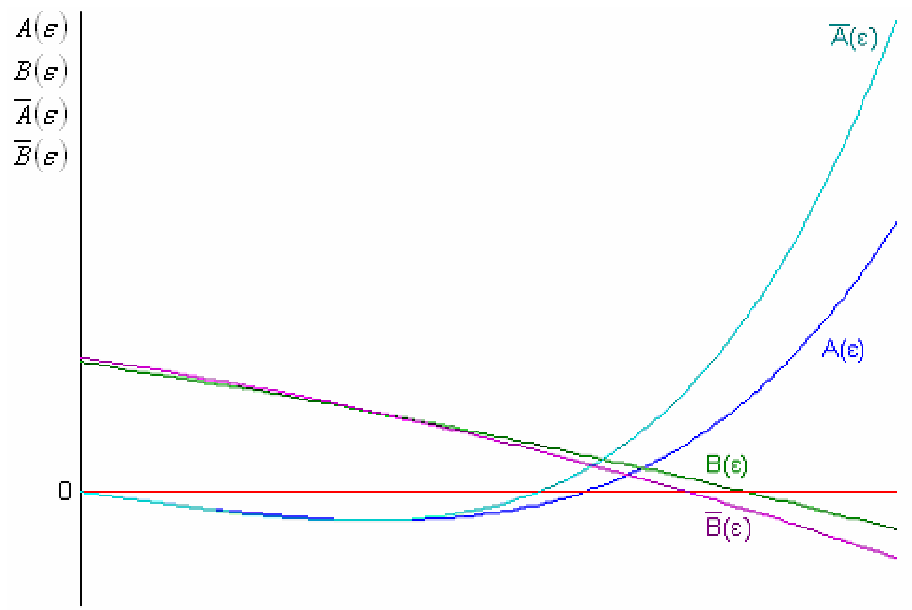

Figure 8 : Influence de l'augmentation de α

Un accroissement de l'aversion au risque de la firme aura pour effet de réduire les valeurs de $\varepsilon_1 *$ et $\varepsilon_2 *$: plus la firme est averse au risque, plus elle aura besoin de compensation salariale pour commencer à employer les agents de type 2 et pour renoncer à employer des agents de type 1.

Par suite, si α =0, les fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ s'écrivent comme suit

- $A(\varepsilon)\Big|_{\alpha=0} = (\varepsilon - 1)\varepsilon$
- $B(\varepsilon)\Big|_{\alpha=0} = 1 - \varepsilon$

A partir de ces deux équations et de la forme des fonctions $A(\varepsilon)$ et $B(\varepsilon)$ définies dans les Résultats 1 et 2 on retrouve $\varepsilon_1 * = \varepsilon_2 * = 1$.

Ce résultat montre l'importance de l'aversion au risque de la firme dans la discrimination salariale ayant pour cause les risques spécifiques des catégories de travailleurs. En effet tout d'abord si la firme est neutre au risque alors les bornes du facteur de discrimination sont confondues et égales à 1. Ceci indique qu'il n'est pas nécessaire que les salaires soient différents pour que la firme emploie des deux catégories de travailleurs et que si les salaires sont différents, elle n'engagera que la catégorie de travailleurs dont le salaire est le plus faible.

V. Conclusion

Ce modèle apporte plusieurs résultats confortant l'existence d'un facteur de discrimination salariale, l'importance de celui-ci, ainsi que l'importance de certaines variables comme le coût unitaire de production, l'aversion au risque des firmes et l'importance de la variance des agents les plus « risqués ».

Tout d'abord, il montre qu'il existe des valeurs de coefficient de discrimination pour lesquels le comportement optimal d'une firme est de n'employer qu'un seul type d'agents. Soit pour une valeur inférieur à $\varepsilon_2 *$, la firme aura intérêt à n'employer que des agents présentant plus de risque. Par ailleurs pour une valeur supérieur à $\varepsilon_1 *$, la firme aura plutôt intérêt à n'employer que des agents présentant le moins de risque.

Puis, ce modèle nous montre que le coût unitaire de production influence négativement la proportion d'agent les plus « risqués ». On retrouve le même type d'influence pour l'aversion au risque des firmes. Ce modèle montre, de plus, que plus la valeur de la variance des agents les plus « risqués » va être élevé plus la proportion de ces mêmes agents sera faible au sein du choix de la firme.

Ce modèle apporte, aussi, une explication pour l'emploi d'une fonction d'utilité pour traiter le problème de la firme vis-à-vis de sa décision d'embauche. La fonction permet d'utiliser l'aversion au risque de la firme et donc de pouvoir comprendre comment la firme réagit face qu risque spécifique des catégories de travailleurs. De plus, ce modèle permet d'appuyer une approche par une différence statistique tout en relâchant l'hypothèse très forte qu'était la différentiation en moyenne, la différentiation en variance étant beaucoup moins contraignante.

Mais encore, ce modèle semble coller à la réalité des discriminations sur le marché du travail. En effet il permet d'expliquer la préférence pour les agents des catégories de travailleurs les moins « risqués » et cela malgré un salaire plus élevés. Ceci correspond à un état où l'ont aurait passé la première prime $\varepsilon_1 *$ tout en restant très éloigné de la prime $\varepsilon_2 *$.

De plus, le modèle permet aussi d'expliquer la différence notoire entre les postes à forte rémunération et à faible rémunération. En effet celui-ci montre l'importance du coût du travail sur les primes de risque et le besoin plus grand de se couvrir pour la firme lorsque le coût unitaire s'accroît. Le modèle montre aussi l'influence de la productivité moyenne sur ce besoin de couverture, plus cette productivité sera faible, plus le besoin de couverture sera grand.

Enfin, il apparaît qu'il est plus profitable pour une firme d'employer des agents des différentes catégories de populations dès lors que le facteur de discrimination salariale lui permet se couvrir correctement contre le risque spécifique des catégories de population ($\varepsilon \in \left]\varepsilon_1 *, \varepsilon_2 *\right[$). Ceci montre d'après ce modèle que si le but d'un planificateur est de s'assurer que les agents des différentes catégories de populations soit employée de la même façon par les employeur alors il lui faut fixer un facteur de discrimination salariale pour que les firmes puissent d'elles même vouloir de la diversification de son personnel.

Par ailleurs, en complément de ce modèle on peut penser à mettre en place un modèle de type principal-agent qui permettrait d'étudier la prise en compte de la différence des variances entre les différentes catégories de travailleurs par les travailleurs eux même. Pour isoler cet effet, il faudrait étudier un modèle dont le principal (la firme) serait neutre au risque et où les agents seraient averses au risque.

Tout ceci permet aussi de penser à une nouvelle approche afin de contrer les différences de salaires entre catégories de population sur le marché du travail. Agir directement sur les salaires ne fait qu'ajouter des contraintes et donc de s'éloigner de l'optimalité. Toutefois, il peut être envisageable pour un planificateur social de prendre des mesures destinées à rapprocher les variances des différents groupes de population. Par exemple, faciliter l'accès aux crèches des enfants en bas âge, prévoir des compensations financières pour les entreprises dont les employées partiraient en congé maternité, créer des visas de travail adaptés au contrat de travail, etc.

Appendice : Dérivation de la fonction d'utilité

La fonction de coût s'exprime de la façon suivante et permet de construire l'espérance et la variance du coût :

$$C = \sum_{i=1}^{n_1} \overline{w} y_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} \varepsilon \overline{w} y_{2i}$$
$$\Leftrightarrow C = \overline{w}[n_1\mu_1 + n_2\mu_2\varepsilon]$$
$$\Rightarrow E(C) = \overline{w}\,\overline{y}[n_1 + n_2\varepsilon]$$
$$\Rightarrow C - E(C) = \overline{w}\left[n_1\left(\mu_1 - \overline{y}\right) + n_2\left(\mu_2 - \overline{y}\right)\varepsilon\right]$$
$$[C - E(C)]^2 = \overline{w}^2\left[n_1\left(\mu_1 - \overline{y}\right) + n_2\left(\mu_2 - \overline{y}\right)\varepsilon\right]^2$$
$$V(C) = \overline{w}^2\left[n_1\sigma_1^{\,2} + n_2\sigma_2^{\,2}\varepsilon^2\right]$$

Rappel : Moyenne de l'échantillon = $\frac{\text{Moyenne individuelle}}{\text{n}_{\text{échantillon}}}$

Calcul de l'espérance et la variance au carré :

$$\Rightarrow E(C)^2 = \overline{w}^2\overline{y}^2\left[n_1^{\,2} + n_2^{\,2}\varepsilon^2 + 2n_1n_2\varepsilon\right]$$
$$\Rightarrow V(C)^2 = \overline{w}^4\left[n_1^{\,2}\sigma_1^{\,4} + n_2^{\,2}\sigma_2^{\,4}\varepsilon^4 + 2n_1n_2\varepsilon^2\sigma_1^{\,2}\sigma_2^{\,2}\right]$$

A partir de cette espérance et cette variance on retrouve la fonction d'utilité :

$$u(n_1;n_2) = -E^2\left(C(n_1;n_2)\right) - V^2\left(C(n_1;n_2)\right)$$
$$\Leftrightarrow u(n_1;n_2) = -w^2\left[n_1^{\,2}\left(\overline{w}^2\sigma_1^{\,4} + \overline{y}^2\right) + n_2^{\,2}\left(\varepsilon^4\overline{w}^2\sigma_2^{\,4} + \varepsilon^2\overline{y}^2\right) + 2n_1n_2\left(\overline{w}^2\sigma_1^{\,2}\sigma_2^{\,2}\varepsilon^2 + \varepsilon\overline{y}^2\right)\right]$$

Bibliographie

Arrow - "The Theory of Discrimination", in Aschenfelter and Rees, editors, Discrimination in Labor Markets, 1973.

Becker - "The Economics of Discrimination", University of Chicago Press, 1957; second edition, 1971.

Cahuc et Zylberberg - "Le marché du travail", De Boeck Université, 2001.

Coate et Loury - "Antidiscrimination Enforcement and the Problem of Patronization" *American Economic Review*, 1993.

Fryer - "Belief Flipping in a Dynamic Model of Statistical Discrimination", Working Paper, 2006.

Fryer et Loury - "Affirmative Action and Its Mythology", *Journal of Economic Perspectives*, 2005.

Gunderson - "Viewpoint: Male-female wage differentials: how can that be?", *Canadian Journal of Economics*, 2006.

Havet - " Le rôle de la formation en entreprise dans l'évolution différenciée des carrières hommes/femmes : l'exemple canadien", document de recherche n°2004-01.

Heckman, Lyons et Todd - "Understanding Black-White Wage Differentials, 1960–1990", *American Economic Review,* 2000.

Kimenyi - "Race, Amenities, and Psychic Income", *Review of Black Political Economy*, 1991.

Phelps - "The Statistical Theory of Racism and Sexism", *American Economic Review*, 1972.

Sowell - "Weber and Bakke and the presuppositions of "Affirmative action"" - Discrimination, Affirmative Action and Equal opportunity, The Fraser Institute, 1982.