

Université de Montréal

Rendu d'images en demi-tons par diffusion d'erreur sensible à la structure

par
Benoît Alain

Département d'informatique et de recherche opérationnelle
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des arts et des sciences
en vue de l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)
en informatique

décembre, 2009

© Benoît Alain, 2009.

Université de Montréal
Faculté des arts et des sciences

Ce mémoire intitulé:

Rendu d'images en demi-tons par diffusion d'erreur sensible à la structure

présenté par:

Benoît Alain

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Pierre Poulin,	président-rapporteur
Victor Ostromoukhov,	directeur de recherche
Max Mignotte,	membre du jury

RÉSUMÉ

Le présent mémoire comprend un survol des principales méthodes de rendu en demi-tons, de l'*analog screening* à la recherche binaire directe en passant par l'*ordered dither*, avec une attention particulière pour la diffusion d'erreur. Ces méthodes seront comparées dans la perspective moderne de la sensibilité à la structure.

Une nouvelle méthode de rendu en demi-tons par diffusion d'erreur est présentée et soumise à diverses évaluations. La méthode proposée se veut originale, simple, autant à même de préserver le caractère structurel des images que la méthode à l'état de l'art, et plus rapide que cette dernière par deux à trois ordres de magnitude.

D'abord, l'image est décomposée en fréquences locales caractéristiques. Puis, le comportement de base de la méthode proposée est donné. Ensuite, un ensemble minutieusement choisi de paramètres permet de modifier ce comportement de façon à épouser les différents caractères fréquentiels locaux. Finalement, une calibration détermine les bons paramètres à associer à chaque fréquence possible.

Une fois l'algorithme assemblé, toute image peut être traitée très rapidement : chaque pixel est attaché à une fréquence propre, cette fréquence sert d'indice pour la table de calibration, les paramètres de diffusion appropriés sont récupérés, et la couleur de sortie déterminée pour le pixel contribue en espérance à souligner la structure dont il fait partie.

Mots clés: quantification, texture, seuil, gabor, coefficient, gaussienne, calibration, fréquence, analyse.

ABSTRACT

This work covers some important methods in the domain of halftoning: analog screening, ordered dither, direct binary search, and most particularly error diffusion. The methods will be compared in the modern perspective of sensitivity to structure.

A novel halftoning method is also presented and subjected to various evaluations. It produces images of visual quality comparable to that of the state-of-the-art Structure-aware Halftoning method; at the same time, it is two to three orders of magnitude faster.

First is described how an image can be decomposed into its local frequency content. Then, the basic behavior of the proposed method is given. Next, a carefully chosen set of parameters is presented that allow modifications to this behavior, so as to maximize the eventual reactivity to frequency content. Finally, a calibration step determines what values the parameters should take for any local frequency information encountered.

Once the algorithm is assembled, any image can be treated very efficiently: each pixel is attached to its dominant frequency, the frequency serves as lookup index to the calibration table, proper diffusion parameters are retrieved, and the determined output color contributes in expectation to underline the structure from which the pixel comes.

Keywords: halftoning, quantization, error, texture, threshold, coefficient, calibration, frequency, analysis.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	iii
ABSTRACT	v
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	ix
LISTE DES FIGURES	xi
REMERCIEMENTS	xiii
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	1
1.1 Objectifs	1
1.2 Définitions	3
CHAPITRE 2 : ÉTAT DE L'ART	13
2.1 <i>Analog Screening</i>	13
2.2 <i>Noise Encoding</i>	18
2.3 <i>Ordered Dither</i>	21
2.3.1 <i>Clustered-dot-ordered Dither</i>	21
2.3.2 <i>Dispersed-dot-ordered Dither</i>	25
2.3.3 <i>Stochastic-ordered Dither</i>	27
2.4 Recherche binaire directe	29
2.4.1 Optimisation globale sensible au ton	29
2.4.2 Optimisation globale sensible à la structure	30
2.5 Diffusion d'erreur	33
2.5.1 Algorithme de base : Floyd-Steinberg	35
2.5.2 Modification de l'ordre de parcours	37
2.5.3 Modulation de seuil	38

2.5.4	Coefficients variables	41
CHAPITRE 3 : MÉTHODE PROPOSÉE		45
3.1	Analyse de fréquence locale	46
3.1.1	Transformée de Fourier	46
3.1.2	Autres techniques	52
3.2	Diffusion d'erreur standard	61
3.2.1	Ordre de parcours	62
3.2.2	Coefficients de diffusion et seuillage	64
3.3	Diffusion d'erreur sensible à la structure	67
3.3.1	Coefficients de diffusion	67
3.3.2	Modulation de seuil	70
3.4	Calibration	71
3.4.1	Coefficients de diffusion	75
3.4.2	Modulation de seuil	78
3.4.3	Transition vers le comportement structuré	78
3.5	Système assemblé	80
CHAPITRE 4 : RÉSULTATS		87
4.1	Évaluation visuelle	87
4.2	Métriques de qualité objective	108
4.2.1	PSNR	109
4.2.2	MSSIM	110
4.3	Temps de traitement	115
CHAPITRE 5 : CONCLUSION		119
5.1	Limitations	119
5.2	Travaux futurs	121
BIBLIOGRAPHIE		125

LISTE DES TABLEAUX

3.I	Paramètres de diffusion standard pour l'ordre diagonal	66
3.II	Données de calibration pour σ et a	76
3.III	Données de calibration pour β	79
4.I	Comparaison objective du PSNR	111
4.II	Comparaison objective du MSSIM	116
4.III	Comparaison du temps d'opération	117

LISTE DES FIGURES

1.1	Seuillage	7
1.2	Bruit blanc et bruit bleu	10
2.1	Quantification	16
2.2	Analog screening	17
2.3	Noise encoding	19
2.4	Image seuil bruitée	20
2.5	Clustered-dot-ordered dither	23
2.6	Orientations pour différents pigments	24
2.7	Dispersed-dot-ordered dither	26
2.8	Modèle général de diffusion d'erreur	34
2.9	Artéfacts engendrés par la méthode de Floyd-Steinberg	36
2.10	Méthode de Eschbach et Knox	40
2.11	Coefficients de diffusion variables d'Eschbach	42
3.1	Pondération préférentielle des fréquences	51
3.2	Orientation locale	53
3.3	Transformée de Hilbert	55
3.4	Fréquence locale	60
3.5	Contraste local	61
3.6	Ordres de parcours	63
3.7	Étude du paramètre de diffusion σ	68
3.8	Effet de «flou» de la méthode d'Ostromoukhov	73
3.9	Expérience de calibration	74
3.10	Modèle de diffusion d'erreur sensible à la structure	80
4.1	Comparaison visuelle de différentes méthodes	88
4.2	Comparaison visuelle de rendus de plages de gris	101
4.3	Comparaison visuelle de rendus d'aplats fréquentiels	102

5.1	Fréquences multiples	120
5.2	Rendu avec diffusion suivant une variante de fonction de Bessel	123

REMERCIEMENTS

J'aimerais remercier premièrement mon directeur Victor Ostromoukhov, qui nous a guidés de près Éric et moi dans nos démarches de recherche et menés jusqu'à une solide publication. Également, merci de m'avoir introduit à trois conférences SIGGRAPH au cours de ma maîtrise, qui m'ont donné une ouverture de premier ordre sur le monde de l'infographie.

En second lieu, je voudrais remercier Éric (Jianghao) Chang, premier responsable de la rédaction de notre article, qui fut aussi un excellent collègue de recherche et m'aida à maintes reprises. Ce fut un honneur et un réel plaisir de travailler avec lui.

Je suis reconnaissant, par ailleurs, envers François Duranleau, Pierre Poulin, Neil Stewart et Jean Vaucher pour l'aide précieuse qu'ils ont fourni dans la préparation de notre article ainsi que de notre présentation à SIGGRAPH Asia 2009.

Je tiens aussi à remercier Victor Ostromoukhov, Pierre Poulin et Max Mignotte pour avoir lu et corrigé ce mémoire.

Je souligne finalement l'importance du CRNSG (bourse N° 85309853) et de l'Université de Montréal pour leur soutien financier indispensable.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

La communication a toujours joué un rôle central dans les sociétés humaines. On démarque souvent la fin de la préhistoire avec les premières traces d'écriture cunéiforme, et la fin du moyen-âge coïncide avec l'invention de l'imprimerie. À mesure que différents moyens de transmission de l'information se sont développés, des méthodes de conversions ont dû être établies pour les différentes formes de représentation d'une même réalité.

Le rendu en demi-tons est un nom général qu'on donne aux méthodes qui servent à convertir de l'information visuelle du domaine continu au domaine discret. Comme les besoins précis diffèrent d'une situation à l'autre, il y a une grande diversité de méthodes qui coexistent en remplissant des fonctions variées.

Dans le présent mémoire, nous introduirons d'abord les principales méthodes développées jusqu'à ce jour. Ensuite, nous décrirons quelques-unes des améliorations de ces méthodes qui ont servi de base à notre recherche. Puis, nous proposerons une contribution que notre recherche nous a permis d'élaborer et nous présenterons les résultats que nous avons obtenus avec celle-ci. Finalement, nous allons discuter de nos possibles travaux futurs et nous allons tirer des conclusions sur le sujet général du rendu en demi-tons.

1.1 Objectifs

Le développement d'une méthode de rendu en demi-tons dépend étroitement de son contexte d'utilisation. En particulier, un rôle important est joué par la nature de l'information de départ et d'arrivée : son support, sa précision, sa résolution. Toute méthode de rendu doit considérer les ressources qui lui sont disponibles : main d'oeuvre spécialisée, temps de calcul et matériel utilisé au pré-traitement et aux traitements individuels.

Les plus anciennes méthodes de rendu en demi-tons étaient appliquées pour les besoins du processus chimique de développement photographique. Une de ces méthodes sera expliquée dans la section 2.1, mais aucun intérêt ultérieur ne leur sera consacré. Les approches qui nous intéressent utilisent un traitement de nature digitale.

Le rendu en demi-tons est utilisé en majorité afin d'imprimer des images (non vectorielles) ou du texte (vectoriel). Une certaine quantité de méthodes traitent des images destinées à être regardées sur un support comme un moniteur d'ordinateur, où chaque pixel individuel est visible à l'oeil. Lorsque l'information à imprimer n'est pas de nature vectorielle et qu'il s'agit d'une image de résolution plutôt faible, il est critique d'en conserver les détails à l'échelle la plus fine.

Plusieurs méthodes de rendu en demi-tons cherchent aussi à compenser des problèmes reliés au support matériel d'impression. Certains modèles d'imprimante ont leurs propres méthodes pour convertir le format d'entrée vers un patron d'encre équivalent. Un problème que l'on retrouve souvent, le *dot gain*, réfère au fait que l'encre puisse couler au-delà de l'espace qui lui était assigné, ayant comme conséquence de rendre trop foncées les zones où les points d'encre sont isolés.

Le temps requis à la conversion d'une image influence l'utilisabilité d'une méthode. Selon [25, 35], il y a trois classes d'algorithmes de rendu en demi-tons :

- Les algorithmes de classe I font appel à un traitement point-par-point (*point process*) souvent appelé tramage (*dithering*) [4, 39].
- Les algorithmes de classe II utilisent un traitement par voisinage (*neighborhood process*), comme la diffusion d'erreur [11].
- Les algorithmes de classe III sont de nature itérative, tels que la recherche globale ou le *Direct Binary Search* (DBS) [2, 3].

Les algorithmes de classe I sont les plus rapides, mais ils produisent des résultats de qualité souvent insuffisante pour les applications pratiques telles que les pilotes d'imprimantes populaires à jet d'encre ou la visualisation à l'écran. Les algorithmes de classe III sont les meilleurs au niveau de la qualité produite. Cependant, leur complexité est trop élevée pour les contraintes de temps des usages de la vie courante. Les algorithmes

de classe II sont les plus populaires car ils combinent vitesse et qualité. Toutefois, les résultats qu'ils produisent sont loin de la perfection lorsqu'on compare leur qualité à ceux de classe III.

La recherche que nous avons menée avec un collègue et notre directeur au cours de notre maîtrise avait pour but d'atteindre la qualité des algorithmes de classe III tout en conservant une approche propre à la classe II.

Dans le présent mémoire, nous ferons la supposition que les images à traiter sont de nature digitale, non vectorielle, et que la qualité des rendus en demi-tons est orientée vers la visualisation à l'écran (environ 1300 pixels/cm²) plutôt que vers l'impression. De surcroît, toutes les images traitées seront composées uniquement de tons de gris, le problème des interactions entre les couleurs amenant toute une famille de complications qui dépassent notre cadre de recherche.

1.2 Définitions

Afin de simplifier les explications des algorithmes opérant sur des données de nature digitale, une notation particulière sera adoptée. Une certaine quantité de termes seront aussi définis ici et utilisés dorénavant là où applicable.

NOTATION

$$f : A \rightarrow B, f(x) = y$$

Décrit une *fonction* associant toute valeur $x \in A$ à une valeur $y \in B$. On dira aussi un *signal*, sans distinction. À noter que «signal continu» et «signal en tons continus» n'est pas équivalent.

NOTATION

$$T[n \times m] : P$$

Décrit un tableau de longueur n et largeur m , à valeurs tirées dans l'ensemble P . Cette notation sera préférée à celle des fonctions lorsque le domaine de la fonction serait un

ensemble discret de valeurs de la forme $\{0, 1, \dots, n - 1\} \times \{0, 1, \dots, m - 1\}$.

NOTATION

$$T[i, j]$$

Décrit l'élément du tableau T situé aux coordonnées (i, j) . Les coordonnées $(0, 0)$ correspondent au coin supérieur gauche du tableau, et les coordonnées $(n-1, 0)$ et $(0, m-1)$ correspondent au coin supérieur droit et inférieur gauche respectivement, en supposant que le tableau T est de dimensions $[n \times m]$.

Lorsque les variables, ici i, j , ne sont pas définies par leur contexte, cette notation décrit tous les couples individuels de la forme $T[\cdot, \cdot]$ et sera utilisée pour simplifier les assignations de valeurs individuelles à des tableaux complets. On utilisera également la notation $T[a..b, c..d]$ pour décrire des indices dans des intervalles plus précis.

NOTATION

$$\sum_{i,j} f(i, j) \quad \text{ou} \quad \prod_{i,j} f(i, j)$$

Décrit une somme ou un produit sur l'expression f évaluée pour tous les couples d'entiers (i, j) valides. Si l'expression contient des accès à des coordonnées de tableaux, on exclut de l'opération tous les indices donnant naissance à des coordonnées dépassant les bordures d'un ou de plusieurs des tableaux impliqués.

DÉFINITION : Image **continu**

Tableau de taille donnée tirant ses valeurs de l'intervalle continu $[0, 1]$. En général, les algorithmes de rendu en demi-tons présentés utiliseront $C[n \times m] : [0, 1]$ pour désigner leur image d'origine, en tons continus.

DÉFINITION : Image **discrète**

Tableau tirant ses valeurs d'un ensemble discret. Lorsque cet ensemble n'a que les deux valeurs 0 et 1, on dira une image en **demi-tons**. (Voir aussi «demi-tons.»)

En général, les algorithmes de rendu en demi-tons présentés utiliseront $D[n \times m] : \{0, 1\}$ pour désigner leur image de sortie, en demi-tons.

DÉFINITION : Image de ton uniforme

Image dont toutes les valeurs sont identiques, d'un ton donné. On dira aussi parfois un ton **uni** ou **constant**.

DÉFINITION : Ton

Valeur numérique, toujours située entre 0 et 1, attribuée à chaque pixel d'une image. On dira aussi un ton **continu**, pour distinguer d'un demi-ton.

DÉFINITION : Demi-ton

Ton valant exactement 0 ou exactement 1. Sauf lorsque mentionné autrement, la valeur 0 représentera la couleur noir ou le **ton minimal** ; la valeur 1 représentera la couleur blanc ou le **ton maximal**.

DÉFINITION : Quantification

Action de convertir un ton en demi-ton à l'aide d'un seuil. Se dit aussi de l'action de convertir une image continue en image discrète quelconque.

Dans les cas où la quantification d'une image entière reposera uniquement sur l'application systématique d'un seuil, on pourra employer le terme **seuillage** pour désigner l'action de quantification.

DÉFINITION : Seuil

Valeur numérique, habituellement située entre 0 et 1, déterminant le résultat de l'action de quantification d'un pixel de ton continu. Soit c un ton continu et s un seuil. Alors le demi-ton d résultant de la quantification est donné par

$$d = Q(c, s) = \begin{cases} 0 & \text{si } c < s \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.1)$$

où Q désigne la fonction de quantification. Lorsqu'une fonction f doit être quantifiée, on appellera **fonction seuil** une fonction donnant le seuil de quantification pour f à chaque position. Lorsqu'une image C doit être quantifiée, on appellera **image seuil** l'image dont le ton pour chaque pixel représente le seuil de quantification pour le pixel correspondant de C . Un exemple pour chacun de ces deux cas est montré à la figure 1.1.

En général, les algorithmes de rendu en demi-tons présentés utiliseront $S[n \times m] : \{0, 1\}$ pour désigner l'image seuil employée (s'il y a lieu) dans leur processus de quantification.

DÉFINITION : Ordre d'apparition

Lorsqu'une image seuil n'est pas de ton uniforme, on désignera parfois comme son ordre d'apparition une liste de ses pixels triés en ordre croissant de valeurs.

DÉFINITION : Pixel

Élément indivisible rattaché à une coordonnée précise d'une image en particulier. Deux pixels sont dits **correspondants** s'ils appartiennent à des images de mêmes dimensions et partagent les mêmes coordonnées. On dira qu'un pixel présente ou non des **caractéristiques** particulières, par exemple un ton spécifique, une position.

DÉFINITION : Voisinage d'un pixel

Région d'une image de taille réduite, généralement un carré de dimensions fixes, dont le centre est le pixel donné. Le terme «voisinage» employé seul réfère au voisinage d'un pixel quelconque pour une image donnée.

DÉFINITION : Aplat

Image, généralement carrée et de dimensions fixes, dont tous les pixels présentent une

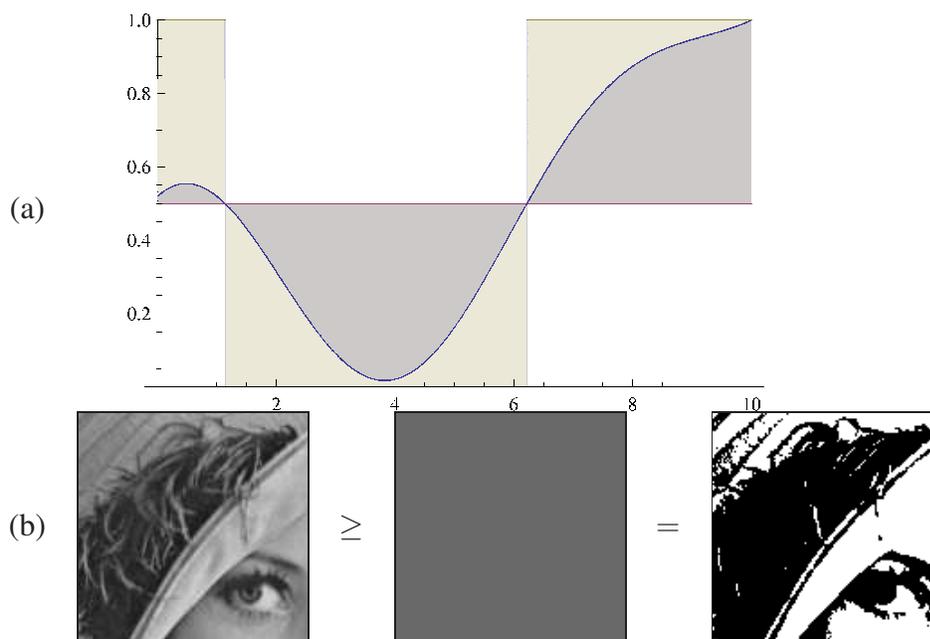


Figure 1.1: (a) *Fonction seuil, ici $f(x) = \frac{1}{2}$, et (b) image seuil, valant ici $\frac{1}{2}$ partout.*

même caractéristique donnée. Par exemple, un «aplat de ton $\frac{1}{2}$ » correspond à une image de ton uniforme de valeur $\frac{1}{2}$. La caractéristique commune des pixels de l’aplat peut être de nature autre que tonale. Par exemple, il peut s’agir des caractéristiques fréquentielles des pixels. (Voir *caractéristiques fréquentielles locales*.)

DÉFINITION : Pixel *minoritaire*

Caractéristique d’un pixel de ton 0 appartenant à un ensemble de pixels en demi-tons contenant en majorité des pixels de ton 1, ou d’un pixel de ton 1 parmi une majorité de ton 0. Un pixel qui n’est pas *minoritaire* est dit **majoritaire**.

DÉFINITION : *Distribution* d’un ensemble de pixels

Ensemble des coordonnées des pixels et des relations entre ces coordonnées. On dira qu’une distribution contient des alignements nombreux ou non, forts ou faibles. (Voir aussi *isotrope, bruit blanc, bruit bleu*.)

En parlant de la distribution des points «en général» dans une image demi-tons, sauf lorsque spécifié autrement, on désigne la distribution de ses pixels *minoritaires*. Notons

que tout ensemble de points peut être considéré comme une distribution. Dans le cas des pixels, ces points ont la contrainte d'être toujours situés aux intersections d'une grille rectangulaire.

DÉFINITION : Spectre d'une image, d'une distribution

Amplitude correspondant à chaque fréquence présente dans une image ou dans l'image correspondant à une distribution. Comme les images sont définies seulement sur des coordonnées discrètes, ces amplitudes se calculent par une transformée de Fourier discrète. (Voir section 3.1.1.)

DÉFINITION : Distribution isotrope

Se dit d'une distribution dont le spectre présente une symétrie radiale. Une distribution qui n'est pas isotrope est dite **anisotrope**.

DÉFINITION : Distribution blanche, ou bruit blanc

Se dit d'une distribution pour laquelle chaque fréquence possède (environ) la même amplitude. La figure 1.2 (gauche) montre une distribution blanche ainsi que ses caractéristiques spectrales.

DÉFINITION : Distribution bleue, ou bruit bleu

Au début des années '90, il était souvent admis que le trait le plus caractéristique d'une technique de rendu en demi-tons était les textures qu'elle génère dans les régions de ton uniforme [39]. Aussi, ces textures ont jusqu'à ce jour été considérées comme idéales lorsqu'elles étaient composées de *bruit bleu* [39], c'est-à-dire de points disposés d'une façon ni complètement régulière, ni complètement aléatoire (dispersion **stochastique** ; voir section 2.3.3).

Le bruit dit «bleu» se caractérise par son spectre de Fourier, devant avoir les trois propriétés suivantes :

- Une amplitude nulle ou très faible dans les fréquences inférieures à la fréquence dominante du spectre.
- Une région de transition brusque.
- Une amplitude moyenne uniforme dans les plus hautes fréquences, dites «bleues».

La figure 1.2 (droite) montre une distribution bleue ainsi que ses caractéristiques spectrales.

DÉFINITION : Ton moyen local d'un pixel (pour un dispositif de visualisation donné, par un observateur donné, à une distance donnée)

Ton *perçu* à la position correspondant au pixel, dans l'image à laquelle il appartient telle que rendue par un dispositif de visualisation spécifique, par un observateur humain particulier placé à une certaine distance. Sauf lorsque spécifié autrement, nous supposons que les circonstances de perception correspondent à celles décrites à la section 1.1 : la visualisation a lieu sur un écran à cristaux liquides situé à une distance telle qu'environ 1300 pixels occupent 1cm^2 ; le sujet humain ne souffre d'aucune myopie ou autre trouble de vision. Nous dirons qu'il s'agit des circonstances «normales» de perception.

Alors, le ton perçu peut être calculé par l'application d'un filtre de flou sur l'image à laquelle appartient le pixel. Nous reprendrons le filtre utilisé à la section 2.4.2 par l'algorithme de recherche binaire directe le plus récent [34] pour le calcul du ton moyen local, à savoir un filtre de pondération gaussien de paramètre σ :

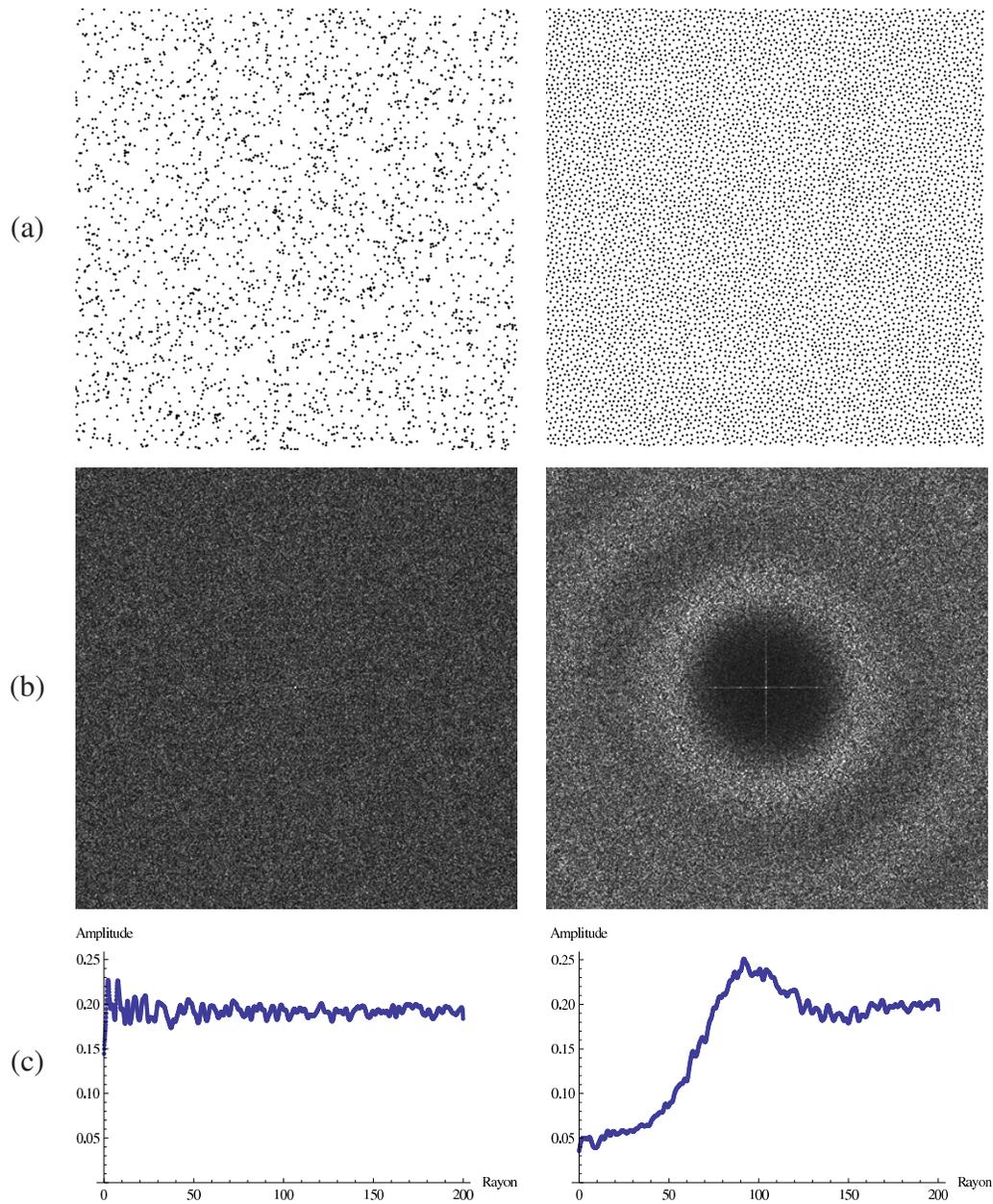


Figure 1.2: (a) Distributions blanche et bleue. (b) Spectres correspondants. (c) Moyenne radiale des spectres. Le maximum radial de la distribution bleue correspond à sa fréquence principale.

$$\psi(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.2)$$

$$\mu_C(x, y) = \sum_i \sum_j C[i, j] \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \quad (1.3)$$

où C est l'image à laquelle appartient le pixel, x, y sont ses coordonnées, et τ_x, τ_y correspondent à l'espacement le long des axes X et Y de la grille digitale de pixels. Le ton moyen local du pixel est donné par $\mu_C(x, y)$. On notera qu'il est aussi possible de calculer le ton moyen local pour des positions non entières sur la grille des pixels. La valeur de σ utilisée à la section 2.4.2 est typiquement autour de 1.67 et correspond à des conditions d'observation normales.

DÉFINITION : Caractéristiques fréquentielles locales d'un pixel, d'un voisinage

En parlant d'un pixel, désigne les caractéristiques fréquentielles locales d'un voisinage «standard» du pixel. Sauf lorsque spécifié autrement, le voisinage employé à cette fin couvre un carré de dimensions 16×16 où le pixel occupe la position (8, 8). On dira aussi simplement les **caractéristiques fréquentielles** d'un pixel.

En parlant d'un voisinage, valeurs identifiant la fréquence, l'orientation et le contraste d'une fonction sinusoïde bidimensionnelle de phase et de moyenne inconnues approximant «le mieux possible» le ton des pixels du voisinage. Ces valeurs sont extraites selon les méthodes présentées à la section 3.1.

On dira aussi, par association, les caractéristiques **structurelles** (locales).

DÉFINITION : Sensibilité au ton

On dira qu'un algorithme de rendu en demi-tons est **sensible au ton** si le ton moyen local de l'ensemble des pixels de l'image originale est perçu d'une façon semblable au ton moyen local dans l'image quantifiée par l'algorithme.

DÉFINITION : Sensibilité à la structure

On dira qu'un algorithme de rendu en demi-tons est **sensible à la structure** si toutes les variations régulières de fréquences, d'orientations et de contrastes présentes dans l'image originale sont perçues d'une façon semblable dans l'image quantifiée par l'algorithme.

CHAPITRE 2

ÉTAT DE L'ART

Dans les sections suivantes, une sélection représentative des méthodes de rendu en demi-tons est présentée. Le but des explications qui suivent est d'abord de situer notre sujet de recherche. Pour cette raison, nous commencerons par expliquer les plus anciennes méthodes et nous terminerons par les méthodes les plus proches de notre sujet de recherche, c'est-à-dire la diffusion d'erreur avec modulation de seuil.

2.1 *Analog Screening*

La première technique de rendu en demi-tons utilisée de façon systématique est attribuable à William Fox Talbot en 1852, lorsque celui-ci mit au point un procédé photographique projetant une réalité de réflectance continue sur une surface chimique de nature binaire. Lorsqu'une photographie est développée, le papier photographique prend une teinte foncée qui, à chaque position précise sur le papier, apparaît entièrement ou n'apparaît pas du tout, selon le degré d'exposition préalable à la lumière.

Le procédé de Talbot consistait à placer une fine toile lignée entre la lentille et la pellicule photographique (le négatif), de façon à créer une alternance de fines bandes plus et moins exposées à la lumière. Lorsqu'un positif est ensuite produit, seule une partie étroite de chaque bande est suffisamment exposée à la lumière pour se développer dans les régions sombres, tandis que la majeure partie des bandes apparaît dans les régions claires, procurant une apparence de ton continu. La figure 2.2 illustre le résultat de ce procédé.

D'autres méthodes ont amélioré celle de Talbot subséquentement, en utilisant un intermédiaire plus précis que la toile lignée originale. Nous allons expliquer le principe général de ces méthodes.

Supposons les données suivantes :

- Signal lumineux d'entrée, supposé borné et unidimensionnel,

$$c : \mathbb{R} \rightarrow [m, M]$$

- Fonction «génératrice» de la toile,

$$s^* : [0, 1] \rightarrow \left[\frac{1}{M}, \frac{1}{m} \right]$$

$$s^*(x) = \frac{1}{2(m + x(M - m))} \quad (2.1)$$

- Toile de Talbot, choisie avec une période λ ,

$$s : \mathbb{R} \rightarrow \left[\frac{1}{M}, \frac{1}{m} \right]$$

$$s(x) = s^* \left(2 \left| \frac{1}{2} - \left(\frac{x}{\lambda} \bmod 1 \right) \right| \right)$$

- Signal discrétisé de sortie, en demi-tons,

$$d : \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}$$

$$d(x) = Q \left(c(x) \cdot s(x), \frac{1}{2} \right)$$

Si $c(x) \approx c \quad \forall t \leq x \leq t + \lambda$, alors on a

$$\begin{aligned}
\int_t^{t+\lambda} d(x)dx &= \int_t^{t+\lambda} \left[c(x) \cdot s(x) - \frac{1}{2} \right] dx \\
&\approx \lambda \int_0^1 \left[c \cdot s^*(x) - \frac{1}{2} \right] dx \\
&= \lambda \int_0^{\frac{c-m}{M-m}} \left[\frac{c}{2(m+x(M-m))} - \frac{1}{2} \right] dx + \\
&\quad \lambda \int_{\frac{c-m}{M-m}}^1 \left[\frac{c}{2(m+x(M-m))} - \frac{1}{2} \right] dx \\
&= \lambda \frac{c-m}{M-m} + \lambda \cdot 0 \\
&= \int_t^{t+\lambda} \frac{c(x) - m}{M-m} dx
\end{aligned} \tag{2.2}$$

L'utilisation de la toile de Talbot permet une excellente conservation de la réflectance locale, et ce en dépit de la nature binaire de la feuille photographique. Grâce à la nature du système visuel humain, qui élimine les très hautes fréquences d'un signal perçu, une image constituée d'une multitude d'intervalles noirs ou blancs suffisamment fins sera perçue comme pratiquement identique à une image en tons continus de même réflectance.

Bien que cette méthode ait été appliquée originalement en deux dimensions avec un signal modulé dans une seule dimension, il est naturel d'utiliser un signal $s(x)$ de période bidimensionnelle, ou même un signal non-périodique dont les maxima sont mieux distribués. Comme les données traitées sont analogues (c'est-à-dire de résolution arbitraire mais de qualité limitée), la période atteignable par la fonction de seuillage est limitée par la précision de la toile physique ainsi que du médium de sortie. Une extension directe de cette méthode fut appliquée plusieurs années plus tard pour un signal digital à l'aide d'un convertisseur D/A [15]. Dans les sections qui suivent, nous allons expliquer comment différentes stratégies ont émergé de cette méthode dans son adaptation au monde digital.

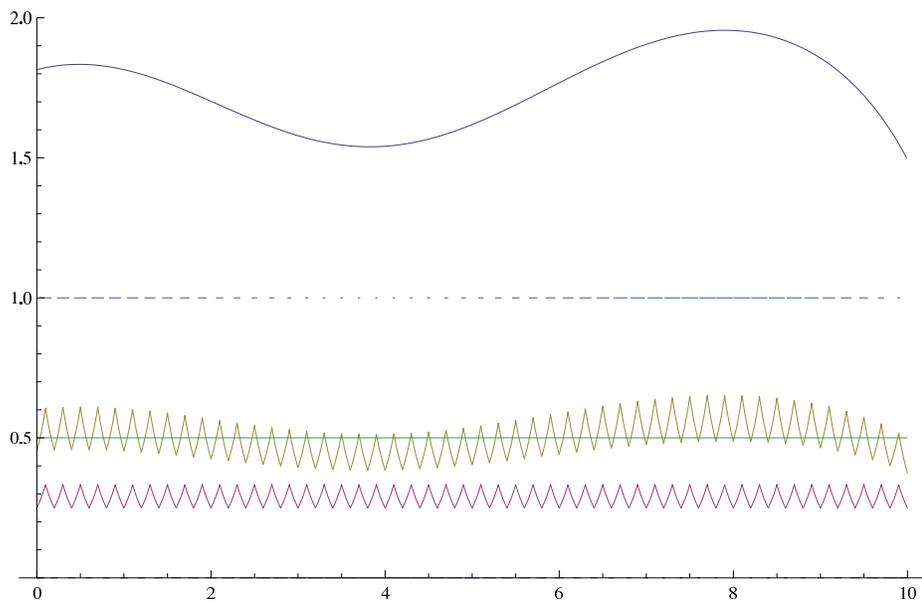


Figure 2.1: *Exemple de quantification d'un signal unidimensionnel combiné multiplicativement avec une toile de Talbot. Ici, le signal d'entrée est représenté en bleu et varie entre $\frac{3}{2}$ et 2. La toile, en fushia à valeurs autour de 0.3, est une fonction de période $\frac{1}{3}$ reprenant le modèle de l'équation 2.1. La multiplication du signal avec la toile apparaît en jaune et varie entre 0.4 et 0.6 dans le graphique. Le seuil vaut 0.5 partout. Le résultat de la quantification est affiché en bandes pointillées de tailles variées et de hauteur 1.*



Figure 2.2: *Le procédé d'analog screening combine un signal périodique au signal original. Comme seules les régions suffisamment exposées seront développées, le signal périodique permet aux régions sombres du négatif de se développer aussi, quoique sous forme de très fines bandes, et aux régions pâles de conserver leurs nuances, par des bandes plus larges.*

2.2 *Noise Encoding*

En 1951, Goodall [12] a développé une technique de compression d'images digitales basée sur une analyse différente du *analog screening*. Sa technique, le *noise encoding*, s'applique à une image discrète, par exemple de taille 100×100 et à 8 bits de tons de gris, et doit produire une image de même taille mais à 3 ou 4 bits de tons de gris. Cette méthode s'est montrée très efficace pour la réduction de l'information à transmettre pour la télévision durant les années 60, donnant un résultat satisfaisant avec à peine une douzaine de tons intermédiaires.

La méthode la plus simple employée pour réduire une image de 8 bits de tons vers 3 bits de tons consiste à arrondir chaque ton de gris au bit le moins significatif disponible. Cependant, la conséquence d'un tel arrondissement est très dérangeante visuellement, car toute région de variation lente et maintenue affichera des transitions brusques formant des courbes de niveau.

La méthode de *noise encoding* propose d'ajouter une image de bruit aléatoire à l'image originale d'abord, et d'appliquer l'arrondissement ensuite. Cette stratégie a pour résultat direct d'éliminer l'effet de «courbes de niveau» dans les régions de variation lente de l'image, comme le montre la figure 2.3. Les études faites à l'époque sur le bruit ajouté à l'image ont montré que les meilleurs résultats sont obtenus lorsque le signal ajouté est complètement décorrélé au signal d'entrée [43], ou même affecté d'une corrélation négative [26].

Aussi, lorsque l'image finale doit avoir seulement 1 bit (noir ou blanc), il est commun de simplifier encore davantage la technique en effectuant une comparaison directement entre l'image originale et l'image de bruit aléatoire, plutôt que faire une addition suivie d'un arrondissement.

Comme cette technique est appliquée directement à un pixel d'entrée pour obtenir un pixel de sortie, sans égard aux interactions entre les pixels, elle entre dans la classe I des méthodes de rendu en demi-tons. Effectivement, elle est très rapide à appliquer mais elle

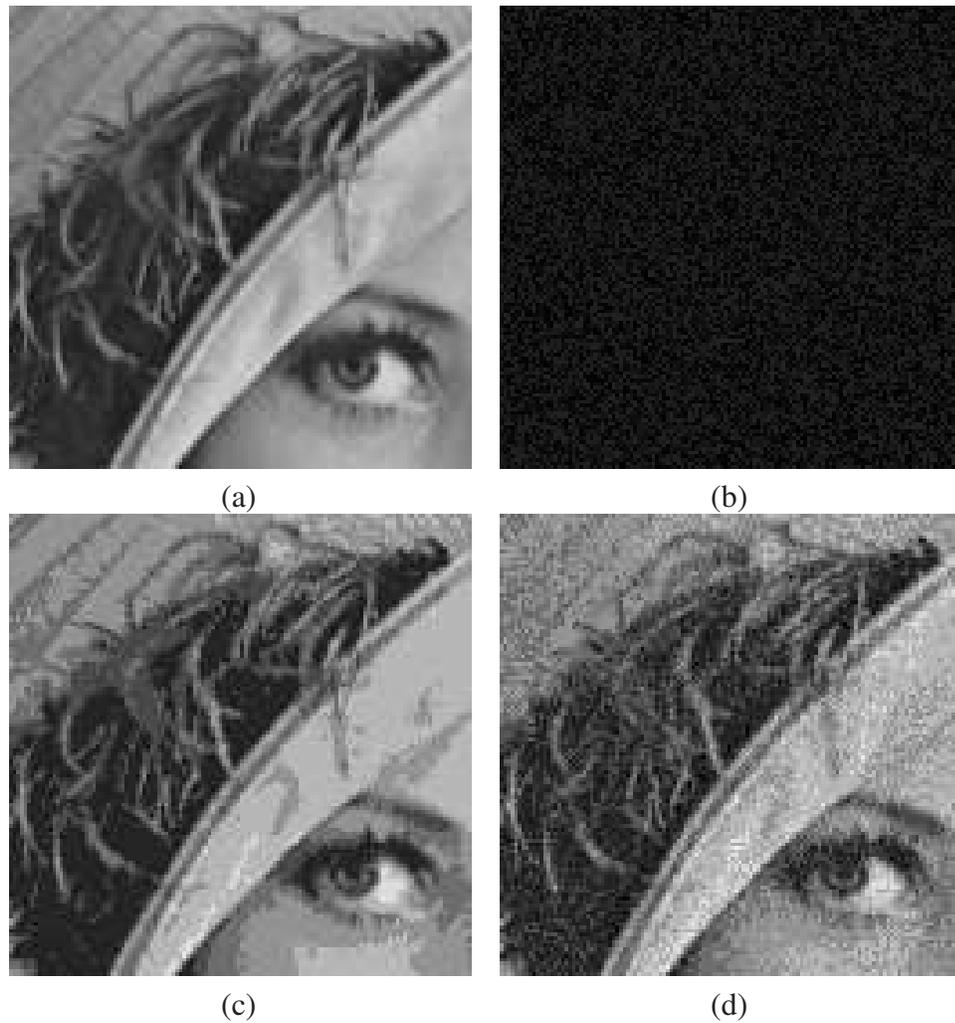


Figure 2.3: *Pour réduire une image utilisant 256 tons de gris distincts vers 8 tons distincts, on peut arrondir les bits les moins significatifs, ce qui équivaut à choisir pour chaque pixel le ton réduit le plus proche. Cependant, un tel arrondissement crée un effet de courbes de niveau très dérangeant visuellement. (a) À l'image originale, la méthode de noise encoding ajoute (b) une image de faible bruit aléatoire. Cela élimine (c) l'effet dérangeant de courbes de niveau. (d) Le résultat est meilleur lorsque le bruit et l'image sont décorrélés.*

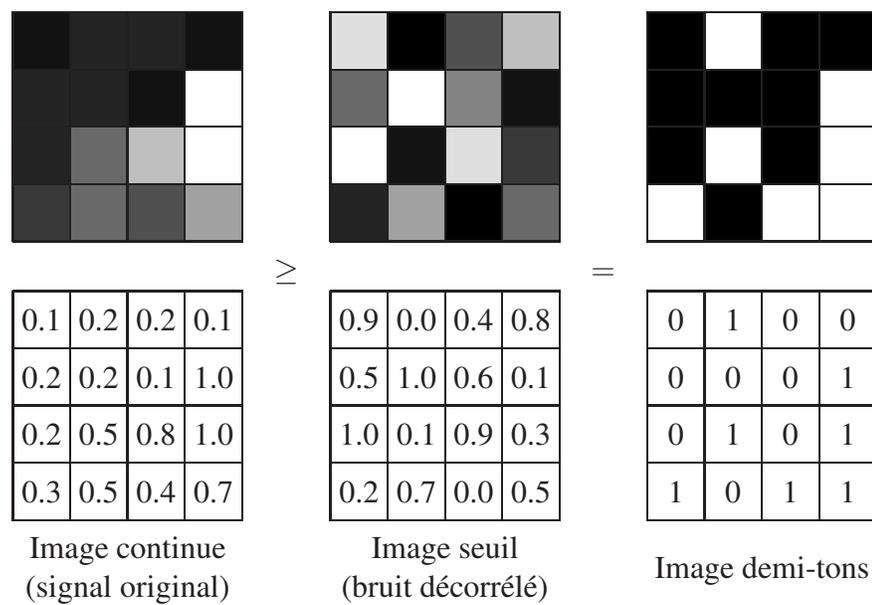


Figure 2.4: Lorsque l'image finale doit avoir seulement 1 bit, le noise encoding devient une simple comparaison de l'image avec un bruit décorrélé. L'introduction de bruit dans le seuil permet à quelques pixels foncés d'être quantifiés en blanc et à quelques pixels pâles d'être quantifiés en noir. Dans une région de tons continus moyens m , l'espérance de moyenne des demi-tons est aussi m .

produit des résultats de qualité généralement inférieure à ceux des autres méthodes. Bien que la présence de bruit élimine les faux contours présents dans les images résultantes, le bruit ajouté détruit tous les petits détails de l'image dont la variation de ton se situe dans le même ordre de magnitude que le bruit employé. Dans le cas où l'image de sortie doit n'avoir qu'un bit, le potentiel de destruction de l'image est énorme, intolérable.

De façon générale, l'utilisation de bruit permet d'éliminer les artéfacts structurels globaux mais crée un effet visuel déplaisant.

2.3 Ordered Dither

Le terme *ordered dither*, que nous traduirons quelquefois par *tramage ordonné*, réfère à une technique commune à plusieurs méthodes différentes de rendu en demi-tons.

L'idée du tramage ordonné est de diviser l'image en petites régions généralement identiques, puis, pour toute région, d'attribuer un ordre d'apparition particulier aux pixels qu'elle contient. Lorsqu'une région de ton uniforme est quantifiée, ses pixels sont activés (c'est-à-dire encrés, s'il s'agit d'imprimer) en ordre jusqu'à ce que le ton moyen de la région soit atteint. L'algorithme est aussi valide lorsque les régions de l'image ne sont pas de ton constant.

Ce qui distingue les méthodes qui suivent est l'ordre attribué aux pixels ainsi que la forme des régions. Toutes les méthodes présentées utilisent un patron d'ordonnement précalculé et des régions d'une variété finie, quoiqu'il en existe qui calculent l'indice d'apparition des pixels en fonction de l'image d'entrée et peuvent admettre des régions de forme adaptative.

2.3.1 Clustered-dot-ordered Dither

Le *clustered-dot-ordered dither* est la plus proche discrétisation du *analog screening*. L'ordre d'apparition des pixels est choisi de manière à former des groupes compacts.

L'image seuil prend une apparence très similaire à la fonction en dents de scie décrite à la section 2.1. La figure 2.5 présente un exemple d'image seuil utilisée.

Comme il y a plus d'une façon d'ordonner les pixels pour les faire s'accumuler en un groupe croissant, l'ordre exact d'apparition des pixels dépend de plusieurs facteurs ayant une influence sur la qualité de l'image demi-tons produite. Par exemple, il est souhaitable d'avoir un comportement symétrique pour les tons clairs que pour les tons foncés, c'est-à-dire que le groupe croissant de pixels de ton maximal devrait progressivement prendre l'apparence d'un groupe décroissant semblable de pixels de ton minimal. D'autres critères sont la conservation de la forme globale du groupe croissant, la stabilité du centre de gravité du groupe, le comportement du groupe croissant lorsqu'il arrive en contact avec le groupe de la région voisine.

Il y a plusieurs extensions possibles au modèle de base. Nous en survolerons très brièvement quelques-unes.

D'abord, afin de combattre le problème de «*dot gain*» (voir section 1.1) dû à l'encre de mauvaise qualité, les valeurs utilisées pour l'image d'ordonnement peuvent suivre une progression autre que linéaire lorsque mises une à la suite de l'autre. La courbe formée par l'ensemble des valeurs successives de l'image seuil joue un rôle de *tone mapping*. Comme les groupes plus larges de points d'encre sont plus stables sur le papier que les points isolés, ce *tone mapping* permet de contrebalancer sans grand effort l'effet de l'encre qui coule.

Également, les régions qui divisent l'image peuvent être de forme carrée et d'une taille qui est un diviseur des deux dimensions de l'image, mais ce n'est pas toujours cette solution simple qui procure les résultats les plus intéressants. Il y a un grand intérêt à organiser les régions de manière à obtenir des angles particuliers entre les différents centres de groupes croissants, afin de permettre l'utilisation combinée de différents pigments d'intensité indépendante. La nature à la fois régulière et désalignée des pigments leur permettra d'éviter le plus possible d'être superposés ainsi que d'entrer en résonance fréquentielle les uns avec les autres. La figure 2.6 donne un exemple de cas où

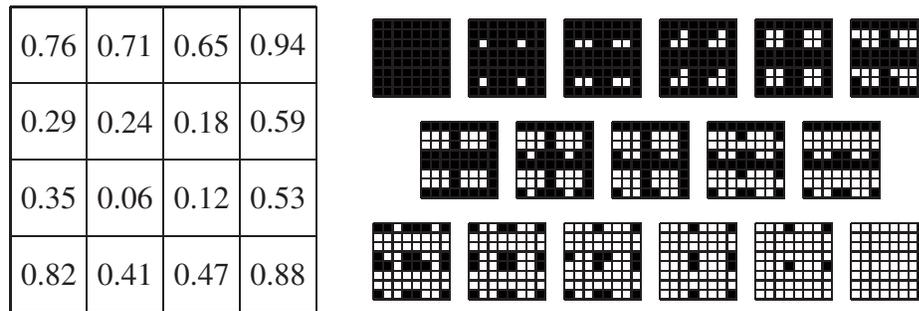


Figure 2.5: Image seuil pour une région carrée avec la méthode de clustered-dot-ordered dither. Ici, les points sont activés en ordre de proximité avec le centre, selon un patron de spirale anti-horaire. Des aplats 8×8 pour chacun des 17 tons distinguables sont montrés à droite. On observe que les groupements blancs très larges deviennent des groupements noirs très étroits dans les tons pâles.

plusieurs pigments sont combinés.

Des algorithmes solides et bien établis, notamment l’algorithme de Holladay [13], permettent de diviser une image rectangulaire en régions identiques d’angles rationnels arbitraires. Les angles irrationnels d’autre part peuvent être atteints par différents jeux de régions non-identiques imbriquées ou par des calculs faits sur place de fonctions de croissance analytiques [19].

Il existe aussi une variante de *clustered-dot-ordered dither* désignée sous le nom de «super-cellules», ou cellules à centres multiples. Dans cette variante, une région plus large est employée. Cette région contient plusieurs «centres de croissance», c’est-à-dire que l’ordre d’apparition des points est configuré de sorte que chacun des centres grandisse environ au même rythme. En comparaison avec la méthode de base qui consiste à juxtaposer périodiquement des régions identiques, cette stratégie permet un meilleur contrôle sur le positionnement des groupes de points.

Lorsque l’image de sortie a une faible résolution, par exemple lorsqu’on peut distinguer chacun de ses pixels à l’œil nu, la présence évidente de groupes structurés de pixels dénature l’image obtenue. Dans ces cas, les méthodes de *clustered-dot-ordered dither* ne peuvent pas être considérées comme des méthodes efficaces de rendu en demi-tons.

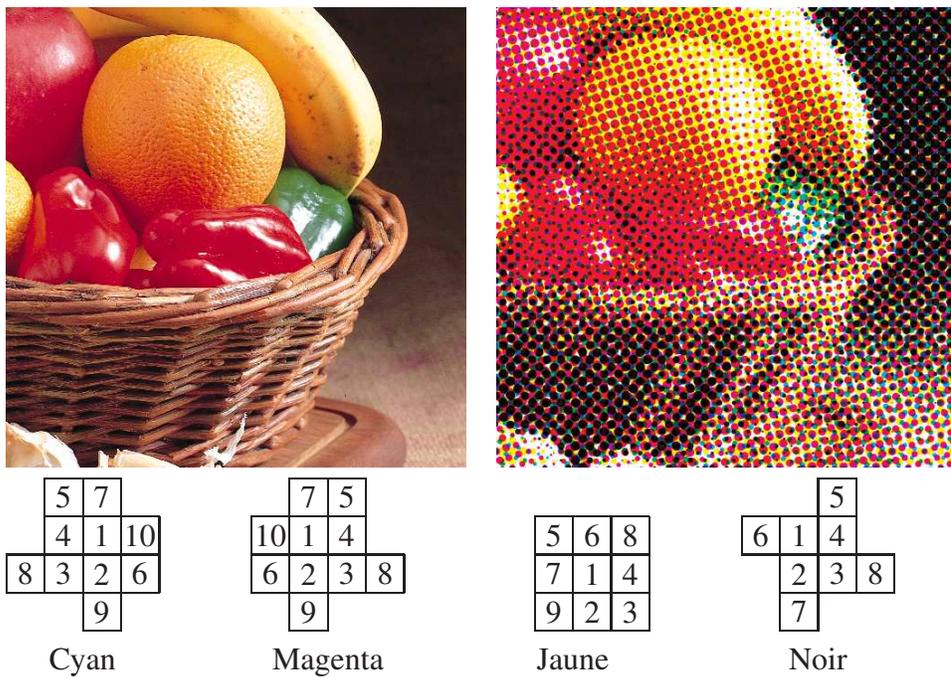


Figure 2.6: Indices d'apparition des pixels pour différents pigments, correspondant à des régions orientées à différents angles. Dû à leur orientation distincte, ces pigments paraissent indépendants et peuvent être combinés efficacement.

2.3.2 *Dispersed-dot-ordered Dither*

Le *dispersed-dot-ordered dither* peut être vu comme une sophistication de la méthode de *noise encoding*, en ceci qu'elle utilise une image seuil décorrélée le plus possible de l'image d'entrée. Cependant, c'est bien une technique de tramage ordonné, car l'image d'entrée est divisée en régions (habituellement uniformes et carrées) dont chaque pixel se voit attribuer un ordre d'apparition consistant avec une règle ou un critère.

Sa première forme populaire fut développée par Bayer en 1973. Celui-ci a supposé qu'en plaçant les points de façon à ce que chaque patron intermédiaire soit le plus homogène possible, on obtiendrait les meilleurs résultats [4]. Il a proposé un modèle itératif basé sur la transformée de Fourier discrète (DFT). Dans son modèle, chaque nouveau point doit engendrer une DFT dont la plus basse fréquence d'amplitude non-nulle soit maximale. En d'autres mots, les points doivent être ajoutés un après l'autre en évitant le plus possible de créer des composantes de basses fréquences dans la distribution de points engendrée. Cette stratégie, visant à contrôler les caractéristiques fréquentielles de l'image, est parfois désignée sous le nom de *modulation de fréquences*.

En appliquant la méthode de Bayer, on obtient effectivement des points placés le plus loin possible les uns des autres, mais ils sont fortement alignés, en particulier horizontalement, verticalement et à 45° (voir figure 2.7).

Plusieurs ont développé d'autres tables carrées de dispersion de points avec des critères différents ou réutilisé des tables de façon récursive pour en générer de plus larges, typiquement avec des dimensions qui sont des puissances de 2.

En 1994, des rotations discrètes ont été appliquées aux tables de dispersion pour désaligner les points [32]. Les alignements intérieurs des carrés ainsi tournés devenaient déphasés les uns par rapport aux autres, les rendant beaucoup moins apparents.

On peut produire un rendu en demi-tons à plusieurs pigments de couleur par une technique similaire au *clustered-dot-ordered-dither*. Lorsque différents pigments doivent être combinés, plusieurs tables de dispersion distinctes (une par pigment) sont superposées.

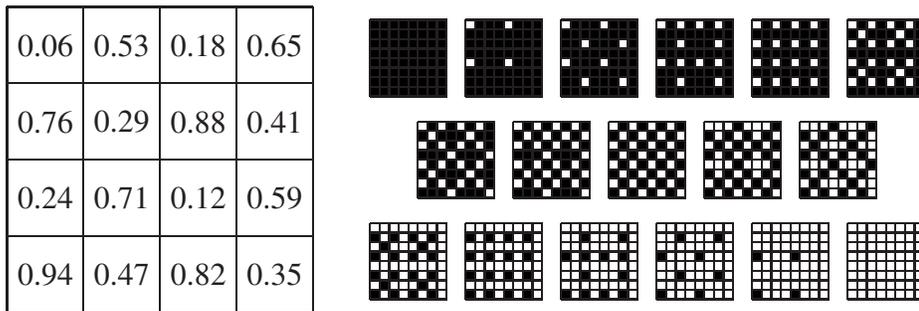


Figure 2.7: Image seuil pour une région carrée avec la méthode de dispersed-dot-ordered dither. Ici, les points sont activés selon le populaire patron de Bayer, de façon à minimiser les basses fréquences de toute image quantifiée. Des aplats 8×8 pour chacun des 17 tons distinguables sont montrés à droite. On observe que les points sont fortement alignés en particulier horizontalement, verticalement et à 45° .

Alors, il est difficile d'éviter la superposition de pigments de différentes couleurs. Lorsque cela arrive d'une façon systématique, les couleurs perdent de leur force aux endroits correspondants, et l'image peut paraître dénaturée. Une stratégie simple et souvent acceptable est la réutilisation de la même table de dispersion avec un décalage horizontal et/ou vertical pour les différents pigments, ou encore l'utilisation d'une table de dispersion équivalente mais dont l'ordre d'apparition est renversé.

Finalement, il peut arriver que la répétition périodique des petites régions engendre un artéfact visuel apparent. Dans ce cas, on perçoit sur l'image quantifiée la grille de séparation des régions de l'image originale. La fréquence de répétition de la grille de seuillage peut alors entrer en interférence avec certaines fréquences contenues dans l'image. Pour éviter ce problème, il est possible de préparer plusieurs tables de dispersion différentes et de les faire alterner aléatoirement, en s'assurant que les bordures de droite des unes sont compatibles avec les bordures de gauche des autres, et celles du haut avec celles du bas. Les techniques présentées dans la prochaine section offrent un cadre général pour préparer une variété de larges régions différentes pouvant servir à cette fin.

2.3.3 *Stochastic-ordered Dither*

En 1978, Allebach a ajouté des contributions locales aléatoires au processus de *clustered-dot-ordered dither* afin de briser la régularité occasionnée par la répétition d'une même table d'ordonnement [1].

Au début des années '90, il était souvent admis que le trait le plus caractéristique d'une technique de rendu en demi-tons était les textures qu'elle génère dans les régions de ton uniforme [39]. Aussi, ces textures ont jusqu'à ce jour été considérées comme idéales lorsqu'elles étaient composées de *bruit bleu* [39], c'est-à-dire de points disposés d'une façon ni complètement régulière, ni complètement aléatoire (dispersion *stochastique*). Le bruit qu'on appelle «*bleu*» se caractérise par son spectre de Fourier, devant avoir les trois propriétés suivantes :

- Une amplitude nulle ou très faible dans les fréquences inférieures à la fréquence dominante du spectre.
- Une région de transition brusque.
- Une amplitude moyenne uniforme dans les plus hautes fréquences, dites «*bleues*».

En 1991, Mitsa et Parker [28] ont introduit une technique appelée *blue noise mask* pour construire des tables de dispersion géantes pouvant être appliquées au processus de *dispersed-dot-ordered dither*, en choisissant l'ordre d'apparition des points directement à partir du spectre de Fourier de façon à obtenir les meilleures caractéristiques de bruit bleu possible. Leur méthode est un processus itératif qui, à partir d'une bonne distribution, produit la suivante en ajoutant un point au meilleur endroit possible.

Nous avons choisi d'expliquer plus en détail une méthode développée par Ulichney deux ans plus tard et satisfaisant les mêmes objectifs d'une façon un peu différente [40]. La méthode, qui s'appelle *void-and-cluster*, peut aussi servir pour générer une distribution de départ pour le *blue noise mask*.

Avant que l'algorithme soit expliqué, deux opérations doivent être définies. Soit une distribution P de pixels blancs et Q de pixels noirs, avec $|P| < |Q|$. On dit que le point

q le plus « entassé » est le point qui maximise

$$\sum_{p \in P} \exp\left(\frac{-d(p, q)^2}{2\sigma^2}\right)$$

(Une valeur de $\sigma = 1.5$ est typiquement utilisée.) Dans le cas général, il s'agit du pixel minoritaire situé sur le centre de gravité le plus important.

En supposant encore que $|P| < |Q|$, on dit que le point p le plus « libre » est le point qui maximise

$$\sum_{q \in Q} -\exp\left(\frac{-d(p, q)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Dans le cas général, il s'agit du pixel majoritaire qui constitue le centre du trou le plus large.

L'algorithme est divisé en trois phases. D'abord, on doit créer un patron de départ constituant une bonne distribution de bruit bleu. Pour créer le patron de départ, on commence par placer quelques points n'importe où sans les mettre trop près les uns des autres. (5 points constitue une bonne quantité.) On ajoute alors des points dans les emplacements les plus « libres » jusqu'à ce que le point ajouté soit immédiatement le point le plus « entassé ».

Dans la deuxième phase, on noircit un à un les pixels du patron de départ en choisissant toujours le pixel correspondant au point le plus « entassé ». Puis, on reprend le patron de départ et on blanchit un à un les pixels en choisissant toujours le pixel correspondant à l'emplacement le plus « libre ».

La troisième phase débute lorsque les pixels minoritaires sont aussi nombreux que les pixels majoritaires. Alors, on continue de blanchir des pixels de façon à défaire les trous les plus entassés jusqu'à ce que tous les pixels aient été assignés à un ordre d'apparition.

Il n'y a pas de limite à la taille des tables d'ordonnement que l'on peut créer par ce procédé. Cependant, pour les grandes images il peut être avantageux de négliger les points très éloignés dans le calcul du point le plus « libre » et le plus « entassé ».

Cette méthode peut être demandante en temps de précalcul, mais une fois qu'une table d'ordonnement a été générée, elle peut être utilisée directement par l'algorithme de *dispersed-dot-ordered dither*, qui est très rapide. En dépit des propriétés excellentes de la distribution de points obtenue, toute méthode de tramage ordonné est sujette à endommager beaucoup les fins détails structurels de l'image d'entrée, et celle-ci n'y fait pas exception.

2.4 Recherche binaire directe

Dans cette section, deux méthodes assez semblables seront décrites, chacune pratiquant une optimisation à l'échelle de l'image entière afin d'obtenir de bonnes distributions de points et de préserver le mieux possible les traits importants de l'image à quantifier.

2.4.1 Optimisation globale sensible au ton

La méthode désignée sous le terme « *direct binary search* » (DBS) a été développée indépendamment par trois groupes la même année [2, 29, 36]. Le principe de la méthode est de faire évoluer l'image demi-tons en changeant un ou deux pixels à la fois tant qu'il est possible d'améliorer la ressemblance entre celle-ci et l'image originale, laquelle est évaluée à partir d'un critère de comparaison objectif donné.

La métrique utilisée par cette méthode pour le calcul de distance entre l'image originale et l'image demi-tons est ciblée vers la conservation du ton moyen local :

$$\begin{aligned}
 \mu_C(x, y) &= \sum_i \sum_j C[i, j] \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
 \mu_D(x, y) &= \sum_i \sum_j D[i, j] \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
 E &= \int \int |\mu_C(x, y) - \mu_D(x, y)|^2 dx dy
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

où C et D sont les images originale et demi-tons respectivement, ψ est un filtre de

pondération (une Gaussienne fut employée) et τ_x, τ_y correspondent à l'espacement le long des axes X et Y de la grille digitale de pixels.

Le procédé exact suggéré consiste à parcourir toute l'image séquentiellement et à évaluer le critère de distance après l'application de chacune de neuf opérations potentielles : inverser la valeur du pixel d'intérêt, ou bien interchanger la valeur du pixel d'intérêt avec celle d'un de ses huit voisins. L'opération qui diminue le plus la distance évaluée, s'il y en a une qui la diminue, est conservée. L'image cesse d'évoluer vers une meilleure solution finale lorsqu'un parcours complet n'engendre aucune modification. L'image demi-tons utilisée comme point de départ peut être quelconque, mais son choix influence le résultat final ainsi que le temps demandé pour la convergence. En général, moins la distance entre la solution courante et l'image originale est importante, plus rapide sera la convergence ; aussi, plus la solution initiale contient une mauvaise distribution de points, plus la solution finale est sujette à contenir encore des traces de cette mauvaise distribution.

À mesure que l'image change, le calcul de la métrique de distance peut être gardé à jour sans être évaluée à nouveau sur l'ensemble des pixels. Aussi, malgré qu'il prenne la forme d'une intégrale continue, les données fondamentalement discrètes permettent qu'on effectue ce calcul à l'aide de tables précalculées et de sommes finies.

Cette méthode est très lente mais elle engendre des images où le ton local est bien conservé et aucun artéfact visuel n'est créé : aucun alignement excessif, «*worm-like*» (figure 2.5), aucune répétition de patrons. Elle appartient à la classe III d'algorithmes de rendu en demi-tons dû au fait qu'elle fait appel à une optimisation à l'échelle globale devant être recommencée pour toute nouvelle image d'entrée.

2.4.2 Optimisation globale sensible à la structure

Une équipe de l'Université de Hong Kong [34] a récemment réexploré l'algorithme de DBS en changeant quelque peu son comportement et en y intégrant une métrique plus sensible, développée quelques années auparavant [42]. Leur approche visait à préserver

à la fois la structure locale et, comme avant, la luminosité locale.

D'abord, l'image de sortie prend pour valeurs initiales un quelconque arrangement ayant le bon rapport de pixels de tons maximal et minimal. Puis, répétitivement, un pixel de ton maximal et un de ton minimal sont choisis aléatoirement, interchangeés, et le critère de distance est réévalué sur l'image. Si la distance est diminuée, la modification est conservée. Lorsque la distance est augmentée, il est possible que la modification soit tout de même conservée, suivant un plan de recuit simulé, mais elle est le plus souvent annulée.

La métrique de distance utilisée était une combinaison linéaire de deux métriques : la métrique de sensibilité au ton présentée à la section précédente, et une métrique de qualité visuelle appelée le *Mean Structural Similarity Index Measure* (MSSIM) introduite par Wang et al. [42].

La première est un calcul de la moyenne des carrés des différences entre une version soumise à un flou gaussien ($\sigma = 1.5$) de l'image originale et de l'image demi-tons. Cette partie est responsable d'évaluer directement la similarité de ton entre les deux images.

La seconde est le résultat d'un calcul un peu plus complexe. Soient C et D les images originale et demi-tons respectivement. Alors :

$$\begin{aligned}
 \mu_C(x, y) &= \sum_i \sum_j C[i, j] \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
 \mu_D(x, y) &= \sum_i \sum_j D[i, j] \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
 \sigma_C^2(x, y) &= \sum_i \sum_j (C[i, j] - \mu_C[i, j])^2 \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
 \sigma_D^2(x, y) &= \sum_i \sum_j (D[i, j] - \mu_D[i, j])^2 \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
 \sigma_{CD}^2(x, y) &= \sum_i \sum_j (C[i, j] - \mu_C[i, j])(D[i, j] - \mu_D[i, j]) \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

où ψ est un filtre de pondération gaussien (typiquement $\sigma = 1.67$) et τ_x, τ_y correspondent

à l'espace le long des axes X et Y de la grille digitale de pixels. Dans l'implémentation des auteurs, une table 11×11 a été utilisée au lieu de la fonction ψ .

Le MSSIM décompose la tâche d'évaluation de similarité entre deux images en trois comparaisons : luminance, contraste et structure.

La composante de luminance est sensible à la luminance relative plutôt que la luminance absolue, en conformité avec la loi de Weber pour le système visuel humain :

$$l(x, y) = \frac{2\mu_C(x, y)\mu_D(x, y) + k_1}{\mu_C^2(x, y) + \mu_D^2(x, y) + k_1} \quad (2.5)$$

La composante de contraste est semblable à celle de luminance mais elle estime le contraste à l'aide de l'écart type :

$$c(x, y) = \frac{2\sigma_C(x, y)\sigma_D(x, y) + k_2}{\sigma_C^2(x, y) + \sigma_D^2(x, y) + k_2} \quad (2.6)$$

La corrélation entre les deux images est utilisée en tant que mesure simple et efficace pour évaluer la similarité de structure :

$$s(x, y) = \frac{\sigma_{CD}(x, y) + k_3}{\sigma_C(x, y)\sigma_D(x, y) + k_3} \quad (2.7)$$

Le calcul complet de la distance entre les deux images est :

$$E' = wE + (1 - w) \left(1 - \int \int l(x, y)c(x, y)s(x, y)dx dy \right) \quad (2.8)$$

où E est la distance selon la métrique de sensibilité au ton de la section précédente.

Les trois constantes k_1 , k_2 , k_3 servent à éviter les singularités ; elles peuvent prendre n'importe quelles valeurs d'un ordre de grandeur inférieur aux μ_* et σ_* typiques (par exemple 10^{-9}). La variable w contrôle l'importance de la conservation du ton par rapport à la conservation de la structure, différentes valeurs répondant à différents besoins (une valeur de 0.5 fut suggérée comme compromis général). Comme dans l'algorithme de

1992, la métrique de distance peut être gardée à jour sans être évaluée à nouveau sur l'ensemble des pixels. Aussi, les données fondamentalement discrètes permettent qu'on l'évalue à l'aide de tables précalculées et de sommes finies.

La méthode de DBS introduite en 2008 produit les résultats de la plus haute qualité atteinte jusqu'à ce jour. Elle entre dans la classe III d'algorithmes de rendu en demi-tons par sa nature d'optimisation globale, itérative et lente.

2.5 Diffusion d'erreur

La diffusion d'erreur (*error diffusion*) est une technique générale qui impose à toute quantification positive un changement de ton négatif égal réparti sur les voisins du pixel quantifié. Peu importe le seuil de quantification utilisé, ce procédé garantit la conservation du ton moyen à travers l'image.

Le changement de ton que subit le pixel quantifié est appelé l'*erreur*, car il introduit temporairement une erreur dans le ton local de l'image. L'algorithme de rendu partage, ou *diffuse*, cette erreur d'une façon particulière dans le voisinage du pixel. Ce processus s'appelle la diffusion de l'erreur et est à l'origine du nom de la méthode. Les poids attribués à chaque voisin du pixel dans le partage de l'erreur sont appelés les *coefficients de diffusion*, et sont souvent regroupés dans une *matrice de diffusion*, aussi appelée *filtre de diffusion*. L'ordre dans lequel les pixels sont quantifiés est désigné comme l'*ordre de parcours* du rendu.

Le modèle général de diffusion d'erreur est présenté à la figure 2.8. Étant donné un ordre de parcours \mathcal{O} , une image seuil $S[n \times m]$ et un ensemble de filtres de diffusion $\Delta[n \times m]$, le pseudo-code suivant décrit le processus de diffusion d'erreur commun à toutes les méthodes présentées :

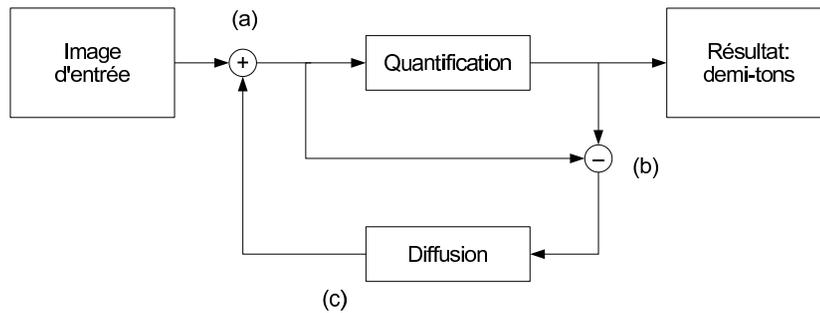


Figure 2.8: *Modèle général de diffusion d'erreur. (a) Un pixel tire sa valeur d'une combinaison de l'image originale et de parts d'erreurs reçues des pixels qui l'ont précédé. (b) Le pixel est quantifié selon un certain seuil et sa valeur de sortie est soustraite à sa valeur d'entrée pour obtenir l'erreur. (c) Cette erreur est réinjectée dans l'image par l'étape de diffusion, où chaque voisin en reçoit une part déterminée.*

```
RENDUAVECDIFFUSION( $C[n \times m]$ ,  $D[n \times m]$ ,  $S[n \times m]$ ,  $\Delta[n \times m]$ ,  $\mathcal{O}$ )
```

```
1  $x, y = 0$ 
```

```
2 repeat
```

```
3     DIFFUSERERREUR( $C[x - l \dots x + l, y - l \dots y + l]$ ,  $D[x, y]$ ,  $S[x, y]$ ,  $\Delta[x, y]$ )
```

```
4 until PROCHAINPIXEL( $x, y, \mathcal{O}$ ) = NIL
```

```
DIFFUSERERREUR( $c[(2l + 1) \times (2l + 1)]$ ,  $d, s, \delta[(2l + 1) \times (2l + 1)]$ )
```

```
1 // Quantification
```

```
2 if  $c[l, l] < s$ 
```

```
3      $d = 0$ 
```

```
4 else
```

```
5      $d = 1$ 
```

```
6
```

```
7 // Calcul de l'erreur
```

```
8  $e = c[l, l] - d$ 
```

```
9
```

```
10 // Diffusion
```

```
11  $c = c + e \cdot \delta$ 
```

Nous verrons dans les sections suivantes quelles formes peuvent prendre les filtres de

diffusion individuels δ , ainsi que quelques différents ordres de parcours souvent utilisés. Également, comme le processus de diffusion d'erreur repose sur un mécanisme de seuillage similaire à celui utilisé par les méthodes de *ordered dithering* décrites à la section 2.3, des stratégies de seuillage spécifiques à la diffusion d'erreur seront aussi survolées dans cette section.

2.5.1 Algorithme de base : Floyd-Steinberg

La première formulation populaire de l'algorithme de diffusion d'erreur est attribuée à Floyd et Steinberg en 1976 [11]. Leur technique consistait à parcourir l'image de haut en bas, de gauche à droite, une ligne après l'autre (ordre de parcours appelé «scanline»), en envoyant toujours l'erreur dans des proportions fixes aux quatre voisins immédiats non parcourus : $\frac{7}{16}$ à droite, $\frac{3}{16}$ en bas à gauche, $\frac{5}{16}$ en bas et $\frac{1}{16}$ en bas à droite. Aussi, la fonction de seuillage était une comparaison fixe : choisir le ton maximal si et seulement si le ton d'entrée excède $\frac{1}{2}$.

$$\delta_{FS} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

PROCHAINPIXEL(x, y, \mathcal{O}_S)

```

1   $x = x + 1$ 
2  if  $x \geq n$ 
3       $x = 0$ 
4       $y = y + 1$ 
5  if  $y \geq m$ 
6      return NIL
```

RENDUFLOYDSTEINBERG($C[n \times m], D[n \times m]$)

- 1 $\mathcal{O} = \mathcal{O}_S$ // Ordre «scanline»
- 2 $\Delta[x, y] = \delta_{FS}$
- 3 $S[x, y] = \frac{1}{2}$
- 4 RENDUAVECDIFFUSION($C, D, S, \Delta, \mathcal{O}$)

Selon Floyd et Steinberg, quatre voisins recevant l'erreur est le minimum requis pour obtenir des bons résultats (avec un jeu fixe de coefficients). Leur méthode permet des douces gradations de tons ainsi qu'une relativement bonne conservation des détails précis de l'image, mais elle paraît granuleuse et peut créer quelques artéfacts :

- Fausses structures à l'apparence de labyrinthes dans le rendu de plages uniformes de certains tons.
- Alignements et quasi alignements de points organisés en formes qui ressemblent à des vers (les structures «*worm-like*»).
- Comportements instables aux fines arêtes et aux bordures de l'image («effets de bord»).

La figure 2.9 illustre chacun de ces phénomènes.

Dans les années qui ont suivi la publication de la méthode de Floyd-Steinberg, d'autres filtres de diffusion d'erreur ont été explorés. D'abord, des tentatives ont été faites avec une diffusion de l'erreur sur douze voisins au lieu de quatre [17, 38], c'est-à-dire jusqu'aux voisins des voisins immédiats non parcourus. Quoique les caractéristiques géné-

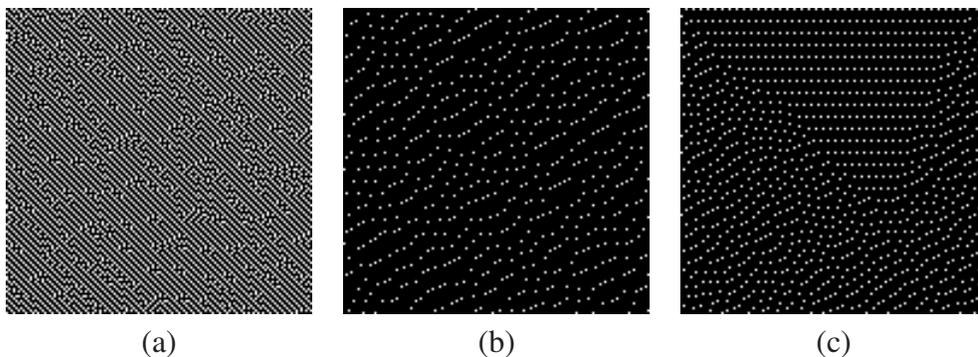


Figure 2.9: Artéfacts engendrés par la méthode de Floyd-Steinberg. (a) Structures en labyrinthes. (b) Structures en vers, «*worm-like*». (c) Effets de bord.

rales de l'image produite soient peu altérées, une propagation étendue de l'erreur affecte les patrons de points au niveau microscopique. Selon l'étude d'Ulichney, les artéfacts ne sont pas réduits et, au contraire, les structures «*worm-like*» ont tendance à être accentuées. De surcroît, les pixels minoritaires ont tendance à être moins bien espacés dans les tons moyens. Néanmoins, lorsque des filtres de diffusion plus larges sont appliqués sur des images naturelles, les détails de l'image résultante peuvent paraître un peu plus nets [39]. Cette observation sera exploitée aux sections 2.5.4 et 3.3.1.

2.5.2 Modification de l'ordre de parcours

L'uniformité de direction dans la diffusion de l'erreur, dû à l'ordre de parcours très simple employé par Floyd et Steinberg, est responsable d'une partie des artéfacts engendrés par leur méthode. Afin de réduire l'uniformité de direction dans la diffusion de l'erreur, Ulichney a exploré un autre ordre de parcours des pixels [39]. L'ordre «serpentine», parfois appelé aussi «boustrophédone» par association à la forme d'écriture du même nom, indique un parcours des pixels avec une alternance régulière de direction : de gauche à droite, puis de droite à gauche, et ainsi de suite.

PROCHAINPIXEL(x, y, \mathcal{O}_B)

```

1   $x = x + direction$ 
2  if  $x \geq n \vee x < 0$ 
3       $x = x - n \cdot direction$ 
4       $y = y + 1$ 
5       $direction = -direction$ 
6  if  $y \geq m$ 
7      return NIL
```

L'effet d'un tel système, appliqué à la méthode originale de Floyd-Steinberg, est de symétriser les patrons horizontaux de points, les rendant visuellement moins dérangeants. Cependant, cette méthode conserve de nombreux et désagréables patrons verticaux de points. Comme le coût d'une telle modification à la méthode originale est négligeable, et

les résultats un peu meilleurs, l'ordre de parcours «serpentine» est généralement adopté par les algorithmes simples d'aujourd'hui. Étant donné un jeu de coefficients de diffusion prévus pour un parcours de gauche à droite, les mêmes coefficients peuvent être utilisés pour la diffusion dans la direction opposée, mais ceux-ci doivent subir une réflexion par rapport à l'axe vertical.

Une exploration différente a été faite parallèlement avec les *space filling curves* [44] et améliorée quelques fois [20, 30, 41] encore depuis. Bien que les *space filling curves* éliminent tout problème causé par l'uniformité de direction de la diffusion, elles introduisent presque inévitablement un niveau dérangeant de bruit texturé [22].

2.5.3 Modulation de seuil

Dans l'algorithme de diffusion d'erreur de base, la valeur du pixel en cours est comparée à un seuil fixe et le ton choisi est maximal si le seuil est excédé, minimal s'il n'est pas atteint. Bien que le seuil en question soit naturellement placé à mi-chemin entre le ton maximal et le ton minimal, la valeur de ce seuil n'intervient pas dans la conservation du ton moyen à travers l'image, comme il fut expliqué au début de la section 2.5.

Eschbach et Knox ont trouvé qu'en utilisant une image seuil corrélée négativement avec l'image d'origine, on peut induire une accentuation des fins détails dans l'image demi-tons obtenue [9]. À chaque position, le seuil qu'ils ont utilisé est donné par une constante négative k (de l'ordre de -1) multipliée par la valeur de l'image d'origine.

RENDUESCHBACHKNOX($C[n \times m], D[n \times m], k, \Delta, \mathcal{O}$)

1 $S[x, y] = kC[x, y]$

2 RENDUAVECDIFFUSION($C, D, S, \Delta, \mathcal{O}$)

La méthode de Eschbach et Knox améliore drastiquement la sensibilité aux traits fins de l'algorithme de base de diffusion d'erreur, à un coût presque négligeable étant donné que l'image d'origine n'a pas à être transformée. De surcroît, l'effet d'accentuation des traits de l'image peut être amplifié davantage en changeant la constante négative pour

une constante plus négative encore, ou modéré en prenant une constante plus proche de 0. Toutefois, la méthode a été critiquée par son application uniforme et mal adaptée aux subtilités de l'image, générant trop d'emphase sur les traits profonds et laissant flous les traits plus fins. La figure 2.10 présente l'effet visuel de la méthode de Eschbach et Knox pour différentes valeurs de k .

L'idée d'accentuer les traits par modulation de seuil a été reprise par plusieurs chercheurs [14, 24]. La variation la plus avancée aujourd'hui est due à Kwak et al. [24], qui ont développé un filtre isotrope de type «*unsharp mask*» appliqué à l'image d'origine pour obtenir l'image seuil. Leur calcul est basé sur une amplification des traits proportionnelle à la variation locale «apparente», avec la supposition que le système visuel humain est sensible aux contrastes relatifs plutôt qu'absolus. Ils ajoutent donc à l'équation de Eschbach et Knox un terme de «mesure d'activité spatiale», noté M dans le pseudo-code suivant, et ils utilisent la moyenne locale de l'image d'origine plutôt que sa valeur exacte, cette dernière étant déjà prise en compte par leur mesure d'activité spatiale.

RENDUKWAK($C[n \times m]$, $D[n \times m]$, k , Δ , \mathcal{O})

$$1 \quad \bar{C}[x, y] = \frac{1}{3 \times 3} \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 C[x+i, y+j]$$

$$2 \quad M[x, y] = (C[x, y] - \bar{C}[x, y]) \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \left| \frac{C[x-i, y-j] - \bar{C}[x-i, y-j]}{i^2 + j^2} \right|$$

$$3 \quad S[x, y] = kM[x, y]\bar{C}[x, y]$$

4 RENDUAVECDIFFUSION(C , D , S , Δ , \mathcal{O})

Les inconvénients de la méthode de Kwak et al. seront discutés dans le chapitre 4.

Une autre application du choix de fonction de seuillage est l'élimination des artéfacts paraissant dans les régions de ton uniforme, c'est-à-dire les effets «labyrinthe» dans les tons moyens et les «*worm-like*» dans les tons extrêmes. Billotet-Hoffman et Bryngdahl ont choisi d'utiliser comme fonction de seuillage l'image d'ordonnement donnée par une technique standard de tramage ordonné [5]. Le résultat était visuellement très proche de celui d'un vrai tramage ordonné, généralement moins bon que la diffusion d'erreur pour les tons ni moyens ni extrêmes. Ulichney a repris l'idée en perturbant un seuil fixe par un pourcentage borné de valeurs de tramage ordonné et/ou de bruit blanc [39].

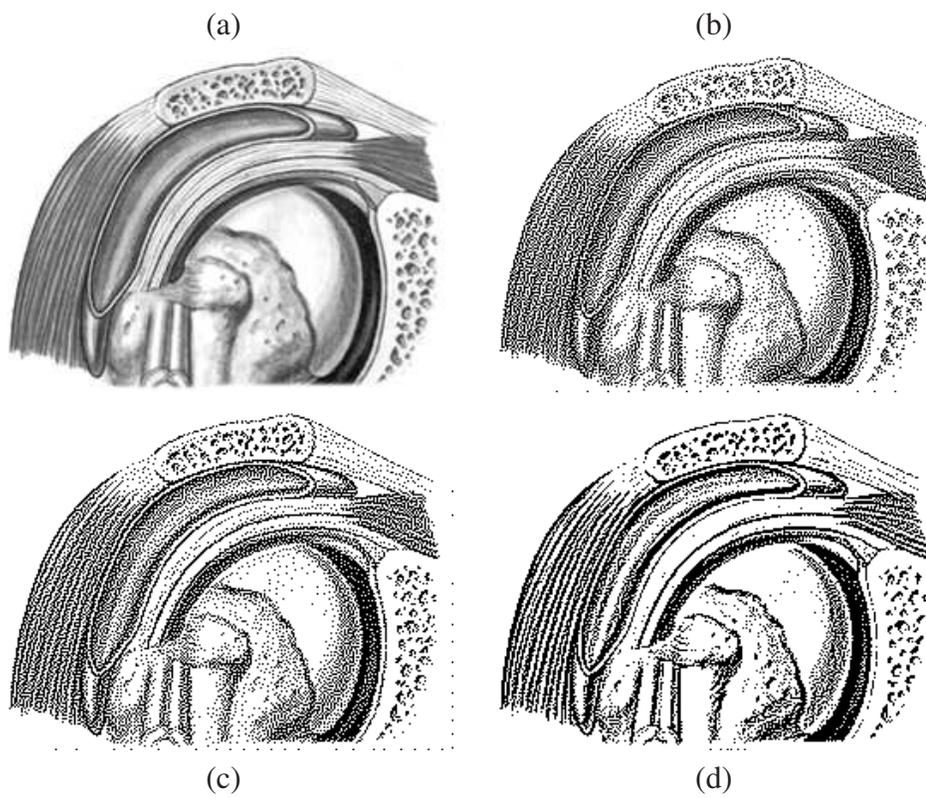


Figure 2.10: *Méthode de Eschbach et Knox. (a) Image originale. (b) $k = 0$ (c) $k = -2$ (d) $k = -5$. Cette image est aussi rendue avec d'autres méthodes plus avancées à la figure 4.1.*

L'idée d'utiliser du bruit blanc pour contrôler la régularité des patrons de points dans les tons difficiles a été couplée avec une technique de diffusion d'erreur à coefficients variables (voir section 2.5.4) plusieurs années plus tard pour donner les meilleurs résultats produits par diffusion d'erreur jusqu'à ce jour pour des aplats de ton uniforme [46]. Dans leur article, Zhou et Fang évaluent la quantité de bruit blanc à ajouter au seuil fixe pour un nombre de valeurs critiques de gris (rapportées entre 0 et 255) : 0, 44, 64, 85, 95, 102, 107, 112 et 127 ; puis ils utilisent la même quantité pour les valeurs opposées : 255, 211, 191, 170, 160, 153, 148, 143 et 128. Ils utilisent une interpolation linéaire pour les valeurs intermédiaires. Le résultat est une progression très agréable du ton perçu, sans artéfacts, dans toute région où la variation de ton dans l'image originale demeure très douce. L'ajout de bruit blanc au seuil n'a pas l'effet d'accentuation des traits qu'ont les méthodes de Eschbach et Knox et de Kwak et al. La méthode de Zhou et Fang peut être combinée avec ces dernières pour obtenir une image de meilleure qualité visuelle. Cette dernière aura un rôle important à jouer à la section 3.2 et fera également partie de l'étude comparative du chapitre 4.

2.5.4 Coefficients variables

Quoique la possibilité d'employer des coefficients de diffusion différents de ceux de Floyd et Steinberg ait été explorée très tôt, il a fallu quelques années pour que des recherches aboutissent dans l'idée d'utiliser une gamme adaptative de coefficients de diffusion d'erreur, changeant d'une région à l'autre de l'image.

En 1992, en vue du fait qu'un filtre de diffusion concentré vers seulement 4 coefficients donne les meilleurs résultats dans les régions de tons moyens, mais qu'un filtre de diffusion à 12 coefficients améliore la sensibilité aux détails, Eschbach [8] a créé deux filtres, un de 4 coefficients et un de 12 coefficients, façonnés de manière à permettre une transition douce entre les deux. Ces deux filtres sont donnés à la figure 2.11.

Dans l'algorithme d'Eschbach, chaque pixel traité diffuse son erreur avec l'un ou l'autre des deux filtres, le filtre large étant utilisé pour les pixels originalement très pâles ou

$$\delta_E^{\sim} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad \delta_E^{\pm} = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{7} & 2 \\ 1 & \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{1} & 0.5 \\ 1 & 1 & 2 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

Figure 2.11: Les deux filtres employés par Eschbach dans sa méthode à coefficients de diffusion variables de 1992. Les filtres sont conçus de manière à permettre une douce transition entre l'un et l'autre.

très foncés, le filtre concentré pour les pixels originalement de ton moyen. Pour des raisons d'économie de ressources, la transition entre les deux filtres n'avait pas lieu par une interpolation mais simplement par un changement subit de filtre, créant des artéfacts transitionnels dans les tons intermédiaires.

En 1996, Marcu et Abe ont exploré la possibilité de parcourir l'image dans un ordre aléatoire ou bien selon un ordre basé sur un critère arbitraire tel qu'en ordre croissant de ton des pixels d'entrée [27]. Afin d'utiliser des coefficients adaptés à un voisinage imprédictible, ils ont choisi un filtre de diffusion d'erreur dont les valeurs étaient calculées à partir d'une fonction analytique choisie empiriquement, en l'occurrence une fonction gaussienne. Les valeurs de filtre correspondant à des voisins déjà parcourus étaient soit discartées, soit rapportées sur les voisins actifs, par deux variantes de sa méthode, avec l'observation curieuse que l'ordre de parcours de gauche à droite, avec les coefficients inactifs rapportés, engendrait le même jeu de coefficients que Floyd-Steinberg. Dans leur article, Marcu et Abe suggèrent que le choix de la fonction analytique ne joue pas un rôle critique sur la qualité de l'image, leur fonction donnant des résultats semblables et parfois meilleurs que les coefficients de l'algorithme de Floyd-Steinberg.

En 2001, Ostromoukhov établit une table de filtres de diffusion d'erreur avec une entrée pour chacun des 256 tons admis pour le pixel de l'image d'origine [31]. L'objectif de sa méthode est de sélectionner des filtres qui génèrent les meilleures distributions de points possibles pour des aplats de n'importe quel ton. Le critère exact utilisé pour déterminer les coefficients (trois par filtre ici) est un compromis subjectif entre l'absence d'artéfacts visuellement apparents et la qualité du profil de bruit bleu du spectre de Fourier

des distributions engendrées. Les filtres correspondant aux tons les plus difficiles sont trouvés d'abord, puis ceux pour les tons intermédiaires sont calculés par interpolation, afin d'éviter les artéfacts de transition entre les différents filtres de diffusion.

Lors de la diffusion de l'erreur, le filtre de diffusion utilisé pour chaque pixel est sélectionné en vertu de son ton individuel. Ainsi, les pixels participant à des régions de ton à peu près uniforme ou à transitions lentes contribuent à générer une bonne distribution de points dans leur voisinage. Le pseudo-code suivant décrit l'algorithme d'Ostromoukhov.

```

RENDUOSTROMOUKHOV( $C[n \times m]$ ,  $D[n \times m]$ ,  $S[n \times m]$ )
1   $\mathcal{O} = \mathcal{O}_B$            // Ordre «boustrophédone»
2   $\Delta[x, y] = \text{CONSULTERTABLE256TONS}(C[x, y])$ 
3  RENDUAVECDIFFUSION( $C$ ,  $D$ ,  $S$ ,  $\Delta$ ,  $\mathcal{O}$ )

```

En présence d'une fonction de seuillage constante, la méthode d'Ostromoukhov produit en général de meilleurs résultats que toute autre méthode de diffusion d'erreur à ce jour, les exceptions étant les images fortement détaillées qui gagnent à être traitées avec des filtres plus larges. Cette méthode tend à faire disparaître les fins détails de l'image, un inconvénient qui peut être compensé par un seuillage qui accentue fortement les traits. Les résultats de la méthode d'Ostromoukhov sont présentés en détail au chapitre 4.

CHAPITRE 3

MÉTHODE PROPOSÉE

Le présent chapitre décrit la méthode de diffusion d'erreur sur laquelle nous avons travaillé au cours de notre maîtrise sous la supervision du professeur Victor Ostromoukhov et avec la collaboration de l'étudiant Éric (Jianghao) Chang. Nous référerons le plus souvent à cette méthode et tant que la «méthode proposée.»

Par hypothèse, en donnant à notre modèle de diffusion une paramétrisation étroitement reliée à la fréquence, l'orientation et le contraste présents dans un voisinage d'image donné, les éléments structurels de ce voisinage pourront être mieux conservés par son rendu qu'ils n'auraient pu l'être avec un modèle de diffusion d'erreur basé seulement sur le ton local.

Le chapitre sera divisé en cinq sections principales. D'abord, une «analyse fréquentielle locale» permettra à la méthode proposée de détecter quelle fréquence, orientation et contraste caractérisent le mieux le voisinage de chaque pixel à traiter. Puis, un modèle de base dit «standard» sera établi afin d'établir le comportement de la méthode proposée lorsqu'un pixel à traiter ne présente aucune caractéristique fréquentielle prononcée. En troisième lieu sera exploré un ensemble de paramètres permettant à notre méthode d'adapter son comportement, pour chaque pixel traité, au contenu fréquentiel qui y est détecté. Ensuite, un processus de calibration sera donné afin d'associer à ces paramètres des valeurs appropriées pour toute éventuelle situation ; des résultats obtenus par cette calibration sont aussi fournis. Finalement, une section récapitulative assemblera toutes ces composantes de façon schématique et sous forme d'un pseudo-code complet se voulant suffisant pour l'implémentation de la méthode proposée.

3.1 Analyse de fréquence locale

Les patrons qui se répètent dans une image à différentes échelles constituent la *texture* de cette image. La texture est une notion très importante pour analyser les propriétés d'une image. Comme le rendu en demi-tons doit conserver le mieux possible la nature des images, il est primordial de comprendre en quoi consiste une image. Dans cette section seront donnés deux ensembles de techniques basées respectivement sur les transformées de Fourier et de Hilbert, qui permettront, dans le contexte discret d'une image, d'extraire des caractéristiques texturales essentielles : orientation, fréquence et contraste. L'application de cette analyse fréquentielle est donnée aux sections 3.3 et 3.4.

3.1.1 Transformée de Fourier

Les fréquences décrivent la nature essentielle des images : les hautes fréquences correspondent aux détails fins tandis que les basses fréquences sont responsables de la variation à grande échelle. Il est commun que les images naturelles aient un contenu fréquentiel hétérogène.

L'analyse de Fourier classique [6] représente une image comme une somme d'ondes sinusoïdales d'orientations, périodes, amplitudes et phases différentes. Pour tout signal $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$, la transformée de Fourier est une opération inversible qui produit un signal $\hat{f}(\xi) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$ donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(\vec{x}) &= \int_{\mathbb{R}^n} \hat{f}(\vec{\xi}) e^{2\pi i \vec{x} \cdot \vec{\xi}} d\vec{\xi} \\ \hat{f}(\vec{\xi}) &= \int_{\mathbb{R}^n} f(\vec{x}) e^{-2\pi i \vec{x} \cdot \vec{\xi}} d\vec{x} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Toute onde sinusoïdale pouvant composer la fonction f est associée à une valeur $\vec{\xi}$ du

domaine de \hat{f} . On définit les *caractéristiques fréquentielles* de cette onde comme suit :

$$\begin{aligned}\omega &= \|\vec{\xi}\| && \text{(fréquence)} \\ \theta &= \arg(\xi_1 + i\xi_2) && \text{(orientation)} \\ \alpha &= |\hat{f}(\vec{\xi})| && \text{(amplitude)} \\ \phi &= \arg \hat{f}(\vec{\xi}) && \text{(phase)}\end{aligned}$$

Dans le cas d'une image, la variable indépendante \vec{x} représente la position et la fonction f , à valeurs réelles, donne le ton, ou l'intensité lumineuse qui correspond à cette position. On dit que la fonction f est une fonction du domaine *spatial*. Après application de la transformée de Fourier, la nouvelle variable indépendante $\vec{\xi}$ représente les différentes sinusoïdes qui composent f . La *fréquence* et de l'*orientation* des sinusoïdes sont données par la norme (euclidienne) du vecteur $\vec{\xi}$ et son orientation. Pour une valeur quelconque $z = \hat{f}(\xi)$, l'*amplitude* de la sinusoïde est donnée par le module de z et sa *phase* par son argument complexe. On dit que la fonction \hat{f} est une fonction du domaine *spectral*, ou *fréquentiel*.

Pour des images représentées par un ensemble discret d'intensités lumineuses, une transformée de Fourier discrète (DFT) est habituellement utilisée. Supposons qu'on a une image $C[n \times m] : \mathbb{R}$ à valeurs réelles dans le domaine spatial. Alors la DFT engendre une nouvelle image $\hat{C}[n \times m] : \mathbb{C}$ à valeurs complexes dans le domaine spectral :

$$\begin{aligned}C[x_1, x_2] &= \frac{1}{nm} \sum_{\xi_1=0}^{n-1} \sum_{\xi_2=0}^{m-1} \hat{C}[\xi_1, \xi_2] e^{\frac{2\pi i}{n} x_1 \xi_1} e^{\frac{2\pi i}{m} x_2 \xi_2} \\ \hat{C}[\xi_1, \xi_2] &= \sum_{x_1=0}^{n-1} \sum_{x_2=0}^{m-1} f[x_1, x_2] e^{-\frac{2\pi i}{n} x_1 \xi_1} e^{-\frac{2\pi i}{m} x_2 \xi_2}\end{aligned} \quad (3.2)$$

Comme les indices spatiaux x_1 et x_2 ne permettent pas de représenter de l'information à un niveau plus fin qu'un pixel, les indices fréquentiels $\xi_1 = 0..n - 1$ et $\xi_2 = 0..m - 1$

sont associés aux fréquences sur l'intervalle $[0, 2\pi[$, les fréquences plus hautes étant impossibles à atteindre.

3.1.1.1 Transformée de Fourier locale

L'algorithme de rendu en demi-tons décrit aux sections 3.2, 3.3 et 3.4 fait usage des caractéristiques fréquentielles de l'image à quantifier afin de moduler son comportement d'une façon appropriée. Quoique la transformée de Fourier discrète mesure ces caractéristiques, elle décompose en fréquences mixtes l'information de l'image entière. Supposons qu'on divise une image C en deux parties égales, A et B . Alors, le rendu de chacune de ces parties peut être obtenu en divisant le rendu de C en deux parties égales. Or, bien que le rendu de l'image complète C dépende de toutes les fréquences qui la composent, les rendus de ses parties A et B ne dépendent que des fréquences présentes dans A et B . De la même façon, étant donné que le processus de diffusion d'erreur réduit à son voisinage immédiat l'influence de chaque pixel quantifié, son comportement ne doit être modulé que selon les fréquences présentes dans ce voisinage immédiat.

La transformée de Fourier *locale*, ou à *court terme* (en anglais *Short-Time Fourier Transform*) est une opération utilisée en théorie du signal pour déterminer la fréquence et la phase locales d'une fonction ou, dans le cas qui nous intéresse, d'une image (avec une transformée de Fourier discrète locale). Elle se calcule en multipliant l'image par une fonction fenêtre w puis en prenant sa transformée de Fourier comme normalement :

$$\hat{f}_{x_0}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)w(x - x_0)e^{-2\pi i x \xi} dx \quad (3.3)$$

$$\hat{C}_{h,k}[\xi_i, \xi_j] = \frac{1}{nm} \sum_{x_i=0}^{n-1} \sum_{x_j=0}^{m-1} C[x_i, x_j]w(x_i - h, x_j - k)e^{\frac{-2\pi i}{n}x_i \xi_i} e^{\frac{-2\pi i}{m}x_j \xi_j} \quad (3.4)$$

La fonction fenêtre peut prendre différentes formes, dont l'une des plus simples est une gaussienne. Dans l'implémentation utilisée pour l'algorithme proposé dans les sec-

tions 3.2, 3.3 et 3.4, une gaussienne de paramètre $\sigma = 3.0$ fut satisfaisante :

$$w(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2 \times 3.0^2}\right)$$

Comme cette fonction fenêtre décline très rapidement vers 0 et comme l'image C prend toujours des valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$, la transformée de Fourier discrète locale en (h, k) prise sur l'image entière peut être approximée assez précisément par une transformée locale prise sur un voisinage carré du pixel (h, k) . Dans l'implémentation utilisée pour l'algorithme de rendu en demi-tons proposé, un voisinage de taille 16×16 a été utilisé. Qui plus est, pour les besoins de cet algorithme, les 256 fréquences mesurées dans ce voisinage doivent être estimées par un seul signal de fréquence, orientation et contraste donnés (sans égard à la phase ou à la moyenne locale). Les prochaines sections décrivent comment le choix de cette fréquence «principale» et de ses caractéristiques peut s'opérer.

3.1.1.2 Caractéristiques fréquentielles locales

Il a été mentionné à la section 2.5 que le processus de diffusion d'erreur, en conservant scrupuleusement le ton moyen local, a souvent comme effet secondaire de désagréger les fines composantes textuelles de l'image originale. Puisque cet effet affecte différemment les hautes et les basses fréquences, il est souhaitable que l'analyse des caractéristiques fréquentielles de l'image détecte davantage les fréquences plus difficiles à préserver par diffusion d'erreur.

Soit un pixel $C[h, k]$ et un voisinage $V[l \times l]$ autour de ce pixel. Sachant que l'information concernant la phase associée à chaque fréquence ne sera pas prise en compte, nous nous intéresserons au module de la transformée de Fourier, et en particulier à sa magnitude :

$$\Psi_{h,k}[i, j] = \log \left\| \hat{C}_{h,k}[i, j] \right\|$$

Alors la fréquence et l'orientation caractéristiques de ce voisinage peuvent être calculées par :

$$\xi_1, \xi_2 = \arg \max_{i,j} \{ \Psi_{h,k}[i,j] \cdot p[i,j] \}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{l} \sqrt{(\xi_1)^2 + (\xi_2)^2} \quad (3.5)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right) \quad (3.6)$$

où ξ_1 et ξ_2 sont les coordonnées de la fréquence dominante. Le filtre de pondération $p(r)$, décrit ci-dessous et à la figure 3.1, a été trouvé empiriquement de façon à cerner d'abord les fréquences plus difficiles :

$$\sigma_p(r) = \begin{cases} 0.12 & \text{si } r < 0.28 \\ 0.33 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$p(r) = (r + 0.03) \exp \left(-\frac{(r - 0.28)^2}{2\sigma_p^2(r)} \right)$$

$$p[i,j] = p \left(\frac{1}{l} \sqrt{i^2 + j^2} \right)$$

où i et j varient entre $-\frac{l}{2}$ et $\frac{l}{2}$ et r varie entre 0 et $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Le contraste caractéristique du voisinage ne peut pas se rapporter directement à l'amplitude de la fréquence caractéristique trouvée. En effet, une seule des fréquences mixtes de la transformée de Fourier discrète locale appliquée au voisinage a été choisie, de sorte qu'aucune forme d'interférence constructive ou destructive avec les fréquences ignorées n'est prise en compte.

L'approche implémentée pour l'algorithme proposé aux sections 3.2, 3.3 et 3.4 est basée sur la valeur des extrema locaux. Après que le voisinage ait été filtré par la fonction fe-

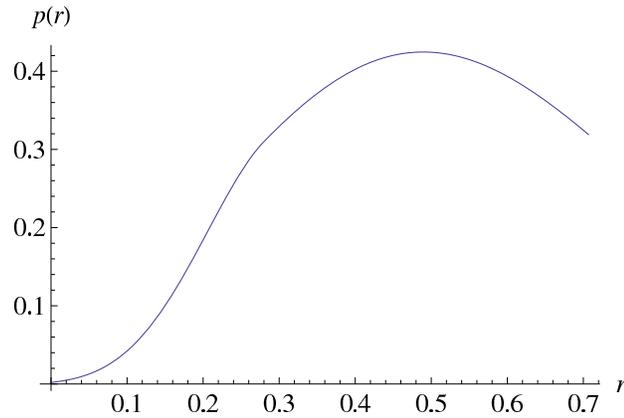


Figure 3.1: *Filtre de pondération appliqué aux magnitudes résultant de l'application d'une transformée de Fourier discrète locale, dans le but de sélectionner une fréquence dominante unique. La fonction employée a été trouvée empiriquement de façon à cerner d'abord les fréquences difficiles à préserver avec le processus de diffusion d'erreur.*

nêtre, mais avant qu'il n'ait été transformé par la transformée de Fourier discrète locale, les valeurs maximale et minimale sont extraites d'un balayage rapide du voisinage filtré par la fonction fenêtre. Seules les coordonnées à une distance du pixel $C[h, k]$ moindre que la mi-période $\frac{\pi l}{\omega}$ sont considérées :

$$\begin{aligned}
 v_m &= \min_{i,j} \left\{ V[i, j] w \left(i - \frac{l}{2}, j - \frac{l}{2} \right), \left\| \left(i - \frac{l}{2}, j - \frac{l}{2} \right) \right\| < \frac{\pi l}{\omega} \right\} \\
 v_M &= \max_{i,j} \{ \dots \} \\
 \alpha &= \frac{v_m + v_M}{2}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Dans la prochaine section, ces dernières techniques *ad hoc* seront comparées à d'autres techniques prises dans la littérature. Les figures 3.2, 3.4 et 3.5 permettent de visualiser les résultats de chaque technique.

3.1.2 Autres techniques

Dans son livre [16], Jähne donne un outil robuste pour extraire l'orientation locale séparément des autres caractéristiques. Également, une opération appelée la transformée de Hilbert sera présentée et utilisée pour extraire la fréquence et le contraste locaux.

3.1.2.1 Orientation locale

La technique proposée par Jähne [16] pour calculer l'orientation locale en un point d'une image est basée sur une variante de calcul de gradient local. Soit un filtre de flou \mathcal{B} et soient les filtres de dérivation partielle suivants :

$$\mathcal{D}_x = (\mathcal{D}_y)^t$$

$$\mathcal{D}_y = \begin{bmatrix} 0.00459622 \\ -0.0239629 \\ 0.0727275 \\ -0.173894 \\ 0.378736 \\ -0.934465 \\ 0 \\ 0.934465 \\ -0.378736 \\ 0.173894 \\ -0.0727275 \\ 0.0239629 \\ -0.00459622 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

On note $\mathcal{J}_{pq} = \mathcal{B}(\mathcal{D}_p \cdot \mathcal{D}_q)$ l'opération qui consiste à appliquer indépendamment les filtres \mathcal{D}_p et \mathcal{D}_q à l'image d'entrée, puis multiplier les deux images obtenues ensemble

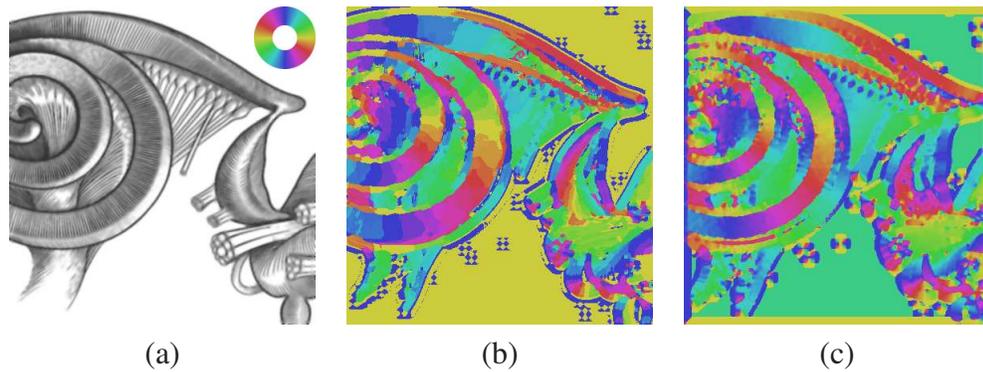


Figure 3.2: *Orientation locale. L'orientation est donnée par la couleur correspondante sur l'anneau coloré. Les deux méthodes comparées détectent la même information, à quelques différences près au niveau de l'exactitude numérique et de l'échelle de précision spatiale. (a) Image originale. L'anneau coloré en haut à droite sert de légende. (b) Orientation selon la transformée de Fourier discrète locale. (c) Orientation selon le calcul du gradient.*

élément-par-élément, puis finalement appliquer le filtre \mathcal{B} au produit.

Trouver l'orientation locale s'effectue en solutionnant le problème de valeurs propres qui consiste à trouver la rotation à appliquer à la matrice

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J}_{xx} & \mathcal{J}_{xy} \\ \mathcal{J}_{xy} & \mathcal{J}_{yy} \end{bmatrix}$$

afin de la ramener à son système de coordonnées d'axes principaux :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathcal{J}_x & 0 \\ 0 & \mathcal{J}_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{J}_{xx} & \mathcal{J}_{xy} \\ \mathcal{J}_{xy} & \mathcal{J}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{J}_{xx} \cos \phi + \mathcal{J}_{xy} \sin \phi & -\mathcal{J}_{xx} \sin \phi + \mathcal{J}_{xy} \cos \phi \\ \mathcal{J}_{xy} \cos \phi + \mathcal{J}_{yy} \sin \phi & -\mathcal{J}_{xy} \sin \phi + \mathcal{J}_{yy} \cos \phi \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= -\mathcal{J}_{xx} \cos \phi \sin \phi + \mathcal{J}_{yy} \cos \phi \sin \phi + \mathcal{J}_{xy} \cos^2 \phi - \mathcal{J}_{xy} \sin^2 \phi \\
&= -\frac{1}{2}(\mathcal{J}_{xx} - \mathcal{J}_{yy}) \sin 2\phi + \mathcal{J}_{xy} \cos 2\phi
\end{aligned}$$

$$\tan 2\phi = \frac{2\mathcal{J}_{xy}}{\mathcal{J}_{xx} - \mathcal{J}_{yy}} \tag{3.9}$$

Alors l'angle correspondant à l'orientation locale est donné par la moitié de l'argument du vecteur $(\mathcal{J}_{xx} - \mathcal{J}_{yy}, 2\mathcal{J}_{xy})$. Cet angle est sensé donner la direction dans laquelle l'image a la plus importante variation. Comme la variation dans l'image advient aussi dans le sens inverse de cette direction, on peut lui affecter un terme de $\pm\pi$ sans en changer la sémantique. À des fins de visualisation, l'angle doublé peut donc être utilisé car il amène la valeur utilisable de l'angle sur un intervalle de 2π .

3.1.2.2 Transformée de Hilbert

La transformée de Hilbert est un outil assez répandu en théorie du signal [16]. Bien que sa définition puisse être donnée dans le domaine spatial, elle est beaucoup plus facile à comprendre dans le domaine spectral, c'est-à-dire en combinaison avec la transformée de Fourier présentée à la section précédente.

Supposons qu'on a un signal $f(x)$ dans le domaine spatial, représenté par $\hat{f}(\xi)$ dans le domaine fréquentiel. Alors la transformée de Hilbert de f , appelons-la f_H , est caractérisée par sa transformée de Fourier

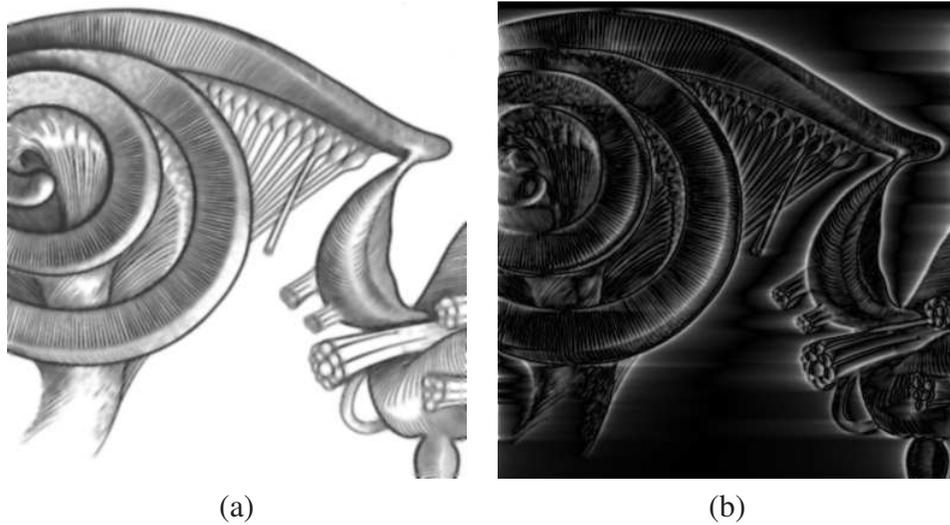


Figure 3.3: La transformée de Hilbert résulte en un déphasage de 90° de toutes les fréquences. (a) Image originale. (b) Transformée de Hilbert discrète horizontale.

$$\hat{f}_H(\xi) = \begin{cases} i\hat{f}(\xi) & \text{si } \xi < 0 \\ 0 & \text{si } \xi = 0 \\ -i\hat{f}(\xi) & \text{si } \xi > 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

Autrement dit, la transformée de Hilbert d'un signal effectue un changement de phase de $+90^\circ$ à ses fréquences négatives et un changement de phase de -90° à ses fréquences positives. Comme la transformée de Hilbert d'un cosinus est un sinus et celle d'un sinus est un $-\cosinus$, il en résulte que la transformée de Hilbert d'un signal réel demeure un signal réel. L'effet concret est de décaler tous les contours et patrons fortement orientés par un quart de période dans un sens ou dans l'autre.

Ce comportement est particulièrement utile, car avec un signal et sa transformée de Hilbert, on peut déduire immédiatement quelle est la phase locale à chaque pixel, puis par la dérivée de la phase on peut déduire quelle est la fréquence locale.

Supposons qu'on a un signal à une seule fréquence dans un voisinage donné, du type $f(t) = \alpha \cos(\omega t + \phi)$, et qu'on veut trouver α , ω et ϕ pour ce voisinage. Supposons que pour un certain t_0 on connaît $a = f(t_0)$ et $b = f_H(t_0)$ ainsi que $c = \frac{df}{dt}(t_0)$ et

$d = \frac{df_H}{dt}(t_0)$. Alors on a

$$\begin{aligned}
 a^2 + b^2 &= \alpha^2 \cos^2(\omega t_0 + \phi) + \alpha^2 \cos^2\left(\omega t_0 + \phi \pm \frac{\pi}{2}\right) \\
 &= \alpha^2 (\cos^2(\omega t_0 + \phi) + (\pm \sin(\omega t_0 + \phi))^2) \\
 &= \alpha^2 (\cos^2(\omega t_0 + \phi) + \sin^2(\omega t_0 + \phi)) \\
 &= \alpha^2 \\
 \alpha &= \sqrt{a^2 + b^2} \tag{3.11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c^2 + d^2 &= (-\alpha\omega \sin(\omega t_0 + \phi))^2 + (\pm\alpha\omega \cos(\omega t_0 + \phi))^2 \\
 &= \alpha^2 \omega^2 \\
 \omega &= \pm \sqrt{\frac{c^2 + d^2}{a^2 + b^2}} \tag{3.12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{b}{a} &= \frac{\pm\alpha \sin(\omega t_0 + \phi)}{\alpha \cos(\omega t_0 + \phi)} \\
 &= \pm \tan(\omega t_0 + \phi)
 \end{aligned}$$

$$\phi = -\omega t_0 \pm \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \tag{3.13}$$

Dans le cas discret et bidimensionnel, la transformée de Hilbert doit être remplacée par une approximation discrète. Aussi, la transformée est séparable et sera appliquée horizontalement et verticalement de façon indépendante, puis le contenu fréquentiel combiné

sera calculé.

Supposons encore qu'on a un signal orienté à une seule fréquence dans un voisinage donné, du type $f(s, t) = \alpha \cos(\omega(s \cos \theta + t \sin \theta) + \phi)$, on veut trouver α , ω , θ et ϕ avec un certain (s_0, t_0) pour lequel on connaît $a = f(s_0, t_0)$, $b = f_X(s_0, t_0)$, $b' = f_Y(s_0, t_0)$ ainsi que $c = \frac{df}{ds}(s_0, t_0)$, $c' = \frac{df}{dt}(s_0, t_0)$, $d = \frac{df_X}{ds}(s_0, t_0)$ et $d' = \frac{df_Y}{dt}(s_0, t_0)$, où f_X représente la transformée de Hilbert horizontale et f_Y la transformée de Hilbert verticale.

Alors on a

$$\alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ ou } \sqrt{a'^2 + b'^2} \quad (3.14)$$

$$\omega \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{c^2 + d^2}{a^2 + b^2}} \quad (3.15)$$

$$\omega \sin \theta = \pm \sqrt{\frac{c'^2 + d'^2}{a'^2 + b'^2}} \quad (3.16)$$

$$\phi = -\omega(s_0 \cos \theta + t_0 \sin \theta) \pm \arctan \frac{b}{a} \text{ ou } \dots \pm \arctan \frac{b'}{a'} \quad (3.17)$$

Avec le couple $(\omega \cos \theta, \omega \sin \theta)$, on retrouve ω et θ sans problème. Aussi, on doit noter que pour trouver α et ϕ , on peut utiliser l'une ou l'autre des transformées horizontale et verticale, sans différence théorique. En effet, s'il y a un patron périodique mais d'orientation différente à celle de la transformation, l'onde perçue aura une période plus longue mais la même amplitude et la même phase. En pratique, il est mieux d'utiliser la transformée qui correspond le plus possible à l'angle θ , afin de maximiser la cohérence du résultat dans les cas où l'autre transformée est presque perpendiculaire à l'orientation locale ou dans les cas où plus d'une fréquence et orientation locales coexistent dans le voisinage.

Bien que la transformée de Hilbert procure un moyen direct d'évaluer les caractéristiques fréquentielles locales d'une image, les calculs présentés ci-haut ne sont pas utilisés tels quels dans la littérature. La section suivante indique des techniques plus sophistiquées s'attaquant séparément à chaque caractéristique fréquentielle locale.

3.1.2.3 Fréquence locale

La transformée de Hilbert discrète peut être produite approximativement par une convolution avec un certain filtre. Il en va de même de l'opérateur de dérivation partielle (décrit à la section 3.1.2.1), qui peut par ailleurs être combiné avec la transformée de Hilbert discrète pour obtenir un seul filtre arrivant aux deux fins.

Jähne [16] fournit quelques filtres de transformée de Hilbert discrète unidimensionnelle. La paire de filtres suivante peut être utilisée partout où une transformée de Hilbert discrète est demandée :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{Q}_x^- &= (\mathcal{Q}_y^-)^t \\
 &= \begin{bmatrix} -0.00538212 \\ 0 \\ -0.0177172 \\ 0 \\ -0.0424971 \\ 0 \\ -0.0882246 \\ 0 \\ -0.186828 \\ 0 \\ -0.627811 \\ 0 \\ 0.627811 \\ 0 \\ 0.186828 \\ 0 \\ 0.0882246 \\ 0 \\ 0.0424971 \\ 0 \\ 0.0177172 \\ 0 \\ 0.00538212 \end{bmatrix} \\
 \mathcal{Q}_y^- &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.627811 \\ 0 \\ 0.186828 \\ 0 \\ 0.0882246 \\ 0 \\ 0.0424971 \\ 0 \\ 0.0177172 \\ 0 \\ 0.00538212 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Au lieu d'utiliser directement l'équation 3.12 pour trouver la fréquence (horizontale ou verticale), Fleet et al. [10] proposent une formule qui est équivalente lorsqu'une seule fréquence est présente mais qui est moins sujette aux discontinuités lorsque la phase

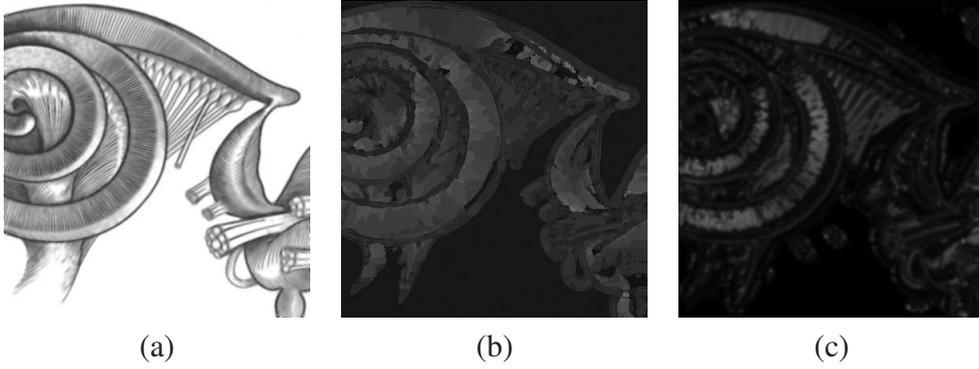


Figure 3.4: *Fréquence locale. Les tons pâles correspondent aux hautes fréquences. Bien que les deux méthodes répondent aux mêmes stimuli fréquentiels, la transformée de Fourier discrète locale offre une appréciation globale plus juste de l'image. (a) Image originale. (b) Fréquence selon la transformée de Fourier discrète locale. (c) Fréquence selon le calcul du gradient.*

locale change chaotiquement :

$$\omega_x(s_0, t_0) = \Delta\phi_x(s_0, t_0) = \frac{q_x^+(s_0, t_0)\Delta q_x^-(s_0, t_0) - q_x^-(s_0, t_0)\Delta q_x^+(s_0, t_0)}{q_x^+(s_0, t_0)^2 + q_x^-(s_0, t_0)^2} \quad (3.19)$$

où q_x^+ est l'image originale sans ses basses fréquences horizontales, q_x^- est le signal q_x^+ auquel on a appliqué le filtre \mathcal{Q}_x^- de Hilbert discret horizontal, Δq_x^- et Δq_x^+ sont obtenus par l'application du filtre \mathcal{D}_x de dérivation partielle. De la même façon, ω_y s'obtient de l'application de filtres verticaux, puis $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ donne la fréquence combinée.

3.1.2.4 Contraste local

Une fois qu'on connaît l'orientation et la fréquence locales de façon fiable, on peut calculer le contraste local à partir de l'amplitude donnée par l'équation 3.11, appliquée à cette orientation et à cette fréquence.

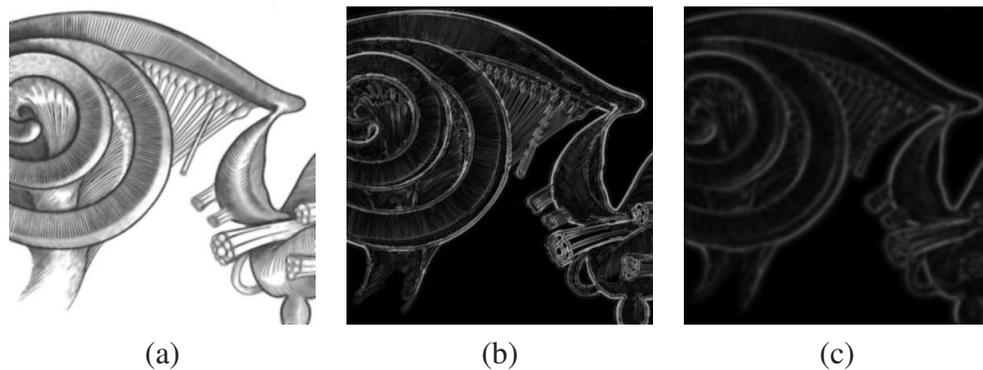


Figure 3.5: *Contraste local. Les tons pâles correspondent aux contrastes élevés. La transformée de Fourier discrète produit des résultats qualitativement semblables au calcul du gradient. (a) Image originale. (b) Contraste selon la transformée de Fourier discrète locale. (c) Contraste selon le calcul du gradient.*

3.2 Diffusion d'erreur standard

Un des critères de l'algorithme de diffusion d'erreur sensible à la structure, développé et décrit ici, est de produire des résultats aussi bons que les algorithmes existants lorsqu'aucune structure importante n'est présente dans une image. Pour rendre une image ou une section d'image dont les caractéristiques fréquentielles locales sont neutres, la méthode proposée adopte un comportement fondé sur l'algorithme de diffusion d'erreur développé par Zhou et Fang [46] qui, en accord avec les résultats présentés à la section 2.5, produit d'excellents résultats à la fois visuellement et spectralement quoiqu'elle ne tienne pas compte du contenu structurel de l'image.

Dans les sections suivantes sera décrit le comportement dit «standard» de la méthode proposée : l'ordre de parcours choisi sera d'abord traité, puis le modèle décrivant les coefficients de diffusion, et pour terminer, le processus de construction de l'image seuil employée.

3.2.1 Ordre de parcours

Pour arriver à un meilleur résultat à la section 3.4.1, centrée sur la sensibilité à la structure, l'ordre de parcours choisi par la méthode de Zhou et Fang prise comme référence a été reconsidéré, et par conséquent la valeur des coefficients de diffusion prescrits par cette méthode ainsi que la quantité de bruit ajouté au seuil de quantification pour chaque ton de gris. (Ces termes sont expliqués à la section 2.5.3.)

Dans leur article, Zhou et Fang utilisent un ordre de parcours en alternance de gauche à droite, puis de droite à gauche, vers le bas [46]. Deux autres ordres de parcours furent comparés à celui-là dans notre recherche, et l'ordre de parcours donnant les meilleurs résultats au niveau spectral (voir figure 3.6) fut l'ordre de parcours dit «diagonal». Tous ces ordres de parcours et d'autres encore ont été explorés dans le passé par Ulichney [39], entre autres.

Le pseudo-code suivant indique comment on procède pour ordonner les points à parcourir selon le modèle diagonal à direction alternante. En commençant par la position d'origine, on avance dans une direction jusqu'à ce qu'on dépasse la bordure du rectangle formant l'image, puis on corrige la position pour rester à l'intérieur du rectangle et on change de direction.

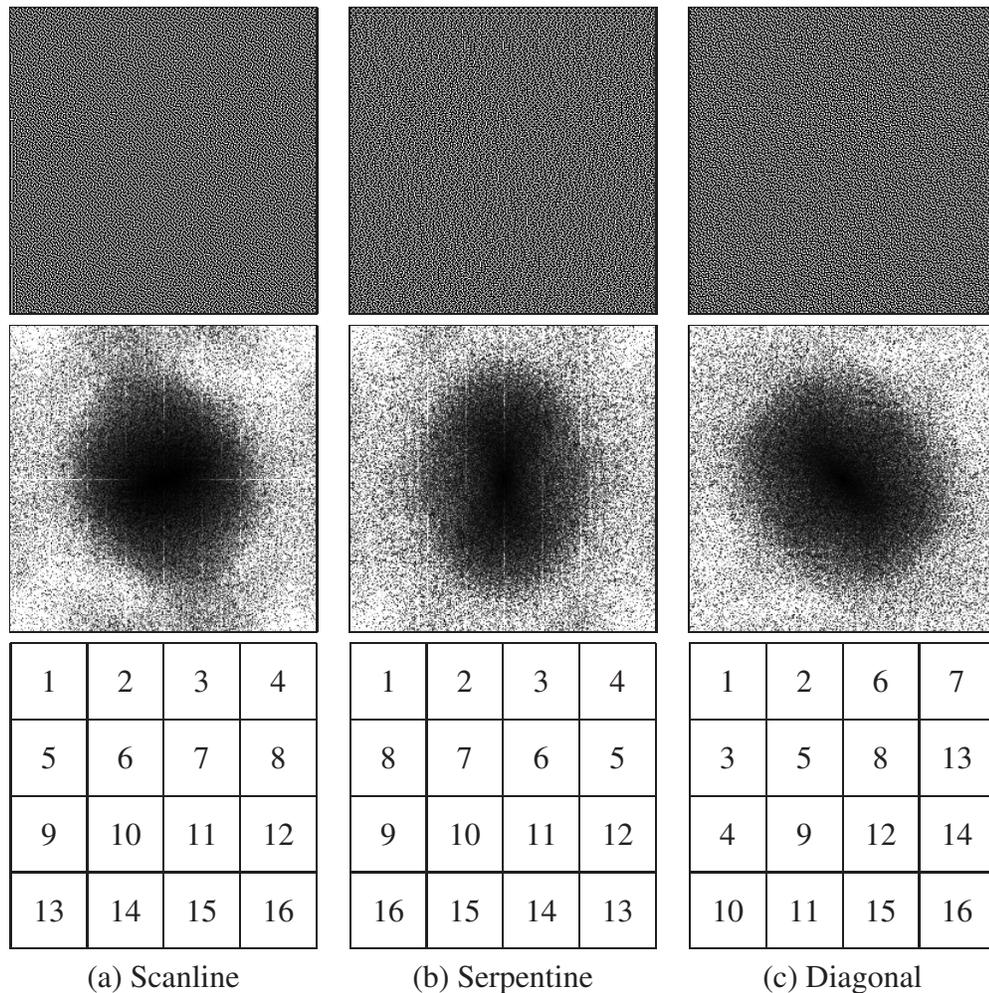


Figure 3.6: Ordres de parcours. En haut, rendu d'un aplat de ton constant avec le modèle gaussien isotrope de la section 3.3.1. Au milieu, les spectres de Fourier correspondant aux différents ordres de parcours utilisés. En bas, les indices dans lesquels les pixels sont parcourus pour chaque ordre de parcours. Horizontalement, ordres de parcours. (a) «Scanline» : très sujet aux artéfacts (voir figure 2.9); (b) «Serpentine» ou «Boustrophédone» : très forte anisotropie à 90° ; (c) «Diagonal» : anisotropie notable orientée à 45° . L'algorithme proposé adopte le parcours diagonal comme candidat le «moins pire».

PROCHAINPIXEL(x, y, \mathcal{O}_D)

```

1  ( $x, y$ ) = ( $x + direction, y - direction$ )
2
3  if  $x \geq n$ 
4      ( $x, y$ ) = ( $x - 1, y + 2$ ),  $direction = -direction$ 
5  elseif  $y \geq m$ 
6      ( $x, y$ ) = ( $x + 2, y - 1$ ),  $direction = -direction$ 
7  elseif  $x < 0$ 
8      ( $x, y$ ) = ( $x + 1, y$ ),  $direction = -direction$ 
9  elseif  $y < 0$ 
10     ( $x, y$ ) = ( $x, y + 1$ ),  $direction = -direction$ 
11
12 if  $x \geq n \vee y \geq m$ 
13     return NIL

```

3.2.2 Coefficients de diffusion et seuillage

En 2001, Ostromoukhov a décrit une méthode de calibration pour les coefficients de diffusion d'erreur, basée sur les propriétés spectrales d'aplats de différents tons [31]. Au cours de la calibration, chaque ton de gris doit engendrer une distribution ayant un profil de «bruit bleu», c'est-à-dire isotrope et avec le moins possible de basses fréquences. Par la nature même de la diffusion d'erreur, le ton moyen sera conservé peu importe les coefficients, mais les artéfacts communs comme les formations en «labyrinthes» et les structures «*worm-like*» (voir figure 2.9) doivent être éliminées autant que possible.

Chaque aplat est rendu en demi-tons avec différents coefficients jusqu'à ce qu'un ensemble de coefficients donnant un rendu satisfaisant soit trouvé. On impose également que les aplats de tons similaires aient des coefficients similaires afin de permettre des transitions continues entre les tons (c'est-à-dire éviter des problèmes de «faux contours» semblables à ceux présentés dans la figure 2.3c). Pour y arriver plus facilement, seuls les tons de gris les plus délicats à calibrer, c'est-à-dire ceux qui sont les plus sujets aux

artéfacts nuisibles, sont calibrés individuellement, tandis que la calibration des autres tons intermédiaires résulte d'une interpolation, assurant ainsi la continuité. Comme mentionné à la section 2.5.2, les coefficients utilisés pour un ordre de parcours alternant de direction doivent être renversés symétriquement à chaque fois que la direction alterne. La réflexion a lieu par rapport à l'axe de changement de direction.

Le travail de Zhou et Fang reprend les mêmes critères de calibration que ceux utilisés par Ostromoukhov pour les coefficients de diffusion, mais ajoute un degré de liberté, à savoir que le seuil de quantification utilisé pour chaque pixel se voit ajouter une certaine quantité de bruit aléatoire qui dépend de son ton [46]. La méthode d'Ostromoukhov utilise un seuil de quantification fixe situé à mi-chemin entre le blanc et le noir, permettant en général le moins possible d'«effets de bord» [31]. La méthode de Zhou et Fang utilise également un seuil centré autour du gris médian, mais le facteur de bruit ajouté à celui-ci permet de briser les structures régulières dans la distribution des points lorsque nécessaire. Cependant, chaque ton de gris doit conserver un taux de bruit aussi réduit que possible, car le bruit ajouté dégrade progressivement la qualité visuelle de l'image.

En suivant ces principes, notre collègue Chang a établi un ensemble de coefficients et de taux de bruit adapté à l'ordre de parcours diagonal utilisé. Le tableau 3.I présente la calibration correspondant aux tons de gris les plus délicats à calibrer. La calibration des tons de gris moins sujets aux artéfacts nuisibles a lieu par une interpolation linéaire simple, autant en ce qui concerne les coefficients de diffusion que le taux de bruit attaché au seuil de quantification. La calibration des tons de gris supérieurs à 127 (/255) est omise. Étant donnée l'équivalence numérique qui existe entre ces tons et leurs tons complémentaires, les coefficients correspondant à 128 sont les mêmes que ceux pour 127, ceux pour 129 sont les mêmes que ceux pour 126, et ainsi de suite jusqu'à ceux pour 255 qui sont les mêmes que ceux pour 0.

DIFFUSION STANDARD – Ordre de parcours diagonal					
Niveau de gris (/255)	Coefficients de diffusion				Taux de bruit
	Haut-droite	Droite	Bas-droite	Bas	
0	0.555	0.255	0.015	0.175	0
1	0.555	0.255	0.015	0.175	0
2	0.4925	0.26	0.08	0.1675	0
3	0.43	0.235	0.005	0.33	0
4	0.4075	0.23625	0.00375	0.3525	0
10	0.356	0.156	0.104	0.384	0
22	0.296	0.124	0.088	0.492	0
32	0.18	0.31	0.1	0.41	0.2775
44	0.244	0.238	0.38	0.48	0.17
64	0.15	0.28	0.01	0.56	0.91
72	0.21	0.21	0	0.58	0.77
77	0.17	0.32	0.14	0.37	0.25
85	0.14	0.25	0.25	0.36	0
95	0.12	0.27	0.24	0.37	0.12
102	0.12	0.25	0.24	0.39	0.3
107	0.14	0.25	0.20	0.41	0
112	0.1	0.27	0.22	0.41	0
127	0.11	0.31	0.22	0.36	0.75

Tableau 3.I: Coefficients de diffusion et taux de bruit rattaché au seuil pour les tons les plus sujets aux artéfacts visibles, pour l'ordre de parcours «diagonal», direction bas-gauche vers haut-droite.

3.3 Diffusion d'erreur sensible à la structure

L'objectif primaire de la méthode développée au cours de notre maîtrise est d'adapter le comportement de diffusion d'erreur à la présence d'information structurelle locale importante. Ainsi, la procédure à suivre pour les images aux caractéristiques fréquentielles neutres doit être adaptativement remplacée par une procédure plus spécialisée lorsque ces images dénotent de forts patrons structurés.

Dans cette section, un nouveau modèle de diffusion d'erreur sera proposé, dont les paramètres seront choisis de façon à atteindre une sensibilité aux structures accrue par rapport au modèle de base de la section 3.2. Les paramètres servant au calcul des coefficients de diffusion seront d'abord couverts, puis plus brièvement ceux qui se rattachent à la compilation de l'image seuil.

3.3.1 Coefficients de diffusion

Comme mentionné à la section 2.5, l'utilisation de coefficients de diffusion plus nombreux et moins centralisés provoque une accentuation des contours dans l'image en comparaison avec des ensembles de 3 ou 4 coefficients. En effet, selon Ulichney, les filtres de diffusion répartis sur un plus large support réduiraient le phénomène assez commun de «flou indésirable» (voir la figure 3.8 pour un exemple de ce phénomène). Toutefois, cette réduction s'accompagne souvent d'une dégradation de la qualité de distribution des points blancs et noirs [39].

Notre première idée fut d'adopter une fonction de répartition de l'erreur dotée d'un paramètre permettant de contrôler la «largeur» de la diffusion. Bien qu'il eût été possible d'utiliser d'autres modèles, nous avons opté pour une fonction gaussienne pour sa simplicité. Cette fonction a déjà été employée par d'autres auteurs [27] avec de bons résultats, tel que mentionné à la section 2.5.4.

Selon ce modèle, les coefficients de diffusion d'erreur sont calculés de la façon suivante. Soit $\delta[5 \times 5]$ le filtre de diffusion. Alors chaque coefficient $\delta[i, j]$ est donné par :

$$\begin{aligned}\delta^*[i, j] &= \exp\left(-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \mathcal{O}[i, j] \\ \delta[i, j] &= \frac{\delta^*[i, j]}{\sum_{k,l} \delta^*[k, l]}\end{aligned}\quad (3.20)$$

où le paramètre de variance σ^2 de la gaussienne contrôle la «largeur» de diffusion de l'erreur. La matrice \mathcal{O} représente l'ordre de parcours. Dans le cas de l'ordre diagonal, cette matrice est donnée par $\mathcal{O} = \mathcal{O}_g$ lorsque le parcours a lieu en direction du coin supérieur gauche, et $\mathcal{O} = \mathcal{O}_d$ vers le coin inférieur droit, avec :

$$\mathcal{O}_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathcal{O}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Selon ce modèle, en règle générale plus les valeurs de σ sont élevées, plus les structures de l'image originale devraient être conservées. Cependant, à mesure que σ augmente, la qualité de distribution des points tend à se dégrader. La figure 3.7 montre l'effet d'une diffusion d'erreur avec une fonction gaussienne pour différentes valeurs de paramètre σ .

Pour que ce modèle soit suffisant, il doit aussi offrir un contrôle sur la distribution des

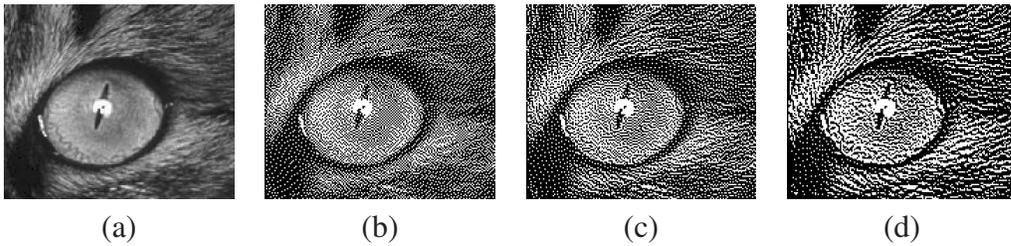


Figure 3.7: Diffusion d'erreur avec le modèle gaussien à un seul paramètre σ , pour différentes valeurs. (a) Image originale. (b) $\sigma = 0.6$. (c) $\sigma = 1.2$. (d) $\sigma = 2.0$.

points, c'est-à-dire qu'il doit opérer sur le spectre de Fourier. À la section 3.2.1, différents ordres de parcours ont été considérés. Dans chaque cas, les spectres de Fourier des distributions étaient dotés d'une anisotropie inhérente (voir figure 3.6). Pour corriger l'anisotropie orientée à 45° engendrée par l'ordre de parcours diagonal employé par notre algorithme, un paramètre supplémentaire a été ajouté au modèle gaussien décrit dans les paragraphes précédents.

Le second paramètre du modèle proposé est un facteur d'anisotropie correctionnelle, orientée à 45°. L'équation 3.20 devient alors :

$$\begin{aligned}
 u_{ij} &= a \left(\frac{\sqrt{2}}{2}i - \frac{\sqrt{2}}{2}j \right) \\
 v_{ij} &= a^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}i + \frac{\sqrt{2}}{2}j \right) \\
 \delta[i, j] &= \frac{\delta^*[u_{ij}, v_{ij}]}{\sum_{k,l} \delta^*[u_{kl}, v_{kl}]} \tag{3.22}
 \end{aligned}$$

Pour d'obtenir des résultats qui se distinguent proprement des arrangements de 3 ou 4 coefficients utilisés par les méthodes traditionnelles de diffusion d'erreur, au moins deux couches de voisins par rapport au point central doivent recevoir une part d'erreur, c'est-à-dire qu'au moins 12 coefficients doivent être conservés pour l'ordre de parcours diagonal. Bien que plus de coefficients puissent offrir plus de robustesse au modèle, ils n'offrent pas plus de flexibilité et ils ne lui procurent rien d'essentiel. Pour cette raison, ce sera le modèle gaussien à deux paramètres et 12 coefficients qui servira de modèle proposé pour le calcul des coefficients de diffusion sensibles à la structure dans les prochains chapitres.

3.3.2 Modulation de seuil

La modulation de seuil est un outil puissant souvent utilisé par les algorithmes de rendu en demi-tons par diffusion d'erreur pour accentuer les contours dans l'image quantifiée [9, 14, 21, 24].

La méthode introduite par Kwak et al. en 2006 construit une image seuil à partir d'un calcul local sur l'image qui équivaut à l'application d'un filtre isotrope de type «*unsharp mask*» [24]. Le résultat atteint par leur méthode représente une amélioration par rapport à celui des méthodes de Knox en 1989 [21] et de Eschbach et Knox en 1991 [9]. Cependant, tel qu'indiqué par Pang et al., même la méthode de Kwak et al. souffre d'effets de flous indésirables à cause de son incapacité à amplifier séparément les fréquences importantes et moins importantes [34].

Plus récemment, Kang et al. [18] ont étudié la capacité de différentes familles de filtres isotropes et anisotropes à accentuer les traits caractéristiques des images. Ils ont démontré que les filtres tels que la «différence de gaussiennes» ont de la difficulté à préserver la sensation de directionnalité, tendant à représenter des contours pâles par des regroupements de pixels recréant moins efficacement l'impression d'alignement attendu.

La méthode que nous proposons, pour atteindre une sensibilité accrue à la structure des images, devrait donc faire usage d'un filtre anisotrope pour construire son image seuil. À cette fin, nous avons choisi le filtre de Gabor, étant données ses propriétés spectrales anisotropes mais très simples :

$$\begin{aligned}
 x' &= x \cos \theta + y \sin \theta \\
 y' &= -x \sin \theta + y \cos \theta \\
 G_{\theta,\omega}(x, y) &= \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{2\sigma_G^2}\right) \cos(\omega x') + k
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Comme l'anisotropie est une propriété qui varie d'un endroit à l'autre de l'image, l'orien-

tation du filtre de Gabor utilisé pour le seuillage doit être différente d'un pixel à l'autre. L'orientation et la fréquence utilisées dans l'équation 3.23 correspondent à l'orientation et la fréquence locales de chaque pixel au moment où le pixel correspondant de l'image seuil est calculé :

$$\begin{aligned}\theta &= \theta[x, y] \\ \omega &= \omega[x, y] \\ S[x, y] &= \beta \sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l C[x-i, y-j] G_{\theta, \omega}(i, j)\end{aligned}\tag{3.24}$$

Dans les équations 3.23 et 3.24, la constante k est choisie de façon à forcer la somme des termes du filtre de Gabor à être nulle sur l'intervalle discret $\{-l, \dots, l\} \times \{-l, \dots, l\}$. Également, une valeur constante $\sigma_G = 1.6$ a été utilisée.

La valeur β représente l'intensité de modulation appliquée au seuil, c'est-à-dire le facteur global de déviation par rapport à un seuil uniforme constant de $\frac{1}{2}$. Il s'agit du troisième paramètre de calibration utilisé par notre modèle pour contrôler son comportement vis-à-vis différentes caractéristiques fréquentielles, les deux autres appartenant au modèle Gaussien décrit à la section 3.3.1 pour les coefficients de diffusion. Il s'agit également du seul paramètre responsable du processus de seuillage.

Il y a un quatrième paramètre de calibration au modèle, qui n'a pas été couvert dans ce chapitre. Son rôle ainsi que son attribution seront abordés à la section 3.4.3.

3.4 Calibration

Les deux chapitres précédents ont expliqué le comportement jugé désirable dans les deux cas distincts d'absence de contenu structurel local (section 3.2) et de présence notable de tel contenu (section 3.3). Or, les images contiennent généralement une combinaison

hétérogène de ces deux caractères essentiels. L'algorithme proposé doit savoir décider si l'information fréquentielle détectée dans une image constitue un caractère «faiblement structuré» ou «fortement structuré». Qui plus est, certaines images présentent des transitions lentes et graduelles entre leurs différentes structures. Ces transitions doivent demeurer continues au cours du rendu en demi-tons, c'est-à-dire que l'algorithme doit répondre d'une façon légèrement différente à des structures légèrement différentes. Pour que l'algorithme exploite le caractère structurel des images adéquatement, il est important que son comportement soit adapté à toute éventualité au niveau des caractéristiques fréquentielles locales de ces images.

La méthode d'Ostromoukhov décrite à la section 2.5.4 utilise un jeu de coefficients choisis en fonction du ton local à chaque pixel. Ces coefficients sont déterminés de façon à minimiser les alignements nuisibles de points occasionnés par la nature périodique de la diffusion d'erreur [31]. Dans leur article, Pang et al. ont souligné que la méthode d'Ostromoukhov, en éliminant les alignements spontanés de points, a souvent pour effet secondaire de désorganiser les points participant aux vraies structures de l'image originale, créant une impression visuelle de flou indésirable [34]. La figure 3.8 illustre cet effet.

Le modèle de diffusion d'erreur sensible à la structure proposé devrait être capable de s'adapter aux besoins structurels locaux de l'image. Il devrait profiter du même effet bénéfique de répartition espacée des points dans les régions où aucun alignement n'existait dans l'image originale, et minimiser l'effet de flou engendré par cette répartition espacée, là où les structures sont importantes.

À cette fin, nous avons choisi un certain nombre d'orientations, fréquences et contrastes particuliers, pour lesquels les quatre paramètres du modèle de diffusion d'erreur de la méthode proposée furent minutieusement choisis ; les paramètres pour les caractéristiques fréquentielles n'ayant pas été choisies furent dérivés par interpolation. Notons que cette procédure est analogue à celle employée par Ostromoukhov pour la calibration des coefficients de diffusion sensibles au ton [31]. (Voir section 2.5.4.)

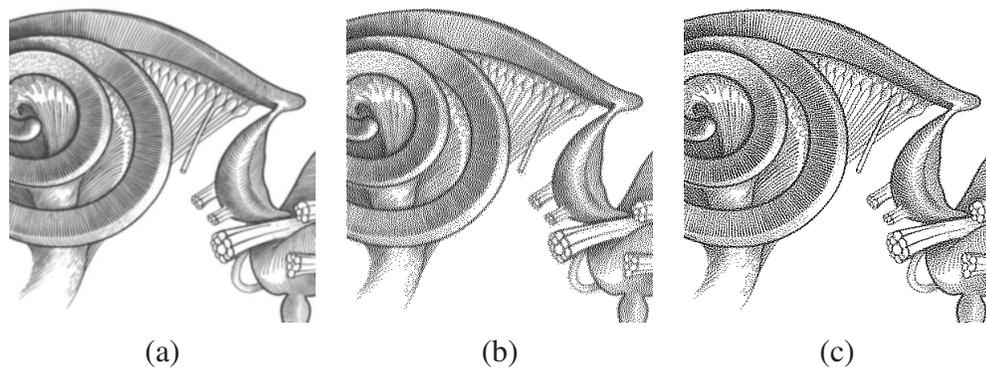


Figure 3.8: *La méthode d'Ostromoukhov élimine les alignements spontanés de points, mais elle élimine aussi les alignements propres aux vraies structures de l'image. (a) L'image originale. (b) Rendu en demi-tons par la méthode d'Ostromoukhov [31]. (c) Rendu en demi-tons par la méthode de Pang et al. [34].*

Des paramètres appropriés pour chaque ensemble de caractéristiques fréquentielles choisis sont trouvés en injectant différents jeux de paramètres dans le modèle de diffusion jusqu'à ce qu'un aplat correspondant à cet ensemble de caractéristiques fréquentielles soit «très bien rendu» par le modèle. Puisqu'un nombre restreint d'ensembles de caractéristiques est traité de cette façon, nous avons pu utiliser directement un critère basé sur une comparaison visuelle afin de déterminer la qualité des rendus.

Notre expérience est similaire à l'expérience classique d'association des couleurs par comparaison côte-à-côte expliquée par Wyszecki et Stiles [45].

Dans notre expérience, l'aplat original et son rendu avec les paramètres choisis sont placés ensemble sur un écran. À côté de chacun se trouve un aplat presque identique servant de référence, de contraste quelque peu différent, ayant déjà été calibré avec satisfaction. Un aplat de contraste nul peut servir de point de départ lorsqu'aucune autre calibration de référence n'existe. La figure 3.9 montre une configuration possible pour l'expérience.

Tout d'abord, l'observateur se place à une distance de visualisation choisie de façon à percevoir de justesse le patron structurel de l'aplat de référence. À cette distance, même les variations très subtiles dans le contraste apparent de l'aplat à calibrer et de l'aplat de référence devraient ressortir clairement. Alors, les paramètres choisis pour le rendu

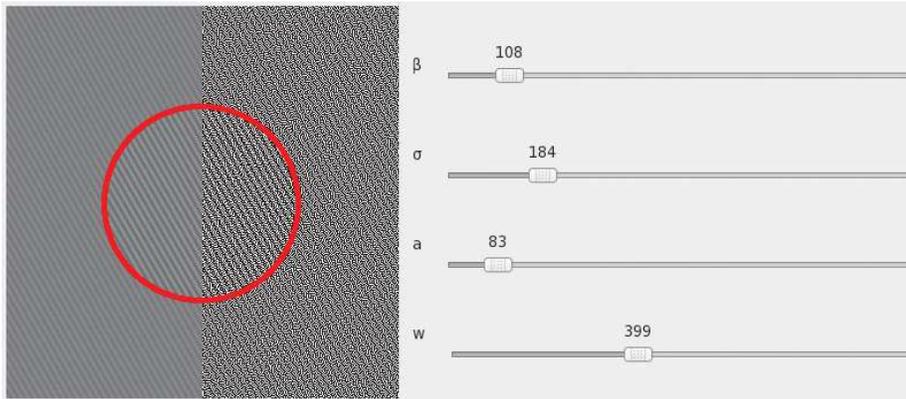


Figure 3.9: *Expérience de calibration. L’aplat à calibrer est placé avec un aplat de référence, pour lequel des paramètres satisfaisants sont déjà déterminés. Dans la moitié gauche de l’image, les deux aplats originaux. Dans la moitié droite, les aplats après rendu en demi-tons. L’aplat de référence, placé en périphérie, sert à déterminer la distance critique d’observation pour l’aplat à calibrer, encerclé en rouge ici. Dans la vraie expérience, le cercle rouge n’apparaît pas.*

de l’aplat à calibrer sont modifiés interactivement par l’observateur jusqu’à ce que les patrons structurels de l’aplat à calibrer soient tout juste aussi distinguables des deux côtés de l’écran.

Il découle directement de ce procédé visuel que le modèle proposé est *sensible à la structure* autant que son modèle paramétrique de diffusion d’erreur peut lui permettre de l’être, pour n’importe quelle image de contenu fréquentiel uniforme (c’est-à-dire pour n’importe quel aplat). En effet, toute image de ce type pour laquelle l’algorithme n’arrive pas à effectuer un bon rendu peut être calibrée séparément jusqu’à ce qu’aucun aplat n’engendre d’insatisfaction.

Par hypothèse, la sensibilité à la structure pour des images de contenu fréquentiel uniforme est une bonne garantie de sensibilité à la structure pour des images au contenu mixte, pourvu que ces dernières puissent être décomposées adéquatement en différentes fréquences locales. Le bien-fondé de cette hypothèse est vérifié au chapitre 4, où la méthode proposée est comparée extensivement aux principales méthodes modernes de rendu en demi-tons par diffusion d’erreur.

Dans le présent chapitre, les paramètres des modèles de coefficients de diffusion et de seuillage étudiés à la section 3.3 seront mis en relation avec les données structurales détectées dans les images en vertu des méthodes décrites à la section 3.1. Quoique des paramètres très différents puissent être appropriés pour des structures semblables mais isolées, tous les paramètres du modèle de diffusion d'erreur devront être choisis de façon à conserver les transitions continues de structures. D'abord les paramètres du modèle de coefficients de diffusion seront traités, puis les paramètres du modèle de seuillage seront abordés brièvement. En troisième lieu sera décrite la transition entre les comportements mis au point pour les segments d'images sans contenu structurel et ceux fortement caractérisés par un élément de texture particulier.

3.4.1 Coefficients de diffusion

Tel qu'expliqué dans la section 3.3.1, les coefficients de diffusion employés par l'algorithme proposé sont dérivés d'un modèle analytique gaussien à deux paramètres : la variance σ (équation 3.20) et l'anisotropie a (équation 3.22). Notre objectif est d'associer une valeur de σ et de a à tout ensemble de caractéristiques fréquentielles locales, via une calibration individuelle d'une riche sélection de ces ensembles.

Le tableau 3.II donne toutes les valeurs de paramètres trouvées, pour chacune des caractéristiques fréquentielles choisies dans le processus de calibration. On notera qu'en raison de symétries dans le processus de diffusion d'erreur, seules les orientations dans l'intervalle $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ furent calibrées. En effet, dû à l'ordre de parcours diagonal à direction alternante choisi (voir section 3.2.1), les structures orientées entre $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ sont abordées par le processus de diffusion d'erreur d'une façon identique à celles orientées entre $\frac{3\pi}{4} \geq \theta \geq \frac{\pi}{4}$. Aussi, par la nature même des caractéristiques fréquentielles, les orientations dans l'intervalle $[\frac{-\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ ne sont pas distinguables des orientations dans l'intervalle $[\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}]$.

VARIANCE – Paramètre σ						
Fréquence ($\cdot \frac{\pi}{32}$)	Contraste (/255)	Orientation				
		$\frac{\pi}{4}$	$\arctan(2)$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi - \arctan(2)$	$\frac{3\pi}{4}$
12	0	1.387	1.387	1.387	1.387	1.387
12	20	0.999	1.154	1.278	0.965	0.560
12	60	0.768	0.815	0.769	0.698	0.542
12	100	0.655	0.667	0.646	0.620	0.579
12	127	0.666	0.625	0.633	0.638	0.500
16	0	1.387	1.387	1.387	1.387	1.387
16	20	1.117	1.173	1.189	1.117	0.708
16	60	0.737	0.750	0.724	0.671	0.545
16	100	0.670	0.681	0.600	0.608	0.502
16	127	0.736	0.615	0.593	0.675	0.553
20	0	1.387	1.387	1.387	1.387	1.387
20	20	0.975	1.117	1.044	1.061	1.007
20	60	0.750	0.719	0.730	0.614	0.600
20	100	0.688	0.718	0.590	0.732	0.540
20	127	0.768	0.665	0.575	0.651	0.594
25	0	1.387	1.387	1.387	1.387	1.387
25	20	1.195	1.105	1.123	1.024	1.117
25	60	0.870	0.754	0.673	0.500	0.663
25	100	0.770	0.688	0.599	0.605	0.581
25	127	0.733	0.672	0.631	0.570	0.614

Tableau 3.II: Valeurs ajustées individuellement pour différents ensembles de caractéristiques fréquentielles. Les deux paramètres relatifs aux coefficients de diffusion d'erreur sont calibrés pour une centaine de cas au total.

ANISOTROPIE – Paramètre a						
Fréquence ($\cdot \frac{\pi}{32}$)	Contraste (/255)	Orientation				
		$\frac{\pi}{4}$	$\arctan(2)$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi - \arctan(2)$	$\frac{3\pi}{4}$
12	0	0.683	0.683	0.683	0.683	0.683
12	20	0.800	0.924	1.055	0.832	0.759
12	60	0.946	1.004	0.985	0.963	0.827
12	100	1.089	1.109	1.099	1.069	0.977
12	127	1.206	1.131	1.131	1.155	0.881
16	0	0.683	0.683	0.683	0.683	0.683
16	20	0.963	1.012	1.055	0.894	0.716
16	60	0.953	0.970	0.963	1.000	0.772
16	100	1.131	1.149	1.042	1.079	0.897
16	127	1.315	1.099	1.060	1.265	0.988
20	0	0.683	0.683	0.683	0.683	0.683
20	20	0.865	0.894	0.977	0.889	0.906
20	60	0.988	0.956	1.016	1.060	0.909
20	100	1.161	1.167	1.084	1.425	0.985
20	127	1.382	1.220	1.055	1.403	1.084
25	0	0.683	0.683	0.683	0.683	0.683
25	20	1.060	1.089	1.079	0.883	0.894
25	60	1.265	1.012	1.004	0.924	0.988
25	100	1.403	1.161	1.115	1.193	1.024
25	127	1.526	1.193	1.173	1.265	1.143

Tableau 3.II: (Suite) Valeurs ajustées individuellement pour différents ensembles de caractéristiques fréquentielles. Les deux paramètres relatifs aux coefficients de diffusion d'erreur sont calibrés pour une centaine de cas au total.

3.4.2 Modulation de seuil

Il n'y a qu'un seul paramètre à déterminer pour calibrer le modèle de seuillage. Il s'agit du paramètre β qui détermine le coefficient d'intensité du filtre appliqué pour la compilation de l'image seuil. Comme cette modulation est le résultat de l'application d'un filtre qui réagit à la fréquence, il est naturel que la fréquence locale soit un critère de calibration. Aussi, comme β joue un rôle immédiat sur le contraste apparent dans l'image de sortie, le contraste local doit faire partie du processus de calibration. Toutefois, l'intensité de modulation du filtre de seuillage n'est pas en relation avec l'orientation locale.

Les orientations, fréquences et contrastes choisis pour la calibration du modèle de coefficients de diffusion ont été associés à une intensité de modulation au cours de la phase de calibration décrite à la section précédente. Cependant, comme cette intensité ne devait pas varier avec l'orientation, une deuxième ronde de calibration plus précise a été effectuée pour ce paramètre, sur un éventail plus diversifié de fréquences et de contrastes.

Le tableau 3.III donne toutes les valeurs trouvées pour le paramètre d'intensité de modulation du seuil, pour chacun des fréquences et contrastes choisis dans le processus de calibration.

3.4.3 Transition vers le comportement structuré

Lorsque les caractéristiques fréquentielles locales de l'image sortent des bornes de l'ensemble des données calibrées, l'algorithme proposé doit adopter sa configuration non sensible à la structure. Cette transition est contrôlée par le quatrième paramètre du modèle de diffusion complet, le paramètre de «sensibilité globale» à la structure.

Ce paramètre a un rôle assez différent des trois autres. Sa valeur pour chaque cas n'a pas été calibrée, mais plutôt assignée par le biais d'une équation simple :

INTENSITÉ DE MODULATION – Paramètre β							
Fréquence ($\cdot \frac{\pi}{32}$)	Contraste						
	$\frac{5}{255}$	$\frac{12}{255}$	$\frac{25}{255}$	$\frac{51}{255}$	$\frac{76}{255}$	$\frac{102}{255}$	$\frac{1}{2}$
4	0.185	0.105	0.090	0.155	0.125	0.035	0.000
8	0.370	0.210	0.180	0.310	0.250	0.070	0.000
12	0.465	0.205	0.190	0.325	0.295	0.125	0.000
16	0.560	0.200	0.200	0.340	0.340	0.180	0.000
20	0.620	0.270	0.200	0.320	0.355	0.160	0.000
24	0.680	0.340	0.200	0.300	0.370	0.140	0.000
28	0.605	0.325	0.255	0.265	0.285	0.120	0.005
32	0.520	0.310	0.310	0.230	0.200	0.100	0.010

Tableau 3.III: Valeurs du paramètre β , relatif au procesus de seuillage, ajustées individuellement pour différents ensembles de caractéristiques fréquentielles.

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \begin{cases} 0 & \text{si } \omega < \frac{\pi}{4} \\ 1 & \text{si } \omega > \frac{3\pi}{8} \\ \frac{\omega - \frac{\pi}{4}}{\frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{4}} & \text{sinon} \end{cases} \\
 p_2 &= \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha < 0.02 \\ 1 & \text{si } \alpha > 0.05 \\ \frac{\alpha - 0.02}{0.05 - 0.02} & \text{sinon} \end{cases} \\
 w &= p_1 p_2 \tag{3.25}
 \end{aligned}$$

L'équation 3.25 est construite de façon à ce que le modèle de diffusion complet effectue une transition douce entre son état de base et son état de sensibilité à la structure lorsque le contraste varie entre 0.02 et 0.05 et lorsque la fréquence varie entre $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{8}$. La combinaison de ces deux conditions se fait toujours en faveur du modèle de base non sensible à la structure.

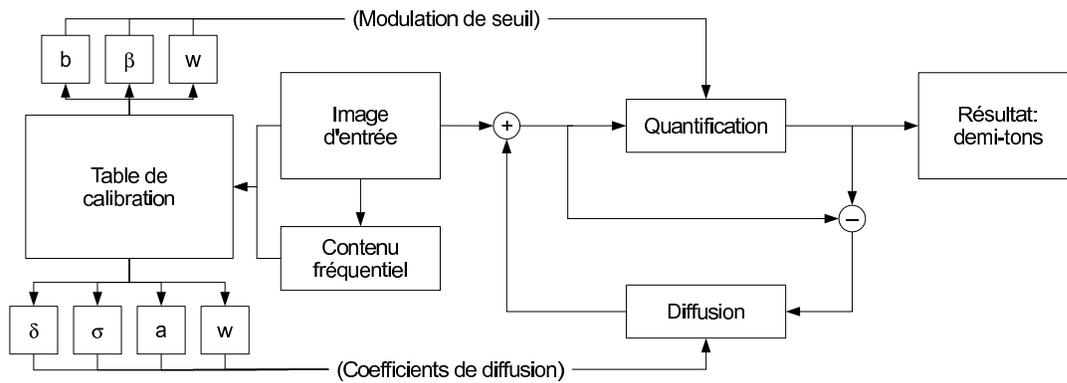


Figure 3.10: *Modèle proposé pour la diffusion d'erreur avec sensibilité adaptée à la structure. Le paramètre de transition w intervient dans le modèle de coefficients de diffusion ainsi que dans la modulation du seuil. Les autres paramètres sont : δ et b pour le modèle de diffusion standard (voir section 3.2) ; σ , a et β pour le modèle de diffusion sensible à la structure (voir section 3.3).*

3.5 Système assemblé

À cette étape-ci, les comportements de rendu en demi-tons en absence et en présence de structure locale prononcée sont définis précisément, leurs paramètres sont calibrés et la transition entre les deux modèles est décrite par un mécanisme précis. La figure 3.10 illustre le comportement global de la méthode. La présente section donne l'implémentation sous forme de pseudo-code du système dans son ensemble, qui sera l'algorithme global de rendu en demi-tons sensible à la structure utilisé dans le prochain chapitre pour produire les résultats montrés.

ORDREDIAGONAL(*Largeur, Hauteur*)

```

1   $N = \text{Largeur} \times \text{Hauteur}$ 
2   $\text{Sortie} = \text{OBTENIRMÉMOIRE}(N)$ 
3   $(x, y) = (0, 0)$ 
4   $\text{direction} = 1$ 
5  for  $n = 0$  to  $N - 1$ 
6       $\text{Sortie}[n] = (x, y, \text{direction})$ 
7       $(x, y) = (x + \text{direction}, y - \text{direction})$ 
8
9      if  $x \geq \text{Largeur}$ 
10          $(x, y) = (x - 1, y + 2), \text{direction} = -\text{direction}$ 
11     elseif  $y \geq \text{Hauteur}$ 
12          $(x, y) = (x + 2, y - 1), \text{direction} = -\text{direction}$ 
13     elseif  $x < 0$ 
14          $(x, y) = (x + 1, y), \text{direction} = -\text{direction}$ 
15     elseif  $y < 0$ 
16          $(x, y) = (x, y + 1), \text{direction} = -\text{direction}$ 
17 return  $\text{Sortie}$ 

```

OBTENIRFILTREGABOR(*Beta, Orientation, Frequence*)

```

1   $\text{Sortie} = \text{OBTENIRMÉMOIRE}(11, 11)$ 
2
3   $h = (\text{Sortie}.\text{Largeur} - 1)/2$ 
4   $k = (\text{Sortie}.\text{Hauteur} - 1)/2$ 
5  for  $i = -h$  to  $h, j = -k$  to  $k$ 
6       $\text{Sortie}[i + h, j + k] = \text{Beta} \times \exp(-(i^2 + j^2)/(2 \times 1.6^2))$ 
            $\times \cos(\text{Frequence} \times (\text{icos}(\text{Orientation}) + \text{j sin}(\text{Orientation})))$ 

```

OBTENIRFILTREGAUSSIEN(*Sigma*, *A*)

```

1  Sortie = OBTENIRMÉMOIRE(5,5)
2
3  h = (Sortie.Largeur - 1)/2
4  k = (Sortie.Hauteur - 1)/2
5  for i = -h to h, j = -k to k
6      Sortie[i + h, j + k] = exp(-((i + j)2/2 × A2 + (i - j)2/2/A2)/(2 × Sigma2))

```

SEUILBRUITÉ(*TauxDeBruit*)

```

1  Sortie = Random(1 - TauxDeBruit, 1 + TauxDeBruit)/2
2  return Sortie

```

SEUILGABOR(*X*, *Y*, *Img*, *FiltreSeuil*)

```

1  N = FiltreSeuil.Largeur × FiltreSeuil.Hauteur
2  h = (FiltreSeuil.Largeur - 1)/2
3  k = (FiltreSeuil.Hauteur - 1)/2
4
5  // On corrige la somme des coefficients pour qu'elle arrive à 0.
6  PoidsTotal = 0
7  for i = -h to h, j = -k to k
8      PoidsTotal = PoidsTotal + FiltreSeuil[i + h, j + k]
9
10 // Calculer une convolution locale du filtre à la position du pixel central.
11 Seuil = 1/2
12 for i = -h to h, j = -k to k
13     Seuil = Seuil + Img[X + i, Y + j] × (FiltreDiffusion[i + h, j + k] - PoidsTotal/N)
14 return Seuil

```

QUANTIFICATION(*Ton, Seuil*)

```

1  if Ton < Seuil
2      DemiTon = NOIR
3  else
4      DemiTon = BLANC
5  return DemiTon

```

DIFFUSIONSTANDARD(*X, Y, Direction, Proportion, Erreur, CoefHautDroite, CoefDroite, CoefBasDroite, CoefBas*)

```

1  Variation = Erreur[x, y] × Proportion
2  Erreur[x, y] = Erreur[x, y] − Variation
3
4  if Direction = 1
5      Erreur[X + 1, Y − 1] = Erreur[X + 1, Y − 1] + Variation × CoefHautDroite
6      Erreur[X + 1, Y] = Erreur[X + 1, Y] + Variation × CoefDroite
7      Erreur[X + 1, Y + 1] = Erreur[X + 1, Y + 1] + Variation × CoefBasDroite
8      Erreur[X, Y + 1] = Erreur[X, Y + 1] + Variation × CoefBas
9  else
10     Erreur[X − 1, Y + 1] = Erreur[X − 1, Y + 1] + Variation × CoefHautDroite
11     Erreur[X, Y + 1] = Erreur[X, Y + 1] + Variation × CoefDroite
12     Erreur[X + 1, Y + 1] = Erreur[X + 1, Y + 1] + Variation × CoefBasDroite
13     Erreur[X + 1, Y] = Erreur[X + 1, Y] + Variation × CoefBas
14  return

```

DIFFUSIONGAUSSIENNE(*X*, *Y*, *Erreur*, *FiltreDiffusion*)

```

1  h = (FiltreDiffusion.Largeur - 1)/2
2  k = (FiltreDiffusion.Hauteur - 1)/2
3
4  // On marque les pixels parcourus en plaçant un nombre négatif dans la table d'erreur.
5  Variation = Erreur[x, y]
6  Erreur[x, y] = -1
7
8  // On normalisera la somme des coefficients correspondant à des pixels non parcourus.
9  CoefTotal = 0
10 for i = -h to h, j = -k to k
11     if Erreur[X + i, Y + j] ≥ 0
12         CoefTotal = CoefTotal + FiltreDiffusion[i + h, j + k]
13
14 // Transférer l'erreur du pixel central vers ses voisins non parcourus.
15 for i = -h to h, j = -k to k
16     if Erreur[X + i, Y + j] ≥ 0
17         Erreur[X + i, Y + j] = Erreur[X + i, Y + j]
                                   + Variation × FiltreDiffusion[i + h, j + k]/CoefTotal
18 return

```

```

RENDUPARDIFFUSIONDERREURSENSIBLEALASTRUCTURE(Img,
ContenuFrequentiel, CalibrationStandard, CalibrationStructure)
1 // Préparer la diffusion ; on suppose que Erreur est initialisé à 0.
2 Erreur = OBTENIRMÉMOIRE(Img.Largeur, Img.Hauteur)
3 Sortie = OBTENIRMÉMOIRE(Img.Largeur, Img.Hauteur)
4 Ordre = ORDREDIAGONAL(Img.Largeur, Img.Hauteur)
5
6 for (x, y, d) ∈ Ordre
7 // Récupérer les paramètres locaux à partir des tables de calibration
8 ( $\delta_{hd}$ ,  $\delta_d$ ,  $\delta_{bd}$ ,  $\delta_b$ , b) = CalibrationStandard[Img[x, y], direction].(CoefHautDroite,
CoefDroite, CoefBasDroite, CoefBas, TauxDeBruit)
9 ( $\beta$ ,  $\sigma$ , a, w) = CalibrationStructure[ContenuFrequentiel[i, j]].(Beta, Sigma, A, W)
10
11 // Récupérer les filtres de seuillage et de diffusion à partir des paramètres locaux
12 Gabor = OBTENIRFILTREGABOR( $\beta$ , ContenuFrequentiel[i, j].Orientation,
ContenuFrequentiel[i, j].Frequence)
13 Gaussienne = OBTENIRFILTREGAUSSIEN( $\sigma$ , a)
14
15 // Ajouter du bruit au seuil en porportion opposée à la sensibilité aux structures.
16 Seuil = SEUILGABOR(x, y, Img, Gabor) + (1 - w) × SEUILBRUITÉ(b)
17 Sortie[x, y] = QUANTIFICATION(Img[x, y] + Erreur[x, y], Seuil)
18 Erreur[x, y] = Erreur[x, y] + Img[x, y] - Sortie[x, y]
19
20 // Diffuser l'erreur partiellement par des coefficients standard.
21 DIFFUSIONSTANDARD(x, y, d, w, Erreur,  $\delta_{hd}$ ,  $\delta_d$ ,  $\delta_{bd}$ ,  $\delta_b$ )
22 // Puis diffuser le reste par des coefficients sensibles à la structure.
23 DIFFUSIONGAUSSIENNE(x, y, Erreur, Gaussienne)
24 return Sortie

```


CHAPITRE 4

RÉSULTATS

Dans ce chapitre, une évaluations visuelle sera d'abord donnée, puis une évaluation de qualité basée sur deux métriques objectives, le PSNR et le MSSIM, sera présentée. Le temps d'opération de la méthode décrite fera aussi l'objet d'une étude comparative.

4.1 Évaluation visuelle

Dans cette section, la qualité visuelle de notre algorithme sera jugée à partir d'un ensemble test diversifié composé d'images tirées d'articles connus, en particulier de l'article de Pang et al. [34], celle-ci étant à ce jour la plus haute référence de qualité. Cet ensemble test présente une large variété de propriétés susceptibles d'être difficiles à reproduire : petits détails de contrastes variés, gradations continues de tons, structures distinctives (feuillages, poils, tissus humains), etc.

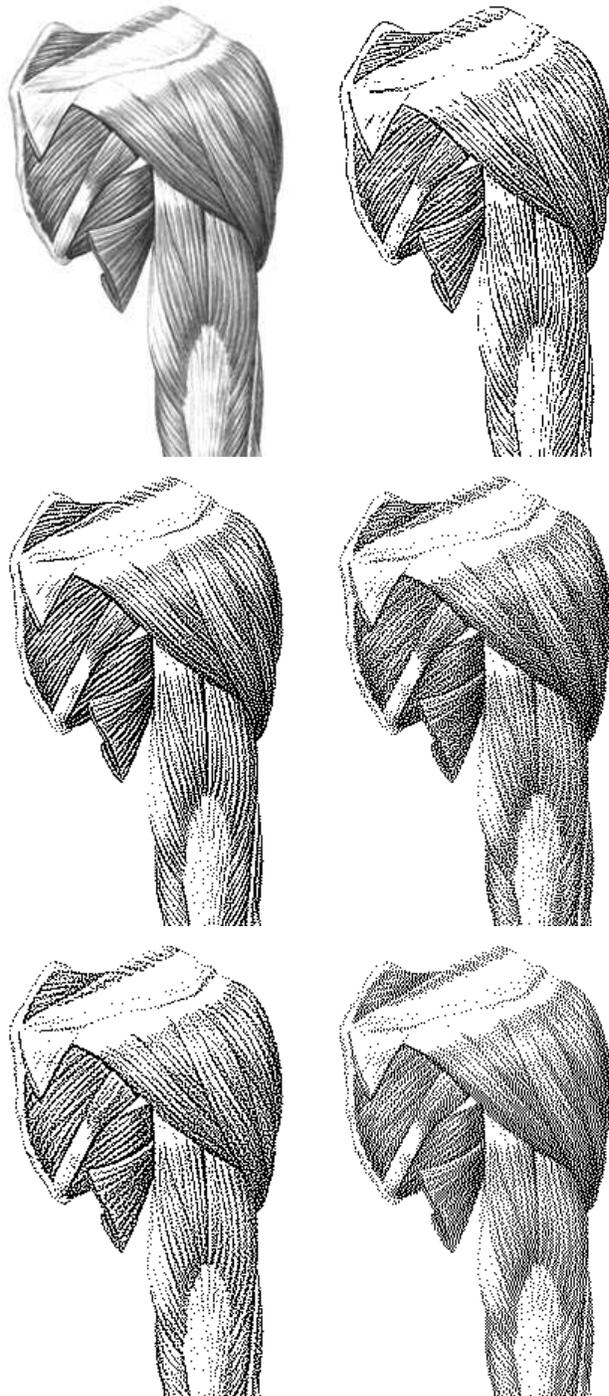


Figure 4.1: Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

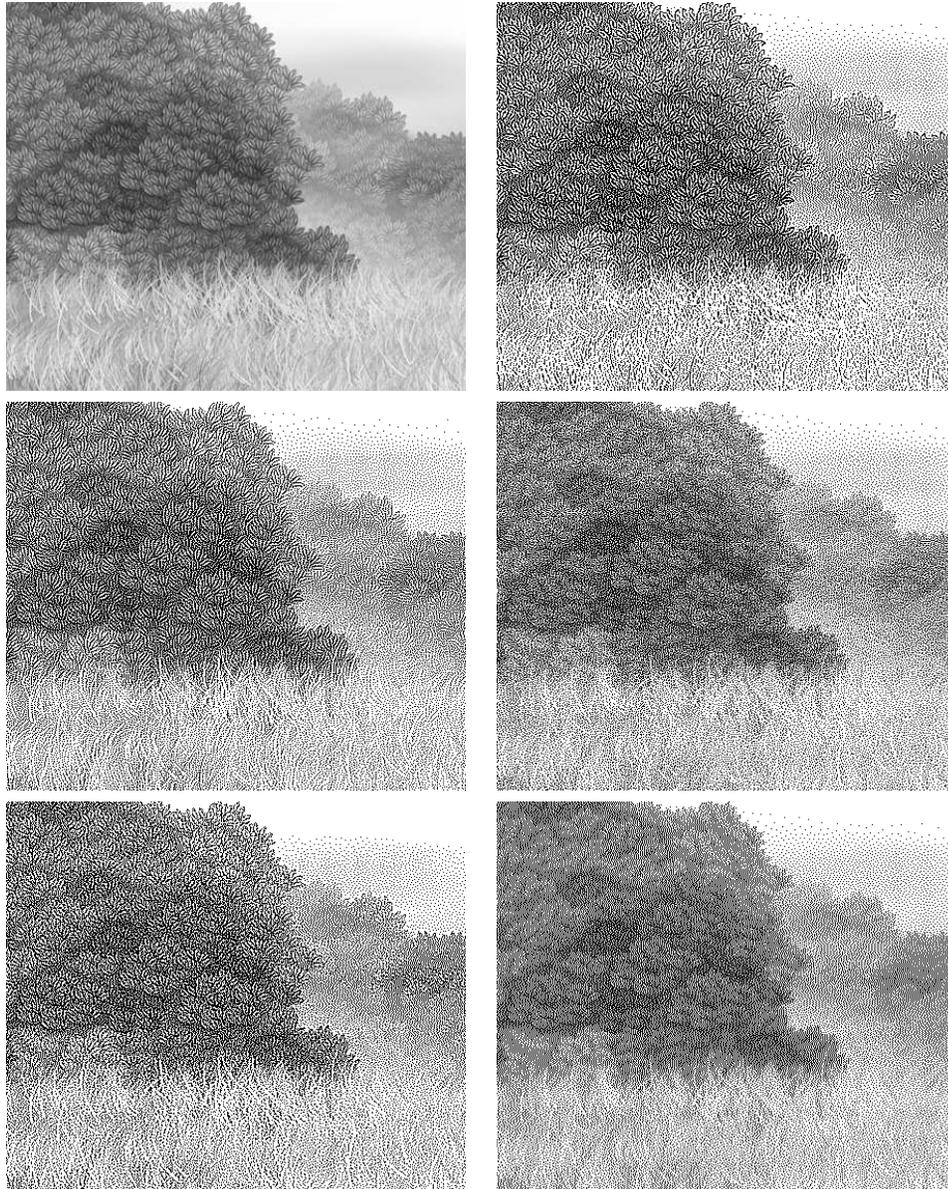


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.



Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

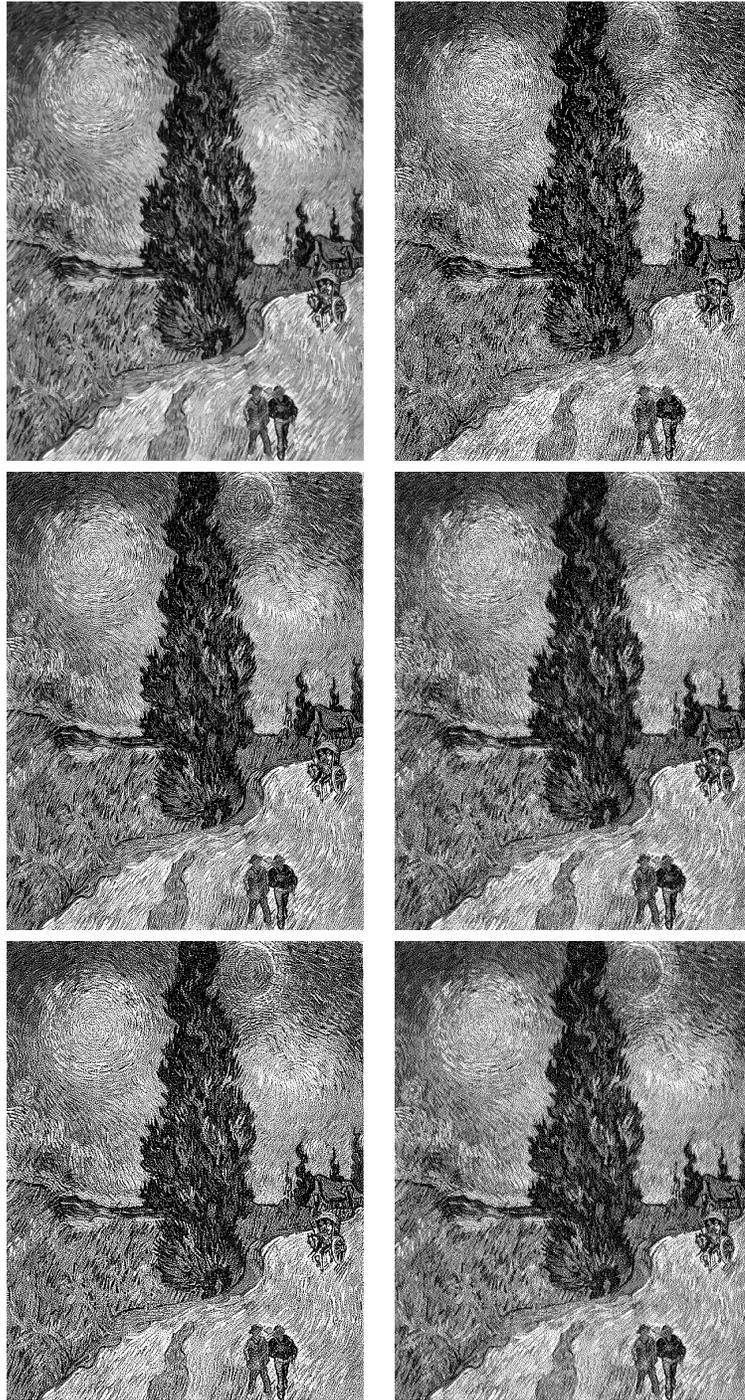


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

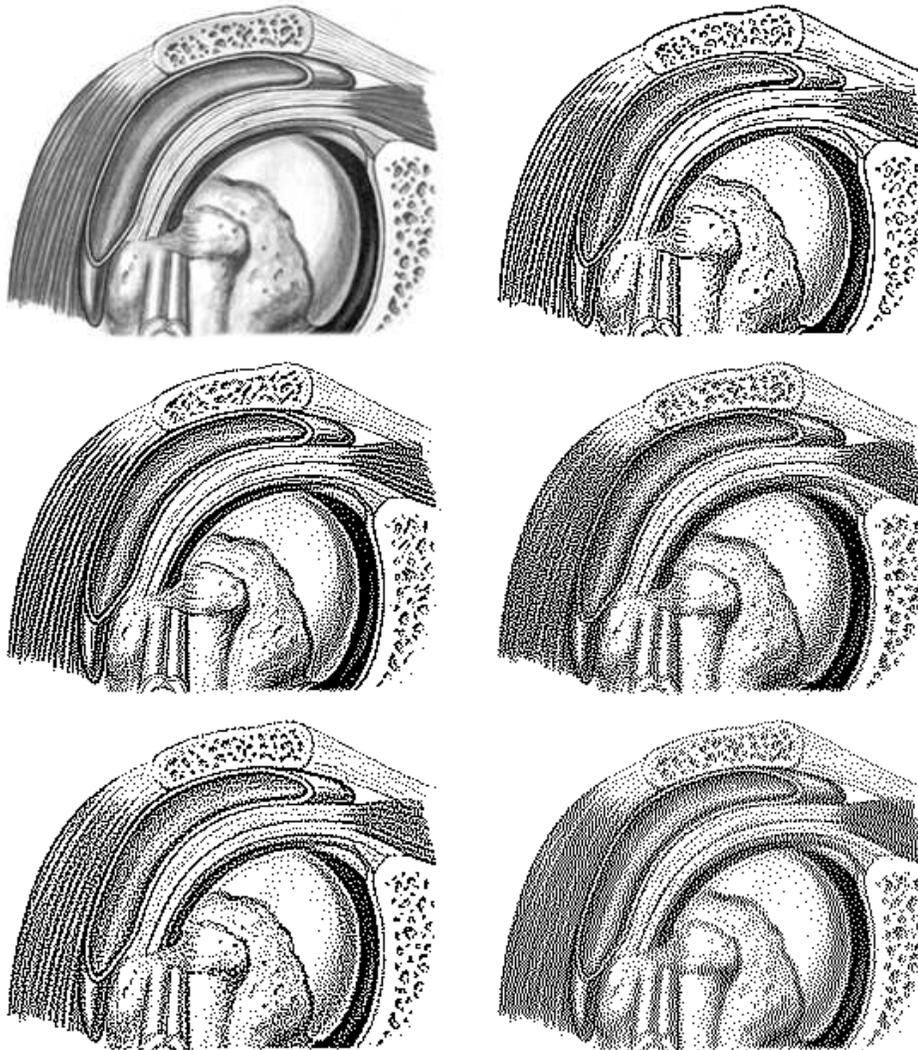


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

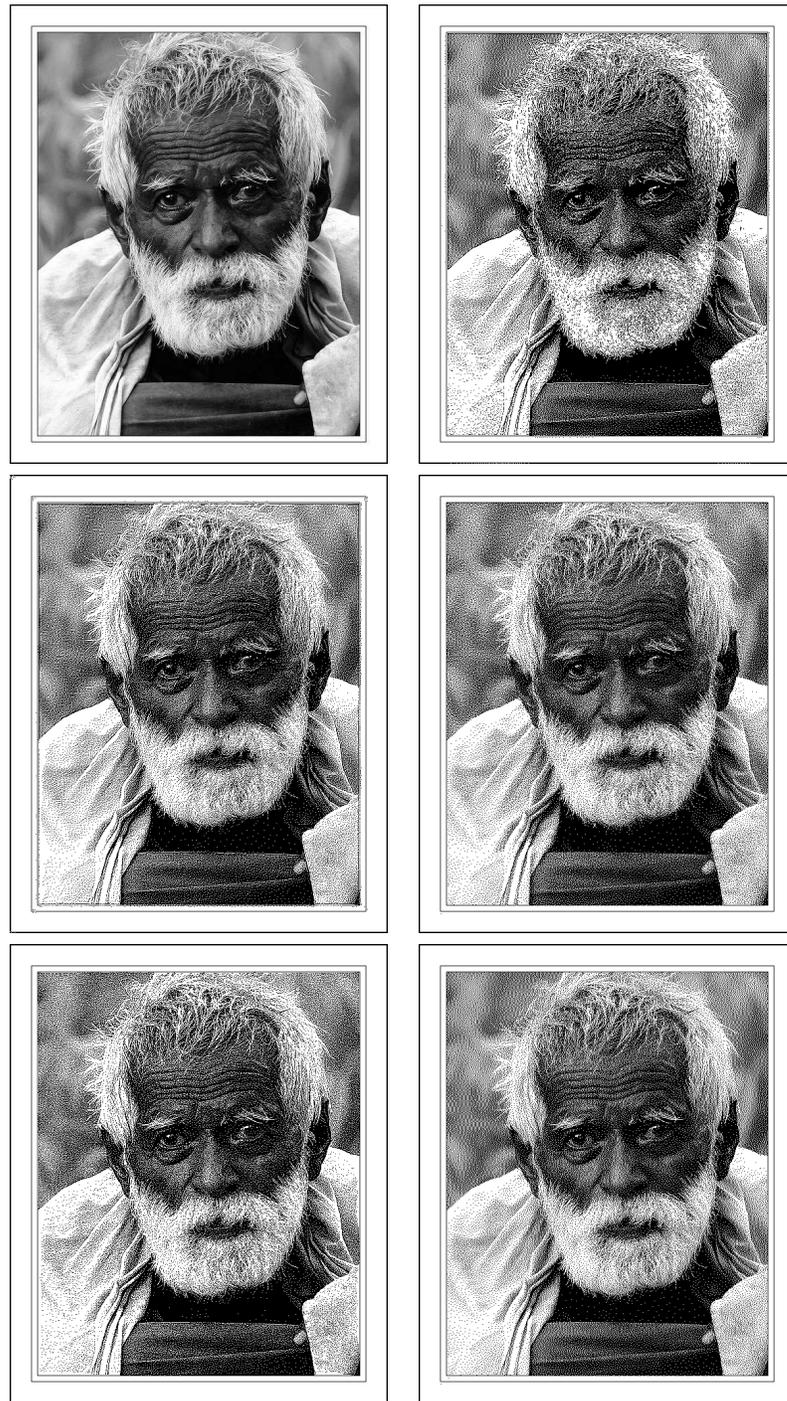


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

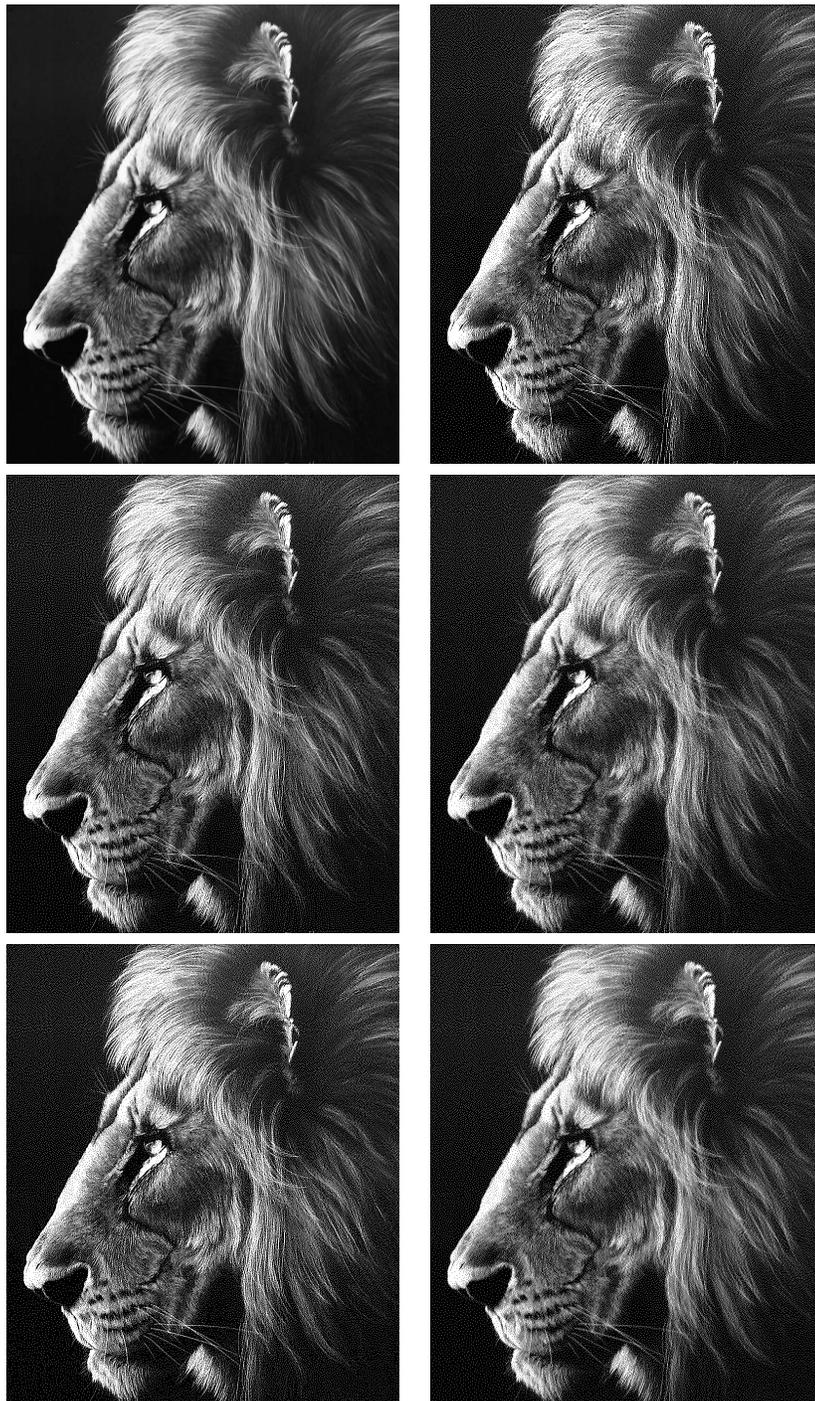


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.



Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

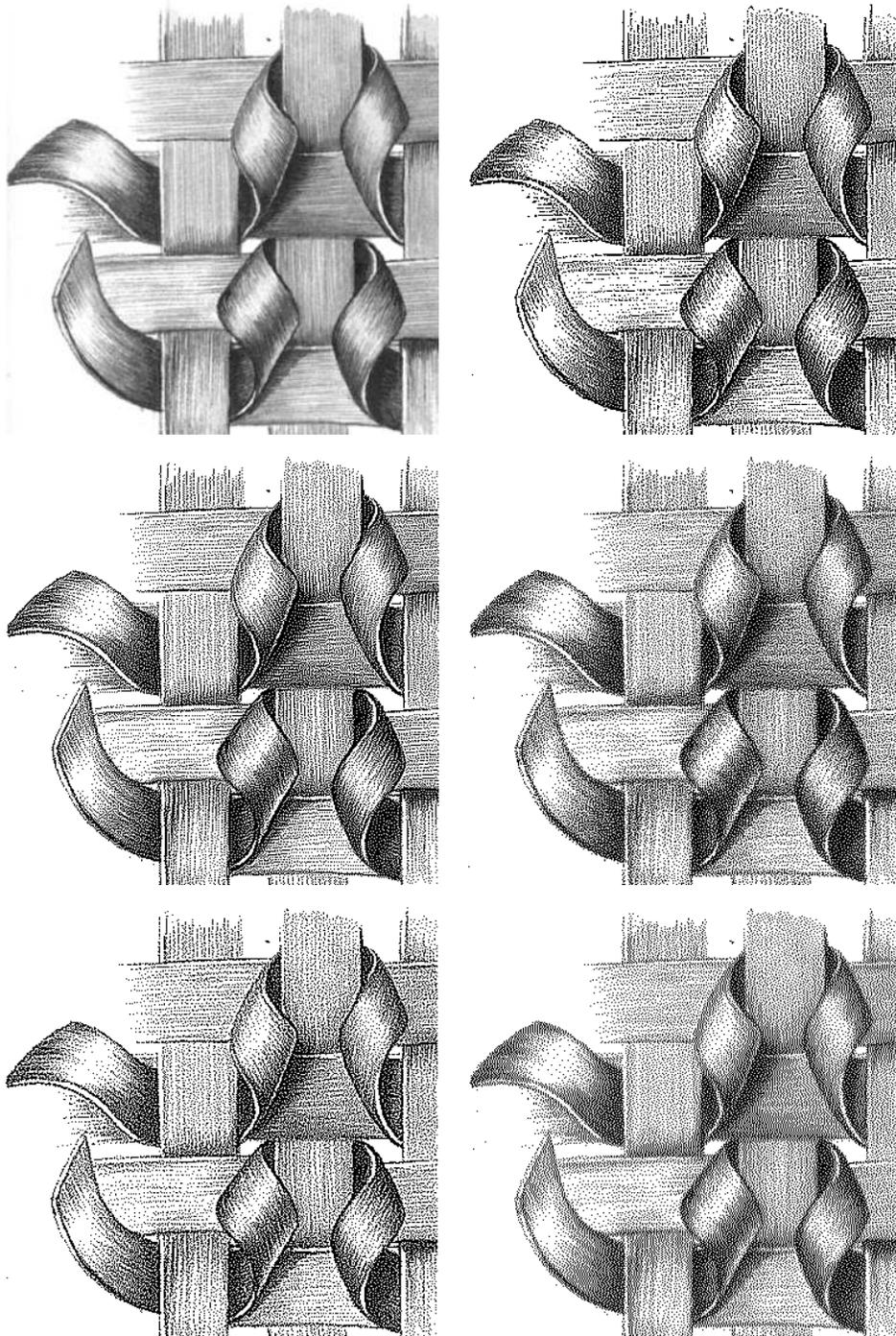


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

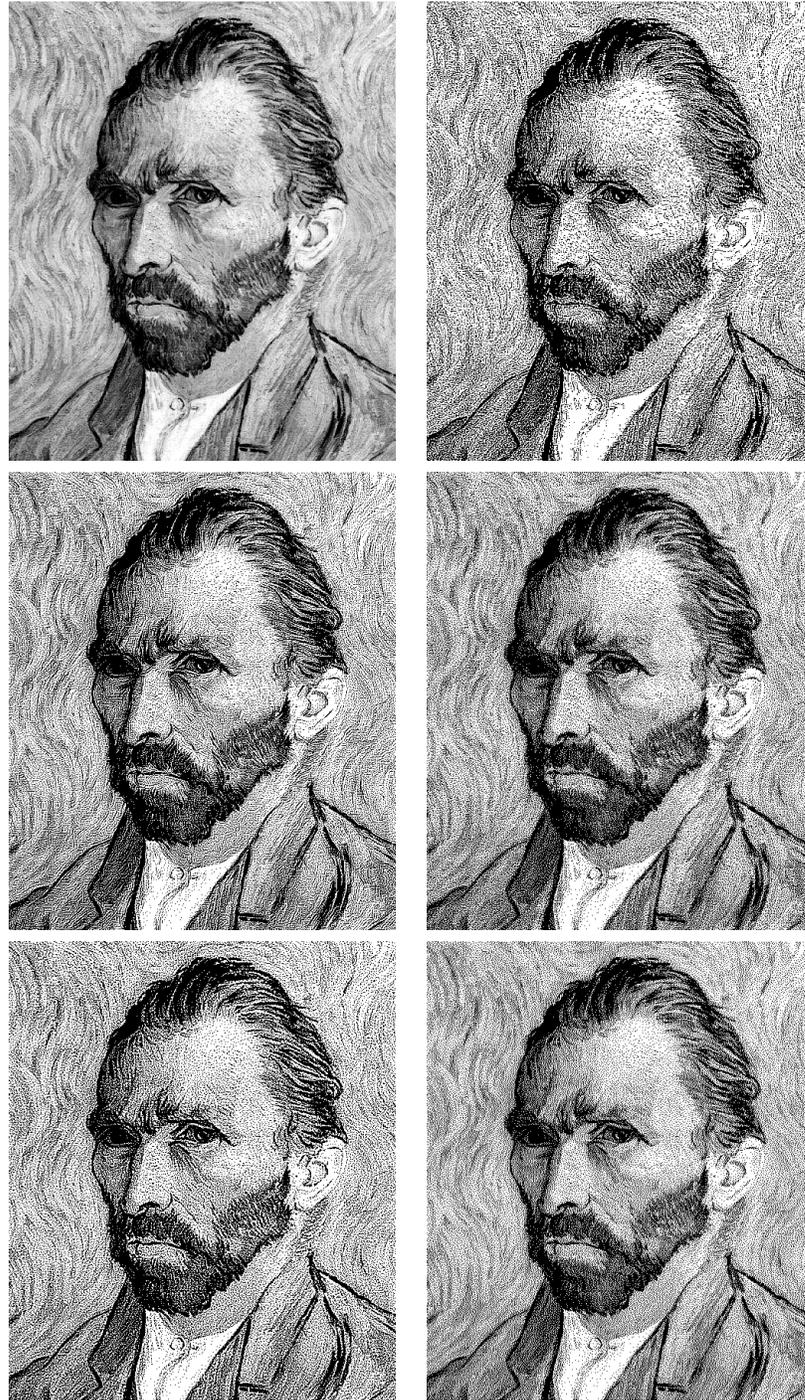


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

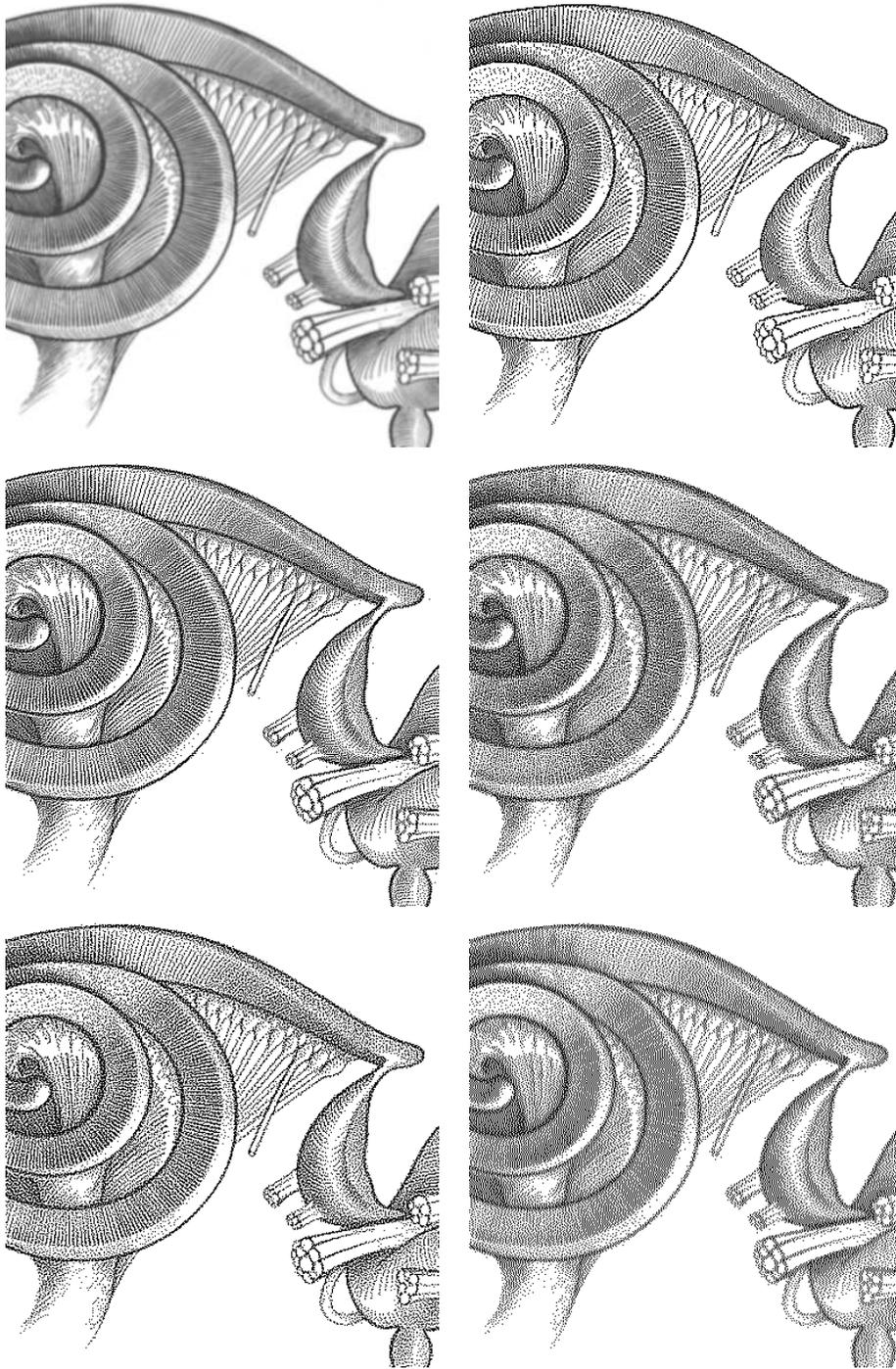


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.



Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

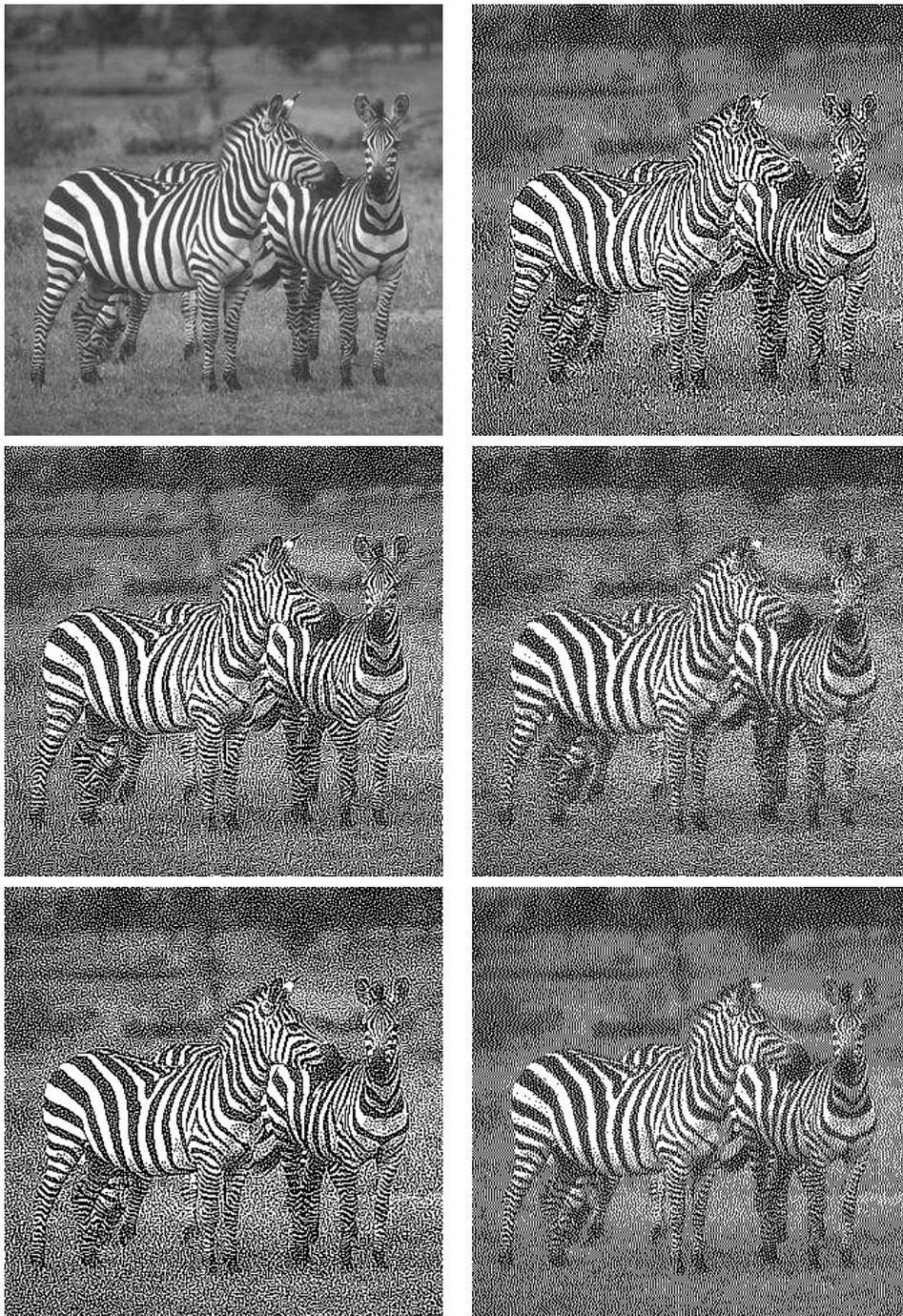


Figure 4.1: (Suite) Comparaison visuelle de différentes méthodes. Dans la première colonne, de haut en bas : image originale ; méthode proposée ; Pang et al. 2008 [34]. Dans la seconde colonne, de haut en bas : Kwak et al. 2006 [24] ; Zhou et Fang 2003 [46] ; Ostromoukhov 2001 [31]. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

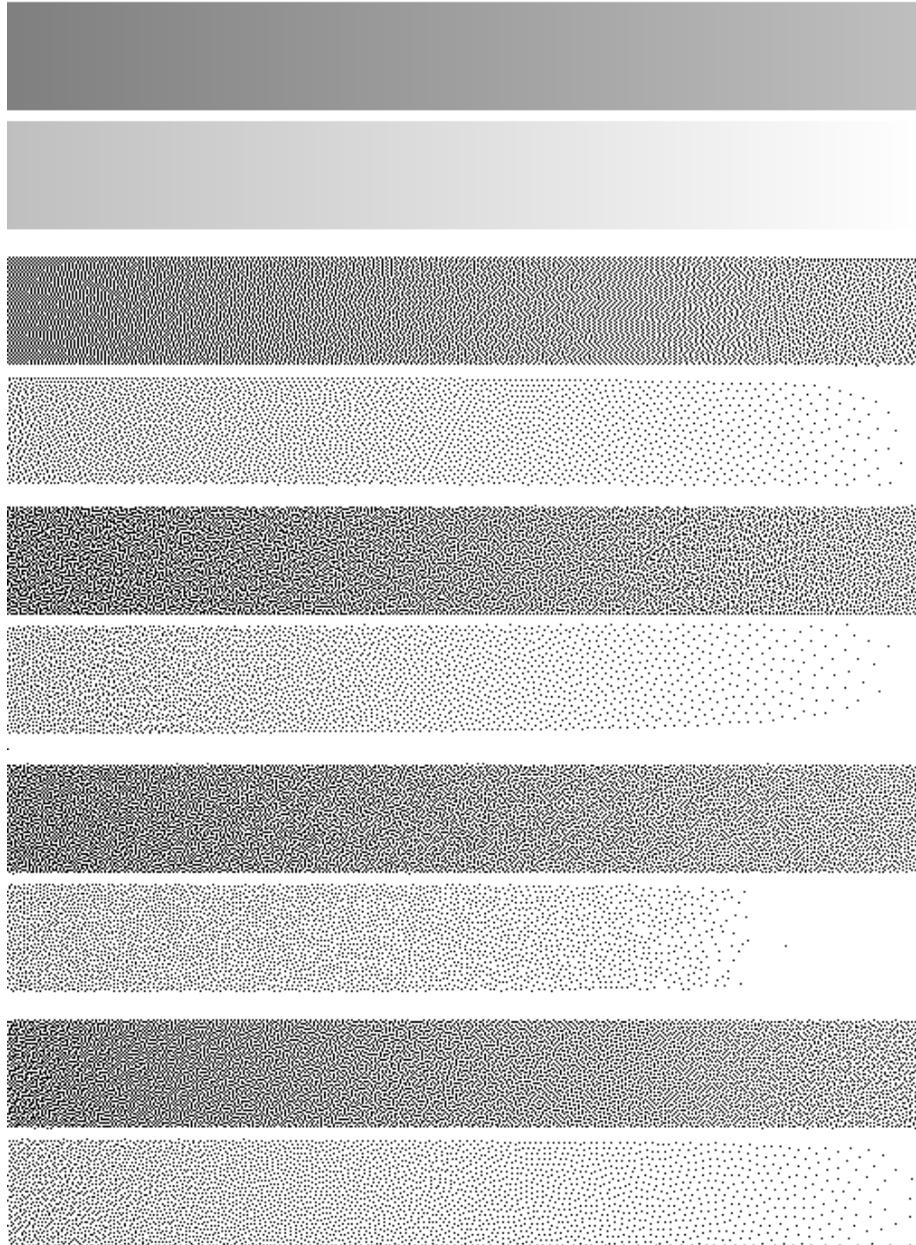


Figure 4.2: Rendu en demi-ton d'une plage de gris d'intensité 50% à 100% avec différentes méthodes. Le rendu des tons entre 0% et 50% est numériquement identique pour toutes les méthodes en inversant les points noirs et les points blancs. De haut en bas : l'image originale ; la méthode optimisée à seuil constant d'Ostromoukhov [31] ; la méthode optimisée à seuil bruité de Zhou et Fang [46] ; la méthode Structure-aware de Pang et al. [34] ; la méthode proposée. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

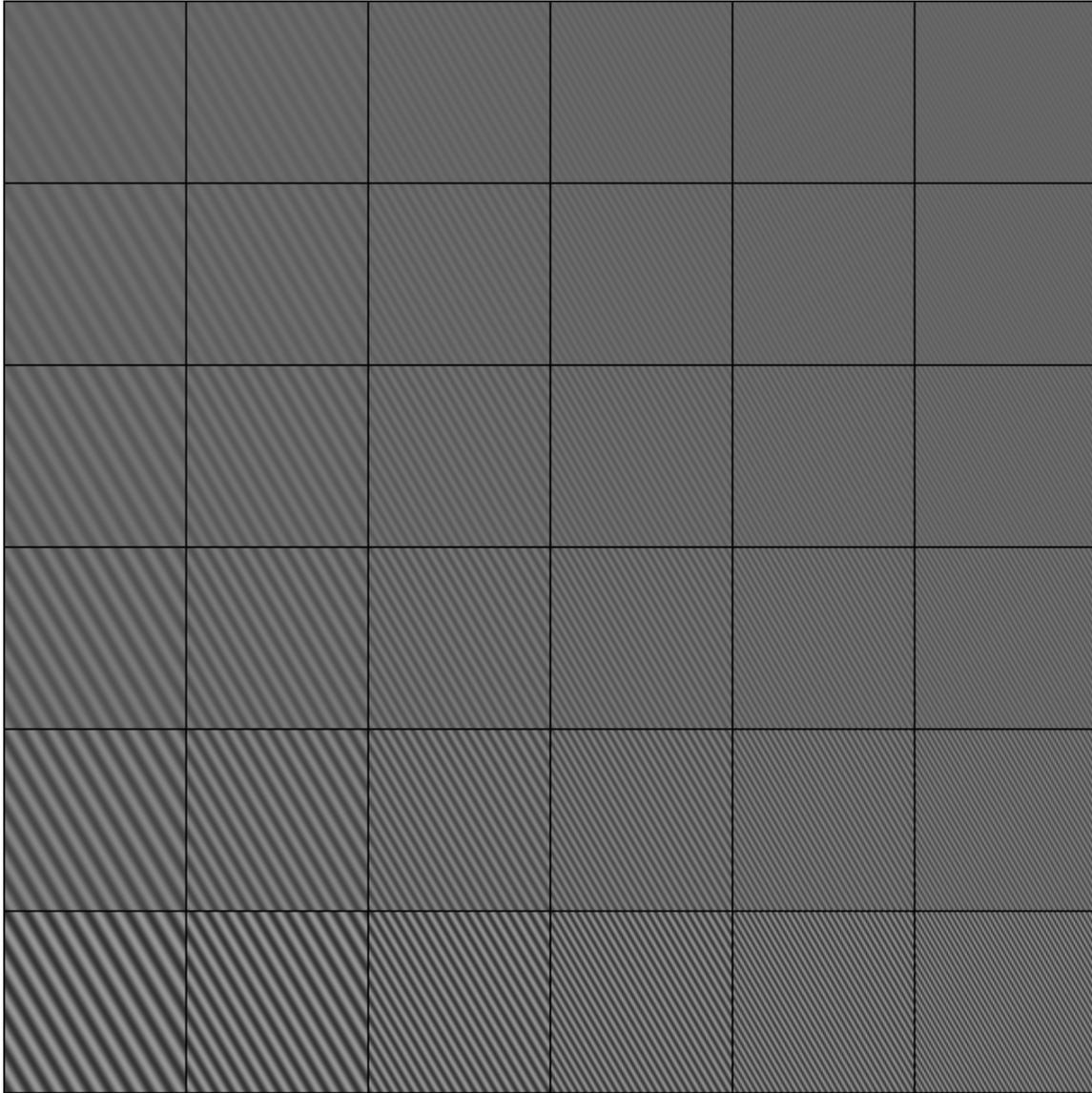


Figure 4.3: *Rendu en demi-tons d'aplats fréquentiels avec différentes méthodes. Ici, les images originales.*

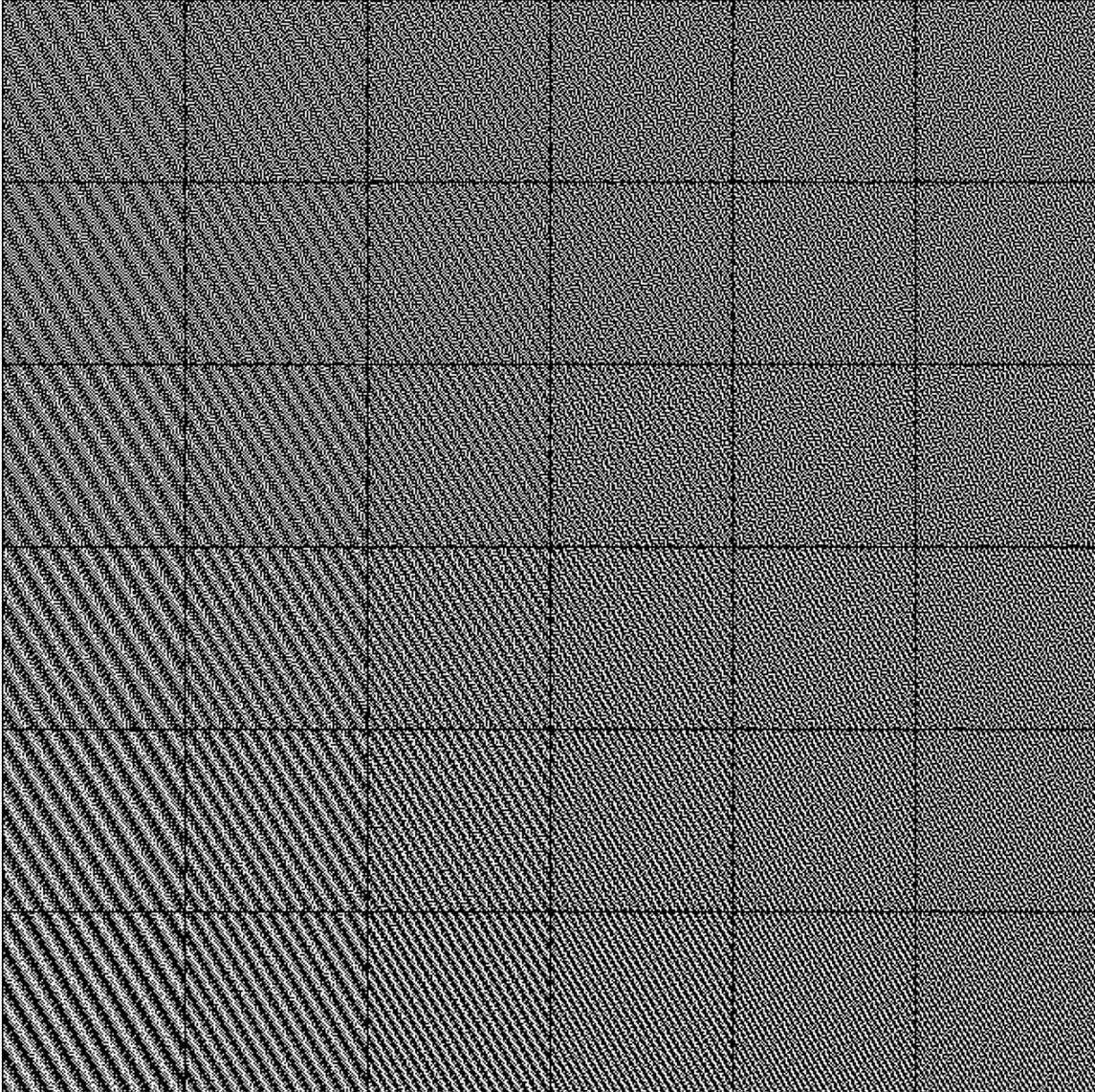


Figure 4.3: Rendu en demi-tons d'aplats fréquentiels avec différentes méthodes. Ici, la méthode proposée. Le contraste est généralement respecté, le bruit est minimal et aucune structure n'est perdue. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

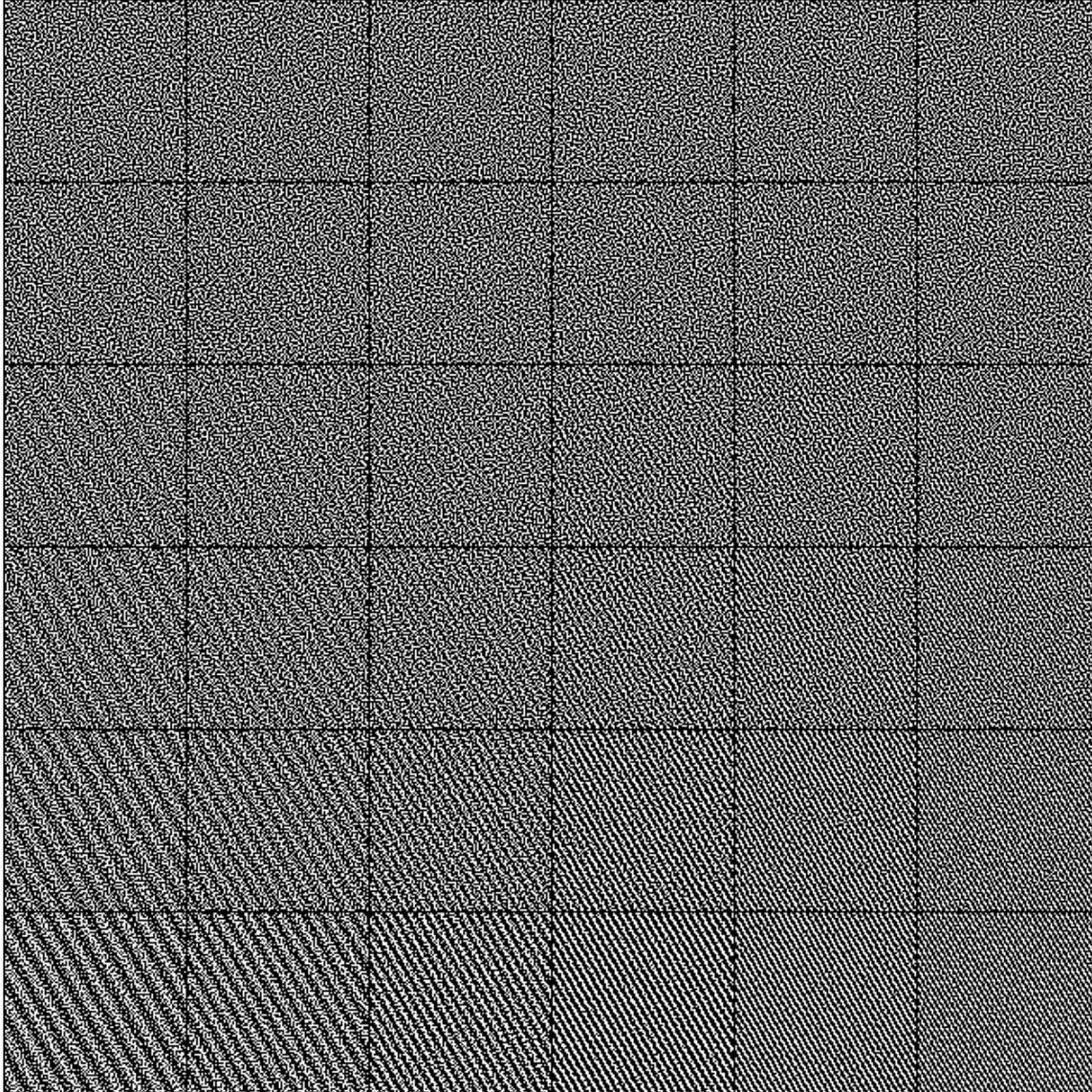


Figure 4.3: Rendu en demi-tons d'aplats fréquentiels avec différentes méthodes. Ici, la méthode de Pang et al. [34]. Le contraste est généralement respecté, un certain bruit est visible mais aucune structure n'est perdue. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

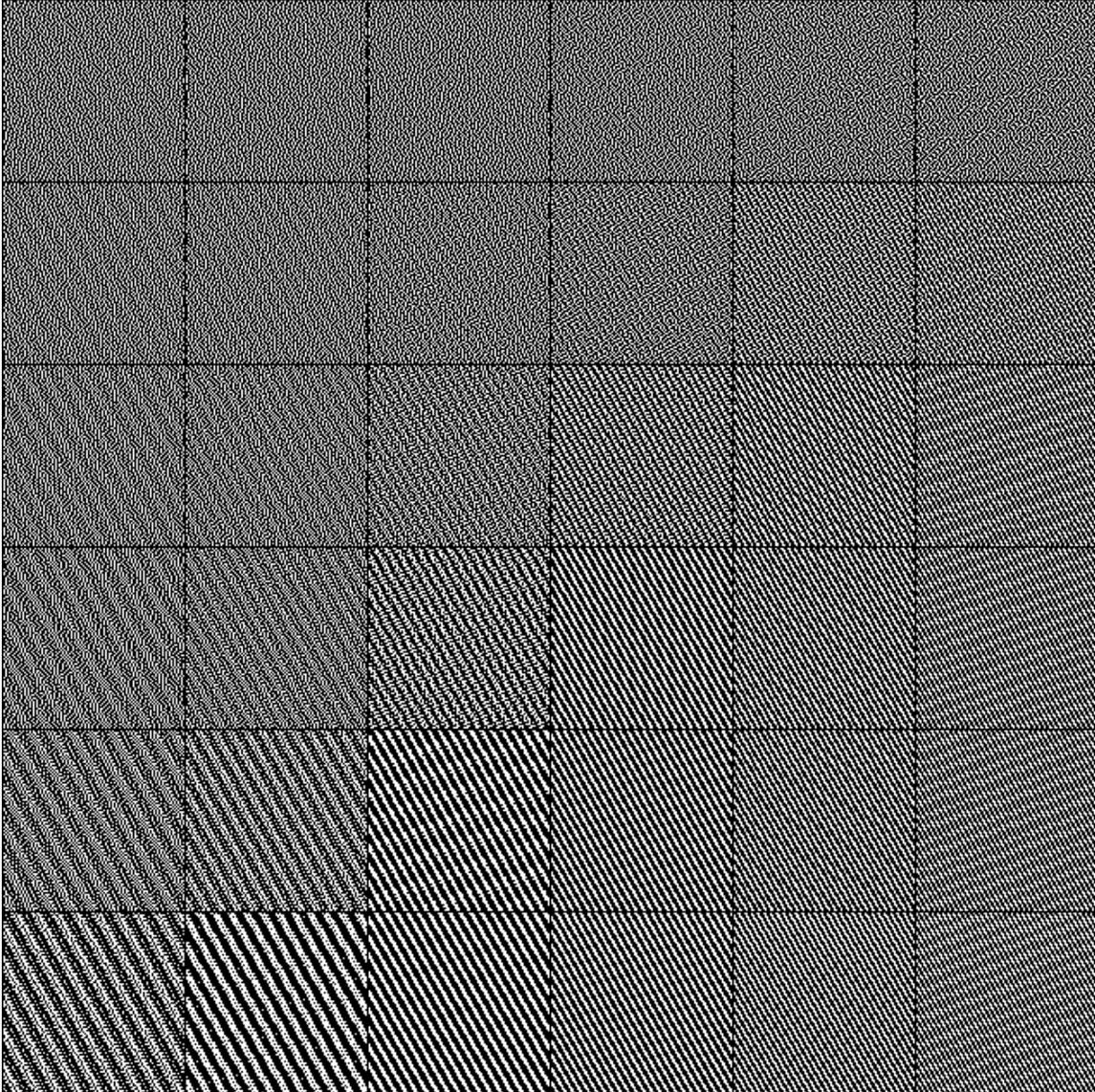


Figure 4.3: Rendu en demi-tons d'aplats fréquentiels avec différentes méthodes. Ici, la méthode de Kwak et al. [24]. Le contraste n'est aucunement respecté, surtout sur la ligne du bas. On observe aussi l'apparition de faux signaux orientés, surtout dans la colonne de droite. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

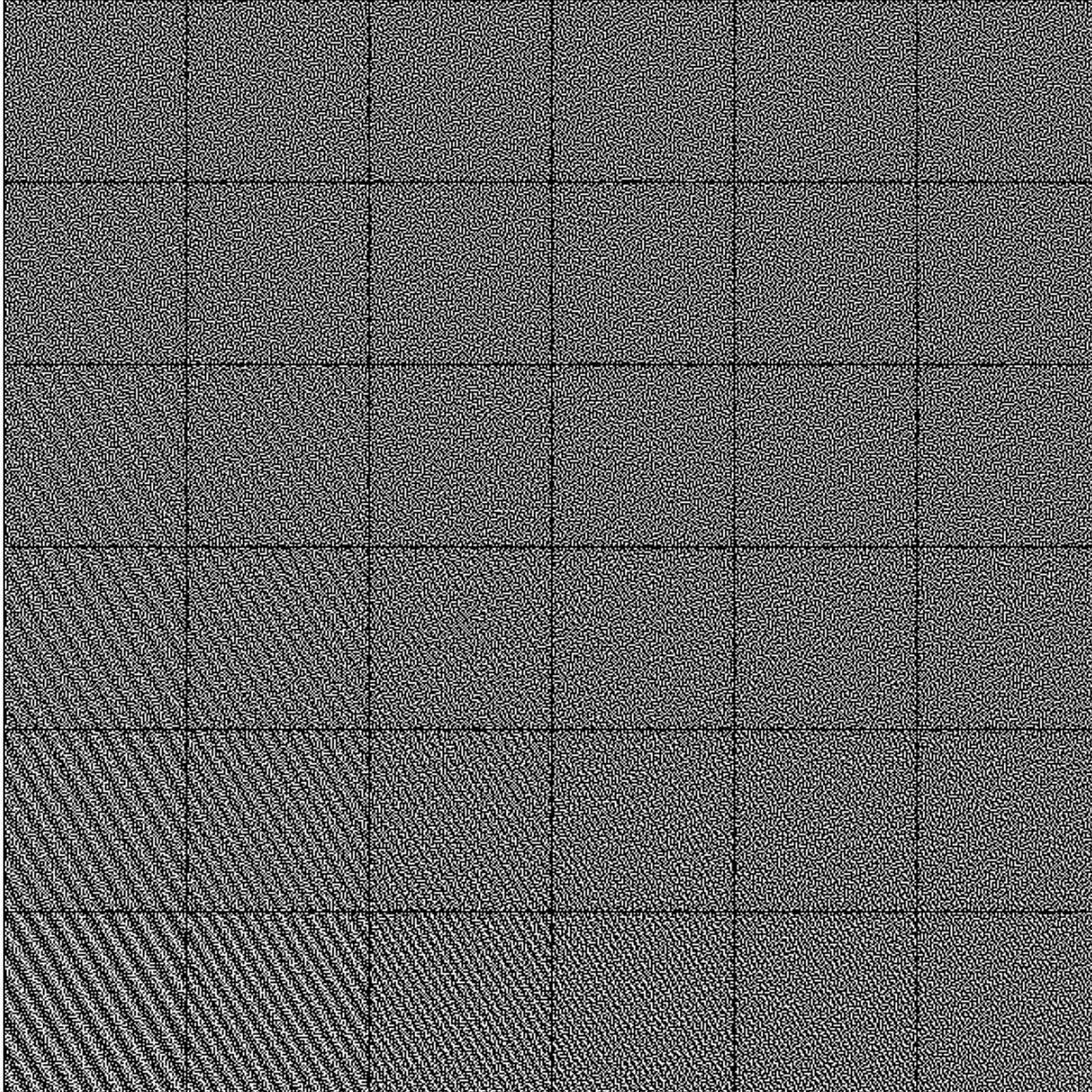


Figure 4.3: Rendu en demi-tons d'aplats fréquentiels avec différentes méthodes. Ici, la méthode de Zhou et Fang [46]. Le contraste est généralement respecté, mais un certain bruit est visible et la structure est perdue dans les colonnes de droite et dans les rangées du haut. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

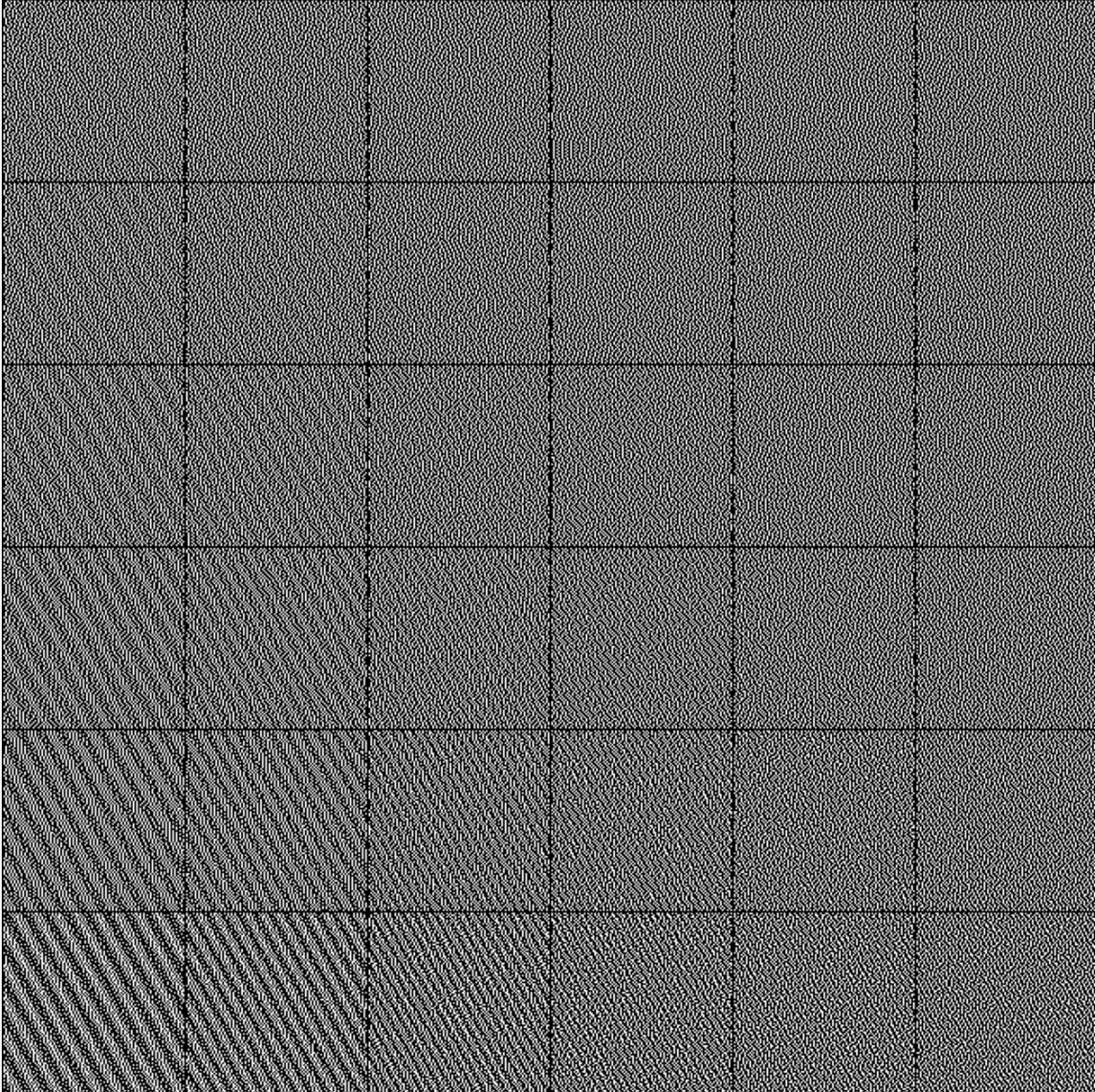


Figure 4.3: Rendu en demi-tons d'aplats fréquentiels avec différentes méthodes. Ici, la méthode d'Ostromoukhov [31]. Le contraste est généralement respecté, le bruit est minimal, mais la structure est perdue dans les colonnes de droite et dans les rangées du haut. **Attention** : la visualisation des images demi-tons à l'écran devrait se faire à un degré de magnification suffisant pour que chaque pixel apparaisse distinctement.

Les images montrées à la figure 4.1 montrent la qualité produite par la méthode proposée, en la comparant systématiquement à plusieurs autres méthodes représentant l'état actuel de l'art. La méthode proposée préserve souvent les détails fins des images là où les autres méthodes de rendu par diffusion d'erreur manquent à le faire. Aussi, la méthode proposée produit des images d'apparence nette et agréable à l'oeil. Globalement, la qualité visuelle de la méthode proposée est assez comparable à celle produite par la méthode de Pang et al.

Des comparaisons sont aussi données pour des images à contenu artificiel. La figure 4.2 illustre l'effet de différentes méthodes sur une plage de lente progression à travers tous les tons de gris, et la figure 4.3 montre le rendu de quelques aplats de différentes caractéristiques fréquentielles. Comme attendu, la méthode développée se comporte d'une façon très semblable à la méthode de Zhou et Fang en absence de contenu fréquentiel prononcé. Dans le cas où le contenu fréquentiel est, au contraire, à l'essence de l'image, c'est-à-dire pour les aplats fréquents, notre méthode se distingue clairement des autres : la progression des contrastes est respectée, le bruit est minimal, et aucune structure n'est perdue. C'est pour ce type d'images qu'on peut observer au mieux la différence entre la méthode proposée et celle de Kwak et al., dont on perçoit immédiatement les limites. Effectivement, la méthode de Kwak et al., considérée comme la plus structurellement équilibrée en matière de diffusion d'erreur, paraît perturber assez sévèrement la progression des contrastes et introduit de fortes fréquences parasites, provoquant dans certains cas une impression de signal désorienté.

4.2 Métriques de qualité objective

Des métriques objectives d'évaluation de qualité ont été appliquées à toutes les images de l'ensemble test afin de confirmer la capacité de notre méthode à préserver le ton et la structure.

4.2.1 PSNR

Le *Peak signal-to-noise ratio* (PSNR) est une mesure standard utilisée pour déterminer la qualité de reconstruction d'une image encodée par un algorithme de compression avec perte. Elle est basée sur l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre l'image d'origine I_o et l'image reconstruite I_r :

$$\begin{aligned} \text{EQM} &= \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} \|I_o(i, j) - I_r(i, j)\|^2 \\ \text{PSNR} &= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{d^2}{\text{EQM}} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

où d est la valeur maximale d'intensité attribuable aux pixels.

Cette métrique a été appliquée systématiquement par Pang et al. pour comparer la ressemblance de tons entre les rendus produits par leur algorithme et leurs images d'origine correspondantes, chaque paire étant d'abord traitée par un filtre de flou gaussien (taille 11×11 , $\sigma = 2$) afin de simuler l'effet du système visuel humain [34].

Le pseudo-code suivant explique cette opération en détail, afin d'éviter toute confusion.

PSNR(I_o, I_r)

```

1 //  $I_o$  et  $I_r$  sont des tableaux de taille  $N \times M$  à valeurs entre 0 et 1.
2  $EQM = 0$ 
3 for  $x = 0$  to  $N-1$ ,  $y = 0$  to  $M-1$ 
4      $v_o = 0, v_r = 0$ 
5      $p = 0$ 
6     for  $i = -5$  to  $5, j = -5$  to  $5$ 
7         if  $0 \leq x + i < M$  &  $0 \leq y + j < N$ 
8              $g = \exp \frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}$ 
9              $v_o = v_o + g \cdot I_o[x + i, y + j]$ 
10             $v_r = v_r + g \cdot I_r[x + i, y + j]$ 
11             $p = p + g$ 
12         $v_o = v_o/p$ 
13         $v_r = v_r/p$ 
14         $EQM = EQM + (v_o - v_r)^2$ 
15     $EQM = EQM/(M \cdot N)$ 
16     $PSNR = -10 \log_{10} EQM$ 
17 return  $PSNR$ 

```

Ce calcul a été appliqué à la méthode décrite ainsi qu'à une variété d'autres méthodes à des fins de comparaison. Le tableau 4.I montre que les résultats de la méthode proposée se maintiennent en proximité de ceux donnés par la diffusion d'erreur qu'elle utilise en absence de structure, soit celle de Zhou et Fang [46], ainsi que ceux donnés par la méthode de Pang et al. [34]. Ainsi, la méthode proposée conserve bel et bien le ton local.

4.2.2 MSSIM

Le *Mean structural similarity index measure* (MSSIM) a été introduit par Wang et al. en 2004 [42] en tant que mesure de qualité visuelle et utilisé par Pang et al. comme critère central pour leur algorithme de convergence [34]. (Voir aussi section 2.4.2.) Son

SENSIBILITÉ AU TON – PSNR					
Image	Méthode				
	Ostromoukhov 2001	Zhou et Fang 2003	Kwak et al. 2006	Pang et al. 2008	Méthode proposée
Bras	41.333	30.618	27.796	35.467	29.715
Buisson	40.356	37.383	31.942	34.649	36.092
Chat	26.309	26.233	25.621	31.364	25.867
Chemin	38.832	34.050	27.685	32.365	31.458
Genou	39.210	29.238	27.129	33.489	27.746
Homme	39.977	38.228	28.741	32.013	34.747
Lion	39.794	38.225	34.391	35.682	33.999
Oiseau	42.560	34.370	29.296	36.769	33.316
Osier	40.549	30.386	28.041	29.117	29.099
Portrait	38.852	31.381	28.068	33.106	30.262
Spirale	40.703	34.131	33.477	34.766	30.509
Taupe	40.378	37.953	33.886	35.365	34.199
Zèbres	40.004	36.504	31.459	32.877	34.472
Moyenne	39.143	33.746	29.810	33.618	31.652

Tableau 4.I: Comparaison objective pour la métrique Peak Signal-to-Noise Ratio. Comme notre méthode n'est pas axée uniquement sur la conservation du ton, son PSNR est plus faible que celui pour les méthodes d'Ostromoukhov [31] et de Zhou & Fang [46], mais il approche celui de Pang et al. [34].

objectif est de mesurer la dissemblance entre l'image originale et l'image reconstruite à partir d'une combinaison de trois différences locales : la luminance, le contraste et la «structure». Pour calculer ces trois différences, on utilise les moyennes, variances et covariances locales.

Soient C et D les images d'entrée et de sortie respectivement. Alors :

$$\begin{aligned}
\mu_C(x, y) &= \sum_i \sum_j C[i, j] \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
\mu_D(x, y) &= \sum_i \sum_j D[i, j] \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
\sigma_C^2(x, y) &= \sum_i \sum_j (C[i, j] - \mu_C[i, j])^2 \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
\sigma_D^2(x, y) &= \sum_i \sum_j (D[i, j] - \mu_D[i, j])^2 \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \\
\sigma_{CD}^2(x, y) &= \sum_i \sum_j (C[i, j] - \mu_C[i, j])(D[i, j] - \mu_D[i, j]) \psi(x - i\tau_x, y - j\tau_y) \quad (4.2)
\end{aligned}$$

où ψ est un filtre de pondération gaussien de variance σ et τ_x, τ_y correspondent à l'espacement le long des axes X et Y de la grille digitale de pixels.

La composante de luminance est sensible à la luminance relative plutôt que la luminance absolue, en conformité avec la loi de Weber pour le système visuel humain :

$$l(x, y) = \frac{2\mu_C(x, y)\mu_D(x, y) + k_1}{\mu_C^2(x, y) + \mu_D^2(x, y) + k_1}$$

La composante de contraste est semblable à celle de luminance mais elle estime le contraste à l'aide de l'écart type :

$$c(x, y) = \frac{2\sigma_C(x, y)\sigma_D(x, y) + k_2}{\sigma_C^2(x, y) + \sigma_D^2(x, y) + k_2}$$

La corrélation entre les deux images est utilisée en tant que mesure simple et efficace

pour évaluer la similarité de structure :

$$s(x, y) = \frac{\sigma_{CD}(x, y) + k_3}{\sigma_C(x, y)\sigma_D(x, y) + k_3}$$

Le calcul complet de la distance entre les deux images est :

$$\text{MSSIM} = \int \int l(x, y)c(x, y)s(x, y)dx dy$$

Le pseudo-code suivant explique cette opération en détail.

MSSIM(I_o, I_r)

```

1 //  $I_o$  et  $I_r$  sont des tableaux de taille  $N \times M$  à valeurs entre 0 et 1.
2  $SSIM = 0$ 
3 for  $x = 0$  to  $N-1$ ,  $y = 0$  to  $M-1$ 
4      $\mu_o = 0, \mu_r = 0$ 
5      $p = 0$ 
6     for  $i = -5$  to  $5$ ,  $j = -5$  to  $5$ 
7         if  $0 \leq x + i < M$  &  $0 \leq y + j < N$ 
8              $g = \exp \frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}$ 
9              $\mu_o = \mu_o + g \cdot I_o[x + i, y + j]$ 
10             $\mu_r = \mu_r + g \cdot I_r[x + i, y + j]$ 
11             $p = p + g$ 
12     $\mu_o = \mu_o / p$ 
13     $\mu_r = \mu_r / p$ 
14
15     $\sigma_{oo} = 0, \sigma_{rr} = 0, \sigma_{or} = 0$ 
16     $p = 0$ 
17    for  $i = -5$  to  $5$ ,  $j = -5$  to  $5$ 
18        if  $0 \leq x + i < M$  &  $0 \leq y + j < N$ 
19             $g = \exp \frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}$ 
20             $\sigma_{oo} = g \cdot (I_o[x + i, y + j] - \mu_o)^2$ 
21             $\sigma_{rr} = g \cdot (I_r[x + i, y + j] - \mu_r)^2$ 
22             $\sigma_{or} = g \cdot (I_o[x + i, y + j] - \mu_o)(I_r[x + i, y + j] - \mu_r)$ 
23             $p = p + g$ 
24     $\sigma_{oo} = \sigma_{oo} / p$ 
25     $\sigma_{rr} = \sigma_{rr} / p$ 
26     $\sigma_{or} = \sigma_{or} / p$ 
27     $SSIM = SSIM + \frac{(2\mu_o\mu_r + k_1)(2\sigma_{or} + k_2)}{(\mu_o^2 + \mu_r^2 + k_1)(\sigma_{oo} + \sigma_{rr} + k_2)}$ 
28  $SSIM = SSIM / (M \times N)$ 
29 return  $SSIM \times 100$ 

```

La méthode décrite a été également comparée aux autres méthodes à l'aide du MSSIM. Les résultats montrés dans le tableau 4.II montrent que la méthode proposée a une performance proche de celle de la méthode de Pang et al., qui a été désignée comme objectif à atteindre. Ces résultats supportent le fait que la méthode proposée conserve adéquatement la structure.

4.3 Temps de traitement

Un des critères importants d'un algorithme de rendu en demi-tons est le temps qu'il requiert pour opérer. En effet, comme un tel algorithme sera principalement utilisé dans le contexte de l'imprimerie, des temps d'opération supérieurs à quelques secondes empêchent la tâche d'impression de se terminer dans des délais confortables.

Les temps d'opération de quelques méthodes sont comparés au tableau 4.III. Toutes les méthodes opèrent en un temps grossièrement proportionnel à la quantité de pixels de l'image sur laquelle elles sont appliquées, y compris la méthode d'optimisation globale, d'abord car le calcul de son critère objectif global peut être ajusté en temps constant si un seul pixel à la fois est modifié, puis parce qu'elle est programmée pour s'arrêter après un nombre fixe de tentatives de permuter l'ensemble des pixels de la solution.

En plus d'appliquer l'algorithme de diffusion d'erreur, la méthode proposée doit également décomposer les images en leurs composantes fréquentielles locales. Comme cette opération nécessite un calcul indépendant sur les différentes zones de l'image, elle a été implémentée d'une façon parallèle sur une carte graphique *nVidia Corporation GeForce 9800 GTX 512MB*. L'analyse fréquentielle requiert environ 3s/Mpixel, ce qui représente entre une et deux fois le temps du rendu en demi-tons. Cependant, l'analyse fréquentielle peut être accélérée sans modifier le modèle de rendu, en utilisant des méthodes de traitement d'images différentes (voir section 3.1.2). Dans une telle éventualité, la calibration du rendu devrait être recommencée pour coïncider avec les réactions particulières de l'analyse.

SENSIBILITÉ À LA STRUCTURE – MSSIM					
Image	Méthode				
	Ostromoukhov 2001	Zhou et Fang 2003	Kwak et al. 2006	Pang et al. 2008	Méthode proposée
Bras	48.563	50.361	56.726	54.666	55.056
Buisson	5.603	6.478	15.189	11.841	10.941
Chat	6.488	5.754	12.807	11.714	10.827
Chemin	18.345	18.274	31.935	28.588	26.367
Genou	38.560	40.530	47.950	46.145	44.709
Homme	38.540	37.808	43.840	45.738	39.964
Lion	4.500	4.485	7.505	7.148	6.375
Oiseau	67.788	68.955	72.500	71.900	71.074
Osier	25.634	26.709	31.741	25.621	29.510
Portrait	17.673	17.684	30.502	26.450	24.292
Spirale	38.518	39.512	43.855	43.048	40.712
Taupe	5.165	5.318	10.141	9.015	7.756
Zèbres	12.094	12.083	17.459	19.224	16.046
Moyenne	25.190	25.688	32.473	30.854	29.510

Tableau 4.II: *Comparaison objective pour la métrique Mean Structural Similarity Index Measure. Le MSSIM de la méthode proposée est plus élevé que celui des méthodes axées uniquement sur la conservation du ton, à savoir les méthodes d'Ostromoukhov [31] et de Zhou et Fang [46], et il approche celui de Pang et al. [34].*

VITESSE – Temps d’opération					
Image	Méthode				
	Ostromoukhov 2001	Zhou et Fang 2003	Kwak et al. 2006	Pang et al. 2008	Notre méthode
Bras	0.045	0.084	0.106	87.735	0.140
Buisson	0.123	0.246	0.294	231.053	0.368
Chat	0.266	0.520	0.650	493.648	0.831
Chemin	0.363	0.706	0.869	711.352	1.190
Genou	0.039	0.070	0.092	77.771	0.120
Homme	0.277	0.535	0.679	588.774	0.896
Lion	0.562	1.082	1.342	1113.166	1.730
Oiseau	0.671	1.373	1.636	1467.180	2.090
Osier	0.097	0.183	0.239	194.444	0.300
Portrait	0.221	0.428	0.605	441.512	0.686
Spirale	0.110	0.212	0.269	253.292	0.335
Taupe	0.406	0.810	0.997	822.101	1.266
Zèbres	0.074	0.140	0.181	141.232	0.233
Moyenne	0.250	0.491	0.612	509.481	0.783

Tableau 4.III: Comparaison des temps d’opération de différentes méthodes. Le temps d’opération de la méthode proposée est plus élevé que celui des autres méthodes de diffusion d’erreur, mais il est significativement moins élevé que celui de Pang et al. [34].

CHAPITRE 5

CONCLUSION

Nous avons travaillé sur une méthode de rendu en demi-tons combinant les avantages de plusieurs méthodes bien éprouvées. D'une part, la qualité visuelle générale des images produites par la méthode proposée est comparable à celle des meilleurs algorithmes de diffusion d'erreur développés jusqu'à présent, tels que l'algorithme d'Ostromoukhov [31] et celui de Zhou et Fang [46]. D'autre part, la méthode proposée est sensible aux structures se trouvant dans les images à traiter, dans un large spectre de fréquences et de contrastes. L'algorithme développé a été soumis à de nombreux tests sur des images variées, artificielles et naturelles, produisant des résultats satisfaisants. Il s'agit d'un procédé simple conceptuellement et facile à implémenter. Nous avons par ailleurs publié nos résultats sous forme d'un article [7] dans les *Proceedings of SIGGRAPH Asia 2009*.

5.1 Limitations

Quoique la méthode qui fut l'objet de notre maîtrise produise des résultats le plus souvent satisfaisants, elle n'est pas sans faille.

D'abord, la méthode proposée produit de bons résultats en présence d'images de contenu fréquentiel local très clair, mais dans le cas plus rare où deux fréquences ou plus ont la même importance dans le voisinage d'un pixel, la méthode proposée est mal guidée par son analyse fréquentielle. Ce phénomène est illustré à la figure 5.1. Pour répondre à ce problème, il nous faudrait considérer inclure un traitement particulier dans le modèle de diffusion d'erreur pour les cas de fréquences locales multiples. Également, l'outil d'analyse devrait être adapté à cette éventualité.

En second lieu, nous avons ignoré dans nos travaux le besoin pour un rendu en demi-tons d'images couleurs. Dans ce cas, une image digitale «RGB» à trois canaux de couleurs,

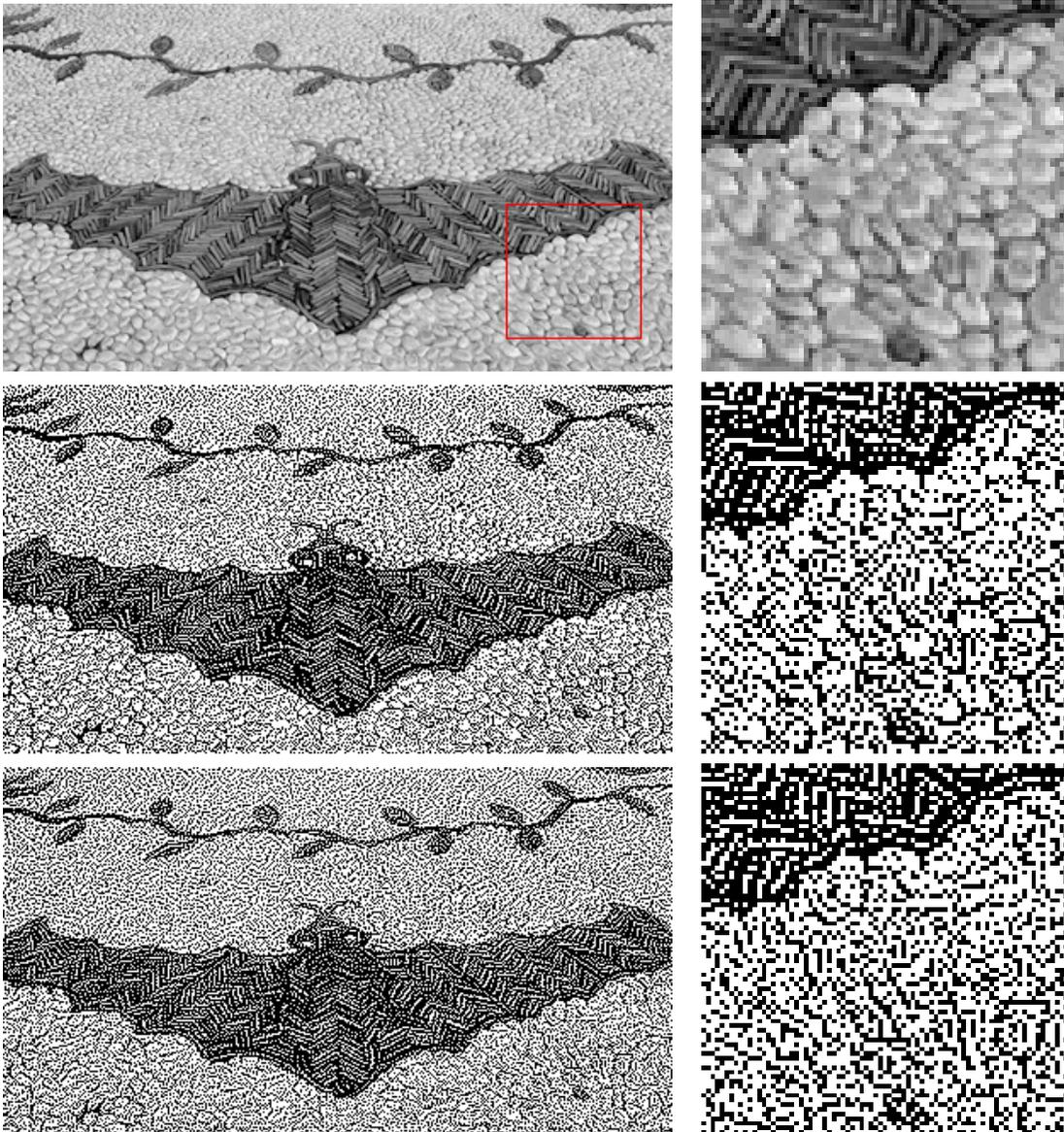


Figure 5.1: Dans le cas plus rare où deux fréquences ou plus ont la même importance, la méthode proposée (en bas) ne tient pas compte de toute l'information fréquentielle. La méthode de Pang et al. [34] (au centre) produit alors un résultat visuellement beaucoup plus adéquat.

rouge, vert et bleu, doit être convertie en seulement trois couleurs pures à des fins de recombinaison pour des dispositifs de visualisation. Une autre possibilité est la conversion d'une image «CMYK» à quatre canaux, cyan, magenta, jaune et noir, en ces mêmes quatre types d'encre pour impression couleur. Une approche possible serait d'effectuer un rendu en demi-tons sur chaque canal de couleur d'une façon indépendante, puis de les imprimer les uns par-dessus les autres (tel qu'expliqué à la section 2.3). Par contre, il est possible d'atteindre une qualité nettement supérieure à partir d'un algorithme spécialisé traitant l'ensemble des canaux en collaboration [33]. Il serait intéressant d'explorer cette avenue dans des travaux futurs.

Le dernier point assez important que l'on se doit de mentionner est le manque de flexibilité de la calibration effectuée. En effet, des écrans «standards» ont été employés afin de juger de l'effet des différents paramètres. L'effet observé aurait été bien différent sur papier imprimé, et encore, il aurait varié selon la qualité du papier et d'encre utilisés. Il aurait été intéressant de mener des expériences dans un cadre rigoureusement contraint par le matériel utilisé, telles que celles définies par le *International Color Consortium* [37], par exemple en supposant l'application systématique d'un effet non-linéaire de «*dot gain*» et en faisant la distinction entre les différents processus d'impression (électrostatique, à jet d'encre, etc.).

5.2 Travaux futurs

Il y a plusieurs avenues que nous avons laissées de côté au cours de notre recherche, particulièrement en ce qui concerne la paramétrisation de notre modèle de rendu. Nous avons choisi de limiter notre choix à quatre paramètres (voir section 3.3). Pourtant, de bons résultats ont aussi été obtenus avec un calcul de seuillage complètement différent, exploré par notre collègue Chang, ainsi qu'avec un calcul de coefficients de diffusion reposant sur un fondement théorique plus solide.

En effet, plusieurs auteurs ont dénoté la corrélation qu'il existe entre les caractéristiques spectrales de la fonction utilisée dans le calcul des coefficients de diffusion et les ca-

ractéristiques spectrales de la distribution de points obtenue par un rendu en demi-tons adoptant ces coefficients [19, 23, 39]. En particulier, nous avons utilisé une variation de la fonction de Bessel du premier type $J_n(x)$, soit en particulier $J_1(r)/r$, souvent désignée sous l'appellation «jinc» à cause de son rôle dans le domaine bidimensionnel analogue au sinc dans le domaine unidimensionnel. On peut vérifier que la transformée de Fourier d'une telle fonction donne

$$F\left(\frac{J_1(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \xi < \frac{1}{2\pi} \\ \frac{1}{2} & \text{si } \xi = \frac{1}{2\pi} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.1)$$

où $y = J_1(x)$ est définie comme la solution à l'équation différentielle

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$$

et peut aussi s'exprimer comme

$$J_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\theta - x \sin \theta) d\theta$$

Utiliser cette fonction pour répartir le poids des coefficients de diffusion d'erreur procure bel et bien un spectre fréquentiel nettement découpé et isotrope pour la distribution des points constituant le rendu en demi-tons, comme en témoigne la figure 5.2.

En revanche, la fonction demande un large support pour exprimer toutes ses fréquences proprement. Notons également que le profil spectral «idéal» n'est pas nécessairement celui d'une fonction porte à symétrie radiale. D'autres profils spectraux précis peuvent être obtenus par d'autres fonctions, non sans un certain effort pour combattre les imperfections introduites par l'ordre de parcours. Pour cette raison, un travail notable demeure nécessaire à l'utilisation d'un modèle basé sur les propriétés analytiques de la fonction utilisée pour le calcul des coefficients de diffusion. C'est ce calcul de coefficients de dif-

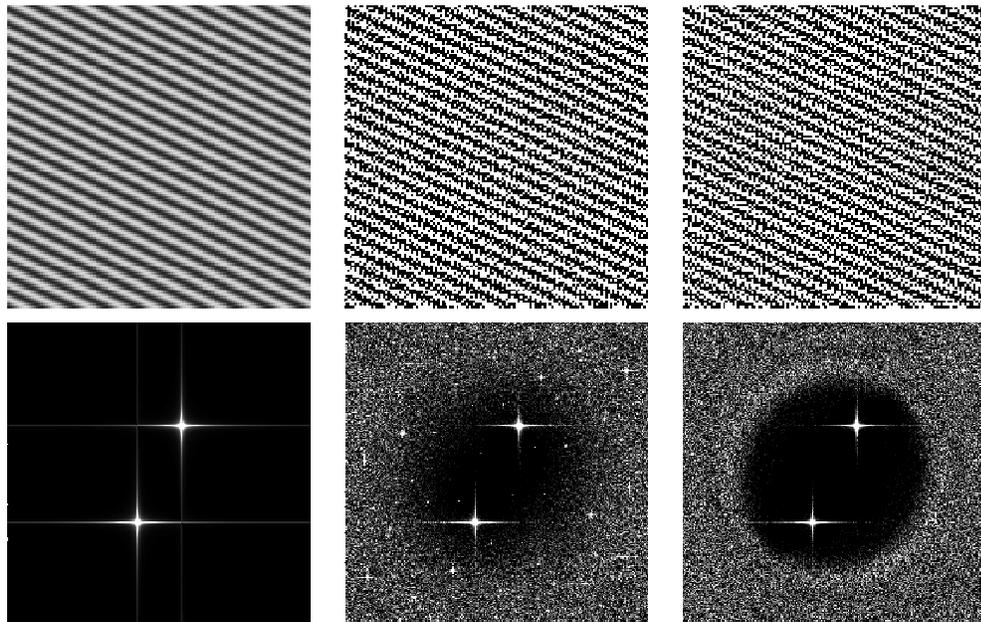


Figure 5.2: Rendu en demi-tons d'un signal simple (rangée du haut), et spectre fréquentiel correspondant (rangée du bas). À gauche, le signal original. Au centre, rendu en demi-tons avec diffusion d'erreur «standard» [46]. À droite, rendu avec diffusion suivant une variante de fonction de Bessel. Cette dernière produit un spectre isotrope et nettement découpé, correspondant beaucoup plus au profil «bleu» généralement désiré.

fusion qui nous intéresse avant tout et que nous nous proposons à approfondir au cours de nos études doctorales.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. P. Allebach. Random nucleated halftone screening. *Photogr. Sci. Eng.*, 22:89–91, 1978.
- [2] M. Analoui et J. P. Allebach. Model based halftoning using direct binary search. *SPIE*, 1666:96–108, 1992.
- [3] F. A. Baqai, C. C. Taylor et J. P. Allebach. Halftoning via direct binary search using analytical and stochastic printer models. *IEEE Trans. Image Processing*, 12:1–15, 2003.
- [4] B. E. Bayer. An optimum method for two-level rendition of continuous-tone pictures. *IEEE Intl. Conf. on Communications*, 1:2611–2615, 1973.
- [5] C. Billotet-Hoffman et O. Bryngdahl. On the error diffusion technique for electronic halftoning. *Proc. SID*, 24:253–258, 1983.
- [6] R. N. Bracewell. *Fourier Transform and Its Applications*. McGraw-Hill Education, 1980. ISBN 0070661960.
- [7] J. Chang, B. Alain et V. Ostromoukhov. Structure-aware error diffusion. Dans *SIGGRAPH Asia '09 : ACM SIGGRAPH Asia 2009 papers*, volume 28, pages 162 :1–162 :8. ACM, 2009.
- [8] R. Eschbach. Error diffusion algorithm with reduced artifacts. *Proc. IS&T 45th Annual Conf.*, 1992.
- [9] R. Eschbach et K. T. Knox. Error-diffusion algorithm with edge enhancement. *JOSA (A)*, 8(12):1844–1850, 1991.
- [10] D.J. Fleet, M. Jenkin, M.R. MacLean et A.D. Jepson. *Phase-based disparity measurement*. University of Toronto. Dept of Computer Science, 1989.
- [11] R. W. Floyd et L. Steinberg. An adaptive algorithm for spatial grey scale. *Proc. Soc. Inf. Display*, 17:75–77, 1976.

- [12] W. W. Goodall. Television by pulse code modulation. *Bell Sys. Tech. J.*, 30:33–49, 1951.
- [13] T. M. Holladay. An optimal algorithm for halftone generation for displays and hard copies. *Proceedings of the Society for Information Display*, 21(2):185–192, 1980.
- [14] B.-W. Hwang, T.-H. Kang et T.-S. Lee. Improved edge enhanced error diffusion based on first-order gradient shaping filter. Dans *IEA/AIE'2004 : Proceedings of the 17th international conference on Innovations in applied artificial intelligence*, pages 473–482. Springer Springer Verlag Inc, 2004.
- [15] A. M. d'Entremont J. H. Riseman, J. J. Smith et C. E. Goldman. Apparatus for generating an image from a digital video signal, 1989. US patent 4,800,442.
- [16] B. Jähne. *Practical Handbook on Image Processing for Scientific and Technical Applications, Second Edition*. CRC Press, Inc., Boca Raton, FL, USA, 2004. ISBN 0849319005.
- [17] J. F. Jarvis, C. N. Judice et W. H. Ninke. A survey of techniques for the display of continuous tone pictures on bilevel displays. *Computer Graphics and Image Processing*, 5:13–40, 1976.
- [18] H. Kang, S. Lee et C. K. Chui. Flow-based image abstraction. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 15(1):62–76, 2009. ISSN 1077-2626.
- [19] H.R. Kang. *Digital Color Halftoning*. SPIE Press, 1999.
- [20] R. V. Klassen. Reducing ink coverage levels in binary cmyk images. *Proc. IS&T 46th Annual Conf.*
- [21] K. T. Knox. Edge enhancement in error diffusion. Dans *Advance Printing of Paper Summaries, SPSE's 42nd Annual Conference*, pages 310–313, Boston, MA, 1989.
- [22] K. T. Knox. Threshold modulation in error diffusion on non-standard rasters. *Proc. SPIE*, 2179:159–169, 1994.

- [23] B.W. Kolpatzik et C.A. Bouman. Optimized error diffusion for image display. *Journal of Electronic Imaging*, 1(3):277–292, 1992.
- [24] N.-J. Kwak, S.-P. Ryu et J.-H. Ahn. Edge-enhanced error diffusion halftoning using human visual properties. Dans *ICHIT '06 : Proceedings of the 2006 International Conference on Hybrid Information Technology*, pages 499–504, Washington, DC, USA, 2006. IEEE Computer Society. ISBN 0-7695-2674-8.
- [25] C. Lee et J. P. Allebach. The hybrid screen : improving the breed. volume 6493, page 649318. SPIE, 2007. URL <http://link.aip.org/link/?PSI/6493/649318/1>.
- [26] J. O. Limb. Coarse quantization of visual signals. *Australian Telecomm. Res.*, 1: 32–42, 1967.
- [27] G. Marcu et S. Abe. Halftoning by back error compensation. *IS&T NIP*, 12:132–135, 1996.
- [28] T. Mitsa et K. J. Parker. Digital halftoning using a blue noise mask. Dans *ICASSP 91 : 1991 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, volume 2, pages 2809–2812. IEEE, 1991.
- [29] J.B. Mulligan et A.J. Ahumada Jr. Principled halftoning based on human vision models. Dans *Proceedings of SPIE*, volume 1666, pages 109–121, 1992.
- [30] T. Nagae, T. Agui et H. Nagahashi. A generalization of the peano scan and its application to halftoning. *ITEJ Technical Report*, 16:25–30, 1992.
- [31] V. Ostromoukhov. A simple and efficient error-diffusion algorithm. Dans *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2001*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, pages 567–572, 2001.
- [32] V. Ostromoukhov, R. D. Hersch et I. Amidror. Rotated dispersion dither : a new technique for digital halftoning. *Proceedings of SIGGRAPH 94*, pages 123–130, 1994.

- [33] V. Ostromoukhov et R.D. Hersch. Multi-color and artistic dithering. Dans *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 425–432. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. New York, NY, USA, 1999.
- [34] W.-M. Pang, Y. Qu, T.-T. Wong, D. Cohen-Or et P.-A. Heng. Structure-aware halftoning. *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2008 issue)*, 27(3):89 :1–89 :8, 2008.
- [35] T. N. Pappas, J. P. Allebach et D. L. Neuhoff. Model-Based Digital Halftoning. *IEEE Signal Processing Magazine*, 20(4):14–27, 2003.
- [36] T. N. Pappas et D. L. Neuhoff. Least-squares model-based halftoning. *Proc. SPIE*, 1666:165–176, 1992.
- [37] G. Sharma. *Digital Color Imaging Handbook*. CRC Press, Inc., Boca Raton, FL, USA, 2002. ISBN 084930900X.
- [38] P. Stucki. Mecca-a multiple-error correcting computation algorithm for bilevel image hardcopy reproduction, 1981. Research Report RZ1060, IBM Res. Lab.
- [39] R. Ulichney. *Digital Halftoning*. MIT Press, 1987.
- [40] R. Ulichney. The void-and-cluster method for dither array generation. *SPIE*, 1913: 332–343, 1993.
- [41] L. Velho et J. Gomes. Digital halftoning with space filling curves. *Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 91)*, 25(4):81–90, 1991.
- [42] Z. Wang, A.C. Bovik, H.R. Sheikh et E.P. Simoncelli. Image quality assessment : from error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4):600–612, 2004.
- [43] B. Widrow. Statistical analysis of amplitude-quantized sampled-data systems. *Trans. AIEE (Applications and Industry) part II*, 79:555–568, 1960.

- [44] I. H. Witten et R. M. Neal. Using peano curves for bilevel display of continuous-tone images. *IEEE Computer Graphics & Appl.*, 2:47–52, 1982.
- [45] G. Wyszecki et W. S. Stiles. *Color Science : Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae (Wiley Series in Pure and Applied Optics)*. Wiley-Interscience, 2^e édition, 2000. URL <http://www.amazon.ca/exec/obidos/redirect?tag=citeulike09-20\&>
- [46] B. Zhou et X. Fang. Improving mid-tone quality of variable-coefficient error diffusion using threshold modulation. *ACM Transactions on Graphics*, 22(3):437–444, 2003.