

Université de Montréal

**Étude des facteurs de perturbation de chambres d'ionisation sous
conditions non standard**

par
Hugo Bouchard

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures et postdoctorales
en vue de l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.)
en physique

Août, 2010

© Hugo Bouchard, 2010.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures et postdoctorales

Cette thèse intitulée:

**Étude des facteurs de perturbation de chambres d'ionisation sous
conditions non standard**

présentée par:

Hugo Bouchard

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Claude Leroy
président-rapporteur

Gilles Beaudoin
directeur de recherche

Jean-François Carrier
codirecteur

Jan Seuntjens
codirecteur

Louis-André Hamel
membre du jury

Luc Gingras
examineur externe

Claude Leroy
représentant du doyen de la FES

Je dédie mon travail à tous ceux qui ont connu la réalité du cancer, que soit dans leur famille, leurs amis, ou ceux qui ont eux-mêmes affronté la maladie. Je souhaite que mes recherches auront servi, ne serait-ce qu'un peu, à améliorer la qualité des traitements donnés à nos patients.

RÉSUMÉ

Durant la dernière décennie, les développements technologiques en radiothérapie ont transformé considérablement les techniques de traitement. Les nouveaux faisceaux non standard améliorent la conformité de la dose aux volumes cibles, mais également complexifient les procédures dosimétriques. Puisque des études récentes ont démontré l'invalidité de ces protocoles actuels avec les faisceaux non standard, un nouveau protocole applicable à la dosimétrie de référence de ces faisceaux est en préparation par l'IAEA-AAPM. Le but premier de cette étude est de caractériser les facteurs responsables des corrections non unitaires en dosimétrie des faisceaux non standard, et ainsi fournir des solutions conceptuelles afin de minimiser l'ordre de grandeur des corrections proposées dans le nouveau formalisme de l'IAEA-AAPM. Le deuxième but de l'étude est de construire des méthodes servant à estimer les incertitudes d'une manière exacte en dosimétrie non standard, et d'évaluer les niveaux d'incertitudes réalistes pouvant être obtenus dans des situations cliniques. Les résultats de l'étude démontrent que de rapporter la dose au volume sensible de la chambre remplie d'eau réduit la correction d'environ la moitié sous de hauts gradients de dose. Une relation théorique entre le facteur de correction de champs non standard idéaux et le facteur de gradient du champ de référence est obtenue. En dosimétrie par film radiochromique, des niveaux d'incertitude de l'ordre de 0.3% sont obtenus par l'application d'une procédure stricte, ce qui démontre un intérêt potentiel pour les mesures de faisceaux non standard. Les résultats suggèrent également que les incertitudes expérimentales des faisceaux non standard doivent être considérées sérieusement, que ce soit durant les procédures quotidiennes de vérification ou durant les procédures de calibration. De plus, ces incertitudes pourraient être un facteur limitatif dans la nouvelle génération de protocoles.

Mots clés: Physique médicale, Dosimétrie non standard, Méthode Monte Carlo, Film radiochromique, Incertitudes expérimentales

ABSTRACT

During the past decade, technological developments in radiation therapy have considerably transformed treatment techniques. Novel nonstandard beams improve target dose conformity, but increase the complexity of dosimetry procedures. As recent studies demonstrated the invalidity of these protocols to nonstandard beams, a new protocol applicable to nonstandard beam reference dosimetry is in preparation by the IAEA-AAPM. The first goal of the study is to characterize the factors responsible for non-unity corrections in nonstandard beam dosimetry, and provide conceptual solutions to minimize the magnitude of the corrections. The second goal is to provide methods to estimate uncertainties accurately in nonstandard beam dosimetry, and estimate uncertainty levels achievable in typical clinical situations. Results of this study show that reporting dose to the sensitive volume of the chamber filled with water reduces the correction factor approximately by half under high gradients. A theoretical expression of correction factor is obtained for ideal nonstandard reference fields. In radiochromic film dosimetry, levels of uncertainty of the order of 0.3% are achieved with strict procedures and show great potential for nonstandard beam measurements. Results also suggest that experimental uncertainties in nonstandard beam are an important issue to consider both during daily QA routine and reference dosimetry, and could be a limiting factor in the new generation of protocols.

Keywords: Medical physics, Nonstandard dosimetry, Monte Carlo method, Radiochromic film, Experimental uncertainties

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	v
TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES TABLEAUX	xii
LISTE DES FIGURES	xiv
LISTE DES SIGLES	xx
NOTATION	xxi
REMERCIEMENTS	xxii
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	1
1.1 Accélérateur linéaire et assurance qualité	1
1.2 Protocoles de dose absorbée	3
1.2.1 Génération 1 : protocoles non-spécifiques aux chambres	3
1.2.2 Génération 2 : protocoles basés sur le kerma dans l'air	6
1.2.3 Génération 3 : protocoles basés sur la dose absorbée dans l'eau	9
1.2.4 Génération 4 : faisceaux non standard	11
1.3 Buts de l'étude	12
CHAPITRE 2 : THÉORIE DES CAVITÉS	14
2.1 Mise en contexte	14
2.2 Densité, flux et fluence de particules	14

2.3	Interactions et sections efficaces	16
2.3.1	Photons	16
2.3.2	Électrons	19
2.4	Équation du transport	22
2.4.1	Expression dépendante du temps	22
2.4.2	Expression indépendante du temps	22
2.5	Absorption d'énergie	25
2.5.1	Dose absorbée	25
2.5.2	Principe d'énergie de seuil	27
2.5.3	Volume fini	29
2.6	Détecteur idéal	31
2.7	Facteurs de perturbation	33
2.8	Principes de la méthode Monte Carlo	35
2.8.1	Généralités	35
2.8.2	Énergie de seuil et principe d'Heisenberg	36
2.8.3	Méthode d'échantillonnage du libre parcours	38
2.8.4	Histoire condensée et diffusion multiple	39
2.8.5	Statistiques des résultats	40
2.8.6	Exactitude et efficacité des résultats	41

**CHAPITRE 3 : INTRODUCTION À L'ÉTUDE DES FACTEURS
DE PERTURBATION DE CHAMBRES D'IONISA-
TION SOUS CONDITIONS NON-STANDARD . . . 43**

3.1	Approche généralisée de la dose absorbée dans l'eau	43
3.2	Objectifs de l'article scientifique	46
3.3	Résultats et impact	47
3.4	Contributions et permissions des auteurs	51
3.5	Permission de l'éditeur	53

CHAPITRE 4 : ARTICLE 1 : IONIZATION CHAMBER GRADIENT EFFECTS IN NONSTANDARD BEAM CONFIGU- RATIONS	54
4.1 Introduction	56
4.2 Methods	58
4.2.1 Formalism of absorbed dose at a point	58
4.2.2 Monte Carlo methods	61
4.3 Results and discussion	66
4.3.1 Perturbation factors	66
4.3.2 Absorbed dose in the bare chamber filled with water	73
4.3.3 Absorbed dose in the chamber	75
4.4 Conclusions	76
4.5 Acknowledgement	78
CHAPITRE 5 : INTRODUCTION À LA CARACTÉRISATION ET L'ANALYSE D'INCERTITUDES EN DOSIMÉTRIE PAR FILM RADIOCHROMIQUE	79
5.1 Qualités requises aux détecteurs	79
5.2 Types d'incertitude expérimentale	84
5.3 Théorie du calcul d'incertitude	85
5.4 Objectifs de l'article scientifique	87
5.5 Résultats et impact	88
5.6 Contributions et permissions des auteurs	90
5.7 Permission de l'éditeur	92
CHAPITRE 6 : ARTICLE 2 : ON THE CHARACTERIZATION AND UNCERTAINTY ANALYSIS OF RADIOCHROMIC FILM DOSIMETRY	94
6.1 Introduction	95

6.2	Materials and methods	98
6.2.1	Sources of uncertainty	98
6.2.2	Uncertainty parametrization	100
6.2.3	Sensitometric curve	102
6.2.4	Film calibration procedure	103
6.2.5	Variance analysis	105
6.3	Results	112
6.3.1	Uncertainty parametrization	112
6.3.2	Film calibration and sensitometric curve	113
6.3.3	Dose uncertainty analysis	116
6.3.4	Coherence of the method	125
6.4	Summary and recommendations	125
6.5	Conclusion	128
6.6	Acknowledgement	129
6.7	Appendix : methods derivation	129

CHAPITRE 7 : INTRODUCTION À L'ESTIMATION DES INCERTITUDES DE MESURES DE DOSE INDUITES PAR LES ERREURS EXPÉRIMENTALES DE MISE EN PLACE 134

7.1	Dosimétrie clinique précise	134
7.2	Objectifs de l'article scientifique	136
7.3	Théorie de l'estimation	137
7.4	Résultats et impact	139
7.5	Contributions et permissions des auteurs	140
7.6	Permission de l'éditeur	141

CHAPITRE 8 : ARTICLE 3 : A MONTE CARLO ESTIMATOR OF SETUP POSITIONING-INDUCED DOSE UNCER-

	TAINTY	143
8.1	Introduction	144
8.2	Theory	146
	8.2.1 Uncertainties formalism	146
	8.2.2 Estimation theory	147
8.3	Implementation	151
	8.3.1 egs_chamber	151
	8.3.2 Simulation of setup displacement	152
	8.3.3 User input	154
	8.3.4 Limitations	155
	8.3.5 New classes	156
	8.3.6 Simulation efficiency optimization	156
8.4	Validation	157
	8.4.1 Initialization, running and parallel job management	157
	8.4.2 Displacement implementation and estimation accuracy	158
	8.4.3 Accuracy of TmpPhsp displacement	160
	8.4.4 Efficiency optimization	162
8.5	Application	164
	8.5.1 Reference dosimetry	164
	8.5.2 Small field output factors	166
	8.5.3 IMRT beams	167
8.6	Discussion and conclusion	171
8.7	Acknowledgements	172
8.8	Appendix	172
	CHAPITRE 9 : CONCLUSION	181
	BIBLIOGRAPHIE	185

ANNEXE A : INTÉGRATION DU TERME D'INTERACTION DES PHOTONS	198
ANNEXE B : INTÉGRATION DU TERME D'INTERACTION DES ÉLECTRONS	201
ANNEXE C : PRINCIPE DE L'ÉNERGIE DE SEUIL	212
ANNEXE D : MÉTHODE D'ÉCHANTILLONNAGE INVERSE	220

LISTE DES TABLEAUX

4.1	Summary of characteristics of the ionization chambers modeled. . .	66
4.2	Reference field perturbation factors for the Exradin A12 and A14 chambers.	67
4.3	Summary of the statistical behavior of perturbation factors relative to a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam in the 14 nonstandard beams for the Exradin A12 and A14 chambers. Reported uncertainties correspond strictly to the associated quantity (i.e., uncertainty of mean, uncertainty of standard deviation, and uncertainty of deviation range) and were calculated using statistical uncertainties from single simulations and the properties of the variance of multivariable functions.	67
6.1	Summary of all sources of uncertainty on net optical density during the calibration process of radiochromic film dosimetry.	99
6.2	Comparison of uncertainty obtained with five different functional forms when characterizing film NOD behavior in regions of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ with dose.	116
8.1	Comparison between analytic and egs_chamber calculation for isocenter and detector displacement using a uniform distribution (quantities on the second to seventh columns corresponds to the maximum shift used for both isocenter and detector displacement). The distance between the divergent source and the scoring plane is given by the first column.	161

- 8.2 Comparison between expected and egs_chamber calculation for cavity displacement using a uniform distribution (quantities in the second column corresponds to the maximum shift in z) in order to evaluate the accuracy of the approximation made in the cavity displacement at different depths in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom. 163
- 8.3 Uncertainties calculated for simulated reference dosimetry measurements with an Exradin A12 chamber placed at 5 cm depth in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ phantom using an SAD setup and a 1.25 MeV photon point source collimated to $10 \times 10 \text{ cm}^2$ field at isocenter (100 cm from source). Maximum translation shifts for the uniform distributions are $\pm 1 \text{ mm}$ and $\pm 2 \text{ mm}$ for the Gaussian ($\sigma = 1 \text{ mm}$). Angle shifts for the uniform distributions are within $\pm 3^\circ$ and $\pm 6^\circ$ for the Gaussian ($\sigma = 3^\circ$). 166
- 8.4 Results obtained from dynamic IMRT beam simulations with an Exradin A12 chamber placed at 5 cm depth in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ phantom using an SAD setup (100 cm from source). For both isocenter and detector displacements, maximum translation shifts used are 1 mm in directions perpendicular to the beam and the distribution is a 2σ Gaussian ($\sigma = 0.5 \text{ mm}$). Isocenter nor detector rotations are not considered in these calculations. Uncertainties associated with reported values (i.e., separated by \pm) are induced by setup positioning (type B). The numbers in parenthesis correspond to the statistical simulation uncertainty (type A) on the last digit, which is estimated with the Monte Carlo method. 170

LISTE DES FIGURES

2.1	Illustration de l'effet photoélectrique.	17
2.2	Illustration de l'effet Compton.	18
2.3	Illustration de la production de paires.	18
2.4	Illustration de la collision e^-e^-	20
2.5	Illustration de l'effet bremsstrahlung.	21
2.6	Illustration de l'excitation atomique.	21
2.7	Illustration du nombre de particules traversant un élément de surface dA avec un angle θ	25
2.8	Illustration de l'approximation de l'énergie de seuil sur le calcul de dose dans un volume V . Les points marquent les endroits où des électrons d'énergie inférieure à Δ ont déposé toute leur énergie, et le cercle autour de chaque point représente une région où de l'énergie aurait pu être déposée si l'approximation de l'énergie de seuil n'avait pas été utilisée pour le calcul.	29
2.9	Illustration de la méthode d'échantillonnage : a) le libre parcours du photon et b) le parcours libre d'interaction catastrophique de l'électron.	40
3.1	Illustration de l'approche de la dose absorbée dans l'eau appliquée aux faisceaux non standard.	45
4.1	Illustration of the series of cavity doses simulated to calculate the perturbation factors.	62
4.2	Illustration of the Exradin A12 ionization chamber modeled using the EGS++ geometry package. The stem has been modeled with proprietary information provided by the manufacturer and is not shown in detail in this figure.	64

4.3	Fluence intensity maps of the irradiation beams 0° gantry angle used in the calculations as were used in Bouchard and Seuntjens study (Ref. [BS04]). Beams (a) to (f) are single static fields and beams (g) to (n) are dynamic deliveries.	65
4.4	Behavior of the stem, central electrode, and wall perturbation effects for the Exradin A12 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam. .	68
4.5	Behavior of the stem, central electrode, and wall perturbation effects for the Exradin A14 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam .	68
4.6	Behavior of stopping power ratio times the fluence perturbation effect for the Exradin A12 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam. .	69
4.7	Behavior of stopping power ratio times the fluence perturbation effect for the Exradin A14 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam. .	69
4.8	Behavior of the gradient perturbation effect (P_{gr}) and the density perturbation effect (P_ρ) for the Exradin A12 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.	70
4.9	Behavior of the gradient perturbation effect (P_{gr}) and the density perturbation effect (P_ρ) for the Exradin A14 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.	70
5.1	Rapport de pouvoir d'arrêt eau sur matériau pour différents types de détecteurs en fonction de l'énergie d'un spectre électronique monoénergétique.	82

6.1	Behavior of absolute optical density uncertainty versus optical density. The stochastic nature of detection in the CCD is from one to two orders of magnitude greater than the stochastic nature of dose deposition in a pixel of film corresponding to the size of the CCD	113
6.2	Linear behavior of the variance of NOD as a function of the inverse number of pixels in the region of interest.	114
6.3	Graph show the relative difference between given and corrected monitor units. The error bars were obtained applying the chi-square property of the root mean square difference between given and corrected monitor units.	115
6.4	Estimated film sensitometric curve using the functional form described in equation type 2 with 35 measurements and a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$. The estimated NOD uncertainty is 0.0013.	117
6.5	Estimated NOD uncertainty as a function of number of points used to characterize the sensitometric curve.	118
6.6	Behavior of NOD uncertainty estimation versus size of ROI using 35 measurement points. The size of ROI used for the background OD value was fixed to $2 \times 2 \text{ cm}^2$	119
6.7	Behavior of dose uncertainty versus given dose for a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ and 35 calibration points. The smallest uncertainty occurs at a dose of 220 CMU and is of the order of 0.7%.	120
6.8	(a) Uncertainty on dose ratio for relative single measurements using the exact method. (b) Uncertainty on dose ratio calculated with approximate methods relative to the exact method.	121

6.9	(a) CMU uncertainty calculation as a function of the number of measurement repetition for different numbers of points used to characterize the sensitometric curve. The dose value is 220 CMU and the values are obtained for a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$. The calculation takes into consideration the covariance terms. (b) Dose ratio uncertainty calculation as a function of the number of measurement repetitions for different numbers of points used to characterize the sensitometric curve. The dose value is 220 CMU and the values are obtained for a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$. The calculation takes into consideration the covariance terms.	123
6.10	(a) Uncertainty on absolute dose (in CMU) calculated with the exact method for repeated measurements. (b) Uncertainty on the ratio of doses calculated with the exact method for repeated measurements. (c) Uncertainty on absolute dose (in CMU) calculated with approximate methods relative to the exact method for repeated measurements. (d) Uncertainty on the ratio of doses calculated with approximate methods relative to the exact method for repeated measurements.	124
6.11	Relative difference between calculated and known equivalent dose units during calibration. This comparison allows to verify the coherence of the method where an average difference of -0.04% was found with a standard deviation of 0.5%.	125
8.1	Illustration of the simulation of (a) isocenter displacement and (b) detector displacement.	153
8.2	Behavior of the uncertainty of the type B uncertainty estimator as a function of the number of histories ran. The graph shows typical linear behavior of the inverse of the variance of the estimator with the number of histories.	158

8.3	Illustration of the ideal fluence calculation performed using (a) the initial source (b) the transformed source, where the symbol R represents the rotation of the source position, while \vec{t} represents its translation.	160
8.4	Graph showing the fit performed on the percent depth dose curve simulated over a region slightly larger than the scoring volume displacement.	162
8.5	Graph showing the typical behavior of the efficiency of type B uncertainty calculations with parameters M and N . The dashed horizontal line shows the dose calculation efficiency, and is typically about 2 times the efficiency of the optimized type B uncertainty calculation.	164
8.6	Graph showing the parameterization of the behavior of the efficiency of type B uncertainty calculations with (a) varying number of histories per positions (M) and (b) varying number of positions per sample (N).	165
8.7	Calculation results of setup positioning-induced detector output factors uncertainty in small beam measurements using a PTW 60012 diode model with both isocenter and detector uniform displacement of ± 1 mm (in directions perpendicular to the beam axis only). The sketch in the upright corner shows a beam's eye view of the diode placed in the fields, with the smallest circle to represent the sensitive volume of the diode, and the cross to represent a ± 1 mm range of displacement in both directions.	168
8.8	Fluence intensity maps of the IMRT beams used for nonstandard output factor measurements simulation. Each map is shown within a 20×20 cm ² field centered at isocenter.	169
A.1	Transformation des bornes d'intégration du terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par ionisations.	199

B.1	Bornes d'intégration des termes d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions. Le principe d'indissociabilité des électrons est appliqué pour déterminer les bornes d'intégration.	202
B.2	Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.	207
B.3	Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.	207
C.1	Bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.	214
C.2	Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.	215
C.3	Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.	216

LISTE DES SIGLES

AAPM Association américaine des physiciens médicaux

EGS Electron Gamma Shower

IAEA Agence internationale de l'énergie atomique

IMRT Radiothérapie par modulation d'intensité

MC Monte Carlo

MLC Collimateur multilames

MV Mégavolt

MU Unité moniteur

NOD Densité optique nette

OD Densité optique

PCSR Plan Class Specific Reference

QA Assurance Qualité

TG Task Group

TRS Technical Report Series

NOTATION

D_w	Dose absorbée dans l'eau
D_{det}	Dose absorbée dans le détecteur
M_c	Charge effective collectée dans le volume sensible de la chambre sous température et pression normales
$\left(\frac{W}{\rho}\right)$	Énergie nécessaire pour créer une paire électron-ion dans un matériau donné (en J/C)
m_{eff}	Masse effective du volume sensible du détecteur
$\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_a^w$	Rapport de pouvoir d'arrêt eau sur air
P_{stem}	Facteur de perturbation de la tige
P_{cel}	Facteur de perturbation de l'électrode centrale
P_{wall}	Facteur de perturbation de la paroi
P_{repl}	Facteur de perturbation du remplacement
P_{fl}	Facteur de perturbation de la fluence
P_{gr}	Facteur de perturbation du gradient
P_{rho}	Facteur de perturbation de la densité
P_{vol}	Facteur de perturbation du moyennement de volume
D_w^Q	Dose absorbée dans l'eau pour une qualité spécifique Q
$N_{D,w}^Q$	Facteur d'étalonnage dans l'eau pour une qualité spécifique Q
k_{Q_1,Q_2}	Facteur de correction de la qualité Q_1 vers Q_2
$E_x(f(x))$	Espérance mathématique de $f(x)$ sur la variable aléatoire x
$\int_y dy \int_x f(x, y) dx$	Intégrale de la fonction $f(x, y)$ sur les variables x et y

REMERCIEMENTS

Au CHUM

J'aimerais d'abord remercier Gilles Beaudoin, grâce à qui j'ai pu faire mon doctorat à l'université de Montréal. J'aimerais également remercier Jean-François Carrier, qui m'a donné de nombreux conseils ainsi qu'un support moral constant durant mon projet. Je tiens à remercier Frédéric Lacroix, dont la collaboration à un de mes articles a été significative, et avec qui j'ai partagé de longues et intéressantes discussions sur mon projet. Je remercie Philippe Després pour ses précieux conseils informatiques et scientifiques. Je remercie aussi Réal Besner du CHUM, sur qui j'ai pu compter pour me faciliter la tâche entre mon doctorat et mon poste de physicien au CHUM. Je remercie Sami Hissoiny d'avoir pris la peine d'étudier arduement mon chapitre 2, ce qui a mené à plusieurs discussions qui ont permis de consolider mes connaissances. Je remercie également tous mes collègues qui m'ont supporté dans mon retour aux études.

At McGill University

I would like to thank specially Jan Seuntjens from McGill University, a co-supervisor and mentor of my project, who has been guiding me during my research and feeding me on relevant scientific developments, and with whom I have had the privilege to collaborate. Jan has been the key in this project, bringing a significant scientific impact in the results analysis and discussion. I thank Eunah Chung from McGill University, who has been welcoming me to collaborate in her doctoral project under the supervision of Jan.

At NRC

I would like to acknowledge Carl Ross from NRC for his approach in making the internship possible at IRS. A very special acknowledgement for Iwan Kawrakow from NRC, who has been a great mentor in my project. Iwan welcomed me

at the Ionisation and Radiation Standards group of the NRC and supervised the developments of my methods. At IRS, I had the chance to exchange with high level scientifics, namely Malcolm McEwen and Carl Ross, and also benefit from the immense experience of Iwan in Monte Carlo and radiation physics. Iwan challenged me several times and pushed me to develop my scientific rigour as well as my understanding of physical phenomena. I feel privileged to have had him mentoring my project. Thank you for everything Iwan ! I also thank Enersto Mainegra-Hing, Blake Walters and Frédéric Tessier for their support on EGS. Je remercie Michel Proulx pour son support informatique. Finally, I thank the IRS group for a welcoming and friendly attitude during my internship, for interesting scientific discussions and also stress-relieving ping pong games, ball hockey games, baseball games and music gigs !

À L'UQAM

Un merci très spécial au professeur Chérif Hamzaoui, pour son support et ses encouragements durant mon baccalauréat, ainsi que récemment lors de ma rencontre ardue avec la théorie des champs.

Remerciements personnels

J'aimerais grandement remercier ma conjointe Thi Thu sur qui j'ai pu compter durant les moments difficiles et qui a su m'encourager tout le long de mon doctorat. J'aimerais aussi remercier ma soeur, Julie, et ma mère, Nicole, pour leur support moral et constant durant cette aventure. Je réserve un remerciement spécial à mon père, Laval, pour m'avoir donné l'intégrité et la liberté de faire ce que j'aime. Je réserve aussi un remerciement spécial à mon ami Sébastien Landry, qui a été une source de motivation pour retourner faire mon doctorat après 3 ans d'absence à l'université. À Sonia, je te remercie de m'avoir donné la chance de vivre mon rêve de musicien durant mon doc, ça m'a grandement motivé à continuer mes efforts !

Enfin, je remercie mes nombreux amis pour leur encouragement : François, Arséli, Bruno, Mélissa, Caroline, Maxime, Sonia, et mes amis d'enfance Yannick, Jimmy, Frédéric, Denis, Richard, Steve, Manu et bien d'autres que j'oublie !

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 Accélérateur linéaire et assurance qualité

Le rayonnement ionisant est utilisé en radio-oncologie pour traiter des lésions qui sont généralement malignes. En radiothérapie externe, les appareils de traitement se divisent en deux types [Kha94] : les appareils à isotopes (*isotope teletherapy units*) et les appareils de supervoltage (*supervoltage units*). L'accélérateur linéaire clinique, communément appelé *linac*, est sans doute l'unité de traitement la plus utilisée de nos jours en radiothérapie. Les linacs permettent la production de faisceaux d'électrons ou de photons à partir d'électrons accélérés dans un guide d'onde pouvant produire des énergies typiquement entre 4 et 35 MeV¹, dépendamment des paramètres utilisés. Il existe plusieurs avantages à utiliser le linac plutôt que les appareils à isotopes, notamment la possibilité d'un débit contrôlé ou encore d'avoir plusieurs énergies disponibles avec un même appareil. Ces avantages ont proliféré avec les avancements technologiques. Par exemple, l'intégration du *collimateur multilames* (MLC) au linac permet de moduler l'intensité du faisceau en fonction de la distance hors-axe par une superposition statique ou dynamique de champs définis par la configuration du MLC. Ce développement a donné naissance à une technique de traitement nommée *radiothérapie par modulation d'intensité* (IMRT), qui utilise une combinaison optimale de modulation de faisceaux durant le traitement. Celle-ci améliore considérablement l'atteinte des buts de la radiothérapie par rapport aux techniques conventionnelles, qui est de maximiser la conformité de la dose aux vo-

¹Par convention, on désigne l'énergie d'un faisceau de photons par le potentiel ayant servi à accélérer les électrons qui l'ont produit (en MV). Par exemple, des électrons de 6 MeV produiront un un spectre de photons de 6 MV, contenant des photons dont l'énergie varie entre 0 et 6 MeV, alors qu'un faisceau d'électrons produits par ces mêmes particules est désigné comme un faisceau de 6 MeV.

lumes cibles tout en minimisant la dose aux organes à risque. Le seul désavantage du linac par rapport à l'appareil à isotope (ex., le cobalt-60) est la stabilité du faisceau en termes de débit et d'énergie.

Un des rôles principaux du physicien médical clinique est d'assurer que la dose prescrite par le radio-oncologue sera livrée de manière adéquate. Ainsi, il est responsable du calibration du débit des appareils, de l'intégrité de leurs paramètres mécaniques et dosimétriques, des limitations liées à l'exactitude du calcul de dose des systèmes de planification de traitement, de l'optimisation des paramètres reliés à la précision du traitement, et de l'implantation de nouvelles technologies. Contrairement aux sources radioactives, la stabilité des sources produites par les linacs dépend de plusieurs paramètres électroniques nécessitant un ajustement régulier afin d'obtenir les spécifications dosimétriques voulues. Afin d'assurer l'intégrité des paramètres des appareils de traitement, il existe des protocoles visant à fournir aux physiciens médicaux cliniques des procédures d'assurance qualité (QA) à appliquer sur une base périodique. Ces protocoles sont issus d'associations telles que l'*Association américaine des physiciens médicaux* (AAPM) et l'*Agence internationale d'énergie atomique* (IAEA). Par exemple, les procédures fournies dans le *Task Group 40* de l'AAPM [KCG⁺94] sont largement utilisées en Amérique du Nord depuis une quinzaine d'années. La complexité de la tâche du physicien augmente avec la technologie. Certains types de traitements, comme par exemple l'IMRT, demandent une vérification systématique de la distribution de dose avant le traitement. On utilise alors le plan spécifique du patient pour irradier un mannequin, appelé *fantôme*, destiné à ce type de QA. Cette procédure vise à vérifier globalement l'intégrité des procédures combinées, soit la calibration de l'appareil, la planification du traitement et la livraison de la dose.

Une tâche fondamentale du physicien clinique est la calibration du débit de dose des appareils de radiothérapie externe. En clinique, toutes les distributions de dose, sans exception, en dépendent. Il est essentiel que des procédures spéci-

fiques et reconnues soient suivies à cet effet. Des protocoles de dose absorbée sont disponibles dans la littérature [ABC⁺99, ABH⁺01] et permettent de déterminer la dose absorbée (en Gy) à une profondeur de référence dans un fantôme d'eau, sous des conditions d'irradiation spécifiques nommées *conditions standard*². L'utilisation d'une chambre d'ionisation étalonnée en laboratoire standard³, ou contre-étalonnée par une chambre étalonnée en laboratoire standard, est nécessaire afin de calibrer les appareils de radiothérapie. Pour les linacs, cette procédure est utilisée afin de calibrer directement la *chambre moniteur* de l'appareil, celle-ci servant à contrôler le débit et la quantité de radiation émise. L'*unité moniteur* (MU), définie spécifiquement pour ce type de machine, correspond à une charge ionisée dans la chambre moniteur qui est positionnée directement à travers le faisceau. La valeur du MU peut être ajustée durant la calibration de sorte qu'il corresponde à une valeur spécifique de dose absorbée sous conditions standard. Pour donner une dose spécifique dans des conditions arbitraires, le nombre de MU devra être calculé à partir de la correspondance Gy/MU sous conditions standard ainsi que des *fonctions dosimétriques relatives*⁴ obtenues durant la mise en service de l'appareil. Pour les appareils à isotopes, la chambre moniteur est remplacée par une minuterie, et l'unité de temps correspond à l'unité de radiation utilisée pour contrôler le rayonnement.

1.2 Protocoles de dose absorbée

1.2.1 Génération 1 : protocoles non-spécifiques aux chambres

En 1953, la quantité officielle pour la dose absorbée par un matériau biologique irradié devient par définition "l'énergie absorbée par la matière irradiée de particules ionisantes par unité de masse à l'endroit d'intérêt" [Int56]. Bien que des

²On utilise aussi *conditions de référence*.

³Au Canada, il s'agit de l'*Institut des étalons de rayonnement ionisant* (IRS) du *Conseil national de recherche Canada* (CNRC) à Ottawa.

⁴Les principales fonctions dosimétriques qui seront abordées dans ce document sont le *facteur total* et le *rendement en profondeur*.

méthodes furent publiées depuis la fin des années 20 sur la détermination pratique de la dose absorbée [FM27, FM29, Gra36, Gra37a, Gra37b, SA55, Sut56, Bur59], les premiers protocoles de dosimétrie destinés à l'utilisation clinique firent leur apparition durant les années 60. À cette époque, on utilisait déjà largement des chambres d'ionisation étalonnées par un laboratoire standard (ex., le *National Physics Laboratory* au Royaume-Uni) pour la mesure de l'exposition dans l'air, cette quantité étant définie comme le taux de charge produite dans l'air par unité de masse pour un faisceau de photons donné. Ainsi, le laboratoire était en mesure de fournir un facteur d'étalonnage de la chambre (jadis noté N) qui convertit la mesure de la charge collectée (en C) en exposition dans l'air (en R) effective en un point situé au centre de la chambre, considérant l'atténuation du faisceau dans la paroi et le capuchon ainsi que le déplacement causé par la présence de la chambre [GMM62, BAM62]. À l'époque, ce facteur N était spécifique à une énergie de 2 MV ou du cobalt-60, et la mesure devait être corrigée pour la température, pression et humidité.

Des principes de conversion de la mesure avec une chambre d'ionisation en dose absorbée dans l'eau étaient connus [Gra36, Gra37a, Gra37b]. Pour les faisceaux de photons de basse énergie, l'exposition pouvait alors être convertie en kerma dans l'air en multipliant par l'énergie moyenne nécessaire pour créer une paire d'ions, et le rapport de coefficient d'absorption d'énergie dans l'eau était utilisée. Pour les faisceaux d'électrons et de photons de plus haute énergie, l'utilisation de rapport de pouvoirs d'arrêt était nécessaire [Nat61, Int62]. Afin de fournir à leurs membres un protocole clinique de dosimétrie en photons et en électrons, plusieurs associations se forment durant ces années (le *Sub-committee on Radiation Dosimetry* (SCRAD) de l'AAPM, le *Hospital Physicists' Association* (HPA) et le *Nordic Association for Clinical Physics* (NACP)). Le HPA fut pionnier de la dosimétrie durant les années 60 inspiré des travaux de Greene *et al* [GMM62, Gre62] et Almond [Alm67]. Cette association publia une série de protocoles [Hos64, Hos69, Hos71, Hos75] dont la formulation sera améliorée et officialisée peu de temps après par la *Commission*

internationale des unités et des mesures de radiation (ICRU) [Int69,Int72]. Ce formalisme de la dose absorbée à partir de la mesure avec une chambre d'ionisation est donnée par les relations suivantes, pour les photons et les électrons respectivement :

$$D_w = N_c R k_1 k_2 C_\lambda, \quad (1.1)$$

Et

$$D_w = N_c R k_1 k_2 C_E, \quad (1.2)$$

où N_c est le facteur d'étalonnage d'exposition dans l'air de la chambre, R est la mesure obtenue avec la chambre d'ionisation, k_1 est la correction atmosphérique, k_2 est la correction entre les conditions de mesure et celles du calibration, et C_λ et C_E sont des facteurs qui convertissent l'exposition dans l'air en dose absorbée pour les photons et les électrons respectivement. Ces facteurs dépendent du type de chambre et de l'énergie utilisée. Non seulement il existe une expression simple pour obtenir la dose à partir d'une mesure et d'un facteur d'étalonnage standard de l'exposition (N_c) à 2 MV, mais d'autres détails techniques sont également fournis afin d'obtenir la dose absorbée. D'autres protocoles publiés en parallèle [Sub66,Sub71,Ame75,Nor72] permirent une évolution rigoureuse des techniques de mesures durant les années 60 et 70. On statuera sur des questions importantes telles que le système standard de mesure, la profondeur de calibration, la spécification de l'énergie du faisceau, le point effectif de mesure, les types de détecteurs utilisables et leur étalonnage, les tables de données ou références recommandées, les recommandations sur la comparaison inter-centres, la fréquence des calibrations, etc. Ces efforts vers une uniformisation de la dosimétrie permettront une pratique plus rigoureuse de la radiothérapie durant les années 70.

1.2.2 Génération 2 : protocoles basés sur le kerma dans l'air

Avant le tournant des années 80, des problèmes fondamentaux reliés à l'utilisation des facteurs C_λ et C_E seront exposés. Bien que l'incertitude sur la mesure de la dose absorbée en un point fut évaluée à l'époque être de l'ordre de 3 à 4% [Int69, Int72], des erreurs allant jusqu'à 5% furent rapportées [Gre74, NG76, Nah78, AS77] lorsque des méthodes plus rigoureuses sont utilisées pour déterminer la dose absorbée. Durant la décennie suivante, une nouvelle génération de protocoles basés sur l'étalonnage avec le kerma dans l'air du cobalt-60 apparaît [Nor80, Tas83, Int87]. Bien que le cobalt-60 ait été recommandé depuis le début des années 70 [Nor80], ce standard est dorénavant plus fiable que le 2 MV puisque le spectre du cobalt-60 est constant d'un laboratoire à l'autre. D'autres considérations amélioreront les méthodes de dosimétrie durant les années 80. La valeur de l'énergie nécessaire pour créer une paire électron-ion dans l'air sec fut changée de 33,73 à 33,85 J/C en 1979⁵ [Int79]. Une rigueur sur la recombinaison des charges durant la mesure est dorénavant exigée, alors que dans le passé des erreurs de 1% étaient tolérées [Hos71]. Finalement, d'autres facteurs de perturbation seront tenus en compte dans cette nouvelle génération de protocoles : l'effet de la paroi, l'effet de l'électrode centrale, l'effet de polarité et l'effet de recombinaison⁶.

Deux protocoles majeurs marqueront les années 80, soit le protocole de l'AAPM *Task Group no. 21* [Tas83] (TG-21) le protocole *Technical Report Series no. 277* de l'IAEA [Int87] (TRS-277). Le formalisme de la dose absorbée du protocole TG-21, qui est similaire à celui décrit par le plus récent TRS-277, est comme suit :

$$D_{med} = MN_{gas} \left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{gas}^{med} P_{ion} P_{repl} P_{wall}, \quad (1.3)$$

où D_{med} est la dose absorbée dans le milieu d'intérêt au point de mesure, M est

⁵Ce qui donne 33,7 J/C pour l'air humide à 50%, tel qu'utilisé par le TG-21.

⁶Jadis, certains de ces effets étaient sous-entendus dans k_2 formulé des equations 1.1 et 1.2 sans être explicite.

la mesure corrigée pour les conditions environnementales et la polarité, P_{ion} est un facteur qui corrige pour la recombinaison des ions dans le volume, P_{repl} est un facteur qui corrige pour l'effet de remplacement du volume d'eau autour du point de mesure par le volume d'air de la chambre et P_{wall} est un facteur qui corrige pour le fait que la paroi est constituée d'un matériau différent du milieu de mesure. Le facteur N_{gas} est le facteur de conversion de la mesure à la dose absorbée dans l'air. Ce facteur s'obtient soit directement d'un laboratoire standard ou soit à partir du facteur d'étalonnage de l'exposition N_X et de la formulation du TG-21⁷. Il est également possible d'obtenir N_{gas} à partir d'un facteur d'étalonnage de la dose absorbée N_D [Tas83]. L'avantage principal du facteur N_{gas} est qu'il est constant pour une chambre donnée, peu importe l'énergie, la position et la nature du milieu de mesure.

Il est dorénavant compris que l'effet de remplacement (P_{repl}) est spécifique au modèle de la chambre et doit être considéré lors de la mesure de la dose absorbée. Pour les mesures de rendement en profondeur, l'effet de remplacement est considéré comme une combinaison de deux effets distincts. Le premier effet, l'effet de gradient, requiert de corriger la courbe de mesure qui dépend de la géométrie de la chambre utilisée et de l'énergie du faisceau. Le TG-21 suggère d'apporter un facteur multiplicatif constant aux mesures en photons après d_{max} dépendamment de l'énergie utilisée et du diamètre de la chambre. Pour les faisceaux d'électrons, aucune correction n'est recommandée si on utilise une chambre à plaques parallèles. Le protocole TRS-277 spécifie plutôt de déplacer la courbe d'ionisation vers la surface du fantôme par une valeur fixe pour tenir compte de l'effet de gradient, en supposant que l'effet de gradient ne dépend que de la géométrie de la chambre. Le deuxième effet, la perturbation de fluence, requiert une correction qui dépend de l'énergie du faisceau. Parce que pour les faisceaux de photons l'énergie est constante

⁷Le facteur d'étalonnage du kerma dans l'air (N_K) peut également être utilisé pour dériver N_{gas} .

après d_{max} , il n'est pas nécessaire d'apporter cette correction. Par contre, pour les électrons il est nécessaire d'apporter cette correction en fonction de la profondeur dépendamment du type de chambre utilisée. Pour les mesures de dose absolue, il est indispensable de considérer P_{repl} dans son ensemble. Les rapports de pouvoir d'arrêt doivent également être utilisés lors de la conversion entre la mesure et la dose absorbée. Pour les mesures de calibration en un point de référence, il est nécessaire de spécifier l'énergie du faisceau afin d'utiliser les valeurs adéquates. En photons, la profondeur de calibration recommandée dans l'eau varie entre d_{max} et 10 cm, alors que pour les électrons on recommande la profondeur d_{max} afin d'éviter une correction pour l'effet du gradient et de la fluence. Durant les mesures de rendement en profondeur, une correction pour le changement de rapports de pouvoir d'arrêt doit être appliquée en électrons puisque l'énergie du faisceau varie avec la profondeur, contrairement aux photons où le spectre électronique demeure pratiquement constant à partir de d_{max} .

Durant les années 80, plusieurs études ont fait l'objet de calculs et mesures de facteurs de perturbation des chambres d'ionisation. La pratique clinique de la dosimétrie connaît un essor considérable comparativement à la génération précédente de protocoles. Par contre, plusieurs problèmes liés à la deuxième génération de protocoles motiveront une nouvelle approche. En effet, l'application des protocoles basés sur le kerma dans l'air est délicate puisque ceux-ci comportent plusieurs étapes et requièrent l'utilisation d'un grand nombre de données tabulées, pouvant engendrer des erreurs. En 1992, Rogers [Rog92] publie une révision sur les fondements des protocoles TG-21 et TRS-277. Il y compare les deux protocoles et démontre les multiples erreurs contenues dans le TG-21, certaines d'entre elles étant corrigées dans le TRS-277. D'une manière hasardeuse, les erreurs contenues dans les protocoles basés sur le kerma dans l'air s'annulent en grande partie et ont un effet global inférieure à 1%.

1.2.3 Génération 3 : protocoles basés sur la dose absorbée dans l'eau

Bien que proposée en 1979 par Reich [Rei79], une nouvelle philosophie sera adoptée durant les années 90 et permettra non seulement de simplifier les protocoles de dosimétrie clinique mais également d'améliorer leur exactitude. On basera dorénavant l'étalonnage des chambres d'ionisation sur des standards de dose absorbée dans l'eau. En 1997, l'IAEA publiera un protocole supplément au TRS-277 dans lequel le formalisme de dose absorbée dans l'eau sera abordé [Int97]. En 1999, l'AAPM publiera le protocole TG-51 [ABC⁺99] qui est complètement basé sur les standards de dose absorbée dans l'eau. Deux ans plus tard, l'IAEA fera de même en publiant le protocole TRS-398 [ABH⁺01]. Non seulement les développements des quinze années suivant le TG-21 apporteront une amélioration considérable de cette nouvelle génération de protocoles, mais les nouvelles procédures permettront de déterminer la dose absorbée avec une incertitude de l'ordre de 1%, alors que la génération précédente donnait une incertitude de l'ordre de 3 à 4% [Rog96]. En effet, des améliorations récentes sur les techniques de détermination de la dose absorbée dans l'eau démontrent une convergence de moins de 1% des standards de dose absorbée dans l'eau, soit par l'utilisation des trois techniques suivantes : la calorimétrie dans le graphite, la solution de Fricke et la calorimétrie dans l'eau⁸. Le formalisme du TG-51 pour obtenir la dose absorbée dans l'eau en un point de référence est comme suit⁹ :

$$D_w = N_{D,w}^{60Co} k_Q M_c, \quad (1.4)$$

où D_w est la dose absorbée dans l'eau sous des conditions de référence¹⁰, M_c est la charge mesurée corrigée¹¹, $N_{D,w}^{60Co}$ est le facteur d'étalonnage au cobalt-60 de

⁸Cette convergence est supérieure à celle du standard de kerma dans l'air, qui engendrait jadis des corrections de l'ordre de 1% [Rog96].

⁹Le formalisme du TRS-398 est similaire à celui-ci.

¹⁰Distance source-surface ou source-axe de 100 cm, champ de 10×10 cm² et profondeur d_{ref} .

¹¹La charge est corrigée pour la recombinaison d'ions, l'effet de polarité, le changement d'électromètre (si applicable) ainsi que la température et pression.

la chambre d'ionisation fourni par un laboratoire standard et k_Q est le facteur conversion de qualité qui est défini comme le rapport entre le facteur d'étalonnage du faisceau de qualité Q et le facteur d'étalonnage du cobalt-60. Pour les photons, la profondeur de référence (d_{ref}) est définie comme étant 10 cm. Pour les électrons, d_{ref} (en cm) varie avec l'énergie nominale du faisceau de la manière suivante :

$$d_{ref} = 0.6R_{50} - 0.1, \quad (1.5)$$

où R_{50} est la profondeur où le rendement¹² est de 50%. Alors que le rendement en profondeur à 10 cm (noté $\%dd(10)$) est utilisé pour spécifier la qualité du faisceau de photons¹³, la valeur R_{50} spécifie la qualité des faisceaux d'électrons. Pour les faisceaux de photons, on obtient k_Q directement à partir d'une table pour un modèle de chambre et une valeur de $\%dd(10)_x$ ¹⁴ donnés. Pour les électrons, on obtient le facteur de conversion de qualité photons-électrons (k_{ecal}) à partir du modèle de la chambre et de R_{50} . Ensuite, on détermine k_Q à partir de la relation suivante :

$$k_Q = P_{gr}^Q k'_{R_{50}} k_{ecal}, \quad (1.6)$$

où P_{gr}^Q est la correction de gradient au point de mesure¹⁵ et $k'_{R_{50}}$ est le facteur de conversion de qualité d'électrons. La simplicité de cette méthode par au rapport au TG-21 réside dans le fait qu'une seule valeur tabulée doit être obtenue pour les photons (k_Q) et seulement deux pour les électrons (k_{ecal} et $k'_{R_{50}}$). L'étape pour

¹²Le rendement en profondeur est défini comme étant la dose relative à la dose maximale en une profondeur donnée sur l'axe central du faisceau.

¹³La relation entre la qualité du faisceau et $\%dd(10)$ est indirecte, puisqu'il est nécessaire d'éliminer la contamination électronique à d_{max} pour spécifier le rendement à 10 cm provenant uniquement des photons, défini par $\%dd(10)_x$.

¹⁴ $\%dd(10)_x$ est défini comme le rendement en profondeur à 10 cm provenant uniquement des photons.

¹⁵Cette correction peut être négligée lorsque l'on place le détecteur au point effectif de mesure. P_{gr}^Q est donc défini comme le rapport de la dose au point de référence sur la dose au point effectif de mesure.

spécifier l'énergie du faisceau est claire et relativement simple. Aucune correction ne doit être appliquée pour l'effet de paroi (P_{wall} de TG-21) puisqu'il est inclus dans k_Q . Dans le TG-51, l'effet de l'électrode centrale est également inclus dans k_Q et est supposé constant lors de mesures relatives si l'électrode n'est pas constituée d'aluminium [MN93a]. En photons, la seule correction de gradient à appliquer est en dosimétrie relative où un déplacement de la courbe d'ionisation vers la surface du fantôme égal à $0.6r$ doit être appliqué, r étant le rayon de la chambre d'ionisation cylindrique dont le point de mesure est défini au centre de la chambre. Pour les électrons, toute mesure doit être ramenée au point effectif de mesure par un déplacement égal à $0.5r$. Aucune correction de gradient n'est nécessaire avec les chambres à plaques parallèles puisque le point effectif de mesure est le point de positionnement de la chambre. Pour les mesures relatives en électrons, la correction de la fluence est spécifiée par le protocole TG-25 [KDH⁺91] et la correction du rapport de pouvoirs d'arrêt est spécifiée soit par le TG-25 ou par Burns *et al* [BDR96].

1.2.4 Génération 4 : faisceaux non standard

L'avancement des techniques de radiothérapie des deux dernières décennies a complexifié les procédures de vérification des traitements. L'optimisation de la conformité des distributions de dose aux volumes cibles est obtenue soit par une livraison segmentée de champs (ex. IMRT, Tomothérapie) ou encore par la combinaison de petits champs (ex. radiothérapie stéréotaxique). Ces faisceaux dits *non standard* comportent des composantes additionnelles aux faisceaux standard (ex. MLC) faisant partie intégrante de la livraison de dose, ce qui engendre généralement une série de tests supplémentaires lors des procédures de QA. Mais encore, ces faisceaux violent les conditions de référence définies par les protocoles de dose absorbée. En 2004, deux groupes de recherche ont démontré l'existence d'un facteur de correction applicable aux champs non standard durant la mesure de dose en IMRT [BS04, CSDL⁺04]. Ce facteur de correction dépend du champ utilisé et

peut atteindre jusqu'à environ 60% dans des cas extrêmes [BS04]. Les protocoles actuels basés sur les standards de dose absorbée (c.-à-d., le TG-51 et le TRS-398) sont largement utilisés en clinique et l'on peut dorénavant obtenir une incertitude sur la dose absorbée de l'ordre de 0,7%¹⁶. Néanmoins, ces procédures n'incluent pas les faisceaux non standard et par conséquent leur dosimétrie demeure incertaine en clinique. En août 2007, un groupe de travail est formé par l'IAEA conjointement avec l'AAPM afin de développer des procédures dosimétriques applicables aux faisceaux qui ne sont pas conformes au TG-51. En 2008, l'IAEA propose un nouveau formalisme [AAC⁺08], endossé par l'AAPM, qui traite les faisceaux non standard d'une manière similaire aux protocoles standard en tenant pour compte de l'existence de facteurs de correction dans la formulation de la dose absorbée¹⁷. Cette publication est un point de départ aux avancements scientifiques à venir dans cet axe de recherche. Ainsi, pourra-t-on s'attendre à la naissance d'une nouvelle génération de protocoles qui saura répondre aux nouvelles techniques de radiothérapie, ainsi que d'améliorer les connaissances et les applications de la dosimétrie de la radiation.

1.3 Buts de l'étude

Un des objectifs principaux de cette étude doctorale est d'expliquer la nature des facteurs de correction présents en dosimétrie non standard dans le but d'engendrer des conclusions utiles à l'avancement des protocoles de dose absorbée. D'autres aspects de la dosimétrie non standard sont également étudiés, soit la mesure de facteurs de corrections non standard utilisant des détecteurs presque équivalents à l'eau, ainsi que l'évaluation des incertitudes présentes durant la mesure de dose absorbée avec chambres d'ionisation. Suivant cette présente introduction, le cha-

¹⁶Cette valeur tient pour compte une incertitude de 0,5% des données du TG-51 et de 0,5% du facteur d'étalonnage au cobalt-60.

¹⁷Ce formalisme sera décrit au chapitre 2.

pitre 2 décrit d'abord la théorie nécessaire à la compréhension des principes de mesures ainsi que les méthodes de calculs de dose utilisées pour modéliser la réponse dosimétrique d'un volume donné. Par la suite, un formalisme est détaillé afin d'expliquer les principes de dosimétrie pour le cas non standard général. Le chapitre 3 introduit le chapitre 4, un article scientifique portant une étude des facteurs de perturbation sous conditions non standard dans le but d'isoler les facteurs responsables des corrections. Le chapitre 5 introduit le chapitre 6, un article scientifique sur la caractérisation et l'analyse d'incertitudes en dosimétrie par film radiochromique, un détecteur presque équivalent à l'eau. Le chapitre 7 introduit le chapitre 8, un article scientifique sur une méthode de calcul de l'incertitude induite par les erreurs expérimentales de mise en place. Finalement, le chapitre 9 conclut l'étude doctorale en résumant les avancements et les impacts sur la communauté scientifique dans une perspective globale ainsi que le futur de cet axe de recherche.

CHAPITRE 2

THÉORIE DES CAVITÉS

2.1 Mise en contexte

Ce chapitre a comme objectif principal de démontrer rigoureusement la théorie des cavités utilisée au mégavoltage, soit celle de Spencer-Attix [SA55, Nah78]. À la connaissance de l'auteur, il n'existe à ce jour aucune démonstration de ce genre dans la littérature ou dans un ouvrage quelconque.

2.2 Densité, flux et fluence de particules

Soit une source de particules incidentes sur un milieu engendrant une cascade de photons et d'électrons¹. Soit la *densité de particules*, notée $\eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)$, représentant une population de particules d'un même type (e^- ou γ) par le nombre différentiel de particules ayant une direction $\vec{\Omega}$ et une énergie E par unité de volume en une position de l'espace \vec{x} au temps t . La densité de particules s'écrit ainsi :

$$\eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) \equiv \frac{\partial N(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial V}, \quad (2.1)$$

avec $N(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)$ le nombre différentiel de particules au point \vec{x} ayant une direction $\vec{\Omega}$ et une énergie E au temps t . Sa définition est telle que le nombre total de particules dans l'espace au temps t est donné par la relation suivante² :

$$N(t) = \int_0^{E_0} dE \int \int_{4\pi} d\Omega \iiint_{\mathbf{R}^3} \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) dV, \quad (2.2)$$

¹Les positons ne sont pas traités explicitement dans ce chapitre, mais ils sont compris dans les calculs et sous-entendus dans le formalisme.

²La notation utilisée dans cette thèse est telle que l'intégrale de la fonction $f(x, y)$ sur les variables x et y est notée $\int_y dy \int_x f(x, y) dx$.

où E_0 est l'énergie maximale des particules du type en question. Soit le *flux*, noté $\phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)$, défini comme le nombre de particules par unité de surface (perpendiculaire à leur direction) et par unité de temps en fonction de leur direction $\vec{\Omega}$ et énergie E . Le flux de particules s'écrit en fonction de $N(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)$ de la manière suivante :

$$\phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) \equiv \frac{\partial N(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial A}, \quad (2.3)$$

où dA est l'élément de surface perpendiculaire à la direction $\vec{\Omega}$ de la particule. Le flux de particules est relié à sa densité par les deux relations suivantes :

$$\frac{\partial \phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial l} = \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t), \quad (2.4)$$

où l est l'unité de distance dans la direction $\vec{\Omega}$, tel que $dV = dl dA$, et

$$\phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) = v(\vec{x}, E) \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t), \quad (2.5)$$

où $v(\vec{x}, E)$ est la vitesse des électrons ayant une énergie E au point \vec{x} .

Soit la *fluence directionnelle*, notée $\varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E)$, définie par le nombre de particules par unité de surface perpendiculaire à leur direction ayant traversé la position \vec{x} avec une direction $\vec{\Omega}$ et une énergie E , et s'écrivant ainsi :

$$\varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \equiv \int_0^\infty \phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) dt. \quad (2.6)$$

En intégrant sur le temps les équations 2.4 et 2.5, on obtient les deux expressions suivantes :

$$\frac{\partial \varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E)}{\partial l} = \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E), \quad (2.7)$$

et

$$\varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) = \int_{t=0}^{t=\infty} \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) dl, \quad (2.8)$$

où l est l'unité de longueur définie dans la direction $\vec{\Omega}$, et $\eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E)$ est défini ainsi :

$$\eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \equiv \int_0^\infty \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) dt. \quad (2.9)$$

Finalement, on définit la *fluence énergétique* de la manière suivante :

$$\varphi(\vec{x}, E) \equiv \iint_{4\pi} \varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) d\Omega. \quad (2.10)$$

2.3 Interactions et sections efficaces

2.3.1 Photons

Soit un matériau dans lequel les électrons ont la même énergie de liaison I (ex. l'hydrogène). Soit μ_{tot} la probabilité différentielle d'interaction par unité de distance d'un photon avec le milieu, se décomposant en 3 interactions principales :

$$\mu_{tot} \equiv \mu_{photo} + \mu_{Compton} + \mu_{pair}, \quad (2.11)$$

où les indices correspondent respectivement à l'effet photoélectrique, l'effet Compton et la production de paires³. Chacune de ces probabilités s'exprime en fonction de la section efficace différentielle et se formalise ainsi :

- (a) La probabilité d'une interaction photoélectrique, impliquant la production d'un électron secondaire ayant une énergie cinétique E' et une direction $\vec{\Omega}'$. La section efficace différentielle s'écrit :

$$\mu_{photo}(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}') = \frac{N_A}{A} \rho(\vec{x}) \frac{\partial \sigma_{photo}(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}')}{\partial \Omega'}, \quad (2.12)$$

où σ_{photo} est la section efficace atomique de l'effet photoélectrique, N_A est le nombre d'Avogadro et A est la masse molaire atomique. L'interaction est

³La production de triplet est implicite.

illustrée à la figure 2.1.

- (b) La probabilité d'une interaction Compton, impliquant la production d'un électron secondaire ayant une énergie cinétique E' et une direction $\vec{\Omega}'$ ainsi qu'un photon ayant une énergie $h\nu'$ et une direction $\vec{\Omega}'$. La section efficace différentielle s'écrit :

$$\mu_c(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, h\nu', \vec{\Omega}') = \frac{N_A}{A} \rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 \sigma_c(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, h\nu', \vec{\Omega}')}{\partial h\nu' \partial \Omega'}, \quad (2.13)$$

où σ_c est la section efficace atomique de l'effet Compton. L'interaction est illustrée à la figure 2.2.

- (c) La probabilité de la production d'une paire e^-e^+ , impliquant la production d'un électron secondaire ayant une énergie cinétique E' et une direction $\vec{\Omega}'$. La section efficace différentielle s'écrit :

$$\mu_{pair}(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}') = \frac{N_A}{A} \rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 \sigma_{pair}(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}')}{\partial E' \partial \Omega'}, \quad (2.14)$$

où σ_{pair} est la section efficace atomique de la production de paires. L'interaction est illustrée à la figure 2.3.

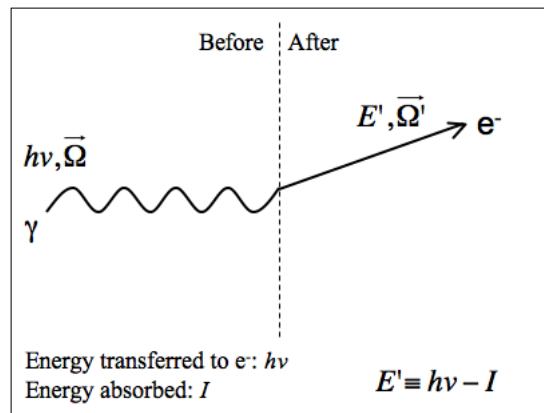


FIGURE 2.1 – Illustration de l'effet photoélectrique.

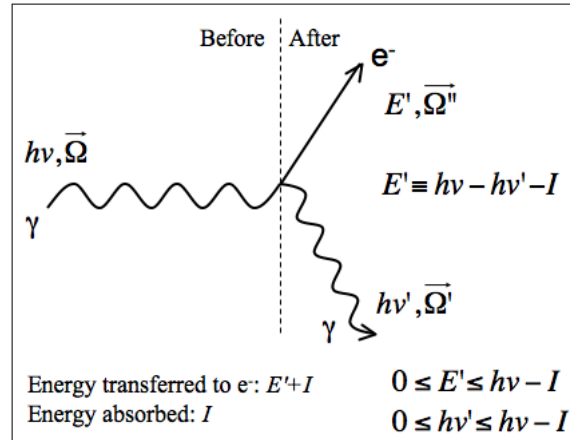


FIGURE 2.2 – Illustration de l'effet Compton.

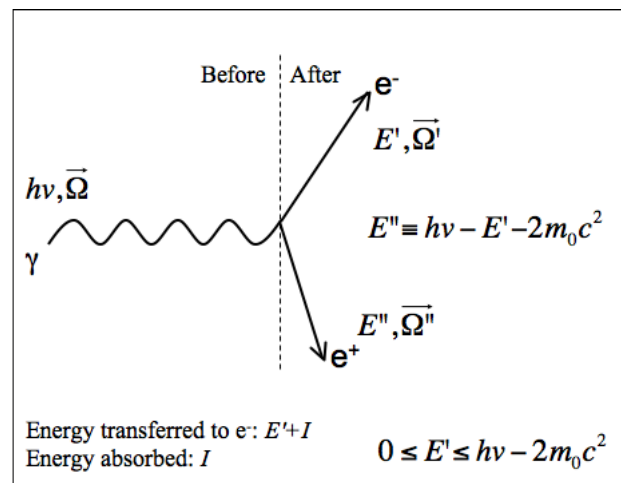


FIGURE 2.3 – Illustration de la production de paires.

2.3.2 Électrons

Soit un matériau dans lequel les électrons ont la même énergie de liaison I (ex. l'hydrogène). Soit κ_{tot} la probabilité différentielle d'interaction par unité de distance d'un électron avec le milieu, se décomposant en 3 interactions principales :

$$\kappa_{tot} \equiv \kappa_{coll} + \kappa_{brem} + \kappa_{exc}, \quad (2.15)$$

où les indices correspondant respectivement aux collisions, la production de radiation de freinage (*bremstrahlung*) et l'excitation atomique respectivement. Chacune de ces probabilités s'exprime en fonction de la section efficace différentielle et se formalise ainsi :

- (a) La probabilité d'une collision e^-e^- , impliquant un électron primaire ayant une énergie cinétique E et une direction $\vec{\Omega}$ produisant un électron secondaire (rayon- δ) ayant une énergie cinétique $E' - I$ et une direction $\vec{\Omega}'$, où I est l'énergie de liaison. Après l'interaction, l'électron primaire a une énergie cinétique $E - E'$ et une direction $\vec{\Omega}'$. La section efficace différentielle s'écrit :

$$\kappa_{coll}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}') = \frac{N_A}{A} \rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 \sigma_{coll}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}')}{\partial E' \partial \Omega'}, \quad (2.16)$$

où σ_{coll} est la section efficace atomique de la collision e^-e^- . L'interaction est illustrée à la figure 2.4.

- (b) La probabilité de la production de bremsstrahlung, impliquant un électron primaire ayant une énergie cinétique initiale E et une direction $\vec{\Omega}$ produisant un photon ayant une énergie $h\nu'$ et une direction $\vec{\Omega}'$. Après l'interaction, l'électron primaire a une énergie cinétique $E - h\nu'$ et une direction $\vec{\Omega}'$. La section efficace différentielle s'écrit :

$$\kappa_{brem}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - h\nu', \vec{\Omega}') = \frac{N_A}{A} \rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 \sigma_{brem}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - h\nu', \vec{\Omega}')}{\partial E' \partial \Omega'}, \quad (2.17)$$

où σ_{brem} est la section efficace atomique de la production de bremsstrahlung. L'interaction est illustrée à la figure 2.5.

- (c) La probabilité d'excitation atomique, impliquant un électron primaire ayant une énergie cinétique E et une direction $\vec{\Omega}$ excitant un électron lié par transfert d'une énergie E' . Après l'interaction, l'électron primaire a une énergie cinétique $E - E'$ et une direction $\vec{\Omega}'$. La section efficace différentielle s'écrit :

$$\kappa_{exc}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}') = \frac{N_A}{A} \rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 \sigma_{exc}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}')}{\partial E' \partial \Omega'}, \quad (2.18)$$

où σ_{exc} est la section efficace d'une excitation atomique. L'interaction est illustrée à la figure 2.6.

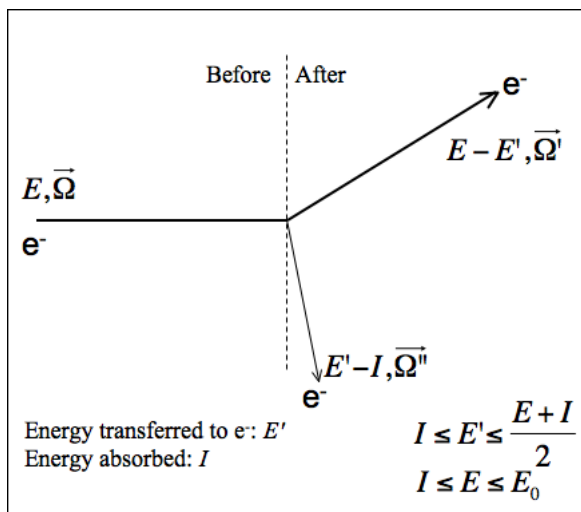


FIGURE 2.4 – Illustration de la collision $e^- - e^-$.

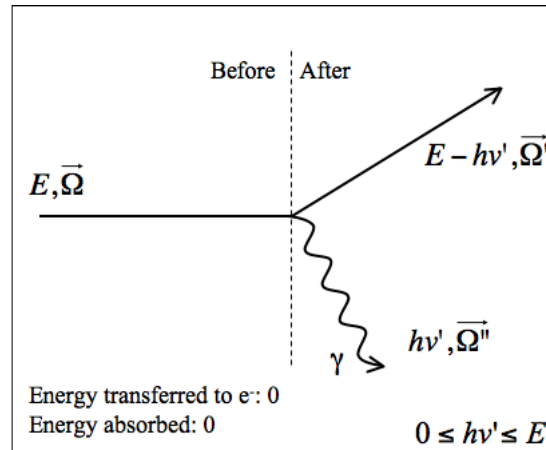


FIGURE 2.5 – Illustration de l'effet bremsstrahlung.

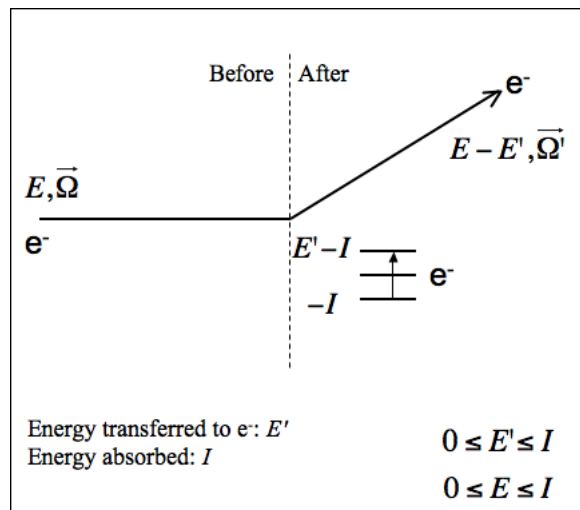


FIGURE 2.6 – Illustration de l'excitation atomique.

2.4 Équation du transport

2.4.1 Expression dépendante du temps

En considérant les interactions des particules avec la matière, la dérivée partielle de l'équation 2.4 devient une dérivée totale, et on écrit la relation suivante :

$$\frac{d\phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)}{dl} = S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) + I(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t), \quad (2.19)$$

où $S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)$ et $I(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)$ sont des termes de contribution à la densité $\eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)$ provenant d'une source ainsi que des interactions avec la matière respectivement. Puisque l'on peut manipuler le terme de gauche de l'équation 2.19 de la manière suivante, considérant l comme la variable indépendante :

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)}{dl} &= \frac{\partial\phi}{\partial t} \frac{dt}{dl} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{dx}{dl} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{dy}{dl} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \frac{dz}{dl} \\ &= \frac{\partial\phi}{\partial t} \frac{1}{v(\vec{x}, E)} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \Omega_x + \frac{\partial\phi}{\partial y} \Omega_y + \frac{\partial\phi}{\partial z} \Omega_z \\ &= \frac{\partial\phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} \frac{1}{v(\vec{x}, E)} + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t), \end{aligned}$$

alors l'équation 2.19 devient :

$$\frac{\partial\phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} \frac{1}{v(\vec{x}, E)} + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) = S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) + I(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t). \quad (2.20)$$

2.4.2 Expression indépendante du temps

En choisissant l'origine du temps t tel que pour chaque type de particules le flux est nul à $t = 0$ et $t = \infty$, par intégration de l'équation 2.20 on obtient l'équation de transport indépendante du temps exprimée en fonction de la fluence directionnelle :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) = S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) + I(\vec{x}, \vec{\Omega}, E), \quad (2.21)$$

où $S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E)$ et $I(\vec{x}, \vec{\Omega}, E)$ représentent les contributions à la densité de particules $n(\vec{x}, \vec{\Omega}, E)$ provenant respectivement d'une source ainsi que d'interactions avec la matière. D'une manière générale, le terme $S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E)$ dépend de la géométrie de la source, de la nature et de l'énergie des particules émises ainsi que de leur probabilité d'émission. Ce terme a la propriété suivante :

$$N_S \equiv \iiint_V dV \int_0^{E_0} dE \iint_{4\pi} S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) d\Omega, \quad (2.22)$$

où N_S est le nombre de particules émises par la source et E_0 est leur énergie maximale.

Le terme d'interaction de l'équation 2.21 s'exprime en fonction des probabilités d'interaction décrites à la section 2.1.2. Pour les photons, on écrit :

$$\begin{aligned} I_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}, h\nu) = & - \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}, h\nu) \mu_{photo}(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, h\nu - I, \vec{\Omega}') d\Omega' \\ & - \int_0^{h\nu - I} dh\nu' \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}, h\nu) \mu_c(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, h\nu', \vec{\Omega}') d\Omega' \\ & + \int_{h\nu + I}^{h\nu_0} dh\nu' \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}', h\nu') \mu_c(\vec{x}, h\nu', \vec{\Omega}', h\nu, \vec{\Omega}) d\Omega' \quad (2.23) \\ & - \int_0^{h\nu - 2m_e c^2} dE' \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}, h\nu) \mu_{pair}(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}') d\Omega' \\ & + \int_{h\nu}^{h\nu_0} dE' \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E') \kappa_{brem}(\vec{x}, E', \vec{\Omega}', h\nu, \vec{\Omega}) d\Omega' \end{aligned}$$

où $h\nu_0$ est l'énergie maximale des photons, m_e est la masse de l'électron et I est l'énergie de liaison atomique de l'électron avant l'ionisation. Dans cette équation, le premier terme correspond à la perte de photons (d'énergie $h\nu$ et direction $\vec{\Omega}$) par effet photoélectrique, et le deuxième terme est la perte de photons par effet Compton. Le troisième terme correspond au gain de photons issus d'interactions Compton impliquant un photon d'énergie supérieure à $h\nu$. Le quatrième terme correspond à la perte de photons par production de paires (ou triplets), et le cinquième terme est le gain de photons issus de production de radiation de freinage.

Pour les électrons, on écrit⁴ :

$$\begin{aligned}
I_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) &= \int_{E+I}^{h\nu_0} dh\nu' \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}', h\nu') \mu_{tot}(\vec{x}, h\nu', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) d\Omega' \\
&\quad - \int_I^{\frac{E+I}{2}} dE' \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \kappa_{coll}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}') d\Omega', \\
&\quad + \int_{E+I}^{E_0-E} dE' \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E + E') \kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) d\Omega', \\
&\quad + \int_I^{E+I} dE' \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E + E') \kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, \vec{\Omega}', E' - I, \vec{\Omega}'') d\Omega'', \\
&\quad - \int_0^I dE' \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \kappa_{exc}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}') d\Omega' \\
&\quad - \int_0^E dh\nu' \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \kappa_{brem}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, h\nu', \vec{\Omega}') d\Omega' \\
&\quad + \int_E^{E_0} dE' \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E') \kappa_{brem}(\vec{x}, E', \vec{\Omega}', E' - E, \vec{\Omega}'') d\Omega'',
\end{aligned} \tag{2.24}$$

où E_0 est l'énergie maximale des électrons. Dans cette équation, le premier terme correspond au gain d'électrons (d'énergie E et direction $\vec{\Omega}$) produit par les ionisations issues d'interactions photon-matière, et le deuxième terme est la perte d'électrons par collisions électron-électron. Les troisième et quatrième termes correspondent au gain d'électrons issus de collisions électron-électron, considérant le principe d'indissociabilité des électrons. Le cinquième terme correspond à la perte d'électrons par excitations du milieu, alors que les sixième et septième termes correspondent à la balance des électrons durant la production de bremsstrahlung.

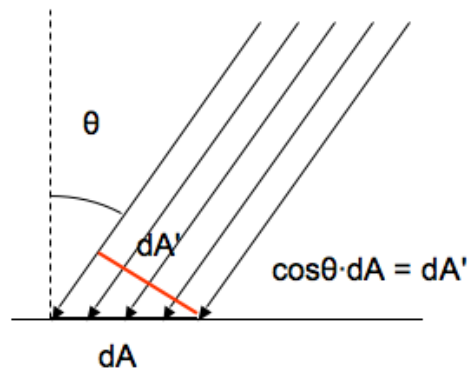


FIGURE 2.7 – Illustration du nombre de particules traversant un élément de surface dA avec un angle θ .

2.5 Absorption d'énergie

2.5.1 Dose absorbée

Soit un volume V défini par une surface fermée A . Le nombre net de particules ayant pénétré le volume V avec une énergie E et une direction $\vec{\Omega}$ entre le temps $t = 0$ et $t = \infty$ est donné par l'intégrale de surface suivante (voir figure 2.7) :

$$N(\vec{\Omega}, E) = - \oiint_A \varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \vec{n} \cdot \vec{\Omega} dA, \quad (2.25)$$

où \vec{n} est le vecteur normal à A et sortant de V . En utilisant le théorème de la divergence⁵, on peut écrire d'une manière générale :

$$N(\vec{\Omega}, E) = - \iiint_V \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) dV. \quad (2.26)$$

Par conséquent, l'énergie totale demeurant dans V est donnée par :

$$E_{abs}(V) = - \int_0^{E_0} E dE \iint_{4\pi} d\Omega \iiint_V \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \varphi(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) dV. \quad (2.27)$$

⁴Aux 4^{ième} et 7^{ième} termes, $\vec{\Omega}'$ et $\vec{\Omega}$ sont respectivement fonctions de $\vec{\Omega}$.

⁵Ce cheminement est similaire à celui décrit par Svensson et Brahme (voir chapitre 3 [Ort86]).

Utilisant l'équation 2.21, on obtient :

$$E_{abs}(V) = - \int_0^{E_0} E dE \iint_{4\pi} d\Omega \iiint_V \left[S(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) + I(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \right] dV. \quad (2.28)$$

En théorie, il est possible mathématiquement de choisir un volume V infiniment petit. Par conséquent, il est utile de définir la *dose absorbée* comme la quantité d'énergie absorbée moyenne par unité de masse sous forme d'ionisation dans un volume donné. Ainsi, on écrit :

$$\overline{D}_V \equiv \frac{\iiint_V D(\vec{x}) dV}{\iiint_V dV}, \quad (2.29)$$

où $D(\vec{x})$ correspond à la dose au point \vec{x} et est définie ainsi :

$$D(\vec{x}) \equiv - \frac{1}{\rho(\vec{x})} \int_0^{E_0} E dE \iint_{4\pi} I(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) d\Omega. \quad (2.30)$$

Il faut prendre note ici que le terme de source n'est pas inclus dans l'expression 2.30 pour une raison pratique. En effet, puisque la dose absorbée est une quantité d'intérêt dans un volume généralement loin de la source, on peut simplifier la notation en omettant ce terme.

Pour les photons, le terme de contribution à la dose est donné par l'expression suivante (voir annexe A) :

$$D_\gamma(\vec{x}) = K_{tot}(\vec{x}) - \int_0^{h\nu_0} h\nu dh\nu \int_{h\nu}^{h\nu_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dE, \quad (2.31)$$

avec $K_{tot}(\vec{x})$ le *kerma* défini comme l'énergie totale transférée au milieu par unité de masse au point \vec{x} , et s'écrivant ainsi :

$$K_{tot}(\vec{x}) \equiv \int_0^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} E_{tr}(\vec{x}, h\nu) dh\nu, \quad (2.32)$$

où $E_{tr}(h\nu)$ est l'énergie transférée au milieu durant l'interaction par le photon

incident d'énergie $h\nu$.

Pour les électrons, le terme de contribution à la dose est donné par l'expression suivante (voir annexe B) :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}(\vec{x}) + \frac{1}{\rho(\vec{x})} (N_{int}^\gamma(\vec{x}) + N_{int}^{e^-}(\vec{x})) I + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{L_I^{exc}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE \\
& + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE + \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^E h\nu' \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu',
\end{aligned} \tag{2.33}$$

où N_{int}^γ et $N_{int}^{e^-}$ représentent les densités d'ionisations survenues au point \vec{x} provoquées par un photon et un électron respectivement, et $L_I^{exc}(\vec{x}, E)$ est le pouvoir d'arrêt restreint aux excitations et défini par :

$$L_I^{exc}(\vec{x}, E) \equiv \int_0^I \kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E') E' dE'. \tag{2.34}$$

En combinant les équations 2.31 et 2.33, après simplifications on obtient l'expression suivante pour la dose :

$$D(\vec{x}) = \frac{N_{int}(\vec{x})}{\rho(\vec{x})} I + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{L_I^{exc}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE, \tag{2.35}$$

où $N_{int}(\vec{x}) = N_{int}^\gamma(\vec{x}) + N_{int}^{e^-}(\vec{x})$. Au sens strict, les deuxième et troisième termes ne contribuent pas à la dose absorbée, puisqu'il s'agit d'énergie perdue par excitations atomiques. Il aurait été possible de tenir compte de ces termes dans le spectre des photons puisqu'il y aura émission de radiation caractéristique durant la relaxation atomique.

2.5.2 Principe d'énergie de seuil

En pratique, il n'existe pas de solution analytique de la fluence décrite par le système d'équations décrit précédemment. Afin de calculer la dose, il est nécessaire

de faire certaines approximations afin de résoudre ce système. L'idée ici consiste à segmenter le transport des électrons en deux parties autour d'une énergie de seuil Δ :

- (a) Pour $E < \Delta$, les électrons ne sont pas transportés et ils déposent leur énergie localement au point \vec{x} .
- (b) Pour $E \geq \Delta$, les électrons sont transportés et leur fluence est définie par $\varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E)$.

Définissant $\Delta \gg I$ et en appliquant le principe d'énergie de seuil à l'équation du transport (voir annexe C), on obtient l'expression suivante de la dose :

$$D(\vec{x}) = \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) \frac{L_\Delta(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE + TE^\Delta(\vec{x}) + \Gamma^\Delta(\vec{x}) + \beta^\Delta(\vec{x}), \quad (2.36)$$

où le terme de fin de trajet est défini ainsi :

$$\begin{aligned} TE^\Delta(\vec{x}) &= \int_0^\Delta \eta_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE \\ &= \int_0^\Delta \frac{\partial \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E)}{\partial E} \frac{S_{tot}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE, \end{aligned} \quad (2.37)$$

avec $S_{tot}(\vec{x}, E)$ le pouvoir d'arrêt total du milieu en \vec{x} . Le terme $\Gamma^\Delta(\vec{x})$ représente l'énergie absorbée localement issue d'interactions impliquant un photon primaire ayant une énergie inférieure ou égale à Δ , et est défini ainsi :

$$\begin{aligned} \Gamma^\Delta(\vec{x}) &= \int_0^\Delta \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \left[\frac{\mu_{photo}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} + \frac{\mu_{pair}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} \right] h\nu dh\nu \\ &+ \int_0^\Delta \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) dh\nu \int_0^{h\nu} \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} (h\nu - h\nu') dh\nu' \\ &+ \int_{\Delta}^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) dh\nu \int_0^\Delta \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} (h\nu - h\nu') dh\nu', \end{aligned} \quad (2.38)$$

Le terme $\beta^\Delta(\vec{x})$ représente l'énergie absorbée localement issue de production de bremsstrahlung où les photons créés ont une énergie inférieure ou égale à Δ , et est

défini ainsi :

$$\beta^\Delta(\vec{x}) = \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) dE \int_{E-\Delta}^E (E - h\nu) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu. \quad (2.39)$$

Il est clair ici que l'approximation de l'énergie de seuil peut être appliquée à un volume V suffisamment grand, de sorte que l'erreur causée par le dépôt ponctuel de l'énergie des électrons d'énergie cinétique inférieure à Δ autour de la frontière de V est petite par rapport à la valeur de la dose, tel qu'illustré à la figure 2.8.

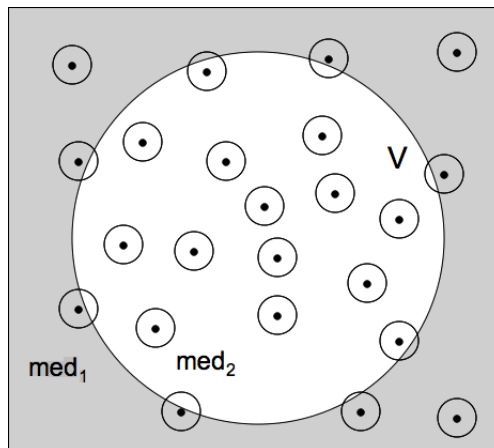


FIGURE 2.8 – Illustration de l'approximation de l'énergie de seuil sur le calcul de dose dans un volume V . Les points marquent les endroits où des électrons d'énergie inférieure à Δ ont déposé toute leur énergie, et le cercle autour de chaque point représente une région où de l'énergie aurait pu être déposée si l'approximation de l'énergie de seuil n'avait pas été utilisée pour le calcul.

2.5.3 Volume fini

Pour un volume donné V homogène et fini, la dose moyenne s'exprime en fonction de l'équation 2.29. On peut ainsi définir d'une manière similaire la fluence moyenne dans un volume de la manière suivante :

$$\varphi_V(E) \equiv \frac{\iiint_V \varphi(\vec{x}, E) dV}{\iiint_V dV}. \quad (2.40)$$

En utilisant l'expression de la fluence à l'équation 2.8, on obtient :

$$\varphi_V(E) = \frac{n_V(E)\bar{l}(E)}{V}, \quad (2.41)$$

où $\bar{l}(E)$ est le parcours moyen des électrons d'énergie E dans V , et s'écrit ainsi :

$$\bar{l}(E) \equiv \frac{1}{n_V(E)} \iiint_V dV \iint_{4\pi} d\Omega \int_{t=0}^{t=\infty} \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) dt, \quad (2.42)$$

et où $n_V(E)$ est le nombre total d'électrons d'énergie E ayant traversé V entre $t = 0$ et $t = \infty$, et s'écrit ainsi :

$$n_V(E) \equiv \iiint_V dV \iint_{4\pi} d\Omega \int_0^\infty \eta(\vec{x}, \vec{\Omega}, E, t) dt. \quad (2.43)$$

En appliquant le principe d'énergie de seuil, la dose s'obtient en réécrivant l'équation 2.36 intégrée dans V :

$$D_V = \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{V,e^-}^{\Delta}(E) \frac{L_{\Delta}(E)}{\rho} dE + TE_V^{\Delta} + \Gamma_V^{\Delta} + \beta_V^{\Delta}, \quad (2.44)$$

où le terme de fin de trajet est défini ainsi :

$$\begin{aligned} TE_V^{\Delta} &= \int_0^{\Delta} n_V^{\Delta}(E) E dE \\ &= \int_0^{\Delta} \frac{\partial \varphi_{V,e^-}^{\Delta}(E)}{\partial E} \frac{S_{tot}(E)}{\rho} E dE, \end{aligned} \quad (2.45)$$

où Γ_V^{Δ} est défini ainsi :

$$\begin{aligned} \Gamma_V^{\Delta} &\equiv \int_0^{\Delta} \varphi_{V,\gamma}^{\Delta}(h\nu) \left[\frac{\mu_{photo}(h\nu)}{\rho} + \frac{\mu_{pair}(h\nu)}{\rho} \right] h\nu dh\nu \\ &+ \int_0^{\Delta} \varphi_{V,\gamma}^{\Delta}(h\nu) dh\nu \int_0^{h\nu} \frac{\mu_c(h\nu, h\nu')}{\rho} (h\nu - h\nu') dh\nu' \\ &+ \int_{\Delta}^{h\nu_0} \varphi_{V,\gamma}^{\Delta}(h\nu) dh\nu \int_0^{\Delta} \frac{\mu_c(h\nu, h\nu')}{\rho} (h\nu - h\nu') dh\nu'. \end{aligned} \quad (2.46)$$

et β_V^Δ est défini ainsi :

$$\beta_V^\Delta = \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{V,e^-}^\Delta(E) dE \int_{E-\Delta}^E (E - h\nu) \frac{\kappa_{brem}(E, h\nu)}{\rho} dh\nu. \quad (2.47)$$

2.6 Détecteur idéal

Soit une cavité V composée d'un matériau de détection, noté det , baignant dans un milieu, noté med , tel que l'on puisse supposer les deux propriétés suivantes :

- (a) La fluence de particules chargées n'est pas affectée par la présence de la cavité. Autrement dit, la fluence dans la cavité remplie du matériau de détection est la même que si la cavité était remplie du milieu.
- (b) L'énergie absorbée dans la cavité provient uniquement des particules chargées la traversant. Autrement dit, la contribution des interactions des photons à l'énergie absorbée est négligeable dans la cavité, qu'elle soit remplie du matériau de détection ou du matériau du milieu.

En utilisant ces propriétés, le terme Γ^Δ de l'équation 2.44 disparaît. Négligeant le terme β^Δ , on obtient le rapport de doses suivant :

$$D_{det}^{med} \equiv \left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{det}^{med} = \frac{\int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^\Delta(E) \left(\frac{L_\Delta(E)}{\rho} \right)_{med} dE + TE_{med}^\Delta}{\int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^\Delta(E) \left(\frac{L_\Delta(E)}{\rho} \right)_{det} dE + TE_{det}^\Delta}, \quad (2.48)$$

où D_{det}^{med} est le rapport entre la dose absorbée dans la cavité remplie du milieu sur la cavité remplie du matériau de détection, $\varphi_{e^-}^\Delta(E)$ est la fluence dans la cavité remplie du milieu, et Δ est typiquement 10 keV [Int84a]. Le terme TE_{det}^Δ est défini comme suit :

$$TE_{det}^\Delta = \int_0^\Delta \frac{\partial \varphi_{V,e^-}^\Delta(E)}{\partial E} \left(\frac{S_{tot}(E)}{\rho} \right)_{det} E dE. \quad (2.49)$$

Puisque Δ est petit, on peut écrire que $S_{tot}(E) = S_{coll}(E)$, et par conséquent on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 TE_{det}^{\Delta} &= \int_0^{\Delta} \frac{\partial \varphi_{V,e^-}^{\Delta}(E)}{\partial E} \left(\frac{S_{coll}(E)}{\rho} \right)_{det} E dE \\
 &= \int_0^{\Delta} \frac{\partial \varphi_{V,e^-}^{\Delta}(E)}{\partial E} \left(\frac{Z}{A} \right)_{med}^{det} \left(\frac{S_{coll}(E)}{\rho} \right)_{med} E dE \\
 &= \left(\frac{Z}{A} \right)_{med}^{det} TE_{med}^{\Delta},
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

où $\left(\frac{Z}{A} \right)_{med}^{det}$ est le rapport $\left(\frac{Z}{A} \right)$ du détecteur sur le milieu.

Le résultat obtenu pour une cavité idéale, noté $\left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{det}^{med}$, est défini comme le *rapport du pouvoir d'arrêt* du milieu par rapport au détecteur. Ce rapport quantifie la réponse dosimétrique relative d'un matériau de détection donné par rapport au milieu, pour une fluence donnée. Le rapport du pouvoir d'arrêt est donc un indicateur de choix quant à la dépendance énergétique d'un matériau de détection par rapport au milieu d'intérêt. L'expression démontrée ici est en accord avec les prédictions de la théorie décrite par Spencer-Attix [SA55, Nah78] ⁶. Historiquement, les deux propriétés de la cavité mentionnées ci-haut sont connues comme les conditions de Bragg-Gray [Gra36]⁷. Ces conditions furent introduites durant les années 30. Le résultat des prédictions de Gray, connues sous le principe Bragg-Gray, s'avère inexact. Les premiers protocoles dosimétriques ont toutefois utilisé ce principe pour le calcul des pouvoirs d'arrêt en électrons. Ceux-ci furent remplacés par les prédictions de la théorie de Spencer-Attix dans les années 70 pour le calcul des rapports de pouvoir d'arrêt [Bra75], alors que les facteurs de perturbation prenaient naissance.

⁶Les termes de fin de trajets de Nahum [Nah78] font une approximation supplémentaire qui n'est pas mentionnée ici.

⁷Les conditions furent originellement définies ainsi : 1) *It is necessary to establish that the introduction of a small air cavity into a solid medium does not disturb the distribution as regards to direction and velocity, of the β -particles crossing the surface which has become a wall of the cavity.* 2) *On account of the assumption that the linear dimensions of the cavity are small compared with the range of the corpuscular radiation, the contribution to the ionization arising from γ -radiation absorbed in the air, or in the volume element S will be almost negligible.*

Il fut plus tard estimé que des différences de rapports de pouvoir d'arrêt de l'ordre de 1,5% existent entre ceux de Bragg-Gray et de Spencer-Attix [Int84a]. Plusieurs autres théories ont été construites afin de résoudre le problème du dépôt d'énergie dans une cavité [Bur66, JEJT74, Jan81, Luo85a, Luo85b, LB92]. Aujourd'hui, la formulation de Spencer-Attix décrite à l'équation 2.48 demeure utilisée, puisque celle-ci s'apparente avec la méthode Monte Carlo du transport des particules.

2.7 Facteurs de perturbation

En pratique, aucun détecteur n'est ni idéal ni ne répond aux conditions de Bragg-Gray. Afin de définir une théorie de la mesure (ou théorie des cavités) exacte, on doit définir une série de facteurs de correction, nommés *facteurs de perturbation*, afin de tenir compte des imperfections du détecteur relativement aux conditions requises par la théorie. Le premier facteur de perturbation à considérer est le *facteur de perturbation du remplacement*, noté P_{repl} . Ce facteur tient pour compte que la fluence dans une cavité remplie du matériau de détection ne sera pas exactement identique à celle obtenue si la cavité était remplie du milieu, et ce peu importe la taille de la cavité. Il y a trois effets mis en cause : 1) les différences de propriétés physiques des deux matériaux, excluant la densité, impliquent des différences intrinsèques dans les sections efficaces et par conséquent dans les fluences respectives, 2) la différence de densité du matériau par rapport au milieu, implique une différence de l'atténuation de la fluence électronique, et 3) la taille finie de la cavité, plus précisément du détecteur, provoque un moyennage de la fluence et par conséquent celle-ci diffère de la fluence dans la cavité idéale (ou le point d'intérêt). Afin d'exprimer ces trois effets, on peut écrire le facteur de perturbation du remplacement comme le produit de trois facteurs :

$$P_{repl} \equiv P_{fl} P_{\rho} P_{vol}. \quad (2.51)$$

Le facteur P_{fl} est défini comme le *facteur de perturbation de la fluence*, et pour un très petit volume, corrige pour la violation des conditions d'une cavité de Bragg-Gray. Les facteurs P_ρ et P_{vol} sont respectivement définis *facteur de perturbation de la densité* et *facteur de perturbation du moyennage de volume* afin de représenter leur effet. Dans le cas d'une fluence ne présentant aucun gradient, alors on a $P_\rho = P_{vol} = 1$. Ainsi, puisque ces facteurs dépendent tous deux du gradient de la fluence, on groupe ces termes en un seul facteur nommé *facteur perturbation du gradient* et défini ainsi :

$$P_{gr} \equiv P_\rho P_{vol}. \quad (2.52)$$

Par conséquent, pour une cavité non idéale, on écrit la relation :

$$D_{det}^{med} = \left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{det}^{med} P_{repl}, \quad (2.53)$$

avec

$$P_{repl} \equiv \frac{\int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{med,e^-}^{\Delta}(E) \left(\frac{L_{\Delta}(E)}{\rho} \right)_{det} dE + TE_{det}^{\Delta}}{\int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{det,e^-}^{\Delta}(E) \left(\frac{L_{\Delta}(E)}{\rho} \right)_{det} dE + TE_{det}'^{\Delta}}, \quad (2.54)$$

où $\varphi_{med,e^-}^{\Delta}(E)$ et $\varphi_{det,e^-}^{\Delta}(E)$ sont la fluence dans la cavité remplie du milieu et du matériau de détection respectivement, et $TE_{det}'^{\Delta}$ est le terme de fin de trajet calculé avec $\varphi_{det,e^-}^{\Delta}(E)$.

En pratique, on s'intéresse à la dose en un point d'intérêt dans un milieu alors que l'on mesure la dose dans une cavité non idéale remplie d'un milieu différent de celui d'intérêt. Il est possible de contourner le facteur de perturbation du gradient par le concept de *point effectif de mesure*. On fait la supposition qu'il existe un point, situé à l'intérieur ou près du détecteur, tel que la fluence dans le milieu en ce point en l'absence du détecteur sera égale à la fluence moyenne dans le détecteur. Par conséquent, connaissant la dose mesurée dans la cavité, on peut la rapporter au point effectif de mesure en appliquant la formule 2.53 et posant $P_{gr} = 1$

(par conséquent, $P_{repl} = P_{fl}$). Néanmoins, il faut considérer d'autres facteurs de perturbation causés par les composantes électroniques du détecteur. Par exemple, pour les chambres d'ionisation on définit le *facteur de perturbation de la paroi* (noté P_{wall}), le *facteur de perturbation de l'électrode centrale* (noté P_{cel}), et le *facteur de perturbation de la tige* (noté P_{stem}). Puisque ces composantes sont présentes dans le détecteur et ne sont pas incluses dans le volume sensible, ces facteurs sont définis de sorte que leur application aux mesures de chambres réalistes corrigent pour les perturbations causées. Ceci est équivalent à ramener, d'une certaine manière, le détecteur aux conditions de Bragg-Gray. Ainsi pour ce type de détecteur, on écrit :

$$D_{med} = \left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{det}^{med} P_{fl} P_{\rho} P_{vol} P_{wall} P_{cel} P_{stem} \cdot D_{det}. \quad (2.55)$$

Finalement, on généralise l'expression pour n'importe quel détecteur :

$$D_{med} = \left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{det}^{med} P_{repl} \cdot \prod_i P_i \cdot D_{det}, \quad (2.56)$$

où P_i sont les facteurs reliés aux composantes du détecteur situées en dehors du volume sensible.

2.8 Principes de la méthode Monte Carlo

2.8.1 Généralités

Le principe fondamental de la méthode Monte Carlo consiste à estimer le résultat moyen d'une quantité d'intérêt, engendrée par une série d'évènements de nature stochastique. La physique de la radiation décrit que chaque particule pénétrant le milieu connaît une trajectoire unique résultant d'une série d'interactions, dont les probabilités sont propres au milieu et aux propriétés de la particule. En dosimétrie, on s'intéresse au dépôt d'énergie engendré par une source dans une géométrie donnée. La méthode Monte Carlo est largement utilisée pour simuler la trajectoire

de particules issues d'une source et pénétrant dans un milieu, afin d'obtenir l'énergie moyenne absorbée par le milieu et dont le résultat converge pour un grand nombre de particules. Les trajectoires sont simulées en utilisant un générateur de nombres aléatoires (ex., [Jam94]) ainsi que les densités de probabilité d'interaction en cause. Plusieurs algorithmes sous-jacents sont impliqués durant la simulation du transport des particules, notamment pour déterminer la distance de libre parcours, le transport à travers les frontières ainsi que les techniques de réduction de variance. Le résultat typique d'une simulation est une estimation de la dose moyenne dans chaque volume d'intérêt, ainsi que l'incertitude statistique⁸ de chaque estimation. Il existe plusieurs codes utilisés en physique médicale, notamment EGSnrc⁹ (Conseil national de recherches Canada), GEANT4 (CERN), MCNP (Los Alamos National Laboratory), PENELOPE (Nuclear Energy Agency) ainsi que des méthodes accélérées comme VMC++ (Conseil national de recherches Canada). La méthode Monte Carlo est, jusqu'à présent, la technique de calcul reconnue comme la plus exacte pour prédire des résultats dosimétriques dans des situations les plus complexes de la physique médicale [Rog06].

2.8.2 Énergie de seuil et principe d'Heisenberg

Un principe fondamental de la mécanique quantique, le principe d'incertitude d'Heisenberg, spécifie que l'on ne peut connaître simultanément la position et l'impulsion d'une particule avec une précision arbitraire. Puisque la méthode Monte Carlo consiste à simuler la trajectoire des particules, ainsi déterminant son énergie et sa position simultanément, il est important ici de reconnaître les limites de la méthode vis-à-vis de ce principe fondamental. Le principe d'Heisenberg s'écrit ainsi :

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (2.57)$$

⁸L'incertitude est définie comme la racine carrée de la variance.

⁹Il s'agit d'une version améliorée de EGS4.

En posant¹⁰ l'erreur relative ε tel que $\Delta p = \varepsilon p$ et $\Delta x = \varepsilon \mu^{-1}$, où μ^{-1} est le libre parcours moyen d'une particule ayant une impulsion p dans un milieu donné, alors on peut exprimer l'erreur relative en fonction du principe d'Heisenberg de la manière suivante :

$$\varepsilon \geq \sqrt{\frac{\hbar\mu}{2p}}. \quad (2.58)$$

Pour les photons, puisque $E = pc$, on a :

$$\varepsilon \geq \sqrt{\frac{\hbar c}{2}} \sqrt{\frac{\mu}{E}}. \quad (2.59)$$

Pour une énergie de 1 keV dans l'eau, $\mu \sim 4 \times 10^5 m^{-1}$ et par conséquent :

$$\varepsilon \geq 0.006 \quad (2.60)$$

Pour les électrons, puisque $E^2 = p^2c^2 + m_e^2c^4$, on a :

$$\varepsilon \geq \sqrt{\frac{\hbar c}{2}} \sqrt{\frac{\mu}{\sqrt{T(T + 2m_e c^2)}}}. \quad (2.61)$$

où T est l'énergie cinétique de l'électron. Pour une énergie de 1 keV dans l'eau, $\mu \sim 2 \times 10^8 m^{-1}$ et par conséquent :

$$\varepsilon \geq 0.03 \quad (2.62)$$

Finalement, pour une énergie de 100 eV dans l'eau, $\mu \sim 2 \times 10^9 m^{-1}$ et par conséquent :

$$\varepsilon \geq 0.2 \quad (2.63)$$

¹⁰Cette méthode est décrite dans *New EGSnrc physics* par Iwan Kawrakow, CNRC, Ottawa, 2005-2006.

Puisqu'une erreur relative ε acceptable est typiquement inférieure à 5%, ces calculs justifient en partie les valeurs d'énergie de seuil couramment utilisées en Monte Carlo, soit $\Delta = 1 \text{ keV}$. Une autre justification provient de la limite de précision des sections efficaces pour les basses énergies, qui sont typiquement disponibles jusqu'à 1 keV ¹¹.

2.8.3 Méthode d'échantillonnage du libre parcours

Pour un photon, le transport consiste d'abord à déterminer aléatoirement une longueur de libre parcours, selon sa position dans le milieu et son énergie. La particule est ensuite déplacée jusqu'au site où l'interaction aura lieu, en conservant son énergie intacte (voir figure 2.9). Le type d'interaction y est alors déterminé aléatoirement selon la proportion de chaque type sur la section efficace différentielle totale (effet Rayleigh, effet photo-électrique, effet Compton ou production de paires/triplets). Les particules secondaires à l'interaction sont mises temporairement dans un réservoir (STACK) et ne seront transportées que lorsque la trajectoire de la particule est terminée, c'est-à-dire soit lorsque la particule quitte la géométrie ou dès que celle-ci atteint une énergie inférieure à l'énergie d'arrêt PCUT (pour les photons) ou ECUT (pour les électrons)¹². Afin de générer une longueur de libre parcours à partir d'une variable aléatoire, il est nécessaire d'appliquer une transformation de variables. On peut démontrer (voir annexe D) que pour une densité de probabilité $p(x)$ et une variable aléatoire r uniformément distribuée entre 0 et 1, la variable suivante est distribuée selon $p(x)$:

$$x = P^{-1}(r), \quad (2.64)$$

¹¹Voir le site web du *National Institute of Standards and Technology* (pour les photons : <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>, pour les électrons : <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ESTAR.html>).

¹²Ces valeurs peuvent différer de l'énergie de seuil Δ .

où $P(x)$ est la densité de probabilité cumulative de x , définie comme la probabilité d'observer une interaction entre x_{min} et x :

$$P(x) \equiv \int_{x_{min}}^x p(x') dx', \quad (2.65)$$

où x_{min} est la valeur minimale du domaine de x . La probabilité d'interaction du photon suit une loi de Poisson, et sa densité de probabilité cumulative est donnée par :

$$P(x) = 1 - e^{-\mu x}. \quad (2.66)$$

Par conséquent, appliquant l'équation 2.64, on obtient la méthode d'échantillonnage inverse du parcours libre du photon [Rae76] :

$$x = -\frac{1}{\mu} \ln(1 - r), \quad (2.67)$$

où r est un nombre aléatoire distribué uniformément entre 0 et 1.

2.8.4 Histoire condensée et diffusion multiple

Pour un électron (ou positon), on utilise une méthode légèrement différente puisque la densité d'interaction est beaucoup plus grande que pour les photons. Cette méthode se nomme *histoire condensée*, où une énergie de seuil Δ est définie pour séparer les interactions en deux types : 1) les interactions *catastrophiques* où le transfert d'énergie au milieu est supérieur à Δ , et 2) les interactions *locales* où le transfert d'énergie est inférieur ou égal à Δ . Durant le transport, une longueur de parcours libre d'interaction catastrophique (ou de bremsstrahlung) est déterminée aléatoirement, similairement aux photons. La particule est ensuite transportée au site où l'interaction aura lieu, mais pas de manière linéaire comme le photon. Sur ce trajet, on suppose que l'électron perd de l'énergie de manière continue par collisions restreintes à un transfert d'énergie inférieur à Δ , et que des diffusions mul-

tiples peuvent survenir. La figure 2.9 illustre le parcours de l'électron entre deux évènements catastrophiques. Une publication de Kawrakow [Kaw00] décrit en détail la méthode d'histoire condensée et la méthode de diffusion multiple utilisée dans le code EGSnrc (CNRC, Ottawa).

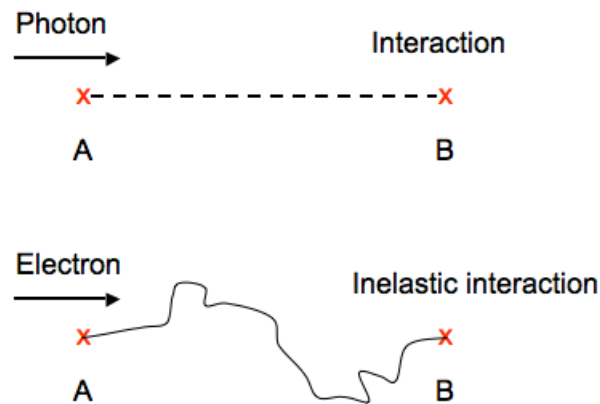


FIGURE 2.9 – Illustration de la méthode d'échantillonnage : a) le libre parcours du photon et b) le parcours libre d'interaction catastrophique de l'électron.

2.8.5 Statistiques des résultats

Au sens mathématique, la méthode Monte Carlo est une technique permettant de calculer un ou des estimateurs statistiques d'une variable aléatoire. En dosimétrie, la variable aléatoire d'intérêt est la dose absorbée par histoire, c'est-à-dire par particule indépendante issue de la source. Durant la simulation, on utilise N évènements indépendants (ou histoires) pour calculer : 1) un estimateur de la dose moyenne par histoire, et 2) un estimateur de la variance de la dose par histoire. Les estimateurs sont donnés par les relations suivantes [WKR02a] :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad (2.68)$$

et

$$s_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \bar{X}^2 \right)}, \quad (2.69)$$

où X_i est la dose absorbée dans le volume d'intérêt par la $i^{\text{ième}}$ histoire. Dans le cas où l'on s'intéresse à un rapport de dose, c'est-à-dire le rapport (C) entre la dose moyenne en une position (X) et une autre position (Y), on écrit :

$$\frac{s_{\bar{C}}}{\bar{C}} = \sqrt{\left(\frac{s_{\bar{X}}}{\bar{X}} \right)^2 + \left(\frac{s_{\bar{Y}}}{\bar{Y}} \right)^2 - \frac{2s_{\bar{X}\bar{Y}}^2}{\bar{X}\bar{Y}}}, \quad (2.70)$$

où

$$s_{\bar{X}\bar{Y}}^2 = \frac{1}{N-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i Y_i - \bar{X}\bar{Y} \right). \quad (2.71)$$

Puisque cette méthode de calcul peut demander un grand nombre d'histoires afin d'obtenir une incertitude désirable (ex. 1 %), il est utile de définir *l'efficacité* d'une simulation par la formule suivante :

$$\epsilon = \frac{1}{s_{\bar{X}}^2 \tau}, \quad (2.72)$$

où τ est le temps de calcul (en s). Puisque la variance de la dose moyenne est égale à la variance de la dose sur le nombre d'histoires simulées, alors on trouve que l'efficacité est inversement proportionnelle au temps de calcul moyen par histoire

$\frac{\tau}{N}$:

$$\epsilon = \frac{N}{\sigma^2 \tau}, \quad (2.73)$$

où σ est une constante.

2.8.6 Exactitude et efficacité des résultats

La méthode Monte Carlo s'avère être une technique très puissante pour calculer la dose dans des situations où les mesures expérimentales sont difficilement

réalisables, voire impossibles. Afin d'assurer l'exactitude des résultats obtenus, les estimateurs statistiques doivent être non-biaisés, et les résultats doivent démontrer une convergence lorsque des paramètres sont modifiés pour approximer certaines situations [Kaw00]. Autrement dit, si on fait varier les paramètres de transport de manière à rendre la simulation plus efficace (ex. augmenter l'énergie de seuil Δ), les résultats doivent être les mêmes qu'avec les paramètres minimaux (ex., une énergie de seuil de 1 keV) afin de justifier que les approximations sont négligeables. Un autre défi de la méthode est d'optimiser l'efficacité des simulations. Certaines situations dosimétriques peuvent prendre des heures, des semaines, voire des mois à calculer sur une grappe de calcul. On applique alors des *techniques de réduction de variance* (VRT) afin d'augmenter l'efficacité des résultats d'une situation donnée. Cette famille de techniques consiste à favoriser soit certaines interactions, directions ou encore particules afin de concentrer l'effort de calcul vers la solution. Afin de conserver l'exactitude de la méthode, on doit s'assurer que la méthode est non-biaisée. Il faut alors compenser les poids statistiques des particules mises en jeu. Contrairement aux paramètres de la simulation qui ont aussi un impact sur l'efficacité du résultat, les techniques de VRT ne font aucune approximation. Des améliorations d'efficacité de l'ordre 10^3 peuvent être typiquement obtenues avec certaines VRT¹³.

¹³Voir *Variance reduction techniques used in BEAMnrc* par Dave W. O. Rogers, présenté au IAEA/ICTP Workshop à Trieste, Italy, nov. 2007. Disponible sur le site web de l'Université Carleton, Ottawa.

CHAPITRE 3

INTRODUCTION À L'ÉTUDE DES FACTEURS DE PERTURBATION DE CHAMBRES D'IONISATION SOUS CONDITIONS NON-STANDARD

3.1 Approche généralisée de la dose absorbée dans l'eau

Bien que les protocoles actuels basés sur les standards de dose absorbée dans l'eau (c.-à-d., le TG-51 et le TRS-398) soient utilisés en clinique depuis environ une décennie, des problèmes reliés à leur application aux faisceaux non-standard ont été rapportés dans la littérature quelques années après leur parution. Il a été démontré qu'il est nécessaire d'appliquer un facteur de correction supplémentaire lors du calibration de faisceaux d'IMRT en se basant sur un protocole standard [BS04, CSDL⁺04]. De la même manière que les protocoles standard, un nouveau protocole en préparation par l'IAEA est basé sur l'approche de la dose absorbée dans l'eau, où le coefficient d'étalonnage de la chambre d'ionisation $N_{D,w}^Q$ est propre à la chambre pour une qualité de faisceau Q donnée [AAC⁺08]. D'une manière générale, l'approche de la dose absorbée dans l'eau issue d'un faisceau de qualité Q s'exprime ainsi pour les chambres d'ionisation :

$$D_w^Q = N_{D,w}^Q M_c^Q, \quad (3.1)$$

où M_c^Q est la charge effective produite dans la chambre irradiée par le faisceau de qualité Q et $N_{D,w}^Q$ est le facteur d'étalonnage de la chambre qui se décompose en fonction des facteurs de perturbation de la manière suivante :

$$N_{D,w}^Q = \left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_a^w P_{fl} P_\rho P_{vol} P_{stem} P_{cel} P_{wall}. \quad (3.2)$$

L'approche de l'IAEA est une extension de l'approche standard à des faisceaux qui violent potentiellement les conditions de référence définies dans les protocoles actuels, c'est-à-dire où le facteur $N_{D,w}^Q$ est déterminé pour ces conditions. Le formalisme est généralisé à d'autres appareils que l'accélérateur linéaire clinique tel que l'appareil TomoTherapy®[®], le CyberKnife®[®] et le GammaKnife®[®]. La dosimétrie de référence généralisée implique une série de faisceaux, chacun ayant une qualité propre et par conséquent un facteur d'étalonnage propre comme le décrit l'équation 3.1. Tout comme pour les protocoles standard, le facteur d'étalonnage initial est celui fourni par les laboratoires standard, c'est-à-dire avec un champ de référence d'un faisceau de cobalt-60 à une distance source-surface donnée et une profondeur de référence dans l'eau, et est noté $N_{D,w}^{Q_0}$. Le deuxième facteur d'étalonnage est celui du champ de référence spécifique à l'appareil utilisé et nommé *machine specific reference field* ou champ MSR, et est noté $N_{D,w}^{Q_{msr}}$. Le troisième facteur d'étalonnage est pour une combinaison de champs modulés nommée *plan class specific reference field* ou champ PCSR, et est noté $N_{D,w}^{Q_{pcsr}}$. Cette combinaison de champs, simplement appelée champ PCSR, consiste en une construction de distribution de dose typique et idéale pour un site donné (ex., la prostate) à partir de champs modulés orientés selon plusieurs angles d'incidence. Ce champ devient donc, pour un site donné, un champ non standard de référence, d'où son appellation. Le quatrième et dernier facteur d'étalonnage impliqué est celui du champ clinique, c'est-à-dire le plan spécifique au patient traité au site en question, et est noté $N_{D,w}^{Q_{clin}}$. La figure 3.1 illustre l'approche de dose absorbée dans l'eau généralisée aux faisceaux non standard.

Le lien entre les facteurs d'étalonnage de deux faisceaux f_1 et f_2 , dont les qualités respectives sont Q_1 et Q_2 , est obtenu par un facteur noté k_{Q_2,Q_1} . Ce facteur est défini comme la correction appliquée au facteur d'étalonnage du faisceau f_1 pour obtenir celui du faisceau f_2 , et tient pour compte essentiellement de la différence entre les spectres électroniques traversant le détecteur pour les deux qualités

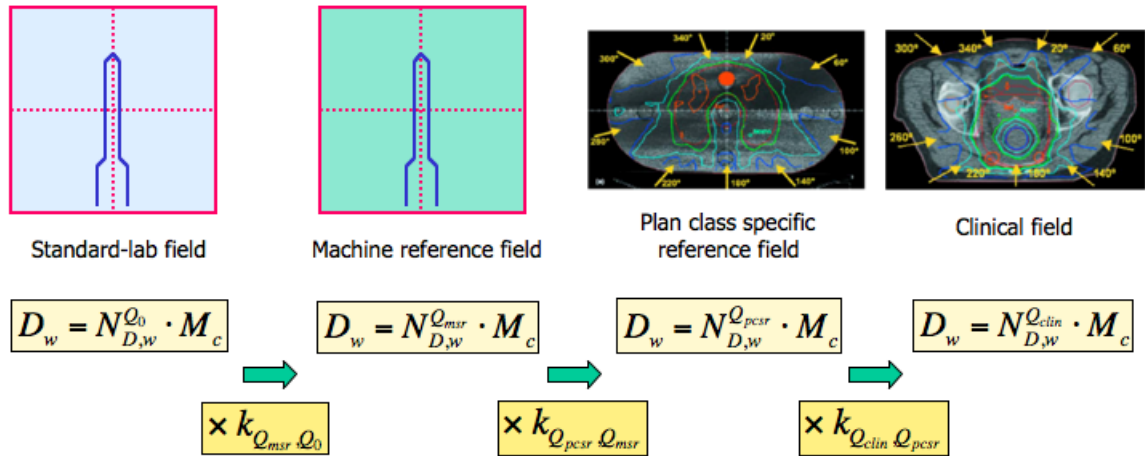


FIGURE 3.1 – Illustration de l’approche de la dose absorbée dans l’eau appliquée aux faisceaux non standard.

de faisceaux respectives Q_1 et Q_2 . Il est sous-entendu que la qualité du faisceau est définie par le spectre électronique traversant la chambre, qui est fonction non seulement de l’énergie du faisceau, mais aussi de la composition et la géométrie du milieu, de la position de mesure ainsi que de la conception et la composition de la chambre. Le facteur de correction de la qualité Q_1 vers Q_2 , noté k_{Q_2, Q_1} , est défini de sorte que connaissant uniquement le facteur d’étalonnage du faisceau de qualité Q_1 , la dose absorbée dans l’eau issue d’un faisceau de qualité Q_2 s’écrit de la manière suivante :

$$D_w^{Q_2} = N_{D,w}^{Q_1} k_{Q_2, Q_1} M_c^{Q_2}, \quad (3.3)$$

où $D_w^{Q_2}$ est la dose absorbée dans l’eau issue du faisceau de qualité Q_2 , $N_{D,w}^{Q_1}$ est le facteur d’étalonnage du faisceau Q_1 , $M_c^{Q_2}$ est la charge effective produite dans la chambre irradiée par le faisceau f_2 et k_{Q_2, Q_1} est défini ainsi :

$$k_{Q_2, Q_1} \equiv \frac{N_{D,w}^{Q_2}}{N_{D,w}^{Q_1}}, \quad (3.4)$$

où $N_{D,w}^{Q_2}$ est le facteur d’étalonnage du faisceau de qualité Q_2 . L’équation 3.3 est une

généralisation de l'équation 1.4 introduite dans le TG-51. En appliquant l'expression de l'équation 3.2, le facteur de correction de la qualité Q_1 vers Q_2 s'exprime comme suit :

$$k_{Q_2, Q_1} = \frac{\left[\left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_a^w P_{fl} P_{\rho} P_{vol} P_{stem} P_{cel} P_{wall} \right]_{Q_2}}{\left[\left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_a^w P_{fl} P_{\rho} P_{vol} P_{stem} P_{cel} P_{wall} \right]_{Q_1}}. \quad (3.5)$$

3.2 Objectifs de l'article scientifique

L'idée principale derrière l'article scientifique écrit au chapitre suivant est de calculer les différents facteurs de perturbation qui constituent le facteur de correction k_{Q_2, Q_1} , tel que décrit à l'équation 3.5, pour des faisceaux d'IMRT où les facteurs de correction sont significativement différents de l'unité. Puisque chaque facteur de perturbation est dû à un effet physique donné, décomposer le facteur de correction k_{Q_2, Q_1} en une série de facteurs est équivalent à décortiquer les causes physiques de ces corrections. Une telle série de calculs pourrait permettre une compréhension approfondie des causes de ces corrections et potentiellement permettre de proposer des solutions au nouveau protocole (IAEA-AAPM) pour minimiser l'ordre de grandeur de ces corrections. Puisque la méthode Monte Carlo est la seule méthode pouvant donner des résultats exacts pour de tels calculs, il est nécessaire de construire et valider plusieurs modèles : 1) l'accélérateur linéaire, 2) le collimateur multilames et 3) les chambres d'ionisation utilisées. Une série virtuelle (ou chaîne) de volumes d'intérêt est définie afin de calculer les facteurs de perturbation par cette méthode. Elle est construite en dénudant graduellement la chambre d'ionisation de ses composantes pour la transformer en une petite sphère remplie d'eau placée au centre de masse de la chambre. Cette sphère doit être suffisamment petite (ex., $r = 1$ mm) afin d'imiter la dose en un point dans l'eau à cet endroit tel que le veulent les protocoles actuels. Chaque volume de la chaîne de calcul doit faire en sorte que le rapport entre la dose de deux volumes consécutifs représente un facteur de perturbation unique. Par exemple, le rapport entre la dose absorbée

dans le volume sensible de la chambre d'ionisation sans tige sur la dose dans la chambre avec tige est défini comme le facteur de perturbation de la tige (P_{stem}). Ensuite, le rapport entre la dose absorbée dans le volume sensible de la chambre d'ionisation sans tige ni électrode centrale sur la dose dans la chambre sans tige (avec électrode centrale) est défini comme le facteur de perturbation de l'électrode centrale (P_{cel}). La chambre est ainsi graduellement dénudée de ses composantes, et la chaîne de calcul est définie de sorte que le produit de tous les facteurs soit égal au rapport entre la dose absorbée dans l'eau en un point placé au centre de la chambre et la dose au volume sensible de la chambre. Bien que les facteurs de perturbation dépendent de l'ordre dans lesquels les volumes de la chaîne sont définis, cette méthode de calcul assure une cohérence des calculs avec l'équation 3.2, c'est-à-dire qu'une relation unique de conversion de la dose dans la chambre vers un point dans l'eau est obtenue à partir des facteurs calculés. Cette méthode est illustrée et décrite en détail dans l'article présenté.

3.3 Résultats et impact

Au prochain chapitre est décrite une étude des facteurs de perturbation de deux types de chambre d'ionisation pour des faisceaux modulés utilisant la méthode Monte Carlo. La série complète des facteurs de perturbation, tel qu'exprimés à l'équation 3.2, est calculée pour différents champs de photons modulés présentant de forts gradients de dose et comparée aux conditions de référence, c'est-à-dire un champ de $10 \times 10 \text{ cm}^2$ pour la même profondeur et distance source-surface. Tel que le décrit l'équation 3.5, le produit des facteurs de perturbation relatifs aux conditions de référence est égal au facteur de correction k_{Q_2, Q_1} , avec Q_2 la qualité du faisceau modulé et Q_1 les conditions de référence. Les résultats de cette étude démontrent clairement que, pour les chambres Exradin A12 et A14, l'effet de perturbation du gradient P_{gr} est le facteur qui dévie le plus des conditions de référence, et ce d'une manière drastique par rapport aux autres facteurs, c'est-à-dire

$\left[\left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{det}^{med} P_{fl} \right]$, P_{stem} , P_{cel} et P_{wall} . Non seulement P_{gr} est différent des conditions de référence, mais ce facteur est imprévisible en conditions non standard puisque pour plusieurs champs modulés, les valeurs de P_{gr} présentent une grande variabilité relativement aux conditions de référence (90% pour la A12 et 40% pour la A14 sur 14 champs modulés). Les deux types de chambres choisies sont telles qu'elles couvrent un éventail suffisant d'applications, soit la calibration de référence pour la A12 (volume de 0.65 cm³) et le QA en IMRT pour la A14 (volume de 0.016 cm³). Les conclusions tirées sont donc générales quant à l'éventail de chambres utilisées pour des faisceaux de photons. Afin de séparer l'effet du moyennage de volume de l'effet du gradient, une décomposition de P_{gr} effectuée en deux effets distincts, soit l'effet de densité P_{ρ} et le moyennage de volume P_{vol} . De cette manière, il est démontré que l'ordre de grandeur moyen des 2 facteurs de perturbation (P_{ρ} et P_{vol}) sous conditions non standard par rapport aux conditions de référence est environ le même, représentant chacun environ la moitié de la correction globale k_{Q_2, Q_1} . Autrement dit, le moyennage de volume est responsable d'environ la moitié des corrections qui doivent être appliquées en dosimétrie non-standard, alors que l'autre moitié est causée par la différence de densité entre l'air et l'eau (hétérogénéité).

Les résultats présentés dans l'article remettent en question la définition du point de mesure en dosimétrie de référence. Historiquement, la mesure de la dose absorbée sous des conditions de référence est rapportée au centroïde¹ de la chambre, puisque les faisceaux ont été calibrés pendant plus de 40 ans sous des conditions où le gradient de dose est connu. Avec les avancements technologiques récents qui ont donné naissance aux faisceaux modulés, il n'est plus possible de faire les mêmes hypothèses que sous conditions standard et il est donc nécessaire de revenir à la base de la théorie de la mesure². D'après le théorème de Nyquist [Gui63], il est nécessaire de déplacer le détecteur dans chaque direction par une distance d'au

¹Centre de masse du volume sensible.

²En terme d'échantillonnage d'une fonction continue.

moins la moitié de la dimension du détecteur afin d’obtenir, par une technique de filtrage (en anglais, deconvolution), une valeur ponctuelle d’une fonction continue. Autrement dit, la mesure de la dose absorbée est limitée par le volume du détecteur si une mesure ponctuelle est effectuée. Par conséquent, il est naturel de rapporter la mesure de la dose absorbée dans le volume du détecteur. C’est principalement pour des raisons pratiques que les protocoles demandent de rapporter la dose en un point de mesure, soit au centroïde de la chambre en corrigeant pour l’effet du gradient ou soit au point effectif de mesure qui est déplacé dans le sens du gradient de dose. Non seulement le point effectif de mesure est un échec conceptuel en dosimétrie non standard, mais il est démontré qu’il est possible de réduire considérablement les facteurs de correction k_{Q_2, Q_1} en adoptant la pratique de rapporter la dose dans le volume sensible de la chambre remplie d’eau.

Bien que les résultats justifient l’intérêt de rapporter la dose dans le volume de la chambre (ou du détecteur) en dosimétrie non standard, il a été démontré qu’une correction non négligeable causée par l’hétérogénéité de l’air existe toujours pour des champs modulés présentant de forts gradients de dose. Néanmoins, les effets observés durant l’étude ne sont pas complètement représentatifs des effets observables pour des champs non standard cliniques, c’est-à-dire en reconstruisant une distribution de dose uniforme avec des champs modulés utilisant plusieurs angles d’incidence. Dans le prochain chapitre est démontrée une relation théorique du facteur de correction pour des champs non standard idéaux (PCSR, voir [AAC⁺08]). Cette simple relation est bâtie sur l’hypothèse que, s’il existe une combinaison de champs modulés pouvant reconstruire une distribution de dose parfaitement homogène et dont le spectre électronique est le même que sous des conditions de référence, le facteur k_{Q_2, Q_1} est égal à l’inverse de P_{gr} du champ de référence. Autrement dit, la seule correction nécessaire du champ non standard idéal (PCSR) par rapport au champ de référence standard ($10 \times 10 \text{ cm}^2$) est l’effet de gradient du champ standard, puisque celui-ci présente un gradient de dose dans la direction du

faisceau, et les points effectifs de mesure ne sont pas les mêmes. La dose absorbée du champ PCSR relative au champ de $10 \times 10 \text{ cm}^2$ sera donc sous-estimée si ce facteur n'est pas appliqué. Toutefois, rien ne garantit qu'il soit possible d'obtenir un tel champ non standard ayant ces propriétés. En réalité, la dose dans le volume cible n'est pas parfaitement uniforme (donc P_{gr} du champ PCSR n'est pas 1) et le spectre électronique est perturbé par la présence des MLC. Les études futures permettront de tirer des conclusions plus poussées à ce sujet.

Si les études futures démontrent qu'il est nécessaire d'appliquer un facteur de correction k_{Q_2, Q_1} spécifique pour chaque faisceau non standard, il sera donc nécessaire d'implanter cliniquement des modèles Monte Carlo permettant de calculer avec grande précision la réponse des détecteurs utilisés pour la vérification dosimétrique des plans de traitement. Dans ce cas, on devra comparer la réponse de détecteurs sous conditions quelconques relativement à un champ de référence (facteur total dans la chambre), et le calcul de dose dans l'eau (facteur total dans l'eau) pourrait devenir superflu. En effet, si la méthode Monte Carlo peut modéliser précisément la réponse d'un détecteur, elle peut aussi calculer la distribution de dose dans le patient, ceci considérant la géométrie complète et les hétérogénéités. Dans ce cas, il n'y a aucun intérêt à calculer la dose absorbée dans un fantôme d'eau, sauf de répondre à des conventions historiques. Dans ce cas, ignorer l'étape dans l'eau allégerait le formalisme des chambres d'ionisation puisque la calibration de faisceaux se ferait directement dans la chambre. Toutefois, il est irréaliste de croire que cette solution pourrait être adoptée dans un avenir rapproché. En effet, l'application de telles procédures dépend du niveau de précision que l'on peut atteindre avec la méthode Monte Carlo quant à la modélisation des détecteurs en conditions non standard. De plus, de telles méthodes de calculs ne sont pas actuellement accessibles à toutes les cliniques de radiothérapie, et ne sont pas standardisées, tel qu'il existe des standard d'étalonnage des chambres d'ionisation. Pour ces raisons, il pourrait exister une limitation importante quant à la précision avec laquelle on

peut mesurer la dose absorbée dans des conditions non standard, si des études futures viennent à la conclusion que les facteurs de correction k_{Q_2, Q_1} doivent être appliqués spécifiquement à chaque combinaison de champs.

Quant à l'impact scientifique des travaux présentés au prochain chapitre, il est pertinent de mentionner que l'article est récipiendaire du prix *Farrington Daniels* 2010 octroyé au meilleur article sur la dosimétrie de la radiation paru dans la revue *Medical Physics* durant l'année 2009.

3.4 Contributions et permissions des auteurs

Hugo Bouchard

- Idée originale du projet (toutefois inspirée par un séminaire donné à Gand en 2006 par Roberto Capote, IAEA)
- Développement et validation des modèles Monte Carlo
- Calculs
- Analyse des résultats
- Rédaction de l'article

Jan Seuntjens

- Co-direction du projet (support scientifique)
- Analyse des résultats
- Révision de l'article
- Contribution significative à la mise en valeur de l'impact scientifique

Jean-François Carrier

- Discussion générale du projet

- Révision de l'article

Iwan Kawrakow

- Direction du projet (support scientifique et technique)
- Contribution à la méthodologie
- Apport matériel (grappe de calcul) et supervision du stage (CNRC, Ottawa)
- Analyse des résultats
- Révision de l'article
- Contribution significative à la mise en valeur de l'impact scientifique

Autorisation des auteurs

1. Student identification and program

Hugo Bouchard
 Doctorat en physique (3-200-1-0)

2. Description of the research article

Title: Ionization chamber gradient effects in nonstandard beam configurations
Authors: Hugo Bouchard, Jan Seuntjens, Jean-François Carrier and Iwan Kawrakow
Published in: Medical Physics 36 (10), 4654-4663, 2009.

3. Declaration of all co-authors other than the student

As co-author of the research article above, I agree that Hugo Bouchard includes the article in his doctoral thesis entitled "Études des facteurs de perturbations de chambres d'ionisation sous conditions non-standard."

Hugo Bouchard _____	Date <u>12 mars 2010</u>
Jan Seuntjens _____	Date <u>April 16 2010</u>
Jean-François Carrier _____	Date <u>12 mars 2010</u>
Iwan Kawrakow _____	Date <u>March 11 2010</u>

3.5 Permission de l'éditeur

Voir : <http://www.medphys.org/subscrib.asp>

Permission for Other Use : Permission is granted to quote from the Journal with the customary acknowledgment of the source. To reprint a figure, table, or other excerpt requires the consent of one of the authors and notification to AIP.

Requests for Permission : Address requests to Penny Slattery, Journal Manager, Medical Physics Journal, AAPM, One Physics Ellipse, College Park, MD 20740-3846 ; Fax : 301-209-3399 ; Telephone : 301-209-3352.

L'accord a été obtenu par courriel de la part de Penny Slattery le 9 mars 2010 pour utiliser l'article suivant :

H. Bouchard, J. Seuntjens, J. Carrier and I. Kawrakow, *Ionization chamber gradient effects in nonstandard beam configurations*, Med. Phys. 36 (10) 4654-4663 (2009).

CHAPITRE 4

ARTICLE 1 : IONIZATION CHAMBER GRADIENT EFFECTS IN NONSTANDARD BEAM CONFIGURATIONS

Hugo Bouchard

Département de Physique, Université de Montréal, Pavillon Roger-Gaudry (D-428), 2900 Boulevard Édouard-Montpetit, Montréal, Québec H3T 1J4, Canada and Département de Radio-oncologie, Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM), 1560 Sherbrooke est, Montréal, Québec H2L 4M1, Canada

Jan Seuntjens

Medical Physics Unit, Montreal General Hospital (L5-113), McGill University, 1650 Cedar Avenue, Montreal, Quebec H3G 1A4, Canada

Jean-Francois Carrier

Département de Physique, Université de Montréal, Pavillon Roger-Gaudry (D-428), 2900 Boulevard Édouard-Montpetit, Montréal, Québec H3T 1J4, Canada and Département de Radio-oncologie, Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM), 1560 Sherbrooke est, Montréal, Québec H2L 4M1, Canada

Iwan Kawrakow

National Research Council of Canada (NRC), Ionizing Radiation Standards (M-35), 1200 Montreal Road, Ottawa, Ontario K1A 0R6, Canada

(Received 27 March 2009; revised 7 August 2009; accepted for publication 7 August 2009; published 15 September 2009)

ABSTRACT

Purpose : For the purpose of nonstandard beam reference dosimetry, the current concept of reporting absorbed dose at a point in water located at a representative position in the chamber volume is investigated in detail. As new nonstandard beam reference dosimetry protocols are under development, an evaluation of the role played by the definition of

point of measurement could lead to conceptual improvements prior to establishing measurement procedures.

Methods : The present study uses the current definition of reporting absorbed dose to calculate ionization chamber perturbation factors for two cylindrical chamber models (Exradin A12 and A14) using the Monte Carlo method. The EGSnrc based user-code EGS_chamber is used to calculate chamber dose responses of 14 IMRT beams chosen to cause considerable dose gradients over the chamber volume as previously used by Bouchard and Seuntjens ["Ionization chamber-based reference dosimetry of intensity modulated radiation beams," *Med. Phys.* 31 (9), 2454-5465 (2004)].

Results : The study shows conclusively the relative importance of each physical effect involved in the nonstandard beam correction factors of 14 IMRT beams. Of all correction factors involved in the dosimetry of the beams studied, the gradient perturbation correction factor has the highest magnitude, on average, 11% higher compared to reference conditions for the Exradin A12 chamber and about 5% higher for the Exradin A14 chamber. Other perturbation correction factors (i.e., P_{wall} , P_{stem} , and P_{cel}) are, on average, less than 0.8% different from reference conditions for the chambers and beams studied. The current approach of reporting measured absorbed dose at a point in water coinciding with the location of the centroid of the chamber is the main factor responsible for large correction factors in nonstandard beam deliveries (e.g., intensity modulated radiation therapy) reported in literature.

Conclusions : To reduce or eliminate the magnitude of perturbation correction factors in nonstandard beam reference dosimetry, two possible ways to report absorbed dose are suggested : (1) Reporting average dose to the sensitive volume of the chamber filled with water, combined with removing the reference field implicit gradient effect when measuring output factors, and (2) reporting average dose to the chamber itself during output factor verifications. The first option could be adopted if clinical beam correction factors are negligible. The second option could simplify quality assurance procedures when correction factors are not negligible and have to be calculated using Monte Carlo simulations.

©2009 American Association of Physicists in Medicine. [DOI : 10.1118/ 1.3213518]

Key words : dosimetry, ionization chamber, perturbation, Monte Carlo, IMRT

4.1 Introduction

During the past 4 decades, clinical reference dosimetry protocols have been presented to the community in order to provide guidelines to clinical physicists who need to measure absorbed dose to water accurately. Ionization chambers have been the instrument of choice for clinical applications because of their reproducibility, stability, linearity, and portability. Since the early 1960s, dosimetry protocols have evolved from a simplistic energy-dependent approach (e.g., Refs. [Hos60, Hos64, Sub66, Hos69, Hos71, Sub71, Nor72, Hos75, Ame75]) to considering dependence on the chamber geometry and materials, as well as beam quality (e.g., Refs. [Nor80, Tas83, Int87, ABC⁺99, ABH⁺01]). In 1983, the AAPM TG-21 protocol [Tas83] provided an explicit consideration of the model-dependent physical effects present in ionization chamber reference dosimetry. Nearly 2 decades later, absorbed dose to water based protocols [ABC⁺99, ABH⁺01] treated these effects implicitly through a single beam quality conversion factor that depends on the chamber model as well as beam quality.

The main goal of clinical reference dosimetry is to calibrate radiotherapy units in specific conditions, in which relative dosimetric quantities (i.e., beam commissioning data) are used to calculate treatment planning dose distributions, along with the number of monitor units (or time units) needed to deliver the prescribed dose to the planning target volume [Int93]. For that purpose, absorbed dose protocols recommend reporting dose at a point located at the measurement depth in water, as was previously defined by the International Commission on Radiation Units and Measurements [Int80]. Since energy deposition implies a finite volume, the concept of absorbed dose at a point is purely mathematical. This represents

a limiting factor during measurements as to where absorbed dose is being reported. Because ionization chamber gradient effects are understood for conventional reference conditions, the measurement can be reported at a point in water located at the centroid of the chamber as long as the measured signal is corrected for that effect [e.g., AAPM TG-21 [Tas83]]. During depth-dose measurements, this correction can be equivalently dealt with by reporting absorbed dose at an effective point of measurement, which for energy-specific reference conditions depends only on chamber materials and geometry [Kaw06, MKR08]. For nonreference conditions, where the dose gradient is not known *a priori*, this physical effect is not predictable and therefore reporting dose at a point of measurement is no longer appropriate for general measurement conditions. Previous studies [BS04, CSDL⁺04] have demonstrated the invalidity of the application of standard absorbed dose protocols [e.g., AAPM TG-51 [ABC⁺99]] to intensity modulated radiotherapy (IMRT) photon beams by showing the existence of an IMRT correction factor whose magnitude depends on the fluence intensity map of the beam, i.e., the delivery sequence. Since chamber components (stem, wall, and central electrode) were not modeled in detail in one of these studies (i.e., Ref. [MKR08]) and because stopping power ratios (SPRs) were known to be quasi-insensitive to modulation [SDAC⁺03], these corrections could be attributed to the chamber replacement effect P_{repl} , as calculations were in agreement with measurements. The present paper extends the previous investigations by quantifying the individual ion chamber correction factors for IMRT beams for two different chambers, modeled in full detail, using the Monte Carlo method.

In a recent publication [AAC⁺08] the International Atomic Energy Agency (IAEA) proposed a formalism for the dosimetry of nonstandard beams which includes a correction factor equivalent to the one described in previous papers [BS04, CSDL⁺04]. The formalism defines the concept of a plan-class specific reference field that is designed to calibrate radiotherapy units in specific conditions

and reduce the magnitude of the needed correction factor. Although nonstandard beam correction factors could be included in new reference dosimetry protocols, a modification in the concept of reporting absorbed dose could provide improvements that would reduce or eliminate corrections compared to the calibration method currently proposed in the IAEA formalism. The study presented in this article suggests that the effective point of measurement is an impracticable concept in nonstandard conditions and proposes two possible solutions to report absorbed dose in order to reduce or eliminate the required corrections factors.

4.2 Methods

4.2.1 Formalism of absorbed dose at a point

Except for calorimetry performed directly in the medium of interest, absorbed dose measurements always involve the absorption of energy in a volume of material that differs from the medium of interest. The sensitive volume of the detector must be finite, contained, and often subjected to conditions that allow the ions to be collected in an electric field. The presence of a physical detector causes the charged-particle fluence to differ from the fluence in water at the point of measurement with the detector being absent. For ionization chambers, this perturbation is caused by several factors, which can be classified as follows : (1) The presence of structural and electronic components, (2) a detection material with a different atomic composition than water, (3) a detection material with different density than water, and (4) a detector volume that is finite. As formalized in reference dosimetry protocols [Tas83, Int87, ABC⁺99, ABH⁺01], and more recent publications [BR06, WHZ08, CRP⁺09], ionization chamber perturbation factors represent each of these effects individually (although in practice, they are correlated) when converting absorbed dose to the chamber to absorbed dose to water. The presence of the chamber stem, central electrode, and wall will cause the charged-particle fluence to change in terms

of quality and quantity due to attenuation and scatter in these components. These effects are known as stem, central electrode, and wall effects and are quantified by individual perturbation factors defined as P_{stem} , P_{cel} , and P_{wall} , respectively. The difference in atomic composition will cause the energy absorption in the detection material to differ from water and cause the low-energy charged-particle fluence to be significantly changed due to differences in the interaction cross sections. The two effects are quantified by the water-to-air stopping power ratio, denoted $\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_a^w$, and by the fluence perturbation correction factor, denoted P_{fl} . The difference in mass density between the detection material and water, as well as the volume averaging of the particle fluence over the sensitive volume, are combined into a single effect named gradient effect and is denoted as P_{gr} .

While earlier air kerma based protocols (e.g., TG-21) explicitly took each individual effect into consideration during the conversion of absorbed dose in the chamber to absorbed dose in water, newer absorbed dose to water based protocols (e.g., TG-51) present a simplified approach in which the relative energy dependence of the effects are implicitly included in a single beam quality conversion factor (i.e., k_Q). In AAPM's TG-51 protocol, the absorbed dose to water at the centroid of the cylindrical chamber under reference conditions is obtained by the following relation :

$$D_w = N_{D,w}^Q M_c^Q, \quad (4.1)$$

where M_c^Q (in nC) is the corrected chamber reading that corresponds to the effective ionization charge produced in the sensitive volume and $N_{D,w}^Q$ is the chamber calibration coefficient for the beam quality Q. This factor can be related to AAPM TG-21 protocol by the following relation using extended notation (e.g., Ref. [BR06]) :

$$N_{D,w}^Q = N_{gas} \left[\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_a^w P_{fl} P_{gr} P_{stem} P_{cel} P_{stem} \right]_Q, \quad (4.2)$$

where N_{gas} (in Gy/nC) is the cavity-gas calibration coefficient, which is independent

of beam quality.

For IMRT beams, absorbed dose to water at the centroid of the chamber is obtained by the following relation [BS04] :

$$D_w = C_Q^{IMRT} N_{D,w}^Q M_c^{IMRT}, \quad (4.3)$$

where M_c^{IMRT} (in nC) is the corrected chamber reading and C_Q^{IMRT} is the chamber-specific IMRT correction factor, which depends on the beam delivery (leaf sequence, MLC design, etc.) and the beam quality. In a more recent publication [AAC⁺08], this correction factor is formalized similar to TG-51's quality conversion factor that accounts for the change in beam quality (i.e., the charged-particle fluence spectrum at reference position) from the reference beam to the nonstandard IMRT beam, as follows :

$$k_{Q_{clin},Q}^{f_{clin},f_{ref}} \equiv C_Q^{IMRT}, \quad (4.4)$$

where Q_{clin} represents the IMRT beam quality and f_{clin} represents the modulated fields used during the IMRT delivery (could be many gantry angles). Because the correction factor is defined as the ratio of the chamber calibration coefficient of the IMRT beam to the one of a reference field, an explicit expression can be obtained from Eq. 4.2 leading to

$$k_{Q_{clin},Q}^{f_{clin},f_{ref}} = \frac{\left[\left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_a^w P_{fl} P_{gr} P_{stem} P_{cel} P_{stem} \right]_{Q_{clin}}^{f_{clin}}}{\left[\left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_a^w P_{fl} P_{gr} P_{stem} P_{cel} P_{stem} \right]_Q^{f_{ref}}}, \quad (4.5)$$

using the notation of Ref. [AAC⁺08]. The main goal of this study is to evaluate each perturbation correction factor in the numerator of Eq. 4.5 individually for nonstandard beams that strongly deviate from reference conditions. Since the gradient effect is a combination of volume averaging and change in detector-material density, the gradient correction is defined as consisting of two perturbation factors

for the purpose of this work,

$$P_{gr} \equiv P_{\rho}P_{vol}. \quad (4.6)$$

Here, P_{ρ} is defined as a factor quantifying the change in chamber dose response caused by the difference in detector-material density as compared to water, and P_{vol} is defined as a factor that quantifies the averaging of charged-particle fluence over the sensitive volume of the chamber filled with water as compared to the fluence at the point of measurement in water.

4.2.2 Monte Carlo methods

For the purpose of Monte Carlo calculations, each perturbation factor is represented by a ratio of doses scored in two different simulation geometries whose difference causes the effect in question. In order to obtain a consistent conversion of absorbed dose in the chamber cavity to absorbed dose in water (i.e., the product of all perturbation factors must be equal to the ratio of absorbed dose in water to absorbed dose in the chamber), a series of scoring volumes is defined starting at the fully modeled chamber and ending at a small volume of water placed at the centroid of the chamber. Similar to previous studies [BR06, WHZ08, CRP⁺09], a series of cavity doses is defined as follows :

- (a) $D_{chamber}$: absorbed dose in the sensitive volume of air in the fully modeled chamber,
- (b) $D_{cel,wall}$: absorbed dose in the sensitive volume of air in the chamber without stem,
- (c) D_{wall} : absorbed dose in the sensitive volume of air in the chamber without stem or central electrode,
- (d) D_{air} : absorbed dose in the bare sensitive volume of air (no stem, no central electrode, no wall),

- (e) D_{vapor} : absorbed dose in the bare sensitive volume filled with water vapor of the same density as air (1.2048 mg/cm^3),
- (f) $D_{w,vol}$: absorbed dose in the bare, sensitive volume filled with liquid water (density of 1.000 g/cm^3), and
- (g) $D_{w,point}$: absorbed dose in a 1 mm radius sphere of water placed at the centroid of the chamber and representing absorbed dose at a point in water at the location of measurement.

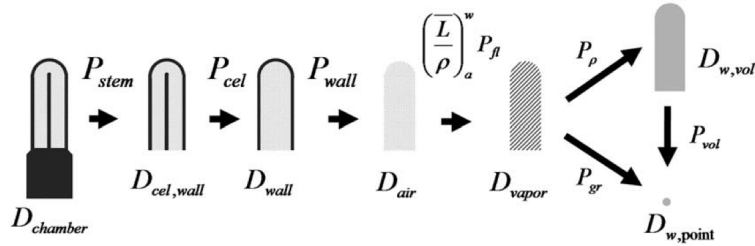


FIGURE 4.1 – Illustration of the series of cavity doses simulated to calculate the perturbation factors.

Figure 1 illustrates this series of scoring volumes. From these definitions, the perturbation factors are calculated as follows for a given beam quality :

$$P_{stem} \equiv \frac{D_{cel,wall}}{D_{chamber}}, \quad (4.7)$$

$$P_{cel} \equiv \frac{D_{wall}}{D_{cel,wall}}, \quad (4.8)$$

$$P_{wall} \equiv \frac{D_{air}}{D_{wall}}, \quad (4.9)$$

$$\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_a^w P_{fl} \equiv \frac{D_{vapor}}{D_{air}}, \quad (4.10)$$

$$P_{\rho} \equiv \frac{D_{w,vol}}{D_{vapor}}, \quad (4.11)$$

and

$$P_{vol} \equiv \frac{D_{w,point}}{D_{w,vol}}. \quad (4.12)$$

These equations quantify each perturbation factor individually except for Eq. 4.10 where the fluence perturbation effect (P_{fl}) cannot be calculated separately from the SPR using cavity dose ratios. Since stopping power ratios are calculated analytically from the charged-particle fluence [Nah78], it was judged unnecessary to separate the two factors. Figure 4.1 illustrates how the factors of Eqs. 4.7 to 4.12 are calculated. It must be pointed out that the individual perturbation factors are not independent of each other and that their definition is arbitrary (e.g., the order of the stem and wall correction could be reversed). The convention adopted here corresponds to the definitions used in previous publications [BR06, WHZ08, CRP+09].

The Exradin A12 and A14 cylindrical ionization chambers (Standard Imaging, WI, USA) are modeled based on drawings kindly provided by the manufacturer. A series of scoring volumes is created, with the chamber model modified for different, correlated calculations as described above. The series of cavity doses is calculated in single runs using the EGSnrc-based [Kaw00] user-code EGS_chamber [WZK08], in which absorbed doses are scored using correlated sampling, i.e., taking into account the covariance of cavity doses when computing the uncertainty in the absorbed dose ratios at the end of the simulation. In addition to other variance reduction techniques (Russian roulette, cross section enhancement) used in EGS_chamber, this technique increases the efficiency of the simulation. Calculations are performed using ECUT=AE=512 keV, PCUT=AP=1 keV, ESTEPE=0.1, XIMAX=0.2, and ESAVE=0.512 MeV. These parameters represent the total electron transport cutoff energy (ECUT), the minimum total energy for production of secondary electrons and positrons (AE), the photon transport cutoff energy (PCUT), the minimum energy for production of secondary photons (AP), the maximum fraction of electron energy loss per step (ESTEPE), the maximum allowed first elastic scattering

moment per step (XIMAX) and the electron cutoff energy used for range rejection (ESAVE), respectively. Other parameters are set to default values, which implies simulating all available physics except for Rayleigh scattering. Cavity dose uncertainties (1 standard deviation) obtained range from 0.05% to 0.5% for an average CPU time of 373 h per leaf sequence (using a single core on one Xeon 5460 3.16 GHz CPU). Dose ratio uncertainties are smaller by a factor ranging from 1.4 to 12 since the covariance between cavity doses is positive. Table 4.1 summarizes the information regarding the chambers, and Fig. 4.2 illustrates the details of the models that could be achieved using the EGS++ geometry package [Kaw05]. A BEAMnrc [RFD⁺95, RWK06] model of a Varian Clinac 21EX 6 MV photon beam with Millennium 120 MLC, compiled as a shared library, is used to calculate cavity responses using 14 IMRT beams with a single gantry angle of 0° (normal incidence) on a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom, with the cavity centroid placed at 3 cm depth on the beam axis. The leaf sequences simulated are identical to the ones used by Bouchard and Seuntjens [BS04]. The same sequence numbering as in Ref. [BS04] is used, and the beams are shown in Fig. 4.3 for the sake of completeness.

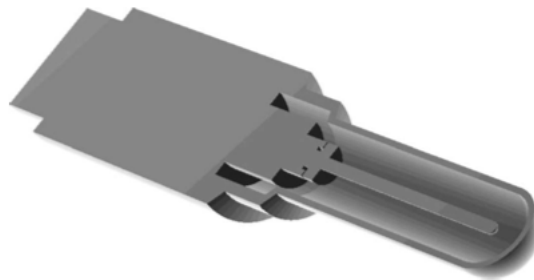


FIGURE 4.2 – Illustration of the Exradin A12 ionization chamber modeled using the EGS++ geometry package. The stem has been modeled with proprietary information provided by the manufacturer and is not shown in detail in this figure.

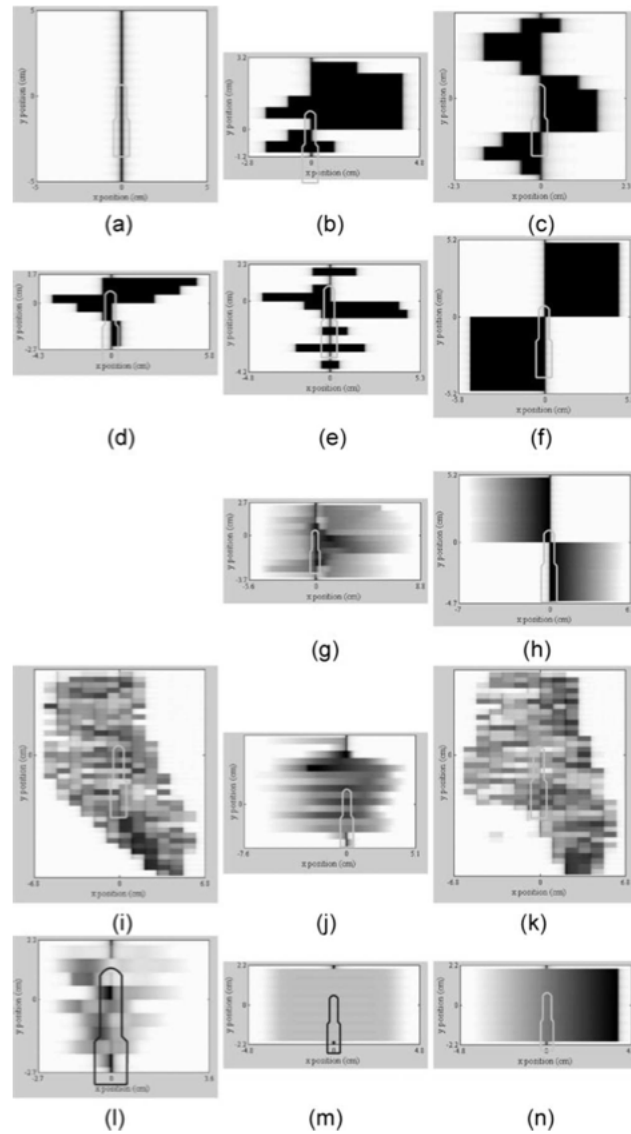


FIGURE 4.3 – Fluence intensity maps of the irradiation beams 0° gantry angle used in the calculations as were used in Bouchard and Seuntjens study (Ref. [BS04]). Beams (a) to (f) are single static fields and beams (g) to (n) are dynamic deliveries.

TABLE 4.1 – Summary of characteristics of the ionization chambers modeled.

	Model	
	Exradin A12	Exradin A14
Effective cavity volume	0.65 cm ³	0.016 cm ³
Inner cavity length	2.43 cm	4.6 mm
Inner cavity radius	0.31 cm	2.0 mm
Centroid position	1.29 cm from tip	2 mm from tip
Electrode material	C-552 Shonka air-equivalent plastic ^a	Cu core with Ag coating
Wall material	C-552 Shonka air-equivalent plastic ^a	C-552 Shonka air-equivalent plastic ^a

^aDensity is 1.76 g/cm³.

4.3 Results and discussion

4.3.1 Perturbation factors

Ionization chamber perturbation factors are obtained from the Monte Carlo simulations of 14 IMRT beams (shown in Fig. 4.3) and a 10×10 cm² open field defined by the position of the jaws only (MLC were completely retracted). In order to study the perturbation correction factors for a general case of nonstandard beam delivery, the IMRT beam deliveries are chosen to provoke a significant dose gradient over the volume of the chamber. Among the 14 IMRT leaf sequences, 6 are step-and-shoot and 8 are dynamic deliveries. Results for the IMRT beams are normalized to the corresponding perturbation factors obtained with the 10×10 cm² reference field. Table 4.2 summarizes the values obtained for the reference field for each chamber model. Figures 4.4 to 4.6 show the results of IMRT perturbation factors normalized to the factor obtained with a 10×10 cm² open beam for the Exradin A12 chamber, and Figs. 4.7 to 4.9 show the results for the Exradin A14 chamber. Considering the 14 IMRT beams as a representative statistical sample of possible nonstandard beam configurations, the mean, standard deviation, and deviation range of each perturbation factor for the 14 IMRT beams are computed for each chamber model in order to evaluate the relative importance and the variability

TABLE 4.2 – Reference field perturbation factors for the Exradin A12 and A14 chambers.

	Exradin A12	Exradin A14
P_{stem}	0.9983 ± 0.0001	0.9954 ± 0.0006
P_{cel}	0.9998 ± 0.0002	0.9878 ± 0.0003
P_{wall}	0.9885 ± 0.0003	0.9917 ± 0.0011
$SPR \cdot P_{fl}$	1.1195 ± 0.0002	1.1194 ± 0.0006
P_{gr}	0.9958 ± 0.0011	0.9972 ± 0.0009

TABLE 4.3 – Summary of the statistical behavior of perturbation factors relative to a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam in the 14 nonstandard beams for the Exradin A12 and A14 chambers. Reported uncertainties correspond strictly to the associated quantity (i.e., uncertainty of mean, uncertainty of standard deviation, and uncertainty of deviation range) and were calculated using statistical uncertainties from single simulations and the properties of the variance of multivariable functions.

	Exradin A12			Exradin A14		
	Mean	Standard deviation	Deviation range	Mean	Standard deviation	Deviation range
P_{stem}	1.0008 ± 0.0001	0.0026 ± 0.0001	0.0097 ± 0.0002	1.0013 ± 0.0005	0.0068 ± 0.0006	0.0204 ± 0.0041
P_{cel}	0.9923 ± 0.0002	0.0089 ± 0.0002	0.0371 ± 0.0014	1.0036 ± 0.0002	0.0035 ± 0.0004	0.0127 ± 0.0020
P_{wall}	0.9966 ± 0.0003	0.0059 ± 0.0003	0.0247 ± 0.0027	0.9931 ± 0.0006	0.0105 ± 0.0005	0.0427 ± 0.0028
$SPR \cdot P_{fl}$	0.9987 ± 0.0002	0.0013 ± 0.0002	0.0054 ± 0.0009	0.9992 ± 0.0004	0.0014 ± 0.0004	0.0052 ± 0.0019
P_{gr}	1.1163 ± 0.0011	0.2236 ± 0.0013	0.8796 ± 0.0067	1.0499 ± 0.0007	0.0913 ± 0.0007	0.3905 ± 0.0045
P_{ρ}	1.0502 ± 0.0005	0.0695 ± 0.0005	0.2768 ± 0.0030	1.0264 ± 0.0005	0.0392 ± 0.0004	1.1661 ± 0.0023

of each effect with beam modulation. The deviation range of a given factor is defined here as the maximum relative difference between any of the 14 IMRT beams and the reference field for a given chamber model. Table 4.3 summarizes the analysis of the results for the Exradin A12 and A14 chambers. The reported uncertainties correspond to the associated quantities and are obtained using the law of propagation of errors from the statistical uncertainties of the Monte Carlo results. Uncertainties represent 1 standard deviation of the simulation results.

The stem, central electrode, and wall effects are found to have a minor contri-

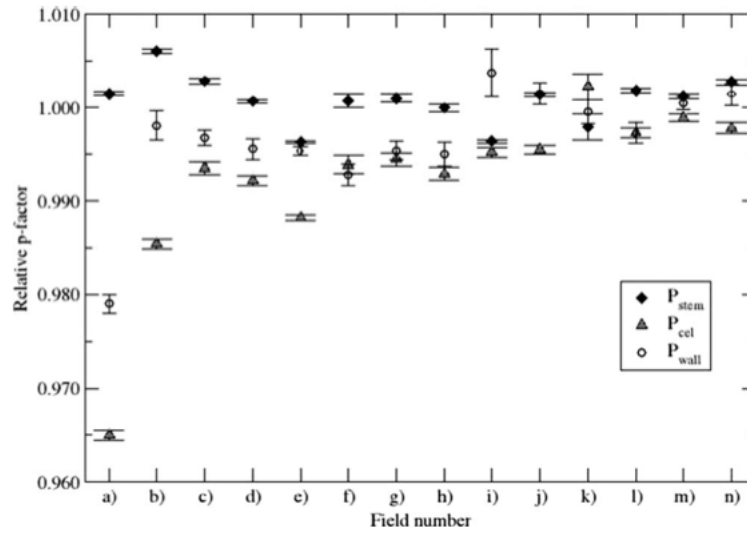


FIGURE 4.4 – Behavior of the stem, central electrode, and wall perturbation effects for the Exradin A12 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.

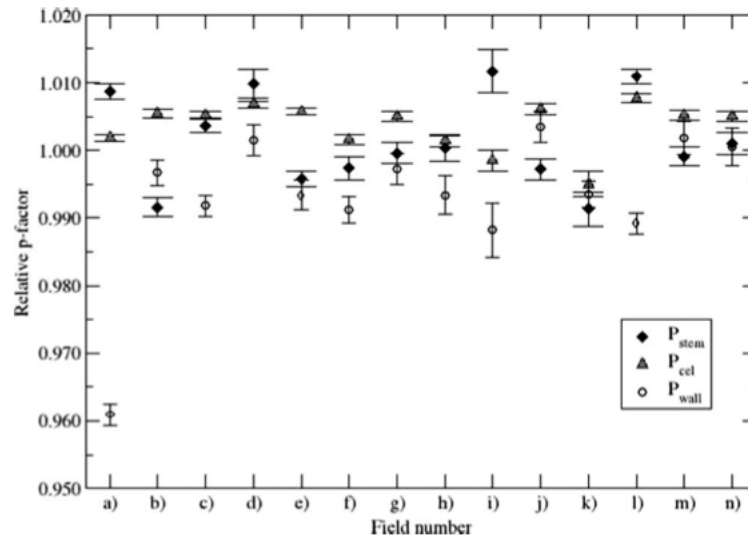


FIGURE 4.5 – Behavior of the stem, central electrode, and wall perturbation effects for the Exradin A14 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.

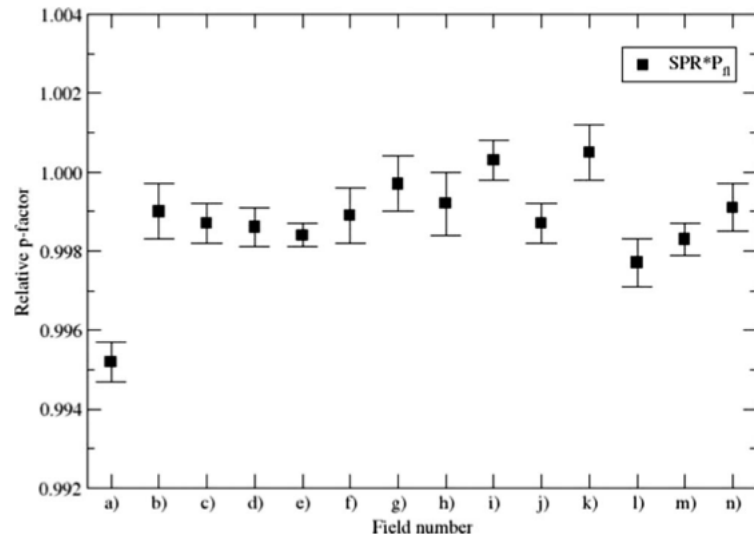


FIGURE 4.6 – Behavior of stopping power ratio times the fluence perturbation effect for the Exradin A12 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.

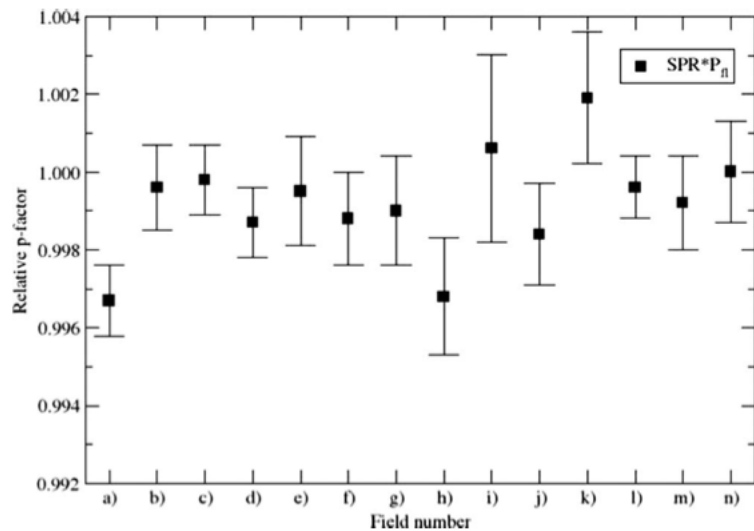


FIGURE 4.7 – Behavior of stopping power ratio times the fluence perturbation effect for the Exradin A14 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.

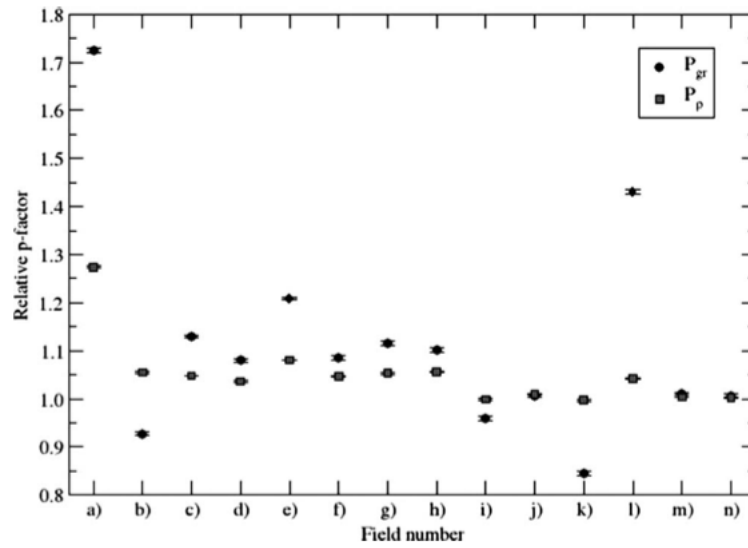


FIGURE 4.8 – Behavior of the gradient perturbation effect (P_{gr}) and the density perturbation effect (P_{ρ}) for the Exradin A12 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.

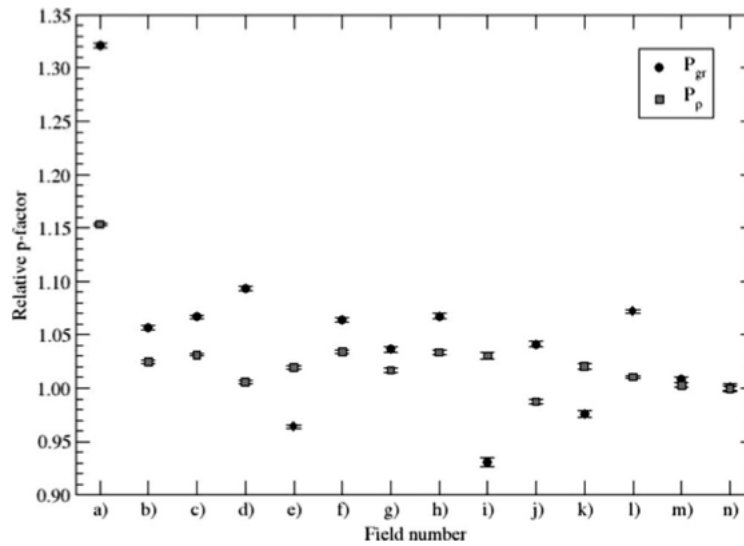


FIGURE 4.9 – Behavior of the gradient perturbation effect (P_{gr}) and the density perturbation effect (P_{ρ}) for the Exradin A14 chamber under 14 IMRT beams. The factors are normalized to the one obtained with a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ open beam.

bution to the overall correction factor. The stem perturbation factor is, on average, nearly identical to reference conditions, but the variation in the factor over the beams is slightly higher for the A14 chamber than for the A12. The fact that a large volume of air is present in the stem region of the A14 renders P_{stem} more sensitive to beam modulation as compared to the A12.

The central electrode perturbation factor differs from reference conditions by roughly 0.8%, on average, below unity for the A12 and about 0.4%, on average, above unity for the A14. In general, the presence of the central electrode increases the dose response in the chamber as compared to the cavity without electrode since the interaction of photons that are incident on the central electrode will produce additional charged particles that cross the cavity. For the 14 IMRT beams studied, the fraction of charged particles generated in the electrode to the overall amount of charged particles crossing the cavity is expected to be larger for the static fields (see Figs. 4.3 (a) to (f)) than for the reference field since for these fields the MLC's leaves are abutting on the central electrode axis, and the unblocked area of the beam is much less than in the $10 \times 10 \text{ cm}^2$ case. This is expected to cause smaller values of P_{cel} for the static fields than for the reference field, which is the case for the A12 chamber, as seen in Fig. 4.4. However, this behavior is not observed for the A14 chamber, as seen in Fig. 4.5. For that chamber, relative values of P_{cel} closer to unity for the static fields can be partially attributed to the radiological properties of its Cu/Ag central electrode. In fact, this high-Z material electrode is designed to increase the number of charged particles crossing the cavity due to interactions with the beam, which compensates for the lack of sensitivity induced by the small volume of the chamber. A consequence of this design is that the fraction of charged particles created in the central electrode to the total number of charged particles crossing the cavity is considerably higher than for the A12 chamber, which electrode is made of C-552 air-equivalent plastic. Therefore, the ratio of P_{cel} for the static beams to a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ field is expected to be higher

for the A14 than the A12. Similar reasoning can be used to explain the behaviour of P_{cel} for dynamic beams (see Figs. 4.3 (g) to (n)). Furthermore, because of the definition of the series of cavity dose calculations that was made for the purpose of this paper, P_{cel} is correlated to P_{wall} , and therefore the behavior of the central electrode perturbation effect, as it is defined in this paper, cannot be completely understood without further investigation using the Monte Carlo technique. Finally, among the IMRT beams studied, a higher variability of P_{cel} for the A12 chamber as compared to the A14 can be partially attributed to its larger volume, which is exposed to higher gradients. A complete understanding of the behavior of P_{cel} could be obtained with a further investigation of its dose response kernel as described in Refs. [BS04] and [TS08].

The wall perturbation factor under modulated conditions is found, on average, to be very nearly equal to its value in reference conditions for both chambers. The standard deviation of the data points of all nonstandard beams as compared to reference conditions is 0.6% for the A12 and 1.1% for the A14. The higher variability of the wall effect for the A14 is attributed to the fact that the wall is thicker for that chamber compared to the A12 and also is relatively thicker as compared to the dimensions of the sensitive volume. In fact, a thicker wall is expected to produce a larger variation in the wall perturbation effect with beam modulation since a higher number of charged particles crossing the cavity are set in motion in this component. The largest differences from reference conditions for P_{cel} and P_{wall} are found to be for beam (a), i.e., when the field is completely blocked by the MLC with the leaf junction aligned with the chamber axis and using a 10×10 cm² jaw setting. For the 14 nonstandard beams studied, the variation in the product of the stopping power ratio and fluence perturbation P_{fl} from IMRT to reference conditions is found to be insignificantly different from unity compared to other factors.

Results show clearly that the major effect responsible for large correction factors

in these nonstandard beams is the gradient effect, quantified by P_{gr} . The highest values of P_{gr} are found for beam (a), reaching 1.724 and 1.274 for the A12 and A14, respectively, compared to reference conditions. The mean, standard deviation, and deviation range of P_{gr} over the nonstandard simulated sequences are found to be the greatest among all factors. This result can be attributed to the concept that the effective point of measurement in nonstandard beams is not known *a priori* as it is for open beams. Therefore, reporting absorbed dose at a point arbitrarily located at the centroid of the chamber is responsible for the majority of the correction in nonstandard beams. Furthermore, the size of the sphere used to mimic the dose at *a point* was assumed to be small enough so that the dose to any volume smaller than the 1 mm radius sphere is identical. Clearly, this assumption could be untrue for some fields used in this study, and the choice of an appropriate volume size for the purpose of point dose calculation would lead to different numerical results of P_{gr} than for the 1 mm radius sphere. In that case, the statistics of the results would be compromised, and the low efficiency of the point dose calculation would become a limiting factor for such fields. For these reasons, during calibration of nonstandard beams, it is recommended to report the average absorbed dose over the volume of the detector.

4.3.2 Absorbed dose in the bare chamber filled with water

The concept of absorbed dose at a point is purely mathematical since there needs to be a finite-size volume to allow energy deposition, and the actual size of the detector is a limiting factor in the dosimetry of nonstandard beams. The study shows that volume averaging plays a major role in the gradient effect, and one can reduce the correction approximately by half if one reports absorbed dose to the bare chamber volume filled with water instead of absorbed dose at a point at the location of measurement. This reduction depends on the volume of the chamber, and therefore is larger for the A12 (~57%, on average) than for the A14 (~47%,

on average). If one adopts reporting absorbed dose to the bare chamber volume filled with water (i.e., the sensitive volume delimited by the inside of the chamber wall, without considering the presence of the central electrode), standard absorbed dose to water protocols [ABC⁺99, ABH⁺01] would remain unchanged since one assumes that the dose gradient is constant over the volume of the chamber, leading to $P_{vol} = 1$. In that case, the gradient perturbation factor is replaced by the density perturbation factor, noted P_ρ . Under reference conditions, this factor becomes equal to the gradient perturbation factor,

$$P_\rho^Q = P_{gr}^Q, \quad (4.13)$$

where P_ρ^Q is the density perturbation factor under reference conditions and P_{gr}^Q is the gradient perturbation factor under the same conditions. Additionally, P_ρ is unity under charged-particle equilibrium (CPE) according to the Fano theorem [Fan54]. Considering the fact that under reference conditions the electron fluence spectrum is identical to the one under CPE, the stopping power ratio, the fluence perturbation effect, as well as the stem, the central electrode, and the wall perturbation factors are also identical to reference conditions. If one assumes that a CPE condition can be achieved from an IMRT delivery composed of several gantry angles, one obtains the following relation from Eq. 4.5 :

$$k_{Q_{CPE}, Q}^{f_{CPE}, f_{ref}} = \frac{1}{P_{gr}^Q}, \quad (4.14)$$

where Q_{CPE} represents the beam quality under charged-particle equilibrium and f_{CPE} represents the modulated fields used during the delivery to achieve CPE. In practice, when comparing absorbed dose at a point within the uniform dose distribution produced by the reference field, using this factor is equivalent to removing the accounted-for gradient effect under reference conditions. In fact, true CPE implies a uniform dose distribution. This latter relation is valid for an ideal

nonstandard modulated beam such that full CPE is reconstituted (i.e., using several gantry angles) and can be used as a criterion to test suitable plan-class specific reference fields for the newly proposed reference dosimetry protocol [AAC⁺08]. Other nonstandard beams will require specific correction factors as shown in the results described above. The accuracy of such corrections will depend on how well accurate Monte Carlo models of nonstandard beam delivery can be achieved for such conditions [CRP⁺09].

4.3.3 Absorbed dose in the chamber

As the size of the detector is a limiting factor during measurements under gradient conditions, typical techniques to obtain absorbed dose in a volume smaller than the volume of the detector at a specific location involve moving the detector position and using a deconvolution method [PSPP03]. However, such techniques work only if the presence of the detector does not perturb the measurement. In practice, the presence of the detector influences the charged-particle fluence, and therefore the meaning of reporting absorbed dose to the detector volume filled with another medium (e.g., water) is somehow arbitrary from an experimental point of view. Furthermore, as Monte Carlo is the only reliable method to calculate ionization chamber correction factors for nonstandard beams, the use of a replacement material is an additional, unnecessary step during quality assurance of relative dose measurement. In fact, once the results from the Monte Carlo simulation agrees with measurements, the method can predict absorbed dose directly to the patient with the same level of confidence as the agreement with measurement provides, as long as the method has been properly commissioned. Therefore, an alternative approach is to specify absorbed dose to the detector itself during measurement, i.e., the quantity truly related to the actual measurement.

As absorbed dose in water under reference conditions is known, an appropriate system (e.g., Monte Carlo) that allows calculating chamber response accurately

could be used to predict chamber dose ratios of a nonstandard beam to reference conditions. In that case, comparing measurements with calculation does not require corrections at all. The relative chamber response is related to the relative dose factor in water by the following relation (using IAEA notation) :

$$\frac{M_{Q_{clin}}^{f_{clin}}}{M_Q^{f_{ref}}} = \left(k_{Q_{clin}}^{f_{clin}} \right)^{-1} \Omega_{Q_{clin},Q}^{f_{clin},f_{ref}}, \quad (4.15)$$

where $M_{Q_{clin}}^{f_{clin}}$ and $M_Q^{f_{ref}}$ are the chamber signals for the clinical beam and reference 10×10 cm², respectively, and $\Omega_{Q_{clin},Q}^{f_{clin},f_{ref}}$ is the relative dose rate in water of the IMRT beam to the reference field. Comparison of the measured relative chamber response with calculations remains approximately the same as relative dose factor in water comparisons as long as $k_{Q_{clin},Q}^{f_{clin},f_{ref}}$ is within a few percent of unity, which could be expected in clinical beams [SDCL⁺05]. If this assumption is verified, adopted tolerance levels for discrepancies between predicted and measured absorbed dose in water can be transferred directly to tolerance levels for the difference between predicted and measured chamber dose. Furthermore, one can argue that reporting absorbed dose to water in a cubic plastic phantom is not more representative of dose to the patient than the relative chamber response in the same phantom. In either case, such QA measurement constitutes an extensive commissioning of the treatment planning system to practical situations as well as a single verification of the treatment delivery. However, if correction factors are found to be negligible for clinical beam deliveries when reporting absorbed dose to the chamber filled with water, calculating chamber response would be unnecessary.

4.4 Conclusions

This paper questions the concept of reporting absorbed dose measurements at a point in nonstandard beam dosimetry by showing conclusively that correction factors for such beams are heavily dominated by the actual definition of repor-

ting absorbed dose at a point in water located at the centroid of the detector. A comparison of nonstandard beam perturbation factors with reference conditions shows that the gradient effect is by far the main factor responsible for potentially large corrections in ionization chamber nonstandard beam dosimetry. Firstly, results suggest that absorbed dose could be reported in the sensitive volume of the chamber filled with water instead of absorbed dose at the centroid of the chamber in water, in order to avoid volume averaging and therefore reduce the corrections in nonstandard beams approximately by half in extreme conditions. Furthermore, the gradient effect accounted for in the calibration in reference conditions should be removed when comparing absorbed dose in the volume of the chamber for an arbitrary nonstandard beam to absorbed dose in the chamber for a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ reference field. This is simply achieved by dividing the chamber ionization ratio by the gradient perturbation factor of the chamber for reference conditions. Second-order corrections should be calculated with Monte Carlo methods for nonstandard beams where CPE is not achieved in the chamber. Yet the accuracy of such corrections will depend on the accuracy of the models. Secondly, ionization chamber correction factors could be avoided altogether if one reported absorbed dose in the chamber itself. Because a comparison between chamber measurements and response calculations is used to obtain confidence in the delivery during output verification, calculating absorbed-dose in water is unnecessary and irrelevant for the dose distribution in the patient. Therefore, absorbed-dose calculations in water could be eliminated from the QA process. This philosophy could simplify procedures in nonstandard beam protocols if correction factors remain important for clinical beams when reporting absorbed dose in the chamber volume filled with water. However, the onus is then on the calculation model to take into account potentially extensive fluence variations over the chamber volume.

4.5 Acknowledgement

One of the authors (H. B.) gratefully acknowledges support by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada contract No. 344218. We would also like to thank Charlie Ma for a fruitful discussion on the subject.

CHAPITRE 5

INTRODUCTION À LA CARACTÉRISATION ET L'ANALYSE D'INCERTITUDES EN DOSIMÉTRIE PAR FILM RADIOCHROMIQUE

5.1 Qualités requises aux détecteurs

Au chapitre 2, la théorie de la mesure de la dose a été exposée en détail pour mener à une relation générale de la dose absorbée dans le milieu à partir de la dose dans le volume sensible du détecteur (équation 2.56). En pratique, l'usage d'un détecteur nécessite une connaissance (ou caractérisation) du mécanisme de production du signal mesurable pouvant être corrélé à la dose absorbée dans le détecteur. Il existe plusieurs effets de la radiation dans la matière pouvant être quantifiés, notamment la création de charges, la luminescence, la fluorescence, les changements chimiques et la production de chaleur thermique. Par exemple, pour les chambres d'ionisation la relation entre la dose absorbée dans l'air du volume sensible de la chambre et la charge produite est donnée par

$$D_{det} = \frac{(W/e)_{air}}{m_{eff}} Q, \quad (5.1)$$

où $(W/e)_{air}$ est l'énergie nécessaire pour créer une paire d'ions (en J/C), m_{eff} est la masse d'air dans le volume sensible de la chambre et Q est la charge produite dans la chambre étant obtenue en corrigeant le signal pour l'effet de recombinaison et de polarité (voir le TG-51 [ABC⁺99]). Pour d'autres type de détecteurs, la relation entre le signal et la dose absorbée n'est pas nécessairement linéaire. Certains mécanismes sont non-linéaires ou ne peuvent être exprimés analytiquement. D'une manière générale, la dose absorbée dans le volume sensible du détecteur peut être

formalisée ainsi :

$$D_{det} = f(M), \quad (5.2)$$

où M est le signal mesuré et f est une fonction caractérisant le signal du détecteur en fonction de la dose. En combinant l'équation 5.2 avec les équations 2.51 et 2.56, on obtient la relation entre la dose absorbée dans le milieu et le signal du détecteur :

$$D_{med} = \left(\frac{\bar{L}}{\rho} \right)_{det}^{med} P_{fl} P_{\rho} P_{vol} \cdot \prod_i P_i \cdot f(M). \quad (5.3)$$

Les termes de droite de l'équation 5.3 permettent de déterminer les qualités requises d'un détecteur idéal. Tel qu'il a été démontré au chapitre 4, l'utilisation de chambres d'ionisation pour les faisceaux non standard provoque des effets de densité (P_{ρ}) et de moyennage de volume (P_{vol}) significativement différents des conditions de référence. En théorie, un détecteur idéal pour la dosimétrie non standard correspond à des termes de l'équation 5.3 qui sont indépendants de la qualité du faisceau, qui elle-même est fonction des paramètres du faisceau (c.-à-d., la grandeur de champ, la modulation d'intensité, etc.) et de la profondeur de mesure donnée. Dans ce cas, le système de détection ne change pas la fluence des particules du milieu (c.-à-d., l'eau), et aucun calcul de facteur de perturbation n'est nécessaire pour corriger la mesure.

La première qualité requise pour un bon détecteur est un matériau sensible dont les propriétés radiologiques sont très proches de celles de l'eau, c'est-à-dire que les sections efficaces (par unité de masse) d'interaction des photons et des électrons/positons sont presque identiques à celle de l'eau pour la plage d'énergie d'intérêt. Un tel matériau est alors nommé *eau-équivalent*. On détermine cette équivalence par trois quantités : 1) le numéro atomique effectif, noté Z_{eff} , 2) le rapport effectif du numéro atomique sur la masse atomique, noté $(Z/A)_{eff}$ et 3) la densité volumique (en g/cm³). Le Z_{eff} est calculé en moyennant les dépendances

en Z des interactions principales photons-matière sur une plage d'énergie d'intérêt selon la composition atomique du matériau [Kha94], ce qui est équivalent à trouver le Z pour lequel les mêmes probabilités d'interaction sont obtenues. Le rapport $(Z/A)_{eff}$ est obtenu en moyennant ce rapport pour chaque constituant atomique selon la composition du matériau [Int84b], ce qui est équivalent à calculer la densité électronique massique moyenne. Le terme $\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_{det}^{med} P_{fl} P_{\rho}$ contenu dans l'équation 5.3 regroupe les trois quantités qui permettent de décrire l'eau-équivalence d'un matériau de détection. Le rapport de pouvoir d'arrêt $\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_{det}^{med}$ quantifie la dépendance en énergie du matériau de détection en termes de réponse aux interactions électrons/positons-matière. Ainsi, un rapport $\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_{det}^{med}$ qui varie peu avec l'énergie des électrons, surtout pour les basses énergies où le dépôt d'énergie par unité de longueur est grand, est un matériau de détection d'intérêt pour la dosimétrie non standard. La figure 5.1 illustre la dépendance en énergie de différents matériaux de détection. Par exemple, l'air est un bon milieu de détection pour les faisceaux de photons au mégavoltage car le pouvoir d'arrêt varie peu par rapport à l'eau pour les énergies inférieures à environ 600 keV, où la population des électrons est grande et leur contribution à $\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_{det}^{med}$ est importante¹ (voir l'équation 2.48). Par contre, pour les faisceaux d'électrons, il est nécessaire d'appliquer une correction du rapport de pouvoir d'arrêt lorsque ce type de détecteur est utilisé [KDH⁺91].

Pour une densité volumique quelconque, les conditions de Bragg-Gray sont réalisables dans un matériau eau-équivalent si le volume du détecteur est suffisamment petit. En effet, le facteur P_{fl} sera égal à 1 si la quantité de photons interagissant avec le détecteur est négligeable par rapport à la quantité d'interaction des électrons, et si le spectre des électrons demeure non perturbé par la présence du matériau de détection (excluant le changement de densité volumique). Pour une densité volumique assez proche de celle de l'eau, l'effet de densité est négligeable

¹Il est pertinent de mentionner que dû au straggling important des électrons, les valeurs de $\left(\frac{\bar{L}}{\rho}\right)_{det}^{med}$ sont calculées par la méthode Monte Carlo.

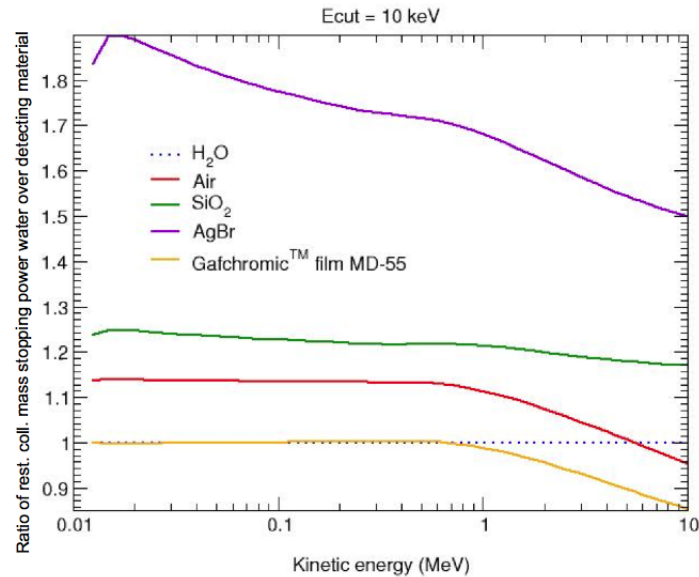


FIGURE 5.1 – Rapport de pouvoir d’arrêt eau sur matériau pour différents types de détecteurs en fonction de l’énergie d’un spectre électronique monoénergétique.

et alors $P_\rho = 1$. En pratique, si le matériau a une densité volumique différente de 1 g/cm^3 , la variabilité de P_ρ sous conditions non standard par rapport aux conditions de référence dépendra de la taille du volume sensible du détecteur. Si le volume est suffisamment petit pour que $P_\rho = 1$, on aura également $P_{vol} = 1$. Les autres facteurs de perturbation P_i de l’équation 5.3 seront relativement les mêmes pour les conditions de référence et non standard si les composantes structurales et/ou électroniques du détecteurs sont faites de matériaux suffisamment proches de l’eau. Comme il est décrit ici, les facteurs de perturbation de l’équation 5.3, bien que représentant des effets distincts, sont inter reliés. Pour un matériau de détection donné qui est suffisamment eau-équivalent², il est nécessaire de choisir une taille de volume sensible pour minimiser les effets de perturbation. Néanmoins, un équilibre doit être atteint entre le moyennage de volume et le bruit du signal. En effet, un volume de détection trop petit provoquera généralement un bruit de mesure

²Par exemple, le film radiographique (AgBr) présentera des effets de perturbation peu importe son épaisseur, tel que démontré à la figure 5.1.

important par rapport au signal (c.-à-d., un rapport signal-sur-bruit petit).

La caractérisation de la dose au détecteur à partir du signal, notée $f(M)$, doit être telle que l'on puisse obtenir la dose absorbée dans le détecteur d'une manière exacte, c'est-à-dire en moyenne égale à la valeur réelle (biais nul), et d'une manière précise, c'est à dire avec une faible incertitude statistique. Non seulement la précision et l'exactitude de $f(M)$ dépendent du volume de détection mais aussi du degré de complexité et de connaissance du mécanisme de détection, ainsi que de l'instrumentation utilisée pour extraire le signal. Par exemple, la conversion entre le signal collecté d'une chambre d'ionisation et la charge produite dans le volume sensible s'écrit ainsi³ :

$$Q = MP_{ion}P_{pol}P_{TP}, \quad (5.4)$$

où M est le signal brut de la chambre (en nC), P_{ion} est le facteur de correction pour la recombinaison des charges dans la chambre, P_{pol} est le facteur de correction pour la polarité de la chambre issu du courant de Compton et du courant hors-chambre (extracameral current) [Kha94], et P_{TP} est le facteur de correction de la masse d'air dans le volume effectif causé par une température et pression différente des conditions standard (c.-à-d., 22°C et 101.325 kPa). La connaissance approfondie du mécanisme de détection des chambres d'ionisation ainsi que la linéarité de l'équation 5.2 font de cet instrument un détecteur idéal pour la calibration des faisceaux de radiothérapie. En effet, il est possible de caractériser précisément $f(M)$, puisque de telles chambres offrent une réponse très stable, elles sont reproductibles et certaines sont symétriques avec l'angle de bras de l'accélérateur⁴. De plus elles sont portatives et faciles à utiliser puisque la mesure est obtenue immédiatement après (ou pendant) l'irradiation. Par contre, tous les types de détecteur n'ont pas de telles qualités. Afin d'utiliser un détecteur de manière optimale durant la mesure

³Considérant un électromètre idéal, c.-à-d. $P_{elec} = 1$.

⁴Pour les chambres de type Farmer

de la dose absorbée, il est nécessaire de caractériser $f(M)$ ainsi que l'incertitude sur $f(M)$. L'exactitude de la mesure de la dose dépend de la connaissance de la fonction $f(M)$. La précision dépend de l'estimation de l'incertitude avec laquelle on obtient cette fonction à partir d'un signal M , ce qui permet de donner une signification à la mesure de la dose absorbée par le détecteur.

5.2 Types d'incertitude expérimentale

Il existe deux types d'incertitude sur la mesure définis par l'ISO (Organisation internationale de normalisation) [ISO95], soit le type A et le type B. Par définition, l'incertitude de type A est quantifiable par une analyse statistique des observables. Par exemple, on estime ce type d'incertitude en répétant la mesure plusieurs fois afin d'obtenir l'écart-type de la mesure moyenne. On écrit alors :

$$\sigma_A(\bar{X}) \equiv \frac{\sigma(X)}{\sqrt{N}}, \quad (5.5)$$

où $\sigma_A(\bar{X})$ est l'incertitude de type A sur la moyenne \bar{X} , $\sigma(X)$ est l'écart-type des mesures et N est le nombre de mesures. L'incertitude de type B est, par définition, une incertitude qui n'est pas quantifiable statistiquement. Par exemple, un effet systématique peut être présent dans une mesure répétée, et par conséquent il n'est pas possible de quantifier cette source par l'équation 5.5. Dans ce cas, d'autres méthodes doivent être employées soit pour réduire la source d'incertitude de type B à un niveau négligeable, soit pour la transformer en type A. Afin de définir des procédures expérimentales qui vont optimiser la précision et l'exactitude de la mesure, il est nécessaire d'identifier chaque source d'incertitude ainsi que son type afin de déterminer l'action entreprise pour contrôler ou réduire les erreurs induites. Les sources de type A sont réduites en répétant la même mesure N fois, choisissant N suffisamment grand dans les limites de la pratique, de sorte que l'incertitude de la mesure moyenne diminue avec la racine carrée de N , tel que décrit à l'équation

5.5. Pour les sources de type B, plusieurs stratégies peuvent être adoptées pour minimiser les erreurs, dépendamment de la situation.

5.3 Théorie du calcul d'incertitude

Afin d'estimer l'incertitude sur la dose absorbée obtenue par la relation décrite à l'équation 5.2, la relation mathématique entre l'incertitude globale (type A et B) sur le signal M et l'incertitude sur la dose doit être déterminée. En pratique, on caractérise un détecteur en utilisant une série de doses indépendantes $\{D_i\}$ (plus précisément des valeurs d'unités moniteurs⁵) à laquelle correspond une série de signaux $\{M_i\}$, afin d'estimer l'inverse de la fonction (bi-univoque) de l'équation 5.2, notée ainsi :

$$g(D) = f^{-1}(M). \quad (5.6)$$

La fonction obtenue est un estimateur statistique de la fonction $g(D)$, et définit $\hat{g}(D; M_i, D_i)$. Elle est calculée dans la plupart des cas par la méthode des moindres carrés en choisissant des formes fonctionnelles qui correspondent au comportement de la réponse du détecteur en fonction de la dose. Ainsi, on estime le signal du détecteur pour une dose D donnée de la manière suivante :

$$\hat{M} = \hat{g}(D; M_i, D_i). \quad (5.7)$$

Une fois le mécanisme de détection caractérisé par $\hat{g}(D; M_i, D_i)$, on transforme cette fonction pour obtenir l'estimateur statistique de la fonction $f(M)$, qui est défini $\hat{f}(M; M_i, D_i)$. Il est démontré au chapitre suivant que pour N assez grand,

⁵Dans ce cas, la variable dose est une variable non aléatoire, puisque le nombre d'unités moniteurs (MU) donnée durant l'irradiation est connu de manière exacte. L'incertitude sur la livraison de la dose est traitée séparément dans le formalisme.

on obtient :

$$\hat{D} \equiv \hat{f}(M; M_i, D_i) = \hat{g}^{-1}(M; M_i, D_i). \quad (5.8)$$

A priori, la fonction $\hat{f}(M; M_i, D_i)$ n'est pas analytique. Puisqu'on utilise la méthode des moindres carrés pour estimer $g(D)$, la fonction $\hat{g}(D; M_i, D_i)$ peut s'exprimer ainsi :

$$\hat{g}(D; M_i, D_i) \equiv \sum_{k=1}^K a_k(M_i, D_i) g_k(D), \quad (5.9)$$

où les a_k sont les coefficients obtenus par la méthode des moindres carrés et $g_k(D)$ sont les fonctions de caractérisation du détecteur, définies empiriquement ou en fonction du comportement de la réponse du détecteur à la dose. Afin d'obtenir l'incertitude d'une fonction de variables aléatoires, on utilise la loi suivante de propagation de l'incertitude d'une fonction de plusieurs variables [ISO95] :

$$VAR(y(x_i)) = \sum_j \left(\frac{\partial y(\langle x_i \rangle)}{\partial x_j} \right)^2 VAR(x_j) + \sum_j \sum_{\substack{k \\ k \neq j}} \frac{\partial y(\langle x_i \rangle)}{\partial x_j} \frac{\partial y(\langle x_i \rangle)}{\partial x_k} COVAR(x_j, x_k). \quad (5.10)$$

L'incertitude sur l'estimation de la réponse du détecteur à la dose est alors donnée par :

$$\sigma(\hat{M})^2 = \sum_{k=1}^K VAR(a_k) g_k(D)^2 + \sum_{j=1}^K \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^K COVAR(a_j, a_k) g_j(D) g_k(D). \quad (5.11)$$

Et puisque $\hat{f} = \hat{g}^{-1}$, l'incertitude sur la dose mesurée s'écrit

$$\sigma(\hat{D})^2 \cong \left(\frac{\partial \hat{g}(M)}{\partial M} \right)^{-2} \left[\sigma(M)^2 + \sigma(\hat{M})^2 \right]. \quad (5.12)$$

En pratique, il est préférable d'exprimer ce type de calcul sous forme matricielle. Non seulement les démonstrations mathématiques sont plus claires, mais les termes de covariance peuvent être calculés directement en calculant les matrices de covariance. Le calcul de ces matrices est nécessaire dans des situations impliquant plusieurs estimations de la dose, puisque celles-ci sont corrélées statistiquement par la série $\{M_i\}$. Par exemple on doit calculer la matrice de covariance si l'on veut connaître l'incertitude du rapport entre deux doses mesurées, ou encore l'incertitude de la moyenne de plusieurs mesures de dose (mesures répétées). Généralisant l'équation 5.10 au calcul matriciel, la méthode devient très puissante pour prédire l'incertitude dans divers cas. Le formalisme est développé en détail dans l'article présenté au chapitre suivant.

5.4 Objectifs de l'article scientifique

Le développement d'une nouvelle génération de protocoles de dosimétrie non standard [AAC⁺08] nécessite une étude théorique des facteurs de perturbation des chambres d'ionisation, ainsi qu'une étude expérimentale des facteurs de correction k_Q . Il est donc nécessaire de considérer d'autres détecteurs permettant de mesurer la dose absorbée avec des perturbations minimales. Il existe une grande panoplie de détecteurs candidats à cette tâche, notamment les détecteurs au silicium, les chambres d'ionisation liquides et les détecteurs au diamant, et il serait difficile d'en faire une étude exhaustive. Dans le cadre de ce travail, un seul détecteur alternatif est choisi pour l'étude des niveaux d'incertitudes réalisables avec ce type de mesures. Cette étude pourra potentiellement avoir un impact sur l'évolution de la recherche et des protocoles en dosimétrie non standard. Un détecteur couramment utilisé en clinique et présentant un potentiel prometteur pour les faisceaux non standard est le film radiochromique. Ce détecteur est reconnu dans la littérature comme eau-équivalent dans la majorité des applications de la radiothérapie externe, puisque le matériau sensible est un composé organique (dans le cas présent,

C, H, N et O), et vu sa faible épaisseur (de l'ordre de 10^{-1} mm), minimise les effets de perturbation. De plus, la coloration du film change avec l'irradiation et celui-ci ne nécessite pas d'être fixé chimiquement pour être analysé, contrairement au film radiographique. Ainsi, le film radiochromique est facile à manipuler et peut être taillé pour caractériser le détecteur en fonction de la dose avec un nombre élevé de mesures (ex., utilisant des pièces de 2×2 cm²). Ainsi on peut s'attendre à obtenir des niveaux d'incertitude convenables avec ce dosimètre, en optimisant les paramètres utilisés durant la caractérisation. Par contre, puisque le film radiochromique est principalement utilisé pour les applications cliniques où des niveaux d'incertitudes d'environ 3% sur la dose sont satisfaisants [DSS⁺05], plusieurs approximations sont utilisées et jugées acceptables pour ces niveaux d'incertitudes. Par conséquent, les méthodes de caractérisation connues dans la littérature sont souvent divergentes et les méthodes d'analyse d'incertitudes sont approximatives ou implicites. Le chapitre 6 décrit une étude exhaustive réalisée dans le cadre de ce projet ayant pour but de caractériser et d'analyser les incertitudes en dosimétrie par film radiochromique. Cette étude permettra d'améliorer l'exactitude de la dosimétrie par film radiochromique, autant pour la mesure en soi que pour l'estimation de son incertitude. Ces méthodes auront sans doute un impact pour des applications cliniques, et également pour la mesure des facteurs de correction k_Q de faisceaux non standard. La méthode pourra ainsi être utilisée afin de définir des critères expérimentaux pour atteindre des niveaux d'incertitudes convenables pour ces mesures.

5.5 Résultats et impact

Dans le chapitre suivant, une méthode rigoureuse de caractérisation et d'analyse d'incertitudes en dosimétrie par film radiochromique est développée et présentée sous la forme d'un article scientifique. Les résultats de cette étude démontrent une amélioration nette de la précision de la dosimétrie par film radiochromique par

rapport aux méthodes courantes dans la littérature. Non seulement les incertitudes atteignables sur la dose sont réduites, mais l'estimation des incertitudes est considérablement améliorée. La puissance du formalisme permet d'obtenir des estimations exactes d'incertitudes, qui dépendent d'une multitude de variables impliquées dans la procédure expérimentale. Ainsi, la méthode prédit dans certains cas comment procéder pour optimiser la précision des mesures, ce qui permet de définir des procédures expérimentales en fonction des besoins de l'utilisateur. Par exemple, la méthode prédit que la précision optimale est obtenue pour une dose d'environ 220 cGy, et prédit également qu'il est préférable de faire le rapport entre deux doses identiques lors de mesures relatives afin d'optimiser la précision. L'utilisateur peut ainsi, dans certains cas, ajuster le nombre d'unités moniteur en conséquence afin d'optimiser la précision de ses mesures. Le calcul permet également de déterminer combien de mesures durant la caractérisation sont nécessaires pour obtenir la précision désirée, ainsi que le nombre de mesures répétées. Le formalisme développé prédit les niveaux d'incertitudes atteignables pour les mesures répétées d'une manière adéquate, c'est-à-dire en considérant les corrélations statistiques. Négliger ces corrélations mène à des sous-estimations importantes de ces niveaux.

Pour la dosimétrie non standard, la méthode permet de définir les critères nécessaires pour obtenir des niveaux d'incertitude convenables pour les mesures de facteurs de correction k_Q . Comme il est démontré pour les champs non standard idéaux (PCSR), des facteurs de correction de l'ordre d'environ 1.003 à 1.005 sont attendus dans ces conditions, dépendamment du type de chambre utilisé. Dans ce cas, il est nécessaire d'obtenir des incertitudes d'au plus 0.3% avec le film radiochromique afin d'obtenir des mesures significatives. La méthode décrite au chapitre 6 prédit que des incertitudes de 0.3% en mesures relatives sont possibles si une procédure stricte est suivie, si la caractérisation du film est achevée avec 35 mesures et si les mesures en conditions non standard sont répétées 10 fois et moyennées. Une étude récente sur des mesures de facteurs k_Q pour des champs PCSR a démontré que

ces prédictions sont exactes et en accord avec d'autres types de détecteurs [CBS10].

5.6 Contributions et permissions des auteurs

Hugo Bouchard

- Idée originale du projet (toutefois inspirée en partie du traitement statistique utilisé dans le logiciel Matlab®)
- Détermination des sources d'incertitudes
- Détermination du protocole expérimental
- Développement du formalisme mathématique
- Développement d'un logiciel d'analyse
- Calculs et mesures expérimentales
- Analyse des résultats
- Rédaction de l'article

Frédéric Lacroix

- Détermination des sources d'incertitudes (aspect capteur photographique ou CCD)
- Discussion des méthodes expérimentales
- Recherche littéraire
- Apport matériel (scanner EPSON 10000XL validé)
- Mesures expérimentales
- Discussion des résultats

- Révision de l'article

Gilles Beaudoin

- Révision de l'article

Jean-François Carrier

- Discussion générale du projet
- Révision de l'article

Iwan Kawrakow

- Discussion du développement théorique
- Révision du formalisme mathématique
- Révision de l'article

Autorisation des auteurs

1. Student identification and program

Hugo Bouchard
 [Redacted]

Doctorat en physique (3-200-1-0)

2. Description of the research article

Title: On the characterization and uncertainty analysis of radiochromic film dosimetry

Authors: Hugo Bouchard, Frédéric Lacroix, Gilles Beaudoin, Jean-François Carrier and Iwan Kawrakow

Published in: Medical Physics 36 (6), 1931-1946, 2009.

3. Declaration of all co-authors other than the student

As co-author of the research article above, I agree that Hugo Bouchard includes the article in his doctoral thesis entitled "Études des facteurs de perturbations de chambres d'ionisation sous conditions non-standard."

Hugo Bouchard	[Redacted]	Date 12 mars 2010
Frédéric Lacroix	[Redacted]	Date 25 mars 2010
Gilles Beaudoin	[Redacted]	Date 26 mars 2010
Jean-François Carrier	[Redacted]	Date 12 mars 2010
Iwan Kawrakow	[Redacted]	Date March 11 2010

5.7 Permission de l'éditeur

Voir : <http://www.medphys.org/subscrib.asp>

Permission for Other Use : Permission is granted to quote from the Journal with the customary acknowledgment of the source. To reprint a figure, table, or other excerpt requires the consent of one of the authors and notification to AIP.

Requests for Permission : Address requests to Penny Slattery, Journal Manager, Medical Physics Journal, AAPM, One Physics Ellipse, College Park, MD 20740-3846; Fax : 301-209-3399; Telephone : 301-209-3352.

L'accord a été obtenu par courriel de la part de Penny Slattery le 9 mars 2010 pour utiliser l'article suivant :

H. Bouchard, F. Lacroix, G. Beaudoin, J. Carrier and I. Kawrakow, *On the characterization and uncertainty analysis of radiochromic film dosimetry*, Med. Phys. 36 (6) 1931-1946 (2009),

CHAPITRE 6

ARTICLE 2 : ON THE CHARACTERIZATION AND UNCERTAINTY ANALYSIS OF RADIOCHROMIC FILM DOSIMETRY

Hugo Bouchard, Frédéric Lacroix

Département de Physique, Université de Montréal, Pavillon Roger-Gaudry (D-428), 2900 Boulevard Édouard-Montpetit, Montréal, Québec H3T 1J4, Canada and Département de Radio-oncologie, Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM), 1560 Sherbrooke est, Montréal, Québec H2L 4M1, Canada

Gilles Beaudoin

Département de Physique, Université de Montréal, Pavillon Roger-Gaudry (D-428), 2900 Boulevard Édouard-Montpetit, Montréal, Québec H3T 1J4, Canada and Département de physique et génie biomédical, Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM), 1560 Sherbrooke est, Montréal, Québec H2L 4M1, Canada

Jean-François Carrier

Département de Physique, Université de Montréal, Pavillon Roger-Gaudry (D-428), 2900 Boulevard Édouard-Montpetit, Montréal, Québec H3T 1J4, Canada and Département de Radio-oncologie, Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM), 1560 Sherbrooke est, Montréal, Québec H2L 4M1, Canada

Iwan Kawrakow

National Research Council of Canada (NRC), Ionizing Radiation Standards (M-35), 1200 Montreal Road, Ottawa, Ontario K1A 0R6, Canada

(Received 5 January 2009; revised 26 March 2009; accepted for publication 28 March 2009; published 5 May 2009)

ABSTRACT

Radiochromic film is a dosimeter of choice in applications requiring high spatial resolution, two dimensional measurements, or minimum perturbation of the beam fluence. Since

the measurement uncertainty in Gafchromic film dosimetry is thought to be significant compared to that of ionization chambers, a rigorous method to evaluate measurement uncertainties is desired. This article provides a method that takes into account the correlation between fit parameters as well as single dose values in order to obtain accurate uncertainties in absolute and relative measurements. A complete portrait of all sources of uncertainty in Gafchromic film dosimetry is given. The parametrization of variance as a function of the number of averaged pixels is obtained in order to accurately predict the uncertainty as a function of the size of the region of interest. The choice of functional form for the sensitometric curve is based on four criteria and a convergence of global net optical density uncertainty to 0.0013 is demonstrated. A minimum number of 12 points is recommended to characterize the sensitometric curve to a sufficient precision on the uncertainty estimation. Uncertainty levels of 0.9% on absolute dose measurements and 0.45% on relative measurements are achieved using a 12-point calibration curve with 220 cGy and repeating measurements five times. Uncertainties of 0.8% and 0.4% are achievable when using 35 points during film characterization. Ignoring covariance terms is shown to lead to errors in the estimation of uncertainty. ©2009 American Association of Physicists in Medicine. [DOI : 10.1118/1.3121488]

Key words : radiochromic film, dosimetry, characterization, uncertainty, sensitometric

6.1 Introduction

The low energy dependence, high spatial resolution, and near water equivalence of radiochromic film make it a prime candidate for demanding dosimetry applications where high spatial resolution is required or measurement is done in conditions of charged particle disequilibrium, notably for advanced radiotherapy modalities such as stereotactic radiosurgery (SRS) and intensity modulated radiotherapy (IMRT). Accurate dosimetric characterization of these advanced modalities is challenging when using non-water-equivalent dosimeters since perturbation ef-

fects are difficult to predict and can only be evaluated accurately by Monte Carlo methods (e.g., Refs. [PSPP03,BS04]). When using radiochromic film to characterize dose distributions, great care must be taken to reduce and evaluate measurements uncertainties. For applications where a Monte Carlo beam model is used to calculate dose distributions, such dosimeter can be useful to benchmark situations that are impractical for ionization chambers and the decision of accepting or rejecting the model will depend on the uncertainties of both measured and calculated values. Additionally, other applications demand accurate uncertainty estimation (e.g., measurement of ionization chamber correction factors for nonstandard beams).

In radiochromic film dosimetry, several sources of uncertainty must be considered to get an accurate estimation of dose uncertainty, notably the processes of film manufacturing, manipulation, irradiation, digitization, and characterization. Previous works have described several sources of uncertainties when using radiochromic film [NRBC⁺98, DSH⁺04, SF08, vBHPH08, MAJ08, LKR⁺06]. However, a complete picture is necessary in order to consider all sources of uncertainty when characterizing the optimal size of the region of interest to use for minimum uncertainty. In fact, dose uncertainty depends on the size of the region of interest used to average the optical density (OD) and this dependence has not been discussed thoroughly in literature. Additionally, previous studies have centered on analyzing the standard deviation of dose assuming certain predetermined functional forms for the sensitometric curve [DSH⁺04, SF08, vBHPH08, MAJ08, DSS⁺05]. Such deterministic functions could introduce systematic errors if the equation does not correspond to physical characteristics of the behavior of film response or if the number of points used to perform the fit is too small. In fact, the number of measurements required to obtain minimum levels of uncertainty when characterizing a film remains unknown. Furthermore, one common approximation in the literature is to assume that the covariance of fit parameters and dose values can be neglected. As will be demonstrated in this paper, this overestimates the uncertainty on single

relative measurements and misestimates the uncertainty for repeated absolute dose measurements. Finally, although literature has reported values of overall dose uncertainty [DSH⁺04, SF08, vBHPH08, MAJ08] for given dose ranges, it should be pointed out that one cannot generalize the use of a global uncertainty value since relative dose uncertainty depends on dose itself.

Although an extensive analysis of the individual sources of errors is expected to give the most accurate estimate of overall uncertainty, a statistical analysis during film characterization is sufficient to estimate dose uncertainty accurately as long as all sources of measurement uncertainties are understood and introduced appropriately in the mathematical scheme. In addition to literature, this paper proposes a complete classification of all sources of uncertainties in radiochromic film dosimetry and suggests associated actions to control or reduce the uncertainties. The relative uncertainty as a function of dose and region of interest is determined. The parametrization obtained is used to determine the minimum size for which optical density uncertainty is independent on dose and the optimal size of ROI to be used in film characterization in order to obtain minimum levels of dose uncertainty. An effort to determine the most appropriate functional form for the sensitometric curve based on physically sound assumptions is made. Using a large number of points to characterize film behavior, this paper shows that a series of criteria based on physical features of the curve is sufficient to choose a functional form and obtain a small uncertainty on the calibration compared to the overall uncertainty. Additionally, the effect of the number of points used during calibration on dose uncertainty is determined to provide a recommended number of points required to characterize the film behavior accurately. Since all calculated quantities are correlated with the set of measurements during calibration, an explicit and robust mathematical treatment of uncertainties is provided and the effect of not taking into consideration the correlation is shown. Linac reproducibility is treated explicitly in the overall uncertainty expression and a distinction between absolute dose and corrected monitor

units (MU) during calibration is made in order to take into account the uncertainty of the MU to cGy conversion appropriately.

6.2 Materials and methods

6.2.1 Sources of uncertainty

Film dosimetry requires the characterization of film response with absorbed dose to film. The film calibration procedure consists in acquiring a set of single measurements of net optical density (NOD) with the corresponding absorbed dose and obtaining a function which relates NOD for a given dose, called the sensitometric curve. The NOD is obtained by subtracting the average OD of a nonirradiated film to an irradiated film using regions of interest (ROIs) of constant sizes and uniform field doses, as defined in AAPM's TG-55 [NRBC⁺98]. The sources of uncertainty are classified in five categories and are summarized in Table 6.1, as well as the actions taken to control or reduce the uncertainties during calibration. The first column describes the source of uncertainty and the second column shows its type before an action is taken to reduce it. Type A uncertainties are statistical and can be evaluated by repeated measurements while type B uncertainties are systematic and need other methods to be evaluated. The third column describes the action that was taken by the experimentalist to deal with the source of uncertainty, which consists of reducing the cause by using precautions or by applying a mathematical correction. In the case an action was taken, type B uncertainty is further treated as type A. The fourth and fifth columns, respectively, describe the dependence of the uncertainty on film OD and size of ROI once the action described in the previous column was taken. The first four categories apply to the measurement of NOD during calibration, while the fifth category applies to the conversion of NOD to absorbed dose. Since most of sources of uncertainty are of type B, a set of single measurements is appropriate to characterize the film sensitometric curve.

TABLE 6.1 – Summary of all sources of uncertainty on net optical density during the calibration process of radiochromic film dosimetry.

Source	Type	Action for reducing uncertainty	Dependence on OD	Dependence on size of ROI
(1) Film manufacturing				
(a) Emulsion homogeneity	B	Neglected	No	Yes
(b) Perturbation effects and energy dependence	B	Neglected	No	No
(c) Temperature and humidity dependence	B	Monitor film temperature and air humidity to assure constancy during digitization (within ± 0.6 °C and $\pm 5\%$)	No	No
(d) Sensitivity to polarized light	B	Keep orientation constant during digitization (within $\pm 5^\circ$)	No	No
(e) Stabilization of chemical reaction	B	Allow 48 hours to pass before digitization	No	No
(2) Film manipulation				
(a) Foreign bodies (dust, scratches, fingerprints, folded edges)	B	Use gloves during manipulation, clean all contact surfaces with alcohol-free screen cleaner, use air jet to clean dust from film, and use framed paper cutter to get film pieces	No	Yes
(b) Storage environmental conditions	B	Keep film in tempered storage room	No	No
(3) Irradiation process				
(a) Stochastic nature of dose deposition	B	Use size of ROI greater than threshold	Yes (for ROI smaller than threshold only)	Yes
(b) Measurement setup uncertainty	B	Neglected	No	No
(c) Linac output reproducibility	A	Use ionization chamber during film calibration	No	No
(d) Dose variation within region of interest	B	Use as flat dose profile as possible over ROI	No	No
(4) Digitization process				
(a) Stochastic nature of optical photons detection (shot noise)	B	Parametrize uncertainty with ROI	Yes (for ROI smaller than threshold only)	Yes
(b) Scanner homogeneity	B	Correct mathematically using an OD-dependent 8-degree polynomial fit obtained from homogenous film bands irradiated with a flat electron beam	No	Yes
(c) Scanner reproducibility and stability (dark noise, readout noise, scanner mechanics, lamp stability, Newton rings)	A/B	Use average of multiple scans and warm-up scanner before use	No	No
(d) Numerical manipulation (rotation, registration)	B	Neglected	No	No
(5) Film characterization				
(a) Sensitometric curve uncertainty	B	Use large number of points	No	Yes

6.2.2 Uncertainty parametrization

In practice, the average raw OD over a given ROI is used to facilitate image data handling and reduce large pixel-to-pixel fluctuations. When averaging OD over N independent pixel values, the overall uncertainty on OD measurement is obtained by summing the variances of the independent components as

$$\sigma_{N_{pix}}(OD) = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{\sigma_1^2 + [\sigma_{stoch,1}(OD)]^2 + [\sigma_{stoch,2}(OD)]^2}{N}}, \quad (6.1)$$

where $\sigma_{N_{pix}}$ is the overall uncertainty on the average OD, σ_0 is the uncertainty component affecting all ROI pixels but independent of OD (see column 4 of Table 6.1), σ_1 is the uncertainty component that can be assumed independent from one pixel to the other and independent of OD (see columns 4 and 5 of Table 6.1), $\sigma_{stoch,1}(OD)$ is the uncertainty on one pixel coming from the stochastic nature of optical photon detection in the charged coupled device (CCD), and $\sigma_{stoch,2}(OD)$ is the uncertainty coming from the stochastic nature of dose deposition in one pixel of the film with the size of a CCD pixel. The size of one pixel is determined by the effective size of one CCD pixel, which corresponds to the smallest possible scanner resolution. The effective size of CCD may differ from its actual size if the scanner operates by shifting the position of the CCD array by half its width during digitization. If it is the case, the effective size of the CCD pixel is half of its actual size.

The uncertainty caused by the stochastic nature of optical photon detection in the CCD can be calculated since the number of detected photons by the CCD follows Poisson statistics and the signal is proportional to the number of detected photons. Applying the law of error propagation, the optical stochastic noise of one pixel is given by

$$\sigma_{stoch,1}(OD) = \sqrt{\frac{G \cdot 10^{OD}}{S_0(\ln 10)^2}}, \quad (6.2)$$

where G is the ratio of signal related to the number of detected photons which is assumed to be linear, S_0 is the maximum signal of one CCD pixel corresponding to the bit depth of the scanner, and OD is the optical density of one pixel. The uncertainty caused by the stochastic nature of dose deposition can be quantified using the Monte Carlo method. The dose is scored in a voxel that has the same cross sectional dimension as the actual size of the CCD and a thickness in the beam direction that is equal to the sensitive layer of the film. The dose uncertainty caused by the stochastic nature of dose deposition is obtained as follows :

$$\sigma_{stoch,2}(OD) = \sigma_{rel,0} \sqrt{\frac{H_0 \bar{D} d}{A}}, \quad (6.3)$$

where d is the dose in Gy, A is the area of the beam simulated, \bar{D} is the average dose per fluence (Gy cm²), and H_0 is the number of histories used to obtain a relative dose uncertainty $\sigma_{rel,0}$. Making a legitimate choice of threshold size of ROI such that the stochastic components of Eq. 6.1 are negligible compared to the total uncertainty, the uncertainty on NOD becomes independent of dose for a given ROI size and is simplified to

$$\sigma_{N_{pix}}(NOD) = \sqrt{2\sigma_0^2 + \left[\frac{1}{N} + \frac{1}{N_{bck}} \right] \sigma_1^2}, \quad (6.4)$$

where N is the number of pixels used to obtain the average OD on the irradiated film and N_{bck} is the number of pixels used to obtain the average OD of the nonirradiated film.

The uncertainty caused by the stochastic nature of optical photon detection in the CCD was obtained from Eq. 6.2 using a gain value of 6. The latter value was obtained using a homogeneous film with the highest scanner resolution. The uncertainty caused by the stochastic nature of dose deposition was quantified by Monte Carlo simulations using EGSnrc [Kaw00] and parallel photons and electrons beams

of various energies without using any variance reduction technique nor physics approximations that would compromise the meaning of the results. The simulations were performed in a $30 \times 15 \times 15 \text{ cm}^3$ water phantom and the scoring volume was placed at 2 cm depth and had dimensions of $21 \times 21 \times 34 \mu\text{m}^3$ which is the size of the smallest digitized pixel.

6.2.3 Sensitometric curve

In order to characterize the behavior of NOD with dose, certain conditions must be established which lead to an appropriate choice of functional form for the sensitometric curve. Based on earlier works [DSH⁺04,vBHPH08,ZYJ⁺03,DWTP06] the following conditions are stated :

- (1) The function crosses (0,0).
- (2) The function is strictly increasing.
- (3) The function has zero or one inflection point in the domain of interest.
- (4) If there is an inflection point, it occurs between 0 and $0.5 \cdot \text{NOD}_{max}$.

The justification of conditions (3) and (4) comes from Ref. [ZYJ⁺03], in which the behavior of film sensitivity is derived from multiple hit theory and assumed to be of the form

$$\text{NOD} = \text{NOD}_{max} \left(1 - e^{-\alpha D} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\alpha D)^i}{i!} \right), \quad (6.5)$$

with NOD_{max} the maximum net optical density of the film, α a constant related to the chemical nature of the emulsion, and n the maximum number of hits considered. Although this equation is based on physically sound assumptions, it has been shown [ZYJ⁺03] that this expression is not sufficient to fully characterize the behavior of NOD versus dose with a single value of parameter α . However, it is assumed that film behavior with dose has the same mathematical characteristics as Eq. 6.5. Since

it can be shown that Eq. 6.5 yields a point of inflection at $D = (n - 1)/\alpha$, condition (3) is satisfied. Condition (4) can be shown numerically.

6.2.4 Film calibration procedure

Gafchromic EBT film (International Specialty Products, Wayne, NJ) pieces of $3 \times 3 \text{ cm}^2$ were irradiated in a 21 cm of $30 \times 30 \text{ cm}^2$ Plastic WaterTM phantom (Computerized Imaging Reference Systems, Norfolk, VA) with a Varian CL21EX 6 MV beam and given monitor units between 0 and 850 using a dose rate of approximately 1 cGy/MU at the point of measurement. Thirty-five pieces of film were used to obtain a low uncertainty on the estimation of NOD uncertainty. The phantom was placed at SAD of 100 cm with each film piece placed at 2 cm on the beam axis and a N23333 Farmer chamber (PTW, Freiburg, Germany) was placed at 16 cm depth. The linac crosshair projection on the film was marked in order to register the position of the beam axis during digitization. Temperature and pressure were monitored during experiment in order to verify that the chamber environmental correction was constant over time. An appropriate preirradiation of the chamber was done in order to stabilize it with the electrometer at -300 V. Since the chamber is highly reproducible, the ionization chamber signal was used to correct the number of given monitor units from the linac output fluctuation. The ionization chamber signal is related to the corrected number of monitor units by a simple linear relation :

$$u = c \cdot M, \quad (6.6)$$

where u is the corrected number of monitor units, c is a constant, and M is the uncorrected ionization chamber signal. A simple least squares fit of given monitor units versus chamber signal allows to calculate the value of c :

$$c = \sum_{i=1}^{35} m_i M_i \left(\sum_{i=1}^{35} M_i^2 \right)^{-1}, \quad (6.7)$$

where m_i is the given number of monitor units and M_i is the ionization chamber signal for the i^{th} measurement.

Film pieces were digitized using an EPSON 10000XL scanner in opaque mode at 150 dpi with 48 bit RGB without applying any color correction. The films pieces were placed on the scanner bed evenly around the central region in order to minimize the uncertainty from scanner homogeneity correction. The orientation of film (i.e., needle direction) was kept constant (within $\pm 5^\circ$) with scanner coordinates in order to minimize the effect caused by sensitivity to polarized light. The scanner was warmed up using five scans in order to stabilize the lamp and the scanner bed temperature. Five scans were done before and after irradiation and each averaged 48 bit tif image was corrected for scanner inhomogeneity, which was previously characterized as a function of optical density and scanner lateral position (perpendicular to light source motion), similarly to Devic *et al* [DSS⁺05]. Ambient air humidity was monitored using a digital hygrometer (Fisher Scientific Inc., Ottawa, ON, Canada) and the scanner bed temperature was measured using an infrared thermometer (Infrapro[®], Oakton Instruments, Vernon Hill, IL) before and after the scans in order to monitor film temperature. A period of 48 h after irradiation was allowed to pass in order to bring the film optical density to complete saturation [TCY05]. Only the red signal was kept for analysis as the absorption spectrum is optimal at 630-640 nm at 25 °C [RLV⁺08]. A software was developed with MATLAB (The Mathworks, Inc., Boston, MA) and IMAGE PROCESSING TOOLBOX. Regions of interest of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ were used to define the background for each piece of nonirradiated film by placing the ROI at least 3 mm away from the film edge to avoid edge effects. The position corresponding to the beam axis on the irradiated pieces of film was obtained using crosshair marks in order to parametrize the uncertainty versus the number of pixel as described in Eq. 6.4. The choice of the calibration curve was done as described in Sec. 6.2.3 using the smallest uncertainty as obtained by the method described in Sec. 6.2.5.6.

6.2.5 Variance analysis

6.2.5.1 Definitions

Consider an experiment done under a specific reference setup and resulting in a set of single independent measurements of net optical density (noted s_{cal}) with corresponding uncertainties (noted σ_{NOD}), given monitor units (noted m), and true delivered dose to film (noted d). The number of monitor units corresponds to the controlled amount of radiation given by the device (e.g., linac monitor units in MU) and the true absorbed dose to film (in cGy) is unknown by definition. Let there be a method that corrects the number of given MU for linac monitor chamber reproducibility such that true dose to film is exactly proportional to the corrected number of monitor units (noted u). For the purpose of distinction between monitor units used to control the amount of radiation (MU) and the corrected number of monitor units during the calibration procedure, let us define a unit called CMU corresponding to the latter definition. Since the behavior of NOD depends entirely on absorbed dose, one defines the corrected number of monitor units as the independent variable and the number of given monitor units is a statistical variable which fluctuates according to the reproducibility of the linac monitor chamber. This leads to the definition of the following mathematical scheme for calibration :

$$u \equiv \frac{d}{k_{cal}}, \quad (6.8)$$

$$\varepsilon_1 \equiv s_{cal} - C(u), \quad (6.9)$$

$$\varepsilon_2 \equiv m - u. \quad (6.10)$$

The value k_{cal} is a constant for a specified setup since by definition the true dose is proportional to the corrected number of monitor units. The constant k_{cal} depends only on the setup conditions : phantom type, field size, SSD, depth, and energy. The functions $C(u)$ describes the behavior of the expected value of NOD with

true absorbed dose to film (more specifically corrected monitor units) and depends only on the chemical nature of the emulsion of the film. The independent random variable ε_1 describes the difference between measured and expected values of NOD and by definition have a 0 mean with standard deviation σ_{NOD} . The independent random variable ε_2 describes the difference between given and corrected numbers of monitor units to deliver a given dose. Since the corrected monitor units are the expectation value of the monitor units to deliver a given dose, ε_2 has 0 mean with standard deviation σ_m .

6.2.5.2 Estimators

In the context of radiochromic film dosimetry, there are two situations of interest for a given application : (1) The estimation of absolute dose to film from measured NOD and (2) the estimation of relative dose to film from a set of measured NOD and given numbers of monitor units. As the relation between measured NOD and CMU is sought, the unbiased estimator of NOD is defined as

$$\hat{s}_{cal} \equiv \hat{C}(u), \quad (6.11)$$

where $\hat{C}(u)$ is the estimator function of \hat{s}_{cal} and is obtained using a least squares fit. Since this function is independent of the measurement setup, the estimation of CMU for any application is obtained from measured NOD as follows :

$$\hat{u} \equiv \hat{D}(s_{appl}), \quad (6.12)$$

where $\hat{D}(s_{appl})$ is the estimator function of \hat{u} and s_{appl} the measured NOD for a given application that could differ from calibration. The absorbed dose (in cGy) is then obtained using the following estimator :

$$\hat{d} \equiv k_{cal} \cdot \hat{u}, \quad (6.13)$$

where \hat{d} is the unbiased estimator of absorbed dose to film, \hat{u} is the unbiased estimator of CMU, and k_{cal} is the constant defined in Eq. 6.8.

Although the correspondence between CMU and cGy is approximately unity, the distinction between these units is made so that the sources of uncertainty are properly taken into account. As will be shown in the following sections, the least squares fit method is used to evaluate the estimator function. However, the validity of this method is optimal where the absolute uncertainty on the dependent variables is constant. Clearly, this is not the case for \hat{u} and therefore it is not recommended to perform such a fit from a set of measured NOD with corresponding dose units if NOD is taken as the abscissa. In reality, the only reasonable assumption is that the absolute uncertainty of NOD is a constant. In order to obtain the function $\hat{D}(s)$, one needs to properly take into consideration the bias of the estimator. One can show mathematically that the following estimator is unbiased [see the Appendix, (2)] :

$$\hat{D}(s_{cal}) = \hat{C}^{-1}(s_{cal}) + \frac{\hat{C}''(u)}{2\hat{C}'(u)^3} [VAR(s_{cal}) - VAR(\hat{s}_{cal})]. \quad (6.14)$$

6.2.5.3 Least squares fit using linear algebra

In order to calculate the estimator function of \hat{s}_{cal} , the maximum likelihood estimation is performed using a least squares fit of the data with a function of the form

$$\hat{C}(u) = \sum_{j=1}^M \hat{a}_j f_j(u). \quad (6.15)$$

with f_i linearly independent and $M < N$, with N the number of measurements. Using matrix notation, the N -equation system is written as

$$\hat{s}_{cal} = F_{cal} \hat{a}, \quad (6.16)$$

where \hat{a} is an $M \times 1$ array, F_{cal} is an $N \times M$ matrix the elements of which are given by $F_{cal,ij} = f_j(u_j)$, and \hat{s}_{cal} is an $N \times 1$ array representing the estimated

NOD values during calibration. The least squares solution of Eq. 6.16 is given by

$$\hat{a} = (F_{cal}^T F_{cal})^{-1} F_{cal}^T s_{cal}, \quad (6.17)$$

where s_{cal} is an array of NOD measurements during the calibration procedure and F_{cal} is the matrix defined in Eq. 6.16 with values of corrected monitors units obtained during calibration. In order to calculate the bias in Eq. 6.9, one needs to assess the variance of the estimated NOD. The covariance matrix \hat{s}_{cal} , noted $V(\hat{s}_{cal})$ with $i - j$ elements $COVAR(\hat{s}_{cal,i}, \hat{s}_{cal,j})$ is obtained as [see the Appendix, (3)]

$$V(\hat{s}_{cal}) = \sigma_{NOD,cal}^2 F_{cal} (R^T R)^{-1} F_{cal}^T, \quad (6.18)$$

with R the matrix obtained using the QR method such that

$$F_{cal} = QR, \quad (6.19)$$

with R the right triangular and $Q^T Q = I$, with I the identity matrix.

6.2.5.4 CMU estimator function

A comparison of functional forms for the sensitometric curve was done in order to show convergence of the method using the criteria defined in Sec. 6.2.3.5. Different empirical curve types were chosen for comparison based on the natural behavior of the functions using appropriate choice of constants in order to get good fits for different orders. The forms used were the following :

$$C_1^{(n)}(x) = \sum_{k=1}^n a_k x^k \quad (\text{type 1}),$$

$$C_2^{(n)}(x) = \sum_{k=1}^n a_k \left[\ln \left(\frac{x}{100} + 1 \right) \right]^k \quad (\text{type 2}),$$

$$C_3^{(n)}(x) = \sum_{k=1}^n a_k \left[\arctan \left(\frac{x}{500} \right) \right]^k \quad (\text{type 3}),$$

$$C_4^{(n)}(x) = a_0 x + \sum_{k=1}^{n-1} a_k x^{(k+3)/2} \quad (\text{type 4}),$$

$$C_5^{(n)}(x) = \sum_{k=1}^n a_k \left[1 - e^{-0.01 \cdot x} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(0.01 \cdot x)^i}{i!} \right]^k \quad (\text{type 5}),$$

where x is given in CMU.

6.2.5.5 Variable inversion

Although the previous analysis can be used to predict a NOD from given dose units, a prediction of CMU is required in order to estimate the dose from a measured set of NOD as described in Eqs. 6.12 and 6.13. The covariance matrix of the dose estimator defined in Eq. 6.12 is obtained as follows [see the Appendix, (4)] :

$$V(\hat{u}) = H \left[\sigma_{NOD,appl}^2 I + \sigma_{NOD,cal}^2 F_{appl} (R^T R)^{-1} F_{appl}^T \right] H, \quad (6.20)$$

where H is a diagonal matrix the elements of which are defined as

$$H_{ii} = \left[\sum_{k=1}^M f'_k(\hat{u}_i) \hat{a}_k \right]^{-1}. \quad (6.21)$$

6.2.5.6 Estimation of measurement uncertainty

The purpose of the calibration procedure is to calculate the estimators described previously in order to generalize them to practical situations. Additionally, the sensitometric curve can be analyzed in order to obtain an estimate of NOD uncertainty, which includes all uncertainties described in Table 6.1. In order to achieve this, the assumption that the random variable ε_1 is normally distributed is needed.

In that case, the following random variable is chi-square distributed :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{s_i - \hat{C}(u_i)}{\sigma_{NOD,i}} \right)^2. \quad (6.22)$$

Since a region of interest was chosen such that the NOD uncertainty is constant, one can estimate the uncertainty on NOD by taking the expected value of χ^2 which is given by the number of degrees of freedom in Eq. 6.20. Therefore one can write

$$\sigma_{NOD,cal} = \sqrt{\frac{1}{N-M} \sum_{i=1}^N \left(s_i - \hat{C}(u_i) \right)^2}, \quad (6.23)$$

where N is the number of measurements and M is the number of free parameters in \hat{C} . Since the variance of the chi-square distributed random variable is $2(N \times M)$, the uncertainty of the uncertainty estimate goes as $[2(N \times M)]^{-1/2}$ [see the Appendix, (5)], which will later justify the number of measured NOD values. This justifies the number of points of measurements used for calibration as defined in Sec. 6.2.4.

6.2.5.7 Dose uncertainty

A. Single measurements

When doing single measurements, the uncertainty of true absorbed dose is calculated by applying the law of propagation of error on Eq. 6.13 :

$$\sigma(\hat{d}) = \hat{d} \cdot \sqrt{\frac{VAR(\hat{u})}{\hat{u}^2} + \frac{VAR(k_{cal})}{k_{cal}^2}}, \quad (6.24)$$

In the interest of relative dose to film for two given applications to calibration conditions, one can use the following unbiased estimator :

$$\hat{r} \equiv \frac{\hat{u}_1 m_2}{\hat{u}_2 m_1}, \quad (6.25)$$

where \hat{u}_1 and \hat{u}_2 are the numbers of CMU for setup 1 and setup 2, respectively, and m_1 and m_2 are the numbers of given MU used during each corresponding irradiation. An additional component of linac output reproducibility must be added on the dose uncertainty during an arbitrary application since it is removed during calibration by the use of an independent ionization chamber to correct the number monitor units for that effect. The uncertainty of relative measurement is then calculated from the following relation :

$$\sigma(\hat{r}) = \hat{r} \cdot \sqrt{\frac{VAR(\hat{u}_1)}{\hat{u}_1^2} + \frac{VAR(\hat{u}_2)}{\hat{u}_2^2} - \frac{2COVAR(\hat{u}_1, \hat{u}_2)}{\hat{u}_1 \hat{u}_2} + \frac{VAR(m_1)}{m_1^2} + \frac{VAR(m_2)}{m_2^2}}, \quad (6.26)$$

In the case where relative measurements are performed using one single irradiation, e.g., percentage depth dose, the last two terms of Eq. 6.26 vanish.

B. Repeated measurements

Repeating measurements reduces the uncertainty on the average result as compared to one single measurement. However, the average of the estimators of single measurements contains correlated components. Defining the estimator of the average dose of n repeated measurements using equal number of monitor units as the following :

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{u}_i, \quad (6.27)$$

the estimator of absolute dose becomes

$$\bar{d} \equiv k_{cal} \cdot \bar{u}, \quad (6.28)$$

and the estimator of relative dose becomes

$$\bar{r} = \frac{1/n_1 \sum_{i=1}^{n_1} \hat{u}_{i,1} m_2}{1/n_2 \sum_{i=1}^{n_2} \hat{u}_{i,2} m_1}, \quad (6.29)$$

where n_1 and n_2 are the numbers of repeated measurements for each of the dividend and divisor doses, respectively.

The uncertainty on absolute dose is then obtained as [see the Appendix, (6)]

$$\sigma(\bar{d}) = \bar{d} \cdot \sqrt{\frac{1}{n^2 \bar{u}^2} \left[\sum_{i=1}^n VAR(\hat{u}_i) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n COVAR(\hat{u}_i, \hat{u}_j) \right] + \frac{VAR(k_{cal})}{k_{cal}^2}}, \quad (6.30)$$

and the uncertainty on relative measurement is given by [see the Appendix, (7)]

$$\sigma(\bar{r}) = \bar{r} \cdot \sqrt{\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} COVAR(\hat{u}_{i,1}, \hat{u}_{j,1})}{[\sum_{i=1}^{n_1} \hat{u}_1]^2} + \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} COVAR(\hat{u}_{i,2}, \hat{u}_{j,2})}{[\sum_{j=1}^{n_2} \hat{u}_2]^2}}{-\frac{2 \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} COVAR(\hat{u}_1, \hat{u}_2)}{\sum_{i=1}^{n_1} \hat{u}_1 \cdot \sum_{j=2}^{n_1} \hat{u}_2} + \frac{VAR(m_1)}{n_1 m_1^2} + \frac{VAR(m_2)}{n_2 m_2^2}}}. \quad (6.31)$$

6.3 Results

6.3.1 Uncertainty parametrization

Figure 6.1 shows the two separate components of stochastic nature uncertainty as a function of optical density. The smallest possible resolution for which one can assume that the uncertainty on NOD is independent of dose was obtained assuming that a level of 0.0001 in absolute uncertainty is negligible compared to the total uncertainty. The threshold size of ROI was found to be $1 \times 1 \text{ mm}^2$ using Fig. 6.1 and Eq. 6.1. This corresponds to approximately the average signal of 10 000 CCD with an actual size of $21 \times 21 \text{ } \mu\text{m}^2$ considering that the CCD array is shifted by half its width in both directions during the scanning procedure, leading to an effective size of $10.5 \times 10.5 \text{ } \mu\text{m}^2$. This is the smallest resolution that can be used assuming that the uncertainty on net optical density is independent of dose. The uncertainty parametrization described in Eq. 6.4 was verified by obtaining the total NOD uncertainty as a function of ROI with Eq. 6.23. Figure 6.2 shows that the

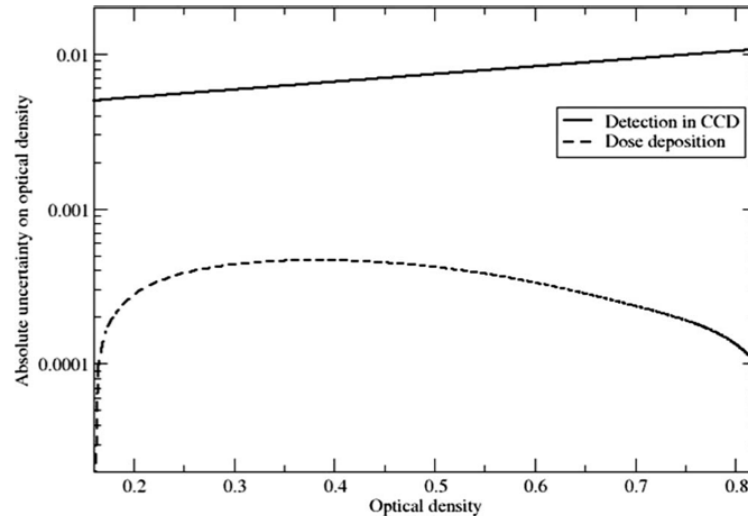


FIGURE 6.1 – Behavior of absolute optical density uncertainty versus optical density. The stochastic nature of detection in the CCD is from one to two orders of magnitude greater than the stochastic nature of dose deposition in a pixel of film corresponding to the size of the CCD

variance of NOD behaves linearly as a function of the inverse number of pixels used, as Eq. 6.1 predicts. It must be pointed out that the information of each data point is included in each point located on its left side. The trend of the curve validates the parametrization. Therefore the data points are correlated and the uncertainty on the fit parameters is of the same order as what is shown on the graph. Parameters σ_0 and σ_1 of Eq. 6.4 were obtained using a linear fit to obtain the uncertainty on NOD as a function of size of ROI. Values of 9.86×10^{-4} and 7.81×10^{-2} were found for σ_0 and σ_1 , respectively, for the sensitometric curve found.

6.3.2 Film calibration and sensitometric curve

6.3.2.1 Data acquisition

Gafchromic EBT film (lot 47277-06I) was calibrated using the experimental setup described in Sec. 6.2.4. The ionization chamber signal was used to correct the number of monitor units from linac output fluctuation by applying Eqs. 6.6

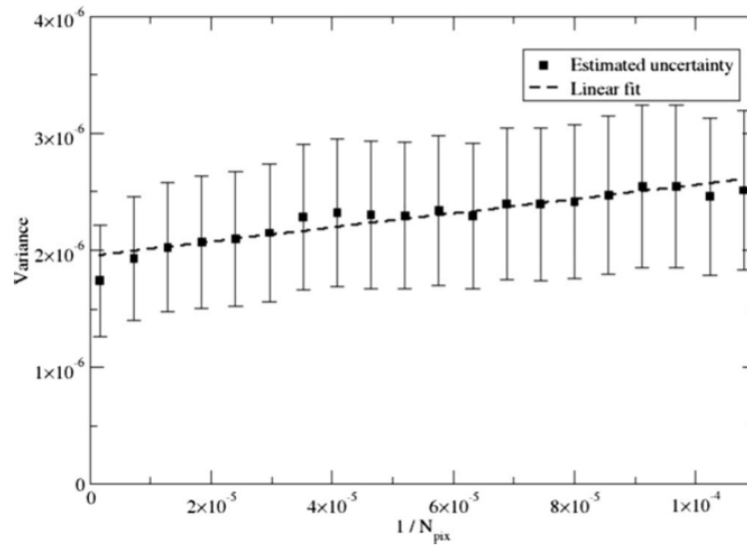


FIGURE 6.2 – Linear behavior of the variance of NOD as a function of the inverse number of pixels in the region of interest.

and 6.7. A comparison between given and corrected monitor units is shown in Fig. 6.3. The relative standard deviation of the linac output fluctuation was found to be 0.1%. A temperature gradient of about 1.2 °C was measured on the scanner bed which is attributed to the position of the lamp beneath the glass panel being on the left end side. The average temperature of the bed increased by approximately 0.4 °C during digitization. The scanner bed mean temperature was measured at 24.7 and 25.5 °C before and after irradiation, respectively, while air relative humidity was measured to be 27% and 26% for the two digitization sessions. A set of 35 measurements was used to characterize the sensitometric curve.

6.3.2.2 Functional forms

Table 6.2 shows the results of the uncertainty obtained by applying the least squares fit method and Eq. 6.23 as a function of the order used as well as the number of criteria that passed. The first column corresponds to the order of the fit. The left inside column corresponds to the value of uncertainty obtained using Eq. 6.23 and the right inside corresponds to the number of criteria of Sec. 6.2.3 that

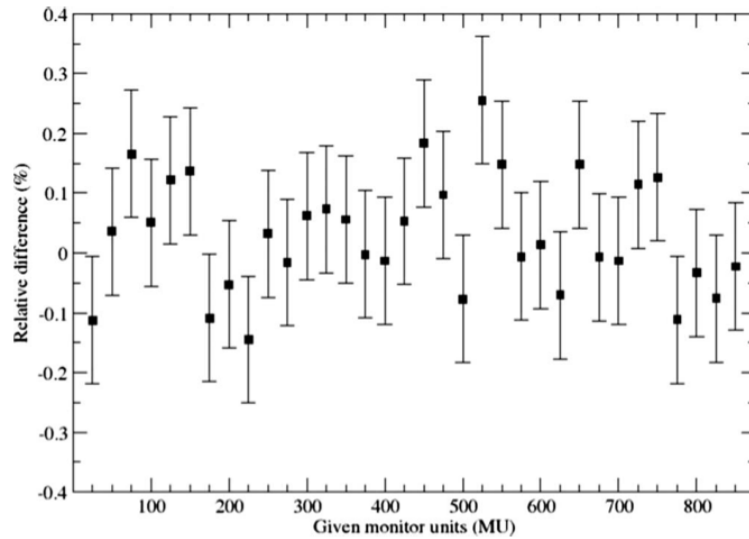


FIGURE 6.3 – Graph show the relative difference between given and corrected monitor units. The error bars were obtained applying the chi-square property of the root mean square difference between given and corrected monitor units.

passed. The table compares the five functional forms used during the calibration procedure. The results show that for any type of functional form used that passed the criteria, the smallest uncertainty obtained converges to a unique value for a given ROI size. As the uncertainties obtained are composed of NOD uncertainty as well as curve fit uncertainty, the convergence of results is obtained at orders for which the curve fit uncertainty is negligible compared to NOD uncertainty. Furthermore, the convergence shows that the uncertainty estimation method is independent of the functional form used as long as it responds to the four criteria defined in Sec. 6.2.3. It should also be pointed out that the minimum uncertainty is not necessarily obtained at higher orders, where matrix condition can become critical.

6.3.2.3 CMU estimator function

The choice of the curve type is based first on the minimum uncertainty obtained and second on the simplicity of the equation. A functional form was selected and

TABLE 6.2 – Comparison of uncertainty obtained with five different functional forms when characterizing film NOD behavior in regions of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ with dose.

Order	Equation type 1		Equation type 2		Equation type 3		Equation type 4		Equation type 5	
	Sigma	Passed criteria	Sigma	Passed criteria	Sigma	Passed criteria	Sigma	Passed criteria	Sigma	Passed criteria
2	0.0528	1, 3, 4	0.0028	All	0.0259	1, 3, 4	0.0149	1-3	0.0259	All
3	0.0189	1-3	0.0021	All	0.0079	All	0.0043	1, 3, 4	0.0092	All
4	0.0077	1	0.0019	All	0.0038	All	0.0022	1-3	0.0047	All
5	0.0043	1-3	0.0015	All	0.0020	All	0.0013	All	0.0019	All
6	0.0022	1	0.0015	All	0.0014	All	0.0013	All	0.0014	All
7	0.0016	1-3	0.0015	All	0.0015	All	0.0013	All	0.0014	All
8	0.0014	1, 3, 4	0.0013	All	0.0013	All	0.0035	All	0.0013	All
9	0.0014	1, 3, 4	0.0013	All	0.0013	All	0.3422	1, 3, 4	0.0013	All
10	0.0013	1	0.0096	All	0.0064	All	0.5773	1, 3, 4	0.0014	All

is described in Sec. 6.2.5.4 (type 2) using order $n = 8$, as shown in Fig. 6.4. The estimator function of the CMU described in Eq. 6.12 was obtained by taking only the first term of Eq. 6.14 which corresponds to the inverse function of the sensitometric curve, since the second term of the right side of the equation corresponding to the bias of the inverse function was found to be negligible for a large number of calibration points. Since the inverse function of equation type 2 cannot be obtained analytically, a linear interpolation of the sensitometric curve estimator applied to a set of 851 points between 0 and 850 MU was used to obtain the CMU from the measured NOD.

6.3.3 Dose uncertainty analysis

6.3.3.1 Achievable level in single measurements

Dose uncertainty was calculated as a function of CMU in order to evaluate what dose uncertainty level is achievable using single measurements. Since the CMU is an arbitrary unit, it can only be used if converted to cGy using the calibration constant defined in Eq. 6.13; otherwise it must be canceled out during relative measurements. The influence of the number of points used to characterize the sen-

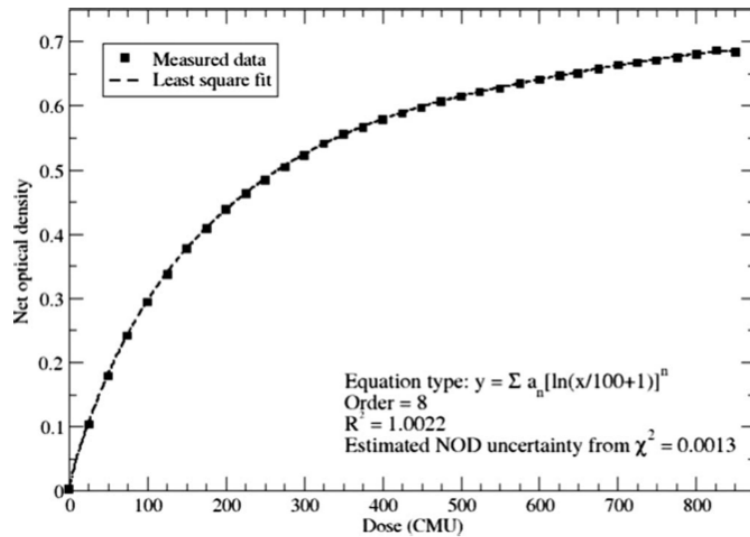


FIGURE 6.4 – Estimated film sensitometric curve using the functional form described in equation type 2 with 35 measurements and a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$. The estimated NOD uncertainty is 0.0013.

sitometric curve is shown in Fig. 6.5. The trend shows an asymptotic behavior of the estimate of NOD uncertainty with number of points as the uncertainty goes to approximately 0.0014 when using $1 \times 1 \text{ cm}^2$ ROIs. The uncertainty on absolute dose is directly proportional to the quantity shown on this curve. The decrease in uncertainty estimate as a function of number of points is attributed to the decrease in uncertainty on the calibration. The asymptotic behavior of the curve is attributed to the fact that the estimate cannot go below the actual NOD uncertainty. Beyond 12 points, the uncertainty estimation varies by less than 10% as a function of the number of points used. As shown in Fig. 6.6, a size of ROI of $4 \times 4 \text{ mm}^2$ is sufficiently large to obtain an optimal uncertainty level in dose analysis using a constant background ROI of $2 \times 2 \text{ cm}^2$. The maximum variation of the NOD uncertainty estimate for a ROI size of $4 \times 4 \text{ mm}^2$ or greater is less than 1%. The asymptotic behavior of the trend is attributed to the uncertainty component of Eq. 6.1 that affects systematically all pixels averaged in the ROI. Although it is sufficient to obtain optimal uncertainty, such a small region is more sensitive to

systematic errors caused by foreign bodies on the film. On the other hand, a large ROI can also introduce systematic errors if the film sensitivity or the dose distribution used to irradiate the film is not homogeneous over the ROI. Therefore a size of $1 \times 1 \text{ mm}^2$ was found to be reasonable in order to obtain optimal results during film characterization. For the interest of absolute dose measurements, the

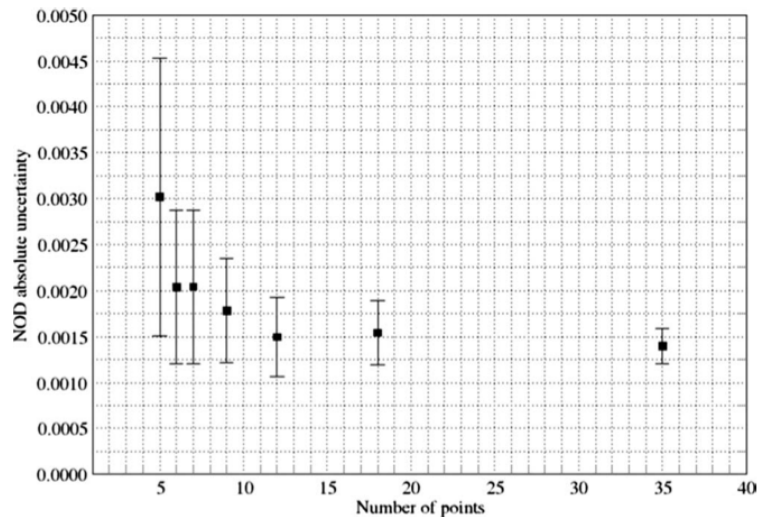


FIGURE 6.5 – Estimated NOD uncertainty as a function of number of points used to characterize the sensitometric curve.

smallest achievable uncertainty is obtained by combining the smallest uncertainty shown in Fig. 6.7 with the uncertainty on the constant k_{cal} defined in Eq. 6.13. The behavior of this curve is attributed to the fact that the uncertainty on the curve fit is the smallest around 425 CMU while the minimum inverse of the slope of the sensitometric curve is at 0 CMU, shifting the minimum value of dose uncertainty at 220 CMU. For such a dose value, the smallest uncertainty of CMU was found to be 0.7%. The uncertainty on the constant k_{cal} can be reasonably estimated by 0.7% by taking into account the following sources of uncertainty : (1) A 0.5% linac calibration based on ionization chambers standards, (2) the use of data to convert dose to plastic phantom, (3) the use of linac data to go from one setup to the other, and (4) the measurement setup uncertainty. For single absolute dose mea-

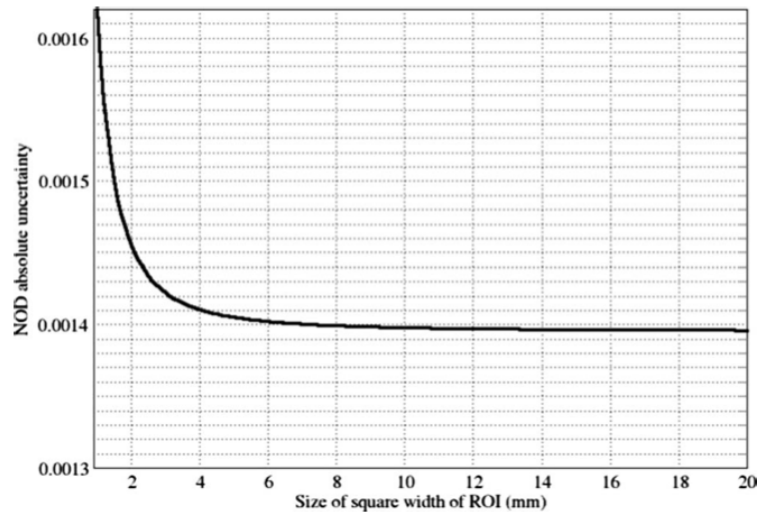


FIGURE 6.6 – Behavior of NOD uncertainty estimation versus size of ROI using 35 measurement points. The size of ROI used for the background OD value was fixed to $2 \times 2 \text{ cm}^2$.

surements, the smallest uncertainty was found to be 1.0% when using a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$. For relative dose measurement, the smallest achievable uncertainty is shown in Fig. 6.8(a) using a dose normalization value is 220 CMU and a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ with 35 calibration points. The calculation shown in Fig. 6.8(b) considers two approximate methods common in the literature and the results are normalized to the exact method presented in this paper. Approximate method 1 considers correlated fit parameters but uncorrelated dose values. Approximate method 2 assumes uncorrelated fit parameters and uncorrelated dose values. Since the uncertainty increases with the order of the fit function, results are shown for orders 2 and 3 only. The smallest uncertainty was found to be 0.9% for a dose ratio equal to unity using doses of 220 CMU. The uncertainty calculated corresponds to the first three terms of Eq. 6.26, assuming a single irradiation (no MU fluctuation dependence). The effect of neglecting the correlation between dose values for single relative measurements while considering correlated fit parameters leads to an uncertainty overestimation by a factor less than 1.1. The effect of neglecting all

covariance terms leads to errors in uncertainty estimates up to 30% for a second order fit, while the uncertainty is overestimated by a factor between 1.8 and 5 for a third order fit.

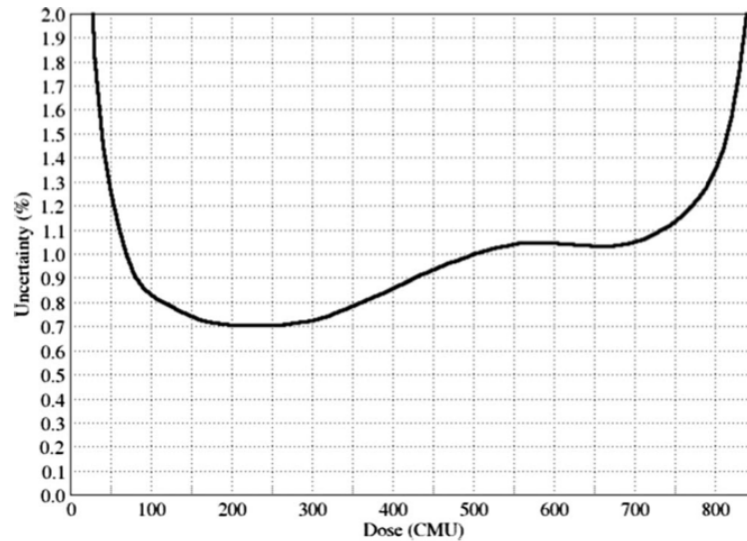


FIGURE 6.7 – Behavior of dose uncertainty versus given dose for a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ and 35 calibration points. The smallest uncertainty occurs at a dose of 220 CMU and is of the order of 0.7%.

6.3.3.2 Achievable level in repeated measurements

Calculations for repeated measurements were done using doses of 220 CMU in order to evaluate the smallest uncertainty achievable as a function of the number of repeats. Results from Fig. 6.9(a) show that the uncertainty on CMU follows an asymptotic behavior and converges to a threshold value for an infinite number of measurements. This threshold is attributed to the fact that repeated measurements are limited by the information provided by the calibration measurements. The uncertainty threshold decreases as a function of the number of points in the calibration curve. Using a set of seven points of measurement during calibration, the uncertainty on CMU for five repetitions is 0.95% leading to an overall absolute dose uncertainty of 1.2%. For a set of 12 points of measurements during calibration,

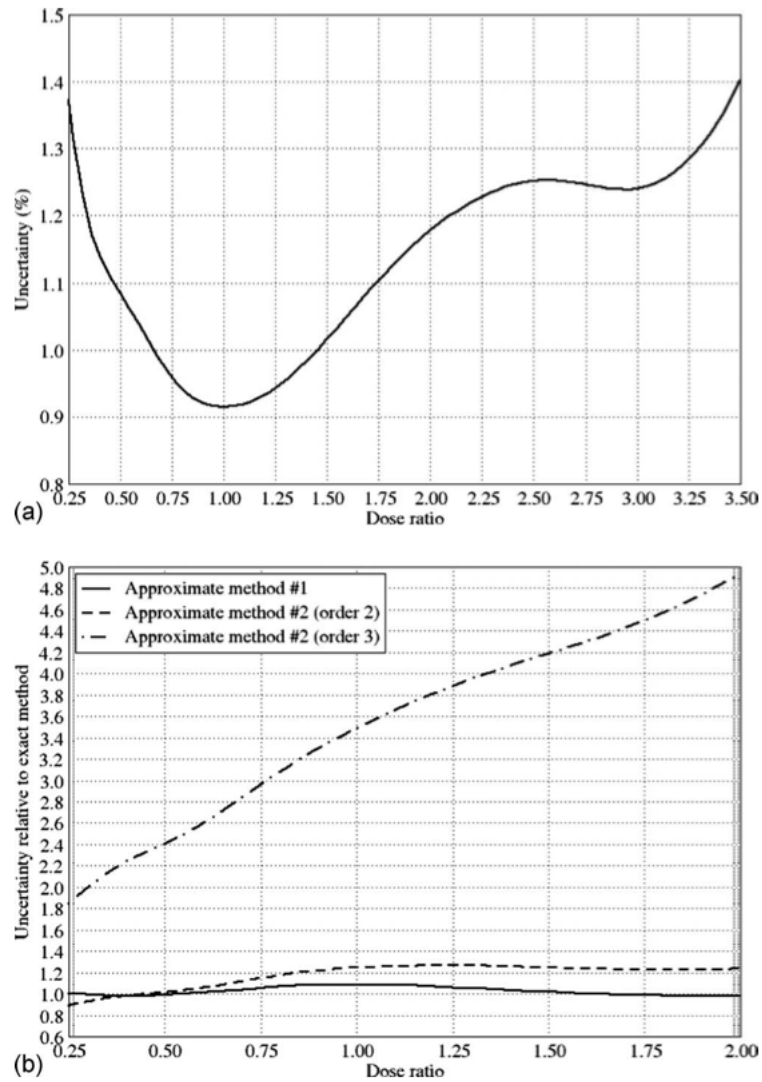


FIGURE 6.8 – (a) Uncertainty on dose ratio for relative single measurements using the exact method. (b) Uncertainty on dose ratio calculated with approximate methods relative to the exact method.

the uncertainty on CMU for five repetitions is 0.6%, leading to an overall absolute dose uncertainty of 0.9%. For 35 measurements during calibration, the uncertainty on CMU for five repetitions is 0.4%, leading to an overall absolute dose uncertainty of 0.8%. These results are obtained for an optimal dose value of 220 CMU. For relative dose measurements, the behavior of the uncertainty goes roughly as one over the square root of the number of repeated measurements compared to one single measurement. Figure 6.9(b) shows the uncertainty on dose ratio as a function of number of repetitions for different numbers of points used during calibration. Using seven points of measurements during calibration, the uncertainty on the dose ratio for five repetitions is 0.6%. For a set of 12 points of measurements during calibration, the uncertainty on the dose ratio for five repetitions is 0.45%, while the uncertainty is 0.4% for the same number of repetitions when using 35 points during calibration. These results are obtained for optimal dose values of 220 CMU. Figures 6.10(a) and 6.10(b) show the uncertainty calculation using doses of 220 CMU and a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ with 35 calibration points. The effect of approximating the method for calculating uncertainties is shown in Figs. 6.10(c) and 6.10(d) as the methods used are the same as for Fig. 6.8(b). For absolute dose measurements, the exact calculation shows an asymptotic behavior of uncertainty with number of repeated measurements to a threshold uncertainty of 0.29% while the calculation with approximate methods shows a convergence to 0 for an infinite number of repeated measurements. The latter approximate method underestimates the uncertainty by a factor increasing from 1 to infinity, where the uncertainty threshold is not reproduced. For relative dose measurements, the trend goes approximately as one over the square root of the number of measurements times the uncertainty for a single measurement. An uncertainty on dose ratio of roughly 0.4% can be obtained when averaging five repeated measurements. The uncertainty is overestimated for repeated relative measurements when neglecting the covariance terms.

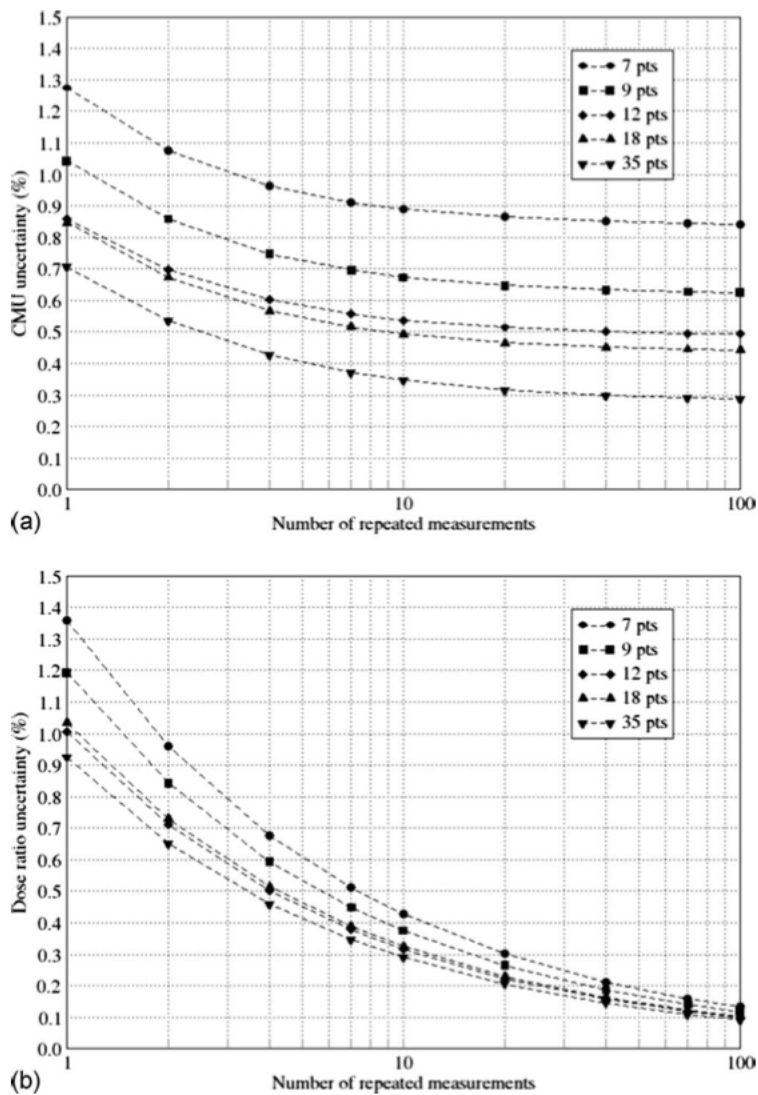


FIGURE 6.9 – (a) CMU uncertainty calculation as a function of the number of measurement repetition for different numbers of points used to characterize the sensitometric curve. The dose value is 220 CMU and the values are obtained for a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$. The calculation takes into consideration the covariance terms. (b) Dose ratio uncertainty calculation as a function of the number of measurement repetitions for different numbers of points used to characterize the sensitometric curve. The dose value is 220 CMU and the values are obtained for a ROI size of $1 \times 1 \text{ cm}^2$. The calculation takes into consideration the covariance terms.

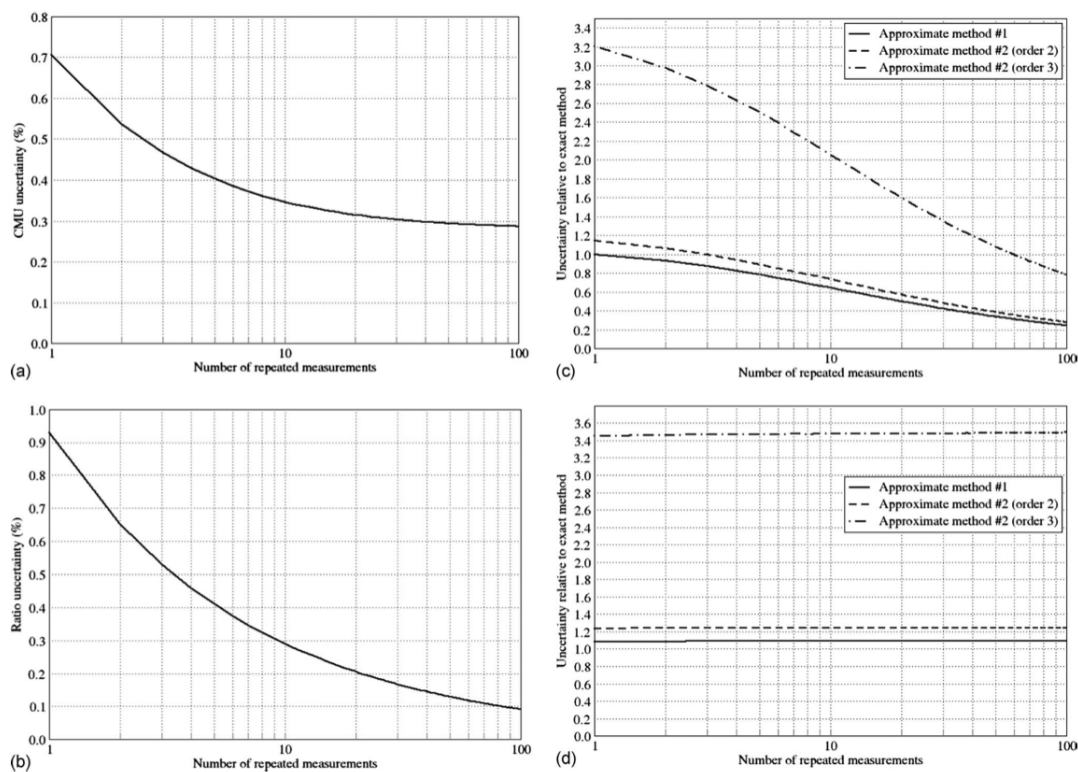


FIGURE 6.10 – (a) Uncertainty on absolute dose (in CMU) calculated with the exact method for repeated measurements. (b) Uncertainty on the ratio of doses calculated with the exact method for repeated measurements. (c) Uncertainty on absolute dose (in CMU) calculated with approximate methods relative to the exact method for repeated measurements. (d) Uncertainty on the ratio of doses calculated with approximate methods relative to the exact method for repeated measurements.

6.3.4 Coherence of the method

In order to verify the coherence of the method, dose analysis on the set of measurements used for calibration was done and compared to the known equivalent monitor units. Figure shows a comparison between calculated and known CMU values. The average difference was found to be -0.04% with a standard deviation of 0.5% for a dose range between 25 and 800 CMU.

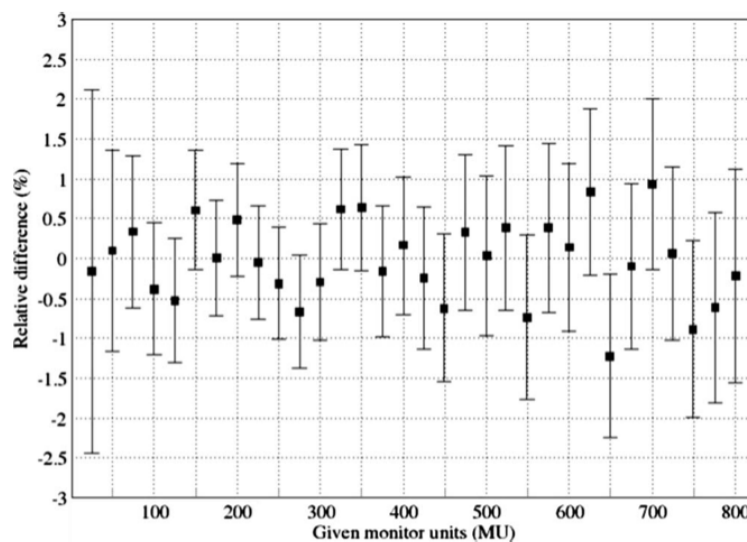


FIGURE 6.11 – Relative difference between calculated and known equivalent dose units during calibration. This comparison allows to verify the coherence of the method where an average difference of -0.04% was found with a standard deviation of 0.5% .

6.4 Summary and recommendations

The effort in implementing a complex method as described in this paper must be motivated by a significant gain in accuracy on the uncertainty estimation. Results indicate that the uncertainty cannot be calculated accurately when one uses a method that considers uncorrelated fit parameters. Correlation between single doses cannot be neglected during absolute dose measurements, but one can make this

approximation for relative dosimetry only. In this case, a software that does proper variance analysis between fit parameters must be used. The exact method presented in this paper considers both correlations and can be summarized as follows :

- (1) Use precautions during digitization as described in Table I and perform characterization measurements correcting the MU to CMU using an ionization chamber approximately 10 cm below the film. Irradiate the pieces of film with a MU range covering doses from 0 to slightly more than the recommended range and place the film such that the conversion MU to cGy is approximately unity. Use at least 12 points in the calibration curve (e.g., 75 MU intervals). For optimal results use intervals of 25 MU with 35 points. Non-equal intervals could also be used.
- (2) Determine the smallest possible ROI from which the uncertainty on NOD is independent of dose by estimating the CCD gain value. Scan a small uniform film region with the best possible scanner resolution and estimate the gain value by the ratio of the variance of pixel signal over the average signal. Take into account if the CCD array is shifted during scanning to evaluate the best resolution the scanner can provide.
- (3) Select an adequate functional form for the sensitometric curve and perform the least squares fit method for several orders on NOD measurements using a constant ROI (e.g., $1 \times 1 \text{ cm}^2$). Choose the curve that passes the four criteria of Sec. 6.2.3 with the smallest uncertainty obtained from Eq. 6.23. Make sure the value of uncertainty converges for several functions and that the residuals of the fit show no trend.
- (4) Repeat step (3) with the same chosen functional form for several ROI sizes ranging from the size determined from step (2) to the size used in step (3). Characterize the uncertainty as a function of number of pixels by fitting the variances as in Eq. 6.4. The number of pixels is obtained as the square of

the ratio of resolution (in mm) over the effective size of CCD of the scanner corresponding to the best resolution (in mm).

- (5) Determine if the threshold size of ROI gives a satisfactory level of uncertainty. If it is not the case, repeat steps (3) and (4).
- (6) Evaluate the matrix R of Eq. 6.19 corresponding to the set of measurements used to obtain the sensitometric curve. Create an array of CMU values covering the whole dose range with unity intervals and obtain the corresponding array of NOD from the functional form chosen in step (3). Even though the recommended range of use for EBT film is from 0 to 800 cGy, the extra buffer will help extract information in case statistical events are significantly different from expectation value.
- (7) For absolute dose measurements, obtain the CMU value(s) by interpolating the arrays from step (6) and evaluate the covariance matrix of Eq. 6.20. The NOD uncertainty of the given application is obtained as a function of size of ROI as described in Eq. 6.4. Evaluate the uncertainty as given in Eq. 6.24 or Eq. 6.28 for single or repeated measurements, respectively. Evaluate uncertainty with Eq. 6.24 or Eq. 6.30 depending on the number of repetitions. For optimal uncertainty results, use a dose of approximately 220 cGy and repeat the measurement five times.
- (8) For relative dose measurements, obtain the CMU value(s) by interpolating the arrays from step (6) and create a dose array with elements corresponding to doses of the dividend and divisor of Eq. 6.25 or Eq. 6.29. The dose array is of size $2n \times 1$ with n the number of repeated measurements. Calculate the covariance matrix of Eq. 6.20. In the case the sizes of ROI are different, concatenate the NOD variance of the dividend and the divisor on a $2n \times 2n$ diagonal matrix. Evaluate uncertainty with Eq. 6.26 or Eq. 6.31 depending on the number of repetitions. For optimal uncertainty results, choose the number of the given

MU of each field to be such that each doses is approximately 220 cGy and repeat the measurement five times.

6.5 Conclusion

A detailed method to characterize the sensitometric curve and to evaluate uncertainties during single and repeated dose measurements in radiochromic film for absolute and relative dosimetry applications is presented. An extensive list of the sources of uncertainty was provided in order to achieve the lowest practical level and successfully parametrize the NOD uncertainty as a function of size of ROI down to $1 \times 1 \text{ mm}^2$. Based on this behavior and to prevent the effects from uncontrolled systematic errors, a size of ROI of $1 \times 1 \text{ cm}^2$ was found to give a satisfactory level of uncertainty for film characterization as well as applications for a scanner CCD effective size of $10.5 \text{ }\mu\text{m}$. It is shown that for a set of 35 calibration measurements the method for the estimation of a global NOD uncertainty always converges to a value of 0.0013 irrespectively of the specific functional form as long as the function satisfied the four criteria representing the physical behavior of the sensitometric curve. The uncertainty versus number of points used to characterize the curve has been studied to reach the conclusion that 12 points or more are necessary to characterize film behavior with an optimal uncertainty level. Achievable uncertainty levels of 0.9% and 0.45% are obtained for absolute and relative dose uncertainties using a repetition of five measurements when using doses of approximately 220 cGy with a 12-point calibration procedure. When increasing the number of calibration points to 35, the corresponding uncertainty levels are 0.8% and 0.4%.

The comparison of the method presented in this paper with common approximate methods was done in order to evaluate the benefit of going through higher mathematical complexity when one needs accurate uncertainty estimation during radiochromic dosimetry (e.g., validation of Monte Carlo models or measurement of ionization chamber correction factors for nonstandard beams). The results show

that the uncertainty cannot be calculated accurately when one uses the approximation of uncorrelated fit parameters and single dose values. For relative dosimetry, one can avoid the complexity of the exact method by the use of a specialized software that takes into consideration the correlation between fit parameters. In this case, single absolute dose measurements are accurate but repeated measurements uncertainty is underestimated. For such measurements, the only way of reducing the uncertainty accurately is by using the exact method along with a large number of points during film characterization (e.g., 35) which reduces the uncertainty threshold. The method presented in this paper is limited to situations where the perturbation effects, energy dependence, and temperature effects are negligible. Additionally, the method is applicable to situations where film homogeneity is considered to be constant. In order to avoid systematic errors that are superior to these uncertainties, a method should be employed to correct for temperature variations. For the case where measurements are done under nonequilibrium conditions, a study must be conducted to evaluate these effects in order to include them in the uncertainty estimation.

6.6 Acknowledgement

Hugo Bouchard gratefully acknowledges support by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada contract no. 344218. The authors acknowledge Joannie Desroches for the commissioning of the EPSON 10000XL scanner.

6.7 Appendix : methods derivation

(1) Since $\langle x \rangle = \int_x p(x)x dx$, on can write

$$\begin{aligned} \langle y \rangle &= \int_y q(y)y dy = \int_y dy \int_x \delta(y - y(x)) dx \\ &= \int_x y(x)p(x) dx. \end{aligned} \tag{6.32}$$

This leads to

$$\begin{aligned}
\langle y(x) \rangle &= \int_x y(x)p(x)dx \\
&= \int_x \left[\sum_{n=0}^{\infty} y^{(n)}(\langle x \rangle)(x - \langle x \rangle)^n \right] p(x)dx \\
&\cong \int_x \left[y(\langle x \rangle) + y'(\langle x \rangle)(x - \langle x \rangle) + \frac{1}{2}y''(\langle x \rangle)(x - \langle x \rangle)^2 \right] p(x)dx \\
&\cong y(\langle x \rangle) + \frac{1}{2}y''(\langle x \rangle)VAR(x).
\end{aligned}$$

- (2) Let there be an unbiased estimator $\hat{y} = \hat{f}(x)$ of $y = f(x)$. Then, $\langle \hat{y} \rangle = \langle f(x) \rangle = f(x)$. Let there be an estimator of $\hat{x} = \hat{g}(y)$ of variable x . With the definition $\hat{g} \equiv \hat{f}^{-1}$, the bias of the estimator is obtained using (1) as

$$\begin{aligned}
\beta(\hat{x}; x) &\equiv \langle \hat{x} \rangle - \langle x \rangle = \hat{g}(\langle y \rangle) + \frac{1}{2}g''(\langle y \rangle)VAR(y) - \hat{g}(\langle \hat{y} \rangle) - \frac{1}{2}\hat{g}''(\langle \hat{y} \rangle)VAR(\hat{y}) \\
&= \frac{1}{2}\hat{g}''(\langle y \rangle)[VAR(y) - VAR(\hat{y})].
\end{aligned}$$

And since $y = f(x) \iff x = g(y)$ implies $g''(y) = -f''(x)/f'(x)^3$, the bias is

$$\beta(\hat{x}; x) = -\frac{\hat{f}''(x)}{2\hat{f}'(x)^3}[VAR(y) - VAR(\hat{y})].$$

- (3) Since one can write

$$V(\hat{s}_{cal}) = F_{cal}(R^T R)^{-1}R^T Q^T V(s_{cal})QR(R^T R)^{-1}F_{cal}^T,$$

using the property that $V(s_{cal}) = \sigma_{NOD,cal}^2 I$, on gets

$$V(\hat{s}_{cal}) = \sigma_{NOD,cal}^2 F_{cal}(R^T R)^{-1}F_{cal}^T.$$

- (4) The covariance matrix of the variable \hat{u} , which depends on s_{appl} and s_{cal} , can

be obtained by applying the law of propagation of error in the matrix form

$$V(\hat{u}) = \frac{\partial \hat{u}}{\partial s_{appl}} V(s_{appl}) \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial s_{appl}} \right)^T + \frac{\partial \hat{u}}{\partial s_{cal}} V(s_{cal}) \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial s_{cal}} \right)^T,$$

leading to

$$\begin{aligned} V(\hat{u}) &= \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{s}_{appl}} \frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{appl}} V(s_{appl}) \left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{appl}} \right)^T \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial s_{appl}} \right)^T \\ &\quad + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{s}_{appl}} \frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{cal}} V(s_{cal}) \left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{cal}} \right)^T \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial s_{appl}} \right)^T \\ &\cong \left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial u} \right)^{-1} V(s_{appl}) \left(\left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial u} \right)^{-1} \right)^T \\ &\quad + \left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial u} \right)^{-1} \frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{cal}} V(s_{cal}) \left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{cal}} \right)^T \left(\left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial u} \right)^{-1} \right)^T \\ &= \left(\frac{\partial F_{appl}}{\partial u} \hat{a} \right)^{-1} \left[V(s_{appl}) + \frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{cal}} V(s_{cal}) \left(\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{cal}} \right)^T \right] \left(\left(\frac{\partial F_{appl}}{\partial u} \hat{a} \right)^{-1} \right)^T, \end{aligned}$$

with

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{appl}}{\partial u} \hat{a} &= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^M \frac{\partial F_{appl,1k}}{\partial u_1} \hat{a}_k & \cdots & \sum_{k=1}^M \frac{\partial F_{appl,1k}}{\partial u_N} \hat{a}_k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^M \frac{\partial F_{appl,Nk}}{\partial u_1} \hat{a}_k & \cdots & \sum_{k=1}^M \frac{\partial F_{appl,Nk}}{\partial u_N} \hat{a}_k \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^M \frac{\partial f_k(\hat{u}_1)}{\partial u_1} \hat{a}_k & \cdots & \sum_{k=1}^M \frac{\partial f_k(\hat{u}_1)}{\partial u_N} \hat{a}_k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^M \frac{\partial f_k(\hat{u}_N)}{\partial u_1} \hat{a}_k & \cdots & \sum_{k=1}^M \frac{\partial f_k(\hat{u}_N)}{\partial u_N} \hat{a}_k \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

and since $\partial f_k(\hat{u}_i)/\partial u_j = \delta_{ij} f'_k(\hat{u}_i)$, one can write the elements of the matrix as

$$\left(\frac{\partial F_{appl}}{\partial u} \hat{a} \right)_{ij} = H_{ij}^{-1} = \begin{cases} 0 & \text{for } i \neq j \\ \sum_{k=1}^M f'_k(\hat{u}_i) \hat{a}_k & \text{for } i = j \end{cases},$$

with $f'_k(u)$ the derivative of function $f_k(u)$. If one defines the matrix dF_{appl} with elements $dF_{appl,ij} = f'_j(\hat{u}_i)$, then the following property is obtained :

$$diag \left(\frac{\partial F_{appl}}{\partial u} \hat{a} \right) = dF_{appl} \hat{a}.$$

And since

$$\frac{\partial \hat{s}_{appl}}{\partial s_{cal}} = F_{appl} (F_{cal}^T F_{cal})^{-1} F_{appl}^T,$$

one gets

$$V(\hat{u}) = H_{appl} \left[\sigma_{NOD,appl}^2 I + \sigma_{NOD,cal}^2 F_{appl} (R^T R)^{-1} F_{appl}^T \right] H_{appl}.$$

(5) Since the estimator of the variance is $\varepsilon^2 = \sigma^2 \chi^2 / \nu$, then

$$VAR(\varepsilon^2) = \frac{\sigma^4}{\nu^2} VAR(\chi^2) = \frac{2\sigma^4}{\nu}$$

and

$$VAR(\varepsilon) = \frac{1}{4\varepsilon^2} VAR(\varepsilon^2) = \frac{\sigma^2}{2\nu}.$$

(6) The covariance matrix of the average of CMU is given by

$$VAR(\bar{u}) = \frac{1}{n^2} \left[\sum_{i=1}^n VAR(\hat{u}_i) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n COVAR(\hat{u}_i, \hat{u}_j) \right].$$

Since the covariance of the absolute dose is described as

$$\sigma(\bar{d}) = \bar{d} \sqrt{\frac{VAR(\bar{u})}{\bar{u}^2} + \frac{VAR(k_{cal})}{k_{cal}^2}},$$

one obtains

$$\sigma(\bar{d}) = \bar{d} \sqrt{\frac{1}{n^2 \bar{u}^2} \left[\sum_{i=1}^n \text{VAR}(\hat{u}_i) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \text{COVAR}(\hat{u}_i, \hat{u}_j) \right] + \frac{\text{VAR}(k_{cal})}{k_{cal}^2}}.$$

(7) The covariance matrix of the average of relative dose is given by

$$\sigma(\bar{r}) = \bar{r} \sqrt{\frac{\text{VAR}(\bar{u}_1)}{\bar{u}_1^2} + \frac{\text{VAR}(\bar{u}_2)}{\bar{u}_2^2} - \frac{2\text{COVAR}(\bar{u}_1, \bar{u}_2)}{\bar{u}_1 \bar{u}_2}}.$$

By combining (6) with

$$\text{COVAR}(\bar{u}_1, \bar{u}_2) = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \text{COVAR}(\hat{u}_{i,1}, \hat{u}_{j,2}),$$

one obtains

$$\sigma(\bar{r}) = \bar{r} \sqrt{\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \text{COVAR}(\hat{u}_{i,1}, \hat{u}_{j,1})}{[\sum_{i=1}^{n_1} \hat{u}_1]^2} + \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \text{COVAR}(\hat{u}_{i,2}, \hat{u}_{j,2})}{[\sum_{j=1}^{n_2} \hat{u}_2]^2}}{2 \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \text{COVAR}(\hat{u}_1, \hat{u}_2)}{\sum_{i=1}^{n_1} \hat{u}_1 \cdot \sum_{j=2}^{n_1} \hat{u}_2}}}.$$

Additional terms due to linac output fluctuation must be added to obtain equation 6.31, as output fluctuation uncertainty goes as $\sqrt{\text{VAR}(m)/m^2}$. Since the minimum relative uncertainty is obtained for $\hat{u}_{i,1} \equiv \hat{u}_{j,2}$, one has the following inequality :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(\bar{r})}{\bar{r}} &\geq \sqrt{\frac{\text{VAR}(\hat{u}_{i,1})}{n_1 \hat{u}_{i,1}^2} + \frac{\text{VAR}(\hat{u}_{i,1})}{n_2 \hat{u}_{i,1}^2}} \\ &\geq \sqrt{\frac{2\text{VAR}(\hat{u}_i)}{n \hat{u}_i^2}} \\ &\geq \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\sigma(\hat{r})}{\hat{r}}. \end{aligned}$$

CHAPITRE 7

INTRODUCTION À L'ESTIMATION DES INCERTITUDES DE MESURES DE DOSE INDUITES PAR LES ERREURS EXPÉRIMENTALES DE MISE EN PLACE

7.1 Dosimétrie clinique précise

Depuis le début des premiers protocoles dosimétriques, la chambre d'ionisation est l'instrument de choix pour la dosimétrie de référence où sont calibrés les appareils de radiothérapie externe. La simplicité de son mécanisme de détection permet une connaissance précise de la charge produite dans le volume sensible de la chambre, et celle-ci peut être convertie en dose par une relation linéaire, ce qui rend la chambre simple à étalonner. Son utilisation nécessite un électromètre qui régularise le voltage appliqué entre les électrodes et qui neutralise et capture la charge brute collectée par l'anode (ou la cathode). Ceci permet d'obtenir une lecture directe du signal produit dans la chambre, soit pendant ou quelques secondes après l'irradiation. Les chambres d'ionisations ont une reproductibilité élevée, c'est-à-dire un bruit de moins de 0.1% pour des volumes typiques de 0.6 cm^3 , ce qui les rend très utiles pour la dosimétrie de référence où une précision optimale est nécessaire. La chambre d'ionisation est également utilisée durant la caractérisation des appareils de radiothérapie. Par contre certains détecteurs sont plus faciles à utiliser dans de telles situations, comme par exemple la diode au silicium. En effet, comme le démontre l'équation 2.56, la conversion entre la dose dans le détecteur et la dose dans l'eau dépend du rapport de pouvoir d'arrêt, lui-même dépendant de l'énergie du faisceau. Puisque le rapport de pouvoir d'arrêt de l'eau sur le silicium est quasi-indépendant de l'énergie du faisceau pour les énergies cliniques, les diodes au silicium sont plus simples à utiliser lors de mesures de rendement en profondeur pour les faisceaux d'électrons que les chambres d'ionisation, celles-ci nécessitant

l'application d'une correction de rapports de pouvoir d'arrêt. Le fonctionnement des diodes est similaire à celui des chambres d'ionisation, et leur volume sensible est typiquement 4 ordres de grandeur plus petit, ce qui améliore considérablement la résolution de la mesure.

Il existe deux types de mesures dosimétriques en clinique. Le premier type de mesure est la dosimétrie de référence, où l'on détermine la dose en une position donnée dans un milieu de manière absolue (en Gy) avec un détecteur étalonné par un dosimètre absolu (c.-à-d., un calorimètre). Le deuxième type de mesure est la dosimétrie relative, où une distribution de dose est déterminée relativement à la dose absorbée en un point de normalisation et une condition donnée. Bien qu'il existe plusieurs types de détecteurs utilisés en clinique, les dosimètres de choix pour les mesures précises sont généralement les chambres d'ionisation et dans certains cas les diodes¹, qui permettent des niveaux d'incertitude typiquement entre 0.1% et 0.5%. Puisque ces détecteurs comportent un seul volume sensible, il est nécessaire de les positionner avec une précision adéquate afin de minimiser l'incertitude de type B produite par des erreurs potentielles de mise en place. Il existe quelques techniques permettant de minimiser l'effet du positionnement du détecteur sur la dose, notamment un pré-balayage du faisceau ou l'utilisation d'outils spécialisés. Dans certains cas, il est possible d'estimer les incertitudes sur la dose induites par les erreurs de positionnement par des estimations analytiques basées sur la connaissance du gradient de dose. Pour la dosimétrie non standard, certaines situations ne permettent ni de balayer le faisceau avant de positionner le détecteur, ni d'estimer l'incertitude de manière analytique puisque le gradient de dose n'est pas connu *a priori*. Étant donné une livraison de la dose beaucoup plus complexe qu'en radiothérapie conventionnelle, une méthode permettant d'estimer les incertitudes induites par les erreurs de mise en place est d'un intérêt potentiel en dosimétrie non standard, et permettrait d'indiquer les niveaux atteignables comparativement

¹Les chambres d'ionisation sont généralement plus reproductibles et plus stables que les diodes.

à la dosimétrie standard.

7.2 Objectifs de l'article scientifique

Durant les mesures expérimentales, les incertitudes de type A sont déterminées en répétant la mesure (voir équation 5.5), et les incertitudes de type B sont plutôt minimisées par divers moyens lorsqu'il n'est pas possible de les quantifier. Une des sources principales d'incertitude de type B durant la mesure de la dose en dosimétrie de référence est la mise en place expérimentale. En effet, une évaluation erronée de la position du détecteur ou de la distance source-surface provoquera une erreur sur la mesure difficilement estimable expérimentalement. On distingue deux composantes pour ce type d'incertitude : 1) le positionnement du détecteur par rapport au système de référence et 2) la connaissance de la position de l'isocentre de l'appareil par rapport à ce même système de référence. Bien qu'il existe des méthodes pour estimer ou minimiser ces incertitudes sous des conditions de référence, ces méthodes ne sont pas toujours applicables pour les faisceaux non standard lorsqu'un détecteur à un seul volume est utilisé (ex., une chambre d'ionisation, une diode, etc.). En effet, sous des gradients de dose élevés, ou encore sous des conditions où le gradient de dose n'est pas connu *a priori*, une incertitude de positionnement de quelques fractions de millimètres peut avoir un effet de quelques pourcents sur la dose. Puisque la chambre d'ionisation est l'objet central de cette étude doctorale, une méthode est nécessaire pour estimer ces incertitudes de type B pour les faisceaux non standard. La méthode Monte Carlo est un candidat potentiel pour ce type de calcul. En effet, d'une manière générale cette méthode consiste à générer des calculs d'estimation statistique pour une variété d'applications. Le chapitre 8 a pour but principal d'aborder comment la technique Monte Carlo est utilisée de manière originale pour calculer ces sources d'incertitudes, et également comment la construction mathématique des estimateurs statistiques de ces incertitudes est implantée dans *egs_chamber* [WZK08] (basé sur EGS [KMHR⁺09]). Des

calculs sont également effectués avec cette implantation originale afin de donner quelques exemples où des incertitudes de positionnement réalistes provoquent une incertitude de type B sur la dose qui est significative.

7.3 Théorie de l'estimation

Soit une variable aléatoire réelle $x \in \mathbb{D}_x$ dont la fonction de probabilité est $p_x(x)$. Soit une variable aléatoire réelle $s \in \mathbb{D}_s$ indépendante de x dont la fonction de probabilité est $p_s(s)$. Soit une fonction $d(x, s)$ continue sur $\mathbb{D}_x \times \mathbb{D}_s$, et soit une fonction continue $D(x)$ définie ainsi :

$$D(x) \equiv \int_{\mathbb{D}_s} d(x, s)p_s(s)ds. \quad (7.1)$$

Finalement, soit une valeur scalaire D_0 définie ainsi² :

$$D_0 \equiv \int_{\mathbb{D}_x} p_x(x)dx \int_{\mathbb{D}_s} d(x, s)p_s(s)ds. \quad (7.2)$$

Choisissons x représentant la position du détecteur, s représentant une particule de la source et $d(x, s)$ l'espérance mathématique de la dose absorbée dans le détecteur (positionné en x) pour une particule incidente de la source s . Alors $D(x)$ est la dose absorbée moyenne dans le détecteur (positionné en x) par particule incidente de la source (en Gy/particule), et D_0 est la dose moyenne dans le détecteur (Gy/particule) considérant un positionnement aléatoire décrit par $p_x(x)$. Ainsi, l'incertitude sur la dose induite par le positionnement x est définie par la relation suivante :

$$\sigma_{pos}^2 \equiv \int_{\mathbb{D}_x} (D(x) - D_0)^2 p_x(x)dx, \quad (7.3)$$

²La notation intégrale utilisée ici est telle que $\int_{\mathbb{D}_y} g(y)dy \int_{\mathbb{D}_x} f(x, y)dx \equiv \int_{\mathbb{D}_y} \int_{\mathbb{D}_x} f(x, y)g(y)dx dy$.

où σ_{pos} est l'incertitude sur la dose induite par le positionnement. En pratique, on utilise un échantillon de N positions $\{x_i\}$ pour estimer σ_{pos} en construisant l'estimateur non-biaisé suivant :

$$\hat{\sigma}_{pos}^2 \equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [D(x_i)]^2 - \frac{1}{N(N-1)} \left[\sum_{i=1}^N D(x_i) \right]^2, \quad (7.4)$$

où $\hat{\sigma}_{pos}^2$ est l'estimateur de σ_{pos} . Le biais d'un estimateur est défini comme la différence entre l'espérance mathématique de l'estimateur et la quantité qui est estimée. Ainsi, on écrit :

$$\beta \equiv E_x(\hat{\sigma}_{pos}^2) - \sigma_{pos}^2, \quad (7.5)$$

où l'opérateur $E_x()$ représente l'espérance mathématique définie ainsi :

$$E_x(f(x)) \equiv \int_{\mathbb{D}_x} f(x)p_x(x)dx, \quad (7.6)$$

Il est trivial ici que $\beta = 0$ pour l'estimateur défini à l'équation 7.4. Utilisant la méthode Monte Carlo pour estimer les valeurs de la fonction $D(x)$, il est nécessaire de modifier l'estimateur de l'équation 7.4 afin que le biais soit nul. En effet, un résultat obtenu par la méthode Monte Carlo, noté $\hat{D}(x)$, est une estimation de $D(x)$ et contient une incertitude de type A non-nulle. Si l'on remplace directement les $D(x_i)$ par les estimations $\hat{D}(x_i)$ dans l'équation 7.4, cela biaise le résultat. Dans le chapitre suivant est démontré rigoureusement comment un estimateur non-biaisé est construit afin d'utiliser les résultats Monte Carlo pour estimer σ_{pos} . La méthode est développée afin d'obtenir un échantillonnage de l'estimateur pour obtenir ainsi une incertitude de type A sur l'estimation de σ_{pos} , puisqu'il est requis en Monte Carlo de rapporter non seulement le résultat de l'estimation mais également son incertitude statistique.

7.4 Résultats et impact

Dans le chapitre 8, une méthode originale d'estimation des incertitudes provoquées par les erreurs expérimentales de mise en place, c.-à-d. le positionnement, a été développée et présentée sous la forme d'un article scientifique. Cette méthode est spécifique à des conditions de mesure où il n'est pas possible d'estimer ces incertitudes, qui sont de type B (non statistiques), par des méthodes conventionnelles. Puisque la méthode en soi est centrale dans la présentation de l'article, quelques exemples pratiques sont fournis afin de mettre en évidence l'importance de telles estimations durant les mesures dosimétriques non standard. Pour des champs modulés (IMRT), il a été démontré qu'une incertitude sur le positionnement d'une Exradin A12 de ± 0.5 mm (1σ) dans chaque direction (x, y, z) combinée à une incertitude sur la connaissance de la position de l'isocentre de ± 0.5 mm (1σ) dans chaque direction, tous deux utilisant une distribution gaussienne tronquée (2σ), provoquent des incertitudes sur la mesure du facteur k_Q allant jusqu'à 4% alors que la correction est de seulement environ 2% ($k_Q \simeq 1.02$). Il est aussi démontré que ces incertitudes sont beaucoup plus grandes lorsque la dose est rapportée dans l'eau au centroïde de la chambre plutôt que dans le volume sensible de la chambre remplie d'eau, ce qui appuie la solution discutée précédemment. Pour des mesures de facteurs totaux de petits champs (jusqu'à 0.5×0.5 cm²) avec une diode PTW 60012, une incertitude de positionnement du détecteur de ± 0.6 mm (1σ) dans chaque direction (x, y, z) combinée à une incertitude sur la connaissance de la position de l'isocentre de ± 0.6 mm (1σ) dans chaque direction, tous deux utilisant une distribution uniforme tronquée (± 1 mm), provoque des incertitudes sur les facteurs totaux allant jusqu'à 3%. Bien que ces exemples représentent des situations plutôt extrêmes comparativement à des cas cliniques typiques, comme par exemple un plan d'IMRT, ils démontrent tout de même l'importance d'évaluer ce type d'incertitude en dosimétrie non standard et suggèrent des limitations potentielles quant aux niveaux d'incertitudes atteignables. L'article scientifique présenté

dans le chapitre suivant est plutôt de nature méthodologique, et des applications qui s'en suivront auront un impact mesurable. En effet, cette méthode pourrait être utilisée dans des études impliquant des mesures expérimentales spécifiques, ce qui produirait sans doute un impact sur la validation des nouvelles techniques de dosimétrie non standard proposées dans la littérature.

7.5 Contributions et permissions des auteurs

Hugo Bouchard

- Idée originale du projet
- Développement du formalisme mathématique
- Validation de la théorie
- Implantation logicielle de la technique (egs_chamber)
- Validation de l'implantation et détermination des limites
- Calcul d'exemples pratiques
- Analyse des résultats
- Rédaction de l'article

Jan Seuntjens

- Discussion générale du projet
- Révision de l'article
- Contribution significative à la mise en valeur de l'impact scientifique

Iwan Kawrakow

- Direction du projet (support scientifique et technique)

- Discussion des méthodes
- Apport matériel (grappe de calcul) et supervision du stage (CNRC, Ottawa)
- Analyse des résultats
- Révision de l'article
- Contribution significative à la mise en valeur de l'impact scientifique

Autorisation des auteurs

1. Student identification and program

Hugo Bouchard
 Doctorat en physique (3-200-1-0)

2. Description of the research article

Title: A Monte Carlo estimator of setup positioning-induced dose uncertainty
Authors: Hugo Bouchard, Jan Seuntjens and Iwan Kawrakow
Published in: Medical Physics, Submitted manuscript # 09-1039, December 2009.

3. Declaration of all co-authors other than the student

As co-author of the research article above, I agree that Hugo Bouchard includes the article in his doctoral thesis entitled "Études des facteurs de perturbations de chambres d'ionisation sous conditions non-standard."

Hugo Bouchard	Date	12 mars 2010
Jan Seuntjens	Date	April 16, 2010
Iwan Kawrakow	Date	March 11 2010

7.6 Permission de l'éditeur

Voir : <http://www.medphys.org/subscrib.asp>

Permission for Other Use : Permission is granted to quote from the Journal with the customary acknowledgment of the source. To reprint a figure, table, or other excerpt requires the consent of one of the authors and notification to AIP.

Requests for Permission : Address requests to Penny Slattery, Journal Manager, Medical Physics Journal, AAPM, One Physics Ellipse, College Park, MD 20740-3846 ; Fax : 301-209-3399 ; Telephone : 301-209-3352.

L'accord a été obtenu par courriel de la part de Penny Slattery le 9 mars 2010 pour utiliser l'article suivant :

H. Bouchard, J. Seuntjens and I. Kawrakow, *A Monte Carlo estimator of setup positioning-induced dose uncertainty*, Med. Phys. (submitted Dec. 17, 2009),

CHAPITRE 8

ARTICLE 3 : A MONTE CARLO ESTIMATOR OF SETUP POSITIONING-INDUCED DOSE UNCERTAINTY

Hugo Bouchard

Département de Physique, Université de Montréal, Pavillon Roger-Gaudry (D-428), 2900 Boulevard Édouard-Montpetit, Montréal, Québec H3T 1J4, Canada and Département de Radio-oncologie, Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM), 1560 Sherbrooke est, Montréal, Québec H2L 4M1, Canada

Jan Seuntjens

Medical Physics Unit, Montreal General Hospital (L5-113), McGill University, 1650 Cedar Avenue, Montreal, Quebec H3G 1A4, Canada

Iwan Kawrakow

National Research Council of Canada (NRC), Ionizing Radiation Standards (M-35), 1200 Montreal Road, Ottawa, Ontario K1A 0R6, Canada

(Submitted to Medical Physics in December 2009)

ABSTRACT

Purpose : Recent advances in radiotherapy have increased the complexity of quality assurance procedures. The dosimetric verification of the delivery can no longer be performed accurately using current absorbed dose to water-based protocols. Not only water-to-cavity dose ratios differ from reference conditions, but also potential gradients could introduce significant uncertainties caused by measurement setup positioning errors. Such uncertainties are not included in current dosimetry protocols. This study describes a method to compute the setup positioning-induced uncertainty during dosimetric measurements based on Monte Carlo simulations.

Methods : A mathematical formalism is developed to calculate unbiased estimates of the type B uncertainties caused by positioning errors during dose measurements. The method

is implemented in `egs_chamber`, an EGSnrc based code that allows for the efficient calculation of detector doses and detector dose ratios. Three examples of positioning-induced dose measurement uncertainties are considered for realistic models of an Exradin A12 ionization chamber and a PTW 60012 diode, and results are computed for parameters representing nearly realistic setup positioning probability distributions.

Results : The correct implementation of the method into the `egs_chamber` code is verified by comparing results obtained in restarted and parallel runs to results from single simulations. The accuracy of the mathematical formalism is verified by comparing `egs_chamber` simulation results to the theoretical expectation in a situation where the positioning-induced uncertainty can be computed analytically. The results for the practical examples show that setup positioning-induced uncertainties can be significant during reference dosimetry as well as for nonstandard output factor measurements.

Conclusions : The method described in this paper is of interest in the study of uncertainties during nonstandard beam measurements, both in the scope of daily routine as well as when developing new dosimetry protocols. The results show that positioning-induced dose uncertainties should be considered in new protocols devoted to measurements in regions with unpredictable dose gradients. The method will be available within the `egs_chamber` code in the next official release of the EGSnrc system.

8.1 Introduction

During the past decade, technological advances in radiotherapy [Mey07] yielded techniques involving higher degrees of complexity in treatment delivery, dose calibration and quality assurance procedures. As current absorbed dose protocols [ABC⁺99, ABH⁺01] address mainly linear accelerators, recent developments in nonstandard beam dosimetry [JMBO05, AAC⁺08, BSCK09, CBS10] imply procedures where correction factors are used in addition to conventional protocols to obtain output factors or absorbed dose to water. In addition to dosimetric correc-

tion factors, positioning accuracy can become critical in such delivery techniques as compared to conventional radiation therapy. Common methods for estimating measurement setup positioning-induced dose uncertainty are based on the effect of beam divergence as well as a known dose gradient in which the detector is placed [e.g., ref. [CGVM⁺08]]. For reference conditions, such correction factors can be determined analytically. However for radiotherapy set out to deliver composed fields (e.g., modulated beam delivery), dose gradients can be difficult to predict and the effect of this on detector response is hard or impossible to estimate. Furthermore, an experimental estimation can be impractical. Therefore, setup positioning-induced dose uncertainties, which could be significant for such complex delivery techniques, remain unknown and as a result, the interpretation of dose measurements for clinical quality assurance purposes can be misleading. Since these potential uncertainties could be substantial, they should be addressed in future nonstandard beam dosimetry protocols. A detailed study of potential setup positioning-induced uncertainties on quality correction factors, for instance, could lead to important recommendations for measurement procedures.

The present study describes a new calculation method of setup positioning-induced dose uncertainties using Monte Carlo simulations. The technique developed and presented here can be used to estimate the uncertainty of dose to water, dose to the sensitive volume of the detector, output factors and water-to-detector dose ratios for arbitrary dosimetric situations. The method is utilized to compute positioning-induced uncertainties for various cases, including a set of modulated photon beams and the measurement of small field output factors, which are situations where positioning accuracy could have a significant impact on the measurement uncertainty.

The paper is organized as follows. In section II the mathematical formalism is presented. The implementation into the EGSnrc based `egs_chamber` code is discussed in section 8.3. In section 8.4 the validation procedures utilized to verify

the correct implementation are described. Practical examples are presented in section 8.5. Discussion and conclusions appear in section 8.6. Various mathematical derivations are given in the Appendix.

8.2 Theory

8.2.1 Uncertainties formalism

A true statistical significance of any measurement is obtained only when reporting an accurate uncertainty estimation along with the experimental result. Since absorbed dose measurements involve several procedures, (e.g., detector calibration, measurement setup, etc.), numerous sources of errors are present that contribute to the overall dose uncertainty. These contributions can be classified into two types, which are distinctive by their method of evaluation [ISO95]. Typical procedures imply repetition of measurements in order to assess type A uncertainty, while type B uncertainties are evaluated by other means in order to include them in the overall uncertainty budget.

Among these sources of potential error, overall setup positioning accuracy contains the contribution of the accuracy to which the machine isocenter location is known (and positioned according to the frame of reference), and the accuracy to which the detector can be positioned in the frame of reference. Although one could try to obtain an estimate of the setup positioning-induced dose uncertainty by repeated measurements (i.e., considering it to be type A uncertainty), interpreting the standard deviation of the measurements as the uncertainty would be misleading since components that are systematic to the experiment cannot be evaluated statistically (e.g., a misalignment of the electron beam with the target or a systematic jaw offset). For this reason, such dose uncertainty is interpreted as a type B, demanding other means of evaluation than experiment repetition.

Under reference conditions, setup positioning-induced dose uncertainty can be

estimated from the effect of the beam divergence and the in-phantom dose gradient [CGVM⁺08]. However, for a general case where the gradient is not known a priori (e.g., nonstandard composed beam delivery), the Monte Carlo method can be used in order to evaluate this uncertainty under any conditions.

8.2.2 Estimation theory

8.2.2.1 Ideal situation

Let a detector be placed in a phantom under certain machine irradiation conditions (i.e., field size, SSD, etc.). By definition, the setup-positioning-induced dose uncertainty (type B) is the standard deviation of the exact absorbed dose in the detector for several randomly positioned setups, i.e., where the isocenter and detector location and/or orientation are moved randomly according to specific probability distributions (i.e., mean, variance, distribution, etc.). Hence the uncertainty is given by the following expression :

$$\hat{\sigma}_{ideal} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N D_{i,ideal}^2 - \frac{1}{N(N-1)} \left(\sum_{i=1}^N D_{i,ideal} \right)^2}, \quad (8.1)$$

where N is the number of random setups (or experiments) and $D_{i,ideal}$ is the exact absorbed dose of the i^{th} experiment (or calculation). Equation 8.1 is clearly applicable to an ideal situation only where $D_{i,ideal}$ is exact, i.e., not subject to random (type A) uncertainties.

8.2.2.2 Monte Carlo doses

Since Monte Carlo calculated doses have non-zero type A uncertainties, one cannot use equation 8.1 to compute the type B dose uncertainty due to positioning uncertainties using these Monte Carlo doses since their uncertainty will cause the result to be overestimated. The correct expression of the estimator of type B

uncertainty is obtained from the following expression of the unbiased estimator of the variance (see appendix (1)) :

$$\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N D_i^2 - \frac{1}{N(N-1)} \left(\sum_{i=1}^N D_i \right)^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{M(M-1)} \sum_{j=1}^M d_{ij}^2 - \frac{1}{(M-1)} D_i^2 \right], \quad (8.2)$$

where N is the number of randomly positioned Monte Carlo simulations and D_i is the average dose during the i^{th} simulation, given by :

$$D_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M d_{ij}. \quad (8.3)$$

Here, M is the number of histories run per simulation (or randomly positioned setups) and d_{ij} is the dose for the j^{th} history at the i^{th} simulation (or setup position).

8.2.2.3 Water-to-cavity dose ratio

Water-to-cavity dose ratios are involved in beam quality correction factors and energy dependence evaluations of air-filled ionization chambers. For the purpose of computing the uncertainty on the dose ratio of the doses deposited in two different scoring volumes (under the same irradiation conditions, i.e. water-to-cavity dose ratio), the unbiased estimator of the covariance of the doses is given by (see appendix A) :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{D_1 D_2}^2 = & \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N D_i^{(1)} D_i^{(2)} - \frac{1}{N(N-1)} \left(\sum_{i=1}^N D_i^{(1)} \right) \left(\sum_{i=1}^N D_i^{(2)} \right) \\ & - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{M(M-1)} \sum_{j=1}^M d_{ij}^{(1)} d_{ij}^{(2)} - \frac{1}{(M-1)} D_i^{(1)} D_i^{(2)} \right], \end{aligned} \quad (8.4)$$

where $D_i^{(1)}$ and $D_i^{(2)}$ are the average doses in the first and second scoring volumes respectively during the i^{th} simulation, and follow the rule given by equation 8.3. This equation can be evaluated in practice using a correlated sampling technique

[MN93b].

The positioning-induced absolute dose uncertainty is given by equation 8.2. For relative dosimetry, the corresponding uncertainty on the dose ratio is obtained by applying the rules for the propagation of uncertainty [ISO95] and is given by the following expression :

$$\hat{\sigma}_{D_1/D_2}^2 = \frac{D_1}{D_2} \left(\left(\frac{\hat{\sigma}_{D_1}}{D_1} \right)^2 + \left(\frac{\hat{\sigma}_{D_2}}{D_2} \right)^2 - 2 \frac{\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2}{D_1 D_2} \right). \quad (8.5)$$

This relation can be used in the determination of positioning-induced uncertainty on k_Q correction factors [e.g., as described in ref. [BSC09]], since the type B uncertainty of the water-to-cavity dose ratio for the machine specific reference field should be negligible.

It is important to note that the estimate of uncertainty is obtained by taking the square root of the result of the estimator of the variance (equations 8.2, 8.4 or 8.5). This is of course only possible when the latter result is positive. This is not necessarily guaranteed in practice because equations 8.2 and 8.4 contain a term that removes the estimator bias. Hence, the result can be negative if the statistics are poor compared to the result. In that case, a larger number of histories must be run to obtain a statistically significant result that is non-zero.

8.2.2.4 Estimator statistics

In order to provide significance to Monte Carlo calculations, the result corresponding to the average sampled estimator must be reported along with the standard deviation of the result, which is achieved by computing the standard deviation of the calculated samples divided by the square root of the number of samples [WKR02b]. Differently from dose calculations, the variance and covariance estimators (equations 8.2 and 8.4) are computed using a number of histories equal to $M \cdot N$ (as compared to 1), and must be sampled by repeating the calculation

a number of times. Each calculation consisting of $M \cdot N$ particle histories will be referred to as a sample. If there are K samples, the average value of the variance in equation 8.2 is given by

$$\bar{\sigma}_D^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{D,k}^2, \quad (8.6)$$

where $\hat{\sigma}_{D,k}^2$ is the estimator of the variance of the k^{th} sample. The uncertainty of the average type B uncertainty of interest is then given by the following expression (see appendix (2)) :

$$\hat{\sigma}_{\bar{\sigma}_D} = \sqrt{\frac{K \sum_{k=1}^K (\hat{\sigma}_{D,k}^2)^2 - \left(\sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{D,k}^2 \right)^2}{4K(K-1) \sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{D,k}^2}}, \quad (8.7)$$

Note that equations 8.6 and 8.7 are also applicable to the sampling of the variance estimator of dose ratios given by equation 8.5.

As equation 8.6 implies a sum over K samples and N simulations (or positions), according to the Central Limit Theorem [Ric95] the probability to obtain a certain value for the variance is given by a Gaussian distribution when $N \cdot K$ is large. As shown in Appendix (3), when this condition is satisfied it is possible to approximate the distribution of the type B uncertainty estimator also as a Gaussian, provided that its uncertainty is small as compared to the expected value of the estimator. This leads to a known probability for the estimated type B uncertainty to be within a certain number of standard deviations around its mean (i.e. about 68% for 1σ and 95% for 2σ).

8.2.2.5 Output factors

In order to calculate the setup positioning-induced uncertainty of output factors (type B), one needs the type B covariance of the doses 1) in the field of interest and 2) in the reference field. Since this demands the correlated sampling technique to be applied above the field collimator, in some cases it is not possible to do so

(i.e., the beam model calculation is independent of detector response calculation). In such cases, one needs to approximate the positioning-induced uncertainty on output factors using the assumption that the field of interest and the machine specific reference field present the same effects on dose gradient caused by the beam divergence and the in-phantom dose gradient (i.e., percent depth dose). When this condition is satisfied one can utilize the approximation that the z -component of the uncertainty of the output factor is negligible, and hence the following expression of type B uncertainty of output factors for normal incidence beams applies (see appendix (4) for derivation) :

$$\frac{\hat{\sigma}_{OF}}{OF} \cong \frac{(\hat{\sigma}_{DFS})_{x,y}}{DFS}, \quad (8.8)$$

where OF stands for output factor, FS stands for field size, which is of interest, and the indexes x and y denote that the uncertainty is assessed only considering isocenter and/or detector random positioning in directions perpendicular to the beam axis. In the case when several beam angles are used, one needs to invoke similar approximations as the approximations used to derive equation 8.8 in order to obtain an expression of the output factor uncertainty, based on assumptions on the dose gradient.

8.3 Implementation

8.3.1 egs_chamber

The implementation of the setup positioning-induced dose uncertainty estimation method is performed in the EGSnrc-based [Kaw00] Monte Carlo code called `egs_chamber` [WZK08]. This code was specifically developed for the efficient calculation of doses and dose ratios deposited in a detector placed in a phantom. It utilizes various powerful variance reduction techniques that increase the efficiency by orders of magnitude compared to analogue simulations [KMHR⁺09].

The `egs_chamber` code is written in C++ and utilizes the EGSnrc C++ class library [Kaw05], which permits the use of realistic detector models. Multiple geometry calculations can be performed in a single run by simulating a common portion of the geometries only once and subsequently simulating unique geometries. To do so, a particle from a source model (e.g., a BEAMnrc [RWK06] library source) is first initiated in the common geometry and transported to a volume in which subsequent geometries are embedded. The particles reaching the volume is stored in a temporary particle phase-space container (TmpPhsp), and subsequently transported in each geometry. This approach, which takes into account the covariance of the doses during the computation of dose ratio uncertainties, is called correlated sampling [MN93b]. The availability of the correlated sampling technique in the `egs_chamber` code is used to implement the type B uncertainty calculation technique.

8.3.2 Simulation of setup displacement

Uncertainties in setup can be represented by considering the act of moving the object (beam position, detector, etc) according to a specific probability distribution. The implementation of the type B dose uncertainty estimator consists first of a dynamic transformation of the initial source position in order to simulate random isocenter positioning errors. In order to do so, the user must define the incident source sampling surface (e.g., the bottom plane of a linear accelerator treatment head simulated with a BEAMnrc shared library source) to be far enough from the phantom surface so that the particle can move freely in the surrounding material (typically air) without crossing a boundary. Secondly, the TmpPhsp is used to simulate random detector positioning, where the position of the particle is also dynamically transformed before initiating the transport in each geometry inscribed into the TmpPhsp volume. In order to guarantee the correct function of the current implementation, the user must define the TmpPhsp volume to be sufficiently

large and away from the phantom boundaries so that the particle can be displaced freely in a region with homogeneous medium without crossing any boundaries. The displacement of the particle at the TmpPhsp is clearly an approximation to mimic the displacement of the detector (more precisely, the inverse displacement), as the distance between the particle and the water surface differs from the one obtained if the detector were to be moved. However, the implementation of a dynamic detector displacement in the geometry is much more complex to achieve than directly moving the particle at the TmpPhsp and is therefore left for future refinements of the method. The use of this simplification is justified when the detector is placed at a sufficiently large depth. In this case the effect of the approximation on the computed result is negligible as shown in section 8.4.3. However, near the surface of the phantom or near any other interface, the accuracy of this approach is limited. Figure 8.1 illustrates how displacement is simulated. In order to perform a sample

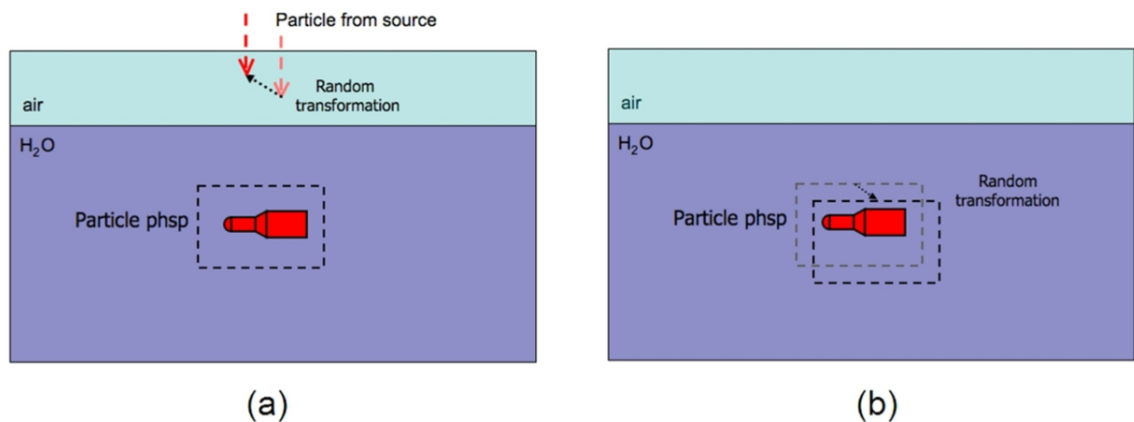


FIGURE 8.1 – Illustration of the simulation of (a) isocenter displacement and (b) detector displacement.

of variance or covariance (equations 8.2 or 8.4 and 8.5), each average dose (equation 8.3) must be calculated using fixed source and TmpPhsp transformations using M statistically independent particle histories. This process must then be repeated for N random transformations. To this end, a new random transformation is generated and used for all histories simulated at each specific setup position. The overall

simulation is terminated when the sampling of the variance (equation 8.2 or 8.5) is done K times, for a total number of histories equal to $M \cdot N \cdot K$. Estimations described by equations 8.6 and 8.7 are then calculated at the end of the full simulation. Transformations are performed according to user-defined parameters (e.g., type of probability distributions, maximum shift, etc.) and include translations along the x , y , and z axis as well as rotations by angles $(\theta_z, \theta_y, \theta_x)$ around the z , y , and x axis (performed in that order).

8.3.3 User input

The estimation of type B uncertainty depends on several user-input parameters that will define setup displacement during the simulation. For both, isocenter and detector displacements, the implementation allows 6 degrees of freedom in the transformation : 1) rotation angles around x , y and z axes and 2) translations along x , y and z axes. Probability distributions are defined independently for isocenter and detector displacement, and currently two types are allowed : 1) a uniform distribution which is delimited by a maximum shift (applied symmetrically to both directions) and 2) a Gaussian distribution defined by a standard deviation value and limited by a maximum shift (applied symmetrically to both directions). For both distributions, the displacement is independent for each degree of freedom and the maximum shifts and/or standard deviations are defined independently for rotations/directions. For example, uniform distributions within ± 1 mm in x , y and z directions define the shift to follow a uniform distribution in a cube of size 2 mm on a side. Two other user-defined parameters must be also provided : 1) the number of histories per position (M) and 2) the number of positions per samples (N). The number of samples is then computed automatically by taking the integer part of the ratio of the number of histories over $M \cdot N$.

8.3.4 Limitations

The current implementation has some limitations which the user must be aware of. First, the source incidence and the TmpPhsp volume must be chosen such that the particle does not reach the detector or exit the phantom (i.e., the TmpPhsp volume encloses detector displacement and is away from phantom surface by at least the same distance), and such that the particle remains in a homogeneous media during its displacement. This detail is important since no method exists to verify these consistencies and to prevent calculation errors. Secondly, the user must be aware of the number of histories per samples ($M \cdot N$) when deciding to use parallel jobs, so that at least one sample per job is performed, and a small fraction of histories is lost in an unfinished sample (as the number of histories for that sample has not reached $M \cdot N$). Because of the way `egs_chamber` is implemented, it is safe to add a small number of histories to assure that each planned sample calculation gets finished. Also when using a BEAMnrc source (phase-space file or a shared library), `egs_chamber` increments the number of histories run by one for each particle obtained from the source. As the number of particles per primary history (i.e., electrons incident on the linac exit window or bremsstrahlung target) is not necessarily unity for these sources, the true number of histories run (i.e., the variable `ncase`) is then taken into account at the end of the simulation to calculate statistics, and is likely to be different from the number of histories specified by the user. The user will not encounter any problems related to these matters if the parameters N and M are kept low (e.g., $N = M = 2$). However when optimizing the latter parameters for optimum efficiency (see section 8.3.5), these limitations must be considered. Finally, the user must choose the number of samples to be sufficiently high in order to obtain a meaningful estimator uncertainty calculation (i.e., $N \geq 10$ and $K \geq 10$).

8.3.5 New classes

The creation of two C++ classes is necessary to perform the implementation of the method in `egs_chamber`. The first class is named `EGS_PosUncertDistributor` and it functions as a transformation distributor. Its main purpose is to handle the user-defined transformation parameters, as well as the random transformations during the calculation. During simulations, it returns the transformations to be used for a specific setup position and also generate new random transformations when needed. A second class, named `EGS_PosUncertEstimator`, handles the calculation of the variance (or covariance) estimator during the simulation and communicates with `EGS_PosUncertDistributor` to determine when a new setup position is needed. It also calculates and returns final estimated values along with their uncertainty. The two new classes are designed to handle most of the methods needed to implement the positioning-induced uncertainty estimation, so that interference with the existing `egs_chamber` classes is minimized. In practice, the user-defined parameters are set and the new classes are initialized in the `initScoring()` function. Scoring and sampling management is handled when new histories are initiated in the `startNewShower()` function. Transformations are used and randomly set in the `simulateSingleShower()` function. Finally, results are combined and output to a file in the `outputResults()` function. In the case when parallel jobs are used, the new classes interact with the `outputData()`, `readData()`, `resetCounter()` and `addState()` functions in order to output intermediate results and to combine the results of individual jobs at the end of a parallel simulation.

8.3.6 Simulation efficiency optimization

The efficiency of a Monte Carlo simulation is defined as follows [KMHR⁺09] :

$$\varepsilon = \frac{1}{\sigma^2 \tau}, \quad (8.9)$$

The efficiency of the method described in this paper depends on two parameters : 1) the number of histories per position (M) and 2) the number of position per sample (N). The optimum parameters M and N will depend on the situation under investigation. One technique to determine the optimum M and N is a systematic calculation of the efficiency from equation 8.9 as a function of M and N , leading to an empirical behavior of ε , which can be used to choose M and N for the final simulation. This can be time consuming since the function to optimize is two-dimensional. A better method is to parameterize the efficiency as a function of M and N from a theoretical expression of the variance of the estimated quantity and calculate the efficiency for a sufficient number of points to perform a fit on ε as a function of M and/or N . For type B uncertainty calculation efficiency, one can use the following expressions for a general case derived in appendix (5) :

$$\frac{1}{\varepsilon} = a \cdot M + b \cdot \frac{1}{M} + c, \quad (8.10)$$

with a and b positive, for N constant and M large (i.e., > 1000), and

$$\frac{1}{\varepsilon} = d \cdot \left(\frac{N}{N-1} \right)^2 + e + f \cdot \frac{N}{N-1}, \quad (8.11)$$

for M constant. By using only a few efficiency calculations, it is possible to find the parameters a to f using the least square fit method [PTVF03].

8.4 Validation

8.4.1 Initialization, running and parallel job management

Several tests are run in order to verify the simulation integrity and accuracy. The initialization process, in which user-defined parameters are read, is properly tested. The restart option, in which the simulation continues from the data of a previous calculation, is also tested and is demonstrated to produce results identical

to those obtained when the same number of histories is run as a single simulation. These tests show that writing and reading intermediate results to the data files is handled correctly. In the same way, parallel jobs accuracy and integrity are also verified successfully as compared to single runs. This quality assurance confirms that the code implementation in the `egs_chamber` classes is done correctly. The behavior of the uncertainty on the type B uncertainty estimator with the number of histories is also tested and showed the expected behavior, as demonstrated in figure 8.2.

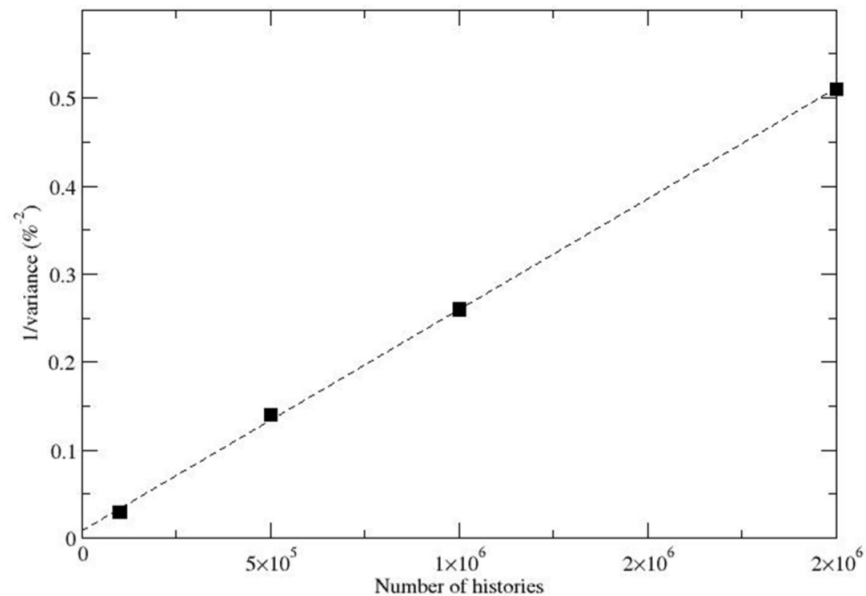


FIGURE 8.2 – Behavior of the uncertainty of the type B uncertainty estimator as a function of the number of histories ran. The graph shows typical linear behavior of the inverse of the variance of the estimator with the number of histories.

8.4.2 Displacement implementation and estimation accuracy

In order to verify the accuracy of the estimators' implementation, an ideal situation is used to perform simulations and compare results to independent analytical calculations. For a point source of 10 keV electrons, the dose is scored in a $1 \times 1 \text{ cm}^2$ water plane with 1 micron thickness, placed perpendicularly to the

z axis and centered at the origin. An electron cutoff energy of 10 keV (ECUT = 521 keV) is employed so that the dose calculated with `egs_chamber` is equal to the planar fluence. The situation is illustrated in figure 8.3. For a given point source location (x_0, y_0, z_0) (i.e., a source rotated and translated from its ideal position on the z -axis), the fluence $\Phi(x_0, y_0, z_0)$ is given by (see Appendix (6)) :

$$\frac{\Phi(x_0, y_0, z_0)}{\left[\frac{N_0}{a^2}\right]} = \frac{(2x_0 + a)}{|2x_0 + a|} (\Theta(1, 1) - \Theta(-1, 1)) - \frac{(2x_0 - a)}{|2x_0 - a|} (\Theta(1, -1) - \Theta(-1, -1)), \quad (8.12)$$

where a is the width of the square scoring plane and Θ is a function defined as follows :

$$\Theta(\eta, \nu) \equiv \arcsin \left(\frac{\left(\frac{\eta a - 2y_0}{2a}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta a - 2y_0}{2a}\right)^2 + \left(\frac{z_0}{a}\right)^2}} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2z_0}{2x_0 + \nu a}\right)^2 + 1}} \right). \quad (8.13)$$

The analytical calculation is performed using MATLAB® software (The Mathworks, Inc., Boston, MA) by randomly generating transformations, calculating the analytical fluence for each transformation from equations 8.12 and 8.13, and finally using equation 8.1 to obtain the standard deviation. The main difference between the two methods is that the analytical calculation provides an exact fluence calculation which causes the estimator to be unbiased (hence equation 8.1 can be used), while the Monte Carlo method takes into account the bias in the computation. This procedure allows the verification of the integrity and accuracy of the estimators' implementation, as the correctness of equation 8.2.

Calculations are performed using several types of transformations with a variety of user-input parameters, in order to simulate displacements during a single run. Table 8.1 summarizes the calculation comparisons between `egs_chamber` and the analytic method. All `egs_chamber` simulations are run to 0.1% uncertainty on the estimator or better. Uncertainties on the analytic fluence calculation are estimated

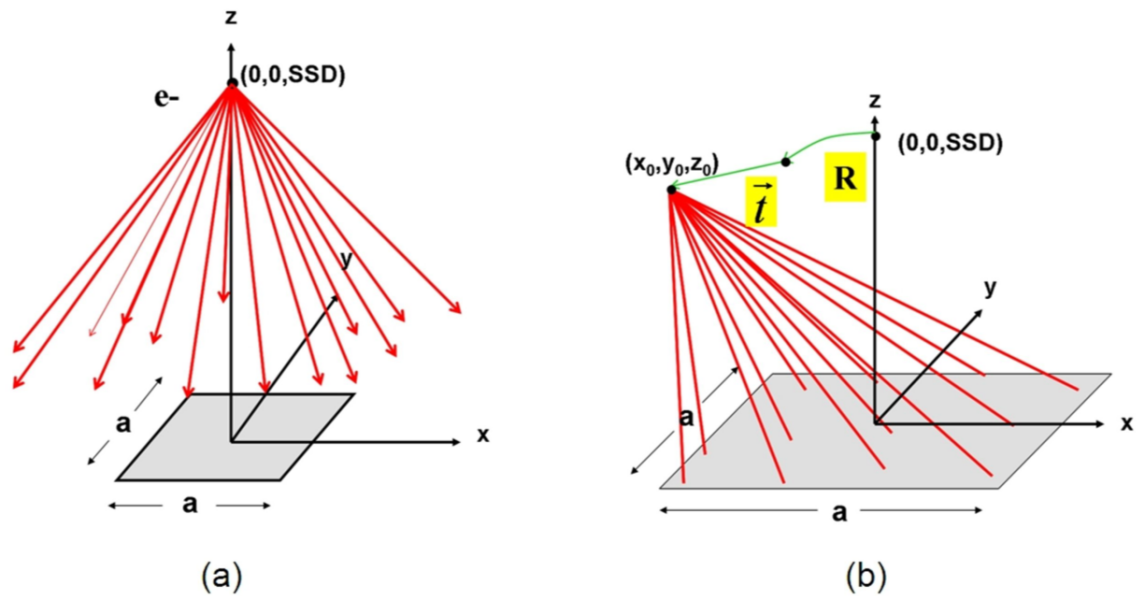


FIGURE 8.3 – Illustration of the ideal fluence calculation performed using (a) the initial source (b) the transformed source, where the symbol R represents the rotation of the source position, while \vec{t} represents its translation.

from the statistical behavior of the generated random transformations (i.e., like for any Monte Carlo method). The convergence of the results shows the accuracy of the method as well as the implementation.

8.4.3 Accuracy of TmpPhsp displacement

To verify that the displacement of particles at the TmpPhsp is adequate to mimic the detector displacement, simulation results using translations in the beam direction are compared to a pseudo-analytic method. This method consists of first choosing the same scoring volume simulated, in this case a 1 mm thin water volume with $1 \times 1 \text{ cm}^2$ area in a homogeneous $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom, and then calculating the dose response in the volume as a function of depth in the phantom (i.e. a percent depth dose simulation). A polynomial fit is performed on the resulting curve for each depth of interest using pre-calculated points over a region slightly larger than the total displacement of the scoring volume. Figure 8.4 illustrates this

TABLE 8.1 – Comparison between analytic and egs_chamber calculation for iso-center and detector displacement using a uniform distribution (quantities on the second to seventh columns corresponds to the maximum shift used for both iso-center and detector displacement). The distance between the divergent source and the scoring plane is given by the first column.

SSD (cm)	Δx (cm)	Δy (cm)	Δz (cm)	$\Delta\theta_x$ (rad)	$\Delta\theta_y$ (rad)	$\Delta\theta_z$ (rad)	egs_chamber (%)	Analytical fluence calculation (%)
5	0.5	0.5	0.5	0.1	0.1	0.1	16.268 ± 0.083	16.3455 ± 0.0109
5	1.0	1.0	1.0	0.2	0.2	0.2	34.271 ± 0.022	34.253 ± 0.0327
10	0.5	0.5	0.5	0.1	0.1	0.1	8.146 ± 0.091	8.2029 ± 0.0049
10	1.0	1.0	1.0	0.2	0.2	0.2	16.748 ± 0.045	16.728 ± 0.0119
20	0.5	0.5	0.5	0.1	0.1	0.1	4.190 ± 0.066	4.1254 ± 0.0025
20	1.0	1.0	1.0	0.2	0.2	0.2	8.595 ± 0.089	8.5301 ± 0.0055

technique. The standard deviation of the dose within the region of displacement is then computed from its formal definition, i.e., using the following equation :

$$\sigma_D^2(x_0) = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} [D(x + x_0)]^2 p(x) dx - \left[\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} [D(x + x_0)] p(x) dx \right]^2. \quad (8.14)$$

Here, x_0 is the location of the untransformed scoring volume (or average scoring volume position), $D(x)$ is the dose at depth x , $p(x)$ is the probability distribution used to randomly displace the scoring volume and Δ is the displacement range along the beam axis. Uncertainties on the standard deviation are computed by taking into account the correlations between the summed quantities that are assessed using the covariance matrix extracted from the fit. This leads to an accurate uncertainty estimate of this pseudo-analytic calculation method.

Calculations with egs_chamber are performed and compared to the pseudo-analytic method for 3 different photon beam energies (i.e., 100 keV, 1 MeV and 10 MeV) using a uniform distribution with different maximum shift values in the beam direction (i.e., ± 1 mm, ± 2 mm, ± 5 mm). The simulations are performed at an uncertainty level below 0.1% (estimators' uncertainty). The comparison is done

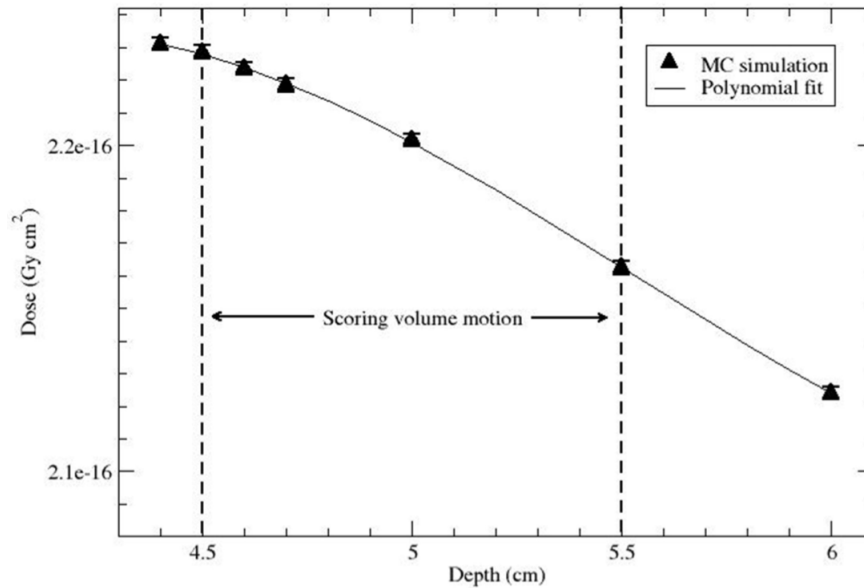


FIGURE 8.4 – Graph showing the fit performed on the percent depth dose curve simulated over a region slightly larger than the scoring volume displacement.

centering the scoring volume at 2 cm depth as well as 5 cm depth. The TmpPhsp volume is defined using a margin of 0.65 cm away from the scoring volume in the beam direction. Table 8.2 show the results for both methods. At 2 cm depth, `egs_chamber` results are in agreement with the pseudo-analytic method except for 10 MeV, where significant differences are observed. At a depth of 5 cm, all simulation results show agreement with the expected values. This demonstrates that the approximation of moving the particle at the TmpPhsp to mimic the scoring volume displacement yields negligible differences at an uncertainty level well below 0.1% when the detector is at a sufficiently large depth. Therefore, using a depth of 5 cm or more (and with the TmpPhsp starting at 4.35 cm or more) is adequate for practical applications in the radiotherapy energy range.

8.4.4 Efficiency optimization

As described in section 8.3.5, the simulation efficiency can be optimized as a function of two parameters : 1) the number of histories per positions (M) and 2)

TABLE 8.2 – Comparison between expected and egs_chamber calculation for cavity displacement using a uniform distribution (quantities in the second column corresponds to the maximum shift in z) in order to evaluate the accuracy of the approximation made in the cavity displacement at different depths in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom.

Depth (cm)	Δz (mm)	100 keV		1 MeV		10 MeV	
		egs_chamber (%)	expected (%)	egs_chamber (%)	expected (%)	egs_chamber (%)	expected (%)
2.0	1	0.376 ± 0.038	0.394 ± 0.010	0.287 ± 0.035	0.299 ± 0.011	2.167 ± 0.063	2.340 ± 0.011
2.0	2	0.790 ± 0.022	0.761 ± 0.019	0.575 ± 0.019	0.576 ± 0.022	4.374 ± 0.058	4.523 ± 0.019
2.0	5	1.965 ± 0.020	1.899 ± 0.044	1.373 ± 0.010	1.383 ± 0.023	10.989 ± 0.078	11.056 ± 0.023
5.0	1	0.672 ± 0.030	0.695 ± 0.006	0.314 ± 0.038	0.371 ± 0.062	0.227 ± 0.062	0.182 ± 0.015
5.0	2	1.315 ± 0.022	1.341 ± 0.011	0.700 ± 0.018	0.716 ± 0.012	0.409 ± 0.064	0.355 ± 0.017
5.0	5	3.235 ± 0.023	3.210 ± 0.020	1.728 ± 0.010	1.738 ± 0.011	0.868 ± 0.060	0.891 ± 0.038

the number of positions per samples (N). An example of its behavior with varying parameters M and N is shown in figure 8.5 using the dosimetric situation described in 7.4.2. Typical optimized efficiency can reach about half the dose calculation efficiency. This means that in order to achieve the same uncertainty level on the setup positioning-induced dose uncertainty estimator as the dose estimator, one needs to run a simulation with only two times more histories, once the efficiency is optimized. This result is quite interesting since the demand for a high number of samples in the simulation would rise up a much lower prediction of achievable efficiency. As to optimizing the efficiency, one needs to perform a few simulations in order to parameterize its behavior using equations 8.10 and 8.11. Figure 8.6 shows the efficiency parameterized from calculations in an arbitrary dosimetric situation. Practically, it is recommended to first find the optimal M for a small value of N (e.g., 2), and then choose an N in a practical manner, taking into account the users' limitations described in section 8.3.3, since clearly N is optimal at infinity. But according to figure 8.6(b), the efficiency saturates at approximately $N = 100$.

It is worth noting that the optimization of efficiency is necessary for practical applications of the method because the simulation time required can be potentially reduced by orders of magnitude compared to not optimum values of M and N .

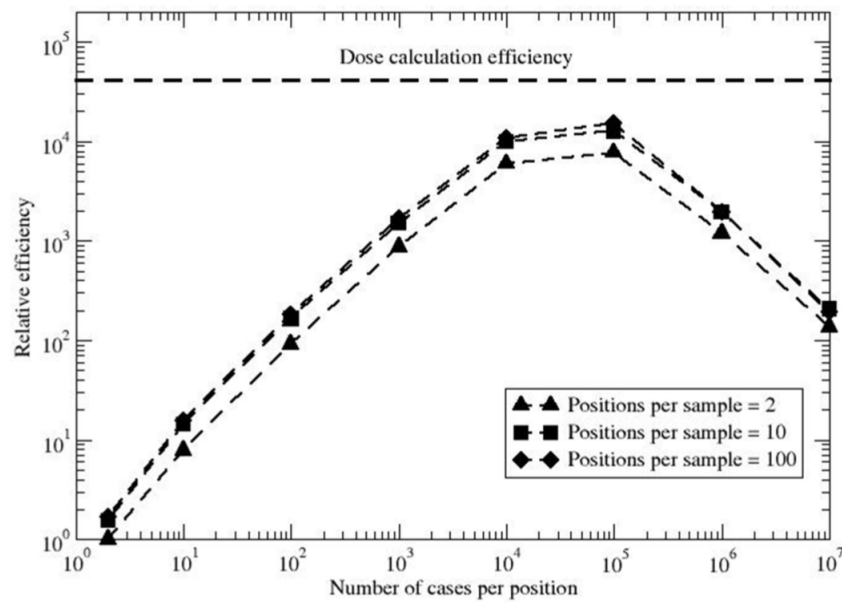


FIGURE 8.5 – Graph showing the typical behavior of the efficiency of type B uncertainty calculations with parameters M and N . The dashed horizontal line shows the dose calculation efficiency, and is typically about 2 times the efficiency of the optimized type B uncertainty calculation.

8.5 Application

8.5.1 Reference dosimetry

As a first practical example setup positioning-induced dose uncertainty during reference dosimetry procedures is considered. A model of the Exradin A12 (Standard Imaging, WI, USA) ionization chamber is used to simulate dose response. In addition, the dose to a bare-chamber volume filled with water and to a small water sphere (2 mm radius) located at the point of measurement are computed in order to evaluate quality conversion factor uncertainties. The scoring volumes are placed

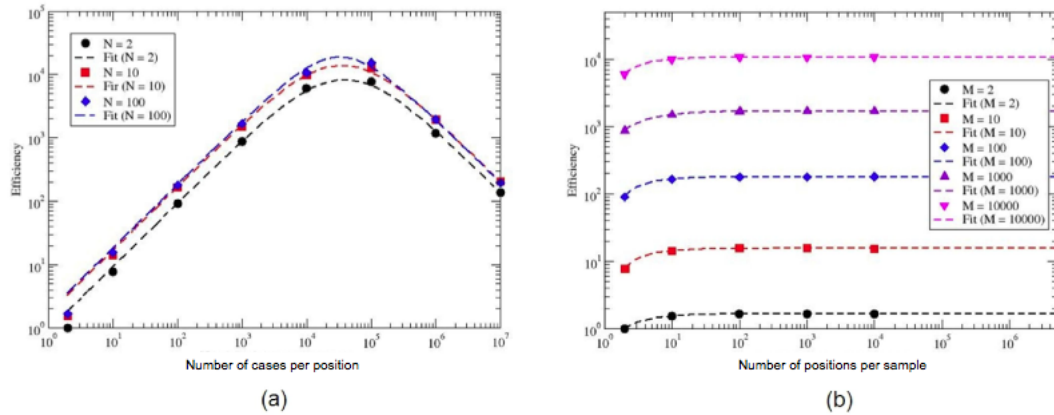


FIGURE 8.6 – Graph showing the parameterization of the behavior of the efficiency of type B uncertainty calculations with (a) varying number of histories per positions (M) and (b) varying number of positions per sample (N).

at 5 cm depth, defined to be the isocenter location, in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom, placed at a source-to-surface distance of 95 cm. A 1.25 MeV photon point source ideally collimated to a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ field (at isocenter) is used. The isocenter displacement is modeled using uniform distributions of $\pm 1 \text{ mm}$ in all directions (x, y, z). The detector displacement is modeled using uniform and Gaussian distributions (truncated at 2σ) along with rotational misalignments about the x axis, where the chamber is aligned with the y axis and the beam direction is along the z axis.

Table 8.3 summarizes the results. Setup positioning-induced uncertainty on chamber dose response corresponds closely to what would be estimated with analytical methods [CGVM⁺08], as the dose gradient is roughly 5 %/cm for this beam and the effect of the inverse square law on the phantom is roughly 0.2 %/mm. Uncertainties are found to be higher for the Gaussian distribution, as the displacement is wider. The angular misalignment leads to no statistically significant contributions to the uncertainty. This is to be expected when the dose gradient is constant over the displacement of the chamber. The type B uncertainties on k_Q factors are found to be statistically insignificant. The last result of the third row is reported as

TABLE 8.3 – Uncertainties calculated for simulated reference dosimetry measurements with an Exradin A12 chamber placed at 5 cm depth in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ phantom using an SAD setup and a 1.25 MeV photon point source collimated to $10 \times 10 \text{ cm}^2$ field at isocenter (100 cm from source). Maximum translation shifts for the uniform distributions are $\pm 1 \text{ mm}$ and $\pm 2 \text{ mm}$ for the Gaussian ($\sigma = 1 \text{ mm}$). Angle shifts for the uniform distributions are within $\pm 3^\circ$ and $\pm 6^\circ$ for the Gaussian ($\sigma = 3^\circ$).

Distribution	A12 chamber (%)	Chamber water volume (%)	Small water volume (%)	Dose ratio (chamber volume)	Dose ratio (small volume)
Uniform (no angle)	0.334 ± 0.024	0.349 ± 0.013	0.337 ± 0.114	0.0003 ± 0.0022	0.0040 ± 0.0012
Uniform (with angle)	0.413 ± 0.027	0.378 ± 0.017	0.522 ± 0.099	0.0017 ± 0.0006	0.0044 ± 0.0015
Gaussian (no angle)	0.504 ± 0.017	0.518 ± 0.011	0.349 ± 0.111	0.0004 ± 0.0017	Negative
Gaussian (with angle)	0.495 ± 0.023	0.537 ± 0.013	0.547 ± 0.098	0.0009 ± 0.0011	0.0040 ± 0.0017

"negative", this implies that the estimated variance is found to be negative, which would lead to an imaginary standard deviation result after taking the square root. This behavior is caused by the fact that the result is not significantly different from zero, leading to the strong possibility that the type B variance oscillates around zero (i.e., the probability to find a negative result is significant).

8.5.2 Small field output factors

Small beam output factor uncertainties are computed using a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom in which a PTW 60012 diode (Freiburg, Germany) 60012 is placed at 10 cm depth, defined to be the isocenter. A 1.25 MeV photon point source located at 90 cm from the phantom surface is used and several field sizes (defined at isocenter) are simulated using an ideal collimator. Isocenter and detector displacements are modeled to be uniformly distributed within $\pm 1 \text{ mm}$ in directions perpendicular to the beam axis (x, y). Figure 8.7 shows the results as a function of the width of the square field, along with a diagram of the field projection over the

detector. Setup positioning-induced detector output factor uncertainty is depicted as a function of field sizes for $0.5 \times 0.5 \text{ cm}^2$, $0.6 \times 0.6 \text{ cm}^2$, $0.75 \times 0.75 \text{ cm}^2$, and $1.0 \times 1.0 \text{ cm}^2$ fields. The graph shows significant uncertainties (up to about 3.2%) for the smallest field, while decreasing with increasing field size (as expected) and becoming negligible from $1 \times 1 \text{ cm}^2$ and above. Although one could question if the positioning uncertainty model used for these estimations is realistic, this series of calculations is performed as an example, since actual results will depend on the specific values of the parameters describing setup-positioning uncertainty (distributions, shifts, etc.). In this case, it is clear that some action can be taken to reduce such positioning uncertainties (e.g., scanning the beam prior to positioning the detector to measure the output factor). Nevertheless, it is clear that type B uncertainties in this case can be significantly higher than for reference dosimetry (i.e., first row of table 8.3) and therefore our results indicate that great care must be taken during such measurements.

8.5.3 IMRT beams

As a final example, output factor and water-to-cavity dose ratio type B measurement uncertainties are computed for single beam intensity modulated radiation therapy (IMRT). Photons from a point source with a generic 6 MV spectrum are transported through a Varian Millennium[®]120 multileaf collimator (MLC) model without transporting electrons (i.e., ECUT = 10 MeV), but modeling the scattered photons (i.e., PCUT = 0.01 MeV). The MLC model allows the simulation of 6 dynamic fields and the component is placed at the position specified by the manufacturer. Deliveries are performed with normal incidence on the phantom and figure 8.8 shows the fluence intensity maps of the beams used. An Exradin A12 ionization chamber model is used as scoring volume. It is placed at 5 cm depth (defined to be the isocenter) in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom using a source-to-surface distance of 95 cm. Dose is also scored in the bare cavity filled with water,

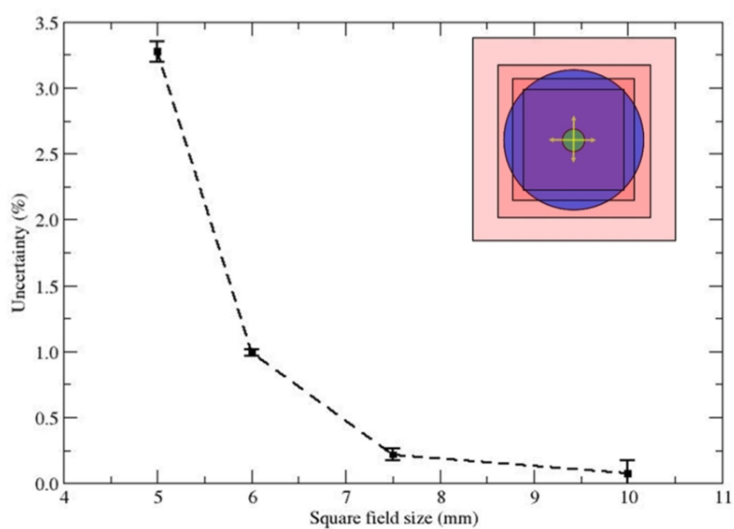


FIGURE 8.7 – Calculation results of setup positioning-induced detector output factors uncertainty in small beam measurements using a PTW 60012 diode model with both isocenter and detector uniform displacement of ± 1 mm (in directions perpendicular to the beam axis only). The sketch in the upright corner shows a beam's eye view of the diode placed in the fields, with the smallest circle to represent the sensitive volume of the diode, and the cross to represent a ± 1 mm range of displacement in both directions.

as well as in a small sphere of water (1 mm radius), in order to evaluate uncertainties on water-to-cavity dose ratios. Both, isocenter and detector distributions, are chosen to be 2σ Gaussian limited to ± 1 mm (i.e., $\sigma = 0.5$ mm) in the directions perpendicular to the beam axis.

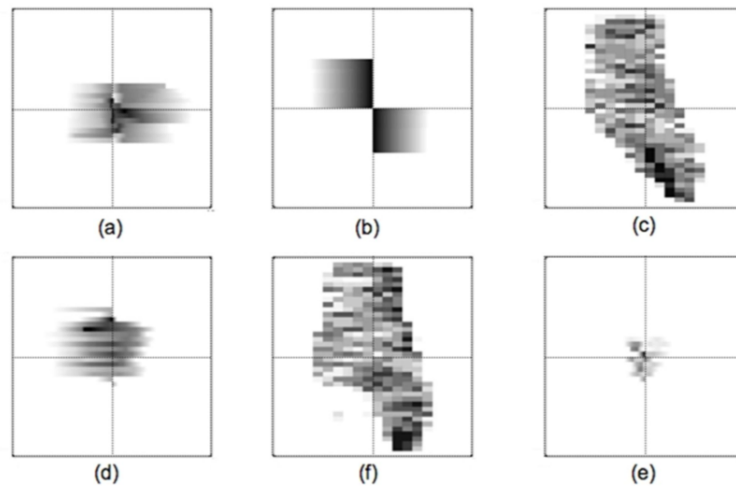


FIGURE 8.8 – Fluence intensity maps of the IMRT beams used for nonstandard output factor measurements simulation. Each map is shown within a 20×20 cm² field centered at isocenter.

Table 8.4 summarizes the results. Output factors along with their type B uncertainties are reported to the chamber (relative cavity dose) as well as the bare chamber filled with water and the small sphere of water (relative dose factors to chamber volume and small sphere respectively). Quality correction factors (k_Q) are also reported with their positioning-induced uncertainties. The numbers given in parenthesis correspond to the type A uncertainty (estimated by Monte Carlo) on the last digit of the value in question. Relative cavity doses (RCD) type B uncertainty range from 0.6% to 6.4%, while relative dose factors (RDF) to the bare chamber filled with water and the small water sphere range from 0.8% to 6.8% and 5% to 32% respectively. Finally, uncertainties on quality correction factors reach up to 3.7% when reporting dose to the bare chamber filled with water, while reaching up to 37% when reporting dose to a small sphere of water. These results indicate

TABLE 8.4 – Results obtained from dynamic IMRT beam simulations with an Exradin A12 chamber placed at 5 cm depth in a $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ phantom using an SAD setup (100 cm from source). For both isocenter and detector displacements, maximum translation shifts used are 1 mm in directions perpendicular to the beam and the distribution is a 2σ Gaussian ($\sigma = 0.5 \text{ mm}$). Isocenter nor detector rotations are not considered in these calculations. Uncertainties associated with reported values (i.e., separated by \pm) are induced by setup positioning (type B). The numbers in parenthesis correspond to the statistical simulation uncertainty (type A) on the last digit, which is estimated with the Monte Carlo method.

Field	Relative chamber dose	Relative dose factor (chamber volume)	Relative dose factor (small sphere)	k_Q (chamber volume)	k_Q (small sphere)
(a)	0.3536(4) \pm 0.005(1)	0.3687(2) \pm 0.0039(3)	0.411(1) \pm 0.022(3)	1.0428(0) \pm 0.009(6)	1.1612(0) \pm 0.063(9)
(b)	0.4505(5) \pm 0.006(1)	0.4578(2) \pm 0.0056(3)	0.433(1) \pm 0.136(2)	1.0162(0) \pm 0.00(2)	0.9601(0) \pm 0.353(5)
(c)	0.2178(3) \pm 0.0039(7)	0.2141(1) \pm 0.0045(2)	0.1980(7) \pm 0.041(1)	0.9827(0) \pm 0.008(5)	0.9090(0) \pm 0.242(6)
(d)	0.5118(4) \pm 0.003(2)	0.5181(2) \pm 0.0041(2)	0.518(1) \pm 0.064(1)	1.0123(0) \pm 0.000(4)	1.0115(0) \pm 0.134(3)
(e)	0.2107(3) \pm 0.0026(8)	0.2101(1) \pm 0.0030(2)	0.1619(6) \pm 0.0252(9)	0.9975(0) \pm 0.00(1)	0.7685(0) \pm 0.175(6)
(f)	0.1622(2) \pm 0.0103(8)	0.1661(1) \pm 0.0113(2)	0.284(1) \pm 0.058(3)	1.0243(0) \pm 0.038(9)	1.7538(1) \pm 0.20(1)

clearly that positioning-induced uncertainties are significant for such deliveries. Therefore, the accuracy of nonstandard beam dosimetry can be limited considerably as compared to reference dosimetry, especially if one measures with poorer positioning accuracy [see e.g. ref. [CGVM⁺08]] under significant dose gradients. Furthermore, the results indicate that one can reduce these type B uncertainties by reporting dose to the volume of the chamber filled with water or the dose to the chamber itself, instead of reporting dose to a point in water. This is in agreement with the recommendation made by Bouchard *et al* [BSCK09] for nonstandard beam dosimetry.

8.6 Discussion and conclusion

The goal of this study is to develop a tool for calculating the setup positioning-induced dose uncertainty using the Monte Carlo method. The implementation of the method in `egs_chamber` is successfully tested and showed accuracy when compared to expected estimates, at an uncertainty level below 0.1%. The method presented in this paper makes it possible to obtain type B measurement uncertainty estimates for a variety of dosimetric situations, in which the user will determine a set of input parameters. Similarly to variance reduction techniques, the use of the technique demands an optimization procedure in order to run the simulation efficiently. Calculation examples applied to nonstandard beam dosimetry show significant setup positioning-induced uncertainties for output factors as well as correction factors when using nearly realistic positioning uncertainties. However, it must be pointed out that uncertainties evaluated for single IMRT beams should be in principle higher than multibeam deliveries, which are meant to produce quasi-homogeneous dose distributions. Therefore, for application in conjunction with the IAEA formalism [AAC⁺08], the estimated uncertainties should be much lower than shown in these examples. Nonetheless, the method would be very useful to quantify these uncertainties. Furthermore, these calculations indicate potential limitations in the accuracy of nonstandard beam dosimetry as compared to reference dosimetry. The method shows relevance in nonstandard beam dose measurements and the development of new protocols in order to provide the community with recommendations on such measurements. The validity of the results obtained with the method will depend on the predetermined estimates of positioning accuracy, along with realistic probability distributions.

8.7 Acknowledgements

One of the authors (H. B.) gratefully acknowledges support by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada contract No. 344218. The authors would also like to thank Malcolm McEwen and Carl Ross for fruitful discussions on the subject.

8.8 Appendix

(1) Derivation of unbiased covariance

From the expression of equation 8.4, the expectation value along source (index s) and positioning (index x) is given by :

$$\begin{aligned}
 E_x(E_s(\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2)) &= \left[\frac{1}{N-1} + \frac{1}{N(M-1)} \right] \sum_{i=1}^N E_x(E_s(D_i^{(1)} D_i^{(2)})) \\
 &\quad - \frac{1}{N(N-1)} E_x \left(E_s \left(\sum_{i=1}^N D_i^{(1)} \sum_{i=1}^N D_i^{(2)} \right) \right) \\
 &\quad - \frac{1}{NM(M-1)} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^M E_x \left(E_s \left(d_{ij}^{(1)} d_{ij}^{(2)} \right) \right) \right]
 \end{aligned}$$

Distributing the expectation operator on each term, one obtains :

$$\begin{aligned}
E_x(E_s(\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2)) &= \left[\frac{1}{M^2(N-1)} + \frac{1}{M^2N(M-1)} \right] \sum_{i=1}^N \sum_{j_1=1}^M \sum_{\substack{j_2=1 \\ j_1 \neq j_2}}^M E_x(E_s(d_{ij_1}^{(1)} d_{ij_2}^{(2)})) \\
&+ \left[\frac{1}{M^2(N-1)} + \frac{1}{M^2N(M-1)} \right] \sum_{i=1}^N \sum_{j_1=1}^M E_x(E_s(d_{ij_1}^{(1)} d_{ij_2}^{(2)})) \\
&- \frac{1}{M^2N(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^N \sum_{j_1=1}^M \sum_{\substack{j_2=1 \\ j_1 \neq j_2}}^M E_x(E_s(d_{i_1 j_1}^{(1)} d_{i_2 j_2}^{(2)})) \\
&- \frac{1}{M^2N(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_1 \neq i_2}}^N \sum_{j=1}^M E_x(E_s(d_{i_1 j}^{(1)} d_{i_2 j}^{(2)})) \\
&- \frac{1}{M^2N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M E_x(E_s(d_{ij}^{(1)} d_{ij}^{(2)})) \\
&- \frac{1}{MN(M-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M E_x(E_s(d_{ij}^{(1)} d_{ij}^{(2)}))
\end{aligned}$$

Applying the properties of the expectation operator, and using the fact that doses are independent for different histories, one obtains :

$$\begin{aligned}
E_x(E_s(\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2)) &= \left[\frac{1}{M^2(N-1)} + \frac{1}{M^2N(M-1)} \right] \sum_{i=1}^N \sum_{j_1=1}^M \sum_{\substack{j_2=1 \\ j_1 \neq j_2}}^M E_x(D_1(x_i)D_2(x_i)) \\
&+ \left[\frac{1}{M^2(N-1)} + \frac{1}{M^2N(M-1)} \right] \sum_{i=1}^N \sum_{j_1=1}^M E_x(D_1(x_i)D_2(x_i) + COVAR_S(D_1(x_i), D_2(x_i))) \\
&- \frac{1}{M^2N(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^N \sum_{j_1=1}^M \sum_{\substack{j_2=1 \\ j_1 \neq j_2}}^M E_x(D_1(x_{i_1})D_2(x_{i_2})) \\
&- \frac{1}{M^2N(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_1 \neq i_2}}^N \sum_{j_1=1}^M E_x(D_1(x_{i_1})D_2(x_{i_2})) \\
&- \frac{1}{M^2N(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{j_1=1}^M E_x(D_1(x_{i_1})D_2(x_{i_1}) + COVAR_S(D_1(x_{i_1}), D_2(x_{i_1}))) \\
&- \frac{1}{MN(M-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M E_x(D_1(x_i)D_2(x_i) + COVAR_S(D_1(x_i), D_2(x_i)))
\end{aligned}$$

The expression simplifies to :

$$\begin{aligned}
E_x(E_s(\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2)) &= \left[\frac{M-1}{M(N-1)} + \frac{1}{MN} \right] \sum_{i=1}^N E_x(D_1(x_i)D_2(x_i)) \\
&+ \left[\frac{1}{M(N-1)} + \frac{1}{MN(M-1)} \right] \sum_{i=1}^N E_x(D_1(x_i)D_2(x_i) + COVAR_S(D_1(x_i), D_2(x_i))) \\
&- \frac{M-1}{MN(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^N E_x(D_1(x_{i_1})D_2(x_{i_2})) \\
&- \frac{1}{MN(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_1 \neq i_2}}^N E_x(D_1(x_{i_1})D_2(x_{i_2})) \\
&- \frac{1}{MN(N-1)} \sum_{i=1}^N E_x(D_1(x_i)D_2(x_i) + COVAR_S(D_1(x_i), D_2(x_i))) \\
&- \frac{1}{N(M-1)} \sum_{i=1}^N E_x(D_1(x_i)D_2(x_i) + COVAR_S(D_1(x_i), D_2(x_i)))
\end{aligned}$$

And combining common terms, one obtains :

$$E_x(E_s(\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_x(D_1(x_i)D_2(x_i)) - \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i_1=1}^N \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_1 \neq i_2}}^N E_x(D_1(x_{i_1})D_2(x_{i_2}))$$

Since positions are independents, the average doses at different locations are independents, therefore the last term simplifies to the following :

$$E_x(E_s(\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_x(D_1(x_i)D_2(x_i)) - D_1D_2$$

Using the definition of the covariance one obtains :

$$E_x(E_s(\hat{\sigma}_{D_1, D_2}^2)) = COVAR(D_1, D_2)$$

Since variance is a special case of covariance, the relation applies for equation 8.2.

(2) Uncertainty of the average estimator

Since by definition $\hat{\sigma}_{\bar{\sigma}_D} \equiv \sqrt{VAR(\hat{\sigma}_D)}$, using the rules for propagations of uncertainties, one can write :

$$\hat{\sigma}_{\bar{\sigma}_D} = \sqrt{\frac{VAR(\hat{\sigma}_D^2)}{4\hat{\sigma}_D^2}},$$

And since $VAR(\hat{\sigma}_D^2) = \frac{VAR(\hat{\sigma}_D^2)}{K}$, the expression becomes :

$$\hat{\sigma}_{\bar{\sigma}_D} = \sqrt{\frac{K \sum_{k=1}^K (\hat{\sigma}_{D,k}^2)^2 - \left(\sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{D,k}^2\right)^2}{4K(K-1) \sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{D,k}^2}}.$$

(3) Probability distribution of the estimator

Since the probability distribution of $y = f(x)$ transforms as follows :

$$p(y) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x) \delta(y - f(x)) dx,$$

where $\delta(x)$ is the Dirac probability distribution. Using $f(x) = \sqrt{x}$ and using the properties of the Dirac distribution, one obtains :

$$p(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2} \frac{\delta(x - y^2)}{\left|\frac{-1}{2\sqrt{y^2}}\right|} dx$$

The solution of the integral can be written as :

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2} \left(\frac{y+\mu_y}{2y}\right)^2$$

with $\mu_y = \sqrt{\mu_x}$ and $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{2y}$. For σ_y small compared to μ_y , one can write

$y \cong \mu_y$ and therefore

$$p(y) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2}$$

(4) Setup positioning-induced output factor uncertainties

Using propagation of uncertainties, once can write the uncertainty on output factors as follows :

$$\hat{\sigma}_{OF} = \left(\frac{D_{FS}}{D_{msrf}} \right) \sqrt{\frac{VAR(D_{msrf})}{D_{msrf}^2} + \frac{VAR(D_{FS})}{D_{FS}^2} - 2\frac{COVAR(D_{FS}, D_{msrf})}{D_{FS}D_{msrf}}}$$

Since the coordinates are orthogonal, the variance can be decomposed in its independent components, i.e. :

$$\hat{\sigma} \equiv \hat{\sigma}_x + \hat{\sigma}_y + \hat{\sigma}_z$$

At normal beam incidence, the following assumptions are made :

(a)

$$\left(\frac{VAR(D_{msrf})}{D_{msrf}^2} \right)_z + \left(\frac{VAR(D_{FS})}{D_{FS}^2} \right)_z - 2 \left(\frac{COVAR(D_{FS}, D_{msrf})}{D_{FS}D_{msrf}} \right)_z \cong 0$$

(b)

$$\left(\frac{VAR(D_{msrf})}{D_{msrf}^2} \right)_x \cong 0 \cong \left(\frac{VAR(D_{msrf})}{D_{msrf}^2} \right)_y$$

This leads to :

$$\hat{\sigma}_{OF} \cong \frac{D_{FS}}{D_{msrf}} \sqrt{\left(\frac{VAR(D_{FS})}{D_{FS}^2} \right)_{x,y}}$$

(5) Efficiency parameterization

(a) For N constant

One can write equation 8.2 as follows :

$$\hat{\sigma}_D = \hat{V}_D - \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^N \hat{V}_{d,i},$$

with $\hat{V}_D = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (D - \bar{D})^2$ and $\hat{V}_{d,i} = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (d_{ij} - \bar{d}_i)^2$.

Applying the rules of propagation of uncertainty :

$$VAR(\hat{\sigma}_D^2) = VAR(\hat{V}_D) + \frac{1}{M^2} VAR\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{V}_{d,i}\right) - \frac{2}{M} COVAR\left(\hat{V}_D, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{V}_{d,i}\right)$$

For M large enough, we can assume that $VAR(\hat{V}_D)$, $VAR\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{V}_{d,i}\right)$ and $COVAR\left(\hat{V}_D, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{V}_{d,i}\right)$ to be constant, leading to the following result :

$$VAR(\hat{\sigma}_D^2) = a + b \frac{1}{M^2} + c \frac{1}{M}$$

(b) For M constant

One can write equation 8.2 as follows :

$$\hat{\sigma}_D = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[(D_i - \bar{D})^2 - \frac{N-1}{N} \hat{V}_{d,i} \right],$$

Applying the rules of propagation of uncertainty, one write :

$$VAR(\hat{\sigma}_D^2) = \frac{N}{(N-1)^2} VAR\left((D_i - \bar{D})^2 - \frac{N-1}{N} \hat{V}_{d,i}\right)$$

And the expression can be developed to :

$$\begin{aligned} VAR(\hat{\sigma}_D^2) &= \frac{N}{(N-1)^2} VAR((D_i - \bar{D})^2) + \frac{1}{N} VAR(\hat{V}_{d,i}) \\ &\quad - \frac{2}{N-1} COVAR((D_i - \bar{D})^2, \hat{V}_{d,i}) \end{aligned}$$

This expression leads to the following result :

$$VAR(\hat{\sigma}_D^2) = e \frac{N}{(N-1)^2} + f \frac{1}{N} + g \frac{1}{(N-1)}$$

And finally, since one can write for K samples (and H histories)

$$VAR(\overline{\hat{\sigma}_D^2}) = \frac{1}{K} VAR(\hat{\sigma}_D^2) = \frac{MN}{H} VAR(\hat{\sigma}_D^2)$$

Then the efficiency is written as :

$$\frac{1}{\varepsilon} = MN \cdot VAR(\hat{\sigma}_D^2)$$

Combining this expression with the previous expressions for N and M constant respectively, one can write :

$$\frac{1}{\varepsilon} = aM + b \frac{1}{M} + c$$

And

$$\frac{1}{\varepsilon} = e \frac{N^2}{(N-1)^2} + f + g \frac{N}{(N-1)}$$

For the first parameterization expression, the optimum efficiency is obtained for $M = \sqrt{\frac{b}{a}}$, leading to the fact that a and b are of the same sign. Also, the second derivative of must be positive (as $\frac{1}{\varepsilon}$ reaches a minimum), therefore b is positive, and a must be positive.

(6) Analytical fluence calculation

The average planar fluence crossing a square plane of size a^2 from a point source located at (x_0, y_0, z_0) is given by :

$$\Phi(x_0, y_0, z_0) = \frac{\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} \vec{\varphi}(x, y, z; x_0, y_0, z_0) \cdot \hat{n}(x, y) dx dy}{\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} dx dy},$$

where

$$\vec{\varphi}(x, y, z; x_0, y_0, z_0) = N_0 \frac{(x - x_0)\hat{i} + (y - y_0)\hat{j} + (z - z_0)\hat{k}}{((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2)^{3/2}}$$

with N_0 denoting the number of particles and $\hat{n}(x, y)$ is the unitary vector normal to the plane. Note that there is a scalar product between the latter function and the unitary vector in the integral expression. For $z = 0$, the average planar fluence can then be expressed as :

$$\Phi(x_0, y_0, z_0) = \frac{N_0 z_0}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2] dx dy$$

This integral can be transformed (after a few steps) to the following :

$$\begin{aligned} \frac{\Phi(x_0, y_0, z_0)}{\frac{N_0}{a^2}} &= \left(\frac{z_0}{a}\right) \left(\frac{2x_0 + a}{2a}\right) \int_{-\frac{1}{2} - \frac{y_0}{a}}^{\frac{1}{2} - \frac{y_0}{a}} \frac{dy}{\left[y^2 + \left(\frac{z_0}{a}\right)^2\right] \left[y^2 + \left(\frac{z_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{2x_0 + a}{2a}\right)^2\right]^{1/2}} \\ &\quad - \left(\frac{z_0}{a}\right) \left(\frac{2x_0 - a}{2a}\right) \int_{-\frac{1}{2} - \frac{y_0}{a}}^{\frac{1}{2} - \frac{y_0}{a}} \frac{dy}{\left[y^2 + \left(\frac{z_0}{a}\right)^2\right] \left[y^2 + \left(\frac{z_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{2x_0 - a}{2a}\right)^2\right]^{1/2}} \end{aligned}$$

The integration over y yields

$$\frac{\Phi(x_0, y_0, z_0)}{\frac{N_0}{a^2}} = \frac{(2x_0 + a)}{|2x_0 + a|} (\Theta(1, 1) - \Theta(-1, 1)) - \frac{(2x_0 - a)}{|2x_0 - a|} (\Theta(1, -1) - \Theta(-1, -1))$$

with $\Theta(\eta, \nu)$ given by equation 8.13.

CHAPITRE 9

CONCLUSION

Cette thèse présente une étude des facteurs de perturbation de chambres d'ionisation sous conditions non standard. Une revue complète des protocoles de dosimétrie est d'abord effectuée et résumée dans le premier chapitre. Dans le deuxième chapitre, la théorie de la mesure de la dose absorbée due à des faisceaux de photons et d'électrons est abordée en détails et démontrée rigoureusement. Ainsi est justifié le formalisme défini dans les protocoles dosimétriques ainsi que la méthode Monte Carlo utilisée comme méthode centrale de cette recherche. Aux troisième et quatrième chapitres est décrite l'étude principale du projet de doctorat, portant sur les facteurs de perturbation en conditions non standard. Cette étude théorique permet d'apporter plusieurs conclusions conceptuelles sur la mesure de la dose pour la future génération de protocoles de dosimétrie. Les chapitres 5, 6, 7 et 8 étendent l'étude aux mesures expérimentales, abordant principalement les incertitudes. Ces études permettent de tirer d'importantes conclusions quant aux niveaux de précision atteignables lors de la mesure de la dose sous conditions non standard, ainsi que lors des mesures des facteurs de corrections. Dans chaque chapitre introductoire aux articles présentés, une discussion sur les résultats porte sur l'optique de la dosimétrie non standard, mettant ainsi chaque article dans une même perspective et ainsi mesurant l'impact sur la communauté scientifique.

Ce projet de doctorat aura sans doute un impact sur la mesure de la dose absorbée et les procédures d'assurance qualité. Puisque l'implantation du nouveau protocole de dosimétrie de l'IAEA-AAPM est en cours et toujours à l'étape du formalisme [AAC⁺08], les résultats de recherches actuelles serviront à améliorer les méthodes dosimétriques de la nouvelle génération de protocoles, qui fera apparition d'ici quelques années. Les résultats présentés ici permettent d'améliorer les concepts

fondamentaux de la dosimétrie quant aux facteurs de correction sous conditions non standard, et potentiellement un facteur de correction global utilisable dans des conditions idéales, dépendamment des résultats futurs de cet axe de recherche. L'étude permet également de déterminer certaines limitations quant à la précision atteignable des protocoles à venir comparativement aux protocoles standard. Ainsi, la précision de la dosimétrie des chambres d'ionisation sera peut-être compromise dans un avenir rapproché. L'étude met également l'accent sur la dépendance de la dosimétrie non standard à la précision de la méthode Monte Carlo, celle-ci pouvant elle-même avoir ses limites pour ce type de calcul. D'autres détecteurs pourraient alternativement être adoptés en clinique pour les mesures non standard. Dans cette thèse est étudié le film radiochromique, et l'impact sur son utilisation clinique et en recherche sera sans doute important. La méthode développée permettra non seulement d'améliorer la précision de la mesure avec ce dosimètre, mais aussi de prédire les critères nécessaires au design de procédures expérimentales afin d'obtenir les niveaux d'incertitude désirés (c.-à-d., de l'ordre de 0.1% pour des mesures relatives). Ainsi, des procédures spécifiques pourront être développées pour les applications cliniques pour optimiser l'efficacité des méthodes et la signification des résultats. De plus, les niveaux d'incertitudes atteignables pour la mesure expérimentale des facteurs de correction non standard seront également obtenus [CBS10], permettant de valider la candidature du film radiochromique comme dosimètre alternatif pour les conditions non standard. Finalement, la méthode développée pour calculer les incertitudes dosimétriques induites par les erreurs expérimentales de mise en place permettra aux études futures d'obtenir une estimation complète de l'incertitude, c'est-à-dire en tenant compte des incertitudes de type A et B. Cette méthode pourra être utilisée pour plusieurs applications, surtout en recherche, où l'estimation de l'incertitude est cruciale. Par exemple, durant la caractérisation dosimétrique d'un appareil de traitement en vue de valider un modèle Monte Carlo, ou pour toute autre application où les méthodes conventionnelles d'estimation d'incertitudes ne

sont pas applicables, la méthode est d'un intérêt potentiel.

Le futur de cet axe de recherche est prometteur. Bien que des mesures de facteurs de corrections k_Q soient nécessaires pour valider le nouveau protocole, des calculs doivent aussi démontrer une convergence avec les mesures expérimentales, ou encore démontrer les limites de la méthode Monte Carlo pour de telles conditions. Une étude élaborée de calculs de k_Q pour des champs cliniques pourrait permettre de démontrer l'ordre de grandeur de la divergence entre la relation théorique obtenue dans ce projet et les valeurs réelles de facteurs de correction. D'autres détecteurs potentiels peuvent être étudiés et présentés comme candidats afin d'évaluer leurs performances par rapport aux chambres d'ionisation sous conditions non standard, et ce en considérant les limites démontrées dans cette recherche ainsi qu'une estimation complète des incertitudes (type A et B). Un détecteur adéquat pour ces conditions doit non seulement être précis, mais le matériau de détection doit être équivalent à l'eau et le volume sensible doit être assez petit de sorte à obtenir des effets de perturbations négligeables. Quelques exemples de candidats potentiels autres que le film radiochromique sont les chambres liquides, les détecteurs au diamant et les fibres scintillantes. Des études pourront être menées afin d'améliorer la précision de ces détecteurs, puisque pour l'instant les limites sont de l'ordre de 0.3% [CBS10] et ne permettent pas d'obtenir une signification statistique suffisante pour des valeurs de k_Q inférieures à environ 1.005¹. Une étude peut également être menée afin d'évaluer les incertitudes induites par les erreurs expérimentales de mise en place pour des situations réalistes cliniques. De tels résultats pourraient améliorer l'algorithme décisionnel durant la validation clinique de plans non standard. Finalement, non seulement les faisceaux d'IMRT doivent être étudiés, mais également les faisceaux non standard d'autres modalités de traitement, soient les appareils TomoTherapy®[®], CyberKnife®[®] et le GammaKnife®[®]. Le futur de cet axe de recherche inclut un travail colossal de modélisation et d'ex-

¹Supposant une incertitude gaussienne et un niveau de confiance $\alpha=0.05$

périmentation. Ces avancements ont, et auront un impact direct sur la qualité des traitements, ainsi que sur le progrès des recherches en radiothérapie.

BIBLIOGRAPHIE

- [AAC⁺08] R. Alfonso, P. Andreo, R. Capote, S. M. Huq, W. Kilby, P. Kjäll, T. R. Mackie, H. Palmans, K. Rosser, J. Seuntjens, W. Ullrich, and S. Vatnitsky. A new formalism for reference dosimetry of small and nonstandard fields. *Medical Physics*, 35(11) :5179–5186, 2008.
- [ABC⁺99] P. R. Almond, P. J. Biggs, B. M. Coursey, W. F. Hanson, M. S. Huq, R. Nath, and D. W. O. Rogers. AAPM’s TG-51 protocol for clinical reference dosimetry of high-energy photon and electron beams. *Medical Physics*, 26(9) :1847–1869, 1999.
- [ABH⁺01] P. Andreo, D. T. Burns, K. Hohfield, M. S. Huq, T. Kanai, and F. Laitano V. Smyth and S. Vynckier. Absorbed Dose Determination in External Beam Radiotherapy : An International Code of Practice for Dosimetry based on Standards of Absorbed Dose to Water. Technical Report TRS-398, International Atomic Energy Agency, Vienna (Austria), 2001.
- [Alm67] P. R. Almond. The Physical Measurements of Electron Beams from 6 to 18 MeV : Absorbed Dose and Energy Calibration. *Physics in Medecine and Biology*, 12(1), 1967.
- [Ame75] American Association of Physicists in Medecine. Code of Practice for X-ray Therapy Linear Accelerators. *Medical Physics*, 2(10) :110–121, 1975.
- [AS77] P. R. Almond and H. Svensson. Ionization Chamber Dosimetry for Photons and Electron Beams : Theoretical considerations. *Acta Radiologica : Therapy, Physics, Biology*, 16, 1977.

- [BAM62] G. P. Barnard, E. J. Axton, and A. R. S. Marsh. On the Use of Roentgen-Calibrated, Cavity-Ionization Chambers in Tissue-like Phantoms to Determine Absorbed Dose. *Physics in Medicine and Biology*, 7(2), 1962.
- [BDR96] D. T. Burns, G. X. Ding, and D. W. O. Rogers. R_{50} as a Beam Quality Specifier for Selecting Stopping-Power Ratios and Reference Depths for Electron Dosimetry. *Medical Physics*, 23(3), 1996.
- [BR06] L. A. Buckley and D. W. O. Rogers. Wall correction factors, P_{wall} , for thimble ionization chambers. *Medical Physics*, 33(2) :455–464, 2006.
- [Bra75] A. Brahme. Simple Relations for the Penetration of High Energy Beams in Matter. Technical Report SSI : 1975-011, Department of Radiation Physics, Karolinska Institute, Stockholm, 1975.
- [BS04] H. Bouchard and J. P. Seuntjens. Ionization Chamber-Based Reference Dosimetry of Intensity Modulated Radiation Beams. *Medical Physics*, 31(9), 2004.
- [BSCK09] H. Bouchard, J. P. Seuntjens, J. Carrier, and I. Kawrakow. Ionization chamber gradient effects in nonstandard beams. *Medical Physics*, 36(10) :4654–4663, 2009.
- [Bur59] T. E. Burlin. The Measurement of Exposure Dose for High Energy Radiation with Cavity Ionization Chambers. *Physics in Medicine and Biology*, 3(3), 1959.
- [Bur66] T. E. Burlin. A General Theory of Cavity Ionisation. *British Journal of Radiology*, 39 :727–734, 1966.

- [CBS10] E. Chung, H. Bouchard, and J. Seuntjens. Investigation of three radiation detectors for accurate measurement of absorbed dose in non-standard fields. *Medical Physics*, 37((submitted)) :999, 2010.
- [CGVM⁺08] Pablo Castro, Feliciano García-Vicente, Cristina Mínguez, Alejandro Floriano, David Sevillano, Leopoldo Pérez, and Juan J. Torre. Study of the uncertainty in the determination of the absorbed dose to water during external beam radiotherapy calibration. *Journal of Applied Clinical Medical Physics*, 9(1) :70–86, 2008.
- [CRP⁺09] F. Crop, N. Reynaert, G. Pittomvils, L. Paelinck, C. De Wagter, L. Vakaet, and H. Thierens. The influence of small field sizes, penumbra, spot size and measurement depth on perturbation factors for microionization chambers. *Physics in Medicine and Biology*, 54(9) :2951–2969, 2009.
- [CSDL⁺04] R. Capote, F. Sánchez-Doblado, A. Leal, J. I. Lagares, R. Arráns, and G. H. Hartmann. An Egsnrc Monte Carlo Study of the Microionization Chamber for Reference Dosimetry of Narrow Irregular IMRT Beamlets. *Medical Physics*, 31(9), 2004.
- [DSH⁺04] S. Devic, J. Seuntjens, G. Hegyi, E. B. Podgorsak, C. G. Soares, A. S. Kirov, I. Ali, J. F. Williamson, and A. Elizondo. Dosimetric properties of improved GafChromic films for seven different digitizers. *Medical Physics*, 31(9) :2392–2401, 2004.
- [DSS⁺05] S. Devic, J. Seuntjens, E. Sham, E. B. Podgorsak, C. R. Schmidlein, A. S. Kirov, and C. G. Soares. Precise radiochromic film dosimetry using a flat-bed document scanner. *Medical Physics*, 32(7) :2245–2253, 2005.

- [DWTP06] S. Devic, Y.-Z. Wang, N. Tomic, and E. B. Podgorsak. Sensitivity of linear CCD array based film scanners used for film dosimetry. *Medical Physics*, 33(11) :3993–3996, 2006.
- [Fan54] U. Fano. Note on the Bragg-Gray Cavity Principle for Measuring Energy Dissipation. *Radiation Research*, 1(3) :237–240, 1954.
- [FM27] H. Fricke and S. Morse. The Chemical Action of Röntgen Rays on Dilute Ferrosulfate Solutions as a Measure of Dose. *American Journal of Roentgenology and Radium Therapy*, 1927.
- [FM29] H. Fricke and S. Morse. The Action of X-rays on Ferrous Sulphate Solutions. *Philosophical Magazine*, 1929.
- [GMM62] D. Greene, B. Massey, and W. J. Meredith. Exposure Dose Measurements in Megavoltage Therapy. *Physics in Medecine and Biology*, 6(4), 1962.
- [Gra36] L. H. Gray. An Ionization Method for the Absolute Measurement of Gamma Ray Energy. *British Journal of Radiology*, 10, 1936.
- [Gra37a] L. H. Gray. Radiation Dosimetry Part I. *British Journal of Radiology*, 10, 1937.
- [Gra37b] L. H. Gray. Radiation Dosimetry Part II. *British Journal of Radiology*, 10, 1937.
- [Gre62] D. Greene. The Use of an Ethylene-filled Polythene Chamber for Dosimetry of Megavoltage X-rays. *Physics in Medecine and Biology*, 7(2), 1962.
- [Gre74] J. R. Greening. Reply to “Dose Conversion Factors for Electron”. *Physics in Medecine and Biology*, 19(5), 1974.

- [Gui63] Ernst Adolph Guillemin. *Theory of Linear Physical Systems*. Wiley, New-York, 1963.
- [Hos60] Hospital Physicists' Association. A code of Practice for X-ray Measurements. *British Journal of Radiology*, 33(55) :55–59, 1960.
- [Hos64] Hospital Physicists' Association. A code of Practice for the Dosimetry of 2 to 8 MV X-ray and Caesium-137 and Cobalt-60 Gamma-ray Beams. *Physics in Medicine and Biology*, 9(4) :457–463, 1964.
- [Hos69] Hospital Physicists' Association. A code of Practice for the Dosimetry of 2 to 35 MV X-ray and Caesium-137 and Cobalt-60 Gamma-ray Beams. *Physics in Medicine and Biology*, 14(1) :1–8, 1969.
- [Hos71] Hospital Physicists' Association. A Practical Guide to Electron Dosimetry 5-35 MeV. Technical Report Report series no. 4, Hospital Physicists' Association, 1971.
- [Hos75] Hospital Physicists' Association. Practical Guide to Electron Dosimetry Below 5 MeV for Radiotherapy Purposes. Technical Report Report series no. 13, Hospital Physicists' Association, 1975.
- [Int56] International Commission on Radiation Units and Measurements. Report of the International Commission on Radiation Units and Measurements. Technical Report Handbook 62, National Bureau of Standards, 1956.
- [Int62] International Commission on Radiation Units and Measurements. Physical Aspects of Irradiation, ICRU Report No. 10b. Technical Report Handbook 85, National Bureau of Standards, 1962.
- [Int69] International Commission on Radiation Units and Measurements. Radiation Dosimetry : X-Rays and Gamma Rays with Maximum Pho-

- ton Energies Between 0.6 and 50 MeV. Technical Report Report no. 14, International Commission on Radiation Units and Measurements, Washington D.C., 1969.
- [Int72] International Commission on Radiation Units and Measurements. Radiation Dosimetry : Electrons with Initial Energies Between 1 and 50 MeV. Technical Report Report no. 21, International Commission on Radiation Units and Measurements, Washington D.C., 1972.
- [Int79] International Commission on Radiation Units and Measurements. Average Energy to Required to Produce an Ion Pair, International Commission on Radiation Units and Measurements. Technical Report Report no. 31, International Commission on Radiation Units and Measurements, Washington D.C., 1979.
- [Int80] International Commission on Radiation Units and Measurements. Radiation Quantities and Units. Technical Report Report no. 33, International Commission on Radiation Units and Measurements, Washington D.C., 1980.
- [Int84a] International Commission on Radiation Units and Measurements. Radiation Dosimetry : Electrons with Initial Energies Between 1 and 50 MeV. Technical Report Report no. 35, International Commission on Radiation Units and Measurements, Washington D.C., 1984.
- [Int84b] International Commission on Radiation Units and Measurements. Stopping Powers for Electrons and Positrons. Technical Report Report no. 37, International Commission on Radiation Units and Measurements, Washington D.C., 1984.
- [Int87] International Atomic Energy Agency. Absorbed Dose Determination in Photon and Electron Beams : An International Code of Practice.

- Technical Report TRS-277, International Atomic Energy Agency, Vienna (Austria), 1987.
- [Int93] International Commission on Radiation Units and Measurements. Prescribing, Recording, and Reporting Photon Beam Therapy. Technical Report Report no. 50, International Commission on Radiation Units and Measurements, Washington D.C., 1993.
- [Int97] International Atomic Energy Agency. The Use of Plane Parallel Ionization Chambers in High Energy Electron and Photon Beams - An International Code of Practice for Dosimetry. Technical Report TRS-381, International Atomic Energy Agency, Vienna (Austria), 1997.
- [ISO95] ISO. Guide to expression of uncertainty in measurement. Technical report, International Organization on Standardization, Geneva, Switzerland, 1995.
- [Jam94] F. James. RANLUX : A Fortran Implementation of the High-Quality Pseudorandom Number Generator of Lüscher. *Computer Phys. Commun.*, 79 :111–114, 1994.
- [Jan81] A. C. A. Janssens. Modified Energy-Deposition Model, for the Computation of the Stopping-Power Ratio for Small Cavity Sizes. *Physical Review A*, 23(3) :1164–1176, 1981.
- [JEJT74] A. Janssens, G. Eggermont, R. Jacobs, and G. Thielens. Spectrum Perturbation and Energy Deposition Models for Stopping Power Ratio Calculations in General Cavity Theory. *Physics in Medicine and Biology*, 19(5) :619–630, 1974.
- [JMBO05] Robert Jeraj, Thomas R. Mackie, John Balog, and Gustavo Olivera. Dose calibration of nonconventional treatment systems applied to helical tomotherapy. *Medical Physics*, 32(2) :570–577, 2005.

- [Kaw00] Iwan Kawrakow. Accurate condensed history Monte Carlo simulation of electron transport. I. Egsnrc, the new EGS4 version. *Medical Physics*, 27(3) :485–498, 2000.
- [Kaw05] I. Kawrakow. egspc : The egsnrc c++ class library. Technical Report Report No. PIRS-899, National Research Council of Canada, Ottawa (Canada), 2005.
- [Kaw06] I. Kawrakow. On the effective point of measurement in megavoltage photon beams. *Medical Physics*, 33(6) :1829–1839, 2006.
- [KCG⁺94] G. J. Kutcher, L. Coia, M. Gillin, W. F. Hanson, S. Leibel, R. J. Morton, J. R. Palta, J. A. Purdy, L. E. Reinstein, G. K. Svensson, M. Weller, and L. Wingfield. Comprehensive QA for radiation oncology : Report of AAPM Radiation Therapy Committee Task Group 40. *Medical Physics*, 21(4) :581–618, 1994.
- [KDH⁺91] F. M. Khan, K. P. Doppke, K. R. Hogstrom, G. J. Kutcher, R. Nath, S. C. Prasad, J. A. Purdy, M. Rozenfeld, and B. L. Werner. Clinical Electron-Beam Dosimetry : Report of AAPM Radiation Therapy Committee Task Group No. 25. *Medical Physics*, 18(1), 1991.
- [Kha94] F. M. Khan. *The Physics of Radiation Therapy 2nd edition*. Lippincott Williams and Wilkins, Philadelphia, 1994.
- [KMHR⁺09] I. Kawrakow, E. Mainegra-Hing, D.W.O. Rogers, F. Tessier, and B.R.B. Walters. The EGSnrc Code System : Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport. Technical Report Report No. PIRS-701, National Research Council of Canada, Ottawa (Canada), 2009.
- [LB92] Zheng-Ming Luo and Anders Brahme. High-Energy Electron Transport. *Physical Review B*, 46(24) :15739–15752, 1992.

- [LKR⁺06] B. D. Lynch, J. Kozelka, M. K. Ranade, J. G. Li, W. E. Simon, and J. F. Dempsey. Important considerations for radiochromic film dosimetry with flatbed CCD scanners and EBT GAFCHROMIC[®]Film. *Medical Physics*, 33(12) :4551–4556, 2006.
- [Luo85a] Zheng-Ming Luo. Improved Bipartition Model of Electron Transport. I. A General Formulation. *Physical Review B*, 32(2) :812–823, 1985.
- [Luo85b] Zheng-Ming Luo. Improved Bipartition Model of Electron Transport. II. Applications to Inhomogeneous Media. *Physical Review B*, 32(2) :824–836, 1985.
- [MAJ08] M. Martisikova, B. Ackermann, and O. Jakel. Analysis of uncertainties in Gafchromic EBT film dosimetry of photon beams. *Physics in Medicine and Biology*, 53(24) :7013–7027, 2008.
- [Mey07] J. L. Meyer. *Advances in the Treatment Planning and Delivery of Radiotherapy, Frontiers of Radiation Therapy and Oncology vol. 40*. Karger, Switzerland, 2007.
- [MKR08] M. R. McEwen, I. Kawrakow, and C. K. Ross. The effective point of measurement of ionization chambers and the build-up anomaly in MV x-ray beams. *Medical Physics*, 35(3) :950–958, 2008.
- [MN93a] C. M. Ma and A. E. Nahum. Effect of Size and Composition of the Central Electrode on the Response of Cylindrical Ionization Chambers in High-Energy Photon and Electron Beams. *Physics in Medicine and Biology*, 38(2), 1993.
- [MN93b] Chang-Ming Ma and Alan E. Nahum. Calculation of absorbed dose ratios using correlated Monte Carlo sampling. *Medical Physics*, 20(4) :1189–1199, 1993.

- [Nah78] A. E. Nahum. Water/Air Mass Stopping Power Ratios for Megavoltage Photons and Electrons Beams. *Physics in Medicine and Biology*, 23(1) :24–38, 1978.
- [Nat61] National Council on Radiation Protection and Measurements. Stopping Powers Use with Cavity Chambers, NCRP Report No. 27. Technical Report Handbook 79, National Bureau of Standards, 1961.
- [NG76] A. E. Nahum and J. R. Greening. Inconsistency in Derivation of C_λ and C_E . *Physics in Medicine and Biology*, 21(5), 1976.
- [Nor72] Nordic Association of Clinical Physics. Procedures in Radiation Therapy Dosimetry With 5 to 50 Mev Electrons and Roentgen and Gamma Rays with Maximum Photon Energies Between 1 and 50 MeV. *Acta Radiologica : Therapy, Physics, Biology*, 2(6) :603–624, 1972.
- [Nor80] Nordic Association of Clinical Physics. Procedures in External Radiation Therapy Dosimetry with Electron and Photon Beams with Maximum Energies Between 1 and 50 MeV. *Acta Radiologica : Oncology*, 19 :58–77, 1980.
- [NRBC⁺98] A. Niroomand-Rad, C. R. Blackwell, B. M. Coursey, K. P. Gall, J. G. Galvin, W. L. McLaughlin, A. S. Meigooni, R. Nath, J. E. Rodgers, and C. G. Sores. Radiochromic film dosimetry : Recommendations of AAPM Radiation Therapy Committee Task Group 55. *Medical Physics*, 25(11) :2093–2115, 1998.
- [Ort86] Colin G. Orton. *Radiation Dosimetry : Physical and Biological Aspects*. Plenum Press, New York, 1986.
- [PSPP03] K. A. Paskalev, J. P. Seuntjens, H. J. Patrocinio, and E. B. Podgorsak. Physical aspects of dynamic stereotactic radiosurgery with very small

- photon beams (1.5 and 3 mm in diameter). *Medical Physics*, 30 :111–118, 2003.
- [PTVF03] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes in C++ : The Art of Scientific Computing, 2nd Edition*. Cambridge University Press, 2003.
- [Rae76] D. E. Raeside. Monte Carlo Principles and Applications. *Physics in Medicine and Biology*, 21(2) :181–197, 1976.
- [Rei79] H. Reich. Choice of the Measuring Quantity for Therapy-Level Dosimeters. *Physics in Medicine and Biology*, 24(5) :895–900, 1979.
- [RFD⁺95] D. W. O. Rogers, B. A. Faddegon, G. X. Ding, C.-M. Ma, J. We, and T.R. Mackie. BEAM : A Monte Carlo code to simulate radiotherapy treatment units. *Medical Physics*, 22 :503–524, 1995.
- [Ric95] J. A. Rice. *Mathematical Statistics and Data Analysis, 2nd Edition*. Duxbury Press, 1995. ISBN 0-534-20934-3.
- [RLV⁺08] A. Rink, D. F. Lewis, S. Varma, I. A. Vitkin, and D. A. Jaffray. Temperature and hydration effects on absorbance spectra and radiation sensitivity of a radiochromic medium. *Medical Physics*, 35(10) :4545–4555, 2008.
- [Rog92] D. W. O. Rogers. Fundamentals of High Energy X-ray and Electron Dosimetry Protocols, Advances in Radiation Oncology Physics. Technical Report Medical Physics Monograph 19, American Association of Physicists in Medicine, New-York, 1992.
- [Rog96] D. W. O. Rogers. Fundamentals of Dosimetry Based on Absorbed-Dose Standards, Teletherapy Physics, Present and Future. Technical

- Report Medical Physics Monograph 19, American Association of Physicists in Medicine, Washington D.C., 1996.
- [Rog06] D. W. O. Rogers. Fifty Years of Monte Carlo Simulations for Medical Physics. *Physics in Medicine and Biology*, 51 :R287–R301, 2006.
- [RWK06] D. W. O. Rogers, B. Walters, and I. Kawrakow. BEAMnrc users manual. Technical Report Report No. PIRS-509, National Research Council of Canada, Ottawa (Canada), 2006.
- [SA55] L. V. Spencer and F. H. Attix. A Theory of Cavity Ionization. *Radiation Research*, 3(3), 1955.
- [SDAC⁺03] F. Sanchez-Doblado, P. Andreo, R. Capote, A. Leal, M. Perucha, R. Arrans, L. Nunez, E. Mainegra, J. I. Lagares, and E. Carrasco. Ionization chamber dosimetry of small photon fields : a Monte Carlo study on stopping-power ratios for radiosurgery and IMRT beams. *Physics in Medicine and Biology*, 48(14) :2081–2099, 2003.
- [SDCL⁺05] F. Sánchez-Doblado, R. Capote, A. Leal, J. V. Roselló, J. I. Lagares, R. Arráns, and G. H. Hartmann. Microionization chamber for reference dosimetry in IMRT verification : Clinical implications on OAR dosimetric errors. *Physics in Medicine and Biology*, 50(5) :959–970, 2005.
- [SF08] S. Saur and J. Frengen. GafChromic EBT film dosimetry with flatbed CCD scanner : A novel background correction method and full dose uncertainty analysis. *Medical Physics*, 35(7) :3094–3101, 2008.
- [Sub66] Sub-committee on Radiation Dosimetry (AAPM). Protocol for the Dosimetry of High Energy Electrons. *Physics in Medicine and Biology*, 11(4) :505–520, 1966.

- [Sub71] Sub-committee on Radiation Dosimetry (AAPM). Protocol for the Dosimetry of X- and Gamma Beams with Maximum Energies Between 0.6 and 50 MeV. *Physics in Medicine and Biology*, 16(3) :379–396, 1971.
- [Sut56] H. C. Sutton. A Calibration of the Fricke Chemical Dosimeter. *Physics in Medicine and Biology*, 1(2) :239–358, 1956.
- [Tas83] Task Group 21 Radiation Therapy Committee (AAPM). A Protocol for the Determination of Absorbed Dose from High-Energy Photon and Electron Beams. *Medical Physics*, 10(6) :741–771, 1983.
- [TCY05] M. J. Butson T. Cheung and P. K. N. Yu. Post-irradiation colouration of Gafchromic EBT radiochromic film. *Physics in Medicine and Biology*, 50(20) :N281–N285, 2005.
- [TS08] L. Tantot and J. Seuntjens. Modelling ionization chamber response to nonstandard beam configurations. *Journal of Physics : Conference Series*, 102 :1–7, 2008.
- [vBHPH08] L. J. van Battum, D. Hoffmans, H. Piersma, and S. Heukelom. Accurate dosimetry with GafChromic EBT film of a 6 MV photon beam in water : What level is achievable? *Medical Physics*, 35(2) :704–716, 2008.
- [WHZ08] J. Wulff, J. T. Heverhagen, and K. Zink. Monte-Carlo-based perturbation and beam quality correction factors for thimble ionization chambers in high-energy photon beams. *Physics in Medicine and Biology*, 53(11) :2823–2836, 2008.
- [WKR02a] B. R. B. Walters, I. Kawrakow, and D. W. O. Rogers. History by history statistical estimators in the BEAM code system. *Medical Physics*, 29(12) :2745–2752, 2002.

- [WKR02b] B. R. B. Walters, I. Kawrakow, and D. W. O. Rogers. History by history statistical estimators in the beam code system. *Medical Physics*, 29(12) :2745–2752, 2002.
- [WZK08] J. Wulff, K. Zink, and I. Kawrakow. Efficiency improvements for ion chamber calculations in high energy photon beams. *Medical Physics*, 35(4) :1328–1336, 2008.
- [ZYJ⁺03] X. R. Zhu, S. Yoo, P. A. Jursinic, D. F. Grimm, F. Lopez, J. J. Rownd, and M. T. Gillin. Characteristics of sensitometric curves of radiographic films. *Medical Physics*, 30(5) :912–919, 2003.

ANNEXE A

INTÉGRATION DU TERME D'INTERACTION DES PHOTONS

Intégrant partiellement les termes de l'équation 2.23, on peut poser l'équation 2.30 de la manière suivante pour les photons :

$$\begin{aligned}
 D_\gamma(\vec{x}) = & \int_0^{h\nu_0} \left[\frac{\mu_{photo}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} + \frac{\mu_{pair}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} \right] h\nu dh\nu \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}, h\nu) d\Omega \\
 & + \int_I^{h\nu_0} h\nu dh\nu \int_0^{h\nu-I} dh\nu' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}, h\nu) \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, \vec{\Omega}, h\nu', \vec{\Omega}')}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
 & - \int_0^{h\nu_0-I} h\nu dh\nu \int_{h\nu+I}^{h\nu_0} dh\nu' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} \varphi_\gamma(\vec{x}, \vec{\Omega}', h\nu') \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu', \vec{\Omega}', h\nu, \vec{\Omega})}{\rho(\vec{x})} d\Omega \\
 & - \int_0^{h\nu_0} h\nu dh\nu \int_{h\nu}^{h\nu_0} dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', \vec{\Omega}', h\nu, \vec{\Omega})}{\rho(\vec{x})} d\Omega'.
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Par un choix judicieux de variables et par intégration sur les directions, on obtient :

$$\begin{aligned}
 D_\gamma(\vec{x}) = & \int_0^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \left[\frac{\mu_{photo}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} + \frac{\mu_{pair}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} \right] h\nu dh\nu \\
 & + \int_I^{h\nu_0} h\nu dh\nu \int_0^{h\nu-I} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
 & - \int_0^{h\nu_0-I} h\nu' dh\nu' \int_{h\nu'+I}^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
 & - \int_0^{h\nu_0} h\nu dh\nu \int_{h\nu}^{h\nu_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', h\nu)}{\rho(\vec{x})} dE'
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

En transformant le 3^{ième} terme de l'équation de cette manière (voir figure A.1) :

$$\begin{aligned}
 I_3^\gamma = & \int_0^{h\nu_0-I} h\nu' dh\nu' \int_{h\nu'+I}^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
 = & \int_I^{h\nu_0} dh\nu \int_0^{h\nu-I} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} h\nu' dh\nu',
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

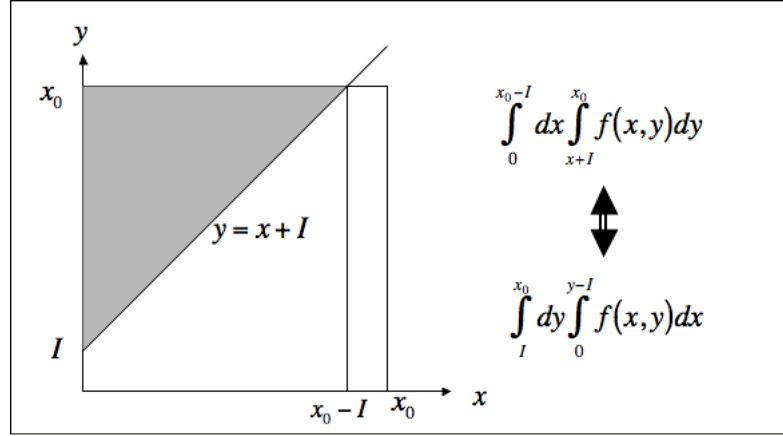


FIGURE A.1 – Transformation des bornes d'intégration du terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par ionisations.

Par conséquent l'équation A.2 devient :

$$\begin{aligned}
 D_{\gamma}(\vec{x}) = & \int_0^{h\nu_0} \varphi_{\gamma}(\vec{x}, h\nu) \left[\frac{\mu_{photo}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} + \frac{\mu_{pair}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} \right] h\nu d h\nu \\
 & + \int_I^{h\nu_0} \varphi_{\gamma}(\vec{x}, h\nu) d h\nu \int_0^{h\nu-I} \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} (h\nu - h\nu') d h\nu' \\
 & - \int_0^{h\nu_0} h\nu d h\nu \int_{h\nu}^{h\nu_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', h\nu)}{\rho(\vec{x})} d E'
 \end{aligned} \quad (A.4)$$

Puisque pour une position donnée, le kerma est défini ainsi :

$$K_{tot} \equiv \int_0^{h\nu_0} \varphi_{\gamma}(h\nu) \frac{\mu_{tot}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} \bar{E}_{tr}(h\nu) d h\nu, \quad (A.5)$$

avec $\bar{E}_{tr}(h\nu)$ l'énergie moyenne transférée au milieu durant l'interaction, donnée par :

$$\bar{E}_{tr}(h\nu) \equiv \int_0^{h\nu-I} \mu_{tot}(\vec{x}, h\nu, E_{tr}) E_{tr} d E, \quad (A.6)$$

où E_{tr} est l'énergie transférée durant l'interaction par un photon d'énergie $h\nu$. En renommant la variable E' , l'équation A.4 devient alors :

$$D_\gamma(\vec{x}) = K_{tot}(\vec{x}) - \int_0^{h\nu_0} h\nu dh\nu \int_{h\nu}^{h\nu_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dE. \quad (\text{A.7})$$

ANNEXE B

INTÉGRATION DU TERME D'INTERACTION DES ÉLECTRONS

En intégrant partiellement les termes de l'équation 2.24, considérant les bornes d'intégrations (voir figure B.1), on peut poser l'équation 2.30 de la manière suivante pour les électrons¹ :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & - \int_0^{E_0} E dE \int_{E+I}^{h\nu_0} dh\nu' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{\gamma}(\vec{x}, \vec{\Omega}', h\nu') \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega})}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& + \int_I^{E_0} E dE \int_I^{\frac{E+I}{2}} dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}')}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& + \int_I^{E_0} E dE \int_0^I dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \frac{\kappa_{exc}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}')}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& - \int_{I \leq E+E' \leq E_0} E dE \int_I^{E+I} dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega})}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& - \int_{I \leq E+E' \leq E_0} E dE \int_{E+I}^{E_0-E} dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, \vec{\Omega}', E' - I, \vec{\Omega}'')}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& + \int_I^{E_0} E dE \int_0^I dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \frac{\kappa_{exc}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}')}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& + \int_0^I E dE \int_0^E dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \frac{\kappa_{exc}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E - E', \vec{\Omega}')}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& + \int_0^{E_0} E dE \int_0^E dh\nu' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, h\nu', \vec{\Omega}')}{\rho(\vec{x})} d\Omega' \\
& - \int_0^{E_0} E dE \int_E^{E_0} dE' \iint_{4\pi} d\Omega \iint_{4\pi} d\Omega' \varphi_{e^-}(\vec{x}, \vec{\Omega}', E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', \vec{\Omega}', E' - E, \vec{\Omega}'')}{\rho(\vec{x})} d\Omega'.
\end{aligned} \tag{B.1}$$

Par conséquent, par un choix judicieux de variables et par intégration sur les

¹Aux 5^{ième} et 9^{ième} termes, $\vec{\Omega}''$ est fonction de $\vec{\Omega}$ et par conséquent l'intégrale sur $\vec{\Omega}$ revient à une intégrale sur $\vec{\Omega}''$.

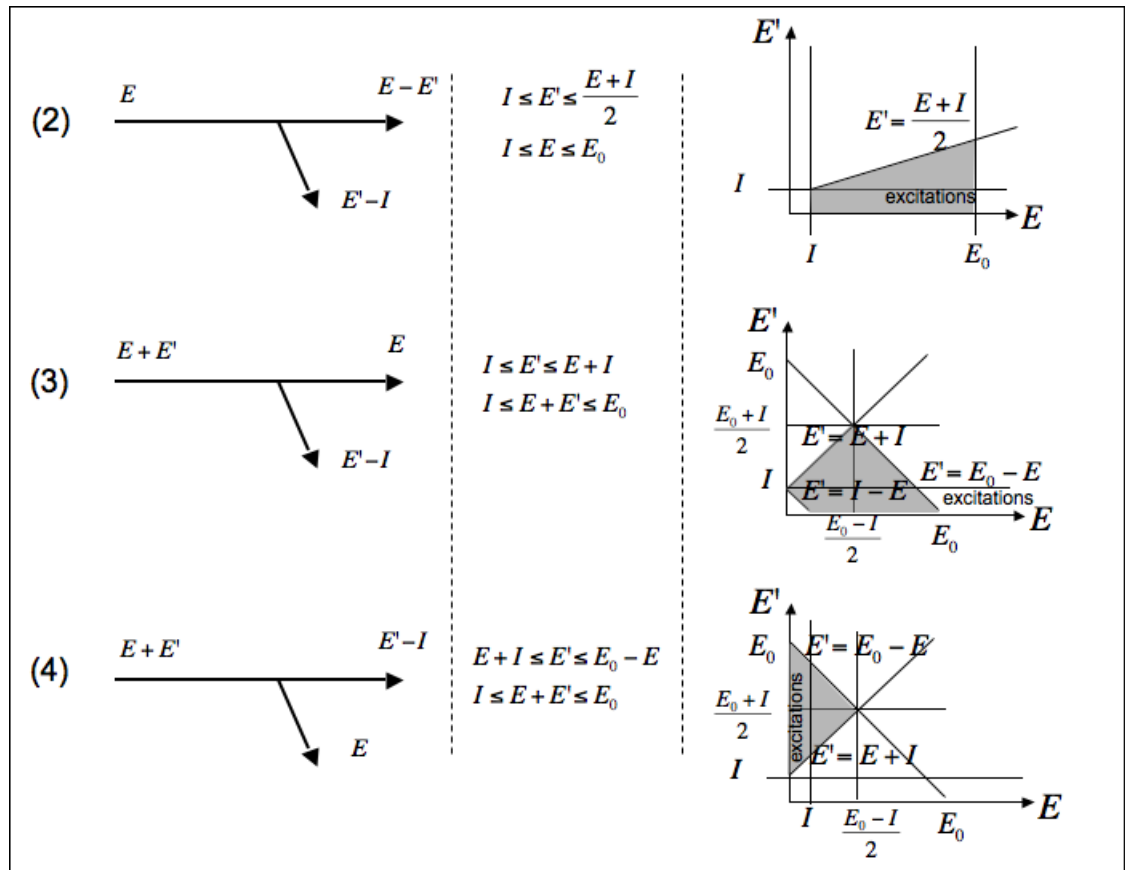


FIGURE B.1 – Bornes d'intégration des termes d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions. Le principe d'indissociabilité des électrons est appliqué pour déterminer les bornes d'intégration.

directions, on obtient :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & - \int_0^{E_0-I} E dE \int_{E+I}^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu, E)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + \int_I^{E_0} E dE \int_I^{\frac{E+I}{2}} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + \int_I^{E_0} E dE \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{exc}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& - \int_I^{\frac{E_0+I}{2}} dE' \int_{E'-I}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E'+E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& - \int_0^I dE' \int_{I-E'}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{exc}(\vec{x}, E'+E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& - \int_0^{\frac{E_0-I}{2}} dE \int_{E+I}^{E_0-E} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E'+E, E'-I)}{\rho(\vec{x})} E dE' \\
& + \int_0^I E dE \int_0^E \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{exc}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + \int_0^{E_0} E dE \int_0^E \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_0^{E_0} E dE \int_E^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', E'-E)}{\rho(\vec{x})} dE'.
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Afin de simplifier la notation, on peut inclure les excitations dans le terme de collision, c'est-à-dire que pour $E' < I$, on définit :

$$\kappa_{exc}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E-E', \vec{\Omega}') \equiv \kappa_{coll}(\vec{x}, E, \vec{\Omega}, E-E', \vec{\Omega}'). \tag{B.3}$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & - \int_0^{E_0-I} E dE \int_{E+I}^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu, E)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + \int_I^{E_0} E dE \int_0^{\frac{E+I}{2}} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& - \int_I^{\frac{E_0+I}{2}} dE' \int_{E'-I}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E'+E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& - \int_0^I dE' \int_{I-E'}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E'+E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& - \int_0^{\frac{E_0-I}{2}} dE \int_{E+I}^{E_0-E} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E'+E, E'-I)}{\rho(\vec{x})} E dE' \\
& + \int_0^I E dE \int_0^E \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + \int_0^{E_0} E dE \int_0^E \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_0^{E_0} E dE \int_E^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', E'-E)}{\rho(\vec{x})} dE'.
\end{aligned} \tag{B.4}$$

En transformant le 1^{er} terme de l'équation (voir figure A.1), on obtient :

$$\begin{aligned}
I_1^{e^-} = & - \int_0^{E_0-I} E dE \int_{E+I}^{h\nu_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu, E)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
= & - \int_I^{E_0} dh\nu \int_0^{h\nu-I} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
= & - \int_I^{E_0} dh\nu \int_0^{h\nu-I} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu, E)}{\rho(\vec{x})} (E_{tr}(h\nu) - I) dE \\
= & -K_{tot}(\vec{x}) + I \int_I^{E_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu.
\end{aligned} \tag{B.5}$$

En transformant le 2^{ième} terme de l'équation B.4, on obtient :

$$\begin{aligned}
I_2^{e^-} &= \int_I^{E_0} E dE \int_0^{\frac{E+I}{2}} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
&= \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE',
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Traisons maintenant les 3^{ième}, 4^{ième}, 5^{ième} et 6^{ième} termes de l'équation B.4. Soit l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned}
I_3^{e^-} &= - \int_I^{\frac{E_0+I}{2}} dE' \int_{E'-I}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
&\quad - \int_0^I dE' \int_{I-E'}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
&\quad - \int_0^{\frac{E_0-I}{2}} dE \int_{E+I}^{E_0-E} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E' - I)}{\rho(\vec{x})} E dE' \\
&\quad + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^E \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE'.
\end{aligned} \tag{B.7}$$

En faisant la transformation $E \rightarrow T - I$ et $E' \rightarrow T' + I$ sur le 3^{ième} terme de l'équation B.7, et en intégrant partiellement le 4^{ième}, on obtient :

$$\begin{aligned}
I_3^{e^-} &= - \int_I^{\frac{E_0+I}{2}} dE' \int_{E'-I}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
&\quad - \int_0^I dE' \int_{I-E'}^{E_0-E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
&\quad - \int_I^{\frac{E_0+I}{2}} dT \int_{T-I}^{E_0-T} \varphi_{e^-}(\vec{x}, T + T') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T' + T, T')}{\rho(\vec{x})} (T - I) dT' \\
&\quad + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE.
\end{aligned} \tag{B.8}$$

On peut récrire le résultat de cette manière, en renommant les variables du 3^{ième} :

$$\begin{aligned}
I_3^{e-} = & - \int_I^{\frac{E_0+I}{2}} dE' \int_{E'-I}^{E_0-E'} \varphi_{e-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E'+E, E)}{\rho(\vec{x})} (E+E'-I) dE \\
& - \int_0^I dE' \int_{I-E'}^{E_0-E'} \varphi_{e-}(\vec{x}, E+E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E'+E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^I \varphi_{e-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE.
\end{aligned} \tag{B.9}$$

L'équation B.9 se simplifie en faisant le changement de variables $(E, E') \rightarrow (E, T)$ avec $T = E + E'$. On calcule d'abord le jacobien de la transformation :

$$J(E, T) = \begin{vmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial T} \\ \frac{\partial E'}{\partial E} & \frac{\partial E'}{\partial T} \end{vmatrix} = 1.$$

Ensuite, on réarrange les bornes d'intégrations (voir figures B.2 et B.3) de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
I_3^{e-} = & - \int_I^{E_0} \varphi_{e-}(\vec{x}, T)(T-I) dT \int_I^{\frac{T+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, T-E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& - \int_I^{E_0} dT \int_{T-I}^T \varphi_{e-}(\vec{x}, T) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^I \varphi_{e-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE.
\end{aligned} \tag{B.10}$$

En renommant les variables, on écrit :

$$\begin{aligned}
I_3^{e-} = & - \int_I^{E_0} \varphi_{e-}(\vec{x}, E)(E-I) dE \int_I^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& - \int_I^{E_0} \varphi_{e-}(\vec{x}, E) dE \int_{E-I}^E \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E'')}{\rho(\vec{x})} E'' dE'' \\
& + \int_0^I \varphi_{e-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE.
\end{aligned} \tag{B.11}$$

En faisant le changement de variable suivant $E'' \rightarrow E - E'$, on écrit :

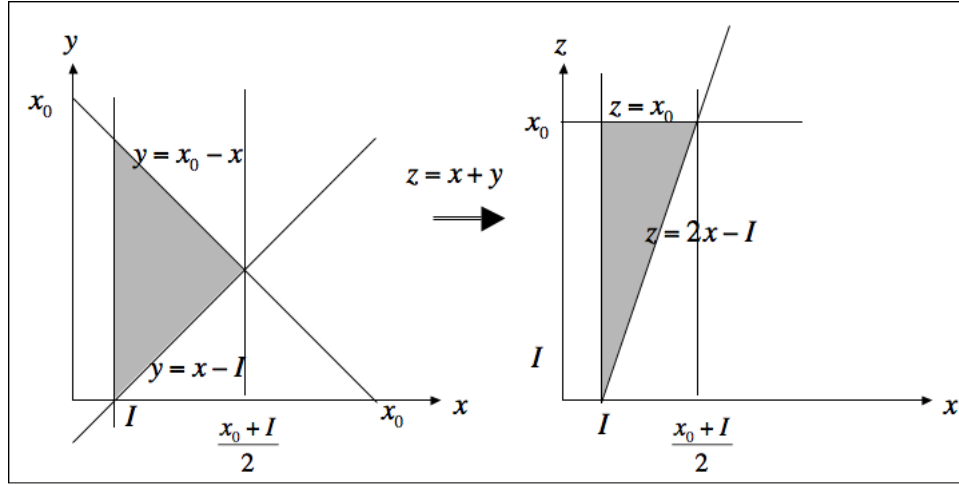


FIGURE B.2 – Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.

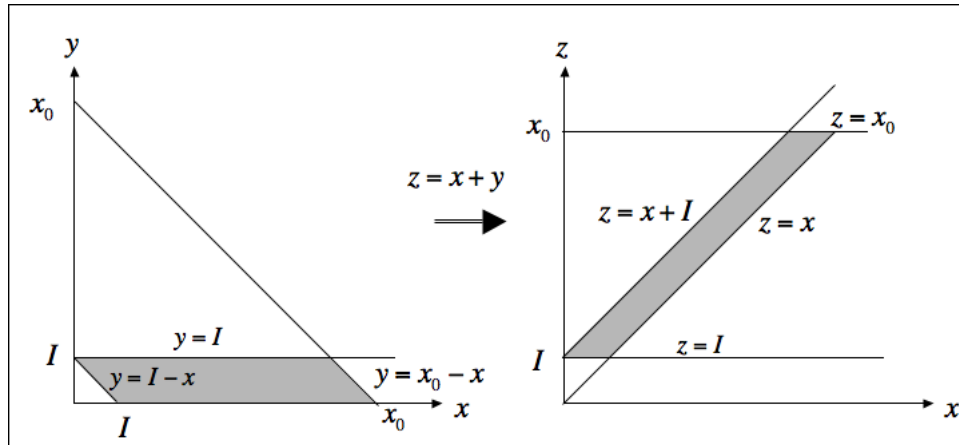


FIGURE B.3 – Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.

$$\begin{aligned}
 I_3^{e^-} = & - \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E)(E - I) dE \int_I^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
 & - \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^I \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} (E - E') dE' \\
 & + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE.
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

Et finalement, on obtient en simplifiant :

$$\begin{aligned}
I_3^{e^-} = & I \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_I^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& - \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^I \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} E' dE' \\
& + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE.
\end{aligned} \tag{B.13}$$

En combinant les résultats des intégrales dans l'équation B.4, on peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}(\vec{x}) + I \int_I^{E_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + I \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_I^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& - \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E+I}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^I \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} E' dE' \\
& + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^{E_0} E dE \int_0^E \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_0^{E_0} E dE \int_E^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', E' - E)}{\rho(\vec{x})} dE'.
\end{aligned} \tag{B.14}$$

Cette expression se simplifie ainsi :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}(\vec{x}) + I \int_I^{E_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + I \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E)}{\rho(\vec{x})} dE \\
& + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^I \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} E' dE' \\
& + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^{E_0} E dE \int_0^E \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_0^{E_0} E dE \int_E^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', E' - E)}{\rho(\vec{x})} dE'.
\end{aligned} \tag{B.15}$$

En transformant les 4^{ième} et 5^{ième} termes de l'équation, on obtient

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}(\vec{x}) + I \int_I^{E_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + I \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E)}{\rho(\vec{x})} dE \\
& + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^I \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} E' dE' \\
& + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^E \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^E E' \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE'.
\end{aligned} \tag{B.16}$$

En transformant le 5^{ième} terme, on obtient

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}(\vec{x}) + I \int_I^{E_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + I \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E)}{\rho(\vec{x})} dE \\
& + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^I \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} E' dE' \\
& + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^E \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^E (E - h\nu') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu'.
\end{aligned} \tag{B.17}$$

Et finalement, l'expression se simplifie ainsi :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}(\vec{x}) + I \int_I^{E_0} \varphi_\gamma(\vec{x}, h\nu) \frac{\mu_{tot}(\vec{x}, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + I \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E)}{\rho(\vec{x})} dE \\
& + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^I \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} E' dE' \\
& + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^E h\nu' \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu'.
\end{aligned} \tag{B.18}$$

En définissant la fonction suivante :

$$L_I^{exc}(\vec{x}, E) \equiv \int_0^I \kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E') E' dE', \tag{B.19}$$

et définissant la densité d'ionisations survenues au point \vec{x} de la manière suivante pour les photons et les électrons :

$$N_{int}^{\gamma}(\vec{x}) \equiv \int_I^{E_0} \varphi_{\gamma}(\vec{x}, h\nu) \mu_{tot}(\vec{x}, h\nu) dh\nu, \quad (\text{B.20})$$

et

$$N_{int}^{e^-}(\vec{x}) \equiv \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \kappa_{coll}(\vec{x}, E) dE, \quad (\text{B.21})$$

alors l'expression finale de la dose pour les électrons devient :

$$\begin{aligned} D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}(\vec{x}) + \frac{1}{\rho(\vec{x})} (N_{int}^{\gamma}(\vec{x}) + N_{int}^{e^-}(\vec{x})) I + \int_I^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{L_I^{exc}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE \\ & + \int_0^I \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE + \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) dE \int_0^E h\nu' \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu'. \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

ANNEXE C

PRINCIPE DE L'ÉNERGIE DE SEUIL

Soit Δ une énergie de seuil divisant le transport des électrons, tel que pour $E \leq \Delta$ les électrons déposent leur énergie localement. À partir du résultat précédent, en posant $I \equiv 0$, la balance des termes de collisions électroniques dans la contribution de la dose s'écrit :

$$\begin{aligned}
 0 = & \int_0^{E_0} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
 & - \int_0^{\frac{E_0}{2}} dE' \int_{E'}^{E_0 - E'} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
 & - \int_0^{\frac{E_0}{2}} dE \int_E^{E_0 - E} \varphi_{e^-}(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E')}{\rho(\vec{x})} E dE'.
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Considérant l'absence de transport des électrons pour les énergies inférieures à Δ , les interactions de collisions sont contraintes de la manière suivante :

- (1) Les électrons comptabilisés dans la fluence dont l'énergie cinétique est inférieure ou égale à Δ déposent leur énergie localement
- (2) Après la collision, l'électron secondaire le moins énergétique, qui est par convention le rayon- δ , n'est pas transporté si le transfert d'énergie au milieu est inférieur ou égal à Δ . Dans ce cas, le rayon- δ n'est pas comptabilisé dans la fluence.
- (3) Après la collision, l'électron secondaire le plus énergétique, qui est par convention l'électron initial ayant transféré de l'énergie au milieu, n'a pas de contrainte d'énergie et est comptabilisé dans la fluence dans tous les cas. Par contre, si cet électron a une énergie inférieure ou égale à Δ , il déposera toute son énergie localement au prochain site d'interaction, qui est par définition à une distance

infiniment petite du site où il a été produit.

À partir de ces deux principes, on définit la fluence modifiée $\varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E)$ et on transforme les termes de collisions de la manière suivante :

- (1) Les électrons d'énergie $E > \Delta$ transfèrent une énergie E' au milieu, et résultent avec une énergie $E - E'$
- (2) Les électrons d'énergie E sont produits par des collisions où l'électron initial a une énergie $E + E' > \Delta$ et transfère une énergie E' au milieu
- (3) Les électrons d'énergie E sont produits par des collisions où l'électron initial a une énergie $E + E'$ et transfère une énergie $E > \Delta$ au milieu
- (4) Tous les électrons dont l'énergie est inférieure ou égale à Δ sont absorbés localement

On exprime alors la balance des termes de collision de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 I_{coll} = & \left[\int_0^{E_0} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \right]_{E > \Delta} \\
 & - \left[\int_0^{\frac{E_0}{2}} dE' \int_{E'}^{\Delta - E'} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \right]_{E + E' > \Delta} \\
 & - \left[\int_0^{\frac{E_0}{2}} dE \int_E^{E_0 - E} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E')}{\rho(\vec{x})} E dE' \right]_{E > \Delta} \\
 & + \int_0^\Delta \eta_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE,
 \end{aligned} \tag{C.2}$$

où $\eta_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E)$ est la densité de particules chargées telle que définie à l'équation 2.4 mais intégrant sur les directions et le temps et considérant l'énergie de seuil Δ . La figure C.1 illustre les bornes d'intégrations des termes considérant les contraintes. En soustrayant l'équation C.1 au résultat précédent, on obtient :

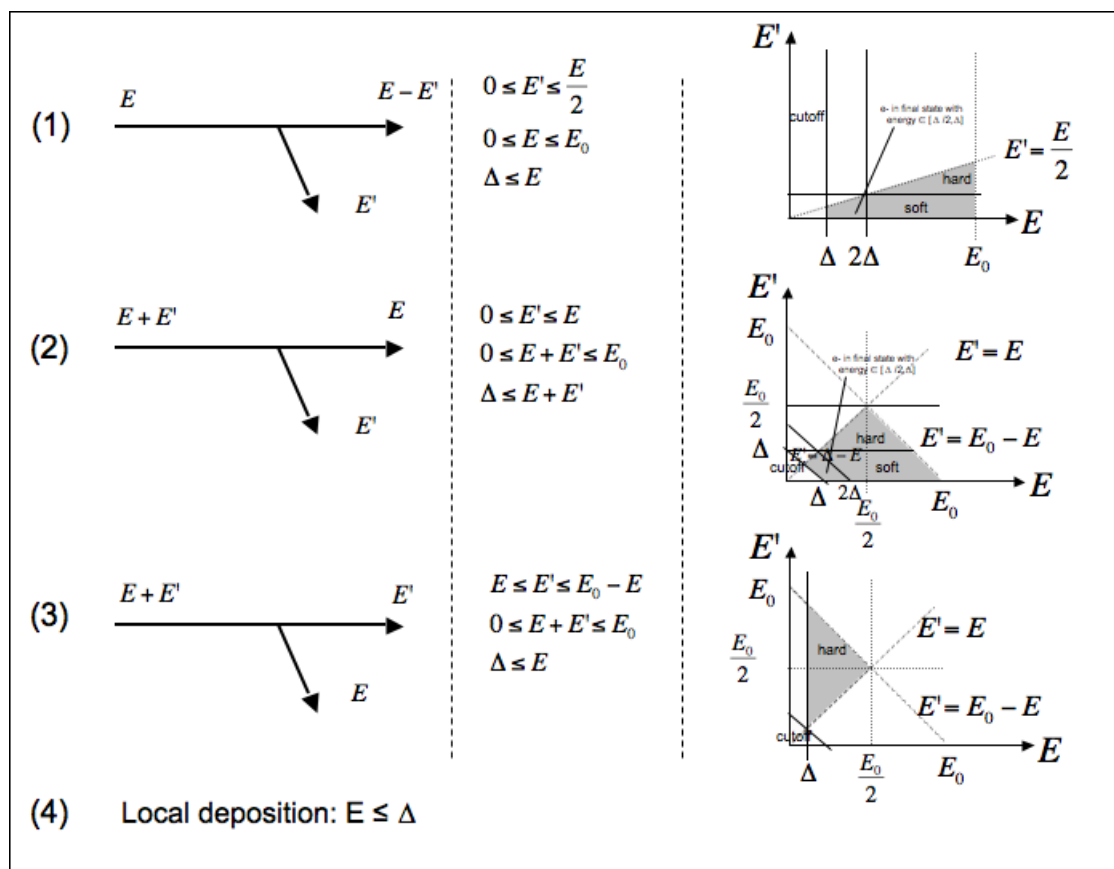


FIGURE C.1 – Bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.

$$\begin{aligned}
I_{coll} = & - \int_0^\Delta \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + \int_0^\Delta dE' \int_{E'}^{\Delta - E'} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^\Delta dE \int_E^{E_0 - E} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E')}{\rho(\vec{x})} E dE' \\
& + \int_0^\Delta \eta_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE.
\end{aligned} \tag{C.3}$$

En renommant les variables du 2^{ième} terme (c.-à-d., $E \leftrightarrow E'$), on obtient :

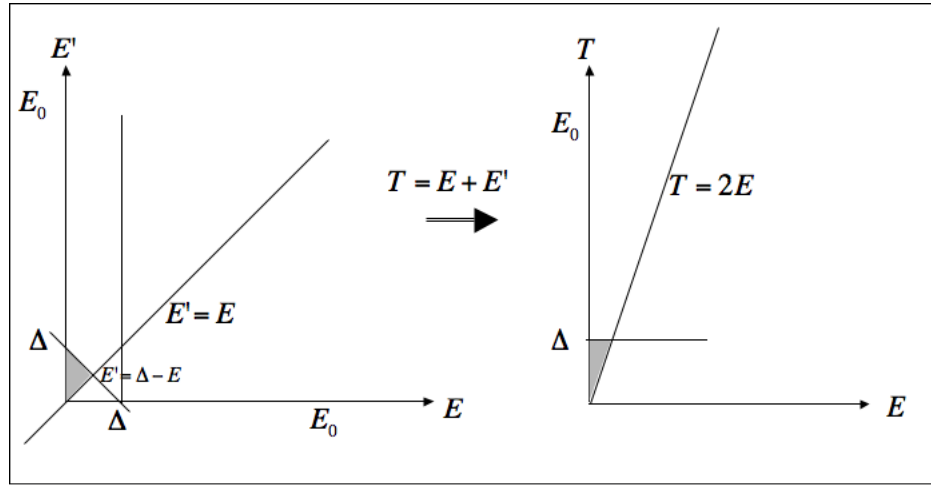


FIGURE C.2 – Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.

$$\begin{aligned}
I_{coll} = & - \int_0^\Delta \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) E dE \int_0^{\frac{E}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E - E')}{\rho(\vec{x})} dE' \\
& + \int_0^\Delta dE \int_E^{\Delta - E} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E')}{\rho(\vec{x})} E' dE' \\
& + \int_0^\Delta dE \int_E^{E_0 - E} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E + E') \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E' + E, E')}{\rho(\vec{x})} E dE' \\
& + \int_0^\Delta \eta_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE.
\end{aligned} \tag{C.4}$$

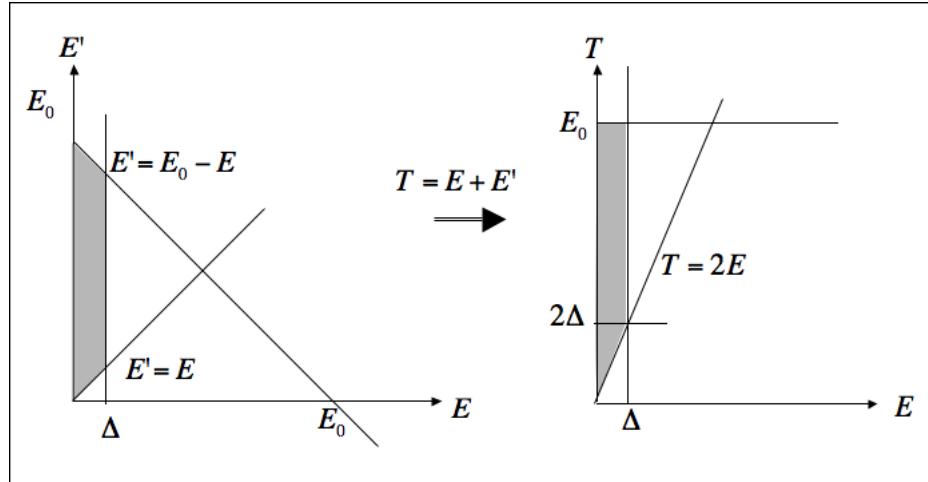


FIGURE C.3 – Transformation des bornes d'intégration d'un terme d'interaction correspondant à la production d'électrons par collisions.

En renommant les variables du 1^{er} terme et faisant le changement de variables $(E, E') \rightarrow (E, T)$ avec $T = E + E'$ (voir figures C.2 et C.3) sur les 2^{ième} et 3^{ième} termes, on obtient :

$$\begin{aligned}
 I_{coll} = & - \int_0^\Delta \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, T) T dT \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, T - E)}{\rho(\vec{x})} dE \\
 & + \int_0^\Delta \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, T) dT \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, T - E)}{\rho(\vec{x})} (T - E) dE \\
 & + \int_0^{2\Delta} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, T) dT \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, T - E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
 & + \int_{2\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, T) dT \int_0^\Delta \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, T - E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
 & + \int_0^\Delta \eta_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE.
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

Après simplifications, on obtient :

$$\begin{aligned}
I_{coll} = & \int_{\Delta}^{2\Delta} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, T) dT \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, T-E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_{2\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, T) dT \int_0^{\Delta} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, T, T-E)}{\rho(\vec{x})} E dE \\
& + \int_0^{\Delta} \eta_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE.
\end{aligned} \tag{C.6}$$

Définissant le *pouvoir d'arrêt collisionnel restreint* de la manière suivante :

$$L_{\Delta}(\vec{x}, E) = \begin{cases} \int_0^{\frac{E}{2}} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} E' dE', & E \in [\Delta, 2\Delta] \\ \int_0^{\Delta} \frac{\kappa_{coll}(\vec{x}, E, E-E')}{\rho(\vec{x})} E' dE', & E \in [2\Delta, \infty[\end{cases}, \tag{C.7}$$

et définissant le terme de fin de trajet ainsi :

$$TE^{\Delta}(\vec{x}) = \int_0^{\Delta} \eta_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE. \tag{C.8}$$

on obtient alors :

$$I_{coll} = \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{L_{\Delta}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE + TE^{\Delta}(\vec{x}). \tag{C.9}$$

À partir de ce résultat, l'expression de la dose pour les électrons de l'équation B.22 devient :

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}^{\Delta}(\vec{x}) + \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{L_{\Delta}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE + TE^{\Delta}(\vec{x}) \\
& + \int_{\Delta}^{E_0} E dE \int_0^E \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_{\Delta}^{E_0} E dE \int_E^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E') \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E', E'-E)}{\rho(\vec{x})} dE',
\end{aligned} \tag{C.10}$$

avec

$$\begin{aligned}
K_{tot}^{\Delta} \equiv & \int_{\Delta}^{h\nu_0} \varphi_{\gamma}^{\Delta}(\vec{x}, h\nu) \left[\frac{\mu_{photo}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} + \frac{\mu_{pair}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} \right] h\nu dh\nu \\
& + \int_{\Delta}^{h\nu_0} \varphi_{\gamma}^{\Delta}(\vec{x}, h\nu) dh\nu \int_{\Delta}^{h\nu} \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} (h\nu - h\nu') dh\nu'.
\end{aligned} \tag{C.11}$$

En transformant le dernier terme de l'équation, on obtient

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}^{\Delta}(\vec{x}) + \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{L_{\Delta}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE + TE^{\Delta}(\vec{x}) \\
& + \int_{\Delta}^{E_0} E dE \int_0^E \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu')}{\rho(\vec{x})} dh\nu' \\
& - \int_{\Delta}^{E_0} dE \int_0^{E-\Delta} (E - h\nu) \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu,
\end{aligned} \tag{C.12}$$

et finalement on obtient

$$\begin{aligned}
D_{e^-}(\vec{x}) = & -K_{tot}^{\Delta}(\vec{x}) + \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{L_{\Delta}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE + TE^{\Delta}(\vec{x}) \\
& + \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) dE \int_0^E h\nu \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu \\
& + \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) dE \int_{E-\Delta}^E (E - h\nu) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu.
\end{aligned} \tag{C.13}$$

Pour les photons, l'expression de la dose pour les photons de l'équation A.7 devient :

$$D_{\gamma}(\vec{x}) = K_{tot}(\vec{x}) - \left[\int_0^{h\nu_0} h\nu dh\nu \int_{h\nu}^{h\nu_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dE \right]_{E>\Delta}. \tag{C.14}$$

En combinant la dose des électrons et des photons, on obtient :

$$D(\vec{x}) = \int_{\Delta}^{E_0} \varphi_{e^-}^{\Delta}(\vec{x}, E) \frac{L_{\Delta}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} dE + TE^{\Delta}(\vec{x}) + \Gamma^{\Delta}(\vec{x}) + \beta^{\Delta}(\vec{x}), \tag{C.15}$$

où $\Gamma^\Delta(\vec{x})$ est défini ainsi :

$$\begin{aligned}
\Gamma^\Delta(\vec{x}) &\equiv K_{tot}(\vec{x}) - K_{tot}^\Delta(\vec{x}) \\
&= \int_0^\Delta \varphi_\gamma^\Delta(\vec{x}, h\nu) \left[\frac{\mu_{photo}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} + \frac{\mu_{pair}(h\nu)}{\rho(\vec{x})} \right] h\nu dh\nu \\
&\quad + \int_0^\Delta \varphi_\gamma^\Delta(\vec{x}, h\nu) dh\nu \int_0^{h\nu} \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} (h\nu - h\nu') dh\nu' \\
&\quad + \int_\Delta^{h\nu_0} \varphi_\gamma^\Delta(\vec{x}, h\nu) dh\nu \int_0^\Delta \frac{\mu_c(\vec{x}, h\nu, h\nu')}{\rho(\vec{x})} (h\nu - h\nu') dh\nu',
\end{aligned} \tag{C.16}$$

et $\beta^\Delta(\vec{x})$ est défini ainsi :

$$\beta^\Delta(\vec{x}) = \int_\Delta^{E_0} \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) dE \int_{E-\Delta}^E (E - h\nu) \frac{\kappa_{brem}(\vec{x}, E, h\nu)}{\rho(\vec{x})} dh\nu. \tag{C.17}$$

Finalement, le terme de fin de trajet peut se réécrire ainsi :

$$\begin{aligned}
TE^\Delta(\vec{x}) &= \int_0^\Delta \eta_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E) \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE \\
&= \int_0^\Delta \frac{\partial \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E)}{\partial l} \frac{E}{\rho(\vec{x})} dE \\
&= \int_0^\Delta \frac{\partial \varphi_{e^-}^\Delta(\vec{x}, E)}{\partial E} \frac{S_{tot}(\vec{x}, E)}{\rho(\vec{x})} E dE,
\end{aligned} \tag{C.18}$$

avec $S_{tot}(\vec{x}, E)$ le pouvoir d'arrêt total du milieu en \vec{x} .

ANNEXE D

MÉTHODE D'ÉCHANTILLONNAGE INVERSE

Soit une transformation $r \rightarrow x$ donnée par $x = Q(r)$. Connaissant la densité de probabilité de r comme étant $q(r)$, la densité de probabilité de x est donnée par :

$$p(x) = \int_{D(r)} q(r) \delta(x - Q(r)) dr, \quad (\text{D.1})$$

où $D(r)$ est le domaine de r . En choisissant une variable aléatoire r distribuée uniformément entre 0 et 1, on écrit :

$$p(x) = \int_0^1 \delta(x - Q(r)) dr. \quad (\text{D.2})$$

En supposant que la transformation est bi-univoque, c'est-à-dire $r = P(x) = Q^{-1}(x)$, et en appliquant la propriété de la distribution de Dirac suivante :

$$\delta(g(r)) = \frac{\delta(r - r_0)}{|g'(r_0)|}, \quad (\text{D.3})$$

avec r_0 tel que $g(r_0) = 0$, on obtient l'expression :

$$p(x) = \int_0^1 \frac{\delta(r - r_0)}{|Q'(r_0)|} dr, \quad (\text{D.4})$$

avec $r_0 = P(x)$. Et puisque pour $g^{-1}(x) = f(x)$, on a la propriété suivante :

$$f'(x) = \frac{1}{g'(f(x))}, \quad (\text{D.5})$$

alors en choisissant une transformation $P(x) \geq 0$, on obtient la relation suivante :

$$\frac{dP(x)}{dx} = p(x). \quad (\text{D.6})$$

Pour une densité de probabilité $p(x)$ connue, la solution de la transformation $r = P(x)$ pour $r \in [0, 1]$ est alors donnée par :

$$P(x) = \int_{x_{min}}^x p(x') dx', \quad (\text{D.7})$$

où x_{min} est la valeur minimale de x sur son domaine. Cette expression correspond à la densité de probabilité cumulative, définie comme la probabilité d'observer une interaction entre x_{min} et x .