

ETUDE DE LA REACTION $D(d, \gamma)^4\text{He}$ ENTRE 4 ET 12.5 MeV

par

Jean-Michel Poutissou

Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de

Philosophiae Doctor (Ph. D.)

en Physique

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

FACULTE DES SCIENCES

UNIVERSITE DE MONTREAL

Février 1972

FACULTÉ DES ÉTUDES SUPÉRIEURES

02

1954

1976

5.002

TABLE DES MATIERES

| | |
|--|-----|
| TABLE DES MATIERES | iv |
| TABLE DES HORS-TEXTES | vii |
| SOMMAIRE | xi |
| INTRODUCTION | 1 |
| CHAPITRE I. <u>Dispositif expérimental</u> | 8 |
| I.1 - Conditions expérimentales | 9 |
| I.2 - Ligne d'amenée du faisceau | 11 |
| I.3 - Chambre de cible | 12 |
| I.4 - Cible | 13 |
| I.5 - Ensemble de détection | 15 |
| I.6 - Montage électronique | 17 |
| I.7 - Table de distribution angulaire | 21 |
| CHAPITRE II. <u>Performances du système et techniques</u> | |
| II.1 - Réduction du bruit cosmique | 23 |
| II.2- Réduction des empilements | 25 |
| II.3- Efficacité de détection | 31 |
| II.4- Réponse du cristal à des photons énergiques | 33 |
| II.5- Méthode d'analyse des spectres | 40 |
| II.6- Autres corrections et précautions expérimentales | 47 |
| CHAPITRE III. <u>Résultats expérimentaux</u> | |
| III.1 - Courbe d'excitation de la réaction $D(d, \gamma) {}^4\text{He}$ | 51 |
| III.2 - Distributions angulaires | 57 |

| | | |
|--------------|---|-----|
| CHAPITRE IV. | <u>Analyse théorique de la courbe d'excitation</u> <u>$^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$</u> | |
| IV.1 | - Revue des travaux sur $^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ | 63 |
| IV.2 | - Expression de la section efficace totale de photodésintégration en deux deuté- rons dans le cas d'une fonction d'onde ^4He à particules indépendantes | 69 |
| IV.3 | - Etude du comportement de fonctions d'onde oscillatrices et Hartree-Fock | 116 |
| IV.4 | - Perspectives | 122 |
| CHAPITRE V. | <u>Analyse théorique des courbes de distributions</u> <u>angulaires</u> | |
| V.1 | - Approximation des forces centrales | 129 |
| V.2 | - Cas des forces non centrales | 131 |
| V.3 | - Analyse des résultats expérimentaux | 132 |
| CONCLUSION | | 134 |
| APPENDICES | App. A. Relations cinématiques | 137 |
| | App. B. Etablissement des formules donnant la section efficace de photodésintégration | 141 |
| | App. C. Norme de la fonction d'onde représentant l'état final | 151 |
| | App. D. Définition des termes TERM1 et TERM2 | 158 |
| | App. E. Description et vérifications du programme HARTREE | 160 |

| | |
|---------------------|-----|
| REMERCIEMENTS | 174 |
| BIBLIOGRAPHIE | 176 |

TABLE DES HORS-TEXTES

A - Figures

| Fig. No. | Précède la page |
|--|-----------------|
| 1 - Ligne d'amenée du faisceau | 11 |
| 2 - Chambre de cible | 12 |
| 3 - Cible gazeuse | 13 |
| 4 - Perte d'énergie et déflexion du faisceau dans les fenêtres de tantale | 14 |
| 5 - Ensemble de détection | 15 |
| 6 - Schéma du montage électronique | 17 |
| 7 - Principe de fonctionnement du circuit "low-low" | 19 |
| 8 - Rayons cosmiques | 23 |
| 9 - Sources radioactives Co ⁶⁰ | 27 |
| 10 - Spectres des empilements "low-low" | 28 |
| 11 - Réaction T(p, γ) ⁴ He, empilements "low-low" | 31 |
| 12 - Spectre des photons de la réaction T(p, γ) ⁴ He à Ep = 1.95 MeV | 35 |
| 13 - Etalonnage en énergie | 39 |
| 14 - Répartition en temps des impulsions du compteur Cerenkov | 49 |

| Fig. No. | | Précède la page |
|----------|---|-----------------|
| 15 | - Distribution des impulsions de la réaction $D(d, \gamma) {}^4\text{He}$ | 52 |
| 16 | - Distribution des impulsions de la réaction $D(d, \gamma) {}^4\text{He}$ à 8.9 MeV | 52 |
| 17 | - Section efficace différentielle de la réaction $D(d, \gamma) {}^4\text{He}$.. | 53 |
| 18 | - Résultats expérimentaux, section efficace totale de la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)D$ | 55 |
| 19 | - Distribution angulaire à 6.5 MeV | 58 |
| 20 | - Distribution angulaire à 8.9 MeV | 58 |
| 21 | - Distribution angulaire à 12. MeV | 58 |
| 22 | - Réaction $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$, approximation PWBA | 64 |
| 23 | - Réaction $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$, approximation DWBA | 66 |
| 24 | - Réaction $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$, résultats théoriques | 118 |
| 25 | - Réaction $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$, approximation PWBA (Th 70)... | 120 |
| 26 | - Réaction $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$, variation de la section efficace en fonction de l'interaction dans l'état final | 126 |

B - Tableaux

| Tableau No | | précède la page |
|------------|--|-----------------|
| 1 | - Perte d'énergie et déflexion du faisceau dans les fenêtres de tantale | 14 |
| 2 | - Section efficace différentielle et totale de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ | 53 |
| 3 | - Distributions angulaires | 58 |
| 4 | - Coefficients du développement des distributions angulaires en polynômes de Legendre d'ordre pair ... | 60 |
| 5 | - Coefficients du développement des distributions angulaires en fonction des distributions angulaires classiques | 60 |
| 6 | - Comparaison des sections efficaces totales selon l'hypothèse faite sur les distributions angulaires | 61 |
| 7 | - Propriétés des fonctions d'onde d' ^4He | 117 |
| 8 | - Transitions permises, cas des forces centrales | 130 |
| 9 | - Transitions permises, cas des forces non centrales... | 131 |

C - Organigrammes

| No | précède la page |
|--|-----------------|
| - Organigramme No 1 - Programme HARTREE | 162 |
| - Organigramme No 2 - Sous-programme HARTRE1 | 163 |

SOMMAIRE

Ce mémoire présente l'étude expérimentale de la courbe d'excitation de la réaction $d+d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$ pour des énergies des deutérons incidents variant entre 4 et 12.5 MeV, ainsi que la détermination des distributions angulaires des photons émis pour trois énergies des deutérons incidents. Les expériences ont été réalisées à l'aide du faisceau de deutérons de l'accélérateur Tandem de l'Université de Montréal et le dispositif expérimental a été conçu par l'auteur lors d'un travail précédent.

Nous avons pu définir la courbe d'excitation dans un domaine où aucun résultat expérimental n'existait au moment de sa publication (De69), et établir que les distributions angulaires étaient bien caractéristiques d'une transition quadrupolaire pratiquement pure.

Nous avons étudié le comportement de certaines fonctions d'onde d' ${}^4\text{He}$ obtenues à partir du modèle en couches et des techniques de Hartree-Fock, lorsqu'on les utilise dans le calcul (dans le cadre de la théorie des perturbations) de la section efficace de photodésintégration de l'hélium en deux deutérons. Nous avons adapté le calcul développé par Flowers et Mandl (FM51) et montré que ces fonctions d'onde, qui donnent de bonnes valeurs

du rayon et de l'énergie de liaison sans ajustement de paramètre, ne permettent pas de reproduire la courbe d'excitation mesurée.

Il ne faut pas rejeter ce défaut sur la seule fonction d'onde de

⁴He mais plutôt remettre en cause l'approximation de Born (PWBA).

Nous avons ébauché une tentative macroscopique (DWBA) pour tenir compte de cet effet.

INTRODUCTION

Bien que le noyau ${}^4\text{He}$ revête une grande importance en physique nucléaire, il est encore assez mal connu et au moment où nous avons entrepris notre étude, il subsistait beaucoup d'inconnues dans le problème à quatre nucléons.

Il y avait d'une part certaines incertitudes concernant la succession des états excités (Me68) et la prédiction d'un état excité $J^\pi = 2^+$, $T = 0$ au voisinage de 30 MeV d'énergie d'excitation.

Cet état en particulier prévu par la théorie comme étant un état 1D_2 , $T = 0$ (Ka66) a été suggéré pour interpréter les résultats des réactions $T(p, n){}^3\text{He}$ et les réactions de photodésintégration d' ${}^4\text{He}$ (We68, Cr69). Il est donc très intéressant de calculer le facteur de résonance de cet état s'il existe et comme seuls les états $T = 1$ peuvent être peuplés par des transitions $E1$ ou $M1$ (car ayant affaire à un noyau self conjugué et pair-pair, les règles de sélection sur le spin isotopique interdisent toutes transitions dipolaires vers des états $T = 0$) la réaction $d+d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$ est idéale pour rechercher un tel état 2^+ . Cependant le taux de transition en sera considérablement réduit et les mesures très difficiles.

D'autre part il semblait impossible de représenter le noyau ${}^4\text{He}$ par une fonction d'onde analytique qui reproduisit à la fois le rayon et l'énergie de liaison d' ${}^4\text{He}$, et les sections efficaces des réactions ${}^4\text{He}(\gamma, p)\text{T}$ ou ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$.

La photodésintégration de l'hélium a d'abord été étudiée par Flowers et Mandl (FM51). Ils étudient en particulier le cas de l'émission de deux deutérons, en utilisant des fonctions d'onde de type gaussien pour représenter à la fois ${}^4\text{He}$ et les deux deutérons, dans le cadre de l'approximation des forces centrales pures entre les nucléons (ce qui implique que la transition permise d'ordre inférieur est de type quadrupolaire) et en supposant que l'on a affaire à une réaction directe. Ils montrent qu'il faut utiliser une fonction d'onde qui produit un rayon pour ${}^4\text{He}$ trop grand (2 fermis) si on veut pouvoir reproduire les données expérimentales aux basses énergies d'excitation et que dans ce cas on ne peut reproduire les valeurs expérimentales à haute énergie.

Afin de reproduire leurs résultats expérimentaux à haute énergie, J.G. Asbury et F.G. Loeffler (As65) montrent que des fonctions d'onde de type exponentiel sont plus satisfaisantes mais dans ce cas les résultats expérimentaux à basse énergie ne sont plus représentés adéquatement.

Ces considérations étaient alors basées sur des données expérimentales très fragmentaires puisqu'à l'époque où nous avons entrepris nos mesures il n'existait que la valeur donnée par Zurmühle (Zu63) à basse énergie et les 4 valeurs à haute énergie de Asbury, Poirier (Po63) et Akimov (Ak62).

En particulier aucune donnée expérimentale n'existait dans la région où les courbes d'excitation théoriques passent par leur maximum; on ne pouvait donc pas contrôler l'exactitude de l'ordre de grandeur prédit pour ce maximum.

Si les deux approches théoriques de Flowers et Mandl et de J. Asbury prédisaient des sections efficaces comparables à un ordre de grandeur près dans le domaine des basses énergies, il n'en était pas de même d'un calcul de Delves (De62) basé sur un modèle en "clusters" et qui estimait la section efficace pour la réaction ${}^4\text{He} + \gamma \rightarrow d + d$ à partir de la matrice de diffusion. Il prévoyait une section efficace de deux ordres de grandeur inférieure à celle prévue par Flowers et Mandl.

Une seule valeur expérimentale, réalisée dans des conditions expérimentales peu favorables, ne suffisait pas pour discriminer entre les différentes approches.

Dans ces calculs théoriques, on supposait que la réaction se produisait de façon essentiellement directe. Le succès relatif des

fonctions d'onde de type exponentielle ne permettait cependant pas d'exclure la nécessité d'invoquer un état 2^+ pour expliquer la courbe d'excitation. Il était donc nécessaire pour le faire d'obtenir des renseignements sur la courbe d'excitation dans la région où l'on supposait l'existence d'un tel état excité. On pourrait ainsi mieux déterminer le mécanisme par lequel se produit cette réaction.

Dans tous les calculs, de même que pour obtenir les valeurs des sections efficaces totales à partir des résultats expérimentaux, on supposait, selon la justification donnée par Flowers et Mandl, que la réaction ${}^4\text{He} + \gamma \rightarrow d + d$ était produite par une transition quadrupolaire pure. Mais aucune mesure de distribution angulaire n'avait été réalisée. Zurmühle mentionnait que la section efficace semblait en effet être symétrique par rapport à 90° , et qu'à 90° il ne pouvait détecter de photons issus de la réaction $d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$. Par contre, contrairement à la prédiction théorique, la section efficace ne semblait pas s'annuler pour $\theta = 0^\circ$.

Comme on l'a déjà fait remarquer, ces mesures avaient été réalisées dans des conditions expérimentales difficiles et les photons n'étaient pas clairement identifiés par rapport au bruit de fond.

Il était donc important de vérifier ces hypothèses et de déterminer la présence possible d'autres multipolarités par des

mesures assez précises des distributions angulaires.

Nous avons donc entrepris l'étude de la réaction $d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$ et mesuré la courbe d'excitation entre 4 et 12.5 MeV d'énergie des deutérons incidents ainsi que les distributions angulaires à 3 énergies différentes (6, 9, 11.7 MeV) pour répondre en partie aux questions encore en suspens.

L'étude de la réaction inverse $d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$ présente d'ailleurs des avantages du point de vue expérimental sur la réaction de photodésintégration proprement dite, car l'énergie des particules incidentes est bien précise et donc l'énergie d'excitation à laquelle on travaille est connue avec une assez bonne précision. Ce n'est pas le cas dans les expériences de photodésintégration où le faisceau de photons incidents, généralement produit par rayonnements de freinage, comporte un étalement en énergie non négligeable. On doit alors déterminer l'énergie de réaction par la cinématique en fixant l'angle et l'énergie d'un des produits de réaction. Dans le cas de la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$, on doit en plus pour rejeter la réaction concurrente ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{pn}$ détecter l'autre deutéron en coïncidence. Néanmoins la précision obtenue sur l'énergie reste liée à l'ouverture angulaire des compteurs (10% dans le cas de la mesure à $E_\gamma = 250$ MeV de J. ASBURY (As65)).

Dans la première partie, nous décrivons au chapitre I les dispositifs expérimentaux utilisés, analysons ensuite dans le chapitre II les performances obtenues, puis présentons nos résultats expérimentaux dans le chapitre III.

Dans la deuxième partie, nous présentons l'analyse théorique des résultats expérimentaux obtenus. Dans le chapitre IV, nous étudions, après une revue des travaux effectués par différents auteurs sur le sujet, le comportement de différentes fonctions d'onde de l' ^4He dans le calcul de la section efficace de la réaction $^4\text{He} + \gamma \rightarrow d + d$. Le chapitre V est consacré à l'étude des distributions angulaires obtenues.

Enfin dans la conclusion nous évoquons les différentes extensions possibles de ce travail dans le futur.

Il faut signaler le grand nombre de travaux qui ont été entrepris parallèlement et qui ont contribué à améliorer sensiblement notre connaissance sur ce sujet au cours des dernières années durant lesquelles nous avons élaboré le travail présenté ici. Nous en ferons la revue dans les chapitres III et IV.

CHAPITRE IDISPOSITIF EXPERIMENTAL

- I.1 - Conditions expérimentales
- I.2 - Ligne d'amenée du faisceau
- 1.3 - Chambre de cible
- 1.4 - Cible
- 1.5 - Ensemble de détection
- 1.6 - Montage électronique
- 1.7 - Table de distribution angulaire

CHAPITRE I

DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le montage utilisé comprend outre l'accélérateur Tandem Van de Graaff de l'Université de Montréal et les accessoires nécessaires au transport du faisceau, une chambre de cible sous vide permettant d'y irradier des cibles gazeuses ou solides, un système de vidange et de remplissage des cibles gazeuses, un ensemble de détection comprenant une table pivotante pouvant recevoir le détecteur et son blindage; les impulsions électriques recueillies sont traitées par un dispositif électronique composé principalement de modules standardisés, et à l'aide d'un ordinateur travaillant "on-line".

Nous énoncerons d'abord les principes et les contraintes qui ont amené à la réalisation de ce montage puis décrirons chacun des éléments de celui-ci en faisant souvent référence à un travail précédent (Po68) qui présentait l'état du dispositif au début de nos mesures. Nous nous attacherons surtout à décrire les modifications apportées depuis.

I.1 - Conditions expérimentales

La réaction étudiée $D(d, \gamma) {}^4\text{He}$ a un rendement "Q" de 23.85 MeV. Les rayons gamma émis ont des énergies comprises entre 24 et 31.5 MeV pour des deutérons incidents d'énergie variant entre 3 et 12 MeV et des angles d'observation allant de $\theta_L = 130^\circ$ à 0° dans le système du laboratoire.

Cette réaction s'effectue par une transition quadrupolaire E_2 en première approximation. Les réactions (d, γ) de type dipolaire ont des sections efficaces de production de l'ordre du microbarn. On doit donc s'attendre à avoir une section efficace beaucoup plus faible de l'ordre de $10^{-1} - 10^{-2}$ μbarn .

Par contre la réaction compétitive $D(d, n) {}^3\text{He}$ a une section efficace 10^6 fois plus grande et produit des neutrons dont l'énergie varie entre 3 et 15 MeV selon l'énergie et l'angle d'observation. Ce sera l'une des causes de bruit de fond les plus importantes, les autres causes étant les neutrons provenant des réactions $X(d, n)Y$ ou les photons provenant des réactions $X(d, \gamma)Y$.

Cette réaction sera donc accompagnée d'un flux de neutrons important.

Le nombre de rayons gamma produit étant très faible, le pic photoélectrique les caractérisant sera complètement noyé dans le bruit de fond qui, aux énergies considérées, proviendra essentielle-

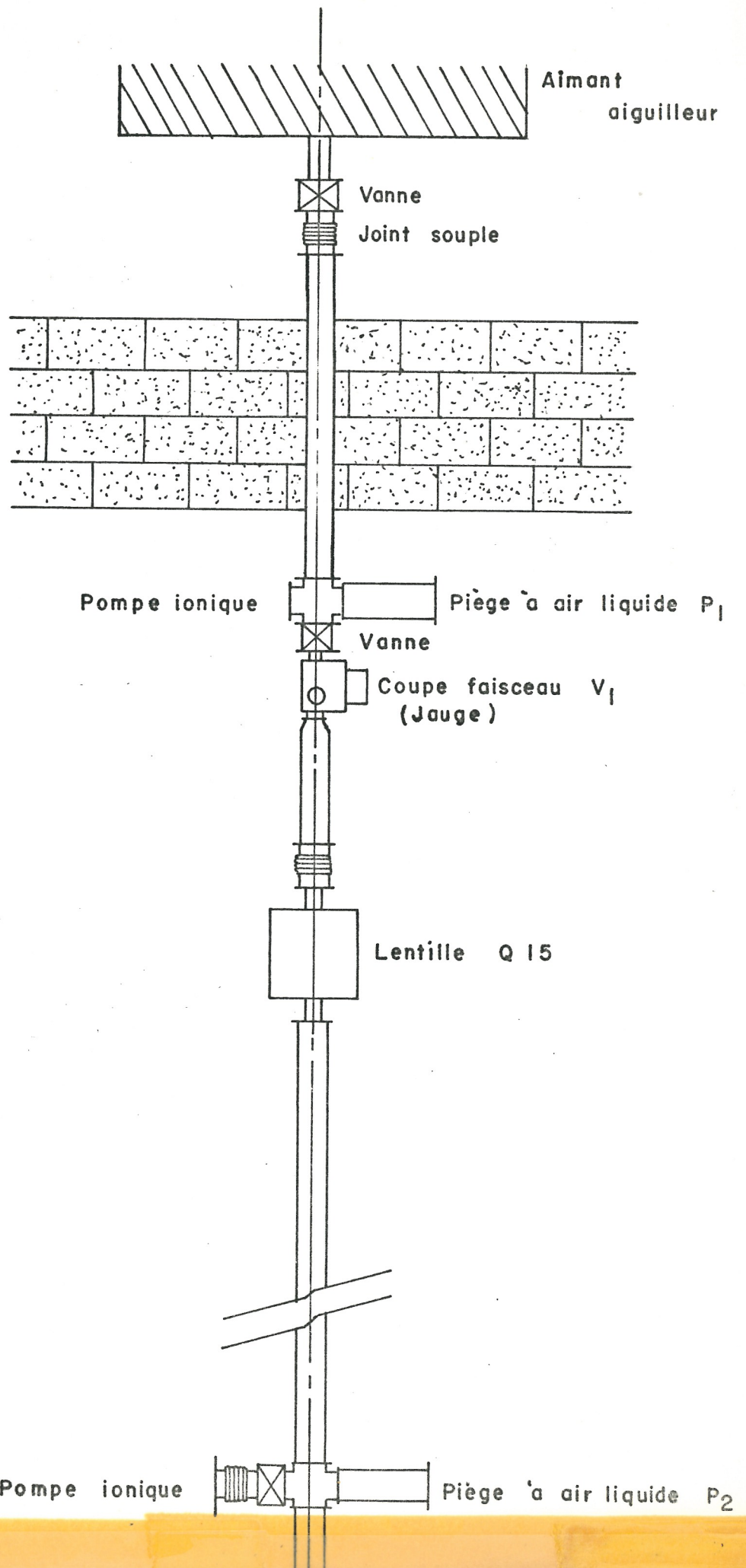
ment des rayons cosmiques. Le taux de comptage des rayons cosmiques avant réduction dans notre détecteur et produisant des impulsions qui correspondraient à des rayons gamma entre 20 MeV et 30 MeV est de $(.34 \pm .02)$ cps/sec tandis que nous désirons enregistrer des rayons gamma émis avec un taux atteignant .025 cps/sec au maximum dans les conditions de géométrie décrites plus loin, pour l'énergie la plus élevée des deutérons incidents ($E_d = 12$ MeV) et à l'angle d'observation le plus favorable ($\theta_L = 130^\circ$).

Nous voulons de plus mesurer la distribution angulaire des rayons gamma émis de façon assez précise pour mettre en évidence d'autres multipolarités que celle prédite, s'il y en a.

La nécessité d'une réduction importante du taux des rayons cosmiques nous a amenés à utiliser une enveloppe Cerenkov autour du cristal et un blindage de plomb.

Le haut flux de neutrons accompagnant la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ a demandé l'élaboration d'un blindage de parafine contenant de l'acide borique, un éloignement du détecteur de la source principale de neutrons, un vide très poussé dans la chambre de cible et la ligne d'amenée du faisceau, l'élaboration d'un système de réjection des impulsions empilées et la détermination assez sûre du temps mort de l'électronique associée.

Pour mesurer de façon précise les distributions angulaires



Aimant
aiguilleur

Vanne
Joint souple

Pompe ionique Piège à air liquide P₁

Vanne
Coupe faisceau V₁
(Jauge)

Lentille Q 15

Pompe ionique Piège à air liquide P₂

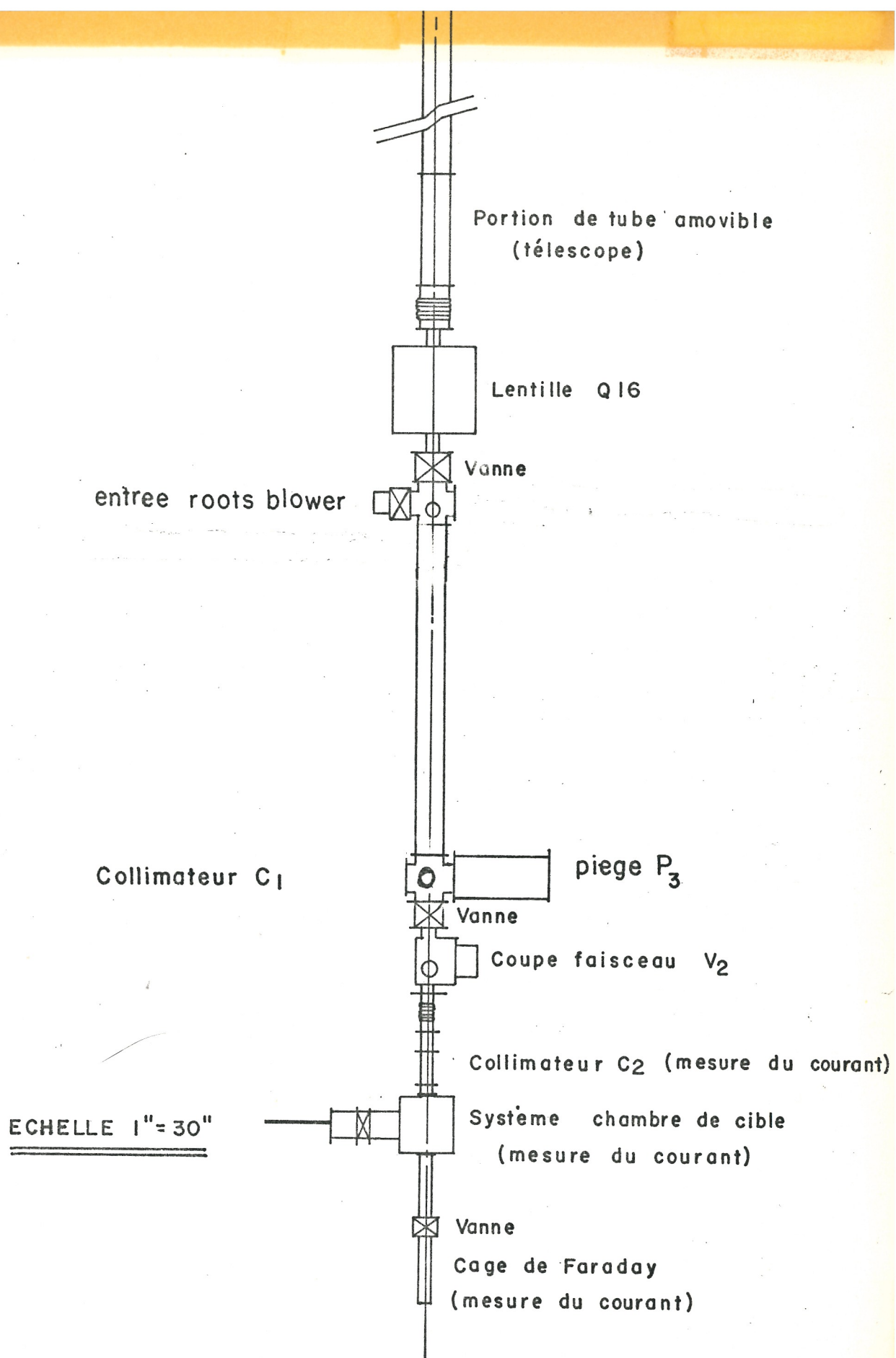


FIG. 1. Ligne d'amenée du faisceau.

obtenues, nous avons élaboré une table pouvant supporter l'ensemble du détecteur et de son blindage, pouvant pivoter autour de l'axe vertical passant par la cible de façon à mesurer à chaque angle avec les mêmes dispositions géométriques du blindage et du détecteur.

Parallèlement nous avons dessiné la chambre de cible et la cible de façon à conserver une géométrie aussi semblable que possible aux différents angles de mesure .

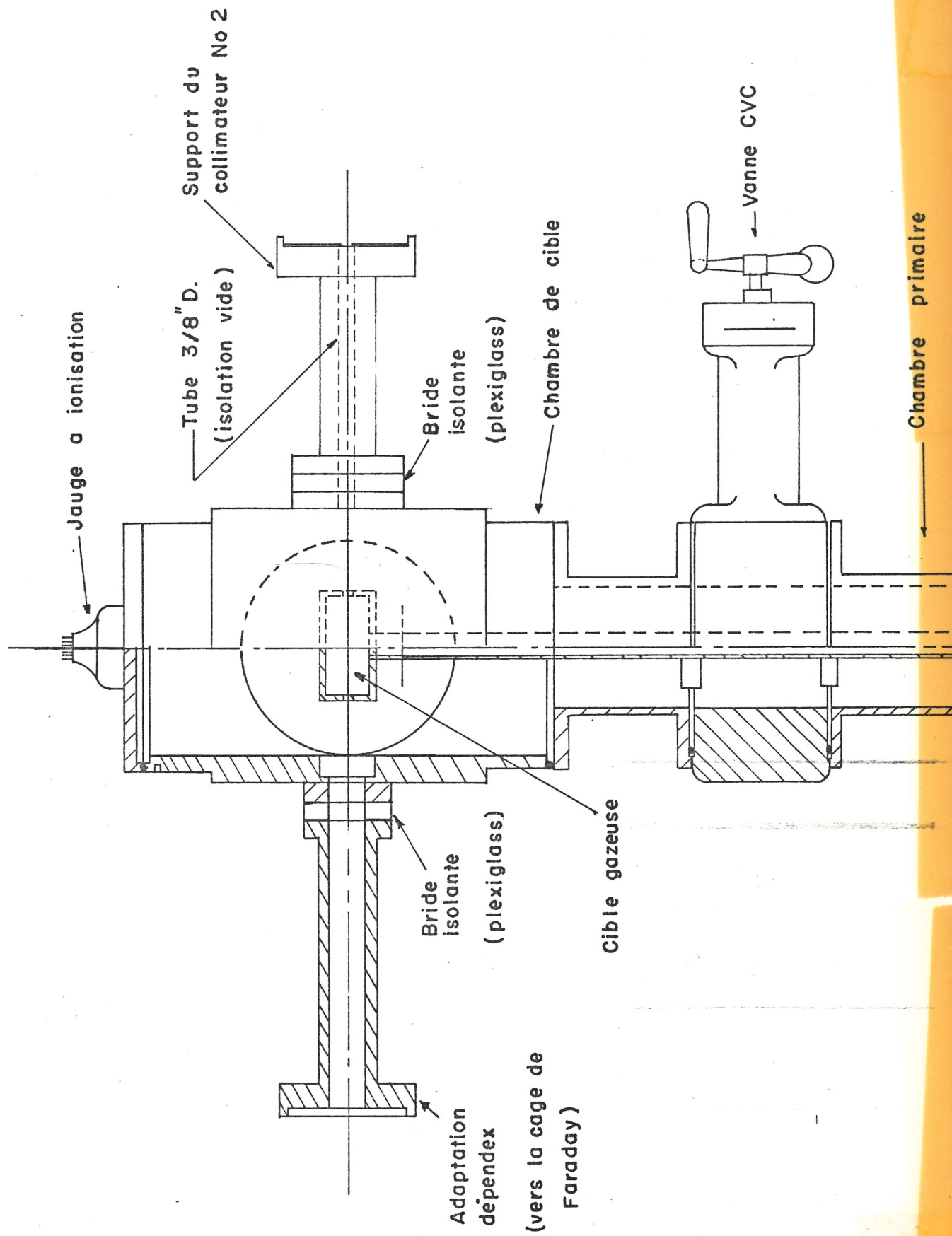
La très faible section efficace de production des rayons gamma cherchés a conditionné le dessin de la cible de façon à ce que l'on puisse y introduire une pression assez élevée de deutérium (≈ 1 atm),

Nous examinerons maintenant les différents ensembles constituant le montage expérimental.

I .2 - Ligne d'amenée du faisceau (voir figure 1.)

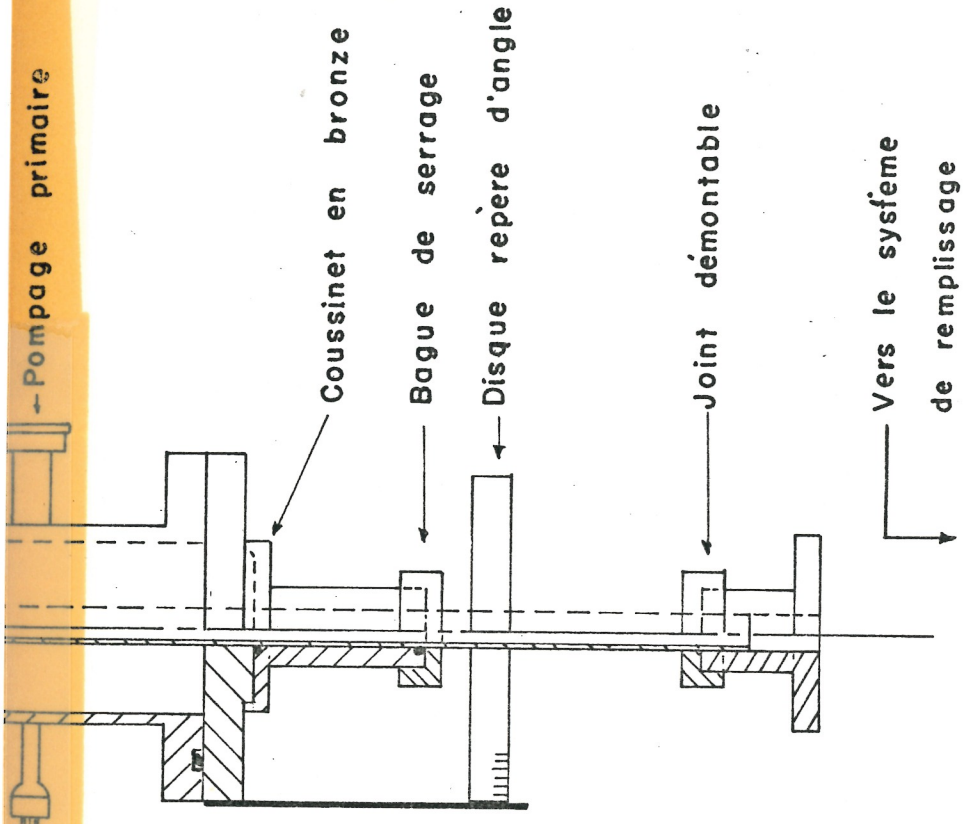
Nous avons utilisé la ligne construite et décrite par l'auteur dans (Po68, pages 2, 7) sans y apporter de modifications sensibles hormis la position du premier collimateur C_1 qui a été rapprochée de celle de C_2 et par conséquent de la cible (Po68, page 5).

En effet, afin de déterminer avec grande précision la direction du faisceau de deutérons incidents, nous avons placé deux collimateurs C_1 et C_2 en tantale de 1.6 mm d'épaisseur à 64 cm et



Thermocouple

Pompage primaire



ECHELLE 2" = 5"

FIG. 2 : Chambre de cible.

17.1 cm respectivement de la fenêtre d'entrée de la cible. Les deux collimateurs avaient des ouvertures de $\frac{1}{8}$ de pouce.

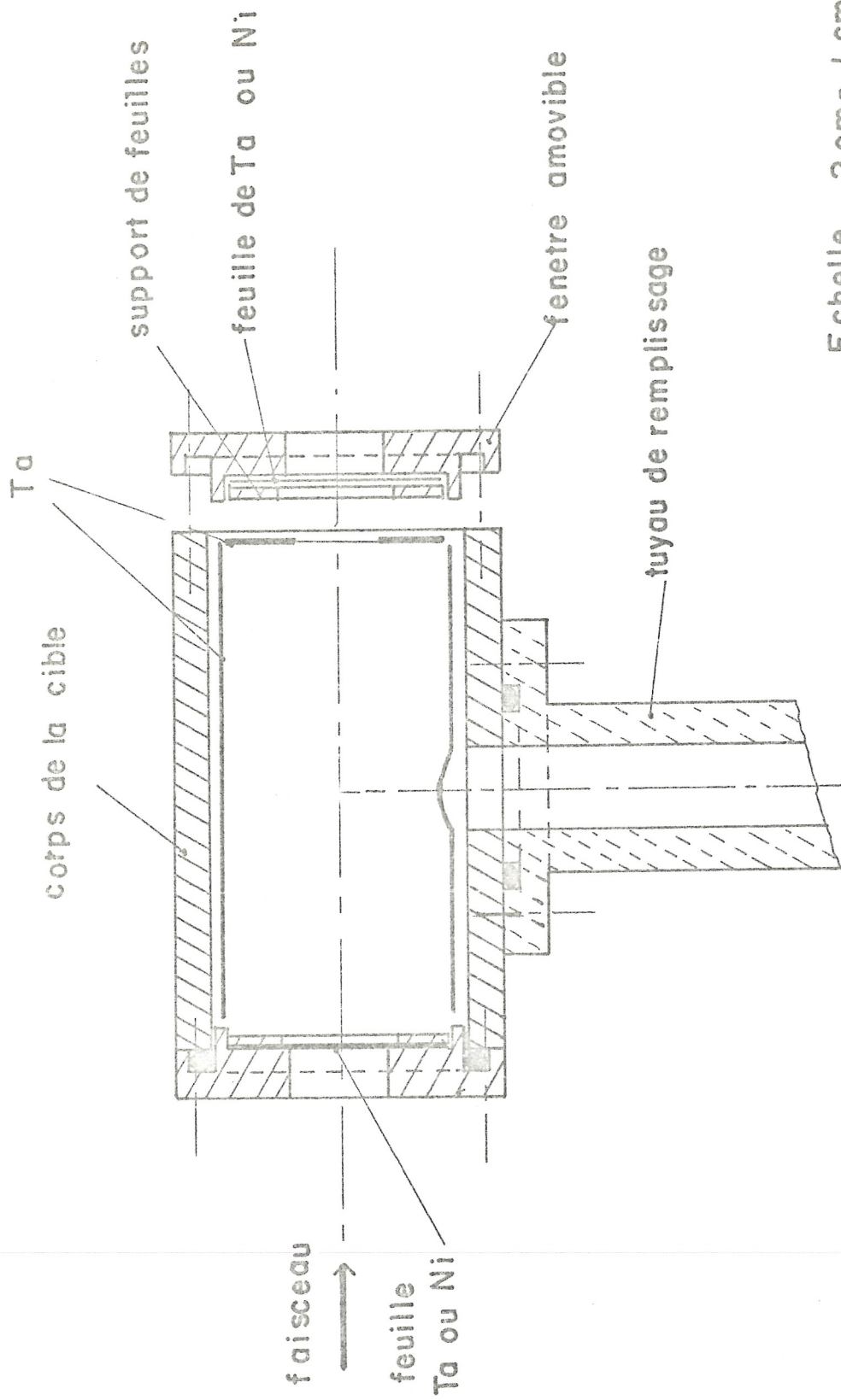
Nous avons ainsi perdu l'avantage d'avoir un des collimateurs, source inévitable de bruit, placé assez loin du détecteur, mais en revanche nous nous assurons que lors des déplacements du faisceau aucune portion du faisceau ne touchera les parois des fenêtres d'entrée ou de sortie de la cible, ce qui n'était pas toujours garanti dans la précédente version du système de collimation.

I.3 - Chambre de cible (voir figure 2.)

La chambre de cible utilisée lors des expériences sur la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ était celle décrite dans (Po68, pages 8, 12). Ce système a donné entière satisfaction, tant en ce qui concerne le vide obtenu (de l'ordre de 10^{-7} torr) que pour sa souplesse pour le changement des cibles, ou son absorption vis-à-vis des rayons gamma.

Nous avons seulement "tapissé" le pourtour du trou de sortie du faisceau d'une feuille de tantale afin d'éviter des réactions $\text{Al}(d, \gamma)$ ou $\text{Al}(d, n)$ par des deutérons diffusés dans les fenêtres d'entrée et de sortie de la cible.

Pour toutes les mesures à des angles supérieurs à 40° par rapport à la direction du faisceau incident nous avons utilisé la cage de Faraday décrite dans (Po68). Pour les mesures à 0° , nous



Echelle 2 cm = 1 cm

FIG. 3 CIBLE GAZEUSE

avons utilisé une cage de Faraday réduite à 2 pouces de longueur placée immédiatement après l'orifice de sortie de la chambre de façon à pouvoir placer le maximum de parafine entre la chambre de cible et le détecteur.

I.4 - Cible (voir figure 3.)

Nous avons utilisé pour l'étude de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ une cible gazeuse. Dans une première version, celle décrite dans (Po68), elle était constituée par un parallélépipède en aluminium de 4.0 cm de longueur, percé d'un trou cylindrique de 2.02 cm de diamètre. Chaque extrémité était fermée par une pièce en aluminium amovible comportant en son centre une fenêtre circulaire de 0.50 cm ou 0.75 cm de diamètre, selon le cas, sur laquelle on collait des feuilles de nickel dont l'épaisseur était telle qu'elles laissaient passer le faisceau avec une perte d'énergie négligeable et permettaient de maintenir dans l'enceinte une pression de 30 cm Hg de gaz.

Cette cible a été utilisée lors d'une première phase de travail (De69).

Devant la nécessité d'augmenter le taux de comptage des rayons gamma et vu que des feuilles minces de tantale de 6.4μ d'épaisseur, tout en permettant d'augmenter la pression interne par un facteur 3, produisaient un bruit de fond comparable sinon inférieur

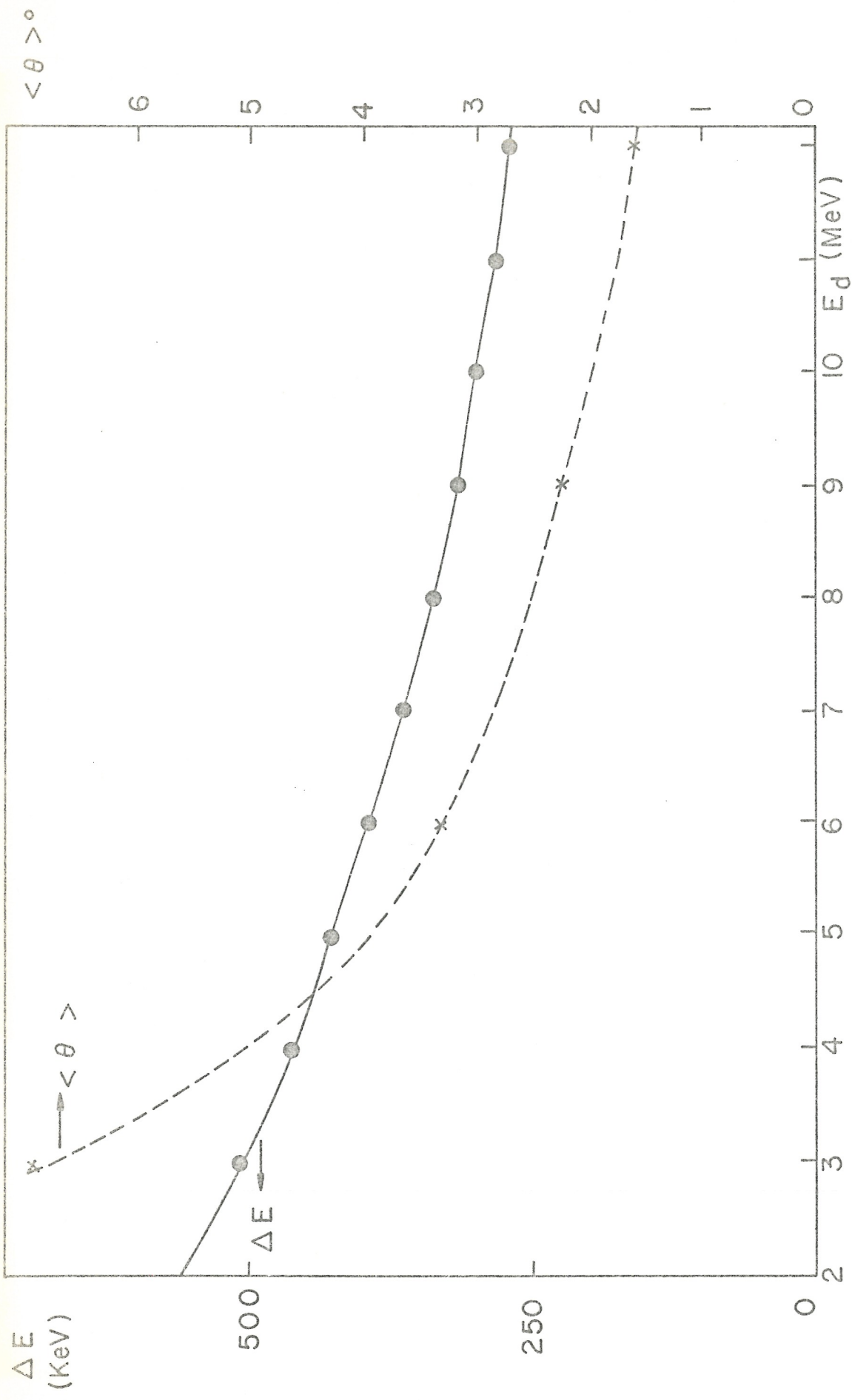


FIG. 4 —●— PERTE D'ENERGIE DES DEUTERONS DANS LES FEUILLES
 DE Ta (2.5×10^{-4} pouce)
 --x-- DEFLEXION (écart standard) DANS CES FEUILLES

TABLEAU No 1

Perte d'énergie des deutérons dans les feuilles de tantale.

Déflexion du faisceau lors du passage au travers de ces feuilles.

| E_d (MeV) | Perte d'énergie E(keV) (épaisseur de la feuille 2.5×10^{-4} pouce) | Déflexion en $^{\circ}$ écart standard |
|-------------|---|--|
| 3 | 509. | $6^{\circ} 55'$ |
| 4 | 466. | |
| 5 | 428. | |
| 6 | 395. | $3^{\circ} 20'$ |
| 7 | 366. | |
| 8 | 340. | |
| 9 | 319. | $2^{\circ} 15'$ |
| 10 | 303. | |
| 11 | 283. | |
| 12 | 270. | $1^{\circ} 37'$ |

à celui produit par les feuilles de nickel de 2.5μ d'épaisseur précédemment utilisées, nous avons adopté cette solution pour les mesures suivantes.

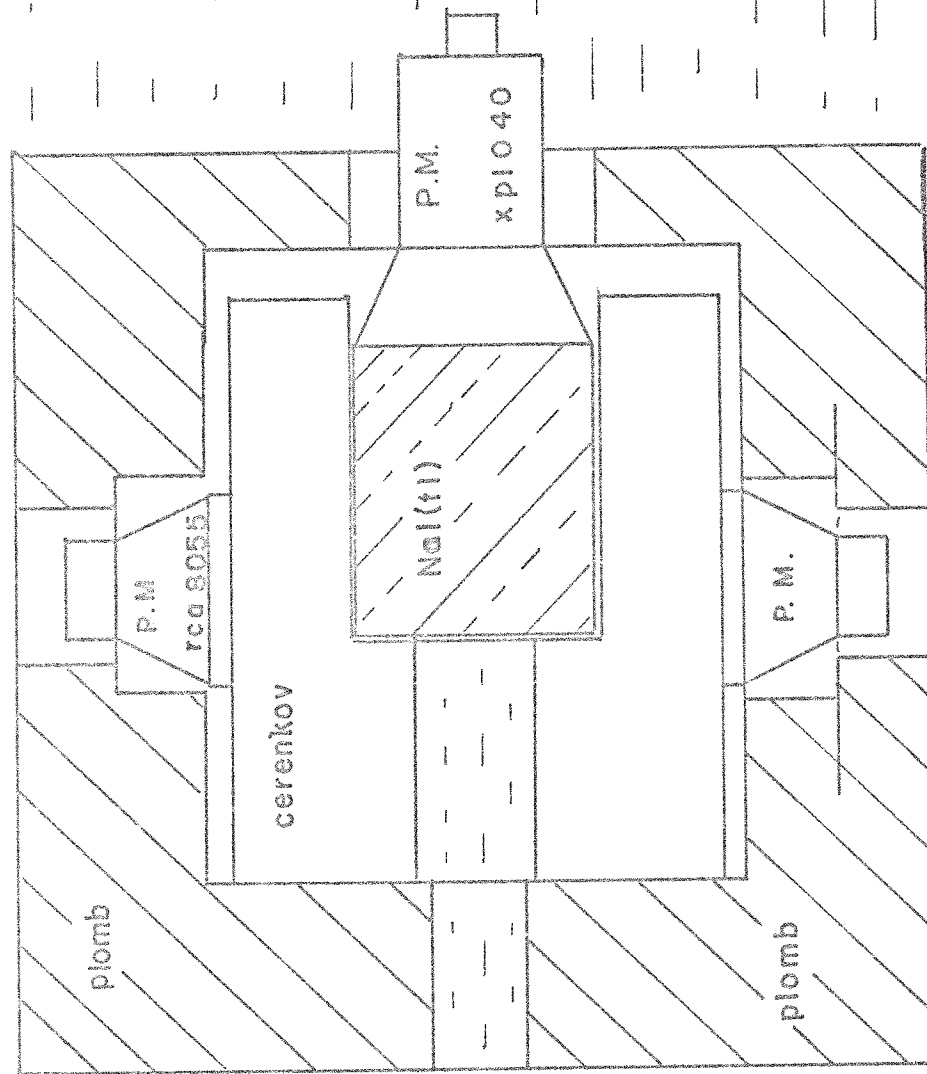
Nous avons d'autre part porté le diamètre des trous des fenêtres à 0.75 cm pour la fenêtre d'entrée et 1.0 cm pour la fenêtre de sortie, afin de diminuer encore la possibilité de produire des réactions $Al(d, n)$ ou $Al(d, \gamma)$ avec les parois des fenêtres. De plus nous avons introduit un cylindre de tantale de 0.12 mm d'épaisseur concentrique au cylindre contenant le gaz, recouvrant ainsi les parois internes de la cible. Un disque de tantale de la même épaisseur percé d'un trou de diamètre légèrement inférieur à celui de la fenêtre de sortie tapissait le fond de la cible.

La perte d'énergie ainsi que l'angle de diffusion pour des deutérons dans les feuilles de tantale utilisées comme fenêtres de la cible sont donnés dans le tableau No 1 et sur la figure 4.

On vérifie que la perte d'énergie, tout en étant augmentée par rapport à ce que l'on obtenait pour des fenêtres en nickel, conserve des valeurs acceptables et que les angles de diffusion restent inférieurs à l'angle d'ouverture de la fenêtre de sortie.

Le remplissage et la vidange de la cible se faisaient à l'aide du système décrit dans (Po68, page 17).

parafine



Echelle: 1/4

FIG. 5 Ensemble de detection

I.5 - Ensemble de détection (voir figure 5.)

Il doit permettre de détecter des photons de 25 à 30 MeV avec une bonne efficacité. Dans le cas de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$, nous avons affaire à une seule transition au fondamental de ^4He et alors la résolution n'est pas un facteur déterminant. Il est préférable d'avoir une efficacité du système de détection bien connue. C'est pourquoi nous avons adopté un blindage Cerenkov pour effectuer la réduction du bruit cosmique. Cette solution présente l'avantage que le compteur Cerenkov n'est pas sensible aux neutrons et peu sensible aux radiations secondaires s'échappant du cristal. Ainsi par rapport à la solution du blindage en plastique, nous avons une efficacité mieux déterminée et voisine de 1., au détriment de la résolution qui n'est pas améliorée par le rejet des impulsions d'échappement.

Le détecteur utilisé était un cristal d'iodure de sodium activé au thallium, de 12.7 cm de diamètre par 15.2 cm de longueur, vu par un photomultiplicateur de type AMPEREX XP 1040.

L'alimentation de celui-ci était constituée par le module ORTEC 113 dont le débit en courant est de 2 ma. Pour les mesures à 12 MeV et aux angles vers l'avant nous avons utilisé une alimentation dont le débit en courant était de 12 ma et dont les trois derniers étages étaient stabilisés par des diodes Zéner placées en parallèle sur les

résistances du pont. Ceci nous a permis d'améliorer la stabilité des sorties à l'anode et à la 12ième dynode pour des variations de taux de comptage importantes.

Pour une variation du taux de comptage de 3×10^3 à 7.5×10^4 cps/sec nous observons un déplacement du pic à 1.28 MeV de ^{22}Na de 5 % à partir de l'anode et de 6 % à partir de la dynode.

Ce cristal était entouré d'un détecteur Cerenkov (De68) placé en anticoincidence, fait d'une pièce en plexiglass de 25.4 cm x 30.4 cm x 30.4 cm percé d'un trou de 6.3 cm de diamètre et de 12 cm de longueur par lequel les photons sont admis sur le cristal. Par rapport à la version présentée dans (De68), la seule amélioration a été de porter à deux le nombre des photomultiplicateurs RCA 8055 recueillant la lumière Cerenkov.

Cet ensemble était entouré d'un blindage de plomb de 10 cm d'épaisseur comportant une ouverture collimatrice vers l'avant du cristal de 5.08 cm d'ouverture. Le but en est de réduire les composantes "molles" des rayons cosmiques.

Tout autour de cet ensemble, nous avons disposé 50 cm de parafine partiellement chargée en acide borique de façon à ralentir le plus possible les neutrons en provenance des réactions (d, n).

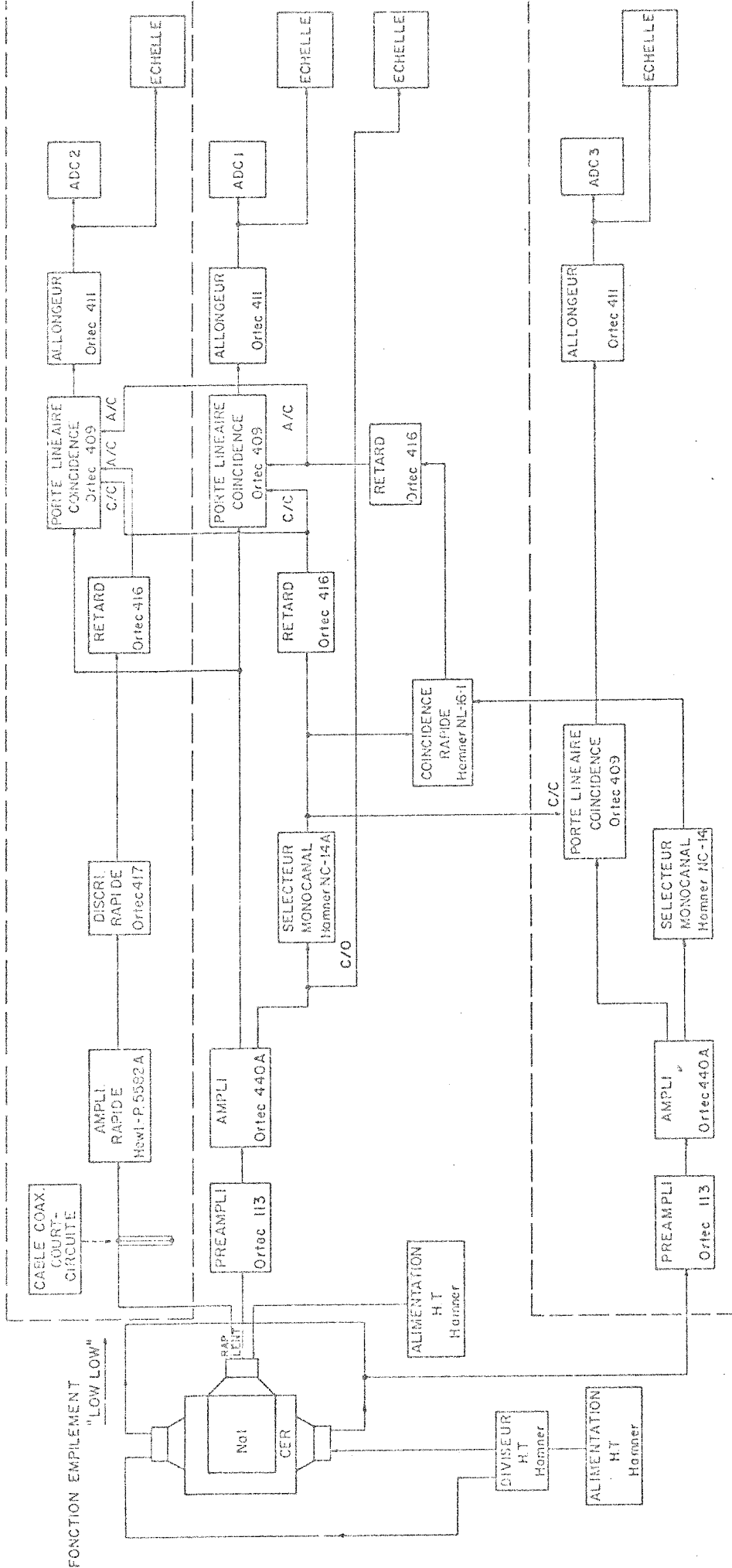


FIG.6 SCHEMA DU MONTAGE ELECTRONIQUE

I.6 - Montage électronique

Le schéma logique de l'électronique utilisée est représenté sur la figure 6.

Nous pouvons y distinguer trois fonctions :

- l'analyse linéaire des impulsions du cristal prises à la 12^{ième} dynode
- la détection des impulsions rejetées par le compteur Cerenkov placé en anticoincidence avec le cristal
- la détection des impulsions empilées simulant des photons d'énergie supérieure à un seuil fixé.

Le circuit d'analyse linéaire utilise les impulsions issues de la 12^{ième} dynode du photomultiplicateur mises en forme par un préamplificateur ORTEC 113. Elles ont alors un temps de montée de 500 ns et un temps de descente de 300 μ s. Elles sont ensuite différenciées avec annulation de l'oscillation résiduelle et amplifiées par un amplificateur ORTEC 440A à filtre actif jouant le rôle de double ligne de retard. Nous obtenons ainsi à la sortie de l'amplificateur des impulsions bipolaires dont la longueur est de 800 ns entre le début et le premier "cross-over".

La sortie immédiate est envoyée dans un sélecteur

d'amplitude monocanal HAMNER NC14-1 qui donne une impulsion logique 300 ns après le "cross-over" de l'impulsion d'entrée si celle-ci a une hauteur comprise entre E et $E + \Delta E$. Ce signal est mis en coïncidence, après avoir subi un retard approprié avec l'impulsion linéaire retardée issue de l'amplificateur. La partie positive du signal franchit la porte linéaire ORTEC 409 associée au circuit de coïncidence puis est allongée pour permettre un bon fonctionnement de l'analyseur. Le spectre est recueilli dans la voie 1 (ADC 1).

La première fonction logique a pour but d'analyser le spectre des impulsions rejetées par le compteur Cerenkov.

Les impulsions négatives émises par les deux photomultiplicateurs regardant le compteur Cerenkov sont mises en forme (préampli ORTEC 113) puis amplifiées (ampli ORTEC 440A). Un sélecteur monocanal (HAMNER NC14-1) dont le seuil est placé à une valeur juste supérieure au bruit, associe à chaque impulsion du Cerenkov un signal logique qui est mis en coïncidence rapide (150 ns) avec les signaux analogues issus du sélecteur monocanal de la voie linéaire.

Le signal du circuit de coïncidence subit ensuite un retard approprié avant d'être mis en anticoincidence pour l'ouverture de la porte linéaire.

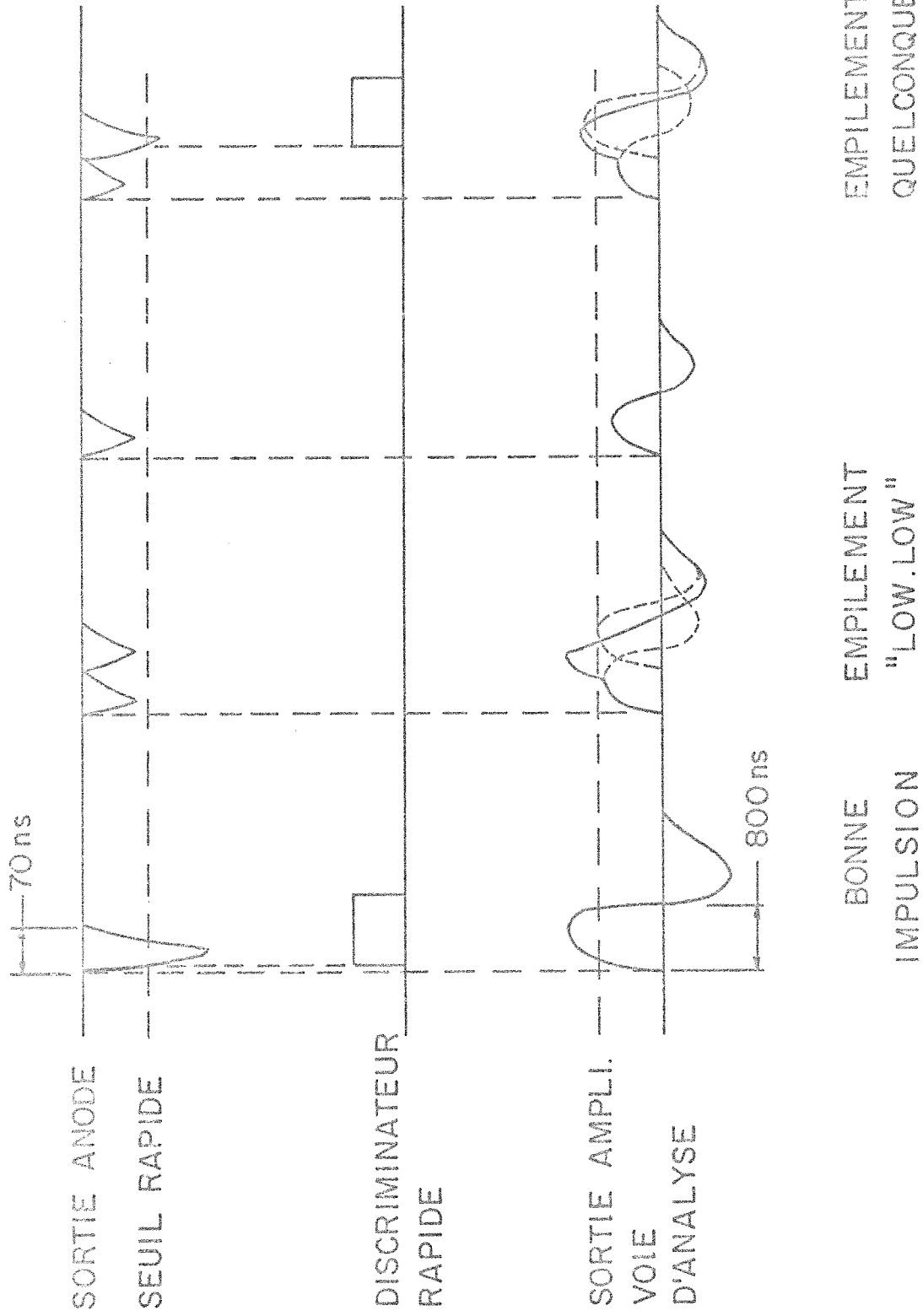


FIG. 7 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU CIRCUIT "LOW.LOW"

On rejette ainsi les impulsions émises simultanément dans le cristal et dans le compteur Cerenkov. Le spectre des impulsions rejetées est recueilli dans la voie 3 (ADC 3).

L'autre fonction logique a été mise au point afin de corriger nos mesures pour les effets d'empilements. Cette partie, appelée fonction empilement "low-low", détecte les impulsions analysées dans la voie linéaire comme étant de hauteur supérieure à un seuil donné, alors que celles-ci sont en fait deux impulsions de hauteur inférieure à ce seuil mais empilées.

Les impulsions rapides issues de l'anode du photomultiplicateur du cristal sont raccourcies à 30 ns par un câble coaxial court-circuité placé en parallèle sur le circuit. Un amplificateur rapide (H.P. 5528A) avec mise en forme permet d'obtenir des impulsions dont les fluctuations sont faibles mais allongées à 70 ns. On obtient ainsi un meilleur fonctionnement du discriminateur rapide ORTEC 417 qui définit le seuil au-dessus duquel on veut reconnaître les impulsions empilées. Ce discriminateur sélectionne les signaux supérieurs à un seuil réglable et associe à chacun d'eux un signal logique qui ferme la porte d'analyse de la voie 2 (voir figure 7). Ainsi à chaque impulsion de 800 ns dans la voie lente correspond une impulsion de hauteur proportionnelle mais de 70 ns de longueur dans la voie rapide. Si deux impulsions surviennent

à moins de 800 ns l'une de l'autre, mais plus de 70 ns, elles seront vues comme deux impulsions séparées dans la voie "low-low" alors que la partie linéaire du circuit ne verra qu'une seule impulsion, de hauteur comprise entre celle de la plus haute des deux impulsions et la somme des deux impulsions. Si les deux impulsions considérées ont séparément une hauteur inférieure au seuil fixé, mais que, superposées, elles forment une impulsion qui franchit le seuil, elles ne seront pas vues par le discriminateur rapide et la condition d'anticoïncidence n'existera pas au moment où l'impulsion franchira la porte. Nous aurons ainsi un coup correspondant à un empilement de type "low-low". Si l'une des impulsions avait eu une hauteur capable de déclencher le discriminateur, la condition logique associée aurait fermé la porte et rejeté l'impulsion empilée. Nous ne voyons donc, dans le spectre de la voie 2, au-dessus du seuil fixé que les empilements de type "low-low", c'est-à-dire ceux qui introduisent des coups supplémentaires. Nous ne détectons pas les empilements qui contribuent seulement à un déplacement du pic gamma vers les plus hautes énergies sans introduire de coups supplémentaires.

Les trois voies d'analyse correspondent à trois analyseurs multicanaux (1024 canaux chacun) dont la mémoire est constituée par un sous-groupe de la mémoire centrale d'un ordinateur CDC 3100. Après groupement 8 canaux par 8 canaux, les trois spectres obtenus

peuvent être emmagasinés sur bande magnétique en vue de l'analyse post-expérimentale ou être visualisés sur un écran cathodique à tout moment de l'expérience permettant un contrôle continu du bon fonctionnement du système.

I.7-- Table de distribution angulaire

L'ensemble du détecteur et du blindage repose sur une table métallique (Po68, page 33) pouvant pivoter autour d'un axe vertical passant par la cible.

Sur cette table, le cristal et le compteur Cerenkov avec le plomb peuvent être déplacés selon un diamètre.

Les positionnements en hauteur et alignements sont faits grâce à un télescope et on peut garantir le niveau horizontal à 1/32 de pouce près sur toute la demi-circonférence utilisable.

Lors des mesures de distribution angulaire, on déplace l'ensemble détecteur plus blindage. Ceci permet d'avoir exactement la même absorption des photons à chaque angle (mis à part les asymétries de la cible et de la chambre de cible).

CHAPITRE IIPERFORMANCES DU SYSTEMEETTECHNIQUES EXPERIMENTALES

- II.1 - Réduction du bruit cosmique
- II.2 - Réduction des empilements
- II.3 - Efficacité de détection
- II.4 - Réponse du cristal à des photons énergiques
- II.5 - Méthodes d'analyse des spectres
- II.6 - Autres corrections et précautions expérimentales

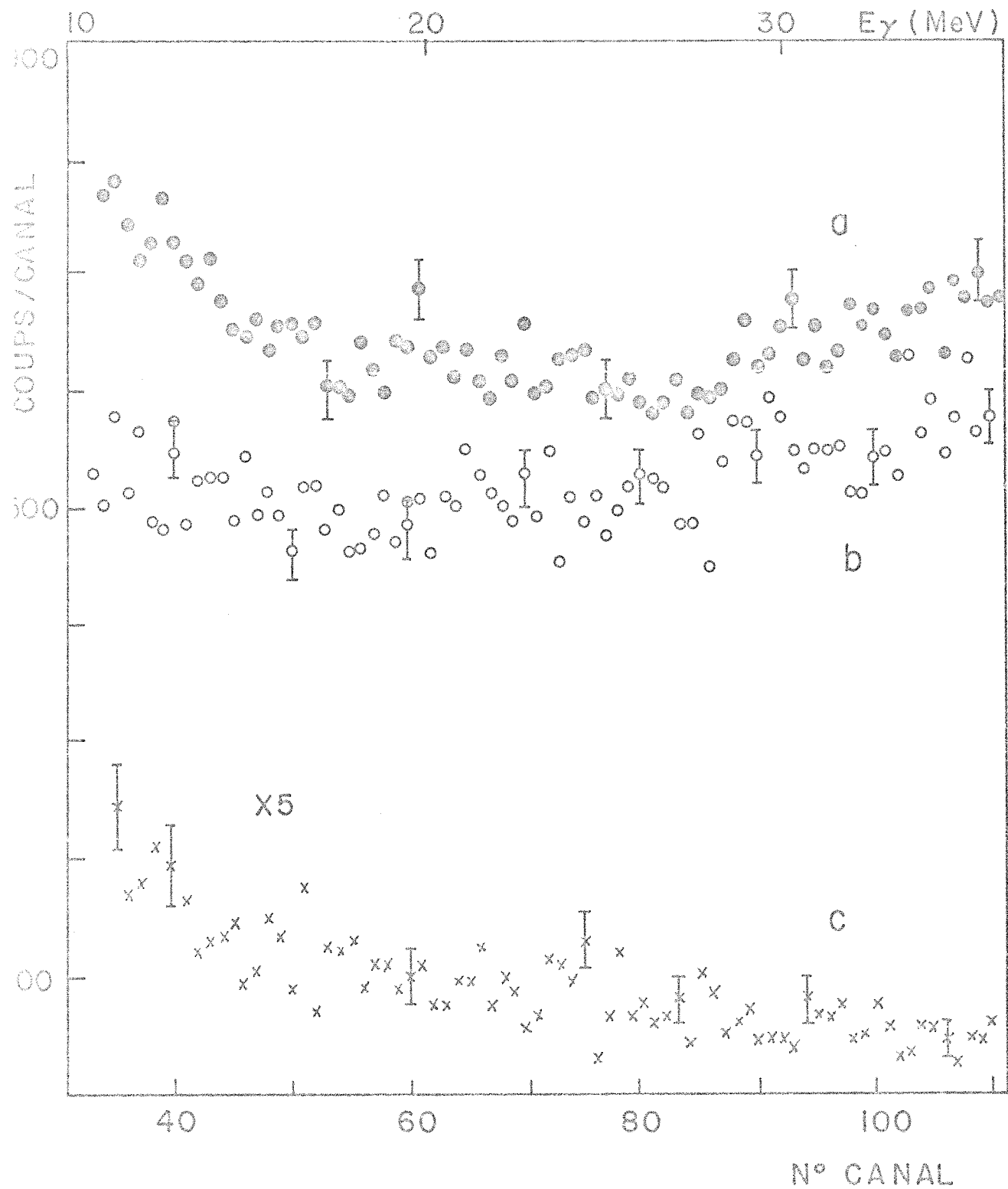


FIG. 8 RAYONS COSMIQUES ($t = 58200$ sec)

a) CRISTAL SEUL

b) CRISTAL + 4" DE PLOMB

c) CRISTAL + Pb + CERENKOV

CHAPITRE II

PERFORMANCES DU SYSTEME ET TECHNIQUES EXPERIMENTALES

Nous voulons maintenant décrire les performances du système de détection. Nous étudierons successivement la réduction du bruit cosmique dans la région d'énergie que nous considérons, la réduction des empilements, l'efficacité du détecteur et sa réponse aux photons d'énergie comprise entre 25 et 30 MeV.

II.1 - Réduction du bruit cosmique

La figure 8 donne une idée de l'efficacité du blindage "anticosmique". On y a fait figurer le spectre obtenu lorsque le blindage Cerenkov et le blindage de plomb sont absents, le spectre obtenu lorsqu'on introduit le cristal dans le blindage de plomb et enfin le spectre des rayons cosmiques résiduels lorsque le système de réjection fonctionne.

Dans la région de 20 à 30 MeV, où l'on s'attend à trouver le pic photoélectrique des rayons gamma provenant de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$, les taux de réduction sont 39/32/1.

Les taux de comptage passent de

$(3.37 \pm 0.02) 10^{-1}$ cps/sec pour le cristal dans
 l'enveloppe Cerenkov qui ne fonctionne pas
 à $(2.8 \pm 0.03) 10^{-1}$ cps/sec lorsque 10 cm de plomb
 entourent le cristal
 à $(8.6 \pm .4) 10^{-3}$ cps/sec lorsque le système de
 réjection au complet est en marche.

On remarque que le plomb est plus efficace à basse
 énergie qu'aux hautes énergies tandis que l'inverse se produit pour
 le blindage Cerenkov. Ceci est dû à ce que les rayons cosmiques
 se composent essentiellement de composantes molles (électrons,
 photons) vis-à-vis desquelles le plomb se montre très efficace,
 et de composantes dures (principalement des muons). Ces muons
 produisent une lumière Cerenkov d'autant plus intense qu'ils sont
 énergétiques et sont ainsi mieux vus lorsque leur énergie augmente.

On remarquera que le taux de réduction obtenu n'a
 rien d'exceptionnel (tout en étant suffisant) vis-à-vis à de celui
 que l'on peut obtenir en utilisant des détecteurs scintillateurs
 plastiques pour détecter les rayons cosmiques. L'avantage par
 contre réside dans le fait que le taux de réduction ne dépend pas
 du taux de production des neutrons car le Cerenkov est relative-
 ment insensible aux neutrons peu énergiques. De plus l'insensi-
 bilité relative du compteur Cerenkov aux radiations qui s'échappent
 du cristal permet de mieux connaître l'efficacité du cristal principal.

Afin de vérifier le bon fonctionnement du blindage pendant l'expérience, des spectres de rayons cosmiques avec anti-coïncidence étaient pris avant et après chaque série de mesure, et on enregistrait les spectres des impulsions du compteur Cerenkov en coïncidence avec celles du cristal principal durant chaque mesure.

Enfin, on peut noter que le fait d'avoir utilisé deux photomultiplicateurs placés latéralement au lieu d'un seul placé sur la surface supérieure a permis de passer d'un taux de comptage de 3.7×10^{-2} cps/sec à 2.1×10^{-2} cps/sec lorsque le système de réjection fonctionne. Ceci est dû d'une part à la meilleure collection de la lumière émise et d'autre part à une augmentation du plomb à la partie supérieure du blindage.

II.2 - Réduction des empilements

Lorsque l'on veut effectuer des mesures aux angles vers l'avant par rapport à la direction du faisceau et en particulier aux énergies supérieures à 9 MeV, le taux de comptage des impulsions dans le cristal devient très grand:

4×10^4 impulsions par sec à 9 MeV et $\theta_L = 40^\circ$ allant jusqu'à 1.25×10^5 imp/sec à 12 MeV et à 0° .

La résolution de l'amplificateur, utilisé avec une double ligne de retard de mise en forme de $.25 \mu\text{s}$, est de l'ordre de $2.5 \mu\text{s}$. La présence du sélecteur monocanal dont le temps mort est de 2070 ns et qui déclenche sur le point de passage à zéro de l'impulsion fait que seules interviennent dans les considérations d'empilements, les impulsions rapprochées de 0 à 800 ns qui dans ce cas altèrent la partie positive sur laquelle est basée l'analyse.

Avec un taux de comptage de $4 \times 10^4 \text{ cps/sec}$, 3.2% des impulsions subissent en moyenne des empilements ce qui donne une contribution non négligeable dans la zone d'intérêt. On tient compte d'une partie de cette contribution lorsque l'on fait la soustraction des spectres avec et sans gaz dans la cible mais il reste que dû aux neutrons de la réaction $D(d, n) {}^3\text{He}$, les taux de comptage, donc les quantités d'impulsions altérées par empilements, sont sensiblement différents lors des deux mesures et que cet effet s'aggrave lorsque l'on tente de mesurer aux angles vers l'avant car les neutrons sont principalement émis vers l'avant.

Le système décrit dans la première partie permet de corriger en partie les spectres obtenus pour les effets des empilements; il permet de soustraire du spectre des rayons gamma, les coups supplémentaires introduits par empilements de deux impulsions de hauteur inférieure à celles considérées (empilements dits "low-low").

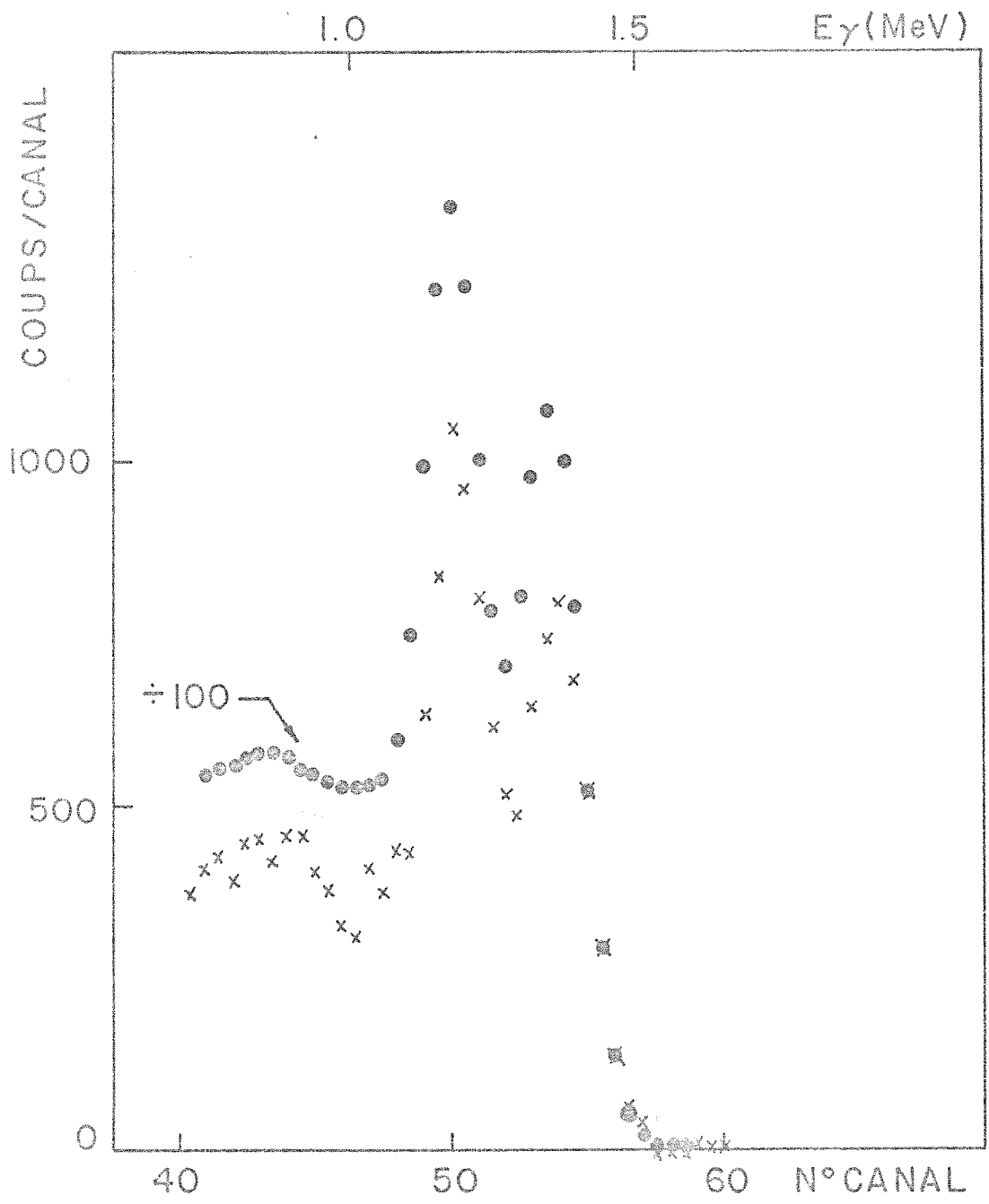


FIG. 9 SOURCES RADIOACTIVES Co^{60}
 ● 1 millicurie
 x 10 microcurie

Afin de vérifier le bon fonctionnement du système de détection des empilements, plusieurs tests ont été entrepris.

Une première vérification de l'efficacité de la partie dite "low-low" a été faite à l'aide de sources radioactives d'intensités différentes. Il s'agissait de source de Co^{60} de 1 curie et de 10 μ curie d'activité.

Le rapport exact des activités a été mesuré d'abord expérimentalement en enregistrant des spectres gamma des deux sources considérées placées à 20 cm du détecteur. Après les corrections pour tenir compte du temps mort de l'électronique dans la voie d'analyse, ce rapport a été trouvé égal à 141.6 ± 3.3 (voir figure 9).

Nous enregistrons ensuite deux spectres pris dans des conditions expérimentales identiques (temps, position de la source, calibration) avec chacune des deux sources, placées cette fois près du détecteur de façon à augmenter le taux de comptage.

Le spectre de la source de faible intensité sert de spectre de référence, car il contient environ 10^4 fois moins d'impulsions empilées, pour calculer quels sont les empilements attendus, au-dessus d'un seuil fixé, dans le spectre de la source de forte intensité. On compare le spectre obtenu dans la voie deux (empilements low-low) avec la source de 1 curie, au spectre des empilements calculés à partir du spectre de référence fourni par la

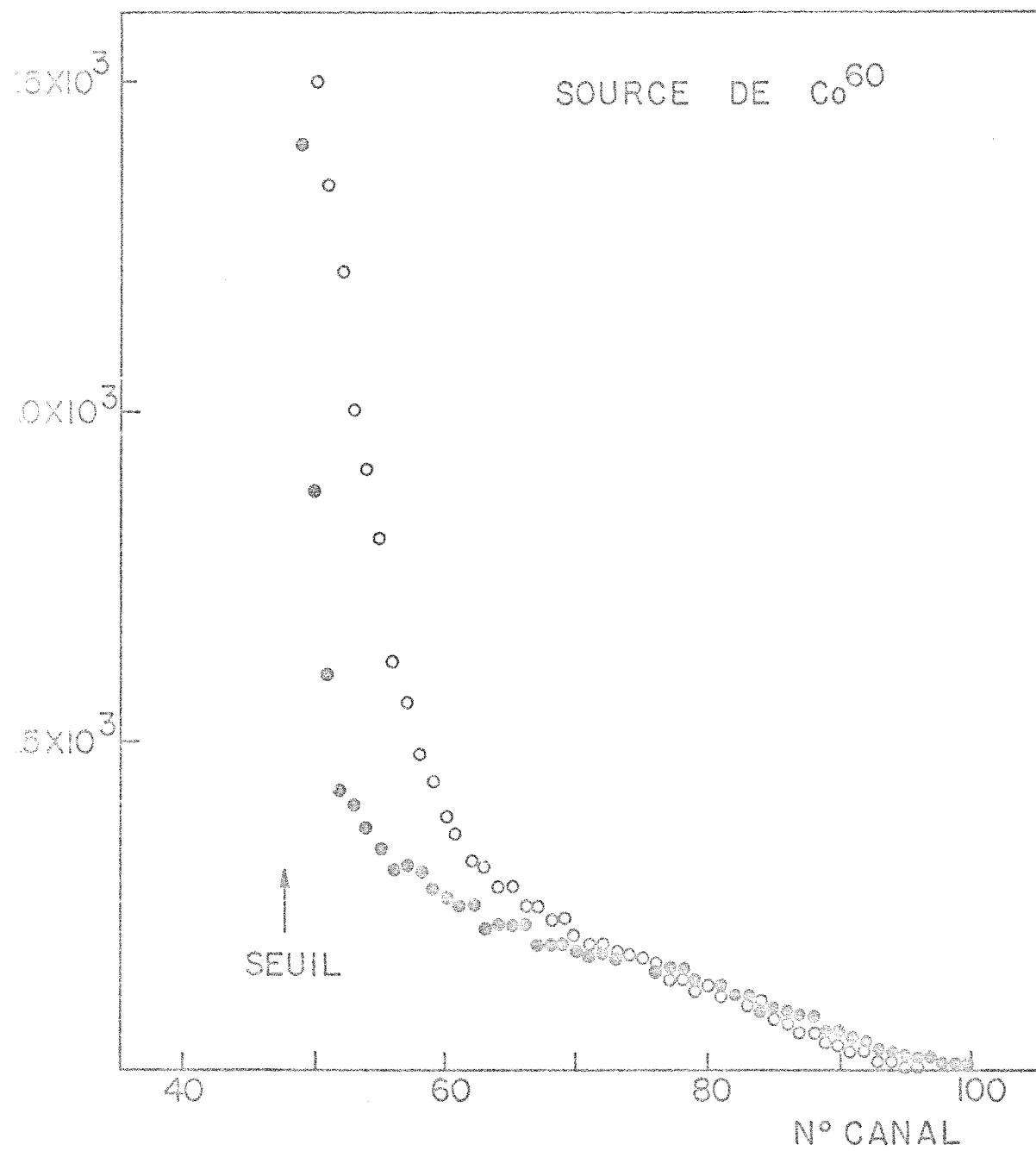


FIG . 10 SPECTRES DES EMPILEMENTS "LOW LOW"

○ MESURE EXPERIMENTALEMENT

● CALCULE

source de 10 μ curie. Cette comparaison est faite sur la figure 10.

Notons d'abord les difficultés que comporte une telle comparaison.

Le programme utilisé pour calculer les empilements à partir d'un spectre de référence comporte plusieurs approximations dont la principale est qu'il ne tient pas compte de façon précise de la position relative des deux impulsions qui se superposent pour calculer l'amplitude de l'impulsion résultante; il considère que les impulsions sont de forme carrée. On atténue partiellement cet effet en considérant des impulsions carrées de 500 ns au lieu des impulsions de 800 ns.

Une autre difficulté provient de la localisation du seuil à partir duquel on enregistre les empilements. Dans les meilleures conditions la coupure du spectre se fait sur une dizaine de canaux (ce qui correspond dans le cas de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ à un intervalle de ± 1.5 MeV). Deux effets interviennent ici: d'une part la précision du niveau de discrimination du discriminateur rapide ORTEC 417 utilisé qui était de 12 mv pour un seuil fixé à 500 mv et d'autre part la linéarité des impulsions issues de l'anode et raccourcies à 30 ns qui n'est pas excellente; ces impulsions comportent des fluctuations assez importantes dues au bruit du photomultiplicateur. Nous avons dû sacrifier une partie du raccourcissement des impulsions obtenues pour les amplifier et les mettre en forme dans l'amplificateur

rapide H-P. Ceci a porté la longueur des impulsions à 70 ns mais nous a permis de localiser le seuil en dedans de 10 canaux. On perd donc une partie (10%) des empilements, ceux qui se produisent pour deux impulsions séparées de moins de 70 ns.

Enfin le programme de calcul des empilements demande de connaître la forme du spectre de référence jusqu'au canal zéro ce qui est impossible pour des raisons expérimentales évidentes. On doit donc extrapoler la forme du spectre que l'on peut connaître jusqu'au canal 10 vers le canal zéro et il y a alors une erreur introduite dans la région où les taux de comptage sont les plus élevés et qui contribue aux empilements dans la région voisine du seuil.

En ayant en mémoire ces approximations on peut tenter une comparaison des spectres des empilements low-low mesurés avec le spectre résultant du calcul.

On peut remarquer que la forme des 2 spectres est légèrement différente. Ils comportent une région commune mais divergent d'une part près du seuil où le spectre calculé est optimiste et à haute énergie où il devient pessimiste. Cet effet est attribuable en partie aux approximations sur la forme des impulsions dans le calcul des empilements. Si on compare le nombre total d'empilements entre deux limites supérieures au seuil,

$$\Sigma_{55}^{95} \text{ calculé} = 29090$$

$$\Sigma_{55}^{95} \text{ expérimental} = 33131$$

on note une variation de l'ordre de 20%.

On ne peut attribuer cette erreur à une déficience du système de réjection plutôt qu'à une déficience du programme.

Néanmoins comme on le verra par la suite, cette erreur systématique de 20% affecte une correction qui reste inférieure ou égale à 15% pour toutes nos mesures. Elle entraîne donc une erreur de l'ordre de 3% et nous nous sommes contentés de cette précision pour nos mesures.

Ces tests ont été faits à partir de sources radioactives émettant des rayons gamma d'énergie voisine d'1 MeV. Nous avons repris ces mesures en utilisant les rayons gamma de 26.5 MeV de la réaction $T(p, \gamma)^4\text{He}$ pour des énergies des protons de 9 MeV. Ces photons sont accompagnés d'un flux de neutrons assez important en provenance de la réaction $T(p, n)^3\text{He}$ et d'autres réactions (p, n).

Cette fois le spectre de référence était un spectre enregistré avec une faible intensité de faisceau (100 na), tandis que le spectre des empilements enregistrés était pris avec une intensité de faisceau de 900 na. Le spectre de référence contient

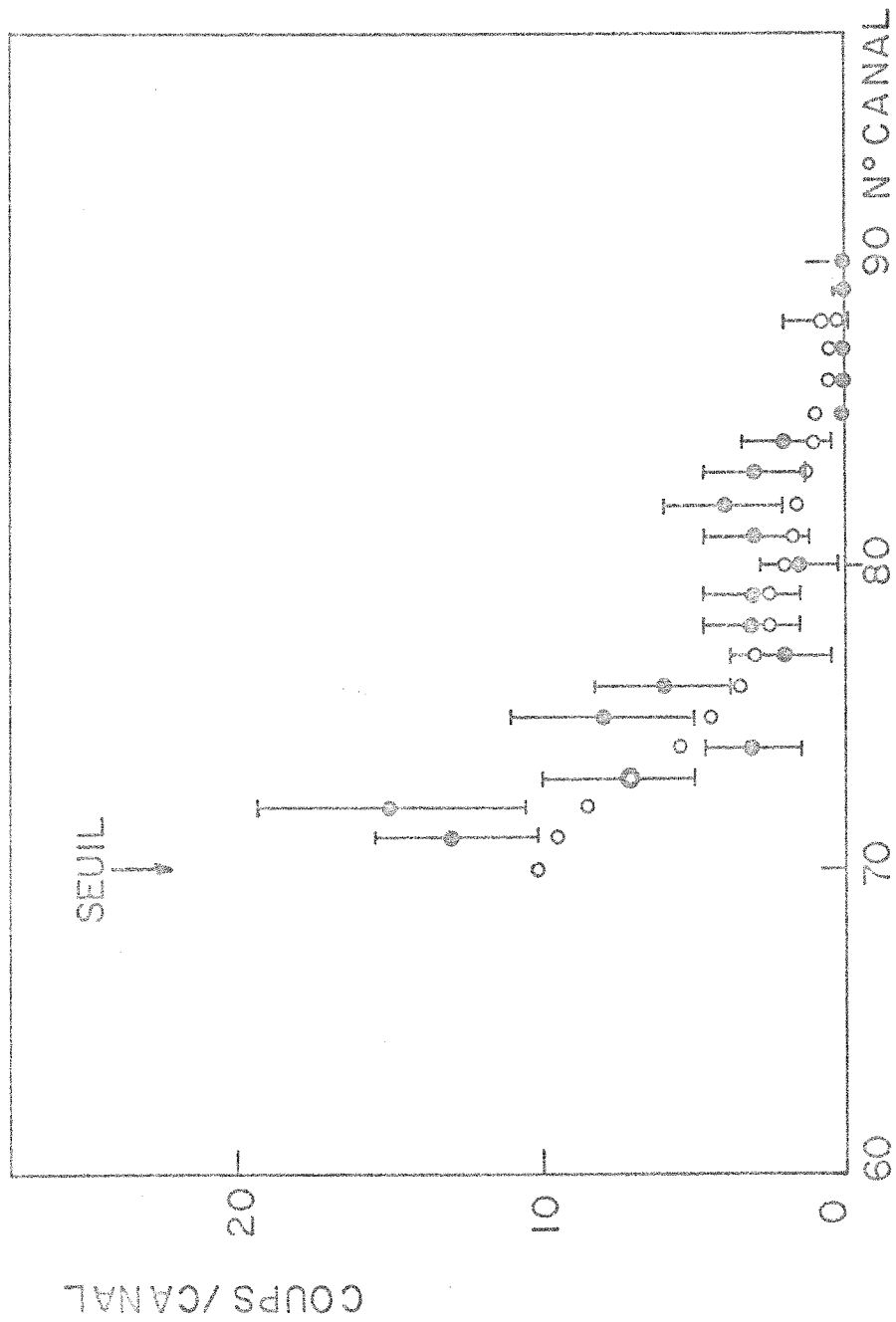


FIG. 11 REACTION $T(p, \gamma)^4\text{He}$

● EMPILEMENTS "LOW LOW" MESURES

○ EMPILEMENTS "LOW LOW" CALCULES

donc environ 80 fois moins d'empilements que le spectre enregistré à fort courant et l'erreur ainsi introduite peut être négligée en première approximation.

La figure 11 présente le spectre des empilements low-low enregistré et celui calculé à partir du spectre de référence.

L'accord est généralement assez bon.

De même à partir des spectres gamma de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ nous avons pu reproduire les spectres d'empilements low-low.

Il n'est toutefois pas possible, sans ajouter des circuits électroniques très complexes (voir B168) dont l'efficacité est difficile à déterminer, de corriger la forme du spectre à partir des indications fournies par des spectres d'empilements quelconques. Mais nous pensons qu'il est toujours préférable quand on le peut de maintenir un taux d'empilements bas (15% au max.) que d'essayer de corriger un spectre empilé, dans le cas de mesures de section efficace absolue.

II.3 - Efficacité de détection

On définit l'efficacité de détection comme étant le rapport du nombre de rayons gamma enregistrés dans une certaine portion d'un spectre lorsque le système de réjection associé au compteur

Cerenkov fonctionne, au nombre de rayons gamma détectés lorsque le système de réjection ne fonctionne pas. Cette définition ne tient donc pas compte de l'efficacité de détection du cristal lui-même qui est calculée à partir des données sur l'absorption des photons dans l'iodure de sodium.

L'efficacité de détection a été déterminée à partir des spectres des photons issus des réactions $^{11}\text{B}(p, \gamma)^{12}\text{C}$ ($E_{\gamma} = 16 \text{ MeV}$) et $\text{T}(p, \gamma)^4\text{He}$ ($E_{\gamma} = 24.5 \text{ MeV}$) dont les sections efficaces sont suffisamment élevées pour permettre d'obtenir de bonnes statistiques en des temps raisonnables.

La détermination de l'efficacité η a été effectuée en enregistrant parallèlement et simultanément les spectres issus du cristal, avec et sans anticoincidence en provenance du compteur Cerenkov; on élimine ainsi les problèmes de changement possible des conditions expérimentales tels qu'évaporation du tritium par réchauffement de la cible, changement de focalisation entre deux mesures, variation de la calibration.

Les mesures à partir de la réaction $^{11}\text{B}(p, \gamma)^{12}\text{C}$ ont donné comme valeur moyenne de η , $\eta = .989 \pm .03$.

Les mesures à partir de la réaction $\text{T}(p, \gamma)^4\text{He}$ ont donné 1.0 ± 0.005 .

Dans l'analyse de nos résultats, nous avons considéré $\eta = 1.0 \pm 3\%$ donc que le compteur Cerenkov retirait une fraction négligeable des impulsions du cristal par détection des radiations secondaires émises par le cristal.

L'erreur indiquée ne comprend que l'erreur statistique.

II.4 - Réponse du cristal à des photons énergiques

II.4.1 - Forme du spectre

Pour les mesures de la section efficace absolue de production des photons de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$, il est nécessaire de connaître la forme du spectre de réponse du cristal à des photons dont l'énergie varie entre 25 MeV et 31 MeV.

Cette forme de spectre ne peut être déterminée à partir des spectres des photons de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ en raison du bruit très intense qui provient des réactions compétitives, (d, n) surtout et qui masque la partie à basse énergie du spectre jusqu'à des énergies voisines de 20 MeV.

D'après certaines études (Ko59), la forme du spectre des photons supérieurs à 20 MeV en énergie ne change plus beaucoup en fonction de l'énergie, lorsque celle-ci augmente. Nous avons donc fait cette approximation et déterminé la forme des spectres

gamma à partir des spectres gamma obtenus en étudiant les photons de la réaction $T(p, \gamma)^4\text{He}$ pour des énergies des protons allant de 1.95 à 9 MeV. Ceci correspond, pour un angle d'observation à 90° de la direction du faisceau incident, à des photons de 21.3 MeV à 26.5 MeV. Cette réaction est en effet accompagnée d'un bruit dû aux neutrons beaucoup moins important.

Les spectres obtenus permettent de connaître la forme du spectre jusqu'à des énergies de l'ordre de 15 MeV pour des photons de 24.5 MeV et jusqu'à 10 MeV pour des photons de 21.5 MeV.

Comme on le verra en détail dans les sous-sections suivantes, la section efficace absolue cherchée se calcule à partir d'une petite portion du spectre des photons obtenus centrée autour du pic photoélectrique dans une région où le rapport nombre de photons sur nombre total de coups est grand.

On définit le rapport β comme étant le rapport du nombre de photons contenus entre 2 limites entourant le pic photoélectrique* au nombre total de photons dans le spectre. La connaissance de ce rapport β pour des photons d'énergies comparables à celles des photons étudiés permet de remonter au nombre total de photons ayant interagi avec le cristal à partir d'une petite portion du spectre

* Nous utilisons ici le qualificatif "pic photoélectrique" dans le sens de "pic de pleine énergie".

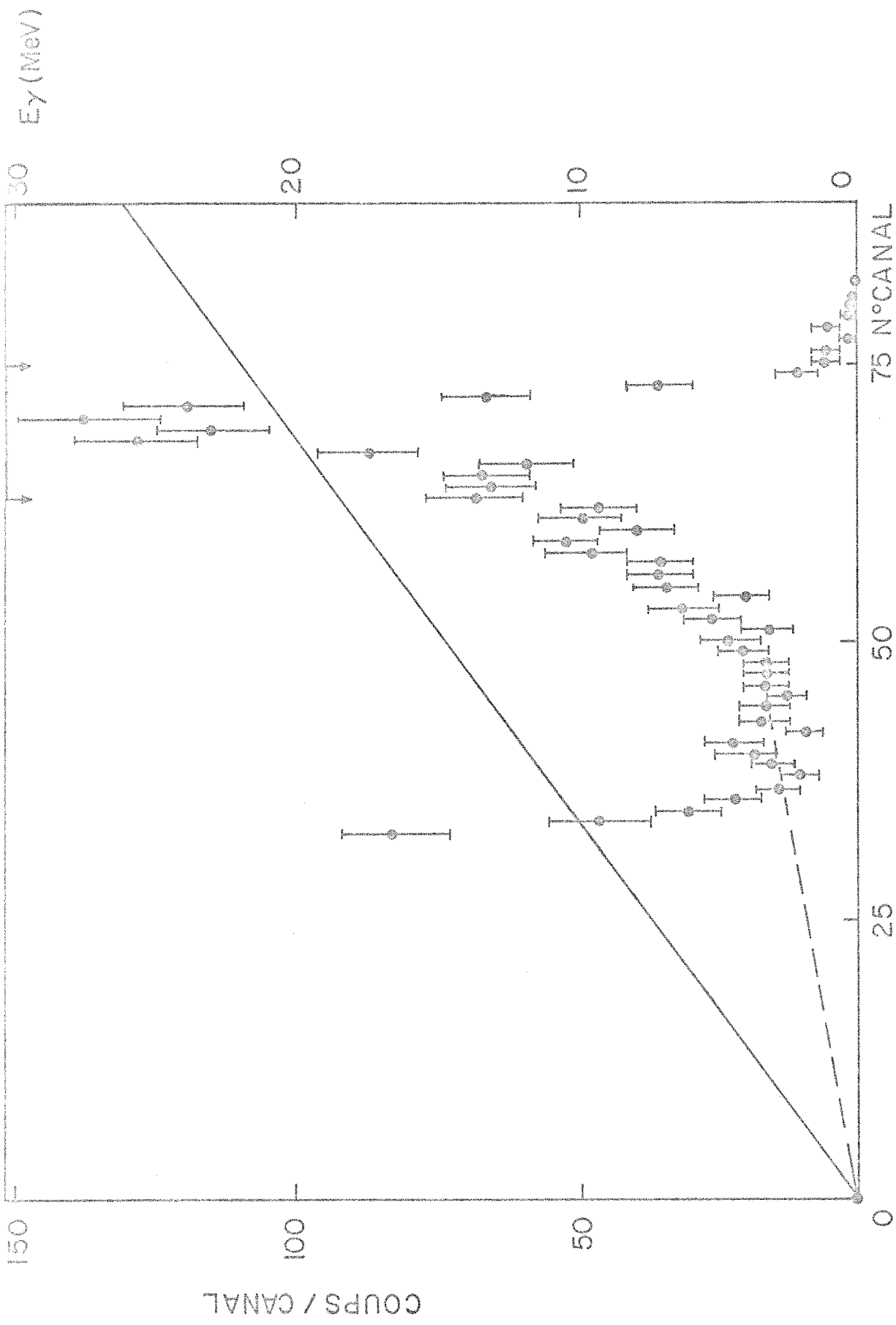


FIG. 12 SPECTRE DES PHOTONS DE LA REACTION $T(p, \gamma)^4\text{He}$
 A $E_p = 1.95$ MeV

mesuré qui se trouve bien différenciée du bruit de fond.

Nous avons déterminé le rapport β pour des limites qui étaient $.9 E_p$ et $1.8 E_p$ où E_p représente l'énergie correspondant au pic photoélectrique. Cette détermination comporte toujours une erreur systématique, car on ne peut atteindre expérimentalement la forme du spectre jusqu'à l'énergie zéro et l'on doit extrapoler plus ou moins arbitrairement la partie du spectre dégagée du bruit vers le canal correspondant à l'énergie 0. La figure 12 montre le spectre des photons de 21.3 MeV issus de la réaction $T(p, \gamma)^4\text{He}$ pour une énergie des protons de 1.95 MeV après correction pour les rayons cosmiques résiduels. On y a fait figurer en trait pointillé l'extrapolation choisie pour la partie inconnue du spectre. Nous avons extrapolé linéairement vers le canal 0, comme semble l'indiquer les travaux de KOCHUM et STARFELT (Ko59), lorsque le faisceau de rayons gamma est admis sur le cristal à travers un collimateur d'ouverture faible. Un crochet indique la portion "utile" du spectre correspondant aux limites choisies pour le calcul de β . Nous avons ainsi déterminé β pour différentes valeurs de l'énergie des protons incidents ($E_{p_r} = 2.2 \text{ MeV}$ à $E_{p_r} = 9 \text{ MeV}$) et différentes valeurs des intensités de courants de particules incidentes. Nous avons aussi considéré une autre extrapolation limite du spectre par une droite de hauteur constante depuis le canal zéro jusqu'au point

d'extrapolation. La valeur de β ainsi trouvée peut être considérée comme une limite inférieure de la valeur de β .

Pour le spectre présenté sur la figure, nous avons obtenu

$$\beta = .518 \pm .04$$

$$\beta_{\min} = .455 \pm .05.$$

Pour les spectres pris avec $E_{Pr} = 9 \text{ MeV}$ ($E_{\gamma} \approx 26.5 \text{ MeV}$) une valeur moyenne de différentes mesures donne

$$\beta = .482 \pm .02$$

$$\beta_{\min} = .380 \pm 0.04.$$

Nous n'avons pas remarqué de variation nette avec l'énergie mais seulement une tendance à décroître avec l'augmentation en énergie. Ceci correspond à une augmentation de la résolution, qui est définie comme étant la largeur à mi-hauteur du pic de pleine énergie. De même une variation du courant des protons de 100 na à 700 na n'affecte pas β . Ceci est dû au peu d'empilements qu'on obtient avec cette réaction. Cela ne serait plus vrai dans le cas de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ par exemple, où les variations de taux de comptage sont beaucoup plus grandes. C'est une des raisons qui nécessite de maintenir le taux des empilements à des valeurs inférieures à 15% du nombre de coups dans le pic.

Une étude analogue faite sur un spectre de longue durée (48,000 μcb) des photons de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ pour une énergie

des deutérons incidents de 9 MeV conduit à un β de l'ordre de .48.

Nous avons choisis dans nos analyses la valeur $\beta = .482$ et nous avons supposé qu'elle ne variait pas avec l'énergie des photons, ni avec l'intensité du courant (donc en fonction du taux de comptage pourvu que celui-ci limite le taux d'empilements à 15%).

Nous pouvons estimer l'erreur systématique introduite par ce choix à environ 20% d'après la valeur de β_{\min} qui constitue un des extréma.

Nous avons repris la détermination de β avec la nouvelle base d'alimentation du photomultiplicateur, utilisée lors des mesures à 0° par rapport au faisceau qui améliorerait la stabilité du cristal. Nous avons trouvé que la valeur de β avait sensiblement augmenté

$$\beta = .513 \pm .02 \text{ pour } E_\gamma = 26.5 \text{ MeV}$$

tout en restant à l'intérieur du domaine des erreurs statistiques. Ceci correspondant à une légère amélioration de la résolution.

II.4.2 - Linéarité, étalonnage

La linéarité du système de détection a été vérifiée en utilisant les rayons gamma de la réaction $T(p, \gamma)^4\text{He}$ pour des énergies des protons variant de 3 MeV à 9 MeV. Ce test a été fait plusieurs fois au cours des mesures et a toujours montré que le système était parfaitement linéaire dans la partie du domaine d'énergie comprise entre 10 et 35 MeV.

Avant chaque série de mesure la linéarité de la chaîne d'amplification de l'électronique associée ainsi que des analyseurs multicanaux était vérifiée à l'aide d'impulsions du générateur d'impulsions.

L'étalonnage en énergie a été effectué d'une part en considérant le pic photoélectrique des photons issus de $T(p, \gamma)^4\text{He}$ et pour chaque mesure (c'est-à-dire toutes les 2 heures environ) en vérifiant la position du pic photoélectrique des photons de 2.615 MeV d'une source radioactive de $\text{Th C}''$. Lorsqu'un bruit trop élevé masquait le pic de la source radioactive, nous utilisons un pic provenant d'une activation du cristal situé à 2.205 MeV.

L'étalonnage réalisé à partir des photons de la réaction $T(p, \gamma)^4\text{He}$ produits à partir de cible mince de tritium absorbé dans une mince couche de titane coïncide avec celui donné par la source radioactive.

Les spectres de la réaction $T(p, \gamma)^4\text{He}$ réalisés à partir de cible épaisse de titane tritié, indiquent un léger décalage entre les deux droites d'étalonnage. De même la position du pic des photons de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ à $\theta = 40^\circ$ pour des deutérons de 9 MeV est décalée de deux canaux vers les énergies inférieures. Pour ces spectres le taux de comptage devient assez important et on doit calibrer sur le pic d'activité du cristal qui peut être déformé par empilements vers les hautes énergies. Il suffit d'un déplacement de 1 canal de ce

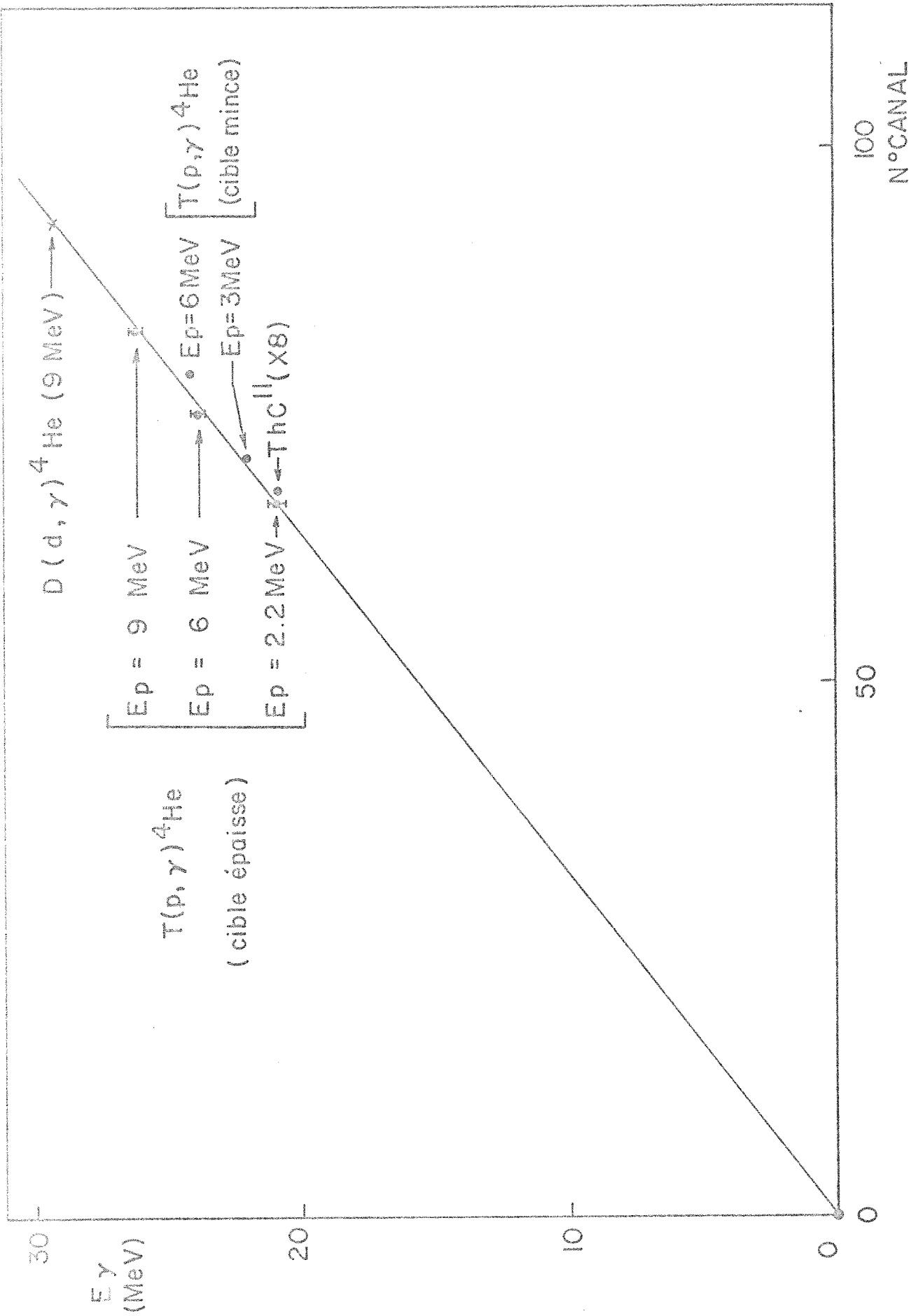


FIG. 13 ETALONNAGE EN ENERGIE

pic pour retrouver les positions observées pour les pics photo-électriques de $D(d, \gamma)^4\text{He}$ et $T(p, \gamma)^4\text{He}$.

Nous considérons donc que la méthode utilisant la source radioactive ou le pic d'activité permet de contrôler la calibration en énergie à ± 2 canaux près.

La figure 13 montre la droite de calibration utilisée pour toutes les mesures et les points qui ont servi à la définir. Les points correspondant aux mesures réalisées avec des cibles épaisses de titane tritié sont accompagnés de la barre d'incertitude sur la perte d'énergie des protons dans la couche tritiée.

II.4.3 - Résolution

La résolution du système de détection telle que mesurée à partir des spectres des photons de la réaction $T(p, \gamma)^4\text{He}$ était de l'ordre de 15% pour des photons de 26 MeV.

Celle-ci est sujette à des variations en fonction du taux de comptage dans le cristal.

Pour des photons de 26.5 MeV nous avons obtenu

| | |
|--------|--|
| 15.1 % | pour des taux de comptage de 5×10^3 cps/sec |
| 15.7 % | 14×10^3 cps/sec |
| 18. % | 30×10^3 cps/sec . |

La résolution est indépendante du fonctionnement ou non du compteur Cerenkov.

II.5 - Méthodes d'analyse des spectres

Nous décrivons dans cette section comment nous passons des spectres expérimentaux enregistrés à la valeur de la section efficace pour la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$.

La section efficace différentielle est obtenue à partir de la relation

$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) = \frac{n_\gamma}{n_d} \frac{1}{N_d t \omega} \frac{1}{A(1-e^{-\mu\varphi L}) \beta \cdot \eta}$$

où: n_γ est le nombre de photons enregistrés sous le pic photoélectrique;

n_d le nombre de deutérons incidents;

N_d le nombre de deutérons cible par cm^3 ;

t la longueur de la cible;

ω l'angle solide défini par le collimateur en plomb;

A est le coefficient d'absorption dans les différents milieux traversés avant d'atteindre le cristal;

$(1-e^{-\mu\varphi L})$ est la fraction des photons absorbés dans le cristal;

β est le facteur de forme du spectre défini précédemment (II.4);

η est l'efficacité définie précédemment (II.3).

Nous passerons maintenant en revue la détermination de chacun de ces facteurs et les erreurs qui les accompagnent.

II.5.1 - Détermination de n Y

Pour chaque point de mesure, nous avons accumulé 10 spectres de 2400 μ cb de charge chacun, cinq avec la cible gazeuse vide, cinq avec la cible gazeuse remplie de deutérium. Entre chaque spectre nous vérifions la calibration en énergie à l'aide de la source radioactive, nous vérifions la pression dans la cible, les courants issus des collimateurs et de la cage de Faraday, le taux de comptage dans le sélecteur monocanal de la voie d'analyse, et celui dans le convertisseur analogique de cette même voie, la forme du spectre des impulsions rejetées par le compteur Cerenkov.

Pour chaque spectre, nous effectuons une normalisation par rapport à une pression de référence, une correction pour tenir compte du temps mort de l'électronique et du convertisseur analogique (voir (Po68), Appendice D).

Ayant déterminé la position prévue pour le pic photo-électrique des photons en fonction de l'énergie des deutérons incidents et de l'angle d'observation (Appendice A) nous calculons les limites d'intégration du spectre correspondant à la valeur de β ; nous déterminons alors le nombre de coups compris entre ces limites dans chacun des spectres. Le même travail est effectué pour le spectre des empilements "low-low" correspondant à chacun des spectres étudiés.

Soient M_G le nombre de coups obtenus entre les deux limites pour les spectres avec gaz, M_{GL} le nombre d'empilements "low-low" correspondant dans ces limites, M_{SG} le nombre de coups obtenus entre les deux limites pour les spectres des mesures sans gaz et M_{SGL} le nombre d'empilements correspondants.

Ces quantités sont donc normalisées à une même pression du gaz dans la cible, et corrigées pour le temps mort de l'électronique.

On obtient le nombre de rayons gamma enregistrés entre les limites fixées par le rapport β par:

$$n_\gamma = \Sigma M_G - \Sigma M_{SG} - \left(\Sigma M_{GL} - \Sigma M_{SGL} \right).$$

Il reste cependant à effectuer une correction pour tenir compte de la différence de durée des mesures avec et sans gaz qui a pu introduire ou soustraire des coups dans la région d'intégration. Cette correction est effectuée à partir de spectres des rayons cosmiques résiduels enregistrés pendant de très longs temps et avec les mêmes calibrations que les spectres de la réaction étudiée.

II.5.2 - Evaluation de n_d

Le nombre de deutérons incidents sur la cible n_d est proportionnel à la charge accumulée par l'intégrateur de courant

utilisé [ORTEC 439].

La relation est la suivante:

$$n_d = \frac{q}{e} \text{ où } e \text{ est la charge unit e de l'électron } 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ cb}$$

et q est la charge accumulée.

L'erreur sur la mesure de q provient de l'erreur sur la calibration de l'intégrateur utilisé et de l'erreur sur la collection des charges; nous pouvons l'estimer à $\pm 3 \%$.

II.5.3 - Evaluation de N_d

Le nombre de noyaux cibles par cm^3 est obtenu à partir des lois des gaz parfaits.

$$N_d = \frac{P}{P_o} \cdot \frac{T_o}{T} * \frac{N_o}{V_o} * \frac{W}{A}$$

où

P_o , T_o , V_o représente la pression, la température ($^\circ\text{K}$) et le volume molaire dans les conditions normales;

P , T représente la pression et la température durant la mesure;

N_o représente le nombre d'Avogadro;

$\frac{W}{A}$ représente le nombre d'atomes par molécule du gaz.

Dans les conditions d'opération, P valait 800 mm Hg, T valait 24.5°C (297.5°K)

$$N_d = \frac{820}{760} * \frac{6.02 \times 10^{23}}{22.4 \times 10^3} * 2 \approx 5.32 \times 10^{19} \text{ at/cm}^3 .$$

Les erreurs sur N_d proviennent de la lecture de la pression (± 1 mm soit 1.25×10^{-3}) et de l'erreur sur l'estimation de la température

$$\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{5}{298} \text{ de l'ordre de } 1.7 \times 10^{-2},$$

donc
$$\frac{\Delta N_d}{N_d} \approx 2 \% .$$

II. 5.4 - Estimation de t

La distance entre la fenêtre d'entrée et la fenêtre de sortie était de 4.35 cm. L'erreur sur cette mesure provient d'une déformation possible des feuilles sous l'effet de la pression et nous l'estimons à $2 \times .01$ cm.

$$t = 4.35 \pm .02 \text{ cm soit une erreur de } .46 \% .$$

II. 5.5 - Estimation de l'angle solide

L'angle solide soutenu par la face arrière du collimateur de plomb est donné par
$$\omega = \frac{\pi R^2}{L^2}$$

où R (rayon du collimateur) = 2.63 ± 0.03 cm;

L (distance cible-face arrière du collimateur) = $57.5 \pm .6$ cm.

$$\text{On a donc } \omega = 6.6 \times 10^{-3} \pm 4\% \text{ strd.}$$

(L'erreur due à l'étendue linéaire de la cible est inférieure à 1% et a été négligée.)

II.5.6 - Estimation du coefficient A d'absorption

Entre l'endroit d'émission et le cristal, les rayons gamma doivent franchir successivement:

- la paroi de la cible en aluminium de .4cm (épaisseur à 90°)
- la paroi de la chambre de cible en aluminium de .22cm d'épaisseur (indépendamment de l'angle d'observation);
- une plaque de tantale de 12.7×10^{-5} cm d'épaisseur tapissant l'intérieur de la cible;
- une épaisseur de 57.8 cm de paraffine borurée;
- la feuille d'aluminium entourant le cristal, épaisseur de 0.08 cm;
- le réflecteur en aluminium d'épaisseur $e = .24$ cm.

Lors des mesures de distributions angulaires, seule l'épaisseur de la paroi de la cible varie en fonction de l'angle. A 0° cependant, il faut remplacer la paroi de la chambre de cible par la plaque de tantale fermant la cage de Faraday.

Les différents facteurs d'absorption ont été calculés à chaque énergie et à chaque angle à partir des graphes donnant les coefficients d'atténuation totaux (Da65), à l'aide de sous-routines du programme d'analyse.

La dépendance en énergie a cependant été négligée pour l'absorption dans le réflecteur d'aluminium entourant le cristal.

Nous avons mesuré expérimentalement l'absorption produite par la paraffine en étudiant l'atténuation des photons de 18.8 MeV de la réaction $^{11}\text{B}(p, \gamma)^{12}\text{C}$ pour une énergie des protons incidents de 3 MeV. Nous avons constaté que l'on obtenait expérimentalement une valeur du coefficient d'absorption voisine à 1% près de celui calculé en supposant que la paraffine était constituée uniquement par du carbone. Nous avons par la suite utilisé les coefficients d'atténuation totaux μ/ρ du carbone pour déterminer le coefficient d'absorption dans la paraffine.

A titre d'exemple, la valeur de A pour $\theta = 130^\circ$, $E_\gamma = 28 \text{ MeV}$ était de 0.393.

II.5.7 - Estimation de la fraction de photons interagissant dans le cristal

Cette fraction est donnée par

$$1 - e^{-\mu\rho L}$$

où μ est le coefficient d'atténuation total en cm^2/g

ρ la densité du cristal en g/cm^3 : $3.67 \text{ g}/\text{cm}^3$

L l'épaisseur traversée en cm : 15.24 cm.

Elle a été calculée à partir des tables donnant μ pour l'iodure de sodium (Da65).

Les paramètres β et η ont été discutés précédemment et

ont pour valeur

$$\beta = 0.482 \pm .02; \eta = 1. \pm .03.$$

II.6 - Autres corrections et précautions expérimentales

Nous décrivons ici divers effets dont nous avons tenu compte lors de l'analyse des données et certaines vérifications de fonctionnement qui ont été faites.

II.6.1 - Transparence du collimateur de plomb

Nous avons tenu compte de la transparence des parois du collimateur de plomb aux photons.

En effet, nous avons utilisé pour nos mesures un collimateur cylindrique de 10 cm d'épaisseur et de 5.25 cm d'ouverture.

Un programme a été mis au point par D. Benoît (Be71) qui corrige le nombre de photons enregistrés en calculant le nombre de photons transmis après avoir atteint les parois du trou du collimateur. Cet effet dépend légèrement de l'énergie par l'intermédiaire du coefficient d'atténuation des rayons gamma dans le plomb. Il est de l'ordre de 5% et a été calculé pour chaque énergie des rayons gamma produits.

L'atténuation des photons qui sont incidents suffisamment tangentiellement pour atteindre le compteur Cerenkov a été estimée

et trouvée négligeable.

II. 6.2 - Fonctionnement du compteur Cerenkov en présence de neutrons

Nous avons vérifié si le fonctionnement du blindage anti-coïncidence dépendait du taux de comptage dans le compteur Cerenkov, afin de nous assurer que l'augmentation du nombre de coups observée lorsque la cible gazeuse est remplie, ne provenait pas d'un abaissement du taux de réjection des rayons cosmiques lorsque le taux de comptage augmente.

Pour ce faire, nous avons utilisé une source très puissante de Radium Beryllium qui permet d'obtenir un flux de photons accompagnés d'un grand nombre de neutrons dont l'énergie peut atteindre 11 MeV, simulant ainsi nos conditions expérimentales. Nous avons observé l'allure du spectre en temps des impulsions en coïncidence dans le cristal et dans le compteur Cerenkov et essayé de mettre en évidence un élargissement de ce pic dans le temps qui ferait sortir une partie des impulsions de la fenêtre de la coïncidence rapide (40 ns) lorsque le taux de comptage augmente.

La calibration était faite à la manière décrite précédemment à l'aide d'une source radioactive de Th ²³² C. Nous avons fait varier les taux de comptage dans le cristal de 900 cps/sec à 16,000 cps/sec, ceci correspondant dans le compteur Cerenkov à

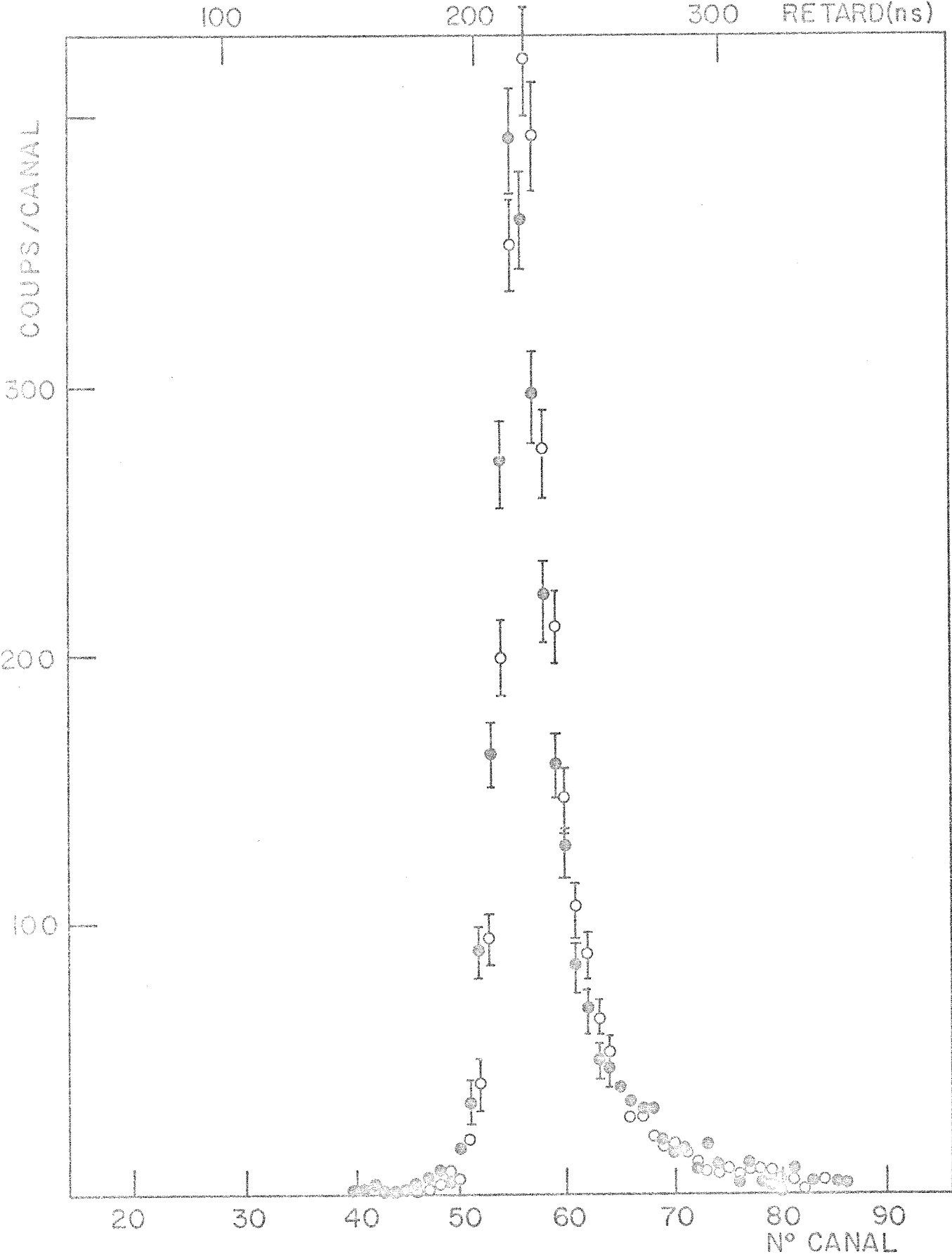


FIG. 14 REPARTITION EN TEMPS DES IMPULSIONS DU
 COMPTEUR CERENKOV
 ● AVEC SOURCE DE NEUTRONS $\tau = 7500 \text{ cps/sec}$
 ○ SANS SOURCE DE NEUTRONS $\tau = 1600 \text{ cps/sec}$

des taux de comptage variant entre 920 cps/sec et 6,000 cps/sec.

Après correction pour le temps mort de l'électronique, nous avons pu constater qu'il n'y avait pratiquement pas de déformation du spectre en temps correspondant à un retard de l'une des deux impulsions et que le nombre de coïncidences enregistrées ne dépendait pas du taux de comptage en dedans des erreurs statistiques qui étaient de 2%.

La figure 14 montre les spectres des différences de temps entre les impulsions du Cerenkov et celles du cristal, pour les divers taux de comptage obtenus avec et sans la source de neutrons.

II.6.3 - Contributions des impuretés contenues dans le gaz D₂ utilisé

La cible était remplie de deutérium fourni par la compagnie Matheson Ltd., grade c p, 99.5% de deutérium.

Une analyse par spectrographie de masse a montré la présence de moins de 1% d'hydrogène et n'a pas pu révéler la présence d'autres éléments (N, O, CO²) en quantité appréciable.

Nous avons vérifié par ailleurs que la présence d'air dans la cible à des pressions allant jusqu'à 20 cm Hg ne donnait aucune contribution dans la région intéressante du spectre.

CHAPITRE III

RESULTATS EXPERIMENTAUX

III.1 - Courbe d'excitation de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$

III.2 - Distributions angulaires

CHAPITRE III

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous présentons dans ce chapitre les résultats expérimentaux que nous avons obtenus en ce qui concerne d'une part la courbe d'excitation, d'autre part les distributions angulaires.

Nous effectuons une comparaison de nos résultats avec les différents travaux connus sur ces mêmes sujets.

III.1 - Courbe d'excitation de la réaction $D(d, \gamma) {}^4\text{He}$

Nous avons mesuré la valeur de la section efficace différentielle à $\theta_L = 130^\circ$ (θ_L est l'angle de détection par rapport à la direction du faisceau incident dans le laboratoire), pour des énergies des deutérons incidents variant entre 4 MeV et 12.5 MeV.

L'angle θ_L a été choisi en fonction des prévisions théoriques pour cette réaction qui prédisent une transition électromagnétique induite du type E_2 dont la distribution angulaire est en $\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ (θ est ici l'équivalent de $\theta_L \approx \theta_{CM}$). La section efficace différentielle passe donc par un maximum pour $\theta_{CM} = 135^\circ$ et 45° ($\theta_L = 133^\circ$ et 43°).

La mesure à 135° est beaucoup plus facile à réaliser

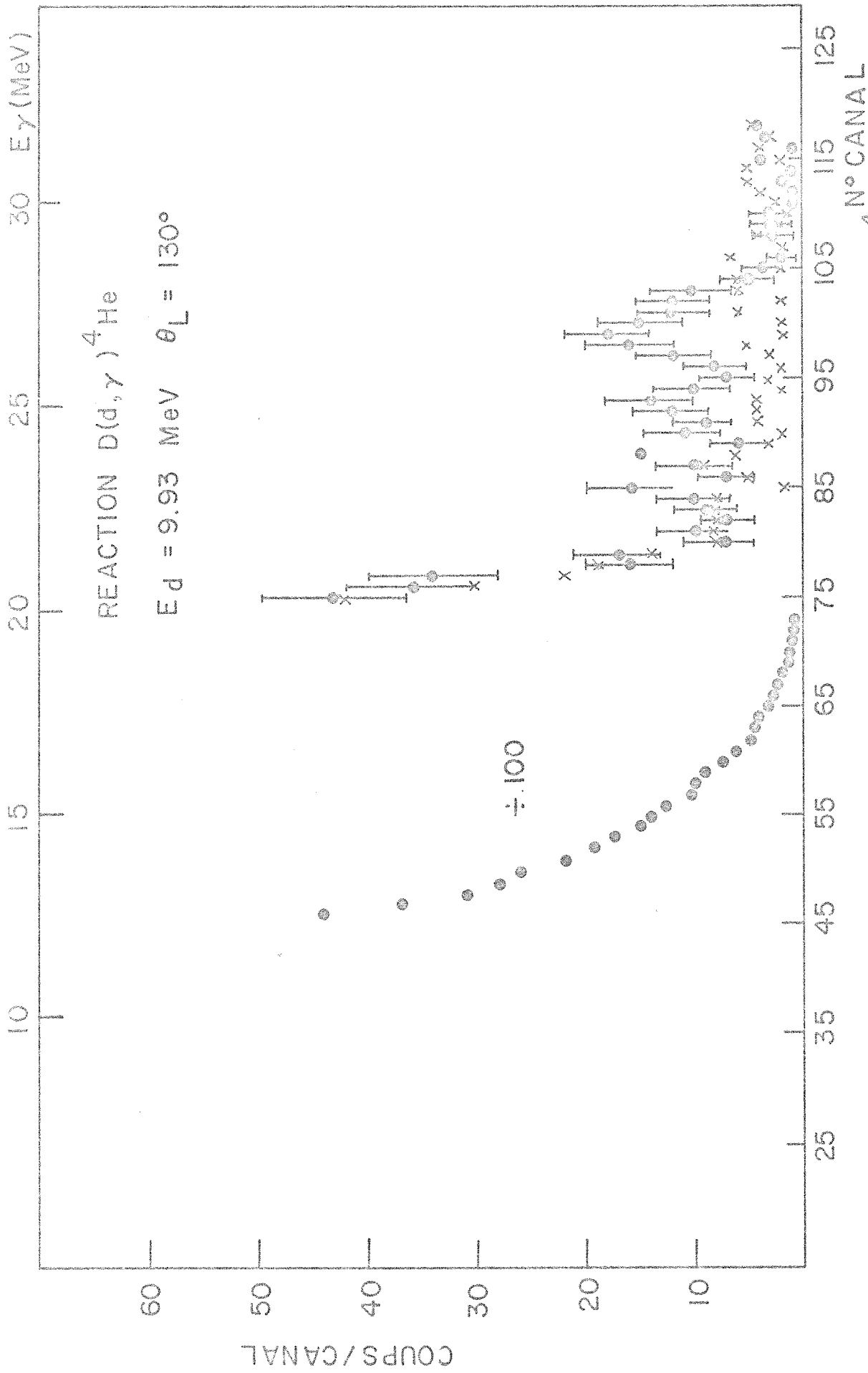


FIG. 15 DISTRIBUTION DES IMPULSIONS DE LA REACTION $D(d, \gamma) {}^4\text{He}$
 ● SPECTRE DES RAYONS GAMMA A $E_d = 9.93 \text{ MeV}$ $\theta_L = 130^\circ$
 x SPECTRE DE LA CIBLE SANS GAZ AUX MEMES CONDITIONS

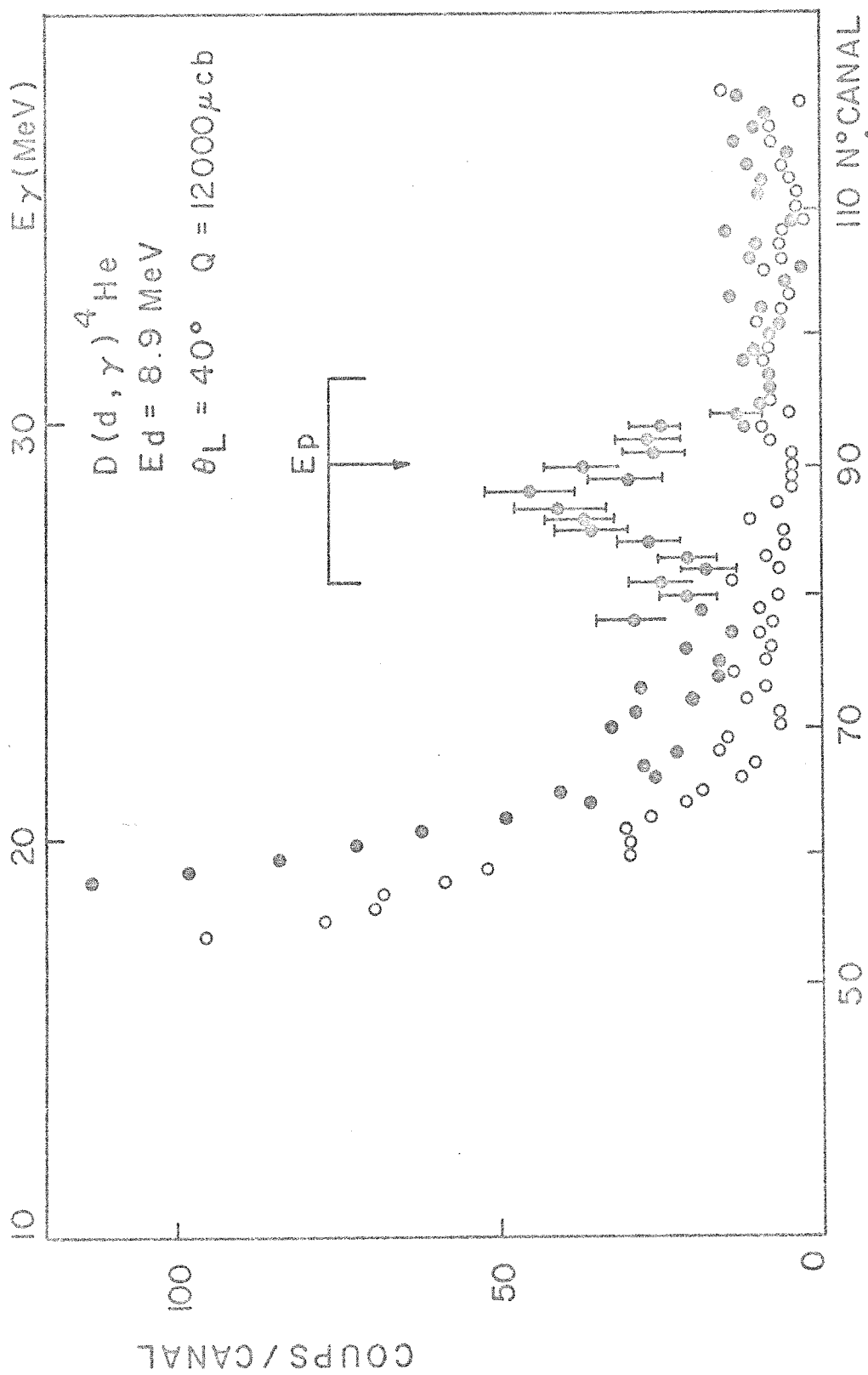


FIG. 16 DISTRIBUTION DES IMPULSIONS DE LA REACTION $D(d, \gamma)^4\text{He}$

A $E_d = 8.9 \text{ MeV} \quad \theta_L = 40^\circ$

● SPECTRE DES PHOTONS, ○ BRUIT (cible sans gaz)

Ep = POSITION PREVUE DU PIC DE PLEINE ENERGIE

┌───┐ LIMITES D'INTEGRATION

en raison du bruit de fond plus faible qu'à $\theta = 45^\circ$ (ceci est dû à ce que les neutrons de la réaction $D(d, n)^3\text{He}$ sont principalement émis vers l'avant).

Ces mesures ont été réalisées avec la première version de la cible gazeuse et ont été décrites en partie dans (De69). La cible était munie de feuilles de nickel, la pression du gaz ne dépassait pas 30 cm de mercure. La stabilisation de la base d'alimentation du photomultiplicateur n'avait pas encore été améliorée, le système de réjection des empilements n'était pas en marche. Toutefois le bruit de fond à $\theta_L = 130^\circ$ est très faible et les problèmes causés par les empilements sont négligeables. Ceci est confirmé par le fait que les mesures à 130° prises lors des mesures de distributions angulaires avec la dernière version du système sont statistiquement compatibles avec les mesures correspondantes prises lors du traçage de la courbe d'excitation.

La figure 15 présente un spectre obtenu avec la première version du montage lors des mesures de la courbe d'excitation; on peut le comparer à celui présenté dans la figure 16 pris avec la dernière version du montage qui a servi à prendre les mesures de distribution angulaires.

Après avoir effectué les corrections pour le bruit de fond, le temps mort et les absorptions dans les différents matériaux traversés par les photons, nous avons obtenus les résultats présentés

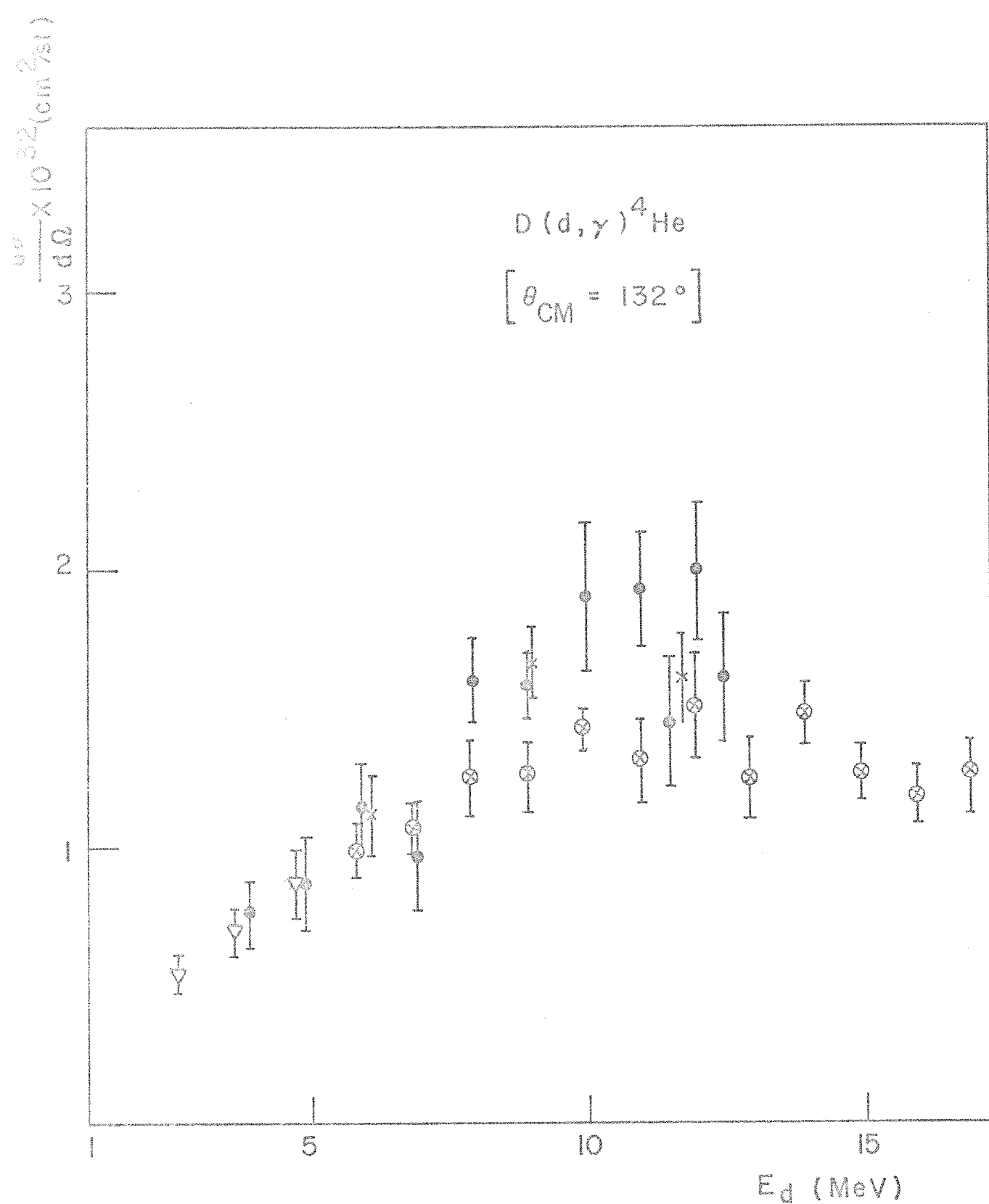


FIG. 17 SECTION EFFICACE DIFFERENTIELLE DE LA REACTION $D(d, \gamma)^4\text{He}$

- , x POUTISSOU
- ⊗ W.E MEYERHOF [Me 69]
- ▽ A. DEGRE [Deg 69]

TABLEAU N° 2

Section efficace différentielle et totale de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$.

| E_d (MeV) | E_γ (MeV) $\theta_L = 130^\circ$ | Energie d'excitation dans C.M. | $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{132^\circ}$ $\times 10^{-32} \text{ cm}^2/\text{st}$ | Facteur de transforma- tion | $\sigma(d, \gamma)$ $\times 10^{-32} \text{ cm}^2$ | Facteur de transformation | $\sigma(\gamma, d)$ $\times 10^{-30} \text{ cm}^2$ |
|----------------|--|--------------------------------------|--|-----------------------------------|---|------------------------------|---|
| 3.875 | 25.25 | 1.94 | $.77 \pm .12$ | 6.778 | 5.19 | 12.384 | $.643 \pm .10$ |
| 4.89 | 25.68 | 2.44 | $.87 \pm .17$ | " | 6.90 | 15.037 | $1.04 \pm .17$ |
| 5.905 | 26.11 | 2.95 | $1.15 \pm .16$ | " | 7.81 | 17.47 | $1.36 \pm .19$ |
| 6.91 | 26.55 | 3.45 | $.97 \pm .20$ | " | 6.59 | 19.716 | $1.30 \pm .26$ |
| 7.92 | 26.98 | 3.96 | $1.60 \pm .15$ | " | 10.68 | 21.781 | $2.37 \pm .22$ |
| 8.93 | 27.42 | 4.46 | $1.58 \pm .11$ | " | 10.68 | 23.689 | $2.53 \pm .18$ |
| 9.93 | 27.85 | 4.96 | $1.90 \pm .27$ | " | 12.87 | 25.448 | $3.275 \pm .46$ |
| 10.94 | 28.29 | 5.46 | $1.93 \pm .21$ | " | 13.07 | 27.074 | $3.54 \pm .38$ |
| 11.44 | 28.51 | 5.72 | $1.45 \pm .23$ | " | 9.79 | 27.84 | $2.73 \pm .43$ |
| 11.94 | 28.73 | 5.97 | $2.01 \pm .24$ | " | 13.65 | 28.58 | $3.80 \pm .46$ |
| 12.44 | 28.94 | 6.22 | $1.61 \pm .23$ | " | 10.89 | 29.29 | $3.19 \pm .46$ |
| 6.05 | 26.18 | 3.02 | $1.12 \pm .14$ | " | 7.57 | 17.50 | $1.32 \pm .17$ |
| 8.96 | 27.43 | 4.46 | $1.67 \pm .14$ | " | 11.26 | 23.69 | $2.67 \pm .22$ |
| 11.68 | 28.62 | 5.79 | $1.61 \pm .16$ | " | 10.93 | 28.21 | $3.08 \pm .31$ |

dans le tableau No 2.

Nous y avons fait figurer la valeur de la section efficace différentielle obtenue en fonction de l'énergie des deutérons incidents au centre de la cible, la valeur de la section efficace totale déduite en supposant que la distribution angulaire est de type $\sin^2 \theta \cos^2 \theta$, et la valeur de la section efficace totale pour la réaction inverse ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ déduite par le principe du bilan détaillé. Les différentes relations cinématiques utilisées sont décrites dans l'appendice A. La figure 17 représente la courbe d'excitation obtenue à $\theta_L = 130^\circ$.

Les barres d'erreur accompagnant les points représentent l'erreur statistique seulement sur chaque mesure. Elle est calculée à partir des déviations standards, supposées indépendantes entre elles, ΔM_G , ΔM_{SG} , ΔM_{GL} , ΔM_{SGL} où M_G , M_{SG} , M_{GL} , M_{SGL} sont les valeurs définies au paragraphe II.5.1.

$$\frac{\Delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)} = \left[\left(\frac{\Delta M_G}{M_G}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M_{SG}}{M_{SG}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M_{GL}}{M_{GL}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M_{SGL}}{M_{SGL}}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

L'erreur statistique sur la correction pour les rayons cosmiques est négligeable. L'erreur sur la détermination de la position du pic de pleine énergie peut être estimée à $\pm 0,5$ canal et contribue de la sorte à une erreur statistique de l'ordre de 4%. Cette erreur a été estimée en calculant la variation du nombre de photons n_γ (défini page 42) lorsque l'on déplace la fenêtre d'intégration de $\pm 0,5$ canal, à partir des spectres de référence $\text{T}(p, \gamma){}^4\text{He}$ et des spectres de la réaction $\text{D}(d, \gamma){}^4\text{He}$ dont les pics photoélectriques étaient bien résolus.

A ces erreurs statistiques par nature s'ajoutent les erreurs systématiques. Elles ont été décrites dans la section II. 5 et nous les résumons ici en utilisant les symboles précédemment définis.

| | |
|---|---|
| Erreur sur la charge | $\frac{\Delta Q}{Q} \approx 0.03$ |
| Erreur sur N_d , nombre de noyaux cible | $\frac{\Delta N_d}{N_d} \approx 0.02$ |
| Erreur sur l'épaisseur de la cible | $\frac{\Delta t}{t} \approx 0.005$ |
| Erreur sur l'angle solide | $\frac{\Delta \Omega}{\Omega} \approx 0.04$ |
| Erreur sur le facteur β | $\frac{\Delta \beta}{\beta} \approx 0.20$ |
| Erreur sur l'efficacité | $\frac{\Delta r}{r} \approx 0.02$ |
| Erreur sur les coefficients d'absorption | $\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \approx 0.04$ |

Ainsi l'erreur systématique est inférieure ou égale à 35 % et la majeure partie provient de l'erreur sur la détermination de la forme du spectre vers les basses énergies.

Sur la figure 17, nous avons fait figurer pour comparaison, les résultats postérieurs de W.E. Meyerhof (Me69) et A. Degré (Deg69).

On remarque que l'allure des courbes d'excitation obtenues dans les deux cas est analogue à la nôtre. Nos résultats sont pourtant systématiquement supérieurs à ceux de Meyerhof. Dans les deux cas, il faut signaler des erreurs systématiques importantes de l'ordre de 30%.

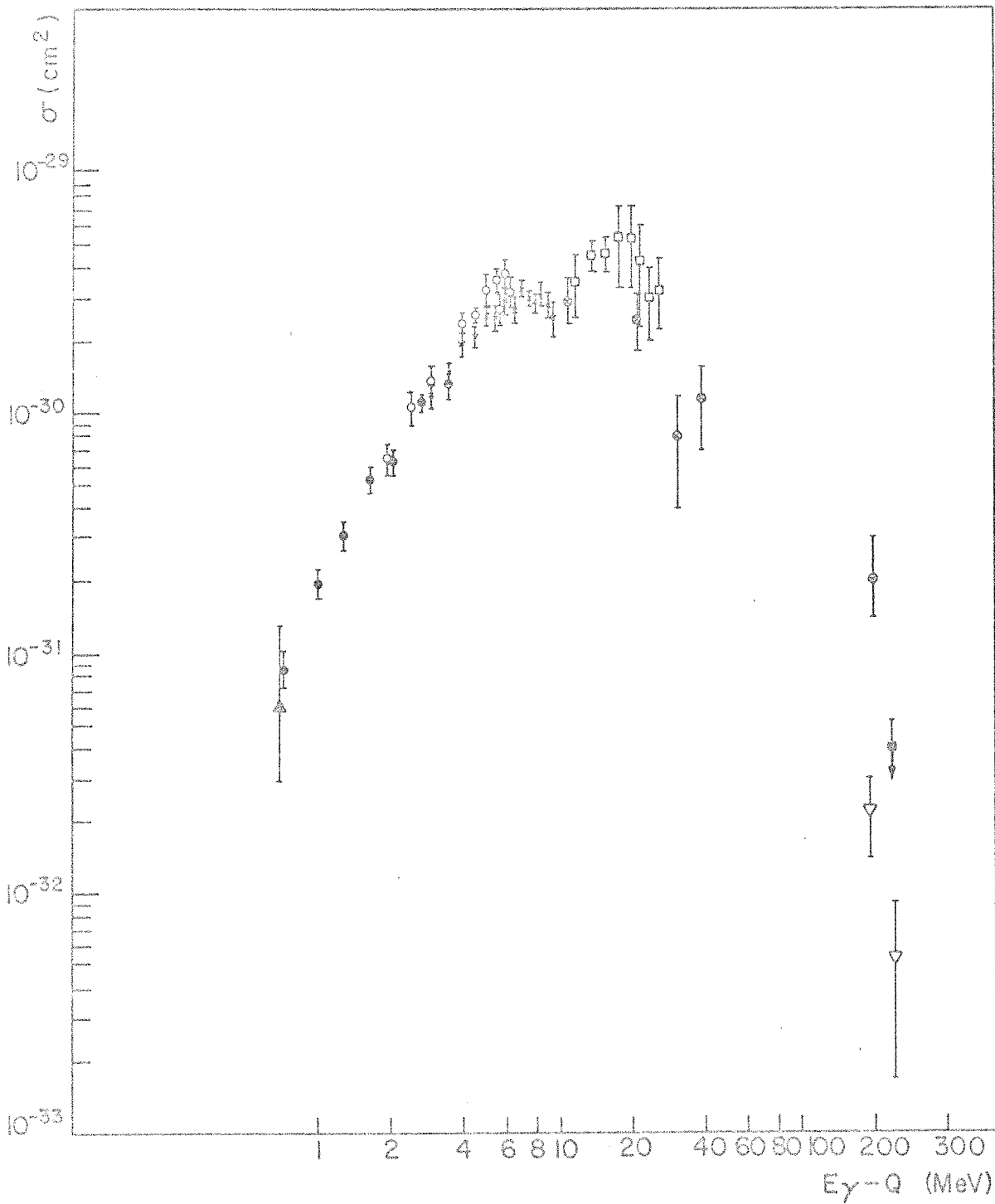


FIG. 18 RESULTATS EXPERIMENTAUX

Section efficace totale de la reaction $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$

- | | |
|-------------------------------|--|
| ● A. DEGRE [De 69] | ■ AKIMOV et al [Ak 62] |
| × W.E. MEYERHOF et al [ME 69] | ⊙ POIRIER - PRIPSTEIN [Po 65] |
| ▲ ZURMÜHLE [Zu 63] | ○ POUTISSOU - DEL BIANCO [De 69] PRESENT TRAVAIL |
| □ SKOPIK - DODGE [Sk 70] | ⊗ J.U. ARKATOV et al [Ar 71] |
| ▽ ASBURY - LOEFFLER [As 65] | |

Nous avons aussi fait figurer les 3 points obtenus à partir des mesures de distributions angulaires alors que nous avons repris les mesures à $\theta_L = 130^\circ$ dans de meilleures conditions expérimentales. Nos points sont confirmés par ces mesures en dedans des erreurs statistiques.

Sur la figure 18, nous présentons l'ensemble des résultats expérimentaux concernant la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ publiés à ce jour.

Les résultats obtenus jusqu'à une énergie d'excitation de 33.3 MeV sont déduits des mesures de la section efficace de la réaction inverse selon le principe du bilan détaillé. Les mesures de Skopik et Dodge (Sk70) sont faites à l'aide de la réaction ${}^4\text{He}(e, e'd)\text{D}$ tandis que les mesures à hautes énergies sont obtenues par photodésintégration de l' ${}^4\text{He}$ d'une part (As65), (Ar71) et à partir de la réaction inverse en détectant la particule produite d'autre part (Ak62), (Po63).

Dans la limite des erreurs statistiques, les mesures obtenues à basses énergies sont compatibles entre elles. Nos mesures de même que celles de Meyerhof semblent indiquer une inflexion de la courbe d'excitation vers $E_\gamma - Q \approx 6$ MeV, la section efficace restant alors pratiquement constante. Ceci est en accord avec les résultats déduits des mesures par électrodésintégration.

A haute énergie la situation semble plus incertaine et les mesures les plus récentes de J. Asbury et F.S. Loeffler sont inférieures d'un ordre de grandeur par rapport aux précédents résultats de Akimov et Poirier. Il faut noter que Akimov n'a donné qu'une limite supérieure de la valeur de la section efficace.

Le fait que les résultats de Poirier soient obtenus avec un faisceau de deutérons ($d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$) tandis que ceux de Asbury et Loeffler le soient avec un faisceau de photons, peut suggérer que la différence entre ces valeurs est due à la non validité du principe du bilan détaillé (non conservation de l'invariance par rapport au renversement du temps). Il semble cependant très illusoire de conclure sur ce point car il est difficile, en se basant sur une mesure, de s'assurer que la normalisation des deux résultats est correcte. Généralement ces mesures sont entachées d'erreurs systématiques importantes.

Il semble d'ailleurs que nos résultats ainsi que ceux de Meyerhof (Me69) obtenus avec un faisceau de deutérons soient compatibles avec ceux de Skopik (Sk70) et Arkatov (Ar71) obtenus par photodésintégration.

La seule façon de conclure serait alors de faire les deux expériences inverses l'une de l'autre dans ces deux domaines d'énergie ($E_\gamma - Q \approx 30 \text{ MeV}$ et $E_\gamma - Q \approx 150 \text{ MeV}$) dans les mêmes conditions expérimentales et de vérifier que lorsqu'on normalise les

deux résultats pour $E_{\gamma} - Q \approx 30$ MeV de façon à avoir la même valeur de la section efficace selon que l'on effectue la mesure dans un sens ou dans l'autre, cette normalisation n'est pas conservée à $E_{\gamma} - Q \approx 150$ MeV. On s'affranchit alors d'une grande partie des erreurs systématiques.

III.2 - Distributions angulaires

Nous avons déterminé expérimentalement la distribution angulaire des rayons gamma émis lors de la réaction $D(d, \gamma)^4\text{He}$ pour trois énergies des deutérons incidents en mesurant la section efficace différentielle tous les 10° entre $\theta_L = 40^\circ$ et $\theta_L = 130^\circ$ et à $\theta_L = 0^\circ$ par rapport à la direction du faisceau incident.*

Les mesures ont été effectuées en déplaçant l'ensemble du blindage et du détecteur. Ainsi, mises à part les asymétries de la cible elle-même, toutes les conditions de géométrie et d'absorption demeuraient identiques d'un angle à l'autre. Pour les mesures à $\theta_L = 0^\circ$ cependant une correction a été effectuée pour tenir compte du fait que les photons n'avaient plus à traverser la paroi de la chambre de cible mais la pièce de tantale fermant la cage de Faraday.

* Les résultats préliminaires ont fait l'objet d'une communication (Po71).

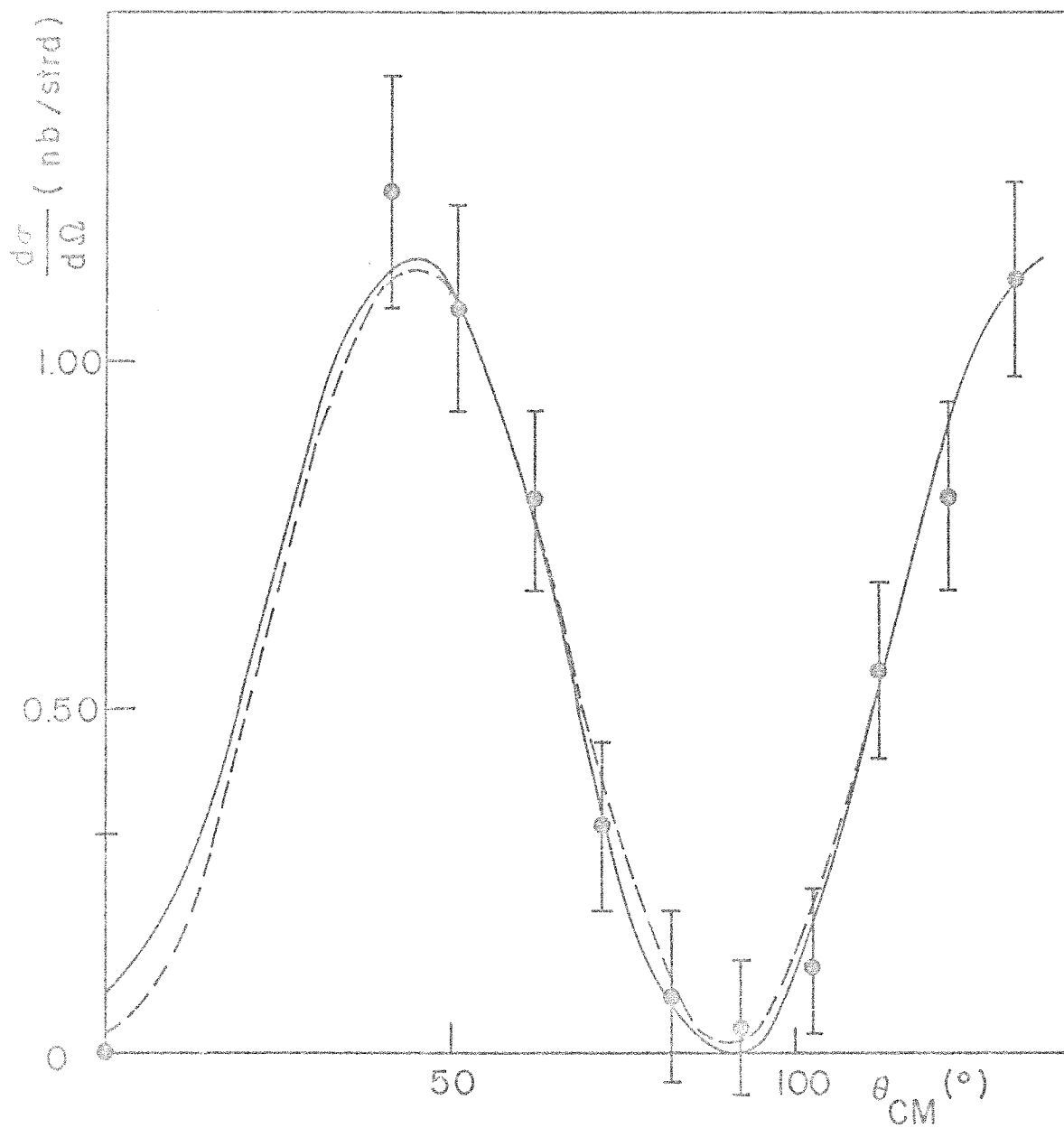


FIG. 19 DISTRIBUTION ANGULAIRE $E_d = 6.5 \text{ MeV}$

— Lissage aux données expérimentales
 --- Transition E2 pure

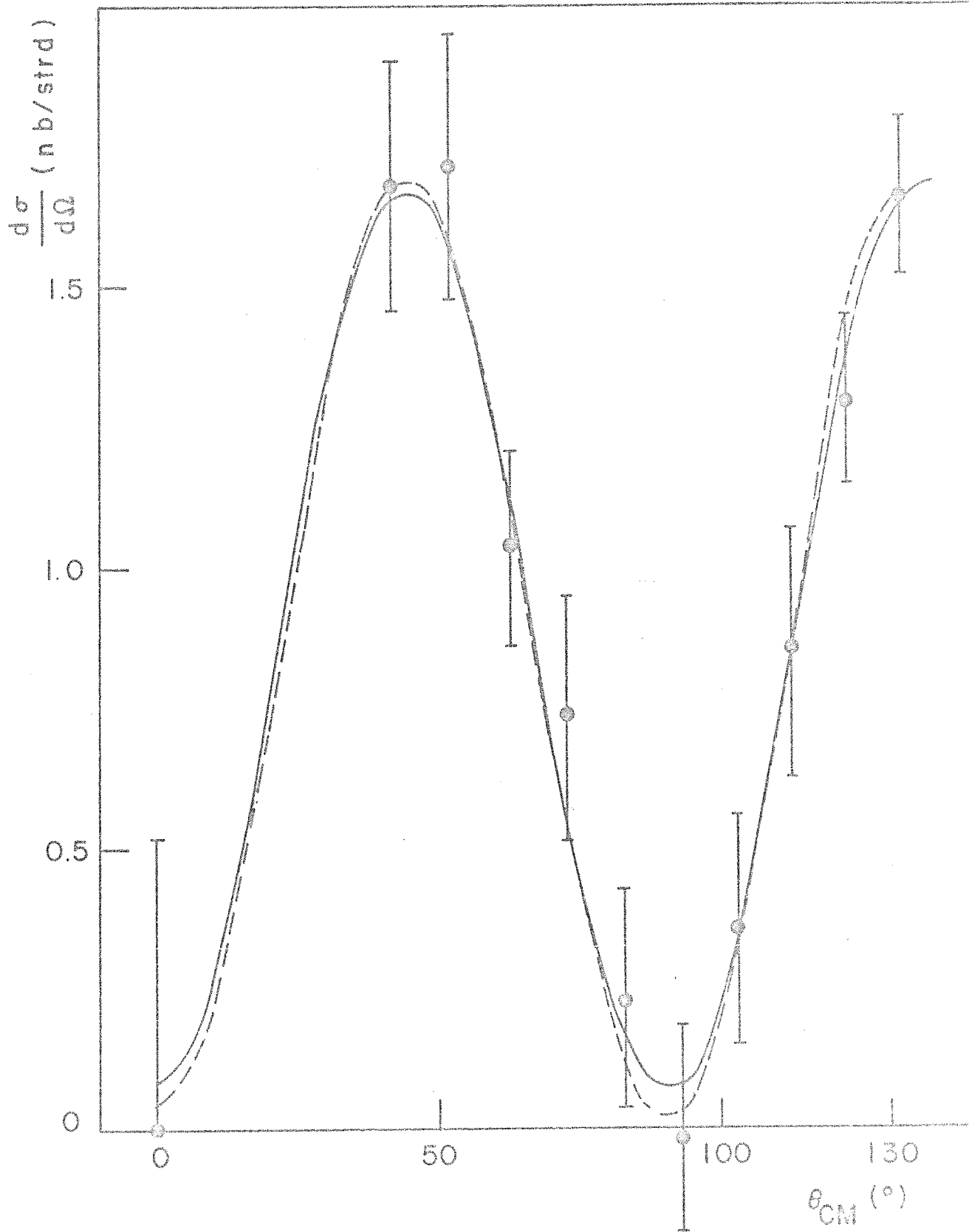


FIG. 20 DISTRIBUTION ANGULAIRE $E_d = 8.9$ MeV
 — Lissage aux données expérimentales
 - - Transition E2 pure

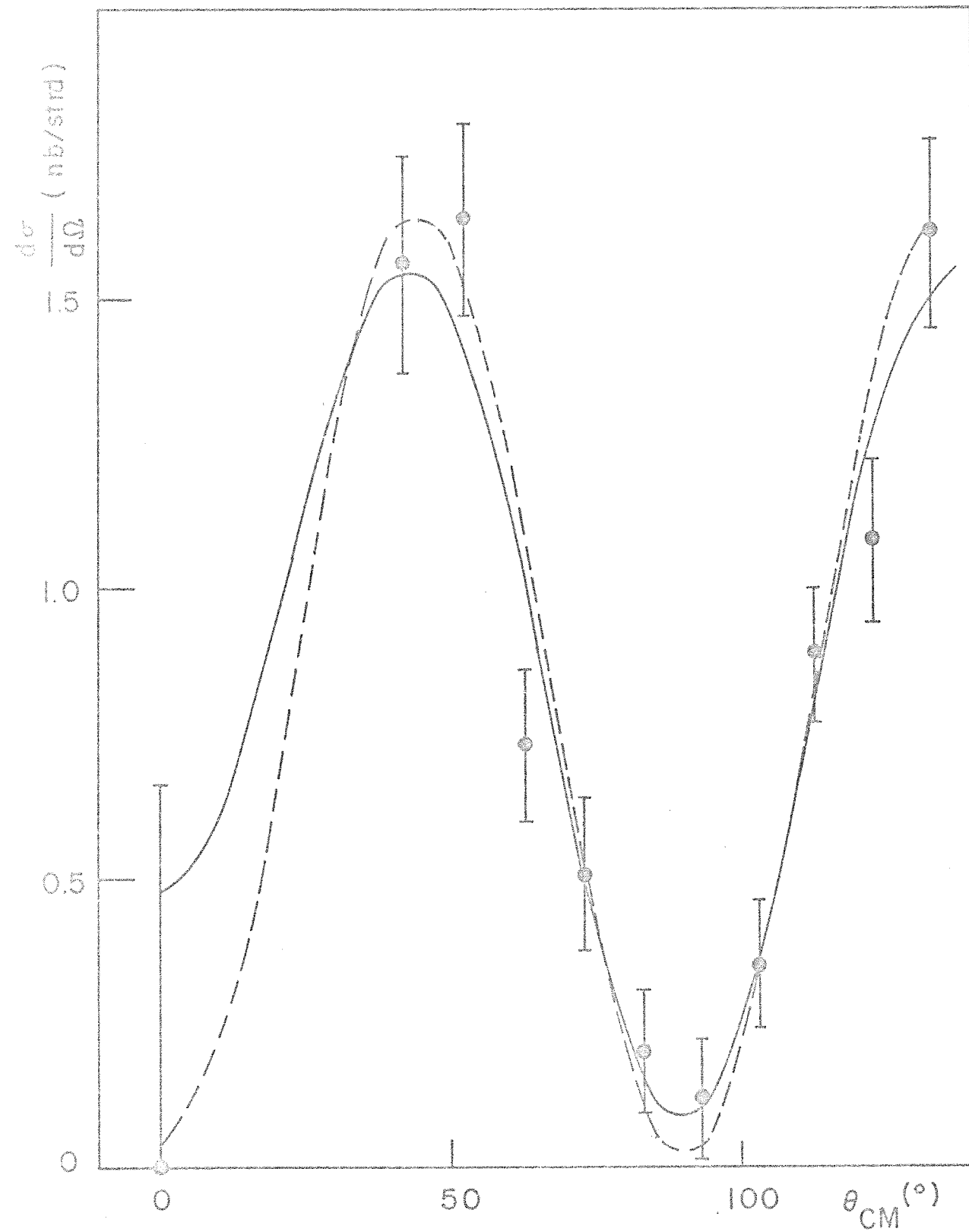


FIG. 21 DISTRIBUTION ANGULAIRE $E_d = 12$ MeV

— Lissage aux données expérimentales

--- Transition E2 pure

TABLEAU N° 3

Distributions angulaires.

| θ_L | θ_{CM} | $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ | θ_{CM} | $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ | θ_{CM} | $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ |
|------------|------------------|--|------------------|--|-------------------|--|
| degrés | degrés | mb/st | degrés | mb/st | degrés | mb/st |
| 0 | 0 | 0. \pm .32 | 0 | 0. \pm .52 | 0 | 0. \pm .65 |
| 40 | 41.5 | 1.24 \pm .17 | 41.8 | 1.68 \pm .22 | 42.1 | 1.56 \pm .19 |
| 50 | 51.8 | 1.08 \pm .15 | 52.2 | 1.71 \pm .24 | 52.5 | 1.64 \pm .16 |
| 60 | 62. | .80 \pm .13 | 62.45 | 1.04 \pm .17 | 62.8 | .73 \pm .13 |
| 70 | 72.2 | .33 \pm .12 | 72.65 | .74 \pm .22 | 73.05 | .51 \pm .13 |
| 80 | 82.3 | .08 \pm .125 | 82.8 | .23 \pm .20 | 83.2 | .20 \pm .11 |
| 90 | 92.3 | .04 \pm .10 | 92.8 | .02 \pm .18 | 93.2 | .12 \pm .11 |
| 100 | 102.3 | .13 \pm .11 | 102.7 | .36 \pm .20 | 103.15 | .35 \pm .12 |
| 110 | 112.15 | .55 \pm .13 | 112.6 | .86 \pm .21 | 113.0 | .89 \pm .12 |
| 120 | 122.0 | .81 \pm .14 | 122.4 | 1.30 \pm .15 | 122.7 | 1.08 \pm .14 |
| 130 | 131.7 | 1.12 \pm .14 | 132.1 | 1.66 \pm .14 | 132.4 | 1.61 \pm .16 |
| | $E_d = 6.05$ MeV | | $E_d = 8.96$ MeV | | $E_d = 11.68$ MeV | |

Du point de vue expérimental la principale difficulté vient de la variation importante du taux de comptage lorsque l'on diminue l'angle θ_L car on rentre dans le cône d'émission des neutrons produits par la réaction $D(d, n)^3\text{He}$. Il en résulte alors des déformations du spectre par empilements qui augmentent avec la diminution de θ_L .

Le tableau No 3 présente les résultats obtenus pour les trois énergies des deutérons considérées.

Ces résultats sont reportés sur les figures 19, 20 et 21 où nous avons fait figurer les courbes de lissage obtenues par la méthode des moindres carrés (nous avons utilisé pour ce faire le programme mis au point par P. Taras (Ta68) que nous avons adapté à nos conditions).

Nous avons aussi tracé la courbe représentant la distribution angulaire attendue d'une transition E_2 pure, si on tient compte de l'ouverture finie du collimateur de plomb et de l'angle solide sous-tendu par le compteur. Cette correction a été effectuée à l'aide d'un programme qui calcule les facteurs d'atténuation qui affectent les coefficients du développement de la distribution angulaire en fonction des polynômes de Legendre (Ro53).

La courbe de lissage représente le développement

$$W(\theta) = a_0 + a_1 P_1 + \dots + a_n P_n$$

où les P_n sont les polynômes de Legendre, qui minimisent l'écart

quadratique moyen χ^2 avec la distribution expérimentale. On obtient ainsi une série de coefficients a_n et on compare ces coefficients avec ceux attendus pour une distribution angulaire de type connu.

Les trois distributions expérimentales satisfont des relations $W(\theta)$ pour lesquelles le meilleur lissage obtenu ne présente que des polynômes de Legendre d'ordre pair. Ceci montre que l'on a affaire à des distributions symétriques par rapport à $\theta_{CM} = 90^\circ$ ainsi que l'exige l'identité des particules dans la voie d'entrée.

Si on veut comparer les valeurs des coefficients a_n avec ceux des distributions standards, on s'aperçoit que la mesure à zéro degré devient déterminante. En effet si on essaye de lisser les valeurs expérimentales comprises entre $\theta_L = 40^\circ$ et $\theta_L = 130^\circ$, les erreurs expérimentales sont telles qu'un grand nombre de courbes donnent des χ^2 équivalents.

Les mesures vers l'avant discriminent donc entre ces courbes celles qui représentent le mieux la distribution.

Dans notre cas, les asymétries de la cible et de la chambre de cible rendaient difficiles des mesures à des angles inférieurs à 40° . Nous avons choisi de mesurer à $\theta_L = 0^\circ$ où les corrections étaient faciles mais le bruit très élevé. Nous avons alors cherché à montrer que l'on ne pouvait pas mettre en évidence des rayons gamma en provenance de la réaction (à l'erreur sur les rayons cosmiques résiduels près). Ces mesures ont dû se faire

Coefficients du développement des distributions angulaires

en polynômes de Legendre d'ordre pair.

| E_D | a_0 | a_2 | a_4 |
|--|-------|---------------|------------------|
| (MeV) | | | |
| Théorique $\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ | 1 | 0.712 | -1.694 |
| 6 | 1 | 0.814 ± .1015 | -1.6612 ± 0.1483 |
| 8.9 | 1 | 0.6835 ± .114 | -1.5905 ± 0.165 |
| 11.7 | 1 | 0.831 ± .260 | -1.287 ± 0.372 |
| Théorique $\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ (Deg 69) | 1 | 0.712 | -1.634 |
| 3.68 (Deg 69) | 1 | 0.679 ± 0.088 | -1.434 ± 0.101 |

TABEAU N° 5

Coefficients du développement des distributions angulaires
en fonction des distributions angulaires classiques.

| E_d (MeV) | $\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ | $1 + \cos^2 \theta$ | A | $\frac{\chi^2}{N}$ |
|----------------|-------------------------------|---------------------|--------------|--------------------|
| 6.0 | 1. | -0.0026 ± .0059 | -.029 ± .033 | .212 |
| | 1. | 0.025 ± .032 | | .216 |
| 8.9 | 1. | 0.0087 ± .008 | .0044 ± .036 | .208 |
| | 1. | 0.0045 ± .035 | | .234 |
| 11.7 | 1. | 0.0162 ± .0136 | -.060 ± .123 | 1.06 |
| | 1. | 0.0786 ± .128 | | 1.15 |

à très bas courants des deutérons incidents afin d'éviter les problèmes liés aux empilements. Ainsi nous avons pu vérifier que le taux de comptage des photons émis à zéro degré était sûrement inférieur à l'incertitude sur la mesure des rayons cosmiques durant le même temps pour la zone d'énergie considérée ($< .1$ nb/st).

Nous présentons dans le tableau No 4 les valeurs des coefficients a_n des développements $W(\theta)$ correspondant aux courbes de lissage obtenues pour les trois énergies étudiées. Nous y avons fait figurer pour comparaison les coefficients correspondant à la distribution angulaire d'une radiation quadrupolaire pure ainsi que les résultats d'une mesure équivalente réalisée à $E_d = 3.68$ MeV (Deg69). L'erreur indiquée correspond aux erreurs externes définies par J. Ferguson (Fe65).

Les coefficients obtenus correspondent bien dans les limites des erreurs expérimentales à ceux d'une radiation quadrupolaire. La mesure à 12 MeV semble s'écarter davantage mais il faut remarquer que les erreurs sur les mesures étaient alors très importantes.

Nous présentons aussi dans le tableau No 5 les pourcentages de distributions de type $W(\theta) = 1 + \cos^2 \theta$ et $W(\theta) = \text{Cste}$ par rapport à $W(\theta) = A \sin^2 \theta \cos^2 \theta$ que l'on obtient pour la courbe de lissage.

TABLEAU N°6

Comparaison des sections efficaces totales selon

l'hypothèse faite sur les distributions angulaires.

| E_d (Mev) | $\sigma(d+d)$ si $W(\theta) = a_0 + a_2 P_2 + a_4 P_4$ (nb) | $\sigma(d+d)$ si $W(\theta) = K \sin^2 \theta \cos^2 \theta$ (nb) |
|----------------|---|---|
| 6.0 | $7.64 \pm .31$ | $7.57 \pm .95$ |
| 8.9 | $11.5 \pm .47$ | $11.26 \pm .95$ |
| 11.7 | 11.1 ± 1.06 | 10.93 ± 1.08 |

On peut conclure que les contributions provenant de radiation autre que quadrupolaire sont inférieures à 1 % de la contribution de la transition quadrupolaire, justifiant ainsi l'approximation des forces centrales utilisée pour représenter cette réaction (FM51). Nous reviendrons sur ces conclusions au chapitre V.

Enfin nos mesures à $E_d = 6$ MeV et 8.9 MeV sont très comparables à celles de A. Degré (Deg69).

Une mesure portant sur trois angles seulement (Me69) à $E_d = 10$ MeV semble conduire à des conclusions analogues.

On peut donc affirmer que la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ procède via une transition quadrupolaire pratiquement pure et que les autres multipolarités ne contribuent que très faiblement à la section efficace ($\approx 1\%$).

On peut comparer la valeur de la section efficace totale ($d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$) lorsque l'on intègre l'expression de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ correspondant à la courbe de meilleur lissage, avec celle obtenue en supposant que l'on a une distribution angulaire de type $\sin^2\theta \cos^2\theta$. Cette comparaison est faite sur le tableau No 6 et on peut conclure que les distributions expérimentales sont très voisines de la distribution théorique et ne modifient pas les conclusions concernant la courbe d'excitation.

CHAPITRE IV

ANALYSE THEORIQUE DE LA COURBE D'EXCITATION ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$

- IV.1 - Revue des travaux sur ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$.
- IV.2 - Expression de la section efficace totale de photodésintégration en deux deutérons dans le cas d'une fonction d'onde ${}^4\text{He}$ à particules indépendantes.
- IV.3 - Etude du comportement de fonctions d'onde oscillatrice et Hartree-Fock.
- IV.4 - Perspectives.

CHAPITRE IV

ANALYSE THEORIQUE DE LA COURBE D'EXCITATION ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$.

Nous présentons ici une revue des principaux travaux publiés à ce jour sur l'interprétation théorique de la courbe d'excitation obtenue expérimentalement pour la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$.

Après avoir essayé de dégager les buts d'une telle interprétation, nous analysons les diverses tentatives d'explications faites jusqu'au moment où nous avons entrepris notre étude. Nous décrivons ensuite le calcul théorique que nous avons élaboré afin de tester la validité d'un choix d'une fonction d'onde de type à particules indépendantes (I.P.M.) pour représenter le noyau ${}^4\text{He}$.

Après une critique des résultats obtenus, nous analysons les nouvelles voies qui sont en train d'être explorées pour trouver une interprétation correcte des résultats expérimentaux.

IV.1 - Revue des travaux sur ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$.

En 1951, Flowers et Mandl (FM51) d'une part, Gunn et Irving (GI51) de l'autre entreprennent l'étude de la photodésintégration d' ${}^4\text{He}$ en deux deutérons.

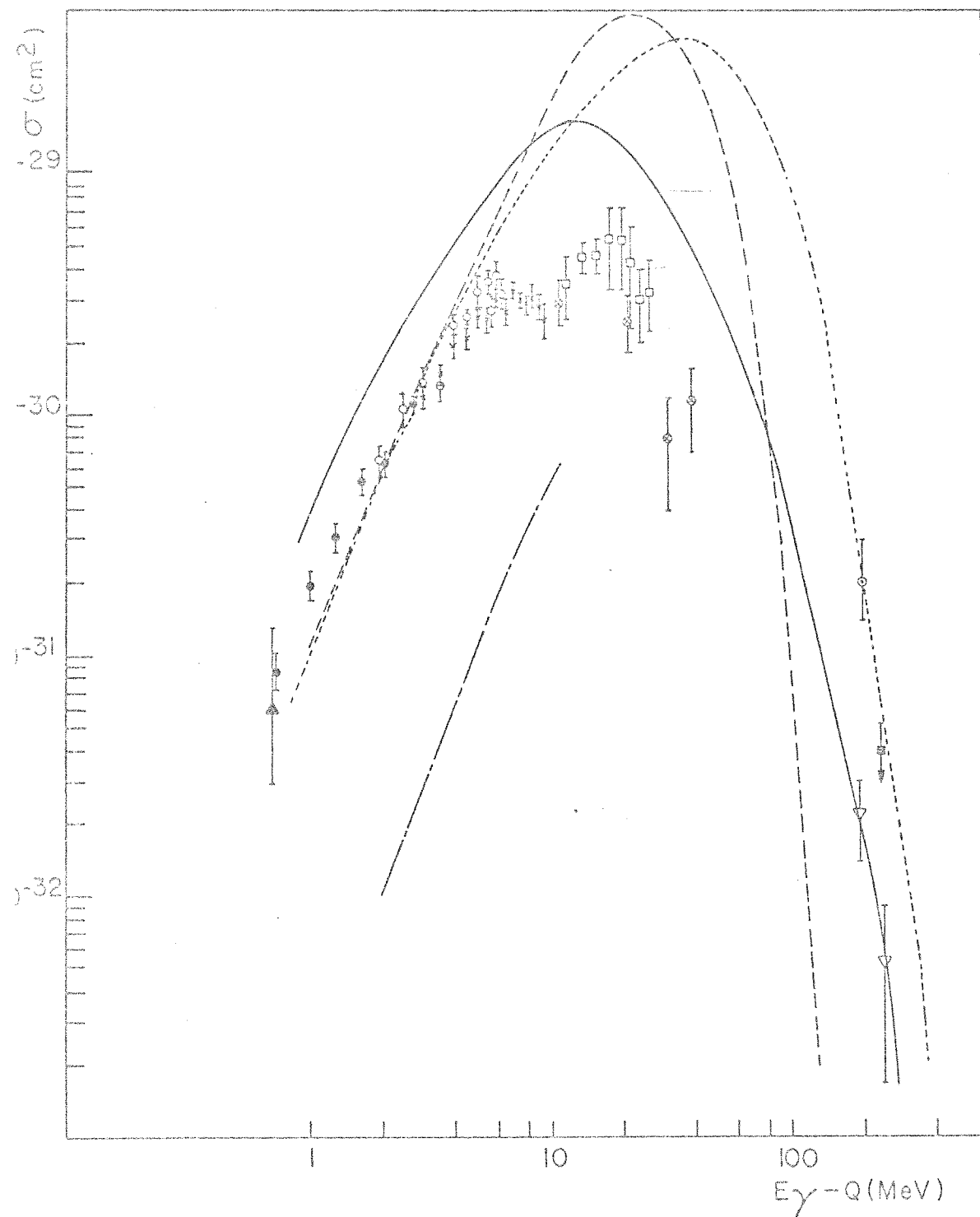


FIG. 22 REACTION $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$, APPROXIMATION PWBA
 FONCTION D'ONDE ${}^4\text{He}$

- EXPONENTIELLE (As 65)
- GAUSSIENNE (FM 51)
- · - · - EXPONENTIELLE (Ah 69)
- MODELE EN CLUSTER (De 62)

Par la suite plusieurs auteurs ont repris ces calculs en modifiant les formes des fonctions d'onde utilisées pour représenter les noyaux mis en jeu.

Décrivant la réaction comme une réaction entièrement directe, dans l'approximation des forces centrales, et en utilisant des fonctions d'onde de type gaussien pour représenter ${}^4\text{He}$ et les deux deutérons, Flowers et Mandl évaluent la dépendance en énergie de la section efficace de la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$. Ils supposent que les deux deutérons émis n'interagissent pas entre eux et choisissent des paramètres pour les fonctions d'onde de façon à reproduire approximativement les énergies de liaison des noyaux considérés à partir du principe d'incertitude.

Ainsi le résultat obtenu ne peut être considéré que comme une indication de la forme de la courbe d'excitation; leur courbe rend compte des résultats à basse énergie mais pas de ceux à haute énergie. De plus le maximum de la section efficace obtenue se situe à un ordre de grandeur au dessus des résultats expérimentaux. Le rayon obtenu pour ${}^4\text{He}$ avec les valeurs des paramètres choisis par Flowers et Mandl est beaucoup trop élevé (2.1 fermis) (voir figure 22).

Asbury et Loeffler (As65) reprennent cette étude en changeant les fonctions d'ondes d' ${}^4\text{He}$ et des deutérons pour des formes exponentielles plus réalistes asymptotiquement.

Les paramètres choisis permettent de reproduire le diamètre du deutéron (2.16 fermis) et la section efficace pour la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, p)\text{T}$. Par contre la fonction d'onde ${}^4\text{He}$ n'est pas très réaliste en ce qui concerne la reproduction du rayon et de l'énergie de liaison d' ${}^4\text{He}$.

Dans l'approximation des forces centrales et en considérant aussi que les deux deutérons sont émis sans interaction mutuelle, ils produisent une courbe d'excitation qui reproduit assez bien leurs valeurs de la section efficace à très haute énergie mais est supérieure d'un facteur 2 aux valeurs expérimentales à basse énergie d'excitation. Là encore le maximum de la section efficace est d'un ordre de grandeur supérieur aux valeurs récentes obtenues par Skopik et Dodge (Sk70) dans cette région (voir figure 22).

E. Ahmed et S.M. Chowdhury (Ah69) refont ces calculs en utilisant la même série d'approximation mais en utilisant pour représenter ${}^4\text{He}$ une fonction d'onde de type exponentiel mise au point par S.C. Jain (Ja68) dont les paramètres sont ajustés pour reproduire de façon satisfaisante à la fois l'énergie de liaison et le rayon d' ${}^4\text{He}$ tout en donnant une bonne description de la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, p)\text{T}$ (Ja68b). Ils obtiennent des résultats comparables à ceux obtenus par Flowers et Mandl dans la région à basse énergie (légèrement inférieurs aux valeurs expérimentales) mais leurs valeurs à haute énergie sont considérablement plus élevées que celles de Flowers et Mandl et reproduisent les résultats expérimentaux de Akimov (Ak62)

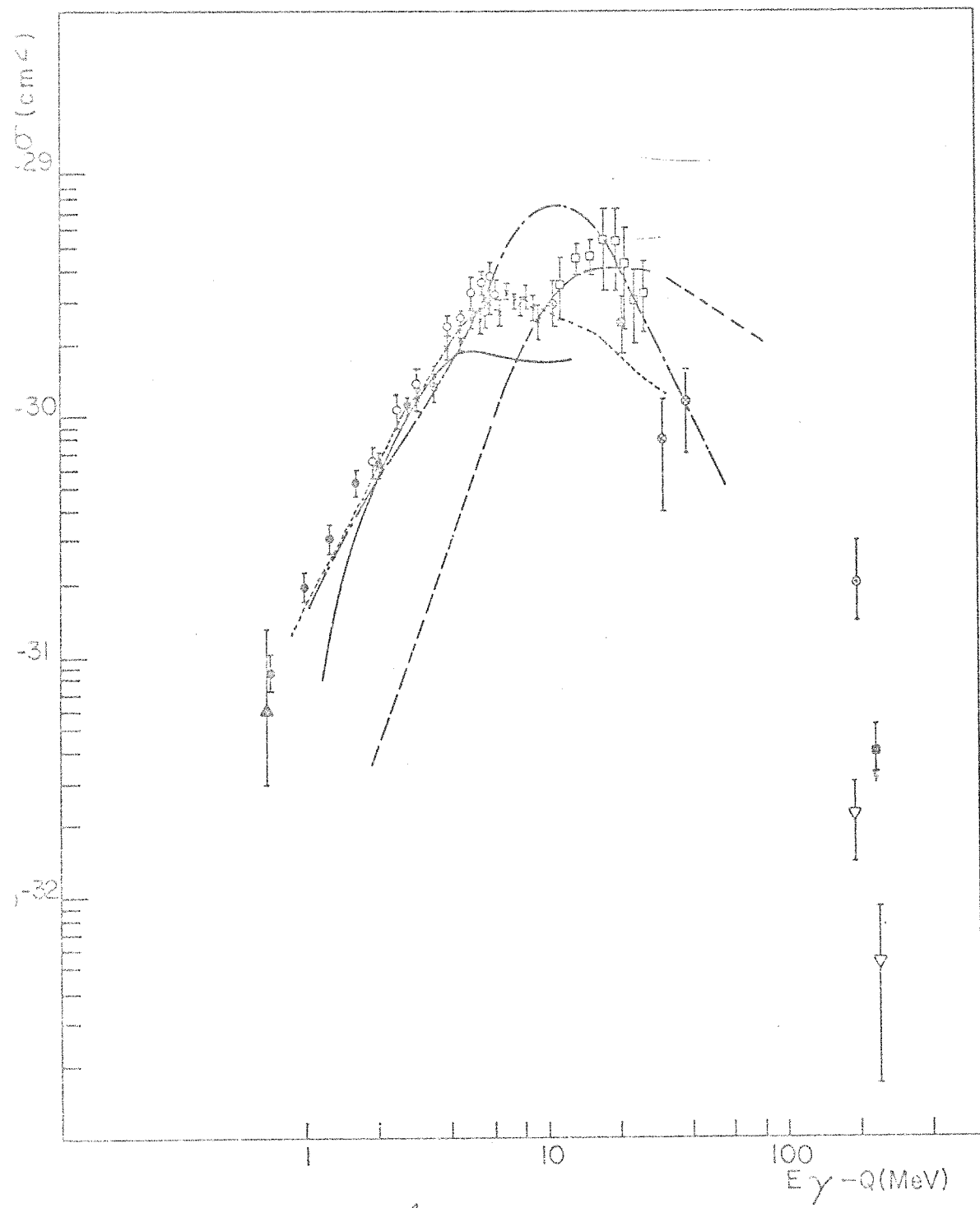


FIG.23 REACTION $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$, APPROXIMATION DWBA

- FONCTION D'ONDE ${}^4\text{He}$ gaussienne (Th 70)
- " " " Gunn Irving (Th 70)
- · - · - " " " gaussienne (Er 71)

CAS D'UNE RESONNANCE 2^+ — (Cr69)

et Poirier (Po63). Par contre on observe toujours ce maximum de la section efficace trop élevé d'un ordre de grandeur (voir figure 22).

Ceci constitue l'une des approches qui ont été envisagées pour représenter la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$.

En 1962 Delves (De62) dérive la section efficace pour la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ à partir de l'étude de la matrice de diffusion. Il détermine l'importance du "cluster" d-d dans l'état fondamental d' ${}^4\text{He}$ et de là calcule la section efficace pour la réaction de capture $d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$ qui peut être convertie en terme de section efficace ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$. Mais les résultats obtenus sont très nettement inférieurs aux valeurs expérimentales de la section efficace (facteur 15) ce qui permet de mettre en doute la valeur d'une telle approche (Zu63). Elle n'a plus été réenvisagé depuis (voir figure 22).

Une autre série de calcul se rapporte à des calculs de structure qui mettent en évidence l'existence d'état 2^+ situé dans la région d'énergie d'excitation de 30 MeV, et essayent d'expliquer la section efficace de la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ par un processus résonant. Ce sont les calculs de L. Crone et C. Werntz (Cr69) et P.P. Szydlik (Sz70). En particulier L. Crone et C. Werntz ont calculé quelle devrait être la courbe d'excitation pour ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ si on suppose que cette réaction se fait par une transition entre l'état 2^+ très large qu'ils prédisent et l'état fondamental (voir figure 23).

W. Meyerhof (Me69) a essayé de reproduire ses résultats à l'aide de cette courbe et montre que ses mesures sont incompatibles avec un processus résonant mais semblent plutôt indiquer une réaction directe.

A la suite de cette étude, éliminant pratiquement la solution requérant la formation d'un état 2^+ , la plupart des calculs se sont orientés vers l'abandon de l'approximation de Born dans les calculs par interaction directe et l'introduction d'une interaction dans l'état final.

D.R. Thompson (Th70) reprend donc les calculs du type de ceux faits par Flowers et Mandl (FM51) en y introduisant une fonction relative pour les deux deutérons obtenue à partir de la méthode des groupes résonants. Il a auparavant montré qu'il obtenait avec cette même formulation une bonne représentation de la diffusion élastique $d + d$ et qu'en particulier les déphasages obtenus pour $l = 2$ indiquaient un comportement résonant dans le voisinage de 30 MeV d'énergie d'excitation pour ^4He (Th69).

Il trouve ainsi que s'il utilise une fonction d'onde de type gaussien pour représenter ^4He , avec un paramètre ajusté de façon à reproduire le rayon d' ^4He , la courbe d'excitation obtenue sans interaction dans l'état final est inférieure aux données expérimentales à la fois à basse énergie et à haute énergie d'excitation mais par contre son maximum est trop élevé. L'introduction d'une interaction dans

l'état final améliore nettement la courbe théorique mais insuffisamment toutefois à basse énergie. Il recommence le même calcul avec cette fois une fonction d'onde de type exponentiel (Gunn-Irving) et les courbes où l'interaction dans l'état final a été introduite donnent une assez bonne concordance aux données expérimentales (voir figure 23).

Un groupe italien (F. Erdas, B. Mosconi, A. Pompei, P. Quarati) (Er70) (Er71) introduit l'interaction dans l'état final à l'aide d'une approche "dispersive". L'élément de matrice de transition est solution d'une équation intégrale d'Omnes que l'on obtient en paramétrisant les déphasages $\ell = 2$ avec un état résonant à 29 MeV d'énergie d'excitation. Ils utilisent comme fonction d'onde pour ${}^4\text{He}$ les fonctions d'onde gaussienne de Flowers et Mandl et exponentielle de J. Asbury. Ils concluent à la nécessité d'introduire une interaction dans l'état final résonante pour expliquer la courbe d'excitation à basse énergie (voir figure 23).

Dans l'analyse de leurs résultats expérimentaux, Skopik et Dodge (Sk70) font un traitement analogue à celui de D. Thompson et rejoignent ses conclusions.

IV.2 - Expression de la section efficace totale de photo-désintégration en deux deutérons dans le cas d'une fonction d'onde ^4He à particules indépendantes.

Lorsque nous avons entrepris cette étude, les divers calculs théoriques existants tentaient de décrire la réaction $^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ comme une réaction directe, dans le cadre de l'approximation de Born et de l'hypothèse des forces purement centrales. Ils s'attachaient, le mécanisme étant supposé connu, à étudier différentes façons de représenter les noyaux réagissants tout en satisfaisant la condition de bien représenter la réaction étudiée ici.

Le deutéron est assez bien connu et l'on sait qu'une bonne façon d'en représenter les propriétés dans l'état ^3S est de lui associer une fonction d'onde de type Hulthen pour la partie radiale.

Pour représenter ^4He , Flowers et Mandl ont utilisé des fonctions d'onde de type gaussien, Asbury et Loeffler des fonctions exponentielles, de même qu'Ahmed et Chowdury.

Nous avons vu comment, en ajustant les paramètres, ils arrivent à reproduire plus ou moins partiellement les propriétés du noyau ^4He et la réaction étudiée ici.

En 1970 G. Saunier et B. Rouben (Sa71) obtiennent une série de fonctions d'onde représentant les noyaux à couches doublement fermées à partir de potentiels nucléon-nucléon semi-réalistes

effectifs mis au point par G. Saunier et J.M. Pearson (Sa68). Ces fonctions d'onde sont calculées selon la méthode Hartree Fock. Les fonctions d'onde à une particule sont développées selon une base harmonique (tronquée pour des raisons de facilité à $n=3$) et la fonction d'onde du noyau est représentée par un déterminant de Slater. On détermine la série des coefficients du développement des fonctions à une particule à l'aide de la méthode variationnelle en minimisant l'énergie de l'état fondamental.

Ainsi ces fonctions ne comportent aucun paramètre ajustable une fois que les paramètres du potentiel nucléon-nucléon utilisé ont été obtenus par ajustement aux propriétés de la matière nucléaire et de la diffusion nucléon-nucléon.

Il est donc intéressant d'étudier le comportement de ces fonctions d'onde vis-à-vis des propriétés macroscopiques du noyau qu'elles représentent.

G. Saunier et B. Rouben (Sa71) ont montré que les fonctions d'onde obtenues pour ${}^4\text{He}$ représentaient assez bien le rayon et l'énergie de liaison de ce noyau. Il était donc intéressant de vérifier leur aptitude à représenter la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$.

Nous avons donc repris les calculs de Flowers et Mandl en les adaptant de façon à pouvoir introduire une fonction d'onde à particules indépendantes donnée sous la forme d'un déterminant de Slater.

Nous décrivons maintenant les différentes étapes de calcul:

IV.2.a - Approximations invoquées

Nous nous limiterons à la détermination de la section efficace totale dans la région d'énergie telle que $\vec{k}_Y \cdot \vec{r} < 1$ de façon à pouvoir dériver la section efficace à partir de la théorie des perturbations au premier ordre.

Nous invoquerons aussi l'approximation des forces centrales entre les nucléons qui permet de considérer que le noyau d'hélium et les deutérons formés sont dans des états S purs de multiplicité donnée. Flowers et Mandl ont estimé la valeur de cette approximation (FM51) et on peut adopter leur conclusion. Ceci a pour conséquence que la seule multipolarité permise est de type quadrupolaire pure comme nous le préciserons au chapitre V.

Dans un premier temps, nous considérerons, comme le faisaient Flowers et Mandl, que les deutérons émis n'interagissent pas entre eux et représenterons donc leur mouvement relatif par une onde de particule libre. Nous envisagerons par la suite un moyen de limiter cette restriction.

Une autre limitation viendra du fait que nous choisirons une fonction d'onde de type Hulthen pour représenter la partie spatiale de la fonction d'onde des deutérons dans l'état 3S , mais nous verrons

que la section efficace est assez peu sensible à la forme de la fonction d'onde choisie pour représenter le deutéron pourvu que celle-ci soit assez réaliste.

On négligera aussi les forces coulombiennes entre les deux deutérons émis.

Enfin la fonction d'onde choisie pour représenter ${}^4\text{He}$ a certains défauts en ce sens que le rayon qu'elle permet d'obtenir pour le noyau d'hélium est légèrement trop grand, et que le centre de masse du système n'est pas immobile (ceci est dû au choix d'un déterminant de Slater pour décrire la fonction d'onde d' ${}^4\text{He}$, ce qui introduit un mouvement parasite du centre de masse). Aussi serons nous amenés à "tuer" ce mouvement qui n'a rien de physique.

IV.2.b - Approximation des forces centrales

Dans l'approximation des forces centrales, on considère que les deutérons sont dans des états ${}^3\text{S}$ purs tandis que l'hélium se trouve dans un état ${}^1\text{S}$ (la notation utilisée pour les états est la notation spectroscopique telle qu'utilisée par Flowers et Mandl (FM51)).

Dans cette approximation, L et S sont tous deux des bons nombres quantiques et on peut montrer que les opérateurs de transitions électromagnétiques n'agissent que dans l'espace ordinaire

pour les transitions électriques et que dans l'espace de spin pour les transitions magnétiques si de plus on a affaire à des états S purs. En effet pour les transitions électriques, le terme résultant du couplage du champ électromagnétique aux moments magnétiques des nucléons est négligeable devant celui dû au couplage aux charges électriques (inférieur à 10% dans tous les cas). Ce dernier n'agit que dans l'espace ordinaire et puisque L et S sont de bons nombres quantiques, il ne peut mélanger des états de spin différent. Pour les transitions magnétiques l'opérateur est de la forme:

$$Q_{LM} = \mu_0 \sum_{\alpha} \vec{\nabla} (r_{\alpha}^L Y_{LM}(\Omega_{\alpha})) \left(\frac{2}{L+1} g_{l\alpha} \vec{l}_{\alpha} + g_{s\alpha} \vec{S}_{\alpha} \right)$$

$$\text{où } \mu_0 = 2 \frac{e\hbar}{Mc} \quad g_{l\alpha} = \begin{cases} 0 & \text{pour les neutrons} \\ 1 & \text{pour les protons} \end{cases}$$

Si on a affaire à des états S purs, les différents l_{α} sont nuls et seuls subsistent les termes agissant sur le spin des nucléons.

Ces considérations sont limitées par la condition que $kr \ll 1$, c'est-à-dire pour les grandes longueurs d'onde.

Ceci limite alors sérieusement les transitions permises.

La partition d + d doit être représentée par une fonction d'onde symétrique par rapport à l'échange des deux deutérons. Ainsi la symétrie de la partie spatiale et celle de la partie de spin doivent

être identiques. Donc les seuls états possibles pour cette partition sont (selon la notation spectroscopique)

1_S 5_S 3_P 1_D 5_D (états d'ordre supérieur). L'état fondamental d' ^4He est 1_S ; en conséquence la seule transition permise sera $1_D \rightarrow 1_S$ (quadrupolaire électrique) (par exemple $3_P \rightarrow 1_S$ est interdite car elle doit mettre en jeu un changement simultané d'une unité de moment angulaire et de spin; voir chapitre V).

Nous examinerons dans le chapitre V.2 la possibilité d'avoir d'autre multipolarité entrant en jeu si on s'écarte de l'hypothèse des forces centrales.

IV.2.c - Calcul de la section efficace de photodésintégration

$$\underline{{}^4\text{He}(\gamma, d)D.}$$

Nous utiliserons l'expression donnant la valeur de la section efficace qui est établie dans l'appendice B

$$\sigma = \frac{8\pi^3 \nu}{c} \sum_{m=-2}^{+2} \rho_F(E) | \langle \Phi_f | Q | \Phi_i \rangle |^2$$

où ν = fréquence de la radiation émise ($E_\gamma = h\nu$)

$\rho_F(E)$ est la densité d'états finaux

Q est l'opérateur de transition $\frac{eE}{2\hbar c} \sum_{\alpha=1}^Z y_\alpha^z z_\alpha$

m est la composante magnétique du moment angulaire de l'état final.

Nous passerons maintenant en revue les différentes étapes du calcul.

IV.2.d - Choix d'un système de coordonnées

Le fait que la fonction d'onde de l'état final fasse intervenir les fonctions d'onde des deux deutérons et une partie qui dépend de la distance relative entre ces deux deutérons, nous conduit à choisir un système de coordonnées tel que :

$$2\vec{u}_1 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3 - \vec{r}_4$$

$$\vec{u}_2 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{u}_3 = \vec{r}_3 - \vec{r}_4$$

$$\text{et } \vec{U} = \vec{R} = \frac{1}{4} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4)$$

où $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4$ sont les coordonnées des particules 1, 2, 3, 4 par rapport à une origine fixe.

Ceci constitue une transformation orthogonale dont le jacobien est 1.

Ainsi la coordonnée \vec{u}_2 représente la coordonnée relative à l'intérieur du deutéron, \vec{u}_3 est l'analogie pour l'autre deutéron et

\vec{u}_1 est la coordonnée relative entre les deux deutérons.

Dans ces conditions nous voyons que la fonction d'onde de l'état final se factorisera en trois termes dépendant respectivement d'une de ces trois variables.

Il nous sera donc nécessaire d'écrire aussi la fonction d'onde de l'état initial et l'opérateur effectuant la transition dans ce système de coordonnées.

Remarquons aussi que ce système convient bien au cas où les particules 1 et 3 sont des protons et 2 et 4 des neutrons. On utilisera un système analogue lorsque l'on aura affaire aux autres partitions possibles.

IV.2.e - Fonctions d'onde des deux deutérons

Dans l'approximation des forces centrales, le deutéron se trouve dans un état 3S c'est-à-dire $s = 1$, $l = 0$, $j = 1^+$, $t = 0$ (avec les conventions habituelles pour la signification de s, l, j, t).

Nous utiliserons pour représenter la partie spatiale du deutéron, une fonction d'onde de type Hulthen. Cette fonction correspond à un potentiel nucléon-nucléon ayant la forme d'un puits de Hulthen. Cette forme a l'avantage d'avoir des propriétés analytiques simples tout en étant une bonne approximation.

Avec le facteur de normalisation approprié cette fonction s'écrit:

$$\psi(u) = u \cdot \psi = \left[\frac{R + \rho}{2} - \frac{2 R \rho}{R + \rho} \right]^{-\frac{1}{2}} (e^{-u/R} - e^{-u/\rho}) Y_0^0(\theta, \varphi)$$

où u est la coordonnée relative dans le deutéron

$$R \text{ est le "rayon" du deutéron} = \frac{\hbar}{\sqrt{MB}} = 4.31 \text{ fermi}$$

$$\rho \text{ est un paramètre tel que } \frac{\rho}{R} = \frac{1}{7} \cdot (\text{De64})$$

La fonction d'onde du deutéron dans l'état S sera donc

$$\psi_{J01}^{M_s} = \psi(v) \xi_0^0(t) \chi_1^{m_s}$$

ξ et χ sont normalisés indépendamment.

IV.2.f - Fonction d'onde de l'état final

Pour décrire l'état final des deux deutérons, nous utiliserons une fonction d'onde complètement antisymétrisée par rapport à l'échange de deux nucléons et symétrique par rapport à l'échange des deux deutérons.

Compte tenu de l'approximation des forces centrales, nous savons que la fonction d'onde du mouvement relatif des deux deutérons \mathcal{R}_l^m aura un moment angulaire bien défini (égal à 2).

Nous faisons aussi l'approximation qui consiste à utiliser une onde de particule libre pour représenter le mouvement relatif des deux

deutérons. Nous supposons donc qu'il n'y a pas d'interaction dans l'état final entre les deux deutérons. (Nous reviendrons plus tard sur la validité de cette approximation.)

Etant intéressés à connaître la section efficace totale, nous choisirons pour fonction \mathcal{R}_ℓ^m

$$\mathcal{R}_{\ell=2}^m(\vec{r}) = \left(\frac{\pi}{2kr}\right)^{\frac{1}{2}} J_{\ell+1/2}(kr) Y_{\ell=2}^m(\theta, \varphi).$$

où $Y_\ell^m(\theta, \varphi)$ est une harmonique sphérique normalisée et k est le nombre d'onde associé à la coordonnée \vec{r} (ici \vec{r} désigne la coordonnée relative des deux deutérons), $J_{\ell+1/2}$ est la fonction de Bessel ordinaire (non sphérique)*.

Cette fonction est normalisée dans une boîte sphérique de rayon unité - comme on peut le vérifier en utilisant la forme asymptotique de $J_{\ell+1/2}(kr)$ - et s'écrit

$$\mathcal{R}_{\ell=2}^m(r) = \sqrt{2} k \left(\frac{\pi}{2kr}\right)^{\frac{1}{2}} J_{5/2}(kr) Y_2^m(\theta, \varphi).$$

Ceci impose que la densité d'états finaux soit calculée dans le même volume.

On doit néanmoins observer que cette fonction n'est pas orthogonale à la fonction d'onde de l'état initial car elle ne tient pas

* Définition de Y_ℓ^m et $J_{\ell+1/2}$ analogue à celle de Messiah (Me65).

compte du déphasage introduit par le potentiel nucléaire et n'est donc pas en principe fonction propre du même hamiltonien. Mais l'erreur introduite devrait être faible.

Explicitons maintenant la forme de cette fonction \mathcal{R}_2^m dans le système de coordonnées choisi.

Nous avons la relation $\vec{r} = \vec{u}_1$;

k est le nombre d'onde associé à la coordonnée \vec{u}_1 . Dans le système de coordonnées choisi, la masse réduite est $\mu = M$, masse du nucléon.

$$|k| = \left[\frac{2M (E_Y - E_0)}{\hbar^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

E_0 est l'énergie du seuil pour la production de deux deutérons ; La fonction d'onde de l'état final doit représenter deux deutérons sans interaction mutuelle et dans le cas de la transition quadrupolaire électrique, nous savons que le spin du système doit être conservé, donc que le spin résultant du couplage des spins des deux deutérons doit être zéro comme pour ${}^4\text{He}$.

C'est pourquoi la fonction d'onde de l'état final doit être écrite

$$\langle \Phi_f | = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{(-)}{\sqrt{3}} \left\{ \psi(1,2) \psi(3,4) \left[\sum_{m_{S_{12}}} (-)^{m_{S_{12}}} \chi_1^{m_{S_{12}}}(1,2) \chi_1^{-m_{S_{12}}}(3,4) \right] \right.$$

$$\times \xi_0^0(1,2) \xi_0^0(3,4) \mathcal{R}_2^m \left(\frac{3,4-1,2}{2} \right) - \psi(3,2) \psi(1,4)$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\sum_{m_{S_{32}}} (-)^{m_{S_{32}}} \chi_1^{m_{S_{32}}(3,2)} \chi_1^{-m_{S_{32}}(1,4)} \right] \xi_0^0(3,2) \xi_0^0(1,4) \mathcal{R}_2^m \left(\frac{3,2-1,4}{2} \right) \\
& + \psi(3,1) \psi(2,4) \left[\sum_{m_{S_{31}}} (-)^{m_{S_{31}}} \chi_1^{m_{S_{31}}(3,1)} \chi_1^{-m_{S_{31}}(2,4)} \right] \xi_0^0(3,1) \xi_0^0(2,4) \\
& \times \mathcal{R}_2^m \left(\frac{31-2,4}{2} \right) \Bigg\}
\end{aligned}$$

ici N représente la norme de cette fonction.

On peut vérifier aisément que cette fonction est bien antisymétrisée par rapport à l'échange de 2 nucléons quelconques et est symétrique par rapport à l'échange des deux deutérons.

Reste à déterminer la norme de cette fonction. Ceci est fait dans l'appendice C et on y montre que $N = 3$.

IV.2.g - Fonction d'onde de l'état initial

Nous voulons étudier le comportement des fonctions d'onde représentant le noyau ${}^4\text{He}$ dans le cadre du modèle à particules indépendantes.

Notre but étant d'étudier le cas des fonctions d'onde obtenues si on suppose que les 4 nucléons d' ${}^4\text{He}$ sont situés dans l'état fondamental d'un puits de potentiel harmonique pur, ainsi que la

généralisation de ce cas qui consiste à étudier les fonctions d'onde obtenues par la méthode d'Hartree-Fock en permettant aux nucléons d'occuper différents niveaux de moment angulaire donné $l = 0$ du même puits de potentiel harmonique, nous présentons ici un développement très général du déterminant de Slater représentant la fonction d'onde. Le cas simple du puits de potentiel harmonique pur sera un cas particulier auquel le traitement général s'applique quoique non nécessaire.

Dans le cadre du modèle à particules indépendantes, la fonction complètement antisymétrisée d' ${}^4\text{He}$ s'écrit sous la forme d'un déterminant de Slater :

$$|\psi_{4\text{He}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \varphi_1(1) & \varphi_1(2) & \varphi_1(3) & \varphi_1(4) \\ \varphi_2(1) & \varphi_2(2) & \varphi_2(3) & \varphi_2(4) \\ \varphi_3(1) & \varphi_3(2) & \varphi_3(3) & \varphi_3(4) \\ \varphi_4(1) & \varphi_4(2) & \varphi_4(3) & \varphi_4(4) \end{vmatrix}$$

dont le développement peut s'écrire :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \beta, \gamma, \delta}}^4 (-)^P \varphi_{\alpha}^{\frac{1}{2}}(1) \varphi_{\beta}^{\frac{1}{2}}(2) \varphi_{\gamma}^{\frac{1}{2}}(3) \varphi_{\delta}^{\frac{1}{2}}(4)$$

(α représente l'état de la particule 1, β celui de la particule 2, γ celui de la particule 3, et δ celui de la particule 4) où P est l'opérateur des permutations des différents nucléons parmi les différents niveaux possibles,

p caractérise la parité de la permutation,

\sum_p indique que la somme porte sur les $A!$ permutations possibles,

$|\psi_{4\text{He}} >$ n'est rien d'autre qu'un déterminant de Slater et dans ce cas

il est unique car les couches étant complètes, les A niveaux sont occupés respectivement par A nucléons. On considère que seuls les A niveaux les plus bas sont occupés donc qu'il n'y a pas de mélange de configuration.

$$\text{Les } \varphi_i(a) \text{ sont } \varphi_i(a) = |\Phi_i^{l_j m}(a) > = |n_i, l_i, s_i, j_i, m_i, t_i, \mu_i >.$$

On a

$$|\Phi_i^{l_j m} > = \xi_{\mu}^{\frac{1}{2}} Y_{l_j m}(\Omega_i, s_i) \sum_n C_n^i R_{nl}(\alpha r_i)$$

où $Y_{l_j m}(\Omega_i, s_i)$ est la fonction des variables angulaires d'espace et du spin intrinsèque.

$\xi_{\mu}^{\frac{1}{2}}$ est la fonction de spin isotopique seule.

$R_{nl}(\alpha r_i)$ sont les fonctions propres de l'oscillateur harmonique de l donné. On suppose dans ce calcul que l'état fondamental de ${}^4\text{He}$ est essentiellement sphérique, soit un état 1S pur, donc que $l = 0$.

Dans le cas du puits de potentiel harmonique simple, la somme sur n ne comporte que le terme $n = 0$.

Dans le calcul de Hartree-Fock on développe la fonction d'onde de ℓ donné selon une base de fonctions propres de l'oscillateur harmonique. En principe \sum_n va de 0 à ∞ mais pour des raisons pratiques de calcul, on tronque la base à $n = 3$.

Telle que précédemment définie, la fonction d'onde d' ${}^4\text{He}$ est exprimée en fonction des coordonnées des différentes particules par rapport au centre de masse d' ${}^4\text{He}$. Il sera préférable pour la suite du calcul de réécrire $|\psi_{4\text{He}}\rangle$ dans un système de coordonnées mettant en évidence les coordonnées intrinsèques et relatives des deux deutérons formés.

Par exemple dans le cas où nous nous intéressons à la partition finale (1, 2) et (3, 4) nous utiliserons le système de coordonnées suivant:

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3 - \vec{r}_4)$$

$$\vec{u}_2 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{u}_3 = \vec{r}_3 - \vec{r}_4$$

$$\vec{R} = \frac{1}{4} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4)$$

IV.2.h - Développement de $|\psi_{4\text{He}}\rangle$ dans un système de
coordonnées $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{R}$.

Nous avons donc

$$|\psi_{4\text{He}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_{\text{P}} (-)^{\text{P}} \text{P} \varphi_{\alpha}(1) \varphi_{\beta}(2) \varphi_{\gamma}(3) \varphi_{\delta}(4).$$

Puisque nous voulons associer les particules 1 et 2 pour former un deutéron et les particules 3 et 4 pour former l'autre, nous couplons les nucléons 1 et 2 d'une part, et les nucléons 3 et 4 de l'autre.

$$\varphi_{\alpha}(1) \varphi_{\beta}(2) = \sum_{\substack{J_{\alpha\beta} \\ (M_{\alpha\beta})}} \langle j_1^{\alpha} j_2^{\beta} m_1^{\alpha} m_2^{\beta} | J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \rangle | (j_{\alpha}, j_{\beta}) J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \rangle$$

Par hypothèse tous les états individuels des nucléons ont $l_i = 0$ et $s_i = \frac{1}{2}$ donc la somme sur $J_{\alpha\beta}$ se compose de deux termes selon que $J_{\alpha\beta} = 1$ ou 0 . Dans le cas de l'approximation des forces centrales, L et S sont de bons nombres quantiques. Passons du couplage JJ au couplage LS

$$\varphi_{\alpha}(1) \varphi_{\beta}(2) = \sum_{J_{\alpha\beta}} \sum_{L_{\alpha\beta}} \sum_{S_{\alpha\beta}} \sqrt{(2j_{\alpha}+1)(2j_{\beta}+1)(2L_{\alpha\beta}+1)(2S_{\alpha\beta}+1)} \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \\ 0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \\ 0 \quad S_{\alpha\beta} \quad J_{\alpha\beta} \end{array} \right\}$$

$$\times \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\alpha} m_{\beta} | J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \rangle \times | (l_{\alpha} l_{\beta}) L_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \rangle$$

où nous avons remplacé directement l_α et l_β par 0.

Puisque $l_\alpha, l_\beta = 0$ on a $j_\alpha = j_\beta = \frac{1}{2}$, $L_{\alpha\beta} = 0$ donc $S_{\alpha\beta} = J_{\alpha\beta} = 0$ ou 1

$$\begin{aligned} \varphi_\alpha^{(1)} \varphi_\beta^{(2)} &= \sum_{J_{\alpha\beta}} \sum_{S_{\alpha\beta}} \delta_{(J_{\alpha\beta}, S_{\alpha\beta})} 2 \times \sqrt{2S_{\alpha\beta} + 1} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_\alpha m_\beta \middle| J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \right\rangle \\ &\quad (M_{\alpha\beta}) \\ &\times \frac{1}{2(2S_{\alpha\beta} + 1)^{1/2}} \left| (l_\alpha l_\beta) L_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} J_{\alpha\beta} \right\rangle . \end{aligned}$$

Découplons maintenant $L_{\alpha\beta}$ et $S_{\alpha\beta}$. Nous avons

$$\begin{aligned} \left| (l_\alpha l_\beta) L_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \right\rangle &= \sum_{\substack{M_L \\ M_S}} \left| (l_\alpha l_\beta) L_{\alpha\beta} M_L \right\rangle \left| (s_\alpha s_\beta) S_{\alpha\beta} M_S \right\rangle \\ &\quad M_{S_{\alpha\beta}} \\ &\times \left\langle L_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} M_L M_S \middle| J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \right\rangle . \end{aligned}$$

Mais puisque $l_\alpha = l_\beta = L_{\alpha\beta} = 0$ le coefficient de Clebsch Gordan vaut $\delta_{(M_S, M_{\alpha\beta})}$.

Donc

$$\varphi_\alpha^{(1)} \varphi_\beta^{(2)} = \sum_{J_{\alpha\beta}} \sum_{S_{\alpha\beta}} \delta_{(J_{\alpha\beta}, S_{\alpha\beta})} \delta_{(M_{\alpha\beta}, M_{S_{\alpha\beta}})} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_\alpha m_\beta \middle| J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \right\rangle \\ (M_{\alpha\beta}) (M_{S_{\alpha\beta}})$$

$$\times \left| \begin{matrix} \ell & \ell \\ \alpha & \beta \end{matrix} \right\rangle_{L_{\alpha\beta} M_{L_{\alpha\beta}}} \left| \begin{matrix} s & s \\ \alpha & \beta \end{matrix} \right\rangle_{S_{\alpha\beta} M_{S_{\alpha\beta}}}$$

Ces fonctions d'onde à une particule sont développées selon une base (tronquée) de l'oscillateur harmonique :

$$\varphi_{\alpha}(1) \varphi_{\beta}(2) = \sum_{J_{\alpha\beta}} \sum_{S_{\alpha\beta}} \delta_{(J_{\alpha\beta}, S_{\alpha\beta})} \delta_{(M_{\alpha\beta}, M_{S_{\alpha\beta}})} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\alpha} m_{\beta} \right\rangle_{J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta}}$$

$$(M_{\alpha\beta}) (M_{S_{\alpha\beta}})$$

$$\times \sum_{\substack{n_{\alpha} \\ n_{\beta}}} C_{n_{\alpha}} C_{n_{\beta}} \left| \begin{matrix} n & \ell & n & \ell \\ \alpha & \alpha & \beta & \beta \end{matrix} \right\rangle \left| \begin{matrix} s & s \\ \alpha & \beta \end{matrix} \right\rangle_{S_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta}}$$

$$\left| \begin{matrix} n & \ell & n & \ell \\ \alpha & \alpha & \beta & \beta \end{matrix} \right\rangle = \sum_{L_{\alpha\beta=0}} \left\langle \begin{matrix} \ell & \ell & m & m \\ \alpha & \beta & \alpha & \beta \end{matrix} \right\rangle \left| \begin{matrix} L & M \\ \alpha\beta & L_{\alpha\beta} \end{matrix} \right\rangle \left| \begin{matrix} L & M \\ \alpha\beta & L_{\alpha\beta} \end{matrix} \right\rangle$$

$$\begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Pour passer dans un système de coordonnées relatives, nous appliquons la transformation de Moshinsky à $\left| \begin{matrix} n & \ell & n & \ell \\ \alpha & \alpha & \beta & \beta \end{matrix} \right\rangle_{L_{\alpha\beta}}$

$$\left| \begin{matrix} n & \ell & n & \ell \\ \alpha & \alpha & \beta & \beta \end{matrix} \right\rangle_{L_{\alpha\beta}} = \sum_{\substack{n_{\alpha\beta}, \ell_{\alpha\beta} \\ N_{\alpha\beta}, \Lambda_{\alpha\beta}}} \left\langle \begin{matrix} n & \ell & N & \Lambda \\ \alpha\beta & \alpha\beta & \alpha\beta & \alpha\beta \end{matrix} \right\rangle \left| \begin{matrix} n & \ell & n & \ell \\ \alpha & \alpha & \beta & \beta \end{matrix} \right\rangle_{L_{\alpha\beta}} \left| \begin{matrix} n & \ell & N & \Lambda \\ \alpha\beta & \alpha\beta & \alpha\beta & \alpha\beta \end{matrix} \right\rangle_{L_{\alpha\beta}}$$

$$\vec{l}_\alpha = \vec{l}_\beta = 0 \rightarrow \vec{L}_{\alpha\beta} = 0 = \vec{l}_{\alpha\beta} + \vec{\Lambda}_{\alpha\beta} \rightarrow \vec{l}_{\alpha\beta} = -\vec{\Lambda}_{\alpha\beta} .$$

Les conditions d'existence des crochets de Moshinsky imposent les restrictions suivantes

$$(-)^{l_\alpha + l_\beta} = (-)^{l_{\alpha\beta} + \Lambda_{\alpha\beta}} \quad \text{conservation de la parité}$$

$$\vec{L}_{\alpha\beta} = 0 \quad \text{conservation du moment angulaire total}$$

$$E(n_\alpha, l_\alpha, n_\beta, l_\beta) = E(n_{\alpha\beta}, l_{\alpha\beta}, N_{\alpha\beta}, \Lambda_{\alpha\beta})$$

conservation de l'énergie

c'est-à-dire que les énergies associées doivent être égales. Cette condition s'écrit:

$$2n_\alpha + l_\alpha + 2n_\beta + l_\beta = 2n_{\alpha\beta} + l_{\alpha\beta} + 2N_{\alpha\beta} + \Lambda_{\alpha\beta}$$

$$\text{soit} \quad n_\alpha + n_\beta = n_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} + l_{\alpha\beta}$$

$|n_{\alpha\beta}, l_{\alpha\beta}\rangle$ représente la fonction d'onde du groupe 1,2 dans le référentiel relatif à 1,2. (Coordonnée: $\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \vec{r}_{12}$). $|N_{\alpha\beta}, \Lambda_{\alpha\beta}\rangle$ représente la fonction d'onde du groupe 1,2 dans le référentiel lié au centre de ${}^4\text{He}$ (coordonnée $\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) = \vec{R}_{12}$).

On a ainsi:

$$\varphi_\alpha(1) \varphi_\beta(2) = \sum_{J_{\alpha\beta}} \sum_{S_{\alpha\beta}} \delta_{(J_{\alpha\beta}, S_{\alpha\beta})} \delta_{(M_{\alpha\beta}, M_{S_{\alpha\beta}})} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_\alpha m_\beta \right| J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \rangle \sum_{n_\alpha n_\beta} C_{n_\alpha} C_{n_\beta} \\ (M_{\alpha\beta})(M_{\alpha\beta})$$

$$\sum_{\substack{n_{\alpha\beta}, \ell_{\alpha\beta} \\ N_{\alpha\beta}, \Lambda_{\alpha\beta}}} \langle n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} 0 | n_{\alpha} 0 n_{\beta} 0 0 \rangle | n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} 0 \rangle | (s_{\alpha}, s_{\beta}) S_{\alpha\beta} \rangle \\ \times \delta(n_{\alpha} + n_{\beta}, n_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} + \ell_{\alpha\beta}) .$$

Nous pouvons faire le même calcul en ce qui concerne le groupe 3, 4 et obtenir

$$\varphi_{\gamma}^{(3)} \varphi_{\delta}^{(4)} = \sum_{\substack{J_{\gamma\delta} \\ (M_{\gamma\delta})}} \sum_{\substack{S_{\gamma\delta} \\ M_{S_{\gamma\delta}}}} \delta_{(J_{\gamma\delta}, S_{\gamma\delta})} \delta_{(M_{\gamma\delta}, M_{S_{\gamma\delta}})} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\gamma} m_{\delta} | J_{\gamma\delta} M_{\gamma\delta} \rangle$$

$$\sum_{\substack{n_{\gamma} \\ n_{\delta}}}^3 C_{n_{\gamma}} C_{n_{\delta}} \sum_{\substack{n_{\gamma\delta}, \ell_{\gamma\delta} \\ N_{\gamma\delta}, \Lambda_{\gamma\delta}}} \langle n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} 0 | n_{\gamma} 0 n_{\delta} 0 0 \rangle | n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} 0 \rangle$$

$$| (s_{\gamma} s_{\delta}) S_{\gamma\delta} \rangle \delta(n_{\gamma} + n_{\delta}, n_{\gamma\delta} + N_{\gamma\delta} + \ell_{\gamma\delta}) .$$

En regroupant ces deux expressions, nous obtenons le développement de $\varphi_{\alpha}(1)$, $\varphi_{\beta}(2)$, $\varphi_{\gamma}(3)$, $\varphi_{\delta}(4)$.

Dans chacun des deux termes ci-dessus nous avons un terme représentant le mouvement du groupement 1, 2 ou 3, 4 par rapport au centre de masse de l'⁴He alors que nous aimerions avoir le mouvement relatif des deux groupements.

Découplons dans chacun des termes le mouvement relatif du mouvement

par rapport au centre de masse.

$$|n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} 0\rangle = \sum_{m_{\ell_{\alpha\beta}}} |n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} m_{\ell_{\alpha\beta}}\rangle |N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} m_{\Lambda_{\alpha\beta}}\rangle \langle \ell_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} m_{\ell_{\alpha\beta}} m_{\Lambda_{\alpha\beta}} | 00 \rangle$$

$$|n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} 0\rangle = \sum_{m_{\ell_{\gamma\delta}}} |n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} m_{\ell_{\gamma\delta}}\rangle |N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} m_{\Lambda_{\gamma\delta}}\rangle \langle \ell_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} m_{\ell_{\gamma\delta}} m_{\Lambda_{\gamma\delta}} | 00 \rangle$$

et recouplons maintenant les deux mouvements des centres de masse

des groupes (1,2) et (3,4); nous aurons:

$$|N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta}, N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta}\rangle = \sum_{\substack{L \\ M_L}} |N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta}, N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} L M_L\rangle \langle \Lambda_{\alpha\beta} \Lambda_{\gamma\delta} m_{\Lambda_{\alpha\beta}} m_{\Lambda_{\gamma\delta}} | L M_L \rangle$$

Puis on applique une nouvelle fois la transformation de Moshinsky:

$$|N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta}, N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} L\rangle = \sum_{n\ell} |n\ell N \Lambda L M_L\rangle \langle n\ell N \Lambda L | N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta}, N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} L \rangle$$

$$\text{Ensuite on découple } |n\ell N \Lambda L M_L\rangle = \sum_{\substack{m_{\ell} \\ m_{\Lambda}}} \langle \ell \Lambda m_{\ell} m_{\Lambda} | L M_L \rangle |n\ell\rangle |N \Lambda\rangle$$

Finalement la fonction $\psi_{4\text{He}}$ s'écrit maintenant:

$$|\psi_{4\text{He}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{4!}} \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} (-)^{P(\alpha, \beta, \gamma, \delta)} \sum_{\substack{J_{\alpha\beta} \\ J_{\gamma\delta}}} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\alpha} m_{\beta} | J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \rangle \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\gamma} m_{\delta} |$$

$$\begin{aligned}
& |J_{\gamma\delta} M_{\gamma\delta}\rangle \sum_{\substack{S_{\alpha\beta} \\ S_{\gamma\delta}}} \delta(J_{\alpha\beta}, S_{\alpha\beta}) \delta(J_{\gamma\delta}, S_{\gamma\delta}) \sum_{\substack{m_{S_{\alpha\beta}} \\ m_{S_{\gamma\delta}}} } \delta(M_{S_{\alpha\beta}}, m_{\alpha} + m_{\beta}) \delta(M_{S_{\gamma\delta}}, m_{\gamma} + m_{\delta}) \\
& \times \left\{ \sum_{\substack{n_{\alpha}, n_{\beta} \\ n_{\gamma}, n_{\delta}}} C_{n_{\alpha}} C_{n_{\beta}} C_{n_{\gamma}} C_{n_{\delta}} \right. \\
& \times \sum_{\substack{n_{\alpha\beta}, l_{\alpha\beta} \\ n_{\gamma\delta}, l_{\gamma\delta}}} \delta(\Lambda_{\alpha\beta}, l_{\alpha\beta}) \delta(\Lambda_{\gamma\delta}, l_{\gamma\delta}) \delta(n_{\alpha} + n_{\beta}, n_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} + l_{\alpha\beta}) \delta(n_{\gamma} + n_{\delta}, n_{\gamma\delta} + N_{\gamma\delta} + l_{\gamma\delta})
\end{aligned}$$

$$\times \langle n_{\alpha\beta} l_{\alpha\beta} N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} 0 | n_{\alpha} 0 n_{\beta} 0 0 \rangle \langle n_{\gamma\delta} l_{\gamma\delta} N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} 0 | n_{\gamma} 0 n_{\delta} 0 0 \rangle \sum_{\substack{m_{\alpha\beta}^l \\ m_{\gamma\delta}^l}} \delta(m_{\alpha\beta}^l, -m_{\Lambda_{\alpha\beta}})$$

$$\times \delta(m_{\gamma\delta}^l, -m_{\Lambda_{\gamma\delta}}) \sum_{\substack{M_L \\ M_L}} \delta(M_L, -m_{\alpha\beta}^l - m_{\gamma\delta}^l) \langle \Lambda_{\alpha\beta} \Lambda_{\gamma\delta} -m_{\alpha\beta}^l -m_{\gamma\delta}^l | L M_L \rangle$$

$$\times \langle l_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} m_{\alpha\beta}^l -m_{\Lambda_{\alpha\beta}} | 00 \rangle \langle l_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} m_{\gamma\delta}^l -m_{\Lambda_{\gamma\delta}} | 00 \rangle$$

$$\sum_{\substack{n \ l \\ N, \Lambda}} \langle n \ l \ N \ \Lambda \ | \ N_{\alpha\beta} \ \Lambda_{\alpha\beta} \ N_{\gamma\delta} \ \Lambda_{\gamma\delta} \ | \ \Lambda \ \rangle \delta(2n + 4\Lambda + 2N, 2N_{\alpha\beta} + \Lambda_{\alpha\beta} + 2N_{\gamma\delta} + \Lambda_{\gamma\delta})$$

$$\times \sum_{\substack{m_{\alpha\beta}^l \\ m_{\Lambda_{\alpha\beta}}}} \langle l \ \Lambda \ m_{\alpha\beta}^l \ m_{\Lambda_{\alpha\beta}} | L M_L \rangle | (1, 2) n_{\alpha\beta} l_{\alpha\beta} m_{\alpha\beta}^l, S_{\alpha\beta}, (T_{\alpha} T_{\beta}) \rangle | (3, 4) n_{\gamma\delta} l_{\gamma\delta} m_{\gamma\delta}^l, S_{\gamma\delta}, (T_{\gamma} T_{\delta}) \rangle$$

$$x \left. \begin{array}{l} |n \ell m_\ell\rangle \\ |N \Lambda M_\Lambda\rangle \end{array} \right\}.$$

Nous obtenons finalement un développement de $\psi_{4\text{He}}$ en quatre séries de termes :

$| (1, 2) n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} T_\alpha T_\beta \rangle$ représente le mouvement relatif des
particules 1 et 2;

$| (3, 4) n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} S_{\gamma\delta} T_\gamma T_\delta \rangle$ représente le mouvement relatif des
particules 3 et 4;

$| n \ell m_\ell \rangle$ représente le mouvement des groupements (1, 2) par
rapport à (3, 4);

$| N \Lambda M_\Lambda \rangle$ représente le mouvement du centre de masse global.

En principe nous voulons une fonction d'onde qui représente un noyau ${}^4\text{He}$ au repos mais le modèle en couches ne fixe pas le mouvement du centre de masse, c'est pourquoi il apparaît un terme $| N \Lambda M_\Lambda \rangle$.

Dans le cas du modèle oscillatoire simple ce terme ne comporte que $| 0 0 0 \rangle$.

Puisque nous travaillons dans l'approximation où la quantité de mouvement du centre de masse (reliée à celle du photon incident) est négligeable, nous verrons que l'opérateur de la transition ne contient pas la coordonnée du centre de masse donc que le mouvement du centre de masse ne peut introduire de transition. Nous résoudrons cette difficulté en introduisant le même terme dans la fonction d'onde de

l'état final ce qui, puisque $|0\ 0\ 0\rangle$ est un vecteur normalisé, donnera une contribution nulle à la section efficace.

Dans le cas des fonctions d'onde obtenues par la méthode d'Hartree-Fock, il n'y a plus seulement $|0\ 0\ 0\rangle$ comme fonction d'onde représentant le mouvement du centre de masse. Mais puisque nous verrons que le terme $C_{n=0}$ est voisin de 1 tandis que les autres C_n sont voisins de zéro, nous nous contenterons d'étudier le cas où le mouvement du centre de masse est $|0\ 0\ 0\rangle$. Nous avons cependant estimé les contributions des termes ainsi négligés et trouvé que l'on commettait une erreur de l'ordre de 3% sur la section efficace totale.

Donc si le mouvement du centre de masse est $|0\ 0\ 0\rangle$, nous aurons plusieurs simplifications.

$$N = 0 = \Lambda = M_{\Lambda}$$

Le coefficient de Clebsch Gordan $\langle \ell\ \Lambda\ m_{\ell}\ m_{\Lambda} | \ell\ M_{\ell} \rangle$ vaut

$$\delta_{(m_{\ell} M_{\ell})} \delta_{(\ell \Lambda)}$$

Le coefficient de Moshinsky en n, ℓ devient $\langle n\ \ell\ 0\ 0 | N_{\alpha\beta} \Lambda_{\alpha\beta} N_{\gamma\delta} \Lambda_{\gamma\delta} \rangle$.

Le coefficient de Clebsch Gordan $\langle \ell_{\alpha\beta}\ \Lambda_{\alpha\beta}\ m_{\ell_{\alpha\beta}}\ m_{\Lambda_{\alpha\beta}} | 0\ 0 \rangle$ vaut

$$\frac{(-)^{\ell_{\alpha\beta} - m_{\Lambda_{\alpha\beta}}}}{(2\ell_{\alpha\beta} + 1)^{\frac{1}{2}}} \delta_{(\Lambda_{\alpha\beta}, \ell_{\alpha\beta})} \delta_{(m_{\ell_{\alpha\beta}}, -m_{\Lambda_{\alpha\beta}})}$$

et une expression équivalente pour $\langle \ell_{\gamma\delta}\ \Lambda_{\gamma\delta}\ m_{\ell_{\gamma\delta}}\ m_{\Lambda_{\gamma\delta}} | 0\ 0 \rangle$.

Faisons maintenant un choix d'une classification des états α , β , γ , δ .

| | α | β | γ | δ |
|---|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | $m \ \mu$ | $m \ \mu$ | $m \ \mu$ | $m \ \mu$ |
| 1 | $\frac{1}{2} \ \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{1}{2}$ |
| 2 | $\frac{1}{2} \ \frac{-1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{-1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{-1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{-1}{2}$ |
| 3 | $\frac{-1}{2} \ \frac{1}{2}$ | $\frac{-1}{2} \ \frac{1}{2}$ | $\frac{-1}{2} \ \frac{1}{2}$ | $\frac{-1}{2} \ \frac{1}{2}$ |
| 4 | $\frac{-1}{2} \ \frac{-1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{-1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{-1}{2}$ | $\frac{1}{2} \ \frac{-1}{2}$ |

IV.2.i - Opérateur de transition

Pour une transition quadrupolaire électrique, l'opérateur de transition peut s'écrire (appendice B)

$$\begin{aligned}
 Q &= \sum_{\alpha=1}^Z e \frac{E_Y}{2 \hbar c} y_{\alpha} z_{\alpha} \\
 &= \frac{eE_Y}{2 \hbar c} \sum_{\alpha} y_{\alpha} z_{\alpha} = \frac{eE_Y}{2 \hbar c} Q_2
 \end{aligned}$$

avec les conventions $\hat{\epsilon} // z$, $\kappa // y$ où $\hat{\epsilon}$ est parallèle au vecteur polarisation, κ est parallèle au vecteur propagation.

De façon antisymétrique nous écrirons de préférence:

$$Q_2 = \sum_{\alpha=1}^N \frac{1 + \tau_{z\alpha}}{2} y_{\alpha} z_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{1 + \tau_{z\alpha}}{2} A_{\alpha} \text{ où } \tau_{z\alpha} \text{ est la projection du}$$

spin isotopique selon z.

Dans le calcul de la section efficace ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$, interviennent plusieurs changements de coordonnées selon la partition considérée dans l'état final (terme A, B, C,).

Voyons comment s'exprime l'opérateur Q_2 dans l'un de ces systèmes de coordonnées. Les autres expressions s'obtiendront par analogie.

Considérons le cas de la partition où les particules (1, 2) et (3, 4) sont couplées respectivement.

Le système de coordonnées choisi dans ce cas est:

$$\begin{aligned} 2 \vec{u}_1 &= \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3 - \vec{r}_4 \\ \vec{u}_2 &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{u}_3 &= \vec{r}_3 - \vec{r}_4 \\ 4 \vec{R} &= \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4. \end{aligned}$$

Dans Q_2 interviennent des produits tels que $y_i z_i$.

Exprimons y_i et z_i en fonction des u.

Nous considérerons que le mouvement du centre de masse peut être négligé (cela revient à négliger la quantité de mouvement du photon.)

Dans ces hypothèses projetons les trois équations de définition des \vec{u} selon les axes cartésiens y et z, et résolvons le système d'équations.

On obtient:

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{u_{1y} + u_{2y}}{2} & z_1 &= \frac{u_{1z} + u_{2z}}{2} \\ y_2 &= \frac{u_{1y} - u_{2y}}{2} & z_2 &= \frac{u_{1z} - u_{2z}}{2} \\ y_3 &= -\frac{u_{1y} - u_{3y}}{2} & z_3 &= -\frac{u_{1z} - u_{3z}}{2} \\ y_4 &= -\frac{u_{1y} + u_{3y}}{2} & z_4 &= -\frac{u_{1z} + u_{3z}}{2} \end{aligned}$$

Le terme $A_1 = y_1 z_1$ s'écrira

$$\begin{aligned} A_1 = y_1 z_1 &= \frac{1}{4} (u_{1y} u_{1z} + u_{2y} u_{2z} + u_{1y} u_{2z} + u_{1z} u_{2y}) \\ &= \frac{1}{4} (u_1^2 \sin\theta_1 \sin\varphi_1 \cos\theta_1 + u_2^2 \sin\theta_2 \sin\varphi_2 \cos\theta_2 + \\ &\quad + u_1 u_2 (\sin\theta_1 \sin\varphi_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_2 \sin\varphi_2 \cos\theta_1)). \end{aligned}$$

Exprimons cet opérateur en termes des harmoniques sphériques afin de faciliter l'évaluation des éléments de matrice pour les parties angulaires. Nous avons

$$\begin{aligned} \sin\varphi_i \sin\theta_i &= \frac{i}{2} \sqrt{\frac{8\pi}{3}} \left[Y_1^1(\theta_i, \varphi_i) + Y_1^{-1}(\theta_i, \varphi_i) \right] \\ \sin\theta_i \cos\theta_i \sin\varphi_i &= \frac{i}{2} \sqrt{\frac{8\pi}{15}} \left[Y_2^1(\theta_i, \varphi_i) + Y_2^{-1}(\theta_i, \varphi_i) \right] \\ \cos\theta_i &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_1^0(\theta_i, \varphi_i) \end{aligned}$$

d'où

$$A_1 = \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{30}} \left(u_1^2 \left[Y_2^1(\Omega_1) + Y_2^{-1}(\Omega_1) \right] + u_2^2 \left[Y_2^1(\Omega_2) + Y_2^{-1}(\Omega_2) \right] \right)$$

$$+ \frac{i \pi}{3 \sqrt{2}} u_1 u_2 \left\{ Y_1^0(\Omega_2) \left[Y_1^1(\Omega_1) + Y_1^{-1}(\Omega_1) \right] + Y_1^0(\Omega_1) \left[Y_1^1(\Omega_2) + Y_1^{-1}(\Omega_2) \right] \right\}$$

IV.2.j - Evaluation de l'élément de matrice de transition

Nous avons donc à évaluer l'élément de matrice suivant:

$$\frac{e E_Y}{2 \hbar c} \langle \psi_{4_{\text{He}}} | Q_2 | \frac{1}{\sqrt{N}} (A + B + C) \rangle$$

où A, B, C ont été définis à l'appendice C.

Nous avons vu d'autre part qu'à chaque terme A, B, C, correspondait un changement de coordonnées différent (tenant compte de la façon dont on couple les particules).

Nous examinerons d'abord la contribution du terme A puis nous montrerons comment on peut en déduire la contribution des termes B et C.

Nous aurons donc

$$\begin{aligned} \langle \psi_{4_{\text{He}}} | Q_2 | \frac{1}{\sqrt{N}} (A + B + C) \rangle &= \langle \psi_{4_{\text{He}}} | Q_2 | \frac{1}{\sqrt{N}} A \rangle + \langle \psi_{4_{\text{He}}} | Q_2 | \frac{1}{\sqrt{N}} B \rangle \\ &+ \langle \psi_{4_{\text{He}}} | Q_2 | \frac{1}{\sqrt{N}} C \rangle . \end{aligned}$$

Evaluons le terme $\langle \psi_{4_{\text{He}}} | Q_2 | \frac{1}{\sqrt{N}} A \rangle$.

Dans le terme A nous avons un couplage des nucléons (1 et 2) et de (3 et 4); nous utiliserons pour le calcul de ce terme un système de coordonnées du type

$$2 \vec{u}_1 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3 - \vec{r}_4$$

$$\vec{u}_2 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{u}_3 = \vec{r}_3 - \vec{r}_4$$

$$4\vec{R} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4 .$$

Nous pouvons remarquer que $\psi_{4\text{He}}$ a été factorisée en deux groupements l'un faisant intervenir le spin et l'isospin, l'autre les coordonnées spatiales seulement.*

De même A est composé de trois parties: partie de spin, d'isospin et spatiale.

$$\frac{A}{\sqrt{N}} = \frac{-}{\sqrt{3}} \mathcal{U}_{(1,2)} \times \mathcal{U}_{(3,4)} \sum_{m_{S_{12}}} (-)^{m_{S_{12}}} \chi_1^{m_{S_{12}}(1,2)} \chi_1^{-m_{S_{12}}(3,4)} \mathcal{P}_2^m(u_1)$$

$$\times \xi_0^0(1,2) \xi_0^0(3,4) .$$

* Ceci n'est vrai que si les C_n ne dépendent ni du spin ni de l'isospin (cas du modèle oscillatoire simple). Pour les fonctions de type Hartree-Fock, ce n'est plus vrai. Cette dépendance sera alors introduite de façon ad hoc.

Quand à Q_2 il s'écrit:
$$Q_2 = \sum_{\alpha=1}^N \frac{1 + \tau_{z\alpha}}{2} A_{\alpha}$$

Etudions l'action de Q_2 sur A du point de vue de l'isospin. Nous avons

$$\xi_0^0(1, 2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (n_{1p_2} - n_{2p_1}) \quad \xi_0^0(3, 4) = \frac{1}{\sqrt{2}} (n_{3p_4} - n_{4p_3}) \quad *$$

$$\begin{aligned} Q_2 A^i &= \sum_{\alpha=1}^N \frac{1 + \tau_{z\alpha}}{2} A_{\alpha} \frac{1}{2} (n_{1p_2} - n_{2p_1}) (n_{3p_4} - n_{4p_3}) \\ &= \text{'' '' ''} \quad (n_{1p_2} n_{3p_4} + n_{2p_1} n_{4p_3} - n_{2p_1} n_{3p_4} - n_{1p_2} n_{4p_3}) \\ &= \frac{1}{2} (A_1 + A_3) n_{2p_1} n_{4p_3} + (A_2 + A_4) n_{1p_2} n_{3p_4} - (A_1 + A_4) n_{2p_1} n_{3p_4} \\ &\quad - (A_2 + A_3) n_{1p_2} n_{4p_3} . \end{aligned}$$

Donc l'élément de matrice va de nouveau pouvoir se scinder en quatre termes correspondant à des états de spin isotopique bien définis.

Etudions le premier terme $\frac{1}{2} (A_1 + A_3) n_{2p_1} n_{4p_3}$.

Du point de vue spin isotopique, ce terme va choisir dans le développement de la fonction d'onde $\psi_{4\text{He}}$ celui tel que $\mu_{\alpha} = \frac{1}{2} = \mu_{\gamma}$ et $\mu_{\beta} = -\frac{1}{2}$

$$\mu_{\delta} = -\frac{1}{2}$$

* n réfère à un état neutron, p à un état proton, l'indice chiffré au numéro du nucléon considéré.

Les autres termes sont orthogonaux à $n_2 p_1 n_4 p_3$.

L'opérateur de transition est maintenant $A_1 + A_3$ et ne fait plus intervenir que des opérateurs spatiaux.

Etudions la partie spin de l'élément de matrice de transition

$$\langle \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} (-)^{P(\alpha, \beta, \gamma, \delta)} \sum_{\substack{J_{\alpha\beta} \\ J_{\gamma\delta}}} \sum_{\substack{S_{\alpha\beta} \\ S_{\gamma\delta}}} \delta_{J_{\alpha\beta}, S_{\alpha\beta}} \delta_{J_{\gamma\delta}, S_{\gamma\delta}} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\alpha} m_{\beta} | J_{\alpha\beta} M_{\alpha\beta} \rangle$$

$$\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\gamma} m_{\delta} | J_{\gamma\delta} M_{\gamma\delta} \rangle$$

$$\sum_{\substack{m_{S_{\alpha\beta}} \\ m_{S_{\gamma\delta}}}} (s_{\alpha} s_{\beta}) S_{\alpha\beta} (s_{\gamma} s_{\delta}) S_{\gamma\delta} | 1 | \sum_{m_{S_{12}}} \frac{(-)^{m_{S_{12}}}}{\sqrt{3}} (-)^{m_{S_{12}}} \chi_1^{m_{S_{12}}(1,2)} \chi_1^{-m_{S_{12}}(3,4)} \rangle$$

on obtient donc

$$\langle \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} (-)^{P(\alpha, \beta, \gamma, \delta)} \sum_{M_S} \delta_{S_{\alpha\beta}, 1} \delta_{S_{\gamma\delta}, 1} \delta_{m_{S_{\alpha\beta}}, m_{S_{12}}} \delta_{m_{S_{\gamma\delta}}, -m_{S_{12}}} (-)^{m_{S_{12}}} \frac{(-)}{\sqrt{3}}$$

$$\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\alpha} m_{\beta} | 1 m_{S_{\alpha\beta}} \rangle \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\gamma} m_{\delta} | 1 m_{S_{\gamma\delta}} \rangle$$

$$\text{pour } M_S = +1 \text{ ou } -1 \quad \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} | 1 1 \rangle = \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} | 1 -1 \rangle = 1$$

$$\text{pour } M_S = 0 \quad \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} | 1 0 \rangle = \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} | 1 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

En tenant compte de la classification que nous avons choisie et des contraintes $\delta(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, nous obtenons

$$(-)^{P(1,2,3,4)} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \mid 11 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \mid 1-1 \right\rangle (-) \frac{(-)}{\sqrt{3}} +$$

$$(-)^{P(3,4,1,2)} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \mid 1-1 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \mid 11 \right\rangle (-) \frac{(-)}{\sqrt{3}} +$$

$$(-)^{P(1,4,3,2)} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \mid 10 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \frac{1}{2} \mid 10 \right\rangle (+) \frac{(-)}{\sqrt{3}} +$$

$$(-)^{P(3,2,1,4)} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \frac{1}{2} \mid 10 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \mid 10 \right\rangle (+) \frac{(-)}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} .$$

On vérifie de la même façon que les contributions des termes $A_2 + A_3$, $A_1 + A_4$, $A_2 + A_4$ donnent respectivement: $(-)\sqrt{3}$, $(-)\sqrt{3}$, et $\sqrt{3}$.

Récapitulons: après traitement des parties spin et isospin, le terme A contribue pour

$$\frac{1}{\sqrt{4!}} \left\langle \psi_R({}^4\text{He}) \mid \frac{\sqrt{3}}{2} (A_1 + A_3) + (A_2 + A_3) + (A_1 + A_4) + (A_2 + A_4) \mid \psi_{\text{spa}} \right\rangle$$

où $\psi_R({}^4\text{He})$ est la partie spatiale de la fonction d'onde d' ${}^4\text{He}$.

IV.2.k - Traitement de la partie spatiale

Les quatre groupements d'opérateurs $A_i + A_j$ doivent maintenant être exprimés dans le système de coordonnées \vec{u} correspondant à la partition (1, 2), (3, 4).

On obtient par exemple pour $A_1 + A_3$

$$\begin{aligned}
 A_1 + A_3 = & \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{30}} u_1^2 \left[Y_2^1(\Omega_1) + Y_2^{-1}(\Omega_1) \right] + \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{30}} u_2^2 \left[Y_2^1(\Omega_2) + Y_2^{-1}(\Omega_2) \right] + \\
 & + \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{30}} u_3^2 \left[Y_2^1(\Omega_3) + Y_2^{-1}(\Omega_3) \right] + \frac{i\pi}{3\sqrt{2}} u_1 Y_1^0(\Omega_1) \left[u_2 (Y_2^1(\Omega_2) + Y_2^{-1}(\Omega_2)) \right. \\
 & \left. - u_3 (Y_2^1(\Omega_3) + Y_2^{-1}(\Omega_3)) \right] + \frac{i\pi}{3\sqrt{2}} u_1 \left[Y_1^1(\Omega_1) + Y_1^{-1}(\Omega_1) \right] \left[u_2 Y_1^0(\Omega_2) - u_3 Y_1^0(\Omega_3) \right]
 \end{aligned}$$

Dans cette expression les parties angulaires et radiales sont mises sous une forme pratique pour le calcul. On a des expressions analogues pour les autres termes en $A_i + A_j$.

On ne peut simplifier plus loin car, comme nous l'avons fait remarquer précédemment, nous n'avons pas tenu compte complètement de l'isospin dans notre traitement puisque les termes $C_{n_\alpha}, C_{n_\beta}, C_{n_\gamma}, C_{n_\delta}$ dépendent de $\mu_\alpha, \mu_\beta, \mu_\gamma, \mu_\delta$. Par contre nous pouvons traiter les parties angulaires des intégrales car elles ne dépendent pas des n_α ni des μ .

Ceci va nous permettre de restreindre les sommations qui interviennent dans le développement de $|\psi_{4\text{He}}\rangle$.

Nous considérerons chacun des 7 termes qui interviennent dans l'expression des groupements $(A_1 + A_3)$, ... séparément.

Il sera inutile de refaire le calcul pour les 4 groupes en $(A_i + A_j)$ car on retrouve chaque fois les mêmes intégrales angulaires.

Nous utiliserons principalement les deux relations suivantes

$$\int Y_{\ell}^{m*} Y_{\ell'}^{m'} d\Omega = \delta_{mm'} \delta_{\ell\ell'}$$

$$\int Y_{\ell_1}^{m_1}(\Omega) Y_{\ell_2}^{m_2}(\Omega) Y_{\ell_3}^{m_3}(\Omega) d\Omega = \left[\frac{(2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1)(2\ell_3 + 1)}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}$$

Etude des parties angulaires:

Le premier terme est de la forme:

$$\langle \psi_{4\text{He}} | \frac{i\sqrt{\pi}}{\sqrt{30}} \left[u_1^2 Y_2^1(\Omega_1) + Y_2^{-1}(\Omega_1) \right] | \psi(1,2) Y_0^0(\Omega_2) \psi(3,4) Y_0^0(\Omega_3) \mathcal{P}_2^m(u_1) Y_2^m(u_1) \rangle$$

Dans $\psi_{4\text{He}}$ interviennent:

$$\langle (1,2) n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} m_{\ell_{\alpha\beta}} | = \langle (1,2) n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} | Y_{\ell_{\alpha\beta}}^{m_{\ell_{\alpha\beta}}}(\Omega_2)$$

$$\langle (3,4) n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} m_{\ell_{\gamma\delta}} | = \langle (3,4) n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} | Y_{\ell_{\gamma\delta}}^{m_{\ell_{\gamma\delta}}}(\Omega_3)$$

$$\langle n \ell m_{\ell} | = \langle n \ell | Y_{\ell}^{m_{\ell}}(\Omega_1)$$

d'où les intégrales suivantes:

$$\langle Y_{l_{\alpha\beta}}^m(\Omega_2) | Y_0^0(\Omega_2) \rangle = \delta_{m_{l_{\alpha\beta}}, 0} \delta_{l_{\alpha\beta}, 0} ;$$

donc dans $\psi_{4\text{He}}$ seuls contribueront les termes tels que $m_{l_{\alpha\beta}} = 0$;

$$l_{\alpha\beta} = 0$$

$$\langle Y_{l_{\gamma\delta}}^m(\Omega_3) | Y_0^0(\Omega_3) \rangle = \delta_{m_{l_{\gamma\delta}}, 0} \delta_{l_{\gamma\delta}, 0} .$$

Nous avons par ailleurs $l_{\alpha\beta} = \Lambda_{\alpha\beta} = 0$

$$l_{\gamma\delta} = \Lambda_{\gamma\delta} = 0 .$$

$\Lambda_{\alpha\beta}$, $\Lambda_{\gamma\delta}$ sont reliés à l lequel est égal à 1;

donc la seule possibilité pour l est 0, d'où $m_l = 0$ et l'intégrale relative

à la coordonnée u_1 sera donc:

$$\langle Y_{l=0}^0(\Omega_1) | Y_2^1(\Omega_1) + Y_2^{-1}(\Omega_1) | Y_2^m(\Omega_1) \rangle = \left[\frac{(2 \times 0 + 1)(2 \times 2 + 1)(2 \times 2 + 1)}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & m' \end{pmatrix} \right\} = \frac{(-)}{(4\pi)^{\frac{1}{2}}} \left\{ \delta_{m, -1} + \delta_{m, +1} \right\} .$$

Finalement nous obtenons

$$\frac{i\sqrt{\pi}}{\sqrt{30}} \frac{(-)}{\sqrt{4\pi}} \delta_{m_{l_{\alpha\beta}}, 0} \delta_{l_{\alpha\beta}, 0} \delta_{m_{l_{\gamma\delta}}, 0} \delta_{l_{\gamma\delta}, 0} \delta_{l, 0} \delta_{m_l, 0} \left\{ \delta_{m, -1} + \delta_{m, 1} \right\} .$$

Considérons de la même façon le second terme:

$$u_2^2 \left[Y_2^1(\Omega_2) + Y_2^{-1}(\Omega_2) \right].$$

Nous obtiendrons les intégrales suivantes:

$$\begin{aligned} & \langle Y_{l_{\alpha\beta}}^m(\Omega_2) | Y_2^1(\Omega_2) + Y_2^{-1}(\Omega_2) | Y_0^0(\Omega_2) \rangle = \left[\frac{(2l_{\alpha\beta} + 1)(2 \times 2 + 1) 1}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \\ & \times \left[\begin{pmatrix} l_{\alpha\beta} & 2 & 0 \\ m & 1 & 0 \\ l_{\alpha\beta} & & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l'_{\alpha\beta} & 2 & 0 \\ m' & -1 & 0 \\ l'_{\alpha\beta} & & \end{pmatrix} \right]. \end{aligned}$$

Les conditions d'existence des $3j$ imposent que $l_{\alpha\beta} = l'_{\alpha\beta} = 2$

$$m_{l_{\alpha\beta}} = -1 \quad m'_{l_{\alpha\beta}} = +1.$$

$$\text{Ce terme vaut: } \frac{(-)}{(4\pi)^2} \left[\delta_{m_{l_{\alpha\beta}}, -1} + \delta_{m_{l_{\alpha\beta}}, 1} \right].$$

$$\text{L'intégrale sur } u_3 \text{ sera } \langle Y_{l_{\gamma\delta}}^m(\Omega_3) | Y_0^0(\Omega_3) \rangle = \delta_{l_{\gamma\delta}, 0} \delta_{m_{l_{\gamma\delta}}, 0}.$$

L'intégrale sur la coordonnée u_1 sera

$$\langle Y_l^m | Y_2^m \rangle = \delta_{m_l, m} \delta_{l, 2}.$$

$$\text{Mais } m_l = -m_{l_{\alpha\beta}}, -m_{l_{\gamma\delta}} = m.$$

On obtient comme résultat pour ce terme

$$\frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{30}} \frac{(-)}{(4\pi)^Z} \delta_{\gamma\delta, 0} \delta_{m_{\gamma\delta}, 0} \delta_{\alpha\beta, 2} \delta_{\ell, 2} \left\{ \delta_{m, 1} \delta_{m_{\alpha\beta}, -1} + \delta_{m, -1} \delta_{m_{\alpha\beta}, +1} \right\}$$

pour le troisième terme, le résultat s'obtient par analogie en échangeant les $\alpha\beta$ pour $\gamma\delta$ et u_2 pour u_3 .

On traite de la même façon les quatre autres termes; nous indiquons simplement le résultat final,

quatrième terme:

$$\frac{i}{4\sqrt{30}} \delta_{\alpha\beta, 0} \delta_{m_{\alpha\beta}, 0} \delta_{\gamma\delta, 1} \delta_{m_{\gamma\delta}, \pm 1} \delta_{m_{\ell}, \pm 1} \delta_{m, \mp 1} \delta_{\ell, 1}$$

cinquième terme:

analogue au quatrième en échangeant $\alpha\beta$ pour $\gamma\delta$ et u_2 pour u_3

sixième terme:

$$\frac{-i}{4\sqrt{30}} \delta_{\gamma\delta, 0} \delta_{m_{\gamma\delta}, 0} \delta_{\alpha\beta, 1} \delta_{m_{\alpha\beta}, 0} \delta_{\ell, 1} \delta_{m_{\ell}, 0} \delta_{m, \pm 1}$$

septième terme:

analogue au sixième en échangeant $\alpha\beta$ pour $\gamma\delta$ et u_2 pour u_3 .

Evaluons maintenant les parties radiales des intégrations apparaissant dans l'élément de matrice que nous considérons; nous écrirons en détail le calcul pour le terme $A_1 + A_3$ et raisonnerons par analogie pour les termes $A_2 + A_3$, $A_1 + A_4$, $A_2 + A_4$.

Pour le terme $A_1 + A_3$, 7 termes vont apparaître selon le développement

de l'opérateur en harmoniques sphériques. Considérons les successive-
ment en écrivant pour chacun d'eux la fonction d'onde $\psi_{4\text{He}}$ en tenant
compte des restrictions imposées par le traitement des intégrales
angulaires.

Le premier terme conduit à résoudre:

$$\frac{E_{\gamma}}{2 \hbar c} \frac{1}{\sqrt{4!}} \frac{\sqrt{3}}{2} \sum_{\substack{n_{\alpha}, n_{\beta} \\ n_{\gamma}, n_{\delta}}}^3 C_{n_{\alpha}}^p C_{n_{\beta}}^n C_{n_{\gamma}}^p C_{n_{\delta}}^n \sum_{n_{\alpha\beta}} \delta(n_{\alpha} + n_{\beta}, n_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta})$$

$$\delta(n_{\gamma} + n_{\delta}, n_{\gamma\delta} + N_{\gamma\delta}) \times \langle n_{\alpha\beta} 0 N_{\alpha\beta} 0 0 | n_{\alpha} 0 n_{\beta} 0 0 \rangle \langle n_{\gamma\delta} 0 N_{\gamma\delta} 0 0 | n_{\gamma} 0 n_{\delta} 0$$

$$\langle 0 0 0 0 | 0 0 \rangle \langle 0 0 0 0 | 0 0 \rangle \langle 0 0 0 0 | 0 0 \rangle \sum_n \langle n 0 0 0 0 | N_{\alpha\beta} 0 N_{\gamma\delta} 0 0 \rangle$$

$$\delta(n, N_{\alpha\beta} + N_{\gamma\delta}) \langle 0 0 0 0 | 0 0 \rangle \frac{-i}{2\sqrt{30}} \frac{1}{N^2} \langle (1,2) n_{\alpha\beta} 0 0 | \psi(1,2) \rangle$$

$$\langle (3,4) n_{\gamma\delta} 0 0 | \psi(3,4) \rangle \langle n 0 0 | u_1^2 (\delta_{m,-1} + \delta_{m,+1}) | \mathcal{O}_2^m \rangle$$

où C_n^p représente la valeur de C_n pour des protons

et C_n^n représente la valeur de C_n pour des neutrons.

Le facteur numérique qui apparait sera $\frac{E_{\gamma}}{\hbar c} \frac{-i}{96\sqrt{5}}$,

pour le second terme nous obtiendrons:

$$\frac{E_\gamma}{2 \hbar c} \frac{1}{\sqrt{4!}} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{-i}{4 \sqrt{30}} \sum_{\substack{n_\alpha, n_\beta \\ n_\gamma, n_\delta}} C_{n_\alpha}^P C_{n_\beta}^n C_{n_\gamma}^P C_{n_\delta}^n (n_\alpha + n_\beta, n_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} - 2)$$

$$\delta(n_\gamma + n_\delta, n_{\gamma\delta} + N_{\gamma\delta} + 0) \langle n_{\alpha\beta} \ 2N_{\alpha\beta} \ 2 \ 0 | n_\alpha \ 0 \ n_\beta \ 0 \ 0 \rangle$$

$$\langle n_{\gamma\delta} \ 0 \ N_{\gamma\delta} \ 0 \ 0 | n_\gamma \ 0 \ n_\delta \ 0 \ 0 \rangle \langle 2 \ 2 \ -m \ +m | 0 \ 0 \rangle \langle 0 \ 0 \ 0 \ 0 | 0 \ 0 \rangle$$

$$\sum_n \langle n \ 2 \ 0 \ 0 \ 2 | N_{\alpha\beta} \ 2 \ N_{\gamma\delta} \ 0 \ 2 \rangle \delta_{(2n+2, 2N_{\alpha\beta}+2+2N_{\gamma\delta})} \langle 2 \ 0 \ m_\ell \ 0 | 2 \ m_\ell \rangle$$

$$\langle n_{\alpha\beta} \ 2 | u_2^2 | \psi(1, 2) \rangle \langle n_{\gamma\delta} \ 0 | \psi(3, 4) \rangle \langle n \ 2 | \mathcal{O}_2^m \rangle \delta_{m, \pm 1}$$

or le coefficient de Clebsch Gordan $\langle 2 \ 2 \ -m \ m | 0 \ 0 \rangle = \frac{(-)^{-m}}{5^{\frac{1}{2}}}$ où m

ne peut prendre que les valeurs ± 1 , donc ce coefficient

vaut $\frac{-1}{5^{\frac{1}{2}}}$ et le facteur numérique qui subsiste sera: $\frac{E_\gamma}{\hbar c} \frac{i}{960}$.

Pour le troisième terme nous obtiendrons le même résultat; en effet il suffit de remplacer $\alpha\beta$ par $\gamma\delta$. Comme l'expression est entièrement symétrique par rapport à cette permutation nous aurons le même résultat.

Pour des raisons identiques de symétrie les contributions des 4ième et 6ième termes en $u_3 u_1$ s'annuleront avec celles des 5ième et 7ième termes en $u_2 u_1$.

En résumé le groupement $A_1 + A_3$ dans l'opérateur de transition et le terme A de la fonction d'onde de l'état final, contribuent à la section efficace de deux façons. Ces deux contributions seront appelées TERM1 et TERM2 et calculées par programme.*

L'élément de matrice calculé jusqu'à présent est

$$M_{if}^{A, A_1 + A_3} = - \frac{E_\gamma}{\hbar c} \left(\frac{i}{96\sqrt{5}} \text{TERM1} - \frac{2i}{960} \text{TERM2} \right).$$

Voyons maintenant quelle sera la contribution des autres termes que comporte l'opérateur de transition.

Pour le terme $A_2 + A_3$, le développement de $\psi_{4\text{He}}$ sera exactement le même que celui subsistant après traitement des parties spin et isospin dans le cas du calcul de $A_1 + A_3$, sauf que la somme sur les $n_\alpha, n_\beta, n_\gamma, n_\delta$ devient $\sum_{\substack{n_\alpha, n_\beta \\ n_\gamma, n_\delta}}^3 C_{n_\alpha}^n C_{n_\beta}^p C_{n_\gamma}^p C_{n_\delta}^n$.

On voit cette fois que nous n'avons plus la correspondance $\gamma \rightarrow \alpha$ et $\delta \rightarrow \beta$ à cause du fait que les C_{n_α} dépendent de l'isospin. Le développement de $A_2 + A_3$ fait apparaître les mêmes termes que ceux de $A_1 + A_3$ sauf des changements de signe pour les termes en $u_1 u_2$ et $u_1 u_3$ qui sont maintenant de même signe.

* TERM1 et TERM2 sont définis dans l'appendice D.

Pour le terme en u_1^2 on retrouve le terme en u_1^2 calculé dans le cas de l'opérateur $A_1 + A_3$ en faisant le changement $\alpha \rightarrow \beta$ mais d'après les relations de symétrie des coefficients de Moshinsky on a la relation:

$$\langle n_{12} \ell_{12} N_{12} \Lambda_{12} \Lambda | n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 \Lambda \rangle = (-)^{\Lambda_{12} - \Lambda} \langle n_{12} \ell_{12} N_{12} \Lambda_{12} \Lambda | n_2 \ell_2 n_1 \ell_1 \Lambda \rangle .$$

Dans le calcul du terme en u_1^2 interviennent les coefficients

$$\langle n_{\alpha\beta} 0 N_{\alpha\beta} 0 0 | n_{\alpha} 0 n_{\beta} 0 0 \rangle = (-)^{0-0} \langle n_{\alpha\beta} 0 N_{\alpha\beta} 0 0 | n_{\beta} 0 n_{\alpha} 0 0 \rangle$$

donc finalement le calcul donnera le même résultat.

Pour les termes en u_2^2 et u_3^2 on arrive aux mêmes conclusions car $\langle n_{\alpha\beta} 2 N_{\alpha\beta} 2 0 | n_{\alpha} 0 n_{\beta} 0 0 \rangle = (-)^2 \langle n_{\alpha\beta} 2 N_{\alpha\beta} 2 0 | n_{\beta} 0 n_{\alpha} 0 0 \rangle$.

Par contre dans le calcul des termes en $u_1 u_2$ interviennent des coefficients de Moshinsky de la forme $\langle n_{\alpha\beta} 1 N_{\alpha\beta} 1 0 | n_{\alpha} 0 n_{\beta} 0 0 \rangle$ qui changent de signe lorsque l'on permute α et β pour se ramener au calcul déjà fait dans le cas de $A_1 + A_3$. Comme par contre pour le terme en $u_1 u_3$ il n'y a pas lieu de permute γ et δ , les termes en $u_1 u_2$ et $u_1 u_3$ vont s'annuler respectivement.

On peut montrer de même que les contributions des autres

termes du développement de Q_2 contribuent tous pour la même part à la section efficace.

Ceci complète l'étude de l'élément de matrice $\langle \psi_{4\text{He}} | Q_2 | A \rangle$.

Il faut maintenant refaire le même travail pour calculer les autres

termes $\langle \psi_{4\text{He}} | Q_2 | B \rangle$ et $\langle \psi_{4\text{He}} | Q_2 | C \rangle$.

IV.2.1 - Evaluation du terme $\langle \psi_{4\text{He}} | Q_2 | B \rangle$

Nous reprenons ici le calcul précédent sans entrer dans les détails.

Dans ce terme, ce sont les particules (3, 2) et (1, 4) qui sont couplées. Nous utiliserons un système de coordonnées différent pour développer $\psi_{4\text{He}}$, tenant compte de cette partition:

$$2 \vec{u}_1 = (\vec{r}_1 + \vec{r}_4 - \vec{r}_3 - \vec{r}_2)$$

$$\vec{u}_2 = \vec{r}_1 - \vec{r}_4$$

$$\vec{u}_3 = \vec{r}_3 - \vec{r}_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{N}} Q_2 | B \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1}{2} \left[(A'_1 + A'_3) p_1 n_2 p_3 n_4 - (A'_1 + A'_2) p_1 p_2 n_3 n_4 - \right. \\ \left. - (A'_3 + A'_4) n_1 n_2 p_3 p_4 + (A'_2 + A'_4) n_1 p_2 p_4 n_3 \right]$$

où A' est l'opérateur $\frac{E}{2\hbar c} \sum_i y_i z_i$.

Réécrivons la fonction d'onde de l'hélium en couplant cette fois les particules (3,2) et (1,4).

Cela se fait par analogie avec le développement du calcul précédent dans lequel on remplace $\alpha\beta$ par $\alpha\delta$ et $\gamma\delta$ par $\gamma\beta$. On obtient:

$$|\psi_{4\text{He}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{4!}} \sum_{\mu}^{\frac{1}{2}} \delta(\alpha, \beta, \gamma, \delta) (-)^{P(\alpha, \beta, \gamma, \delta)} \sum_{\substack{J_{\alpha\delta} \\ J_{\gamma\beta}}} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\alpha} m_{\delta} | J_{\alpha\delta} M_{\alpha\delta} \rangle$$

$$\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\gamma} m_{\beta} | J_{\gamma\beta} M_{\gamma\beta} \rangle \sum_{S_{\alpha\delta}, S_{\gamma\beta}} \delta(J_{\alpha\delta}, S_{\alpha\delta}) \delta(J_{\gamma\beta}, S_{\gamma\beta}) \sum_{\substack{m_{S_{\alpha\delta}} \\ m_{S_{\gamma\beta}}} \delta(m_{S_{\alpha\delta}}, m_{\alpha} + m_{\delta})$$

$$\delta(m_{S_{\gamma\beta}}, m_{\gamma} + m_{\beta}) \sum_{\substack{n_{\alpha} n_{\beta} \\ n_{\gamma} n_{\delta}}}^3 C_{n_{\alpha}} C_{n_{\beta}} C_{n_{\gamma}} C_{n_{\delta}} \sum_{\substack{n_{\alpha\delta}, l_{\alpha\delta} \\ n_{\gamma\beta}, l_{\gamma\beta}}} \delta(\Lambda_{\alpha\delta}, l_{\alpha\delta}) \delta(\Lambda_{\gamma\beta}, l_{\gamma\beta})$$

$$\delta(n_{\alpha} + n_{\delta}, n_{\alpha\delta} + N_{\alpha\delta} + l_{\alpha\delta}) \delta(n_{\gamma} + n_{\beta}, n_{\gamma\beta} + N_{\gamma\beta} + l_{\gamma\beta}) \langle n_{\alpha\delta} l_{\alpha\delta} N_{\alpha\delta} \Lambda_{\alpha\delta} 0 | n_{\alpha} 0 n_{\delta} 0 0$$

$$\langle n_{\gamma\beta} l_{\gamma\beta} N_{\gamma\beta} \Lambda_{\gamma\beta} 0 | n_{\gamma} 0 n_{\beta} 0 0 \rangle \sum_{\substack{m_{l_{\alpha\delta}}, m_{l_{\gamma\beta}}} \delta(m_{l_{\alpha\delta}}, -m_{\Lambda_{\alpha\delta}}) \delta(m_{l_{\gamma\beta}}, -m_{\Lambda_{\gamma\beta}})$$

$$\sum_{L, M_L} \delta(M_L, -m_{l_{\alpha\delta}} - m_{l_{\gamma\beta}}) \langle \Lambda_{\alpha\delta} \Lambda_{\gamma\beta} -m_{l_{\alpha\delta}} -m_{l_{\gamma\beta}} | L M_L \rangle \langle l_{\alpha\delta} \Lambda_{\alpha\delta} m_{l_{\alpha\delta}} m_{\Lambda_{\alpha\delta}} | 0 0 \rangle$$

$$\langle l_{\gamma\beta} \Lambda_{\gamma\beta} m_{\gamma\beta} | 0 0 \rangle \sum_{n,l} \langle n l 0 0 | N_{\alpha\delta} \Lambda_{\alpha\delta} N_{\gamma\beta} \Lambda_{\gamma\beta} l \rangle$$

$$\delta_{(2n+l, 2N_{\alpha\delta} + \Lambda_{\alpha\delta} + 2N_{\gamma\beta} + \Lambda_{\gamma\beta})} \sum_{m_l} \langle l 0 m_l 0 | l M_l \rangle | (1,4) n_{\alpha\delta} l_{\alpha\delta} m_{\alpha\delta} \rangle, S_{\alpha\delta} T_{\alpha\delta}$$

$$| (3,2) n_{\gamma\beta} l_{\gamma\beta} m_{\gamma\beta} \rangle S_{\gamma\beta} T_{\gamma\beta} | n l m_l \rangle | 0 0 0 \rangle .$$

La fonction B s'écrit $\frac{1}{\sqrt{N}} \frac{-}{\sqrt{3}} u_{(3,2)} u_{(1,4)} \sum_{m_{S_{32}}} (-)^{m_{S_{32}}} \chi_1^{m_{S_{32}}} (3,2)$

$$\times \chi_1^{-m_{S_{32}}} (1,4) R_2^m(u_1) .$$

Nous obtenons cette fois encore quatre éléments de matrice, correspondant aux groupements $(A'_i + A'_j)$ qui eux impliquent des $\mu_\alpha, \mu_\beta, \mu_\gamma, \mu_\delta$ déterminés. Reprenons le raisonnement sur le terme $A'_1 + A'_3$ par exemple: il implique $\mu_\alpha = \frac{1}{2} = \mu_\gamma, \mu_\beta = -\frac{1}{2} = \mu_\delta$.

Nous utiliserons pour déterminer la parité de la permutation envisagée le même classement donné précédemment.

Pour les spins nous obtenons:

$$\sum_{\alpha\beta\gamma\delta} (-)^{P(\alpha,\beta,\gamma,\delta)} \delta(\alpha,\beta,\gamma,\delta) \sum_{S_{\gamma\beta}, S_{\alpha\delta}} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_\alpha m_\delta | S_{\alpha\delta} m_{S_{\alpha\delta}} \rangle \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_\gamma m_\beta | S_{\gamma\beta} m_{S_{\gamma\beta}} \rangle$$

$$\langle (s_\alpha s_\delta) S_{\alpha\delta} | \langle (s_\gamma s_\beta) S_{\gamma\beta} | \frac{-}{\sqrt{3}} \sum_{m_{S_{32}}} (-)^{m_{S_{32}}} \chi_1^{m_{S_{32}}} (3,2) \chi_1^{-m_{S_{32}}} (1,4) \rangle$$

le résultat est

$$\left\{ (-)^{P(1432)} \frac{1}{\sqrt{3}} + (-)^{P(3214)} \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \frac{-}{\sqrt{3}} (-)^{P(1234)} + \frac{1}{2} \frac{-}{\sqrt{3}} (-)^{P(3412)} \right\}$$

$$= -\sqrt{3}$$

pour le terme $A'_1 + A'_3$ la partie spin isospin contribue pour $-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
 pour le terme $A'_1 + A'_2$ on trouve $+\frac{\sqrt{3}}{2}$;
 pour le terme $A'_3 + A'_4$ on trouve $+\frac{\sqrt{3}}{2}$;
 pour le terme $A'_2 + A'_4$ on trouve $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

et l'élément de matrice restant à calculer est

$$\langle \psi_{4_{\text{He spat}}} | -\frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ (A'_1 + A'_3) + (A'_1 + A'_2) + (A'_3 + A'_4) + (A'_2 + A'_4) \right\} | \frac{B}{\sqrt{N}} \rangle .$$

Explicitons la forme des opérateurs qui interviennent, dans le système de coordonnées considéré :

$$A'_1 + A'_3 = \frac{1}{4} \left\{ 2u_1^2 \cos\theta_1 \sin\theta_1 \sin\varphi_1 + u_2^2 \cos\theta_2 \sin\theta_2 \sin\varphi_2 + \right. \\ \left. u_3^2 \cos\theta_3 \sin\theta_3 \sin\varphi_3 + u_1 u_2 \left[\cos\theta_1 \sin\theta_2 \sin\varphi_2 + \cos\theta_2 \sin\theta_1 \sin\varphi_1 \right] \right. \\ \left. - u_1 u_3 \left[\cos\theta_1 \sin\theta_3 \sin\varphi_3 + \cos\theta_3 \sin\theta_1 \sin\varphi_1 \right] \right\} .$$

Cette expression est l'analogie du terme $A_1 + A_3$ dans le calcul précédent de même $A'_2 + A'_4$ est l'analogie du terme $A_2 + A_4$. Le terme $A'_3 + A'_4$ correspond à $A_2 + A_3$ et le terme $A'_1 + A'_2$ s'écrit comme $A_1 + A_4$.

On en déduit assez facilement que les calculs sont identiques à ceux

déjà faits et que finalement le résultat de cette partie de l'élément de matrice est (-) la valeur de l'élément précédent. Puisque B est précédé d'un signe (-) provenant des parties de spin et d'isospin, la contribution de B sera identique à celle de A.

On peut montrer qu'il en est de même pour le terme C du développement de ψ_{final} .

IV.2.m- Expression finale

Ainsi on obtient finalement:

$$\sigma = \frac{8\pi^3 \nu}{c} \sum_{m=-2}^{+2} \left| \langle \psi_{4\text{He}} | Q | \psi_f \rangle \right|^2 \rho_f(E)$$

les seules valeurs de m qui interviennent sont ± 1 .

En tenant compte des trois termes A, B, C, du développement de ψ_{final} et des quatre groupes dans l'opérateur de transition, on obtient

$$\sigma = \frac{4\pi^2 E_Y}{\hbar c} \left(\frac{E_Y}{\hbar c} \right)^2 e^2 \left| 3 \times 4 \frac{i}{96\sqrt{5}} (\text{TERM1} - \frac{2}{\sqrt{5}} \text{TERM2}) \right|^2 \rho_f(E)$$

| |
|---|
| $\sigma = \frac{\pi}{40} \frac{(E_Y)^3}{(\hbar c)^2} \frac{1}{137} \left \text{TERM1} - \frac{2}{\sqrt{5}} \text{TERM2} \right ^2 \rho_f(E)$ |
|---|

IV.2.n - Calcul de la densité d'états finaux

Puisque nous utilisons des fonctions d'onde sphériques pour représenter le mouvement relatif des deux deutérons dans l'état final, nous calculerons la densité d'états finaux $\rho_f(E)$ dans le système du centre de masse, dans la même boîte sphérique qui nous a servi à normaliser les fonctions d'onde sphériques.

$$\text{Nous avons } \rho_f = \frac{dn}{dE} = \frac{dn}{dk} \frac{dk}{dE} .$$

Par ailleurs nous avons la relation

$$k = m \pi$$

$$\text{et } E_t = E_\gamma - E_0 = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$$

$$k = \frac{(\sqrt{2 M E_t})}{\hbar}$$

$$\frac{dn}{dE} = \frac{1}{\pi} \frac{M}{\hbar k} = \rho_f(E) .$$

M masse du nucléon = masse réduite des deux deutérons;

E_t énergie cinétique des deux deutérons émis;

$E_\gamma - E_0$ énergie d'excitation - seuil de la réaction

k impulsion relative à la coordonnée u_1 .

Valeur de k:

$$k = \frac{(M_d)^{\frac{1}{2}}}{\hbar} (E_\gamma - E_0)^{\frac{1}{2}} \quad \text{où } M_d = 2 M .$$

Nous avons écrit un programme "Hartree" qui calcule l'expression finale de σ . Ce programme est décrit dans l'appendice E. On y indique aussi les vérifications de bon fonctionnement qui ont été faites.

IV.3 - Etude du comportement des fonctions d'onde oscillatrices et Hartree-Fock

A l'aide du formalisme développé au paragraphe précédent nous avons étudié le comportement de plusieurs fonctions d'onde de ${}^4\text{He}$ obtenues par B. Rouben et G. Saunier (Sa71), correspondant respectivement à un des potentiels nucléon-nucléon mis au point par G. Saunier et J.M. Pearson (Sa68).

Dans un premier temps G. Saunier et J.M. Pearson établissent différentes interactions nucléon-nucléon effectives semi-réalistes en exigeant des potentiels obtenus qu'ils aient une partie à longue portée conforme à l'interaction nucléon-nucléon réelle (OBEP); la partie à courte portée est choisie de façon phénoménologique pour que l'interaction totale obtenue satisfasse les conditions supplémentaires suivantes: elle doit permettre a) de saturer correctement la matière nucléaire au premier ordre de la théorie des perturbations, avec des corrections de second ordre petites,

b) de reproduire les paramètres de diffusion nucléon-nucléon

TABLEAU N° 7

| C_n | SP1 | | SP2 | | SP3 | | GAUSSIEN oscillateur harmonique | | GAUSSIEN Flowers et Mandl oscillateur harmonique | | EXPERIENCE |
|--------------------------------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|---------------------------------|---|--|---|------------|
| | p | n | p | n | p | n | p | n | p | n | |
| n = 0 | -.9991 | -.9992 | .9828 | .9822 | -.9947 | -.9950 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| n = 1 | .0144 | .0099 | .1681 | .1715 | .0488 | .0441 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| n = 2 | -.0385 | -.0380 | .0733 | .0737 | -.0902 | -.0887 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| n = 3 | .0099 | .0092 | .0021 | .0226 | -.0119 | -.0109 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| rayon | | | | | | | | | | | |
| B.Rouben | 2.12 | | 1.86 | | 1.81 | | | | | | 1.67 |
| Cusson et all | | | (1.65) | | | | 1.86 | | 2.13 | | |
| énergie de liaison / A (MeV) | -4.86 | | -7.04 | | -3.91 | | -8.3 | | -6. | | -7.08 |
| $\gamma = \frac{h\nu}{Mc^2}$ | 2.5 | | 2.5 | | 2.5 | | 2.5 | | 3.46 | | |

de l'état impair jusqu'à 300 MeV,

c) de reproduire les paramètres de diffusion dans l'état singulet à basse énergie,

d) de reproduire les paramètres de diffusion dans l'état triplet à basse énergie,

e) et de reproduire le moment quadrupolaire du deutéron.

Les auteurs arrivent à la conclusion qu'il leur est impossible de satisfaire simultanément tous les critères et en déduisent quatre interactions caractérisées par la violation d'une des conditions nommées SP1, SP2, SP3, SP4.

Dans un second temps B. Rouben et G. Saunier calculent des fonctions d'onde de Hartree-Fock pour différents systèmes de A particules, considérés comme sphériques (doubles couches fermées). Ils obtiennent donc en particulier une série de fonctions d'onde pour ${}^4\text{He}$ correspondant à chacun des potentiels nucléon-nucléon SP. Ces fonctions d'onde se présentent sous la forme d'un déterminant de Slater dont les fonctions d'onde à une particule sont développées selon une base de l'oscillateur harmonique, tronquée pour des raisons de facilité à $n = 3$.

Le tableau No 7 donne les différents coefficients de ce développement ainsi que les valeurs obtenues pour le rayon et l'énergie de liaison par nucléon pour certains des potentiels étudiés.

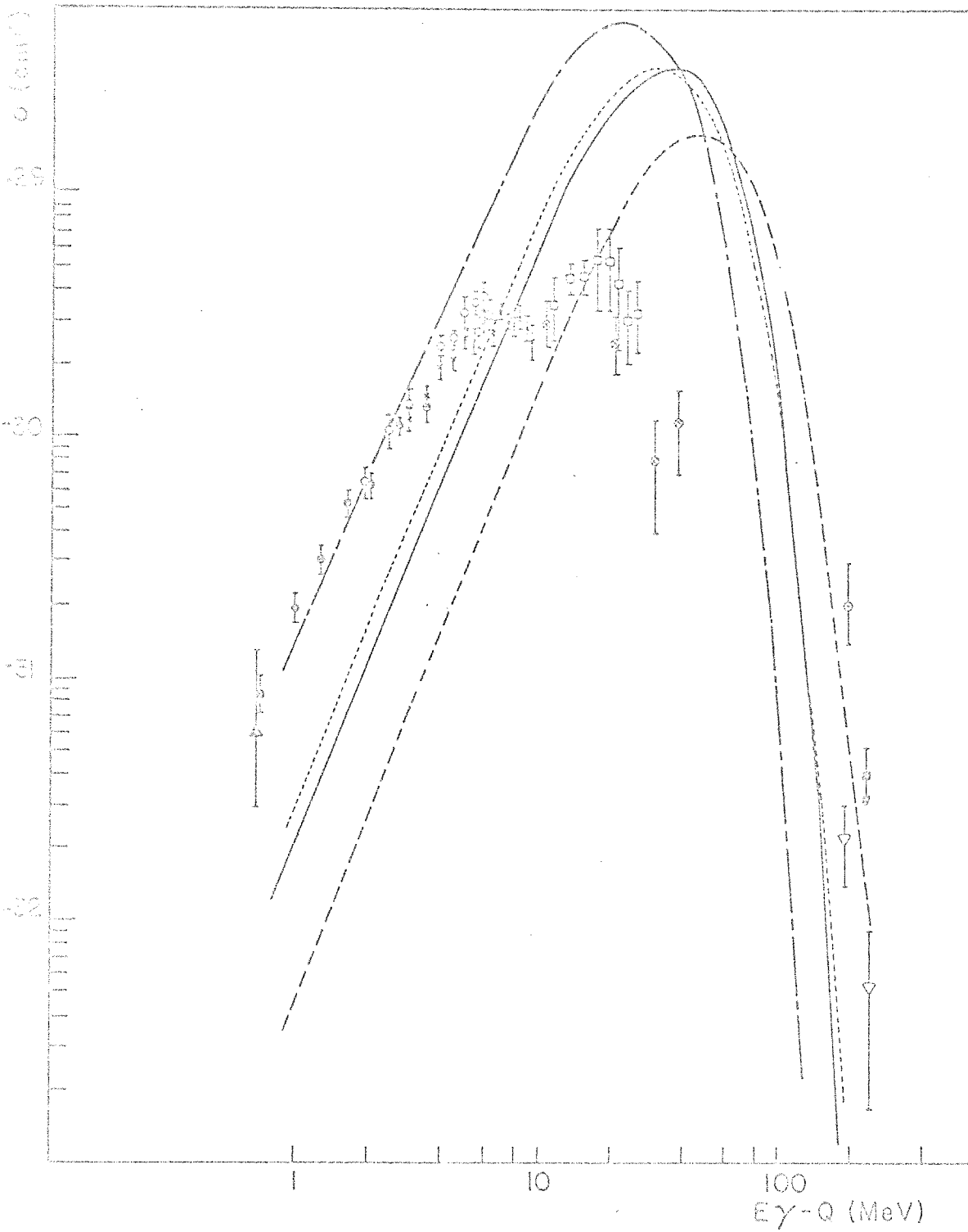


FIG.24 REACTION $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$

RESULTATS THEORIQUES

- FONCTION D'ONDE ${}^4\text{He} = \text{HARTREE FOCK [Sa71]}$ ----- SP2
- " " = OSCILLATEUR HARMONIQUE PUR (ħω = 16.6) ----- SPI
- " " = GAUSSIENNE [FM 51]

Il faut cependant remarquer que le rayon indiqué dans le tableau est en fait surestimé car il tient compte du mouvement parasite du centre de masse. Des calculs effectués par Cusson et Lee (Cu70) montrent que si on calcule le rayon à partir de

$$r_c^2 = \frac{1}{A} \langle \psi_{HF} | \sum_{i=1}^A (r_i - R)^2 \left(\frac{1}{2} + \tau \right) | \psi_{HF} \rangle + a_N^2$$

où

$$\vec{R} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i$$

au lieu de

$$r^2 = \frac{1}{A} \langle \psi_{HF} | r^2 \left(\frac{1}{2} + \tau \right) | \psi_{HF} \rangle + a_N^2$$

on obtient des rayons qui sont en meilleur accord avec l'expérience; par exemple ils obtiennent $r = 1.65$ fermi avec le potentiel SP2.

Nous avons étudié le comportement des fonctions d'onde obtenues à l'aide des potentiels nucléon-nucléon SP1 et SP2 et aussi avec les fonctions d'onde purement gaussiennes de Flowers et Mandl et celles du modèle oscillatoire simple obtenues en posant les différents coefficients $C_n = 0$ si $n \neq 0$ et $C_n = 1$ si $n = 0$. (Ce qui donne une fonction d'onde purement gaussienne; voir appendice E page 170)

Les résultats sont présentés sur la figure 24 où nous avons porté les différentes mesures expérimentales en utilisant le même symbolisme que celui déjà utilisé à la figure 18. Les quatre courbes tracées correspondent respectivement à chacun des cas précédemment cités.

Les courbes portées sur la figure 24 ont toutes été obtenues en choisissant une fonction d'onde de type Hulthen pour représenter les deux deutérons. Nous avons constaté que ces courbes étaient très peu sensibles aux changements de forme de la fonction d'onde du deutéron. Seule la fonction d'onde de type gaussien utilisée par Flowers et Mandl pour le deutéron apportait des variations (quoique peu importantes) mais il faut remarquer que les valeurs des paramètres utilisés par ces auteurs étaient très peu réalistes. Nous avons essayé différentes formes de Hulthen en variant le paramètre ρ (voir appendice E page 167) et aussi une fonction d'onde obtenue par B. Rouben (Ro69) à partir d'un potentiel nucléon-nucléon non local à coeur mou. Les résultats pour une même fonction d'onde d' ^4He sont très semblables.

On peut remarquer que l'allure des 4 courbes est très ressemblante mais ne concorde pas avec l'allure de la courbe expérimentale. La position et la hauteur du maximum de la section efficace semblent directement reliées à la valeur du rayon obtenu pour ^4He à l'aide de la fonction d'onde étudiée. Pour le potentiel SP2 qui donne les meilleures valeurs du rayon et de l'énergie de liaison, on constate que la courbe obtenue pour la section efficace décrit les valeurs expérimentales à haute énergie de Asbury et Loeffler. Mais dans ce domaine d'énergie certaines approximations (quantité de mouvement du photon négligeable, $\vec{k}_\gamma \cdot \vec{r} \ll 1$) deviennent caduques et les résultats

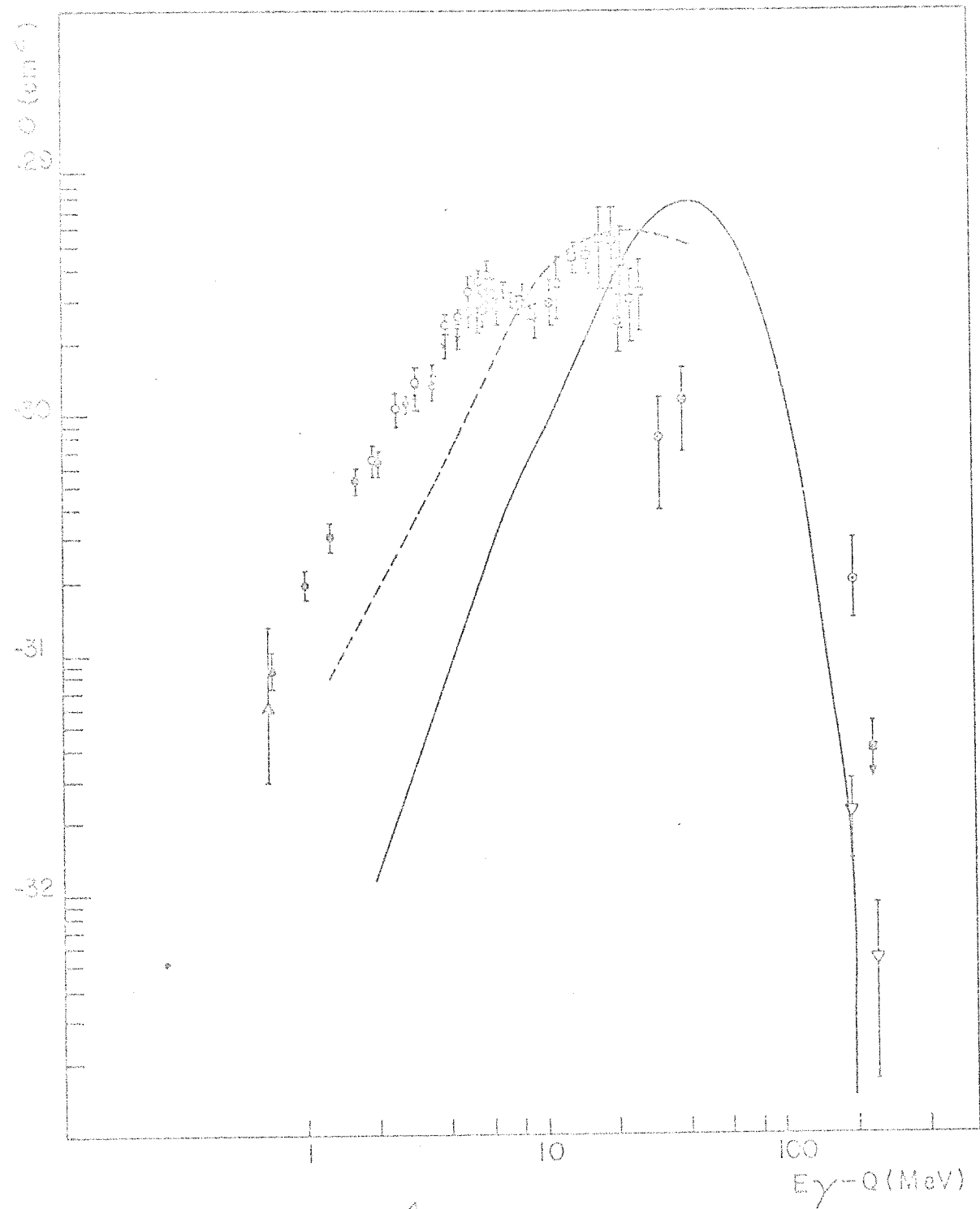


FIG. 25 REACTION $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$
 APPROXIMATION PWBA (Th 70)
 ——— FONCTION D'ONDE ${}^4\text{He}$ gaussienne ($r = 1.48$ fermi)
 - - - " " " Gunn Irving ($r = 1.48$ fermi)

donnés par le calcul doivent être considérés avec circonspection.

On remarque que pour représenter les résultats expérimentaux à basse énergie avec une fonction d'onde de type gaussien, il faut augmenter le rayon de l' ${}^4\text{He}$. Ceci est consistant avec le fait qu'une fonction d'onde de type exponentiel (Gunn Irving ou autre) permet de mieux reproduire les résultats à basse énergie pour une valeur raisonnable du rayon ${}^4\text{He}$ que la fonction d'onde de type gaussien produisant le même rayon, car la forme exponentielle décroît moins rapidement à haute énergie que la forme gaussienne. Sur la figure 25 nous avons porté pour comparaison les résultats de J. Thompson (Th70) en PWBA avec une fonction ${}^4\text{He}$ gaussienne et une fonction exponentielle produisant le même rayon (1.48 fermi). Dans le premier cas on observe le comportement que nous avons obtenu pour nos fonctions. Par contre la fonction exponentielle tend à rapprocher la courbe théorique des valeurs expérimentales à basse énergie mais s'en éloigne à haute énergie. Une forme exponentielle semble plus appropriée à basse énergie tandis qu'une forme gaussienne est préférable à haute énergie.

Asbury et Loeffler (As65), pour reproduire leurs valeurs expérimentales à haute énergie, avaient utilisé des fonctions d'onde de type exponentiel mais qui ne produisaient pas la bonne énergie de liaison ni le bon rayon de l'hélium (≈ 4 fermis).

Mais pour des fonctions de même type et produisant des

rayons comparables (par exemple SP2 et oscillateur harmonique simple) on remarque que la section efficace à basse énergie dépend aussi de la fonction d'onde. Ceci peut permettre lorsqu'on aura une interprétation correcte de la réaction de discriminer entre les différentes formes de fonctions d'onde proposées.

De toutes façons nous sommes amenés à la conclusion qu'aucune des fonctions d'onde étudiées ne permet de donner une représentation satisfaisante du noyau ${}^4\text{He}$ et de la réaction ${}^4\text{He}(\gamma, d)\text{D}$ simultanément.

Les fonctions d'onde de type Hartree-Fock comme celle issue du potentiel SP2, sont sans doute les meilleures fonctions d'onde que l'on puisse produire actuellement et il est remarquable qu'elles reproduisent si bien le rayon et l'énergie de liaison. On note que les valeurs obtenues, dans le cadre de l'approximation de Born (PWBA) pour les basses énergies d'excitation, sont loin des valeurs expérimentales, et du même ordre de grandeur que celles obtenues par Delves (De62) à partir de la matrice de diffusion. Le fait qu'il ait fait appel aussi à cette approximation conduit à penser que, si c'est en fait l'approximation en question qui n'est pas justifiée, on ne peut rejeter d'emblée son approche comme on avait semblé le faire d'abord.

IV.4 - Perspectives

On peut dès lors invoquer qu'une des approximations effectuées dans les calculs théoriques n'est pas valable.

Les mesures de distributions angulaires semblent confirmer l'hypothèse que les forces qui agissent sur le système sont purement centrales à une très bonne approximation près; donc nous ne remettons pas en cause cette hypothèse.

Par contre l'approximation qui consiste à considérer que les deutérons formés à partir de l'hélium n'interagissent pas et qu'on peut donc représenter leur mouvement relatif par des ondes de particules libres est plus douteuse. En particulier le noyau d' ^4He a un rayon très petit (1.67 f) tandis que les deutérons formés ont des dimensions de 2.8 fermis. Il existe donc une région importante où les deux deutérons sont complètement déformés et subissent des interactions non négligeables. Cet effet risque de dépendre de l'énergie cinétique relative des deux deutérons et devrait être sensible à basse énergie surtout. On a ici un effet analogue à celui introduit pour expliquer les réactions de photodésintégration de ^3He , par exemple voir article de N. J. Carron (Ca68).

De récents travaux ont essayé d'introduire une interaction dans l'état final à l'aide de la méthode des groupes résonants (Th70) (Sk70) et ont montré que cette modification pouvait rendre compte

partiellement des désaccords observés.

Sans entrer dans des calculs de type microscopique on peut sans doute avoir une idée de l'influence d'une interaction dans l'état final en remplaçant les fonctions d'onde planes du mouvement relatif des deux deutérons par des ondes distordues. Ces ondes sont obtenues à l'aide d'un programme "DWBA" où nous considérons le cas d'une diffusion élastique de deux deutérons par un potentiel central réel (on suppose qu'il n'y a pas d'autre voie ouverte). Dans ce cas nous choisirons un potentiel de Wood Saxon à trois paramètres ajustables: la profondeur du puits, son rayon et son épaisseur de surface.

Les paramètres devraient être choisis de façon à reproduire correctement la diffusion élastique $d + d$. Malheureusement une étude de la diffusion $d + d$ selon l'approximation des ondes distordues n'a pas été faite à ce jour et on ne connaît pas de potentiel optique propre à représenter la diffusion $d + d$. Loin de nous l'idée de justifier l'introduction d'un potentiel optique dans le cas présent, mais on peut considérer que cela constitue une façon de paramétriser la diffusion $d + d$ en fonction de l'énergie d'excitation. Pour la plupart des cas de diffusion de deutérons sur des noyaux légers on obtient une série de paramètres qui reproduisent également les sections efficaces. Il semble cependant que les meilleurs résultats soient obtenus avec des potentiels très profonds (atteignant 100 MeV) mais des rayons faibles

(1.2 fermis) (Ho64). Nous avons étudié quelques cas particuliers (potentiels réels seulement de -73 MeV et -60 MeV, de rayon variable de 1.2f à 1.7f).

On écrit donc la fonction d'onde de l'état final sous la forme:

$$\psi_f = \hat{A} (\psi_{d_1} \psi_{d_2} f(R))$$

où \hat{A} est l'opérateur d'antisymétrisation;

ψ_{d_1}, ψ_{d_2} sont les fonctions d'onde intrinsèques des deux deutérons, $f(R)$ est une fonction décrivant le mouvement relatif des deux deutérons, R est la coordonnée u_1 définie précédemment.

Nous remplaçons la fonction d'onde sphérique d'une particule libre de moment angulaire $\ell = 2$

$$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} k Y_2^m(\theta, \varphi) J_2(kR)$$

par $\chi_2(kR) Y_2^m(\theta, \varphi)$

où $\chi_2(kR)$ est la solution de l'équation

$$\left[\frac{p_r^2}{2M} + \frac{\ell(\ell+1) \hbar^2}{2M R^2} + V(R) - E \right] \chi_\ell(R) = 0$$

pour $\ell = 2$.

Le programme DWUCK calcule en fait la solution de l'équation.

$$\left[\frac{d^2}{dR^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{R^2} - \frac{2M}{\hbar^2} (U + U_c + U_l^j) \right] y_l(R) = 0$$

et $y_l(R)$ est reliée à $\chi_l(R)$ par $y_l(R) = R \chi_l(R)$.

Dans cette équation nous avons mis en évidence deux termes dans le potentiel d'interaction: U_c qui provient de l'interaction de Coulomb et U_l^j qui provient de l'interaction spin-orbite mais nous n'en avons pas tenu compte en première approximation.

Nous avons donc utilisé comme fonctions d'onde relatives les $\chi_l(r)$ proprement normalisés correspondant à différents potentiels U d'interaction. Nous avons pu obtenir des courbes d'excitation pour quelques cas qui permettent de définir le sens dans lequel on modifie ces courbes en fonction des paramètres choisis pour le potentiel.

Tous les calculs ont été faits en utilisant la fonction d'onde ^4He issue du potentiel nucléon-nucléon SP2 et des fonctions radiales de type Hulthen pour représenter les deutérons. D'autre part nous avons utilisé une interaction qui ne dépendait pas de l'énergie.

Dans cette étude préliminaire, nous nous sommes limités à l'étude de deux valeurs de la profondeur du puits et de trois valeurs du rayon du puits. L'épaisseur de surface était maintenue constante $a = .65$ fermi et nous n'avons pas introduit de potentiel imaginaire pour tenir compte d'une absorption possible dans les

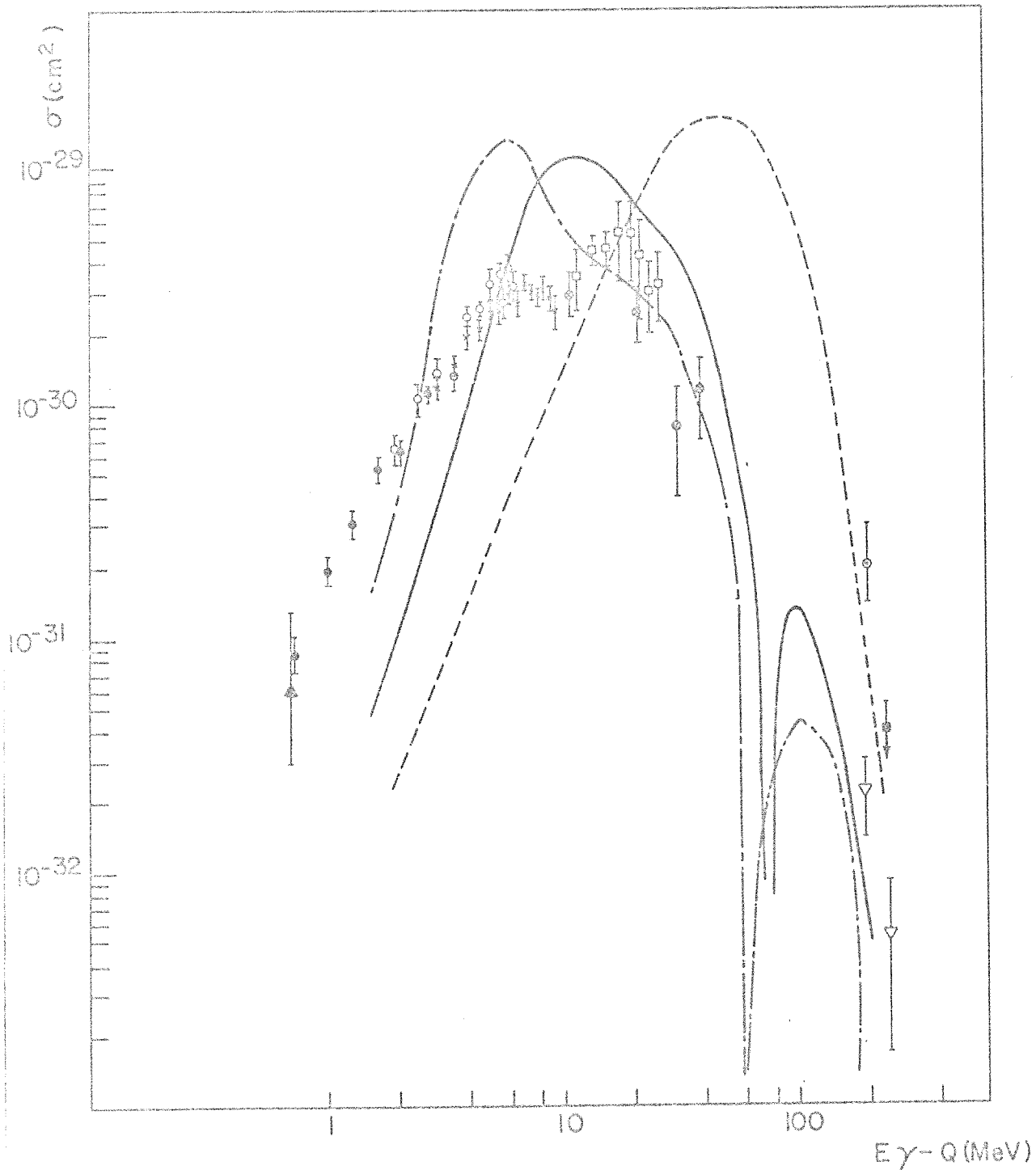


FIG.26 REACTION $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow d + d$: VARIATION DE LA SECTION EFFICACE EN FONCTION DE L'INTERACTION DANS L'ETAT FINAL.

--- ONDE PLANE (SP2)

— ONDE DISTORDUE $U = -73$ MeV
 $r = 1.5 A^{1/3}$ fermi

— " $U = -73$ MeV
 $r = 1.7 A^{1/3}$ fermi

voies $D(d, n)^3\text{He}$ ou $D(d, p)\text{T}$.

La figure 26 présente l'allure des courbes obtenues dans deux des cas étudiés. On peut y voir un déplacement du pic de section efficace maximale vers les basses énergies, une augmentation très sensible de la section efficace à basse énergie. Mais il apparaît un dédoublement de la courbe d'excitation. Sans doute nous avons considéré que l'interaction ne dépendait pas de l'énergie ce qui n'est pas très réaliste. Il faut remarquer que les travaux préliminaires d'Erdas (Er70) faisaient état du même phénomène.

Une dépendance de l'énergie permettrait sans doute d'améliorer les résultats car on doit s'attendre à une augmentation de la section efficace à basse énergie alors qu'à haute énergie on doit tendre vers l'approximation des ondes planes.

Les mesures très récentes d'Arkotov (Ar71) semblent montrer une structure dans la section efficace vers 40 MeV d'énergie d'excitation mais il ne s'agit là que de mesures préliminaires.

La conclusion nous semble être qu'aucune fonction d'onde représentant ^4He ne permet d'obtenir une concordance entre les résultats expérimentaux et les courbes calculées dans le cadre de l'approximation des ondes planes. Il semble qu'une voie de résoudre le problème est d'introduire une interaction dans l'état final.

Ainsi notre but initial qui était de comparer divers types de fonctions d'onde pour ^4He ne peut être atteint dans le cadre de

l'approximation des ondes planes. Il faudra donc d'abord mieux connaître le mécanisme de la réaction avant de pouvoir tenter une telle comparaison.

La structure que font apparaître certains calculs dans la courbe d'excitation dans la région $E_{\gamma} - Q = 40$ à 100 MeV incite à essayer de mesurer la partie manquante du point de vue expérimental.

Enfin on peut dire que les fonctions d'onde de type Hartree-Fock étudiées se comportent essentiellement comme des gaussiennes et qu'à ce titre elles constituent une bonne représentation de ${}^4\text{He}$. Nous avons enfin tenu compte de façon précise de l'antisymétrisation ce qui était une lacune des calculs précédents.

CHAPITRE VANALYSE THEORIQUE DES COURBES DE DISTRIBUTIONS ANGULAIRES

- V.1 - Approximation des forces centrales
- V.2 - Cas des forces non centrales
- V.3 - Analyse des résultats expérimentaux

CHAPITRE V

ANALYSE THEORIQUE DES COURBES DE DISTRIBUTIONS ANGULAIRES

Dans ce chapitre nous examinons quelles sont les formes des distributions angulaires permises pour la réaction $d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$. Dans un premier temps cette étude est faite dans le cadre de l'approximation des forces centrales pures agissant entre les nucléons. Dans un deuxième temps nous voyons quelles sont les nouvelles formes possibles lorsqu'on abandonne cette approximation.

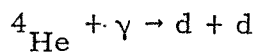
Nous comparons ensuite les résultats expérimentaux que nous avons obtenus ainsi que ceux obtenus par divers auteurs avec ces prédictions théoriques.

V.1 - Approximations des forces centrales

La première approximation que l'on peut envisager pour étudier la réaction ${}^4\text{He} (\gamma, d)D$ consiste à considérer que seules des forces centrales agissent entre les nucléons. Ceci implique que le noyau ${}^4\text{He}$ se trouve dans un état $L = 0, J = 0$ que l'on note 1S tandis que les deutérons sont dans des états 3S ($L = 0, J = 1$). L et S sont alors de bons nombres quantiques, c'est pourquoi on peut utiliser la notation spectroscopique pour représenter les états du système.

TABLEAU No 8

Transitions permises. Cas des forces centrales.



Spin des
noyaux

$0^+ \quad 1^+ \quad 1^+$

Spin de
la voie

$0 \quad 2, 1, 0$

| Spin de la voie | | Mouvement relatif | Spin total | Multipolarité | | Explications |
|-----------------|--------|----------------------|------------|---------------|---------------|----------------------------|
| Entrée | Sortie | | | | | |
| 0^+ | 0^+ | 0 | 0^+ | E_0 | non | impossible |
| 0^+ | 0^+ | 2^+ | 2^+ | E_2 | oui | |
| 0^+ | 0^+ | 4^+ | 4^+ | E_4 | oui | |
| 0^+ | 1^+ | 1^- | 0^- | M_0 | non | impossible |
| | | | 1^- | E_1 | non | changement de |
| | | | 2^- | M_2 | non | L et de S |
| 0^+ | 1^+ | 3^- | 2^- | M_2 | non | changement de |
| | | | 3^- | E_3 | non | L et de S |
| | | | 4^- | M_4 | non | |
| 0^+ | 2^+ | 0^+ | 2^+ | E_2 | non | ne peut changer le spin |
| | | 2^+ | | non | changement de | |
| | | 4^+ | | non | L et de S | |

Expérimentalement on sait que le deutéron est à 96% dans l'état 3S , tandis que l'on peut montrer par l'étude des distributions angulaires des réactions $^4\text{He} (\gamma, n) ^3\text{He}$ ou $^4\text{He} (\gamma, p) \text{T}$ que l'état 1S est vraiment l'état dominant d' ^4He (Wa70).

Dans le cadre de cette approximation, les formes de distributions angulaires permises sont très limitées par le fait que pour des transitions entre des états S purs, les transitions électriques et magnétiques ne peuvent changer simultanément la valeur de L et S (voir remarque page 73). De plus les deux noyaux de l'état final étant identiques, la fonction d'onde représentant cet état doit être symétrique par rapport à l'échange des deux deutérons. Cela impose que L et S soient tous deux de même parité.

Dans le tableau No 8 nous montrons que la seule transition permise d'ordre inférieur à 3 est de type E_2 . La forme de la distribution angulaire correspondant à cette transition est:

$$\underline{W(\theta) = a \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{}} \quad (\theta \text{ angle dans le système du centre de masse}).$$

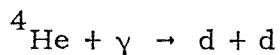
Ceci peut être obtenu, lorsqu'on connaît les spins des voies d'entrée et de sortie à partir de l'expression générale suivante: (Sh54) et aussi (Ba61).

$$W_{tt'}(\theta) = \sum_k (-1)^{S-I} Z(\ell j \ell' j', sk) Z_\gamma(L j L' j', Ik) P_k(\cos \theta).$$

où la somme sur k est limitée par les conditions triangulaires suivantes:

TABLEAU No 9

Transitions permises - Cas des forces non centrales



Spin des noyaux 0^+ 1^+ 1^+

Spin de la voie 0 $2, 1, 0$

| Spin de la voie | | Mouvement relatif L | Spin total J | Multipolarité de la transition | | Remarques Forme de la distribution angulaire |
|-----------------|-------------|------------------------|-----------------|--------------------------------|-----|--|
| Entrée | Sortie S | | | | | |
| 0^+ | 0^+ | 0 | 0^+ | E_0 | non | impossible |
| 0^+ | 0^+ | 2^+ | 2^+ | E_2 | oui | $(\sin^2 \theta \cos^2 \theta)$ |
| 0^+ | 0^+ | 4^+ | 4^+ | E_4 | oui | |
| 0^+ | 1^+ | 1^- | 0^- | M_0 | non | impossible |
| | | | 1^- | E_1 | oui | $(1 + \cos^2 \theta)$ |
| | | | 2^- | M_2 | oui | $(1 + \cos^2 \theta)$ |
| 0^+ | 1^+ | 3^- | 2^- | M_2 | oui | $(1 + 6\cos^2 \theta - 5\cos^4 \theta)$ |
| | | | 3^- | E_3 | oui | |
| | | | 4^- | M_4 | oui | |
| 0^+ | 2^+ | 0 | 2^+ | E_2 | oui | (A) |
| 0^+ | 2^+ | 2^+ | 0^+ | E_0 | non | interdite |
| | | | 1^+ | M_1 | oui | $(1 + \cos^2 \theta)$ |
| | | | 2^+ | E_2 | oui | $(2 + 3 \sin^2 \theta + 12 \sin^2 \theta \cos^2 \theta)$ |
| | | | 3^+ | M_3 | oui | |
| | | | 4^+ | E_4 | oui | |

$$\max(|\ell - \ell'|, |L - L'|, |j - j'|) \leq k \leq \min(\ell + \ell', L + L', j + j')$$

et où ℓ désigne le moment angulaire orbital de la particule, L la multipolarité du rayon gamma, π sa parité, j est le spin de l'état intermédiaire, I est le spin de l'état final, S est le spin de la voie d'entrée. Les quantités primées indiquent des quantités de même nature pouvant interférer.

Les lois de conservation de parité imposent en outre que $\ell + \ell' + k$ et $L + \pi + L' + \pi' + k$ soient pairs. Différentes voies de spin n'interfèrent pas.

Cette formule est très générale et permet d'atteindre la forme de la distribution angulaire pour les différentes valeurs de spins et des moments angulaires. Dans le cas où nous avons seulement une transition E_2 permise on peut obtenir la forme de la distribution angulaire beaucoup plus rapidement.

V.2 - Cas de forces non centrales

Examinons les conséquences de l'abandon de l'approximation des forces centrales sur les différentes transitions permises.

Maintenant L et S ne sont plus des bons nombres quantiques.

Le tableau No 9 présente les différentes transitions qui sont possibles. A l'aide de la formule citée plus haut, on peut obtenir les formes des distributions angulaires correspondant à chacune des

transitions. Nous nous sommes limités à l'étude des multipolarités d'ordre inférieur ou égal à 2 et elles sont indiquées dans la dernière colonne du tableau.

V.3 - Analyse des résultats expérimentaux

La façon la plus facile de mettre en évidence les autres multipolarités est de mesurer la valeur de la section efficace à $\theta_{cm} = 0^\circ$ et $\theta_{cm} = 90^\circ$ où la transition E_2 ne contribue pas à la section efficace différentielle.

Puisque la transition E_2 que l'on mesure principalement, correspond à la seule transition permise ayant 0 pour spin de la voie de sortie, il ne peut y avoir de terme d'interférence entre cette transition E_2 et des transitions d'autres multipolarités, ce qui est souvent la façon la plus nette de mettre en évidence des faibles contributions de certaines transitions.

Les seuls termes d'interférence possibles seront du deuxième ordre car ils ne peuvent provenir que de contributions de multipolarités de premier ordre. On doit donc mettre en évidence les distributions correspondant à ces seules multipolarités.

Pour trois d'entre elles, nous aurons des distributions de type $W(\theta) = 1 + \cos^2 \theta$, donc une valeur non nulle à $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 90^\circ$ avec la relation $\sigma(\theta = 0^\circ) = 2\sigma(\theta = 90^\circ)$.

La même relation sera satisfaite pour la transition M_2 (spin de la voie de sortie 1^-).

Pour les transitions E_2 (spin de la voie de sortie 2^+) nous aurons, soit une contribution constante à tous les angles, soit une contribution telle que $\sigma(\theta = 90^\circ) = \frac{5}{2} \times \sigma(\theta = 0^\circ)$.

Puisque nos mesures font ressortir de façon assez précises que la section efficace à $\theta = 90^\circ$ est très voisine de zéro, nous en déduisons que seules de petites contributions de type $W(\theta) = 1 + \cos^2\theta$ peuvent intervenir significativement. D'où la justification d'une mesure à 0° .

Les mesures à 0° ont montré que les contributions à la section efficace étaient aussi voisines de zéro, du moins de l'ordre de grandeur de la résolution de notre système de détection.

Nous pouvons donc conclure que la contribution à la section efficace venant d'autres transitions est assurément négligeable et que la détermination de la courbe d'excitation dans le cadre de l'approximation des forces centrales est sans doute justifiée.

CONCLUSION

Du point de vue expérimental, nous avons mesuré la section efficace de la réaction $d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$ entre 4 et 12.5 MeV, ainsi que les distributions angulaires pour trois énergies des deutérons incidents et onze angles d'observation. Nous en concluons que cette réaction procède via une transition électrique quadrupolaire pure (à 1% près) et donc que l'approximation des forces centrales agissant entre les nucléons est certainement justifiée dans ce cas. La courbe d'excitation pour la réaction ${}^4\text{He} + \gamma \rightarrow d + d$ que nous avons obtenue est compatible avec toutes les mesures récentes dans le domaine des faibles énergies d'excitation et présente une inflexion vers $E_\gamma - Q = 6$ MeV contrairement à ce que prédisent les calculs théoriques basés sur une interaction directe et faits dans l'approximation des ondes planes. Il serait très intéressant d'étendre les mesures dans les régions d'énergie moyenne et élevée afin de connaître parfaitement la courbe d'excitation. Les différences entre les mesures réalisées par réaction directe et inverse offrent aussi matière à expérience en vue de mettre en évidence une possible violation de l'invariance par rapport au renversement du temps.

Du point de vue théorique, nous avons montré que les fonctions d'onde du modèle en couche pour le noyau d' ${}^4\text{He}$ constituaient

une représentation au moins équivalente aux représentations phénoménologiques mais que le mécanisme de cette réaction n'était pas assez bien connu et traité théoriquement pour que l'on ait un moyen de sélection des fonctions d'onde pour ${}^4\text{He}$. Nous avons montré que l'introduction d'une interaction dans l'état final est sans doute nécessaire pour parvenir à reproduire la courbe d'excitation expérimentale dans son ensemble.

Notre calcul est cependant limité aux énergies faibles et moyennes et ne peut être étendu aux plus hautes énergies sans revenir sur les approximations des grandes longueurs d'onde. De plus pour des énergies supérieures au seuil de création des pions (≈ 150 MeV), il faut faire intervenir des mécanismes plus complexes (photoproduction de pions puis réabsorption (Pi71)).

Afin de mieux traiter la présence d'une interaction dans l'état final nous envisageons d'utiliser des programmes de recherche de paramètres de potentiel optique, modifiés pour tenir compte de la diffusion de particules identiques (ABACUS-2-), pour obtenir de bonnes paramétrisations des ondes distordues selon l'énergie d'excitation considérée et ainsi calculer une fonction d'excitation plus réaliste. Cette méthode devrait s'avérer assez simple, ce qui est une justification pour la tenter. En effet le traitement correct du problème à 4 nucléons de façon microscopique est très compliqué et hors de notre portée pour l'instant.

APPENDICES

A - Relations cinématiques

B - Etablissement des formules donnant la section efficace de photodésintégration

C - Norme de la fonction d'onde représentant l'état final

D - Définition des termes TERM1 et TERM2

E - Description et vérifications du programme HARTREE

APPENDICE - A

A.1 - Relation entre l'énergie des photons et l'énergie des deutérons
qui produisent la même énergie d'excitation dans le système
du centre de masse (Ja62)

Considérons la réaction ${}^4\text{He} + \gamma \rightarrow \text{d} + \text{d}$

$$E_{\text{cm}} = (m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 m_2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{on a posé } c = 1)$$

E_1 = énergie dans le système du laboratoire

or $E_1 = E_\gamma$, $m_1 = 0$, $m_2 = m_\alpha$.

D'où

$$E_{\text{cm}} = (m_\alpha^2 + 2E_\gamma m_\alpha)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Considérons la réaction inverse $\text{d} + \text{d} \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$

$$E_{\text{cm}} = (m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 m_2)^{\frac{1}{2}}$$

E_1 = énergie dans le système du laboratoire

$$E_1 = W_d + m_d = E_d$$

$$m_1 = m_2 = m_d$$

$$E_{\text{cm}} = (2m_d^2 + 2E_d m_d)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Dans le système du centre de masse les expressions (1) et (2) doivent être identiques, ce qui conduit à une relation entre E_γ et W_d

$$(m_\alpha^2 + 2E_\gamma m_\alpha)^{\frac{1}{2}} = (2m_d^2 + 2E_d m_d)^{\frac{1}{2}}$$

$$E_\gamma = W_d \frac{m_d}{m_\alpha} + \frac{2m_d + m_\alpha}{2m_\alpha} Q .$$

Si nous remplaçons les masses m_d et m_α par leur valeur respective, on obtient: $E_\gamma = 1.003 Q + 0.503 W_d$, où E_γ est l'énergie du photon, W_d l'énergie cinétique du deutéron incident dans le système du laboratoire; $Q = 2m_d - m_\alpha = 23.85 \text{ MeV}$.

A.2 - Energie des photons en fonction de l'angle d'observation et de l'énergie des deutérons incidents (Ba61)

Considérons la réaction $I + II \rightarrow \gamma + 2$.

Nous obtiendrons l'énergie du rayon gamma à partir de la formule relativiste suivante:

$$E_\gamma = \left(Q \frac{m_I + m_{II} + m_2}{2} + m_{II} w_I \right) \frac{1}{m_I + m_{II} + w_I - P_I \cos \theta_\gamma}$$

où Q est le bilan énergétique de la réaction,

m_I, m_{II}, m_2 les masses des particules I, II, et 2,

P_I, w_I la quantité de mouvement et l'énergie cinétique de la particule I incidente,

θ_γ l'angle d'observation du photon dans le laboratoire.

A la limite classique, on écrira que

$$P_I \approx \sqrt{2m_I w_I} .$$

Une sous-routine du programme d'analyse nous permettait d'obtenir E_γ à partir de la formule relativiste et de l'approximation sur P_I .

A.3 - Relation entre la section efficace pour la réaction de capture

$D(d, \gamma)^4\text{He}$ et la section efficace pour la réaction de photo-
désintégration $^4\text{He}(\gamma, d)D$.

Selon le principe du bilan détaillé on peut écrire la relation entre la section efficace totale pour une réaction nucléaire $I + II \rightarrow 1 + 2$ et la section efficace totale de la réaction inverse $1 + 2 \rightarrow I + II$ pour la même énergie d'excitation: (Ba61)

$$\frac{\sigma_{I+II}}{\sigma_{1+2}} = \frac{(2J_1 + 1)(2J_2 + 1)}{(2J_I + 1)(2J_{II} + 1)} \frac{P_1^2}{P_I^2}$$

où J représente les spins des particules interagissantes, P_1 et P_I sont les quantités de mouvement des particules 1 et I dans le système du centre de masse. Cette formule peut être écrite en fonction des quantités considérées dans le référentiel du laboratoire:

$$\frac{\sigma_{I+II}}{\sigma_{1+2}} = \frac{(2J_1 + 1)(2J_2 + 1)}{(2J_I + 1)(2J_{II} + 1)} \frac{A_1^2 - 4m_1^2(M_{II}^2 + 2m_I W_I)}{4m_{II}^2 W_I (2m_I + W_I)}$$

où $A_1 = (m_I + m_{II})^2 + 2 m_{II} W_I + m_1^2 - m_2^2$, W_I l'énergie cinétique de I.

Si nous appliquons ces relations aux cas des réactions $d + d \rightarrow \gamma + {}^4\text{He}$ et ${}^4\text{He} + \gamma \rightarrow d + d$ nous devons tenir compte de la présence de photons dont la multiplicité n'est pas $(2J + 1)$ mais 2; de plus nous avons affaire à des particules identiques en ce qui concerne les deutérons.

Ceci introduit un facteur $\frac{1}{2}$ dans le rapport ci-dessus:

$$\frac{\sigma(\gamma+\alpha)}{\sigma(d+d)} = \frac{1}{2} \frac{(2j_d + 1)^2}{2(2J_\alpha + 1)} \frac{4m_d^2 W_d (2m_d + W_d)}{[(2m_d)^2 + 2m_d W_d - m_\alpha]^2}$$

$$\frac{\sigma(\gamma+\alpha)}{\sigma(d+d)} = \frac{9}{4} W_d \frac{2m_d + W_d}{\left[\left(1 + \frac{m_\alpha}{2m_d}\right)Q + W_d \right]^2}$$

où Q représente le bilan de la réaction $(\gamma+\alpha) = -23.85$ MeV,

W_d l'énergie cinétique du deutéron incident (dans le lab) en MeV.

α réfère ici à ${}^4\text{He}$.

APPENDICE - BEtablissement des formules donnant la section efficace de photo-désintégration (De64), (Le68)

Nous dérivons ici les formules utilisées dans le calcul de la section efficace de photodésintégration de l'⁴He en deux deutérons.

Considérons une onde plane électromagnétique (représentant le faisceau de photons incidents) se propageant selon l'axe z et choisissons d'appeler y l'axe parallèle au vecteur polarisation. Cette onde peut être décrite par un potentiel vecteur A tel que

$$(1) \quad \vec{A}_u = \hat{y} e^{ik \cdot z} \quad \begin{array}{l} \hat{y} = \text{vecteur unitaire selon } y \\ k = \text{nombre d'onde.} \end{array}$$

Puisque nous savons qu'en première approximation, la transition permise dans le cas de la réaction étudiée est une transition électrique quadrupolaire pure, nous utiliserons le formalisme du développement multipolaire. Développons donc l'onde plane (1) en série de multipôles:

$$(2) \quad \vec{A}_u = \frac{i}{\sqrt{2}} (\hat{e}_+ + \hat{e}_-) e^{ikz}$$

\hat{e}_\pm = vecteurs unitaires pour les composantes circulaires.

$$(3) \quad \vec{A}_u = \frac{i}{\sqrt{2}} (\vec{A}_+ + \vec{A}_-)$$

où \vec{A}_+ et \vec{A}_- sont les composantes circulaires de l'onde initiale, lesquelles peuvent être décomposées en ondes sphériques :

$$(4) \quad A_{\pm} = \hat{e}_{\pm} e^{ikz} = \sum_{\ell} i^{\ell} \sqrt{4\pi(2\ell+1)} j_{\ell}(kr) Y_{\ell}^0(\theta) \hat{e}_{\pm}$$

D'après les relations de définition des harmoniques sphériques vectorielles, nous avons

$$(5) \quad Y_{\ell}^0(\theta\varphi) \hat{e}_{\pm} = \sum_{J=\ell-1}^{\ell+1} \langle \ell 1 0 \pm 1 | J \pm 1 \rangle T_{J \ell 1}^{\pm 1}$$

où $T_{J \ell 1}^{\pm 1}$ sont les harmoniques sphériques vectorielles considérées.

On a

$$(6) \quad Y_{\ell}^0(\theta) \hat{e}_{\pm} = \left[\frac{\ell-1}{2(2\ell+1)} \right]^{\frac{1}{2}} T_{\ell-1, \ell, 1}^{\pm 1} + \left[\frac{\ell+2}{2(2\ell+1)} \right]^{\frac{1}{2}} T_{\ell+1, \ell, 1}^{\pm 1} \\ \mp \frac{1}{\sqrt{2}} T_{\ell, \ell, 1}^{\pm 1}$$

En remplaçant dans (4) les $Y_{\ell}^0 \hat{e}_{\pm}$ par leurs expressions données en (6)

on obtient

$$(7) \quad A^{\pm} = \hat{e}_{\pm} e^{ikz} = \sum_{\ell} i^{\ell} \sqrt{4\pi} j_{\ell}(kr) \left[\left(\frac{\ell+2}{2} \right)^{\frac{1}{2}} T_{\ell+1, \ell, 1}^{\pm 1} \right. \\ \left. + \left(\frac{\ell-1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} T_{\ell-1, \ell, 1}^{\pm 1} \mp \left(\frac{2\ell+1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} T_{\ell, \ell, 1}^{\pm 1} \right]$$

La somme sur l dans (7) va jusqu'à l^∞ . Les plus petites valeurs de l qui contribuent pour lesquelles $M = \pm 1$ sont $l = 0, 1, 2$ selon les termes entre crochets considérés. Réécrivons ce développement en ordonnant la somme selon le moment angulaire J total.

$$(8) \quad A^\pm = \hat{e}_\pm e^{ikz} = \sum_{J=1}^{\infty} i^J [2\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} \times \left[i^{-1} \left(\frac{J+1}{2J+1}\right)^{\frac{1}{2}} j_{J-1}(kr) T_{J, J-1, 1}^\pm \right. \\ \left. + i \left(\frac{J}{2J+1}\right)^{\frac{1}{2}} j_{J+1}(kr) T_{J, J+1, 1}^{\pm 1} \mp j_J(kr) T_{J, J, 1}^{\pm 1} \right].$$

Pour chaque valeur de J , ce développement fait apparaître deux groupements: le premier constitué par les deux premiers termes du crochet a une parité orbitale $-(-)^J$ tandis que le second constitué du dernier terme entre crochets a une parité orbitale $(-)^J$. On peut donc écrire:

$$(9) \quad A^\pm = \sum_{J=1}^{\infty} i^J \sqrt{2\pi(2J+1)} \left\{ A_J^{\pm 1}(m) \mp i A_J^{\pm 1}(e) \right\}$$

où $A_J(m)$ et $A_J(e)$ sont les potentiels magnétiques et électriques d'ordre J que l'on peut écrire sous la forme:

$$(10) \quad A_J^M(m) = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} j_J(kr) \vec{L} \cdot Y_L^M$$

$$A_J^M(e) = \frac{1}{ik\sqrt{L(L+1)}} \text{Rot} \left[j_J(kr) \vec{L} \cdot Y_L^M \right].$$

Dans le cas de la réaction étudiée ici, les seules contributions viendront des termes $A_2^{\pm 1}(e)$.

L'hamiltonien du noyau en présence du champ électromagnétique est donné par :

$$H = \sum_{\alpha} V(r_{\alpha}) + \frac{1}{2 M_{\alpha}} \left(\vec{P}_{\alpha} - \frac{e_{\alpha}}{c} \vec{A} \right)^2 - \sum_{\alpha} \frac{e \hbar}{2 M_{\alpha} c^2} \vec{\mu}_{\alpha} \cdot \text{rot } \vec{A}$$

$$H = \sum_{\alpha} V(r_{\alpha}) + \left[\frac{P_{\alpha}^2}{2 M_{\alpha}} - \frac{e_{\alpha}}{2 M_{\alpha} c} (\vec{A} \cdot \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{\alpha} \cdot \vec{A}) + \frac{e_{\alpha}^2}{2 M_{\alpha} c^2} A^2 - \frac{e \hbar}{2 M_{\alpha} c} \vec{\mu}_{\alpha} \cdot \text{rot } \vec{A} \right]$$

où α représente le numéro du nucléon et A est évalué à la position r_{α} .

V est le potentiel nucléaire non perturbé dont les états propres sont les niveaux d'énergie du noyau en l'absence de radiation.

La partie $H_0 = \sum_{\alpha} \frac{P_{\alpha}^2}{2 M_{\alpha}} + V$ forme l'hamiltonien non relativiste non perturbé.

On néglige généralement le terme en A^2 qui produit des effets de second ordre qui n'interviennent pas dans l'étude présente.

Dans ces conditions, l'hamiltonien H s'écrit :

$$H = H_0 + H'$$

avec

$$H' = - \sum_{\alpha} \left[\frac{e_{\alpha}}{2 M_{\alpha}} (\vec{A}_{\alpha} \cdot \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{\alpha} \cdot \vec{A}_{\alpha}) + \frac{e \hbar}{2 M_{\alpha} c} \vec{\mu}_{\alpha} \cdot \text{rot } \vec{A}_{\alpha} \right].$$

Le terme H' se compose de deux termes qui expriment le couplage du champ électromagnétique aux charges électriques et aux moments

magnétiques des particules. En général H' est un terme petit devant H_0 et le taux de transition peut être calculé à partir de la théorie des perturbations dépendantes du temps.

$$\Omega = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_f(E) \left| \int \Phi_f^* H' \Phi_i d\tau \right|^2$$

où $\rho_f(E)$ est le nombre d'états finaux par intervalle unitaire d'énergie et H' la valeur de la perturbation à l'origine des temps.

Le vecteur A dans H' représente une onde plane électromagnétique dont l'intensité correspond à un photon par unité de volume. Cela donne:

$$\vec{A} = \sqrt{2\pi \hbar c} \sum_{\mu} \sqrt{\frac{1}{\omega_{\mu}}} (a_{\mu} \vec{A}_{\mu} + a_{\mu}^{\dagger} \vec{A}_{\mu}^*)$$

où les a_{μ} et a_{μ}^{\dagger} sont les opérateurs de destruction ou de création des multipôles A_{μ} .

On a donc pour

$$\Omega = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_f(E) \left| \langle \Phi_f^* | H' | \Phi_i \rangle \right|^2$$

$$| \Phi_i \rangle = | \Phi_i \text{ part } \dots \dots \dots n_J = N \rangle$$

$$| \Phi_f \rangle = | \Phi_f \text{ part } \dots \dots \dots n_J = 0 \rangle .$$

L'élément de matrice de transition s'écrit alors:

$$\langle \Phi_f | H' | \Phi_i \rangle = \sqrt{2\pi \hbar c} \langle \Phi_f \text{ part } \dots \dots n_J = 0 | (-) \sum_{\alpha} \frac{1}{M_{\alpha} c} \left\{ e_{\alpha} \sum_{\mu'} \frac{1}{\sqrt{\omega_{\mu'}}} \right.$$

$$\left[(a_{\mu'} \vec{A}_{\mu'} + a_{\mu'}^+ \vec{A}_{\mu'}^*) \cdot \vec{P}_\alpha + \vec{P}_\alpha \cdot (a_{\mu'} \vec{A}_{\mu'} + a_{\mu'}^+ \vec{A}_{\mu'}^*) \right] +$$

$$\frac{e \hbar}{2} \sum_{\mu'} \frac{\vec{\mu}_\alpha}{\sqrt{\omega_{\mu'}}} \cdot \text{rot} (a_{\mu'} \vec{A}_{\mu'} + a_{\mu'}^+ \vec{A}_{\mu'}^*) | \Phi_i \text{ part } \dots n_J = 1 \rangle.$$

Puisque dans le cas présent nous avons seulement des photons quadripolaires électriques, la somme sur μ' se réduit au terme qui détruit un photon $J = 2$ dans l'état initial:

$$\langle \Phi_f | H' | \Phi_i \rangle = -\sqrt{2\pi \hbar c} \langle \Phi_f | -\sum_{\alpha} \frac{1}{2 M_{\alpha} c} \left\{ e_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{\omega_2}} \left[a_2 \vec{A}_2 \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{\alpha} \cdot a_2 \vec{A}_2 \right] \right.$$

$$\left. + \frac{e \hbar}{2} \frac{\vec{\mu}_{\alpha}}{\sqrt{\omega_2}} \cdot \text{rot} (a_2 \vec{A}_2) \right\} | \Phi_i \rangle$$

dans le cas d'une onde plane électromagnétique incidente, on avait

$$\vec{A}_{\mathbf{u}} = \frac{i}{\sqrt{2}} \sum_J i^J \sqrt{2\pi(2J+1)} \left\{ -i A_J^{+1}(e) + i^{-1} A_J^{-1}(e) \right\} \text{ en ce qui}$$

concernait les termes électriques seulement.

On a donc deux contributions qui se calculent de façon analogue, selon que M vaut $+1$ ou -1 .

Evaluons l'élément de matrice de transition:

$$\langle \Phi_f | H' | \Phi_i \rangle = \mp \sqrt{2\pi \hbar c} \sum_{\alpha} \frac{1}{2 M_{\alpha} c} \sqrt{\frac{1}{\omega_2}} \frac{i^2 \sqrt{2\pi(2J+1)}}{\sqrt{2}}$$

$$\times \langle \Phi_f | \vec{A}_2 \cdot \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{\alpha} \cdot \vec{A}_2 + \frac{e \hbar}{2} \frac{\vec{\mu}_{\alpha}}{\sqrt{\omega_2}} \cdot \text{rot} \vec{A}_2 | \Phi_i \rangle.$$

En remplaçant $A_J^M(e)$ par son expression

$$A_J^M(e) = \frac{1}{ik\sqrt{J(J+1)}} \text{rot} \left[j_J(kr) \vec{J} Y_J^M \right]$$

et en considérant que $M_\alpha = M_n$, masse du nucléon quel que soit α :

$$\begin{aligned} \langle \Phi_f | H' | \Phi_i \rangle = & -\sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega_2}} \frac{1}{M_n} \frac{i^2 \sqrt{2\pi(5)}}{ik\sqrt{2 \times 5}} \langle \Phi_f | \sum_\alpha e_\alpha \frac{[(\text{rot } \vec{J} U_{JM}) \cdot \vec{P}_\alpha + \vec{P}_\alpha \cdot (\text{rot } \vec{J} U_{JM})]}{2} \\ & + \frac{e\hbar}{2} \frac{\mu_\alpha}{\sqrt{\omega_2}} \cdot \text{rot}(\text{rot } \vec{J} U_{JM})_{J=2} | \Phi_i \rangle \end{aligned}$$

où on a posé $U_{JM} = j_J(kr) Y_{JM}(\theta, \varphi)$.

Dans l'approximation des grandes longueurs d'onde, nous remplaçons $j_J(kr)$ par sa valeur asymptotique

$$\begin{aligned} \lim_{kr \rightarrow 0} j_J(kr) & \rightarrow \frac{(kr)^J}{(2J+1)!} \\ kr & \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Dans l'expression $\langle \Phi_f | H' | \Phi_i \rangle$ le premier terme est celui qui donne la contribution principale à la section efficace. On montre (Le68) que le rapport entre le terme qui provient du couplage du champ électromagnétique avec les charges des nucléons et celui du couplage avec les moments magnétiques est de l'ordre de $\approx \frac{\hbar\omega}{Mc^2}$. Pour $\hbar\omega \approx 100$ MeV, ce rapport est de l'ordre de 5%. Pour $\hbar\omega$ supérieur à 100 MeV, l'approximation des grandes longueurs d'onde elle-même n'est plus valide et il faut reprendre le développement de H' au complet.

Aussi étudions ce que devient le terme principal dans l'approximation des grandes longueurs d'onde. Considérons le cas de la particule α seule:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_f | \frac{(\text{rot } \vec{J} U_{JM}) \cdot \vec{P} + \vec{P} \cdot (\text{rot } \vec{J} U_{JM})}{2} | \Phi_i \rangle &= \langle \Phi_f | B | \Phi_i \rangle \\ &= \left\{ -i (J+1) \langle \Phi_f | \frac{(\vec{\nabla} U_{JM}) \cdot \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} + \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} U_{JM}}{2} | \Phi_i \rangle_{J=2} \right\} \end{aligned}$$

car on a la relation $\text{rot} (J \cdot U_{JM}) = i (J+1) \vec{\nabla} U_{JM}$

de plus on a

$$\nabla^2 U_{JM} \Phi_i = \vec{\nabla} U_{JM} \cdot \nabla \Phi_i + \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} U_{JM} \cdot \Phi_i] + U_{JM} \cdot \nabla^2 \Phi_i .$$

On obtient alors

$$\langle \Phi_f | B | \Phi_i \rangle = \left\{ - (J+1) \frac{\hbar}{M_n} \langle \Phi_f | \frac{\nabla_\alpha^2}{2M_n} U_{JM}(r_\alpha) - U_{JM} \frac{\nabla_\alpha^2}{2M_n} | \Phi_i \rangle_{J=2} \right\} .$$

Si on suppose que l'énergie potentielle $V(r)$ dans l'hamiltonien ne dépend pas de l'impulsion P_α , $V(r_\alpha)$ et $U_{JM}(r_\alpha)$ commutent. On a donc

$$\left[\nabla_\alpha^2, U_{JM}(r_\alpha) \right] = \left[H_{p'l_e}, U_{JM}(r_\alpha) \right]$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } \langle \Phi_f | B | \Phi_i \rangle &= \left\{ + \frac{J+1}{\hbar} M_n \cdot e_\alpha \langle \Phi_f | \left[H_{p'l_e}, U_{JM} \right] | \Phi_i \rangle_{J=2} \right\} \\ &= \left\{ \frac{J+1}{\hbar} M_n (E_f - E_i) e_\alpha \langle \Phi_f | U_{JM} | \Phi_i \rangle_{J=2} \right\} \end{aligned}$$

$$(E_f - E_i) = \hbar \omega \quad \text{énergie du photon absorbé.}$$

Si nous revenons maintenant à l'élément de matrice de transition au complet, on a

$$\langle \Phi_f | H' | \Phi_i \rangle = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega_2}} \frac{1}{M_n} \frac{i^J}{ik} \frac{\sqrt{\pi(2J+1)}}{\sqrt{J(J+1)}} \frac{J+1}{\hbar} M_n \hbar \omega_2 e$$

$$\times \langle \Phi_f | \sum_{\alpha} U_{JM} + \text{terme en } \mu_{\alpha} | \Phi_i \rangle$$

la somme sur α ne porte plus que sur les protons.

Cette expression devant être évaluée pour $J=2$ dans notre cas, nous obtenons alors le taux de transition Ω

$$\Omega = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_f(E) \frac{2\pi\hbar}{\omega_2} (\hbar\omega_2)^2 \frac{\pi(5)}{2 \times 3 \times k} \frac{9}{2\hbar} e^2 \left| \langle \Phi_f | \sum_{\alpha} U_{J,+1} + U_{J,-1} | \Phi_i \rangle \right|^2.$$

$$\text{On peut remplacer } U_{J, \pm 1} \text{ par } \frac{k^J r^J}{(J+1)!!} Y_{J, \pm 1}(\Omega_{\alpha})$$

et on obtient après réduction,

$$\Omega = \frac{2\pi^3}{15\hbar} \frac{E_f^3}{(\hbar c)^2} \rho_f(E) e^2 \left| \langle \Phi_f | \sum_{\alpha} r_{\alpha}^2 (Y_2^{+1} + Y_2^{-1}) | \Phi_i \rangle \right|^2$$

les Y sont les harmoniques sphériques $Y(\Omega_{\alpha})$

$$\text{or } r_{\alpha}^2 (Y_2^{+1} + Y_2^{-1}) = -i \sqrt{\frac{15}{2\pi}} y_{\alpha} z_{\alpha}.$$

$$\text{D'où } \Omega = \frac{\pi^2}{\hbar} \frac{E_f^3}{(\hbar c)^2} \rho_f(E) e^2 \left| \langle \Phi_f | \sum_{\alpha} y_{\alpha} z_{\alpha} | \Phi_i \rangle \right|^2$$

où \sum_{α} indique la sommation sur tous les protons.

La section efficace est obtenue directement à partir du taux de transition $\sigma = \frac{\omega}{c}$. C'est le taux de transition par unité de temps.

D'où

$$\sigma = \pi^2 \left(\frac{E_Y}{\hbar c} \right)^2 E_Y \left(\frac{e}{\hbar c} \right)^2 \rho_f(E) \left| \langle \Phi_f | \sum_{\alpha} y_{\alpha} z_{\alpha} | \Phi_i \rangle \right|^2.$$

Si nous définissons l'opérateur de transition comme

$$Q = \frac{eE_Y}{2\hbar c} \sum_{\alpha=1}^Z y_{\alpha} z_{\alpha}$$

on a
$$\sigma = 4\pi^2 \frac{E_Y}{\hbar c} \rho_f(E) \left| \langle \Phi_f | Q | \Phi_i \rangle \right|^2$$

$$E_Y = \hbar\omega = 2\pi\hbar\nu$$

$$\sigma = \frac{8\pi^3\nu}{c} \rho_f(E) \left| \langle \Phi_f | Q | \Phi_i \rangle \right|^2.$$

On a ainsi justifié l'emploi de cette formule qui est donnée par Flowers et Mandl (FM51).

Cette formule est établie pour un état final bien défini dont la composante selon l'axe z du moment angulaire J total est M.

Pour une valeur bien déterminée de J, la section efficace sera obtenue en additionnant les contributions des différentes valeurs de M compatibles

$$\sigma = \frac{8\pi^3\nu}{c} \sum_M^{+J} \left| \langle \Phi_f | Q | \Phi_i \rangle \right|^2 \rho_f(E).$$

Dans le cas de la réaction étudiée J=2

$$\sigma = \frac{8\pi^3\nu}{c} \sum_M^{+2} \left| \langle \Phi_f | Q | \Phi_i \rangle \right|^2 \rho_f(E).$$

APPENDICE-C

Norme de la fonction d'onde de l'état final

Nous avons à normaliser la fonction suivante:

$$\Psi_f = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{-}{\sqrt{3}} \Psi(1,2) \Psi(3,4) \left[\sum_{m_{S_{12}}} (-)^{m_{S_{12}}} \chi_1^{m_{S_{12}}(1,2)} \chi_1^{-m_{S_{12}}(3,4)} \right]$$

$$\xi_0^0(1,2) \xi_0^0(3,4) \mathcal{R}_2^m \left(\frac{3,4-1,2}{2} \right) - \Psi(3,2) \Psi(1,4)$$

$$\left[\sum_{m_{S_{32}}} (-)^{m_{S_{32}}} \chi_1^{m_{S_{32}}(3,2)} \chi_1^{-m_{S_{32}}(1,4)} \right] \xi_0^0(3,2) \xi_0^0(1,4) \mathcal{R}_2^m \left(\frac{3,2-1,4}{2} \right) +$$

$$+ \Psi(3,1) \Psi(2,4) \left[\sum_{m_{S_{31}}} (-)^{m_{S_{31}}} \chi_1^{m_{S_{31}}(3,1)} \chi_1^{-m_{S_{31}}(2,4)} \right] \xi_0^0(3,1) \xi_0^0(2,4)$$

$$\mathcal{R}_2^m \left(\frac{3,1-2,4}{2} \right)$$

que nous écrirons simplement $\Psi_f = \frac{1}{\sqrt{N}} [A - B + C]$.

La condition de normalisation s'écrit $\langle \Psi_f | \Psi_f \rangle = \frac{1}{N} [A^2 + B^2 + C^2 - 2AB - 2BC + 2CA] = 1$.

Dans les systèmes de coordonnées choisis (IV.2.d), les termes carrés s'évaluent simplement et contribuent chacun pour 1 à la norme.

En effet par exemple A^2 s'écrit:

$$\begin{aligned}
A^2 &= \int \psi^*(u_2) \psi^*(u_3) \mathcal{R}_2^{m*}(u_1) \psi(u_2) \psi(u_3) \mathcal{R}_2^m(u_1) du_1 du_2 du_3 dR \\
&\int \xi_0^0(1,2) \xi_0^0(1,2) d\tau_1 d\tau_2 \int \xi_0^0(3,4) \xi_0^0(3,4) d\tau_3 d\tau_4 \\
&\int \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{m_{S_{12}}} (-)^{m_{S_{12}}} \chi_1^{m_{S_{12}}(1,2)} \chi_1^{-m_{S_{12}}(3,4)} \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{m_{S_{12}}} (-)^{m_{S_{12}}} \chi_1^{m_{S_{12}}(1,2)} \\
&\quad \times \chi_1^{-m_{S_{12}}(3,4)} d\sigma_1 d\sigma_2 d\sigma_3 d\sigma_4
\end{aligned}$$

La partie de spin est orthonormée car nous avons couplé avec les coefficients de Clebsch Gordan, des fonctions d'onde elles-mêmes normalisées. Les ξ sont aussi orthonormées et les intégrales radiales se séparent et conduisent à évaluer des normes de fonctions normalisées à 1.

Le calcul des termes croisés tels que AB est beaucoup plus complexe car il fait intervenir deux ensembles de fonctions A et B qui ne s'expriment simplement que dans deux systèmes de coordonnées différents (partition (1,2) (3,4) d'une part, (3,2) (1,4) de l'autre). Il faut utiliser un autre système de coordonnées plus indépendant du genre de partitions considérées.

Dans ce calcul, les parties de spin isotopique et de spin peuvent être calculées séparément. Examinons d'abord le terme AB.

Pour la partie d'isospin, nous devons calculer

$$\langle \xi_0^{0*}(1,2) \xi_0^{0*}(3,4) \mid \xi_0^0(3,2) \xi_0^0(1,4) \rangle \text{ où}$$

$$\xi_0^0 = \frac{1}{2} \mid pn - np \rangle \quad n \text{ pour neutron, } p \text{ pour proton.}$$

Nous obtenons

$$\frac{1}{4} \langle p_1 n_2 p_3 n_4 - n_1 p_2 p_3 n_4 - p_1 n_2 n_3 p_4 + n_1 p_2 n_3 p_4 \mid p_3 n_2 p_1 n_4 - n_3 p_2 p_1 n_4 - n_2 p_3 n_1 p_4 - n_3 p_2 p_4 n_1 \rangle = \frac{1}{4} \langle 1 + 1 \rangle = \frac{1}{2}.$$

On vérifie de même que la contribution des termes BC et CA en ce qui concerne la partie d'isospin est $\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$ respectivement.

Pour la partie de spin:

$$\mid \text{terme AB} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} \langle (-)\chi_1^1(1,2)\chi_1^{-1}(3,4) + \chi_1^0(1,2)\chi_1^0(3,4) - \chi_1^{-1}(1,2)\chi_1^1(3,4)$$

$$\mid -\chi_1^1(3,2)\chi_1^{-1}(1,4) + \chi_1^0(3,2)\chi_1^0(1,4) - \chi_1^{-1}(3,2)\chi_1^1(1,4) \rangle$$

$$= \frac{1}{3} \langle -\alpha_1 \alpha_2 \beta_3 \beta_4 + \frac{1}{2} (\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1)(\alpha_3 \beta_4 + \alpha_4 \beta_3) - \beta_1 \beta_2 \alpha_3 \alpha_4 \mid$$

$$\mid -\alpha_3 \alpha_2 \beta_1 \beta_4 + \frac{1}{2} (\alpha_3 \beta_2 + \alpha_2 \beta_3)(\alpha_1 \beta_4 + \alpha_4 \beta_1) - \beta_3 \beta_2 \alpha_1 \alpha_4 \rangle$$

où α et β représentent les états de spin $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ respectivement.

D'après les propriétés d'orthogonalité des α et β , nous obtenons:

$$= \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2}.$$

On montre de même que la contribution spinorielle des termes BC et

AC donne $-\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$.

Ainsi après calcul des intégrales portant sur le spin et sur

l'isospin, la norme peut s'écrire:

$$\langle \psi_f | \psi_f \rangle = \frac{1}{N} \left[1 + 1 + 1 + \left(\frac{A B'}{2} \right)' + \left(\frac{B C'}{2} \right)' + \left(\frac{A C'}{2} \right)' \right]$$

où les ' signifient que les intégrales sur le spin et sur l'isospin sont déjà effectuées.

Nous pouvons estimer les valeurs des intégrales spatiales AB' , AC' , BC' , d'après le théorème de Schwartz, qui nous donne une limite supérieure pour les valeurs des intégrales.

D'après ce théorème, on a

$$| \langle AB' \rangle | \leq \sqrt{ \langle A'^2 \rangle \langle B'^2 \rangle }.$$

Puisque nous avons montré que $\langle A'^2 \rangle$ et $\langle B'^2 \rangle$ étaient égaux à 1

$$| \langle AB' \rangle | \leq 1.$$

L'égalité a lieu si A' et B' sont strictement proportionnels.

Ainsi on peut écrire que

$$1.5 \leq \langle \psi_f | \psi_f \rangle \leq 4.5.$$

Les valeurs 1.5 et 4.5 constituent les limites extrêmes et la contribution des termes croisés devrait être négligeable car le recouvrement des fonctions d'onde pour deux partitions distinctes devrait être faible si on considère un volume d'intégration très grand.

De plus nous pouvons montrer que pour des fonctions d'onde radiales de type gaussien pour représenter le deutéron, le calcul exact des termes croisés donne 0. On peut donc penser que même pour des fonctions d'onde plus réalistes, la contribution de ces termes croisés doit être négligeable.

Explicitons le calcul de ces intégrales radiales pour les termes croisés dans le cadre d'une approximation gaussienne pour les fonctions d'onde des deux deutérons :

$$\psi_d = \alpha \frac{e^{-k|r|^2}}{r} Y_0^0 \quad r = \vec{r}_i - \vec{r}_j$$

le terme AC' par exemple s'écrit :

$$\int \psi^*(1,2) \cdot \psi^*(3,4) \cdot \mathcal{R}_2^{m*} \left(\frac{3,4-1,2}{2} \right) \cdot \psi(3,1) \cdot \psi(2,4) \mathcal{R}_2^m \left(\frac{3,1-2,4}{2} \right) dr_1 dr_2 dr_3 (d)$$

Le problème est d'exprimer cette intégrale dans un système de coordonnées indépendantes plus symétrique par rapport aux deux partitions envisagées.

Le changement de variables le plus approprié est :

$$\vec{f} = \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_4 - \vec{r}_2 - \vec{r}_3)$$

$$\vec{g} = \frac{1}{2} (\vec{r}_2 + \vec{r}_4 - \vec{r}_1 - \vec{r}_3)$$

$$\vec{h} = \frac{1}{2} (\vec{r}_3 + \vec{r}_4 - \vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\vec{R} = \frac{1}{4} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4)$$

Le jacobien de cette transformation est 1.

L'intégrale à calculer s'écrit maintenant:

$$\langle AC' \rangle = \int \psi^* \left(\frac{f-g}{\sqrt{2}} \right) \cdot \psi^* \left(-\frac{f+g}{\sqrt{2}} \right) \cdot \mathcal{R}_2^{m*}(-h) \cdot \psi \left(\frac{h-g}{\sqrt{2}} \right) \cdot \psi \left(-\frac{h+g}{\sqrt{2}} \right) \cdot \mathcal{R}_2^m(-f) \\ d\vec{f} \, d\vec{g} \, d\vec{h} \, d\vec{R}$$

$$\text{où } \psi(r) = e^{-k|r|^2} Y_0^0$$

$$e^{-k(f^2+g^2)} \quad \alpha \quad e^{-k(f^2+g^2+2fg \cos\theta_{gf})}$$

et d'autres relations semblables pour les autres.

On peut donc réécrire l'intégrale en séparant les variables et on obtient

$$\langle AC' \rangle = \int e^{-2k f^2} \mathcal{R}_2^m(f) d\vec{f} \int e^{-2k g^2} e^{-2k g^2} d\vec{g} \int e^{-2k f^2} \mathcal{R}_m^2(f) d\vec{f}.$$

Or les intégrales du type

$$\int_{\Omega} Y_0^0 Y_2^m d\Omega \quad \text{sont nulles.}$$

On a donc montré que, dans cette approximation gaussienne, les termes croisés disparaissent. Nous supposons donc qu'en général ces termes

croisés ne contribuent pas à la norme et que la norme de la fonction d'onde dans l'état final est $N = 3$.

APPENDICE -DDéfinition des termes TERM1 et TERM2.

Définition de TERM1 :

$$\text{TERM1} = \sum_{\substack{n_{\alpha} n_{\beta} \\ n_{\gamma} n_{\delta}}}^3 C_{n_{\alpha}}^p C_{n_{\beta}}^n C_{n_{\gamma}}^p C_{n_{\delta}}^n \sum_{n_{\alpha\beta}} \delta_{(n_{\alpha}+n_{\beta}, n_{\alpha\beta}+N_{\alpha\beta})} \delta_{(n_{\gamma}+n_{\delta}, n_{\gamma\delta}+N_{\gamma\delta})}$$

$$\langle n_{\alpha\beta} \ 0 \ N_{\alpha\beta} \ 0 \ 0 \mid n_{\alpha} \ 0 \ n_{\beta} \ 0 \ 0 \rangle \langle n_{\gamma\delta} \ 0 \ N_{\gamma\delta} \ 0 \ 0 \mid n_{\gamma} \ 0 \ n_{\delta} \ 0 \ 0 \rangle$$

$$\sum_n \langle n \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid N_{\alpha\beta} \ 0 \ N_{\gamma\delta} \ 0 \ 0 \rangle \delta_{(n, N_{\alpha\beta}+N_{\gamma\delta})} \langle n_{\alpha\beta} \ 0 \ 0 \mid \psi(u_2) \rangle \langle n_{\gamma\delta} \ 0 \ 0 \mid \psi(u_3) \rangle$$

$$\langle n \ 0 \ 0 \mid u_1^2 (\delta_{m, -1} + \delta_{m, +1}) \mid \mathcal{R}_2^m(u_1) \rangle .$$

Définition de TERM2 :

$$\text{TERM2} = \sum_{\substack{n_{\alpha} n_{\beta} \\ n_{\gamma} n_{\delta}}}^3 C_{n_{\alpha}}^p C_{n_{\beta}}^n C_{n_{\gamma}}^p C_{n_{\delta}}^n \sum_{n_{\alpha\beta}} \delta_{(n_{\alpha}+n_{\beta}, n_{\alpha\beta}+N_{\alpha\beta}+2)} \delta_{(n_{\gamma}+n_{\delta}, n_{\gamma\delta}+N_{\gamma\delta})}$$

$$\langle n_{\alpha\beta} \ 2 \ N_{\alpha\beta} \ 2 \ 0 \mid n_{\alpha} \ 0 \ n_{\beta} \ 0 \ 0 \rangle \langle n_{\gamma\delta} \ 0 \ N_{\gamma\delta} \ 0 \ 0 \mid n_{\gamma} \ 0 \ n_{\delta} \ 0 \ 0 \rangle$$

$$\sum_n \delta_{(n+1, N_{\alpha\beta} + 1 + N_{\gamma\delta})} \langle n \ 2 \ 0 \ 0 \ 2 \mid N_{\alpha\beta} \ 2 \ N_{\gamma\delta} \ 0 \ 2 \rangle \langle n_{\gamma\delta} \ 0 \mid \psi(u_3) \rangle$$

$$\langle n_{\alpha\beta} \ 2 \mid u_2^2 \mid \psi(u_2) \rangle \langle n, 2 \mid \mathcal{R}_2^m(u_1) \rangle \delta_{m, \pm 1}$$

où les symboles utilisés sont ceux définis dans le chapitre IV.

APPENDICE - EDescription et vérification du programme HARTREE

Le programme a pour but de calculer l'expression

$$\sigma = \pi^2 \frac{1}{5410} \cdot \frac{E^3}{(\hbar c)^2} \left| \text{TERM1} - \frac{2}{\sqrt{5}} \text{TERM2} \right|^2$$

dans laquelle TERM1 et TERM2 sont les expressions définies dans l'appendice D, qui comportent une série de sommations faisant intervenir quatre types d'intégrales radiales:

$$\langle n 0 0 | \psi(u_2) \rangle$$

$$\langle n 0 0 | u_1^2 | R_2^m(u_1) \rangle$$

et

$$\langle n 2 | u_2^2 | \psi(u_2) \rangle$$

$$\langle n 2 | R_2^m(u_1) \rangle$$

où n peut varier de 0 à 6 ou de 0 à 12 selon l'intégrale envisagée.

Ces intégrales sont calculées, une fois pour toutes, pour toutes les valeurs de n permises par les fonctions δ et emmagasinées dans des vecteurs colonnes:

| | |
|--|---|
| $\langle n \ 0 \ 0 \psi(u_2) \rangle$ | est calculée par la fonction ARG2(u) et placée dans SOM2(I) |
| $\langle n \ 2 \ \ u_2^2 \psi(u_2) \rangle$ | " " " ARG1(u) " SOM1(I) |
| $\langle n \ 0 \ 0 u_1^2 \mathcal{R}_2^m(u_1) \rangle$ | " " " ARG4(u) " SOM4(I) |
| $\langle n \ 2 \ \ \mathcal{R}_2^m(u_1) \rangle$ | " " " ARG5(u) " SOM5(I) |

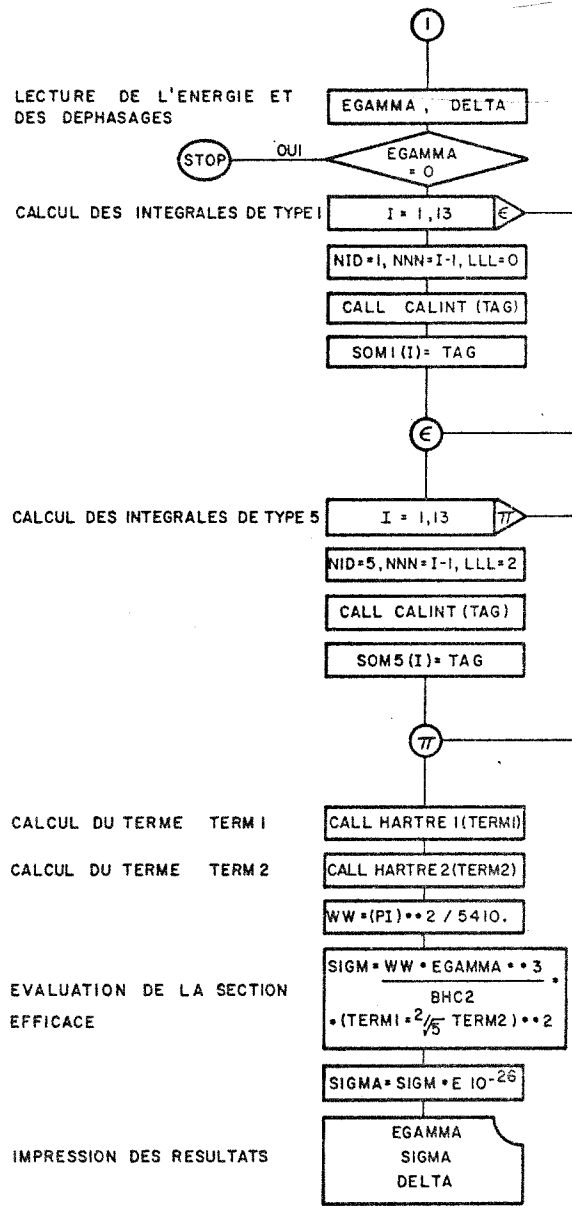
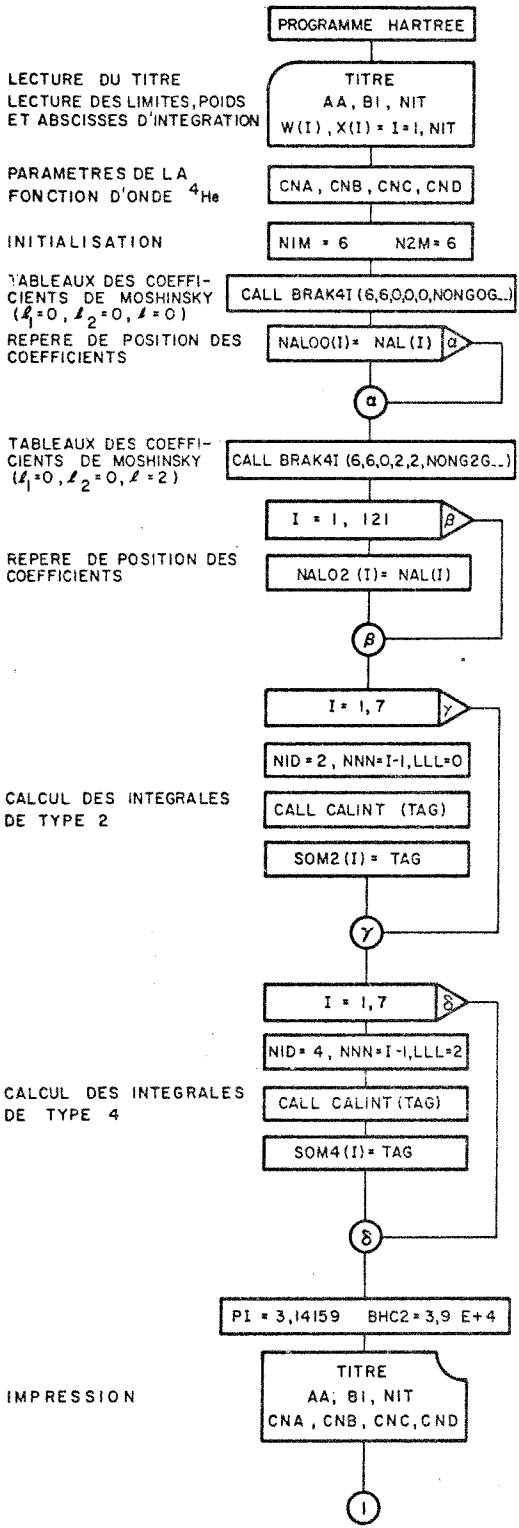
La méthode utilisée pour le calcul de ces intégrales est la quadrature de GAUSS (Ab64) avec 48 intervalles. Nous avons vérifié qu'une intégration sur un intervalle de 0-20 fermis donnait une bonne approximation pour toutes les intégrales calculées. Le résidu représentant la valeur de l'intégrale sur l'intervalle 20 à l^∞ est alors négligeable ($\approx 10^{-3}$ fois la valeur de l'intégrale).

Nous avons calculé à titre de vérification ces mêmes intégrales par la méthode de Simpson avec 200 intervalles sur le même segment 0-20 fermis et obtenu des valeurs très identiques.

Les fonctions de type $|n \ \ell \ m \rangle$ sont calculées à l'aide de la sous-routine FCTREL (écrite par G. Saunier lors de calculs précédents), les fonctions $\psi(u_2)$ et $\mathcal{R}_2^m(u_1)$ par les fonctions DEUT(X) et RAD(X) respectivement.

Nous décrivons maintenant, à l'aide d'organigrammes le programme principal ainsi que les sous-routines les plus importantes.

Organigramme N° 1



E.1. Programme HARTREE

Le programme lit d'abord les données telles que le titre que l'on donne au calcul, les limites d'intégration inférieure et supérieure ainsi que le nombre d'intervalles utilisés lors de l'intégration, les abscisses des points où se font les calculs de l'intégrale ainsi que le poids affecté à chaque point.

Il lit ensuite les paramètres C_{n_α} , C_{n_β} , C_{n_γ} , C_{n_δ} qui caractérisent la fonction Hartree-Fock étudiée pour ${}^4\text{He}$.

Par un appel à la sous-routine BRAK4I^(*), on établit les vecteurs qui contiennent les différents coefficients de Moshinsky $\langle n_1 n_2 | N L \Lambda | n_1 l_1 n_2 l_2 \Lambda \rangle$.

Chaque coefficient est repéré par sa position ordinale qui définit les paramètres du ket et un indice qui définit les paramètres du bra.

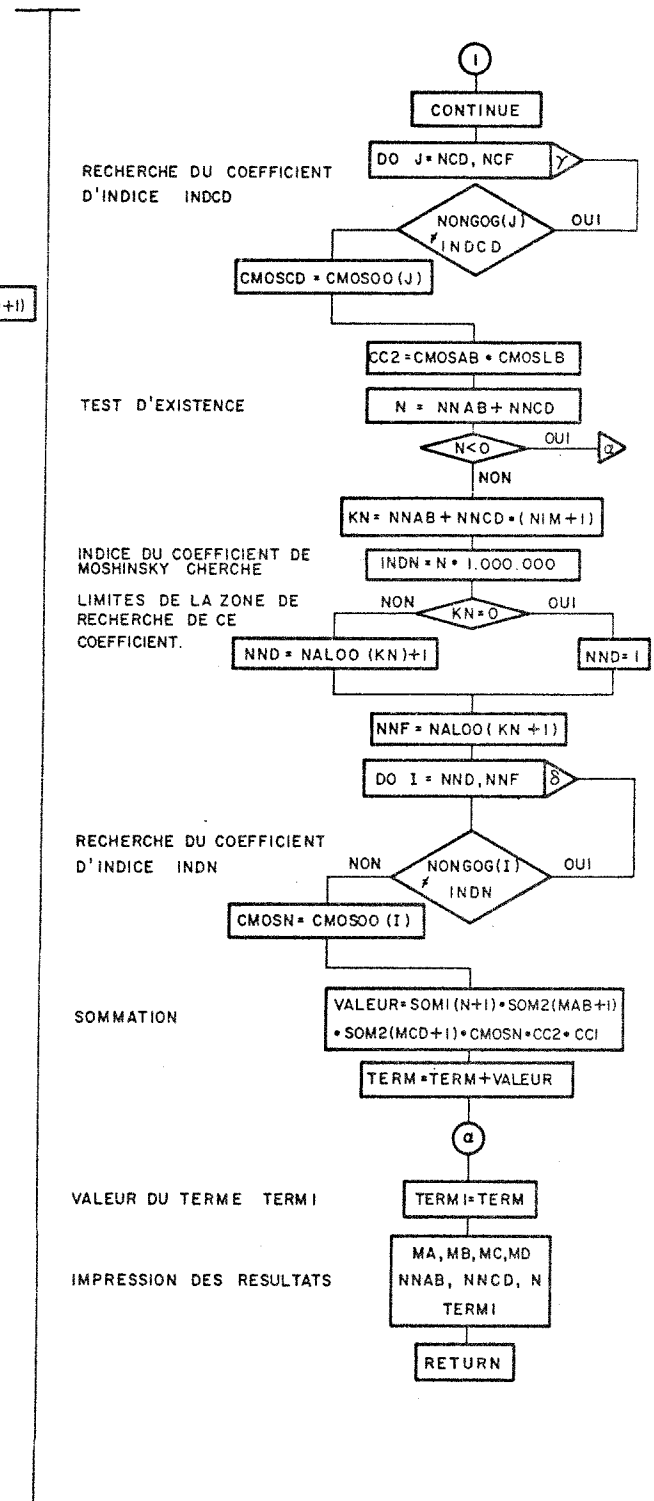
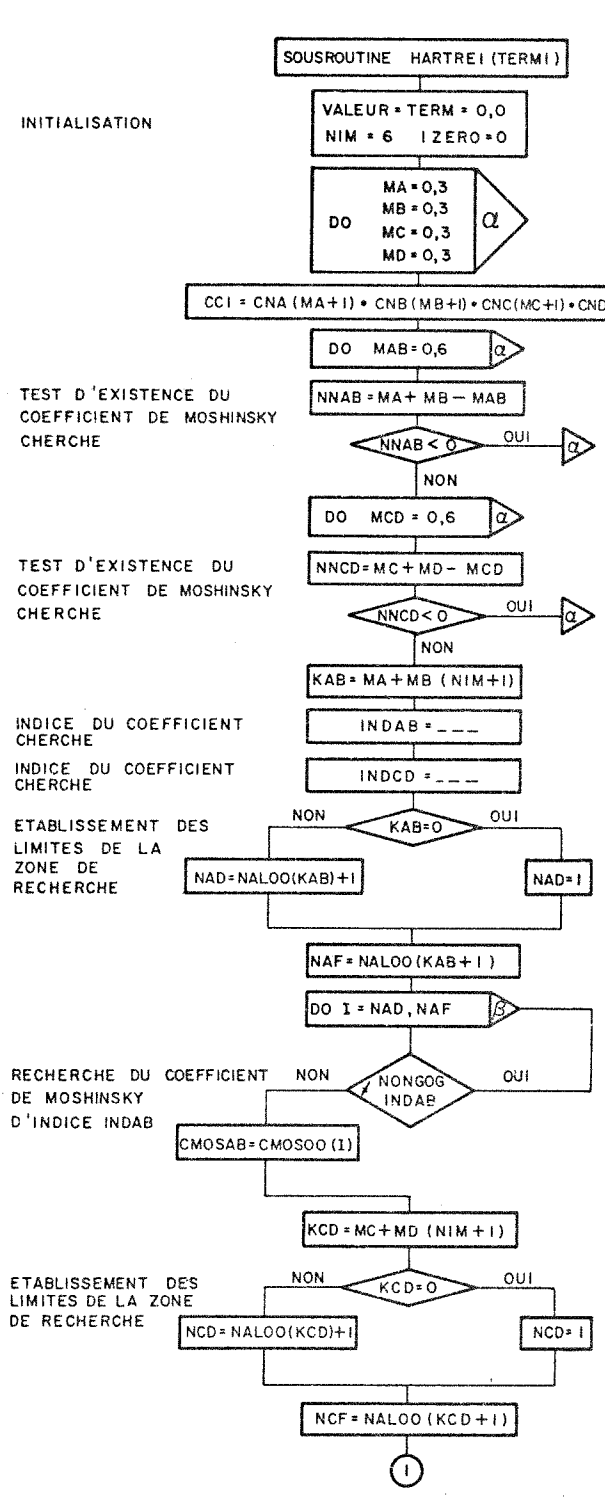
On forme deux tableaux car on utilise dans le calcul deux types de coefficients.

Le premier ensemble contient dans CMOS00 (I) les coefficients ayant $l_1 = l_2 = L = 0$; NAL00(I) est le vecteur compteur ordinal, NONG0G contient l'indice repérant le bra.

Le deuxième ensemble contient dans CMOS02 (I) les

*BRAK4I est une sous-routine basée sur les tables de Moshinsky (Mo60) et établie par Glenn Denning, obtenue de B. Rouben.

Organigramme N° 2



TEST D'EXISTENCE DU COEFFICIENT DE MOSHINSKY CHERCHE

TEST D'EXISTENCE DU COEFFICIENT DE MOSHINSKY CHERCHE

INDICE DU COEFFICIENT CHERCHE

INDICE DU COEFFICIENT CHERCHE

ETABLISSEMENT DES LIMITES DE LA ZONE DE RECHERCHE

RECHERCHE DU COEFFICIENT DE MOSHINSKY D'INDICE INDAB

ETABLISSEMENT DES LIMITES DE LA ZONE DE RECHERCHE

RECHERCHE DU COEFFICIENT D'INDICE INDCD

TEST D'EXISTENCE

INDICE DU COEFFICIENT DE MOSHINSKY CHERCHE

LIMITES DE LA ZONE DE RECHERCHE DE CE COEFFICIENT.

RECHERCHE DU COEFFICIENT D'INDICE INDN

SOMMATION

VALEUR DU TERME TERM I

IMPRESSION DES RESULTATS

coefficients ayant $\ell_1 = 0$, $\ell_2 = L = 2$; NAL02(I) est alors le vecteur ordinal, NONG2G contient l'indice repérant le bra.

On calcule ensuite les deux séries d'intégrales de type 2 et 4 qui ne dépendent pas de l'énergie du rayon gamma. On forme alors les vecteurs SOM2(I) et SOM4(I).

On lit ensuite l'énergie des photons considérés (et éventuellement le déphasage nucléaire associé) et on calcule les deux types d'intégrales qui dépendent de k_γ et on forme ainsi les vecteurs SOM1(I) et SOM5(I).

Les vecteurs contenant les coefficients de Moshinsky et leurs indices de même que les paramètres de la fonction ${}^4\text{He}$ et les vecteurs intégrales SOM sont mis en COMMON avec les sous-routines HARTRE1 (TERM1) et HARTRE2 (TERM2).

Par un appel à ces deux sous-routines on obtient les valeurs de TERM1 et TERM2 de l'expression de σ .

On calcule ensuite σ et on imprime les résultats.

E.2. Sous-routine HARTRE1(TERM1)

Elle calcule TERM1 défini dans l'appendice D.

On reconnaîtra successivement dans l'organigramme les sommations sur les n_α , n_β , n_γ , n_δ puis sur les $n_{\alpha\beta}$ et $n_{\gamma\delta}$; ensuite les tests d'existence des coefficients de Moshinsky, la recherche

des indices désirés; puis le même travail se répète pour le troisième coefficient après avoir fait la sommation sur n .

Enfin on rassemble les coefficients de Moshinsky trouvés et les intégrales radiales mises en jeu et on effectue les sommations.

Le sous-programme donne les valeurs finales des indices de sommation comme contrôle et la valeur de TERM1 est transmise comme paramètre de sortie.

E.3 - Sous-routine HARTRE2(TERM2)

La sous-routine HARTRE2(TERM2) est basée sur le même schéma que HARTRE1(TERM1) sauf pour les valeurs des coefficients de Moshinsky mis en jeu.

E.4 - Description de la sous-routine FCTREL et des fonctions principales

FCTREL (NMAX, LMAX, HW, X) NMAX ordre max $n + 1$

LMAX ordre max $l + 1$

HW paramètre de l'oscillateur harmonique

X distance internucléon.

But: former les tableaux des fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique pour n et l variant respectivement de 0 à NMAX - 1, et de 0 à LMAX - 1.

Les fonctions d'onde sont définies comme suit (déf. de Moshinsky):

$$|n \ell m\rangle = R_{n\ell}(r) Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$$

avec

$$R_{n\ell}(r) = \left[\frac{2n! B^3}{\Gamma(n + \ell + 3/2)} \right]^{1/2} r^\ell \exp\left(-\frac{1}{2} r^2\right) L_n^{\ell+1/2}(r^2)$$

où $L_n^{\ell+1/2}(r^2)$ est le polynôme de Laguerre défini par Erdelyi et al., VII, page 189, (Er53), r est la distance exprimée en unité $b = \left(\frac{\hbar}{M\omega}\right)^{1/2}$ et $B = \frac{1}{b\sqrt{2}}$.

$$\text{Les } R_{n\ell}(r) \text{ sont normalisés tels que } \int [R_{n\ell}(r)]^2 x^2 dx = 1.$$

Dans la sous-routine:

$$\text{OSC}(IN, IL) = R_{n\ell} \quad \text{avec } n = IN - 1, \ell = IL - 1.$$

$$F(IN, IL) = L_n^{\ell+1/2}(r^2) \quad \text{avec } n = IN - 1, \ell = IL - 1.$$

$F(IN, IL)$ est calculé selon la loi de récurrence:

$$(n+1) L_{n+1}^\alpha(x) - (2n + \alpha + 1 - x) L_n^\alpha(x) + (n + \alpha) L_{n-1}^\alpha(x) = 0.$$

$A(IN, IL)$ représente la norme des fonctions $\text{OSC}(IN, IL)$.

$$A(IN, IL) = \left[\frac{2n! B^3}{\Gamma(n + \ell + 3/2)} \right]^{1/2} \quad \text{avec } n = IN - 1, \ell = IL - 1.$$

$$\text{où } \Gamma(n + \ell + 3/2) = \frac{(1.3.5.7 \dots (2(n+\ell+1) - 1) \sqrt{\pi})}{2^{(n+\ell+1)}}.$$

Le programme calcule $A(IN, IL)$ sous la forme:

$$A(IN, IL) = \left[\frac{2^{n+\ell+2} n!}{\sqrt{\pi} (2n+2\ell-1)!!} B^3 \right]^{1/2}.$$

N.B. FCTREL calcule la fonction d'onde relative, c'est-à-dire où

$r = \frac{1}{\sqrt{2}} x$ si x est la distance entre les nucléons.

La définition utilisée par Moshinsky (Mo60) pour définir ses crochets est la suivante:

$$|n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 \lambda \mu\rangle = \sum_{n \ell NL} |n \ell NL \lambda \mu\rangle \langle n \ell NL \lambda | n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 \lambda \rangle$$

où les vecteurs sont définis comme suit:

$$|n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 \lambda \mu\rangle = \sum_{m_1 m_2} \langle \ell_1 m_1 \ell_2 m_2 | \lambda \mu \rangle \mathcal{R}_{n_1 \ell_1}^{(r_1)} \mathcal{R}_{n_2 \ell_2}^{(r_2)} Y_{\ell_1 m_1}(\theta_1, \varphi_1) Y_{\ell_2 m_2}(\theta_2, \varphi_2)$$

$$|n \ell NL \lambda \mu\rangle = \sum_{m M} \langle \ell L m M | \lambda \mu \rangle \mathcal{R}_{n \ell}^{(r)} \mathcal{R}_{NL}^{(R)} Y_{\ell m}(\theta, \varphi) Y_{LM}(\theta, \varphi)$$

$$\text{avec } \vec{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad \vec{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$$

ainsi $\psi_{4\text{He}}$ a été développée en fonction $\langle n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta} |$ et $\langle n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta} |$

des coordonnées $\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_2$ et $\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_3$ respectivement tandis que $\langle n \ell |$ est fonction de la coordonnée $\frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_3) = \vec{u}_1$.

Dans la sous-routine que l'on utilise pour calculer les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique, la coordonnée relative contient le facteur $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Pour obtenir $\langle n \ell(u_1) |$ il suffit alors de multiplier le paramètre HW par 2.

FONCTION DEUT(Z)

But: représenter la partie radiale de la fonction d'onde d'un deutéron.

1-type Hulthen: (De64, page 47).

La fonction d'onde spatiale peut s'écrire sous la forme:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{e^{-u/R} - e^{-u/\rho}}{u} Y_0^0$$

$$\text{normalisation: } \int \left(\frac{e^{-u/R} - e^{-u/\rho}}{u} \right)^2 Y_0^0 Y_0^0 u^2 du d\Omega =$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-2u/R} + e^{-2u/\rho} - 2e^{-u\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\rho}\right)}}{u^2} u^2 du =$$

$$\frac{R}{2} + \frac{\rho}{2} - 2 \left(\frac{1}{1/R + 1/\rho} \right) =$$

$$\frac{R + \rho}{2} - 2 \frac{R\rho}{R + \rho} = N$$

$$= \left(\frac{R + \rho}{2} - 2 \frac{R\rho}{R + \rho} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{e^{-u/R} - e^{-u/\rho}}{u} Y_0^0(\Omega)$$

N.B. Debenedetti utilise comme paramètre $R = 4.31$ fermi, $\rho = \frac{R}{7} = .616$ fermi

(De64). N.J. Carron utilise comme paramètre $R = 4.31$ fermi,

$\rho = .764$ fermi (Ca68).

2 - type gaussienne:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-ku^2} Y_0^0(\Omega_2)$$

normalisation:

$$\langle \psi^* \psi \rangle = \frac{1}{N} \int_0^\infty e^{-2ku_2^2} Y_0^0 Y_0^0 u_2^2 du_2 d\Omega_2$$

$$= \frac{1}{N} \int_0^\infty e^{-2ku_2^2} u_2^2 du_2$$

$$= \frac{1}{8k} \sqrt{\frac{\pi}{2k}}$$

$$\psi = \left(\frac{1}{8k} \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \right)^{-1/2} e^{-ku_2^2} Y_0^0(\Omega_2)$$

N.B. Dans Flowers et Mandl (FM51) $k = \lambda = .145 \text{ fermi}^{-2}$.

FONCTION RAD(Z)

But: donner la fonction d'onde plane sphérique représentant le mouvement relatif des deux deutérons multipliée par $\rho_F(E)$ où la densité des états finaux se trouve ainsi introduite. Seule la partie radiale est considérée ici, la partie angulaire ayant été traitée analytiquement.

$$\begin{aligned} R_2^m &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} k \left(\frac{M}{2\hbar k} \right)^{1/2} j_2(kr) \\ &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} k \left(\frac{M}{2\hbar k} \right)^{1/2} \left(\frac{\pi}{2kr} \right)^{1/2} J_{5/2}(kr) \\ &= \left(\frac{M}{\hbar^2} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{r} \right)^{1/2} J_{5/2}(kr) \end{aligned}$$

$$= .15523 \left(\frac{1}{r}\right)^{1/2} J_{5/2}(kr) .$$

Evaluation des $J_{5/2}$:

$J_{5/2}$ est évalué à partir des formules de récurrence :

$$J_{n+1}(x) + J_{n-1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x)$$

avec $J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ et $J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right) .$

E.5 - Vérification du programme

Chaque sous-routine a été vérifiée indépendamment.

En ce qui concerne les fonctions RAD, DEUT, OSC il est facile de calculer les valeurs des fonctions en certains points et de les comparer avec les résultats donnés par le programme. De même nous avons vérifié la sous-routine qui calcule les intégrales en calculant des intégrales que l'on savait intégrer analytiquement. Nous avons aussi vérifié les limites de convergence des différentes intégrales afin de fixer la limite d'intégration. Nous avons trouvé que la différence entre \int_0^{10} et \int_0^{20} pour la plupart des intégrales était de l'ordre de 10^{-3} ou moins. Nous avons fixé notre limite supérieure à 20 fermis pour toutes les intégrales radiales.

Une vérification partielle de l'ensemble du programme peut être obtenue si nous remarquons que les fonctions de l'oscillateur harmonique que nous utilisons pour développer notre fonction d'onde ${}^4\text{He}$ ont un comportement gaussien pour $n = l = 0$.

$$\text{Si nous posons } C_{n\alpha} = 1 \text{ si } n=0,$$

$$C_{n\alpha} = 0 \text{ si } n \neq 0.$$

et des relations analogues pour $C_{n\beta}$, $C_{n\gamma}$, $C_{n\delta}$, il ne subsiste plus dans le développement de $\psi({}^4\text{He})$ que des termes en:

$$|n_{\alpha\beta} \ell_{\alpha\beta}\rangle = |0\ 0\rangle = B^{3/2} \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} \exp(-\frac{1}{2} r^2) \quad \text{où } r = B u_2$$

$$|n_{\gamma\delta} \ell_{\gamma\delta}\rangle = |0\ 0\rangle = B^{3/2} \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} \exp(-\frac{1}{2} r^2) \quad \text{où } r = B u_3$$

$$|n \ell\rangle = |0\ 0\rangle = B'^{3/2} \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} \exp(-\frac{1}{2} r^2) \quad \text{où } r = B' u_1.$$

B est le paramètre $\left(\frac{\hbar\omega}{83}\right)^{1/2}$ qui apparaît dans la norme des fonctions d'onde relative de l'oscillateur harmonique:

$$r = B u_2 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\hbar^2/M}} u_2 = \sqrt{\frac{M\omega}{2\hbar}} u_2 = \sqrt{\frac{1}{2\gamma}} u_2 \quad \text{par définition } \gamma = \frac{\hbar}{M\omega}$$

et B' est tel que:

$$r = B' u_1 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{\hbar^2/M}} u_1 = \sqrt{\frac{1}{\gamma}} u_1.$$

La partie spatiale de $\psi_{4\text{He}}$ devient égale à:

$$B^{3/2} B^{3/2} B^{3/2} \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{1}{2\gamma} (u_1^2 + \frac{1}{2} u_2^2 + \frac{1}{2} u_3^2) \right)$$

Flowers and Mandl obtiennent l'expression équivalente:

$$\exp \left(-\lambda \left(u_1^2 + \frac{u_2^2}{2} + \frac{u_3^2}{2} \right) \right) \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^{9/4} * 2^{3/4} * (4\pi)^{3/2}$$

Pour retrouver ce résultat, il nous suffit de poser $\gamma = \frac{1}{2\lambda} = 3.451 \text{ fermi}^2$.

Ceci correspond à choisir $HW = \hbar \omega = 41.5 \frac{1}{\gamma} = 12$.

Donc pour retrouver les résultats de Flowers et Mandl, il faut

$$C_{n_\alpha} = 1 \quad \text{si } n_\alpha = 0, \quad C_{n_\alpha} = 0 \quad \text{si } n_\alpha \neq 0$$

$$C_{n_\beta} = 1 \quad \text{si } n_\beta = 0, \quad C_{n_\beta} = 0 \quad \text{si } n_\beta \neq 0$$

$$C_{n_\gamma} = 1 \quad \text{si } n_\gamma = 0, \quad C_{n_\gamma} = 0 \quad \text{si } n_\gamma \neq 0$$

$$C_{n_\delta} = 1 \quad \text{si } n_\delta = 0, \quad C_{n_\delta} = 0 \quad \text{si } n_\delta \neq 0$$

$HW = 12$ pour ARG2 et ARG4.

$HW = 12 \times 2$ pour ARG1 et ARG5.

De plus il faut choisir pour fonction d'onde radiale du deuteron une forme gaussienne avec $\lambda = .145 \text{ fermi}^{-2}$.

$$\psi_d = e^{-\lambda u_2^2}$$

Dans ces conditions TERM1 et TERM2 sont indépendants du spin et de l'isospin. La partie de spin et d'isospin contribue donc pour

$$\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2 \times 3 \times 4}}}_{\psi_i} \times \underbrace{\frac{4}{2}}_{\text{spin}} \times \underbrace{\frac{3}{\sqrt{3}}}_{\text{isospin}} \times \underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}}_{\text{normalisation}} = \underbrace{\sqrt{\frac{3}{2}}}_{\psi_f}$$

Flowers and Mandl n'ayant pas tenu compte de façon correcte de l'antisymétrisation ont posé que cette contribution était 1.

On constate que notre programme reproduit bien la courbe de Flowers et Mandl à un facteur 3/2 près.

Si nous reprenons le traitement de la partie de spin tel qu'amorcé par Flowers et Mandl nous pouvons mettre en évidence le facteur 3/2 qui manque.

En effet la partie de spin de ψ_4^{He} s'écrit:

$$\eta^a(1234) = \frac{1}{2} (\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1) (\alpha_3 \beta_4 - \alpha_4 \beta_3).$$

Pour le deutéron, on a $\psi_d^m(1, 3) = \Phi_d(1, 3) \rho_m(1, 3)$ $m = 1, 0, -1$

où Φ_d est la partie spatiale et ρ_m la partie de spin;

$$\text{on a } \rho_1 = \alpha_1 \alpha_3, \quad \rho_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_1 \beta_3 + \alpha_3 \beta_1), \quad \rho_{-1} = \beta_1 \beta_3;$$

on suppose que 1, 2 sont des protons et 3, 4 des neutrons. Les particules sont un état $S = 0 = m_s$.

La fonction d'onde antisymétrique de l'état final doit être écrite comme :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (\alpha_1 \alpha_3 \beta_2 \beta_4) \Phi_d(1,3) \Phi_d(2,4) R_2^{m'} (\alpha_1 \beta_3 + \alpha_3 \beta_1) (\alpha_2 \beta_4 + \alpha_4 \beta_2) \right.$$

$$\times \Phi_d(1,3) \Phi_d(2,4) R_2^{m'} + \beta_1 \beta_3 \alpha_2 \alpha_4 \Phi_d(1,3) \Phi_d(2,4) R_2^{m'} \left. \right]$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{3}} (\dots \dots \text{expression analogue où le neutron 4 est échangé avec le neutron 3}) \left. \right] .$$

Le produit scalaire de $\langle \Phi_1({}^4\text{He}) | \Phi_f \rangle$ donne le facteur $\sqrt{3/2}$ désiré.

Ce test nous permet de vérifier une partie du programme en particulier les différentes constantes de normalisation qui interviennent dans le problème. Il ne permet pas de tester correctement HARTRE1 et HARTRE2 car les sommations deviennent triviales.

Nous avons finalement vérifié que le programme trouvait bien les bons coefficients de Moshinsky (eux-mêmes comparés aux tables de référence).

REMERCIEMENTS

Ce travail a pu être réalisé grâce au concours d'un grand nombre de personnes

Mes remerciements iront d'abord à Monsieur le Professeur W. Del Bianco qui a initié ce projet et a maintenu un intérêt constant pour cette recherche.

Je dois ensuite rendre un hommage particulier aux étudiants, membres du groupe, pour l'aide appréciable apportée lors de la prise des données expérimentales. Que P. Boucher, D. Benoit et S.K. Kundu trouvent là l'expression de mes sincères remerciements.

La partie théorique de ce travail a été ébauchée lors de discussions avec G. Saunier et B. Rouben et ils ont contribué à éclairer bien des points obscurs pour un expérimentateur. Ils m'ont aussi fourni les paramètres des fonctions d'onde étudiées et à ce titre, je les remercie tout particulièrement.

Je remercie aussi Madame Lise Blanchet qui a dactylographié ce texte et J. Bérichon qui en a reproduit les figures, sans oublier que tout le personnel du laboratoire est, à divers titres, responsable du succès de cette entreprise.

J'adresse enfin mes plus sincères remerciements à ma femme pour l'appui qu'elle m'a apporté et la compréhension dont elle a fait preuve en maintes occasions.

Ce travail a pu être réalisé grâce à l'appui financier
de l'Entente France-Québec et du Conseil National de Recherches,
et je les en remercie.

BIBLIOGRAPHIE

- (Ab64) Handbuch of Mathematical Functions, édité par M. ABRAMOWITZ et I.A. STEGUN - National Bureau of Standards, AMS 55 (1964).
- (Ah69) E. AHMED, S.M. CHOWDHURY and D. HUSAIN - Nucl. Phys. A141 (1970) 644.
- (Ak62) K. AKIMOV et al. - JETP 14, (1962) 512.
- (Ar71) J.M. ARKATOV, P.J. VATSET, V.J. VOLOSHCHUK, I.M. PROKHORETS, A.F. KHODYACHIKH, V.I. CHMIL - IV International Conference on High Energy Physics and Nuclear Structure - Dubna (1971).
- (As65) J.C. ASBURY and F.J. LOEFFLER - Phys. Rev. 137 (1965) B1214.
- (Ba61) A.M. BALDIN, V.I. GOL'DANSKII, I.L. ROSENTHAL - Kinematics of Nuclear Reactions, Pergamon Press (1961), Chap.X.
- (Ba68) S.L. BLATT, J. MAHIEUX and D. KOHLER - Nucl. Instr. and Meth. 60 (1968) 221.
- (Be71) D. BENOIT - Thèse de maîtrise, Université de Montréal (Juin 1971).
- (Ca68) N.J. CARRON - Phys. Rev. 168, (1968) 1095.
- (Cr69) L. CRONE and C. WERNTZ - Nucl. Phys. A134, (1969) 161.
- (Cu70) R.Y. CUSSON and H.C. LEE - Communication à la conférence de Kingston (Août 1970).

- (Da65) C.M. DAVISSON in Alpha, Beta, Gamma Ray Spectroscopy, Vol 1, édité par K. SIEGBAHN, North Holland Publ. Co., Amsterdam (1965).
- (De62) L.M. DELVES - Australian J. Phys. 15 (1962) 59.
- (De64) DE BENEDETTI - Nuclear Interaction, John Wiley & Sons (1964) chap.4.
- (De68) W. DEL BIANCO et F. LEMIRE - Nucl. Instr. and Meth. 61 (1968) 229.
- (De69) W. DEL BIANCO et J.M. POUTISSOU - Phys. Lett. 29B (1969) 299.
- (Deg69) A. DEGRE - Thèse de doctorat (3ième cycle), Strasbourg (1969).
- (Er53) A. ERDELYI and al. - Higher Transcendental Functions, McGrawHill Book Co., Vol.II, page 189 (1953).
- (Er70) F. ERDAS, B. MOSCONI, A. POMPEI, P. QUARATI - Phys. Lett. 32B (1970) 659.
- (Er71) F. ERDAS, B. MOSCONI, A. POMPEI, P. QUARATI - Nucl. Phys. A174 (1971) 657.
- (Fe65) A.J. FERGUSON - Angular Correlation Methods in Gamma Ray Spectroscopy, North Holland Publ. Co. (1965) Chap.IV.
- (FM51) B.H. FLOWERS and F. MANDL - Proc. Roy. Soc. (London) A206 (1951) 131.
- (GI51) J.C. GUNN and J. IRVING - Phil. Mag. 42 (1951) 1353
- (Ho63) P.E. HODGSON - The Optical Model of Elastic Scattering, Clarendon Press, Oxford (1963), page 118.

- (Ho64) P.E. HODGSON - Congrès International de Physique Nucléaire, Paris (Juillet 1964) Vol. I, page 273.
- (Ja62) J.D. JACKSON - Classical Electrodynamics, John Wiley, page 397.
- (Ja68) S.C. JAIN and B.K. SRIVASTAVA - Phys. Rev. 169 (1968) 883.
- (Ja68b) S.C. JAIN and B.K. SRIVASTAVA - Proc. Phys. Soc. A, Ser 2, 1 (1968) 558.
- (Ka66) P. KRAMER and M. MOSHINSKY - Phys. Lett. 23 (1966) 574.
- (Ko59) J. KOCHUM and N. STARFELT - Nucl. Instr. and Meth. 4, (1959) 171.
- (Le68) J. LETOURNEUX - Cours de structure nucléaire, Université de Montréal (1968).
- (Me65) A. MESSIAH - Mécanique quantique, Tome 1, Dunod, Paris (1965).
- (Me68) W.E. MEYERHOF and T.A. TOMBRELLO - Nucl. Phys. A109 (1968) 1.
- (Me69) W.E. MEYERHOF and al. - Nucl. Phys. A131, (1969) 489.
- (Mo60) T.A. BRODY and M. MOSHINSKY - Table of Transformation Brackets, Gordon and Breach Science Publ. (1960).
- (Pi71) P. PICOZZA, C. SCHAERF, and R. SCRIMAGLIO, G. GOGGI, A. PIAZZOLI and D. SCANNICCHIO - Nucl. Phys. A157, (1970) 190.
- (Po63) J.A. POIRIER and M. PRIPSTEIN - Phys. Rev. 130, (1963) 1171.
- (Po68) J.M. POUTISSOU - Mémoire de maîtrise, Université de Montréal (1968).

- (Po71) J.M. POUTISSOU and W. DEL BIANCO - Bull. of Am. Phys. Soc.
No 16 (1971) 133.
- (Ro53) M.E. ROSE - Phys. Rev. 91, (1953) 3.
- (Ro69) B. ROUBEN - Ph.D. Thesis, M.I.T. (Avril 1969).
- (Sa68) G. SAUNIER - Thèse de doctorat, Rapport LPN-UM-30,
Laboratoire de Physique Nucléaire, Université de Montréal (1968).
G. SAUNIER and J.M. PEARSON - Phys. Rev. C1, (1970) 1353.
- (Sa71) G. SAUNIER et B. ROUBEN - Rapport interne LPN-UM-65,
Laboratoire de Physique Nucléaire, Université de Montréal (1971).
- (Sh54) W.T. SHARP and al. - Tables of Coefficients for Angular
Distribution Analysis, A.E.C.L. No 97, Chalk River (Ontario)(1954)
- (Sk70) D.M. SKOPIK, W.R. DODGE and B.F. GIBSON - Bull. Am. Phys.
Soc. 15 (1970) 481.
- (Sz70) P.P. SZYDLIK - Phys. Rev. C1, (1970) 146.
- (Ta68) P. TARAS - LPN-UM-25, rapport interne, Laboratoire de
Physique Nucléaire, Université de Montréal (1968).
- (Th69) D.R. THOMPSON - Nucl. Phys. A143 (1969) 304.
- (Th70) D.R. THOMPSON - Nucl. Phys. A154, (1970) 442.
- (Wa70) G.D. WAIT, S.K. KUNDU, Y.M. SHIN and W.F. STUBBINS -
Phys. Lett. 33B (1970) 163.
- (We68) C. WERNTZ and W.E. MEYERHOF - Nucl. Phys. A121 (1968) 38.
- (Zu63) R.W. ZURMÜHLE, W.E. STEPHENS and H.H. STAUB -
Phys. Rev. 132, (1963) 751.