Université de Montréal

Est-il raisonnable d'être rationnel?
Opposition entre modèle normatif et modèle descriptif
en théorie de la décision

par

Diane Gendron

Département de philosophie

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de

Maître ès arts (M.A.)

en philosophie

août 1999

Université de Montréal

Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé :

Est-il raisonnable d'être rationnel?

Opposition entre modèle normatif et modèle descriptif

en théorie de la décision

Présenté par :

Diane Gendron

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Maurice Lagueux

Daniel Laurier

François Lepage

Mémoire accepté le : ......21 décembre 1999......

SOMMAIRE

L'objet de ce mémoire est l'examen des concepts permettant de définir la prise de décision. Deux modèles de la décision seront étudiés, soit les modèles descriptif et normatif. Les théories normatives, par exemple la théorie de Savage, définissent une décision rationnelle comme étant une décision qui maximise l'utilité attendue d'un acte, en fonction des désirs et des attributions de probabilité d'un individu. Ces théories cherchent à formaliser le processus de décision d'un individu rationnel idéal et pourraient ensuite avoir une valeur prescriptive, c'est-à-dire qu'elles pourraient indiquer aux individus concrets les décisions qui sont les meilleures. Par contre, lorsque la théorie se veut davantage le reflet que le guide de la décision concrète, elle doit tenir compte des caractéristiques et des turbulences de l'environnement et évaluer leur impact sur la décision. C'est ce que font Kahneman et Tversky lorsqu'ils tiennent compte, entre autres, de l'effet de certitude et de l'effet du mode de présentation d'un problème dans leur théorie de la décision. La théorie sera alors dite descriptive et s'inspirera davantage des "sciences" du comportement. Dans ce cas, on recherche moins la puissance théorique, c'est-à-dire la capacité d'engendrer des idéalisations acceptables, que l'union harmonieuse du modèle et de la réalité qu'il exprime. Notre recherche vise à faire l'évaluation critique de chacune de ces approches et de proposer, si possible, quelques éléments de solution aux problèmes soulevés.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

REMERCIEMENTS

Certaines décisions ne sont pas faciles à prendre, j'en étais déjà convaincue avant de développer le sujet de ce mémoire! Tout au long du parcours qui se termine ici, j'ai dû apprendre à conjuguer travail, études et autres engagements, mais cette tâche a été grandement facilitée grâce au soutien des personnes extraordinaires qui m'entourent.

En premier lieu, je tiens à remercier François Lepage, directeur du département de philosophie de l'Université de Montréal. Du début de ma scolarité en philosophie jusqu'au dépôt de ce mémoire, j'ai pu compter sur son soutien, son entière disponibilité et sur ses conseils avisés. Je lui en suis très reconnaissante.

Je remercie également Robert Dessureault et Alain Roy, professeurs au cégep de St-Hyacinthe, car la lecture attentive qu'ils ont faite de mes textes et leurs commentaires m'ont été très profitables.

J'aimerais aussi remercier mes parents, Estelle et Gérald, ainsi que Mohamed, mes amis et tous ceux que j'ai cotoyés pendant mes études. C'est grâce à leur accompagnement et à leurs encouragements que ce chemin fut agréable à parcourir.

En teminant, j'aimerais formuler un merci bien spécial à ma sœur, Julie, car l'exemple de son courage et de sa détermination m'a démontré que même les problèmes qui semblent insurmontables peuvent être résolus. Merci.

INTRODUCTION

La prise de décision est une expérience si familière et, bien souvent, si banale qu'il pourrait sembler fort aisé de la décrire. Cependant, le simple fait de se demander, dans une situation donnée, «quelle est la bonne décision à prendre?» ouvre la porte à un large éventail de réflexions. En effet, cette question toute simple renvoie à des problèmes fondamentaux concernant l'essence de l'être humain, son rapport à la nature, ou l'organisation de la vie en société.

La prise de décision est une chose, mais la certitude de prendre **la** bonne décision en est une autre. Nous n'avons pas la connaissance parfaite de notre environnement et du futur; il nous est donc impossible de prédire exactement quelle décision produira les conséquences qui seraient préférées par un agent. À défaut de connaître avec certitude la bonne décision, on ne peut que choisir celle qui a le plus de chance de s'avérer être la «bonne». Les théoriciens de la décision ont donc voulu solutionner la question de savoir quelle serait, compte tenu de notre ignorance partielle, la meilleure décision, en espérant que la bonne et la meilleure ne soient pas ennemies.

Pour ces théoriciens, la meilleure décision s'évalue selon une norme, celle de la raison, qui peut aussi devenir l'étalon de nos compétences cognitives. La première étape consiste à faire l'hypothèse que la meilleure décision est celle qui découle d'un choix rationnel. Le but premier de la théorie de la décision est alors de définir les conditions et les principes de base du choix rationnel. La théorie de la décision veut ainsi mettre en évidence les mécanismes internes de la décision en prenant comme point de départ les désirs et les croyances d'un individu et en leur appliquant des conditions de cohérence. On comprendra que cela permet de mieux délimiter la tâche, mais ne la simplifie pas : on isole les facteurs extérieurs telles les considérations d'ordre éthique, politique ou économique, mais les mécanismes internes de la décision sont loin de faire l'objet d'une connaissance claire et précise.

Deux points de vues se dégagent de cette entreprise, soit les points de vue normatif et descriptif. Les théories normatives affirment qu'une décision est rationnelle si elle maximise l'utilité attendue des conséquences. Ces théories cherchent à formaliser le processus de décision d'un individu rationnel idéal et peuvent ensuite avoir une valeur prescriptive, c'est-à-dire qu'elles indiquent aux individus concrets les décisions qui sont les meilleures. Par contre, les théories descriptives s'inspirent davantage des "sciences" du comportement. Dans ce dernier cas, elles se veulent davantage le reflet que le guide de la décision concrète. Elles intègrent dans leur modèle les caractéristiques et les turbulences de l'environnement et elles évaluent leur impact sur la décision. C'est ce que font Kahneman et Tversky lorsqu'ils tiennent compte, entre autres, de l'effet de certitude et de l'effet du mode de présentation d'un problème dans leur théorie de la décision. Dans ce cas, on recherche moins la puissance théorique, c'est-à-dire la capacité d'engendrer des idéalisations acceptables, que l'union harmonieuse du modèle et de la réalité qu'il exprime.

Le but de notre recherche sera de faire l'évaluation critique de chacune de ces approches. D'abord, nous présenterons de façon générale les concepts de base de la théorie de la décision. Puis, dans les chapitres deux et trois, nous analyserons de façon plus détaillée ses fondements théoriques à travers le développement historique des concepts d'utilité et de probabilité. Ensuite, nous pourrons faire la présentation d'une axiomatique-phare de la théorie normative de la décision : la théorie de L.J. Savage. Le dernier chapitre fera l'analyse et le bilan des critiques faites à l'encontre de cette approche, principalement par les tenants des théories descriptives.

En filigrane de cette étude, c'est toute la question de la rationalité humaine qui ressurgie, à travers celle, idéale ou illusoire, de nos décisions. Sommes-nous rationnels? Sinon, est-il raisonnable de voir en la rationalité le guide idéal de nos décisions? «Comment la raison est-elle venue au monde? Comme il se doit, nous dit Nietzsche, de façon déraisonnable, par un hasard. Il faudra le déchiffrer comme une énigme»[1] Espérons seulement que ce travail de «déchiffrage» laissera derrière lui un sol d'interrogations fertile.

1 F. Nietzsche, *Aurore*, Paris, Gallimard, 1989, p.103.

CHAPITRE I

PRÉSENTATION DE LA THÉORIE DE LA DÉCISION

1.1 Points de vue normatif et descriptif

Lorsqu'on veut formaliser le processus par lequel un individu fait face à une décision, deux approches peuvent être adoptées : l'approche normative et l'approche descriptive. La première cherche à établir les normes de la décision rationnelle, elle nous dit comment une personne idéalement rationnelle devrait décider. La seconde approche représente la façon dont les individus prennent effectivement des décisions dans la vie de tous les jours. L'approche descriptive s'appuie donc sur une généralisation du comportement.

La tâche d'un modèle normatif consiste à explorer les caractéristiques formelles de différentes descriptions a priori du comportement rationnel ou à explorer les conséquences logiques de différentes règles de la décision. On retrouve l'interprétation normative principalement chez les économistes et les philosophes qui s'intéressent aux fondements logiques et philosophiques de la rationalité.

Les questions qui tombent dans le champs de l'analyse descriptive sont reliées à tout ce qui concerne comment et pourquoi les individus pensent et agissent de la façon dont ils le font. Ces études intéressent principalement les sciences sociales, notamment la psychologie, qui cherchent à découvrir comment les gens réels (par opposition aux «agents idéalement rationnels») se comportent lorsqu'ils prennent des décisions.

On fait parfois référence à une troisième approche dite prescriptive. Celle-ci est quelque peu hybride car elle veut établir des règles pour aider les individus à prendre des décisions c'est-à-dire aider les personnes concrètes donc faillibles, ayant possiblement des désirs contradictoires et des émotions qui perturbent leur réflexion. Elle veut les aider à prendre des décisions rationnelles, c'est-à-dire qu'elle prétend apprendre aux gens à faire des choix meilleurs que ceux qu'ils auraient faits s'ils avaient été laissés à eux-mêmes. Cependant, pour être en mesure d'affirmer quel est le choix le meilleur, le modèle prescriptif présuppose une prise de position théorique. Encore faut-il savoir de quelle nature sera cette prise de position. Le modèle de décision descriptif peut-il être utilisé à des fins prescriptives ou cela revient-il uniquement au modèle normatif?

Si le modèle descriptif est développé dans le but de rendre les gens conscients de leurs propres mécanismes de décision, de façon à ce que le processus décisionnel, en gagnant en transparence, soit plus cohérent, alors il ne s'agit que d'un détour nous ramenant, en quelque sorte, au modèle normatif, puisque la cohérence en est l'un des axiomes de base que nous présenterons par la suite. De façon générale, les tenants de l'approche prescriptive semblent lui voir une filiation naturelle avec l'approche normative. Certains auteurs affirment cependant qu'il faut porter plus d'attention aux études empiriques parce que les prescriptions formulées en termes d'agents rationnels idéaux n'ont presque rien à voir avec la question de savoir comment les humains devraient se comporter. Ceci parce qu'on assume qu'un agent rationnel peut acquérir, retenir et manipuler un nombre illimité d'informations sans faire d'erreur tout en étant conscient des conséquences logiques de ses croyances, ce qui est hors de portée des agents réels. La question est maintenant de savoir s'il faut adapter la théorie aux agents pour la rendre plus réaliste ou si elle peut servir aux agents en tant que modèle idéal.

Plusieurs réactions sont possibles devant le fait que le comportement réel des décideurs ne concorde pas toujours avec le comportement prévu par le modèle normatif. Il est possible de tenter de modifier la théorie pour la rendre plus conforme au comportement réel. On peut aussi considérer que la théorie illustre le comportement idéal mais que les individus en dévient souvent parce qu'ils font des erreurs. On sera alors porté à donner à la théorie une valeur prescriptive, en ce sens qu'il serait possible d'aider les gens à prendre des décisions en utilisant les moyens fournis par la théorie. Par contre ceci serait possible en autant que les déviations soient occasionnelles : si certaines déviations étaient systématiques et qu'on devait les utiliser pour amener les gens à choisir dans le sens de la théorie, par exemple, utiliser avantageusement l'effet de cadrage dont discutent Kahneman et Tversky[2], on ne pourrait plus parler de décision rationnelle et pleinement délibérée. En économie, le modèle normatif est considéré comme une bonne approximation des comportement réels, ce qu'on justifie en disant que, dans un contexte compétitif, les entreprises rationnelles sont avantagées et donc serviront de modèle aux autres, qui se "normaliseront". De même, l'utilisation du modèle normatif en tant qu'approximation des comportements réels, à travers, notamment, le concept de «rational economic man» qui se veut une idéalisation explicative, est justifiée de la façon suivante : même si bien des gens ne sont pas complètement rationnels, le modèle normatif est une bonne approximation car si on imagine un monde où presque tout le monde est irrationnel, il suffit qu'il y ait quelques individus rationnels pour tirer un profit personnel de l'irrationalité des autres et grâce, à l'apprentissage et l'adaptation, l'équilibre prédit par le modèle serait vite rétabli. De cette manière, le caractère normatif du modèle est utilisé pour renforcer sa valeur descriptive. Il faudrait cependant vérifier la validité de cet argument et voir s'il peut réellement s'appliquer d'un point de vue individuel.

La théorie descriptive relève d'une analyse empirique. La force de la théorie normative repose sur la cohérence qui constitue, du même coup, le critère minimal de la rationalité. Le choix d'un modèle de décision implique aussi différentes façons d'évaluer le modèle; le modèle descriptif sera évalué en fonction de sa validité empirique (c'est-à-dire de sa correspondance aux faits), le modèle normatif, en fonction de sa puissance théorique et le modèle prescriptif, en fonction de sa valeur pragmatique. Dans chacun des modèles, on retrouve les éléments du triangle: système mathématique abstrait / monde / représentation du monde, mais chacun

---

2 A.Tversky et D. Kahneman, «The framing of decisions and the psychology of choice», *Science*, vol. 211, 1981, p. 453-458.

conçoit de façon différente la relation dynamique qui existe entre les trois entités.

représentation du monde

Δ

système math monde

En ce qui concerne notre recherche, les trois sommets de ce triangle pourraient représenter le phénomène de la décision, notre représentation de ce qui constitue une décision et le système formel permettant de décrire cette décision. Il existe, en fait, un grand nombre de modèles qui conçoivent différemment les relations qui unissent ces trois éléments. Ainsi, la dichotomie entre modèles normatifs et modèles descriptifs n'est pas nettement tranchée et il serait plus juste de parler de continuité entre recherches empiriques et recherches théoriques. De façon générale, nous pourrions représenter l'approche normative et l'approche descriptive par des triangles non-isocèles, la première fondant sa représentation de la décision davantage à partir d'un système formel idéal et la seconde, à partir de la décision réelle.

Dans les paragraphes suivants, nous présenterons certains des éléments de base qui permettent d'établir des liens entre les trois sommets de notre triangle de la décision. Par la suite, nous étudierons de plus près les caractéristiques de l'approche normative et de l'approche descriptive, dans le but de savoir ce qu'elles peuvent nous apprendre sur le phénomène de la décision. Nous permettent-elles de mettre en lumière les structures internes de l'entendement humain ou décrivent-elles seulement de façon plus rigoureuse un des aspects du comportement humain? Peut-on décrire la rationalité de façon objective, c'est-à-dire en faisant abstraction du facteur humain? Peut-on, à l'aide d'un modèle formel, réussir à prendre de meilleures décisions? La théorie normative constitue-t-elle une voie de recherche viable, ou les critiques qui lui sont adressées minent-elles sa validité? Voilà quelques-unes des questions auxquelles nous tenterons de répondre.

1.2 Caractéristiques générales

Il existe plusieurs versions de la théorie normative : mentionnons les versions bayésienne et non bayésienne de la théorie de l'utilité attendue, ainsi que leurs applications à la théorie des jeux ou de la décision individuelle. Nous nous intéresserons principalement à leur propositions communes centrales, avant d'étudier plus en détail la théorie normative proposée par Savage.

Le but des théories normatives de la décision est de développer un système d'axiomes ou de postulats de rationalité qui détermine un modèle formel du comportement rationnel. La formalisation d'un problème de décision, c'est-à-dire la description de ses éléments par des valeurs, des fonctions, des graphes, correspond à une simplification qui permet d'exploiter le puissant outil d'analyse qu'est le langage mathématique. Cela ne veut pas dire que le champ d'application soit strictement limité à des problèmes quantitatifs, mais il est certain que, dans la pratique, les décisions proposées par la théorie seront généralement quantifiées.

Le développement de la théorie de la décision est d'ailleurs intrinsèquement lié à la formation d'une théorie mathématique : la théorie des probabilités. La représentation mathématique de l'incertitude est d'une telle importance pour la théorie de la décision que nous lui consacrerons un chapitre entier afin de bien en saisir les nuances et les enjeux.

La théorie des probabilités a connu une formalisation plus générale que celle de la théorie de la décision. Les diverses versions de cette dernière peuvent recevoir des axiomatisations totalement différentes. Il est cependant possible de définir quelques constantes de base. De façon générale, on peut définir le paradigme canonique de la décision rationnelle comme un système qui comporte :

1) un agent décisionnel;

2) un ensemble d'actes possibles;
3) un ensemble de conséquences possibles;
4) une partition des états possibles du monde.

Nous présenterons maintenant les caractéristiques générales de chacun de ces éléments.

1.2.1 Les éléments de la décision : actes, états du monde et conséquences.

Pour bâtir un modèle de choix pleinement délibéré, il faut imaginer une situation où toute action implique une ou plusieurs conséquences. L'incertitude se situe au niveau des états du monde. Le décideur, confronté à une série d'états du monde dont il sait que l'un d'eux sera effectivement réalisé sans qu'il puisse exactement prédire lequel, doit choisir une action. L'action qu'il choisit aura certaines conséquences, suivant l'état du monde réalisé.

Outre l'agent décisionnel, on analyse une situation de choix en faisant intervenir trois éléments principaux :

1) L'ensemble des actes. Le décideur peut avoir le choix d'effectuer différents actes. Cependant, il ne contrôle pas complètement les facteurs qui déterminent le résultat de son acte.

2) L'ensemble des différents états du monde possibles. L'ensemble est exhaustif et les états sont mutuellement exclusifs . Cet ensemble nous permet de prendre en compte la part d'incertitude liée aux événements futurs. (Par exemple : dans 10 jours, il fera beau ou il pleuvra).

3) L'ensemble des conséquences. Les conséquences sont associées, respectivement, à chacun des actes et elles dépendent, en partie, de l'état du monde.

On peut représenter ces trois éléments sous forme de table de décision, comme dans l'exemple suivant où A1 et A2 sont des actes, E1 et

E2 sont des événements et C11 est la conséquence de l'acte A1 si l'événement 1 est réalisé :

Tableau 1.1 Table de décision

	E1	E2
A1	C11	C12
A2	C21	C22

Le choix d'un ensemble donné ou d'une table de décision fournit la spécification du problème. Pour que la spécification du problème soit complète et exhaustive, les états doivent être exclusifs et exhaustifs. Pour s'assurer de l'exhaustivité sans se retrouver avec un nombre infini d'états, il faut évaluer à quel moment cesser la décomposition. On peut toujours ajouter un état appelé : «aucun des états précédents n'est réalisé».

Les états doivent être décrits de façon appropriée, c'est-à-dire de façon à ce que les actes n'influencent pas la probabilité des états. En effet, comme certains états semblent plus favorables que d'autres, on pourrait les spécifier par une description du genre «je fais le bon choix», «les choses tournent mal», ou «je gagne mon pari». Il est cependant inapproprié de définir les états de cette manière car alors la définition même de l'état (et sa probabilité) dépend de l'acte.

Par contre, il peut y avoir plusieurs descriptions d'états qui soient pertinentes et correctes et on doit choisir quelle est la meilleure spécification, ce qui constitue une décision de second ordre. On pourrait donc utiliser la théorie de la décision pour choisir la meilleure spécification ce qui peut conduire à une régression à l'infini. Pour utiliser la théorie de la décision, il faut inévitablement faire des choix sans l'aide de la théorie de la décision et on les appelle les «décisions immédiates».

1.2.2 Décision en situation de certitude, de risque, d'incertitude ou d'ignorance

Les théories normatives de la décision assument que lorsqu'un décideur sait exactement quelles seront les conséquences de ses actes, la décision rationnelle consiste à choisir l'action qui produira la conséquence la plus souhaitable. Cependant, comme on ne peut que bien rarement être certain de ce que nous réserve l'avenir, la plupart de nos décisions ne sont pas aussi simples. Pour être plus fidèle aux conditions réelles de décision, la théorie doit tenir compte de l'incertitude en partie inhérente à nos limitations d'être humain. On pourrait reprendre les propos de M.Parizeau, interviewé sur la notion de «référendum gagnant» : «s'il y avait moyen de réduire le risque à zéro, comme dirait l'autre, ça se saurait!». Le terme «incertitude» est utilisé, ici, en un sens large qui signifie que nous ne connaissons pas avec exactitude les événements qui se produiront ainsi que les conséquences de nos actes. Cependant, les théoriciens de la décision distinguent différentes sortes d'absence de certitude. En général, on parlera de situations d'incertitude, en un sens plus restreint, pour désigner les situations pour lesquelles les probabilités associées aux événements ne sont pas connues, par opposition aux situations de risque où l'individu ne sait pas quel événement parmi plusieurs possibles sera réalisé mais il connaît la probabilité associée à chacun d'eux. Cette distinction est généralement attribuée à Keynes (1921). On retrouve, chez divers auteurs des variantes de cette description générale. Par exemple, Luce et Raiffa (1957) définissent l'incertitude comme une ignorance totale et ajoutent une catégorie nommée «ignorance partielle» qui correspond à un mélange de risque et d'incertitude.

Toutefois, cette division en deux classes de la catégorie «absence de certitude» présuppose une prise de position théorique quant à la nature des probabilités. Lorsqu'on dit des probabilités qu'elles sont «connues» ou «inconnues», cela laisse entendre qu'elles ont une existence objective. Il en va tout autrement pour les auteurs qui adoptent une interprétation subjective des probabilités. Pour ceux-ci, la distinction entre risque et incertitude disparaît complètement car toutes les probabilités sont ramenées à des probabilités subjectives. L'incertitude recouvre les cas où l'individu attribue une probabilité subjective aux événements. Dans ce cas, les probabilités sont toujours connues, dans la mesure où le décideur se donne la peine de préciser ses croyances. Nous reviendrons sur la question de la nature des probabilités dans le chapitre III.

À ce stade-ci, nous nous en tiendrons aux définitions suivantes. Supposons qu'un choix doive être fait entre deux actions. Nous dirons qu'il s'agit d'une décision prise en situation :

(a) de certitude, si chaque action conduit invariablement à un résultat spécifique.

(b) de risque, si chaque action conduit à un ensemble de résultats possibles, chaque résultat se réalisant selon une probabilité connue du décideur. Bien sûr, la certitude est un cas dégénéré de risque où les probabilités sont 0 et 1.

(c) d'incertitude, si l'une des actions ou les deux ont comme conséquence un ensemble de résultats possibles mais où les probabilités de ces résultats sont inconnues.

1.2.3 Le décideur : ses désirs et ses croyances

Le champ de la prise de décision se sépare en deux selon que la décision est prise par (i) un individu ou (ii) par un groupe.

Convenons que le point de départ de la décision est l'agent qui prend cette décision. Précisons tout d'abord que l'agent de la décision peut être soit un individu, soit un groupe. La distinction entre ces deux termes est fonctionnelle, par conséquent, «individu» peut aussi bien représenter une personne qu'un groupe de personnes ayant des intérêts communs et un «groupe» est constitué d'«individus» ayant des intérêts divergents. La décison de groupe est l'objet de la théorie des jeux, qui s'est constituée en domaine de recherche distinct. Dans le cadre de ce mémoire, nous nous limiterons à l'étude de la décision individuelle en situation d'incertitude.

Pour comprendre ce qu'est la décision, on doit prendre en considération les croyances et les désirs de l'agent qui décide. D'une part, nos désirs nous permettent de déterminer la valeur ou l'utilité que nous accordons à la conséquence attendue d'un acte. D'autre part, nos croyances et nos connaissances, construites à partir des informations accumulées en fonction de leur pertinence dans le processus du choix, nous permettent d'attribuer une probabilité à la conséquence.

Selon le modèle normatif, l'évaluation des différentes options dépend de la "désirabilité" des différentes conséquences. Communément, on admet que le décideur puisse calculer l'utilité de chaque conséquence. Ici, l'utilité correspond à la valeur intrinsèque de la conséquence, indépendamment des facteurs extérieurs tel le risque. La valeur des conséquences est déterminée par une mesure de l'utilité qui assigne une valeur numérique aux conséquences. De plus, les croyances d'un décideur concernant les états du monde pour une situation donnée peuvent être représentées par une mesure de probabilité unique dont la somme des Si...Sn est 1. Pour tous les états et tous les actes, la probabilité de l'état est indépendante de l'acte choisi. Ainsi, pour déterminer la valeur d'un acte et, par le fait même, notre préférence entre plusieurs actions possibles, on tient compte de l'utilité des conséquences possibles pondérée par leur probabilité respective. Dans le modèle idéal, les préférences quant aux conséquences sont supposées stables, consistantes, précises et indépendantes du problème. En réalité, elle sont souvent imprécises, changeantes et dépendantes du problème.

Parfois il semble que des facteurs externes, autre que l'utilité des conséquences, influencent la valeur des options. Par exemple: le risque encouru. Cependant, cela n'est pas pris en considération par la théorie classique.

La théorie de la décision suppose que les agents ont des croyances et des désirs, que ceux-ci déterminent nos décisions, et qu'ils obéissent à une règle minimale de comportement rationnel, la règle de maximisation de l'utilité attendue. Selon celle-ci, un agent tend à faire ce qu'il juge le plus utile, en fonction de ses croyances et de ses informations sur le monde. Voyons comment s'articulent ces éléments.

Nos désirs seront représentés par la valeur que nous attribuons à la conséquence d'un acte. Ils peuvent être classés par ordre de préférence et, de façon générale, on suppose que l'option préférée sera celle choisie. On représente l'ordre de préférence par une utilité qui attribue à chaque option une valeur numérique. De plus, lorsqu'un individu accomplit un acte, les conséquences de cet acte peuvent varier selon l'état du monde qui est réalisé. Il doit donc évaluer ces conséquences en tenant compte de la probabilité que tel état du monde soit réalisé. Cette probabilité reste cependant subjective dans la mesure où elle est rattachée aux croyances de chaque individu. Bien sûr, cette façon de décrire la décision présuppose que l'action est intentionnelle en ce sens que les actions proviennent des désirs et des croyances de l'agent, que ceux-ci constituent une raison pour justifier celles-là et qu'il est réaliste de relier les probabilités subjectives et les utilités, respectivement avec les croyances et les désirs postulés à partir de cette hypothèse. Ce point de vue permet de voir la théorie de la décision comme une formalisation de l'hypothèse de l'action intentionnelle.

Il est important de réaliser que la représentation des désirs et des croyances dans la théorie de la décision implique une idéalisation importante. Les probabilités et les utilités correspondent aux croyances et aux désirs d'un agent. Toutefois, cela ne signifie pas que pour tout agent qui a des désirs et des croyances, ces états constituent des utilités et des probabilités. Comment représenter sur une échelle numérique une réalité aussi «fluide» qu'un désir? Ce n'est toutefois pas un problème propre à la théorie de la décision, c'est, entre autres, le problème de toute tentative de mathématisation du réel dans les sciences humaines. Dans les deux chapitres qui suivent, nous verrons quelles stratégies ont été élaborées pour résoudre ce problème dans le cas des croyances et des désirs.

CHAPITRE II

LES PROBABILITÉS

«Je désire que les réflexions répandues dans cet essai puissent mériter l'attention des philosophes, et la diriger vers un objet si digne de les occuper.»[3]

2.1 Introduction

Il y a fort longtemps que les hommes réfléchissent sur la manière de se conduire devant l'incertitude de l'avenir. Notre représentation de l'avenir est fonction de notre conception plus générale du monde. Par exemple, dans le cadre d'une conception mythique, nous tentons d'influer sur les événements futurs par le biais de leurs causes ésotériques; dans le cadre d'une conception scientifique et naturaliste du monde, nous tâchons de prévoir les événements en découvrant les lois universelles qui les régissent. Mais dans tous les cas, dans sa vie quotidienne, l'homme doit composer avec l'éphémère et le contingent. En fait, il serait lui-même un produit de cette contingence, comme l'indique cet exemple de Stephen Jay Gould : la survie d'une espèce de limace des mers cambriennes *Pikaïa graciliens* est contingente; ne se produit-elle pas que toute la lignée phylogénétique des chordés n'existe pas, ce qui donne un monde sans moustiques, sans requins, sans histoire humaine, mais plein d'arthropodes et de vers péniens.[4] Ainsi, pour s'adapter à la contingence, la sienne propre ou celle du monde, chacun tente d'anticiper le déroulement des événements. Nos croyances concernant l'avenir ne sont pas une affaire de tout ou rien, car il est rare que nous soyons parfaitement convaincus qu'un événement se réalisera ou pas. Nos décisions sont prises en fonction de nos croyances. Or, celles-ci sont habituellement une affaire

---

3 S. Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris, C. Bourgois, 1986, p.31-32.

4 Exemple cité dans Stephen Jay Gould, *La vie est belle, les surprises de l'évolution*, Paris, Le Seuil, 1991, p.365.

de degré. En ce sens, les probabilités et les diverses interprétations qu'on peut en faire occupent une place fondamentale dans la théorie de la décision. Aborder la représentation des incertitudes est le rôle que joue, de façon générale, le concept de probabilité, aussi bien dans son emploi dans le langage naturel que dans le langage formel.

Dans le langage naturel, l'adjectif «probable» renvoie à des concepts comme «vraisemblable», «crédible», «fréquent» et «possible». Toutefois, il ne peut se réduire entièrement à aucun d'eux. L'opinion probable peut être définie comme une sorte de conjecture raisonnable, soit «une opinion fondée sur des raisons sérieuses quoique non décisives» (petit Robert). En fait, on retrouve ici l'ancienne signification du mot «probable», antérieure à l'apparition du calcul des probabilités. Le mot latin «probabilis» signifie «digne d'approbation», «vraisemblable» et possède la même racine que «probare», prouver et «probitas», honnêteté[5]. Il est possible de faire remonter cette signification jusqu'à Aristote : «Sont probables les opinions qui sont reçues par tous les hommes, ou par la plupart d'entre eux, ou par les sages, et, parmi ces derniers, soit par tous, soit par la plupart, soit enfin par les plus notables et les plus illustres.»[6] Ces opinions, bien que digne d'approbation, ne peuvent être qualifiées de «vraies». Le concept de vérité dans l'Antiquité, ne tolère pas de zone grise : la vérité est ou n'est pas. À partir de la Renaissance, l'activité scientifique est conçue comme la recherche d'une plus grande précision, souvent atteinte grâce à de nouveaux outils d'observation. On s'approche de la vérité par approximations successives. Cette transition peut être perçue comme l'une des conditions de possibilité de l'émergence du concept de probabilité, tel que nous le connaissons aujourd'hui.

L'utilisation formelle du concept de probabilité est relativement récente. Elle renvoie à des notions comme celles de fréquence et de croyance. Le calcul des probabilités est devenu l'un des outils les plus utilisés pour rendre compte de la connaissance par l'induction, de la prise

---

5 J. Picoche, *Dictionnaire étymologique du français*, Paris, Le Robert, coll. Les usuels, 1992.

6 Aristote, *Organon*, V, *Les Topiques*, I, I, traduction par J. Tricot, Paris, Vrin, 1965, p.2.

de décision et des lois scientifiques. Le calcul des probabilités est une partie intégrante de la méthodologie scientifique et les modèles probabilistes sont très importants en sciences sociales pour des disciplines telles que l'économie, la psychologie et la sociologie, où ils constituent la base de la formulation de lois des comportements individuel et collectif. Le calcul des probabilités ne se rencontre pas seulement sur le chantier des sciences, mais aussi, dans la vie quotidienne de tous, lors de la prise de décision. Lorsque nous prenons une décision quelconque, nous sommes déterminés fort souvent par des arguments de probabilité d'une manière plus ou moins consciente. Nous agissons en faisant des évaluations sommaires des possibles à partir de l'ensemble d'informations dont nous disposons. L'utilité pratique des probabilités n'est plus à démontrer. Bien sûr, l'incertitude entraîne une certaine inexactitude, mais nous sommes embarqués, et «il faut réparer le bateau en mer». Il est préférable d'éviter le prochain naufrage que d'en comprendre, après coup, les causes avec exactitude. La probabilité permet d'anticiper les situations et de proposer les adaptations nécessaires. Elle est avant tout une connaissance pratique, prédictive, qui nous aide à «travailler pour l'incertain».[7]

2.2 Historique

2.2.1 Le XVII^{e} siècle

On attribue habituellement à Pascal la paternité du concept de probabilité. Avant Pascal, on ne trouve à peu près aucune trace du concept mathématique de probabilité. Il est rare de trouver un point de départ aussi net en histoire des sciences et plusieurs auteurs se sont penchés sur cette question et ont formulé des hypothèses pour expliquer la surprenante émergence de ce concept qui occupera par la suite une place fondamentale en science comme dans le quotidien. En fait, autour de 1660, plusieurs ont fait référence au concept de probabilité de façon indépendante. Mais,

---

7 Pascal, *Oeuvres complètes*, *Pensées*, no.101, Paris, éditions du Seuil, 1963, p.511.

comme le fait remarquer Hacking, «like so many persisting legends the story of 1654 encapsulates the truth»[8]

En 1654, le Chevalier de Méré, un joueur, demanda à Pascal de résoudre certains problèmes concernant les jeux de hasard. Pascal fit part de ces problèmes à Fermat. Ils recherchaient la décision raisonnable, en des cas où l'on a des valeurs numériques pour la probabilité et la somme à gagner ou à perdre. Appliqué, au départ, uniquement aux jeux de hasard, le calcul des probabilités s'est révélé utile pour un éventail de plus en plus large de phénomènes. D'ailleurs, Pascal fut également le premier à tenter d'appliquer le calcul des probabilités aux questions de la vie privée. Le fameux «pari de Pascal» applique la structure du raisonnement utilisé pour analyser des jeux de hasard où les décisions sont prises en situations de risque à des décisions prises en situation d'incertitude. À l'aide de son «pari», Pascal veut amener au catholicisme les incrédules, non en leur prouvant que cette religion est *la* vérité, mais en leur démontrant, par le calcul des probabilités, qu'ils ont *intérêt* à embrasser cette foi. Le raisonnement se ramène à peu près à ceci : comme la valeur d'un bonheur éternel est infinie, quand bien même la probabilité de ce bonheur serait très petite, néanmoins l'espérance mathématique reste assez grande pour nous inciter à mener une vie religieuse. Par ce pari, Pascal a fait de l'Existence de Dieu un objet de décision individuelle, non de croyance.

À l'époque, certaines critiques se firent entendre. Ainsi, Voltaire affirme à propos de ce pari :

> «cet article paraît un peu indécent et puéril; cette idée du jeu, de perte et de gain, ne convient point à la gravité du sujet. De plus, l'intérêt que j'ai à croire une chose n'est pas une preuve de l'existence de cette chose. Je vous donnerai, me dites-vous, l'empire du monde, si je crois que vous avez raison. Je souhaite alors de tout mon coeur que vous ayez raison; mais, jusqu'à ce que vous me l'ayez prouvé, je ne puis vous croire.»[9]

---

8 Ian Hacking, *The Emergence of Probability*, Cambridge, Cambridge University Press, 1975, p.11.

9 Voltaire, *Lettres philosophiques*, Paris, Garnier-Flammarion, 1964, p.164.

Chez Pascal, le fait de croire en Dieu ne constitue pas une preuve de Son existence, car alors il n'y aurait plus de pari. Cependant, l'ambiguïté provient du fait que la décision ne concerne pas une action, mais une croyance, alors que selon les formulations modernes de la théorie de la décision, nous décidons en fonction de nos croyances représentées par la probabilité que nous attribuons aux différents états du monde. La croyance est donc le matériau de base de la décision, et non sa conséquence. Comme le souligne Voltaire, il semble curieux, voire impossible, de *décider* de croire en une chose à laquelle on ne croit pas. Cependant, la critique n'est peut-être pas pertinente car la décision concerne davantage le fait de mener ou non une vie religieuse. En pariant pour Dieu, l'incroyant n'accède évidemment pas à la foi, mais il se décide à «faire comme si». Pour Pascal, c'est par l'action -«en faisant comme s'ils croyaient, en prenant de l'eau bénite, en faisant dire des messes, etc.»- que la croyance en Dieu peut surgir, car «cela diminue les passions qui sont vos plus grands obstacles» [10] Cependant, selon les standards de la théorie de l'utilité espérée, comme nous le verrons plus loin, un tel raisonnement ne serait plus accepté, car on rejette la possibilité d'avoir des utilités infinies. Toutefois, pour que cet argument porte, encore fallait-il rejeter la théorie de la prédestination qui réserve à un nombre infime d'«élus» ce possible bonheur éternel!

La probabilité telle qu'elle a émergé au temps de Pascal a deux aspects : elle renvoie à la fois au degré de croyance supporté par certaines preuves et à la répartition des symétries inhérentes à la structure d'un problème donné. Ces deux aspects sont présents chez Pascal. Le «pari» renvoie au premier aspect. Par contre, son étude des jeux de hasard renvoie au second aspect de la probabilité, qui est objectif et concerne les caractéristiques des objets. Cette dualité est présente dès les premières mentions du concept de probabilité. Par exemple, des auteurs comme Huygens, Graunt, Hudde et deWitt considèrent que les probabilités représentent des caractéristiques de la réalité physique. Cependant, avec la logique de Port Royal et la publication, en 1662, de *La Logique, ou l'art de penser*, on trouve une première référence à la mesure d'une probabilité

---

10 Pascal, *Oeuvres complètes*, *Pensées*, no.418, Paris, éditions du Seuil, 1963, p.551

comme degré de croyance. À partir de Pascal, la théorie des jeux a servi de modèle pour toutes sortes de décisions en situation d'incertitude, comme dans le cas du «pari». Ainsi s'orientaient les premiers pas de la théorie de la décision.

2.2.2 Le XVIIIe siècle

Ces deux aspects de la probabilité sont également présents dans l'*Ars conjectandi* (1713) de Jacques Bernoulli. On y trouve, pour la première fois, une preuve d'un théorème de la limite qui montre comment les fréquences observées sont reliées aux chances sous-jacentes. Les phénomènes collectifs aléatoires dans l'étude des populations très nombreuses constituaient une des préoccupations de Jacques Bernoulli, une autre étant cet art de conjecturer qui concerne la décision individuelle. C'est à cet égard que Bernoulli fait la première référence explicite à une conception «subjective» des probabilités, bien que l'utilisation qui est faite du terme «subjectif» soit équivoque. Bernoulli n'avait pas à l'esprit une théorie subjectiviste comme celle proposée par de Finetti ou par Savage. Selon lui, l'art de conjecturer vise à «mesurer la probabilité des choses aussi exactement que possible.»[11] Les probabilités de Bernoulli ne sont pas des degrés de croyance, mais des degrés de certitude.

L'art de conjecturer repose sur un partage classique entre le **savoir et l'opinion**; «pour ce qui est certain et indubitable, on parle de savoir ou de comprendre; pour tout le reste de conjecturer ou seulement de formuler une opinion. Conjecturer une chose donnée, c'est en apprécier la probabilité»[12]. Pour Bernoulli, on ne conjecture que si l'on ne sait pas. Par contre, en faisant intervenir un critère de précision, on abolit une dichotomie aussi tranchée; au lieu d'une opposition radicale entre savoir et

---

11 J Bernoulli, *Ars Conjectandi*, Basel, 1713, p.153

12 ibid., p.213.

opinion, il n'y a plus que des connaissances plus ou moins précises et plus ou moins structurées.

Un autre ouvrage important jalonne le développement de la théorie des probabilités. Il s'agit du mémoire posthume de Thomas Bayes (1763) qui pose le problème de la détermination de la probabilité des causes par les effets observés. Ce problème fut repris par Laplace dans un mémoire de 1774 où il énonça de façon définitive la règle de Bayes et en tira diverses applications. Il est clair d'abord que la théorie de la probabilité des causes, depuis l'essai de Thomas Bayes, suivi par les développements de Laplace, vise le problème général du progrès de la connaissance. Ce problème pourrait être mis en relation avec celui de l'induction, formulé par Hume de la façon suivante : comment pouvons-nous connaître ce qui n'est pas observé? La théorie des probabilités ne résout pas ce problème, mais y jette un nouvel éclairage. Nous n'irons cependant pas plus loin dans cette voie pour nous concentrer sur les applications du calcul des probabilités à la conduite humaine individuelle.

2.2.3 Le XIX^{e} siècle

Deux ouvrages de Laplace, *Théorie analytique des probabilités* (1812) et *Essai philosophique sur les probabilités* (1814), clôturent cette période où le calcul des probabilités s'est constitué en discipline autonome. Dans la conclusion de son *Essai philosophique sur les probabilités* (1814), Laplace écrit : «On voit par cet essai que la théorie des probabilités n'est au fond que le bon sens réduit au calcul». Et il ajoute : «L'on observe ensuite que dans les choses mêmes qui ne peuvent être soumises au calcul, elle donne les aperçus les plus sûrs qui puissent nous guider dans nos jugements.» Le calcul des probabilités, dans ce cas, sert de normes pour guider nos décisions.

Le XIX^{e} siècle peut être conçu comme la période de la «fin des certitudes» pour les mathématiques[13] et du renouveau du calcul des

13 M. Kline, *Mathematics : the loss of certainty*, New York, Oxford University Press, 1980.

probabilités. Toutefois, tous ne suivront pas cette voie. Comte, notamment, critique le calcul des probabilités et reproche aux mathématiques une approche trop sophistiquée alors qu'une relation plus immédiate avec la réalité ou la nature permettrait seule la connaissance et l'action. Il fait le reproche suivant aux probabilités : «Les applications utiles qui semblent lui être dues, le simple bon sens, dont cette doctrine a souvent faussé les aperçus, les avait toujours clairement indiquées d'avance.» La notion de probabilité évaluée semble à Comte «directement irrationnelle et même sophistique».[14] Ce rejet de la probabilité concourt à la définition même du positivisme: tout ce qui est positif est certain sans pondération probabilitaire.

2.2.4 Le XXe siècle

Dès le début du XXe siècle, la méfiance des positivistes à l'égard du calcul des probabilités paraît d'un autre âge. L'introduction d'une définition rigoureuse de la probabilité par Émile Borel et l'axiomatisation de Kolmogorov ont servi de base à de nombreux autres travaux. «Jusqu'au début du XXe siècle, la notion même de probabilité restait assez vague. (...) C'est à Émile Borel que l'on doit sa définition rigoureuse, basée sur la mesure d'ensemble. Cette définition a conduit à expliciter l'axiomatique implicitement admise jusqu'alors. La présentation rigoureuse de Kolmogorov (1933) est généralement prise pour base.»[15]

Ces nouveaux développements de la théorie des probabilités marquent une rupture avec la thèse fondationnelle, en théorie de la connaissance, selon laquelle «the foundations underpinning all our

---

14 A. Comte, *Cours de philosophie positive*, vingt-septième leçon, Paris, Hermann, 1975, p.435, note 9.

15 G. Darmois, «Le calcul des probabilités et ses applications». In *Histoire générale des sciences*, sous la dir. de René Taton, tome 3, vol.II, Paris, PUF, 1964, p.308.

knowledge are thruths known by direct experience.»[16] C'est cette thèse qui sous-tend l'application du doute méthodique de Descartes et qui l'amène à rejeter comme faux tout ce en quoi il pourrait avoir le moindre doute. Entre cette thèse, qualifiée de dogmatisme par Jeffrey et son antithèse naturelle, le scepticisme, une troisième voie se dessine avec la théorie des probabilités. Par exemple, Borel affirme qu'on ne doit pas «craindre d'employer le mot de certitude pour désigner une probabilité qui diffère de l'unité d'une quantité suffisamment petite»[17]. Il ne s'agit pas d'installer un régime de certitude de second rang, une certitude pratique, alors que préexiste une certitude «métaphysique», comme le soutenait René Descartes. La connaissance, d'un point de vue probabiliste, n'est plus une affaire de tout ou rien, elle procède par degré.

Même si ces anciennes dichotomies sont abandonnées, le concept de probabilité n'est cependant pas univoque pour autant. Nous avons déjà mentionné deux aspects du concept, présents dès sa première formulation chez Pascal. Nous pouvons également mentionner une distinction classique entre probabilité objective et probabilité subjective. Les notions de «mesure» et de «probabilité» ont un aspect subjectif lorsqu'on considère l'activité d'évaluation, mais on peut aussi leur attribuer un aspect objectif, parce que le phénomène est le critère de référence.

Borel considère que, d'un point de vue théorique, la probabilité est subjective. En effet, «la probabilité d'un événement est toujours relative à un certain système de connaissances et n'est donc pas nécessairement la même pour tous les hommes»[18]. Par contre, d'un point de vue pratique, on peut faire une distinction entre probabilité subjective et probabilité objective. Il ne s'agit plus, par contre, d'une distinction de nature ontologique, mais plutôt d'une différence de degré, sur un même

---

16 Richard Jeffrey, *Probability and the art of judgment*, Cambridge, Cambridge University Press, 1992, p.68.

17 E. Borel, *Probabilités et certitude*, Paris, PUF, coll. «Que sais-je?», no.445, 1950, p.5.

18 E Borel, *Valeur pratique et philosophie des probabilités*, Paris, Gauthier-Villars, 1952, p.26, note.

continuum. Une transition progressive entre probabilité subjective et probabilité objective s'effectue à mesure que les connaissances et les informations sur l'événement à évaluer s'accroissent. Dans ce cas, il n'existe qu'une différence de degré entre le subjectif et l'objectif. Ce n'est que par commodité que l'on parlera de la probabilité objective, et non en tant qu'entité métaphysique. Dans tous les cas, la probabilité est une création de l'esprit humain et il serait plus juste, mais plus fastidieux, de parler de la probabilité d'un événement conditionnelle au corps de connaissances que possède la personne qui pose un jugement. Cette position s'approche d'une interprétation subjectiviste des probabilités semblable à celle développée par Savage :

> «To me, it is evident that all the facts of science are but such opinions. Of course, the opinions that Britain is an island, that the earth is round, and that xenon hexafluoride exists after all are extraordinarily well founded, but I see no hard fast line separating them from more tentative opinions»[19].

Certains reconnaissent qu'il existe effectivement deux sortes de probabilités, ou plus, qui ont des objets différents. D'autres affirment que toute probabilité se ramène à l'interprétation fréquentiste ou, au contraire, à l'interprétation subjectiviste, comme c'est le cas chez Savage. Mais si, dès le départ, les probabilités sont identifiées à deux sortes de choses distinctes, comment en sommes-nous venus à parler de LA probabilité? En fait, dans la mesure où ces interprétations se réfèrent à des probabilités quantitatives, certaines convergences peuvent être observées.[20]. Petit à petit, un certain consensus s'est formé autour de certains axiomes du calcul des probabilités. Précisons qu'un système formel consiste en un ensemble de formules dont certaines sont primitives -les axiomes. Les

---

19 L.J. Savage, «The Shifting Foundations of Statistics.» *Logic, Laws and Life: Some Philosophical Complications*, R.G.Colodny (éd.), Pittsburgh, University of Pittgsburgh Press, p.11-12.

20 Les probabilités statistiques sont essentiellement quantitatives, mais les probabilités épistémiques peuvent être qualitatives, bien que ce ne soit pas l'approche la plus «fréquente». Celles-ci mériteraient peut-être plus d'attention. Elles peuvent être utiles lorsqu'on ne peut estimer les probabilités quantitatives de façon raisonnable et elles peuvent mettre en lumière la structure des probabilités quantitatives. Cf. Koopman (1940), Fine (1973) et les travaux de Ch. Morgan.

autres, qu'on appelle les théorèmes, sont déduites de façon purement formelle des axiomes. Les axiomes en eux-même n'ont pas de signification propre, ils contiennent des termes primitifs qui doivent être ensuite définis ou interprétés. Ainsi ce calcul laisse-t-il la porte ouverte à diverses interprétations, de sorte que c'est de ce côté que s'expriment les divergences conceptuelles.

Le calcul des probabilités est, en lui-même, peu sujet à controverse, mais il en va tout autrement des interprétations possibles de la notion de probabilité. Ce n'est cependant pas si surprenant, car, souvent, le problème des fondements persiste longtemps après qu'un sujet ait été développé. Supposer qu'il en soit autrement serait, comme le dit Savage, un exemple de «naive first-things-firstism»[21]. Il s'agit d'un problème épistémologique concernant les fondements et les questions qui s'y rapportent alimentent en même temps qu'elles sont alimentées par la pratique. On ne commence donc pas toujours par le commencement et ce n'est pas parce que l'on est déjà dans la pratique que les questions de fondement ne sont plus pertinentes, car elles peuvent jeter un nouvel éclairage sur les problèmes auxquels nous devons faire face.

Dans la section qui suit, nous présenterons, tout d'abord, les caractéristiques du calcul des probabilités pour ensuite présenter certaines de ses interprétations en indiquant ce qui distingue chacune d'elles, avant d'approfondir plus en détail l'approche bayésienne, en général, et celle de Savage, en particulier. Nous verrons également quelles sont les critiques que rencontrent ces dernières.

---

21 L.J. Savage, *The Foundations of Statistics*, 2e éd. rev. et augm. New York, Dover publications, 1972, p.1.

2.3 Caractéristiques du calcul des probabilités

Les caractéristiques formelles que nous présenterons reprennent celles proposées par Kolmogorov en 1933. Toutes les interprétations traitent les probabilités comme une sorte de proportion et c'est pourquoi le calcul des probabilités en lui-même est moins controversé que ses justifications théoriques. De façon générale, ces proportions possèdent les caractéristiques suivantes : elles s'additionnent, elles sont normalisées et elles ne peuvent pas être négatives. De façon formelle, on peut se représenter la probabilité comme une fonction assignant aux éléments d'une algèbre de Boole B des nombres réels dans l'intervalle [0,1] qui satisfait les trois conditions suivantes :

1. Si b, c sont disjoints alors $\Pr(b \cup c) = \Pr(b) + \Pr(c)$

2. Pr (élément universel) = 1

3. Il n'est pas le cas que $\Pr(b) < 0$.

On peut aussi parler de probabilité conditionnelle, soit la probabilité de a étant donné que l'on sait que b est réalisé. La probabilité conditionnelle est alors définie, pour b non-nul, comme :

$$\Pr(a/b) = \Pr(a \cap b) / \Pr(b).$$

Comme nous avons, selon l'algèbre de Boole, que $\Pr(a \cap b) = \Pr(b \cap a)$, nous obtenons, à l'aide d'une substitution, le théorème de Bayes:

$$\Pr(a/b) = \frac{\Pr(a) \times \Pr(b/a)}{\Pr(b)}$$

Nous discuterons des applications possibles du théorème de Bayes dans la section sur l'interprétation subjective des probabilités.

Cependant, rappelons que les axiomes de base du calcul des probabilités ne sont pas les seuls admissibles. Les probabilités de Bernoulli, par exemple, ne correspondaient pas à ce qui allait devenir le calcul standard[22]. Certaines modifications à ces axiomes de base peuvent également être apportées. Notamment, il est souvent pratique, d'un point de vue mathématique, de resserrer ce cadre en exigeant que les opérations soient fermées pour une algèbre infinie dénombrable et de renforcer le principe d'additivité en le remplaçant par celui d'additivité dénombrable : si les éléments d'un ensemble dénombrable $\{b_j\}$, sont disjoints alors $Pr(U_i(b_i)) = \Sigma\, Pr(b_i)$. Plusieurs variations de cette représentation mathématique sont possibles. On peut relâcher le critère selon lequel les fonctions de probabilité doivent être en valeurs réelles pour admettre les probabilités infinitésimales. On peut considérer des intervalles de probabilités plutôt que des points, ainsi que des domaines pour la fonction de probabilité qui n'ont pas une structure booléenne complète.

Malgré ces légères variations, les axiomes de base du calcul des probabilités suscitent un large consensus. Cependant, la question reste entière de savoir quelle est la signification des probabilités et quelle peut être leur utilité. Selon le type d'objet que mesurent les probabilités et le rôle qu'on entend leur faire jouer, les axiomes de base seront interprétés diversement. Nous présenterons maintenant quelques interprétations qui peuvent être faites de ce calcul.

2.4 Les interprétations du calcul des probabilités.

L'interprétation informelle ne peut jamais être aussi claire et précise que la théorie qu'elle interprète, et c'est également le cas du calcul des probabilités. Peut-être est-ce là une qualité formelle, puisque la structure mathématique du calcul des probabilités est si pure et si simple qu'elle peut se prêter à une multitude d'interprétations différentes. Il existe

---

22 En effet, avant 1713, on ne tenait pas pour acquis que les lois de l'addition peuvent s'appliquer aux probabilités. Par exemple, pour Bernoulli, si les événement A et B sont disjoints, la probabilité de A ou B n'est pas nécessairement la somme de la probabilité de A et de B. Bernoulli admet même que les probabilités de A et de non A peuvent toutes deux excéder 1/2. Mais après Bernoulli, on a complètement mis de côté l'idée de probabilités non-additives. (sauf, récemment, Schafer)

quelques grandes familles d'interprétations qui ont su acquérir leurs lettres de noblesse dans l'histoire relativement jeune de la théorie des probabilités. Nous avons déjà réparti les interprétations des probabilités selon l'axe subjectif / objectif. Cette classification n'est cependant pas suffisamment précise et chacune de ces classes peut être subdivisée selon l'axe empirique / logique. Voici une brève définition de ces termes : [23]

Subjectif: concerne les croyances qui peuvent varier d'un individu à l'autre.
Objectif: indépendant des croyances individuelles et constant d'un individu à l'autre.
Logique: concerne le raisonnement déductif ou inductif.
Empirique: concerne les propriétés physiques du monde, s'appuie uniquement sur l'expérimentation et l'observation.

Les diverses interprétations que l'on peut caractériser à l'aide de l'axe subjectif / objectif et de l'axe empirique / logique sont présentées dans le tableau 2.1.

Remarquons que les probabilités subjectives peuvent être soit empiriques, soit logiques. Les premières correspondent au degré de croyance réelle et les études empiriques tendent à démontrer qu'elles ne respectent pas le calcul des probabilités. Les secondes représentent le degré de croyance rationnelle régie par un critère de cohérence. Les attributions de probabilités premières peuvent varier selon les individus. Les probabilités objectives et logiques représentent, elles aussi, un degré de croyance rationnelle, mais reposant sur une base épistémique, c'est-à-dire fondées sur un ensemble donné de preuves p tel que la croyance c est logiquement impliqué par p. Dans un tel cas, les attributions de probabilités premières sont les mêmes pour tous. Enfin, les probabilités objectives et empiriques seront définies en termes de fréquences relatives et reflètent une caractéristique de la réalité physique.

---

23 R. Carnap, *Logical Foundations of Probability*, 2e éd., Chicago, University of Chicago Press, 1962, p.1-51

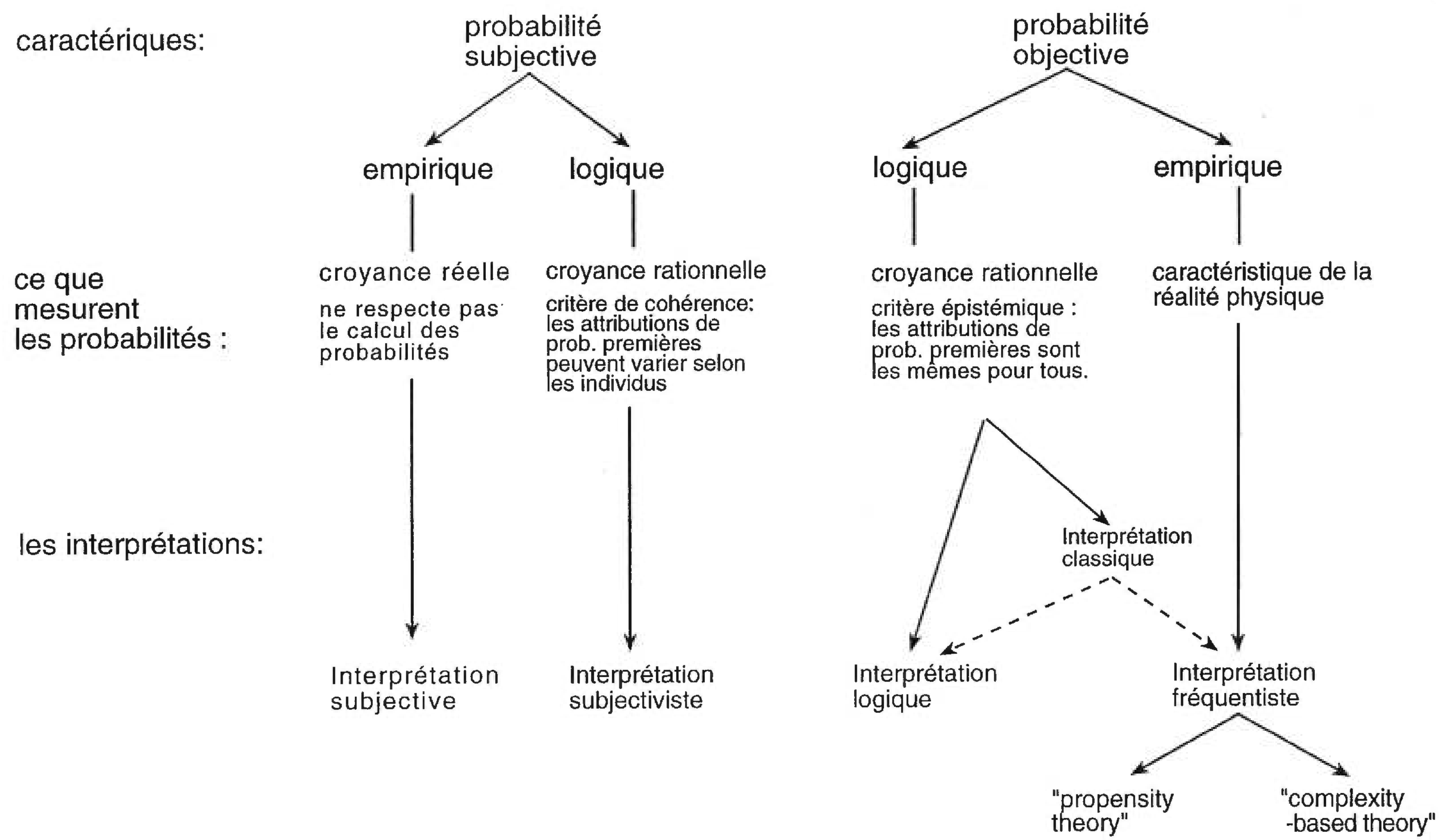

Figure 2.1 Les interprétations du calcul des probabilités.

Nous avons ainsi quatre classes qui correspondent à quatre grandes familles d'interprétations: l'interprétation classique, l'interprétation logique, l'interprétation fréquentiste et l'interprétation subjectiviste.[24]

La classification des interprétations des probabilités varie beaucoup selon les auteurs. (voir le tableau 2.2). Il arrive également que certains auteurs définissent différemment une même interprétation. Par exemple, l'interprétation logique est parfois considérée comme une approche subjective des probabilités et l'approche par propension est parfois qualifiée de logique. Certains auteurs affirment que l'approche fréquentiste découle de l'approche classique, d'autres, qu'elle s'est constituée en réaction à cette dernière. Les divergences, voire les contradictions, de ce genre pullulent, ce qui nous laisse croire que les interprétations des probabilités prêtent elles-même à interprétation. Nous avons choisi de présenter les grandes familles d'interprétation auxquelles les auteurs se réfèrent le plus souvent.

Voyons maintenant ce qui distingue chacune de ces interprétations ainsi que certaines des critiques qu'elles suscitent. Il ne s'agit pas d'une présentation exhaustive car nous garderons à l'esprit notre objectif qui est d'évaluer l'apport de la théorie des probabilités à la décision individuelle en situation d'incertitude.

---

24 Cette dernière a été nommée «personnaliste» par L.J. Savage. Par le choix de ce nom, Savage souhaitait prendre ses distances face aux connotations anti-scientifiques du terme «subjectif». Il voulait ainsi éviter certaines confusions car, souvent, les critiques qui lui étaient adressées concernaient, en fait, l'interprétation des probabilités comme degré de croyances réelles (c'est-à-dire subjectives et empiriques). Cependant, le nom choisi peut entraîner d'autres confusions car il existe déjà un courant philosophique de ce nom : le personnalisme, associé à Emmanuel Mounier. Dans la suite du texte, je conserverai l'appellation «interprétation subjectiviste».

Tableau 2.1
Classification des interprétations de la théorie des probabilités selon différents auteurs

interprétation / auteur	prob. comparatives	classique	logique	subjectiviste	subjective	fréquentiste	"complexity-based"	propension	"range theory"
Skirm (75)		(d e g r é d e c r o y a n c e) X	X	X	X	X		(chance) X	
Savage (72)		(n é c e s s a i r e) X	X	(personnaliste) X		X			
Salmon (66)		X	X	(personnaliste) X	X	X	X		
Gillies (94)		X	X	X		X		X	
Fine (73)	X	X	X	X		X	X	X	
auteur(s) qui ont développé ces interprétations :		Laplace (1812) Jaynes (Bernoulli)	Carnap Koopman Keynes (1921) (Kneale) (Bernoulli)	Ramsey de Finetti Savage Jeffreys (Koopman)		Bernoulli Borel Venn von Mises (1928) Reichenbach	Solomonoff	Popper (1959) Kyburg (1974)	Wittgenstein Kneale (1949)

1) Les expressions entre parenthèses indiquent qu'un auteur nomme autrement une interprétation ou regroupe sous une même appellation plusieurs interprétations.
2) Les noms d'auteurs entre parenthèses indiquent que leur travaux sont parfois associés à cette interprétation, bien qu'ils soient le plus souvent classés sous une interprétation différente.

2.4.1 L'interprétation classique

La vision classique, ou laplacienne, donne une interprétation objective et logique des probabilités. Cette interprétation définit la probabilité comme le ratio de cas favorables (n) à un événement (A) sur le nombre de cas également possibles (N). On a donc que la probabilité de A est p(A) = n/N. Pour trouver la probabilité d'un événement, il suffit de trouver la valeur de n et de N et ainsi, la probabilité se réduit à un problème de dénombrement.

Cette interprétation découle de l'idée intuitive d'équiprobabilité des résultats. La justification de l'hypothèse d'équiprobabilité repose sur le principe de raison insuffisante (ou principe d'indifférence, chez Keynes). Ce principe, formulé par Laplace[25], stipule que deux options sont également probables s'il n'y a aucune raison de préférer l'une à l'autre. Le principe d'indifférence fonctionne s'il y a *n* éventualités mutuellement exclusives et que, pour chacune d'elles, nous ayons exactement les mêmes raisons que pour les autres de *croire* qu'elle se réalisera. Cependant, les éventualités n'ont pas, en réalité, les mêmes chances de se réaliser, car pour le déterminisme laplacien, il faut une raison pour qu'un événement se réalise plutôt qu'un autre. En cela, Laplace réaffirme le principe leibnizien de raison suffisante : «Les événements actuels ont avec les précédents une liaison fondée sur le principe évident, qu'une chose ne peut pas commencer d'être, sans une cause qui la produise. Cet axiome, connu sous le nom de *principe de raison suffisante*, s'étend aux actions même les plus indifférentes»[26]. C'est notre ignorance de ces causes qui nous incite à faire l'hypothèse de l'équiprobabilité. Cette stratégie permet de traiter une situation d'incertitude comme s'il s'agissait d'une situation de risque, où les probabilités sont données.

---

25 Certains auteurs affirment que la première formulation de ce principe remonte à Bernoulli, cent ans plus tôt. (voir M. Black,«Probability», *The Encyclopedia of Philosophy*, P. Edwards (éd.), vol.4, New York, The Macmillan Company, p. 474.) Cependant, les idées de Bernoulli cadrent mieux, nous semble-t-il, avec l'approche logique, puisqu'il affirme que la probabilité concerne le «degré de certitude» d'une croyance idéale.

26 Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*, 1986, p.32.

Illustrons ce type de situation par un exemple. L'énoncé «la pièce tombe sur face au moins une fois pour les deux prochains jets» est associé à quatre résultats possibles (FF, FP, PF, PP). Certaines de ces possibilités vérifient l'énoncé "p" et d'autres l'infirment. La probabilité de "p" est alors comprise comme le ratio entre le nombre de possibilités où "p" se réalise sur le nombre total de possibilités:

$$P(p) = \frac{\text{nbre (p est le cas)}}{\text{nbre total de possibilités}} = \frac{3}{4}$$

Voyons maintenant certaines objections à l'encontre de cette approche. Une des premières difficultés consiste à déterminer comment spécifier les cas possibles. Tout d'abord, cette interprétation implique qu'un ensemble fini donné de possibilités soit associé à chaque énoncé. Dans certains cas, cela ne pose pas de problème. Mais certains jeux ont une classe ouverte de possibilités et rien ne nous assure de pouvoir compléter le jeu après un nombre fini d'essais. De plus, que se passe-t-il si on parle de la probabilité, par exemple, que le Québec devienne indépendant ou de la probabilité de trouver un travail intéressant en terminant ses études? Quelles sont les possibilités pertinentes dans ces cas? Sont-elles également probables? Y a-t-il vraiment, dans ces cas, une régularité statistique qui soit l'effet d'un déterminisme causal? La vision classique n'apporte pas de réponse à ces questions.

De plus, les possibilités peuvent être classifiées de diverses façons qui pourraient conduire à des résultats différents. Dans l'exemple précédent, les deux pièces sont considérées séparément, ce qui produit quatre résultats possibles. Mais on pourrait tout aussi bien les prendre comme un tout et considérer que les deux pièces sont interchangeables, ce qui ne donne que trois résultats possibles : deux faces, un côté pile et un côté face ou deux piles. Dans ce cas, la probabilité pour le même événement, qui était tout à l'heure de 3/4, est maintenant de 2/3.

Une difficulté similaire surgit lorsque les cas possibles peuvent être situés sur n'importe quel point d'un continuum. Divers exemples, connus sous le nom de «paradoxe de Bertrand», démontrent que dans ces cas, l'application du principe de raison insuffisante conduit à des contradictions logiques. Par exemple, si nous savons qu'une automobile a mis de une à deux minutes pour franchir un kilomètre, alors, en appliquant le principe d'indifférence, nous pourrions diviser ce continuum en deux cas également possibles, soit que le temps est de (1 à 1 1/2) minutes ou (1 1/2 à 2) minutes. Nous pourrions aussi formuler le problème autrement et dire que nos données nous indiquent que la voiture roulait entre 60 et 30 km/h et donc que les deux cas également possibles sont que sa vitesse variait soit de (60 à 45) km/h ou de (45 à 30) km/h. Force est de constater que les deux spécifications ne sont pas équivalentes, puisqu'une minute et demie correspond plutôt à une vitesse de 40 km/h, étant donné que la relation entre le temps et la vitesse n'est pas linéaire[27].

On voit donc que l'hypothèse d'équiprobabilité peut mener à des contradictions et qu'elle peut également être démentie par l'expérience. Force est de constater que l'interprétation classique rencontre de sérieuses difficultés. Elle définit les probabilités de façon circulaire, si par «également possible» on entend qualifier un état de choses qui a la même probabilité. La seule façon d'éviter la circularité serait de recourir à une interprétation subjectiviste où les symétries sont celles que les gens perçoivent, de sorte que la symétrie entre les six faces d'une paire de dé, par exemple, serait une question de jugement plutôt que de fait. Sinon, la difficulté réside en ceci qu'il est très difficile, voire impossible, d'identifier les événements équiprobables.

Cette interprétation convient surtout aux jeux de hasard et autres situations clairement spécifiées qui peuvent être divisées en différents cas également probables. Cependant, l'application du principe est moins plausible lorsque la symétrie repose sur une absence totale de raison de croire que l'une ou l'autre alternative se réalisera. En ce qui concerne la décision, il ne serait certainement pas judicieux de procéder en transformant automatiquement l'ignorance en connaissance, c'est-à-dire

---

27 Exemple tiré de W.C. Salmon, *The Foundations of Scientific Inference*, 5e éd., University of Pittsburgh Press, 1979 (1re éd. 1966), p.66.

de supposer a priori l'équiprobabilité. Plutôt que de décider, ce serait un peu comme de tirer à pile ou face.

2.4.2 L'interprétation fréquentiste

Dans les paragraphes suivants, nous présenterons certaines caractéristiques de l'interprétation fréquentiste, puis nous formulerons quelques commentaires et critiques. Par la suite, nous nous pencherons de façon plus détaillée sur la place qu'occupe le concept de chance dans l'interprétation fréquentiste, ce qui nous amènera à présenter une variante de cette interprétation, l'approche par propensions.

Un des problèmes de la vision classique est qu'elle est dépourvue de contenu empirique. Parce que les probabilités sont perçues comme des ratios impliquant des possibilités abstraites, les énoncés de probabilités ne peuvent être ni confirmés ni réfutés par les événements. Le point de vue fréquentiste résout ce problème en définissant les probabilités en termes de fréquences relatives d'événements. Cette approche est très populaire en science, à la fin du XIX^{e} siècle et au XX^{e} siècle. Elle apporte une solution aux problèmes de la symétrie et évite de faire référence à des jugements subjectifs, ce qui était considéré comme anti-scientifique. C'est un point de vue objectif et empirique.

La probabilité est définie comme la fréquence relative d'un événement dans une séquence d'essais indépendants. Cette séquence peut être finie (comme dans la théorie de Reichenbach) ou infinie (voir les théories de Bernoulli, Borel et von Mises). Selon cette interprétation, les lois statistiques décrivent certaines régularités constantes.

Revenons à l'interprétation standard des probabilités comme fréquence relative. Nous ferons certaines remarques concernant les essais indépendants et indéfiniment répétables ainsi que sur la probabilités des cas isolés. Les fréquentistes partent de deux hypothèses : 1) on suppose qu'il est possible de répéter indéfiniment l'expérience et 2) on suppose que la limite de F(n) lorsque n tend vers l'infini existe. On travaille donc toujours avec des valeurs approchées de la probabilité, la valeur exacte étant toujours inaccessible, puisqu'il est impossible de réaliser la première hypothèse. Dans ce cas, le désaccord entre la théorie et l'expérimentation ne peut rien prouver. Alors qu'une convergence mathématique est une propriété d'une série générée selon certaines règles et qui peut donc être démontrée ou prouvée, ce n'est pas le cas de la convergence des séquences dérivées des collectifs de von Mises, par exemple. Il n'est pas possible de prouver qu'elles convergent vers une limite ou de déterminer quelle est la limite vers laquelle elles convergent. Le paradoxe de cette théorie empirique, c'est donc qu'il ne sert à rien de faire des expérimentations, puisqu'elles ne peuvent rien démontrer. Un énoncé de limite sans taux de convergence n'est pas une idéalisation au sens de celles que l'on retrouve en science : même si nos mesures ne sont pas exactes, on peut au moins espérer atteindre un degré connu de proximité, ce qui n'est pas le cas ici. Connaître la valeur de la limite sans savoir de combien on s'en approche, ne nous aide pas à faire des inférences, ni à avoir des croyances réalistes.

Il y a d'autres difficultés concernant l'interprétation fréquentiste. Pourquoi le cas particulier des essais indépendants et identiquement distribués devrait-il être le modèle de toute probabilité? Dans un monde de causalité, plusieurs processus ne donnent pas lieu à des essais indépendants. Par exemple, même dans le cas classique du jet d'un dé, on peut imaginer que l'usure du dé affecte la fréquence relative que l'on cherche à établir. De façon générale, si les conditions expérimentales varient dans le temps, les essais ne peuvent pas être considérés comme indépendants. De plus, ce ne sont pas tous les phénomènes aléatoires qui peuvent être analysés en termes de répétitions arbitraires. On pourrait même aller jusqu'à demander si, en fait, il existe des phénomènes exactement répétables : «peut-on se baigner deux fois dans le même fleuve?»

Que se passerait-il si, comme l'affirmait Héraclite, la réponse était «non»? L'approche fréquentiste éprouverait alors de sérieuses difficultés car, comme elle se base sur la répétition d'expériences, il lui est impossible d'accorder une signification à la probabilité d'un coup isolé ou d'un événement unique. Par exemple, on peut donner le pourcentage des étudiants d'une classe qui vont passer leur examen, mais on ne peut pas dire quelle probabilité a un étudiant en particulier de réussir. Ceci nous amène à mettre un bémol à l'un des avantages de cette approche que nous avons mentionnés plus haut. Bien sûr, cette approche s'applique à des phénomènes dont on ne pouvait pas rendre compte avec l'approche classique. On peut affirmer que, pour l'année qui vient, la probabilité que les nouveau-nés soient des garçons est de 51%. Cette prévision repose sur un fondement empirique, soit sur l'analyse des naissances survenue par les années passées. Cependant, cela ne nous permet pas d'affirmer que le foetus de madame X a 51 chances sur 100 d'être un garçon. La similarité des événements est parfois difficile à établir et il semble qu'elle repose, ultimement, sur un jugement subjectif, ce qui constitue un pavé dans la mare de l'objectivité qui fait la fierté des fréquentistes.

Le fait de ne pouvoir rendre compte de la probabilité des cas isolés est l'un des principaux problèmes auxquels fait face l'interprétation fréquentiste. Pourtant, d'un point de vue pratique, la difficulté est loin d'être insurmontable. Par exemple, un cas isolé comme l'apparition d'un monstre dans le Loch Ness est sans difficultés, assurable et effectivement assuré à la Lloyd's de Londres, parce qu'une firme a promis une forte récompense pécuniaire pour toute preuve de l'existence de Nessie. De plus, concernant la prise de décision, l'interprétation fréquentiste n'est, en ce sens, pas très utile car il est difficile d'imaginer le comportement d'un individu face à l'incertitude sans faire l'évaluation de ce type d'événement. En rejetant toute référence à des probabilités «a priori», les fréquentistes rejettent la possibilité de décrire l'incertitude directement en termes de probabilité. C'est ce que fait valoir Savage dans la remarque suivante :

> «Once a frequentist position is adopted, the most important uncertainties that affect science and other domains of application of statistics can no longer be measured by probabilities. A frequentist can admit that he does not know whether whisky does more harm than good in the treatment of snake bite, but he can never, no matter how much evidence accumulates, join me in saying that it *probably* does more harm than good. Whatever else a frequentist may do with

the results of investigation he cannot, as a frequentist, use them to calculate probabilities of the uncertain propositions that are under investigation.»[28]

2.4.2.1 L'interprétation par propension[29]

La notion empirique de probabilité qui résulte de l'observation des fréquences relatives est toujours sujette à révision. Chaque fois qu'une nouvelle expérience est faite, le résultat de cette expérience peut modifier la probabilité d'un événement particulier. Le concept de probabilité s'affranchit de cette contrainte et acquiert une indépendance par rapport à l'expérience, si nous supposons qu'il existe une grandeur appelée *probabilité intrinsèque*, ou *chance*, liée à chaque événement susceptible de se produire. Il est possible de démontrer, dans des conditions très générales, que l'évaluation des probabilités intrinsèques est d'autant meilleure que le nombre d'événements enregistrés est plus grand. C'est ce que démontre la loi des grands nombres, parfois appelée théorème de Bernoulli, ou encore, loi du hasard. Cette loi assure que pour une séquence infinie d'essais indépendants, la probabilité que la fréquence relative soit égale à la probabilité intrinsèque est 1.

Quel est le statut métaphysique de ce concept de chance, ou de probabilité intrinsèque, auquel on se réfère ici? Est-ce un concept qui peut se réduire ultimement à celui de fréquence limite? Ou est-ce un concept primitif et irréductible qui exprime une caractéristique de la réalité physique? Pour tenter de répondre, nous ferons un bref survol de l'histoire de la signification du concept de «hasard» pour ensuite mieux comprendre le sens donné à la probabilité comme «mesure du hasard».

---

28 L.J. Savage, «The Foundations of Statistics Reconsidered.» in *Proceedings of the Fourth Berkeley symposium on Mathematical Statistics and Probability*, vol.1, J.Neyman (éd.), Berkeley, University of California Press, 1961, p.576.

29 «propensity approach»

La science moderne a proposé différentes réponses à ces questions. Pour le modèle déterministe, tout phénomène a une ou plusieurs causes et ce sont ces dernières qui sont l'objet de la connaissance scientifique. Toutefois, connaître les causes de tous les phénomènes est une entreprise hors des capacités de l'esprit humain, et ce à cause de ses faiblesses et de ses limites. Les phénomènes dont on ignore les causes seront alors attribués au hasard. A cette conception du hasard est liée une certaine conception des probabilités inspirée, entre autres, par l'observation des jeux de hasard. Par exemple, s'il était possible de connaître parfaitement la position d'un dé au moment où il est lancé, de connaître l'impulsion que lui donne le joueur, la géométrie et les conditions de rugosité des faces du dé et de la table, il serait, en principe, possible de prédire quel sera le numéro tiré. Mais l'écheveau des causes est si embrouillé qu'il est impossible d'en faire le calcul. Dans ce cas, l'utilisation du calcul des probabilités ne fait que cacher notre incapacité pratique de calculer la trajectoire du dé. On parle alors de *probabilité d'ignorance*. L'interprétation fréquentiste dépasse l'hypothèse a priori d'équiprobabilité en supposant que la causalité sous-jacente produit une régularité statistique qui peut être découverte par l'observation de nombreuses répétitions d'un événement donné.

D'autre part, la mécanique quantique montre, au contraire, qu'il est impossible d'assigner une valeur précise à la plupart des grandeurs physiques généralement attachées à un système physique concret. En particulier, il est impossible de construire un arrangement expérimental tel qu'à la fois la position et la vitesse d'un atome aient une signification précise. Le résultat de la mesure de telles grandeurs seraient le résultat d'un tirage au hasard qui n'est déterminé par aucune cause sous-jacente. On retrouve ici le principe de complémentarité de Bohr, selon lequel il existe des propriétés complémentaires d'un même objet de connaissance qui sont telles que la connaissance de l'une d'entre elles est exclusive de la connaissance de l'autre. Dans ce modèle, la mesure de probabilité est alors le reflet d'un indéterminisme fondamental.

Mais si le modèle quantique nie la thèse de l'existence a priori de causes, il n'évacue pas pour autant toute métaphysique. Le concept de chance acquiert une toute nouvelle dignité ontologique en tant qu'entité primitive et irréductible. La chance est à mettre en relation avec les notions de tendance physique ou de propension qui sont conçues comme des concepts théoriques, semblables à celui de force en physique. Popper et Kyburg[30] ont, tous les deux, interprété les probabilités en termes de propension. Cela leur permet de rendre compte du sens que prend la probabilité pour la physique quantique, qui est probabiliste mais qui ne permet pas de répéter des expériences.

> «Every experimental arrangement is liable to produce, if we repeat the experiment very often, a sequence with frequencies which depend upon this particular experimental arrangement. These virtual frequencies may be called probabilities. But since the probabilities turn out to depend upon the experimental arrangement, they may be looked upon as *propensities of the arrangement. They characterize the disposition*, or *the propensity*, of the experimental arrangement to give rise to certain characteristic frequencies *when the experiment is often repeated.* » [31]

Selon Popper, la probabilité n'est pas quelque chose d'inhérent à une série d'essais, mais une propriété des conditions expérimentales qui génèrent cette série. De la sorte, il devient possible de parler de la probabilité d'un événement unique puisque la probabilité est tout simplement reliée à ses conditions d'occurrence.

Bien que certains auteurs en fassent l'une des trois grandes familles d'interprétation des probabilités[32], la plupart des auteurs considèrent que

---

30 Cf. K. Popper, «The Propensity Interpretation of Probability», *British Journal for the Philosophy of Science*, no.10, 1959, p.25-42.

et H. Kyburg, «Propensities and Probabilities», *British Journal for the Philosohy of Science*, no.25, 1974, p.358-375.

31 K. Popper, «The Propensity Interpretation of the Calculus of Probability, and Quantum Mechanics», in *Observation and Interpretation*, sous la dir. de S. Körner, New York, Academic Press, 1957, p. 65-70.

32 Cf. Skyrms (1975) et (1992)

l'approche par propension n'est pas en soi une interprétation autonome des probabilités[33]. Elle se rapproche plutôt de l'interprétation fréquentiste, mais en y ajoutant un concept métaphysique qui n'est pas justifié. Il semble que l'on peut faire l'économie de ce concept sans que cela altère la validité de l'interprétation choisie. Cette interprétation rencontre cependant les mêmes difficultés que l'interprétation logique, étant donné que toute propension s'ensuit logiquement des conditions initiales.

2.4.3 L'interprétation logique

Une des façons de rendre compte de la probabilité des cas isolés est de faire l'hypothèse que la probabilité représente non pas une caractéristique des événements, mais le degré de croyance d'un sujet concernant la réalisation d'un événement donné. La probabilité représente donc nos croyances, mais la question de savoir comment s'articulent nos degrés de croyance réels concerne la psychologie et les preuves expérimentales indiquent que les agents réels violent systématiquement les règles du calcul des probabilités. Certains auteurs ont choisi de remplacer le degré de croyance actuelle par un degré de croyance rationnelle. C'est le cas de l'interprétation logique proposée par Carnap et de l'interprétation subjectiviste de Savage. Dans le cas de l'interprétation logique, la probabilité devient le degré de confiance qui serait rationnellement justifié par les preuves disponibles. Bien que parfois formulée en termes psychologiques, il n'y a rien de subjectif dans cette approche. Il s'agit plutôt d'un degré de confirmation, c'est-à-dire d'une relation logique objective entre des énoncés de preuves et des énoncés d'hypothèses.

L'interprétation logique est proche parente de l'interprétation classique. Cependant, au XIX^e et XX^e siècle, on a en grande partie rejeté les probabilités qui reposent sur la symétrie. Les tenants modernes d'une

---

33 Terrence Fine, notamment, ne lui consacre qu'une petite section à la toute fin de son ouvrage. (Cf. T.L. Fine, *Theories of Probability*, New York, Academic Press, 1973, p.245.)

interprétation logique et objective ne partent plus de cas également probables pour calculer les probabilités. Comme ils considèrent que la théorie des probabilités est une extension de la logique, ils cherchent à définir le degré avec lequel un ensemble de preuves entraîne logiquement une proposition donnée. Notons que dans ce cas, la référence à un degré de croyance rationnel doit être comprise au sens figuré car il n'y est question que d'une relation logique entre une paire de propositions données strictement en vertu de leur signification.

2.4.4 L'interprétation subjectiviste

L'approche logique échoue dans les situations où nous n'avons pas les ressources analytiques qu'elle présuppose, alors que l'approche fréquentiste échoue pour les probabilités portant sur des cas individuels. L'approche subjectiviste est une tentative de développer une notion de probabilité qui fait face à ces défis. La plupart des statisticiens qualifient cette approche de «bayésienne», Savage la nomme «personnaliste», mais nous adopterons l'appellation «subjectiviste» , fréquemment utilisée dans la littérature, pour les raisons évoquées ci-haut[34].

Cette interprétation repose sur une estimation personnelle des probabilités. Celles-ci représentent une mesure du degré de croyance d'un individu concernant la possibilité que survienne un événement donné lorsque les probabilités sont inconnues. En fait, selon l'expression de Savage, les probabilités sont inconnues dans la mesure où «one fails to know one's own mind». Ainsi, pour les tenants de l'interprétation subjectiviste, toutes les incertitudes peuvent être mesurées, les probabilités premières représentant les croyances, les jugements, voire les préférences des individus. Cette caractéristique en fait peut-être la meilleure interprétation en ce qui concerne son application à la théorie de la décision. Un individu qui détermine ses propres probabilités subjectives peut prendre une décision en s'attendant à ce que son choix satisfasse ses

34 Cf. infra note 24.

préférences intuitives. Mais à certaines conditions : la croyance actuelle est, tout comme dans l'interprétation logique, remplacée par la notion de croyance rationnelle. Pour ce faire, des axiomes imposent aux croyances des contraintes de cohérence. De plus, les auteurs subjectivistes affirment que des degrés de croyance consistants ou cohérents devraient satisfaire les règles du calcul des probabilités. De ce point de vue, la théorie des probabilités serait perçue comme une logique plutôt que comme une psychologie, c'est-à-dire comme la logique des croyances partielles. On doit noter que la cohérence ne suppose pas que tous s'entendent sur la vérité de certains énoncés. En effet, la probabilité mesure les opinions d'une personne idéalement cohérente et deux personnes, chacune étant idéalement cohérente, n'ont pas nécessairement les mêmes opinions.

La relation entre croyance, désir et action est bien connue des psychologues et des philosophes. Ramsey (1926) est le premier à utiliser ces notions pour construire une théorie des probabilités. Il affirme que notre degré de croyance (ou de confiance) en une affirmation est relié à certaines de nos actions, en l'occurrence, les paris. Ensuite, il identifie les probabilités personnelles avec le prix qu'on est prêt à payer. Ainsi, il est possible de mesurer nos probabilités personnelles. Il est habituel de parier sur certains événements, mais nous pouvons aussi parier sur la vérité d'un énoncé. Si je suis prête à parier sur plusieurs énoncés, les montants gagés correspondent alors à des assignations de probabilités. Comme les probabilités subjectives sont définies en termes de paris publiquement observables, elles peuvent être mesurées et connues objectivement.

La probabilité est aussi définie en termes de paris par de Finetti (1937). Deux types d'arguments sont fréquemment utilisés pour assurer la cohérence de ces paris, soit l'argument du Dutch book et le théorème de représentation. L'argument du Dutch book néglige les complications qui surgissent de la valeur attribuée aux biens. Le même argument, mais à un niveau plus profond, nous donne le théorème de représentation qui montre qu'un ordre de préférences riche et cohérent doit pouvoir être représenté comme généré par l'utilité attendue calculée à partir des attributions de probabilité et d'utilité sous-jacentes. Il existe différentes applications de ce genre de théorème, dont celle de L.J. Savage que nous présenterons au chapitre IV.

Le premier argument affirme que des paris sont cohérents s'il est impossible de monter un Dutch book contre le parieur. «Se faire monter un Dutch book» signifie s'engager dans une série de paris où, peu importent les résultats, l'issue sera toujours globalement en notre défaveur. Un Dutch book peut être construit pour des situations où nos attributions de probabilités ne respectent pas le calcul des probabilités. Étant donné que, premièrement, bien peu de gens voudraient se placer en situation de perdre assurément leur pari et que, deuxièmement, la rationalité est parfois définie comme la capacité d'atteindre ses objectifs par des moyens efficaces, il est alors plausible de voir la cohérence comme une condition nécessaire de la rationalité.

De plus, le théorème proposé par de Finetti montre que si les probabilités subjectives (betting quotient) d'un agent sont cohérentes, elles obéissent alors au calcul des probabilités. En ce sens, elles peuvent être représentées par une fonction non négative et additive sur une algèbre de Boole d'événements qui attribue une unité à un événement tautologique. Cela signifie donc que la loi des probabilités est une condition nécessaire de la rationalité :

Rationalité → cohérence → respect du calcul des probabilités

Depuis de Finetti, d'autres ont prouvé que le fait d'avoir des probabilités subjectives qui obéissent au calcul des probabilités est également une condition suffisante de la cohérence. En d'autres mots, si un agent choisit ses probabilités subjectives de façon à satisfaire les lois de probabilité, il est alors impossible de monter un Dutch Book contre lui. Ceci est appelé le théorème converse du Dutch Book. Ainsi,

Rationalité → cohérence ↔ respect du calcul des probabilités

Cependant, il ne va pas de soi que l'on puisse affirmer, dans le même élan, que la cohérence soit une condition suffisante de la rationalité. On peut très facilement imaginer que quelqu'un ait un ensemble de croyances complètement farfelues, mais parfaitement cohérentes entre elles. Cela n'indique-t-il pas que la cohérence n'est pas une condition assez forte pour garantir la rationalité et que des conditions supplémentaires s'avèrent nécessaires? Les théoriciens subjectivistes répondent à cela que, parfois, ce qui nous semble irrationnel devient un cas d'incohérence quand on considère un ensemble plus grand d'information et que l'on tient compte des assignations de probabilité de ces autres énoncés. L'argument de la cohérence dynamique suppose que si nous modifions nos probabilités au fur et à mesure que l'on acquiert de nouvelles informations, à la longue, nos croyances devraient être aussi rationnelles, c'est-à-dire aussi bien fondées, que celles d'un expert. Cela implique que ceux qui dérivent leurs probabilités de fréquences observées vont tendre à être d'accord avec ceux qui se sont au départ basés sur leur intuition. Ainsi, les subjectivistes peuvent fournir une base empirique aux probabilités, mais ils peuvent, en plus, assigner des probabilités pour des cas où les fréquences, les propensions ou les mesures basées sur la logique ne sont pas disponibles ou sont inaccessibles.

Cette cohérence dynamique s'effectue à l'aide du théorème de Bayes. À partir de probabilités premières, plus la quantité de preuves augmente, plus les probabilités convergent. Cependant, dans le cadre de cette interprétation, il ne serait pas exact de dire qu'elles convergent vers la probabilité objective : cette convergence, à la limite, est le résultat de la structure mathématique du calcul des probabilités.

Dans l'application du théorème de Bayes, l'utilisation de probabilités premières est problématique, mais pas pour l'interprétation subjectiviste. On peut toujours avoir une première opinion, de sorte que les probabilités premières requises par le théorème de Bayes sont toujours disponibles. Le lien entre la théorie subjectiviste et le théorème de Bayes est si naturel qu'on la nomme parfois théorie bayésienne. «Bayesian statistics is so named for the rather inadequate reason that it has many more occasions to apply Bayes' theorem than classical statistics has»[35].

Cependant, le champ d'application du théorème est très large et ne se limite pas à cette seule approche. Certains critiquent le fondement subjectif du théorème, mais Savage répond que ces critiques ne tiennent pas debout : «People noticing difficulties in applying Bayes' theorem remarked «we see that it is not secure to build on sand. Take away the sand, we shall build on the void»»[36]. Mieux vaut s'en remettre à ce qui est subjectif qu'au vide, mais ce subjectif n'est pas pernicieux puisque le théorème conduit à un accord intersubjectif. Rappelons que pour les subjectivistes, tous les faits de la sciences ne sont que des opinions plus ou moins bien fondées. Entre la science et l'opinion, il n'y a pas de démarcation «hard», il n'y a qu'une gradation. Certes, la base subjective du théorème n'a pas la solidité de la certitude scientifique, mais il ne faut pas perdre de vue le sens courant du terme probable. Entre autres choses, «probablement» signifie que bien que nous ne connaissions pas la vérité, nous voulons en parler, nous croyons qu'il est préférable d'estimer la vérité plutôt que d'admettre une ignorance totale et que bien souvent, il est préférable d'agir à partir d'informations limitées que de ne pas agir du tout. Ainsi, quand on dit : «j'irai probablement à la bibliothèque demain», aucune mention de fréquence ni de relation logique n'est faite.

Une des critiques que l'on peut faire à cette analyse de la façon dont nous apprenons de nos expériences est qu'elle simplifie beaucoup trop la richesse et la complexité de nos expériences. Comment sélectionner les informations pertinentes parmi la vaste étendue de nos impressions? Comment savoir combien d'informations ou combien de temps sont suffisants pour que nos probabilités soient considérées comme bien fondées? De plus, l'hypothèse que les probabilités vont converger, sur une longue période, peut être infirmée en pratique, entre autres si les

---

35 W. Edwards,H. Lindman et L.J. Savage, «Bayesian Statistical Inference for Psychological Research». *Psychological Review*, vol. 70, no.3, 1963, p. 194.

36 ibid., p. 208.

probabilités de départ sont très divergentes et que les faits sont trop peu nombreux ou non concluants.

Le problème de la mesure des probabilités est plus difficile à surmonter qu'il ne l'est dans les autres approches. Si plusieurs degrés de croyances sont incohérents, la personne doit en modifier certaines de façon à éliminer l'incohérence, mais on ne lui dit pas comment faire. De plus, le conflit entre les capacités humaines et les normes du calcul des probabilités rend également leur mesure souvent très difficile, comme nous le verrons plus loin.

Il est vrai que, si elle reçoit une interprétation empirique ou psychologique, comme prédisant le comportement des individus, la théorie subjectiviste n'est pas très intéressante puisque son domaine de validité est très restreint. Sa véritable importance se situe du côté normatif, car à l'aide d'une telle théorie toute personne peut se guider pour tenter de devenir plus cohérente. Mais, peut-être, nos capacités sont-elles trop éloignées de celles d'une personne idéalement rationnelle pour que nos tentatives d'émulation soient bénéfiques.

Cette interprétation a-t-elle plus ou moins d'avantages que les autres approches? Les diverses approches peuvent-elles cohabiter, chacune s'appliquant à des objets différents? Savage, pour sa part, affirme que l'interprétation subjectiviste peut avantageusement remplacer toutes les autres :

> «In particular, we, radical Bayesians, claim to demonstrate that all that is attractive about the frequency theory of probability is subsumed in the theory of personal probability. Before challenging that as preposterous, one ought at least study the chapter on equivalent events in de Finetti's paper.»[37]

---

37 Savage, «The Foundations of Statistics Reconsidered», 1961, p.582.

2.5 Conclusion

Pour juger de la valeur des interprétations, il faut évaluer plusieurs aspects. Il faut savoir, entre autres, ce que mesurent les probabilités, comment les attributions de probabilités premières sont faites, comment elles sont transformées et ce à quoi peuvent servir les probabilités qui en résultent. Pour construire nos attributions de probabilités, on se sert de données explicites (fréquence, séquence, énoncé), mais aussi de données implicites (croyance, principes selon lesquels on choisit l'information explicite). On peut transformer les données explicites en probabilité avec un algorithme, encore que le choix de ces données dépende des buts visés par la théorie. Cependant, il peut être difficile de convertir certains jugements de probabilité, qui sont imprécis ou implicites en données explicites.

En pratique, les probabilités doivent, en plus de caractériser les phénomènes aléatoires et l'incertitude, permettre de prendre des décisions concernant ces phénomènes. Reste encore à démontrer en quoi il est justifié d'agir en fonction des probabilités. Les nombreuses difficultés rencontrées pour choisir une interprétation des probabilités et l'appliquer à une situation de choix, nous laissent entrevoir que le chemin est encore long avant d'arriver à un consensus sur la façon d'utiliser le calcul des probabilités pour prendre une bonne décision.

Cependant, les théories modernes du comportement rationnel ne se limitent pas à la théorie des probabilités. Bien qu'incorporant souvent des éléments probabilistes, elles cherchent à axiomatiser des problèmes de décision face à l'incertitude. Les axiomes sont censés caractériser l'incertitude aussi bien que la notion de choix rationnel. La décision consiste à suivre la règle qui satisfait l'ensemble d'axiomes que l'on juge appropriés pour un problème donné. C'est ce que fait le théorème de représentation qui incorpore la notion de probabilité et celle d'utilité. Savage propose un tel théorème et développe une théorie subjectiviste basée uniquement sur la notion primitive de préférence, qui conduit à une théorie des probabilités subjectives qui se distingue de tous les autres théories des probabilités. Nous présenterons le détail de sa théorie dans le chapitre IV. Auparavant, nous étudierons le développement d'un autre concept central de la théorie de la décision, l'utilité.

CHAPITRE III

L'UTILITÉ

L'utilité est une valeur numérique qui représente nos préférences. Le fait d'attribuer une utilité à chacune des conséquences de nos actes nous permettra de classer ces conséquences par ordre de préférence. Deux conséquences indifférentes se verront attribuer la même valeur et seront regroupées dans une classe d'indifférence. Plutôt que de classe, on peut aussi parler de courbe d'indifférence. De plus, une classe strictement préférée à une autre obtiendra une valeur plus élevée. Cette valeur est celle de l' **utilité**. Elle doit être telle que:

a) $U(x) > U(y)$ ssi xPy

b) $U(x) = U(y)$ ssi xIy

où $U(x)$ signifie "la valeur d'utilité de la conséquence x", P signifie "est préféré à " et I signifie "est indifférent à"

Autrement dit, pour toute conséquence d'un acte, l'utilité de x est plus grande que l'utilité de y si et seulement si x est préféré à y. Les préférences déterminent l'utilité et non l'inverse. Cependant, nos préférences réelles ne sont pas toujours claires. C'est l'une des premières tâches du décideur que de les clarifier. La théorie comporte un ensemble de conditions que les préférences d'un agent idéalement rationnel doivent satisfaire de façon à pouvoir être représentées par une fonction. Elles sont parfois appelées conditions de cohérence, de consistance ou de rationalité.

Dans un premier temps, lorsque les préférences portent sur un ensemble fini ou dénombrable, il suffit de numéroter les conséquences pour obtenir une fonction. Pour ce faire, toutes les conséquences doivent pouvoir être comparées. Une fois que les préférences sont clairement ordonnées, si le décideur se trouve en situation de certitude, c'est-à-dire s'il sait exactement quelle sera la conséquence de chacun de ses actes, la décision rationnelle consiste à choisir l'acte dont la conséquence possède l'utilité la plus élevée. La relation de préférence peut donc être directement transférée des conséquences aux actes.

Ce n'est cependant pas si simple lorsque le décideur, ce qui est plus fréquent, se trouve en situation de risque ou d'incertitude, car alors différentes conséquences peuvent découler de ses actes selon l'état du monde réalisé. Dans ce cas, il faut trouver un moyen de passer de l'ordre de préférence sur les conséquences à un ordre sur les actes. Historiquement, différents critères de décision ont été proposés pour exprimer ce passage. Robert Kast [1993] affirme que quatre critères classiques ont marqué le développement de la théorie de la décision. Il s'agit des critères de Laplace, de Bernoulli, de l'espérance mathématique et de l'utilité attendue. Nous présenterons brièvement chacun d'eux.

3.1 Critères de décision en situation d'incertitude

Le critère dit «de Laplace» intègre en une seule valeur les différentes conséquences numériques d'une décision dans l'incertain : il s'agit de la moyenne des gains. Supposons que, suite à une décision quelconque, je peux gagner soit 10 $, 20 $ ou 30 $. La somme de ces trois montants divisée par 3 donne un gain moyen possible de 20 $. De façon générale, il suffit de faire la somme des conséquences, divisée par le nombre de ces conséquences possibles, pour obtenir la valeur associée à la décision. Ainsi, le **critère de Laplace** peut être représenté par l'équation suivante :

$$L(A_i) = 1/n \sum C_i$$

L'idée de prendre la moyenne est justifiée par une absence d'information sur les probabilités des événements, absence qui nous autorise à supposer l'équiprobabilité, c'est-à-dire à attribuer une pondération uniforme à la probabilité de chaque conséquence. Cette justification porte, chez Laplace, le nom de «principe de raison insuffisante».[38]

Le critère de Laplace semble assez naturel lorsque les paris portent sur des jeux de hasard impliquant des cartes ou des dés. Cependant, pour de nombreux autres contextes, le critère d'équiprobabilité n'est plus justifié. Une généralisation du critère de Laplace est possible en tenant compte d'une distribution de probabilité sur les différents états. On obtient alors le **critère de l'espérance mathématique** où la valeur de la décision est égale à la somme des conséquences, chacune étant pondérée par la probabilité :

$$E(A_i) = \sum P(E_i)C_i$$

Avec ce deuxième critère, le pari ayant le gain *attendu* le plus élevé est le meilleur. Cependant, le gain, ou la valeur monétaire, attendu n'est pas une base suffisante pour toutes les décisions. D'un point de vue personnel, la «vraie» valeur d'une éventualité est souvent au-dessus ou au-dessous du gain. C'est ce que démontre le paradoxe de St-Petersburg. Ce paradoxe est le suivant : une pièce est lancée jusqu'à ce qu'on obtienne face. Le joueur reçoit 2^n\$ si on obtient face au $n^{ième}$ coup. Ainsi, la valeur attendue est : (1/2)2 \$ + (1/4)4 \$ + (1/8)8 \$ +... = 1 \$+1 \$+1 \$+ (...). Comme il n'y a pas de borne supérieure à l'échelle monétaire, la valeur attendue est un nombre infini. Ce qui implique que les joueurs devraient être prêts à payer n'importe quel prix pour participer à cette loterie, ce qui, pour la plupart d'entre eux, n'est pas le cas! Le paradoxe est basé sur une hypothèse possible en théorie, mais irréaliste car, en pratique, personne n'est insatiable : toute valeur, en excès, peut cesser d'être désirée.

C'est ce qu'a fait valoir Daniel Bernoulli qui a été un des premiers a introduire une idée générale de l'utilité[39].. En faisant appel à l'intuition, Bernoulli dit que la valeur monétaire d'une conséquence n'est pas

---

38 Cf. infra p.32

39 voir D. Bernoulli, «Exposition of a new theory on the measurement of risk», trad. par Louise Sommer, *Econometrica*, no.22, 1954, p.23-26.

nécessairement la vraie valeur qu'elle a pour un individu. Il affirme que la variable pertinente n'est pas la valeur monétaire des résultats mais la valeur intrinsèque de leur valeur monétaire. L'utilité correspond ainsi à la valeur attendue des biens moraux. Cette fonction U est un logarithme qui déforme les conséquences afin de traduire l'attitude de l'agent vis-à-vis de la richesse.

Bernoulli affirme qu'une augmentation donnée de la richesse produit une augmentation de la valeur "morale" qui s'y rattache mais qui est plus petite que l'augmentation de la valeur monétaire elle-même. Il va plus loin en affirmant que la pente de l'utilité, non seulement décroît avec la valeur monétaire, mais est inversement proportionnelle, ce qui correspond à un logarithme. Ainsi, le dollar qui est précieux pour un pauvre lui serait insignifiant s'il devenait millionnaire. Il y a par conséquent une infinité de fonctions logarithmiques et l'association peut varier d'une personne à l'autre.

Bernoulli a donc proposé un critère de décision qui remplace le gain par l'utilité qu'on lui attribue. A la différence du critère de Laplace, ce ne sont pas directement les conséquences numériques dont la moyenne est calculée, mais une fonction de celles-ci. Le **critère de Bernoulli** pourrait se traduire de la façon suivante : la valeur de la décision est égale à la somme des utilités associées à chaque conséquence, divisée par le nombre des conséquences.

$$B(A_i) = 1/n \sum U(C_i)$$

De plus, ce critère peut être défini pour des conséquences qui ne sont pas numériques, puisque l'utilité de la conséquence, elle, est numérique. La fonction logarithme est concave, de sorte que la fonction d'utilité donne plus d'importance relative aux petites valeurs que le critère de Laplace. Cependant, il conserve la distribution de probabilité uniforme qui fut utilisée pour le critère de Laplace.

Tout comme l'espérance mathématique est une version du critère de Laplace qui intègre les probabilités, il existe une version plus générale du critère de Bernoulli. Il s'agit du **critère de l'utilité attendue**, dont nous donnerons une justification axiomatique. L'utilité attendue d'une décision correspond à la somme des utilités des conséquences, chacune étant pondérée par la probabilité des états :

$$\text{Uatt.}(A_i) = \sum P(E_j)\ U(C_j)$$

Pour trouver l'utilité attendue de l'acte A, on fait le produit, pour chaque événement, de sa probabilité par l'utilité liée à la conséquence de l'acte qui dépend de cet événement, et on fait la somme de tous les produits. Notez que si U peut être une fonction logarithmique des conséquences, Uatt. est une fonction linéaire par rapport aux probabilités. Dans la mesure où un décideur se conforme aux axiomes de la théorie de l'utilité attendue, la forme de sa fonction d'utilité permet de caractériser son aversion, et, localement, son degré d'aversion pour le risque.

Le tableau 3.1 représente la transformation historique des critères, en ajoutant la catégorie des utilités non-linéaires qui correspond à certains développements plus récents de la théorie de la décision. La direction des flèches indique un plus grand niveau de généralité du point de vue des croyances et/ou des préférences.

3.2 La théorie de l'utilité attendue

Les critères précédents ont été élaborés sur la base de considérations pratiques inspirées principalement des jeux de hasard. Le critère de l'utilité attendue a ceci de particulier qu'il a été construit de manière théorique. En 1944, von Neumann et Morgenstern ont fourni une justification théorique formelle de la maximisation de l'utilité attendue en introduisant certains axiomes de base du comportement rationnel auxquels sont soumises les préférences des individus. Nous présenterons, ci-après, le détail de ces axiomes.

Lorsque les préférences d'un individu respectent ces axiomes, la théorie de l'utilité attendue permet de reporter sur les actions un ordre de

Tableau 3.1 Critères de décision

Préférences / Croyances	Gain →	Utilité →	Utilité non-linéaire
Pondération identique des états ↓	Critère de Laplace	Critère de Bernoulli	
Probabilités objectives ↓	Espérance mathématique	Théorie de l'utilité attendue	Intégration non-linéaire des utilités
Probabilités subjectives	Espérance subjective du gain	Espérance subjective de l'utilité	Espérance subjective non-linéaire de l'utilité

préférence. Étant donnée l'incertitude lié à l'état du monde qui est réalisé, il n'est pas possible de savoir à coup sûr quelle action entraînera les meilleures conséquences. C'est pour cette raison que les auteurs comparent souvent le choix entre plusieurs actions à un jeu de hasard où l'on tente de déterminer le meilleur pari. Ainsi, le choix d'une action est ramené à celui d'une loterie sur les conséquences de cette action. Établir un ordre de préférence sur les actions nécessite des contraintes plus exigeantes que pour fixer les préférences concernant les conséquences. En effet, non seulement les agents doivent-ils être capables d'ordonner les différents résultats d'un problème de décision ils doivent aussi pouvoir ordonner toutes les loteries impliquant ces résultats, toutes les loteries composées à partir des premières loteries, toutes les loteries composées à partir des secondes loteries, etc.

Le décideur doit donc attribuer une utilité à chaque conséquence, puis les pondérer par leur distribution de probabilité, ce qui lui permet de calculer l'utilité attendue de la loterie. L'utilité attendue est le critère qui permet de comparer ces loteries de façon à leur appliquer un ordre de préférence. Cet ordre, une fois établi, indique quelle est l'action qui maximise l'utilité attendue. On suppose que c'est cette action qui sera choisie si un décideur est rationnel.

Luce et Raiffa résument comme suit ce que von Neumann et Morgenstern ont démontré :

> «If a person is able to express preferences between every possible pair of gambles, where the gambles are taken over some basic set of alternatives, then one *can* introduce utility associations to the basic alternatives in such a manner that, if the person is guided solely by the utility expected value, *he is acting in accord with his true tastes* - provided only that there is an element of consistency in his tastes.»[40]

Von Neumann et Morgenstern ont développé leur théorie dans le cadre de situation de risque et ils assument l'existence de probabilités objectives sur les états. Cependant, cette théorie s'est par la suite étendue à l'analyse de problèmes de décision dans des environnements incertains plus généraux où les probabilités sont attribuées de façon subjective.

Il existe plusieurs versions du critère de l'utilité attendue qui diffèrent de plusieurs façons. Elles diffèrent du point de vue ontologique, considérant les items des domaines de préférence comme différentes sortes de choses, elles diffèrent quant aux sortes de probabilités qu'il est pertinent d'introduire et elles diffèrent quant à la précision de l'axiomatisation de la théorie. Mais la plupart s'entendent sur les principes que nous allons présenter. Nous nous sommes principalement inspirés de la description des axiomes de base de la théorie normative telle que présentée par Kahneman et Tversky ainsi que des axiomatiques de Luce et Raiffa, von Neumann et Morgenstern et Savage. Nous avons tenté de souligner certaines ressemblances formelles entre elles, ressemblances qui sont dissimulées derrière le foisonnement terminologique s'y rapportant. Nous adopterons la terminologie de Kahneman et Tversky[41], bien qu'elle

---

40 R.D.Luce et H. Raiffa, *Games and Decisions*, New York, Wiley & sons, 1957, p.21.

41 A Tversky et D. Kahneman, «Rational choice and the framing of decisions» in *Decision making: Descriptive, normative, and prescriptive interactions*, sous la dir. de D.E. Bell, H. Raiffa et A. Tversky, chap.9. Cambridge, Cambridge University Press, 1988.

comporte certaines imprécisions, mais ce choix permettra de faciliter l'analyse des critiques qu'ils font, par la suite, de ces axiomes.

Le tableau 3.2 tente de faire la synthèse des équivalences qui existent entre les axiomes proposés par chaque auteur. Il est à noter que nous avons placé entre parenthèses, dans la colonne de Kahneman et Tversky, les axiomes qu'ils considèrent équivalents aux leurs, mais qu'ils ont choisi de renommer. De plus, la colonne consacrée à Sowden permet de situer par rapport aux autres axiomatiques les deux principes qu'il critique dans son article de 1984. Ce tableau nous sera utile quand nous aborderons les critiques du modèle normatif car il n'est pas rare que des auteurs utilisent les mêmes termes, mais que ceux-ci renvoient à des réalité différentes. Tout d'abord, nous présenterons les caractéristiques de ces axiomes.

Tableau 3.2
Équivalences entre les axiomatiques proposées par différents auteurs

Kahneman et Tversky (1988)	Luce et Raiffa (1957)	von Neumann et Morgenstern(44)	Savage (1954)	Sowden (1984)
comparability	A1 : ordre sur les éventualités.	Condition d'ordre	P1	
continuité	A3 : continuité.	Condition de continuité	P3	
Transitivité	A5 : transitivité	condition de transitivité	P1	
Annulation (substitution) (extended STP) (indépendance)	A3 : continuité + A4 : substituabilité	Condition de substitution	P2	principe de la chose-sûre de Savage
Dominance dominance stochastique		Condition du meilleur prix	principe de la chose-sûre Dominance stoch = P7	
Invariance (extensionality (Arrow 82)) (conséquentialisme (Hammond 85))	A2 : réduction de loteries composées	Condition de la réduction des loteries composées		principe d'équivalence probabiliste
	A6 : monotonie	Condition de la meilleure chance	P4	

3.2.1 Axiomes de base

a) La condition d'ordre sur les loteries.

Ceci correspond à ce que Kahneman et Tversky nomment l'axiome de «comparability». N'ayant trouvé aucune traduction satisfaisante nous conserverons l'appellation la plus usuelle.

Cet axiome signifie que deux éléments quelconques peuvent toujours être comparés l'un par rapport à l'autre. Cet axiome suffit si nous avons un nombre fini de loteries. Cependant cela est rarement le cas car, même s'il n'y a que deux conséquences, on peut construire un nombre infini de loteries sur ces conséquences. Il faut donc un deuxième axiome pour assurer la continuité de la fonction.

b) La continuité.

Cet axiome donne à l'ensemble ordonné la même structure que celle de l'ensemble des nombres réels auquel on cherche à le faire correspondre. On évite ainsi qu'une suite L_n de loteries, qui sont toutes préférables à une certaine loterie L, ait pour limite une loterie L_0 qui ne soit pas préférée à L. Pour ce faire, les loteries doivent vérifier la condition suivante : Si le prix A est préféré au prix B et B à C alors il y a une loterie impliquant A et C qui est indifférente à B.

c) La transitivité

Les relations de préférence et d'indifférence sur les loteries sont transitives, c'est-à-dire que, étant donné trois loteries L_1, L_2 et L_3, si L_1 est préféré à L_2 et L_2, à L_3, alors L_1 est préféré à L_3. Un des arguments en faveur de cet axiome, connu sous le nom de «money pump», consiste à dire qu'une personne ayant des préférences intransitives peut êre amenée à payer pour une série d'échanges qui retournent à l'option initiale. Par exemple, si mon voisin affirme préférer les pommes aux banane, les bananes aux oranges et les oranges aux pommes, on peut imaginer la situation suivante : je rencontre mon voisin alors qu'il s'apprête à manger une orange. Je lui offre d'échanger son orange contre une banane pour 5¢. Comme il préfère la banane, il accepte. Je lui propose ensuite d'échanger la banane pour une pomme moyennant 5¢ et il accepte encore. Pour un autre 5¢, je lui propose d'échanger la pomme contre une orange. Il accepte et se retrouve avec la même orange qu'au début entre les mains, mais avec 15¢ de moins dans ses poches.

d) L'axiome d'annulation («cancellation») :

L'axiome ainsi nommé par Kahneman et Tversky prescrit l'élimination des états du monde qui conduisent à un même résultat face à un choix donné. Autrement dit, le choix entre deux options dépend seulement des états pour lesquels ces options conduisent à des résultats différents. Par exemple, supposons que nous ayons deux conséquences, C_1 et C_2 et que:

$C_1 > C_2$

l'annulation nous indique que si on place ces deux prix dans une loterie par ailleurs identique, la préférence sera maintenue:

$L_1(40\%\ C_1;\ 60\% C_3) > L_2\ (40\%\ C_2;\ 60\%\ C_3)$

et ce, parce qu'on peut faire abstraction de l'état du monde conduisant au même résultat, C_3. :

Tableau 3.3 Axiome d'annulation

	E_1	E_2
L_1	C_1	C_3
L_2	C_2	C_3

si $C_1 > C_2$
alors $L_1 > L_2$

Kahneman et Tversky affirment que cet axiome correspond à l'axiome de substitution de von Neumann et Morgenstern [1944], à la condition d'indépendance que l'on retrouve dans la théorie de Luce et Krantz [1971] et au principe de la chose-sûre «extended», chez Savage [1954]. Il est pertinent de s'attarder un peu sur cette affirmation car l'axiome d'annulation est celui qui a subi le plus de critiques et, à l'évidence, les auteurs utilisent parfois les mêmes termes mais en leur attribuant des significations différentes.

Nous sommes d'avis que l'axiome de substitution de von Neumann et Morgenstern correspond effectivement à la formulation que nous avons présentée ci-haut de l'axiome d'annulation, mais nous avons quelques réserves concernant les deux autres comparaisons. Dans un premier temps, nous évaluerons la correspondance que Kahneman et Tversky établissent entre l'axiome d'annulation et la condition d'indépendance de Luce et Krantz et par la suite nous examinerons la comparaison avec l'axiomatique de Savage.

Dans leur article de 1971, Luce et Krantz proposent une axiomatique qui permet de mesurer simultanément l'utilité et la probabilité subjective dans le cadre d'une théorie des décisions conditionnelles. La notion d'indépendance dont les auteurs traitent correspond tout simplement à la définition habituelle des événements indépendants en théorie des probabilités. Par contre, Luce et Krantz soulignent que leur axiome 4 correspond à une version du principe de la chose-sûre de Savage, sans que cet axiome ne soit, nulle part, mentionné. C'est plutôt dans l'article de Luce et Raiffa [1957] qu'il est fait mention de l'axiome d'indépendance : «This assumption (A4 : substituability) taken with the third (continuity) is reminiscent of what is known in other work as the assumption of the *independence of irrelevant alternatives*» [42]

Ce n'est donc pas chez ces auteurs qu'il faut chercher l'axiome d'indépendance. C'est la combinaison des axiomes 3 et 4 qui évoque celui d'indépendance et, supposons-le, celui d'annulation. L'axiome 3 nous apprend que pour tout prix, on peut construire une loterie qui lui soit indifférente. L'axiome 4 ajoute que pour toute loterie, un tel prix peut être

---

42 Luce et Raiffa, *Games and Decisions*, 1957, p.27.

remplacé par la loterie qui lui est indifférente sans modifier les préférences de l'agent. La loterie de départ est donc elle-même équivalente à la nouvelle loterie composée. En d'autres termes, si un prix et une loterie sont équivalents, alors ils sont interchangeables en tant que prix dans toute loterie composée. Les autres prix mis en jeu ne peuvent modifier la relation d'équivalence entre ces deux items. En remplaçant, dans le tableau précédent, les actes par des loteries L, nous obtenons :

Tableau 3.4 Axiome d'indépendance

	E_1	E_2	
L_1	C_1	C_3	si $C_1 \approx C'_1$ alors $L_1 \approx L_2$
L_2	C'_1	C_3	

où C_1 est un prix, C'_1 est une loterie et C_3 n'est pas pas pertinent pour évaluer la relation qui existe entre C_1 et C'_1. Cette définition se rapproche de celle de l'axiome d'annulation par le fait qu'on ne tienne pas compte de C_3 pour évaluer les préférences. Cependant, dans ce cas-ci, on compare un prix à une loterie, puis une loterie simple à une loterie composée, ce qui rejoint également l'axiome d'invariance que nous présenterons par la suite (voir section 3.2 e).

Dans leur deuxième comparaison, Kahneman et Tversky établissent un parallèle entre l'axiome d'annulation et le principe de la chose-sûre *étendue* (extended sure-thing principle)[43] de Savage. Tout d'abord, nous pouvons constater que Savage n'utilise pas lui-même cette expression. Il faut donc chercher à savoir à quoi elle fait référence exactement. Savage présente de façon informelle son principe de la chose-sûre[44]. Il en donne différentes formulations. S'appuyant sur la force intuitive de ce principe, il en fait découler son deuxième postulat. Plus loin, il présente son septième

---

43 On retrouve aussi cette expression dans P. Slovic, «Choice». in *Thinking: an invitation to cognitive science*, sous la dir. de D. N. Osherson et E. E. Smith, chap. 4. Cambridge (Mass), MIT Press, 1990.

44 Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.21-22.

postulat comme une version plus forte du principe de la chose-sûre. Est-ce à ce dernier que Kahneman et Tversky font référence? Nous ne le croyons pas car, commme nous le verrons le postulat 7 se rapproche davantage de ce que Kahneman et Tversky nomment la dominance stochastique. Une autre possibilité serait que les auteurs se réfèrent à une note de Savage, p.22, où il indique avoir proposé une version plus forte de la définition 1 du principe de la chose-sûre, à la fin de son ouvrage.

Bien que Kahneman et Tversky associent l'axiome d'annulation au principe de la chose-sûre *étendue*, nous pouvons constater, en examinant le tableau 4.1 et les définitions que donne Savage du principe de la chose-sûre[45], que celui-ci correspond davantage à ce que Kahneman et Tversky nomment la dominance et que nous définirons ci-après.

Examinons, de plus, la citation suivante, de Friedman et Savage, où les auteurs présentent le principe de la chose-sûre de façon informelle :

> «We shall show that *the third postulate*[46] is implied by a principle that we believe practically unique among maxims for wise action in the face of uncertainty, in the strength of its intuitive appeal. The principle is universally known and recognized; and the Greeks must surely have had a name for it, though current English seems not to. To illustrate the principle before defining it, suppose a physician now knows that his patient has one of several diseases for each of which the physician would prescribe immediate bed rest. We assert that under this circumstance the physician should and, unless confused, will prescribe immediate bed rest. (...)
>
> Much more abstractly, consider a person constrained to choose between a pair of alternatives *a* and *b*, Without knowing whether a particular event E does (or will) in fact obtain. Suppose that, depending on his choice and whether E does obtain, he is to receive one of four (not necessarily distinct) gambles, according to the following schedule:

45 Cf infra p. 77 à 80 .

46 Nous soulignons.

	event	
choice	E	not-E
a	f(*a*)	g(*a*)
b	f(*b*)	g(*b*)

The principle in sufficient generality for the present purpose asserts: If the person does not prefer $f(a)$ to $f(b)$, and does not prefer $g(a)$ to $g(b)$, then he will not prefer the choice a to b. Further, if the person does not prefer a to b, he will either not prefer $f(a)$ to $f(b)$ or not prefer $g(a)$ to $g(b)$ (possibly both)»[47]

Le postulat trois[48] dont il est question dans cette citation est le suivant :

P3 : pour $0 < a < 1$; $af + (1\text{-}a)h \leq ag + (1\text{-}a)\, h$ ssi $f \leq g$.

Par exemple, $60\%f + 40\%\, h \leq 60\%g + 40\%h$ ssi $f \leq g$. On ne tient pas compte de $40\%h$ car il est présent dans les deux loteries. Seule la préférence entre f et g importe.

On peut donc voir que la définition de P3 correspond à celle de l'axiome d'annulation de Kahneman et Tversky. Certains auteurs associent, pour leur part, P3 au postulat d'indépendance. Ainsi, McClennen (83) cite ce même passage, mais fait débuter la citation par les crochets suivants : «[The independence] postulate is implied by a principle that...»,[49] bien que Friedman et Savage n'utilisent jamais cette expression dans leur article.

Ainsi, les axiomes d'indépendance et d'annulation semblent correspondre à P3, mais c'est au principe de la chose-sûre que Kahneman et

---

47 M. Friedman et L.J. Savage, «The expected-utility hypotheses and the measurability of utility», *Journal of Political Economy*, no.60, 1952, p. 468-469.

48 Ce postulat ne doit pas être confondu avec le postulat trois de l'axiomatique de Savage [1972], que nous présenterons au chapitre IV. En fait, il correspond plutôt à un cas particulier du postulat deux.

49 E. McClennen, «Sure-thing doubts». in *Decision, Probability, and Utility*, P. Gärdenfors et N-E. Sahlin (eds), Cambridge, Cambridge University Press, 1988, chap.10, p.176.

Tversky les identifient (voir tableau 3.2). Comme Friedman et Savage affirment que P3 découle du principe de la chose-sûre, peut-on affirmer qu'ils correspondent tout deux à l'annulation? Voyons ce qu'il en est.

Tout d'abord, que comprendre de l'exemple du médecin? On peut analyser la situation de la façon suivante: l'ensemble des actes correspond au choix de la prescription et l'ensemble des états du monde correspond à l'ensemble des maladies dont le patient est possiblement atteint. Cet exemple pourrait être illustré à l'aide de la table de décision suivante :

Tableau 3.5 Exemple du médecin

	le patient a la maladie *a*	le patient a la maladie *b*	le patient a la maladie *c*
le médecin prescrit le repos	repos	repos	repos
le médecin prescrit autre chose	autre chose	autre chose	autre chose

Dans cet exemple, illustrant le principe de la chose-sûre, ce qui est «sûr» c'est que, pour chacune des maladies envisagées, le médecin préfère prescrire le repos à autre chose. Il est à noter que les trois conséquences «repos» ne sont pas identiques car l'utilité du repos si le patient a la maladie *a* peut être plus grande, par exemple, que s'il est atteint de la maladie *b*. Nous clarifierons la signification du principe de la chose-sûre à l'aide d'autres exemples dans la section 4.2 consacrée à Savage.

À l'aide de l'exemple du médecin, nous pouvons déjà voir que le principe de la chose-sûre ne correspons pas à l'axiome d'annulation comme le prétendent Kahneman et Tversky. Suite à cet exemple, Friedman et Savage donnent une définition plus générale du principe de la chose-sûre. Nous pouvons traduire leurs affirmations de la façon suivante :

1) si fa $\leq$ fb et ga $\leq$ gb alors a $\leq$ b

De plus, si a $\leq$ b alors : 2) fa $\leq$ fb et ga $>$ gb

ou 3) fa $>$ fb et ga $\leq$ gb

ou 4) fa $\leq$ fb et ga $\leq$ gb

Nous voyons maintenant que le principe de la chose-sûre correspond plutôt à l'axiome de dominance. Plus précisément, les options 1 et 4 présentées ci-haut correspondent à la dominance et les options 2 et 3 correspondent à la dominance stochastique. Tous ces cas, autant l'exemple du médecin que ces définitions plus générales, sont regroupés sous le concept de principe de la chose-sûre. De plus, Friedman et Savage démontrent que P3 est un cas particulier de l'option 1, soit :
si fa $\leq$ fb et ga $\leq$ gb alors a $\leq$ b, où fa = f, fb = g et ga = gb = h. Ceci permet de mettre en lumière le fait que l'axiome d'annulation n'est, somme toute, qu'un cas particulier de la dominance.

Kahneman et Tversky ne semblent pas être les seuls à commettre cette erreur concernant le principe de la chose-sûre. Il nous a semblé y avoir beaucoup de confusion, dans la littérature, autour de ce célèbre principe. Entre autres, Lanning Sowden semble avoir adopté la même définition du principe de la chose-sûre que Kahneman et Tversky. Il s'inspire, pour sa part, de la définition donnée par Harsanyi et non par Savage : «In Harsanyi's words, according to the Sure-Thing Principle «other things being equal, an individual will not prefer a lottery yielding less desirable prizes to a lottery yielding more desirable prizes»»[50] Cette définition sommaire est pourtant tout à fait cohérente avec celle de la dominance. Sowden en donne des exemples pour ensuite formuler sa propre définition, à partir de laquelle il fera une critique de cet axiome :

> «The *Sure-Thing Principle* roughly says that if an individual prefers or is indifferent between two prizes, then he will prefer or be indifferent

---

50 L. Sowden, «The Inadequacy of Bayesian Decision Theory», *Philosophical Studies*, vol. 45, 1984, p.296.

> between any two lotteries, one involving one of the prizes and the other involving the other prize, in a way that parallels his original preference (provided the lotteries are otherwise equivalent)»[51]

Nous pouvons constater un glissement au niveau de la définition du principe de la chose-sûre. Chez Harsanyi, elle correspond à la définition de l'axiome de dominance, mais dans la reformulation qu'en donne Sowden, elle correspond plutôt à l'axiome d'annulation. Sowden affirme d'ailleurs que cette définition correspond à celle de l'axiome de substitution de von Neuman et Morgenstern, ce qui est effectivement vrai de l'annulation, mais non du principe de la chose-sûre tel que nous l'avons compris.

d) L'axiome de dominance :

Kahneman et Tversky définissent cet axiome de la façon suivante : si une option A est meilleure que B dans un état du monde et au moins équivalente dans tous les autres états du monde alors l'option dominante devrait être préférée. Un tel choix satisfait la condition selon laquelle on choisit de façon à maximiser ses préférences eu égard aux résultats. C'est à cette définition que correspondent la plupart des exemples donnés par Savage du principe de la chose-sûre. La frontière est mince entre les axiomes de dominance et d'annulation et nous avons déjà souligné que la dominance englobe ce dernier. On peut interpréter la dominance comme un axiome nous indiquant de ne pas tenir compte des états qui conduisent, non seulement aux mêmes conséquences, mais aussi de ceux où les conséquences, bien que différentes, sont équivalentes ou que ces préférences entre les conséquences vont dans le même sens que la préférence la plus forte. De plus, un aspect prescriptif s'ajoute qui était absent de la description de l'axiome d'annulation et qui nous indique ce que l'agent *devrait* préférer.

La dominance stochastique est une version plus forte de cet axiome : on préfère l'option dont la valeur moyenne est la plus élevée. C'est ce qu'expriment les options 2 et 3 de la page 65. Le postulat P7 de Savage

---

51 *Ibid.*, p. 297.

semble encore plus fort que cette condition : Si chaque conséquence possible de l'acte **g** est au moins aussi intéressante pour un sujet que l'acte **f** pris comme un tout, alors **f** n'est pas préféré à **g**.

e) L'axiome d'invariance :

Kahneman et Tversky affirment que l'invariance peut être mise en relation avec la notion de conséquentialisme telle que définie par Hammond.[52] Cet axiome implique que différentes représentations du même problème de choix devraient conduire à la même préférence. Une variation dans la forme qui n'affecte pas les conséquences ne devrait pas affecter le choix. Selon les auteurs, il s'agit d'une condition tellement fondamentale qu'elle est quelquefois assumée implicitement au lieu d'être établie explicitement comme un axiome. En fait, l'invariance est une conséquence directe de la dominance et de l'annulation. À notre avis, il s'agit moins d'un axiome distinct que d'une reformulation des deux axiomes précédents.

Kahneman et Tversky affirment également que l'invariance correspond à la condition de réduction des loteries composées, qui peut être formulée ainsi : si une loterie a une autre loterie comme prix, alors la première loterie peut être décomposée en une série de prix plus simples, suivant le calcul des probabilités. En fait, cette condition est improprement nommée étant donné que l'agent est indifférent autant à la réduction qu'à l'extension des loteries. Pour cette raison, l'expression «postulat d'équivalence probabiliste», utilisée par Sowden, semble plus appropriée. On le définit en indiquant que si deux loteries sont équivalentes en termes de prix et de probabilités, calculées en accord avec le calcul des probabilités, alors un individu sera indifférent entre ces deux loteries.

---

52 P. Hammond, «Consequential behavior in decision trees and expected utility». *Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences Working Paper* no.112. Stanford (Calif), Stanford University Press, 1985.

f) L'axiome de monotonie

Cet axiome signifie que si deux loteries impliquent les mêmes prix, alors celle où le prix préféré a la plus hautre probabilité sera la loterie préférée. Il correspond à la condition de la meilleure chance que l'on retrouve dans l'axiomatique de Von Neumann et Morgenstern.

L'ensemble de ces conditions permet de définir une fonction d'utilité sur les actes, décrits ici en termes de loteries. Cette fonction n'est pas unique. Les condition d'ordre et de transitivité impliquent que toute fonction croissante de ces fonctions représente aussi les préférences. Les autres axiomes limitent ces possibilités aux transformations linéaires positives (fonctions affines) de U, c'est-à-dire aux fonction de la forme aU + b, où a est une nombre positif et b un nombre quelconque. De ce fait, au lieu de la simple utilité «ordinale», on peut définir ce qu'il est convenu d'appeler une utilité cardinale, c'est-à-dire une utilité qui permet de mesurer les différences entre les préférences.

3.3 Généralisations des critère et des théories

Si la théorie de l'utilité attendue a clairement dominé le champ des applications de la théorie de la décision des années cinquante aux années quatre-vingt, elle avait néanmoins subi de violentes critiques dès son introduction. C'est Maurice Allais qui mit clairement en cause l'axiome d'indépendance de von Neumann et Morgenstern. Il présenta notamment un exemple, connu depuis sous le nom de paradoxe d'Allais, qui mit les adeptes de la théorie de l'utilité attendue face à des choix où ils contredisaient eux-mêmes l'axiome d'indépendance. Depuis la présentation du paradoxe d'Allais, de nombreuses recherches se sont attachées à modifier et à généraliser les théories existantes de façon à rendre compte de ce paradoxe.

De nombreuses études expérimentales, tant en psychologie qu'en économie et en théorie de la décision, ont permis de mieux cerner certains aspects du comportement des décideurs. Parmi les éléments notables, nous pouvons retenir la tendance à surestimer les petites probabilités : le seul fait que la probabilité d'une conséquence ne soit pas nulle fait que le décideur tient compte de cette conséquence, même si cette probabilité est infinitésimale. Une telle tendance ne peut être prise en compte par une théorie qui ne fait intervenir que les probabilités sans tenir compte des déformations que les décideurs peuvent leur faire subir. Ces expériences ont ainsi mis en lumière le fait que le comportement réel s'écarte systématiquement des normes fournies par certains axiomes de rationalité.

Nous discuterons plus en profondeur, au chapitre 5, des problèmes que nous venons de signaler. Nous y présenterons, entre autres, les critiques du modèle normatif avancées par Kahneman et Tversky ainsi que la théorie qu'ils ont développée pour rendre compte du comportement réel des décideurs. Mais avant cela, afin d'être en mesure de bien comprendre et de bien évaluer ces critiques, nous présenterons l'une des axiomatiques de l'approche normative à laquelle les auteurs se réfèrent le plus, celle de L.J. Savage.

CHAPITRE IV

LA THÉORIE DE LEONARD J. SAVAGE

4.1 Originalité de l'approche

L'objectif de la théorie de Savage est de développer un système de postulats de rationalité qui détermine un modèle formel du comportement rationnel en situation d'incertitude. La théorie de la décision suppose que les agents ont des croyances et des désirs, et qu'ils obéissent à une règle minimale de comportement rationnel, la règle de «maximisation de l'utilité espérée», selon laquelle un agent tend à faire ce qu'il juge le plus utile, en fonction de ses croyances et de ses informations sur le monde. On associe souvent le raisonnement à la logique, mais il est clair qu'en situation d'incertitude, on doit trouver des principes supplémentaires à ceux de la logique elle-même. La théorie des probabilités jouera ici un rôle important. Cependant, la croyance selon laquelle deux individus raisonnables étant dans la même situation et ayant les mêmes informations agiront de la même façon repose sur une vision objective des probabilités, ce qui, selon Savage, ne correspond pas à la réalité. En effet, bien que tout le monde prenne des décisions en situation d'incertitude, le raisonnement formel ne joue probablement pas un rôle aussi important que ce que l'on pourrait souhaiter dans nos décisions. Ainsi, pour Savage, les postulats de rationalité ne visent pas tant à prédire le comportement réel d'un agent dans une situation donnée qu'à fournir un critère logique de cohérence pour la prise de décision. Interprétés d'un point de vue empirique, ces postulats peuvent parfois être commodes pour prédire le comportement des gens, quoiqu'en général ils soient un peu simplistes. L'utilisation que fait Savage de ces postulats est normative, en ce sens qu'ils permettent non seulement de guider nos décisions de façon cohérente, mais aussi, le cas échéant, de faire reposer les décisions complexes sur des décisions plus simples. Ici, la rationalité des postulats ne repose pas tant sur des critères logiques, étant donné la situation d'incertitude, que sur des critères plus intuitifs. Pour s'entendre sur le fait que certaines maximes sont rationnelles, il faut, par exemple, se demander si on tente d'agir en accord avec celles-ci ou se demander comment on réagirait en constatant que l'on viole certaines d'entre elles.

Examinons les éléments de base de la théorie de Savage. Tout d'abord, deux facteurs déterminent nos décisions: nos désirs et nos croyances. Nos désirs seront représentés par la valeur que nous attribuons à la conséquence d'un acte. Ils peuvent être classés par ordre de préférence et, de façon générale, on suppose que l'option préférée sera celle choisie. On représente l'ordre de préférence par une utilité qui attribue à chaque option une valeur numérique.[53]. De plus, lorsqu'un individu accomplit un acte, les conséquences de cet acte peuvent varier selon l'état du monde qui est réalisé. Il doit donc évaluer ces conséquences en tenant compte de la probabilité que tel état du monde soit réalisé. Cette probabilité reste cependant subjective dans la mesure où elle est rattachée aux croyances de chaque individu.[54]

En situation d'incertitude, le modèle théorique tente de décrire quelles sont les décisions maximalement cohérentes avec les buts et les attentes de l'agent. En définissant les principes de maximisation de l'utilité, il tente d'établir les balises à l'intérieur desquelles il sera possible de définir la notion de choix rationnel. Les postulats de rationalité nous

---

53 Savage s'inspire ici des travaux de von Neumann et Morgenstern qui ont fourni une justification théorique formelle de la maximisation de l'utilité attendue en définissant certains axiomes de base du comportement rationnel auxquels sont soumises les préférences des individus. Ils assument cependant l'existence de probabilités objectives sur les états, permettant que les probabilités des états possibles soient données indépendamment des évaluations du décideur, ce que Savage rejette. Savage s'appuie sur leurs preuves techniques mais généralise la théorie de von Neumann et Morgenstern en définissant P(Ei) comme la probabilité subjective que l'agent attribue à l'événement.

54 Cette théorie des probabilités personnelles s'inspire des travaux de Bruno de Finetti. Il est à noter que, bien que Savage utilise des probabilités subjectives, il énonce clairement qu'il ne sagit pas d'une théorie descriptive des probabilités: «Much as I hope that the notion of probability defined here is consistent with ordinary usage, it should be judged by the contribution it makes to the theory of decision, not by the accuracy with which it analyzes ordinary usage» (Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.27)

permettent de conclure que toute conséquence d'un acte a une utilité subjective telle que x est préféré à y si et seulement si l'utilité de x est plus grande que l'utilité de y. Ce résultat étant donné, le calcul de l'utilité consiste à énumérer des choix et des conséquences et à calculer les probabilités et les utilités attendues qui leur sont associées. Le calcul se fait, selon Bernoulli, de la façon suivante: $EU(A) = \sum P(E_i)\ U(X_i)$. En d'autres termes, pour trouver l'utilité attendue de l'acte A, on fait le produit, pour chaque événement, de sa probabilité par l'utilité liée à la conséquence de l'acte qui dépend de cet événement, ensuite de quoi on fait la somme de tous les produits.

Savage analyse une situation de choix en faisant intervenir trois éléments principaux:

1) L'ensemble des différents états du monde, soit un ensemble S d'éléments (s, s', ...) avec les sous-ensembles (A, B, C, ...). Cette énumération de plusieurs états possibles dont seulement un est effectivement réalisé permet de prendre en compte la part d'incertitude.

2) Les conséquences, soit un ensemble F d'éléments (f, g, h, ...). Ces éléments représentent les conséquences d'un acte, qui dépendent en partie de l'état du monde.

3) Les actes, soit les fonctions arbitraires **f, g, h,** qui vont de S vers F.

Savage utilise, comme notion primitive, une relation binaire $\leq$ entre des paires d'actes, signifiant «n'est pas préféré à».

Les éléments de base du modèle normatif impliquent que, pour penser un modèle de choix pleinement délibéré, il faut imaginer une situation où toute action entraîne une ou plusieurs conséquences. L'incertitude, dans le problème, se situe au niveau des états du monde. Le décideur, confronté à une série d'états du monde dont il sait que l'un d'eux sera effectivement réalisé sans qu'il puisse exactement prédire lequel, doit choisir une action. L'action qu'il choisit aura certaines conséquences, suivant l'état du monde qui sera réalisé.

L'évaluation des différentes éventualités dépend de la désirabilité des différentes conséquences. Communément, on admet que le décideur peut calculer l'utilité de chaque conséquence. Ici, l'utilité correspond à la valeur intrinsèque de la conséquence, indépendamment des facteurs extérieurs tel le risque.

Les valeurs des conséquences sont déterminées par une mesure de l'utilité qui assigne des valeurs numériques aux conséquences. Pour déterminer la valeur d'un acte, la seule information concernant les désirs du décideur dont on tienne compte est l'utilité des conséquences possibles associées à cet acte. Et les croyances d'un décideur concernant les états du monde pour une situation donnée peuvent être représentées par une mesure de probabilité.

Sur la base du principe de la chose-sûre et de quelques autres postulats, Savage démontre qu'il existe des mesures de probabilité subjective P définie sur les états du monde possibles qui représentent le degré de croyance du décideur. Il démontre aussi qu'il existe des mesures d'utilité U définies sur les actes, de sorte que l'utilité espérée d'un acte est exactement représentée par son ordre de préférence $\geq$.

4.2 Présentation des postulats

Nous présenterons maintenant les sept postulats de Savage[55]. Ces postulats définissent le choix rationnel car ils constituent un ensemble de conditions qui assurent la cohérence des décisions.

---

55 Notez que les postulats, représentés par "Px", reprennent la formulation donnée par Savage dans les cinq premiers chapitres de *The Foundations of Statistics*. Il en propose une formulation différente en annexe de la seconde édition, mais nous avons préféré conserver la première formulation.

P1 La relation $\leq$ est un préordre total sur les actes.

Une relation est un préordre total ssi, pour tout x, y, z:

1. Soit $x \leq y$ ou $y \leq x$
2. Si $x \leq y$ et $y \leq z$ alors $x \leq z$.

Notez que nous avons traduit «simple ordering» par «préordre total»[56]. En théorie des ensembles, on définit un préordre comme une relation binaire *réflexive* et *transitive* , en ce sens que:

- pour tout x, x R x;
- si x R y et y R z alors x R z

De plus, un préordre est total si deux éléments quelconques peuvent être toujours classés ou comparés l'un par rapport à l'autre. Pour tout (x, y), x R y ou y R x. C'est cette caractéristique que nous avons nommé «condition d'ordre sur les loteries» d'après la présentation faite par Kahneman et Tversky des axiomes de base de la théorie normative.

La condition 1 du postulat 1 implique nécessairement la réflexivité. Elle évoque également le fait que l'ordre défini sur l'ensemble des actes soit total. La condition 2 indique que la relation est transitive. Nous voyons donc que le premier postulat de Savage englobe à la fois le premier et le troisième (la transitivité) des axiomes de base présentés à la section 3.2.1.

Habituellement, en théorie des ensembles, on donne comme exemple la relation $\leq$ pour définir un ordre total. Les relations sur un ordre, ayant les mêmes propriétés que celles d'un préordre, sont en plus antisymétriques, c'est-à-dire que pour tout (x, y), $x \leq y$ et $y \leq x$ implique que $x = y$. Lorsque la relation est antisymétrique, la notion d'égalité exclut la possibilité que deux objets distincts soient équivalents pour R. Par conséquent, x et y sont un seul et même objet. Dans le cas de la théorie de la décision, comme la relation s'applique à des actes, il est tout à fait

56 Un autre auteur, G. Morlat (cité dans Drèze[1987]) qualifie P1 d'ordre complet, ce qui correspond à ce que nous avons jusqu'ici appelé «ordre total».

possible pour le décideur d'être indifférent entre deux actes distincts. Savage le précise lorsqu'il affirme qu'il lui semble préférable d'un point de vue technique d'utiliser la relation "n'est pas préféré à" plutôt que d'utiliser directement la relation "est préféré à"[57]. Ainsi, plutôt que de dire qu'il est impossible que **f** est préféré à **g** en même temps que **g** est préféré à **f** ($\mathbf{f} > \mathbf{g}$ implique non($\mathbf{g} > \mathbf{f}$)) , on dira que pour tout **f** et **g**, **f** n'est pas préféré à **g** et que **g** n'est pas préféré à **f**, possiblement les deux. C'est dans ce «*possiblement les deux* » que se trouve la différence. Un peu plus loin, lorsqu'il définit les nouvelles relations dérivées de $\leq$, il mentionne la relation d'équivalence, ce qui annule la possibilité d'une relation antisymétrique: si $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ et $\mathbf{g} \leq \mathbf{f}$ alors $\mathbf{f} \equiv \mathbf{g}$, ce qu'il définit par **f** est équivalent à **g**. Il ne s'agit donc pas d'une simple relation d'égalité. Il y a une relation d'équivalence entre x et y, soit une relation réflexive, symétrique et transitive. Ainsi, les conditions données par Savage représentent réellement un préordre, où il existe des couples liés symétriquement (x R y , y R x et $x \neq y$) et d'autres qui ne le sont pas, bien que «préordre» ne soit pas le sens habituel de «simple ordering».[58]

Savage affirme par ailleurs qu'il peut être tentant d'analyser les préférences entre actes comme un préordre partiel (partial ordering) en remplaçant la condition 1 du postulat 1 par la proposition plus faible $\mathbf{f} \leq \mathbf{f}$, ce qui nous permet, selon Savage, d'admettre que certaines paires d'actes sont incomparables, ce qui permettrait notamment d'exprimer la différence que l'on perçoit entre l'indécision et l'indifférence. Savage rejette pourtant cette possibilité, car il considère qu'on y perdrait en puissance

57 Fishburn, dans sa présentation des postulats de Savage, conserve pour P1 la relation de préférence "<" qu'il qualifie de «weak order» ce qui indique, dans sa terminologie que la relation est antiréflexive, asymétrique et transitive, ce que nous traduirons par «ordre strict partiel». On peut remarquer que la relation n'est pas totale, car deux actes indifférents ne peuvent être comparés selon une relation de préférence stricte. C'est peut-être ce qui motive le choix de la relation «n'est pas préféré à».

58 On doit noter qu'il existe une certaine confusion terminologique liée à l'utilisation par Savage de «simple ordering» En théorie des ensembles, notamment chez Suppes, «simple ordering» est défini comme une relation antisymétrique, transitive et fortement connexe, soit que pour tout x et tout y, x R y ou y R x, si bien que la relation est, en plus, réflexive et totale. «Partial ordering» est défini comme une relation réflexive, antisymétique et transitive, ce qui correspond à notre définition d'un ordre large qui est, par défaut, partiel.

sans gagner beaucoup en réalisme. Affirmer que certaines paires d'actes sont incomparables, c'est remplacer un ordre total par un ordre partiel, pour lequel il existe (x, y) tel que x non R y et y non R x. En effet, même si la condition $\mathbf{f} \leq \mathbf{f}$ indique que la relation est réflexive, rien n'indique que deux éléments quelconques puissent toujours être comparés.

De P1, Savage fait découler le théorème 1 : Si **F** est un ensemble fini d'actes, il existe un **f** et un **h** tels que pour tout **g** dans **F**, $\mathbf{f} \leq \mathbf{g} \leq \mathbf{h}$, si bien qu'il existe un acte qui est préféré à tous les autres.

Ici, la relation de préférence ≤,«n'est pas préféré à», s'applique à l'ensemble des actes. Dans ce cas, pour toute paire d'acte, cela signifie que soit un acte est préféré à l'autre, soit les deux actes sont équivalents. Préférer un acte à un autre signifie que si une personne devait choisir entre **f** et **g**, elle déciderait de faire **f** ou de faire **g**. Si elle ne préfère aucun des deux actes alors on dira que cette personne est indifférente entre l'acte **f** et l'acte **g**, ce qui revient à dire que ces deux actes sont équivalents.

L'équivalence est ainsi définie dans le langage de la théorie de la décision, mais dans certains cas, il se peut que cette définition heurte notre intuition au niveau du langage naturel. Tout d'abord, la possibilité de choisir de faire les deux actes ou aucun des deux ne fait pas partie de l'axiomatique de Savage. Ainsi, la personne «indifférente» devra choisir, de façon arbitraire, de faire l'un des deux actes. On voit que Savage se place ici aussi dans une perspective behavioriste, dans la mesure où, pour lui, seul l'observateur peut déterminer les préférences ou l'indifférence du sujet de la décision. Tout recours au questionnement direct et à l'introspection est exclu. La difficulté serait levée s'il suffisait de demander à la personne concernée: «Préférez-vous l'un de ces deux actes ou cela vous laisse-t-il indifférente?». Mais une réponse à une telle question ne constitue pas, pour Savage, une donnée suffisamment fiable pour l'inclure dans son axiomatique. Comment distinguer alors la préférence de l'indifférence, si la décision prise est notre seul critère? Savage propose le «test» suivant: Si, par exemple, l'acte **f** est préféré, de façon arbitraire, à l'acte **g**, ce choix n'est alors pas significatif parce qu'il suffit, pour le renverser, d'ajouter un léger bonus aux conséquences de l'acte **g** pour tous les états possibles. Savage éprouve cependant certaines réserves devant cette solution, car une nouvelle difficulté surgit qui consiste à déterminer ce qui constitue un petit bonus. Le problème consiste alors à tracer la limite entre l'indifférence et une faible préférence, celle-ci pouvant, elle aussi, être renversée si l'autre terme de l'alternative se trouve bonifié.

Le postulat 2 est introduit par le biais de ce que Savage nomme "le principe de la chose-sûre". Ce principe n'est pas lui-même un postulat, car il n'est pas défini de façon formelle, mais suggère plutôt certains autres postulats qui s'articulent avec A1. Ce principe est très important dans la théorie de Savage qui le justifie en invoquant sa valeur intuitive très forte. Savage définit ce principe comme suit.

Principe de la chose-sûre :

Définition 1 : «If the person would not prefer **f** to **g**, either knowing that the event B obtained, or knowing that the event $\neg B$ obtained, then he does not prefer **f** to **g**»

Définition 2 : «Moreover (provided he does not regard B as virtually impossible) if he would definitely prefer **g** to **f**, knowing that B obtained, and, if he would not prefer **f** to **g**, knowing that B did not obtain, then he definitely prefers **g** to **f**»[59]

Il est justifié de s'attarder plus longuement sur la présentation de ce principe et de bien clarifier le sens de ces deux définitions car les défenseurs comme les critiques de la théorie normative s'y réfèrent constamment, mais ne s'entendent guère sur sa signification. Illustrons la première définition par un exemple. Demain, que la journée soit ensoleillée ou nuageuse, si je ne préfère pas boire une limonade à un café lorsqu'il fait nuageux et que je ne préfère pas boire une limonade à un café lorsqu'il fait soleil, alors peu importe la température, je ne préfère pas boire une limonade à un café. Ce principe semble en effet très intuitif, sinon évident.

---

59 Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.21-22.

La deuxième définition mise encore sur son caractère intuitif, mais elle perd peut-être un peu de sa force. Voyons l'exemple suivant. Demain, je crois qu'il fera beau ou nuageux. S'il fait beau, je préfère assurément me baigner à jouer aux cartes et s'il fait nuageux, je ne préfère pas jouer aux cartes à me baigner. Peu importe la température, je préfère donc assurément me baigner à jouer aux cartes. Cependant, il me semble qu'il peut y avoir place, ici, à l'hésitation. Peut-on vraiment dire que je préfère assurément me baigner à jouer aux cartes si, pour un état du monde donné, les deux me sont aussi désagréables l'un que l'autre? Il est primordial de répondre oui à cette question pour être en accord avec la théorie de Savage, car c'est là que se trouve la clé de son principe de la chose-sûre. Il donne d'ailleurs l'interprétation suivante de la définition 1: Si après avoir été modifié de façon à s'accorder l'un avec l'autre hors de B , **f** n'est pas préféré à **g**, alors **f** ne serait pas préféré à **g** si on savait que B est réalisé. Ce qui, formellement, est représenté par la notation suivante: $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ étant donné B. Dire que **f** et **g** s'accordent sur $\neg B$ signifie que leurs conséquences dans cet état du monde sont équivalentes.

Dans cette interprétation, il est implicite que l'ordre de préférence entre les actes modifiés ne dépend pas des modifications apportées, ce qui est exprimé explicitement ainsi: si **f** et **g** s'accordent sur $\neg B$ et que $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$, alors, si **f** et **g** sont modifiés sur $\neg B$ de sorte que **f'** et **g'** continuent de s'accorder sur $\neg B$, il est encore le cas que $\mathbf{f'} \leq \mathbf{g'}$. C'est ce qu'énonce de façon formelle le postulat 2. Ce postulat est illustré par la figure 4.1.[60]

P2 Si **f**, **g** et **f'**, **g'** sont tels que:

1. dans $\neg B$, **f** s'accorde avec **g** et **f'** avec **g'**
2. dans B, **f** s'accorde avec **f'** et **g** avec **g'**
3. $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$

alors $\mathbf{f'} \leq \mathbf{g'}$

---

60 Cette figure est inspirée de Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.23.

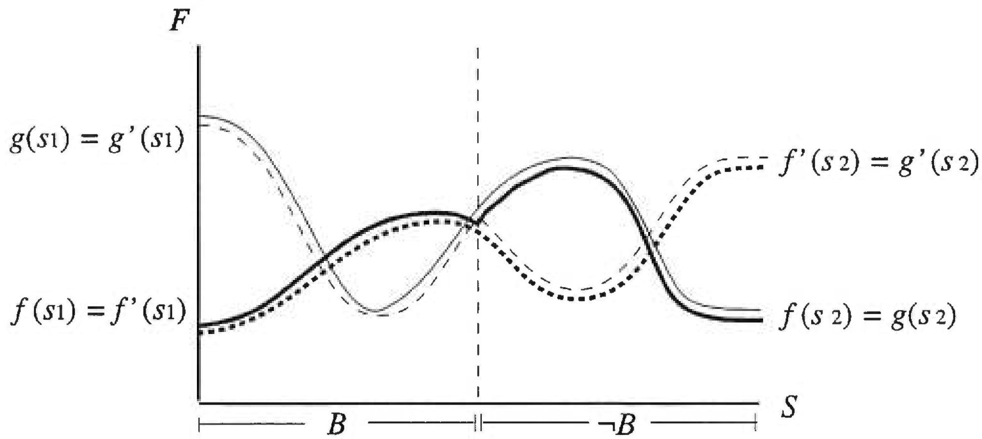

Figure 4.1 Illustration du deuxième postulat de Savage.

Dans la figure 4.1, nous avons :
F = L'ensemble des conséquences
S = L'ensemble des états du monde
B et $\neg B$ = sous-ensembles des états du monde
s_1 = élément de l'ensemble S
$f(s_1)$ = conséquence de l'acte f étant donné l'état du monde s_1

Le postulat P2 signifie que les préférences sur les actes sont conditionnelles à un état donné. Il est donc superflu de prendre en considération les états pour lesquels deux actes sont équivalents. De même, les modifications sur ces états qui maintiennent l'équivalence n'influencent pas l'ordre de préférence. Cet aspect est mis en évidence par la figure 4.2 qui propose une légère modification de la représentation graphique du postulat deux.

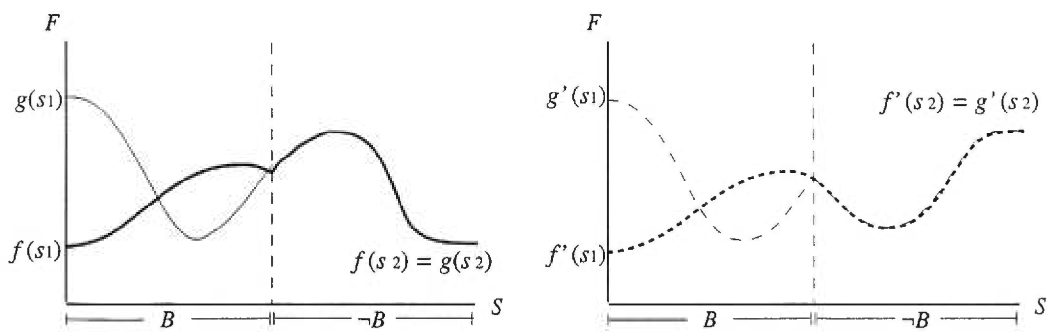

Figure 4.2 Deuxième illustration de P2.

Du postulat 2, Savage fait découler quelques théorèmes dont le suivant:

théorème 2: Si Bi est une partition de B et $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ étant donné Bi pour tout i, alors $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ étant donné B. Si, de plus, $\mathbf{f} < \mathbf{g}$ dans Bj pour au moins un j, alors $\mathbf{f} < \mathbf{g}$ étant donnéB.

L'une des conséquences de ce théorème est que si $\mathbf{f} \approx \mathbf{g}$ étant donné B_i pour tout $_i$, alors $\mathbf{f} \approx \mathbf{g}$ étant donné B .

On peut comparer le passage du principe de la chose-sûre au postulat 2 à travers le tableau suivant où le raisonnement se divise en prémisses, représentées par un petit chiffre et conclusion, représentée par un petit "c":

Tableau 4.1
Passage du principe de la chose-sûre au postulat 2

	B	$\neg B$	S
définition 1	(1) : $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$	(2) : $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$	(c) : $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$
définition 2	(1) : $\mathbf{g} > \mathbf{f}$	(2) : $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$	(c) : $\mathbf{g} > \mathbf{f}$
interprétation de la définition 1	(c) : $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$	(1) : $\mathbf{f'} \cong \mathbf{g'}$	(2) : $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$
P2	(1) : $\mathbf{f} \cong \mathbf{f'}$ et $\mathbf{g} \cong \mathbf{g'}$	(2) : $\mathbf{f} \cong \mathbf{g}$ et $\mathbf{f'} \cong \mathbf{g'}$	(3) : $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ (c) : $\mathbf{f'} \leq \mathbf{g'}$

Jusqu'à présent, les préférences ont été définies de façon à être observables. Préférer c'était choisir de <u>faire</u> tel acte plutôt que tel autre. Maintenant, si on veut élaborer un peu plus notre théorie de la décision, on peut demander pourquoi l'agent choisit tel acte. Une réponse possible serait de dire «parce qu'il préfère les conséquences associées à cet acte». Mais comme les conséquences d'un acte peuvent varier selon l'état du monde qui est réalisé, on passe d'un problème concernant des préférences «simples» à des préférences «conditionnelles».

Le problème de Savage est donc de pouvoir passer d'une relation de préférence sur les actes à une relation de préférence sur les conséquences sans toutefois être obligé d'avoir recours à l'introspection pour établir l'ordre de ces nouvelles préférences. Pour ce faire, il faut définir des actes constants hypothétiques, c'est-à-dire assignant la même conséquence à tous les états du monde. Dans ce cas, la valeur de F doit être indépendante de S.

Si un acte est une fonction qui attribue la même conséquence à chaque état du monde, il devient superflu de prendre en considération les états du monde possibles, ce qui permet de définir les préférences entre conséquences en termes de préférences entre actes. Savage définit l'équivalence entre actes et conséquences de la façon suivante:

$\mathbf{f} \equiv g$ signifie que pour tout s, $f(s) = g$.

Une définition formelle des préférences sur les conséquences peut maintenant être donnée:

Pour toutes conséquences g et g', $g \leq g'$ ssi lorsque $\mathbf{f} \equiv g$ et $\mathbf{f'} \equiv g'$, $\mathbf{f} \leq \mathbf{f'}$

Pour introduire le postulat 3, Savage pose le problème suivant: si $\mathbf{f} \equiv g$, $\mathbf{f'} \equiv g'$ et $g \leq g'$ est-il raisonnable d'admettre que pour un B donné, $\mathbf{f} > \mathbf{f'}$ étant donné B ?

Imaginons la situation suivante. Avant d'aller pique-niquer avec des amis, deux actes s'offrent à vous, soit **f** : acheter un maillot de bain ou **f'** : acheter une raquette, qui sont des actes constants dont les conséquences respectives sont g : avoir un maillot et g' : avoir une raquette. Il est possible que je préfère la raquette au maillot mais que, si le pique-nique a lieu au bord de l'eau, **f** soit préféré à **f'**. Il semble y avoir un renversement des préférences, quoique, selon Savage, cela résulte simplement d'une mauvaise définition des conséquences. Les actes ne sont pas réellement constants, car les conséquences varient selon les états du monde qui sont réalisés, soit s_1 : le pique-nique a lieu au bord de l'eau ou s_2 : le pique-nique a lieu près d'un court de tennis. Les conséquences réelles seraient en fait $f(s_1)$: se baigner avec ses amis, $f(s_2)$: Bronzer sur le gazon pendant que les amis jouent au tennis, $f'(s_1)$: s'assoir avec sa raquette pendant que les amis se baignent et $f'(s_2)$: jouer au tennis avec ses amis. Dans ce cas, la réponse à la question de départ est non.

Le postulat 3 nous indique qu'il existe un ordre induit sur l'ensemble des conséquences et que la connaissance d'un événement ne peut pas modifier les préférences sur les conséquences et ne peut pas réduire une préférence à l'indifférence si l'événement est non nul. Ce postulat correspond donc à l'axiome de continuité présenté dans la section 3.2.1b. On peut également remarquer que ce postulat est l'inverse de la définition formelle des préférences sur les conséquences ci-haut mentionnée.

P3 : si $\mathbf{f} \equiv g$, $\mathbf{f}' \equiv g'$ et B est non nul alors $\mathbf{f} \leq \mathbf{f}'$ étant donné B ssi $g \leq g'$

Ce qui, en vertu du théorème 2 est équivalent à :

si B_i est une partition de B; et si (pour tout i et s) $f_i \leq g_i$, $f(s) = f_i$, et $g(s) = g_i$ quand $s \in B_i$; alors $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ étant donné B. Si, de plus, $f_j < g_j$ pour un certain j pour lequel B_j est non nul, alors $\mathbf{f} < \mathbf{g}$ étant donné B.

Passant du problème de la préférence sur les actes, puis sur les conséquences, à celui de la probabilité liée aux événements, Savage se demande s'il est possible de dire qu'un événement me semble plus probable qu'un autre. Certains affirment que ce n'est pas une probabilité, d'autres, que c'est si intuitivement évident qu'on ne peut l'analyser. Savage se situe entre les deux positions. Pour connaître la probabilité subjective, il ne recourt ni à des moyens purement behavioraux ni à l'interrogation directe (introspection); il demande aux gens de parier. Dans ce cas, le choix d'un acte a pour résultat une loterie qui conduira à une conséquence suivant l'état du monde qui prévaudra. Le décideur a donc le choix de la loterie.

Par exemple, offrir un prix si A se réalise signifie offrir la possibilité d'accomplir un acte $\mathbf{f}_A$ tel que

$f_A\ (s) = f$ pour $s\ \varepsilon A$

$f_A\ (s) = f\ '$ pour $s\ \varepsilon \neg A$

où $f' < f$

L'hypothèse selon laquelle le choix de miser un certain prix sur l'un des deux événements possibles ne dépend pas du prix lui-même est exprimée par le postulat suivant :

P4 Si f, f', g, g'; A, B; $\mathbf{f}_{\mathrm{A}}, \mathbf{f}_{\mathrm{B}}, \mathbf{g}_{\mathrm{A}}, \mathbf{g}_{\mathrm{B}}$, sont tels que:

1. $f' < f,\ \ g' < g$;

2a $f_A\ (\mathrm{s}) = f,$ $g_A\ (\mathrm{s}) = g$ pour s $\varepsilon\ A$,
$f_A\ (\mathrm{s}) = f',$ $g_A\ (\mathrm{s}) = g'$ pour s $\varepsilon \neg A$;

2b. $f_B\ (\mathrm{s}) = f,$ $g_A\ (\mathrm{s}) = g$ pour s $\varepsilon\ B$,
$f_B\ (\mathrm{s}) = f',$ $g_B\ (\mathrm{s}) = g'$ pour s $\varepsilon \neg B$;

3. $\mathbf{f}_A \leq \mathbf{f}_B$;

alors $\mathbf{g}_A \leq \mathbf{g}_B$

Ce postulat, qui ne trouve pas d'équivalent parmi les axiomes de base présentés au chapitre précédent, étend la relation de préférence aux événements. On remarque premièrement que $\mathbf{f}_A$ et $\mathbf{f}_B$; ayant les mêmes conséquences, soit f ou f', la seule raison que l'on peut avoir de préférer un acte à l'autre est de considérer que l'un des deux événements, A ou$B$, nous offre de meilleures chances d'obtenir f. Par exemple, si je décide de miser 10 $ sur une équipe sportive, j'essaierai de choisir l'équipe gagnante. La préférence exprimée par la personne reflète son estimation du degré de probabilité des événements. Ce postulat force donc l'équivalence des relations de préférence entre les actes $\mathbf{f}_A$ et $\mathbf{f}_B$ et entre les actes $\mathbf{g}_A$ et $\mathbf{g}_B$. La relation «A est plus probable que B» est une relation de probabilité qualitative que Savage transforme en probabilité quantitative en s'inspirant des techniques développées par de Finetti. Cela indique aussi que les relations de probabilité sont totales dans le sens où deux événements peuvent toujours être classés l'un par rapport à l'autre selon leur degré de probabilité. (Pour tout A et B , $A \leq B$ ou $B \leq A$).

À la lumière du postulat 4, on peut dire que A n'est pas plus probable que B, soit $A \leq B$, si et seulement si, lorsque $f' < f$ et $\mathbf{f}_A, \mathbf{f}_B$ sont tels que:

$f_A(s) = f$ pour $s \in A$ $\quad$ $f_A(s) = f'$ pour $s \in \neg A$
$f_B(s) = f$ pour $s \in B$ $\quad$ $f_B(s) = f'$ pour $s \in \neg B$
Alors $\mathbf{f}_A \leq \mathbf{f}_B$

Pour construire une fonction de probabilité suivant ce postulat, il doit exister un prix suffisamment désirable pour nous inciter à choisir le moyen le plus sûr de l'obtenir. Le postulat 5, par son affirmation de l'existence d'un tel prix, exclut le cas où toutes les conséquences sont équivalentes. Admettant qu'un tel cas puisse survenir, Savage le juge trop trivial pour s'y attarder.

P5 Il y a au moins une paire de conséquences f, f' telle que $f' < f$.

Les quatre premiers postulats représentent les postulats «logiques»[61], portant sur les exigences de cohérence imposées à l'agent. Ces postulats suggèrent un parallélisme mathématique étroit entre les probabilités subjectives et les propriétés mathématiques ordinairement attribuées aux probabilités. Ils sont suffisants pour permettre la cohérence du classement ordinal des conséquences et des événements. Cependant, ils ne permettent pas de déduire une attribution non ambiguë d'une probabilité numérique à chaque événement. Savage fait alors l'hypothèse, comme chez de Finetti, d'un nouveau postulat affirmant que S peut être sectionné en un grand nombre de sous-ensembles équivalents de façon à assurer la continuité entre les objets de classement et à permettre une mesure cardinale des probabilités. Il propose tout d'abord le postulat P6' qui gouverne la relation $\leq$ sur les événements et, conséquemment, la relation $\leq$ sur les actes[62].

---

61 J. Drèze, *Essays on economic decisions under uncertainty*, Cambridge, Cambridge University Press, 1987, p.11.

62 Nous présentons le postulat P6' avant le P6 pour être fidèle à la présentation de Savage. (Cf. Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.38-39)

P6' : Si $B < C$, il existe une partition de S dont l'union de chacun des éléments avec B est moins probable que C.

Dans le cadre de la théorie des probabilités elle-même, le postulat P6' suffit, mais une hypothèse un peu plus forte, P6, est nécessaire pour couvrir les actes en général, et non seulement les actes pour lesquels la probabilité des événements est définie.

P6: Si $\mathbf{g} < \mathbf{h}$ et f, une conséquence quelconque alors il existe une partition de S telle que si **g** ou **h** est modifié sur n'importe quel élément de la partition de façon à prendre la valeur f à chaque s, les autres valeurs restant inchangées alors le **g** modifié reste moindre que **h**, ou **g** reste moindre que le **h** modifié, selon le cas.

Tout comme P3 assurait la continuité sur l'ensemble des conséquences, P6 correspond à une condition de continuité sur l'ensemble des états du monde. Ce postulat introduit la possibilité de partitionner S, l'ensemble des états du monde, tant que l'on veut. Cela lui permet d'assurer la continuité entre chaque événement et chaque conséquence et d'exclure la possibilité de renverser les préférences entre les actes.

En présentant son principe de la chose-sûre, Savage a introduit la notion de préférence conditionnelle sur les actes en fonction d'un événement donné. La relation $\leq$ sur les événements a été définie en termes de relation sur les actes. De même, on peut s'attendre à donner une signification à des énoncés de la forme $B \leq C$ étant donné D si D est non nul qui expriment des probabilités qualitatives conditionnelles. Ainsi :

(1) $P(B \setminus C) = P(B \cap C) / P(C)$

La préférence sur les actes étant donné B peut être exprimée de façon temporelle. Par analogie, la comparaison entre événements étant donné B et donc de la probabilité conditionnelle étant donné B peut être exprimée de façon temporelle. On peut envisager $P(C \setminus B)$ comme la probabilité qu'une personne assignerait à C après avoir observé que B est réalisé. C'est la probabilité conditionnelle qui permet de rendre compte dans la théorie de la probabilité personnelle du phénomène de l'apprentissage par l'expérience.

À partir de (1) on peut reconstruire le théorème de Bayes de la façon suivante:

$$P(B\backslash C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)}$$

$$= \frac{P(C \cap B)}{P(C)}$$

$$= \frac{P(C \backslash B)\ P(B)}{P(C)}$$

et si B et C sont non nuls, on a: $\dfrac{P(B\backslash C)}{P(B)} = \dfrac{P(C \backslash B)}{P(C)} = \dfrac{P(B \cap C)}{P(B)\ P(C)}$

ce qui peut être lu comme suit: la connaissance de C modifie la probabilité de B par le même facteur que la connaissance de B modifie la probabilité de C. Le théorème de Bayes, ajouté aux autres postulats, permet de rendre compte d'une certaine cohérence «dynamique» où chacun peut modifier ses probabilités initiales à la lumière de nouvelles informations. Le théorème peut ainsi rendre compte du fait que l'on peut apprendre de nos expériences et devenir de plus en plus certains de la vérité au fur et à mesure que s'accumulent les observation pertinentes.[63]

Les postulats 1 à 6 définissent une relation de préférence pour les actes ayant un nombre fini de conséquences. D'un point de vue pratique, cela est suffisant, mais d'un point de vue théorieque, les ensembles infinis peuvent conduire à simplifier des situations qui seraient traitées avec

---

63 Pour le détail de cette présentation, voir *idem.*, p.45-50.

beaucoup de difficultés en termes d'ensembles finis. Avec l'introduction d'un nouveau postulat, P7, Savage démontre que la relation de préférence peut être étendue à toute paire d'actes.

P7 Si $\mathbf{f} \leq (\geq)\, g(s)$ étant donné B pour tout $s \in B$, alors $\mathbf{f} \leq (\geq)\, \mathbf{g}$ étant donné B.

La signification de ce postulat est la suivante : supposons que chaque conséquence possible de l'acte **g** est au moins aussi intéressante pour la personne que l'acte **f** pris comme un tout. Il semble alors être dans l'esprit du principe de la chose-sûre de conclure que $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$. La même chose aurait pu être affirmée pour les relations $\geq$, $\leq$ étant donné B et $\geq$ étant donné B . Ce postulat correspond à une version plus forte du principe de la chose-sûre. Il s'approche également de la définition de la dominance stochastique donnée en 3.2.1d, à une nuance près : cet axiome signifie qu'un acte **f** est préféré à un acte **g** si sa valeur moyenne est «plus élevée que celle de **g**» et non «plus élevée que la valeur de chacune des conséquences de **g**». P7 impose donc une contrainte plus forte que celle de la dominance stochastique.

Cet ensemble de sept postulats fixe les contraintes nécessaires pour faire des choix cohérents entre toute paire d'actes. Le choix est réduit à un calcul simple et systématique. Grâce aux postulats 4 à 6, nos croyances concernant l'état du monde sont représentées par des probabilités subjectives quantitatives. De plus, à l'aide d'une fonction d'utilité sur les conséquences, nos désirs sont eux aussi représentés de façon numérique.

Comme nous l'avons vu au chapitre 3, les premières formulations du concept d'utilité remontent à Daniel Bernoulli. Celui-ci affirme qu'une augmentation donnée de la richesse produit une augmentation de la valeur «morale» qui s'y rattache mais qui est plus petite que l'augmentation de la valeur monétaire elle-même, ce qui correspond à la loi de l'utilité marginale décroissante. Au début de ce siècle, Ramsey a amélioré l'idée en définissant l'utilité de façon opérationnelle en termes de comportement contraint par certains postulats. Cependant, c'est véritablement la théorie de Von Neumann et Morgenstern qui a provoqué un renouveau d'intérêt dans le concept technique d'utilité parce qu'elle donne un fondement intuitif très fort pour accepter l'hypothèse de l'utilité bernoullienne comme une conséquence de maximes du comportement facilement acceptées. Pour développer sa propre axiomatique, Savage a repris la notion d'utilité adoptée par von Neumann et Morgenstern. À ce propos, il affirme:

> «the treatment of utility as applied to gambles is virtually copied from their book (V4)[64]. Indeed, their ideas on this subject are responsible for almost all of my own. One idea now held by me that I think von Neumann and Morgenstern do not explicitly support, and that so far as I know they might not wish to have attributed to them, is the normative interpretation of the theory.» [65]

Chez Savage, la fonction d'utilité associe un nombre U(*f*) à chaque conséquence *f*. Ainsi, $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ ssi la valeur attendue de U(**f**) est numériquement moindre ou égale à celle de U(**g**), pourvu que les fonctions en valeur réelle U(**f**) et U(**g**) soient essentiellement bornées, ce qui est le cas dans le cadre de l'axiomatique de Savage.[66]

La force de la théorie de Savage tient dans l'élaboration d'un théorème de représentation qui intègre à la fois ce concept d'utilité et une interprétation subjectiviste des probabilités.

Maintenant que nous avons en main les éléments nous permettant de comprendre l'articulation des divers axiomes de la théorie de Savage, nous pourrons mieux évaluer les faiblesses que certains auteurs, notamment Kahneman et Tversky, y perçoivent.

---

64 Savage fait ici référence à : J. von Neumann et O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton (NJ), Princeton University Press, 1947.

65 Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.97.

66 Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.80, note.

CHAPITRE V

CRITIQUE DU MODÈLE NORMATIF

«Ne vous étonnez point s'il ne raisonne pas bien à présent,
une mouche bourdonne à ses oreilles : c'en est assez
pour le rendre incapable de bon conseil.»[67]

5.1 Introduction

Les premières études concernant la prise de décision réelle remontent aux années cinquante. Ward Edwards a circonscrit le domaine dans un article maintenant classique du *Psychological Bulletin* en 1954[68], en mettant en relation des concepts provenant de l'économie, de la théorie de la décision et de la psychologie. En 1957, Luce et Raiffa ont publié une solide introduction à la logique de la décision en situation d'incertitude et en 1955, Herbert Simon développait le concept de rationalité limitée pour expliquer l'écart constaté entre le comportement prôné par les modèles formels et le comportement réel des individus. C'est le problème tel qu'il fut alors posé que tentent de résoudre une multitude de théoriciens depuis. À partir de 1969, Daniel Kahneman et Amos Tversky ont réalisé de nombreuses études portant sur la décision en situation réelle et sont devenus une référence incontournable.

Depuis ses débuts dans les années cinquante, l'étude psychologique de la décision en situation d'incertitude a été caractérisée par le rôle important de la théorie normative de la décision rationnelle. Cette théorie établit des standards auxquels les comportements des sujets seront comparés. Disons-le de but en blanc : les modèles normatifs - qu'il s'agisse

---

67 Pascal, *Oeuvres complètes*, *Pensées*, no.48, Paris, éditions du Seuil, 1963, p.506

68 W. Edwards, «The Theory of Decision Making», *Psychological Bulletin*, no.51, 1954, p.380-397.

de la théorie des probabilités ou des théorèmes de représentation intégrant les probabilités et les utilités - ont une valeur descriptive très limitée. On reconnaît généralement que le comportement réel des décideurs ne correspond pas aux prescriptions du modèle formel. Mais là où les auteurs ne s'entendent pas, c'est sur la signification à accorder à ce fait.

Selon Cohen (81)[69], on peut interpréter les "erreurs" de décision des sujets de quatre façons différentes : 1) il peut s'agir d'erreurs de performance qui ne remettent pas en cause les compétences rationnelles des sujets, mais nous renseignent sur nos mécanismes de traitement de l'information; 2) il peut s'agir d'erreur d'ignorance. Dans ce cas, l'erreur est causée par certaines lacunes au niveau de nos connaissances et la simple acquisition de ces connaissances permettrait de remédier à ce problème; il se peut aussi que l'erreur soit faussement attribuée au sujet et que l'erreur soit celle, en fait, de l'expérimentateur si 3) l'expérimentateur applique mal le critère normatif à une situation donnée, ou si 4) l'expérimentateur applique le mauvais critère normatif.

Cohen affirme que les résultats expérimentaux tirés de problèmes de décision ne permettent pas de soutenir la thèse d'une irrationalité fondamentale des individus. Il affirme que les auteurs qui en tirent une telle conclusion font eux-même une erreur d'interprétation. Kahneman et Tversky s'opposent sur ce point à Cohen. Selon eux, les théories classiques qui proposent un modèle formel de la décision rationnelle constituent une norme inadéquate, d'une valeur prédictive très pauvre.

L'analyse normative reposerait principalement sur trois arguments *a priori*[70]:

---

69 L.J. Cohen, «Can human irrationality be experimentally demonstrated?», *The Behavioral and Brain Sciences*, vol. 4, 1981, p.317-370.

70 A. Tversky et D. Kahneman, «Rational choice and the framing of decisions» in *Decision making: Descriptive, normative, and prescriptive interactions*, sous la dir. de D.E. Bell, H. Raiffa et A. Tversky, chap.9, Cambridge, Cambridge University Press, 1988.

1) Les individus sont généralement aptes à poursuivre leurs buts de façon efficace: il semble donc raisonnable de percevoir leur choix comme un processus de maximisation.

2) Les individus et les entreprises rationnels sont favorisés dans un milieu compétitif et parfois, une minorité rationnelle peut imposer la rationalité à tout le marché.

3) Les axiomes de rationalité nous semblent intuitivement valables, ce qui nous incite à croire que la théorie qui en découle pourrait être d'un apport important pour les comportements de choix.

Selon Kahneman et Tversky, il s'agit là de présomptions que les résultats de leurs expérimentations ne corroborent pas, puisque certaines violations systématiques des axiomes de rationalité ont été observées. L'écart entre les prescriptions de la théorie normative et le comportement réel est tel qu'ils en concluent qu'il est impossible d'utiliser le modèle normatif classique pour prédire ou expliquer le comportement réel.

> «The logic of choice does not provide an adequate foundation for a descriptive theory of decision making. We argue that the deviations of actual behavior from the normative model are too widespread to be ignored, too systematic to be dismissed as random error, and too fundamental to be accomodated by relaxing the normative system.»[71]

Quelles sont les conséquences d'une telle affirmation sur notre conception de la rationalité humaine? En rejetant le modèle classique, rejette-t-on des critères essentiels de la rationalité? Y a-t-il un seul ensemble possible de standards de rationalité? Nous discuterons de ces questions plus en détail par la suite. Tout d'abord, nous présenterons certains concepts utilisés par Kahneman et Tversky, puis nous examinerons des expériences qui démontrent que les décisions des individus ne respectent pas certaines contraintes de rationalité et nous

---

71 *Ibid.*, p.167.

confronterons les différentes conclusions que nous pouvons tirées de ces expériences.

5.2 Modèle descriptif de Kahneman et Tversky

Les études menées par Kahneman et Tversky sont appelées l'approche "par heuristique et tendance" (the "heuristics and biases" approach)[72]. L'approche de Kahneman et Tversky consiste, dans un premier temps, à passer au crible de l'expérimentation les modèles normatifs de la décision. Les modèles de la rationalité idéale définissent les standards à partir desquels les expérimentateurs mesurent les erreurs systématiques effectuées par les sujets. Les auteurs distinguent l'étude du jugement de celle du choix. Dans l'étude du jugement, les évaluations intuitives ont été comparées aux standards de l'inférence bayésienne et dans le domaine du choix, les standards sont habituellement dérivés de la théorie de l'utilité attendue. Dans les deux cas, Kahneman et Tversky traitent de la théorie de la décision en situation de risque. Notons ici que plusieurs de leurs critiques visent le principe de la chose-sûre de Savage. Pourtant, comme nous l'avons vu au chapitre IV, Savage construit sa théorie à l'aide de probabilités *subjectives*. Ces probabilités représentent les croyances des sujets et conviennent davantage aux situations d'incertitude. Il est possible de faire l'hypothèse que, face à une décision en situation de risque, les croyances des sujets correspondent aux probabilités énoncées dans le problème. Cependant lorsque Kahneman et Tversky critiquent la théorie de Savage, ils ne formulent jamais explicitement cette hypothèse. Il serait donc fort pertinent de vérifier, cas

---

72 On retrouve l'expression, notamment, dans D. Kahneman, «Judgment and decision making : A personal view.». *Psychological science*, vol. 93, 1991, p.142. En français, le nom «heuristique» renvoie à la «une hypothèse dont on ne cherche pas à savoir si elle est vraie ou fausse, mais qu'on adopte seulement à titre provisoire, comme idée directrice dans la recherche des faits»(Cf. Lalande, *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*). Kahneman [1991] décrit les «heuristics of judgment» comme des proccessus ou des méchanismes cognitifs. Le terme «biases», pour sa part, est utilisé parfois dans le sens de «parti pris» comme dans «general bias in favor of the status quo» et parfois dans le sens d'une erreur systématique de jugement, ou même comme «anomalies that violate normative standards of belief or choice».

par cas, si leurs critiques tiennent toujours lorsqu'on applique telle quelle la théorie de Savage. Cet examen détaillé dépasse cependant le cadre de ce travail et nous nous contenterons de formuler une piste de recherche éventuelle. C'est d'ailleurs pour cette raison que nous ne présenterons pas, dans la section 5.3, les expériences de Kahneman et Tversky, par ailleurs fort nombreuses, portant spécifiquement sur notre habileté à manipuler les probabilités.

Comme nous l'avons signalé, il ressort des expériences de Kahneman et Tversky que les standards de rationalité sont très rarement atteints et que certains types de déviation ou d'erreur sont observés avec une certaine régularité. De ces déviations, Kahneman et Tversky tirent une liste de généralisations empiriques qu'ils nomment les "effets". Et à un niveau plus grand de généralité, on retrouve les processus ou mécanismes cognitifs («heuristics of judgment, framing operations»). Les caractéristiques de ces processus sont utilisées pour prédire et expliquer les effets et les erreurs relevés à partir de l'observation du comportement réel. En parallèle à ces effets et ces processus, les auteurs proposent une théorie des transformations mentales préalables à la décision, la «théorie des perspectives» (prospect theory). Celle-ci propose une liste d'opérations mentales que l'individu est supposé effectuer et qui le conduiraient à répéter, lors de ses choix, les effets et processus sus-mentionnés.

Kahneman et Tversky manquent cependant de rigueur dans l'emploi de cette pléthore de concepts se situant à divers niveaux de généralité. Ainsi, les effets, les processus cognitifs et les opérations mentales sont supposés représenter trois niveaux de généralité distincts. Cependant, tout au long de nos lectures, nous n'avons trouvé nulle part quelle était la différence essentielle entre un processus et une opération. De même, la frontière entre les diverses catégories n'est pas toujours claire, comme dans le cas du concept de compatibilité, parfois présenté comme un effet et parfois, comme un processus. Un processus peut expliquer un seul effet ou plusieurs tout comme un effet peut être le reflet de l'usage de plusieurs processus. Le résultat d'une expérimentation peut être expliqué par l'effet de cadrage et un autre, par l'effet de certitude, comme si les deux effets se situaient au même niveau alors que l'effet de cadrage semble être un concept plus général qui subsume presque tous les autres effets relevés par Kahneman et Tversky. En réponse à ce qui nous semble être une surenchère de concepts explicatifs, nous nous limiterons à la présentation de certains des «effets» les plus souvent évoqués par Kahneman et Tversky pour rendre compte des résultats expérimentaux de leur étude du comportement en situation réelle.

Effet de certitude ("certainty effect") : surévaluation de l'utilité attendue des gains certains par rapport aux gains probables qui entraîne une aversion pour le risque.

Effet de réflexion ("reflection effect") : surévaluation de l'utilité attendue des pertes certaines (ou pseudo-certaines) qui entraîne une recherche du risque.

Effet de pseudo certitude ("pseudo-certainty effect"): les sujets évaluent un événement incertain comme s'il était certain, et donc le surévaluent. C'est ce qui peut se produire, notamment devant une loterie composée.

Effet d'isolement ("isolation effect") : les sujets négligent certaines propriétés communes ce qui provoque un renversement des préférences. Il est à noter que l'effet de pseudo-certitude et l'effet d'isolement semblent équivalents. En fait, les auteurs utilisent parfois l'un, parfois l'autre, pour qualifier des problèmes qui ont exactement la même structure formelle. Il semble y avoir une différence entre ces deux effets dans les cas où la propriété négligée n'est pas la probabilité d'un événement, comme dans le problème présenté à la section 5.5.1. Cependant, ce n'est pas tant l'effet d'isolement qui est responsable de l'inversion des préférences que l'effet de certitude.

Effet de cadrage ("framing effect") : L'effet de cadrage regroupe en fait tous les effets précédents dans un ensemble plus large. Il indique que la façon dont un problème est présenté peut influencer les préférences. «The present concept of framing originated from the analysis of Allais's problems by Savage (1954, p.101-104) and Raiffa (1968, p.80-86), who reframed these examples in an attempt to made the application of cancellation more compelling.»[73]

Ces quelques effets permettent à Kahneman et Tversky d'expliquer plusieurs aspects du comportement réel. Comme ce comportement est très éloigné des recommandations de la théorie normative, ils en sont venus à contester la pertinence de cette théorie, même en tant que modèle idéal de rationalité. Parmi les axiomes de la théorie normative que nous avons présentés[74], nous examinerons ceux qui sont le plus visés par la critique puis nous présenterons certaines des expériences sur lesquelles s'appuie cette critique. Les axiomes d'annulation et de dominance ont été abondamment critiqués. De célèbres paradoxes ont fait couler beaucoup d'encre sur le sens à donner aux violations systématiques de ces axiomes face à certains problèmes de décision. Les paradoxes d'Allais (1953) et d'Ellsberg (1861) jettent le discrédit sur l'axiome d'annulation, tandis que le paradoxe de Newcomb vise l'axiome de dominance. Ces paradoxes ont conduit plusieurs théoriciens à abandonner certains axiomes de la théorie normative en faveur de représentations plus générales. Ces théoriciens réagissent aux violations de l'axiome d'annulation et de transitivité en affaiblissant la théorie normative dans le but de la rendre plus conforme aux faits. Par contre, les axiomes d'invariance et de dominance sont des éléments fondamentaux de la théorie formelle et sont largement acceptés. Cependant, s'appuyant sur les résultats de leurs expériences, Kahneman et Tversky démontrent que même ces deux axiomes sont contredits de façon systématique. Ils en concluent que le projet de construire une théorie qui est acceptable à la fois d'un point de vue descriptif et normatif semble irréalisable. «Because invariance and dominance are normatively essential and descriptively invalid, a theory of rational decision cannot provide an adequate description of choice behavior»[75].

---

73 Tversky et Kahneman, «Rational choice », 1988, p.184.

74 Cf. infra, section 3.2.1

75 Tversky et Kahneman, «Rational choice », 1988, p.169.

Si aucune théorie de la décision rationnelle ne peut rendre compte du comportement réel, est-ce parce que, malgré nos compétences d'êtres rationnels, nous faisons constamment des erreurs de performance, ce qui rejoint la première catégorie d'erreurs présentée par Cohen? Ou est-ce parce que les individus réels souffrent «d'irrationalité chronique» et que plus de connaissances, plus d'efforts, plus d'attention ne sauraient en aucun cas nous rendre aptes à passer le "test" de la rationalité. Si telle est la position de Kahneman et Tversky, alors ils s'inscrivent en faux contre la position de Cohen selon laquelle un principe minimal de charité nous oblige à faire l'hypothèse d'une compétence rationnelle. Cette compétence ne serait ni définie par une norme externe, par exemple, la concordance de nos prévisions avec telle interprétation des probabilités, ni déduite de l'observation du comportement réel, mais fondée sur nos intuitions partagées concernant ce qui est rationnel et ce qui ne l'est pas. À ce sujet, Kahneman répond : «Faith and charity are good things, but I find Cohen's faith in the consistency of intuitions puzzling, and his charity excessive and misplaced.»[76]

Nous présenterons maintenant quelques expériences qui démontrent des violations de certains axiomes fondamentaux de la théorie normative et nous discuterons par la suite des conséquences que cela peut avoir pour la théorie normative.

5.3 Critique de l'axiome d'annulation

5.3.1 Le paradoxe d'Allais

Le paradoxe d'Allais [1953] est fondé sur des exemples dans lesquels le choix entre deux possibilités est proposé, disons A ou B et C ou D. Ces

---

76 D. Kahneman, «Who shall be the arbiter of our intuitions?», *The Behavioral and Brain Sciences*, vol. 4, 1981, p.340.

possibilités sont telles que l'utilité espérée de B est supérieure à celle de A et celle de C à celle de D. Le problème se présente de la façon suivante[77]:

situation 1: **A** : recevoir 1 000 000 $ avec certitude

B : participer à une loterie qui donne :
10% de chance de gagner 5 000 000 $
89% de chance de gagner 1 000 000 $
1 % de chance de ne rien recevoir.

situation 2 : **C** : participer à une loterie avec :
10% de chance de gagner 5 000 000 $ et
90% de chance de ne rien gagner.

D : participer à une loterie avec :
11% de chance de gagner 1 000 000 $ et
89% de chance de ne rien gagner.

En examinant attentivement ces deux situations, on constate que l'espérance mathématique de l'option **A** est de 1 000 000 $, celle de **B**, de 1 390 000 $, celle de **C**, de 500 000 $ et celle de **D** est de 110 000 $. Dans chaque situation, la différence entre l'espérance mathématique des options est la même, soit 390 000 $ de plus pour **B** dans la situation 1 et pour **C** dans la situation 2. Il semble donc logique de choisir les options qui offrent le meilleur montant. Or, parmi les décideurs confrontés à ces choix, nombreux sont ceux qui préfèrent **A** à **B** mais **C** à **D**. Ce choix contredit la théorie de l'utilité car dans une situation, on maximise l'utilité attendue, mais pas dans l'autre, ce qui provoque un renversement des préférences. Ce fut notamment le cas de Savage, bien qu'il ait par la suite désavoué son choix et argumenté en faveur du maintien de son axiomatique.

Plusieurs solutions ont été proposées pour rendre compte de ce paradoxe. Nous en examinerons ici deux. La première consiste à affirmer

---

77 Cette version du paradoxe d'Allais est reprise de M.D. Resnik, *Choices: an Introduction to Decision Theory*, Minneapolis, University of Minnesoty Press, 1987, chap.4.4a.

que la représentation formelle des deux situations est incorrecte et que, par conséquent, une personne qui choisit **A** et **C** ne contredit pas la théorie. L'argument consiste à affirmer qu'une personne qui choisit **B** dans la première situation et se retrouve avec rien, a choisi cela alors qu'elle aurait pu être certaine d'obtenir un million de dollars. Personne ne passe à côté d'un million assuré dans la deuxième situation. Donc le 0 $ n'a pas la même signification et il n'est plus vrai de dire que u(**B**) – u(**A**) = u(**C**) – u(**D**). D'ailleurs, nous avons décrit le problème, ci-haut, en parlant de l'espérance mathématique des options et non de leur utilité attendue. Bien souvent, les auteurs qui présentent le paradoxe d'Allais ne font pas cette distinction. De plus, nous verrons que, dans toutes leurs expériences, Kahneman et Tversky présupposent que l'utilité d'une option correspond à sa valeur monétaire, ce qui ne tient pas compte de la valeur marginale décroissante de l'argent et ramène la formulation des problèmes à ce qu'elle était avant les développements proposés par Bernoulli. En plaçant cette critique en perspective avec celle présentée précédemment concernant l'utilisation qui est faite des probabilités dans les expériences de Kahneman et Tversky, nous devenons fort sceptique quant à leur prétention de comparer leurs résultats aux standards de la théorie de l'utilité attendue.

Une autre solution, proposée par Savage, tente de nous convaincre que le raisonnement qui nous porte à choisir **A** et **C** est erroné. Nous sommes induits en erreur parce que le paradoxe d'Allais est un piège, mais il peut être évité lorsque clairement compris. Savage se représente la loterie comme si 100 billets pouvaient être tirés donnant droit à des prix différents:

Tableau 5.1

Reformulation du paradoxe de Allais par Savage

	no1	no. 2-11	no.12-100
sit..1 A	1 000 000 $	1 000 000 $	1 000 000 $
B	0 $	5 000 000 $	1 000 000 $
sit..2 C	0 $	5 000 000 $	0 $
D	1 000 000 $	1 000 000 $	0 $

Savage affirme que la troisième colonne peut être ignorée étant donné qu'elle offre les mêmes prix. Et si on ne considère que la première et la deuxième, on constate que **A** et **D** sont identiques, de même que **B** et **C**. On peut donc conclure que sous sa première forme, le problème entraîne des choix qui sont en contradiction avec ce que prévoit l'axiome d'annulation, mais que lorsque le problème est reformulé de façon à rendre transparente l'application de cet axiome, les contradictions disparaissent. Savage affirme donc que ceux qui tombent dans le paradoxe d'Allais font simplement une erreur de raisonnement et qu'il suffit, pour qu'elle se corrige, de leur indiquer clairement leur erreur.

Ce n'est cependant pas ce qui se produit avec tous les problèmes dérivés du paradoxe de Allais. Dans certains cas, même si le problème est transparent, c'est-à-dire que l'on voit immédiatement que certains états conduisent aux mêmes résultats, l'application de l'axiome d'annulation ne semble pas naturelle. Voyons l'exemple suivant, proposé par Diamond[78] :

J'ai un bonbon à donner, à Marie ou à Jean. Je décide de tirer à pile ou face. Dans la situation 1, je préfère A à B:

---

78 P. Diamond, «Cardinal welfare, individualistic ethics, and interpersonal comparison of utility: comment», *Journal of Political Economy* no.75, 1967, p.765-6.

Tableau 5.2 Paradoxe de Diamond

		Face	Pile
sit.1	**A**	Marie gagne	Jean gagne
	B	Jean gagne	Jean gagne
sit.2	**C**	Marie gagne	Marie gagne
	D	Jean gagne	Marie gagne

En vertu de l'axiome d'annulation, je devrais préférer C à D dans la situation 2. Pourtant, je préfère D à C. Qu'est-ce à dire? Ce qui est évident, c'est que le résultat qui fait que Marie gagne est différent selon que l'autre possibilité est ou n'est pas que Jean gagne. Diamond en conclut que cet exemple illustre un cas où l'application de l'axiome d'annulation ne conduit pas à la meilleure décision.

Cependant, on peut formuler quelques réserves quant à la formulation du problème. s'il y a un renversement des préférences, de la situation 1 à la situation 2, ce n'est pas parce qu'on accorde plus de valeur au fait que Marie gagne plutôt que Jean, dans la situation 1 et que dans la situation 2, il semble préférable que Jean gagne. Il est, vraisemblable que les résultats «Marie gagne» et «Jean gagne» aient la même désirabilité. En fait, on accorde de l'importance à la situation qui, globalement, nous semble la plus juste. Ce problème serait alors mieux représenté par le tableau suivant :

Tableau 5.3 Reformulation du paradoxe de Diamond

		Je tire à pile ou face
sit.1	**A**	Marie et Jean ont des chances égales de gagner
	B	Jean gagne à tout coup
sit.2	**C**	Marie gagne à tout coup
	D	Marie et Jean ont des chances égales de gagner

Ainsi, les sujets qui préfèrent **A** et **D** sont tout à fait cohérents dans leurs préférences et il ne s'agit pas d'un cas où l'axiome d'annulation peut s'appliquer.

5.3.2 Problème 1

En présentant le paradoxe d'Allais, nous avons constaté que les choix de la majorité des sujets entraînaient un renversement des préférences. Cependant, ce renversement ne devenait évident qu'après avoir calculé l'espérance mathématique de chacune des options. On peut imaginer que si le problème avait été formulé plus simplement et le calcul, plus rapide à faire, le même effet ne se serait pas reproduit. C'est l'hypothèse que Tversky tente de vérifier avec la version suivante du paradoxe d'Allais[79]:

Les sujets devaient faire un premier choix entre **A** et **B** puis entre **C** et **D** :

Choix 1 :
A : 50% de chance de gagner 1 000 $
B : 100% de chance de gagner 400 $

Choix 2 :
C : 10% de chance de gagner 1 000 $
D : 20% de chance de gagner 400 $

On peut voir de façon immédiate que l'espérance mathématique de chacune des options est la suivante : **A** = 500 $, **B** = 400 $, **C** = 100 $ et **D** = 80 $. Toute proportion gardée, les deux situations de choix étaient équivalentes, **A** et **C** offrant la plus grande utilité monétaire finale. Pourtant, dans le premier choix, les sujets choisissent généralement **B**, un prix certain de 400 $ et face au deuxième choix, ils préfèrent **C** à **D**. On peut

---

79 A. Tversky, «A critique of expected utility theory: descriptive and normative considerations», *Erkenntnis*, no.9, 1975, p.164-168.

reformuler la situation de la façon suivante, de façon à rendre évident le renversement des préférences :

Tableau 5.4
Table de décision du problème 1

	E1 (20%)	E2 (80%)
C	A	0
D	B	0

Cette expérience a été reprise plusieurs fois par Kahneman et Tversky en modifiant la présentation, les montants en jeux ou les probabilités; chaque fois, ils ont constaté que les choix faits par les sujets révèlent une inversion des préférences, ce qui est en contradiction avec l'axiome d'annulation[80]. De plus, le choix de **B** dans la première situation présentée ci-haut va à l'encontre de la dominance stochastique. Tversky explique ce phénomène par l'effet de certitude : «The utility of a positive outcome appears greater when it is certain than when it is embedded in a gamble»[81]. Il en conclut que ce n'est pas seulement l'utilité des résultats qui détermine les choix, mais qu'il y a aussi un "niveau de référence" qui est un facteur important lorsqu'on évalue les possibilités. Cette dernière remarque nous incite, une fois de plus, à croire que la notion d'utilité est mal comprise de ces auteurs car la prise en compte d'un certain "niveau de référence" est précisément ce qui distingue l'utilité de la valeur monétaire comme telle.

Pour certains chercheurs, les deux solutions présentées ci-haut ne sont pas satisfaisantes et le paradoxe met réellement en lumière une

---

80 Voir, entre autres, Kahneman and Tversky [1979b], [1988] et [1990].

81 Tversky, «A critique of expected utility theory:», 1975, p.166

faiblesse de la théorie normative. Cela les a conduit à essayer d'affaiblir l'axiome d'annulation et à chercher une théorie plus générale que celle de l'utilité espérée. En empruntant cette voie, il faut cependant vérifier que ces nouvelles théories ne génèrent pas leur propre paradoxe.

5.3.3 Le paradoxe d'Ellsberg

Le paradoxe d'Allais mettait en évidence le rôle de l'axiome d'annulation dans les situations de risque. Ce paradoxe dérive de notre tendance à préférer ce qui est certain. Le prochain paradoxe fait appel à notre préférence pour les risques connus par rapport aux risques inconnus. L'exemple proposé par Ellsberg [1961] utilise à la fois des probabilités données et des probabilités inconnues; il traite donc d'une situation d'incertitude plus générale. Cette incertitude est engendrée par le tirage de boules de couleur rouge, jaune ou bleue, d'une urne contenant 90 boules, dont 30 sont jaunes et les 60 autres sont soit rouges soit bleues. Supposons qu'on vous propose de parier sur la couleur d'une balle qui sera tirée. Dans la situation 1, on a le choix de parier entre rouge et jaune et dans la situation 2, entre rouge ou bleu, et jaune ou bleu :

Tableau 5.5 Paradoxe de Ellsberg

		jaune	rouge	bleue
sit. 1	**A**	100 $	0	0
	B	0	100 $	0

		jaune	rouge	bleue
sit. 2	**C**	0	100 $	100 $
	D	100 $	0	100 $

Avec le choix A, on a 1 chance sur 3 de gagner 100 $ et avec B on a, au pire, aucune chance de gagner, au mieux, 2 chances sur 3 de gagner 100 $. Avec le choix C, on a 2 chances sur 3 de gagner 100 $ et avec D, on a, au pire 1 chance sur 3 et au mieux 100% de chance de gagner 100 $.

La plupart des gens vont choisir A et C, ce qui contredit la théorie de l'utilité attendue. Il peut y avoir deux solutions au paradoxe d'Ellsberg. La première se rapproche de la réponse précédente de Savage en affirmant que la 3ième colonne peut être ignorée. De plus, certains auteurs affirment qu'il y a une contradiction dans le raisonnement car si on choisit A parce qu'on croit qu'il y a moins de 30 balles rouges alors on devrait choisir D puisqu'il y a donc plus de 30 balles qui sont bleues. Cependant, cet argument n'est pas très convaincant car, étant donné qu'on ignore les probabilités, on peut choisir la possibilité la plus désavantageuse dans chaque cas de façon à minimiser les risques.

Une deuxième solution consiste à dire que, étant donné qu'on ne connaît pas la probabilité p utilisée pour comparer l'utilité attendue des quatre cas, il s'agit d'une décision en situation d'ignorance et non de risque et qu'ainsi la règle de maximisation de l'utilité attendue ne s'applique pas. Cependant, si on accepte la théorie des probabilités subjectives, cette explication ne peut pas être retenue car même si le ratio de balles bleues et de balles rouges n'est pas donné, nous pouvons leur assigner des probabilités subjectives, sauf que nous ne possédons pas beaucoup d'information pour fixer une assignation de probabilités.

Par ce paradoxe, c'est l'axiome d'annulation appliqué à une situation d'incertitude (et non plus seulement de risque) qui est remis en cause. La mesure de la vraisemblance des événements par une probabilité (c'est-à-dire une mesure additive au sens où la probabilité de la réunion de deux ensembles disjoints est la somme de leurs probabilités) n'est sans doute pas celle qui est adaptée à des situations comme celle-ci. Les recherches récentes, notamment la théorie des perspectives proposée par Kahneman et Tversky que nous présenterons plus loin, ont porté sur la généralisation de la théorie de Savage en pondérant autrement que par des probabilités les événements pertinents dans un problème de décision.

Comme nous venons de le voir, l'axiome d'annulation prescrit de ne pas tenir compte des états qui conduisent aux mêmes résultats. De plus, en vertu de l'invariance et de la dominance, les préférences d'un individu doivent être stables et mesurables. Si tel est réellement le cas, alors les préférences devraient être équivalentes pour différentes versions d'un problème ainsi que pour différentes façons équivalentes de mesurer les préférences pour un même problème. Or ce n'est généralement pas le cas et les préférences sont influencées par ces deux types de variation. Nous en présenterons quelques exemples dans les deux sections qui suivent.

5.4 Critique de la dominance

5.4.1 Problème 2[82]

Après leur avoir soumis les deux décisions suivantes, les expérimentateurs ont demandé à leurs sujets (N=150), premièrement, de prendre connaissance des deux décisions et ensuite, d'indiquer les options qu'ils préfèrent dans chaque cas.

Décision 1 Choisir entre :
A. un gain certain de 240 $ [84%]
B. 25% de chance de gagner 1 000 $ et 75% de chance de ne rien gagner. [16%]

Décision 2 Choisir entre :
C. Une perte certaine de 750 $ [13%]
D. 75% de chance de perdre 1 000 $ et 25% de chance de ne rien perdre [87%]

---

82 Tversky et Kahneman [1981] p.454 et Tversky et Kahneman [1988] p.170, traduction D. Gendron. Les parenthèses indiquent le nombre de personnes ayant participé à cette expérience et les crochets indiquent le pourcentage des réponses en faveur d'une option donnée. Nous conserverons cette notation pour les problèmes suivants.

«The majority choice in decision (i) is risk averse, while the majority choice in decision (ii) is risk seeking.(...) Because the subjects considered the two decisions simultaneously, they expressed, in effect, a preference for the portfolio A and D over the portfolio B et C. However, the preferred portfolio is actually dominated by the rejected one! The combined options are as follows :

A and D: 25% chance to win 240 $ and 75% chance to lose 760 $

B and C: 25% chance to win 250 $ and 75% chance to lose 750$»[83]

Selon l'axiome de dominance, l'agent choisit l'option conduisant aux résultats qui sont les plus favorables. Or dans ce cas-ci, c'est l'inverse qui se produit car les sujets choisissent la combinaison dont l'utilité attendue est la moins bonne. La décision 1 est influencée par ce que Kahneman et Tversky nomment l'effet de certitude alors que la décision 2 correspond à l'effet de réflexion. La combinaison de ces effets entraîne le choix de l'option dominée.

5.4.2 Le paradoxe de Newcomb

Ce paradoxe, proposé par Newcomb, a suscité plus de controverse que tous les autres réunis. À la différence des paradoxes précédents, le paradoxe de Newcomb ne vise pas à démontrer que la théorie de l'utilité entre en conflit avec nos intuitions premières concernant la rationalité, mais plutôt que la théorie comporte des incohérences en proposant des recommandations contraires. Voyons comment se présente le problème.

Supposons qu'un être ayant des pouvoirs surnaturels, appelé le Devin, vous offre le choix suivant: il y a deux boîtes sur la table entre vous et lui : l'une, rouge avec 1 000 $ dedans et l'autre, bleue et vide. Le devin vous demande de quitter la salle et de revenir dans 5 minutes en vous disant que quand vous reviendrez, il vous demandera de choisir entre la boîte bleue et les deux boîtes. Pendant votre absence, s'il a prédit que vous choisiriez la

---

83 *Ibid.*, p.171

boîte bleue, il y aura placé 1 000 000 $ et il n'y aura rien mis s'il a prédit que vous prendriez les deux boîtes. Vous quittez et revenez 5 minutes plus tard. Le couvercle est remis sur la boîte bleue mais pas sur la rouge et vous pouvez voir que le 1 000 $ y est toujours. Vous avez entendu parler du Devin et vous savez que presque tous ceux qui ont choisi les deux boîtes ont reçu 1 000 $ alors que presque tous ceux qui ont pris seulement la bleue ont reçu 1 000 000 $. Quel est votre choix?

Supposons que pour vous aider, vous utilisez la théorie de la décision et que la valeur de l'utilité que vous attribuez à l'argent est égale à la valeur des montants en jeux. Vous obtenez la table de décision suivante :

Tableau 5.6 Paradoxe de Newcomb

	la bleue est vide	elle n'est pas vide
choisir la bleue	0 $ (10%)	1 000 000 $ (90%)
choisir les deux	1 000 $ (90%)	1 001 000 $ (10%)

Selon les données du problème la meilleure façon de maximiser l'utilité attendue est de choisir seulement la boîte bleue. Cependant vous remarquez que l'acte dominant est le choix des deux boîtes. Que faire, deux règles de la théorie de la décision indiquent des choix opposés!

Ce qui est particulier, dans cette table de décision, c'est que la probabilité associée à un état change selon la décision qui est prise. La question soulevée par le paradoxe est de savoir si la théorie s'applique lorsque les états ne sont pas indépendants des décisions, c'est-à-dire lorsqu'il y a un lien causal entre les deux. Dans le cas de ce paradoxe, est-il juste de croire que la probabilité des états dépend des choix? Autrement dit, peut-on penser que le choix que vous faites en sortant de la salle influence la prédiction? Comment? De retour dans la salle, le million est déjà dans la boîte ou n'y est pas. La décision que vous prenez alors ne peut rien y changer. S'il y est on a avantage à prendre les deux boîtes et s'il n'y est pas, c'est aussi à notre avantage de prendre les deux. Cependant vous vous souvenez que vos amis qui ont raisonné ainsi sont encore pauvres alors que ceux qui n'ont pris que la boîte bleue sont riches. Le dilemme est le suivant: si on utilise le principe de dominance on doit ignorer les faits empiriques concernant ceux qui ont choisi les deux boîtes; mais si on tient compte de ces faits et qu'on maximise l'utilité attendue, nous devenons incapables d'expliquer pourquoi ces faits sont pertinents. Ainsi, en plaçant en contradiction deux principes largement acceptés par les théoriciens, ce paradoxe a ébranlé la théorie de la décision jusque dans ses fondements.

Tout comme pour les paradoxes d'Allais et d'Ellsberg, certains auteurs prétendent que lorsqu'on analyse attentivement ce problème, le paradoxe disparaît. D'autres prennent cette situation à coeur et tentent de modifier la théorie pour résoudre ce paradoxe, ce qui est le cas, entre autres, de la théorie causale de la décision. Il y a eu une autre réaction au paradoxe de Newcomb. Certains croient que ce paradoxe indique qu'il y a deux types de rationalité. L'un correspond à l'application de la règle de dominance; l'autre correspond à l'application de la règle de maximisation de l'utilité attendue. Ainsi, tout comme on a découvert des géométries non-euclidiennes et des logiques non classiques, nous avons peut-être maintenant des théories «déviantes» de la décision. Bref, les réactions aux paradoxes vont de leur simple rejet à une tentative de modifier la théorie soit en proposant des théories qui constituent des «extensions» de la théorie normative, soit en lui substituant des théories rivales du choix rationnel.

5.5 Critique de l'invariance

Les effets de certitude et de réflexion ne s'appliquent pas seulement lorsque des pertes et des gains sont en jeux. Comme on peut le voir dans le problème suivant, les deux situations sont équivalentes en termes de résultats finaux, mais la formulation est différente, ce qui provoque les mêmes effets que ci-haut. Dans ce cas, c'est l'invariance qui n'est pas respectée. Les quatre options sont équivalentes donc aucune ne domine, cependant les préférences de la majorité des sujets face aux situations 1 et 2 sont renversées.

5.5.1 Problème 3[84]

Examinons l'expérience suivante :

Situation 1
Imaginez que, en plus de ce que vous possédez, vous recevez un cadeau de 200 $. On vous demande ensuite de choisir entre A et B :

A : un gain certain de 50 $
B : 25% de chance de gagner 200 $ et 75% de chance de ne rien gagner

Situation 2
Imaginez que, en plus de ce que vous possédez, vous recevez un cadeau de 400 $. On vous demande ensuite de choisir entre C et D :

C : une perte certaine de 150 $
D : 75% de chance de perdre 200 $ et 25% de chance de ne rien perdre.

La plupart des sujets de Tversky et Kahneman ont préféré le choix (A) au choix (B) et dans le deuxième problème, le choix (D) au choix (C), bien que (A) et (C) ainsi que (B) et (D) conduisent aux mêmes résultats finaux. Les auteurs expliquent ce phénomène à l'aide d'une courbe de valeur psychologique qui sépare la valeur attribuée à un événement lorsqu'il est présenté en termes de gains et en termes de pertes à partir d'un point de préférence neutre. La courbe est également plus prononcée du côté des pertes, ce qui indique une aversion pour le risque, c'est-à-dire que la valeur d'une perte semble plus importante que celle d'un gain équivalent.

---

84 D. Kahneman et A. Tversky, «The psychology of preference». *Scientific American*, vol. 246, 1982b. p.160-173.

La violation de l'invariance peut aussi être provoquée par d'autres effets, tels les effets d'isolement et de pseudo-certitude, comme dans le problème suivant.

5.5.2 Problème 4[85]

Il semble qu'afin de simplifier les choix entre différentes alternatives, les sujets négligent certaines propriétés communes et se concentrent plutôt sur les propriétés qui les différencient, ce que Kahneman et Tversky nomment l'effet d'isolement. Dans l'exemple qui suit, les deux problèmes sont identiques, mais la formulation des probabilités a été modifiée. Chaque problème a été présenté à un groupe différent qui recevait les consignes suivantes :

situation 1 : Entre ces deux options, laquelle préférez-vous? (n=95)

A : 20% de chance de gagner 4000 $ [65%]
B : 25% de chance de gagner 3000 $ [35%]

situation 2 : Si vous avez 25% de chance de participer à une loterie où vous auriez le choix entre la certitude de recevoir 3000 $ et une possibilité de 80% de recevoir 4000 $, ce choix devant être fait avant même de commencer à jouer, c'est-à-dire avant de savoir si vous y êtes éligible, quel choix feriez-vous? (n= 141)

75% : 0 $
25% : choisir entre **A** : 80% de chance de gagner 4000 $ [22%]
B : un gain certain de 3000 $ [78%]

Il peut être établi que le problème de la situation 1 est identique au problème de la situation 2 quant à l'utilité attendue finale des résultats car P(4000 $) = 0,25 x 0,80 = 0,2 et P(3000 $) = 0,25 x 1 = 0,25. La différence entre

85 D. Kahneman et A. Tversky, «Prospect theory: An analysis of decision under risk». *Econometrica*, vol.47, 1979b. p. 272

ces deux problèmes se situe dans la représentation de leur probabilité. Ainsi, la situation 2 est présentée en deux étapes alors que la situation 1 ne l'est qu'en une seule. La figure 5.1 illustre chacun des deux problèmes par un arbre de décision. Les cercles représentent des noeuds de chance et les carrés, des noeuds de décision. La différence entre les deux problèmes est liée au déplacement du carré. Ainsi, dans la situation 1, les sujets ont le choix entre deux options risquées et, dans la situation 2, entre une option risquée et une option certaine. La théorie de l'utilité attendue prévoit que, dans un tel cas, les décisions seront semblables pour les deux problèmes. Or, les résultats expérimentaux démontrent que les choix préférés sont exactement l'inverse. Les auteurs suggèrent que la différence constatée s'explique par le fait que les sujets négligent de tenir compte dans le problème 10 de la première étape qui est partagée par les deux choix, soit le 25% de chance d'y participer. Dans le problème 4, le sujet a le choix entre deux paris risqués et il ne pense pas que ce soit le cas dans le problème 10, oubliant ainsi la première étape, c'est-à-dire la propriété commune. Cet effet est appelé effet d'isolement. Certaines de ces opérations de décomposition peuvent donc amener des choix différents. La présentation des probabilités a donc un effet sur le choix des sujets.

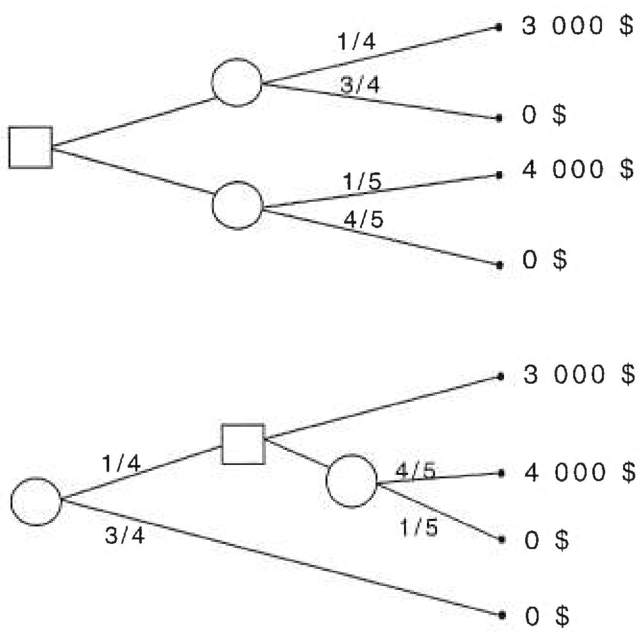

Figure 5.1 Représentation des situations 1 et 2 par des arbres de décision.

Il est parfois difficile de rendre compte de ce qui cause ces violations. Par exemple, le problème suivant est formellement identique au problème 3 présenté précédemment (Cf. p.112), mais Kahneman et Tversky invoquent des effets différents dans les deux cas pour expliquer les résultats.

5.5.3 Problème 5[86]

Les situations 1 et 2 que nous allons présenter sont des problèmes où la représentation des résultats est modifiée plutôt que la représentation des probabilités comme dans les problèmes précédents.

situation 1

Suivant votre richesse personnelle actuelle à laquelle on rajoute 1 000 $, quel choix feriez-vous si on vous offrait ce choix? (n=70)

A : 50% de chance de gagner 1 000 $ [16%]
B : Un gain certain de 500 $ [84%]

situation 2

Suivant votre richesse personnelle actuelle à laquelle on rajoute 2000 $, quel choix feriez-vous si on vous offrait ce choix?

C : 50% de chance de perdre 1 000 $ [69%]
D : Une perte certaine de 500 $ [31%]

Les gains attendus dans les deux problèmes peuvent être exprimés comme suit: A = (2000, 0, 50 ; 1 000, 0, 50) = C et B = (1500) = D. Les gains sont identiques mais leurs représentations sont différentes. L'utilité attendue finale est alors identique pour les deux problèmes. Selon la théorie de l'utilité attendue les résultats devraient donc être semblables.

---

86 *Ibid.*, p.194.

Or, on a constaté que les résultats sont inversés. Kahneman et Tversky expliquent le fait que les sujets ne tiennent pas compte de l'état initial dans leur choix, soit le bonus qui est commun aux deux alternatives, par l'effet d'isolement.

Voir aussi un problème semblable dans Tversky et Kahneman [88] où les auteurs affirment que ces problèmes sont particulièrement intéressants car non seulement ils contredisent la théorie de l'utilité attendue mais à peu près tous les modèles normatifs de choix. En particulier, ces données sont inconsistantes avec le modèle de regret avancé par Bell (1982) et par Loomes et Sugden (1982) et axiomatisé par Fishburn (1982). Le renversement des préférences est produit par la décomposition des résultats en composantes risquées et sans risque.

5.5.4 Problème 6[87]

Les deux problèmes que nous allons maintenant présenter provoquent une inversion des préférences, que les auteurs expliquent par l'effet de cadrage, et qui est en contradiction avec l'axiome d'invariance. La cohérence entre les préférences est brisée parce que le choix ne respecte pas l'axiome de dominance dans la deuxième situation, ce que les auteurs expliquent par l'effet de poids de décision subadditif.

Situation 1 (N=88). Examinez les deux loteries suivantes. Pour chacune d'elles, on indique le pourcentage de billes de différentes couleurs placées dans une boîte et le montant d'argent que vous gagnez ou perdez selon la couleur de la boule tirée au hasard. Quelle loterie préférez-vous?

---

87 Tversky et Kahneman, «Rational choice», 1988, p.179.

Option A :	90% blanc	6% rouge	1% vert	1% bleu	2% jaune
	0 $	gagne 45 $	gagne 30 $	perd 15 $	perd 15 $

Option B :	90% blanc	6% rouge	1% vert	1% bleu	2% jaune
	0 $	gagne 45 $	gagne 45 $	perd 10 $	perd 15 $

Il est facile de voir que l'option B domine l'option A et d'ailleurs, tous les répondants ont choisi B. Le prochain problème est identique à la première situation sauf que les couleurs qui conduisent à des résultats identiques (rouge et vert dans B et jaune et bleu dans A) sont combinées. Nous supposons que cette opération est habituellement accomplie par le décideur s'il ne détecte pas une option dominante.

Situation 2 (N=124) Quelle loterie préférez-vous?

Option C	90% blanc	6% rouge	1% vert	3% jaune
	0 $	gagne 45 $	gagne 30 $	perd 15 $

Option D	90% blanc	7% rouge	1% vert	2% jaune
	0 $	gagne 45 $	perd 10 $	perd 15 $

La formulation de la deuxième situation simplifie les options, mais masque la relation de dominance. De plus, elle augmente l'attrait de C, qui a deux résultats positifs et un négatif. par rapport à D, qui a deux résultats négatifs et un positif. 58% des participants ont choisi C, l'alternative dominée. On en conclut 1) que deux formulations du même problème obtiennent des préférences différentes, ce qui contredit l'invariance; 2)La règle de dominance est suivie lorsque son application est transparente.

5.5.5 Problème 7[88]

L'expérience suivante, de **Slovic, Griffin et Tversky**, illustre le phénomène de la compatibilité qui peut aussi entraîner des choix que contredisent l'axiome d'invariance :

> «The subjects were asked to predict the judgments of an admissions committee of a small, selective college regarding several applicants. For each applicant the subjects received two items of information: a rank on verbal SAT score and the presence or absence of strong extracurricular activities. The subjects were told that the admissions committee ranks all 500 applicants and accepts about the top fourth. Half of the subjects predicted the rank assigned to each applicant, whereas the other half predicted whether each application was accepted or rejected. The compatibility principle implies that the numerical data (rank SAT) will weigh more heavily in the numerical prediction of acceptance or rejection, whereas the categorical data will have more impact in the categorical task. The results confirmed the hypothesis.»

Ces diverses expériences illustrent le fait que, pour assurer l'invariance des préférences, il faudrait que les problèmes soient présentés sous une forme canonique et linéaire. Ainsi, pour comparer deux versions d'un problème, il faudrait les retraduire dans les mêmes termes et ordonner les conséquences en faisant varier un facteur à la fois. Cependant, selon Kahneman et Tversky, ces critères sont trop exigeants et ne correspondent pas à la démarche réelle d'un agent en situation de choix.

5.5.6 Problème 8 [89]

Cet exemple vient d'une étude concernant les préférences entre différents traitements médicaux. Les répondants recevaient des informations statistiques concernant les résultats de deux traitements du

---

88 Rapporté dans : P. Slovic,«Choice», in *Thinking: an invitation to cognitive science*, MIT Press, 1990.

89 Problème tiré de McNeil et autres [82] et reproduit dans Tversky et Kahneman [1988] p.169-170.

cancer du poumon. Les mêmes statistiques étaient présentées à certains répondants en termes de taux de mortalité et aux autres en termes de taux de survie. Les répondants devaient indiquer le traitement qu'ils préféraient. Les informations étaient présentées comme suit:

Situation 1 (taux de survie)

Chirurgie : Sur 100 personnes ayant subit une chirurgie, 90 ont survécu à la période post-opératoire, 68 sont en vie à la fin de la première année et 34 sont en vie après cinq ans.

Thérapie par radiation : Sur 100 personnes ayant subies une thérapie par radiation, toutes ont survécu au traitement, 77 sont en vie à la fin de la première année et 22 sont en vie après cinq ans.

Situation 2 (taux de mortalité)

Chirurgie : Sur 100 personnes ayant subit une chirurgie, 10 sont décédées pendant l'opération ou la période post-opératoire, 32 sont mortes après une année et 66 sont mortes après cinq ans.

Thérapie par radiation : Sur 100 personnes ayant subies une thérapie par radiation, aucune n'est morte pendant le traitement, 23 sont mortes à la fin de la première année et 78 sont mortes après cinq ans.

Les différences dans la formulation ont produit un effet marqué. Le pourcentage de répondants qui préfèrent la thérapie par radiation grimpe de 18% dans le cas du taux de survie à 44% dans le cas du taux de mortalité. L'avantage de la thérapie par radiation semble plus évident lorsque présenté comme une diminution du risque de mort immédiate de 10% à 0% que lorsqu'il y a une augmentation de 90% à 100% dans le taux de survie. L'effet de cadrage n'était pas moins important pour des médecins expérimentés ou pour des étudiants en statistique que pour un groupe de patients.

5.6 La théorie des perspectives

Pour rendre compte des multiples contradictions constatées dans le comportement des décideurs, Kahneman et Tversky ont tenté de bâtir leur propre modèle, la théorie des perspectives (prospect theory), qui se distingue des autres modèles en étant résolument descriptive. Elle vise à expliquer les préférences, qu'elles puissent ou non être rationalisées.

Cette théorie distingue deux phases dans la procédure de choix, soit une phase préparatoire et une phase d'évaluation. La fonction de la phase préparatoire consiste en l'organisation et la nouvelle formulation de l'option afin de simplifier l'évaluation subséquente du choix. Pour ce faire, il y a plusieurs opérations.

a) La **codification**. Selon les effets précédemment décrits, il est établi que les choix sont perçus en termes de gains et de pertes plutôt qu'en termes d'états finaux. Les pertes et les gains sont jugés en fonction d'un point de référence, soit généralement l'état de richesse actuel du sujet (r). C'est peut-être cette opération qui causera les effets de certitude, pseudo-certitude et de réflexion.

b) La **combinaison**. Les paris peuvent être simplifiés en combinant les probabilités associées aux gains identiques. Cette opération n'est pas en contradiction avec la théorie normative mais elle peut avoir pour effet de masquer la dominance d'une option.

c) La **ségrégation**. Certains paris contiennent des composantes certaines et celles-ci sont favorisées par rapport aux composantes risquées comme dans l'effet de certitude, de pseudo-certitude et de réflexion.

d) **L'annulation**. Cette opération a pour but d'éliminer les caractéristiques partagées par les choix offerts dans le pari, comme dans l'effet d'isolement.

e) La **simplification des paris**. Cette opération a pour but de simplifier les paris par l'arrondissement des probabilités de gains.

f) La **recherche**. Cette opération a pour but de trouver des paris totalement dominés afin de les rejeter sans autre évaluation.

Durant la phase d'évaluation, les paris sont évalués et celui ayant la valeur la plus élevée est choisie. La valeur totale, dénotée V, est exprimée par deux échelles, soit π et v.

a) L'échelle π associe à chaque probabilité p un poids décisionnel $\pi(p)$ qui reflète l'impact de la probabilité p sur la valeur totale du pari.

b) L'échelle v associe à chaque résultat x un nombre v(x) reflétant la valeur subjective du résultat. v est donc une mesure de déviance par rapport à un point de référence sur l'échelle des valeurs. L'équation suivante peut donc être établie :

$V(x, p ; y, q) = \pi(p)v(x) + \pi(q)v(y)$.

Les deux aspects les plus importants de cette phase sont que, premièrement, la valeur est attachée non pas à l'état final mais au changement de richesse et que, deuxièmement, la valeur π ne coïncide pas nécessairement avec la probabilité énoncée.

La fonction de valeur (v)

L'échelle v associe à chaque résultat *x* un nombre v(x) reflétant la valeur subjective du résultat. La valeur des changements de richesse est fonction de trois composantes : le point de référence, la magnitude du changement en fonction de ce point de référence, soit le gain ou la perte, et l'amplitude du changement , c'est-à-dire le montant.

Selon les auteurs, cette fonction v(x) a trois propriétés. Premièrement, le point de référence généralement admis est la richesse actuelle du sujet (r). Deuxièmement, ils suggèrent que la valeur différentielle d'un gain ou d'une perte décroît en fonction de l'amplitude du changement. La courbe est concave pour les gains et convexe pour les pertes ce qui indique que la valeur d'un écart donné diminue lorsque la perte ou le gain augmente. Par exemple, la valeur d'utilité de changement est plus grande de 0 à 1 000 $ que de 100 000 $ à 101 000 $.

Il semble aussi que l'utilité attendue d'une perte soit plus élevée que l'utilité attendue d'un gain, et ce pour des montants identiques. La valeur d'une fonction de perte est donc représentée par une courbe plus abrupte.

La figure 5.2 représente cette fonction de valeur et a les propriétés précédemment décrites, soit: (i) elle est définie en fonction du point de référence r; (ii) elle est concave pour les gains et convexe pour les pertes; (iii) elle est plus "abrupte" pour les pertes que pour les gains.

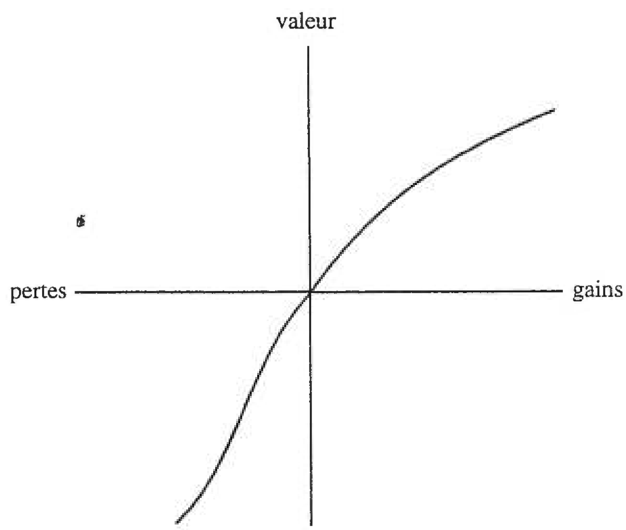

Figure 5.2 Fonction hypothétique de valeur.

La fonction du poids décisionnel (π)

Dans la théorie des perspectives, la valeur de chaque probabilité de résultat est multipliée par le poids décisionnel (π). Cela mesure l'impact de certains événements sur la désirabilité du pari et pas seulement la vraisemblance perçue de l'événement. Ce poids décisionnel n'est donc pas une probabilité et ne peut être interprété comme une mesure de croyance.

Nous allons examiner les cinq propriétés de cette fonction. La première propriété est que cette fonction croît selon p avec comme point initial $\pi(0) = 0$ et comme point final $\pi(1) = 1$. Selon les auteurs, cette propriété semble intuitivement naturelle car cette échelle π est ainsi normalisée afin que $\pi(p)$ soit un ratio associé à p qui est lui-même la probabilité du résultat.

La deuxième propriété est que la fonction de π est monotone et continue entre [0,1]. Les propriétés suivantes ne s'appliquent qu'à des portions de la courbe.

La troisième propriété, la **surévaluation**, affirme que les très petites probabilités sont surestimées.

La quatrième propriété, la propriété de "**sous-proportionnalité**" (subproportionnality), veut que le poids décisionnel soit plus près de l'unité quand les probabilités sont petites que lorsqu'elles sont plus grandes.

La dernière propriété, la propriété de "**sous-certitude**" (subcertainty), ne vaut que pour les petites probabilités (comparativement à la propriété de surévaluation qui s'applique aux très petites probabilités). Celle-ci veut que pour un événement incertain, la somme des poids décisionnels des événements constitutifs est typiquement moins élevée que cet événement. La sous-certitude entraîne que la courbe π est plus basse que la courbe représentant p.

La figure 5.3 démontre une fonction de poids décisionnel (π0 qui respecte les propriétés décrites sauf aux extrémités. Ainsi, la première propriété veut que p ait comme point initial $\pi(0) = 0$ et comme point final $\pi(1) = 1$ et la deuxième propriété nous dit que la courbe est continue. Or, on peut remarquer que la fonction, telle que représentée dans la figure 5.3, ne rejoint pas le zéro, ni le un. Ceci indique que la capacité des sujets à évaluer les probabilités extrêmes est limitée. Les très petites probabilités sont soit surévaluées, soit négligées et il en va de même pour les probabilités qui se rapprochent de très près de la certitude.

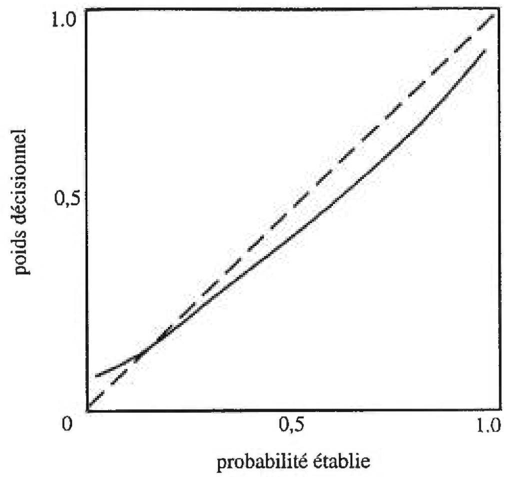

Figure 5.3 Fonction hypothétique de poids décisionnel.

La théorie des perspectives, proposée par Kahneman et Tversky, vise donc à refléter le plus exactement possible les mécanismes de la prise de décision réelle, afin de pouvoir comprendre et prédire le comportement humain. Évidemment, l'objectif est ambitieux et les auteurs ne prétendent pas l'avoir atteint, mais ils considèrent avoir apporté une modeste contribution en ce sens. Le domaine d'application de la théorie des perspectives est très restreint. Elle ne s'applique qu'aux paris en situation de risque et impliquant un maximun de trois conséquences formulées en termes de gain monétaire. Cependant, Kahneman affirme qu'il est possible d'en tirer certaines conclusions d'une portée plus générales :

> «A successful theory of three-outcome monetary gambles with stated probabilities would be quite useless except for the light that it may shed on *other* situations. When applied outside its domain, however, prospect theory becomes a collection of processes and empirical generalizations : rules of framing, the certainty effect, loss aversion and others.»[90]

Cette entreprise descriptive n'est pas, en soi, incompatible avec les visées de la théorie normative dans la mesure où l'une indique ce qui se fait et l'autre, ce qui devrait se faire. Ces deux approches pourraient donc appartenir à deux domaines de recherche distincts et complémentaires.

90 D. Kahneman, «Judgment and decision making», 1991, p.143.

C'est le point de vue que semble exprimer Kahneman dans le passage suivant :

> «A unique advantage of the field of judgment and decision making is that it offers the luxury of refutation without the costs of destructive controversy. The normative ideas that define most of the null hypotheses that we test are not destroyed by the rejection of these hypotheses; their normative status is immune to psychological observations.»[91]

Si le statut normatif des axiomes de rationalité est intact, on peut penser que cela signifie que ces axiomes restent utiles en tant que guides pour nous aider à prendre de meilleures décisions et que les théories descriptives, de leur côté, nous facilitent la tâche en nous rendant conscients des pièges dans lesquels nous sommes susceptibles de tomber.

Pourtant, quel sens peut avoir la complémentarité de ces deux approches si les théories normatives sont imperméables à la critique? Depuis Popper, affirmer qu'une théorie est infalsifiable est bien plus destructeur que de réfuter certains de ses axiomes. Cela semble plutôt être une façon d'isoler l'approche normative en reconnaissant, certes, qu'elle peut constituer un domaine de recherches, mais en lui niant toute portée pratique.

De plus, dans un autre passage, Kahneman et Tversky semblent rejeter l'idée que l'idéal mathématique de cohérence soit applicable au comportement humain :

> «Indeed, the evidence does not seem to support a "truth plus error" model, which assumes a coherent system of beliefs that is perturbed by various sources of distortion and error. Hence we do not share Dennis Lindley's optimistic opinion that "inside every incoherent person there is a coherent one trying to get out," and we suspect that incoherence is more than skin deep.»[92]

---

91 *Idem.*, p.144.

92 A. Tversky et D. Kahneman, «Extensional versus intuitive reasoning: the conjunction fallacy in probability judgment». *Psychological Review* , vol. 90, 1983, p. 313.

Dans ce cas, peut-on encore parler d'«erreurs» de jugement si nous n'avons aucune possibilité de nous corriger? Un idéal dont on ne peut d'aucune façon se rapprocher peut-il demeurer un idéal? Si les auteurs entendent par là que nous sommes fondamentalement incohérents, cela implique de revoir en profondeur la définition de la rationalité humaine proposée par les modèles normatifs.

Nous avons présenté, au chapitre IV, la théorie normative de Savage, puis, au chapitre V, nous avons présenté les critiques qui lui sont adressées et les solutions proposées par la théorie prescriptive de Kahneman et Tversky. Nous tenterons maintenant de dresser un bilan de ce débat en faisant l'évaluation de certains des arguments avancés par chacune des parties.

CONCLUSION

«Je ne comprend rien à ce que je fais :
ce que je veux, je ne le fais pas,
mais ce que je hais, je le fais.»[93]

Le but de ce mémoire était de clarifier les concepts permettant de définir la prise de décision. Nous nous sommes attardés à la présentation des concepts de probabilité et d'utilité qui, d'un point de vue historique, ont rendu possible le développement d'une théorie formelle de la décision. Nous avons ensuite comparé la prise de décision définie comme idéale à la prise de décision réelle à travers les caractéristiques respectives de l'approche normative et de l'approche descriptive de la théorie de la décision. Cette comparaison nous a permis de soulever plusieurs questions. Entre autres : quel est le rôle des théories normatives, quel est l'impact sur ces dernières des expériences sur la décision en situation réelle, et quelles sont les répercussions de ce débat sur notre conception de la rationalité. La portée de ces questions est si vaste qu'il serait présomptueux de penser y répondre dans les limites d'un mémoire de maîtrise. Nous ferons donc le bilan de cet exercice en approfondissant certains éléments de notre questionnement.

Dans un premier temps, que peut-on conclure des résultats des expériences que nous avons présentées? Les paradoxes d'Allais et d'Ellsberg reposent sur le fait que la plupart des gens ont une aversion pour le risque et préfèrent un gain certain, ce qui peut entraîner une inversion des préférences, comme nous l'avons vu. Ceci contrevient à la théorie de la décision car un agent idéalement rationnel est supposé avoir des préférences stables, associées aux résultats.

On pourrait penser qu'effectivement la théorie vaut pour les agents idéalement rationnels, ce qui n'est pas le cas de ceux qui ont préféré le gain

93 Saint Paul, Lettres aux Romains, 7, 15.

certain dans les expériences présentées dans la section 5.5. Ainsi, rien de plus naturel, les agents idéaux agissent rationnellement et les humains se comportent humainement, ce qui ne les empêche pas de tendre vers leur idéal. Cependant, comme il est impossible d'observer en laboratoire ce que serait le comportement d'un agent idéalement rationnel, on ne peut pas, à l'instar des théories descriptives, valider la théorie en vérifiant sa concordance avec les faits. C'est de façon subjective que nous cherchons à définir l'idéal de rationalité. L'agent idéalement rationnel est une extrapolation hypothétique basée sur ce que l'on pense que l'on ferait si nous pouvions traduire en action la cohérence et la puissance des systèmes mathématiques. C'est le rôle de la théorie normative, selon Raiffa, de nous aider à atteindre cet idéal :

> «But no one claims that most people *do* behave as they *ought* to behave. Indeed, the primary reason for the adoption of a prescriptive or normative theory (that is, an "ought to do" theory) for choice behaviour is the observation that when decision making is left solely to unguided judgment, choices are often made in an internally inconsistent manner, and this indicates that perhaps the decision maker could do better than he is doing.»[94]

Ainsi, dans le cadre d'une théorie normative, nous ne pouvons pas nous fier à ce que nous faisons pour valider ce que nous devrions faire idéalement. C'est l'idée généralement exprimée par la formule «on ne peut pas tirer un *doit* à partir d'un *est*».

Par contre, il ne suffit pas de donner une définition arbitraire de ce que qu'est la rationalité et de chercher ensuite à s'y conformer pour que la question soit réglée. Cette problématique est le propre de la théorie normative. En effet, les axiomes de la théorie normative sont supposés être immédiatement évidents et contraignants concernant les critères de rationalité. Il est donc normal de compter sur nos intuitions pour savoir ce que l'on doit attendre d'un agent rationnel. À partir de ce qui nous semble être, intuitivement, un idéal de rationalité, on construit un modèle formel

---

94 H. Raiffa, *Decision Analysis: Introductory Lectures on Choices under Uncertainty*, Reading, Massachusetts, Addison-Wesley, 1970, p.81-82.

qui pourra, par la suite, nous indiquer le chemin à suivre pour atteindre cet idéal.

> «We do not want our intuitions to be simply informed by the normative theory whose adequacy is currently under test by reference to those intuitions. In particular, it would be singularly unedifying for the Bayesian to reject commonly held intuitions about what is rational simply on the grounds that they conflict with his favourite theory. The thought is that when judging the adequacy of a normative theory of rational decision we should appeal to our naive or untutored intuitions.»[95]

Par rapport aux paradoxes d'Allais et d'Ellsberg, le point important est alors de savoir si notre aversion pour les choix recommandés par la théorie de l'utilité doit être perçue comme une preuve de notre difficulté à être pleinement rationnels ou comme une évidence que la théorie de l'utilité n'a pas défini correctement ce qu'est un choix rationnel en situation d'incertitude. C'est en ce sens que Savage affirme que :

> «If, after thorough deliberation, anyone maintains a pair of distinct preferences that are in conflict with the sure-thing principle, he must abandon, or modify, the principle; for that kind of discrepancy seems intolerable in a normative theory»[96]

Cela signifie-t-il qu'il suffit qu'une majorité de personnes partagent une intuition pour que celle-ci devienne un critère de rationalité? Bien sûr, nous dit Sowden, l'intuition ne peut être notre seule pierre angulaire car il lui arrive de se tromper. De plus, si nos intuitions définissent les normes de rationalité, ces normes peuvent à leur tour guider l'intuition lorsque vient le temps d'exercer cette rationalité dans des situations complexes. En effet, les contraintes que la théorie normative impose à l'assignation de probabilités et à l'ordre des préférences sont strictes et nos intuitions ne suffisent pas toujours à faire qu'on les respecte. Nous avons besoin de la théorie pour nous y aider. Par exemple, dans le cas de la "gambler's fallacy", la théorie guide nos intuitions en ce que, une fois qu'on connait le calcul des

---

95 L. Sowden, «The inadequacy of bayesian decision theory», *Philosophical Studies*, no.45, 1984, p.303

96 Savage, *The Foundations of Statistics*, 1972, p.102.

probabilités on sait qu'il est faux de penser qu'une pièce a plus de chances de tomber sur pile après une longue série de face. La véritable condition serait alors de fournir des critères de la rationalité qui sont indépendants de la théorie normative. Ces critères valideraient nos intuitions, qui à leur tour valideraient la théorie.

Certains auteurs vont parfois justifier la théorie normative en invoquant qu'elle permet de faire de meilleurs choix, c'est-à-dire d'obtenir des résultats qui sont cohérents avec les préférences de départ. En d'autres mots, les individus obtiendraient de meilleurs résultats s'il prenaient une méthode axée purement sur les résultats, mais les expériences de Kahneman et Tversky démontrent que les gens n'accordent pas seulement une utilité aux résultats mais aussi au fait qu'une récompense est certaine. C'est pourquoi ils affirment que le premier argument en faveur de la théorie normative (cf.p.94) n'est pas justifié. Il faudrait cependant préciser ce qui fait défaut dans cet argument car il contient deux affirmations fort différentes. On affirme en premier lieu que les individus sont généralement aptes à poursuivre leurs buts de façon efficace, puis on en conclut que le choix est un processus de maximisation. Peut-on, à partir des expériences de Kahneman et Tversky, conclure que les individus *ne* sont *pas* aptes à poursuivre leur but? Si on s'attarde au cas de l'effet de certitude, on peut penser que cette dernière affirmation est exagérée. Le problème réside plutôt dans la définition que l'on donne de l'expression «leur but». On peut très bien imaginer que le but d'un décideur soit la recherche du plaisir que lui procure le risque et qu'il soit tout à fait apte à atteindre ce but. On peut penser que c'est le cas des adeptes des sports extrêmes : c'est le haut degré de risque qui donne de la valeur à l'activité qu'ils pratiquent. Dans ce cas, peut-on encore définir le choix comme un processus de maximisation, c'est-à-dire comme notre capacité à mettre en oeuvre les meilleurs moyens pour atteindre notre but? La difficulté, ici, réside dans le fait que le choix du moyen participe de la valeur qu'on accorde au «but». Cependant, ce ne semble pas être une difficulté insurmontable dans le cadre de la théorie de l'utilité attendue, ce problème pourrait même constituer une piste de recherche stimulante.

Revenons à notre première affirmation et abordons-la sous un angle différent. Si les recherches de Kahneman et Tversky démontrent qu'effectivement les sujets sont soumis à des effets de cadrage qui, telles des illusions visuelles, les induisent systématiquement en erreur, c'est-à-dire que ces effets les amènent à faire des choix qu'eux-mêmes considèreraient être de mauvais choix après une délibération plus approfondie, alors ces expériences remettent en question de façon beaucoup plus sérieuse la notion même de rationalité humaine. Si la vie des humains n'est qu'une suite de mouvements aléatoires, ce n'est plus seulement la définition, mais la possibilité même du choix qui est remise en question.

Sowden affirme qu'il n'existe pas de critères indépendants de la théorie permettant de démontrer qu'être "meilleurs par rapport aux résultats" est une condition essentielle de la rationalité. Il ne s'agirait ici que d'un présupposé, donc d'un point de vue normatif, il ne serait pas justifié de conserver l'axiome d'annulation. Par contre, si on ne peut pas dire qu'il est irrationnel d'accorder de la valeur à la certitude, cela ne signifie pas qu'il faille lui en accorder pour être rationnel. Si les bayésiens n'ont pas de critère indépendant de leur théorie pour définir la rationalité, cela constitue un argument contre cette théorie, bien que cela ne constitue pas une *preuve* que son caractère normatif est inadéquat.

La théorie de l'utilité attendue présuppose l'indifférence de l'agent face au risque. L'évaluation du risque ne sert qu'à pondérer la valeur qu'on attribue à la conséquence d'un acte. Deux axiomes de la théorie expriment cette idée : le principe d'invariance exclut la possibilité qu'un coût psychologique soit associé au processus dans lequel l'individu s'engage en faisant un choix (par exemple, le processus est rallongé lorsque le prix d'une loterie est une autre loterie) et que ce coût puisse avoir une influence sur l'utilité attendue. Le principe d'annulation, de son côté, affirme que la préférence originale d'un individu entre deux prix se maintient pour toute loterie impliquant ces deux prix. Donc ce principe exclut la possibilité qu'un préjugé favorable pour la certitude puisse "s'ajouter" aux préférences de départ et modifier sensiblement leur utilité. Sowden envisage le cas d'un individu qui respecte le principe d'invariance mais qui ne respecte pas le principe d'annulation. Cet individu est-il rationnel ou non?

> «Consider an individual who, if he *has* to gamble, i.e., the only alternatives available are risky alternatives, then he simply chooses so as to maximize expected utility (...). But also suppose that this individual is such that if he does *not* have to gamble, i.e., he may choose between an alternative which is certain and another which is risky, then the alternative which is certain has additional value for him *in virtue of the fact* that it offers him the certainty of a given prize as against the risk and consequent psychological cost associated with the other alternative.»[97]

Les expériences qui démontrent que les individus ne respectent pas, dans leurs décisions, le principe d'annulation jouent sur la valeur que les sujets accordent, de façon générale, à la certitude. Autrement dit, les sujets accordent une valeur accrue aux actions qui entraînent toujours, quel que soit l'état du monde qui est réalisé, la même conséquence, de façon certaine. Dans le cas de l'axiome d'annulation, ce qui est "sûr" ce sont les conséquences étant donné un certain état du monde. Ainsi, peu importe l'action que je choisis, si tel état est réalisé, alors les conséquences seront les mêmes. Prenons, par exemple, la table de décision suivante :

Tableau 6.1 Axiome d'annulation et effet de certitude

	E_1	E_2	E_3	E_4	(...)	E_n
A_1	C_1	C_1	C_4	C_5	(...)	C_{n+1}
A_2	C_2	C_3	C_4	C_5	(...)	C_{n+1}

En vertu de l'axiome d'annulation, les états E_3 à E_n ne devraient pas influencer notre choix puisque pour chacun d'eux, les conséquences sont les mêmes. En effet, on peut aisément imaginer que, si le problème était représenté sans les états E_4 à E_n, la relation de préférence entre les actes serait la même. Cependant, si on «annule» aussi E_3, il est fort possible que

97 *Idid.*, p.298

cela provoque un renversement des préférences car l'effet de certitude entrerait alors en conflit avec l'application de l'axiome d'annulation.

Un des arguments avancés pour soutenir la théorie de l'utilité attendue et pour démontrer qu'il n'est pas rationnel de valoriser la certitude vient des économistes. Une entreprise suivant les règles de maximisation de l'utilité attendue serait avantagée par rapport à une entreprise prudente et arriverait à imposer la rationalité à tout le marché. Cependant ce scénario économique est-il réaliste? Prenons le cas d'un président de compagnie considéré comme une personne responsable et efficace par ses actionnaires. Ne serait-il pas le premier à avoir intérêt à accorder de la valeur à la certitude? Dans un contexte où seuls les résultats financiers comptent pour les actionnaires, il ne serait pas nécessairement bien vu d'être passé à côté d'un profit assuré pour avoir couru la chance -et perdu - d'obtenir un gain un peu plus élevé. Comme le dit la maxime populaire, "un tien vaut mieux que deux tu l'auras"...

D'un autre côté, le modèle économique n'est peut-être tout simplement pas apte à fournir -encore moins à imposer- un modèle de rationalité, dans un monde où la libre-concurrence supposée par le modèle n'est qu'une utopie et où la "main invisible" s'affaire à remplir les poches des uns avec les profits et à rembourser les pertes à même les poches des autres. Rien de plus facile que de jouer la fortune des autres au casino! Dans ce contexte, les cambistes, financiers et autres agents économiques ressemblent d'avantage au joueur compulsif qu'au modèle du décideur rationnel. Peut-être bien qu'on en trouverait plus d'un sur le plancher de la bourse pour défendre avec conviction l'idée que la seule attitude réellement rationnelle consiste à valoriser le risque, petite maxime populaire à l'appui, ici aussi : "qui risque rien n'a rien". Bien sûr, on pourrait répondre que ces décisions qui semblent rationnelles à certains individus ne semblent pas être les décisions les plus heureuses dès qu'on les replace dans un contexte social plus large. Si on résume toute cette discussion, la question est de savoir quelle attitude est la plus rationnelle : accorder de la valeur à la certitude, accorder de la valeur au risque ou être indifférent? En fait, il s'agit d'un faux problème en regard de la théorie de l'utilité attendue car la théorie ne prescrit pas le contenu des préférences, elle ne donne pas de balises pour déterminer si une préférence est rationnelle ou non, seul le processus de décision peut être qualifié de rationnel - ou non. Le sens minimal du concept de "rationalité" consiste à choisir de façon à maximiser l'utilité de ses préférences, en fonction de ses croyances.

L'usage contemporain du terme "rationnel", en théorie de la décision, exclut à l'avance qu'on puisse avoir des préférences rationnelles et irrationnelles. Si les théoriciens de la décision voient leur rôle comme consistant à nous dire comment choisir rationnellement au sens minimal, c'est-à-dire de façon cohérente, il peut donc sembler surprenant d'apprendre que les tenants de l'approche normative affirment quelque chose qui va beaucoup plus loin que cela. Mais cela ne montre pas qu'un sens plus étendu de "rationnel", où nous pouvons parler de préférences rationnelles et irrationnelles nous est complètement inconnu et incohérent. Dans tous les cas, montrer ceci exigerait un argument additionnel que nous n'avons pas présenté.

Si la certitude correspond simplement à nos croyances sur l'état du monde, elle ne devrait pas provoquer le renversement de nos préférences dans un cas comme celui du paradoxe d'Allais. Par contre, si elle est comprise comme une caractéristique de la conséquence sur laquelle portent mes préférences, alors il en va autrement. Si entre deux prix, A et B où A est un montant d'argent et B un billet de loterie, l'utilité que j'accorde à A ou à B n'est pas nécessairement égale ou même proportionnelle à la valeur monétaire de ces prix. Dans le paradoxe d'Allais, peut-être que pour moi, 0$ dans la situation 1 est égal à - 1 000 000 $ et n'est pas égal à la valeur de 0$ dans la situation 2. Cela implique que la relation entre la valeur monétaire et la valeur de l'utilité n'est pas univoque. Dans le cas du paradoxe d'Allais, ceci serait causé par le fait que la valeur d'une conséquence n'est pas indépendante de la valeur des autres conséquences, ce qui va à l'encontre des contraintes que la théorie impose à l'ordre des préférences. Cependant, en ce qui concerne l'effet de certitude, la marge est mince entre «imposer des contraintes» et «imposer des préférences».

Pourtant, c'est à partir de mes préférences que le calcul doit se bâtir. Comme le rappelle Tversky, «decision theorists are eager to tell people how to act, in the light of their values, but they are very reluctant to tell people how to feel, or what values they should have.»[98]

L'un des problèmes de la théorie normative est peut-être de prétendre faussement ne pas imposer de valeurs. Mais plus encore, c'est peut-être la recherche de cette neutralité qui cause problème. Une neutralité impossible et qui n'est peut-être pas, somme toute, souhaitable. Il semble que de plus en plus de voix s'unissent pour critiquer la notion de rationalité instrumentale. Notons au passage que c'est la thèse défendue par John Saul dans son livre *Les bâtards de Voltaire*. Les bâtards en questions sont justement ceux qui ont dénaturé la notion de rationalité en la vidant de son contenu pour ne laisser qu'une boîte vide dans laquelle on peut mettre n'importe quoi. Pour reprendre son exemple des égoûts de Paris, si on n'avait fait que des choix "rationnels", Paris serait encore aujourd'hui un dépotoir à ciel ouvert. Dans une version plus actuelle, c'est pour "rationaliser" les entreprises que des milliers de personnes sont mises à pied. L'idéal de rationalité a été récupéré, comme bien d'autres idéaux, et a été retourné contre lui-même. Selon Saul, de guide vers l'autonomie qu'il était au siècle des Lumières, il est devenu un outil d'exploitation, un nouvel autel sur lequel on demande aux individus de venir se sacrifier. La neutralité caractéristique de la rationalité instrumentale a pour conséquence d'en faire un instrument qui peut être au service de toutes les causes, bonnes ou mauvaises.

Le fait d'exiger de ne pas valoriser la certitude est aussi une conséquence de cette neutralité. Pourtant, à partir de la discussion que nous venons de présenter, nous n'avons trouvé aucun argument nous obligeant à abandonner l'hypothèse selon laquelle il *n*'est *pas* irrationnel d'accorder de la valeur à la certitude comme telle. Ainsi, la théorie normative de la décision doit relever un défi de taille qui concerne, entre autres, l'axiome d'annulation.

---

98 Tversky «A critique of expected utility theory», 1975, p.172.

Nous avons vu que l'équilibre entre théories normatives et théories descriptives est difficile à atteindre. Il semble pourtant évident qu'un échange réel entre les deux approches pourrait se traduire par un enrichissement mutuel. La théorie normative a de la difficulté à arrimer ses axiomes au phénomène réel de la prise de décision, alors que la théorie descriptive propose une représentation souvent confuse de ces phénomènes. Les relations qui unissent les trois éléments de notre triangle (Cf.p.7) : monde, représentation du monde et système mathématique, restent encore à travailler.

Avons-nous répondu à notre question de départ, soit : est-il raisonnable d'être rationnel? Dans un premier temps, au moment de présenter les axiomes de la théorie normative, ceux-ci nous sont apparus intuitivement valables, de telle sorte qu'agir rationnellement, c'est-à-dire conformément à ces axiomes, nous est apparu tout à fait raisonnable. Puis en prenant connaissance de divers paradoxes, il nous a semblé qu'agir irrationnellement, dans certaines situations, n'est pas pour autant déraisonnable. Et en conclusion nous avons soulevé l'hypothèse que c'est peut-être la rationalité purement instrumentale qui est, en elle-même déraisonnable. Nous n'avons cependant pas développé d'argumentation pour soutenir cette hypothèse qui pourrait constituer une piste de réflexion pour une recherche ultérieure.

BIBLIOGRAPHIE

Allais, M. 1953. «Le comportement de l'homme rationnel devant le risque : Critique des postulats et axiomes de l'école américaine». *Econometrica* , vol. 21, p. 503-546.

—— 1995. «Allais' Rejoinder». *Theory and Decision* , vol. 38, no 3, p. 309-311.

Anand, P. 1987. «Are the Preference Axioms Really Rational?». *Theory and Decision* , vol. 23 ,p. 189-214.

Anscombe, F. J. et Aumann, R.J. 1963. «A Definition of Subjective Probability». *Annals of Mathematical Statistics* , vol. 34, p.199-205.

Aristote, 1965. *Organon*, V, *Les Topiques*, I, 1, trad. par J. Tricot, Paris, Vrin.

Arkes, H R. et K. R. Hammond (éd.). 1986. *Judgment and decision making : An interdisciplinary reader*, Cambridge : Cambridge University Press.

Baars, B. J. 1986. *The Cognitive Revolution in Psychology*. New York : Guilford Press.

Bacharach, M. et S. Hurley (éd.). 1991.*Foundations of Decision Theory*. Cambridge: Basil Blackwell.

Bar-Hillel, M. et A. Margalit . 1988. «How Vicious are Cycles of Intransitive Choice?». *Theory and Decision* , vol. 24, p.119-145.

Baron, J. 1988. *Thinking and Deciding* . Cambridge : Cambridge University Press.

Bell, D.E. 1982. «Regret in decision making under uncertainty». *Operations Research* , vol. 30, p. 961-81.

Bell, D.E., Raiffa, H., et Tversky, A., 1988. *Decision making: Descriptive, normative, and prescriptive interactions.* Cambridge : Cambridge University Press.

Bernoulli, *Ars Conjectandi*, Basel, 1713

Bernoulli, D. 1954. «Exposition of a new theory on the measurement of risk», trad. par Louise Sommer, *Econometrica*, no.22.

Black, M. 1985. «Making intelligent choices, how useful is decision theory?»,*Dialectica* , vol.39, no. 1, p.19-34.

Black, M. «Probability». *The Encyclopedia of Philosophy* , P. Edwards (éd.), vol.4, New York : The Macmillan Company, p. 169-181.

Block, N. (éd.). 1980. *Readings in Philosophy of Psychology*, vol.1. Cambridge : Cambridge University Press.

Bolker, E. 1967. «A Simultaneous Axiomatization of Utility and Subjectivive Probability». *Philosophy of Science* , vol. 34, p. 333-340.

Borcherding, K., Larichev, O.et D.M. Messick (éd.) 1990. «Contemporary issues in decision making.».Amsterdam : North Holland.

Borel, E., 1924. «A propos d'un traité de probabilités». *Revue philosophique* , p. 47-60.

Borel, E. 1950. *Probabilités et certitude*. Paris : PUF, coll. «Que sais-je?», no.445.

Borel, E. 1952. *Valeur pratique et philosophie des probabilités*, Paris, Gauthier-Villars.

Bouveresse, J. 1993 L'*homme probable, Musil, le hasard, la moyenne et l'escargot de l'histoire* . Combas : L'Éclat.

Brady, M. E.et H.B. Lee. 1991. «Theoretical comparison of the decision theories of J. M. Keynes, Kahneman-Tversky, and Einhorn-Hogarth.». *Psychological Reports*; Vol 69, no.1, p.243-251.

Brewer, K.R.W. 1963. «Decision under uncertainty: Comment». *Quarterly Journal of Economics* , vol. 77, p. 159-161.

Broome, J. 1985. «A mistaken argument against the expected utility theory of rationality». *Theory and Decision* , vol. 18, p. 313-319.

—— 1991. «A Reply to Sen's "Utility: Ideas and Terminology"». *Economics and Philosophy*, vol. 7, no 2, p. 285-287.

Brown, H.I. 1988. *Rationality* . London : Routledge.

Callens, S. 1997. *Les maîtres de l'erreur* . Paris : PUF.

Campbell, R. 1985. «Review Article: Rational Decision and Causality». *Dalhousie Review*, p. 608-616.

Carnap, R. 1962.*Logical Foundations of Probability*, 2e éd., Chicago : University of Chicago Press.

Cherniak, C. 1986. *Minimal Rationality* . Cambridge (Mass).: MIT Press.

Cohen, J. 1979. «On the Psychology of Prediction: Whose Is the Fallacy?» *Cognition* , vol. 7.

—— 1980. «Whose Is the fallacy? A Rejoinder to Daniel Kaneman and Amos Tversky» *Cognition* , vol. 8.

—— 1981. «Can human irrationality be experimentally demonstrated?». *The Behavioral and Brain Sciences*, , vol. 4, p.317.

—— 1983. «The controversy about irrationality». *Behavioral and Brain Sciences* , vol. 6, p.510-17.

Comte, A. 1975, *Cours de philosophie positive*, vingt-septième leçon, Paris, Hermann.

Cudd, A. 1993. «Game Theory and the History of Ideas about Rationality: An Introductory Survey». *Economics and Philosophy*, vol. 9, no 1, p. 101-134.

Dancy, J. et E. Sosa. 1992. A *Companion to Epistemology*. Oxford : Blackwell.

Davidson, D. 1980. «Psychology as Philosophy» in*Essays on Actions and Events* . Oxford : Clarendon Press, p.229-244.

de Finetti, B. 1937, «La prévision : ses lois logiques, ses sources subjectives» in *Annales de l'institut Henri Poincaré*, vol. 7, no 1.

—— 1961. «Dans quel sens la théorie de la décision est-elle et doit-elle être «normative»» in *La décision* . p.159-171. Paris : centre national de la recherche scientifique (ECNR).

—— 1972. «Subjective or objective probability: is the dispute undecidable?». *Symposia Mathematica* , vol 9, p.21-36.

—— 1978. «Probability: interpretations (II). *International Encyclopedia of Statistics* . New York : Free Press, p.744-754.

Diamond, P. 1967. «Cardinal welfare, individualistic ethics, and interpersonal comparison of utility: comment», *Journal of Political Economy*, no.75, p.765-6.

Drèze, J. 1987. *Essays on economic decisions under uncertainty*, Cambridge : Cambridge University Press.

Dummett, M.A.E., 1954. «Can an Effect Precede its Cause?». Chap. in *Truth and other Enigmas* , p. 319-331. London : Duckwood, 1978.

Earman, J., 1992. *Bayes or Bust: A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory* . Cambridge (Mass).: MIT Press.

Edwards, W. 1954. «The Theory of Decision Making», *Psychological Bulletin*, no.51, p.380-397.

Edwards, W., Lindman, H. et L.J. Savage, 1963. «Bayesian Sratistical Inference for Psychological Research». *Psychological Review* , vol. 70, no3, p.193-242.

Edwards, W. et A. Tversky (éd.), 1967. *Decision Making* . Harmonds-worth : Penguin.

Edwards, W. et von Winterfeldt, D. 1986. «On cognitive illusions and their implications». in *Judgment and Decision Making* , sous la dir. de H.R. Arkes et K.R. Hammond (éd), p.642-79. Cambridge : Cambridge University Press.

Efron, B. 1986. «Why isn't everyone a Bayesian?». *Amer. Statist.*, vol.40, no. 1, p.1 -11.

Einhorn, H.J. et R.M. Hogarth 1985. «Ambiguity and uncertainty in probabilistic inference». *Psychological Review*, vol. 92, p. 433-461.

Ellsberg, D., 1964. «Risk, ambiguity, and the Savage axioms». *Quartely Journal of Economics* , vol. 75.

Engel, P. 1993. «Logique, psychologie et normes de rationalité». in *Pensée logico-mathématique* , sous la dir. de O.Houdé et D. Miéville. Paris : PUF.

Engel, P. 1996. *Philosophie et psychologie* . Paris : Gallimard.

Evans, J., Over, D. E.et K.I. Manktelow. 1993. «Reasoning, decision making and rationality». Special Issue: Reasoning and decision making. *Cognition*, vol 4, p.165-187.

Fellner, W. 1961. «Distortion of subjective probabilities as a reaction to uncertainty» *Quartely Journal of Economics* , vol. 75, p.670-689.

Fiedler, K. 1988. «The dependence of the conjunction fallacy on subtle linguistic factors». *Psychological Research* , vol. 50, p.123-9.

Fine, T.L. 1973. *Theories of Probability* . New York : Academic Press.

—— 1983. «Foundations of probability» In *Encyclopedia of Statistical Sciences*, sous la dir. de S. Kots et N. Johnson, vol. 3, p.175-184. New York : Wiley.

Fischhoff, B. 1982. «Debiasing» in *Judment under Uncertainty: Heuristics and Biases*, sous la dir. de D. Kahneman, P. Slovic et A. Tversky, p.422-44. Cambridge : Cambridge University Press.

—— 1983. «Predicting frames». *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition* , vol. 9, p. 103-116.

Fishburn, P.C. 1970. *Utility Theory for Decision Making*. New York : Wiley & sons

—— 1981. «Subjective Expected Utility: a Review of Normative Theories». *Theory and Decision* , vol.13, p.139-199

—— 1982. *The Foundations of Expected Utility Theory*. Dordrecht : Reidel.

—— 1986. «The Axioms of Subjective Probability». *Statistical Science* , vol.1 No.3, p.335-358.

Fox, R. 1992. «Prejudice and the unfinished mind: A new look at an old failing.». *Psychological Inquiry*; Vol 3, no.2, p.137-152.

French, S. 1982. «On the axiomatisation of subjective probabilities» *Theory and Decision* , vol. 14, p.19-33.

Friedman, M. et L.J. Savage. 1952. «The expected-utility hypotheses and the measurability of utility», *Journal of Political Economy*, 60, p. 468-469.

Galavotti, M. C. 1991. «The Notion of Subjective Probability in the Work of Ramsey and de Finetti». *Theoria*, vol LVII, no 3, p.239-259.

Gärdenfors P.and N-E. Sahlin. 1988. *Decision, Probability, and Utility* . Cambridge : Cambridge University Press.

Gardner, H. 1993. *Histoire de la révolution cognitive* . Paris : Éditions Payot.

Gigerenzer, G. 1987. «Probabilistic thinking and the fight against subjectivity». in *The probabilistic revolution*, Vol. 2, p.11 -33, Cambridge : MIT Press.

Gigerenzer, G. 1991. «On cognitive illusions and rationality». *Poznon Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities* , vol. 21, p.225-249.

Gigerenzer, G. 1996. «On narrow norms and vague heuristics: A reply to Kahneman and Tversky.». *Psychological Review* , Vol 103(3), p.592-596.

Gillies, D. A. 1994. «Philosophies of probability» in *Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences*, sous la dir. de I. Grattan-Guinness, New York : Routledge.

Gilovich, T. 1991. *How We Know What Isn't So : The Fallibility of Human Reasoning in Everyday Life*, New York : Free Press.

Goldman, A.I. 1970. *A Theory of Human Action* . Englewood : Prentice-Hall.

—— 1986. *Epistemology and Cognition*. Cambridge (Mass): Harvard University Press, chap.13-16

Good, I,J., 1971. «Twenty-seven principles of rationality» in *Foundations of Statistical Inference* , sous la dir. de V. P. Godambe et D.A. Sprott , p. 123-127. Toronto : Holt, Rinehart, and Winston.

—— 1995. «The probability that the batterer was the murderer». *Nature*, vol.375 , 541

Gould, S.J. 1991. *La vie est belle, les surprises de l'évolution*, Paris : Le Seuil.

Grattan-Guinness, I., 1994. *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, New York : Routledge.

Grether, D.M. 1978. «Recent psychological studies of behavior under uncertainty». *American Economic Review Papers and Proceedings* , vol. 68, p. 70-74

Hacking, I. 1975. *The Emergence of Probability*. Cambridge : Cambridge University Press.

Hammond, P. 1985. "Consequential behavior in decision trees and expected utility". *Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences Working Paper* no.112. Stanford (Calif): Stanford University.

Harman, G. 1973. *Thought* Princeton (N.J) : Princeton University Press.

—— 1986. *Change in View* . Cambridge (Mass) : MIT Press.

Harper, W.L. et C.A. Hooker (éd.) 1976. *Foundations of Probability theory, Statistical Inference, and Statistical Theories of Science*, vols. I-III. Dordrecht : Reidel.

Haslett, D W. 1990. «What Is Utility?». *Economics and Philosophy* , vol. 6, no 1, p. 65-94.

Heap, S. et Alii, 1992. *The Theory of Choice; A critical guide* .Cambridge : Blackwell.

Hill, B.M. 1993. «Dutch books, the Jeffreys-Savage theory of hypothesis testing and Bayesian reliability». in *Reliability and decision making*, p.31-85, London : Chapman & Hall.

Hogarth, R.(éd), 1982.*Question Framing and Response Consistency* . San Francisco : Jossey Bass.

—— 1987 *Judgement and Choice*. New York : Wiley & sons (seconde édition).

Hollis, M. et S. Robert. 1993. «Rationality in Action». *Mind*, vol. 102, no 405, p. 1-35.

Holt, L. D. 1993. «Rationality is hard work: an alternative interpretation of teh disruptive effects of thinking about reasons». *Philosophical Psychology*, vol.6, no.3, p.251-266

Hooker,C.A., Leach, J.J. et E.F. McClennen (éd.),1978. *Foundations and Applications of Decision Theory*, vol.I-II. Dordrecht : Reidel.

Howson, C. 1995. «Theories of probability». *British J. Philos. Sci.* , vol.46, no. 1, p.1 -32.

Howson, C. et Urbach, F. 1989. *Scientific Inference: The Bayesian Approach*.. La Salle : Open Court.

Hurley, S.L. , *Natural Reasons* . New York : Oxford University Press.

Jarrosson B. 1994. *Décider ou ne pas décider*? Paris : Maxima.

Jeffrey, R. C. 1965b. *The Logic of Decision* . New York : McGraw-Hill.

—— 1981. «The Logic of Decision Defended». *Synthese*, vol. 48, p. 473-492

—— 1992. «Probability and the art of judgment.». in *Cambridge Studies in Probability, Induction, and Decision Theory*, Cambridge : Cambridge University Press.

Johnson-Laird, P. et P. Wason, (éd). 1977. *Thinking*. Cambridge : Cambridge University Press.

Kadane, J. B. 1992. «Healthy Scepticism as an Expected-Utility Explanation of the Phenomena of Allais and Ellsberg». *Theory and Decision* , vol. 32, no 1, p. 57-64.

Kahneman, D. 1981. «Who shall be the arbiter of our intuitions?» *Behavioral and Brain Sciences*, vol.4. p.339.

—— 1991. «Judgment and decision making: A personal view.». *Psychological Science*, vol 2, no.3, p.142-145.

Kahneman, D. et Miller, D.T. 1986. «Norm theory: comparing reality to its alternatives». *Psychological review* , vol. 93, p.136-53.

Kahneman, D. et Snell, J. 1990. «Predicting utility». in *Insights in Decision Making: a Tribute to Hillel Einhorn* , sous la dir. de R.M. Hogarth, p.295-310. Chicago : University of Chicago Press.

Kahneman, D., Slovic, P. et A. Tversky (éd.). 1982. *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biaises*. Cambridge : Cambridge University Press.

Kahneman, D. et A. Tversky, 1972. «Subjective Probability : a Judgment of Representativeness». *Cognitive Psychology*, vol. 3, p.430-454.

—— 1972b. «On prediction and judgment». ORI *Research Monograph*, vol.12 no.4.

—— 1973. «On the Psychology of Prediction» *Psychological Review* , vol. 80. p.237-251.

—— 1979a. «Intuitive prediction : Biases and corrective procedeures. TIMS *Studies in Management Science*, vol.12, p.313-327.

—— 1979b. «Prospect theory: An analysis of decision under risk». *Econometrica*, vol.47, p. 263-291 (reproduit in *Decision, Probability, and Utility* ,sous la dir. de P. Gärdenfors et N-E. Sahlin, 1988, chap.11. Cambridge : Cambridge University Press.

—— 1979c. «On the Interpretation of Intuitive Probability: A Reply to Jonathan Cohen» *Cognition* , vol. 7. p.409-411.

—— 1982a. «On the study of statistical intuitions». *Cognition* , vol. 11, p.123-41.

—— 1982b. «The psychology of preference». *Scientific American* , vol. 246, p. 160-173.

—— 1982c. «Variants of Uncertainty». *Cognition*, vol.11, p.143-157.

—— 1982d. «The Simulation Heuristic». dans *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biaises*. sous la dir. de D. Kahneman, P. Slovic et A. Tversky, p.201-208, Cambridge : Cambridge University Press.

—— 1983. «Extensional versus intuitive reasoning.». *Psychological Review* , vol. 90, p.313.

—— 1984. «Choices, values, and frames». *American Psychologist* , vol. 39, p. 341 - 350.

—— 1996. «On the reality of cognitive illusions.». *Psychological Review*, vol 103, no.3, p.582-591.

Kahneman, D. et C. Varey. 1991. «Notes on the psychology of utility.». in *Interpersonal comparisons of well being. Studies in rationality and social change*., sous la dir. de J. Elster et J.E. Roemer, p. 127-163. Cambridge : Cambridge University Press.

Kast, R. 1991. «A Foundation of Bayesian Statistics (How to Deal with Fears),». *Theory and Decision*, p. 175-197.

Kast, R. 1993. *La théorie de la décision*, Paris : Éditions La Découverte.

Kaufmann, J N. 1990. «Apriorisme et théorie du choix rationnel». *Dialogue* (Canada), p. 219-246.

Kleindorfer, P.R., Kunreuther, H.C. et P.J.H. Schoemaker. 1993. *Decision Sciences*. Cambridge : Cambridge University Press.

Kline, M. 1980. *Mathematics : the loss of certainty*, New York : Oxford University Press.

Koopman, B. 1940. «The Bases of Probability», *Bulletin of American Mathematical Society*, no.46.

Krantz, D. H., R. D. Luce, P. Suppes et A. Tversky. 1971. *Foundations of Measurement* . New York : Academic.

Kyburg, H. E. 1974. «Propensities and Probabilities», *British Journal for the Philosohy of Science*, no.25, p.358-375.

—— 1978. «Subjective Probability; Criticisms, Reflections, and Problems». *Journal of Philosophical Logic*, vol.7, p.157-180.

—— 1983. «Rational belief». *The Behavioral and Brain Sciences*, vol. 6, p. 231-273.

Laplace, S. 1986. *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris : C. Bourgois, première éd. 1814.

Lee, W. 1971. *Decision Theory and Human Behavior* . New York : Wiley & sons

Lepage, F. «Le paradoxe de Newcomb et deux types de rationalité». *Cahier du Département de philosophie* no 92-12, Montréal, Université de Montréal.

Levy, R. 1992. «Another Day for an Old Dogma». *Proceeding of Philosophical Science Association* , vol. 1, p. 131-141.

Li, S. 1993. «What is wrong with Allais' certainty effect?». *Journal of Behavioral Decision Making*, vol 6(4), p.271-281.

Li, S. 1994. «What is the role of transparency in cancellation?». *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, Vol 60, no.3, p.353-366.

Li, S. et A.S. Adams. 1995. «Is there something more important behind framing?». *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 62(2), p.216-219.

Lipman, B. 1991. «How to Decide How to Decide How to...: Modeling Limited Rationality». *Econometrica* , vol. 59, p.1105-1125.

Loomes, G. et R. Sugden 1982. «Regret theory: an alternative theory of rational choice under uncertainty». *Economic Journal* , vol. 92, p. 805-824.

Lopes, L.1991. «The rhetoric of irrationality». *Theory and Psychology* , vol. 1, no.1, p. 65-82.

Lopes, L. et G. C. Oden. 1991. «The rationality of intelligence». *Posnon Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities* , vol. 21, p. 199-223.

Luce, R.D. 1971. *Individual Choice Behavior* . New York : Wiley & sons.

—— 1977. «The choice axiom after twenty years». *Journal of Mathematival Psychology* , vol. 15, p. 215-233.

Luce, R. D., Krantz, D.H., Suppes, P.et A. Tversky. 1990. *Foundations of measurement, Vol. 3: Representation, axiomatization, and invariance.* San Diego : Academic Press inc.

Luce, R.D et H. Raiffa 1957. *Games and Decisions.* New York : Wiley & sons.(Partiellement reproduit in *Decision, Probability, and Utility* , sous la dir. de P. Gärdenfors et N-E. Sahlin, 1988, chap.3. Cambridge : Cambridge University Press.

Lyon, D. et P. Slovic. 1976. «Dominance of accuracy information and neglect of base rates in probability estimation.». *Acta Psychologica*, vol 40, no.4, p.286-298.

MacCrimmon, K.R. 1968. «Descriptive and normative implications of the decision theory postulates». in *Risk Under Uncertainty*, éd. par K. Borch et J. Mossin. London : Macmillan & co.

MacCrimmon, K.R. et S. Larsson. 1979. «Utility theory: Axioms versus paradoxes». in *Expected Utility Hypothesis and the Allais Paradox* , éd. par M. Allais et O. Hagen, p. 333-409. Dordrecht : Reidel.

Macdonald, R.R.et K.J. Gilhooly. 1990. «More about Linda: or Conjunctions in context.». *European Journal of Cognitive Psychology*, vol 2, no.1, p.57-70.

Machina, M. 1982. «"Expected utility" analysis without the independence axiom». *Econometrica* , vol. 50, p. 277-323.

—— 1983. «Generalized expected utility analysis and the nature of observed violations of the independence axiom». in *Foundations of Utility and Risk Theory with Applications*, sous la dir. de B.P. Stigum et F. Wenstop, p. 117-136 Dordrecht : Reidel.

—— 1995. «Two Errors in the Allais Impossibility Theorem'». *Theory and Decision* , vol. 38, no 3, p. 231-250.

Macnamara, J. 1986. A *Border Dispute: The Place of Logic in Psychology*. Cambridge (Mass).: MIT Press.

Macnamara, J. et G.E.Reyes (éd). 1993. *The Logical Foundations of Cognition*, Oxford, Oxford University Press.

Maher, P. 1989. «Levi on the Allais and Ellsberg Paradoxes». *Economics and Philosophy*, vol.5, p. 69-78.

Manktelow, K.I. et D.E. Over. 1987. «Reasoning and rationality». *Mind and Language* , vol. 2, p.199-219.

—— 1993. *Rationality: Psychological and Philosophical Perspectives* . London : Routledge.

McClennen, E. 1983. «Sure-thing doubts». in *Foundations of Utility and Risk Theory with Applications*, éd. par B.P. Stigum et F. Wenstop, p. 117-136. Dordrecht : Reidel (reproduit in Gärdenfors P.and N-E. Sahlin, 1988. *Decision, Probability, and Utility*. Cambridge : Cambridge University Press, chap.10)

McDonald, G. et McDonald P. (éd.). 1995. *philosophy of psychology* . Oxford : Blackwell.

Mongin, P. 1984. «Modèle rationnel ou modèle économique de la rationalité?». *Revue économique* , vol. 35, p. 9-64.

—— 1992. «L'optimisation est-elle un critère de rationalité individuelle?» *cahiers d'épistémologie*, Université du Québec à Montréal, Cahier no 9301,

Moser, P.K. (éd.) 1990. *Rationality in action: Contemporary approaches*, New York : Cambridge University Press.

Munier, B. 1989. «Cognition and Uncertainty». *Theory and Decision* , vol. 27, p. 93-106.

Nietzsche, F. 1989.*Aurore*, Paris : Gallimard.

Pascal. 1963. *Oeuvres complètes*, Paris : éditions du Seuil.

Poisson, S.D. 1837. *Recherches sur la Probabilité des Jugements*. Paris : Bachelier.

Popper, K. 1957. «The Propensity Interpretation of the Calculus of Probability, and Quantum Mechanics», *Observation and Interpretation*, sous la dir. de S. Körner, p. 65-70, New York : Academic Press.

Popper, K. 1959. «The Propensity Interpretation of Probability», *British Journal for the Philosophy of Science*, no.10.

Raiffa, H. 1970. *Decision Analysis: Introductory Lectures on Choices under Uncertainty*, , Reading, Massachusetts : Addison-Wesley.

Reiner, R. 1995. «Arguments against the possibility of perfect rationality». *Minds and Machines*, vol 5, no.3, p.373-389.

Resnik, M.D. 1987. *Choices: an Introduction to Decision Theory*, Minneapolis, University of Minnesoty Press, .

Rucai, A. 1994. «Everyday judgements and cognitive biases». *Revue Roumaine de Psychologie*; vol 38, no.1, p.53-68.

Sahlin. 1986. «"How to be 100% certain 99.5% of the time"». *Journal of Philosophy*, vol. 83, p. 91-111.

—— 1987. «The significance of empirical evidence for developments in the foundations of decision theory». in *theory and Experiment*, sous la dir. de D. Batens et J.P. van Bendegem. Dordrecht : Reidel.

Salmon, W.C. 1979. *The Foundations of Scientific Inference*, 5e éd. University of Pittsburgh Press. 1ère éd., 1966.

Savage, I. R. 1980. «On not being rational». in *Bayesian statistics*, p.321 -328, Valencia : Univ. Press.

Savage, L.J. 1972. *The Foundations of Statistics*. 2e éd. rev. et augm. New York : Dover publications.

—— 1961. «The Foundations of Statisticcs Reconsidered.» *Proceedings of the Fourth Berkeley symposium on Mathematical Statistics and Probability*, vol.1, J.Neyman (éd.), p.575-586.

—— 1967. «Implications of Personal Probability for Induction». *Journal of Philosophy* , vol.64, p. 593-607.

—— 1967. «Difficulties in the Theory of Personal Probability». *Philosophy of Science* , vol. 34, p. 305-310. reprod. et traduit dans *Mathématique et sciences humaines*, vol.21, 1968, p.5-9.

—— 1977 «The Shifting Foundations of Statistics.» *Logic, Laws and Life : Some Philosophical Complications*, R.G.Colodny, ed., Pittsburgh : University of Pittgsburgh Press, p.3-18

Schick, F. 1984. *Having Reasons* . Princeton (N.J) : Princeton University Press.

—— 1987. «Rationality: a Third Dimension». *Economics and Philosophy* , vol. 3, p. 49-66.

Schoemaker, P.J.H. 1991. «The Quest for Optimality: A positive Heuristic of Science?». *Behavioral and Brain Sciences* , 14, p.205-215, suivi de commentaires par d'autres auteurs, ibid., p.215-237, et de "Author's Response", ibid., p. 237-240.

Schwartz. 1972. «Rationality and the Myth of the Maximun». *Noûs* , vol. 6, p. 97-117.

Seidenfeld, T. 1988. «Decision Theory without "Independence" or without "Ordering": What Is the Difference?» *Economics and Philosophy*, vol. 4, p. 267-290.

Sen, A.K. 1985. «Rationality and uncertainty». *Theory and Decision*, vol. 18, p. 109-128.

—— 1991. «Utility: Ideas and Terminology». *Economics and Philosophy* , vol. 7, no 2, p. 277-283.

Shafer, G. 1986. «Savage revisited». With comments and a rejoinder by the author. *Statist. Sci.* , vol.1, no. 4, p.463 -501.

Shafir, E et A. Tversky. 1995. «Decision making.». in: *Thinking: An invitation to cognitive science*, Vol. 3 (2nd éd..) sous la dir. de Edward E. Smith et Daniel N. Osherson, p. 77-100, Cambridge : MIT Press.

Shafir, E., Simonson, I.et A. Tversky. 1993. «Reason-based choice. Special Issue: Reasoning and decision making.». *Cognition*, vol 49, p.11-36.

Simon, H.A. 1978. «Rationality as process and as product of thought». *American Economic Review: Papers and Proceedings* , vol. 68, p. 1-16.

—— 1983. *Models of Bounded Rationality* . vols 1-2. Cambridge (Mass).: MIT Press.

Skyrms, B. 1975. *Choice and Chance* Belmont (Calif).: Wadsworth.

—— 1992. «Theories of Probability» inA *Companion to Epistemology*. sous la dir. de Dancy, J. et E. Sosa. Oxford : Blackwell. p.374-378.

Slovic, P. 1990. «Choice». in *Thinking: an invitation to cognitive science*, sous la dir. de D. N. Osherson et E. E. Smith, chap. 4. Cambridge (Mass).: MIT Press.

Slovic, P. et S. Lichtenstein. 1983. «Preference reversals: a broader perspective» *American Economic Review* , vol. 73, p. 596-605.

Slovic, P., S. Lichtenstein. et B. Fischhoff. 1989. «Decision making». in *Stevens' Handbook of Experimental Psychology* , sous la dir. de R.C. Atkinson, R.J. Herrnstein, G. Lindzey et R.D. Luce, 2e éd. New York : Wiley & sons.

Slovic, P. et A. Tversky. 1974. «Who Accepts Savage's Axiom?». *Behavioral Science*, vol. 19, p. 368-373.

Smedslund, J. 1970. 1990. «A critique of Tversky and Kahneman's distinction between fallacy and misunderstanding». *Scandinavian Journal of Psychology* , vol. 31, p. 110-20.

Sobel, J. H. 1994. *Taking Chances: Essays on Rational Choice* . New York : Cambridge Univ Press.

Sober, E. 1981. «The Evolution of Rationality». *Synthese* , vol. 46.

Sowden, L. 1984. «The Inadequacy of Bayesian Decision Theory». *Philosophical Studies* , vol. 45, p. 293-314.

Sperber, D. 1982. «Apparently Irrational Beliefs» in *Rationality and Relativism*, sous la dir. de M.Hollis et S. Lukes. Cambridge (Mass).: MIT Press.

Stevenson, M.K., Busemeyer, J.R. et J.C. Naylor. 1990. «Judgment and decision-making theory.» dans M.D. Dunnette et L.M. Hough (éd.), *Handbook of industrial and organizational psychology* (2iè éd., vol.1, p.283-374). Palo Alto CA : consulting Psychologists Press, Inc.

Stich, S. 1983. *From Folk Psychology to Cognitive Science* . Cambridge (Mass).: MIT Press.

—— 1985. «Could Man Be an Irrational Animal?» *Synthese* 64(1). (Reproduit in Kornblith. 1985. *Naturalising Epistemology* . Cambridge (Mass).: MIT Press.)

—— 1990b. «Rationality» in *Thinking: An Invitation to Cognitive Science* , vol. 3, sous la dir. de D.N. Osherson et E.E. Smith. Cambridge (Mass).: MIT Press.

Suppes, P. 1981. *Logique du probable* . Paris : Flammarion.

Suppes, P., D. Davidson et S. Siegel. 1957. *Decision-Making* . Stanford : Stanford University Press.

Tullock, G. 1964. «The Irrationality of Intransitivity». *Oxford Economic Papers* , Nouvelle Série, vol. 16, p. 401-406.

Tversky, A. 1967. «Additivity, utility, and subjective probability». *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 4, p. 175-201.

—— 1969. «Intransitivity of preferences». *Psychological Review* , vol. 76, p. 31-48.

—— 1975. «A critique of expected utility theory: descriptive and normative considerations». *Erkenntnis*, vol. 9, p. 163-173.

—— 1977. «On the elicitation of preferences: descriptive and prescriptive considerations». in *Conflicting Objectives in Decisions* , sous la dir. de D.E. Bell, R.L. Keeney, et H. Raiffa. New York : Wiley & sons.

—— 1981. «L.J. Cohen, again : on the evaluation of inductive intuitions». *Behavioral and Brain Sciences*, vol.4, p.354.

Tversky, A. et D. Kahneman.1971. «Belief in the law of small numbers.» in *Psychological Bulletin*, vol.76, p.105-110.

—— 1973. «Availability: a heuristic for judging frequency and probability». *Cognitive Psychology* , vol. 4, p. 207-32.

—— 1974. «Judgment under uncertainty: Heuristics and Biases». *Science*, vol. 185, p. 1124-1131.

—— 1977. «Causal thinking in jugment under uncertainty». Dans *Basic problems in methodology and linguistics*, sous la dir. de R. Butts et J. Hintikka. Dordrecht : Reidel.

—— 1980. «Causal schemas in judgments under uncertainty» in *Progress in Social Psychology* , vol.1, sous la dir. de M. Fishbein, p. 49-72. Hillsdale (NJ) : Erlbaum.

—— 1981. «The framing of decisions and the psychology of choice». *Science*, vol. 211, p. 453-458.

—— 1982a. «Judgments of and by representativeness». Dans *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biaises*. sous la dir. de D. Kahneman, P. Slovic et A. Tversky, p.84-98, Cambridge : Cambridge University Press.

—— 1982b. «Evidential impact of base rates». Dans *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biaises*. sous la dir. de D. Kahneman, P. Slovic et A. Tversky, p.153-160, Cambridge : Cambridge University Press.

—— 1983. «Extensional versus intuitive reasoning: the conjunction fallacy in probability judgment». *Psychological Review* , vol. 90, p. 293-315.

—— 1986. «The framing of decisions and the evaluation of prospects». Logic,methodology and philosophy of science, VII (Salzburg, 1983), 503 -520, Stud. Logic Found. Math., 114, North Holland .

—— 1988. «Rational choice and the framing of decisions» in *Decision making: Descriptive, normative, and prescriptive interactions* , sous la dir. de D.E. Bell, H. Raiffa et A. Tversky, chap.9. Cambridge : Cambridge University Press.

——1993a. «Probabilistic reasoning.». in: *Readings in philosophy and cognitive science.*, sous la dir. de A.I. Goldman, p. 43-68. Cambridge : MIT Press.

—— 1993b. «Belief in the law of small numbers.» in *A handbook for data analysis in the behavioral sciences: Methodological issues*., sous la dir. de G. Keren et C. Lewis p. 341-349. Hillsdale : Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Tversky, A., D. Kahneman, D. Gentner, A. Collins, B. Fischhoff, S.J. Hoch et G.F. Loewenstein. 1992. «Inferential aspects and judgment under uncertainty.». in *Metacognition : Core readings*., sous la dir. de T.O. Nelson, p. 377-436. Boston : Allyn & Bacon, Inc.

Tversky, A., S. Sattath et P. Slovic. 1988. «Contingent weighting in judgment and choice.». *Psychological Review*, vol 95, no.3, p.371-384.

Tversky, A. et E. Shafir. 1992a. «The disjuction effect in choice under uncertainty». *Psychological Science* , vol. 3, no 5, p.305-9.

Voltaire. 1964. *Lettres philosophiques*, Paris : Garnier-Flammarion.

von Winterfeldt, D. 1989. «A re-examination of the normative-descriptive distinction in decision analysis.» Choice under uncertainty. *Ann. Oper. Res*. vol.19 , no. 1-4, p.499 -502.

Wakker, P. 1993. «Unbounded utility for Savage's "foundations of statistics" and other models.». *Math. Oper. Res.* , vol.18, no. 2, p.446 -485.

Ward, E. et A. Tversky. 1967. *Decision Making* , Penguin Books.

Wason, P. et P. Johnson-Laird. 1968. *Thinking and Reasoning*. Harmondsworth : Penguin.

—— 1970. «A Conflict between Selecting and Evaluating Information in an Inferential Task.» *British Journal of Psychology* vol. 61, p. 509-515.

Weatherford, R. 1982. *Philosophical Foundations of Probability Theory* . London : Routledge.

Wetherick, N. E. 1995. «Reasoning and rationality: A critique of some experimental paradigms». *Theory and Psychology*, vol 5, no.3. p.429-448.

Yoshino, R. 1989. «On the possible and stable psychophysical laws.». *J. Math. Psych.*, vol.33 , no. 1, p.68- 90.