Université de Montréal

Confection automatisée des horaires de médecins dans une salle d'urgence

par

Francis Forget

Département d'informatique et de recherche opérationnelle

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de

Maître ès sciences (M.Sc.)

en informatique option recherche opérationnelle

avril 2002

Université de Montréal

Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

Confection automatisée des horaires de médecins dans une salle d'urgence

présenté par:

Francis Forget

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Brigitte Jaumard
(président-rapporteur)

Bernard Gendron
(directeur de recherche)

Jacques Ferland
(co-directeur)

Jean-Yves Potvin
(membre du jury)

Mémoire accepté le:

20 juin 2002

Sommaire

La confection de l'horaire des médecins dans une salle d'urgence d'un grand hôpital est une tâche complexe qui demande beaucoup de temps et d'efforts de la part du planificateur. En effet, ce dernier doit tenir compte de plusieurs règles (souvent conflictuelles) touchant différents aspects : limite sur le nombre d'heures de travail hebdomadaires et mensuelles, limite sur le nombre de quarts de nuit travaillés, répartition la plus équitable possible des quarts de travail et des fins de semaine entre les médecins en tenant compte de leur ancienneté, requêtes du personnel, etc. Il faut donc établir un horaire qui soit le meilleur compromis possible en considérant les priorités établies.

Ce travail est basé sur deux études de cas. Le premier cas est celui de l'hôpital Santa-Cabrini de Montréal (2000-2002), alors que le second reprend un travail déjà effectué sur le cas de l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal (1998). Typiquement, confectionner un horaire de médecins dans une salle d'urgence requiert de libérer une personne experte sur un horizon pouvant s'étendre sur plus d'une semaine. Ce temps inclut la prise de données (disponibilités et requêtes des médecins), qui s'effectue souvent lors de réunions auxquelles assistent les médecins, de même que le temps nécessaire pour apporter des corrections au premier horaire généré. La technique employée par le médecin expert est une approche par essais et erreurs. Il tente de satisfaire toutes les contraintes, tout en essayant d'équilibrer les quarts de travail entre les médecins.

Le but du présent travail est d'implanter une méthode de résolution pour confection d'horaires qui permettrait de réduire le temps et l'effort consacrés à la planification tout en améliorant la qualité des horaires. Pour y arriver, nous abordons le problème par une approche de programmation mathématique dont le modèle sera résolu à l'aide d'un logiciel de programmation linéaire en nombres entiers. Des variantes de ce modèle sont présentées permettant de sélectionner celle qui réduira le plus le temps d'exécution sans déteriorer la qualité de l'horaire. De plus, pour faciliter le travail du planificateur, nous avons développé un logiciel qui intègre la méthode de résolution. Ce logiciel permet de sauvegarder les données recueillies dans une base de données, d'exécuter la méthode et de consulter l'horaire confectionné, ainsi que des statistiques s'y rattachant.

Suite à des expérimentations sur des données réelles provenant des deux hôpitaux, nous pouvons affirmer que notre méthode permet d'économiser du temps et des efforts. En effet, au lieu de libérer une personne experte pour confectionner un horaire pour une période pouvant s'étendre sur plus de 7 jours, nous estimons qu'elle permettrait de le planifier en moins d'une journée. De plus, lors de la phase de la planification, un autre membre du personnel de l'hôpital entraîné à l'utilisation de notre logiciel pourra s'acquitter de la tâche de confectionner les horaires.

Notre méthode génère des horaires de meilleure qualité que ceux conçus par le planificateur expert. En effet, elle permet de traiter simultanément plus de contraintes (surtout celles qui sont importantes aux yeux des médecins) que ne pourrait jamais le faire un expert humain. Également, elle obtient des résultats comparables quant à la satisfaction des requêtes des médecins.

Mots-clés : confection d'horaires de médecins, programmation en nombres entiers, interface, modélisation.

Abstract

The preparation of physicians' schedule in an emergency room of a major hospital is a complex task that requires a lot of time and efforts. Several rules, often conflicting, have to be taken into account. To name a few, total number of working hours per week and per month, limits on the number of night shifts, an equitable distribution of working shifts and weekends among physicians by taking into account their seniority and their special requests, etc. Therefore, it is necessary to produce the best schedule possible that respect the established priorities.

This work is based on two case studies. The first case concerns the Santa-Cabrini Hospital of Montréal (2000-2002), while the second follows from a previous study at the Sacré-Coeur Hospital of Montréal (1998).

Typically, it could take an expert almost a week to produce such schedule in an emergency room. This person has to obtain all requests and availabilities from the physicians, as well as allowing himself time to correct the first generated schedule brought up by the physicians. The technique used by the expert is an approach by try and error. He tries to satisfy all the constraints, while attempting to balance different types of shifts among physicians.

The purpose of the present work is to implement a method that will reduce time and effort, as well as improve the quality of schedules. To do so, we propose a mathematical programming model which is solved by an integer linear programming method available in a commercial software. Several variants of this model are presented. We select among them the one that provides a good tradeoff between the execution of the method and the quality of the schedule.

Furthermore, we develop a software that facilitates the task of producing the sche-

dules. This software allows the user to save the collected data into a database, launch the method and consult the schedules, as well as display relevant statistics.

After applying this method on real data from the two hospitals, we confirm that our method can save a significant amount of time and efforts. Indeed, our method can produce a schedule within a day, instead of the usual 7-day period required by an expert.

From an economic point of view, any member of the working staff (typically a secretary) could be easily trained on how to use this software, instead of asking a more costly professional to generate a schedule. Our method generates schedules of a better quality than those produced by an expert. It handles simultaneously more constraints than any human expert can manage. As a result, constraints that are violated more frequently by an expert are now easily handle.

Keywords : emergency physician scheduling, integer mathematical programming, computer interfaces, mathematical modeling.

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Remerciements

Dans un premier temps, je tiens à remercier mon directeur de recherche, M. Bernard Gendron, ainsi que mon codirecteur, M. Jacques Ferland, pour leur encadrement, leur disponibilité, leur patience, leur compréhension, leur apport financier, les rapports cordiaux que nous avons entretenus, ainsi que pour leurs conseils judicieux qui m'ont guidé tout au long de la rédaction de mon mémoire.

Dans un second temps, j'aimerais remercier, du fond du coeur, mes parents Denise et Jean-Claude pour leur soutien autant moral que financier. Sans leur appui, mes études universitaires auraient pratiquement été impossibles. Merci aussi à mon frère Danny et à mes soeurs Nancy et Cathy qui n'ont jamais cessé de m'encourager tout au long de mes études. Mon grand-père aurait fort probablement apprécié cet ouvrage.

Je désire ensuite remercier les Drs. Bousquet, Antonescu et les autres médecins de la salle d'urgence de l'hôpital Santa-Cabrini de Montréal, de même que Mme Marie-Thérèse Capiello, secrétaire de direction des services professionnels. Ils ont su donner de leur temps et de judicieux conseils au cours du projet.

Je ne peux passer sous silence la contribution de mon ami Terence Jacyno. Il m'a grandement aidé lors de la confection de l'interface graphique en m'apprenant les trucs d'un grand programmeur expérimenté en cette matière.

En terminant, je voudrais remercier tous mes collègues du DIRO. Durant nos années de cours à la maîtrise, nous avons passé des heures de plaisir à la recherche du travail bien fait, un plaisir qui ne se perdra jamais. Je ne veux pas les nommer tous de peur d'en oublier. Cependant, je ne peux m'empêcher de mentionner certains d'entre eux : merci Patrick St-Louis, Dominique Tourillon, Jean-Robert Quevillon et Catherine Beaulieu.

Introduction

La confection de l'horaire des médecins dans une salle d'urgence d'un grand hôpital est une tâche complexe qui demande beaucoup de temps et d'efforts de la part du planificateur. En effet, ce dernier doit tenir compte de plusieurs règles (souvent conflictuelles) touchant différents aspects : limite sur le nombre d'heures de travail hebdomadaires et mensuelles, limite sur le nombre de quarts de nuit travaillés, répartition la plus équitable possible des quarts de travail et des fins de semaine entre les médecins en tenant compte de leur ancienneté, requêtes du personnel, etc. Il faut donc établir un horaire qui soit le meilleur compromis possible en considérant les priorités établies.

Ce travail est basé sur deux études de cas. Le premier cas est celui de l'hôpital Santa-Cabrini de Montréal (2000-2002), alors que le second reprend un travail déjà effectué sur le cas de l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal (1998) [5, 6]. Typiquement, confectionner un horaire de médecins dans une salle d'urgence requiert de libérer une personne experte sur un horizon pouvant s'étendre sur plus d'une semaine. Ce temps inclut la prise de données, qui s'effectue souvent lors de réunions auxquelles assistent les médecins, de même que le temps nécessaire pour apporter des corrections au premier horaire généré. La technique employée par le médecin expert est une approche par essais et erreurs. Il tente de satisfaire toutes les contraintes, tout en essayant d'équilibrer les quarts de travail entre les médecins.

Le but du présent travail est d'implanter une méthode de résolution pour confection d'horaires qui permettrait de réduire le temps et l'effort consacrés à la planification tout en améliorant la qualité des horaires. Pour y arriver, nous abordons le problème par une approche de programmation mathématique dont le modèle sera résolu à l'aide d'un logiciel de programmation linéaire en nombres entiers, *Cplex* [12]. Des variantes de ce modèle sont présentées permettant de sélectionner celle qui réduira le plus le temps d'exécution sans déteriorer la qualité de l'horaire. De plus, pour faciliter le travail du planificateur, nous avons développé un logiciel qui intègre la méthode de résolution. Ce logiciel permet de sauvegarder les données recueillies dans une base de données, d'exécuter la méthode et de consulter l'horaire confectionné, ainsi que des statistiques s'y rattachant.

Le mémoire se divise en 7 chapitres. Le premier chapitre présente une brève revue de la littérature qui explique certaines méthodes d'optimisation de confection d'horaires de personnel (infirmières et médecins de salle d'urgence) en milieu hospitalier.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons l'union des deux problèmes des hôpitaux Santa-Cabrini et Sacré-Coeur de Montréal. Ensuite, nous décrivons les méthodes employées pour établir leurs horaires. Nous définissons également les termes utilisés dans ces milieux (incluant les différents quarts de travail) et nous les représentons selon une notation mathématique suffisamment générale pour être adaptée à d'autres hôpitaux.

Dans le troisième chapitre, nous décrivons le modèle mathématique, qui est basé sur cette notation, sous forme d'un problème de programmation en nombre entiers. Ce modèle englobe les contraintes des deux milieux hospitaliers et elles sont généralisées, c'est-à-dire que les données particulières à un hôpital ont été présentées comme des paramètres. Ainsi, par exemple, si une contrainte stipule que le nombre de quarts de nuit de travail doit être inférieur à 3 mensuellement, alors elle a été modélisée en remplacant 3 par un paramètre. Ceci a entraîné une augmentation de la dimension du modèle. De plus, les différentes variables, les catégories de contraintes et les différentes méthodes d'optimisation, d'agrégation et de pondération des objectifs sont également présentées.

Dans le quatrième chapitre, nous expliquons la stratégie de résolution en détaillant le traitement des contraintes selon leur catégorie. Nous décrivons comment nous utilisons *Cplex* [12] lors de la résolution.

Les cinquième et sixième chapitres spécialisent aux cas des hôpitaux Santa-Cabrini et Sacré-Coeur respectivement, la définition des termes, l'écriture du modèle mathématique et la résolution de ce dernier. Pour chacun des deux cas, nous comparons les horaires générés par notre méthode avec ceux établis par le planificateur expert et nous comparons nos horaires relatifs à l'hôpital Sacré-Coeur, avec ceux du travail de Beaulieu et al. [5, 6].

Le dernier chapitre explique en détail le logiciel développé et la base de données utilisée. De plus, nous précisons comment le logiciel communique avec *Cplex* [12].

Chapitre 1

Revue de littérature

Dans ce chapitre, nous présentons une brève revue des méthodes d'optimisation utilisées pour la confection d'horaires en milieu hospitalier. Nous expliquons pourquoi ce contexte de planification du personnel est particulier par rapport à d'autres environnements, publics ou privés. Ensuite, nous présentons quelques méthodes de résolution de problèmes d'horaires d'infirmières et de médecins.

Pierskalla et Brailer [27] soutiennent que la confection d'horaires dans le domaine de la santé est plus complexe que dans tout autre domaine. Tout d'abord, le personnel doit travailler 24 heures par jour à chaque jour et la demande peut varier énormément d'une heure à l'autre et d'un jour à l'autre, et ce sans préavis. De plus, pour répondre à des patients aux besoins variés, des gens qualifiés dans divers domaines doivent être disponibles au bon moment. Il est extrêmement difficile de qualifier et de cataloguer le travail effectué par le personnel médical puisqu'il s'agit de guérir les patients par des traitements efficaces. Également, il faut s'assurer de maintenir la satisfaction de l'effectif médical afin de préserver leur disponibilité au fil des années, évitant ainsi les coûts reliés à l'absentéisme ou les démonstrations de mécontentement.

Plusieurs études ont été faites sur la conception d'horaires de personnel médical depuis la première publication sur ce sujet par Dantzig [13]. Tel qu'indiqué dans Beaulieu et al. [5], les méthodes pour générer les horaires peuvent être classées en deux catégories : les approches cycliques et les approches non cycliques. Les techniques cycliques consistent à définir un horaire pour les médecins qui se répète à toutes les semaines et où ceux-ci font la rotation à travers les semaines de travail type. Cette approche permet de redistribuer équitablement les différents types de quarts de travail entre les médecins tout en respectant leurs vacances. Toutefois, les règles d'ancienneté et les préférences individuelles (notre cas, voir prochain chapitre) ajoutent une grande complexité au problème, qui fait en sorte que ces techniques sont alors inacceptables. Dans ce cas, les méthodes non cycliques doivent être considérées. Toujours selon les mêmes auteurs, nous pouvons, à leur tour, subdiviser ces méthodes en deux classes. Les premières requièrent que le planificateur expert utilise un chiffrier électronique comme *Excel* [36] pour l'aider à redistribuer équitablement les quarts de travail entre les médecins, et les deuxièmes reposent sur des stratégies d'optimisation. Ces dernières ont deux grands avantages : (1) nous pouvons entièrement les implanter sur ordinateur pour réduire le temps de travail de l'expert et le temps de conception de l'horaire et (2) nous pouvons considérer simultanément plus de règles que l'expert. Cependant, une telle implantation n'est pas une tâche facile et elle demande plusieurs années de développement.

Les premiers travaux ont porté sur les problèmes d'horaire de personnel infirmier [18]. Plusieurs méthodes ont été suggérées pour résoudre ce type de problèmes, notamment celles basées sur l'utilisation de chiffriers électroniques [2, 25, 29], et celles reposant sur des techniques d'optimisation combinatoire [3, 4, 8, 9, 14, 30] et de programmation mathématique [11, 22, 26, 33].

Un exemple récent de modèle basé sur la programmation mathématique est celui de Berrada [7] qui s'est intéressée à confectionner un horaire non rotatif selon trois relèves (jour, soir et nuit) sur un horizon de deux semaines. Pour tenir compte de plusieurs objectifs, souvent conflictuels, et pour ajuster les priorités, Berrada suggère un modèle en nombres entiers à multi-objectifs linéaires qui est résolu par une méthode exacte. Ce modèle tenait compte des congés fériés et des requêtes du personnel habituellement difficiles à respecter. Un second modèle est présenté, caractérisé par une fonction multi-objectifs non-linéaire. Une heuristique de résolution de recherche avec tabous [17] est suggérée. Nabli [24] propose une adaptation de cette heuristique en la combinant à différentes approches de sélection du meilleur voisin et de diversification. D'autre part, pour un problème semblable, Gagné [16] présente un modèle en nombre entiers à buts multiples. L'approche de résolution est de type exact combinant la méthode de pondération de Sherali [28] et la méthode séquentielle (voir prochaine section). Les résultats obtenus sont de meilleure qualité que ceux de Nabli [24] et sont obtenus en des temps d'exécution semblables.

Un modèle de programmation linéaire généralisé pour ce type de problème est donné par Jaumard et al. [19]. Ce dernier est construit à l'aide de variables associées à toutes les affectations possibles des infirmières aux horaires sur un horizon de deux semaines. Une approche de génération de colonnes est proposée, où les sous-problèmes sont des problèmes de plus court chemin avec contraintes supplémentaires. Les modèles précédents reposant sur la programmation mathématique ont été implantés sur ordinateurs de mêmes que d'autres représentés dans [32] et [37].

Pour ce qui est du problème des horaires de médecins en salle d'urgence, peu de travaux ont été effectués jusqu'à maintenant. Une étude récente présentée par Lapierre et Carter [21] couvre la situation dans six hôpitaux de la région de Montréal. Ces auteurs expliquent les différences qui existent entre la planification d'horaires d'infirmières et la planification d'horaires de médecins. Tout d'abord, dans le cas du personnel infirmier, maximiser leur satisfaction et minimiser la masse salariale sont deux objectifs à considérer simultanément. De plus, les horaires doivent respecter la convention collective. Or, dans le cas des médecins, seul l'objectif de satisfaire l'effectif est important. Ceci est réalisé en partie si les préférences individuelles sont respectées.

Pour le problème des horaires de médecins en salle d'urgence, Vassilacopoulos [31] propose un modèle stochastique basé sur un système $M/G/m(t)$ pour le résoudre. Une autre approche est proposée par Labbé et al. [20] qui considèrent un problème d'affectation des quarts pour les médecins. Une heuristique de recherche avec tabous permet d'établir un horaire cyclique satisfaisant plusieurs contraintes, dont une rotation des types de quarts jour-soir-nuit et des périodes de repos plus longues après les nuits.

À notre connaissance, seul le travail de Beaulieu [6], étudiant le cas de l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal (1998), repose sur une approche par programmation mathématique en nombres entiers à multi-objectifs. Cette dernière possède des caractéristiques uniques. Par exemple, l'horizon de planification, qui est de 3 à 6 mois, et la manière de traiter les vacances, les fériés et les requêtes du personnel médical. Le modèle obtenu en regroupant les objectifs en un seul par une méthode de pondération représentant les priorités de ces derniers est résolu par une méthode exacte. De plus, une méthode séquentielle sélective est incorporée. Cette dernière permet, à l'occasion, de retirer certaines contraintes afin d'assurer la réalisabilité du modèle et d'accroître le niveau de satisfaction chez les médecins.

Notre approche de résolution pour ce problème reprend ce dernier travail en le généralisant. Premièrement, l'horizon de planification n'est plus limité. Deuxièmement, toutes les contraintes ont été revues dans le but de les généraliser, c'est-à-dire que les données particulières ont été présentées comme des paramètres. Ainsi, à titre d'exemple, si une contrainte stipule que le nombre de quarts de nuit de travail doit être inférieur à 3 mensuellement, alors elle a été modélisée en remplaçant 3 par un paramètre. Troisièmement, nous avons étudié le cas de l'hôpital Santa-Cabrini de Montréal (2000-2002). Finalement, une méthode itérative originale a été adaptée aux nouvelles contraintes. De plus, plusieurs variantes nouvelles sont introduites dans notre travail. Par exemple, selon la complexité du problème, des objectifs pondérés selon des poids associés aux médecins sont introduits afin de réduire la taille du problème. Ceci a pour conséquence de réduire significativement le temps d'exécution sans détériorer la qualité de l'horaire.

Il semble donc que si nos techniques de résolution étaient insérées dans une interface graphique conviviale pour manipuler les données, cela permettrait de réduire la tâche du planificateur et le temps qu'il doit y consacrer, et d'améliorer la qualité de l'horaire.

Des logiciels commerciaux existent pour traiter le problème d'horaires de médecins dans la salle d'urgence [1, 10, 23, 15]. À la lumière de la documentation disponible sur les sites internets, ces logiciels semblent comporter au moins deux inconvénients majeurs. La première est la complexité des interfaces des logiciels, qui exige une grande expertise. Deuxièmement, ces logiciels ne permettent pas de de ternir compte de plusieurs types de contraintes pourtant fréquemment rencontrées en pratique, pas plus que des demandes spéciales.

Chapitre 2

Présentation du problème

Le présent chapitre a pour but de décrire la planification des horaires de médecins dans une salle d'urgence. Cette description représente l'union des deux cas à l'étude, soit les hôpitaux Santa-Cabrini (2000-2002) et Sacré-Coeur de Montréal (1998) (section 2.1). Tous les termes employés lors de la description de ce problème sont précisés. De plus, la notation est établie de sorte qu'elle puisse s'appliquer aux deux hôpitaux à l'étude (voir chapitre 5 et 6), et éventuellement à d'autres (section 2.2). Finalement, nous présentons les méthodes de planification à l'hôpital Santa-Cabrini et à l'hôpital Sacré-Coeur. On y utilise des techniques manuelles s'appuyant sur des chiffriers informatiques, mais n'exploitant pas les techniques d'optimisation (section 2.3).

2.1 Problématique

Le problème de la planification des horaires de médecins dans la salle d'urgence des hôpitaux Santa-Cabrini et Sacré-Coeur peut se résumer de la façon suivante : Étant donné des médecins disponibles et des quarts de travail à combler, nous devons affecter un et un seul médecin à chacun des quarts pour tous les jours de l'horizon de planification. Toutefois, certaines suites de quarts affectés à un même médecin ne sont pas permises ; par exemple, une longue séquence de jours de travail consécutifs, peu de temps de repos entre les gardes, trop de nuits consécutives, etc.

Nous voulons également éviter la sur-utilisation ou la sous-utilisation des médecins. Les heures de travail doivent être distribuées équitablement entre eux tout en respectant leurs disponibilités, leurs vacances, ainsi que le nombre d'heures hebdomadaires de travail souhaité. Également, par souci d'équité, la distribution des fins de semaine, des jours fériés et des nuits entre les médecins doit être adéquate. Ainsi, pour deux jours fériés consécutifs, un médecin ne devrait travailler qu'au cours d'une seule de ces journées, et si possible, alterner entre celles-ci d'une année à l'autre. De plus, pour conserver un bon rendement au travail, il faut éviter toute forme de monotonie. Ainsi, on doit s'assurer que les gardes de chaque médecin soient variées.

Tout en tenant compte de ces règles, le planificateur doit considérer les requêtes des médecins. Ces dernières peuvent s'exprimer en terme de jours où le médecin n'est pas disponible pour pouvoir travailler dans d'autres cliniques ou encore en terme de moments pour pouvoir participer à une activité en matinée ou en soirée. De plus, certains médecins peuvent souhaiter que certaines règles soient allégées dans leur cas.

Très souvent, ces règles et ces requêtes du personnel médical entrent en conflit. Par exemple, s'il y a un surplus de quarts à affecter, la charge de travail de certains médecins peut excéder le nombre d'heures hebdomadaires de travail souhaité et typiquement ce sont les médecins plus jeunes qui écopent. Ce surplus des quarts peut être dû au trop grand nombre de journées de vacances ou simplement au manque de médecins. Les requêtes spécifiques d'un médecin peuvent également être en opposition les unes par rapport aux autres. Par exemple, un médecin peut demander un nombre d'heures de travail en contradiction avec le nombre de congés demandés. Alors, une bonne solution consiste à obtenir le meilleur compromis possible.

Il n'est pas évident de considérer toutes les règles et requêtes à la fois lors d'une confection manuelle. Le problème est complexe et de grande taille. Souvent, en voulant respecter les requêtes des médecins, on viole certaines règles fondamentales qui caractérisent la qualité d'un horaire. De plus, il est fréquent qu'en affectant un quart à un médecin, cette affectation transgresse plusieurs règles. Or, si l'affectation avait été faite à un autre médecin, peut-être que moins de règles auraient été transgressées.

C'est pourquoi une méthode de résolution informatisée, conviviale et mettant à profit des techniques d'optimisation est souhaitable : cette méthode devrait permettre de réduire à la fois le temps de planification et d'améliorer la qualité de l'horaire.

2.2 Définition des termes

Dans cette section, nous introduisons la nomenclature et la notation utilisée afin de situer le contexte de la planification des horaires des médecins dans une salle d'urgence. Nous nous inspirons des situations qui prévalent aux hôpitaux Santa-Cabrini et Sacré-Coeur de Montréal. Dans l'ordre, nous décrivons les périodes reliées à la planification de l'horaire, les statuts et ancienneté des médecins, les quarts de travail et les activités reliées au travail.

2.2.1 Périodes

2.2.1.1 Définitions

1. **JOUR** : Une période de 24 heures débutant à 6 : 00 ou à 8 : 00 et se terminant à la même heure le lendemain.

2. **JOUR FÉRIÉ** : Les jours de l'année suivants :

   A. Jour de l'an.
   B. Fête mobile de mars.
   C. Vendredi-Saint.
   D. Pâques.
   E. Fête des travailleurs.
   F. Fête de Dollard.
   G. Fête nationale de la St-Jean.
   H. Fête du Canada.
   I. Fête du travail.
   J. Action de Grâces.
   K. Veille de Noel.
   L. Noël.
   M. Veille de jour de l'an.
   N. Tout autre jour décidé par le planificateur par exemple,

le lendemain de Noël.

ANNIVERSAIRE DE NAISSANCE : Pour chaque médecin, ce jour devient un congé obligatoire.

3. **SEMAINE** : Une période de 7 jours commençant un lundi à 6 : 00 ou à 8 : 00 et se terminant le lundi suivant à la même heure.

4. **FIN DE SEMAINE** : La période de la semaine incluant le samedi et le dimanche, et parfois, une partie de la journée du vendredi et du lundi dépendemment si ces derniers sont ou ne sont pas des jours fériés.

5. **PERIODE DE 4 SEMAINES** : Une période de 28 jours consécutifs commençant un lundi et se terminant un dimanche. Chacune de ces périodes est disjointe par rapport aux autres et il s'agit de l'horizon utilisé pour générer un horaire. Notons que pour le reste de ce mémoire, **horizon** dénotera la période de 4 semaines.

2.2.1.2 Notation utilisée pour les périodes

Soit $J = \{0, 1, 2, ..., 27\}$ l'ensemble des jours de l'horizon. Dénotons les ensembles suivants :

$J(\text{lun}) = \{0, 7, 14, 21\}$	tous les lundis ;
$J(\text{mar}) = \{1, 8, 15, 22\}$	tous les mardis ;
$J(\text{mer}) = \{2, 9, 16, 23\}$	tous les mercredis ;
$J(\text{jeu}) = \{3, 10, 17, 24\}$	tous les jeudis ;
$J(\text{ven}) = \{4, 11, 18, 25\}$	tous les vendredis ;
$J(\text{sam}) = \{5, 12, 19, 26\}$	tous les samedis ;
$J(\text{dim}) = \{6, 13, 20, 27\}$	tous les dimanches ;

et

$J(\text{lunF}) \subseteq J(\text{lun})$	tous les lundis fériés ;
$J(\text{venF}) \subseteq J(\text{ven})$	tous les vendredis fériés ;
$J(\text{férié}) \subseteq J$	tous les fériés de l'horizon ;
$J(\text{sem}) = J(\text{lun}) \cup J(\text{mar}) \cup J(\text{mer}) \cup J(\text{jeu}) \cup J(\text{ven})$	tous les jours des semaines ;
$\bar{J}_p \subseteq J(\text{sem})$	représente les jours de la semaine $p = 1, 2, 3, 4$ excluant le samedi et le dimanche ;
$J(\text{fin}) = J(\text{sam}) \cup J(\text{dim}) \cup Q$	les jours des fins de semaine, où Q représente l'ensemble de certains quarts du vendredi et du lundi si nécessaire.

2.2.2 Médecins

2.2.2.1 Statut des médecins

1. **Régulier** : Il s'agit d'un médecin soumis à toutes les règles régissant la distribution des quarts et qui travaille habituellement un nombre d'heures près d'un seuil hebdomadaire qu'il spécifie lui-même (approximativement 24 heures par semaine).

2. **Temps partiel** : Il s'agit d'un médecin n'ayant que quelques disponibilités. Celles-ci ne sont jamais réparties sur les mêmes jours et sont souvent prédéfinies. En général, il n'est donc pas sujet aux règles sur la redistribution des quarts. Son nombre d'heures hebdomadaires est beaucoup moindre que celui d'une médecin régulier.

2.2.2.2 Ancienneté des médecins

1. **Nouveau** : Médecin en service à la salle d'urgence depuis moins de S ans.

2. **Ancien** : Médecin en service à la salle d'urgence depuis au moins S ans.

2.2.2.3 Notation utilisée pour les médecins

Soit $I = \{0, 1, 2, ..., m\}$ l'ensemble des médecins de l'horizon. Dénotons les sous-ensembles suivants :

$I(\text{régulier}) \subseteq I$	l'ensemble des médecins réguliers ;
$I(\text{partiel}) \subseteq I$	l'ensemble des médecins à temps partiel ;
$I(\text{ancien}) \subseteq I$	l'ensemble des anciens médecins ;
$I(\text{nouveau}) \subseteq I$	l'ensemble des nouveaux médecins ;

et

$I(\text{vac}_j) \subseteq I$	l'ensemble des médecins en vacances au jour $j \in J$;
$I(\text{anniversaire}_j) \subseteq I$	l'ensemble des médecins dont la fête est au jour $j \in J$.

Évidemment, nous avons que :

$$I(\text{régulier}) \cup I(\text{partiel}) = I(\text{ancien}) \cup I(\text{nouveau}) = I.$$

Pour les besoins de nos méthodes de résolution du problème des horaires de médecins dans une salle d'urgence, soit l'ensemble $\hat{I} = I \cup \{m+1\}$ l'ensemble des médecins incluant un super-médecin. Ce dernier ne représente personne, mais il complète les quarts qui ne peuvent être assignés à un membre du personnel médical.

Définissons également l'ensemble : $J(\text{vac}_i) \subseteq J$ l'ensemble des journées de vacances du médecin $i \in I$.

2.2.3 Quarts de travail

2.2.3.1 Types de quarts

1. **Quart de choc** : Quart de travail où le médecin doit s'occuper des urgences majeures et des patients arrivés par ambulance.

2. **Quart de cube** : Quart de travail où le médecin s'occupe des patients à besoins particuliers (soins dans les chambres) et des autres cas moins lourds.

3. **Quart appliqué aux suites de soins** : Quart de travail où le médecin s'occupe de la clinique externe de l'hôpital.

Notons qu'un quart de choc est plus exigeant qu'un quart de cube.

2.2.3.2 Périodes associées aux quarts

1. **Quart de jour** : Quart de travail se déroulant entre 6 : 00 et 18 : 00 inclusivement.

2. **Quart de soir** : Quart de travail se déroulant entre 16 : 00 et 1 : 00 le lendemain inclusivement.

3. **Quart de nuit** : Quart de travail se déroulant entre 24 : 00 et 8 : 00 le lendemain inclusivement.

Les quarts peuvent être classés dans l'ordre suivant de décroissance du niveau d'exigence de travail :

A. Nuit (à cause des heures d'application et du fait que le médecin doit s'occuper autant des cas de choc que de cube).
B. Soir.
C. jour.

2.2.3.3 Statut des quarts

1. **Quart facultatif** : Quart de travail qui n'est pas essentiel, mais qui peut s'avérer utile pour désengorger la salle d'urgence. En général, ces quarts sont affectés aux médecins pour leur assurer le nombre minimum d'heures de travail souhaité.

2. **Quart obligatoire** : Quart qui est essentiel.

3. **Quart fixé** : Quart de travail attribué à priori à un médecin pour un jour donné avant même que le processus de planification de l'horaire de la salle d'urgence ne soit amorcé. Cette affectation ne doit jamais être altérée durant le processus, et typiquement, la majeure partie de ces quarts est déterminée lors du dépôt des requêtes du personnel.

4. **Quart ouvert** : Quart de travail qui n'est affecté à aucun médecin après que le processus de planification de l'horaire de la salle d'urgence soit terminé. S'il est trop difficile à combler, il pourra être éliminé pour l'horizon courant. Typiquement, les quarts ouverts sont ceux affectés aux médecins à temps partiel.

5. **Quart comblé** : Quart de travail affecté à un médecin lors du processus de planification de l'horaire de la salle d'urgence (ni fixé, ni ouvert). Cette catégorie comprend la majorité des quarts.

2.2.3.4 Notation utilisée pour les quarts

Soit $K = \{0, 1, 2, ..., k\}$ l'ensemble des quarts de travail de l'horizon. Chaque quart $k \in K$ a une durée en terme d'heures. Définissions par h_k cette durée. Maintenant, dénotons les ensembles suivants :

$K_j \subseteq K$	l'ensemble des quarts disponibles le jour $j \in J$;
$K_{D(j)} \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts de jour le jour $j \in J$;
$K_{E(j)} \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts de soir le jour $j \in J$;
$K_{N(j)} \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts de nuit le jour $j \in J$;
$K_{R(j)} \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts de type cube le jour $j \in J$;
$K_{T(j)} \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts de type choc le jour $j \in J$;
$K_{SS(j)} \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts de suites de soins le jour $j \in J$;

et

$K(fac(j)) \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts facultatifs le jour $j \in J$;
$K(obl(j)) \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts obligatoires le jour $j \in J$;
$K(dis_{ij}) \subseteq K_j$	l'ensemble des quarts pour lesquels le médecin $i \in I$ est disponible le jour $j \in J$.

Il s'ensuit que :

$K_{D(j)} \cap K_{R(j)}$	est l'ensemble des quarts de type cube de jour au jour $j \in J$;
$K_{E(j)} \cap K_{R(j)}$	est l'ensemble des quarts de type cube de soir au jour $j \in J$;
$K_{N(j)} \cap K_{R(j)}$	est l'ensemble des quarts de type cube de nuit au jour $j \in J$;
$K_{D(j)} \cap K_{T(j)}$	est l'ensemble des quarts de type choc de jour au jour $j \in J$;
$K_{E(j)} \cap K_{T(j)}$	est l'ensemble des quarts de type choc de soir au jour $j \in J$;
$K_{N(j)} \cap K_{T(j)}$	est l'ensemble des quarts de type choc de nuit au jour $j \in J$.

De plus, nous pouvons définir le sous-ensemble suivant de médecins :
$I(p_{kj}) \subseteq I$, l'ensemble des médecins affectés à priori au quart k le jour j tel que $k \in K_j,\ j \in J$.

2.2.4 Activités reliées au travail

1. **RÉUNION** : Moment de la semaine durant lequel les médecins disponibles se réunissent à l'hôpital pour discuter divers aspects de leur tâche. Typiquement, elle a lieu une fois par semaine et dure quelques heures au cours d'une matinée.

2. **COURS** : Moment de la semaine consacré à l'enseignement prodigué par un médecin de la salle d'urgence. La période de cours se tient généralement une fois par semaine en soirée.

3. **ÉVÉNEMENT** : Toute activité à laquelle peut participer un médecin de la salle d'urgence et se déroulant pendant un ou plusieurs jours de la période (conférences, colloques, etc.).

De ces définitions des activités nous pouvons ajouter les trois ensembles suivants :

$J(\text{reu}) \subseteq J$	l'ensemble des jours où une réunion a lieu ;
$J(\text{cours}) \subseteq J$	l'ensemble des jours où un cours a lieu ;
$J(\text{ev}) \subseteq J$	l'ensemble des jours où un événement a lieu ;

de même que l'ensemble :

$K(cours(j)) \subseteq K_j$, l'ensemble des quarts où un cours doit être donné au

jour $j \in J(\text{cours})$.

2.3 Méthodes de planification à l'hôpital Santa-Cabrini et à l'hôpital Sacré-Coeur

2.3.1 Santa-Cabrini

À l'hôpital Santa-Cabrini, l'horaire est conçu période par période (à toutes les quatre semaines). Quelque temps avant d'amorcer la planification, chaque médecin fournit par écrit ses préférences individuelles (sa disponibilité, ses vacances et les quarts souhaités). Sur papier, le planificateur (le directeur des services professionnels) confectionne l'horaire en procédant à l'affectation des quarts de fins de semaine. Ceux-ci sont d'abord affectés aux nouveaux médecins, puis si nécessaire, aux anciens médecins en respectant le plus possible leurs disponibilités. En utilisant la même technique, il procède ensuite à l'affectation des quarts de nuits. Il termine avec les différents types de quarts restants en les distribuant entre les médecins, de sorte que ces derniers travaillent aux mêmes moments de la semaine tout au long de la période (par exemple, un médecin assigné à un quart le mardi et le jeudi de la première semaine, travaillera les mardis et jeudis des autres semaines de la période), tout en s'assurant de respecter les préférences individuelles.

Le planificateur tente de compléter l'horaire au moins une semaine avant que celui-ci ne débute. Il est alors présenté aux médecins lors d'une réunion de façon à déceler les erreurs et à combler les quarts ouverts. Ces derniers sont choisis par l'ensemble du personnel. On se permet, à la rigueur, de laisser un quart ouvert, si ce dernier est trop compliqué à être pris en charge par un médecin sans que ses préférences individuelles ne soient transgressées. Par la suite, l'horaire final est consigné dans un fichier *Excel* [36], puis imprimé.

2.3.2 Sacré-Coeur

À l'hôpital Sacré-Coeur, les horaires sont générés pour six mois à la fois, sauf pour la période des Fêtes où l'horaire est conçu séparément. Approximativement deux mois avant d'amorcer la planification de la prochaine période, chaque médecin fournit ses requêtes personnelles. Ces dernières sont : les vacances, le nombre d'heures de travail hebdomadaires, les séquences de quarts souhaitées (par exemple, quelque soit le nombre de quarts de nuit qu'un médecin doit compléter pendant un mois, certains médecins désirent compléter trois quarts de nuit consécutifs, mais d'autres préfèrent les compléter un à la fois). Ces préférences sont insérées dans un chiffrier électronique *Excel* [36] représentant l'horizon de la planification. Chaque ligne de la feuille correspond aux jours et chaque colonne aux médecins. Le planificateur, qui est un membre de l'effectif, travaille directement sur cette feuille en commençant par fixer les fins de semaines et les quarts de nuits. Il fait de même pour les jours fériés et les événements spéciaux. Ensuite, à l'aide de statistiques fournies par les utilitaires du chiffrier, il tente d'équilibrer les affectations des différents types de quarts restants entre les médecins, tout en s'assurant de respecter les préférences individuelles et un grand nombre de règles. Le planificateur doit considérer également des règles ergonomiques (par exemple, 2 ou 3 quarts de nuits doivent être suivis de 2 ou 3 jours de congé) et des règles d'ancienneté (la plupart des médecins séniors font moins de quarts de fin de semaine que les plus jeunes).

Une fois terminé le processus, qui peut prendre plus d'une semaine, il se peut qu'il reste des quarts ouverts. Si le planificateur peut les combler sans violer de règles, mais en ajoutant des heures supplémentaires raisonnables de travail à certains médecins, il précise ces ajouts sur l'horaire et les médecins concernés doivent les approuver. Toutefois, si ce n'est pas le cas, on demande aux médecins à temps partiel de les compléter. À la rigueur, on se permet de violer quelques règles d'affectation. De plus, l'horaire doit être remis le plus tôt possible afin de permettre des modifications et des échanges entre les médecins.

Chapitre 3

Modélisation mathématique

Dans le présent chapitre, nous introduisons le modèle mathématique qui constitue la base de notre approche de résolution du problème des horaires de médecins d'une salle d'urgence. Puisque le problème est complexe et de grande taille, nous le modélisons sur une période de 4 semaines afin de réduire le temps d'exécution. Nous ne pouvons pas adopter un horizon plus court, car certaines contraintes ne seraient pas traitées correctement. De plus, en procédant sur 4 semaines, nous pouvons adapter certaines contraintes et données du modèle pour tenir compte de périodes passées ou futures (section 3.1).

Les variables utilisées pour définir le modèle sont définies à la section 3.2. Il existe de nombreuses règles ; toutefois, nous pouvons les partager en deux catégories : les *rigides* et les *souples*. Les contraintes rigides (section 3.3) ne doivent en aucun cas être transgressées. Des exemples de contraintes dans cette catégorie sont les requêtes du personnel (vacances, journées de congé, certains quarts de travail demandés,...) et les contraintes spécifiant la demande en terme du nombre de médecins qui doivent travailler à différentes périodes de la journée. Les contraintes souples peuvent, à leur tour, être divisées en deux groupes : contraintes *ergonomiques*, visant à améliorer la "qualité" de l'horaire pour chaque médecin (section 3.4), et contraintes d'*équité*, visant à répartir de façon équitable certains types de quarts entre tous les médecins selon l'ancienneté (section 3.5). Les règles souples sont souvent en conflit les unes avec les autres, et par conséquent il n'est pas possible de toutes les satisfaire. Des seuils de satisfaction sont spécifiés pour ces contraintes souples en vue de les transformer en buts à atteindre (section 3.6). Le modèle possède une fonction économique composée de plusieurs objectifs. Une partie de cette fonction est une agrégation des variables d'écarts mesurant les violations par rapport aux seuils, et engendrant ainsi un modèle de programmation linéaire en nombres entiers à buts multiples. La seconde partie est basée sur les affectations des médecins en regard de l'ancienneté, des préférences individuelles et de leur appartenance à un groupe prédéfini spécifié par le chef des médecins de la salle d'urgence (section 3.7).

Notons que chaque contrainte est étiquetée. Ces étiquettes permettent de localiser facilement les contraintes dans le code informatique de notre logiciel.

Certaines contraintes proviennent d'un travail déjà complété, traitant le cas de l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal (1998) [5, 6]. Ces dernières seront indiquées lors de leur présentation par un simple ou un double *astérisque*. Un simple astérisque indique une reprise exacte de la contrainte tandis qu'un double astérisque indique que la contrainte est généralisée en utilisant des paramètres au lieu des valeurs spécifiques qu nous retrouvons dans [5, 6]. Ainsi, à titre d'exemple, une contrainte stipulant qu'un médecin ne doit pas faire plus de 3 quarts de nuit consécutifs, a été modifée pour permettre de spécifier un nombre quelconque de quarts de nuit.

3.1 Dimension du modèle

Le problème étant complexe, il entraîne un modèle mathématique de grande taille. Pour arriver à le traiter, il est préférable de résoudre plusieurs problèmes associés à des périodes plus courtes de 4 semaines plutôt que de tenter de formuler sur un horizon de plusieurs mois. Pour assurer la continuité entre ces périodes, on introduit des variables et des contraintes supplémentaires. Une modélisation sur moins de 4 semaines ne permettrait pas de traiter correctement toutes les contraintes. En modélisant sur 4 semaines, nous pouvons ajuster certaines données pour tenir compte des périodes passées ou futures. Ainsi, le modèle tient explicitement compte des quarts des dernières journées de la période précédente pour formuler certaines contraintes reliées à la séquence de certains quarts.

Même en se limitant à un horizon de 4 semaines, le modèle est de grande taille puisqu'on peut estimer qu'il possède entre 6500 et 7000 (section 3.2) variables et à peu près 13500 contraintes (sections 3.3, 3.4, 3.5 et 3.6).

3.2 Variables

Trois types différents de variables sont nécessaires pour formuler l'ensemble des règles du problème d'horaire de médecins dans une salle d'urgence.

3.2.1 Variables d'affectation

Les variables d'affectation sont des variables de décision qui indiquent si un médecin $i \in I$ est ou n'est pas affecté au quart $k \in K_j$ au jour $j \in J$:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si le médecin } i \in I \text{ est affecté au quart } k \in K_j \text{ du jour } j \in J\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

3.2.2 Variables de succession

Les variables de succession sont utiles pour formuler des contraintes qui modélisent des situations où un médecin requiert une quantité définie de journées de congé après avoir complété certaines catégories de quarts pendant plusieurs jours consécutifs. Il existe, dans notre travail, deux groupes de variables de ce type. Voici la forme générale que prennent les variables de succession du premier groupe.

Soit :

$$vsp_{i,j}^{n,m} = \begin{cases} 1, & \text{si le médecin } i \in I \text{ complète un quart } k \in K_p \text{ pour les jours} \\ & p = j, j+1, ..., j+(n-1) \text{ mais ne complète pas de quart } k \in \\ & K_{j+m} \text{ au jour } j+m, \text{ où } j+m \text{ est un certain jour venant} \\ & \text{après } (j+n-1); \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le lien entre cette variable et les variables de décision est comme suit :

$vsp_{i,j}^{n,m} \leq x_{ipk},\ i \in I,\ k \in K_p,\ p = j, j+1, ..., j+(n-1),$

Ces contraintes nous assurent que $vsp_{i,j}^{n,m} = 0$ si $i \in I$ n'est pas affecté à un quart $k \in K_p$ pour un des jours p, $p = j, j+1, j+(n-1)$. Elle peut prendre la valeur 1 uniquement si le médecin $i \in I$ est affecté à un quart $k \in K_p$ pour tous les jours p, $p = j, j+1, j+(n-1)$.

De plus, en posant

$$vsp_{i,j}^{n,m} \geq \sum_{p=j}^{j+(n-1)} \sum_{k \in K_p} x_{ipk} - \sum_{k \in K_{j+m}} x_{i(j+m)k} - (n-1),\ i \in I,$$

nous assurons que $vsp_{i,j}^{n,m} = 1$ que si $i \in I$ est affecté à un quart $k \in K_p$ pour tous les jours p, $p = j, j+1, j+(n-1)$, mais n'est pas affecté à un quart $k \in K_{j+m}$ au jour $j+m$.

Finalement, en ajoutant les contraintes

$vsp_{i,j}^{n,m} \leq 1 - \sum_{k \in K_{j+m}} x_{i(j+m)k},\ i \in I$, nous obtenons que $vsp_{i,j}^{n,m} = 0$ si $i \in I$ est affecté à un quart $k \in K_{j+m}$ au jour $j+m$.

La forme générale que prennent les variables de succession du deuxième groupe est la suivante :

$$vsd_{i,j}^{m}(\gamma) = \begin{cases} 0, & \text{si le médecin } i \text{ travaille au cours des jours } j \text{ à } j+m \\ & \text{consécutivement ;} \\ \gamma, & \text{si le médecin } i \text{ travaille } m-1 \text{ jours au cours des } m \text{ jours;} \\ 2\gamma, & \text{si le médecin } i \text{ travaille } m-2 \text{ jours au cours des } m \text{ jours;} \\ \dots & \\ m\gamma, & \text{si le médecin } i \text{ ne travaille pas au cours des } m \text{ jours.} \end{cases}$$

Cette variable est définie en fonction des variables d'affectation comme suit :

$$vsd_{i,j}^{m}(\gamma) = \gamma\ \underbrace{[m - \underbrace{\sum_{l=j}^{j+m-1} \sum_{k \in K_l} x_{ilk}}_{\beta}]}_{\alpha},\ i \in I.$$

Il est clair que $vsd_{i,j}^{m}(\gamma) = 0$ si et seulement si $\alpha = 0$ et que $vsd_{i,j}^{m}(\gamma) \geq \gamma$ si et seulement si $\alpha > 0$. Autrement dit, si le médecin $i \in I$ complète un quart $k \in K_l$ pour les jours $l = j, j+1, j+(m-1)$, alors $\beta = m$. Par conséquent, $\alpha = 0$; sinon, α prend une valeur entre 0 et $m-1$ inclusivement. Cette distinction est suffisante pour certaines formulations de contraintes.

3.2.3 Variables d'écarts

Afin d'équilibrer le nombre de différents types de quarts entre les médecins, nous définissons des seuils à atteindre pour chaque médecin. Les variables d'écarts permettent d'excéder ou d'être en deçà des seuils.

Les différents types de quarts à équilibrer appartiennent à certains des sous-ensembles spécifiés à la section 2.2.3 : $K_{D(j)}$, $K_{E(j)}$, $K_{N(j)}$, $K_{R(j)}$, $K_{T(j)}$, $K_{SS(j)}$, $K(fac(j))$, $K(obl(j))$ et , $K(cours(j))$. Par exemple à Sacré-Coeur, il y a sept catégories à équilibrer (voir chapitre 6).

Ainsi pour chaque catégorie l, nous définissons les variables :

$p_i^l \geq 0$ représentant l'écart excédant le (seuil de $l)_i$ et

$q_i^l \geq 0$ représentant l'écart en deçà du (seuil de $l)_i$.

3.2.4 Nécessité de la période précédente

L'horizon de l'horaire est une période de 28 jours définie par l'ensemble $J = \{0, 2, ..., 27\}$. Or, certaines contraintes nécessitent des informations de l'horaire de l'horizon précédent. Ainsi, si une contrainte requiert de l'information au niveau des y derniers jours de l'horizon précédent, alors pour cette dernière, nous utilisons l'horizon défini par l'ensemble $\bar{J}$, égal à $\{-y, -y+1, ..., 27\}$ où $-y, -y+1, ..., -1$ sont les jours $28-y$ à 27 du dernier horaire. Par conséquent, si l'indice j de la variable x_{ijk} prend une valeur négative, il correspond à l'indice d'un jour du dernier horaire.

3.3 Contraintes obligatoires

Ces contraintes ne doivent jamais être transgressées lors du processus de confection des horaires de médecins. Nous les retrouvons dans tous les hôpitaux.

1. **C01**[*] : A chaque quart essentiel et pour chaque jour où ce quart est présent, il faut affecter un et un seul médecin :

$$\sum_{i \in \hat{I}} x_{ijk} = 1, \quad j \in J, \; k \in K(obl(j)).$$

Par contre, pour les quarts facultatifs, la contrainte est formulée sous forme d'inégalité pour indiquer que ces quarts ne sont pas obligatoirement affectés :

$$\sum_{i \in \hat{I}} x_{ijk} \leq 1, \quad j \in J, \; k \in K(fac(j)).$$

2. **C02**[*] : Un médecin ne peut être affecté à plus d'un quart par jour :

$$\sum_{k \in K_j} x_{ijk} \leq 1, \quad i \in I, \; j \in J.$$

3. **C03**[*] : Un médecin affecté à un quart de soir, ne peut être affecté à un quart de jour le lendemain :

$$\sum_{k \in K_{E(j-1)}} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K_{D(j)}} x_{ijk} \leq 1, \quad i \in I, \; j \in J.$$

4. **C04**[*] : Un médecin affecté à un quart de nuit, ne peut être affecté qu'à un quart de nuit le lendemain :

$$\sum_{k \in K_{N(j-1)}} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \notin K_{N(j)}} x_{ijk} \leq 1, \quad i \in I, \; j \in J.$$

5. **C05**[*] : Certains quarts sont affectés à priori à certains médecins pour tenir compte de leurs requêtes personnelles :

$$x_{ijk} = 1, \quad i \in I(p_{kj}), \; j \in J, \; k \in K_j.$$

6. **C06**[*] : Un médecin ne peut être affecté qu'aux quarts pour lesquels il est disponible :

$$x_{ijk} = 0, \quad i \in I, \ j \in J, \ k \notin K(dis_{ij}).$$

7. **C07**[*] : Un médecin ne peut être affecté à un quart lors de ses jours de congés :

$$x_{ijk} = 0, \quad i \in I(vac_j), \ j \in J, \ k \in K_j.$$

3.4 Contraintes ergonomiques

Cette catégorie de contraintes englobe celles visant à améliorer la "qualité" de l'horaire pour tous les médecins. Toutefois, il se peut que certains médecins veuillent être soustraits de certaines de ces contraintes. Alors, nous dénotrons par $I_{et} \subseteq I$ l'ensemble des médecins concernés par la contrainte d'étiquette *et*.

Dans cette section, nous allons introduire des contraintes relatives à divers aspects de l'horaire (section 3.4.1), aux fins de semaine (section 3.4.2), aux quarts de nuit (section 3.4.3) et aux jours fériés (section 3.4.4).

3.4.1 Divers aspects

1. **E01**[**] : Limite supérieure sur le nombre d'heures par semaine de travail pour certains quarts :

$$\sum_{j \in \bar{J}_p} h_k x_{ijk} \leq U(\bar{J}_p, \bar{K}), \quad i \in I_{E01}, \ k \in \bar{K}_j, \ p = 1, 2, 3, 4,$$

où $\bar{K}_j \subseteq K_j$ est l'ensemble des quarts à considérer, et $U(\bar{J}_p, \bar{K})$ est la limite supérieure correspondant aux jours $j \in \bar{J}_p, p = 1, 2, 3, 4$ et aux quarts $\bar{K}_j$. Si la règle s'applique pour tout l'horizon, alors la contrainte devient :

$$\sum_{j \in J} h_k x_{ijk} \leq U(J, \bar{K}), \quad i \in I_{E01}, \ k \in \bar{K}_j.$$

2. **E02**[**] : Limite sur le nombre $d_i,\ i \in I_{E02}$ de jours consécutifs où un médecin travaille :

$$\sum_{l=j-d_i}^{j} \sum_{k \in K_l} x_{ilk} \leq d_i,\ i \in I_{E02},\ j \in \tilde{J}_i,$$

où $\tilde{J}_i$ est l'ensemble : $\{-d_i+1, -d_i+2, ..., (28-d_i)+1\},\ i \in I_{E02}$. Typiquement, un médecin ne travaille pas plus de 4 ou 5 jours consécutifs en fonction de son choix et du nombre d'heures de travail hebdomadaires qu'il désire travailler. Toutefois, s'il y a plus de deux médecins simultanément en vacances, les médecins peuvent se voir obligés à travailler 5 jours consécutifs au cours de la semaine corresondante. De même, s'il y a plusieurs jours fériés ou plusieurs événements spéciaux, des médecins peuvent se voir obligés de travailler 5 jours consécutifs. Il est à noter que le seuil de 5 jours consécutifs n'est pas très acceptable et qu'il faut tenter de l'éviter autant que possible.

3. **E03**[**] : Pour les médecins $i \in I_{E03} \subseteq I_{E02}$ acceptant de travailler d_i jours consécutifs, il ne peut y avoir plus de e_i de ces quarts consécutifs le soir.

Introduisons la variable de succession P_{ij} vérifiant la contrainte suivante :

$$P_{ij} = d_i[d_i - \sum_{l=j}^{j+d_i-1} \sum_{k \in K_l} x_{ilk}],\ i \in I_{E03},\ j \in \tilde{J}_i,$$

où $\tilde{J}_i$ est l'ensemble : $\{-d_i+1, -d_i+2, ..., (28-d_i)+1\},\ i \in I_{E03}$.

Notons que, se référant à la définition générale de variables de succession du deuxième groupe, $P_{ij} = vsd_{i,j}^{d_i}(d_i)$.

Il est clair que

$$P_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{si le médecin } i \text{ travaille au cours des jours } j \text{ à } j+d_i \\ & \text{consécutivement ;} \\ d_i, & \text{si le médecin } i \text{ travaille } d_i - 1 \text{ jours au cours des } d_i \text{ jours ;} \\ 2d_i, & \text{si le médecin } i \text{ travaille } d_i - 2 \text{ jours au cours des } d_i \text{ jour ;} \\ \dots & \\ d_i^2, & \text{si le médecin } i \text{ ne travaille au cours des } d_i \text{ jours.} \end{cases}$$

Ainsi, en ajoutant la contrainte suivante, nous sommes assurés de satisfaire la règle :

$$-P_{ij} + \sum_{l=j}^{j+d_i-1} \sum_{k \in K_{E(l)}} x_{ilk} \leq e_i, \; i \in I_{E03}, \; j \in J.$$

Il est à noter que cette contrainte est correctement formulée si et seulement si $d_i > e_i$.

4. **E04**[*] : Un médecin $i \in I_{E04}$ doit donner au plus un cours durant la période :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{C(j)}} x_{ijk} \leq 1, \; i \in I_{E04}.$$

5. **E05**[*] : Un médecin $i \in I_{E05}$ ne doit pas travailler de quart de nuit ou de quart de type choc lors des deux premiers jours à son retour de vacances.

Tout d'abord, définissons pour chaque médecin $i \in I_{E05}$, $\bar{j}_i \in J(vac_i)$, tel que ce dernier n'est plus en vacances en $\bar{j}_i + 1$:

$$\sum_{l=\bar{j}_i+1}^{\bar{j}_i+2} \sum_{k \in K_{N(l)} \, \cap \, K_{T(l)}} x_{ilk} \leq 0, \; i \in I_{E05}.$$

3.4.2 Fins de semaine

Les quarts de fin de semaine ne sont pas affectés aux médecins de façon isolée. Certaines séquences doivent être respectées. Les cinq prochaines règles décrivent ces séquences.

6. **E06**[*] : Si un médecin complète un quart de soir ou de nuit lors d'un vendredi non férié, il doit travailler lors du même quart le lendemain, en considérant l'alternance cube et choc, s'il y a lieu :

$$\sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{i(j+1)k}, \; i \in I, \; j \in J(ven),$$

$$\sum_{k \in K_{E(j)} \, \cap \, K_{T(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{E(j)} \, \cap \, K_{R(j)}} x_{i(j+1)k}, \; i \in I, \; j \in J(ven),$$

$$\sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{R(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{T(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(ven).$$

7. **E07**[*] : Si un médecin complète un quart quelconque d'un vendredi férié, il doit travailler lors du même quart le lendemain, en considérant l'alternance cube et choc, s'il y a lieu :

$$\sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(venF),$$

$$\sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{T(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{R(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(venF),$$

$$\sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{R(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{T(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(venF),$$

$$\sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{T(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{R(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(venF),$$

$$\sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{R(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{T(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(venF).$$

8. **E08**[*] : Si un médecin complète un quart quelconque d'un samedi, il doit travailler lors du même quart le lendemain, en considérant l'alternance cube et choc, s'il y a lieu :

$$\sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(sam),$$

$$\sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{T(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{R(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(sam),$$

$$\sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{R(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{E(j)} \cap K_{T(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(sam),$$

$$\sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{T(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{R(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(sam),$$

$$\sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{R(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{T(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(sam).$$

9. **E09**[*] : Pour chaque lundi férié, si un médecin complète un quart de jour, c'est parce qu'il a complété un quart de jour le dimanche (en considérant l'alternance cube et choc) :

$$\sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{T(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{R(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(lunF),$$

$$\sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{R(j)}} x_{ijk} = \sum_{k \in K_{D(j)} \cap K_{T(j)}} x_{i(j+1)k}, \ i \in I, \ j \in J(lunF.)$$

Pour éviter de trop longues séquences de quarts de travail, cette dernière contrainte ne s'applique que si le lundi férié n'est pas immédiatement précédé d'un vendredi férié.

10. **E10**[*] : Si un médecin travaille au cours d'une fin de semaine, il ne doit pas travailler le lundi suivant cette fin de semaine :

$$\sum_{k \in K_j} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K_j} x_{ijk} \leq 1, \ i \in I, \ j \in J(lun).$$

11. **E11**[**] : Le nombre de quarts de fins de semaine qu'un médecin $i \in I_{E11}$ complète au cours de la période de 4 semaines ne doit pas excéder Z_i :

$$\sum_{j \in J(fin)} \sum_{k \in K_j} x_{ijk} \leq Z_i, \ i \in I_{E11}.$$

Typiquement, $Z_i = 5$, car ainsi nous évitons qu'un médecin soit de garde au cours de deux fins de semaines contenant chacune trois quarts de travail durant la même période de 4 semaines.

3.4.3 Nuits

Les trois prochaines contraintes décrivent des séquences souhaitées relativement aux quarts de nuit.

12. **E12**[**] : Si un médecin $i \in I_{E12}$ est affecté à un quart de nuit, alors il demande d'en faire N_i consécutifs.

Introduisons les variables de succession du deuxième groupe n_{ij} qui sont reliées aux variables d'affectation suivantes :

$$n_{ij} = N_i[1 - (\sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} - \sum_{k \in K_{N(j-1)}} x_{i(j-1)k})], \ i \in I_{E12}, \ j \in \bar{J}_0 = \{1 - N_i, ..., 27\}.$$

Il est évident que :

$$n_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{si le médecin } i \in I_{E12} \text{ est affecté à un quart de nuit au jour } j \\ & \text{mais pas au jour } j-1,\ j \in \bar{J}_0; \\ N_i, & \text{si le médecin } i \in I_{E12} \text{ est ou n'est pas affecté à un quart de nuit} \\ & \text{aux jours } j-1 \text{ et } j,\ j \in \bar{J}_0; \\ 2N_i, & \text{si le médecin } i \in I_{E12} \text{ est affecté à un quart de nuit au jour } j-1 \\ & \text{mais pas au jour } j,\ j \in \bar{J}_0. \end{cases}$$

Pour tenir compte du fait que ces N_i quarts consécutifs peuvent se dérouler en partie au cours de l'horizon précédent, nous considérons les contraintes suivantes :

$$\begin{array}{llll} (1) & n_{ij} + \sum_{l=j}^{j+N_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} & \geq N_i & ,\ i \in I_{E12},\ j \in \bar{J}_1, \\ (2) & -n_{ij} + \sum_{k \in K_{N(j+N_i)}} x_{i(j+N_i)k} & \leq 0 & ,\ i \in I_{E12},\ j \in \bar{J}_1, \end{array}$$

où $\bar{J}_1 = \{1 - N_i, ..., 27 - N_i\}$.

De façon similaire, pour tenir compte du fait que ces N_i quarts consécutifs peuvent se dérouler en partie au cours de l'horizon suivant, nous considérons les contraintes suivantes :

$$\begin{array}{llll} (3) & n_{ij} + \sum_{l=j}^{27} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} & \geq 28 - j & ,\ i \in I_{E12},\ j \in \bar{J}_2, \\ (4) & -n_{ij} + \sum_{l=j}^{27} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} & \leq 28 - j & ,\ i \in I_{E12},\ j \in \bar{J}_2, \end{array}$$

où $\bar{J}_2 = \{28 - N_i, ..., 27\}$.

Explication de la première partie pour tout $i \in I_{E12}$:

Tout d'abord, remarquons que la plus grande valeur que peuvent prendre les termes $[\sum_{l=j}^{j+N_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk}]$ de l'inéquation (1) et $[\sum_{l=j}^{27} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk}]$ des inéquations (3) et (4) est (N_i+1), tandis que la plus grande valeur que peut prendre le terme $[\sum_{k \in K_{N(j+N_i)}} x_{i(j+N_i)k}]$ de l'inéquation (2) est 1.

Premièrement, regardons le cas où un médecin i complète un quart de nuit au jour j mais pas au jour $j-1$. Nous avons alors $n_{ij}=0$. Substituons cette valeur dans les inéquations ; ceci nous donne :

$$\sum_{l=j}^{j+N_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} \geq N_i,$$
$$\sum_{k \in K_{N(j+N_i)}} x_{i(j+N_i)k} \leq 0.$$

Il est évident, par la première inéquation, que le médecin i doit compléter plus de N_i quarts de nuit au cours des N_i+1 prochains jours. Toutefois, la deuxième inéquation empêche de compléter un quart de nuit au jour N_i+1. Par conséquent, le médecin i complète ses N_i quarts de nuit au cours des N_i prochains jours consécutifs. Nous sommes obligés de conserver la deuxième inéquation, car sans cette dernière, rien n'empêche qu'un médecin complète plus de N_i quarts de nuit consécutifs sur une période plus grande que N_i jours. Regardons le cas suivant représenté par la figure 3.1 :

$j-1$	j	$j+1$	...	$j+N_i$	$j+N_i+1$	$j+N_i+2$
congé	N	N	N	N	N	N

FIG. 3.1 – Situation inacceptable reliée à la consécutivité des quarts de nuit.

Cette situation inacceptable n'est pas considérée si nous envisageons de ne garder que la première contrainte.

Deuxièmement, regardons le cas où un médecin i complète un quart de nuit au jour $j-1$ et au jour j. Nous avons alors $n_{ij}=N_i$. Substituons cette valeur dans les inéquations ; ceci nous donne :

$$N_i + \sum_{l=j}^{j+N_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} \geq N_i,$$
$$-N_i + \sum_{k \in K_{N(j+N_i)}} x_{i(j+N_i)k} \leq 0.$$

En sachant que la plus grande valeur des termes $[\sum_{l=j}^{j+N_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk}]$ de la première et

$[\sum_{k \in K_{N(j+N_i)}} x_{i(j+N_i)k}]$ de la deuxième contrainte sont respectivement N_i et 1, alors ces contraintes sont satisfaites. Ceci peut être exprimé de la façon suivante : nous acceptons le cas échéant au jour j, car la contrainte a été traitée au jour $j-1$.

Troisièmement, regardons le cas où un médecin i ne complète pas de quart de nuit au jour $j-1$ et au jour j. Nous avons alors $n_{ij} = N_i$. Substituons cette valeur dans les inéquations ; ceci nous donne :

$$N_i + \sum_{l=j}^{j+N_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} \geq N_i,$$

$$-N_i + \sum_{k \in K_{N(j+N_i)}} x_{i(j+N_i)k} \leq 0.$$

Le même raisonnement que dans le deuxième cas s'applique dans le cas présent.

Finalement, regardons le cas où un médecin i ne complète pas de quart de nuit au jour j, mais a complété un quart de nuit au jour $j-1$. Nous avons alors $n_{ij} = 2N_i$. Substituons cette valeur dans les inéquations ; ceci nous donne :

$$2N_i + \sum_{l=j}^{j+N_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} \geq N_i,$$

$$-2N_i + \sum_{k \in K_{N(j+N_i)}} x_{i(j+N_i)k} \leq 0.$$

Encore une fois, le même raisonnement que dans le deuxième cas s'applique dans le cas présent.

Explication de la deuxième partie pour tout $i \in I_{E12}$:

Supposons que nous affections un premier quart de nuit à un médecin i au 27 ième jour et que ce dernier demande d'en compléter 3 consécutifs. Cette partie nous assure que ce médecin complète des quarts de nuit au cours des deux derniers jours, soient les 27 ième et 28 ième jours.

13. **E13**[**] : Si un médecin $i \in I_{E13}$ complète un quart nuit le lendemain d'une journée où il a complété un quart quelconque, il doit avoir au moins P_i journées de congé avant de compléter un autre type de quart.

Introduisons les variables de succession du premier groupe d_{ij} caractérisées par les contraintes suivantes $\forall i \in I_{E13}$ et $\forall j \in \hat{J}_1 = \{2 - P_i, 3 - P_i, ..., 27\}$:

$$d_{ij} - \sum_{k \in K_j} x_{i(j-2)k} \leq 0,$$

$$d_{ij} - \sum_{k \in K_j} x_{i(j-2)k} - \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \geq -1,$$

$$d_{ij} - \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{i(j-1)k} \leq 0,$$

$$d_{ij} + \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \leq 1.$$

Notons que, se référant à la définition générale de variables de succession du premier groupe, ces contraintes caractérisent celles où $m = n = 2$, $K_j = K$, $K_{j+1} = K_{N(j+1)}$ et $K_{j+2} = K_{N(j+2)}$. Il est facile de vérifier que pour $i \in I_{E13}$ et $j \in \hat{J}_1$:

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si le médecin } i \text{ travaille en } j-2, \text{ travaille de nuit en } j-1, \text{ mais ne} \\ & \text{travaille pas de nuit en } j\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Ainsi, en ajoutant la contrainte suivante, nous sommes assurés de satisfaire la règle :

$$d_{i(j-P_i+1)} + \sum_{k \in K_{j-P_i-1}} x_{i(j-P_i-1)k} + \sum_{k \in K_{N(j-P_i)}} x_{i(j-P_i)k}$$
$$+ \sum_{k \notin K_{N(j-P_i+1)}} x_{i(j-P_i+1)k} + \sum_{l=j-P_i+2}^{j} \sum_{k \in K_l} x_{ilk} \leq 3, \; i \in I_{E13}, \; j \in \hat{J}_1.$$

14. **E14**[**] : Après avoir complété Y_i quarts de nuit consécutifs, un médecin $i \in I_{E14}$ doit bénéficier d'au moins Z_i jours de congé :

Introduisons les variables de succession du premier groupe T_{ij} caractérisées par les contraintes suivantes $\forall i \in I_{E14}$ et $\forall j \in \hat{J}_2 = \{-Y_i - 1, -Y_i, ..., 27\}$:

$$T_{ij} - \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} \leq 0,\ l = \{j - Y_i, j - Y_i + 1 ..., j - 1\},$$

$$T_{ij} - \sum_{l=j-Y_i}^{j-1} \sum_{k \in K_l} x_{ilk} + \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \geq -Y_i + 1,$$

$$T_{ij} + \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \leq 1.$$

Les variables T_{ij} sont des variables de succession du premier groupe selon la définition générale où $m = n = 3$, $K_j = K_{N(j)}$, $K_{j+1} = K_{N(j+1)}$, $K_{j+2} = K_{N(j+2)}$ et $K_{j+3} = K_{N(j+3)}$. Il est facile de vérifier que pour $i \in I_{E14}$ et $j \in \hat{J}_2$:

$$T_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si le médecin } i \text{ travaille de nuit aux jours } j - Y_i, ..., j - 1 \\ & \text{mais ne travaille pas de nuit au jour } j, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

La règle est satisfaite en ajoutant la contrainte suivante :

$$T_{i(j-Z_i+1)} + d_{i(j-Z_i+1)} + \sum_{l=j-Y_i-Z_i+1}^{j-Y_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} + \sum_{l=j-Y_i+1}^{j} \sum_{k \in K_l} x_{ilk} \leq Y_i + 2,$$

$i \in I_{E14},\ j \in \hat{J}_2.$

Il est à noter que les variables de succession sont essentielles pour exprimer les deux contraintes précédentes (**E13** et **E14**), car si nous utilisions uniquement des variables d'affectation pour les formuler, nous serions tentés de les formuler de la façon suivante :

$$\textbf{E13'} : \sum_{k \in K_j} x_{i(j-P_i-1)k} + \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{i(j-P_i)k} + \sum_{k \notin K_{N(j)}} x_{i(j-P_i+1)k}$$

$$+ \sum_{l=j-P_i+2}^{j} \sum_{k \in K_l} x_{ilk} \leq 2,\ i \in I_{E13},\ j \in \hat{J}_1,$$

$$\textbf{E14'} : \sum_{l=j-Y_i-Z_i+1}^{j-Y_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} + \sum_{l=j-Y_i+1}^{j} \sum_{k \in K_l} x_{ilk} \leq Y_i,\ i \in I_{E14},\ j \in \hat{J}_2.$$

Ces dernières contraintes ne permettent pas les séquences indiquées à la figure 3.2 pour le cas où : $P_i = 2, Y_i = Z_i = 3,\ \forall i \in I$. Or, ces situations sont acceptables et l'utilisation des variables de succession les permettent. C'est pour cela que les variables de succession ont été définies.

Cas où : $P_i = 2, Y_i = Z_i = 3,\ \forall i \in I$							
j	j+1	j+2	j+3	j+4	j+5	Total des valeurs des variables	Contraintes violées
N	congé	travail	travail	travail	travail	5	**E13'** et **E14'**
N	N	congé	congé	travail	travail	4	**E14'**
N	congé	congé	travail	travail	travail	4	**E14'**
N	N	N	N	congé	congé	4	**E13'** et **E14'**
etc.							

FIG. 3.2 – Situations relatives à la consécutivité des quarts de nuit.

Notons que le cas particulier des inéquations **E13** et **E14** obtenues en prenant $P_i = 2, Y_i = Z_i = 3,\ \forall i \in I$, a été traité et validé lors du travail de Beaulieu [6].

15. **E15**[**] : Si un médecin $i \in I_{E15}$ ne peut compléter 3 quarts de nuit consécutifs, alors dès qu'il en a complété un ou deux, il ne faut pas lui assigner un autre quart de nuit avant D_i jours :

Introduisons les variables de succession du premier groupe y_{ij} caractérisées par les contraintes suivantes pour $\forall i \in I_{E15}$ et $j \in \dot{J}_0 = \{-D_i + 1, -D_i + 2, ..., 26\}$:

$$y_{ij} \leq \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk},$$

$$y_{ij} \geq \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} - \sum_{k \in K_{N(j+1)}} x_{i(j+1)k},$$

$$y_{ij} \leq 1 - \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{i(j+1)k}.$$

Ces contraintes définissent les variables de succession générales du premier groupe pour $m = n = 1$, et $K_j = K_{j+1} = K_{N(j)}$

Il est évident de vérifier que :

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si le médecin } i \text{ travaille de nuit au jour } j \text{ mais pas le lendemain,} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

La règle est satisfaite en ajoutant les contraintes suivantes :

$$y_{ij} + \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} + \sum_{l=j+1}^{j+D_i} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} \leq 2, i \in I_{E15},\ j \in \dot{J}_1 = \{-D_i+1, -D_i+2, ..., 28-D_1\}.$$

Pour tenir compte du fait que les D_i jours de congé de quarts de nuit peuvent se dérouler en partie au cours de l'horizon suivant, nous considérons les contraintes suivantes :

$$y_{ij} + \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} + \sum_{l=j+1}^{27} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} \leq 2,\ i \in I_{E15},\ j \in \dot{J}_2 = \{28 - D_1, 27\}.$$

Explication pour tout $i \in I_{E15}$:

Si le médecin i travaille un quart de nuit le jour j, mais ne fait pas de quart de nuit le lendemain, la variable y associée prend la valeur 1. En sommant y et x, on atteint donc la borne 2, ce qui nous assure que le médecin ne fera aucun quart de nuit dans les D_i prochains jours.

Si le médecin i complète un quart de nuit le même jour (jour j), ainsi que le lendemain, alors la contrainte nous assure qu'il ne fera pas de quarts de nuit le jour suivant. Alors, on retombe dans le cas précédent, qui nous assure que le médecin ne fera pas de quarts de nuit dans les D_i jours suivants le lendemain.

Si le médecin i ne complète pas de quarts de nuit le jour j, alors il ne peut en compléter plus de deux dans les D_i jours suivants.

16. **E16**[*] : Si un médecin $i \in I_{E16}$ a travaillé un ou plusieurs quarts de nuit durant les 14 derniers jours de la période précédente, il faut s'assurer qu'il ne se voit pas affecter aucun quart de nuit au cours des C_i jours suivant son dernier quart de nuit.

Soit $\hat{j}_i$ le dernier jour où le médecin i a complété un quart de nuit au cours de la dernière période. Alors la contrainte s'écrit :

$$\sum_{l=0}^{C_i-(27-\hat{j}_i)} \sum_{k \in K_{N(l)}} x_{ilk} = 0,\ i \in I_{E16}.$$

3.4.4 Jours fériés

Les deux prochaines contraintes décrivent les contraintes relatives aux jours fériés si la période de 4 semaines en contient. Définissons d'abord

$$F = \{i \in I | \text{le médecin } i \text{ a travaillé lors du dernier jour férié de l'horizon précédent}\}.$$

Si l'ensemble $I - F$ ne contient pas assez de médecins pour combler tous les quarts de travail ayant lieu au jour $\bar{j}$ férié de l'horizon courant, nous l'augmentons en retirant un par un les médecins de moindre ancienneté dans l'ensemble F pour les ajouter dans l'ensemble $I - F$ jusqu'à ce qu'il y ait assez de médecins disponibles.

17. **E17**[*] : Un médecin $i \in F$ ne travaille pas au cours du premier jour férié $\bar{j}$ de la présente période s'il a été affecté au cours du dernier jour férié de la période précédente et que $\bar{j}$ survient à plus de trois jours de ce dernier :

$$\sum_{k \in K_{\bar{j}}} x_{i\bar{j}k} = 0, \;\; i \in F.$$

18. **E18**[*] : Un médecin $i \in I - F$ ne travaille jamais au cours de deux jours fériés consécutifs $\bar{j}$ et $\hat{j}$ sauf s'ils sont séparés par moins de trois jours :

$$\sum_{k \in K_{\bar{j}}} x_{i\bar{j}k} + \sum_{k \in K_{\hat{j}}} x_{i\hat{j}k} \leq 1, \;\; i \in I - F.$$

3.5 Contraintes d'équité

Cette section présente les contraintes qui visent à répartir de façon équitable certains types de quarts entre tous les médecins selon l'ancienneté.

3.5.1 Distribution des fins de semaine

1. **D01**[*] : Nous distribuons les fins de semaine de façon à ce que les nouveaux médecins complètent une fin de semaine sur deux et que les anciens en complètent au plus une sur deux :

$$\sum_{k \in K_j} [x_{i(j-7)k} + x_{ijk}] = 1,\ i \in I(nouveau),\ j \in J(sam),$$

$$\sum_{k \in K_j} [x_{i(j-7)k} + x_{ijk}] \leq 1,\ i \in I(ancien),\ j \in J(sam),$$

ou bien nous les distribuons de façon à ce qu'un médecin $i \in I_{D01}$ en complète une sur FS_i :

$$\sum_{l=1}^{FS_i-1} \sum_{k \in K_{j-(7*l)}} x_{i(j-(7*l))k} + \sum_{k \in K_j} x_{ijk} = 1,\ i \in I_{D01},\ j \in J(sam).$$

2. **D02**[*] : Les fins de semaine sont redistribuées de sorte que tous les anciens médecins n'ayant pas plus de 14 jours de vacances durant la période doivent travailler au moins une fin de semaine :

$$\sum_{j \in J(sam)} \sum_{k \in K_j} x_{ijk} \geq 1,\ i \in I(ancien),\ |J(\text{vac}_i)| \leq 14,$$

et de sorte qu'ils en complètent 2 s'ils ont bénéficié de plus de 14 jours de vacances au cours de l'horizon précédent.

$$\sum_{j \in J(sam)} \sum_{k \in K_j} x_{ijk} = 2,\ i \in I(ancien),\ |J(\text{vac}_i)| > 14 \text{ à la période précédente.}$$

Les contraintes **E11**, **D01** et **D02** sont très souvent non réalisables à cause de certaines situations particulières. De plus, nous pouvons prédire à l'avance les fins de semaine auxquelles les nouveaux médecins sont affectés : ceux ayant travaillé lors de la dernière fin de semaine de la période précédente travaillent lors des fins de semaine 2 et 4, alors que les autres travaillent lors des fins de semaine 1 et 3.

Or, si un nouveau médecin demande un congé au cours d'une fin de semaine où il devrait travailler, ou bien si le nombre de jeunes médecins devant travailler au cours d'une certaine fin de semaine n'excède pas le nombre K_j, $j \in J(sam)$, il devient alors impossible de combler tous les quarts. Dans le prochain chapitre, nous expliquerons comment nous abordons ce problème.

3.5.2 Distribution de différents types de quarts

3. **D03**[**] : Nous redistribuons les quarts de nuit de sorte que le souhait de chaque médecin $i \in I_{D03}$ de faire au plus $\hat{N}_i$ quarts de nuit soit satisfait (toutefois, il faut s'assurer que $\sum_{i \in I_{D03}} \hat{N}_i \geq \sum_{j \in J} |K_{N(j)}|$, pour maintenir la réalisabilité du problème) :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \leq \hat{N}_i, \; i \in I_{D03}.$$

4. **D04**[**] : Un médecin $i \in I_{D04}$ demande de ne pas faire plus de Z_i quarts de type $\bar{k} \in K$ pendant une semaine :

$$\sum_{j \in \bar{J}_p} x_{il\bar{k}} \leq Z_i, \; i \in I_{D04}, \; \bar{k} \in K_j, \; p = 1,2,3,4.$$

5. **D05**[**] : Un médecin $i \in I_{D05}$ demande de ne pas faire plus de Z_i quarts de type $\bar{k} \in K$ pendant l'horizon :

$$\sum_{j \in J} x_{ij\bar{k}} \leq Z_i, \; i \in I_{D05}, \; \bar{k} \in K_j.$$

6. **D06**[*] : Un médecin $i \in I_{D06}$ doit compléter un nombre de quarts de jour au moins aussi grand que le nombre de quarts de soir moins un :

$$\sum_{j \in J} [\sum_{k \in K_{D(j)}} x_{ijk} - \sum_{k \in K_{E(j)}} x_{ijk}] \geq -1, \; i \in I_{D06}.$$

7. **D07**[*] : Un médecin $i \in I_{D07}$ doit compléter un nombre de quarts de type cube au moins aussi grand que le nombre de quarts de type choc :

$$\sum_{j \in J} [\sum_{k \in K_{R(j)}} x_{ijk} - \sum_{k \in K_{T(j)}} x_{ijk}] \geq 0, \; i \in I_{D07}.$$

8. **D08**[*] : Afin d'être équitable envers tous les médecins, nous spécifions selon certaines règles un nombre approximatif de quarts de nuit que chaque médecin devrait compléter au cours de six horizons consécutifs. Dénotons par (seuil des nuits)$_i$ le nombre de quarts de nuit que le médecin $i \in I_{D08}$ devrait compléter au cours de $m = 6$ horizons consécutifs. Les valeurs de ces seuils peuvent être définies par le chef des médecins de la salle d'urgence selon le seul critère que le total des (seuil des nuits)$_i$ allouées aux médecins durant les m horizons doit être égal ou supérieur au nombre total de quarts de nuit à combler durant les m horizons. Dénotons par $(m-1)_i$ le nombre de quarts de nuit que le médecin $i \in I_{D08}$ a complété au cours des $(m-1)$ horizons précédents. Alors la contrainte suivante assure que le nombre de quarts de nuit affectés au médecin $i \in I_{D08}$ au cours des $m = 6$ horizons (dont le présent est le dernier) n'excède pas le seuil par plus de deux :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \leq (\text{seuil des nuits}_i) - (m-1)_i + 2, \;\; i \in I_{D08}.$$

Cette contrainte n'est ajoutée que si le terme de droite de l'inégalité est inférieur à $\hat{N}_i$ de la contrainte **D03** ; autrement, elle est inutile. Rappelons que la contrainte **D03** spécifie le nombre de quarts de nuit que le médecin doit compléter au cours du présent horizon.

Cependant, pour faciliter la résolution du problème, si le terme de droite de l'inégalité est inférieur ou égal à 0 pour certains médecins, nous permettons que ces derniers complètent au plus deux quarts de nuit :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \leq 2, \;\; i \in I_{D08}.$$

Nous avons utilisé une période de six horizons parce qu'une période plus courte rend plus difficile la tâche d'équilibrer les quarts de nuit, et une période plus longue nécessite un travail plus ardu du chef des médecins à déterminer les (seuil des nuits)$_i$ alloués aux médecins.

3.5.3 Distribution des heures

9. **D09** : Voici une nouvelle contrainte que nous ne retrouvons pas dans [5, 6]. Cette dernière stipule que chaque médecin $i \in I_{D09}$ ne doit pas faire plus de H_i heures de travail par semaine :

$$\sum_{j \in \bar{J}_p} \sum_{k \in K_j} h_k x_{ijk} \leq H_i, \ i \in I_{D09}, \ p = 1, 2, 3, 4.$$

Pour chaque médecin $i \in I$, un seuil hebdomadaire d'heures (seuil des heures)$_i$ est spécifié. La valeurs de ces seuils sont établies par l'utilisateur après consultation des médecins. Ces valeurs peuvent être ajustées d'un horizon à l'autre selon les besoins. Étant donné que le total de ces seuils n'est pas nécessairement égal au nombre total d'heures des quarts à affecter dans une semaine, nous ne pouvons satisfaire exactement ces seuils. De plus, les requêtes individuelles, de même que d'autres règles peuvent entrer en conflit avec ces seuils. Également, s'il y a beaucoup de vacances ou de congés demandés, certains médecins se doivent de travailler davantage. Il faut chercher à affecter à chaque médecin i, un nombre d'heures mensuelles (pour 4 semaines) à peu près égal à quatre fois son (seuil des heures)$_i$. Alors, si un médecin travaille moins lors d'une semaine, il peut travailler davantage au cours des autres semaines. Toutefois, il est difficile de satisfaire exactement les (seuil des heures)$_i$ à chaque semaine. Suite à des expérimentations, Beaulieu [6] a proposé les contraintes suivantes.

10. **D10**[*] : Chaque médecin i ne peut travailler un nombre total d'heures supérieur à quatre fois son (seuil des heures)$_i$ plus le tiers de la valeur de son (seuil des heures)$_i$ par horizon :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} h_k x_{ijk} \leq 4(seuil)_i + (seuil)_i/3, \ i \in I.$$

11. **D11**[*] : Chaque médecin i doit travailler un nombre d'heures au moins égal à quatre fois la valeur de son (seuil des heures)$_i$ moins une fois et demie la valeur de ce (seuil des heures)$_i$ par horizon :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} h_k x_{ijk} \geq 4(seuil)_i - 1.5(seuil)_i, \; i \in I.$$

3.6 Contraintes de buts

Pour équilibrer la répartition des quarts de nuit et des heures de travail, les contraintes suivantes **G01** et **G02** sont ajoutées :

1. **G01**[*] : Équilibrer le nombre de quarts de nuit :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} + qn_i - pn_i = (\text{seuil des nuits})_i - (m-1)_i, \; i \in I_{D08},$$

où qn_i et pn_i sont des variables d'écarts.

2. **G02**[*] : Équilibrer le nombre d'heures de travail par semaine :

$$\sum_{j \in \bar{J}_p} \sum_{k \in K_j} h_k x_{ijk} + qhou_{ip} - phou_{ip} = (seuil)_i, \; i \in I, \; p = 1, 2, 3, 4,$$

où $qhou_{ip}$ et $phou_{ip}$ sont des variables d'écarts.

De plus, le ratio entre certains types de quarts doit être équilibré entre les médecins.

3. **G03**[*] : Équilibrer le ratio jour/soir :

$$N_E \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{D(j)}} x_{ijk} - N_D \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{E(j)}} x_{ijk} + qde_i - pde_i = N_D P_{2i} - N_E P_{1i}, \; i \in I,$$

où qde_i et pde_i sont des variables d'écarts ; P_{1i}, P_{2i} dénotent respectivement les nombres de quarts de jour et de soir complétés par $i \in I$ au cours des cinq derniers horizons précédents ; N_D, N_E représentent respectivement les nombres totaux de quarts de jour et de soir au cours de l'horizon.

Ces contraintes reflètent le fait qu'en moyenne au cours de chaque période de 6 horizons consécutifs, le rapport entre le nombre total de quarts de jour et le nombre total de quarts de soir affectés à chaque médecin i est à peu près égal au rapport entre le nombre total de quarts de jour et le nombre total de quarts de soir au cours de cette période.

4. **G04**[*] : Équilibrer le ratio cube/choc :

$$N_T \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{R(j)}} x_{ijk} - N_R \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{T(j)}} x_{ijk} + qrt_i - prt_i = N_R T_{2i} - N_T T_{1i}, \; i \in I,$$

où qrt_i et prt_i sont des variables d'écarts ; T_{1i}, T_{2i} dénotent respectivement les nombres de quarts de type cube et de type choc complétés par $i \in I$ au cours des cinq derniers horizons précédents ; N_R, N_T représentent respectivement le nombre total de quarts de type cube et de type choc au cours de l'horizon.

5. **G05**[**] : Certains quarts doivent être distribués équitablement entre les médecins :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in \tilde{K}} x_{ijk} + qs_{ki} - ps_{ki} = TK_{ik}, \; i \in I^k_{G05},$$

où qs_{ki} et ps_{ki} sont des variables d'écarts ; TK_{ik} est le seuil visé pour le nombre de quarts de type $k \in \tilde{K}$ souhaité par le médecin $i \in I^k_{G05}$.

Il est à noter que les variables TK_{ik} tiennent compte des affectations au cours des cinq derniers horizons. Ceci nous permet d'équilibrer la distribution de ces quarts.

6. **G06**[*] : Équilibrer les participations aux réunions :

$$\sum_{j \in J(reu)} [\sum_{k \in K_{D(j)} \cup K_{E(j)}} x_{ijk} + \sum_{k \in K_{E(j-1)} \cup K_{N(j-1)}} x_{i(j-1)k}] + qm_i - pm_i = \text{(seuil des réunions)}_i, \; i \in I,$$

où qm_i et pm_i sont des variables d'écarts.

Il est difficile pour un médecin d'assister à une réunion le matin s'il a travaillé jusqu'à minuit la veille ou s'il vient de compléter un quart de nuit. De plus, ceux qui assurent les quarts de jour ne peuvent participer à la réunion. Finalement, il est désagréable pour un médecin de devoir assister à une réunion et d'avoir ensuite à se déplacer à nouveau pour compléter un quart de soir.

Le seuil des réunions est la différence entre le nombre de participations aux réunions que le médecin $i \in I$ doit compléter au cours de six horizons et le nombre qu'il a complété au cours des cinq derniers horizons.

3.7 Objectifs

Différents objectifs peuvent être considérés selon le contexte. Ces objectifs sont linéaires et résultent en général de la fusion de plusieurs fonctions, qui peuvent être définies à partir des variables d'écarts et des variables d'affectation. Aux chapitres 5 et 6, nous introduisons les objectifs utilisés respectivement pour les hôpitaux Santa-Cabrini et Sacré-Coeur de Montréal.

La forme générale de ces objectifs est la suivante :

$$\min\{\alpha F_1(p,q) - (1-\alpha)F_2(x)\},$$

où $0 \leq \alpha \leq 1$, $F_1(p,q)$ minimise les déviations par rapport aux seuils spécifiés dans les contraintes de buts, alors que $F_2(x)$ favorise l'affectation de certains médecins à certains quarts selon une priorité préétablie.

À la section 4.2, nous précisons comment les fonctions $F_1(p,q)$ et $F_2(x)$ ont été implantées. Toutefois, nous pouvons déjà présenter certaines considérations par rapport à la détermination du poids α, qui précise l'importance relative à accorder aux deux fonctions. Lorsque presque tous les médecins sont réguliers et soumis à toutes les règles de la distribution des différents types de quarts de travail, la fonction $F_1(p,q)$ permet d'atteindre un équilibre entre les médecins. Alors, nous avons intérêt à poser $\alpha = 1$. Par contre, si ce n'est pas le cas et que les médecins ne sont disponibles que pour certains types de quarts, il est alors difficile, voire même impossible d'équilibrer les affectations entre les médecins. Par exemple, si certains médecins ne sont disponibles que pour des quarts de jour et d'autres que pour des quarts de soir, il est impossible d'équilibrer les quarts de jour et de soir entre les médecins. Dans ce cas, $\alpha = 0$ est le meilleur choix. Ce dernier cas est intéressant puisque les contraintes de buts peuvent alors être retirées du modèle, diminuant ainsi sa taille. Dans un cas intermédiaire entre ces deux situations extrêmes, l'utilisateur peut définir la fonction $F_1(p,q)$ seulement par rapport aux médecins dont les différents types de quarts doivent être équilibrés, et définir la fonction $F_2(x)$ seulement par rapport aux autres types de quarts. Il peut ensuite évaluer la "qualité" des horaires obtenus avec différentes valeurs du paramètre

α pour en déterminer la “meilleure”.

Le modèle mathématique introduit dans ce chapitre est général et couvre l'ensemble des règles que nous retrouvons dans les hôpitaux Santa-Cabrini et Sacré-Coeur de Montréal. Dans les chapitres 5 et 6 nous indiquons comment spécialiser le modèle général pour chacun de ces deux milieux hospitaliers.

Chapitre 4

Stratégie de résolution

Dans ce chapitre, nous présentons la méthode utilisée pour résoudre le modèle général introduit au chapitre précédent. Dans la plupart des cas, le caractère conflictuel de certaines contraintes fait que le modèle n'est pas réalisable. Pour résoudre cette difficulté, nous avons développé un algorithme de résolution, qui comporte une phase initiale et une phase itérative. Nous présentons les détails de ces deux phases dans la section 4.1. Nous expliquons ensuite comment nous avons implanté les deux fonctions qui définissent l'objectif du modèle (section 4.2). Nous indiquons comment nous utilisons le logiciel de programmation linéaire en nombres entiers *Cplex* [12] pour résoudre le modèle, en spécifiant les paramètres de ce logiciel (section 4.3). Finalement, nous expliquons différentes astuces utilisées pour améliorer les performances de la méthode de résolution (section 4.4).

4.1 Méthode de résolution

Comme les différents types de contraintes sont souvent en conflit les uns par rapport aux autres, il est impossible de tous les satisfaire en général. C'est pourquoi nous devons élaborer une stratégie de résolution permettant de retirer ou d'ajouter au besoin certaines contraintes de certains types.

Avant que la méthode de résolution ne s'amorce, l'utilisateur sélectionne les types de contraintes souples par ordre décroissant de leur importance à ses yeux. Nous dénotons par C l'ensemble des types de contraintes sélectionnés et aussi ordonnés.

Également, l'utilisateur peut fixer certains quarts à priori pour répondre à diverses requêtes du personnel et pour favoriser la réalisation de certaines situations. Dénotons par Q l'ensemble de ces quarts fixés.

Diverses expérimentations nous ont permis d'identifier certains types de contraintes souples dont l'inclusion engendre un problème difficile à résoudre, car leur présence augmente la complexité du modèle mathématique au point de le rendre non réalisable. Ces types de contraintes sont regroupés en deux catégories : les contraintes difficiles à satisfaire lorsqu'il y a réduction de personnel ou lorsqu'il y a un grand nombre de nouveaux médecins (puisque ces derniers sont soumis à des règles très contraignantes sur les quarts de fins de semaine), et les contraintes difficiles à satisfaire lorsqu'il y a des jours fériés ou des événements spéciaux au cours de l'horizon. Ainsi, pour mieux traiter les différents types de contraintes souples, nous les séparons en trois ensembles distincts. Nous dénotons par E_1 l'ensemble des types de contraintes qui ne sont pas des deux catégories mentionnées précédemment, et par E_2 et E_3 les types qui sont respectivement de la première et de la deuxième catégorie. Le tableau 4.1 présente l'algorithme identifiant et séparant les différents types de contraintes souples de l'ensemble C :

Soient : E_1, E_2, E_3 des ensembles vides.
Pour tout $c \in C$
  si l'étiquette de $c \in$ {**E10**,**D02**,**D09**,**D10**,**D11** et
    pour les fins de semaine qui ne sont pas précédées et
    suivies par des jours fériés, **E11** et **D01**}
    alors $E_2 = E_2 \cup \{c\}$
  si l'étiquette de $c \in$ {**E17**,**E18** et pour les fins de semaine qui
    sont précédées et suivies par des jours fériés, **E11** et **D01**}
    alors $E_3 = E_3 \cup \{c\}$
  sinon $E_1 = E_1 \cup \{c\}$

TAB. 4.1 – L'algorithme pour séparer les différents types de contraintes sélectionnées.

De façon générale, la méthode de résolution comporte une phase initiale qui vérifie la réalisabilité, du modèle mathématique défini uniquement par les contraintes rigides (voir section 4.1.1). Par la suite, une phase itérative ajoute au modèle mathématique, un à un, les types de contraintes sélectionnés en commençant par ceux de l'ensemble E_1, suivis par ceux de l'ensemble E_2 et finalement, ceux de l'ensemble E_3. À chaque itération, les contraintes du type ajouté peuvent être éliminées ou modifiées au besoin, puisqu'elles interfèrent avec les quarts fixés à priori (voir section 4.1.2). Ces ajouts se poursuivent jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit satisfait (voir section 4.1.3).

4.1.1 Phase initiale : traitement des contraintes rigides

Les contraintes rigides introduites à la section 3.3 ne peuvent être violées. Ainsi, les quarts fixés à priori par l'utilisateur sont scrutés afin de traduire par un message d'erreur à l'utilisateur toute violation de ces contraintes. Notons qu'une telle violation est souvent la conséquence d'une distraction de l'utilisateur lors des affectations à priori. Il faut que l'utilisateur modifie certaines affectations faites à priori pour éliminer toute violation. Ensuite, nous définissons un modèle mathématique incluant uniquement les contraintes rigides. Si la solution de ce modèle ne contient pas le super-médecin, nous passons à la phase itérative. Rappelons que le super-médecin est celui qui prend en charge tous les quarts qui ne peuvent être affectés à aucun médecin. Ainsi, l'absence du super-médecin implique que l'horaire est complet, et par le fait même, indique l'absence de quarts ouverts. Toutefois, si ce n'est pas le cas (c'est-à-dire que le super-médecin est présent), deux alternatives sont possibles : celle d'ignorer la présence des quarts ouverts et de passer à la phase itérative, ou celle de modifier les disponibilités des médecins et les quarts fixés à priori et de recommencer la phase initiale afin de déterminer un nouvel horaire initial.

4.1.2 Phase itérative : traitement des contraintes souples

Nous ajoutons au modèle mathématique, un à un, les types de contraintes sélectionnés en commençant par ceux de l'ensemble E_1, selon leur ordre d'importance établi par l'utilisateur. Mais avant de résoudre ce dernier modèle, nous scrutons les quarts fixés à priori pour déceler les violations des contraintes du type ajouté. L'utilisateur est informé de chacune des contraintes violées. Si malgré tout, l'utilisateur préfère ne pas modifier les quarts fixés à priori, ces contraintes sont retirées. Par contre, puisque l'élimination de certaines contraintes détériore grandement la "qualité" de l'horaire, nous pouvons également modifier partiellement ces contraintes pour les introduire dans le problème.

Après avoir ajouté ces contraintes, nous résolvons le modèle mathématique résultant. Si l'application du critère d'arrêt (voir section 4.1.3) nous indique de poursuivre, et si nous avons ajouté tous les types de contraintes de l'ensemble E_i, alors nous poursuivons en ajoutant des types de contraintes dans l'ensemble E_{i+1}. Par contre, si $E_i = E_3$, la résolution s'arrête.

Voici deux exemples de contraintes de l'ensemble E_1 où les termes de droite peuvent être modifiés pour conserver les contraintes dans le modèle.

Exemple 1 : Considérons les types de contraintes sur les heures hebdomadaires. Si l'utilisateur a affecté plus de H_i heures de travail au cours de la semaine $p = 1, 2, 3, 4$ aux médecins $i \in I_{D09}$, alors la contrainte correspondante peut être modifiée pour devenir :

$$\sum_{j \in \bar{J}_p} \sum_{k \in K_j} h_k x_{ijk} \leq \hat{H}_i^p, \ i \in I_{D09}, \ p = 1, 2, 3, 4,$$

où $\hat{H}_i^p$ est le nombre d'heures affectées au médecin i au cours de la semaine $p = 1, 2, 3, 4$.

Exemple 2 : Considérons les types de contraintes sur la distribution des quarts de nuit. Si l'utilisateur a affecté un nombre $\bar{N}_i$ ($\bar{N}_i > \hat{N}_i$) de quarts de nuit au médecin $i \in I_{D03}$, alors la contrainte peut-être modifiée de la manière suivante :

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{N(j)}} x_{ijk} \leq \bar{N}_i, \ i \in I_{D03}.$$

Illustrons également comment nous pouvons modifier des contraintes de l'ensemble E_2 pour les maintenir dans le modèle à l'aide des deux exemples suivants.

Exemple 1 : Considérons les contraintes **D01** dont l'objet est de redistribuer les fins de semaine de façon à ce que les nouveaux médecins complètent une fin de semaine sur deux et que les anciens en complètent au plus une sur deux. Puisque ces contraintes ont un lien avec l'horizon précédent, il est facile de prévoir les fins de semaine auxquelles

les nouveaux médecins seront affectés : ceux ayant travaillé lors de la dernière fin de semaine de l'horizon précédent travailleront les fins de semaine 2 et 4, alors que les autres travailleront les fins de semaine 1 et 3. Or, si un nouveau médecin demande un congé au cours d'une fin de semaine où il devrait travailler, ou bien si le nombre de jeunes médecins devant travailler au cours d'une certaine fin de semaine excède le nombre de quarts disponibles au cours de ces jours, il y a problème.

Pour éviter ces situations conflictuelles, nous réaménageons les affectations de ces quarts à l'aide de la procédure itérative suivante représentée dans le tableau 4.2. Cette procédure est exécutée pour chacun des nouveaux médecins i :

Si i doit faire les fins de semaine 1-3 et qu'il ne peut faire 1, il fera 2-4 ;
Si i doit faire les fins de semaine 2-4 et qu'il ne peut faire 2, il fera 3 ;
Si i doit faire les fins de semaine 3 et qu'il ne peut faire 3, il fera 4 ;
Si i doit faire les fins de semaine 1-3 et qu'il ne peut faire 3, il fera 1-4 ;
Si i doit faire les fins de semaine 1-4 et qu'il ne peut faire 4, il fera 1 ;
Si i doit faire les fins de semaine 2-4 et qu'il ne peut faire 4, il fera 2 ;
Si i doit faire les fins de semaine 4 et qu'il ne peut faire 4, il ne fera rien.

TAB. 4.2 – Procédure itérative pour affecter les fins de semaine aux nouveaux médecins.

Exemple 2 : Considérons les contraintes **D02** dont l'objet est de redistribuer les fins de semaine de façon à ce que les anciens médecins complètent au moins une fin de semaine au cours de l'horizon, et de façon à ce qu'ils en complètent 2 s'ils n'ont bénéficié d'aucune fin de semaine de travail au cours de l'horizon précédent.

Supposons qu'au cours de l'horizon, il y a un maximun de y quarts à combler au cours des fins de semaine. Si ce maximum est trop faible, des contraintes du type **D02** risquent d'être insatisfaites si les types de contraintes **E08** et **D01** sont sélectionnés. En effet, les contraintes du type **E08** ont pour objet d'affecter les mêmes quarts des samedis et dimanches aux mêmes médecins en alternant les types cube et choc. Par conséquent, nous avons besoin d'au moins $\lceil \frac{y}{2} \rceil$ médecins pour combler les y quarts. Or, nous ne pouvons satisfaire **D02** si le nombre d'anciens médecins additionné au double des nouveaux (puisque les nouveaux complètent deux fins de semaine par période de 4 semaines, **D01**) excède le nombre de médecins nécessaires pour combler les y quarts. Si c'est le cas, on retire l'obligation de travailler deux fins de semaine pour les médecins n'ayant pas travaillé de fins de semaine lors de l'horizon précédent et on retire des contraintes **D01** pour les nouveaux ayant le plus d'ancienneté jusqu'à ce que la quantité ci-haut mentionnée devienne inférieure ou égale à ce maximun.

En ce qui concerne les types de contraintes de l'ensemble E_3, les modifications à leur apporter pour les maintenir dans le problème sont résumées dans le tableau 4.3.

D01 concernant les nouveaux médecins	La contrainte est retirée si elle force un médecin à travailler au cours de deux jours fériés consécutifs.
E11	La contrainte est éliminée, médecin par médecin à partir de celui de plus petite ancienneté, si le nombre de nouveaux médecins affectés au cours d'une certaine fin de semaine est supérieur à 2 ou s'il y a deux jours fériés ou plus durant la période qui sont espacés de plus d'une semaine et qui sont des vendredis ou des lundis. On procède ainsi jusqu'à ce que le nombre de médecins pour lesquels on a retiré la contrainte assure la réalisabilité.
E17 et **E18**	Tel que mentionné lors de la présentation de ces contraintes, la procédure consiste à rendre disponibles, un à la fois, les médecins ayant travaillé lors de l'avant-dernier jour férié à partir de celui de moindre ancienneté, jusqu'à ce qu'il y ait assez de médecins.

TAB. 4.3 – Les contraintes souples difficile à satisfaire lorsqu'il y a des jours fériés ou des événements spéciaux.

4.1.3 Conditions d'arrêt

Trois conditions peuvent arrêter le processus itératif de la méthode de résolution. La première condition est remplie lorsque l'utilisateur juge que l'horaire obtenu lors de la résolution du modèle mathématique courant est satisfaisant en ce concerne la distribution des quarts entre les médecins, les statistiques sur les heures de travail des médecins, et sur les contraintes violées. Dans ce cas, la plupart des types de contraintes les plus importants aux yeux de l'utilisateur sont satisfaits. Une deuxième condition est remplie lorsque le nombre de quarts ouverts devient trop grand suite à l'ajout d'un type de contraintes. Dans ce cas, la solution du modèle de l'itération précédente devient l'horaire final. Notons que si l'utilisateur n'est pas satisfait de l'horaire ainsi obtenu, il peut reprendre le processus depuis le début en changeant les conditions initiales au niveau des quarts fixés à priori et des requêtes des médecins, ou encore son ordre de priorité des types de contraintes. Finalement, la dernière condition est remplie lorsque la "qualité" de l'horaire diminue. Alors, l'utilisateur n'a pas avantage à poursuivre le processus. Cette réduction de "qualité" peut faire suite à l'ajout de contraintes qu'il est impossible de satisfaire pour certains médecins. Dans ce cas, la décision de mettre fin au processus itératif appartient à l'utilisateur.

Nous remarquons que les contraintes de buts (section 3.6) n'interviennent pas dans ce mécanisme itératif. Ces dernières, quelles que soient les affectations à priori, ne peuvent jamais être transgressées. Rappelons qu'elles sont formulées à l'aide de variables d'écarts permettant d'excéder ou d'être en deçà des seuils. Si elles sont sélectionnées, elles sont ajoutées à la première étape. Le tableau 4.4 résume la méthode de résolution.

4.2 Détermination de l'objectif

Nous avons vu au chapitre précédent la forme générale de l'objectif :

$$\min\{\alpha F_1(p,q) - (1-\alpha)F_2(x)\},$$

où $0 \leq \alpha \leq 1$. Nous allons expliquer séparément les deux parties $F_1(p,q)$ et $F_2(x)$ de cet objectif.

Étape 0 : Soient Q l'ensemble des quarts fixés à priori,
C l'ensemble des types de contraintes sélectionnées et ordonnées,
E_1, E_2 et E_3 des ensembles.

Étape 1 : Pour tout $c \in C$,
- si c est de catégorie E_1, alors $E_1 = E_1 \cup \{c\}$;
- si c est de catégorie E_2, alors $E_2 = E_2 \cup \{c\}$;
- si c est de catégorie E_3, alors $E_3 = E_3 \cup \{c\}$.

Étape 2 : Corrigez les quarts dans Q tant et aussi longtemps que les contraintes rigides ne sont pas violées.

Étape 3 : Construire un modèle mathématique décrit par les contraintes rigides. Si la solution du modèle ne contient pas de quarts ouverts, allez à la prochaine étape. Sinon, ignorez et allez à la prochaine étape ou revoir les données initiales et allez à l'étape 1.

Étape 4 : Pour tout $c \in E_1$,
Si les quarts dans Q violent des contraintes du type c, les éliminer ou les modifier pour les ajouter au modèle ; sinon, les ajouter dans le modèle.
Résoudre le modèle courant.
Si la solution est satisfaisante, **terminer**.

Étape 5 : Pour tout $c \in E_2$,
Si les quarts dans Q violent des contraintes du type c, les éliminer ou les modifier pour les ajouter au modèle ; sinon, les ajouter dans le modèle.
Résoudre le modèle courant.
Si la solution est satisfaisante, **terminer**.

Étape 6 : Pour tout $c \in E_3$,
Si les quarts dans Q violent des contraintes du type c, les modifier pour les ajouter au modèle ; sinon, les ajouter dans le modèle.
Résoudre le modèle courant.
Si la solution est satisfaisante, **terminer**.

TAB. 4.4 – Algorithme de résolution.

4.2.1 Agrégation des contraintes d'équilibrage par catégorie

$$\begin{aligned}
F_1(p,q) \quad = \quad & \lambda_1^p \sum_{i\in I_{D08}} pn_i + \lambda_1^q \sum_{i\in I_{D08}} qn_i & + \\
& \lambda_2^p \sum_{i\in I} \sum_{p=1}^{4} phou_{ip} + \lambda_2^q \sum_{i\in I} \sum_{p=1}^{4} qhou_{ip} & + \\
& \lambda_3^p \sum_{i\in I} pde_i + \lambda_3^q \sum_{i\in I} qde_i & + \\
& \lambda_4^p \sum_{i\in I} prt_i + \lambda_4^q \sum_{i\in I} qrt_i & + \\
& \sum_{k\in \tilde{K}} \lambda_{5k}^p \sum_{i\in I_{G05}^k} ps_i + \sum_{k\in \tilde{K}} \lambda_{5k}^q \sum_{i\in I_{G05}^k} qs_i & + \\
& \lambda_6^p \sum_{i\in I} pm_i + \lambda_6^q \sum_{i\in I} qm_i,
\end{aligned}$$

où les λ_l^p et λ_l^q, $l = 1, 2, ..., 6$, sont des poids.

La partie $F_1(p,q)$ de l'objectif a été utilisée dans le travail de Beaulieu [6]. Elle provient d'une agrégation des contraintes de buts (section 3.6) par catégorie l. Ainsi, pour chaque catégorie l, l'objectif consiste à réduire la somme des variables d'écarts correspondantes pour tous les médecins. Ensuite, on transforme ce modèle multi-objectifs en un modèle à un seul objectif en associant des poids λ_l^p et λ_l^q à chaque catégorie l pour faire une combinaison de ces objectifs. Ces poids reflètent les priorités relatives des différents objectifs, établies suite à des discussions avec l'utilisateur.

Notons qu'il aurait été possible d'agréger les contraintes d'équilibrage par médecin plutôt que par catégorie et de spécifier des poids relatifs pour chaque médecin (poids indiquant sa priorité dans les affectations) pour définir une autre fonction économique.

4.2.2 Affectations prioritaires

$$F_2(x) = \sum_{i\in \hat{I}} \sum_{j\in J} \sum_{k\in K_j} \lambda_{ijk} h_k x_{ijk},$$

où les λ_{ijk}, $i \in \hat{I}$, $j \in J$, $k \in K_j$ sont des poids.

Cette partie de la fonction économique associe un poids à toutes les affectations possibles d'un médecin à un quart. Ces poids sont définis en considérant les aspects suivants : l'ancienneté, les préférences individuelles, l'appartenance à un groupe prédéfini par le chef des médecins de la salle d'urgence et les situations désirées par l'utilisateur. Ainsi, ils indiquent pour chacun des quarts de l'horizon, les priorités des médecins. Cherchant à maximiser $F_2(x)$, nous avons intérêt à affecter à un quart $\hat{k}$ ayant lieu au jour $\hat{j}$ pour le médecin $\hat{i}$ si $\lambda_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}} > \lambda_{i\hat{j}\hat{k}}$, $i \in I, i \neq \hat{i}$. Toutefois, si ce dernier ne peut être affecté à cause des contraintes, nous avons intérêt à prendre celui ayant le second poids de plus grande valeur, et ainsi de suite.

Expliquons les différents aspects intervenant dans le calcul des poids, en commençant par le regroupement prédéfini par le chef des médecins de la salle d'urgence. Ce regroupement est basé sur le principe que les médecins de la catégorie m sont plus "importants" que ceux des catégories n tel que $m < n$. Ainsi, pour favoriser un médecin par rapport à un autre, nous n'avons qu'à l'insérer dans un groupe tel que l'indice de ce dernier est plus petit. De plus, pour séparer les médecins au sein du même groupe, nous considérons l'ancienneté de ces derniers dans le calcul des poids.

Les préférences individuelles sont considérées dans le calcul des poids de la manière suivante. Si un médecin i demande plus de quarts de nuit, alors les valeurs des poids du médecin i représentant les affectations aux quarts de nuit sont plus élevés que pour les autres types de quarts ; c'est-à-dire, pour tout $k \in K_{N(j)}$, $j \in J$, les λ_{ijk} du médecin i sont plus grands que les autres λ_{ijk} tels que $k \notin K_{N(j)}$, $j \in J$.

De plus, nous accordons une valeur plus grande aux poids si ces derniers font partie des situations désirées par l'utilisateur. Par exemple, si ce dernier souhaite que le médecin $\hat{i}$ complète la seconde fin de semaine plutôt que la première, il suffit d'augmenter la valeur des poids $\lambda_{\hat{i}jk}$ tels que $j \in \{12, 13\}$ et $k \in K_j$.

4.3 Résolution des modèles de programmation linéaire en nombre entiers

Au cours de la méthode de résolution itérative, nous utilisons le logiciel de programmation linéaire en nombres entiers *Cplex* [12] pour résoudre le modèle mathématique courant. Ce logiciel offre à son utilisateur un grand nombre de stratégies algorithmiques, parmi lesquelles il peut choisir la mieux adaptée à la résolution de son modèle. Suite à de nombreux tests, nous avons établi une stratégie algorithmique efficace, adaptée à la résolution des modèles mathématiques.

Le logiciel fournit des options de *prétraitement* qui permettent d'éliminer les variables redondantes et de faire des substitutions pour réduire le nombre de contraintes et de variables. Ces options sont utiles dans notre cas, puisqu'il est pratiquement impossible de contrôler manuellement toutes les redondances qui découlent des spécifications des vacances, des congés, etc. Le prétraitement permet de réduire significativement les dimensions des modèles, accélérant ainsi la résolution.

Le logiciel utilise une méthode "*branch-and-bound*" pour résoudre les problèmes de programamtion linéaire en nombres entiers. Lorsque l'exploration de l'arbre des solutions est complète et exhaustive, la méthode permet d'identifier la solution optimale. Or, ceci n'est pas réaliste à cause de la dimension gigantesque des modèles. Après plusieurs jours de temps-machine, une solution optimale n'était toujours pas identifiée. Dans la plupart des cas, nous arrêtons l'exploration de l'arbre après une heure d'exécution, ou bien après avoir trouvé la première solution réalisable avec un écart relatif de 7%, où l'écart relatif est définie par $(Z^u - Z^l)/Z^l$. Dans cette expression, d'une part Z^u est la valeur de la meilleure solution réalisable générée et représente la meilleure borne supérieure générée. D'autre part, Z^l est la plus grande valeur parmi les valeurs optimales des problèmes linéairement relaxés associés aux noeuds de l'arbre déjà explorés et représente la meilleure borne inférieure générée. Dans les deux cas, notre objectif est d'identifier le plus rapidement possible des solutions réalisables ; ainsi la *recherche en profondeur* est la méthode de parcours de l'arbre la plus efficace puisqu'elle permet d'arriver rapidement aux feuilles de l'arbre où se trouvent des solutions réalisables .

À chaque noeud de l'arbre d'exploration, la méthode de "*branch-and-bound*" fixe une variable à la valeur 0 ou 1. Dans notre cas, il est préférable d'explorer d'abord le noeud où la variable est à 1. En effet, plusieurs variables deviennent nulles à cause des contraintes rigides, ce qui réduit la complexité des sous-problèmes.

Il est possible d'améliorer l'exploration en imposant un *ordre de priorité* sur les variables à choisir lors d'un branchement. Nous avons sélectionné un ordre de priorité qui favorise les variables d'affectation associées aux quarts des nuit. Nous commençons d'abord par favoriser les médecins ayant moins d'ancienneté, puisque ces derniers peuvent compléter plus de quarts de nuit que les anciens. Ceci imite l'approche du planificateur expert.

Ces ajustements de paramètres permettent de traiter n'importe quel modèle engendré par les contraintes du chapitre 3. D'un modèle à l'autre, toutefois, une étude sur les autres paramètres de *Cplex* [12] doit être réalisée pour améliorer les temps d'exécution.

4.4 Amélioration des performances

Même en choisissant soigneusement les paramètres du logiciel *Cplex* [12], le temps d'exécution peut atteindre plus d'une heure avant de trouver une solution réalisable au modèle mathématique avec un écart relatif de 7%. Or, presque la moitié des contraintes du chapitre 3 concernent les quarts de fin de semaine. Pour réduire la complexité du modèle, nous avons subdivisé sa résolution en deux parties. En premier lieu, nous considérons les variables et les contraintes associées aux quarts de fin de semaine. L'horaire obtenu pour ces jours est considéré fixe au cours de la seconde phase, qui considère les variables et les contraintes associées aux quarts des 4 semaines (excluant les samedis et les dimanches).

Le premier modèle est :

$$\min\{\alpha F_1(p,q) - (1-\alpha)F_2(x) \mid j \in J(\text{fin})\},$$

sujet aux contraintes définies uniquement pour les fins de semaine et où $0 \leq \alpha \leq 1$.

Le deuxième modèle est :

$$\min\{\alpha F_1(p,q) - (1-\alpha)F_2(x) \mid j \in J(\text{sem})\},$$

sujet aux contraintes définies uniquement pour les semaines et aux affectations du premier modèle, et où $0 \leq \alpha \leq 1$.

Cette approche de résolution génère un horaire d'aussi bonne qualité, mais utilisant des temps d'exécution significativement réduits ; ainsi, les premières solutions sont généralement trouvées en moins de deux minutes.

Une autre astuce pour améliorer le temps d'exécution de la méthode de résolution repose sur l'observation que, d'un horizon à l'autre, les disponibilités des médecins et les situations désirées par l'utilisateur ne varient pratiquement pas. Donc, nous n'avons pas à reprendre la méthode de résolution depuis le début puisque, à partir de la solution de l'horizon précédent, nous connaissons les contraintes qui ne sont pas violées. Ainsi, nous pouvons toutes les insérer dans le modèle immédiatement après la phase initiale.

Notons qu'il se peut que des situations souhaitées par l'utilisateur ne se produisent jamais à cause du retrait de certaines contraintes. Notre implantation permet d'indiquer, à chaque fois qu'un modèle est résolu, les contraintes qui ne sont jamais ajoutées ou modifiées dans le problème courant. À la lumière de ces informations, l'utilisateur peut modifier certaines données (disponibilités, vacances ou quarts fixés à priori) pour favoriser des situations désirées. Également, plus il y a de quarts fixés, en particulier ceux de nuits et de fins de semaine, plus il est facile de trouver rapidement une solution réalisable désirée.

Notre implantation permet aussi à l'utilisateur d'intervenir manuellement lors de l'exécution de la méthode itérative. Ainsi, il peut changer l'ordre des types de contraintes qui ne sont pas encore ajoutées au modèle. De cette façon, selon le déroulement des affectations créées par l'algorithme, l'utilisateur peut éviter des situations non désirées ou une non réalisabilité prématurée.

Chapitre 5

Santa-Cabrini

Le présent chapitre présente la situation à l'hôpital Santa-Cabrini de Montréal pendant les 18 horizons à l'étude (du 4 septembre 2000 au 20 janvier 2002). Ainsi, nous spécifions les détails de la notation établie lors de la section 2.2, de même que le modèle et l'objectif pour ce problème. Nous analysons également la résolution du problème et les résultats.

5.1 Notation

5.1.1 Périodes

Les médecins de cet hôpital n'enseignent pas, et par conséquent $J(\text{cours}) = \oslash$ et $K(cours(j)) = \oslash,\ j \in J$, pour chacun de ces horizons. De plus, les réunions ont lieu soit le jeudi ou soit le vendredi de façon rotative durant les quarts de jour. Ainsi :

$$J(\text{reu}) = \{3, 11, 17, 25\}, \text{ pour tous les horizons.}$$

5.1.2 Médecins

À cet hôpital, la salle d'urgence compte 7 médecins réguliers et 16 à temps partiel. Parmi le personnel régulier, 2 médecins sont nouveaux et parmi le personnel à temps partiel, 6 le sont. Ainsi, nous retrouvons les ensembles suivants :

$$\begin{aligned}
I &= \{0, 1, 2, ..., 22\}, \\
I(\text{régulier}) &= \{0, 1, 2, 7, 8, 12, 15\}, \\
I(\text{partiel}) &= \{3, 5, 6, 4, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22\}, \\
I(\text{ancien}) &= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16\}, \\
I(\text{nouveau}) &= \{7, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22\}.
\end{aligned}$$

De plus, aucun médecin n'a été affecté à priori à un quart : $I(p_{kj}) = \oslash$, $k \in K_j$, $j \in J$ pour tous les horizons.

5.1.3 Quarts de travail

1. "H" : quart facultatif, de cube et de jour d'une durée de 8 heures débutant à 6 : 00 et se terminant à 14 : 00 du lundi au vendredi sans exception.

2. "A" : quart obligatoire, de choc et de jour d'une durée de 8 heures débutant à 8 : 00 et se terminant à 16 : 00, les 7 jours de la semaine.

3. "B" : quart obligatoire, de cube et de jour d'une durée de 8 heures débutant à 8 : 00 et se terminant à 16 : 00, les 7 jours de la semaine.

4. "F" : quart facultatif, de cube et de jour d'une durée de 8 heures débutant à 10 : 00 et se terminant à 18 : 00, les 7 jours de la semaine.

5. "C" : quart obligatoire, de choc et de soir d'une durée de 8 heures débutant à 16 : 00 et se terminant à 24 : 00, les 7 jours de la semaine.

6. "D" : quart obligatoire, de cube et de soir d'une durée de 8 heures débutant à 16 : 00 et se terminant à 24 : 00, les 7 jours de la semaine.

7. "G" : quart facultatif, de cube et de soir d'une durée de 8 heures débutant à 18 : 00 et se terminant à 1 : 00 le lendemain, les 7 jours de la semaine.

8. "E" : quart obligatoire, de choc et de nuit d'une durée de 8 heures débutant à 00 : 00 et se terminant à 8 : 00, les 7 jours de la semaine.

Aucun quart n'est annulé lors d'un jour férié. Par conséquent, lors d'une semaine typique, les divers quarts de travail sont résumés dans la figure 5.1

LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAMEDI	DIMANCHE
"H"	"H"	"H"	"H"	"H"		
"A"	"A"	"A"	"A"	"A"	"A"	"A"
"B"	"B"	"B"	"B"	"B"	"B"	"B"
"F"	"F"	"F"	"F"	"F"	"F"	"F"
"C"	"C"	"A"	"C"	"C"	"C"	"C"
"D"	"D"	"D"	"D"	"D"	"D"	"D"
"G"	"G"	"G"	"G"	"G"	"G"	"G"
"E"	"E"	"E"	"E"	"E"	"E"	"E"

FIG. 5.1 – Quarts présents d'une semaine typique à Santa-Cabrini.

Ainsi, nous retrouvons les ensembles suivants :

$$
\begin{array}{lcll}
K & = & \{\text{“H”},\text{“A”},\text{“B”},\text{“F”},\text{“C”},\text{“D”},\text{“G”},\text{“E”}\} & , \\
K_j & = & \{\text{“H”},\text{“A”},\text{“B”},\text{“F”},\text{“C”},\text{“D”},\text{“G”},\text{“E”}\} & , j \in J(\text{sem}), \\
K_j & = & \{\text{“A”},\text{“B”},\text{“F”},\text{“C”},\text{“D”},\text{“G”},\text{“E”}\} & , j \in J(\text{fin}), \\
K_{D(j)} & = & \{\text{“H”},\text{“A”},\text{“B”},\text{“F”}\} & , j \in J(\text{sem}), \\
K_{D(j)} & = & \{\text{“A”},\text{“B”},\text{“F”}\} & , j \in J(\text{fin}), \\
K_{E(j)} & = & \{\text{“C”},\text{“D”},\text{“G”}\} & , j \in J, \\
K_{N(j)} & = & \{\text{“E”}\} & , j \in J, \\
K_{R(j)} & = & \{\text{“H”},\text{“B”},\text{“F”},\text{“D”},\text{“G”}\} & , j \in J(\text{sem}), \\
K_{R(j)} & = & \{\text{“B”},\text{“F”},\text{“D”},\text{“G”}\} & , j \in J(\text{fin}), \\
K_{T(j)} & = & \{\text{“A”},\text{“C”},\text{“E”}\} & , j \in J, \\
K_{SS(j)} & = & \oslash & , j \in J, \\
K_{fac(j)} & = & \{\text{“H”},\text{“F”},\text{“G”}\} & , j \in J(\text{sem}), \\
K_{fac(j)} & = & \{\text{“F”},\text{“G”}\} & , j \in J(\text{fin}), \\
K_{obl(j)} & = & \{\text{“A”},\text{“B”},\text{“C”},\text{“D”},\text{“E”}\} & , j \in J.
\end{array}
$$

Notons que les quarts "H" et "G" ont été ajoutés au cours des horizons à l'étude.

Plus précisément, le quart "G" a été ajouté lors du troisième horizon et le quart "H" lors du seizième.

5.2 Modèle

Le modèle mathématique pour l'hôpital Santa-Cabrini de Montréal comporte moins de contraintes que celui de l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal. Premièrement, il y a moins de règles et deuxièmement, les requêtes individuelles sont moins en opposition les unes par rapport aux autres. Lors de la résolution de ce modèle par la méthode introduite au chapitre 4, nous avons également remarqué que nous pouvions ajouter toutes les contraintes des types sélectionnés sans qu'elles aient à être modifiées.

5.2.1 Règles obligatoires

Rappelons que les contraintes obligatoires sont présentes dans tous les hôpitaux. Nous devons préciser les ensembles sur lesquels les contraintes **C06** et **C07** s'appliquent. Rappelons que ces contraintes considèrent les disponibilités et les vacances. Ces données sont présentées aux tableaux 5.1, 5.2, 5.3, et 5.4. Typiquement, d'un horizon à l'autre, les disponibilités restent constantes à l'exception de certains cas.

5.2.2 Règles ergonomiques

Trois types de règles sur l'ensemble des règles ergonomiques du chapitre 4 ont été retenus. Il s'agit de ceux étiquetés par **E02**, **E08** et **E11**. Cependant, dues aux requêtes des médecins, des règles sur les suites de quarts de nuit sont implicitement présentes (**E12**, **E14**, **E15** et **E16**) puisque, parmi le personnel médical, il y a deux anciens médecins ($i = 2, 13$) qui exigent de ne compléter que des quarts de nuit durant l'horaire. Le premier demande ceux des lundis, des mardis et des vendredis, et le second demande ceux des mercredis. Il ne reste donc que les quarts de nuit des jeudis, des samedis et des dimanches à combler. Or, comme nous allons le voir dans la prochaine section, tous les

Médecin	Jours de vacances
$i = 00$	Le mois de septembre 2001.
$i = 01$	Les deux dernières semaines du mois d'avril et les deux premières semaines du mois de juillet 2001.
$i = 02$	Les trois premières semaines du mois de juin 2001.
$i = 04$	Du 15 juin au 10 juillet 2001.
$i = 07$	Du 02 au 27 novembre 2001.
$i = 08$	Du 20 novembre au 5 décembre 2001.
$i = 09$	Du 12 au 29 janvier 2001.
$i = 10$	Du 24 avril au 20 mai 2001.
$i = 12$	En congé de maternité du mois de juin au mois de novembre 2001.
$i = 15$	Du 08 au 30 septembre 2001.
$i = 16$	Du 20 janvier au 16 février 2002.
$i = 17$	N'est plus de service à partir du douzième horizon inclusivement.
$i = 18$	N'est plus de service à partir du quatorzième horizon.
$i = 19$	Du 04 au 20 janvier 2001 et 2002.
$i = 20$	Du 26 novembre au 20 janvier.
$i = 21$	Le mois de juin 2001.

TAB. 5.1 – Les vacances des médecins à Santa-Cabrini.

Médecin	Disponibilité
$i = 00$	Disponible en tout temps.
$i = 01$	Disponible en tout temps, sauf les mercredis et les jeudis matins.
$i = 02$	Disponible que les lundis, les mardis et les vendredis de nuit et les jeudis de soir.
$i = 03$	Disponible les lundis en soirée et les fins de semaine.
$i = 04$	Disponible les vendredis et samedis de jour uniquement.

TAB. 5.2 – Les disponibilités des médecins à Santa-Cabrini (partie 1).

Médecin	Disponibilité
$i = 05$	Disponible les mardis, les vendredis et les fins de semaine de jour.
$i = 06$	Disponible les mardis, les mercredis en soirée et les fins de semaine.
$i = 07$	Disponible en tout temps sauf les jeudis et mardis de soir.
$i = 08$	Disponible du mardi au jeudi en soirée et les fins de semaine.
$i = 09$	Disponible les lundis, les vendredis et les dimanches en soirée.
$i = 10$	Disponible les lundis, les jeudis en matinée et les fins de semaine.
$i = 11$	Disponible les mercredis, les vendredis et les fins de semaine.
$i = 12$	Disponible en tout temps.
$i = 13$	Disponible uniquement les mercredis de nuit et le dernier vendredi de nuit et le dernier samedi de soir.
$i = 14$	Disponible les deuxième et troisième semaines de la période.
$i = 15$	Disponible les mercredis et les fins de semaine.
$i = 16$	Une à deux semaines de disponibilité en alternance d'une période à l'autre en commençant par la deuxième semaine en soirée.
$i = 17$	Disponible les lundis et les mercredis de la première et de la dernière semaine.
$i = 18$	La première semaine et la dernière de chaque période.
$i = 19$	Première période : disponible en tout temps en j =11,12,13. Deuxième période : disponible en tout temps en j =8,9,13. Troisième période : disponible en tout temps en j =21,24,27. Cinquième période : disponible en tout temps en j =2,18,23. Sixième période : disponible en tout temps en j =5,8,22. Septième période : disponible en tout temps en j =3,14,15,22,23,24. Huitième période : disponible en tout temps en j =1,14,15,20,21,27. Douzième période : disponible en tout temps en j =5,8,9. Treizième période : disponible en tout temps en j =10,11,22. Quatorzième période : disponible en tout temps en j =6,7,9. Seizième période : disponible en tout temps en j =6,9,11.

TAB. 5.3 – Les disponibilités des médecins à Santa-Cabrini (partie 2).

Médecin	Disponibilité
$i = 20$	Première période : disponible, soir en j =1,10,11, matin en j =9,20. Deuxième période : disponible, soir en j =5,7,8, matin en j =18. Troisième période : disponible, soir en j =4,8,9, matin en j =22,23. Quatrième période : disponible, soir en j =14,15, matin en j =26,27. Cinquième période : disponible, soir en j =1,2,3, matin en j =9,10,11. Sixième période : disponible, soir en j =11,12,13, matin en j =24. septième période : disponible, soir en j =8,9,10, matin en j =1,2,3,4,5. Huitième période : disponible, soir en j =12,13,18, matin en j =8,9,15,16. Neuvième période : disponible, soir en j =20 Dixième période : disponible, soir en j =26 Onzième période : disponible, soir en j =5,6, matin en j =10,11,12. Douzième période : disponible, soir en j =25,26, matin en j =6,9,10. Treizième période : disponible, soir en j =5,9,18, matin en j =7,15,20. Quatorzième période : disponible, soir en j =21,22 Quizième période : disponible, soir en j =8,9,10, matin en j =12,13. Seizième période : disponible, soir en j =11, matin en j =21.
$i = 21$	En alternance d'une période à l'autre, disponible les vendredis ou les dimanches.
$i = 22$	Disponible que les dimanches quart G.

TAB. 5.4 – Les disponibilités des médecins à Santa-Cabrini (partie 3).

médecins (excepté les deux derniers) doivent faire un maximum de deux quarts de nuit au cours de l'horizon. De plus, le type de contraintes **E08**, qui stipule qu'un médecin qui travaille au cours d'un quart quelconque d'un samedi, doit travailler lors du même quart le lendemain, élimine toute ambiguïté sur les suites de quarts de nuit consécutifs. Également, un médecin ne travaille qu'une fin de semaine sur trois (voir la prochaine section). Ainsi le type de contraintes relatif au nombre de congés entre les quarts de nuit est implicitement respecté.

Peu de médecins sont disponibles les lundis et les vendredis. Or, la plupart des jours fériés de l'année sont au cours de ces journées. Pour éviter de pénaliser les membres du personnel médical et pour combler le plus de quarts possible en tout temps, ces types de contraintes ne sont pas considérés.

Voici en détail les règles sélectionnées :

E02 : $I_{E02} = \{0, 1, 7, 8, 12, 14, 26, 27\}$ et $d_i = 4,\ \forall i \in I_{E02}$;

E08 : telle quelle ;

E11 : $Z_i = 4,\ \forall i \in I^1_{E11} = I \backslash \{2, 12, 13\}$, et $Z_i = 8,\ \forall i \in I^2_{E11} = \{12\}$; où $I_{E11} = I^1_{E11} \cup I^2_{E11}$. Les deux médecins représentés par $i = 2, 13$ sont ceux demandant le plus de quarts de nuit. Ces derniers ne travaillent pas au cours des fins de semaine à titre de compensation. Un autre médecin, $i = 12$, ne travaille pas au cours des quarts de nuit ; toutefois, il peut travailler plusieurs fins de semaine.

5.2.3 Règles d'équité

Parmi l'ensemble des règles d'équité, seulement trois types sont retenus : **D01**, **D03** et **D09**. Voici le détail de ces règles :

D01 : Presque tous les médecins travaillent une fin de semaine sur trois. Ainsi, $FS_i = 3,\ \forall i \in I^1_{D01} = I \backslash \{2, 12, 13\}$. Rappelons que les médecins d'indices $i = 2, 13$ sont ceux demandant de compléter plusieurs quarts de nuit et celui d'indice $i = 12$, exige de ne travailler aucun quart de nuit :

$$FS_i = 0,\ \forall i \in I^2_{D01} = \{2, 13\} \text{ et}$$

$$FS_i = 1,\ \forall i \in I^3_{D01} = \{12\},$$

où $I_{D01} = I^1_{D01} \cup I^2_{D01} \cup I^3_{D01}$.

D03 : Tous les médecins ne travaillent pas plus de deux quarts de nuit par horizon, sauf ceux d'indice $i = 2, 12, 13$. Par conséquent :

$$\hat{N}_i = 2, \forall i \in I^1_{DO3} = I \backslash \{2, 12, 13\},$$

$$\hat{N}_i = 12, \forall i \in I^2_{DO3} = \{2\},$$

$$\hat{N}_i = 4, \forall i \in I^3_{DO3} = \{13\} \text{ et}$$

$$\hat{N}_i = 0, \forall i \in I^4_{DO3} = \{12\},$$

où $I_{DO3} = I^1_{DO3} \cup I^2_{DO3} \cup I^3_{DO3} \cup I^4_{DO3}$.

D09 : Le nombre maximun d'heures qu'un médecin peut travailler ne doit pas excéder 32 par semaine. Toutefois, certains d'entre eux ont des disponibilités moindres. Il faut donc apporter les ajustements suivants :

$$H_i = 32, \ \forall i \in \{0, 1, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 15, 18, 19, 20, 21\},$$

$$H_i = 24, \ \forall i \in \{2, 3, 5, 9, 13, 14, 16\} \text{ et}$$

$$H_i = 16, \ \forall i \in \{4, 17, 22\}.$$

5.2.4 Règles de buts

Aucune règle de buts n'a été sélectionnée. Les types de contraintes **G01**, **G03** et **G05** distribuent équitablement les différents types de quarts. Or, il y a des médecins disponibles uniquement au cours des quarts de soir, de jour ou de nuit. Ainsi, ayant des disponibilités disjointes, il n'est pas approprié de considérer ces contraintes.

De plus, le type de contraintes **G02**, qui équilibre le nombre d'heures de travail, ne doit pas être considéré, car les disponibilités des médecins sont insuffisantes pour combler tous les quarts de l'horaire.

Rappelons que nous avons retenu le type de contraintes **E08**, qui stipule qu'un médecin qui travaille au cours d'un quart quelconque d'un samedi doit travailler lors du même quart le lendemain, en alternant les types cube et choc. Ce type de contrainte permet d'équilibrer le ratio cube/choc et rend inutile l'ajout du type de contraintes **G04**, qui équilibre ce dernier.

5.2.5 Objectif

Comme nous l'avons souligné à la section précédente, les contraintes de buts ne sont pas ajoutées au modèle. Puisque les variables d'écarts associées à celles-ci interviennent dans la fonction économique présentée au chapitre 3, celle-ci se réduit alors à :

$$F_2(x) = \sum_{i \in \hat{I}} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} \lambda_{ijk} h_k x_{ijk},$$

où h_k est la durée du quart $k \in K$ et les λ_{ijk}, $i \in \hat{I}$, $j \in J$, $k \in K_j$ sont des poids.

Rappelons que les poids considèrent plusieurs aspects : l'ancienneté, les préférences individuelles, l'appartenance à un groupe prédéfini par le chef des médecins de la salle d'urgence, et les situations désirées par l'utilisateur. Rappelons également qu'aucun médecin n'a été affecté à priori. Suite à une étude approfondie des requêtes des médecins et des types des quarts, nous avons regroupé les médecins de la manière indiquée dans le tableau 5.5 :

Groupe 1 :	0,1,2,5,8,12,15
Groupe 2 :	3,4,6,7,10,11,13,14
Groupe 3 :	9,16,20
Groupe 4 :	17,18,19,21,22

TAB. 5.5 – Le regroupememt des médecins à l'hôpital Santa-Cabrini.

Nous avons regroupé les médecins réguliers au sein des deux premiers groupes puisque nous devons respecter leurs nombres d'heures hebdomadaires de travail souhaitées et leurs requêtes personnelles (notamment ceux du premier groupe), tandis que les médecins à temps partiel sont regroupés au sein des deuxième, troisième et quatrième groupes. Les médecins à temps partiel du deuxième groupe ont de plus grandes disponibilités que les autres médecins à temps partiel. Ainsi, nous cherchons à satisfaire davantage les requêtes personnelles de ces derniers. Ceux du quatrième groupe ont des disponibilités très restreintes, certains d'entre eux n'étant disponibles que 6 jours au cours de l'horizon. De plus, ces derniers n'accordent pas beaucoup d'importance à leur nombre d'heures de travail. Les médecins à temps partiel qui restent font partie du troisième groupe.

Après plusieurs expériences, nous avons établi que l'importance du regroupement des médecins est 10 fois plus élevée que l'ancienneté, et 100 fois plus élevée que les préférences individuelles. Ainsi, pour chaque médecin $i \in I$, en dénotant par $Groupe(i)$ son groupe, par $Anc(i)$ son ancienneté, et par $\hat{K}_j^i$ les quarts dérivés de ses requêtes personnelles au jour $j \in J$, le calcul des poids est de la forme :

$$\lambda_{ijk} = 100Groupe(i) + 10Anc(i) + y_{ijk}, \quad i \in I, \ j \in J, \ k \in K_j,$$

où $y_{ijk} = 1$ si le quart k au jour j dérive des requêtes personnelles demandées par le médecin i ; sinon, $y_{ijk} = 0$.

5.3 Résolution du modèle et analyse des résultats

Tous les tests ont été effectués sur une machine de 64 bits de type SUN ayant deux processeurs cadencés à 300 MHz et équipée de 256 Mo de Ram. Dénotons par **H1** l'horaire obtenu lorsque la résolution du modèle mathématique s'arrête lorsque l'écart relatif atteint 7% et par **H2** l'horaire obtenu lorsque l'algorithme de "*branch-and-bound*" est exécuté pendant une heure. Le tableau 5.6 comporte pour chaque horaire des 18 horizons à l'étude, les résultats les plus importants : le nombre de quarts obligatoire (Q_1) et facultatifs (Q_2) à combler, le nombre de quarts ouverts parmi les quarts obligatoires (O) et parmi les quarts facultatifs (F), le temps d'exécution du processeur en secondes (communément appelé temps CPU, T(sec)) et l'écart relatif (GAP).

Les résultats du tableau 5.6 indiquent que le nombre de quarts ouverts est le même pour les deux types d'horaires **H1** et **H2**. Par contre, puisque la valeur de l'écart relatif est généralement plus petit (et donc meilleur) pour les horaires **H2**, nous pouvons conclure que ces horaires rencontrent davantage les aspirations de l'utilisateur. Toutefois, il importe de noter l'augmentation du temps de résolution pour y arriver.

La présence de quarts ouverts est due au manque de disponibilité des médecins. Les médecins travaillent leur nombre d'heures de travail exigé (les statistiques des horaires

Horizon			H1				H2			
	Q_1	Q_2	O	F	T(sec)	GAP	O	F	T(sec)	GAP
1	140	28	1	8	8.4	7%	1	8	3600	4.2%
2	140	28	0	7	8.8	7%	0	7	3600	4.3%
3	140	56	2	14	10.2	7%	2	14	3600	5.2%
4	140	56	1	39	10.8	7%	1	39	3600	5.3%
5	140	56	0	21	10.4	7%	0	21	3600	5.2%
6	140	56	1	14	10.9	7%	1	14	3600	4.9%
7	140	56	0	5	11.3	7%	0	5	3600	5.1%
8	140	56	0	6	10.6	7%	0	6	3600	5%
9	140	56	1	15	10.7	7%	1	15	3600	5.4%
10	140	56	0	18	10.9	7%	0	8	3600	5.2%
11	140	56	3	27	10.3	7%	3	27	3600	5.1%
12	140	56	0	26	11.7	7%	0	26	3600	5%
13	140	56	5	9	11.1	7%	5	9	3600	4.9%
14	140	56	2	12	10.9	7%	2	12	3600	5%
15	140	56	4	10	10.6	7%	4	10	3600	5.8%
16	140	84	11	36	14.9	7%	11	36	3600	5.8%
17	140	84	18	14	14.2	7%	18	14	3600	5.8%
18	140	84	4	33	15.3	7%	4	33	3600	5.9%

TAB. 5.6 – Les résultats à l'hôpital Santa-Cabrini.

générés l'indiquent clairement), mais ceci est insuffisant pour combler tous les quarts. En moyenne, d'un horizon à l'autre, il y a 198 quarts à combler et seulement 20 quarts sont ouverts, dont 17 sont de types facultatifs. Nous remarquons que le nombre de quarts ouverts augmente grandement à partir des troisième et seizième horizons. Ceci est la conséquence des ajouts des quarts facultatifs "G" et "H" respectivement au troisième et au seizième horizon, alors que les disponibilités des médecins n'ont que légèrement augmenté. Les horizons 4, 5, 16 et 17 ont beaucoup de quarts ouverts, puisque ces derniers concernent les mois de décembre et janvier, qui comportent plusieurs périodes de vacances. En moyenne, au cours de ces mois, il y a 210 quarts à combler, et seulement 35 quarts sont ouverts, dont 28 sont de types facultatifs. Nous remarquons également que les septième et huitième horizons ont moins de quarts ouverts. Au cours de ces horizons, les disponibilités des médecins $i = 19, 20$ ont augmenté suffisamment pour couvrir plus de quarts.

En regroupant les périodes contenant le même nombre de quarts à combler, nous remarquons que les deux premiers horizons, les horizons 3 à 15 et les horizons 16 à 18 contiennent respectivement 168, 196 et 224 quarts à combler. Pour chacun de ces trois regroupements, nous observons qu'il y a en moyenne 8, 19 et 38 quarts ouverts respectivement, suite à la résolution du problème par notre méthode, soit des pourcentages respectifs de $(\frac{8}{168} \times 100)$, $(\frac{19}{196} \times 100)$ et $(\frac{38}{224} \times 100)$. Nous avons analysé les horaires conçus par le planificateur pour les quatre horizons précédant la période à l'étude. Ces derniers contenaient le même nombre de quarts à combler que ceux de nos deux premiers horizons. Toutefois, les horaires conçus par le planificateur contenaient en moyenne 15 quarts ouverts par horizon, alors que les horaires obtenus par notre méthode pour les deux premiers horizons ont en moyenne 8 quarts ouverts par horizon. Également, les horaires conçus par le planificateur ne satisfaisaient pas les nombres d'heures de travail exigés des médecins, alors que ceux conçus par notre méthode satisfont ces demandes. Ainsi, ces observations semblent indiquer que notre méthode génère des horaires d'une qualité au moins comparable, sinon meilleur à ceux générés par le planificateur.

Il est à noter que nos horaires générés ont été utilisés tels quels ou légèrement modifiés. Nous en déduisons que notre méthode semble réduire l'effort et le temps que le planificateur doit consacrer à cette tâche.

Chapitre 6

Sacré-Coeur

Dans ce chapitre, nous présentons la situation à l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal pendant les 6 horizons de l'étude de Beaulieu et al. [5, 6] (du 5 janvier 1998 au 21 juin 1998). Ainsi, nous spécifions les détails de la notation présentée à la section 2.2, de même que le modèle et l'objectif pour ce problème. De plus, nous discutons de la résolution du problème et nous analysons les résultats.

6.1 Notation

6.1.1 Périodes

Les médecins de cet hôpital doivent enseigner. Le cours est donné par le médecin affecté au quart "16T" le mercredi soir. De plus, les réunions ont lieu le jeudi matin. Par conséquent, $J(\text{cours}) = J(\text{mer})$, $K(\text{cours}_j) = \{\text{“16T”}\}$, $j \in J(\text{cours})$ et $J(\text{reu}) = J(\text{jeu})$, pour chacun des horizons.

Au cours de cette période à l'étude, un événement spécial entre le 16 et le 27 mars 1998 a eu lieu. Il s'agissait d'un congrès auquel deux médecins ont participé à tour de rôle. Ainsi, pour le troisième horizon, celui du 2 mars au 29 mars 2001, $J(\text{ev}) = \{14, 15, ..., 25\}$ et pour les autres horizons $J(\text{ev}) = \emptyset$.

6.1.2 Médecins

À cet hôpital, la salle d'urgence compte 16 médecins réguliers et 2 à temps partiel.

De plus, cinq des médecins médecins réguliers sont nouveaux. Ainsi, nous retrouvons les ensembles suivants pour chacun des horizons :

$$I = \{0, 1, 2, ..., 17\},$$
$$I(\text{régulier}) = \{0, 1, 2, ..., 15\},\ I(\text{partiel}) = \{16, 17\},$$
$$I(\text{ancien}) = \{5, 6, ..., 15\},\ I(\text{nouveau}) = \{0, 1, 2, 3, 4, 16, 17\}.$$

Au cours de cette période à l'étude, certains médecins ont été pré-assignés à des quarts de travail avant que la planification de l'horaire ne soit amorcée. Nous y reviendrons lorsque les quarts de travail seront introduits.

6.1.3 Quarts de travail

Tous les quarts Sacré-Coeur sont obligatoires, sauf celui dénoté par "18".

1. "8" : quart de choc et de jour d'une durée de 8 heures débutant à 8 : 00 et se terminant à 16 : 00, les 7 jours de la semaine.

2. "10" : quart de cube et de jour d'une durée de 8 heures débutant à 10 : 00 et se terminant à 18 : 00, les 7 jours de la semaine.

3. "16" : quart de choc et de soir d'une durée de 8 heures débutant à 16 : 00 et se terminant à 24 : 00, les 7 jours de la semaine.

4. "16T" : quart de cube et de soir d'une durée de 8 heures débutant à 16 : 00 et se terminant à 24 : 00, les 7 jours de la semaine. Au cours de ce quart le mercredi, le médecin assigné à ce dernier doit enseigner.

5. "N" : quart de choc et de nuit d'une durée de 8 heures débutant à 00 : 00 et se terminant à 8 : 00, les 7 jours de la semaine.

6. "8T" : quart de cube et de jour d'une durée de 8 heures débutant à 8 : 00 et se terminant à 16 : 00 du lundi au vendredi sans exception.

7. "SS" : quart de jour appliqué aux suites de soins d'une durée de 4 heures débutant

à 8 : 00 et se terminant à 12 : 00 les lundi, mercredi et vendredi, sauf en cas de jour férié.

8. "18" : quart de cube et de soir d'une durée de 4 heures débutant à 18 : 00 et se terminant à 22 : 00 à chaque jour où un besoin de dégorger la salle d'urgence est prévu.

Par conséquent, lors d'une semaine typique ne contenant aucun jour férié, le scénario obtenu à chaque jour est celui de la figure 6.1

LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAMEDI	DIMANCHE
"8"	"8"	"8"	"8"	"8"	"8"	"8"
"10"	"10"	"10"	"10"	"10"	"10"	"10"
"16"	"16"	"16"	"16"	"16"	"16"	"16"
"16T"	"16T"	"16T"	"16T"	"16T"	"16T"	"16T"
"N"	"N"	"N"	"N"	"N"	"N"	"N"
"8T"	"8T"	"8T"	"8T"	"8T"		
"SS"		"SS"		"SS"		
"18"	"18"	"18"	"18"	"18"	"18"	"18"

FIG. 6.1 – Quarts présents d'une semaine typique à Sacré-Coeur.

Ceci engendre les ensembles suivants pour chacune de ces périodes :

$$
\begin{array}{lcll}
K & = & \{“8”,“10”,“16”,“16T”,“N”,“8T”,“SS”,“18”\}, & \\
K_j & = & \{“8”,“10”,“16”,“16T”,“N”,“8T”,“18”\} & , j \in J(\text{sem}), \\
K_j & = & \{“8”,“10”,“16”,“16T”,“N”,“18”\} & , j \in J(\text{fin}), \\
K_j & = & \{“8”,“10”,“16”,“16T”,“N”,“8T”,“18”,“SS”\} & , j \in J(\text{lun}) \cup J(\text{mer}) \\
 & & & \cup\ J(\text{ven}), \\
K_{D(j)} & = & \{“8”,“10”,“8T”\} & , j \in J(\text{sem}), \\
K_{D(j)} & = & \{“8”,“10”,“8T”,“SS”\} & , j \in J(\text{mer}), \\
K_{D(j)} & = & \{“8”,“10”\} & , j \in J(\text{fin}), \\
K_{E(j)} & = & \{“16”,“16T”,“18”\} & , j \in J, \\
K_{N(j)} & = & \{“N“\} & , j \in J, \\
K_{R(j)} & = & \{“10”,“16T”,“8T”,“18”\} & , j \in J(\text{sem}), \\
K_{R(j)} & = & \{“10”,“16T”,“18”\} & , j \in J(\text{fin}), \\
K_{T(j)} & = & \{“8”,“16”,“N”\} & , j \in J, \\
K_{SS(j)} & = & \{“SS”\} & , j \in J(\text{lun}) \cup J(\text{mer}) \\
 & & & \cup\ J(\text{ven}), \\
K_{fac(j)} & = & \oslash & , j \in J, \\
K_{obl(j)} & = & K_j & , j \in J.
\end{array}
$$

Le tableau 6.1 indique les pré-assignations des quarts de travail à certains médecins.

6.2 Modèle

Le modèle mathématique pour l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal est de grande taille. De plus, il est souvent non réalisable dû au trop grand nombre de requêtes des médecins en conflit les unes avec les autres.

Horizon	Pré-assignations
Premier horizon	Médecin 5 au quart "10" de la 17ième journée ; Médecin 8 au quart "N" de la 19ième et 20ième journée.
Deuxième horizon	Médecin 7 au quart "16T" de la 14ième journée ; Médecin 8 au quart "N" de la 12ième et 13ième journée.
Troisième horizon	Aucune pré-assignation.
Quatrième horizon	Aucune pré-assignation.
Cinquième horizon	Médecin 8 au quart "N" de la 12ième et 13ième journée.
Sixième horizon	Médecin 7 au quart "SS" de la 16ième journée ; Médecin 8 au quart "N" de la 26ième et 27ième journée.

TAB. 6.1 – Les affectations à priori à Sacré-Coeur.

6.2.1 Règles obligatoires

Les contraintes obligatoires sont nécessairement présentes dans le modèle. Nous devons préciser les ensembles sur lesquels les contraintes **C06** et **C07** s'appliquent ; rappelons que ces types de contraintes considèrent les disponibilités et les vacances. Ces données sont présentées aux tableaux 6.2, 6.3, et 6.4. Typiquement, d'un horizon à l'autre, les disponibilités restent constantes, à l'exception de quelques cas.

6.2.2 Règles ergonomiques

Toutes les règles ergonomiques du chapitre 4 sont présentes, et elles s'appliquent à tous les médecins réguliers.

E01 : Chaque médecin régulier ne doit pas compléter plus d'un quart "SS" et plus de deux quarts "18" par semaine :

$$\sum_{j \in \bar{J}_p} 4x_{ij(\text{“SS”})} \leq 4, \ \text{“18”} \in K_j, \ p = 1,2,3,4,$$

$$\sum_{j \in \bar{J}_p} 4x_{ij(\text{“18”})} \leq 8, \ \text{“18”} \in K_j, \ p = 1,2,3,4.$$

Médecin	Jours de vacances
$i = 00$	5-11 janvier et 2-18 mai.
$i = 01$	10-18 janvier et 18 avril - 10 mai.
$i = 02$	14 février - 1er mars et 6-14 juin.
$i = 03$	17 janvier - 1er février et 2-10 mai.
$i = 04$	7-15 février, 16-24 mai et 6-14 juin.
$i = 05$	9-31 mai.
$i = 06$	21 février - 1er mars et 4-19 avril.
$i = 07$	5-11 janvier et 6-21 juin.
$i = 08$	14-22 mars, 10-19 avril et 13-21 juin.
$i = 09$	17-25 janvier, 28 février - 8 mars et 10-19 avril.
$i = 10$	30 mai - 21 juin.
$i = 11$	17-25 janvier, 28 février - 8 mars et 4-13 avril.
$i = 12$	21 février - 1er mars et 23 mai - 7 juin.
$i = 13$	28 février - 8 mars et 16 - 31 mai.
$i = 14$	7 - 22 février.
$i = 15$	28 février - 8 mars et 23 mai - 7 juin.

TAB. 6.2 – Les vacances des médecins à Sacré-Coeur.

De plus, chaque médecin ne complète pas plus de quatre quarts "18" par horizon :

$$\sum_{j \in J} 4x_{ij(\text{“18”})} \leq 32, \ \text{“18”} \in K_j.$$

E02 : Chaque médecin en complète pas plus de 4 jours consécutifs.

E03 : Chaque médecin acceptant de travailler 4 jours consécutifs ne peut avoir plus de ces 3 quarts consécutifs le soir.

Les contraintes **E04** à **E10** sont formulées telles quelles.

E11 : Chaque médecin ne complète pas plus de 5 quarts au cours des fins de semaine

Médecin	Disponibilité
$i = 00$	Disponible en tout temps.
$i = 01$	Disponible en tout temps.
$i = 02$	Disponible en tout temps, sauf les mercredis.
$i = 03$	Disponible en tout temps.
$i = 04$	Disponible en tout temps.
$i = 05$	Disponible en tout temps.
$i = 06$	Disponible en tout temps, sauf les lundis.
$i = 07$	Disponible en tout temps.
$i = 08$	Disponible en tout temps.
$i = 09$	Disponible en tout temps, sauf les mercredis.
$i = 10$	Disponible en tout temps, sauf les mardis.
$i = 11$	Disponible en tout temps.
$i = 12$	Disponible en tout temps.
$i = 13$	Disponible en tout temps.
$i = 14$	Aucun quart du lundi au vendredi sauf au moins un quart "SS" par semaine et aucun quart de soir et de nuit.
$i = 15$	Disponible en tout temps, sauf les mardis et aucun quart de nuit.
$i = 16$	Disponible seulement au cours des quarts de : nuit : février : 14,15 ; soir : janvier : 9 au 11, 16 au 19, 30 au 31 ; février : 13, 20 au 22, 27 ; mars : 13,20,28,29 ; avril : 3,25,26 ; mai : 8,15,22,23 ; juin : 12 ; jour : février : 7,8 ; mars : 7,8.

TAB. 6.3 – Les disponibilités des médecins à Sacré-Coeur (partie 1).

Médecin	Disponibilité
$i = 17$	Disponible seulement au cours des quarts de : jour : janvier : 30,31 ; février : 1 ; mars : 20 au 22 ; avril : 24 au 26 ; mai : 29 au 31.

TAB. 6.4 – Les disponibilités des médecins à Sacré-Coeur (partie 2).

de l'horizon :

$$\sum_{j \in J(fin)} \sum_{k \in K_j} x_{ijk} \leq 5.$$

E12 : Si un médecin est affecté à un quart de nuit, alors il doit en compléter 3 consécutifs.

E13 : Si un médecin complète un quart nuit le lendemain d'une journée où il a complété un quart qui n'est pas de nuit, il doit avoir au moins 2 journées de congé avant de compléter un autre type de quart.

E14 : Après avoir complété 3 quarts de nuit consécutifs, un médecin doit bénéficier d'au moins 3 jours de congé.

E15 : Si un médecin ne peut compléter 3 quarts de nuits consécutifs, alors dès qu'il en a complété une séquence d'au plus 2, il ne faut pas lui affecter un autre quart de nuit avant au moins 14 jours.

E16 : Si un médecin a travaillé un ou plusieurs quarts de nuit durant les 14 derniers jours de la période précédente, il faut s'assurer qu'il ne se voit pas affecter aucun quart de nuit au cours des 14 jours suivant son dernier quart de nuit.

Les contraintes **E17** et **E18** sont formulées telles quelles.

6.2.3 Règles d'équité

Toutes les règles d'équité du chapitre 4 ont été retenues. Ces dernières doivent s'appliquer à l'ensemble des médecins réguliers.

D01 : Nous distribuons les fins de semaine de façon à ce que les nouveaux médecins complètent une fin de semaine sur deux et que les anciens en complètent au plus une sur deux.

D02 : Les fins de semaine sont redistribuées de sorte que tous les anciens médecins n'ayant pas plus de 14 jours de vacances durant la période doivent travailler au moins une fin de semaine.

D03 : Nous redistribuons les quarts de nuits de sorte qu'un médecin ne complète pas plus de 3 quarts de nuits au cours de l'horizon.

D04 : Chaque médecin ne complète pas plus de 1 quart "SS" et "18" par semaine.

D05 : Chaque médecin ne complète pas plus de 4 quarts "18" pendant l'horizon.

Les contraintes **D06** à **D07** sont formulées telles quelles.

D08 : Afin d'être équitable envers tous les médecins, nous spécifions selon certaines règles un nombre approximatif de nuits que chaque médecin devrait compléter au cours de six horizons consécutifs. Ces nombres dénotés par $(\text{seuil des nuits})_i$ sont définis au tableau 6.5 :

Ancienneté	Nombre de quarts de nuit
0 à 2 mois	0 quart de nuit.
2 mois à 1 an	18 quarts de nuit.
1 an à 2 ans	16 quarts de nuit.
2 an à 3 ans	14 quarts de nuit.
Plus de 3 ans	10 quarts de nuit.

TAB. 6.5 – La distribution des quarts de nuit à Sacré-Coeur sur six horizons.

D09 : Chaque médecin ne doit pas faire plus de 36 heures de travail par semaine.

Pour les deux prochaines contraintes, les (seuil des heures)$_i$, $i \in I$ sont définis dans le tableau 6.6.

D10 : Chaque médecin ne peut travailler un nombre d'heures total supérieur à quatre fois son (seuil des heures)$_i$ augmenté du tiers de la valeur de son (seuil des heures)$_i$ par horizon.

D11 : Chaque médecin i doit travailler un nombre d'heures au moins égal à quatre fois la valeur de son (seuil des heures)$_i$ moins une fois et demie la valeur de ce (seuil des heures)$_i$ par horizon.

Seuils des heures	Médecins
26 heures :	i = 0,2,3,6,8,10,11.
28 heures :	i = 1,9.
32 heures :	i = 4,13.
16 heures :	i = 5.
24 heures :	i = 7,12,15.
12 heures :	i = 14.

TAB. 6.6 – La distribution des heures à Sacré-Coeur.

6.2.4 Règles de buts

Étant donné qu'il y a beaucoup de médecins réguliers disponibles en tout temps, nous devons distribuer les différents types de quarts équitablement entre eux. Nous utilisons donc toutes les contraintes de buts.

Les contraintes **G01** à **G04** et la contrainte **G06** sont formulées telles quelles.

G05 : Les quarts "SS" et "18" doivent être distribués équitablement entre les médecins.

6.2.5 Objectif

Les contraintes de buts contiennent des variables d'écarts permettant d'excéder ou d'être en deçà des seuils, et l'objectif est de minimiser leurs valeurs :

$$
\begin{aligned}
F_1(p,q) \quad = \quad & \lambda_1^p \sum_{i\in I_{D08}} pn_i + \lambda_1^q \sum_{i\in I_{D08}} qn_i & + \\
& \lambda_2^p \sum_{i\in I}\sum_{p=1}^{4} phou_{ip} + \lambda_2^q \sum_{i\in I}\sum_{p=1}^{4} qhou_{ip} & + \\
& \lambda_3^p \sum_{i\in I} pde_i + \lambda_3^q \sum_{i\in I} qde_i & + \\
& \lambda_4^p \sum_{i\in I} prt_i + \lambda_4^q \sum_{i\in I} qrt_i & + \\
& \sum_{k\in\tilde{K}} \lambda_{5k}^p \sum_{i\in I_{G05}^k} ps_i + \sum_{k\in\tilde{K}} \lambda_{5k}^q \sum_{i\in I_{G05}^k} qs_i & + \\
& \lambda_6^p \sum_{i\in I} pm_i + \lambda_6^q \sum_{i\in I} qm_i,
\end{aligned}
$$

où les λ_l^p, λ_l^q, $l = 1, 2, ..., 6$ sont des poids. Nous avons utilisé les mêmes poids que ceux utilisés dans le travail de Beaulieu et al. [6] et ils sont indiqués au tableau 6.7.

$\lambda_1^p = 7$	$\lambda_1^q = 5$
$\lambda_2^p = 6$	$\lambda_2^q = 6$
$\lambda_3^p = 4$	$\lambda_3^q = 4$
$\lambda_4^p = 4$	$\lambda_4^q = 4$
$\lambda_{5(k_1)}^p = 3$	$\lambda_{5\text{“SS”}}^q = 3$
$\lambda_{5\text{“18”}}^p = 3$	$\lambda_{5(k_2)}^q = 3$
$\lambda_6^p = 2$	$\lambda_6^q = 2$
où k_1 est le quart “SS”, et k_2 est le quart “18”.	

TAB. 6.7 – Les poids de l'objectif à Sacré-Coeur.

Nous n'avons pas utilisé la seconde partie $F_2(x)$ de la forme générale de l'objectif présentée au chapitre 3, car les différents types de quarts doivent être distribués équitablement entre les médecins sans aucune priorité.

6.3 Résolution du modèle et analyse des résultats

Tous les tests ont été effectués sur une machine de 64 bits de type SUN ayant deux processeurs cadencés à 300 MHz et équipée de 256 Mo de Ram. Les horaires sont générés en moins d'une heure. Ainsi, notre approche permet de réduire significativement le temps et les efforts du planificateur.

Nous évaluons la "qualité" des horaires selon les deux mêmes critères que ceux utilisés dans l'étude de Beaulieu et al. [5, 6] : le nombre de contraintes violées, et les déviations des seuils des contraintes de buts. Tout d'abord, dénotons par **H1** l'horaire généré par le planificateur expert, par **H2** celui obtenu avec la méthode de Beaulieu et al. [5, 6] et par **H3** celui obtenu avec notre méthode.

Nos horaires violent les mêmes types de contraintes que ceux de Beaulieu et al. [5, 6]. D'après ces auteurs, ces types de contraintes représentés dans le tableau 6.8 influencent le plus la "qualité" des horaires et ils sont régulièrement violés par le planificateur expert.

E02 : moins de 5 jours consécutifs ;
E03 : maximun de 3 soirs consécutifs ;
E10 : au plus un jour parmi dimanche et lundi ;
E13 et **E14** : n nuits ; n jours de congé ;
E12, **E15** et **E16** : 14 jours sans de nuits ;
D06 : quarts de jour versus soir ;
D07 : quarts de cube versus choc ;
D09 : heures hebdomadaires ;
D10 : heures maximums mensuelles ;
D11 : heures minimums mensuelles.

TAB. 6.8 – Les types de contraintes violées à Sacré-Coeur.

Le tableau 6.9 indique pour chacun des 6 horizons, ainsi que sur l'ensemble de l'horizon de planification, le nombre total de contraintes souples violées par les trois horaires considérés. Ces nombres nous semblaient plus adéquats que la valeur de l'objectif pour évaluer la qualité relative des divers horaires (s'il y a moins de contraintes violées, l'horaire respecte davantage les requêtes des médecins). De toute façon, le comportement de l'objectif dépend directement du nombre de contraintes violées. Les résultats indiquent la supériorité de notre méthode et celle de Beaulieu et al. [5, 6].

	Horizon 1	Horizon 2	Horizon 3	Horizon 4	Horizon 5	Horizon 6	total
H1	26	31	21	29	38	40	185
H2	18	19	19	15	16	24	111
H3	19	19	22	17	16	24	117

TAB. 6.9 – Violation des contraintes *souples* à Sacré-Coeur.

Notons que les horaires de Beaulieu et al. [5, 6] violent légèrement moins de contraintes. Cette différence s'explique, d'une part, par l'ordre des contraintes à ajouter lors de la méthode de résolution et, d'autre part, par la généralisation des contraintes qui alourdit le modèle mathématique.

Les règles qui sont les plus fréquemment violées par le planificateur sont les contraintes sur les quarts de nuits consécutifs (**E13**, **E14**, 25 fois violées et **E16**) et les contraintes sur les rapports entre les différents types de quarts (26 fois au total). Ces règles sont rarement violées par nos horaires et ceux de Beaulieu et al. [5, 6]. Cependant, les contraintes sur le maximum d'heures travaillées par semaine sont violées par les trois horaires. Toutefois, les horaires **H2** et **H3** sont mieux à ce chapitre lorsqu'il y a des vacances.

Pour ce qui est du deuxième critère, rappelons qu'il existe deux types de variables d'écarts : l'un permettant d'excéder les seuils et le second permettant d'être en deçà des seuils. Ces types sont respectivement dénotés p_i^l et q_i^l, pour tout $i \in I$ et $i \leq l \leq 7$ (voir section 6.2.4). Soit A l'ensemble représentant les six horizons à l'étude, dénotons par :

$i(p^l)$ la moyenne du nombre de médecins pour lesquels la variable p_i^l est positive ;

$i(q^l)$ la moyenne du nombre de médecins pour lesquels la variable q_i^l est positive ;

$p^l_{max} = \frac{\sum_{a\in A} \max_{i\in I}\{p^l_i\}}{6}$ la moyenne de l'écart maximal au-dessus du (seuil des $l)_i$ prise sur tous les médecins $i \in I$;

$q^l_{max} = \frac{\sum_{a\in A} \max_{i\in I}\{q^l_i\}}{6}$ la moyenne de l'écart maximal sous le (seuil des $l)_i$ prise sur tous les médecins $i \in I$;

$\bar{p}^l = \frac{\sum_{a\in A}\sum_{i\in I}\{p^l_i\}}{6 * |I|}$ la moyenne des écarts au-dessus du (seuil des $l)_i$ pour tout $i \in I$ dont la variable p^l_i est positive ;

$\bar{q}^l = \frac{\sum_{a\in A}\sum_{i\in I}\{q^l_i\}}{6 * |I|}$ la moyenne des écarts sous le (seuil des $l)_i$ pour tout $i \in I$ dont la variable q^l_i est positive.

Le tableau 6.10 résume pour chacun des trois horaires, les moyennes des statistiques relatives aux déviations par rapport aux contraintes de buts. Les résultats indiquent que les trois horaires sont comparables.

Horaire	H1			H2			H3		
catégorie	$\max\{i(p^l), i(q^l)\}$	$\max\{p^l_{max}, q^l_{max}\}$	$\max\{\bar{p}^l, \bar{q}^l\}$	$\max\{i(p^l), i(q^l)\}$	$\max\{p^l_{max}, q^l_{max}\}$	$\max\{\bar{p}^l, \bar{q}^l\}$	$\max\{i(p^l), i(q^l)\}$	$\max\{p^l_{max}, q^l_{max}\}$	$\max\{\bar{p}^l, \bar{q}^l\}$
seuils des nuits	5.33333	3.66667	2.07460	4.33333	5	2.45833	4.66666	5	2.5687
seuils des heures	5	12.66667	8.50952	4.125	12.33333	8.10714	4.225	14.3333	9.0258
rapport jours/soirs	9.16667	0.25442	0.10393	10.5	0.32888	0.14976	11.2666	0.56781	0.14981
rapport cubes/chocs	6.16667	0.18437	0.07209	7.5	0.07672	0.04242	7.16667	0.08452	0.0687

TAB. 6.10 – Violation des contraintes souples à Sacré-Coeur.

Nous remarquons que le planificateur accomplit un excellent travail en distribuant les différents types quarts entre les médecins à l'aide d'un chiffrier. En effet, les horaires **H2** et **H3** sont légèrement meilleurs en ce qui a trait à l'écart moyen relativement aux seuils des heures hebdomadaires et des rapports cubes/chocs, mais ils sont légèrement moins bons relativement aux seuils des nuits et des rapports jours/soirs. Pour expliquer ces résultats, mentionnons les deux observations importantes suivantes :

- Les seuils pour chacun des horizons étant déterminés en fonction des horaires des horizons précédents, alors certains d'entre eux sont ajustés selon des horaires générés par le planificateur, horaires qui ne sont pas nécessairement bien équilibrés. À titre d'exemple, les seuils du premier horaire généré dépendaient des horaires des cinq derniers horizons générés par le planificateur. Ainsi, la valeur maximale (p^l_{max} ou q^l_{max}) peut-être très grande. Cela vient du fait que des médecins avaient complété trop de quarts de ce type lors des cinq derniers horaires et avaient un seuil négatif (p^l_{max}), ou parce qu'ils n'en avaient pas assez complété et avaient un seuil excédant la limite d'une période (q^l_{max}).

- Parfois, violer une contrainte souple peut aider à atteindre un seuil visé. Par exemple, si la contrainte "après 3 nuits, 3 jours de congés" est transgressée, ceci peut aider à atteindre les seuils sur les heures de travail hebdomadaires. En effet, si un médecin complète trois quarts de nuit lors d'une fin de semaine (vendredi, samedi et dimanche), il ne pourra travailler lundi, mardi et mercredi. Comme il vient de compléter une fin de semaine, il lui est interdit de travailler à partir du vendredi soir. Ainsi, le médecin peut donc travailler un maximum de 16 heures dans la semaine (jeudi matin et vendredi matin), ce qui augmente la valeur des écarts extrêmes sur les heures (p^l_{max} ou q^l_{max}), heures moindres pour ce médecin et heures en surplus pour les autres médecins.

Néanmoins malgré cela, notre méthode (tout comme celle de Beaulieu et al. [5, 6]) est en mesure de s'ajuster et de satisfaire les seuils désirés, de façon comparable à l'expert humain.

En conclusion, nous pensons que notre méthode permet de réduire le temps et les efforts du planificateur. De plus, sa performance est meilleure que celle d'un expert humain : elle permet de considérer plus de contraintes à la fois, donc, d'en violer moins qu'un expert humain, tout en obtenant des résultats comparables quant à la satisfaction des seuils désirés.

Chapitre 7

Logiciel et base de données

7.1 Logiciel

Précisons que le rôle du logiciel est de permettre à l'utilisateur d'insérer les données, ainsi que de recueillir l'horaire et les statistiques après chaque résolution du problème courant. Le logiciel a été conçu pour être opérationel sous *Windows* [40], le système d'exploitation le plus utilisé dans les hôpitaux. Il comporte une suite d'interfaces graphiques pouvant être regroupées en trois grandes catégories. Celles de la première catégorie permettent d'entrer les données relatives aux médecins et à leurs disponibilités, aux quarts de travail de la salle d'urgence, aux affectations à priori, aux jours fériés et aux jours de réunion. Celles de la deuxième permettent d'établir le lien avec *Cplex* [12], le logiciel d'optimisation utilisé pour résoudre le problème. Finalement, celles de la troisième permettent de consulter et d'imprimer l'horaire généré. Pour faciliter l'utilisation de ces interfaces graphiques, nous les avons intégrées dans une interface dénotée **interface principale** ayant un rôle supplémentaire de gérer le passage d'un horaire à un autre.

Nous avons utilisé le langage de programmation *Visual Basic* [38] pour développer le logiciel, et ce pour deux raisons majeures. Ce langage permet de bien intégrer les technologies relatives à la communication avec une base de données relationnelle de type *Access* [34] et aussi de bien intégrer tous les programmes existant dans le système d'exploitation *Windows* [40]. Toutefois, étant donné qu'il est préférable d'établir le lien avec *Cplex* [12] en langage de programmation *C* [35], nous avons créé un *dll* ("Dynamic Link Library") en *Visual C++* [39] pour réaliser ce lien. De plus, ce langage est approprié pour créer un moteur performant.

7.1.1 Interface principale

Tel qu'illustré à la figure 7.1, l'interface principale comporte trois grandes parties.

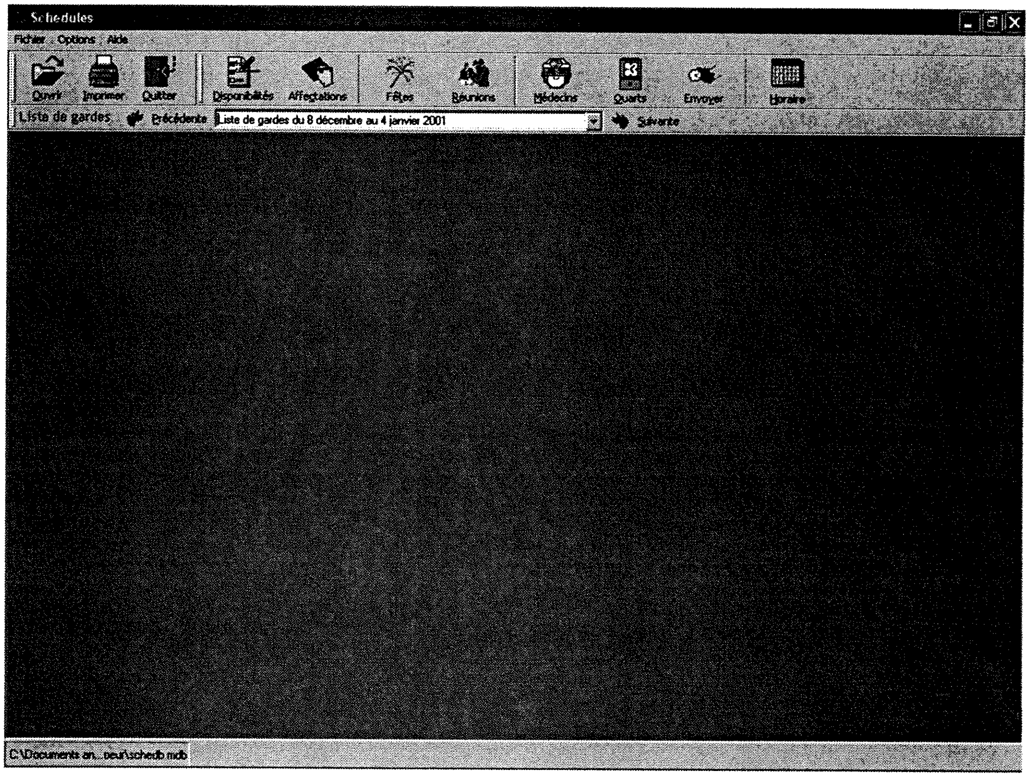

FIG. 7.1 – Interface principale.

La première permet de naviguer d'une période à une autre. Son fonctionnement très simple et intuitif repose sur l'utilisation des boutons "Précédente" et "Suivante" permettant l'accès aux horaires des périodes précédente et suivante. La figure 7.2 illustre le cas où la période courante est celle du 8 décembre au 4 janvier 2001. Ainsi, les périodes précédente et suivante sont respectivement celles du 10 novembre au 7 décembre 2001 et du 5 janvier au 1 février 2001.

Pour passer à une période sans avoir recours à ces deux derniers boutons, il suffit de la sélectionner dans la liste de toutes les périodes dont les horaires ont déjà été générés (voir figure 7.2). De plus, notons que pour générer une nouvelle période, il suffit de cliquer sur le bouton "Suivante" lorsque la période courante est la dernière de la liste. Nous avons catalogué les périodes en trois catégories dénotées par des couleurs

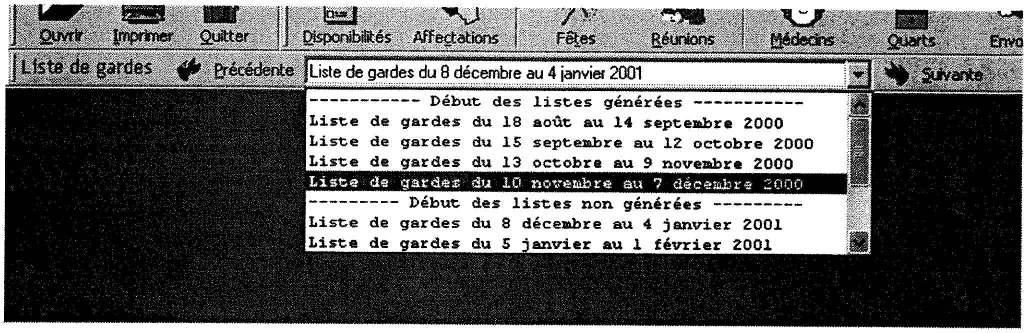

FIG. 7.2 – Mouvement temporel.

différentes :

A. **Bleu** : L'horaire de cette période a été généré et la dernière journée de cette période précède la journée courante. Il est impossible de modifier les informations relatives à cet horaire.

B. **Rouge** : L'horaire de cette période a été généré et la dernière journée de cette période fait partie du futur par rapport à la journée courante. Il est possible de modifier les informations relatives à cet horaire, mais pour les intégrer, il faut refaire l'horaire.

C. **Noir** : L'horaire de cette période n'a pas encore été généré.

La deuxième partie, permet de traiter les données relatives à la période courante, en sélectionnant l'icône correspondant afin de (de gauche à droite) :

A. Spécifier les disponibilités des médecins;

B. Spécifier les affectations à priori (quarts fixés);

C. Spécifier les jours fériés;

D. Spécifier les jours de réunion;

E. Modifier la liste des médecins de la salle d'urgence;

F. Modifier la liste des quarts à combler;

G. Consulter l'assistant indiquant la procédure à suivre pour établir la liaison avec le moteur de résolution;

H. Consulter l'horaire des médecins.

Finalement, la troisième partie permet, en sélectionnant l'icône correspondant (de gauche à droite) de :

A. Ouvrir une base de données conçue selon les normes prises en charge par le logiciel ;

B. Imprimer un horaire ;

C. Quitter le logiciel.

7.1.2 Interface pour entrer les données

Chacune des interfaces de cette catégorie comporte au moins deux boutons permettant respectivement d'enregistrer les modifications, "Enregistrer", et de quitter l'interface, "Fermer". Notons que lorsque le bouton "Fermer" est sélectionné, un avertissement est émis à l'utilisateur pour le mettre en garde que les modifications ne seront intégrées que si elles sont enregistrées.

7.1.2.1 Modifier la liste des médecins de la salle d'urgence

L'interface illustrée à la figure 7.3 permet d'ajouter ou de retrancher un médecin de la liste. Pour ajouter un nouveau médecin, il suffit de fournir les informations requises dans les cellules d'une ligne vierge. Pour retrancher un médecin, il suffit de sélectionner la ligne correspondant à ce dernier et de cliquez sur le bouton "Enlever".

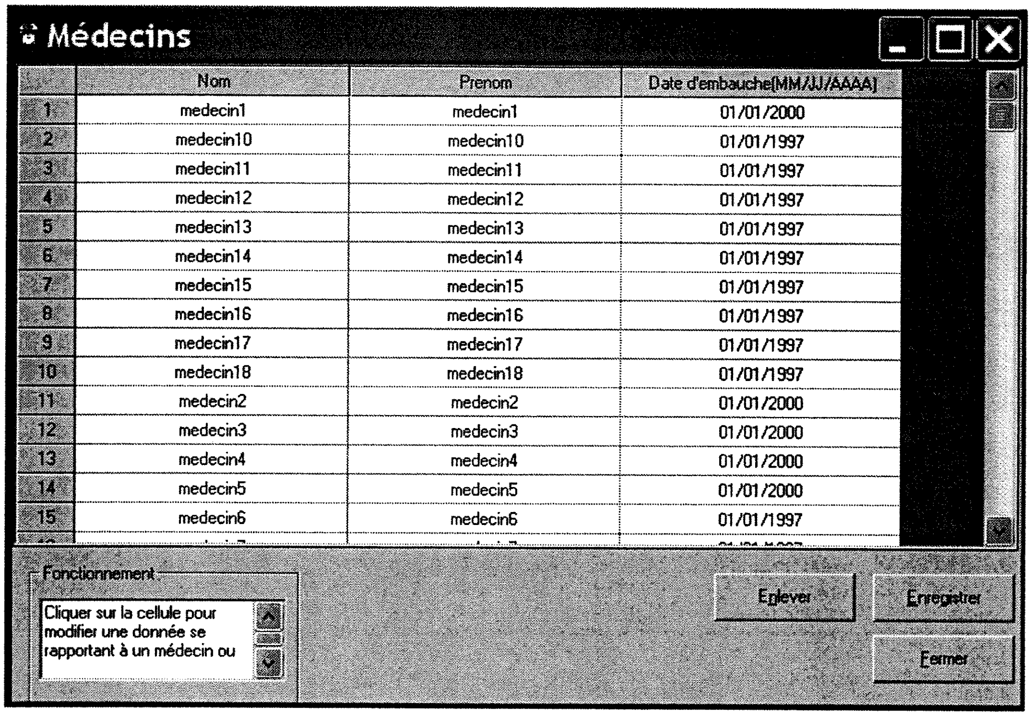

FIG. 7.3 – Interface pour modifier la liste des médecins de la salle d'urgence.

7.1.2.2 Modifier les disponibilités des médecins

Une fois que la liste des médecins est établie, deux interfaces sont disponibles pour modifier leurs disponibilités.

La première, illustrée à la figure 7.4, est conçue pour considérer un médecin à la fois. Il suffit de sélectionner le nom du médecin dans la liste, la(les) journée(s) à modifier, et de cocher tous les quarts pour lesquels il est disponible. Il est également possible de modifier les nombres de nuits et de fins de semaine de travail pour le médecin sélectionné en spécifiant ceux-ci dans les espaces indiqués.

La deuxième interface, illustrée à la figure 7.5, permet d'avoir une vue d'ensemble des disponibilités de tous les médecins lorsqu'elles sont modifiées pour l'un entre eux. Il suffit de sélectionner, dans la ligne associée à un médecin, la cellule de la journée et de cocher tous les quarts pour lesquels il est disponible. De plus, il est possible de modifier les nombres de nuits et de fins de semaine de travail du médecin dans les deux

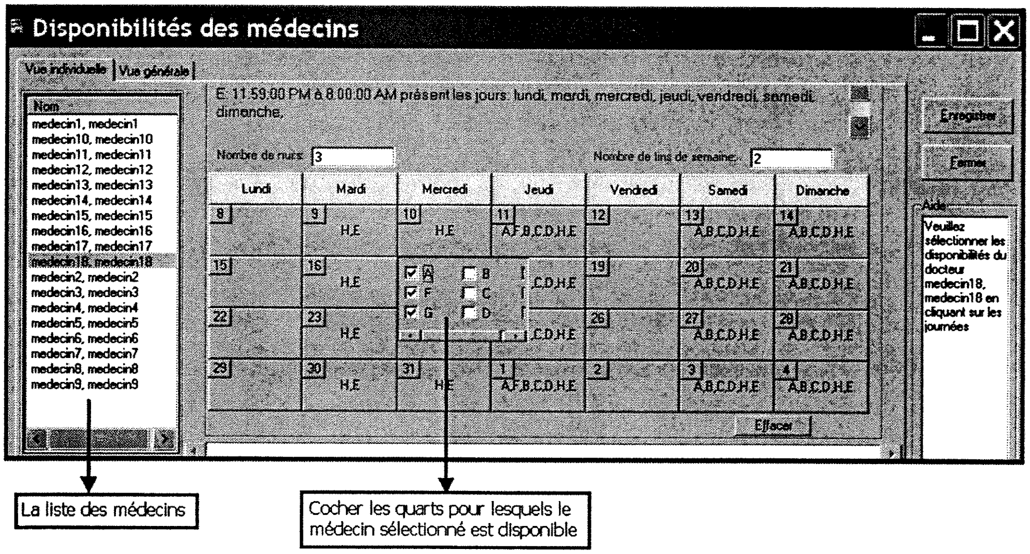

FIG. 7.4 – Entrer les disponibilités, vue individuelle.

premières cellules de sa ligne.

7.1.2.3 Modifier la liste des quarts présents dans la salle d'urgence

L'interface illustrée à la figure 7.6 permet de consulter la liste de quarts à combler. De plus, pour éliminer l'un d'entre eux, il suffit de le sélectionner avant de sélectionner le bouton "Enlever". Pour ajouter ("Ajouter") ou modifier ("Modifier") un quart, il suffit de fournir les informations pertinentes aux endroits appropriés.

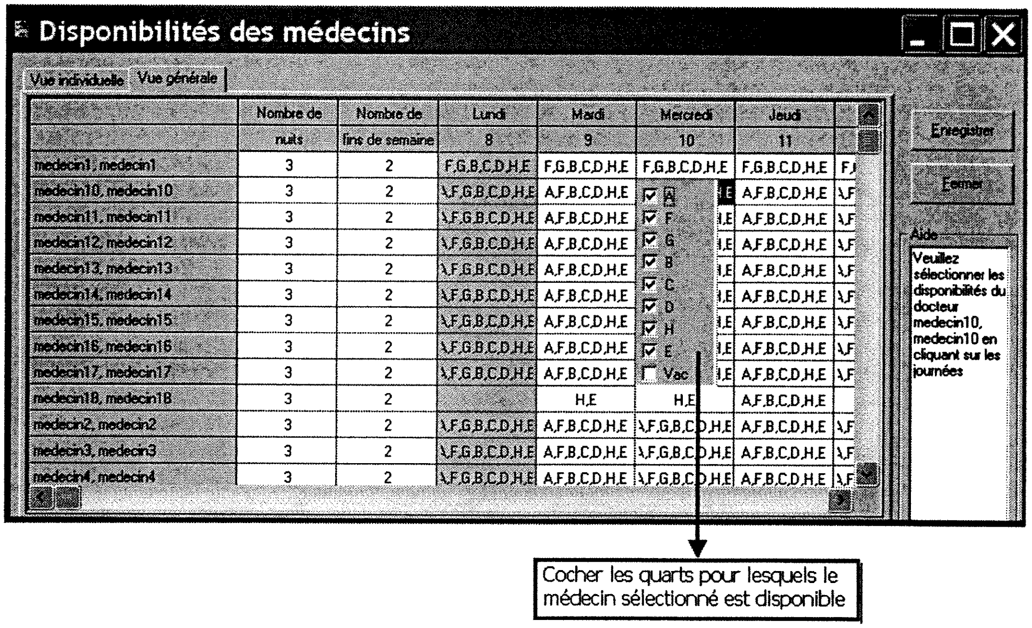

FIG. 7.5 – Entrer les disponibilités, vue générale.

7.1.2.4 Spécifier les affectations à priori

Cette interface (figure 7.7) permet d'affecter un et un seul quart à un médecin avant même que le processus de confection ne soit amorcé. Dans la ligne associée au médecin, il suffit de sélectionner la journée et de choisir le quart à lui affecter.

Si la fenêtre de la figure 7.8 apparaît, ceci signifie que le quart que nous voulons affecter au médecin ne fait pas partie de ses disponibilités. Il faut alors choisir un autre quart ou annuler l'affectation.

De plus, si la fenêtre de la figure 7.9 apparaît, ceci signifie qu'une interface pour entrer les disponibilités des médecins est ouverte et que des modifications ont été apportées. Il est fortement recommandé de basculer vers cette interface et de sauvegarder les modifications. Sinon, ceci aurait comme conséquence d'affecter un quart à un médecin non disponible.

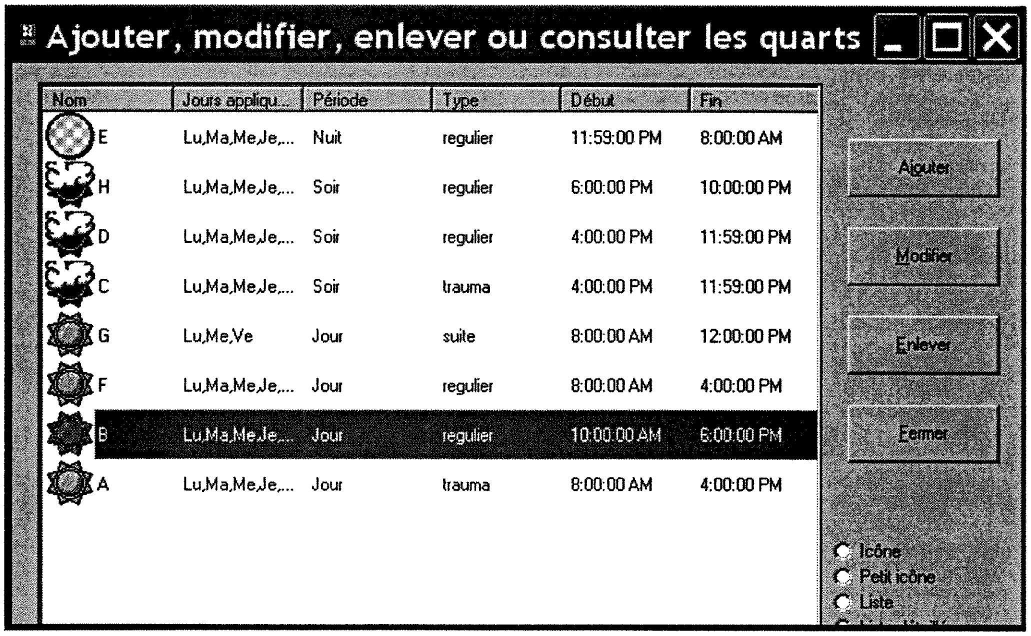

FIG. 7.6 – Interface pour modifier la liste des quarts à combler.

7.1.2.5 Spécifier les jours fériés et ceux de réunions

Les interfaces illustrées aux figures 7.10 et figure 7.11 permettent de spécifier, respectivement, les jours fériés et les jours de réunion simplement en sélectionnant les jours appropriés.

7.1.3 Interface de liaison avec *Cplex*

Cette interface est conçue pour établir la liaison avec *Cplex* [12], le logiciel d'optimisation utilisé.

Notons que dans l'installation actuelle du logiciel, le mécanisme de résolution n'est pas intégré. Le processus actuel requiert que l'utilisateur fasse parvenir par courrier électronique la base de données à l'analyste du projet qui est responsable de la résolution du problème à l'aide de *Cplex* [12]. Ensuite, l'horaire généré est sauvegardé dans la base de données qui est retournée par courrier électronique à l'utilisateur.

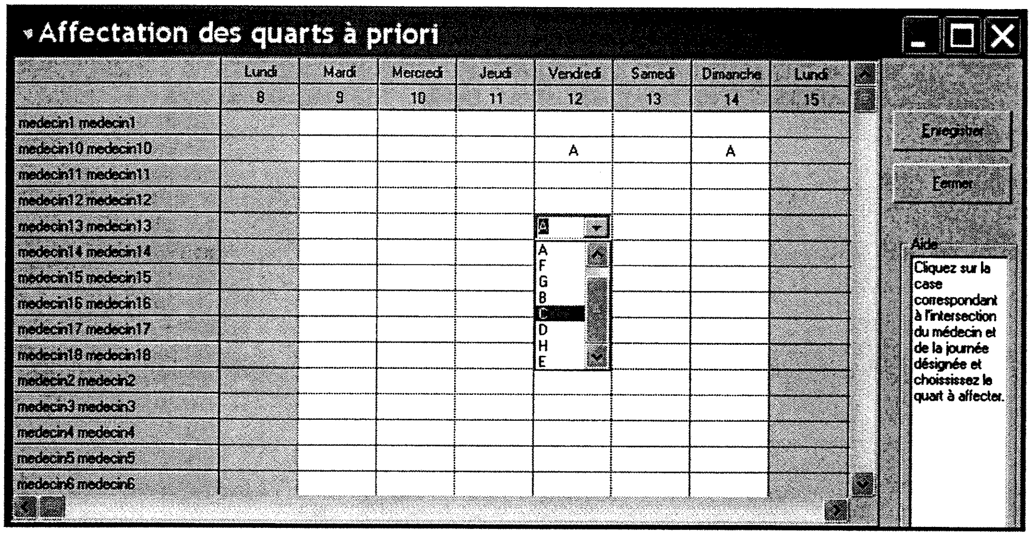

FIG. 7.7 – Interafce pour entrer les affectations à priori.

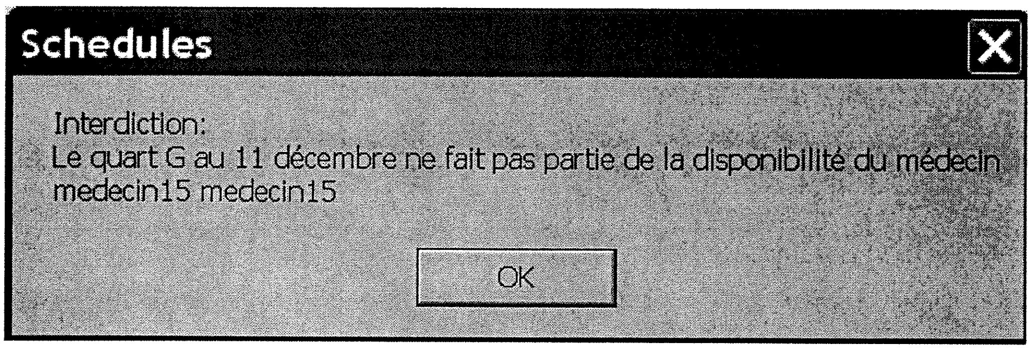

FIG. 7.8 – Message d'erreur.

7.1.4 Interface pour consulter et imprimer l'horaire

7.1.4.1 Consulter l'horaire

L'interface illustrée à la figure 7.12 permet de consulter l'horaire généré et de le modifier en sélectionnant une cellule de l'horaire pour y changer le nom du médecin affecté. Notons que l'horaire illustré à la figure 7.12 est fictif.

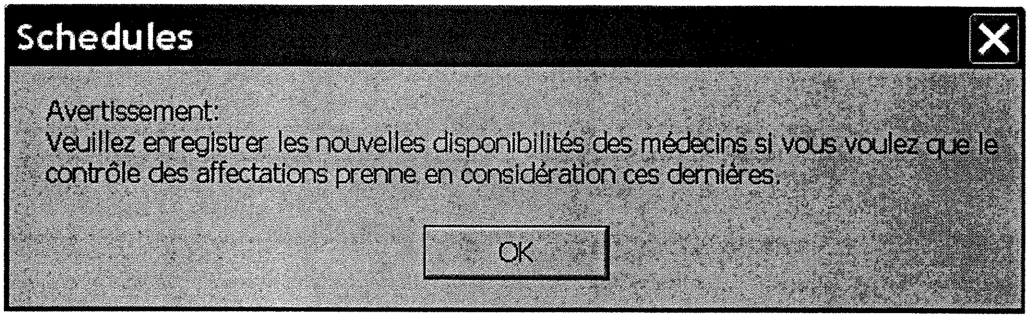

FIG. 7.9 – Message d'avertissement.

7.1.4.2 Interface pour imprimer l'horaire

L'interface illustrée à la figure 7.13 permet de cocher les horaires des périodes désirées, de préciser le nombre de copies souhaité, et de lancer l'impression à l'aide du bouton "Imprimer". Dans une prochaine version, il sera possible d'imprimer les disponibilités des médecins pour leur faciliter la tâche de spécifier celles-ci. La figure 7.14 illustre un horaire tel qu'imprimé.

7.2 Base de données

Dans cette section, nous résumons les grandes lignes de la conception de la base de données. Tout d'abord, nous avons choisi une base de données relationnelle de type *Access* [34] parce que nos développements sont complétés dans l'environnement *Windows* [40].

Dans la figure 7.15, remarquons que presque toutes les tables ont une clé étrangère se référant à la table "**DBSchedule**" qui enregistre la clé assignée à l'horaire de chaque horizon. Ceci permet de conserver toutes les informations (disponibilités, affectations, jours fériés, quarts, etc.) de tous les horaires. Ainsi, par exemple, dans la table "**doctors**", un médecin X peut apparaître à plusieurs reprises correspondant aux horaires de divers horizons. Alors, lorsqu'un médecin est retranché, il l'est pour l'horizon courant et les horizons futurs, mais il est conservé pour les horizons précédents. De plus, cette conception réduit le travail de la mise à jour, car si l'utilisateur décide de supprimer

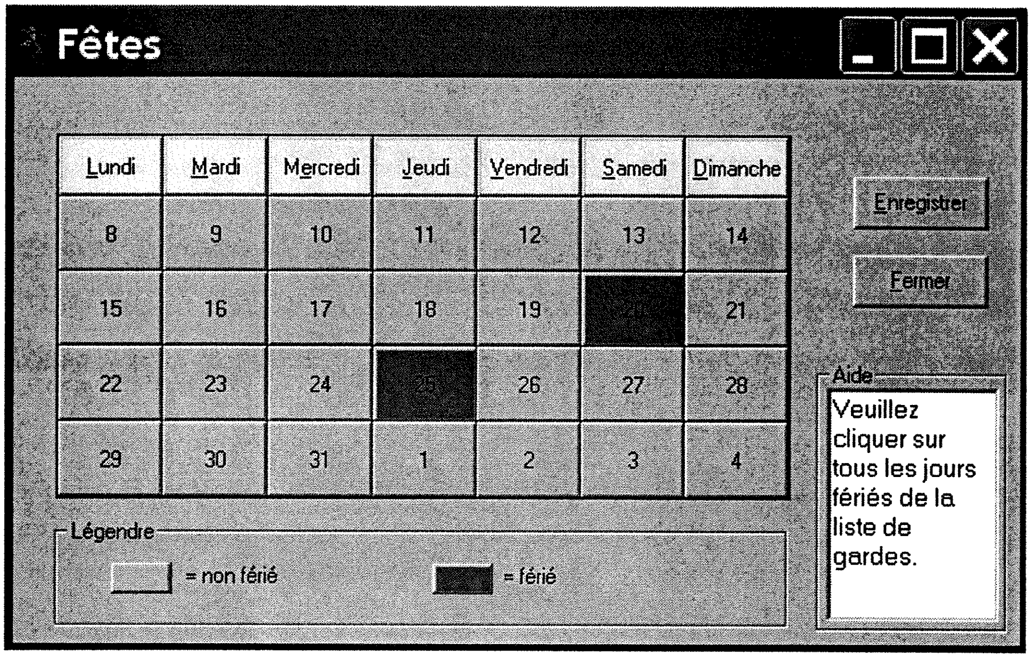

FIG. 7.10 – Interface pour entrer les jours fériés.

toutes les informations de l'horaire d'un horizon particulier, il suffit de supprimer uniquement le n-tuplet de la table "**DBSchedule**" correspondant à la clé de cet horizon.

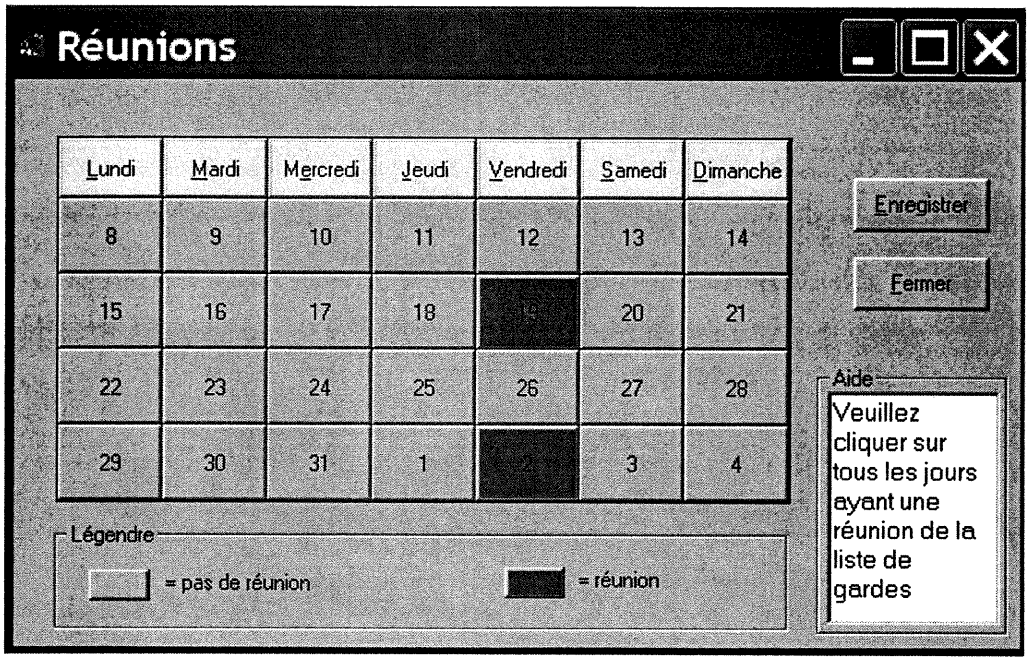

FIG. 7.11 – Interface pour entrer les journées de réunion.

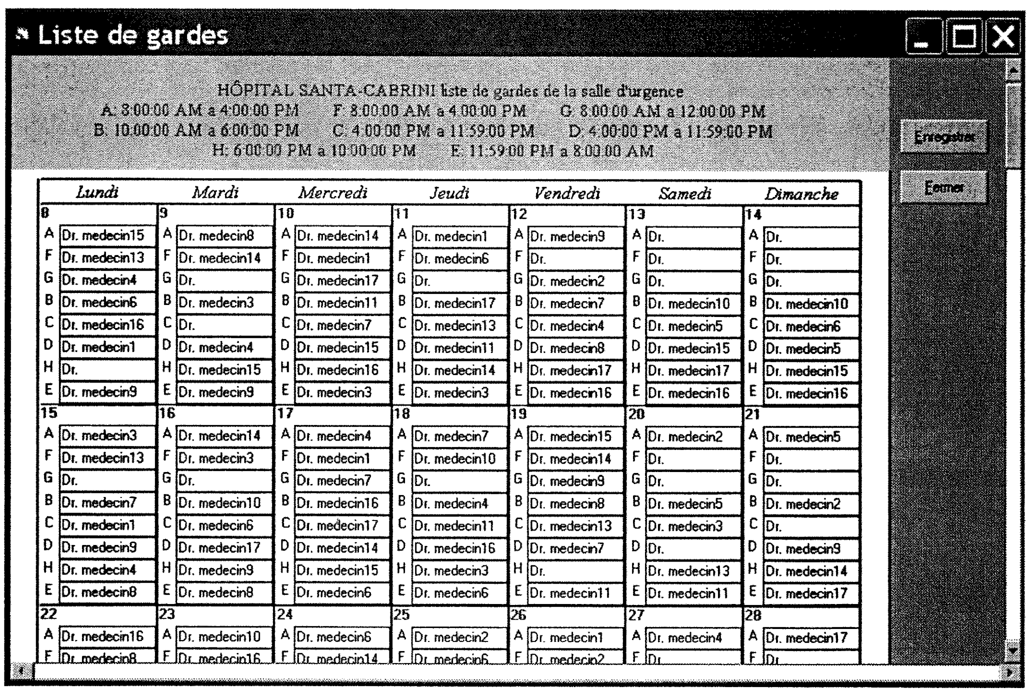

FIG. 7.12 – Interface pour consulter l'horaire.

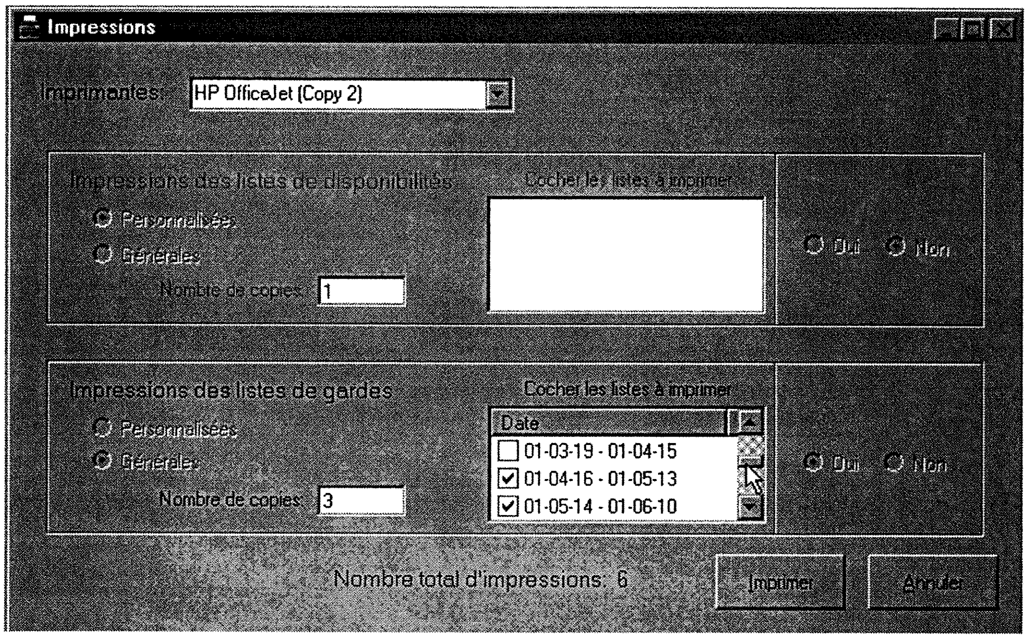

FIG. 7.13 – Interface pour imprimer l'horaire.

Hôpital Santa-Cabrini liste de gardes: 8 décembre au 4 janvier

A: 8:00:00 AM-4:00:00 PM F: 8:00:00 AM-4:00:00 PM G: 8:00:00 AM-12:00:00 PM B: 10:00:00 AM-6:00:00 PM
C: 4:00:00 PM-11:59:00 PM D: 4:00:00 PM-11:59:00 PM H: 6:00:00 PM-10:00:00 PM E: 11:59:00 PM-8:00:00 AM

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
8 ADr.medecin15 FDr.medecin13 CDr.medecin4 EDr.medecin6 CDr.medecin16 IDr.medecin1 H EDr.medecin9	9 ADr.medecin8 FDr.medecin14 G EDr.medecin3 C IDr.medecin4 FDr.medecin15 EDr.medecin9	10 A Dr.medecin14 F Dr.medecin1 G Dr.medecin17 B Dr.medecin11 C Dr.medecin7 D Dr.medecin15 H Dr.medecin16 E Dr.medecin3	11 A Dr.medecin1 F Dr.medecin6 G B Dr.medecin17 C Dr.medecin13 D Dr.medecin11 H Dr.medecin14 E Dr.medecin3	12 A Dr.medecin9 F G Dr.medecin2 B Dr.medecin7 C Dr.medecin4 D Dr.medecin8 H Dr.medecin17 E Dr.medecin16	13 A F G B Dr.medecin10 C Dr.medecin5 D Dr.medecin15 H Dr.medecin17 E Dr.medecin16	14 A F G B Dr.medecin10 C Dr.medecin6 D Dr.medecin5 H Dr.medecin15 E Dr.medecin16
15 A Dr.medecin3 F Dr.medecin13 G B Dr.medecin7 C Dr.medecin1 D Dr.medecin9 H Dr.medecin4 E Dr.medecin8	16 A Dr.medecin14 F Dr.medecin3 G B Dr.medecin10 C Dr.medecin6 D Dr.medecin17 H Dr.medecin9 E Dr.medecin8	17 A Dr.medecin4 F Dr.medecin1 G Dr.medecin7 B Dr.medecin16 C Dr.medecin17 D Dr.medecin14 H Dr.medecin15 E Dr.medecin6	18 A Dr.medecin7 F Dr.medecin10 G B Dr.medecin4 C Dr.medecin11 D Dr.medecin16 H Dr.medecin3 E Dr.medecin6	19 A Dr.medecin15 F Dr.medecin14 G Dr.medecin9 B Dr.medecin8 C Dr.medecin13 D Dr.medecin7 H E Dr.medecin11	20 A Dr.medecin2 F G B Dr.medecin5 C Dr.medecin3 D H Dr.medecin13 E Dr.medecin11	21 A Dr.medecin5 F G B Dr.medecin2 C D Dr.medecin9 H Dr.medecin14 E Dr.medecin17
22 A Dr.medecin16 F Dr.medecin8 G Dr.medecin2 B Dr.medecin4 C Dr.medecin14 D Dr.medecin1 H E Dr.medecin17	23 A Dr.medecin10 F Dr.medecin16 G B Dr.medecin6 C Dr.medecin4 D Dr.medecin8 H E Dr.medecin17	24 A Dr.medecin6 F Dr.medecin14 G B Dr.medecin16 C Dr.medecin8 D Dr.medecin4 H E Dr.medecin17	25 A Dr.medecin2 F Dr.medecin6 G B Dr.medecin1 C Dr.medecin10 D Dr.medecin4 H Dr.medecin8 E Dr.medecin14	26 A Dr.medecin1 F Dr.medecin2 G B Dr.medecin8 C Dr.medecin6 D Dr.medecin10 H E Dr.medecin14	27 A Dr.medecin4 F G B Dr.medecin17 C Dr.medecin8 D Dr.medecin1 H Dr.medecin10 E Dr.medecin14	28 A Dr.medecin17 F G B Dr.medecin4 C Dr.medecin1 D Dr.medecin6 H Dr.medecin8 E Dr.medecin15
29 A Dr.medecin13 F Dr.medecin3 G B Dr.medecin11 C Dr.medecin9 D Dr.medecin7 H E Dr.medecin15	30 A Dr.medecin3 F Dr.medecin16 G B Dr.medecin13 C Dr.medecin11 D Dr.medecin9 H E Dr.medecin15	31 A Dr.medecin7 F Dr.medecin3 G B C Dr.medecin16 D Dr.medecin11 H E Dr.medecin15	1 ADr.medecin9 FDr.medecin7 G EDr.medecin5 CDr.medecin13 IDr.medecin16 H EDr.medecin3	2 ADr.medecin11 FDr.medecin9 G EDr.medecin12 CDr.medecin5 EDr.medecin7 H EDr.medecin13	3 ADr.medecin15 F G EDr.medecin11 CDr.medecin7 IDr.medecin9 FDr.medecin3 EDr.medecin13	4 ADr.medecin11 F G EDr.medecin15 CDr.medecin16 IDr.medecin3 FDr.medecin12 EDr.medecin13

FIG. 7.14 – Horaire imprimé.

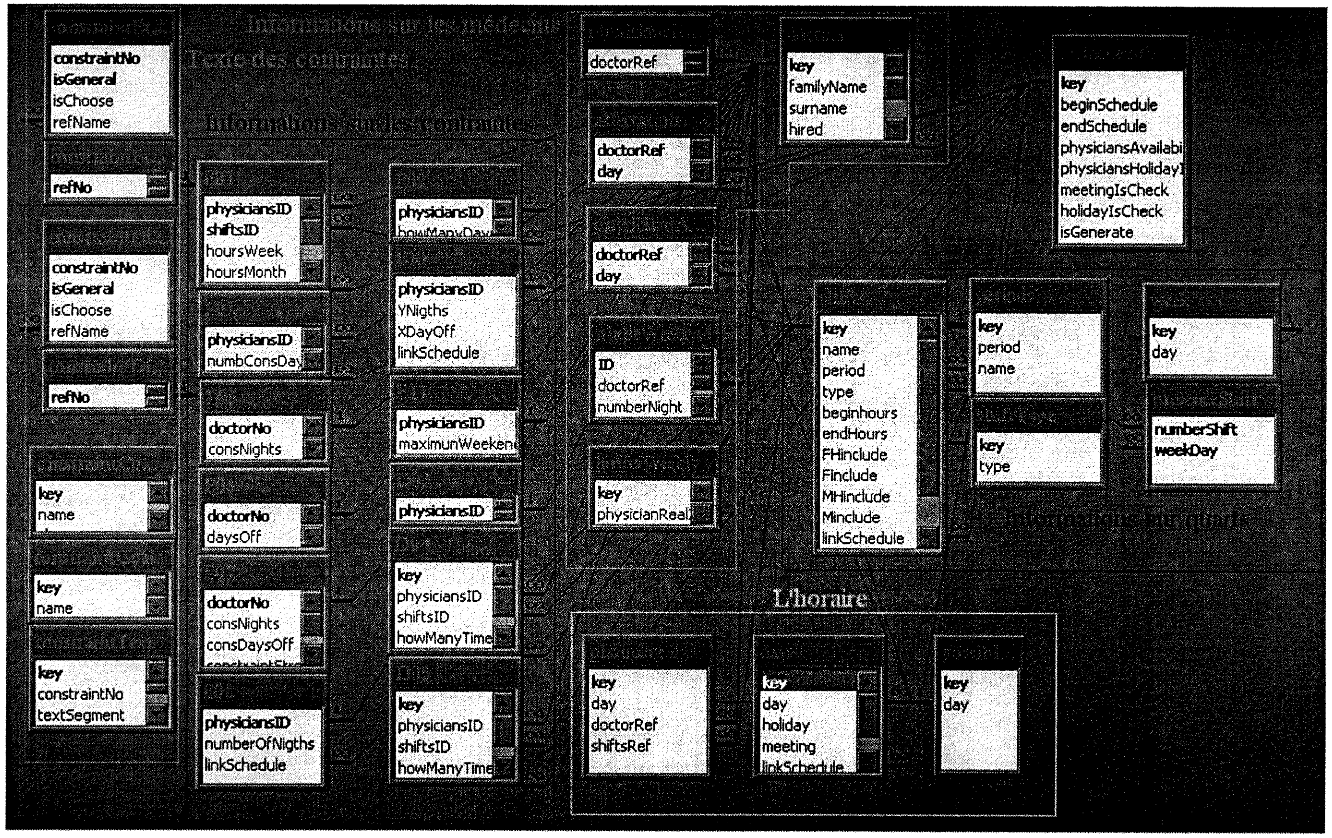

FIG. 7.15 – La base de données.

Conclusion

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés au problème de la planification des horaires de médecins affectés à la salle d'urgence d'un grand hôpital. Notre objectif était de concevoir une méthode d'optimisation qui permette au planificateur d'économiser temps et efforts, tout en générant des horaires de "qualité" au moins comparable à ceux conçus par un expert.

Ce travail est basé sur deux études de cas. Le premier cas est celui de l'hôpital Santa-Cabrini de Montréal (2000-2002) et le second reprend en proposant des généralisations, un travail déjà accompli sur l'hôpital Sacré-Coeur de Montréal (1998) [5, 6]. Nous avons modélisé l'union des deux cas en un problème de programmation linéaire en nombres entiers avec multiples objectifs. Grâce à des techniques d'agrégation et de pondération des objectifs, le modèle est reformulé comme un problème à un seul objectif. Le modèle résultant étant trop fortement contraint, nous avons adopté une méthode de résolution itérative. Cette dernière permet à l'utilisateur de fixer des quarts à priori pour favoriser des situations désirées et permet d'ajouter, de modifier ou d'éliminer des contraintes. Ce processus itératif se poursuit jusqu'à ce qu'on ne puisse plus ajouter de contraintes sans entraîner la non réalisabilité (ou par un arrêt arbitraire de l'utilisateur). À chaque itération de la méthode, le modèle de programamtion linéaire en nombres entiers est résolu à l'aide du logiciel *Cplex*[12] qui intègre l'algorithme du "***branch-and-bound***". L'exploration de l'arbre se termine après l'obtention d'une solution avec un écart relatif de 7% ou encore après une heure d'exécution.

Suite à des expérimentations sur des données réelles provenant des deux hôpitaux, nous pouvons affirmer que notre méthode permet d'économiser du temps et des efforts. En effet, au lieu de libérer une personne experte pour confectionner un horaire pour une période pouvant s'étendre sur plus de 7 jours, nous estimons qu'elle permettrait de le planifier en moins d'une journée. De plus, lors de la phase de la planification, un autre membre du personnel de l'hôpital entraîné à l'utilisation de notre logiciel pourra s'acquitter de la tâche de confectionner les horaires.

De plus, notre méthode génère des horaires de meilleure qualité que ceux conçus par le planificateur expert. En effet, elle permet de traiter simultanément plus de contraintes que ne pourrait jamais faire un expert humain. En conséquence, nous avons observé qu'elle permet de satisfaire davantage de contraintes importantes, qui sont plus fréquemment violées par l'expert humain. De plus, elle obtient des résultats comparables quant à la satisfaction des seuils désirés, établis en fonction des priorités décidées par le planificateur.

Lors de recherches futures, il serait intéressant et pertinent de tenter d'inclure des approches supplémentaires telles que la méthode de recherche avec tabous. Apporter des modifications à la stratégie de résolution pourrait aussi être une avenue intéressante. En effet, actuellement nous séparons l'horizon en deux parties ; l'une s'occupant des fins de semaine et l'autre s'occupant des jours de les semaines (excluant les samedis et les dimanches). En sachant qu'une affectation équitable des quarts de nuit est cruciale en vue d'obtenir des horaires de qualité, on pourrait aussi diviser l'horizon en considérant d'abord seulement des quarts de nuit, puis ensuite les autres quarts.

Bibliographie

[1] American College of Emergency Physicians (1998), Directory of software in emergency medecine, Dallas, http ://www.acep.org.

[2] M. Anzai & Y.Miura (1987), "Computer Program for Quick Work Scheduling of Nursing Staff", *Medical Information*, Vol. 12, pp.43-52.

[3] K.R. Baker (1974), "Scheduling A Full-Time Workforce To Meet Cycling Staffing Requirements", *Management Science*, Vol. 20, pp.1561-1568.

[4] J.J. Bartholdi, J.B. Orlin & H.D. Ratliff (1980), "Cyclic Scheduling Via Integer Programs With Circular Ones", *Operations Research*, Vol. 28, pp.1074-1081.

[5] H. Beaulieu, J.A. Ferland, B. Gendron & P. Michelon (2000), "A mathematical programming approach for scheduling physicians in the emergency room", *Health Care Management Science*, Vol. 3, pp.193-200.

[6] H. Beaulieu (1998), *"Planification de l'horaire des médecins dans une salle d'urgence"*, Mémoire de maitrise, Département d'informatique et de recherche opérationelle, Université de Montréal.

[7] I. Berrada (1993), *"Planification d'horaires du personnel infirmier dans un établissement hospitalier"*, Thèse de doctorat, Département d'informatique et de recherche opérationelle, Université de Montréal.

[8] R.N. Burns (1978), "Manpower Scheduling With Variable Demands And Alternate Weekensds off", *Infor*, Vol. 16, pp.101-111.

[9] R.N. Burns, & G.J. Koop (1987), "A Modular Approach to Optimal Multiple-Shift Manpower Scheduling", *Operations Research*, Vol. 35, pp.100-110.

[10] ByteBloc Software, EPSKED 3.0 (1995), ByteBloc Software, LongBeach http ://www.bytebloc.com.

[11] L.K. Chan, J. Falkenberg & E.S. Rosenbloom (1987), "Implementation Problems Of Nurse Preference Mathematical Programming Approach To Scheduling", *Congressus Numerantium*, Vol. 56, pp.251-260.

[12] ILOG, CPLEX Optimization (2000), *CPLEX 6.0*, CPLEX Optimization, Incline Village.

[13] G. Dantzig (1954), "A comment on Edie's traffic delays at toll booths", *Operations Research*, Vol. 2, pp.339-341.

[14] S.J. Darmoni, A. Fajner, N. Mahé, & A. Leforestier (2000), "Horoplan : computer-assisted nurse scheduling using constraint-based programming", http ://www.chu-rouen.fr/dsii/publi/plao.html.

[15] Medical Staff and Physician Scheduling Software (1999), DOCS2000, acmeX Software, OHIO, http ://www.docs2000.net/.

[16] E. Gagné (1996), *"Application d'une méthode exacte pour la génération d'horaires en soins infirmiers"*, Mémoire de maitrise, Département d'informatique et de recherche opérationelle, Université de Montréal.

[17] F. Glover & M. Laguna (1997,) *"Tabu Search"*, Kluwer, Boston.

[18] R. Hung (1995), "Hospital Nurse Scheduling", *Journal of Nursing Administration*, Vol. 25, pp.21-23.

[19] B. Jaumard, F.S. Semet & T. Vovor (1997), "A Generalized Linear Programming Model for Nurse Scheduling", *Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions*, Écoles des Hautes Études Commerciales, Montréal, publication G-96-35.

[20] S. Labbé, M. Gendreau, S. Lapierre & P. Soriano (1998), "Generalized Linear Programming Model for Nurse Scheduling", présenté à *INFORMS*, Atlanta, 3-6 novembre.

[21] S.D. Lapierre & M.W. Carter (1999), "Sheduling Emergency Room Physicians", Centre de recherche en transport, Université de Montréal, publication CRT-99-23.

[22] H.E. Miller, W.P. Pierskalla & G.J. Rath (1976), "Nurse Scheduling Using Mathematical Programming", *Oprerations Reseach*, Vol. 24, pp.857-870.

[23] MSI Software, Physician Scheduler 3.2 (1998), MSI Software, Fairfax, http ://www.msisoftware.com.

[24] I. Nabli (1995), *"Horaires du personnel infirmier générés avec approches heuristiques"*, Mémoire de maitrise, Département d'informatique et de recherche opérationelle, Université de Montréal.

[25] M. Okada & M. Okada (1998), "Prolog-Based System for Nursing Staff Scheduling Implemented on Personal Computer", *Computer and Biomedical Research*, Vol. 21, pp.53-63.

[26] I. Ozkarahan & J. Bailey (1988), "Goal Programming Model Subsystem of a Flexible Nurse Scheduling Support System", *IIE Transactions*, pp.306-316.

[27] W.P. Pierskalla & D.J. Brailer (1994), "Applications of Operations Research in Health Cara Delivery", édité par S.M. Pollock et al., *Handbook in OR & MS*, chapitre 13.

[28] H.D. Sherali & A.L. Soyster (1981), "Preemptive and non-preemptive multi-objective programming : Relationships and counter examples", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 39, pp.173-186.

[29] L.D. Smith & A. Wiggins (1977), "A Computer Based Nurse Scheduling System", *Computers and Operations Research*, Vol. 4, pp.195-212.

[30] R. Tibrewala, D.Phillipe & J. Browne (1972), "Optimal Scheduling Of Two Consecutive Idle Periods", *Management Science*, Vol. 19, pp.71-75.

[31] G. Vassilacopoulos (1985), "Allocating doctors to shifts in an accident and emergency departement", *Journal of the Operationnal Reseach Society*, Vol 36, pp.517-523.

[32] S. Villeneuve (1977), *"Confection d'horaires en soins infirmiers pour les équipes volantes-secteur"*, Mémoire de maitrise, Département d'informatique et de recherche opérationelle, Université de Montréal.

[33] D.M. Warner (1976), "Scheduling Nursing Personnel According To Nursing Preference : A Mathematical Programming Approach", *Operations Research*, Vol. 24, pp.842-856.

[34] Microsoft (2002), *Using Access*, http ://www.microsoft.com/office/access/using/-default.asp

[35] Bjarne Stroustrup (2002), *The C++ Programming Language, by Bjarne Stroustrup*, http ://www.research.att.com/ bs/C++.html

[36] Microsoft (1995) *Advanced Guide to Program Design*, Microsoft Excel/Visual Basic Programmer's Guide, Microsoft Press, Washington, 347 pages.

[37] MicroStaffer (2000), *Medical Staffing Software*, http ://www.microstaffer-.net/index.html.

[38] Microsoft (2002), *Microsoft Visual Basic*, http ://msdn.microsoft.com/vbasic/

[39] Microsoft (2002), *Microsoft Visual C++*, http ://msdn.microsoft.com/visualc/

[40] Microsoft (2002), *Microsoft Windows*, http ://www.microsoft.com/windows/-default.asp.