

Université de Montréal

Observations et Astéroséismologie de sous-naines de type B :  
une nouvelle classe d'étoiles pulsantes

par

Malvina Billères

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

---

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophiæ Doctor (Ph.D.)  
en physique

Novembre, 1999

© Malvina Billères, 1999



QC  
3  
USB  
2000  
V.006

UNITED STATES DEPARTMENT OF JUSTICE

INVESTIGATION OF THE ACTS OF TERRORISM  
AND THE PROTECTION OF THE UNITED STATES

MEMORANDUM FOR THE DIRECTOR  
FROM THE ATTORNEY GENERAL  
SUBJECT: [Illegible]

Reference is made to the report of the  
[Illegible] dated [Illegible] and to the  
[Illegible] dated [Illegible].

Very truly yours,

[Illegible Signature]



## SOMMAIRE

*Ce mémoire récapitule les efforts d'exploration mis en place au cours des quatre dernières années dans la recherche de sous-naines de type B (sdB) pulsantes. Basé sur des prédictions théoriques définissant une bande d'instabilité centrée autour de  $T_{eff} \sim 35000K$  et  $\log g \sim 5.7$ , ce relevé systématique dans l'hémisphère Nord avait pour objectifs : 1) de découvrir des objets montrant des variations lumineuses, 2) de délimiter l'ampleur de ce phénomène dans le plan  $T_{eff} - \log g$ , 3) de déterminer le degré de pureté de la zone d'instabilité prédite.*

*Nous explicitons ici la stratégie d'observation mise en place, la méthode utilisée (photométrie rapide) et présentons les résultats obtenus dont notamment la découverte de quatre sdB pulsantes ou EC 14026 : PG 1047+003, KPD 2109+4401, KPD 1930+2752 et PG 0014+067.*

*L'analyse des données récoltées nous permet tout d'abord de poser les bases d'une étude globale unique des caractéristiques de la classe des EC 14026 et, d'un autre côté, d'amorcer leur étude astéroséismologique.*

**Mots clés :** Etoiles variables - Programme de recherche - Sous naines de type B  
- EC 14026 - Oscillations - Astéroséismologie - PG 1047+003 - KPD 2109+4401  
- KPD 1930+2752 - PG 0014+067

Malvina BILLÈRES  
Département de Physique  
Université de Montréal

[REDACTED]  
[REDACTED]  
[REDACTED]

Titre de la thèse : Observations et Astéroséismologie de sous-naines de type B : Une nouvelle classe d'étoiles pulsantes.

Liste des co-auteurs des articles inclus dans mon mémoire de thèse.

- Gilles Fontaine, Université de Montréal, [REDACTED]
- Pierre Brassard, Université de Montréal, [REDACTED]
- Stéphane Charpinet, CFHT [REDACTED]
- Jim Liebert, Steward Observatory, [REDACTED]
- Rex A. Saffer, Villanova University [REDACTED]
- Gérard Vauclair, Observatoire Midi-Pyrénées, [REDACTED]
- Pierre Bergeron, Lockheed Martin Canada, [REDACTED]

Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

Observations et Astéroséismologie de sous-naines de type B :  
une nouvelle classe d'étoiles pulsantes

présentée par:

Malvina Billères

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

François Wesemael,	président-rapporteur
Gilles Fontaine,	directeur de recherche
Pierre Bastien,	membre du jury
John Landstreet,	examineur externe

Thèse acceptée le: .....

## Remerciements

*Merci à mon directeur :*

*Gilles Fontaine. qui m'a offert l'opportunité de travailler sur un sujet novateur, qui m'a si bien guidée durant ces trois années et pour tout ce qu'il m'a appris. Pour m'avoir donnée la chance de travailler avec Lapoune. Pour m'avoir supportée durant toutes ces nuits d'observation et les matins difficiles de fin de mission. Pour son initiation aux grands du blues.*

*Merci à tous les comités d'allocation de temps de télescope que nous avons (beaucoup) sollicités durant ces 3 dernières années et sans qui ce long travail n'aurait jamais pu voir le jour : le CFHT (merci à ces assistants de nuit et particulièrement à David pour nous avoir épargnés des nuits d'opéra), l'Observatoire Steward. le MDM et l'Observatoire de Mégantic (merci à François pour m'avoir supportée pendant toutes ces longues nuits nuageuses).*

*Merci à l'équipe des étoiles dégénérées de Montréal :*

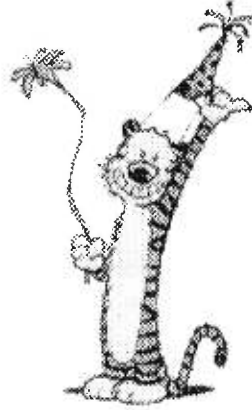
*Piton pour le fusible, le sauvetage du papillon, les randonnées et accessoirement les conseils dans le travail; Bob pour avoir supporté les multiples dérangements et les questions de toute sorte, pour nos discussions cinéphiles; Luc qui a bien voulu faire une exception afin d'accepter une minorité raciale au sein du département, pour la légende des whipets, et surtout pour sa patience avec une "maudite française": Pierre pour sa présence si discrète mais si indispensable à ce projet; François et Claude; Louise pour son aide dans mes multiples paperasseries d'étrangère. Merci à eux pour m'avoir intégrée au sein de leur équipe et pour avoir rendu mon séjour dans la belle Province si agréable.*

*Merci aux étudiants de Montréal pour les bons moments, les pauses cafés, les lunches au soleil.*

*Merci à tous ceux qui ont été impliqués dans ce travail sans l'avoir demandé, en supportant mes multiples départs pour l'autre bout du monde, en acceptant de*

*relire ce "petit" mémoire, en partageant ces longs moments qui sont passés si vite.*

*Merci à tous.*



## TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE . . . . .	v
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vi
LISTE DES FIGURES . . . . .	x
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiii
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1: TECHNIQUE D'OBSERVATION ET ANALYSE . . . . .	5
1.1 LAPOUNE . . . . .	5
1.1.1 Une partie mécanique . . . . .	5
1.1.2 Une partie optique . . . . .	6
1.1.3 Une partie électronique . . . . .	9
1.2 Déroulement d'une nuit d'observation, acquisition des données . . . . .	11
1.2.1 Mise en place . . . . .	11
1.2.2 Quilt 9 . . . . .	12
1.3 Que faire avec les données brutes? : OSCAR . . . . .	12
1.4 Analyse de la courbe de lumière : transformée de Fourier . . . . .	20
1.5 La méthode de "pre-whitening" . . . . .	25



CHAPITRE 2: LES SOUS-NAINES DE TYPE B . . . . .	28
2.1 Résumé historique . . . . .	28
2.2 Ce que l'on sait sur les sdB et les sdOB . . . . .	31
2.2.1 Structure interne et atmosphère . . . . .	31
2.2.2 Halo ou disque? . . . . .	39
2.3 D'où peuvent-elles venir? . . . . .	40
2.4 D'où viennent elles ? - suite et fin . . . . .	43
2.5 Les sous-naines au niveau extragalactique . . . . .	45
CHAPITRE 3: THÉORIE DES PULSATIONS . . . . .	47
3.1 Généralités . . . . .	47
3.1.1 Les modes de pulsation . . . . .	49
3.1.2 Fréquences et structure interne. . . . .	51
3.1.3 Les mécanismes responsables d'oscillation . . . . .	54
3.2 Les outils mathématiques . . . . .	57
3.2.1 Les équations de base . . . . .	57
3.2.2 Des équations encore... . . . .	59
3.2.3 La linéarisation . . . . .	60
3.2.4 Résolution . . . . .	62
3.2.5 Le cas non-adiabatique . . . . .	65

3.2.6	L'effet de la rotation . . . . .	67
3.3	Méthode numérique . . . . .	69
3.4	Pulsations dans les sdB . . . . .	71
CHAPITRE 4:	Recherche de sdB pulsantes . . . . .	77
4.1	Découverte du groupe du SAAO : EC 14026-2647 . . . . .	77
4.2	Mise en place de notre programme de recherche . . . . .	79
CHAPITRE 5:	PG 1047+003 : DISCOVERY OF P-MODE INSTABILITIES IN THE HOT SUBDWARF B STAR PG 1047+003. . . . .	82
CHAPITRE 6:	DETECTION OF P-MODE PULSATIONS IN THE HOT SUBDWARF B STAR KPD 2109+4401 . . . . .	98
CHAPITRE 7:	Les deux dernières découvertes : KPD 1930+2752 et PG 0014+067 . . . . .	115
7.1	KPD 1930+2752 : un système binaire en plus d'une sdB pulsante? . . . . .	115
7.2	PG 0014+067 : un objet simple . . . . .	128
CHAPITRE 8:	Résultats et discussion . . . . .	136
8.1	Sous-naines pulsantes . . . . .	139
8.1.1	EC 14026 découvertes et observées subséquentement au CFHT . . . . .	139
8.1.2	Arrêt sur les EC 14026 connues . . . . .	139
8.1.3	Bande d'instabilité? . . . . .	147
8.2	Conclusion . . . . .	150

8.3 Perspectives	152
RÉFÉRENCES	156
ANNEXE 1	180
ANNEXE 2	224

## LISTE DES FIGURES

1	LAPOUNE : Vue de coté . . . . .	7
2	LAPOUNE : Vue de face . . . . .	7
3	Schéma de l'optique de LAPOUNE . . . . .	10
4	Etapes du dépouillement de la courbe de lumière de KPD 2109+4401. . . . .	16
5	Etapes du dépouillement de la courbe de lumière de KPD 2109+4401. . . . .	17
6	Etapes du dépouillement de la courbe de lumière de KPD 2109+4401. . . . .	18
7	Importance de l'étoile de référence. . . . .	19
8	Transformées de Fourier des différents cas de dépouillement. . . . .	23
9	Transformées de Fourier des différents cas de dépouillement. . . . .	24
10	Fenêtres spectrales . . . . .	25
11	Transformée de Fourier d'une étoile pulsante. . . . .	27
12	Diagramme H-R : localisation des sous-naines . . . . .	31
13	Structure interne d'une sdB . . . . .	33
14	Echantillon de sdB disponibles. . . . .	34
14	Echantillon de sdB disponibles. Suite . . . . .	35
15	Abondances des métaux. . . . .	37

16	Evolution à partir de la Branche Horizontale. . . . .	44
17	Représentation de l'ordre $k$ d'un mode . . . . .	50
18	Représentation des fonctions propres pour différentes valeurs des paramètres $l$ et $m$ . . . . .	50
19	Fréquence de Brunt-Väisälä ( $N^2$ ) et fréquence de Lamb ( $L_l^2$ ); Terme de Ledoux (B) . . . . .	53
20	L'évolution de l'opacité moyenne de Rosseland et de l'abondance du fer en fonction de la profondeur pour plusieurs températures effectives : 27000 K, 33500K et 40000 K. . . . .	56
21	Visualisation de l'amplitude des composantes d'un mode suivant la configuration géométrique du système . . . . .	69
22	Diagramme $T_{eff} - \log g$ des sdB candidates. . . . .	80
23	Analyse du spectre optique de KPD 1930+2752 . . . . .	116
24	Courbe de lumière de KPD 1930+272 . . . . .	118
25	Courbe de lumière de la nuit du 19 octobre . . . . .	119
26	Transformées de Fourier individuelles. . . . .	120
27	Transformée de Fourier totale . . . . .	121
28	Courbe de lumière produite par le recouvrement en phase . . . . .	126
29	Spectre optique de PG 0014+067 . . . . .	129
30	Courbe de lumière et transformée de Fourier . . . . .	130

31	Courbe de lumière . . . . .	131
32	Transformée de Fourier totale . . . . .	132
33	Exemple de courbes de lumière et de TF au CFHT . . . . .	141
34	Périodes pour chaque sdB pulsante . . . . .	143
35	Comportement des périodes en fonction de la température effective	146
36	Comportement des périodes en fonction de la gravité . . . . .	147
37	Localisation dans le plan $T_{eff} - \log g$ des sdB observées . . . . .	149

## LISTE DES TABLEAUX

I	Descriptif des pièces . . . . .	6
II	Diaphragmes disponibles . . . . .	8
III	Taux de comptage des différents filtres . . . . .	9
IV	Descriptif des pièces . . . . .	10
V	Évaluation de l'échelle de hauteur et de la densité spatiale des sdB	41
VI	Journal des observations photométriques de KPD 1930+2752 . . .	117
VII	Oscillations harmoniques détectées pour KPD 1930+2752 . . . . .	122
VIII	Journal des observations . . . . .	130
IX	Oscillations détectées dans PG 0014+067 . . . . .	133
X	Listes des sdB constantes observées . . . . .	138
XI	Missions de suivis au CFHT . . . . .	140
XII	Caractéristiques des sdB pulsantes connues . . . . .	142

## INTRODUCTION

L'astéroséismologie est une branche de l'astrophysique relativement récente et dont les concepts théoriques ont été développés à partir des années 50 et 60. Bien que peu exploitée jusqu'à maintenant, elle commence à être regardée comme une voie particulièrement prometteuse : en effet, elle est la seule méthode qui permette, en couplant observations et modélisation, de sonder les intérieurs stellaires et de déterminer des paramètres structuraux tels que la masse de l'étoile, sa stratification, sa vitesse de rotation ou bien encore plus simplement, ses paramètres atmosphériques (température effective et gravité). Elle est à même ainsi de poser des jalons dans l'étude de modèles évolutifs.

Bien entendu, l'astéroséismologie n'est pas applicable à toutes les étoiles : elle se base sur l'étude de variations lumineuses intrinsèques <sup>1</sup> observées dans certains types d'étoiles. A ce jour, plusieurs catégories d'étoiles pulsantes, réparties à travers tout le diagramme HR, ont permis de tester l'efficacité de la théorie des pulsations stellaires : entre autres, la classe des naines blanches pulsantes de type DA (ZZ Ceti) qui a été à la base des meilleurs résultats obtenus à cette date en astéroséismologie. La connaissance des mécanismes responsables des instabilités observées dans ces différentes classes d'étoiles variables fait ressortir des caractéristiques structurelles communes dont la présence de zones d'ionisation partielle, initiateurs de la déstabilisation.

Il reste néanmoins que la compréhension complète des pulsations passe nécessairement par la réalisation de modèles stellaires. Les avancées faites récemment dans les modèles évolutifs à différents stades de la vie d'une étoile nous ouvrent

---

<sup>1</sup>En opposition avec des variations dues à une géométrie particulière (étoiles binaires à éclipses).



de nouveaux domaines d'investigation. Ainsi, l'association de modèles stellaires et de codes de pulsation permettent-ils l'étude des capacités astéroséismologique d'objets pertinents.

Dans cet état d'esprit, le groupe de l'Université de Montréal s'est penché sur le cas des sous-naines de type B (sdB) : étoiles relativement peu étudiées jusqu'à présent, elles représentent une étape de l'évolution stellaire importante, à la jonction de la Branche Horizontale et de la séquence de refroidissement des naines blanches. Des progrès conséquents ont été réalisés ces dernières années sur les modèles évolutifs de la Branche Horizontale et la disponibilité de modèles réalistes révélant une structure stratifiée susceptible d'être à l'origine d'instabilités a permis d'engager l'étude systématique du potentiel astéroséismologique des sdB. Charpinet *et al.* (1996) posent les bases de cette initiative et prédisent l'existence d'une nouvelle classe d'étoiles variables caractérisées par des paramètres atmosphériques  $T_{eff} \lesssim 30000K$  et  $\log g \lesssim 5.7$ , et dont les périodes escomptées sont inférieures à 1500 s. Le facteur responsable de ces instabilités serait la présence d'un réservoir de fer au sein de l'enveloppe d'hydrogène, supporté par la force radiative. Forts de ces résultats théoriques, nous avons alors entamé en juin 1996 une série d'observations visant à confirmer la variabilité des sdB. Nous avons à notre disposition un échantillon de sous-naines dont les paramètres atmosphériques ont été déterminés spectroscopiquement : en nous basant sur les critères de Charpinet *et al.*, nous avons donc un nombre réduit de candidates.

Alors qu'ils allaient présenter ces résultats au 10<sup>th</sup> European Workshop on White Dwarfs (Blanès, 1996), Charpinet *et al.* apprennent que, de façon tout à fait indépendante, un groupe du South African Astronomical Observatory (SAAO), a observé fortuitement des variations dans 4 sdB (O'Donoghue *et al.*, 1997). Les périodes trouvées corroborent parfaitement celles prédites, mais il apparaît que les températures effectives des objets observés sont légèrement plus élevées ( $\sim 35000K$ ). Une particularité commune à ces quatre objets jette cependant un doute quant à l'explication trouvée par Charpinet *et al.* : en effet, les

4 EC 14026 <sup>2</sup> font partie de systèmes binaires. En regard de ces résultats encourageants, Charpinet *et al.* (1997) peaufinent leurs modèles, incluant des opacités tenant compte d'une répartition non homogène du fer. Une bande d'instabilité centrée sur  $T_{eff} \sim 35000K$  et  $\log g \sim 5.7$  ressort des nouveaux calculs, cette fois en parfait accord avec les observations. Il n'est aucun besoin de faire appel à un compagnon quelconque pour expliciter les pulsations observées et la mise à jour de variations lumineuses dans des sdB simples met un terme à ce débat.

La découverte inopinée faite par les Sud Africains a apporté la confirmation aux prédictions faites par Charpinet *et al.* : pour la seconde fois, la théorie des pulsations stellaires a été en mesure de devancer les observations <sup>3</sup>.

Durant ces quatre dernières années, notre but a été de déceler la présence de pulsations dans les sdB connues de l'hémisphère Nord, à l'aide de la photométrie rapide. Nous rapportons dans cette thèse les différents éléments nécessaires à l'élaboration de ce projet : tout d'abord, nous détaillons le fonctionnement du photomètre utilisé durant les observations, LAPOUNE. Puis nous passons en revue les méthodes de dépouillement des données mises à notre disposition. Le second chapitre résume les connaissances actuelles sur les sous-naines de type B et les situe dans le contexte plus général de la structure galactique. Pour continuer, nous avons tenu à rappeler les principales équations de la théorie des pulsations stellaires, de façon toutefois concise, le but de ce projet n'étant pas une étude mathématique des phénomènes physiques entrant en jeu dans les pulsations stellaires.

La seconde partie de ce travail, la plus importante, présente les résultats que nous avons obtenus au cours de cette étude. Le chapitre 4 expose la recherche réalisée par le groupe du South African Astronomical Observatory ainsi que la stratégie que nous avons suivie dans notre recherche. Les chapitres 5 à 7 sont dé-

---

<sup>2</sup>Cette nouvelle classe d'étoiles pulsantes porte de façon temporaire le nom de la première d'entre elles découverte : EC 14026.

<sup>3</sup>Ce fut également le cas pour les naines blanches de type DB (Winget *et al.* 1982a,b).

diés aux quatre sdB pulsantes que nous avons découvertes : PG 1047+003, KPD 2109+4401, KPD 1930+2752 et PG 0014+067. Dans le chapitre 8, nous faisons une synthèse de toutes les connaissances actuelles sur les EC 14026 et comparons les résultats avec la théorie. Enfin nous traçons le bilan de notre projet face à nos objectifs initiaux, pour finir sur les perspectives d'une telle étude.

# CHAPITRE 1

## TECHNIQUE D'OBSERVATION ET ANALYSE

### 1.1 LAPOUNE

Les observations en photométrie rapide obtenues au cours de ce projet ont été réalisées avec le photomètre à trois canaux de l'Université de Montréal : LAPOUNE. Composé d'un canal central fixe et de deux canaux mobiles, il permet l'observation simultanée de trois cibles : l'étoile étudiée, une étoile de référence et une zone du ciel (qui peut être couplée à une troisième étoile pour, par exemple, servir d'étoile de guidage pour le télescope). Un tel instrument a l'avantage sur un photomètre à canal simple, d'offrir la possibilité de s'affranchir des conditions d'observation telles que la luminosité de la lune, le passage de nuages élevés ou encore la variation de luminosité due au coucher et au lever du soleil.

Relativement simple, LAPOUNE peut être divisé en trois parties fonctionnelles :

#### 1.1.1 Une partie mécanique

Ossature métallique sur laquelle viennent se greffer les différentes composantes, le corps de LAPOUNE (cf. figures 1 et 2) est monté sur 4 pattes amovibles. La plaque supérieure permet de rattacher LAPOUNE à la bonnette des différents télescopes : elle est percée en son centre d'une ouverture de diamètre 152.4 mm qui donne sur une seconde plaque. Celle-ci possède une ouverture centrale fixe correspondant au canal #1 et, symétriquement de part et d'autre de ce dernier, deux ouvertures placées au milieu d'anneaux concentriques permettent

TABLEAU I. Descriptif des pièces

1.: Patte	9.: Premier miroir elliptique, axe mineur=46.68 mm
2.: Boîte électronique	10.: Second miroir elliptique, axe mineur=46.68 mm
3.: Oculaires inférieurs des canaux 1 et 2, $\Phi = 25$ mm	11.: Oculaire extérieur du canal 2. $\Phi = 32$ mm
4.: Déplacement du canal 2 selon l'axe des abscisses	12.: Miroir 1 1/4"
5.: Déplacement du canal 2 selon l'axe des ordonnées	13.: Lentille $\Phi = 50$ mm, $f/1.4$
6.: Tube du périscope	14.: Règle graduée de déplacement selon les ordonnées
7.: Miroir elliptique mobile du canal 2, axe mineur=33.02 mm	15.: Porte frontale d'accès à l'optique
8.: Déplacement du miroir mobile	16.: Plaque de rattachement à la bonnette des télescopes

le déplacement des canaux latéraux selon les deux axes. Le canal central (#1) est donc directement placé dans l'axe optique du télescope. Sur les faces frontales et latérales, des portes assurent l'accès à l'optique placée à l'intérieur.

### 1.1.2 Une partie optique

La lumière récoltée dans les différents canaux est acheminée grâce à un système optique très simple vers la partie inférieure de l'appareil. Après avoir été collectée par le télescope, la lumière de l'étoile cible, centrée dans le canal fixe, passe simplement à travers un diaphragme avant de pénétrer dans la partie électronique ou bien est dirigée vers un oculaire extérieur de diamètre 25 mm : le choix du chemin se fait à l'aide d'un miroir mobile. Les deux faisceaux latéraux, canal 2 et 3, suivent un chemin un peu détourné, encombré de 3 miroirs elliptiques à 45°, dont un mobile permettant de rediriger la lumière vers un oculaire extérieur latéral de 32 mm de diamètre ou vers la partie inférieure composée de

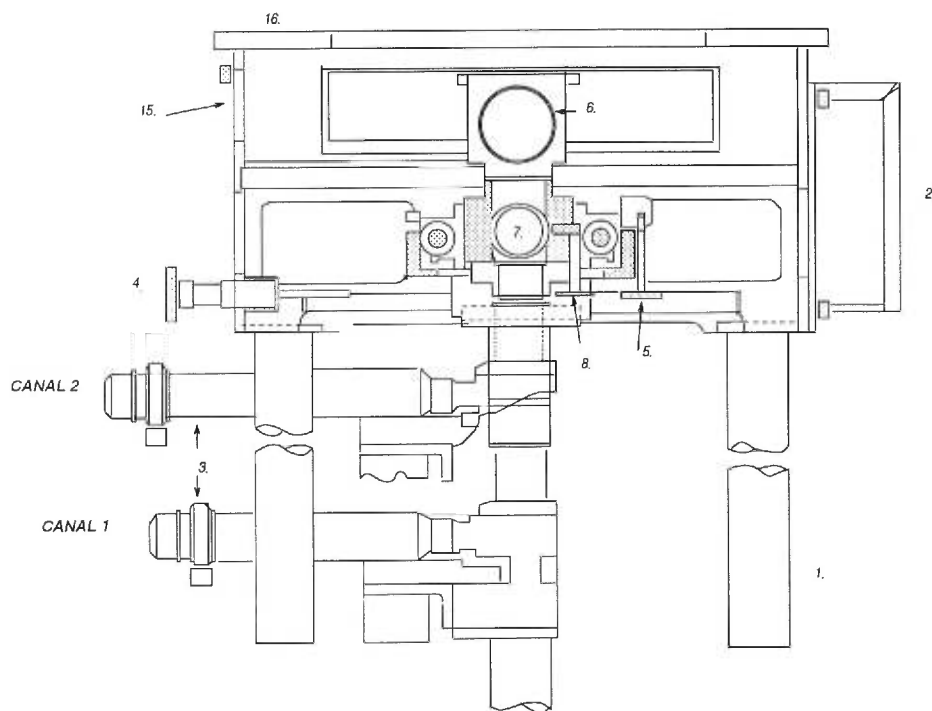


FIGURE 1. LAPOUNE : Vue de coté

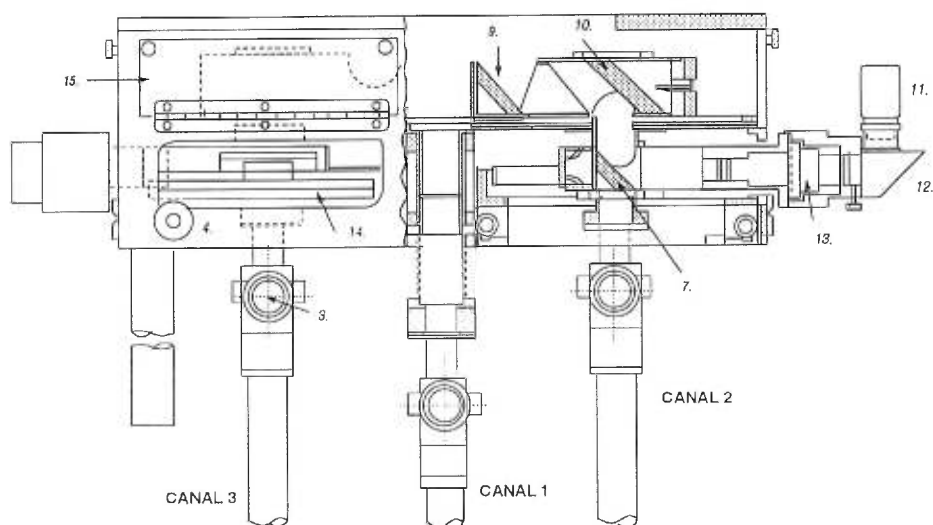


FIGURE 2. LAPOUNE : Vue de face

l'électronique et d'un oculaire de taille moindre (25 mm). Le miroir mobile du canal 3 a la particularité de posséder une perforation d'un diamètre de 11.43 mm en son centre : ainsi une partie du faisceau peut être dirigée vers le récepteur tandis que l'autre partie est simultanément orientée vers l'oculaire latéral (sur lequel une caméra CCD peut être fixée afin de guider le télescope).

Les oculaires, munis de réticules lumineux, permettent de visualiser le champ propre à chaque canal. En plaçant le canal 2 (ou 3) aux coordonnées (0:0) sur les rails de déplacement, le champ du canal 1 apparaît dans l'oculaire latéral du canal 2 : celui-ci possédant un diamètre supérieur (32mm au lieu de 25mm), il est alors plus aisé de se repérer par rapport aux étoiles voisines lors du positionnement sur l'étoile cible.

Les trois canaux possèdent plusieurs diaphragmes permettant ainsi de réduire l'apport lumineux du ciel (cf. table II). Lorsqu'il n'y a pas de lune, le choix de la taille du diaphragme repose sur la qualité du guidage du télescope et la qualité du ciel (turbulences atmosphériques) : l'objet ne doit pas sortir du champ (!). Dès que la luminosité parasite augmente, il est judicieux de rétrécir le diaphragme afin de minimiser le bruit.

TABLEAU II. Diaphragmes disponibles

#	Diamètre (mm)	Diamètre (") <sup>0</sup> au CFHT
1	0.500	3.585
2	0.707	5.069
3	1.000	7.17
4	1.414	10.138
5	2.000	14.34
6	2.828	20.276
7	4.000	28.68

<sup>0</sup>Le diamètre en secondes d'arc est donné en multipliant la taille du diaphragme en mm par l'échelle du télescope : c'est-à-dire le nombre de secondes d'arc par millimètre correspondant

TABLEAU III.

Taux de comptage des différents filtres				
Filtre	sans	U	V	B
Taux (nb/s)	25000	4600	8200	4900

Des filtres U, V et B sont également disponibles. Ils sont utilisés afin réduire la luminosité d'un objet : par exemple dans le cas d'observations d'objets bleus, il peut être utile de placer un filtre bleu devant l'étoile de référence afin d'obtenir deux étoiles de type spectral relativement proche (artificiellement). Ils autorisent également la réalisation de mesures photométriques dans les quatre bandes passantes, permettant d'approfondir l'analyse astéroséismologique. Le tableau III correspond à une étoile de température effective d'environ 32000 K, de magnitude  $V = 13.53$ , observée au 61" du Mont Bigelow : la variation du taux de comptage est due à la différence de brillance de l'étoile selon la longueur d'onde.

### 1.1.3 Une partie électronique

La conversion de la lumière reçue en taux de comptage se fait à deux niveaux. Pour commencer, les photons doivent être transformés en entité transportable et dénombrable : lors de leur passage à travers les photomultiplicateurs R647-04 Hamamatsu associés à chaque canal, ils produisent des électrons facilement détectables par le système électronique associé à LAPOUNE. Performants, les photomultiplicateurs ne nécessitent aucun refroidissement ni conditionnement particulier (à part un enrobage de papier aluminium pour diminuer le bruit dû à l'effet Faraday), leur taux de comptage à température ambiante étant seulement de quelques dizaines de coups sur 10s d'intégration. Une fois placés dans le dôme du télescope, la température diminuant, le bruit associé à cette partie de l'électro-

---

au diamètre du miroir et à la focale utilisée [Echelle=206265/Diamètre(mm)/rapport focal]



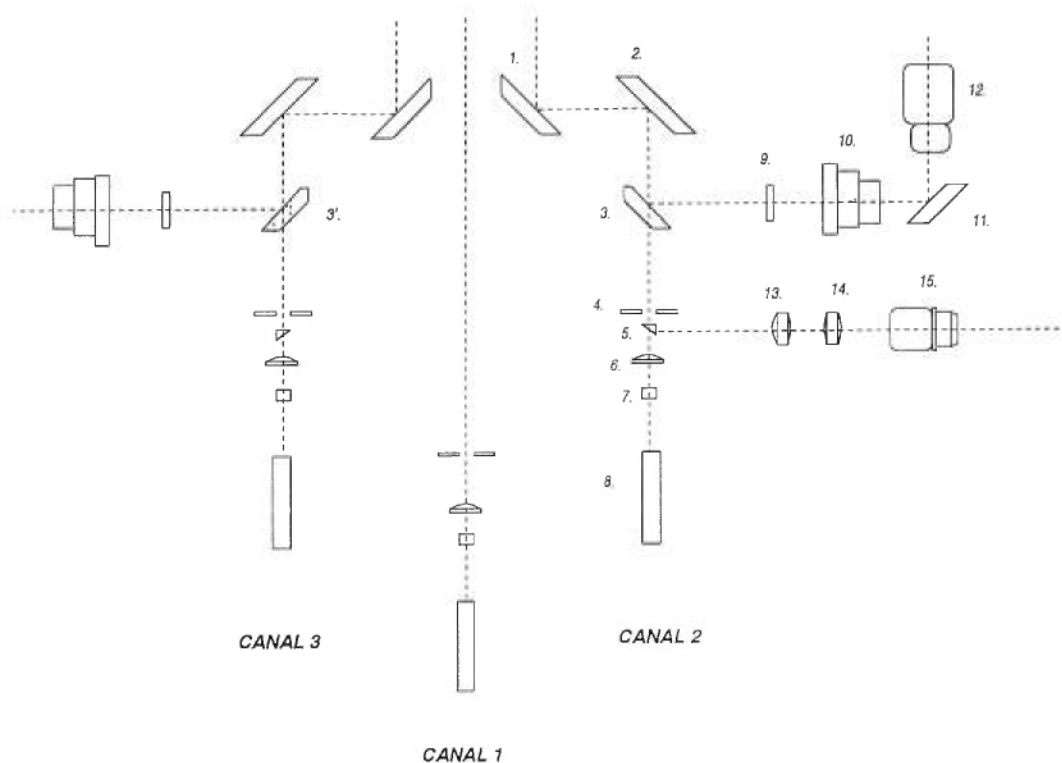


FIGURE 3. Schéma de l'optique de LAPOUNE

TABLEAU IV. Descriptif des pièces

1. et 2.:	Miroirs elliptiques, axe mineur=46.68 mm		
3.:	Miroir elliptique du canal 2, axe mineur=33.02 mm		
3'.:	Miroir elliptique du canal 3, axe mineur=33.02 mm et diamètre de la perforation=11.43 mm		
4.:	Diaphragmes	5.:	Prisme
6.:	Lentille Fabry en quartz $\phi=1''$ , Longueur Focale=3"		
7.:	Roue comportant les 4 filtres de couleur	8.:	Photomultiplicateur
9.:	Réticule, $\phi = 31.75^{+0.00}_{-0.10}$ mm	10.:	Lentille $\phi=50$ mm, f/1.4
11.:	Miroir	12.:	Occulaire 32 mm
13.:	Achromat $\phi=25$ mm, Longueur Focale=125 mm		
14.:	Achromat $\phi=25$ mm, Longueur Focale=75 mm		
15.:	Occulaire 25 mm		

nique devient complètement négligeable. La seconde partie du traitement se fait par l'intermédiaire d'un ordinateur, Symphorien, chargé de décoder les données électroniques : il nous permet de visualiser en temps réel la courbe de lumière ainsi accumulée.

## 1.2 Déroulement d'une nuit d'observation, acquisition des données

### 1.2.1 Mise en place

Une fois assemblé (si tous les morceaux sont arrivés à bon port!), LAPOUNE est fixé au télescope, relié aux ordinateurs et prêt à fonctionner. Les étapes à suivre sont simples et peu nombreuses. Tout d'abord, notre étoile cible doit être centrée dans le diaphragme de notre choix : pour cela, nous commençons par la centrer dans l'oculaire latéral du canal 2 (position (0:0) sur l'échelle graduée) en s'aidant du réticule lumineux. Ensuite, nous transférons dans le canal 1 en déplaçant le miroir mobile et nous répétons l'opération de centrage de l'étoile cette fois dans le réticule circulaire. Il faut s'assurer que celle-ci est bien centrée afin de minimiser les risques d'occultation lors du déplacement du télescope <sup>1</sup>.

Reste à trouver une étoile de référence dans le canal 2 et à la centrer de la même façon; puis si besoin est, de repérer une étoile de guidage pour la caméra CCD dans l'anneau du canal 3.

---

<sup>1</sup>En fonction de la qualité du guidage du télescope utilisé, il est possible, durant la nuit, d'avoir un décalage et d'être obligé de recentrer l'objet.

### 1.2.2 Quilt 9

L'acquisition des données se fait à l'aide du logiciel Quilt 9, programme écrit spécialement dans le cadre de la photométrie rapide, sur un PC portable (Symphorien). Son interface utilitaire permet d'afficher les taux de comptage sur un temps d'intégration défini des trois canaux simultanément et de tracer en temps réel les courbes de lumière brutes.

Les paramètres caractérisant chaque observation (nom de l'étoile, temps d'intégration, choix du filtre couleur, nom du fichier de données) doivent être spécifiés avant de lancer le programme. La date ainsi que le temps universel doivent être synchronisés : ils sont essentiels pour pouvoir combiner des données prises en des lieux et périodes différents. A la fin de l'observation, le programme crée un fichier pré-nommé dans lequel sont enregistrés les paramètres de l'observation ainsi que les taux de comptage des trois canaux.

Pour chaque étoile, à un moment quelconque de l'observation (début, milieu ou fin), il faut prendre quelques points de calibration afin de déterminer la sensibilité relative des trois canaux. En déplaçant le télescope dans une région noire (généralement un décalage de 15" dans une direction quelconque), les trois photomultiplicateurs "voient" la même chose, i.e. le ciel, et les variations dans les taux de comptage proviennent uniquement de la différence de sensibilité : les photomultiplicateurs ne sont pas parfaitement identiques et possèdent des qualités intrinsèques uniques. De plus, la lumière dans les canaux 2 et 3 parcourt un plus long chemin et subit plus de réflexions : la perte est plus importante. La calibration permet donc de tenir compte de ces effets.

### 1.3 Que faire avec les données brutes? : OSCAR

L'observation, comme nous venons de le dire, produit un simple fichier comportant toute l'information utile au traitement des données : elles sont exploitées

à l'aide de OSCAR, logiciel créé par Pierre Brassard, à l'Université de Montréal. Proposant divers traitements mathématiques, OSCAR permet de "dépouiller" les données photométriques en tenant compte des conditions d'observation particulières à chaque nuit.

La marche à suivre est la suivante :

- une fois le logiciel lancé et le fichier à analyser ouvert, le nom et les coordonnées (1950) de l'étoile doivent être précisés afin que les corrections barycentriques dues au mouvement de la Terre sur son orbite héliocentrique au cours de la nuit puissent être prises en compte <sup>2</sup>;
- l'inspection des courbes de lumière affichées à l'écran permet de relever les anomalies telles que la calibration, des nuages, des problèmes techniques ... (ces zones indésirables devront être éliminées). Avant tout, il faut calibrer les données, c'est-à-dire corriger les taux de comptage des différents canaux selon leur sensibilité, grâce aux mesures prises à cet effet lors de chaque observation : en faisant le rapport de la moyenne des taux de comptage des canaux 1/3 ainsi que 2/3, le programme corrige les taux et ramène ainsi les 3 canaux sur une même base de sensibilité. Une fois cette opération réalisée, il faut nettoyer la courbe de toute imperfection non désirée : les points de calibration, une interruption possible durant les mesures pour vérification du centrage par exemple... Si ces points sont situés au début ou à la fin de l'observation il suffit de les couper. Dans le cas contraire, il faut faire une interpolation entre deux points de la courbe de lumière. La courbe est alors prête à être analysée;
- la réduction la plus simple consiste à soustraire le ciel et à redresser la courbe de lumière <sup>3</sup> pour avoir une variation, si variation il y a, autour d'un

---

<sup>2</sup>Ces corrections sont de l'ordre de  $\pm 6$  s par jour ce qui peut avoir un effet important lors de l'assemblage de données provenant de plusieurs sites ou de plusieurs missions

<sup>3</sup>La courbe est redressée par division par une spline cubique obtenue en faisant une moyenne à l'intérieur de blocs de points de taille modifiable.

point zéro. Cette analyse simplifiée n'est possible que lorsque que le temps est parfait (ou presque) : pas de lumière parasite comme la lune ou le jour, pas de nuages. Dès qu'il apparaît des imperfections dans la courbe de lumière, il devient très utile d'utiliser l'étoile de référence. En divisant point par point, nous réduisons tout comportement simultané dans les différents canaux : lors de passages nuageux légers, la luminosité décroît dans les 3 canaux <sup>4</sup>, et en soustrayant point par point le ciel puis en divisant par la référence, nous parvenons à récupérer les données. Une possibilité intermédiaire, par exemple pour éliminer la montée de la luminosité associée au lever du jour, consiste à lisser la courbe de l'étoile de référence pour ne garder que l'allure générale et non le bruit de très courte période, qui s'ajoute à celui déjà présent dans la courbe de l'étoile cible lors de la division. Bien sûr, les différentes options offertes peuvent être couplées pour l'analyse d'un même objet. Les graphiques 4 à 7 montrent quelques exemples de dépouillement dans deux situations différentes : pour KPD 2109+4401, les conditions d'observation sont relativement bonnes, tandis que pour PG 1101+249 et PG 0839+399 des facteurs extérieurs affectent la prise des données.

La courbe 4 illustre les modifications sur la courbe de lumière après chaque étape dans le cas de KPD 2109+4401 : (a) courbe de lumière brute; (b) après soustraction du ciel; (c) après division point par point par la référence; (d) après redressement. Un point frappant est l'augmentation de la dispersion après division par la référence : les fluctuations aléatoires dues au bruit représentent un pourcentage important de la luminosité. Pourcentage qui se répercute lors de la division et diminue la qualité des données. Le choix de l'étoile de référence est donc important mais cependant pas toujours très vaste en fonction de la quantité d'étoiles présentes dans le champ. Si nous passons à la figure 5, les différentes étapes illustrées sont : (a) courbe brute; (b) après soustraction du ciel; (c) courbe de lumière de l'étoile de réf-

---

<sup>4</sup>Il se peut que la luminosité dans le canal 3, au contraire, augmente. Si la lune est présente, celle-ci est réfléchi par les nuages : la brillance du ciel croît alors.

rence après lissage; (d) division de la courbe (b) par la courbe (c); (e) après redressement. Nous constatons que la courbe finale (e) est moins bruitée que dans la figure 4. Effectivement, le lissage de l'étoile de référence élimine les perturbations à courtes périodes et ne laisse que celles à plus grande échelle, nettement visibles dans le panneau (c). Les structures résiduelles sur la courbe finale (e) proviennent de celles encore présentes après le lissage de l'étoile de comparaison : cependant leur fréquence est suffisamment courte ( $\leq 3 \text{ mHz}$ ) pour ne pas perturber les zones de fréquence qui nous préoccupent.

Pour finir, la figure 6 représente le cas de la réduction simple : (a) courbe de lumière brute; (b) après soustraction du ciel; (c) après redressement. Le résultat est peu bruyant et reflète le comportement de l'étoile cible, mais a l'inconvénient d'être pollué par les conditions extérieures.

La figure suivante 7 montre les possibilités offertes avec les données de l'étoile de référence pour des étoiles-cibles non détectées variables. Les panneaux (a) et (b) correspondent respectivement à l'analyse sans division par la référence (soustraction du ciel et redressement) et avec division par la référence (soustraction du ciel, division par la référence point à point, redressement). Dans le premier cas, PG 1101+259, les passages de cirrus sont très nettement visibles et rendent les données difficilement exploitables. Mais après division point par point de l'étoile cible par l'étoile de référence, la seule marque de la présence de nuages est la dispersion légèrement plus marquée aux alentours de 1000s et de 6000s. Le second exemple illustre les limites des possibilités de cette analyse : dans le cas de PG 0839+399, une augmentation lumineuse entre 3000 s et 4000s a été provoquée par l'illumination de l'intérieur du dôme par la lune. Les deux canaux n'étant pas affectés de la même manière par cette lumière parasite, il est difficile de récupérer par simple division le brusque changement de luminosité.

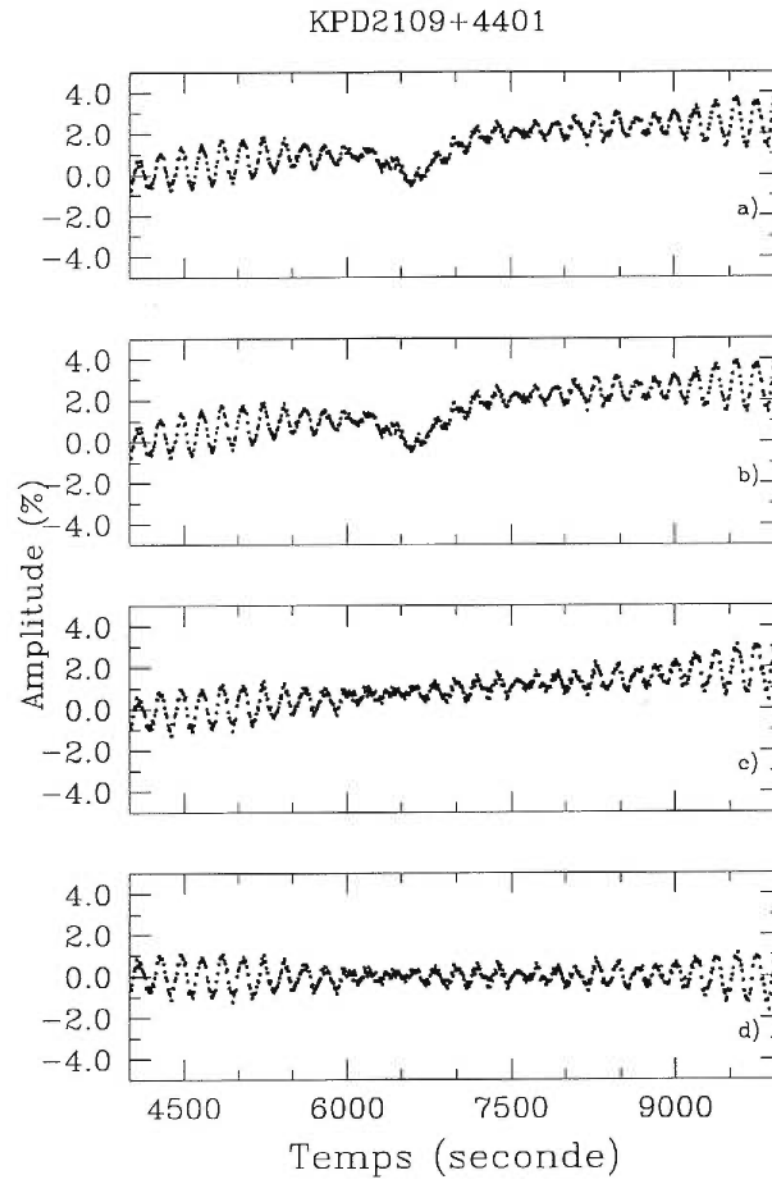


FIGURE 4. Etapes du dépouillement de la courbe de lumière de KPD 2109+4401. (a): courbe de lumière brute de l'étoile cible; (b): après soustraction du ciel; (c): après division par l'étoile de référence : le bruit présent dans les deux courbes de lumière s'additionne et la courbe obtenue est plus dispersée; (d): résultat final après redressement

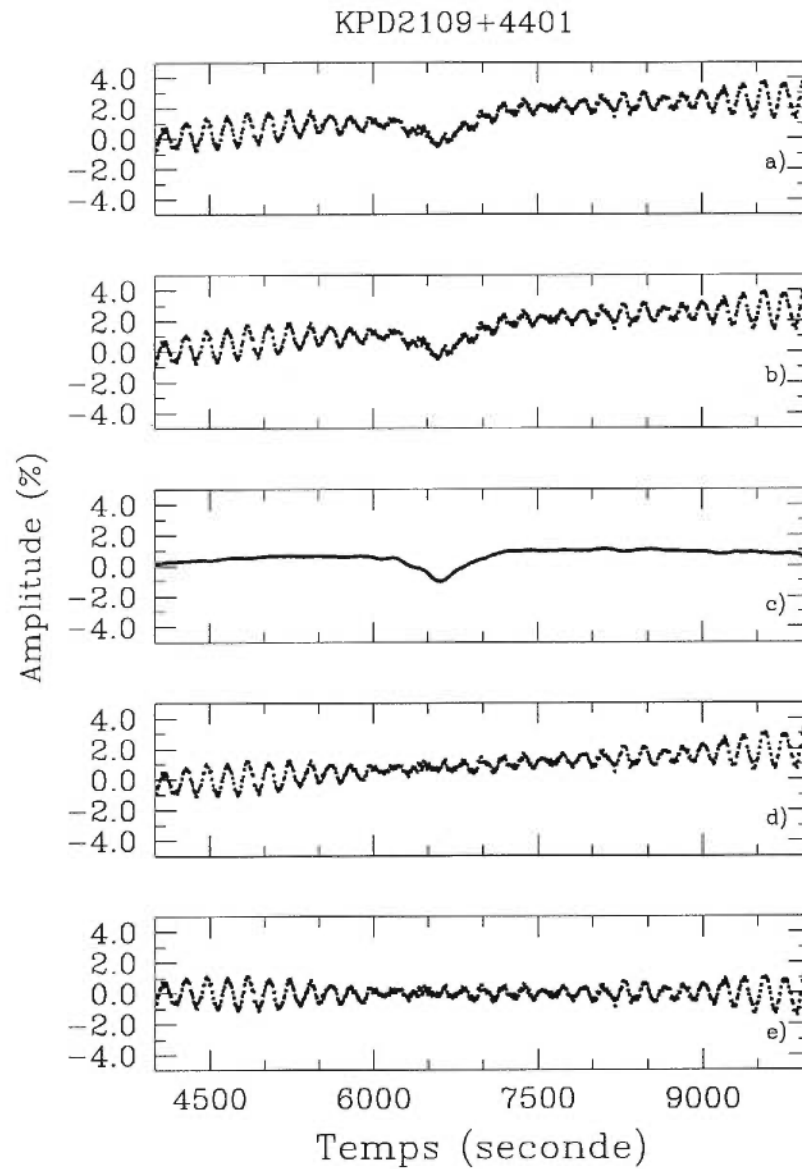


FIGURE 5. Etapes du dépouillement de la courbe de lumière de KPD 2109+4401 avec lissage de l'étoile de référence. (a): courbe de lumière brute de l'étoile cible; (b): après soustraction du ciel; (c): courbe de lumière de l'étoile de référence après un lissage à 48 points; (d): courbe après division par l'étoile de référence lissée; (e): résultat final après redressement



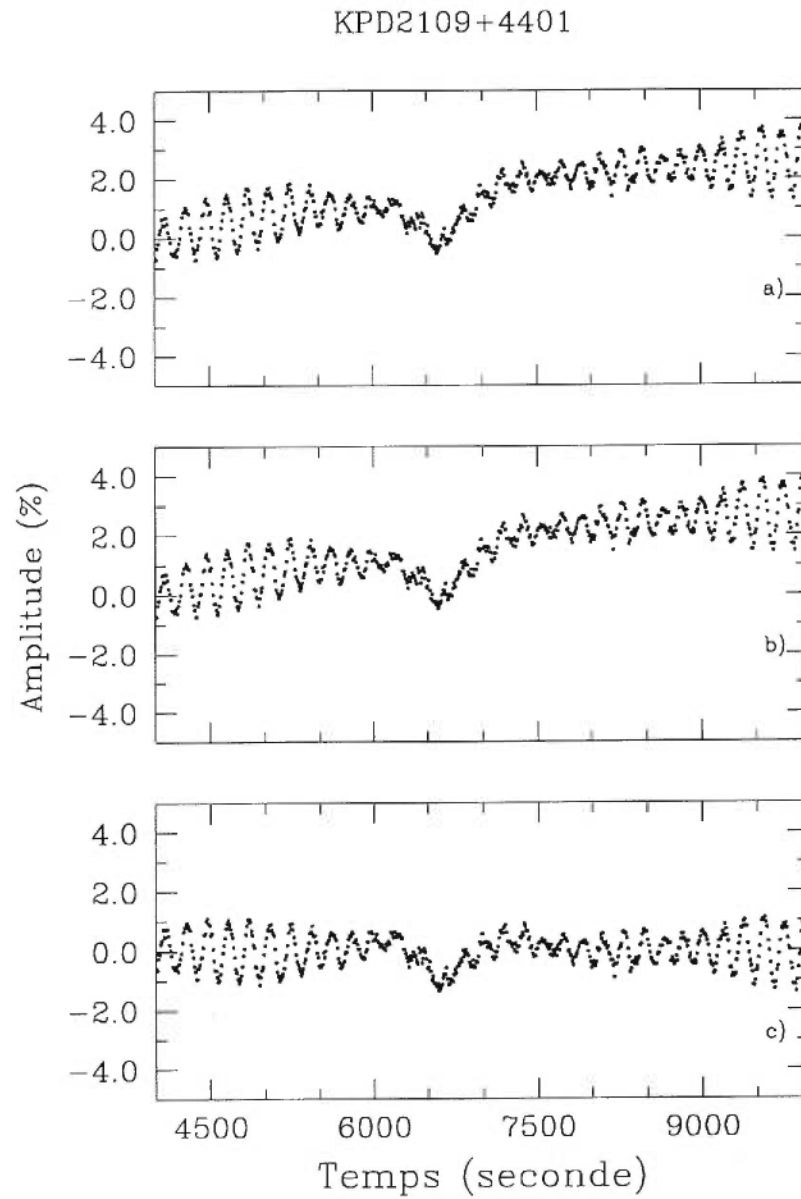
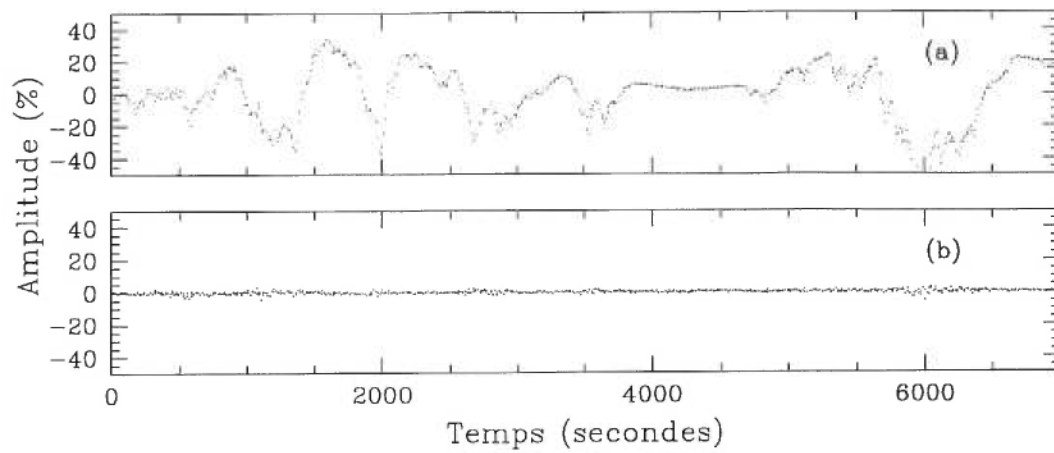


FIGURE 6. Etapes du dépouillement de la courbe de lumière de KPD 2109+4401. (a): courbe brute de l'étoile cible; (b): après soustraction du ciel; (c): après redressement.



PG 0839+399

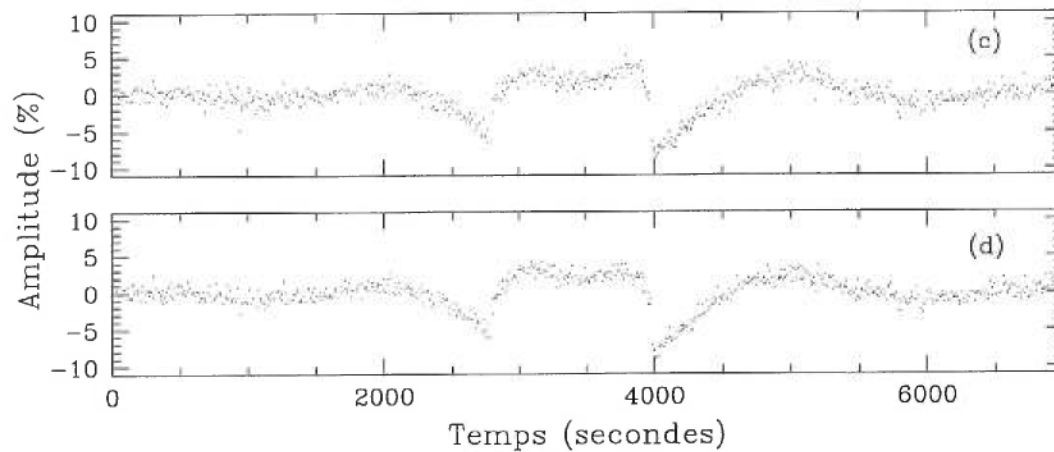


FIGURE 7. Importance de l'étoile de référence. Les deux panneaux du haut représentent la réduction pour PG 1101+249 (a) après soustraction du ciel et redressement (sans division par la référence) (b) après soustraction du ciel, division par la référence et redressement. La présence de cirrus est très nette dans la courbe du haut. PG 0839+399 : Les deux panneaux du bas illustrent l'impossibilité même après l'utilisation de la référence (cas (d)) de corriger l'illumination du dôme par la lune.

#### 1.4 Analyse de la courbe de lumière : transformée de Fourier

Le premier but de toute étude astéroséismologique est de trouver des variations périodiques, plus ou moins complexes, dans la courbe de lumière d'un objet. Or, un des outils mathématiques les plus faciles d'utilisation pour détecter la présence de périodes dans un système quelconque reste la transformée de Fourier :

$$F(\nu_n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{2\pi i\nu_n t} dt \approx \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{2\pi i\nu_n t_k} \Delta t \approx \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{2\pi i k n / N}, \quad (1.1)$$

où  $t$  représente le temps en seconde,  $\nu_n$  la fréquence en Hz,  $N$  le nombre total de points,  $\Delta t$  est le temps d'échantillonnage pris lors des mesures ( $t_k = k\Delta t$ ).  $f(t)$  est la fonction que l'on veut étudier, c'est à dire dans notre cas, les données photométriques. De plus, nous faisons le choix de  $\nu_n = n/(N\Delta t)$ . Plutôt que de prendre la transformée de Fourier entière, on utilise souvent les transformées de Fourier sinusoidales et cosinusoidales :

$$\beta_n = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega t) dt \approx \sum_{k=1}^{N-1} f_k \sin(\omega_n k \Delta t) \Delta t \quad (1.2)$$

$$\alpha_n = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(\omega t) dt \approx \sum_{k=0}^{N-1} f_k \cos(\omega_n k \Delta t) \Delta t. \quad (1.3)$$

La méthode numérique utilisée fait appel à des relations de récurrence entre des sinus et des cosinus : c'est la méthode de Goertzel. Cela revient à considérer que la fonction dont on veut calculer la transformée de Fourier peut s'écrire sous la forme discrète :

$$f_n = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^N [\alpha_k \cos(\omega_n k \Delta t) + \beta_k \sin(\omega_n k \Delta t)] \quad (1.4)$$

où les coefficients  $\alpha_k$  et  $\beta_k$  qui représentent directement les transformées de Fourier trigonométriques sont donnés par :

$$\alpha_k = f_0 + U_{1k} \cos(\omega_k \Delta t) - U_{2k} \quad (1.5)$$

$$\beta_k = U_{1k} \sin(\omega_k \Delta t) \quad (1.6)$$

et où les  $U_{nk}$  sont définis par une relation de récurrence :

$$U_{nk} = f_n + 2\cos(\omega_k \Delta t)U_{n+1,k} - U_{n+2,k} \quad (1.7)$$

$$U_{2N+2,k} = U_{2N+1,k} = 0. \quad (1.8)$$

Dans notre cas, les  $f_n$  sont les taux de compte accumulés. En déterminant les coefficients  $\alpha_k$  et  $\beta_k$ , on reconstitue par la suite la transformée de Fourier réelle de  $f_n$  à partir de la transformée de Fourier complexe :

$$\text{Re}[F(\nu_n)] = \cos(2\pi\nu_n t_n) \cdot \alpha_n + \sin(2\pi\nu_n t_n) \cdot \beta_n \quad (1.9)$$

$$\text{Im}[F(\nu_n)] = \cos(2\pi\nu_n t_n) \cdot \beta_n - \sin(2\pi\nu_n t_n) \cdot \alpha_n. \quad (1.10)$$

Alors la transformée de Fourier sera représentée par son amplitude et sa phase :

$$|F(\nu)| = \frac{2}{N} \sqrt{\text{Re}[F(\nu)]^2 + \text{Im}[F(\nu)]^2} \quad (1.11)$$

$$\tan\Phi(\nu) = -\frac{\text{Im}[F(\nu)]}{\text{Re}[F(\nu)]}. \quad (1.12)$$

Un paramètre important est la fréquence de Nyquist qui observationnellement est donnée par :

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t}, \quad (1.13)$$

où  $\Delta t$  est le temps d'intégration. Cette fréquence représente la fréquence au-delà de laquelle le spectre de Fourier des données est un alias.

En appliquant ce traitement mathématique à la courbe de lumière obtenue après la réduction, nous sommes à même de mettre à jour la présence de variations périodiques dans un objet. En fonction de la qualité des données, de la durée totale d'observation ainsi que de la méthode de dépouillement, le spectre obtenu est de plus ou moins bonne définition. Les courbes 8 et 9 correspondent aux transformées de Fourier des trois méthodes de réduction détaillées dans le cas des trois étoiles prises comme exemples auparavant.

Dans le cas de KPD 2109+4401, la différence d'amplitude du bruit entre les trois situations illustrées provient de l'introduction de l'étoile de référence (cf. zoom entre de 20-30 mHz de la figure 8). Le cas (a) correspond à l'analyse simple avec soustraction du ciel et division par l'étoile de référence point à point : le bruit des deux étoiles s'additionne et l'effet est d'autant plus marqué que l'étoile de référence est faible. Lorsque l'étoile de référence est lissée, le niveau du bruit est déjà moindre (cas (b)) : les structures à courte période disparaissent. Il en est de même dans le cas (c) où l'étoile de référence est omise. Par contre, ce dernier cas de figure voit le bruit à basse fréquence augmenter : les variations de luminosité du ciel sur une échelle de temps plus longue ne sont pas corrigées. La dernière solution est certes la plus satisfaisante dans la majorité des cas car elle reflète mieux le comportement de l'étoile cible.

Pour l'exemple de PG 1101+249, une autre étoile constante, la différence entre les cas (a) et (b) est très marquée : le spectre de l'étoile cible (b) est très bruyant et dominé par la structure du bruit (les nuages) à basse fréquence <sup>5</sup>. La division par la référence fait disparaître ces perturbations et diminue le niveau du bruit : l'axe des ordonnées dans le cas (a) est dilaté comparativement au cas (b).

Dans le cas de notre dernière étoile, PG 0839+399, une autre étoile constante, nous constatons qu'il n'y a pas beaucoup d'amélioration entre les deux analyses. Ici, l'introduction de l'étoile de référence ne suffit pas pour récupérer les données, car les canaux ne sont pas affectés de façon identique.

Il est à noter que lors de missions d'observation le temps d'intégration est limité, aussi bien sur une nuit (au maximum 10h) que sur la mission globale (de quelques jours à 2 semaines généralement) : la transformée de Fourier prend donc en compte un nombre fini de points répartis de façon inégale dans le temps. Ceci se traduit par la présence de lobes secondaires plus ou moins importants et nombreux, selon la résolution temporelle atteinte : plus le temps d'intégration

---

<sup>5</sup>La forme observée est celle d'un  $\frac{\sin x}{x}$  avec un pic principal à très basse fréquence et des pics secondaires d'amplitude décroissante

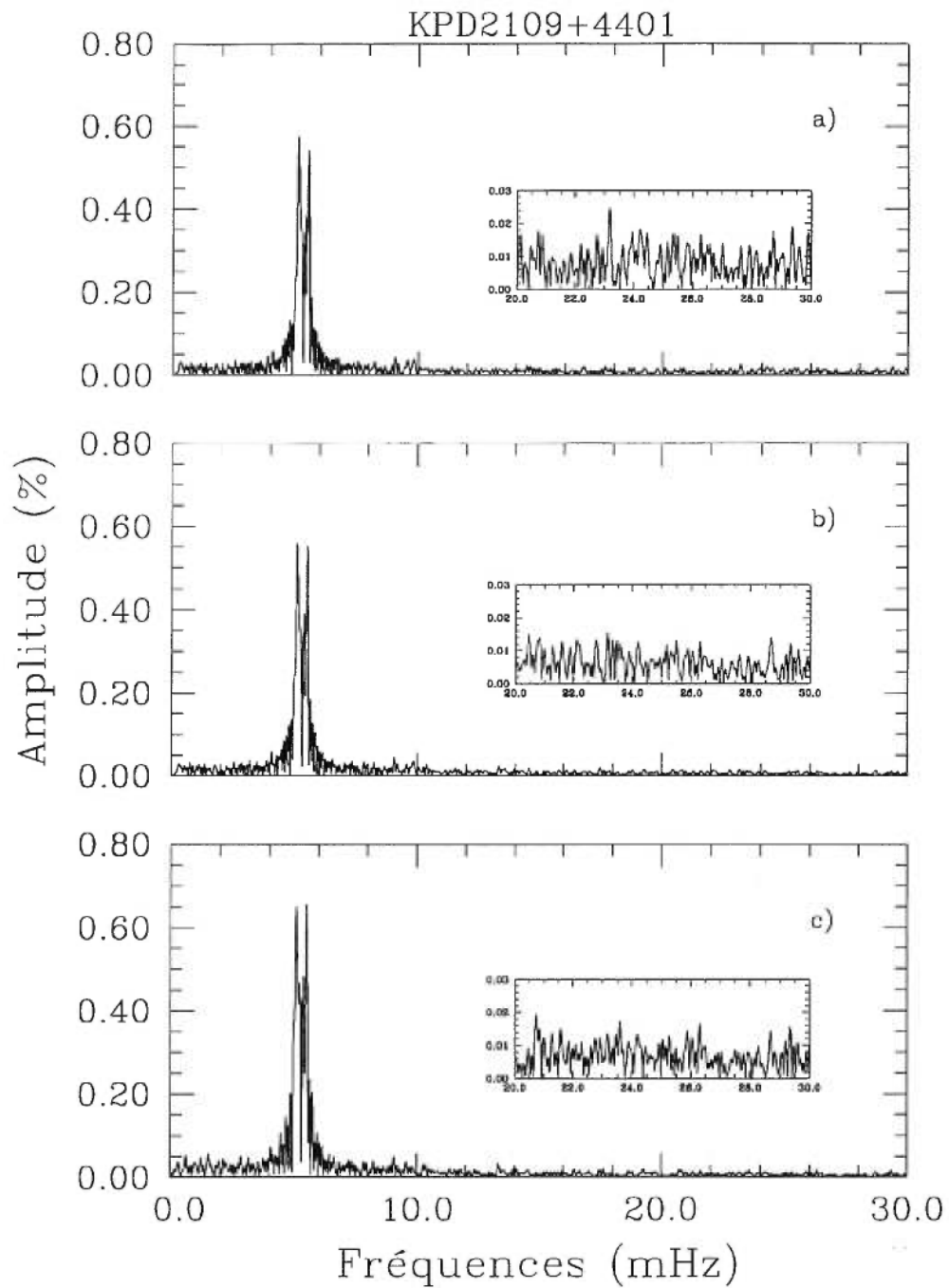


FIGURE 8. Transformées de Fourier des différents cas de dépouillement vus à la section précédente pour KPD 2109+4401 : (a)- analyse avec soustraction du ciel, division par la référence point par point et redressement; (b)- soustraction du ciel, division par l'étoile de comparaison lissée à 32 points et redressement; (c)- soustraction du ciel et redressement.

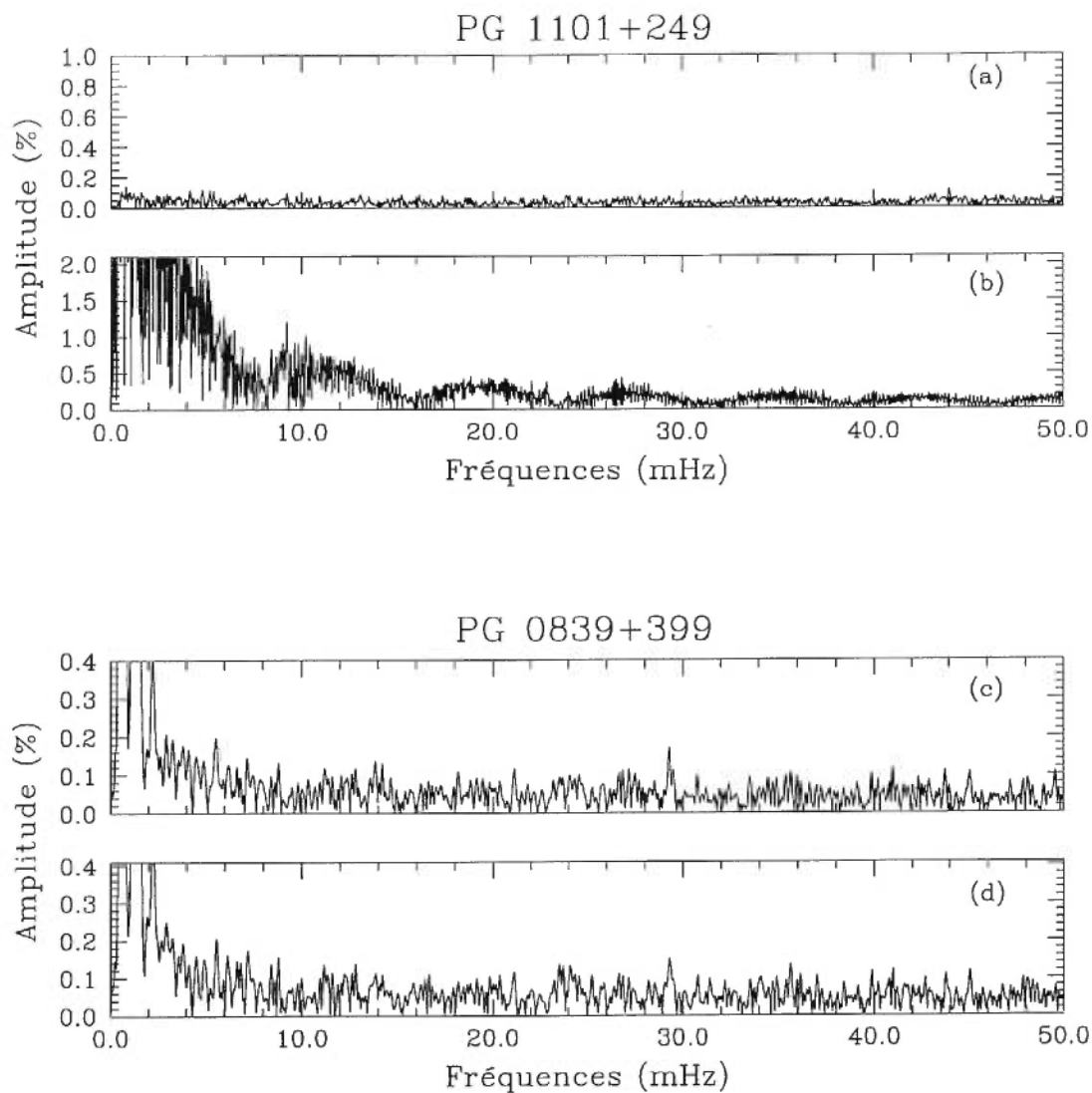


FIGURE 9. Transformées de Fourier des différents cas de dépouillement vus à la section précédente pour PG 1101+249 (a) soustraction du ciel, division par la référence et redressement; (b) soustraction du ciel et redressement; et PG 0839+399 (c) analyse avec soustraction du ciel, division par la référence point par point et redressement; (d) soustraction du ciel et redressement.

est long, plus la résolution est bonne et donc moins ces lobes parasites sont importants. On parle alors de fenêtre spectrale (cf. figure 10).

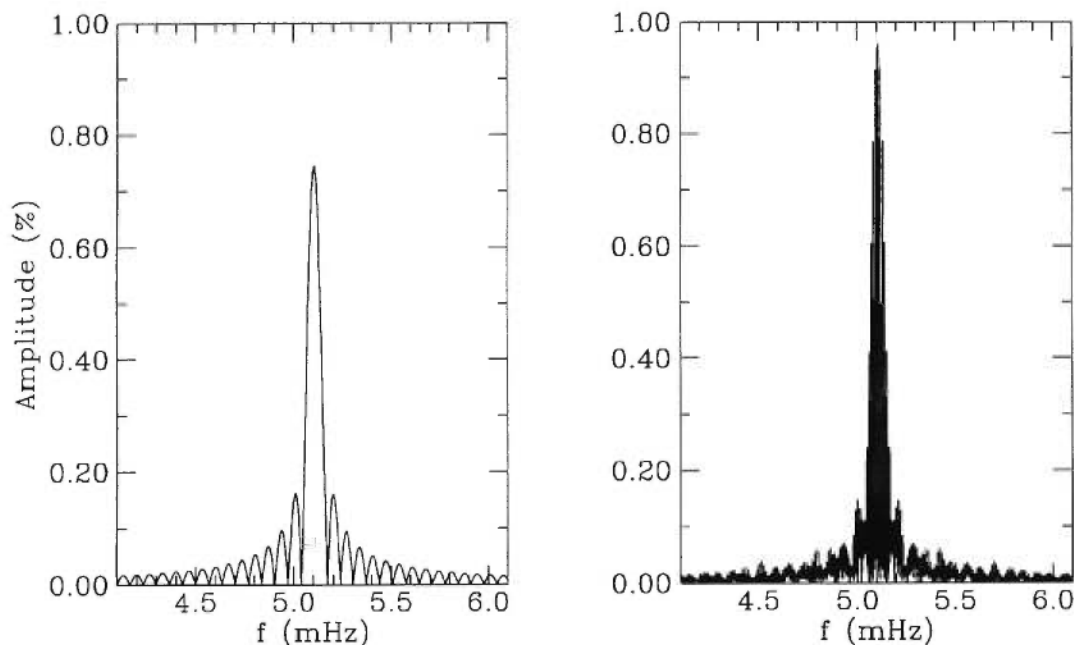


FIGURE 10. Fenêtres spectrales : à gauche pour une nuit d’observation (1461 secondes); à droite, pour une mission de 6 jours avec 77680 secondes d’intégration.

### 1.5 La méthode de “pre-whitening”

Une fois que la transformée de Fourier est calculée, la présence de modes est confirmée par des pics de fréquence définie (cf. panneau (a) de la figure 11). Afin de déterminer les caractéristiques de ces modes de pulsation (fréquence, amplitude, phase) nous utilisons la méthode du “pre-whitening” ou ISWF (Iterative Sine Wave Fitting). Pour commencer, la fréquence du mode,  $\nu_1$ , est sélectionnée par un programme cherchant le pic d’amplitude la plus élevée dans la transformée de Fourier. Ensuite, une fonction sinusoïdale de fréquence  $\nu_1$  est ajustée aux données dans l’espace direct (espace du temps) : son amplitude,  $A_1$ , et sa phase,  $\phi_1$ , sont



déterminées en minimisant le chi-carré :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (y(t_i) - y_{th}(t_i))^2, \text{ où } y_{th}(t_i) = a + bt_i + A_1 \cdot \cos[w_1(t_i - \phi_1)].$$

Nous avons ainsi une fonction qui est soustraite aux données originelles supprimant ainsi toute expression du premier mode de fréquence  $\nu_1$ . La transformée de Fourier des données modifiées est alors calculée : le pic résultant de ce mode de pulsation a disparu (cf. panneau (b) de la figure 11, où nous avons ôté les 3 principaux pics présents dans le panneau (a)). Ces différentes étapes sont reproduites afin d'ôter tous les pics présents dans la transformée de Fourier et la fonction "théorique" reproduite à partir de tous les modes est de la forme :

$$y_{th}(t_i) = a + bt_i + \sum_{l=1}^N A_l \cdot \cos[w_l(t_i - \phi_l)].$$

La transformée de Fourier de la fonction résultant des soustractions successives ( $y_{final}(t_i) = y(t_i) - y_{th}(t_i)$ ) est un spectre quasiment plat, ne comportant que du bruit : aucune structure de grande amplitude n'est visible, comme illustré dans la fenêtre (c) du graphique 11. La limite du bruit dépend des conditions d'observation et peut être inférieure à la millimagnitude par très beau temps.

La méthode de "pre-whitening" s'affranchit totalement des trous pouvant exister dans les données et calcule une fonction sinusoïdale sur la période d'intégration totale prise en compte. Les lobes causés par la fenêtre spectrale sont donc éliminés en même temps que le pic principal (sauf lorsque le mode sélectionné n'est en fait qu'un alias).

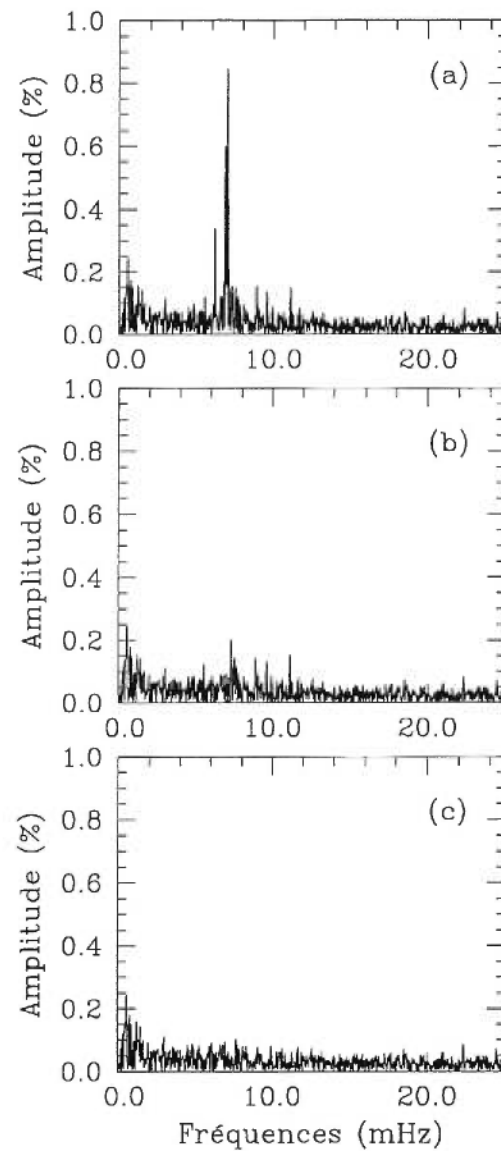


FIGURE 11. Evolution de la transformée de Fourier d'une étoile pulsante, PG 1047+003, après suppression des fréquences à forte amplitude déterminées par la méthode de "pre-whitening" : (a)- spectre de fréquences de la courbe de lumière après dépouillement. (b)- spectre de fréquences calculé avec les paramètres des trois principaux pics; seuil de 0.3%. (c)- spectre de fréquences calculé avec les paramètres des pics d'amplitude supérieure à 0.1%

## CHAPITRE 2

### LES SOUS-NAINES DE TYPE B

#### 2.1 Résumé historique

Dans l'espoir de trouver de nouvelles naines blanches, Humason & Zwicky (1947) entament la recherche de *Faint Blue Stars* (FBS) dans la région des Hyades et du pôle nord galactique : plusieurs des étoiles observées ne correspondent pas aux critères des naines blanches mais présentent toutefois des luminosités relativement faibles. Dans les années qui suivirent, de larges campagnes d'observation de FBS ont été lancées : dans son article de 1966, Greenstein résume la progression des travaux dans ce domaine et répertorie les catalogues établis (Humason & Zwicky, 1947; Iriarte & Chavira 1957; Feige, 1958; Berger, 1963; Harris, non publié). Il ressort de cette étude que différents types d'étoiles sont englobés dans l'appellation *Faint Blue Stars* : des étoiles B de la Séquence Principale, des étoiles de la Branche Horizontale (HBA et HBB), des sous-naines chaudes ainsi que des naines blanches. La conclusion majeure concernant les sous-naines est la relation entre la largeur des raies d'hélium/d'hydrogène et le type de celles-ci : les graphiques 5 et 6 de Greenstein montrent clairement la distinction entre les sous-naines de type O (sdO) et les sous-naines de type B (sdB). Les premières ont des raies d'hélium prononcées, des raies d'hydrogène peu présentes et sont plus chaudes (couleur des étoiles O de la Séquence Principale (SP)); tandis que les secondes répondent au phénomène inverse, c'est à dire exhibent des raies d'hydrogène en forte majorité, des raies d'hélium, sinon absentes, très faibles et ont des couleurs proches des étoiles B de la SP.

Sargent et Searle (1968) redéfinissent avec plus de précision les caractéristiques spectrales des sous-naines :

- *sdO* : A star in which He II  $\lambda 4686$  is seen and which has, relative to main-sequence stars, strong Balmer lines for the colors. Consistent with the abnormal strength and breadth of the Balmer lines, the Balmer series is only visible up to  $n=10-12$  in these stars.
- *sdB* : A star which has colors corresponding to those of a B star and in which the Balmer lines are abnormally broad for the colors, as compared to Population I main-sequence B stars. Such stars may also be recognized by the early confluence of the Balmer series, which is only seen up to  $n \sim 12$ . Some, but not all, subdwarf B stars have He I lines that are weak for their colors.

Grâce à l'accumulation d'un grand nombre de données aussi bien photométriques que spectroscopiques, Greenstein & Sargent (1974) déterminent les paramètres atmosphériques (température effective et gravité de surface) de 189 *Faint Blue Stars*. Le diagramme luminosité-température ainsi constitué révèle la présence d'une Branche Horizontale Étendue (EHB) qui atteint des températures supérieures à celles relevées dans les amas globulaires et qui regroupe les étoiles HBB, HBA et les sous-naines. La faible présence de métaux dans leur atmosphère (carbone, soufre, oxygène...) ainsi que leur cinématique poussent Greenstein & Sargent à les considérer comme faisant partie du halo.

En 1975, Baschek & Norris observent HD 149382 qui a les caractéristiques d'une sous-naine de type B (Berger *et al.*, 1971; MacConnell *et al.*, 1972) mais qui possède dans son spectre la raie de He II  $\lambda 4686$ . Les auteurs décident alors de la classer comme sdOB, classe intermédiaire entre les deux types de sous-naines chaudes répertoriées.

Parallèlement aux observations, on se pencha sur le statut évolutif de ces étoiles (Sweigart *et al.* 1974, Greenstein & Sargent 1974) : différentes hypothèses furent essayées pour rendre compte de leur existence (explicitées au 2.3) et surtout afin de déterminer leurs composantes structurelles. Cependant leur position d'étoiles évoluées a longtemps été un handicap : ne connaissant pas les détails des étapes évolutives antérieures, il était difficile d'avancer avec certitude une explication à leur état. En plus de leur localisation particulière dans le diagramme H-R, un second point attira l'attention des théoriciens : les sdB présentent une déficience en hélium, pouvant aller jusqu'à un facteur 10 (dans certaines étoiles Feige, voir Sargent & Searle 1968). Ce phénomène ne pouvant simplement être expliqué par une origine cosmologique, de plus amples investigations dans la compréhension des mécanismes présents et agissant sur les équilibres chimiques furent initiées (cf. plus loin dans ce chapitre).

En résumé, les sous-naines chaudes de type B sont des étoiles de faible luminosité ( $V \sim 14-15$ ), de forte gravité (elles présentent des raies élargies) montrant une atmosphère riche en hydrogène. Dans le diagramme de Hertzsprung-Russell, elles se situent au-delà de la Branche Horizontale (BH) mais au-dessus du domaine des naines blanches (cf. figure 12), dans la région appelée Branche Horizontale Étendue. Dans la suite de ce chapitre, les connaissances actuelles sur les propriétés physiques de ces étoiles sont passées en revue (paragraphe §2.2), tandis que les différentes solutions suggérées au problème évolutif sont considérées au paragraphe §2.3. Pour finir, nous nous arrêterons un instant sur le rôle que jouent les sdB dans un cadre plus vaste, celui des systèmes extragalactiques.

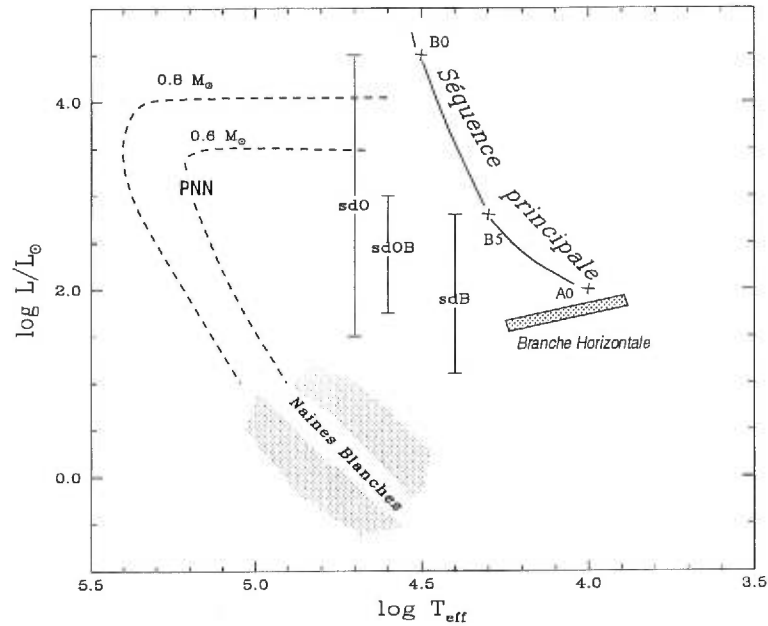


FIGURE 12. Diagramme H-R : localisation des sous-naines . On retrouve dans ce diagramme les différents stades évolutifs de la Séquence Principale où les étoiles brûlent leur hydrogène central; de la Branche Horizontale où l'hélium du coeur est consommé; la région des nébuleuses planétaires (PNN); ainsi que le domaine des naines blanches, étape finale de la vie de la majorité des étoiles. Les deux chemins évolutifs, pour  $M = 0.6M_{\odot}$  et  $M = 0.8M_{\odot}$ , représentés en pointillés sont tirés de Vauclair & Liebert 1987.

## 2.2 Ce que l'on sait sur les sdB et les sdOB

### 2.2.1 Structure interne et atmosphère

Situées dans la région de la Branche Horizontale Étendue, les sous-naines chaudes riches en hydrogène ont déjà vécu plus de la moitié de leur vie. Après avoir brûlé leur hydrogène sur la Séquence Principale, elles suivent une évolution classique par la Branche des Géantes Rouges (RGB) : leur coeur se contracte

tandis que l'enveloppe se dilate, et elles brûlent l'hydrogène en couches; puis elles ont atteint la Branche Horizontale où la température est telle qu'il y a allumage de la fusion de l'hélium en carbone et oxygène. Arrivées à ce stade, les sous-naines, d'une masse résiduelle totale  $\sim 0.5M_{\odot}$ , sont constituées, en partant du centre vers la surface (cf. figure 13):

- d'un noyau d'hélium en fusion à  $T_c \sim 125.10^6 K$ , séparé en une région convective et une région radiative <sup>1</sup>;
- vient ensuite une zone de transition où l'hydrogène est brûlé en couches à  $T \sim 5.10^6 K$ ;
- en se rapprochant de la surface au sein de l'enveloppe riche en hydrogène, on trouve une zone d'ionisation partielle de  $HeII/HeIII$ .

La majorité de la luminosité observée est due à la combustion de l'hélium dans les couches plus profondes. L'enveloppe riche en hydrogène est beaucoup trop mince ( $M_e \leq 0.02 M_{\odot}$ ) et contribue de façon négligeable à la luminosité.

Dans un article de revue, Saffer *et al.* (1994) répertorient les caractéristiques atmosphériques des sdB et sdOB. Les premières ont des températures effectives comprises entre 25000 K et 35000 K, des gravités de surface  $5.0 \leq \log g \leq 6.0$ , et, comme nous l'avons déjà dit auparavant, une abondance d'hélium relativement faible,  $N(He)/N(H) \leq 0.005$ . Pour ce qui est des sdOB, elles sont légèrement plus chaudes,  $35000 \leq T_{eff} \leq 40000K$ , mais leur gravité est identique à celle des sdB, leur rapport hélium/hydrogène est plus fort :  $N(He)/N(H) \leq 0.12$ . Le graphique 14 replace dans un diagramme  $\log T_{eff} - \log g$ , les sdB (et sdOB) dont les paramètres atmosphériques sont aujourd'hui connus (Saffer *et al.* 1994; Saffer,

---

<sup>1</sup>La chaîne triple- $\alpha$  de transformation de l'hélium en carbone, dépend fortement de la température : une faible diminution de celle-ci provoque immédiatement une chute dans l'intensité du taux de réaction, d'où la transition d'une zone de convection à une zone radiative.

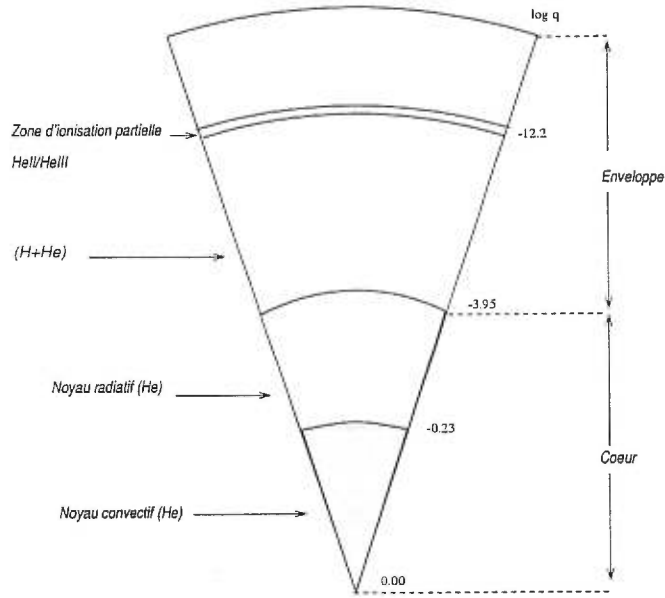


FIGURE 13. Structure interne d'une sdB ( $\log q = \log \left(1 - \frac{M(r)}{M_*}\right)$ )

communication privée; Allard *et al.* communication privée; Moehler *et al.* 1990; Downes 1986).

La déficience en hélium de ces sous-naines (sdB) a été expliquée par la rapidité de la diffusion due au triage gravitationnel à travers la couche extérieure riche en hydrogène (temps caractéristique  $\sim 10^5$  ans; cf. Wesemael *et al.* 1982) comparativement au temps de vie sur la EHB ( $\sim 10^8$  ans) particulièrement pour  $4.1 \leq \log T_{eff} \leq 4.5$ . Les autres mécanismes entrant en jeu, accélération radiative et diffusion thermique, sont relativement moins présents : Wesemael *et al.* (1982) ont montré que le premier ne correspondait qu'à 2% de la gravité de surface; Fontaine et Michaud (1979) ont, en calculant les temps caractéristiques, déduit que la diffusion thermique jouait un rôle mineur dans l'établissement de l'abondance atmosphérique d'hélium. Cependant, si la déficience n'était due qu'au triage gravitationnel, les calculs de Michaud *et al.* (1979) montrent qu'elle devrait être encore plus importante. C'est en fait grâce à la "désaturation" des raies d'hélium lorsque  $n_{He}$  diminue qu'un équilibre est atteint : l'accélération radiative variant



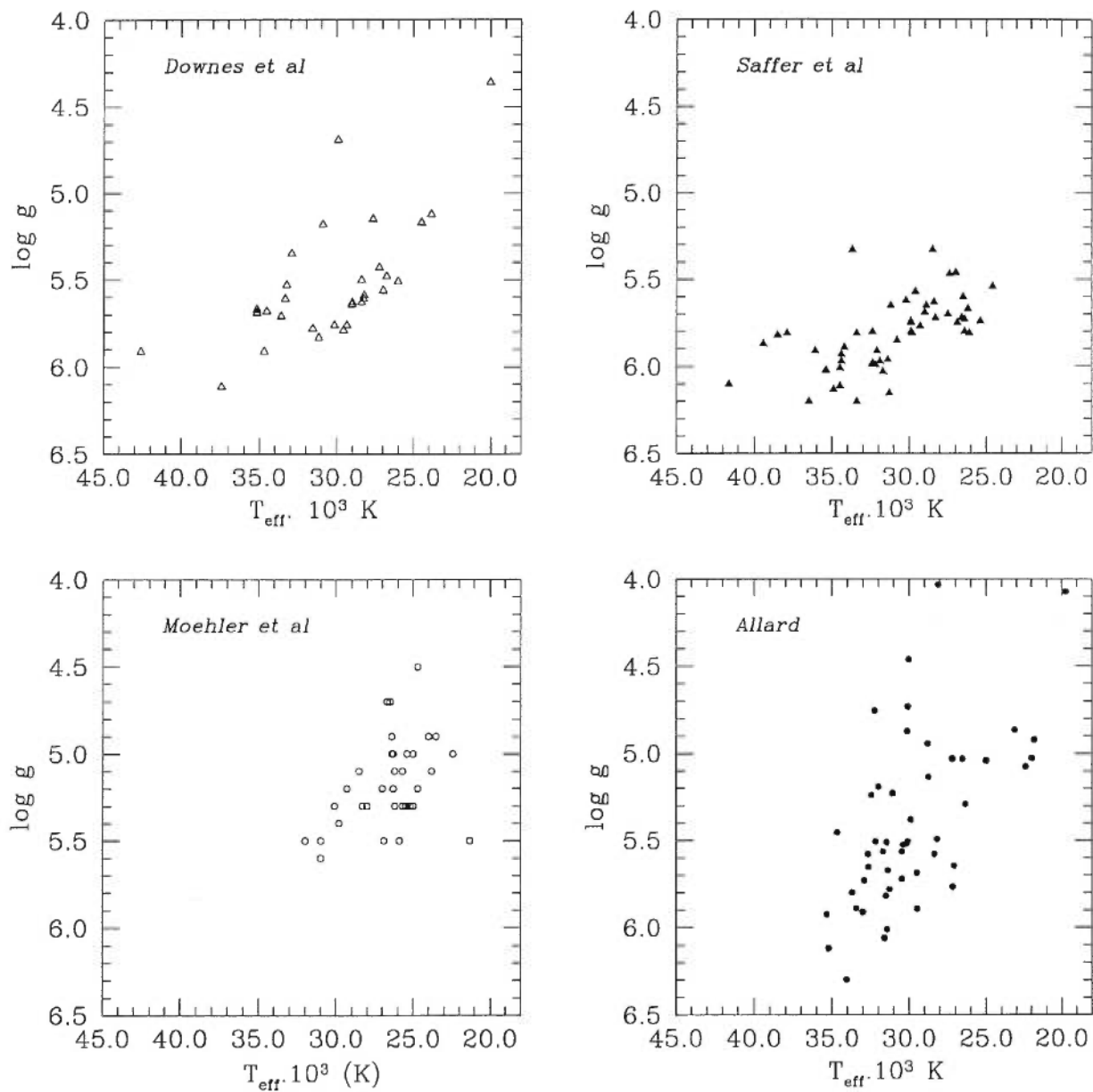


FIGURE 14.

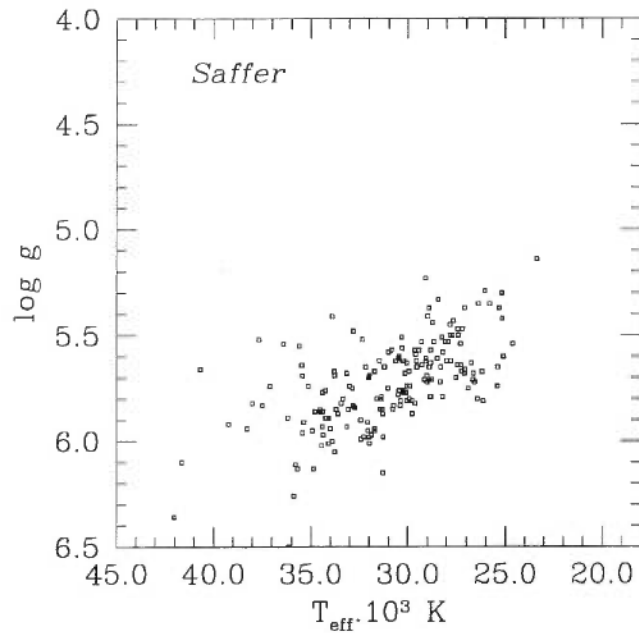


FIGURE 14. Les cinq panneaux précédents représentent l'échantillon disponible de sous-naines chaudes riches en hydrogène dans le plan  $T_{eff} - \log g$ . Les différents cadres correspondent aux sources suivantes : l'échantillon Kitt Peak Downes (KPD, Downes 1986); l'échantillon Palomar-Green (PG) étudié par Saffer *et al.* (1994); l'échantillon PG de Moehler *et al.* (1990); et deux communications privées : Allard (1996) et Saffer(1997) qui regroupent un grand nombre d'étoiles PG. Certaines sont communes à plusieurs des études mais les estimations de leurs paramètres ne sont pas nécessairement les mêmes (différences des modèles utilisés pour leur détermination, cf. Wesemael *et al.* (1998) pour une analyse des variations systématiques entre les différents échantillons).

approximativement comme  $g_{rad} \propto n_{He}^{-1/2}$ , lorsque la quantité d'hélium a diminué d'un facteur dix, un équilibre s'établit entre les flux d'énergie montant et descendant donnant lieu aux abondances trouvées dans les sdB. Ce phénomène n'est pas à même toutefois d'expliquer le cas des sdOB où l'abondance d'hélium est supérieure et il faut donc faire intervenir un second paramètre (comme la perte de masse, voir plus bas).

Avec l'apparition des données IUE, de nouveaux éléments lourds ont été mis en évidence : carbone, silicium, azote, magnésium. Lamontagne *et al.* (1987) résumant les tendances qui semblent ressortir de l'échantillon actuel. Le graphique 15 représente les comportements des trois éléments lourds analysés pour 11 sdB : le rapport  $[C/H]$  semble diminuer lorsque la température augmente et reste inférieur à  $[C/H]_{\odot}$ ; l'azote conserve une valeur proche de l'abondance solaire sur tout le spectre de température couvert; le silicium est lui, définitivement, sous-abondant dans les étoiles les plus chaudes ( $T_{eff} \geq 27000 K$ ) mais semble proche de l'abondance solaire pour les étoiles plus froides. La chute importante d'abondance (un facteur  $10^{1.5}$ ) semble se produire dans un intervalle de température très étroit, illustré par exemple, en comparant FEIGE 65 ( $T_{eff}=26200 K$ ,  $\epsilon_{Si} = 5.5 \pm 0.8$ ) et PG 1104+243 ( $T_{eff}=27200 K$ ,  $\epsilon_{Si} \leq 4.0$ ). Les autres éléments lourds qui ont été étudiés depuis ont aussi des abondances atypiques.

Différentes hypothèses passant en revue les mécanismes de transport de particules dans les atmosphères ont été avancées pour déterminer la cause de ces anomalies d'abondance. La combustion nucléaire au sein de l'étoile qui pourrait consommer ou produire des éléments, est difficilement envisageable. Par exemple, le carbone est produit par réaction nucléaire et non détruit, or il est déficient dans l'atmosphère des sdB. Dans le cas du silicium, la forte sous-abondance dans les objets les plus chauds serait due (Baschek *et al.* 1982a, Baschek *et al.* 1982b, Heber *et al.* 1984a,b) à la configuration en gaz noble (SiV) de l'élément dans l'atmosphère : la force radiative s'appliquant à cet état est plus faible et laisse

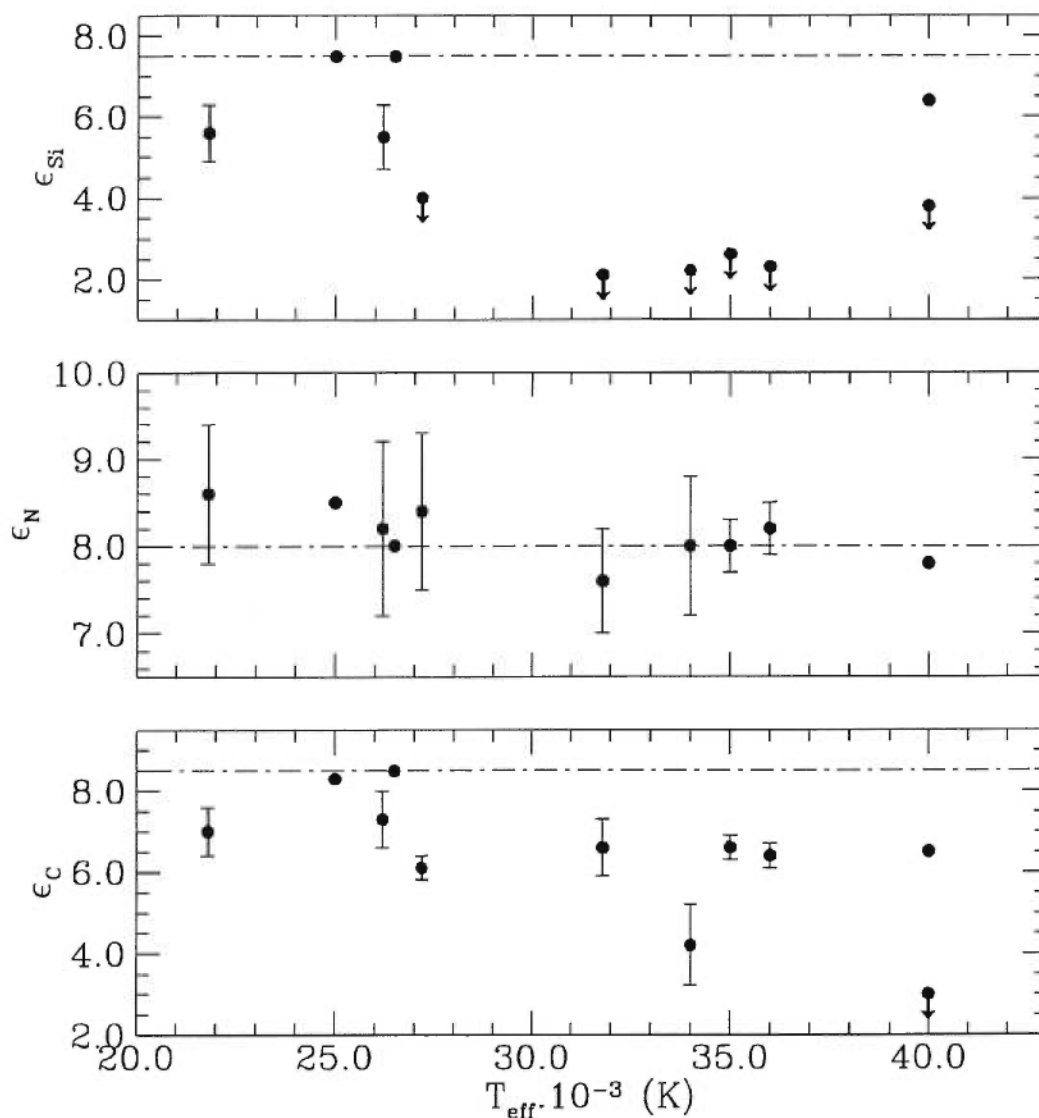


FIGURE 15. Abondances des métaux (carbone, azote et silicium) présents dans les sdB suivantes : PG 0342+026, PG 1104+243 (Lamontagne *et al.* 1987); UV 1758+136, TON S 227, FEIGE 65 (Lamontagne *et al.* 1985); HD 149382 (Baschek *et al.* 1982a); FEIGE 66 (Baschek *et al.* 1982b); FEIGE 110 (Heber *et al.* 1984a); LB 3459, HD 205805 (Baschek *et al.* 1970); HD 4539 (Baschek *et al.* 1972). Les flèches représentent des limites supérieures. Les abondances solaires sont signalées par les lignes en pointillés.

donc la diffusion dominer. Cependant, Michaud *et al.* (1985) déduisent d'une étude sur la compétition des différents mécanismes qu'il n'en est rien : le SiV supposé responsable est localisé en-dessous de l'atmosphère. De plus, même en considérant qu'une fraction importante de SiV présent dans l'atmosphère est dans sa configuration de gaz noble, la diminution de l'accélération radiative engendrée n'est pas suffisante pour reproduire les sous-abondances mesurées. Donc en l'absence de mécanismes compétiteurs, la diffusion ne peut être à l'origine de ce phénomène. Par contre, en incorporant un effet de perte de masse, même faible ( $\dot{M} \leq 10^{-14} M_{\odot} \text{an}^{-1}$ ), ils parviennent à modifier les profils d'éléments lourds et reproduisent l'échelle d'abondances observées : en tenant compte de l'abondance initiale<sup>2</sup>, des temps évolutifs et de la précision considérée pour calculer les accélérations radiatives, hélium, carbone, azote et silicium peuvent simultanément être expliqués. La distribution à travers l'enveloppe des métaux dépendant avant tout de la variation de l'accélération radiative en fonction de la profondeur, Bergeron *et al.* (1988) ont approfondi le calcul des forces radiatives et de leurs effets sur les différents ions présents. Leur conclusion sur l'incapacité de la diffusion à expliquer les anomalies est la même que celle de Michaud *et al.* (1985) : les nouvelles accélérations radiatives ne sont pas très différentes et donc, il faut faire intervenir un autre mécanisme pour expliquer les anomalies observées. À ce jour, aucune nouvelle étude connue sur les abondances de métaux dans les atmosphères de sdB n'a été réalisée permettant d'élargir l'échantillon de températures et d'abondances regroupées et d'étayer les travaux théoriques sur ce sujet. Par contre, les anomalies d'abondances de l'hélium dans ces étoiles sont bien expliquées dans le cadre d'un modèle de perte de masse agissant en compétition avec la diffusion microscopique (Fontaine & Chayer, 1998).

---

<sup>2</sup>L'abondance initiale des éléments lourds présents dans l'atmosphère au début de la phase évolutive de sous-naines n'est pas nécessairement solaire. Deux phénomènes principaux peuvent modifier l'abondance initiale présente dans l'atmosphère : les sous-naines passent par une phase de perte d'enveloppe; les processus de combustion du cycle CNO transforment les éléments.

### 2.2.2 Halo ou disque?

Baschek et Norris (1970), Baschek *et al.* (1972), Newell (1973), Greenstein & Sargent (1974) par leur travaux ont suggéré initialement que les sous-naines appartenaient au halo, de par leurs abondances et leur position dans le diagramme luminosité-température. Depuis deux méthodes ont contribué à montrer qu'elles font partie en fait du disque épais de la Galaxie.

L'étude cinématique fut la première utilisée : Baschek & Norris (1975) établirent les mouvements propres de 37 sdB en supposant une magnitude absolue moyenne pour leur échantillon et en conclurent que les sdB sont un mixage d'étoiles du halo et du vieux disque. Plus récemment Colin *et al.* (1994) ont établi avec précision les paramètres cinématiques de 7 sdB du catalogue PG : ils ont déterminé la distance de chaque étoile ainsi que leur mouvement propre (vitesse radiale) ce qui les poussent à conclure de la même façon que Baschek & Norris. Thejll *et al.* (1997) comparent les dispersions en vitesse radiale de deux échantillons de sdB avec celles des différentes populations de la Galaxie et font, cette fois, la correspondance avec le vieux disque et le disque épais. Dans la continuation des travaux de Colin *et al.* (1994), de Boer *et al.* (1997) déterminent à partir de la cinématique de 41 sdB (mouvements propres, vitesses radiales, distances) les propriétés de leur orbite dans le cadre d'un modèle galactique de masse. Ils parviennent à la conclusion que les sdB font partie du disque épais et estiment l'échelle de hauteur à 1 kpc.

La seconde méthode consiste à évaluer l'échelle de hauteur représentant la distribution spatiale de nos étoiles : pour cela, il faut déterminer les distances d'un nombre représentatif d'étoiles à partir d'un couplage de spectres et de modèles d'atmosphères. Les différents résultats obtenus à date sont répertoriés dans le tableau V. L'étude réalisée par Villeneuve *et al.* (1995) amena une controverse quant à l'appartenance des sdB à la population du vieux disque déduite des travaux antérieurs : l'échelle de hauteur est supérieure à l'épaisseur supposée de ce dernier. En fait, Villeneuve *et al.* (1995) font appel à la représentation de la

structure de la Galaxie proposée par Gilmore & Reid (1983) qui introduisent un disque épais en supplément du halo et du disque (jeune disque mince ( $z_e \sim 100pc$ ) et vieux disque mince ( $z_e \sim 300pc$ )) traditionnels. La hauteur caractéristique de celui-ci serait comprise entre  $z_e \sim 1350 pc$  (Gilmore & Reid) et  $z_e \sim 900 pc$  (Von Hippel & Bothun 1993), valeurs qui correspondent avec l'échelle de hauteur optimale obtenue par Villeneuve *et al.* Le travail de de Boer *et al.* (1997) va dans le même sens : les sdB semblent être un mélange d'étoiles du vieux disque et du disque épais.

Une explication possible à l'incohérence apparente entre ces nouvelles études et les plus anciennes pourrait être que l'analyse d'étoiles plus faibles et/ou plus éloignées fait intervenir des populations stellaires distribuées selon différents systèmes. Cette hypothèse pourrait également expliquer la divergence notée jusqu'à présent entre les échelles de hauteur des sdB et celles des sdO, plus proche de 1 kpc (Thejll *et al.*, 1994b), ce qui semble incompatible avec le lien évolutif que l'on suppose entre ces deux types d'étoiles. La dernière étude en date basée sur un échantillon de 20 sdB très faibles ( $18 \geq B \geq 12.3$ , catalogue US) réalisée par Mitchell (1998) étaye l'hypothèse d'une distribution mixte halo-disque.

### 2.3 D'où peuvent-elles venir?

La proximité dans le diagramme H-R des sous-naines et des BHB (“*Blue Horizontal Branch*”) notée par Greenstein (1971), poussa les théoriciens à penser que les sdB étaient encore dans la phase de combustion de l'hélium et qu'elles correspondaient à une extension de la Branche Horizontale (au-delà de l'aspect visuel dans le diagramme H-R). La luminosité proviendrait exclusivement de la combustion de l'hélium, la faible enveloppe d'hydrogène n'étant pas à même de maintenir une source importante de brûlage d'hydrogène. Plusieurs travaux évolutifs prirent comme progéniteurs potentiels des étoiles sur la *Zero Age Horizontal Branch* (ZAHB). Que ce soient les travaux de Caloi (1972), Gross (1973) ou Swei-

TABLEAU V.

Évaluation de l'échelle de hauteur et de la densité spatiale des sdB

Article	$z_e$ (pc)	$D_o$ ( $pc^{-3}$ )
Downes (1986)	175	$1.5-2.5 \times 10^{-6}$
Heber (1986)	190	$4 \times 10^{-6}$
Green (1986)	$325 \pm 25$	$1.5 \pm 0.3 \times 10^{-6}$
Green & Liebert (1987)	325	$2.4 \times 10^{-6}$
Moehler <i>et al.</i> (1990)	250	$1.0 \times 10^{-6}$
Saffer (1991)	$285^{+120}_{-35}$	—
Bixler <i>et al.</i> (1991)	240	$3.3 \times 10^{-6}$
Thiessen <i>et al.</i> (1993)	$180^{+190}_{-60}$	$1.90^{+3.24}_{-1.34} \times 10^{-6}$
Villeneuve <i>et al.</i> (1995)	$450 \pm 150$	$3.0 \pm 1.0 \times 10^{-6}$
Saffer <i>et al.</i> (1995)	$\geq 500$	$7.5 \times 10^{-7}$
Mitchell (1998)	$1430^{+350}_{-620}$	—

gart *et al.* (1974) , le paramètre déterminant reste la masse : les sous-naines sont reproduites à partir d'étoiles de faible masse ( $M \sim 0.50 - 0.55M_{\odot}$ ), avec un coeur de masse relativement constante mais une enveloppe d'hydrogène variable. Un problème persiste cependant : comment expliquer la faible masse de cette dernière ( $M_e \sim 0.02M_{\odot}$ , Faulkner 1972)? Giannone (1973) supposa un transfert de masse avec un compagnon proche. Une autre solution aurait pu être que le cycle CNO soit inefficace : alors la température effective pour une masse d'enveloppe donnée augmente et rend la possibilité de perte de masse plus probable. La dernière solution envisagée était une perte de masse importante lors du passage sur la Branche des Géantes Rouges (Faulkner 1972). Mais un problème commun à ces trois hypothèses mit en doute l'existence d'étoiles possédant des enveloppes de si faibles masses : il faut que la perte de masse ait lieu juste avant l'allumage du flash d'hélium afin que la masse critique du coeur soit atteinte. Ceci est peu probable.



De plus, une telle hypothèse conduit à une distribution de masse d'enveloppe des étoiles sur la Branche Horizontale relativement uniforme : Newell (1973) relève la présence d'un trou aux alentours de  $\log T_{eff} = 4.3$  ainsi qu'une coupure entre les BHB et les sdB.

Wesemael *et al.* (1982) ont effectué le cheminement inverse : la position des sous-naines dans le diagramme H-R, laisse suggérer qu'une fraction d'entre elles évolue vers le domaine des naines blanches et qu'en conséquence la structure interne de celles-ci peut être appliquée aux sous-naines <sup>3</sup>. De plus, la luminosité atteinte lors de la contraction des pré-naines blanches correspond à celle déterminée pour les étoiles de la EHB. La phase pré-naine blanche semble donc appropriée pour l'étude évolutive des sous-naines chaudes : il faut cependant garder à l'esprit que cette méthode n'est pas connectée avec les étapes antérieures de l'évolution et donc la considérer comme un outil pour comprendre les processus physiques entrant en jeu durant la phase de la EHB. Les chemins évolutifs testés par Wesemael *et al.* , représentant différentes masses, reproduisent relativement bien la zone des sous-naines (cf. leur Figure 1) : il semblerait que les sous-naines soient une séquence évolutive en tant que telle, c'est à dire que les sdB et sdO ont une même origine et correspondent simplement à un moment différent de l'évolution. La transition sdB/sdO pourrait être expliquée par une phase de mixage convectif aux alentours de  $\log T_{eff} \sim 4.5$ , amenant l'hélium du centre vers la surface. Groth *et al.* (1985) avancent cependant l'argument que les récentes observations ne corroborent pas la limite en température et que la transition sdB-sdO semble s'effectuer à  $\log T_{eff} \sim 4.62$ .

Une troisième hypothèse serait que les systèmes binaires serrés puissent mener à des luminosités et des températures effectives semblables à celles des sous-naines chaudes après la phase de RGB ou bien même que certains systèmes fu-

---

<sup>3</sup>La structure envisagée est faite d'un coeur de C/O provenant de la combustion de l'hélium, entouré d'hélium pur (reste de la combustion de l'hydrogène en couche), le tout surmonté d'une couche d'hydrogène de composition primordiale.

sionnent pour donner des sous-naines chaudes (Iben & Tutukov, 1986a,b; Iben, 1990; Tutukov & Yungelson, 1979).

## 2.4 D'où viennent elles ? - suite et fin

Durant les dix dernières années, de nombreux progrès ont été faits dans les différents domaines se rattachant à l'évolution stellaire : calculs des opacités radiatives et conductives, intégration de la convection, détermination de l'équation d'état, taux de réactions nucléaires... ce qui a permis d'aller plus loin dans la compréhension des étapes postérieures à la Branche Horizontale. Dorman *et al.* (1993) résument l'état d'avancement et caractérisent les 3 possibilités d'évolution données aux étoiles de la ZAHB <sup>4</sup>(cf. Figure 16) :

- les Post-AGB : à la suite de la combustion du coeur d'hélium, les étoiles post-HB assez massives ( $M \geq 0.5M_{\odot}$ ) évoluent vers l'AGB. Leur enveloppe est suffisamment importante ( $M_e \gtrsim 0.02M_{\odot}$ ) pour enclencher le brûlage en couche de l'hydrogène et l'étoile passe par la phase de pulses thermiques (Caloi 1989);
- les Post-EAGB (Post-Early Asymptotic Giant Branch) : leur masse ( $M \sim 0.5M_{\odot}$ ) leur permet d'évoluer vers le stade primaire de l'AGB mais n'est pas suffisante pour enclencher les flashes d'hélium dans l'enveloppe ( $M_e \lesssim 0.02M_{\odot}$ ) et donc de produire les pulses thermiques. Arrivées au maximum de leur luminosité, elles vont se diriger vers la partie plus bleue du diagramme puis se refroidir pour atteindre le stade des naines blanches;

---

<sup>4</sup>La ZAHB définit le stade évolutif où les étoiles débutent le brûlage de l'hélium à l'intérieur du coeur et sont entourées par un couche d'hydrogène inerte. Dans les modèles actuels, la ZAHB est en fait constituée de géantes rouges sur le point de déclencher le flash d'hélium (cf. Dorman *et al.*, 1991).

- les AGB-manqué : la masse de l'enveloppe d'hydrogène est relativement faible ( $M_e \leq 0.02M_\odot$ <sup>5</sup>) et ne permet pas à ces étoiles de se rendre sur l'AGB. Elles restent dans la zone plus chaude du diagramme à  $T_{eff} \geq 20000K$  (Greggio & Renzini 1990).

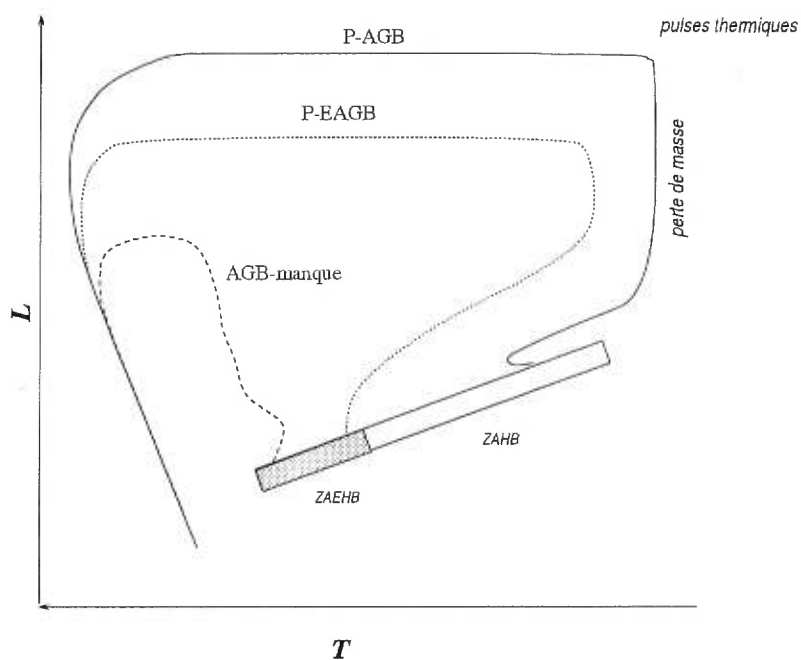


FIGURE 16. Représentation dans un diagramme température-luminosité des différentes possibilités d'évolution des étoiles de la branche horizontale (Zero Age Horizontal Branch ZAHB) et de la branche horizontale étendue (Zero Age Extended Horizontal Branch ZAEHB) (Dorman *et al.*, 1993)

Les différents paramètres contrôlant l'évolution des étoiles vers l'AGB selon Dorman *et al.* (1993) sont : la masse de l'enveloppe d'hydrogène sur la ZAHB  $M_{env}^0$ , la masse totale  $M$ , la métallicité  $Z$  et l'abondance d'hélium  $Y$ .

$M_{env}^0$  reste le paramètre clef, contrôlant la possibilité du modèle à déclencher le brûlage en couche de l'hydrogène. Pour une étoile sur la Branche Horizontale

<sup>5</sup>la masse de l'enveloppe limite dépend de façon significative de la métallicité (cf. Dorman *et al.*, 1993).

de masse  $M_{HB} \leq 1M_{\odot}$ , la température effective croît lorsque la masse initiale de l’enveloppe  $M_{env}^0$  décroît, avec comme repère le point  $M_{env}^0 = 0$  qui correspond à la séquence principale d’hélium <sup>6</sup> : en d’autres termes, les étoiles les plus chaudes sont celles qui ont les masses d’enveloppe les moins importantes. Pour que l’étoile atteigne la phase de pulses thermiques sur l’AGB il faut que  $M_{env}^{TP} = M_{env}^0 \sim 0.05M_{\odot}$ , sinon elle fera partie des objets de la EHB (définie par Dorman *et al.* comme regroupant les objets ne pouvant se rendre jusqu’aux pulses thermiques). De plus, en fonction de  $M_{env}^0$ , la masse du coeur  $M_c$  augmente plus ou moins rapidement vers la masse critique pour déclencher la fusion de l’hélium.

En comparant les chemins évolutifs calculés et l’emplacement des 3 types de sous-naines, il semble que les sdB et sdOB soient associées aux étoiles de la EHB qui ont les plus faibles masses ( $M_c \sim 0.48$ ) tandis que les sdO, elles, correspondent aux AGB-manqué et sont le résultat évolutif des sdB et sdOB. Le problème rencontré par Faulkner pour reproduire des étoiles avec une enveloppe aussi faible a depuis été repris et il semble en fait tout à fait plausible d’incorporer une perte de masse importante lors de la phase de géante rouge (D’cruz *et al.*, 1996) pour obtenir un éventail d’enveloppe de 0.003-0.02  $M_{\odot}$ .

## 2.5 Les sous-naines au niveau extragalactique

Avec l’accès à l’univers lointain offert par les satellites, l’étude des étoiles chaudes dans la population stellaire a révélé plusieurs points importants.

Initialement, l’intérêt porté aux sous-naines chaudes avait été stimulé par la découverte d’un excès d’ultraviolet dans les amas globulaires pauvres en métaux (Greenstein 1971; Greenstein & Sargent 1974; Heber *et al.*, 1986) qui pouvait être associé à ce type d’étoiles. Puis en regardant parmi les autres systèmes extragalactiques, des flux ultraviolet importants à des longueurs d’onde inférieures

---

<sup>6</sup>À ce moment là, la masse de l’étoile est égale à la masse du coeur  $M = M_c$ .

à 2000 Å ont été détectés en provenance d'amas globulaires riches en métaux (Rich, Minniti & Liebert, 1993), de l'amas ouvert NGC 6791 (Kaluzny & Udalski 1992). Mais le point le plus important est l'excès d'UV enregistré dans les galaxies elliptiques et les bulbes des galaxies spirales, excès caractérisé par une augmentation inversement proportionnelle à la longueur d'onde du flux (la pente de la branche d'UV montant est comparable à celle de la loi Rayleigh-Jeans associée à un corps noir, i.e.,  $F_\lambda \propto \lambda^{-4}$ ). Ce phénomène d'“UV upturn” ou “UVX” peut être une preuve importante quant à la population stellaire et l'évolution spectrale des galaxies. Deux courants principaux se sont distingués aujourd'hui pour comprendre ce phénomène : les étoiles jeunes en formation versus les étoiles évoluées. Ce débat est directement relié au problème du statut des galaxies elliptiques, à savoir si elles sont des nids de formation d'étoiles ou si, au contraire, elles poursuivent tranquillement leur évolution. Greggio & Renzini (1990) passent en revue les candidates susceptibles de produire un flux ultraviolet similaire, en se basant sur le théorème de “consommation de carburant” : les post-géantes rouges, les étoiles chaudes de la branche horizontale et leurs descendantes les AGB-manqué, les P-EAGB, les P-AGB. Des calculs avancés (Castellani & Tornambè 1991) ont montré que le flux UV provenant des P-AGB, même les plus efficaces, était loin de suffire pour expliquer ne serait-ce que l'excès modéré d'UV d'une galaxie elliptique. Aussi, les espoirs se sont reportés sur les autres étapes post-branche horizontale : P-EAGB (Castellani *et al.* 1992), les étoiles chaudes de la branche horizontale (Castellani *et al.* 1994), les étoiles de la branche horizontale extrême et leurs descendantes les AGB manqué (Dorman *et al.* 1995).

De ce point de vue, les sous-naines jouent un rôle important : la connaissance de leur statut évolutif, de leurs caractéristiques apporte un nouvel élément sur l'origine de l'excès d'UV et donc sur l'activité des galaxies elliptiques, du bulbe des galaxies spirales et des amas.

# CHAPITRE 3

## THÉORIE DES PULSATIONS

Ce chapitre passe en revue les différents points de la théorie rattachée aux pulsations stellaires : la caractérisation du contexte de formation d'un mode de pulsation (§3.1.2) ainsi que les mécanismes capables de produire au sein d'une étoile de telles vibrations (§3.1.3) font l'objet d'une première section. Dans une seconde partie, nous aborderons les équations physiques représentatives des modèles stellaires et la procédure suivie pour en extraire les paramètres pertinents (§3.2). Rapidement, nous exposerons la méthode numérique utilisée afin de résoudre ce cas de figure (§3.3). Et pour finir, nous nous arrêterons sur le potentiel astéroséismologique des sous-naines de type B, objets d'intérêt de ce travail (§3.4).

### 3.1 Généralités

Une étoile est un fluide continuellement en évolution et en mouvement. Afin de conserver sa configuration physique, un certain équilibre s'établit entre les différents types d'instabilités présentes : instabilités dynamique, thermique et vibrationnelle. Cette agitation interne est mesurable à travers la luminosité de l'étoile qui reflète la température interne, les vents qui éjectent de la matière, la composition chimique de l'atmosphère qui est le résultat de l'opposition entre triage gravitationnel, convection et radiation ... ou bien encore par des variations lumineuses.

Selon la structure de l'étoile, ces variations lumineuses vont être de différents

types. Le cas qui nous intéresse ici est celui des variables *pulsantes* dont les fluctuations sont en fait causées par la dualité entre les deux forces régissant la structure mécanique dans une étoile : la pression (gazeuse et radiative) et la gravité. Schématiquement, la différence de luminosité provient de la variation de température. Lorsque le rayon est maximal, la pression et la température sont minimales. L'étoile commence alors à se contracter sous l'effet de la gravité : la pression interne augmente et la température croît pour atteindre un maximum lorsque le rayon est minimal. A ce moment, c'est la pression qui devenue plus importante que la gravité va forcer l'étoile à se dilater. La configuration est de nouveau celle du rayon maximal. Ce phénomène se reproduit avec une certaine périodicité et on dit alors que l'étoile *pulse* ou bien *vibre*.

Au sens physique du terme, une pulsation est en fait une oscillation. Étant dans un système sphérique (nous en faisons l'approximation), ces oscillations peuvent être radiales ou non-radiales. Les premières correspondent au cas du ballon que l'on gonfle : tous les points de la surface sont animés d'un mouvement en phase et l'étoile voit son volume changer au cours d'un cycle de pulsation <sup>1</sup>. Dans le cas des pulsations non-radiales, la symétrie sphérique de l'étoile est brisée, dans le sens où chaque point oscille avec une phase différente de son voisin. Ainsi l'étoile conserve un volume constant mais sa surface est parsemée de monts et de creux correspondant aux multiples maxima et minima pouvant co-exister. Les oscillations non-radiales se propagent à la surface de l'étoile et sont assimilables à des zones de température différente. Il est important de garder à l'esprit cependant que ces oscillations ne se font pas qu'en surface mais prennent naissance à l'intérieur de l'étoile et qu'elles se déplacent également radialement. Elles reflètent donc directement la structure interne de l'étoile et c'est ce qui fait de l'astéroséismologie un outil unique pour sonder les intérieurs stellaires.

---

<sup>1</sup>Il est à noter que les variations de rayon sont relativement faibles mais provoquent des variations de température importantes.

### 3.1.1 Les modes de pulsation

Comme les instruments de musique, les étoiles peuvent vibrer selon différents modes d'oscillation, dits normaux, caractérisés par trois paramètres quantiques :  $l$ ,  $m$  et  $k$ . Les deux premiers correspondent respectivement au nombre d'extrema en température rencontrés le long d'un méridien, nombre quantique angulaire, et le long de l'équateur, nombre quantique azimutal.  $l$  peut être associé au nombre de lignes de noeuds ( $l \geq 0$ ) tandis que  $m$  représente le nombre d'entre elles qui passent par les pôles de vibration ( $|m| \leq l$ ) (cf. figure 18). Le nombre d'onde  $k$  quant à lui, représente le nombre de zéros de la fonction d'onde radiale, i.e. le nombre de points en partant du centre de l'étoile vers la surface où la variation de température s'annule (cf. figure 17).

Dans notre cas, la fonction d'onde associée à chaque mode explicite la variation spatiale et temporelle d'un élément de l'étoile :

$$\vec{\xi}_{klm}(r, \theta, \phi, t) = \vec{\xi}_{kl}(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega_{klm}t}. \quad (3.1)$$

$\omega_{klm}$  est la fréquence de pulsation du mode : elle dépend de façon complexe des trois nombres quantiques, du type de force de rappel (i.e. la force prédominante qui s'oppose à la force radiative) et de la structure de l'étoile.  $\vec{\xi}_{kl}(r)$  est la fonction d'onde radiale que l'on décompose en une composante radiale  $\xi_r$  et une composante tangentielle  $\xi_t$  dans un système de coordonnées sphériques :

$$\vec{\xi}_{kl}(r) = \left[ \xi_r, \xi_t \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\xi_t}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega_{klm}t}. \quad (3.2)$$

Dans l'équation 3.1,  $Y_l^m(\theta, \phi)$  est l'harmonique sphérique de degré  $l$  et d'ordre  $m$ , donnée par :

$$Y_l^m(\theta, \phi) = C_{lm} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}, \quad (3.3)$$

où les  $P_l^m(\cos \theta)$  représentent les polynômes de Legendre de degré  $l$  et d'ordre  $m$ :



$$P_l^m(x) = \frac{(a-x^2)^{m/2}}{2^l l!} \frac{d^{m+l}}{dx^{m+l}} (x^2-1)^l, \quad (3.4)$$

et où les coefficients  $C_{lm}$  sont définis par :

$$C_{lm} = (-1)^{(m+|m|)/2} \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}. \quad (3.5)$$

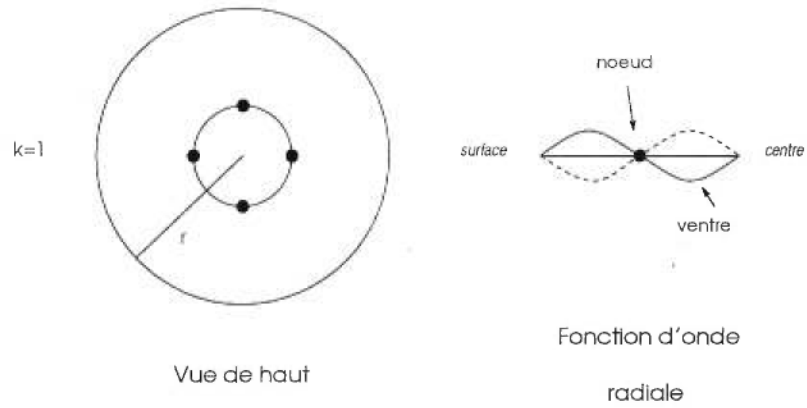


FIGURE 17. Représentation de l'ordre  $k$  d'un mode

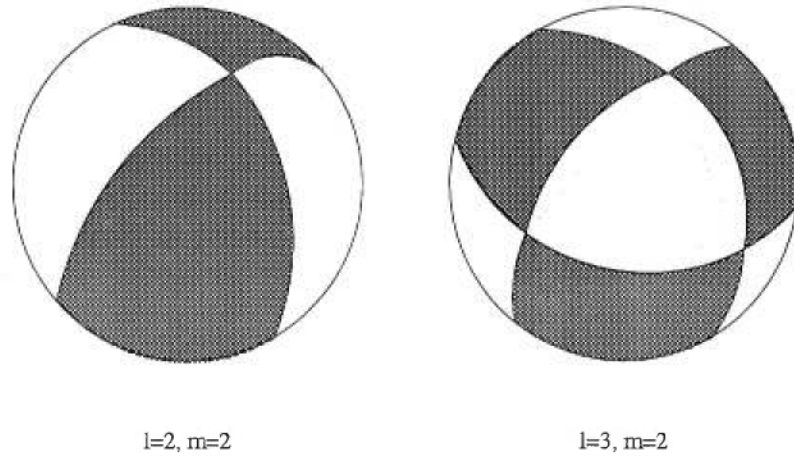


FIGURE 18. Représentation des fonctions propres pour différentes valeurs des paramètres  $l$  et  $m$

Il est à noter en regard de ces équations que les pulsations radiales sont en fait un cas particulier des pulsations non-radiales. A ce moment, la fonction d'onde  $\vec{\xi}_{klm}(r, \theta, \phi, t)$  est indépendante des angles  $\theta$  et  $\phi$ , et s'apparente au cas où  $l = m = 0$  :

$$\vec{\xi}_{klm}(r, \theta, \phi, t) = \vec{\xi}_{k0}(r) Y_0^0(\theta, \phi) e^{i\omega_{k00}t}, \quad Y_0^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}. \quad (3.6)$$

Il est important de souligner qu'en l'absence de rotation ou de champ magnétique les modes sont dégénérés : un mode d'indice  $l$  correspond à la superposition de  $2l + 1$  modes ayant la même fréquence. Si l'étoile tourne, la vitesse de rotation ainsi que l'effet dû à la force de Coriolis agissant sur chaque élément de l'étoile s'ajoutent à la vitesse de propagation et par effet Doppler, on observe  $2l + 1$  fréquences différentes : la rotation lève la dégénérescence. Un fort champ magnétique peut également lever la dégénérescence mais, cette fois, les composantes avec la même valeur absolue de  $m$  gardent la même fréquence. La signature magnétique est donc différente de celle due à la rotation. Dans le cas des sdB, le champ magnétique ne semble pas jouer un rôle déterminant, mais il pourra être pertinent de se souvenir de l'effet de la rotation qui sépare un pic dans le spectre de Fourier en  $2l + 1$  composantes (nous nous arrêterons plus longuement dans une section future, §3.2.6).

### 3.1.2 Fréquences et structure interne.

La fonction d'onde est donc directement reliée à la géométrie de l'étoile et la structure interne va modeler les vibrations. La dualité des forces en présence donne alors lieu à deux types de mode de pulsation : quand la force de rappel est la pression on parle de modes  $p$ , tandis que lorsque c'est la gravité on a des modes  $g$ . Le mode fondamental ( $k = 0$ ), nommé mode  $f$ , possède des caractéristiques intermédiaires entre les deux premiers types. La prédominance de la pression ou de la gravité comme force de rappel à des profondeurs spécifiques conduit à la

création d'un type de modes particulier. Ainsi les modes  $p$  sont générés dans les couches peu profondes propices à des variations de pression et de densité élevées. Dans le cas des modes  $g$ , au contraire, ils se localisent plus en profondeur <sup>2</sup>. En fonction des modes en présence, nous sommes à même de sonder diverses zones. Mais comment faire la distinction entre modes  $p$  et modes  $g$ ? En fait la fréquence d'oscillation d'un mode est fortement liée à l'environnement et pour déterminer son type, on compare sa fréquence à deux quantités fondamentales régissant les propriétés oscillatoires d'un milieu : la fréquence de Brunt-Väisälä  $N$  et la fréquence de Lamb  $L_l$ .

$$N^2 = g \left[ \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P_0}{dr} - \frac{d \ln \rho_0}{dr} \right], \quad (3.7)$$

$$L_l^2 = \frac{l(l+1)c_s^2}{r^2}. \quad (3.8)$$

$\Gamma_1$  est le coefficient de compressibilité adiabatique,  $\Gamma_1 = (d \ln P / d \ln \rho)_{ad}$ ;  $P_0$  et  $\rho_0$  correspondent aux distributions non perturbées de pression et de densité, et  $c_s$  est la vitesse adiabatique du son ( $c_s^2 = \Gamma_1 P / \rho$ ).

De façon plus complète, nous pouvons exprimer  $N^2$  en fonction du gradient de température  $\nabla T$  et du gradient adiabatique  $\nabla_{ad}$  :

$$N^2 = \frac{g^2 \rho}{P} \frac{\chi_T}{\chi_\rho} (\nabla_{ad} - \nabla T + B), \quad (3.9)$$

où  $B$ , nommé terme de Ledoux, traduit les effets de la composition chimique du milieu :

$$B = -\frac{1}{\chi_T} \sum_{i=1}^{N-1} \chi_{X_i} \frac{d \ln X_i}{d \ln P}, \quad \text{avec } \chi_{X_i} = \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \ln X_i} \right)_{\rho, T, \{X_{i \neq j}\}}. \quad (3.10)$$

Il est ainsi évident que la fréquence de Brunt-Väisälä est un paramètre directement représentatif de la structure interne de l'étoile puisqu'il dépend de la

---

<sup>2</sup>Ceci n'est cependant pas valable dans le cas des naines blanches dont la structure interne dégénérée ne répond pas aux équations classiques.

densité, de la composition chimique ainsi que des forces s'exerçant sur les différents éléments. Par exemple dans le cas des sdB, si nous traçons  $N$  en fonction de la profondeur <sup>3</sup> (cf. Figure 19), nous retrouvons les différentes zones caractéristiques de ce type d'objets. Le puits situé à  $\log q \sim -12$  est le reflet de la zone d'ionisation partielle  $HeII - HeIII$ , où le gradient radiatif devient plus important que le gradient adiabatique et provoque une instabilité convective. En s'enfonçant dans l'étoile, nous retrouvons également la limite coeur-enveloppe autour de  $\log q \sim -4$ , ainsi que la transition entre le noyau convectif riche en carbone/oxygène et le coeur radiatif d'hélium à  $\log q \sim -0.2$ . Au centre même ( $\log q \sim 0$ ), la chute drastique reflète encore une zone de convection. Le puits autour de  $\log q \sim -10$  est dû à la présence de fer, réservoir responsable des instabilités dans les sdB (section ultérieure).

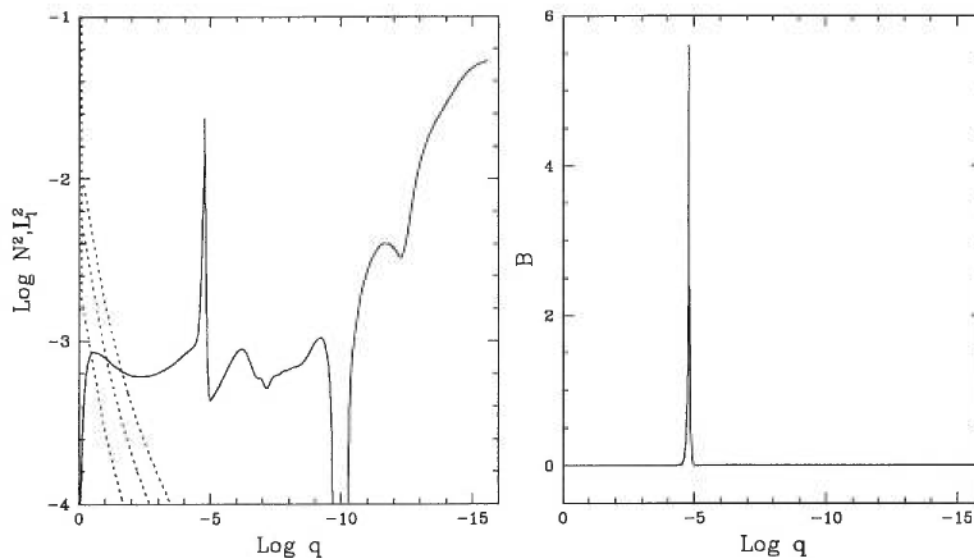


FIGURE 19. Panneau de gauche : Fréquence de Brunt-Väisälä ( $N^2$ ) et fréquence de Lamb ( $L_l^2$ ) pour  $l = 1, l = 2, l = 3$ . Panneau de droite : Terme de Ledoux (B). Ces termes sont représentés en fonction de la profondeur de l'étoile.

En rapprochant la fréquence d'un mode,  $\nu$ , à ces deux quantités, nous

<sup>3</sup> $q$  représente la fraction de masse en fonction du rayon :  $\log q = \log(1 - M_r/M_*)$ .  $\log q = 0$  au centre de l'étoile, et  $\log q \rightarrow -\infty$  à la surface.

sommes à même de déterminer sa nature : si  $\nu^2$  est supérieure à  $L_1^2$  et à  $N^2$  on a des ondes de pression, tandis que si  $\nu^2$  est inférieure à  $L_1^2$  et à  $N^2$ , on a des ondes de gravité. Toujours dans le cas des sdB, il est donc clair sur la figure 19 que les modes  $g$  seront confinés au coeur de l'étoile tandis que les modes  $p$  eux seront en surface.

### 3.1.3 Les mécanismes responsables d'oscillation

Toute pulsation n'est créée et entretenue qu'à partir d'un apport ou tout au moins d'une variation locale d'énergie. Ce sont donc des modifications dans la distribution d'énergie au sein de l'étoile qui vont être responsables de l'excitation de modes. Trois mécanismes peuvent influencer les échanges d'énergie :

- le mécanisme  $\epsilon$  : Sachant que la principale source d'énergie au coeur d'une étoile provient des réactions nucléaires et que le taux de génération dépend fortement de la température (Clayton, p. 363) :

$$r_{12} \propto N_1 N_2 e^{[-42.48(\frac{Z_1^2 Z_2^2 A}{T_6})^{1/3}]}, \quad (3.11)$$

la probabilité que l'énergie ainsi générée provoque une déstabilisation et donne lieu à des pulsations est élevée. Il est à noter cependant que ce phénomène prend place dans les couches profondes de l'étoile. Or lors de leur propagation vers l'extérieur, l'amplitude des modes va être altérée et il est peu vraisemblable qu'elle soit encore suffisante pour être détectée<sup>4</sup>. Le mécanisme  $\epsilon$  n'est donc pas le parfait candidat dans notre cas.

- le mécanisme  $\kappa$  : Dans un plasma quelconque, l'opacité  $\kappa$  diminue globalement lors d'une compression. En effet, l'augmentation de la densité va

---

<sup>4</sup>Certaines étoiles brûlent de l'hydrogène en couches dans l'enveloppe et peuvent potentiellement présenter des modes de pulsation engendrés par mécanisme  $\epsilon$ . A ce jour, cependant, aucune famille d'étoiles pulsantes n'a été expliquée en termes de ce mécanisme.

tout d'abord provoquer une augmentation de l'opacité mais elle est également accompagnée d'une augmentation de la température qui va être responsable d'une chute de  $\kappa$ . Il y a régulation naturelle de tout surplus d'énergie. Il existe cependant un cas de figure où l'opacité suit une loi de la forme  $\kappa \propto \rho^n T^{-s}$  où  $n, s \geq 0$  et où une augmentation de la densité est suivie par une augmentation de l'opacité. En fait pour une faible valeur de  $\delta T/T$  et pour un facteur  $\Gamma_3 - 1$  petit, on retrouve cette situation dans les zones d'ionisation partielle. Ces régions sont donc favorables à la création d'instabilités. Selon la profondeur de leur lieu de formation, les modes peuvent acquérir des amplitudes suffisantes pour atteindre l'extérieur de l'enveloppe et être détectés.

- le mécanisme  $\gamma$  : Lors de la compression, le degré d'ionisation associé aux zones d'ionisation partielle peut encore augmenter et il y a alors accumulation d'énergie. Cette énergie peut servir à la destabilisation des modes ou bien à l'entretien des modes existants.

Les deux derniers mécanismes sont semblables en ce qui concerne la conversion de l'énergie lors de la compression : elle n'est pas utilisée pour augmenter l'agitation thermique mais pour produire un travail mécanique directement responsable de l'énergie "pulsationnelle". Ils sont de plus indissociables et on les nomme communément par *mécanisme  $\kappa$* . Lors de la propagation de l'onde vers la surface, celle-ci va traverser des couches de composition différente qui peuvent l'amortir (damping) ou l'amplifier (driving). Pour qu'un mode parvienne jusqu'à la surface, il faut que globalement l'action des couches excitatrices soit supérieure à l'action de celles d'amortissement. La présence de différentes zones d'ionisation partielle (que ce soit à des profondeurs diverses ou associées à différents éléments) peut rendre le spectre de fréquences observable très complexe.

La figure 20 reproduit le comportement de l'opacité moyenne de Rosseland  $\kappa$  ainsi que le profil du fer dans le cas d'une sdB ( $\log g = 5.7, M_\star =$

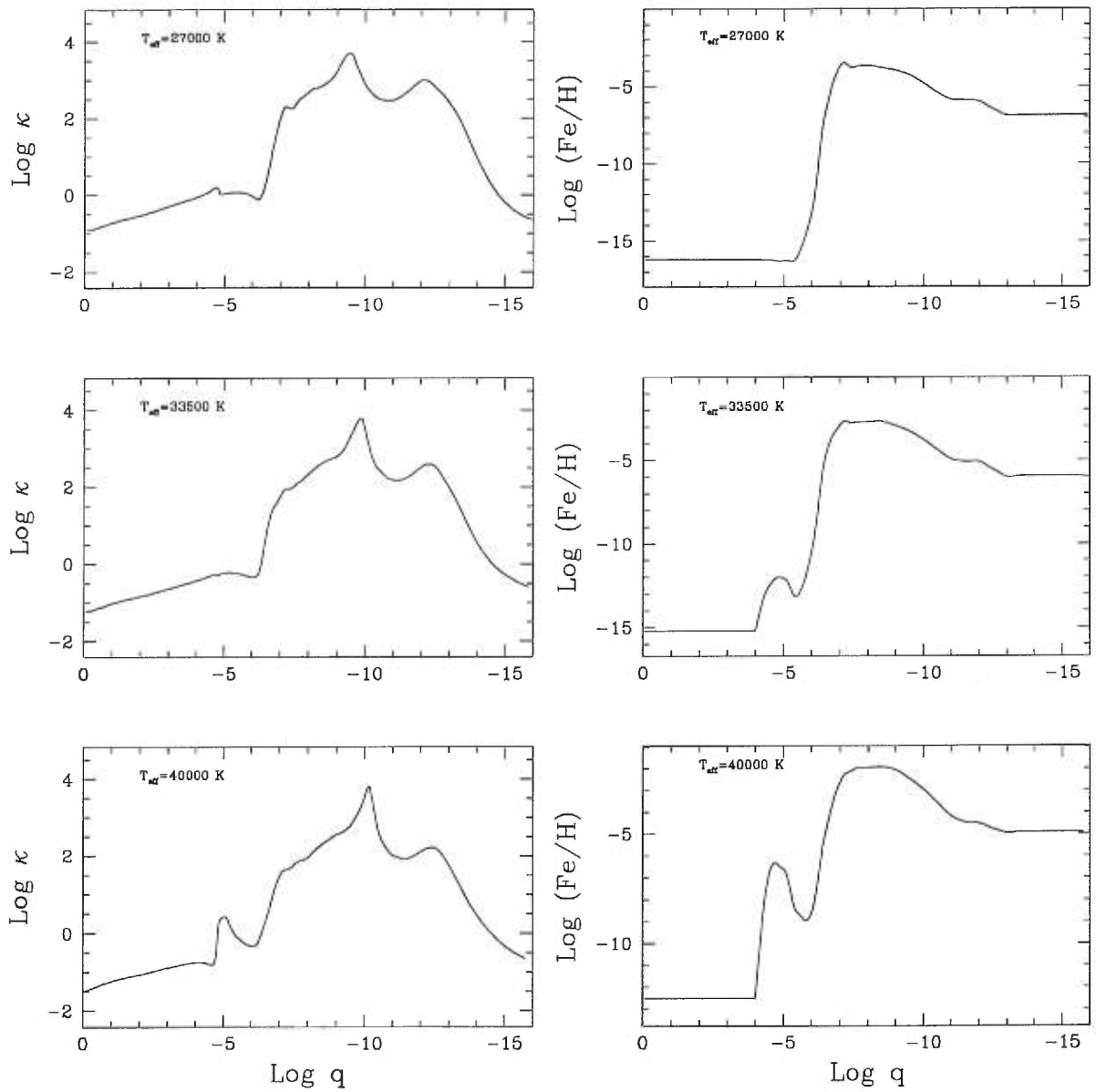


FIGURE 20. L'évolution de l'opacité moyenne de Rosseland et de l'abondance du fer en fonction de la profondeur pour plusieurs températures effectives : 27000 K, 33500K et 40000 K.

$0.48M_{\odot}$ ,  $\log M_H = -5$ ) pour différentes températures effectives (détail des modèles utilisés dans Charpinet 1998) : les variations en température induisent des changements dans le profil de ces deux quantités. D'autre part, le profil de l'opacité est particulièrement intéressant car il retrace la structure interne de l'étoile. Pour  $\log q \sim -5$ , la légère bosse est associée au changement de composition hydrogène-hélium au travers de la mince couche de brûlage d'hydrogène, tandis que l'augmentation proche de la surface ( $\log q \sim -12$ ) est connectée à la zone d'ionisation partielle  $HeII - HeIII$ . L'opacité la plus importante ( $\log q \sim -10$ ) est cependant reliée au réservoir de fer présent dans l'enveloppe et responsable des instabilités dans les sdB : la comparaison du profil du travail avec celui de l'opacité révèle une zone de driving qui coïncide avec celle où le fer est le plus abondant (cf. la section 3.4 pour plus de détails). Nous constatons que la température joue un rôle important : la quantité de fer soutenu par radiation peut être très importante, et la localisation de cette zone plus ou moins profonde, ce qui est décisif pour la propagation des instabilités jusqu'à la surface.

## 3.2 Les outils mathématiques

Passons maintenant au traitement mathématique des pulsations stellaires. Pour cela, nous allons faire la supposition que les pulsations sont en fait une perturbation, donc une faible variation, d'un modèle à l'équilibre. Cette hypothèse, justifiable par le fait que les pulsations ont de faibles amplitudes, nous permet alors d'utiliser la théorie linéaire des perturbations : en partant des équations de base de la structure stellaire nous pouvons "modéliser" une étoile pulsante.

### 3.2.1 Les équations de base

La structure mécanique d'un modèle stellaire est déterminée par les équations de conservation de la masse, de conservation de la quantité de mouvement



et par l'équation de Poisson qui spécifie le potentiel gravitationnel. Les équations de conservation de l'énergie, du transfert de chaleur, du flux, de l'énergie interne et des différentes sources d'énergie établissent la configuration thermique. Le lien entre tous ces paramètres réside dans une équation d'état et une opacité appropriées au type d'étoiles étudiées.

Les équations de base du problème sont (Cox, 1980) :

$$\text{Moment} : \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \mathcal{P} + \rho \vec{f}, \quad (3.12)$$

$$\text{Masse} : \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (3.13)$$

$$\text{Equation de Poisson} : \nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho. \quad (3.14)$$

Les différentes quantités ci-dessus correspondent à :  $\rho$  la densité,  $\vec{v}$  la vitesse du fluide,  $\mathcal{P}$  le tenseur de pression,  $\vec{f}$  la somme des forces externes par unité de masse,  $\Phi$  le potentiel gravitationnel,  $G$  la constante gravitationnelle. Dans notre cas, nous considérons que la seule force externe est la force de gravitation alors  $\vec{f} = -\vec{g} = \vec{\nabla} \Phi$ . De plus, la viscosité peut être négligée et le tenseur de pression  $\mathcal{P}$  se réduit à la pression hydrostatique  $P$ . Ainsi l'équation 3.12 devient :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} P - \rho \vec{\nabla} \Phi. \quad (3.15)$$

Et pour ce qui est de la conservation de l'énergie, nous avons :

$$\rho T \left( \frac{\partial S}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} S \right) = \rho \epsilon_N - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}, \quad (3.16)$$

où  $S$  est l'entropie,  $\epsilon_N$  le taux d'énergie nucléaire et  $\vec{F}$  le flux. On peut cependant réécrire cette équation en faisant intervenir les quantités thermodynamiques tel les coefficients d'adiabaticité  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_3$  ( $\Gamma_3 - 1 = (d \ln T / d \ln \rho)_{ad}$ ) ainsi que le gain en chaleur par unité de masse  $dq/dt$  :

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{\Gamma_1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\rho(\Gamma_3 - 1)}{P} \frac{dq}{dt}. \quad (3.17)$$

### 3.2.2 Des équations encore...

Lors de l'expression de la conservation de l'énergie, nous avons introduit le paramètre  $dq$ , le gain en chaleur. Physiquement,  $dq$  correspond au bilan entre la production de chaleur et les pertes de chaleur dues au transfert d'énergie représentées par le flux  $\vec{F}$ . Alors

$$\frac{dq}{dt} = \epsilon_N - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}. \quad (3.18)$$

$\epsilon_N$  dépend principalement de la densité du milieu, de la température et de la composition. Pour ce qui est du flux, il est régi par les différents types de transport d'énergie, à savoir la radiation, la conduction, la convection, la perte de masse etc... Généralement ce sont les deux premiers types qui sont les plus importants et les mieux compris actuellement. Par exemple, le flux radiatif est facilement calculable dans l'approximation de la diffusion :

$$\vec{F}_R = -K \vec{\nabla} T, K = \frac{4ac}{3\kappa\rho} T^3 \quad (3.19)$$

où  $a$  est la constante de densité de radiation et  $c$  la vitesse de la lumière. Il est intéressant de relever ici la présence de l'opacité  $\kappa$  : en effet nous avons vu précédemment qu'une variation de ce paramètre pouvait être à l'origine d'une modification de la production d'énergie, et inversement. Nous constatons à présent que des variations en température ou en densité sont également à même de provoquer une variation de  $\kappa$  et donc de provoquer la destabilisation de modes.

Les équations de la structure stellaire nous sont également utiles puisqu'elles représentent les variations radiales des différents paramètres que nous utilisons :

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g, \quad (3.20)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (3.21)$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon_N, \quad (3.22)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4ac} \frac{1}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}. \quad (3.23)$$

L'énergie cinétique est donnée de façon générale par :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \int_V \rho v^2 dV. \quad (3.24)$$

Plus l'énergie cinétique est faible, plus le mode a des chances d'être piégé (cf. Charpinet 1998 pour le détail du piégage des modes) en surface tandis qu'un mode dont l'énergie cinétique montre un maximum sera confiné en profondeur.

### 3.2.3 La linéarisation

Toutes ces équations mettent en place le contexte du modèle. Reste pour résoudre le système ainsi constitué, à faire quelques hypothèses :

- Les étoiles sont considérées comme étant assimilables à un système à symétrie sphérique;
- L'équilibre hydrostatique est respecté à travers l'étoile, ce qui permet de prendre des étoiles statiques, i.e.  $\vec{v}_0(\vec{r}, t) = 0$ ;
- Les temps caractéristiques de pulsation sont inférieurs aux temps caractéristiques d'évolution (le temps de Kelvin  $t_k$  et le temps de chute libre)<sup>5</sup> ce qui nous permet de considérer que la solution non perturbée est indépendante du temps;
- Les amplitudes des pulsations sont suffisamment faibles pour ne pas affecter la structure même de l'étoile et donc cette dernière peut être représentée par un modèle non perturbé.

---

<sup>5</sup>Le temps de Kelvin est le temps de relaxation dont a besoin une étoile pour atteindre l'équilibre thermique  $t_k \sim E_{th}/L$ . Le temps de chute libre est le temps caractéristique associé à l'effondrement d'un corps  $t_{ff} \sim (G\rho)^{-1/2}$

A partir de ces considérations, nous pouvons linéariser les équations de base explicitées plus haut afin de parvenir à une solution du problème. La linéarisation consiste à considérer que la solution perturbée du système peut être exprimée en fonction de la solution non perturbée, qui correspond à l'état d'équilibre du système, et d'une petite variation. Pour qu'il y ait pulsation, il faut que la solution à l'équilibre soit instable face à cette perturbation : la force de rappel entrant en jeu lors d'une perturbation est tellement forte qu'elle provoque en réaction une perturbation aussi grande mais dans le sens contraire. L'excitation se fait donc d'elle-même.

Si nous considérons un modèle statique à symétrie sphérique caractérisé par les quantités  $P_0(\vec{r}, t)$ ,  $\rho_0(\vec{r}, t)$  etc...à l'équilibre et  $P(\vec{r}, t)$ ,  $\rho(\vec{r}, t)$  etc...après la perturbation, alors chaque paramètre peut s'écrire sous la forme :

$$P(\vec{r}, t) = P_0(\vec{r}, t) + P'(\vec{r}, t), \quad (3.25)$$

où  $P'(\vec{r}, t)$  représente la perturbation Eulérienne, c'est à dire la variation prise en un même point d'observation défini par  $\vec{r}$ .

D'un autre point de vue, la description Lagrangienne d'une quantité n'associe pas à un élément un point d'observation fixe : le mouvement est décrit à l'aide de paramètres arbitraires reliés au volume ( $\vec{a}$ ). Dans ce formalisme, on suit donc le déplacement de l'élément et toute solution perturbée s'exprime :

$$\rho(\vec{a}, t) = \rho_0(\vec{a}, t) + \delta\rho(\vec{a}, t). \quad (3.26)$$

Lors de la résolution des équations de la théorie des pulsations, il peut être utile de combiner ces deux formalismes afin de simplifier les démarches mathématiques. Une relation simple permet le passage de l'un à l'autre :

$$\delta\rho = \rho' + \vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} \rho_0, \quad (3.27)$$

où  $\vec{\xi}$  est le déplacement Lagrangien ( $\vec{\xi} = \vec{r}(\vec{a}, t) - \vec{r}_0(\vec{a}, t)$ ).

Si nous appliquons ces transformations aux quantités pertinentes dans notre cas et que nous transformons les équations du problème (3.15, 3.13, 3.14, 3.16 et 3.17), nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = \rho' \frac{\vec{\nabla} P_0}{\rho_0^2} - \frac{\vec{\nabla} P'}{\rho_0} - \vec{\nabla} \Phi', \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{v}) = 0, \quad (3.29)$$

$$\vec{\nabla}^2 \Phi' = 4\pi G \rho', \quad (3.30)$$

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial}{\partial t} (S' + \vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} S_0) = (\rho_0 \epsilon_N)' - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}' \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{P_0} \frac{\partial}{\partial t} \delta P = \frac{\Gamma_{1,0}}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \delta \rho + \frac{\rho_0 (\Gamma_{3,0} - 1)}{P_0} \frac{\partial}{\partial t} \delta q. \quad (3.32)$$

Cette dernière relation est obtenue en faisant l'hypothèse que le mouvement des éléments de volume est isentropique, i.e. qu'il n'y a pas d'échanges de chaleur avec l'extérieur.

L'équation 3.29 peut être intégrée pour plus de commodité, en prenant comme condition limite  $\vec{\xi} = 0$ ,  $\rho' = 0$ , alors :

$$\rho' + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{\xi}) = 0. \quad (3.33)$$

### 3.2.4 Résolution

Maintenant que nous avons tous les outils initiaux, il nous reste à voir la méthode de résolution en tant que telle. En se plaçant dans un système à symétrie sphérique, les paramètres du problème peuvent être décomposés sous la forme :

$$f'(\vec{r}, t) = f'(r)g(\theta, \phi)Z(t). \quad (3.34)$$

En remplaçant dans les différentes équations, nous constatons que :

- toutes les variables ont la même composante  $Z(t)$ ;

- $\frac{\partial^2 Z(t)}{\partial t^2} \propto Z(t)$  et donc que l'on peut écrire  $Z(t) = e^{\pm i\omega t}$ ;
- $\vec{\nabla}^2 g \propto g$ , équation qui a pour solution les harmoniques sphériques  $Y_l^m(\theta, \phi)$  vues au paragraphe §3.1.1.

Nous parvenons finalement à la forme :

$$f'(\vec{r}, t) = f'(r)Y_l^m(\theta, \phi)e^{\pm i\omega t}. \quad (3.35)$$

Alors en décomposant les variables  $\vec{\xi}$ ,  $P'$ ,  $\phi'$ ,  $T'$  et en les insérant dans les équations 3.28, 3.30, 3.31 et 3.33, nous aboutissons à :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{\rho c^2} P' + (N^2 - \omega^2) \xi_r + \frac{d\phi'}{dr} = g \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S, \quad (3.36)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \xi_r) + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \xi_r + \left(1 - \frac{L_l^2}{\omega^2}\right) \frac{P'}{\rho c^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \phi' = \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S, \quad (3.37)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\phi'}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\rho c^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right) = -4\pi G \nabla_{ad} \frac{\rho^2 T}{P} \delta S, \quad (3.38)$$

$$i\omega \rho T \delta S = (\rho \epsilon_N)' - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 F'_r) - \frac{l(l+1)}{r^2} (KT'). \quad (3.39)$$

De plus le flux radiatif nous donne un élément supplémentaire :

$$\vec{F}' = -K_0 \vec{\nabla} T' - K' \vec{\nabla} T_0, \quad (3.40)$$

ce qui donne dans la direction radiale :

$$F'_r = -K \frac{dT'}{dr} - K' \frac{dT}{dr}. \quad (3.41)$$

Dans le cas adiabatique, cas le plus simple, les termes comportant  $\delta S$  s'annulent. Un choix de nouvelles variables adéquates ainsi que la définition de nouveaux paramètres permettent de simplifier les différentes expressions (Dziembowski, 1971) :

$$y_1 = \frac{\xi_r}{r}, \quad y_2 = \frac{1}{gr} \left( \frac{P'}{\rho} + \Phi' \right), \quad y_3 = \frac{1}{gr} \Phi', \quad y_4 = \frac{1}{g} \frac{d\Phi'}{dr}, \quad (3.42)$$

$$C_1 = \left(\frac{r}{R_*}\right)^3 \frac{M_*}{M_r}, \quad \Omega^2 = \frac{\omega^2 R_*^3}{GM_*}, \quad (3.43)$$

où  $R_*$  et  $M_*$  correspondent respectivement au rayon et à la masse de l'étoile;  $M_r$  est la masse comprise à l'intérieur d'un rayon  $r$ .  $\Omega$  représente en fait une fréquence angulaire sans dimension,  $\omega$  étant la fréquence angulaire du système.

$$U = \frac{d \ln M_r}{d \ln r}, \quad V = -\frac{d \ln P}{d \ln r} = \frac{gr\rho}{P}, \quad (3.44)$$

$$A = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dr} - \frac{1}{\Gamma_1 P_0} \frac{dP}{dr}. \quad (3.45)$$

Ce dernier paramètre joue un rôle particulier car il caractérise l'instabilité du système face à la convection locale et peut être relié directement à la fréquence de Brunt-Väisälä  $N$  ( $N^2 = -Ag$ ). Si  $A > 0$ , alors le système est instable.

En transformant les équations 3.33, 3.28, 3.30, respectivement, nous aboutissons à un système de 4 équations différentielles du premier ordre :

$$r \frac{dy_1}{dr} = \left(\frac{V}{\Gamma_1} - 3\right) y_1 + \left[\frac{l(l+1)}{C_1 \Omega^2} - \frac{V}{\Gamma_1}\right] y_2 + \frac{V}{\Gamma_1} y_3, \quad (3.46)$$

$$r \frac{dy_2}{dr} = (C_1 \Omega^2 + Ar) y_1 + (1 - U - Ar) y_2 + Ar y_3, \quad (3.47)$$

$$r \frac{dy_3}{dr} = (1 - U) y_3 + y_4, \quad (3.48)$$

$$r \frac{dy_4}{dr} = -U Ar y_1 + \frac{UV}{\Gamma_1} y_2 + \left[l(l+1) - \frac{UV}{\Gamma_1}\right] y_3 - U y_4, \quad (3.49)$$

dont les conditions aux limites sont :

- à la surface : Ne pouvant définir la surface de l'étoile comme étant l'endroit où la pression et la densité s'annulent (ce n'est *jamais* vérifié dans un modèle réaliste), il nous faut plutôt considérer le fait qu'à la surface, la quantité  $\delta P/P$  doit être finie. De plus, le potentiel  $\Phi'$  doit être continu à travers la surface. Ce qui nous amène à :

$$\left(1 - \frac{4 + C_1 \Omega^2}{V}\right) y_1 + \left[\frac{l(l+1)}{C_1 \Omega^2 V} - 1\right] y_2 + \left(1 - \frac{l+1}{V}\right) y_3 = 0 \Big|_{sur\ face}, \quad (3.50)$$

$$Uy_1 + (l+1)y_3 + y_4 = 0 \Big|_{surface}. \quad (3.51)$$

- au centre : Toutes les quantités physiques ont une valeur finie. En réécrivant les équations 3.46-3.49 pour  $r = 0$ , nous obtenons deux conditions supplémentaires :

$$C_1\Omega^2y_1 - ly_2 = 0 \Big|_{centre}, \quad (3.52)$$

$$ly_3 - y_4 = 0 \Big|_{centre}. \quad (3.53)$$

La cinquième condition est donnée par la normalisation des fonctions propres, le système d'équations étant homogène :

$$y_1^2 + y_2^2 = 1 \Big|_{surface}. \quad (3.54)$$

La dernière étape consiste à trouver les valeurs propres au système formé par les équations de pulsation que nous venons d'établir. Pour cela, le principe variationnel (Lynden-Bell & Ostriker, 1967) nous permet de combiner les 4 équations pour en obtenir l'équation d'onde linéarisée qui est de la forme :

$$-\omega^2\vec{\xi} + 2i\omega\mathcal{M}\vec{\xi} + \mathcal{M}^2\vec{\xi} = -\frac{1}{\rho}(\mathcal{P} + \mathcal{G})\vec{\xi}, \quad (3.55)$$

où  $\mathcal{M}$  est un opérateur linéaire défini par  $\mathcal{M} = \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla}$ , les opérateurs linéaires  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{G}$  sont rattachés respectivement aux variations de pression et de gravité.

### 3.2.5 Le cas non-adiabatique

Les calculs adiabatiques sont intéressants pour évaluer les modes pouvant exister dans une étoile (leur fréquence, leur lieu de formation), mais ne contribuent pas à l'étude de leur évolution dans le temps, i.e. l'étude de leur stabilité (ou instabilité). Car outre le fait de savoir si une variation locale de l'énergie va engendrer des pulsations, il est encore plus important de connaître leur dynamique : en fonction de l'influence des couches environnantes, il peut y avoir



amortissement (damping) ou amplification (driving) des modes. La dépendance entre la structure mécanique et thermique de l'étoile ne peut plus être négligée : les échanges d'énergie présents lors de la propagation des modes entrent implicitement en jeu. Comment savoir si une région va accroître ou réduire l'amplitude d'un mode ? En fait, les effets non-adiabatiques sont assimilables à un déphasage entre les maxima de pression et de densité. Par exemple, s'il y a gain local d'énergie ( $dq/dt > 0$ ), la pression  $P$  atteint son maximum *après* la densité  $\rho$  : le mode est alors amplifié<sup>6</sup>. Dans le cas contraire, la région amortit la variation. Du point de vue mécanique, si le travail total effectué au cours d'un cycle de pulsation,  $W$  :

$$W = \int_0^M \frac{dW}{dM_r} dM_r, \quad \text{où} \quad \frac{dW}{dM_r} = \oint T \frac{dS}{dt} dt, \quad (3.56)$$

est positif, il y a alors instabilité et on aura une zone de driving. Inversement si  $W < 0$ , on aura du damping et le mode sera stable. La stabilité d'un mode est évaluée à partir du temps caractéristique de décroissance de l'amplitude de pulsation  $\tau_d$  défini par :

$$\frac{1}{\tau_d} = -\frac{1}{2} \frac{\langle dW/dt \rangle}{\langle \delta\psi \rangle}, \quad (3.57)$$

$\delta\psi$  est l'énergie totale de la pulsation sur toute l'étoile. Les  $\langle \rangle$  symbolisent la moyenne sur un cycle de pulsation de période  $\Pi$ . On parle aussi de *coefficient de stabilité*  $k = 1/\tau_d$  (à ne pas confondre avec l'ordre d'un mode  $k$ ) : la stabilité implique que  $k > 0$  tandis que  $k < 0$  signifie qu'il y a instabilité.

Si nous revenons aux équations représentant le système, la dépendance des variations lagrangiennes avec le temps s'exprime alors comme  $e^{i\sigma t}$  où  $\sigma = \pm\omega + ik$  ( $k$  et  $\omega$  sont des réels). L'équation de conservation de l'énergie 3.16 peut être réécrite :

$$i\sigma\rho T\delta S = (\rho\epsilon_N)' - \frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 F_r')}{dr} - \frac{l(l+1)}{r^2} \frac{4acT^3}{3\kappa\rho} T'. \quad (3.58)$$

---

<sup>6</sup>Analogie avec la balançoire faite par Cox, 1980.

Le système à résoudre est alors composé de 6 équations complexes avec des conditions aux frontières semblables à celles exposées pour le cas adiabatique.

Le but de ce chapitre n'étant pas de redémontrer la théorie des pulsations dans sa globalité, nous proposons aux lecteurs intéressés de consulter les deux ouvrages de référence dans le domaine de l'astéroséismologie : Cox (1980) et Unno, Osaki, Ando, Shibahashi (1989).

### 3.2.6 L'effet de la rotation

Jusqu'à maintenant nous avons fait l'hypothèse que  $\vec{v}_0 = 0$ . Mais que se passe-t'il si nous considérons maintenant l'effet de la rotation dans notre système?

Nous avons vu précédemment que les modes de pulsation dans une étoile sans rotation étaient en fait dégénérés  $2l + 1$  fois, ce qui mathématiquement s'exprime par le fait que le paramètre azimutal des harmoniques sphériques  $m$  n'apparaît pas dans les équations linéaires du système. Mais dans une étoile en rotation, cette dégénérescence est levée : les modes sont alors séparés et au lieu d'observer une seule fréquence, il apparaît  $2l + 1$  "sous-fréquences" dont les valeurs sont centrées sur la fréquence du mode caractérisé par  $m = 0$ . Considérons la fréquence angulaire d'un mode  $\omega$  comme la somme de la fréquence du système sans rotation  $\omega_0$  et d'une perturbation  $\omega'$  :

$$\omega = \omega_0 + \omega'. \quad (3.59)$$

En utilisant l'équation linéaire 3.55,  $\omega'$  devient :

$$\omega' = i\omega \frac{\int_V \vec{\xi}^* \cdot \mathcal{M} \vec{\xi} \rho dV}{\int_V \vec{\xi}^* \cdot \vec{\xi} \rho dV}. \quad (3.60)$$

Alors si le vecteur vitesse est de la forme  $v_{rot}^{\vec{r}} = (0, 0, \Omega R \sin\theta) = \vec{\Omega} \times \vec{r}$ ,  $\omega'$  peut être défini comme :

$$\omega' = -m\Omega(1 - C_{rot}), \quad (3.61)$$

où  $C_{rot}$  est un coefficient de rotation dépendant des fonctions radiale  $\xi_r$  et tangentielle  $\xi_t$  du déplacement Lagrangien :

$$C_{rot} = \frac{\int_0^R (2\xi_r \xi_t + \xi_t^2) \rho r^2 dr}{\int_0^R (\xi_r^2 + l(l+1)\xi_t^2) \rho r^2 dr}. \quad (3.62)$$

La variation entre deux fréquences pour  $k$  et  $l$  donnés est définie alors par :

$$\Delta\omega = \Omega(1 - C_{rot}). \quad (3.63)$$

Il est ainsi possible à partir des observations (mesure de  $\Delta\omega$ ) de déterminer la vitesse de rotation angulaire d'une étoile.

Il est à noter cependant que les pics secondaires ne sont pas nécessairement visibles et ce pour deux raisons principales. D'une part, il se peut que leur amplitude soit trop faible et donc indifférenciable du bruit. D'autre part, dépendamment de l'angle d'inclinaison entre la ligne de visée et l'axe des pulsations, l'amplitude des modes principaux et/ou secondaires sera très fortement réduite (par exemple si  $i = 90^\circ$  : pour  $m = 0$ , les variations se moyennent sur le disque de l'étoile qui nous est accessible et donc le mode central n'est pas détectable. Par contre les modes correspondant à  $m = \pm 1$  auront des amplitudes maximales, cf. figure 21. On aura inversement absence des modes secondaires et prédominance du mode central pour  $i = 0^\circ$ ). Donc, il faut être prudent car l'écart détecté entre deux pics n'est pas nécessairement l'écart entre les modes  $m = 0$  et  $m = \pm 1$  mais peut correspondre à l'intervalle entre les modes  $m = +1$  et  $m = -1$ , par exemple.

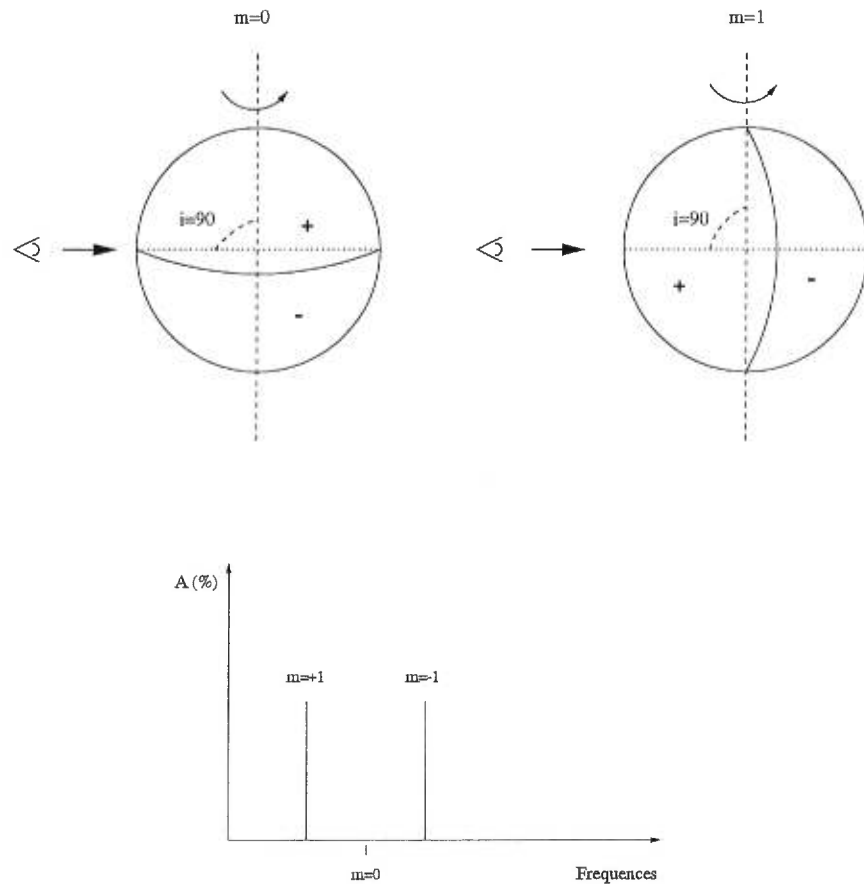


FIGURE 21. Configuration du système pour un mode  $l = 1$  et ses composantes  $m = 0, \pm 1$  avec un angle d'inclinaison entre la ligne de visée et l'axe de rotation de  $90^\circ$ , et la transformée de fourier résultante.

### 3.3 Méthode numérique

La résolution numérique du système adiabatique a été entreprise par Pierre Brassard à l'Université de Montréal dans le cadre des pulsations dans les naines blanches de type DA. Cependant les équations que nous venons de passer en revue sont valables pour toutes sortes d'étoiles <sup>7</sup>. La méthode de résolution en tant que

<sup>7</sup>La distinction entre les différents types d'étoiles vient de l'équation d'état qui permet d'évaluer les populations atomiques entrant en jeu dans le calcul de l'opacité.

telle est détaillée dans Brassard *et al.*(1992c). Elle est basée sur les éléments finis de Galerkin et s'avère très efficace pour résoudre le genre de système auquel nous avons à faire. Elle propose de représenter les solutions d'une équation simple de la forme  $y'(x) = f(x)y(x)$  avec  $y(a) = y_0$ , par une combinaison linéaire de fonctions indépendantes choisies dans un espace approprié :

$$\tilde{y}^{(j)}(x) = \sum_{i=1}^N c_{ji} \Phi_i^{(j)}(x), \quad (3.64)$$

où les  $\Phi_i^{(j)}(x)$  sont des polynômes de degré  $N-1$ . La détermination des coefficients  $c_{ji}$  est réalisée en minimisant le résidu  $R(x, c_{ji})$ , par orthogonalisation avec la base des  $\{\Phi_i^{(j)}(x)\}$ .

$$R(x, c_{ji}) = \tilde{y}'(x) - f(x)\tilde{y}(x). \quad (3.65)$$

La valeur de  $R(x, c_{ji})$  impose le choix du degré de la série à prendre pour chaque  $\tilde{y}^{(j)}(x)$ .

Les différentes étapes de la résolution sont : 1-lecture du modèle d'étoile proposé (stratification en température, densité, pression) et calcul des quantités sans dimension redéfinies (U,V,A etc...); 2-recherche d'un pas d'incrément idéal : les discontinuités de la fréquence de Brunt- Väisälä ainsi que les particularités physiques associées aux changements de composition peuvent être à l'origine de problèmes de convergence. Le choix adéquat d'un incrément permet de faciliter le bon fonctionnement du code; 3-résolution du système de 4 équations : l'utilisateur donne un intervalle en périodes à l'intérieur duquel on s'attend à trouver des pulsations ainsi qu'un incrément (pour les sdB, nous le fixons à 80-1500 s avec un pas de 1.0 s). Les périodes ainsi définies servent de premières solutions. Le système est résolu une première fois en ne tenant compte que de deux conditions limites, la troisième servant de test. Le code réitère cette opération tant que le discriminant de la fonction n'est pas nul; 4-une fois  $\vec{\xi}$  déterminé, on résout l'équation linéaire 3.55 et on détermine les valeurs propres  $\omega_{klm}$ . Reste à calculer les quantités pertinentes telles l'énergie cinétique (éq. 3.32) qui nous donne un indice quant à la consommation en énergie des modes les uns par rapport aux

autres, ou comme le coefficient de rotation  $C_{rot}$  (éq. 3.62) susceptible de nous fournir la vitesse de rotation de l'étoile.

Ces opérations sont répétées pour les différentes valeurs de  $l$  désirées.

La seconde phase de la résolution, i.e. la phase non-adiabatique, a été entreprise avec le code de pulsations non-adiabatiques développé par Fontaine *et al.* (1994) et Brassard *et al.* (1996), qui se base en fait sur les travaux antérieurs de Brassard *et al.* (1992a,b,c) dans le cas adiabatique. Les solutions trouvées lors de l'étape précédente servent de solutions initiales et, par itération, le code détermine les vraies valeurs propres du système. Cette méthode analytique étant très générale, il est facile de l'adapter aux 6 équations différentielles complexes. Différents tests ont été faits pour maximiser le nombre d'enveloppes, d'éléments et ainsi que la forme de la fonction d'interpolation. Pour finir, le travail  $W$  (éq. 3.56) est calculé afin de spécifier la stabilité des modes.

La fiabilité et l'efficacité de cette analyse numérique ont été testées dans le cadre des ZZ Ceti et elle s'est avérée un outil performant dans le domaine de l'astéroséismologie.

### 3.4 Pulsations dans les sdB

Maintenant que nous avons exposé la théorie reliée aux problèmes des pulsations non-radiales dans les étoiles et la méthode utilisée pour la résoudre, nous allons aborder le cas spécifique des objets qui nous intéressent ici : les sous-naines de type B. Pour ce faire, il faut coupler à ces équations celles de la configuration interne propre aux sdB : c'est à dire définir les distributions de densité, pression, composition chimique...et autres paramètres rattachés à leur structure. Cette étape est réalisée par l'intermédiaire de modèles : à partir d'étoiles de la ZAHB couvrant une gamme de masses de l'enveloppe <sup>8</sup> représentatives des sdB

---

<sup>8</sup>Nous rappelons ici que  $M_{env}$  joue un rôle majeur dans l'évolution d'une sdB.

( $M_{env} = 0.0001 - 0.0042M_{\odot}$ ), Dorman (1992b, 1992a) et Dorman *et al.* (1993) sont capables de produire des séquences évolutives reproduisant la distribution actuelle de sdB observées (cf. figure de Charpinet *et al.* 1997). Les principaux facteurs intervenant dans la résolution des équations de structure stellaire et qui ont été utilisés ici sont :

- L'équation d'état décrivant le comportement d'un gaz parfait arbitrairement relativiste et/ou dégénéré est celle de Eggleton *et al.* (1973). Comparativement aux équations classiques, elle prend en compte les effets dus à l'ionisation par pression en modifiant le potentiel d'ionisation de chaque espèce atomique selon la densité du gaz. Les effets non-idéaux introduits par la combustion de l'hélium en carbone et oxygène peuvent avoir des conséquences non négligeables sur le comportement du gaz lors de stades avancés de l'évolution. Ils ne sont cependant pas pris en compte présentement faute de développements suffisamment poussés.
- Les opacités radiatives sont tirées des opacités OPAL (Rogers & Iglesias, 1992) et calculées pour un mélange solaire.
- Les opacités conductives sont extraites de Itoh *et al.* (1983).
- Les taux de réactions nucléaires sont déterminés à partir des tables de Caughlan & Fowler (1988) pour la chaîne triple- $\alpha$  ainsi que pour la combustion de l'hydrogène.
- La composition de l'enveloppe a été choisie de façon à reproduire les étoiles du champ, i.e. des étoiles ayant une composition solaire :  $Y = 0.29911$  et  $Z = 0.017178$ .

Stéphane Charpinet de l'Université de Montréal a exploré le potentiel astéroséismologique des sdB en combinant modèles évolutifs et théorie des pulsations. La première étape fut de sonder le spectre de périodes accessibles aux méthodes

observationnelles (i.e. la photométrie rapide) : il en résulte que les sdB semblent à même de développer un grand nombre de modes radiaux et non-radiaux d'ordre radial  $k$  faible. Les périodes associées aux modes de type  $p$  (et  $f$ ) sont inférieures à 400 s tandis que celles de modes  $g$  sont supérieures. De plus, une analyse du comportement de l'énergie cinétique de chaque mode permet de mettre en évidence la zone de formation des différents types : les modes  $p$  sont associés à l'enveloppe tandis que les modes  $g$  se propagent, eux, dans les couches beaucoup plus profondes. On retrouve ici le cas de figure des pulsations dans les étoiles non-dégénérées. Cependant le phénomène de piégage et de confinement des modes  $g$  relevé dans le cas des naines blanches a été également mis en évidence : la zone de transition He/H influence l'amplitude des modes et affecte leur propagation. Ainsi les modes  $g$  dans les sdB peuvent également être confinés dans les couches profondes (énergie maximale) ou piégés en surface (énergie minimale). Ce phénomène n'affecte pas les modes  $p$  dont l'amplitude est beaucoup trop faible une fois parvenue à la hauteur de la zone de transition.

Il reste à mettre en évidence si les modes pouvant exister dans ce type d'étoiles sont stables ou non. Pour cela, comme nous l'avons déjà vu précédemment, il faut définir quel type de mécanisme peut être à l'origine d'une instabilité et faire intervenir la théorie non-adiabatique. Le premier essai fut inspiré des étoiles pulsantes connues aujourd'hui : que ce soit pour les naines blanches pulsantes de type DB, les RR-Lyrae ou les Céphéïdes, la zone d'ionisation partielle  $HeII/HeIII$  est responsable de l'excitation des modes. Une telle zone étant également présente dans la structure des sdB, Charpinet *et al.* (1996) concentrèrent leurs efforts sur cette solution : cependant, leur principale conclusion est que dans le cas des SdB, une telle zone ne joue pas le rôle d'amplificatrice souhaité. En effet l'intégrand du travail en fonction de la profondeur reste nul aux alentours de la zone d'ionisation partielle  $HeII/HeIII$  alors qu'une instabilité serait caractérisée par un pic positif. En se penchant sur l'allure de l'opacité en fonction de la profondeur, ils constatent une seconde bosse d'opacité reliée à l'ionisation d'élé-



ments plus lourds à  $\log q \sim -9.2$  (cf. leur Fig. 1 et la figure 20). L'augmentation de l'opacité peut alors être responsable de l'excitation des modes par l'intermédiaire du mécanisme- $\kappa$  : dans ce cas-ci, il est associé à une variation de l'opacité nommée "Z-bump" car reliée aux éléments lourds (Cox *et al.*, 1992; Moskalik & Dziembowski, 1992; Dziembowski & Pamiatnykh, 1993; Gautschy & Saio, 1993.).

Nous avons vu dans la section §3.1.2 que les sdB présentaient des anomalies d'abondance résultant de la compétition entre le triage gravitationnel, la lévitation radiative et de vents stellaires (Michaud *et al.*, 1985, 1989; Heber, 1987; Bergeron *et al.*, 1988) : il est donc tout à fait plausible d'imaginer un enrichissement de certains éléments dans la zone de conduction à l'origine de l'instabilité. Fontaine & Chayer (1996) ont obtenu de nouvelles distributions de métaux dans des modèles de sdB : ils déterminent entre autre que le fer, dont la contribution à l'opacité est importante, peut être maintenu dans l'atmosphère par lévitation radiative (cf. Fig. 1 de Charpinet *et al.*, 1997). Il est donc possible de retrouver des surabondances locales. Le calcul des nouvelles opacités montre alors un pic encore plus important dans les zones externes (cf. Fig. 1 de Charpinet *et al.*, 1997).

Un grand nombre de modes radiaux et non-radiaux de faible  $k$  sont alors excités dans les modèles de température  $29000K \leq T_{eff} \leq 36500K$ . Pour les étoiles les plus froides, la lévitation radiative n'est pas assez active et ne permet pas le maintien dans l'enveloppe de suffisamment de fer pour contribuer au driving. En augmentant la température, la bosse d'opacité reliée au fer augmente en intensité et se rapproche de la surface facilitant le déclenchement des instabilités. Au delà d'une certaine température, la surabondance de fer n'affecte plus son environnement de densité trop faible.

En explorant l'espace des paramètres  $T_{eff}$  et  $\log g$  dans l'intervalle de périodes 80-280 s, Fontaine *et al.* (1998b) relèvent plusieurs points :

- En faisant varier la température effective (cf. leur Fig. 2), ils constatent que les modes  $p$  ne semblent pas très sensibles à ce facteur, contrairement aux modes  $g$  et  $f$ . La principale tendance est toutefois une augmentation des périodes lors d'une diminution de la température. Donc plus l'étoile est *froide* plus la fréquence de pulsation est *faible*.
- En prenant cette fois comme paramètre libre la gravité (cf. leur Fig. 3), il ressort que la variation en période est beaucoup plus nette pour les modes  $p$  et qu'ils peuvent être excités sur un large intervalle. Ce phénomène n'est pas surprenant dans la mesure où faire varier la gravité revient à modifier la structure mécanique. Pour un mode donné ( $l$  et  $k$  définis) la période augmente rapidement lorsque la gravité diminue. Donc les étoiles de plus *faible gravité* devraient montrer les périodes les plus *longues*. Il apparaît de plus qu'à faible gravité, le coefficient d'instabilité est plus important : les étoiles de *faible gravité* devraient montrer des pulsations d'amplitudes plus *importantes*.
- L'étude de la stabilité montre que seuls des modes  $p$  devraient être observés dans les sdB : en effet tous les modes  $g$  sont stables. Ceci s'explique facilement par le fait qu'ils se propagent dans les profondeurs de l'étoile, en dessous de la zone de conduction. Les modes instables semblent définir une bande d'instabilité en température dans l'intervalle  $27000 K \leq T_{eff} \leq 39000 K$ .

Les avancées faites récemment dans cette nouvelle branche de l'astéroséismologie sont très encourageantes : en effet, grâce à la modélisation nous avons pu entreprendre la recherche d'un nouveau type d'étoiles pulsantes. Les travaux réalisés par Charpinet *et al.* et Fontaine *et al.* nous donnaient les bases nécessaires à la sélection d'objets pertinents ainsi qu'une bonne idée de ce que nous devons chercher : des périodes inférieures à 1000 s. Dans la section qui suit, nous présentons les résultats du programme d'observation entrepris ainsi que la découverte

de quatre sdB pulsantes : PG 1047+003, KPD 2109+4401, KPD 1930+2752 et PG 0014+067.

## CHAPITRE 4

### Recherche de sdB pulsantes

L'exploration du potentiel astéroséismologique des sous-naines de type B faite par Stéphane Charpinet fournissait des bases solides à la mise en place d'un programme d'observations de recherche de sdB pulsantes, recherche que nous avons débuté en mai 1996.

Les premiers résultats théoriques furent présentés à l'occasion du 10th European Workshop on White Dwarfs, à Blanès (Espagne) en juin 1996. Parallèlement, le groupe du South African Astronomical Observatory (SAAO) annonçait l'observation fortuite de la variabilité de sous-naines de type B.

#### 4.1 Découverte du groupe du SAAO : EC 14026-2647

Le groupe du SAAO a mis en place le Edinburgh-Cape (EC) Blue Object Survey afin de répertorier les objets bleus présents dans l'hémisphère sud : de nombreux nouveaux objets tels des sous-naines chaudes, des naines blanches, des variables cataclysmiques, des étoiles de la branche horizontale ont été découverts. Certains d'entre eux, possédant un potentiel intéressant, ont été observés plus en détail, amenant le groupe du SAAO à découvrir, entre autres, de nouvelles ZZ Ceti (Stobie *et al.*, 1993, 1995). Parmi ces objets, EC 14026-2647 attira l'attention du groupe.

Lors de la classification spectrale rapide faite au télescope, EC 14026-2647 a été cataloguée comme étoile de type F/G à cause de la présence de la raie de

*CaII* et de la bande *G* dans son spectre. Cependant, la photométrie obtenue ne correspondait pas à la classification spectrale déterminée [ $V = 15.28$ ,  $(B - V) = +0.15$ ,  $(U - B) = -0.84$ ] : l'étoile est beaucoup trop bleue pour être de type F ou G. Un nouveau spectre de meilleure qualité a permis de reclasser EC 14026-2647 de façon raisonnable comme une DAZ (les raies de Balmer de EC 14026-2647 sont comparables en intensité à celles des naines blanches froides). Il reste cependant que la valeur de l'indice  $(U - B)$  laisse à penser que c'est un objet plus chaud. La valeur de son indice  $(B - V)$  la plaçant à la limite de la bande d'instabilité des ZZ Ceti ( $+0.15 \leq (B - V) \leq +0.25$ ), le groupe du SAAO réalise des mesures en photométrie rapide de cet objet. L'analyse en transformée de Fourier révèle la présence d'un pic à 144 s. Il semble donc que EC 14026-2647 soit une ZZ Ceti. Les ZZ Ceti montrent des périodes de pulsation comprises entre  $\sim 110$  s et  $\sim 1200$  s, ce qui n'est pas incompatible avec la période relevée dans EC 14026-2647. Cependant la classification en DAZ de EC 14026-2647 est de nouveau mise en doute par un nouveau spectre montrant les raies de la série de Balmer jusqu'à  $n = 12$  : cet objet ne peut être une naine blanche car les effets de pression dans l'atmosphère d'une telle étoile empêche la formation des raies élevées dans la série de Balmer. Il s'avère en fait que les raies observées sont le résultat de la présence d'une sdB et d'une étoile de type F ou G. Ainsi, alors que le groupe du SAAO pensait avoir découvert une nouvelle ZZ Ceti, c'est en fait une nouvelle classe d'étoiles variables qui était mise à jour : la classe des sdB pulsantes.

Lors de la conférence à Blanès, le SAAO révéla l'existence de 4 sdB pulsantes (EC 14026-2647, PB 8783, EC 10228-0905, EC 20117-4014), venant ainsi confirmer les résultats théoriques de Stéphane Charpinet et nous encourageant à poursuivre notre programme dans l'hémisphère nord.

Le groupe du SAAO a bien entendu poursuivi son investigation et a permis la découverte à ce jour de 11 sdB pulsantes. Il est à noter cependant que leur procédure de sélection des candidates ne se base que sur un critère visuel : la magnitude. Ils ont donc observé systématiquement toutes les sdB raisonnablement brillantes à

partir des télescopes à leur disposition (1m et 0.5 m du SAAO à Sutherland, 0.75 m de l'Université de Cape Town, 1m du Cerro Tololo InterAmerican Observatory, 2.1m et 0.9m du Mc Donald Observatory) à l'aide de photomètres classiques ou munis de CCD. Cette démarche, qui reste couteuse en temps, ne fut réalisable que par l'accès aisé du SAAO à de nombreux télescopes.

## 4.2 Mise en place de notre programme de recherche

Parallèlement au travail des Sud Africains, nous avons débuté en mai 1996 un programme de recherche dans l'hémisphère nord avec comme buts :

- la découverte de sdB pulsantes dans l'hémisphère nord;
- l'exploration du plan  $T_{eff} - \log g$ ;
- la délimitation de la bande ou de la région d'instabilité dans le plan  $T_{eff} - \log g$ .

Pour ce faire nous avons à notre disposition un échantillon relativement complet de sous-naines de type B dont les paramètres atmosphériques ( $T_{eff}$ ,  $\log g$ ) ont été déterminés spectroscopiquement (cf. figure 14 dans la partie §2.2.1). A partir des critères définis par Charpinet *et al.* (1997) nous avons sélectionné les candidates répondant aux exigences  $T_{eff} \sim 34000K$  et  $\log g \sim 5.8$ . Toutefois, il faut garder à l'esprit que la détermination des paramètres atmosphériques par la spectroscopie donne des valeurs indicatives : les incertitudes sont généralement de quelques milliers de degrés pour  $T_{eff}$  et de 0.2 dex pour  $\log g$ . Cette dernière est évaluée de façon plus incertaine et des divergences notables ont été relevées entre différentes estimations (Wesemael *et al.*, 1997). Il est à noter que, pour la majorité des objets conservés (environ 60 %), les paramètres atmosphériques proviennent d'une même source (Saffer *et al.*, 1994, et Saffer, communication privée), ce qui confère une certaine homogénéité dans le plan  $T_{eff} - \log g$ . De plus,

les prédictions théoriques montrent une forte corrélation entre les périodes et la gravité mais ne caractérisent pas une bande d'instabilité comme pour la température effective. Au total, 145 étoiles caractérisées par  $30000 \leq T_{eff} \leq 42000$  et  $5.18 \leq \log g \leq 6.94$  ont donc été retenues (cf. figure 22).

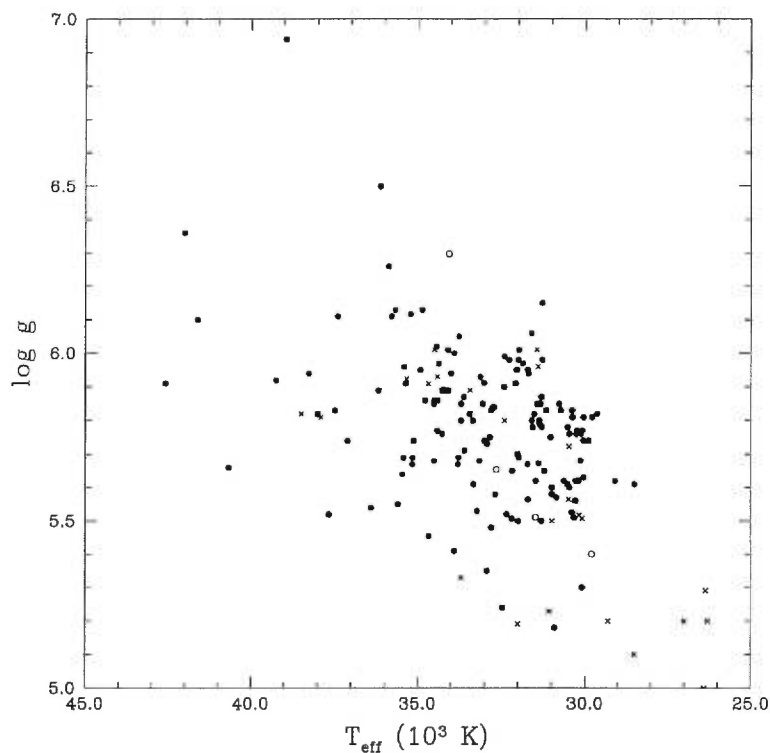


FIGURE 22. Graphique  $T_{eff} - \log g$  des 145 sdB candidates : les cercles pleins correspondent aux 131 candidates avec paramètres atmosphériques estimés par un seul groupe; les étoiles dont les paramètres ont été déterminés par différents groupes sont représentées par des croix (2 estimations différentes) et des cercles vides (3 estimations).

Matériellement, nous disposons donc du photomètre LAPOUNE décrit dans la section §1.1, et nous avons eu accès aux télescopes Canada-France-Hawaii (CFHT, 3.6m), au Michigan-Darmouth-MIT telescope (Arizona - MDM, 50"), du Mont Mégantic (Québec - OMM, 1.6m) et au Mont Bigelow (Arizona, Ste-

ward Observatory - MB, 61").

Du fait que nous n'avions pas accès à volonté aux télescopes, il nous a fallu mettre au point une stratégie de recherche basée sur les critères théoriques à notre disposition. Nous avons donc commencé par observer les étoiles présentant des paramètres atmosphériques proches des sdB pulsantes connues au début de notre projet. Puis nous avons élargi notre champ en considérant comme troisième facteur, la magnitude des objets. Chaque objet a été observé au moins 30 minutes dans le cas des observations au CFHT et 1 heure sur les télescopes de plus petites envergures. Toutes les courbes de lumière ont été analysées systématiquement à l'aide du calcul de la transformée de Fourier. En plus de fournir la structure quantitative d'une courbe de lumière, cette approche permet de détecter des périodicités de faibles amplitudes et qui ne sont pas toujours apparentes directement dans la courbe de lumière.

Nous présentons dans les chapitres qui suivent les résultats de notre exploration dont la découverte de 4 sdB pulsantes : PG 1047+003 (chapitre 5), KPD 2109+4401 (chapitre 6), KPD 1930+2752 et PG 0014+067 (chapitre 7). Le chapitre 8 regroupe le bilan du programme et expose les principales conclusions du projet.



## CHAPITRE 5

PG 1047+003 : DISCOVERY OF P-MODE INSTABILITIES IN THE  
HOT SUBDWARF B STAR PG 1047+003.

Billères M., Fontaine G., Brassard P., Charpinet S., Liebert J., Saffer R.A.,  
Vauclair, G.

Publié : *The Astrophysical Journal*, 1997, 487, L81.

*Contribution personnelle* : L'acquisition des données en photométrie rapide au télescope du Mont Bigelow sur PG 1047+003, ainsi que la réduction des données et leur analyse par transformée de Fourier. La mise en place du programme observationnel et l'observation lors des différentes missions des 32 constantes signalées dans la conclusion de l'article, ainsi que leur analyse en transformée de Fourier.

Discovery of p-mode Instabilities in the Hot Subdwarf B Star PG  
1047+003

M. Billères<sup>1</sup>, G. Fontaine, P. Brassard, and S. Charpinet

Département de Physique, Université de Montréal, [REDACTED]  
[REDACTED]  
[REDACTED]

J. Liebert

Steward Observatory, University of Arizona, [REDACTED]  
[REDACTED]

R.A. Saffer

Department of Astronomy and Astrophysics, Villanova University, [REDACTED]  
[REDACTED]

and

G. Vauclair

Observatoire Midi-Pyrénées, [REDACTED]  
[REDACTED]

Received \_\_\_\_\_; accepted \_\_\_\_\_

Published in *The Astrophysical Journal*, 1997, 487, L81

---

<sup>1</sup>Also, Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Avenue E. Belin, F-31400, Toulouse, France

## ABSTRACT

We report the discovery of multiperiodic luminosity variations in the hot B subdwarf PG 1047+003. At least five periodicities are seen in the light curve, from 104.2 s to 161.9 s, but others are also present at lower amplitudes in that interval. The largest oscillation has an amplitude  $\simeq 9.2$  millimag in white light and a period 142.2 s. With atmospheric parameters  $T_{\text{eff}} \sim 34,370$  K and  $\log g \sim 5.7$  for PG1047+003, these variations are identified with low order radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes. The similarity of periods and derived stellar parameters indicate that PG 1047+003 is a genuine member of the EC14026 class, the latest and newest family of pulsators in the field of asteroseismology. However, it shows no evidence of a binary companion, implying that the mechanism for driving pulsations is internal to the star. We also report on the current status of our ongoing survey to search for additional sdB pulsators.

*Subject headings:* stars: interiors—stars: oscillations—subdwarfs

## 1. INTRODUCTION

Charpinet et al. (1996) recently presented the first results of a systematic survey of the asteroseismological properties of a neglected class of stars, the hot B subdwarfs (sdB). These evolved, compact stars are found in the range  $40,000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 24,000 \text{ K}$ , and have typical values  $M \sim 0.5 M_{\odot}$  and  $\log g \sim 5.8$  (see Saffer et al. 1994 and references therein). They are identified with low-mass core helium burning models with outer H-rich envelopes that are too thin to sustain H-shell burning on the extended horizontal branch (see, e.g., Dorman et al. 1993).

Charpinet et al. (1996) found that low-order radial and nonradial ( $p$ ,  $f$ , and  $g$ ) modes were excited in some of their models due to a  $\kappa$ -mechanism associated to heavy element (essentially iron) ionization. On this basis, they made the prediction that a subclass of sdB stars should be pulsating. Motivated by this prediction, we initiated, at the end of May 1996, a search for luminosity variations in this class of objects. Our goals are (1) to search for sdB pulsators in the northern hemisphere, (2) to investigate the extent of this phenomenon in the  $T_{\text{eff}}\text{-}\log g$  plane, and (3) to map the empirical instability strip in that diagram. Our sample of target stars is based on the estimates of atmospheric parameters taken from the lists of sdB stars provided by Allard (1986; see also Wesemael et al. 1997), Moehler et al. (1990), Saffer et al. (1994), and unpublished results by one of us (R.A.S.).

Unknown to us at the time we initiated our search, and quite independently of the theoretical prediction of Charpinet et al. (1996), a remarkable observational effort, carried out at the South African Astronomical Observatory, led to the exciting discoveries of the first real pulsating sdB's. This was initially reported in June 1996 by O'Donoghue et al. (1997a; see also Kilkeny et al. 1997a). The properties of the first 4 members of this new class of pulsating stars (dubbed EC14026 objects, after the prototype) have been described in a recent series of papers (Kilkeny et al. 1997b; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997;

O'Donoghue et al. 1997b). The real pulsators are all multiperiodic with periods in the interval 121–159 s, and they are found in the ranges  $35,700 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 33,500 \text{ K}$  and  $6.10 \gtrsim \log g \gtrsim 5.54$ . They are part of binary systems containing dimmer, cooler F or G-type companions.

The location of the EC14026 stars in the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  plane is in apparent conflict with Charpinet et al. (1996) who suggested that pulsating sdB stars should have  $T_{\text{eff}} \lesssim 30,000 \text{ K}$  and  $\log g \lesssim 5.7$ . However, these authors also warned that these theoretical boundaries could be dependent on the assumption of *uniform* metallicity used in their so-called first generation models. Indeed, motivated by the discovery of the first EC14026 stars, Charpinet et al. (1997) considered more sophisticated second generation models in which the crude assumption of uniform metallicity has been replaced by the more realistic condition of diffusive equilibrium between gravitational settling and radiative levitation on the metal–iron–responsible for the driving process. In that second study, Charpinet et al. (1997) have uncovered a theoretical instability strip,  $36,500 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 29,000 \text{ K}$  (for  $\log g = 5.8$  models), in which the 4 currently known EC14026 stars fall, and obtained an excellent agreement between the expected and the observed periods. Low order radial, and low order and low degree nonradial ( $p$  and  $f$ ) modes are involved.

In this Letter, we report on the discovery of multiperiodic luminosity variations in the hot B subdwarf PG 1047+003, a star with characteristics very similar to those of the known EC14026 stars. In addition, we briefly discuss the current status of our observational search for these pulsators. A previous report has been presented by Billères et al. (1997).

## 2. OBSERVATIONS

PG 1047+003 is a relatively bright sdB star with  $B_{pg} = 12.98$  (Green, Schmidt, & Liebert 1986) and  $y = 13.48$  (Wesemael et al. 1992). Its Strömrgren color indices ( $b - y = -0.133$ ,  $u - b = -0.245$ ) lead to an index  $Q' = -0.038$ , from which we can estimate an effective temperature  $T_{\text{eff}} \simeq 33,500$  K (see Wesemael et al. 1992). On the basis of optical spectroscopy and *IUE* spectrophotometry, Allard (1986) has given two possible solutions for the atmospheric parameters, depending on *IUE* calibration:  $T_{\text{eff}} \simeq 32,000$  K and  $\log g \simeq 5.4$  or  $T_{\text{eff}} \simeq 39,500$  K and  $\log g \simeq 6.4$ . A recent reanalysis of part of these data (the optical spectroscopy only) using new model atmospheres leads to  $T_{\text{eff}} \simeq 32,470$  K and  $\log g \simeq 5.2$  (Wesemael et al. 1997). The uncertainties on the atmospheric parameters of PG 1047+003 are thus fairly large, and better observations would be highly desirable. For our present needs, however, it is sufficient to give the same weight to these various estimates, and we thus find  $T_{\text{eff}} \sim 34,370$  K and  $\log g \sim 5.7$ . At this effective temperature, PG 1047+003 also falls, along with the known EC14026 stars, within the theoretical instability strip uncovered by Charpinet et al. (1997).

We observed PG 1047+003 for 16,090 s at the Mount Bigelow 1.6 m telescope on 1997 March 18. As usual in our survey, white-light photometry was used to maximize the photon count rate. The photometric observations were gathered with LAPOUNE, the portable Montréal 3-channel photometer, which uses Hamamatsu R647-04 photomultipliers. Simultaneous observations of the target star, a sky patch, and a (constant) comparison star were gathered. The sky contribution was subtracted point by point from the light curve, and extinction was removed using cubic spline functions which fit through the light curve with nodes separated by 1000 s. The net average count rate for the target star was  $\sim 22,000$  counts  $\text{s}^{-1}$ . The light curve gathered for the comparison star during our PG 1047+003 run (which was used to monitor the quality of the night) clearly reveals that we have observed

under excellent photometric conditions. Throughout the run, a constant sampling time of 10 s was used. More details on the instrument, observing technique, and data reduction procedure will be presented elsewhere.

Figure 1 shows a part of the sky-subtracted, extinction-corrected light curve which we have obtained for PG 1047+003. It is expressed in terms of residual amplitude in millimag. The light curve reveals, clearly and unambiguously, the presence of complex, multiperiodic brightness modulations. The variations appear to be dominated by a pseudo-period of 140–145 s, but it is clear that several modes are involved. For instance, peak-to-peak variations can sometimes reach close to 50 millimag, but, on other occasions (e.g., the segment between 3100 and 3600 s), destructive interference between modes does occur.

A standard Fourier analysis of the light curve reveals more quantitatively its complex structure. This is illustrated in Figure 2, which shows the low-frequency part of the Fourier (amplitude) spectrum of the light curve. The spectrum in the region from 20 mHz out to the Nyquist frequency (50 mHz) is entirely consistent with noise and is not illustrated. The noise level in that spectral region is less than  $\sim 0.6$  millimag.

Figure 2 shows that there are many significant components in the Fourier spectrum of the light curve of PG 1047+003. In particular, our light curve is dominated by two periodicities, one at 7.035 mHz (142.2 s) with an amplitude  $\Delta m \simeq 9.2$  millimag, and the other at 6.885 mHz (145.2 s) with an amplitude  $\Delta m \simeq 6.4$  millimag. Other obvious peaks in the Fourier spectrum are found at 6.178, 8.927, and 9.600 mHz corresponding to periods 161.9, 112.0, and 104.2 s, and amplitudes  $\Delta m \simeq 3.6$ , 1.7, and 1.7 millimag. In addition, there are other periodicities, particularly near the main complex of peaks, but higher temporal resolution is clearly needed here to identify them without ambiguity.

In order to interpret our observations, we have computed oscillation periods of models of sdB stars with atmospheric parameters around those adopted above for PG 1047+003.

To carry out that task, we used the same tools as in Charpinet et al. (1996, 1997). Details on the model building and pulsation codes will be reported elsewhere. A comparison indicates that the observed periods (104–162 s) correspond to low order, low degree radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes, as in the known EC14026 stars (Stobie et al. 1997; Kilkenney et al. 1997a).

### 3. DISCUSSION AND CONCLUSION

The observations presented in this paper demonstrate that PG 1047+003 is a multiperiodic pulsator with atmospheric parameters, periods, and amplitudes very similar to those of the EC14026 stars. Unlike the latter objects, however, the optical colors and the optical spectrum of PG1047+003 show no indication for the presence of a companion. A direct imaging search in the infrared has also failed to detect such a companion (Thejll, Thiessen, & Jiminez 1994). In contrast, the known EC14026 pulsators are all part of binary systems containing subgiant late-type companions (O’Donoghue et al. 1997a; Kilkenney et al. 1997a), and the question arises as to the role of the companions on the mechanism that excites pulsation modes in these stars. We suggest that these companions play no significant role. Indeed, it has been known for some time (Allard et al. 1987; and see also Allard et al. 1994) that the majority of sdB stars are part of such binary systems, so it may not be a surprise that the pulsators discovered in South Africa are binaries. Also, Saffer (1991) has demonstrated that the majority of the sdB binaries cannot be *close* binaries (i.e, with orbital periods of a few days and less, corresponding to separations of the order of one AU), so the possibility of direct interaction appears remote. In addition, from a theoretical point of view, the driving mechanism proposed by Charpinet et al. (1996, 1997) is independent of influences external to the sdB star itself. We thus suggest that the binary nature is not an essential ingredient to the EC14026 phenomenon, and conclude that PG1047+003 is a



genuine addition to the small, but rapidly growing family of EC14026 stars.

Finally, we report on our ongoing search for more sdB pulsators. We have, so far, gathered observations at the CFHT in June 1996, at the Mont Mégantic 1.6 m telescope in August 1996, at the MDM 1.3 m telescope in November 1996, and at the Mount Bigelow 1.6 m telescope in March 1997. A total of 32 sdB stars have been found “constant”, in the sense that we rule out white light brightness variations with amplitudes larger than 1 millimag (or less, depending on the telescope and brightness of the target) in the 20–3600 s period window for these objects. Their distribution in the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  plane is shown in Figure 3, where we have also indicated the position of PG1047+003 as well as those of the previously known EC14026 stars according to O’Donoghue et al. (1997). With due caution associated to the uncertainties in the individual determinations of the atmospheric parameters of sdB stars, coupled to the fact that estimates of these parameters *do* suffer from systematic differences from one study to another (see Wesemael et al. 1997), there is already a hint that both pulsators and nonpulsators may coexist in the same part of the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  diagram. If confirmed, this coexistence may not be so surprising. Indeed, it is well known that sdB stars are all chemically peculiar. Their abundance anomalies are widely believed to be caused by diffusion processes coupled to weak stellar winds or, possibly, accretion in the rare close binaries (see, e.g., Fontaine & Chayer 1997 and references therein). Following Charpinet et al. (1997), it is then possible to envision the possibility that two stars with similar values of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  may suffer from mass loss at different rates. In that case, the star undergoing a relatively weak wind may retain enough iron in its levitating reservoir to excite pulsation modes (in the scenario proposed by Charpinet et al. 1996, 1997), while the star suffering from a more severe mass loss rate may have lost most of its metal and, therefore, be stable.

It is a real pleasure for us to acknowledge stimulating discussions on EC14026

stars with Darragh O'Donoghue, Dave Kilkenny, and Bob Stobie. We also wish to thank the Directors, staff, and members of Time Allocation Committees of the CFHT, Michigan-Dartmouth-MIT, Mont Mégantic, and Steward Observatories. This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the fund FCAR (Québec).

## REFERENCES

- Allard, F. 1986, M.Sc. thesis, Université de Montréal
- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, *AJ*, 107, 1565
- Allard, F., Wesemael, F., Lamontagne, R., Bergeron, P., & Fontaine, G. 1987, in IAU Colloq. 65, *The Second Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, D.S. Hayes, & J. Liebert (Schenectady: Davis), 611
- Billères, M., Fontaine, G., Charpinet, S., Brassard, P., & Urbain, F. 1997, in *Proc. of the Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, in press
- Dorman, B., Rood, R.T., & O'Connell, R.W. 1993, *ApJ*, 415, 596
- Fontaine, G., & Chayer, P. 1997, in *Proc. of the Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Green, R.F., Schmidt, M., & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61, 305
- Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Stobie, R.S., Lynas-Gray, A.E., & Kawaler, S.D. 1997a, in *Proc. of The Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R.S. 1997b, *MNRAS*, 285, 640
- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., and Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, 285, 645
- Moehler, S., Heber, U., & de Boer, K.S. 1990, *A&A*, 239, 265

- O'Donoghue, D., Koen, C., Kilkeny, D., Stobie, R.S., Lynas-Gray, A.E., & Kawaler, S.D. 1997a, in Proc. of The 10th European Workshop on White Dwarfs, ed. J. Isern, M. Hernanz, & E. Garcia-Berro (Dordrecht: Kluwer), in press
- O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A.E., Kilkeny, D., Stobie, R.S., & Koen, C. 1997b, MNRAS, 285, 657
- Saffer, R.A. 1991, Ph.D. thesis, Univ. of Arizona
- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, ApJ, 432, 351
- Stobie, R.S., Kawaler, S.D., Kilkeny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, MNRAS, 285, 651
- Thejll, P., Theissen, A., & Jiminez, R. 1994, A&A, 292, 457
- Wesemael, F., Allard, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in Proc. of the Third Conference on Faint Blue Stars, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R., & Green, R.F. 1992, AJ, 104, 203

### FIGURE CAPTIONS

Fig. 1 — First part of the light curve of PG 1047+003, observed on 1997 March 18 with the Mount Bigelow 1.6 m telescope, expressed in residual amplitude in millimag. The light curve is continuous, starting at the upper left, and each point represents a sampling time of 10 s. The segment shown here corresponds to the first 10,000 s of a total light curve 16,090 s long.

Fig. 2 — Low-frequency part of the Fourier (amplitude) spectrum of the light curve of PG 1047+003, observed on 1997 March 18 with the Mount Bigelow 1.6 m telescope. The amplitude axis is expressed in terms of the variations (in millimag) about the mean intensity of the star. Five periodicities are obvious, but others are present as well.

Fig. 3 — The current distribution in the  $T_{\text{eff}}\text{-log } g$  diagram of the sdB stars observed in our ongoing survey. The small filled circles represent the 32 stars found nonvariable. The location of PG 1047+003 as well as those of the 4 previously known EC14026 stars are indicated by a dot surrounded by a small circle. A number identifies each of the pulsators.

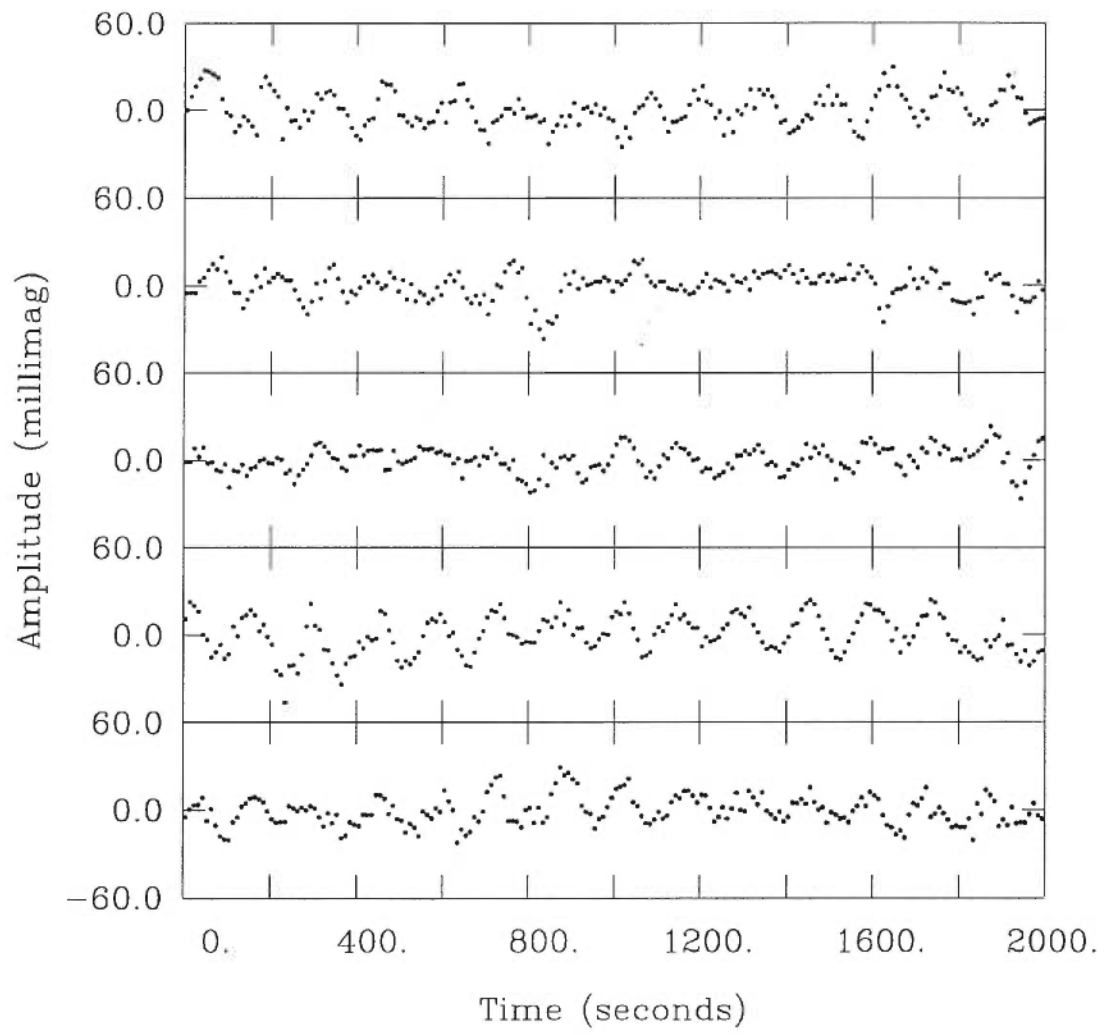


Figure 1

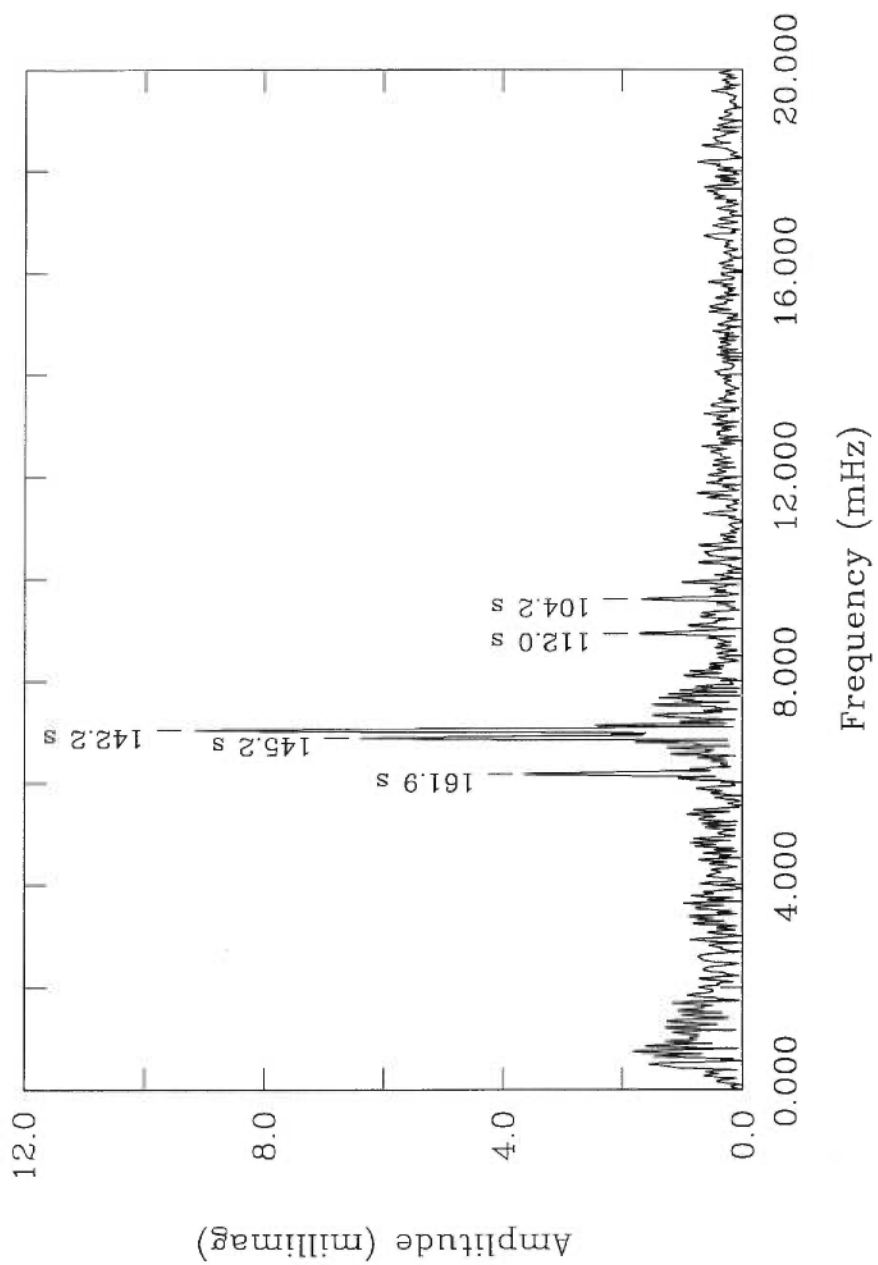


Figure 2

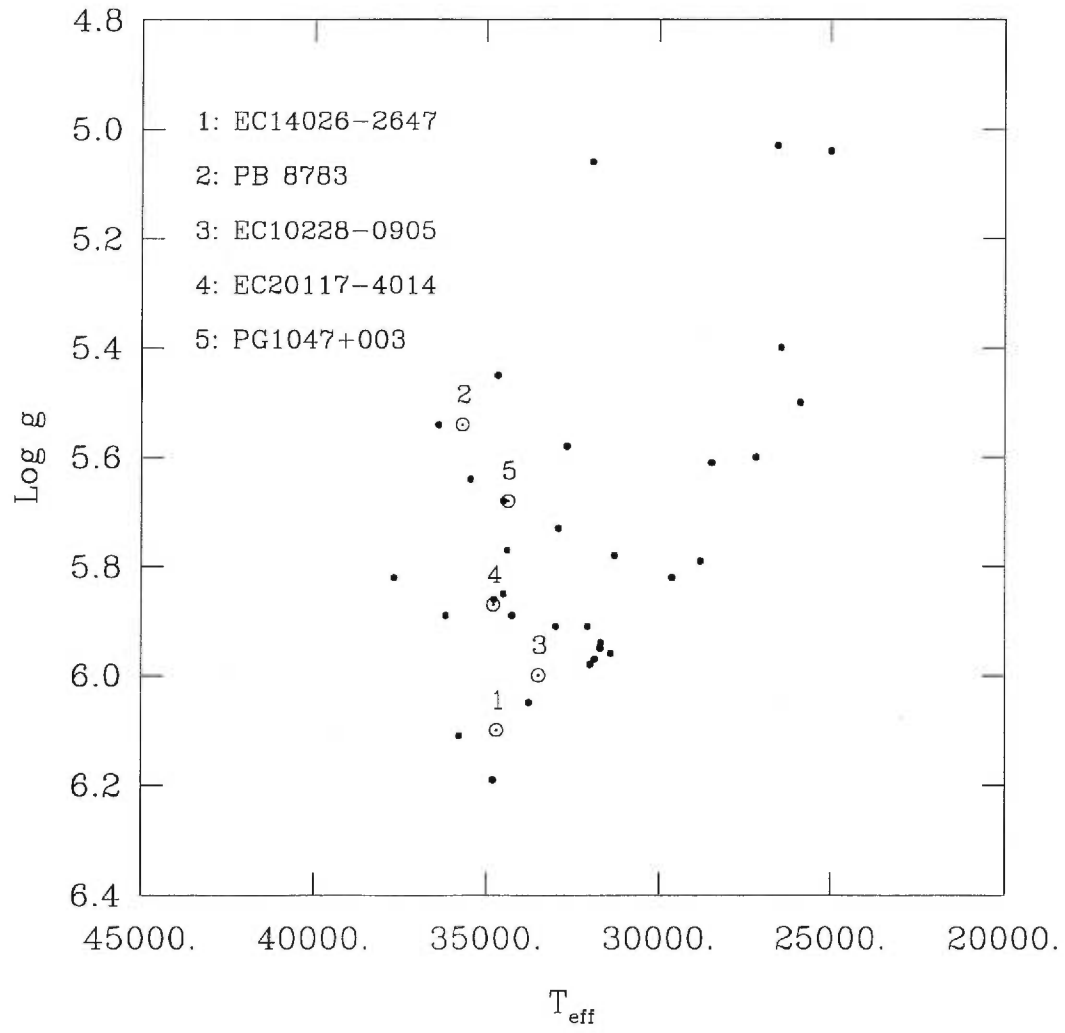


Figure 3



## CHAPITRE 6

### DETECTION OF P-MODE PULSATIONS IN THE HOT SUBDWARF B STAR KPD 2109+4401

Billères M., Fontaine G., Brassard P., Charpinet S., Liebert J., Saffer R.A.,  
Bergeron P., Vauclair, G.

Publié : *The Astrophysical Journal*, 1998, 494, L75.

*Contribution personnelle* : L'acquisition des données en photométrie rapide portant sur KPD 2109+4401 lors d'une mission à l'observatoire du Mont Bigelow. La réduction des données ainsi que leur analyse par transformée de Fourier conduisant à l'identification des modes présents. Observations et dépouillement des données en photométrie rapide des 52 objets notifiés constants dans la discussion de l'article. Analyse du spectre optique par des modèles d'atmosphère pour la détermination des paramètres atmosphériques  $T_{eff}$  et  $\log g$ .

# Detection of p-mode Pulsations in the Hot Subdwarf B Star KPD

2109+4401

M. Billères<sup>1</sup>, G. Fontaine, P. Brassard, and S. Charpinet

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville,  
Montréal, Québec, Canada H3C 3J7

billeres, fontaine, brassard, charpinet@astro.umontreal.ca

James Liebert

Steward Observatory, University of Arizona, Tucson, AZ 85721

liebert@as.arizona.edu

R.A. Saffer

Department of Astronomy and Astrophysics, Villanova University, Villanova, PA 19085

saffer@ast.vill.edu

P. Bergeron

Lockheed Martin Canada, 6111 Royalmount Ave., Montréal, Québec, Canada H4P 1K6

pierre.bergeron@lmco.com

and

G. Vauclair

Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Avenue E. Belin, F-31400, Toulouse, France

gerardv@obs-mip.fr

Received \_\_\_\_\_; accepted \_\_\_\_\_

Published in *The Astrophysical Journal*, 1998, 494, L75

---

<sup>1</sup>Also, Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Avenue E. Belin, F-31400, Toulouse, France

## ABSTRACT

We report the discovery of multiperiodic luminosity variations in the hot B subdwarf KPD 2109+4401. At least five periodicities are seen in the light curve, from 182.5 s to 198.4 s. The largest oscillation has an amplitude  $\simeq 8.6$  millimag in white light and a period 196.3 s. Our model atmosphere analysis of the time-averaged optical spectrum of KPD 2109+4401 indicates that this star has  $T_{\text{eff}} \simeq 31,200$  K and  $\log g \simeq 5.84$ . A comparison with pulsation periods computed from stellar models having similar atmospheric parameters implies that the observed brightness variations must be identified with low order radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes. The overall similarity of periods and derived stellar parameters shows that KPD 2109+4401 is a genuine member of the EC 14026 class, the most recent family of pulsators uncovered in the field of asteroseismology. We note, however, that KPD 2109+4401 is slightly but significantly cooler than the previously known members of this class, thus widening significantly the empirical instability strip. Interestingly, theory predicts that a cooler EC 14026 pulsator (of a given surface gravity) should show larger excited periods, and this is indeed what KPD 2109+4401 shows, with periods reaching values as large as 198 s, not seen previously in other pulsators of the class. We also report on the current status of our ongoing survey to search for additional EC 14026 pulsators.

*Subject headings:* stars: interiors—stars: oscillations—subdwarfs

## 1. INTRODUCTION

We have recently embarked in a survey to search for pulsating subdwarf B (sdB) stars. This was initially motivated by the theoretical prediction of Charpinet et al. (1996) that a subclass of sdB stars should show rapid luminosity variations due to pulsational instabilities caused by a  $\kappa$  mechanism associated with iron ionization. Further impetus came from the independent observational efforts at the South African Astronomical Observatory, which led to the discovery of the first real pulsating sdB stars (Kilkenny et al. 1997a; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O'Donoghue et al. 1997a). The study of these pulsators (dubbed EC 14026 stars, after the prototype) offers the tantalizing possibility of exploiting the full potential of asteroseismology to investigate the sdB phase of stellar evolution, a phase that has remained relatively neglected until recently (see Dorman 1995 for a review on this).

The goals of our survey are (1) to search for EC 14026 pulsators in the northern hemisphere, (2) to investigate the extent of this phenomenon in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  plane, and (3) to determine the degree of purity of the empirical instability strip in that diagram. In order to carry that task successfully, we rely on a list of target stars for which atmospheric parameters have been derived on the basis of model atmosphere fits to optical spectra. While reliable estimates of the effective temperatures of sdB stars can be obtained through optical photometry or ultraviolet energy distributions, it is well known that such data are insensitive to surface gravity. Instead, the best technique to infer the surface gravities remains Balmer line fitting, which also provides good estimates of the effective temperatures. Our sample of target stars was therefore selected on the basis of this technique, picking candidates with atmospheric parameters provided in the spectroscopic analyses of Allard (1986; see also Wesemael et al. 1997), Moehler et al. (1990), Saffer et al. (1994), and Saffer & Liebert (1997).

Our ongoing survey has led recently to a first positive result with the detection of

$p$ -mode pulsations in the sdB star PG 1047+003 (Billères et al. 1997; see also O’Donoghue et al. 1997b). With atmospheric parameters  $T_{\text{eff}} \sim 34,370$  K and  $\log g \sim 5.7$ , and periods in the range 104.2–161.9 s, PG 1047+003 appears to be a typical EC 14026 pulsator, at least as judged with respect to the 4 previously known objects of the class. It differs from the others, however, in that it does not have a known main sequence late-type companion. We believe that this difference is not essential since the EC 14026 phenomenon has been shown to be intrinsic to the sdB star itself (see Charpinet et al. 1996, 1997, and Fontaine et al. 1997), and is not related to the possible presence of a companion (which is relatively frequent for sdB objects according to Allard et al. 1987, 1994; see also Green et al. 1997).

During the course of a recent observing run, we detected multiperiodic luminosity variations characteristic of an EC 14026 pulsator in the light curve of the sdB star KPD 2109+4401. This target star was selected from the work of Saffer & Liebert (1997), which is still in progress, and we take the opportunity here to report on these time-averaged spectroscopic observations as well as on the photometric variability itself. We also report on the current status of our ongoing search for more of these pulsators. We note that our discovery brings the number of EC 14026 stars known in the public domain to a total of 7. We learned recently of the existence of an exciting eclipsing binary, PG 1336-018, whose sdB component is an EC 14026 pulsator (Kilkenny et al. 1997b). We are aware that a handful of additional pulsators of the same type have been discovered and are being studied in detail by the South African group. We are also aware that their search has been extended to the northern hemisphere. After this work was essentially completed, we received a preprint from Koen (1997) describing his independent discovery of luminosity variations in KPD 2109+4401.

## 2. OBSERVATIONS

KPD 2109+4401 is a relatively bright object ( $V = 13.38$ ) that was first recognized as a sdB star in the Kitt–Peak–Downes survey of UV–excess objects in the galactic plane (Downes 1986). We carried out follow–up high S/N ratio optical spectrophotometry with the 2.3 m telescope at the Steward Observatory Kitt Peak Station. This was before we knew of the variability of the object. The experimental setup, reduction procedure, and the model atmosphere and synthetic spectrum analysis were the same as those described in Saffer et al. (1994), to which the reader is referred for details. Our optical spectrum covers the wavelength range  $\lambda\lambda 3650\text{--}5200$  at  $\sim 6$  Å resolution, and required an integration time of 600 s. Given the relatively short periods and the small amplitudes of the pulsations (see below), we consider that this spectrum represents a meaningful time–averaged spectrum of KPD 2109+4401.

Figure 1 shows our best (in a least–squares sense) fit to the available hydrogen Balmer lines. The derived atmospheric parameters are  $T_{\text{eff}} \simeq 31,200$  K and  $\log g \simeq 5.84$ , with formal  $1\sigma$  errors of 725 K and 0.16 dex, respectively. These parameters are representative of the 6 previously known EC 14026 stars, except that KPD 2109+4401 appears to be somewhat, but significantly, cooler than the others. They also place KPD 2109+4401 well within the theoretical instability strip discussed by Charpinet et al. (1997). We note that, contrary to what was found in the first 4 known EC 14026 stars, our optical spectrum of KPD 2109+4401 does not show any sign of contamination by a cooler companion. Our model atmosphere analysis is thus free of the additional complications introduced by the procedure used to remove the contribution of a cool companion of uncertain spectral type. From that point of view, KPD 2109+4401 must be considered as a “single” star, very much like PG 1047+003, at least at visual wavelengths.

KPD 2109+4401 was observed in white–light “fast” photometric mode during 25,030

s at the Mount Bigelow 1.6 m telescope on 1997 September 29 under excellent conditions. The photometric observations were gathered with LAPOUNE, the portable Montréal 3-channel photometer. We refer the interested reader to Billères et al. (1997) for details on the observational procedure. We show, in Figure 2, a typical segment of the sky-subtracted, extinction-corrected light curve. It is expressed in terms of residual amplitude in millimag, and each plotted point corresponds to a sampling time of 10 s. The light curve clearly reveals the presence of multiperiodic brightness modulations. The variations appear to be dominated by a pseudo-period near 200 s, but it is obvious that several periodicities are involved. For instance, peak-to-peak variations can sometimes reach close to 60 millimag, but, on other occasions, partial destructive interference between modes does occur.

A standard Fourier analysis of the light curve reveals more quantitatively its detailed structure. This is illustrated in Figure 3, which shows the most interesting part of the Fourier (amplitude) spectrum of the full light curve. Our observations reveal that all the photometric activity is concentrated in a rather narrow range of frequency, with no detectable signal outside that range. In particular, the spectrum in the region from 9 mHz out to the Nyquist frequency (50 mHz) is entirely consistent with noise. The noise level in that spectral region is less than  $\sim 0.3$  millimag.

We can distinguish 5 significant components in the Fourier spectrum of the light curve of KPD 2109+4401. The dominant peak at 5.094 mHz (196.3 s) has an amplitude  $\Delta m \simeq 8.6$  millimag. There is an adjacent peak, barely resolved from the main peak, located at 5.040 mHz (198.4 s) and showing an amplitude  $\Delta m \simeq 5.4$  millimag. Those are mostly responsible for the pseudo-period of  $\sim 200$  s seen in the light curve itself. Other peaks in the Fourier spectrum are found at 5.223, 5.420, and 5.479 mHz corresponding to periods 191.5, 184.5, and 182.5 s, and amplitudes  $\Delta m \simeq 3.6, 2.3,$  and 6.0 millimag. These results are in excellent agreement with the independent study of Koen (1997) who finds the same 5

periodicities in his data. Koen (1997) was able to reach a much higher temporal resolution than that shown here, and found that there is fine structure in at least the 196.3 s and the 184.5 s peaks, possibly caused by rotational splitting.

A comparison of the observed periods with periods computed from models of sdB stars having atmospheric parameters comparable to those of KPD 2109+4401 shows unambiguously that, as in the case of the other EC 14026 stars, the luminosity variations must be identified with low order, low degree radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes. Details on the model building and pulsation codes will be reported elsewhere, but the tools we used are the same as in Charpinet et al. (1997) and Fontaine et al. (1997). We note that Figures 2 and 3 of Fontaine et al. (1997) are particularly useful for the kind of qualitative comparison needed in the present context.

### 3. DISCUSSION AND CONCLUSION

It is interesting to make some comparisons with the known EC 14026 pulsators. Table 1 summarizes the class properties of these stars. It is obvious that KPD 2109+4401 is a very similar object, and, thus, a genuine member of the EC 14026 family. We note that, on theoretical grounds (see Fontaine et al. 1997), it is expected that a cooler EC 14026 star (of given surface gravity) should show the larger excited periods. It is thus perhaps significant that KPD 2109+4401 shows both the smaller effective temperature and the larger excited periods of the known EC 14026 stars.

We have plotted the positions of the 7 publicly known sdB pulsators in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  plane (Figure 4). Note, in particular, how the empirical instability strip has widened as a result of the addition of KPD 2109+4401 in the class. Superimposed in the same diagram, is the updated distribution of nonvariable stars found in our ongoing survey. A total of



52 sdB stars have now been found “constant”, in the sense that we rule out white light brightness variations with amplitudes larger than  $\sim 1$  millimag in the 20–1200 s period window for these objects. Note that, as the properties of EC 14026 stars became better known, we relaxed somewhat our search criteria. In particular, given the expected pulsation periods, we now spend no more than 1–2 h of 1.6 m telescope time on unpromising targets, depending on the brightness and observing conditions.

Figure 4 allows us to reiterate an important point made earlier by Billères et al. (1997): With due caution associated with the uncertainties in the individual determinations of the atmospheric parameters of sdB stars, coupled to the fact that estimates of these parameters *do* suffer from systematic differences from one study to another (see Wesemael et al. 1997), there is a clear hint that both pulsators and nonpulsators may coexist in the same part of the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  diagram. This suggests that an additional mechanism may operate at widely different efficiencies in two sdB stars with, otherwise, similar values of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$ . Weak stellar winds represent a very likely possibility (Charpinet et al. 1997; Fontaine & Chayer 1997 and references therein).

It is a real pleasure for us to acknowledge stimulating discussions on EC 14026 stars with Darragh O’Donoghue, Dave Kilkenny, Chris Koen, and Bob Stobie. We also wish to thank the Directors, staff, and members of Time Allocation Committees of the CFHT, Michigan-Dartmouth-MIT, Mont Mégantic, and Steward Observatories. This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the fund FCAR (Québec).

Table 1. Class Properties of the EC 14026 Stars

name	$T_{\text{eff}}$ (K)	$\log g$	P (s)	$\Delta m$ (mmag)	reference
EC 14026–2647	34,700	6.10	134–144	4–12	Kilkenny et al. 1997a
PB 8783	35,700	5.54	120–134	1–9	Koen et al. 1997
EC 10228–0905	33,500	6.00	139–152	4–14	Stobie et al. 1997
EC 20117–4014	34,800	5.87	137–159	1–4	O’Donoghue et al. 1997a
PG 1047+003	34,370	5.70	104–162	2–9	Billères et al. 1997
...	35,000	5.90	...	...	O’Donoghue et al. 1997b
PG 1336–018	33,000	5.70	141–184	5–10	Kilkenny et al. 1997b
KPD 2109+4401	31,200	5.84	182–198	2–9	this work

## REFERENCES

- Allard, F. 1986, M.Sc. thesis, Université de Montréal
- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, *AJ*, 107, 1565
- Allard, F., Wesemael, F., Lamontagne, R., Bergeron, P., & Fontaine, G. 1987, in IAU Colloq. 65, *The Second Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, D.S. Hayes, & J. Liebert (Schenectady: Davis), 611
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A., & Vauclair, G. 1997, *ApJ*, 487, L81
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, 483, L123
- Dorman, B. 1995, in *Proc. 32nd Liège Astrophysical Colloq., Stellar Evolution: What Should Be Done*, ed. A. Noels, D. Fraipont-Caro, N. Grevesse, & P. Demarque (Liège: Institut d'Astrophysique), 291
- Downes, R.A. 1986, *ApJS*, 61, 569
- Fontaine, G., & Chayer, P. 1997, in *Proc. of the Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Fontaine, G., Charpinet, S., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., & Dorman, B. 1997, in *IAU Symposium 185, New Eyes inside the Sun and Stars*, ed. F. Deubner & D.W. Kurtz (Dordrecht: Kluwer), in press
- Green, E.M., Liebert, J., & Saffer, R.A. 1997, in *Proc. of the Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R.S. 1997a, *MNRAS*, 285, 640

Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A.E., & van Wyk, F. 1997b,  
MNRAS, in press

Koen, C. 1997, MNRAS, in press

Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., & Stobie, R.S. 1997, MNRAS, 285,  
645

Moehler, S., Heber, U., & de Boer, K.S. 1990, A&A, 239, 265

O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A.E., Kilkenny, D., Stobie, R.S., & Koen, C. 1997a, MNRAS,  
285, 657

O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A.E., Kilkenny, D., & van Wyk, F. 1997b,  
MNRAS, in press

Saffer, R.A., & Liebert, J. 1997, in preparation

Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, ApJ, 432, 351

Stobie, R.S., Kawaler, S.D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, MNRAS, 285,  
651

Wesemael, F., Allard, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in Proc. of  
the Third Conference on Faint Blue Stars, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A.  
Saffer (Schenectady: Davis), in press

### FIGURE CAPTIONS

Fig. 1 — Model fit to the available hydrogen Balmer lines in our time-averaged optical spectrum of KPD 2109+4401.

Fig. 2 — First part of the light curve of KPD 2109+4401, observed on 1997 September 29 with the Mount Bigelow 1.6 m telescope, expressed in residual amplitude in millimag. The light curve is continuous, starting at the upper left, and each point represents a sampling time of 10 s. The segment shown here corresponds to the first 10,000 s of a total light curve 25,030 s long.

Fig. 3 — Low-frequency part of the Fourier (amplitude) spectrum of the full light curve of KPD 2109+4401 observed on 1997 September 29 with the Mount Bigelow 1.6 m telescope. The amplitude axis is expressed in terms of the variations (in millimag) about the mean intensity of the star. Five periodicities are clearly seen.

Fig. 4 — The current distribution in the  $T_{\text{eff}}\text{-log } g$  diagram of the sdB stars observed in our ongoing survey. The small filled circles represent the 52 stars found nonvariable. The location of KPD 2109+4401 as well as those of the 6 previously known EC 14026 stars are indicated by a dot surrounded by a small circle. A number identifies each of the pulsators.

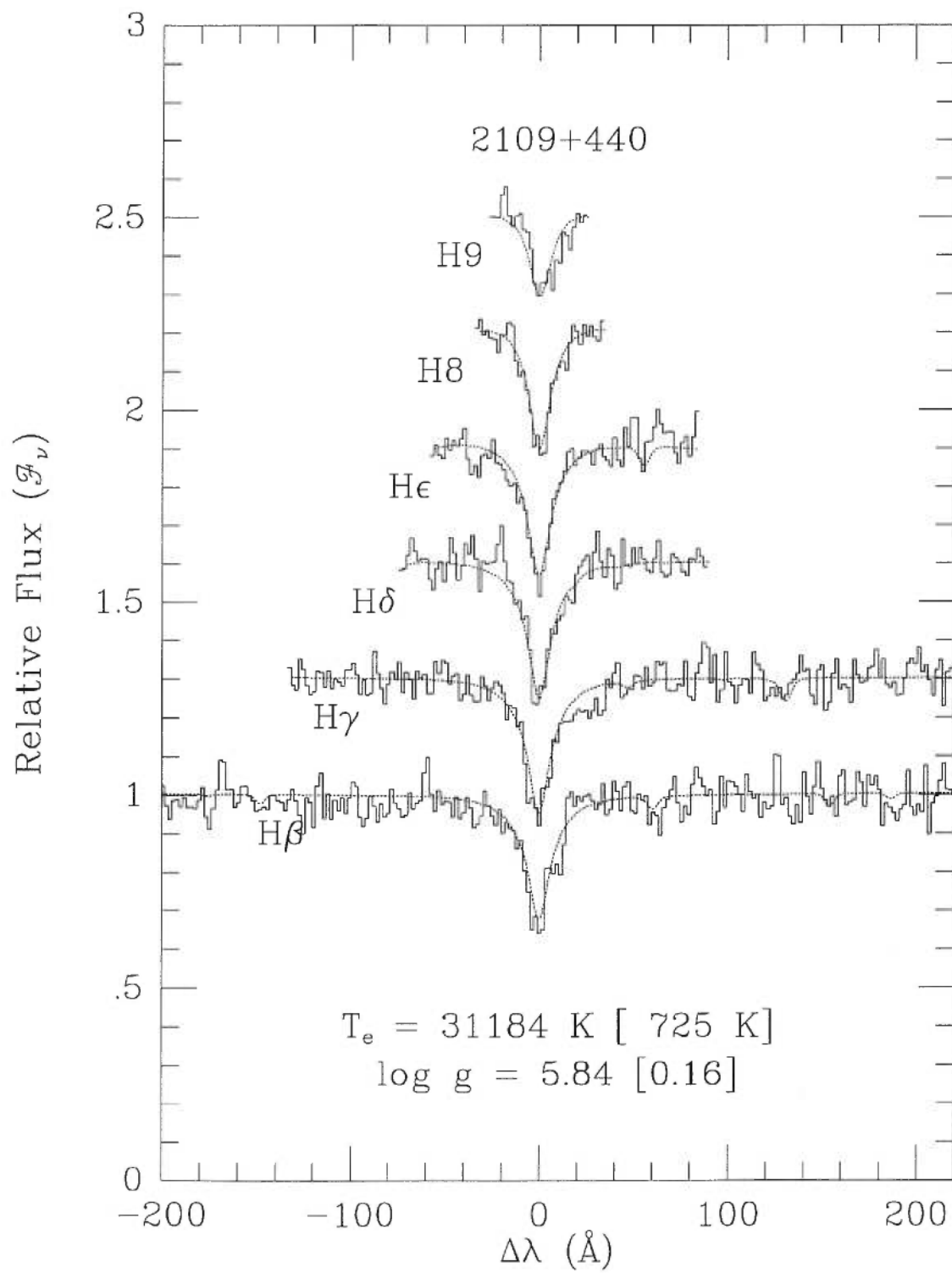


Figure 1

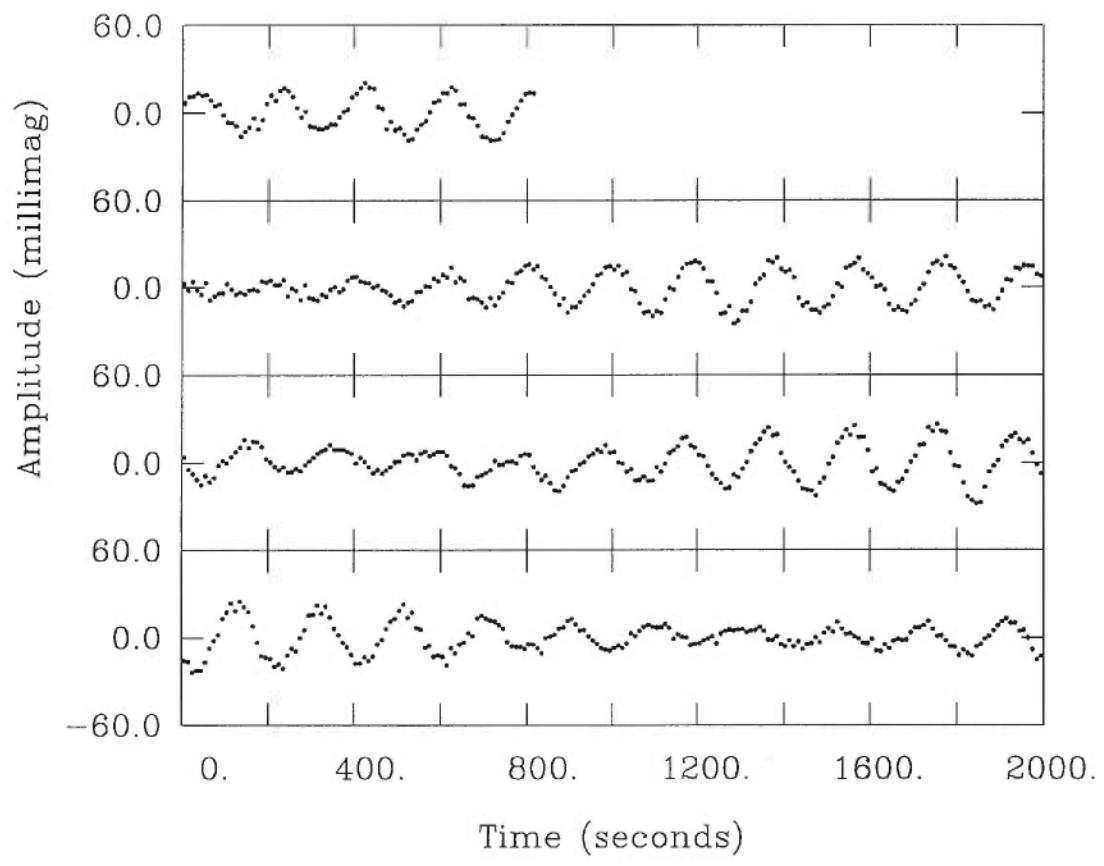


Figure 2

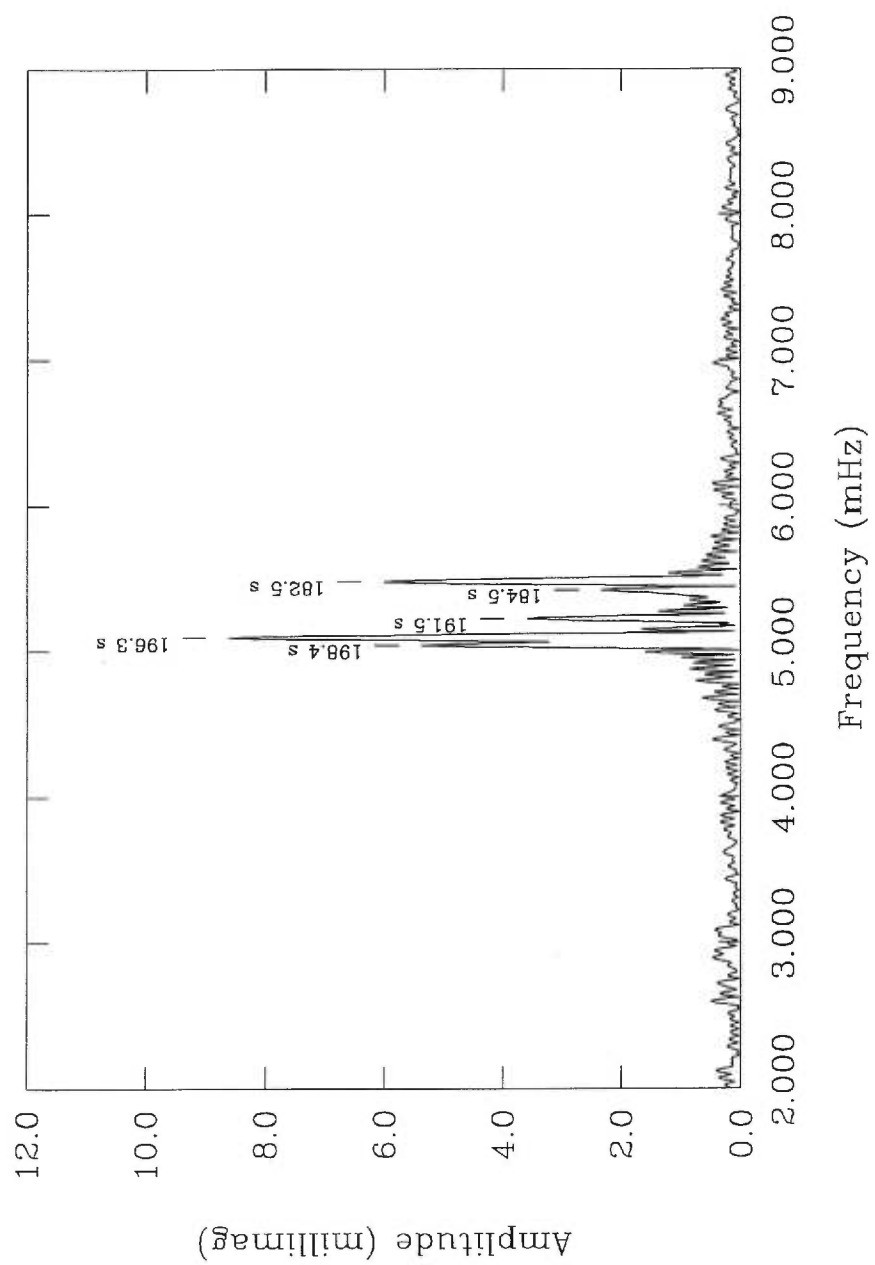


Figure 3



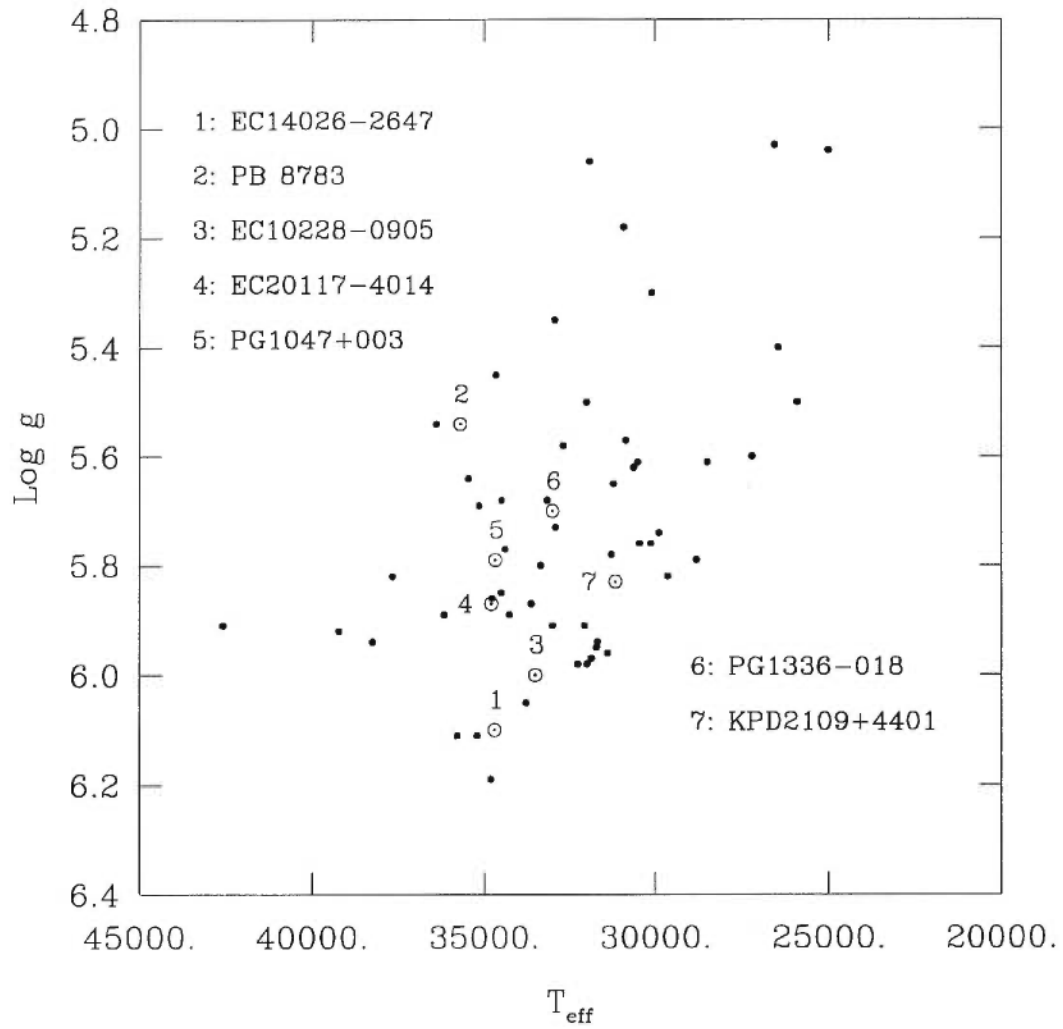


Figure 4

## CHAPITRE 7

### Les deux dernières découvertes : KPD 1930+2752 et PG 0014+067

Lors de nos dernières missions, nous avons découvert deux nouvelles sdB pulsantes, KPD 1930+2752 et PG 0014+067, deux objets particulièrement intéressants. Nous passons en revue dans les sections suivantes les paramètres connus de ces étoiles ainsi que les données en photométrie rapide obtenues dans le cadre de notre recherche et leur analyse.

#### 7.1 KPD 1930+2752 : un système binaire en plus d'une sdB pulsante?

Avec des paramètres atmosphériques  $T_{eff} = 33280K$  et  $\log g = 5.61$  (Saffer & Liebert, 1999), KPD 1930+2752 correspondait aux critères de sélection de notre programme de recherche de sdB pulsantes. Observée pour la première fois par Downes dans le cadre de son Survey Kitt-Peak-Downes sur les objets du plan galactique montrant un excès d'UV (Downes, 1986), KPD 1930+2752 a depuis été l'objet de diverses observations en photométrie :  $V = 13.82$ ,  $(B - V) = -0.07$ ,  $(U - B) = -0.95$  (Downes, 1986);  $y = 13.83$ ,  $(b - y) = 0.026$ ,  $(u - b) = 0.023$ ,  $m_1 = 0.052$  (Wesemael *et al.*, 1992);  $V = 13.84$ ,  $(B - V) = -0.085$ ,  $(V - R) = -0.042$ ,  $(R - I) = -0.073$  (Allard *et al.*, 1994). C'est dans le cadre de leur programme de spectroscopie à haut rapport signal sur bruit, que Saffer & Liebert (1999) ont obtenu au télescope de 2.3m du Steward Observatory un spectre optique de KPD 1930+2752 couvrant l'intervalle 3650-5200 Å, avec une résolution

de  $\sim 6 \text{ \AA}$ . Leur analyse, grâce à des modèles d'atmosphère ETL (Equilibre Thermodynamique Local. cf, Saffer *et al.*, 1994), fournit les paramètres atmosphériques sur lesquels nous nous sommes basés :  $T_{eff} = 33280 \pm 280 \text{ K}$ ,  $\log g = 5.61 \pm 0.06$  et  $N(\text{He})/N(\text{H}) = 0.021 \pm 0.002$ . Bien que l'ajustement soit excellent (cf. Figure 1 de Billères *et al.*, 2000a), les raies observées de  $\text{HeII} 4686$  et  $H_\beta$  sont légèrement plus profondes que celles prédites par les modèles. Ceci pourrait possiblement être dû à des effets non-ETL, mais l'impact de ces derniers sur les paramètres atmosphériques reste faible à cause de la gravité de surface relativement élevée. Afin de quantifier l'erreur externe, nous avons réanalysé le spectre optique avec une grille de modèles d'atmosphère ETL différente produite par Pierre Bergeron ici à l'Université de Montréal. Les résultats obtenus (cf. figure 23) sont cohérents avec ceux précédemment vus ( $T_{eff} = 33800 \pm 200 \text{ K}$ ,  $\log g = 5.51 \pm 0.06$  et  $N(\text{He})/N(\text{H}) = 0.022 \pm 0.002$ ).

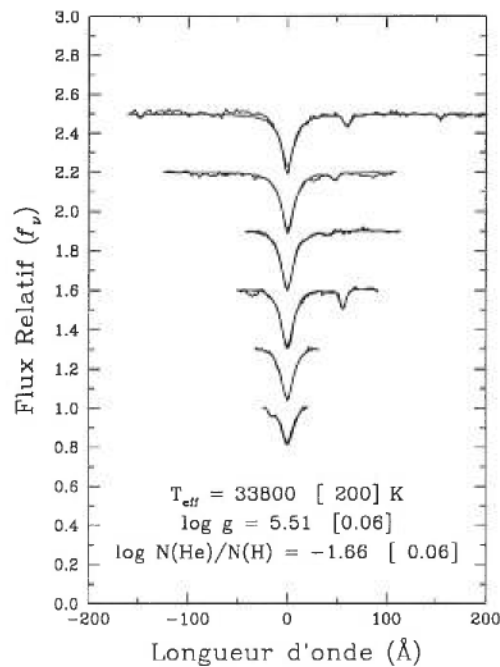


FIGURE 23. Analyse du spectre optique de KPD 1930+2752 avec la grille de modèles fournie par P. Bergeron

Nous avons donc été amenés à observer KPD 1930+2752 dans le cadre de notre recherche de sdB pulsantes au Mont Bigelow en octobre 1998, l'étoile étant alors bien placée dans le ciel en début de nuit. Le tableau VI regroupe le journal des observations de cet objet au cours de la mission.

TABLEAU VI. Journal des observations photométriques de KPD 1930+2752

Nom du fichier	Date (UT, 1998)	Début (UT)	Temps d'intégration	Nombre Total de points	Résolution (mHz)
mb-081	15 Oct.	01:53	10s	1474	0.068
mb-083	16 Oct.	01:41	10s	1527	0.066
mb-086	19 Oct.	01:43	10s	1539	0.065
mb-090	21 Oct.	01:48	10s	916	0.109

KPD 1930+2752 s'est révélée être un objet particulier : sa courbe de lumière (cf. figure 24) montre des variations de courte période mais également une variation beaucoup plus longue. Les trois courbes présentées à la figure 24 correspondent de haut en bas : à la courbe réduite (ciel soustrait et correction pour l'extinction) où chaque point représente 10 s d'intégration; les points d'intégration sont moyennés par trois; les points d'intégration sont moyennés par 25.

Il est évident sur la figure 24 que les variations observées sont de différents types : la courbe supérieure montre clairement des oscillations de l'ordre de  $\sim 250$  s (cf. figure 25 pour une visualisation détaillée). Mais lorsque nous regardons à plus longue échelle, la courbe de lumière est dominée par une enveloppe caractérisée par une période aux alentours de 4100 s. Cette dernière est mise nettement en évidence sur les deux courbes inférieures de la figure 24.

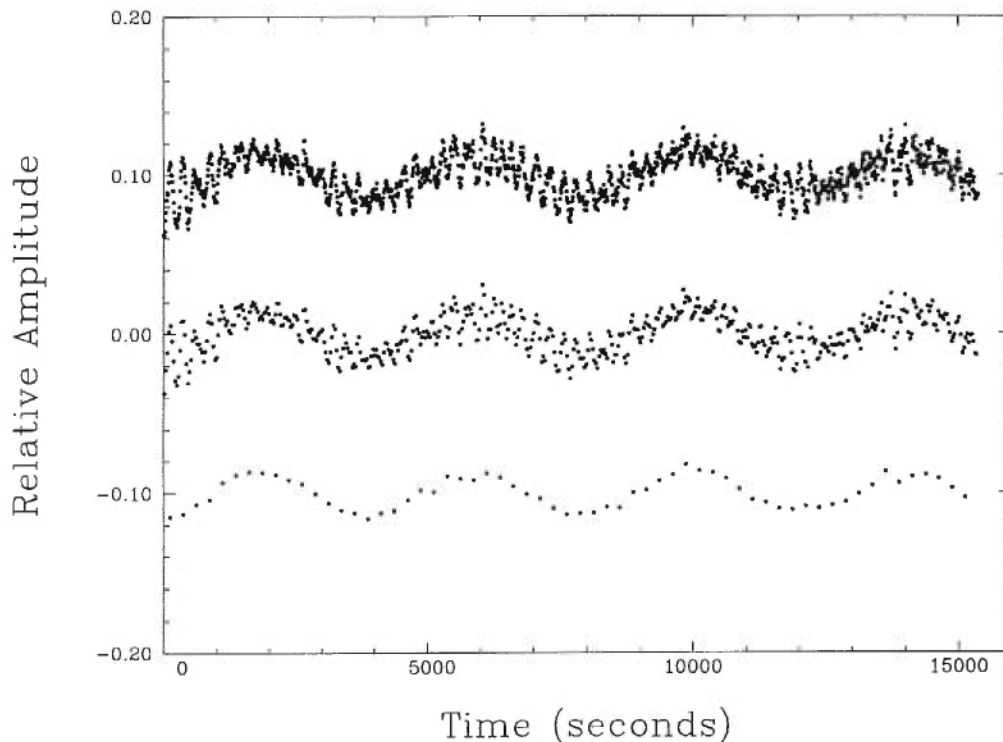


FIGURE 24. Courbe de lumière de KPD 1930+272, observée le 19 Octobre 1998 avec LAPOUNE attachée au télescope de 1.6m du Mont Bigelow (mb-086). La courbe de lumière est exprimée en terme du résidu d'amplitude relative de la brillance moyenne de l'étoile. La courbe supérieure est la courbe originale où chaque point représente un temps d'échantillonnage de 10 s. Elle a été déplacée de 0.10 unités vers le haut pour une meilleure visualisation. La courbe du milieu (inférieure, déplacée vers le bas de 0.10 unités) est en fait une moyenne des données sur des intervalles de 30 s (250 s).

Nous allons, dans un premier temps, nous arrêter sur le phénomène de variations rapides liées aux pulsations de KPD 1930+2752 que nous expliquons par des modes de type  $p$ .

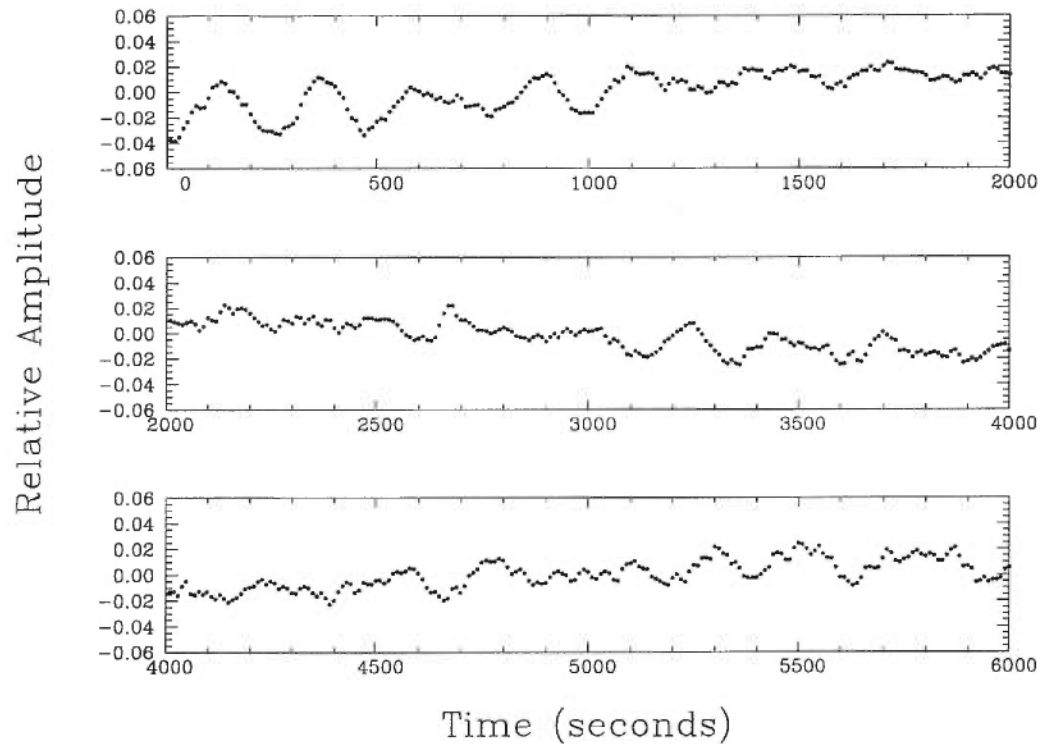


FIGURE 25. Courbe de lumière de la nuit du 19 octobre : agrandissement d'une portion de la courbe de lumière présentée à la figure 24. Chaque point représente 10 s d'intégration.

La détermination des périodes des modes présents dans l'étoile se fait, comme pour les deux précédents objets, par le calcul de la transformée de Fourier. La figure 26 présente les transformées de Fourier individuelles de chacune des nuits. Les pics dominants changent d'une nuit à l'autre, ce qui est caractéristique de la présence de plusieurs oscillations périodiques dont l'écart en fréquence est faible. La résolution atteinte en  $\sim 4$  heures d'intégration, le temps maximum d'observations pour une étoile à  $\alpha = 19h30m$  observée en octobre, n'est pas suffisante pour déterminer avec certitude la période des oscillations détectées.

Pour augmenter la résolution temporelle, il faut combiner toutes les données accumulées au cours des 4 nuits d'observation. La transformée de Fourier totale (cf. figure 27), calculée avec 10 000 points de fréquence par intervalle de 1 mHz,

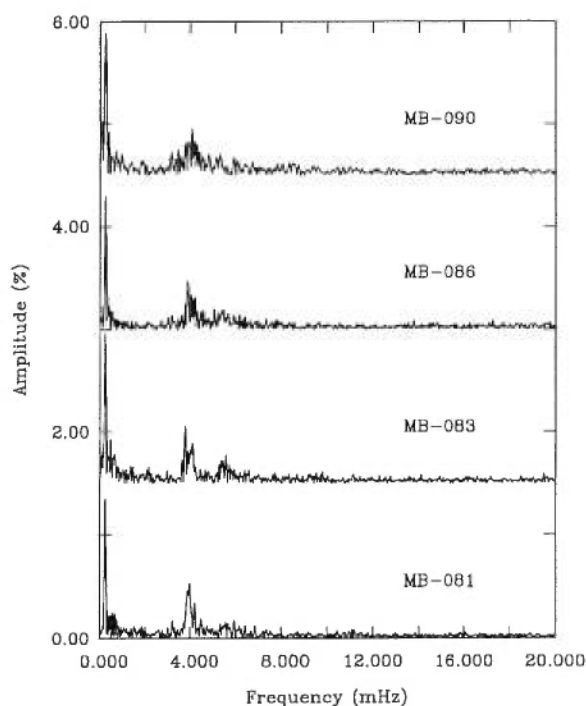


FIGURE 26. Transformées de Fourier individuelles des 4 nuits d'observation.

met en évidence une multitude de pics localisés entre 3 et 7 mHz (soit 340 et 140 s). La résolution temporelle atteinte est alors de  $1.89 \mu\text{Hz}$ .

La méthode de "prewhitening" nous permet d'isoler un à un les pics et de caractériser chaque mode par sa période, son amplitude et sa phase. Une telle démarche aboutit aux 44 modes répertoriés dans le tableau VII (l'oscillation de faible fréquence à  $243.38 \mu\text{Hz}$  sera discutée ultérieurement). La sélection un à un des pics dans le spectre de Fourier est basée sur l'amplitude dominante. Il faut cependant rester prudent car dans le cas présent, la densité de modes dans la transformée de Fourier peut amener à sélectionner un alias dû à l'interruption journalière plutôt que la période réelle.

La transformée de Fourier du résidu de la courbe de lumière après avoir ôté les 44 modes (cf. panneau inférieur de la figure 27) s'approche du spectre caractéristique du bruit. Dans l'intervalle de fréquences 3-7 mHz, le niveau moyen du bruit est de  $0.0211 \%$ . Or, il reste quelques pics dont l'amplitude est nettement supérieure au bruit moyen.

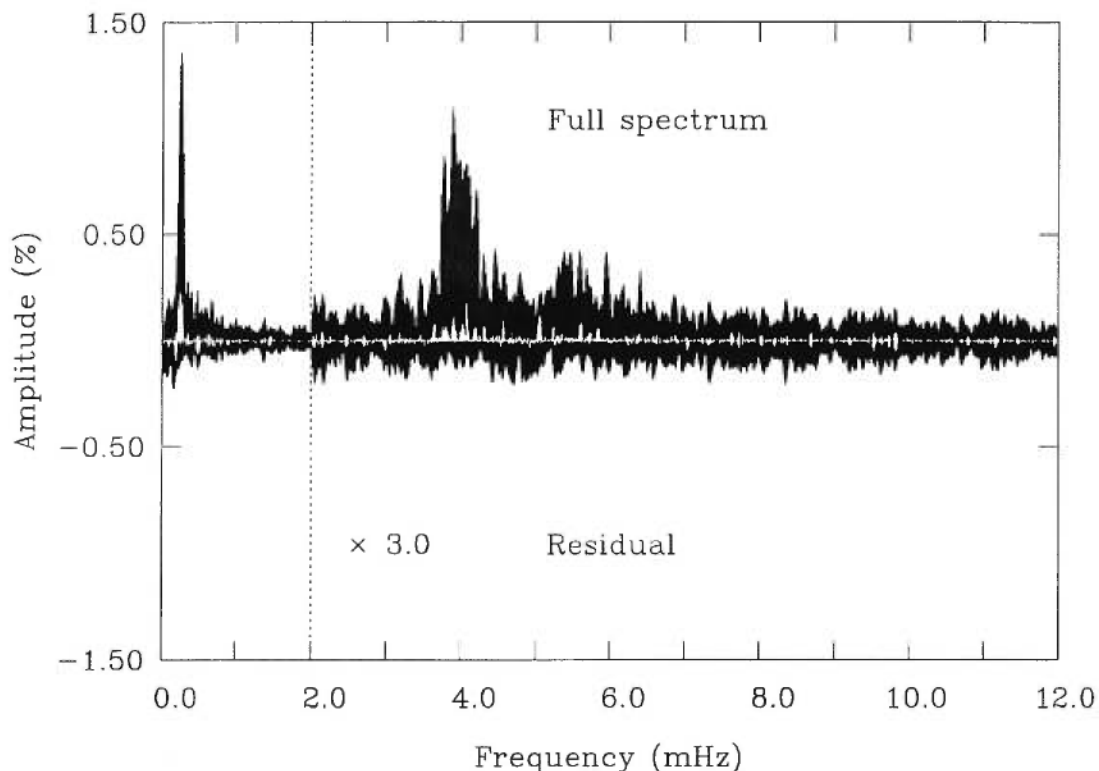


FIGURE 27. Transformée de Fourier totale des 4 nuits d'observation. Panneau supérieur : spectre de Fourier de la courbe de lumière complète de KPD 1930+2752 (mb-081 à mb-090) dans l'intervalle de fréquences 0-12 mHz (périodes  $> 83.33$ s). Cette transformée de Fourier a été calculée à partir de 120000 points de fréquences. L'axe des amplitude est exprimé en pourcentage de variations par rapport à la brillance moyenne de l'étoile. Il est à noter que l'échelle verticale est multipliée par un facteur 3 pour les fréquences supérieures à 2 mHz afin de mieux visualiser les composantes à plus haute fréquence qui ont des amplitudes plus faibles que la fréquence dominante à 0.243 mHz ( $\sim 4108$ s). Panneau inférieur : spectre de Fourier du résidu de la courbe de lumière après avoir ôté les 45 composantes harmoniques répertoriées dans le tableau VII.



TABLEAU VII. Oscillations harmoniques détectées dans la courbe de lumière de KPD 1930+2752.

Frequences ( $\mu\text{Hz}$ )	Périodes (s)	Amplitude (%)	erreur $1\sigma$ (%)	Phase (s)	erreur $1\sigma$ (s)
243.38	4108.88	1.3942	0.0135	1681.99	6.23
3012.75	331.92	0.0673	0.0134	286.99	10.49
3200.50	312.45	0.0858	0.0134	239.89	7.79
3463.62	288.71	0.0682	0.0136	43.27	9.16
3630.65	275.43	0.1204	0.0136	40.97	4.96
3729.50	268.13	0.1049	0.0145	265.47	5.93
3754.37	266.36	0.1516	0.0153	87.77	4.27
3783.63	264.30	0.3375	0.0157	21.00	1.96
3808.63	262.56	0.0992	0.0154	89.58	6.48
3841.25	260.33	0.2012	0.0157	192.70	3.23
3886.63	257.29	0.0920	0.0167	112.84	7.45
3890.13	257.06	0.2126	0.0176	214.82	3.38
3897.13	256.60	0.4513	0.0160	16.57	1.45
3949.62	253.19	0.1572	0.0150	41.80	3.85
3977.75	251.40	0.3305	0.0147	111.45	1.78
3987.88	250.76	0.0698	0.0146	84.16	8.34
4055.50	246.58	0.2856	0.0143	216.95	1.96
4085.12	244.79	0.1444	0.0149	222.76	4.00
4117.25	242.88	0.2548	0.0154	231.73	2.34
4143.88	241.32	0.0915	0.0148	159.49	6.20
4199.62	238.12	0.3205	0.0154	135.58	1.82
4207.00	237.70	0.1845	0.0155	195.58	3.17
4267.50	234.33	0.0685	0.0139	178.92	7.57
4320.75	231.44	0.0980	0.0137	106.45	5.15
4455.13	224.46	0.1078	0.0135	136.56	4.48
4580.50	218.32	0.0702	0.0134	35.89	6.67
4780.62	209.18	0.1027	0.0135	203.17	4.38
5050.63	197.99	0.0731	0.0135	35.89	5.85
5144.13	194.40	0.0676	0.0136	114.48	6.23
5199.87	192.31	0.0641	0.0136	133.86	6.51
5287.88	189.11	0.0803	0.0135	89.81	5.08
5352.00	186.85	0.1031	0.0142	1.42	4.09
5370.50	186.20	0.0924	0.0144	106.42	4.61
5420.88	184.47	0.1144	0.0138	31.95	3.55
5475.50	182.63	0.1233	0.0138	53.54	3.27
5538.63	180.55	0.0840	0.0135	140.48	4.70
5588.25	178.95	0.1629	0.0147	7.83	2.58
5594.50	178.75	0.0927	0.0147	131.06	4.53
5695.72	175.57	0.1077	0.0143	86.94	3.70
5738.25	174.27	0.0731	0.0143	48.21	5.41
5950.70	168.05	0.1338	0.0135	64.96	2.69
6074.77	164.62	0.0762	0.0135	13.39	4.64
6165.08	162.20	0.0648	0.0135	82.77	5.38
6402.72	156.18	0.0997	0.0134	132.59	3.34
6859.47	145.78	0.0817	0.0134	18.55	3.80

## Parenthèse sur la statistique du bruit

Le problème de détection des pics dans les transformées de Fourier nous a poussé à entreprendre une étude statistique. Différentes méthodes basées sur le formalisme de la probabilité de fausse alarme ont été explorées. Ces méthodes cherchent à déterminer un seuil dans le spectre de Fourier au-dessus duquel les pics détectés ont 99% de chance d'être vrais. Sommairement, le formalisme de la probabilité de fausse alarme s'applique à un échantillon de  $N_0$  points dont les données  $X(t_i)$  peuvent être caractérisées par la somme d'un signal ( $X_S$ ) et d'une erreur d'observation aléatoire ( $R$ ) distribuée normalement et de variance  $\sigma_0$  :

$$X(t_i) = X_s(t_i) + R(t_i) \quad (7.1)$$

Conventionnellement, le périodogramme est défini par :

$$P_X(\omega) = \frac{1}{N_0} |FT_X(\omega)|^2 \quad (7.2)$$

où  $FT_X$  est simplement l'amplitude dans la transformée de Fourier. Selon Scargle (1982), le seuil correspondant au fait qu'un pic ait 99% de chance d'être vrai est alors donné, dans le périodogramme normalisé par la variance  $\sigma_0$ , par :

$$z_0 = -\ln(1 - (1 - p_0)^{(1/N)}) \quad (7.3)$$

où  $p_0$  est simplement la probabilité de fausse alarme que l'on désire : pour 99% de chance,  $p_0 = 0.01$ .  $N$  est le nombre de fréquences utilisées pour chercher le maximum :  $N = N_0/2$ , selon Scargle .

Hornes & Baliunas (1986) définissent différemment les quantités utilisées pour le calcul de  $z_0$ . Tout d'abord, ils considèrent que le périodogramme doit être normalisé par la variance totale des données,  $\sigma$  :  $P_N(\omega) = P_X(\omega)/\sigma^2$ . De plus, le nombre de fréquences  $N$  qu'ils utilisent est en fait le nombre de fréquences dites indépendantes. Suite à des simulations, ils caractérisent ce nombre par :

$$N = -6.362 + 1.193N_0 + 0.00098N_0^2. \quad (7.4)$$

Kepler (1993) utilise quant à lui :

$$z_0 = -\ln[1 - (1 - p_0)^{(1/N_i)}] \quad (7.5)$$

dans le cas où le périodogramme est moyenné dans un intervalle choisi par  $\langle P \rangle = \sum_{i=1}^N A_i^2/N$ . Le nombre de fréquences indépendantes, est  $N_i = N/OVS$ ,  $N$  étant le nombre de fréquences utilisées pour calculer le périodogramme dans l'intervalle sélectionné,  $OVS$  est le rapport de sur-échantillonnage ( $OVS = 2 * nfreq/N_0$ ,  $nfreq$  étant le nombre total de fréquences pris pour calculer le périodogramme total).

La dernière étude prise en compte est celle de Alvarez *et al.*(1998) qui simplement aboutit à considérer qu'un seuil de 3.7 fois la valeur moyenne de la transformée de Fourier correspond à 99 % de chance de véracité. Cette dernière solution est très conservatrice et donne des seuils limites supérieurs aux autres méthodes.

La comparaison détaillée de ces différentes méthodes nous amène à conclure qu'un seuil limite correspondant à environ trois fois le bruit moyen dans le spectre de Fourier est une bonne estimation de l'existence de pics.

Dans le cas de KPD 1930+2752, où nous avons vu qu'une fois les 44 modes soustraits du spectre le bruit moyen était de 0.0211 % dans la fenêtre de fréquence 3-7 mHz, la sélection du mode de plus faible amplitude  $P_i = 192.31s$  avec  $a_i = 0.0641$  % est donc raisonnable. Les périodes des modes relevés pour KPD 1930+2752 sont cohérentes avec celles déjà répertoriées pour les 13 autres EC 14026 connues. En cela, KPD 1930+2752 est un objet typique de cette classe d'objets pulsants. Par contre, le nombre important de modes détectés fait d'elle la seconde plus riche EC 14026 après PG 1605+072 (Kilkenny *et al.*, 1999).

## Variation de courte fréquence

Maintenant que nous avons explicité les variations de courtes périodes, arrêtons-nous sur le pic à basse fréquence relevé dans le tableau VII. Sa longue période  $\sim 4109$  s ne peut être le résultat d'un mode de type  $p$  (cf. Charpinet *et al.*, 1997). Différentes solutions ont donc été explorées : l'excitation d'un mode  $g$  (peu probable car les modes de ce type se propagent seulement dans les régions centrales des sdB, loin de la région destabilisatrice qui, elle, est située dans l'enveloppe externe); la présence d'une tache à la surface de l'étoile qui refléterait la période de rotation : la géométrie d'une tache peut être modélisée par la somme d'harmoniques sphériques (Mathys, 1985), mais il faudrait à ce moment observer les harmoniques de 4109 s. Lors de l'analyse de la transformée de Fourier, il semble qu'une sinusoïdale simple reproduise la variation à 4109 s. Cependant, en procédant à un recouvrement en phase des données de la courbe de lumière sur la base de 4108.88 s, nous constatons que ce n'est pas une sinusoïde parfaite : ce n'est donc pas la bonne période. En prenant comme période 8217.76 s, le double de la période observée, et en reproduisant la même opération nous aboutissons à la courbe de lumière de la figure 28. Les barres d'erreur correspondent aux incertitudes sur la valeur de l'amplitude moyenne de chaque intervalle. La courbe en trait plein est simplement la sinusoïde construite à partir de 8218 s et de ses trois premières harmoniques (8218/2, 8218/3, 8218/4). La courbe inférieure de la figure 28 représente la différence entre les données et la sinusoïde reconstruite.

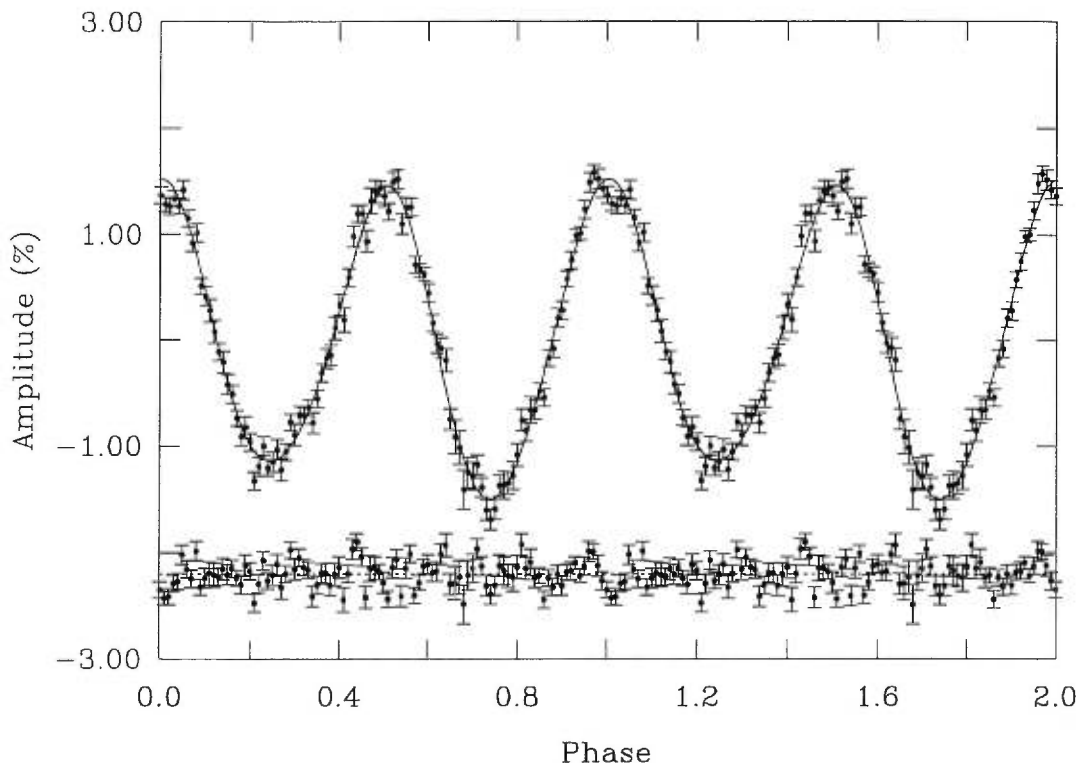


FIGURE 28. Courbe de lumière produite par le recouvrement en phase des données de la mission après avoir enlevé les 44 oscillations “rapides” causées par des pulsations acoustiques. La sinusoïde en trait plein est construite à partir d’un mode de période 8218 s et de ses trois premières harmoniques.

Ce type de courbe est associée dans la littérature à la variation de luminosité ellipsoïdale due à la déformation par effet de marées de la composante primaire d’un système binaire proche synchrone. La période de rotation du système éventuel <sup>1</sup> comportant KPD 1930+2752 serait donc 8217.76 s : le double pic observé sur une phase dans la courbe de lumière vient du fait qu’en une période de rotation de la sdB, l’étoile déformée sera vue deux fois de face. Les minimums sur la figure 28 ne sont pas les mêmes : en effet, le “pole” le plus proche du compa-

<sup>1</sup>Les données spectroscopique et photométrique disponibles ne prouvent pas que KPD 1930+2752 fasse partie d’un système binaire. Aussi des observations complémentaires, notamment en spectroscopie avec résolution temporelle, doivent être réalisées.

gnon subit un assombrissement gravitationnel légèrement plus important. Ainsi quand le compagnon passe devant la sdB, le minimum est plus marqué. Morris (1985) explique ce phénomène de variations ellipsoïdales et leur reproduction par des séries de Fourier, où les coefficients  $C_1$  sont en fait les amplitudes de chaque harmonique dans la transformée de Fourier :

$$L_1(\phi) = \sum_{n=0}^3 C_1(n) \cos(n\phi) \quad (7.6)$$

Tout comme Morris le fait remarquer, c'est la première harmonique ( $n = 1$ ), ici 4108 s, qui domine le spectre de Fourier.

Afin de caractériser le système binaire comportant KPD 1930+2752, nous avons exploré les modèles de Wilson (1979, 1990). Ces modèles, assez complets, permettent à partir de courbes de lumière et de données spectroscopiques, de déterminer les paramètres d'un système binaire : excentricité, rapport de masse des composantes, distance entre les composantes, inclinaison orbitale etc... Ils sont composés de deux sous-programmes : LC (Light Curve) qui génère des courbes de lumière, des courbes de vitesse radiale ou des profils de raies spectrales et de DC (Differential Correction) qui réalise l'ajustement des paramètres du modèle aux données par la méthode de Marquardt. Bien sur il faut avoir un minimum de paramètres d'entrée pour obtenir un résultat cohérent. Il s'avère qu'avec nos seules données en lumière blanche réalisées en photométrie rapide nous ne pouvons obtenir de paramètres fiables. En effet, les modèles vont trouver des centaines de solutions n'ayant pas assez de contraintes réalistes. L'obtention de données dans plusieurs bandes photométriques ainsi que la détermination de vitesses radiales en fonction du temps grâce à des données spectroscopiques permettra de réaliser un ajustement simultané contraignant les modèles et restreignant ainsi le nombre de solutions.

En résumé, KPD 1930+2752 varie de façon multipériodique : pas moins de 44 modes ont été détectés, avec des périodes allant de 145 à 331 s et des amplitudes dans le spectre de Fourier inférieures à 0.45 %. La présence d'une variation

à longue période ( $\sim 8218s$ ) en fait un cas particulier. KPD 1930+2752 représente un enjeu unique : s'il s'avère effectivement qu'elle fait partie d'un système binaire, la combinaison des paramètres fondamentaux obtenus en résolvant le système binaire et des paramètres structuraux déterminés grâce à l'astéroséismologie permettra une avancée importante dans la connaissance de la classe des EC 14026.

## 7.2 PG 0014+067 : un objet simple

Identifiée comme une sdB à partir d'un spectre basse résolution lors du Palomar-Green Survey, PG 0014+067 n'a pas d'autre estimation de sa magnitude, à notre connaissance, qu'une magnitude photographique  $B_{ph} \sim 15.6$ . Saffer & Liebert ont obtenu au Multiple Mirror Telescope (MMT) un spectre optique à rapport signal sur bruit relativement élevé, dont la couverture spectrale s'étale de 3650 à 4500 Å, avec une résolution de  $\sim 3$  Å. Les variations lumineuses que nous avons subséquemment relevées étant de périodes plus courtes que le temps d'exposition (600s), ce spectre est un spectre moyen représentatif de l'étoile. Saffer & Liebert (1999) déterminent les paramètres atmosphériques en ajustant des spectres synthétiques (cf. Saffer *et al.*, 1994) aux raies de Balmer et aux raies d'hélium observées :  $T_{eff} = 33310K$ ,  $\log g = 5.79$  et  $N(He)/N(H) = 0.022$ . Les incertitudes respectives sont 250 K, 0.06 dex et 0.003. Ayant à notre disposition les modèles d'atmosphère de sous-naines de Pierre Bergeron, nous avons réalisé une analyse similaire nous amenant à des paramètres comparables :  $T_{eff} = 33900K \pm 300$ ,  $\log g = 5.73 \pm 0.08$  et  $N(He)/N(H) = 0.021 \pm 0.003$ . La figure 29 présente les raies observées et synthétiques sur lesquelles se base notre étude atmosphérique.

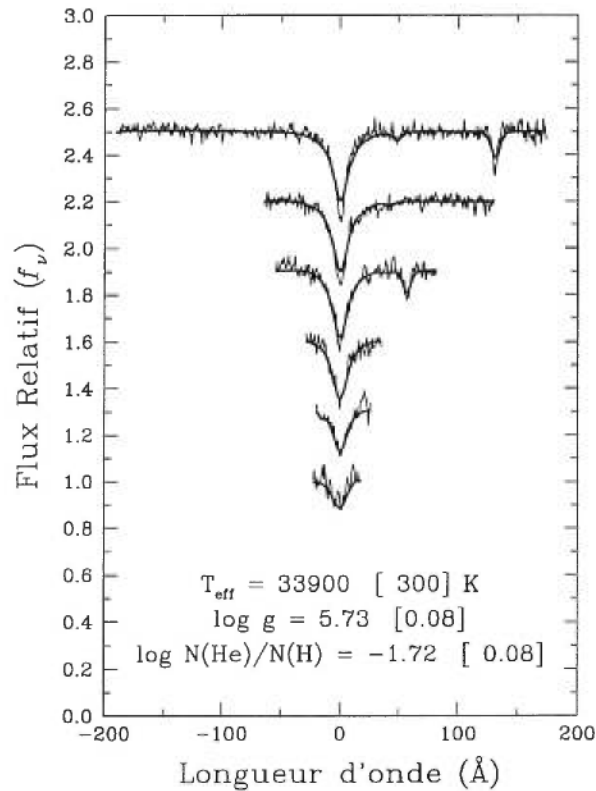


FIGURE 29. Spectre optique de PG 0014+067 et analyse avec des modèles d'atmosphère fournis par P. Bergeron

A partir des critères de Charpinet *et al.*(1997) nous avons donc sélectionné PG 0014+067 comme cible potentielle, en dépit de sa faible luminosité apparente. Lors d'une mission au Mont Bigelow (Arizona) en octobre 1997, nous avons obtenu 1 heure d'observation sur PG 0014+067. Sa faible luminosité ne nous a pas permis de détecter directement de variations sur la courbe de lumière (cf. figure 30). Mais lors de l'analyse en transformée de Fourier (effectuée sur tous les objets observés, même ceux jugés constants), nous avons noté la présence de deux pics dominant le bruit autour de  $\sim 7$  mHz.

Aussi, lors d'une mission au CFHT, nous avons estimé pertinent d'observer PG 0014+067 (cf. tableau VIII) : la sensibilité du télescope était plus adéquate pour la faible magnitude de PG 0014+067 ( $B_{ph} = 15.6$ ). C'est ainsi que nous avons établi la variabilité de cette étoile hors de tout doute.



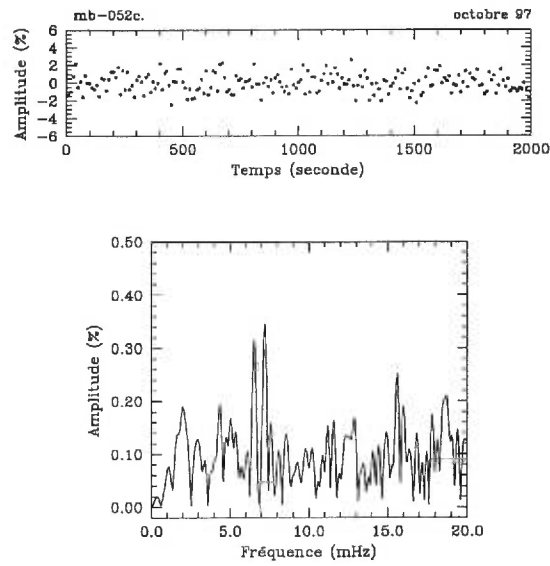


FIGURE 30. Courbe de lumière et transformée de Fourier de la première nuit d'observation sur PG 0014+067 au Mont Bigelow, en octobre 1997.

TABLEAU VIII. Journal des observations photométriques de PG 0014+067

Nom du fichier	Date (UT, 1998)	Début (UT)	Temps d'intégration	Nombre Total de points	Résolution (mHz)
cfh-068	27 Juin	13:12	10s	573	0.175
cfh-072	28 Juin	13:20	10s	530	0.189
cfh-075	29 Juin	12:56	10s	675	0.148
cfh-078	30 Juin	12:55	10s	714	0.140
cfh-081	1 Juil.	12:14	10s	962	0.104

Les figures 31 et 32 montrent respectivement un extrait de la courbe de lumière et la transformée de Fourier totale de la mission. Les variations observées dans la courbe de lumière sont de faible amplitude et montrent des phases constructives et destructives, reflet de la présence de plusieurs modes. La fenêtre d'observation (du 27 juin au 1er juillet) correspond à une résolution de  $2.84 \mu\text{Hz}$  dans le domaine de Fourier. L'analyse de la transformée de Fourier se fait en combinant la méthode d'ajustement par moindres carrés de la courbe de lumière et la méthode de "prewhitening". Nous relevons ainsi la présence des 16 modes répertoriés dans le tableau IX. Ils sont identifiés par un indice  $i = 1, \dots, 13$  pour plus de commodité.

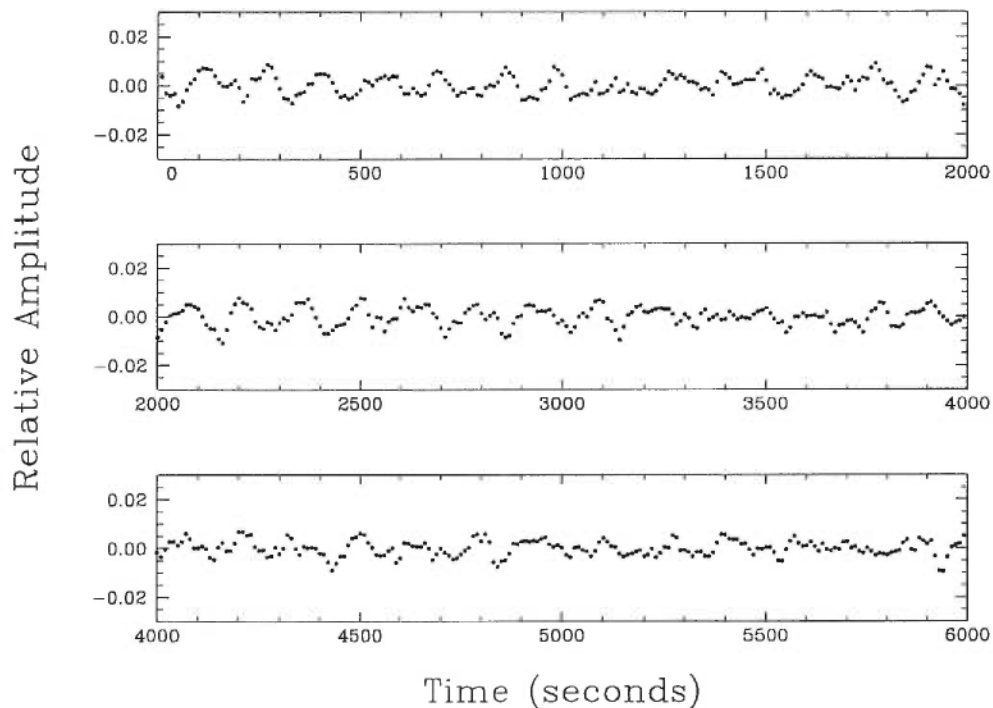


FIGURE 31. Courbe de lumière de PG 0014+067, observée le 29 juin 1998 avec LAPOUNE au CFHT (cfh-075). La courbe de lumière est exprimée en amplitude relative par rapport à la brillance moyenne de l'étoile. Chaque point représente 10 s d'intégration.

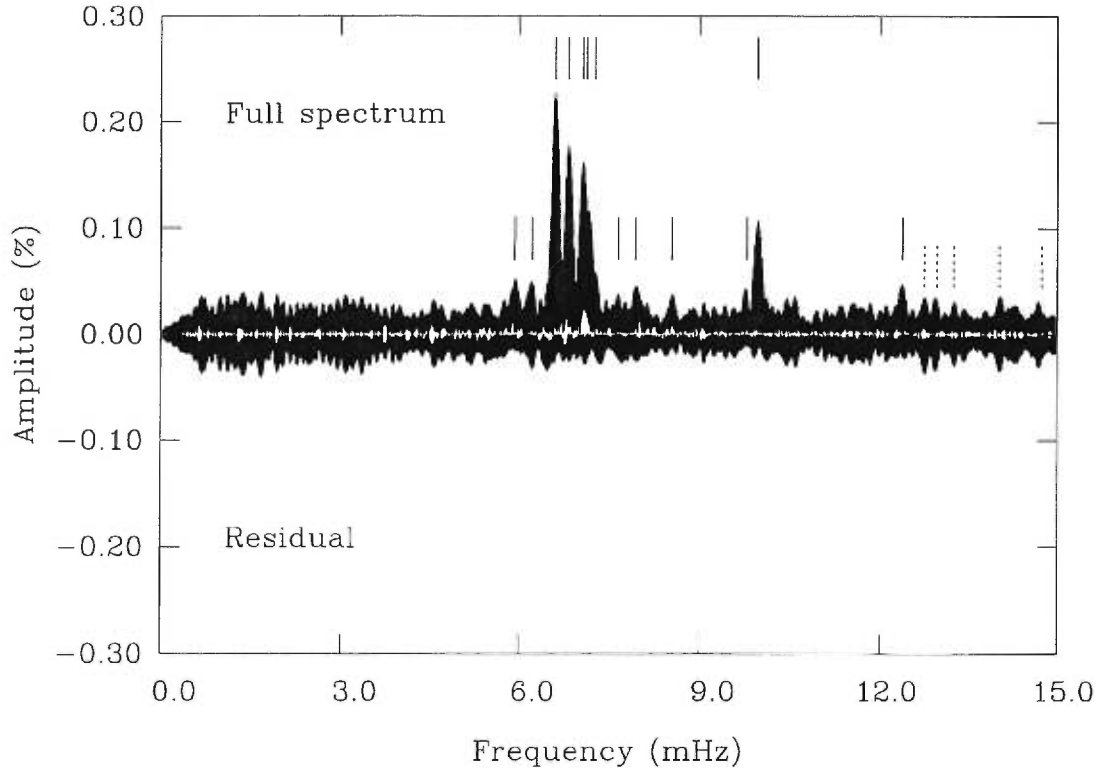


FIGURE 32. PG 0014+067 : Transformée de Fourier de l'ensemble des données de la mission. Les traits pleins marquent les 16 modes répertoriés dans le tableau IX, tandis que les traits en pointillés correspondent à des combinaisons linéaires (voir texte). Le panneau inférieur correspond à la transformée de Fourier du résidu de la courbe de lumière après avoir soustrait les 16 modes et présentée à l'envers.

Comparativement à KPD 1930+2752, PG 0014+067 semble être beaucoup plus simple : la densité des modes est plus faible. L'identification des modes étant plus aisée, nous pouvons explorer l'éventualité de multiplets. Rappelons que la rotation a pour effet de séparer un mode caractérisé par des indices  $k$  et  $l$  en  $2l + 1$  composantes, et que l'écart en fréquences entre les composantes adjacentes ( $|\Delta m| = 1$ )  $\Delta f$  est inversement proportionnel à la période de rotation ( $\Delta f = (1 - C_{kl})/P_{rot}$ , où les  $C_{kl}$  sont définis dans la section §3.2.6 par  $C_{rot}$ ). Ainsi, la présence de multiplets dans le spectre de Fourier nous conduit à une estimation de la période de rotation de l'étoile. Trois groupes de fréquences dans le cas de PG

TABLEAU IX. Oscillations détectées dans la courbe de lumière de PG 0014+067

Fréquence ( $\mu\text{Hz}$ )	Période (s)	Amplitude (%)	erreur $1\sigma$ (%)	Phase (s)	erreur $1\sigma$ (s)
5896.2 ( $f_1^-$ )	169.60	0.0388	0.0088	108.39	6.17
5923.2 ( $f_1^+$ )	168.83	0.0481	0.0088	2.34	4.95
6227.7 ( $f_2$ )	160.57	0.0390	0.0086	51.45	5.66
6621.1 ( $f_3^-$ )	151.03	0.2183	0.0087	73.57	0.96
6630.7 ( $f_3^+$ )	150.81	0.0548	0.0088	55.49	3.83
6837.5 ( $f_4$ )	146.25	0.1729	0.0087	96.79	1.17
7079.1 ( $f_5^-$ )	141.26	0.0393	0.0093	82.82	5.37
7088.7 ( $f_5^+$ )	141.07	0.1950	0.0090	64.55	1.04
7150.2 ( $f_6$ )	139.86	0.1435	0.0094	35.54	1.45
7286.2 ( $f_7$ )	137.25	0.0318	0.0087	71.57	5.99
7670.3 ( $f_8$ )	130.37	0.0281	0.0087	91.22	6.38
7952.1 ( $f_9$ )	125.75	0.0466	0.0086	31.70	3.70
8552.1 ( $f_{10}$ )	116.93	0.0312	0.0086	75.59	5.13
9797.6 ( $f_{11}$ )	102.07	0.0337	0.0086	78.73	4.16
9970.3 ( $f_{12}$ )	100.30	0.1061	0.0086	54.77	1.30
12386.8 ( $f_{13}$ )	80.73	0.0462	0.0086	6.88	2.39

0014+067 ont des écarts supérieurs à la résolution temporelle mais notablement faibles :  $f_1$ ,  $f_3$  et  $f_5$ . Les écarts en fréquences des composantes supposées sont respectivement 27.0, 9.6 et 9.6  $\mu\text{Hz}$ . Chacune des composantes est identifiée par un  $-$  ou un  $+$  pour symboliser leur appartenance à un multiplet.

La transformée de Fourier du résidu de la courbe de lumière une fois ôtés les 16 modes a une valeur moyenne de 0.010 % (cf. figure 32) sur l'intervalle 5-13 mHz. Les amplitudes des modes sélectionnés s'échelonnent de 0.218 à 0.028 % : nous avons vu précédemment qu'un seuil de trois fois la valeur moyenne du bruit était

une estimation correcte de la véracité des modes. Seul le mode  $f_8$  est donc à la limite du seuil représentant 99 % de probabilité d'être réel.

Afin de pousser plus en avant l'hypothèse de la présence de multiplets, nous avons cherché en deça du seuil limite l'existence de composantes supplémentaires. Deux pics associés à  $f_3$  et  $f_5$  peuvent être rattachés aux multiplets :  $f_3^{--} = 6611.6 \mu\text{Hz}$  et  $f_5^{++} = 7118.7 \mu\text{Hz}$  ayant des amplitudes respectives de 0.0245 % et 0.0283 %. En résumé, nous avons donc  $(f_1^+, f_1^-) = (5923.2, 5896.2)$ ,  $(f_3^+, f_3^-, f_3^{--}) = (6630.7, 6621.1, 6611.6)$ ,  $(f_5^{++}, f_5^+, f_5^-) = (7118.7, 7088.7, 7079.1)$ , donc les écarts sont respectivement  $\Delta f_1 = (27.0)$ ,  $\Delta f_3 = (9.6, 9.5)$  et  $\Delta f_5 = (30.0, 9.6)$ . Nous pouvons raisonnablement supposer que les espacements entre  $(f_1^+, f_1^-)$  et  $(f_5^{++}, f_5^+)$  correspondent à une différence d'indice  $|\Delta m| = 3$ . Alors, l'écart moyen entre les différentes composantes des multiplets supposés est de  $\Delta f \sim 9.5 \mu\text{Hz}$  : ce qui correspond à une estimation de la période de rotation de PG 0014+067 de  $P_{rot} \sim 29.2 h$ , dans le cas où les  $C_{kl} \ll 1$ <sup>2</sup>. En comparaison des résultats obtenus par Heber *et al.* (1999) pour PG 1605+072 ( $P_{rot} \sim 4.6 h$ ), PG 0014+067 peut être considérée comme un rotateur lent car les composantes des multiplets ne se recoupent pas dans le domaine de Fourier.

Le dernier point à considérer dans la transformée de Fourier est la présence de combinaisons linéaires, caractérisation dans le domaine de Fourier d'échanges d'énergie entre modes. En regardant la transformée de Fourier dans l'intervalle 12-15 mHz, nous relevons la présence de 5 pics de faible amplitude (cf. figure 32, traits en pointillé) qui pourraient être associés à des combinaisons linéaires :  $f_1^+ + f_4$ ,  $f_1^- + f_5^-$ ,  $f_3^- + f_3^+$ ,  $f_4 + f_6$ ,  $f_5^- + f_8$ . Nous resterons cependant au stade de la suggestion, les amplitudes des pics dans cette fenêtre étant peu supérieures au niveau du bruit. Dans le contexte des pulsations, les pics non-linéaires de la sorte ne sont pas associés à des modes indépendants.

En résumé, les observations de PG 0014+067 obtenues au CFHT nous per-

---

<sup>2</sup> $C_{kl} \ll 1$  est une propriété des modes  $p$  dans les sdB, cf. Charpinet (1998).

mettent d'isoler 13 modes indépendants ( $80 < P < 170s$ , avec  $A < 0.22\%$ ). La détection de ces 13 modes dans la fenêtre 80-170 s donne à PG 0014+067 beaucoup plus d'attraits que la majorité des autres EC 14026 dont le nombre de modes détectés est seulement de 2 à 5. Soulignons ici que c'est grâce à la sensibilité du CFHT que nous avons pu obtenir des données d'aussi bonne qualité. Evidemment, PG 0014+067 montre beaucoup moins de modes que KPD 1930+2752 (44 modes) ou que PG 1605+072 ( $> 50$  modes) mais cette simplicité apparente ouvre la porte à un premier essai d'identification des modes.

## CHAPITRE 8

### Résultats et discussion

Au terme de notre programme, nous avons observé 84 sdB. Le tableau X suivant résume pour les 78 étoiles ne montrant pas de variation évidente, leur nom, le lieu d'observation (il est spécifié lorsque plusieurs observations ont été réalisées), la date en temps universel, la durée ainsi que les limites sur l'amplitude dans le spectre de Fourier. Les limites dépendent bien sûr des conditions d'observation, de la taille du télescope et de la durée d'observation. Elles s'appliquent dans une fenêtre de périodes allant de 20s (la valeur minimale de Nyquist puisque le temps d'échantillonnage était, de façon uniforme, égal à 10s) jusqu'à environ la moitié de la durée d'une observation. Pour certains objets la limite atteinte n'est pas satisfaisante : les EC 14026 pulsent avec des amplitudes relativement faibles, pouvant descendre jusqu'à quelques dixièmes de pour-cent comme dans le cas de PG 0014+067. Il faut donc rester prudent quant à avancer que ces objets ne pulsent pas.

Le choix de mettre fin à notre programme de recherche de sous-naines pulsantes a été motivé par plusieurs points : 1- nous avons observé près de 60 % de notre échantillon initial ce qui représente une bonne couverture et nous fournit un sous-échantillon représentatif; 2- la magnitude moyenne des objets restants est de  $\sim 14.9$ , ce qui laisse seulement des étoiles relativement peu brillantes et difficilement observables sur des télescopes de petite envergure; 3- les objets observés recouvrent bien le plan  $T_{eff} - \log g$  ce qui répond à notre volonté d'exploration des paramètres atmosphériques; 4- nous avons accumulé des observations

durant 3 saisons, ce qui est raisonnable pour un projet de doctorat en astronomie d'observation.



TABLEAU X. Listes des sdB constantes observées et limites sur l'amplitude dans le spectre de Fourier

Etoile	Lieu	Date (UT)	Durée h:m	Limite %	Etoile	Lieu	Date (UT)	Durée h:m:s	Limite %
PG 0004+133	OMM	7/08/97	1:20	0.16	PG 1403+316	MB	14/08/97	1:55	0.08
PG 0005+178	MB	29/09/97	1:00	0.14	PG 1452+198	MB	24/02/98	1:00	0.11
PG 0006+120	MB	28/09/97	1:00	0.13	PG 1458+423	MB	23/02/98	1:00	0.09
PG 0026+046	MB	14/10/98	1:57	0.13	PG 1512+243	MB	24/02/98	1:18	0.15
PG 0039+103	MDM	2/11/96	2:37	0.40	PG 1538+269	MB	28/02/98	0:30	0.10
HS 0048+026	MB	15/10/98	3:13	0.45	PG 1616+144	OMM	9/08/97	1:10	0.18
KPD 0054+5406	OMM	11/08/97	1:10	0.58	PG 1619+522	OMM	7/08/97	1:07	0.08
	MB	30/09/97	1:07	0.08	PG 1644+404	OMM	13/08/97	1:31	0.35
PG 0055+016	MB	16/10/98	2:02	0.15	PG 1648+536	OMM	11/08/97	1:14	0.15
KPD 0106+524	MB	29/09/97	0:52	0.30	PG 1701+359	OMM	12/08/96	3:58	0.05
PG 0111+177	MB	30/09/97	1:50	0.26		OMM	15/08/96	4:11	0.04
PHL 1079	MB	01/10/97	1:19	0.08		OMM	16/08/96	2:08	0.20
TON S 227	MDM	5/11/96	3:03	0.04	PG 1710+490	OMM	4/08/97	1:07	0.19
HS 0213+2329	MB	14/10/98	2:15	0.13	PG 1722+286	OMM	7/08/97	1:06	0.08
PG 0221+217	MDM	4/11/96	2:58	0.40	PG 1725+252	CFHT	12/06/96	1:04	0.03
	MB	28/09/97	1:16	0.18	PG 1743+477	CFHT	12/06/96	1:00	0.04
PG 0242+132	MB	27/09/97	1:33	0.08	KUV 1758+364	MB	14/03/97	0:59	0.10
PG 0319+054	MB	28/09/97	0:39	0.18	KPD 1905+1144	OMM	10/08/97	1:15	0.43
KPD 0640+1412	MDM	2/11/96	1:29	0.25	KPD 1946+4340	OMM	9/08/97	1:38	0.43
	MDM	4/11/96	1:16	0.65	KPD 2007+4527	CFHT	12/06/97	0:46	0.10
KPD 0732+0057	MDM	5/11/96	0:47	0.30	PG 2059+013	OMM	11/08/96	1:04	0.40
PG 0816+314	MB	23/02/98	1:39	0.18	PG 2110+127	CFHT	12/06/96	1:00	0.05
PG 0823+465	MB	28/02/98	1:00	0.17	KPD 2118+3841	OMM	8/08/97	1:18	0.29
PG 0839+399	MB	18/03/97	2:00	0.17	PG 2128+113	CFHT	13/06/97	0:51	0.15
PG 0907+123	MB	23/02/98	0:59	0.15	PG 2128+096	OMM	11/08/97	1:19	0.20
PG 0903+275	MB	11/03/97	2:10	0.04	PG 2132+095	MDM	4/11/96	2:26	0.30
PG 0909+164	MB	13/03/97	2:10	0.06	PG 2204+034	OMM	12/08/96	1:04	0.15
PG 0918+029	MB	15/03/97	4:38	0.20	KPD 2215+5037	OMM	11/08/97	1:25	0.20
	MB	16/03/97	2:00	0.07	PG 2218+051	OMM	12/08/96	1:12	0.40
PG 0919+272	MB	11/03/97	2:10	0.07	KPD 2254+5444	OMM	11/08/97	1:25	0.18
PG 0921+161	MB	1/03/98	1:00	0.11	PG 2259+133	OMM	10/08/97	1:01	0.40
PG 0934+186	MB	12/03/97	4:24	0.07	PG 2303+114	MDM	5/11/96	3:29	0.10
PG 1000+408	MB	12/03/97	2:10	0.06	FEIGE 108	OMM	10/08/96	1:19	0.10
PG 1032+406	MB	11/03/97	2:11	0.04		OMM	15/08/96	2:37	0.08
PG 1051+501	MB	1/03/98	0:38	0.06		MDM	4/11/96	2:38	0.06
PG 1101+249	MB	14/03/97	3:07	0.12	PG 2314+076	CFHT	12/06/96	0:50	0.06
PG 1104+243	MB	9/03/97	2:18	0.08	PG 2315+089	OMM	9/08/97	1:13	2.00
PG 1206+165	MB	15/03/97	2:12	0.07	PG 2317+046	OMM	11/08/96	1:13	0.15
PG 1234+253	MB	10/03/97	1:50	0.04	PG 2323+120	MB	19/10/98	1:31	0.15
PG 1255+547	MB	23/02/98	1:06	0.15	HS 2333+3927	MB	14/10/98	2:20	0.11
PG 1303-114	MB	13/03/97	2:10	0.18	PG 2335+106	MB	16/10/98	1:55	0.20
PG 1340+607	CFHT	8/06/96	1:38	0.03	PG 2358+107	CFHT	12/06/96	0:56	0.05
PG 1352-023	MB	12/03/97	2:06	0.07	PG 2359+197	MB	19/10/98	1:55	0.25
	MB	13/03/97	2:06	0.06					
	MB	16/03/97	5:39	0.06					
	MB	18/03/97	3:17	0.07					

## 8.1 Sous-naines pulsantes

### 8.1.1 EC 14026 découvertes et observées subséquentement au CFHT

Nous avons au cours de ce projet mis à jour la variabilité de quatre sdB : PG 1047+003 (mars 97), KPD 2109+4401 (septembre 97), PG 0014+067 (juin 98) et KPD 1930+2752 (octobre 98). Chacune d'entre elles fait l'objet d'un chapitre de ce mémoire. De plus, nous avons pu observer PG 1605+072 et Feige 48, sdB variables mises en évidence par le groupe du South African Astronomical Observatory, impliqué également dans la recherche de sous-naines pulsantes.

Les observations de suivis de ces étoiles ont été réalisées au CFHT, afin d'obtenir des données de très bonne qualité et de minimiser le niveau du bruit (cf. tableau XI). Ces observations de qualité exceptionnelle serviront à des analyses astéroséismologiques détaillées, hors du contexte de cette thèse.

La figure 33 présente un exemple, pour chacune des sdB pulsantes observées au CFHT, de la courbe de lumière (chaque point correspond à 10 secondes d'intégration) et de la transformée de Fourier dans l'intervalle de fréquences pertinent. A travers ces 6 objets, nous avons une bonne représentation de la classe des EC 14026. De façon globale, les sdB montrent des variations multipériodiques avec des périodes inférieures à 600 s et des amplitudes de l'ordre de quelques dixièmes de pour-cent.

### 8.1.2 Arrêt sur les EC 14026 connues

Dans ce qui suit, nous présentons une synthèse des données des EC 14026 connues aujourd'hui (15 dans le domaine public) et une caractérisation de cette nouvelle classe d'étoiles pulsantes. Le tableau XII regroupe les paramètres atmosphériques ( $T_{eff}$ ,  $\log g$ ,  $N(He)/N(H)$ ) déterminés à l'aide de spectres optiques et de modèles d'atmosphère, l'intervalle de périodes observées ainsi que le nombre

TABLEAU XI. Missions de suivis au CFHT

Objet	Date (UT)	Temps	Objet	Date (UT)	Temps
PG 1047+003	10/06/97	2:03	Feige 48	26/06/98	2:53
	11/06/97	2:09		27/06/98	2:50
	12/06/97	2:00		28/06/98	2:50
	13/06/97	2:33		29/06/98	2:50
PG 1605+072	10/06/97	1:30	KPD 2109+4401	30/06/98	2:50
	11/06/97	5:00		01/07/98	1:55
	12/06/97	5:45		26/06/98	5:43
	13/06/97	5:24		27/06/98	4:00
PG 0014+067	27/06/98	1:38	KPD 1930+2752	28/06/98	3:34
	28/06/98	1:31		29/06/98	4:00
	29/06/98	1:55		30/06/98	4:00
	30/06/98	2:02		01/07/98	2:10
	01/07/98	2:44		13/08/99	3:30
	13/08/99	2:09		14/08/99	3:15
	14/08/99	3:30		15/08/99	4:30
	15/08/99	4:57		16/08/99	1:55
	16/08/99	1:00		17/08/99	4:30
	17/08/99	5:02			

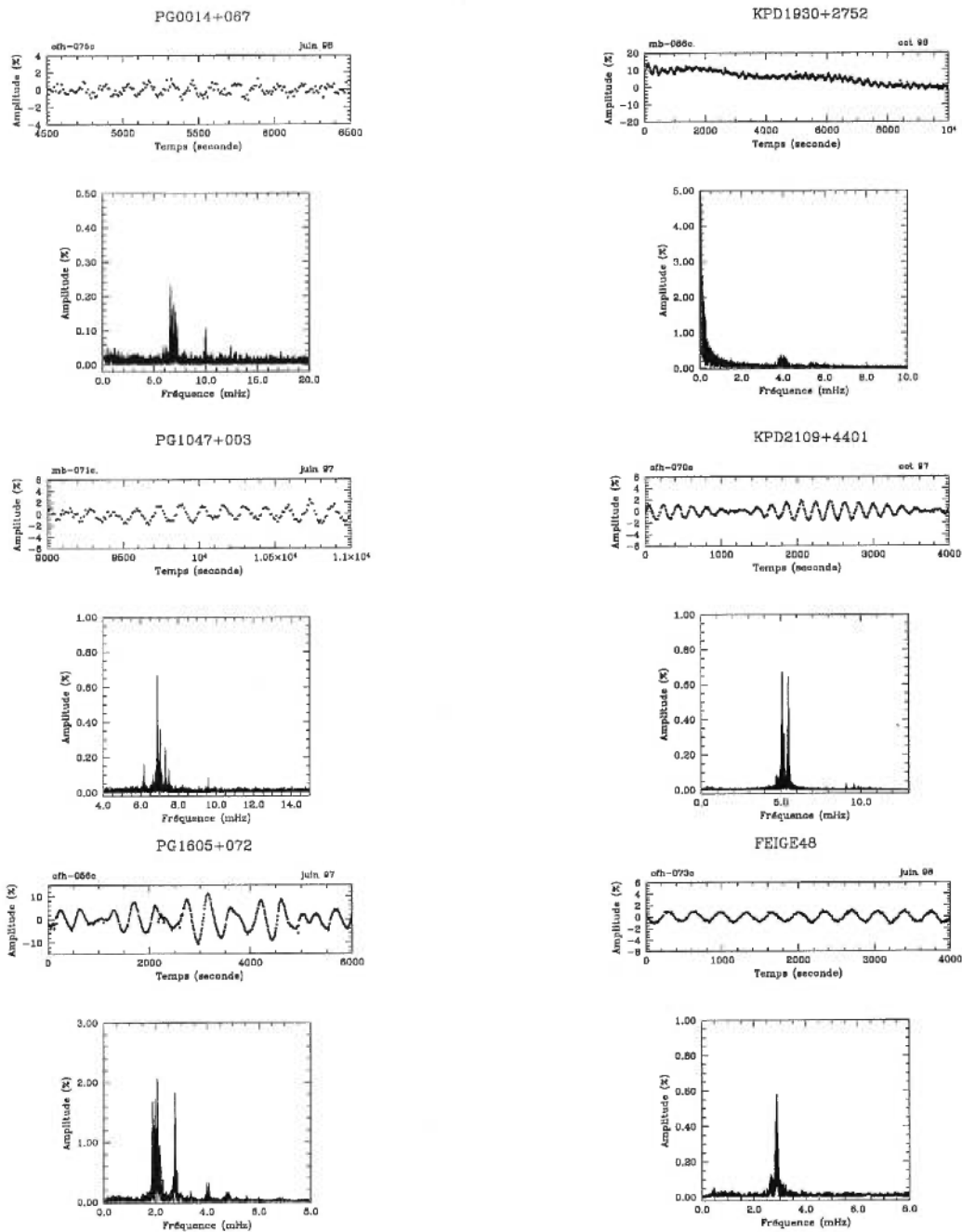


FIGURE 33. Un exemple de courbe de lumière (chaque point correspond à 10 s d'intégration) et de transformée de Fourier pour les 4 sdB pulsantes découvertes lors de ce projet ainsi que de PG 1605+072 et Feige 48, découvertes par le groupe du SAAO.

de modes détectés pour chacune des EC 14026. La température effective moyenne de l'échantillon est  $\langle T_{eff} \rangle = 32900$  K et la gravité moyenne  $\langle \log g \rangle = 5.72$ .

TABLEAU XII. Caractéristiques des sdB pulsantes connues

Nom	V	$T_{eff}$ (K)	$\log g$	$N(He)$ $/N(H)$	$P_{max}$ (s)	$P_{min}$ (s)	Nbre de P.	Réf.
EC 14026-2647	15.3	34700	6.10		144.3	133.6	2	1
EC 10228-0905	15.9	33500	6.00		152.5	139.8	3	2
EC 20117-4014	12.5	34800	5.89		157.5	137.3	3	3
PG 0911+456	14.6	31900	5.82	0.0	165.7	155.8	3	4
PG 1219+534	13.2	32800	5.76	$\leq 0.10$	148.8	128.1	4	4
EC 05217-3914	15.6	31300	5.76	0.0	217.7	212.5	4	5
PG 0014+067	15.9 ph	33900	5.73	0.18	168.8	80.7	16	6
KUV 0442+1416	15.1	30900	5.72	0.0	231.9	184.5	7	5
KPD 2109+4401	13.4	31200	5.71	0.10	198.4	182.5	5	7
PG 1336-018	13.5	33000	5.70		184.0	141.3	2	8
PG 1047+003	13.5	34370	5.70	0.16 <sup>a</sup>	161.9	104.3	13	9
KPD 1930+2752	13.8	33880	5.61	0.21	4108.9	145.8	$\geq 40$	10
PB 8783	12.3	35700	5.54		136.3	94.1	7	11
Feige 48	13.5	28900	5.45		379.2	342.7	4	12
PG 1605+072	12.8	32300	5.25	0.08	601.2	206.4	$\geq 50$	13

<sup>a</sup>Allard, communication privée :  $T_{eff} = 32463K$ ,  $\log g = 5.24$ ,  $N(He)/N(H) = 0.16$ .

Références : 1- Kilkenny *et al.*(1997); 2- Stobie *et al.*(1997b); 3- O'Donoghue *et al.*(1997a); 4- Koen *et al.*(1999a); 5- Koen *et al.*(1999b); 6- Billères *et al.*(2000b); 7- Billères *et al.*(1998); 8- Kilkenny *et al.*(1998); 9- Billères *et al.*(1997); 10- Billères *et al.*(2000a); 11- Koen *et al.*(1997), O'Donoghue *et al.*(1998b); 12- Koen *et al.*(1998c); 13- Koen *et al.*(1998b), Kilkenny *et al.*(1999), Heber *et al.*(1999).

Pour une visualisation plus aisée, la figure 34 associe à chaque étoile pulsante les périodes répertoriées. Les lignes continues noires correspondent aux études réalisées par le groupe du SAAO, les pointillés rouges à celles de notre groupe.

Nous avons donc 4 objets de comparaison : PG 1047+003, KPD 2109+4401, PG 1605+072 et Feige 48. Il est clair sur la figure 34 que la majorité des EC 14026 pulsent avec des périodes inférieures à 250 s.

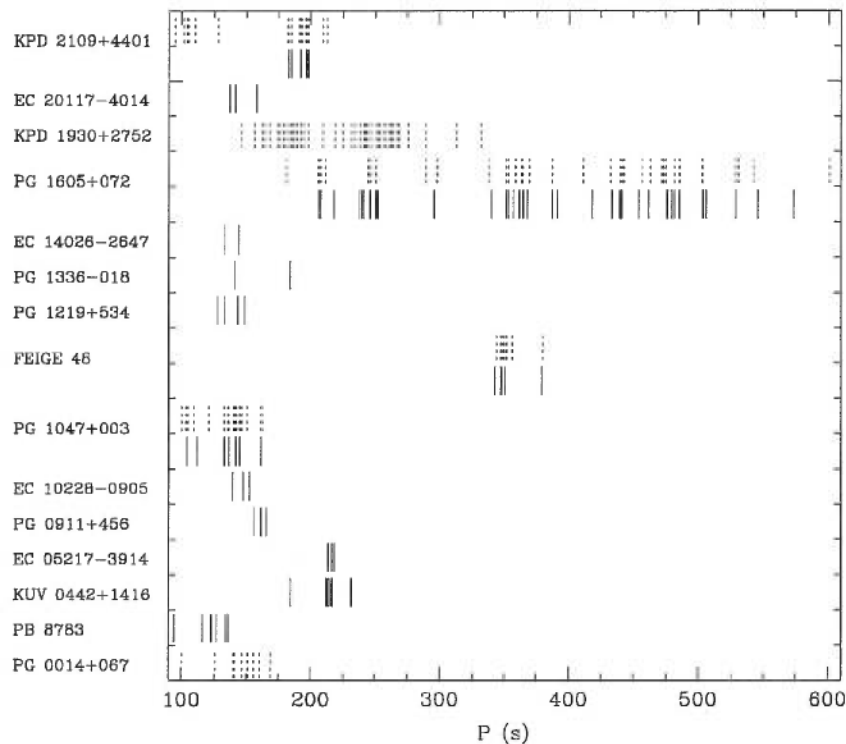


FIGURE 34. Périodes pour chaque sdB pulsante. Les traits plein correspondent aux périodes trouvées par le groupe du SAAO, les pointillés par notre groupe. Les quatre objets indiqués en rouge ont été découverts lors de notre projet.

Trois objets se démarquent du lot : PG 1605+072, sdB pulsante possédant le plus grand nombre de modes ( $\geq 50$ ) et les périodes les plus longues ( $\leq 600s$ ); Feige 48, cas intermédiaire entre PG 1605+072 et les autres EC 14026 du point de vue longueur de périodes; KPD 1930+2752 qui semble aussi faire un lien entre les pulsantes à longues périodes et celles à plus courtes périodes. Trois objets ont été les cibles de campagnes multi-sites : PB 8783 (O'Donoghue *et al.*, 1998b), PG

1605+072 (Kilkenny *et al.*, 1999) et PG 1047+003. La résolution atteinte permet d'aller distinguer des modes très proches pouvant être associés à des composantes de multiplets, et ainsi d'élargir pour chaque objet le nombre de modes détectés. Il est à noter cependant que les campagnes ne permettent pas d'obtenir un rapport signal-sur-bruit aussi bon qu'au CFHT. Malgré la plus faible résolution temporelle après 4 ou 6 nuits au CFHT, la qualité des données est inégalable et les résultats sont aussi pertinents que dans le cas des campagnes multi-sites (exemple de PG 1605+072 sur la figure 34).

En regard des données disponibles (paramètres atmosphériques et périodes astéroséismologiques), nous pouvons constituer deux sous-classes : la première regroupant la majorité des EC 14026, c'est à dire celles ayant des températures et des gravités proches de la moyenne; la seconde composée de PG 1605+072 et Feige 48 qui ont des paramètres atmosphériques nettement inférieurs à cette moyenne, soit respectivement  $T_{eff} = 32300K$ ,  $\log g = 5.25$  et  $T_{eff} = 28900 K$ ,  $\log g = 5.45$ . Dans le chapitre 3, nous avons résumé l'étude faite par Fontaine *et al.* (1998) qui explorent le comportement des périodes en fonction de la température effective et de la gravité. En nous basant sur les premiers résultats d'observations, il semble que les prédictions faites par Fontaine *et al.* soient approximativement vérifiées (cf. figures 35 et 36) : nous constatons par exemple une augmentation des périodes avec une diminution de la gravité (PG 1605+072 a la gravité la plus faible,  $\log g = 5.25$ , et montre les modes ayant les plus longues périodes, jusqu'à 600 s). Le cas de PB 8783 est exceptionnel, mais il semblerait que sa gravité de surface soit largement sous-estimée (cf. O'Donoghue *et al.*, 1999). La raison est que PB 8783 montre un spectre optique contaminé par la présence d'un compagnon de la séquence principale, ce qui rend la détermination des paramètres atmosphériques très incertaine dans ce cas. O'Donoghue *et al.* (1999) argumentent que  $\log g$  est sans doute sous-estimée. De même, l'augmentation des périodes avec une diminution de la température est suggérée par Feige 48 qui possède la plus faible température effective et pulse avec des périodes comprises entre 380 et 340 s, donc

parmi les longues périodes. Cet effet est beaucoup moins important toutefois que la dépendance des périodes sur la gravité. Le dernier point de comparaison entre les prédictions de Fontaine *et al.*, porte sur l'amplitude des variations : plus la gravité est faible plus les amplitudes sont fortes, ce qui est le cas au moins pour PG 1605+072, sdB pulsante montrant les plus grandes variations.

Le seul paramètre atmosphérique dont l'influence sur les pulsations n'a pas été quantifiée par Fontaine *et al.* est l'abondance d'hélium. Nous avons vu au chapitre 2 que les sous-abondances d'hélium observées dans les sdB peuvent être expliquées par la présence d'un vent. Il en est de même dans le cas des EC 14026. L'abondance d'hélium ne joue pas directement un rôle dans le mécanisme de pulsation, mais elle peut nous donner un indice sur le vent présent. Ce vent, s'il n'est pas trop fort, ne modifie pas l'abondance de surface des éléments lourds, en particulier le fer,<sup>1</sup> mais peut affecter le réservoir de fer plus en profondeur : ce réservoir est à l'origine des pulsations dans les sdB. La détermination du taux de perte de masse due au vent, via l'abondance d'hélium, nous permettra donc de savoir si la quantité de fer présente est suffisante pour activer le mécanisme de déstabilisation.

Du point de vue de la distribution des périodes, les EC 14026 montrent une certaine diversité (cf. figure 33) qui peut s'expliquer donc par des paramètres atmosphériques différents, mais également par l'effet de la rotation de l'étoile. En effet le cas de PG 1605+072, où le nombre de modes détectés est supérieur à 50, nous a poussé à considérer l'effet du dédoublement rotationnel. Des spectres à haute résolution ont été pris par Heber *et al.*(1999) au télescope KECK I : l'élargissement important des raies laisse suggérer une vitesse de rotation élevée ( $v \sin i = 39 \text{ km/s}$ ). L'idée qu'un certain nombre de modes soit les composantes de multiplets n'est donc pas à négliger. Dans le cas approché de la rotation lente,

---

<sup>1</sup>A cause des forces de radiation s'appliquant au fer, l'abondance de surface est maintenue à peu près constante indépendamment du vent (cf. Fontaine & Chayer, 1998)



les composantes sont équidistantes, alors que la rotation rapide <sup>2</sup> introduit des effets d'ordre supérieur. Pour ce qui est de PG 1605+072, il n'y a pas d'écart constant évident à l'intérieur de groupes de fréquences pouvant être associés à des multiplets, ce qui est cohérent avec la rotation rapide.

Un second phénomène peut expliquer la multitude de périodes : les échanges d'énergie entre modes amènent dans le spectre de Fourier des fréquences résultant de combinaisons linéaires de la forme  $f_k = \alpha f_i + \beta f_j$ .

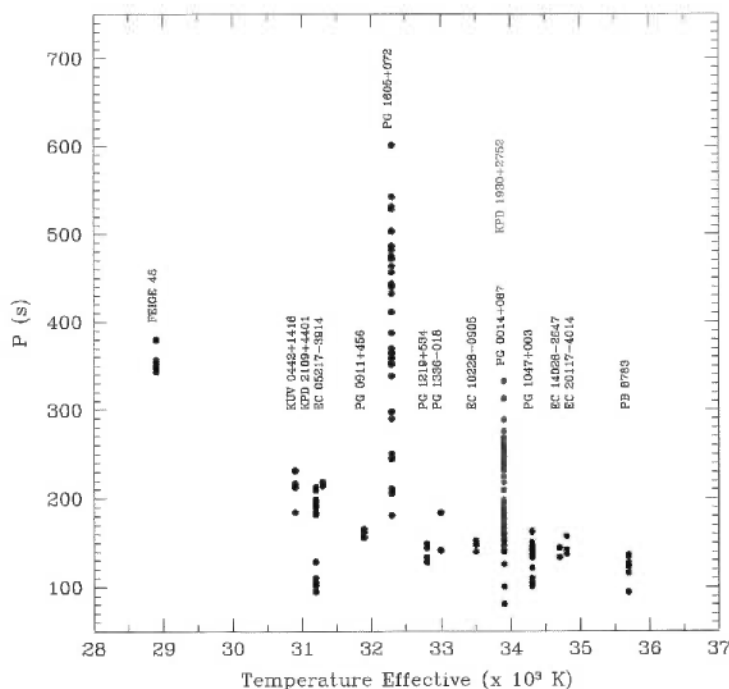


FIGURE 35. Comportement des périodes en fonction de la température effective.

<sup>2</sup>La rotation rapide est définie par le fait que les composantes des modes adjacents se superposent : en effet,  $\Delta f \propto v_{rot}$  et donc quand la vitesse devient importante, l'écart entre les composantes est de plus en plus grand.

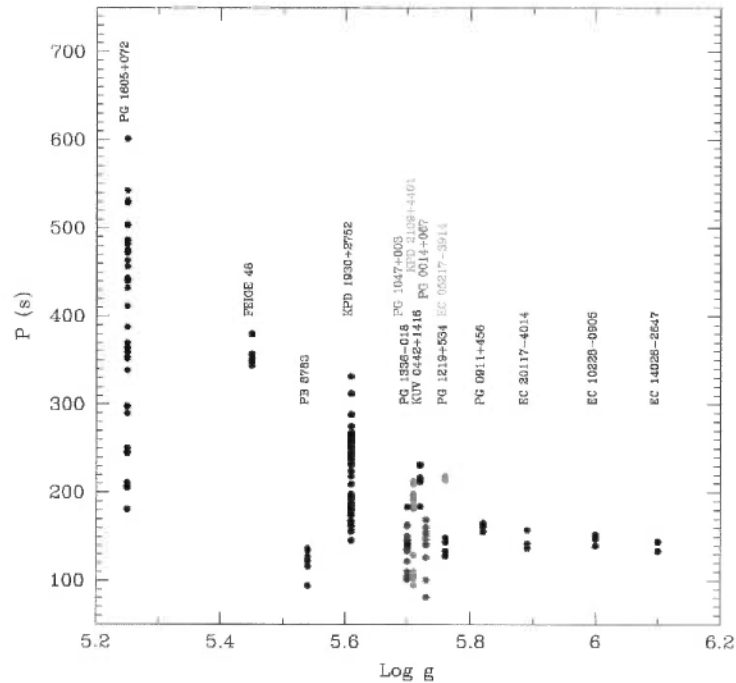


FIGURE 36. Comportement des périodes en fonction de la gravité.

Les résultats de PG 1605+072 ne sont pas incompatibles avec cette possibilité : il faut cependant obtenir une résolution temporelle suffisamment bonne pour aller chercher le bon  $\Delta f$  dans le spectre de Fourier.

### 8.1.3 Bande d'instabilité?

Un des objectifs de ce projet était de mettre en évidence une bande ou région d'instabilité et de déterminer sa pureté. La figure 37 place dans le plan  $T_{eff} - \log g$  les 78 sdB constantes que nous avons observées et les 15 EC 14026 connues. Conformément aux prédictions de Charpinet *et al.* (1997), les EC 14026 ont des températures effectives aux alentours de 33000 K et des gravités centrées en 5.7. Il apparaît clairement sur cette figure que la bande ou région d'instabilité n'est pas pure : les EC 14026 cohabitent avec des sdB constantes. La détermination de la température effective et de la gravité ne suffit donc pas pour

s'assurer de la variabilité d'une sdB, comme c'est le cas, par exemple, pour les naines blanches pulsantes de type ZZ-Ceti. Contrairement à cette classe d'étoiles variables, le mécanisme de destabilisation dans les sdB est lié à un paramètre intérieur (l'abondance de fer dans la région d'excitation des modes selon la théorie de Charpinet *et al.*, 1997) auquel nous n'avons pas directement accès.

Charpinet (1998) définit dans l'espace  $T_{eff} - \log g$  des iso-contours connectant les modèles théoriques possédant un même nombre de modes instables. Nous avons reproduit sur la figure 37 l'iso-contour correspondant à  $N=5$  modes instables pour les pulsations radiales. Ce contour définit la région d'instabilité maximale dans le plan  $T_{eff} - \log g$ ; les résultats sont pratiquement les mêmes pour les modes acoustiques non-radiaux. La proportion de sdB pulsantes dans une telle région est alors d'environ 23%. La localisation des EC 14026 au sein d'un tel contour est intéressante car même si la région d'instabilité n'est pas pure, elle nous permet de situer les sdB susceptibles de pulser. Et surtout, cela nous donne un moyen de tester la théorie.

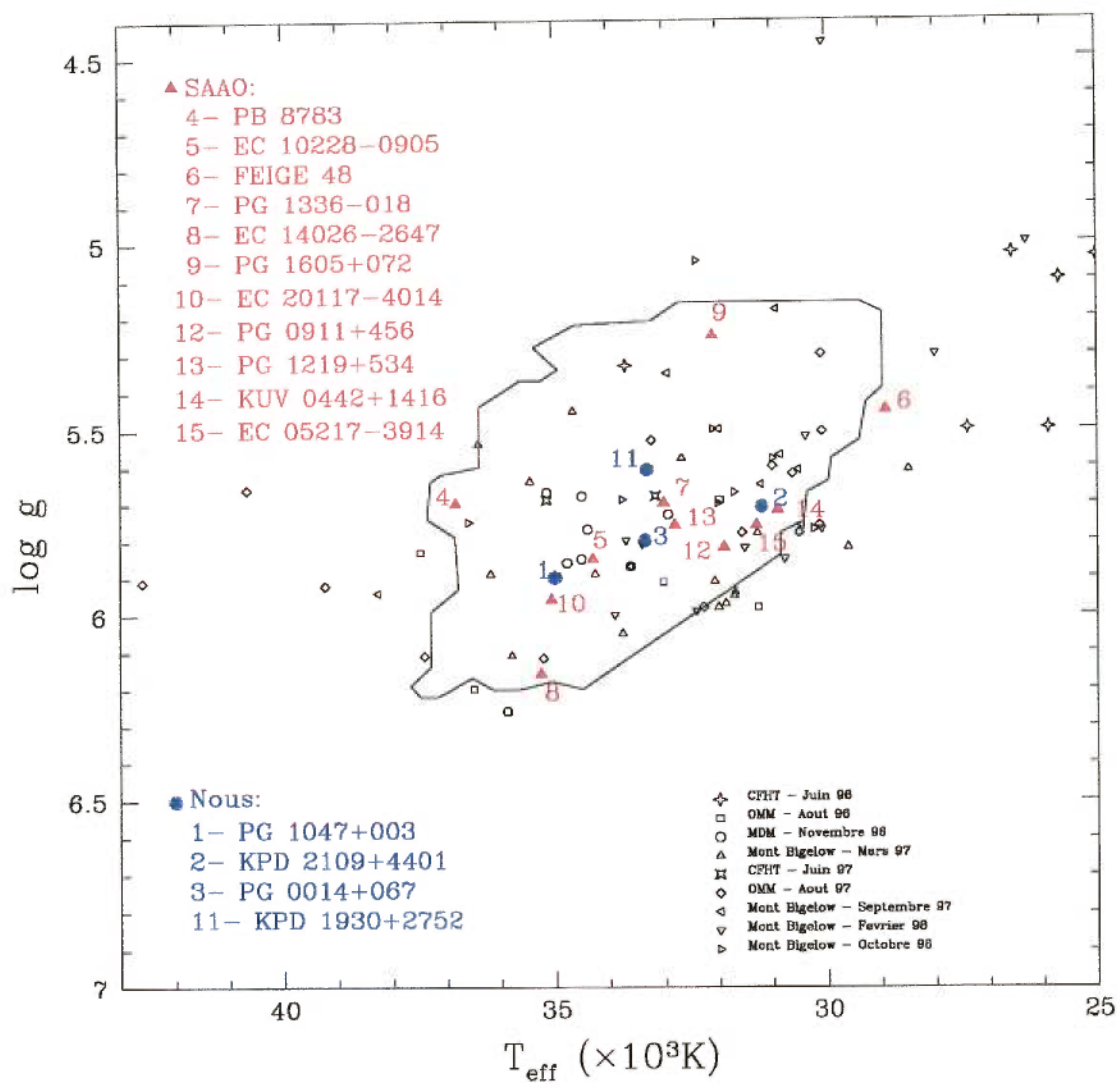


FIGURE 37. Localisation dans le plan  $T_{\text{eff}} - \log g$  des sdB constantes observées et des 15 EC 14026 connues (en bleu celles découvertes par notre groupe; en rouge celles découvertes par le groupe du SAAO). L'iso-contour connecte les modèles théoriques ( $l = 0$ ) possédant  $N=5$  modes instables.

## 8.2 Conclusion

Le travail fourni durant ces quatre dernières années nous a permis d'atteindre nos objectifs initiaux :

- 1- *la recherche des sous-naines pulsantes dans l'hémisphère nord* : la découverte de 4 EC 14026 vient amplement satisfaire notre attente. Ces quatre objets nous offrent l'opportunité par leur diversité d'étudier le comportement des pulsations en fonction des paramètres connus des ces étoiles (paramètres atmosphériques) et donc les classer.
- 2- *d'explorer le plan  $T_{eff} - \log g$*  : les 84 sous-naines observées durant le projet se répartissent de façon uniforme sur l'ensemble du plan  $T_{eff} - \log g$ . Les intervalles couverts sont 25000-42500 K en température effective et 4.5-6.3 en  $\log g$ . Le sous-échantillon observé est représentatif de la population de sous-naines de type B : la seule coupure effectuée dépend de la magnitude. Or, comme on pouvait certes s'y attendre, il n'y a pas de lien entre les pulsations et la magnitude des objets.
- 3- *la délimitation de la bande d'instabilité*: l'exploration du plan  $T_{eff} - \log g$  réalisée nous permet de conclure sur le fait que la bande d'instabilité n'est pas pure. Les paramètres  $T_{eff}$  et  $\log g$  ne sont donc pas les deux seuls paramètres jouant sur le phénomène de pulsations. Ce qui est en accord avec les prédictions théoriques attribuant les pulsations à la présence de fer dans l'enveloppe.

L'effort que nous avons fourni dans la recherche de sous-naines pulsantes est unique et nous permet de regrouper ici les résultats connus aujourd'hui sur la nouvelle classe d'étoiles pulsantes : les EC 14026. Caractérisées par des périodes comprises entre 100 et 600 secondes, des amplitudes allant de 0.1 % à 1%, ces objets constituent un nouveau challenge pour l'astéroséismologie.

Dans le cas des deux derniers objets découverts, KPD 1930+2752 et PG 0014+067, nous avons entrepris une analyse astéroséismologique à l'aide des modèles à notre disposition. Rappelons que les modèles de pulsation utilisés comportent 4 paramètres libres : la température effective, la gravité, la masse de l'étoile et l'épaisseur de la couche d'hydrogène. La détermination de ces 4 paramètres se fait par ajustement des périodes théoriques aux périodes observées.

### KPD 1930+2752 :

La présence dans le spectre de Fourier de KPD 1930+2752 de 44 modes qui se chevauchent en fréquence n'en fait pas la candidate idéale pour une analyse complète astéroséismologique, aussi nous sommes nous contentés de produire un modèle théorique. Les paramètres atmosphériques sont ceux déterminés par la spectroscopie ( $T_{eff} = 33400K$ ,  $\log g = 5.56$ ) et les paramètres structuraux ont été pris conformément aux séquences évolutives de Dorman *et al.*(1993) :  $M_{\star} = 0.48M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4.1$ . Les modes de périodes comprises entre 120 et 480 secondes avec des indices  $l = 0, 1, 2, 3$  ont été pris en compte dans le calcul du modèle théorique. La correspondance (cf. Figure 8 de Billères *et al.*, 2000a) n'est pas concluante. En effet un grand nombre de modes ne semblent pas reproduits par ce premier modèle : dans la fenêtre 145-332 s, le modèle ne génère que 20 modes alors que les observations en comportent 44. La multiplicité des modes dans le cas de KPD 1930+2752, comme dans le cas de PG 1605+072, pourrait s'expliquer par une rotation relativement rapide : la dégénérescence des modes serait levée et les composantes  $2l + 1$  seraient observables, expliquant le grand nombre de modes relevés. En tenant compte de la rotation dans le calcul des périodes théoriques <sup>3</sup> le nombre de modes générés dans l'intervalle de périodes pertinent augmente jusqu'à 85 : les 44 périodes observées sont alors reproduites (cf. Figure 9 de Billères *et al.*, 2000a). Le choix du meilleur ajustement entre

---

<sup>3</sup>Nous rappelons que la période de rotation est déterminée comme étant  $\sim 8218s$

modes théoriques et observés est fait à l'aide d'un code génétique réalisé par Pierre Brassard (cf. pour plus de détails Brassard *et al.*, 2000).

Ceci est loin d'être une analyse définitive et nous espérons pousser plus en avant notre étude astéroséismologique dans le but de déterminer les deux autres paramètres libres des modèles soit  $M_*$  et  $\log q(H)$ . La possibilité de déterminer la présence de rotation différentielle dans KPD 1930+2752 semble être intéressante.

### PG 0014+067 :

De part sa simplicité apparente, PG 0014+067 nous a semblé être la candidate parfaite pour tester le code génétique d'ajustement. Les résultats obtenus (cf. Billères *et al.*, 2000b) sont uniques et nous permettent d'avancer les propriétés structurales suivantes :  $T_{eff} = 34500 \pm 2690\text{K}$ ,  $\log g = 5.780 \pm 0.008$ ,  $M_* = 0.490 \pm 0.019 M_\odot$  et  $\log q(H) = -4.50 \pm 0.22$ . Ceci est une première dans l'interprétation de données en photométrie rapide sur la classe de EC 14026. L'étude de PG 0014+067 est une confirmation des hypothèses physiques prises en compte jusqu'à aujourd'hui pour expliciter la structure physique des sous-naines de type B et représente donc un résultat majeur dans le domaine de l'astéroséismologie.

### 8.3 Perspectives

Nous avons regroupé dans cette thèse les principaux éléments basés sur les observations réalisées durant ces 4 dernières années sur la nouvelle classe d'étoiles pulsantes, les EC 14026. La découverte de quatre sdB pulsantes, PG 1047+003, KPD 2109+4401, PG 0014+067 et KPD 1930+2752, l'obtention de données de très bonne qualité au CFHT sur ces étoiles de même que sur PG 1605+072 et Feige 48 nous ont permis de faire une synthèse des caractéristiques astéroséismologiques de ces objets : les modes détectés ont des périodes comprises entre 80

s et 600 s et des amplitudes généralement inférieures à 1%. Les 4 objets étudiés dans cette thèse pulsent de façon multipériodique et la densité du spectre est l'expression d'une certaine complexité interne : selon les modèles, les pulsations sont engendrées par la présence d'un réservoir de fer (et potentiellement d'autres métaux) au sein de l'enveloppe, maintenu par lévitation radiative. De plus, grâce aux résultats obtenus, une comparaison avec les prédictions théoriques faites par Charpinet *et al.* (1998) et Fontaine *et al.* (1998) a été effectuée, tant pour la confirmation de la bande d'instabilité dans le plan  $T_{eff} - \log g$ , qu'en ce qui concerne la correspondance entre les modèles théoriques et les observations. L'ébauche d'une analyse astéroséismologique de KPD 1930+2752 (cf. Billères *et al.*, 2000a) et une première étude approfondie dans le cas de PG 0014+067 (cf. Billères *et al.*, 2000b) montrent cependant qu'une détermination des paramètres structuraux ne sera pas facile : l'espace des solutions n'est pas trivial, et il nous faut un maximum de contraintes pour réduire le nombre de solutions. La résolution de multiplets dans les transformées de Fourier grâce à des campagnes longues et/ou multi-sites sur des télescopes d'envergure suffisante pour nous permettre d'atteindre des très faibles amplitudes, l'évaluation des vitesses de rotation à partir de spectres à haute résolution contribueront à diminuer le nombre de paramètres libres en fixant l'indice azimutal  $l$ . L'analyse astéroséismologie des EC 14026 connues présentement compose l'avenir de ce projet : la détermination des paramètres  $T_{eff}$ ,  $\log g$ ,  $M_*$  et  $\log q(H)$  nous donnera ainsi la possibilité de connaître la structure interne d'un échantillon de sdB et de poser ainsi certains repères nécessaires à l'élaboration de modèles évolutifs.

Evidemment l'état actuel du projet n'est pas final et afin de le compléter, différents domaines sont à privilégier dans les années à venir :

- 1) L'obtention de données en photométrie rapide des EC 14026 qui n'ont actuellement été que peu observées est nécessaire à la caractérisation plus



complète de cette nouvelle classe d'étoiles pulsantes. Des observations à haut rapport signal sur bruit, réalisables sur des télescopes de moyenne ou grande envergure, sont indispensables pour détecter les modes de faible amplitude, expressions des effets non-linéaires ou de la rotation de l'étoile. Des missions longues et/ou multi-sites (plus de 10 jours) doivent être mises en place, dans l'optique d'atteindre une bonne résolution temporelle : la détermination des périodes présentes dans le spectre de Fourier doit se faire avec la plus grande précision possible.

L'évaluation des paramètres atmosphériques des sdB mises à jour dans différents programmes d'observations se poursuit et devrait continuer à fournir un réservoir intéressant de candidates. Nous souhaitons effectuer une surveillance continue de ces objets afin d'augmenter l'échantillon actuel de EC 14026.

Nous espérons, dans un avenir proche, être à même de fournir une statistique sur les EC 14026 portant sur la comparaison des paramètres atmosphériques obtenus par la spectroscopie et l'astéroséismologie, ainsi que sur la proportion de sdB pulsantes dans les échantillons de sdB catalogués.

- 2) Compléter l'analyse astéroséismologique détaillée en 4 dimensions ( $T_{eff}$ ,  $\log g$ ,  $M_*$  et  $\log q(H)$ ) des objets présentés dans ce mémoire est une des priorités. Cependant, à plus long terme, il est évident qu'un tel travail doit être réalisé sur toutes les EC 14026 dont la variabilité est connue.
- 3) Ces dernières années, l'étude des pulsations dans différents types d'étoiles variables (entre autres les  $\delta$  Scuti) par la photométrie rapide multi-couleurs a donné des résultats intéressants. L'application de la méthode des diagrammes amplitude/phase aux sdB pulsantes pourrait contraindre la valeur des indices des modes et donc nous donner des indices supplémentaires pour l'étude astéroséismologique.
- 4) La connaissance de la vitesse de rotation d'une étoile nous donne accès,

nous l'avons vu, à l'écart en fréquences,  $\Delta\nu$ , des composantes d'un multiplet dans le spectre de Fourier. De par la densité des spectres théoriques, une contrainte complémentaire qui permet de discriminer certains modes en attribuant une valeur à l'indice  $l$  à une période donnée et donc simplifier la recherche du meilleur modèle, n'est pas négligeable. Des spectres à haute résolution seront à même de nous donner une limite sur la vitesse de rotation et donc, d'éliminer certaines valeurs de  $l$ .

De plus, leur analyse par des modèles d'atmosphères nous conduira à une estimation des paramètres atmosphériques plus fine que celle réalisée jusqu'à présent.

Notre premier objectif reste cependant l'analyse détaillée et complète de KPD 1930+2752 : en effet, la résolution du système binaire (dans le cas où KPD 1930+2752 fait effectivement parti d'un tel système) nous donnerait accès à la masse de la sous-naine, ce qui nous imposerait un paramètre de plus dans l'analyse astéroséismologique. KPD 1930+2752 pourrait être la pierre de Rosette des EC 14026.

## RÉFÉRENCES

- Allard, F. 1986, Mémoire de M.Sc. : "Paramètres atmosphériques et fraction binaire des étoiles sous-naines de type B.", Université de Montréal.
- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R. 1994, *AJ*, **107**, 1565.
- Alvarez, M., Hernández, M.M., Michel, E., Jiang, S.Y., Belmonte, J.A., Chevreton, M., Massacrier, G., Liu, Y.Y., Li, Z.P., Goupil, M.J., Roca Cortés, T., Mangeney, A., Dolez, N., Valtier, J.C., Videll, I., Sperl, M., Talon, S. 1998, *Å*, **340**, 149.
- Baraffe, I., Chabrier, G. 1996, *ApJ*, **461**, L51.
- Baschek, B., Norris, J. 1970, *ApJSS*, **19**, 327.
- Baschek, B., Sargent, W.L., Searle, L. 1972, *ApJ*, **173**, 611.
- Baschek, B., Norris, J. 1975, *ApJ*, **199**, 694.
- Baschek, B., Kudritzki, R.P., Scholz, M., Simon, K.P. 1982a, *A&A*, **108**, 387.
- Baschek, B., Höfflich, P., Scholz, M. 1982b, *A&A*, **112**, 76.
- Berger, J. 1963, *PASP*, **75**, 393.
- Berger, J., Fringant, A.-M., Rebeirot, E. 1971, *C.R. Acad. Sci. Paris, Série B*, **273**, 880.
- Bergeron, P., Fontaine, G., Lacombe, P., Wesemael, F., Crawford, D.L., Jakobsen, A.M. 1984, *Astro. J.*, **89**,
- Bergeron, P., Wesemael, F., Michaud, G., Fontaine, G. 1988, *ApJ*, **332**, 964.
- Bessel, M.S. 1979, *PASP*, **91**, 589.
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A., Vauclair, G. 1997, *ApJ*, **487**, , L81.

- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A., Bergeron, P., Vauclair, G. 1998, *ApJ*, **494**, L75.
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A. 2000a, *ApJ*, *Accepté*.
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A. 2000b, en préparation.
- Brassard, P. 1991, Mémoire de Ph.D. : "Propriétés adiabatiques des naines blanches pulsantes de type ZZ Ceti.", Université de Montréal.
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., Kawaler, S.D., Tassoul, M. 1991, *ApJ*, **367**, 601.
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., Hansen, C.J. 1992b, *ApJSS*, **80**, 369.
- Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., Wesemael, F. 1992c, *ApJSS*, **80**, 725.
- Brassard, P., Fontaine, G., Bergeron, P. 1998, in preparation.
- Burstein, D., Bertola, F., Buson, L.M., Faber, S.M., & Lauer, T.R. 1988, *ApJ*, **328**, 440.
- Caloi, V. 1972, *A&A*, **20**, 357.
- Caloi, V. 1989, *A&A*, **221**, 27.
- Castellani, M., Tornambè, A. 1991, *ApJ*, **381**, 393.
- Castellani, M., Limongi, M., Tornambè, A. 1992, *ApJ*, **389**, 227.
- Castellani, M., Castellani, V., Pulone, L., Tornambè, A. 1994, *A&A*, **282**, 771.
- Catala, C., Czarny, J., Felenbok, P., Talavera, A., Thé, P.S. 1991, *A&A*, **244**, 166-180.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Dorman, B. 1996, *ApJ*, **471**, L103.
- Charpinet, S. 1997, Mémoire de M.Sc. : " Le potentiel de l'astéroséimologie pour les étoiles sous-naines de type B : une nouvelles classe d'étoiles variables?", Université de Montréal.

- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., Dorman, B. 1997, *ApJ*, **483**, L123.
- Charpinet, S. 1998. Thèse de doctorat : " Le potentiel de l'astéroséimologie pour les étoiles sous-naines de type B.", Université de Montréal.
- Clayton, D.D. 1968, *Principles of stellar evolution and nucleosynthesis*. (éd. Toronto : Mc Graw-Hill).
- Colin, J., de Boer, K.S., Dauphole, B., Ducourant, C., Dulou, M.R., Geffert, M., Le Champion, J.-F., Moehler, S., Odenkirchen, M., Schmidt, J.H.K., Theissen, A. 1994, *A&A*, **287**, 38.
- Cox, J.P. 1980, *Theory of stellar pulsations* (Princeton : Princeton University Press).
- Cox, J.P., Morgan, S.M., Rogers, F.J., Iglesias, C.A. 1992, *ApJ*, **393**, 272.
- D'Cruz, N.L., Dorman, B., Rood, R.T., O'Connell, R.W. 1996, *ApJ*, **466**, 359.
- de Boer, K.S., Aguilar Sánchez, Y., Altmann, M., Geffert, M., Odenkirchen, M., Schmidt, J.H.K., Colin, J. 1997, *A&A*, **327**, 577.
- Dorman, B., Lee, Y.W., Vandenberg, D.A. 1991, *ApJ*, **366**, 115.
- Dorman, B. 1992a, *ApJSS*, **80**, 701.
- Dorman, B. 1992b, *ApJSS*, **81**, 221.
- Dorman, B., Rood, R.T., O'Connell, R.W. 1993, *ApJ*, **419**, 596.
- Dorman, B., O'Connell, R.W., Rood, R.T. 1995, *ApJ*, **442**, 105.
- Downes, R. 1986, *ApJSS*, **61**, 569.
- Dziembowski, W. 1977, *Acta Astro.*, **27**, 1.
- Dziembowski, W., Pamiatnykh, A.A. 1993, *MNRAS*, **262**, 204.
- Eggleton, P.P., Faulkner, J., Flannery, B.P. 1973, *A&A*, **23**, 325.
- Fabregat, J., Reig, P. 1996, *PASP*, **108**, 90.
- Faulkner, J. 1972, *ApJ*, **173**, 401.

- Feige, J. 1958, *ApJ*, **128**, 267.
- Fontaine, G., Michaud, G. 1979, *ApJ*, **231**, 826.
- Fontaine, G., Brassard, P. 1994, in *Stellar and Circumstellar Astrophysics*, ed. G. Wallerstein & A. Noriega-Crespo, (PASPC), Vol. 57, 195.
- Fontaine, G., Brassard, P., Wesemael, F., Tassoul, M. 1994, *ApJ*, **428**, L61.
- Fontaine, G. & Chayer, P. 1998, in : *Proceeding of the Third Conference on Faint Blue Stars*, éd. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer. (Schenectady : David), in press.
- Fontaine, G., Charpinet, S., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., Dorman, B. 1998b, in Symp. 185, "New Eyes to See Inside the Sun and Stars", eds. F.-L. Deubner *et al.*, IAU, 367.
- Gautschy, A., Saio, H. 1993, *MNRAS*, **262**, 213.
- Green, R.F., Schmidt, M., Liebert, J.W. 1986, *ApJSS*, **61**, 305.
- Green, R.F., Liebert, J.W. 1987, in : *Proceeding of The Second Conference on Faint Blue Stars*, eds. A.G.D. Philip, D.S. Hayes, J.W. Liebert, *IAU Colloq. N° 95*, 261.
- Greenstein, J.L. 1960, *Stellar Atmospheres*. (Chicago : University of Chicago Press).
- Greenstein, J.L. 1966, *ApJ*, **144**, 496.
- Greenstein, J.L. 1971, in : *White Dwarfs*, éd. W.J. Luyten, *IAU Symposium N° 42*.
- Greenstein, J.L., Sargent, A.I. 1974, *ApJSS*, **28**, 157.
- Greggio, L., Renzini, A. 1990, *ApJ*, **364**, 35.
- Gross, P.G. 1973, *MNRAS*, **164**, 65.
- Groth, H.G., Kudritzki, R.P., Heber, U. 1985, *A&A*, **152**, 107.
- Heber, U., Hunger, K., Jonas, G., Kudritzki, R.P. 1984b, *A&A*, **130**, 119.
- Heber, U., Hamann, W.-R., Hunger, K., Kudritzki, R.P., Simon, K.P., Méndez, R.H. 1984a, *A&A*, **136**, 331.

- Heber, U. 1986, *A&A*, **155**, 33.
- Heber, U., Kudritzki, R.P., Caloi, V., Castellani, V., Danziger, J., Gilmozzi, R. 1986, *A&A*, **162**, 171.
- Heber, U. 1987, in : *Proceeding of The Second Conference on Faint Blue Stars*, éds A.G.D. Philip, D.S. Hayes, J.W. Liebert, *IAU Colloq. N° 95*, 79.
- Heber, U., Reid, I.N., Werner, K. 1999, *A&A*, **348**, L25.
- Horch, E., Demarque, P., Pinsonneault, M. 1992, *ApJ*, **388**, L53.
- Hornes, J.H., Baliunas, S.L. 1986, *ApJ*, **302**, 757.
- Humason, M.L., Zwicky, F. 1947, *ApJ*, **105**, 85.
- Hunger, K., Heber, U. 1987, in *Planetary and Proto-Planetary Nebulae: From IRAS to ISO, Proceedings of the Frascati Workshop*. (éds. Dordrecht, D. Reidel Publishing), p 137.
- Iben, I.Jr. 1990, *ApJ*, **353**, 215.
- Iben, I.Jr, Tutukov, A.V. 1986a, *ApJ*, **311**, 742.
- Iben, I.Jr, Tutukov, A.V. 1986b, *ApJ*, **311**, 753.
- Iriarte, B., Chavira, E. 1957, *Bull. Obs. Tonanzintla*, **16**, 3.
- Itoh, N., Mitake, S., Iyetomi, H., Ichimaru, S. 1983, *ApJ*, **273**, 774.
- Kaluzny, J., Udalski, A. 1992, *Acta Astro.*, **42**, 29.
- Kepler, S.O. 1993, *Baltic Astronomy*, **2**, 515.
- Kilkenny, D., Heber, U., Drilling, J.S. 1988, *AAOC*, **12**, 1.
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, **285**, 640.
- Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A.E., van Wyk, F. 1998, *MNRAS*, **296**, 329.
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., van Wyk, F., Larson, K.A., Shobbrook, R., Sullivan, D.J., Burleigh, M.R., Dobbie, P.D., Kawaler, S.D. 1999, *MNRAS*, **303**, 525.

- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., van Wyk, F., Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, **285**, 645.
- Koen, C., O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A.E., Marang, F., van Wyk, F. 1998b, *MNRAS*, **296**, 317.
- Koen, O'Donoghue, D., Pollacco, D., Nitta, A. 1998c, *MNRAS*, **300**, 1105.
- Koen, C., O'Donoghue, D., Pollacco, D., Charpinet, S. 1999a, *MNRAS*, **305**, 28.
- Koen, C., O'Donoghue, D., Kilkenny, D., Stobie, R.S., Saffer, R.A. 1999b, *MNRAS*, **306**, 213.
- Lamontagne, R., Wesemael, F., Fontaine, G. 1985, *ApJ*, **299**, 496.
- Lamontagne, R., Wesemael, F., Fontaine, G. 1987, *ApJ*, **318**, 844.
- Landolt, A.U. 1992, *Astro. J.*, **104**, 340.
- MacConnell, D.J., Frye, R.L., Bidelman, W.P. 1972, *PASP*, **84**, 388.
- Mathys, G. 1985, *A&A*, **151**, 315.
- Michaud, G., Montmerle, T., Cox, A.N., Magee, N.H., Hodson, S.W., Martel, A. 1979, *ApJ*, **234**, 206.
- Michaud, G., Bergeron, P., Wesemael, F., Fontaine, G. 1985, *ApJ*, **299**, 741.
- Michaud, G., Bergeron, P., Heber, U., Wesemael, F. 1989, *ApJ*, **338**, 417.
- Mitchell, K. 1998, *ApJ*, **494**, 256.
- Moehler, S., Heber, U., de Boer, K.S. 1990a, *A&A*, **239**, 265.
- Moehler, S., Richtler, T., de Boer, K.S., Dettmar, R.J., Heber, U. 1990b, *A&AS*, **86**, 53.
- Morris, S.L. 1985, *ApJ*, **295**, 143.
- Moskalik, P., Dziembowski, W. 1992, *A&A*, **256**, L5.
- Newell, E.B. 1973, *ApJSS*, **26**, 37.



- O'Donoghue, D., Koen, C., Kilkenny, D., Stobie, R.S., Lynas-Gray, A.E., and Kawaler, S.D. 1997, in Proc. 10<sup>th</sup> European Workshop on White Dwarfs, eds. J. isern, M. Hernanz, E. Garcia-Berro (Dordrecht : Kluwer).
- O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A.E., Kilkenny, D., Stobie, R.S., Koen, C. 1997a, *MNRAS*, **285**, 657.
- O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A.E., Kilkenny, D., van Wyk, F. 1998, *MNRAS*, **296**, 306-316.
- O'Donoghue, D., Koen, C., Solheim, J.-E., Barstow, M.A., Dobbie, P.D., O'Brien, M.S., Clemens, J.C., Sullivan, D.J., Kawaler, S.D. 1998b, *MNRAS*, **296**, 296.
- O'Donoghue, D., Koen, C., Kilkenny, D., Stobie, R.S., Lynas-Gray, A.E. 1999, in Proceedings 11th European Workshop on White Dwarfs, ed. J.E. Solheim & E.G. Meistas (PASPC), Vol. 169, 149.
- Rich, M., Minniti, D., & Liebert, J. 1993, *ApJ*, **406**, 489.
- Rogers, F.J., Iglesias, C.A. 1992, *ApJ*, **401**, 361.
- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D., Liebert, J. 1994, *ApJ*, **432**, 351.
- Saffer, R.A., Liebert, J. 1995, in *Proceedings of the 9th European Workshop on White Dwarfs*, eds. Koester, D., Werner, K. p 222.
- Saffer, R.A., Liebert, J. 1999, en préparation.
- Sargent, W.L., Searle, L. 1968, *ApJ*, **152**, 443.
- Scargle, J. 1982, *ApJ*, **263**, 835.
- Stobie, R.S., Kawaler, S.D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C. 1997b, *MNRAS*, **285**, 651.
- Sweigart, A.V., Mengel, J.G., Demarque, P. 1974, *A&A*, **30**, 13.
- Theissen, A., Moehler, S., Heber, U., de Boer, K.S. 1993, *A&A*, **273**, 524.
- Thejll, P., Theissen, A., Jimenez, R. 1994, *A&A*, **292**, 457.

- Thejll, P., Bauer, F., Saffer, R., Liebert, J., Kunze, D., Shipman, H. L. 1994b, *ApJ*, **433**, 819.
- Thejll, P., Flynn, C., Williamson, R., Saffer, R. 1997, *A&A*, **317**, 689.
- Tutukov, A.V., Yungelson, L.R. 1979, *Acta Astron.*, **29**, 665.
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., Shibahashi, H. 1989, *Nonradial Oscillations of Stars* (2d ed.; Tokyo : Univ. Tokyo Press).
- Vauclair, G., Liebert, J. 1987, in : *Exploring the Universe with the IUE satellite*, eds. Y. Kondo, W. Wamsteker.
- Villeneuve, B., Wesemael, F., Fontaine, G., Carignan, C. 1995, *ApJ*, **446**, 646.
- Wesemael, F., Winget, D.E., Cabot, W., Van Horn, H.M., Fontaine, G. 1982, *ApJ*, **254**, 221.
- Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R. 1992, *ApJ*, **104**, 203.
- Wesemael, F., Allard, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., Bergeron, P. 1998, in : *Proceeding of the Third Conference on Faint Blue Stars*, eds A.G.D. Philip, J. Liebert & R.A. Saffer. (Schenectady : Davis), in press.
- Wilson, W.J., Scharz, P.R., Neugebauer, G., Harvey, P.M., Becklin, E.E. 1972, *ApJ*, **177**, 523.
- Wilson, R.E. 1979, *ApJ*, **234**, 1054.
- Wilson, R.E. 1990, *ApJ*, **356**, 613.
- Winget, D.E., Robinson, E.L., Nather, R.E., Fontaine, G. 1982a, *ApJL*, **262**, L11.
- Winget, D.E., Van Horn, H.M., Tassoul, M., Hansen, C.J., Fontaine, G., Carroll, B.W. 1982b, *ApJL*, **252**, L65.

## **NOTE TO USERS**

**Page(s) not included in the original manuscript and are unavailable from the author or university. The manuscript was microfilmed as received.**

**164 - 179**

**This reproduction is the best copy available.**

**UMI<sup>®</sup>**

**ANNEXE 1**

DETECTION OF P-MODE PULSATIONS AND POSSIBLE ELLIPSOIDAL  
LUMINOSITY VARIATIONS IN THE HOT SUBDWARF B STAR KPD 1930+2752

Billères M., Fontaine G., Brassard P., Charpinet S., Liebert J., Saffer  
R.A.

**Publié :** *The Astrophysical Journal*, 2000, 530, XXX.

Detection of p-mode Pulsations and Possible Ellipsoidal  
Luminosity Variations in the Hot Subdwarf B Star  
KPD 1930+2752

M. Billères, G. Fontaine, and P. Brassard

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville,  
Montréal, Québec, Canada H3C 3J7  
billeres, fontaine, brassard@astro.umontreal.ca

S. Charpinet

Canada–France–Hawaii Telescope Corporation, Kamuela, HI 96743  
charpinet@cfht.hawaii.edu

James Liebert

Steward Observatory, University of Arizona, Tucson, AZ 85721  
liebert@as.arizona.edu

and

R.A. Saffer

Department of Astronomy and Astrophysics, Villanova University, Villanova, PA 19085  
saffer@ast.vill.edu

Received \_\_\_\_\_; accepted \_\_\_\_\_

Accepted in *The Astrophysical Journal*, 2000, 530, XXX

## ABSTRACT

We report the discovery of multiperiodic luminosity variations in the hot B subdwarf KPD 1930+2752. This star was selected as a potential target in the course of our ongoing survey to search for pulsators of the EC 14026 type. Our model atmosphere analysis of the time-averaged optical spectrum of KPD 1930+2752 indicates that this star has  $T_{\text{eff}} \simeq 33,280$  K and  $\log g \simeq 5.61$ , which places it well within the theoretical EC 14026 instability strip. At least 44 harmonic oscillations are seen in the light curve, with periods in the range 145–332 s, and amplitudes in the range 0.064–0.451 % of the mean brightness of the star. In addition, the light curve is dominated by a nearly sinusoidal variation with a period of  $\sim 4108.9$  s and amplitude of  $\sim 1.39$  %. This latter variation is unique among the known EC 14026 stars. We argue that this relatively slow luminosity variation is likely due to the ellipsoidal deformation of the sdB star in a close binary system containing a faint invisible companion (possibly a white dwarf). Using a new period matching technique based on a genetic algorithm, we demonstrate that the dense observed period spectrum in the 145–332 s interval is compatible with a theoretical low-degree  $p$ -mode spectrum that is rotationally split in a star rotating with a period of  $\sim 8217.8$  s, the value expected from the ellipsoidal effect invoked to explain the observed long-period variation. This interpretation awaits the test of time-resolved spectroscopy. If confirmed, the potential of KPD 1930+2752 as a laboratory for EC 14026 seismology will become immense.

*Subject headings:* stars: interiors—stars: oscillations—subdwarfs

## 1. INTRODUCTION

About three years ago, we initiated an observational survey to search for short-period luminosity variations in hot B subdwarf (sdB) stars. Our initial motivation for this program came from the theoretical considerations of Charpinet et al. (1996) which led to the prediction that a fraction of sdB stars should undergo nonradial pulsational instabilities driven by an opacity mechanism associated with the presence of iron in the envelopes of these stars. Additional incentive came from the nearly simultaneous announcement of the independent discovery of a first batch of four real pulsating sdB stars by a team of scientists at the South African Astronomical Observatory (Kilkenny et al. 1997; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O'Donoghue et al. 1997). Further work by our South African colleagues and by ourselves has led to the discoveries of additional pulsators (dubbed EC 14026 stars, after the prototype), 13 of which are currently known in the public domain. They are all multiperiodic variables and their observed periods (typically in the range 100–300 s) imply that nonradial pressure-modes (or  $p$ -modes) are involved, as predicted by theory (Charpinet et al. 1997). These important and exciting discoveries have paved the way for a real application of asteroseismology to this newest class of pulsating stars. Recent reviews of the class properties of the EC 14026 stars have been presented by Koen et al. (1998) and Fontaine et al. (1998) at the IAU Symposium No. 185, and by O'Donoghue et al. (1999).

The goals of our survey are (1) to search for EC 14026 pulsators in the northern hemisphere, (2) to investigate the extent of this phenomenon in the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  plane, and (3) to determine the degree of purity of the empirical instability strip (or region) in that diagram. To carry out that task, we selected target stars for which atmospheric parameters have been derived on the basis of model atmosphere fits to optical spectra. We picked candidates from the sdB spectroscopic analyses of Allard (1986; see also Wesemael et al. 1997), Moehler, Heber, & de Boer (1990), Saffer et al. (1994), and Saffer & Liebert (1995,

1999). The first results of our survey have been presented by Billères et al. (1997, 1998), and we report here on some additional findings from this ongoing effort.

During the course of an observing run in the fall of 1998, we detected low-amplitude, short-period, multiperiodic luminosity variations in the light curve of the sdB star KPD 1930+2752. These variations are undoubtedly due to  $p$ -mode pulsations and are quite characteristic of the EC 14026 stars. This makes KPD 1930+2752 the 14th publicly known star belonging to that class of pulsators. However, a unique aspect of this new pulsator is that its light curve is dominated by a nearly sinusoidal variation occurring on a much larger timescale than those appropriate for low-order, low-degree  $p$ -modes usually observed in EC 14026 stars. We argue below that this relatively slow variation is possibly caused by the ellipsoidal deformation of the sdB star in a close binary system. If confirmed, this will make KPD 1930+2752 a truly unique and fascinating star as several constraints on its internal structure could be obtained by combining the orbital elements with the asteroseismological information contained in the pulsation periods.

## 2. OBSERVATIONS AND BASIC ANALYSIS

We selected KPD 1930+2752 for our fast photometry program from the list of Saffer & Liebert (1999). The latter is a parallel program, still in progress, and aimed at providing reliable atmospheric parameters for a large number of sdB stars in the northern hemisphere on the basis of high signal-to-noise ratio optical spectroscopy. KPD 1930+2752 was originally discovered by Downes (1986) during the course of his Kitt-Peak-Downes survey of UV-excess objects in the galactic plane, and was identified by him as a sdB star on the basis of low-resolution classification spectra. The available photometry from Downes (1986;  $V = 13.82$ ,  $B - V = -0.07$ ,  $U - B = -0.95$ ), Wesemael et al. (1992;  $y = 13.83$ ,  $b - y = 0.026$ ,  $u - b = 0.023$ ,  $m_1 = 0.052$ ), and Allard et al. (1994;  $V = 13.84$ ,  $B - V = -0.085$ ,



$V - R = -0.042$ ,  $R - I = -0.073$ ) indicates a relatively bright star with reddened colors typical of an isolated sdB object in the galactic plane.

The follow-up spectroscopic observations of Saffer & Liebert (1999) were carried out with the 2.3 m telescope at the Steward Observatory Kitt Peak Station. This was before the variability of the object was known. The experimental setup, reduction procedure, and the model atmosphere and synthetic spectrum analysis were the same as those described in Saffer et al. (1994), to which the reader is referred for details. Their optical spectrum covers the wavelength range  $\lambda\lambda 3650\text{--}5200$  at  $\sim 6 \text{ \AA}$  resolution, and required an integration time of 900 s. Given the relatively short periods and the small amplitudes of the  $p$ -mode pulsations (see below), those should not affect the time-averaged spectrum described here. Moreover, even though the integration time is smaller than the period of the slow, possibly ellipsoidal, luminosity variation also observed in the light curve (see below), the amplitude of the latter ( $\sim 1.4 \%$ ) is sufficiently small that we feel confident that ours is still a meaningful time-averaged spectrum.

Figure 1 shows our best (in a least-squares sense) fit to the available hydrogen Balmer lines and neutral helium lines. The derived atmospheric parameters are  $T_{\text{eff}} \simeq 33,280 \text{ K}$  and  $\log g \simeq 5.61$ , with formal  $1 \sigma$  errors of 280 K and 0.06 dex, respectively. Note also the characteristic helium underabundance:  $N(\text{He})/N(\text{H}) \simeq 0.021$  with a  $1 \sigma$  deviation of 0.002. Although the overall fit is excellent, small NLTE effects are probably responsible for the fact that the observed He II 4686 and  $\text{H}_\beta$  line profile cores are deeper than those predicted by our LTE model. We do not expect that NLTE effects can have a significant influence on the derived atmospheric parameters, however, particularly for such relatively high surface gravity. It is also of interest to note the presence of a weak Ca II (K) absorption feature blueward of  $\text{H}_\epsilon$ , betraying interstellar absorption consistent with the reddening briefly alluded to above.

To provide a measure of the external errors, we have refitted the same spectrum but using a different model atmosphere grid (also a LTE grid) as described in Billères (1999). With this second grid, we find  $T_{\text{eff}} \simeq 33,800$  K,  $\log g \simeq 5.51$ , and  $N(\text{He})/N(\text{H}) \simeq 0.022$ , with formal  $1 \sigma$  errors of 200 K, 0.06 dex, and 0.002, respectively. The agreement is excellent. We note that our derived atmospheric parameters for KPD 1930+2752 are quite representative of the previously known EC 14026 stars. They place KPD 1930+2752 well within the theoretical instability strip discussed by Charpinet et al. (1997).

We observed KPD 1930+2752 in white-light “fast” photometric mode at the Steward Observatory Mount Bigelow Station 1.6 m telescope during four nights in 1998 October. We provide, in Table 1, a journal of these observations. KPD 1930+2752 was originally selected as an early night target for this fall mission, and because of its position in the sky, we could not observe it for much longer than four hours during a single night. The observing conditions ranged from very good to excellent. As usual in this survey, the photometric observations were gathered with LAPOUNE, the portable Montréal 3-channel photometer. We refer the interested reader to Billères et al. (1997) for details on the observational procedure.

We show, in Figure 2, the full sky-subtracted, extinction-corrected light curve obtained during our best run, mb-086. This is the upper curve, arbitrarily shifted upward by 0.10 units, and expressed in terms of the residual amplitude relative to the mean brightness of the star. Each plotted point corresponds to a sampling time of 10 s. One can clearly see rapid oscillations on a rough timescale of  $\sim 250$  s, which are typical of EC 14026 pulsators. Quite interestingly, however, the light curve is dominated by a nearly sinusoidal variation with a characteristic period of  $\sim 4100$  s, a unique feature among the known EC 14026 stars. To see that variation somewhat better, we binned the data points in groups of 3 (the middle curve) and in groups of 25 (the lower curve shifted arbitrarily downward by 0.10 units). In

the latter case, most, but not all, of the short-period oscillations were washed out in the binning procedure. There are better ways, of course, to remove these rapid oscillations from the light curve (see below), but the binning exercise suffices here to illustrate the curious long-term variation observed in the luminosity of KPD 1930+2752.

Figure 3 is a segment of the light curve shown previously, but presented on a scale that emphasizes the short-period variations that are characteristic of the EC 14026 class of pulsators. We note that, on these relatively short timescales, the light curve of KPD 1930+2752 appears more complex than those of most of the known EC 14026 stars. This complex structure is real and not due to noise. It suggests the presence of several harmonic oscillations closely spaced in frequency and excited simultaneously.

This suggestion is borne out through a standard Fourier analysis of each of the four nightly light curves. This is illustrated in Figure 4 which shows the Fourier (amplitude) spectrum of each of the individual runs. In addition to the apparently stable and dominant isolated peak at 0.24 mHz ( $\sim 4100$  s), there is obvious photometric activity concentrated in the 3–7 mHz bandpass. That part of the Fourier spectrum not illustrated (from 20 mHz out to the Nyquist frequency of 50 mHz) is flat and is entirely consistent with noise. We can observe that the structure of the Fourier spectrum in the interesting 3–7 mHz bandwidth changes from night to night. The individual peaks in that region overlap with each other and the overall pattern changes its shape on a nightly basis. Clearly, this means that there are several harmonic oscillations involved here which are too closely spaced in the frequency domain to be resolved individually over a time span of  $\sim 4$  h, the typical length of a single nightly run. This makes it impossible to identify unambiguously the periods of these oscillations (which are interpreted as  $p$ -mode pulsations in EC 14026 stars) on the basis of a single nightly observation. To do better, we need to analyze all the four runs together, as is done in the next section.

### 3. DETAILED ANALYSIS OF THE LIGHT CURVE

We have analyzed our complete time series on KPD 1930+2752 in a standard manner by combining Fourier analysis, nonlinear least-squares fits to the light curve, and prewhitening techniques. The observing window from the beginning of run mb-081 to the end of run mb-090 covers a time interval of 528,503 s. This corresponds to a temporal resolution of  $1.89 \mu\text{Hz}$ , a substantial improvement over the resolution achieved during a single nightly run (see Table 1). At the same time, since KPD 1930+2752 was observed during 54,560 s in the above observing window, only a modest duty cycle of 10.32 % was achieved in the course of our observations. This implies that the window function –the Fourier transform of a pure sinusoidal signal of arbitrary amplitude, period, and phase, sampled in the exact same manner as the observed data points, including the important daily gaps– will show a complex structure characterized by multiple peaks in the Fourier domain corresponding to the daily aliases of the true period. This complicates significantly the task of unraveling the true periods of oscillation among a forest of peaks in the Fourier domain, each accompanied by its own window pattern. This situation does occur for KPD 1930+2752 whose light curve shows a multitude of closely spaced harmonic oscillations in frequency space. We have therefore taken as much care as deemed possible in the delicate (and tedious!) operation of identifying the real oscillation periods in that light curve.

The first step of the procedure is to compute the Fourier transform of the complete light curve. We used 10,000 frequency points per chunk of width of 1 mHz in the Fourier space, which largely oversamples that domain. The upper half of Figure 5 illustrates the Fourier spectrum of the light curve of KPD1930+2752 in the 0–12 mHz bandwidth. As noted previously, the light curve is rich in multiperiodic harmonic oscillations, and this is reflected through the complex structure of its Fourier spectrum. We next isolated from the Fourier spectrum the frequency (period) of the usually (but not always) largest peak

in a given frequency interval (typically 1 mHz wide) and fed that period into a nonlinear least-squares code that found the amplitude and the phase of the harmonic oscillation of that given period that best fitted the complete light curve. This harmonic oscillation was then subtracted from the light curve in the time domain (prewhitening) and the Fourier spectrum of the residual light curve was next computed, revealing additional structure formally hidden, at least in part, by the window pattern of that oscillation. A second period was then identified from that latter Fourier spectrum (again, usually selected on the basis of its largest amplitude), and the least-squares exercise was repeated but, this time, both the first and second periods were fed in *simultaneously* to derive upgraded estimates of the amplitude and phase for the first harmonic oscillation and initial estimates for the second one. These two harmonic oscillations were next subtracted from the original light curve through prewhitening, and another Fourier spectrum of the residual light curve was computed. This procedure was repeated until we felt that no useful information could be further extracted from the residual light curve through this method. In this way, we were able to isolate at least 45 harmonic oscillations in the light curve of KPD 1930+2752.

Table 2 gives the characteristics of the 45 harmonic oscillations that we found. There are no formal errors associated with the frequencies (and periods) obtained here as those were derived directly from the Fourier spectrum. However, the frequencies (each associated with the *maximum* of a frequency peak in the Fourier domain) are probably accurate to 1/10 of the formal resolution (itself associated with the *width at half-maximum* of such a peak), i.e., to within  $\sim 0.19 \mu\text{Hz}$ . By contrast, the amplitudes and phases derived through the least-squares technique have formal errors as given in the table. We stress, one more time, that these final estimates of the amplitudes and phases have been obtained through the *simultaneous* fit of all the 45 harmonic oscillations to the original light curve. The final

residual light curve is given by

$$R(t) = I(t) - \sum_{i=1}^{45} a_i \cos\left(\frac{2\pi}{P_i}(t - \phi_i - \phi_0)\right) \quad (1)$$

where  $R(t)$  and the original light curve  $I(t)$  are expressed in percentage variations about the mean intensity of the star, and  $P_i$ ,  $a_i$ , and  $\phi_i$  are, respectively, the periods, amplitudes, and phases of the harmonic oscillations listed in Table 2. The zero point phase,  $\phi_0$ , is arbitrary and corresponds in practice here to the beginning of run mb-081. The Fourier transform of  $R(t)$  is plotted (upside down) in the lower half of Figure 5. Although the spectrum is fairly flat, it is possible, indeed probable, that there are additional real oscillations left over in the light curve. However, we felt that it became increasingly risky to attempt identifying them. We note, in this context, that the average value of the Fourier amplitude of  $R(t)$  in the 3–7 mHz bandpass where all the photometric activity is concentrated (with the exception of the low-frequency structure near 0.243 mHz) is equal to 0.0211 %. We will take this value as an estimate of the mean noise level in that bandpass. We note, furthermore, that the smallest amplitude oscillation that we have identified in our Table 2 ( $a_i = 0.0641\%$ ;  $P_i = 192.31$  s) has an amplitude more than three times larger than the mean noise level, implying that the identification of that peak in the Fourier domain with a real oscillation is statistically significant. Indeed, we found out, in practice, that applications of more sophisticated statistical methods to test for the reality of peaks in the Fourier domain (such as the false alarm probability formalism) generally confirm the simple three-to-one rule of thumb used here (see, e.g., Billères 1999 for more details on this).

We must emphasize at this stage that, despite our best efforts, there is no guarantee that the periods (amplitudes and phases) identified in Table 2 correspond *exactly* to those of the real oscillations in KPD 1930+2752. Indeed, several of these components, particularly the lower amplitude ones, could have their frequencies off by one ( $\sim 11.5$   $\mu\text{Hz}$ ) and possibly two daily aliases. This is because the Fourier spectrum shows a very dense structure in

frequency and our duty cycle is relatively low. Furthermore, in the tedious process of extracting one by one the possible real oscillations in the light curve as described above, it is always possible that the wrong choice of an alias is made instead of the real period. The subsequent analysis may then be partly inadequate and (slightly) wrong periods may result.

To examine this possibility in more detail, we have performed 5 independent analyses of the light curve of KPD 1930+2752 along the lines just described, ending up with 5 (slightly) different sets of periods (amplitudes and phases) such as the one listed in Table 2. These 5 experiments differ in the different choices of close peaks (separated typically by one daily alias) at these points in the procedure when the choices were not obvious (e.g., two close peaks with essentially the same amplitudes). Our criterion for selecting the best set of harmonic oscillation parameters among the 5 sets available was based on its ability to best reproduce the observed Fourier spectrum. The principle is illustrated in Figure 6 where the upper half shows the Fourier amplitude spectrum of the light curve of our target star in the 3–7 mHz bandpass. This is just a portion of the spectrum illustrated in the previous figure, but shown on an expanded scale where the short–period photometric activity is concentrated. Note that the daily aliases of the various peaks are now clearly resolved. Plotted upside down is the Fourier spectrum of the noiseless reconstructed light curve based on the set of harmonic oscillation parameters given in Table 2, which we loosely refer to as an expanded version of the term “window function”. In other words, the window shown here is the Fourier spectrum of the last term on the right hand side of equation (1) with the values of the periods, amplitudes, and phases taken from Table 2.

To provide a quantitative measure of how well the reconstructed light curve reproduces the observed one, we have performed a point–by–point difference in the frequency domain between the two Fourier spectra. Note that this is different but complementary to the prewhitening method used above where the subtraction is carried out in the time domain.

The residual spectrum is shown in Figure 6, shifted downward by 0.4 % for visualization purposes. An examination of the Fourier spectrum, the window, and their residual indicates that the light curve is quite satisfactorily reproduced on the basis of the parameters given in Table 2. The residual is quite flat as would be expected in a successful reconstruction, and, except for one or two structures, the peak-to-peak variations in the residual spectrum do not exceed  $\sim 0.05$  %. It is on this basis, that is the quality of the residual spectrum, that we eventually selected the “best” set of parameters out of the 5 experiments we carried out. Of course, it is that set that has been listed in Table 2.

Figure 7 is similar to the previous figure, except that the low-frequency part of the Fourier spectrum (0–1 mHz) is considered. Here, a single sinusoid (with parameters given in Table 2) is sufficient to reproduce quite well the structure associated with the dominant  $\sim 4109$  s luminosity variation. As is normal, the noise level is higher at these low frequencies, so we cannot exclude, on the basis of the present method of analysis, the existence of other components (perhaps harmonics of the main peak?) with amplitudes less than  $\sim 0.15$  % in this frequency range. We might add that, since our reconstructed light curve is completely dominated by a *single* harmonic component in the frequency range of interest, the window spectrum shown in Figure 7 is a close approximation of the actual “window function” taken in its strictest sense.

In summary, using standard tools for this type of data, we have uncovered at least 45 periodicities in the light curve of KPD 1930+2752. After PG1605+072 (Kilkenny et al. 1999), this makes our target star the second richest EC 14026 star in terms of detected periods. The light curve of KPD 1930+2752 is dominated by an apparently single oscillation with an amplitude of  $\sim 1.39$  % and a remarkably long period of  $\sim 4109$  s. At least 44 other harmonic oscillations are also seen with amplitudes in the range from 0.064 % to 0.451 % and periods in the interval from 145.8 to 331.9 s. These latter oscillations



appear all distinct, and are not the results of nonlinear superpositions (harmonics and cross-frequencies) of a smaller number of more basic harmonic components.

#### 4. INTERPRETATION OF THE RESULTS

We first turn our attention to the short-period oscillations. These periods overlap with those observed in other EC 14026 stars, and are most simply interpreted in terms of  $p$ -mode pulsations. Charpinet et al. (1997; see also Fontaine et al. 1998) have demonstrated that their so-called second generation of pulsating models of sdB stars had the potential to explain the EC 14026 phenomenon. This approach has been exploited extensively by Charpinet(1998) who showed that, indeed, pulsation theory could account remarkably well for the observed properties of the EC 14026 stars. The driving mechanism in the Charpinet et al. models is a classic  $\kappa$  mechanism associated with an opacity bump due to the local enhancement of the iron abundance in the envelopes of sdB stars caused by diffusion processes. This mechanism is able to drive low-order, low-degree  $p$ -modes (along with the odd low-order and low-degree  $g$ -mode in some models) with periods comparable to those observed. We use here the same theoretical tools to examine the period structure observed in KPD 1930+2752.

There are 4 free parameters that need to be specified in the construction of a Charpinet et al. second generation equilibrium stellar model: the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , the surface gravity (traditionally given in terms of its logarithm)  $\log g$ , the total mass of the model  $M_*$ , and the mass fraction of the outer hydrogen-rich envelope  $M(H)/M_*$ . For KPD 1930+2752, we take  $T_{\text{eff}} = 33,440$  K,  $\log g = 5.56$ ,  $M_* = 0.48 M_{\odot}$ , and  $M(H)/M_* = 10^{-4.1}$ . The effective temperature is the straight average of our two previous estimates above based on optical spectroscopy (33,280 K and 33,800 K) and the value of 33,235 K obtained by Villeneuve, Wesemael, & Fontaine (1995) on the basis of Strömgren photometry. The

surface gravity is the average of our two previous estimates based on optical spectroscopy (5.61 and 5.51). The estimates for the unknown total mass and hydrogen layer mass are simply representative values taken from realistic evolutionary sequences of sdB stars (Dorman et al. 1993).

We have constructed an equilibrium model defined by this choice of parameters and analyzed it with our pulsation codes. We searched for all modes in the period window 120–480 s and with degree index  $l = 0, 1, 2,$  and  $3$ . We reiterate the usual argument that modes with  $l \geq 4$  would not be observable –and therefore are not of direct interest here– because of geometric cancellation effects on the visible disk of the star. Figure 8 shows the expected period spectrum for our *perfectly spherical* model. Except for the mode with a period of 341.7 s (a  $g$ -mode with  $l = 3$  and  $k = 1$ ), all others are low-order  $p$ -modes starting with radial index  $k = 0$  (1 for the  $l = 1$  family) at a period near  $\sim 270$  s and increasing in  $k$  values moving to the left. This theoretical period spectrum is quite typical of (spherical) models of sdB stars. A comparison with the observed data indicates, however, that it is wholly inadequate to account for the period spectrum observed in KPD 1930+2752. In particular, we find only 20 theoretical pulsation modes in the range 145–332 s as compared to 44 observed periods. We note that we would have to include modes up to  $l = 7$  to obtain at least 44 theoretical modes in that period window for this spherical model. This is unreasonable in terms of visibility effects, and, moreover, the theoretical period distribution would not correspond to the observed one. The obvious conclusion is that the observed period distribution is too dense to be accounted for in terms of the pulsation periods of a spherical model. KPD 1930+2752 must not be perfectly spherically symmetric, which, of course, lifts the  $2l + 1$  period degeneracy associated with each pulsation mode of indices ( $k, l$ ) found in a spherical stellar model. This now provides, in principle, more than enough theoretical modes of different periods to populate the 145–332 s interval.

The simplest explanation that we can think of that would account for the deformation of KPD 1930+2752, at least at the qualitative level, is rotation. This also provides a natural way, perhaps, to tie in the 44 oscillations observed at short periods with the intriguing slow periodic luminosity variation seen at  $\sim 4109$  s. In this simple approach, the 4109 s variation bears somehow the signature of rotation and rotational splitting is responsible for the distribution of the 44 detected  $p$ -modes. But how can rotation be at the origin of the 4109 s variation? A first possibility is to imagine that a  $g$ -mode (or an elusive  $r$ -mode) would be excited. Note that there is no known mechanism in the current models to destabilize such long-period modes. Rotation *itself* is not sufficient; there must be a driving mechanism. The  $g$ -modes, in particular, are deep core modes in sdB models, and it is difficult to imagine how a *single* such mode, and *a fortiori* a mode with a large value of  $k$  (to explain the long period), could be excited through a mechanism intrinsic to the star. On the other hand, an extrinsic cause such as tidal interaction with a nearby and unseen companion could be envisioned. For instance, the periodic orbital motion of the companion could perhaps drive a  $g$ -mode through direct resonance. Presumably, such a close binary system would be locked and the orbital period would correspond to the rotation period of the sdB component (as well as the period of the excited  $g$ -mode). A similar situation could arise for a  $r$ -mode, but the 4109 s variation would not correspond then to the rotation period of the sdB star as  $r$ -modes have periods that are simply related, but not equal, to the rotation period of a star (see Saio 1982).

The second possibility that we considered is the suggestion that a stellar spot could be responsible for the long-period variation; the rotation period would then be equal to 4109 s. Such a spot, or surface abundance inhomogeneity, could plausibly be generated by the presence of a large-scale magnetic field in the hot radiative (by opposition to convective) atmosphere of KPD 1930+2752, in a manner similar to that found in the  $\sim 20,000$  K rotating magnetic white dwarf Feige 7 (Achilleos et al. 1992; see also Michaud & Fontaine

1982). Hot B subdwarfs are not known to possess spots or large-scale magnetic fields, but they are all chemically peculiar, so perhaps the possibility is not too far-fetched. Unless the spot has the peculiar geometry of a spherical harmonic function (!), one would expect to see other (harmonic) components of the 4109 s rotation period in the light curve of KPD 1930+2752 if, indeed, a spot is involved. The spot geometry can always be modelled as a sum of Fourier components (spherical harmonics) according, for example, to Mathys (1985). So there is a potential test here: If the 4109 s variation is a “pure” sinusoidal variation, then we would have to favor the idea of a pulsation mode (assuming that nonlinear effects in the amplitude of the pulsation mode itself are completely negligible). In contrast, if several harmonic components of the 4109 s variation are found, then we would have to favor the spot model.

At first sight, the results of the previous section suggest that the 4109 s luminosity variation can be modelled in terms of a single sinusoid (see Figure 7). However, as pointed out there, the methods used do not allow us to rule out other oscillations (and, in particular, harmonics) with amplitudes less than about 0.15 %. Hence, in order to increase the S/N ratio, we folded the light curve on the period of 4108.88 s. In an important prior step, we prewhitened the light curve of its 44 short-period oscillations. The resulting folded light curve clearly showed that the 4109 s variation is *not* a perfect sinusoid. In addition, we have not been able to reproduce the pulse shape by adding the first ( $4109/2$  s), second ( $4109/3$  s), and third ( $4109/4$  s) harmonics together with the main component; the residuals still showed an oscillatory character and were not flat. This implies that we either did not consider enough harmonic components or, more likely, we did not pick the correct folding period.

In the light of these results, we repeated the experiment, but changed the folding period. Figure 9 shows the results of our folding exercise for a period of 8217.76 s, the

exact double of the dominant periodicity found in the light curve of KPD 1930+2752. In a standard format, we show the light curve folded over 100 frequency bins. The error bars represent the errors of the mean amplitude value in each bin. A search through the literature indicated that this folded light curve is a textbook example of the so-called ellipsoidal luminosity variation associated with the tidal deformation of the primary component in a close but detached binary system. Furthermore, as there is no sign of any reflection effect in the light curve, the companion would be relatively faint here. In this model, because the timescale involved is relatively short, the binary system is in synchronous rotation, so the period of 8218 s would correspond to both the orbital period of the system and the rotation period of the sdB star. Moreover, the orbit would be nearly circular and seen under a large inclination angle. During a rotation period of the sdB, the deformed star would be seen twice side on, thus exposing its largest surface area to a distant observer and producing the two equal maxima in the light curve. At the same time, during the same rotation cycle, the star would also show twice its minimum projected surface area, thus producing the two minima. However, one “pole” is slightly darker than the other because of gravity darkening (the pole closest to the companion), so there is a slightly deeper minimum when the invisible companion passes in front of the sdB star.<sup>1</sup> The dominant periodicity due to the ellipsoidal effect has thus a period that is equal to *half* the rotation period of the primary component.

Contrary to the case of a folding period of 4108.88 s discussed just above, we are now able to reproduce quite successfully the pulse shape for the new folding period of 8217.76 s as shown in Figure 9. To do this, we have considered the rotation period of 8218 s and its first three harmonics. Of course, we already know the characteristics of the first harmonic (the dominant periodicity at  $8218/2 = 4109$  s whose properties are listed in Table

---

<sup>1</sup>This latter effect is a distant cousin of the spot model invoked above.

2). We have determined the amplitudes and phases of the 8218 s, 8218/3 s, and 8218/4 s components by, again, using our least-squares code as applied to the complete light curve, the latter being prewhitened of its 44 short-period oscillations. By combining the periods, amplitudes, and phases of all four components together, we constructed a template (the solid curve in Fig. 9) against which we can compare the observations. The residuals shown in the figure indicate clearly that the folded light curve is very well reproduced in the present approach, which gives substantial credibility to the ellipsoidal model. For completeness, we note that the respective amplitudes of the 8218 s, 8218/2 s, 8218/3 s, and 8218/4 s components are 0.1191 %, 1.3942 %, 0.0713 %, and 0.0104 %, three of which are below the detection level of  $\sim 0.15$  % reached with the methods discussed in the previous section. We point out also that the first three amplitudes given here correspond directly to the coefficients appearing in the Fourier series presented by Morris (1985) and used to model ellipsoidal light curves. As in Morris (1985), the second component (8218/2 s) is the dominant one. To go further in that direction, however, we need to establish that KPD 1930+2752 is indeed a single-line spectroscopic binary showing a radial velocity modulation with a period of 8218 s. We do not have such observations at the moment.

We note that evidence for a high binary fraction among sdB stars has accumulated in recent years on the basis of color photometry (e.g., Allard et al. 1994) and direct time-resolved spectroscopy (e.g., Green, Liebert, & Saffer 1997). In this context, it is interesting to mention that Allard et al. (1994) declared KPD 1930+2752 a “single” star on the basis of their *BVRI* colors. There is certainly no sign of a companion in the (blue) optical spectrum of Saffer & Liebert (1999) used in this paper, and there is no sign either in the photometry of Allard et al. (1994). However, there is really no sensitivity to the presence of fainter, cooler companions in the available optical spectroscopy. Moreover, the technique of Allard et al. (1994) is just barely sensitive to cool main sequence stars. If we insist on the binary star hypothesis, then an intrinsically faint companion such as a

white dwarf, for example, might be a good possibility. In fact, both the ideas that KPD 1930+2752 could very well be an ellipsoidal binary star and that the companion could be a white dwarf are strengthened considerably in the light of the recent results of Koen, Orosz, & Wade (1998). In a search for EC 14026 short-period type luminosity variations, these authors discovered a monophasic oscillation with an amplitude of  $\sim 1.8\%$  and period of  $\sim 3900$  s in the light curve of KPD 0422+5421, another sdB star in the galactic plane.<sup>2</sup> In an impressive piece of work, they combined high speed photometric data and time-resolved spectroscopy and were able to model quite successfully their data in terms of a close detached binary system composed of the sdB suffering from an ellipsoidal deformation and a faint white dwarf orbiting about each other with a period of 7800 s. They were able to solve the orbital problem and derive estimates of the fundamental parameters (particularly, the masses, radii, and effective temperatures) of both components. Within the uncertainties, the estimates of the masses and radii of the sdB and white dwarf components were found to be in agreement with standard expected values. What we find particularly suggestive here is that not only are the amplitude and period of the luminosity variation seen in KPD 0422+5421 comparable to those of the slow variation found in our target star, but even the pulse shapes are quite similar. Indeed, if we compare our Figure 9 with Figure 5 of Koen et al. (1998), we find that KPD 1930+2752 and KPD 0422+5421 are virtually *photometric twins!* This reinforces very strongly the suggestion that KPD 1930+2752 is part of a binary system and suffers from the ellipsoidal effect. The discovery of Koen et al. (1998) has added a new member to the fascinating and growing family of binary stars made of a sdB and a white dwarf (see, in particular, Saffer, Livio, & Yungelson 1998). We find most tantalizing

---

<sup>2</sup>They did not find *p*-mode pulsations, presumably because KPD 0422+5421 appears somewhat too cool at  $T_{\text{eff}} \sim 25,000$  K for the iron bump mechanism of Charpinet et al. (1997) to be efficient.

the possibility that KPD 1930+2752 could also be part of that family with, as a very important bonus, the presence of  $p$ -mode pulsations in the sdB star itself. Again, however, we need to confirm this possibility through time-resolved spectroscopy.

At this stage, we must now demonstrate the plausibility that the period distribution of the 44 short-period oscillations detected in the light curve of KPD 1930+2752 can be explained in terms of rotationally-split pulsation modes in a star that rotates with a period of 8218 s. To this end, we reconsider the theoretical period spectrum presented in Figure 8, but now add the effects of uniform (or solid body) rotation treated as a first-order perturbation. As is well known, this perturbation lifts the degeneracy of a pulsation mode specified by the doublet of indices  $(k, l)$  in a spherical model and produces  $2l + 1$  modes now specified by a triplet of indices  $(k, l, m)$ . The modes with adjacent values of  $m$  ( $|\Delta m| = 1$ ) are separated by a frequency spacing given by

$$\Delta f = \frac{(1 - C_{kl})}{P_{rot}}, \quad (2)$$

where  $\Delta f$  is expressed in Hertz, the rotation period  $P_{rot}$  is expressed in s, and where  $C_{kl}$  is the so-called dimensionless first-order rotation coefficient whose value depends on the indices  $k$  and  $l$ . It is computed on the basis of the adiabatic pulsation eigenfunctions of the unperturbed spherical model. The values of  $C_{kl}$  are computed routinely in our pulsation codes and, in particular, are available for the theoretical period spectrum discussed in Figure 8. By combining these values with an assumed rotation period of  $P_{rot} = 8218$  s for KPD 1930+2752, the original period spectrum containing 27 degenerate modes now becomes a lot denser with 115 distinct period components, including 85 modes in the range 145–332 s where the 44 observed periods are found.

The problem of matching the observed periods with the theoretical modes now surfaces. In this context, Brassard et al. (1999) have recently developed a new objective technique, based on a genetic algorithm (see Charbonneau 1995), that optimizes this matching process.



This genetic approach promises to be of utmost value in the whole field of asteroseismology. We have used that approach to best match the 44 observed periods with 44 theoretical periods belonging to the spectrum of 115 rotationally-split modes described just above. We refer the reader to Brassard et al. (1999) for details on the method. The results are presented in Figure 10 where the period spectrum observed in KPD 1930+2752 is sandwiched between two representations of the 44 theoretical periods that best match the observations. To the extent that the main goal of this exercise was to demonstrate the possibility that the observed period distribution in KPD 1930+2752 can be qualitatively explained in terms of rotationally-split modes in a star rotating with a period of  $\sim 8218$  s, the agreement is excellent.

In its details, the match is far from perfect, but it is hard to resist pointing out that it is currently the *best* period match ever obtained for an EC 14026 star! Of course, were we to pursue a detailed asteroseismological investigation of KPD 1930+2752, we would repeat this matching exercise by changing the parameters of the equilibrium model with the goal of finding the set of parameters that would produce the best period match. It seems to us that this more ambitious (and rewarding) venture remains premature at this time because we do not have the definite proof that KPD 1930+2752 is really rotating with a period of 8218 s. Again, the awaited time-resolved spectroscopy is the essential ingredient here. Furthermore, it would be of interest to investigate as well the effects of second-order terms due to uniform rotation and of tidal interaction in the close binary (another second-order term) on the splitting of modes in the frequency domain (see, e.g., Saio 1981). We note that a star with  $\log g = 5.56$  and  $M = 0.48 M_{\odot}$  breaks up at a rotation period of  $\sim 1200$  s, certainly smaller but not negligibly so compared to 8218 s, so it must be considered as a fairly “fast rotator” from a dynamical point of view. The possibility of differential rotation and its effects on rotational splitting would also need to be investigated (see, e.g., Hansen, Cox, & Van Horn 1977).

## 5. CONCLUSION

Our survey has so far led to the discovery of  $p$ -mode instabilities in the sdB stars PG 1047+003 (Billères et al. 1997), KPD 2109+4401 (Billères et al. 1998), and KPD 1930+2752 (this paper). We note that the variability of the first two objects was also uncovered independently by our South African colleagues who have carried out a most impressive large-scale observational survey for EC 14026 stars in both the southern and northern hemispheres (see, in particular, O’Donoghue et al. 1998 for PG 1047+003 and Koen 1998 for KPD 2109+4401). We are not aware of the possibility that they may also have discovered luminosity variations in KPD 1930+2752.

Of all the known EC 14026 stars, KPD 1930+2752 appears to be the most puzzling object because its light curve exhibits a dominant quasi sinusoidal variation with a period of  $\sim 4109$  s along with the more usual short-period variations (in the 145–332 s interval in the present case) that characterize this family of pulsators. The long-period sinusoidal variation in the luminosity of KPD 1930+2752 is unique among the current members of the EC 14026 zoo.<sup>3</sup> In addition, KPD 1930+2752 shows a very dense distribution of short-period variations, making it the second richest EC 14026 star in terms of observed periods after PG 1605+072 (Kilkenny et al. 1999). This observed period spectrum is too dense to be compatible with the relevant theoretical period spectrum of the nonradial modes (essentially  $p$ -modes) computed from representative *spherical* models of KPD 1930+2752. This means that our target star does not have a perfect spherical symmetry and the usual  $2l + 1$  period degeneracy associated with a spherical star must be lifted in that case. The most natural

---

<sup>3</sup>The light curve of the pulsating star PG 1336–018 is also outstanding in that it shows the signature of pronounced eclipses of the HW Vir type in a close binary system with an orbital period of 8726 s. The system is composed of the pulsating sdB and a main sequence star of type M5 (Kilkenny et al. 1998).

explanation is, of course, rotation of the sdB star as has been explicitly demonstrated by Heber, Reid, & Werner (1999) in the case of PG 1605+072, the other “rich” sdB pulsator (see also Kawaler 1999).

We have argued, in this paper, that the  $\sim 4109$  s variation seen in the light curve of KPD 1930+2752 could be naturally explained in terms of the ellipsoidal deformation of the sdB star in a close but detached binary system containing a faint invisible companion (possibly a white dwarf by analogy to the very similar system KPD 0422+5421 described by Koen et al. 1998). The system would be in synchronous rotation, in nearly circular orbit, and seen under a high inclination angle. We have demonstrated that the dense observed period spectrum of KPD 1930+2752 could be qualitatively explained in terms of a  $p$ -mode spectrum rotationally split in a star rotating with a period of  $\sim 8218$  s, the value expected from the ellipsoidal effect invoked to account for the observed long-period variation in that star. This demonstration, summarized in Figure 10, was possible through the use of a new period matching technique developed by Brassard et al. (1999) and based on a powerful genetic algorithm that promises to see wide applications in the field of asteroseismology.

It remains to be seen, of course, if our interpretation will stand the test of time-resolved spectroscopy. We expect that such additional observations will reveal that KPD 1930+2752 is a single-line spectroscopic binary showing periodic radial velocity variations on a timescale of  $\sim 8218$  s. If confirmed, this will open the tantalizing possibility of combining independent determinations of the fundamental parameters of the star (obtained by solving the orbital problem through the combination of time-resolved spectroscopy with ellipsoidal light curve modelling) with the asteroseismological content of its  $\sim 44$  pulsation modes. If unconfirmed, the star will obviously deserve more thoughts. Either way, it is clear that further investigations of this unique (and bright!) object are warranted. In particular, fast photometric observations at higher resolution (in a WET-like campaign for example) and

at higher sensitivity (in the course of our successful follow-up program at the CFHT for instance) appear to be a natural next step, in view of establishing more firmly than we could do in this paper the details of the very rich observed period spectrum. It may very well be the case that KPD 1930+2752 turns out to be the Rosetta Stone of sdB seismology.

It is a real pleasure for us to acknowledge continuing stimulating discussions on EC 14026 stars with our South African competitors/collaborators Darragh O'Donoghue, Dave Kilkeny, Chris Koen, and Bob Stobie. We also wish to thank the Director and staff of the Steward Observatories for supporting LAPOUNE as a visitor instrument. We are particularly indebted to Dr. Marcia Rieke, Mr. Bob Peterson, and Mr. Jim Chatham. This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the fund FCAR (Québec).

Table 1. Mount Bigelow Photometric Observations of KPD 1930+2752

Run Number	Date (UT, 1998)	Start Time (UT)	Sampling Time (s)	Total Number Data Points	Resolution (mHz)
mb-081	Oct 15	01:53	10	1474	0.068
mb-083	Oct 16	01:41	10	1527	0.066
mb-086	Oct 19	01:43	10	1539	0.065
mb-090	Oct 21	01:48	10	916	0.109

Table 2. Harmonic Oscillations Detected in the Light Curve of KPD 1930+2752

Frequency ( $\mu\text{Hz}$ )	Period (s)	Amplitude (%)	1 $\sigma$ error (%)	Phase (s)	1 $\sigma$ error (s)
243.38	4108.88	1.3942	0.0135	1681.99	6.23
3012.75	331.92	0.0673	0.0134	286.99	10.49
3200.50	312.45	0.0858	0.0134	239.89	7.79
3463.62	288.71	0.0682	0.0136	43.27	9.16
3630.65	275.43	0.1204	0.0136	40.97	4.96
3729.50	268.13	0.1049	0.0145	265.47	5.93
3754.37	266.36	0.1516	0.0153	87.77	4.27
3783.63	264.30	0.3375	0.0157	21.00	1.96
3808.63	262.56	0.0992	0.0154	89.58	6.48
3841.25	260.33	0.2012	0.0157	192.70	3.23
3886.63	257.29	0.0920	0.0167	112.84	7.45
3890.13	257.06	0.2126	0.0176	214.82	3.38
3897.13	256.60	0.4513	0.0160	16.57	1.45
3949.62	253.19	0.1572	0.0150	41.80	3.85
3977.75	251.40	0.3305	0.0147	111.45	1.78
3987.88	250.76	0.0698	0.0146	84.16	8.34
4055.50	246.58	0.2856	0.0143	216.95	1.96
4085.12	244.79	0.1444	0.0149	222.76	4.00
4117.25	242.88	0.2548	0.0154	231.73	2.34
4143.88	241.32	0.0915	0.0148	159.49	6.20
4199.62	238.12	0.3205	0.0154	135.58	1.82
4207.00	237.70	0.1845	0.0155	195.58	3.17
4267.50	234.33	0.0685	0.0139	178.92	7.57

Table 2—Continued

Frequency ( $\mu\text{Hz}$ )	Period (s)	Amplitude (%)	1 $\sigma$ error (%)	Phase (s)	1 $\sigma$ error (s)
4320.75	231.44	0.0980	0.0137	106.45	5.15
4455.13	224.46	0.1078	0.0135	136.56	4.48
4580.50	218.32	0.0702	0.0134	35.89	6.67
4780.62	209.18	0.1027	0.0135	203.17	4.38
5050.63	197.99	0.0731	0.0135	35.89	5.85
5144.13	194.40	0.0676	0.0136	114.48	6.23
5199.87	192.31	0.0641	0.0136	133.86	6.51
5287.88	189.11	0.0803	0.0135	89.81	5.08
5352.00	186.85	0.1031	0.0142	1.42	4.09
5370.50	186.20	0.0924	0.0144	106.42	4.61
5420.88	184.47	0.1144	0.0138	31.95	3.55
5475.50	182.63	0.1233	0.0138	53.54	3.27
5538.63	180.55	0.0840	0.0135	140.48	4.70
5588.25	178.95	0.1629	0.0147	7.83	2.58
5594.50	178.75	0.0927	0.0147	131.06	4.53
5695.72	175.57	0.1077	0.0143	86.94	3.70
5738.25	174.27	0.0731	0.0143	48.21	5.41
5950.70	168.05	0.1338	0.0135	64.96	2.69
6074.77	164.62	0.0762	0.0135	13.39	4.64
6165.08	162.20	0.0648	0.0135	82.77	5.38
6402.72	156.18	0.0997	0.0134	132.59	3.34
6859.47	145.78	0.0817	0.0134	18.55	3.80

## REFERENCES

- Achilleos, N., Wickramasinghe, D.T., Liebert, J., Saffer, R.A., & Grauer, A.D. 1992, *ApJ*, 396, 273
- Allard, F. 1986, M.Sc. thesis, Université de Montréal
- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, *AJ*, 107, 1565
- Billères, M. 1999, Ph.D. thesis, Université de Montréal
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A., & Vauclair, G. 1997, *ApJ*, 487, L81
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A., Bergeron, P., & Vauclair, G. 1998, *ApJ*, 494, L75
- Brassard, P., Fontaine, G., Billères, M., & Charpinet, S. 1999, in preparation
- Charbonneau, P. 1995, *ApJS*, 101, 309
- Charpinet, S. 1998, Ph.D. thesis, Université de Montréal
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, 483, L123
- Dorman, B., Rood, R.T., & O'Connell, R.W. 1993, *ApJ*, 415, 596
- Downes, R.A. 1986, *ApJS*, 61, 569
- Fontaine, G., Charpinet, S., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., & Dorman, B. 1998, in *IAU Symposium 185, New Eyes inside the Sun and Stars*, ed. F. Deubner & D.W. Kurtz (Dordrecht: Kluwer), 367
- Green, E.M., Liebert, J., & Saffer, R.A. 1997, in *Proc. of the Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), 417



- Hansen, C.J., Cox, J.P., & Van Horn, H.M. 1977, *ApJ*, 217, 151
- Heber, U., Reid, I.N., & Werner, K. 1999, *A&A*, in press
- Kawaler, S.D. 1999, in *Proc. 11th European Workshop on White Dwarfs*, ed. J.-E. Solheim & E.G. Meistas (PASPC), Vol. 169, 158
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, 285, 640
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., Larson, K.A., Shobbrook, R., Sullivan, D.J., Burleigh, M.R., Dobbie, P.D., & Kawaler, S.D. 1999, *MNRAS*, 303, 525
- Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A.E., & Van Wyk, F. 1998, *MNRAS*, 296, 329
- Koen, C. 1998, *MNRAS*, 300, 567
- Koen, C., Orosz, J.A., & Wade, R.A. 1998, *MNRAS*, 300, 695
- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Stobie, R.S. 1998, in *IAU Symposium 185, New Eyes inside the Sun and Stars*, ed. F. Deubner & D.W. Kurtz (Dordrecht: Kluwer), 361
- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., & Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, 285, 645
- Mathys, G. 1985, *A&A*, 151, 315
- Michaud, G., & Fontaine, G. 1982, *ApJ*, 253, L29
- Moehler, S., Heber, U., & de Boer, K.S. 1990, *A&A*, 239, 265
- Morris, S.L. 1985, *ApJ*, 295, 143
- O'Donoghue, D., Koen, C., Kilkenny, D., Stobie, R.S., & Lynas-Gray, A.E. 1999, in *Proc. 11th European Workshop on White Dwarfs*, ed. J.-E. Solheim & E.G. Meistas (PASPC), Vol. 169, 149

- O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A.E., Kilkenny, D., Stobie, R.S., & Koen, C. 1997, MNRAS, 285, 657
- O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A.E., Kilkenny, D., & van Wyk, F. 1998, MNRAS, 296, 306
- Saffer, R.A., & Liebert, J. 1995, in Proc. 9th European Workshop on White Dwarfs, ed. D. Koester & K. Werner (Berlin: Springer), 221
- Saffer, R.A., & Liebert, J. 1999, in preparation
- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, ApJ, 432, 351
- Saffer, R.A., Livio, M., & Yungelson, R.L. 1998, ApJ, 502, 394
- Saio, H. 1981, ApJ, 244, 299
- Saio, H. 1982, ApJ, 256, 717
- Stobie, R.S., Kawaler, S.D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, MNRAS, 285, 651
- Villeneuve, B., Wesemael, F., & Fontaine, G. 1995, ApJ, 450, 851
- Wesemael, F., Allard, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in Proc. of the Third Conference on Faint Blue Stars, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A. Saffer (Schenectady: Davis), 433
- Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R., & Green, R.F. 1992, AJ, 104, 203

### FIGURE CAPTIONS

Fig. 1 — Model fit (dotted curve) to the available hydrogen Balmer lines and neutral helium lines in our time-averaged optical spectrum of KPD 1930+2752.

Fig. 2 — “White light” light curve of KPD 1930+2752, observed on 1998 October 19 with LAPOUNE attached to the Mount Bigelow 1.6 m telescope (run mb-086). The light curve is expressed in terms of residual amplitude relative to the mean brightness of the star. The upper curve is the original light curve with each plotted point representing a sampling time of 10 s. It has been shifted arbitrarily upward by 0.10 units for visualization purposes. The middle curve (lower curve shifted downward by 0.10 units) is the binned light curve with a sampling time of 30 s (250 s).

Fig. 3 — Close-up of a segment of the light curve of KPD 1930+2752 presented in Fig. 2. Each plotted point represents a sampling time of 10 s.

Fig. 4 — Fourier amplitude spectra of the four nightly light curves gathered on KPD 1930+2752. The amplitude axis is expressed in terms of the percentage variations about the mean intensity of the star. The Fourier spectrum for run mb-083 (mb-086, mb-090) has been displaced vertically by 1.5 % (3.0 %, 4.5 %).

Fig. 5 — Upper half: Fourier amplitude spectrum of the complete light curve of KPD 1930+2752 (runs mb-081 through mb-090) in the 0–12 mHz bandwidth (periods > 83.33 s). Some 120,000 frequency points were used in the calculation of this Fourier transform. The amplitude axis is expressed in terms of the percentage variations about the mean brightness of the star. Note that the vertical scale has been multiplied by a factor of 3 for frequencies larger than 2 mHz in order to better visualize the higher frequency components which have substantially smaller amplitudes than the dominant low-frequency oscillation at 0.243 mHz ( $\sim 4108$  s). Lower half: Fourier amplitude spectrum (plotted upside down) of the residual

light curve after having subtracted the 45 harmonic components listed in Table 2.

Fig. 6 — Upper half: Fourier amplitude spectrum of the complete light curve of KPD 1930+2752 in the 3–7 mHz bandwidth obtained on the basis of 40,000 frequency points. Lower half: Fourier amplitude spectrum (plotted upside down) of the noiseless light curve reconstructed on the basis of the 45 harmonic oscillations listed in Table 2. Also, the point-by-point frequency difference between the “observed” Fourier spectrum and the “computed” spectrum is shown, but shifted downward by 0.4 %.

Fig. 7 — Similar to Figure 6, but for the frequency range 0–1 mHz. The residual is here shifted downward by 1.7 % for better visualization.

Fig. 8 — The theoretical pulsation period spectrum of a representative spherical model of KPD 1930+2752. All pulsation modes with  $l = 0, 1, 2,$  and  $3$  in the period interval 120–480 s are indicated. The various families of modes belonging to a given value of the degree index  $l$  are shown individually as well as the total theoretical spectrum. This is to be compared to the distribution of 44 periods observed in the light curve of KPD 1930+2752. The values of the observed periods were taken from Table 2.

Fig. 9 — Light curve of KPD 1930+2752 folded on the period of 8217.76 s and distributed in 100 frequency bins. As usual, the curve is plotted twice for better visualization. The points give the observational data with error bars corresponding to the errors of the mean in each bin. The light curve has been prewhitened of its 44 short-period variations. The solid curve is a model of the light curve based on the superposition of four sinusoids: the 8218 s oscillation and its first three harmonics. The amplitudes and phases of these four components have been determined through nonlinear least-squares fitting to the light curve. The residuals shown here are the difference between the data points and the theoretical curve. They have been shifted arbitrarily downward by 2.2 %,

Fig. 10 — Comparison of the observed period spectrum of KPD 1930+2752 with a theoretical period spectrum which has been rotationally split through the effects of first-order uniform rotation on a representative stellar model rotating with a period of 8218 s.

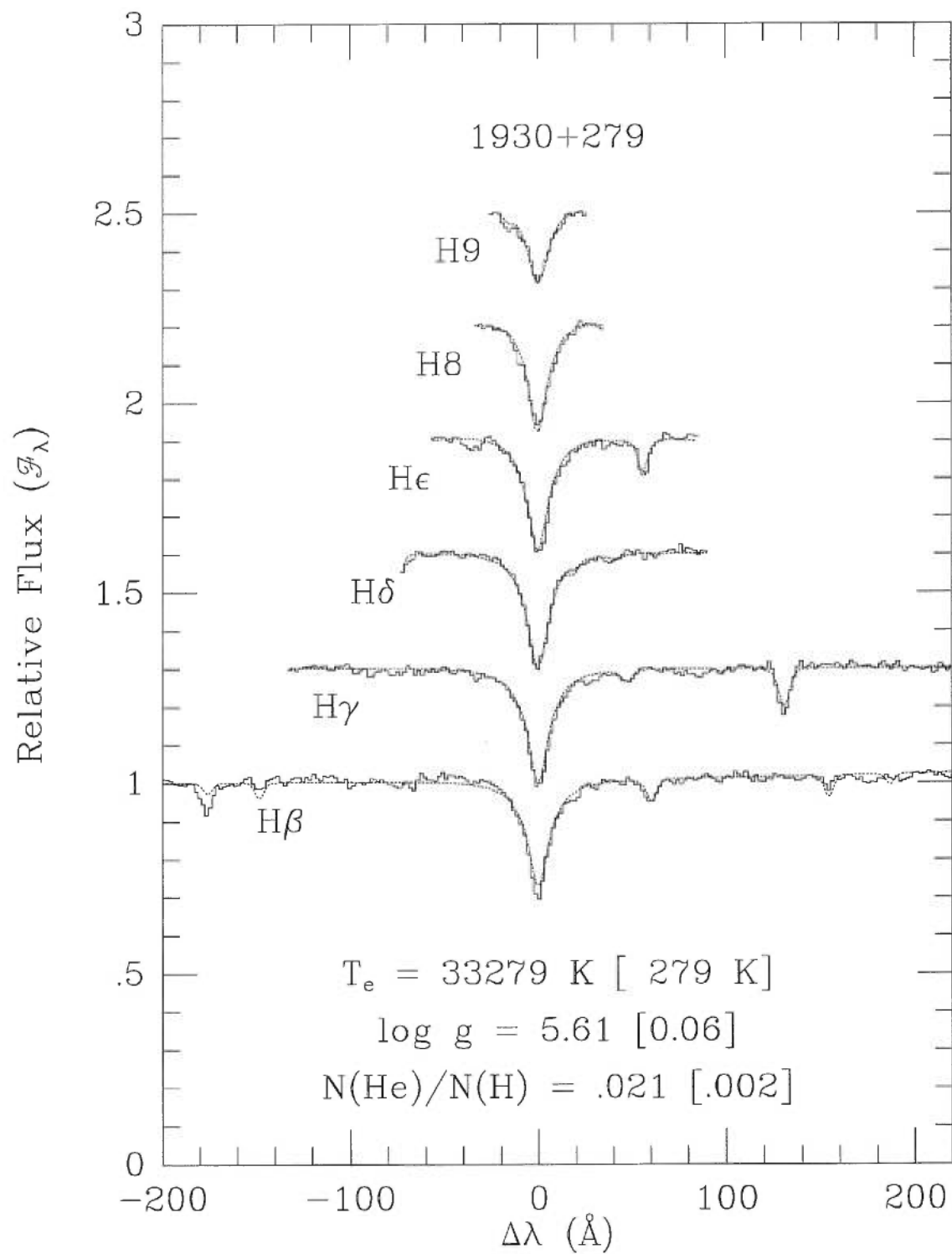


Figure 1

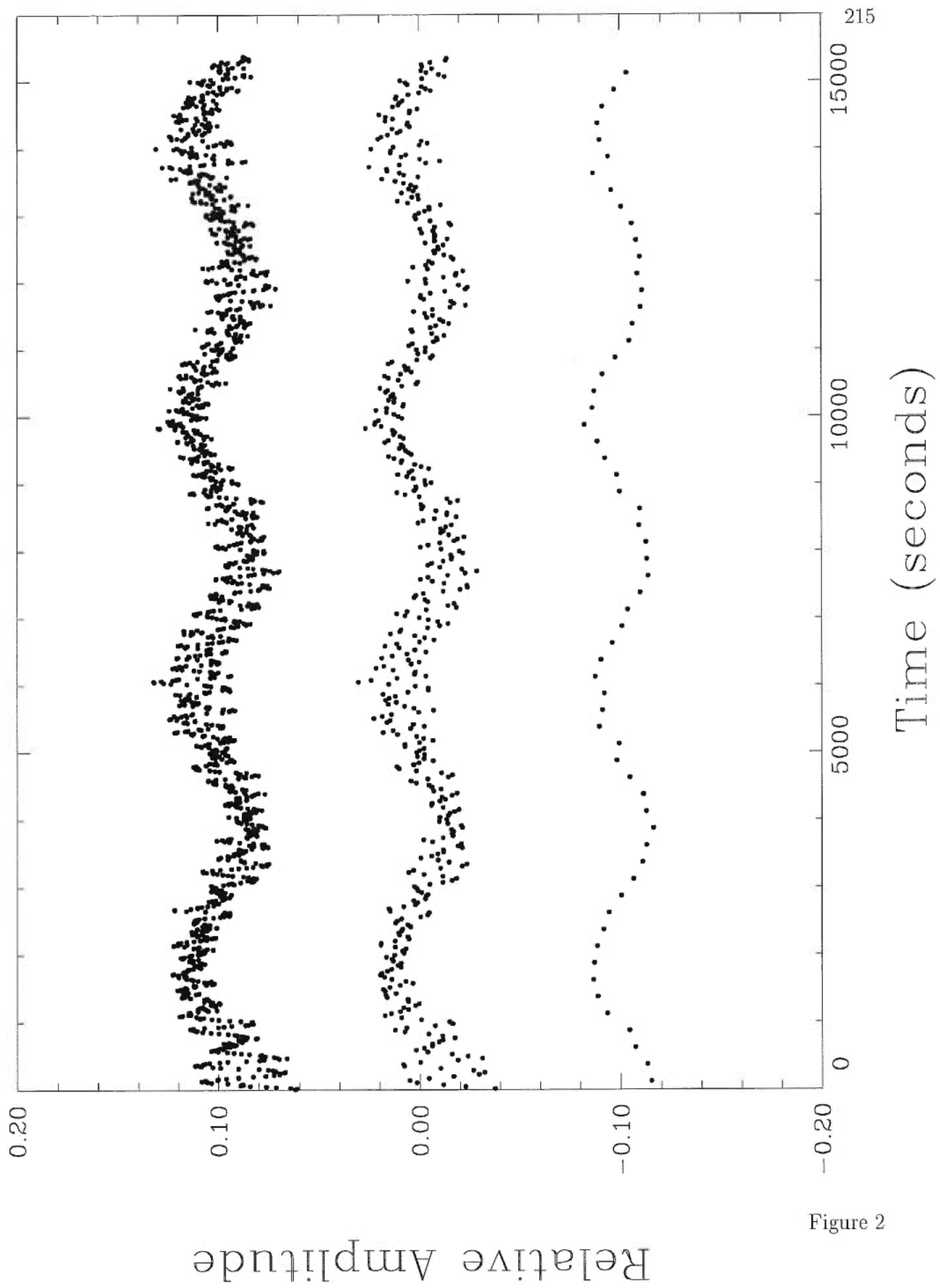


Figure 2

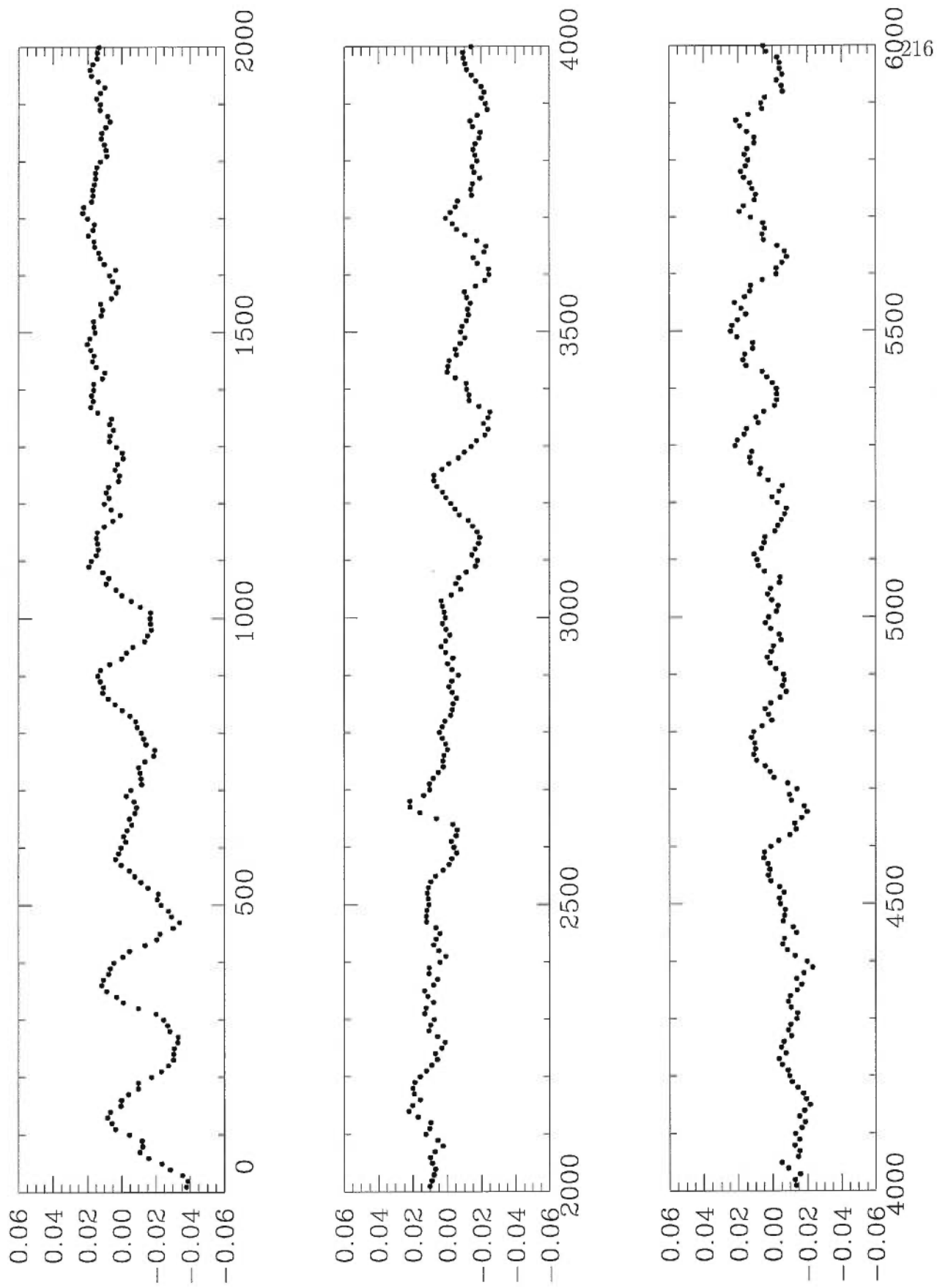


Figure 3

Relative Amplitude

Time (seconds)



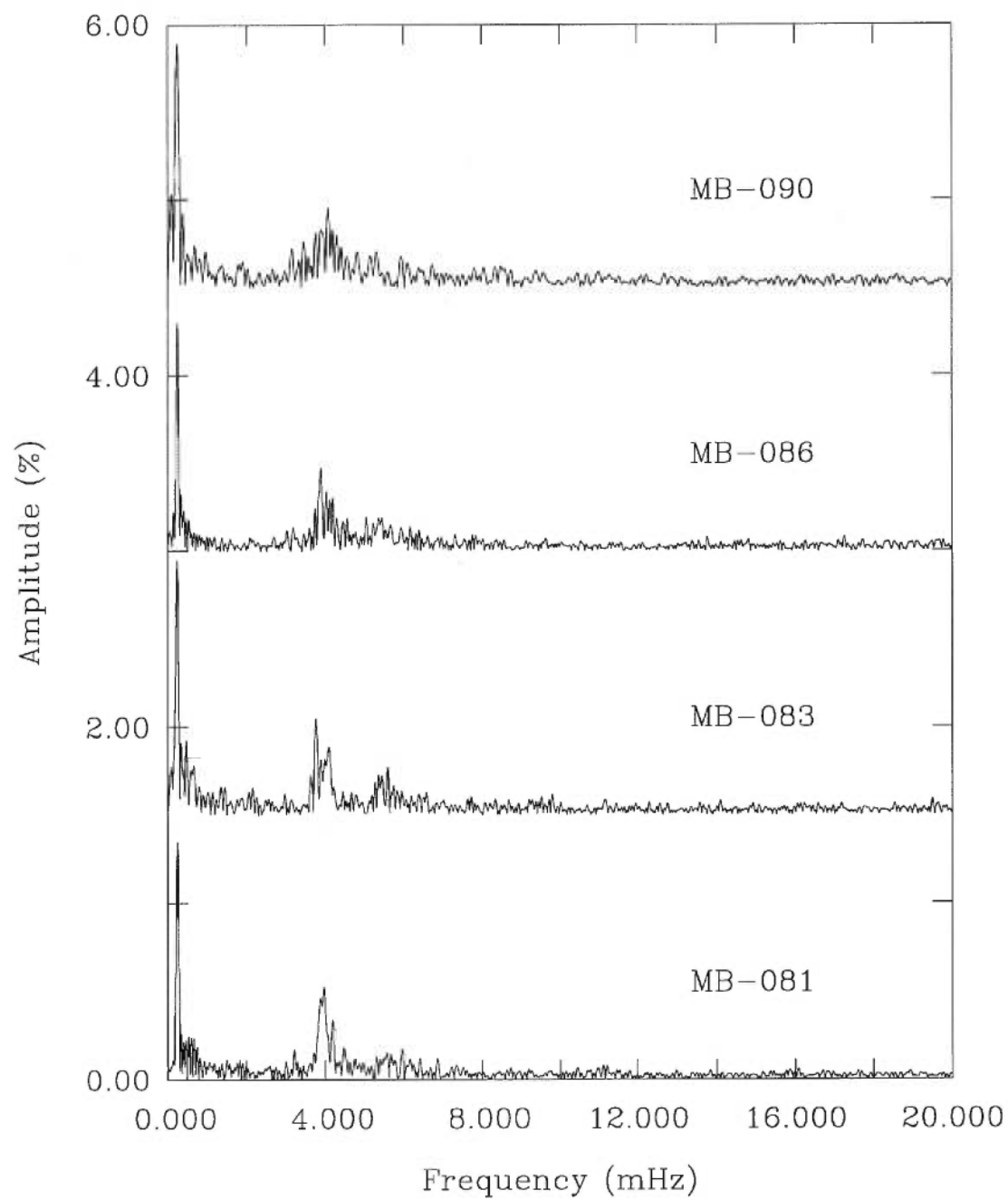


Figure 4

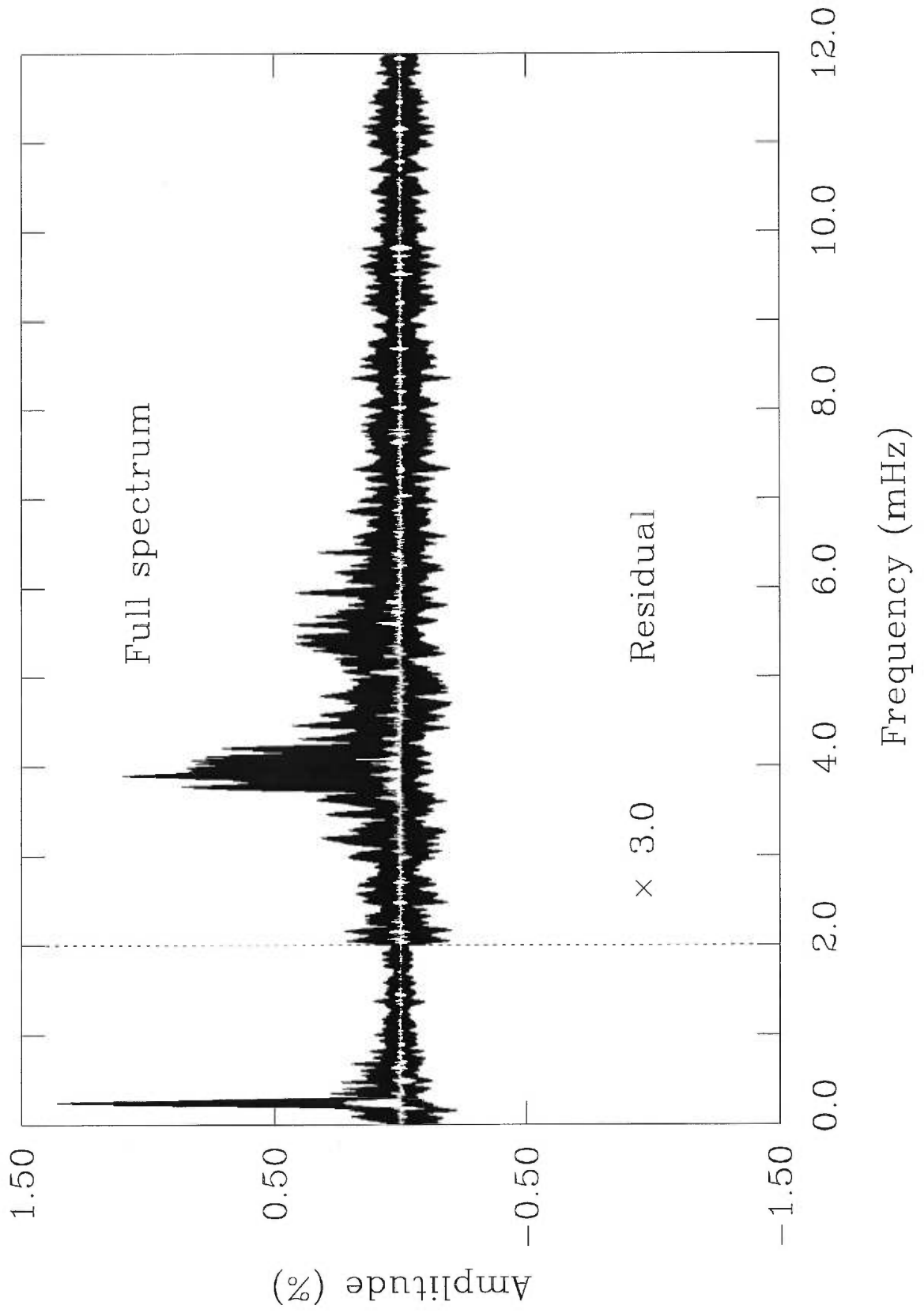


Figure 5

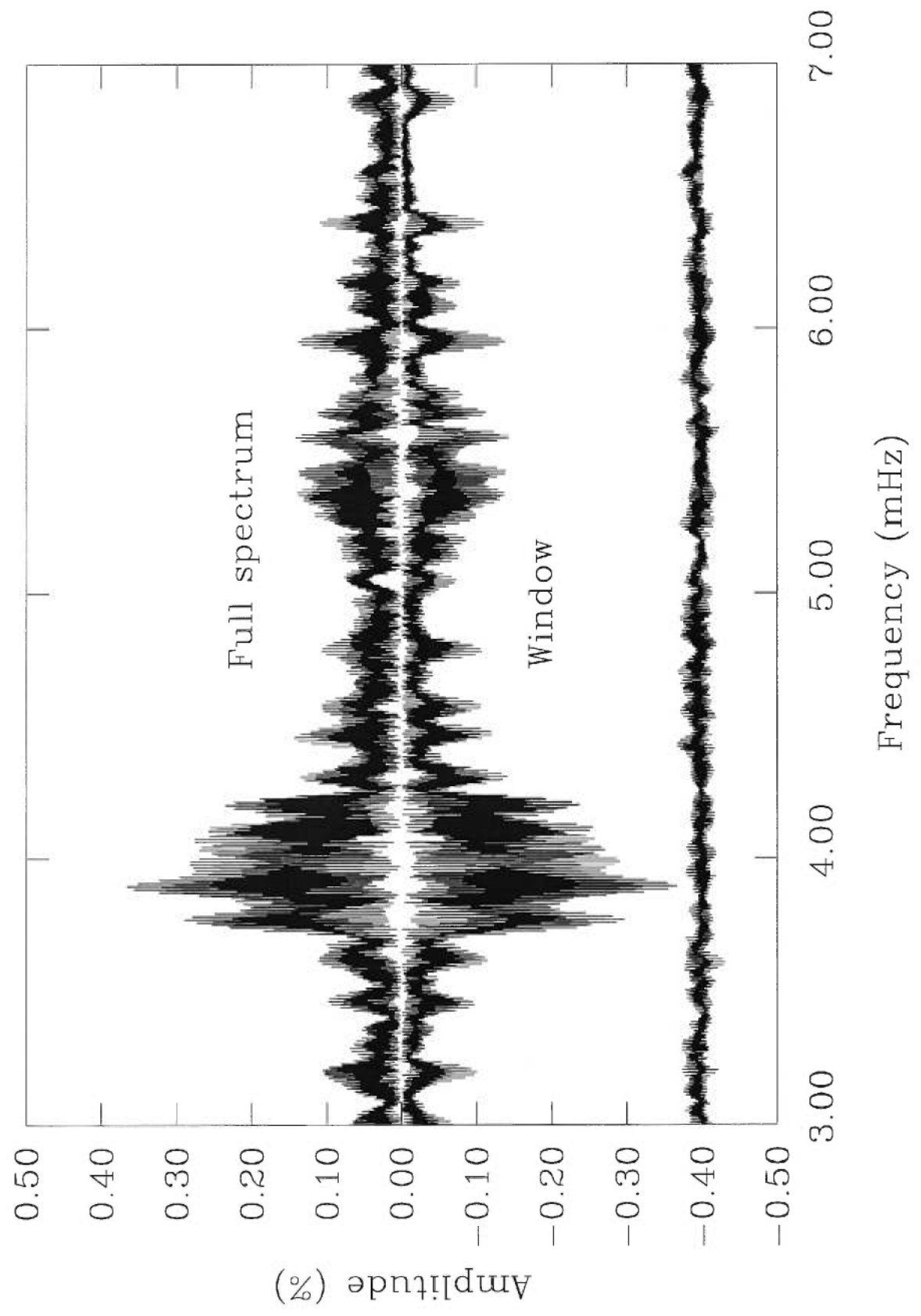


Figure 6

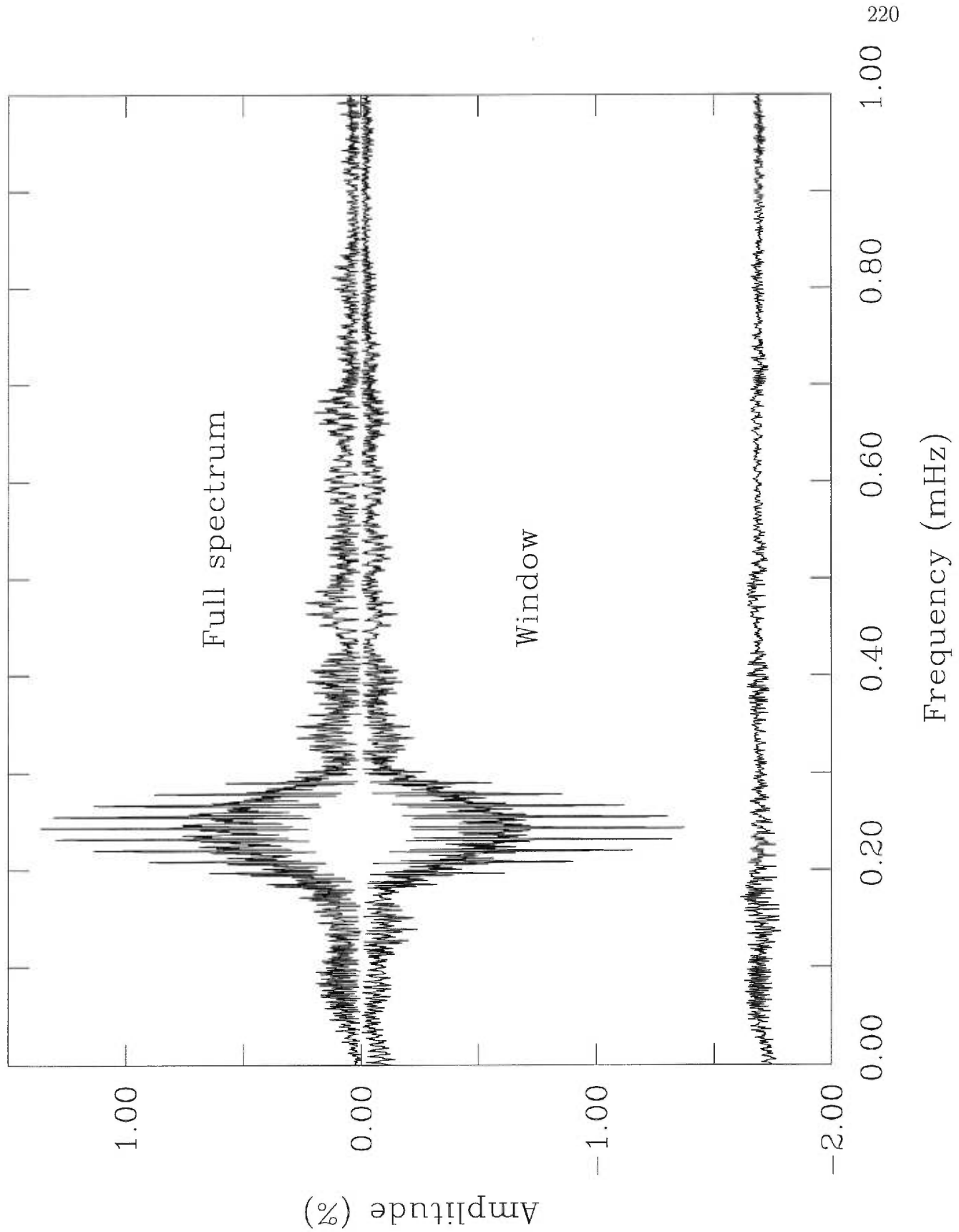


Figure 7

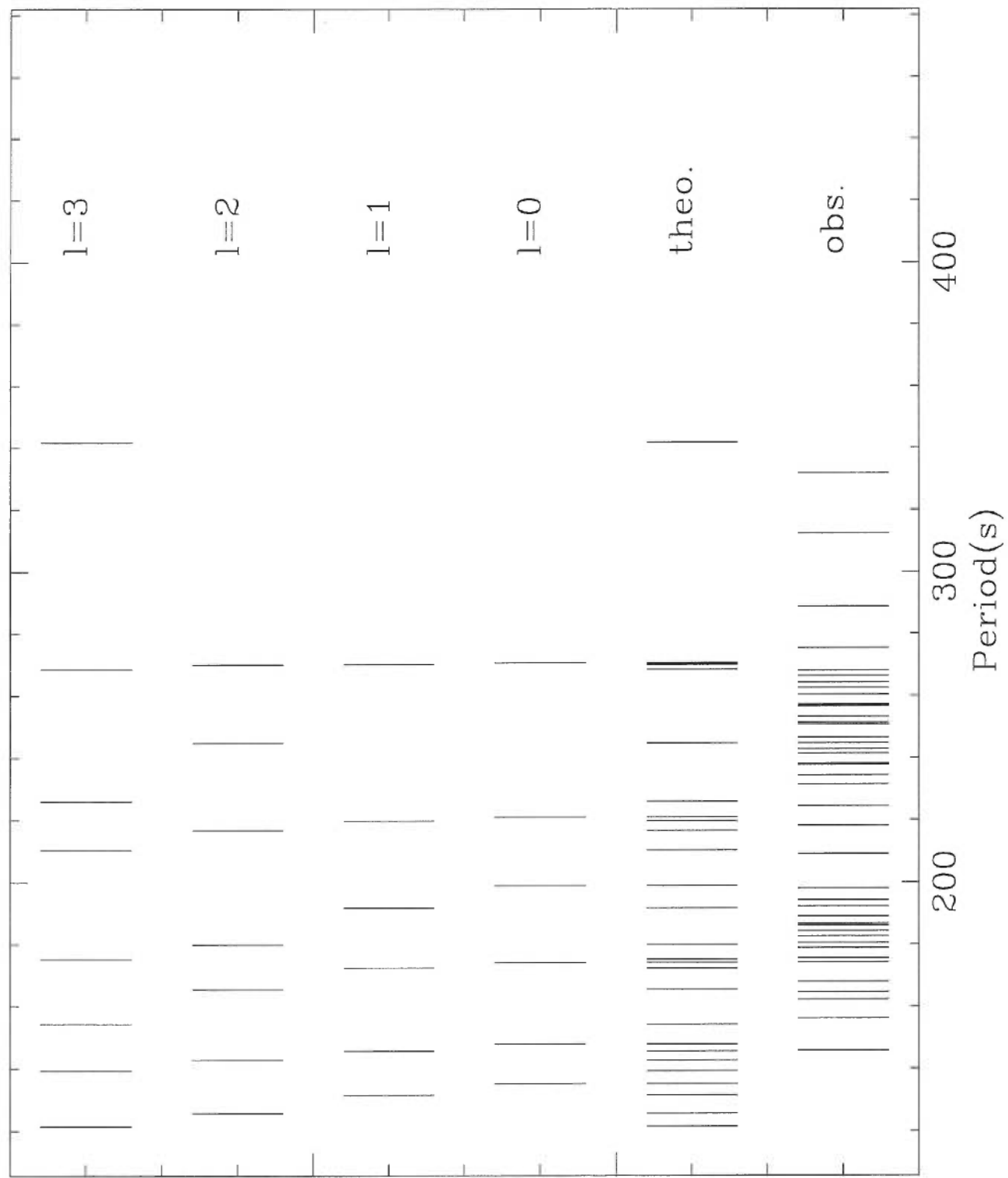


Figure 8

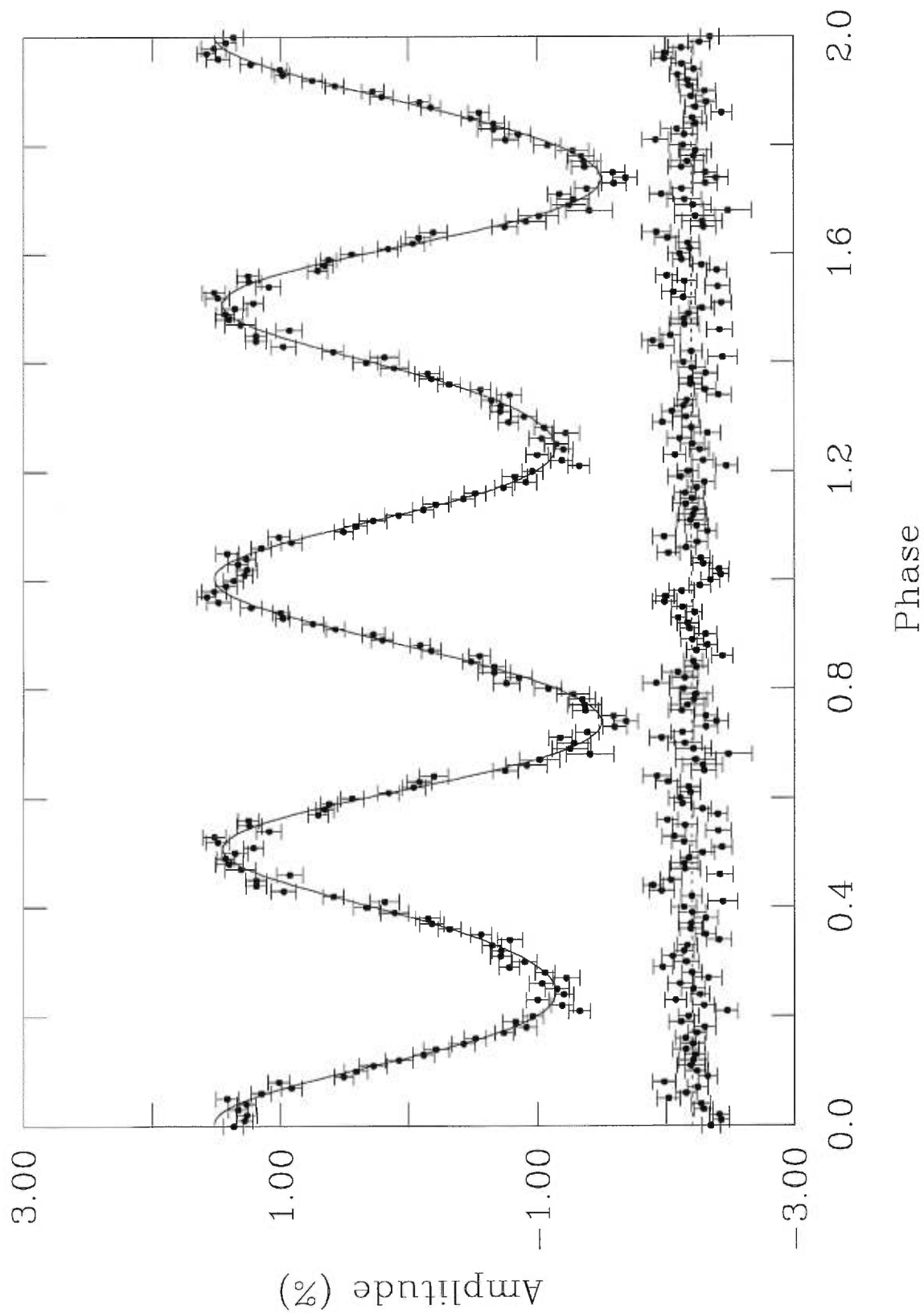


Figure 9

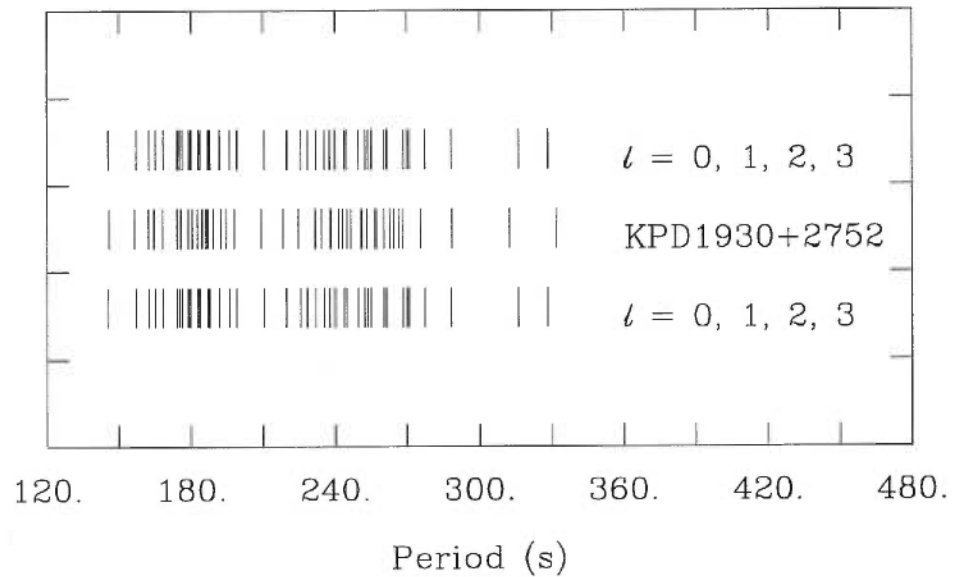


Figure 10

**ANNEXE 2**

DISCOVERY AND ASTEROSEISMOLOGICAL ANALYSIS OF THE PULSATING SDB  
STAR PG 0014+067

Billères M., Fontaine G., Brassard P., Charpinet S., Liebert J., Saffer  
R.A.

Soumis : *The Astrophysical Journal* .



# Discovery and Asteroseismological Analysis of the Pulsating sdB Star PG 0014+067<sup>1</sup>

M. Billères, G. Fontaine, and P. Brassard

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville,  
Montréal, Québec, Canada H3C 3J7  
billeres, fontaine, brassard@astro.umontreal.ca

S. Charpinet

Canada–France–Hawaii Telescope Corporation, Kamuela, HI 96743  
charpinet@cfht.hawaii.edu

James Liebert

Steward Observatory, University of Arizona, Tucson, AZ 85721  
liebert@as.arizona.edu

and

R.A. Saffer

Department of Astronomy and Astrophysics, Villanova University, Villanova, PA 19085  
saffer@ast.vill.edu

Received \_\_\_\_\_; accepted \_\_\_\_\_

To be submitted to *The Astrophysical Journal*

---

<sup>1</sup>Based on observations obtained at the Canada–France–Hawaii Telescope, which is operated by the National Research Council of Canada, the Centre National de la Recherche Scientifique of France, and the University of Hawaii.

## ABSTRACT

We report the discovery of low-amplitude, short-period, multiperiodic luminosity variations in the hot B subdwarf PG 0014+067. This star was selected as a potential target in the course of our ongoing survey to search for pulsators of the EC 14026 type. Our model atmosphere analysis of the time-averaged MMT optical spectrum of PG 0014+067 indicates that this star has  $T_{\text{eff}} \simeq 33,550$  K and  $\log g \simeq 5.77$ , which places it right in the middle of the theoretical EC 14026 instability region in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane. A standard analysis of our CFHT light curve reveals the presence of at least 13 distinct harmonic oscillations with periods in the range 80–170 s. Fine structure (closely-spaced frequency doublets) is observed in 3 of these oscillations, and at least 5 high-frequency peaks due to nonlinear cross-frequency superpositions of the basic oscillations are also seen in the Fourier spectrum. The largest oscillation has an amplitude  $\simeq 0.22$  % of the mean brightness of the star, making PG 0014+067 the EC 14026 star with the smallest intrinsic amplitudes so far. On the basis of the 13 observed periods, we carry out a detailed asteroseismological analysis of the data starting with an extensive search in parameter space for a model that could account for the observations. To make this search efficient, objective, and reliable, we use a newly-developed period matching technique based on a genetic algorithm. This search leads to a model that can account remarkably well for the 13 observed periods in the light curve of PG 0014+067. A detailed comparison of the theoretical period spectrum of this optimal model with the distribution of the 13 observed periods leads to the realisation that 10 other pulsations, with lower amplitudes than the threshold value used in our standard analysis, are present in the light curve of PG 0014+067. Altogether, we identify 23 pulsation modes in our

target star. These are all low-order acoustic modes with adjacent values of  $k$ , and with  $l = 0, 1, 2$ , and  $3$ . They define a band of unstable periods, in close agreement with nonadiabatic pulsation theory. Furthermore, the average relative dispersion between the 23 observed periods and the periods of the corresponding 23 theoretical modes of the optimal model is only  $\simeq 0.8\%$ , a remarkable achievement by asteroseismological standards. On the basis of our analysis, we find that the global structural parameters of PG 0014+067 are  $\log g = 5.780 \pm 0.008$ ,  $T_{\text{eff}} = 34,500 \text{ K} \pm 2,690 \text{ K}$ ,  $M_*/M_\odot = 0.490 \pm 0.019$ ,  $\log M(H)/M_* = -4.50 \pm 0.22$ , and  $R/R_\odot = 0.149 \pm 0.004$ . If we interpret the fine structure observed in 3 of the 23 pulsations in terms of rotational splitting, we further find that PG 0014+067 rotates with a period of 29.2 h and that it has a maximum broadening velocity of  $V \sin i \lesssim 6.2 \text{ km s}^{-1}$ .

*Subject headings:* stars: interiors—stars: oscillations—subdwarfs

## 1. INTRODUCTION

A small fraction of the known hot B subdwarf (sdB) stars in the field show short-period, multiperiodic luminosity variations caused by pulsational instabilities. These are known as EC 14026 stars –after the prototype– and form the newest family of pulsating stars to have been uncovered. Interestingly, their existence was predicted theoretically by Charpinet et al. (1996) at about the same time the serendipitous discovery of a first real pulsating sdB star was made (Kilkenny et al. 1997). This was the result of the independent observational efforts by a group of astronomers at the South African Astronomical Observatory, which quickly led to the discoveries of three more variable stars with photometric and spectroscopic properties quite similar to those of EC 14026–2647 (Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O’Donoghue et al. 1997). Further work by our South African colleagues and by ourselves has, in the meantime, led to additional discoveries, bringing the number of publicly known EC 14026 stars to 14.

Most of the EC 14026 stars tend to cluster around  $\log g \simeq 5.8$  and  $T_{\text{eff}} \simeq 33,500$  K in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  diagram, although the presence of outliers such as Feige 48 at  $\log g \simeq 5.4$  and  $T_{\text{eff}} \simeq 29,000$  K (Koen et al. 1998a) and PG 1605+072 at  $\log g \simeq 5.2$  and  $T_{\text{eff}} \simeq 31,000$  K (Koen et al. 1998b) increases somewhat the dispersion in that diagram. The number of observed periods in a given EC 14026 star ranges from a few to more than 50, although this number is highly correlated with the sensitivity of the measurements. The periods are typically found in the interval 100–300 s, but can be substantially longer in the low-gravity objects such as Feige 48 (250–380 s) and PG 1605+072 (290–600 s). The amplitudes of the harmonic oscillations detected in the light curves of EC 14026 stars range widely, but typical values are of several millimag. Qualitative comparisons with model calculations show that the observed periods are consistent with low-order radial and low-order, low-degree nonradial pressure-modes in most cases (Charpinet et al. 1996;

Stobie et al. 1997; Charpinet et al. 1997). In low-gravity pulsators, both pressure- and gravity-modes are relevant to account for the observed periods (Fontaine et al. 1998; Charpinet 1998). The pulsation modes in EC 14026 stars are excited through an opacity mechanism associated with the presence of iron in the envelopes of these stars (Charpinet et al. 1997). More details about the properties of EC 14026 pulsators may be found in the reviews presented by Koen et al. (1998c), Fontaine et al. (1998), and O’Donoghue et al. (1999).

Initially motivated by the calculations of Charpinet et al. (1996), we started, in 1996 May, an observational search for short-period luminosity variations in sdB stars. At the outset, this was a project well suited for high time “white light” photometry because the expected periods are short (thus requiring relatively short sampling times, typically 10 s), and the target stars are relatively faint, even without using filters, when sampled at that rate (a typical field sdB star has  $V \sim 14$ –15). We carried out the survey part of our program on small telescopes, mostly on the 1.6 m telescope at the Steward Observatory Mount Bigelow Station. However, EC 14026 stars are not always easy to detect, yet alone study, with a small telescope, so an integral part of our program was to gather follow-up observations of newly-found or known pulsators on a mid-size telescope, in our case the Canada–France–Hawaii Telescope (CFHT).

We report, in this paper, the discovery and detailed analysis of low-amplitude, short-period, multiperiodic luminosity variations in the light curve of the sdB star PG 0014+067. These observations were obtained at the end of each of 5 consecutive nights during one of our CFHT runs dedicated to other known pulsators. Interestingly, we had previously observed PG 0014+067 in the survey mode on the 1.6 m telescope, but the real time light curve displayed at the telescope did not show obvious signs of variability. In retrospect, the faintness of PG 0014+067 and the low amplitudes of the luminosity

variations that were detected (see below) explain well this situation. Not surprisingly, these results suggest a higher yield of EC 14026 pulsators when surveyed at higher sensitivity. Furthermore, our CFHT data have revealed not only the variability of PG 0014+067, but, also, a period spectrum that is both simple and rich enough that we attempt, for the first time for an EC 14026 star, a complete asteroseismological analysis, including detailed mode identification and determination of the structural properties of the target star. This has been made possible through the use of a powerful period matching algorithm based on a genetic method developed recently by Brassard et al. (1999).

## 2. OBSERVATIONS

PG 0014+067 is a rather unassuming star in the Palomar–Green catalog of UV–excess objects (Green, Schmidt, & Liebert 1986). Identified there as a sdB star on the basis of a low–resolution classification spectrum, the only estimate of its magnitude is a rough photographic magnitude  $B_{ph} \sim 15.6$ . To our knowledge, no photoelectric or CCD color photometry is available for that star. It was reobserved by two of us (R.A.S. and J.L.) four years ago as part of a spectroscopic program aimed at providing reliable atmospheric parameters for a large number of sdB stars in the northern hemisphere (see Saffer et al. 1994 and Saffer & Liebert 1995). This program was based on high signal–to–noise ratio optical spectroscopy obtained with the 2.3 m telescope at the Steward Observatory Kitt Peak Station and, for the fainter objects, with the Multiple Mirror Telescope (MMT). As a rather faint target, PG 0014+067 was selected routinely to be observed during a MMT run, when its position in the sky (near the meridian) was optimal. Details of the experimental setup and the reduction procedure have been described in Saffer (1991) and Saffer et al. (1994). The MMT spectrum available to us covers the wavelength range  $\lambda\lambda 3650\text{--}4500$  at  $\sim 3 \text{ \AA}$  resolution, and required an integration time of 600 s. This is longer than the periods

of the observed brightness variations and, considering as well the very low amplitudes of these variations (see below), this spectrum is a meaningful time-averaged spectrum of PG 0014+067.

Figure 1 shows one of our two best (in a least-squares sense) fits to the available hydrogen Balmer lines and neutral helium lines. This fit was obtained with the same model atmosphere and synthetic spectrum tools described in Saffer et al. (1994). The derived atmospheric parameters are  $T_{\text{eff}} \simeq 33,310$  K and  $\log g \simeq 5.79$ , with formal  $1 \sigma$  errors of 250 K and 0.06 dex, respectively. The derived helium abundance, characteristically low in a sdB star, is  $N(\text{He})/N(\text{H}) \simeq 0.022$  with a  $1 \sigma$  deviation of 0.003. To provide a measure of the external errors, we have refitted the same spectrum but using a different model atmosphere grid computed in 1995 by Pierre Bergeron at the Université de Montréal. With this second grid, we obtain a best fit of comparable quality and we find  $T_{\text{eff}} \simeq 33,900$  K,  $\log g \simeq 5.73$ , and  $N(\text{He})/N(\text{H}) \simeq 0.020$ , with formal  $1 \sigma$  errors of 300 K, 0.08 dex, and 0.003, respectively. The agreement is excellent. If we now take the weighted average of these two sets of estimates, we find  $T_{\text{eff}} = 33,550 \pm 190$  K,  $\log g = 5.77 \pm 0.05$ , and  $N(\text{He})/N(\text{H}) = 0.021 \pm 0.002$ . We adopt these values as our best estimates of the atmospheric parameters of PG 0014+067, with the clear understanding that the true uncertainties are certainly significantly larger than the formal errors quoted here. In this context, Wesemael et al. (1997) have recently discussed the systematics of atmospheric parameter determinations for sdB stars, and we refer the reader to that work for more details.

For the purposes of our survey for pulsating sdB stars, we selected candidates on the basis of their positions in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  diagram, using lists provided in spectroscopic studies such as the Saffer-Liebert program mentioned just above. Given that the atmospheric parameters for PG 0014+067 were found to be quite representative of the previously known

EC 14026 stars –indeed, they nearly correspond to the average values– and, furthermore, given that these parameters placed the star right in the middle of the theoretical instability strip discussed by Charpinet et al. (1997), we picked PG 0014+067 as a high priority object in spite of its relative faintness. We first observed PG 0014+067 in white–light “fast” photometric mode during one of our survey run, a 10–night stand at the Mount Bigelow 1.6 m telescope in 1997 October, when the star was well positioned in the sky. As usual in this survey, the photometric observations were gathered with LAPOUNE, the portable Montréal 3–channel photometer. Under good observing conditions, as was the case during that run, it is usually only a matter of a few minutes before the variability of a target star can be established (provided some care is taken by selecting a comparison star of approximately the same brightness as the target object). A quick look at the real time light curves at the telescope generally suffices since the (constant) comparison star provides an excellent template of the atmospheric conditions. In the case of PG 0014+067, the conspiracy of faintness *and* low amplitudes prevented us from detecting the luminosity variations in real time, and we terminated the observation after about one hour, our usual criterion in this survey. However, in a routine follow–up procedure, one of us (M.B.) computed the Fourier transform of the light curve of PG 0014+067 and detected two weak but nevertheless quite suggestive periodicities near  $\sim 140$  s and  $\sim 150$  s. It was then a matter of reobserving the star on a larger telescope.

This opportunity arose in 1998 June during a 6–night CFHT run dedicated to the known pulsators Feige 48 (Koen et al. 1998a) and KPD 2109+4401 (Billères et al. 1998). We were able to gather, on the average, about 1.9 h of data at the end of each of 5 consecutive nights, working well into the twilight (which is possible only with a 3–channel photometer). Given the exceptional observing conditions during that run –possibly our very best at the CFHT– we gathered excellent white light data on PG 0014+067. Table 1 provides a journal of these observations. As usual in this business, dark time was required



in gathering the light curve. With the improved sensitivity provided by the CFHT, it was, again, only a matter of a few minutes before we could readily see the luminosity variations in real time and, thus, confirm the suggestion of low-level photometric activity obtained through our previous Fourier analysis of the 1.6 m telescope light curve.

We show, in Figure 2, a typical segment of the sky-subtracted, extinction-corrected light curve of PG 0014+067. This is from run cfh-075, but that segment is quite representative since the other runs are of comparable quality. The light curve is expressed in terms of the residual amplitude relative to the mean brightness of the star, and each plotted point corresponds to a sampling time of 10 s. It clearly reveals the presence of low-amplitude multiperiodic brightness modulations. The variations show typical peak-to-peak amplitudes of less than  $\sim 2\%$  and they appear to be dominated by a pseudoperiod of  $\sim 150$  s. It is obvious, however, that several other periodicities are involved because we see clear signs of constructive and destructive interference between modes in the light curve. Such a behavior is quite typical of EC 14026 pulsators. We analyze, in the next section, the contents of the complete light curve of PG 0014+067. For the record, we point out that the net average white light count rate for the target star at the CFHT was  $\sim 13,000$  counts  $\text{s}^{-1}$ , corresponding, through direct comparisons with similar stars observed during the same nights (specifically, Feige 48 and KPD 2109+4401), to a visual magnitude of about  $V \sim 15.9$ .

### 3. ANALYSIS OF THE LIGHT CURVE

The complete light curve of PG 0014+067 consists of 5 chunks of average length  $\sim 1.9$  h separated by important daily gaps. The sampling time is 10 s throughout. From the beginning of run cfh-068 to the end of run cfh-081, the observing window covers a time interval of 351,832 s. This corresponds to a resolution of  $2.84 \mu\text{Hz}$  in the Fourier domain.

Since PG 0014+067 was observed during 34,540 s in that observing window, a duty cycle of 9.82 % was achieved.

We have analyzed this time series on PG 0014+067 in a standard manner by combining Fourier analysis, least-squares fits to the light curve, and prewhitening techniques. The procedure is described at some length in one of our previous papers (Billères et al. 1999), and we refer the interested reader to that work for further details. Contrary to the case of the sdB pulsator KPD 1930+2752 discussed in that paper, however, it was quite straightforward here to identify and isolate the periodicities present in the light curve of PG 0014+067. In the former case, the light curve showed a multitude of closely spaced frequency components, and this complicated significantly the task of unraveling the true periods of oscillations among that forest of peaks in the Fourier domain, each accompanied by its own window pattern (i.e., the complex sidelobe structure associated with the daily gaps in the light curve). We identified at least 44 short-period harmonic oscillations in the light curve of KPD 1930+2752, and we interpreted this high density of frequency components in terms of overlapping rotationally-split  $p$ -modes in a fast rotator with  $P_{rot} \sim 8218$  s (Billères et al. 1999). In contrast, PG 0014+067 appears to be a “simpler” pulsator, probably a slow rotator (see below), and we found it relatively easy to identify 13 bands of frequency corresponding to true luminosity variations. In addition, we found that at least 3 of those frequency components have internal structure –closely spaced doublets in each case– which are probably part of multiplet structures possibly caused by weak rotational splitting.

Table 2 summarizes the characteristics of the 16 harmonic oscillations that we found in the light curve of PG 0014+067. Note that we have labelled these oscillations  $f_1$  through  $f_{13}$  in the table, with + and – upperscripts for the components of the doublets. In our method of analysis, there are no formal errors associated with the frequencies (and periods)

since those were derived directly from the Fourier spectrum. The probable accuracy of the frequencies is, however, of the order of 1/10 of the formal resolution, i.e., about 0.28  $\mu\text{Hz}$  (see Billères et al. 1999). By contrast, the amplitudes and phases of the harmonic oscillations are derived through least-squares fits to the light curve, a method that provides formal errors as given in the table. We note that the periods observed in PG 0014+067 cover a range from  $\sim 80$  s to  $\sim 170$  s, a range that is unusually large for an EC 14026 pulsator (see, e.g., Table 5.2 of Charpinet 1998 or Table 1 of O’Donoghue et al. 1999). In particular, the component  $f_{13}$ , which is neither a harmonic nor a nonlinear cross frequency of the other oscillations, show, at 80.73 s, the shortest period observed so far in an EC 14026 star. Nevertheless, the bulk of these periods are quite characteristic of an “average” EC 14026 star, and it seems clear to us that this relatively wide band of periods was revealed simply because we observed at much higher sensitivity than has been the case so far for most pulsators of this kind. Likewise, we note the relatively low amplitudes of the harmonic oscillations detected in the light curve of PG 0014+067 –  $f_3^-$  being the strongest component with an amplitude less than  $\sim 0.22\%$  of the mean brightness of the star – making it the EC 14026 pulsator with the smallest intrinsic amplitudes so far. This combination of intrinsic low amplitudes and faintness ( $V \sim 15.9$ ) explains well, in retrospect, that the variability of PG 0014+067 was missed in real time at the 1.6 m telescope on Mount Bigelow.

We show, in the upper half of Figure 3, the Fourier amplitude spectrum of the light curve of PG 0014+067 in the 0–15 mHz bandpass. That part of the spectrum extending beyond 15 mHz, and up to the Nyquist limit of 50 mHz, is flat, consistent with noise, and is not illustrated here. The short segments of solid lines indicate the positions of the 13 frequency components,  $f_1$  through  $f_{13}$  (on this scale, the 3 doublets are not resolved and are part of the same structures). We have also indicated the positions of 5 high-frequency peaks (the dotted line segments) possibly resulting from nonlinear superpositions of the basic components listed in Table 2. The dotted lines actually give the values of the frequency

resulting from the following combinations (in order of increasing frequency):  $f_1^+ + f_4$ ,  $f_1^- + f_5^-$ ,  $f_3^- + f_3^+$ ,  $f_4 + f_6$ , and  $f_5^- + f_8$ . While we are not completely convinced that all of these 5 nonlinear features are really present in the Fourier spectrum, we find it strongly suggestive that their frequencies correspond closely to 5 local maxima in the spectrum, as is clearly illustrated in the figure. In a pulsation context, nonlinear peaks of that sort are not, of course, associated with independent normal pulsation modes, but their amplitudes relatives to those of their parent modes contain information about the geometries of the modes that can be potentially exploited as has been demonstrated in the case of pulsating white dwarfs (see, e.g., Fontaine & Brassard 1994).

Our analysis of the light curve of PG 0014+067 leaves, after prewhitening the data of the 16 frequency components that were identified previously, a residual light curve

$$R(t) = I(t) - \sum_{i=1}^{16} a_i \cos\left(\frac{2\pi}{P_i}(t - \phi_i - \phi_0)\right) \quad (1)$$

where  $R(t)$  and the original light curve  $I(t)$  are expressed in percentage variations about the mean intensity of the star, and  $P_i$ ,  $a_i$ , and  $\phi_i$  are, respectively, the periods, amplitudes, and phases of the harmonic oscillations listed in Table 2. The zero point phase,  $\phi_0$ , is arbitrary and corresponds in practice here to the beginning of run cfh-068. The Fourier transform of  $R(t)$  is plotted (upside down) in the lower half of Figure 3. Although the spectrum is fairly flat, it is probable that there are additional real oscillations left over in the light curve. For instance, we strongly suspect that the 3 doublet structures that we uncovered ( $f_1^- - f_1^+$ ,  $f_3^- - f_3^+$ , and  $f_5^- - f_5^+$ ) are simply the largest components of more complex multiplets. We also suspect that there remains small residual structure around some of the other peaks (identified as single components) in the Fourier spectrum, but we feel that we have reached the practical limit in the exploitation of our observations. In this context, we find that the average value of the Fourier amplitude of  $R(t)$  in the 5–13 mHz bandpass –where the 16 oscillations are found– is equal to 0.0100 %. Using this as an estimate of

the noise level in that bandpass, we have retained in our analysis only components with amplitudes larger than 3 times that value (with the exception of the component  $f_8$  with a borderline amplitude of 0.0281 %). We have found, by comparing with more sophisticated statistical methods, that this practical three-to-one rule of thumb is generally sufficient to establish the reality of a peak in the Fourier domain.

To complement the above analysis based, in part, on prewhitening techniques, i.e., subtraction of harmonic components in the time domain, we also consider subtraction in the frequency domain. The upper half of Figure 4 shows the Fourier amplitude spectrum of the light curve of our target star in the 5–13 mHz bandpass. This is just a portion of the spectrum illustrated in the previous figure, shown in the frequency interval where detectable photometric activity has been found. Plotted upside down is the Fourier spectrum of the noiseless reconstructed light curve based on the set of harmonic oscillation parameters given in Table 2. (In other words, this is the Fourier spectrum of the last term on the right hand side of equation (1) with the values of the periods, amplitudes, and phases taken from the table.) We loosely refer to that spectrum as the “window function”. To obtain a quantitative measure of how well the reconstructed light curve reproduces the observed one, we have performed a point-by-point difference in the frequency domain between the two Fourier spectra. The residual spectrum is shown in Figure 4, shifted downward by 0.25 % for visualization purposes. An examination of the Fourier spectrum, the window, and their residual indicates that the light curve is satisfactorily reproduced on the basis of the parameters given in Table 2. We note that the residual is quite flat, as would be expected in a successful reconstruction. There is perhaps a suggestion of residual structure consistent with our above remarks, especially in the 6.5–7.5 mHz region, but it is difficult, if not impossible, to extract more quantitative information from our current data set with the methods used in this section.

To summarize, using standard tools for this type of data, we have uncovered at least 16 periodicities in the light curve of PG 0014+067. Those include 3 doublets with very close frequency components ( $\Delta f \simeq 9.6\text{--}27 \mu\text{Hz}$ ). The periods range from 80.73 s to 169.90 s, and the amplitudes range from 0.0281 % to 0.2183 %, making PG 0014+067 the EC 14026 star with the lowest intrinsic amplitudes so far. The 16 oscillations are all distinct and are best associated with some of the normal modes of vibration of the star on the acoustic branch ( $p$ -modes; see next section). There is also a hint for the presence of weak nonlinear structure resulting from the superposition of some of the basic oscillations.

#### 4. ASTEROSEISMOLOGICAL INTERPRETATION OF THE RESULTS

##### 4.1. The Problem at Hand

Charpinet et al. (1997; see also Fontaine et al. 1998) have demonstrated that their so-called second generation of pulsating models of sdB stars had the potential to explain the EC 14026 phenomenon. That approach has been exploited extensively by Charpinet (1998) who showed that, indeed, pulsation theory could account remarkably well for the observed class properties of the EC 14026 stars. The driving mechanism in the Charpinet et al. models is a classic  $\kappa$  mechanism associated with an opacity bump due to the local enhancement of the iron abundance in the envelopes of sdB stars caused by diffusion processes. This mechanism is able to drive low-order, low-degree  $p$ -modes (along with some low-order and low-degree  $g$ -modes in the lower gravity models) with periods comparable to those observed. However, beyond general qualitative comparisons, encouraging as they may be, no attempt has been made so far to explain in *detail* the observed period structure of an EC 14026 pulsator and, hence, exploit the full potential of asteroseismology for these stars. Two problems have to be overcome before such an attempt can be made.

The first difficulty is particular to this category of stars and is related to the newly-developing nature of the field. Indeed, most EC 14026 stars have not yet been observed at high enough sensitivity to reveal enough periods for detailed comparisons with models. In short, when such comparisons are attempted, only ambiguous results are obtained and many different models, sometimes with vastly different parameters, can be found to explain the *few* periods available. Interestingly enough, however, our program carried out at the CFHT to follow up on known pulsators is revealing much richer observed period spectra than are generally available. For example, Table 1 of O’Donoghue et al. (1999) reveals that only 2 to 5 periods have been uncovered so far in the light curves, gathered on small telescopes, of the majority of the known EC 14026 pulsators. There are two outstanding exceptions: PG 1605+072 with more than 50 periodicities detected in its light curve (Koen et al. 1998b; Kilkenney et al. 1999) and KPD 1930+2752 with at least 44 observed short-period oscillations (Billères et al. 1999). Unfortunately, and perhaps ironically, these period spectra appear currently *too* rich for easy interpretation. The first star has been shown (Heber, Reid, & Werner 1999) –and the second one is predicted (Billères et al. 1999)– to be a *fast* rotator, giving rise to overlapping pulsation modes in the Fourier domain (the rotationally-split  $2l + 1$  components of modes of various indices  $k$  and  $l$ ). This combination of overlapping frequency components with the difficulty of modelling adequately *fast* rotation by taking into account effects beyond first-order solid body rotation (appropriate only for slow rotation) currently makes it quite a challenge to account in *detail* for the rich period spectra of PG 1605+072 and KPD 1930+2752. In contrast to these extreme situations, from too sparsely to too highly populated, the period spectrum of PG 0014+067 that we uncovered from our CFHT observations is both rich and simple enough to allow a complete and detailed asteroseismological analysis on the basis of recently developed tools, as we show below.

The second difficulty has plagued the whole field of asteroseismology and is related

to the problem of matching in an *objective* way the observed periods with the periods computed from a model. If  $O$  observed periods are available and must be compared to  $T$  theoretical periods coming from a model (with  $T$  at least as large, but generally significantly larger than  $O$ ), then the number of possible matching combinations is  $T!/(T - O)!$ . When the number of observed periods  $O$  becomes interesting in terms of providing enough observational constraints on the problem, the number of matching combinations becomes extremely large and the question of finding *the* best combination of them all can only be answered through statistical methods. For example, a typical sdB model with the values of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  appropriate for PG 0014+067 (see Section 2 above) has  $\sim 25$  acoustic ( $p$ -) modes with  $l = 0, 1, 2$ , and 3 in the period window 80–170 s. Treating the 3 doublets as “single” degenerate modes (since the fine structure is very likely the result of the slight deformation of the star away from perfect spherical symmetry), we have 13 independent periods in our spectrum of PG 0014+067 covering that period window. The number of matching combinations between the 13 observed periods and the 25 available theoretical periods is  $25!/13! \simeq 3.238 \times 10^{16}$ , a formidable number if one is to search one by one the combination that provides the best match. In a significant theoretical breakthrough, Brassard et al. (1999) have recently developed a powerful, fast, and accurate algorithm designed to solve such a problem in combinatorial analysis. It is based on a statistical method using a genetic evolutionary approach to optimization problems. Genetic codes have been developed for many years in other fields, but it is only recently, thanks to the work of Charbonneau (1995), that their usefulness has been demonstrated in astrophysics. We refer the interested reader to Brassard et al. (1999) for details on the specific genetic method used in our period matching code. We point out that the asteroseismological analysis presented in this paper would simply not have been possible without this new tool.

In the light of these developments, we have adopted here the so-called forward approach in asteroseismology, i.e., we search for a model in parameter space whose theoretical period



spectrum could account for the observed periods in PG 0014+067. At each grid point in parameter space, the period matching algorithm is used to insure that the best possible fit is obtained between the observed periods and the available computed periods. Note that such a “best” fit does not have to be a “good” fit in the sense of reproducing well the observed period spectrum. For instance, in regions of parameter space where the real star PG 0014+067 is not well represented, the theoretical periods cannot match well the observed periods. To describe the quality of the period match in a quantitative way, we define a goodness-of-fit merit function (see below) that is evaluated at each grid point. The optimal model is then found according to the best value of the merit function.

#### 4.2. Equilibrium Models and their Pulsation Properties

The first step in our search procedure is to compute the pulsation period spectra of a set of models that (hopefully) sandwich PG 0014+067 in parameter space. Three codes are involved in this step. We first use the model building code originally described in Brassard & Fontaine (1994) and that was adapted to produce the so-called second generation models of pulsating sdB stars of Charpinet et al. (1997). These are static envelope structures extending as deep as  $\log(1 - M(r)/M_*) = 0.05$ . For the purposes of pulsation calculations, the central missing nucleus containing  $\sim 10\%$  of the mass is considered as a “hard ball”. This approach, in comparison with full evolutionary stellar models, gives excellent pulsation results, particularly for the  $p$ -modes, as described in detail in Charpinet (1998). In addition, the envelope models have the great advantage over evolutionary models in that they incorporate the results of diffusion calculations giving rise to a nonuniform distribution of iron as a function of depth. This distribution results from the competing actions of gravitational settling and radiative levitation, and has been shown to be responsible, through the  $\kappa$ -mechanism, for the excitation mechanism in sdB stars (Charpinet et al.

1997). It is worth pointing out that, while the  $p$ -mode periods are completely insensitive to the details of the structure of the stellar nucleus, they depend quite sensitively on the structure of the outer envelope, including the thermal and mechanical profiles produced by diffusion.

There are 4 free parameters that need to be specified in the construction of a Charpinet et al. second generation equilibrium stellar model: the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , the surface gravity (traditionally given in terms of its logarithm)  $\log g$ , the total mass of the model  $M_*$ , and the mass fraction of the outer hydrogen-rich envelope  $M(H)/M_*$  that surrounds the helium-rich core. Thus, we seek to find the model in this 4D parameter space that best reproduces the observed periods of PG 0014+067. For the effective temperature and the surface gravity, we use our spectroscopic determinations above as guides in our search, but we cover a wide range of values about these estimates. Specifically, for our first set of models, a coarse grid designed for a relatively crude exploration of parameter space, we consider the ranges  $31,000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 36,000 \text{ K}$  in steps of 1000 K, and  $5.65 \leq \log g \leq 5.95$  in steps of 0.05. We emphasize the fact that any eventual determination of the atmospheric parameters of PG 0014+067 through asteroseismological means has to be consistent with our spectroscopic estimates. Since the latter are based on standard well understood techniques (see, however, the discussion of Wesemael et al. 1997 on possible systematic errors introduced by these methods when applied to sdB stars), the validity of our pulsating models would have to be questioned if the results show otherwise.

Constraints on the possible values of  $M_*$  and  $M(H)/M_*$  rely on stellar evolution theory, although a few estimates of the masses of sdB stars (all consistent with theory) are available from studies of binary stars containing a sdB component (see, e.g., Koen, Orosz, & Wade 1998). The evolutionary calculations of Dorman, Rood, & O'Connell (1993) indicate that sdB stars are core helium burning stars on the extreme horizontal branch that

evolve as “AGB–manqué” objects. According to these calculations, their possible masses are found in a narrow range  $0.40\text{--}0.43 \lesssim M_*/M_\odot \lesssim 0.52$ , with a somewhat uncertain lower limit related to the minimum mass required to ignite helium, and a more sharply defined upper limit above which the models evolve to the AGB. On the basis of these results, we consider for our first grid of models a range of masses  $0.45 \leq M_*/M_\odot \leq 0.51$  in steps of 0.01. Likewise, we select the values of the mass of the outer hydrogen–rich envelope,  $M(H)/M_*$ , on the basis of the work of Dorman et al. (1993) and of additional detailed evolutionary calculations carried out by Ben Dorman in the framework of a collaboration effort with some of us to investigate theoretically the pulsation properties of sdB stars (see Charpinet et al. 1996, Charpinet 1998, and Charpinet et al. 1999). We find that the range  $10^{-5.0} \lesssim M(H)/M_* \lesssim 10^{-2.5}$  covers completely the interval of envelope masses found in the models. For our first grid, however, we restrict the search in a narrower range  $10^{-4.3} \leq M(H)/M_* \leq 10^{-3.7}$  in steps of  $\log M(H)/M_* = 0.15$ . This grid then has 1470 grid points (6 values of  $T_{\text{eff}}$ , 7 values of  $\log g$ , 7 values of  $M_*$ , and 5 values of  $M(H)/M_*$ ).

At each grid point in parameter space, the pulsation properties of the local model are then computed with the help of two very efficient pulsation codes based on finite element techniques. The first one is the adiabatic code described at length in Brassard et al. (1992). It is used as an intermediate (and necessary) step to obtain estimates of the periods which are then used as first guesses in the solution of the nonadiabatic eigenvalue problem. The second one is the nonadiabatic code that has been described briefly in Fontaine et al. (1994). It provides the necessary quantities to compare with the observations (essentially the periods and the stability coefficients). In order to cover adequately the range of observed periods in PG 0014+067, 80–170 s, we compute all pulsation modes (be it  $p$ ,  $f$ , or  $g$ ) in the period window 60–300 s and with degree index  $l = 0, 1, 2$ , and 3. We reiterate the usual argument that modes with  $l \geq 4$  would not be observable –and therefore are not of direct interest here– because of geometric cancellation effects on the visible disk of the star.

This 3-step operation (computations of a model, computations of the adiabatic pulsation properties, and computations of the nonadiabatic properties) involving, on the average,  $\sim 40$  pulsation modes takes about 56 s of CPU time on a SUN Ultra 10 machine. This makes the process a rather efficient one by asteroseismological standards.

A typical output of that operation is shown in Table 3. While it refers specifically to the optimal model (see the discussion below), we only wish to emphasize the *illustrative* aspect of the table here in this subsection. For each mode in the given period window, the table gives the degree index  $l$ , the radial order index  $k$ , the period  $P$  ( $= 2\pi/\sigma_R$ , where  $\sigma_R$  is the real part of the complex eigenfrequency), the stability coefficient  $\sigma_I$  (the imaginary part of the complex eigenfrequency), the logarithm of the so-called kinetic energy of the mode  $E$ , and the dimensionless first-order rigid rotation coefficient  $C_{kl}$ . Of course, as is standard, our equilibrium stellar models are perfectly spherical, and each mode is  $2l + 1$  fold degenerate in eigenfrequency.

The most important variable is obviously the theoretical period. The periods are sensitive to the global structural parameters of a model, and the primary goal of asteroseismology is to infer these parameters for a real star through a comparison with the observed periods. Because nonadiabatic effects on the periods are small (but are included here), asteroseismology could be carried out only at the level of the adiabatic approximation for the sdB stars. Nevertheless, the stability coefficient—a purely nonadiabatic quantity—is also a very useful variable as it provides information on the driving mechanism and the thermal structure of a star. A positive value of  $\sigma_I$  indicates that a mode is damped, while a negative value indicates that the mode is excited in the model. For its part, the kinetic energy is a secondary quantity in the present context. It gives a measure of the energy required to excite a mode of a given amplitude at the surface of a star. Since this is a normalized quantity, only its relative amplitude from mode to mode is of interest.

The kinetic energy is a useful diagnostic tool for determining where pulsation modes are formed; larger values of  $E$  imply that such modes probe deeper into the star, in higher density regions. As such, the kinetic energy bears the signatures of trapping/confinement phenomena. Finally, the rotation coefficient is useful for interpreting fine structure in the Fourier domain, such as the doublets we have uncovered in the spectrum of PG 0014+067. It also bears the signature of mode trapping/confinement, but that signature is weaker than in the case of the kinetic energy.

Table 3 shows that modes are excited within a band of periods. *This is a general characteristic of all of our pulsating models of sdB stars.* In the particular model summarized in the table, that band of periods covers the range  $\sim 80$  s to upward of  $\sim 185$  s. Note the significant decrease in the absolute value of  $\sigma_I$  for the 184.078 s mode ( $l = 3$ ,  $k = 0$ ), meaning that the upper limit of the instability region in period space is nearly reached. Note also that the 213.848 s mode ( $l = 2$ ,  $k = 0$ ) is not excited. These two modes are outstanding in that they show relatively large values of  $E$  compared to their adjacent modes and this is true also for their values of  $C_{kl}$ . They are, in fact, so-called  $f$ -modes, separating the acoustic from the gravity mode families in period space and showing a mixed character between pure  $p$ -modes and pure  $g$ -modes. They are formed relatively deep in the star, and they are hard to excite. The  $g$ -mode branches for  $l = 1, 2$ , and 3 correspond to modes which all have periods larger than 300 s for this particular model and, consequently, do not belong to Table 3. As discussed at length by Charpinet et al. (1999), the  $g$ -modes in sdB stars are generally deep core modes and cannot be excited by the envelope iron opacity bump mechanism that is present in our models. For low-gravity models –which are not of immediate interest in the case of PG 0014+067– the distinction between low-order  $p$ -modes and low-order  $g$ -modes becomes fuzzy, and modes that are formally assigned to the  $g$ -branches can also become excited (Fontaine et al. 1998; Charpinet 1998).

### 4.3. Search for the Optimal Model in Parameter Space

We measure the quality of the period match at each grid point through a dimensionless merit function which has a familiar form

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{13} \left( \frac{P_{obs}^i - P_{theo}^i}{\sigma^i} \right)^2, \quad (2)$$

where  $P_{obs}^i$  is one of the 13 observed periods, and  $P_{theo}^i$  is the theoretical value assigned to that observed period at that grid point through our period matching algorithm. For the purposes of this comparison, the 3 doublets identified in Table 2 are averaged together and considered as degenerate modes with average periods  $P_{obs} = 169.22$  s, 150.92 s, and 141.17 s for the  $(f_1^-, f_1^+)$ ,  $(f_3^-, f_3^+)$ , and  $(f_5^-, f_5^+)$  doublets, respectively. This leaves 10 other observed modes whose periods are given in Table 2. For the weight functions  $\sigma^i$ , we have chosen  $\sigma^i = \sigma$ , where  $\sigma$  is the inverse of the theoretical mode density (i.e., the ratio of the width of the period window [here,  $300 - 60 = 240$  s] to the number of theoretical modes in that window) at that grid point. This choice is made in order to offset, at least partly, the built-in bias in favor of models with a higher theoretical mode density (in particular, the models with the lower gravities; see, e.g., Fig. 3 of Fontaine et al. 1998). Indeed, there is less “merit” at finding a good match to a given set of observed periods if the number of available theoretical periods in a given window is higher. The optimal model is the one in parameter space that has the set of theoretical periods that provides the smallest value of  $\chi^2$ .

A detailed examination of the behavior of the merit function  $\chi^2$  at the 1470 points in our 4D grid in parameter space reveals a first interesting result: the  $\chi^2$  hypersurfaces (for example, hypercontours of constant values of  $\chi^2$ ) are very well behaved and suggest the existence of well defined regions in parameter space where  $\chi^2$  goes through a minimum. That we could achieve this result was not obvious at the outset since there was no guarantee that our models are sufficiently realistic. We show, in Figure 5, a slice of the  $\chi^2$

hypercontours in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane at those points in 4D space corresponding to the lowest values of  $\chi^2$ , specifically, at  $M_*/M_\odot = 0.49$  and  $M(H)/M_* = 10^{-4.3}$ . Keeping in mind that our grid is rather coarse (with 6 effective temperatures and 7 surface gravities), the  $\chi^2$  contours are indeed quite smooth. They show the presence of two elongated “valleys” in effective temperature, one centered on the lowest gravity of our table,  $\log g = 5.65$ , and the other centered on  $\log g = 5.80$ . The shapes of the contours reflect the larger relative sensitivity of the pulsation periods of sdB models on the surface gravity as compared to the effective temperature (see, Fontaine et al. 1998 for a more detailed discussion of this point). Models in those two disconnected valleys provide, in principle, period fits of comparable quality. However, the constraints provided above by our analysis of the time-averaged optical spectrum of PG 0014+067 come handy for deciding which of these two valleys is the “correct” one. We show, in Figure 5, an error box (the dotted rectangle) giving the location of our spectroscopic estimates of the effective temperature and surface gravity of PG 0014+067, namely  $T_{\text{eff}} = 33,550 \pm 190$  K and  $\log g = 5.77 \pm 0.05$ . We acknowledge, as discussed in Section 2, that the formal errors used here are certainly underestimates of the true uncertainties. Nevertheless, we find it tantalizing that our spectroscopic estimates of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  overlap quite well with a region of the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane where, according to our merit function  $\chi^2$ , theoretical periods best match the observed periods. This is the second interesting result that could not be guaranteed at the outset. On the basis of our spectroscopic estimates, we then focus our attention on the  $\log g = 5.80$  valley. We provide below further evidence that this is indeed the good choice.

The dashed rectangle in Figure 5 delimits the region where we now zoom in to search for the optimal model. For this quest, we computed a new grid of models with a finer mesh in the  $\log g$  direction in particular (9 values from 5.76 to 5.84 in steps of 0.01), but also in the  $T_{\text{eff}}$  direction (5 values from 33,000 K to 35,000 K in steps of 500 K). For the mass of the model, we keep 5 values at the same resolution as before, i.e.,  $M_*/M_\odot = 0.47, 0.48,$

0.49, 0.50, and 0.51. Finally, we consider the following values of the hydrogen-rich envelope mass  $M(H)/M_* = 10^{-5.0}, 10^{-4.5}, 10^{-4.0}, 10^{-3.5}, 10^{-3.0}$ , and  $10^{-2.5}$ . In the latter case, we have extended the range of values beyond  $10^{-4.3}$  (the suggested optimal value from the previous grid) in order to make sure that the optimal model is contained within a given volume of parameter space and does not sit on an “edge” (with the implicit suggestion that the “true” optimal model may be outside that volume). This is done though at the expense of some reduced resolution along the  $M(H)/M_*$  axis.

Within the volume of parameter space occupied by this second grid of 1350 models, there is a well defined minimum in  $\chi^2$  corresponding to the optimal model (see the more detailed discussion below). This model is located at the grid point  $\log g = 5.78$ ,  $T_{\text{eff}} = 34,500$  K,  $M_*/M_{\odot} = 0.49$ , and  $\log M(H)/M_* = -4.5^2$ . We find that this optimal model can account remarkably well, and this is our third outstanding result, for the observed periods in PG 0014+067. The pulsation properties of the model are summarized in Table 3 and have been briefly discussed above. Of particular interest in this table is the existence of a *band* of excited periods in the range  $\sim 80$  s to  $\gtrsim 185$  s, a band of instability that appears to apply to all the values of the degree index  $l$  considered here. In addition, the modes involved are all acoustic modes (including the  $f$ -modes).

Table 4 shows the period match provided by our genetic code for the optimal model. The 13 observed periods are simultaneously matched in this single model to 13 theoretical periods that all fall quite close to the observed values (see the bold-faced figures in the table). The average relative dispersion between these observed and theoretical periods is 1.1

---

<sup>2</sup>In the interest of accuracy, the parameter  $M(H)/M_*$  that we use in our models corresponds really to the *top* of the H/He transition zone. The true mass of the hydrogen-rich envelope is about 0.2 dex larger, with small variations with  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$ . For the optimal model, the mass of the hydrogen envelope is  $M(H)/M_* = 10^{-4.309}$ .



%, and the worst difference is less than 2 %. On an absolute scale, the average dispersion in period is less than 1.5 s. This accurate and simultaneous fit of 13 periods is, by itself, a notable result in the field of asteroseismology. In addition, we find that, in agreement with our theoretical expectations, the 13 observed periods all fall within the band of predicted instability as clearly shown in the table. The observed periods are identified with low-order radial ( $l = 0$ ) and nonradial ( $l = 1, 2,$  and  $3$ )  $p$ -modes. While we find these results most convincing and gratifying, we are intrigued by the distribution of observed modes. The observed modes do not cover the full range of unstable periods predicted by theory and, more puzzling, there are “holes” in their distribution. In short, there appears to be “missing” modes, and we wonder where they hide in the data.

#### 4.4. Search for Additional Pulsation Modes in the Light Curve of PG 0014+067

We have carried out a search for additional pulsation modes perhaps still buried in our light curve of PG 0014+067. The primary clue to make us suspect that the above “missing” modes are probably modes with amplitudes lower than the threshold value that we used in Section 3 is that there is no reason, at least within the realm of linear pulsation theory, for the star to excite, for example, modes with  $l = 1$  and  $k = 2, 3, 5,$  and  $7$  but not those with  $k = 4$  or  $6$  (see Table 4). In brief, there is no known process, at least to us, that could act as a mode selection mechanism for the  $p$ -modes in sdB stars. This is in contrast to the  $g$ -modes which are subjected to strong trapping/confinement effects due to the chemical stratification in these objects, particularly the effects associated with the H/He transition zone at the bottom of the hydrogen-rich envelope (Charpinet et al. 1999). It is generally believed, since the original suggestion of Winget (1981), that similar trapping effects in pulsating white dwarfs ( $g$ -mode pulsators that are compositionally stratified)

allow these stars to selectively excite only a few of the modes available to them. In the case of  $p$ -modes, however, such trapping/confinement effects leave only a very weak signature on their propagation properties and cannot act as efficient mode selection mechanisms. For instance, we can observe in Table 3 that the kinetic energy  $E$  decreases relatively smoothly with increasing radial order  $k$  for a given value of  $l$ . This is a suretale sign that these  $p$ -modes are not very sensitive to the chemical layering and, consequently, such layering cannot act as an efficient filter. Strong trapping effects would, in comparison, show a characteristic imprint on this distribution, namely, the presence of several important local minima separated in period by an amount directly related to the mass or the thickness of the outer hydrogen-rich layer.

We have tried then to uncover the evidence (if any) that would allow us to associate the unassigned theoretical periods appearing in the 4th column of Table 4 with low-amplitude pulsation modes that we may have overlooked in our analysis of Section 3 and that would manifest themselves as maxima in the Fourier spectrum of the residual light curve of PG 0014+067. On the short-period side of the theoretical instability band, the modes with periods 74.31 s ( $l = 0, k = 7$ ), 73.63 s ( $l = 1, k = 8$ ), and 76.47 s ( $l = 3, k = 7$ ) correspond to regions of the Fourier spectrum where there is no significant signal above the noise and, in particular, no local maxima. The mode with period 78.38 s ( $l = 2, k = 7$ ), stable according to our calculations, is an exception as it could be associated with a relatively large maximum of amplitude 0.0369 % appearing in the Fourier spectrum. However, by accident, this structure also corresponds to the possible nonlinear superposition of mode  $f_1^+$  and mode  $f_4$ , one of the five nonlinear cross-frequency components that we discussed in Section 3 and flagged in Figure 3. The frequency of this maximum, 12.763 mHz, corresponds nearly exactly to the sum  $5.923 (f_1^+) + 6.838 (f_4) = 12.761$  mHz (78.36 s), suggesting very strongly that it is indeed a nonlinear feature (and not an independent normal mode). However, we find it impossible at this stage to rule out either of the two possibilities. By the same token,

we cannot, with any confidence, claim that the 78.38 s pulsation is “seen” in the data (it should not according to theory).

While we are confident that luminosity variations with periods shorter than  $\sim 78$  s are not present in our light curve of PG 0014+067, at least with amplitudes above the noise and with the exception of the nonlinear features, the situation is not so clear cut at the long-period end of the spectrum. Indeed, due to the complexity of the residual Fourier spectrum in that region, with many overlapping features, we cannot confirm nor rule out the possible presence of low-amplitude maxima that could be associated with the theoretical modes with periods 175.95 s ( $l = 0, k = 0$ ), 175.30 s ( $l = 1, k = 1$ ), 174.06 s ( $l = 2, k = 1$ ), 213.85 s ( $l = 2, k = 0$ ), and 184.08 s ( $l = 3, k = 0$ ). However, and this is our fourth noteworthy result, we find that the 10 unassigned periods that remain in the theoretical spectrum (see Table 4) can *all* be associated with low-amplitude maxima in the Fourier spectrum. This is illustrated in Figure 6 where the Fourier amplitude spectrum of the residual light curve of PG 0014+067 (after prewhitening the 16 harmonic oscillations of Table 2) is shown in the 8.5–12.5 mHz bandpass. This is just a segment of the residual spectrum already shown in Figure 3 (plotted upside down) but illustrated here on an expanded scale for the needs of our comparison exercise. Note that, on that scale, the daily aliases of the various harmonic oscillations are now apparent. For the purposes of our comparison, however, the aliases associated with a single harmonic oscillation form a single “peak”. We show, for each of 10 maxima, the range of frequency corresponding to an interval of period of  $\pm 0.55\%$  about the central period. This interval is half the average relative dispersion that was found in the previous section for the 13 modes that were identified there. Because the density of peaks of comparable amplitudes has increased in the Fourier spectrum of the residual light curve, we use a more severe selection criterion here for assigning a theoretical period to a low-amplitude maximum. The various ranges are illustrated by the dotted forks in the figure, where we also indicate the values of the

central periods. The solid vertical thick line segments correspond, for their part, to the frequencies of the 10 unassigned theoretical modes of Table 4. We find it most remarkable that 8 of these modes have periods that “fall” within  $\pm 0.55\%$  of the periods associated with maxima in the Fourier spectrum, while the periods of the other 2 (112.31 s, 88.04 s) are located less than  $0.70\%$  away from other maxima. Either this is an extraordinary coincidence, or the demonstration that the expected pulsation modes are indeed present in the light curve of PG 0014+067, albeit with relatively low amplitudes.

We can put the last statement on a more quantitative basis by estimating the chance occurrence probability of a match (within  $\pm 0.55\%$ ) between the 8 theoretical frequencies and 8 maxima in the Fourier spectrum. Clearly, this probability must be a function of the amplitudes of the maxima. The 10 maxima that we have identified all have amplitudes larger than  $0.02\%$  (see the horizontal solid line in Fig. 6). We note that there are, altogether, 21 peaks with maximum amplitudes larger than that reference level in the bandpass shown in Figure 6. Each of these features occupies a bandwidth of  $\pm 0.55\%$  about its central frequency, and this is illustrated by the short solid horizontal thick line segments at the  $0.035\%$  amplitude level. There is some, but not much, overlap between the individual bandwidths, and the total coverage in frequency is 2.16 mHz. This gives an average width  $\Delta f = 2.16/21 \simeq 0.10$  mHz. From these results, we estimate that the probability  $P_1$  that *one* theoretical frequency falls by chance within  $\pm 0.55\%$  of the frequency of any one of the peaks with amplitudes  $\geq 0.02\%$  in the Fourier spectrum shown in Figure 6 is given by the ratio of the frequency band occupied by these peaks (2.16 mHz) to the total bandpass of interest (4.00 mHz). This gives  $P_1 \simeq 2.16/4.00 = 0.54$ , a relatively large probability consistent with a simple visual inspection of Figure 6. The probability  $P_2$  that a *second* theoretical period falls by chance on any one of the *remaining* peaks is then given by  $P_2 = (2.16 - 1 \times \Delta f)/(4.00 - 1 \times \Delta f) \simeq 0.53$ , after having removed the bandwidth corresponding to the first mode. The probability  $P_3$  that a third

theoretical period falls by chance on any one of the other remaining peaks is given by  $P_3 = (2.16 - 2 \times \Delta f) / (4.00 - 2 \times \Delta f) \simeq 0.52$ , and so on. We finally find that the probability  $P$  that *eight* theoretical frequencies fall by chance within  $\pm 0.55\%$  of the central frequencies of eight maxima with amplitudes  $\geq 0.02\%$  in the 8.5–12.5 mHz bandpass is given by  $P = \prod_{i=1}^8 P_i \simeq 3.5 \times 10^{-3}$ , a dramatic and significant decrease. If we draw the line a little higher, say for amplitudes  $\geq 0.025\%$ , then there are only 4 maxima high enough out of 9 that can be associated with theoretical modes, again within  $\pm 0.55\%$  in periods. In that case, the probability that one theoretical frequency falls by chance on any one of the peaks with amplitudes  $\geq 0.025\%$  in the 8.5–12.5 mHz bandpass is  $P_1 \simeq (9 \times \Delta f) / 4 = 0.225$ . It follows that the probability that four theoretical modes fall by chance on four maxima with amplitudes  $\geq 0.025\%$  in the same bandpass is  $P = \prod_{i=1}^4 P_i \simeq 1.3 \times 10^{-3}$ .

We conclude from this exercise that we have indeed uncovered and identified 8 pulsation modes that add to the 13 already discussed above. We also add the 2 other pulsations (112.31 s and 88.04 s) with periods falling very near, although not rigorously within our  $\pm 0.55\%$  criterion, the periods of the 2 remaining unassigned theoretical modes. We have reported, in Table 4, the values of the 10 additional observed periods next to the periods of the assigned theoretical modes. We note that the average relative dispersion between these figures is 0.45%, while the average dispersion on an absolute scale is 0.43 s. We feel that the presence of these additional pulsation modes strengthens considerably the case we make for the optimal model as a realistic representation of PG 0014+067. In this context, we have carried out tests with models belonging to the  $\log g = 5.65 \chi^2$  valley of Figure 5. As indicated above, such models provide, in principle,  $\chi^2$  fits to the 13 original periods of comparable quality –but with different mode identifications– to those obtained for models found rather in the  $\log g = 5.80$  valley where we have concentrated our search. We find that there are also “missing” modes in the distribution of the 13 observed periods as compared to the theoretically expected period distributions, but, quite significantly we believe, the

majority of these missing modes cannot be associated, for the  $\log g = 5.65$  models, to low-amplitude maxima in the Fourier spectrum of the light curve of PG 0014+067. This allows us to confidently rule out that other region of local minimum in the  $\chi^2$  hyperspace.

It is interesting to examine more closely the low-amplitude harmonic oscillations in the light curve of PG 0014+067 that we just identified as real pulsation modes. As discussed in Section 3, we have adopted there a practical three-to-one rule of thumb to pick up statistically significant frequency peaks in the Fourier spectrum, whereby a peak is considered “secure” if its amplitude is at least three times larger than the amplitude of the noise in the neighborhood. This is a conservative approach, based on comparisons with more sophisticated methods such as the false alarm probability formalism, that has led, in Section 3, to the identification of the 16 harmonic components described in Table 2. This approach does not mean, of course, that frequency peaks with amplitudes less than this threshold value are hopelessly lost in the noise. Folding techniques can be used to increase the S/N ratio and, as an example here, we show, in Figure 7, the results of folding the light curve on a period of 110.160 s. This is one of the 10 harmonic components in Figure 6 that we associate with real pulsation modes; the results are typical of the other periods shown there. Before folding, we removed from the light curve of PG 0014+067 the 16 largest harmonic components through prewhitening subtraction using the parameters listed in Table 2. The light curve has 3454 points that have been distributed in 5 phase bins ( $\sim 690$  points per bin) in order to optimize the S/N ratio and, at the same time, keep a reasonable phase resolution. The solid curve in Figure 7 is a template defined by the pure sine wave of period 110.160 s and of amplitude and phase obtained through a least-squares fit to the light curve. An examination of the pulse shape, the template, and their residual leaves little doubt as to the reality of an 110.160 s oscillation in the light curve of PG 0014+067. What we find particularly convincing in the identification exercise that we carried out above is that the light curve shows 10 such oscillations (of quality comparable to that illustrated

in Figure 7) with periods that are *not* randomly distributed, but fall very close to the 10 periods expected from theory in that range.

We end this subsection by presenting in Figure 8 a graphic representation of the period match and the mode identification that we have secured for PG 0014+067. Using the data of Table 4, we first plotted the theoretical period spectrum of the optimal model according to the value of the degree index  $l$  and the radial order  $k$  in the period range of interest. These are acoustic modes (including  $f$ -modes). Modes that are excited according to theory are represented by solid line segments, while modes that are damped are represented by dotted line segments. In comparison, the 23 periods that we uncovered in the light curve of PG 0014+067 are shown as thick dashed line segments. What we find remarkable here is that, not only an excellent (by asteroseismological standards) match between the predicted and observed periods is achieved, but also that the predictions of nonadiabatic theory as to the stability of the modes appear to be in close agreement with the observations. Indeed, a band of excited periods is expected to be present for the values of  $l$  considered here, and this is what is observed. Only the 4 lowest order modes out of a total of 27 that are predicted to be unstable are not seen at a detectable level in the light curve of PG 0014+067. This excellent agreement with nonadiabatic theory constitutes our fifth notable result.

#### 4.5. Estimates of the Uncertainties on the Derived Parameters of the Optimal Model

An essential ingredient of our study is a discussion of the uncertainties associated with the parameters of the optimal model. We mentioned above that the  $\chi^2$  hypersurface shows a well defined minimum near the grid point defining the optimal model. We present, in Table 5, the properties of that hypersurface in the vicinity of the optimal model in parameter space. The characteristics of a true minimum are evident. Parabolic interpolation (see

Bevington 1969, Chapt. 11) can be used to obtain a better estimate of the location of the minimum, but the derived parameters are so close to those of the optimal model on the grid point that this refinement is not necessary here. In the immediate vicinity of the minimum we can model the  $\chi^2$  hypersurface in terms of a quadratic expansion taking into account the fact that the first order derivatives are equal to zero at the minimum, and the fact that the cross terms in the second order derivatives are also equal to zero since the 4 parameters are considered to be independent. This leads to the following relationship between the variation  $\Delta\chi^2$  and the uncertainties,  $\Delta x_i$ , on the parameters  $x_i$  (where, for short-hand notation,  $x_1 = \log g$ ,  $x_2 = T_{\text{eff}}$ ,  $x_3 = M_*/M_\odot$ , and  $x_4 = \log M(H)/M_*$ )

$$\Delta\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial x_i^2} \Big|_{\text{min}} (\Delta x_i)^2, \quad (3)$$

where the second order derivatives are evaluated at the grid point corresponding to the optimal model. We estimate these derivatives on the basis of the data given in Table 5. To obtain a conservative estimate of the uncertainty on a given parameter, we assume that the variation  $\Delta\chi^2$  is due exclusively to the variation of that one parameter. This gives

$$\Delta x_i = \left( 2\Delta\chi^2 / \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial x_i^2} \Big|_{\text{min}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

The question is now to estimate  $\Delta\chi^2$ . The merit function  $\chi^2$  that we defined above is not a standard  $\chi_{std}^2$  for which we can use the usual formulae for estimates of normal errors. We need to renormalize that function. In this, we follow the prescription of Press et al. (1985, Chapt. 14; see also Bevington 1969, Chapt. 11) and assume that we have a perfect fit. In that case, the standard  $\chi_{std}^2$  at the minimum point is equal to the number of degrees of freedom  $\nu$ , here equal to 9 (13 periods – 4 free parameters). This leads to a scale factor  $S$  between the standard minimum  $\chi_{std}^2$  and the value of our merit function  $\chi^2$  at the optimal grid point given by  $S = 9/0.5374 = 16.7473$ . We next compute the value of  $\Delta\chi_{std}^2$  that must be added to  $\chi_{std}^2$  to cover a range of parameter space sufficient to reach a certain confidence level in the estimates of the uncertainties on the parameters. We adopt the  $1\sigma$  limit (68.3



% confidence level) and compute  $\Delta\chi_{std}^2$  using the GAMMQ routine of Press et al. (1985) for the truncated gamma function. For the case  $\nu = 9$ , not covered in the table on p. 536 in Press et al., we find that  $\Delta\chi_{std}^2 = 10.43$ . Taking into account the above scale factor  $S$ , this corresponds to  $\Delta\chi^2 = 0.6228$ , the value that we now use in equation (4). We finally find that, at the 68.3 % confidence level, the global structural parameters of PG 0014+067 are  $\log g = 5.780 \pm 0.008$  (0.14 %),  $T_{\text{eff}} = 34,500 \text{ K} \pm 2,690 \text{ K}$  (7.80 %),  $M_*/M_\odot = 0.490 \pm 0.019$  (3.88 %), and  $\log M(H)/M_* = -4.50 \pm 0.22$  (4.89 %). As a bonus, we find that the radius of PG 0014+067 is  $R/R_\odot = 0.149 \pm 0.004$  (2.8 %).

These results are very interesting and deserve some comments. If we look in particular at the relative errors, we find that the surface gravity is determined to a great accuracy. Indeed, the most significant contribution of asteroseismology to the study of sdB stars may rest in the future with such determinations of  $\log g$  to unprecedented accuracy. This is of great interest in the light of the fact that such accuracy is currently not possible with spectroscopic techniques and that such techniques still suffer from systematic effects whose exact nature is not understood (Wesemael et al. 1997). The high accuracy that can be reached in the determination of  $\log g$  in the asteroseismological approach is directly related to the relatively large sensitivity of the pulsation periods on the surface gravity (see Fontaine et al. 1998). In contrast, the lack of sensitivity of the same periods on the effective temperature precludes accurate determinations of that parameter through asteroseismological means. We can already do better with spectroscopic and photometric techniques. Nevertheless, it is still interesting to obtain an *independent* determination of  $T_{\text{eff}}$  even at reduced precision. We note, in passing, that our asteroseismological determinations of  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  are consistent with the estimates of these atmospheric parameters obtained through our analysis of our time-averaged optical spectrum of PG 0014+067. Finally, our determinations of  $M_*$  and  $M(H)/M_*$  at very interesting levels of accuracy are unique to the asteroseismological approach. Some masses of sdB stars are

known through the study of binary systems containing a sdB component, but the accuracy on the derived masses is relatively poor. For its part, the determination of the mass of the outer hydrogen-rich envelope in a sdB star is a pure product of the asteroseismological approach. There is no other known way, beside theory, to actually constrain this quantity. Systematic determinations of  $M(H)/M_*$  for a large sample of EC 14026 pulsators may provide, in the future, fascinating insights into the internal structure and the evolution of these old stars on the extreme horizontal branch.

A final remark in this subsection is that we are fully aware that our asteroseismological determinations of the global structural parameters of PG 0014+067 are, in an absolute sense, only as good as the constitutive physics that went into the construction of our equilibrium models. Future improvements in our ability at modelling sdB stars at the level of the equation of state, the opacity, the radiative levitation calculations, initial conditions, and so on, will necessarily lead to improved estimates of these parameters. How different from our current values these estimates will be remains to be seen. We point out that solid credibility must already be acknowledged in favor of the current available constitutive physics since it is able to explain the existence of 23 pulsation modes in an EC 14026 star with an average accuracy better than 0.8 % on the periods.

#### 4.6. PG 0014+067 as a Slow Rotator?

We already pointed out in Section 3 above the existence of fine structure in at least 3 of the 13 pulsations we initially uncovered in the light curve of PG 0014+067. These doublets lead to frequency spacings  $f_1^+ - f_1^- = 27.0 \mu\text{Hz}$ ,  $f_3^+ - f_3^- = 9.6 \mu\text{Hz}$ , and  $f_5^+ - f_5^- = 9.6 \mu\text{Hz}$ . Prompted by our results of Subsection 4.4, we have searched for the possible presence of additional fine structure components with amplitudes lower than the 0.03 % threshold limit, particularly in the neighborhood of the two largest amplitude pulsations ( $f_3^-$  and

$f_5^+$ ). We found two likely components; one that we name  $f_3^{--}$  at 6611.6  $\mu\text{Hz}$  (151.25 s) with an amplitude of 0.0245 % that forms a nearly symmetric triplet in frequency with the 6621.1  $\mu\text{Hz}$  ( $f_3^-$ ) and 6630.7  $\mu\text{Hz}$  ( $f_3^+$ ) modes, and the other that we name  $f_5^{++}$  at 7118.7  $\mu\text{Hz}$  (140.47 s) with an amplitude of 0.0283 % that is part of the 7088.7  $\mu\text{Hz}$  complex ( $f_5^+$ ) and located 30 mHz away from the latter component.

The simplest interpretation for this structure is to assume that we have detected the strongest components of rotationally split  $2l + 1$  multiplets created by the slow rotation of the star. Treated as a first order perturbation, solid body rotation is known to lift the degeneracy of a pulsation mode specified by the doublet of indices  $(k, l)$  in a spherical model and produce  $2l + 1$  modes now specified by a triplet of indices  $(k, l, m)$ . The modes with adjacent values of  $m$  ( $|\Delta m| = 1$ ) are separated by a frequency spacing given by

$$\Delta f = \frac{(1 - C_{kl})}{P_{rot}}, \quad (5)$$

where  $\Delta f$  is expressed in Hertz, the rotation period  $P_{rot}$  is expressed in s, and where  $C_{kl}$  is the dimensionless first-order rotation coefficient encountered previously in our discussion of Table 3.

In the context of the rotation hypothesis, it is encouraging to realize that the theoretical modes that have been assigned to the multiplets are consistent with such an interpretation. In particular, none of the 3 multiplets are associated with radial modes ( $l = 0$ ), which, of course, would have constituted an inconsistency since these modes are not degenerate and cannot be split by rotation. According to Table 4, the  $(f_1^+, f_1^-)$  doublet is associated with a  $l = 3, k = 1$  mode, the  $(f_3^+, f_3^-, f_3^{--})$  nearly symmetric triplet is associated with a  $l = 1, k = 2$  mode, and the  $(f_5^{++}, f_5^+, f_5^-)$  asymmetric triplet is associated with a  $l = 3, k = 2$  mode. The frequency splittings that we find between the components of these multiplets are 27.0, 9.6, 9.5, 30.0, and 9.6  $\mu\text{Hz}$ . Considering that the values of the quantity  $C_{kl}$  are small compared to 1 for the theoretical modes that have been assigned to the multiplets (see Table 3),

this suggests an approximately constant common spacing between adjacent  $m$  components. This also assumes that the spacings of  $27.0 \mu\text{Hz}$  and  $30 \mu\text{Hz}$  correspond to the frequency differences between modes separated by  $|\Delta m| = 3$ . Considering as well our resolution of  $2.8 \mu\text{Hz}$ , we feel justified to use a straight average of the above spacings, which leads to a value  $\Delta f \sim 9.5 \mu\text{Hz}$ . This, in turn, leads to an estimate of the rotation period of PG 0014+067,  $P_{rot} \simeq (\Delta f)^{-1} = 29.2 \text{ h}$ , since  $C_{kl} \ll 1$ . If we now combine this value with our estimate above of the radius of the star, we find an equatorial velocity of  $V = (2\pi R)/P_{rot} \simeq 6.2 \text{ km s}^{-1}$ . It is interesting to compare this value of the maximum broadening velocity in PG 0014+067 with the results of Heber, Reid, & Werner (1999) who found a value of  $V \sin i \simeq 39 \text{ km s}^{-1}$  in the fast rotating pulsator PG 1605+072. In that latter case, rotational splitting is sufficiently important that the  $m$  components of the various multiplets overlap in frequency space, which, as indicated earlier, complicates seriously the interpretation of the light curve of PG 1605+072. In comparison, PG 0014+067 is to be considered as a well behaved, slow rotator. High resolution spectroscopy of the kind used by Heber and collaborators would provide a nice test of our result for PG 0014+067, namely,  $V \sin i \lesssim 6.2 \text{ km s}^{-1}$ .

## 5. SUMMARY AND CONCLUSION

Our observational survey has so far led to the discovery of  $p$ -mode instabilities in the sdB stars PG 1047+003 (Billères et al. 1997), KPD 2109+4401 (Billères et al. 1998), KPD 1930+2752 (Billères et al. 1999), and PG 0014+067 (this paper). This latter addition brings the number of known EC 14026 stars to 15. It is noteworthy that PG 0014+067 was not immediately recognized as a variable star in real time at the Mount Bigelow 1.6 m telescope as had been the case previously. It took the resources of a mid-size telescope such as the CFHT to uncover the luminosity variations in the light curve of PG 0014+067.

It turns out that the combination of faintness ( $V \sim 15.9$ ) and low intrinsic amplitudes ( $\lesssim 0.22\%$ ) made this case a particularly difficult one on a small telescope. In contrast, our CFHT data revealed not only the clear variability of the star, but also the presence of photometric activity in a range of periods, from  $\sim 80$  s to  $\sim 170$  s, unusually wide for a “typical” EC 14026 pulsator. It seems clear to us that this must be the result of the higher sensitivity of our observations, which suggests caution when interpreting the statistics of the current sample of known EC 14026 pulsators. Low-amplitude variables must certainly have been missed in the current surveys carried out on small telescopes, and low-amplitude modes in known pulsators must also have been missed.

We have carried out, for the first time in this field, a full asteroseismological analysis of an EC 14026 pulsator. This was made possible because, on the one hand, and despite the relative faintness of PG 0014+067 and the low intrinsic amplitude of its luminosity variations, our CFHT data have revealed a period spectrum that is both rich and simple enough for interpretation. Using standard techniques that combine Fourier analysis, least-squares fits to the light curve, and prewhitening methods, we have isolated 13 harmonic oscillations (including 3 closely spaced frequency doublets) in the light curve of PG 0014+067. This number of independent modes was deemed sufficiently large to impose enough constraints on an eventual model and to justify a search for such a model. On the other hand, we also took advantage of the recent work of Brassard et al. (1999) who developed a robust genetic algorithm to best match in an objective way a set of observed periods with a set of theoretical periods, a problem that has impeded much of the whole field of asteroseismology to date. The question of finding in parameter space the one model that provides the very best theoretical period spectrum to account for an observed period spectrum has found an answer in such an approach.

We have used the so-called second generation sdB models of Charpinet et al. (1997)

in our analysis since those have been shown to account remarkably well for the class properties of the EC 14026 pulsators (Charpinet 1998). These models are specified by 4 free parameters, the surface gravity,  $\log g$ , the effective temperature,  $T_{\text{eff}}$ , the stellar mass,  $M_*/M_\odot$ , and the fractional mass of the outer hydrogen-rich envelope,  $\log M(H)/M_*$ . We computed a first grid of 1470 models, relatively coarse along the  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  axes, in order to explore first a relatively large volume of parameter space. At each grid point, the nonadiabatic properties of the local model were computed, notably, the pulsation periods and the stability coefficients. The theoretical periods were then matched to the observed periods through the Brassard et al. (1999) algorithm, and the quality of the fit was measured through the merit function  $\chi^2$  defined by equation (2) above. A detailed examination of the behavior of  $\chi^2$  hypercontours in parameter space revealed that these surfaces are smooth, well-behaved, and show regions of minimal values for the merit function. We found that one of these regions corresponds well to our spectroscopic estimates of  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  for PG 0014+067, and we then zoomed in this region with the help of a finer model grid containing, this time, 1350 models. An optimal model, defined by the smallest value of  $\chi^2$ , was found in that grid. This model is able to account remarkably well for the 13 periods observed in the light curve of PG 0014+067. A detailed comparison of the theoretical period spectrum of the optimal model with the distribution of the 13 observed periods led us to the realisation that real pulsation modes, of lower amplitudes than the threshold value used in our standard analysis of the light curve, may be present in that light curve. Indeed, we found that 10 previously unassigned theoretical modes have periods that fall within  $\pm 1\%$  of the periods of 10 maxima found in the Fourier transform of the residual light curve. Using probabilistic arguments, we demonstrated that these maxima correspond indeed to real pulsation modes, reinforcing considerably the credibility of the optimal model. Altogether, we identified 23 pulsation modes in the light curve of PG 0014+067. These are all low-order acoustic modes with  $l = 0, 1, 2,$  and  $3$ , excited in a band

of periods from  $\sim 80$  s to  $\sim 170$  s. Remarkably, the average relative dispersion between the 23 observed periods and the periods of the corresponding 23 theoretical modes of the optimal model is only of order  $\sim 0.8$  %. Perhaps even more remarkably, in view of the well-known shortcomings of nonadiabatic pulsation theory in many types of stars (notably, the pulsating white dwarfs), there is an excellent agreement here between the expectations of nonadiabatic theory, in particular the expected period band of unstable modes with adjacent values of the radial order  $k$ , and the distribution of observed periods. This gives added confidence in our determination of the global structural properties of PG 0014+067, the ultimate goal of asteroseismology. On this account, we find  $\log g = 5.780 \pm 0.008$ ,  $T_{\text{eff}} = 34,500 \text{ K} \pm 2,690 \text{ K}$ ,  $M_*/M_\odot = 0.490 \pm 0.019$ ,  $\log M(H)/M_* = -4.50 \pm 0.22$ , and  $R/R_\odot = 0.149 \pm 0.004$ . In addition, if we interpret the fine structure observed in 3 of the 23 pulsations in terms of rotational splitting, we find that PG 0014+067 rotates with a period of 29.2 h and that it has a maximum broadening velocity of  $V \sin i \lesssim 6.2 \text{ km s}^{-1}$ .

The results of this paper illustrate quite well, we believe, the power of asteroseismology as applied to sdB stars. The fact that we were able to find a model (the optimal model) that is able to represent quite accurately the pulsation properties of PG 0014+067 is a clear confirmation that the basic constitutive physics used in the construction of this model is sound. In this respect, we note, in particular, the radiative opacity tables specially computed by the OPAL group, and the radiative levitation calculations carried out by Pierre Chayer (see Charpinet et al. 1997). Furthermore, the excellent results obtained at the *nonadiabatic* level –results that may have been unexpected on the basis of our experience with other types of pulsating stars– is a further proof that the iron bump opacity mechanism of Charpinet et al. (1997) is indeed at the origin of the EC 14026 phenomenon.

We wish to acknowledge the essential scientific input of Pierre Chayer, Ben Dorman, Claudio Iglesias, and Forrest Rogers who have helped us develop our modelling capabilities

for pulsating sdB stars. We also wish to thank our South African colleagues for their continuing interest in our work and for their fundamental contributions to this field. We thank the Director and staff of the Canada–France–Hawaii Telescope as well as the Director and staff of the Steward Observatories for supporting LAPOUNE as a visitor instrument. We are particularly indebted to Dr. Marcia Rieke, Mr. Bob Peterson, and Mr. Jim Chatham in Arizona, and to Mr. Ken Barton and Mr. David Woodworth, the latter for their expert help at the CFHT telescope. This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the Fund FCAR (Québec).



Table 1. CFHT High Time Photometric Observations of PG 0014+067

Run Number	Date (UT, 1998)	Start Time (UT)	Sampling Time (s)	Total Number Data Points	Resolution (mHz)
cfh-068	June 27	13:12	10	573	0.175
cfh-072	June 28	13:20	10	530	0.189
cfh-075	June 29	12:56	10	675	0.148
cfh-078	June 30	12:55	10	714	0.140
cfh-081	July 1	12:14	10	962	0.104

Table 2. Harmonic Oscillations Detected in the Light Curve of PG 0014+067

Frequency ( $\mu\text{Hz}$ )	Period (s)	Amplitude (%)	1 $\sigma$ error (%)	Phase (s)	1 $\sigma$ error (s)
5896.2 ( $f_1^-$ )	169.60	0.0388	0.0088	108.39	6.17
5923.2 ( $f_1^+$ )	168.83	0.0481	0.0088	2.34	4.95
6227.7 ( $f_2$ )	160.57	0.0390	0.0086	51.45	5.66
6621.1 ( $f_3^-$ )	151.03	0.2183	0.0087	73.57	0.96
6630.7 ( $f_3^+$ )	150.81	0.0548	0.0088	55.49	3.83
6837.5 ( $f_4$ )	146.25	0.1729	0.0087	96.79	1.17
7079.1 ( $f_5^-$ )	141.26	0.0393	0.0093	82.82	5.37
7088.7 ( $f_5^+$ )	141.07	0.1950	0.0090	64.55	1.04
7150.2 ( $f_6$ )	139.86	0.1435	0.0094	35.54	1.45
7286.2 ( $f_7$ )	137.25	0.0318	0.0087	71.57	5.99
7670.3 ( $f_8$ )	130.37	0.0281	0.0087	91.22	6.38
7952.1 ( $f_9$ )	125.75	0.0466	0.0086	31.70	3.70
8552.1 ( $f_{10}$ )	116.93	0.0312	0.0086	75.59	5.13
9797.6 ( $f_{11}$ )	102.07	0.0337	0.0086	78.73	4.16
9970.3 ( $f_{12}$ )	100.30	0.1061	0.0086	54.77	1.30
12386.8 ( $f_{13}$ )	80.73	0.0462	0.0086	6.88	2.39

Table 3. Pulsation Characteristics of the Optimal Model in the 60–300 s Bandpass

$l$	$k$	$P$ (s)	$\sigma_I$ (rad/s)	$\log E$ (erg)	$C_{kl}$
0	9	61.696	$+6.456 \times 10^{-4}$	38.079	0.008
0	8	66.423	$+4.437 \times 10^{-4}$	38.109	0.008
0	7	74.310	$+8.805 \times 10^{-5}$	38.832	0.008
0	6	81.715	$-2.412 \times 10^{-5}$	39.517	0.015
0	5	90.859	$-7.697 \times 10^{-5}$	39.723	0.011
0	4	105.304	$-5.173 \times 10^{-5}$	40.210	0.018
0	3	115.320	$-2.159 \times 10^{-5}$	40.640	0.024
0	2	138.012	$-8.201 \times 10^{-6}$	40.959	0.016
0	1	158.911	$-3.690 \times 10^{-7}$	42.040	0.041
0	0	175.951	$-1.467 \times 10^{-7}$	42.036	0.020
1	10	61.051	$+6.370 \times 10^{-4}$	38.126	0.003
1	9	65.883	$+5.196 \times 10^{-4}$	38.030	0.004
1	8	73.634	$+9.945 \times 10^{-5}$	38.806	0.005
1	7	80.289	$-1.525 \times 10^{-5}$	39.414	0.006
1	6	89.999	$-7.845 \times 10^{-5}$	39.677	0.006
1	5	103.269	$-4.519 \times 10^{-5}$	40.243	0.011
1	4	113.035	$-3.227 \times 10^{-5}$	40.458	0.011
1	3	136.699	$-8.539 \times 10^{-6}$	40.949	0.014
1	2	153.579	$-6.813 \times 10^{-7}$	41.851	0.025
1	1	175.295	$-1.697 \times 10^{-7}$	41.989	0.018
2	9	64.950	$+7.796 \times 10^{-3}$	37.761	0.003

Table 3—Continued

$l$	$k$	$P$ (s)	$\sigma_I$ (rad/s)	$\log E$ (erg)	$C_{kl}$
2	8	72.354	$+1.158 \times 10^{-4}$	38.767	0.006
2	7	78.383	$+2.479 \times 10^{-6}$	39.223	0.007
2	6	88.657	$-7.469 \times 10^{-5}$	39.632	0.009
2	5	99.373	$-3.957 \times 10^{-5}$	40.238	0.019
2	4	110.572	$-4.699 \times 10^{-5}$	40.283	0.014
2	3	132.749	$-7.935 \times 10^{-6}$	41.004	0.036
2	2	145.195	$-2.666 \times 10^{-6}$	41.359	0.046
2	1	174.058	$-2.096 \times 10^{-7}$	41.924	0.023
2	0	213.848	$+1.353 \times 10^{-10}$	45.038	0.429
3	9	64.953	$+7.792 \times 10^{-3}$	37.761	0.003
3	8	70.157	$+1.512 \times 10^{-4}$	38.647	0.013
3	7	76.466	$+3.595 \times 10^{-5}$	39.008	0.011
3	6	86.385	$-5.660 \times 10^{-5}$	39.617	0.020
3	5	94.545	$-5.053 \times 10^{-5}$	40.025	0.031
3	4	108.290	$-5.627 \times 10^{-5}$	40.192	0.021
3	3	124.027	$-7.913 \times 10^{-6}$	41.051	0.079
3	2	140.043	$-6.375 \times 10^{-6}$	41.037	0.035
3	1	171.104	$-2.749 \times 10^{-7}$	41.875	0.063
3	0	184.078	$-5.256 \times 10^{-9}$	43.009	0.193

Table 4. Period Match Provided by the Genetic Algorithm for the Optimal Model

Stability	$l$	$k$	$P_{theo}$ (s)	$P_{obs}$ (s)	$ \Delta P $ (s)	$ \Delta P /P_{obs}$ (%)
Stable	0	7	74.31	...	...	...
Unstable	0	6	81.72	81.47	0.25	0.31
Unstable	0	5	90.86	91.20	0.34	0.37
Unstable	0	4	105.30	105.85	0.55	0.52
Unstable	0	3	<b>115.32</b>	<b>116.93</b>	1.61	1.37
Unstable	0	2	<b>138.01</b>	<b>139.86</b>	1.85	1.32
Unstable	0	1	<b>158.91</b>	<b>160.57</b>	1.66	1.03
Unstable	0	0	175.95	...	...	...
Stable	1	8	73.63	...	...	...
Unstable	1	7	<b>80.29</b>	<b>80.73</b>	0.44	0.54
Unstable	1	6	90.00	90.09	0.09	0.10
Unstable	1	5	<b>103.27</b>	<b>102.07</b>	1.20	1.18
Unstable	1	4	113.04	112.31	0.73	0.65
Unstable	1	3	<b>136.70</b>	<b>137.25</b>	0.55	0.40
Unstable	1	2	<b>153.58</b>	<b>150.92</b>	2.66	1.76
Unstable	1	1	175.30	...	...	...
Stable	2	7	78.38	...	...	...
Unstable	2	6	88.66	88.04	0.61	0.69
Unstable	2	5	<b>99.37</b>	<b>100.30</b>	0.93	0.93
Unstable	2	4	110.57	110.16	0.41	0.37
Unstable	2	3	<b>132.75</b>	<b>130.37</b>	2.38	1.83

Table 4—Continued

Stability	$l$	$k$	$P_{theo}$ (s)	$P_{obs}$ (s)	$ \Delta P $ (s)	$ \Delta P /P_{obs}$ (%)
Unstable	2	2	<b>145.20</b>	<b>146.25</b>	1.06	0.72
Unstable	2	1	174.06	...	...	...
Stable	2	0	213.85	...	...	...
Stable	3	7	76.47	...	...	...
Unstable	3	6	86.39	86.69	0.30	0.35
Unstable	3	5	94.55	94.33	0.21	0.22
Unstable	3	4	108.29	108.10	0.19	0.18
Unstable	3	3	<b>124.03</b>	<b>125.75</b>	1.72	1.37
Unstable	3	2	<b>140.04</b>	<b>141.17</b>	1.13	0.80
Unstable	3	1	<b>171.10</b>	<b>169.22</b>	1.88	1.11
Unstable	3	0	184.08	...	...	...

Table 5. The  $\chi^2$  Hypersurface in the Vicinity of the Optimal Model

$\log g$	$T_{\text{eff}}$ (K)	$M_*/M_\odot$	$\log M(H)/M_*$	$\chi^2$
5.78	34,500	0.49	-4.50	0.5374
5.77	34,500	0.49	-4.50	1.5705
5.79	34,500	0.49	-4.50	1.4846
5.78	34,000	0.49	-4.50	0.5647
5.78	35,000	0.49	-4.50	0.5518
5.78	34,500	0.48	-4.50	0.7096
5.78	34,500	0.50	-4.50	0.7119
5.78	34,500	0.49	-5.00	3.6052
5.78	34,500	0.49	-4.00	3.6719

## REFERENCES

- Bevington, P.R. 1969, "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences" (New York: McGraw-Hill)
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., & Saffer 1999, ApJ, in press
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A., & Vauclair, G. 1997, ApJ, 487, L81
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R.A., Bergeron, P., & Vauclair, G. 1998, ApJ, 494, L75
- Brassard, P., & Fontaine, G. 1994, in IAU Colloq. 147, The Equation of State in Astrophysics, ed. G. Chabrier & E. Schatzman (Cambridge: Cambridge Univ. Press), 560
- Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1992, ApJS, 80, 725
- Brassard, P. et al. 1999, in preparation
- Charbonneau, P. 1995, ApJS, 101, 309
- Charpinet, S. 1998, Ph.D. thesis, Université de Montréal
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, ApJ, 471, L103
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1999, submitted to ApJ
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., & Dorman, B. 1997, ApJ, 483, L123
- Dorman, B., Rood, R.T., & O'Connell, R.W. 1993, ApJ, 415, 596
- Fontaine, G., & Brassard, P. 1994, in Stellar and Circumstellar Astrophysics, ed. G. Wallerstein & A. Noriega-Crespo, (PASPC), Vol. 57, 195



- Fontaine, G., Brassard, P., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1994, *ApJ*, 428, L61
- Fontaine, G., Charpinet, S., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F.J., Iglesias, C.A., & Dorman, B. 1998, in *IAU Symposium 185, New Eyes inside the Sun and Stars*, ed. F. Deubner & D.W. Kurtz (Dordrecht: Kluwer), 367
- Green, R.F., Schmidt, M., & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61, 305
- Heber, U., Reid, I.N., & Werner, K. 1999, *A&A*, 348, L25
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, 285, 640
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., Larson, K.A., Shobbrook, R., Sullivan, D.J., Burleigh, M.R., Dobbie, P.D., & Kawaler, S.D. 1999, *MNRAS*, 303, 525
- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Stobie, R.S. 1998c, in *IAU Symposium 185, New Eyes inside the Sun and Stars*, ed. F. Deubner & D.W. Kurtz (Dordrecht: Kluwer), 361
- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., & Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, 285, 645
- Koen, C., O'Donoghue, D., Pollacco, D.L., & Nitta, A. 1998a, *MNRAS*, 300, 1105
- Koen, C., O'Donoghue, D., Kilkenny, D., Lynas-Gray, A.E., Marang, F., & Van Wyk, F. 1998b, *MNRAS*, 296, 317
- Koen, C., Orosz, J.A., & Wade, R.A. 1998, *MNRAS*, 300, 695
- O'Donoghue, D., Koen, C., Kilkenny, D., Stobie, R.S., & Lynas-Gray, A.E. 1999, in *Proc. 11th European Workshop on White Dwarfs*, ed. J.-E. Solheim & E.G. Meistas (PASPC), Vol. 169, 149
- O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A.E., Kilkenny, D., Stobie, R.S., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 657

- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., & Vetterling, W.T. 1985, "Numerical Recipes"  
(Cambridge: University of Cambridge Press)
- Saffer, R.A. 1991, Ph.D. thesis, University of Arizona
- Saffer, R.A., & Liebert, J. 1995, in Proc. 9th European Workshop on White Dwarfs, ed. D.  
Koester & K. Werner (Berlin: Springer), 221
- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, ApJ, 432, 351
- Stobie, R.S., Kawaler, S.D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, MNRAS, 285,  
651
- Wesemael, F., Allard, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in Proc. of  
the Third Conference on Faint Blue Stars, ed. A.G.D. Philip, J. Liebert, & R.A.  
Saffer (Schenectady: Davis), 433
- Winget, D.E. 1981, Ph.D. thesis, University of Rochester

### FIGURE CAPTIONS

Fig. 1 — Model fit (dotted curve) to the available hydrogen Balmer lines and neutral helium lines in our time-averaged optical spectrum of PG 0014+067.

Fig. 2 — “White light” light curve of PG 0014+067, observed on 1998 June 29 with LAPOUNE attached to the Canada-France-Hawaii Telescope (run cfh-075). The light curve is expressed in terms of residual amplitude relative to the mean brightness of the star. Each plotted point represents a sampling time of 10 s.

Fig. 3 — Upper half: Fourier amplitude spectrum of the complete light curve of PG 0014+067 (runs cfh-068 through cfh-081) in the 0–15 mHz bandwidth (periods  $> 66.66$  s). Some 150,000 frequency points were used in the calculation of this Fourier transform. The amplitude axis is expressed in terms of the percentage variations about the mean brightness of the star. The positions of the 13 harmonic oscillations (including 3 doublets unresolved at this scale) that we identified in the light curve are indicated by short solid line segments. The dotted line segments indicate possible nonlinear (cross-frequencies) structures. Lower half: Fourier amplitude spectrum (plotted upside down) of the residual light curve after having subtracted the 16 harmonic components listed in Table 2.

Fig. 4 — Upper half: Fourier amplitude spectrum of the complete light curve of PG 0014+067 in the 5–13 mHz bandwidth obtained on the basis of 80,000 frequency points. Lower half: Fourier amplitude spectrum (plotted upside down) of the noiseless light curve reconstructed on the basis of the 16 harmonic oscillations listed in Table 2. Also, the point-by-point frequency difference between the “observed” Fourier spectrum and the “computed” spectrum is shown, but shifted downward by 0.25 %.

Fig. 5 — Contours of constant  $\chi^2$  in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane for fixed values of  $M_*/M_\odot = 0.49$  and  $M(H)/M_* = 10^{-4.3}$ . These latter values correspond to the regions of minimal values of

$\chi^2$  in the hyperspace. The actual contour levels are to be read along the horizontal dotted line. From left to right, along the dotted line crossing the various contours,  $\chi^2$  takes the values: 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 (the tip of a contour curve), 3.5, 3.0, 2.5, 2.0, 1.5, 1.5 (the latter two near the tip of another contour curve centered on  $\log g = 5.80$ ), 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0, 11.0, 12.0, 13.0, and 14.0. The contours define two elongated valleys, one centered on  $\log g = 5.65$  and the other centered on  $\log g = 5.80$ , where period matches of comparable quality are obtained. The higher gravity models provide very poor period matches and can be ruled out at the outset. The dotted rectangle is the error box associated with our spectroscopic estimates of the atmospheric parameters of PG 0014+067. The dashed rectangle shows the region of the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane where we zoom in for a search on a finer grid of models (see text).

Fig. 6 — Comparison of the frequencies of 10 unassigned theoretical modes in Table 4 with the frequencies of 10 low-amplitude maxima in the Fourier amplitude spectrum of the residual light curve of PG 0014+067 after prewhitening the 16 main harmonic oscillations listed in Table 2. The dotted “forks” show the ranges in frequency corresponding to period ranges of  $\pm 0.55\%$  about the central values of the periods. The periods of the maxima are also indicated. The solid vertical thick line segments that fall within or close to each fork give the frequencies of the theoretical pulsation modes. The solid horizontal line is a reference level corresponding to an amplitude of  $0.02\%$ . The solid horizontal thick line segments give the positions of the  $\pm 0.55\%$  bandwidth associated with each maxima with amplitudes larger than the reference level of  $0.02\%$ .

Fig. 7 — Light curve of PG 0014+067 folded on the period of 110.160 s and distributed in 5 phase bins. As usual, the curve is plotted twice for better visualization. The points give the observational data with error bars corresponding to the errors of the mean in each bin. The light curve has been prewhitened of its 16 largest amplitude oscillations (Table

2). The solid curve is a simple template made of a single sinusoid with an amplitude and phase obtained through least-squares fitting to the light curve. The residuals shown here are the difference between the data points and the template curve. They have been shifted arbitrarily downward by 0.10 %,

Fig. 8 — Comparison of the observed period spectrum of PG 0014+067 (the thick dashed line segments) with the theoretical pulsation period spectrum of the optimal model. For the latter spectrum, solid line segments indicate excited modes, while dotted line segments correspond to damped modes. All pulsation modes with  $l = 0, 1, 2,$  and  $3$  in the period interval 60–260 s are illustrated. The values of the radial order index  $k$  is also indicated for each mode. These are acoustic modes (including the  $f$ -modes). The  $g$ -modes have periods that fall outside the range of interest for PG 0014+067.

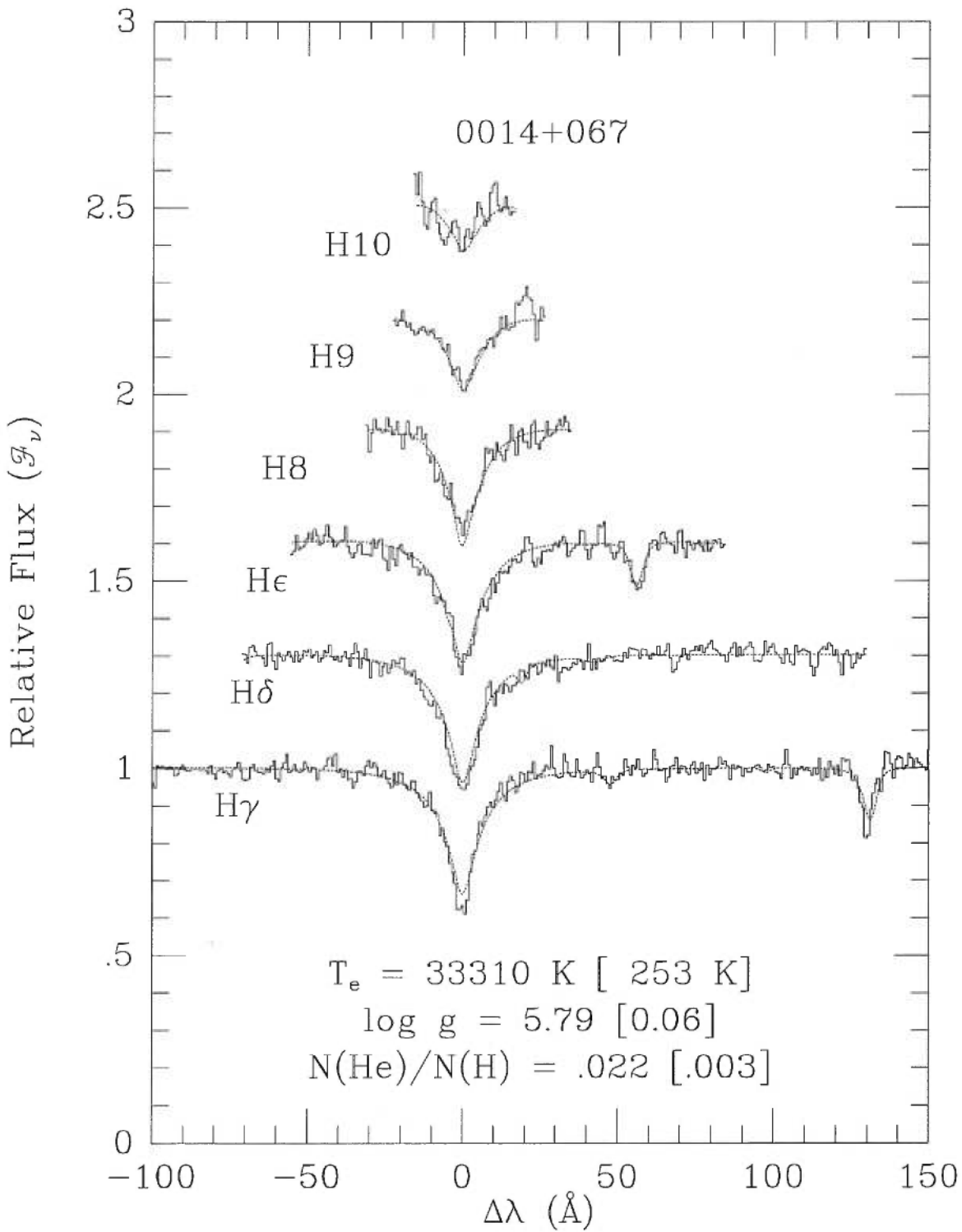
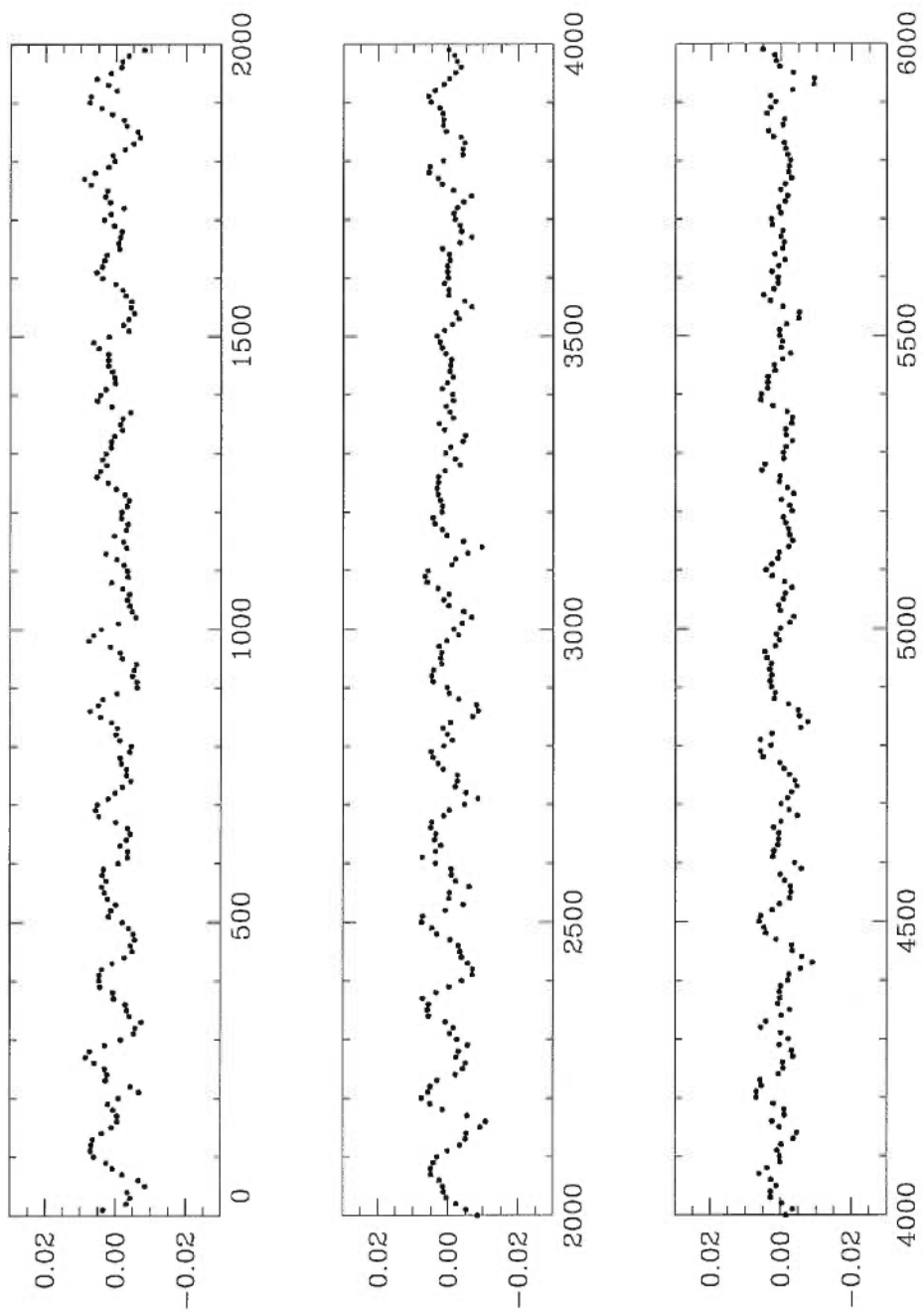


Figure 1



Time (seconds)

Figure 2

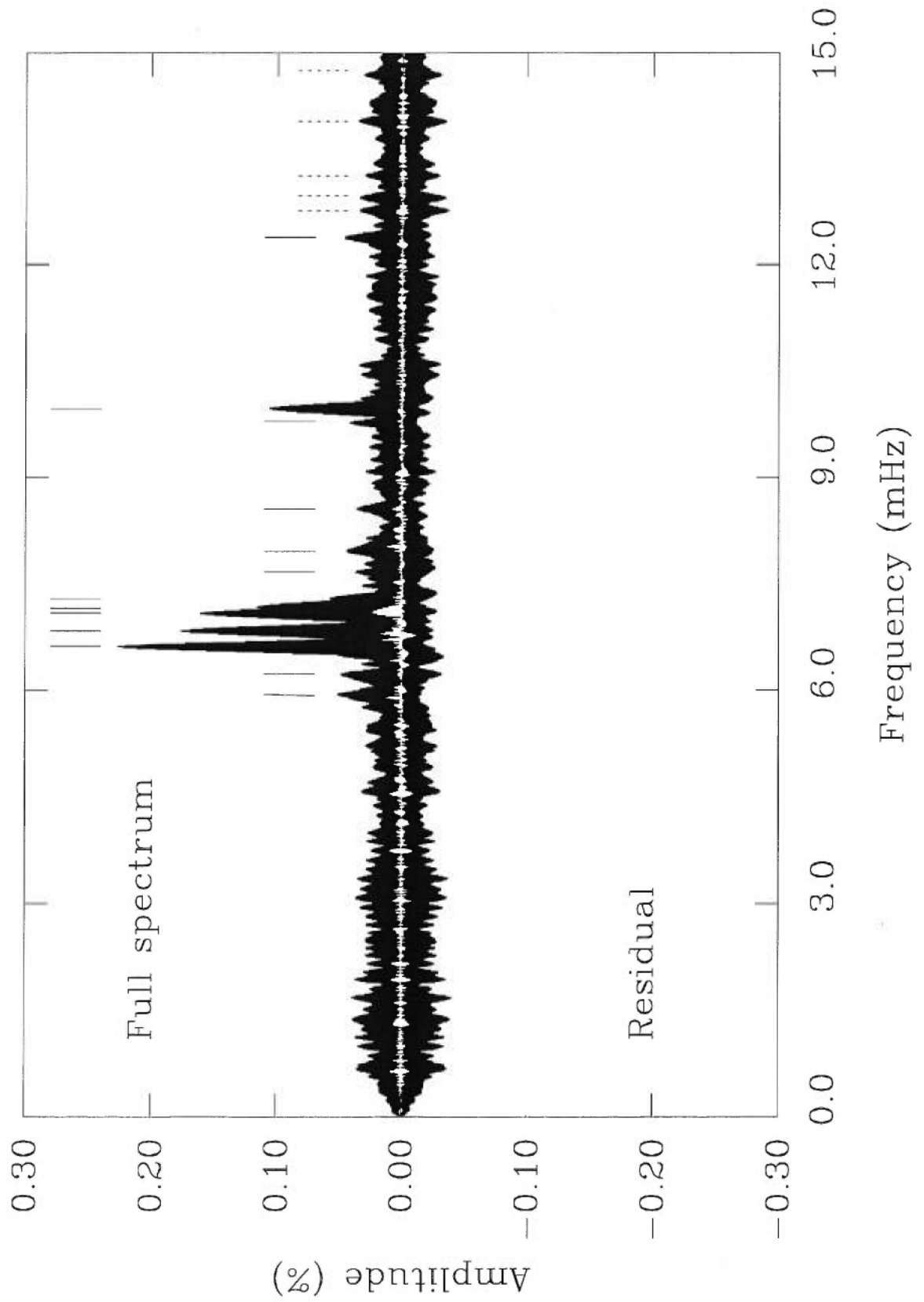


Figure 3



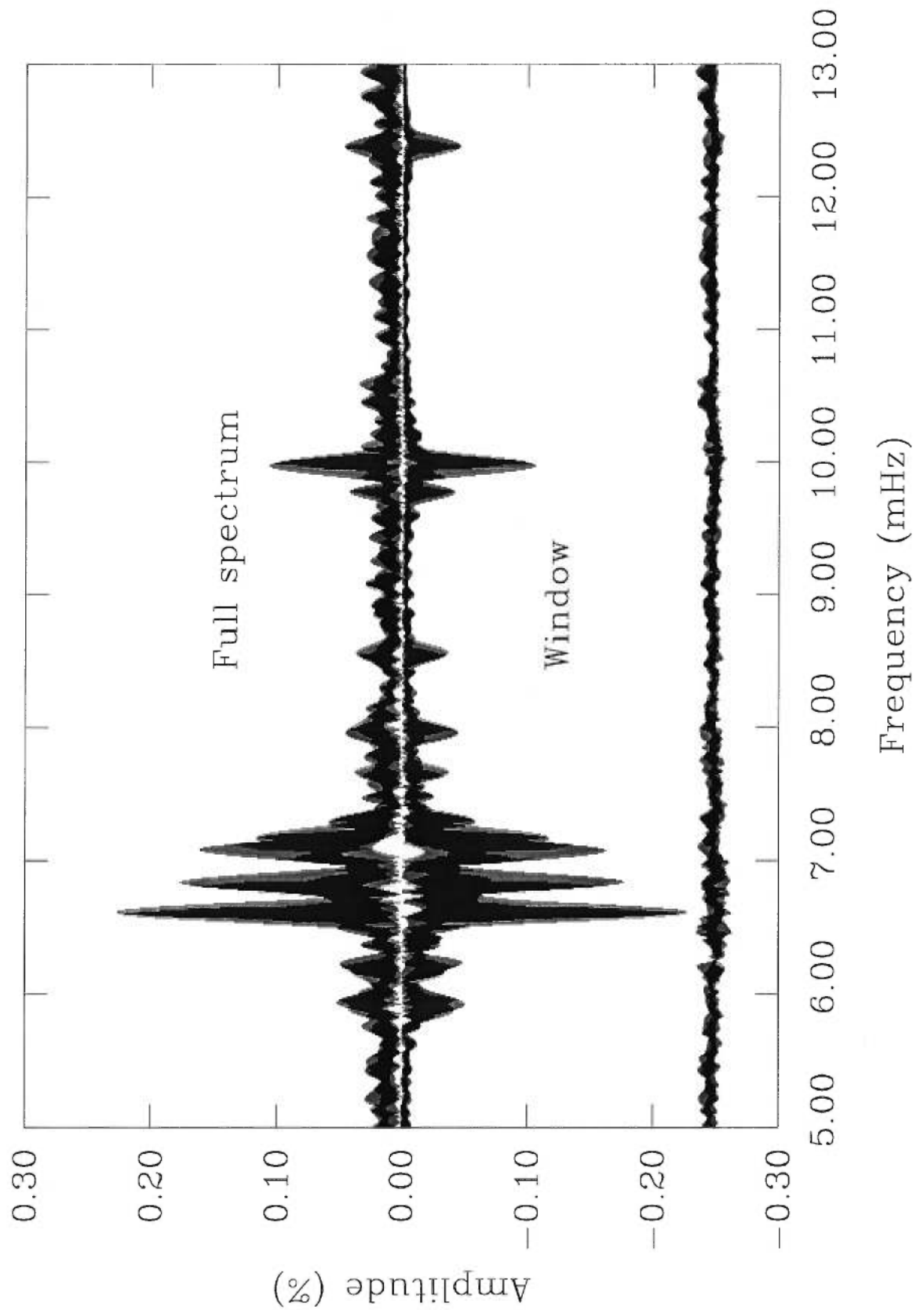


Figure 4

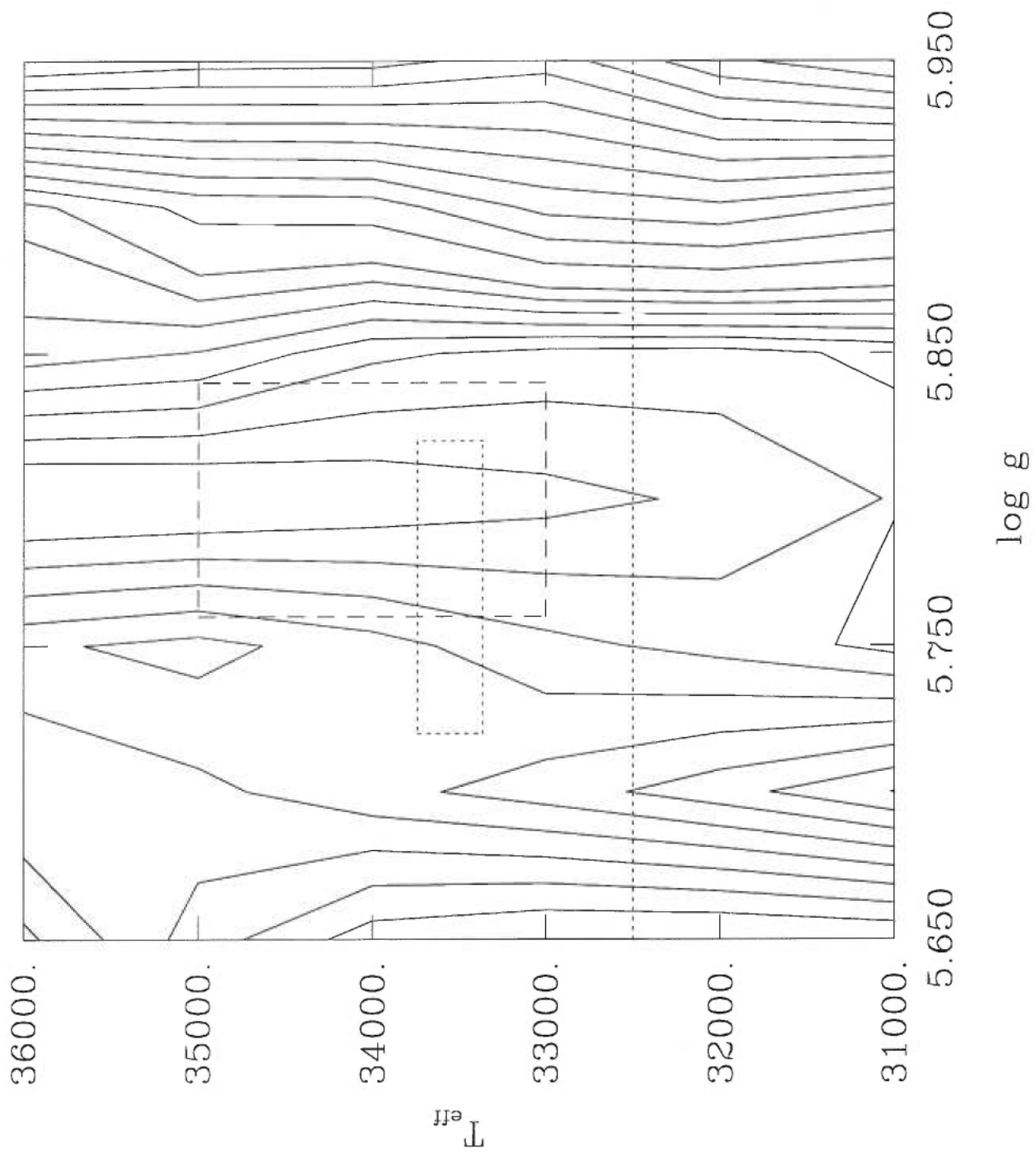


Figure 5

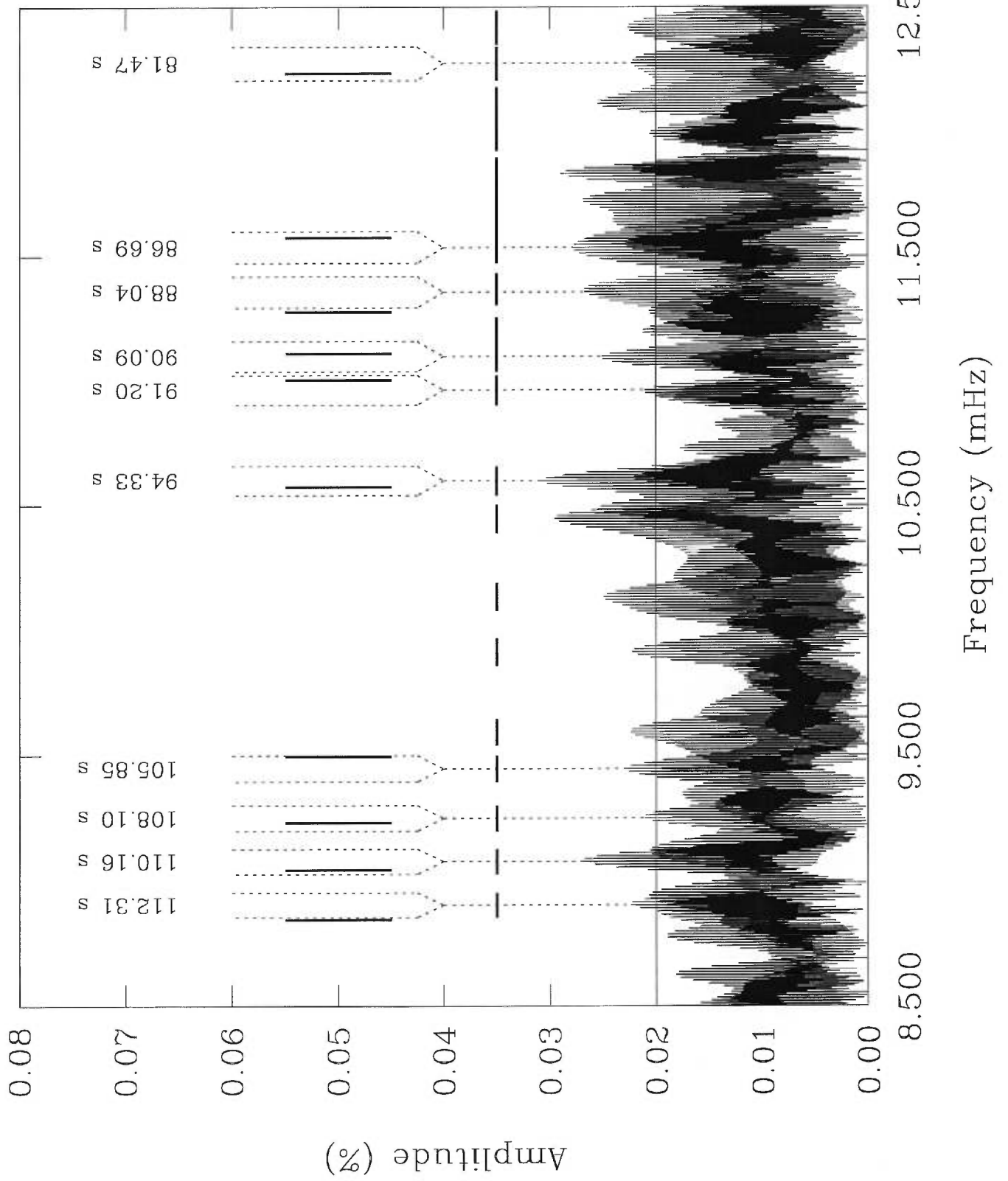


Figure 6

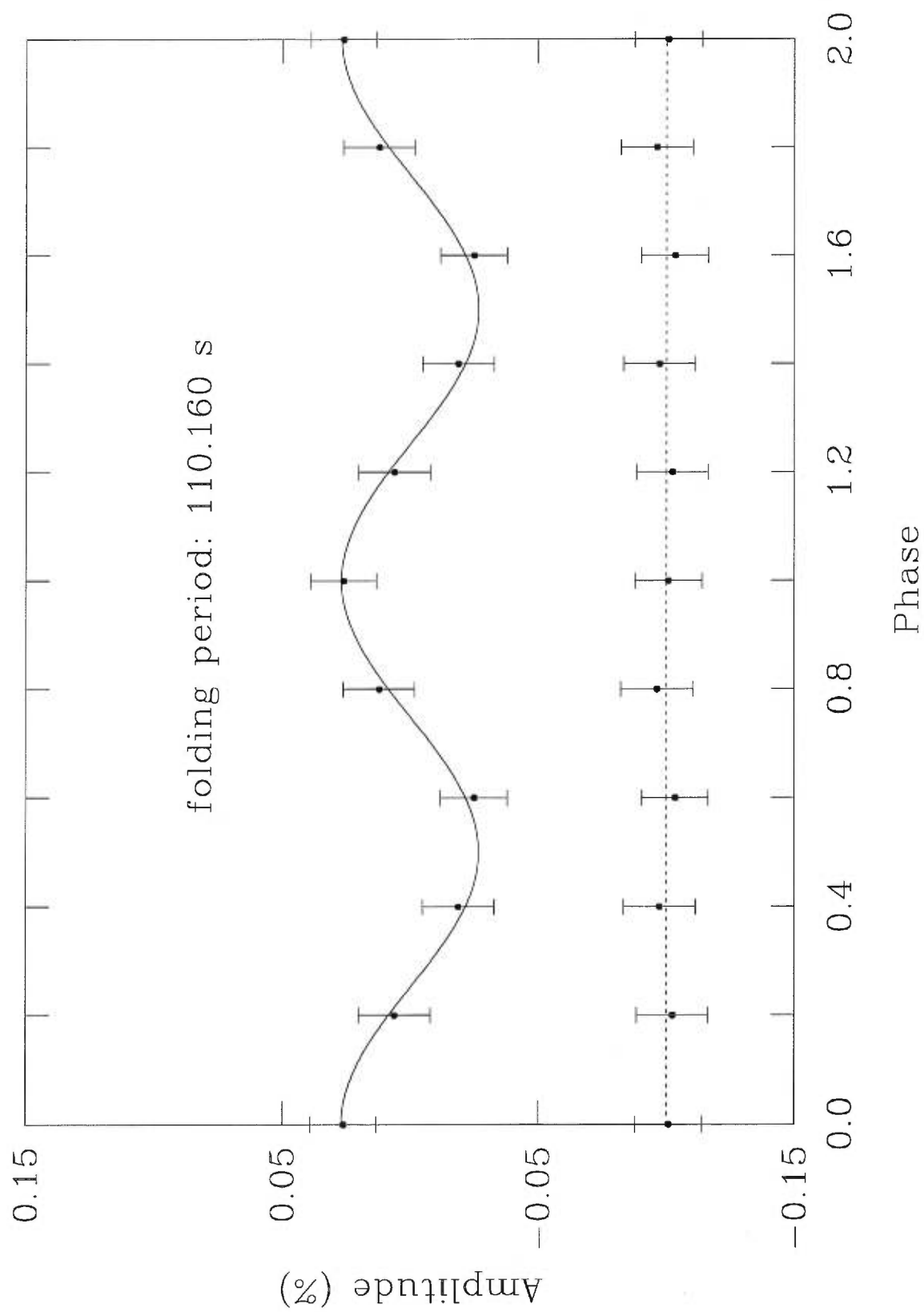


Figure 7

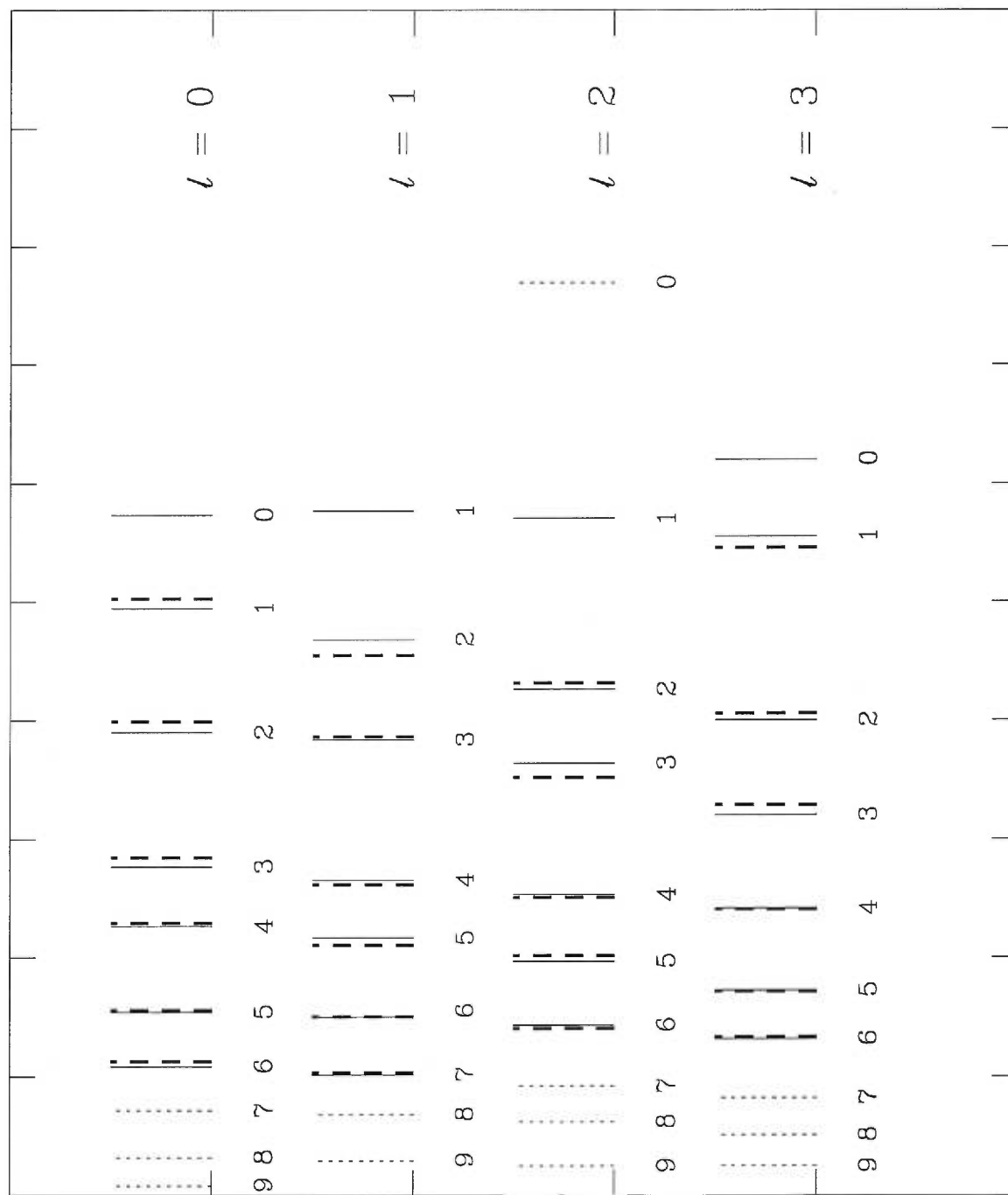


Figure 8

Period (s)