

2m11.2706.9

**Université de Montréal**

**Étude astéroséismologique de l'étoile naine blanche pulsante G29-38**

par

**Frédéric Mathieu**

**Département de physique**

**Faculté des arts et des sciences**

**Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures**

**en vue de l'obtention du grade de**

**Maitre ès sciences (M.Sc.)**

**en physique**

**Avril 1999**

**© Frédéric Mathieu, 1999**



QC  
3  
UB4  
1999  
V.017

Université de Montréal

Étude astéroïdologique de l'étoile naine blanche pulsante G29-38

par

Fredrick Mattheis

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de

Maître en sciences (M.Sc.)

en physique

Avril 1999

© Fredrick Mattheis, 1999



**Université de Montréal**

**Faculté des études supérieures**

**Ce mémoire intitulé:**

**Étude astéroséismologique de l'étoile naine blanche pulsante G29-38**

**présenté par:**

**Frédéric Mathieu**

**a été évalué par le jury composé des personnes suivantes:**

**M. Gilles Fontaine,            président-rapporteur**

**M. François Wesemael,      directeur de recherche**

**Mme Nicole St-Louis,        membre du jury**

**Mémoire accepté le: ...9.9.07.07**

# Sommaire

Ce travail porte sur l'étude astéroséismologique de l'étoile naine blanche pulsante G29-38. Cette étude a pour but l'identification de l'indice géométrique  $l$  des principaux modes de pulsation présents dans des données spectrophotométriques à haute résolution temporelle de G29-38. Ces données couvrent la distribution d'énergie de 3247 Å à 10 514 Å, et forment un ensemble de 30 courbes de lumières. En raison de la résolution limitée du spectre de Fourier de ces courbes de lumière, nous restreignons notre analyse au pic dominant à 1690  $\mu\text{Hz}$ .

Jusqu'ici, une étude astéroséismologique concluante de G29-38 est restée hors de notre portée. Cette étoile présente un spectre de Fourier complexe qui varie d'une saison d'observation à l'autre. Malgré une étude sur plusieurs années de son spectre de Fourier par Kleinman et al. (1998), une identification complète et sans ambiguïtés de l'indice  $l$  qui caractérise les modes de G29-38 n'a pas été possible.

Brassard, Fontaine, et Wesemael (1995) ont récemment présenté une technique par laquelle une étude astéroséismologique peut être menée à bien grâce à l'analyse de données spectrophotométriques à haute résolution temporelle. Cette technique repose sur le calcul de l'amplitude d'un mode, à une longueur d'onde ou dans une bande passante spécifiques, par le biais d'une banque de modèles d'atmosphères. De cette manière, une valeur théorique de l'amplitude d'un mode est obtenue pour chaque courbe de lumière à

notre disposition. La variation des amplitudes en fonction de la longueur d'onde dépend, de façon complexe, de la température effective et de la gravité de surface du modèle d'atmosphère, de l'efficacité du transport convectif adoptée, et de l'indice  $l$ .

Dans ce mémoire, nous suivons l'approche de Brassard, Fontaine, et Wesemael (1995), et comparons les amplitudes du mode de pulsation dominant à 1690  $\mu\text{Hz}$ , observées au travers de 30 bandes passantes, avec une grille d'amplitudes théoriques dans le but de contraindre l'indice  $l$  et, si possible, les paramètres atmosphériques. Notre approche tient compte de la sensibilité des amplitudes à l'efficacité du transport convectif adoptée lors du calcul des modèles d'atmosphère. Nous utilisons les paramétrisations ML2 et  $\text{ML2}/\alpha=0.6$  de la théorie de la longueur de mélange.

Nous trouvons que, par le seul biais de notre analyse astéroséismologique, nous ne pouvons pas discriminer de façon concluante entre  $l=1$  et  $l=2$  pour le mode choisi, mais nous excluons toute autre valeur possible. Dans chaque cas, les meilleures solutions se regroupent en différentes familles, plus ou moins équivalentes entre elles, couvrant différentes régions de l'espace des paramètres. Pour contraindre  $l$ , nous restreignons l'éventail des paramètres atmosphériques en invoquant les résultats d'une analyse indépendante de la distribution d'énergie moyennée dans le temps de G29-38. Lorsque de telles contraintes indépendantes sont imposées, notre analyse suggère que l'identification  $l=1$  pour le mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ , combinée à une paramétrisation de l'efficacité convective  $\text{ML2}/\alpha=0.6$ , est favorisée.

# Table des matières

Sommaire .....	iii
Table des matières .....	v
Liste des tableaux .....	vi
Liste des figures .....	vii
Remerciements .....	xiii
Chapitre 1: Introduction .....	1
Chapitre 2: Spectrophotométrie à haute résolution temporelle de G29-39 .....	13
Chapitre 3: Cadre théorique .....	24
Chapitre 4: Analyse .....	40
4.1 Identification de la période et de l'amplitude des modes .....	40
4.1.1 Méthode de la transformée de Fourier .....	40
4.1.2 Méthode de Lomb. ....	45
4.1.3 Régression linéaire par la méthode des moindres-carrés .....	63
4.2 Identification de l'indice de pulsation $l$ .....	72
Chapitre 5: Conclusion .....	90
Chapitre 6: Références .....	94

## Liste des tableaux

I.	Modes et combinaisons de modes dans le périodigramme .....	59
II.	Amplitudes et phases du mode de pulsation dominant à 1690 $\mu\text{Hz}$ obtenues par régression linéaire par la méthode des moindres-carrés .....	68
III.	Solutions optimales pour $l=1$ et $l=2$ .....	84

## Liste des figures

2.1	Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 3247 Å à 3887 Å inclusivement. ....	15
2.2	Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 4047 Å à 4687 Å inclusivement. ....	16
2.3	Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 4847 Å à 5487 Å inclusivement. ....	17
2.4	Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 5647 Å à 6914 Å inclusivement. ....	18
2.5	Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 7274 Å à 8714 Å inclusivement. ....	19
2.6	Distributions d'énergie instantanées à trois instants. À partir du haut, les courbes correspondent respectivement à la distribution au maximum du pulse, sur la partie descendante, et au minimum qui suit. ....	21
2.7	Distributions d'énergie moyennes de G29-38 pour trois ensembles distincts d'observations. ....	22
3.1	Amplitudes relatives des modes pour diverses valeurs des indices de pulsation $l$ et $m$ (Brassard, Fontaine et Wesemael 1995) .....	31



3.2	Variations de $A_{l\nu}$ en fonction de la longueur d'onde pour un modèle d'atmosphère typique pour une étoile ZZ Ceti; $\log g = 8.0$ , $T_0 = 12\,500$ K et convection ML2. Les courbes correspondent respectivement à $l=1, 2$ et $3$ , en partant du haut.....	34
3.3	Variations des coefficients $A_l^x$ en fonction de $T_0$ et $\log g$ , pour une efficacité convective caractérisée par ML2. Les filtres illustrés correspondent respectivement, à partir de la figure du haut, aux canaux à $3487 \text{ \AA}$ , à $5487 \text{ \AA}$ et à $7994 \text{ \AA}$ .....	36
3.4	Comportement des coefficients $A_l^x$ en fonction de l'efficacité convective. Le trait continu correspond au cas ML2 et le trait en pointillés correspond au cas ML2/ $\alpha=0.6$ . $T_{\text{eff}}=T_0$ .....	37
3.5	Comportement des amplitudes relatives en fonction de l'indice $l$ , pour un modèle d'atmosphère typique des étoiles ZZ Ceti; $T_0 = 12\,500$ K, $\log g=8.0$ et une convection caractérisée par ML2/ $\alpha=0.6$ . Les différents filtres correspondent aux canaux décrits au chapitre 2. Les amplitudes sont normalisées à la valeur appropriée au canal no. 15, centré sur $5487 \text{ \AA}$ .....	38
4.1	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de $3247 \text{ \AA}$ à $3567 \text{ \AA}$ inclusivement .....	48
4.2	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de $3727 \text{ \AA}$ à $4047 \text{ \AA}$ inclusivement .....	49

4.3	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 4207 Å à 4527 Å inclusivement .....	50
4.4	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 4687 Å à 5007 Å inclusivement .....	51
4.5	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 5167 Å à 5487 Å inclusivement .....	52
4.6	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 5647 Å à 6194 Å inclusivement .....	53
4.7	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 6554 Å à 7274 Å inclusivement .....	54
4.8	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 7634 Å à 8354 Å inclusivement .....	55
4.9	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 8714 Å à 9434 Å inclusivement .....	56
4.10	Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 9794 Å à 10514 Å inclusivement .....	57
4.11	Périodigramme de 2 courbes de lumière obtenues par photométrie en lumière blanche (McGraw et Robinson 1975) .....	61
4.12	Périodes observées par Kleinman et al. (1998).....	62
4.13	Périodes observées par Kleinman et al. (1998) moins les combinaisons linéaires .....	62
4.14	Fonction de qualité des régressions .....	69

4.15	Comparaison graphique entre le modèle optimisé par régression linéaire et la courbe de lumière du canal à 4367 Å.....	70
4.16	Amplitudes du mode à 1690 $\mu\text{Hz}$ , normalisée par rapport au canal à 5487 Å ....	71
4.17	Phases du mode à 1690 $\mu\text{Hz}$ .....	71
4.18	Représentation tridimensionnelle de la surface $\chi^2(l=1)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange ML2 .....	74
4.19	Représentation tridimensionnelle de la surface $\chi^2(l=1)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange $\text{ML2}/\alpha=0.6$ .....	75
4.20	Représentation tridimensionnelle de la surface $\chi^2(l=2)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange ML2 .....	76
4.21	Représentation tridimensionnelle de la surface $\chi^2(l=2)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange $\text{ML2}/\alpha=0.6$ .....	77
4.22	Représentation tridimensionnelle de la surface $\chi^2(l=3)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange ML2 .....	78

4.23	Représentation tridimensionnelle de la surface $\chi^2(l=3)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange $ML2/\alpha=0.6$ ..... 79	79
4.24	Représentation tridimensionnelle de la surface a) $Q(l=1)$ et b) $Q(l=2)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange $ML2$ ..... 81	81
4.25	Représentation tridimensionnelle de la surface a) $Q(l=1)$ et b) $Q(l=2)$ en fonction des paramètres atmosphériques $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange $ML2/\alpha=6$ ..... 82	82
4.26	Amplitudes observées et théoriques des solutions optimales pour une paramétrisation $ML2$ de l'efficacité convective ..... 85	85
4.27	Amplitudes observées et théoriques des solutions optimales pour une paramétrisation $ML2/\alpha=0.6$ de l'efficacité convective ..... 86	86
4.28	Courbes de contours des fonctions $Q(l)$ en fonction des paramètres atmosphériques et de l'indice de pulsation. Les rectangles correspondent aux contraintes suggérées par Bergeron et al. (1995)..... 87	87
4.29	Solutions optimales pour les intervalles de la température et de la gravité de surface suggérés par Bergeron et al. (1995)..... 88	88

Aux éternels étudiants...

# Remerciements

Je tiens en premier lieu à exprimer ma plus sincère gratitude à mon directeur, François Wesemael. Voilà maintenant 6 ans que j'ai mis pied dans son bureau et je peux affirmer avec certitude que, si je peux soumettre le présent mémoire, François est le principal architecte de ma réussite. Sa grande compétence en tant que pédagogue, sa patience face à mes nombreuses erreurs, et le don généreux de son temps précieux m'ont été d'un énorme secours.

Je veux également remercier mes collègues du groupe des naines blanches à qui je dois d'intéressantes discussions et, en particulier, Gilles Fontaine et Pierre Brassard, pour leurs précieux conseils et le don de leurs codes informatiques. Je tiens à remercier spécialement Serge Touzin pour l'amitié et la camaraderie qu'il m'a accordées.

À ma famille et à mes amis, qui m'ont supporté moralement et qui, par moments, «m'ont botté le derrière», j'offre mon amour et ma reconnaissance.

# Chapitre 1

## Introduction

Alors qu'il testait un nouveau photomètre, Landolt découvrit accidentellement une nouvelle sorte d'étoile variable. Il observait l'étoile naine blanche HL Tau 76, lorsqu'il constata une variation régulière de la luminosité, avec une période d'environ 720 s. Après vérification de la réduction de ses données, Landolt réalisa que ce changement apparent et régulier de la luminosité était une caractéristique propre à cet objet (Landolt 1968).

Cette découverte étonna: les exemples déjà connus d'étoiles variables se caractérisaient par des pulsation dites radiales, dont l'échelle temporelle était de l'ordre du temps de chute libre,  $\tau_{\text{ff}}$ . Or, la gravité de surface des naines blanches étant  $\log g \sim 8.0$ , ce temps pour ces objets compacts est d'environ 10 s, beaucoup plus petit que la période observée des pulsations de HL Tau 76.

L'invention du photomètre rapide à deux canaux (Nather 1973) permit bientôt d'isoler d'autres candidats; McGraw et Robinson (1976) démontrèrent que ceux-ci formaient une classe très homogène d'objets: les étoiles DAV (ou étoiles de type ZZ Ceti). En effet, ces naines blanches étaient toutes de type spectral DA (un spectre dominé par la présence de raies d'hydrogène), et avaient toutes des couleurs photométriques semblables.

Les ZZ Ceti n'ont pas de champs magnétiques détectables, n'ont pas de taux de rotation anormaux, et ont une gravité de surface comparable à celle de leurs soeurs non-variables; de ces dernières, elles ne se distinguent d'ailleurs que par leur température effective. Les travaux de Fontaine et al. (1982) et Greenstein (1982) indiquent qu'elles appartiennent presque toutes à un intervalle étroit de température entre 11000 K et 13000 K.

C'est à Chanmugam (1972) et Warner et Robinson (1972) que l'on doit la suggestion que les oscillations sont des modes dits non-radiaux de type  $g$  (gravité). Par la suite, cette suggestion fut mise sur une base plus quantitative par Osaki et Hansen (1973). La courbe de lumière (la luminosité en fonction du temps) d'une étoile ZZ Ceti est généralement constituée de plusieurs modes qui sont excités simultanément. Un mode se décrit par son amplitude, sa période, sa phase et par trois indices :  $k, l$  et  $m$ . Ces derniers indiquent le nombre de noeuds (analogues aux noeuds d'une corde qui vibre) dans chacune des directions du système de coordonnées sphériques défini par rapport à l'étoile:  $r, \theta$  et  $\phi$  respectivement. Une courbe de lumière inclut typiquement plusieurs modes, dont les amplitudes et les périodes peuvent être extraites par, par exemple, la méthode de Fourier. Osaki et Hansen (1973) démontrèrent que des indices  $l$  et  $k$  faibles seraient cohérents avec une période de  $\sim 100$  s; des valeurs de  $k$  plus élevées expliqueraient les périodes plus grandes. Le cas  $l=0$  correspond à celui des oscillations radiales. Nous invitons le lecteur à consulter Unno et al. (1989) ou Cox (1980) pour une revue plus complète de la théorie des pulsation et des différents types de modes.

Mais quel est le mécanisme d'excitation de ces modes? La réponse à cette question fut trouvée presque 10 ans plus tard: les modes sont stimulés près de la surface, à la base d'une mince couche convective, elle même causée par l'ionisation partielle de



l'hydrogène. Quand l'étoile se refroidit suffisamment qu'elle entre dans la bande d'instabilité, la température effective est alors assez faible pour permettre la recombinaison de l'hydrogène près de la surface. Cette ionisation partielle de l'hydrogène s'accompagne d'une hausse de l'opacité qui provoque des instabilités à l'égard des modes de type  $g$  (Winget 1981; Dziembowski et Koester 1981; Dolez et Vauclair 1981; Winget et al. 1982; Winget et Fontaine 1982; Starrfield et al. 1982; Cox et al. 1987). Notons en passant que, suite à la découverte des étoiles DAV, d'autres classes de naines blanches variables furent identifiées, chacune avec sa propre bande d'instabilité et son propre mécanisme d'excitation: ce sont les étoiles DBV, les DOV et les PNNV.

Parallèlement à la question du mécanisme interne, une autre se pose: quelle est l'origine des variations que nous observons, et quels sont les paramètres à la surface qui sont perturbés? La photométrie rapide dans le système Johnson de HL Tau 76 par Nather et Warner (1972), celle dans le système Strömgren du même objet par McGraw (1979), suggèrent toutes les deux que les changements apparents de la luminosité sont causés par une perturbation de la température effective. Par la suite, les travaux théoriques de Robinson, Kepler et Nather (1982) confirmèrent que la perturbation relative de la température effective, pour une étoile pulsant dans un mode  $g$ , était de l'ordre de 300 à 30000 fois plus élevée que celles associées aux autres paramètres. L'étude des ailes de la raie H $\gamma$  dans R548 et G117-B15A confirme la dominance des variations de la température pour ces deux objets (Kepler 1984b). Aujourd'hui, il est généralement accepté que, pour les étoiles ZZ Ceti, les modes  $g$  produisent des ondes de température effective qui se propagent à la surface de l'étoile, et qui sont la cause des variations apparentes du flux.

Le passage des étoiles DAV dans la bande d'instabilité offre aux chercheurs une chance inouïe de sonder les couches profondes de ces astres. Le principal outil de l'astéroséismologie, proche parente de l'hélioséismologie qui sert à sonder notre propre Soleil, est la théorie linéaire et adiabatique des pulsations (Unno et al. 1989; Cox 1980); celle-ci permet à l'astrophysicien de déterminer, à partir de la structure des modes présents dans la courbe de lumière, masse stellaire, stratification de la composition chimique, taux de rotation et taux de refroidissement. Étant donné que les ZZ Ceti, si l'on fait abstraction de leurs pulsations, sont des naines blanches ordinaires, tout renseignement que nous tirons de ces étoiles par le biais de l'astéroséismologie s'applique à la classe entière des DA.

Dans le cadre de la théorie des pulsations, les périodes associées aux modes  $g$  peuvent être exprimées sous la forme

$$\Pi_{k,l} = \frac{\Pi_0}{\sqrt{l(l+1)}}(k + \varepsilon), \quad (1.1)$$

à la condition que  $k \gg 1$ . Ici,  $\varepsilon$  est une constante tandis que  $k$  et  $l$  correspondent aux indices déjà définis plus haut. La constante  $\Pi_0$  est déterminée par la structure à l'équilibre de l'étoile. Pour un choix particulier de  $l$  et de  $\Pi_0$ , les modes  $g$  seront espacés uniformément en période s'ils ont des valeurs consécutives de  $k$ . L'identification d'intervalles réguliers dans le spectre des modes impose d'importantes contraintes sur les propriétés physiques d'une étoile variable. Pour une étoile DAV,  $\Pi_0$  varie très faiblement en fonction de la température, car la bande d'instabilité est très étroite. La principale dépendance proviendrait de la masse totale (Bradley et Winget 1994).

Si les ZZ Ceti étaient des objets de composition chimique homogène, nous pourrions nous attendre à une structure des modes qui serait exprimée exactement par (1.1). Or, cette hypothèse est loin d'être réaliste pour les naines blanches où la gravité de surface sépare efficacement les éléments; la structure des DA est stratifiée: une couche d'hydrogène en surface et une couche plus profonde d'hélium, les deux entourant un noyau dégénéré et composé principalement d'oxygène et/ou de carbone. Cette stratification apporte de sérieuses modifications à la structure des modes. En effet, si la courbe de lumière d'une étoile ZZ Ceti peut être riche en modes, elle est pauvre si nous la comparons à l'ensemble complet de modes  $g$  permis. Selon les travaux de Winget et al. (1981), un mécanisme de sélection serait à l'oeuvre et causerait l'excitation de modes caractérisés par certaines valeurs de  $k$  plutôt que d'autres: c'est le piégeage des modes. Les modes piégés auraient des noeuds qui coïncident avec les zones de transition entre les couches de compositions différentes, ce qui réduit considérablement l'énergie cinétique et l'amplitude des fonctions propres sous ces zones et rend les modes piégés plus faciles à stimuler et maintenir. Une étude de la structure des modes piégés permet de mesurer l'épaisseur des zones de transition ainsi que celle de la couche d'hydrogène à la surface (Kawaler et Weiss 1990; Brassard et al. 1992a; Kawaler et Bradley 1994). De plus, les mode piégés ont des périodes qui s'écartent de la structure uniforme décrite par l'équation (1.1), ce qui permet de les identifier (Kawaler 1987a).

Les techniques astéroséismologiques permettent également de détecter la présence de rotation ou de champ magnétique dans une étoile variable. Pour une étoile sans rotation ou champ magnétique, la théorie linéaire et adiabatique des pulsations non-radiales prévoit que les modes de même indice  $k$  et  $l$  mais d'indice  $m$  distinct soient caractérisés par une

même période. Mais sous l'influence de la rotation ou du champ magnétique, la dégénérescence est levée et ces modes exhibent des périodes distinctes mais voisines. Dans le cas de la rotation, chaque pic du spectre de Fourier devient alors un multiplet composé d'au plus  $2l+1$  pics, un par valeur distincte de  $m$ . Une mesure de l'espacement entre les pics du multiplet permet de déterminer le taux de rotation d'une étoile ZZ Ceti (Brickhill 1975).

Si nous voulons cueillir les fruits de l'astéroséismologie des naines blanches, nous devons faire face à de nombreux défis: étoiles de faibles magnitudes, petites amplitudes et complexité des courbes de lumière. En particulier, il est difficile de résoudre les modes présents sur la base d'observations venant d'un seul site. Ces observations, parce qu'elles offrent une couverture temporelle limitée, introduisent nécessairement des structures parasites qui masquent la vraie structure du spectre de Fourier. Pour surmonter ce problème, une initiative internationale a été entreprise, le «Whole Earth Telescope» ou WET (Nather et al. 1990). C'est une coalition de plusieurs observatoires, distribués stratégiquement sur la surface du globe, qui permet une observation sans interruption par les cycles diurnaux. Ceci offre aux investigateurs une couverture temporelle et une résolution des modes qui sont inégalées pour étudier les étoile variables.

Une autre difficulté est d'ordre interprétatif. Pour faire de l'astéroséismologie, il est nécessaire de déterminer les indices  $k, l$  et  $m$  de tous les modes présents. Mais le spectre des modes  $g$  possibles dans une étoile ZZ Ceti est tellement dense que l'identification de ces indices par le biais de la période des modes reste jusqu'à maintenant ambiguë; il n'est pas possible de trouver une identification unique pour  $k, l$  et  $m$ . Cette difficulté est

aggravée par le fait que plusieurs étoiles DAV de grande amplitude (donc plus faciles à observer) ont des structures de modes qui semblent varier d'une saison à l'autre.

Robinson, Kepler et Nather (1982) calculèrent l'amplitude théorique d'une mode au travers d'une filtre passe-bande monochromatique. Par la suite, ce formalisme a été repris et généralisé par Brassard, Fontaine et Wesemael (1995). Ces derniers démontrèrent qu'une analyse au premier ordre de l'amplitude d'un mode, par le biais de plusieurs filtres photométriques, leur permettrait de contraindre la valeur de  $l$ . Une telle approche fut menée avec des résultats plutôt satisfaisants pour G117-B15A (Robinson et al. 1995; Fontaine et al. 1996) ainsi que, plus récemment, pour G29-38 (Clemens, van Kerkwijk et Wu 1998). Nous proposons également de faire une telle étude de G29-38 (= ZZ Psc), avec un ensemble de données distinct de celui de Clemens, van Kerkwijk et Wu (1998).

La variabilité de G29-38 fut découverte par Shulov et Kopatskaya (1973), et confirmée par McGraw et Robinson (1975). Cet objet appartient à la classe spectrale DA avec des couleurs photométriques qui sont comparables aux autres ZZ Ceti;  $(B-V)=+0.20$  et  $(U-B)=-0.65$ . C'est une étoile variable de grande amplitude qui partage les caractéristiques moins désirables de ces objets: courbes de lumières complexes et grandes variations du spectre de Fourier. Au fil des années, elle a donné, et donne encore, bien des surprises aux chercheurs.

En effet, Zuckerman et Becklin (1987) ont découvert que G29-28 émettait une quantité considérable de radiation à des longueurs d'onde entre 2 à 5  $\mu\text{m}$ . Cet excès est nettement supérieur au niveau du flux infrarouge prévu par extrapolation de la distribution d'énergie dans le domaine visuel. L'extrapolation est généralement très prévisible, et suit

la relation de Rayleigh-Jeans d'un corps noir chaud. Ils considèrent comme moins probable l'hypothèse d'un disque de poussières qui orbiterait autour de l'étoile et adoptent plutôt celle d'un compagnon peu massif, une naine brune. À l'aide d'une distribution de corps noir, ils estiment la température de l'excès radiatif à 1200 K, et sa luminosité à  $5 \times 10^{-5} L_{\odot}$ . Dans la mesure où cet excès peut être attribué à un seul objet sphérique, le rayon du compagnon serait  $\sim 0.15 R_{\odot}$ . Suite à cette conclusion, Greenstein (1988) estime l'excès du flux dans l'infrarouge à l'aide d'un modèle d'atmosphère de naine blanche DA de température effective 11 500 K et de gravité de surface  $\log g = 8.0$ , un modèle qui est en très bon accord avec le flux mesuré de G29-38 entre 1300 Å et 10 000 Å. Il maintient lui aussi que l'hypothèse d'une naine brune serait de loin la plus attrayante. Il obtient une température entre 1100 et 1500 K et un rayon entre 0.10 et 0.18  $R_{\odot}$ , des valeurs qui sont compatibles avec celles de Zuckerman et Becklin (1987). Mais cette valeur du rayon est 50% plus élevée que celle prévue par la théorie des naines brunes.

Par contre, une mesure du flux à 10.8  $\mu\text{m}$ , une fois combinée aux données de Zuckerman et Becklin (1987), semblerait appuyer une température inférieure à 900 K (Telesco, Joy et Sisk 1990). Ce résultat n'est ni compatible avec les résultats précédents, ni compatible avec les modèles de naines brunes développés par Nelson, Rappaport et Joss (1986) et Lunine, Hubbard et Marley (1986); le rayon du compagnon serait de 0.29  $R_{\odot}$ . Ils concluent donc que l'excès d'émissions dans l'infrarouge serait dû à la présence de poussières. Une mesure indépendante du flux à 10  $\mu\text{m}$  par Tokunaga, Becklin et Zuckerman (1990) confirme ce résultat; ces auteurs suggèrent la présence d'un disque mince et tordu autour de G29-38.

S'il y a un compagnon autour de G29-38, la vitesse radiale de la naine blanche exhiberait des variations périodiques que l'astronome pourrait mesurer. Le coeur de la raie  $H\alpha$ , très fin, se prêterait bien à une telle mesure (Greenstein et Peterson 1973; Greenstein et al. 1977; Pilachowski et Milkey 1984; Milkey et Pilachowski 1985). Liebert, Saffer, et Pilachowski (1989) et Graham et al. (1990) obtiennent plusieurs observations à haute dispersion du coeur de la raie  $H\alpha$  et ne discernent aucune variation de la vitesse radiale au-delà de quelques  $\text{km s}^{-1}$ . Barnbaum et Zuckerman (1992) combinent ces résultats avec les leurs. De cette manière, il suggèrent que la vitesse radiale varierait sur un période de 11.2 mois, et aurait une amplitude d'environ  $10 \text{ km s}^{-1}$ . De plus, ils concluent que cette variation serait probablement associée, soit à une naine brune de masse élevée, soit à une naine blanche de masse faible, selon la direction particulière de l'axe orbital.

L'astéroséismologie a aussi son mot à dire dans ce débat. G29-38 à été observée dans le cadre d'une mission WET dans le but de décoder le riche spectre de modes caractérisant cette étoile. Cette mission permet d'observer un curieux décalage de la phase pour le mode à 615 s qui est dominant cette année-là (Winget et al. 1990). Le déphasage manifesterait un comportement périodique. Parmi les hypothèses rejetées par Winget et al., citons: la possibilité qu'il y ait battement entre plusieurs modes de périodes rapprochées, une interaction non-linéaire entre les modes, et un changement de la direction de l'axe de symétrie des pulsations. D'après eux, leurs données simulent l'effet que produirait un compagnon compact massif ( $\geq 0.5 M_{\odot}$ ) en orbite très elliptique ( $e = 0.65 \pm 0.008$ ) avec un période de  $109 \pm 13$  jours. Par contre, un tel système binaire présenterait des changements de vitesse radiale de l'ordre de  $56 \text{ km s}^{-1}$  en contradiction avec les mesures que nous avons citées précédemment. De plus, Winget et al. (1990) admettent qu'un mode stable, à

283.78 s, ne présente guère, lui, de modulation de la phase. Kleinman et al. (1994) étudient le comportement de ce mode dans des spectres obtenus pendant 5 années, et ne relèvent aucune modulation significative de la phase durant ce temps. Pour une valeur de la période orbitale de 11.2 mois (Barnbaum et Zuckerman 1992), leurs données suggèrent au plus une variation de la vitesse radiale de l'ordre de  $0.65 \text{ km s}^{-1}$ .

Même la réalité des pulsations non-radiales des ZZ Ceti est mise en doute lorsque Marley, Lunine et Hubbard (1990) proposent que les variations de la luminosité pourraient être causées par la présence d'une naine brune. Mais une étude photométrique multi-couleur à haute résolution temporelle faite par Patterson et al. (1991) démontre que les pulsations sont plus intenses en lumière bleue, et que celles-ci ne peuvent donc trouver leur origine que dans la naine blanche elle-même. Ils détectent des amplitudes de modes anormalement élevées en lumière infrarouge ( $2.2 \mu\text{m}$ ), en comparaison des prédictions théoriques de Robinson, Kepler et Nather (1982). Ils mentionnent que ce phénomène pourrait être lié à l'excès de flux infrarouge mentionné précédemment, et qu'un disque de poussière, de géométrie très particulière, stimulé par les oscillations non-radiales de G29-38, pourrait être à l'origine de ces grandes amplitudes.

Finalement, Koester, Provencal et Shipman (1997) détectent la présence des éléments lourds Ca, Mg et Fe dans l'atmosphère de G29-38. L'abondance de calcium, selon eux, ne peut être comprise que si G29-38 est actuellement dans une phase d'accrétion rapide de matière inter/circumstellaire. Ceci supporterait l'interprétation que l'excès de flux infrarouge serait causé par le réchauffement de matière circumstellaire. La source de cette matière reste, par contre, inexpliquée dans le cadre de l'évolution des naines blanches.



Sur le plan astéroséismologique, G29-38 commence à peine à livrer ses secrets. Kleinman et al. (1998) ont accumulé une impressionnante banque de courbes de lumière, étalée sur 10 ans. A partir des spectres de Fourier correspondants, ils identifient une série de modes principaux qui apparaissent régulièrement au fil des saisons. En raison de la séparation entre la période de ces modes, ils concluent que la plupart des modes, sinon tous, doivent avoir comme indice  $l=1$ . De même, comme nous l'avons mentionné plus tôt, Clemens, van Kerkwijk et Wu (1998) ont tenté une identification de l'indice  $l$  grâce à une analyse des amplitudes des modes mesurées à différentes longueurs d'ondes. De cette manière, ils obtiennent  $l=1$  pour certains modes et  $l=2$  pour d'autres.

Dans ce mémoire, nous complétons une analyse de G29-38 tout à fait indépendante de celles de Kleinman et al. (1998) et Clemens, van Kerkwijk et Wu (1998); notre but est également de pouvoir identifier, ou tout au moins contraindre, l'indice  $l$  qui caractérise les pics dominants du spectre de Fourier de G29-38. Au chapitre 2, nous présentons les courbes de lumière, obtenues à haute résolution temporelle, dans 30 bandes passantes différentes. Au chapitre 3, nous présentons ensuite le formalisme mathématique de Brassard, Fontaine et Wesemael (1995) qui nous permettra de calculer les amplitudes théoriques des modes en fonction de la longueur d'onde. Dans ce chapitre, nous soulignons brièvement les principaux comportements des amplitudes en fonction des paramètres du modèle d'atmosphère choisi : température effective, gravité de surface, efficacité du transport convectif. Nous chercherons, au chapitre 4, à isoler des modes de pulsation à partir de spectres de puissance, et nous calculons leurs amplitudes et leurs phases. Deux méthodes pour obtenir le spectre seront présentées. En comparant les amplitudes ainsi obtenue avec nos prédictions théoriques, nous tentons ensuite de

contraindre l'indice  $l$  pour les modes que nous avons réussis à isoler. Nos conclusions seront présentées au chapitre 5.

# Chapitre 2

## Spectrophotométrie à haute résolution temporelle de G29-38

Les observations de G29-38 ont été obtenues par K.D. Horne et J.B. Oke le 26 octobre 1979 avec le spectrophotomètre à canaux multiples (MCSP; Oke 1974) monté au foyer Cassegrain du télescope de 5 m de Palomar. L'intervalle d'acquisition net est de 10.8 s et consiste en une exposition effective de 4.5 s, une soustraction de la luminosité du ciel à une fréquence de coupure de 30 Hz et un petit délai entre chaque exposition. Puisque le MCSP opère dans un mode répétitif et automatique, les comptes du ciel et de l'étoile sont accumulés et écrits sur ruban à la fin de chaque exposition. Pour des raisons techniques, cette procédure a été interrompue fréquemment, ce qui causait chaque fois la perte de l'acquisition en cours. La procédure a dû être redémarrée après chaque interruption. Par conséquent, les observations ne sont pas espacées également dans le temps, et forment plutôt des segments de données également espacées, séparés par des intervalles de durée variable. En tout, 436 spectres ont été acquis sur une période d'environ 5200 s (1.44 heures).

Le MCSP couvre la bande spectrale de 3200 Å à 11 500 Å environ, subdivisée en 32 canaux. En raison de la mauvaise sensibilité des phototubes au-delà de 10 000 Å, les deux derniers canaux rouges ne sont pas utilisés. La résolution de chaque canal est de 160 Å pour ceux couvrant la région en deçà de 5700 Å, et 360 Å pour les autres. Les données, calibrées avec quelques observations d'étoiles sdG standard, sont placées sur l'échelle spectrophotométrique AB79 (Oke et Gunn 1983). La couverture en longueur d'onde nous donne énormément d'information spectrale, ce qui représente un avantage sur les observations photométriques à haute résolution temporelle obtenues antérieurement qui, elles, ne comprennent que quelques couleurs (UBV par exemple), ou qui sont simplement obtenues en lumière blanche.

Les figures 2.1-2.5 illustrent les courbes de lumière pour chacun des canaux retenus. Un redressement a été effectué en ajustant un polynôme à chacune des courbes de lumière, afin d'éliminer les changements lents du flux moyen causés par les variations de la transparence atmosphérique. Chacune des courbes de lumière a été replacée sur une échelle linéaire de flux en  $\text{ergs cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1}$ , et puis convertie en flux relatif par rapport au flux moyen. Tous les canaux au-delà de 7994 Å sont très bruyants, et ceux au-delà de 8714 Å ne sont pas illustrés.

Nos courbes de lumière de G29-38 sont semblables à celles obtenues par McGraw et Robinson (1975). Les pulses sont asymétriques, et sont caractérisés par une hausse rapide à un maximum étroit, suivie d'une baisse moins abrupte, et d'un long minimum. La période entre les pulses est d'environ 500 s, mais l'irrégularité de l'amplitude et de la forme des pulses suggère des courbes de lumière multipériodiques. Une caractéristique qui ressort de façon frappante des courbes de lumière est la coincidence dans la position

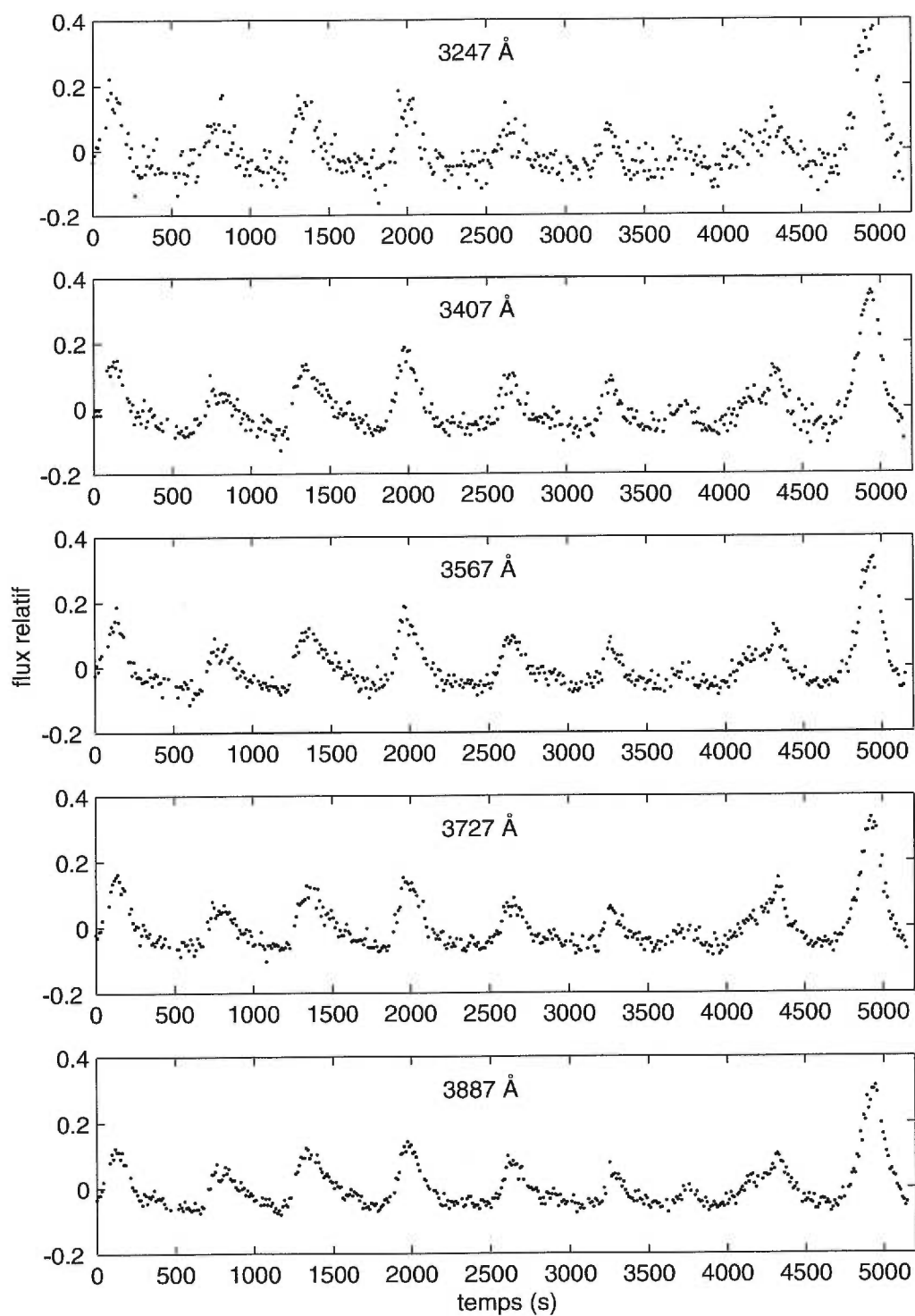


FIGURE 2.1 Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 3247 Å à 3887 Å inclusivement.

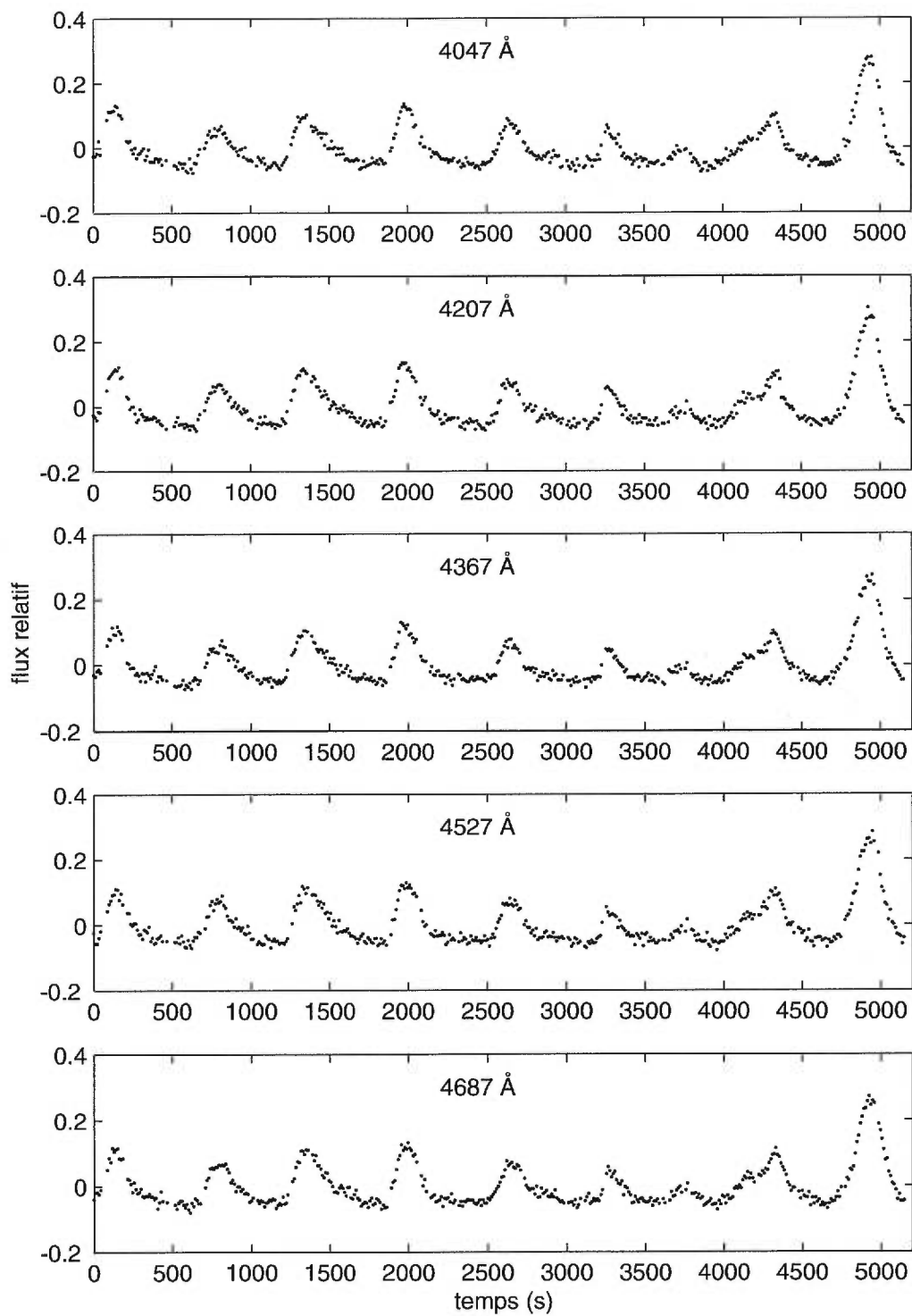


FIGURE 2.2 Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 4047 Å à 4687 Å inclusivement.

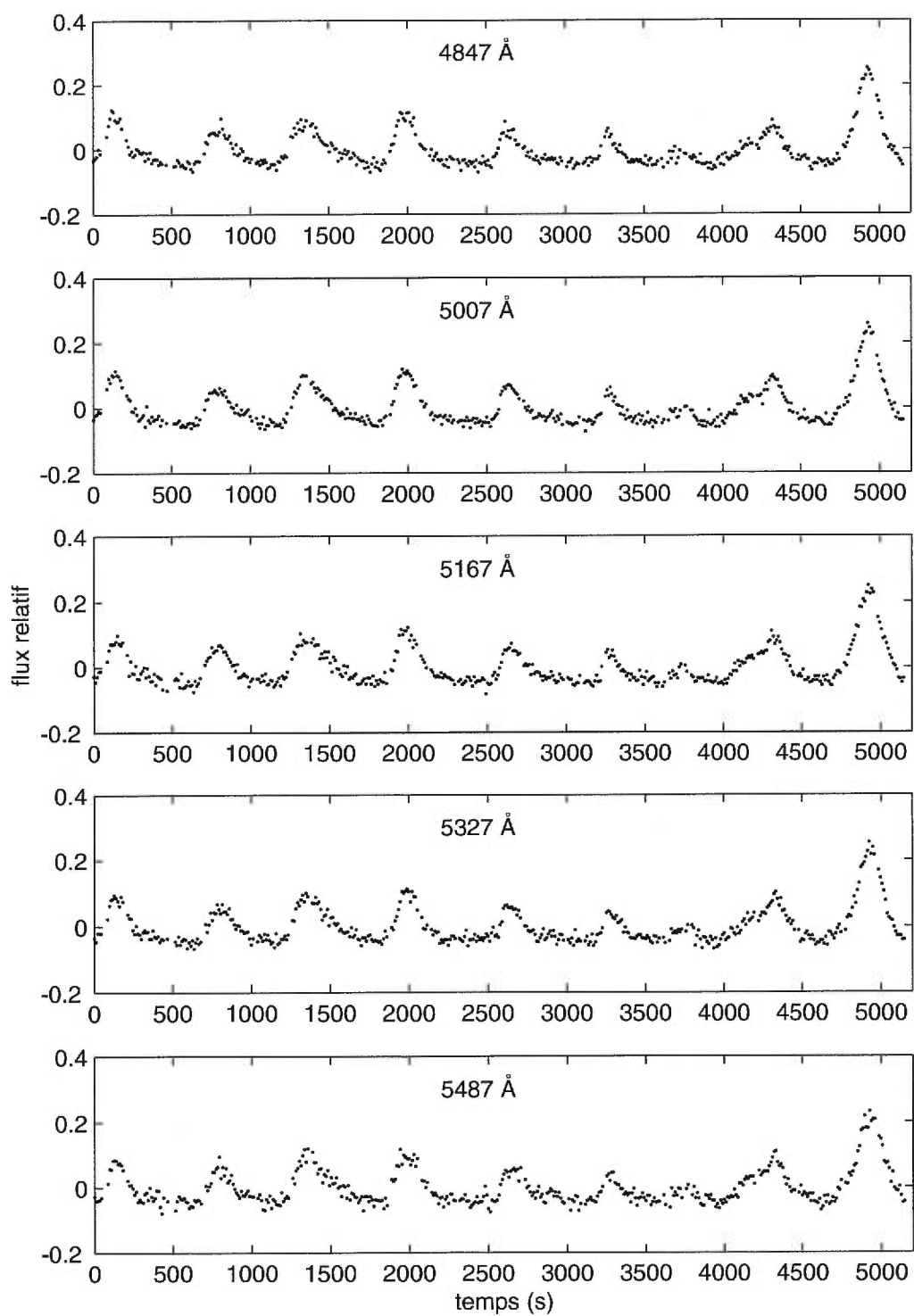


FIGURE 2.3 Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 4847 Å à 5487 Å inclusivement.

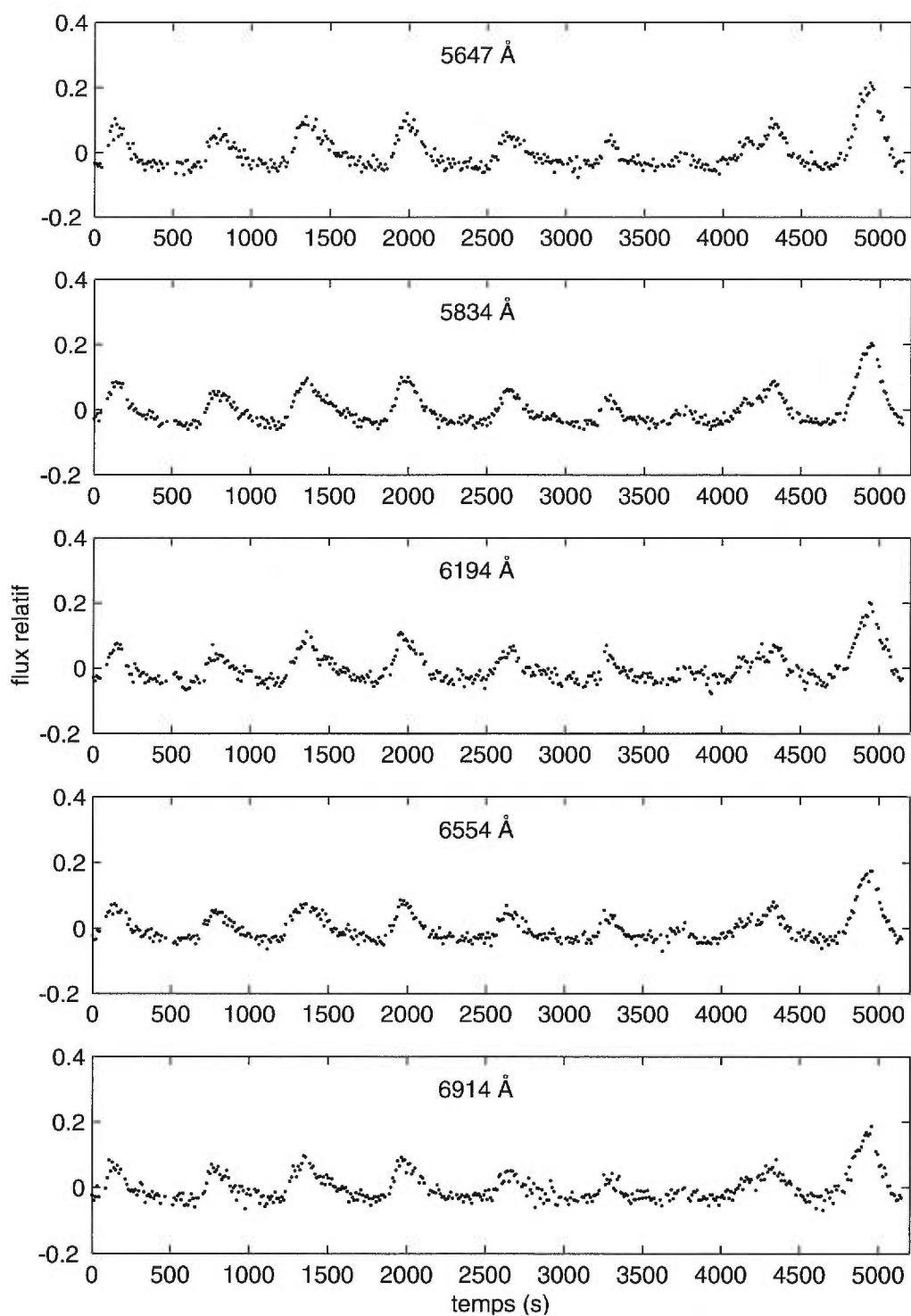


FIGURE 2.4 Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 5647 Å à 6914 Å inclusivement.



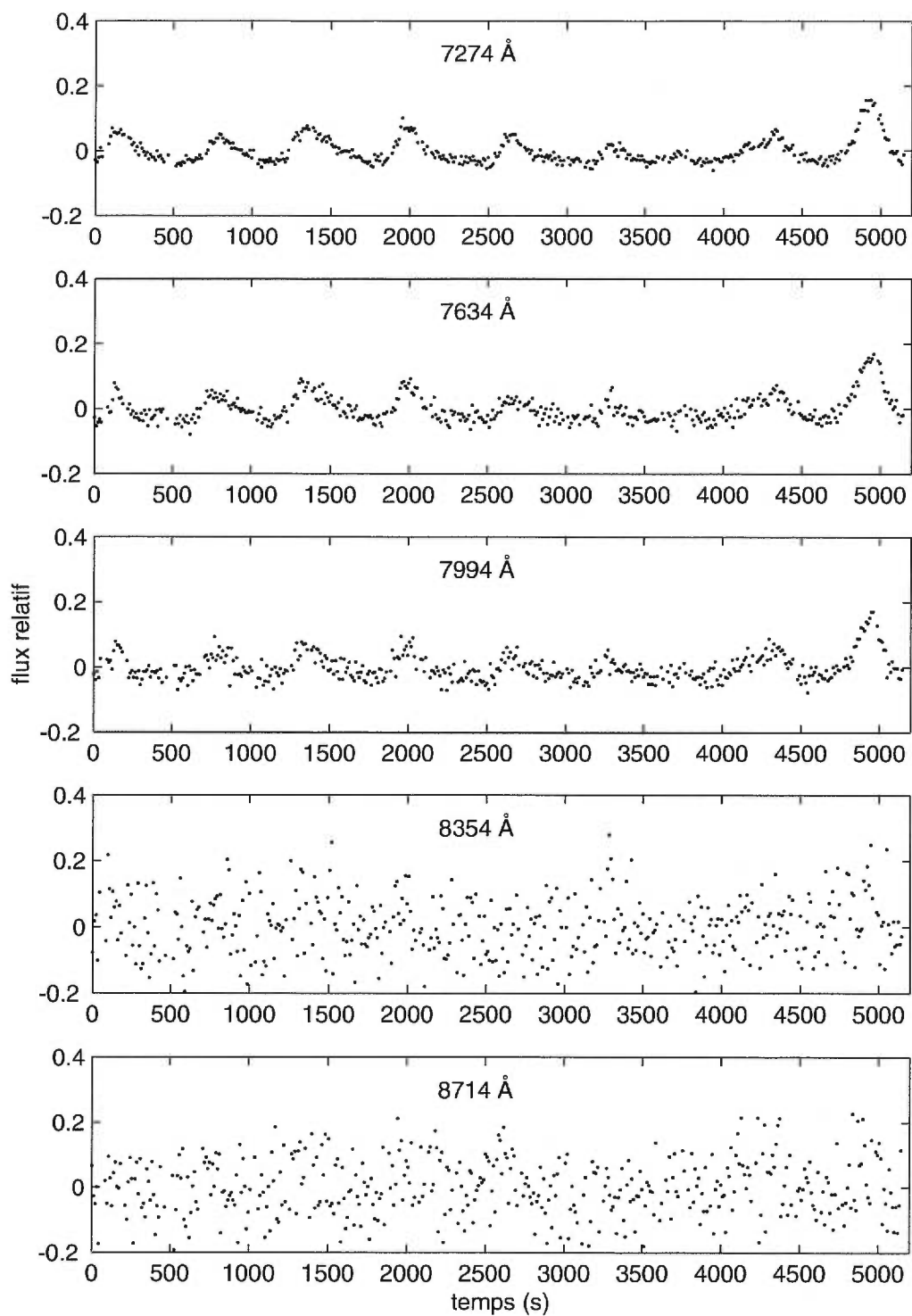


FIGURE 2.5 Courbes de lumière de G29-38 pour les canaux du MCSP de 7274 Å à 8714 Å inclusivement.

des maxima observés à différentes longueurs d'onde. Dans le cadre de la théorie linéaire et adiabatique, cette constance de phase est ce qui est attendu des pulsations non-radiales dans une naine blanche. Bien que G29-38 possède probablement une amplitude trop élevée pour satisfaire les hypothèses de la théorie linéaire, nous notons que G29-38 semble conserver cette propriété des phases. Nous reviendrons à ce point à la section 4.1.3

La figure 2.6 illustre la distribution d'énergie à trois instants. La courbe du haut nous donne le spectre au maximum du pulse situé à  $\sim 2000$  s, et celle du bas au minimum qui suit. La courbe du centre nous donne le spectre à un point intermédiaire du pulse. Les magnitudes sont sur l'échelle AB79. Les barres d'erreurs ont été calculées en utilisant la statistique des photons, et proviennent des données brutes.

Nous pouvons facilement identifier le saut de Balmer en deçà de  $3650 \text{ \AA}$ , ainsi que les structures associées aux raies de la série de Balmer  $H\gamma$  ( $4340 \text{ \AA}$ ),  $H\beta$  ( $4860 \text{ \AA}$ ) et  $H\alpha$  ( $6560 \text{ \AA}$ ). Nous remarquons que lors d'un pulse, il se produit des distorsions de la distribution d'énergie qui ne sont pas cohérentes avec l'estimation des barres d'erreurs. Cet effet est particulièrement prononcé aux canaux aux limites de notre couverture spectrale, ainsi qu'à  $5487 \text{ \AA}$ .

Aucun modèle raisonnable ne semble pouvoir s'ajuster aux données en deçà de  $3650 \text{ \AA}$ . En effet, la gravité de surface d'une étoile est liée à la grandeur du saut de Balmer. Si les données sont interprétées telles quelles, le saut de Balmer observé serait indicatif d'une gravité de surface bien inférieure à celle caractérisant généralement les étoiles naines blanches. Une revue par K.D. Horne de la procédure de réduction des données ne nous a

pas permis de déceler le problème avec certitude, et la déficience de flux en deçà de 3650 Å reste donc à ce jour inexpliquée.

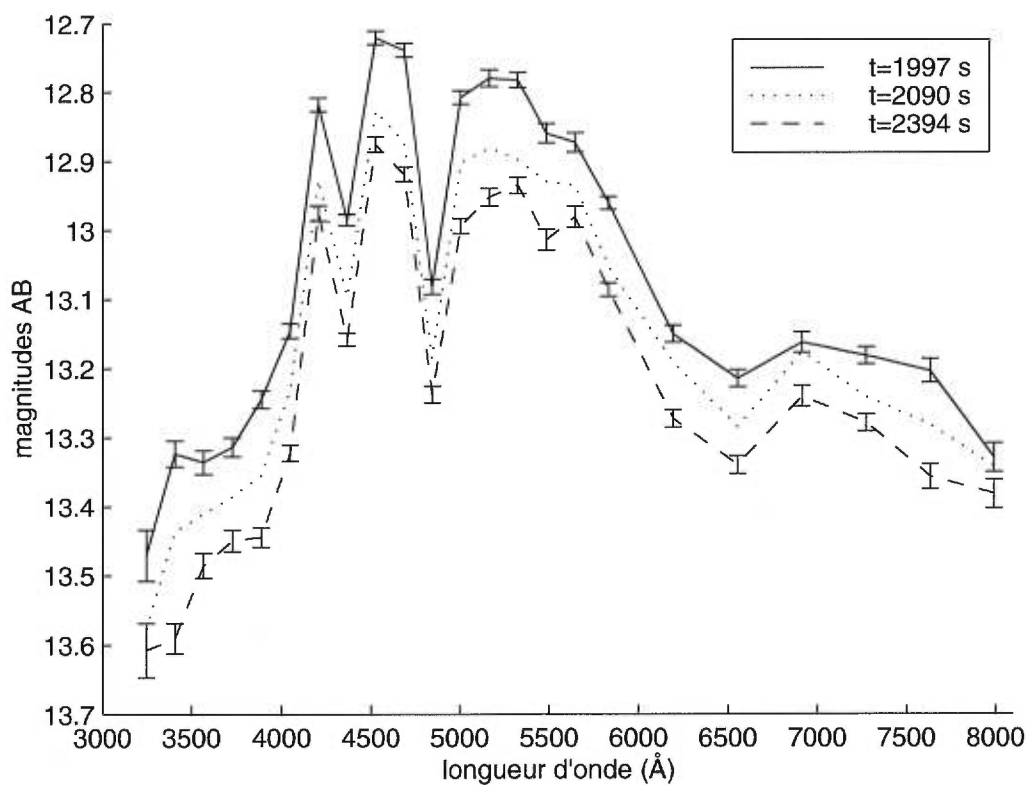


FIGURE 2.6 Distributions d'énergie instantanées à trois instants. À partir du haut, les courbes correspondent respectivement à la distribution au maximum du pulse, sur la partie descendante, et au minimum qui suit.

La figure 2.7 illustre la distribution d'énergie moyennée dans le temps pour trois différents ensembles de données pour G29-38. Les points noirs proviennent du spectre moyen obtenu à partir de nos données redressées. Les triangles proviennent de la thèse de McGraw (1977), où les données furent prises au moyen du Large Cassegrain Scanner (LGS) attaché au télescope de 2 m du McDonald Observatory. Le trait continu provient

des observations de Greenstein (1988) également obtenues avec le spectrophotomètre MCSP. Dans ce dernier cas, les magnitudes ont aussi été converties à l'échelle AB79.

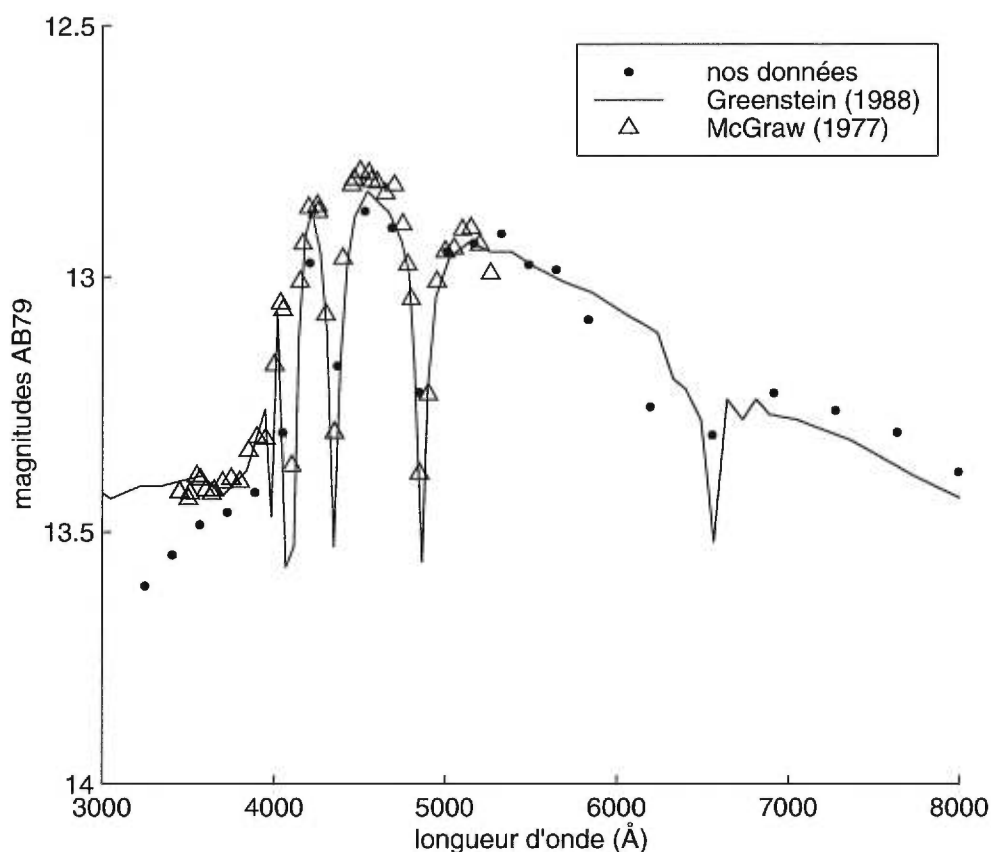


FIGURE 2.7 Distributions d'énergie moyennes de G29-38 pour trois ensembles distincts d'observations

Le spectre moyen de Greenstein, pris au même télescope et avec le même MCSP que nos données, s'accorde bien avec les observations de McGraw. Ces deux spectres s'accordent également bien avec le nôtre, sauf dans la plage en deçà de 3650 Å, plage où nous remarquons un écart progressif. Nous confirmons avec plus grande assurance l'existence d'une déficience de flux dans la partie bleue de nos spectres, déficience

particulière à nos observations et ne correspondant pas à une propriété intrinsèque de G29-38. Pour des raisons inconnues, la cohérence entre le spectre de Greenstein et le nôtre est également faible au-delà de 5834 Å.

La déficience en deçà de 3650 Å rend problématique la mesure du flux absolu dans cette région. Mais elle n'influence pas les écarts relatifs du flux par rapport au flux moyen lors d'un cycle de pulsation. Puisque l'analyse proposée au chapitre 4 repose sur une étude des amplitudes des pulsations, cette déficience de flux ne devrait pas influencer nos résultats. Il en est de même pour la région du spectre au-delà de 5834 Å.

# Chapitre 3

## Cadre théorique

Robinson, Kepler et Nather (1982; RKN dorénavant) ont adapté le formalisme mathématique des pulsations non-radiales des étoiles de type B de la séquence principale (Buta et Smith 1979) aux étoiles ZZ Ceti afin de comprendre les caractéristiques de leurs courbes de lumière. Ils ont calculé les contributions aux variations du flux causées par des perturbations locales du rayon stellaire, de la direction normale à la surface, de la température effective, de la gravité de surface et du noircissement centre-bord . Leurs calculs démontrent que les variations en température dominent les autres effets chez les étoiles ZZ Ceti.

RKN ne disposaient pas de modèles d'atmosphères détaillés. Plusieurs approximations ont donc été adoptées afin d'obtenir leurs résultats. Par hypothèse, la variation du flux a été linéarisée en fonction de la variation de température. De plus, ils ont adopté une relation du noircissement centre-bord qui est linéaire en  $\mu = \cos\theta$ , qui est indépendante de la longueur d'onde et qui est séparable des perturbations de la température effective et de la gravité de surface. Cette dernière hypothèse est généralement mauvaise pour les atmosphères caractérisant les étoiles ZZ Ceti.

Le formalisme de RKN a été généralisé par Brassard, Fontaine et Wesemael (1995; BFW dorénavant). Le formalisme de BFW permet de calculer une distribution d'énergie instantanée dans le cadre de la théorie des atmosphères stellaires. Ces auteurs font l'hypothèse qu'une atmosphère en pulsation peut être décrite localement par un modèle d'atmosphère statique, de température et de gravité fixes. Cette hypothèse est généralement satisfaite chez les étoiles ZZ Ceti, où l'équilibre thermique est maintenu lors des pulsations. Comme dans l'étude de RKN, l'analyse est restreinte au cas de pulsations de faible amplitude, pour lesquelles les perturbations de la température ont une représentation mathématique simple.

Suivant la notation de BFW, la perturbation locale du rayon stellaire  $r$  et de la température effective  $T$  est exprimée par

$$r = R_0(1 + \varepsilon_r \xi) \quad (3.1)$$

$$T = T_0(1 + \varepsilon_T \xi) \quad (3.2)$$

pour un mode non-radial de type  $g$ . Ici,  $R_0$  et  $T_0$  sont les quantités non perturbées. Les amplitudes de ces perturbations sont  $\varepsilon_r$  et  $\varepsilon_T$ . Lorsque plusieurs modes sont présents, nous avons une somme de termes  $\varepsilon_r \xi$  et  $\varepsilon_T \xi$ .

Dans le cadre de la théorie linéaire adiabatique des pulsations non-radiales, la fonction  $\xi$  est proportionnelle à une harmonique sphérique modulée par une fonction sinusoïdale du temps (Unno et al. 1989; Dziembowski 1977),

$$\xi = \text{Re}[Y_l^m(\Theta, \Phi)e^{i\sigma t}]. \quad (3.3)$$

$\Theta$  et  $\Phi$  sont les angles mesurés dans le système de coordonnées sphériques, où l'axe  $\hat{z}$  se trouve dans la direction d'un axe de symétrie approprié. Les quantités  $l$  et  $m$  sont les indices de pulsation où  $l$  est un entier positif et  $m$  est un entier compris entre  $-l$  et  $+l$  inclusivement. La quantité  $\sigma$  représente la fréquence du mode en radians/s. Chaque mode est caractérisé par une valeur de  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_T$ ,  $l$ ,  $m$  et  $\sigma$ , ainsi que par une phase qui lui est propre. Une étude astéroséismologique complète requiert la connaissance de toutes ces valeurs pour tous les modes présents. Une des exigences de la théorie linéaire impose  $\varepsilon_r \ll 1$  et  $\varepsilon_T \ll 1$ .

Pour les étoiles ZZ Ceti, les distorsions géométriques de la surface sont minimales. RKN déduisent une valeur de  $\varepsilon_r$  de l'ordre de  $10^{-5}$ - $10^{-6}$ . La relation entre l'amplitude de la perturbation du rayon stellaire et celle de la température est

$$\varepsilon_T = -\frac{g}{R_0} \left( \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \right) \frac{l(l+1)}{\sigma^2} \varepsilon_r, \quad (3.4)$$

où  $g$  est la gravité de surface et  $\Gamma_2$  est un des exposants adiabatiques.

La condition  $\varepsilon_r \ll 1$  est satisfaite. Pour des valeurs qui sont typiques aux étoiles ZZ Ceti ( $g = 10^8 \text{ cm/s}^2$ ,  $R_0 = 8 \times 10^8 \text{ cm}$ ,  $\Gamma_2 = 5/3$ ,  $100 \text{ s} \leq 2\pi/\sigma \leq 1200 \text{ s}$ ), l'équation (3.4) situe alors  $\varepsilon_T$  approximativement entre 0.004 et 0.55 pour un mode  $l=2$ . À la limite supérieure de cet intervalle, l'exigence des amplitudes faibles n'est plus satisfaite. Dans un tel cas, la variation temporelle n'est plus harmonique, et un formalisme plus complexe serait nécessaire pour traiter de telles amplitudes. Un tel formalisme a été développé par Brickhill (1992a,b) sur la base de calculs non-adiabatiques.



La température effective locale (équation 3.2) peut être décrite symboliquement par

$$T = T(\theta, \phi, t) \quad , \quad (3.5)$$

où le système de coordonnées sphériques  $(\theta, \phi)$  est défini tel que l'axe  $\hat{z}$  soit parallèle à la ligne de visée. Les propriétés de transformation des harmoniques sphériques étant connues, un changement de  $(\Theta, \Phi)$  à  $(\theta, \phi)$  est possible et nécessaire, car l'axe de symétrie de l'étoile ne coïncide en général pas avec la ligne de visée.

Dans les ZZ Ceti, les variations de luminosité observées sont dominées par les perturbations de la température effective. Tous les autres paramètres physiques de l'étoile, tels la gravité de surface et le rayon stellaire, seront donc maintenus fixes lors du calcul numérique détaillé du flux d'Eddington instantané à la surface de l'étoile.

La température n'est ni homogène ni constante à la surface visible de l'étoile, et il en sera de même de la fonction source

$$S_\nu = S_\nu(\tau_\nu, \theta, \phi, t). \quad (3.6)$$

Ici,  $\tau_\nu$  est l'échelle de profondeur optique pour une fréquence  $\nu$ . L'intensité spécifique à la surface de l'étoile est ensuite calculée en intégrant sur la profondeur optique

$$I_\nu(\tau_\nu=0, \mu, \phi, t) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu, \theta, \phi, t) e^{-\tau_\nu/\mu} \frac{d\mu}{\mu}, \quad (3.7)$$

où  $\mu = \cos\theta$ . Le flux d'Eddington est le moment d'ordre 1 de l'intensité spécifique,

$$H_\nu(\tau_\nu=0, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 I_\nu(\tau_\nu=0, \mu, \phi, t) \mu d\mu d\phi. \quad (3.8)$$

L'équation (3.8) peut alors être convoluée avec la bande passante qui caractérise un détecteur pour obtenir le flux à un instant donné. En générant successivement ce flux à différentes valeurs de  $t$ , nous pouvons reproduire des courbes de lumière.

Le calcul numérique de l'équation (3.8) tient compte de la relation complexe entre la variation du flux et la perturbation en température effective. En effet, la réponse du flux à une perturbation de la température effective n'est pas linéaire. Cet effet est toujours présent et ne peut être ignoré même pour les pulsateurs de faible amplitude. Des travaux récents ont démontré que la présence de cet effet était essentielle à la compréhension du spectre de Fourier de la courbe de lumière du pulsateur de faible amplitude, G117-B15A (Brassard et al. 1993, Fontaine et Brassard 1994).

Par contre, le calcul de l'équation (3.8) dépend de quantités à priori inconnues, telles  $\varepsilon_T$  et l'angle entre la ligne de visée et l'axe de symétrie. Ces quantités doivent être incluses comme variables indépendantes.

Pour interpréter les données observationnelles, il est utile de considérer une approximation au problème de transfert radiatif. Pour ce faire, nous linéarisons la réponse du flux aux variations de température effective. Nous verrons alors qu'il sera possible de séparer des équations l'amplitude  $\varepsilon_T$ , ainsi que les termes qui dépendent du choix des axes. Cette seconde linéarisation, baptisée ainsi pour la distinguer de la linéarisation de la température effective (équation (3.2)), est exprimée par un développement au premier ordre de l'intensité spécifique:

$$I_\nu \approx I_{\nu,0} + \Delta T \left. \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \right|_{T_0}. \quad (3.9)$$

Ici,  $\Delta T = \varepsilon_T T_0 \xi$  et  $I_{v,0}$  est l'intensité spécifique pour la température effective non-perturbée  $T_0$ . En utilisant cette dernière équation ainsi que (3.2) et (3.3), (3.8) devient

$$H_v \approx H_{v,0} + \frac{\varepsilon_T T_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left. \frac{\partial I_v}{\partial T} \right|_{T_0} \text{Re}[Y_l^m(\Theta, \Phi) e^{i\sigma t}] \mu d\mu d\phi, \quad (3.10)$$

$H_{v,0}$  étant le flux d'Eddington non-perturbé associé à  $I_{v,0}$ .

Nous pouvons maintenant faire la transformation du système de coordonnées  $(\Theta, \Phi)$  au système  $(\theta, \phi)$  en utilisant le théorème d'addition des harmoniques sphériques (Messiah 1962)

$$Y_l^m(\Theta, \Phi) = \sum_{m'=-l}^l R_{m'm}^l Y_l^{m'}(\theta, \phi). \quad (3.11)$$

Les coefficients  $R_{m'm}^l$  sont connus. L'équation (3.10) devient alors

$$H_v \approx H_{v,0} + \frac{\varepsilon_T T_0}{4\pi} \text{Re} \left[ \sum_{m'=-l}^l \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left. \frac{\partial I_v}{\partial T} \right|_{T_0} R_{m'm}^l Y_l^{m'}(\theta, \phi) e^{i\sigma t} \mu d\mu d\phi \right]. \quad (3.12)$$

Nous substituons dans (3.12) la définition formelle des harmoniques sphériques en terme des fonctions associées de Legendre,  $P_l^{m'}(\cos\theta)$ ,

$$Y_l^{m'}(\theta, \phi) \equiv (-1)^{m'} \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m')!}{4\pi(l+m')!}} P_l^{m'}(\cos\theta) e^{im'\phi}. \quad (3.13)$$

L'intégration sur  $d\phi$  donne  $2\pi$  pour  $m'=0$ , et 0 autrement. L'expression du flux devient

$$H_v \approx H_{v,0} + \frac{\varepsilon_T T_0}{2} \operatorname{Re} \left[ \int_0^1 \frac{\partial I_v}{\partial T} \Big|_{T_0} \left( R_{0m}^l \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(\mu) \right) e^{i\sigma t} \mu d\mu \right]. \quad (3.14)$$

Ici, nous avons substitué la définition du polynôme de Legendre  $P_l(\mu) = P_l^0(\mu)$ . Les coefficients sont donnés par

$$R_{0m}^l = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} Y_l^m(\Theta_0, \Phi_0). \quad (3.15)$$

Les angles  $(\Theta_0, \Phi_0)$  donnent la direction de l'axe  $\theta = 0$  dans le système  $(\Theta, \Phi)$ .  $\Theta_0$  est donc l'angle d'inclinaison entre l'axe de symétrie et la ligne de visée. L'inclinaison, comme  $\varepsilon_T$ , est une quantité qui est a priori inconnue pour l'observateur. L'angle  $\Phi_0$  est un facteur de phase arbitraire. Si nous introduisons les définitions suivantes

$$\bar{Y}_l^m(\Theta_0) \equiv Y_l^m(\Theta_0, \Phi_0) e^{-im\Phi_0}, \quad (3.16)$$

et

$$A_{lv} \equiv \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\partial I_v}{\partial T} \Big|_{T_0} P_l(\mu) \mu d\mu, \quad (3.17)$$

nous obtenons alors

$$H_v \approx H_{v,0} + \varepsilon_T T_0 A_{lv} \bar{Y}_l^m(\Theta_0) \cos(m\Phi_0 + \sigma t). \quad (3.18)$$

Dans le cadre de la seconde linéarisation, le flux varie sinusoïdalement avec une fréquence angulaire  $\sigma$  et une amplitude  $\varepsilon_T T_0 A_{lv} \bar{Y}_l^m(\Theta_0)$ . Il convient de définir le flux relatif,

$$f_{v,1} \equiv \frac{H_{v,1}}{H_{v,0}} = \frac{\varepsilon_T T_0 A_{lv} \bar{Y}_l^m(\Theta_0) \cos(m\Phi_0 + \sigma t)}{H_{v,0}} \quad (3.19)$$

La figure 3.1 illustre l'effet de l'inclinaison  $\Theta_0$  sur l'amplitude apparente des modes pour les valeurs des indices  $l=1, 2$  et  $3$  et  $m=0, \dots, l$ . Pour certaines géométries particulières, un mode peut ne pas être observable même si l'amplitude de la perturbation de la température effective est grande. Dans le cadre de la seconde linéarisation, l'intégration de l'intensité spécifique sur les régions chaudes produit un excès de flux qui s'annule avec la déficience de flux associée aux régions froides.

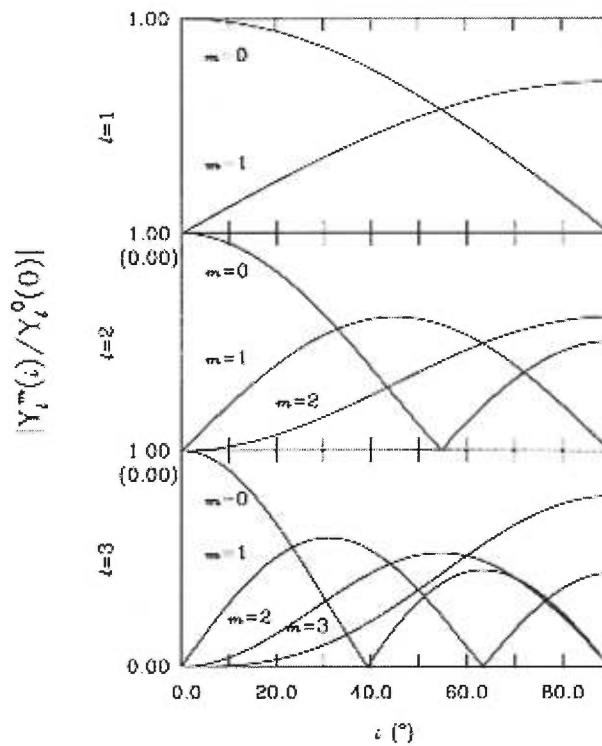


FIGURE 3.1 Amplitudes relatives des modes pour diverses valeurs des indices de pulsation  $l$  et  $m$  (Brassard, Fontaine et Wesemael 1995)

Les courbes de lumière décrites au chapitre 2 ne sont pas monochromatiques. Il convient donc de convoluer le flux sur la bande passante du détecteur. Nous définissons alors les quantités

$$i_l^x \equiv \frac{\int_0^\infty W_v^x H_{v,1} \frac{dv}{h\nu}}{\int_0^\infty W_v^x H_{v,0} \frac{dv}{h\nu}} \times 100, \quad (3.20)$$

et

$$A_l^x \equiv \frac{\int_0^\infty W_v^x A_l \frac{dv}{h\nu}}{\int_0^\infty W_v^x H_{v,0} \frac{dv}{h\nu}} \times 100. \quad (3.21)$$

$W_v^x$  est la fonction de transmission du filtre passe-bande  $x$  et  $(H_{v,0}+H_{v,1})/h\nu$  est proportionnel au nombre de photons de fréquence  $\nu$  détectés par unité de temps. Nous obtenons

$$i_l^x = a_l^x \cos(m\Phi_0 + \sigma t) = A_l^x \varepsilon_T T_0 \bar{Y}_l^m(\Theta_0) \cos(m\Phi_0 + \sigma t). \quad (3.22)$$

Ici,  $a_l^x$  est l'amplitude du mode au travers du filtre  $x$ .

Nous normalisons  $i_l^x$  par rapport à sa valeur évaluée au travers d'un filtre de référence  $x'$ . Nous obtenons alors

$$\frac{a_l^x}{a_l^{x'}} = \frac{A_l^x}{A_l^{x'}}. \quad (3.23)$$

Nous avons éliminé toutes les dépendances à l'amplitude de la perturbation de la température effective, ainsi qu'à l'inclinaison entre l'axe de symétrie et la ligne de visée. Nos résultats ne seront donc pas influencés par ces deux quantités.

La fonction  $A_{IV}$  est calculée par P. Brassard à partir de modèles d'atmosphère d'étoiles ZZ Ceti, fournis par P. Bergeron. Une grille de modèles est composée de modèles statiques d'atmosphères d'étoiles naines blanches ayant des températures effectives entre 10 000 K et 14 500 K et des gravités de surface entre  $\log g = 7.5$  et 8.5. Les points de la grille sont espacés de 50 K en température effective, et de 0.25 en gravité de surface. Deux grilles de modèles ont été calculées, qui incluent respectivement la paramétrisation ML2 et  $ML2/\alpha=0.6$  du transport convectif (Bergeron et al. 1995). L'appellation ML1 et ML2 correspond à la nomenclature de Fontaine, Villeneuve et Wilson (1981) et décrit respectivement la théorie de la longueur de mélange selon Böhm-Vitense (1958) et Böhm et Cassinelli (1971). Ces deux versions de la théorie sont caractérisées par différentes définitions des constantes  $a, b$  et  $c$  utilisées dans les équations du flux convectif (voir Bergeron et al. 1992 b pour plus de détail), mais toutes deux font l'hypothèse que  $\alpha$ , le rapport de la longueur de mélange à la hauteur caractéristique de pression, est égal à 1. Le transport d'énergie par la convection est plus efficace pour la paramétrisation ML2 que pour ML1.  $ML2/\alpha=\alpha_0$  correspondent à une paramétrisation ML2 où  $\alpha=\alpha_0$  plutôt que 1. Si  $\alpha_0 < 1$ , l'efficacité convective se situe entre celles de ML1 et ML2.

Nos grilles de modèles incluent les opacités des raies de la série Lyman et Balmer, ainsi que les opacités associées à l'absorption des quasimolécules de l'hydrogène. Ces transitions quasimoléculaires sont fortes chez les étoiles ZZ Ceti (Koester et al. 1985;

Nelan et Wegner 1985; Wesemael, Lamontagne et Fontaine 1986; Allard et Koester 1992). Pour chacun des modèles, les stratifications de la température et de la fonction source ont été utilisées pour calculer un tableau détaillé des intensités spécifiques  $I_{\nu}(\tau_{\nu}=0, \mu)$ , pour 500 fréquences entre 800 Å et 5 μm, et neufs valeurs de  $\mu$  entre 0 et 1. Pour obtenir des valeurs particulières de l'intensité spécifique en fonction de la température effective locale et de  $\mu$ , nous interpolons le tableau  $(\mu, T_0)$  par une technique de spline cubique. Les valeurs de  $\partial I_{\nu} / \partial T_0$  sont calculées à partir de la dérivée de la fonction spline cubique.

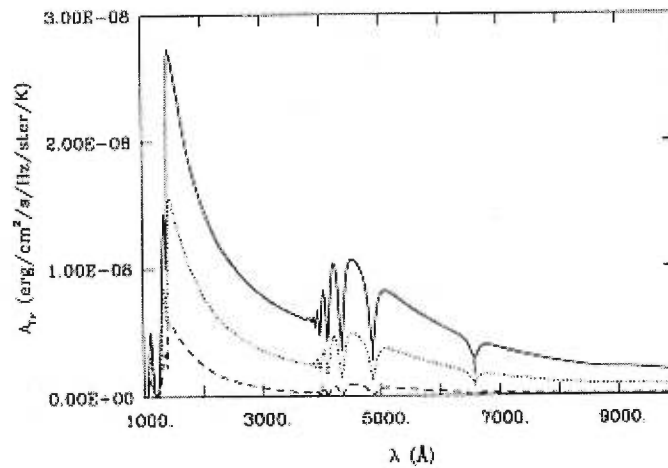


FIGURE 3.2 Variations de  $A_{l\nu}$  en fonction de la longueur d'onde pour un modèle d'atmosphère typique pour une étoile ZZ Ceti;  $\log g = 8.0$ ,  $T_0 = 12\,500$  K et convection ML2. Les courbes correspondent respectivement à  $l=1, 2$  et  $3$ , en partant du haut.

La figure 3.2 illustre la variation de  $A_{l\nu}$  avec la longueur d'onde pour un modèle d'atmosphère typique pour une étoile ZZ Ceti :  $\log g = 8.0$ ,  $T_0 = 12\,500$  K. Nous pouvons facilement reconnaître les structures associées aux raies spectrales de la série de Balmer, le saut de Balmer et la raie  $L\alpha$ . Nous voyons également que l'indice  $l$  laisse une marque



distincte sur le comportement de cette fonction. Lorsque  $l$  augmente,  $A_{lV}$  diminue pour toutes les fréquences. Nous pouvons facilement comprendre cette tendance. Lorsque  $l$  augmente, le nombre de régions chaudes et froides à la surface augmente. Les contributions au flux de ces régions s'annulent de façon plus efficace, et la valeur de l'intégrale (3.17), intégrée sur la surface visible du disque stellaire, est donc réduite.

Les coefficients  $A_l^x$  sont obtenus en convoluant la fonction  $A_{lV}$  au travers des 30 filtres décrits au chapitre 2. La figure 3.3 illustre l'effet de la gravité de surface et de la température effective non-perturbée sur ces coefficients. Leur comportement est plutôt complexe, surtout pour les valeurs intermédiaires de  $T_0$ . Plusieurs valeurs de  $T_0$  et  $\log g$  donnent des valeurs identiques pour  $A_l^x$ . Nous pouvons donc nous attendre à avoir des difficultés à contraindre les paramètres atmosphériques sur la base des valeurs observées des amplitudes. Cette caractéristique est fondamentale aux modèles d'atmosphères des étoiles ZZ Ceti, qui peuplent une région de température effective qui inclut un maximum de l'opacité de l'hydrogène. Le comportement de  $A_l^x$  est semblable pour les différents canaux.

Directement reliée à ce même maximum de l'opacité en fonction de la température effective, la convection est un mécanisme important de transport d'énergie chez les étoiles ZZ Ceti. La figure 3.4 illustre l'effet du choix de la paramétrisation de l'efficacité convective sur les valeurs de  $A_l^x$ . Pour les faibles températures effectives, la stratification des couches a plutôt tendance à être adiabatique, tandis qu'aux températures effectives plus élevées, peu de flux est transporté par convection. Pour ces deux cas extrêmes, l'efficacité convective a peu d'effet. Par contre, l'écart est beaucoup plus prononcé pour

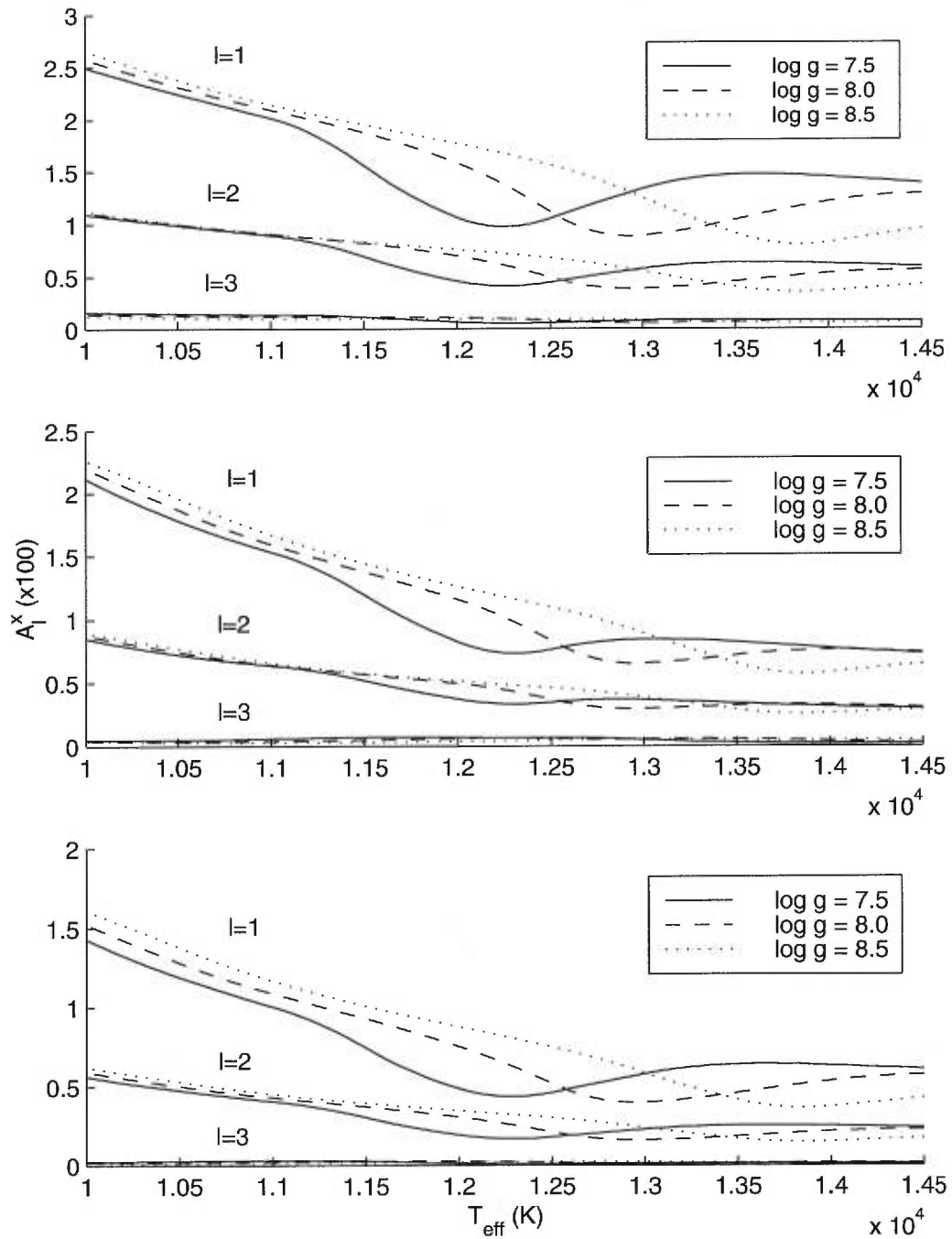


FIGURE 3.3 Variations des coefficients  $A_l^x$  en fonction de  $T_0$  et  $\log g$ , pour une efficacité convective caractérisée par ML2. Les filtres illustrés correspondent respectivement, à partir de la figure du haut, aux canaux à 3487 Å, à 5487 Å et à 7994 Å.

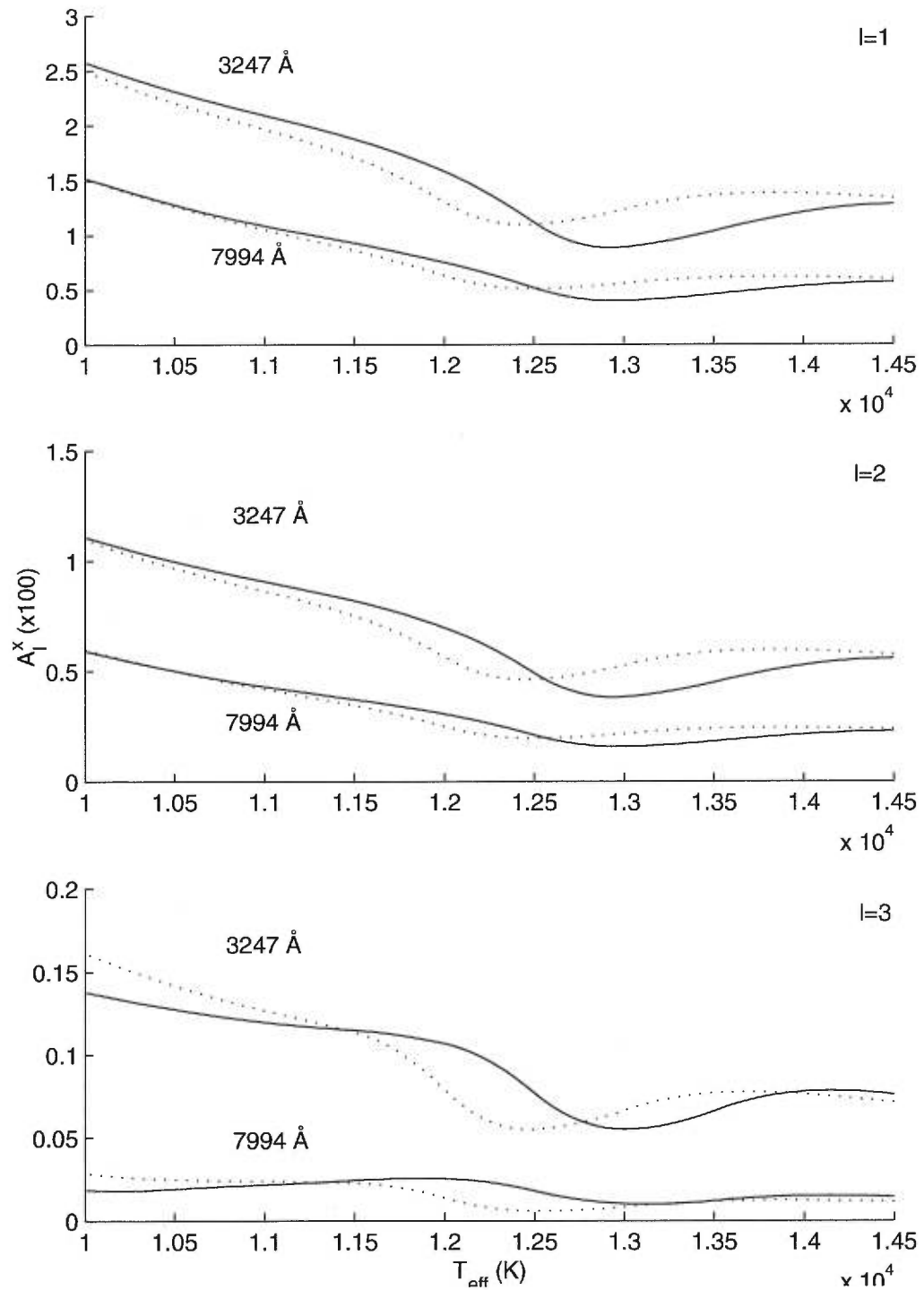


FIGURE 3.4 Comportement des coefficients  $A_l^x$  en fonction de l'efficacité convective. Le trait continu correspond au cas ML2 et le trait en pointillés correspond au cas ML2/ $\alpha=0.6$ .  $T_{\text{eff}}=T_0$ .

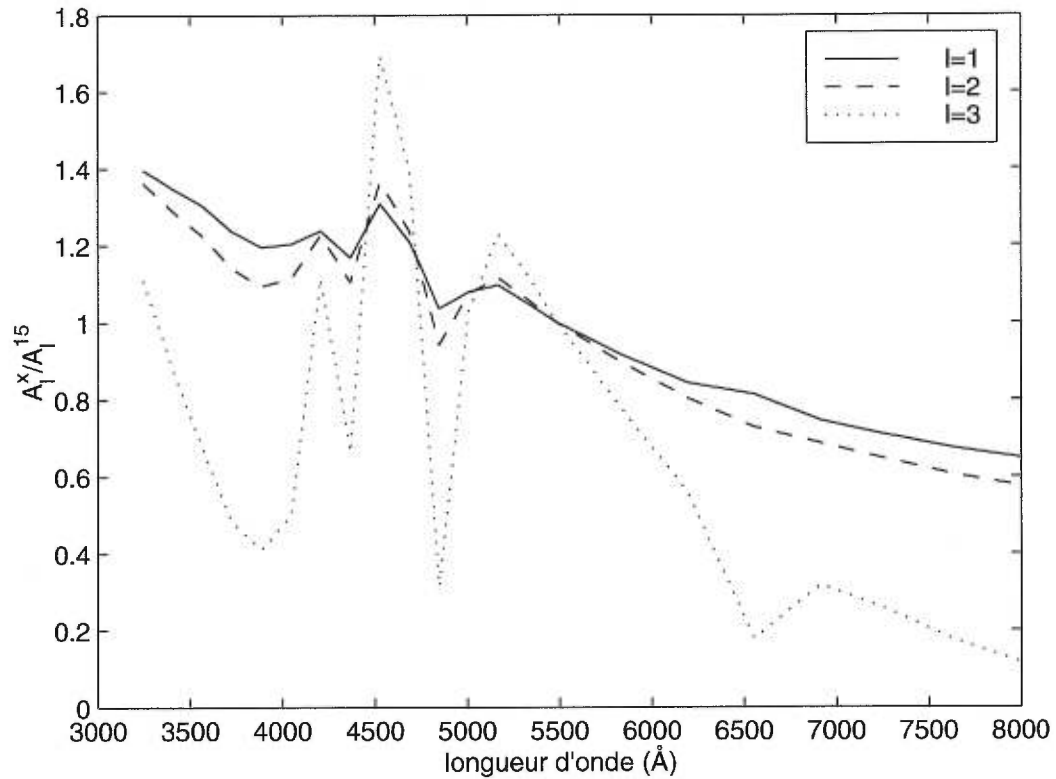


FIGURE 3.5 Comportement des amplitudes relatives en fonction de l'indice  $l$ , pour un modèle d'atmosphère typique des étoiles ZZ Ceti;  $T_0=12\,500$  K,  $\log g=8.0$  et une convection caractérisée par  $ML/2\alpha=0.6$ . Les différents filtres correspondent aux canaux décrits au chapitre 2. Les amplitudes sont normalisées à la valeur appropriée au canal no. 15, centré sur  $5487$  Å.

les valeurs intermédiaires de  $T_0$ . Nous pouvons donc nous attendre à voir une forte dépendance de l'amplitude du mode à l'efficacité convective.

La figure 3.5 illustre le comportement de  $A_l^x/A_l^{x'}$  en fonction de l'indice  $l$ , pour les différents canaux. Le filtre de référence est le canal à  $5487$  Å. La signature de l'indice  $l=3$  est beaucoup plus prononcée que celles associées aux cas  $l=1$  et  $l=2$ . Une comparaison entre les courbes  $A_l^x/A_l^{x'}$  et les amplitudes relatives observées pourrait permettre de

contraindre l'indice  $l$  du mode. C'est cette possibilité que nous allons maintenant explorer au chapitre 4.

# Chapitre 4

## Analyse

### 4.1 Identification de la période et de l'amplitude des modes

#### 4.1.1 Méthode de la transformée de Fourier

Il est d'abord nécessaire d'identifier la période et l'amplitude des principaux modes présents dans les courbes de lumière présentées au chapitre 2. L'outil traditionnel de l'analyse spectrale des séries temporelles est la transformée de Fourier

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{2\pi i f t} dt \quad (4.1)$$

Généralement,  $H(f)$  est une fonction complexe. La raison pour l'utilisation de l'équation (4.1) est que si  $h(t)$  contient une composante sinusoïdale de fréquence  $f_0$ , alors cette composante et le terme  $e^{2\pi i f t}$  seront en phase pour  $f \sim f_0$  et  $|H(f \sim f_0)|$  sera grand. Pour d'autres valeurs de la fréquence, les termes ne sont pas en phase et  $|H(f)|$  sera faible.  $|H(f)|$  produira donc un ensemble de pics centrés aux fréquences de chacun des modes. De plus, la valeur de  $|H(f)|$  est proportionnelle à l'amplitude du mode.

En pratique, il est nécessaire d'estimer (4.1) pour une fonction  $h(t)$  échantillonnée sur un nombre discret de points. Une telle procédure est permise par l'entremise du théorème d'échantillonnage de Shannon (Press et al. 1992): Une fonction continue  $h(t)$ , échantillonnée sur un intervalle de temps constant  $\Delta$ , ayant une transformée  $H(f)$  nulle pour toute fréquence plus grande que  $f_c=1/2\Delta$  (la fréquence de Nyquist), est complètement déterminée par les échantillons  $h_k=h(t_k)=h(k\Delta)$ , et peut être représentée par

$$h(t) = \Delta \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_n \frac{\sin[2\pi f_c(t - k\Delta)]}{\pi(t - k\Delta)}. \quad (4.2)$$

En d'autres mots, les échantillons contiennent toute l'information nécessaire à l'analyse spectrale des courbes de lumière si aucun mode de pulsation de fréquence plus élevée que la fréquence de Nyquist n'est présent. Par contre, si un tel mode existe, la transformée de Fourier produira une translation incorrecte de la fréquence de ce mode dans la région spectrale  $|f| \leq f_c$ . Ce phénomène de translation est désigné «aliasing» dans la littérature. Avec l'intervalle d'échantillonnage moyen de  $\Delta=10.8$  s caractérisant nos courbes de lumière, la fréquence de Nyquist correspondante est  $f_c=46.3$  mHz, qui correspond à une période de 21.6 s. La plage de périodes caractérisant les oscillations non-radiales de type g étant de 100-1200 s, le temps d'échantillonnage est adéquat pour identifier tous les modes qui pourraient être présents sans «aliasing».

En pratique, une observation astronomique a un début et une fin, et le nombre de points échantillonnés,  $N$ , est fini. Il est donc clair que seules  $N$  fréquences sont indépendantes. Traditionnellement, (4.1) est approximée par la somme

$$H(f_n) \approx \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i f_n t_k \Delta} = \Delta \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k n / N} = \Delta H_n, \quad (4.3)$$

pour l'ensemble discret de fréquences

$$f_n = \frac{n}{N\Delta} \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}. \quad (4.4)$$

Le périodigramme est défini comme

$$P(f) = \frac{1}{N^2} |H_n|^2. \quad (4.5)$$

A priori, la transformée de Fourier peut être évaluée pour n'importe quelle fréquence. Par contre, l'évaluation du périodigramme sur l'ensemble de fréquences donné par (4.4) contient juste assez d'information pour récupérer la courbe de lumière originale. Souvent, le périodigramme est évalué sur une grille plus fine de fréquences afin d'obtenir une courbe plus lisse. Mais il est important de se rappeler que l'ajout de ces points intermédiaires est équivalent à une interpolation, qui ne rajoute aucune information.

En général, la fréquence réelle d'un mode ne coïncidera pas exactement avec une des fréquences  $f_n$ , mais se situera plutôt dans une boîte de largeur  $1/N\Delta$  centrée autour d'une de ces fréquences. Aussi, l'évaluation du périodigramme à la fréquence  $f_n$  est une moyenne convoluée sur toute la boîte de fréquences.

La réponse du périodigramme à la fréquence  $f_n$  est convoluée avec la fonction



$$W(s) = \frac{1}{N^2} \left[ \frac{\sin(\pi s)}{\sin(\pi s / N)} \right]^2 = \frac{1}{N^2} \left| \sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi i s k / N} \right|^2 \quad (4.6)$$

par défaut lorsque les courbes de lumière sont soumises telles quelles à la transformée de Fourier. En effet, l'équation (4.6) correspond à la transformée de Fourier de la fonction définie comme unité sur l'intervalle  $0 < t < N\Delta$  et zéro sinon. La variable  $s$  est le décalage en fréquence, en unités de  $1/N\Delta$ , de  $f_n$ . La fonction (4.6) tend vers zéro lentement avec  $s$ , ce qui est responsable d'un transfert de puissance d'une boîte de fréquence aux boîtes adjacentes. Ce phénomène est appelé «leakage» dans la littérature.

Nos courbes de lumière sont échantillonnées pendant 5200 s, ce qui correspond à des boîtes de 190  $\mu\text{Hz}$  de largeur. La moitié de cette valeur servira d'estimation de l'incertitude sur la fréquence d'un mode déterminée à partir du périodigramme.

La résolution spectrale des modes a des conséquences importantes. En effet, les modes peu séparés en fréquence vont se superposer dans le périodigramme si le temps d'observation est insuffisant. Cette confusion des modes devient problématique pour leur recensement, et est une source d'erreur pour la détermination de l'amplitude des modes individuels.

Malheureusement, un problème d'ordre statistique survient lors de l'estimation de l'amplitude à partir du périodigramme. L'écart-type de l'estimation est toujours 100% de la valeur quelle que soit la valeur de  $N$ . Deux techniques équivalentes peuvent être utilisées pour réduire la variance de l'estimation. La première consiste à faire une moyenne sur  $K$  boîtes de fréquences consécutives. La seconde consiste à partitionner la

courbe de lumière en  $K$  segments, à calculer le périodigramme pour chaque segment, et ensuite à faire la moyenne des  $K$  périodigrammes obtenus. Dans les deux cas, l'écart-type est réduit par un facteur  $1/\sqrt{K}$ , mais le prix à payer est une perte de résolution spectrale. La résolution spectrale d'une courbe de lumière de 5200 s, que nous soupçonnons d'être riche en modes, est déjà trop faible pour justifier l'utilisation de ces deux techniques.

Dans de nombreux cas, les échantillons expérimentaux d'une série temporelle ne sont pas également espacés. C'est le cas de nos courbes de lumière où il y a eu perte de quelques acquisitions, créant des trous. Jusqu'à maintenant, nous avons fait l'hypothèse que  $\Delta$  était constant; mais il n'y a cependant aucune raison fondamentale qui impose la nécessité d'avoir des échantillons également espacés. La transformée de Fourier (4.1) peut en principe être évaluée pour n'importe quelle distribution de points en utilisant un algorithme d'intégration numérique approprié. Par contre, la généralisation du théorème d'échantillonnage et de la définition de la fréquence de Nyquist pour des échantillons inégalement espacés est une question sérieuse et complexe, et l'évaluation de la précision d'un algorithme d'intégration est difficile (Meisel 1978).

Une façon d'attaquer le problème des échantillons inégalement espacés est d'interpoler ces échantillons sur une grille de temps à intervalles égaux. Dans le cas où les intervalles sont déjà constants, mais lorsqu'il y a des trous dans la courbe de lumière, il suffit d'interpoler aux points manquants. Si beaucoup de points consécutifs manquent, il est toujours possible de fixer la valeur de ces points à zéro. La motivation derrière l'utilisation de ces méthodes d'interpolation est qu'elles permettent l'utilisation de l'algorithme FFT (pour Fast Fourier Transform) qui nécessite des intervalles égaux. L'algorithme FFT

accélère le calcul de la transformée de Fourier, ce qui est avantageux si le nombre d'échantillons est grand. Par contre, la performance de ces méthodes d'interpolation est peu satisfaisante, puisqu'il y a de grands risques de détruire de l'information ou, pire, d'en créer. En particulier, si les trous dans la courbe de lumière sont grands, ces méthodes produisent de faux pics, de fréquences faibles, dans le périodigramme (Press et al. 1992).

Nous ne ferons donc pas appel à ces techniques d'interpolation ici, mais évaluerons plutôt la transformée de Fourier à l'aide d'une intégration de type trapézoïdal

$$H(f_n) = \frac{1}{2} \left[ h_0 e^{2\pi i f_n t_0} (t_2 - t_1) + \sum_{k=1}^{N-2} h_k e^{2\pi i f_n t_k} (t_{k+1} - t_{k-1}) + h_{N-1} e^{2\pi i f_n t_{N-1}} (t_{N-1} - t_{N-2}) \right] \quad (4.7)$$

Le périodigramme est ensuite calculé à partir du carré de la norme de (4.7). Les résultats seront présentés et discutés dans la section suivante.

#### 4.1.2 Méthode de Lomb

En raison des problèmes de nature statistique associés à l'évaluation de l'amplitude d'un mode à partir du périodigramme de Fourier, et face aux difficultés associées à l'échantillonnage inégal de la courbe de lumière, il a été jugé judicieux d'obtenir également une idée du spectre de pulsation par une méthode alternative.

Il existe une autre définition du périodigramme développée par Lomb (1976), et élaborée par Scargle (1982),

$$P_N(f) \equiv \frac{1}{2\sigma^2} \left[ \frac{\sum_{j=1}^N (h_j - \bar{h}) \cos[2\pi f(t_j - \tau)]}{\sum_{j=1}^N \cos^2[2\pi f(t_j - \tau)]} + \frac{\sum_{j=1}^N (h_j - \bar{h}) \sin[2\pi f(t_j - \tau)]}{\sum_{j=1}^N \sin^2[2\pi f(t_j - \tau)]} \right], \quad (4.8)$$

où

$$\bar{h} \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i \quad \sigma^2 \equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h})^2 \quad (4.9)$$

alors que  $\tau$  est défini par la relation

$$\tan(4\pi f\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N \sin(4\pi f t_i)}{\sum_{i=1}^N \cos(4\pi f t_i)}. \quad (4.10)$$

Il a été démontré par Lomb (1976) que l'équation (4.8) est identique à l'expression obtenue pour une régression linéaire par la méthode des moindres-carrés de la fonction

$$h(t) = A \cos 2\pi f t + B \sin 2\pi f t \quad (4.11)$$

pour estimer le contenu harmonique de la courbe de lumière pour une fréquence  $f$  donnée. Cette régression est une simplification du cas plus général, proposé par Vaníček (1971), où les solutions pour les coefficients A et B sont obtenues simultanément pour un ensemble de fréquences.

La méthode de Lomb offre plusieurs avantages en comparaison de la méthode de Fourier. Elle mitige le problème d'échantillonnage inégal, car le périodigramme est évalué (i.e., la régression linéaire est faite) aux temps d'échantillonnage enregistrés sans recours aux intervalles entre eux. De plus, la méthode de Lomb est robuste face au problème d'«aliasing» si la série temporelle est échantillonnée de façon aléatoire.

La méthode de Lomb offre, de plus, une façon de déterminer à quel point un pic dans le périodigramme est significatif. Il est possible d'évaluer la probabilité qu'un pic de hauteur supérieure à  $z$  dans le périodigramme soit causé par la présence de bruit aléatoire gaussien. Cette probabilité, dérivée par Scargle (1982), est donnée par

$$P(>z) \equiv 1 - (1 - e^{-z})^M . \quad (4.12)$$

Une petite valeur de  $P$  indique donc un signal périodique très significatif.  $M$  est un nombre qui dépend du nombre de fréquences échantillonnées, du nombre de points  $N$  et du détail des intervalles en temps des échantillons. Dans la plupart des cas,  $M \sim N$ . Nous adopterons cette approximation pour la présente analyse.

Les figures 4.1-4.10 présentent les périodigrammes obtenus à partir des courbes de lumière du chapitre 2 par la méthode de la transformée de Fourier et par la méthode de Lomb. À chaque courbe de lumière, un signal sinusoïdal de référence, ayant une amplitude de 5% de la valeur du flux moyen et une fréquence de 9000  $\mu\text{Hz}$ , a été additionné. Les périodigrammes ont été normalisés pour que leur maximum respectif soit unité. Les deux méthodes produisent les mêmes structures dans le spectre de fréquence, avec de légères différences au niveau de l'estimation de la puissance. Les périodigrammes obtenus

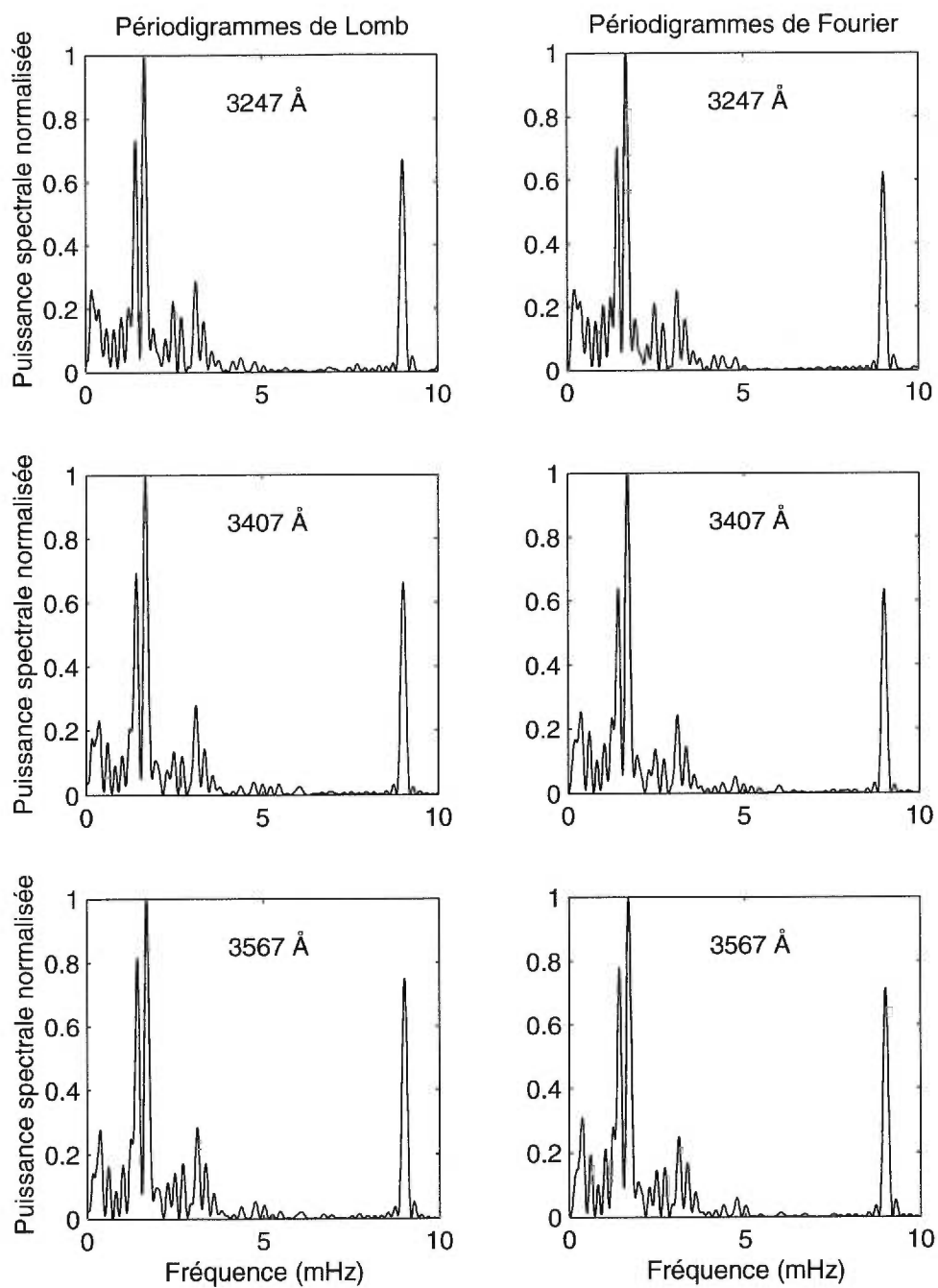


FIGURE 4.1 Périodogrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 3247 Å à 3567 Å inclusivement

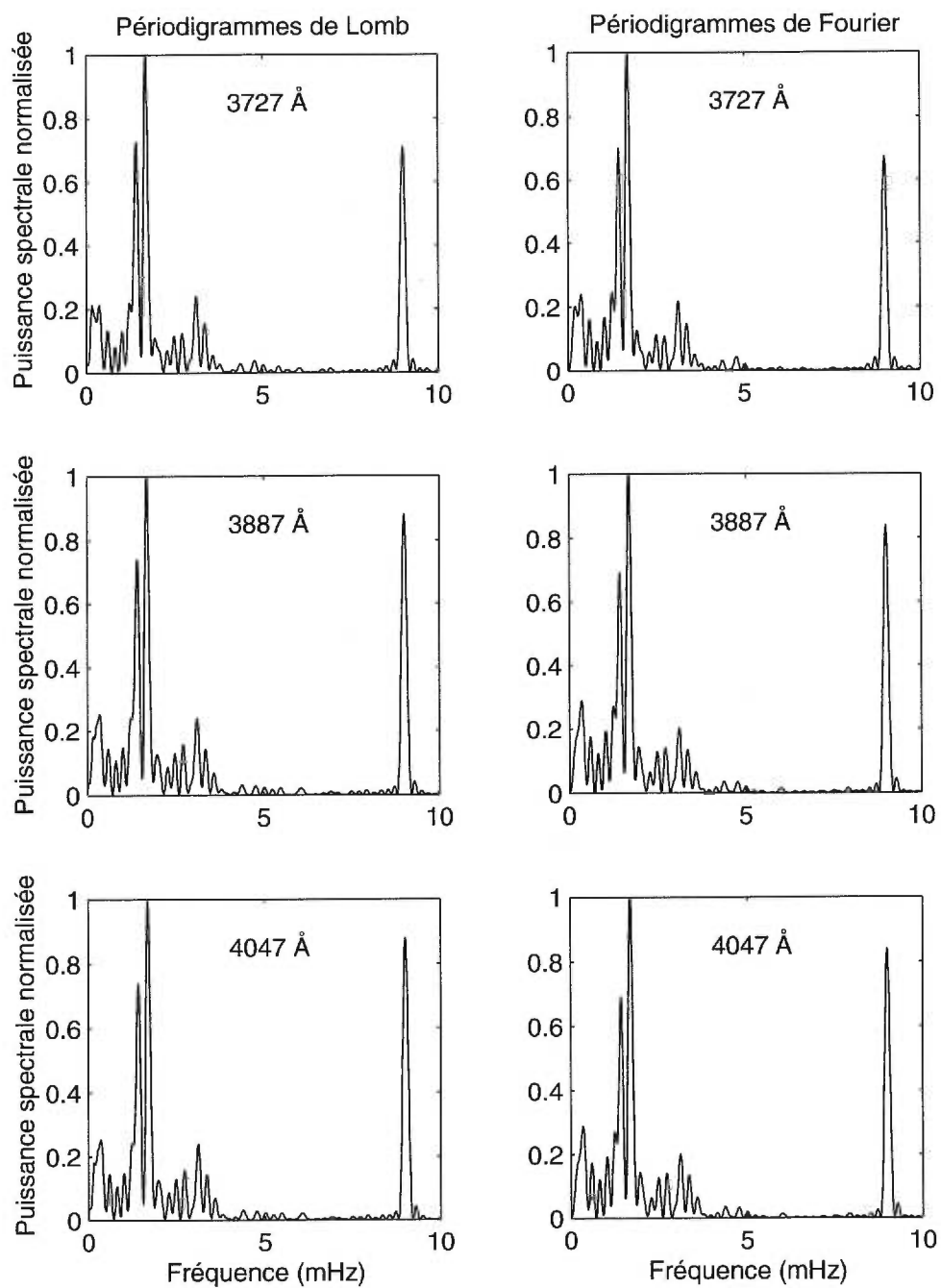


FIGURE 4.2 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 3727 Å à 4047 Å inclusivement

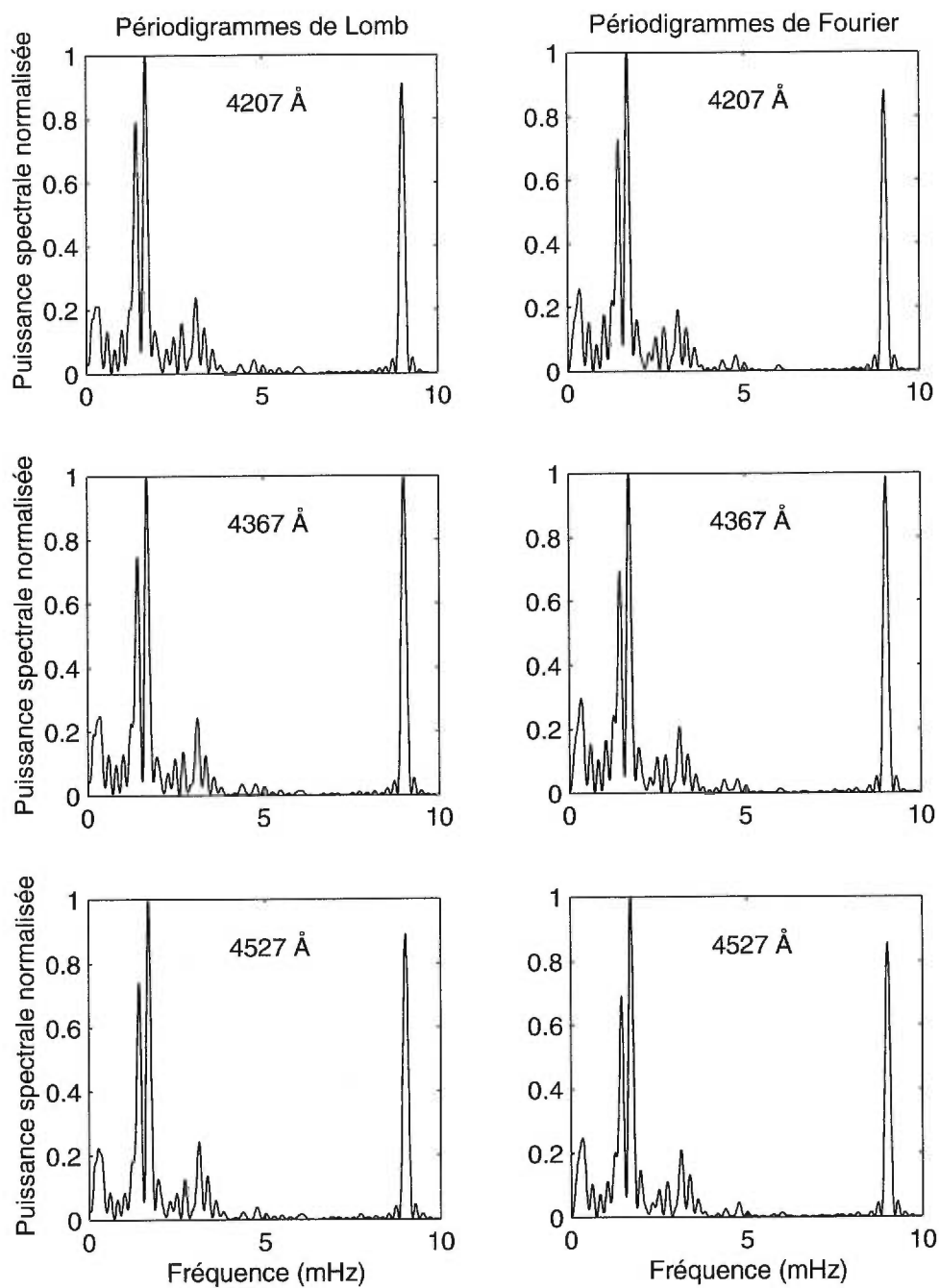


FIGURE 4.3 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 4207 Å à 4527 Å inclusivement



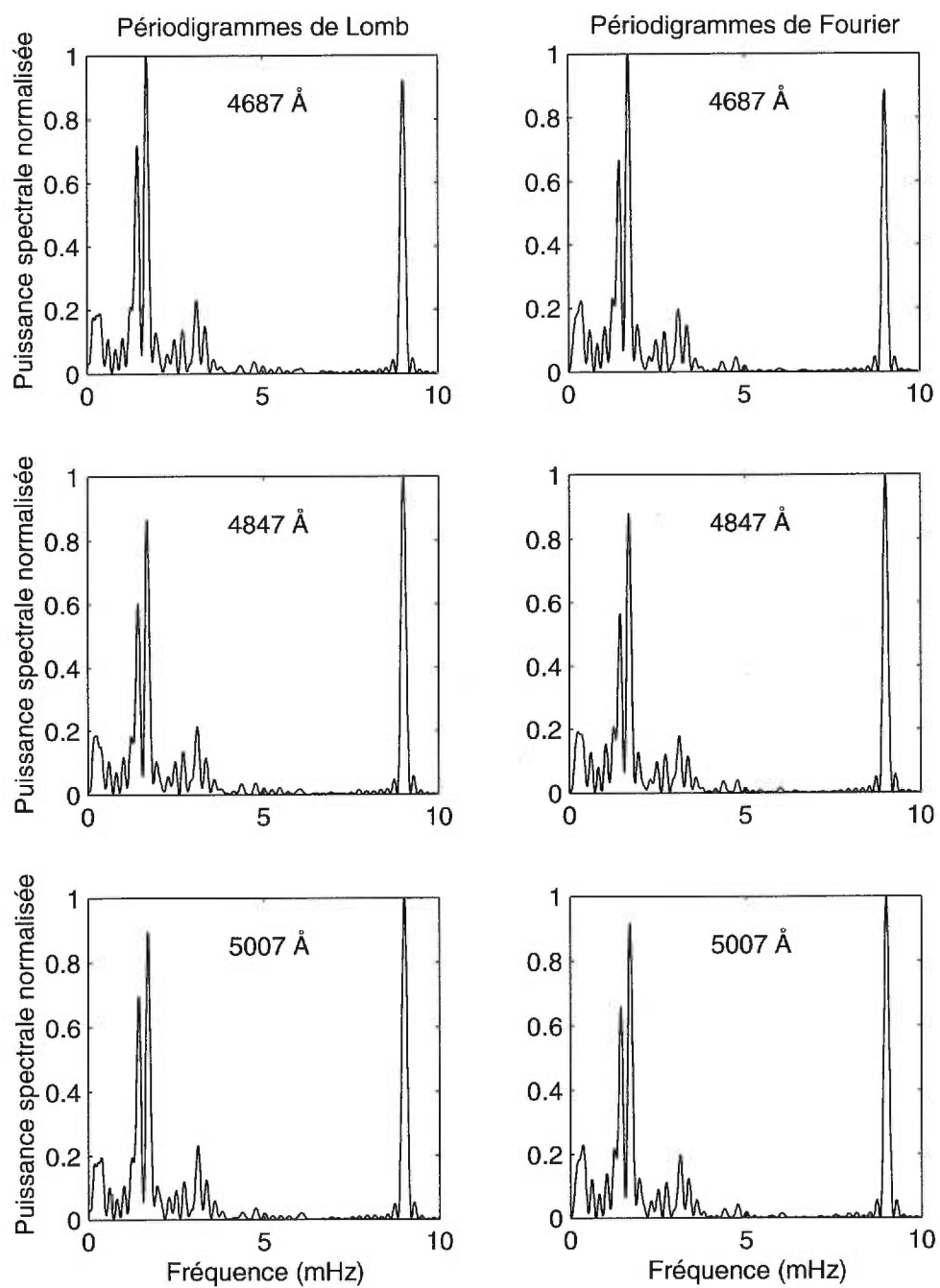


FIGURE 4.4 Périodogrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 4687 Å à 5007 Å inclusivement

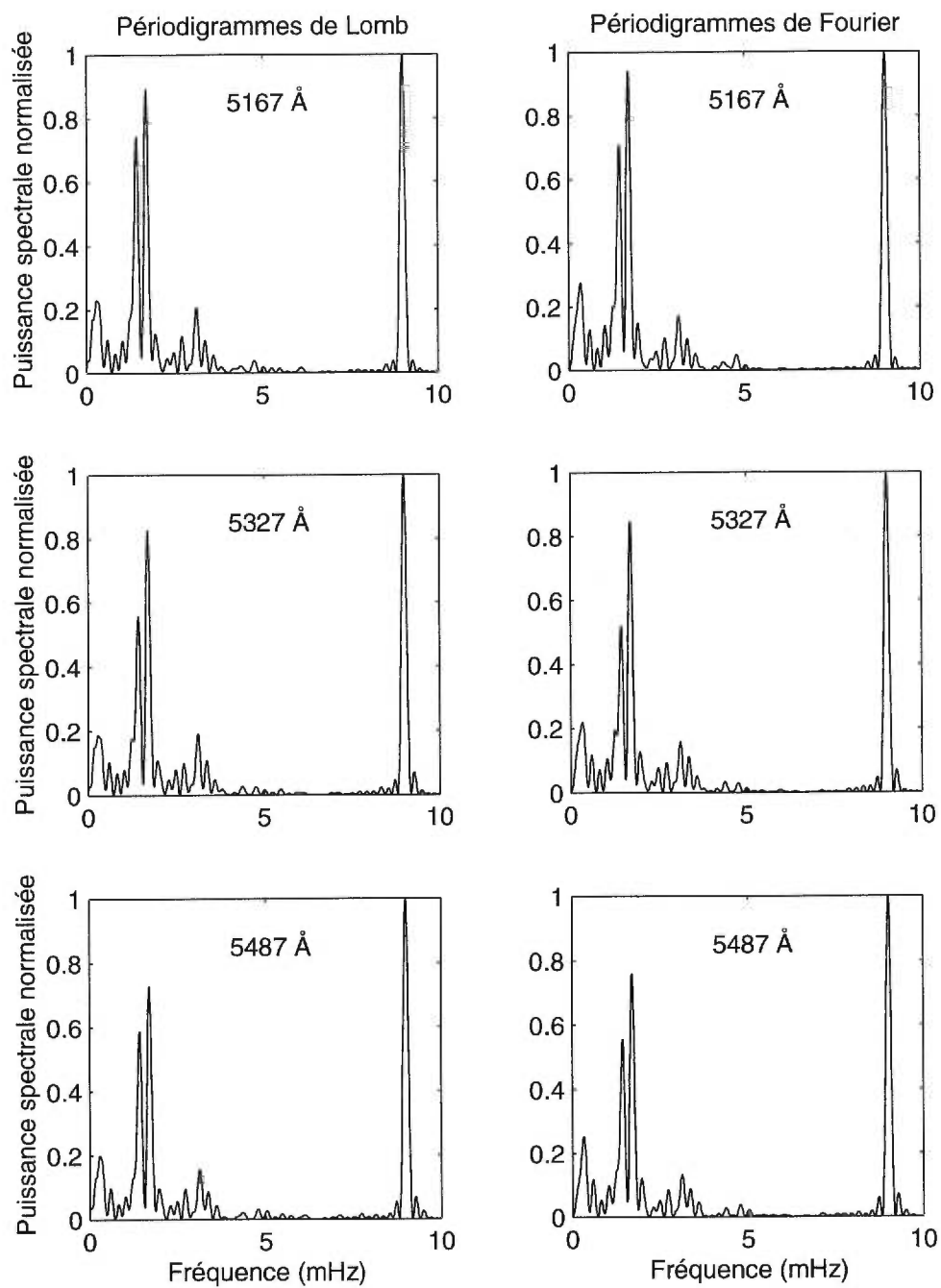


FIGURE 4.5 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 5167 Å à 5487 Å inclusivement

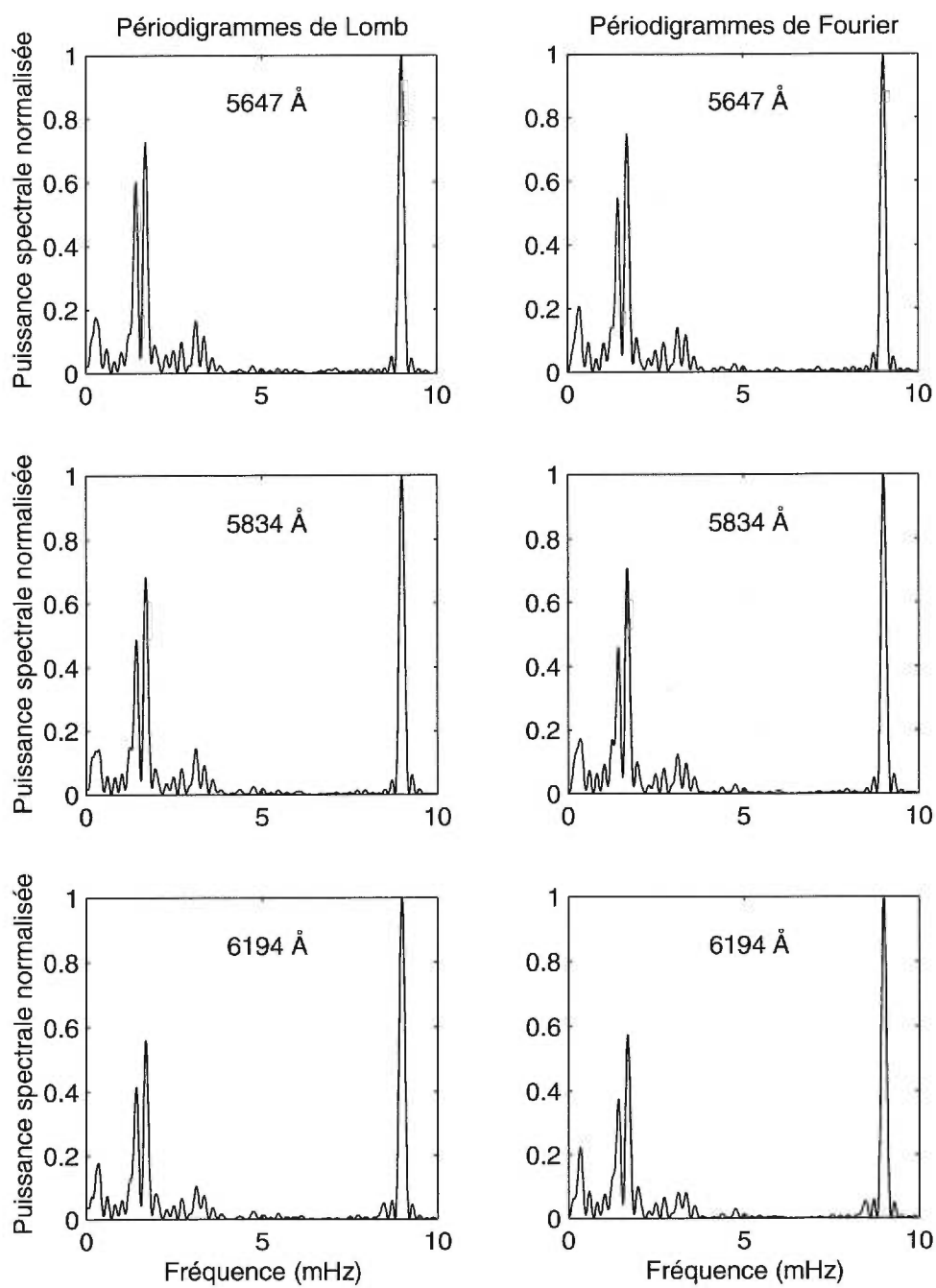


FIGURE 4.6 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 5647 Å à 6194 Å inclusivement

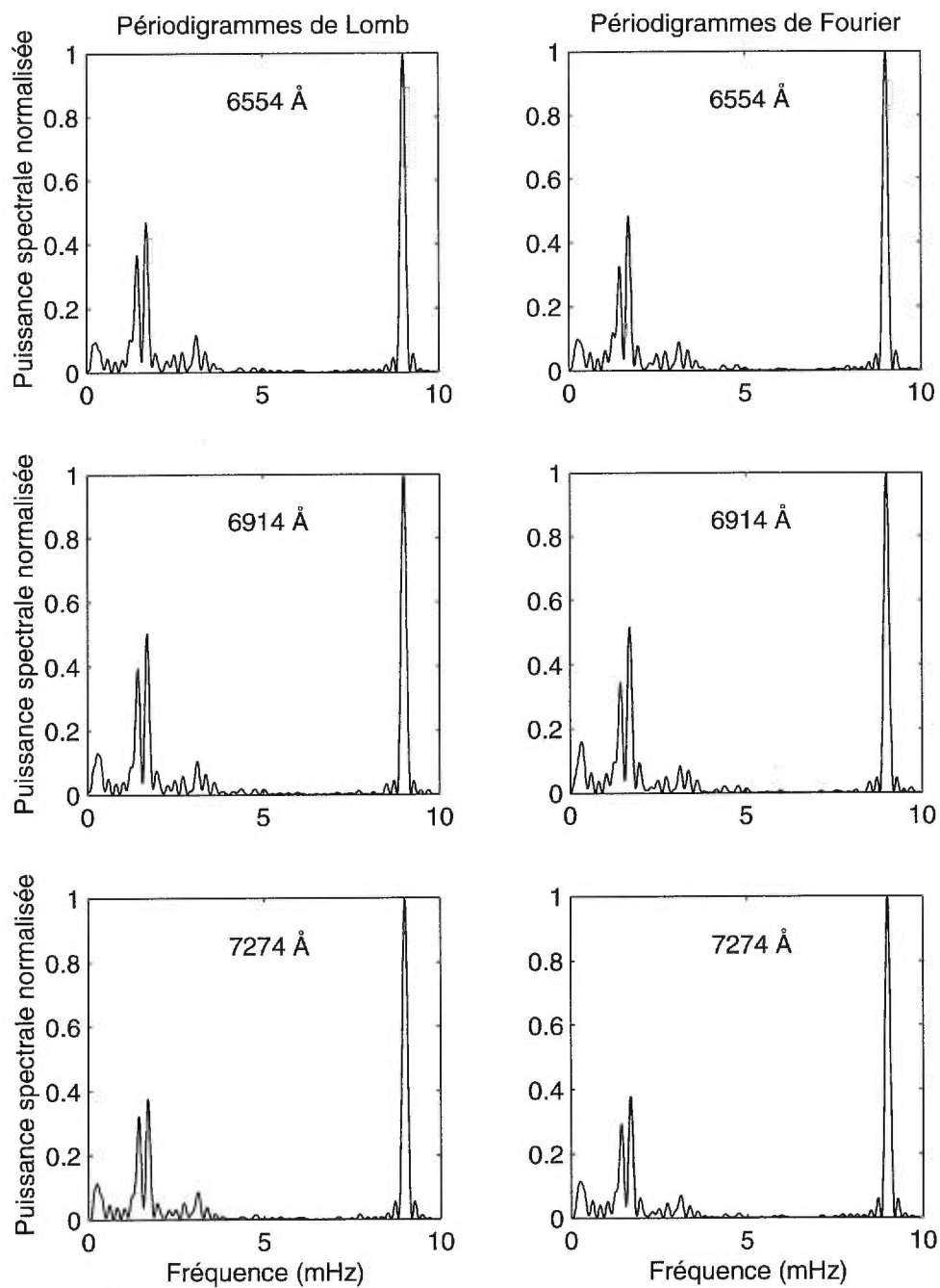


FIGURE 4.7 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 6554 Å à 7274 Å inclusivement

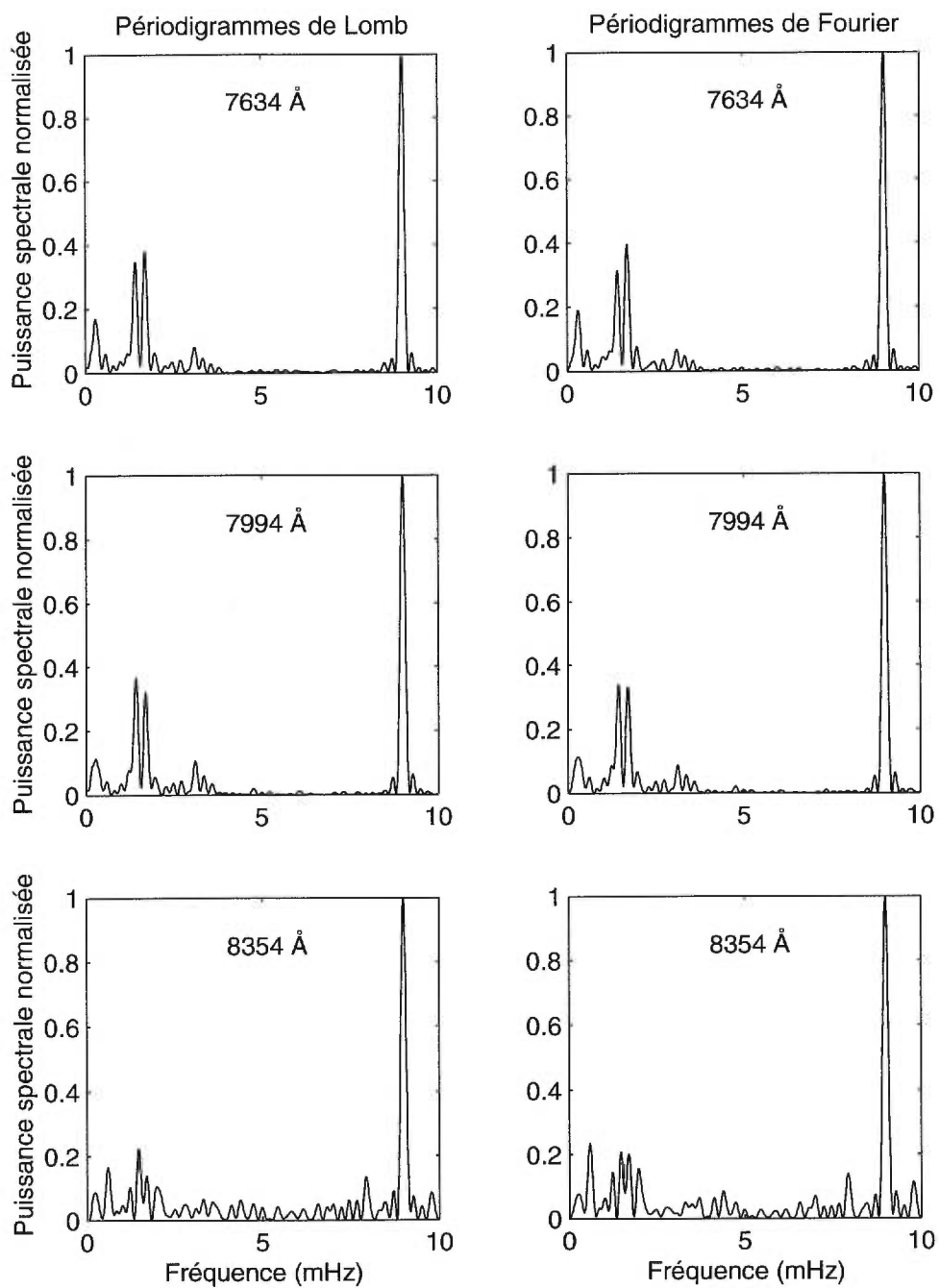


FIGURE 4.8 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 7634 Å à 8354 Å inclusivement

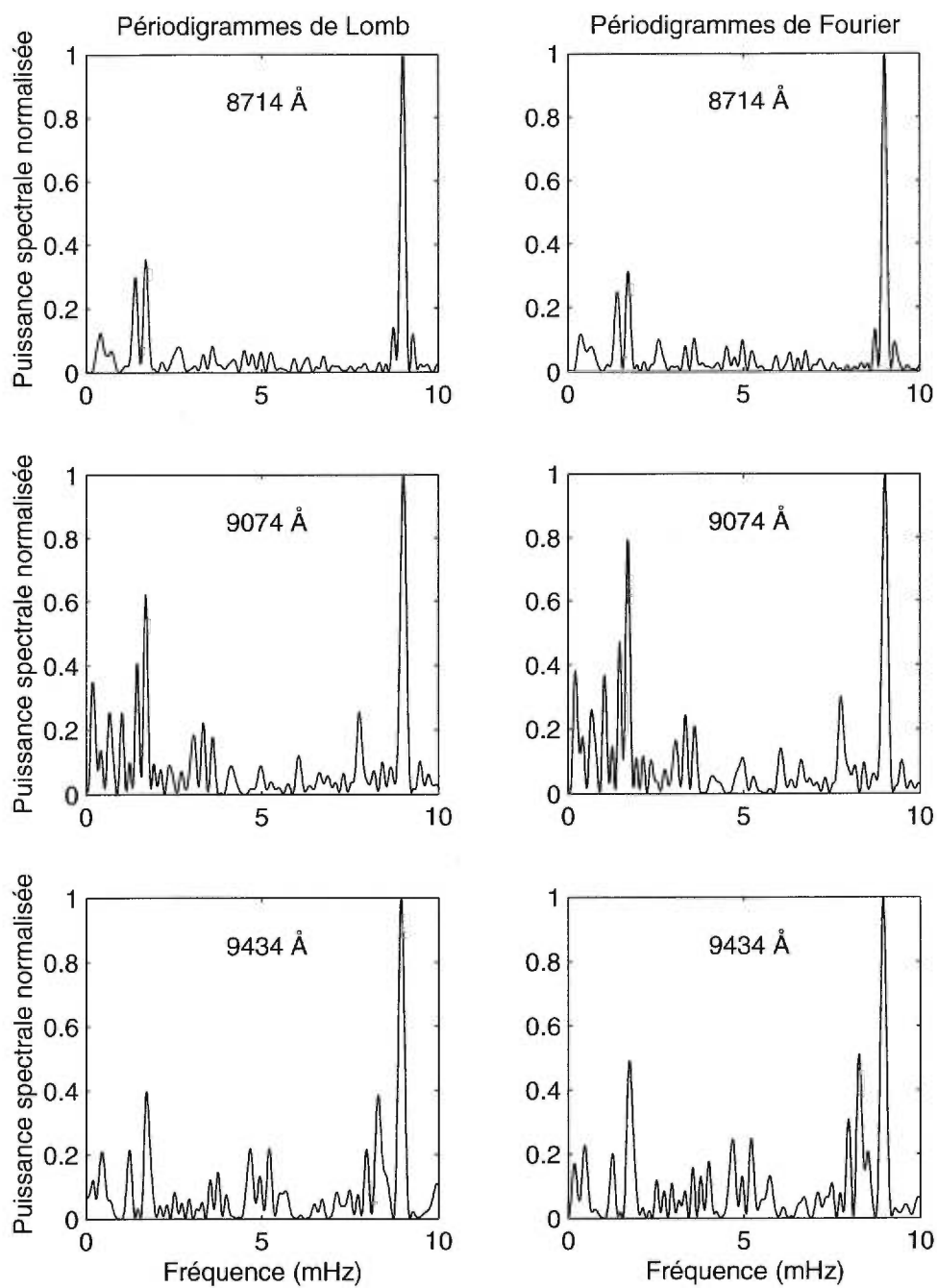


FIGURE 4.9 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 8714 Å à 9434 Å inclusivement

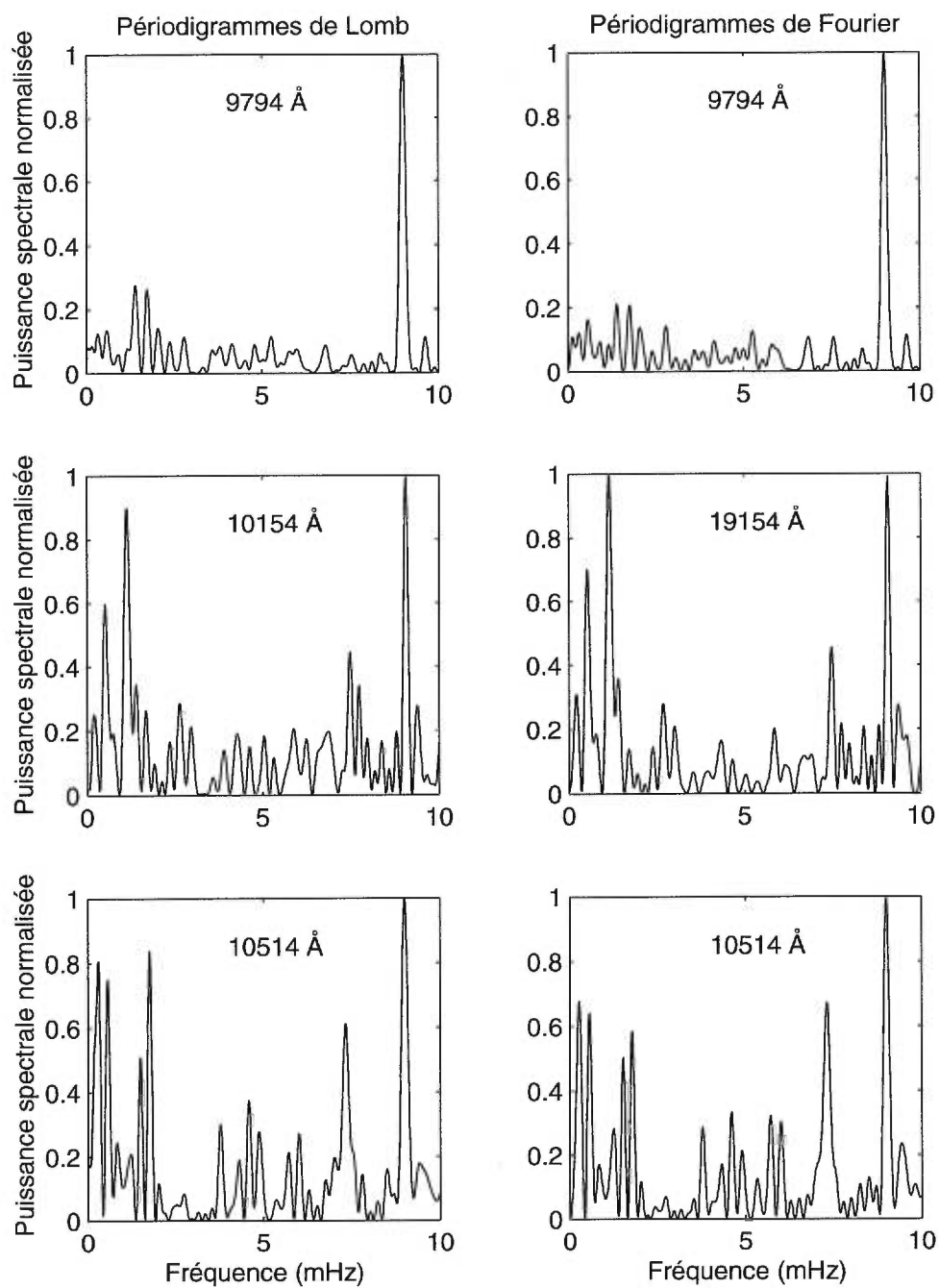


FIGURE 4.10 Périodigrammes des courbes de lumière de longueur d'onde de 9794 Å à 10514 Å inclusivement

sont complexes. Ils sont riches en pics, dont plusieurs restent mal résolus. Excluant le signal synthétique à 9000  $\mu\text{Hz}$ , le périodigramme est relativement plat dans la bande passante de 4500  $\mu\text{Hz}$  jusqu'à la fréquence de Nyquist. En deçà de 7994  $\text{\AA}$ , deux pics dominant clairement et l'allure générale des structures est conservée d'un canal à l'autre.

Une comparaison de nos résultats avec ceux de McGraw et Robinson (1975) en photométrie en lumière blanche, révèle de nombreuses similitudes. Entre autres, la majorité des périodicités observées peuvent être obtenues par des combinaisons linéaires de fréquences associées aux modes fondamentaux de pulsation. La présence de ces "pseudo-modes" est généralement associée à la présence d'effets non-linéaires qui couplent les différents modes fondamentaux. La figure 4.11 est reproduite de McGraw et Robinson (1975), et identifie clairement la position des modes et des combinaisons dans leurs données. Par contre, il existe toujours une certaine ambiguïté lors de cette classification. McGraw et Robinson ont justifié la leur sur la base de l'amplitude et de la stabilité des 4 ou 5 pics dominants.

Une recherche dans le fichier de nos périodigrammes permet d'identifier la fréquence et la puissance de chacun des maxima; la probabilité que le pic ne soit pas significatif a été estimée par le biais de l'équation (4.12). Parmi les pics identifiés, seuls ceux ayant une probabilité d'être non-significatif inférieure à 10% ont été retenus. Au-delà de 7994  $\text{\AA}$ , aucun pic n'est significatif, et les canaux correspondants ont été exclus. Ce résultat n'est pas inattendu, en raison du niveau de bruit observé parmi les courbes de lumière correspondantes (voir chapitre 2). Une liste partielle des pics jugés significatifs dans la région spectrale en deçà de 7994  $\text{\AA}$  est présentée au tableau I. Parmi ceux-ci, nous avons



noté les pics qui semblent correspondre aux modes identifiés par McGraw et Robinson, ainsi que ceux qui semblent correspondre à des combinaisons linéaires de modes.

En plus des combinaisons notées au tableau I, d'autres combinaisons ont été trouvées parmi les pics statistiquement moins significatifs. Les fréquences de 1440  $\mu\text{Hz}$  et de 1690  $\mu\text{Hz}$  correspondent aux pics dominants identifiés sur les figures 4.1-4.10. Ils semblent correspondre également, en dedans des intervalles d'incertitude, à deux modes indépendants de pulsation identifiés par McGraw et Robinson. Parmi les modes identifiés, seule la correspondance avec le mode  $f_1$  ou  $f_2$  est ambiguë.

TABLEAU I. Modes et combinaisons de modes dans le périodigramme

f ( $\mu\text{Hz}$ )	Probabilité	McGraw et Robinson ( $\mu\text{Hz}$ )	Kleinman et al. ( $\mu\text{Hz}$ )	van Kerkwijk, Clemens et Wu ( $\mu\text{Hz}$ )	combinaison linéaire
1690 $\pm$ 80	$7.2 \times 10^{-24}$	$f_5 = 1632 \pm 41$	1639	1628 $\pm$ 9	
1440 $\pm$ 80	$7.2 \times 10^{-17}$	$f_4 = 1477 \pm 41$	1475	1531 $\pm$ 9 (?)	
3120 $\pm$ 80	$6.2 \times 10^{-5}$				$f_4 + f_5$
170 $\pm$ 80	$1.2 \times 10^{-3}$				$f_4 - f_3$
1230 $\pm$ 80	$1.0 \times 10^{-3}$	$f_3 = 1229 \pm 41$	1236	1223 $\pm$ 9	
380 $\pm$ 80	$2.17 \times 10^{-4}$				$f_4 - f_1$
1020 $\pm$ 80	$8.8 \times 10^{-2}$	$f_2 = 1070 \pm 41$ ou $f_1 = 985 \pm 41$	1093 (?)	pas observé	

Le spectre des pulsations de G29-38 est instable. Les structures présentes dans le périodigramme changent énormément d'une saison d'observation à l'autre, alors que des changements moins dramatiques se produisent pendant une saison donnée. Ce phénomène a été étudié en détail par Kleinman et al. (1995, 1998). Utilisant 10 années d'observations incluant les données de deux mission WET (Winget et al. 1990, Kleinman et al. 1994), toutes les périodicités observées ont été combinées schématiquement dans un seul spectre.

La résolution spectrale obtenue est de loin supérieure à celle obtenue par McGraw et Robinson (1975) et par nous; Kleinman et al. sont capables de résoudre les multiplets d'indice  $m$  différents. Les combinaisons linéaires ont été éliminées, et le spectre résultant montre un ensemble de 19 modes plus ou moins également espacés en fréquence.

Le détail des périodicités observées par Kleinman et al., et le résultat après l'élimination des combinaisons linéaires, sont reproduits aux figures 4.12 et 4.13 respectivement. Kleinman et al. identifient un mode de pulsation avec une période caractéristique de 610 s (1639  $\mu\text{Hz}$ ) qui semble cohérente avec la périodicité du pic dominant présent dans nos périodigrammes; Kleinman et al. n'observent aucune combinaison de modes dans le voisinage de cette périodicité. Ce mode a également été observé par van Kerkwijk, Clemens et Wu (1998). Nous nous rappelons aussi que l'étude de ce mode par Winget et al. (1990) était au centre du débat sur un compagnon possible autour de G29-38.

Par contre, l'identification d'un mode à la fréquence de 1440  $\mu\text{Hz}$  (694 s), correspondant à notre seconde composante dominante du périodigramme, est beaucoup plus ambiguë. Quoiqu'il existe une cohérence possible avec un mode identifié par McGraw et Robinson, aucune correspondance convaincante n'existe avec les modes identifiés par van Kerkwijk, Clemens et Wu (1998); au tableau I, nous avons néanmoins inclus une identification possible de ce mode, qui est cependant à la limite des barres d'erreurs. De plus, Kleinman et al. identifient plusieurs combinaisons de modes dans cette région du spectre de Fourier qui, si elles sont présentes, ne pourraient être distinguées de notre pic à 1440  $\mu\text{Hz}$  en raison de la résolution spectrale dont nous disposons. D'ailleurs, nous pouvons voir dans nos périodigrammes un pic à peine résolu qui se greffe au pic à 1440  $\mu\text{Hz}$ . Sans savoir sans ambiguïté si nous sommes en présence d'un mode réel, nous ne tenterons pas

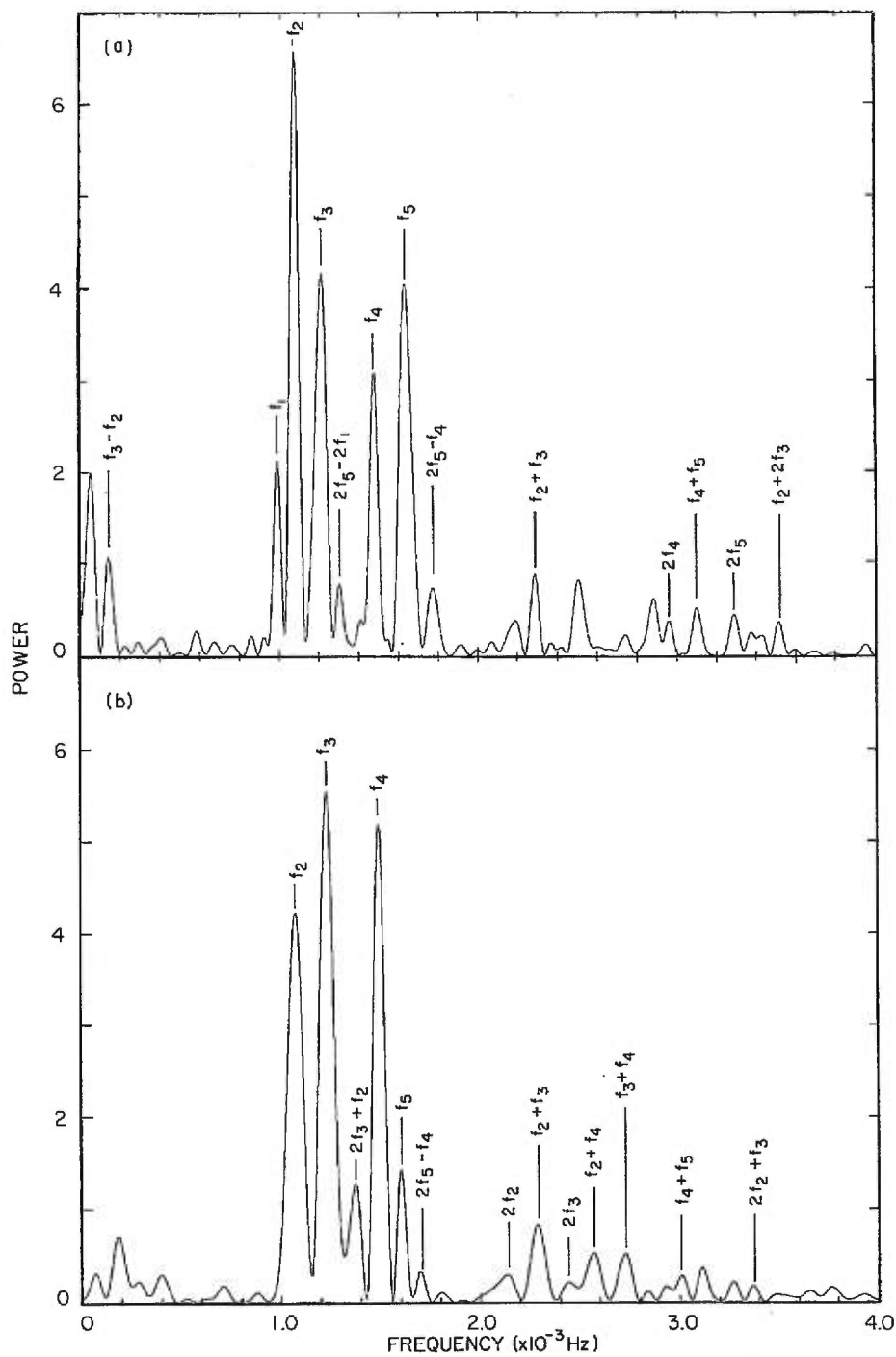


FIGURE 4.11 Périodigramme de 2 courbes de lumière obtenues par photométrie en lumière blanche (McGraw et Robinson 1975)

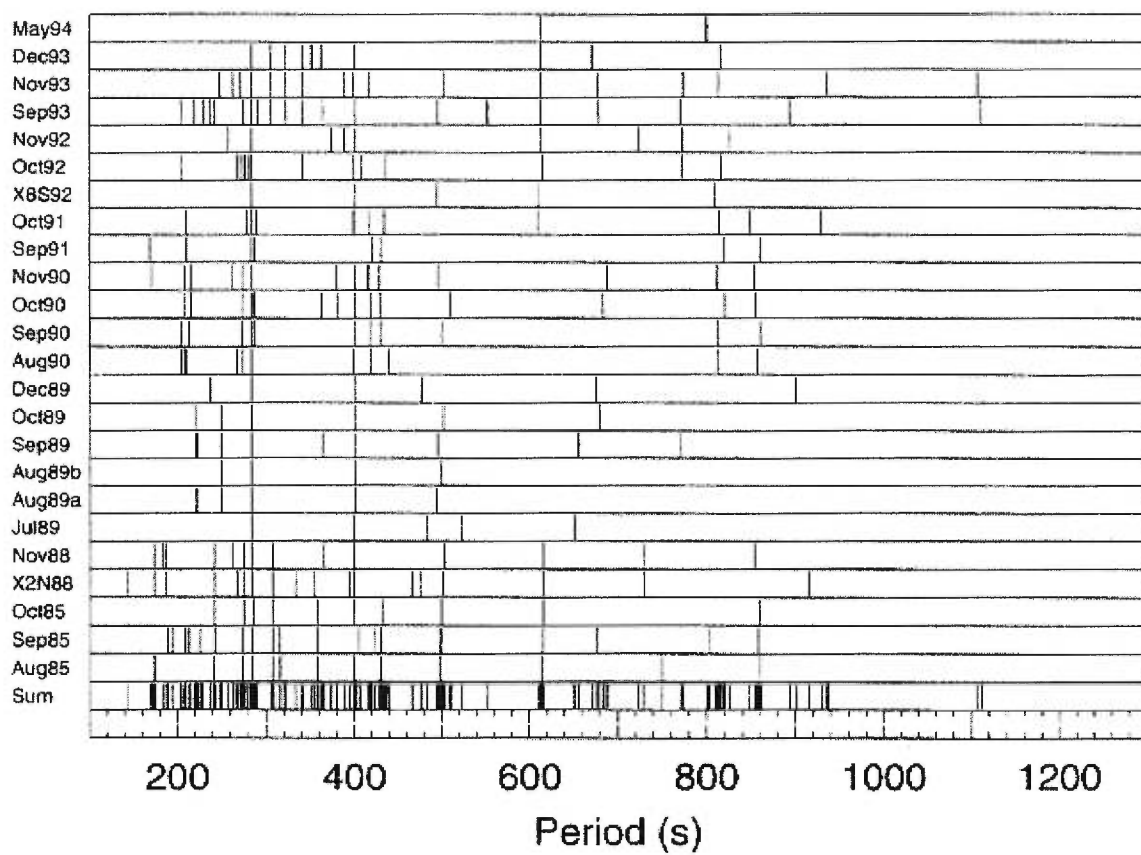


FIGURE 4.12 Périodes observées par Kleinman et al. (1998)

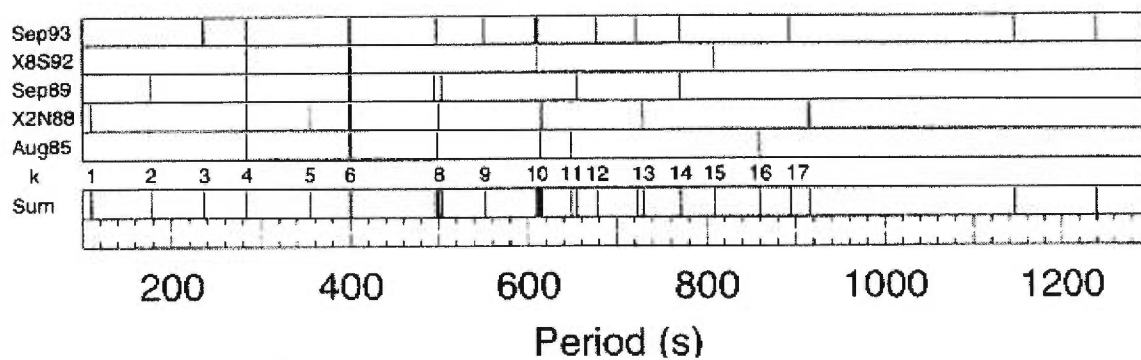


FIGURE 4.13 Périodes observées par Kleinman et al. (1998) moins les combinaisons linéaires.

une identification de l'indice de pulsation  $l$  pour ce mode. Nous identifions aussi un mode à 1230  $\mu\text{Hz}$ , également présent parmi les études citées jusqu'à présent. Par contre, la puissance associée à ce mode est faible dans nos périodigrammes, et est presque inobservable dans certains canaux. Nous limiterons donc l'identification de l'indice  $l$  au mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ .

Kleinman et al. (1998) proposent que la majorité des 19 modes qu'ils ont isolés doivent être caractérisés par un indice de pulsation  $l=1$ . Ils basent principalement cette identification sur l'espacement moyen en période, d'environ 47 s, entre les modes. De plus, seuls des triplets sont observés parmi les multiplets de modes séparés par la rotation de G29-38. Par contre cette identification ne peut être considérée comme définitive en raison de certaines ambiguïtés dans les caractéristiques des modes. Entre autres, le multiplet identifié à 610 s présente des pics ayant des séparations qui varient d'une saison d'observation à l'autre, suggérant soit un changement dans le taux de rotation de l'étoile, soit une alternance de l'excitation d'un mode  $l=1$  et  $l=2$  près de 610 s (Kleinman et al. 1995). Par contre, toute explication est difficilement justifiable, car tous les pics du multiplet ne sont pas présents dans le spectre d'une même saison d'observation. Une détermination de l'indice de pulsation  $l$  de notre pic dominant, par la méthode décrite au chapitre 3, pourrait aider à lever l'ambiguïté associée à ce mode.

#### 4.1.3 Régression linéaire par la méthode des moindres-carrés

Comme il a été mentionné dans la section précédente, la détermination de l'amplitude (la racine carrée de la puissance) d'un mode par la méthode de Lomb est équivalente à une estimation obtenue par régression linéaire de courbes sinusoïdales par la méthode

des moindres-carrés. Par contre, il est seulement possible d'obtenir une estimation formelle de l'incertitude sur l'amplitude par la régression linéaire. Nous reprenons donc le calcul de l'amplitude du mode dominant à 1690  $\mu\text{Hz}$  par cette méthode.

Formellement, nous cherchons à ajuster le modèle

$$\begin{aligned}
 y(t) &= a + bt + \sum_{n=1}^K B_n \cos 2\pi f_n t + C_n \sin 2\pi f_n t \\
 &= \sum_{p=1}^q w_p X_p(t)
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

à chacune des courbes de lumière décrites au chapitre 2. Le terme linéaire présent dans l'équation (4.13) est ajouté pour tenir compte de fluctuations résiduelles à long terme de la masse d'air, qui pourraient ne pas avoir été éliminées par la procédure de réduction des courbes de lumière. La somme sur  $n$  inclut un terme correspondant au mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ ; les autres termes correspondent aux autres pics observés dans les périodigrammes. Dans le cas présent, nous avons inclus quinze périodicités associées aux pics les plus significatifs; le nombre total de paramètres est de 34. Nous nous écartons de l'équivalence avec la méthode de Lomb en essayant d'ajuster les paramètres simultanément plutôt qu'individuellement. Notre méthode se rapproche donc plus de celle de Vaníček (1971).

La méthode des moindres-carrés consiste à trouver une solution aux paramètres ajustables  $(a, b, A_n, B_n)$  telle que la fonction de mérite

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{y_i - y(t_i)}{\sigma_i} \right]^2 \quad (4.14)$$

soit minimisée. Ici,  $y_i$  correspond aux échantillons de la courbe de lumière et  $\sigma_i$  correspond à l'incertitude des mesures. Cette condition est satisfaite lorsque la dérivée de l'équation (4.14) par rapport à tous les paramètres ajustables est nulle. Le système d'équations obtenu est représenté par l'équation matricielle

$$\sum_{p=1}^q \alpha_{kp} x_p = \beta_k, \quad (4.15)$$

où

$$\alpha_{kp} = \sum_{i=1}^N \frac{X_p(t_i) X_k(t_i)}{\sigma_i^2} \quad (4.16)$$

et

$$\beta_k = \sum_{i=1}^N \frac{y_i X_k(t_i)}{\sigma_i^2}. \quad (4.17)$$

Le système d'équations (4.11) peut se résoudre par, entre autres, la méthode d'élimination de Gauss-Jordan. De plus, les éléments diagonaux de la matrice inverse

$$C_{kp} \equiv [\alpha]_{kp}^{-1} \quad (4.18)$$

correspondent à la variance de l'estimation des paramètres ajustés. En d'autres mots,  $C_{kk} = \sigma^2(x_k)$ . Si nous faisons l'hypothèse que les erreurs de mesure suivent une distribution normale, l'incertitude sur l'estimation du paramètre sur un intervalle de confiance de 68%, indépendamment des autres paramètres, est égale à la variance de ce paramètre (Press et al. 1992).

L'amplitude et la phase du mode peuvent ensuite être calculées à l'aide des identités trigonométriques

$$a_n = \sqrt{B_n^2 + C_n^2} \quad (4.19)$$

et

$$\Theta_n = \arctan\left(\frac{C_n}{B_n}\right), \quad (4.20)$$

respectivement. Les incertitudes, dans un intervalle de confiance de 68%, sur l'amplitude et la phase sont

$$\Delta a_n = \sqrt{\frac{B_k^2 \sigma_{B_k}^2 + C_k^2 \sigma_{C_k}^2 + 2B_k C_k \sigma_{B_k} \sigma_{C_k}}{B_n^2 + C_n^2}} \quad (4.21)$$

et

$$\Delta \Theta_n = \frac{\sqrt{B_k^2 \sigma_{B_k}^2 + C_k^2 \sigma_{C_k}^2 - 2B_k C_k \sigma_{B_k} \sigma_{C_k}}}{B_n^2 + C_n^2}, \quad (4.22)$$



respectivement.

Une liste de notre estimation de l'amplitude et de la phase du mode principal à 1690  $\mu\text{Hz}$ , et de leurs incertitudes, obtenues par cette méthode de régression linéaire, est présentée au tableau II pour chacun des canaux en deçà de 7994  $\text{\AA}$ . Les amplitudes pour chacun des canaux sont en unités de flux relatif par rapport au flux moyen du canal en question. Lors de la conversion des incertitudes sur les mesures, du système photométrique AB79 à des unités de flux relatif, l'incertitude sur la valeur du flux moyen

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (4.23)$$

a été incluse dans le calcul. Les phases sont en radians.

La qualité de la régression peut être calculée à l'aide de la fonction gamma incomplète

$$Q\left(\frac{N-q}{2}, \frac{\chi^2}{2}\right) = Q(a, x) = 1 - \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt \quad , \quad (4.24)$$

où  $q$  est le nombre de paramètres ajustés (i.e.,  $q=34$  dans le cas présent). La fonction  $Q(a, \chi^2/2)$  représente la probabilité que la valeur observée de  $\chi^2_{\min}$ , la fonction de mérite minimisée, excèdera  $\chi^2$  même pour un modèle juste. En pratique, si  $Q(a, \chi^2_{\min}/2) > 0.1$ , le modèle peut être considéré comme raisonnable. La fonction  $Q(402/2, \chi^2/2)$  est tracée à la

figure 4.14. Les valeurs de  $\chi^2_{\min}$ , et les valeurs de Q correspondantes, sont incluses au tableau II pour chacun des canaux.

TABLEAU II. Amplitudes et phases du mode de pulsation dominant à 1690  $\mu\text{Hz}$  obtenues par régression linéaire par la méthode des moindres-carrés

Canal (Å)	C ( $\times 10^{-2}$ )	$\Delta C$ ( $\times 10^{-2}$ )	$\phi$ (rad)	$\Delta\phi$ (rad)	$\chi^2$ ( $\times 10^2$ )	Q
3247	5.18	0.51	-0.82	0.10	1.14	1
3407	5.39	0.27	-0.70	0.05	1.99	1
3567	4.87	0.24	-0.70	0.05	2.02	1
3725	4.96	0.20	-0.76	0.04	2.34	1
3887	4.54	0.18	-0.72	0.04	2.12	1
4047	4.40	0.15	-0.73	0.04	2.53	1
4207	4.57	0.14	-0.70	0.03	3.10	0.9965
4367	4.28	0.12	-0.75	0.03	3.79	0.8025
4527	4.61	0.14	-0.74	0.03	2.70	1
4687	4.52	0.14	-0.73	0.03	2.48	1
4847	3.92	0.15	-0.74	0.04	2.25	1
5007	3.98	0.13	-0.75	0.03	2.74	1
5167	3.94	0.17	-0.71	0.04	1.86	1
5327	3.91	0.15	-0.75	0.04	2.41	1
5487	3.79	0.19	-0.74	0.05	1.70	1
5647	3.65	0.20	-0.72	0.06	1.45	1
5834	3.54	0.13	-0.69	0.04	2.14	1
6194	3.25	0.16	-0.66	0.05	2.21	1
6554	2.96	0.16	-0.73	0.06	1.51	1
6914	2.98	0.20	-0.70	0.07	1.42	1
7274	2.69	0.16	-0.69	0.06	1.36	1
7634	2.71	0.23	-0.66	0.09	1.29	1
7994	2.28	0.28	-0.71	0.13	1.28	1

Pour chacun des canaux, l'ajustement du modèle (4.12) incluant 16 fréquences donne des résultats satisfaisants. Un exemple graphique de la cohérence entre le modèle et la courbe de lumière, pour le canal à 4367 Å, est présenté à la figure 4.15. Les modèles incluant moins de fréquences ont été essayés, et donnent des résultats nettement moins satisfaisants pour quelques canaux. Une comparaison entre les résultats obtenus par les

trois méthodes utilisées jusqu'à maintenant est présentée à la figure 4.16. Les résultats sont généralement cohérents d'une méthode à l'autre. Par contre, nous nous servons seulement des amplitudes calculées par la régression linéaire dans l'analyse qui suit, puisque c'est la seule méthode qui nous donne des barres d'erreur formelles.

Avant de passer à l'analyse des amplitudes obtenues, nous sommes en mesure de vérifier une prédiction de RKN à propos de la nature des pulsations dans les étoiles naines blanches de type DAV; les modes, et leurs combinaisons, ont la même phase à toutes les longueurs d'onde. Cette prédiction dépend directement de l'hypothèse de départ que les pulsations sont non-radiales et de type  $g$ . Dans ce cas, RKN ont démontré que les variations observables du flux provenant de naines blanches de type DAV étaient dominées par les variations de température à la surface de l'étoile. Puisqu'une surface plus chaude doit émettre plus de lumière à toutes les longueurs d'onde, l'indépendance de la phase avec la longueur d'onde suit logiquement.

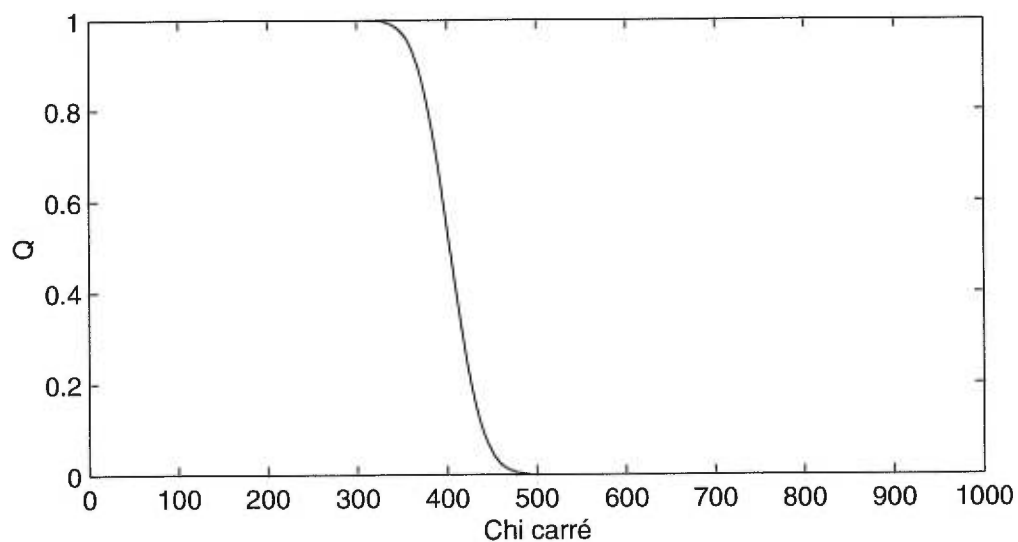


FIGURE 4.14 Fonction de qualité des régressions

L'observation d'une phase constante avec la longueur d'onde peut donc être considérée comme une vérification que le mode correspond à une pulsation non-radiale de type  $g$ . À partir des phases du mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ , déjà déterminées pour chacun des canaux, nous avons fait la régression linéaire d'une droite de pente nulle par la méthode des moindres-carrés. Nous obtenons une très bonne cohérence avec la valeur  $\Phi = -0.723$  radians ( $\chi^2 = 8.449$  et  $Q = 0.9935$ ). Les phases pour chacun des canaux ainsi que le modèle sont tracés à la figure 4.17. L'ajustement d'une droite  $ax + b$  nous permet de contraindre la valeur maximale de la pente à  $1.1 \times 10^{-5}$  radians/Å.

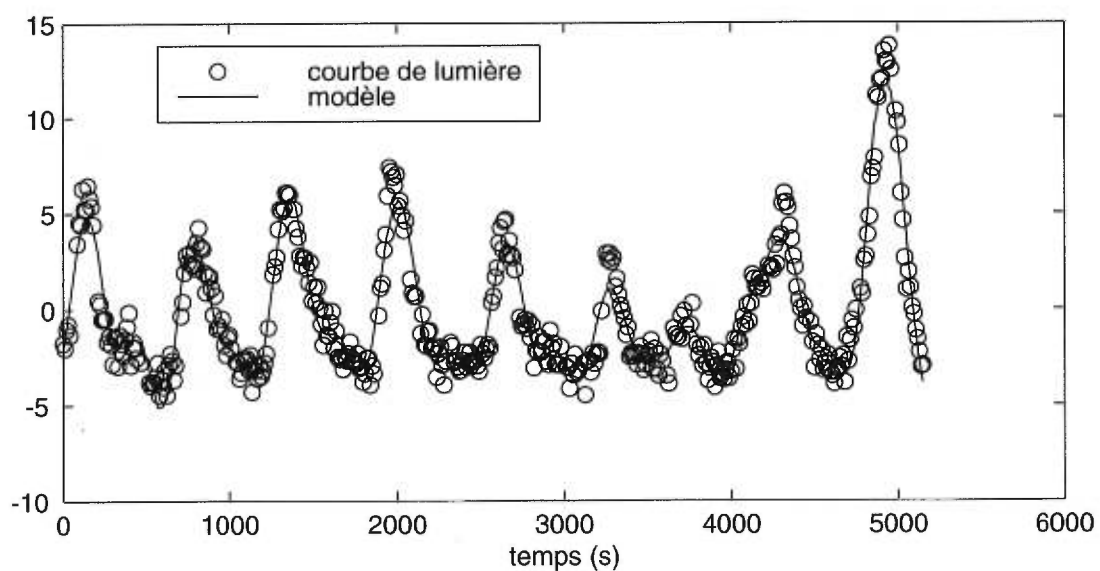


FIGURE 4.15 Comparaison graphique entre le modèle optimisé par régression linéaire et la courbe de lumière du canal à 4367 Å.

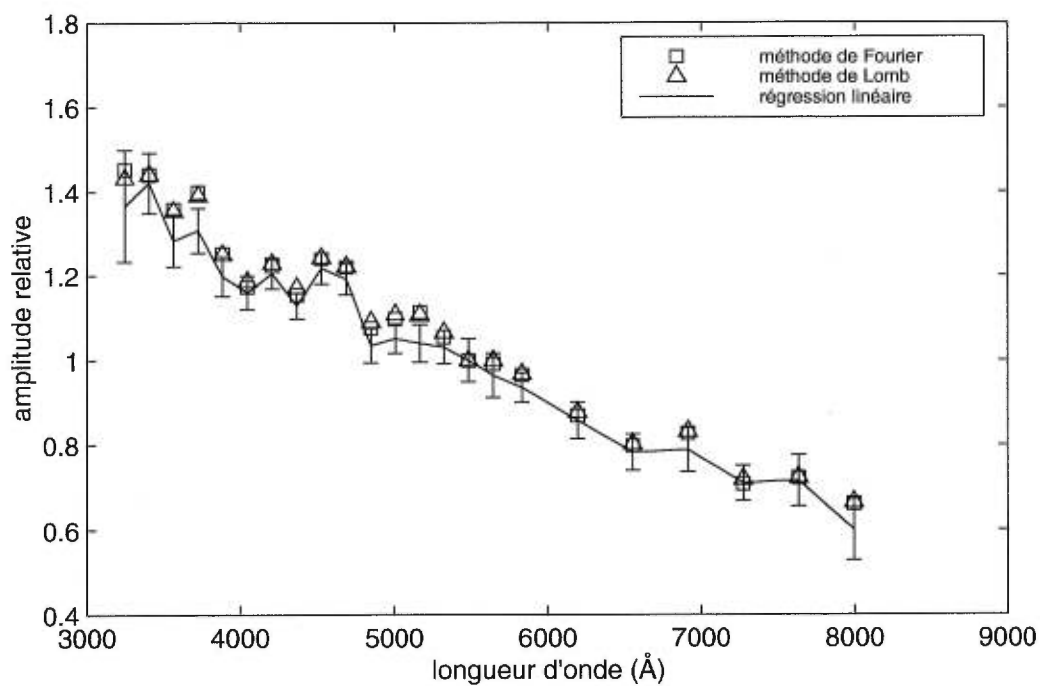


FIGURE 4.16 Amplitudes du mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ , normalisée par rapport au canal à 5487  $\text{\AA}$

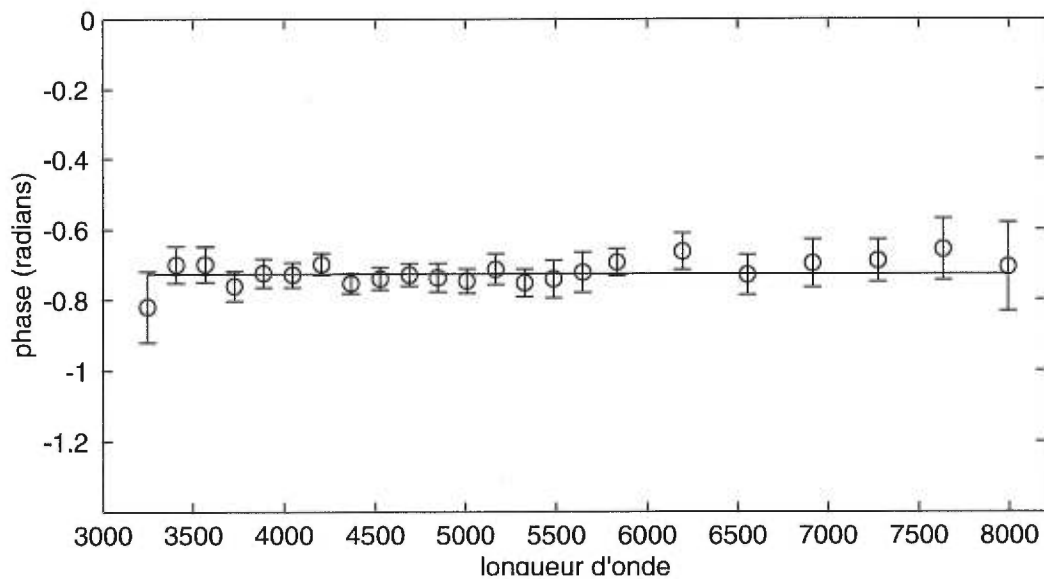


FIGURE 4.17 Phases du mode à 1690  $\mu\text{Hz}$

## 4.2 Identification de l'indice de pulsation $l$

Afin de déterminer l'indice de pulsation  $l$ , nous comparons les amplitudes calculées aux coefficients  $A_x^l$ . Nous pourrions quantifier cette comparaison en évaluant la fonction de mérite

$$\chi^2(l) = \sum_{x=1}^{23} \left( \frac{\frac{a_x}{a_{ref}} - \frac{A_x^l}{A_{ref}^l}}{\sigma_x} \right)^2, \quad (4.25)$$

les coefficients  $A_x^l$  étant calculés pour chacun des points  $(T_{\text{eff}}, \log g)$  sur la grille de modèles d'atmosphère, décrite au chapitre 3 (notez que, ici,  $T_{\text{eff}}=T_0$ ), et cela pour deux paramétrisations de l'efficacité convective, ML2 et ML2/ $\alpha=0.6$ . La somme est faite sur les 23 canaux d'intérêt. Le numérateur correspond à l'équation (3.23). Les  $\sigma_i$  correspondent aux incertitudes sur les amplitudes calculées.

L'équation (4.25) dépend d'un choix arbitraire du canal de référence qui sert de normalisation; ce choix donne à ce canal de référence un avantage statistique pour tous les modèles de la grille d'atmosphère. Pour éviter ce biais, nous utiliserons plutôt une forme modifiée de la fonction de mérite, employée par Fontaine et al. (1996),

$$\chi^2(l) = \sum_{x=1}^{23} \left( \frac{a_x - f A_x^l}{\sigma_x} \right)^2. \quad (4.26)$$

Ici,  $f$  est un paramètre libre, calculé pour chaque point de la grille de coefficients  $A_x^l$  par la méthode des moindres-carrés, qui minimise  $\chi^2(l)$  à ce point. Cette méthode optimise donc la normalisation pour chaque point de la grille, indépendamment des autres. Les surfaces  $\chi^2(l \leq 3)$  sont illustrées aux figures 4.18-4.23 pour les deux paramétrisations de l'efficacité convective, ML2 et ML2/ $\alpha=0.6$ . La grille de coefficients  $A_x^l$ , de dimension initiale 91x5, à d'abord été interpolée sur une grille plus fine de dimension 91x91 par une technique de spline cubique (Press et al. 1992). Cette interpolation est possible à cause de la faible dépendance des modèles à la gravité de surface dans la plage visée.

Toutes les surfaces  $\chi^2(l)$  ont des propriétés qualitatives semblables à celles obtenues dans une analyse comparable de G117-B15A par Fontaine et al. (1996). La présence de deux vallées, correspondant à deux familles de solutions optimales, l'une de température «froide» et l'autre «chaude», est une caractéristique des atmosphères des étoiles naines blanches de type DA ayant des températures effectives dans la bande d'instabilité (Brassard et al. 1995; Bergeron et al. 1995). Les étoiles ZZ Ceti ont des températures effectives qui sont proches de celles où la largeur équivalente de chaque raie de Balmer atteint un maximum. Donc, pour une gravité de surface donnée, il existe possiblement deux différentes températures qui sont en accord avec la distribution d'énergie observée, une de chaque côté du maximum.

La «barrière» entre les deux familles de solution est, dans tous les cas, moins élevée lorsque l'efficacité est caractérisée par ML2/ $\alpha=0.6$ . Dans le cas où  $l=1$  et l'efficacité convective est caractérisée par ML2/ $\alpha=0.6$ , la barrière est pratiquement inexistante, et les deux familles de solutions se confondent. La vallée «froide» est légèrement plus profonde

pour le cas ML2, tandis que le cas  $ML2/\alpha=0.6$  favorise les solutions «chaudes». De plus, il existe une forte corrélation entre la température effective et la gravité de surface pour les deux familles de solutions; la température effective pour une solution augmente avec la gravité de surface. Selon les figures, une valeur unique de la gravité de surface ne peut pas être déterminée.

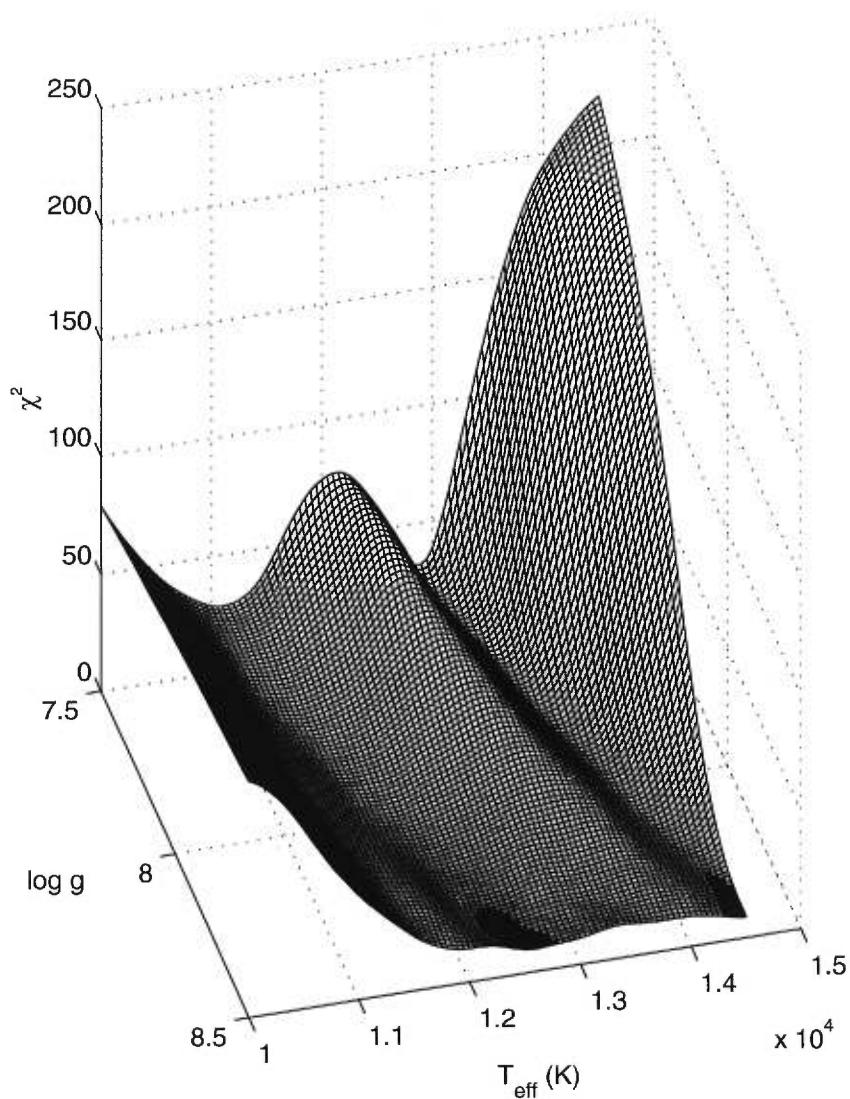


FIGURE 4.18 Représentation tridimensionnelle de la surface  $\chi^2(l=1)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}-\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange ML2



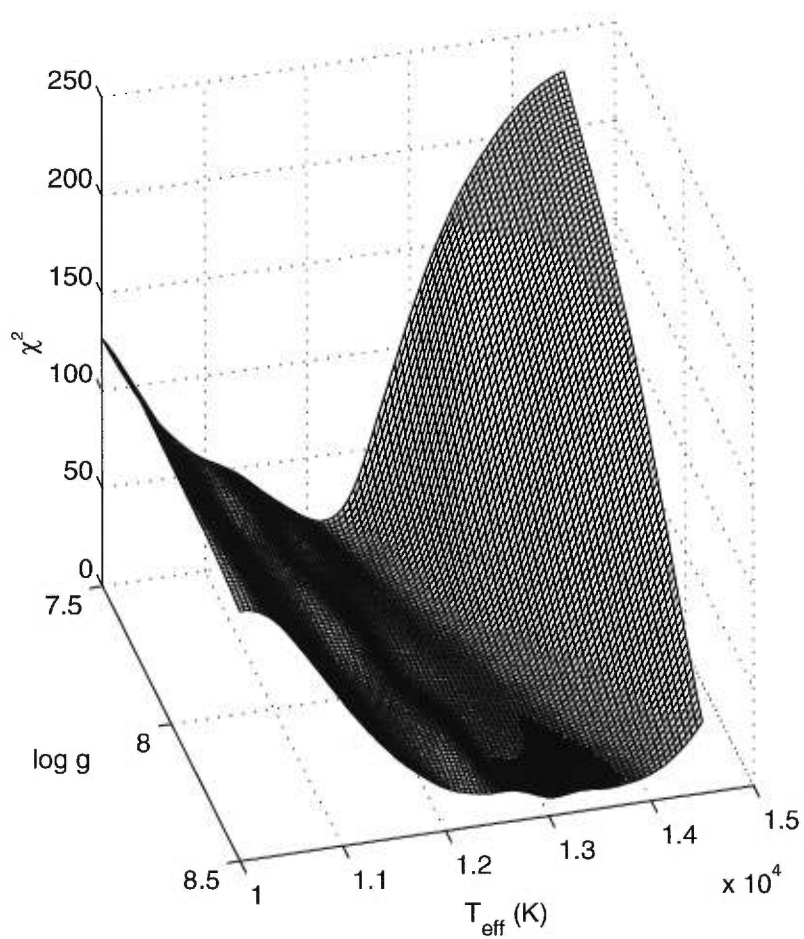


FIGURE 4.19 Représentation tridimensionnelle de la surface  $\chi^2(l=1)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}-\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange  $ML2/\alpha=0.6$

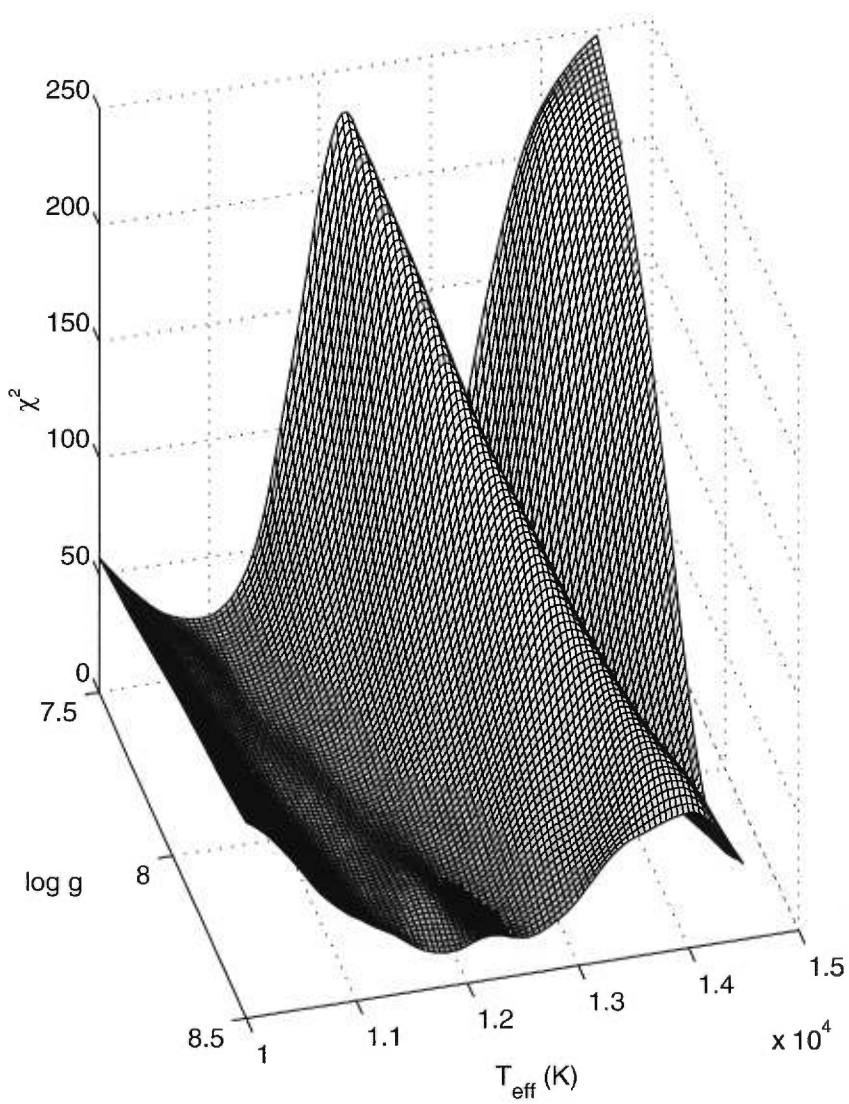


FIGURE 4.20 Représentation tridimensionnelle de la surface  $\chi^2(l=2)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}\text{-}\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange ML2

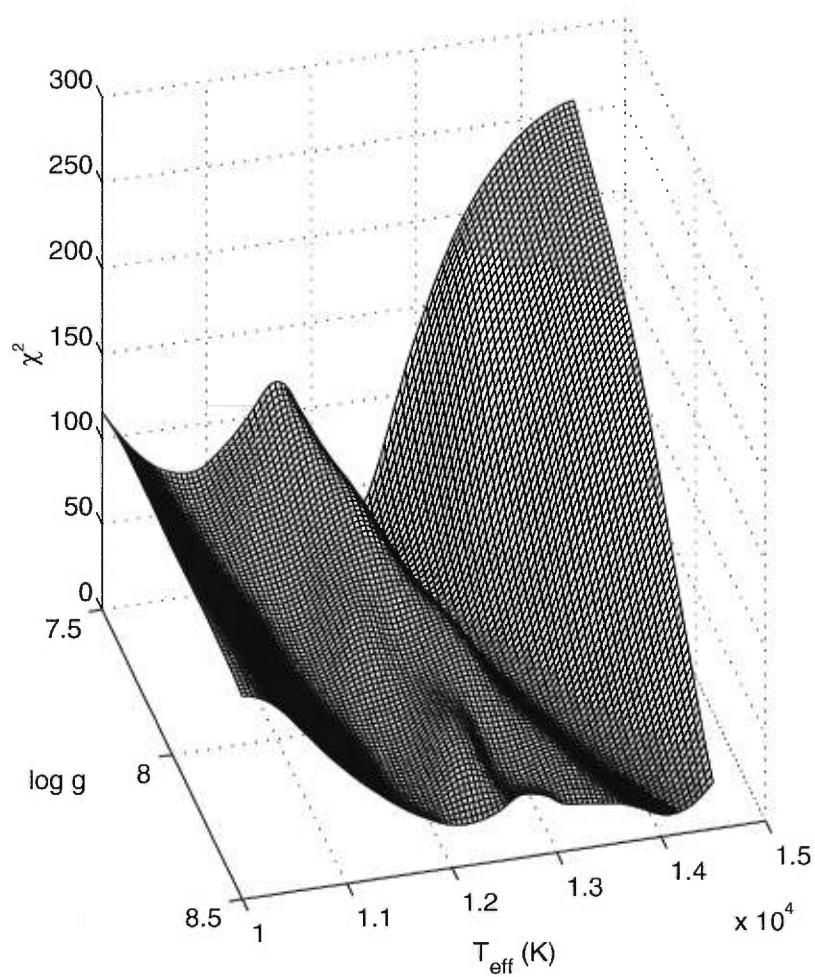


FIGURE 4.21 Représentation tridimensionnelle de la surface  $\chi^2(l=2)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}\text{-}\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange  $ML2/\alpha=0.6$

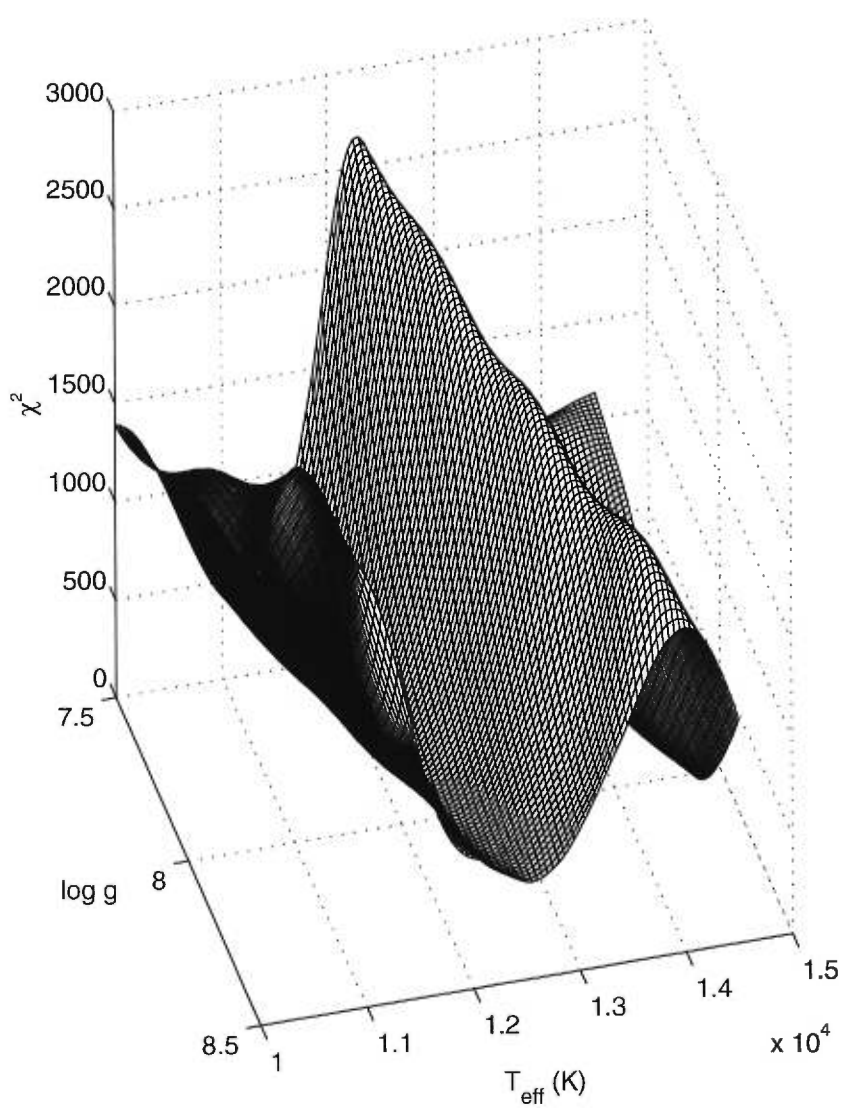


FIGURE 4.22 Représentation tridimensionnelle de la surface  $\chi^2(l=3)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}$ - $\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange ML2

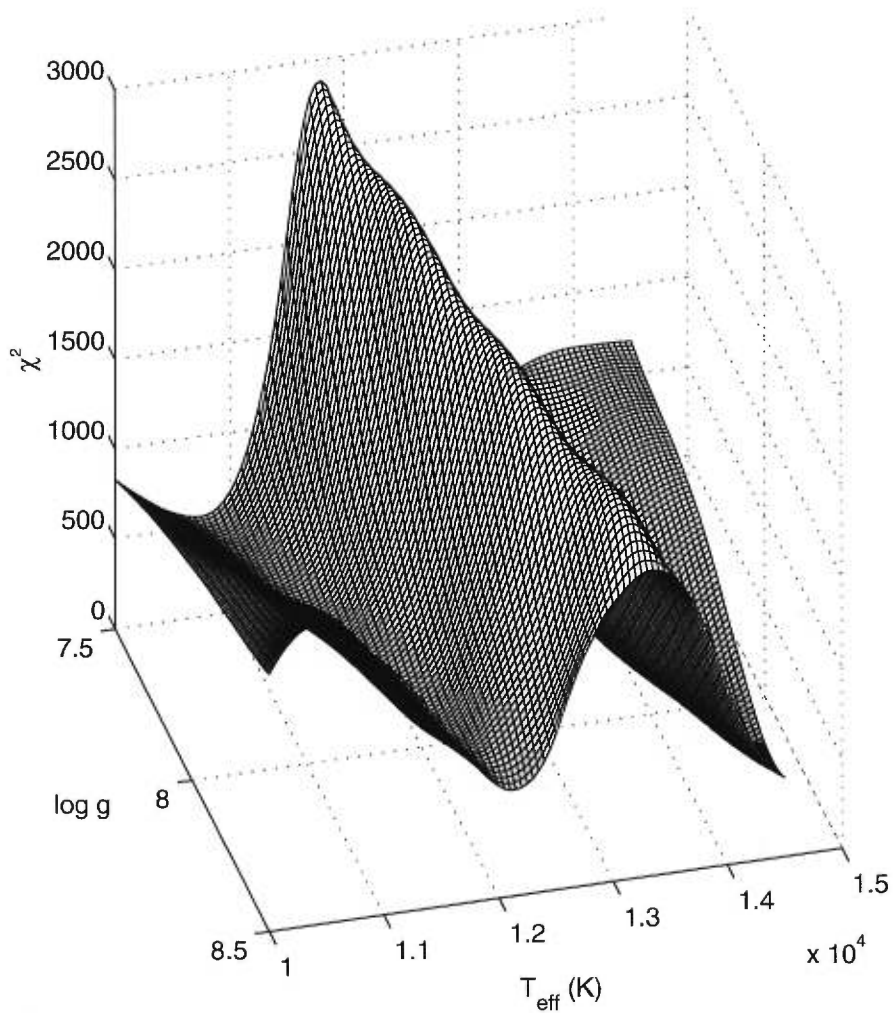


FIGURE 4.23 Représentation tridimensionnelle de la surface  $\chi^2(l=3)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}-\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange  $ML2/\alpha=0.6$

Dans l'analyse qui suit, nous cherchons les meilleurs modèles pour chaque valeur de la gravité de surface de notre grille de départ, et ce pour chaque valeur de l'indice de pulsation et de la paramétrisation de la convection. Ensuite, nous comparons entre eux les modèles ainsi réunis afin de déterminer la valeur de l'indice de pulsation qui nous donne le meilleur accord.

Le cas  $l=3$  est caractérisé par des valeurs de  $\chi^2$  beaucoup plus élevées que les valeurs correspondantes pour  $l=1$  et  $l=2$ . Nous pouvons donc exclure le cas  $l=3$  comme valeur de l'indice de pulsation du mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ . Par contre, le choix entre les solutions  $l=1$  et  $l=2$  pour l'indice de pulsation de ce mode est plus difficile. Afin d'établir une base plus solide pour la comparaison entre les différents modèles, nous évaluons la fonction de qualité  $Q$  pour chaque point des surfaces en  $\chi^2$ . Dans le cas présent, il y a un seul paramètre libre  $f$  et donc le nombre de degrés de liberté de la fonction  $Q$  est  $q=22$ .

Les surfaces de  $Q(l)$  ainsi obtenues sont illustrées aux figures 4.24 et 4.25. Les collines des surfaces de  $Q(l)$  correspondent aux vallées des surfaces de  $\chi^2(l)$ . Un examen général de ces surfaces de  $Q(l)$  ne permet pas de contraindre l'indice de pulsation  $l$  de façon convaincante, quelle que soit la paramétrisation de la théorie de la longueur de mélange. Pour une paramétrisation ML2 de la convection, les solutions optimales sur la crête des plus hautes collines ont, en moyenne, des valeurs de  $Q(l=1)\sim 0.99$  et  $Q(l=2)\sim 0.94$ . Cependant, il existe des valeurs des paramètres  $T_{\text{eff}}\sim \log g$  pour lesquelles  $Q(l=2)\geq Q(l=1)$ . Une situation semblable existe pour le cas où la paramétrisation de la convection est  $\text{ML2}/\alpha=0.6$ .

Si nous fixons comme critère qu'un modèle reproduit adéquatement les observations si  $Q>0.1$ , il est impossible de contraindre l'indice  $l$  du mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ , pour un choix particulier des paramètres atmosphériques de G29-38, en se servant uniquement des amplitudes de pulsations obtenues en plusieurs couleurs. En modifiant la paramétrisation de l'efficacité convective, il est possible de trouver un ensemble de solutions qui

reproduisent adéquatement les amplitudes observées, et ce sur presque toute la grille de paramètres.

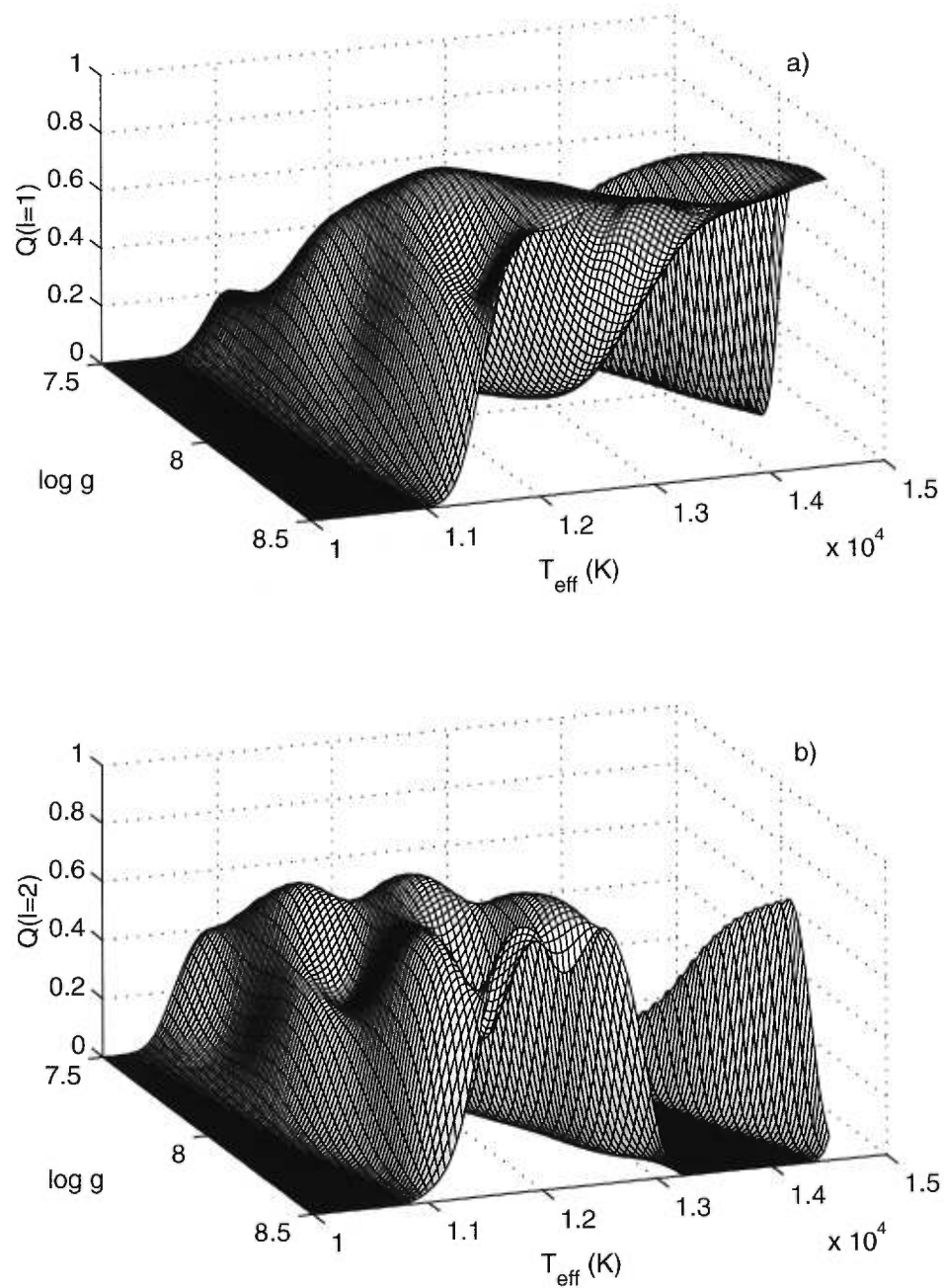


FIGURE 4.24 Représentation tridimensionnelle de la surface a)  $Q(l=1)$  et b)  $Q(l=2)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}-\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange ML2

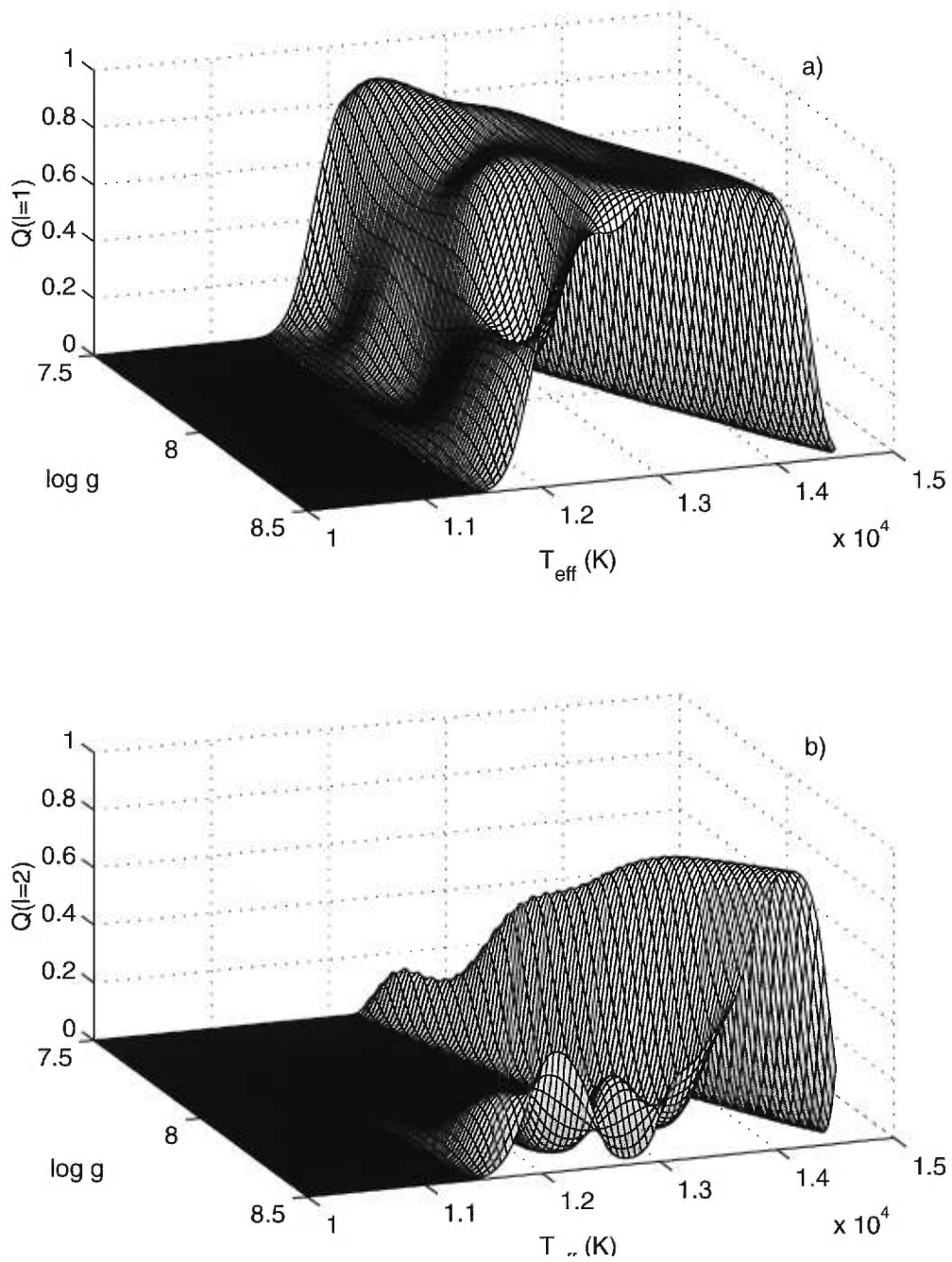


FIGURE 4.25 Représentation tridimensionnelle de la surface a)  $Q(l=1)$  et b)  $Q(l=2)$  en fonction des paramètres atmosphériques  $T_{\text{eff}}-\log g$  pour un modèle d'atmosphère caractérisé par la théorie de longueur de mélange  $ML2/\alpha=6$



Un résultat analogue a été obtenu par Robinson et al. (1995) et Fontaine et al. (1996) dans leur analyse de G117-B15A et semble être une caractéristique de ce genre d'analyse. Le choix d'un critère plus sévère,  $Q > 0.8$ , n'améliore que de peu la situation puisque le sommet des collines est relativement plat. Aussi, l'imposition d'un critère trop sévère est équivalent à ignorer des modèles qui pourtant correspondent à un ensemble d'amplitudes théoriques cohérent, dans un intervalle de  $1\sigma$  ou  $2\sigma$  avec les amplitudes observées, dans tous les canaux.

Les solutions optimales, pour chacune des valeurs de la gravité de surface de notre grille de modèles originale, pour chacune des paramétrisations de l'efficacité convective, et pour les indices de pulsations  $l=1$  et  $l=2$ , sont présentées au tableau III. Elles correspondent aux valeurs de la température effective pour lesquelles la valeur de  $Q$  est maximale. Les courbes d'amplitudes correspondantes sont illustrées aux figures 4.26-4.27. Parmi cet ensemble de solutions, seul le cas correspondant à une efficacité convective caractérisée par  $ML2/\alpha=0.6$ , une gravité de surface  $\log g = 7.50$  et un indice de pulsation  $l=2$  ne satisfait pas le critère  $Q > 0.1$ . Un examen des figures 4.26-4.27 permet de confirmer l'impossibilité de contraindre la valeur de l'indice de pulsation sans imposer de contraintes supplémentaires sur la température effective et la gravité de surface. De plus, il est également impossible de discriminer adéquatement entre les deux paramétrisations de l'efficacité convective utilisées ici. Nous remarquons que la température des solutions optimales du tableau III est peu sensible à un changement de l'indice  $l$ , pour un choix particulier de la gravité de surface et de la paramétrisation de l'efficacité convective; les cas où  $\log g=8.5$  sont cependant une exception à cette règle.

Dans Bergeron et al. (1995), le spectre moyen dans l'ultraviolet et le visible de 22 étoiles de type ZZ Ceti, incluant G29-38, est ajusté à l'aide d'une grille de modèles d'atmosphère qui traite l'efficacité convective comme paramètre libre. L'unique but de cette étude est de contraindre les paramètres atmosphériques de ces étoiles. De cette façon, Bergeron et al. (1995) obtiennent pour G29-38:  $T_{\text{eff}}= 12\,910$  K,  $\log g = 8.00$ , pour une paramétrisation de l'efficacité convective ML2; et  $T_{\text{eff}}= 11\,820$  K,  $\log g = 8.14$  avec  $ML2/\alpha=0.6$ . Les incertitudes sont, respectivement,  $\Delta T_{\text{eff}}=\pm 350$  K et  $\Delta \log g = \pm 0.05$ .

TABLEAU III. Solutions optimales pour  $l=1$  et  $l=2$

MLT	$\log g$	$T_{\text{eff}}$ (K) ( $l=1$ )	$Q$ ( $l=1$ )	$T_{\text{eff}}$ (K) ( $l=2$ )	$Q$ ( $l=2$ )
ML2	7.50	11 100	0.209	10 900	0.396
	7.75	11 400	0.503	11 150	0.682
	8.00	11 700	0.839	11 600	0.812
	8.25	12 100	0.965	12 050	0.866
	8.50	14 500	0.992	11 850	0.907
ML2/ $\alpha=0.6$	7.50	12 150	0.816	12 400	0.065
	7.75	12 500	0.936	12 800	0.304
	8.00	12 850	0.975	13 150	0.672
	8.25	13 200	0.984	13 600	0.901
	8.50	13 050	0.991	14 100	0.964

Dans la figure 4.28, nous reprenons la représentation des surfaces  $Q(l)$  sous forme de contours, et nous délimitons par un rectangle les plages de paramètres atmosphériques permises par Bergeron et al. (1995). Un examen de cette figure nous montre que ces plages ne coïncident guère avec celles qui optimisent l'accord entre nos amplitudes théoriques et observées, quelles que soient la valeur de  $l$  et celle de la paramétrisation de l'efficacité convective. Bergeron et al. (1995), pourtant, se servent exactement des mêmes

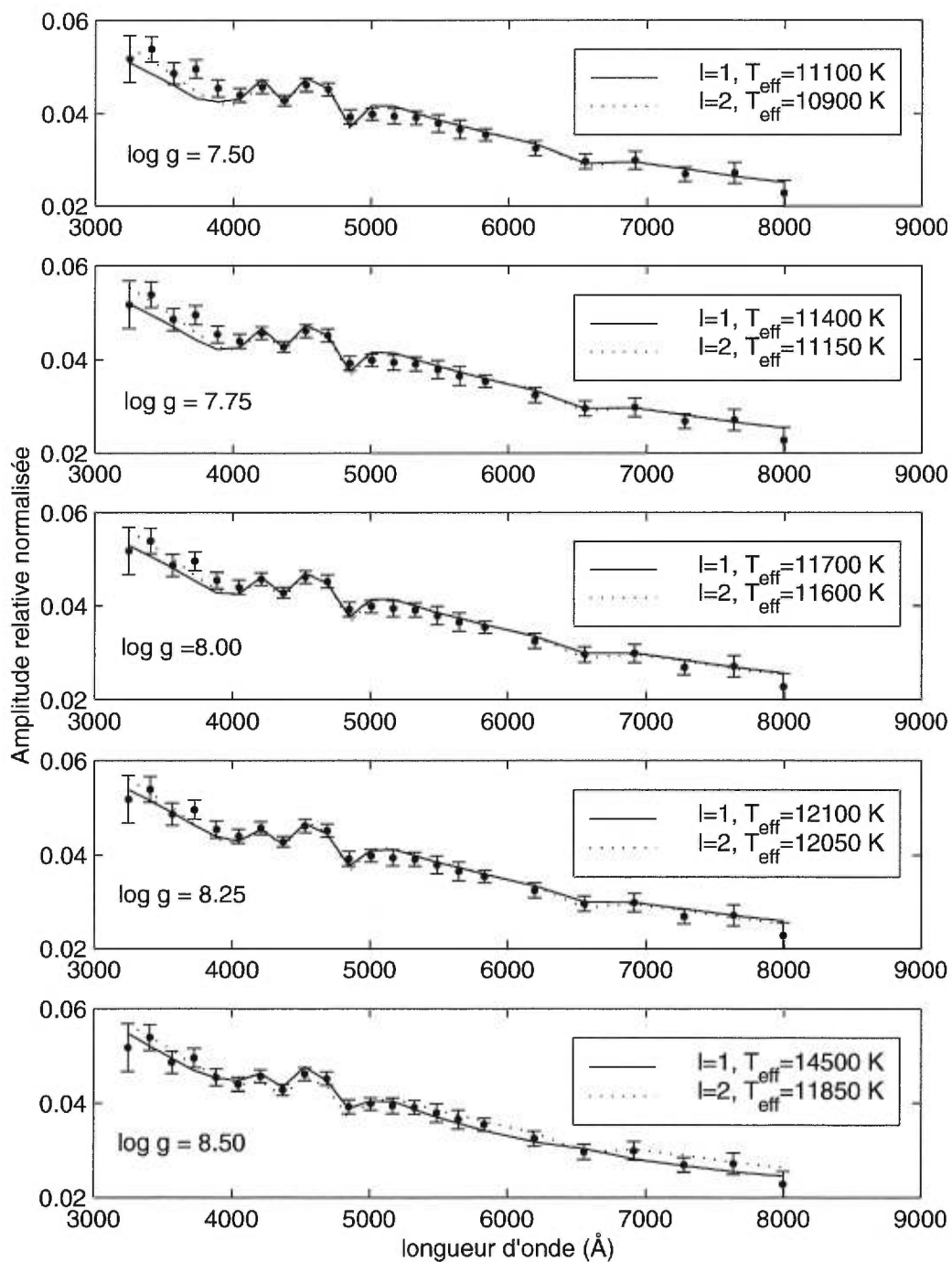


FIGURE 4.26 Amplitudes observées et théoriques des solutions optimales pour une paramétrisation ML2 de l'efficacité convective

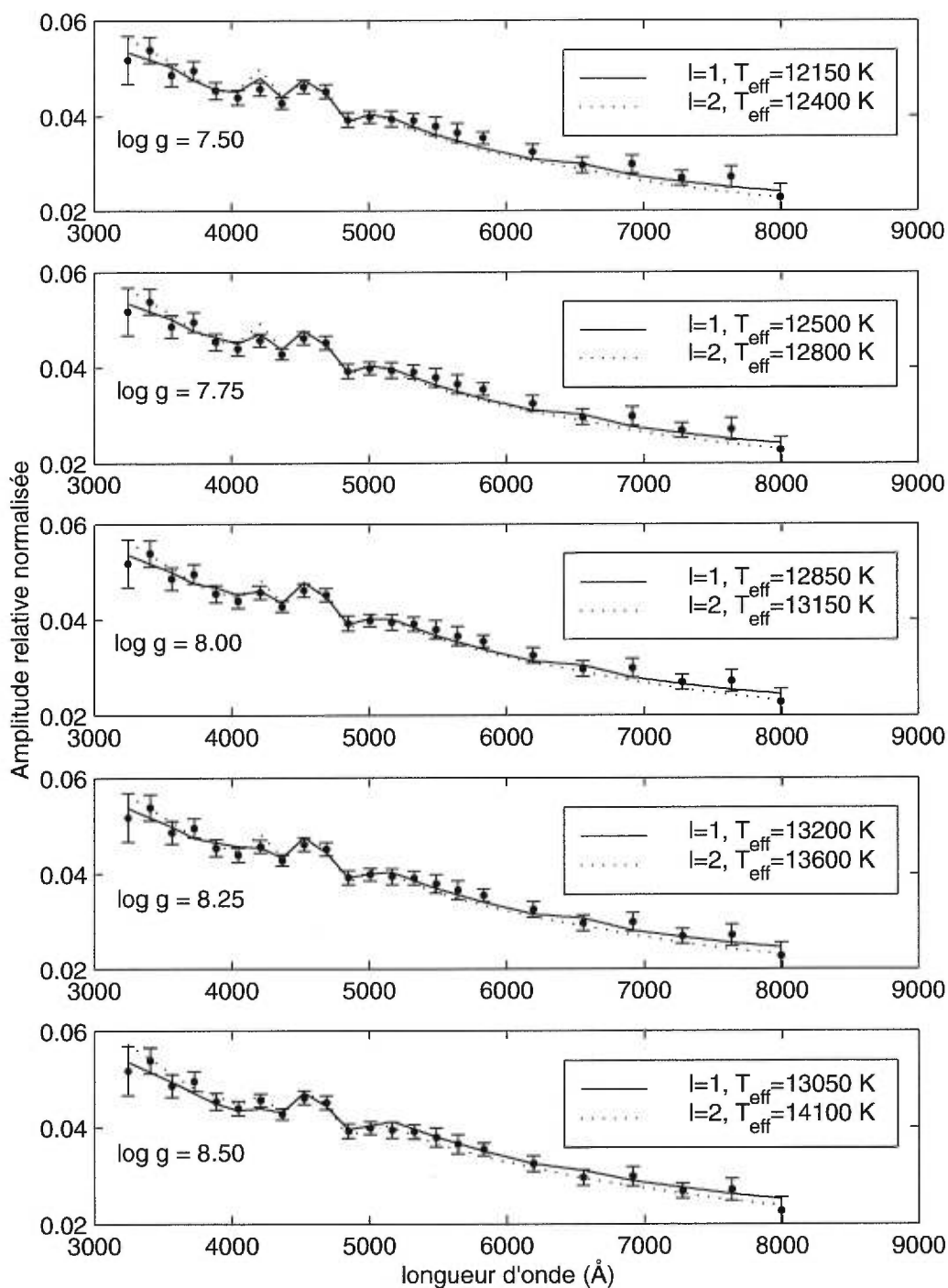


FIGURE 4.27 Amplitudes observées et théoriques des solutions optimales pour une paramétrisation  $ML2/\alpha=0.6$  de l'efficacité convective

modèles d'atmosphères que nous. Pour une efficacité convective caractérisée par ML2, notre analyse suggère une température optimale  $T_{\text{eff}} \sim 11\,700$  K, et ce pour une gravité de surface  $\log g = 8.0$ , pour nos deux valeurs de  $l$ . Cette température est inférieure de 1210 K à celle de Bergeron et al. (1995). Avec  $ML2/\alpha = 0.6$ , pour nos deux valeurs de l'indice  $l$ , la tendance s'inverse et l'analyse astéroséismologique favorise des plages de températures dans le voisinage de  $\log g = 8.14$  (12 850 - 13 200 K et 13 150 - 13 600 K) qui sont supérieures à celles suggérées par la spectrophotométrie et la spectroscopie visible

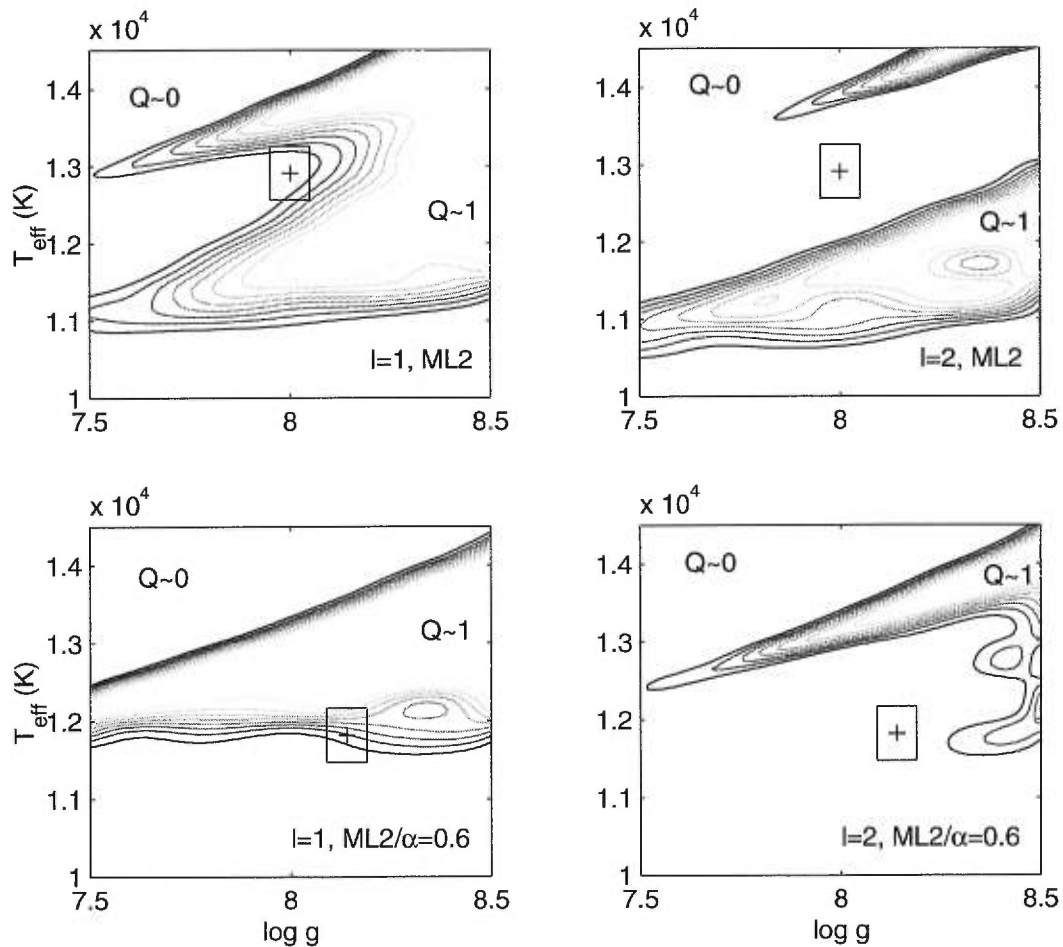


FIGURE 4.28 Courbes de contours des fonctions  $Q(l)$  en fonction des paramètres atmosphériques et de l'indice de pulsation. Les rectangles correspondent aux contraintes suggérées par Bergeron et al. (1995)

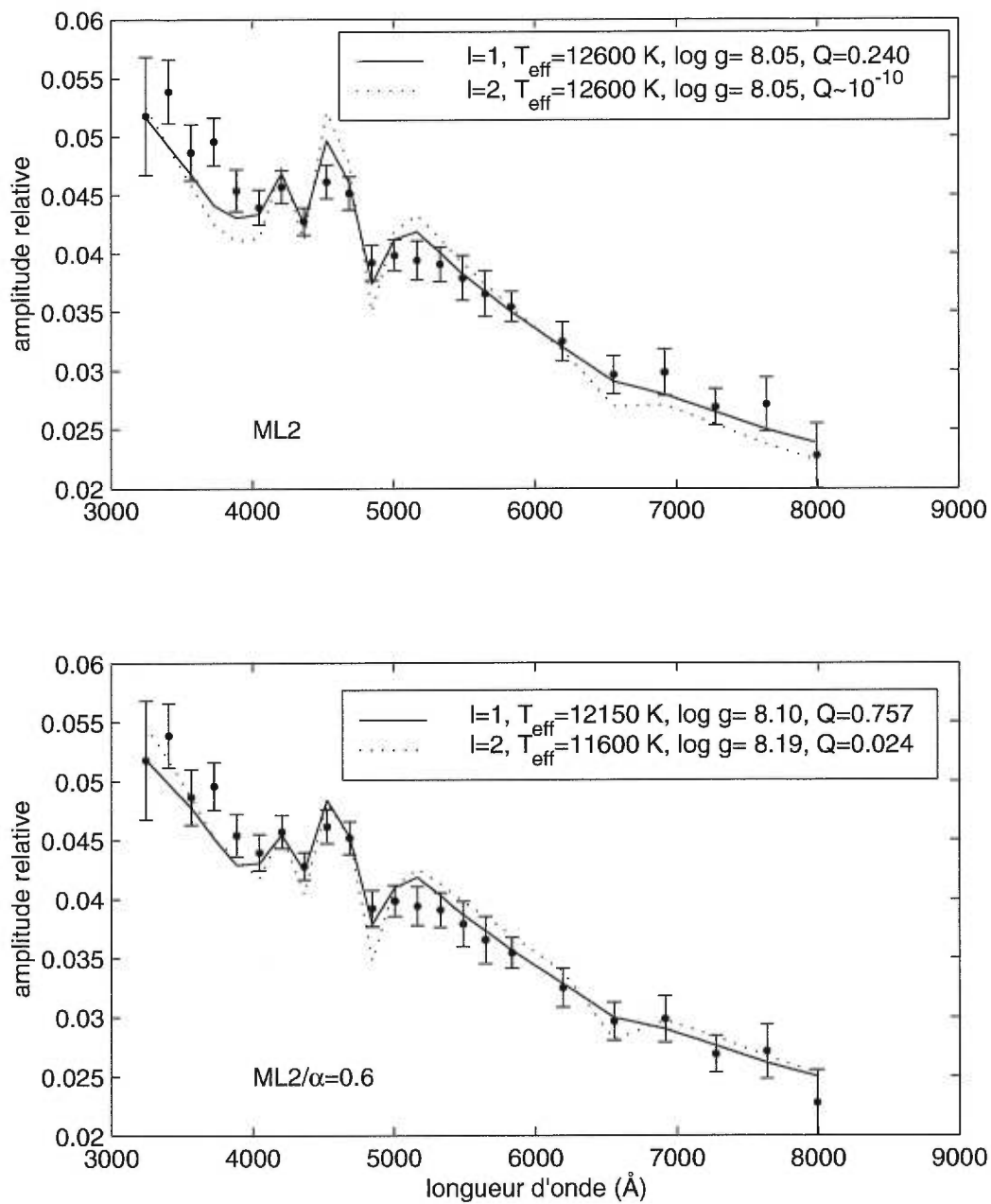


FIGURE 4.29 Solutions optimales pour les intervalles de la température et de la gravité de surface suggérés par Bergeron et al. (1995)

moyennées dans le temps (11 820 K). Ce genre d'incohérence entre les propriétés astéroséismologiques et celles, moyennées dans le temps, d'étoiles ZZ Ceti, a été observée auparavant par Robinson et al. (1995), Fontaine et al. (1996) et Clemens, van Kerkwijk et Wu (1998).

Par contre, pour l'indice de pulsation  $l=1$ , il existe, dans la plage de paramètres de Bergeron et al., des modèles qui satisfont notre critère  $Q>0.1$ . En particulier, pour une efficacité convective caractérisée par  $ML2/\alpha=0.6$ , il existe, dans cette plage, des modèles dont la valeur de  $Q$  excède même 0.7. Pour l'indice de pulsation  $l=2$ , aucun modèle n'excède la valeur  $Q\sim 0.1$ , quelle que soit la paramétrisation de la théorie de la longueur de mélange.

Ces observations appuient la valeur  $l=1$  comme indice de pulsation du mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ , si nous imposons la contrainte supplémentaire des plages de températures effectives et de gravités de surface suggérées par Bergeron et al. (1995). Afin de compléter cette détermination de l'indice de pulsation, nous illustrons à la figure 4.29 une comparaison entre les amplitudes théoriques et observées pour les modèles à l'intérieur de ces plages, pour lesquels la valeur de  $Q$  est maximale. Il est intéressant de noter que, dans la région contrainte des paramètres, la cohérence entre les amplitudes théoriques et observées est meilleure pour la paramétrisation  $ML2/\alpha=0.6$  de la convection. Bergeron et al. (1995) ont d'ailleurs été obligés de rejeter la paramétrisation  $ML2$  pour les étoiles de type ZZ Ceti, puisque les spectres ultraviolets ne sont pas simultanément cohérents avec la spectroscopie dans le visible.

# Chapitre 5

## Conclusion

Les résultats du chapitre précédent peuvent être résumés comme suit: notre analyse montre que la valeur de l'indice de pulsation  $l$  du mode de pulsation dominant de nos courbes de lumière est 1 ou 2, excluant tous les autres cas. Nous ne pouvons pas contraindre davantage la valeur de l'indice  $l$  par le seul biais de l'analyse astéro-séismologique de nos données. L'espace des paramètres couvert par l'ensemble des valeurs raisonnables de  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ , et de l'efficacité du transport convectif mettent une telle détermination hors de notre portée. Lorsqu'une telle analyse est menée à bien, nos résultats suggèrent que les valeurs des paramètres atmosphériques qui reproduisent de façon optimale les amplitudes relatives des modes de pulsation ne sont pas les mêmes que celles déterminées sur la base de données moyennées dans le temps (spectrophotométrie ultraviolette et spectroscopie visible; e.g., Bergeron et al. 1995). Cette incohérence est présente en dépit du fait que ces deux types d'analyse se basent sur la même banque de modèles d'atmosphère.

Afin de pouvoir contraindre l'indice  $l$ , nous considérons donc, dans l'analyse de nos données, les contraintes indépendantes sur  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ , et l'efficacité du transport convectif



imposées par l'analyse de spectrophotométrie ultraviolette et spectroscopie visible de G29-38 (Bergeron et al. 1995). Cette analyse définit des plages de valeurs optimales de ces paramètres, au sein desquelles notre recherche d'un ajustement optimal aux amplitudes relatives des modes de pulsation peut être concentrée. Lorsque de telles contraintes indépendantes sont imposées, notre analyse suggère que l'identification  $l=1$  pour le mode à 1690  $\mu\text{Hz}$ , combinée à une paramétrisation de l'efficacité convective  $ML2/\alpha=0.6$ , est favorisée. C'est là le principal résultat de ce mémoire.

Les données sur lesquelles sont basées ce travail ont été acquises il y a maintenant vingt ans, à une époque où l'analyse astéroséismologique des étoiles ZZ Ceti était encore dans son enfance. L'usage du télescope de 5 m à Palomar et d'un détecteur performant pour l'époque, le MCSP, ont permis d'obtenir ce qui était, jusqu'à très récemment, le seul ensemble de données spectrophotométriques à haute résolution temporelle d'une étoile de type ZZ Ceti. Les observations récentes de G29-38 de Clemens, van Kerkwijk et Wu (1998), obtenues au télescope de 10 m Keck, nous rappellent à quel point les progrès dans ce type d'analyse astéroséismologique dépendent de la haute qualité des observations

Malgré l'importante couverture à notre disposition, la signature de l'indice  $l$  reste plus prononcée dans l'ultraviolet (Robinson et al. 1995). L'acquisition de courbes de lumière simultanées dans cette région spectrale pourrait contribuer à améliorer considérablement le pouvoir de discrimination de ce type d'analyse. Dans le visible, la signature est plus forte dans les raies spectrales, et une meilleure résolution de celles-ci serait utile. De plus, une courbe de lumière de moins de 2 heures est beaucoup trop courte, et ne permet pas d'isoler un grand nombre de modes. Sans aller à l'extrême d'une mission

de type WET, une nuit complète de spectrophotométrie à haute résolution temporelle avec une bonne couverture en longueur d'onde serait précieuse.

Sur le plan théorique, nous avons souligné l'importance de bien cerner l'efficacité de la convection afin de pouvoir déterminer  $l$ . Nous sommes, par contre, encore bien loin de comprendre les propriétés de la convection dans les naines blanches, et le rôle qu'elle joue en conjonction avec les pulsations non-radiales. À elle seule, la spectroscopie visuelle de Bergeron et al. (1995) montre que l'adoption de la formulation ML2 implique une masse moyenne de  $0.58 M_{\odot}$  pour les ZZ Ceti, ce qui est en excellent accord avec la valeur de  $0.59 M_{\odot}$  pour les étoiles DA plus chaudes. Les formulations ML1 et ML3 donnent, respectivement, des masses trop élevées et trop faibles. Par contre, pour obtenir une meilleure cohérence entre les observations visuelles et la spectrophotométrie ultraviolette, une paramétrisation moins efficace doit être adoptée,  $ML2/\alpha=0.6$ . Celle-ci donne cependant des masses un peu trop élevées. Ludwig et al. (1994) présentent des simulations hydrodynamiques de naines blanches qui incluent des conditions frontières réalistes, et qui contiennent tous les éléments de la turbulence tels que vus dans les modèles des zones convectives des étoiles de la séquence principale. Ils obtiennent des profils thermiques moyens qualitativement cohérents avec  $ML2/\alpha=0.6$ , mais dont le détail ne peut être reproduit par une simple théorie de mélange. Gautschy et al. (1996) explorent les conséquences de ces profils thermiques sur les pulsations. Mais ils sont incapables, en se servant de ces profils présumés plus réalistes, de produire des instabilités pulsationnelles parmi les modèles stellaires qui se trouvent dans la bande d'instabilité des ZZ Ceti.

Ce n'est donc que lorsque nous aurons à notre disposition une théorie adéquate de la convection dans les naines blanches, et que nous aurons compris la nature des

incohérences associées à nos modèles d'atmosphères stellaires, que la pleine puissance de l'astéroséismologie pourra être mise à profit. Alors G29-38 livrera-t-elle peut-être ses secrets?

# Références

Allard, N., et Koester, D. 1992, «Theoretical profiles of Lyman-alpha satellites and application to synthetic spectra of DA white dwarfs», *Astronomy and Astrophysics*, 258, 464

Barnbaum, C., et Zuckerman, B. 1992, «The radial velocity of the white dwarf Giclas 29-38», *Astrophysical Journal*, 396, L31

Bergeron, P., Wesemael, F., et Fontaine, G. 1992, «On the influence of the convective efficiency on the determination of the atmospheric parameters of DA white dwarfs», *Astrophysical Journal*, 387, 288

Bergeron, P., Wesemael, F., Lamontagne, R., et Fontaine, G. 1995, «Optical and ultraviolet analyses of ZZ Ceti stars and study of the atmospheric convective efficiency in DA white dwarfs», *Astrophysical Journal*, 449, 258

Böhm, K.H., et Cassinelli, J. 1971, «Convective envelopes and acoustic noise generation in white dwarfs», *Astronomy and Astrophysics*, 12, 21

Böhm-Vitense, E. 1958, «Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effectivtemperaturen und Leuchtkräfte», *Zeitschrift für Astrophysik*, 46, 108

Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., Hansen, C.J. 1992a, «Adiabatic properties of pulsating DA white dwarfs. II - Mode trapping in compositionally stratified models», *Astrophysical Journal Supplement Series*, 80, 369

Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., et Talon , A. 1993, «A new tool for white dwarf seismology and an application to the ZZ Ceti star G117-B15A», dans *White Dwarfs: Advances in Observation and Theory*, ed. M.A. Barstow, NATO ASI Series, 403, 485

Brassard, P., Fontaine, G., et Wesemael, F. 1995,«The modeling of energy distributions and light curves of ZZ Ceti stars. I. Basic theory and semianalytic expressions for the emergent flux», *Astrophysical Journal Supplement Series*, 96, 545

Bradley, P.A., et Winget, D.E. 1994, «Hot or not? Theoretical blue edges for DA and DB white dwarfs models», *Astrophysical Journal*, 421, 236

Brickhill, A.J. 1975, «The gravity oscillations of white dwarfs», *MNRAS*, 170, 405

Brickhill, A.J. 1992a, «The pulsations of ZZ Ceti stars. V - The light curves», *MNRAS*, 259, 519

Brickhill, A.J. 1992b, «The pulsations of ZZ Ceti stars. VI - The amplitude spectra», *MNRAS*, 259, 529

Buta, R.J., et Smith, M.A. 1979, «The light variations of nonradial pulsators - Theory and application to the line profile variable 53 Persei», *Astrophysical Journal*, 232, 213

- Chanmugam, G. 1972, «Variable white dwarfs», *Nature (Physical Science)*, 236, 83
- Clemens, J.C., van Kerkwijk, M.H., et Wu, Y. 1998, «Mode identification from time resolved spectroscopy of the pulsating white dwarf G29-38», *MNRAS*, sous presse
- Cox, J.P. 1980, *Theory of Stellar Pulsations*, Princeton U. Press, Princeton
- Cox, A.N., Kidman, R.B., Starrfield, S.G., et Pesnel, W.D. 1987, «Pulsations of white dwarf stars with thick hydrogen or helium surface layers», *Astrophysical Journal*, 317, 303
- Dolez, N. et Vauclair, G. 1981, «Gravity modes instability in DA white dwarfs», *Astronomy and Astrophysics*, 102, 375
- Dziembowski, W. 1977, «Light and radial velocity variations in a nonradially oscillating star», *Acta Astronomica*, 27, 203
- Dziembowski, W., et Koester, D. 1981, «Excitation of gravity modes in white dwarfs with chemically stratified envelopes», *Astronomy and Astrophysics*, 97, 16
- Fontaine, G., Lacombe, P., McGraw, J.T., Dearborn, D.S.P., et Gustafson, J. 1982, «On the statistics of ZZ Ceti stars», *Astrophysical Journal*, 258, 651
- Fontaine, G., Brassard, P., Bergeron, P., et Wesemael, F. 1996, « A reanalysis of multiwavelength observations of the pulsating DA white dwarf G117-B15A», *Astrophysical journal*, 469, 320

Fontaine, G., et Brassard, P. 1994, «White Dwarf Seismology: Modeling of the Light Curves of ZZ Ceti Stars», dans *Astronomical Society of the Pacific Conference Proceedings 57, Stellar and Circumstellar Astrophysics*, ed G. Wallerstein et A. Noriega-Crespo (San Francisco: ASP), 195

Fontaine, G., Villeneuve, B., et Wilson, J. (1981), «On the acoustic flux of Sirius A», *Astrophysical Journal*, 243, 550

Gautschy, A., Ludwig, H.-G., Freytag, B. 1996, «Overtures to the pulsational instability of ZZ Ceti variables», *Astronomy and Astrophysics*, 311, 493

Graham, J.R., McCarthy, J.K., Reid, I.N., Rich R.M. 1990, «Does G29-38 have a massive companion?», *Astrophysical Journal*, 357, L21

Greenstein, J.L. 1982, «Temperature as a unique predictor of ZZ Ceti variability», *Astrophysical Journal*, 258, 661

Greenstein, J.L. 1988, «The companion of the white dwarf G29-38 as a brown dwarf», *Astronomical Journal*, 95, 1494

Greenstein, J.L., Boksenberg, A., Carswell, R., Shortridge, K. 1977, «The rotation and gravitational redshift of white dwarfs», *Astrophysical Journal*, 212, 186

Greenstein, J.L., et Peterson, D.M. 1973, «Line profiles and rotation in white dwarfs», *Astronomy and Astrophysics*, 25, 29

Kawaler, S.D. 1987a, «Uniform period spacings in white dwarf models», dans *Stellar Pulsations*, ed. A.N. Cox, W.M. Sparks, et S.G. Starrfield (Berlin: Springer), 367

Kawaler, S.D., et Bradley, P.A. 1994, «Precision asteroseismology of pulsating PG 1159 stars», *Astrophysical Journal*, 427, 415

Kawaler, S.D. et Weiss, P. 1990, dans *Proceedings of the Oji International Seminar, Progress of Seismology of the Sun and Stars*, ed. Y. Osaki, et H. Shibahashi (Berlin: Springer), 431

Kepler, S.O. 1984b, «The ZZ Ceti star GD 385 revisited», *Astrophysical Journal*, 278, 754

Kleinman et al. 1994, «Observational limits on companions to G29-38», *Astrophysical Journal*, 436, 875

Kleinman, S.J. 1995, «G29-38 and asteroseismology of the cool dav white dwarfs», *Baltic Astronomy*, 4, 270

Kleinman et al. 1998, «Understanding the Cool DA White Dwarf Pulsator, G29-38», *Astrophysical Journal*, 495, 424

Koester, D., Vauclair, G., Dolez, N., Oke, J.B., Greenstein, J.L., et Weidemann, V. 1985, «Atmospheric parameters of the variable DB white dwarf GD 358», *Astronomy and Astrophysics*, 149, 423

Koester, D., Provencal, J., et Shipman, H.L. 1997, «Metals in the variable DA G29-83», *Astronomy and Astrophysics*, 320, L57

Landolt, A.U. 1968, «A new short-period blue variable», *Astrophysical Journal*, 153, 151



Liebert, J., Saffer, R.A., et Pilachowski, C.A. 1989, «High-dispersion observations of H-alpha in the suspected brown dwarf, white dwarf binary system G29-38», *Astronomical Journal*, 97, 182

Lomb, N.R. 1976, «Least-Squares Frequency Analysis of Unequally Spaced Data», *Astrophysics and Space Science*, 39, 447

Ludwig, H.-G., Jordan, S., et Steffen, M. 1994, «Numerical simulations of convection at the surface of a ZZ Ceti white dwarf», *Astronomy and Astrophysics*, 284, 105

Lunine, J.I., Hubbard, W.B., et Marley, M.S. 1986, «Evolution and infrared spectra of brown dwarfs», *Astrophysical Journal*, 310, 238

Marley, M.S., Lunine, J. I., et Hubbard W.B. 1990, «The periodicities in the infrared excess of G29-38 - An oscillating brown dwarf?», *Astrophysical Journal*, 348, L37

McGraw, J.T. 1977, thèse de doctorat, University of Texas

McGraw, J.T. 1979, «The physical properties of the ZZ Ceti stars and their pulsations», *Astrophysical Journal*, 229, 203

McGraw, J.T., et Robinson, E.L. 1975, «G 29-38 and G 38-39 : two new large-amplitude variable white dwarfs», *Astrophysical Journal*, 200, L89

McGraw, J.T., et Robinson, E.L. 1976, «High-speed photometry of luminosity-variable DA dwarfs : R 808, GD 99, and G 117-B15A», *Astrophysical Journal*, 205, L155

Meisel, D.D. 1978, «Fourier Transforms of Data Sampled at Unequal Observational Intervals», *Astronomical Journal*, 83, 538

Messiah, A. 1962, Quantum Mechanics (Amsterdam: North-Holland)

Milkey, R.W., et Pilachowski, C.A. 1985, «H $\alpha$  profiles in DA white dwarfs», Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 97, 634

Nather, R.E. 1973, Vistas in Astronomy, 15, 91

Nather, R.E., Winget, D.E., Clemens, J.C., Hansen, C.J., et Hine, B.P. 1990, «The whole earth telescope - A new astronomical instrument», Astrophysical Journal, 361, 309

Nelan, E.P., et Wegner, G. 1985, «Identification of the 1400 and 1600 Å features observed in the ultraviolet spectra of DA white dwarfs», Astrophysical Journal, 289, L31

Nelson, L.A., Rappaport, S.A., et Joss, P.C. 1986, «The evolution of very low mass stars», Astrophysical Journal, 311, 226

Oke, J.B. 1974, «Absolute spectral energy distributions for white dwarfs», Astrophysical Journal Supplement Series, 27, 210

Oke, J.B., et Gunn, J.E. 1983, «Secondary standard stars for absolute spectrophotometry», Astrophysical Journal, 266, 713

Osaki, Y., et Hansen, C.J. 1973, «Nonradial oscillations of cooling white dwarfs», Astrophysical Journal, 185, 277

Patterson, J., Zuckerman, B., Becklin, E.E., Tholen, D.J., et Hawarden, T. 1991, «The infrared and optical pulsations of G29 - 38», Astrophysical Journal, 374, 330

Pilachowski, C.A., et Milkey, R.W. 1984, «The rotational velocities of white dwarfs», Publications of the Astronomical society of the Pacific, 96, 821

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., et Flannery, B.P. 1992, Numerical Recipes in C, 2<sup>ième</sup> édition (Massachusetts: Cambridge University Press)

Robinson. E.L., Mailloux, T.M., Zhang, E., Koester, D., Stiening, R.F., Bless, R.C., Percival. J.W., Taylor, M.J., et van Citters, G,W. 1995, «The pulsation index, effective temperature, and thickness of the hydrogen layer in the pulsating DA white dwarf G117-B15A», Astrophysical Journal, 438, 1017

Robinson, E.L., Kepler, S.O., et Nather, R.E. 1982, «Multicolor variations of the ZZ Ceti stars», Astrophysical Journal, 259, 219

Scargle, J.D.1982, «Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data», Astrophysical Journal, 263, 835

Shulov, O.S., et Kopatskaya, E.N. 1974, «Discovery of light variability in the white dwarf G 29-38», Astrofizika (USSR), 10, 117

Starrfield, S., Cox, A.N., Hodson, S. et Pesnell, W.D. 1982, «Linear theory radial and nonradial pulsations of DA dwarf stars», dans Conference on Pulsations in Classical and Cataclysmic Variable Stars, ed. J.P. Cox. et C.J. Hansen (Boulder Joint Institute for Laboratory Astrophysics), 46

Telesco, C.M., Joy, M., et Sisk, C. 1990, «Observations of G29 - 38 at 10 microns», Astrophysical Journal, 358, L17

Tokunaga, A.T., Becklin, E.E., et Zuckerman, B. 1990, «The infrared spectrum of G29 - 38», *Astrophysical Journal*, 358, L21

Unno, W., Osaki, Y., Ando, A., Saio, H., et Shibahashi, H. 1989, *Nonradial Oscillation of Stars*, 2<sup>ième</sup> édition (Tokyo: University of Tokyo Press)

Vaníček, P. 1971, «Further development and properties of the spectral analysis by least-squares», *Astrophysics and Space Science*, 12, 10

van Kerkwijk, M.H., Clemens, J.C., et Wu, Y. 1998, «Surface motion in the pulsating DA white dwarf G29-38», *MNRAS*, sous presse.

Warner, B., et Nather, R.E 1972, «Observations of rapid blue variables-III. HL Tau-76», *MNRAS*, 156, 1

Warner, B., et Robinson, E.L. 1972, «Non-radial pulsations in white dwarf stars», *Nature (Physical Science)*, 239, 2

Wesemael, F., Lamontagne, R., et Fontaine, G. 1986, «Time-averaged ultraviolet observations of pulsating DA white dwarfs from the IUE observatory», *Astronomical Journal*, 91, 1376

Winget, D.E. 1981, thèse de doctorat, University of Rochester

Winget, D.E., Van Horn, H.M., et Hansen, C.J. 1981, «The nature of the ZZ Ceti oscillations - Trapped modes in compositionally stratified white dwarfs», *Astrophysical Journal*, 245, 33

Winget, D.E., Van Horn, H.M., Tassoul, M., Fontaine, G., Hansen, C.J., et Carroll, B.W. 1982, «Hydrogen-driving and the blue edge of compositionally stratified ZZ Ceti star models», *Astrophysical Journal*, 254, 221

Winget et al. 1990, «Whole earth telescope observations of the white dwarf G29-38 - Phase variations of the 615 second period», *Astrophysical Journal*, 357, 630

Winget, D.E., et Fontaine, G. 1982, «On the nature of the pulsating white dwarf stars», dans *Conference on Pulsations in Classical and Cataclysmic Variable Stars*, ed. J.C. Cox et C.J. Hansen (Boulder Joint Institute of Laboratory Astrophysics), 46

Zuckerman, B., et Becklin, E.E. 1987, «Excess infrared radiation from a white dwarf - An orbiting brown dwarf?», *Nature*, 330, 138