

Université de Montréal

LE POTENTIEL DE L'ASTÉROSEISMOLOGIE POUR LES ÉTOILES  
SOUS-NAINES DE TYPE B

par

Stéphane Charpinet

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophiæ Doctor (Ph.D.)  
en physique

Septembre, 1998

©Stéphane Charpinet, 1998



QC  
3  
U54  
1999  
v.004  
t.1

Université de Montréal

LE POTENTIEL DE L'ASTÉROISMOLOGIE POUR LES ÉTUDIÉS  
SOUS-VAIRES DE TYPE B

par

Stéphane Cloutier

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de

Philosophie Doctor (Ph.D.)

en physique

septembre, 1998



© Stéphane Cloutier, 1998.



Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

LE POTENTIEL DE L'ASTÉROSÉISMOLOGIE POUR LES ÉTOILES  
SOUS-NAINES DE TYPE B

présentée par:

Stéphane Charpinet

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

François Wesemael, président-rapporteur

Gilles Fontaine, directeur de recherche

Pierre Brassard, codirecteur

Serge Demers, membre du jury

Pierre Demarque, examinateur externe

*François Carreyro, représentant du jury*

Thèse acceptée le: ....11...12...1998..

## SOMMAIRE

L'objectif principal de cette thèse consiste à évaluer les possibilités que les étoiles sous naines de type B, aussi appelées sdB, puissent développer des variations de luminosité engendrées par des phénomènes de pulsations. Dans la mesure où, au commencement de cette étude, les sdB ne sont pas connues pour montrer ce type de comportement, notre approche s'effectue exclusivement sur des bases théoriques visant à déterminer, par le calcul, si ces étoiles ont le potentiel pour devenir instables. Le cas échéant, il s'agira d'évaluer quels sont les résultats susceptibles d'émerger d'un sondage de la structure interne de ces étoiles avec les méthodes de l'astéroséismologie.

Après avoir introduit le contexte et les outils théoriques nécessaires à ce projet (théorie des pulsations stellaires et modèles d'étoiles sous-naines de type B), la démarche passe obligatoirement par une étude exhaustive des propriétés des modes de pulsation dans ces étoiles. Nous l'avons entreprise de manière systématique afin d'évaluer et de comprendre les comportements des oscillations en fonction des différents paramètres physiques qui caractérisent une sdB. Par souci de complétude, nous étudions également les rapports qu'entretiennent évolution et périodes de pulsation au cours de la phase sdB. Par la suite, fort des connaissances nouvellement acquises, nous nous lançons dans l'étude de la stabilité des modes d'oscillation, l'objectif étant d'identifier, le cas échéant, un mécanisme capable de déstabiliser, dans certaines conditions, une fraction de ces étoiles. Par cette approche, nous déterminons qu'un mécanisme  $\kappa$  associé à une région d'ionisation partielle de l'élément fer agit efficacement dans l'enveloppe des sdB si, toutefois, le fer y est présent en quantités extra-solaires. Nous montrons alors que des processus de diffusion, déjà fortement suspectés d'exister dans ces étoiles, sont en mesure d'accumuler des quantités de fer largement suffisantes pour engendrer des pulsations, nous conduisant ainsi à avancer la prédiction que des sdB

pulsantes doivent exister.

L'annonce, indépendante et pratiquement simultanée, de la découverte de véritables sdB pulsantes ainsi que les premières comparaisons entre théorie et observations nous poussent alors à construire des modèles plus sophistiqués – incluant les effets de la diffusion sur le fer –, mieux adaptés pour décrire le mécanisme de déstabilisation proposé. Nous constatons alors un très bon accord quantitatif entre les propriétés sismiques déduites des modèles théoriques et celles effectivement observées dans les sdB pulsantes, confirmant dès lors le rôle joué par le mécanisme en question.

Nous discutons également des aspects reliés à l'étude astéroséismologique de ces étoiles dont l'objectif, ultimement, est d'en sonder l'intérieur. Bien qu'il soit encore prématuré d'appliquer une telle méthode sur les sdB, nous explorons rapidement les moyens pour y parvenir et nous tentons de préciser quels sont les éléments de la structure des sdB que nous pouvons espérer mesurer avec cette technique.

Finalement, suite aux résultats satisfaisants obtenus pour les sdB, nous entreprenons de poursuivre l'étude de stabilité sur les modèles évolutifs en phase post-EHB. Nous constatons alors l'existence de modèles instables, identifiables aux étoiles naines blanches de type DAO, pour lesquels des modes  $g$  de faible ordre radial sont excités par un mécanisme  $\epsilon$  associé à la région de brûlage en couche résiduel de l'hydrogène situé à la base de l'enveloppe des modèles. Ce résultat nous conduit ainsi à proposer l'existence d'une autre classe d'étoiles pulsantes parmi les DAO. Contrairement aux sdB, cette prédiction reste toutefois à confirmer par l'observation.

## TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE . . . . .	iii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	v
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiv
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1 : Les Etoiles Variables Pulsantes	
Théorie des Oscillations Stellaires . . . . .	6
1.1 Introduction . . . . .	6
1.2 Naissance d'une théorie - Les étoiles pulsantes . . . . .	7
1.2.1 La physique des pulsations stellaires . . . . .	8
1.2.2 Différents types d'étoiles pulsantes . . . . .	11
1.2.3 L'astéroséismologie . . . . .	15
1.3 Théorie des pulsations stellaires . . . . .	15
1.3.1 Les équations de base . . . . .	16
1.3.2 Equilibre hydrostatique . . . . .	18
1.3.3 Equations d'oscillation - Linéarisation . . . . .	19
1.4 Approximation adiabatique . . . . .	23

	vi
1.4.1	Approximation de Cowling et traitement local . . . . . 24
1.4.2	Energie cinétique . . . . . 26
1.4.3	Principe variationnel . . . . . 27
1.4.4	Régions de formation des périodes . . . . . 28
1.4.5	Effets de la rotation . . . . . 29
1.4.6	Le code des pulsations adiabatiques . . . . . 31
1.5	Théorie non-adiabatique . . . . . 33
1.5.1	Solutions non-adiabatiques . . . . . 34
1.5.2	Intégrale de travail . . . . . 35
1.5.3	Mécanismes de déstabilisation . . . . . 36
1.5.4	Le code des pulsations non-adiabatiques . . . . . 38
CHAPITRE 2 :	Les Etoiles Sous-Naines de Type B . . . . . 40
2.1	Introduction . . . . . 40
2.2	La nature des étoiles sous-naines . . . . . 41
2.2.1	Classification spectrale et paramètres de surface . . . . . 42
2.2.2	Un puzzle théorique . . . . . 43
2.2.3	Les anomalies d'abondances . . . . . 47
2.3	Structures évolutives . . . . . 50
2.3.1	Généralités . . . . . 51
2.3.2	Construction des modèles . . . . . 54

2.3.3	Séquences évolutives . . . . .	57
2.3.4	Le modèle de référence . . . . .	61
2.4	Structures statiques d'enveloppes . . . . .	67
2.4.1	Construction des enveloppes . . . . .	68
2.4.2	Comparaisons structurelles . . . . .	70
2.5	Potentiels à explorer . . . . .	74
<b>CHAPITRE 3 : Etude Adiabatique</b>		
	Structure des Modes de Pulsation . . . . .	76
3.1	Introduction . . . . .	76
3.2	Structure du spectre des modes de pulsation . . . . .	78
3.2.1	Quantités adiabatiques . . . . .	78
3.2.2	Caractéristiques des modes g . . . . .	83
3.2.3	Caractéristiques des modes p . . . . .	98
3.2.4	Diagramme de propagation . . . . .	107
3.2.5	Inventaire des aspects importants à retenir . . . . .	110
3.3	Modèles statiques d'enveloppes . . . . .	112
3.3.1	Comparaison des quantités adiabatiques . . . . .	113
3.3.2	Comparaisons sur la structure du spectre des modes g . . . . .	118
3.3.3	Comparaisons sur la structure du spectre des modes p . . . . .	120
3.3.4	Sur l'origine des divergences . . . . .	130

3.3.5	A propos des conditions frontières . . . . .	139
3.3.6	Modèles d'enveloppes - Mode d'emploi . . . . .	145
3.4	Exploration de l'espace des paramètres . . . . .	147
3.4.1	Influence de la température et de la gravité . . . . .	149
3.4.2	Influence de l'épaisseur de l'enveloppe . . . . .	178
3.4.3	Influence de la masse . . . . .	202
3.4.4	Rétrospective . . . . .	210
3.5	Evolution stellaire et pulsations . . . . .	214
3.5.1	Séquences évolutives et périodes . . . . .	215
3.5.2	Influence du noyau sur l'évolution des modes g . . . . .	222
3.5.3	Taux de changement des périodes - Modes p . . . . .	226
3.5.4	Taux de changement des périodes - Modes g . . . . .	239
3.5.5	Principaux résultats à retenir . . . . .	253
3.6	Synthèse et perspectives . . . . .	255
 CHAPITRE 4 : Etude Non-Adiabatique		
	Stabilité des Modes de Pulsation . . . . .	259
4.1	Introduction . . . . .	259
4.2	Stabilité des modèles évolutifs . . . . .	260
4.2.1	Périodes non-adiabatiques . . . . .	261
4.2.2	Influence des régions déstabilisatrices potentielles . . . . .	264

4.3	Influence de la métallicité . . . . .	270
4.3.1	Structures statiques modifiées . . . . .	270
4.3.2	Grilles de modèles d'enveloppes . . . . .	271
4.3.3	Modes instables . . . . .	275
4.3.4	Influence de $M_{\text{env}}$ et $M_*$ . . . . .	277
4.3.5	Mécanisme de déstabilisation . . . . .	280
4.4	Une nouvelle classe d'étoiles pulsantes? . . . . .	282
4.4.1	La métallicité des sdB . . . . .	283
4.4.2	Prédictions théoriques . . . . .	286
4.4.3	Confrontation avec les observations . . . . .	288
4.5	Perspectives . . . . .	292
CHAPITRE 5 : Nouvelle Etude de Stabilité		
	Modèles de Seconde Génération . . . . .	294
5.1	Introduction . . . . .	294
5.2	Diffusion des éléments lourds . . . . .	296
5.2.1	Hypothèses de calcul . . . . .	297
5.2.2	Formulation du problème . . . . .	299
5.2.3	Profils d'abondance pour le fer . . . . .	306
5.3	Construction des modèles de seconde génération . . . . .	309
5.3.1	Physique constitutive . . . . .	310



5.3.2	Effets de la diffusion sur l'opacité moyenne . . . . .	313
5.3.3	Comparaisons structurelles avec la première génération . . . . .	317
5.4	Stabilité pour un modèle de référence . . . . .	322
5.4.1	Calculs non-adiabatiques . . . . .	323
5.4.2	Comparaison avec les périodes observées . . . . .	325
5.4.3	Mécanisme de déstabilisation . . . . .	327
5.5	Stabilité dans le plan gravité-température . . . . .	329
5.5.1	Comportements non-adiabatiques des modes acoustiques . . . . .	331
5.5.2	Aperçu des tendances . . . . .	339
5.5.3	Domaine d'instabilité . . . . .	344
5.5.4	Nature et propriétés des modes instables . . . . .	350
5.5.5	Comparaisons individuelles . . . . .	364
5.5.6	Limites des modèles de seconde génération . . . . .	372
5.6	Prélude à l'étude astéroséismologique des sdB . . . . .	375
5.6.1	Sur le choix des modèles à utiliser . . . . .	375
5.6.2	Résultats préliminaires . . . . .	379
5.6.3	Sonder les sdB avec l'astéroséismologie . . . . .	381
5.7	Résumé et perspectives . . . . .	386
CHAPITRE 6 : Activité Sismique dans les Etoiles en Phase Post-EHB . . . . .		392
6.1	Introduction . . . . .	392

6.2	Analyse de stabilité sur les modèles post-EHB . . . . .	393
6.2.1	Bande d'instabilité . . . . .	394
6.2.2	Nature des modes instables . . . . .	396
6.2.3	Le mécanisme de déstabilisation . . . . .	398
6.3	Discussion et perspectives . . . . .	401
	CONCLUSION . . . . .	403
	RÉFÉRENCES . . . . .	407
	APPENDICE A : Paramètres Stellaires pour les Séquences Evolutives . . . . .	xxii
	APPENDICE B : Etude Asymptotique des Modes de Pulsation . . . . .	xxx
	APPENDICE C : Périodes Adiabatiques pour les Séquences Evolutives . . . . .	xxxvii
	APPENDICE D : Collection d'Articles . . . . .	cxxviii
	REMERCIEMENTS . . . . .	cl

## LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 2 :	40
2.1 Paramètres physiques de la séquence $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$	60
CHAPITRE 3 :	76
3.1 Périodes adiabatiques pour un modèle de référence	80
3.2 Périodes adiabatiques pour un modèle d'enveloppe	114
3.3 Comparaison des périodes entre le modèle d'enveloppe et le modèle évolutif	115
3.4 Effet des conditions frontières sur les périodes	140
3.5 Quantités asymptotiques pour une série de modèles à $\log q(H)$ variable	197
3.6 Résumé des tendances imposées par les paramètres stellaires sur les pulsations	213
3.7 $P$ et $\dot{P}$ pour un échantillon de modes p sur la séquence $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$	227
3.8 $P$ et $\dot{P}$ pour un échantillon de modes g sur la séquence $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$	242
CHAPITRE 4 :	259
4.1 Quantités non-adiabatiques pour le modèle de référence	262

4.2	Contribution du mécanisme $\epsilon$ dans le modèle de référence . . . . .	268
4.3	Modes instables - Temps caractéristiques de croissance . . . . .	276
4.4	Influence du paramètre $\log q(H)$ sur les instabilités . . . . .	278
4.5	Influence du paramètre $M_*$ sur les instabilités . . . . .	278
4.6	Liste des 12 sdB pulsantes connues à ce jour . . . . .	289
CHAPITRE 5 : . . . . .		294
5.1	Périodes non-adiabatiques et temps caractéristiques de croissance pour le modèle de référence . . . . .	324
5.2	Comparaison étoile par étoile entre théorie et observations . . . . .	365
5.3	Comparaison des périodes adiabatiques entre modèles de 1 <sup>ère</sup> et 2 <sup>nde</sup> gé- nération . . . . .	378
CHAPITRE 6 : . . . . .		392
6.1	Propriétés et stabilité des pulsations pour un modèle typique de DAO	397

## LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 1 :		6
1.1	Position des différentes classes d'étoiles pulsantes dans le diagramme HR	12
CHAPITRE 2 :		40
2.1	Représentation schématique de l'évolution sur la branche horizontale	46
2.2	Abondances de surface pour l'hélium dans un échantillon de sdB . . . .	49
2.3	Représentation schématique de la structure d'une sdB . . . . .	52
2.4	Séquences évolutives dans le plan $\log g - T_{\text{eff}}$ . . . . .	58
2.5	Illustration de la structure d'une sdB à travers un modèle de référence	63
2.6	Profils des fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä pour le modèle de référence . . . . .	65
2.7	Comparaison entre modèle évolutif et structure d'enveloppe . . . . .	71
2.8	Comparaison entre modèle statique et structure évolutive – $\log N^2$ et $\log L_1^2$ . . . . .	73
CHAPITRE 3 :		76
3.1	Piégeage des modes g dans le modèle de référence - 1 . . . . .	85
3.2	Piégeage des modes g dans le modèle de référence - 2 . . . . .	88

3.3	Fréquences de Brunt-Väisälä - Modèles modifiés . . . . .	90
3.4	Modes g – Piégeage et confinement . . . . .	91
3.5	Modes g – Fonctions propres . . . . .	93
3.6	Modes g – Régions de formation des périodes . . . . .	97
3.7	Modes p – Structure du spectre . . . . .	100
3.8	Modes p – Fonctions propres . . . . .	103
3.9	Modes p – Régions de formation des périodes . . . . .	106
3.10	Diagramme de propagation – Modèle de référence . . . . .	108
3.11	Piégeage des modes g pour le modèle d’enveloppe . . . . .	119
3.12	Modes p – Comparaison sur la structure du spectre . . . . .	122
3.13	Comparaisons entre modèles d’enveloppes complets et amputés . . . . .	124
3.14	Comparaisons entre modes p – Effets des couches supérieures . . . . .	127
3.15	Modes p – Expérience d’amputation des couches internes (CFC : sphère molle) . . . . .	133
3.16	Modes g – Expérience d’amputation des couches internes (CFC : sphère molle) . . . . .	136
3.17	Modes p – Expérience d’amputation des couches internes (CFC : sphère dure) . . . . .	142
3.18	Modes g – Expérience d’amputation des couches internes (CFC : sphère dure) . . . . .	143

3.19 Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques . . . . .	150
3.20 Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques (en 2D) . . . . .	151
3.21 Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : Energies cinétiques	154
3.22 Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : $\Delta P/P$ . . . . .	156
3.23 Echantillon de modes g dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques	158
3.24 Echantillon de modes g dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques (en 2D) . . . . .	159
3.25 Echantillon de modes g dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : Energies cinétiques	162
3.26 Echantillon de modes g dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : $\Delta P/P$ . . . . .	163
3.27 Phénomène de collisions entre modes ("mode bumping") . . . . .	165
3.28 Effets de la température effective sur les fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb . . . . .	168
3.29 Effets de la température effective sur plusieurs quantités physiques des modèles . . . . .	171
3.30 Effets de la gravité de surface sur les fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb . . . . .	173
3.31 Effets de la gravité de surface sur plusieurs quantités physiques des modèles . . . . .	175
3.32 Diagramme de propagation pour un modèle à haute température et basse gravité . . . . .	177

3.33	Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log q(H) - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques . . . . .	180
3.34	Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log q(H) - T_{\text{eff}}$ : Energies cinétiques . . . . .	182
3.35	Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log q(H) - T_{\text{eff}}$ : $\Delta P/P$ . . . . .	183
3.36	Effets du paramètre $\log q(H)$ sur le spectre des modes p - micro-piégeage . . . . .	185
3.37	Diagramme de propogation - Effet du micro-piégeage . . . . .	188
3.38	Echantillon de modes g dans l'espace $\log q(H) - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques . . . . .	190
3.39	Echantillon de modes g dans l'espace $\log q(H) - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques (en 2D) . . . . .	191
3.40	Echantillon de modes g dans l'espace $\log q(H) - T_{\text{eff}}$ : Energies cinétiques . . . . .	193
3.41	Effet du paramètre $\log q(H)$ sur la structure de piégeage des modes g . . . . .	195
3.42	Effets du paramètre $\log q(H)$ sur les fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb . . . . .	199
3.43	Effets du paramètre $\log q(H)$ sur plusieurs quantités physiques des modèles . . . . .	201
3.44	Echantillon de modes p et f dans l'espace $M_* - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques . . . . .	203
3.45	Echantillon de modes p et f dans l'espace $M_* - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques (en 2D) . . . . .	204
3.46	Echantillon de modes g dans l'espace $M_* - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques . . . . .	206
3.47	Echantillon de modes g dans l'espace $M_* - T_{\text{eff}}$ : Périodes adiabatiques (en 2D) . . . . .	207



3.48	Effets de la masse totale sur les fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb	209
3.49	Effets de la masse totale sur plusieurs quantités physiques des modèles	211
3.50	Evolution des périodes le long des séquences évolutives . . . . .	217
3.51	Evolution des périodes le long des séquences évolutives (suite) . . . . .	218
3.52	Effets de la transition C-O/He sur l'évolution des modes g . . . . .	224
3.53	$\dot{P}_k/P_k$ en fonction de $P_k$ pour les modes p . . . . .	231
3.54	$\dot{P}_k/P_k$ en fonction de $P_k$ pour les modes p (suite) . . . . .	232
3.55	$\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ en fonction de l'âge – Modes p ( $l=0$ ) . . . . .	236
3.56	$\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ en fonction de $\log g$ et $T_{\text{eff}}$ – Modes p ( $l=0$ ) . . . . .	240
3.57	$\dot{P}_k/P_k$ en fonction de la période réduite pour les modes g . . . . .	244
3.58	$\dot{P}_k/P_k$ en fonction de la période réduite pour les modes g (suite) . . . . .	245
3.59	$\dot{P}_k/P_k$ pour le spectre des modes g dans une séquence avec $B(\text{C-O/He})=0$	248
3.60	$\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ en fonction de l'âge – Modes g ( $l=2$ ) . . . . .	251
3.61	$\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ en fonction de $\log g$ et $T_{\text{eff}}$ – Modes g ( $l=0$ ) . . . . .	252
CHAPITRE 4 : . . . . .		259
4.1	Intégrale de travail pour un mode du modèle de référence . . . . .	266
4.2	Profils de l'opacité de Rosseland pour différentes métallicités . . . . .	272
4.3	Grilles de modèles d'enveloppes à diverses métallicités . . . . .	274
4.4	Intégrales de travail pour différentes métallicités . . . . .	281

4.5	Profils d'abondance de fer dans les sdB . . . . .	285
4.6	Les sdB pulsantes dans le plan $\log g - T_{\text{eff}}$ . . . . .	291
CHAPITRE 5 : . . . . .		294
5.1	Profils non-uniformes d'abondance de fer . . . . .	307
5.2	Illustration des tables d'opacité avec abondances de fer élevées . . . . .	312
5.3	Profils d'abondance de fer et de l'opacité de Rosseland en fonction de $T_{\text{eff}}$ . . . . .	315
5.4	Profils d'abondance de fer et de l'opacité de Rosseland en fonction de $\log g$ . . . . .	316
5.5	Comparaison structurelle entre les modèles de référence . . . . .	318
5.6	Comparaison des fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb . . . . .	321
5.7	Comparaison entre périodes théoriques et périodes observées . . . . .	326
5.8	Intégrale de travail pour un mode instable du modèle de référence . . . . .	328
5.9	Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : Périodes non-adiabatiques . . . . .	333
5.10	Echantillon de modes acoustiques dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : $\sigma_I$ ( $l=0$ ) . . . . .	337
5.11	Echantillon de modes p et f dans l'espace $\log g - T_{\text{eff}}$ : $\sigma_I$ ( $l=2$ ) . . . . .	338
5.12	Spectres des périodes pour les modes p en fonction de $T_{\text{eff}}$ . . . . .	340
5.13	Spectres des périodes des modes p en fonction de $\log g$ . . . . .	342
5.14	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : # de modes instables ( $l=0$ ) . . . . .	345

5.15	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : # de modes instables ( $l=1, 2$ et $3$ ) .	346
5.16	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : $k_{\text{exc}}(\text{min})$ . . . . .	351
5.17	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : $k_{\text{exc}}(\text{max})$ . . . . .	352
5.18	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : $P_{\text{exc}}(\text{max})$ . . . . .	355
5.19	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : $P_{\text{exc}}(\text{min})$ . . . . .	357
5.20	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : $\langle P_{\text{exc}} \rangle$ . . . . .	359
5.21	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : $\Delta P_{\text{exc}}$ . . . . .	361
5.22	Plan $\log g - T_{\text{eff}}$ - Iso-contours : $\max( \sigma_I )$ . . . . .	362
5.23	Comparaison entre périodes théoriques et périodes observées pour PG 1047+003 . . . . .	380
CHAPITRE 6 : . . . . .		392
6.1	Chemins évolutifs dans le plan $\log g - T_{\text{eff}}$ pour les phases EHB et post- EHB. . . . .	395
6.2	Éléments sur la structure du modèle représentatif des DAO . . . . .	399

A mes parents et amis du Québec, de France et d'Ailleurs...

## INTRODUCTION

Des étoiles, nous n'observons généralement que les couches superficielles, celles constituant ce que l'on nomme l'atmosphère, desquelles s'échappe la lumière que nous captions depuis notre position terrestre. Toutes les régions situées en dessous de cette atmosphère, occultées par l'opacité du mélange gazeux qui les surplombe, demeurent ainsi inaccessibles aux observateurs avec les techniques habituelles utilisées en astronomie (principalement la photométrie et la spectroscopie). S'il est, fort heureusement, possible de déduire la structure des couches profondes d'une étoile en s'appuyant sur les lois physiques qui régissent leur stabilité (via la théorie des structures stellaires), la recherche d'opportunités pour contraindre et vérifier ces constructions théoriques de manière plus directe constitue néanmoins une préoccupation importante en astrophysique stellaire.

Depuis environ deux décennies, beaucoup d'espoirs en ce sens ont été projetés sur une discipline émergente à laquelle on se réfère communément sous le nom d'analyse astéroséismologique (ou astéroséismologie) des étoiles pulsantes. Analogue, dans son principe, à l'étude de la structure terrestre à travers la mesure de son activité sismique, cette branche récente de l'astrophysique affiche l'ambition de sonder les régions profondes des étoiles afin d'en tirer de nouvelles contraintes sur les modèles théoriques censés les représenter. Une condition à l'utilisation de cette technique demeure cependant, et bien naturellement, incontournable : les objets visés doivent nécessairement appartenir à la classe des étoiles variables pulsantes. Ces astres, parce qu'ils sont l'objet de phénomènes vibratoires analogues aux séismes que l'on rencontre sur Terre, entrouvrent une fenêtre sur leur structure interne qui devient accessible pour quiconque est en mesure d'interpréter les signaux qu'ils nous font parvenir à travers les variations, souvent multi-périodiques, de leur luminosité intrinsèque. L'astéroséismologie, dont les

fondements s'appuient sur la théorie des pulsations stellaires décrivant les propriétés de ces vibrations en fonction de la structure des étoiles, est alors en mesure de fournir les outils nécessaires à l'interprétation des données issues de cette activité sismique.

Plusieurs catégories d'étoiles pulsantes aux propriétés physiques très diverses sont aujourd'hui répertoriées, démontrant ainsi que le phénomène est loin d'être marginal dans la nature. De plus, celles-ci présentent l'énorme avantage d'échantillonner plusieurs des grandes phases à travers lesquelles évoluent habituellement les étoiles. Il est donc théoriquement possible, avec l'astéroséismologie, de sonder l'intérieur d'objets représentatifs des grandes époques de la vie d'une étoile (séquence principale, branche horizontale, ou encore séquence de refroidissement des naines blanches). En dépit du nombre relativement important de classes d'étoiles pulsantes connues à ce jour, le caractère généralement fortuit des découvertes qui ont lieu dans ce domaine laisse néanmoins présager que la liste demeure probablement incomplète. Il ne serait donc pas surprenant, à l'avenir, que de nouvelles catégories d'objets pulsants viennent enrichir le parc déjà existant, ouvrant ainsi la voie à l'application des techniques de l'astéroséismologie pour sonder de nouvelles phases de l'évolution stellaire.

Dans cette thèse, nous allons prêter attention à une catégorie d'étoiles qui semblent disposer d'un potentiel intéressant dans ce domaine. Les étoiles sous-naines de type B, appelées également sdB, sont des objets situés à l'extrémité chaude de la branche horizontale. Leur masse est estimée environ à 0.5 fois la masse du soleil ( $M_{\odot}$ ) alors que leur température de surface (ou température effective) s'élève à plus de 20000 degrés Kelvin pour y demeurer tout au long du processus évolutif. Comme toutes les étoiles de la branche horizontale, leur structure est imposée par un équilibre basé sur la fusion nucléaire de l'hélium dans les régions centrales de l'astre. Le noyau d'hélium, résidu d'une vie antérieure passée sur la séquence principale, est également surmonté d'une enveloppe riche en hydrogène. La différence principale entre les sdB et les autres étoiles de la branche horizontale tient principalement à l'épaisseur de cette enveloppe, très mince et peu massive pour les premières. Leurs histoires évolutives respectives diffèrent également puisque les sdB rejoignent directement la séquence de refroidissement des naines

blanches sans passer par les phases des géantes rouges (sur la branche asymptotique) et des nébuleuses planétaires habituellement traversées par les objets de la branche horizontale.

Du point de vue de l'observation, les étoiles sous-naines de type B ne montrent, au moment où ce projet est initié (septembre 1994), aucune évidence laissant imaginer que certaines d'entre elles développent une activité sismique. D'un point de vue théorique, elles demeurent néanmoins dignes d'attention puisque l'on retrouve, dans leur structure, certains éléments qui contribuent à rendre pulsantes d'autres catégories d'étoiles. En particulier, l'analogie avec les étoiles naines blanches pulsantes de type DB, dont les oscillations sont excitées par une petite région convective engendrée par l'hélium partiellement ionisé — région qui est également présente dans l'enveloppe des modèles de sdB —, constitue en apparence une indication sérieuse qu'il existe bel et bien un potentiel pour l'astéroséismologie dans ces étoiles. L'évaluation réelle de ce potentiel ne peut toutefois se contenter de simples analogies et il s'avère indispensable d'échafauder une étude quantitative systématique pour clarifier cette question.

La démarche que nous allons employer pour mener à bien cette thèse est inédite dans le domaine des oscillations stellaires et des étoiles variables pulsantes. Nous avons déjà mentionné que ces dernières furent, quasiment sans exception, le fruit de découvertes hasardeuses et, en conséquence, rarement motivées par des considérations théoriques. Nous proposons cette fois-ci une démarche inverse, totalement basée sur des outils théoriques, pour évaluer quantitativement le potentiel que représente l'astéroséismologie appliquée aux étoiles sous-naines de type B, et donc pour déterminer si certaines d'entre elles sont en mesure de développer des pulsations.

Dans ce contexte, et suivant les objectifs que nous nous sommes fixés, nous allons commencer cette étude en présentant plus en détails, au Chapitre 1, les caractéristiques générales de l'ensemble de la classe des étoiles pulsantes afin de définir un peu plus le cadre dans lequel tout ce travail s'inscrit. Nous en profiterons également pour rappeler les grandes lignes de la théorie des pulsations stellaires sur laquelle tous les développements seront construits. Nous présenterons également les instruments numériques

nécessaires à la conduite de ce projet.

Au Chapitre 2, une revue plus poussée des propriétés des étoiles sous-naines de type B, tant d'un point de vue phénoménologique que théorique, sera entreprise. Nous présenterons et comparerons à cet effet les différents types de modèles, évolutifs et statiques, qui seront utilisés pour les calculs de pulsation.

Les premiers résultats théoriques issus des calculs numériques seront présentés au Chapitre 3 suite à une étude exhaustive, basée sur l'approximation des oscillations adiabatiques, des propriétés des modes de pulsation dans ces étoiles. Alors que tout dans ce domaine reste à défricher, l'objectif principal sera d'ériger un filet de connaissances suffisant sur lequel s'appuyer pour comprendre et interpréter les comportements des modes d'oscillation. Nous aborderons des sujets aussi importants que les dépendances des périodes de pulsation vis-à-vis des paramètres physiques des modèles, où encore le couplage entre pulsations et évolution.

Au Chapitre 4, nous entrerons au cœur de cet ouvrage avec la présentation des résultats sur une étude de stabilité visant à évaluer, dans un contexte où aucune sdB pulsante n'était encore annoncée, les possibilités pour que certaines de ces étoiles deviennent instables. Nous présenterons donc les découvertes issues de la recherche d'un mécanisme déstabilisateur efficace et les conditions pour que celui-ci devienne opérant. Enfin, nous énoncerons une prédiction théorique sur la possibilité pour ces étoiles de développer des pulsations ; prédictions que nous serons en mesure de comparer à une récente et importante découverte observationnelle de véritables sdB pulsantes.

Nous présenterons par la suite une seconde étude de stabilité appliquée sur des modèles plus sophistiqués d'étoiles sous-naines de type B destinés à prendre en compte, de manière plus réaliste, les processus physiques importants qui interviennent dans le mécanisme identifié. Les résultats de ces nouveaux calculs seront ensuite confrontés aux réalités des observations afin d'établir les succès, mais aussi les limites, des représentations théoriques que nous avons utilisées dans cette étude. Nous discuterons également brièvement des implications et des perspectives dressées par ces résultats concernant



l'étude astéroséismologique de ces objets.

Enfin, au Chapitre 6, nous étendrons l'étude de stabilité au delà de la phase évolutive correspondant aux étoiles sous-naines de type B. Les phases ultérieures seront explorées jusqu'à la séquence de refroidissement des naines blanches pour tenter de mettre en évidence, le cas échéant, une nouvelle classe d'étoiles pulsantes dans cette phase peu connue de l'évolution stellaire.

# CHAPITRE 1

## Les Etoiles Variables Pulsantes Théorie des Oscillations Stellaires

### 1.1 Introduction

L'étude scientifique des étoiles variables, ces objets dont l'éclat lumineux perçu depuis la Terre est changeant au cours du temps, constitue un champ relativement nouveau de l'astrophysique moderne. Si les premières observations recensées sont assez anciennes, c'est véritablement au cours des XIX<sup>ème</sup> et XX<sup>ème</sup> siècles que les bases physiques sous-jacentes aux phénomènes donnant lieu à ces variations de brillance ont pu être identifiées. Il est alors rapidement devenu clair que, sous l'étiquette d'étoiles variables, se cachaient une multitude de processus physiques aux origines très diverses. Ce n'est pas vraiment le propos de cet ouvrage, quoique plusieurs exemples soient cités dans les prémices de la section 1.2, de recenser et de présenter les différentes catégories d'étoiles variables connues à ce jour. Cependant, l'une d'entre elle, la catégorie des étoiles pulsantes, mérite néanmoins notre attention puisque toute cette étude sur le potentiel de l'astéroséismologie pour les étoiles sous-naines de type B va s'appuyer sur l'expérience et les développements théoriques acquis au fil des années sur ce type d'objets. Il est donc primordial, et c'est l'objectif de ce chapitre, d'introduire le contexte et les aspects fondamentaux qui accompagnent la physique des étoiles variables pulsantes.

En premier lieu, il sera utile de s'attarder sur l'état général des connaissances accumulées sur les étoiles pulsantes. La section 1.2 fournira donc l'occasion de rappeler quelques faits importants relatifs aux divers types d'astres constituant cette classe d'ob-

jets stellaires pulsants ainsi qu'aux principaux aspects théoriques qui nous permettent de les comprendre.

Par la suite, les fondements de la théorie des pulsations stellaires seront présentés de façon plus formelle dans la section 1.3. Le cheminement de base, menant aux équations d'oscillation, qui autorise ensuite l'étude théorique de cette catégorie d'étoiles sera introduit à cette occasion.

Dans la section 1.4, nous nous attarderons sur un traitement approximatif des équations de la théorie des pulsations stellaires. Celui-ci, identifié sous le nom d'approximation adiabatique, s'avère, la plupart du temps, très utile et suffisamment précis pour étudier convenablement les propriétés des vibrations dans les étoiles.

L'approximation adiabatique ne permet pas, en revanche, de préciser sur des bases théoriques l'évolution des oscillations au cours du temps, en particulier pour ce qui touche à l'amortissement ou au développement des amplitudes de vibration. Puisque l'un des objectifs de cette étude est justement d'évaluer les possibilités de croissance des amplitudes d'oscillation dans les étoiles sous-naines de type B, le traitement complet, non-adiabatique, des équations de la théorie des pulsations stellaires sera abordé dans la section 1.5.

## 1.2 Naissance d'une théorie - Les étoiles pulsantes

Il est connu depuis très longtemps que certains objets de notre ciel ont un éclat qui varie de façon périodique au cours du temps. Algol<sup>1</sup> ( $\beta$  Per) et Mira<sup>2</sup> ( $\alpha$  Ceti) en sont les plus anciens et illustres exemples. Une multitude de phénomènes sont en mesure d'induire des variations de luminosité chez une étoile. Par exemple si celle-ci est membre d'un système binaire à éclipse, la variabilité résultera d'une occultation périodique de l'une ou l'autre des composantes (Algol appartient à cette catégorie).

---

<sup>1</sup>Les astronomes arabes avaient probablement déjà remarqué sa variabilité dès le moyen-âge.

<sup>2</sup>Sa variabilité fut découverte par Fabricius en 1536.

Ou bien, s'il s'agit d'une nova récurrente (variable cataclysmique), les variations dépendront de la succession plus ou moins régulière de phases éruptives et de phases plus calmes. Toutefois, pour bon nombre de ces objets (c'est le cas pour Mira), la variabilité résulte d'un comportement physique intrinsèque à l'étoile – par opposition à l'origine géométrique des variations dans les binaires éclipsantes – étroitement lié à sa structure interne (une proposition avancée dès la deuxième moitié du XIX<sup>ème</sup> siècle par Ritter, 1879). Cette idée conduisit à la formulation de la théorie des pulsations stellaires qui permet, aujourd'hui, de rendre compte de la quasi-totalité des observations modernes concernant cette catégorie d'étoiles variables auxquelles on se réfère sous le nom d'étoiles pulsantes.

### 1.2.1 La physique des pulsations stellaires

La théorie des pulsations stellaires fut développée essentiellement dans la première moitié du XX<sup>ème</sup> siècle (c.f., les revues de Rosseland, 1949 et Ledoux & Walraven, 1958 au sujet de ces premières contributions théoriques). Cependant, il aura fallu attendre les années 60 et l'avènement de l'ère informatique pour identifier les mécanismes physiques responsables des pulsations dans certaines étoiles (c.f., la revue de Cox, 1974 sur cette période de l'histoire de l'astéroséismologie).

Selon cette théorie, une étoile, comme tout système mécanique, a la possibilité de vibrer ou d'osciller dans certains modes particuliers possédant chacun une fréquence propre. On parle alors des modes propres d'oscillations de l'étoile qui sont parfaitement analogues aux modes propres observés, par exemple, dans un système de pendules couplés entre eux par des ressorts. Bien sûr, une étoile est un système bien plus complexe que celui des pendules mais surtout, il s'agit d'un système qui peut osciller en trois dimensions autour d'une position d'équilibre possédant une symétrie sphérique (dans le cas généralement utilisé, par souci de simplicité, où l'on considère que la rotation et les champs magnétiques ne brisent pas la sphéricité de l'étoile). Dans ces conditions, il est possible de définir deux types de modes de pulsation : les modes radiaux et les modes non-radiaux. Cette dichotomie ne possède cependant aucun sens physique réel puisque,

comme nous le verrons prochainement plus en détails, les pulsations radiales sont un cas particulier des pulsations non-radiales. La raison de cette distinction est plutôt de nature historique car les premières étoiles pulsantes découvertes étaient toutes des pulsateurs radiaux.

Un mode radial est ce qu'il y a de plus facile à imaginer comme oscillation pour un système sphérique. Il s'agit simplement d'un mouvement périodique de contraction puis de dilatation de toute la sphère (l'étoile) autour de l'état d'équilibre. Ainsi, l'étoile change de volume tout en gardant sa forme sphérique ; un peu comme le mouvement régulier d'une respiration. La théorie des pulsations radiales est largement développée dans le livre de Cox, 1980. Par opposition, les modes oscillatoires non-radiaux ne conservent pas cette symétrie sphérique et l'étoile subit plutôt des déformations de surface possédant différentes phases selon leur position angulaire. Les pulsations non-radiales ressemblent, en quelque sorte, à des creux et des bosses qui se propagent horizontalement à la surface de l'astre<sup>3</sup>. Une formulation complète et rigoureuse de la théorie des pulsations non-radiales est dispensée dans le livre de Unno et al., 1989. Qualitativement, pour réaliser que les pulsations radiales sont un cas particulier des pulsations non-radiales, il suffit d'imaginer un mode radial comme un creux (ou une bosse) qui, à un temps donné, couvre toute la surface de l'étoile.

Une classification plus physique de la nature des modes peut se faire en fonction du type de force de rappel qui entre en jeu dans les oscillations. Lorsque cette force de rappel est la gravité (comme c'est le cas, par exemple, pour les vagues à la surface de l'océan), il s'agit alors de modes g. Lorsque c'est la pression (comme pour les ondes sonores), on parle de modes acoustiques ou modes p. Il existe une troisième catégorie constituée en fait d'un mode unique, le mode fondamental (mode f), qui possède un caractère hybride entre les modes p et les modes g. La théorie montre que les pulsations radiales sont obligatoirement des modes acoustiques et, par conséquent, que les ondes de gravité (modes g) sont nécessairement non-radiales.

---

<sup>3</sup>Il est important toutefois de garder à l'esprit que si ces oscillations ont l'apparence d'ondes de surface, c'est néanmoins toute l'étoile qui est en vibration.

Pour qu'une étoile développe ce genre de pulsations, un mécanisme déstabilisateur est indispensable afin d'entretenir les oscillations du système. Tout le problème de la stabilité des modes réside dans la façon dont le flux d'énergie est modulé au cours d'un cycle de pulsation. Pour engendrer une instabilité, cette modulation doit être telle que les régions oscillantes absorbent de l'énergie lorsqu'elles sont au maximum de compression et qu'elles en perdent à l'apogée de la phase d'expansion. Ce phasage particulier entraîne l'accroissement de l'amplitude des oscillations à chaque cycle, et donc provoque une instabilité (excitation). Dans la situation inverse où l'énergie est perdue au maximum et gagnée au minimum de la compression, la tendance est alors à l'amortissement des oscillations, et donc conduit à la stabilité. Dans une étoile, les conditions physiques varient beaucoup d'un endroit à l'autre et les régions d'excitation alternent avec les régions d'amortissement. La stabilité globale d'un mode dépend donc de la balance entre ces deux phénomènes antagonistes.

Les conditions propices à la déstabilisation des modes proviennent généralement d'un jeu d'opacité favorable (les mécanismes  $\kappa$  et  $\gamma$ ) que l'on retrouve très souvent dans les enveloppes stellaires où des processus d'ionisation partielle des principaux constituants du gaz (par exemple, l'hydrogène, l'hélium, etc...) se produisent. Les réactions nucléaires ont aussi le potentiel pour déstabiliser l'étoile puisque les taux des réactions atteignent un maximum lorsque la compression est maximale (mécanisme  $\epsilon$ ). Cependant, en pratique, ce mécanisme s'avère très souvent inefficace car les régions de combustion nucléaire (régions centrales ou de brûlage en couche) sont généralement situées bien trop en profondeur dans l'étoile, là où les oscillations se font sans échanges d'énergie (régions fortement adiabatiques) et où leurs amplitudes relatives sont habituellement faibles.

Une approche plus rigoureuse et plus complète de la théorie des pulsations non-radiales sera, bien entendu, proposée au cours des sections qui vont suivre. Toutefois, comme le but ici n'est pas de traiter en profondeur de cette théorie (ce qui augmenterait considérablement le volume de cette thèse), la présentation des équations fondamentales sera généralement succincte et orientée en fonction des besoins auxquels nous seront plus

tard confrontés. Les détails sur cette théorie sont néanmoins disponibles dans les livres de Unno et al., 1989 et Cox, 1980 qui demeurent les deux principaux ouvrages de référence dans ce domaine.

### 1.2.2 Différents types d'étoiles pulsantes

D'un point de vue phénoménologique, la classe des étoiles variables pulsantes est composée d'une gamme de caractères empreinte d'une grande diversité. Les variations de luminosité que l'on peut observer couvrent un vaste domaine en terme des périodes, allant de l'ordre de la minute ou dizaine de minutes, par exemple pour le soleil et les naines blanches, jusqu'à plusieurs centaines de jours pour les variables à longues périodes. De plus, ces étoiles pulsantes sont parfois mono-périodiques (un seul mode visible), parfois multi-périodiques (superposition de plusieurs modes). Selon les cas, elles oscillent radialement et/ou non-radialement ; montrent des modes p, des modes g ou bien les deux à la fois avec des amplitudes qui restent généralement faibles (sauf pour certains objets pulsants particuliers dits à grande amplitude).

Lorsque l'on examine l'ensemble des étoiles pulsantes connues à ce jour, on s'aperçoit qu'elles occupent des régions bien spécifiques distribuées un peu partout dans le diagramme HR (voir la figure 1.1). Une région délimitée par les lignes pointillés et qui porte le nom de bande d'instabilité classique, englobe quatre types majeurs d'étoiles pulsantes :

- À haute luminosité, les Céphéides forment un groupe important dont l'utilité comme indicateurs de distance n'est plus à démontrer. Ce sont des étoiles de masse intermédiaire ( $M \sim 10 M_{\odot}$ ) qui pulsent dans un, parfois deux modes radiaux (le fondamental et éventuellement le premier harmonique). Les périodes sont typiquement de quelques dizaines de jours dépendant de la masse de l'étoile (la relation période-luminosité).
- Les étoiles RR Lyrae qui appartiennent à la branche horizontale ( $M \sim 1 M_{\odot}$ ) et

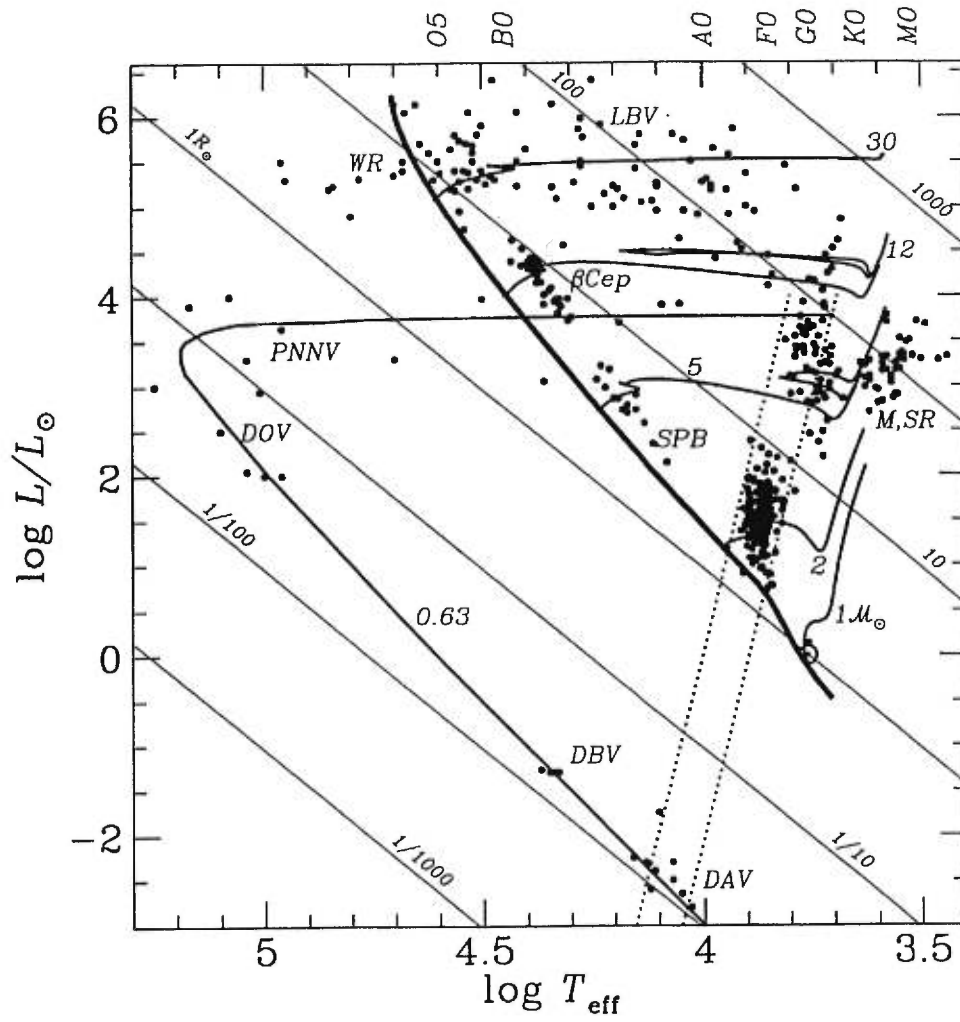


FIGURE 1.1. Les différentes classes d'étoiles variables pulsantes (représentées par les points noirs) dans le diagramme HR (d'après Gautschy & Saio, 1995). Comme points de repère, les tracés théoriques de la séquence principale (trait gras) et de plusieurs chemins évolutifs importants (RGB, post-AGB, étoiles massives de la séquence principale et séquence de refroidissement des naines blanches) sont indiqués. Les détails concernant la figure sont dispensés dans le texte.



qui sont également des pulsateurs radiaux avec des périodes typiques de l'ordre de quelques heures.

- Les  $\delta$  Scutti, sur la séquence principale, subissent à la fois des pulsations radiales et non-radiales. Les modes p et g sont observables en même temps avec des périodes de l'ordre de l'heure. A ce jour, ce sont les étoiles qui montrent la plus grande diversité de modes.
- Enfin, à très faible luminosité se trouvent les étoiles naines blanches variables riches en hydrogène (les DAV ou ZZ Ceti) pour lesquelles seuls les modes g (non-radiaux) sont observés à des périodes typiques de quelques centaines de secondes.

Le mécanisme de déstabilisation, relié au comportement de l'opacité dans la région d'ionisation partielle de l'hydrogène (mécanisme  $\kappa$ ), est le facteur commun à ces quatre catégories d'étoiles par ailleurs très dissemblables par leur structure interne et leurs propriétés sismiques. C'est l'efficacité de ce mécanisme  $\kappa$  associé à l'hydrogène qui définit la bande d'instabilité classique. À droite de cette bande, vers les températures plus froides, se trouvent :

- Les variables de type Mira (M) et les étoiles rouges à longues périodes semi-régulières (SR) qui sont des objets au sommet de la branche asymptotique (AGB) sur le point d'éjecter leur enveloppe pour former des nébuleuses planétaires (PN). Les pulsations dans ces étoiles sont probablement radiales et de fortes amplitudes (contrairement à la majorité des étoiles pulsantes).
- Le Soleil, sur la séquence principale, indiqué par un  $\odot$ , est un objet un peu particulier puisque c'est la seule étoile pour laquelle la surface est complètement et précisément résolue. Le Soleil est une variable pulsante et montre une multitude de modes acoustiques non-radiaux de très faibles amplitudes possiblement excités par la zone de convection en surface (le bruit du bouillonnement convectif, en quelque sorte). Les périodes typiques sont de l'ordre de cinq minutes. Le Soleil est le seul pulsateur de ce type connu à ce jour puisque les modes observés sont,

avec les moyens actuels, indétectables à la distance où se trouvent les autres étoiles. Il forme donc à lui tout seul une classe à part étudiée par une branche spéciale de l'astéroséismologie que l'on nomme l'hélioséismologie.

La partie plus chaude de ce diagramme HR, donc à gauche de la bande d'instabilité classique, est peuplée d'une multitude de différentes classes d'étoiles pulsantes. Parmi celles-ci, on peut noter l'existence de deux autres classes de naines blanches variables :

- Les naines blanches pulsantes riches en hélium (DBV) qui, comme leurs homologues DAV, montrent un spectre de modes  $g$  (pulsations non-radiales) avec des périodes entre 100 et 1000 secondes. Le mécanisme  $\kappa$  associé à l'ionisation partielle de l' $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$  serait responsable de la déstabilisation de ces modes (Winget et al., 1983).
- Les naines blanches variables chaudes (DOV ou PG 1159, d'après le prototype), au sommet de la séquence de refroidissement, oscillent aussi dans les modes  $g$  avec des périodes du même ordre de grandeur que celles des DBV et DAV. Le mécanisme d'excitation, compte tenu de la température effective élevée de ces objets, est cette fois associé à l'ionisation partielle de l'oxygène et du carbone. On trouve également, dans ces régions du diagramme HR, certains noyaux de nébuleuses planétaires variables (PNNV) dont la structure est très proche de celle des DOV.

Sur la séquence principale et à hautes luminosités, plusieurs autres classes d'étoiles pulsantes sont répertoriées :

- Les étoiles O-B pulsantes (les  $\beta$  Céphéides, les SPB (Slowly Pulsating Blue Stars) et les étoiles Be) dont les périodes sont typiquement de quelques heures. Dans ces étoiles, l'effet déstabilisateur serait, cette fois, associé à un mécanisme  $\kappa$  lié à une région d'ionisation partielle du fer (appelé également le mécanisme "Z-bump" ; voir, par exemple, Gautschy & Saio, 1993).

- Dans la catégorie supergéantes, les LBV (Luminous Blue Variables) et certaines étoiles Wolf-Rayet (WR) seraient également des variables pulsantes ; cela reste cependant à confirmer.

Cette liste, qui reflète les connaissances du moment, pourrait très bien se grossir de nouvelles classes d'étoiles pulsantes ayant, pour l'heure, échappé à l'oeil des observateurs. Cette simple énumération, même si elle est probablement incomplète à ce jour, montre bien cependant que le phénomène des pulsations stellaires est largement répandu dans la nature et qu'il est observé pour un grand nombre de phases majeures de l'évolution stellaire.

### 1.2.3 L'astéroséismologie

L'astéroséismologie s'emploie à étudier, en s'appuyant sur la théorie des pulsations stellaires, les variations périodiques de luminosité que l'on observe dans les étoiles pulsantes. Au même titre que la séismologie terrestre nous renseigne sur la structure profonde de notre planète, elle nous offre une chance unique de sonder les intérieurs stellaires d'objets occupant divers stades de l'évolution. L'utilisation de cette technique a déjà porté ses fruits avec l'hélioséismologie qui se spécialise dans l'étude de notre Soleil. L'astéroséismologie appliquée sur d'autres étoiles, malgré une accessibilité aux données plus limitée (le disque d'une étoile éloignée ne peut pas, en général, être résolu depuis notre position terrestre), a dévoilé un potentiel intéressant notamment en ce qui concerne l'étude de la structure des naines blanches. Toutefois, cette méthode demeure encore en pleine jeunesse (son essor a commencé il y a seulement une quinzaine d'années) et beaucoup de choses restent à explorer dans ce domaine de l'astrophysique stellaire.

## 1.3 Théorie des pulsations stellaires

L'un des piliers de l'astéroséismologie est, comme nous l'avons déjà mentionné

à plusieurs reprises, la théorie des pulsations stellaires. C'est également en partie sur celle-ci que nous allons appuyer l'ensemble des évaluations théoriques qui seront présentées dans cette étude. Un rappel des grandes lignes de la théorie des pulsations, ainsi qu'une courte description du code de résolution des équations de pulsation utilisé s'avèrent donc indispensables. Mentionnons que tous les détails théoriques en rapport avec ce sujet sont disponibles aussi bien dans le livre de Unno et al., 1989 : “*Nonradial Pulsations of Stars*” que dans celui de Cox, 1980 : “*Theory of Stellar Pulsations*”, qui sont les deux principaux ouvrages de référence en théorie des pulsations stellaires (voir également Brassard, 1991)

### 1.3.1 Les équations de base

Une étoile est un système auto-gravitant, constitué d'un mélange gazeux, dont la structure obéit aux lois de la thermodynamique et de la dynamique des fluides. Le système est donc gouverné par un ensemble d'équations traduisant, respectivement, la conservation de la masse (ou équation de continuité ; voir, par exemple, Cox & Giuli, 1968)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad , \quad (1.1)$$

la conservation de l'énergie

$$\rho T \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S = \rho \epsilon_N - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R \quad , \quad (1.2)$$

les lois de la mécanique Newtonienne pour les fluides (équation de Navier-Stokes)

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} = -\vec{\nabla} P - \rho \vec{\nabla} \Phi \quad , \quad (1.3)$$

et l'équation de Poisson qui relie le champ gravitationnel à la distribution de matière

$$\vec{\nabla}^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad . \quad (1.4)$$

Tous les symboles possèdent ici leur sens habituel, à savoir :  $\rho$ , la densité du gaz ;  $T$ , la température ;  $S$ , l'entropie ;  $P$ , la pression ;  $\epsilon_N$ , le taux d'énergie produite par réactions

nucléaires ;  $F_R$ , le flux d'énergie radiative ;  $\Phi$  le potentiel gravitationnel ; et  $\vec{v}$ , le champ de vitesse du fluide. Il est à noter que dans cette formulation, tous les termes relatifs à la convection, les turbulences (frictions et viscosités) ainsi que toutes les forces susceptibles d'apparaître suite à la rotation de l'étoile (forces inertielles) et à la présence éventuelle de champs magnétiques (forces électromagnétiques), ont explicitement été négligés. En théorie standard des pulsations, l'étoile est supposée sans rotation ni champ magnétique pour des raisons de simplicité. Ceux-ci peuvent être incorporés par la suite comme de faibles perturbations des solutions ainsi calculées (c.f., section 1.4.2). Le traitement de la convection s'avère, quant à lui, délicat dans le contexte des pulsations et le problème est généralement éludé en négligeant toute perturbation des quantités convectives (on dit alors que la convection est gelée ; "frozen convection approximation"). Cette approximation n'a, à priori, aucune légitimité d'ordre physique. Toutefois, pour les objets qui vont nous intéresser, elle est certainement acceptable compte tenu du fait que l'énergie est essentiellement transportée par radiation dans les sdB (hormis au centre de l'étoile, où les oscillations sont habituellement de faibles amplitudes, et dans une région très étroite proche de la surface ; c.f., Chapitre 2).

A ces quatre équations viennent se greffer deux autres relations qui permettent de fermer le système. La première est l'équation d'état qui relie la pression à la température et à la densité du gaz (de forme rarement analytique). La deuxième est affiliée au transfert de l'énergie dans l'étoile (transfert radiatif et/ou conductif). Dans un milieu optiquement épais, comme c'est le cas dans les intérieurs stellaires, ce transfert d'énergie s'écrit, dans l'approximation de diffusion,

$$\vec{F}_R = -K\vec{\nabla}T \quad \text{avec} \quad K = \frac{4ac}{3\kappa\rho}T^3 \quad . \quad (1.5)$$

Dans ce systèmes d'équations, l'opacité  $\kappa$  et le taux d'énergie libérée par les réactions nucléaires  $\epsilon_N$  sont des fonctions de la densité, de la température et de la composition chimique du gaz auxquelles ont peut accéder à travers les tables appropriées.

Ces six équations sont à la base de la formulation du problème concernant les structures stellaires. Elles constituent également les fondements mathématiques pour

décrire les phénomènes de pulsation dans les étoiles.

### 1.3.2 Equilibre hydrostatique

Ce système admet une solution, dite à l'équilibre hydrostatique, pour laquelle les quantités décrivant la structure de l'étoile ( $\rho$ ,  $P$ ,  $T$ , etc ...) ne dépendent pas du temps. En annulant toutes les dérivées temporelles et en imposant  $\vec{v}=\vec{0}$  (on ne considère pas la rotation éventuelle de l'étoile), les équations (1.1) à (1.5) se réduisent à

$$-\vec{\nabla}P_0 - \rho_0\vec{\nabla}\Phi_0 = \vec{0} \quad (1.6)$$

$$\rho_0\epsilon_{N,0} - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_0 = 0 \quad (1.7)$$

$$\vec{\nabla}^2\Phi_0 - 4\pi G\rho_0 = 0 \quad (1.8)$$

$$\vec{F}_0 + K_0\vec{\nabla}T_0 = \vec{0} \quad ; \quad (1.9)$$

où l'indice "0" met en valeur le fait qu'il s'agisse de quantités décrivant un système en équilibre *statique*. Les relations (1.6) à (1.9) ne représentent, en fait, rien d'autre que le système d'équations décrivant la structure stellaire à l'équilibre hydrostatique. Une formulation plus familière correspondant à un système à symétrie sphérique (les variables ne dépendent que de  $r$  dans le système de coordonnées sphériques  $r, \theta, \phi$ ) est

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g \quad \text{où} \quad g = \vec{\nabla}\Phi_0 = \frac{d\Phi_0}{dr} = \frac{GM_r}{r^2} \quad (1.10)$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon_N \quad \text{avec} \quad L_r = 4\pi r^2 F_r \quad (1.11)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (1.12)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4acT^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (1.13)$$

La solution de ces équations constitue ce que l'on appelle, en théorie des pulsations, la solution non-perturbée du système. Obtenir cette solution est du ressort de la théorie des structures stellaires et les modèles de sdB que nous décrirons au Chapitre 2 constitueront pour nous cette solution non-perturbée.

### 1.3.3 Equations d'oscillation - Linéarisation

Le système contient également des solutions stables en équilibre non-statique, c'est-à-dire dépendantes du temps. Toutefois, en raison de la non-linéarité des équations hydrodynamiques, la détermination de ces solutions générales est une tâche particulièrement complexe. Heureusement, dans la nature, les étoiles pulsantes subissent rarement des déformations de grande amplitude. Il est donc possible d'aborder le problème en superposant de petites perturbations sur les quantités évaluées à l'équilibre hydrostatique puis le simplifier en linéarisant les équations ainsi obtenues.

Il existe deux façons équivalentes pour décrire ces perturbations. La formulation Eulerienne considère chaque quantité physique comme une variable de champ évaluée en chaque point  $\vec{r}$ ,  $t$ . Une quantité quelconque  $f$  peut alors s'écrire

$$f(\vec{r}, t) = f_0(\vec{r}, t) + f'(\vec{r}, t) \quad ; \quad (1.14)$$

où  $f'(\vec{r}, t)$  représente la perturbation Eulerienne appliquée sur la quantité non-perturbée  $f_0(\vec{r}, t)$ . Avec la deuxième approche, on cherche plutôt à suivre un élément particulier du fluide. C'est la formulation Lagrangienne dans laquelle la même quantité  $f$  peut s'écrire

$$f(\vec{r}, t) = f_0(\vec{r}_0, t) + \delta f(\vec{r}, t) \quad . \quad (1.15)$$

Cette fois-ci, la perturbation Lagrangienne  $\delta f(\vec{r}, t)$  a déplacé l'élément du fluide de la position à l'équilibre  $\vec{r}_0$  vers une nouvelle position  $\vec{r}$ . Ici donc,  $\vec{r}$  et  $t$  ne sont plus des paramètres indépendants, comme c'était auparavant le cas avec la formulation Eulerienne. En fait, le vecteur déplacement  $\vec{\xi} \equiv \delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ , est lui même une quantité Lagrangienne. Ces deux formulations étant équivalentes, il existe une transformation qui permet de passer de l'une vers l'autre. Nous voyons immédiatement de (1.14) et (1.15) que cette relation prend la forme

$$\delta f(\vec{r}, t) = f'(\vec{r}, t) + [f_0(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r}_0, t)] \quad . \quad (1.16)$$

Lorsque l'on s'intéresse au cas des petites perturbations ( $f'/f_0 \ll 1$  et  $\delta f/f_0 \ll 1$ ), le déplacement Lagrangien  $\vec{\xi}$  devient également une quantité petite et il est possible de développer en série de Taylor, au premier ordre, la partie entre crochets de l'équation (1.16)

$$f_0(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r}_0, t) = f_0(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r} - \vec{\xi}, t) \quad (1.17)$$

$$= \vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} f_0(\vec{r}, t) + \vartheta(\xi^2) \quad (1.18)$$

La relation entre perturbations Euleriennes et Lagrangiennes devient alors

$$\delta f(\vec{r}, t) \simeq f'(\vec{r}, t) + \vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} f_0(\vec{r}, t) \quad (1.19)$$

La procédure consiste ensuite à introduire dans les équations (1.1) à (1.5) l'équivalent, pour chaque quantité physique, de (1.14) et/ou (1.15) en ne gardant que les termes au premier ordre en  $f'$  et/ou  $\delta f$ . En ce faisant, les termes non-perturbés disparaissent en raison des relations (1.6) à (1.9) et on obtient un système d'équations différentielles linéaires dont les variables sont les perturbations Euleriennes ou Lagrangiennes des quantités physiques. Les coefficients de ces équations sont des fonctions des quantités non-perturbées qui, pour une étoile à symétrie sphérique, ne dépendent que de la variable radiale  $r$ . Ceci permet de réduire le système en séparant les variables  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  et  $t$ . On remarque alors, après séparation des variables, que les quantités perturbées s'écrivent sous la forme

$$f'_{klm}(r, \theta, \phi, t) = f'_{kl}(r) Y_m^l(\theta, \phi) e^{i\sigma_{kl} t} \quad (1.20)$$

$$\text{et } \delta f_{klm}(r, \theta, \phi, t) = \delta f_{kl}(r) Y_m^l(\theta, \phi) e^{i\sigma_{kl} t} \quad (1.21)$$

où  $\sigma_{kl}$  est une constante (la fréquence d'oscillation), et  $Y_m^l(\theta, \phi)$  symbolise une harmonique sphérique ( $l$  est un entier positif ou nul et  $m$  est un entier compris entre  $-l$  et  $+l$ ). La forme exprimée en (1.20) ou (1.21) représente un mode normal du système d'équations. Il est caractérisé par les indices non-radiaux  $l$  et  $m$ , par un indice radial  $k$  qui provient des équations sur la variable  $r$  considérées avec leurs conditions aux



frontières (voir plus loin), ainsi que par sa fréquence propre  $\sigma_{kl}$  et son vecteur propre<sup>4</sup>  $f'_{kl}(r)$ . Dans la situation où  $l=0$ , l'harmonique sphérique  $Y_0^0(\theta, \phi)$  est une constante et les perturbations ne dépendent pas des variables angulaires  $\theta$  et  $\phi$ . Les pulsations sont alors radiales et il s'agit donc bien d'un cas particulier des pulsations non-radiales. Les équations étant par construction linéaires, la solution générale du système sera donc une combinaison linéaire de plusieurs modes propres (on parle alors de superposition de modes), chacun possédant sa fréquence propre :

$$f'(r, \theta, \phi, t) = \sum_{k,l,m} \alpha_{klm} f'_{klm}(r, \theta, \phi, t) = \sum_{k,l,m} \alpha_{klm} f'_{kl}(r) Y_m^l(\theta, \phi) e^{i\sigma_{kl}t} \quad , \quad (1.22)$$

où  $\alpha_{klm}$  représente un coefficient arbitraire – dont la valeur peut tout à fait être nulle – relié à l'amplitude du mode d'indices  $k$ ,  $l$  et  $m$  (amplitude qui ne peut être déterminée physiquement à partir de la théorie linéaire).

Une fois les variables du système séparées, les quantités qui restent à déterminer sont les fréquences des modes propres ainsi que leurs vecteurs propres. Cette information est incluse dans le système des 6 équations d'oscillation auxquelles on aboutit par cette procédure :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} P' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r + \frac{d\Phi'}{dr} = g \nabla_{\text{ad}} \frac{\rho T}{P} \delta S \quad (1.23)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \xi_r) + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \xi_r + \left(1 - \frac{L_l^2}{\sigma^2}\right) \frac{P'}{\rho c_s^2} - \frac{l(l+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi' = \nabla_{\text{ad}} \frac{\rho T}{P} \delta S \quad (1.24)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \Phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right) = -4\pi G \nabla_{\text{ad}} \frac{\rho^2 T}{P} \delta S \quad (1.25)$$

$$K \frac{dT'}{dr} = -F'_r - K' \frac{dT}{dr} \quad (1.26)$$

$$i\sigma \rho T \delta S = (\rho \epsilon_N)' - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 F'_r) - \frac{l(l+1)}{r^2} K T' \quad (1.27)$$

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{\delta P}{P} + \frac{\delta S}{C_p} \quad (1.28)$$

---

<sup>4</sup>En l'absence de rotation et de champ magnétique, on s'aperçoit que ces deux dernières quantités ne dépendent pas de l'indice  $m$ . Le mode avec la fréquence propre  $\sigma_{kl}$  est donc dégénéré  $2l + 1$  fois.

pour les 6 inconnues du problème :  $P'(r)$  ou  $\delta P(r)$ ,  $\xi_r(r)$ ,  $\Phi'(r)$ ,  $\delta S(r)$ ,  $T'(r)$  ou  $\delta T(r)$ , et  $F'_r(r)$ . Ici,  $F'_r(r)$  est la composante radiale de la perturbation sur le flux radiatif et  $\xi_r(r)$  est la composante radiale du vecteur déplacement Lagrangien

$$\vec{\xi} = \left[ \xi_r(r), \xi_h(r) \frac{\partial}{\partial \theta}, \xi_h(r) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] Y_m^l(\theta, \phi) e^{i\sigma t} \quad (1.29)$$

$$\text{où } \xi_h(r) = \frac{1}{\sigma^2 r} \left( \frac{P'}{\rho} + \Phi' \right) . \quad (1.30)$$

Parmi les fonctions qui constituent les coefficients de ces équations différentielles, on retrouve une batterie de quantités thermodynamiques (comme, par exemple,  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\nabla_{\text{ad}}$ , etc...) que l'on trouve définies dans tout bon livre de thermodynamique (par exemple, Reif, 1965). Notons également que les indices "0" indiquant les quantités à l'équilibre ont été supprimés par commodité d'écriture. Il n'y a cependant aucune ambiguïté avec cette notation si l'on garde à l'esprit, par exemple, que  $\rho = \rho_0$  dans ce contexte.

Dans ces équations, apparaissent deux quantités particulièrement importantes pour les pulsations et auxquelles on fera référence par la suite. Il s'agit, primo, de la fréquence de Brunt-Väisälä

$$N^2 \equiv g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) \quad (1.31)$$

qui peut aussi s'exprimer en terme des gradients de température réel ( $\nabla$ ) et adiabatique ( $\nabla_{\text{ad}}$ ) accompagnés d'un terme  $B$  (appelé terme de Ledoux) décrivant la contribution d'éventuels gradients de composition chimique dans l'étoile (une forme plus commode à manipuler numériquement ; voir la discussion dans Brassard et al., 1992b) :

$$N^2 = \frac{g^2 \rho}{P} \frac{\chi_{\text{T}}}{\chi_{\rho}} (\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B) ; B \equiv -\frac{1}{\chi_{\text{T}}} \sum_{i=1}^{N_c-1} \chi_{X_i} \frac{d \ln X_i}{d \ln P} \quad (1.32)$$

$$\text{et } \chi_{X_i} = \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \ln X_i} \right)_{\rho, T, \{X_{j \neq i}\}} \quad (1.33)$$

où  $N_c$  est le nombre d'espèces chimiques présentes dans le gaz (la somme se fait sur  $N_c - 1$  espèces indépendantes en raison de la contrainte  $\sum_{i=1}^{N_c} X_i = 1$  ;  $X_i$  étant la fraction

de masse du  $i$ -ème élément). La seconde quantité fondamentale est la fréquence de Lamb définie, en fonction de la vitesse adiabatique locale du son  $c_s(r)$ , par

$$L_l^2 \equiv \frac{l(l+1)c_s^2}{r^2} \quad \text{avec} \quad c_s^2 = \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \quad . \quad (1.34)$$

On peut également noter qu'en raison du terme imaginaire présent dans l'équation (1.27), toutes les quantités que l'on cherche à déterminer (fréquences propres et fonctions propres) sont des quantités complexes. Ceci est particulièrement important lorsque l'on traite de la stabilité des modes (voir la section 1.5). Dans sa forme générale linéarisée, le problème des pulsations consiste donc à résoudre ce système couplé de 6 équations différentielles linéaires complexes.

#### 1.4 Approximation adiabatique

Jusqu'à présent, à part dans la linéarisation des équations hydrodynamiques, aucune approximation n'a encore été faite et, comme on peut le constater, le système à résoudre est assez compliqué. Lorsque que l'on cherche à évaluer les fréquences propres et les fonctions propres des modes sans se soucier des questions de stabilité, il est toutefois possible de simplifier énormément le problème en négligeant les échanges d'énergie entre le bain thermique (l'énergie interne du gaz) et les oscillations (l'énergie cinétique du mouvement macroscopique des éléments gazeux). C'est l'approximation des pulsations adiabatiques qui consiste à imposer  $\delta S = 0$  dans le système d'équations (1.23) à (1.28). Par cette procédure, on réduit le problème à la seule description du comportement mécanique des oscillations et des 6 équations complexes de départ, on ne conserve que 3 équations avec 3 inconnues (réelles cette fois-ci). Ces 3 équations proviennent de (1.23), (1.24) et (1.25) avec  $\delta S = 0$  et cela donne

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} P' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r = -\frac{d\Phi'}{dr} \quad (1.35)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \xi_r) - \frac{g}{c_s^2} \xi_r + \left(1 - \frac{L_l^2}{\sigma^2}\right) \frac{P'}{\rho c_s^2} = \frac{l(l+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi' \quad (1.36)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \Phi' = 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right) . \quad (1.37)$$

(1.35) et (1.36) sont des équations différentielles du 1er ordre et (1.37) est du 2<sup>ème</sup> ordre. Ce système est donc équivalent à une seule équation différentielle du 4<sup>ème</sup> ordre (en choisissant, par exemple, la variable  $\xi_r$ ). Avec 4 conditions aux frontières, 2 au centre et 2 en surface (voir Unno et al., 1989) :

$$\frac{d\Phi'}{dr} - \frac{l\Phi'}{r} = 0 \quad \text{et} \quad \xi_r - \frac{l}{\sigma^2 r} \left( \frac{P'}{\rho} + \Phi' \right) = 0 \quad \text{à} \quad r = 0 \quad (1.38)$$

$$\frac{d\Phi'}{dr} + \frac{l+1}{r} \Phi' = 0 \quad \text{et} \quad \delta P = 0 \quad \text{à} \quad r = R , \quad (1.39)$$

le système (1.35) à (1.37) se réduit à un problème aux valeurs propres (où  $\sigma^2$  est la valeur propre). A ce titre, il est possible de montrer que le système peut s'écrire sous la forme de l'équation aux valeurs propres  $\mathcal{L}[\xi_r] = \sigma^2 \xi_r$ , où  $\mathcal{L}$  est un opérateur différentiel du 4<sup>ème</sup> ordre (c.f., Unno et al., 1989).

#### 1.4.1 Approximation de Cowling et traitement local

Afin de développer une certaine intuition des phénomènes décrits par ces équations adiabatiques, il est utile de faire quelques approximations supplémentaires qui, sans nécessairement être bien rigoureuses ou appropriées, simplifient grandement le problème et permettent de tirer quelques renseignements sur les caractéristiques globales des oscillations à partir de relations analytiques.

La première approximation est due à Cowling (1941) et consiste à négliger la perturbation du champ gravitationnel (en imposant  $\Phi' = 0$ ). Cette approximation n'est pas très bonne pour les modes de faible ordre radial  $k$  et de faible degré  $l$  ou pour les modes acoustiques, mais elle est certainement suffisante pour la discussion qui va suivre. Dans cette approximation, seules 2 équations subsistent

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} P' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r = 0 \quad (1.40)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \xi_r) - \frac{g}{c_s^2} \xi_r + \left(1 - \frac{L_l^2}{\sigma^2}\right) \frac{P'}{\rho c_s^2} = 0 \quad (1.41)$$

que l'on peut réécrire, à partir du changement de variables

$$\tilde{\xi} \equiv r^2 \xi_r \exp\left(-\int_0^r \frac{g}{c_s^2} dr\right) \quad \text{et} \quad \tilde{\eta} \equiv \frac{P'}{\rho} \exp\left(-\int_0^r \frac{N^2}{g} dr\right) \quad , \quad (1.42)$$

sous la forme plus commode à utiliser

$$\frac{d\tilde{\xi}}{dr} = h(r) \frac{r^2}{c_s^2} \left(\frac{L_l^2}{\sigma^2} - 1\right) \tilde{\eta} \quad \text{et} \quad \frac{d\tilde{\eta}}{dr} = \frac{1}{r^2 h(r)} (\sigma^2 - N^2) \tilde{\xi} \quad (1.43)$$

$$\text{avec} \quad h(r) \equiv \exp\left[\int_0^r \left(\frac{N^2}{g} - \frac{g}{c_s^2}\right) dr\right] > 0 \quad . \quad (1.44)$$

Dans l'approximation locale, la dépendance en  $r$  des coefficients présents dans les relations (1.43) est négligée. Il est alors possible de décrire ce système par une équation du deuxième ordre identique, par sa forme, à celle d'un oscillateur harmonique :

$$\frac{d^2 \tilde{\xi}}{dr^2} + k_r^2 \tilde{\xi} = 0 \quad \text{avec} \quad k_r^2 = \frac{1}{c_s^2 \sigma^2} (\sigma^2 - L_l^2) (\sigma^2 - N^2) \quad . \quad (1.45)$$

La deuxième expression correspond à la relation de dispersion pour ce type d'oscillations ; la solution de cette équation étant de la forme  $\tilde{\xi}(r) \propto \exp(ik_r r)$ . En conséquence, l'oscillation se propage radialement si  $k_r$  est réel et elle devient évanescence si  $k_r$  est imaginaire.

D'après la relation de dispersion, il existe deux zones de propagation qui correspondent à deux groupes distincts de modes d'oscillation. Ainsi,  $k_r^2$  est positif (et donc  $k_r$  est réel) pour  $\sigma^2 > L_l^2, N^2$  (ondes acoustiques ou modes p en raison de la force de rappel qui est la pression) et pour  $\sigma^2 < L_l^2, N^2$  (modes g pour lesquels la force de rappel est la gravité). Dans les régions de l'étoile où  $L_l^2 < \sigma^2 < N^2$  et  $N^2 < \sigma^2 < L_l^2$ ,  $k_r^2$  est négatif (donc  $k_r$  est imaginaire) et les ondes sont évanescences.

Si l'on pousse encore plus loin les approximations, on obtient plusieurs renseignements qualitatifs sur le comportement des périodes des modes p et g. Dans la limite

$\sigma_p^2 \gg L_l^2, N^2$  (modes p), la relation de dispersion (1.45) peut s'écrire

$$\sigma_p^2 \simeq c_s^2 k_r^2 \quad . \quad (1.46)$$

On voit alors que la fréquence (période) augmente (diminue) lorsque  $k_r$  (c.-à.d., le nombre de nœuds dans la direction radiale) augmente. Pour les modes g, la limite  $\sigma_p^2 \ll L_l^2, N^2$  donne

$$\sigma_g^2 \simeq \frac{l(l+1)N^2}{k_r^2 r^2} \quad . \quad (1.47)$$

Cette fois-ci, la fréquence (période) diminue (augmente) lorsque  $k_r$  augmente. De plus, la fréquence (période) s'accroît (décroît) lorsque l'indice  $l$  devient plus grand. Ce sont deux caractéristiques générales des modes g qui sont effectivement observées dans les calculs détaillés. Soulignons aussi l'existence d'un mode fondamental pour  $l = 0$  et  $l \geq 2$  (il n'existe pas pour  $l = 1$ ) dont la période se situe entre celle du premier mode p et celle du premier mode g.

### 1.4.2 Energie cinétique

Une quantité intéressante qui aide à caractériser un mode de pulsation est son énergie cinétique. Pour un fluide quelconque, celle-ci est donnée par la relation générale

$$E_{\text{cin}} \equiv \frac{1}{2} \int_V \rho v^2 dV \quad ; \quad (1.48)$$

où l'intégration se fait sur le volume total occupé par le fluide (en l'occurrence toute l'étoile pour le cas qui nous concerne). Si l'on néglige la rotation de l'étoile et tout autre mouvement macroscopique du fluide (convection, circulation méridienne, etc...), on a alors

$$v^2 = |\delta v|^2 = \delta \vec{v} \cdot \delta \vec{v}^* = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} \cdot \frac{\partial \vec{\xi}^*}{\partial t} = \sigma^2 \vec{\xi}(\vec{r}) \cdot \vec{\xi}^*(\vec{r}) \quad . \quad (1.49)$$

Pour les oscillations radiales et non-radiales, la définition (1.48) prend donc la forme

$$E_{\text{cin}} \equiv \frac{\sigma^2}{2} \int_V \rho \vec{\xi}(\vec{r}) \cdot \vec{\xi}^*(\vec{r}) dV \quad . \quad (1.50)$$

En terme des composantes du vecteur déplacement Lagrangien, on peut montrer, à partir des relations (1.30) et des propriétés d'intégration des harmoniques sphériques, que l'équation (1.50) devient

$$E_{\text{cin}} \equiv \frac{\sigma^2}{2} \int_0^R [\xi_r(r)^2 + l(l+1)\xi_h(r)^2] \rho r^2 dr \quad ; \quad (1.51)$$

où l'intégration se fait maintenant du centre ( $r=0$ ) à la surface ( $r=R$ ) de l'étoile. Notons que la normalisation des fonctions propres, arbitraire en théorie linéaire, implique que l'énergie d'un mode est définie à une constante multiplicative près. En pratique, cela signifie que seules les comparaisons relatives des énergies cinétiques entre différents modes ont un sens.

### 1.4.3 Principe variationnel

Il a été démontré par Lynden-Bell & Ostriker, 1967 que les valeurs propres des équations adiabatiques peuvent également être obtenues à partir d'un principe variationnel (voir aussi Cox, 1980 ; Unno et al., 1989 ; et Brassard, 1991). Dans le cas général où la rotation de l'étoile est prise en compte, ces auteurs ont réécrit, en combinant toutes les équations adiabatiques, le problème des oscillations stellaires sous la forme (en fonction du vecteur déplacement Lagrangien)

$$-\sigma^2 \vec{\xi} + 2i\sigma \mathcal{M} \vec{\xi} + \mathcal{M}^2 \vec{\xi} = -\frac{1}{\rho} (\mathcal{P} + \mathcal{V}) \vec{\xi} \quad . \quad (1.52)$$

où  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{V}$  sont des opérateurs linéaires reliés aux perturbations de la pression et du potentiel gravitationnel. Leurs expressions respectives sont

$$\mathcal{M} \vec{\xi} = (\vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{\xi} \quad , \quad (1.53)$$

$$\mathcal{P} \vec{\xi} = -\frac{\delta \rho}{\rho^2} \vec{\nabla} P + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P' + \frac{1}{\rho} \vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} (\vec{\nabla} P) \quad , \text{ et} \quad (1.54)$$

$$\mathcal{V} \vec{\xi} = \nabla \Phi' + (\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla} \Phi \quad . \quad (1.55)$$

Suivant Brassard, 1991, le produit scalaire (effectué par la gauche) de  $\vec{\xi}^*$  avec la relation (1.52), puis l'intégration sur toute la masse de l'étoile donnent

$$-A\sigma^2 + B\sigma + C = -D \quad (1.56)$$

où les nouveaux coefficients sont

$$A = \int_V \vec{\xi}^* \cdot \vec{\xi} \rho dV \quad , \quad B = 2i\sigma \int_V \vec{\xi}^* \cdot \mathcal{M}\vec{\xi} \rho dV \quad , \quad (1.57)$$

$$C = \int_V \vec{\xi}^* \cdot \mathcal{M}^2 \vec{\xi} \rho dV \quad , \quad D = \int_V \vec{\xi}^* \cdot (\mathcal{M} + \mathcal{V}) \vec{\xi} \rho dV \quad . \quad (1.58)$$

Ces dernières expressions sont particulièrement utiles pour déterminer les régions où se forment les périodes des modes normaux ainsi que les effets engendrés par la rotation de l'étoile.

#### 1.4.4 Régions de formation des périodes

Les indications intéressantes sur les régions de formation des modes peuvent être obtenues en négligeant la rotation de l'étoile ( $\vec{v}_0 = \vec{0}$ ) dans la relation (1.56). Les termes où l'opérateur  $\mathcal{M}$  intervient sont alors tous nuls, conduisant à la relation simplifiée

$$\sigma^2 = \frac{D}{A} \quad (1.59)$$

Le dénominateur  $A$  est directement proportionnel à l'énergie cinétique du mode (voir la section 1.4.2). L'évaluation du numérateur  $D$  est toutefois plus compliquée. Après manipulation, la relation finale proposée dans Brassard, 1991 (équation [105]<sup>5</sup>) s'écrit

$$D = \int_0^R \left[ \xi_r^2 N^2 + \frac{(P')^2}{\Gamma_1 P \rho} + \Phi' \left( \frac{P'}{\Gamma_1 P} + \xi_r \frac{N^2}{g} \right) \right] \rho r^2 dr \quad (1.60)$$

Les solutions du système sont celles qui extrémisent la relation (1.59), de telle sorte que  $\delta\sigma^2 = 0$  (au premier ordre) pour la famille  $(\sigma, \xi_r, P', \Phi')$  correspondant à un mode

<sup>5</sup>Dans la référence citée, l'équation est erronée. La relation (1.60) est la forme appropriée et constitue un *erratum* à l'équation [105] de Brassard, 1991.



normal (solution des équations d'oscillation). De plus, on remarque que le terme à l'intérieur de l'intégrale se trouvant au numérateur joue le rôle d'un facteur de pondération variant en fonction de la profondeur dans l'étoile. Autrement dit, il nous renseigne sur la contribution respective des différentes régions de l'étoile à la valeur des fréquences propres. Cette fonction, à laquelle on se réfère habituellement sous l'épithète de fonction poids ("weight function"), nous permet donc de connaître les régions auxquelles les périodes des modes sont sensibles.

#### 1.4.5 Effets de la rotation

Un autre effet intéressant que la formulation du principe variationnel permet d'évaluer est celui de la rotation lente sur les modes de pulsation. Lorsque celle-ci est prise en compte, l'étoile n'est plus statique et doit s'accommoder d'un champ de vitesse  $\vec{v}_0$  non nul, mais suffisamment faible pour ne pas modifier la structure où la forme de l'étoile. Cette hypothèse permet alors d'adopter une approche perturbative pour évaluer les effets de la rotation. On considère pour cela que la fréquence propre et les fonctions propres peuvent s'écrire sous la forme

$$\sigma = \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} \quad \text{et} \quad \vec{\xi} = \vec{\xi}^{(0)} + \vec{\xi}^{(1)} \quad , \quad (1.61)$$

où les termes d'indice (0) indiquent la solution sans rotation et les termes d'indice (1) représentent la perturbation à cette solution. Une fois introduit dans la relation (1.56), tout en ne conservant que les termes d'ordre 0 et 1, le développement précédent conduit à une solution générale qui peut s'écrire sous la forme (voir, Brassard, 1991)

$$\sigma^{(1)} = i \frac{\int_V \vec{\xi}^{*(0)} \cdot \mathcal{M} \vec{\xi}^{(0)} \rho \, dV}{\int_V \vec{\xi}^{*(0)} \cdot \vec{\xi}^{(0)} \rho \, dV} \quad . \quad (1.62)$$

Si, de plus, l'on considère que l'étoile est en rotation rigide, c.-à.d. que sa vitesse angulaire  $\vec{\Omega}$  est constante, le champ de vitesse du fluide peut alors s'écrire

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{\text{rot}} = \vec{\Omega} \times \vec{r} = (0, 0, \Omega r \sin \theta) \quad , \quad (1.63)$$

si l'on choisit un système de référence dans lequel  $\vec{\Omega} = (\Omega \cos \theta, -\Omega \sin \theta, 0)$ . L'action de l'opérateur  $\mathcal{M}$  sur le vecteur déplacement Lagrangien donne alors

$$\mathcal{M}\vec{\xi}^{(0)} = (\vec{v}_{\text{rot}} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\xi}^{(0)} = \Omega \frac{\partial \vec{\xi}^{(0)}}{\partial \phi} = im\Omega \vec{\xi}^{(0)} + \vec{\Omega} \times \vec{\xi}^{(0)} \quad . \quad (1.64)$$

L'équation (1.62) peut ensuite être transformée en introduisant un coefficient de rotation ( $C_{\text{rot}}$ ; également appelé coefficient du premier ordre pour la rotation rigide). Le terme de perturbation associé à la fréquence propre s'écrit alors

$$\sigma^{(1)} \equiv -m\Omega(1 - C_{\text{rot}}) \quad , \quad (1.65)$$

où  $C_{\text{rot}}$  prend la forme

$$\Omega C_{\text{rot}} = i \frac{\int_V \vec{\xi}^{*(0)} \cdot \vec{\Omega} \times \vec{\xi}^{(0)} \rho dV}{\int_V \vec{\xi}^{*(0)} \cdot \vec{\xi}^{(0)} \rho dV} \quad . \quad (1.66)$$

En utilisant, pour finir, les composantes de  $\vec{\Omega}$  telles que définies dans le référentiel choisi ainsi que les composantes radiales ( $\xi_r$ ) et tangentielles ( $\xi_h$ ) de  $\vec{\xi}^{(0)}$ , la relation (1.66) devient

$$C_{\text{rot}} = \frac{\int_0^R (2\xi_r \xi_h + \xi_h^2) \rho r^2 dr}{\int_0^R [\xi_r^2 + l(l+1)\xi_h^2] \rho r^2 dr} \quad . \quad (1.67)$$

L'effet de la rotation, en introduisant une dépendance des fréquences propres sur l'indice angulaire  $m$ , est donc de lever, par une sorte d'effet Zeeman, la dégénérescence qui pèse sur les modes propres d'oscillation. Notons également que l'espacement en fréquence entre les modes d'indices  $m$  différents (mais avec  $k$  et  $l$  identiques) est constant. Sa valeur est donnée par

$$\Delta\sigma = \Omega(1 - C_{\text{rot}}) \quad . \quad (1.68)$$

Enfin, remarquons que le coefficient de rotation  $C_{\text{rot}}$  dépend des indices  $k$  et  $l$  identifiant un mode propre d'oscillation (puisque les composantes  $\xi_r$  et  $\xi_h$  dépendent de ces indices).

### 1.4.6 Le code des pulsations adiabatiques

Le système d'équations présenté en introduction de la section 1.4 et qui régit les pulsations dans l'approximation adiabatique ne peut être résolu analytiquement. C'est uniquement par des techniques numériques qu'il est possible d'extraire les fréquences propres et les fonctions propres du système. Dans le cadre de l'étude des pulsations dans les étoiles naines blanches, P. Brassard a développé un outil général parfaitement adapté au problème qui nous concerne. Le code est décrit en détail dans Brassard et al., 1992d mais en voici quelques aspects principaux.

Pour commencer, il est utile de réécrire le système (1.35) – (1.37) sous la forme de 4 équations différentielles du 1<sup>er</sup> ordre avec les 4 variables sans dimension introduites par Dziembowski, 1971 :

$$y_1 \equiv \frac{\xi_r}{r} \quad ; \quad y_2 \equiv \frac{1}{gr} \left( \frac{P'}{\rho} + \Phi' \right) \quad ; \quad y_3 \equiv \frac{1}{gr} \Phi' \quad ; \quad y_4 \equiv \frac{1}{g} \frac{d\Phi'}{dr} \quad . \quad (1.69)$$

Pour achever l'adimensionalisation des équations, il faut introduire une fréquence sans dimension

$$\omega^2 = \frac{\sigma^2 R^3}{GM} \quad , \quad (1.70)$$

où M et R sont, respectivement, la masse et le rayon de l'étoile ; et il faut définir des quantités sans dimensions pour la structure stellaire, la fréquence de Brunt-Väisälä et la variable d'intégration ; en l'occurrence, il s'agit de

$$U \equiv \frac{d \ln M_r}{d \ln r} = \frac{4\pi r^3 \rho}{M_r} \quad , \quad V \equiv -\frac{d \ln P}{d \ln r} = \frac{\rho g r}{P} \quad (1.71)$$

$$C_1 \equiv \left( \frac{r}{R} \right)^3 \left( \frac{M}{M_r} \right) \quad , \quad A \equiv -\frac{N^2}{g} \quad \text{et} \quad x \equiv \ln \left( \frac{r}{P} \right) \quad . \quad (1.72)$$

Avec ces nouvelles quantités, les équations adiabatiques prennent la forme qui sera utilisée dans le code de résolution numérique,

$$(V + 1) \frac{dy_1}{dx} = \left( \frac{V}{\Gamma_1} - l - 1 \right) y_1 + \left[ \frac{l(l+1)}{C_1 \omega^2} - \frac{V}{\Gamma_1} \right] y_2 + \frac{V}{\Gamma_1} y_3 \quad , \quad (1.73)$$

$$(V + 1) \frac{dy_2}{dx} = (C_1\omega^2 + rA) y_1 + (3 - l - U - rA) y_2 + rA y_3 \quad , \quad (1.74)$$

$$(V + 1) \frac{dy_3}{dx} = (3 - l - U) y_3 + y_4 \quad , \quad (1.75)$$

$$(V + 1) \frac{dy_4}{dx} = -rA U y_1 + \frac{UV}{\Gamma_1} y_2 + \left[ l(l + 1) - \frac{UV}{\Gamma_1} \right] y_3 + (2 - U - l) y_4 \quad (1.76)$$

et les deux conditions au centre (CFC) s'écrivent

$$C_1\omega^2 y_1 - l y_2 = 0 \Big|_{\text{centre}} \quad \text{et} \quad l y_3 - y_4 = 0 \Big|_{\text{centre}} \quad . \quad (1.77)$$

En surface, les deux conditions limites sont

$$(V - 4 - C_1\omega^2) y_1 + \left[ \frac{l(l + 1)}{C_1\omega^2} - V \right] y_2 + (V - l - 1) y_3 = 0 \Big|_{\text{surface}} \quad , \quad (1.78)$$

$$U y_1 + (l + 1) y_3 + y_4 = 0 \Big|_{\text{surface}} \quad . \quad (1.79)$$

Finalement, puisque le système d'équations est homogène, il faut utiliser une condition de normalisation arbitraire pour les fonctions propres. Dans notre cas, ce sera la normalisation

$$y_1^2 + y_2^2 = 1 \Big|_{\text{surface}} \quad . \quad (1.80)$$

Pour résoudre le système, le code utilise une version généralisée de la méthode des éléments finis de Galerkin (voir Brassard et al., 1992d pour de plus amples renseignements sur le sujet). Grossièrement, cette méthode consiste à approximer, dans chaque élément constituant le maillage spatial du modèle, la solution d'une équation différentielle par une combinaison linéaire de fonctions indépendantes formant une base dans cet élément. De manière générale, pour une équation du type

$$\frac{dy}{dx} = f(x)y(x) \quad , \quad \tilde{y}^{(j)}(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_{jk} \Phi_k^{(j)}(x) \quad . \quad (1.81)$$

on approxime, pour l'élément  $j$ , par

$$\tilde{y}^{(j)}(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_{jk} \Phi_k^{(j)}(x) \quad . \quad (1.82)$$

Les fonctions  $\Phi_k^{(j)}(x)$  sont choisies pour former une base dans l'élément  $j$  et sont généralement des polynômes de degré  $N - 1$  définis localement dans cet élément. Pour  $N = 2$  on parle d'éléments linéaires (les fonctions  $\Phi_1(x)$  et  $\Phi_2(x)$  sont des polynômes d'ordre 1), pour  $N = 3$  ce sont des éléments quadratiques ( $\Phi_1(x)$ ,  $\Phi_2(x)$  et  $\Phi_3(x)$  sont des polynômes d'ordre 2), pour  $N = 4$  ce sont des éléments cubiques ( $\Phi_1(x)$ ,  $\Phi_2(x)$ ,  $\Phi_3(x)$  et  $\Phi_4(x)$  sont des polynômes d'ordre 3), etc... La solution du problème (i.e, les coefficients  $\alpha_{jk}$ ) est obtenue en minimisant le résidu

$$R(x, \{\alpha_{jk}\}) \equiv \frac{d\tilde{y}(x)}{dx} - f(x)\tilde{y}(x) \quad (1.83)$$

par orthogonalisation avec tous les éléments de l'ensemble  $\{\Phi_k(x)\}$ . Cette méthode, généralisée à un système d'équations différentielles du premier ordre, permet de résoudre très efficacement et de manière robuste les équations de pulsation.

Le code de résolution numérique est un programme FORTRAN dont la stratégie peut être résumée en 3 grandes étapes successives : 1— Lecture des quantités physiques provenant du modèle stellaire à étudier et calcul, pour chacune des couches du modèle, des quantités structurelles sans dimension. 2— Balayage d'un intervalle de périodes spécifié par l'utilisateur (pour nous, ce sera typiquement de 80 à 1500 s par pas de 1.0 s) pendant lequel une des conditions aux frontières sert de discriminant pour estimer les périodes propres. L'estimation des valeurs propres se fait en solutionnant, par un schème explicite, le système d'équations à l'aide de 2000 éléments linéaires. 3— Le système complet est alors résolu à partir des estimés de périodes propres en utilisant cette fois un schème implicite avec, au choix de l'utilisateur, des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques.

## 1.5 Théorie non-adiabatique

Pour traiter la théorie linéaire des pulsations stellaires dans son ensemble, il est nécessaire de retourner au système des équations d'oscillation présenté à la fin de la section 1.3. Les relations (1.23) à (1.28) constituent en effet le système de base qu'il

faut maintenant résoudre complètement, sans faire d'approximation préalable. Pour la compréhension des phénomènes qui entrent en jeu, il est utile de s'attarder sur quelques concepts importants de la théorie non-adiabatique. Ils sont donc présentés dans cette section avec quelques détails sur le code numérique destiné à résoudre le problème.

### 1.5.1 Solutions non-adiabatiques

Le système des équations non-adiabatiques repose sur 6 équations différentielles complexes (en raison du terme imaginaire dans l'équation [1.27]). Pour cette raison, les fonctions propres et valeurs propres solutions du système sont des quantités complexes. En particulier, la fréquence propre s'écrit maintenant sous la forme

$$\sigma = \sigma_R + i\sigma_I \quad \text{où } \sigma_R \text{ et } \sigma_I \text{ sont des nombres réels.} \quad (1.84)$$

Puisque la dépendance temporelle des fonctions propres est de la forme

$$\exp(i\sigma t) = \exp[i(\sigma_R + i\sigma_I)t] = \exp(i\sigma_R t) \exp(-\sigma_I t) \quad , \quad (1.85)$$

on obtient non seulement une partie oscillante de fréquence  $\sigma_R (= 2\pi/P)$  qui caractérise la fréquence (ou période) du mode, mais aussi un terme supplémentaire d'amortissement ou de croissance exponentielle, inexistant en théorie adiabatique, constitué par la partie imaginaire de la fréquence propre. C'est ce terme qui nous renseigne sur la stabilité des modes de pulsation. Si le signe de  $\sigma_I$  est positif, la petite perturbation initiale va subir un amortissement exponentiel avec le temps qui empêche la formation d'une oscillation avec une amplitude observable; le mode est alors stable. Si, par contre,  $\sigma_I$  est négatif, l'amplitude d'oscillation subit une croissance exponentielle avec  $t$  et le mode devient instable. Dans ce deuxième cas, la théorie prédit une amplitude qui croît à l'infini avec  $t$ . Bien sûr, ce comportement n'est pas réaliste et il marque la limite de la théorie linéaire des pulsations. Il est probable que des phénomènes non-linéaires négligés dans cette théorie vont entrer en compétition avec la croissance exponentielle afin d'établir une "amplitude d'équilibre". De fait, la théorie linéaire ne permet pas de

calculer l'amplitude des modes d'oscillation. Tout au plus, on peut imaginer que les modes instables pour lesquels  $\sigma_I$  est plus grand en valeur absolue développeront des amplitudes plus importantes (et encore convient-il d'être prudent sur cette interprétation).

On définit souvent une quantité plus intuitive qui caractérise l'instabilité des modes. Il s'agit du temps caractéristique de croissance ("e-folding time" en anglais) relié à la partie imaginaire de la fréquence propre par

$$\tau_e = -\frac{1}{\sigma_I} \quad \text{donnant des fonctions propres } \propto \exp\left(\frac{t}{\tau_e}\right) \quad . \quad (1.86)$$

$\tau_e$  est généralement donné en années, permettant une comparaison directe avec les temps évolutifs typiques des étoiles. Bien entendu, pour obtenir des pulsations, ces derniers doivent être très supérieurs à  $\tau_e$  pour que le développement des instabilités ne soit pas en compétition avec les changements structuraux engendrés par l'évolution de l'étoile.

### 1.5.2 Intégrale de travail

Au cours d'une période de pulsation, chaque coquille de gaz en mouvement dans l'étoile se comporte comme un cycle de Carnot transformant de l'énergie thermique en énergie mécanique (ou inversement). Pour un mode, le travail effectué localement au cours d'une pulsation est donné par

$$\frac{dW}{dM_r} = \oint dQ = \oint T \frac{dS}{dt} dt \quad . \quad (1.87)$$

Si l'on suppose que le système retourne à son état initial après un cycle (oscillation strictement périodique), on peut alors écrire

$$\frac{dW}{dM_r} = \oint \delta T \frac{d\delta S}{dt} dt = \oint \frac{\delta T}{T} \delta \left( \epsilon_N - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R \right) \quad . \quad (1.88)$$

De plus, en effectuant l'intégrale cyclique, on obtient

$$\frac{dW}{dM_r} = \frac{\pi}{\sigma_R} \text{Re} \left\{ \frac{\delta T^*}{T} \left[ \delta \epsilon_N - \delta \left( \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R \right) \right] \right\} \quad . \quad (1.89)$$

Cette quantité peut donc se calculer à partir des fonctions propres du système.

Le signe de  $dW/dM_r$  nous renseigne localement sur l'effet stabilisateur ou déstabilisateur d'une région de l'étoile. Si  $dW/dM_r < 0$ , cette région se retrouve, après un cycle, avec un défaut d'énergie qui sera prélevé à l'énergie cinétique du mode. L'amplitude de celui-ci tend alors à diminuer localement, c'est une région de "damping" (ou de dissipation). Si  $dW/dM_r > 0$ , la région se retrouve avec un surplus d'énergie à la fin du cycle qui sera transféré à l'énergie cinétique du mode. L'amplitude a donc tendance à croître localement, on parle alors d'une région de "driving" (ou d'excitation).

La stabilité ou l'instabilité globale d'un mode est déterminée par la somme de toutes les contributions locales à l'excitation et à la dissipation. Cette somme, que l'on appelle l'intégrale de travail ("work integral"), s'écrit donc

$$W = \int_0^M \frac{dW}{dM_r} dM_r \quad . \quad (1.90)$$

Si  $W < 0$ , la dissipation domine sur l'excitation et le mode est globalement stable. Si  $W > 0$ , c'est au contraire l'excitation qui domine sur la dissipation et le mode devient instable.

### 1.5.3 Mécanismes de déstabilisation

Le "driving" et le "damping" résultent d'une modulation particulière du flux d'énergie au cours des oscillations. Cette modulation introduit un déphasage entre la perturbation de la pression et la perturbation de la densité. Pour déstabiliser un mode, le maximum de pression doit intervenir après le maximum de compression. S'il se produit avant, le mode sera stabilisé. L'analogie avec la balançoire (Cox, 1980) permet de comprendre aisément ce phénomène. L'amplitude du balancement sera en effet augmentée si la poussée (pression) intervient après le passage au maximum d'amplitude (densité). Si celle-ci se produit avant, le balancement sera amorti. A partir des équations de pulsations, on peut montrer que cet état (maximum de pression après le maximum



de densité) se produit lorsque, localement, le gaz gagne de l'énergie au maximum de compression (et inversement pour le "damping").

Dans les étoiles, il existe deux phénomènes permettant de créer les conditions propices à l'excitation. Il s'agit du brûlage nucléaire et des processus d'ionisation partielle. Le premier est associé au terme en  $\delta\epsilon_N$  de l'équation (1.89) et on lui attribue l'épithète de mécanisme  $\epsilon$ . La partie de l'intégrale de travail qui lui correspond peut s'écrire

$$\frac{dW_N}{dM_r} = \frac{\pi}{\sigma_R} \operatorname{Re} \left( \frac{\delta T^*}{T} \delta\epsilon_N \right) = \frac{\pi}{\sigma_R} \operatorname{Re} \left[ \frac{\delta T^*}{T} \epsilon_N \left( \epsilon_T \frac{\delta T}{T} + \epsilon_\rho \frac{\delta \rho}{\rho} \right) \right] \quad (1.91)$$

où les quantités  $\epsilon_T$  et  $\epsilon_\rho$  décrivent le comportement des taux de réactions nucléaires  $\epsilon_N$  lors des changements en température et en densité du gaz,

$$\epsilon_T = \left( \frac{\partial \ln \epsilon_N}{\partial \ln T} \right)_\rho \quad \text{et} \quad \epsilon_\rho = \left( \frac{\partial \ln \epsilon_N}{\partial \ln \rho} \right)_T \quad (1.92)$$

Compte tenu du comportement de ces dérivées ( $\epsilon_T$  et  $\epsilon_\rho$  sont, en général, positifs) et du fait que la perturbation en température est essentiellement en phase avec la perturbation en densité, la contribution de ce mécanisme  $\epsilon$  est toujours positive et il tend systématiquement à déstabiliser les modes.

Le second mécanisme est plus subtil. Sa formulation mathématique est dissimulée dans le deuxième terme de l'intégrale de travail

$$\frac{dW_F}{dM_r} = \frac{\pi}{\sigma_R} \operatorname{Re} \left[ \delta \left( -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R \right) \right] \quad (1.93)$$

Sans entrer dans ces détails mathématiques, mentionnons qu'il survient du comportement particulier du mélange gazeux et de l'opacité dans les régions d'ionisation partielle. En situation normale, un élément du gaz porté à son maximum de compression pendant un cycle d'oscillation voit son opacité diminuer, perdant ainsi de l'énergie par radiation (il devient davantage transparent). Il possède donc un effet de dissipation sur les pulsations (on parle souvent de dissipation radiative). Dans une zone d'ionisation partielle, le comportement est différent pour deux raisons.

- 1– les valeurs des exposants adiabatiques du gaz deviennent très petites car l'énergie est principalement absorbée pour ioniser le gaz au dépend de l'élévation de la température. De fait,  $\delta T/T$  décroît rapidement à la base de la zone d'ionisation (partie à plus haute température) engendrant une baisse de  $\delta L_R/L_R$ . Le gaz absorbe donc de l'énergie au maximum de compression et cette région produit du "driving". La partie externe de la zone d'ionisation (à basse température) entraîne l'effet inverse puisque l'amplitude de  $\delta T/T$  devient plus grande et  $\delta L_R/L_R$  augmente à nouveau pour retrouver son amplitude d'avant la zone d'ionisation. Cette région perd donc de l'énergie et produit du "damping". Ce processus est parfois appelé mécanisme  $\gamma$ .
- 2– L'opacité du gaz devient plus grande au maximum de compression dans les zones d'ionisation partielle (contrairement à d'autres régions de l'étoiles). Celui-ci absorbe donc de l'énergie lorsqu'il est comprimé, produisant du "driving" sur les pulsations. On parle alors de mécanisme  $\kappa$ .

Les mécanismes  $\gamma$  et  $\kappa$  tels que décrits auparavant sont généralement intimement reliés et l'on fait souvent référence à ces deux phénomènes sous le nom d'un seul et même mécanisme d'opacité (ou d'ionisation partielle), le mécanisme  $\kappa$ , en omettant de faire une quelconque distinction.

#### 1.5.4 Le code des pulsations non-adiabatiques

Le code des pulsations non-adiabatiques s'appuie sur la même méthode numérique (éléments finis de Galerkin) que le code adiabatique présenté à la section 1.4.6. Il s'attaque cette fois-ci au système plus compliqué des 6 équations différentielles complexes décrivant les oscillations non-adiabatiques. L'interaction entre convection et pulsations est, comme c'était déjà le cas pour l'adiabatique, négligée dans ces calculs ("frozen convection"), faute d'une théorie adéquate sur la question.

Le programme non-adiabatique utilise les résultats préalablement calculés par

le code adiabatique comme premiers estimés des périodes de pulsation (les périodes adiabatiques diffèrent généralement peu des périodes non-adiabatiques). Il fournit en retour les périodes non-adiabatiques et la partie imaginaire de la fréquence propre ( $\sigma_I$ ) importante pour évaluer la stabilité globale des modes. Les fonctions propres sont aussi disponibles ainsi que l'intégrale de travail ( $W$ ) et sa dérivée ( $dW/dr$ ).

## CHAPITRE 2

### Les Etoiles Sous-Naines de Type B

#### 2.1 Introduction

Une catégorie d'objets va, tout au long de cette étude, accaparer notre attention en tant que vivier potentiel de nouvelles étoiles pulsantes sur lesquelles pourront éventuellement s'appliquer les méthodes de l'astéroséismologie. Ces astres, au nom peu évocateur d'étoiles sous-naines de type B (ou sdB), constituent une classe longtemps négligée par les astronomes et qui demeure l'une des dernières frontières dans nos connaissances des différentes phases de l'évolution stellaire. Que ces étoiles présentent, par analogie<sup>1</sup> structurelle avec certains types d'objets pulsants, de sérieuses potentialités pour développer des oscillations s'avère donc particulièrement intéressant puisqu'elles laissent miroiter la possibilité de sonder, un jour peut-être, leur structure interne. Dans l'immédiat, les étoiles sous-naines de type B n'étant pas réputées pour leurs pulsations (aucune sdB pulsante n'a, au jour où cette étude est entreprise (1995), été découverte), l'essentiel du potentiel repose sur l'évaluation détaillée et quantitative, sur des bases purement théoriques, des possibilités qu'ont ces étoiles à devenir pulsantes. Nous disposons pour cela des outils indispensables de la théorie des pulsations stellaires décrits au Chapitre 1 auxquels nous allons maintenant fournir la matière première essentielle à ce projet : les structures appropriées pour modéliser les sdB.

Avant de présenter les modèles que nous allons utiliser, un bref rappel général sur la nature des étoiles sous-naines est nécessaire (section 2.2). Il comprendra un rapide

---

<sup>1</sup>Ces analogies seront soulignées et discutées au cours de ce chapitre.

aperçu historique du sujet à travers la littérature classique ainsi que l'énumération de quelques propriétés spécifiques à ces étoiles qui présenteront, à l'avenir, une importance particulière pour les pulsations.

La section 2.3 sera consacrée à la présentation du premier type de structures que nous allons utiliser pour les calculs de pulsations. Il s'agira de séquences de modèles évolutifs identifiés aux étoiles sous-naines de type B que l'on observe.

Le groupe de séquences évolutives sera suppléé par un ensemble de modèles statiques d'enveloppes dont l'utilité deviendra manifeste au cours des prochains chapitres. Dans la section 2.4, des détails sur la construction de ces enveloppes ainsi qu'une comparaison structurelle avec les modèles évolutifs seront donc proposés.

Enfin, une première discussion sur les potentiels à explorer dans ces étoiles en terme de pulsations sera amorcée dans la section 2.5. Quelques aspects de leur structure analogues à ce que l'on retrouve dans certaines classes d'étoiles pulsantes seront énumérés et discutés.

## 2.2 La nature des étoiles sous-naines

Depuis la découverte des étoiles sous-naines dans les années 50 (Humason & Zwicky, 1947 ; Iriarte & Chavira, 1957 ; Chavira, 1958 ; Feige, 1958), des progrès considérables ont été accomplis au niveau de la compréhension de leurs propriétés physiques et de leur statut évolutif. Ces étoiles doivent leur nom de "sous-naines" à leur luminosité trop faible pour leur couleur (ou température) comparativement à leurs homologues de la séquence principale que l'on appelle parfois les étoiles naines. Ainsi, dans le diagramme d'Hertzsprung-Russell (HR), les sous-naines se situent en dessous de la séquence principale. Leur position est caractéristique d'une structure plus compacte que celle des étoiles de la séquence principale. A température égale, les sous-naines sont moins lumineuses que les étoiles naines. Cela implique notamment que leur rayon est plus petit et par conséquent que leur gravité de surface est plus importante.

### 2.2.1 Classification spectrale et paramètres de surface

En raison de leur forte gravité de surface, les sous-naines présentent une signature spectrale particulière qui fut à l'origine des premières classifications d'étoiles bleues de faible luminosité (FBS<sup>2</sup>) (Greenstein, 1960 ; Berger, 1963 ; Greenstein, 1966). Ainsi, les étoiles bleues dont les raies spectrales de la série de Balmer apparaissent anormalement larges (sous l'effet de la forte gravité) comparativement aux étoiles de la séquence principale sont classées dans la catégorie des sous-naines. Des critères supplémentaires ont permis de définir deux sous-groupes parmi ces dernières. Suivant la classification de Sargent & Searle, 1968, les sous-naines de type O (sdO), en plus de leur couleur typique des étoiles O de la séquence principale, exhibent des raies d'hélium dans leur spectre. Les sous-naines de type B (sdB), dont la couleur correspond davantage aux étoiles B de la séquence principale, montrent en revanche une déficience importante en hélium dans leur atmosphère (faiblesse ou absence des raies d'hélium dans le spectre). Une classe intermédiaire, les sdOB, a été introduite plus tard (Baschek & Norris, 1975) lorsque l'on s'est aperçu que certaines sous-naines de type O (d'après leur indice de couleur) montraient des déficiences en hélium comme les sdB (voir aussi Heber, 1986).

Avec les progrès réalisés dans le domaine des atmosphères stellaires et de la modélisation de spectres synthétiques, une détermination réaliste des paramètres de surface des étoiles sous-naines (température effective, gravité de surface et abondances de surface) est devenue possible (voir par exemple Greenstein & Sargent, 1974 ; Hunger et al., 1981 ; Bergeron et al., 1984 ; Heber et al., 1984b ; Saffer et al., 1994). De cette dernière référence, la plus récente et la plus complète étude à ce jour, il ressort que les sdB et les sdOB possèdent des températures effectives comprises entre 24000 et 42000 K pour des gravités de surface  $5.0 \lesssim \log g \lesssim 6.2$ . Les sdO, plus chaudes, ont des températures effectives allant de 40000 à 80000 K, la majorité se trouvant cependant dans la tranche 40000 – 50000 K, pour des gravités de surface comparables à celles des sdB (Heber et al., 1984a ; Thejll et al., 1994). Dans un diagramme HR, les sdB, sdOB et

---

<sup>2</sup>Faint Blue Stars

sdO forment alors une extension vers le bleu de la branche horizontale (EHB<sup>3</sup>) et se situent entre la séquence principale et la séquence de refroidissement des naines blanches (Greenstein & Sargent, 1974).

### 2.2.2 Un puzzle théorique

Le statut évolutif des sous-naines est longtemps resté un mystère pour les spécialistes de l'évolution stellaire. Les difficultés rencontrées pour faire passer des chemins évolutifs dans la partie du diagramme HR occupée par les sdB, sdOB et sdO (voir e.g., Greenstein & Sargent, 1974) ont favorisé l'apparition de toutes sortes de propositions originales pour tenter d'expliquer, sur un plan théorique, la nature de ces étoiles. Parmi celles-ci, citons l'hypothèse de l'évolution binaire (Mengel et al., 1976) où les transferts de masse d'une composante en phase géante rouge remplissant son lobe de Roche vers un compagnon seraient en mesure de créer une étoile avec un cœur d'hélium généralement inerte et dégénéré surmonté, éventuellement, d'une très fine couche d'hydrogène. De tels objets traverseraient, au cours de leur évolution, les régions du diagramme HR occupées par les sdB et sdOB (voir Iben & Tutukov, 1986) avant de rejoindre la séquence de refroidissement des naines blanches. Quoiqu'il en soit, les temps évolutifs dans le cadre de ce scénario (de  $5 \times 10^6$  à  $5 \times 10^3$  années environ) sont beaucoup trop courts pour être compatibles avec la densité de naines blanches observées (Saffer et al., 1994). Une autre hypothèse s'appuie sur la possibilité de fusion de deux cœurs dégénérés He-He ou CO-He, suite à une évolution binaire serrée (Iben, 1990), qui conduit à la formation d'une étoile de faible masse ( $0.3$  à  $0.7 M_{\odot}$ ) de structure similaire à celle des étoiles de la HeMS<sup>4</sup>. La difficulté de ce scénario provient de la trop grande dispersion en masse qui mène à une distribution dans le diagramme HR incompatible avec celle des sdB et sdOB (Saffer et al., 1994). De plus, il nécessite l'existence d'un trop grand nombre de systèmes triples puisqu'environ 60% des sdB connues à ce jour sont membres de systèmes binaires (Allard et al., 1994). D'autres propositions basées uniquement sur

---

<sup>3</sup>Extended Horizontal Branch

<sup>4</sup>Helium Main Sequence (Paczyński, 1971)

l'évolution de systèmes simples ont également vu le jour (e.g. Faulkner, 1972; Sweigart et al., 1974; Wesemael et al., 1982). Parmi celles-ci, l'évolution post branche horizontale (post-HB) permet éventuellement de traverser la région occupée par les sdO mais en aucun cas ne peut coïncider avec la position des sdB (voir néanmoins Demarque & Eder, 1985 pour une estimation des effets causés par d'éventuelles pertes de masse au cours de l'évolution HB).

Ces dernières années, le problème du statut évolutif des étoiles sous-naines s'est acheminé vers une explication plus consistante. Comme l'avaient déjà remarqué plusieurs auteurs au début des années 70 (Faulkner, 1972; Greenstein & Sargent, 1974), il est possible d'interpréter les sdB et sdOB comme une extension de la branche horizontale (EHB) vers de plus hautes températures et gravités de surface. D'après ce scénario, les sdB et sdOB seraient alors des étoiles de masse  $\sim 0.5 M_{\odot}$  en phase de combustion centrale de l'hélium (à l'instar des étoiles de la branche horizontale) surmontées d'une très mince enveloppe d'hydrogène de masse  $\lesssim 0.02 M_{\odot}$  (e.g. Caloi, 1972; Sweigart et al., 1974). A l'époque, cette interprétation avait été rejetée en raison des difficultés à invoquer un mécanisme de perte de masse capable de supprimer la quasi totalité de l'enveloppe avant et/ou pendant le flash de l'hélium, au sommet de la branche des géantes (Sweigart et al., 1974). L'idée a cependant été reprise par Heber et al., 1984b suite à plusieurs travaux théoriques portant sur cette brève et violente phase de l'évolution stellaire (e.g. Deupree & Cole, 1981) et laissant entrevoir des possibilités jusqu'alors insoupçonnées d'importantes expulsions de masse. Aujourd'hui, les récents modèles évolutifs de EHB (Caloi, 1989; Horch et al., 1992; Dorman et al., 1993; Castellani et al., 1995; Dorman, 1996), associés à la reconnaissance du fait que les processus de perte de masse dans la phase géante rouge semblent apparemment en mesure de produire assez naturellement des étoiles de ce type (D'Cruz et al., 1996, ou encore Sweigart, 1997), corroborent largement l'idée originellement avancée par Faulkner.

La morphologie de la branche horizontale dans le diagramme HR peut être comprise et reproduite si toutes les étoiles qui la composent possèdent un noyau d'hélium de masse  $M_c$  essentiellement fixe (aux alentours de  $0.48 M_{\odot}$  avec une très faible dispersion)



surmonté d'une enveloppe de masse  $M_{\text{env}}$  variable. Pour ces objets,  $M_{\text{env}}$  constitue le paramètre critique qui détermine la position de l'étoile dans le diagramme HR ainsi que son évolution subséquente (voir par exemple Dorman, 1992b et Dorman et al., 1993). L'enveloppe agit principalement comme une couche isolante entre le noyau d'hélium initialement identique pour chaque objet et l'espace circumstellaire. Plus elle est épaisse (jusqu'à  $M_{\text{env}} \simeq 0.5 M_{\odot}$ ), moins l'étoile sera chaude en surface (jusqu'à  $T_{\text{eff}} \simeq 5000$  K) et inversement, plus l'enveloppe de l'étoile est ténue, plus sa température effective est élevée. La figure 2.1 tirée de Dorman et al., 1993 (fig. 1) reproduit schématiquement les différents chemins évolutifs accessibles à ces objets. Lorsque l'enveloppe est de masse suffisante ( $M_{\text{env}} \gtrsim 0.02 M_{\odot}$ ), l'étoile appartient à la branche horizontale standard (HB) et son évolution s'effectue de façon classique à travers les phases AGB et post-AGB (P-AGB dans la figure) conduisant à la formation d'une nébuleuse planétaire. Si l'enveloppe d'origine n'est pas suffisamment massive ( $M_{\text{env}} \lesssim 0.02 M_{\odot}$ ), l'étoile se place sur la EHB car elle n'atteindra jamais la phase des pulses thermiques au sommet de la branche asymptotique et rejoindra donc la séquence de refroidissement des naines blanches sans passer par la phase des nébuleuses planétaires. Deux parcours sont possibles pour les objets de la EHB. Si  $M_{\text{env}}$  reste néanmoins suffisamment élevée, l'étoile est en mesure de développer, à un moment donné de sa vie (en phase post-EHB principalement), une enveloppe convective qui la propulse sur la branche asymptotique des géantes. Toutefois, consumée à sa base par les réactions nucléaires du brûlage en couche de l'hydrogène et évaporée en surface par le vent stellaire, l'enveloppe de l'étoile ne peut demeurer convective jusqu'au sommet de la branche asymptotique. Celle-ci quitte donc l'AGB avant les pulses thermiques pour rejoindre les naines blanches via le chemin P-EAGB ("Post-Early AGB"). Pour les modèles extrêmes de la EHB que l'on identifie aux sdB, la masse de l'enveloppe est tellement faible que l'essentiel de la luminosité provient des réactions nucléaires impliquant l'hélium au centre de l'étoile. L'enveloppe reste alors inerte et l'étoile demeure à haute température ( $\gtrsim 20000$  K) tout au long de son évolution post-EHB pour ensuite rejoindre la séquence de refroidissement des naines blanches. Ces étoiles ne passent donc pas par le chemin évolutif habituel de la branche asymptotique et, *a fortiori*, par la phase des nébuleuses planétaires. Ces

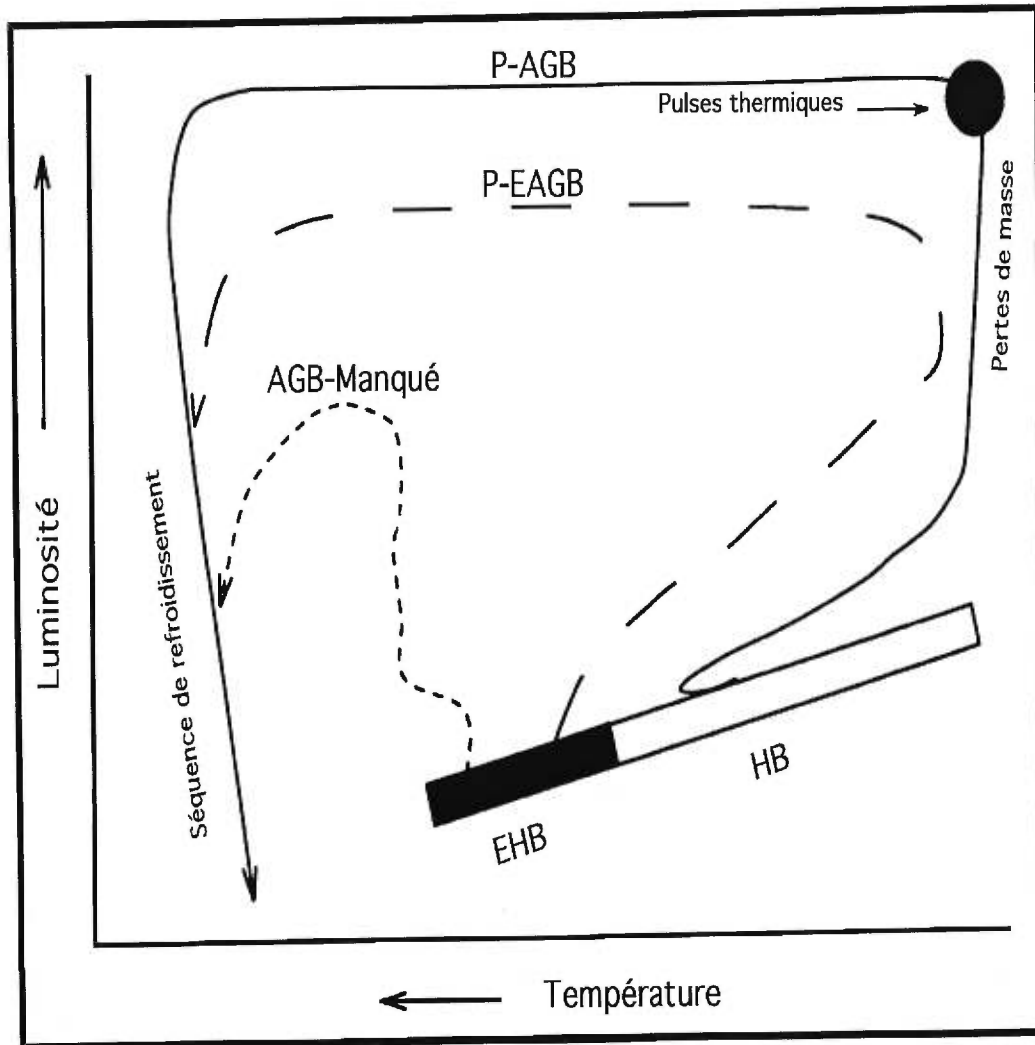


FIGURE 2.1. Représentation schématique des divers chemins évolutifs ouverts aux étoiles de la branche horizontale (c.f., texte). Les objets sur la EHB ne disposent pas d'enveloppes suffisamment massives pour atteindre les phases évolutives AGB et post-AGB (P-AGB dans la figure) habituelles. La figure est inspirée de Dorman et al., 1993 (Fig. 1).

étoiles post-EHB en phase de brûlage de l'hélium en couche, auxquelles on se réfère habituellement sous le nom d' "AGB-Manqué" (Greggio & Renzini, 1990), sont par ailleurs identifiées en partie aux étoiles sous-naines de type O que l'on observe dans le champ (Dorman et al., 1995).

### 2.2.3 Les anomalies d'abondances

Les étoiles sous-naines de type B<sup>5</sup> possèdent un trait de caractère très particulier qui se révélera d'une importance capitale un peu plus tard, dans le contexte des pulsations. Depuis les années 70, suite aux travaux précurseurs de Baschek & Norris, 1970 et Greenstein & Sargent, 1974, il est bien connu que les sdB présentent des compositions chimiques de surface totalement atypiques. Les anomalies d'abondances sont observées aussi bien pour l'hélium, principal constituant des étoiles après l'hydrogène, que pour plusieurs éléments lourds ou métaux habituellement présents sous formes de traces dans les atmosphères stellaires (en particulier C, N et Si ; voir par exemple Heber, 1991). Ces anomalies ont très vite été attribuées, dans les années 80, aux processus de diffusion des éléments chimiques qui peuvent, dans les sdB, s'établir très rapidement comparativement aux temps évolutifs typiques pour ces étoiles (Michaud et al., 1985 ; Michaud et al., 1989 ; mais aussi Wesemael et al., 1982 et Bergeron et al., 1988).

Les anomalies d'abondances dans les sdB sont maintenant particulièrement bien documentées pour l'hélium grâce aux efforts, au cours des années 90, de plusieurs groupes (Moehler et al., 1990 ; Theissen et al., 1993 ; Saffer et al., 1994 ; et Allard et al., 1998) qui ont pu déterminer, à l'aide de modélisations d'atmosphères poussées combinées avec la spectroscopie optique, les propriétés de surface d'un grand nombre de ces objets. De ces travaux, synthétisés dans la figure 2.2 (initialement la figure 1 de Fontaine & Chayer, 1998) pour un échantillon de 141 étoiles (cercles pleins), il ressort que la majorité des sdB ont typiquement des déficiences en hélium s'élevant à plus d'un ordre de grandeur (en nombre) par rapport à l'abondance cosmique (ligne pointillée).

---

<sup>5</sup>Sous cette étiquette nous incluons à présent, et pour la suite des discussions, les deux classes définies spectroscopiquement sous les noms de sdB et sdOB.

La dispersion est néanmoins très marquée puisque, dans l'échantillon, quelques objets aux proportions d'hélium normales côtoient des étoiles avec des sous-abondances très prononcées ( $N(\text{He})/N(\text{H}) \lesssim 10^{-4}$ ).

Le processus invoqué pour expliquer les déficiences en hélium dans les sdB est relié à l'action du champ gravitationnel sur les différents éléments qui composent le gaz de l'étoile. Les éléments plus lourds, comme l'hélium comparativement à l'hydrogène, ont tendance à couler sous l'action de la gravité ; ce phénomène porte le nom de triage gravitationnel. Dans ces étoiles, le temps caractéristique pour que l'hélium disparaisse en dessous de la photosphère est évalué à  $10^4$  années environ (c.f., Wesemael et al., 1982), beaucoup plus court que le temps évolutif typique ( $10^8$  ans). En l'absence de processus compétiteur, le triage gravitationnel est donc en mesure de supprimer la totalité de l'hélium dans l'atmosphère des sdB. Aussi, la constatation qu'il subsiste des traces de cet élément dans les étoiles observées suggère clairement l'existence d'un mécanisme capable de contrecarrer ou de ralentir l'effet de la gravité.

L'opposante naturelle au processus de triage est la lévitation radiative qui, par pression selective des photons sur certains éléments constituant le gaz, permet d'en supporter une quantité minimale dans une région où aucun d'entre eux n'aurait, autrement, pu demeurer très longtemps sans sombrer. Les courbes en trait plein, tiret et longs tirets dans la figure 2.2 – courbes réalisées pour les sdB par Fontaine & Chayer, 1998 avec les mêmes outils numériques utilisés par Chayer et al., 1995a et Chayer et al., 1995b dans un contexte d'étoiles naines blanches – montrent les quantités d'hélium supportées par pression radiative dans l'hypothèse d'un strict équilibre entre l'accélération radiative appliquée sur cet élément et la gravité effective pour des modèles avec  $\log g = 5.0, 5.5$  et  $6.0$ , respectivement. Ces résultats assurent sans ambiguïté que la lévitation radiative, bien qu'elle assure une abondance minimale en surface pour l'hélium, n'est pas suffisante (les rapports  $N(\text{He})/N(\text{H})$  prédits sont environ 2 ordres de grandeur trop faibles) pour rendre compte à elle seule des quantités observées dans les atmosphères des sdB. En conséquence, d'autres mécanismes additionnels sont nécessaires pour lutter contre les effet du triage gravitationnel.

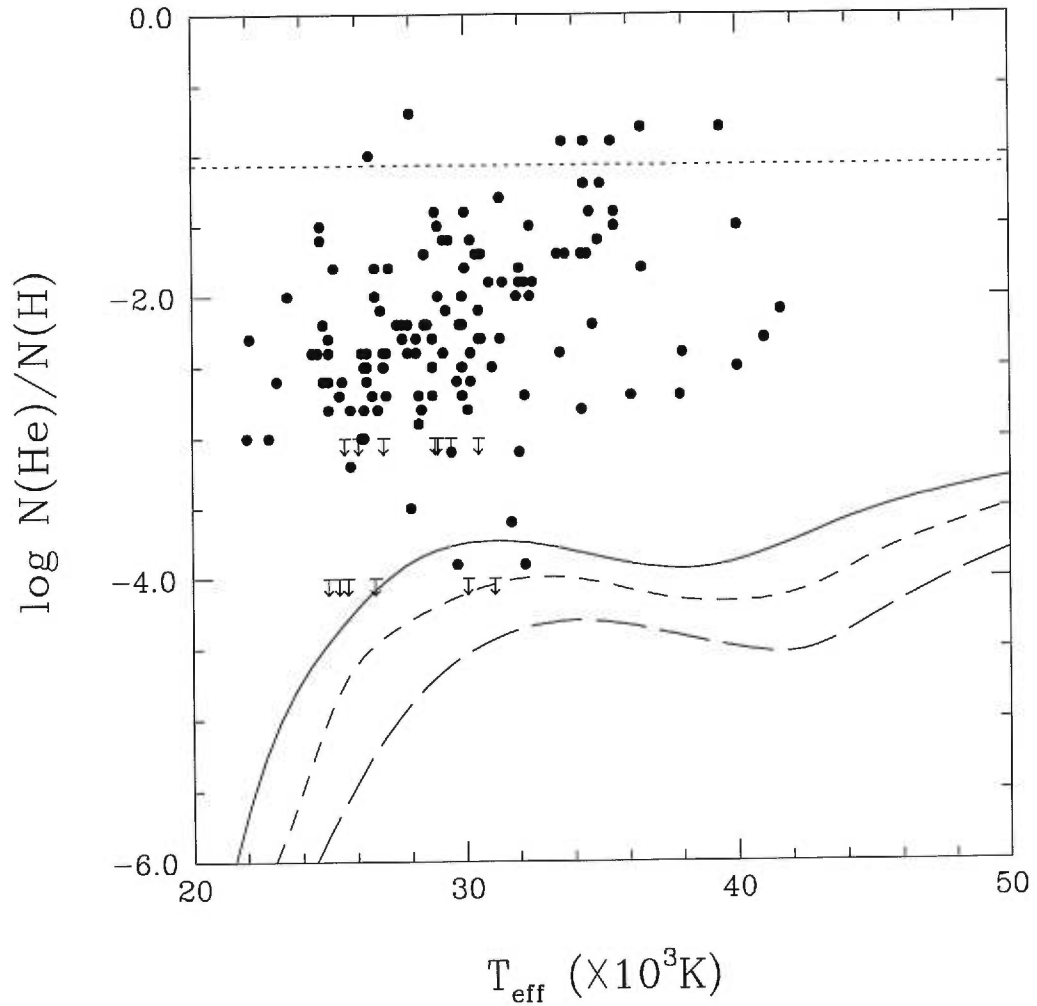


FIGURE 2.2. Abondances photosphériques d'hélium ( $\log N(\text{He})/N(\text{H})$  ; en nombre) pour un échantillon de 141 sdB en fonction de leur température effective respective ( $T_{\text{eff}}$ ). La ligne horizontale en pointillés correspond à la valeur habituelle pour le rapport  $N(\text{He})/N(\text{H})$ . Les courbes en trait plein, tirets et longs tirets donnent les abondances de surface prédites, à l'équilibre, par la théorie de la lévitation radiale et du triage gravitationnel pour les modèles avec  $\log g = 5.0, 5.5$  et  $6.0$ , respectivement. La figure provient de Fontaine & Chayer, 1998 (fig. 1).

Une possibilité très souvent mise en avant est celle d'un vent stellaire faible qui, en imposant un champ de vitesse radial orienté vers l'extérieur de l'étoile, pourrait éventuellement contrer efficacement la "chute" vers l'intérieur, engendrée par le triage gravitationnel, des éléments lourds (par exemple, Michaud et al., 1985; Michaud et al., 1989; Heber, 1991). Dans Fontaine & Chayer, 1998, des calculs effectués en introduisant les effets d'un vent de faible intensité en sus des mécanismes de tri par gravité et de lévitation radiative démontrent qu'il est possible de maintenir des niveaux d'abondance d'hélium semblables à ce qui est observé durant un laps de temps suffisamment long comparativement à la durée de vie de ces étoiles si les taux de perte de masse se situent autour de  $\dot{M} \simeq 10^{-14} - 10^{-13} M_{\odot}/\text{an}$ .

En ce qui nous concerne, retenons surtout que ces résultats suggèrent fortement que les processus de diffusion des éléments chimiques (hélium mais aussi éléments lourds) sont communs dans les étoiles sous-naines de type B bien qu'ils ne puissent, dans la plupart des cas, être les seuls à influencer les abondances. Les vents stellaires faibles joueraient également un rôle important dans ce domaine.

### 2.3 Structures évolutives

Pour évaluer par le calcul les propriétés sismiques des étoiles sous-naines de type B, il est indispensable d'apporter au système des équations d'oscillation à résoudre les quantités non perturbées adéquates. Il est très clair que les résultats dépendront pour une bonne part du degré de réalisme des structures qui seront utilisées pour modéliser ces objets. Aussi, la première catégorie de modèles sur lesquels ce projet va s'appuyer consiste en une série de structures évolutives appartenant aux séquences de la branche horizontale étendue (EHB) qui correspondent à ces étoiles. Dans cette section, nous allons donc présenter plus en détails les aspects principaux de leur structure ainsi que les ingrédients physiques qui entrent dans la composition de ces modèles. Il sera aussi possible, à travers les profils de diverses quantités physiques comme par exemple la fréquence de Brunt-Väisälä et la fréquence de Lamb, d'établir, à titre indicatif et bien

avant d'effectuer le moindre calcul numérique, quelques prédictions qualitatives quant à la nature et les propriétés des modes d'oscillation dans ces objets. On pourra aussi relever quelques aspects de leur structure qui offrent potentiellement de quoi déstabiliser des modes et engendrer des pulsations dans les sdB.

### 2.3.1 Généralités

Dans la précédente section, il a déjà été mentionné que les étoiles sous-naines de type B sont des objets appartenant à la branche horizontale étendue (EHB) dont les masses individuelles ( $\sim 0.5 M_{\odot}$ ) varient peu au sein du groupe. Ces étoiles sont donc dans une phase paisible de fusion nucléaire centrale de l'hélium en carbone/oxygène et leur structure ressemble schématiquement à ce qui est présenté dans la figure 2.3. Ces objets possèdent un cœur en hélium (régions I + II), résidu de la première phase de brûlage nucléaire de l'hydrogène, dont la masse est essentiellement constante pour toutes les étoiles de la branche horizontale. La forte dépendance en température du taux de réactions nucléaires de la chaîne triple- $\alpha$  ( $\propto T^{32}$ ) est responsable de la formation d'un noyau convectif au centre de l'étoile (région I). En remontant vers la surface, le taux de réactions nucléaires chute rapidement et le cœur en hélium devient radiatif (région II). Ce cœur est surmonté d'une enveloppe riche en hydrogène (régions III et IV) dont la masse ( $M_{\text{env}}$ ) est le paramètre fondamental qui va déterminer la position sur la branche horizontale (en terme, par exemple, de la température effective et de la gravité de surface) et conditionner l'évolution subséquente de l'étoile (c.f. encore une fois Dorman et al., 1993). La base de l'enveloppe, entre la zone II et la zone III, est en effet le théâtre d'une activité nucléaire, plus ou moins intense selon l'importance de son épaisseur, qui met en jeu la fusion de l'hydrogène en hélium. Les objets de la branche horizontale disposent donc de deux régions génératrices d'énergie et si la zone de brûlage de l'hydrogène est suffisamment puissante à la base de l'enveloppe (lorsque  $M_{\text{env}}$  est assez élevée), elle peut en modifier fortement la structure et la rendre éventuellement convective. Les étoiles de la EHB sont caractérisées par une  $M_{\text{env}}$  extrêmement faible et la luminosité provenant des couches de brûlage de l'hydrogène est, durant

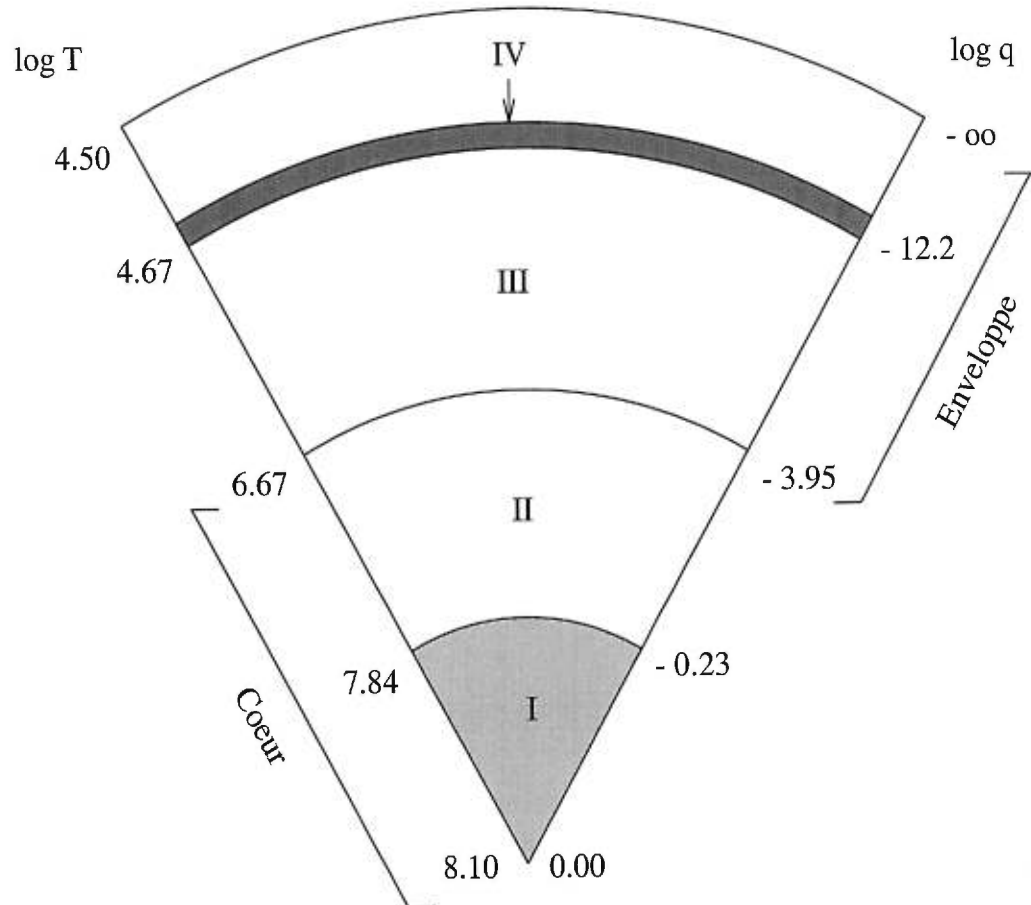


FIGURE 2.3. Coupe schématique de la structure d'une sdB d'après les modèles évolutifs de EHB. Le noyau convectif où se tiennent les réactions nucléaires impliquant l'hélium (I), la partie radiative du cœur composée d'hélium (presque) pur (II), l'enveloppe riche en hydrogène (III), ainsi que la zone de convection  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$  (IV) sont indiqués. Les deux échelles en  $\log q \equiv \log(1 - M(r)/M_*)$  et  $\log T$  sont issues d'un modèle à  $T_{\text{eff}} = 31310$  K,  $\log g = 5.75$ ,  $M_c = 0.4758 M_\odot$ ,  $M_{\text{env}} = 0.0002 M_\odot$  et d'âge  $\sim 62$  millions d'années depuis la ZAEHB.



une grande partie de l'évolution suivie, négligeable devant celle issue de la combustion centrale de l'hélium (i.e., la luminosité de l'étoile ne dépend, pratiquement, que de la masse du cœur). Ainsi, l'enveloppe d'hydrogène de ces objets reste inerte au cours de l'évolution et les étoiles de la EHB, identifiables aux sdB, demeurent toujours à hautes températures. Remarquons que l'existence de cette région de combustion en couche de l'hydrogène présente un intérêt potentiel pour les pulsations à travers le mécanisme déstabilisateur associé aux réactions nucléaires (mécanisme  $\epsilon$ ; voir Chapitre 1, section 1.6). Pour ces objets, le brûlage semble cependant trop faible pour déstabiliser efficacement des modes d'oscillation<sup>6</sup>. Dans la figure 2.3, la région IV indique l'emplacement d'une mince zone convective engendrée par l'ionisation partielle  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$ . C'est une caractéristique générale des modèles de la EHB que de posséder cette région convective proche de la surface. La remarque peut paraître anodine mais il y a ici un potentiel intéressant dans le contexte des pulsations puisqu'une telle région peut éventuellement déstabiliser des modes à travers le mécanisme d'opacité (mécanisme  $\kappa$ ; voir Chapitre 1, section 1.6). Il existe de plus une analogie intéressante avec les DBV (c.f., Chapitre 1; Winget et al., 1983), une classe d'étoiles naines blanches pulsantes possédant une zone convective d'hélium similaire qui s'avère responsable des instabilités observées.

Les deux échelles de température ( $\log T$ ) et de profondeur, exprimée en fraction de masse ( $\log q \equiv \log(1 - M(r)/M_*)$  ou  $M(r)$  est la masse contenue dans la sphère de rayon  $r$  et  $M_*$  est la masse totale de l'étoile), sont issues d'un modèle type représentatif des sdB (voir la section 2.3.3) qui servira d'illustration par la suite et dont les paramètres physiques sont une température effective  $T_{\text{eff}} = 31310$  K, une gravité de surface  $\log g = 5.75$ , une masse du cœur  $M_c = 0.4758 M_\odot$ , une masse pour l'enveloppe  $M_{\text{env}} = 0.0002 M_\odot$  et un âge de 62 millions d'années environ depuis la branche horizontale d'âge zéro (ZAHB). L'échelle en  $\log q$  ( $\log q = 0$  au centre et  $\log q = -\infty$  à la surface) sera

---

<sup>6</sup>Cette remarque vaut pour les sdB mais il est intéressant de noter qu'au cours de l'évolution post-EHB (ou AGB-manqué) vers la séquence de refroidissement des naines blanches, la situation change et cette région de brûlage en couche peut contribuer à plus de 50% à la luminosité totale de l'étoile. Le potentiel du mécanisme  $\epsilon$  pour ces objets assimilables aux étoiles sdO puis aux naines blanches de type DAO s'en trouve décuplé (voir Charpinet et al., 1997b et le Chapitre 6).

abondamment utilisée par la suite puisqu'elle permet de mettre en valeur les régions externes de l'étoile où l'essentiel des comportements de pulsation prennent corps. Le modèle utilisé comme référence est typique des modèles évolutifs de sous-naines pour lesquelles l'enveloppe compte pour moins de 1% de la masse totale de l'étoile (i.e,  $\log q(H) = \log(M_{\text{env}}/M_*) \lesssim -2$ ).

### 2.3.2 Construction des modèles

Les structures évolutives à notre disposition nous ont été données par B. Dorman (1995, communication privée). Ce sont les modèles les plus réalistes à ce jour pour ce type d'étoiles et bien que leur structure soit discutée en détails dans Dorman, 1992b; Dorman, 1992a; et Dorman et al., 1993, nous allons néanmoins les étudier d'un peu plus près.

Comme les étoiles sur la branche horizontale ont atteint un stade avancé de leur évolution, leur structure résulte, à divers degrés, de toute leur histoire passée. Rigoureusement, pour modéliser ces objets, il faudrait suivre leur évolution depuis la naissance sur la séquence principale jusqu'à l'arrivée sur la branche horizontale. En pratique, cette approche s'avère difficile en raison des multiples embûches que recellent, pour la modélisation, certaines phases de l'évolution stellaire. En particulier, pour les étoiles de faible masse ( $\lesssim 8 M_{\odot}$ ), le passage du flash de l'hélium<sup>7</sup> au sommet de la branche des géantes rouges, est un événement suffisamment rapide et violent pour perturber les codes d'évolution. De ce fait, il est plus simple et plus judicieux, en l'absence d'un traitement numérique suffisamment réaliste et robuste pour suivre une telle transition violente, de reprendre les calculs évolutifs après le flash de l'hélium en postulant une structure initiale appropriée. Afin de refléter le mieux possible l'histoire de l'étoile, cette structure initiale se doit de tenir compte de toutes les contraintes imposées par les phases évolutives antérieures.

---

<sup>7</sup>Le flash de l'hélium correspond à l'allumage des réactions nucléaires de la chaîne triple- $\alpha$  dans des conditions dégénérées. Cela conduit à un emballement du processus nucléaire qui provoque une situation explosive.

Les modèles initiaux, sur la branche horizontale d'âge zéro (ZAHB), sont construits à partir de modèles de géantes rouges sur le point de déclencher le flash de l'hélium (pour ces modèles, voir Vandenberg, 1992) et selon la procédure décrite dans Dorman et al., 1991. Le noyau riche en hélium (résidu du brûlage nucléaire de l'hydrogène) est intégralement repris pour former le cœur de l'étoile sur la branche horizontale. Sa masse est donc déterminée par la masse critique à laquelle la dégénérescence du noyau est levée au cours du flash. Cette quantité dépend très peu de la masse totale initiale de la géante rouge. C'est la raison pour laquelle toutes les étoiles sur la branche horizontale ont, à peu de choses près, un cœur de même masse ( $\sim 0.5 M_{\odot}$ ). Ce qui différencie les modèles entre eux, c'est la quantité de matière conservée pour former l'enveloppe riche en hydrogène. Cette quantité, qui dépend des mécanismes encore bien mal connus de pertes de masse dans la phase géante rouge, est considérée comme un paramètre libre qui caractérise le modèle. La masse de l'enveloppe se situe généralement entre 0 et  $\sim 0.5 M_{\odot}$  et pour les étoiles de la branche horizontale étendue (EHB), assimilables aux sdB, elle est très petite.

Construire les modèles d'étoiles de la EHB et les faire évoluer nécessite de résoudre les équations physiques qui gouvernent les structures stellaires. Elles sont l'expression des lois de l'hydrodynamique et de la thermodynamique des gaz auxquelles s'ajoutent les équations et données pour la génération et le transfert de l'énergie par radiation, conduction et/ou convection (c.f., Chapitre 1, section 1.3 pour une liste des équations non-perturbées). Il serait ici hors de propos de s'aventurer dans les méandres des techniques de résolution de ces équations (voir pour cela Cox & Giuli, 1968) mais un aperçu des ingrédients physiques qui entrent dans la construction des modèles de sdB est néanmoins nécessaire.

- Les opacités radiatives utilisées dans le calcul des modèles sont interpolées dans les tables d'OPAL décrites par Rogers & Iglesias, 1992. Celles-ci incluent la contribution d'une mixture d'éléments chimiques plus lourds que H et He et supposés en proportions solaires selon la prescription de Grevesse & Noels, 1993. Dans le noyau d'hélium, des tables avec H et He variables sont utilisées.

- Les opacités conductives sont issues des tables d’Itoh et al., 1983
- Les taux de réactions nucléaires pour la chaîne triple- $\alpha$  impliquant l’hélium ainsi que pour celles mettant en jeu l’hydrogène (à la base de l’enveloppe) par les cycles p-p et CNO sont calculés d’après les tables de Caughlan & Fowler, 1988
- Les régions convectives au centre et dans la zone d’ionisation partielle He<sub>II</sub>/He<sub>III</sub> sont traitées suivant la théorie habituelle de la longueur de mélange avec le paramètre  $\alpha = 1/H_p$  (où  $H_p$  est la hauteur caractéristique de pression) fixé à 1.5 (VandenBerg & Poll, 1989).
- Le traitement de la région semi-convective qui s’instaure au dessus du noyau convectif au cours de l’évolution sur la EHB (donc avant l’épuisement de l’hélium et l’arrêt des réactions nucléaires centrales) est utilisé selon les prescriptions de Dorman & Rood, 1993 et Dorman, 1995.
- Le comportement du gaz est décrit par l’équation d’état EFF (Eggleton et al., 1973). Cette équation d’état est appropriée pour un gaz parfait arbitrairement relativiste et/ou dégénéré. Elle simule, en plus, les effets de l’ionisation par pression (non-inclus dans les équations habituelles de Saha) en apportant une correction phénoménologique dépendant de la densité du gaz au potentiel d’ionisation de chaque espèce atomique présente. A noter que les effets non-idéaux ne sont pas pris en compte dans cette équation d’état. Si l’approximation du gaz parfait est justifiée pour un gaz majoritairement constitué d’hélium, elle ne l’est plus pour un gaz constitué de carbone/oxygène (i.e.,  $\Gamma = E_{\text{coulomb}}/E_{\text{therm}} \sim 1$  pour un gaz de C/O). Donc, les effets non-idéaux deviennent, au cours de l’évolution sur la branche horizontale, de plus en plus importants à mesure que l’hélium central est transformé en carbone/oxygène et, rigoureusement, ils ne peuvent plus être négligés. Cette carence dans le traitement de l’équation d’état fera certainement l’objet d’améliorations dans un futur proche.
- Pour le calcul des modèles, la composition de l’enveloppe est supposée solaire avec la fraction de masse de l’hélium  $Y = 0.29911$  et la fraction de masse des éléments

lourds  $Z = 0.017178$ . Le reste ( $1 - Y - Z = 0.683712$ ) est de l'hydrogène. Ces valeurs sont justifiées pour les étoiles du champ mais notons néanmoins que ces modèles ne tiennent pas compte des processus de diffusion des éléments chimiques mentionnés à la section 2.2.3 et que la métallicité  $y$  est donc uniforme.

Tous ces éléments de la physique constitutive sont typiques de ce que l'on rencontre aujourd'hui dans l'élaboration des modèles d'étoiles appartenant à la branche horizontale (HB et EHB).

### 2.3.3 Séquences évolutives

Afin de mener à bien cette étude systématique des pulsations dans les étoiles sous-naines de type B, il est nécessaire de travailler sur un ensemble de modèles dont les paramètres sont globalement représentatifs de la distribution observée pour ces objets. Les séquences dont nous disposons sont au nombre de 7 et couvrent, comme nous le montre la figure 2.4, la majeure partie du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ <sup>8</sup> peuplé par les sdB connues. Elles ont été calculées pour des enveloppes de masses  $M_{\text{env}} = 0.0001, 0.0002, 0.0007, 0.0012, 0.0022, 0.0032$  et  $0.0042 M_{\odot}$ ; les modèles les plus chauds possédant les enveloppes les plus minces. Pour les 7 séquences, la masse du cœur est essentiellement constante, fixée à  $0.4758 M_{\odot}$  sauf pour les deux séquences avec  $M_{\text{env}} = 0.0001$  et  $0.0007 M_{\odot}$  pour lesquelles  $M_c = 0.4690 M_{\odot}$ . Toutes s'étendent de la ZAEHB (premier modèle de la série) jusqu'à la séquence de refroidissement des naines blanches. Les principales quantités physiques qui caractérisent chaque modèle de chaque séquence sont disponibles en Appendice A et dans le tableau 2.1 pour une séquence de référence dont la masse vaut  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  (c'est-à-dire  $M_c = 0.4758 M_{\odot}$  et  $M_{\text{env}} = 0.0002 M_{\odot}$ ). Les colonnes des tableaux donnent respectivement de gauche à droite le numéro (#)

---

<sup>8</sup>La représentation des séquences dans ce plan est préférable à celle, plus habituelle, dans le diagramme HR pour la simple raison que les quantités directement mesurées grâce aux techniques de modélisations d'atmosphères sont la température effective et la gravité de surface (et non la luminosité) de l'étoile.

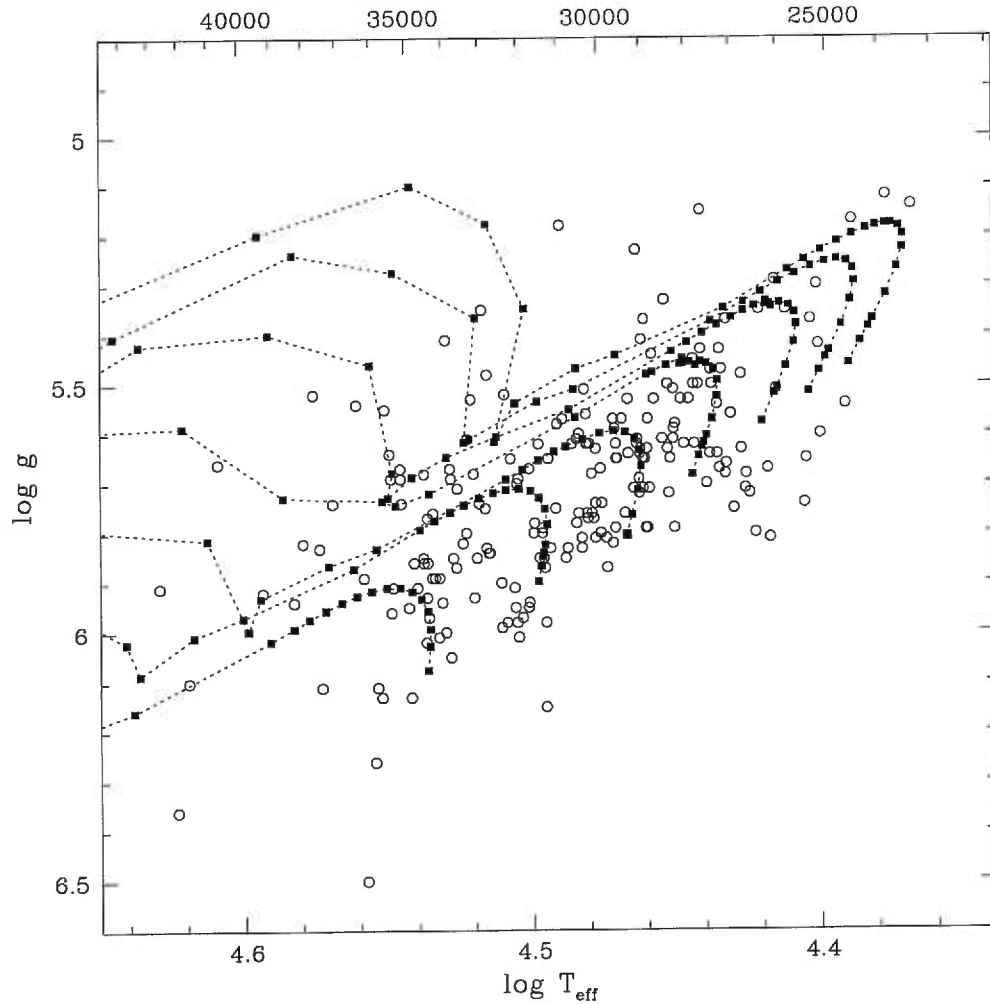


FIGURE 2.4. Séquences évolutives associées aux sdB observées (cercles vides; d'après Saffer et al., 1994) dans un diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Les 7 séquences calculées par B. Dorman possèdent, respectivement de gauche (hautes  $T_{\text{eff}}$ ) à droite (basses  $T_{\text{eff}}$ ), une enveloppe de masse  $M_{\text{env}} = 0.0001, 0.0002, 0.0007, 0.0012, 0.0022, 0.0032$  et  $0.0042 M_{\odot}$ . La masse du cœur est  $M_c = 0.4758 M_{\odot}$  pour toutes les séquences sauf pour la première et la troisième (en partant de la gauche) pour lesquelles  $M_c = 0.4690 M_{\odot}$ . Chaque carré plein représente un modèle dans une séquence.

du modèle dans la séquence ; son âge exprimé en millions d'années depuis la ZAEHB ; sa luminosité totale ( $\log L/L_{\odot}$ ) ; sa température effective ( $T_{\text{eff}}$  en Kelvin) ; sa gravité de surface ( $\log g$ , avec  $g$  en  $\text{cm.s}^{-2}$ ) ; la quantité d'hélium au centre exprimée en fraction de masse ( $Y_c$ ) ; la température centrale ( $\log T_c$ , avec  $T_c$  en Kelvin) ; la densité centrale ( $\log \rho_c$ , avec  $\rho_c$  en  $\text{g.cm}^{-3}$ ) ; la pression centrale ( $\log P_c$ , avec  $P_c$  en dixièmes de Pascals) ; et la limite supérieure du cœur convectif ( $\log q_{cc} = \log(1 - M_{cc}/M_*)$ , où  $M_{cc}$  est la masse du cœur convectif et  $M_*$  la masse totale de l'étoile).

Dans le tableau 2.1 (et également dans ceux de l'Appendice A), les principales phases traversées par les modèles au cours de l'évolution sont indiquées. Celle-ci commence sur la branche horizontale d'âge zéro (ZAEHB) et se poursuit lentement tant et aussi longtemps que l'hélium demeure disponible dans les régions centrales pour produire l'énergie nécessaire au soutien de l'étoile. Cette phase persiste durant 100 millions d'années environ, correspondant au temps nécessaire pour épuiser le carburant nucléaire dans le noyau. Durant celle-ci, l'étoile amorce un léger mouvement vers de plus faibles températures effectives et gravités de surface (l'étoile se dilate) pour ensuite, vers 90 millions d'années, s'engager sur une voie de contraction pour compenser la baisse d'efficacité des réactions nucléaires du fait de la raréfaction du combustible ( $T_c$  et  $\rho_c$  augmentent). L'enveloppe étant inerte, toute l'étoile se contracte ainsi  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$  augmentent également. L'étoile développe, durant la phase EHB, un imposant noyau convectif (jusqu'à 47% de la masse totale de l'objet) qui, dans les premiers temps, s'étend vers les régions externes pour ensuite se stabiliser plus ou moins (présence de petites oscillations). Vers 107 millions d'années, l'hélium est épuisé et le cœur convectif disparaît. Dès lors, plus rien ne supporte l'étoile qui s'effondre de plus en plus rapidement sur elle même, la contraction produisant l'essentiel de la luminosité durant cette période. En l'espace de quelques centaines de milliers d'années, la température s'est suffisamment accrue à la base du manteau d'hélium pour que la phase post-EHB correspondant au brûlage en couche de cet élément s'enclenche. En parallèle, la base de l'enveloppe riche en hydrogène commence à brûler plus activement contribuant de plus en plus à la luminosité totale des modèles. La phase post-EHB est caractérisée par un temps évolutif plus court (de 20 à 25 millions d'années) durant laquelle la température

TABLEAU 2.1. Principaux paramètres physiques pour les modèles appartenant à la séquence évolutive  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  fournie par Dorman, 1995 (communication privée). La séquence s'étend de la ZAEHB (modèle #1) jusqu'à la phase des naines blanches (derniers modèles). La signification des quantités présentées pour chaque modèle est donnée dans le texte (voir aussi l'Appendice A).

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	1.79	1.156	31462	5.898	0.928	8.066	4.353	20.257	-0.113
2	12.06	1.184	31399	5.866	0.811	8.072	4.348	20.244	-0.140
3	18.98	1.200	31351	5.847	0.750	8.075	4.342	20.234	-0.158
4	21.73	1.206	31331	5.840	0.727	8.076	4.340	20.230	-0.165
5	28.83	1.221	31292	5.823	0.673	8.080	4.333	20.220	-0.184
6	46.87	1.259	31253	5.783	0.537	8.090	4.321	20.201	-0.215
7 <sup>†</sup>	61.90	1.294	31310	5.751	0.418	8.100	4.317	20.193	-0.239
8	73.01	1.324	31454	5.729	0.317	8.110	4.322	20.196	-0.252
9	81.14	1.350	31679	5.715	0.236	8.121	4.333	20.209	-0.196
10	87.19	1.371	31968	5.710	0.175	8.132	4.350	20.230	-0.269
11	91.79	1.387	32300	5.713	0.129	8.142	4.371	20.256	-0.248
12	95.14	1.398	32632	5.719	0.099	8.151	4.391	20.282	-0.275
13	97.94	1.407	33014	5.730	0.073	8.160	4.415	20.312	-0.163
14	100.12	1.415	33416	5.743	0.054	8.169	4.440	20.345	-0.278
15	101.71	1.419	33779	5.757	0.041	8.177	4.462	20.374	-0.160
16	103.17	1.424	34223	5.775	0.030	8.185	4.489	20.409	-0.190
17	104.28	1.427	34616	5.792	0.022	8.193	4.512	20.440	-0.200
18	106.49	1.439	36479	5.871	0.005	8.223	4.622	20.585	-0.132
19	107.23	1.495	39863	5.970	0.000	8.254	4.819	20.835	-0.011
Disparition du noyau convectif									
20	107.37	1.524	41473	6.009	0.000	8.247	4.924	20.956	0.000
21	107.60	1.522	43301	6.086	0.000	8.245	5.045	21.103	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
22	108.59	1.606	43771	6.021	0.000	8.177	5.159	21.215	0.000
23	116.79	1.833	47107	5.921	0.000	8.106	5.336	21.436	0.000
24	124.78	2.036	53333	5.935	0.000	8.100	5.517	21.700	0.000
25	129.01	2.186	61358	6.028	0.000	8.080	5.682	21.946	0.000
26	131.66	2.202	72008	6.290	0.000	8.043	5.839	22.181	0.000
27	133.08	1.816	75458	6.757	0.000	8.015	5.954	22.356	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
28	133.59	1.160	63616	7.116	0.000	8.006	6.023	22.462	0.000
29	134.52	0.663	53340	7.307	0.000	7.956	6.089	22.561	0.000
30	136.77	0.103	42215	7.461	0.000	7.859	6.151	22.654	0.000
31	141.17	-0.412	33135	7.555	0.000	7.756	6.186	22.705	0.000
32	150.06	-0.902	25908	7.618	0.000	7.647	6.206	22.734	0.000
33	172.62	-1.377	20240	7.664	0.000	7.509	6.218	22.752	0.000
34	230.67	-1.845	15764	7.698	0.000	7.331	6.227	22.764	0.000
35	332.43	-2.308	12255	7.724	0.000	7.145	6.232	22.772	0.000



effective des modèles s'accroît considérablement à mesure que les zones de brûlage nucléaire en couche progressent vers la surface. La gravité de surface, en baisse dans un premier temps suite à un réajustement structurel des modèles après l'ignition de l'hélium dans le manteau et à la montée en puissance de la coquille d'hydrogène à la base de l'enveloppe, rejoint également une pente croissante qui va conduire l'étoile directement vers la séquence de refroidissement des naines blanches. Durant cette phase post-EHB, les modèles peuvent atteindre des températures aussi élevées que  $T_{\text{eff}} \simeq 80000$  K pour des luminosités totales  $L \sim 100 L_{\odot}$ .

Dans le contexte qui nous intéresse, seuls les modèles identifiables aux étoiles sous-naines de type B devront être soumis à l'évaluation des propriétés des pulsations. D'après les paramètres de surface ( $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ ) des modèles présentés dans les tableaux à notre disposition et dans la figure 2.4, seuls les structures de la phase EHB correspondent à ces objets (environ 150 modèles parmi les 7 séquences évolutives). Avec l'épuisement des ressources nucléaires au centre, l'évolution devient rapide et très vite les modèles quittent la région d'intérêt. Les températures effectives dans la phase post-EHB sont trop élevées pour être assimilées aux sdB et ces modèles correspondent davantage aux sdO. La fin des séquences est par ailleurs identifiable aux étoiles naines blanches de type DAO (Bergeron et al., 1994).

### 2.3.4 Le modèle de référence

Les modèles de la EHB assimilables aux sdB, bien que leurs paramètres de surface diffèrent d'un objet à l'autre et d'une séquence à l'autre, présentent une structure générale similaire pour l'ensemble de la classe. Aussi est-il intéressant et utile de choisir un modèle typique parmi les séquences afin de l'élever au rang de structure de référence pour l'ensemble des sdB. Le modèle sélectionné appartient à la séquence de masse  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ , est âgé de 62 millions d'années environ depuis la ZAEHB ce qui lui confère les paramètres de surface  $T_{\text{eff}} = 31310$  K et  $\log g \simeq 5.75$ . Dans le tableau 2.1 il s'agit du modèle #7 signalé par le caractère “†” qui occupe, dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$

de la figure 2.4, une position “centrale” représentative de l’ensemble de l’échantillon des sdB.

Pour compléter davantage la présentation de la structure de ces étoiles, une mosaïque de profils pour diverses quantités physiques décrivant le modèle de référence est présentée dans la figure 2.5. En fonction de la fraction de masse  $\log q = \log(1 - m(r)/M_*)$ , il s’agit respectivement de gauche à droite et de haut en bas des profils de la masse  $\log m(r)$  ( $m(r)$  donné en g) à l’intérieur de la sphère de rayon  $r$ ; du rayon  $\log r$  ( $r$  en cm); de la densité  $\log \rho$  ( $\rho$  en  $\text{g.cm}^{-3}$ ); de la pression  $\log P$  ( $P$  en dixièmes de Pascals); de la température  $\log T$  ( $T$  en Kelvin); des gradients de température adiabatique  $\nabla_{\text{ad}}$ , radiatif  $\nabla_{\text{rad}}$  et réel  $\nabla$ ; des compressibilités  $\chi_\rho$  et  $\chi_T$ ; des exposants adiabatiques  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_3$ ; des fractions d’ionisation  $N(\text{H}_{\text{II}})/N(\text{H})$ ,  $N(\text{He}_{\text{II}})/N(\text{He})$  et  $N(\text{He}_{\text{III}})/N(\text{He})$ ; de l’opacité de Rosseland  $\log \kappa$  ( $\kappa$  en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ); des dérivées de l’opacité  $\kappa_{,\rho}$  et  $\kappa_{,T}$ ; des fractions de masse pour l’hydrogène ( $X$ ), l’hélium ( $Y$ ) et le carbone ( $C$ ); des luminosités totales  $L_{\text{tot}}/L_{\text{surf}}$  et radiatives  $L_{\text{rad}}/L_{\text{surf}}$  en fraction de la luminosité de surface  $L_{\text{surf}}$ ; du taux de génération d’énergie impliquant l’hélium ( $\epsilon_{\text{He}}$  en  $\text{erg/g/s}$ ); et du taux de génération d’énergie impliquant l’hydrogène ( $\epsilon_{\text{H}}$  en  $\text{erg/g/s}$ ).

Outre les profils habituels pour le rayon, la température, la densité et la pression qui sont typiques de la stratification dans ces étoiles relativement compactes, on notera la signature des deux régions convectives à travers les gradients de température. Au centre, vers  $\log q \simeq 0$ ,  $\nabla_{\text{rad}}$  est beaucoup plus grand que  $\nabla_{\text{ad}}$  signifiant que la radiation seule est incapable d’évacuer l’énergie produite dans le noyau conduisant ainsi à la formation de la région convective centrale. Cette situation se produit également dans une mince région superficielle (vers  $\log q \simeq -12.2$ ) correspondant à un pic dans l’opacité de Rosseland identifiable à la région d’ionisation partielle de  $\text{He}_{\text{II}}$  en  $\text{He}_{\text{III}}$  auquel est donc associé une mince zone de convection. Cette région, par le comportement abrupte qu’elle induit dans l’opacité et dans ses dérivées  $\kappa_{,\rho}$  et  $\kappa_{,T}$ , est d’un intérêt particulier pour les pulsations via le mécanisme  $\kappa$  souvent rencontré, sous une forme ou sous une autre, pour déstabiliser certaines catégories d’étoiles pulsantes. Notons au passage, le second pic dans l’opacité (vers  $\log q \simeq -9.8$ ) occasionné par les éléments lourds très

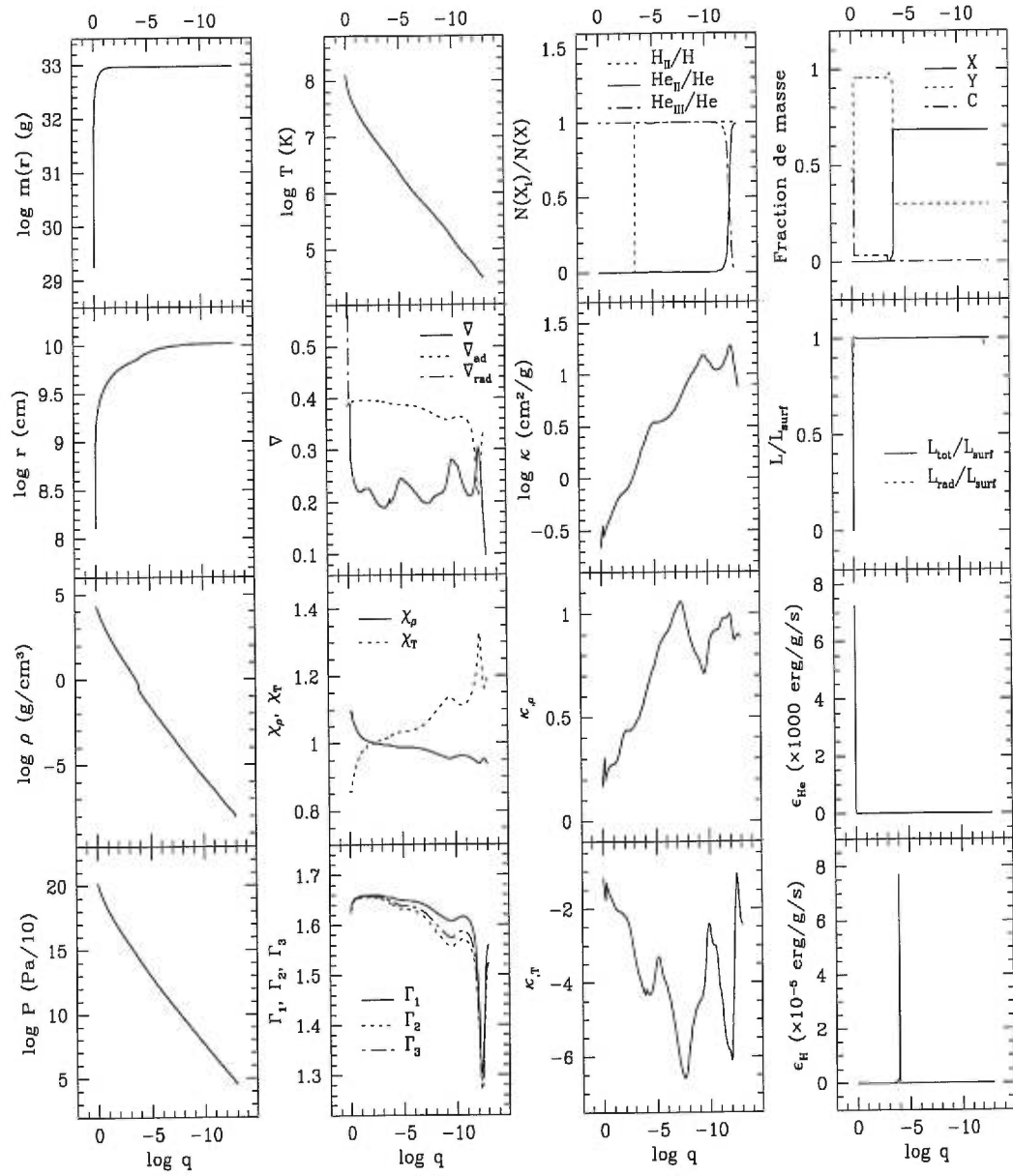


FIGURE 2.5. Mosaïque de profils qui illustrent la structure du modèle #7 de la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  constituant dès à présent notre modèle de référence. Chaque quantité physique reproduite est identifiée dans le texte.

opaques comme le fer. Les profils des fractions de masse des divers constituants qui composent le modèle illustrent clairement la stratification chimique de ces étoiles. L'hydrogène, majoritairement présent dans l'enveloppe ( $X \simeq 0.7$ ) devient inexistant dans les régions internes où il a été complètement consommé durant les phases précédentes sur la séquence principale et sur la branche des géantes. L'hélium, produit du brûlage de l'hydrogène, est majoritaire dans ces régions. Une seconde stratification se met en place dans les couches profondes du modèle alors que l'hélium est transformé en carbone et oxygène (c.f., la distribution de  $C$ , la fraction de masse pour le carbone). Finalement, les profils de la luminosité et des taux de réactions nucléaires illustrent le fait que la quasi totalité de l'énergie est générée dans les couches centrales de l'étoile par les réactions nucléaires de la chaîne triple- $\alpha$ . La région de brûlage de l'hydrogène en couche à la base de l'enveloppe se révèle effectivement d'une extrême faiblesse faisant de celle-ci une bien piètre candidate pour le mécanisme  $\epsilon$ .

La structure des étoiles de la EHB se reflète également à travers plusieurs quantités physiques d'importance primordiale pour les pulsations. Les plus fondamentales sont les fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä définies au cours de la section 1.3 du Chapitre 1. Pour rappel, leurs expressions sont respectivement

$$L_l^2 = \frac{l(l+1)C_s^2}{r^2} \quad \text{et} \quad N^2 = \frac{g^2 \rho}{P} \frac{\chi_x}{\chi_\rho} (\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B) \quad (2.1)$$

où  $C_s$  est la vitesse adiabatique du son alors que  $B$ , le terme de Ledoux, contient les effets engendrés par les gradients de composition chimique éventuellement présents dans les étoiles. La figure 2.6 reproduit, à partir des relations (2.1) et pour le modèle de référence, les profils de la fréquence de Brunt-Väisälä (traits pleins) et des fréquences de Lamb avec  $l=1, 2$  et  $3$  (lignes pointillées). Le terme de Ledoux est également présenté séparément dans la figure incrustée.

Dans les modèles évolutifs de sdB, ce terme se résume à la présence de deux pics très localisés au niveau de deux régions de transition chimique ; sa valeur est nulle partout ailleurs dans l'étoile. Le premier pic, situé vers  $\log q \simeq -4$ , correspond à la

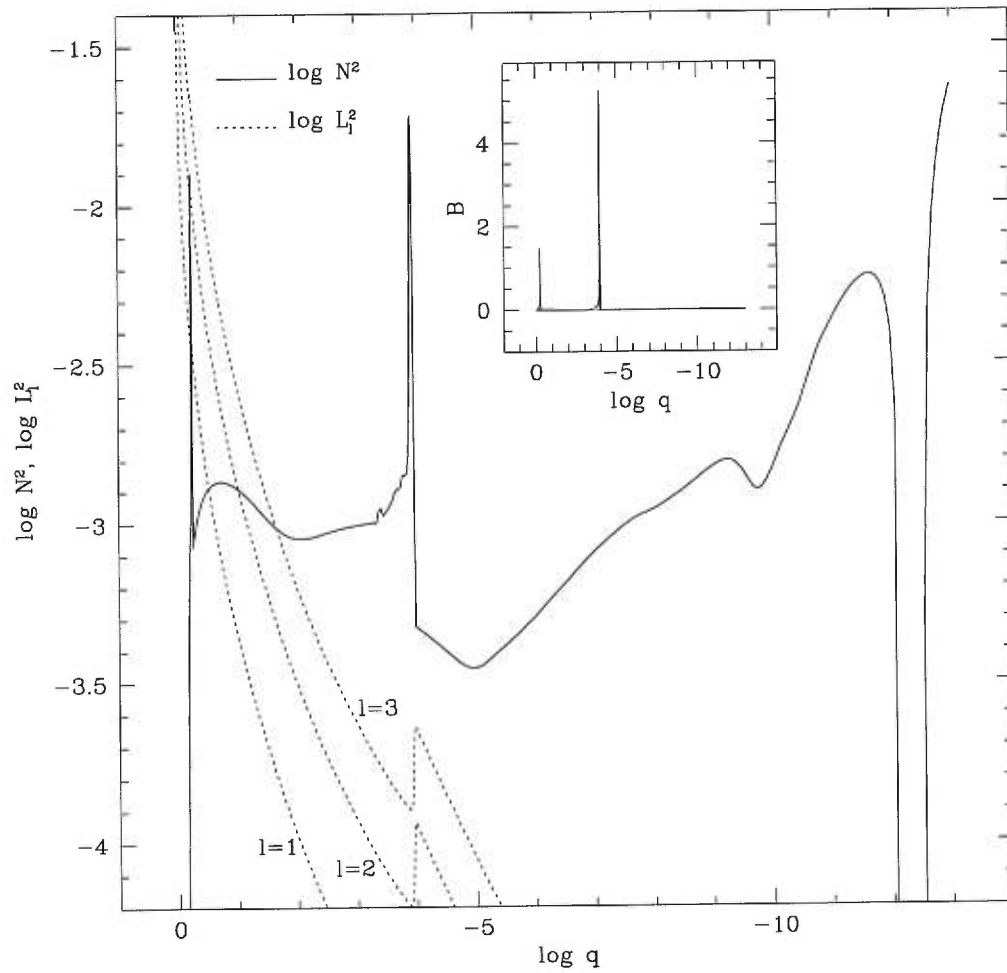


FIGURE 2.6. Profils de la fréquence de Brunt-Väisälä ( $\log N^2$ ; trait plein) et des fréquences de Lamb pour  $l=1, 2$  et  $3$  ( $\log L_l^2$ ,  $l=1, 2$  et  $3$ ; lignes pointillées) pour le modèle de référence. Le panneau incrusté montre le profil du terme de Ledoux ( $B$ ) qui entre dans la composition de la fréquence de Brunt-Väisälä.

transition entre l’enveloppe riche en hydrogène et le cœur riche en hélium (transition H/He ; voir, dans la figure 2.5, les profils des fractions de masse de l’hélium et de l’hydrogène). Le deuxième pic, quant à lui, se développe au cours de l’évolution de l’étoile. Il est la signature de la transition He/C-O au bord du noyau convectif. Sur la ZAEHB, ce pic est presque inexistant puisque les réactions nucléaires au centre n’ont pas encore eu le temps de détruire beaucoup d’hélium pour imposer un gradient d’abondance. Cependant, avec le temps, à mesure que la quantité de C-O (He) augmente (diminue), une nouvelle stratification se met en place et crée ce second pic dans le terme de Ledoux. Toutefois, celui-ci n’a généralement que très peu d’influence sur le comportement des modes de pulsation en raison de son positionnement trop profond dans l’étoile, là où les amplitudes sont habituellement faibles. Par contre, le pic de la transition H/He, comme nous le verrons plus tard, est en mesure de transformer appréciablement les propriétés des modes d’oscillation. Il joue donc un rôle important pour les pulsations.

La fréquence de Brunt-Väisälä est un miroir de la structure d’une étoile. On peut effectivement le constater en rapprochant le tracé de  $\log N^2$  aux profils présentés dans la figure 2.5. On retrouve les principales caractéristiques de la structure des sdB avec, en partant de la surface, un puits situé vers  $\log q \sim -12.2$  qui correspond à la région convective d’ionisation partielle de l’He<sub>II</sub> en He<sub>III</sub> (d’un intérêt particulier pour la déstabilisation des modes de pulsation). Ceci correspond très bien à ce que l’on observe pour cette région de l’étoile où l’ionisation partielle force  $\nabla_{\text{ad}}$  à être plus petit que  $\nabla_{\text{rad}}$  (c’est le fameux critère de Schwarzschild pour la déstabilisation convective). Le puits observé dans la fréquence de Brunt-Väisälä est donc caractéristique d’un milieu convectif puisque, dans l’équation (2.1),  $N^2$  devient négatif dans ces régions (en l’absence de gradient chimique,  $B = 0$  et  $\nabla \gtrsim \nabla_{\text{ad}}$ ). Plus profondément, à  $\log q \simeq -4$ , c’est la “discontinuité” qui marque la transition entre l’enveloppe et le cœur de l’étoile. Cette discontinuité est essentiellement due au terme de Ledoux comme discuté un peu plus tôt. A  $\log q \simeq -0.2$ , c’est une deuxième discontinuité qui marque la transition entre le noyau convectif riche en C-O et le cœur radiatif riche en He. Enfin, la zone convective au centre de l’étoile apparaît aussi dans la fréquence de Brunt-Väisälä puisqu’on observe à nouveau, pour  $\log q \gtrsim -0.2$ , le puits caractéristique de la convection.

Les profils des fréquences de Lamb sont beaucoup moins éloquentes que celui de la fréquence de Brunt-Väisälä. Leur valeur tend vers l'infini dans la limite où  $r$  (le rayon) tend vers 0 (ou encore  $\log q$  tend vers 0) et vers la surface, la quantité  $L_l^2$  devient très faible. On notera également qu'elle augmente avec l'indice angulaire  $l$  des modes de pulsation (d'après l'équation (2.1), c'est mécanique). Enfin, une discontinuité survient à la position de la transition chimique He/H. Celle-ci provient très certainement de la vitesse adiabatique du son qui varie subitement au passage d'un gaz dominé par l'hydrogène à un gaz composé essentiellement d'hélium.

Une dernière observation concernant cette figure rejoint la discussion sur le traitement local des équations adiabatiques (section 1.4 du Chapitre 1). On remarque en effet que la zone de propagation des modes g ( $\sigma^2 < N^2, L_l^2$ ) se situe très en profondeur dans l'étoile alors que celle des modes p ( $\sigma^2 > N^2, L_l^2$ ) se trouve davantage dans les régions externes. Ceci laisse présager que les modes de gravité sont très profonds alors que les ondes acoustiques sont plutôt superficielles comme c'est généralement le cas pour les étoiles non-dégénérées (et à l'inverse des étoiles dégénérées ; voir Unno et al., 1989). Notons aussi, avant d'effectuer un quelconque calcul avec les codes de pulsation, qu'il est possible d'estimer grossièrement l'ordre de grandeur de la période des premiers modes propres (i.e.,  $k \sim 1$ ). On remarque en effet que la "valeur moyenne" pour  $\log N^2$  est d'environ  $-3.2$  dans l'intervalle  $0 \lesssim \log q \lesssim -10$ . Si l'on utilise cette valeur pour calculer une période d'oscillation approximative, on obtient  $P = 2\pi/\sqrt{10^{-3.2}} \sim 250$  secondes (un bon estimé comparé aux résultats numériques qui seront présentés pour ce modèle au Chapitre 3).

## 2.4 Structures statiques d'enveloppes

Une seconde catégorie de modèles va s'avérer particulièrement utile pour explorer les propriétés sismiques des étoiles sous-naines de type B. Il s'agit de structures statiques d'enveloppes construites à partir d'ingrédients physiques similaires à ceux employés pour les modèles évolutifs et qui couvrent la région de l'espace des para-

mètres où ces étoiles sont observées. Il va sans dire que ces modèles d’enveloppes, parce qu’ils ne prennent pas en compte les processus d’évolution et qu’ils ne reproduisent pas les régions centrales de l’étoile, sont moins réalistes que leurs homologues évolutifs. Néanmoins, et cela sera discuté en détails dans la section 3.3 du Chapitre 3, ils seront d’une aide précieuse dans le contexte des pulsations où la plupart des phénomènes importants qui affectent les modes d’oscillation naissent dans les régions externes des étoiles assez bien modélisées par ces structures. Nous allons donc, dans cette section, discuter quelques points sur la construction de ces modèles statiques et effectuer une comparaison avec les structures évolutives équivalentes.

### 2.4.1 Construction des enveloppes

La motivation pour construire ces modèles d’enveloppes est de proposer des structures additionnelles complémentaires et plus souple d’utilisation que les modèles évolutifs. Le principal souci est donc, dans un premier temps, de produire des structures qui imitent autant que possible les modèles plus réalistes des séquences évolutives.

Les enveloppes ont été construites à partir d’une version spécialement adaptée du code de structure stellaire décrit dans Brassard & Fontaine, 1994. Schématiquement, il s’agit de résoudre les équations de la structure stellaire en considérant constante la luminosité totale de l’étoile à travers toute sa structure. Cette simplification permet de supprimer, dans le système à résoudre, l’équation décrivant les processus de génération d’énergie ; les réactions nucléaires ne sont donc pas prises en compte dans ces modèles. L’approximation appliquée aux étoiles sous-naines de type B est particulièrement bonne dans la mesure où la luminosité de ces objets provient presque totalement des régions centrales. L’étendue très restreinte de la région soumise aux réactions nucléaires de la chaîne triple- $\alpha$  et l’extrême faiblesse de la zone de brûlage en couche de l’hydrogène constituent donc avantage dans ce contexte. De la surface au noyau convectif, au dessus duquel la luminosité est essentiellement constante, les structures d’enveloppes devraient donc reproduire honorablement les modèles évolutifs. En dessous, alors que la luminosité décroît à mesure que l’on se rapproche du centre, l’approximation n’est



plus valide et les modèles d’enveloppes deviennent inaptes à imiter leurs homologues évolutifs.

Soucieux de reproduire au mieux les modèles évolutifs, nous nous sommes efforcés d’introduire autant que possible les mêmes ingrédients physiques dans la construction des enveloppes statiques. Les points qui diffèrent sont donnés dans la liste suivante :

- Les opacités radiatives utilisées pour les structures d’enveloppes sont un peu plus récentes (opacités OPAL calculées en 1995) que les tables employées pour les modèles évolutifs. La mixture d’éléments chimiques lourds reste identique (“Grevesse & Noels 1993”).
- Aucune réaction nucléaire n’est prise en compte dans le calcul des structures d’enveloppes. Les modèles statiques ne disposent donc pas d’un noyau convectif enrichi en carbone/oxygène, ni d’une zone de semi-convection.
- Les régions convectives sont traitées par la théorie de la longueur de mélange avec  $\alpha = 1.0$  (ML1). En l’absence du noyau convectif central, l’impact de ce paramètre est de toute façon très minime.
- L’équation d’état utilisée est également celle de Eggleton et al., 1973. Le traitement numérique utilisé pour la calculer est néanmoins différent, introduisant quelques légères variations entre l’un et l’autre type de modèles.
- La composition de l’enveloppe riche en hydrogène des modèles statiques est supposée solaire. Toutefois, la métallicité utilisée ( $Z = 0.02$ ) est légèrement plus élevée que celle des modèles évolutifs ( $Z = 0.017178$ ). Les proportions d’hélium et d’hydrogène sont par ailleurs quasi-identiques.
- Enfin, les codes numériques pour résoudre les équations de la structure stellaire étant différents, on peut suspecter de petites variations additionnelles entre modèles statiques et structures évolutives.

Ces différences, mineures la plupart du temps, font que nos modèles d’enveloppes ne

pourront en aucun cas reproduire strictement les modèles évolutifs. On notera également que sous certains aspects, par exemple l'utilisation d'une génération plus récente de tables d'opacité, les structures statiques peuvent s'avérer plus réalistes que les modèles évolutifs ; les différences observées avec ces derniers ne sont donc pas nécessairement une mauvaise chose.

Dans la construction d'un modèle d'enveloppe, quatre paramètres principaux sont à spécifier pour définir la structure. Il s'agit de la température effective  $T_{\text{eff}}$ , de la gravité de surface  $\log g$ , de la position  $\log q(H) = \log(1 - m(r_H)/M_*)$  du début (en partant de la surface) de la transition chimique He/H<sup>9</sup>, et de la masse totale de l'étoile  $M_*$ . Contrairement aux modèles évolutifs pour lesquels, après avoir imposé  $M_*$  et  $\log q(H)$  (ou de façon équivalente  $M_{\text{env}}$ ), les quantités  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  sont contraintes par la structure à adopter certaines valeurs, les modèles d'enveloppes disposent de paramètres complètement indépendants les uns des autres. Ainsi température effective, gravité de surface, masse totale et masse de l'enveloppe peuvent être ajustés individuellement selon les besoins ; une flexibilité que les structures évolutives sont incapables d'offrir.

### 2.4.2 Comparaisons structurelles

Afin d'illustrer jusqu'à quel point les modèles d'enveloppes reproduisent les structures évolutives, une comparaison directe des diverses quantités physiques composant ces modèles est certainement révélatrice. La figure 2.7 montre une mosaïque de profils tirés d'un modèle d'enveloppe construit pour imiter le modèle évolutif de référence. Les paramètres employés à cette occasion correspondent autant que possible à ceux du modèle évolutif :  $T_{\text{eff}} = 31310$  K,  $\log g = 5.75$ ,  $M_* = 0.476 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.1$ . L'étendue de la zone de transition chimique entre le noyau en hélium et l'enveloppe riche en hydrogène a également été ajustée pour reproduire au mieux celle du modèle de référence<sup>10</sup>.

<sup>9</sup>Fixer ce paramètre équivaut à spécifier  $M_{\text{env}}$ , la masse de l'enveloppe riche en hydrogène, suivant la relation  $\log q(H) \sim \log(M_{\text{env}}/M_*)$ .

<sup>10</sup>Ce paramètre, une fois fixé pour la structure de référence, ne sera plus modifié. Il s'agit donc en

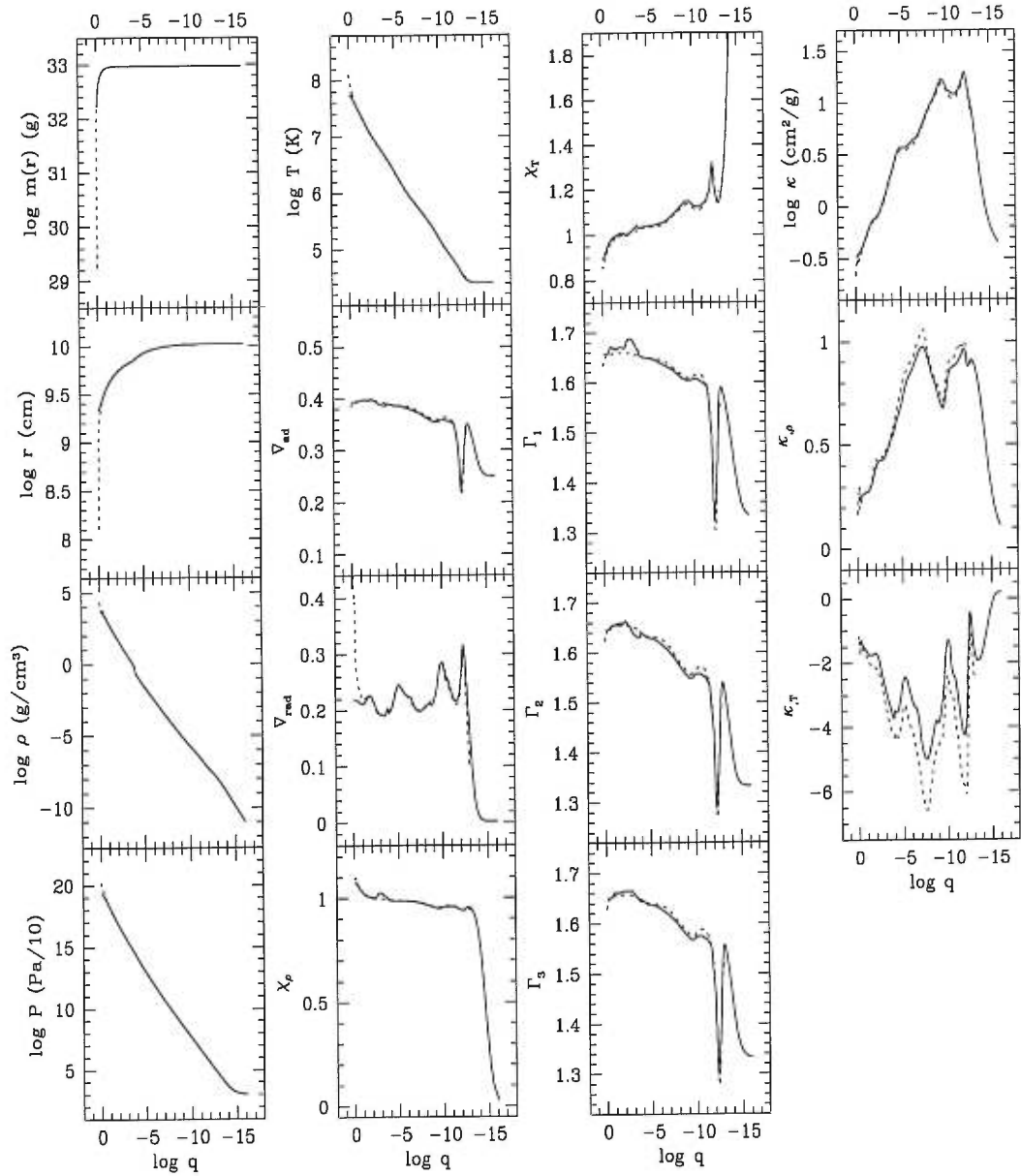


FIGURE 2.7. Mosaïque de profils pour un échantillon de quantités physiques décrivant la structure du modèle statique d'enveloppe (traits pleins) construit pour reproduire le modèle évolutif de référence. Les lignes pointillées représentent, en comparaison, les profils des mêmes quantités pour la structure évolutive.

Les tracés en traits pleins correspondent aux profils issus du modèle d'enveloppe alors qu'en lignes pointillées, il s'agit de ceux obtenus pour la structure évolutive de référence. Les différences les plus importantes apparaissent aux extrémités des modèles. Ainsi, la structure évolutive modélise l'étoile plus en profondeur (c.f., les profils de  $\log m(r)$  et  $\log r$ ). Le calcul est par contre moins poussé dans les couches externes puisqu'il prend fin vers  $\log q \simeq -13$  alors que le modèle d'enveloppe s'étend jusqu'à la photosphère située aux alentours de  $\log q \simeq -16$ . Entre les deux, la superposition des diverses courbes est généralement très bonne. Notons quelques divergences mineures dans les quantités thermodynamiques  $\chi_\rho$ ,  $\chi_T$ ,  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_3$  pour  $\log q \gtrsim -4$  dont l'origine se trouve dans les petites différences de traitement de l'équation d'état. Les gradients radiatifs de température montrent également des différences importantes pour  $\log q \gtrsim -1$ , dans une région où les modèles d'enveloppes perdent en réalisme compte tenu de l'absence de traitement des réactions nucléaires. Au niveau des profils de l'opacité et de ses dérivées, les petits écarts observés sont certainement dus à l'utilisation d'une métallicité légèrement plus importante pour les modèles d'enveloppes ( $\log \kappa$  est un peu plus élevé pour ces derniers) et à l'usage de tables d'opacité plus récentes.

Dans le contexte des pulsations, cette comparaison structurelle s'avère également intéressante à travers les fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb. La figure 2.8 en reproduit les tracés pour le modèle d'enveloppe (traits pleins) comparativement à la structure évolutive (lignes pointillées). Les différences au niveau de  $\log N^2$  sont manifestement très faibles dans l'enveloppe riche en hydrogène de l'étoile; une région où les modèles statiques n'ont rien à envier aux structures évolutives. Le pic de Ledoux associé à la transition He/H (vers  $\log q \simeq -4$ ) est également bien reproduit sachant que la forme des profils des compositions chimiques ont été calibrées pour obtenir cette correspondance. Dans le manteau d'hélium, en dessous de la transition He/H, les divergences s'accroissent légèrement entre les deux profils en raison des petites variations déjà remarquées au niveau des quantités  $\chi_\rho$  et  $\chi_T$ . Comme attendu, ce sont dans les 

---

quelque sorte d'une calibration de la forme du profil de la transition chimique sur ce modèle particulier. Heureusement, elle reproduit généralement très bien la transition He/H des autres modèles évolutifs et l'on peut raisonnablement la considérer appropriée pour toutes les structures d'enveloppes.

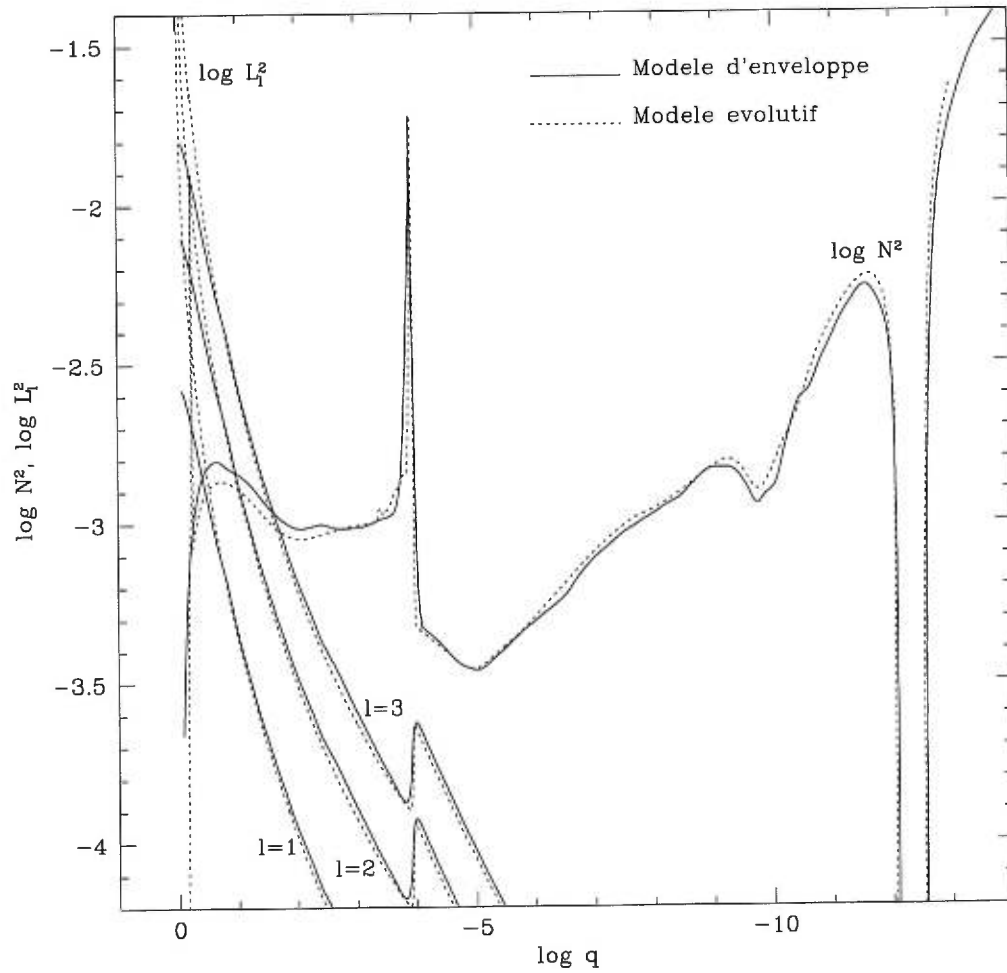


FIGURE 2.8. Comparaison des fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb (pour  $l=1$ , 2 et 3) issues respectivement du modèle d'enveloppe (traits pleins) et de la structure évolutive équivalente (modèle de référence; lignes pointillées)

régions centrales que les différences sont les plus marquées : d'abord par l'absence, dans les modèles statiques, du noyau enrichi en C-O et donc du pic de Ledoux associé à la transition chimique C-O/He ; ensuite par l'absence de la région convective centrale et donc du puits qui lui correspond dans la fréquence de Brunt-Väisälä. Au niveau des profils des fréquences de Lamb, la superposition entre les deux types de modèles est excellente jusqu'à  $\log q \simeq -0.5$ . En dessous de cette limite, dans les régions centrales de l'étoile, les divergences s'accroissent appréciablement à l'image des quantités physiques ( $\Gamma_1$ , mais surtout  $\rho$  et  $P$ ) qui la composent.

## 2.5 Potentiels à explorer

Les structures d'étoiles sous-naines que nous venons de présenter sont, dans le contexte des pulsations stellaires, intéressantes sur plus d'un point. Il est bien entendu que ces objets, en l'absence de variations de luminosité observées provenant d'instabilités pulsationnelles, présenteront un intérêt pour l'astéroséismologie uniquement s'ils sont en mesure de proposer un mécanisme d'excitation des modes de pulsation potentiellement efficace. Or ces étoiles en présentent plusieurs.

La première particularité des modèles dont le potentiel pour les pulsations est important réside dans la petite région externe d'ionisation partielle He<sub>II</sub>/He<sub>III</sub>. Celle-ci, par son opacité accrue, est déjà responsable de l'existence d'une mince zone convective superficielle et on la sait en mesure de déstabiliser, à travers le mécanisme  $\kappa$ , les modes d'oscillation dans certaines catégories d'étoiles pulsantes (c.f. les naines blanches DBV ; Winget et al., 1983). Elle est donc, à première vue, une candidate toute désignée pour jouer éventuellement un rôle dans la déstabilisation des sdB.

Une seconde possibilité, moins probable mais néanmoins présente, découle de l'existence de réactions nucléaires à la base de l'enveloppe riche en hydrogène. Celles-ci sont théoriquement capables, bien que cela n'ait encore jamais été constaté dans la nature, de déstabiliser, via le mécanisme  $\epsilon$ , les étoiles et les contraindre à pulser. En pratique, les processus nucléaires sont généralement situés bien trop en profondeur pour

constituer un moteur efficace en mesure d'entraîner des oscillations. Dans les sdB, c'est certainement le cas pour le brûlage nucléaire central impliquant l'hélium mais ce n'est pas évident pour la couche d'hydrogène en fusion. Cependant, pour ces objets, toute la difficulté de ce mécanisme réside dans l'extrême faiblesse du brûlage en couche au cours de la phase EHB. Notons néanmoins que durant l'évolution post-EHB, il se renforce considérablement et peut devenir plus intéressant pour les pulsations (c.f., Charpinet et al., 1997b).

Un troisième mécanisme potentiel se cache dans la structure des modèles sous les traits d'un pic secondaire dans le profil de l'opacité moyenne de Rosseland ( $\log \kappa$ ) situé vers  $\log q \simeq -9.8$ . Comme nous l'avons déjà mentionné un peu plus tôt au cours du chapitre, cette protubérance est engendrée par l'ionisation partielle des métaux, en particulier le fer, présents dans le gaz. Certains auteurs lui ont récemment découvert des vertus déstabilisatrices en mesure d'expliquer l'existence des étoiles OB pulsantes à travers un mécanisme  $\kappa$  habituel auquel on se réfère parfois sous le nom de "mécanisme Z-bump" (voir Cox et al., 1992 ; Moskalik & Dziembowski, 1992 ; Dziembowski & Pamiatnykh, 1993 ; et Gautschy & Saio, 1993).

Ces trois mécanismes, s'ils sont bien présents dans tous les modèles de sdB, ne disposent pas nécessairement de la force requise suffisante pour engendrer des vibrations dans ces étoiles. Il est impossible à ce stade, sans qu'un seul calcul ne soit encore effectué, d'inférer sur l'efficacité réelle de chacun d'eux. Les principaux efforts futurs s'orienteront donc, après que les propriétés mécaniques de ces objets aient été explorées au prochain chapitre, vers l'évaluation quantitative de l'influence de chaque mécanisme potentiel sur la stabilité des modes d'oscillation.

## CHAPITRE 3

### Etude Adiabatique

### Structure des Modes de Pulsation

#### 3.1 Introduction

Le champ de recherche abordé dans cette étude est encore vierge de toute exploration. Aussi ne connaissons nous pratiquement rien sur le comportement mécanique des étoiles sous-naines de type B soumises à des vibrations de type pulsations radiales et/ou non-radiales. Nous devons donc en premier lieu, en particulier avant de chercher à répondre aux questions de stabilité portant sur l'existence ou non de pulsations auto-excitées dans les sdB, conduire une exploration pour accéder à une meilleure compréhension de la structure des modes de pulsation dans ces étoiles. Cette étape est indispensable car tous les développements futurs dans ce domaine seront le reflet plus ou moins direct de cette structure et faire l'impasse sur cet aspect du problème, qui ne présente pas nécessairement un intérêt observationnel immédiat, nous limiterait à une vision superficielle des phénomènes auxquels nous serons confrontés. C'est donc à l'établissement des bases pour les discussions à venir que ce chapitre est consacré et dans l'esprit d'exploration qui nous anime, la théorie des pulsations dans l'approximation adiabatique (c.f., Chapitre 1) se montre idéale pour une étude à la fois "réaliste et simple" des modèles stellaires appropriés. Les questions sur la stabilité des modes, pour lesquelles la théorie adiabatique est inadaptée, sont temporairement laissées de côté jusqu'au prochain chapitre.

La première étape de cette investigation sera de comprendre la structure des



différents modes de pulsation dans un modèle de référence représentatif des étoiles sous-naines de type B (section 3.2). L'ambition sera de mettre en évidence un certain nombre de caractères fondamentaux, essentiellement qualitatifs, propres à l'ensemble de ces modèles.

En second lieu, il s'agira de démontrer la pertinence et de cerner les limites de l'usage de modèles statiques d'enveloppes en remplacement des structures évolutives complètes pour l'étude des pulsations dans les sdB (section 3.3). Une comparaison avec les modèles évolutifs est donc nécessaire et s'avérera très utile pour la suite de ce travail. Les modèles d'enveloppes constituent en effet, dans bien des situations, des outils plus souples et mieux adaptés à nos besoins que les modèles évolutifs.

Avec ces nouvelles connaissances à l'esprit, une approche plus globale des pulsations dans les étoiles sous-naines de type B se trouvera à notre portée. Il sera alors possible d'étudier la façon dont les modes oscillatoires sont affectés par les paramètres physiques qui caractérisent ces étoiles ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $\log q(H)$  et  $M_*$ ). L'usage de modèles d'enveloppes sera tout à fait approprié pour mener à bien cette tâche particulière (section 3.4).

Finalement, l'étude du comportement des pulsations dans un contexte évolutif sera abordée à la lumière des discussions précédentes (section 3.5). D'un intérêt particulier pour l'astéroséismologie, la détermination des taux de changement des périodes ( $\dot{P}$ ) à partir des séquences évolutives sera entreprise. Cette quantité est, en principe, directement mesurable après un suivi de plusieurs années d'observation sur un même objet.

La section 3.6 sera consacrée au résumé des principaux résultats de cette approche exploratoire afin de dresser un premier bilan sur les pulsations dans les étoiles sous-naines de type B et de définir un ensemble de perspectives à venir.

## 3.2 Structure du spectre des modes de pulsation

Le code adiabatique décrit au Chapitre 1 (section 1.4) a été utilisé pour le calcul des périodes propres de chaque modèle appartenant aux 7 séquences évolutives présentées au Chapitre 2 (section 2.3). Les 800 éléments quadratiques employés pour ce calcul ont permis d’assurer une bonne résolution spatiale dans chacun d’eux. Les résultats de ces calculs extensifs effectués sur près de 150 modèles seront illustrés ultérieurement dans toute leur globalité (section 3.5 et appendice C). Pour l’heure, un regard attentif sur les résultats obtenus avec un modèle de référence représentatif de la classe des sdB nous dévoile quantités de caractères intéressants sur les pulsations dans ces étoiles.

Dans les discussions qui suivent, le modèle évolutif déjà choisi pour illustrer la structure des sdB au Chapitre 2 (section 2.3.4) est repris comme modèle de référence. Pour mémoire, il s’agit du modèle #7 de la séquence de masse  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ , âgé d’environ 62 millions d’années (depuis la ZAHB) et dont les paramètres de surface sont  $T_{\text{eff}} = 31310$  K et  $\log g = 5.75$ . Les détails sur sa structure sont exposés au Chapitre 2 et il sera utile de s’y référer de temps à autre, au fil des discussions.

### 3.2.1 Quantités adiabatiques

Le calcul a été effectué dans une fenêtre de périodes comprises entre 80 et 1500 secondes. Il s’agit de l’intervalle de temps le plus aisément accessible avec les techniques actuelles de photométrie rapide et constitue donc un domaine de choix à explorer théoriquement et observationnellement. L’étude concerne à la fois les modes radiaux ( $l=0$ ) et les modes non-radiaux pour  $l=1, 2$ , et  $3$ . Au delà de  $l=3$ , les effets de dilution (“cancellation”) au niveau des variations de luminosité (puisque la lumière observée est intégrée sur la totalité du disque visible de l’étoile) deviennent trop importants<sup>1</sup> et

---

<sup>1</sup>Le flux de lumière intégré sur le disque visible correspond à une moyenne spatiale des fluctuations engendrées par les pulsations. Si la dimension des fluctuations est petite par rapport au disque de l’étoile ( $l$  grand), celles-ci seront diluées dans la moyenne et l’amplitude intégrée sera faible.

ces modes, même s'ils sont excités, restent pratiquement indétectables par photométrie. Les résultats adiabatiques, pour notre modèle de référence, sont présentés dans le tableau 3.1.

## Modes et périodes

Ce tableau illustre un premier résultat caractéristique de tous les modèles d'étoiles sous-naines de type B explorés dans cette étude : ces objets possèdent un spectre de modes très riche dans l'intervalle de périodes intéressant pour l'observation. On y trouve à la fois des modes radiaux de faible ordre  $k$  ( $k = 0$  à  $6$ ) avec des périodes inférieures à  $\sim 210$  secondes (pour ce modèle en particulier) et des modes non-radiaux également de faible ordre radial  $k$ . A la différence des modes radiaux qui sont exclusivement des ondes acoustiques (les modes f et g n'existent pas pour  $l = 0$  ; voir Chapitre 1), le spectre des pulsations non-radiales présente les trois types de modes (p, f et g). Les modes p et f sont caractérisés par des périodes inférieures à 209 s (leur période diminue à mesure que  $k$  augmente) et les modes g oscillent à plus de 224 s (mode  $k = 1, l = 3$  ; leur période augmente avec  $k$ ). On note aussi que l'espacement en période entre 2 modes p successifs est beaucoup plus faible ( $\sim 15$  s) que celui défini par 2 modes g consécutifs ( $\sim 100$  s). Le spectre de périodes des modes p est donc beaucoup plus dense que celui des modes g. Par ailleurs, comme nous aurons l'occasion de le vérifier au cours des sections à venir, les mêmes calculs effectués sur d'autres modèles montrent que ces densités de modes sont sensibles aux paramètres stellaires utilisés. Il faut, en effet, bien garder à l'esprit que les valeurs des périodes présentées dans le tableau 3.1 sont particulières au modèle choisi. Celles-ci dépendent notamment de la température effective, de la gravité de surface et plus généralement de la structure interne de l'étoile. Schématiquement, les modes p ont des périodes inférieures à  $\sim 600$  s (pour les sdB à faible gravité ; diminuant lorsque  $\log g$  augmente) et les modes g se situent à plus de 600 s. Ces questions seront abordées plus en détail et quantitativement à la section 3.4. Le point important ici est que les résultats obtenus pour tous les modèles explorés sont qualitativement comparables à ceux obtenus pour le modèle de référence.

TABLEAU 3.1. Périodes adiabatiques pour le modèle de référence avec  $M_{\text{env}}=0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}}=31310$  K,  $\log g=5.75$  et âgé d'environ 62 millions d'années depuis la ZAEHB. Sont indiqués, l'ordre radial  $k$  des modes et pour chaque valeur de  $l$  (entre 0 et 3), la période  $P$  en secondes, l'énergie cinétique  $\log E_{\text{cin}}$  du mode et, lorsque approprié (i.e., pour  $l \geq 1$ ), le coefficient de rotation  $C_{kl}$ . Une distinction est faite entre les modes p (haut du tableau), le mode f ou mode de Kelvin ( $k=0$  pour  $l \geq 2$ ) et les modes g (bas du tableau).

$k$	$l=0$		$l=1$			$l=2$			$l=3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
7	...	...	82.98	40.92	0.0295	...	...	...	...	...	...
6	88.52	40.93	92.47	40.97	0.0187	89.19	40.92	0.0281	85.69	40.94	0.0392
5	97.90	41.22	105.99	41.36	0.0277	99.15	41.27	0.0485	94.58	41.06	0.0371
4	112.39	41.36	118.18	41.59	0.0231	113.11	41.38	0.0338	109.39	41.33	0.0415
3	129.58	42.02	142.08	42.01	0.0185	132.60	42.02	0.0928	123.66	41.83	0.0825
2	148.31	42.14	160.89	42.79	0.0244	150.12	42.22	0.0679	145.37	42.05	0.0467
1	176.24	43.49	208.24	43.10	0.0184	185.82	43.66	0.2804	172.44	43.27	0.1431
0†	209.12	43.12	...	...	...	208.06	43.12	0.0262	206.19	43.09	0.0140
1	...	...	425.09	48.14	0.4529	277.24	46.66	0.1343	224.09	44.98	0.0512
2	...	...	671.44	47.84	0.4537	406.90	47.28	0.1238	306.59	46.59	0.0408
3	...	...	958.60	47.28	0.4583	569.27	47.02	0.1262	418.65	46.69	0.0440
4	...	...	1248.31	46.36	0.4680	733.89	46.19	0.1357	532.40	45.96	0.0538
5	...	...	1465.47	45.19	0.5001	853.19	45.09	0.1693	610.41	44.96	0.0893
6	...	...	...	...	...	931.69	45.40	0.1567	668.64	45.39	0.0716
7	...	...	...	...	...	1082.23	46.07	0.1497	775.64	46.06	0.0666
8	...	...	...	...	...	1246.14	46.33	0.1522	891.19	46.33	0.0693
9	...	...	...	...	...	1407.05	46.41	0.1541	1006.65	46.39	0.0716
10	...	...	...	...	...	...	...	...	1100.36	46.50	0.0723
11	...	...	...	...	...	...	...	...	1167.58	46.24	0.0737
12	...	...	...	...	...	...	...	...	1273.72	45.70	0.0750
13	...	...	...	...	...	...	...	...	1387.66	44.77	0.0724
14	...	...	...	...	...	...	...	...	1451.01	44.04	0.0592

† Précisons que le mode  $k=0, l=0$  (appelé mode fondamentale pour les pulsations radiales) n'est pas de même nature que les modes f ( $k=0, l \geq 2$ ). Il s'agit d'un mode acoustique similaire aux modes p.

## Spectre d'énergie

La colonne du tableau 3.1 spécifiant l'énergie cinétique ( $\log E_{\text{cin}}$ ) de chaque mode contient aussi quelques informations très intéressantes. L'énergie cinétique d'un mode est fonction des déplacements Lagrangiens radiaux  $\xi_r$  et horizontaux  $\xi_h$  (voir Chapitre 1 ou Brassard, 1991). Pour mémoire, l'énergie cinétique d'un mode est donnée par

$$E_{\text{cin}} = \frac{\sigma^2}{2} \int_V \rho \vec{\xi}(\vec{r}) \cdot \vec{\xi}^*(\vec{r}) dV = \frac{\sigma^2}{2} \int_0^R [\xi_r^2 + l(l+1)\xi_h^2] \rho r^2 dr \quad . \quad (3.1)$$

Comme les fonctions propres sont normalisées arbitrairement, cette quantité est définie uniquement à une constante multiplicative près. Les valeurs données dans le tableau 3.1 ne sont donc pas des quantités absolues et seule une comparaison relative entre modes est pertinente. La première constatation que l'on puisse faire tient à la différence d'ordre de grandeur ( $\sim 4$ ) entre l'énergie cinétique des modes p et celle des modes g. Pour une amplitude donnée, les modes p sont manifestement moins avides d'énergie que les modes g (on notera que c'est la situation inverse qui prévaut dans les étoiles naines blanches). Ceci pourrait avoir des conséquences au niveau de l'amplitude réelle des modes si ceux-ci se trouvaient excités par un mécanisme quelconque. Un mode nécessitant plus d'énergie pour vibrer atteindrait probablement une amplitude plus faible qu'un mode en demandant moins; il serait donc plus difficile à observer, le cas échéant.

D'après l'équation (3.1), l'intégrale s'effectue sur les amplitudes des fonctions propres associées au déplacement Lagrangien pondérées par un terme  $\rho r^2$ . Or, la densité  $\rho$ , importante dans les régions centrales de l'étoile ( $\sim 10^3 \text{ g.cm}^{-3}$ ), devient très faible dans les couches externes ( $\sim 10^{-5} \text{ g.cm}^{-3}$ ). Elle domine ainsi toute la pondération et, en conséquence, les zones profondes plus massives transportent une plus grande part de l'énergie cinétique des modes. La différence observée entre les modes p et les modes g suggère alors que ces derniers oscillent probablement avec des amplitudes plus grandes dans les régions internes de l'étoile que les premiers. Cette observation rejoint les commentaires de la section 2.3.4 du Chapitre 2 suscités par les emplacements respectifs des

zones de propagation des modes p et des modes g dans ces étoiles.

Il est aussi remarquable que l'énergie cinétique ne soit pas uniforme au sein des modes g. On peut en effet constater des variations de plus de 2 ordres de grandeur entre deux modes du spectre (par exemple, pour  $l=3$ , les modes avec  $k=10$  et  $k=14$ ). Un phénomène similaire est observé pour les naines blanches (voir Brassard et al., 1992a) où il est engendré par le piégeage en surface et le confinement en profondeur de certains modes g par la présence de zones de transition dans la composition chimique. L'étude de ce phénomène pour les sdB sera détaillée à la section 3.2.2. Notons que cette caractéristique ne semble pas se retrouver au niveau des modes p pour lesquels l'énergie cinétique décroît de façon monotone lorsque l'indice radial  $k$  augmente (mais, c.f., section 3.2.3).

### Coefficients de rotation

La troisième colonne du tableau 3.1 fournit les valeurs des coefficients de rotation pour les modes non-radiaux (les modes radiaux ne sont pas affectés par la rotation de l'étoile). Pour rappel (c.f., Chapitre 1), les coefficients  $C_{kl}$  sont évalués en considérant une faible rotation rigide de vitesse angulaire  $\vec{\Omega} = \Omega \vec{z}$ . Une approche perturbative au premier ordre conduit alors à une nouvelle valeur pour la fréquence propre d'un mode dont les indices  $k$ ,  $l$  et  $m$  sont donnés :

$$\sigma_{klm} = \sigma_{kl}^{(0)} + m(1 - C_{kl})\Omega \quad (3.2)$$

$$\text{avec } C_{kl} = \frac{\sigma^2}{2E_{\text{cin}}(k, l)} \int_0^R [2\xi_r \xi_h + \xi_h^2]_{kl} \rho r^2 dr \quad , \quad (3.3)$$

où  $\sigma_{kl}^{(0)}$  représente la fréquence obtenue sans rotation ( $\sigma_{kl}^{(0)} = 2\pi/P_{kl}$ , avec la période  $P_{kl}$  donnée dans le tableau 3.1) et  $\xi_r$ ,  $\xi_h$  sont les fonctions propres, elles aussi obtenues sans rotation. L'effet de celle-ci est donc de lever la dégénérescence sur la fréquence ( $2l+1$  fois dégénérée) par une sorte "d'effet Zeemann" sur les états propres de pulsation.

Dans le tableau 3.1, on constate que les valeurs des coefficients de rotation sont

généralement très faibles pour les modes p (de l'ordre de  $10^{-1} - 10^{-2}$ ) à la notable exception des modes  $k=1$ ,  $l=2$  et 3. Si l'on fait abstraction de ces deux cas particuliers (les raisons de leur particularité n'étant pas évidentes à ce stade), les valeurs des  $C_{kl}$  sont à toutes fins pratiques négligeables pour ces modes. Ils subissent donc tous approximativement le même effet de séparation ("splitting") indépendamment de leurs indices  $l$  et  $k$ . Celui-ci est donné par la relation

$$\sigma_{klm} \simeq \sigma_{kl}^{(0)} + m\Omega \quad \text{avec} \quad m = -l, \dots, 0, \dots, +l \quad . \quad (3.4)$$

Les modes avec  $l=1$ , 2 et 3 donnent donc naissance, en théorie linéaire, respectivement à des triplets, quintuplets et heptaplets sous l'effet de la rotation ; l'espacement en fréquence entre chaque mode séparé par  $\Delta m = \pm 1$  étant approximativement constant.

Pour les modes g, la situation est moins uniforme. Il y a, en effet, une corrélation entre les valeurs du coefficient  $C_{kl}$  et l'indice angulaire  $l$ . Lorsque  $l$  augmente,  $C_{kl}$  diminue approximativement selon la loi  $C_{kl} \sim [l(l+1)]^{-1}$  (qui est la valeur de  $C_{kl}$  dans la limite asymptotique de la théorie adiabatique). Pour  $l=1$ , cette valeur limite est  $C_{kl}^{\text{asy}} = 0.5$  ; pour  $l=2$ ,  $C_{kl}^{\text{asy}} \simeq 0.15$  et pour  $l=3$ ,  $C_{kl}^{\text{asy}} \simeq 0.07$ . La comparaison avec les résultats du tableau 3.1 est assez éloquente.

### 3.2.2 Caractéristiques des modes g

Le simple calcul des quantités adiabatiques présenté dans le tableau 3.1 n'a laissé entrevoir qu'une faible fraction des propriétés qui caractérisent les modes g dans les sdB. Une étude plus approfondie sur la question sera donc l'objet de toute notre attention au cours des prochaines pages.

#### Retour sur le spectre d'énergie

Le comportement non monotone de l'énergie cinétique des modes g présentés dans le tableau 3.1 suggère, par analogie avec les naines blanches, qu'il existe aussi pour les sdB un phénomène de piégeage en surface et de confinement en profondeur pour

ces modes. Dans les naines blanches de type DA, ce phénomène est essentiellement engendré par la transition de composition chimique entre la mince enveloppe riche en hydrogène et les couches inférieures riches en hélium (Brassard et al., 1992a; Brassard et al., 1992c). La transition entre le noyau en C/O et le manteau d'hélium possède aussi cette capacité à piéger certains modes mais, dans les naines blanches, elle se manifeste à une échelle beaucoup plus petite que la transition He/H. Si l'on regarde à nouveau la structure des sdB (figure 2.5 du Chapitre 2), on remarque effectivement une évidente similitude avec les naines blanches au niveau de la stratification des éléments chimiques. On observe notamment deux pics associés au terme de Ledoux (figure 2.6) caractéristiques des deux zones de transitions chimiques présentes dans ces étoiles (C/O/He et He/H; mais rappelons pour cette dernière, qu'il ne s'agit pas d'une enveloppe d'H pur). On peut donc imaginer que le phénomène de piégeage et de confinement des modes qui se produit dans les naines blanches puisse, pour les mêmes raisons (stratification chimique), exister dans les sdB.

Pour illustrer ce phénomène, les spectres d'énergie cinétique (en log) des modes  $g$  pour  $l=1, 2$  et  $3$  sont tracés en fonction de leur période respective (panneau du haut dans la figure 3.1). La ressemblance avec le même type de graphique pour les modes  $g$  dans les étoiles naines blanches est particulièrement frappante (voir, par exemple, la figure 1 de Brassard et al., 1992c). Les modes dont l'énergie cinétique atteint un minimum (e.g., les modes  $k=5; l=1, 2$  et  $3$ ) sont dits piégés en surface alors que les modes se trouvant à un maximum d'énergie (e.g., les modes  $k=10; l=1, 2$  et  $3$ ) sont confinés dans les régions profondes de l'étoile. Notons que les minima sont beaucoup plus étroits que les maxima, le piégeage est donc, comme dans les naines blanches, plus sélectif que le confinement. La décroissance globale de l'énergie cinétique des modes à mesure que la période augmente est l'expression directe de la relation (3.1), donnant explicitement  $E_{\text{cin}} \propto \sigma^2 \propto 1/P^2$ .

Le panneau du bas montre une autre manifestation du phénomène de piégeage à travers, cette fois, l'espacement en période entre deux modes consécutifs (pour un  $l$  donné). Là encore, ce graphique dévoile une ressemblance frappante avec la figure 3



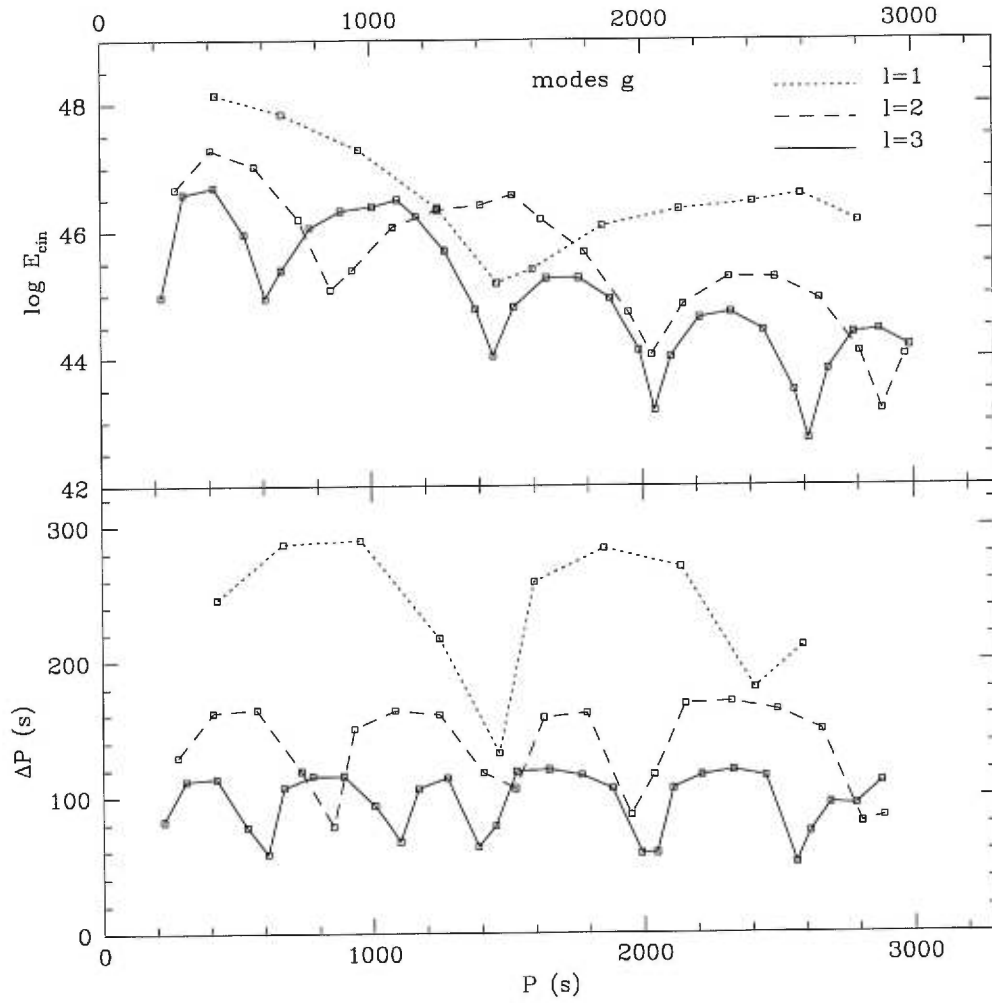


FIGURE 3.1. Pour un modèle de référence avec  $M_{\text{env}} = 0.0002 M_{\odot}$ ,  $M_c = 0.4758 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31310$  K,  $\log g = 5.75$  et un âge de  $\sim 62$  millions d'années depuis la ZAHB :  $\log E_{\text{cin}}$  en fonction de  $P$  pour les modes  $g$  avec  $l=1, 2$  et  $3$  (panneau supérieur). Pour ces mêmes modes,  $\Delta P = P_{k+1} - P_k$  est donné en fonction de  $P$  (ici,  $P = P_k$ ; panneau inférieur). Chaque séquence commence sur la gauche avec le mode d'ordre  $k=1$ .

de Brassard et al., 1992c. Les modes piégés ainsi que leurs voisins immédiats ( $\Delta k = \pm 1$ ) occupent les minima dans le diagramme  $\Delta P - P$ . Curieusement, dans chaque séquence, un des minima (le deuxième) correspond non pas à un mode piégé mais à un mode confiné se trouvant à un maximum secondaire de l'énergie cinétique. On pourrait qualifier ce mode comme étant doublement confiné à la fois par l'interface He/H à la base de l'enveloppe et par l'interface C-O/He séparant le cœur convectif et le cœur radiatif. Ce double confinement semble produire le même effet de concentration des périodes observé pour les modes piégés. Il est cependant peu courant puisqu'un seul mode, dans toute la région du spectre explorée (jusqu'à  $k = 29$  pour  $l = 3$ ), en subit les effets.

### Considérations théoriques

Dans Brassard et al., 1992a, une approche semi-analytique reposant sur la théorie asymptotique de Tassoul, 1980 a été développée pour étudier les effets d'une discontinuité dans la fréquence de Brunt-Väisälä engendrée, entre autres, par la stratification chimique dans les naines blanches. Les sdB étant elles-mêmes stratifiées, ce formalisme trouve une application pertinente également dans ces étoiles. Pour éviter de surcharger inutilement le texte, les détails de cette approche asymptotique adaptée aux sdB sont relégués en Appendice B et seuls quelques résultats importants sont repris pour éclairer notre discussion. Si la ressemblance avec les naines blanches est évidente, il demeure néanmoins quelques différences intéressantes à noter. La théorie conduit, au premier ordre, à la relation asymptotique pour l'espacement moyen entre deux modes piégés consécutifs d'indices  $i$  et  $i + 1$  pour une valeur de  $l$  fixée

$$\overline{P_{i+1} - P_i} = \Pi_{H,l} \quad \text{avec} \quad \Pi_{H,l} = \frac{2\pi^2}{\sqrt{l(l+1)}} \left( \int_{r_H}^R \frac{|N|}{r} dr \right)^{-1} ; \quad (3.5)$$

où  $r_H$  indique la position de la transition entre l'enveloppe riche en hydrogène et le noyau riche en hélium,  $R$  est le rayon de l'étoile et  $N$  est la fréquence de Brunt-Väisälä. L'espacement moyen entre deux modes consécutifs d'indices  $k$  et  $k + 1$  est aussi évalué

par la théorie asymptotique :

$$\overline{P_{k+1}} - \overline{P_k} = \Pi_{0,l}^{\text{rad}} \quad \text{avec} \quad \Pi_{0,l}^{\text{rad}} = \frac{2\pi^2}{\sqrt{l(l+1)}} \left( \int_{r_c}^R \frac{|N|}{r} dr \right)^{-1} \quad ; \quad (3.6)$$

où, cette fois-ci, l'intégration se fait à partir de  $r_c$ , la position de l'interface entre le cœur convectif et le noyau radiatif de l'étoile. La théorie indique également que les périodes réduites  $P_{k,l}\sqrt{l(l+1)}$  sont indépendantes de l'indice  $l$  pour tous les modes, qu'ils soient piégés ou non. Tous les modes d'ordre radial  $k$  fixé ont donc la même période réduite et tous les modes piégés d'ordre  $i$  donné sont de même ordre radial  $k$  quel que soit leur indice angulaire  $l$ . C'est une situation propre aux sdB qui ne se retrouve pas au niveau des naines blanches (voir Brassard et al., 1992a; Brassard et al., 1992c). Il faut noter que cette particularité est entièrement causée par la présence du noyau central convectif; un attribut absent des modèles d'étoiles naines blanches. Comme notre modèle de référence est doté d'un tel noyau, on s'attend donc à observer ce phénomène. Toutefois, certains modèles d'âge suffisamment avancé pour que la zone convective centrale ait disparu devraient montrer une structure pour les modes g en tout point identique à celle des naines blanches.

La figure 3.2 reproduit essentiellement les mêmes informations que la figure 3.1 mais exprimées, cette fois-ci, en terme des périodes réduites toujours pour notre modèle de référence. Une partie des modes représentés se trouvent dans la table 3.1 (ceux dont les périodes sont inférieures à 1500 s). Comme prévu par la théorie asymptotique, on observe que les modes de même ordre radial  $k$  ont sensiblement les mêmes périodes réduites. Les modes pour lesquels  $k$  est plus élevé obéissent d'ailleurs plus strictement à cette règle conformément à l'idée que cette théorie soit valide dans la limite des grandes valeurs de  $k$ . Les modes piégés correspondant aux minima de l'énergie cinétique ont aussi, comme prévu, essentiellement les mêmes périodes réduites. Il s'agit des modes avec  $k=5, 14$ , et  $20$  (respectivement  $i=1, 2$ , et  $3$ ;  $i$  étant l'indice des modes piégés). Le mode  $i=4$  n'apparaît pas sur la figure mais le prolongement du tracé laisse entrevoir sans ambiguïté qu'il s'agit du mode avec  $k=26$ . La figure ne montre pas suffisamment de modes pour mettre clairement en évidence la constance de l'intervalle entre les modes

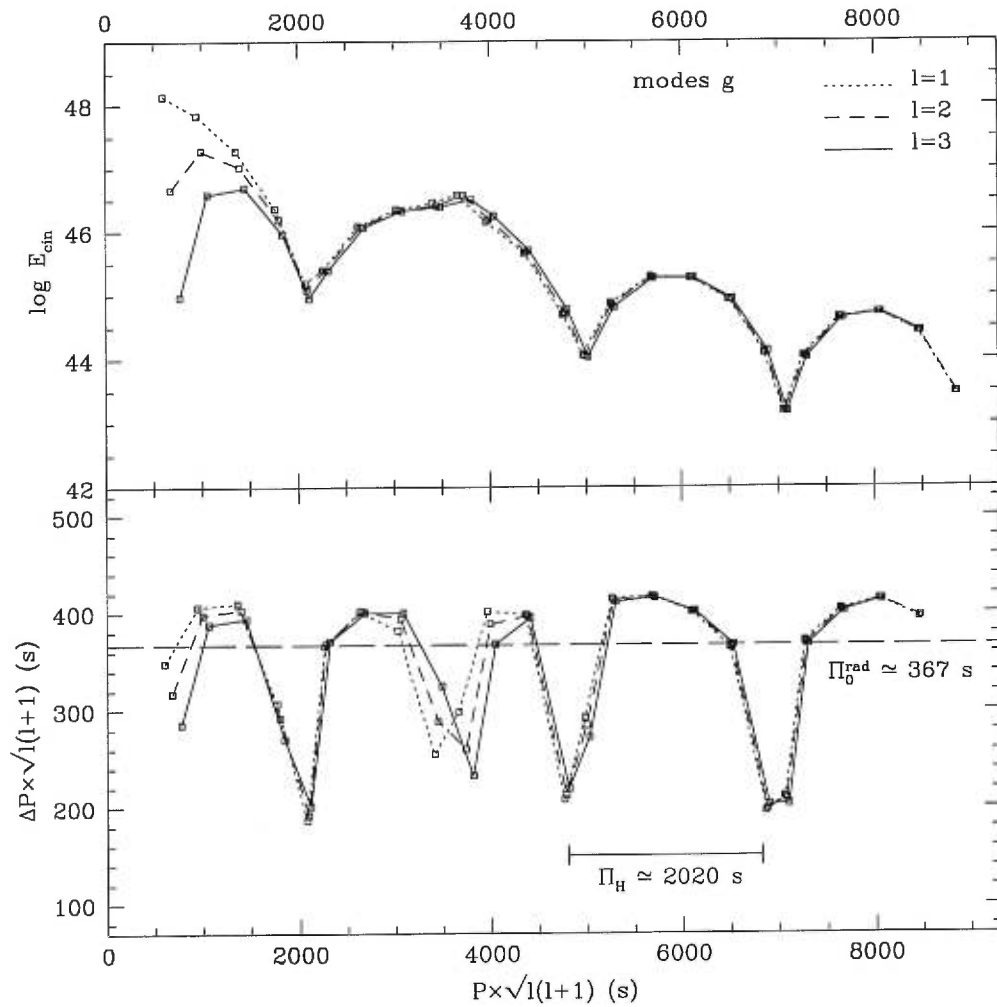


FIGURE 3.2. Idem figure 3.1 mais cette fois en fonction des périodes réduites  $P_{k,l}[l(l+1)]^{1/2}$ . La fenêtre couvre l'intervalle comprenant les trois premiers modes piégés. Les valeurs asymptotiques  $\Pi_0^{\text{rad}} = \Pi_{0,l}^{\text{rad}}[l(l+1)]^{1/2} \simeq 367 \text{ s}$  et  $\Pi_H = \Pi_{H,l}[l(l+1)]^{1/2} \simeq 2020 \text{ s}$ , calculées à partir des quantités non perturbées du modèle de référence selon les relations (3.5) et (3.6), sont aussi indiquées.

piégés consécutifs. Le premier intervalle entre  $i = 1$  et  $i = 2$  semble plus grand que les deux autres mais il se trouve en dehors du domaine de validité de la théorie asymptotique (grandes valeurs de  $k$ ). Il est donc normal d’observer ici les plus grandes déviations vis-à-vis des prédictions de cette dernière. Il semble, par contre, que l’intervalle entre  $i = 2$  et  $i = 3$  soit essentiellement identique à celui qui sépare  $i = 3$  et  $i = 4$ . Ils sont caractérisés par  $\Delta k = 6$  et un intervalle moyen  $\overline{P_{i+1}} - \overline{P_i} \sqrt{l(l+1)} \sim 2000$  s qui correspond au comportement prédit par la théorie asymptotique ( $\Delta P \sqrt{l(l+1)} = \Pi_H \simeq 2020$  s entre deux modes piégés). Notons par ailleurs que la largeur de cet intervalle dépend de la position, dans l’étoile, de la transition entre l’enveloppe riche en hydrogène et le noyau riche en hélium (mais, c.f., section 3.4).

### Origine du piégeage et du confinement

Une petite expérience permet de mettre en valeur les effets des transitions chimiques sur le piégeage des modes. Elle consiste à recalculer les périodes adiabatiques à partir de modèles artificiellement modifiés pour en atténuer autant que possible l’influence. La méthode la plus simple est de supprimer les pics du terme de Ledoux dans la fréquence de Brunt-Väisälä en imposant  $B = 0$  dans les régions où existe un gradient de composition chimique. Les effets sur la fréquence de Brunt-Väisälä engendrés par cette procédure sont illustrés dans la figure 3.3. Pour cette expérience, deux modèles modifiés issus de la structure de référence (Ref. dans la figure) ont été utilisés. L’un d’eux a été débarrassé de la composante centrale du terme de Ledoux associée à la transition chimique qui marque la frontière entre le cœur en carbone/oxygène et le noyau riche en hélium ; il s’agit du modèle “B(C-O/He)=0” dont la fréquence de Brunt-Väisälä est représentée dans la figure 3.3. Dans le second modèle modifié, une valeur nulle est imposée au terme de Ledoux dans toute l’étoile (modèle “B=0”) et les effets de la transition C-O/He dans le noyau et de la transition He/H à la base de l’enveloppe sont ainsi minimisés. Chacun des deux modèles artificiellement modifiés a été soumis au calcul des périodes adiabatiques suivant les mêmes conditions observées pour le modèle de référence. Les résultats obtenus sont présentés graphiquement dans

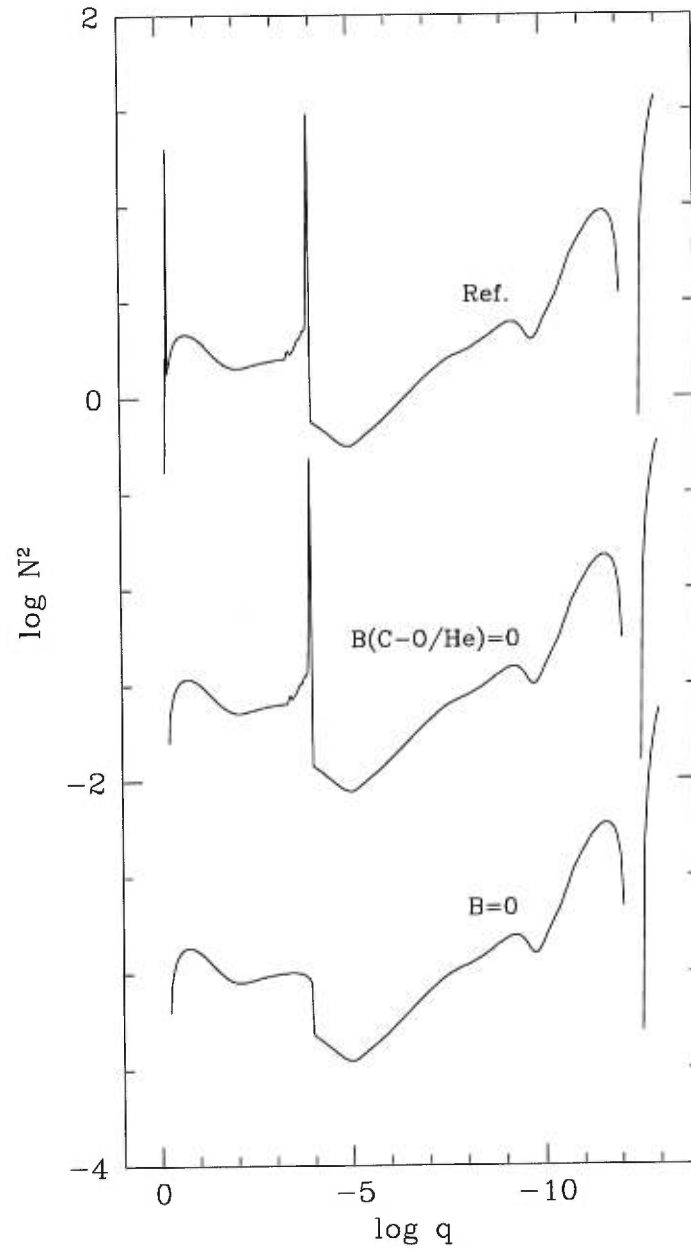


FIGURE 3.3. Fréquences de Brunt-Väisälä pour le modèle de référence (Ref.) et ses équivalents modifiés pour lesquels  $B=0$  à la transition C-O/He (modèle  $B(\text{C-O/He})=0$ ) et  $B=0$  partout dans l'étoile (modèle  $B=0$ ). Les courbes ont été translatées verticalement pour faciliter la lecture.

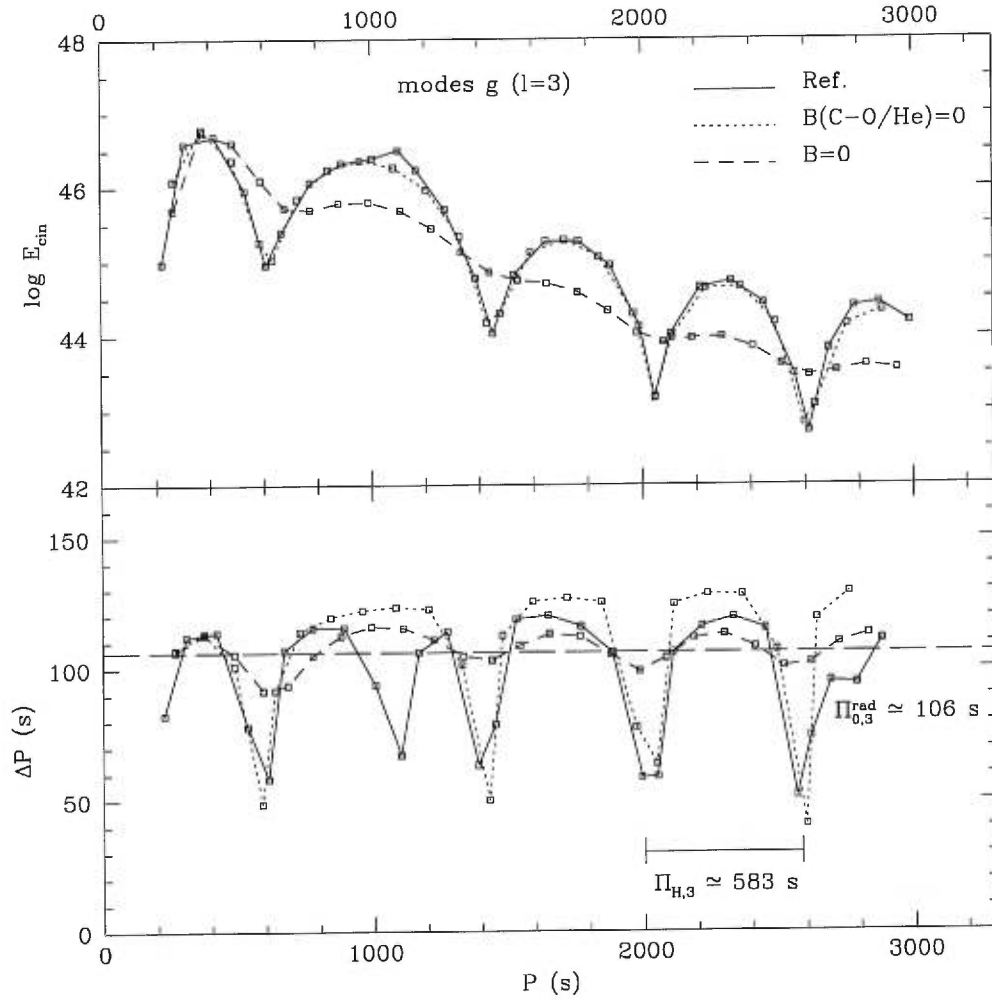


FIGURE 3.4. Effets des transitions chimiques sur le piégeage et le confinement des modes  $g$  dans les sdB. En haut, énergie cinétique des modes  $g$  ( $l=3$ ) en fonction de la période dans une fenêtre de 0 à 3300 secondes (correspondant à  $k \sim 30$ ). Les trois modèles de la figure 3.3 sont représentés. En bas, espacement en période  $\Delta P = P_{k+1} - P_k$  en fonction de  $P_k$  pour ces trois modèles. Les quantités  $\Pi_{0,3}^{\text{rad}}$  et  $\Pi_{H,3}$  issues de la théorie asymptotique sont aussi mentionnées.

la figure 3.4 en comparaison avec le modèle non modifié. Cette figure est similaire à la figure 3.1 mais seuls les modes  $g$  avec  $l=3$  sont ici représentés.

En trait plein, on reconnaît la structure de piégeage constatée pour le modèle de référence. Le modèle “B(C-O/He)=0” (ligne pointillée) montre, sans ambiguïté, que le rôle joué par la transition C-O/He est marginal dans ce phénomène. La structure en énergie du spectre des modes  $g$  demeure en effet globalement inchangée dans ce modèle bien que l’on puisse observer une légère modification des périodes. On note aussi que le petit maximum secondaire de l’énergie (mode avec  $k=10$ ), auquel était associé le second minimum dans le graphique  $\Delta P - P$ , a disparu. Ceci confirme l’interprétation initiale de double confinement par la transition C-O/He pour ce mode très particulier. Le modèle  $B=0$  (ligne en tirets) démontre, quant à lui, très clairement que la transition chimique He/H située à la base de l’enveloppe est bien responsable de ce phénomène. On remarque en effet la quasi-disparition des minima et maxima dans la structure de l’énergie cinétique ainsi que dans le diagramme  $\Delta P - P$ . L’espacement en période entre deux modes consécutifs tend d’ailleurs à devenir constant (vers la valeur  $\Pi_{0,3}^{\text{rad}} \simeq 106$  s), comme prévu par la théorie asymptotique pour un modèle uniforme (c.a.d. sans discontinuité; c.f., Appendice B). La persistance d’une structure “oscillante” reflète les effets, certes moins importants, des transitions chimiques sur les autres quantités thermodynamiques décrivant la structure de l’étoile. Ceux-ci ne peuvent cependant pas être supprimés avec autant d’aisance, comme ce fût le cas pour la fréquence de Brunt-Väisälä.

### Fonctions propres

Si l’on se penche maintenant sur les fonctions propres  $y_1$  et  $y_2$  respectivement reliées aux déplacements radial  $\xi_r$  et horizontal  $\xi_h$ , il est possible d’observer les effets de la transition He/H sur l’amplitude relative des oscillations à différentes profondeurs dans l’étoile. Les panneaux (a) et (b) de la figure 3.5 représentent ces deux quantités pour un mode piégé, un mode confiné et un mode à caractère intermédiaire, ni piégé, ni



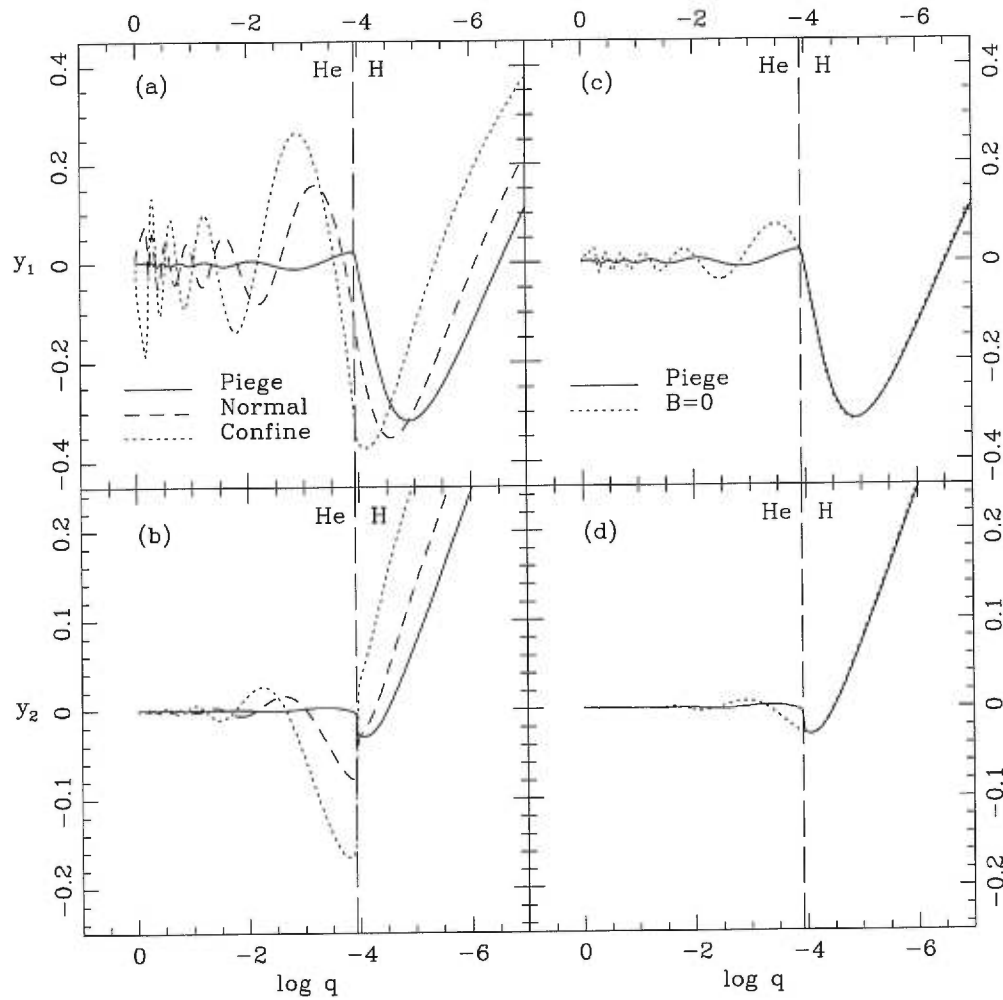


FIGURE 3.5. Fonctions propres de quelques modes  $g$  représentatifs (avec  $l=3$ ) en fonction de la profondeur dans l'étoile exprimée en fraction de masse ( $\log q$ ). Les panneaux (a) et (b) montrent respectivement  $y_1$  et  $y_2$  pour un mode piégé ( $k=14$ ), un mode normal (c.a.d. ni piégé, ni confiné;  $k=12$ ) et un mode confiné ( $k=9$ ). Les panneaux (c) et (d) montrent respectivement  $y_1$  et  $y_2$  pour deux modes  $g$  ( $l=3$ ) possédant environ la même période ( $\sim 1450$  s). En trait plein, il s'agit du mode piégé  $k=14$  appartenant au modèle de référence. En pointillés, c'est le mode de période équivalente ( $k=12$ ) pris dans le modèle où  $B$  a été fixé artificiellement à zéro. La position de l'interface He/H définie par le maximum du pic de Ledoux dans le modèle de référence est indiquée dans chaque panneau.

confiné, que l'on qualifiera de "normal". Les amplitudes sont normalisées arbitrairement en surface par la contrainte  $y_1^2 + y_2^2 = 1$ . La position du maximum du pic de Ledoux associé à la transition He/H est aussi indiquée, définissant l'interface entre le noyau et l'enveloppe.

On peut constater, à partir de cette figure, que le mode piégé possède un nœud situé légèrement au dessus de l'interface He/H pour  $y_1$  et légèrement en dessous pour  $y_2$ . Cette observation est cohérente avec Brassard et al., 1992a qui a montré, dans le contexte analogue des naines blanches, qu'il s'agit de la configuration minimisant l'énergie d'un mode et entraînant donc son piégeage en surface. L'origine de la plus faible énergie des modes piégés apparaît ici clairement comme une conséquence de leurs plus faibles amplitudes dans les couches profondes de l'étoile (sous la transition He/H, dans le noyau). Pour rappel, ces dernières, plus denses, possèdent un poids important sur l'énergie d'un mode. Un mode piégé est donc un mode qui subit une – presque – parfaite réflexion à l'interface de la transition chimique et se trouve ainsi capturé dans l'enveloppe de l'étoile.

La situation est inversée pour les modes confinés. Cette fois-ci, les nœuds de  $y_1$  et  $y_2$  se trouvent respectivement en dessous et au dessus de l'interface. Contrairement aux modes piégés, il est impossible d'obtenir que les nœuds de  $y_1$  et  $y_2$  tombent proche de l'interface en même temps, rendant le confinement bien moins efficace que le piégeage. Ces modes montrent des amplitudes anormalement élevées dans le noyau de l'étoile, expliquant ainsi leur plus grande énergie cinétique. Les nœuds des modes intermédiaires ("normaux") étant éloignés de l'interface de la transition chimique, ils sont moins affectés par celle-ci et les amplitudes sont "normales" dans les régions profondes. Comme les nœuds des modes g migrent vers la surface à mesure que l'indice radial  $k$  augmente, il se crée une alternance entre modes piégés et modes confinés, en passant par les modes intermédiaires, qui est effectivement observée dans le spectre.

Les panneaux (c) et (d) de la figure 3.5 illustrent d'une autre manière l'influence de la transition He/H en comparant les amplitudes des fonctions propres  $y_1$  et  $y_2$  pour deux modes g semblables (c.a.d. approximativement de même période) calculés pour le

modèle de référence et pour le modèle “ $B=0$ ” de la figure 3.3. Si les fonctions propres se superposent dans l’enveloppe de l’étoile, des différences majeures apparaissent à partir de l’interface He/H. Le mode du modèle “ $B=0$ ”, malgré un nœud situé proche de l’interface, ne voit pas son amplitude affectée dans les couches plus profondes comme c’est le cas pour le mode équivalent du modèle de référence non modifié. Il y a donc ici une confirmation claire du rôle joué par la transition chimique He/H comme surface de réflexion pour certains modes résonants, produisant ce phénomène de piégeage.

### Régions de formation des périodes

Pour finir ce tour d’horizon sur les caractéristiques du spectre des modes  $g$  dans les  $sdB$ , il reste à déterminer où se trouvent les régions de formation des périodes pour ces modes. Il existe déjà plusieurs indices suggérant que les modes  $g$  sont essentiellement des modes d’intérieur :

- Nous avons d’abord vu au Chapitre 2, d’après la structure des fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä (figure 2.5), que la zone de propagation des modes  $g$  (région où  $\sigma^2 < L_i^2, N^2$ ) est située en profondeur dans l’étoile.
- Ensuite, le tableau 3.1 montre que les modes  $g$  ont les énergies cinétiques les plus élevées de tous les modes. Or les régions qui contribuent le plus à l’énergie d’un mode sont précisément les régions profondes en raison de leur plus grande densité.
- Enfin, la figure 3.5 dévoile qu’en général les modes  $g$  oscillent avec de grandes amplitudes en dessous de l’enveloppe riche en hydrogène, dans le noyau en hélium de l’étoile.

Une façon complémentaire de localiser les régions de formation des modes consiste à regarder la structure des fonctions Poids (“Weight Functions”) associées à chacun d’eux. On a vu au Chapitre 1 que les fréquences propres obéissent à un principe variationnel où  $\sigma^2$  est donnée par la forme intégrale

$$\sigma^2 \propto \int_0^R F(y_1, y_2, y_3, y_4; r) dr \quad , \quad (3.7)$$

avec  $y_1, y_2, y_3$  et  $y_4$  les fonctions propres associées à  $\sigma^2$  et qui extrémisent cette expression. Ici l'intégrant  $F(y_1, y_2, y_3, y_4; r)$  est appelé la fonction Poids car elle joue, dans l'intégrale, le rôle d'une fonction de pondération dont les valeurs relatives à différentes positions  $r$  nous renseignent sur les régions de l'étoile qui contribuent à la valeur de  $\sigma^2$ . Plus la quantité  $F$  est grande dans une région donnée, plus celle-ci possède de poids sur la fréquence (période) du mode. La figure 3.6 reproduit cette fonction de pondération, normalisée à l'unité au maximum, pour trois modes g représentatifs des modes piégés, des modes confinés et des modes dits normaux (ni piégés, ni confinés).

Le mode confiné apparaît ici clairement comme un mode d'intérieur. Le maximum de sa fonction Poids est situé au niveau de la transition C-O/He qui marque la frontière entre le noyau convectif et le manteau radiatif riche en hélium. Les pics secondaires de  $F$  diminuent en amplitude à mesure que l'on se déplace vers la surface de l'étoile. Ces régions externes affectent donc de moins en moins la fréquence (période) du mode. Au delà de la transition He/H, dans l'enveloppe riche en hydrogène, la contribution devient très faible. Il est donc clair ici que les modes g confinés sont, en quelque sorte, capturés dans le noyau radiatif de l'étoile délimité par les deux zones de transition chimique. Le mode "normal" ressemble beaucoup au mode confiné avec le maximum de sa fonction Poids situé lui aussi au niveau de la transition C-O/He. Ce mode s'étend cependant davantage au delà de la transition He/H et les régions situées à la base de l'enveloppe contribuent un peu plus à la période du mode. Cette comparaison montre néanmoins que la différenciation que l'on a introduite entre les modes confinés et les modes "normaux" est assez floue. La raison en est la piètre efficacité du processus de confinement incapable de sélectionner clairement des modes bien particuliers du spectre. A ce titre, les modes "normaux" sont donc davantage des modes légèrement moins confinés que des modes formant une classe spécifique bien définie.

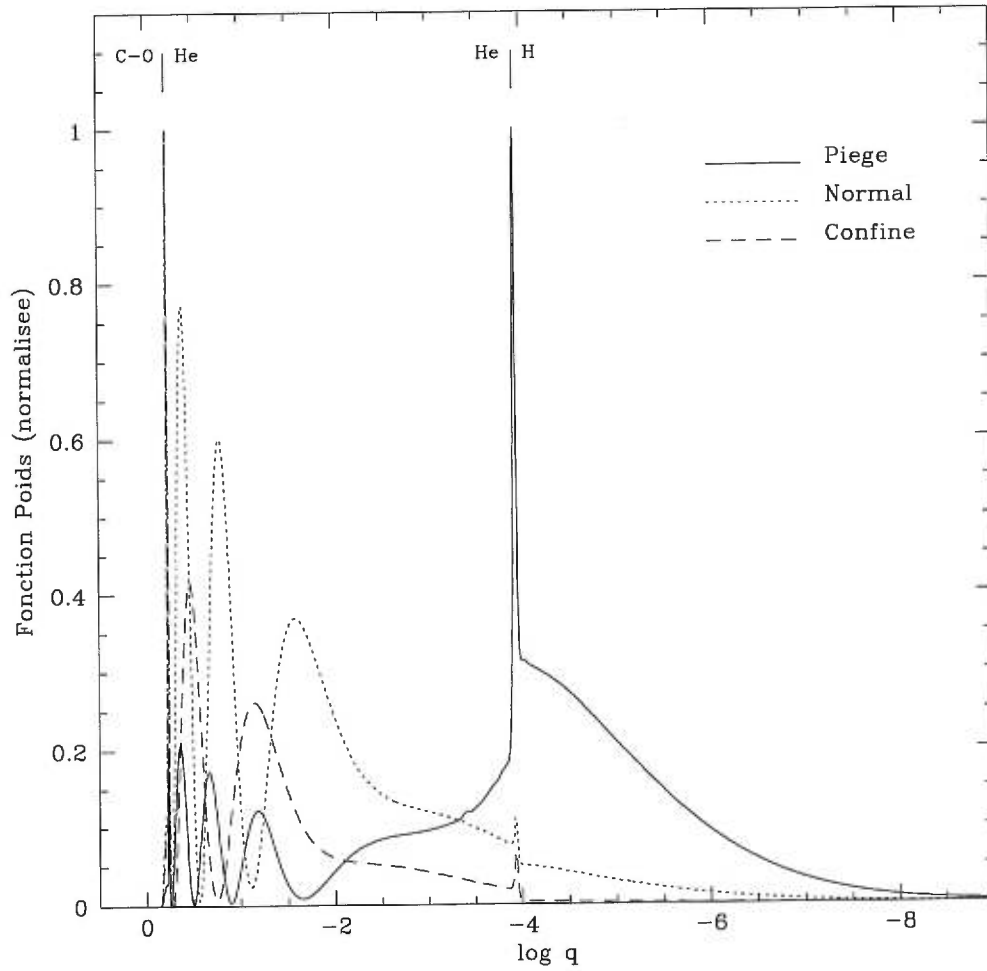


FIGURE 3.6. Fonctions poids (“Weight Functions”) pour 3 modes  $g$  (avec  $l = 3$ ) représentant un mode piégé ( $k = 5$ ), un mode normal ni piégé, ni confiné ( $k = 4$ ) et un mode confiné ( $k = 3$ ). Les caractéristiques de ces trois modes sont données dans le tableau 3.1. Deux signets indiquent les positions respectives des pics de Ledoux associés aux transitions chimiques C-O/He et He/H.

Concernant le processus de piégeage, l'efficacité de la sélection n'est pas ici à remettre en cause. Le mode piégé montre, en effet, les caractéristiques les plus atypiques du spectre des modes  $g$  au niveau des fonctions Poids. Ainsi, le maximum de  $F$  pour le mode piégé se situe maintenant au niveau de la transition He/H et les régions du bas de l'enveloppe contribuent de manière importante à la période. Comme le piégeage n'est pas parfait, les régions profondes et la zone de transition C-O/He influencent aussi la période mais à un degré moindre. Les modes  $g$  piégés constituent donc une famille à part dont la principale région de formation se situe à la base de l'enveloppe riche en hydrogène, bien au dessus des régions où se forment la plupart des modes  $g$  dans ces étoiles.

Pour finir, mentionnons deux particularités à partir de la figure 3.6. Premièrement, on remarque que le noyau convectif situé en dessous de la transition C-O/He ( $\log q \gtrsim -0.23$ ) ne contribue pas, ou très peu, à la période des modes  $g$  (la fonction Poids est presque nulle dans cette région). C'est donc environ 40% de l'étoile (en masse) qui demeure sans effet, ou presque, sur les périodes de ces modes. Ainsi, lorsqu'on les qualifie de modes d'intérieur, on parle bien sûr de modes oscillants principalement en dessous de l'enveloppe riche en hydrogène, dans la partie radiative du noyau. En second lieu, on note que la région de transition chimique C-O/He, matérialisée par le pic central de Ledoux dans la fréquence de Brunt-Väisälä, affecte de façon assez significative les périodes des modes  $g$  (mais un peu moins toutefois les périodes des modes piégés). Ceci explique qualitativement pourquoi les périodes du modèle artificiel  $B(C-O/He)=0$  de la figure 3.3 sont légèrement différentes du modèle de référence non modifié alors que la structure de l'énergie cinétique demeure sensiblement identique. Il semble bien que cette région, spatialement peu étendue, contribue bien plus à la période des modes qu'à leur énergie.

### 3.2.3 Caractéristiques des modes $p$

Après l'étude portant sur les modes  $g$ , un regard approfondi sur les modes acoustiques permet de révéler plusieurs caractéristiques intéressantes et utiles pour la suite

de cette exploration qui nous ont échappé à la seule lecture du tableau 3.1.

### Le spectre acoustique

A la différence des modes g largement étudiés précédemment, les modes acoustiques ou modes p ne montrent, à partir du tableau 3.1, aucune évidence flagrante trahissant l'existence d'un quelconque phénomène de piégeage. L'énergie cinétique évolue en effet de façon plutôt monotone d'un mode à l'autre du spectre. Pour illustrer plus précisément cette situation, l'énergie des modes p ( $\log E_{\text{cin}}$ ) ainsi que l'espacement en fréquence ( $\Delta\nu$ ) entre deux modes consécutifs ( $\Delta k = 1$ ) sont portés en graphique en fonction de leur fréquence respective (figure 3.7). L'usage des fréquences préférentiellement aux périodes pour discuter du comportement des modes p revêt ici principalement un caractère pratique. Pour ces modes, c'est en effet la fréquence, et non la période, qui augmente avec l'indice radial  $k$ . De plus, la théorie asymptotique (c.f., Appendice B) prévoit un spectre uniforme généré par la relation<sup>2</sup>

$$\nu_{kl} = \left( k + \frac{l}{2} + \frac{n_e}{2} + \frac{1}{4} \right) \left( 2 \int_0^R \frac{dr}{C_s} \right)^{-1} \quad \text{avec} \quad C_s = \left( \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} . \quad (3.8)$$

$\nu_{kl} = 1/P_{kl}$  est la fréquence du mode d'indices radial  $k$  et angulaire  $l$ ,  $C_s(r)$  est la vitesse adiabatique locale du son dans l'étoile et  $n_e$  représente l'indice polytropique des couches superficielles. Dans la limite asymptotique des grandes valeurs de  $k$ , il faut donc s'attendre à obtenir un espacement en fréquence  $\Delta\nu = \nu_{k+1} - \nu_k$  constant, donné par la relation

$$\Delta\nu = \left( 2 \int_0^R \frac{dr}{C_s} \right)^{-1} , \quad (3.9)$$

alors que  $\Delta P$  décroît comme  $\nu^{-2} \propto k^{-2}$ , rendant la présentation graphique du spectre acoustique en terme des périodes beaucoup plus délicate.

---

<sup>2</sup>Cette relation est valide aussi pour  $l=0$  à la nuance près que le mode radial d'ordre  $k$  correspond au mode p non-radial d'ordre  $k+1$ . Ainsi dans la formule (3.8), lorsque  $l=0$ ,  $k$  correspond à l'ordre du mode donné dans le tableau 3.1 plus un.

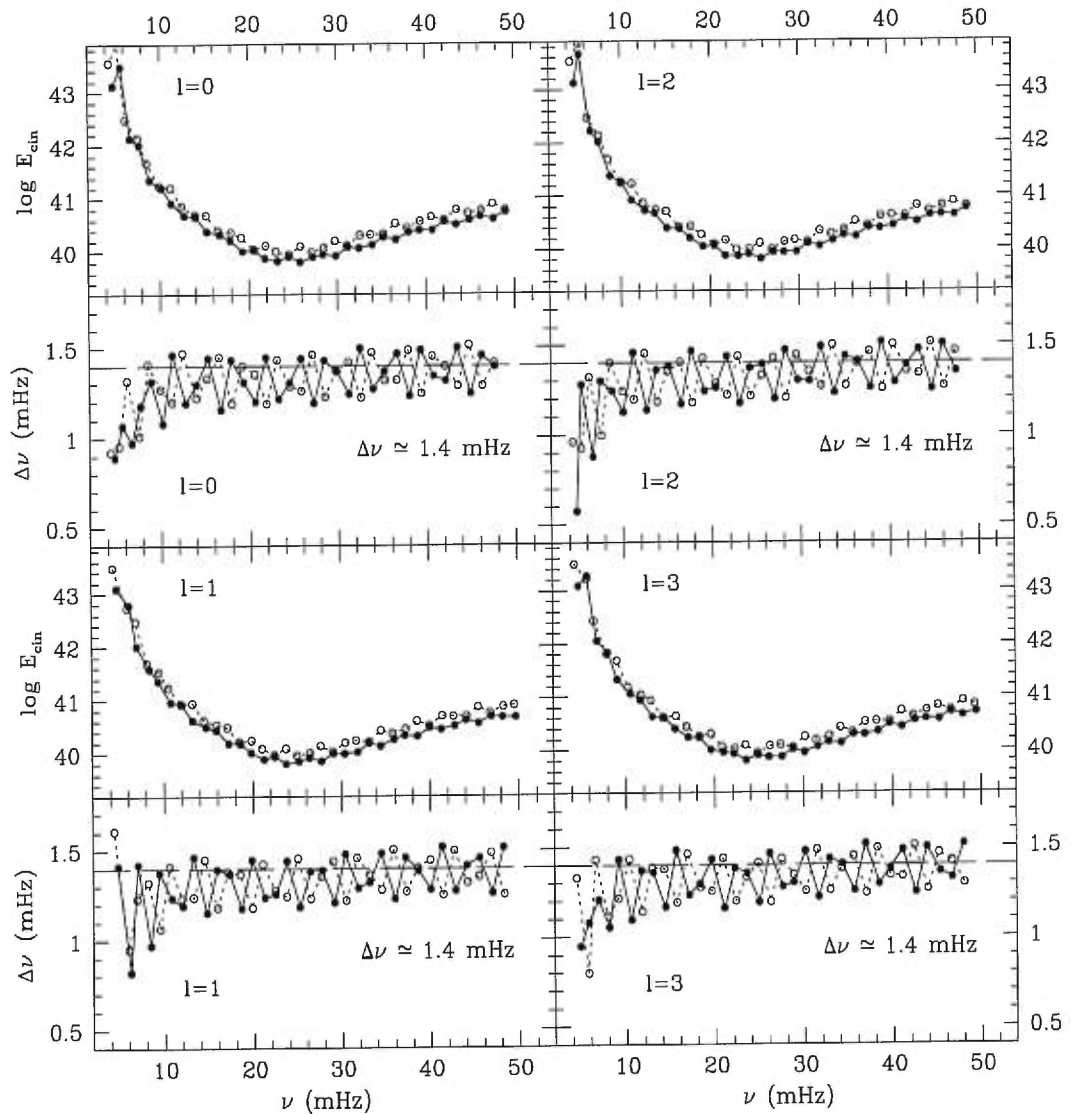


FIGURE 3.7. Energie cinétique ( $\log E_{\text{cin}}$ ) et espacement en fréquence ( $\Delta\nu = \nu_{k+1} - \nu_k$ ) entre deux modes consécutifs ( $\Delta k = 1$ ) en fonction de leur fréquence respective ( $\nu_k = 1/P_k$ ) pour les pulsations radiales ( $l = 0$ ) et non-radiales ( $l = 1, 2$  et  $3$ ). Le mode fondamental (mode f;  $k = 0$ ) possède la plus petite (grande) fréquence (période) et se situe à gauche dans chaque panneau. La fréquence (période) augmente (diminue) avec l'indice radial  $k$ . Les modes associés au modèle de référence sont représentés par les cercles pleins reliés par les traits pleins alors que les cercles vides reliés par les lignes pointillées appartiennent au modèle artificiel “ $B = 0$ ” représenté dans la figure 3.3. La valeur asymptotique pour  $\Delta\nu$  ( $\sim 1.4$  mHz) est indiquée dans chaque diagramme  $\Delta\nu - \nu$  par la ligne horizontale en tirets.



Dans la figure 3.7, le profil de l'énergie des modes p (cercles pleins et traits pleins) est très différent de celui observé pour les modes g (figure 3.1). Ici, aucun maxima ni minima locaux évidents imputables aux phénomènes de piégeage et de confinement ne sont observés. On note plutôt une baisse monotone de l'énergie des modes pour les faibles valeurs de  $k$ , suivie d'un minimum global assez mal défini (situé aux alentours de  $k \sim 15$ ), puis d'une remontée lente et apparemment linéaire pour les grandes valeurs de  $k$ . A cette structure d'ensemble, sont superposées de petites fluctuations qui affectent marginalement mais perceptiblement l'énergie cinétique (variations de l'ordre de 0.1 dex sur  $\log E_{\text{cin}}$ ). Les diagrammes  $\Delta\nu - \nu$  associés mettent en évidence plus clairement ces perturbations du spectre. Globalement, le comportement est tout de même assez proche des prédictions de la théorie asymptotique impliquant, pour les grandes valeurs de  $k$ , un  $\Delta\nu$  constant ( $\simeq 1.4$  mHz d'après l'équation (3.9) évaluée à partir des quantités non perturbées du modèle de référence) et indépendant de  $l$ . Les fluctuations observées possèdent une amplitude d'environ 0.15 mHz (soit près de 10%) autour de la valeur asymptotique. Notons aussi de larges déviations par rapport à cette valeur pour les modes de faible ordre radial  $k$  (en deçà de  $\nu \simeq 12$  mHz), ce qui, bien entendu, n'est pas une surprise puisque ces modes sont en dehors du domaine de validité de la théorie asymptotique (grandes valeurs de  $k$ ).

Afin de tester les effets des discontinuités du terme de Ledoux sur les modes p et éventuellement déterminer si elles jouent un rôle dans les perturbations observées, les calculs adiabatiques ont été reconduits, dans des conditions identiques, sur le modèle artificiellement modifié " $B=0$ " présenté dans la figure 3.3. Les résultats sont reproduits dans la figure 3.7 (cercles vides et lignes pointillées) à des fins comparatives. Force est de constater le peu d'effet de cette expérience sur le spectre acoustique. Globalement, l'énergie des modes est légèrement plus élevée dans le modèle " $B=0$ " et certaines fréquences (périodes), principalement pour les modes de faible ordre radial  $k$ , sont perceptiblement affectées. Toutefois, la forme du profil d'énergie n'est pas modifiée dans l'opération, indiquant qu'elle n'est d'aucune façon reliée à ces discontinuités locales.

Le diagramme  $\Delta\nu - \nu$  ne dévoile pas non plus de grande différence entre les mo-

dèles. Malgré un léger décalage entre les deux tracés engendré par la petite perturbation observée sur les fréquences, la structure reste essentiellement insensible à la présence ou non des discontinuités de Ledoux dans la fréquence de Brunt-Väisälä. Le spectre tend vers la même valeur asymptotique  $\Delta\nu \simeq 1.4$  mHz et les fluctuations conservent les mêmes amplitudes.

Pouvons nous conclure pour autant que les discontinuités produites par les transitions chimiques sont sans effet sur les modes p ? Et bien non. Il y a peu, nous avons vu que les modes g sont extrêmement sensibles aux discontinuités dans la fréquence de Brunt-Väisälä qui constitue la fréquence naturelle d'oscillation pour les ondes de gravité. Or, la fréquence naturelle pour les ondes acoustiques n'est pas la fréquence de Brunt-Väisälä mais plutôt la fréquence de Lamb, directement reliée à la vitesse du son dans l'étoile. Cette dernière présente aussi des discontinuités associées aux transitions chimiques qui pourraient très bien produire des effets plus marqués sur les modes p. Malheureusement, il n'est pas possible de jouer avec ces discontinuités comme nous avons pu le faire pour la fréquence de Brunt-Väisälä (l'influence des gradients de composition chimique n'est pas clairement exprimée dans les quantités physiques autres que la fréquence de Brunt-Väisälä). Il est donc difficile d'approfondir davantage la question à ce stade des discussions. Toutefois, de nouveaux éléments seront apportés à la section 3.4 pour éclaircir cette situation.

### Fonctions propres

Un regard sur les fonctions propres  $y_1$  et  $y_2$  permet de comprendre un peu mieux les propriétés des modes p. Ces fonctions propres sont reproduites dans la figure 3.8 pour une poignée de modes radiaux ( $l = 0$ ) et non-radiaux ( $l = 1, 2$  et  $3$ ). Elles sont, comme à l'accoutumée, normalisées en surface par la contrainte  $y_1^2 + y_2^2 = 1$ . Grâce à cette figure, la raison pour laquelle le piégeage semble peu efficace sur les ondes p devient évidente : ces modes oscillent avec des amplitudes suffisamment grandes uniquement dans l'enveloppe de l'étoile, bien au dessus de la transition He/H dont la

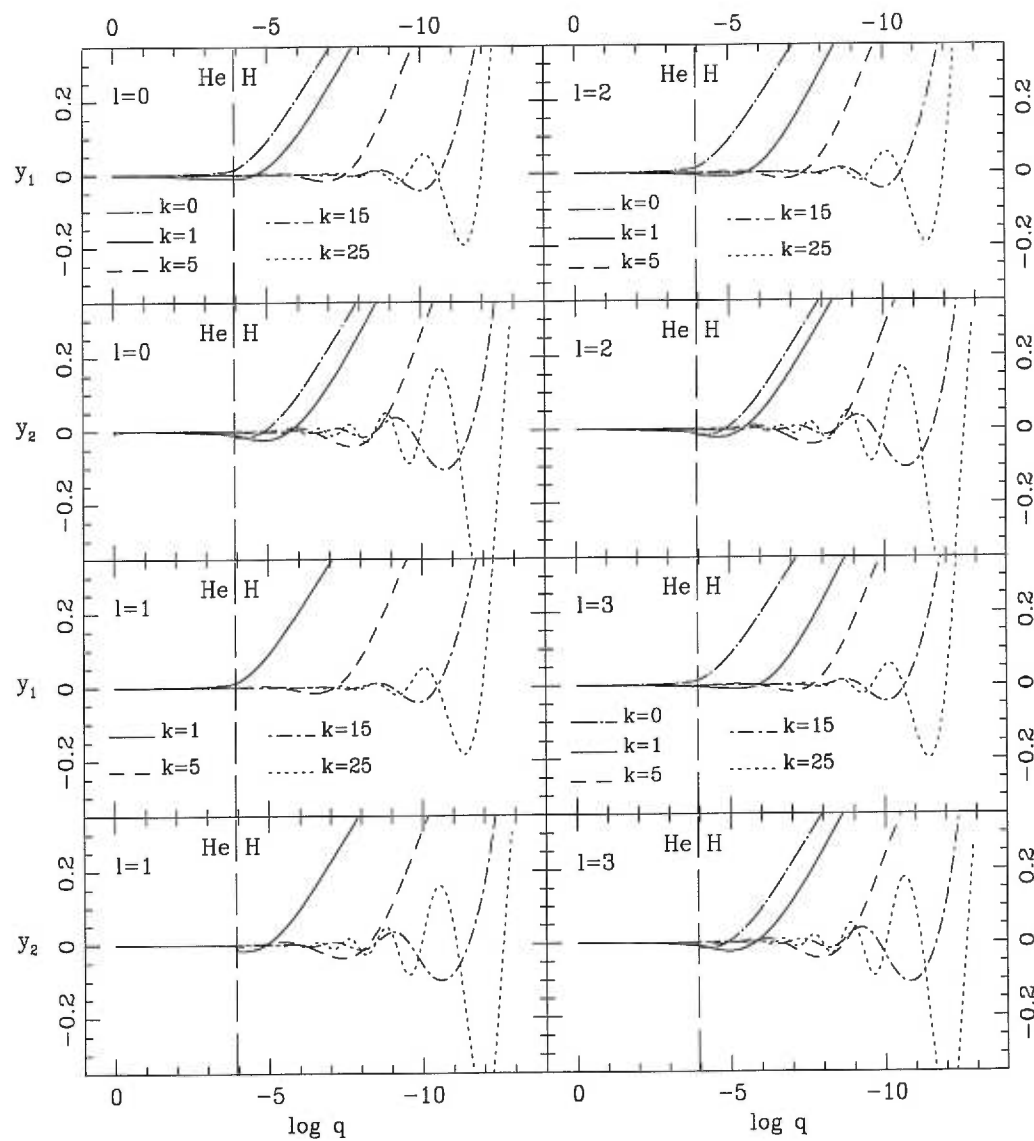


FIGURE 3.8. Fonctions propres  $y_1$  et  $y_2$  pour les modes radiaux ( $l=0$ ) avec  $k=0, 1, 5, 15$  et  $25$  et les modes non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ) avec  $k=0, 1, 5, 15$  et  $25$  (sauf pour le cas  $l=1$  qui ne possède pas de mode f). La position de l'interface He/H est indiquée dans chacun des panneaux.

position est indiquée dans la figure. Toute influence de cette région sur les modes p ne peut donc être que minime. Ceci explique aussi la plus faible énergie des modes p comparativement aux modes g. Les modes de faible ordre radial ( $k = 0, 1$ ) sont clairement les plus profonds de la famille ; on en distingue encore l'amplitude en dessous de l'enveloppe alors qu'avec les modes d'ordres plus élevés, l'échelle de la figure est déjà trop grande. La décroissance initiale du spectre d'énergie des modes p trouve donc ici une explication naturelle avec le déplacement vers les couches superficielles des oscillations. Toutefois, vers  $k \sim 15$ , l'accumulation des nœuds en surface (car les nœuds migrent vers la surface lorsque l'ordre radial  $k$  augmente) semble opérer une lente inversion de la tendance en "forçant" des amplitudes plus grandes dans les couches plus profondes de l'enveloppe et donc l'énergie à augmenter avec  $k$ . Si cette interprétation est valide, la forme du spectre d'énergie est attribuable à un effet de surface plutôt qu'à un quelconque effet de structure du modèle. Ce problème sera discuté plus en détails à la prochaine section dans le contexte des modèles d'enveloppes et des comparaisons avec les modèles évolutifs.

Hormis les fonctions propres  $y_2$  des modes  $k = 0, l = 0, 2, 3$  et  $k = 1, l = 1$  pour lesquelles une légère distorsion par la transition He/H est discernable, aucune perturbation n'est apparente dans les fonctions d'ondes des modes p. Elles nous apprennent donc bien peu de choses sur les fluctuations constatées dans la figure 3.7. Insistons néanmoins sur le fait que si les amplitudes sont généralement très faibles dans les couches profondes, elles n'y sont pas strictement nulles rendant ainsi les modes p tout de même faiblement sensibles à la structure de ces régions.

### Régions de formation des périodes

Pour clore cette discussion, il reste à déterminer clairement quelles sont les régions de l'étoile qui influencent le plus les fréquences (périodes) des modes p. Les indices recueillis jusqu'à présent suggèrent fortement que les ondes acoustiques, à la différence des ondes de gravité, sont des modes d'enveloppe. Pour résumer la situation, nous avons

observé jusqu'à présent que :

- La zone de propagation des modes p ( $\sigma^2 > L_l^2, N^2$ ), d'après la structure des fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä (figure 2.6 du Chapitre 2), est située essentiellement vers la surface de l'étoile.
- L'énergie cinétique des modes p, d'après le tableau 3.1, est sensiblement plus faible que celle des modes g. Ceci suggère des amplitudes plus faibles pour les modes p dans ces régions profondes de l'étoile qui transportent plus d'énergie en raison de leur densité importante.
- La figure 3.8 montre que les amplitudes des fonctions propres des modes p sont effectivement très faibles dans le noyau de l'étoile alors que de grandes oscillations se produisent dans la partie supérieure de l'enveloppe, bien au dessus de la transition He/H.

Comme ce fut le cas pour les modes g, l'ultime réponse à cette question se trouve dans la fonction Poids associée à chaque mode. Celles-ci sont présentées dans la figure 3.9 pour les modes p et f avec  $k = 0, 1, 5$  et  $l = 0, 1, 2, 3$  formant un échantillon représentatif. En rappelant que les régions où la valeur de cette fonction est grande contribuent beaucoup à la période du mode, on note que les modes p sont formés davantage en surface que les modes g (c.f., figure 3.6). Les modes  $k = 5, l = 1, 2$  et  $3$  sont les plus superficiels de la figure avec un maximum situé très haut dans l'enveloppe (aux alentours de  $\log q \simeq -10.6$ ). Des pics secondaires sont cependant visibles jusqu'au centre de l'étoile mais avec des amplitudes de plus en plus faibles. Aussi, ces régions profondes contribuent elles néanmoins à la période de ces modes, ce qui n'était guère évident à la simple vue des fonctions propres (figure 3.8).

Les modes  $k = 1$  et  $k = 0$  sont formés plus profondément dans l'étoile avec une mention particulière pour les modes  $k = 1, l = 0, 2$  et  $3$ . Pour ces derniers, les régions du noyau radiatif, en dessous de la transition He/H, et celles du noyau convectif (incluant la zone de transition C-O/He) contribuent substantiellement à leur période. Ces modes

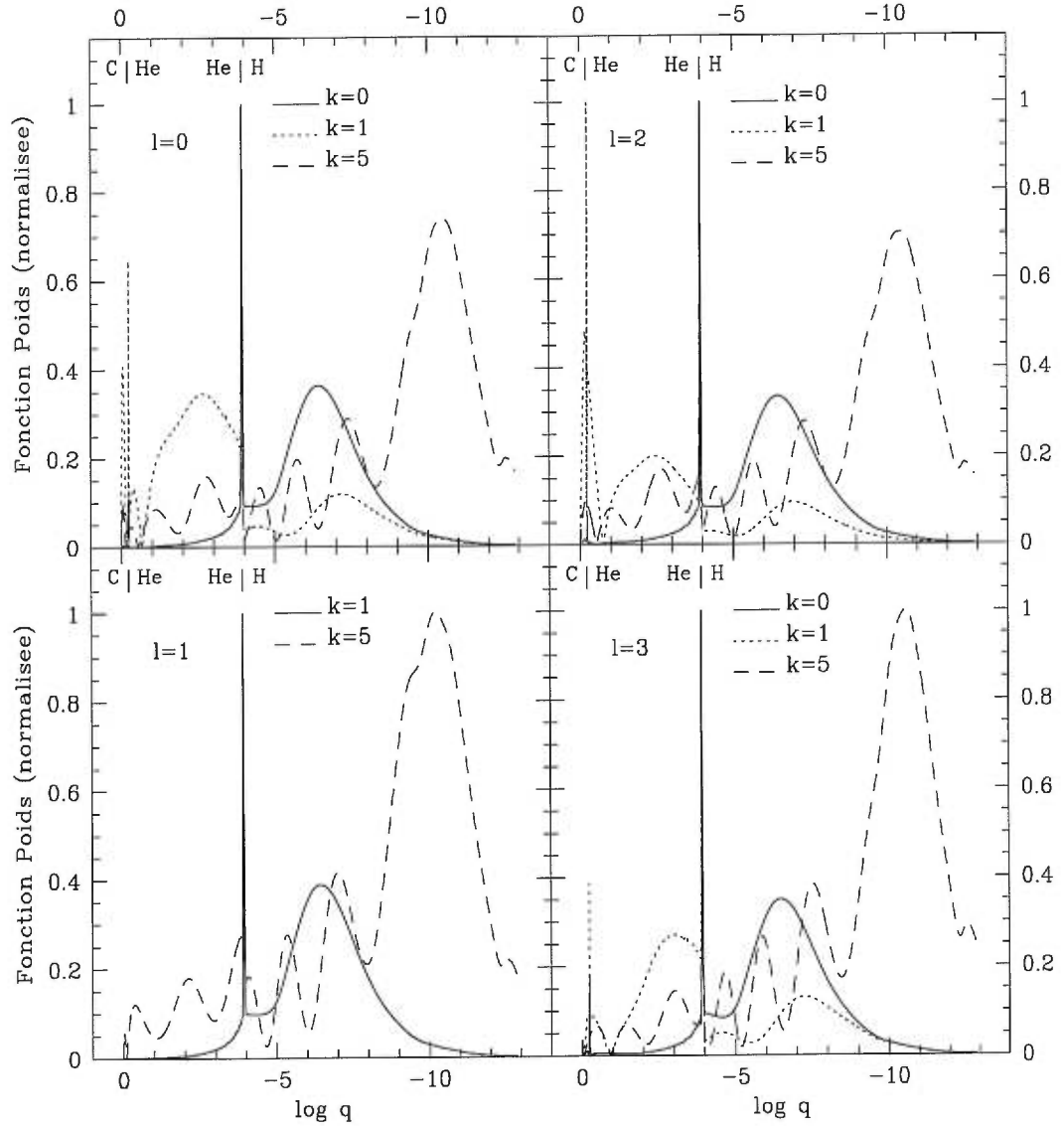


FIGURE 3.9. Fonctions poids (“Weight Functions”), normalisées à 1 au maximum, pour quelques modes  $p$  et  $f$  représentatifs des pulsations radiales ( $l=0$ ) et non-radiales ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Les caractéristiques de ces modes sont données dans le tableau 3.1. Deux signets indiquent les positions respectives des transitions chimiques C-O/He et He/H.

sont donc, en quelque sorte, confinés dans les couches profondes de l'étoile. Toutefois, à la différence des modes g, il s'agit ici d'un phénomène peu répandu ne touchant, semble-t-il, que ces quelques modes particuliers. En comparaison, les modes  $k = 0, l = 0, 2, 3$  et  $k = 1, l = 1$  apparaissent davantage piégés au dessus de la transition He/H. Les régions en dessous de cette transition y contribuent en effet beaucoup moins que pour n'importe quel autre mode. Mais là encore, il ne s'agit pas d'un phénomène d'ensemble se manifestant régulièrement dans le spectre des modes p.

Il est intéressant de noter que la région de la transition He/H influence de manière assez importante la fréquence (période) de tous les modes p présentés dans cette figure. Bien souvent, le maximum de la fonction Poids est localisé à cet endroit et s'il ne l'est pas, un pic de hauteur non négligeable y est associé. Tout aussi intéressant, ce pic ne disparaît pas pour les modes issus du modèle " $B = 0$ " artificiellement modifié (ces modes ne sont pas montrés en graphique). Ceci confirme l'hypothèse selon laquelle les petites fluctuations en fréquence observées dans la figure 3.7 sont engendrées par des discontinuités associées aux zones de transitions chimiques (en particulier la transition He/H) dans les quantités du modèle autres que la fréquence de Brunt-Väisälä.

### 3.2.4 Diagramme de propagation

Avant d'inventorier l'ensemble des propriétés que nous venons de mettre à jour pour les modes p, f et g, une petite parenthèse sur ce qu'Osaki, 1975 a appelé un "diagramme de propagation" (voir aussi Cox, 1980 ; Unno et al., 1989) est certainement œuvre utile pour compléter notre vision du spectre des modes propres d'oscillation dans les étoiles sous-naines de type B. Ce type de diagramme a déjà été ébauché au cours du Chapitre 2 (figure 2.6) pour illustrer les profils des fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb dans ces étoiles et pour donner un premier aperçu sur les caractéristiques des pulsations par la localisation des zones de propagation des modes p et des modes g. Pour construire un véritable diagramme de propagation, nous sommes maintenant en mesure d'ajouter l'information sur les périodes et les fonctions propres issues des calculs adiabatiques, ce que la figure 3.10 propose pour notre modèle de référence.

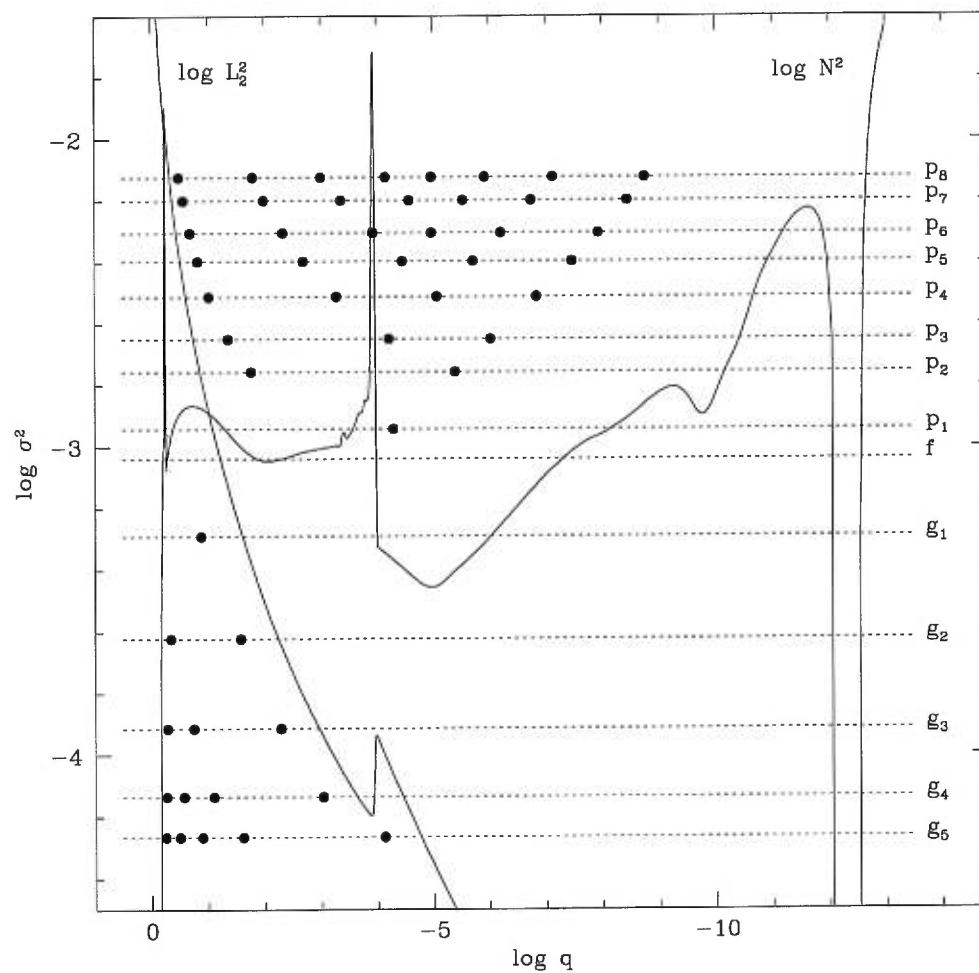


FIGURE 3.10. Diagramme de propagation pour le modèle de référence. Les modes  $p$  jusqu'à  $k=8$ ,  $f$  et  $g$  jusqu'à  $k=5$  sont placés selon leur fréquence respective  $\log \sigma^2$  (avec  $\sigma = 2\pi/P$ , où  $P$  est la période). Les positions des nœuds des fonctions propres  $y_1$  sont indiquées pour chaque mode (cercles pleins) et les profils pour la fréquence de Brunt-Väisälä ( $\log N^2$ ) et la fréquence de Lamb ( $\log L_2^2$ ) sont disponibles.



Une série de modes, d'indice angulaire  $l=2$ , est représentée en surimposition des profils des fréquences de Brunt-Väisälä ( $\log N^2$ ) et de Lamb pour  $l=2$  ( $\log L_2^2$ ). Chaque mode est positionné selon sa fréquence propre par une droite horizontale d'ordonnée  $\log \sigma_k^2$ , où  $\sigma_k \equiv 2\pi/P_k$  (avec  $P_k$ , la période du mode d'ordre radial  $k$  donnée dans le tableau 3.1). Les modes sont identifiés par leur type (p, f ou g) et par leur ordre  $k$ , un mode nommé  $g_2$  correspondant ainsi au mode g d'ordre  $k=2$ . Pour chaque mode, les positions des nœuds des fonctions propres  $y_1$  sont indiquées par les cercles pleins.

Cette figure complète assez bien l'ensemble des remarques que nous venons de faire jusqu'à présent sur les caractéristiques des modes de pulsation. D'après la position des nœuds des fonctions propres, les modes p oscillent manifestement, comme attendu, dans la région où  $\sigma^2 > L_2^2, N^2$  et les modes g dans la région profonde où  $\sigma^2 < L_2^2, N^2$ . Le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dans les hautes couches de l'étoile contribue donc, compte tenu du fait que  $L_2^2 \ll N^2$  dans ces régions, à imposer une valeur limite inférieure à la fréquence des modes p, une caractéristique qualitative qu'il est utile de garder à l'esprit. Les fréquences des modes g sont, par contre, maintenues en dessous de la fréquence de Brunt-Väisälä dans les couches profondes de l'astre (où  $L_2^2 > N^2$ ) alors que dans les couches plus superficielles, le profil de la fréquence de Lamb les contraint davantage. Ce diagramme, conforté par l'ensemble des remarques apportées au cours des sections précédentes, autorise ainsi une interprétation schématique des comportements considérant les valeurs des fréquences propres des premiers modes g (c'est-à-dire pour  $k \sim 1$ ) subordonnées au seul profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dans la région centrale et celles des premiers modes p subordonnées au seul profil dans l'enveloppe et au voisinage de la transition He/H. Nous verrons à la section 3.4 que, pour schématique qu'elle soit, cette interprétation permet néanmoins d'expliquer qualitativement les grandes tendances que l'on observe dans le comportement du spectre des périodes.

Pour en finir avec ce diagramme, remarquons que le mode  $g_5$ , mode piégé d'après le tableau 3.1, dispose d'un nœuds (celui le plus proche de la surface) situé presque exactement sur la transition He/H, caractérisée par le pic principal dans la fréquence de Brunt-Väisälä ou encore par la discontinuité dans la fréquence de Lamb vers  $\log q \simeq -4.0$ ,

conformément aux résultats des sections précédentes.

### 3.2.5 Inventaire des aspects importants à retenir

Dans cette section, nous avons présenté les premiers résultats de calculs de pulsation dans l'approximation adiabatique sur un modèle d'étoile sous-naine de type B représentatif de sa classe. Il en ressort plusieurs aspects importants à l'endroit des propriétés sismiques de ces étoiles qu'il est utile de résumer ici.

Une première constatation, très bien illustrée par les résultats obtenus pour ce modèle de référence, permet d'annoncer que ces objets possèdent un spectre de périodes très riche dans la fenêtre habituellement accessible à l'observation avec les techniques de photométrie rapide (80 à 1500 s). Dans cette fenêtre, le spectre dévoile une grande diversité de modes comprenant des pulsations radiales ( $l=0$ ) et non-radiales ( $l=1, 2, 3$ ). Pour les pulsations non-radiales, on observe à la fois des modes p (et f) ainsi que des modes g. Tous, modes p, modes g, modes radiaux et non radiaux, sont de faible ordre radial  $k$ .

S'agissant des modes p, on dénombre plusieurs caractéristiques générales qui se retrouvent qualitativement dans tous les modèles d'étoiles sous naines de type B. Le résumé de ces caractéristiques est le suivant :

- Schématiquement, les modes acoustiques (modes p) et les modes f possèdent des périodes généralement inférieures à 600 secondes dépendant, bien entendu, des paramètres particuliers de chaque modèle. Ces périodes diminuent lorsque l'indice radial  $k$  augmente.
- Ces modes oscillent davantage en surface, dans l'enveloppe riche en hydrogène de l'étoile, au dessus de la transition He/H. Ces régions contribuent d'ailleurs principalement à l'établissement de leurs périodes. Ce sont donc des modes d'enveloppe ; un résultat peu surprenant puisque les modes acoustiques sont typiquement des modes d'enveloppe ou de surface dans les étoiles non-dégénérées.

- On note aussi que la transition He/H affecte assez peu les modes p puisque ces derniers sont déjà principalement “piégés” dans l’enveloppe de l’étoile. Le pic de Ledoux associé à cette transition chimique est d’ailleurs totalement sans effet sur les modes p. Par contre, il existe possiblement un petit mécanisme de piégeage de ces modes (appelons le micro-piégeage) engendré par les effets de la transition chimique sur d’autres quantités physiques du modèle et en particulier sur la vitesse adiabatique locale du son dans cette région. Ceci reste toutefois à confirmer (mais, voir section 3.4).

Concernant maintenant la structure du spectre des modes g, plusieurs comportements intéressants et tout aussi généraux sont à répertorier :

- Les périodes des ondes de gravité sont essentiellement supérieures à 600 s (pour les modes avec  $l = 1$ ), diminuant lorsque l’indice angulaire  $l$  du mode croît et augmentant avec l’indice radial  $k$ . Les périodes précises dépendent bien entendu fortement des paramètres qui caractérisent chaque modèle.
- Contrairement aux modes p, les modes g oscillent principalement en profondeur dans l’étoile ou, pour être plus précis, dans le noyau radiatif riche en hélium. Il est intéressant de noter que le cœur convectif, qui comprend une bonne partie de la masse de l’étoile, ne contribue pas (ou très peu) à la période et au comportement des modes g. On peut toutefois les qualifier de modes d’intérieur puisqu’ils sont essentiellement formés en dessous de l’enveloppe riche en hydrogène. Là encore, cette situation est typique des étoiles non-dégénérées.
- Il existe un effet de piégeage très important pour les modes g. Le phénomène est très similaire à celui observé dans les naines blanches et la transition He/H à la base de l’enveloppe riche en hydrogène en est responsable. Certains modes g se trouvent ainsi piégés “en surface” et deviennent davantage des modes formés près de la base de l’enveloppe que des modes d’intérieur. Ce phénomène est typique des étoiles stratifiées pour lesquels les pulsations peuvent entrer en résonance avec l’épaisseur des différentes couches de l’étoile.

Ces caractéristiques globales associées aux deux catégories de modes rencontrées dans nos modèles de sdB sont à garder en mémoire puisqu’elles permettront par la suite de comprendre un peu mieux la façon dont ces modes sont affectés par les changements de structure dans ces étoiles ; changements dictés, notamment, par l’évolution stellaire.

### 3.3 Modèles statiques d’enveloppes

Jusqu’à présent, la discussion fut centrée sur les résultats obtenus à partir d’un modèle évolutif de référence. Ces modèles évolutifs sont, de prime abord, les objets les plus réalistes qui soient à notre disposition pour décrire les étoiles sous-naines de type B que l’on cherche à étudier. Toutefois, la contre-partie à ce réalisme se traduit par un manque de souplesse important qui rend très difficile toute tentative pour comprendre les comportements des périodes en fonction des paramètres qui caractérisent un modèle (essentiellement  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $M_{\text{env}}$  et  $M_*$ ). Ce problème peut être contourné en utilisant plutôt des modèles statiques d’enveloppes certes moins réalistes à priori que les structures évolutives mais, comme nous allons le montrer dans cette section, en mesure de les remplacer très avantageusement pour étudier certains aspects des pulsations dans ces étoiles.

L’objet de nos préoccupations est maintenant de mener une étude comparative entre les résultats issus de calculs de pulsation obtenus respectivement pour un modèle évolutif et une structure d’enveloppe équivalente. Nous reprenons donc notre modèle de référence largement disséqué au cours de la section précédente pour le confronter à son “sosie” statique. Les paramètres de ce modèle d’enveloppe, déjà utilisé au Chapitre 2 à des fins de comparaisons structurelles, sont  $M = 0.476 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4.1$ ,  $T_{\text{eff}} = 31310$  K et  $\log g = 5.75$ . Ces valeurs ont bien entendu été choisies pour reproduire au mieux le modèle évolutif. Les détails sur les différences et les similitudes entre les deux structures ont été discutés au cours du Chapitre 2 (section 2.4) et il sera opportun de s’y référer régulièrement dans les discussions à venir.

### 3.3.1 Comparaison des quantités adiabatiques

Le calcul des périodes adiabatiques pour le modèle d’enveloppe a été effectué dans des conditions identiques à celles employées pour le modèle évolutif de référence : soit l’usage de 800 éléments quadratiques dans une fenêtre de périodes couvrant l’intervalle 80 – 1500 s. La condition frontière au centre (CFC ; voir Chapitre 1) de la “sphère molle”, produisant, de prime abord, de meilleurs résultats que la condition de “sphère dure”, a été adoptée au moins provisoirement dans les calculs. Le choix de cette condition frontière influence légèrement les résultats lorsque les calculs portent sur des modèles d’enveloppes par nature incomplets (il manque les couches internes de l’astre). Par contre, il n’affecte d’aucune façon les résultats concernant les modèles évolutifs complets puisque les deux conditions frontières deviennent équivalentes lorsque le rayon de la première couche du modèle tend vers zéro (c’est-à-dire qu’elle se rapproche du centre de l’étoile). Les valeurs obtenues sont disponibles dans le tableau 3.2 pour les modes radiaux ( $l=0$ ) et non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ; modes p, f et g); elles doivent être confrontées à celles du tableau 3.1 calculées pour l’étude du modèle évolutif de référence.

#### Modes acoustiques et modes f

La comparaison pour les modes p (et f) est particulièrement encourageante. La capacité du modèle d’enveloppe à reproduire les périodes du modèle évolutif semble visiblement très bonne. La comparaison quantitative proposée dans le tableau 3.3 indique qu’à de rares exceptions près (les trois modes  $k=1, l=0$  et  $2$ ;  $k=2, l=1$ ), les périodes sont similaires à l’intérieur d’une marge de moins de 1%. Compte tenu des faibles différences, les tendances apparentes pour les modes d’indices  $l=2$  et  $l=3$  (dont les périodes sont systématiquement plus grandes pour le modèle d’enveloppe) peuvent difficilement être considérées comme significatives. Les variations sur l’énergie cinétique ( $\log E_{\text{cin}}$ ) sont aussi de faible ampleur, inférieures à 0.5% pour la majorité des modes. Les plus gros écarts (néanmoins inférieurs à 1.1%) sont essentiellement as-

TABLEAU 3.2. Périodes adiabatiques pour la structure d’enveloppe reproduisant le modèle évolutif de référence. Les paramètres de l’enveloppe sont  $T_{\text{eff}} = 31310$  K,  $\log g = 5.75$ ,  $M = 0.476 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.1$ . Les valeurs sont à comparer avec celles du tableau 3.1.

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
7	...	...	82.67	40.76	0.0097	...	...	...	...	...	...
6	89.06	40.85	92.88	40.84	0.0038	89.93	40.83	0.0074	85.94	40.85	0.0294
5	98.24	41.08	104.76	41.30	0.0088	99.20	41.12	0.0148	95.14	40.92	0.0253
4	113.64	41.30	117.26	41.39	0.0011	114.15	41.28	0.0159	110.35	41.25	0.0404
3	128.80	42.08	141.30	41.97	0.0071	133.44	41.96	0.0568	123.65	41.73	0.0798
2	147.31	42.09	157.64	42.47	0.0112	151.40	42.12	0.0422	146.53	41.97	0.0477
1	164.24	43.02	209.76	43.03	0.0186	191.19	43.60	0.3488	171.42	43.17	0.1688
0	210.42	43.04	...	...	...	209.81	43.06	0.0340	207.79	43.01	0.0172
1	...	...	545.40	47.76	0.4284	348.38	46.94	0.0927	272.56	46.01	0.0259
2	...	...	848.18	47.34	0.4242	518.83	46.97	0.0990	390.28	46.55	0.0246
3	...	...	1155.67	46.48	0.4488	690.73	46.23	0.1198	508.05	45.91	0.0419
4	...	...	1401.15	45.19	0.4950	819.84	45.05	0.1685	588.74	44.88	0.0919
5	...	...	...	...	...	895.89	45.33	0.1517	647.11	45.36	0.0651
6	...	...	...	...	...	1056.33	46.09	0.1429	761.49	46.09	0.0604
7	...	...	...	...	...	1235.83	46.34	0.1475	887.09	46.33	0.0648
8	...	...	...	...	...	1422.27	46.27	0.1512	1017.53	46.27	0.0683
9	...	...	...	...	...	...	...	...	1149.16	45.93	0.0709
10	...	...	...	...	...	...	...	...	1278.21	45.19	0.0715
11	...	...	...	...	...	...	...	...	1373.67	44.05	0.0579
12	...	...	...	...	...	...	...	...	1433.43	44.45	0.0707

TABLEAU 3.3. Comparaison entre les valeurs du tableau 3.2 (structure d'enveloppe) et celles du tableau 3.1 (modèle évolutif). Chaque quantité est exprimée en % et le signe indique le sens des variations : "+" lorsque la valeur pour le modèle d'enveloppe est supérieure à celle du modèle évolutif et "-" quand elle est inférieure.

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$\frac{\Delta P}{P}$	$\frac{\Delta E_{\text{cin}}}{E_{\text{cin}}}$	$\frac{\Delta P}{P}$	$\frac{\Delta E_{\text{cin}}}{E_{\text{cin}}}$	$\frac{\Delta C_{kl}}{C_{kl}}$	$\frac{\Delta P}{P}$	$\frac{\Delta E_{\text{cin}}}{E_{\text{cin}}}$	$\frac{\Delta C_{kl}}{C_{kl}}$	$\frac{\Delta P}{P}$	$\frac{\Delta E_{\text{cin}}}{E_{\text{cin}}}$	$\frac{\Delta C_{kl}}{C_{kl}}$
7	...	...	-0.4	-0.4	-67.1	...	...	...	...	...	...
6	+0.6	-0.2	+0.4	-0.3	-79.6	+0.8	-0.2	-73.7	+0.3	-0.2	-25.0
5	+0.3	-0.3	-1.2	-0.1	-68.2	+0.1	-0.4	-69.5	+0.6	-0.3	-31.8
4	+1.1	-0.1	-0.8	-0.5	-95.2	+0.9	-0.2	-53.0	+0.9	-0.2	-2.7
3	-0.6	+0.1	-0.5	-0.1	-61.6	+0.6	-0.1	-38.8	+0.0	-0.2	-3.3
2	-0.7	-0.1	-2.0	-0.7	-54.1	+0.9	-0.2	-37.8	+0.8	-0.2	+2.1
1	-6.8	-1.1	+0.7	-0.2	+1.1	+2.9	-0.1	+24.4	-0.6	-0.2	+18.0
0	+0.6	-0.2	...	...	...	+0.8	-0.1	+29.8	+0.8	-0.2	+22.9
1	...	...	+28.3	-0.8	-5.4	+25.7	+0.6	-31.0	+21.6	+2.3	-49.4
2	...	...	+26.3	-1.0	-6.5	+27.5	-0.7	-20.0	+27.3	-0.1	-39.7
3	...	...	+20.6	-1.7	-2.1	+21.3	-1.7	-5.1	+21.4	-1.7	-4.8
4	...	...	+12.2	-2.5	+5.8	+11.7	-2.5	+24.2	+10.6	-2.3	+70.8
5	...	...	...	...	...	+5.0	+0.5	-10.4	+6.0	+0.9	-27.1
6	...	...	...	...	...	+13.4	+1.5	-8.8	+13.9	+1.5	-15.6
7	...	...	...	...	...	+14.2	+0.6	-1.5	+14.4	+0.6	-2.7
8	...	...	...	...	...	+14.1	-0.1	-0.7	+14.2	-0.1	-1.4
9	...	...	...	...	...	...	...	...	+14.2	-1.0	-1.0
10	...	...	...	...	...	...	...	...	+16.2	-2.8	-1.1
11	...	...	...	...	...	...	...	...	+17.7	-4.7	-21.4
12	...	...	...	...	...	...	...	...	+12.5	-2.7	-5.7

sociés aux quelques modes déjà mentionnés et qui semblent légèrement plus sensibles aux différences de structure entre les deux modèles. La troisième quantité issue des calculs adiabatiques, les coefficients de rotation  $C_{kl}$ , dévoile en revanche des variations importantes d'un modèle à l'autre. Toutefois, étant donné les très faibles valeurs des coefficients  $C_{kl}$  pour les modes p et la précision fournie dans les tableaux 3.1 et 3.2 (4 chiffres significatifs), il est probable que ces différences trouvent leur origine dans le bruit inhérent à tout modèle numérique.

### Modes g

Poursuivons les comparaisons en regardant maintenant les modes g. La situation est manifestement moins bonne que pour les modes p car les périodes apparaissent systématiquement plus grandes avec le modèle d'enveloppe dans une proportion d'environ 15 à 30 % pour la grande majorité des modes (c.f., tableau 3.3). On peut remarquer que les différences sont toutefois plus petites pour les deux premiers modes piégés répertoriés dans cet intervalle de période (on se réfère ici aux modes du modèle évolutif avec  $k=5$ ,  $l=2$  et 3). On note à ce sujet, à partir du tableau 3.2, que les premiers modes piégés pour le modèle d'enveloppe sont les modes  $k=4$ ,  $l=2$ , 3 et probablement  $l=1$  et non les modes  $k=5$  comme pour le modèle évolutif. Les périodes pour la structure d'enveloppe étant systématiquement et sensiblement plus grandes, il ne serait pas surprenant que les positions des nœuds des fonctions propres, qui jouent un rôle majeur dans les conditions de piégeage d'un mode, soient significativement changées d'un modèle à l'autre, expliquant ce décalage entre modes piégés. Les différences enregistrées au niveau des énergies cinétiques sont aussi de faible ampleur. Les plus importantes se produisent surtout au voisinage des modes piégés en raison, probablement, du décalage que nous venons de mentionner entre ces derniers. De plus, pour les mêmes raisons, le sens des variations alterne plus ou moins périodiquement avec un changement de signe situé au voisinage de chaque mode piégé. Les coefficients de rotation apparaissent très semblables d'un modèle à l'autre (moins de 7% de différence pour  $l=1$ ). Toutefois les variations s'amplifient à mesure que l'indice angulaire  $l$  augmente. Etant donné les va-



leurs plus faibles des  $C_{kl}$  pour les grandes valeurs de  $l$ , il est probable, comme pour les modes p, que le bruit numérique intervient pour une bonne part dans ces différences.

### Commentaires sur les différences observées

En vertu des conclusions tirées de l'étude détaillée du modèle de référence (section 3.2), il n'y a pas réellement de surprise avec les résultats obtenus pour le modèle d'enveloppe. Ce dernier, construit pour reproduire le modèle évolutif, fait très bien son travail dans les couches externes de l'étoile, notamment au niveau de l'enveloppe riche en hydrogène (voir aussi la comparaison structurelle de la section 2.4 du Chapitre 2). Toutefois, les divergences grandissent dans les profondeurs de l'astre, en dessous de la transition He/H, où la structure d'enveloppe offre moins de réalisme que le modèle évolutif. Puisque les modes acoustiques sont principalement des modes d'enveloppe où les modèles statiques et évolutifs se confondent très bien, il n'est pas étonnant que les différences observées soient faibles. On remarque aussi, dans le même esprit, que les quelques modes p mentionnés à la section 3.2.3 pour être davantage influencés par les couches profondes (les modes  $k=1, l=0$  et  $2; k=2, l=1$ ) sont précisément ceux pour lesquels les différences sont plus marquées (tout en restant inférieures à 7%). Pour les modes g, nous avons vu que ce sont principalement des modes d'intérieur influencés surtout par la structure du noyau radiatif de l'étoile, une région moins bien reproduite par le modèle d'enveloppe (c.f., figure 2.8, Chapitre 2). Les différences systématiques et quantitativement plus importantes observées pour ces modes sont donc parfaitement attendues et normales.

L'absence de réelle surprise dans les résultats issus du modèle d'enveloppe ne doit pas nous dissuader pour autant de poursuivre encore plus avant la confrontation avec le modèle évolutif. Il est important de mettre à jours tous les principaux changements et d'en identifier, autant que possible, les origines parmi les différences de structure entre les deux modèles.

### 3.3.2 Comparaisons sur la structure du spectre des modes g

La rapide comparaison précédente concernant les spectres des modes g a laissé entrevoir, à partir des tableaux 3.2 et 3.3, que leur structure n'est que marginalement différente d'un modèle à l'autre. Afin de confirmer cette impression, une illustration complète de cette structure est proposée dans la figure 3.11 pour le modèle d'enveloppe.

L'énergie cinétique ( $\log E_{\text{cin}}$ ) ainsi que l'espacement en période réduite ( $\Delta P \times \sqrt{l[l+1]}$ ) des 22 premiers modes pour  $l=1, 2$  et  $3$  sont tracés en fonction de leur période réduite respective. Cette figure est de nature identique à la figure 3.2 montrant le spectre des modes g pour le modèle évolutif et à laquelle elle doit être comparée. Formellement, le spectre des modes g du modèle d'enveloppe apparaît manifestement similaire à celui du modèle évolutif, incluant les phénomènes de piégeage et de confinement. Ces derniers prennent naissance en raison de la transition chimique entre le noyau en hélium et l'enveloppe riche en hydrogène présente aussi bien dans le modèle évolutif que dans le modèle d'enveloppe. Il n'est donc guère surprenant (c'est même souhaitable) d'en retrouver les effets dans les deux calculs de pulsations. Il est aussi notable que le modèle d'enveloppe, ne possédant pas de noyau enrichi en carbone/oxygène contrairement au modèle évolutif, ne montre pas de structure secondaire dans le spectre des modes g lié à la transition C-O/He.

La théorie asymptotique avait permis, pour les modèles évolutifs, de mettre à jour plusieurs règles de comportement qui semblent toujours valides pour nos modèles d'enveloppes. On se souvient notamment que l'existence d'un noyau convectif, région où les ondes de gravité ne se propagent pas, induit quelques propriétés particulières pour le spectre des modes g. Ainsi, nous avons noté que les modes de même ordre radial  $k$  mais d'indices angulaires  $l$  différents possèdent essentiellement les mêmes périodes réduites. Cette règle était aussi valable pour les modes piégés de même indice  $i$  (pour des  $l$  différents); impliquant par ailleurs que ces modes aient tous le même ordre radial  $k$ . A partir de la figure 3.11, on peut constater que ces mêmes règles s'appliquent également aux modèles statiques pourtant dépourvus, par construction, de ce noyau convectif.

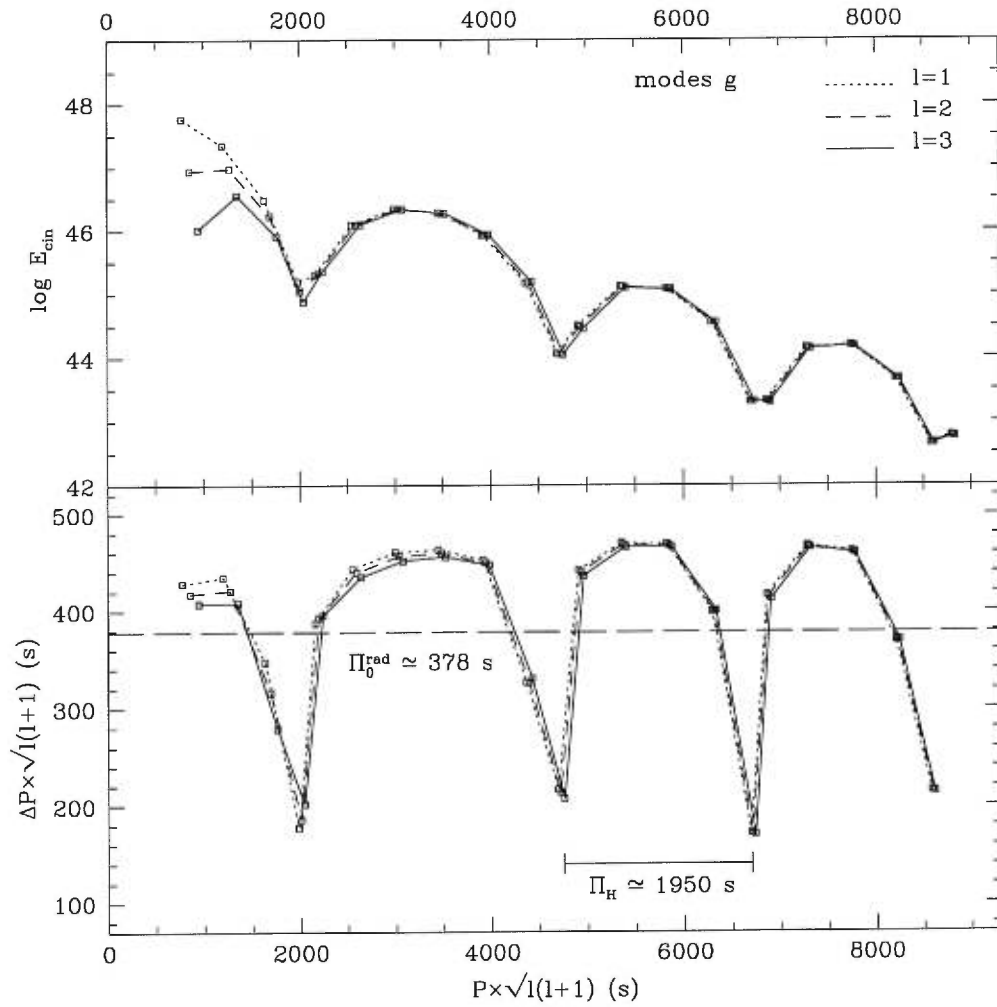


FIGURE 3.11. Diagrammes  $\log E_{\text{cin}}$  et  $\Delta P - P$  en fonction des périodes réduites  $P_{k,l}[l(l+1)]^{1/2}$ . La fenêtre couvre l'intervalle comprenant les trois premiers modes piégés. Les valeurs asymptotiques  $\Pi_0^{\text{rad}} = \Pi_{0,l}^{\text{rad}}[l(l+1)]^{1/2} \simeq 378 \text{ s}$  et  $\Pi_H = \Pi_{H,l}[l(l+1)]^{1/2} \simeq 1950 \text{ s}$ , calculées à partir des quantités non perturbées du modèle d'enveloppe selon les relations (3.5) et (3.6), sont indiquées dans le panneau du bas.

Ce constat n'est pas surprenant lorsqu'on réalise que ce n'est pas tant sa qualité de zone convective que son caractère de région évanescence qui engendre ces propriétés. Dès lors, lorsque, pour le calcul des pulsations dans les modèles d'enveloppes, des conditions frontières évanescences sont utilisées (comme c'est le cas avec les conditions de sphère molle et de sphère dure), il est normal de retrouver les mêmes comportements au sein du spectre.

Au chapitre des différences, il est intéressant de remarquer, comme cela a déjà été mentionné un peu plus tôt, que les modes piégés du modèle d'enveloppe ne sont pas les mêmes en terme d'ordre radial  $k$  que ceux du modèle évolutif. De plus, il apparaît que l'intervalle entre deux modes piégés est de  $\Delta k = 5$  pour la structure d'enveloppe et de  $\Delta k = 6$  pour son équivalent évolutif. Nul doute que cette différence amplifie encore davantage le décalage observé entre les modes piégés des deux modèles. La théorie asymptotique (Appendice B) fournit une explication naturelle sur l'origine de cette différence. Les quantités  $\Pi_0^{\text{rad}}$ , représentative de l'espacement moyen entre modes d'indices  $k$  consécutifs ( $\Delta k = 1$ ), et  $\Pi_H$ , associée à l'espacement en période entre deux modes piégés successifs ( $\Delta i = 1$ ), ont été évaluées pour le modèle d'enveloppe (les résultats sont indiqués dans la figure 3.11). Les valeurs obtenues sont proches de celles calculées pour le modèle évolutif (c.f., figure 3.2). Néanmoins, il apparaît que la valeur de  $\Pi_H$  est légèrement plus faible pour le modèle d'enveloppe (1950 s contre 2020 s dans le modèle évolutif) alors que celle de  $\Pi_0^{\text{rad}}$  est plus grande (378 s contre 367 s). Ces différences minimes, conséquences de structures qui ne sont pas rigoureusement identiques, modifient cependant l'intervalle  $\Delta k$  entre deux modes piégés dont la valeur moyenne peut être estimée par la relation asymptotique (B.27) de l'Appendice B :  $\Delta k \simeq \Pi_H / \Pi_0^{\text{rad}}$ . La valeur asymptotique de  $\Delta k$  est alors plus proche de 5 pour le modèle d'enveloppe et plus proche de 6 pour le modèle évolutif, conformément à ce que le calcul numérique montre.

### 3.3.3 Comparaisons sur la structure du spectre des modes p

D'après les tableaux 3.2 et 3.3, le spectre des modes p, au moins pour les 6 ou 7

premières harmoniques, ne semble pas vraiment affecté par l’usage du modèle d’enveloppe à la place de la structure évolutive. La figure 3.12 permet toutefois d’obtenir une image plus globale de la comparaison des spectres acoustiques entre les deux modèles. La présentation de la figure 3.7 est reprise avec quatre séries de deux panneaux pour les modes radiaux ( $l=0$ ) et non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Le premier panneau représente l’énergie cinétique des modes p ( $\log E_{\text{cin}}$ ) en fonction de leur fréquence propre respective  $\nu$  (en mHz). Le second panneau affiche l’espacement en fréquence  $\Delta\nu = \nu_{k+1} - \nu_k$  en fonction de  $\nu_k$  pour ces mêmes modes. Les deux modèles, évolutif (cercles vides et lignes pointillées) et d’enveloppe (cercles pleins et traits pleins), sont représentés ensemble dans la figure afin de faciliter les comparaisons entre les deux structures.

### Physionomie des spectres

Dans le panneau représentant l’énergie cinétique, les spectres se confondent assez bien pour les petites valeurs de  $\nu$  (c’est-à-dire les modes de faible ordre radial  $k$ ). Toutefois, vers  $k \sim 10$ , des divergences importantes apparaissent. Alors que la forme du spectre pour le modèle évolutif amorce une lente remontée, celle du modèle d’enveloppe continue de descendre jusqu’à  $k \simeq 23$  avant d’inverser la tendance. A ce stade, les différences en énergie cinétique atteignent tout de même 3 ordres de grandeur environ entre les deux modèles. Au niveau des diagrammes  $\Delta\nu - \nu$ , les comportements sont à peu près identiques. Pour les grandes valeurs de  $\nu$  (ou, de façon équivalente, les grandes valeurs de  $k$ ), les spectres tendent vers des limites asymptotiques similaires ( $\Delta\nu = 1.44$  mHz pour la structure d’enveloppe contre  $\Delta\nu = 1.4$  mHz pour le modèle évolutif) et les fluctuations, supposément associées au micro-piégeage des modes p par la transition He/H, sont de même amplitude. En y regardant de plus près, on s’aperçoit que le comportement particulier de l’énergie cinétique au niveau du point d’inflexion va de paire avec une légère distorsion des fréquences ( $\Delta\nu$  devient légèrement plus petit dans cette région du spectre). L’effet est nettement plus marqué sur le modèle d’enveloppe pour lequel l’inversion de tendance se fait plus rapidement. Dans le modèle évolutif, cette inversion est douce et l’effet sur les fréquences presque imperceptible.

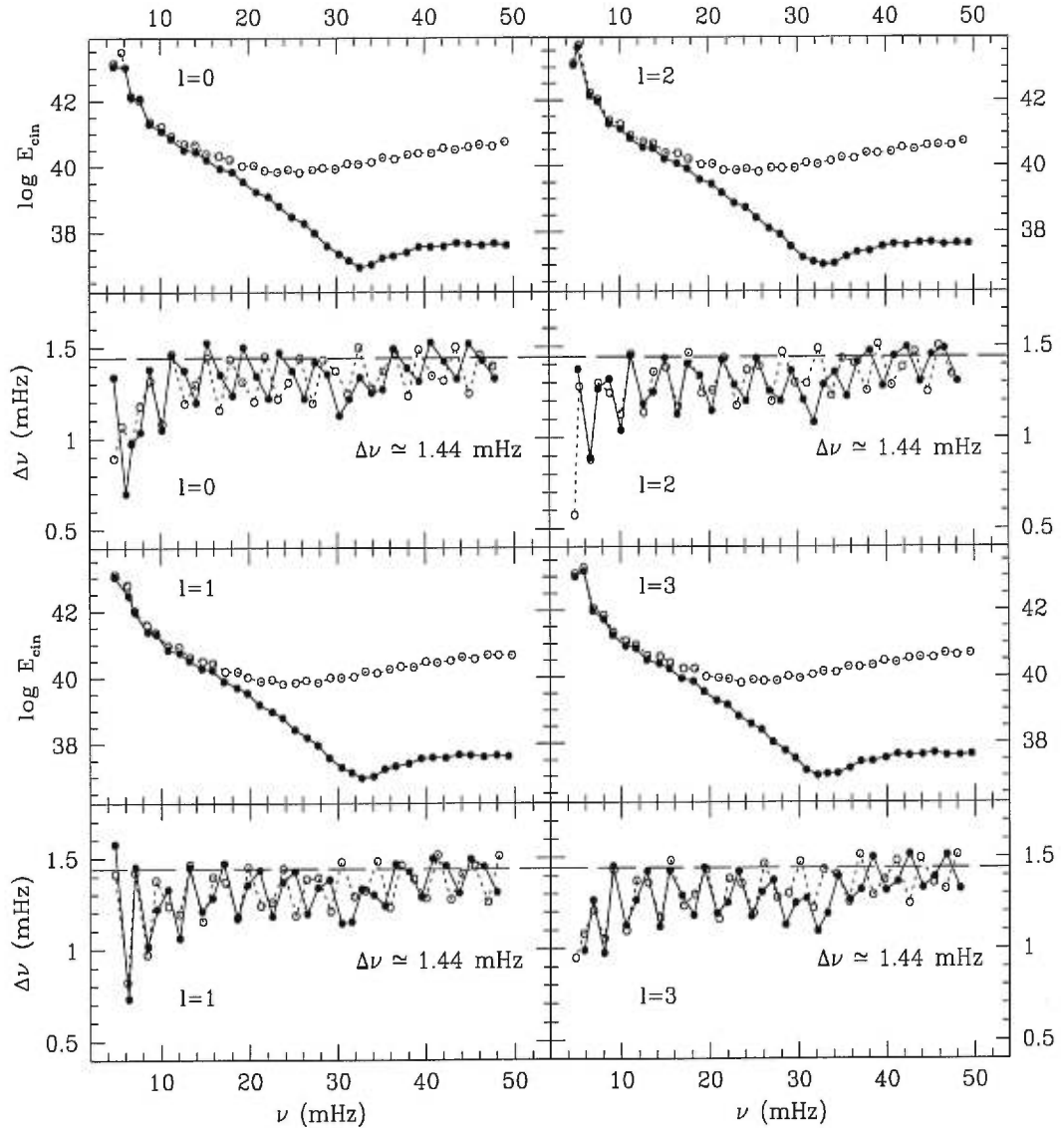


FIGURE 3.12. Energie cinétique ( $\log E_{\text{cin}}$ ) et espacement en fréquence entre deux modes consécutifs ( $\Delta\nu = \nu_{k+1} - \nu_k$ ) en fonction de leur fréquence respective ( $\nu_k = 1/P_k$ ) pour les pulsations radiales ( $l=0$ ) et non-radiales ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Le mode fondamental (mode f;  $k=0$ ) possède la plus petite (grande) fréquence (période) et se situe à gauche dans chaque panneau. La fréquence (période) augmente (diminue) avec l'indice radial  $k$ . Les modes associés au modèle d'enveloppe sont représentés par les cercles pleins reliés entre eux par les traits pleins alors que les cercles vides reliés par les lignes pointillées appartiennent au modèle évolutif de référence. La valeur asymptotique  $\Delta\nu$  ( $\sim 1.44$  mHz) pour le modèle d'enveloppe est indiquée dans chaque diagramme  $\Delta\nu - \nu$ .

Au cours des discussions de la section 3.2.3, nous avons suggéré que ce comportement particulier du spectre d'énergie qui, nous venons de le voir, affecte également le spectre des fréquences, soit une conséquence de l'accumulation des noeuds des fonctions propres vers la surface<sup>3</sup> du modèle. Nous avons vu que les grandes amplitudes pour les modes p tendent à migrer vers la surface lorsque l'indice radial  $k$  augmente, provoquant la baisse initiale de l'énergie cinétique. Toutefois, avec la condition frontière de réflexion totale des ondes en surface qui force, à partir d'une certaine valeur de  $k$ , l'accumulation des noeuds et l'accroissement des amplitudes dans des couches de plus en plus profondes, la tendance sur l'énergie s'inverse. La différence importante que l'on observe entre le modèle d'enveloppe et le modèle évolutif s'oriente parfaitement dans le sens de cette interprétation. La surface de la structure évolutive est en effet située vers  $\log q \simeq -13$  alors que celle du modèle d'enveloppe intervient plus haut, vers  $\log q \simeq -16$ . Dans ces circonstances, il faut s'attendre à ce que l'accumulation des noeuds en surface se produise plus loin dans le spectre (c'est-à-dire pour des modes d'ordre radial  $k$  plus élevé) avec le modèle d'enveloppe. Or c'est précisément la tendance qui est observée dans la figure 3.12, confortant du même coup cette interprétation.

### Effet de surface

Afin d'établir clairement l'influence jouée par la position de la surface dans ce phénomène, la figure 3.13 montre à nouveau les spectres d'énergie pour les modes  $l=0, 1, 2$  et  $3$  associés au modèle d'enveloppe (cercles pleins et traits pleins) comparés, cette fois-ci, à la même structure d'enveloppe amputée de ses couches supérieures à  $\log q = -13$  (cercles vides et lignes pointillées). Ce modèle amputé constitue d'ailleurs une reproduction plus fidèle du modèle évolutif car ce dernier ne possède pas de couches calculées au delà de  $\log q = -13$ .

Le résultat de cette expérience est particulièrement révélateur. Le modèle amputé dont la structure, mis à part les couches supérieures qui ont été supprimées, est stric-

---

<sup>3</sup>Par surface, on entend ici l'endroit le plus élevé du modèle où le calcul est arrêté sachant que la surface physique de l'étoile se situe, strictement parlant, à  $\log q = -\infty$

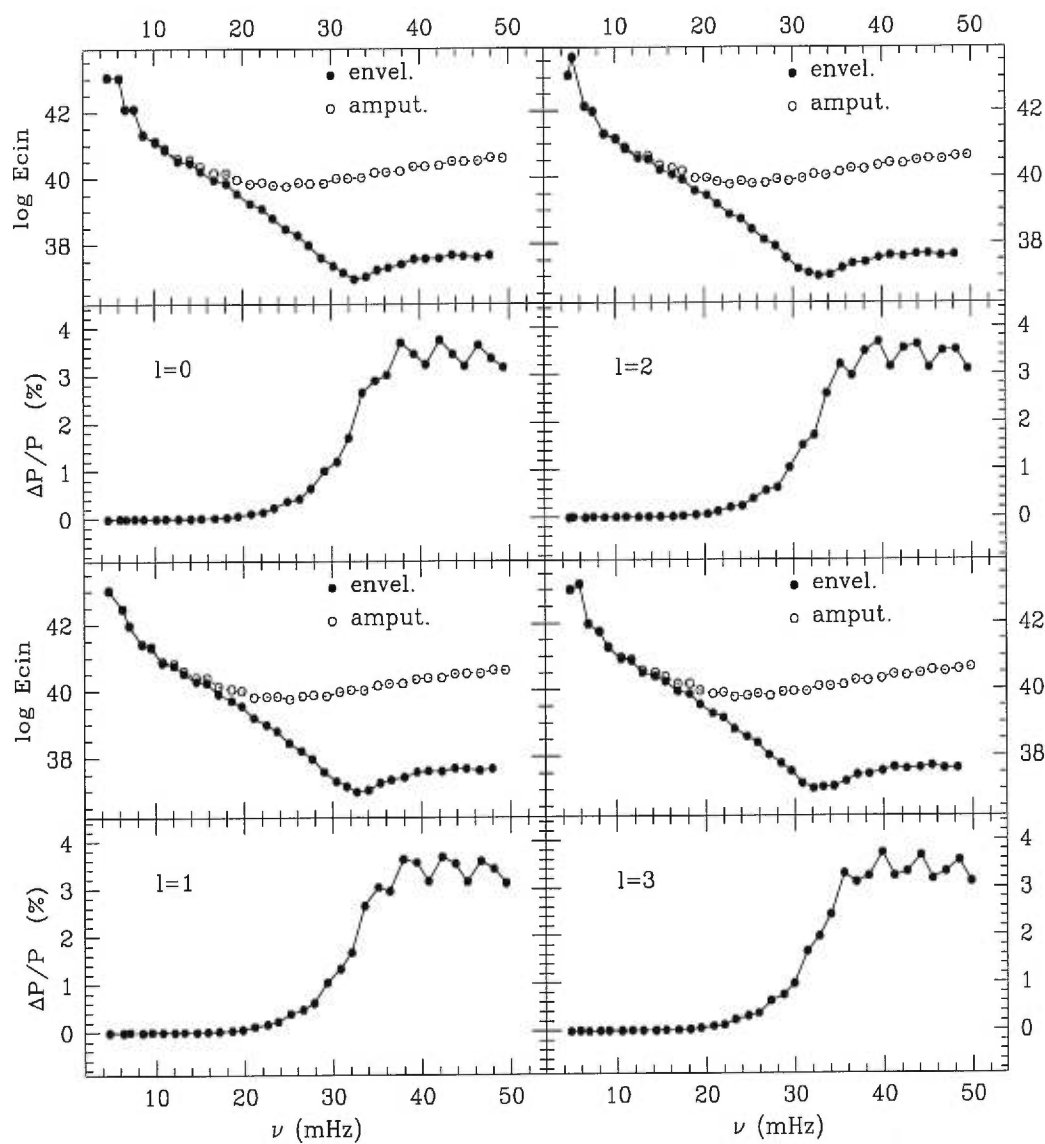


FIGURE 3.13. Spectre de l'énergie cinétique pour les modes  $p$  ( $l = 0, 1, 2$  et  $3$ ) du modèle d'enveloppe (cercles pleins et traits pleins) comparé à un modèle amputé de ses couches supérieures à  $\log q = -13$ . Les panneaux  $\Delta P/P = (P_{\text{env}} - P_{\text{amp}})/P_{\text{amp}}$  montrent une comparaison directe des périodes entre ces deux modèles.



tement identique à celle du modèle d'enveloppe complet, reproduit à s'y méprendre le spectre d'énergie du modèle évolutif (figure 3.12). Le facteur essentiel qui intervient dans les divergences entre ces deux derniers modèles est donc clairement la position de la surface ou encore la profondeur minimale à laquelle le calcul du modèle est arrêté. Puisque ce paramètre affecte les modes  $p$  pour les grandes valeurs de  $k$ , il convient de s'en soucier lorsqu'on manipule de tels modes.

Pour mesurer les effets de ce paramètre sur les périodes qui sont, après tout, les quantités observables de la théorie, les panneaux  $\Delta P/P$  en fonction de la fréquence  $\nu$  apportent une comparaison chiffrée entre le modèle d'enveloppe et le modèle amputé. La quantité  $\Delta P = P_{\text{env}} - P_{\text{amp}}$  mesure les écarts entre les périodes calculées pour les deux modèles et son signe nous indique le sens des variations. Puisque l'influence de ce que l'on pourrait appeler "l'effet de surface" ne se fait sentir qu'à partir d'une valeur suffisamment élevée de l'ordre radial  $k$ , les périodes pour les premiers modes  $p$  ne sont pas affectées par ce phénomène (Les  $\Delta P/P$  dans la figure 3.13 sont, à toutes fins pratiques, nuls pour les 11 premiers modes environ). A partir de  $k \sim 12$ , l'effet de surface dans le modèle amputé commence à devenir perceptible et des divergences apparaissent vis-à-vis des périodes, non encore affectées, du modèle d'enveloppe. Celles-ci deviennent systématiquement plus grandes et les différences s'amplifient pour atteindre 1.6% environ vers  $k = 20$ , juste avant que l'effet de surface ne touche à son tour le spectre du modèle d'enveloppe (à  $k = 21$ ). Lorsque finalement cela se produit, les différences grimpent rapidement à 3.4% environ (en raison de la distorsion sur  $\Delta\nu$  observée dans la figure 3.12) pour ensuite se stabiliser à cette valeur (avec quelques fluctuations). Cette limite constitue ainsi une estimation de l'effet total de l'ablation des couches superficielles comprises entre  $\log q \simeq -13$  et  $\log q \simeq -16$  sur les périodes des modes acoustiques d'ordre  $k$  élevé.

## Comparaison approfondie des périodes

Pour achever cette étude comparative du spectre des modes  $p$ , la figure 3.14 reproduit un équivalent graphique de la table 3.3 en comparant quantitativement les périodes entre le modèle d'enveloppe et le modèle évolutif ( $\Delta P/P$  avec  $\Delta P = P_{\text{env}} - P_{\text{evol}}$ ; cercles pleins et traits pleins) et, en parallèle, les périodes entre le modèle amputé et le modèle évolutif ( $\Delta P/P$  avec  $\Delta P = P_{\text{amp}} - P_{\text{evol}}$ ; cercles vides et lignes pointillées). On distingue principalement trois régions dans l'espace des fréquences qui sont sensibles à différents effets.

La première région concerne les modes de “basse” fréquence (entre  $\nu \simeq 5$  mHz et  $\nu \simeq 25$  mHz) correspondant aux petites valeurs de  $k$  (de  $k = 0$  à  $k \simeq 16$ ). Les 6 ou 7 premiers modes sont d'ailleurs répertoriés dans le tableau 3.3. Dans cette zone, les courbes issues du modèle d'enveloppe et du modèle amputé sont essentiellement confondues, confirmant ainsi qu'il n'y a pas de différence à utiliser l'un ou l'autre pour tenter de reproduire les périodes du modèle évolutif. Ceci implique que les variations pour les modes de faible ordre radial  $k$  observées entre le modèle évolutif et le modèle d'enveloppe ne sont pas induites par l'absence ou la présence des couches superficielles.

La seconde région touche les modes “intermédiaires” dont les fréquences sont comprises entre  $\nu \simeq 25$  mHz et  $\nu \simeq 35$  mHz (de  $k \simeq 17$  à  $k \simeq 25$ ). Ici, les deux tracés se séparent en raison de l'effet de surface que l'on vient d'identifier (figure 3.13) et qui introduit des divergences entre le modèle amputé et le modèle complet. Le tracé associé au modèle amputé semble par ailleurs s'engager sur une pente décroissante à mesure que la fréquence (l'ordre radial  $k$ ) augmente, entraînant une accentuation des divergences avec le modèle évolutif. Pour le modèle d'enveloppe complet, cette décroissance est contre-balancée par l'effet de surface qui influence les périodes dans la direction opposée.

La troisième région s'adresse aux modes d'ordre  $k$  élevé ( $k \gtrsim 25$  ou  $\nu \gtrsim 35$  mHz). Dans cette partie du spectre, l'effet de surface a pleinement influencé les périodes et le “régime stationnaire” est établi. Il y a donc un décalage systématique entre les

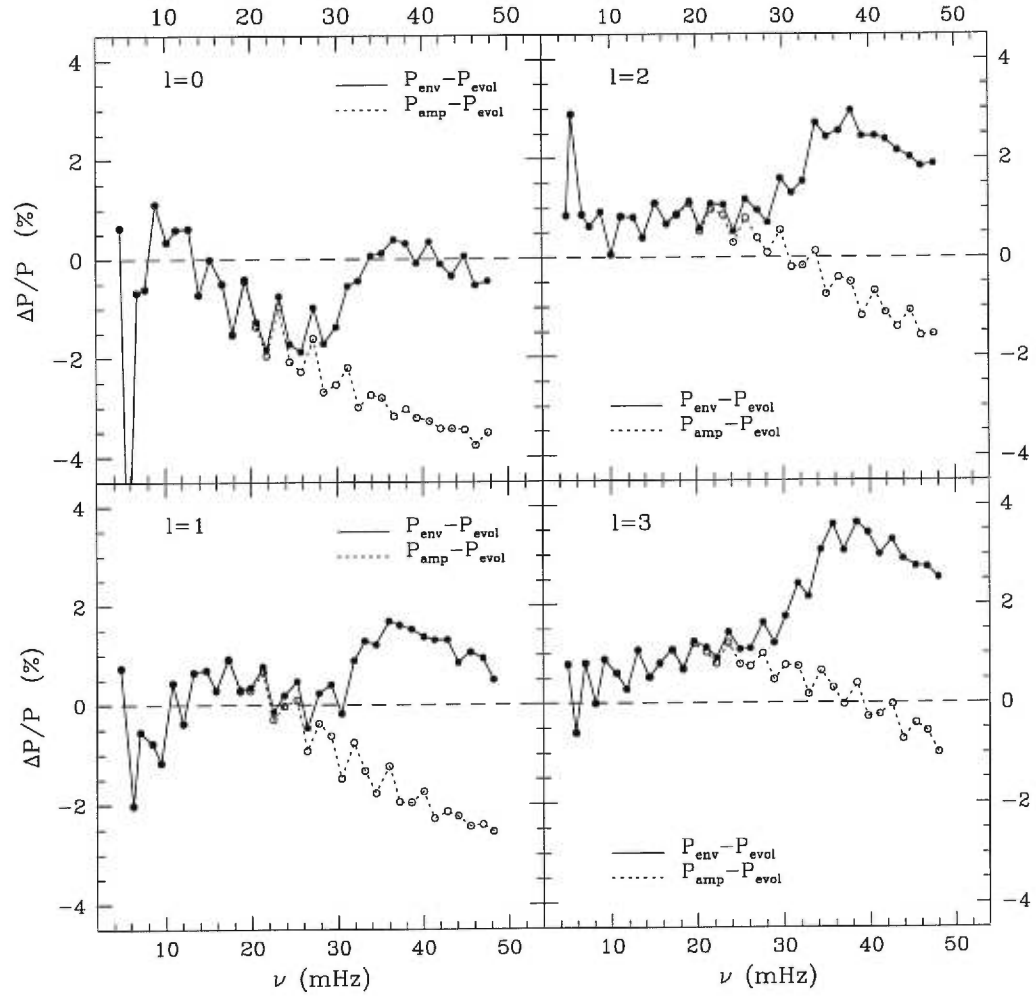


FIGURE 3.14. Comparaisons entre les périodes des modes  $p$  calculées à partir du modèle évolutif de référence et celles évaluées pour l'enveloppe complète et l'enveloppe amputée à  $\log q = -13$ .

modes du modèle d'enveloppe et les modes du modèle amputé qui correspond bien à la valeur limite  $\Delta P/P \simeq 3.4\%$  obtenue à partir de la figure 3.13. De plus, ce décalage se maintient au cours de la décroissance de  $\Delta P/P$  puisque les deux tracés évoluent essentiellement suivant la même pente.

En termes comparatifs, le modèle amputé est la structure qui ressemble le plus au modèle évolutif. Pourtant, en raison de la décroissance systématique de  $\Delta P/P$  avec l'augmentation de l'indice radial  $k$ , les écarts entre périodes ont tendance à se creuser (les périodes du modèle amputé deviennent plus petites). Pour comprendre l'origine de ce décalage, il faut retourner à la formulation asymptotique de la théorie (Appendice B). Dans cette limite, nous avons vu que l'écart en fréquence entre deux modes consécutifs est constant, donné par la relation (3.9) de la section 3.2.3. La quantité  $C_s$  (la vitesse adiabatique du son) intervenant dans cette formule est une quantité thermodynamique qui dépend bien entendu de la structure précise du modèle. Or, les modèles d'enveloppes que l'on utilise, quoique similaires et très fidèles aux structures évolutives, ne leur sont pas rigoureusement identiques en terme de physique utilisée. Ces différences, même mineures, se reflètent sur la quantité  $C_s$  et par conséquent affectent la valeur asymptotique de  $\Delta\nu$ . Le calcul numérique de cette quantité montre qu'il y a effectivement de petites variations : pour le modèle évolutif,  $\Delta\nu(\text{evol}) \simeq 1.4$  mHz alors que pour le modèle d'enveloppe amputé,  $\Delta\nu(\text{amp}) \simeq 1.49$  mHz<sup>4</sup>. Cette petite différence a néanmoins une conséquence importante : dans la limite asymptotique, les écarts entre fréquences se trouvent amplifiés à mesure que l'ordre radial augmente. En effet, si l'on se place dans ce régime ( $k$  suffisamment grand), les spectres respectifs peuvent approximativement être représentés par les relations

$$\nu_n(\text{evol}) \simeq \nu_0(\text{evol}) + n\Delta\nu(\text{evol}) \quad (3.10)$$

$$\text{et } \nu_n(\text{amp}) \simeq \nu_0(\text{amp}) + n\Delta\nu(\text{amp}) \quad ; \quad (3.11)$$

où  $\nu_0(\text{evol})$ ,  $\nu_0(\text{amp})$  sont les fréquences, pour chacun des modèles comparés, à partir

---

<sup>4</sup>Il est intéressant de remarquer que cette valeur était  $\Delta\nu(\text{env}) = 1.44$  mHz pour le modèle d'enveloppe complet. Cela confirme que les couches de l'étoile situées au dessus de  $\log g = -13$  contribuent encore de façon appréciable aux périodes des modes acoustiques d'ordre élevé.

desquelles l'approximation asymptotique devient appropriée<sup>5</sup> et  $n$  est l'ordre radial du mode (différent de  $k$  puisque  $n=0$  correspond au mode de fréquence  $\nu_0$  telle que définie précédemment et non au mode fondamental du spectre acoustique). En supposant, pour simplifier, que  $\nu_0(\text{evol}) = \nu_0(\text{amp}) \equiv \nu_0$  (c'est-à-dire que les fréquences des modes  $p$  pour les deux modèles sont strictement identiques jusqu'à cette valeur  $\nu_0$ ), l'écart entre les périodes des modèles amputé et évolutif peut s'écrire

$$\frac{\Delta P}{P} \equiv \frac{P_n(\text{amp}) - P_n(\text{evol})}{P_n(\text{evol})} = \frac{\nu_n(\text{evol}) - \nu_n(\text{amp})}{\nu_n(\text{amp})} \quad (3.12)$$

$$\simeq n \frac{\Delta\nu(\text{evol}) - \Delta\nu(\text{amp})}{\nu_n(\text{amp})} \quad (3.13)$$

En utilisant maintenant la relation (3.11), on obtient

$$n = \frac{\nu_n(\text{amp}) - \nu_0}{\Delta\nu_n(\text{amp})} \quad (3.14)$$

$$\text{et donc} \quad \frac{\Delta P}{P} \simeq \frac{\Delta\nu(\text{evol}) - \Delta\nu(\text{amp})}{\Delta\nu(\text{amp})} \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu_n(\text{amp})}\right) \quad (3.15)$$

Compte tenu des valeurs asymptotiques calculées pour chaque modèle, on voit très bien que le facteur  $[\Delta\nu(\text{evol}) - \Delta\nu(\text{amp})]/\Delta\nu(\text{amp})$  est négatif (sa valeur est environ  $-0.06$ ) et qu'il imprime le sens observé pour les variations. Pour  $n = 0$ , la relation  $\nu_n(\text{amp}) = \nu_0$  implique, par construction,  $\Delta P/P = 0$ . Lorsque  $n$  augmente (et, avec lui, l'ordre radial réel  $k$ ), le rapport  $\nu_0/\nu_n(\text{amp})$  diminue et, comme on peut le constater, les écarts  $\Delta P/P$  sont, en valeur absolue, amplifiés. On peut aussi noter que, pour les grandes valeurs de  $n$  telles que  $\nu_n(\text{amp}) \gg \nu_0$ , la quantité  $\Delta P/P$  plafonne vers la valeur  $-0.06$  (soit  $-6\%$ ). Cette valeur limite n'est manifestement pas encore atteinte pour les spectres représentés dans la figure 3.14.

En résumé, la dégradation de  $\Delta P/P$  qui touche les modes d'ordres  $k$  élevés est une amplification normale des effets des petites différences structurelles entre le modèle d'enveloppe et le modèle évolutif. A ce phénomène vient se superposer l'effet de surface que l'on a décrit un peu plus tôt. Ce dernier œuvre dans le sens opposé et compense

---

<sup>5</sup>La définition est vague mais tout à fait suffisante pour les besoins de cette argumentation.

donc provisoirement la décroissance de  $\Delta P/P$ . Ceci peut créer l'illusion que le modèle d'enveloppe complet fait un meilleur travail de reproduction (pour  $l=0$  par exemple) que le modèle amputé, ressemblant pourtant davantage au modèle évolutif. Il faut donc être conscient qu'il s'agit là d'un effet fortuit et qu'il convient d'être prudent dans les conclusions.

### 3.3.4 Sur l'origine des divergences

Dans l'optique d'évaluer précisément quelles sont les origines des divergences entre les modes calculés pour le modèle d'enveloppe et ceux calculés pour le modèle évolutif, il est utile de présenter un bref rappel des différences structurelles essentielles qui existent entre ces deux derniers. Ceci a déjà été discuté de façon détaillée au cours du Chapitre 2 (section 2.4) mais on peut dresser un tableau complet de la situation à partir de la liste exhaustive suivante :

- 1– La différence majeure entre les deux modèles est l'absence de noyau central pour les structures d'enveloppes. Ces dernières sont calculées jusqu'à des profondeurs  $\log q \simeq -0.075$ , n'englobant que 84% de la masse totale de l'étoile. Bien entendu, les modèles évolutifs n'ont pas cette faiblesse et ils offrent une structure complète pratiquement jusqu'au centre de l'astre ( $\log q \simeq 0$ ).
- 2– Une autre différence importante est l'absence de traitement des réactions nucléaires dans les modèles d'enveloppes. Celles-ci provoquent l'apparition d'un imposant noyau convectif dans les modèles évolutifs qui fait donc défaut dans les structures d'enveloppes.
- 3– Ces réactions nucléaires transforment l'hélium en carbone/oxygène, enrichissant de ces éléments les couches centrales de l'étoile. Ceci conduit à l'apparition d'un gradient chimique à l'interface entre le cœur convectif enrichi en C-O et la partie supérieure du noyau, radiative et non-contaminée, composée essentiellement d'hélium. Dans les modèles d'enveloppes, il n'y a pas de noyau riche

en C-O et donc, pas de transition chimique de cette nature. Cela se traduit, dans ces modèles, par l'absence du pic de Ledoux associé à la transition C-O/He.

- 4- Moins importantes sont les différences dans les structures liées à une approche physique pas tout à fait identique (tables d'opacité et codes numériques différents,  $Z=0.02$  pour les modèles d'enveloppes alors que la valeur précise pour les modèles évolutifs est  $Z = 0.017178$ , formes des transitions He/H non strictement similaires, équations d'état légèrement différentes, etc...). Ceci entraîne quelques écarts minimes dans la partie supérieure des modèles (c'est-à-dire dans l'enveloppe riche en hydrogène de l'étoile).
- 5- La comparaison des structures évolutive et d'enveloppe montre toutefois que les écarts sont légèrement plus marqués dans le noyau radiatif. Ceux-ci proviennent soit d'une plus grande différence dans les traitements physiques appliqués dans cette région, soit d'une amplification des petits écarts qui se créent au niveau des couches supérieures des modèles.
- 6- Enfin, la dernière différence notable provient de ce que les modèles d'enveloppes sont calculés très haut (jusqu'à  $\log q \simeq -16$  pour le modèle utilisé) alors que la surface des modèles évolutifs est située plus en profondeur (vers  $\log q \simeq -13$ ).

Ce dernier point a déjà été évoqué au cours de la section précédente en raison de son implication dans la perturbation du spectre des modes p pour les grandes valeurs de  $k$  (effet de surface). Son action est donc déjà identifiée et, puisqu'elle n'intervient pas dans d'autres contextes, il est inutile de revenir sur la question. Les trois premiers points répertoriés renferment l'essentiel des effets qu'il convient d'appréhender pour statuer sur l'origine des divergences entre les périodes des modèles d'enveloppes et celles des modèles évolutifs. Toutes les différences qui posent problème sont localisées dans les régions profondes de l'étoile, vers les basses couches des modèles d'enveloppes où le réalisme de leur structure se perd. Afin de tester l'influence de ces régions sur les périodes des modes de pulsation, une petite expérience d'amputation des modèles se

révèle des plus instructives.

### Pour les modes p

En premier lieu, attardons nous à l'étude du comportement des modes p suite à une série de coupures effectuées à différentes profondeurs,  $\log q(\min)$ , dans l'intervalle  $-0.5 \lesssim \log q \lesssim 0$ . L'expérience est menée parallèlement sur les deux modèles, évolutif et d'enveloppe, dans le but de confronter les périodes dans diverses situations comparables. Les résultats pour les 6 premiers modes p avec  $l = 0, 1, 2$  et 3 sont illustrés dans la figure 3.15.

Globalement, que cela soit pour le modèle évolutif (traits pleins) ou pour le modèle d'enveloppe (lignes pointillées), on constate que les périodes demeurent essentiellement inchangées par cette opération d'amputation des couches profondes. Quelques exceptions surviennent toutefois, notamment pour le mode  $k=1, l=2$ , mais elles brillent par leur marginalité. Les modes radiaux ( $l=0$ ) expriment légèrement moins d'indifférence vis-à-vis du paramètre  $\log q(\min)$ , leurs périodes variant davantage selon la profondeur de la base du modèle. Ces derniers oscillent, contrairement aux modes non-radiaux, jusqu'au centre de l'étoile et il n'est pas surprenant de leur trouver une plus grande sensibilité envers l'altération de ces régions. Celle-ci demeure tout de même de faible ampleur puisque, comme nous le savons maintenant fort bien, les ondes p sont avant tout des modes d'enveloppe bien peu incommodés par la structure des couches internes.

La comparaison des périodes entre le modèle d'enveloppe et le modèle évolutif pour l'intervalle  $-0.23 \gtrsim \log q(\min) \gtrsim -0.5$  permet de s'affranchir des effets parasites majeurs cités dans les trois premiers points de notre liste. Puisque l'effet de surface (le sixième point) n'intervient pas pour ces modes de faible ordre radial, *les écarts observés sont pleinement une estimation quantitative des points 4 et 5, c'est-à-dire des effets engendrés par les différences structurelles mineures associées aux procédés non-strictement identiques du traitement de la physique dans le calcul des modèles. Or, force est de constater que ces effets sont extrêmement faibles sur les périodes des modes p,*



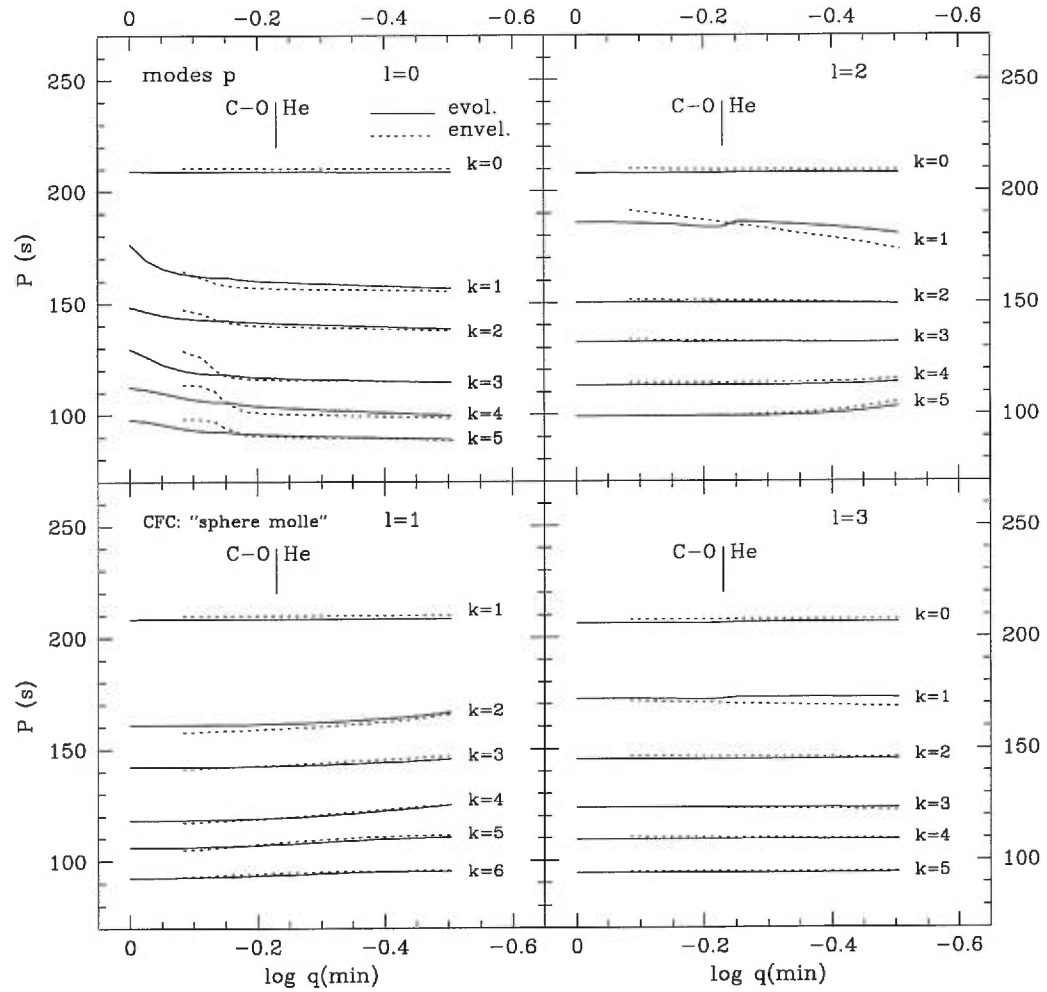


FIGURE 3.15. Périodes pour un échantillon de modes p en fonction de  $\log q$  (min), la valeur en fraction de masse à laquelle le modèle est amputé de son noyau. En trait plein, il s'agit du modèle évolutif de référence et, en pointillés, du modèle d'enveloppe équivalent. La position de l'interface entre le noyau convectif riche en carbone/oxygène et le noyau radiatif en hélium est indiquée par un signet.

tant les tracés se superposent bien pour ces valeurs de  $\log q(\text{min})$  (les différences sont typiquement inférieures à 1.5%). Les écarts pour les modes  $k=1, l=2$  et, dans une moindre mesure,  $k=1, l=3$  sont toutefois légèrement plus importants (mais néanmoins inférieurs à 4% environ). Ces modes, comme on a pu le voir à la section 3.2.3, sont anormalement profonds comparativement à leurs congénères. Ils sont donc davantage influencés par les basses couches des modèles où les différences entre les structures sont plus marquées, expliquant les écarts plus importants.

A  $\log q(\text{min}) \simeq -0.23$  intervient la transition C-O/He (indiquée dans la figure 3.15) entre le cœur convectif et le noyau radiatif. Cette transition produit un pic de Ledoux dans la fréquence de Brunt-Väissälä du modèle évolutif qui n'apparaît pas dans le modèle d'enveloppe (point 3 dans la liste). Il est manifeste que *cette transition C-O/He n'influence pas de façon détectable les périodes de la plupart des modes p*. Les exceptions sont, encore une fois, ces quelques modes anormalement profonds que nous venons de citer (mais les effets sur ces derniers restent mineurs).

En dessous de la transition chimique, pour  $\log q(\text{min}) \gtrsim -0.23$ , nous entrons dans la région du noyau convectif (pour le modèle évolutif seulement car le modèle d'enveloppe ne possède pas de zone convective centrale) et l'influence du deuxième point de la liste des différences est ici testé. Pour le modèle évolutif, les périodes des modes non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ) ne changent pratiquement pas avec  $\log q(\text{min})$ . C'est le signe d'une parfaite neutralité de la région vis-à-vis de ces modes acoustiques. La comparaison avec les périodes du modèle d'enveloppe révèle que, mis à part les quelques modes particuliers déjà cités, il n'y a pas d'écarts significatifs engendrés par les différences de structures dans cette région entre les deux modèles. *Les pulsations acoustiques non-radiales se montrent donc manifestement insensibles à la présence ou non d'un noyau convectif et à l'absence des couches centrales dans les modèles d'enveloppes.*

Dans cette région profonde, la situation pour les pulsations radiales ( $l=0$ ) est un peu plus compliquée. On observe, pour les modes du modèle évolutif avec  $k \geq 1$ , une légère décroissance des périodes entre  $\log q(\text{min})=0$  (modèle complet présenté dans le tableau 3.1) et  $\log q(\text{min}) \simeq -0.20$ . Les variations, qui s'élèvent à hauteur de 4 à 9%,

demeurent tout de même assez faibles. Ces chiffres constituent toutefois une estimation de l'influence totale des couches les plus profondes sur les périodes des modes radiaux. La comparaison avec le modèle d'enveloppe montre un très bon accord jusque vers la valeur  $\log q(\min) \simeq -0.15$ . Plus profondément, des divergences apparaissent alors que chaque période du modèle d'enveloppe (sauf pour le mode  $k=1$ ) grimpe rapidement vers une valeur limite qui, curieusement, correspond environ à la période pour le modèle évolutif complet. Cette constatation introduit un doute de fortuité sur l'excellent accord illustré par le tableau 3.3 entre les périodes des modes radiaux. Ce doute est par ailleurs renforcé par une série de calculs d'essai montrant que, selon les paramètres utilisés pour les modèles, l'accord entre les périodes des modes radiaux pour les modèles évolutifs et les structures d'enveloppes est plus ou moins bon. De plus, comme il en sera discuté à la prochaine section, cet accord dépend du choix de la condition frontière au centre.

### Pour les modes g

Penchons nous à présent sur la façon dont les modes g réagissent dans cette expérience d'amputation. La figure 3.16 illustre le comportement des 6 premiers modes g appartenant aux spectres d'indices angulaires  $l=1, 2$  et  $3$ . Les modes sont présentés en fonction de leur période réduite respective (donnée par  $P[l(l+1)]^{1/2}$ ) pour des raisons de commodité.

D'un point de vue d'ensemble et conformément à notre attente, on peut constater que les périodes des modes g sont fortement influencées par les couches internes de l'étoile et *a fortiori* par l'amputation de ces dernières à différentes profondeurs,  $\log q(\min)$ . Ceci n'est bien sûr pas surprenant dans la mesure où les modes g sont essentiellement des modes d'intérieur. En regardant plus en détails, zone par zone, l'évolution des périodes, d'intéressantes remarques peuvent être apportées.

A  $\log q(\min) \simeq -0.5$ , il est remarquable que les périodes du modèle d'enveloppe (lignes pointillées) convergent toutes vers celles du modèle évolutif (traits pleins). A ce stade, les écarts de périodes entre les deux modèles se trouvent réduits à moins

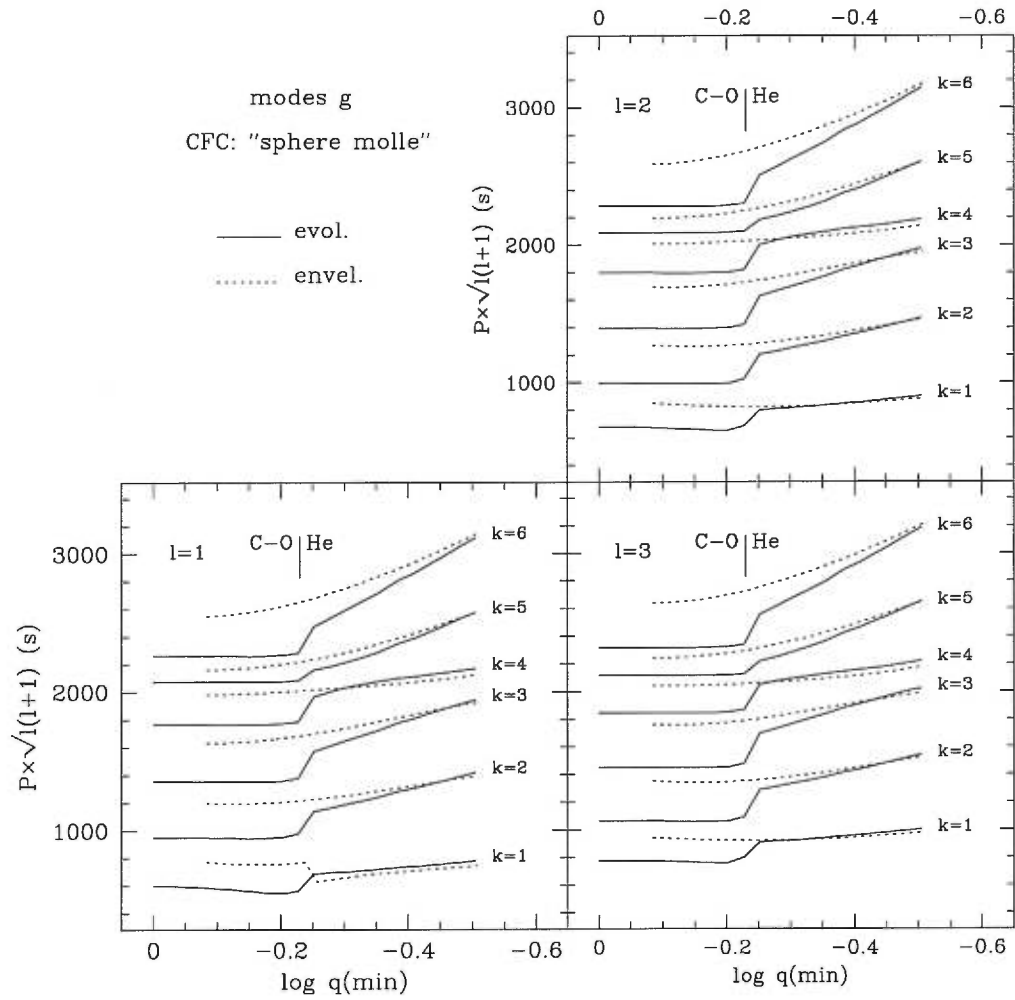


FIGURE 3.16. Semblable à la figure 3.15 mais cette fois pour un échantillon de modes g.

de 1%. Ils sont principalement imputables au quatrième point de notre liste qui, de toute évidence, joue un rôle extrêmement minime. Puisque les différences de périodes s'élèvent typiquement à hauteur de 15 à 30% (tableau 3.3), la majeure partie des écarts pour les modes g sont établis dans les couches situées en dessous de  $\log q(\min) \simeq -0.5$ .

La région délimitée par l'intervalle  $-0.23 \gtrsim \log q(\min) \gtrsim -0.5$  contient les basses couches du noyau radiatif dans le modèle évolutif. Dans cette zone, les périodes diminuent régulièrement lorsque  $\log q(\min)$  augmente, confirmant qu'il s'agit d'une région dotée de beaucoup de poids sur les modes g (voir la section 3.2.2). A noter que les modes piégés (ici  $k = 4$ ), formés plus haut dans l'étoile, sont sensiblement moins affectés par cette tendance. La comparaison avec le modèle d'enveloppe montre que les écarts se creusent entre les périodes lorsque des couches de plus en plus profondes sont prises en compte dans les calculs. *Dans cette région, les différences de structure entre les modèles sont imputables au point 5 de notre liste et contribuent pour 9% et moins aux écarts entre périodes.* A ce titre, il est remarquable que les modes piégés ( $k = 4$ ) présentent les plus faibles divergences (inférieures à 2% environ) pour les mêmes raisons citées auparavant.

A  $\log q(\min) \simeq -0.23$  se trouve la discontinuité de Ledoux associée à la transition chimique C-O/He. Nous savons, depuis la section 3.2.2, que les périodes des modes g sont sensibles à cette discontinuité. La figure 3.16 le confirme en plus d'apporter une estimation quantitative des effets de cette transition. Dans cette seule région géographiquement très restreinte, les périodes pour le modèle évolutif peuvent varier de près de 15%. Il est, de plus, notable que les modes piégés deviennent, à partir de cette transition, les modes d'indice radial  $k = 5$  et qu'ils subissent, comme attendu, les plus faibles changements de périodes (seulement 3 à 4% environ). Remarquons aussi que le passage, pour les modes piégés, de l'indice  $k = 4$  à l'indice  $k = 5$  s'effectue lorsque les périodes des modes  $k = 4$  pour  $\log q(\min) \lesssim -0.23$  correspondent environ à celles des modes  $k = 5$  pour  $\log q(\min) \gtrsim -0.23$ . Ceci confirme l'interprétation faite à la section 3.3.2 sur l'origine de ce décalage entre modes piégés des deux modèles. La structure d'enveloppe ne disposant pas de transition C-O/He, elle ne montre pas de compor-

tement semblable. D'après la figure, il est manifeste que *les écarts entre les périodes des modes g de nos deux modèles sont, pour une très grande part, engendrés par la transition chimique C-O/He* (point 3 de la liste).

Le mode  $l=1$ ,  $k=1$  du modèle d'enveloppe mérite ici une petite parenthèse en raison de la légère distorsion de sa période qui se produit au niveau de la transition C-O/H (il s'agit bien entendu d'une coïncidence de position puisque ces modèles statiques ne possèdent pas de transitions chimiques à cet endroit). Elle est causée par l'apparition, dans le spectre des modes g, d'un faux mode f qui devrait normalement être doté d'une fréquence propre nulle (période infinie ; voir Cox, 1980). Il se manifeste dans la structure d'enveloppe mais aussi dans le modèle évolutif lorsque les couches centrales sont amputées, sa position dans le spectre dépendant très fortement du paramètre  $\log q(\text{min})$ . Cela suggère que le faux mode f possède une période finie probablement parce que les structures numériques ne se rendent pas rigoureusement jusqu'au centre de l'étoile. Quoiqu'il en soit, ce faux mode est systématiquement éliminé du spectre mais il peut néanmoins perturber les périodes de modes qu'il approche de trop près (comme c'est le cas ici avec le mode  $k=1$ ,  $l=1$  du modèle d'enveloppe).

La zone située à  $\log q(\text{min}) \gtrsim -0.23$  correspond au noyau convectif dans le modèle évolutif. Cette région se comporte de façon essentiellement neutre sur les périodes de ce modèle, conformément aux observations faites au cours de la discussion de la section 3.2.2 (i.e., les modes g ne se propagent pas dans le cœur convectif de l'étoile et n'y sont donc pas très affectés). Si les périodes du modèle évolutif sont indépendantes de  $\log q(\text{min})$  dans cette région, celles du modèle d'enveloppe continuent de décroître à mesure que l'on se rapproche du centre (pour la structure d'enveloppe, cette zone est toujours radiative et les modes g s'y propagent). L'effet est de réduire très légèrement l'écart qui s'est creusé entre les périodes des deux modèles. On peut toutefois affirmer que *l'absence ou la présence des couches centrales et du noyau convectif (points 1 et 2) n'affecte que marginalement les périodes des modes g.*

### 3.3.5 A propos des conditions frontières

Avant de clore cette discussion sur la comparaison entre modèles évolutifs et modèles d’enveloppes, il est judicieux d’ouvrir une parenthèse sur la question du choix des conditions frontières centrales (CFC) dans le calcul des périodes. La question se pose en ces termes : est-il préférable d’utiliser la condition de “sphère molle” (SM ;  $d/dr[\xi_r/r]=0$  à  $\log q = \log q[\min]$ , la base du modèle) ou bien la condition de “sphère dure” (SD ;  $\xi_r/r=0$  à  $\log q = \log q[\min]$ ) pour les calculs de pulsations sur les modèles d’enveloppes ? On est alors tenté de répondre : celle qui donne de meilleurs résultats comparativement aux périodes du modèle évolutif. Selon ce principe, la condition de “sphère molle” a été adoptée pour notre comparaison avec le modèle évolutif de référence. Néanmoins, deux observations jettent le trouble sur la pertinence de ce choix. La première provient de la discussion précédente (section 3.3.4) qui, d’après la figure 3.15, suggère que la bonne correspondance entre les périodes des pulsations radiales du modèle évolutif et du modèle d’enveloppe obtenue exclusivement avec la CFC de “sphère molle” serait de nature fortuite, conséquence d’un choix heureux de paramètres stellaires. La seconde, appuyant cette idée, surgit du tableau 3.4 qui compare les périodes pour des structures de paramètres différents.

Les pulsations non-radiales sont ici représentées uniquement par les modes  $l=1$ , les résultats pour les modes  $l=2$  et  $3$  étant de même nature. Conformément à ce qui fût noté avec le modèle de référence, les périodes des modes p sont manifestement peu sensibles au type de modèle utilisé (enveloppe ou évolutif) ainsi qu’au choix de l’une ou l’autre des conditions frontières. Pour les modes g, les différences observées entre le modèle d’enveloppe et le modèle évolutif sont similaires à celles identifiées pour notre modèle de référence, les écarts de périodes provenant principalement de l’absence de la transition C-O/He dans le modèle d’enveloppe. Le choix de la condition de “sphère dure” n’affecte que faiblement les périodes du modèle d’enveloppe (moins de 2%) et encore moins celles du modèle évolutif (moins de 1%). Le choix de la CFC n’est donc pas déterminant pour calculer les périodes des ondes de gravité.

TABLEAU 3.4. Périodes adiabatiques (en secondes) pour un modèle évolutif complet (évol.) de paramètres :  $T_{\text{eff}} = 34223$  K,  $\log g = 5.78$ ,  $M = 0.476 M_{\odot}$  ( $M_c = 0.4758 M_{\odot}$ ,  $M_{\text{env}} = 0.0002 M_{\odot}$ ) et âgé d'environ 103 millions d'années depuis la ZAEHB. Les périodes pour les modèles d'enveloppes équivalents ont été calculées en utilisant la CFC de "sphère molle" [env.(SM)] et la CFC de "sphère dure" [env.(SD)]. A titre de comparaison, le modèle évolutif amputé au niveau de la première couche du modèle d'enveloppe est disponible pour les deux choix de CFC [évol.(SM) et évol.(SD)].

$k$	$l = 0$					$l = 1$				
	évol.	env.(SM)	évol.(SM)	env.(SD)	évol.(SD)	évol.	env.(SM)	évol.(SM)	env.(SD)	évol.(SD)
5	92.9	91.1	90.8	89.6	91.0	101.1	98.5	101.1	98.3	100.8
4	107.5	103.3	104.6	100.8	105.4	112.7	112.4	112.7	112.5	112.5
3	121.0	114.8	115.5	113.9	116.9	136.2	134.4	136.3	134.7	136.1
2	141.0	138.0	138.4	137.6	139.3	152.4	150.5	152.4	150.7	152.2
1	162.2	153.3	155.9	153.3	158.2	200.5	203.2	200.5	203.3	200.5
0	201.2	203.9	201.1	204.0	201.1	...	...	...	...	...
1	...	...	...	...	...	321.5	498.6	318.7	508.7	316.7
2	...	...	...	...	...	572.4	752.2	572.0	765.4	676.1
3	...	...	...	...	...	826.1	1010.2	825.5	1021.6	827.1
4	...	...	...	...	...	1011.3	1251.6	1010.2	1259.3	1013.5
5	...	...	...	...	...	1157.2	1368.6	1155.5	1372.9	1156.6



L’observation qui nous intéresse principalement est contenue dans les colonnes montrant les périodes de pulsations radiales ( $l = 0$ ). Elle s’appuie sur le fait que les périodes du modèle d’enveloppe calculées avec la CFC de la “sphère molle” [env.(SM)] ne sont pas aussi proches des périodes du modèle évolutif complet (évol.) qu’elles pouvaient l’être dans le cas du modèle de référence. Les différences atteignent, dans le premier cas, 2 à 6% alors qu’elles sont confinées à moins de 1% dans le second. Plus intéressant encore, les périodes du modèle d’enveloppe avec la CFC de “sphère dure” [env.(SD)] ne sont pas très différentes de celles calculées avec la condition de “sphère molle” [env.(SM)]. Si nous avons utilisé ce modèle comme référence, notre premier choix de CFC pour les calculs dans les enveloppes serait apparu bien moins évident qu’il ne le fût. D’autres calculs similaires effectués sur des structures caractérisées par des paramètres différents confirme l’aspect de “dépendance au modèle” des bons résultats de la CFC de “sphère molle”.

Pour revenir à notre modèle de référence et afin d’évaluer les comportements des périodes sous l’emploi de la condition frontière de la “sphère dure”, la même expérience d’amputation des modèles à été reprise suivant ces nouvelles modalités de calcul. Les résultats pour les 6 premiers modes p (pour  $l = 0, 1, 2$ , et 3) sont présentés dans la figure 3.17, alors que la figure 3.18 montre les 6 premiers modes g (toujours pour  $l = 1, 2$  et 3).

Ces figures illustrent avant tout que le choix des conditions frontières, auquel cette discussion peut sembler prêter une importance majeure, est loin d’occasionner des changements draconiens au niveau des périodes des modes de pulsation. Les oscillations non-radiales (modes p, f et g) sont clairement peu sensibles à l’utilisation de l’une ou l’autre des CFC, les caractéristiques générales des différences entre le modèle d’enveloppe et le modèle évolutif restant qualitativement et quantitativement similaires. La motivation de cette discussion concernait avant tout les modes radiaux pour lesquels de légères différences surgissent selon le choix de la condition frontière. Concentrons nous donc sur le panneau  $l = 0$  de la figure 3.17 en le comparant à celui de la figure 3.15.

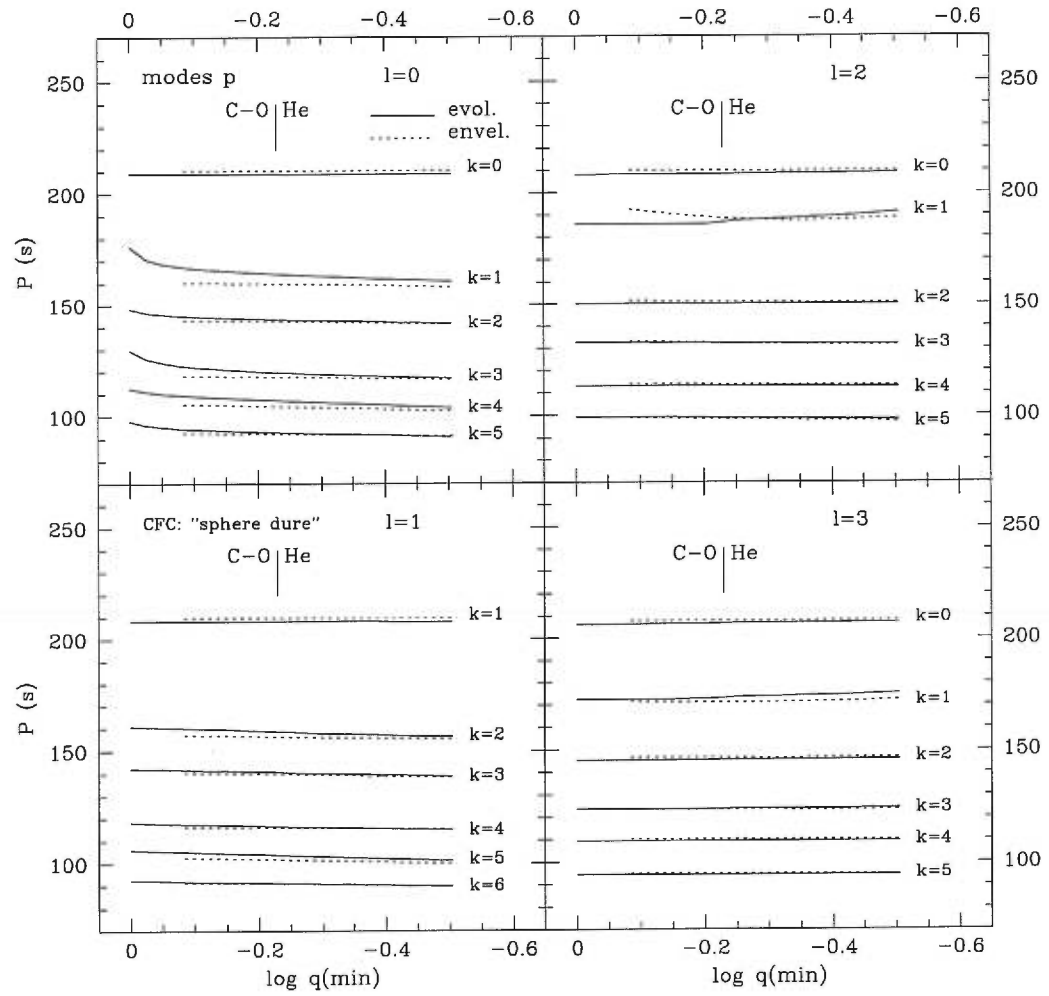


FIGURE 3.17. Semblable à la figure 3.15 mais en utilisant cette fois la condition frontière au centre de la "sphère dure".

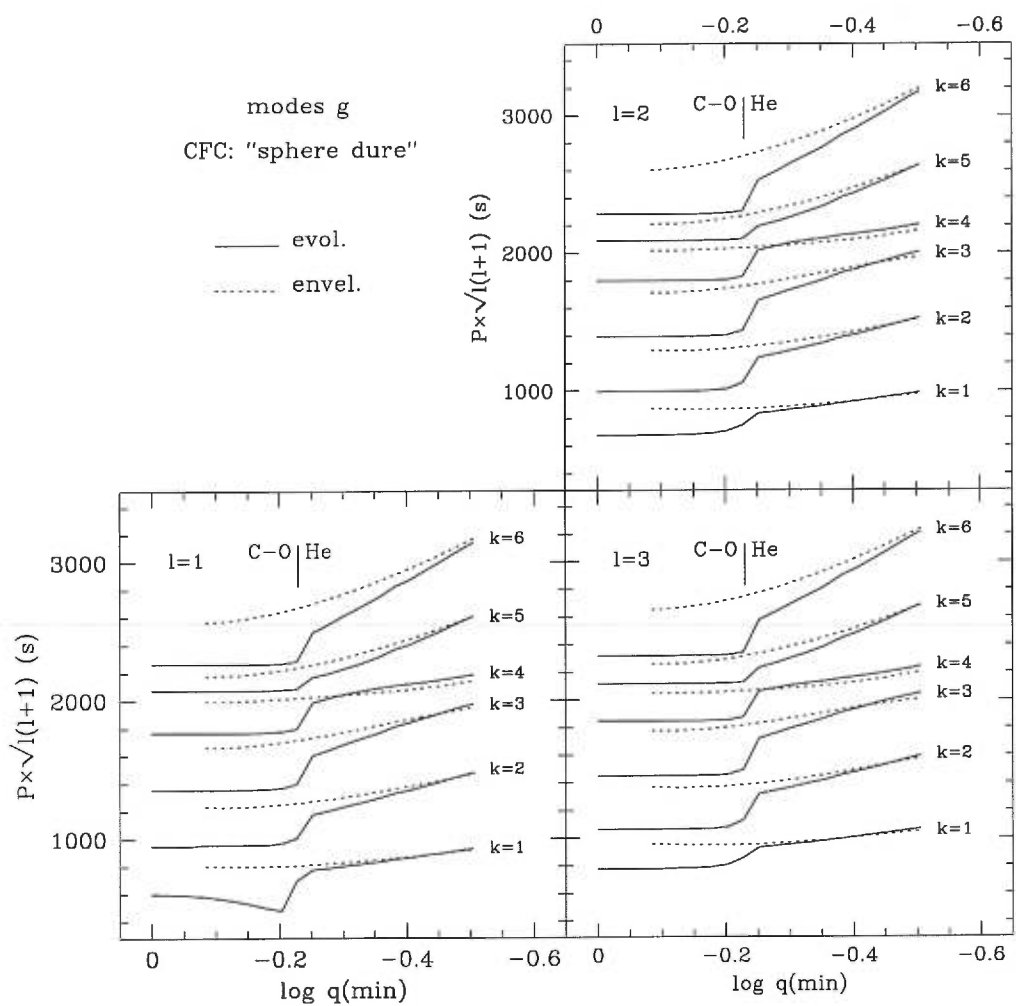


FIGURE 3.18. Semblable à la figure 3.16 mais en utilisant cette fois la condition frontière au centre de la "sphère dure".

Notons pour commencer que, globalement, les différences sont minimales entre les deux figures. Le comportement et les périodes du modèle évolutif amputé ne sont guère influencés par le choix de la CFC. Les périodes du modèle d’enveloppe sont, comme auparavant, très proches des valeurs du modèle évolutif à un  $\log q(\min)$  donné. Les variations entre les deux séries de calculs apparaissent seulement à partir de  $\log q(\min) \gtrsim -0.15$ , région où les périodes pour le modèle d’enveloppe avec CFC de “sphère dure” ne varient pas contrairement à celles obtenues avec la condition de “sphère molle”. De ce fait, les premières se trouvent décalées par rapport aux périodes du modèle évolutif complet. On note toutefois que les périodes sont plus proches de celles du modèle évolutif amputé au même endroit que le modèle d’enveloppe (c’est-à-dire à  $\log q(\min) \simeq -0.075$ ) lorsqu’elles sont calculées à partir de la CFC de “sphère dure” plutôt que la CFC de “sphère molle”.

Avec ce modèle en particulier, il semble donc que la condition de “sphère dure” produise de moins bons résultats (écarts de 5 à 6% avec le modèle évolutif complet) que la condition de “sphère molle” (écarts de moins de 1%). Le succès de cette dernière est cependant suspect puisqu’il semble émerger fortuitement du choix des paramètres du modèle de référence. Dans l’absolu, elle ne serait donc pas meilleure pour reproduire systématiquement les valeurs des modèles évolutifs. Dans ces conditions, l’avantage revient plutôt à la condition de “sphère dure” car, si celle-ci peut sembler moins réaliste (les deux CFC sont, de toute façon, irréalistes), elle possède néanmoins le gros avantage d’imposer un comportement neutre des régions centrales de l’étoile vis-à-vis des périodes. Cette condition force, en effet, l’amplitude des fonctions propres à demeurer petites près de la limite inférieure du modèle (par la contrainte  $\xi_r/r = 0$  à  $\log q = \log q[\min]$ ), signifiant que les régions près de cette limite n’auront que peu de poids sur la période. La condition de “sphère molle” ( $d/dr[\xi_r/r] = 0$  à  $\log q = \log q[\min]$ ), au contraire, n’impose pas une telle contrainte et l’amplitude peut être élevée ou faible selon la valeur de la fonction propre à la base du modèle. Cette région apparaît donc plus ou moins neutre selon la position des nœuds des fonctions propres relativement à  $\log q(\min)$ .

Ainsi, à tout choix égal quant à l'inexactitude de ses résultats, celui qui n'introduit pas d'effets additionnels imprévisibles et demeure d'influence neutre sur les périodes est certainement préférable. Aussi, par la suite, et contrairement au choix qui a été fait dans cette étude comparative, la condition frontière centrale de "sphère dure" sera utilisée pour le calcul des périodes avec les modèles statiques.

### 3.3.6 Modèles d'enveloppes - Mode d'emploi

Cette section, dédiée à la comparaison des calculs de pulsation entre modèles évolutifs et modèles d'enveloppes, fut riche en enseignements nouveaux qui devraient permettre de délimiter clairement le champ d'usage pertinent et admissible des structures d'enveloppes pour l'étude séismologique des étoiles sous-naines de type B. Avant de procéder aux conclusions, un résumé des nombreux résultats discutés s'avère nécessaire pour clarifier la situation et faire la part entre les points réellement importants et les détails plutôt mineurs. Les aspects fondamentaux ressortant de la comparaison et concernant les modes p (et f) sont répertoriés dans la liste suivante :

- En premier lieu, l'accord entre les périodes des modèles d'enveloppes et des modèles évolutifs est excellent. Les écarts sont inférieurs à 1% pour les modes non-radiaux mais ils peuvent atteindre, selon les cas, environ 6% pour les pulsations radiales et quelques modes marginaux. Le comportement général du spectre est aussi très bien reproduit (micro-piégeage, etc...). Les différences demeurent toujours assez faibles car les modes p sont avant tout des modes d'enveloppe, une région décrite adéquatement par les modèles statiques.
- Les petits écarts qui persistent sont attribuables essentiellement à des différences mineures dans le traitement de la physique lors des calculs de structures stellaires ou dans le choix des paramètres définissant un modèle. Il est important de noter qu'à ce niveau, nos modèles d'enveloppes sont probablement plus réalistes que les structures évolutives en raison de l'utilisation de données physiques plus récentes (notamment pour les tables d'opacité).

- Pour le cas particulier des modes radiaux, la grosse partie des écarts enregistrés dans certains domaines de l'espace des paramètres stellaires sont causés par l'absence de noyau central dans les modèles d'enveloppes. Il s'agit clairement d'une situation où les structures évolutives, plus réalistes dans les régions centrales, affirment leur supériorité sur les modèles d'enveloppes. Cependant, ces écarts ne sont pas trop gênants puisqu'ils demeurent d'une ampleur très limitée ( $\sim 6\%$  au pire) et systématiquement dans un sens donné (ils peuvent donc éventuellement être corrigés).
- Il existe un effet de surface, lié à la profondeur de la dernière couche des modèles, qui affecte le spectre des modes p pour les grandes valeurs de k. Cet effet est d'autant plus retardé que la surface effective du modèle se trouve proche de la surface physique ( $\log q = -\infty$ ). A ce titre, les modèles d'enveloppes sont mieux adaptés que les structures évolutives puisque ces dernières sont calculées jusqu'à  $\log q \simeq -13$  contre  $\log q \simeq -16$  pour les premiers.

Quant à la situation suite à la comparaison des spectres des modes g, elle peut se résumer par la liste de remarques suivante :

- L'accord entre les périodes du modèle évolutif et du modèle d'enveloppe est manifestement moins bon que pour les modes acoustiques. L'effet est systématique et entraîne une surestimation de 15 à 30% des périodes avec le modèle d'enveloppe. Toutefois, les principales caractéristiques du spectre (piégeage, confinement, comportement asymptotique, etc...) sont respectées.
- Les origines de ces différences de périodes émergent essentiellement des couches profondes des modèles où les modes g, comme modes d'intérieur, sont principalement formés. Plus précisément, l'absence de la transition chimique C-O/He dans les modèles d'enveloppes peut contribuer jusqu'à 15% environ aux écarts observés, constituant ainsi la cause principale des divergences entre les deux types de modèles. La seconde contribution importante à ces écarts (jusqu'à 10% environ)

provient de différences dans la structure des couches basses du noyau radiatif entre les deux types de modèles. Toutefois celles-ci, liées à l'amplification des petits écarts de structure et/ou aux traitements non-identiques de la physique, ne sont pas nécessairement assimilables à une faiblesse des modèles d'enveloppes.

- Enfin, il est intéressant de souligner que l'absence du noyau et de la zone convective centrale dans les structures d'enveloppes n'affecte que très faiblement les modes de gravité.

Pour replacer la discussion dans le contexte de l'étude des pulsations, il est utile de rappeler l'exigence fondamentale que l'on attend des modèles d'enveloppes : reproduire aussi fidèlement que possible le spectre de périodes et sa structure tels qu'ils auraient été obtenus à partir d'un modèle évolutif possédant des paramètres stellaires identiques, l'objectif étant d'utiliser éventuellement ces enveloppes à la place des structures évolutives. Suite au précédent résumé des résultats de la confrontation entre les deux types de modèles, il apparaît que *les modèles d'enveloppes satisfont parfaitement bien à cette exigence lorsqu'il s'agit des modes  $p$  pour lesquels ils remplacent avantageusement, et parfois avec un plus grand réalisme, les structures évolutives*. La difficulté rencontrée pour les modes radiaux dans certains modèles n'est pas majeure et peut éventuellement être compensée approximativement. Pour autant que les modes acoustiques soient concernés, les modèles d'enveloppes représentent une alternative pratique certainement très utile même pour une éventuelle étude astéroséismologique précise. S'agissant des modes  $g$ , les structures d'enveloppes ne peuvent pas prétendre, dans l'état actuel des choses, être utilisées pour des comparaisons avec d'éventuelles périodes observées. Néanmoins, les comportements généraux de ces modes étant conservés, elles possèdent une utilité certaine pour comprendre qualitativement les réactions des modes de gravité dans diverses situations.

### 3.4 Exploration de l'espace des paramètres

Nous venons d'établir, à l'étape précédente (section 3.3), qu'il est possible d'utili-

ser des modèles d’enveloppes à la place des structures évolutives pour étudier certains aspects des comportements du spectre des pulsations dans les sdB. Nous allons donc immédiatement saisir cette opportunité pour élargir notre champ d’investigation en explorant, avec ces modèles, l’espace des paramètres physiques qui caractérisent l’ensemble de la classe des étoiles sous-naines de type B. L’usage de structures d’enveloppes est crucial dans cette entreprise car elles permettent, par leur souplesse, de modifier un à un et indépendamment les paramètres stellaires, privilège que n’autorisent pas les modèles évolutifs.

Les structures d’enveloppes sont calculées en spécifiant quatre paramètres principaux : la température effective  $T_{\text{eff}}$ , la gravité de surface  $\log g$ , la position  $\log q(H)$  de la transition He/H entre le noyau et l’enveloppe riche en hydrogène, et la masse totale  $M_*$  de l’étoile. Pour couvrir la région de l’espace des paramètres occupée par les sdB (voir Chapitre 2), une grille de modèles d’enveloppes a été construite en variant, à l’intérieur de limites raisonnables, les quatres quantités mentionnées. Les limites et la résolution adoptées pour la grille sont :  $41000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 22000 \text{ K}$  avec  $\Delta T_{\text{eff}} = 1000 \text{ K}$ ,  $6.4 \leq \log g \leq 4.9$  avec  $\Delta \log g = 0.1$ ,  $-5.0 \leq \log q(H) \leq -2.0$  avec  $\Delta \log q(H) = 0.5$ , et  $0.46 M_{\odot} \leq M_* \leq 0.50 M_{\odot}$  avec  $\Delta M_* = 0.01 M_{\odot}$ . Les calculs adiabatiques ont ainsi été menés sur un total de 11200 modèles, jusqu’à  $k = 20$  pour les modes p et  $k = 10$  pour les modes g. Aussi bien les modes radiaux ( $l=0$ ) que les modes non-radiaux pour  $l = 1, 2$  et  $3$  sont concernés par ces calculs : soit 113 modes évalués par modèle ou l’équivalent de 1 256 600 périodes adiabatiques calculées pour la totalité de la grille. Compte tenu de l’ampleur de la tâche, le code des pulsations adiabatiques a été utilisé avec 150 éléments quadratiques (au lieu des 800 employés dans l’étude du modèle de référence) pour réduire appréciablement les temps de calcul. Des essais ont assuré que les périodes ne sont que faiblement affectées par cette réduction du nombre d’éléments, celui-ci restant suffisant pour maintenir une résolution de grille acceptable dans chaque modèle. Les structures d’enveloppes ont par ailleurs été construites jusqu’à des profondeurs  $\log q(\text{min}) \simeq -0.1$  et, suite à la discussion de la section 3.3.5, la condition frontière centrale de la “sphère dure” a été adoptée pour le calcul des périodes.



Pour manipuler cette importante quantité d'information, une procédure automatique d'identification des modes (sous la forme d'un programme FORTRAN) a été mise sur pied, tirant avantage des caractéristiques du spectre et des comportements asymptotiques des périodes. Globalement, la procédure fait preuve de fiabilité, limitant à un nombre acceptable les interventions manuelles parfois nécessaires. Néanmoins, l'identification devient plus difficile lorsque les modes adoptent une nature mixte cumulant celle des modes p avec celle des modes g (phénomène présent dans les étoiles dont la masse se condense fortement au centre). Comme nous allons le voir, cela se produit surtout avec les modèles à hautes températures et basses gravités pour lesquels reclasser les modes selon la nomenclature habituelle est parfois ambigu. Malgré ces difficultés, la procédure mise en place se comporte honorablement en assignant, la plupart du temps, correctement l'ordre radial des modes.

### 3.4.1 Influence de la température et de la gravité

La construction de cette imposante grille permet maintenant de visualiser les effets découplés de chacun des paramètres définissant un modèle. Les deux principales quantités qui, en premier lieu, vont nous intéresser sont la température effective et la gravité de surface. Celles-ci disposent en effet du grand mérite d'être directement mesurables grâce aux techniques actuelles de spectrométrie et de modélisation d'atmosphère, leur conférant le statut de quantités observables dans la théorie. Ces deux paramètres agissent différemment sur les modes p et sur les modes g. Nous allons donc étudier leur comportement séparément.

#### Sur les modes acoustiques et les modes f

Pour les modes p et f, le comportement des périodes en fonction de ces deux quantités est illustré par les figures 3.19 et 3.20, où les valeurs typiques  $\log q(H) = -4.0$  et  $M_* = 0.48 M_\odot$  ont été adoptées comme paramètres fixes (ils seront explorés plus tard). La figure 3.20 constitue une représentation équivalente, en 2 dimensions, de la figure 3.19 offrant une meilleure lisibilité des valeurs que prennent les périodes

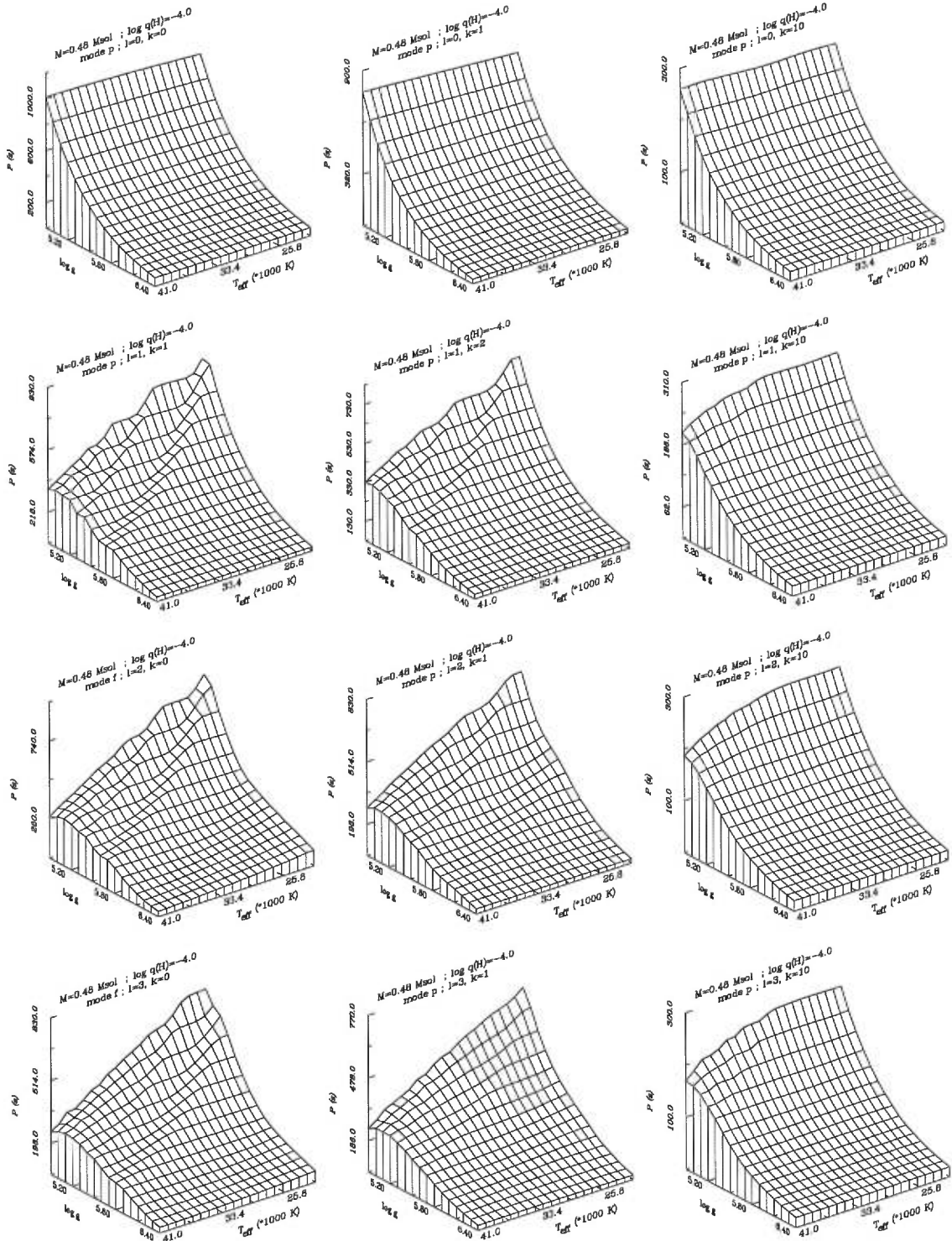


FIGURE 3.19. Echantillon de modes  $p$  et  $f$  dans l'espace  $\log g - T_{\text{eff}}$  : Périodes adiabatiques. Chaque rangée correspond, en partant du haut, respectivement aux modes radiaux ( $l=0$ ) et aux modes non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Les deux paramètres stellaires fixes ont reçu les valeurs typiques :  $M_* = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ .

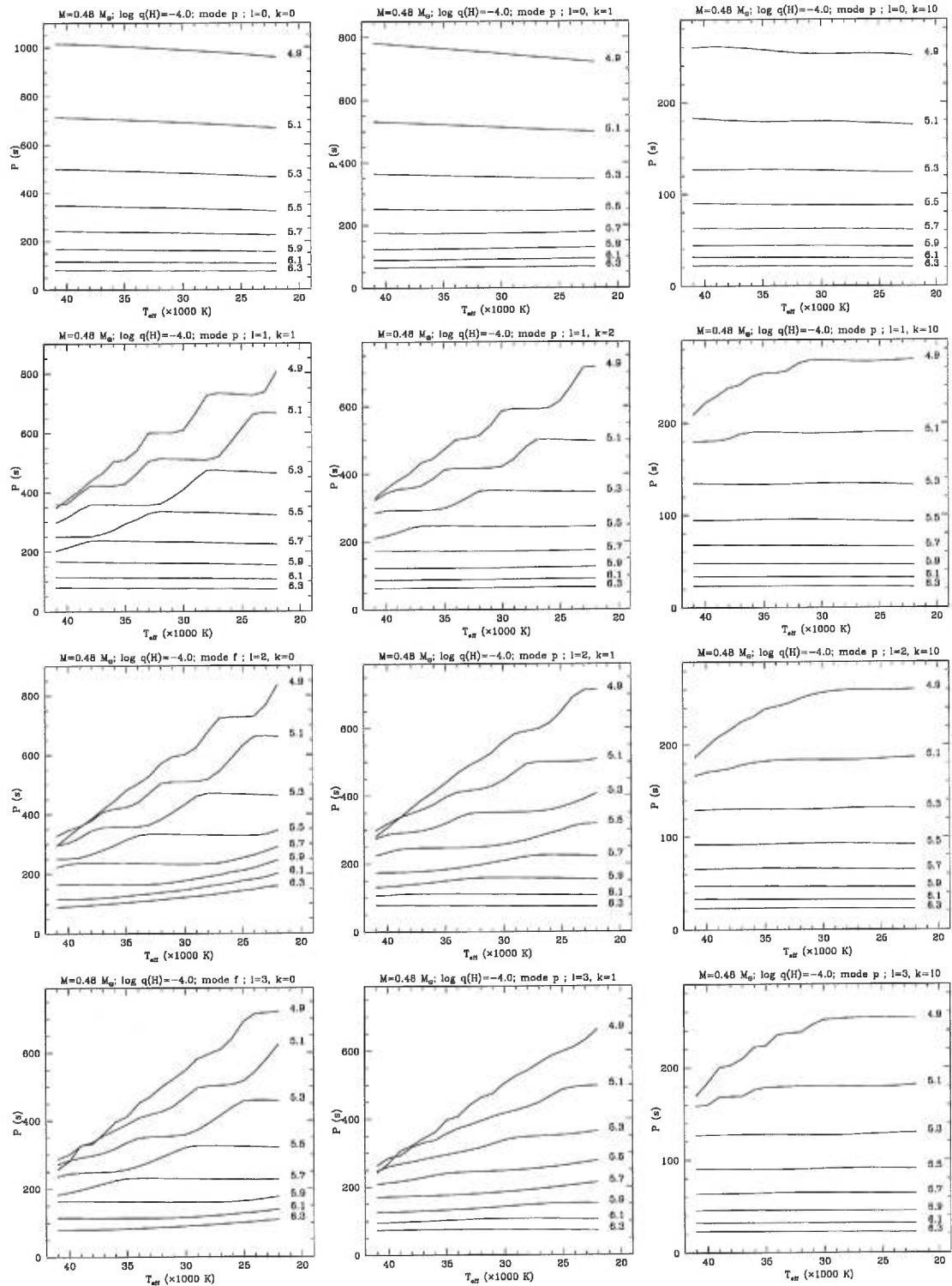


FIGURE 3.20. Idem figure 3.19 avec représentation en 2D de la grille des périodes. Les valeurs de  $\log g$  (seulement une sur deux pour des raisons de lisibilité) sont indiquées à côté de chaque tracé.

adiabatiques. Toutefois, seul un choix de gravité sur deux ( $4.9 \leq \log g \leq 6.3$  par pas de 0.2) est affiché dans cette version en 2 dimensions afin d'éviter une surcharge de la figure. Un échantillon de trois modes pour chaque valeur de  $l$  ( $l=0, 1, 2$  et 3) apporte un aperçu complet de la situation et montre qu'une distinction dans les comportements peut être établie entre les modes radiaux et les modes non-radiaux.

Les modes radiaux, ici représentés pour  $k=0, 1$  et 10, connaissent les dépendances les plus simples par rapport aux deux paramètres testés. L'effet dominant sur les périodes est clairement associé à la valeur de la gravité de surface du modèle, celles-ci variant, pour le mode fondamental, de 1000 s environ pour  $\log g=4.9$  à moins de 100 s pour  $\log g=6.3$ . Il y a donc une importante baisse des périodes associée à l'augmentation de la gravité de surface dans les modèles. Les résultats montrent par ailleurs que les périodes des oscillations radiales obéissent, grosso modo, à une relation de la forme  $\log P_k \simeq \alpha_k \log g + \beta_k$  permettant d'évaluer approximativement la période des pulsations radiales pour un modèle de gravité donnée sans effectuer le moindre calcul numérique. Avec les modes à notre disposition, il apparaît que le coefficient  $\alpha_k$  est approximativement indépendant de l'ordre radial du mode ( $\alpha_k \simeq -0.8; \forall k$ ) alors que  $\beta_k$  en dépend. A l'opposé, les périodes font preuve d'une très faible sensibilité vis-à-vis de la température effective des modèles, celles-ci diminuant seulement de 5 à 7% approximativement entre  $T_{\text{eff}}=41000$  K et  $T_{\text{eff}}=22000$  K.

Pour les pulsations non-radiales, la situation est plus complexe. Dans la région des hautes gravités et/ou basses températures, les périodes se comportent qualitativement comme celles des modes radiaux. L'effet dominant est donc, comme pour ces derniers, la gravité de surface ( $\log g$ ) du modèle alors que la dépendance vis-à-vis de la température effective ( $T_{\text{eff}}$ ) est bien moins importante (il y a toutefois une sensibilité par rapport à  $T_{\text{eff}}$  légèrement plus marquée pour les modes  $k=0, 1; l=2, 3$ ). En dehors de cette région, c'est-à-dire pour des températures plus élevées et/ou des gravités plus faibles, les modes p (et f) non-radiaux deviennent subitement très sensibles au paramètre  $T_{\text{eff}}$ . Les périodes, pour une gravité donnée (par exemple  $\log g=5.3$ ), se trouvent soudainement bousculées vers de plus faibles valeurs à mesure que la température augmente. Ainsi, en

prenant l'exemple du mode  $k=1, l=1$  pour cette même gravité de surface, la période passe de 460 s environ pour  $T_{\text{eff}} = 22000$  K à près de 300 s pour  $T_{\text{eff}} = 41000$  K. Il est intéressant de noter que cette dépendance sur  $T_{\text{eff}}$ , loin d'être monotone, se manifeste par paliers. Pour reprendre l'exemple du mode  $k=1, l=1$  à  $\log g = 5.3$ , la période est d'abord insensible à  $T_{\text{eff}}$  de 22000 K à 28000 K comme pour les modes radiaux. Ensuite, elle subit une forte décroissance entre 28000 K et 32000 K pour à nouveau devenir constante de 32000 K à 40000 K et terminer par une autre baisse importante au delà de cette température. Il y a donc alternance entre un régime où les modes p se conduisent comme les pulsations radiales et un régime où leur nature est très différente de ces dernières. Il est aussi remarquable que ces effets particuliers interviennent dans une région plus restreinte du diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$  lorsqu'on considère des modes d'ordre radial plus élevé (par exemple, les modes  $k=10$  dans les figures 3.19 et 3.20 pour lesquels ces effets apparaissent dans la région  $\log g \lesssim 5.3$  et  $T_{\text{eff}} \gtrsim 30000$  K). L'origine de ce comportement est à chercher du côté de la condensation des régions centrales dans certains modèles qui confère à quelques modes une nature duale d'onde acoustique et d'onde de gravité. Selon les circonstances, et pour éviter toute collision entre modes<sup>6</sup>, l'une ou l'autre des natures est favorisée, les modes se comportant tantôt comme des modes p, tantôt comme des modes g. Dans la région où ce phénomène opère massivement (à très basse gravité et très haute température), l'identification des modes s'avère parfois difficile car le nombre de nœuds de la fonction propre  $y_1$  ne correspond plus à l'ordre véritable du mode et les périodes sont grandement affectées par le processus. Nous reviendrons sur ce phénomène, qui fait aussi intervenir les modes g, lorsque les principaux aspects se rapportant au comportement de la totalité du spectre de modes dans le diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$  auront été présentés.

Après cet aperçu sur la dépendance des périodes vis-à-vis de  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  pour les modes acoustiques, la figure 3.21 illustre le comportement du spectre à travers l'énergie cinétique des 12 modes représentatifs en fonction de ces deux paramètres.

---

<sup>6</sup>Deux modes d'ordres radiaux différents ne peuvent posséder les mêmes périodes, il leur est donc interdit de se croiser lorsqu'une collision survient entre eux (en anglais "mode bumping"), entraînant l'apparition d'un processus d'évitement ("avoided crossing")

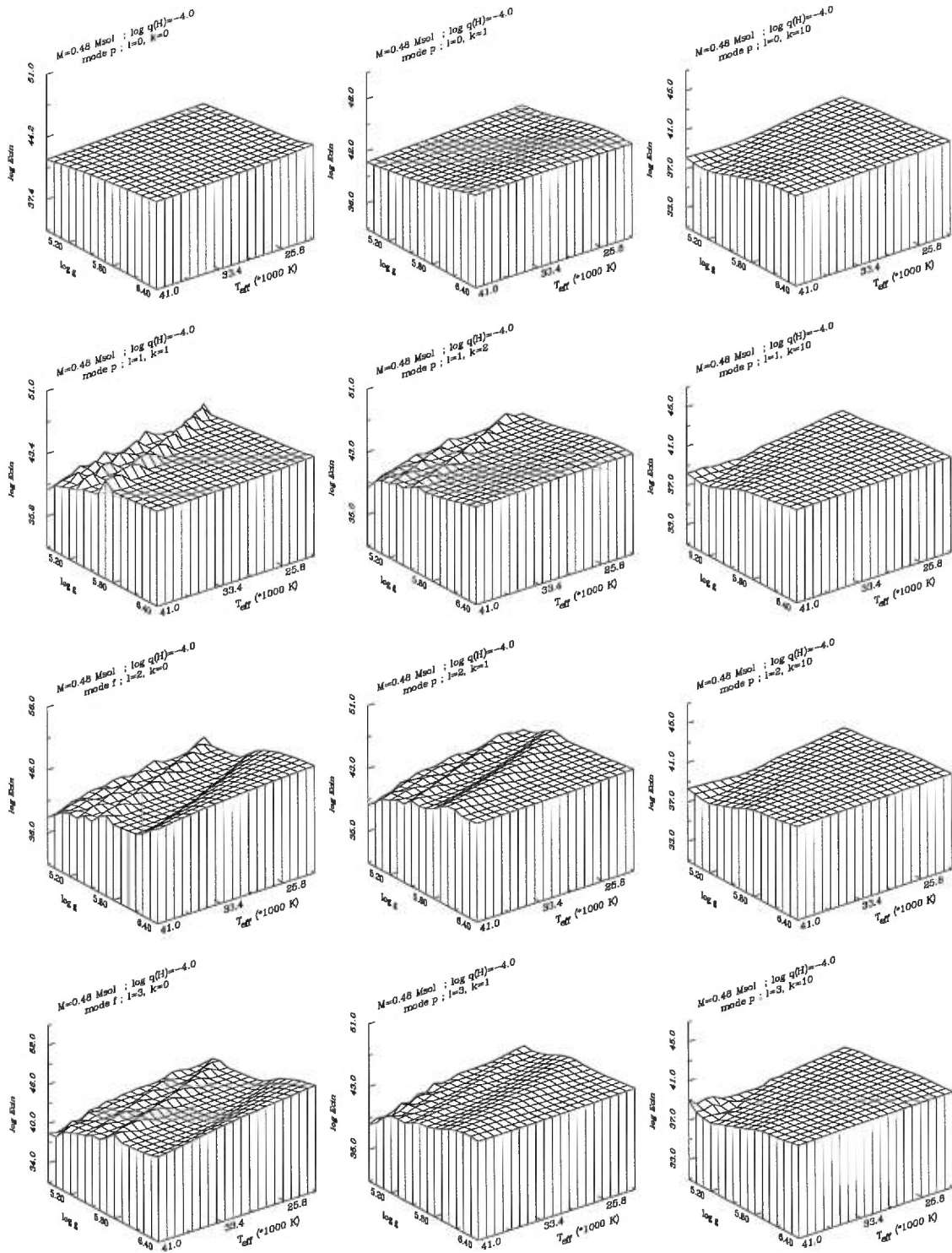


FIGURE 3.21. Idem figure 3.19 mais pour l'énergie cinétique  $\log E_{\text{cin}}$  des modes.

Comme pour les périodes, la série des modes radiaux ( $l=0$ ) présente les structures les plus pures de tout l'échantillon. L'énergie des modes ne varie que très faiblement dans la totalité du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  exploré. On distingue néanmoins quelques "vagues" sur les surfaces associées aux modes  $k=1$  et  $k=10$  et celle du mode  $k=0$  n'est pas rigoureusement plate. Ces petites distorsions du spectre se manifestent plus distinctement à travers la quantité  $\Delta P/P$  (exprimée en %) mesurant l'écart en période entre deux modes d'ordres radiaux consécutifs (figure 3.22). On y découvre de façon plus évidente, et selon l'ordre radial  $k$ , une succession de bosses et de creux striant les surfaces. Il apparaît que plus l'indice  $k$  est élevé (par exemple  $k=10$ ), plus nombreuses sont les "vallées" et les "collines" présentes dans l'intervalle des paramètres exploré. Ces "fluctuations" ne peuvent être associées au phénomène de mixité des modes ou aux effets de collisions puisque ceux-ci sont inexistantes pour les pulsations radiales. Il est, par contre, tentant de les attribuer au phénomène de micro-piégeage que nous avons déjà mentionné dans la section 3.2. Celui-ci est supposément engendré (mais cela reste à confirmer) par la discontinuité chimique de la transition He/H entre le noyau de l'étoile et son enveloppe riche en hydrogène. Suivant cette hypothèse, selon la position relative des nœuds des fonctions propres par rapport à la transition He/H, position qui change légèrement selon les paramètres physiques du modèle, les modes se trouveraient plus ou moins piégés en surface ou en profondeur, affectant à la fois  $\log E_{\text{cin}}$  (mais faiblement) et  $\Delta P/P$  (plus sensiblement). Cette interprétation est cohérente avec l'observation qu'il y a plus de fluctuations pour le mode  $k=10$  que pour les modes  $k=1$  et  $k=0$ , ces derniers offrant moins de nœuds pour favoriser les phénomènes de réflexion des ondes caractéristiques du piégeage.

Les surfaces  $\log E_{\text{cin}}$  et  $\Delta P/P$  que l'on obtient pour les modes  $p$  avec  $l=1, 2$  et  $3$  sont, à basses températures et/ou hautes gravités, très similaires à celles que l'on vient de décrire pour les oscillations radiales. On y retrouve les petites structures oscillantes que l'on associe au phénomène de micro-piégeage. Les différences surviennent dans les régions où l'on a observé, pour les périodes, des changements de comportement soudains attribués à la mixité de caractère de certains modes et au phénomène du "bumping". Pour les surfaces d'énergie cinétique, cela se traduit par l'apparition de "chaines de

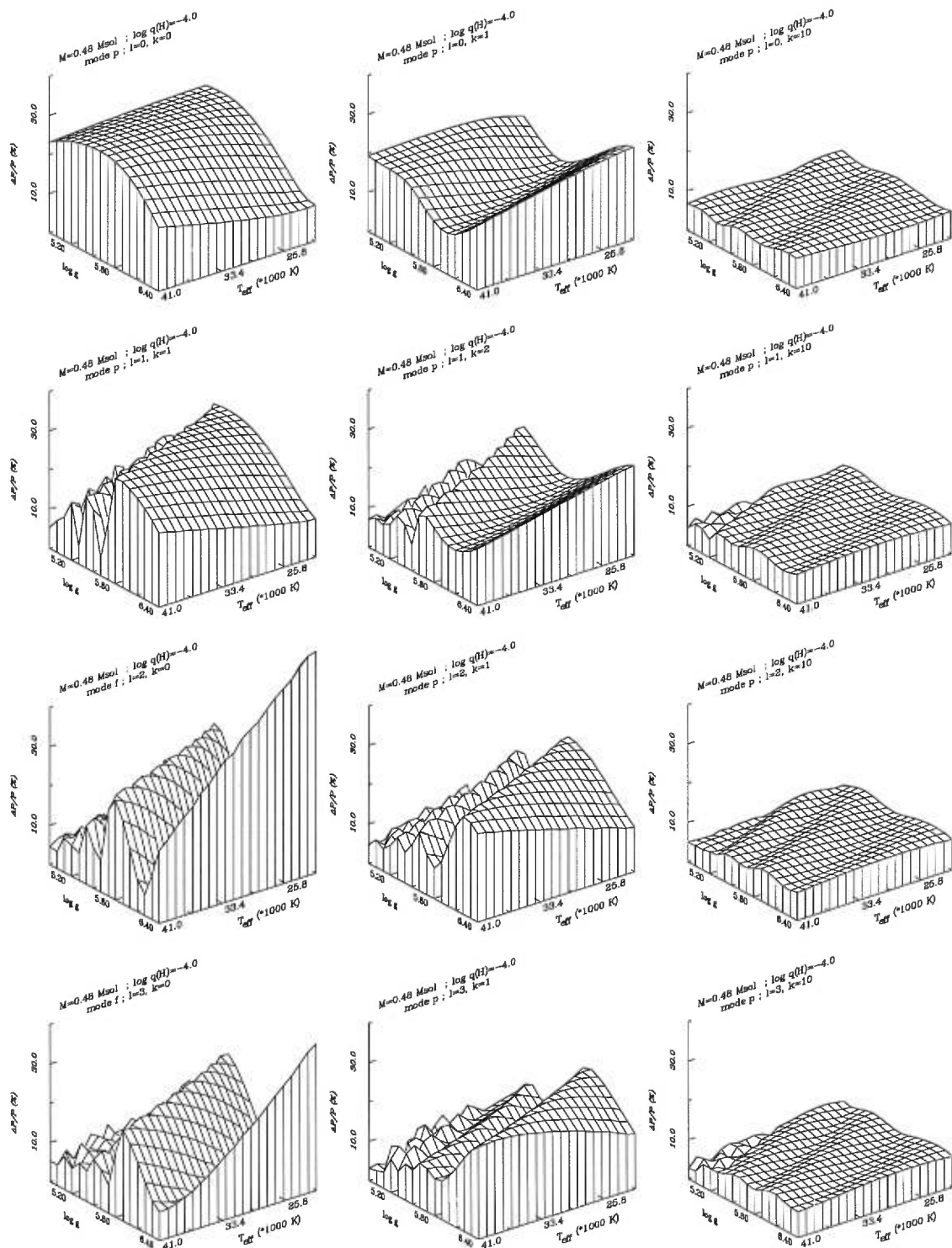


FIGURE 3.22. Idem figure 3.19 mais pour  $\Delta P/P = |P_k - P_{k+1}|/P_k$  (en %) entre modes d'ordres radiaux consécutifs.



montagnes” suivies de “vallées à fond plat” traversant la région à basse gravité et à haute température du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Ces pics d’énergie surviennent lorsqu’un mode mixte se comportant principalement comme un mode p change subitement de nature, suite à une collision avec un autre mode, pour adopter un comportement plus proche des modes g. Il oscille alors davantage dans les couches profondes de l’étoile, augmentant ainsi son énergie cinétique. Dans le diagramme  $\Delta P/P$ , ces “chaines de montagnes” sont associées à de profonds “canyons” traversant la partie à basse gravité et à haute température. Il est par ailleurs intéressant de remarquer que le bord du “canyon” situé à  $\log g = 5.6$  et  $T_{\text{eff}} = 41000$  K pour le mode  $l = 1, k = 2$  correspond au minimum du premier “canyon” pour le mode  $l = 1, k = 1$ . A cette température et gravité, la période de ce dernier s’étant rapprochée fortement de celle de son voisin (petite valeur de  $\Delta P/P$ ), le mode  $k = 1$  a littéralement poussé le mode  $k = 2$  vers de plus courtes périodes. Ce dernier se rapproche alors du mode voisin (le mode  $k = 3$ ) qu’il finira à son tour par repousser, et ainsi de suite, créant cette alternance de monts et vallées dans les figures 3.21 et 3.22. La cause initiale qui a forcé le premier mode (ici,  $k = 1, l = 1$ ) à entrer en collision avec son voisin ( $k = 2$ ) met en jeu le comportement des modes g par rapport aux deux paramètres  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  que nous allons maintenant étudier.

### Sur les modes de gravité

Les périodes adiabatiques obtenues pour les modes g et leur comportement vis-à-vis des paramètres  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  sont illustrés dans les figures 3.23 et 3.24. Comme auparavant pour les modes p, les valeurs typiques  $\log g(H) = -4.0$  et  $M_* = 0.48 M_{\odot}$  ont été attribuées pour les paramètres fixes de cette grille. Un échantillon de 3 modes ( $k = 1, 5$  et  $10$ ) nous apporte un aperçu complet de la situation.

Ce qui frappe, de prime abord, c’est la dépendance marquée des modes g à la fois envers la gravité de surface ( $\log g$ ) et la température effective ( $T_{\text{eff}}$ ) des modèles. Leur comportement est donc plus complexe que celui des modes p. La tendance est globalement monotone par rapport à  $T_{\text{eff}}$  puisque les périodes diminuent rapidement

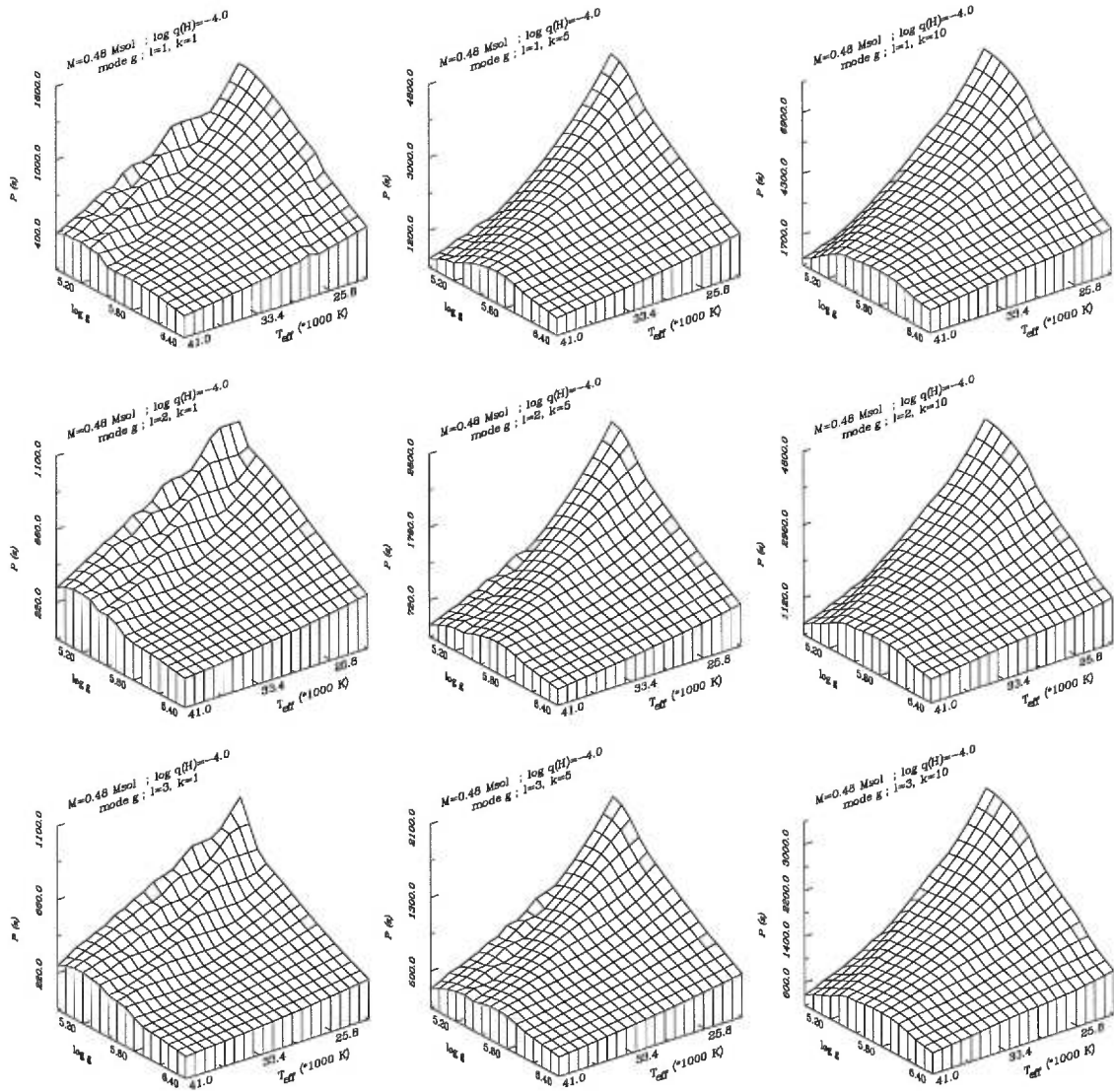


FIGURE 3.23. Echantillon de modes  $g$  dans l'espace  $\log g - T_{\text{eff}}$  : Périodes adiabatiques. Chaque rangée correspond, en partant du haut, respectivement aux modes  $l = 1, 2$  et  $3$ . Les deux paramètres stellaires fixes ont reçu les valeurs typiques :  $M_* = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ .

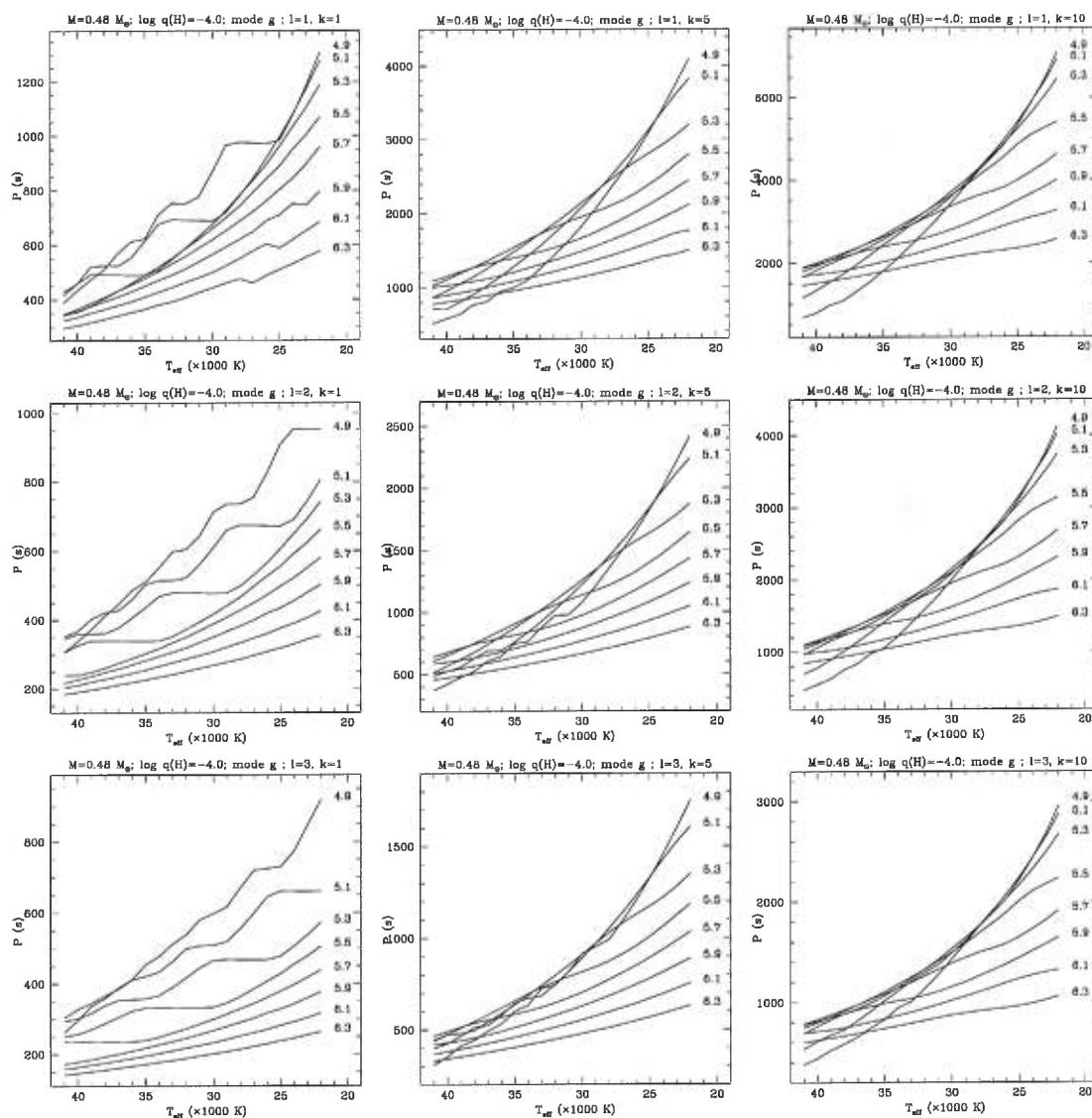


FIGURE 3.24. Idem figure 3.23 avec représentation en 2D de la grille des périodes. Les valeurs de  $\log g$  (seulement une sur deux pour des raisons de lisibilité) sont indiquées à coté de chaque tracé.

lorsque la température effective augmente, et ce d'autant plus que la gravité de surface est faible. En fonction de  $\log g$ , l'évolution des périodes n'est pas aussi uniforme. A basses températures ( $T_{\text{eff}} \simeq 22000$  K), le comportement demeure monotone et les périodes augmentent avec la baisse du paramètre  $\log g$ . Toutefois, à hautes températures, vers  $T_{\text{eff}} \simeq 40000$  K, les périodes s'allongent lorsque la gravité baisse de  $\log g = 6.4$  à  $\log g \simeq 5.7$  pour ensuite diminuer avec elle quand  $\log g \lesssim 5.7$ . Dans ce régime de températures, un maximum est donc atteint pour les périodes des modes g dans les modèles à gravités de surface intermédiaires ( $\log g \simeq 5.7$ ).

Cette description pourrait suffir à rendre compte des comportements des modes g d'ordres  $k$  élevés (par exemple, les modes  $k=10$  dans nos figures). Elle est cependant incomplète pour les modes de faible ordre radial (dans les figures, les modes  $k=5$  mais surtout  $k=1$ ). Comme pour les ondes p, une structure particulière apparaît dans la région des hautes températures et des basses gravités. On observe une succession de phases où, à  $\log g$  constant (par exemple  $\log g = 5.1$ ), ces modes se comportent alternativement comme les autres modes g puis comme des modes p (leur période devient soudainement indépendante de  $T_{\text{eff}}$ ). Ce phénomène est manifestement relié au spectre des modes p via le processus de collision entre modes ("mode bumping"). Les conditions pour ce genre de collisions sont, en effet, clairement réunies d'après les comportements constatés propres aux spectres des modes p et des modes g. Les périodes de ces derniers diminuant fortement, à basses gravités, lorsque  $T_{\text{eff}}$  augmente alors qu'en parallèle celles des modes p s'allongent exponentiellement ( $P \sim 10^{-0.8 \log g}$ ) lorsque  $\log g$  diminue tout en restant "indépendantes" de  $T_{\text{eff}}$ , il paraît inévitable qu'il y ait rencontre entre les deux types de spectres dans cette région à haute température et basse gravité.

Pour finir ce tour d'horizon sur le comportement des périodes des ondes de gravité, un commentaire s'impose sur les petites perturbations qui surviennent dans le spectre  $l=1$  pour le mode  $k=1$  (mais aussi, à un degré moindre, pour le mode  $k=5$ ) dans la région à basse température et gravité élevée. Après inspection des modèles, il apparaît que le faux mode f dont nous avons parlé à la section 3.3 est impliqué dans ces petites

fluctuations. Pour  $l = 1$ , ce mode ne doit pas exister ou du moins (voir Cox, 1980) sa fréquence doit être nulle (période infinie). En pratique, probablement parce que les modèles numériques utilisés ne se rendent pas strictement jusqu’au centre de l’étoile, les calculs de pulsation lui attribuent une valeur non nulle. Dans les modèles évolutifs, cette fréquence est suffisamment proche de zéro pour que le faux mode f soit inséré loin dans le spectre des modes g. Toutefois, pour les modèles d’enveloppes, celui-ci peut apparaître au beau milieu de la partie du spectre qui nous intéresse (modes de faible ordre radial) ou éventuellement, comme c’est souvent le cas, entre les modes p et les modes g, à la place habituelle des modes f. Ce mode est systématiquement éliminé dans notre procédure d’identification pour construire les grilles de périodes. Il a toutefois cet effet inattendu et artificiel, que l’on ne peut hélas supprimer, de perturber les périodes des modes g lorsqu’il apparaît trop près de l’un d’eux via le même phénomène de collision de modes qui intervient entre modes p et modes g. Heureusement, la perturbation occasionnée reste de faible ampleur et très localisée dans le spectre.

Poursuivons cette exploration sur les modes g en jetant un œil sur les profils d’énergie cinétique présentés dans la figure 3.25. La curiosité de ces surfaces d’énergie tient à leur relief “vallonné” qui illustre parfaitement le phénomène de piégeage que nous avons longuement abordé au cours de la section 3.2. Lorsque les périodes des modes changent, suite à différents choix de paramètres  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ , les nœuds de leurs fonctions propres se déplacent par rapport à la transition chimique He/H, changeant leur état de piégeage ou de confinement. Ainsi, les modes  $k = 10$ , possédant beaucoup de nœuds, traversent-ils 2 fois environ les conditions requises pour leur piégeage et leur confinement dans l’intervalle  $\log g - T_{\text{eff}}$  exploré. Dans la région à hautes températures et basses gravités, où les collisions entre modes sont nombreuses, l’énergie cinétique des ondes g se trouve réduite de manière substantielle lorsqu’ils adoptent un comportement de mode p. Il y a, par la suite, alternance entre les deux natures caractéristiques de ces modes mixtes.

A travers l’espace entre périodes de deux modes consécutifs ( $\Delta k = 1$ ), la

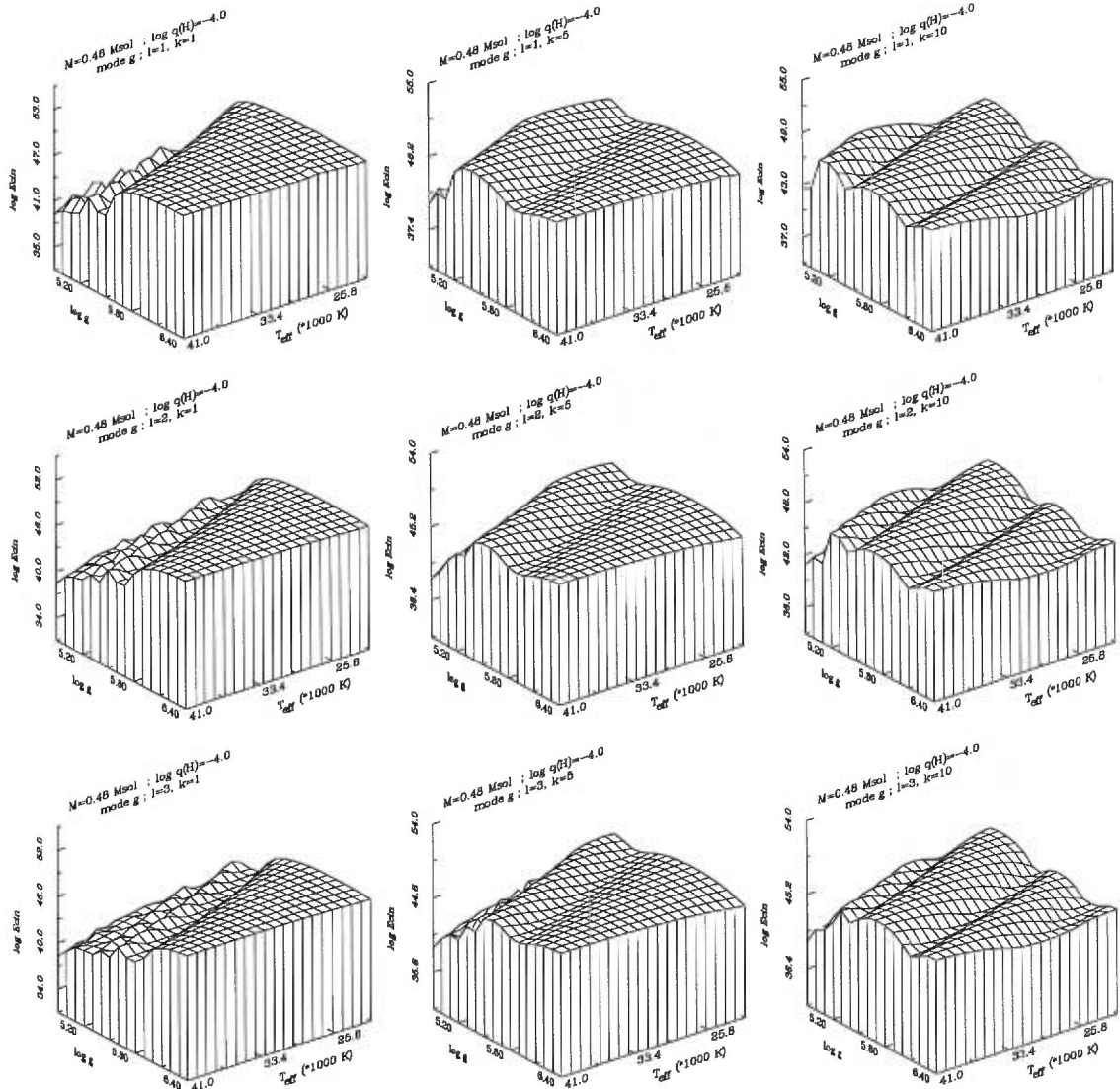


FIGURE 3.25. Idem figure 3.23 mais pour l'énergie cinétique  $\log E_{\text{cin}}$  des modes.

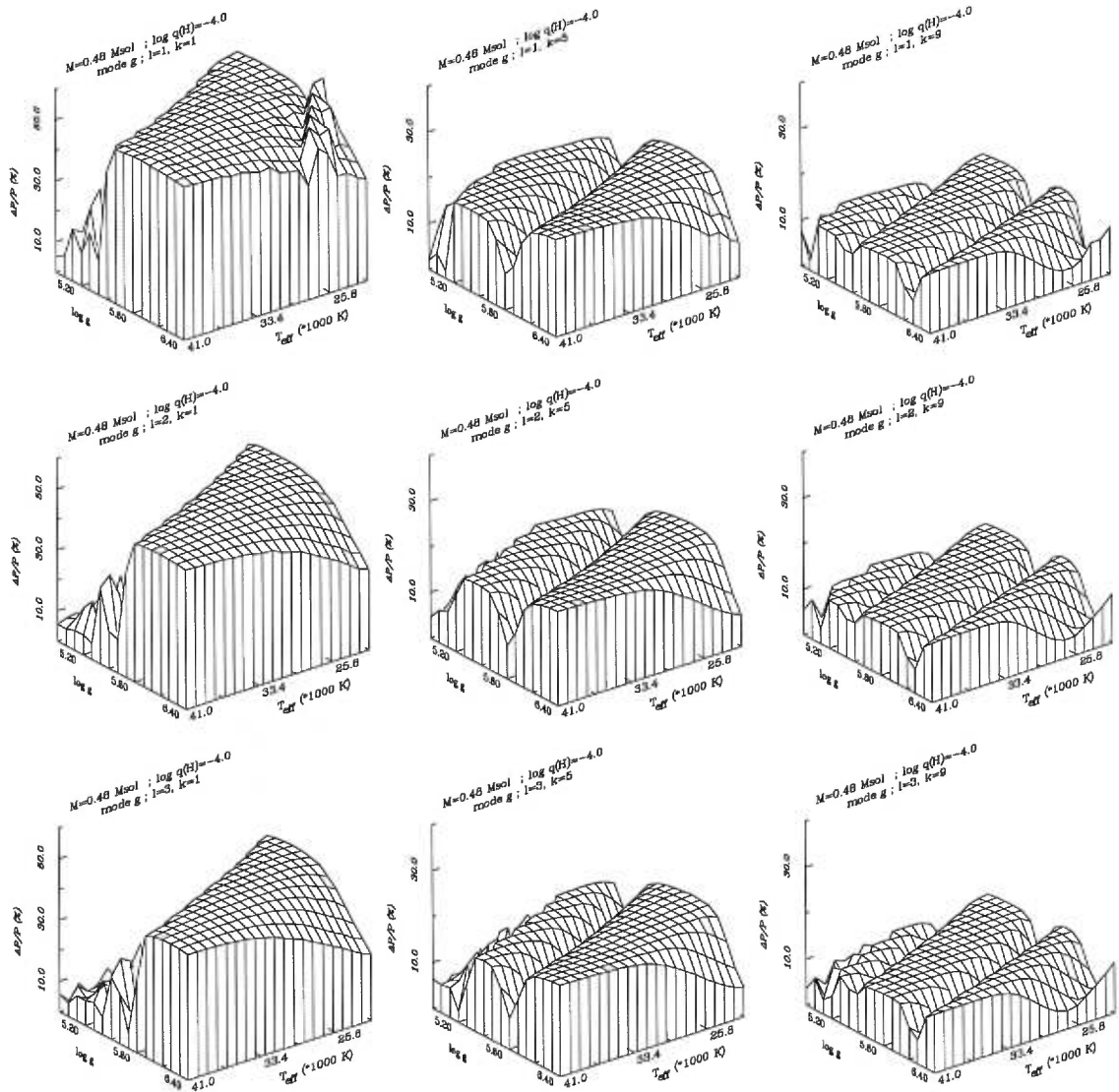


FIGURE 3.26. Idem figure 3.23 mais pour  $\Delta P/P = |P_k - P_{k+1}|/P_k$  (en %) entre modes d'ordres radiaux consécutifs.

figure 3.26 montre sensiblement les mêmes phénomènes, avec cependant plus d'acuité, que le précédent graphique. Les profondes vallées traversant les surfaces de part en part sont autant de symptômes trahissant l'existence du phénomène de piégeage. Comme nous l'avons constaté à la section 3.2, celui-ci affecte en effet les modes piégés et leurs voisins directs en rapprochant notamment leurs périodes les unes des autres, d'où un  $\Delta P/P$  plus petit. Remarquons au passage que les effets secondaires engendrés par le faux mode f sur le mode  $k=1, l=1$  (perturbation de la période) se font plus aigus dans cette représentation du spectre, à en juger par l'importance des pics observés à basses températures et hautes gravités. Toutefois, ce n'est pas une nouveauté de constater que les écarts  $\Delta P/P$  entre périodes de modes successifs sont un diagnostic très sensible aux fluctuations et autres perturbations du spectre.

### Collisions entre modes

Nous avons, à plusieurs reprises, fait mention des collisions entre modes ("mode bumping") pour expliquer les comportements particuliers que l'on observe pour les pulsations non-radiales dans certains régimes de température et de gravité. Toutefois, la nature du phénomène a pu paraître obscure compte tenu du fait que les collisions interviennent entre modes d'un même modèle alors que nos illustrations portaient sur les comportements d'un seul mode à la fois. Afin de remédier à cette faiblesse, nous allons suivre l'évolution de plusieurs modes p, f, et g en même temps pour une série de modèles avec gravité de surface fixée (par exemple à  $\log g = 5.3$ ) et de température effective variable (entre 22000 K et 41000 K). Toutes les informations utiles à cette discussion sont présentées dans la figure 3.27.

Le panneau (a) apporte une vue d'ensemble sur le phénomène qui se produit au cours des collisions entre modes ainsi que sur l'origine de celui-ci. Le panneau montre l'évolution de 4 modes g, du mode f et de 4 modes p appartenant à la série  $l=2$  lorsque la température effective des modèles s'accroît à gravité constante. Comme nous l'avons vu un peu plus tôt, les périodes des modes g diminuent rapidement dans ce processus



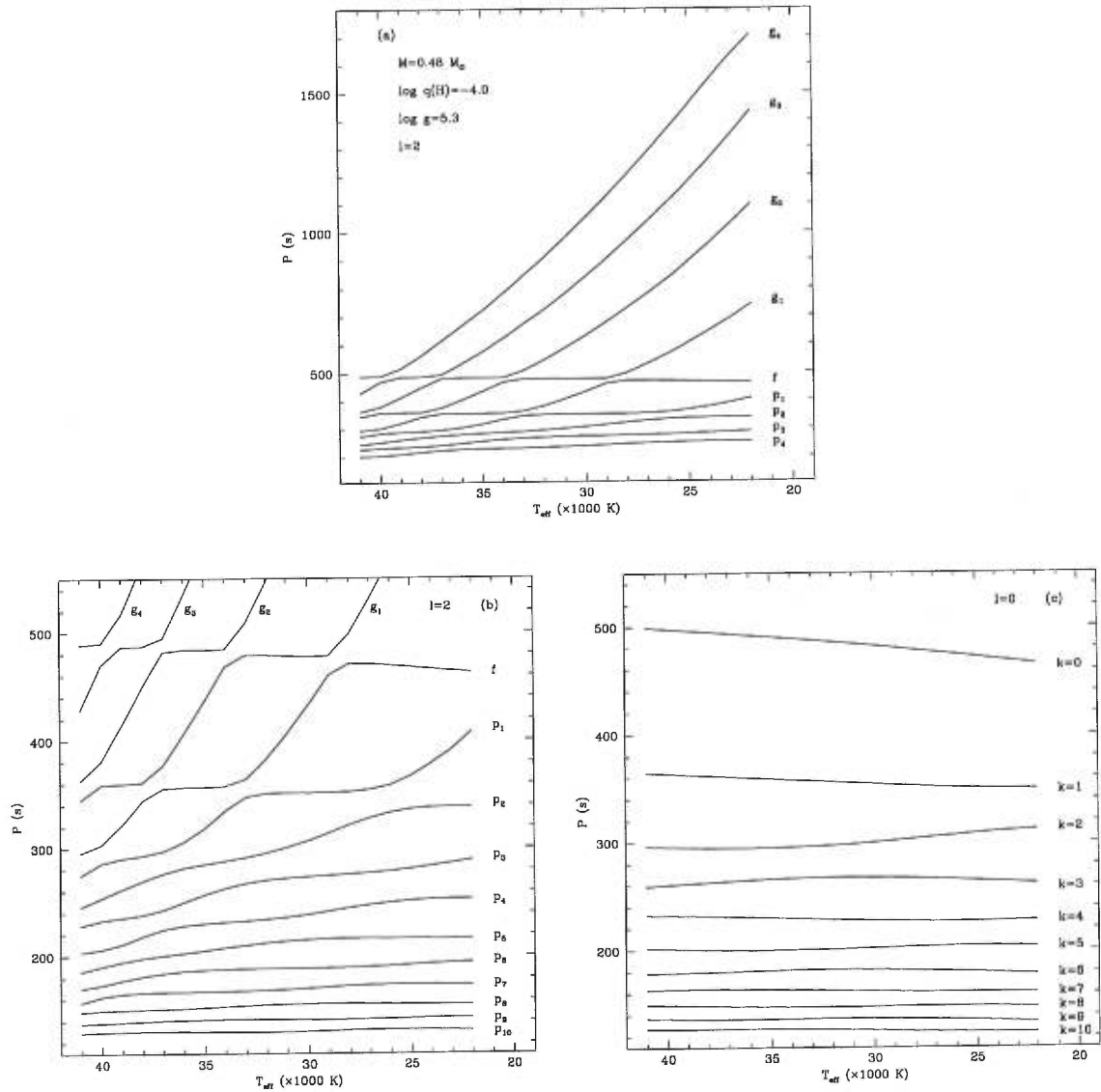


FIGURE 3.27. Illustration du phénomène de collisions entre modes (“mode bumping”) à l’aide d’une série de modèles dont seule la température effective  $T_{\text{eff}}$  varie. Le panneau (a) montre le processus dans son ensemble pour un échantillon de 4 modes g, le mode f et 4 modes p d’indices angulaires  $l=2$ . Le panneau (b) reprend les modes de la série  $l=2$  en mettant l’accent sur les ondes acoustiques, jusqu’à  $k=10$ . Le panneau (c) donne, à titre de comparaison, le comportement des modes radiaux.

alors que celles des modes p et f demeurent quasiment constantes. Donc inévitablement, le mode  $g_1$  rencontre, vers  $T_{\text{eff}} = 29000$  K, le mode f et engage une procédure d'évitement ("avoided crossing") car en aucun cas les périodes de ces deux modes ne peuvent se croiser (il ne peut y avoir de dégénérescence pour les périodes autrement que par l'indice azimutal  $m$ ). Pour s'éviter mutuellement, le mode  $g_1$ , maintenant de nature mixte, adopte le caractère du mode f (sa période devient "indépendante" de  $T_{\text{eff}}$ ) et ce dernier emprunte celui du mode  $g_1$  (sa période commence à décroître). A 33000 K, le mode f, dont la période n'a cessé de diminuer depuis  $T_{\text{eff}} = 29000$  K, rencontre le mode  $p_1$  jusque là peu affecté. Il lui transmet alors son caractère de mode g dans une manœuvre d'évitement et reprend son ancien comportement de mode f (période à peu près constante). Entre temps, le mode  $g_1$ , dont la période n'a que peu changé depuis sa rencontre avec le mode f, se voit percuté par son compatriote  $g_2$  à  $T_{\text{eff}} = 34000$  K, lui refilant du même coup son caractère de mode f pour retrouver un comportement de mode g et fondre à nouveau sur le mode f pour une deuxième collision à 38000 K environ. Le processus se répète ainsi de suite, à chaque collision, impliquant davantage de modes à mesure que la température effective des modèles augmente.

Le panneau (b) reprend les mêmes modes que le panneau (a) en portant l'attention principalement sur les modes p, jusqu'à  $k = 10$ . Outre le mécanisme d'évitement déjà décrit auparavant, on peut constater que, dans l'intervalle de température exploré et pour cette gravité de surface, les modes d'ordre  $k$  élevé (ici à partir de  $k \simeq 5$ ) ne sont pas touchés par ce phénomène de collisions. C'est d'ailleurs généralement le cas pour tout mode p et tout mode g possédant un ordre radial suffisamment grand. A titre de comparaison, le panneau (c) montre les périodes des modes radiaux qui ne sont pas du tout concernés par un tel phénomène puisqu'il n'existe pas, pour les pulsations radiales, de modes g susceptibles de produire la première collision et créer cet "effet de dominos".

## Nature et origine de ces comportements - L'effet de la température

Les comportements des périodes adiabatiques que nous venons de décrire sont intimement reliés aux variations de structure que les changements de paramètres stellaires induisent dans les modèles. Afin d'en saisir les mécanismes, il est donc nécessaire de se pencher sur l'évolution des quantités physiques qui possèdent une influence majeure sur les pulsations. Comme nous l'avons souvent mentionné, les deux quantités fondamentales à suivre sont la fréquence de Brunt-Väisälä et la fréquence de Lamb qui, surtout pour la première, conditionnent les périodes des différents types de modes que l'on rencontre dans les sdB (c.f., le diagramme de propagation de la figure 3.10, section 3.2). La figure 3.28 représente les profils de ces deux quantités pour une série de modèles à gravité,  $\log q(H)$ , et masse constantes où seule la température effective varie de 22000 K à 40000 K par pas de 2000 K. Les valeurs typiques  $\log q(H) = -4.0$  et  $M_* = 0.48 M_\odot$  ont, comme ce fut le cas jusqu'à présent, été choisies et la gravité de surface a été fixée à  $\log g = 5.3$  afin d'englober un large éventail des phénomènes rencontrés, incluant les collisions entre modes p et modes g à basses gravités. En vertu de la discussion sur les diagrammes de propagation, une frontière schématique entre la région des modes p et la région des modes g a été tracée (ligne verticale en tirets). Comme nous allons le voir, cette dichotomie permet de rendre compte qualitativement des comportements observés.

Si l'évolution des profils en fonction de la température effective est manifestement uniforme pour la fréquence de Lamb ( $\log L_2^2$  augmente avec  $T_{\text{eff}}$  dans toutes les régions de l'étoile), la fréquence de Brunt-Väisälä adopte une attitude particulière. Dans les couches externes des modèles, pour  $\log q \lesssim -4.8$ ,  $\log N^2$  décroît lorsque  $T_{\text{eff}}$  augmente alors que la tendance est inversée en dessous de ce point, dans les régions profondes de l'étoile. De ce comportement particulier de la structure des modèles découle l'ensemble des propriétés que nous venons de mettre à jour concernant l'évolution des modes en fonction de  $T_{\text{eff}}$ .

Selon l'interprétation schématique, les périodes des modes p sont essentiellement

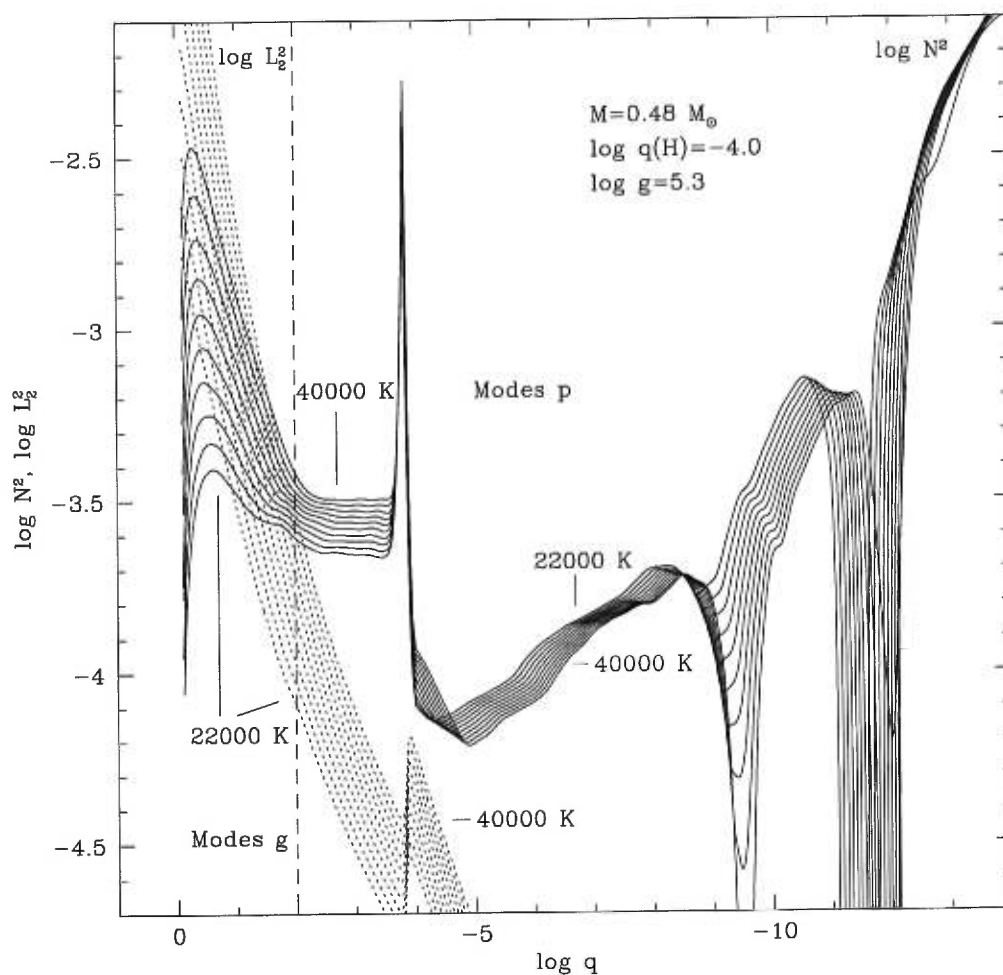


FIGURE 3.28. Profils des fréquences de Brunt-Väisälä ( $\log N^2$ ; traits pleins) et de Lamb ( $\log L_2^2$ ; lignes pointillées) pour une série de modèles à différentes températures effectives ( $T_{\text{eff}} = 22000 \text{ K}$  à  $40000 \text{ K}$  par pas de  $2000 \text{ K}$ ). Une ligne verticale en tirets délimite, schématiquement, les parties extérieures qui influencent les fréquences des modes p des régions centrales qui agissent principalement sur celles des modes g.

fixées par le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dans les régions externes de l'étoile, principalement aux alentours de la transition He/H et au delà, dans l'enveloppe riche en hydrogène. Si l'on considère que les fréquences propres de ces modes suivent, grosso modo, l'évolution de ce profil, alors les régions externes ( $\log q \lesssim -4.8$ ) tendent à faire baisser leur fréquence pendant que les régions plus profondes ( $-2.0 \lesssim \log q \lesssim -4.8$ ) contribuent à les augmenter lorsque la température effective croît. Puisque ces tendances sont antagonistes et approximativement de même ampleur, on peut soupçonner que l'effet net sur les fréquences des modes p est essentiellement nul. Celles-ci demeurent donc globalement indépendantes de la température effective, comme il nous est donné de l'observer.

Pour les modes g, que l'on considère principalement affectés par les couches profondes délimitées schématiquement par la ligne verticale en tirets, la fréquence de Brunt-Väisälä connaît, dans cette région, une importante augmentation (environ un ordre de grandeur pour  $N^2$ ) avec l'accroissement de la température effective des modèles. Dès lors, leurs fréquences (périodes) propres, suivant les profils de  $\log N^2$  dans cette zone, sont susceptibles de croître (décroître) dans les mêmes proportions; ce que nous avons effectivement constaté un peu plus tôt dans notre grille.

Suivant ces raisonnements schématiques, les variations des périodes pour les modes p et les modes g trouvent donc une explication naturelle attachée aux comportements de la fréquence de Brunt-Väisälä dans différentes régions de l'étoile. Ils permettent aussi de jeter davantage de lumière sur le phénomène des collisions entre modes. Il apparaît en effet, qu'à cette gravité de surface, la bosse qui caractérise le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dans les couches profondes des modèles (entre  $\log q = 0$  et 1), est à ce point magnifiée à hautes températures que la zone de propagation des modes g ( $\sigma^2 < N^2, L_2^2$ ) chevauche, dans l'espace des fréquences, la zone de propagation des modes p ( $\sigma^2 > N^2, L_2^2$ ). Ainsi, si aucune interaction entre modes p et modes g ne survenait, certains modes g possèderaient des périodes plus courtes que les premiers modes acoustiques. Cette situation ne peut évidemment pas se produire, donnant lieu aux phénomènes associés aux collisions entre modes ("mode bumping", "avoided cross-

sing” et mixité des caractères). Nous reviendrons sur cette situation un peu plus tard, devant le diagramme de propagation de l’un de ces modèles à haute température et basse gravité.

Pour mieux cerner l’origine des comportements de la fréquence de Brunt-Väisälä vis-à-vis de la température effective, nous allons suivre l’évolution des différentes quantités qui la composent. L’équation (1.32) de la section 1.3.3 du Chapitre 1, exprimée en log, prend la forme

$$\log N^2 = 2 \log g(r) + \log \frac{\rho}{P} + \log \frac{\chi_{\tau}}{\chi_{\rho}} + \log (\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B) \quad . \quad (3.16)$$

Les quatre quantités logarithmiques constituant le membre de droite sont ainsi présentées séparément dans la figure 3.29 pour la série de modèles que nous venons d’utiliser.  $\log g(r)$  correspond à l’accélération gravitationnelle locale ( $g(r) = Gm(r)/r^2$ ),  $\log(\rho/P)$  représente le rapport de la densité sur la pression,  $\log(\chi_{\tau}/\chi_{\rho})$  donne le rapport des compressibilités alors que  $\log(\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B)$  correspond au critère de stabilité de Ledoux pour la convection (critère qui apparaît naturellement dans la fréquence de Brunt-Väisälä).

Ces deux dernières quantités (panneaux du bas dans la figure 3.29), même si elles influencent manifestement le profil de  $\log N^2$  dans certaines régions (voir la section 2.3, Chapitre 2), contribuent assez peu à son évolution en fonction de la température effective. Leur impact sur les variations des périodes pour les modes de pulsation est donc très faible et la totalité des tendances observées sont associées aux seuls comportements des quantités  $\log g(r)$  et  $\log(\rho/P)$  présentées dans les deux panneaux supérieurs de cette même figure.

La hausse de la température effective sur des modèles à gravité de surface constante a pour effet d’accroître la concentration de la masse dans les régions centrales de l’étoile afin de maintenir l’équilibre hydrostatique dans un contexte où la pression gazeuse augmente. De ce fait, les profils de l’accélération gravitationnelle locale  $\log g(r)$  s’en trouvent affectés. Ils le sont assez peu dans les couches externes ( $\log q \lesssim -5.0$ ), où la contrainte d’une gravité de surface constante les force à converger vers une même valeur, mais ils réagissent de façon beaucoup plus marquée dans les régions centrales

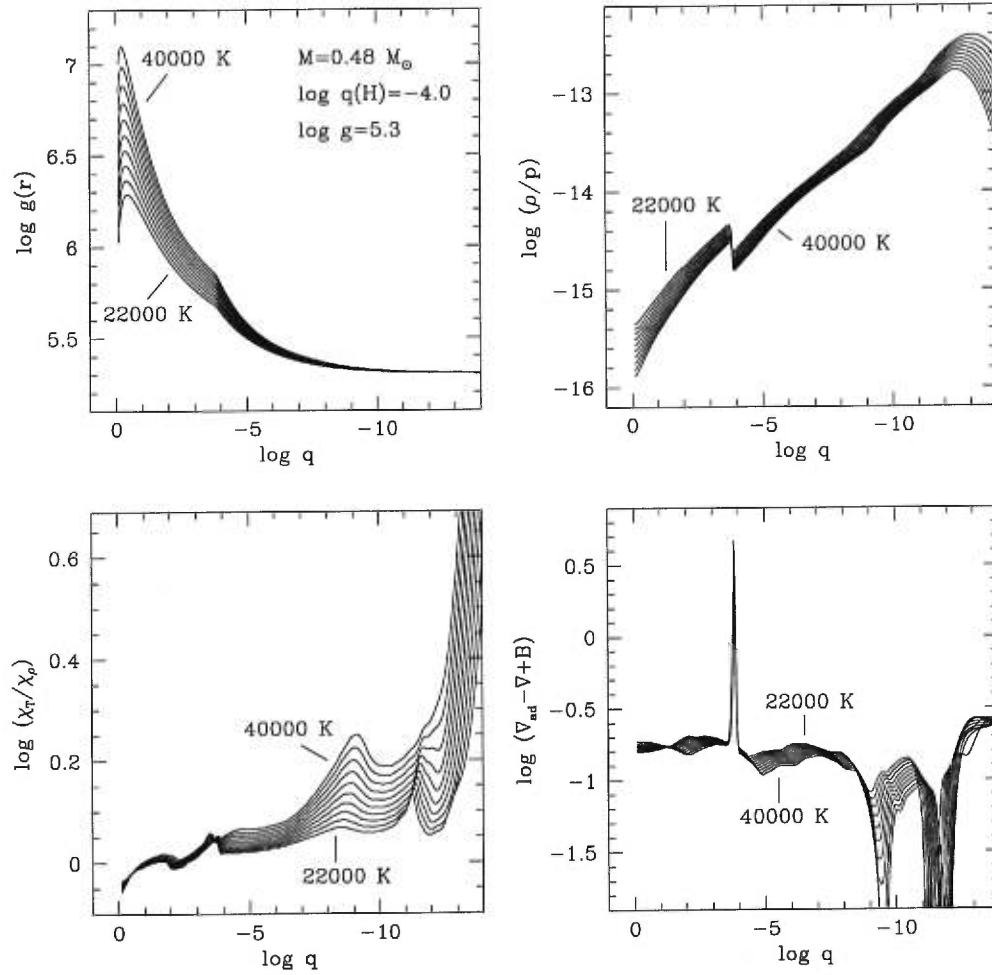


FIGURE 3.29. Profils des quantités physiques intervenant dans la fréquence de Brunt-Väisälä pour des modèles à différentes températures effectives (22000 K à 40000 K par pas de 2000 K). En haut à gauche, il s'agit de la gravité locale  $\log g(r)$ ; en haut à droite du rapport densité sur pression  $\log(\rho/P)$ ; en bas à gauche du rapport  $\log(\chi_T/\chi_{\rho})$ ; et en bas à droite de la quantité  $\log(\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B)$ .

( $\log q \gtrsim -5.0$ ). Vers le maximum de ces profils (à  $\log q \sim -0.25$ ), la différence atteint approximativement  $+0.8$  dex entre le modèle à 22000 K et le modèle à 40000 K, introduisant une variation d'environ  $+1.6$  dex dans la fréquence de Brunt-Väisälä en raison du facteur 2 devant le terme  $\log g(r)$  dans l'équation (3.16). Cette croissance est contre-balançée par l'évolution du terme  $\log(\rho/P)$  qui, contrairement à la gravité locale, décroît lorsque que la température effective augmente. Dans la région centrale située vers  $\log q \simeq -0.25$ , la variation de  $\log(\rho/P)$  atteint approximativement  $-0.6$  dex, correspondant ainsi à un accroissement net dans la fréquence de Brunt-Väisälä situé à hauteur de  $+1.0$  dex environ qui correspond effectivement à ce que l'on observe dans la figure 3.28. Dans les couches plus superficielles des modèles, les différences entre les profils de  $\log g(r)$  tendent à disparaître à mesure que l'on se rapproche de la surface alors qu'elles persistent dans les profils de  $\log(\rho/P)$ . Il y a donc un endroit dans les modèles (vers  $\log q \simeq -5.0$ ) à partir duquel la dominance du profil de  $\log g(r)$  dans la fréquence de Brunt-Väisälä cède le pas à celle du profil de  $\log(\rho/P)$ . Au dessus de cette limite ( $\log q \lesssim -5.0$ ), le comportement de  $\log N^2$  vis-à-vis de la température effective est alors celui de  $\log(\rho/P)$  (décroissance lorsque  $T_{\text{eff}}$  augmente) et en dessous ( $\log q \gtrsim -5.0$ ), celui de  $\log g(r)$  (croissance lorsque  $T_{\text{eff}}$  augmente avec formation d'un pic prononcé vers  $\log q \simeq -0.25$ ).

### Nature et origine de ces comportements - L'effet de la gravité

Après l'influence de la température effective, penchons nous sur les effets engendrés par des variations dans la gravité de surface des modèles. Celle-ci constitue un paramètre essentiel puisqu'elle affecte de façon dramatique à la fois les périodes des modes p et celles des modes g. La figure 3.30 illustre la nature et l'origine de ces comportements par le biais des fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä. Comme auparavant avec la température effective, une série de modèles construits pour différentes gravités de surface ( $\log g$  varie de 4.9 à 6.3 par pas de 0.2) sont représentés. Les autres paramètres, maintenus constants dans les calculs, ont reçu les valeurs typiques  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log q(H) = -4.0$  et  $M = 0.48 M_{\odot}$ . Là encore, une ligne verticale en tirets



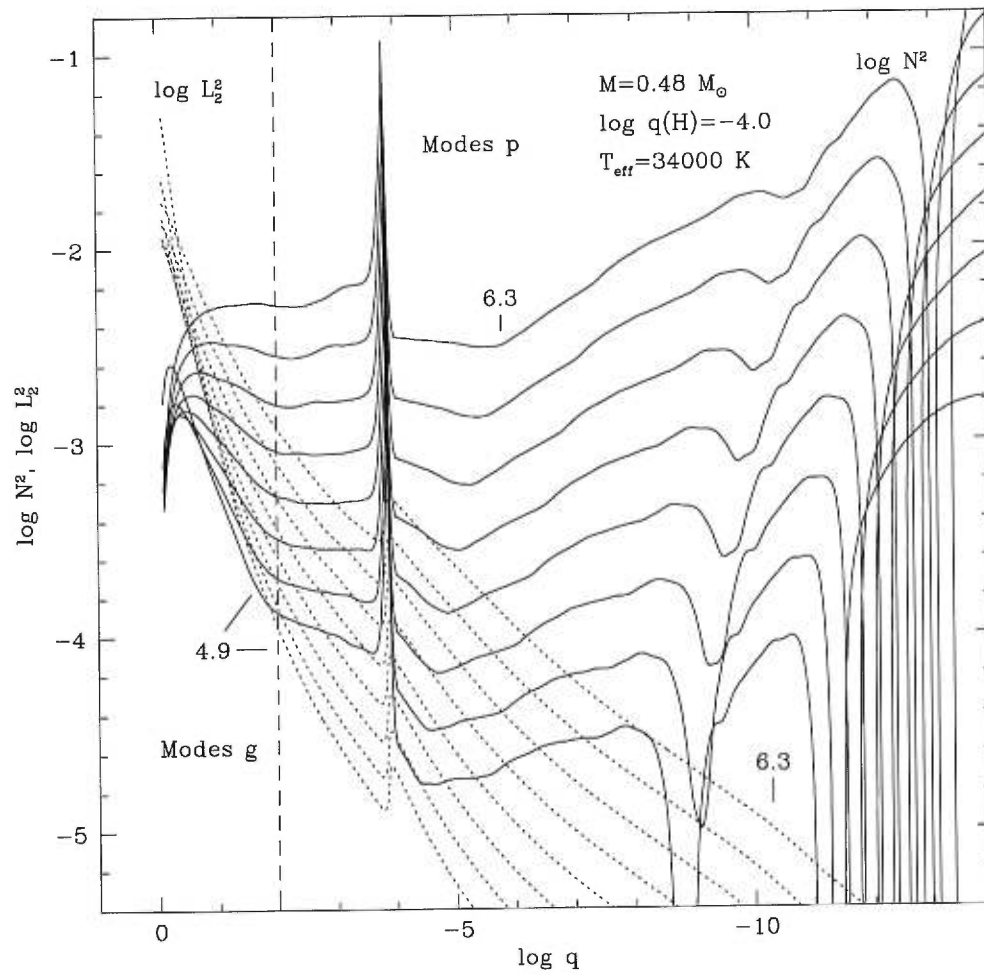


FIGURE 3.30. Idem figure 3.28 pour une série de modèles avec gravité de surface variable ( $4.9 \leq \log g \leq 6.3$ ,  $\Delta \log g=0.2$ ).

délimite schématiquement les deux régions qui affectent respectivement les modes  $g$  (au centre) et les modes  $p$  (dans les couches externes).

L'effet de ce paramètre est manifestement très prononcé, aussi bien sur la fréquence de Brunt-Väisälä que sur la fréquence de Lamb. Toutes deux connaissent une importante hausse (jusqu'à 2 ordres de grandeur environ) associée à l'augmentation de la gravité de surface, à la notable exception toutefois des couches très profondes des modèles ( $\log g \gtrsim -0.5$ ) pour lesquelles l'évolution n'est pas monotone. Pour les modes  $p$ , cela se traduit par une hausse systématique des fréquences, et donc par un raccourcissement des périodes, dans des proportions similaires (soit approximativement un facteur 10 entre les périodes des modes acoustiques d'un modèle à  $\log g = 6.3$  et celles d'un modèle à  $\log g = 4.9$ ; ce que nous observons effectivement d'après la figures 3.20).

Pour les modes  $g$ , la situation est plus nuancée en raison du comportement non monotone de la fréquence de Brunt-Väisälä dans les régions profondes. A  $\log g = 4.9$ , le profil de  $\log N^2$  possède, dans cette zone, une proéminence assez prononcée qui tend à s'évanouir à mesure que la gravité de surface augmente. Pour les faibles valeurs de  $\log g$ , cette tendance domine sur la croissance globale des profils au point de faire baisser la valeur de  $\log N^2$  dans cette région (on notera au passage que la fréquence de Lamb suit le même mouvement). Vers  $\log g \simeq 5.3$ , la "bosse" continue de s'aplatir mais la hausse globale des profils prend le dessus, forçant les valeurs de  $\log N^2$  à augmenter à nouveau dans la région centrale. Pour les fréquences (périodes) des modes  $g$ , cela se traduit par une baisse (hausse) à basses gravités suivie du comportement inverse pour les modèles à hautes gravités, phénomène que l'on a effectivement observé dans notre grille. A noter que la "bosse" prononcée qui caractérise les profils de  $\log N^2$  dans les modèles à basses gravités favorise, comme nous l'avons constaté, les collisions entre le spectre des modes  $g$  et celui des modes  $p$ .

Un rapide coup d'oeil sur les quantités physiques qui composent la fréquence de Brunt-Väisälä (figure 3.31) montre, comme auparavant, que les deux quantités représentées dans les panneaux du bas jouent un rôle marginal dans les grandes tendances qui se manifestent avec le paramètre  $\log g$ . L'évolution des profils est clairement do-

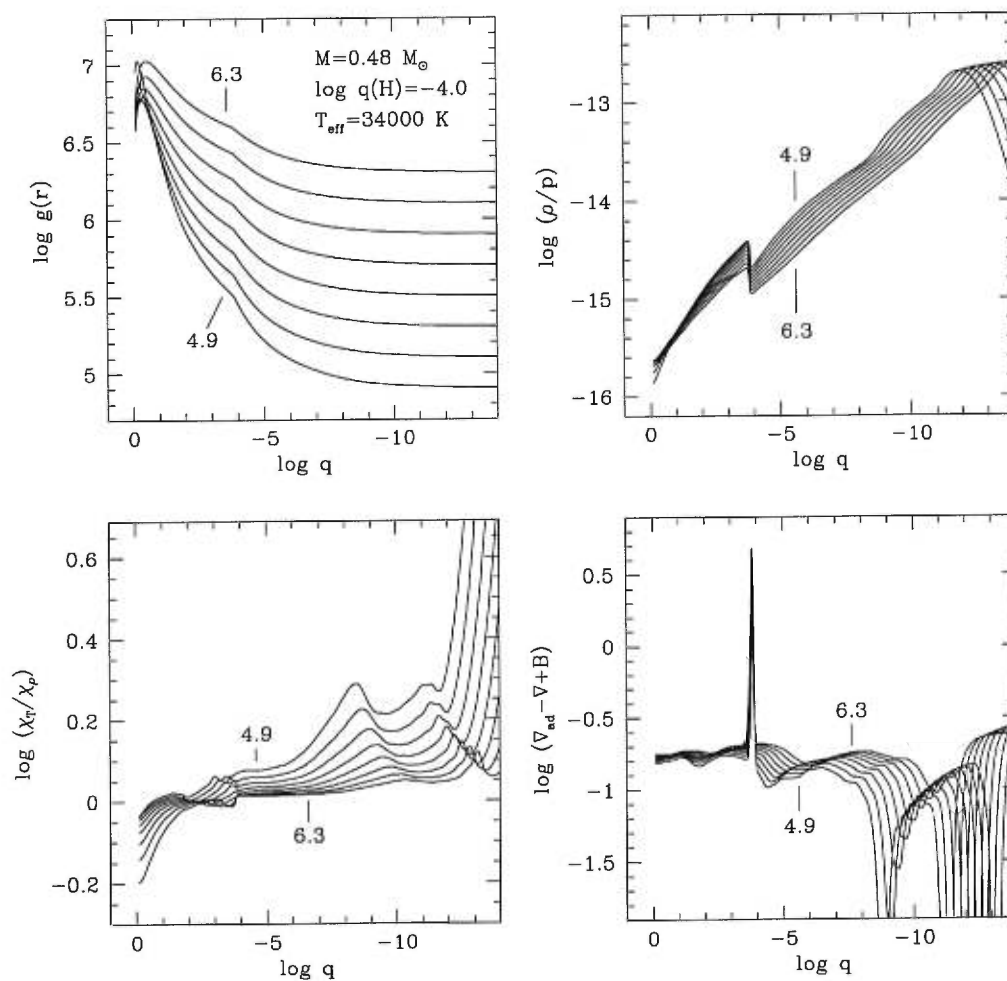


FIGURE 3.31. Idem figure 3.29 pour une série de modèles avec gravité de surface variable ( $4.9 \leq \log g \leq 6.3$ ,  $\Delta \log g = 0.2$ ).

minée par les ajustements survenant dans l'accélération gravitationnelle locale. Il est vrai qu'en modifiant la gravité de surface des modèles, cette quantité est directement et drastiquement affectée. Cette dominance marquée est certainement à l'origine de la relation "empirique" qui semble gouverner les périodes des pulsations radiales : soit  $\log P_k \simeq \alpha \log g + \beta_k$  avec  $\alpha \simeq -0.8$  (voir le début de la section concernant les modes p). Si l'on a en effet  $\log \sigma^2 \sim 2 \log g + C$  (où  $C$  désigne une constante) en supposant que les fréquences propres des modes suivent la même évolution que  $\log N^2$ , alors  $\log P \sim -\log g + C'$ , une relation de même forme que celle obtenue à partir de la grille. En réalité, le coefficient  $\alpha$  (en valeur absolue) est inférieur à 1 car les autres quantités qui interviennent dans la fréquence de Brunt-Väisälä ne sont pas rigoureusement insensibles à  $\log g$  comme le montre la figure 3.31. En particulier, le terme  $\log(\rho/P)$  qui évolue dans une direction opposée à celle de  $\log g(r)$  contribue à ce que la valeur de  $|\alpha|$  soit effectivement plus petite que l'unité.

Dans les régions centrales des modèles ( $\log g \gtrsim -1.0$ ), ce sont également les profils de  $\log g(r)$  qui façonnent le comportement de  $\log N^2$ . Les structures à basses gravités adoptent un état d'équilibre hydrostatique favorisant une plus grande concentration de la masse dans les régions centrales alors qu'à température effective identique, les modèles à hautes gravités de surface la distribuent de façon plus uniforme. Ces particularités imposées par les conditions d'équilibre dans les structures stellaires induisent donc les comportements observés pour les périodes des modes g.

### Nature et origine de ces comportements - Modes mixtes et collisions

Nous avons assez fréquemment mentionné les phénomènes associés aux collisions entre modes pour les avoir régulièrement rencontrés au cours de notre exploration des propriétés de pulsation dans les sdB. Pour compléter notre compréhension de ces phénomènes, la figure 3.32 expose un diagramme de propagation pour un modèle à haute température ( $T_{\text{eff}} = 39000$  K) et basse gravité ( $\log g = 5.3$ ) sujet à ce genre d'effets. Nous avons vu que ces collisions se produisent lorsque les zones de propagation

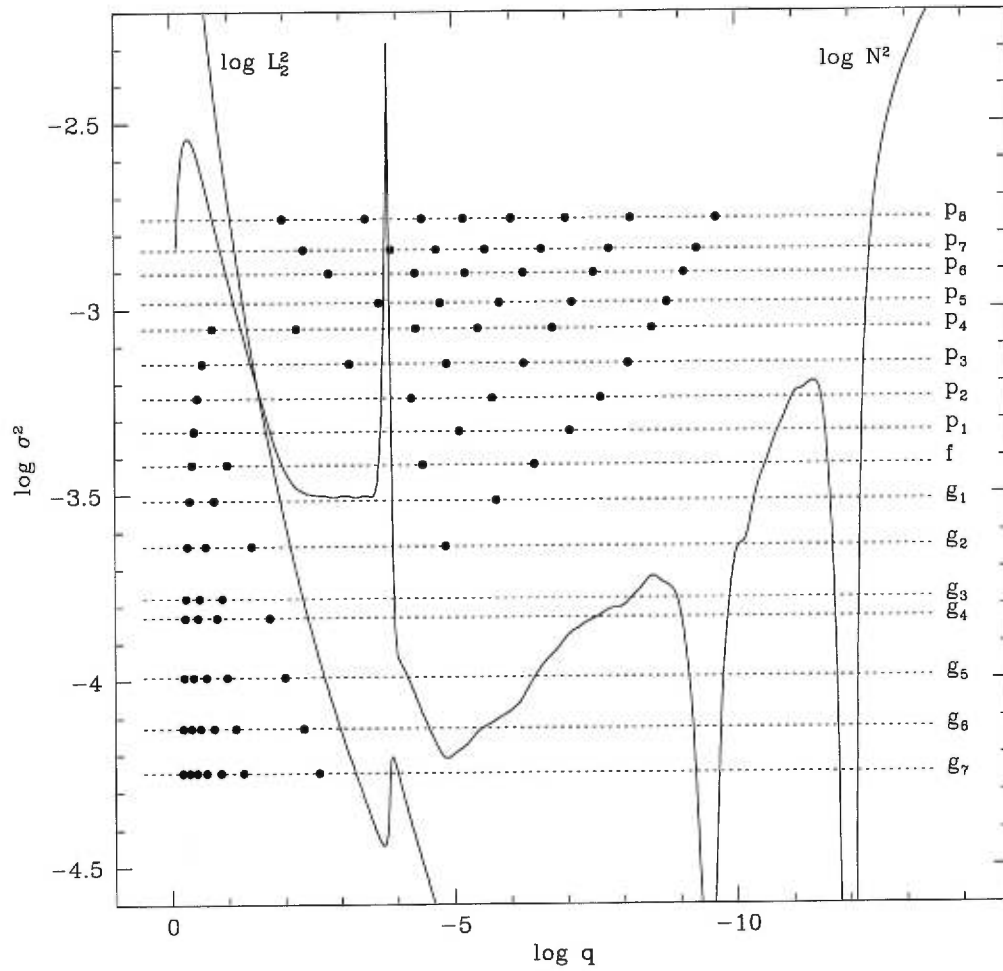


FIGURE 3.32. Diagramme de propagation pour les modes  $l = 2$  d'un modèle de la grille dont les paramètres sont  $T_{\text{eff}} = 39000$  K,  $\log g = 5.3$ ,  $\log q(H) = -4.0$  et  $M = 0.48 M_{\odot}$ . Les modes  $p_4 - p_1$ ,  $f$ ,  $g_1$  et  $g_2$  ont, dans ce modèle, une nature mixte.

des modes p et g se chevauchent en fréquences (ou périodes), introduisant pour certains modes de faible ordre radial un caractère de mixité dans leur comportement. La figure 3.32 illustre précisément cet aspect de mixité. Les modes touchés par ce phénomène sont les modes  $p_4$  à  $p_1$ , f,  $g_1$  et  $g_2$  caractérisés par l'existence, dans leurs fonctions propres  $y_1$  respectives, d'au moins un nœud dans chacune des zones de propagation. En effet, les modes p et g habituels possèdent généralement une seule zone de propagation dans laquelle l'ensemble des nœuds, dont le nombre total caractérise leur ordre radial respectif, se concentrent (par exemple, les modes  $p_5$  à  $p_8$  et  $g_3$  à  $g_7$  dans cette figure ou encore la totalité des modes dans la figure 3.10).

Pour les modes de nature mixte, oscillant aussi bien dans la région des ondes acoustiques que dans la région des ondes de gravité, le nombre total de nœuds dans la fonction propre  $y_1$  ne correspond plus, dans la nomenclature habituelle, à l'ordre radial réel des modes. Toutefois, suivant Unno et al., 1989, cet ordre radial peut être retrouvé en considérant l'indice  $k$  non plus comme le nombre total de nœuds mais comme la quantité  $|N_g - N_p|$ , où  $N_g$  et  $N_p$  représentent respectivement les nombres de nœuds dans les régions des modes g et des modes p (si  $N_g > N_p$  il s'agit d'un mode g, si  $N_g = N_p$  on a le mode f et si  $N_g < N_p$ , c'est un mode p). L'amplitude des oscillations dans chacune des zones indique le caractère du mode qui est favorisé. Si les oscillations sont importantes dans la région des ondes de gravité et faibles dans la zone des ondes acoustiques, le caractère mode g est dominant alors qu'en situation inverse, le caractère mode p est favorisé. Cette mixité confère aux modes qui la possèdent cette étonnante capacité d'adapter leurs caractères suivant les circonstances pour éviter les collisions interdites ("avoided crossing") lorsque les périodes de deux d'entre eux se rapprochent un peu trop.

### 3.4.2 Influence de l'épaisseur de l'enveloppe

Il est temps de poursuivre plus avant notre exploration portant sur l'influence des divers paramètres stellaires sur les modes de pulsation dans les étoiles sous-naines de type B. Après ce large aperçu sur les effets de la température effective et de la gravité

de surface, nous allons nous concentrer sur un troisième paramètre essentiel dans la structure de ces étoiles : le paramètre  $\log q(H)$ . Celui-ci indique la position, exprimée en fraction de la masse de l'étoile, à laquelle la transition chimique entre le noyau riche en hélium et l'enveloppe riche en hydrogène commence. Il détermine donc, en quelque sorte, la limite entre le noyau et l'enveloppe des modèles ainsi que la masse de cette dernière qui représente, pour les sdB, un paramètre fondamental. Comme auparavant, nous allons étudier séparément l'influence de ce paramètre sur les modes p (f) et sur les modes g.

### Sur les modes p et f

Pour les modes p et f, le comportement des périodes est illustré par la figure 3.33 pour un échantillon de modes radiaux ( $l=0$ ) et non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ), représentatif du spectre acoustique. Pour cette présentation en 3 dimensions de la grille, les quantités variables choisies sont la température effective, dont on connaît maintenant le peu d'emprise sur les modes p et f (si l'on fait abstraction des phénomènes de collisions entre modes), et bien entendu le paramètre  $\log q(H)$  que l'on veut tester. Les quantités qui demeurent constantes ont, comme d'habitude, reçues des valeurs typiques pour les étoiles sous-naines de type B :  $\log g = 5.6$  et  $M = 0.48 M_{\odot}$ .

De cette figure, il ressort que les périodes sont globalement assez peu affectées par le paramètre  $\log q(H)$  à en juger par les échelles indiquées sur l'axe des périodes et sans tenir compte des effets de collisions qui surviennent à hautes températures. Il y a néanmoins quelques comportements de second ordre qu'il est intéressant de noter. Ainsi, pour les pulsations radiales non sujettes aux perturbations engendrées par les collisions, de petites fluctuations de périodes se manifestent suivant l'axe des valeurs de  $\log q(H)$  pour une température effective donnée ; celles-ci étant plus nombreuses pour les modes d'ordre  $k$  élevé (par exemple le mode  $k=5$  dans la figure comparativement aux modes  $k=0$  et  $k=1$ ). Ces fluctuations sont, par ailleurs, d'amplitudes légèrement plus marquées pour les modes de faible ordre radial. Il est donc évident que le paramètre  $\log q(H)$ , représentant la position de la transition chimique He/H dans les modèles,

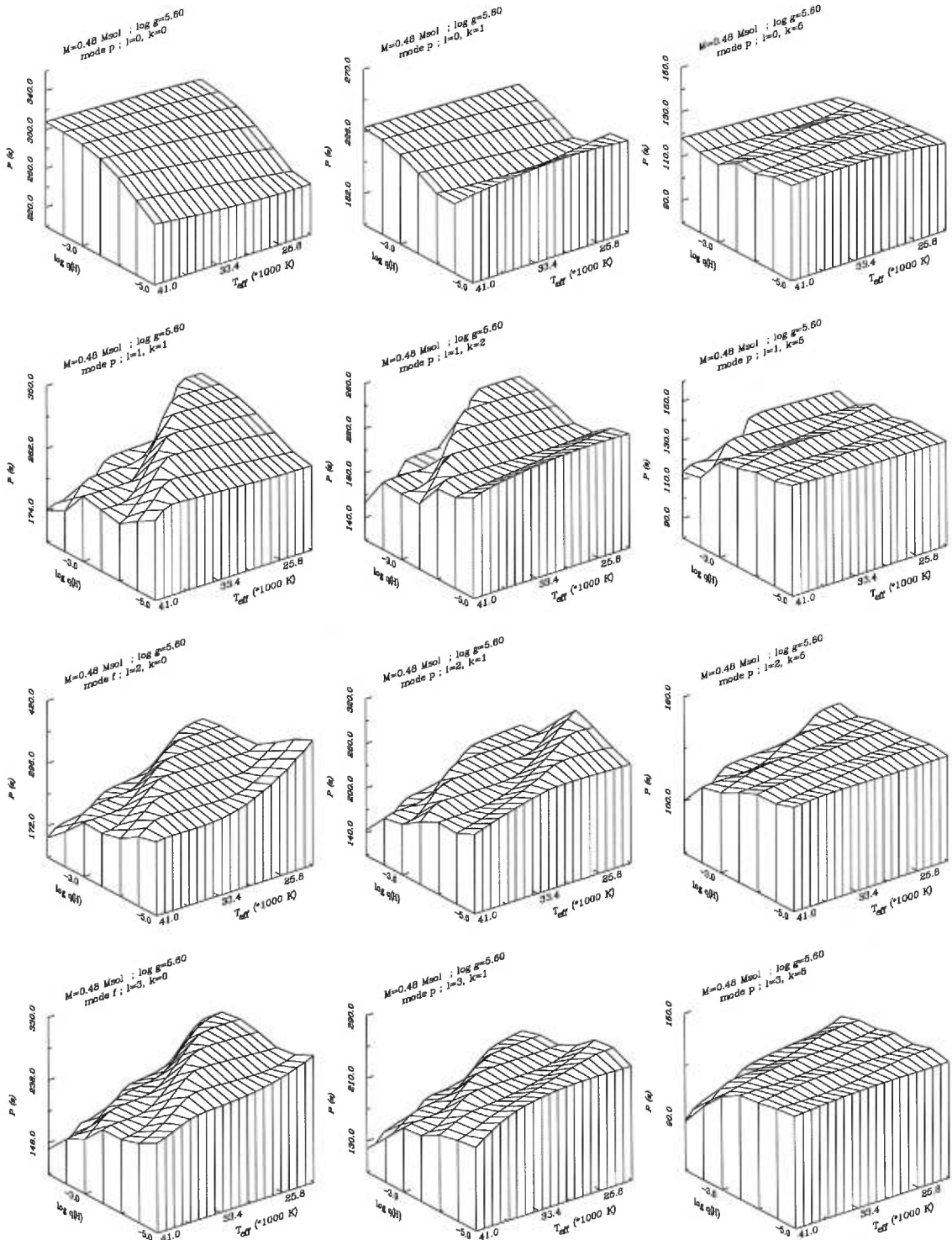


FIGURE 3.33. Echantillon de modes  $p$  et  $f$  dans l'espace  $\log q(H) - T_{\text{eff}}$  : Périodes adiabatiques. Chaque rangée correspond, en partant du haut, respectivement aux modes radiaux ( $l=0$ ) et aux modes non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Les deux paramètres stellaires fixes ont reçu les valeurs typiques :  $M_* = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log g = 5.6$ .



perturbe les périodes des modes acoustiques. Cette constatation apporte un indice supplémentaire en faveur de l’hypothèse du phénomène de micro-piégeage avancée à la section 3.2, phénomène tenu responsable des perturbations dans le spectre des modes p. Les pulsations non-radiales réagissent de la même façon au paramètre  $\log q(H)$ , celui agissant indifféremment sur les unes et sur les autres. Toutefois, pour les modes non-radiaux, viennent se superposer à cela les collisions entre modes, caractérisées par l’affaissement des périodes qu’elles produisent. Nous avons déjà noté leur apparition à hautes températures et basses gravités, la figure 3.33 nous apprend maintenant qu’une enveloppe plus épaisse – c’est-à-dire un modèle avec  $\log q(H)$  plus grand – favorise ce type de phénomène (par exemple, il fait son apparition à plus basse température pour les structures avec  $\log q(H) = -2.0$ ).

Les figures 3.34 et 3.35 montrent respectivement l’énergie cinétique ( $\log E_{\text{cin}}$ ) et l’espacement relatif en périodes  $\Delta P/P$  pour l’échantillon de modes p et f que nous avons sélectionné. La première figure dévoile des surfaces essentiellement planes dans tout l’espace exploré pour les modes radiaux et dans la région à faibles températures pour les modes non-radiaux. Pour ces derniers, le phénomène de collisions entre modes se manifeste, comme à l’accoutumée, par l’apparition de “chaines de montagnes” (valeurs de  $\log E_{\text{cin}}$  plus élevées) lorsque certains modes p empruntent le caractère mode g pour éviter leur voisin. Un regard attentif porté sur ces surfaces d’énergie permet de déceler de petites fluctuations semblables à celles observées pour les périodes. Ce sont toutefois dans les diagrammes  $\Delta P/P$ , particulièrement sensibles aux perturbations, qu’elles ressortent avec davantage de force. L’identification avec les structures observées sur les surfaces des périodes est ici très claire, confirmant leur parenté avec les phénomènes dominants que sont le micro-piégeage et les collisions entre modes.

### Phénomène du micro-piégeage

Plusieurs indices, présentés tout au long de ce chapitre, s’inscrivent dans l’idée qu’un phénomène, appelé micro-piégeage depuis la section 3.2, lié à la transition chi-

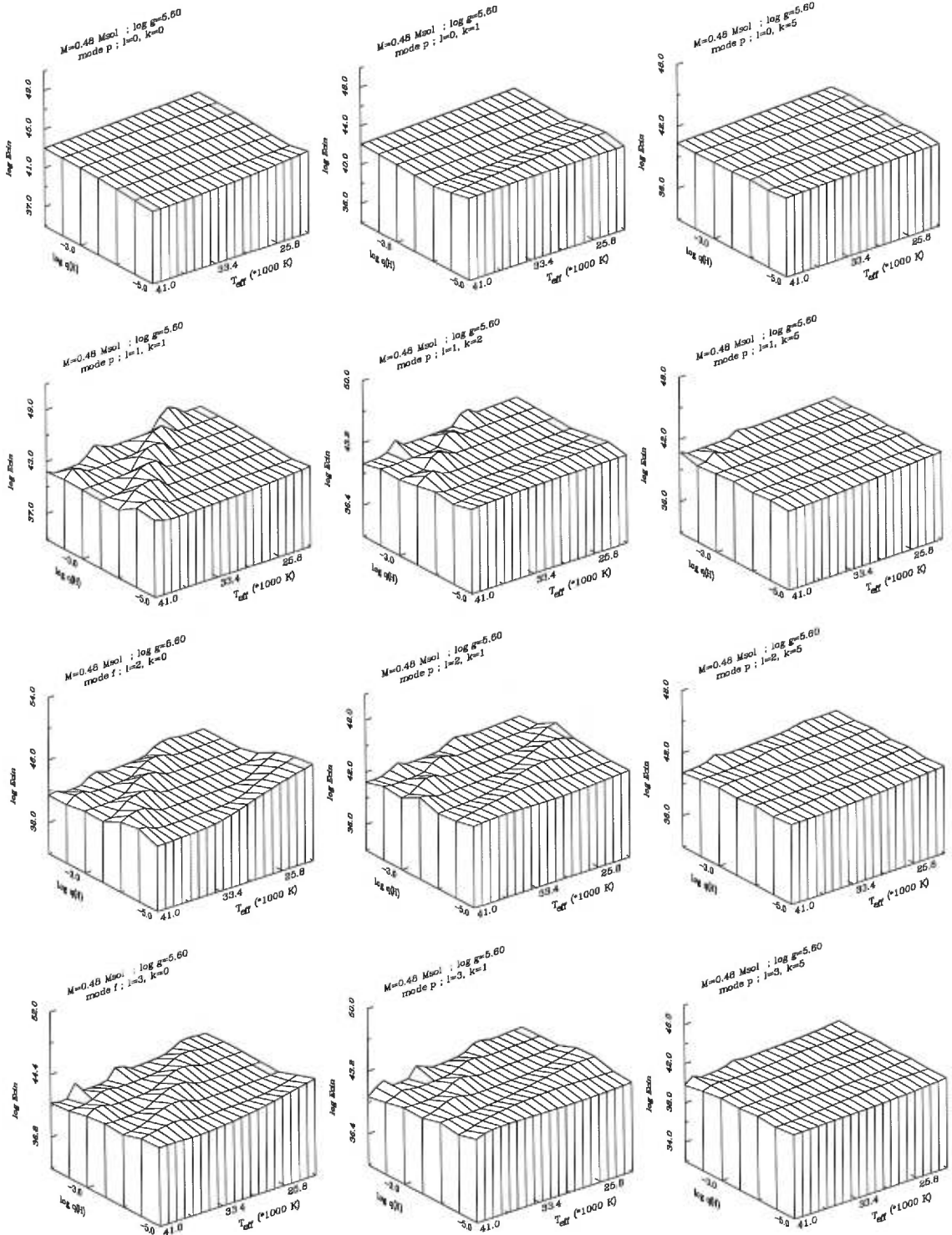


FIGURE 3.34. Idem figure 3.33 mais pour l'énergie cinétique  $\log E_{\text{cin}}$  des modes.

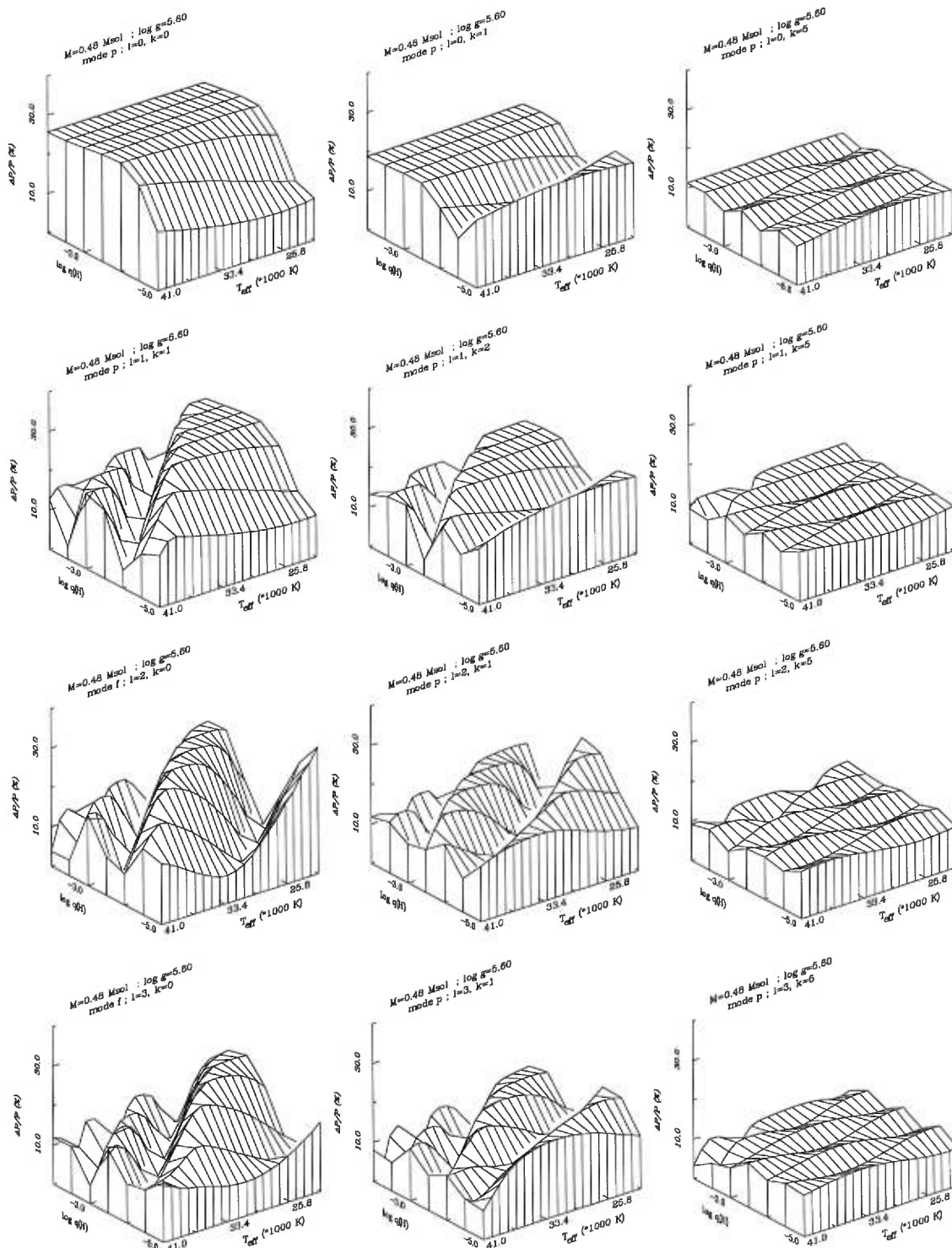


FIGURE 3.35. Idem figure 3.33 mais pour  $\Delta P/P = |P_k - P_{k+1}|/P_k$  (en %) entre modes d'ordres radiaux consécutifs.

mique He/H entre l’enveloppe et le noyau de l’étoile, soit responsable des petites fluctuations observées dans le spectre des modes acoustiques. Puisque, à la différence du piégeage existant pour les modes g, les perturbations ne pouvaient provenir de la discontinuité de Ledoux dans la fréquence de Brunt-Väisälä, il était alors naturel d’invoker les autres discontinuités, issues elles aussi de la transition He/H, présentes dans les profils d’autres quantités physiques (et notamment dans la vitesse locale du son) comme cause probable de ce phénomène. Jusqu’à présent, nous n’avons pas réellement les moyens de tester cette hypothèse étant donné l’impossibilité de neutraliser, par modification artificielle des modèles, les effets de ces discontinuités sur les modes de pulsation. Avec les structures d’enveloppes maintenant à notre disposition, il est possible de modifier à loisir l’emplacement de cette transition chimique grâce au paramètre  $\log q(H)$ . Ainsi, en observant les réactions du spectre acoustiques au cours d’une telle manipulation, nous sommes en mesure d’apporter quelques éléments nouveaux pour tenter d’infirmier ou de confirmer le bien-fondé de l’interprétation du micro-piégeage.

La figure 3.36 expose les spectres des modes acoustiques représentant les pulsations radiales ( $l=0$ ) jusqu’à  $k=19$  pour une série de modèles à température, gravité, masse constantes ( $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.6$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$ ) et  $\log q(H)$  variable de  $-5.0$  à  $-2.0$  par pas de  $0.5$ . Les pulsations radiales offrent ici le double avantage d’être à la fois représentatives des modes acoustiques en général (les modes non-radiaux réagissent principalement de la même façon ; voir section 3.2) tout en ne subissant pas les effets des collisions entre modes qui pourraient compliquer l’interprétation des résultats. Dans cette expérience, la position de l’interface He/H est donc progressivement déplacée des couches superficielles de l’étoile vers les régions plus centrales, manœuvre revenant à augmenter la masse de l’enveloppe riche en hydrogène.

Chaque spectre de la figure a été translaté verticalement afin d’assurer une bonne lisibilité du diagramme. En effet, l’écart moyen en fréquence ( $\Delta\nu$ ) entre deux modes consécutifs est sensiblement identique ( $\Delta\nu \simeq 1.1$  mHz) d’un modèle à l’autre, le paramètre  $\log q(H)$  n’affectant pas la structure globale du spectre acoustique. C’est au niveau des fluctuations autour de cette valeur moyenne que des modifications intéres-

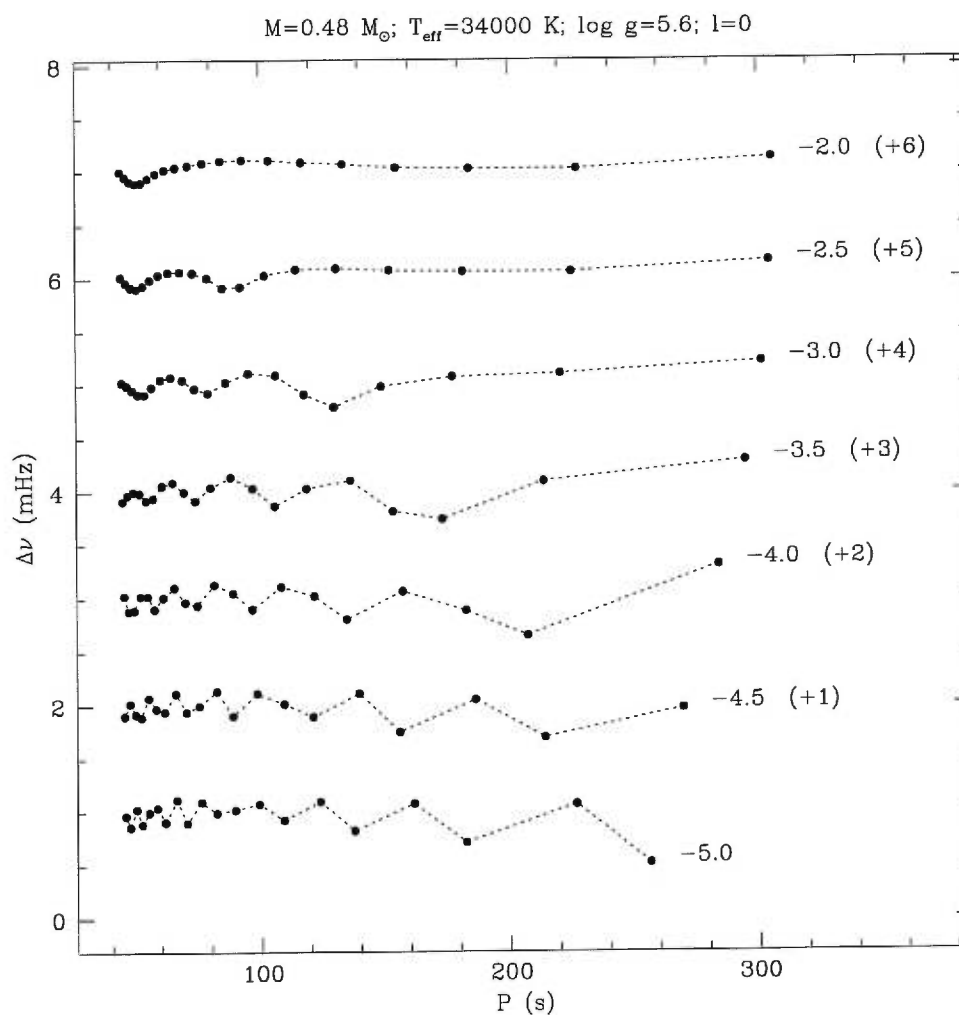


FIGURE 3.36. Espacement en fréquence ( $\Delta\nu$ ) des 20 premiers modes radiaux ( $k=0$  à 19;  $l=0$ ) pour une série de modèles à température effective, gravité de surface et masse constantes ( $T_{\text{eff}}=34000\text{K}$ ,  $\log g=5.6$  et  $M=0.48 M_{\odot}$ ) pour différentes valeurs de  $\log q(H)$  (de  $-2.0$  à  $-5.0$  par pas de  $0.5$ ). Chaque tracé est décalé verticalement de la valeur inscrite entre parenthèse pour assurer une bonne lisibilité des résultats.

santes surviennent. Il existe, en effet, une dépendance flagrante de la structure de ces dernières vis-à-vis de la profondeur à laquelle se situe la transition chimique He/H. Ainsi, le spectre du modèle avec  $\log q(H) = -2.0$  n'apparaît quasiment pas perturbé avant le mode d'ordre  $k \simeq 14$ . A mesure que  $\log q(H)$  diminue, les perturbations surviennent de plus en plus tôt dans le spectre et les fluctuations se font plus abruptes, plus rapprochées. Initialement assimilables à des structures périodiques "douces", englobant plusieurs modes dans un seul cycle (par exemple 4 modes environ pour le modèle avec  $\log q(H) = -3.5$ ), elles finissent, à  $\log q(H) = -5.0$ , par ressembler à des structures triangulaires caractérisées par d'importantes variations entre modes voisins. Cette corrélation marquée entre la nature des fluctuations dans le spectre et la position de la transition chimique He/H dans les modèles constitue une forte évidence en faveur du phénomène de micro-piégeage tel que nous l'avons défini jusqu'à présent.

Le comportement des fluctuations avec  $\log q(H)$  appelle cependant d'autres commentaires. Il peut, en effet, paraître surprenant que les fluctuations soient repoussées dans les profondeurs du spectre, vers les modes d'ordre  $k$  élevé, pour les modèles possédant les plus grosses enveloppes ( $\log q(H) \gtrsim -3.0$ ). Pourquoi les modes de faible ordre radial, par nature plus profonds que les modes d'ordre  $k$  élevé, seraient-ils insensibles à la transition He/H alors que ces derniers en subissent les distorsions ? Pour comprendre cet état de fait, deux propriétés sont à mettre en valeur. La première découle de l'absence de réponse globale du spectre acoustique, abstraction faite des – légères – distorsions occasionnées par le micropiégeage et éventuellement par les collisions entre modes, vis-à-vis des modifications du paramètre  $\log q(H)$ . C'est en effet une caractéristique généralement constatée (par exemple, dans la figure 3.33) que les périodes des modes p sont marginalement affectées par les changements imposés à ce paramètre. On imagine donc que les aspects structurels de ces modes (fonctions propres, positions des nœuds, etc...) n'évoluent guère d'un modèle à l'autre. Aussi, lorsqu'on change la position de l'interface He/H en variant le paramètre  $\log q(H)$ , les positions relatives entre les discontinuités physiques associées à cette interface et les nœuds des fonctions propres restés essentiellement fixes sont modifiées. Les conditions de micro-piégeage qui, à l'instar des modes g, doivent se réaliser lorsqu'un nœud prend place au voisinage

de l'interface chimique, s'en trouvent ainsi altérées. La seconde propriété est illustrée par le diagramme de propagation présenté dans la figure 3.37. Le spectre des modes radiaux jusqu'à  $k = 15$  pour le modèle de la figure 3.36 étiqueté  $\log q(H) = -2.5$  y est représenté. On remarque avant tout, conformément à la première propriété énoncée juste avant, que les nœuds des fonctions propres n'ont pas accompagné le pic de Ledoux caractéristique de la transition He/H dans la fréquence de Brunt-Väisälä dans sa migration vers les régions centrales de l'étoile. Un rapide regard sur les diagrammes de propagation présentés dans les sections précédents (figures 3.10 et 3.32) confirme que les nœuds des modes p restent sensiblement à la même place, quelle que soit la position de la transition. L'ensemble des caractéristiques du micro-piégeage deviennent alors évidentes.

Pour les modèles possédant une enveloppe massive (par exemple  $\log q(H) = -2.5$  comme dans la figure 3.37), la transition chimique He/H se retrouve excentrée par rapport à la position habituelle des nœuds des fonctions propres, plutôt concentrés vers  $\log q(H) = -5.0$ . Aussi, les modes de faible ordre radial sont-ils épargnés par les effets de la discontinuité, celle-ci se trouvant trop éloignée de leurs nœuds pour que le micro-piégeage soit efficace. Lorsque l'indice radial  $k$  augmente, les nœuds déjà existants migrent vers la surface du modèle alors que les nouveaux nœuds apparaissent dans les couches profondes. Le point intéressant est que le nouveau nœud se place à chaque fois un peu plus en profondeur que pour le mode précédent. Il arrive donc un moment où ils rejoignent la région de la transition He/H, permettant au processus de micro-piégeage d'opérer. Pour le modèle de la figure 3.37, cela se produit à partir du mode d'indice  $k \simeq 9$ , en parfait accord avec la structure du spectre présentée dans la figure 3.36.

Puisque les positions des nœuds ne varient guère lorsque la valeur  $\log q(H)$  est diminuée, on comprend très bien ce qu'il advient au niveau du spectre. La discontinuité He/H est ramenée vers les régions où se concentrent les nœuds, entraînant deux effets effectivement observés dans la figure 3.36 : les modes d'ordre radial de plus en plus faible peuvent être perturbés par le micro-piégeage et, devant la multitude de nœuds

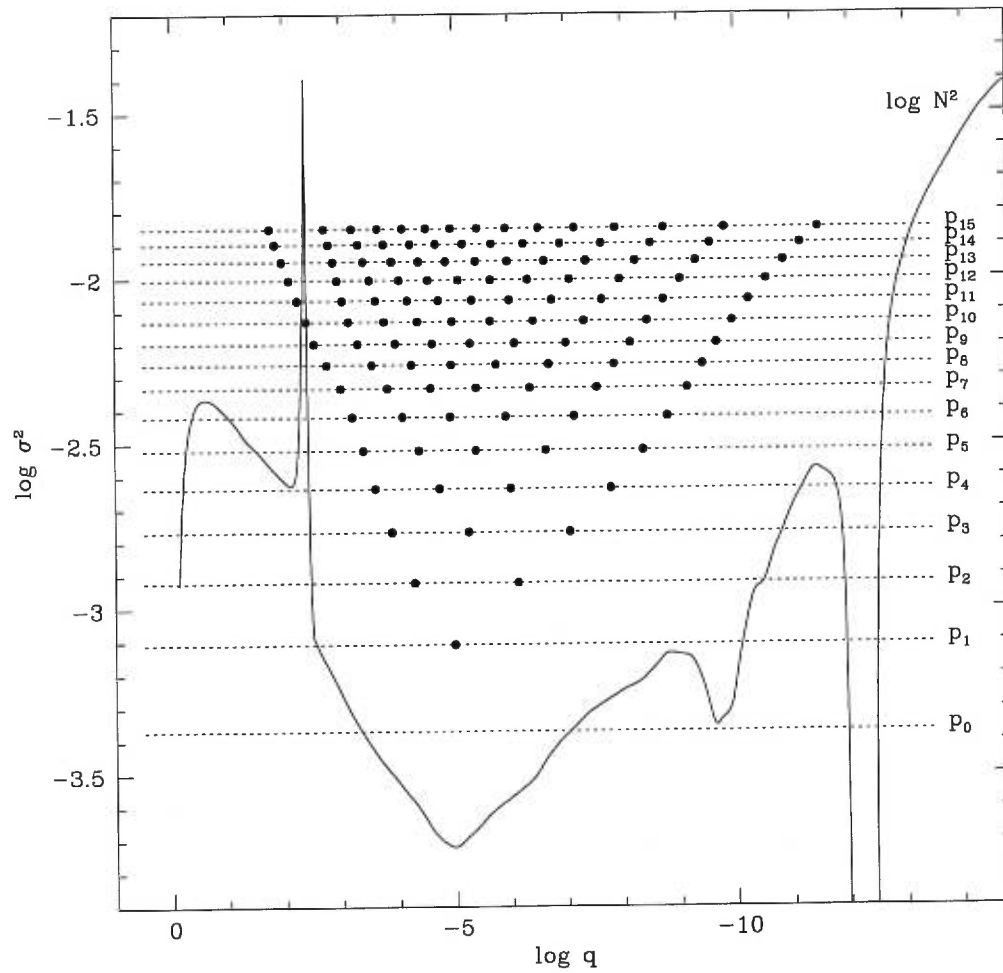


FIGURE 3.37. Diagramme de propagation pour les modes radiaux ( $l=0$ ) d'un modèle de paramètres  $T_{\text{eff}}=34000$  K,  $\log g=5.6$ ,  $\log q(H)=-2.5$  et  $M=0.48 M_{\odot}$ .



qui s'amoncellent dans ces régions, de plus en plus de modes s'en trouvent affectés, rendant la structure des fluctuations plus "hachée". Apparemment, la configuration optimale pour le micro-piégeage se présente pour  $\log q(H) \simeq -5.0$ . Tous les modes, ou presque, sont alors affectés en raison de la grande densité de nœuds dans cette région de l'étoile.

### Sur les modes g

L'influence du paramètre  $\log q(H)$  sur le spectre des modes g constitue maintenant la cible de notre investigation. Les figures 3.38 et 3.39 illustrent, respectivement en 3 dimensions et 2 dimensions (pour faciliter une lecture quantitative), les périodes des ondes de gravité en fonction de celui-ci. La seconde quantité variable dans notre représentation est la température effective dont les effets sur les périodes des modes g sont maintenant bien connus. Les autres paramètres fixes ont reçu les valeurs typiques habituelles :  $\log g = 5.6$  et  $M = 0.48 M_{\odot}$ . Comme auparavant, un échantillon de 9 modes pour les pulsations d'indices angulaires  $l = 1, 2$  et  $3$  donne un aperçu représentatif des comportements de l'ensemble du spectre.

L'impression générale dominante que suscitent ces figures est celle d'une évolution monotone des périodes en fonction des deux paramètres représentés. Il y a confirmation de la baisse marquée de ces dernières avec l'accroissement de la température des modèles ; baisse qui survient, comme on pouvait l'anticiper, quelle que soit la valeur de  $\log q(H)$ . La tendance qui nous intéresse dans cette section, tendance associée au paramètre  $\log q(H)$ , est manifestement, elle aussi, au raccourcissement des périodes lorsque l'enveloppe des modèles devient plus étoffée ( $\log q(H)$  augmente). Néanmoins, si ces variations sont importantes suite aux changements de température effective, elles demeurent plus mesurées avec ceux du paramètre  $\log q(H)$ , les périodes augmentant environ d'un facteur 2 entre  $\log q(H) = -2.0$  et  $\log q(H) = -5.0$ .

Ces comportements généraux subissent quelques perturbations à certains régimes de  $T_{\text{eff}}$  et/ou  $\log q(H)$ . Toutefois, aucun phénomène nouveau n'est à déclarer puisque

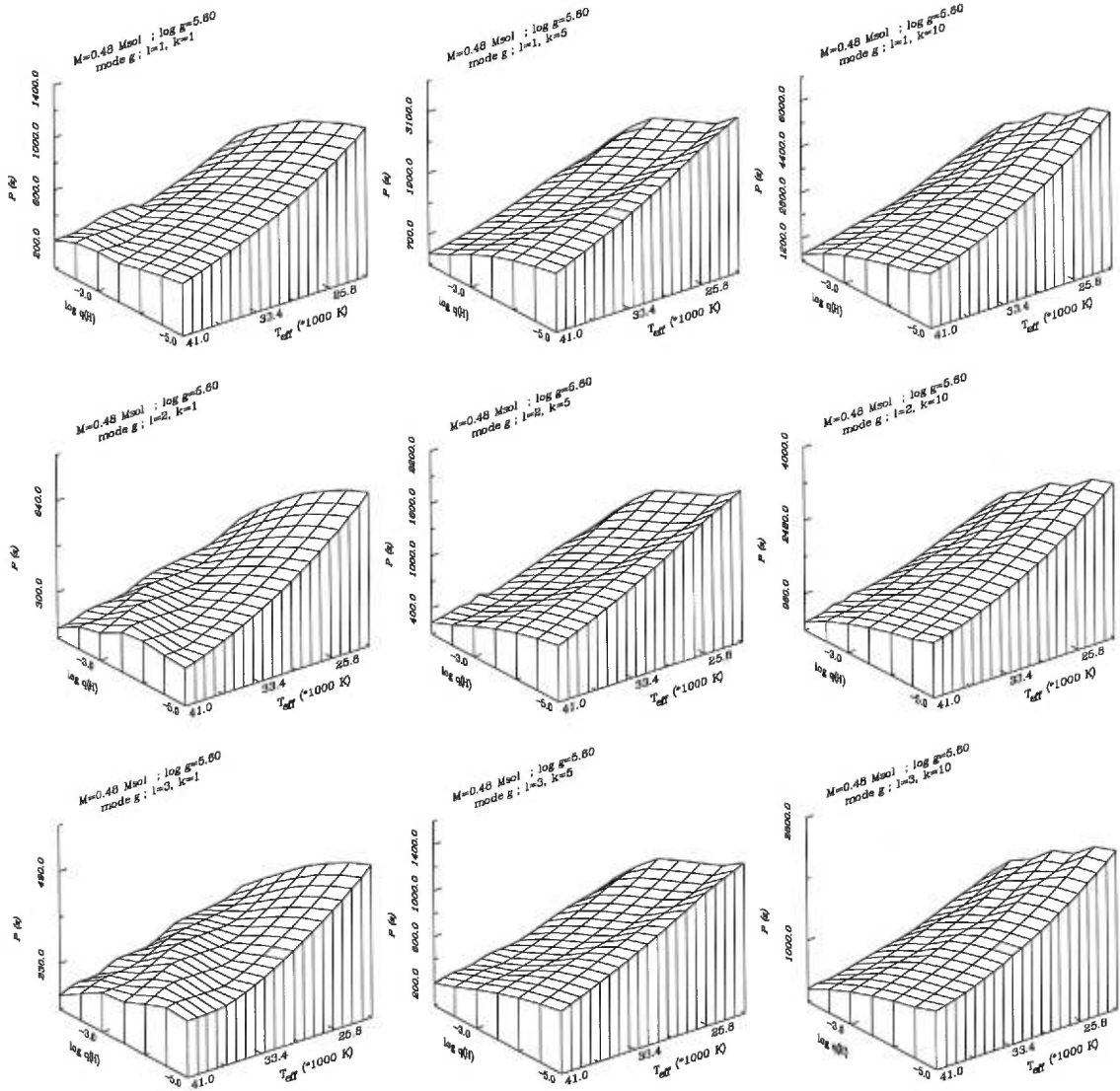


FIGURE 3.38. Echantillon de modes  $g$  dans l'espace  $\log q(H) - T_{\text{eff}}$  : Périodes adiabatiques. Chaque rangée correspond, en partant du haut, respectivement aux modes  $l=1$ , 2 et 3. Les deux paramètres stellaires fixes ont reçu les valeurs typiques :  $M_{*} = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log g = 5.6$ .

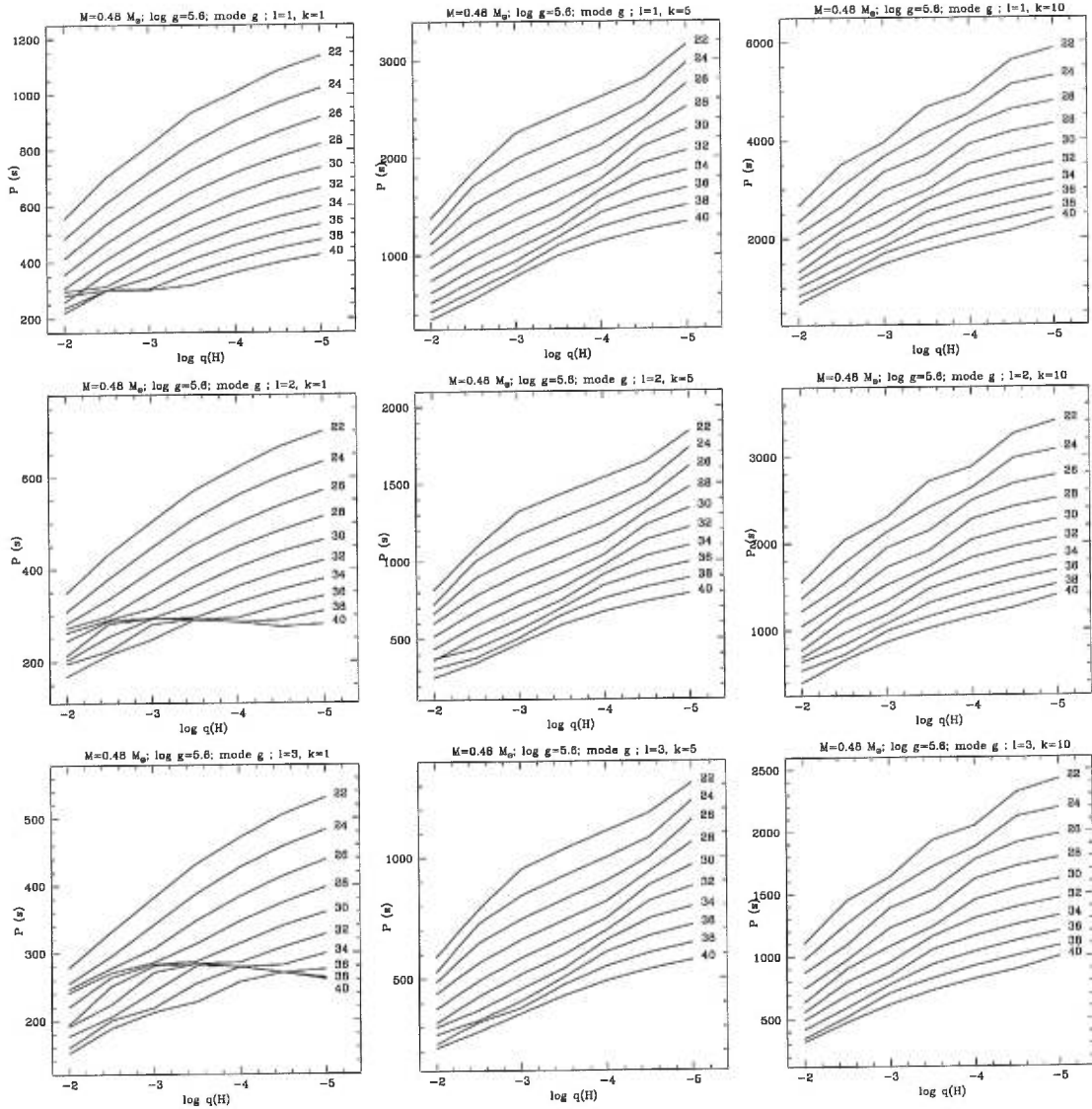


FIGURE 3.39. Idem figure 3.38 avec représentation en 2D de la grille des périodes. Les valeurs de  $T_{\text{eff}}/1000 \text{ K}$  (seulement une sur deux pour des raisons de lisibilité) sont indiquées à coté de chaque tracé.

leur existence provient des processus de collisions entre modes et du piégeage maintenant bien connus. Les collisions interviennent à hautes températures et sont favorisées dans les modèles possédant des enveloppes massives (vers  $\log q \simeq -2.0, -2.5$  et  $T_{\text{eff}} \simeq 35000 \text{ K}, 41000 \text{ K}$  pour le mode  $k=1, l=1$  par exemple). Cependant, pour ce choix de gravité de surface ( $\log g=5.6$ ), les perturbations restent assez limitées et, avec des structures à basses gravités ( $\log g \lesssim 5.3$ ), le phénomène s'étend sur une fraction plus importante de l'espace  $T_{\text{eff}} - \log q(H)$ . Les processus de piégeage se manifestent, quant à eux, par de légères perturbations des périodes, provoquant l'apparition d'une succession de "creux et bosses" sur les surfaces présentées, ceux-ci devenant d'autant plus nombreux que l'ordre radial  $k$  des modes est élevé (comme en témoignent les modes avec  $k=10$  dans les figures). Le phénomène du piégeage tirant son essence des positions relatives entre les nœuds des fonctions propres et l'interface de la transition He/H spécifiée par le paramètre  $\log q(H)$ , il est donc normal d'observer ce type de réactions dans le spectre des modes  $g$  lorsque cette interface est déplacée.

Les effets du paramètre  $\log q(H)$  sur l'énergie cinétique des modes, quantité disponible dans la figure 3.40, illustrent encore davantage les structures associées au piégeage et aux collisions entre modes. Les surfaces, surtout pour les modes d'ordre  $k$  élevé, sont jalonnées de "vallées" (le mode est piégé et son énergie est plus faible) et de "collines" (le mode est confiné et possède une plus grande énergie). Les collisions se manifestent par une baisse marquée de  $\log E_{\text{cin}}$  ainsi que par un ensemble de structures abruptes pour les modes de faible ordre radial dans la région à haute température et pour les modèles à enveloppes massives (avec des valeurs de  $\log q(H)$  plus élevées). Celles-ci surviennent lorsque les modes devenus mixtes commencent à alterner entre les caractères d'ondes acoustiques et ceux d'ondes de gravité.

### Influence sur l'effet de piégeage

Au cours des sections 3.2 et 3.3, nous avons insisté sur les structures particulières que le piégeage et le confinement par la transition chimique He/H induisent dans le

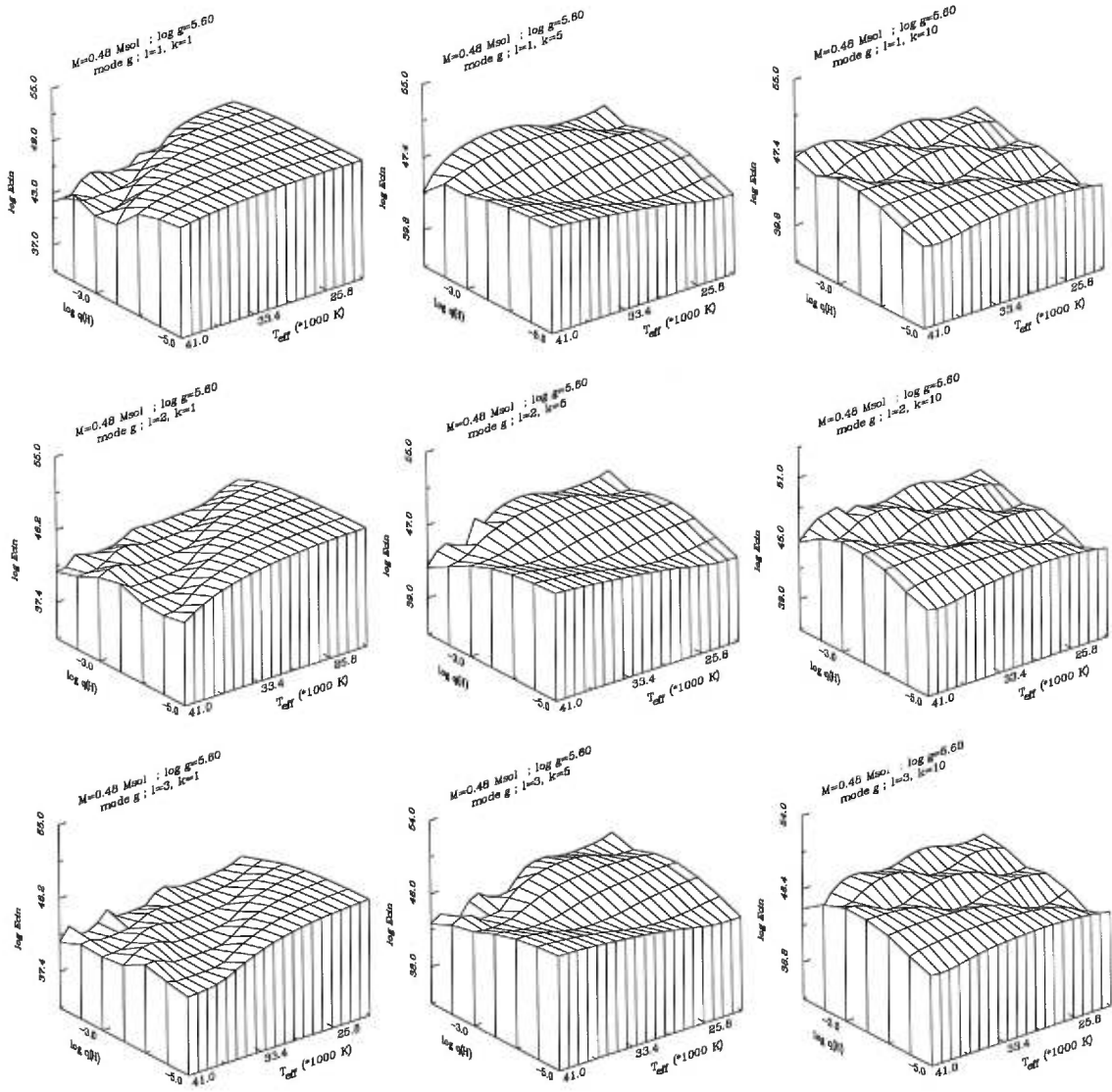


FIGURE 3.40. Idem figure 3.38 mais pour l'énergie cinétique  $\log E_{\text{cin}}$  des modes.

spectre des modes  $g$  (voir les figures 3.1, 3.2, 3.4 et 3.11 de ces mêmes sections). Nous avons vu que l'énergie cinétique ainsi que les périodes des modes s'en trouvent grandement affectées. Puisque ces phénomènes de piégeage et de confinement sont intimement liés à la discontinuité chimique entre le noyau riche en hélium et l'enveloppe d'hydrogène de l'étoile, la position de cette dernière dans les modèles, donc *a fortiori* le paramètre  $\log q(H)$ , ont vocation à les influencer de manière importante. La figure 3.41, présentant les spectres des modes  $g$  d'indices  $l = 3$  pour un ensemble de modèles avec  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.6$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H)$  variable (de  $-5.0$  à  $-2.0$  par pas de 0.2), illustre parfaitement l'ascendance que peut avoir ce paramètre sur les structures de piégeage au niveau de l'énergie cinétique ( $\log E_{\text{cin}}$ ) et des écarts de périodes ( $\Delta P = P_{k+1} - P_k$ ) des modes de gravité. Le panneau de gauche expose les profils de  $\log E_{\text{cin}}$  pour cette série de modèles, chacun étant décalé verticalement par la quantité correspondante entre parenthèses pour maintenir la lisibilité du graphique. Dans le panneau de droite, les mêmes spectres sont disponibles, représentés sous la forme de diagrammes  $\Delta P - P$  décalés eux aussi verticalement de la valeur indiquée entre parenthèses.

A partir de cette figure, il ressort principalement deux tendances engendrées par les modifications du paramètre  $\log q(H)$ . La première, particulièrement évidente, se rapporte à la réduction systématique des écarts entre modes piégés à mesure que l'interface He/H est déplacée vers les couches profondes. L'espacement  $\Delta k$  ainsi que les différences de périodes  $\Delta P$  entre deux modes piégés consécutifs ( $\Delta i = 1$ ) se trouvent peu à peu réduits dans l'opération. De plus, cette évolution s'accompagne d'une diminution assez marquée de l'amplitude des perturbations causées par le piégeage. La seconde tendance concerne la diminution importante des écarts moyens entre modes consécutifs ( $\Delta k = 1$ ). Ainsi, les profils présentés contiennent, dans l'intervalle de périodes exploré (de 0 à 3000 s), plus de modes pour les grandes valeurs de  $\log q(H)$  puisque les  $\Delta P$  moyens (panneau de droite) passent de 120 s environ pour  $\log q(H) = -5.0$  à près de 40 s pour le modèle avec  $\log q(H) = -2.0$ . A noter au passage, la chute de  $\log E_{\text{cin}}$  pour les modes de faible ordre radial lorsque la masse de l'enveloppe est augmentée, chute produite lors de l'apparition des phénomènes de mixité des modes et de collisions.

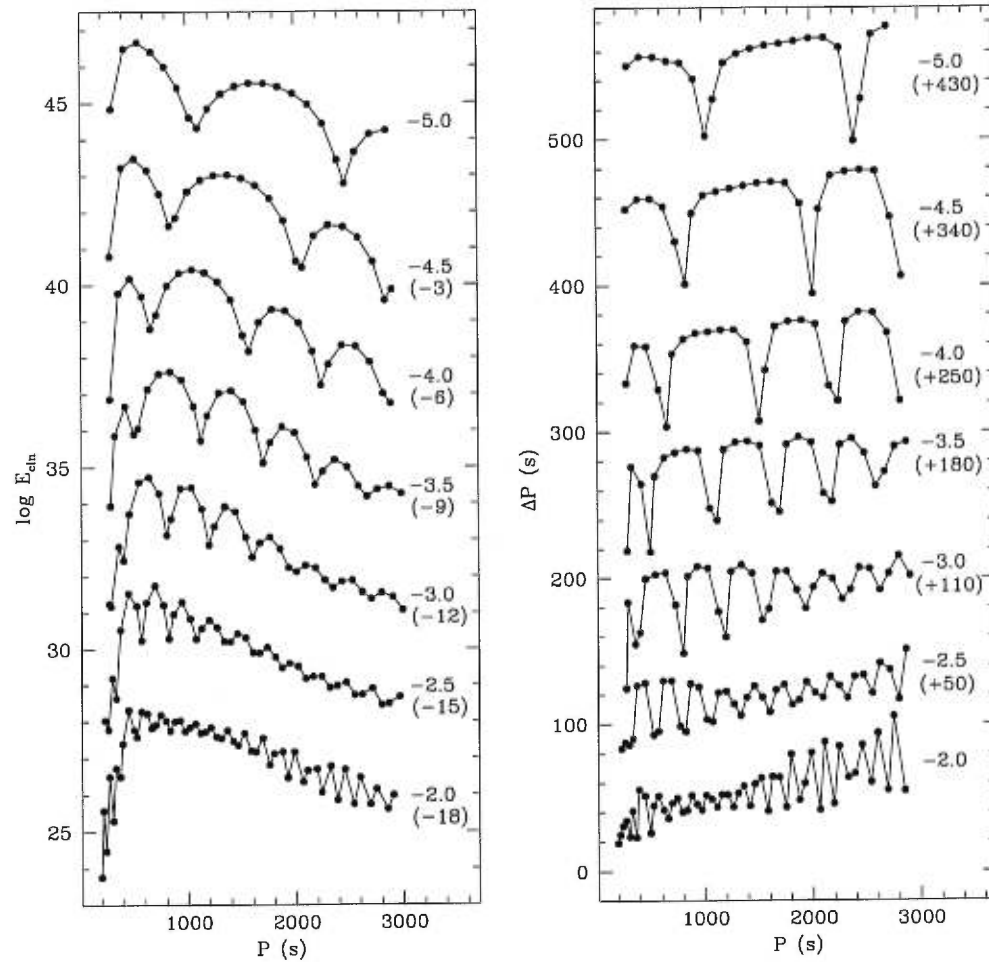


FIGURE 3.41. Effets du paramètre  $\log q(H)$  sur la structure de piégeage des modes  $g$ . Une série de spectres pour  $l = 3$  issus des modèles avec  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.6$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $-2.0 \geq \log q(H) \geq -5.0$  (par pas de 0.5) sont présentés au travers de l'énergie cinétique des modes ( $\log E_{\text{cin}}$ ; graphique de gauche) et de l'écart entre périodes des modes consécutifs ( $\Delta P$  en secondes; graphique de droite).

Ces comportements sont le reflet d'évolutions structurelles dans les modèles qui se répercutent directement sur les quantités physiques intervenant dans la théorie asymptotique (c.f., Appendice B et section 3.2). Les plus importantes d'entre elles, dans le contexte des modes g, sont évaluées pour la série de modèles de la figure 3.41 et présentées dans le tableau 3.5. Leurs définitions sont données par les relations (3.5) et (3.6) de la section 3.2 ou encore par (B.20) et (B.21) dans l'appendice B. On peut toutefois rappeler que pour le spectre des modes g avec  $l = 3$ , les quantités  $\Pi_{0,3}^{\text{rad}}$  et  $\Pi_{H,3}^{\text{rad}}$  correspondent, dans la limite de la théorie asymptotique (grandes valeurs de  $k$ ), à l'écart moyen  $\Delta P$  respectivement entre les périodes des modes consécutifs ( $\Delta k = 1$ ) et celles des modes piégés successifs ( $\Delta i = 1$  mais  $\Delta k \gtrsim 1$ ). La quantité  $\overline{\Delta k}$  apparaissant dans le tableau est une estimation, toujours selon les résultats de la théorie asymptotique, de la différence  $\Delta k$  moyenne séparant deux modes piégés consécutifs. Elle correspond, grosso modo, à l'entier le plus proche obtenu à partir du ratio  $\Pi_H/\Pi_0^{\text{rad}}$  (Appendice B).

L'évolution de ces quantités physiques, estimées uniquement à partir des structures à l'équilibre des modèles sans que n'intervienne le moindre calcul de pulsations, apparaissent parfaitement cohérentes avec les observations de la figure 3.41. D'abord qualitativement puisque la tendance est à la baisse conjointe des quantités  $\Pi_{0,3}^{\text{rad}}$  et  $\Pi_{H,3}$ , associées, comme on vient de le rappeler, à l'écart moyen entre les périodes des modes successifs et entre celles des modes piégés consécutifs, lorsque  $\log q(H)$  passe de  $-5.0$  à  $-2.0$ . Ensuite quantitativement en comparant les résultats du tableau 3.5 avec les valeurs obtenues par les calculs de pulsations qui sont présentés dans cette figure. La quantité  $\overline{\Delta k}$ , dont la baisse résulte de la décroissance plus rapide de  $\Pi_H$  par rapport à  $\Pi_0^{\text{rad}}$ , offre en particulier une remarquable correspondance avec ce qui est observé dans les spectres.

### Nature et origine de ces comportements

D'un point de vue structurel, les diverses tendances occasionnées par les changements dans le paramètre  $\log q(H)$  et dévoilées au cours de cette section sont le fait



TABLEAU 3.5. Quantités asymptotiques définies et calculées par les relations (3.5) et (3.6) dans la section 3.2 pour la série de modèles de la figure 3.41. Ici,  $\Pi_H = \Pi_{H,l}[l(l+1)]^{1/2}$ ,  $\Pi_0^{\text{rad}} = \Pi_{0,l}^{\text{rad}}[l(l+1)]^{1/2}$  et  $\overline{\Delta k} \simeq \Pi_H / \Pi_0^{\text{rad}}$  (c.f., Appendice B).

$\log q(H)$	$\Pi_0^{\text{rad}}$ (s)	$\Pi_H$ (s)	$\Pi_{0,3}^{\text{rad}}$ (s)	$\Pi_{H,3}$ (s)	$\overline{\Delta k}$
-5.0	415	3066	120	885	7
-4.5	390	2490	113	719	6
-4.0	355	1959	103	566	6
-3.5	315	1511	91	436	5
-3.0	267	1097	77	317	4
-2.5	212	768	61	222	4
-2.0	148	464	43	134	3

d'ajustements dans les modèles qui se répercutent sur des quantités comme les fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb dont on connaît l'importance pour les pulsations. Aussi, comme auparavant pour la température effective et la gravité de surface, les profils de ces deux quantités sont exposés dans la figure 3.42 pour la série de modèles avec  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.6$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H)$  compris entre  $-2.0$  et  $-5.0$  (par pas de 0.5). Encore une fois, la droite verticale en tirets délimite, schématiquement, la région agissant principalement sur les modes g de celle qui influence surtout les modes p.

La première constatation évidente est la superposition de tous les profils dans les couches externes des modèles (pour  $\log q \lesssim -5.0$ ), les conditions de surface ( $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$ ) demeurant inchangées pour toute cette série de structures. Puisque les modes p établissent la majeure partie de leurs périodes dans ces régions externes, il n'est donc pas surprenant que celles-ci soient globalement (c.à.d., abstraction faite des perturbations dues au micro-piégeage) peu affectées par le paramètre  $\log q(H)$ . Pour les modes g, l'effet est plus marqué car la fréquence de Brunt-Väisälä, principale quantité à influencer leurs périodes, croît dans les régions centrales à mesure que  $\log q(H)$  augmente. Pour ces modes, cela se traduit par la baisse des périodes que nous constatons effectivement dans la grille. On réalise aussi que les plus grandes valeurs de  $\log q(H)$ , en affectant les profils de  $\log N^2$  de telle manière à créer un chevauchement entre les zones de propagation, favorisent les collisions entre le spectre des modes g et celui des modes p.

A propos des phénomènes de piégeage et de micro-piégeage, on notera qu'il existe finalement une similitude dans les façons dont le spectre acoustique et le spectre des modes de gravité se comportent vis-à-vis du déplacement de la transition He/H. En schématisant, les nœuds des modes p se concentrent habituellement vers  $\log q \simeq -5.0$  quelle que soit la valeur de  $\log q(H)$  alors que ceux des modes g s'accumulent plutôt autour de  $\log q \simeq -1.0$  (voir par exemple les diagrammes de propagation dans les figures 3.10 et 3.32). Pour les deux catégories de modes, lorsque l'ordre radial  $k$  augmente, les nœuds des fonctions propres migrent vers d'autres régions : en direction à

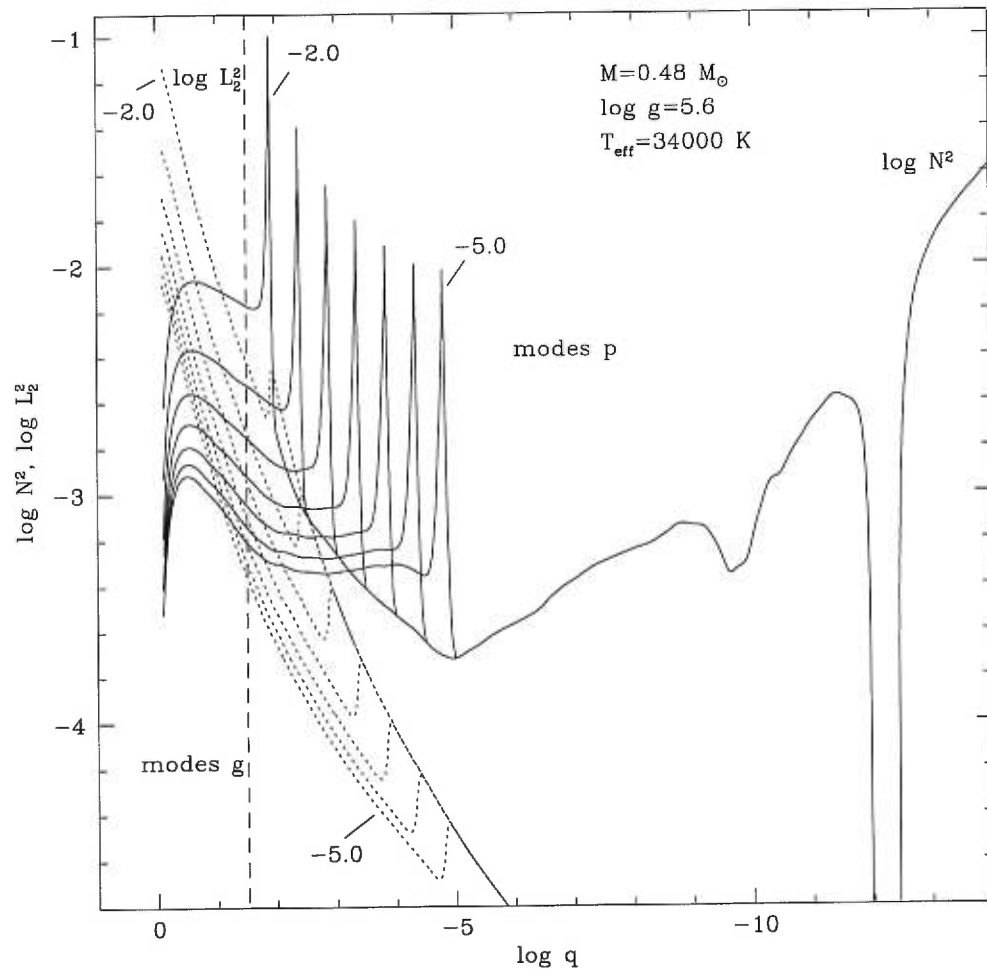


FIGURE 3.42. Profils des fréquences de Brunt-Väisälä ( $\log N^2$ ; traits pleins) et de Lamb ( $\log L_2^2$ ; lignes pointillées) pour une série de modèles avec différentes valeurs de  $\log q(H)$  ( $\log q(H) = -5.0$  à  $-2.0$  par pas de 0.5). Une ligne verticale en tirets délimite schématiquement les parties extérieures qui influencent les fréquences des modes p des régions centrales qui agissent principalement sur les celles des modes g.

la fois des couches profondes et des couches externes pour les modes p ; uniquement vers les régions externes pour les modes g. Ainsi, pour  $\log q(H) = -5.0$ , la transition He/H se situe au beau milieu du “conglomérat” de nœuds des modes p, produisant par micro-piégeage cette structure étriquée observée au niveau du spectre acoustique dans la figure 3.36. Elle est, par contre, très éloignée de l’ensemble des nœuds des modes g, engendrant alors la structure de piégeage clairement dissociée que l’on observe et dont les effets se manifestent lorsque les nœuds, très espacés dans cette région, rencontrent dans leur migration la discontinuité chimique. Curieusement, quand  $\log q(H)$  est augmenté pour atteindre la valeur  $-2.0$ , la situation inverse se met en place. Les modes p, maintenant éloignés de la région de la transition He/H, présentent un spectre relativement “propre” dans lequel les structures de micro-piégeage sont bien définies. A l’inverse, la discontinuité s’étant rapprochée du groupe de nœuds des modes g, leur spectre devient étriqué au point de ressembler manifestement, par la forme, à celui des modes p dans le modèle avec  $\log q(H) = -5.0$ . Cette caractéristique étonnante est possible car la transition chimique He/H, responsable du piégeage et du micro-piégeage, est située approximativement entre les zones de propagation respectives des modes p et des modes g.

La figure 3.43 illustre les comportements des quatre quantités qui composent la fréquence de Brunt-Väisälä. Encore une fois, seules les deux quantités du haut,  $\log g(r)$  et  $\log(\rho/P)$ , contribuent significativement aux variations globales observées dans les profils. Néanmoins, on peut noter la contribution locale importante du terme  $\log(\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B)$  via la discontinuité de Ledoux associée à la transition chimique He/H dont la position dépend du paramètre  $\log q(H)$ . Comme nous l’avons déjà remarqué, les régions externes, au delà de  $\log q \simeq -5.0$  ne sont pas perturbées par les variations de ce paramètre. Seules les régions internes, situées en dessous de la transition He/H, en subissent l’influence. La plus grosse part des changements proviennent de l’accélération gravitationnelle locale  $\log g(r)$  qui augmente dans les couches profondes lorsque l’enveloppe d’hydrogène devient plus massive. Ces modèles à  $\log q(H)$  élevé concentrent donc davantage leur masse dans les régions centrales, provoquant cet ajustement sur  $\log g(r)$  qui se répercute sur la fréquence de Brunt-Väisälä puis finalement

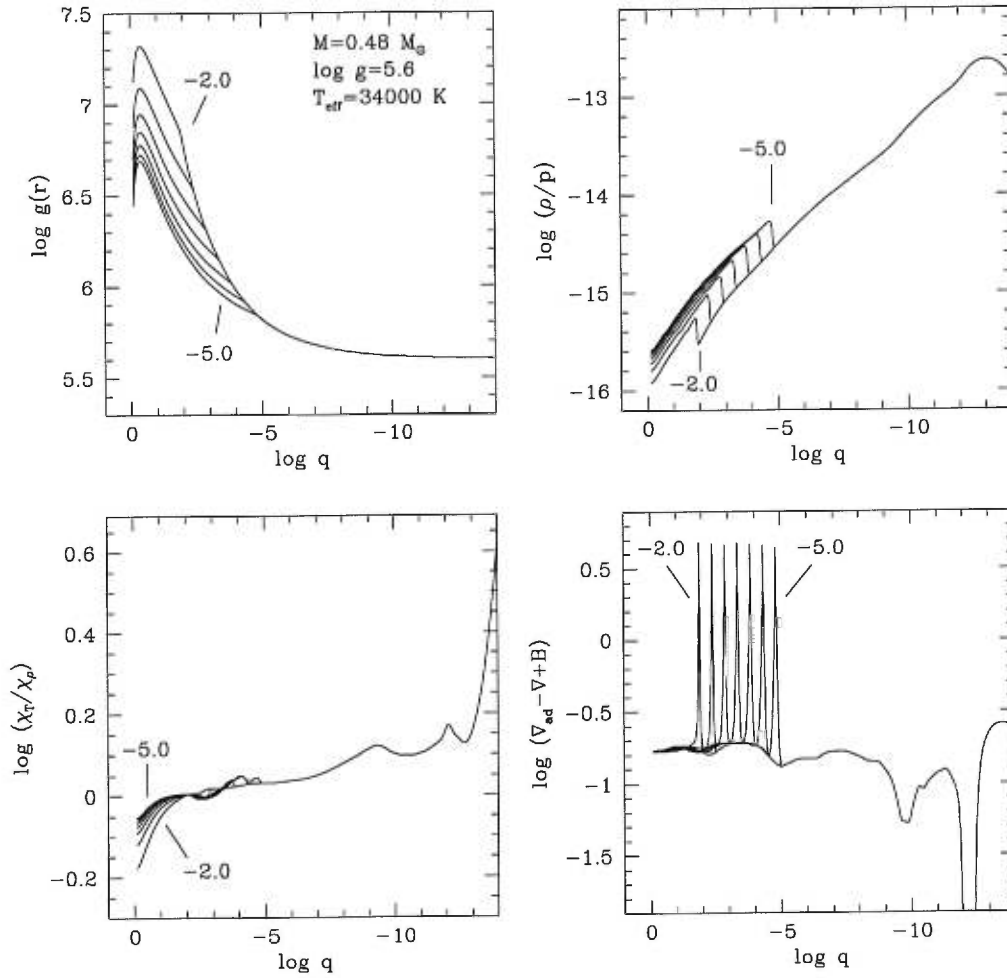


FIGURE 3.43. Profils des quantités physiques intervenant dans la fréquence de Brunt-Väisälä pour des modèles avec différentes enveloppes ( $\log q(H) = -5.0$  à  $-2.0$  par pas de 0.5). En haut à gauche, il s'agit de la gravité locale  $\log g(r)$ ; en haut à droite du rapport densité sur pression  $\log(\rho/P)$ ; en bas à gauche du rapport  $\log(\chi_T/\chi_{\rho})$ ; et en bas à droite de la quantité  $\log(\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B)$ .

sur les périodes des modes g.

### 3.4.3 Influence de la masse

Le quatrième et dernier paramètre essentiel à intervenir dans la construction des structures d'étoiles sous-naines est la masse totale  $M_*$  de l'étoile. Cette quantité est fortement contrainte par la nécessité pour les séquences évolutives de traverser les régions de l'espace des paramètres dans lesquelles ces objets sont observés (c.f., Chapitre 2). La liberté sur  $M_*$  est donc sévèrement réduite à de très faibles variations autour de la valeur typique  $M_* \simeq 0.48 M_\odot$  communément admise. Pour ces raisons, notre grille de modèles d'enveloppes n'explore que la région avoisinante de cette valeur, région comprise entre  $M = 0.46 M_\odot$  et  $M = 0.50 M_\odot$ .

#### Sur les modes p et f

Les réactions des modes p et f à la modification de la masse totale des modèles sont illustrées, pour les périodes, dans les figures 3.44 et 3.45 respectivement en 3 dimensions et en 2 dimensions (pour faciliter une lecture quantitative). Pour cet échantillon de modes représentatifs des pulsations radiales ( $l=0$ ) et non-radiales (pour  $l=1, 2$  et  $3$ ), les paramètres fixes choisis pour les modèles sont dotés des valeurs typiques  $\log g = 5.6$  et  $\log q(H) = -4.0$ . Outre la masse de l'étoile, la température effective constitue le second paramètre variable dans nos illustrations, les comportements des modes p et f vis-à-vis de cette quantité étant maintenant bien connus.

Compte tenu des faibles modifications infligées au paramètre  $M_*$ , on ne s'attend pas à observer des comportements spectaculaires de la part des périodes des modes acoustiques. Les deux figures confirment clairement cet état de fait, les variations étant de très faible ampleur pour les modes radiaux et les modes non-radiaux en dehors des phénomènes de collisions (principalement à hautes températures). Ces derniers se présentent d'ailleurs majoritairement comme un effet de la température effective des modèles alors que leur dépendance vis-à-vis de  $M_*$  apparaît minime (les collisions se

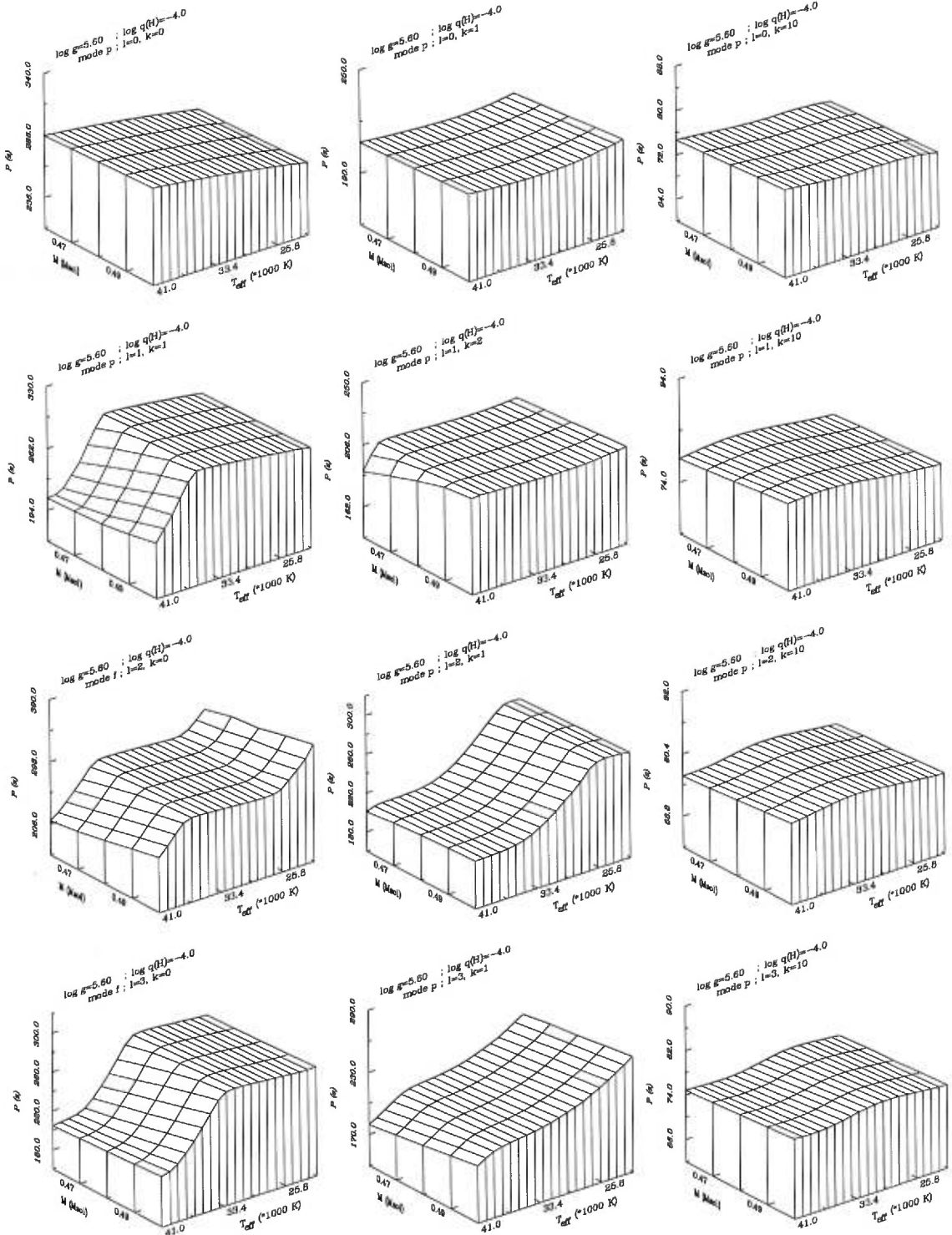


FIGURE 3.44. Echantillon de modes  $p$  et  $f$  dans l'espace  $M_* - T_{\text{eff}}$  : Périodes adiabatiques. Chaque rangée correspond, en partant du haut, respectivement aux modes radiaux ( $l=0$ ) et aux modes non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Les deux paramètres stellaires fixes ont reçu les valeurs typiques :  $\log g=5.6$  et  $\log q(H)=-4.0$ .

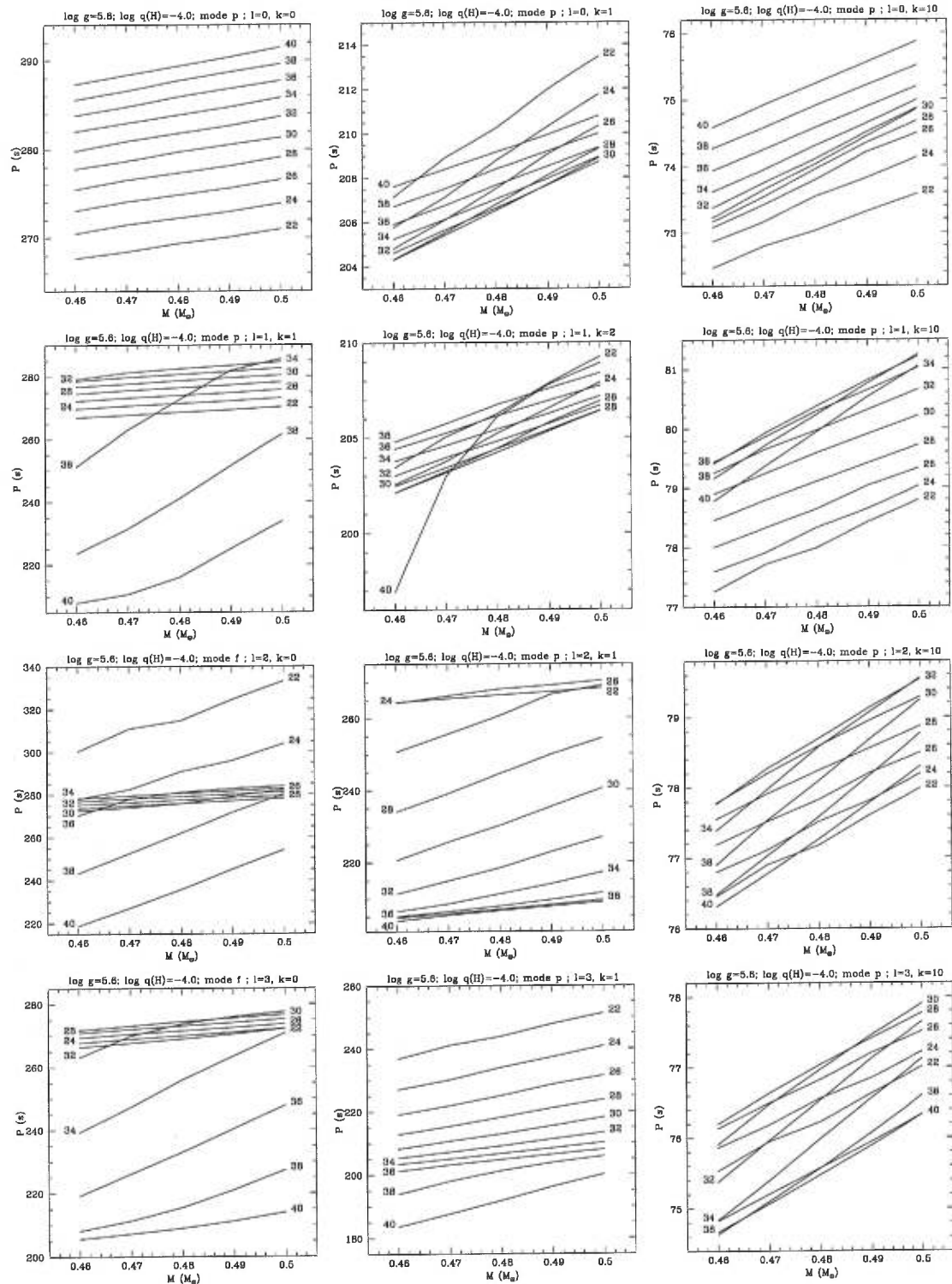


FIGURE 3.45. Idem figure 3.44 avec représentation en 2D de la grille des périodes. Les valeurs de  $T_{\text{eff}}/1000$  K (seulement une sur deux pour des raisons de lisibilité) sont indiquées à coté de chaque tracé.



produisent tout de même à une température légèrement plus basse pour les modèles à faibles masses). Globalement, les périodes n'évoluent pas beaucoup avec le paramètre  $M_*$  (à  $T_{\text{eff}}$  constante), mais une petite tendance systématique est néanmoins notable. Ainsi, les périodes sont-elles légèrement plus courtes pour les modèles de faibles masses, l'effet ne s'élevant guère à plus de 2% entre  $M_* = 0.46 M_\odot$  et  $M_* = 0.50 M_\odot$ . On peut toutefois remarquer que cette dépendance devient plus prononcée lorsque, suite à une collision, un mode p (ou f) adopte un comportement de mode g caractérisé par la baisse marquée de sa période avec la hausse de la température. Cela suggère que les modes g sont davantage sensibles à la masse de l'étoile que les modes p, comme nous allons le vérifier un peu plus tard.

Pour le paramètre  $M_*$ , les autres quantités habituellement intéressantes comme l'énergie cinétique des modes ainsi que l'écart relatif entre les périodes des modes successifs n'apportent rien de nouveau, son effet étant apparenté à une translation globale des périodes qui n'affecte pas la structure du spectre. Ces quantités ne sont donc pas présentées ici.

### Sur les modes g

L'influence du paramètre  $M_*$  sur les périodes des modes g est illustrée par les figures 3.46 et 3.47 respectivement en 3 dimensions et 2 dimensions. Les modèles présentés sont calculés, comme pour les modes p, avec les paramètres fixes  $\log g = 5.6$  et  $\log q(H) = -4.0$  alors que les deux autres quantités,  $T_{\text{eff}}$  et bien entendu  $M_*$ , sont variables. L'échantillon de 9 modes (3 pour chaque valeur de  $l$  comprise entre 1 et 3) assure une bonne représentativité des comportements des modes g vis-à-vis de ces paramètres.

L'évolution des périodes des modes de gravité en fonction de la température effective des modèles est maintenant un phénomène bien connu que l'on retrouve effectivement dans ces deux figures. Ainsi, constatons nous une baisse importante des périodes alors que la température augmente, baisse contrariée uniquement dans certaines régions

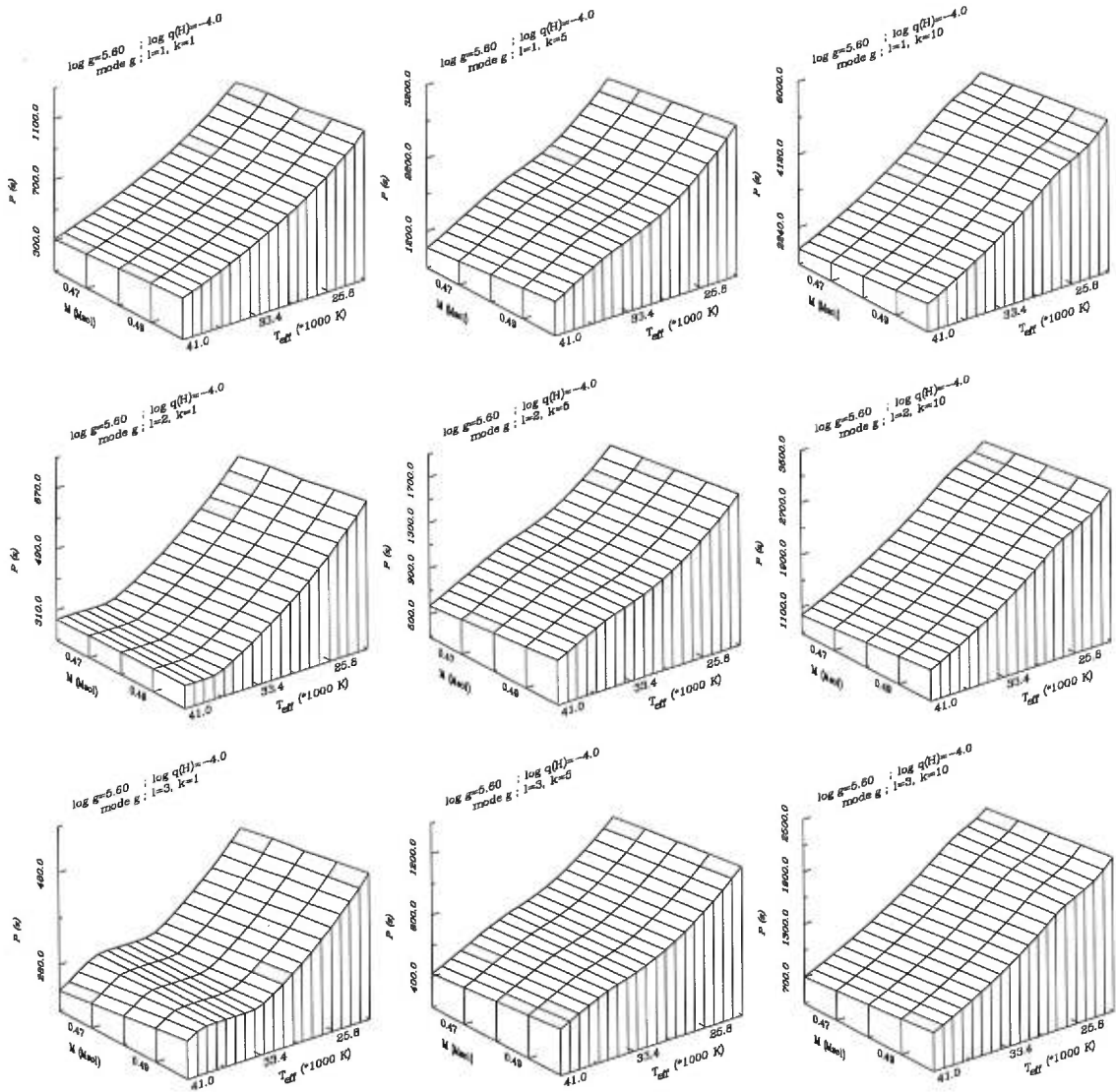


FIGURE 3.46. Echantillon de modes  $g$  dans l'espace  $M_* - T_{\text{eff}}$  : Périodes adiabatiques. Chaque rangée correspond, en partant du haut, respectivement aux modes  $l = 1, 2$  et  $3$ . Les deux paramètres stellaires fixes ont reçu les valeurs typiques :  $\log g = 5.6$  et  $\log q(H) = -4.0$ .

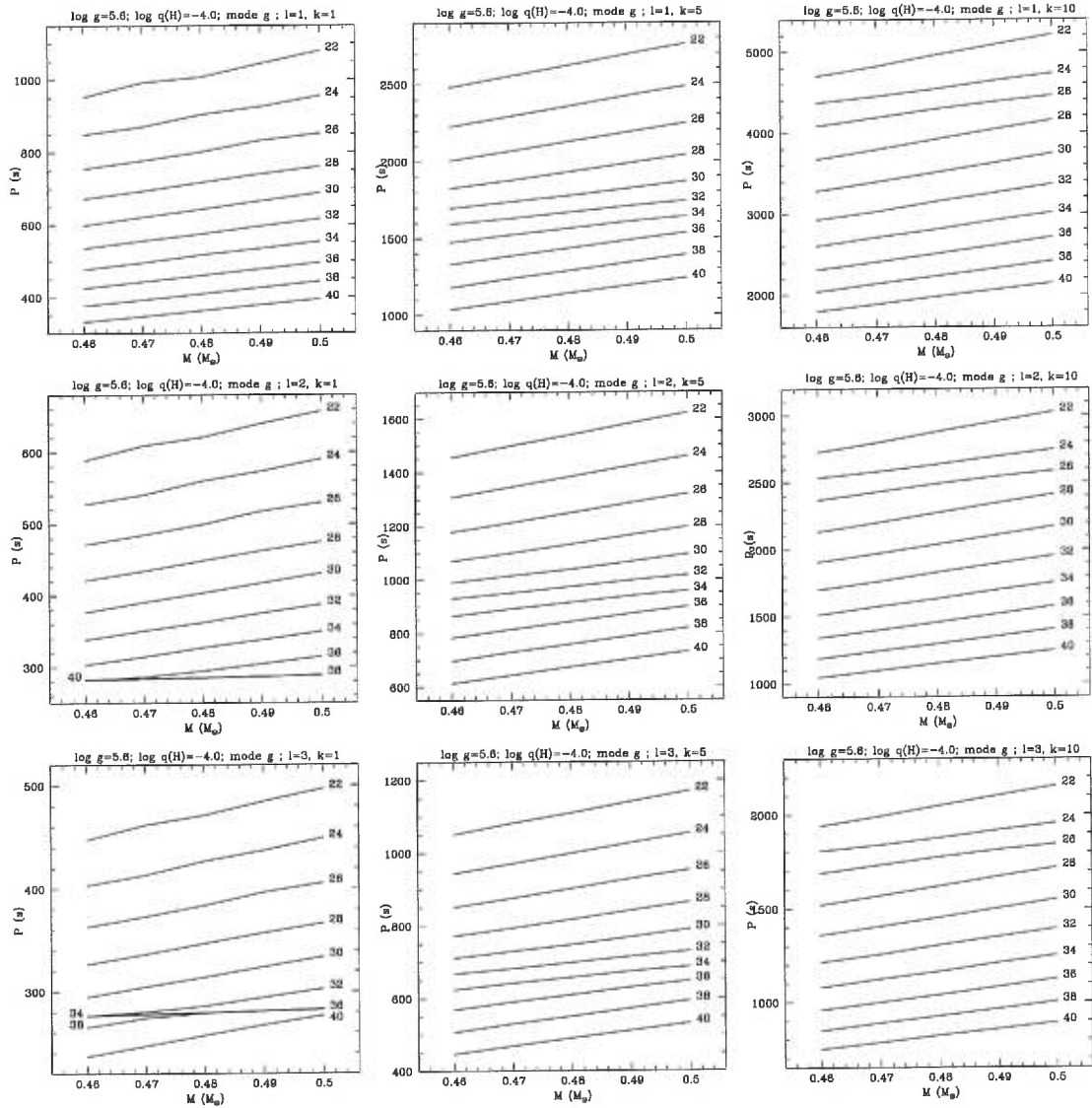


FIGURE 3.47. Idem figure 3.46 avec représentation en 2D de la grille des périodes. Les valeurs de  $T_{\text{eff}}/1000$  K (seulement une sur deux pour des raisons de lisibilité) sont indiquées à coté de chaque tracé.

de la grille par les phénomènes de collisions entre modes.

La dépendance des périodes vis-à-vis de la masse totale de l'étoile est conforme à ce que les comportements des ondes p dans les zones de collisions laissent entrevoir : à savoir une plus grande sensibilité envers ce paramètre. La baisse des périodes avec  $M_*$  est ainsi légèrement plus prononcée que pour les modes p, les variations se chiffrant à 15% environ entre  $M_* = 0.46 M_\odot$  et  $M_* = 0.50 M_\odot$ . Pour les modes de faible ordre radial (ici,  $k=1$ ,  $l=2$  et 3 ; mais cela dépend bien entendu du choix des valeurs de  $\log g$  et dans une moindre mesure de  $\log q(H)$ , la position de l'interface He/H), on observe, à hautes températures, quelques structures de collisions avec le spectre acoustique caractérisées par la subite "indépendance" des périodes vis-à-vis de  $T_{\text{eff}}$ . On remarque aussi, plus clairement qu'avec les modes p, la légère dépendance de l'apparition de ce phénomène par rapport à  $M_*$ , celle-ci intervenant à plus basse température pour les modèles de faibles masses. Cette dépendance survient, sans aucun doute, de la décroissance plus rapide des périodes des modes g qui favorise la rencontre avec le spectre acoustique.

A l'image des modes p, les grilles représentant les autres quantités associées aux pulsations comme l'énergie cinétique des modes ( $\log E_{\text{cin}}$ ) et leur espacement relatif en période ( $\Delta P/P$ ) n'apportent rien de nouveau sur les caractéristiques des oscillations dans ces étoiles, le paramètre  $M_*$  agissant relativement faiblement sur leur structure. Aussi, pour ce paramètre, n'est-il pas utile d'en présenter les illustrations habituelles.

### Nature et origine de ces comportements

Comme auparavant pour les autres paramètres stellaires, Les origines de ces variations de périodes sont contenues dans les réajustements structurels des modèles qui affectent la fréquence de Brunt-Väisälä et la fréquence de Lamb lorsque la masse  $M_*$  est modifiée. La figure 3.48 illustre les profils de ces quantités pour une série de modèles avec  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.6$ ,  $\log q(H) = -4.0$  et  $M_*$  compris, comme d'habitude, entre  $0.46 M_\odot$  et  $0.50 M_\odot$  (par pas de  $0.01 M_\odot$ ).

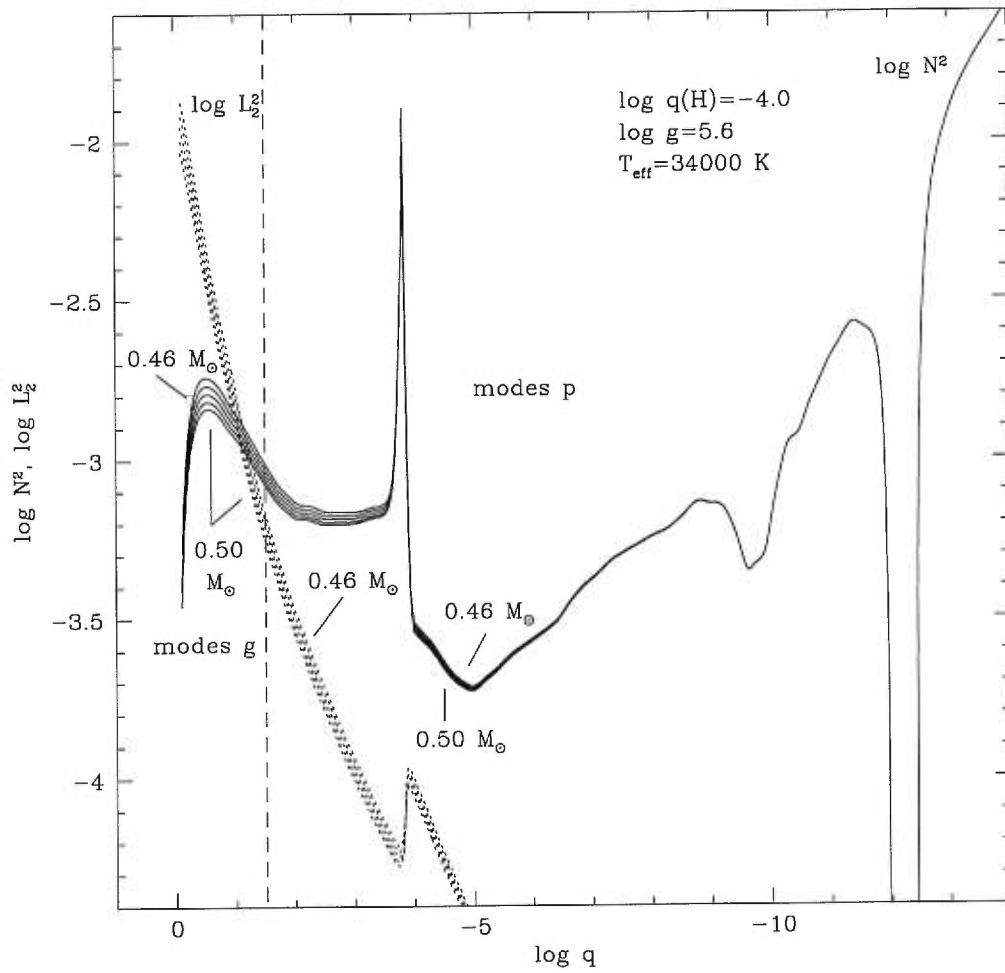


FIGURE 3.48. Profils des fréquences de Brunt-Väisälä ( $\log N^2$ ; traits pleins) et de Lamb ( $\log L_2^2$ ; lignes pointillées) pour une série de modèles avec différentes masses ( $M_* = 0.46 M_\odot$  à  $0.50 M_\odot$  par pas de  $0.01 M_\odot$ ). Une ligne verticale en tirets délimite, schématiquement, les parties extérieures qui influencent les fréquences des modes p des régions centrales qui agissent principalement sur les celles des modes g.

Les variations observées dans les profils sont à l'image de celles que l'on a imposées au paramètre  $M_*$ , c'est-à-dire de faible ampleur, d'où les tendances peu marquées que l'on constate sur les périodes. On note toutefois que la hausse (en fréquence) des profils est significativement plus prononcée vers les régions internes des modèles, dans la zone délimitée schématiquement par la ligne verticale en tirets à laquelle les périodes des modes g sont sensibles. Par contraste, les différences entre profils s'évanouissent peu à peu dans les couches externes des structures, régions auxquelles les modes acoustiques doivent la plus grande contribution à l'établissement de leurs périodes. Il est donc naturel, dans ces conditions, d'observer une moindre dépendance vis-à-vis du paramètre  $M_*$  pour les périodes des modes p que pour celles des modes g.

Les diverses composantes de la fréquence de Brunt-Väisälä sont représentées dans la figure 3.49. Pour toutes les quantités, à l'exception de l'accélération gravitationnelle locale  $\log g(r)$ , les variations associées au paramètre  $M_*$  apparaissent extrêmement faibles. Elles ne contribuent donc pas aux tendances observées, toute la responsabilité en incombant à  $\log g(r)$ . Cette quantité révèle sa propension à croître dans les régions profondes de l'étoile, conséquence d'une plus grande concentration de la masse vers le centre des modèles pour les structures à faibles masses mais à gravité de surface constante. Par cette contrainte, les profils de  $\log g(r)$  tendent par ailleurs à converger vers une même valeur de surface, entraînant l'amenuisement des différences dans les régions externes. Ainsi, l'évolution des profils de  $\log g(r)$  en fonction de la masse totale des modèles rend compte, à elle seule, des comportements que l'on observe pour les périodes des modes de pulsation.

#### 3.4.4 Rétrospective

Tout au long de cette section, la flexibilité des modèles d'enveloppes fut mise à profit pour étudier, indépendamment les uns des autres, les effets qu'engendrent sur les pulsations chacun des paramètres stellaires qui caractérisent les étoiles sous-naines de type B. A cette fin, une grille de modèles couvrant la totalité de la région de l'espace des paramètres occupée par ces objets fut soumise à l'évaluation intensive des propriétés

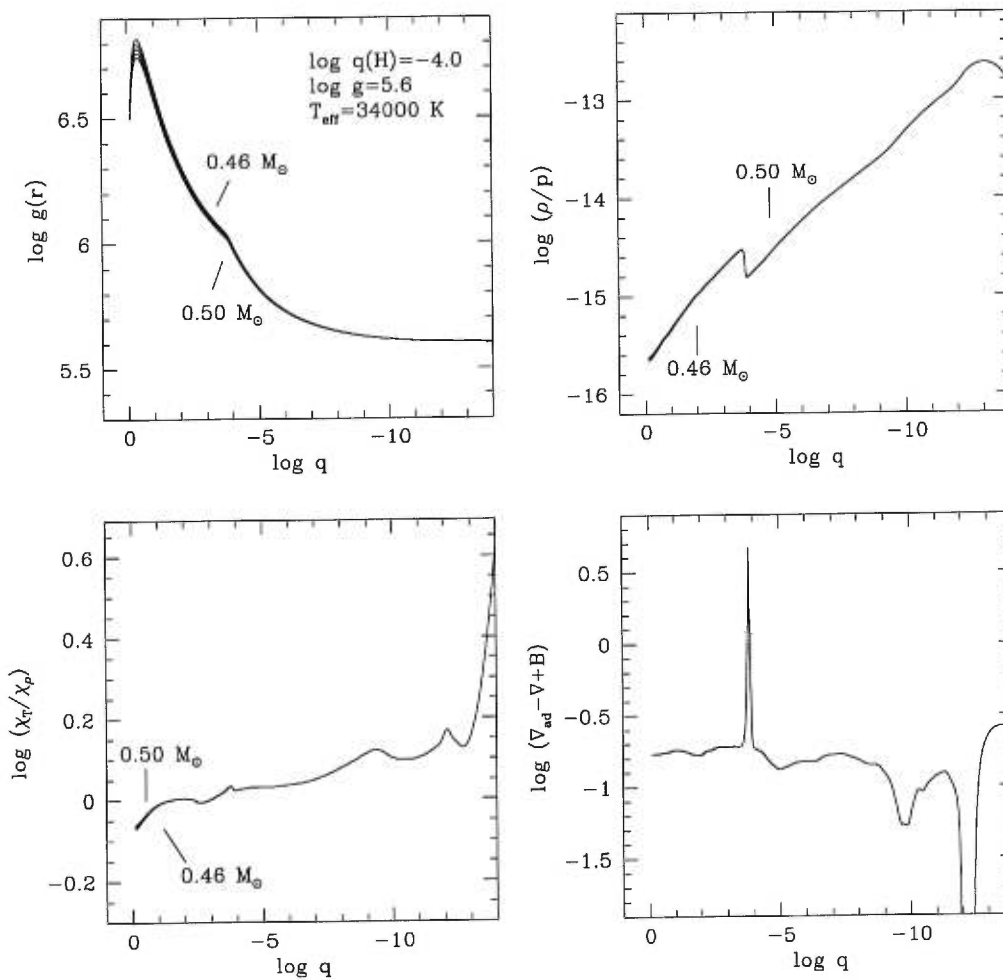


FIGURE 3.49. Profils des quantités physiques intervenant dans la fréquence de Brunt-Väisälä pour des modèles avec différentes masses ( $M_* = 0.46 M_\odot$  à  $0.50 M_\odot$  par pas de  $0.01 M_\odot$ ). En haut à gauche, il s'agit de la gravité locale  $\log g(r)$ ; en haut à droite du rapport densité sur pression  $\log(\rho/P)$ ; en bas à gauche du rapport  $\log(\chi_T/\chi_\rho)$ ; et en bas à droite de la quantité  $\log(\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B)$ .

des modes de pulsation à l'aide du code numérique adiabatique décrit au Chapitre 1. Les comportements des modes p, f et g à travers les périodes, mais aussi par les divers aspects structurels des spectres, furent ainsi explorés en fonction des quatre quantités principales qui interviennent dans la construction des modèles :  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $\log q(H)$  et  $M_*$ .

Outre l'influence importante de ces paramètres sur les périodes des modes de pulsation dont la caractérisation constitua l'essentielle motivation à l'élaboration de cette grille, d'intéressants phénomènes prennent corps en affectant les structures de piégeage et de micro-piégeage (respectivement des modes g et p) ainsi qu'en provoquant, dans certaines circonstances, les conditions propices à l'apparition de collisions entre modes non-radiaux ("mode bumping"). Le tableau 3.6 propose un résumé qualitatif des divers comportements constatés pour les différents types de modes en fonction de chacun des paramètres explorés. On pourra ainsi souligner le rôle prépondérant joué par les paramètres  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$  sur les périodes d'oscillation ; les modes p, contrairement aux modes g, étant néanmoins peu influencés par la température effective sauf dans certains régimes de basses gravités et hautes températures où les processus de collisions (les modes adoptent alors une nature mixte entre modes p et modes g) sont favorisés. Ces deux paramètres affectent aussi le piégeage et le micro-piégeage des modes – phénomènes engendrés par la transition chimique He/H – mais principalement sur une base individuelle : c'est-à-dire chaque mode, par l'évolution de sa période, rencontre alternativement les conditions propres à son piégeage puis à son confinement sans toutefois que la structure globale du spectre ne soit fortement affectée. Cette dernière, aussi bien pour les modes p que pour les modes g, sera exclusivement façonnée par le paramètre  $\log q(H)$ , seul facteur véritablement en mesure d'en modifier profondément les caractéristiques. La position de l'interface He/H, spécifiée par ce paramètre  $\log q(H)$ , joue en effet le rôle fondamental dans les phénomènes de résonances qui conduisent au piégeage et au confinement de certains modes. Finalement, on notera que le quatrième paramètre principal, la masse totale de l'étoile, est certainement le moins important de tous en terme d'impact sur les modes de pulsations. Il est vrai, cependant, que les contraintes imposées sur ce paramètre par les observations n'offrent guère de latitude



TABLEAU 3.6. Résumé des diverses tendances imposées par les paramètres stellaires sur les spectres des modes p (f) et g pour les périodes, les structures de piégeage et de micro-piégeage ainsi que les phénomènes de collisions entre modes.

Paramètre	Spectre des modes p et f			Spectre des modes g		
	Périodes	Micropiégeage	Collisions	Périodes	Piégeage	Collisions
$T_{\text{eff}}$	$P \simeq$ constant sauf dans les régions propices aux collisions entre modes	Affecte individuellement les modes, peu la structure d'ensemble du spectre	Favorisées à hautes températures	$P$ diminue beaucoup lorsque $T_{\text{eff}}$ augmente (facteur 1.5 à 4 selon $\log g$ )	Affecte individuellement les modes, peu la structure d'ensemble du spectre	Favorisées à hautes températures
$\log g$	$P$ augmente lorsque $\log g$ diminue (env. un facteur 10 entre $\log g = 4.9$ et $6.4$ )	Affecte individuellement les modes, peu la structure d'ensemble du spectre	Favorisées à basses gravités	Effet non monotone selon $T_{\text{eff}}$ : $P$ croît à haute gravité pour ensuite diminuer à faible $\log g$	Affecte individuellement les modes, peu la structure d'ensemble du spectre	Favorisées à basses gravités
$\log q(H)$	$P \simeq$ constant globalement	Affecte individuellement les modes et la structure des fluctuations dans le spectre	Favorisées pour les enveloppes massives	$P$ diminue lorsque $\log q(H)$ augmente	Affecte individuellement les modes et la structure d'ensemble du spectre	Favorisées pour les enveloppes massives
$M_*$	$P$ décroît avec $M_*$ (env. 2%)	Très faible influence	Favorisées pour les petites masses	$P$ décroît avec $M_*$ (env. 15%)	Très faible influence	Favorisées pour les petites masses

quant à l'étendue de l'espace des masses possibles pour ces étoiles. Les expériences sur ce paramètre ont donc porté sur de petites variations de  $M_*$  autour de la valeur typique  $M_* \simeq 0.48 M_\odot$ , produisant tout naturellement d'assez faibles changements sur les modes de pulsation. Retenons néanmoins la tendance systématique à la baisse des périodes, faible pour les modes p (environ 2% entre  $M_* = 0.46 M_\odot$  et  $M_* = 0.50 M_\odot$ ) mais un peu plus marquée pour les modes g (environ 15% entre les mêmes limites de masses), qui se manifeste lorsque la masse totale des modèles diminue.

### 3.5 Evolution stellaire et pulsations

L'ensemble des résultats mis à jour dans les sections précédentes tant au niveau de l'étude du modèle de référence (section 3.2), des comparaisons avec les structures d'enveloppes (section 3.3), ou bien de l'influence de chaque paramètre stellaire sur les pulsations (section 3.4), constitue un solide filet de connaissances par lequel plusieurs aspects des pulsations dans les étoiles sous-naines de type B pourront être abordés avec davantage de transparence. Les questions associées à l'évolution de ces objets et ses répercussions sur les modes d'oscillation, particulièrement sur leurs périodes, entrent indubitablement dans cette catégorie. En effet, si les modèles d'enveloppes ont permis, au cours de la section 3.4, de mettre en œuvre une approche découplée pour identifier l'influence de chaque paramètre physique caractérisant une structure, les contraintes imposées par les lois de l'évolution stellaire conduisent en revanche à l'interdépendance de chacun d'entre eux. Ainsi, pour les structures évolutives, la température effective, la gravité de surface, la masse de l'enveloppe (ou, de façon équivalente, la position de la frontière entre l'enveloppe riche en hydrogène et le noyau en hélium), et la masse totale de l'étoile sont autant de quantités liées les unes aux autres, évoluant de concert avec l'âge des modèles. Nul doute, donc, qu'en l'absence de toute autre source d'information, un tel imbroglio d'interdépendances aurait rendu totalement opaque l'identification de l'influence de chaque paramètre stellaire sur les périodes de pulsation au cours d'une séquence évolutive complète.

Pour étudier le couplage entre évolution et pulsations, les 7 séquences évolutives présentées au cours du Chapitre 2 – et desquelles le modèle de référence de la section 3.2 fut tiré – ont été exploitées dans la région identifiable, dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , aux étoiles sous-naines de type B observées. Il s’agit donc, pour l’essentiel, de modèles en phase de combustion centrale de l’hélium depuis la ZAEHB jusqu’à épuisement total de cet élément, la plupart des modèles quittant la région des sdB au moment de l’ignition de la phase post-EHB caractérisée par le brûlage en couche de l’hélium. Au total, 149 modèles évolutifs ont ainsi alimenté le code de pulsations stellaires adiabatiques utilisé dans des conditions similaires à celles employées pour le modèle de référence (par l’usage notamment de 800 éléments quadratiques dans les calculs). Les résultats, pour chaque modèle de chaque séquence, sont disponibles sous forme de tableaux dans l’Appendice C où, pour des raisons de place, seuls les modes de faible ordre radial, jusqu’à  $k = 10$  (modes p, f et g ; radiaux et non-radiaux pour  $l = 1, 2$  et  $3$ ), sont présentés ; les modes d’ordre plus élevé demeurant néanmoins à disposition au besoin.

### 3.5.1 Séquences évolutives et périodes

Dans le contexte des pulsations stellaires, l’aspect le plus intéressant qui soit associé aux mécanismes d’évolution des étoiles concerne la façon dont les périodes des modes d’oscillation changent au cours du temps suite aux réajustements structurels qui ne manquent pas d’intervenir avec leur vieillissement. Pour les sdB, cette marche inexorable est rythmée par les processus de fusion nucléaire qui transforment peu à peu les réserves d’hélium présentes dans les régions centrales en éléments plus lourds comme le carbone et l’oxygène ; l’équilibre hydrostatique atteint durant cette phase se modifiant au fur et à mesure de l’appauvrissement des couches profondes. Tout cela se traduit par des changements lents mais réguliers au niveau de la gravité de surface et de la température effective des modèles, définissant dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  ces trajectoires particulières que sont les séquences évolutives. Nous avons étudié, à la section 3.4, comment des changements apportés sur ces paramètres de surface peuvent modifier les périodes des modes d’oscillations. Il semble donc inévitable que l’évolution séculaire

des sdB, au moins via les changements qu'elle induit sur la température effective et la gravité de surface, entraîne des variations majeures au niveau des spectres de pulsation.

Une fraction des calculs adiabatiques entrepris sur les séquences évolutives – calculs dont les résultats complets sont disponibles en Appendice C – est illustrée par les figures 3.50 et 3.51. Chaque ensemble de 4 panneaux, un ensemble se référant à une séquence de masse donnée, montre l'évolution, en fonction de l'âge des modèles, d'un échantillon de périodes représentatif des modes p, f et g pour les pulsations radiales ( $l=0$ ) et non-radiales (avec  $l=1, 2$  et  $3$ ). Les périodes obtenues pour chaque modèle sont représentées par les cercles et les triangles vides selon qu'il s'agisse de modes p (f) ou de modes g. Les valeurs entre les modèles, indiquées par les lignes pointillées, ont été interpolées en utilisant la méthode des splines cubiques (voir, par exemple, Numerical Recipes Second Edition, 1992) afin d'assurer la continuité des dérivées premières  $dP/dt$ ; une quantité qui fera l'objet d'une discussion complète un peu plus tard. Toutefois, dans les régions d'âge avancé où les périodes subissent des changements rapides, l'interpolation par splines cubiques rencontre parfois des difficultés (apparition d'oscillations parfois appelées bruit de Gibbs) nous obligeant, quand cela s'avère nécessaire, à lui substituer un simple schéma d'interpolation linéaire dans le temps.

L'évolution des périodes reflète les réajustements structurels qui se mettent en place à diverses époques de la vie d'une sdB. Comme les modes p et les modes g ne sont pas sensibles aux mêmes régions physiques de l'étoile, ils se comportent généralement différemment tout au long d'une séquence évolutive à l'image de ce que nous dévoilent les figures 3.50 et 3.51. Aussi allons nous discuter séparément de l'influence du vieillissement des modèles sur chaque type de modes.

### Evolution des modes acoustiques

Pour l'ensemble des séquences évolutives, si l'on fait momentanément abstraction des effets additionnels qui, pour les modes p (et f) non-radiaux, viennent, dans certaines circonstances, se greffer par dessus le schéma évolutif global, deux phases principales

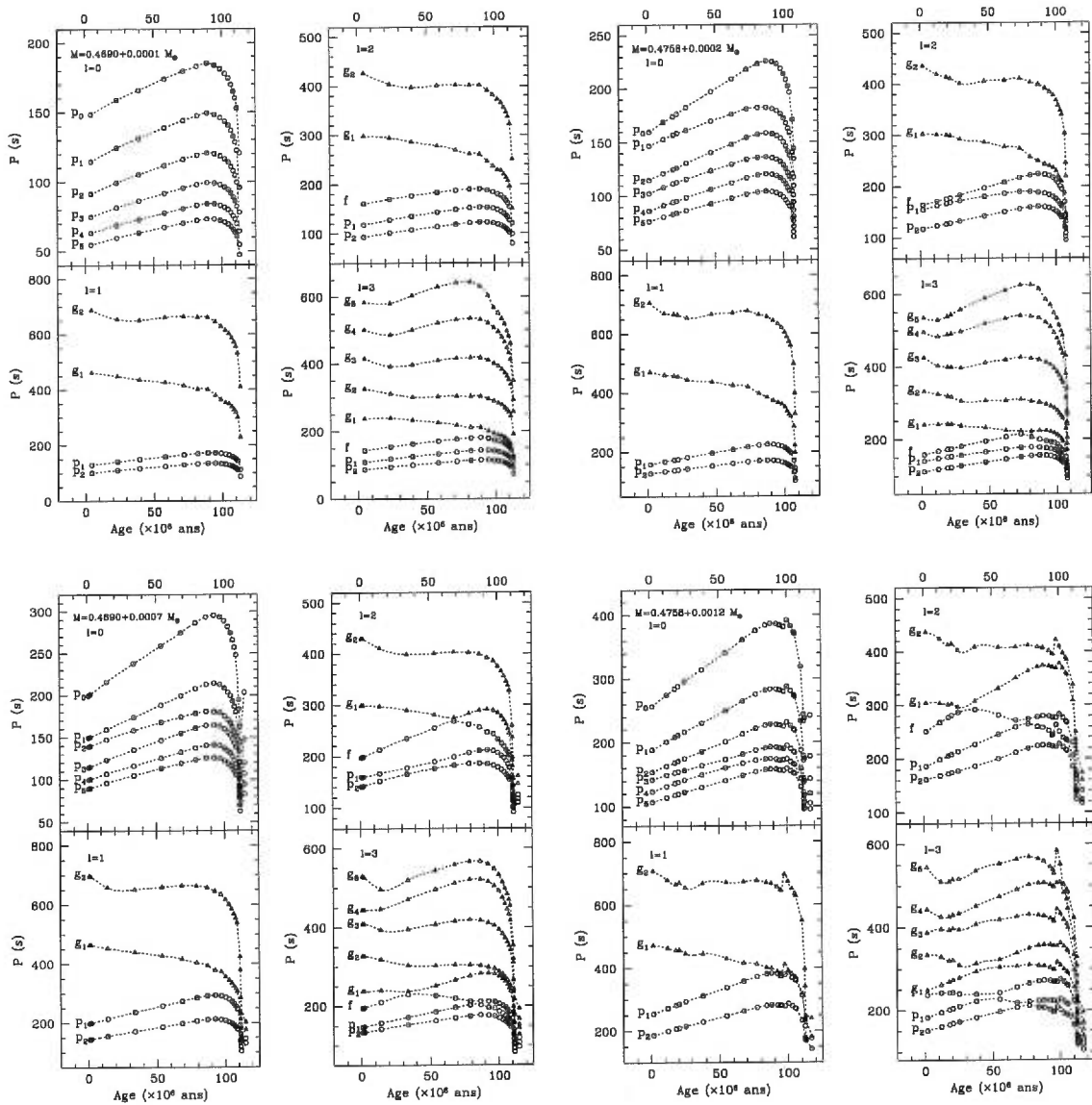


FIGURE 3.50. Evolution des périodes le long des séquences évolutives pour un échantillon de modes représentatif des pulsations radiales ( $l=0$ ), non radiales (pour  $l=1, 2$  et  $3$ ) et des ondes p, f et g. Les tracés en lignes pointillées reliant chaque modèle d'une séquence (cercles et triangles vides) ont été obtenus en utilisant une méthode d'interpolation par splines cubiques. L'âge correspondant des modèles est donné en millions d'années depuis la ZAEHB.

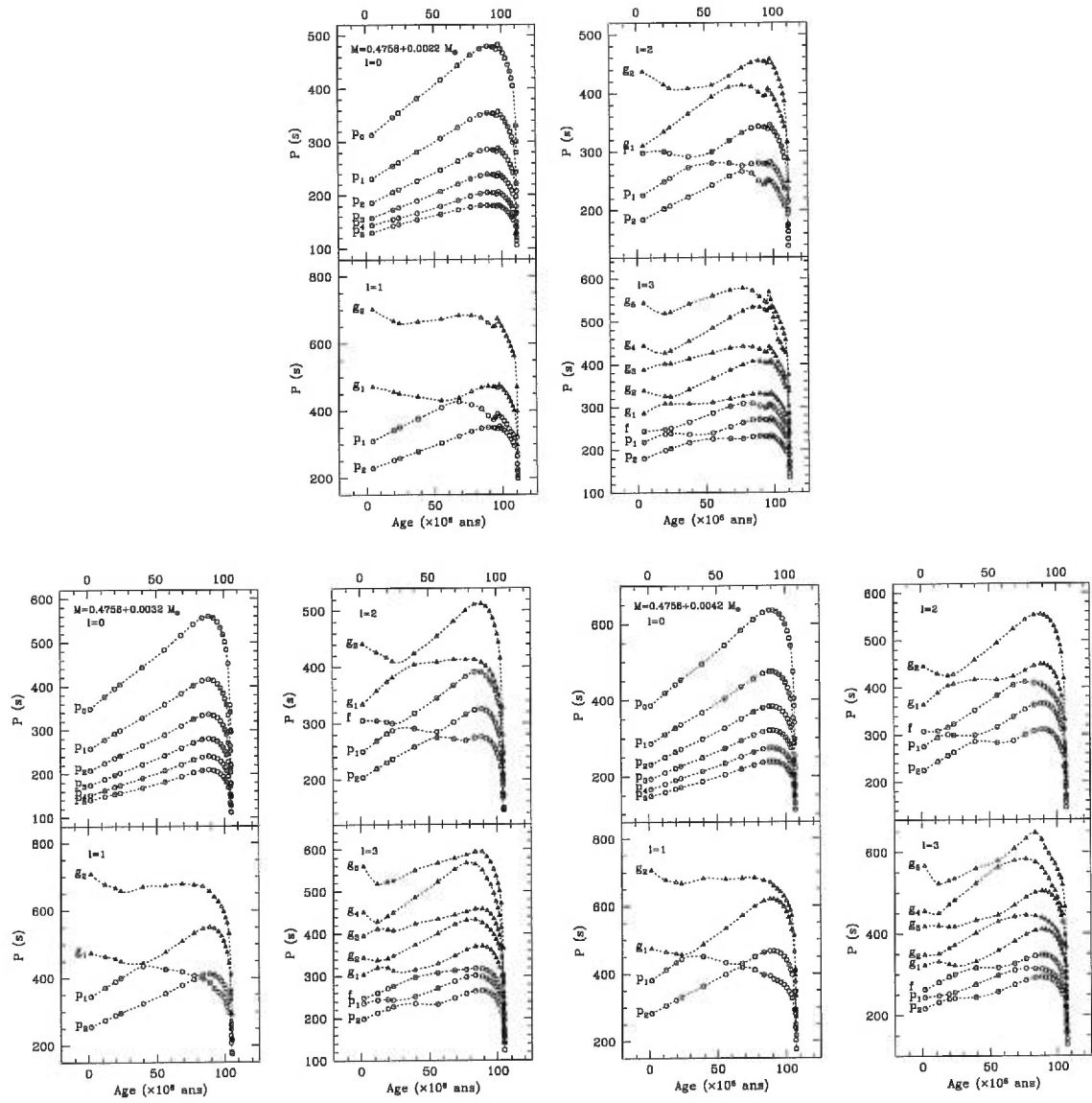


FIGURE 3.51. Evolution des périodes le long des séquences évolutives (suite).

dominant manifestement la structure de l'évolution des périodes. Celles-ci ressortent très clairement dans le cas des pulsations radiales ( $l=0$ ) exemptes de toute perturbation pouvant altérer lourdement l'évolution séculaire des modes (comme, par exemple, les processus de collisions avec les modes  $g$ ). La première phase, celle de plus longue durée, correspond à la croissance régulière des périodes des modes  $p$ . Dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , cette phase est identifiable à une époque de lente diminution de la gravité de surface à mesure que l'âge des modèles s'accroît sur la séquence (c.f., figure 2.4 du Chapitre 2). Les grilles de modèles statiques développées dans la précédente section ont effectivement mis en évidence le rôle prépondérant, voire exclusif dans le cas des pulsations radiales, joué par la gravité de surface sur les périodes des modes acoustiques, celles-ci augmentant de façon exponentielle lorsque  $\log g$  diminue ( $P \sim 10^{-0.8 \log g}$ ).

La seconde phase correspond à la baisse des périodes survenant aux alentours de 90 millions d'années après la ZAEHB et se poursuivant jusqu'à l'allumage du brûlage en couche de l'hélium (approximativement vers 110 millions d'années après la ZAEHB). Dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  (c.f., figure 2.4), cette phase intervient lorsque les modèles amorcent une contraction ( $\log g$  augmente à nouveau ainsi que  $T_{\text{eff}}$ ) pour compenser la raréfaction du combustible au centre qui rend la production d'énergie moins efficace. Encore une fois, durant cette phase les modes  $p$  réagissent essentiellement à l'accroissement de la gravité de surface (d'où la baisse des périodes) tout en restant pratiquement indifférents aux variations marquées de la température effective (c.f., section 3.4). La décroissance des périodes  $a$ , de plus, tendance à s'accroître fortement à l'approche de l'épuisement complet des réserves d'hélium dans le noyau car la contraction de l'étoile par effondrement gravitationnel devient de plus en plus rapide pour maintenir le flux d'énergie sortant.

Pour les séquences  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$  et  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ , le dernier modèle utilisé pour les calculs de pulsation se situe dans la phase post-EHB de l'évolution qui commence à l'allumage de la combustion de l'hélium en couche. A ce stade, l'équilibre de l'étoile est retrouvé et la contraction de la structure est stoppée, voire inversée. Cela se traduit immédiatement par un changement radical d'évolution

au niveau des périodes puisqu'à la baisse marquée de ces dernières succède une nouvelle hausse, très rapide cette fois-ci. La phase post-EHB dispose donc d'une signature très caractéristique au niveau de l'évolution des périodes des modes de pulsation.

### Evolution des modes g

L'évolution des modes g apparaît visiblement plus tortueuse que celle des modes p en raison, notamment, de la double dépendance de leurs périodes vis-à-vis de la gravité de surface et de la température effective. Il est, de plus, très probable qu'une ou plusieurs influences additionnelles, liées à l'évolution des modèles et ayant échappé à notre investigation basée sur les structures d'enveloppes, affectent également les périodes des modes de gravité. Il est en effet curieux de constater, suite aux résultats de la section 3.4, que les périodes de ces modes demeurent approximativement constantes ou subissent éventuellement une légère baisse durant la première phase évolutive, alors que la gravité de surface et parfois la température effective des modèles diminuent (c.f., figure 2.4). L'étude des comportements des modes g en fonction de  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  nous a effectivement appris que les périodes, dans les régimes de température et de gravité traversés par les séquences, augmentent lorsque ces deux quantités diminuent. Que cela ne soit pas clairement et systématiquement observé pour les modes g des séquences évolutives suggère donc qu'il existe d'autres ajustements structurels en compétition qui tendent à diminuer leurs périodes pour compenser, voire surpasser, les effets de ces paramètres.

Deux aspects de l'évolution qui n'ont pas été pris en compte dans la section 3.4 viennent naturellement à l'esprit comme candidats potentiels pour expliquer ce comportement particulier des modes g. Le premier est relié à la formation de la discontinuité chimique C-O/He entre le cœur convectif, enrichi en C-O, où se produisent les réactions nucléaires et le noyau radiatif riche en hélium qui demeure chimiquement inchangé avec l'âge. Cette discontinuité, initialement absente des modèles de la ZAEHB, se développe à mesure que l'hélium est transformé en carbone et en oxygène dans les



régions centrales. Or, nous avons vu dans les sections 3.2 et 3.3 que cette discontinuité contribue significativement à la période des modes  $g$ , celles-ci étant plus faibles lorsqu'il existe une telle transition chimique dans les modèles. On peut donc imaginer que les périodes des modes  $g$  soient graduellement incitées à la baisse par l'émergence de la transition C-O/He au cours de l'évolution de l'étoile, compensant éventuellement les effets antagonistes engendrés par les changements dans  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ . Si tel est le cas, il faut s'attendre à ce que les modes piégés, moins sensibles à cette transition chimique, aient tendance à suivre préférentiellement l'évolution dictée par la gravité de surface et la température effective, impliquant durant la première phase évolutive une augmentation des périodes avec l'âge des modèles. Le modes piégé  $g_5$  ( $l=3$ ) de la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  semble effectivement suivre ce schéma comparativement aux modes confinés  $g_2$  et  $g_3$  (toujours pour  $l=3$ ) beaucoup plus sensibles à la transition C-O/He. Le second aspect non exploré au cours de la section 3.4, et qui pourrait éventuellement peser sur l'évolution des périodes des modes  $g$ , est associé à la région convective logée au centre des modèles. Si, suite aux discussions de la section 3.3, il apparaît que cette zone n'affecte pas en tant que telle les comportements de ces modes puisqu'ils ne peuvent s'y propager, la position de sa limite supérieure, qui varie au cours du temps, pourrait éventuellement produire certains effets sur leurs périodes. D'autres commentaires seront apportés un peu plus tard (section 3.5.2) pour préciser davantage les effets causés par l'évolution du noyau sur les modes  $g$ .

Pour la seconde phase de l'évolution caractérisée par la contraction des modèles ( $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  augmentent), les modes  $g$  réagissent principalement comme les modes  $p$  en adoptant un profil de baisse rapide et marquée des périodes. Il est très clair, pendant cette phase, que les effets évolutifs associés aux réajustements de la température effective et de la gravité de surface dominant le comportement des périodes (voir section 3.4) et qu'ils surpassent manifestement les éventuelles influences originaires du noyau de l'étoile.

## Collisions entre modes

Les pulsations non-radiales subissent, au cours de l'évolution, l'influence additionnelle des phénomènes de collisions entre modes. Inexistantes dans les séquences de faibles masses d'enveloppes, sauf en fin de phase EHB alors que les modèles atteignent des températures effectives très élevées, les collisions se généralisent dans les séquences dotées d'enveloppes plus massives (par exemple entre les modes  $g_1$  et  $g_2$  pour  $l = 2$  dans la séquence  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ). Durant ces collisions, on observe une alternance entre les comportements évolutifs typiques des ondes p et g selon que ces modes mixtes favorisent l'une ou l'autre de leur nature. L'apparition des collisions dans les séquences dotées d'épaisses enveloppes s'explique naturellement à la lumière des résultats de la section 3.4. Celles-ci disposent en effet de plus faibles gravités de surface et la transition chimique He/H s'y trouve enfouie plus profondément dans l'étoile (le paramètre  $\log q(H)$  possède une valeur élevée) : deux conditions qui favorisent grandement l'apparition de ce phénomène.

### 3.5.2 Influence du noyau sur l'évolution des modes g

Nous venons de constater que le comportement évolutif des modes g est certainement influencé par des ajustements structurels qui se produisent dans les régions centrales de l'étoile, au niveau de l'interface entre le noyau convectif enrichi en carbone/oxygène et le cœur radiatif principalement et immuablement composé d'hélium. Les deux mécanismes soupçonnés d'affecter les périodes sont la formation, avec l'apparition du C/O au centre des modèles, d'une discontinuité chimique et la migration, au cours de l'évolution, de la frontière entre la zone convective et la région radiative. Nous allons donc tenter d'évaluer l'impact prévisible de chacun des deux effets sur les périodes des modes de gravité.

## Effets de la discontinuité C-O/He

En vertu des discussions menées dans les précédentes sections (sections 3.2 et 3.3 principalement), plusieurs indices laissent à penser que la formation de la discontinuité chimique C-O/He au cours de l'évolution sur la EHB est en mesure de provoquer, pour les modes de gravité, une baisse des périodes capable de concurrencer les effets engendrés par les variations séculaires de  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ . Pour tester cette hypothèse, une expérience simple consiste à recalculer les périodes adiabatiques pour une séquence où les modèles sont artificiellement modifiés afin de minimiser l'impact de cette transition. En pratique, il s'agit d'imposer au terme de Ledoux, terme représentant les gradients de composition chimique dans la fréquence de Brunt-Väisälä, une valeur nulle dans la région de la transition C-O/He ; les modes g sont en effet principalement sensibles aux discontinuités présentes dans cette quantité (c.f., section 3.2). Le résultat attendu, si cette transition joue effectivement le rôle qu'on lui attribue, sera donc de réduire la pression à la baisse qu'elle imprime sur les périodes des modes g. Ceux-ci, dès lors, seront essentiellement affectés par l'évolution de  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  et leurs périodes augmenteront durant la première phase évolutive.

La figure 3.52 présente le même échantillon de modes que les figures 3.50 et 3.51 pour la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  artificiellement modifiée selon les préceptes de l'expérience proposée au paragraphe précédent. Les résultats ainsi obtenus apportent une nette confirmation des soupçons portés sur le rôle concurrent joué par la transition C-O/He. Comme attendu en cas de dominance des effets causés par l'évolution des paramètres  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ , les périodes des modes g augmentent, durant la première phase, de façon analogue à celles des modes acoustiques pour ensuite décroître rapidement pendant la seconde phase (à partir de 80 millions d'années environ après la ZAEHB). A ce sujet, il est d'ailleurs notable que le point d'inflexion des périodes pour les modes g se situe légèrement avant celui des modes p. Un petit retour sur les séquences évolutives dans le diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$  (figure 2.4) permet d'en découvrir la raison. On remarque en effet que la température effective des modèles commence à augmenter légèrement avant le point d'inflexion de la gravité de surface. Les modes g, sensibles à la fois à  $T_{\text{eff}}$  et

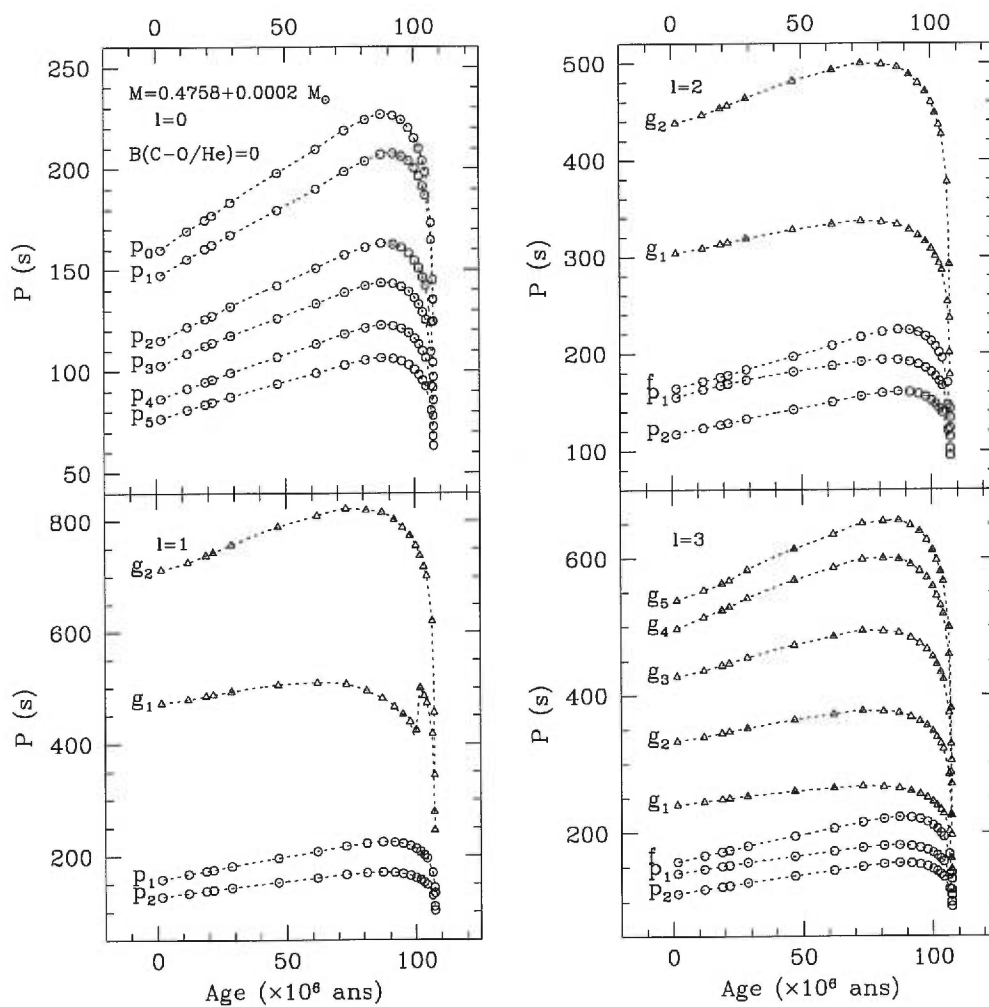


FIGURE 3.52. Idem figure 3.50 pour la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  artificiellement modifiée en imposant dans chaque modèle, pour minimiser l'influence de la transition chimique C-O/He, une valeur nulle au terme de Ledoux dans cette région ( $B(C-O/He)=0$ ). Le saut en période apparaissant, vers 100 Ma, pour le mode  $g_1$ ,  $l=1$  est causé par une perturbation due au faux mode f (voir section 3.3); il est donc artificiel.

$\log g$  contrairement aux modes p qui réagissent exclusivement à  $\log g$ , voient donc leurs périodes s'infléchir légèrement plus tôt sur la séquence. On peut aussi confirmer sans surprise que les modes p ne sont guère affectés par la transition C-O/He et remarquer, en comparant quantitativement la figure 3.52 avec le panneau correspondant de la figure 3.50, que les modes g du premier modèle de la séquence, modèle proche de la ZAEHB pour lequel le noyau central n'est encore que très faiblement enrichi en C-O, possèdent sensiblement les mêmes périodes pour les deux séries de calculs, avec et sans la discontinuité C-O/He dans le terme de Ledoux.

### Effets de la migration de la région convective

Nous venons d'avoir confirmation que le comportement particulier de l'évolution des périodes des modes g est principalement dicté par le développement de la stratification chimique dans les régions internes de l'étoile. Le second effet invoqué, celui de la migration de la frontière entre la zone convective centrale et le noyau radiatif, ne possède donc très probablement qu'une influence minime sur cette évolution. Il peut néanmoins être intéressant de cerner qualitativement comment un tel phénomène peut se répercuter sur les périodes des modes g. Un retour sur les figure 3.16 et 3.18 de la section 3.3 apporte des éléments utiles pour discuter ce point particulier.

Nous savons en effet, comme l'illustre cette figure, que les modes g ne sont pas ou peu affectés par les régions centrales situées dans la zone de convection car ils ne peuvent s'y propager. Aussi, supprimer les couches de l'étoile dans cette région convective n'influence pratiquement pas leurs périodes. Autrement dit, le déplacement de la frontière de la région convective peut être assimilé, en bonne approximation, à une amputation de la structure des modèles à différentes profondeurs spécifiées, comme dans la section 3.3.4, par le paramètre  $\log q(\min)$ .

Dans la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ , faisant ici figure d'exemple, la région convective commence, en premier lieu, par s'étendre. Sa frontière transite de  $\log q \simeq -0.11$  vers la ZAEHB jusqu'à  $\log q \simeq -0.27$  aux alentours de 90 millions d'années pour

finalement se résorber et disparaître suite à l'épuisement de l'hélium dans les régions centrales (la convection est en effet maintenue grâce à l'énergie dégagée par les réactions nucléaires de la chaîne triple- $\alpha$ ). La figure 3.16 (ou 3.18) est donc parfaitement adaptée à la situation puisqu'elle couvre un champ d'amputation des modèles compris dans l'intervalle  $0 \gtrsim \log q(\text{min}) \gtrsim -0.50$ . En se référant au modèle d'enveloppe présenté dans cette figure (lignes pointillées), le comportement auquel on assiste pour la majorité des modes g lorsque les structures sont coupées à différentes profondeurs suggère une légère augmentation (baisse) des périodes quand la région convective s'étend (se rétracte). Cet effet agirait donc dans le même sens que les tendances engendrées par les variations de la gravité de surface et de la température effective durant la première phase de l'évolution.

### 3.5.3 Taux de changement des périodes - Modes p

Dans le contexte de l'évolution des étoiles, des quantités qui présentent un intérêt bien particulier, car directement mesurables si l'on observe une étoile pulsante sur une base de temps suffisamment longue, sont les dérivées premières des périodes par rapport au temps ( $dP/dt \equiv \dot{P}$ ), aussi appelées "taux de changement des périodes". Elles sont directement et théoriquement dérivables à partir des calculs de pulsations effectués sur les séquences évolutives ; calculs qui établissent les relations, présentées dans les figures 3.50 et 3.51, entre les périodes de chaque mode et l'âge des modèles. La méthode d'interpolation par splines cubiques, utilisée pour obtenir les périodes des modes entre les modèles d'une séquence donnée, présente l'avantage d'assurer la continuité de ces dérivées premières sur la totalité de l'intervalle ainsi interpolé. Les valeurs des  $\dot{P}$  de chaque mode acoustique jusqu'à l'ordre radial  $k=10$  ont alors été évaluées pour tous les modèles de chacune des 7 séquences évolutives.

Un échantillon de modes p est présenté dans le tableau 3.7 pour la séquence de masse  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  et des tableaux similaires pour les six autres séquences sont placés en Appendice C. L'échantillon est constitué principalement de modes radiaux – modes qui ne subissent pas d'influence autre que celle engendrée par l'évolution

TABLEAU 3.7.  $P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M=0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ .

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	159.92	$+9.52 \times 10^{-1}$	115.18	$+6.49 \times 10^{-1}$	86.48	$+5.08 \times 10^{-1}$	68.42	$+3.93 \times 10^{-1}$
12.06	0.811	169.18	$+7.99 \times 10^{-1}$	121.48	$+5.43 \times 10^{-1}$	91.48	$+4.46 \times 10^{-1}$	72.37	$+3.67 \times 10^{-1}$
18.98	0.750	174.46	$+7.93 \times 10^{-1}$	125.05	$+5.37 \times 10^{-1}$	94.44	$+4.36 \times 10^{-1}$	74.84	$+3.52 \times 10^{-1}$
21.73	0.727	176.73	$+8.60 \times 10^{-1}$	126.60	$+5.81 \times 10^{-1}$	95.67	$+4.50 \times 10^{-1}$	75.80	$+3.43 \times 10^{-1}$
28.83	0.673	183.06	$+8.81 \times 10^{-1}$	130.86	$+5.95 \times 10^{-1}$	98.84	$+4.40 \times 10^{-1}$	78.11	$+3.18 \times 10^{-1}$
46.87	0.537	197.40	$+7.53 \times 10^{-1}$	140.57	$+5.00 \times 10^{-1}$	106.32	$+3.96 \times 10^{-1}$	83.84	$+3.11 \times 10^{-1}$
61.90	0.418	209.12	$+8.32 \times 10^{-1}$	148.31	$+5.63 \times 10^{-1}$	112.39	$+4.28 \times 10^{-1}$	88.52	$+3.23 \times 10^{-1}$
73.01	0.317	218.17	$+7.24 \times 10^{-1}$	154.36	$+4.48 \times 10^{-1}$	117.05	$+3.71 \times 10^{-1}$	92.05	$+2.92 \times 10^{-1}$
81.14	0.236	223.32	$+5.70 \times 10^{-1}$	157.28	$+3.11 \times 10^{-1}$	119.55	$+2.45 \times 10^{-1}$	94.04	$+1.82 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	225.86	$+1.46 \times 10^{-1}$	158.61	$+4.44 \times 10^{-2}$	120.52	$+3.83 \times 10^{-2}$	94.70	$+1.80 \times 10^{-2}$
91.79	0.129	225.24	$-3.96 \times 10^{-1}$	157.98	$-3.03 \times 10^{-1}$	120.09	$-2.39 \times 10^{-1}$	94.31	$-2.03 \times 10^{-1}$
95.14	0.099	223.00	$-1.04 \times 10^0$	156.39	$-7.08 \times 10^{-1}$	118.82	$-5.44 \times 10^{-1}$	93.26	$-4.35 \times 10^{-1}$
97.94	0.073	218.88	$-1.96 \times 10^0$	153.60	$-1.33 \times 10^0$	116.73	$-9.91 \times 10^{-1}$	91.63	$-7.71 \times 10^{-1}$
100.12	0.054	213.70	$-2.79 \times 10^0$	149.96	$-2.06 \times 10^0$	114.00	$-1.56 \times 10^0$	89.50	$-1.21 \times 10^0$
101.71	0.041	208.58	$-3.77 \times 10^0$	146.14	$-2.75 \times 10^0$	111.11	$-2.09 \times 10^0$	87.26	$-1.62 \times 10^0$
103.17	0.030	202.32	$-5.19 \times 10^0$	141.71	$-3.54 \times 10^0$	107.72	$-2.74 \times 10^0$	84.62	$-2.15 \times 10^0$
104.28	0.022	196.56	$-1.16 \times 10^1$	137.78	$-7.97 \times 10^0$	104.68	$-6.08 \times 10^0$	82.23	$-4.72 \times 10^0$
106.49	0.005	170.96	$-3.64 \times 10^1$	120.16	$-2.60 \times 10^1$	91.25	$-1.98 \times 10^1$	71.80	$-1.55 \times 10^1$
107.23	0.000	144.01	$-6.77 \times 10^1$	100.91	$-4.83 \times 10^1$	76.61	$-3.67 \times 10^1$	60.35	$-2.89 \times 10^1$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	55.96	$+3.08 \times 10^{-1}$	92.15	$+5.06 \times 10^{-1}$	87.20	$+5.06 \times 10^{-1}$	84.51	$+4.89 \times 10^{-1}$
12.06	0.811	59.07	$+2.92 \times 10^{-1}$	97.11	$+4.37 \times 10^{-1}$	92.16	$+4.36 \times 10^{-1}$	89.36	$+4.40 \times 10^{-1}$
18.98	0.750	61.03	$+2.77 \times 10^{-1}$	100.01	$+4.27 \times 10^{-1}$	95.05	$+4.29 \times 10^{-1}$	92.30	$+4.27 \times 10^{-1}$
21.73	0.727	61.78	$+2.67 \times 10^{-1}$	101.22	$+4.53 \times 10^{-1}$	96.26	$+4.53 \times 10^{-1}$	93.49	$+4.31 \times 10^{-1}$
28.83	0.673	63.57	$+2.47 \times 10^{-1}$	104.51	$+4.57 \times 10^{-1}$	99.53	$+4.52 \times 10^{-1}$	96.48	$+4.11 \times 10^{-1}$
46.87	0.537	68.02	$+2.42 \times 10^{-1}$	112.02	$+3.97 \times 10^{-1}$	107.00	$+3.97 \times 10^{-1}$	103.57	$+3.84 \times 10^{-1}$
61.90	0.418	71.66	$+2.51 \times 10^{-1}$	118.18	$+4.34 \times 10^{-1}$	113.11	$+4.24 \times 10^{-1}$	109.39	$+3.95 \times 10^{-1}$
73.01	0.317	74.40	$+2.24 \times 10^{-1}$	122.89	$+3.80 \times 10^{-1}$	117.74	$+3.86 \times 10^{-1}$	113.72	$+3.71 \times 10^{-1}$
81.14	0.236	75.94	$+1.47 \times 10^{-1}$	125.57	$+2.83 \times 10^{-1}$	120.48	$+2.76 \times 10^{-1}$	116.33	$+2.45 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	76.48	$+1.14 \times 10^{-2}$	126.74	$+4.54 \times 10^{-2}$	121.59	$+4.97 \times 10^{-2}$	117.23	$+3.10 \times 10^{-2}$
91.79	0.129	76.15	$-1.64 \times 10^{-1}$	126.24	$-2.58 \times 10^{-1}$	121.15	$-2.55 \times 10^{-1}$	116.76	$-2.63 \times 10^{-1}$
95.14	0.099	75.31	$-3.53 \times 10^{-1}$	124.88	$-6.02 \times 10^{-1}$	119.78	$-5.91 \times 10^{-1}$	115.38	$-5.76 \times 10^{-1}$
97.94	0.073	73.96	$-6.36 \times 10^{-1}$	122.53	$-1.11 \times 10^0$	117.53	$-1.05 \times 10^0$	113.23	$-9.99 \times 10^{-1}$
100.12	0.054	72.24	$-9.54 \times 10^{-1}$	119.60	$-1.58 \times 10^0$	114.73	$-1.51 \times 10^0$	110.57	$-1.45 \times 10^0$
101.71	0.041	70.48	$-1.29 \times 10^0$	116.72	$-2.13 \times 10^0$	111.96	$-2.04 \times 10^0$	107.90	$-1.96 \times 10^0$
103.17	0.030	68.36	$-1.73 \times 10^0$	113.18	$-2.91 \times 10^0$	108.56	$-2.83 \times 10^0$	104.62	$-2.73 \times 10^0$
104.28	0.022	66.45	$-3.80 \times 10^0$	109.95	$-6.43 \times 10^0$	105.41	$-6.20 \times 10^0$	101.59	$-5.90 \times 10^0$
106.49	0.005	58.06	$-1.24 \times 10^1$	95.73	$-2.05 \times 10^1$	91.72	$-1.97 \times 10^1$	88.55	$-1.90 \times 10^1$
107.23	0.000	48.87	$-2.33 \times 10^1$	80.56	$-3.83 \times 10^1$	77.13	$-3.67 \times 10^1$	74.52	$-3.53 \times 10^1$

séculaire des paramètres physiques de l'étoile (essentiellement  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ ) – pour différentes valeurs de  $k$  (modes notés  $p_{0,k}$  avec  $k=0, 2, 4, 6$  et  $8$ ) ainsi que de 3 modes non-radiaux d'ordre  $k$  fixé (ici,  $k=4$ ) et d'indices angulaires  $l$  différents (modes notés  $p_{l,4}$  avec  $l=1, 2$  et  $3$ ). Pour chacun des modes, la période  $P$  (en secondes) et son taux de changement  $\dot{P}$  (en secondes par millions d'années ; avec  $1 \text{ s/Ma} \simeq 3.169 \times 10^{-14} \text{ s/s}$ ) sont indiqués en fonction de l'âge des modèles exprimé en millions d'années depuis la ZAEHB. A titre indicatif, la fraction  $Y_c$  (en masse) d'hélium présent au centre de l'étoile est donnée comme témoin de l'état d'avancement du processus de brûlage nucléaire central (phase EHB).

Les deux phases qui gouvernent l'évolution des périodes possèdent une signature bien particulière sur leurs taux de changement. Pour les modes p, en l'absence de phénomènes de collisions qui compliquent notablement les comportements, la quantité  $\dot{P}$  est positive pendant la première phase évolutive puis négative durant la seconde. Le changement de signe intervient approximativement entre 87 et 91 millions d'années après la ZAEHB (pour toutes les séquences) alors que la fraction de masse de l'hélium est réduite à moins de 17% dans le cœur des modèles et que l'étoile amorce sa contraction faute de support énergétique.

De plus, les taux de changement  $\dot{P}$  pour un mode donné sont approximativement constants durant la première phase pour alors que la décroissance des périodes accélère pendant la seconde. On remarque aussi une baisse des  $\dot{P}$  lorsque, dans un modèle donné, les modes d'ordres  $k$  plus élevés sont considérés ; un comportement qui ne se manifeste pas quand l'indice  $l$  des modes de même ordre radial est changé, les valeurs de  $dP/dt$  restant pratiquement constantes dans ce cas. A cela s'ajoute une dépendance accrue par rapport à la masse des séquences évolutives puisque, pour des modes de même ordre radial, les taux de changement des périodes tendent à augmenter pour les modes p des modèles dotés d'enveloppes plus massives (voir à ce sujet les tableaux présentés en Appendice C).

Une relation empirique entre les périodes et la gravité de surface des modèles, valable principalement pour les modes radiaux ( $l=0$ ) mais aussi applicable aux pulsations



acoustiques non-radiales dans les régions de l'espace des paramètres épargnées par les collisions avec les modes g, permet de comprendre qualitativement ces comportements le long des séquences évolutives. Les périodes, maintenant fonctions du temps, sont en effet approximativement données par (voir section 3.4.1)

$$\log P_k(t) \simeq \alpha \log g(t) + \beta_k \quad , \quad (3.17)$$

où  $\alpha$  est une constante négative essentiellement indépendante de  $k$  et de  $t$  (dont la valeur approximative a été estimée à  $\alpha \simeq -0.8$ ) alors que  $\beta_k$  est une constante indépendante de  $t$  mais propre à chaque mode (donc, dépendante de l'indice radial  $k$ ). Ainsi, la dérivée première de la période par rapport au temps conduit à la relation

$$\frac{dP_k}{dt} \simeq P_k \alpha' \frac{d \log g}{dt} \simeq -P_k \alpha \frac{2}{R} \frac{dR}{dt} \quad \text{avec} \quad \alpha' \equiv \alpha \ln 10 < 0 \quad , \quad (3.18)$$

où l'on a utilisé la définition  $g = GM/R^2$  avec  $M$ , la masse totale de l'étoile, constante et  $R$  représentant le rayon total de l'astre. Avec  $\alpha, \alpha' < 0$  et  $d \log g / dt < 0$  ( $dR/dt > 0$ ) dans la première phase évolutive, les périodes augmentent avec le temps ( $dP_k/dt > 0$ ) conformément à ce qui est observé. Tout aussi conforme aux résultats numériques, on a  $d \log g / dt > 0$  ( $dR/dt < 0$ ) dans la seconde phase évolutive entraînant la baisse des périodes ( $dP_k/dt < 0$ ). De plus, le coefficient  $\alpha$  (ou  $\alpha'$ ) étant indépendant des modes et la dérivée première de  $\log g$  étant constante si l'on considère un modèle particulier donné, la valeur de  $dP_k/dt$ , qui ne dépend plus que de la période  $P_k$ , décroît pour les modes d'ordre  $k$  plus élevés (la période des modes p diminue lorsque  $k$  augmente). Pour la même raison, les modèles dotés d'enveloppes plus massives doivent montrer, parce que leurs gravités de surface sont beaucoup plus faibles impliquant des périodes appréciablement plus longues pour les modes p, des valeurs plus élevées pour les  $\dot{P}$ . On notera toutefois, dans ce dernier cas, que les quantités  $d \log g / dt$  n'ont pas à être identiques d'une séquence à l'autre bien que les différences semblent noyées dans l'effet, plus important, de la hausse globale des périodes. Enfin, précisons que l'apparente constance, pour un mode donné, de la quantité  $dP/dt$  au cours de la première phase de l'évolution, alors que la croissance des périodes devrait en susciter la hausse, suggère un

lent ralentissement de l'expansion de l'étoile qui se traduit par une baisse progressive du terme  $d \log g / dt$  compensant approximativement la croissance des périodes.

### Spectre des modes p (et f) à travers $dP/dt$

Jusqu'à présent, le principal aperçu de l'évolution des périodes pour les modes acoustiques fut donné exclusivement à travers le comportement d'un échantillon de quelques modes représentatifs. La structure du spectre des modes p considéré dans son ensemble pourrait néanmoins, à travers la quantité  $dP/dt$ , apporter quelques informations supplémentaires intéressantes. Pour visualiser ces spectres, les figures 3.53 et 3.54 proposent, par le biais de deux modèles représentatifs dans chacune des séquences des deux phases évolutives identifiées pour les modes de pulsations, une représentation de la quantité  $\dot{P}/P$  en fonction de la période pour l'ensemble des modes p (et f) jusqu'à  $k = 10$  et  $l = 3$ . La quantité  $\dot{P}/P$ , ou taux relatif de changement des périodes, sera dorénavant utilisée de préférence à  $dP/dt$  car, en vertu de la discussion précédente, elle permet de supprimer l'effet induit par les différences de périodes pour ne retenir que les aspects liés à l'évolution structurelle des modèles.

Les structures observées dans la quantité  $\dot{P}/P$  semblent, de prime abord, très complexes mais plusieurs remarques méritent néanmoins d'être apportées. Avant tout, notons que les valeurs des taux de changement relatif des périodes pour les modes acoustiques appartenant à un même modèle sont approximativement identiques indépendamment des indices  $k$  et  $l$ , conformément à la forme de l'équation (3.18). Il ne s'agit évidemment pas d'une égalité stricte puisque de nombreuses fluctuations issues de phénomènes affectant chaque mode individuellement viennent se greffer sur le spectre pour en briser l'uniformité. Au moins deux sources de perturbations semblent en mesure de contribuer significativement à ses fluctuations : le micro-piégeage des modes acoustiques, phénomène engendré par la transition chimique He/H entre l'enveloppe de l'étoile riche en hydrogène et son noyau d'hélium, et les processus de collisions entre modes qui apparaissent pour certaines valeurs particulières de la gravité de surface et

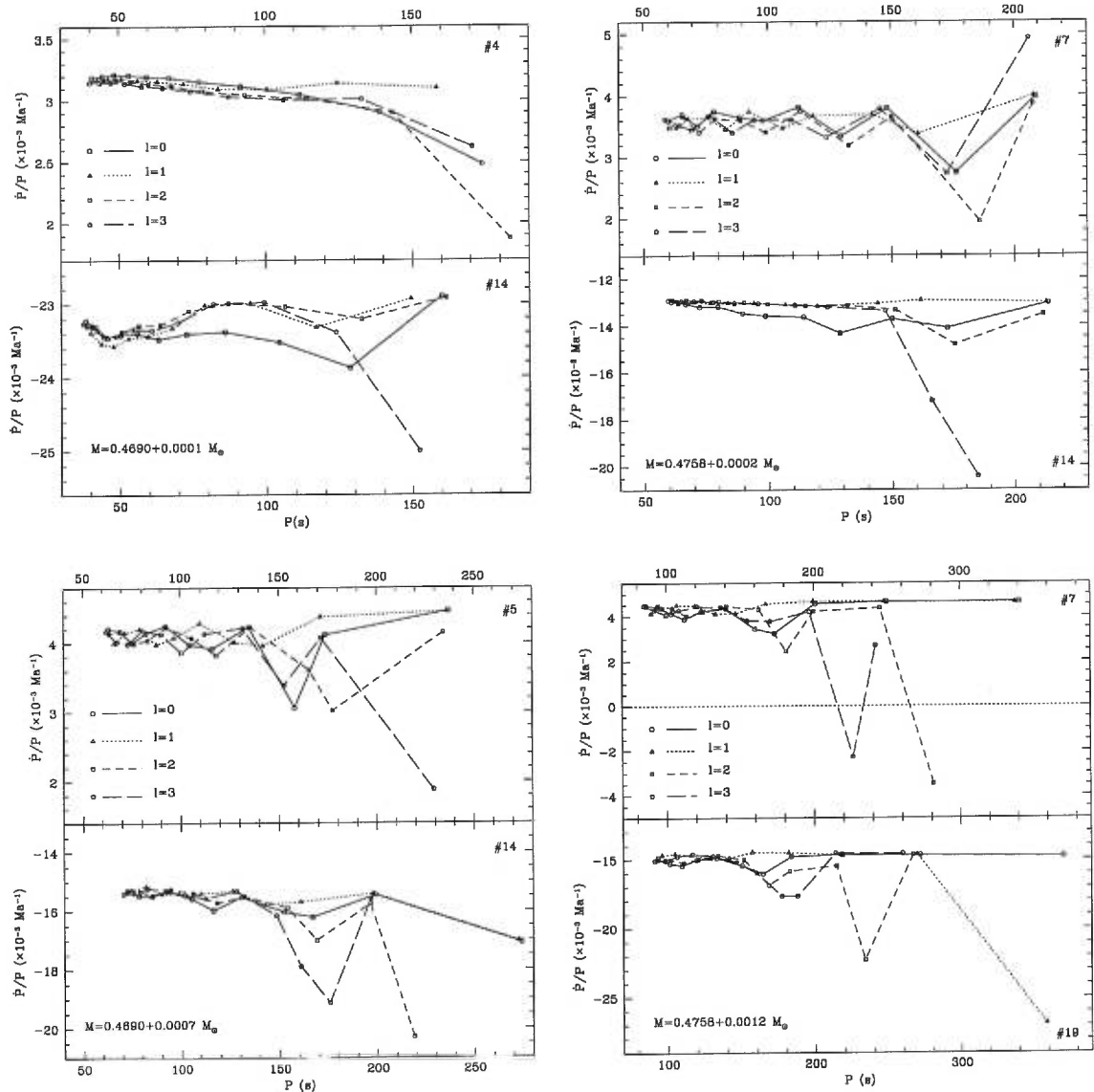


FIGURE 3.53.  $\dot{P}_k/P_k$  en fonction de  $P_k$  ( $k=0$  à  $10$ ) pour les modes  $p$  (avec  $l=0, 1, 2$  et  $3$ ) appartenant à deux modèles représentatifs, pour chaque séquence, des deux phases évolutives identifiées qui caractérisent l'évolution des périodes (le numéro du modèle dans la séquence est indiqué dans chaque panneau). Les modèles correspondants à la première phase ont été choisis pour avoir un âge compris approximativement entre 50 et 60 millions d'années après la ZAEHB. Par ailleurs, le modèle #7 de la séquence  $M=0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  était notre modèle de référence dans la section 3.2.

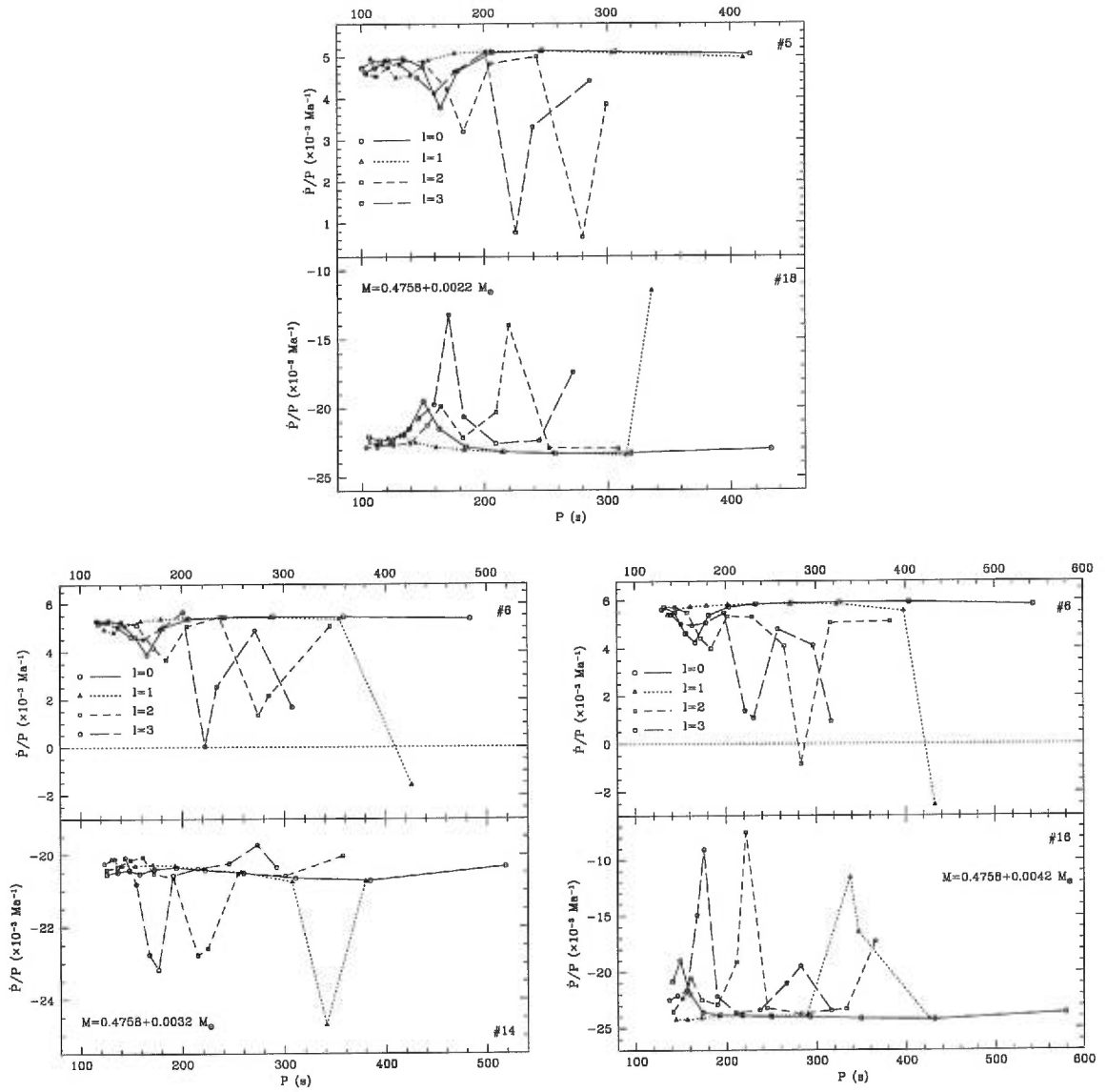


FIGURE 3.54.  $\dot{P}_k/P_k$  en fonction de  $P_k$  pour les modes  $p$  (suite de la figure 3.53).

de la température effective.

Les modes radiaux, représentés dans chaque panneau par les cercles vides reliés par les traits pleins, ne sont pas assujettis aux phénomènes de collisions contrairement aux pulsations non-radiales. Ils sont donc les meilleurs révélateurs de la structure issue des mécanismes de micro-piégeage. Si l'on regarde plus en détails les modèles proposés en exemples, on s'aperçoit que le spectre des pulsations radiales montre des structures fluctuantes différentes selon la masse de l'enveloppe des diverses séquences. Ainsi, les modèles dotés d'enveloppes ténues<sup>7</sup> (par exemple, pour les séquences avec  $M_{\text{env}} = 0.0002$ ,  $0.0007$  et  $0.0012 M_{\odot}$ ) montrent des profils de spectre radiaux en “dents de scie” alors que leur structure est plus uniforme pour les modèles à enveloppes massives (par exemple, pour les séquences avec  $M_{\text{env}} = 0.0032$  et  $0.0042 M_{\odot}$ ). Sachant qu'un modèle doté d'une enveloppe plus massive correspond à une structure pour laquelle la valeur du paramètre  $\log q(H)$  – une quantité liée à la position de l'interface He/H dans l'étoile – est plus élevée, les spectres des pulsations radiales observés à travers  $\dot{P}/P$  possèdent une remarquable similitude de comportement avec les représentations qui en sont faites dans la figure 3.36 de la section 3.4.2 en terme d'espacement en fréquence ( $\Delta\nu$ ) entre modes consécutifs.

L'apparition de ces structures fluctuantes, dues sans aucun doute au micro-piégeage, dans les taux de changement des périodes pose l'épineuse question de l'origine de ces petites variations dans l'évolution des modes acoustiques. Ces derniers, comme nous le savons depuis la section 3.4, sont affectés par les changements qui interviennent au niveau de la gravité de surface des modèles. Plus précisément, en modifiant la gravité de surface, la structure mécanique de l'étoile change et, en conséquence, les périodes naturelles des modes oscillatoires varient. Parce que les modes p sont globalement formés au même endroit (dans l'enveloppe de l'étoile), ils sont essentiellement affectés de la même façon par ces modifications de structure et leurs périodes évoluent globalement

---

<sup>7</sup>Ceci ne s'applique pas à la séquence  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$  pour laquelle la transition chimique He/H est atrophiée suite à un dragage convectif (“dredge-up”), durant la phase RGB, entre l'enveloppe riche en hydrogène, devenue trop mince, et le noyau d'hélium. Les effets du micro-piégeage sont donc beaucoup plus faibles pour ces modèles.

au même taux. Toutefois, une petite fraction de la période provient des régions plus profondes, en dessous de la transition He/H, et avec l'effet du micro-piégeage il est possible que certains modes soient plus ou moins sensibles aux régions centrales par rapport à la moyenne des modes. Comme l'évolution des périodes dépend localement de l'évolution des régions qui y contribuent, des différences de  $\dot{P}$  peuvent se manifester au sein d'un même spectre acoustique. Un autre effet, mécanique celui-là, consiste, pour un mode donné, à changer d'état de piégeage suite aux déplacements des nœuds de sa fonction propre relativement à l'interface chimique responsable du phénomène éventuellement engendré par l'évolution de sa période. Cet effet perturbatif pourrait altérer les taux de changement des périodes à une époque donnée lors du passage d'un état de confinement à un état de piégeage ou vice-versa. Quoiqu'il en soit, estimer la part de l'une et/ou l'autre des possibilités dans les fluctuations de la structure des  $\dot{P}$  semble une tâche plutôt difficile ; aussi, laisserons nous cette question en suspend pour le moment.

Les pulsations non-radiales sont sujettes, en plus des effets du micro-piégeage, aux perturbations engendrées par les collisions avec le spectre des modes g. Comme nous pourrons le constater un peu plus tard dans la section 3.5.4, les modes de gravité montrent des spectres de  $\dot{P}$  avec, en terme d'amplitude, beaucoup plus de fluctuations que les spectres des modes acoustiques ; certains d'entre eux contenant parfois des différences de signes d'un mode à l'autre. En percutant les modes p non-radiaux, ils leurs transmettent ces caractéristiques que l'on peut effectivement remarquer pour certains modes de faible ordre radial. Les modèles appartenant aux séquences dotées d'enveloppes massives et/ou se trouvant dans la seconde phase évolutive ( $\dot{P}$  négatifs) présentent les plus grandes prédispositions à l'apparition de ce phénomène pour les raisons déjà mentionnées auparavant. Ainsi, puisque ces modes de nature mixte alternent, au cours de l'évolution, entre un comportement de modes p et un comportement de modes g, le profile de la quantité  $\dot{P}/P$  qui leur est associé devient généralement très compliqué le long d'une séquence.

## Taux moyens de changement des périodes

Bien que les périodes des modes acoustiques soient affectées sur une base individuelle par diverses perturbations comme le micro-piégeage et les collisions avec les modes g, une évolution générale propre à chaque séquence semble néanmoins se dessiner à travers les taux de changement des périodes pris sur l'ensemble du spectre. Si l'on oublie un instant les fluctuations dans la quantité  $\dot{P}_k/P_k$ , les modes acoustiques d'un modèle donné évoluent sensiblement au même rythme. Aussi, pour extraire l'information sur ce comportement global, il est utile de définir un taux relatif moyen de changement des périodes noté  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  et évalué en moyennant l'ensemble des quantités  $\dot{P}_k/P_k$  calculées pour chaque mode p.

La figure 3.55 présente les valeurs de ce taux relatif moyen de changement des périodes pour chacune des 7 séquences évolutives à notre disposition. Pour chaque modèle,  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  a été évalué à partir des modes de pulsations radiales ( $l=0$ ) jusqu'à l'ordre  $k=10$ . L'usage des seuls 11 premiers modes dans le calcul de cette moyenne apparaît suffisant pour mettre en valeur les grandes tendances qui nous intéressent mais il sera certainement préférable, pour obtenir une détermination plus précise de cette quantité, d'utiliser davantage de modes dans le calcul ; d'autant que les plus importantes fluctuations surviennent pour les modes de faible ordre radial. De plus, nous avons jugé préférable de cantonner l'évaluation de  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  aux seuls modes radiaux afin d'éviter les effets de collisions très importants dans certains modèles. Notons qu'inclure les ondes p non-radiales dans le calcul de la moyenne ne pose pas réellement de problème en soi sinon qu'il est conseillé, dans ce cas là, d'utiliser plus de modes d'ordre élevé pour compenser les grandes fluctuations dues aux collisions.

La figure met en valeur plusieurs caractéristiques des séquences évolutives dont quelques unes ont déjà été abordées auparavant. Parmi ces dernières, remarquons le changement de sens de l'évolution des périodes, trahi par l'inversion de signe dans la quantité  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ , qui survient approximativement entre 87 et 95 millions d'années après la ZAEHB lorsque l'étoile s'engage dans une ère de contraction pour compenser

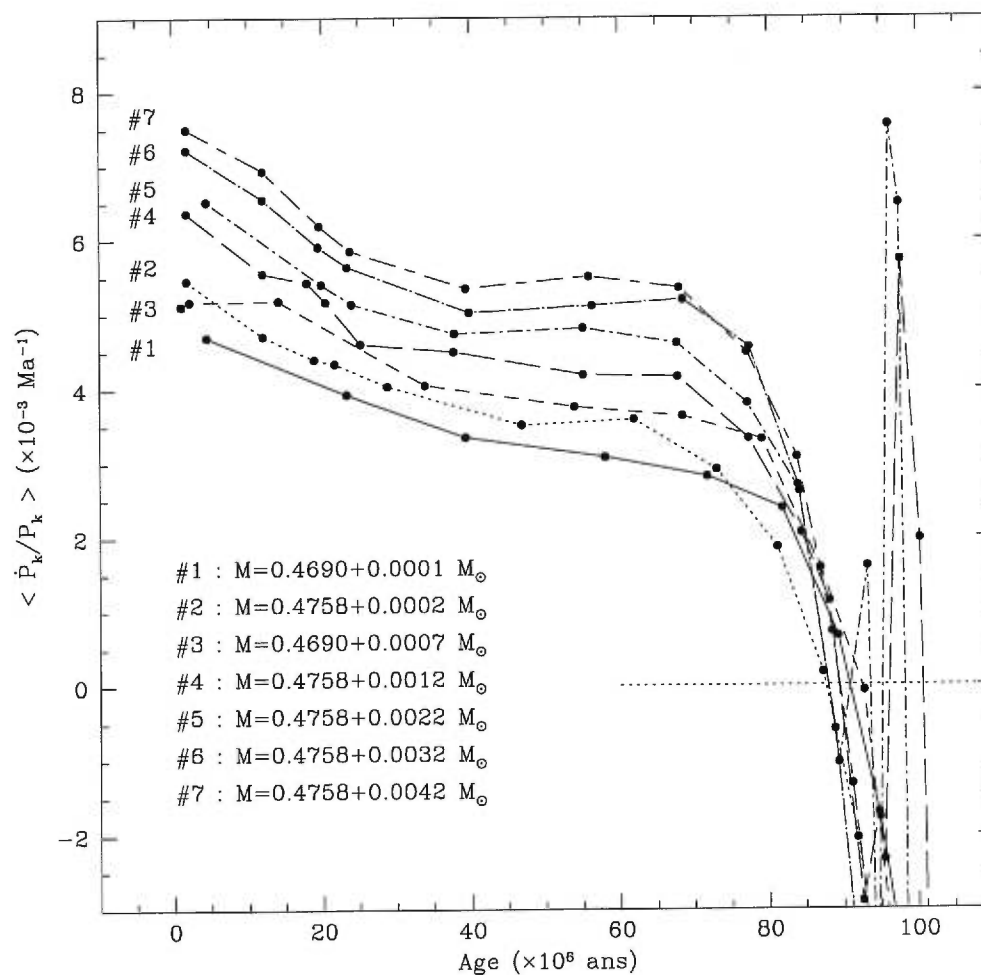


FIGURE 3.55. Taux relatifs moyens de changement des périodes pour les modes radiaux ( $l=0$ ) en fonction de l'âge des modèles pour chacune des 7 séquences évolutives. La valeur moyenne est calculée sur les 11 premiers modes de la série. Remarque : les pics observés vers  $9.5 \times 10^7$  ans pour certaines séquences sont artificiels (en raison d'une légère discontinuité dans les chemins évolutifs).



l'essoufflement des réactions nucléaires dû à la raréfaction du combustible d'hélium dans le noyau. Avant cette date fatidique, l'étoile connaît une évolution plutôt paisible où seuls quelques lents réajustements de structure conduisent à une légère dilatation de son rayon. Comme nous l'avons déjà remarqué, ces réajustements entraînent une lente croissance des périodes des modes  $p$  que l'on retrouve à travers la quantité  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ . Durant toute cette période, les valeurs typiques se situent autour de  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle \simeq 5 \times 10^{-3} \text{ Ma}^{-1}$  correspondant à un temps caractéristique d'environ 200 millions d'années compatible avec la durée de vie habituelle des séquences évolutives sur la ZAEHB (autour de  $10^8$  années).

Deux tendances se manifestent très explicitement dans cette première phase de la vie d'une sdB. La première tendance concerne la baisse systématique de la quantité  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  à mesure que les modèles vieillissent. Lente et presque uniforme durant les 80 premiers millions d'années, elle s'accélère par la suite jusqu'à devenir négative pour les raisons déjà mentionnées. Cette tendance montre qu'il y a, dès les premiers temps de l'évolution de ces étoiles, un ralentissement du mouvement d'expansion qui préfigure déjà l'effondrement ultérieur de l'astre. Elle rappelle aussi que la relation entre le taux de changement des périodes et le taux d'énergie dégagée par réactions nucléaires qui gouverne l'évolution du noyau est loin d'être triviale car il s'agit d'une relation indirecte via les réajustements de la gravité de surface de l'étoile. Il est en effet symptomatique de constater une baisse de  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  avec l'âge alors que l'étoile accroît sa luminosité et accélère son rythme d'évolution en brûlant de plus en plus rapidement ses réserves d'hélium.

La seconde observation remarquable qui caractérise cette phase de l'évolution est la corrélation, sans ambiguïté possible, entre la masse de l'enveloppe des modèles et la valeur du taux relatif moyen de changement des périodes. La figure montre que les séquences dotées d'enveloppes massives disposent de  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  plus élevés; la différence pouvant atteindre 40% entre les deux extrêmes (modèles avec les plus petites et les plus grosses enveloppes). Ceci indique que les séquences pourvues d'enveloppes massives ont une phase d'expansion — où le rayon de l'étoile augmente et sa gravité de surface baisse

– plus rapide que les séquences dotées d’enveloppes ténues. L’origine de ces différences semble, encore une fois, difficile à identifier. On pourra noter naïvement un écart de luminosité  $\Delta L/L \simeq 2.5\%$  entre deux modèles d’âge équivalent (les modèles #1) tirés respectivement des séquences avec  $M_{\text{env}} = 0.0002 M_{\odot}$  et  $M_{\text{env}} = 0.0042 M_{\odot}$ ; la plus massive étant la plus lumineuse. Une température centrale légèrement plus élevée dans le modèle plus massif ( $T_c = 116.51 \times 10^6$  K contre  $116.37 \times 10^6$  K, soit  $\Delta T_c/T_c \simeq 0.1\%$ ) semble en mesure d’expliquer la différence de luminosité observée en raison de l’extrême sensibilité des réactions de la chaîne triple- $\alpha$  à la température ( $\epsilon \propto T_c^{32}$ , soit très approximativement  $L \sim T_c^{32}$  et  $\Delta L/L \sim 3.2\%$  en prenant  $\Delta T/T \simeq 0.1\%$ ). Les taux des réactions nucléaires étant plus élevés pour la séquence plus massive, son temps évolutif caractéristique est légèrement plus court de  $\Delta t/t \simeq 1.3\%$  pour un modèle âgé d’environ 91 millions d’années – qui, au passage, correspond assez bien à l’estimation que l’on peut faire sur  $\Delta t/t$  à partir de  $\Delta L/L = 2.5\%$  en supposant que les deux séquences disposent de la même quantité totale d’énergie à libérer – dont la fraction d’hélium au centre est réduite à  $Y_c \simeq 0.129$ . Comparativement aux écarts entre les temps caractéristiques moyens d’évolution des périodes qui s’élèvent, entre les deux séquences, à plus de 40%, les petites variations dans les temps évolutifs dues aux légères différences de taux de réactions nucléaires semblent donc bien insuffisantes pour en être directement la cause. Cette conclusion est par ailleurs confortée par les positions apparemment “normales” des séquences #1 et #3 dans la figure 3.55 alors que leur noyau est moins massif que celui des autres séquences et que les réactions nucléaires au centre y sont moins intenses, impliquant l’existence d’un paramètre plus important pour influencer les périodes.

Si les noyaux des modèles sont trop peu dissemblables d’une séquence à l’autre pour expliquer l’importance des écarts observés dans la quantité  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ , un autre mécanisme est nécessaire pour accélérer le mouvement d’expansion des séquences plus massives durant la première phase évolutive (i.e., de 0 à 85 millions d’années environ) afin d’accroître les taux de changement des périodes. La couche de brûlage de l’hydrogène située à la base de l’enveloppe semble constituer un bon candidat car sa puissance s’accroît lorsque  $M_{\text{env}}$  augmente et on la sait responsable, pour les séquences de la

branche horizontale, de la dilatation importante de l'enveloppe (le rayon de l'étoile augmente alors que  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$  diminuent) conduisant à terme à la phase géante rouge sur la branche asymptotique. Pour nos séquences sur la EHB, cette phase AGB n'est, bien entendu, jamais atteinte mais il est néanmoins possible que les séquences possédant les plus fortes régions de brûlage d'hydrogène en couche amorcent une expansion plus marquée que les séquences disposant d'une couche d'hydrogène moins active. Ainsi, parce que l'évolution des périodes des modes acoustiques n'est qu'un reflet indirect de l'évolution séculaire du noyau à travers une quantité physique globale comme la gravité de surface, son interprétation s'avère très complexe compte tenu des divers sources susceptibles de l'affecter.

On pourra à l'avenir être intéressé par une comparaison des taux de changement des périodes théoriques avec d'éventuelles mesures observationnelles. Dans cette optique, la figure 3.55 pose un problème majeur car l'âge d'une étoile n'est pas une quantité directement accessible par l'observation. Les paramètres physiques que l'on pourra déterminer se limitent essentiellement à la température effective et à la gravité de surface. Aussi, dans le but d'offrir une représentation des résultats théoriques sur laquelle il sera possible de superposer des valeurs observées, les 7 séquences sont reproduites dans la figure 3.56 à travers la quantité  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  en fonction, cette fois-ci, des observables  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ .

### 3.5.4 Taux de changement des périodes - Modes g

Après cette investigation poussée sur l'évolution des modes p, penchons nous à présent sur le cas des modes g aux comportements d'apparence plus complexes. De même que pour les modes acoustiques, les quantités  $\dot{P}$  des ondes de gravité jusqu'à l'ordre  $k = 30$  ont été évaluées pour chaque modèle des 7 séquences évolutives en utilisant la technique d'interpolation par splines cubiques.

Un échantillon de modes g est présenté dans le tableau 3.8 pour la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ . Les autres séquences disposent de tableaux similaires déposés,

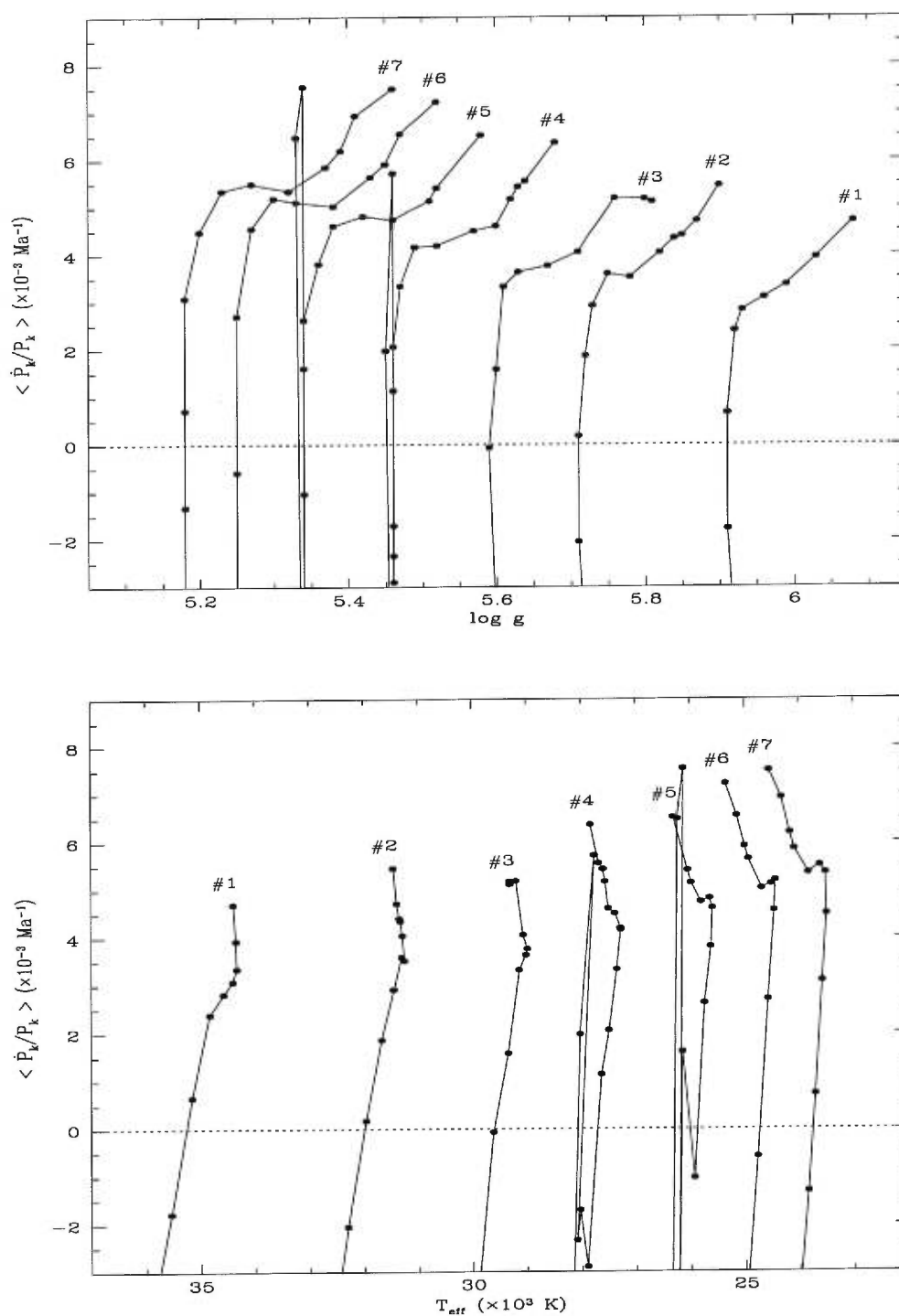


FIGURE 3.56. Taux relatifs moyens de changement des périodes pour les modes acoustiques en fonction de la gravité de surface et de la température effective des modèles pour chacune des 7 séquences évolutives. La valeur moyenne est calculée à partir des 11 premiers modes de la série  $l=0$  (pulsations radiales).

pour consultation, en Appendice C. L'échantillon est constitué principalement de modes  $g$  de faible ordre radial ( $k=1$  à  $6$ ) appartenant à la série  $l=3$  afin de couvrir l'ensemble des caractéristiques des modes  $g$  (modes piégés et confinés). Deux autres modes d'indice  $k$  fixé ( $k=4$ ) avec respectivement  $l=1$  et  $l=2$  complètent les tableaux.

En raison du phénomène de piégeage, très important pour les ondes de gravité, ces modes sont sensibles à différentes régions des modèles. Dans ces conditions, plusieurs modes appartenant à un même spectre peuvent réagir de manières très diverses face au processus d'évolution de l'étoile. Le tableau 3.8 montre clairement, à travers les modes du spectre  $l=3$ , cette diversité de comportement. Durant la première phase évolutive et pour un même modèle, certains modes voient leurs périodes diminuer ( $\dot{P} < 0$ ) alors que pour d'autres, elles augmentent ( $\dot{P} > 0$ ). Par contraste et bien que des fluctuations persistent, la seconde phase dicte une évolution générale – par une baisse marquée et accélérée des périodes ( $\dot{P} < 0$  et  $|\dot{P}|$  augmente) – identique pour tous les modes  $g$  en raison de la hausse de la gravité de surface et surtout de la température effective. A ce sujet, on notera à nouveau que la seconde phase survient légèrement plus tôt pour les modes  $g$  que pour les modes  $p$  en raison de leur grande sensibilité à  $T_{\text{eff}}$  dont le point d'inflexion est situé avant celui de  $\log g$  sur les séquences.

Physiquement, deux – peut-être trois – phénomènes sont en compétition pour contrôler le comportement des modes  $g$ . Les lents réajustements structurels qui, tout au long de l'évolution, se reflètent sur la gravité de surface et la température effective des modèles sont, sans équivoque, des acteurs privilégiés de la modification des périodes. Un élément concurrent essentiel se manifeste toutefois à travers la formation progressive d'une région de transition chimique entre le noyau convectif central, s'enrichissant en carbone/oxygène, et les couches du manteau d'hélium, nucléairement inactives. Un troisième acteur potentiel, à l'influence mal définie mais probablement assez faible, est associé aux déplacements de la frontière du noyau convectif qui agit principalement comme un mur sur lequel les modes de gravité se réfléchissent. Ainsi, selon qu'un mode donné soit piégé ou confiné, il sera plus ou moins sensible aux différentes régions de l'étoile dans lesquels ces divers phénomènes opèrent, donnant lieu à toutes sortes de

TABLEAU 3.8.  $P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes g sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ .

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,1}$		$g_{3,2}$		$g_{3,3}$		$g_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	240.56	$+2.05 \times 10^{-1}$	332.20	$-7.69 \times 10^{-1}$	425.16	$-2.74 \times 10^0$	495.76	$-1.83 \times 10^0$
12.06	0.811	242.42	$+1.33 \times 10^{-1}$	324.54	$-6.98 \times 10^{-1}$	402.56	$-1.12 \times 10^0$	483.39	$+3.92 \times 10^{-2}$
18.98	0.750	242.82	$-4.20 \times 10^{-2}$	319.32	$-9.17 \times 10^{-1}$	399.51	$-1.81 \times 10^{-1}$	488.89	$+1.05 \times 10^0$
21.73	0.727	242.40	$-3.26 \times 10^{-1}$	316.34	$-1.31 \times 10^0$	398.84	$-3.11 \times 10^{-1}$	491.51	$+8.69 \times 10^{-1}$
28.83	0.673	237.92	$-6.39 \times 10^{-1}$	305.57	$-1.18 \times 10^0$	397.08	$+5.32 \times 10^{-2}$	497.34	$+9.28 \times 10^{-1}$
46.87	0.537	232.21	$-4.08 \times 10^{-1}$	306.07	$+2.41 \times 10^{-1}$	410.49	$+7.56 \times 10^{-1}$	518.98	$+1.07 \times 10^0$
61.90	0.418	224.09	$-3.83 \times 10^{-1}$	306.59	$+2.74 \times 10^{-1}$	418.65	$+6.69 \times 10^{-1}$	532.40	$+9.67 \times 10^{-1}$
73.01	0.317	221.76	$-1.92 \times 10^{-1}$	309.37	$-3.05 \times 10^{-1}$	424.83	$-1.33 \times 10^{-2}$	540.97	$+1.37 \times 10^{-1}$
81.14	0.236	221.16	$+2.63 \times 10^{-1}$	304.02	$-5.70 \times 10^{-1}$	421.70	$-3.77 \times 10^{-1}$	538.62	$-3.56 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	223.37	$+1.57 \times 10^{-1}$	300.96	$-7.70 \times 10^{-1}$	418.70	$-1.02 \times 10^0$	533.82	$-1.89 \times 10^0$
91.79	0.129	222.60	$-4.20 \times 10^{-1}$	295.73	$-1.42 \times 10^0$	411.20	$-2.13 \times 10^0$	521.42	$-2.99 \times 10^0$
95.14	0.099	220.37	$-1.02 \times 10^0$	290.65	$-1.58 \times 10^0$	403.28	$-2.54 \times 10^0$	509.63	$-4.74 \times 10^0$
97.94	0.073	216.28	$-1.94 \times 10^0$	285.40	$-2.44 \times 10^0$	394.76	$-3.96 \times 10^0$	493.02	$-6.72 \times 10^0$
100.12	0.054	211.15	$-2.78 \times 10^0$	278.37	$-4.14 \times 10^0$	384.42	$-5.26 \times 10^0$	477.67	$-7.38 \times 10^0$
101.71	0.041	206.07	$-3.73 \times 10^0$	270.90	$-5.05 \times 10^0$	374.95	$-7.15 \times 10^0$	464.70	$-9.44 \times 10^0$
103.17	0.030	199.90	$-5.07 \times 10^0$	263.39	$-5.25 \times 10^0$	364.33	$-8.03 \times 10^0$	448.51	$-1.18 \times 10^1$
104.28	0.022	194.28	$-1.14 \times 10^1$	257.56	$-1.26 \times 10^1$	355.42	$-1.84 \times 10^1$	435.44	$-2.54 \times 10^1$
106.49	0.005	169.15	$-3.61 \times 10^1$	229.80	$-5.69 \times 10^1$	314.73	$-9.11 \times 10^1$	379.31	$-1.37 \times 10^2$
107.23	0.000	142.43	$-6.72 \times 10^1$	187.68	$-1.20 \times 10^2$	247.34	$-3.05 \times 10^2$	278.22	$-2.64 \times 10^2$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,5}$		$g_{3,6}$		$g_{1,4}$		$g_{2,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	535.15	$-1.17 \times 10^0$	620.73	$-4.31 \times 10^0$	1162.35	$-6.38 \times 10^0$	686.22	$-3.51 \times 10^0$
12.06	0.811	529.36	$+6.41 \times 10^{-1}$	590.81	$-1.17 \times 10^{-1}$	1119.83	$+3.42 \times 10^{-1}$	662.37	$+4.43 \times 10^{-2}$
18.98	0.750	539.15	$+1.75 \times 10^0$	601.28	$+1.95 \times 10^0$	1139.67	$+3.39 \times 10^0$	672.10	$+1.74 \times 10^0$
21.73	0.727	544.02	$+1.86 \times 10^0$	606.13	$+1.70 \times 10^0$	1147.70	$+2.58 \times 10^0$	676.27	$+1.35 \times 10^0$
28.83	0.673	558.73	$+2.08 \times 10^0$	618.80	$+1.83 \times 10^0$	1164.61	$+2.52 \times 10^0$	685.17	$+1.37 \times 10^0$
46.87	0.537	589.18	$+1.43 \times 10^0$	649.50	$+1.43 \times 10^0$	1217.30	$+2.52 \times 10^0$	715.57	$+1.48 \times 10^0$
61.90	0.418	610.41	$+1.49 \times 10^0$	668.64	$+1.29 \times 10^0$	1248.31	$+2.16 \times 10^0$	733.89	$+1.31 \times 10^0$
73.01	0.317	624.52	$+7.17 \times 10^{-1}$	679.84	$+3.11 \times 10^{-1}$	1266.22	$+2.09 \times 10^{-2}$	745.14	$+9.52 \times 10^{-2}$
81.14	0.236	625.99	$-2.41 \times 10^{-1}$	670.66	$-3.19 \times 10^0$	1257.32	$-1.40 \times 10^0$	740.89	$-6.33 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	613.93	$-5.27 \times 10^0$	645.68	$-4.01 \times 10^0$	1239.91	$-6.20 \times 10^0$	732.79	$-3.04 \times 10^0$
91.79	0.129	584.94	$-4.72 \times 10^0$	630.81	$-2.57 \times 10^0$	1203.01	$-7.74 \times 10^0$	713.68	$-4.32 \times 10^0$
95.14	0.099	570.47	$-6.57 \times 10^0$	621.49	$-3.60 \times 10^0$	1173.18	$-1.30 \times 10^1$	696.78	$-7.07 \times 10^0$
97.94	0.073	547.52	$-7.34 \times 10^0$	608.41	$-5.63 \times 10^0$	1128.10	$-1.65 \times 10^1$	672.14	$-9.48 \times 10^0$
100.12	0.054	532.44	$-8.68 \times 10^0$	594.06	$-7.82 \times 10^0$	1092.71	$-1.75 \times 10^1$	651.07	$-1.03 \times 10^1$
101.71	0.041	514.47	$-1.37 \times 10^1$	578.87	$-1.19 \times 10^1$	1059.99	$-2.46 \times 10^1$	632.56	$-1.35 \times 10^1$
103.17	0.030	496.86	$-1.06 \times 10^1$	562.39	$-1.23 \times 10^1$	1021.33	$-2.61 \times 10^1$	609.99	$-1.58 \times 10^1$
104.28	0.022	485.14	$-2.52 \times 10^1$	548.76	$-2.86 \times 10^1$	992.40	$-6.10 \times 10^1$	592.41	$-3.54 \times 10^1$
106.49	0.005	429.47	$-1.21 \times 10^2$	485.62	$-1.32 \times 10^2$	857.59	$-3.29 \times 10^2$	514.09	$-1.93 \times 10^2$
107.23	0.000	340.12	$-4.99 \times 10^2$	387.69	$-5.38 \times 10^2$	614.25	$-8.17 \times 10^2$	371.33	$-3.91 \times 10^2$

comportements différents.

En raison des nombreuses et importantes fluctuations survenant dans les taux de changement des périodes, il est difficile d'établir, comme ce fut possible de le faire pour les modes p, une relation générale simple avec les quantités physiques des modèles. En regardant néanmoins les modes disposant d'un même ordre radial  $k$  pour  $l = 1, 2$  et  $3$  (modes  $g_{1,4}$ ,  $g_{2,4}$  et  $g_{3,4}$  dans le tableau 3.8), qui sont approximativement dans un même état de piégeage ou de confinement (c.f., section 3.2.2), on note une excellente similitude de comportement à travers l'évolution des  $\dot{P}$ . De plus, ces modes dévoilent deux caractéristiques que l'on retrouve chez les modes p : les valeurs des taux de changement des périodes diminuent avec celles-ci lorsque l'indice  $l$  augmente et la quantité  $\dot{P}/P$  qui leur est associée est approximativement constante pour un modèle donné.

### Spectre des modes g à travers $dP/dt$

Une vision d'ensemble des comportements du spectre des modes g est plus facilement accessible à travers l'inspection de modèles représentatifs de chacune des phases importantes que subissent les modes de pulsation au cours de la vie d'une étoile sur la EHB. Aussi, comme auparavant pour les modes acoustiques (figures 3.53 et 3.54), deux modèles types associés aux deux principales phases évolutives reconnues sont présentées dans les figures 3.57 et 3.58 pour chacune des 7 séquences. Les spectres des modes g pour  $l = 1, 2, 3$  et  $k = 1$  à 30 sont illustrés en terme de la quantité relative  $\dot{P}/P$  (pour éliminer les effets induits sur les taux de changement par différentes valeurs des périodes) en fonction de la période réduite  $P[l(l+1)]^{1/2}$  des modes. Cette dernière quantité s'avère d'un usage préférable compte tenu des propriétés asymptotiques particulières des modes g (c.f., section 3.2.2). Les mêmes modèles utilisés dans la section précédente pour l'étude des modes p ont été choisis afin de permettre, au besoin, une comparaison directe avec les figures 3.53 et 3.54.

En première remarque, notons pour chaque modèle l'excellente correspondance (ou

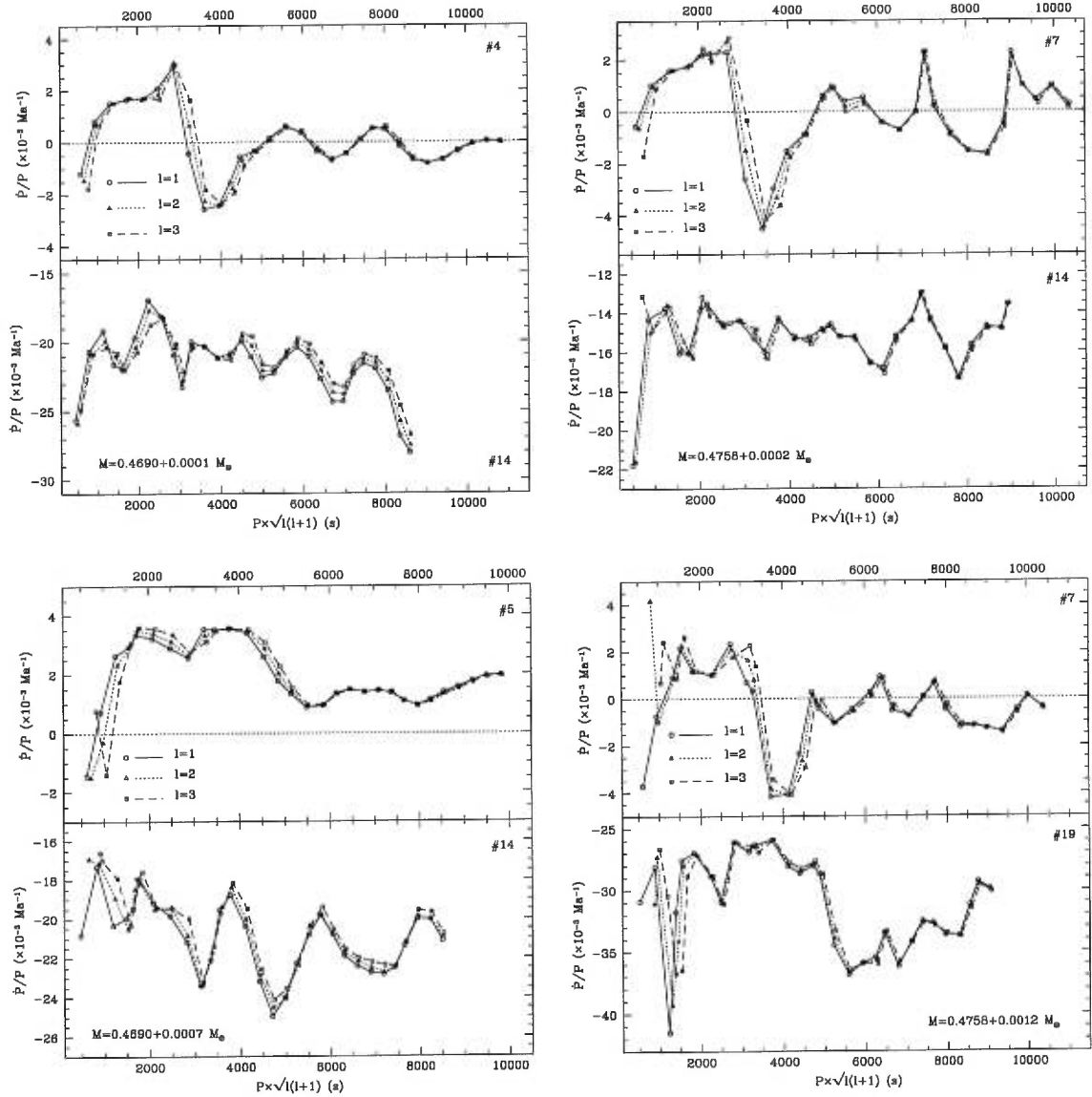


FIGURE 3.57.  $\dot{P}_k/P_k$  en fonction de la période réduite  $P_k \sqrt{l(l+1)}$  pour les modes g (avec  $l = 1, 2, 3$  et  $k = 1$  à 30) appartenant à deux modèles représentatifs, pour chaque séquence, des deux phases évolutives reconnues qui caractérisent l'évolution des périodes (le numéro du modèle dans la séquence est indiqué dans chaque panneau).



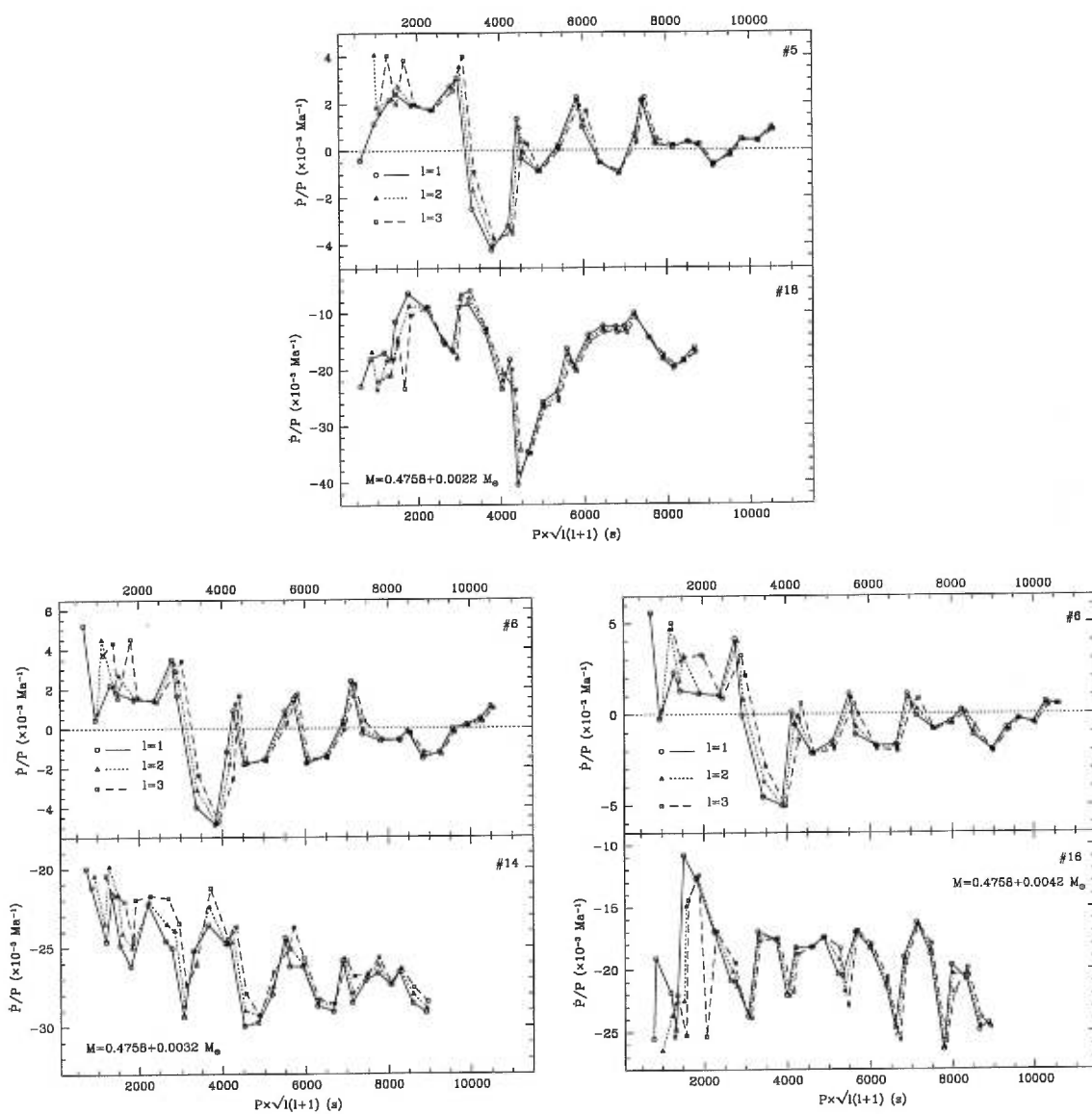


FIGURE 3.58.  $\dot{P}_k/P_k$  en fonction de  $P_k$  pour les modes g (suite de la figure 3.57).

superposition) entre les trois spectres de modes  $g$  d'indices angulaires  $l$  différents. En accord avec les prédictions de la théorie asymptotique (c.f., Annexe 3.A), les périodes réduites des modes de même indice radial  $k$  sont pratiquement identiques et leur état de piégeage ou de confinement sont similaires comme le confirme la correspondance des valeurs des  $\dot{P}/P$ . Ajoutons que les prédictions de la théorie asymptotique sont, comme il se doit, d'autant mieux respectées que l'ordre radial des modes est élevé (longues périodes). D'importantes déviations se manifestent parfois pour les premiers modes (périodes courtes) qui, par ailleurs, ont tendance à s'accroître dans les séquences dotées d'enveloppes plus massives. Rien toutefois de surprenant dans ces divergences dans la mesure où la théorie asymptotique n'est pas adaptée aux modes de faible ordre radial et que les phénomènes de collisions font leur apparition dans les séquences plus massives.

La forme générale des spectres à travers la quantité  $\dot{P}/P$  se montre, comme attendu, extrêmement découpée par l'alternance de pics et de creux prononcés intervenant à intervalles presque réguliers. Pour les modèles situés dans la première phase évolutive, ces alternances conduisent très souvent, et contrairement à ce que l'on observe pour les modes acoustiques, à des variations de signes dans les taux de changement des périodes d'un mode à l'autre du spectre. Le lien avec les phénomènes de piégeage devient manifeste si l'on regarde, par exemple, le modèle #7 de la séquences  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ . Puisque celui-ci fut notre structure de référence dans la section 3.2, il est possible de comparer les résultats sur les quantités  $\dot{P}/P$  avec les structures de piégeage illustrées, pour les mêmes modes, dans les figures 3.1 et 3.2. On remarque ainsi que les modes piégés ( $k = 5, 14, 20$  et  $26$ ) correspondent aux pics dans la figure 3.57, leurs périodes augmentant avec l'âge des modèles. Inversement, les modes dits confinés, avec en particulier le mode  $k = 10$  que l'on avait qualifié de mode doublement confiné conjointement par les transitions He/H et C-O/He, sont associés aux creux dans la structure en  $\dot{P}/P$  du spectre, conduisant parfois à des taux de changement négatifs pour leurs périodes. La correspondance devient encore plus marquée en notant, pour le modèle de référence, que l'espacement typique entre les pics (par exemple ceux situés vers 7000 s et 9000 s respectivement) correspond à  $\Delta k = 6$  et  $\Delta P[l(l+1)]^{1/2} \simeq 2000s$ , comme dans

les figures 3.1 et 3.2, et que les structures se condensent ( $\Delta k$  et  $\Delta P$  deviennent plus petits) à mesure que la masse de l'enveloppe augmente ; une enveloppe plus massive correspondant à une hausse du paramètre  $\log q(H)$  dont les effets, illustrés par la figure 3.41 de la section 3.4, concordent avec ce que l'on observe. Remarquons, pour finir, que les modèles en seconde phase évolutive montrent des structures de  $\dot{P}/P$  identiques à celles de leurs homologues de la première phase. Cependant, pour ces modèles, l'ensemble du spectre est décalé vers des taux de changement des périodes négatifs induits par la contraction et le réchauffement rapide de l'étoile.

L'interprétation physique de l'origine de ces structures rejoint parfaitement les commentaires apportés au cours de la section 3.5.2 sur l'évolution des périodes le long d'une séquence évolutive (figures 3.50, 3.51 et 3.52). Elles seraient la résultante de deux tendances antagonistes dont l'influence respective sur les modes dépendrait de leur état de piégeage ou de confinement. Ainsi, aux effets principaux et globaux de l'évolution séculaire de la température effective et de la gravité de surface qui tendent à accroître les périodes ( $\dot{P}/P > 0$ ) durant la première phase évolutive, vient s'opposer l'influence d'une interface chimique en formation entre le noyau central enrichi en C-O et le manteau riche en hélium qui tend, au contraire, à raccourcir les périodes ( $\dot{P}/P < 0$ ). Le comportement global de chaque mode sera donc dicté par l'importance relative de l'une ou l'autre de ces contributions sur sa période. Si tous les modes g subissent l'influence des changements dans  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  de manière quasi-identique indépendamment de leur état de piégeage, ils sont différemment affectés par la transition C-O/He. Les modes piégés, aux amplitudes plus faibles dans les régions centrales, sont moins sensibles à cet effet que les modes confinés, beaucoup plus profonds. Aussi, n'est-il pas surprenant de constater, durant la première phase, que l'influence de la transition C-O/He domine l'évolution des périodes de ces derniers ( $\dot{P}/P < 0$ ) alors que l'effet de  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  domine l'évolution des modes piégés ( $\dot{P}/P > 0$ ).

Une expérience très instructive met encore davantage en valeur l'existence de ces mécanismes qui régissent l'évolution des périodes des modes de gravité. La figure 3.59 illustre, pour les deux modèles de la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  artificiellement

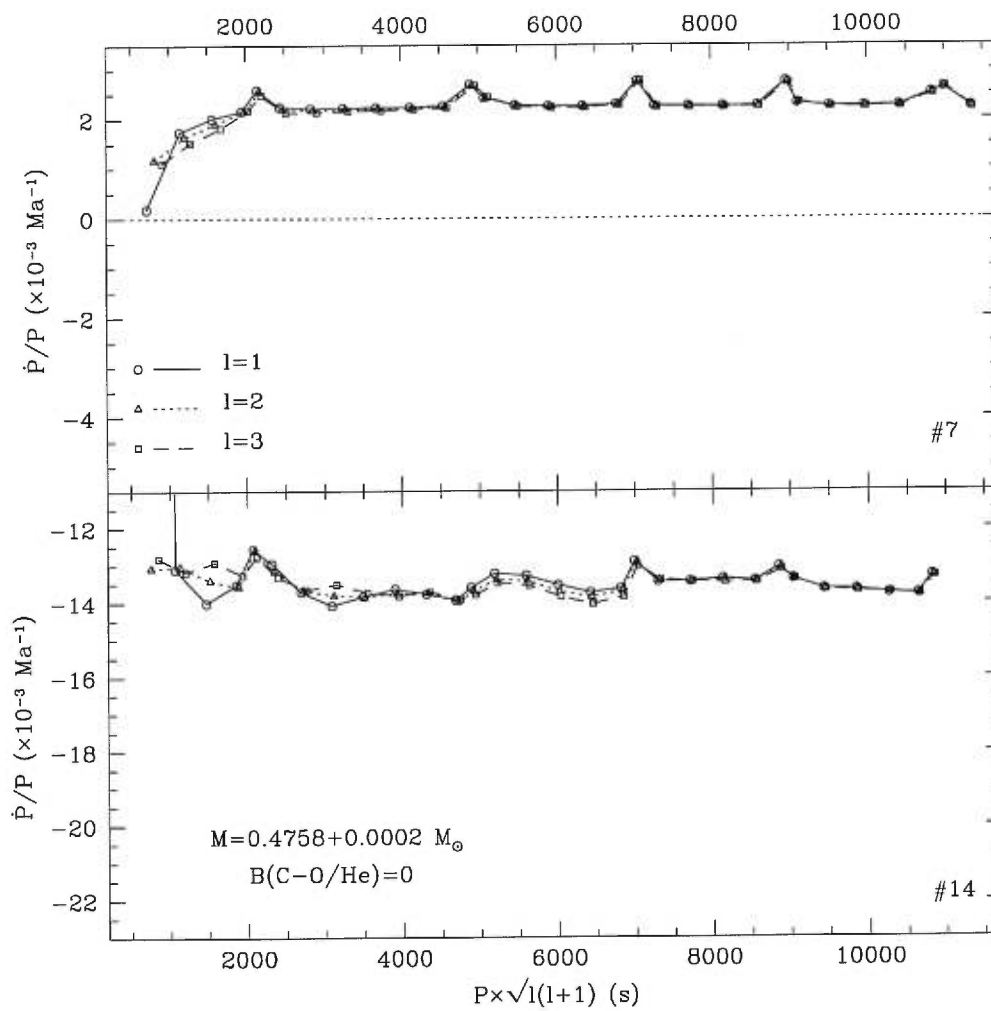


FIGURE 3.59.  $\dot{P}_k/P_k$  pour les spectres des modes g ( $l = 1, 2, 3$  et  $k = 1$  à 30) de deux modèles issus de la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_\odot$  artificiellement modifiée en imposant  $B = 0$  dans la région de la transition chimique C-O/He.

modifiée en imposant une valeur nulle au terme de Ledoux dans la région de la transition chimique C-O/He, la quantité  $\dot{P}/P$  pour l'ensemble des modes  $g$  avec  $l = 1, 2, 3$  et  $k = 1$  à 30 en fonction des périodes réduites respectives. L'échelle de la figure a été volontairement conservée pour permettre une comparaison directe avec le panneau de la séquence correspondante dans la figure 3.57. L'effet attendu pour cette expérience, si notre interprétation est correcte, sera d'inhiber le rôle joué par la transition C-O/He sur l'évolution des périodes et donc de détruire la structure en "dents de scie" observée dans la quantité  $\dot{P}/P$ .

Les résultats de la figure 3.59 correspondent parfaitement à notre attente : l'unique influence persistante associée aux variations de température effective et de gravité de surface des modèles étant de nature globale, les modes évoluent principalement suivant le même taux relatif de changement des périodes, quel que soit leur état de piégeage. Toutefois, l'influence de la transition C-O/He n'étant pas complètement éliminée des modèles (elle se manifeste à travers d'autres quantités physiques), on notera la présence de pics résiduels survenant à intervalles réguliers qui sont associés aux modes piégés.

### Taux moyens d'évolution des périodes

Pour les modes de gravité, les fluctuations dans les taux relatifs de changement des périodes sont telles que définir une valeur moyenne pour cette quantité peut sembler présomptueux. Il sera certes extrêmement ardu, en moyennant les  $\dot{P}/P$  sur l'ensemble des modes du spectre, d'extraire une relation quantitative claire avec les temps évolutifs typiques qui rythment, via les taux de réactions nucléaires, le vieillissement de ces étoiles. Parce que l'évolution des périodes des modes  $g$  résulte principalement, au moins durant la phase d'expansion des modèles, de la compétition entre deux processus aux effets contraires possédant une composante individuelle (chaque mode subit différemment l'un et l'autre de ces processus) et une composante globale (le spectre dans son ensemble est affecté), une quantité intégrée sur la totalité du spectre (moyenne) permet néanmoins, en diluant les fluctuations, d'extraire à différents stades évolutifs

l'importance relative de chacune des influences sur les comportements généraux des périodes.

Un aperçu sur ces tendances générales de l'évolution des modes g pouvant s'avérer utile, une valeur moyenne  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  a été calculée pour chaque modèle le long de chaque séquence à partir des 30 premiers modes g de la série  $l = 2$  (les résultats sont similaires avec  $l = 1$  ou  $l = 3$ ). Les quantités  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$  en fonction de l'âge sont disponibles, pour les 7 séquences évolutives, dans la figure 3.60. Les valeurs obtenues ( $|\langle \dot{P}_k/P_k \rangle| \simeq 10^{-3} - 10^{-2} \text{ Ma}^{-1}$  durant la première phase) sont cohérentes, en ordre de grandeur, avec les temps évolutifs typiques des sdB ( $\sim 10^8$  années). En dépit des fluctuations survenant d'un modèle à l'autre sur les séquences, cette quantité suggère clairement l'existence de diverses tendances générales ponctuant l'évolution des périodes des modes g. De la ZAEHB à  $t \simeq 20$  millions d'années, on observe une augmentation globale significative des taux de changement des périodes. Il est fort probable que nous assistions, durant cette courte période, à la mise en place de la discontinuité chimique à la frontière du noyau convectif. Inexistante dans les modèles de la ZAEHB, les premiers temps de sa formation constituent certainement un changement majeur pour les modes de gravité contribuant à raccourcir de manière appréciable leurs périodes, d'où les plus faibles valeurs de  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ . Une fois la transition chimique établie, les effets de l'accroissement du contraste entre les régions centrales riches en C-O et le manteau d'hélium, bien qu'ils affectent les périodes des modes g toujours de la même façon (tendance à la baisse), faiblissent relativement à l'influence globale de l'évolution des paramètres physiques comme la température effective et la gravité de surface. Les taux relatifs moyens de changement des périodes deviennent alors plus élevés conformément à ce que l'on observe.

Passé 20 millions d'années, la lente expansion de l'étoile (le rayon augmente alors que  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  diminuent) devient le régime dominant dans l'évolution globale des périodes, imposant des valeurs positives à  $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle$ . Les valeurs des taux de changement des périodes tendent néanmoins à diminuer avec l'âge en raison du ralentissement précédant l'inversion de l'expansion de l'étoile. Vers 60 millions d'années environ, la

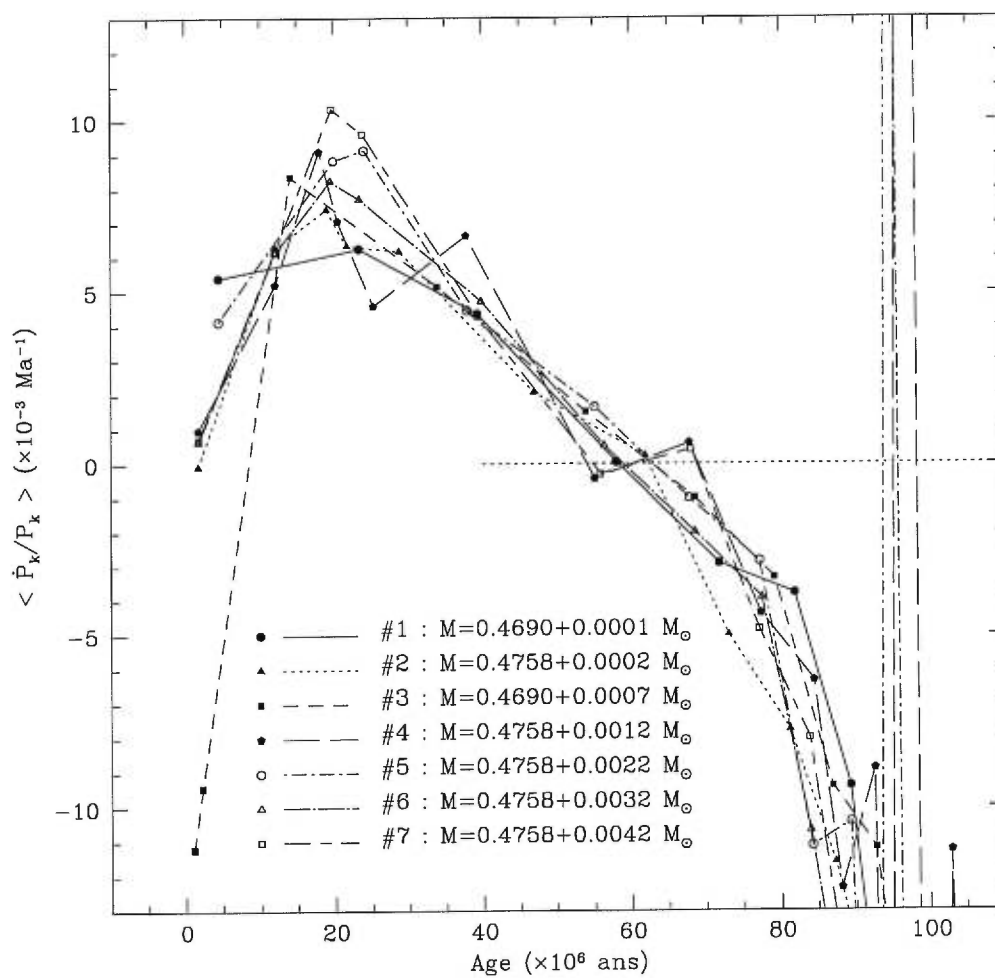


FIGURE 3.60. Taux relatifs moyens de changement des périodes pour les modes g ( $l=2$ ) en fonction de l'âge des modèles pour chacune des 7 séquences évolutives. La valeur moyenne est calculée sur les 30 premiers modes de la série.

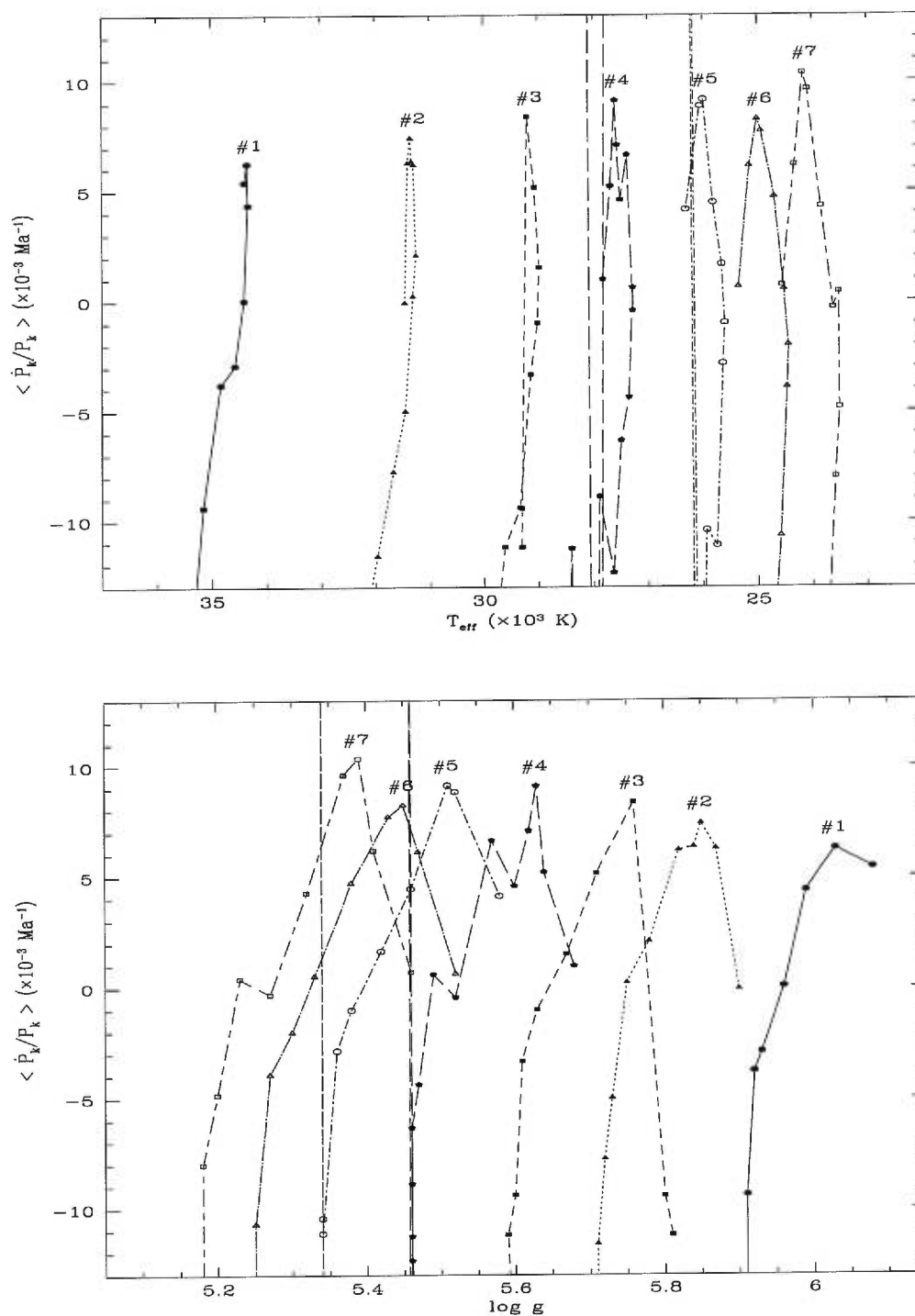


FIGURE 3.61. Taux relatifs moyens de changement des périodes pour les modes  $g$  en fonction de la gravité de surface et de la température effective des modèles pour chacune des 7 séquences évolutives. La valeur moyenne est calculée à partir des 30 premiers modes de la série  $l=2$ .



température effective des modèles commence à augmenter et les périodes des modes g, très sensibles aux variations de  $T_{\text{eff}}$ , sont forcées à diminuer ( $\langle \dot{P}_k/P_k \rangle < 0$ ). Aux alentours de 85 millions d'années, alors que l'étoile commence à se contracter, c'est au tour de la gravité de surface d'entrer en régime de croissance et d'amplifier encore davantage la baisse globale des périodes. Elle se poursuivra jusqu'au début de l'évolution post-EHB caractérisée par l'ignition des processus de fusion nucléaire de l'hélium en couches.

La figure 3.61 présente les 7 séquences évolutives à travers le taux relatif moyen de changement des périodes pour les modes g ( $l=2$ ) en fonction des quantités observables que sont la température effective et la gravité de surface des étoiles. A l'avenir, on pourra, le cas échéant, superposer sur ces diagrammes théoriques des mesures observationnelles directes des taux de changement des périodes associés à d'éventuels modes g excités dans les sdB.

### 3.5.5 Principaux résultats à retenir

Dans cette section, nous avons abordé les principaux aspects relatifs au couplage entre l'évolution des étoiles sous-naines de type B et l'évolution des périodes des modes d'oscillation. Les 7 séquences évolutives à notre disposition, couvrant une grande part du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  où l'on observe ces objets, ont permis d'évaluer la dépendance d'un large éventail de modes p, f et g envers l'âge des modèles. Les taux de changement des périodes – des quantités à priori observables – ont ainsi été calculés pour divers stades de la vie d'une sdB. Ils sont le reflet complexe de multiples tendances, aux effets parfois antagonistes, induites par les réajustements structuraux de différentes régions de l'étoile rythmés par les taux de brûlage nucléaire. Parce que l'influence, sur les périodes de pulsation, de l'évolution séculaire des modèles est de nature indirecte et parfois originaire de plusieurs sources agissant de concert ou concurremment, une relation quantitative directe et non-ambigüe liant les taux de réactions nucléaires de la chaîne triple- $\alpha$  aux taux de changement des périodes semble difficile à établir. Il existe néanmoins plusieurs

aspects intéressants ressortant de l'évolution des périodes des modes d'oscillation qu'il convient de souligner.

Les modes acoustiques sont manifestement ceux qui réagissent le plus simplement à l'évolution des modèles. Leur comportement, essentiellement dicté par le seul mécanisme d'évolution de la gravité de surface le long des séquences, peut se décrire en terme de deux grandes phases principales clairement définies. La première phase, entre la ZAEHB ( $t=0$ ) et 90 millions d'années environ, est caractérisée par la hausse systématique des périodes ( $\dot{P} > 0$ ) pour l'ensemble des modes p, à l'exception de quelques modes de faible ordre radial  $k$  sujets, dans certaines séquences, aux phénomènes de collisions avec les modes g. La seconde phase, de 90 millions d'années jusqu'au commencement de l'évolution post-EHB (environ 110 millions d'années après la ZAEHB), correspond à une baisse rapide et accélérée des périodes ( $\dot{P} < 0$ ) pour tous les modes p sans exception. Physiquement, ces deux phases évolutives sont clairement identifiées respectivement à la période d'expansion des modèles, caractérisant les premiers temps de l'évolution des étoiles sur la EHB, et à la période de contraction qui lui succède, lorsque le combustible d'hélium commence à manquer dans les régions centrales. A supposer que certaines étoiles sous-naines de type B vibrent dans le spectre acoustique, les mesures des taux de changement des périodes devraient permettre d'établir sans ambiguïté, par le signe des variations, dans laquelle des deux phases se situe un objet en particulier. Durant la première phase, la valeur moyenne des taux relatifs de changement des périodes semblent dépendre légèrement de la masse de l'enveloppe des modèles (à masse du cœur constante), les séquences plus massives présentant les taux les plus élevés. Ces quantités dépendent aussi de la masse du noyau de l'étoile qui fixe le rythme auquel les régions centrales transforment l'hélium en carbone/oxygène. Dans la mesure où les séquences avec des cœurs moins massifs brûlent l'hélium légèrement plus lentement, on peut s'attendre à des taux relatifs de changement des périodes un peu plus faibles pour ces dernières. Néanmoins, la relation quantitative entre les taux de changement des périodes et les temps caractéristiques des divers ajustements structurels demeure loin d'être clairement établie puisque les  $\dot{P}/P$  dépendent aussi de l'âge des modèles, un paramètre difficile à contraindre par les observations.

Les comportements des modes de gravité au cours de l'évolution se révèlent beaucoup plus complexes en raison de la triple (voire quadruple) dépendance de leur période envers la température effective, la gravité de surface et la formation de la discontinuité chimique entre le cœur convectif riche en C-O et le manteau en hélium (et, éventuellement, envers les déplacements de la zone convective centrale). Malgré cette complexité, les deux phases principales définies pour les modes p sont également présentes dans l'évolution des modes g à quelques nuances près et avec l'ajout d'une phase supplémentaire. Ainsi, de la ZAEHB jusqu'à 60 millions d'années environ, les taux de changement des périodes sont globalement positifs (bien qu'ils puissent être négatifs pour certains modes). De 60 à 90 millions d'années, les périodes diminuent ( $\dot{P} < 0$ ) en raison de l'inversion qui survient dans l'évolution de la température effective des modèles (cette phase n'apparaît pas pour les modes p insensibles à  $T_{\text{eff}}$ ). Finalement, à partir de 90 millions d'années et jusqu'à l'allumage de l'hélium en couche, la baisse des périodes s'accroît encore davantage en raison de la contraction accélérée de l'étoile ( $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  augmentent de plus en plus vite). Si une hypothétique sdB pulsante nous dévoilait un spectre de pulsation constitué de modes g et en supposant que le nombre de modes soit suffisant pour écarter, autant que possible, les fluctuations individuelles causées par le phénomène de piégeage, il devrait être possible de spécifier dans laquelle des trois phases évolutives se trouve cette étoile. Au delà de cette information, le lien quantitatif entre d'éventuelles valeurs observées et les temps caractéristiques associés aux divers mécanismes qui modifient les périodes des modes g semble particulièrement difficile à extraire.

### 3.6 Synthèse et perspectives

Au cours de ce chapitre, nous avons mené un vaste programme de calculs numériques à l'aide du code adiabatique dans le but d'explorer en détails les propriétés mécaniques des modes de pulsations radiales et non-radiales dans les étoiles sous-naines de type B. L'approximation adiabatique, bien qu'elle ne permette pas de statuer sur la stabilité intrinsèque des modes d'oscillation, donne de très bons résultats pour la déter-

mination de la structure et des périodes de pulsation. Les calculs furent menés conjointement sur des structures évolutives et des modèles statiques d’enveloppes couvrant la totalité du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  où ces étoiles sont effectivement observées. L’exploration fut d’abord orientée sur la structure des spectres des modes acoustiques et des ondes de gravité dans un modèle évolutif de référence (section 3.2). Après quoi, une comparaison des résultats entre les modèles d’enveloppes, à priori moins réalistes mais d’utilisation plus aisée, et les modèles évolutifs fut entreprise (section 3.3) afin de cerner les limites de l’utilisation alternative des structures statiques pour l’étude des modes d’oscillation. Suite à cela, les modèles d’enveloppes furent utilisés pour l’importante exploration des effets engendrés sur les modes de pulsation par les variations des différents paramètres physiques qui définissent un modèle. Enfin, le couplage entre évolution et pulsations fut abordé en détails dans la section 3.5, complétant ce large tour d’horizon sur les propriétés sismiques des sdB.

Une grande quantité de résultats intéressants ont vu le jour suite à cette exploration. Certains d’entre eux, par nature inobservables, ne dépasseront probablement jamais le cadre d’une simple connaissance académique. D’autres en revanche, d’un intérêt particulier dans le contexte de l’astéroséismologie, pourront éventuellement être confrontés à l’observation afin de sonder véritablement la structure de ces étoiles. Aussi, pour opérer un tri parmi cet ensemble de résultats théoriques, est-il nécessaire de rappeler succinctement quels sont les plus importants d’entre eux, aussi bien pour d’éventuelles études astéroséismologiques menées dans le future que pour la suite de ce projet, à travers la liste suivante :

- 1– Selon les calculs adiabatiques, dans la fenêtre de périodes la plus aisément accessible avec les techniques actuelles de photométrie rapide, entre 80 et 1500 secondes, cohabitent à la fois des modes p, des modes f et des modes g. Le spectre des pulsations est donc particulièrement riche et diversifié pour ces étoiles.
- 2– Les périodes des modes dépendent des paramètres stellaires qui caractérisent les modèles. Ainsi, les modes acoustiques montrent une très forte sensibilité vis-à-vis de la gravité de surface des étoiles ( $P \sim 10^{-0.8 \log g}$ ). Les modes g sont, quant

à eux, sensibles aussi bien à la gravité de surface qu'à la température effective (P augmente lorsque  $T_{\text{eff}}$  diminue mais la dépendance sur  $\log g$  n'est pas toujours monotone ; c.f., section 3.4). La masse totale de l'étoile influence aussi, à une échelle moindre, les périodes des modes p, f et g ; celles-ci diminuant légèrement avec elle.

- 3– Il existe pour ces étoiles un phénomène de piégeage des modes engendré, comme dans les naines blanches, par la stratification des éléments chimiques qui se manifeste notamment à travers les périodes de pulsation. Les modes g sont particulièrement sensibles à ce phénomène mais également, dans une moindre mesure, les modes p pour lesquels on parlera plutôt de micro-piégeage. Ces derniers étant avant tout – et contrairement aux ondes de gravité – des modes d'enveloppe, les perturbations causées par les transitions chimiques situées plus profondément dans l'étoile ne les affectent que faiblement. On retiendra néanmoins, pour une éventuelle étude astéroséismologique, que les structures de piégeage et de micro-piégeage dépendent directement de l'épaisseur – et donc de la masse – de l'enveloppe riche en hydrogène qui caractérise une étoile sur la EHB.
- 4– Les mesures des taux de changement des périodes, principalement pour les modes acoustiques, devraient permettre d'identifier la phase évolutive, d'expansion ou de contraction, dans laquelle se situe une étoile particulière. Eventuellement, d'utiles informations pourraient être obtenues sur les temps caractéristiques liés à l'évolution de ces objets (taux des réactions nucléaires pour la chaîne triple- $\alpha$ , vitesses de contraction des modèles, ...).
- 5– Enfin, il a été montré que l'usage de modèles statiques d'enveloppes est, dans bien des situations, parfaitement adapté pour étudier les pulsations dans ces étoiles. Ces structures reproduisent particulièrement bien les périodes des modes acoustiques (les écarts avec les modèles évolutifs équivalents sont souvent inférieurs à 1%) et l'on peut certainement envisager de les utiliser pour faire de l'astéroséismologie à partir d'observations de modes p dans les sdB, le cas échéant.

Cette étude adiabatique aura permis de comprendre un peu mieux quels sont les caractéristiques et les comportements des modes de pulsation dans ces étoiles ; un atout indispensable pour poursuivre l'évaluation du potentiel de l'astéroséismologie pour les sdB. Nous avons plusieurs fois mentionné l'éventualité d'une confrontation des résultats théoriques avec des mesures observationnelles de périodes dans le but de procéder à une étude astéroséismologique de ces étoiles. Encore faudrait-il, pour cela, qu'existent de véritables sdB pulsantes en mesure de nous montrer quelques uns de leurs modes ; sans quoi, tous ces résultats n'auront guère d'autre application que de satisfaire la curiosité des théoriciens des pulsations stellaires.

Au commencement de ce projet, aucune sdB pulsante n'avait été signalée dans le ciel ; ce qui, bien entendu, n'excluait pas outre mesure leur existence puisqu'aucun effort particulier pour en trouver n'avait, à notre connaissance, été accompli. Tout le potentiel de l'astéroséismologie pour les sdB était donc subordonné à la découverte de véritables sdB pulsantes ou bien à l'identification, sur des bases purement théoriques, d'un mécanisme en mesure de les faire vibrer. Dans la continuité de cette approche théorique, nous avons donc tenté d'évaluer, comme cela est maintenant documenté dans les chapitres qui vont suivre, si oui ou non les étoiles sous-naines de type B sont en mesure de développer des instabilités pouvant conduire à des pulsations observables. Les outils numériques à notre disposition et les informations accumulées au cours de ce chapitre ont constitué des atouts indéniables pour y parvenir.

Université de Montréal

LE POTENTIEL DE L'ASTÉROSÉISMOLOGIE POUR LES ÉTOILES  
SOUS-NAINES DE TYPE B

par

Stéphane Charpinet

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophiæ Doctor (Ph.D.)  
en physique

Septembre, 1998

©Stéphane Charpinet, 1998



QC

3

U54

1999

v.004

t.2

Université de Montréal

LE POTENTIEL DE L'ASTÉROÉCIDIOLOGIE POUR LES ÉTOILES  
SOUS-NAINES DE TYPE B

par

Stéphane Charpinet

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de

Philosophie (M.A.S.)

en physique

Septembre 1998



Stéphane Charpinet, 1998



## CHAPITRE 4

### Etude Non-Adiabatique Stabilité des Modes de Pulsation

#### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons concentrer nos efforts sur l'évaluation de la stabilité des modes de pulsation dans les étoiles sous-naines de type B. L'objectif sera d'identifier un mécanisme d'excitation, notamment parmi ceux déjà pressentis au Chapitre 2, dont la puissance pourrait, le cas échéant, s'avérer suffisante pour provoquer des vibrations dans ces étoiles. En l'absence d'évidences observationnelles tangibles trahissant l'existence de telles vibrations, comme c'était encore le cas au commencement de ce projet, cette approche constituait l'unique façon permettant de statuer réellement sur le potentiel que peut présenter l'astéroséismologie pour ces objets.

Jusqu'à présent, les propriétés des oscillations ont été explorées avec les seuls outils de la théorie des pulsations stellaires dans l'approximation adiabatique. Celle-ci, comme nous pourrions le vérifier au cours de ce chapitre, permet d'obtenir avec une excellente précision l'ensemble des quantités habituellement recherchées dans le contexte de l'astéroséismologie. Elle ne délivre, en revanche, aucune information sur l'évolution de l'amplitude des modes au cours du temps (stabilité ou instabilité). Parce que les pulsations sont artificiellement découplées du bain thermique (aucun échange d'énergie thermique avec le gaz n'est permis), les modes oscillent continuellement avec la même amplitude. Il n'existe donc pas de phénomène d'amortissement ou d'amplification des vibrations dans le cadre de la théorie des oscillations adiabatiques. Pour répondre aux

questions de stabilité, il n’y a alors pas d’autre alternative que d’attaquer le problème de front, directement à partir de la théorie complète des pulsations non-adiabatiques par laquelle les échanges d’énergie sont pris en compte. Le traitement numérique des modèles devient plus lourd mais c’est un passage incontournable pour la suite du projet.

La première étape (section 4.2) consistera à entreprendre les calculs non-adiabatiques sur l’ensemble des modèles évolutifs identifiables aux sdB que nous avons à notre disposition. Le modèle de référence utilisé à plusieurs reprises aux cours des Chapitres 2 et 3 sera repris pour illustrer les résultats de cette exploration numérique.

Suite aux indices révélés par les structures évolutives, l’investigation se poursuivra à travers plusieurs grilles de modèles d’enveloppes spécialement adaptés pour évaluer l’efficacité d’un mécanisme d’excitation au potentiel intéressant (section 4.3).

Les résultats seront alors discutés parallèlement à certaines caractéristiques propres aux sdB afin de trancher sur la question si, oui ou non, une fraction de ces objets peut théoriquement constituer une nouvelle classe d’étoiles pulsantes. Une confrontation des prédictions théoriques avec les récentes observations dans ce domaine permettront de cerner les atouts, mais aussi les limites, des modèles numériques, dits de “première génération”, utilisés dans ce Chapitre (section 4.4).

La section 4.5 sera consacrée à un bref résumé des résultats non-adiabatiques obtenus avec ces modèles. Elle sera également l’occasion de dresser une ébauche sur les voies de recherche dans lesquelles s’engager pour franchir une étape supplémentaire.

## 4.2 Stabilité des modèles évolutifs

Les 149 modèles évolutifs répartis sur les 7 séquences, et dont les paramètres atmosphériques correspondent à ceux des sdB connues, ont été soumis au calcul des pulsations non-adiabatiques à travers le code numérique décrit au Chapitre 1 (section 1.5). Il fonctionne à partir des résultats du code adiabatique, ce dernier lui fournissant les quantités initiales (“guess”) pour converger vers les solutions non-adiabatiques,

généralement assez proches. Contrairement à l'étude adiabatique du Chapitre 3, le nombre d'éléments quadratiques utilisés se restreint à 160 (contre 800 dans le premier cas). En effet, si ce nombre est trop élevé (supérieur à 200, environ), le code n'est plus en mesure de converger vers les solutions recherchées. A 160 éléments, le comportement des calculs demeure généralement excellent et la résolution spatiale du maillage des modèles reste malgré tout suffisante pour que les résultats soient cohérents.

Les solutions obtenues apparaissent, encore une fois, qualitativement semblables pour tous les modèles explorés dans cette série de calculs. Nous allons donc les illustrer et les discuter à travers le modèle de référence que nous avons déjà abondamment utilisé aux Chapitres 2 et 3. Pour mémoire, ses paramètres stellaires sont  $T_{\text{eff}} = 31310$  K,  $\log g = 5.75$ ,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$  et son âge se situe autour de 62 millions d'années depuis la ZAEHB.

#### 4.2.1 Périodes non-adiabatiques

Les quantités non-adiabatiques ont été évaluées dans la fenêtre habituelle de 80 à 1500 secondes pour les modes p, f et g correspondant aux pulsations radiales ( $l=0$ ) et non-radiales ( $l=1, 2$  et  $3$ ). La justification de ce choix de paramètres est précisée dans la section 3.2 (Chapitre 3) à laquelle on pourra se référer. Le tableau 4.1 illustre les résultats en présentant, pour le modèle de référence et pour chaque mode situé dans cette fenêtre, les périodes adiabatiques ( $P_{\text{ad}}$ ) et non-adiabatiques ( $P_{\text{nad}}$ ) exprimées en secondes ainsi que la partie imaginaire de la fréquence propre non-adiabatique ( $\sigma_1$  en  $\text{s}^{-1}$  ou Hz).

Les périodes adiabatiques présentées dévoilent de petits écarts (quelques %) par rapport à celles proposées dans le tableau 3.1 du Chapitre 3 (section 3.2) en raison du nombre différent d'éléments quadratiques utilisés entre ces deux calculs. En revanche, la comparaison directe avec  $P_{\text{nad}}$  illustre bien la très faible influence des effets non-adiabatiques dans les sdB ( $\Delta P \lesssim 0.1\%$  pour les modes p;  $\Delta P \lesssim 0.005\%$  pour les modes g), comme c'est généralement le cas pour la plupart des étoiles pulsantes. Elle justifie

TABLEAU 4.1. Quantités non-adiabatiques pour le modèle évolutif de référence (modèle #7 de la séquence de masse  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ). Les périodes adiabatiques ( $P_{\text{ad}}$ ), non-adiabatiques ( $P_{\text{nad}}$ ) ainsi que la partie imaginaire des fréquences propres ( $\sigma_I$ ) sont disponibles pour les modes p, f et g, radiaux ( $l=0$ ) et non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Le calcul a été effectué sur une base de 160 éléments quadratiques.

$k$	$l=0$			$l=1$			$l=2$			$l=3$		
	$P_{\text{ad}}$ (s)	$P_{\text{nad}}$ (s)	$\sigma_I$ ( $s^{-1}$ )	$P_{\text{ad}}$ (s)	$P_{\text{nad}}$ (s)	$\sigma_I$ ( $s^{-1}$ )	$P_{\text{ad}}$ (s)	$P_{\text{nad}}$ (s)	$\sigma_I$ ( $s^{-1}$ )	$P_{\text{ad}}$ (s)	$P_{\text{nad}}$ (s)	$\sigma_I$ ( $s^{-1}$ )
7	...	...	...	82.91	83.00	$1.4 \times 10^{-4}$	...	...	...	...	...	...
6	88.49	88.57	$1.2 \times 10^{-4}$	92.15	92.21	$1.0 \times 10^{-4}$	89.21	89.29	$1.2 \times 10^{-4}$	85.80	85.88	$1.2 \times 10^{-4}$
5	97.43	97.46	$4.3 \times 10^{-5}$	106.13	106.14	$2.5 \times 10^{-5}$	99.02	99.04	$3.5 \times 10^{-5}$	94.18	94.23	$7.1 \times 10^{-5}$
4	111.88	111.89	$2.2 \times 10^{-5}$	117.54	117.54	$1.0 \times 10^{-5}$	112.64	112.65	$2.0 \times 10^{-5}$	109.29	109.31	$2.5 \times 10^{-5}$
3	129.05	129.05	$2.6 \times 10^{-6}$	141.76	141.76	$2.3 \times 10^{-6}$	132.78	132.78	$2.5 \times 10^{-6}$	123.41	123.41	$4.5 \times 10^{-6}$
2	146.93	146.93	$1.6 \times 10^{-6}$	160.23	160.23	$2.2 \times 10^{-7}$	148.91	148.91	$1.2 \times 10^{-6}$	144.43	144.43	$2.0 \times 10^{-6}$
1	175.00	175.00	$3.6 \times 10^{-8}$	206.61	206.61	$6.5 \times 10^{-8}$	185.58	185.58	$2.0 \times 10^{-8}$	172.14	172.14	$5.5 \times 10^{-8}$
0	207.42	207.42	$6.2 \times 10^{-8}$	...	...	...	206.31	206.31	$6.1 \times 10^{-8}$	204.30	204.30	$6.5 \times 10^{-8}$
1	...	...	...	414.91	414.91	$1.3 \times 10^{-13}$	269.50	269.51	$8.4 \times 10^{-12}$	217.45	217.45	$1.3 \times 10^{-9}$
2	...	...	...	663.76	663.77	$1.7 \times 10^{-13}$	401.89	401.89	$6.7 \times 10^{-13}$	302.80	302.80	$5.3 \times 10^{-12}$
3	...	...	...	953.08	953.08	$4.8 \times 10^{-13}$	565.90	565.90	$7.3 \times 10^{-13}$	416.25	416.25	$1.6 \times 10^{-12}$
4	...	...	...	1244.22	1244.22	$2.2 \times 10^{-12}$	731.48	731.48	$2.9 \times 10^{-12}$	530.71	530.71	$4.5 \times 10^{-12}$
5	...	...	...	1456.22	1456.22	$5.5 \times 10^{-11}$	847.25	847.25	$6.5 \times 10^{-11}$	605.64	605.64	$8.1 \times 10^{-11}$
6	...	...	...	...	...	...	923.21	923.21	$4.9 \times 10^{-11}$	662.93	662.93	$4.8 \times 10^{-11}$
7	...	...	...	...	...	...	1076.07	1076.07	$3.1 \times 10^{-11}$	771.29	771.29	$3.2 \times 10^{-11}$
8	...	...	...	...	...	...	1240.28	1240.28	$3.8 \times 10^{-11}$	886.87	886.87	$3.9 \times 10^{-11}$
9	...	...	...	...	...	...	1403.85	1403.85	$5.1 \times 10^{-11}$	1003.11	1003.11	$5.4 \times 10^{-11}$
10	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1109.61	1109.61	$6.8 \times 10^{-11}$
11	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1187.53	1187.53	$8.6 \times 10^{-11}$
12	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1277.58	1277.58	$3.0 \times 10^{-10}$
13	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1385.99	1385.99	$3.1 \times 10^{-9}$
14	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1447.24	1447.24	$2.5 \times 10^{-8}$

donc, *a posteriori*, l'usage de l'approximation adiabatique pour l'étude des propriétés des modes d'oscillation entreprise au Chapitre 3. Puisque les régions où les effets non-adiabatiques deviennent importants sont situées vers la surface de l'étoile, il n'est pas surprenant que les modes p, en tant que modes d'enveloppe, y soient légèrement plus sensibles que les modes g, beaucoup plus profonds. Ce degré de non-adiabaticité se reflète également à travers les valeurs des parties imaginaires des fréquences propres ( $\sigma_1$ ) : elles sont très faibles pour les modes g ( $\sigma_1 \simeq 10^{-11} - 10^{-13} \text{ s}^{-1}$ ) comparativement à celles des modes acoustiques ( $\sigma_1 \simeq 10^{-4} - 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ ). Notons pour ces derniers que les valeurs de  $\sigma_1$  augmentent lorsque l'indice radial  $k$  croît, conformément au fait que les modes d'ordre plus élevé oscillent davantage vers la surface de l'astre où les effets non-adiabatiques sont importants. Cette tendance est également présente pour les modes g en raison de l'extension vers les couches externes, à mesure que les périodes augmentent, de la zone de propagation qui leur est associée.

Concernant le modèle présenté, toutes les valeurs obtenues pour  $\sigma_1$  sont positives ; aussi bien pour les modes dont les périodes se situent dans la fenêtre privilégiée (modes donnés dans le tableau 4.1) que pour ceux d'ordre plus élevé (explorés jusqu'à  $k \simeq 30$ ). Pour des modes d'ordre radial encore plus grand, l'amortissement radiatif (aussi appelé "damping radiatif" ou "dissipation radiative") devient généralement très important au point de les stabiliser très efficacement. Des instabilités dans ces régions non-explorées du spectre des périodes ne sont donc pas attendues dans ces étoiles ; elles ne feront donc pas l'objet de notre attention pour la suite de l'étude. Dans la mesure où l'amplitude des oscillations est, en théorie linéaire non-adiabatique, directement proportionnelle à  $\exp(-\sigma_1 t)$ , les résultats montrent que les modes sont amortis ( $\sigma_1 > 0$ ) – et donc stables – dans le modèle de référence. De plus, il s'avère que l'ensemble des 149 modèles évolutifs explorés ne possèdent aucun mode instable dans leur spectre. Ce décevant constat pourrait, de prime abord, mettre un terme à ce projet en réduisant à néant le potentiel de l'astéroséismologie pour ces objets<sup>1</sup>. Néanmoins, avant de conclure qu'il n'y a pas de

---

<sup>1</sup>Rappelons qu'à l'époque où ces résultats furent obtenus (automne 1995), l'existence de véritables sdB pulsantes n'était pas connue puisque leur découverte par les astronomes d'Afrique du Sud ne fut annoncée qu'en juin 1996.

pulsations dans les sdB, il est important d'examiner plus en détails la structure des régions d'excitation ("driving") et d'amortissement ("damping") des modes à l'intérieur des modèles.

#### 4.2.2 Influence des régions déstabilisatrices potentielles

Différencier les régions de l'étoile qui contribuent à déstabiliser un mode de celles qui tendent à l'amortir est une tâche dont l'intégrale de travail, brièvement présentée dans la section 1.5 du Chapitre 1, s'acquitte généralement très bien. Cette quantité, est-il besoin de le rappeler, correspond au bilan énergétique d'un mode particulier au cours d'un cycle complet de pulsation (c'est-à-dire une période). D'après Unno et al., 1989 (voir aussi le Chapitre 1 pour plus de détails), l'intégrale de travail, habituellement notée  $W$ , est donnée par

$$W = \int_0^R \frac{dW}{dr} dr = \int_0^R dr \oint \delta T \frac{d\delta S}{dt} dt = \int_0^R \frac{\pi}{\sigma_R} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\delta T^*}{T} \left[ \delta \epsilon_N - \delta \left( \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R \right) \right] \right\} \quad (4.1)$$

où l'intégrale cyclique sur la coordonnée temporelle se fait sur une période ( $P = 2\pi/\sigma_R$ ) et  $\delta T$ ,  $\delta S$ ,  $R$  correspondent respectivement à la perturbation Lagrangienne de la température, à celle de l'entropie et au rayon de l'étoile. Cette quantité est par ailleurs reliée à la partie imaginaire de la fréquence propre du mode par la relation

$$\sigma_1 = -\frac{1}{2PE_{\text{cin}}} W \equiv -\overline{W} = -\frac{1}{2PE_{\text{cin}}} \int_0^R \frac{dW}{dr} dr \equiv -\int_0^R \frac{d\overline{W}}{dr} dr \quad (4.2)$$

Ainsi, si le signe de  $W$  (ou  $\overline{W}$ ) est négatif,  $\sigma_1$  est positif et le mode est stable alors que si  $W$  (ou  $\overline{W}$ ) est positif,  $\sigma_1$  est négatif et le mode est instable. D'un point de vue local, une région de l'étoile caractérisée par une valeur négative de  $dW/dr$  (ou  $d\overline{W}/dr$ ) contribue à stabiliser le mode alors qu'une région avec une valeur de  $dW/dr$  (ou  $d\overline{W}/dr$ ) positive tend, au contraire, à le déstabiliser. Une instabilité globale se développera donc

s'il y a quantitativement plus d'excitation que d'amortissement dans l'étoile. Pour des raisons pratiques, nous allons utiliser préférentiellement la quantité  $\overline{W}$ , qui n'est pas la définition standard de l'intégrale de travail bien qu'elle en soit équivalente, pour illustrer l'influence des diverses zones des modèles sur les modes de pulsation.

La figure 4.1 expose le profil de  $d\overline{W}/dr$  (normalisé à l'unité au maximum) en fonction de la profondeur dans l'étoile pour le mode acoustique avec  $l = 2$ ,  $k = 2$  et  $P = 148.91$  secondes. Celui-ci est représentatif d'une fraction des modes de pulsation qui présentent une caractéristique particulièrement intéressante. La quantité  $d\overline{W}/dr$  qui leur est associée trahit en effet, par un pic positif situé vers  $\log q \simeq -9.7$ , l'existence d'une région de déstabilisation d'ampleur significative. Immédiatement sous ce pic, une vaste région stabilisatrice, comprise entre  $-5.6 \gtrsim \log q \gtrsim -9.2$ , entre en compétition avec la zone d'excitation. Puisque le mode est stable, cette dernière n'est donc pas suffisamment puissante pour produire une instabilité globale conduisant à l'amplification de son amplitude. Ceci est particulièrement bien illustré par le profil de la quantité  $\overline{W}(r)$  correspondant à l'intégrale courante de  $d\overline{W}/dr$  partant du centre de l'étoile jusqu'à la sphère de rayon  $r$  (avec  $\overline{W}(r=R) = \overline{W} = -\sigma_1$ ). Depuis le centre ( $\log q = 0$ ), les valeurs négatives de  $d\overline{W}/dr$ , principalement dans la région stabilisatrice, induisent une baisse significative de  $\overline{W}(r)$  alors que la remontée subséquente produite par le pic d'excitation s'avère insuffisante pour rejoindre, lorsque  $r \rightarrow R$  ( $\log q \rightarrow -\infty$ ), les valeurs positives synonymes d'instabilité. En surface,  $\overline{W}(r)$  se stabilise vers  $-1.24 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  correspondant approximativement, comme attendu, à la valeur de  $-\sigma_1$  donnée dans le tableau 4.1 pour ce mode.

Les positions des différentes régions soupçonnées de jouer éventuellement un rôle dans la déstabilisation des modes de pulsation sont indiquées dans la figure. Sans aucune surprise, les zones de brûlage nucléaire de l'hélium (au centre) et de l'hydrogène (en couche) apportent une contribution insignifiante à l'intégrale de travail présentée. La première est située bien trop en profondeur dans l'étoile, là où l'amplitude des modes est très faible. La seconde, trop inactive dans les sdB<sup>2</sup>, est incapable de peser efficacement

<sup>2</sup>Soulignons que passé la phase sdB, les modèles développent une importante coquille de brûlage

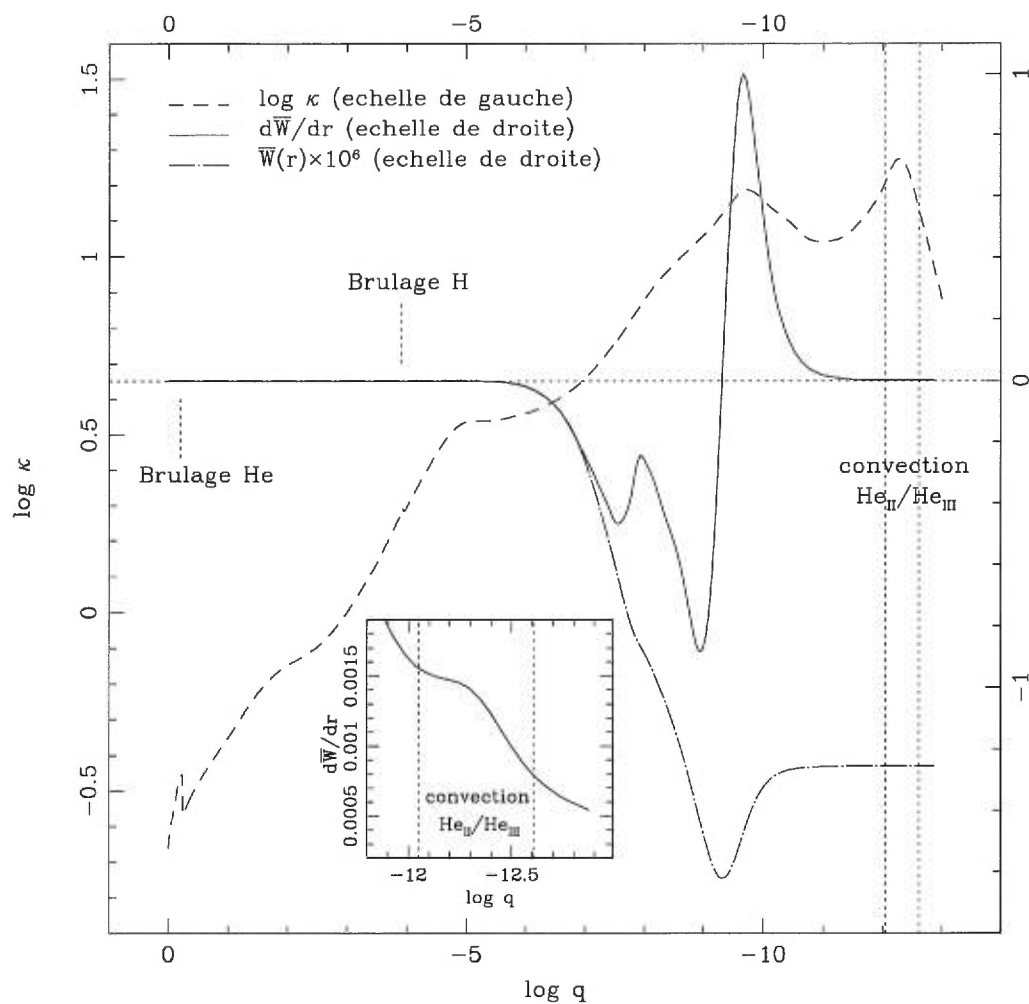


FIGURE 4.1. Intégrale de travail ( $\bar{W}(r)$  et  $d\bar{W}/dr$ ; voir la définition de ces quantités dans le texte) pour un mode  $p$  ( $l=2$ ,  $k=2$  et  $P=148.91$  s) du modèle de référence en fonction de la profondeur exprimée en fraction de masse ( $\log q$ ). Le profil de l'opacité moyenne de Rosseland ( $\log \kappa$ ) pour ce modèle est également disponible. Les positions des régions de brûlage nucléaire de l'hélium (au centre), de l'hydrogène (en couche) ainsi que la zone de convection associée à l'ionisation partielle de l' $\text{He}_{\text{II}}$  en  $\text{He}_{\text{III}}$  sont indiquées. Les valeurs positives de  $d\bar{W}/dr$  correspondent aux régions de déstabilisation et les valeurs négatives sont les régions qui stabilisent le mode



contre la stabilité des modes. Pour évaluer plus quantitativement l'influence des mécanismes  $\epsilon$  reliés aux processus de réactions nucléaires, le tableau 4.2 présente, pour les modes avec  $l=2$  situés dans la fenêtre 80–1500 secondes, les résultats d'une expérience numérique menée sur le modèle de référence où ces mécanismes ont été respectivement pris en compte (modèle normal "avec  $\epsilon_N$ ") et artificiellement déconnectés (modèle "sans  $\epsilon_N$ "). Les valeurs des périodes non-adiabatiques et des  $\sigma_I$  sont données jusqu'à 9 chiffres significatifs afin de permettre la détection de petites variations survenant d'un modèle à l'autre. Les quantités du modèle "avec  $\epsilon_N$ " sont strictement identiques à celles du tableau 4.1 (il s'agit exactement du même modèle). Les périodes des modes p, f et g ne sont manifestement pas affectées par cette expérience (i.e.,  $\Delta P < 10^{-9}$  s) mais des différences apparaissent au niveau de  $\sigma_I$ , principalement pour les modes g. Les valeurs obtenues avec le modèle "sans  $\epsilon_N$ " s'avèrent systématiquement plus élevées conformément au fait que les réactions nucléaires contribuent toujours à déstabiliser les modes. Les différences entre les deux modèles sont toutefois extrêmement faibles, s'élevant, pour l'ensemble des modes, à  $\Delta\sigma_I(N) \simeq 10^{-14} - 10^{-15} \text{ s}^{-1}$ . Les ondes g sont donc davantage sensibles à ce phénomène en raison de leurs plus grandes amplitudes dans ces régions particulières du modèle (qui se traduit également par de plus faibles valeurs de  $\sigma_I$  en raison des énergies cinétiques plus importantes pour ces modes). Concernant les ondes p, l'effet est clairement négligeable puisque  $\Delta\sigma_I(N) \ll \sigma_I$ . *Pour l'ensemble des étoiles sous-naines de type B, les mécanismes  $\epsilon$  ne sont donc pas en mesure de provoquer des instabilités.*

De retour à la figure 4.1, l'apparente neutralité de la région d'ionisation partielle He<sub>II</sub>/ He<sub>III</sub>, caractérisée par la mince région convective superficielle, constitue certainement une surprise. Le profil de l'opacité de Rosseland ( $\log \kappa$ ; donné dans la figure) montre que le pic associé à cette région d'ionisation partielle est pourtant bien présent dans le modèle. Il ne trouve cependant pas d'écho dans la quantité  $d\overline{W}/dr$  comme l'analogie avec d'autres catégories d'étoiles pulsantes nous le laissait entrevoir.

---

de l'hydrogène en couche pouvant contribuer pour une part significative de la luminosité totale de l'étoile (voir, pour cela, le Chapitre 2). Son effet sur la stabilité des modes de pulsation pourrait alors éventuellement devenir important (voir Charpinet et al., 1997b).

TABLEAU 4.2. Périodes non-adiabatiques ( $P_{\text{nad}}$ ) et partie imaginaire de la fréquence propre ( $\sigma_I$ ) pour les modes avec  $l=2$  appartenant au modèle de référence où la contribution des mécanismes  $\epsilon$  est respectivement prise en compte (modèle avec  $\epsilon_N$ ) et occultée (modèle sans  $\epsilon_N$ ).

$k$	avec $\epsilon_N$		sans $\epsilon_N$	
	$P_{\text{nad}}$ (s)	$\sigma_I$ ( $\text{s}^{-1}$ )	$P_{\text{nad}}$ (s)	$\sigma_I$ ( $\text{s}^{-1}$ )
6	89.287443289	$1.224471952 \times 10^{-4}$	89.287443289	$1.224471952 \times 10^{-4}$
5	99.041300139	$3.488222861 \times 10^{-5}$	99.041300139	$3.488222861 \times 10^{-5}$
4	112.647954623	$2.041244283 \times 10^{-5}$	112.647954623	$2.041244283 \times 10^{-5}$
3	132.783224167	$2.482582361 \times 10^{-6}$	132.783224167	$2.482582361 \times 10^{-6}$
2	148.907265742	$1.187795009 \times 10^{-6}$	148.907265742	$1.187795009 \times 10^{-6}$
1	185.584827139	$1.962181160 \times 10^{-8}$	185.584827139	$1.962181181 \times 10^{-8}$
0	206.310048673	$6.093826866 \times 10^{-8}$	206.310048673	$6.093826868 \times 10^{-8}$
1	269.506176895	$8.423531598 \times 10^{-12}$	269.506176895	$8.426131509 \times 10^{-12}$
2	401.893202927	$6.663781767 \times 10^{-13}$	401.893202927	$6.675189682 \times 10^{-13}$
3	565.900957716	$7.311889715 \times 10^{-13}$	565.900957716	$7.318512019 \times 10^{-13}$
4	731.480498466	$2.883158518 \times 10^{-12}$	731.480498466	$2.883676504 \times 10^{-12}$
5	847.248572417	$6.490660210 \times 10^{-11}$	847.248572417	$6.490679302 \times 10^{-11}$
6	923.209869478	$4.868062620 \times 10^{-11}$	923.209869478	$4.868113280 \times 10^{-11}$
7	1076.069546170	$3.090815736 \times 10^{-11}$	1076.069546170	$3.090905344 \times 10^{-11}$
8	1240.280035217	$3.765877646 \times 10^{-11}$	1240.280035217	$3.766063245 \times 10^{-11}$
9	1403.853905497	$5.080302041 \times 10^{-11}$	1403.853905497	$5.080889449 \times 10^{-11}$

Un agrandissement de cette région, présenté dans le panneau incrusté, dévoile néanmoins, par la petite protubérance dans le profil de  $d\bar{W}/dr$ , qu'elle produit une légère contribution à l'excitation du mode mais d'ampleur négligeable. En rétrospective, il apparaît que la région d'ionisation partielle  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$  est située bien trop haute dans l'enveloppe de l'étoile (à  $\log q \simeq -12$ , la quantité totale de matière dans les couches situées au dessus n'est plus que de  $10^{-12}$  fois la masse totale de l'objet) pour posséder un quelconque poids sur la déstabilisation des modes. *Puisque la position de cette région d'ionisation partielle est fonction principalement de la température effective de l'étoile, nous pouvons conclure, et cela s'applique à l'ensemble de la classe des sdB, que celle-ci est trop élevée pour que ce mécanisme soit efficace.*

Le pic d'excitation dominant est situé vers  $\log q \simeq -9.7$  et une bosse secondaire dans le profil de l'opacité lui est clairement associée. Comme cela a déjà été mentionné au Chapitre 2, cette structure dans l'opacité est engendrée par l'ionisation partielle d'éléments lourds, en particulier le fer, et elle tend à disparaître lorsque la métallicité de l'étoile est réduite. *Ainsi, il existe dans les sdB un mécanisme déstabilisateur qui œuvre à travers l'opacité de Rosseland – il s'agit donc d'un mécanisme  $\kappa$  – et dont la ressemblance avec le mécanisme "Z-bump" identifié récemment dans les étoiles OB pulsantes (par exemple, Cox et al., 1992; Gautschy & Saio, 1993), des objets de température effective similaire à celle des sdB, ne peut être totalement fortuite.* Toutefois, et contrairement à ces dernières, à métallicité solaire ( $Z \simeq 0.02$ ), l'excitation, bien qu'elle soit significative pour certains modes, n'est pas en mesure de surpasser la dissipation radiative et tous les modes sont globalement stables.

Malgré ce premier résultat négatif concernant la possibilité pour les étoiles sous-naines de type B de développer des instabilités pulsationnelles, l'identification d'un mécanisme déstabilisateur associé à la métallicité de l'étoile permet d'ouvrir une nouvelle voie d'investigation vers laquelle s'orienter. Elle consiste à explorer les effets que peuvent engendrer l'augmentation, dans les modèles, de la concentration des métaux lourds sur la stabilité des modes. La légitimité physique d'une telle approche sera discutée ultérieurement, à la fin de ce Chapitre.

### 4.3 Influence de la métallicité

Pour explorer les effets de la métallicité sur les modes de pulsation et leur stabilité, nous allons à nouveau faire appel aux structures statiques d’enveloppes présentées au Chapitre 2 et déjà utilisées pour l’étude adiabatique menée au Chapitre 3. Ces modèles, par leur plus grande souplesse, vont nous permettre d’expérimenter à loisir sur les paramètres stellaires tout en modifiant les ingrédients physiques qui les composent, en particulier la métallicité dans l’enveloppe riche en hydrogène. L’utilisation de ce type de structure pour étudier la stabilité des modes est pleinement justifiée dans la mesure où, comme nous venons de le constater auparavant, le mécanisme  $\epsilon$  ne joue aucun rôle prépondérant (les modèles statiques ne tiennent, en effet, pas compte des réactions nucléaires et se seraient avérés inadaptés pour modéliser ce mécanisme) et la totalité des processus importants ont lieu dans l’enveloppe de l’étoile, adéquatement reproduite par les modèles statiques (c.f., Chapitre 2).

#### 4.3.1 Structures statiques modifiées

Les structures statiques présentées au Chapitre 2, construites à l’époque pour une métallicité solaire ( $Z = 0.02$ ) afin de reproduire au mieux les modèles évolutifs, ont été adaptées à nos nouveaux besoins en ajoutant la possibilité d’accroître la quantité d’éléments lourds dans l’enveloppe riche en hydrogène de l’étoile. Concrètement, les ingrédients physiques utilisés pour leur construction demeurent inchangés si ce n’est l’opportunité d’utiliser les tables d’opacité d’OPAL pour  $Z = 0.04, 0.06, 0.08$  ou  $0.10$  en remplacement des tables avec  $Z = 0.02$ . L’équation d’état subit également une légère modification pour tenir compte des effets engendrés sur la thermodynamique du gaz par l’addition d’éléments lourds. Ceux-ci demeurent néanmoins assez mineurs puisque les métaux, même à  $Z = 0.10$ , sont toujours à l’état de traces dans le plasma et l’équation d’état reste dominée par les éléments plus abondants (en nombre d’atomes) que sont l’hydrogène et l’hélium. L’influence d’une métallicité plus importante est principalement ressentie dans l’opacité du gaz à laquelle contribuent majoritairement les

métaux.

Cette influence est illustrée par les profils de l'opacité de Rosseland présentés dans la figure 4.2 pour différentes métallicités variant de  $Z=0.02$  (profil du bas) à  $Z=0.10$  (profil du haut) par pas de 0.02. Les paramètres utilisés pour la construction de ces modèles statiques ( $T_{\text{eff}} = 31310K$ ,  $\log g = 5.75$ ,  $M = 0.476 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.1$ ) sont ceux là mêmes qui reproduisent, à  $Z = 0.02$ , la structure évolutive de référence dont le profil pour  $\log \kappa$  est également indiqué en pointillés à titre de comparaison ( $Z = 0.017178$  pour les modèles évolutifs). Une augmentation de la métallicité dans l'enveloppe riche en hydrogène entraîne une hausse globale de l'opacité, traduisant la plus grande difficulté qu'ont les photons à traverser le plasma sans être diffusés ou absorbés. Cette hausse est particulièrement marquée au niveau de la bosse des métaux (vers  $\log q \simeq -9.7$ ) principalement dominée par l'ionisation partielle du fer. Pour  $Z \gtrsim 0.06$ , celle-ci devient même la structure principale dans le profil de l'opacité, surpassant le pic associé à l'ionisation partielle  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$ . La bosse métallique devient également plus abrupte lorsque  $Z$  augmente, ce qui favorise généralement, dans les étoiles, la déstabilisation des modes par le mécanisme  $\kappa$ . Compte tenu des conclusions de la section 4.2 sur l'influence de cette structure d'opacité sur certains modes d'oscillation, une plus grande métallicité dans l'enveloppe riche en hydrogène des modèles semble donc en mesure de renforcer significativement la région déstabilisatrice identifiée pour éventuellement conduire à des instabilités.

### 4.3.2 Grilles de modèles d'enveloppes

Afin de couvrir complètement l'espace des paramètres caractérisant les étoiles sous-naines de type B, 5 grilles ont été construites, chacune constituée de 72 modèles d'enveloppes, dans l'intervalle  $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$  par pas de 0.04 et  $4.8 \leq \log g \leq 6.4$  par pas de 0.2. La masse totale de chaque modèle est fixée à  $0.48 M_{\odot}$  et la position de l'interface entre l'enveloppe riche en hydrogène et le cœur en hélium est choisie à  $\log q(H) = -4$ . Ces deux derniers paramètres ne seront pas modifiés dans cette exploration puisque, comme nous le vérifierons un peu plus tard, ils n'affectent pratiquement

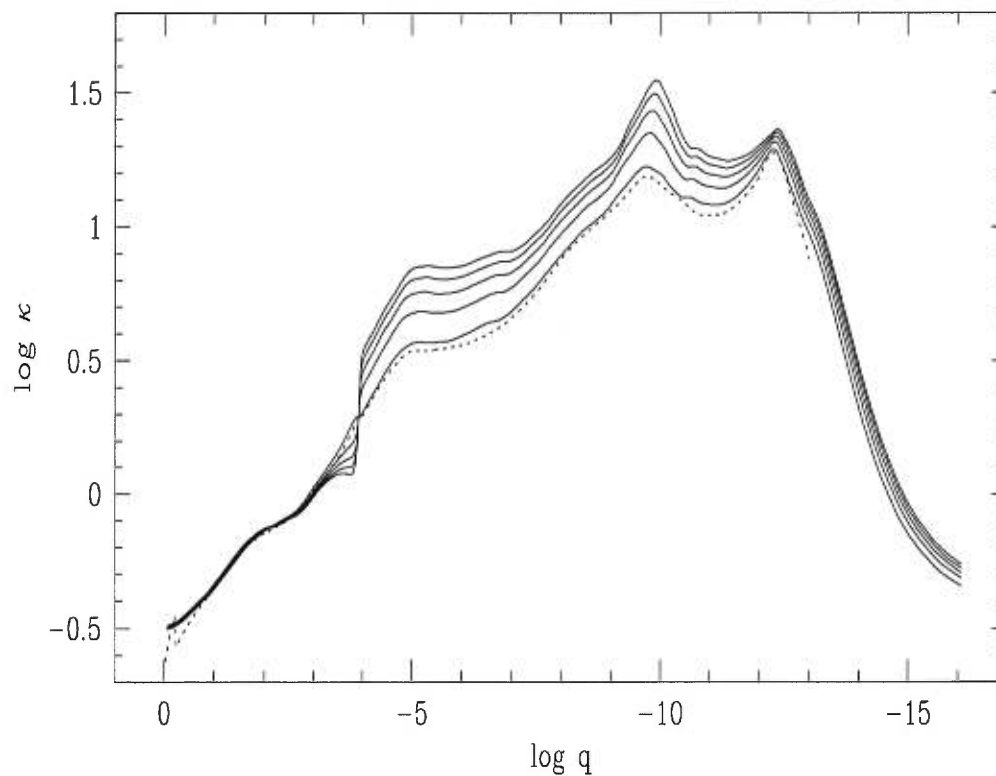


FIGURE 4.2. Série de profils de l'opacité de Rosseland ( $\log \kappa$ ) pour les modèles d'enveloppes (traits pleins) avec des paramètres identiques à la structure de référence ( $T_{\text{eff}} = 31310K$ ,  $\log g = 5.75$ ,  $M = 0.476 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.1$ ) pour cinq métallicité différentes allant, de bas en haut, de  $Z = 0.02$  (solaire) à  $Z = 0.10$ . La ligne pointillée indique le profil de l'opacité pour le modèle évolutif de référence.

pas la stabilité des modes pour autant que des valeurs raisonnables soient utilisées. Les grilles ont été produites pour 5 différentes métallicités allant de  $Z=0.02$  (la métallicité solaire ; équivalente à nos modèles évolutifs) jusqu'à  $Z=0.10$  par pas de 0.02. Chaque modèle a ensuite été soumis au code de pulsation non-adiabatique en utilisant, comme auparavant pour les modèles évolutifs, 160 éléments quadratiques. Les résultats de ces calculs systématiques sont illustrés par la figure 4.3.

La grille calculée à métallicité solaire ( $Z=0.02$ ) n'est pas présentée dans cette figure puisque, comme nous pouvions le prévoir suite aux résultats obtenus sur les structures évolutives de métallicité sensiblement identique, aucun modèle de cette grille ne développe d'instabilité. Les résultats intéressants émergent à  $Z \gtrsim 0.04$  puisque *nous observons l'apparition de modes instables dans certains modèles de la grille* (cercles pleins dans la figure 4.3). Les modèles en question sont localisés vers les faibles températures effectives et gravités de surface. De plus, à mesure que  $Z$  augmente, cette région d'instabilité s'étend, touchant environ un quart de la grille pour  $Z=0.10$ .

Pour ces modèles instables, la figure suggère l'existence d'une limite supérieure en température ("blue edge") situé quelque part entre  $\log T_{\text{eff}} = 4.46$  ( $T_{\text{eff}} \simeq 28800$  K) et  $\log T_{\text{eff}} = 4.50$  ( $T_{\text{eff}} \simeq 31600$  K), dépendant légèrement de la métallicité, au delà de laquelle les instabilités s'évanouissent. Une explication plausible pour ce phénomène viendrait du fait que l'augmentation de la métallicité affecte, pour une température effective donnée, principalement la taille de la bosse secondaire dans l'opacité plutôt que sa position dans l'enveloppe. Le "blue-edge" serait alors causé par le déplacement vers la surface de la zone d'ionisation partielle des métaux responsable de l'excitation à mesure que la température effective augmente. Ces régions en surface disposant d'un poids plus faible sur la stabilité globale des modes, l'excitation serait ainsi vidée peu à peu de sa force pour finalement devenir incapable de compenser les effets de la zone dissipative située plus profondément dans l'étoile (c.f., figure 4.1). Notons également l'existence d'une limite supérieure en gravité pour l'existence de modèles instables ( $\log g \lesssim 5.7$  à  $Z=0.10$ ) qui semble dépendre plus fortement de la métallicité.

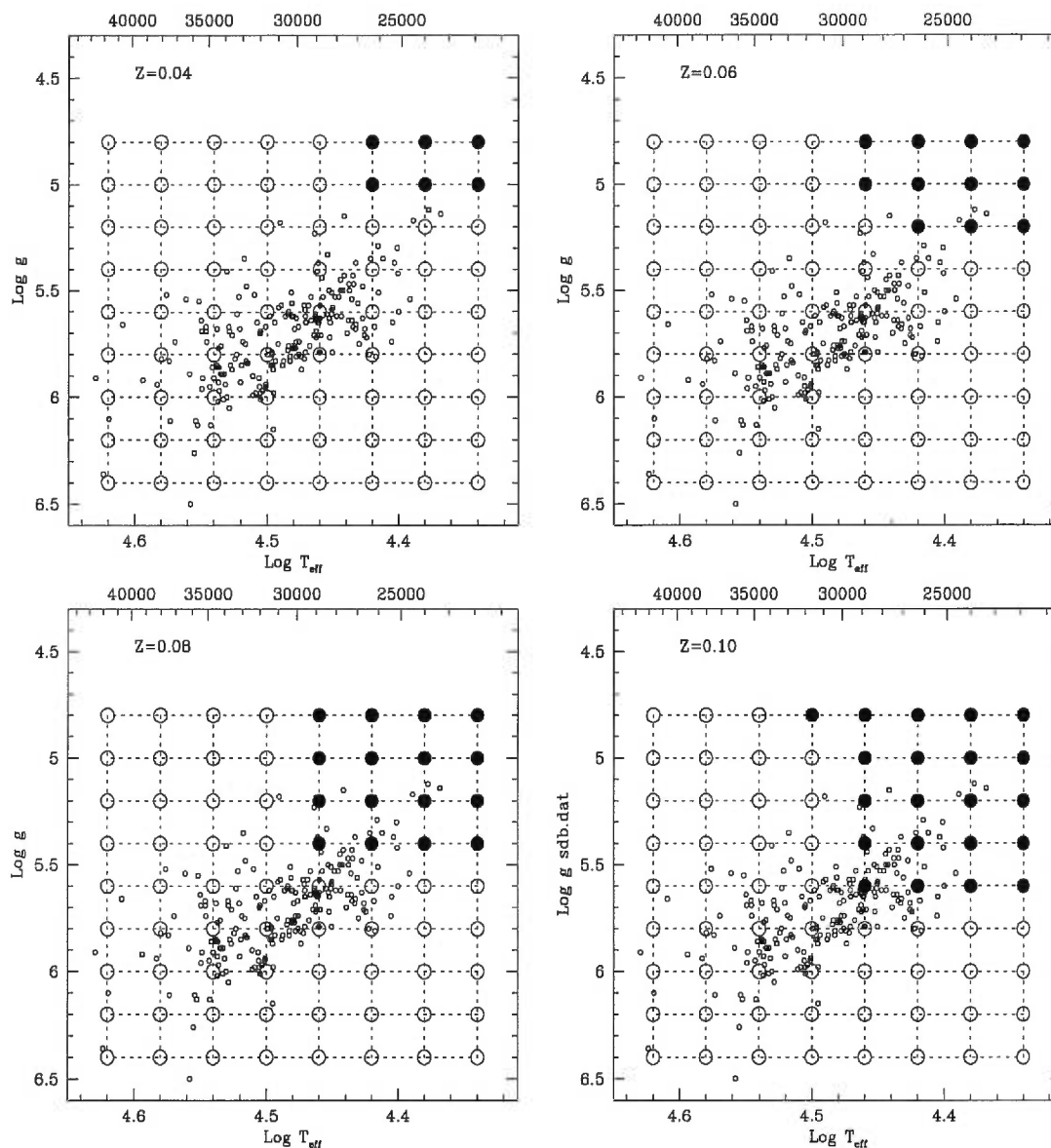


FIGURE 4.3. Quatre panneaux qui représentent les grilles de modèles d’enveloppes pour 4 métallicités différentes ( $Z = 0.04, 0.06, 0.08$  et  $0.10$ ). Chaque grille comporte 72 modèles couvrant la région du diagramme  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  où les sdB sont observées ( $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$ , par pas de 0.04 et  $4.8 \leq \log g \leq 6.4$ , par pas de 0.2). Les sdB dont les paramètres de surface ont été déterminés par Saffer et al., 1994 sont également indiquées (petits cercles vides). Chaque cercle plein de la grille correspond à un modèle instable alors que chaque cercle vide indique un modèle stable.



### 4.3.3 Modes instables

Un exemple caractéristique de résultats non-adiabatiques obtenus pour les modèles situés dans la région d'instabilité est donné dans le tableau 4.3. La structure ayant jusqu'à présent servi de référence ne possède pas les paramètres atmosphériques adéquats pour développer les instabilités observées. Aussi, le modèle figurant dans le tableau 4.3 correspond-t-il mieux au nouveau chemin qu'emprunte notre exploration. Ses paramètres de surface sont  $\log T_{\text{eff}} = 4.42$  ( $T_{\text{eff}} \simeq 26303$  K),  $\log g = 5.2$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4.0$  et il est disponible pour les cinq métallicités propres à chacune des grilles ( $Z = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08$  et  $0.10$ ). Seuls les modes les plus intéressants, pour lesquels la période non-adiabatique ( $P$  en secondes) et le temps caractéristique de croissance ( $\tau_e$  en années) sont disponibles, sont présentés dans le tableau. Cette dernière quantité est directement reliée à  $\sigma_1$ , la partie imaginaire de la fréquence propre, par la relation  $\tau_e = 1/|\sigma_1|$  lorsque  $\sigma_1$  est négatif (c'est-à-dire lorsque le mode est instable). Dans la situation où le mode est stable, cette quantité n'est pas calculée et l'étiquette "stable" est apposée dans la colonne du tableau 4.3 correspondant à  $\tau_e$ .

Aussi bien les modes radiaux ( $l = 0$ ) que les modes non-radiaux (pour  $l = 1, 2$  et  $3$ ) sont représentés dans ce tableau. Leurs périodes sont légèrement sensibles aux variations de métallicité puisque ces dernières, en affectant l'opacité du gaz, modifient le gradient de température du modèle, se répercutent sur la structure de l'étoile et donc sur les fréquences propres des modes d'oscillation. L'effet demeure néanmoins assez limité, s'élevant, entre  $Z = 0.02$  et  $Z = 0.10$ , de 2 à 4% pour les modes p et jusqu'à 15% pour les modes g. Il est compréhensible que les ondes de gravité soient plus sensibles à la métallicité compte tenu du fait que l'opacité affecte le gradient de température ( $dT/dr$ ), produisant des différences de structure faibles en surface (les modèles ont la même température effective) mais plus marquées dans les régions internes où ces derniers oscillent avec de grandes amplitudes relatives.

Pour une métallicité solaire ( $Z = 0.02$ ), tous les modes apparaissent effectivement stables. C'est aussi le cas avec  $Z = 0.04$ , mais uniquement pour ce modèle particulier.

TABLEAU 4.3. Périodes non-adiabatiques (en secondes) et temps caractéristiques de croissance  $\tau_e$  (e-folding time) exprimés en années pour un modèle d'enveloppe typique avec  $\log T_{\text{eff}} = 4.42$ ,  $\log g = 5.2$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4$  et  $Z = 0.02$  (solaire), 0.04, 0.06, 0.08, et 0.10. La quantité  $\tau_e$  est donnée uniquement pour les modes instables.

$l$	$k$	$Z = 0.02$		$Z = 0.04$		$Z = 0.06$		$Z = 0.08$		$Z = 0.10$	
		$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)
0	3	317.39	stable	317.60	stable	315.21	stable	312.08	stable	309.01	stable
0	2	358.97	stable	351.63	stable	349.21	stable	348.97	stable	349.61	stable
0	1	421.19	stable	425.12	stable	428.49	stable	431.20	stable	433.61	$7.7 \times 10^{-2}$
0	0	568.94	stable	577.34	stable	583.04	$2.2 \times 10^0$	587.32	$7.1 \times 10^{-1}$	590.92	$4.6 \times 10^{-1}$
1	4 (p)	311.71	stable	310.06	stable	306.94	stable	303.87	stable	301.41	stable
1	3 (p)	350.33	stable	346.08	stable	345.70	stable	346.43	stable	347.60	stable
1	2 (p)	418.85	stable	423.26	stable	426.73	stable	429.40	stable	431.75	$8.1 \times 10^{-2}$
1	1 (p)	547.89	stable	524.56	stable	515.74	stable	497.27	$3.7 \times 10^1$	485.87	$1.4 \times 10^1$
1	1 (g)	890.29	stable	853.07	stable	831.31	$6.7 \times 10^4$	810.86	$2.0 \times 10^4$	795.58	$1.1 \times 10^4$
1	2 (g)	1358.61	stable	1302.69	stable	1266.97	stable	1267.6	stable	1216.83	stable
2	3 (p)	327.98	stable	329.44	stable	330.01	stable	328.61	stable	326.02	stable
2	2 (p)	374.38	stable	364.10	stable	356.81	stable	352.40	stable	350.58	stable
2	1 (p)	419.83	stable	422.22	stable	424.96	stable	427.23	stable	429.28	$9.0 \times 10^{-2}$
2	0 (f)	555.49	stable	540.10	stable	527.07	$2.3 \times 10^2$	514.25	$1.4 \times 10^1$	504.56	$7.6 \times 10^0$
2	1 (g)	573.05	stable	571.38	stable	575.06	$2.4 \times 10^0$	578.11	$6.7 \times 10^{-1}$	580.78	$4.2 \times 10^{-1}$
2	2 (g)	831.60	stable	797.03	stable	775.40	$8.8 \times 10^3$	757.81	$3.0 \times 10^3$	743.95	$1.6 \times 10^3$
2	3 (g)	1106.73	stable	1061.81	stable	1031.94	stable	1010.41	stable	992.57	$5.8 \times 10^4$
2	4 (g)	1374.63	stable	1318.57	stable	1280.10	stable	1254.40	stable	1232.44	stable
3	2 (p)	362.44	stable	352.57	stable	347.90	stable	345.99	stable	345.59	stable
3	1 (p)	412.87	stable	413.03	stable	410.30	stable	403.91	stable	397.55	stable
3	0 (f)	451.19	stable	435.01	stable	428.78	stable	427.32	stable	427.83	$1.1 \times 10^{-1}$
3	1 (g)	556.15	stable	560.33	stable	562.34	$2.9 \times 10^0$	561.70	$8.4 \times 10^{-1}$	557.25	$9.9 \times 10^{-1}$
3	2 (g)	630.59	stable	604.77	stable	589.40	$2.6 \times 10^1$	578.82	$2.2 \times 10^0$	574.47	$5.8 \times 10^{-1}$
3	3 (g)	819.37	stable	785.97	stable	764.13	$2.5 \times 10^3$	747.85	$9.6 \times 10^2$	734.54	$5.3 \times 10^2$
3	4 (g)	1004.39	stable	963.32	stable	935.64	$6.1 \times 10^3$	916.42	$2.3 \times 10^3$	900.29	$1.4 \times 10^3$
3	5 (g)	1182.32	stable	1129.63	stable	1093.49	$5.9 \times 10^3$	1068.85	$1.2 \times 10^3$	1047.82	$5.6 \times 10^2$
3	6 (g)	1294.04	stable	1219.94	stable	1173.57	stable	1143.16	stable	1118.37	stable

Des instabilités surgissent vers  $Z \sim 0.06$  et deviennent plus importantes lorsque  $Z$  augmente encore davantage, des bandes plus larges de modes étant excitées dans ces modèles à hautes métallicités. Comme autre indice du renforcement du mécanisme d'excitation, les valeurs du temps caractéristique de croissance  $\tau_e$ , pour un mode donné, diminuent lorsque  $Z$  augmente. L'amplitude des modes instables croît donc plus vite lorsque la métallicité est plus élevée. Ces calculs prédisent une grande diversité de modes excités avec à la fois des pulsations radiales et non-radiales, des modes p, des modes f et des modes g, tous de faible ordre radial  $k$ . Les temps caractéristiques de croissance caractérisant ces modes sont compris entre  $10^{-2}$  et  $10^4$  années environ. Ils sont donc beaucoup plus courts que le temps évolutif typique des sdB (environ  $10^8$  ans) et ces instabilités linéaires devraient normalement se développer rapidement pour atteindre des amplitudes observables.

#### 4.3.4 Influence de $M_{\text{env}}$ et $M_*$

Pour les grilles de modèles échafaudées à l'étape précédente nous n'avons considéré que les variations de la température effective et de la gravité de surface pour couvrir le champ occupé par les sdB dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Les deux autres paramètres principaux qui entrent dans la construction des modèles, à savoir la masse de l'enveloppe riche en hydrogène à travers la quantité  $\log q(H)$  et la masse totale  $M_*$  de l'étoile, se virent attribuer des valeurs fixes tout au long de l'étude de stabilité. Les tableaux 4.4 et 4.5 montrent que cette approche est justifiée dans la mesure où, dans un intervalle de valeurs raisonnable pour les sdB, ces paramètres n'interfèrent pas, au contraire de  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ , avec les processus de déstabilisation des modes.

Concernant l'influence de la masse de l'enveloppe, le tableau 4.4 montre, pour différentes valeurs de  $\log q(H)$  comprises entre  $-2.0$  et  $-5.0$  (intervalle typique dans lequel on retrouve, d'après les modèles évolutifs, la majeure partie des sdB), la bande de modes instables pour le spectre  $l = 2$  obtenu dans le modèle avec  $\log T_{\text{eff}} = 4.42$ ,  $\log g = 5.2$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $Z = 0.10$ . L'ampleur des instabilités estimée par les valeurs des temps caractéristiques de croissance, globalement comparables d'un modèle

TABLEAU 4.4. Influence du paramètre  $\log q(H)$  sur les instabilités. Les périodes (exprimées en secondes) et les temps caractéristiques de croissance (donnés, le cas échéant, en années) appartiennent aux modes  $l=2$  obtenus pour le modèle avec  $\log T_{\text{eff}} = 4.42$ ,  $\log g = 5.2$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $Z = 0.10$ .

$k$	$\log q(H) = -2.0$		$\log q(H) = -3.0$		$\log q(H) = -4.0$		$\log q(H) = -5.0$	
	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)
3 (p)	...	...	...	...	326.02	stable	345.77	stable
2 (p)	...	...	339.62	stable	350.58	stable	386.05	stable
1 (p)	...	...	363.62	stable	429.28	$9.0 \times 10^{-2}$	438.73	$4.0 \times 10^{-1}$
0 (f)	...	...	444.26	$8.6 \times 10^{-2}$	504.56	$7.6 \times 10^0$	526.85	$1.5 \times 10^{-1}$
1 (g)	...	...	502.29	$3.8 \times 10^0$	580.78	$4.2 \times 10^{-1}$	621.84	$1.6 \times 10^2$
2 (g)	382.86	stable	581.25	$5.2 \times 10^{-1}$	743.95	$1.6 \times 10^3$	911.43	$4.1 \times 10^4$
3 (g)	404.06	stable	671.18	$5.3 \times 10^1$	992.57	$5.8 \times 10^4$	1210.27	stable
4 (g)	457.34	$1.1 \times 10^{-1}$	801.35	$4.9 \times 10^1$	1232.44	stable	1504.49	stable
5 (g)	491.82	$2.6 \times 10^0$	867.77	$3.7 \times 10^2$	1446.74	stable	...	...
6 (g)	556.02	$8.1 \times 10^{-1}$	1030.33	stable	...	...	...	...
7 (g)	587.41	$3.6 \times 10^0$	1206.84	stable	...	...	...	...
8 (g)	643.94	$2.9 \times 10^0$	...	...	...	...	...	...
9 (g)	681.12	$4.8 \times 10^1$	...	...	...	...	...	...
10 (g)	765.80	$8.4 \times 10^2$	...	...	...	...	...	...
11 (g)	833.85	$4.3 \times 10^2$	...	...	...	...	...	...
12 (g)	878.80	$2.4 \times 10^3$	...	...	...	...	...	...
13 (g)	954.49	stable	...	...	...	...	...	...
14 (g)	1033.12	stable	...	...	...	...	...	...

TABLEAU 4.5. Influence du paramètre  $M_*$  sur les instabilités. Les périodes (exprimées en secondes) et les temps caractéristiques de croissance (donnés, le cas échéant, en années) appartiennent aux modes  $l=2$  obtenus pour le modèle avec  $\log T_{\text{eff}} = 4.42$ ,  $\log g = 5.2$ ,  $\log q(H) = -4.0 M_{\odot}$  et  $Z = 0.10$ .

$k$	$M = 0.46 M_{\odot}$		$M = 0.47 M_{\odot}$		$M = 0.48 M_{\odot}$		$M = 0.49 M_{\odot}$		$M = 0.50 M_{\odot}$	
	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)
3 (p)	315.58	stable	320.68	stable	326.02	stable	331.41	stable	335.39	stable
2 (p)	345.69	stable	347.88	stable	350.58	stable	354.22	stable	358.26	stable
1 (p)	426.03	$9.3 \times 10^{-2}$	427.70	$9.1 \times 10^{-2}$	429.28	$9.0 \times 10^{-2}$	430.82	$9.0 \times 10^{-2}$	432.26	$9.0 \times 10^{-2}$
0 (f)	469.55	$3.4 \times 10^0$	485.93	$5.5 \times 10^0$	504.56	$7.6 \times 10^0$	525.84	$8.4 \times 10^0$	543.88	$7.0 \times 10^0$
1 (g)	575.68	$3.8 \times 10^{-1}$	578.25	$4.0 \times 10^{-1}$	580.78	$4.2 \times 10^{-1}$	583.32	$4.4 \times 10^{-1}$	585.90	$4.7 \times 10^{-1}$
2 (g)	687.14	$4.9 \times 10^2$	714.87	$9.1 \times 10^2$	743.95	$1.6 \times 10^3$	774.68	$2.7 \times 10^3$	803.67	$4.1 \times 10^3$
3 (g)	914.64	$1.5 \times 10^4$	953.84	$2.6 \times 10^4$	992.57	$5.8 \times 10^4$	1030.91	$1.6 \times 10^6$	1069.72	stable
4 (g)	1136.08	stable	1185.26	stable	1232.44	stable	1277.49	stable	1325.22	stable
5 (g)	1347.03	stable	1399.80	stable	1446.74	stable	1488.31	stable	1529.54	stable

à l'autre, ne semble donc pas affectée par l'épaisseur de l'enveloppe riche en hydrogène. La principale différence qui se manifeste concerne le nombre et le type de modes excités. Ainsi, 9 modes instables (modes  $g$  de  $k=4$  à  $k=12$ ) sont répertoriés dans le modèle avec  $\log q(H) = -2.0$ , alors que 4 modes seulement (modes  $p_1$ ,  $f$ ,  $g_1$  et  $g_2$ ) sont instables dans le modèle avec  $\log q(H) = -5.0$ . Il faut bien réaliser qu'il ne s'agit ici aucunement d'une indication que le mécanisme d'excitation est plus efficace pour les enveloppes massives. L'explication vient plutôt de la façon dont les modes acoustiques et les modes de gravité se comportent en fonction de ce paramètre (c.f., Chapitre 3). Nous constatons en effet, à partir du tableau 4.4, que la bande de modes instables est définie non pas en terme de l'ordre radial  $k$  mais plutôt en fonction de la période. Ainsi, pour le modèle présenté, les instabilités surviennent approximativement entre  $P = 430$  s et  $P = 990$  s quel que soit la valeur de  $\log q(H)$ . Or, lorsque ce paramètre augmente (l'enveloppe devient plus massive), les périodes des modes  $g$  diminuent et se concentrent (i.e.,  $\Delta P$  entre modes consécutifs baisse également), conduisant à une plus grande quantité de modes  $g$  avec des périodes situées dans la fenêtre instable. En parallèle, pour les enveloppes très massives (par exemple  $\log q(H) = -2.0$ ), les phénomènes de collisions entre modes entrent en jeu et poussent les périodes des modes  $p$  vers de plus faibles valeurs. Ces derniers quittent alors l'intervalle de périodes privilégié et deviennent stables. Les processus de collision entre modes couplés à la baisse systématique des périodes des modes  $g$  avec l'augmentation de la masse de l'enveloppe contribuent donc, sans que le mécanisme d'excitation ne soit moindrement affecté, à déplacer la bande d'instabilité vers les modes  $g$  d'ordre radial plus élevé.

A propos de la masse totale de l'étoile, le tableau 4.5 montre, pour différentes valeurs de  $M_*$  comprises entre  $0.46 M_\odot$  et  $0.50 M_\odot$ , la bande de modes instables du spectre  $l=2$  pour le même modèle statique utilisé précédemment ( $\log T_{\text{eff}} = 4.42$ ,  $\log g = 5.2$ ,  $\log q(H) = -4.0$  et  $Z=0.10$ ). Celui-ci permet de constater également que ce paramètre n'affecte pas les capacités de déstabilisation du mécanisme d'opacité identifié. Comme les périodes des modes  $p$ ,  $f$  et  $g$  varient beaucoup moins avec  $M_*$  qu'elles ne le font avec  $\log q(H)$ , les modes ne quittent pratiquement pas, dans l'intervalle de masse exploré, la fenêtre de périodes instables. De plus, les phénomènes de collisions étant moins

sensibles à ce paramètre (ils sont inexistant dans ce modèle pour toutes les masses proposées), les mêmes modes, en terme de type et d'ordre radial, sont excités quel que soit la valeur de  $M_*$ , à l'exception du mode g d'indice radial  $k=3$  dans le modèle de masse  $M=0.50 M_\odot$  dont la période sort probablement de la bande d'instabilité.

#### 4.3.5 Mécanisme de déstabilisation

Les résultats des sections précédentes apportent déjà une solide confirmation de l'idée, suggérée à la section 4.2, qu'il existe, dans les modèles d'étoiles sous-naines de type B, un mécanisme de déstabilisation lié aux effets, sur l'opacité du gaz, d'une région d'ionisation partielle d'éléments lourds. Il est cependant intéressant de visualiser explicitement cet effet à travers la comparaison des intégrales de travail (et de leur dérivée première) pour des modèles à différentes métallicités. La figure 4.4 propose les profils de ces quantités correspondant au mode f du spectre  $l=2$  tiré du même modèle instable utilisé jusqu'à présent ( $\log T_{\text{eff}} = 4.42$ ,  $\log g = 5.2$ ,  $M = 0.48 M_\odot$  et  $\log q(H) = -4.0$ ) pour des métallicités respectives de  $Z=0.02$ , 0.04, 0.06, 0.08 et 0.10.

Le panneau du haut montre l'intégrant de l'intégrale de travail ( $d\overline{W}/dr$ ) normalisé à l'unité au maximum en fonction de la profondeur dans l'étoile. Les pics associés à la région déstabilisatrice ( $d\overline{W}/dr > 0$ ) concordent toujours, en accord avec les résultats de la section 4.2, à la structure de l'opacité engendrée par l'ionisation des éléments lourds (c.f., panneau du bas). Ils sont, par construction, en raison de la normalisation arbitraire utilisée pour représenter les profils, tous de même hauteur bien que leurs amplitudes réelles puissent être différentes. Les écarts surviennent au niveau de la région stabilisatrice, située en dessous du pic d'excitation ( $d\overline{W}/dr < 0$ ), qui semble moins profonde pour les modèles disposant de plus grandes métallicités. Là encore, il ne s'agit que d'un effet relatif induit par la normalisation utilisée. Cette comparaison permet néanmoins de conclure que la région stabilisatrice devient plus faible par rapport à la zone d'excitation lorsque la métallicité est accrue dans l'enveloppe des modèles.

Le panneau central présente les intégrales courantes  $\overline{W}(r)$  calculées à partir des

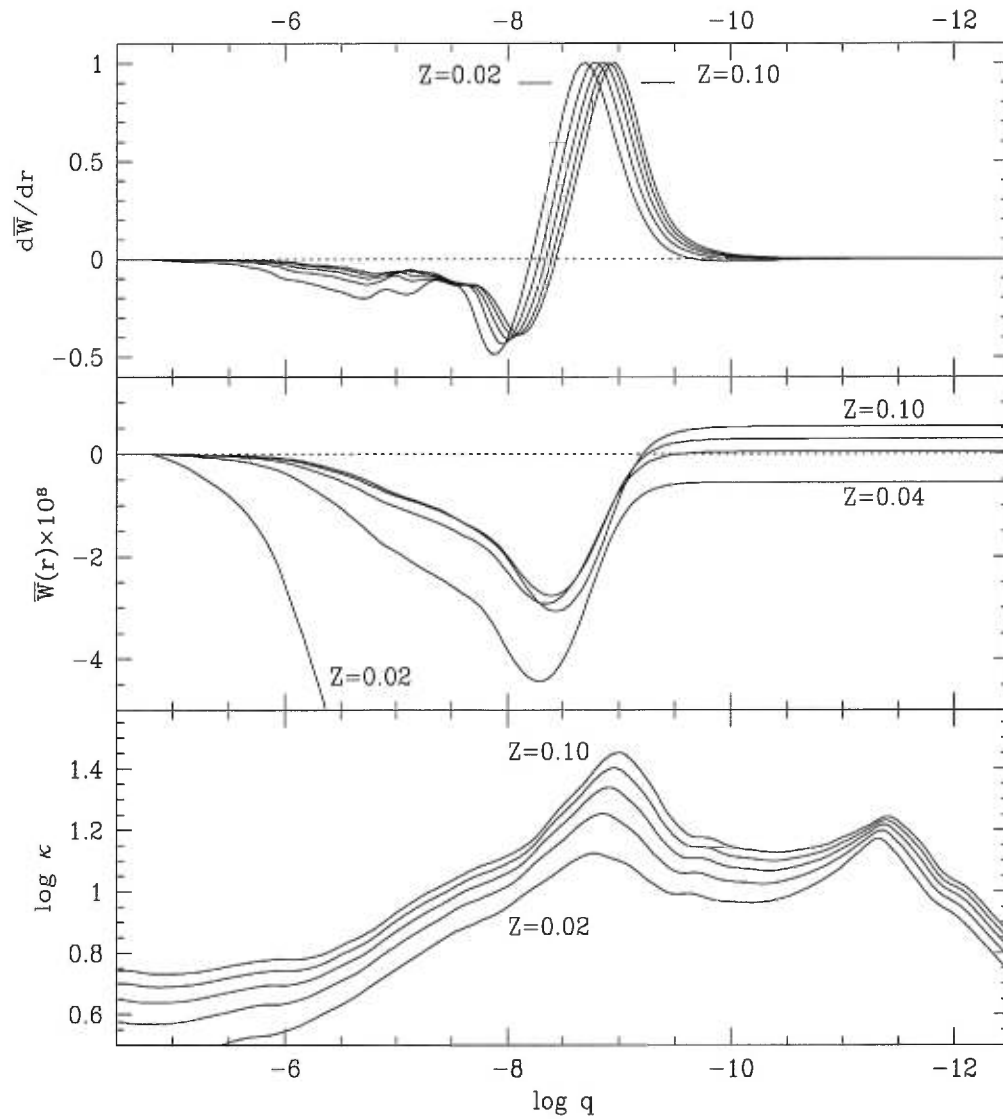


FIGURE 4.4. Panneau supérieur : Intégrants de l'intégrale de travail ( $d\bar{W}/dr$ ) du mode f (avec  $l = 2$ ) pour les modèles d'enveloppes avec  $\log T_{\text{eff}} = 4.42$ ,  $\log = 5.2$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4$  et, respectivement,  $Z = 0.02$ ,  $0.04$ ,  $0.06$ ,  $0.08$  et  $0.10$ . Panneau central : Profils de l'intégrale de travail ( $\bar{W}$ ) pour ce même mode issu des mêmes modèles. Panneau inférieur : Profils correspondants pour l'opacité moyenne de Rosseland ( $\log \kappa$ ).

fonctions  $d\bar{W}/dr$  données dans le panneau du haut. Elles montrent de manière plus quantitative la contribution respective de chacune des régions à la déstabilisation ou à la stabilisation globale du mode. Le mode présenté dans la figure est stable pour  $Z \lesssim 0.04$  car la baisse de  $\bar{W}(r)$  engendrée par la zone de stabilisation radiative est trop importante pour que la région d'excitation puisse ensuite amener cette quantité à rejoindre les valeurs positives. Pour  $Z \gtrsim 0.06$ , le mode devient instable et la baisse associée à la région stabilisatrice semble moins prononcée. Le mécanisme d'excitation est alors capable de surpasser l'effet de ces régions conduisant en bout de ligne à une valeur positive, synonyme d'instabilité, pour  $\bar{W}$ . Il est difficile d'établir si, lorsqu'on augmente la métallicité, les instabilités surgissent en raison d'une région d'excitation plus forte (dans l'absolu) ou bien parce que la zone de stabilisation devient moins active. La figure semble, curieusement et contre-intuitivement, suggérer la seconde solution.

Une dernière remarque sur cette figure concerne le petit déplacement, vers la surface de l'étoile, de la région d'excitation qui accompagne la hausse de métallicité dans les modèles. Le gradient de température plus important imposé par la plus grande opacité est probablement responsable du déplacement vers le haut de la zone d'ionisation des éléments lourds (pour des modèles possédant la même température effective). Cet effet, qui pourrait affaiblir le mécanisme d'excitation, demeure cependant de second ordre comparativement au gain relatif en efficacité que celui-ci reçoit par l'enrichissement de l'enveloppe en métaux.

#### 4.4 Une nouvelle classe d'étoiles pulsantes ?

Dans cette section, nous allons discuter des résultats obtenus relativement à la stabilité des modes d'oscillation dans les sdB. Il est important de faire un lien entre les expériences numériques menées jusqu'à présent, en particulier celles reliées à la métallicité dans les modèles, et les connaissances amassées au fil des années sur ces objets. Bien entendu, compte tenu du mécanisme à pied d'œuvre, les questions primordiales tournent principalement autour des possibilités dont disposent ces étoiles pour concen-



trer une quantité suffisante de métaux dans leur enveloppe riche en hydrogène afin d’engendrer des pulsations. La difficulté majeure émerge du constat qu’une métallicité solaire ( $Z \simeq 0.02$ ) ne suffit pas à déstabiliser ces étoiles et qu’il faut nécessairement faire appel à des abondances métalliques plus importantes ( $Z \gtrsim 0.04$ ) pour voir apparaître des modes excités. Est-il possible, dans la nature, de rencontrer des étoiles sous-naines de type B possédant un tel enrichissement en métaux ? Existe-t-il des solutions alternatives plausibles favorisant également le mécanisme d’excitation identifié et ainsi le développement de pulsations ? Autant de questions fondamentales dont les réponses conditionnent, dans un contexte où les étoiles sous-naines pulsantes n’ont pas encore été annoncées, les conclusions sur l’existence ou non d’oscillations dans ces étoiles et donc sur le potentiel que représente l’astéroséismologie pour ces objets.

#### 4.4.1 La métallicité des sdB

Pour tous les modèles utilisés, qu’ils soient évolutifs ou bien statiques, nous avons implicitement supposé que la distribution des métaux était uniforme dans l’enveloppe de l’étoile et que la métallicité reflète, en conséquence, la composition du milieu interstellaire environnant. Les modèles évolutifs ont été construits en supposant une métallicité solaire, appropriée pour des étoiles appartenant au disque de notre galaxie. Pour obtenir des instabilités dans les modèles, nous avons vu qu’il fallait accroître la valeur de cette métallicité d’au moins un facteur 2 ( $Z \gtrsim 0.04$ ). Est-il possible de trouver dans notre galaxie des régions à ce point enrichies en métaux ? Cela semble plutôt difficile d’autant que les sdB, objets évolués descendant d’étoiles peu massives de la séquence principale, appartiennent généralement à une vieille population.

Il existe cependant une alternative bien plus intéressante et prometteuse. L’idée se base sur un fait observationnel bien connu parmi les gens qui s’intéressent aux sdB et déjà brièvement mentionné au cours du Chapitre 2. Il s’avère, en effet, que toutes les sdB observées à ce jour présentent des anomalies d’abondance dans leur atmosphère (quelques références sont données à la section 2.2.3 du Chapitre 2). Celles-ci sont, comme nous l’avons déjà mentionné, communément attribuées à des mécanismes de

diffusion des éléments chimiques suite à la compétition entre le triage gravitationnel, dont la tendance est de faire couler les éléments plus lourds, et la lévitation radiative, dont la tendance est au contraire de les supporter par pression radiative. En l'absence d'autres mécanismes en compétition (vents stellaires faibles, accréation, turbulences), il est possible de montrer qu'un état d'équilibre entre ces deux phénomènes est atteint assez rapidement, avec des temps caractéristiques bien inférieurs au temps évolutif typique des sdB ( $10^8$  ans). Les calculs de forces radiatives sur les métaux présents dans l'enveloppe des sdB conduisent effectivement à la prédiction d'abondances de surface anormales et constituent un premier pas vers la compréhension de ces observations. D'un intérêt plus direct pour nous, ces calculs entraînent également, dans ces étoiles, à l'apparition de distributions d'abondances *non-uniformes*, avec des *sur-abondances* et des *sous-abondances* locales, qui dépendent de la structure atomique de chaque élément chimique. *Le point important dans le contexte des pulsations est de réaliser que pour déstabiliser les modes, il n'est pas nécessaire d'accroître la métallicité uniformément dans toute l'enveloppe et que la présence de sur-abondances locales en métaux situées au niveau de la région excitatrice doit théoriquement suffire.*

Un contributeur majeur à l'opacité du gaz, par son abondance et sa structure atomique, est le fer. Celui-ci est essentiellement responsable de la bosse secondaire observée dans l'opacité de Rosseland et associée à l'excitation des modes dans les sdB. Il est donc intéressant de regarder la distribution d'abondance non-uniforme prédite par la théorie de la lévitation radiative pour cet élément. Ces profils sont donnés dans la figure 4.5 pour 8 enveloppes avec  $\log g = 5.4$  et  $\log T_{\text{eff}} = 4.34$  jusqu'à 4.62 par pas de 0.04. Ils furent calculés par P. Chayer avec les mêmes outils décrits dans Chayer et al., 1995a dans un contexte de naines blanches (voir également la section 5.2 du Chapitre 5). L'équilibre est supposé entre la force radiative et la force de gravité sans autre processus en compétition et l'enveloppe est constituée d'hydrogène pur contaminé uniquement par des traces de fer. L'absence d'hélium dans la composition chimique est, de toute façon, pleinement justifiée pour les sdB puisque la plupart d'entre elles montrent des déficiences importantes en hélium dans leur atmosphère (c.f., section 2.2.3). De plus, d'après les calculs de diffusion, l'hélium n'est pas soutenu par la radiation et coule très

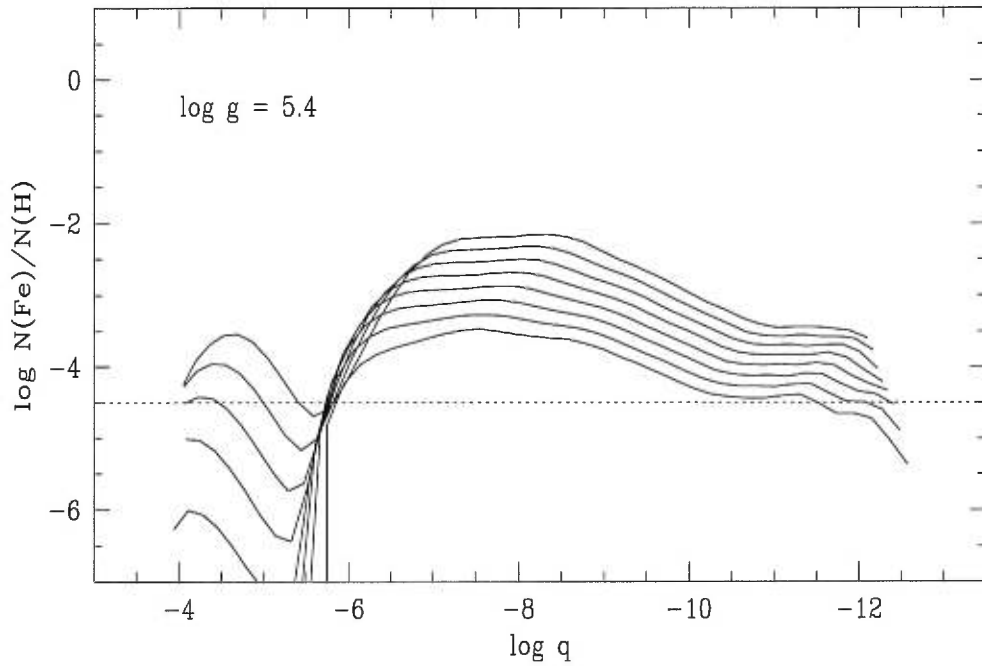


FIGURE 4.5. Profils d'abondance de fer calculés selon la théorie de la lévitation radiative à l'équilibre pour 8 modèles d'enveloppes de sdB constituées d'hydrogène pur (et de traces de fer) avec  $\log g = 5.4$  et, respectivement de bas en haut,  $\log T_{\text{eff}} = 4.34, 4.38, 4.42, 4.46, 4.50, 4.54, 4.58$  et  $4.62$ . La ligne pointillée indique la proportion de fer correspondant à une métallicité solaire ( $\log N(\text{Fe})/N(\text{H}) = -4.5$ ).

rapidement vers les couches profondes de l'étoile.

Nous observons, dans cette figure, un comportement typique en théorie de la lévitation radiative : lorsque la température augmente, le champ de radiation devient plus intense et, en conséquence, la quantité de fer supportée dans l'enveloppe devient plus grande. Pour les pulsations, les profils présentés sont d'une importance primordiale puisqu'ils montrent que les quantités de fer (en nombre d'atomes) atteignent localement, pour les modèles les plus chauds, des concentrations jusqu'à 100 fois plus élevées que celles rencontrées dans un mélange de composition solaire. On remarque de plus que les maxima des distributions se situent à proximité de la région de déstabilisation (grossièrement dans l'intervalle  $-8 \gtrsim \log q \gtrsim -10$ , dépendant de la température effective du modèle). Ceci renforce très fortement le potentiel pour exciter des modes de pulsation, d'autant que pour obtenir de telles sur-abondances locales, il n'est pas nécessaire de disposer au départ de grandes quantités de fer puisque le réservoir en lévitation dans l'enveloppe ne représente qu'une infime partie de la quantité totale de fer présent dans l'étoile. Du moment que cette dernière n'est pas complètement dépourvue de cet élément, les sur-abondances locales présentées dans la figure 4.5 vont s'établir.

#### 4.4.2 Prédictions théoriques

Les remarques précédentes nous autorisent à avancer plusieurs conclusions au sujet de la stabilité des modes de pulsations dans les étoiles sous-naines de type B. Nous avons identifié un mécanisme d'excitation qui devient effectif à hautes métallicités, déstabilisant certains modèles pour  $Z \gtrsim 0.04$ , soit deux fois la métallicité solaire. Ce mécanisme étant associé à une région d'ionisation partielle d'éléments lourds – principalement du fer – très localisée dans l'étoile, nous avons précisé que cette sur-abondance en métaux (par rapport aux quantités solaires) est uniquement nécessaire localement, dans la région où le mécanisme déstabilisateur opère. Nous avons vu que les phénomènes de diffusion, courants dans les sdB, sont en mesure d'instaurer des distributions d'abondances non-uniformes pour les divers éléments chimiques habituellement présents dans l'enveloppe de ces étoiles. En particulier, un réservoir de fer,

contributeur majeur à l'opacité du gaz et en grande partie responsable de la bosse secondaire d'ionisation partielle, s'établit en produisant d'importantes accumulations locales, notamment dans la région où se produit l'excitation des modes. Ces constatations suggèrent donc très fortement que *parmi les étoiles sous-naines de type B, certaines devraient être en mesure de développer des pulsations*. A l'époque (automne 95 et hiver 1996), alors que la découverte de la classe des sdB pulsantes n'était pas encore annoncée (voir section 4.4.3), cette conclusion constitua une *prediction théorique* en faveur de l'existence d'une telle catégorie d'objets pulsants et fut présentée en juin 1996 à l'occasion du 10ème Workshop Européen sur les Naines Blanches à Blanes, en Espagne (Charpinet et al., 1997c). Parallèlement, un article dans *Astrophysical Journal Letters* fut publié à ce sujet (Charpinet et al., 1996 ; voir l'Annexe 4.A).

Au delà de cette prédiction théorique suggérant l'existence d'une catégorie de sdB pulsantes, les calculs effectués dans ce chapitre apportent également quelques éléments quantitatifs en mesure d'être confrontés aux observations. Il faut néanmoins être conscient que dans le contexte du mécanisme proposé qui entre en œuvre – mécanisme dont l'efficacité est possible uniquement par accumulation locale, sous l'effet de phénomènes de diffusion (triage gravitationnel et lévitation radiative), dans la région déstabilisatrice, de quantités de fer plus importantes que les proportions habituellement rencontrées dans les étoiles de composition solaire – les modèles utilisés avec des sur-abondances métalliques globales et uniformes (obtenues avec des métallicités plus élevées que  $Z = 0.02$ ) font figure d'approximation grossière, disons d'ordre zéro, de la structure de ces étoiles lorsque les mécanismes diffusifs doivent être pris en compte (comme c'est dorénavant le cas pour étudier la stabilité des modes de pulsation). Les résultats quantitatifs obtenus à partir de ces structures, que l'on qualifiera de modèles de première génération, sont donc à prendre avec précaution tant leur représentativité est assujettie au degré de validité de l'approximation de métallicité uniforme utilisée pour simuler les sur-abondances locales. Les calculs effectués sur ces modèles indiquent que les instabilités surviennent dans les structures de faibles températures effectives et gravités de surface. La bande d'instabilité dispose d'un "blue edge" en température et d'une limite supérieure en gravité qui dépendent tous deux de la métallicité dans l'enve-

loppe des modèles. La région instable la plus vaste est obtenue avec  $Z=0.10$  et couvre les étoiles pour lesquelles  $T_{\text{eff}} \lesssim 29000$  K et  $\log g \lesssim 5.7$ ; à plus faibles métallicités, ces valeurs limites tendent à diminuer. Les modes instables prédits par ces calculs sont à la fois des pulsations radiales et non-radiales comprenant des modes p, f et g de faible ordre radial. Les périodes excitées attendues dépendent bien entendu des paramètres atmosphériques des modèles mais se distribuent, pour la structure présentée dans le tableau 4.3, dans une fenêtre de 400 à 1100 secondes environ.

#### 4.4.3 Confrontation avec les observations

Indépendamment et parallèlement à cette étude de stabilité, un groupe d'astronomes de l'Observatoire Astronomique d'Afrique du Sud (SAAO) annonçait, également à l'occasion du 10ème Workshop Européen sur les Naines Blanches, et donc en même temps que la présentation de nos prédictions théoriques, la découverte d'une nouvelle classe d'objets pulsants parmi les étoiles sous-naines de type B (O'Donoghue et al., 1997a). Cette découverte accidentelle, fruit d'une méprise dans la procédure de classification des objets répertoriés dans le catalogue Edimburgh-Cape Town ("EC Survey"; voir Kilkeny et al., 1997), a sonné pour nous comme la confirmation des prédictions avancées suite à la reconnaissance, par les calculs théoriques, du mécanisme de déstabilisation lié à la métallicité. En Espagne, quatre objets appartenant à cette nouvelle classe de pulsateurs, à laquelle le prototype EC14026–2647 a maintenant donné son nom, furent rendus publiques. Depuis, 12 sdB pulsantes avec leurs paramètres de surface et leurs périodes d'oscillation ont fait – ou feront prochainement – l'objet de publications. Aussi, les prédictions quantitatives issues des calculs de pulsation effectués sur les modèles de première génération ont-elles pu, très rapidement, être confrontées aux récentes données observationnelles.

Les propriétés physiques ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ , les périodes d'oscillations  $P$  exprimées en secondes, le nombre de modes détectés et leurs amplitudes  $\Delta m$  en milli-magnitudes) des 12 sdB pulsantes répertoriées sont résumées dans le tableau 4.6 (les références aux articles correspondants sont également indiquées). La comparaison des paramètres

TABLEAU 4.6. Liste des 12 sdB pulsantes découvertes et rendues publiques à ce jour (août 1998). Les différents paramètres qui les caractérisent (température effective  $T_{\text{eff}}$ , gravité de surface  $\log g$ , périodes détectées  $P$ , nombre de modes répertoriés  $N_{\text{obs}}$  et amplitudes des oscillations  $\Delta m$ ) sont donnés ainsi que les références correspondantes.

Nom	$T_{\text{eff}}$ (K)	$\log g$	$N_{\text{obs}}$	$P$ (s)	$\Delta m$ (mmag)	Référence
PB 8783	35,700	5.54	5	120–134	1–9	Koen et al., 1997
...	...	...	11	94–136	...	O'Donoghue et al., 1998b
EC 20117–4014	34,800	5.87	3	137–159	1–4	O'Donoghue et al., 1997b
EC 14026–2647	34,700	6.10	2	134–144	4–12	Kilkenny et al., 1997
PG 1047+003	34,370	5.70	13	104–162	2–9	Billères et al., 1997
...	35,000	5.90	9	...	...	O'Donoghue et al., 1998a
EC 10228–0905	33,500	6.00	3	139–152	4–14	Stobie et al., 1997
PG 1336–018	33,000	5.70	2	141–184	5–10	Kilkenny et al., 1998
KPD 2109+4401	31,200	5.84	5	182–198	2–9	Billères et al., 1998
PG 1605+072	30,000	5.20	50	206–601	1–24	en préparation
...	32,100	5.25	35	207–539	2–64	Koen et al., 1998a
Feige 48	28,900	5.45	4	340–380	1–7	Koen et al., 1998b
PG1219+534	32,800	5.76	4	128–149	2–9	Koen et al., 1999
PG0911+456	31,900	5.80	3	155–166	2–7	Koen et al., 1999
PG0014+067	33,310	5.79	13	80–169	0.4–2.5	en préparation

connus pour ces objets avec les prédictions théoriques de la section 4.4.2 n'apparaît, de toute évidence, pas très enthousiasmante. Les instabilités prévues par le calcul se trouvent dans les modèles à faibles températures effectives et gravités de surface alors que l'ensemble, ou presque, des objets observés disposent de températures élevées ( $T_{\text{eff}} \sim 34000$  K) et de gravités importantes ( $\log g \sim 5.8$ ). De plus, de manière peu surprenante en raison des différences de gravité, les périodes prévues apparaissent trop longues par rapport à celles observées ; ces dernières étant au demeurant, en raison des paramètres stellaires correspondant à ces objets, identifiées à des modes acoustiques radiaux et non radiaux de faible ordre radial (voir Stobie et al., 1997, le Chapitre 3 et également le Chapitre 5).

L'apparente incohérence entre les valeurs observées et les prédictions théoriques est également illustrée, de manière plus visuelle, par la figure 4.6. Elle représente un plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  dans lequel sont disposées toutes les étoiles sous-naines de type B scrutées à ce jour pour rechercher d'éventuelles variations de luminosité. La plupart (ici, 63 étoiles issues de l'échantillon de Montréal), représentées par de petits cercles pleins, sont stables. Par ailleurs, les 12 objets pulsants mentionnés dans le tableau 4.6 sont indiqués par les points cerclés numérotés (à chaque numéro est associé le nom, également fourni dans la figure, correspondant à l'une de ces sdB pulsantes). Le rectangle délimité en haut à droite par les lignes pointillées représente la portion du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  où les modèles instables sont confinés. Cette région tend à rétrécir vers de plus faibles gravités de surface et températures effectives lorsque la métallicité diminue dans l'enveloppe des modèles pour finalement disparaître à  $Z \lesssim 0.04$ .

Cette représentation montre très clairement que la correspondance entre les prédictions théoriques et les données observationnelles est mauvaise. Cependant, contrairement aux apparences, la situation n'est pas dramatique pour l'ensemble des conclusions énoncées auparavant à l'aide de la théorie, concernant en particulier l'existence même du mécanisme d'excitation identifié dans les modèles. Les structures de première génération calculées à métallicité *uniforme* sont, comme nous l'avons déjà mentionné, une représentation grossière des effets engendrés par l'accumulation d'éléments lourds, en



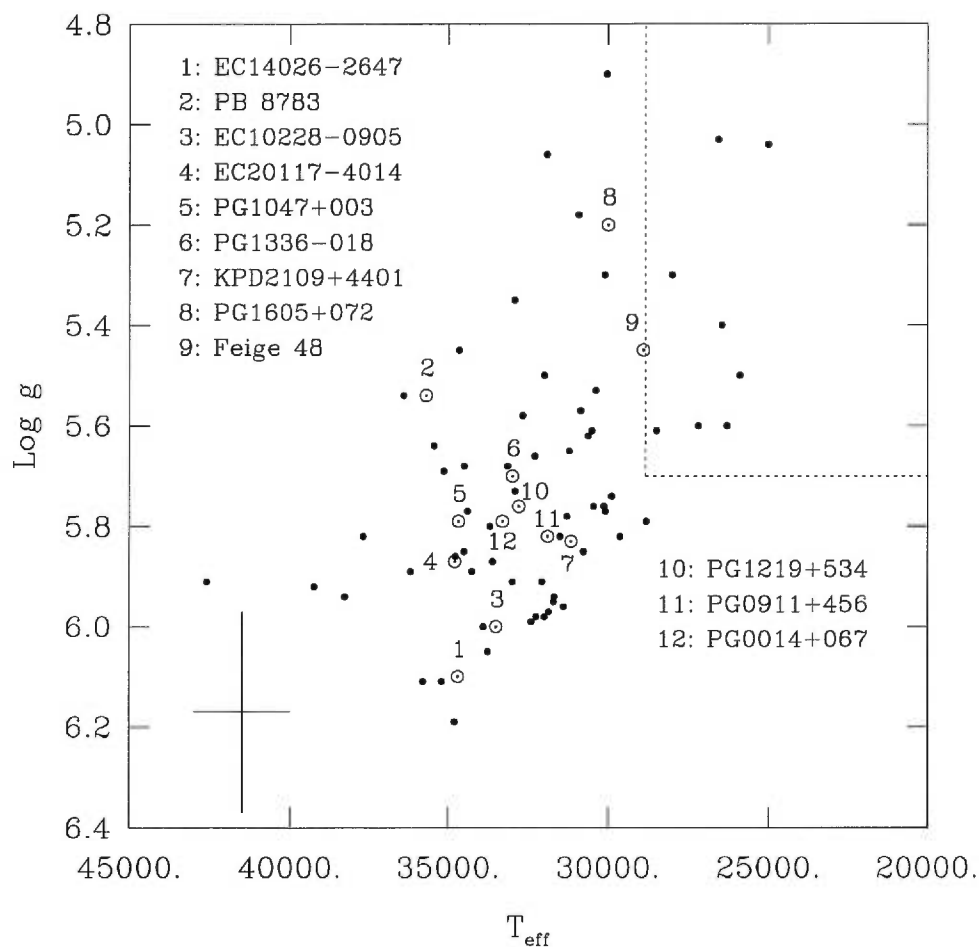


FIGURE 4.6. Echantillon, dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , d'étoiles sous-naines de type B observées jusqu'à présent (août 1998) par photométrie rapide. Les petits cercles pleins représentent les 63 objets stables identifiés dans l'échantillon de Montréal, alors que les points cerclés numérotés montrent les positions des 12 sdB pulsantes répertoriées dans le tableau 4.6. La croix en bas à gauche donne une estimation typique de l'incertitude sur la température effective et la gravité de surface déterminées par spectrométrie et modélisation d'atmosphère. Le rectangle dans le coin supérieur droit délimité par les lignes pointillées indique schématiquement la région où se trouvent les modèles instables, d'après la grille avec  $Z=0.10$ .

particulier le fer, dans la région de déstabilisation des modes puisque les profils d'abondance des éléments chimiques engendrés par les processus de diffusion sont clairement *non-uniformes*. La confrontation avec les observation des résultats théoriques obtenus à partir de ces modèles ne disqualifie donc pas le mécanisme d'excitation invoqué. Elle montre cependant très clairement que cette approche grossière, si elle a permis de prédire l'existence de sdB pulsantes, n'est pas en mesure, et c'était prévisible, de reproduire dans le détail, avec une précision acceptable, les propriétés observées qui caractérisent cette nouvelle classe d'étoiles variables.

#### 4.5 Perspectives

Dans ce chapitre, nous avons axé nos efforts sur l'évaluation, à partir des outils de la théorie non-adiabatique des pulsations stellaires appliqués à nos modèles évolutifs et statiques, du potentiel que peuvent avoir certains modes à devenir instables dans les étoiles sous-naines de type B. La tentative fut fructueuse dans la mesure où un processus efficace de déstabilisation des modes, un mécanisme  $\kappa$  lié à l'ionisation partielle d'éléments métalliques (en particulier le fer), a pu être identifié dans les modèles. Celui-ci n'est cependant capable de déstabiliser des modes qu'à hautes métallicités ( $Z \gtrsim 0.04$ ; soit au moins deux fois la métallicité solaire). Néanmoins, en raison des phénomènes de diffusion des éléments chimiques qui se manifestent dans ces étoiles, nous avons constaté, suite à plusieurs calculs préliminaires de profils d'abondances obtenus à l'équilibre diffusif, la constitution d'un important réservoir de fer dans l'enveloppe des modèles. Ainsi, la concentration de cet élément peut atteindre, localement, plusieurs dizaines de fois la proportion solaire, notamment dans la région d'excitation des modes par le mécanisme d'opacité identifié. Une situation qui suggère donc très fortement que certaines sdB peuvent devenir instables sous l'effet couplé de la diffusion des éléments lourds et du mécanisme  $\kappa$ . Les premiers résultats issus de l'observation vont dans le sens de cette prédiction. Toutefois, la comparaison quantitative entre les données obtenues et les résultats des calculs révèle une apparente incohérence. Loin de disqualifier le mécanisme invoqué, celle-ci semble plutôt souligner les limites

des modèles d'étoiles sous-naines utilisés jusqu'à présent où, pour simuler les profils non-uniformes des abondances d'éléments lourds occasionnant des accumulations locales supra-solaires, la métallicité a été accrue uniformément dans toute l'enveloppe des modèles (structures de première génération).

Les limites rencontrées avec cette approximation "grossière" montrent que ces modèles de première génération ne permettent pas de confirmer sans équivoque, c'est-à-dire en prédisant quantitativement plusieurs des principales caractéristiques observées pour les sdB pulsantes, l'implication du mécanisme d'opacité suggéré. Ainsi, même si les présomptions penchent très fortement en sa faveur de celui-ci pour engendrer des pulsations dans les sdB, l'absence de concordance suffisante entre observations et calculs est en mesure de susciter, avec raison, le doute quant à sa réelle effectivité. Aussi, pour palier à ce problème, la perspective future sera certainement de gravir une marche supplémentaire dans le réalisme de la représentation des modèles d'étoiles sous-naines en tenant compte plus rigoureusement des effets de diffusion des éléments lourds. Aux structures de première génération, l'ordre zéro en terme du traitement des surabondances d'éléments chimiques (profils *uniformes* pour la métallicité), nous devons donc substituer des modèles de deuxième génération, construits à partir de distributions *non-uniformes* de métaux (en particulier de fer) imposées par les processus diffusifs. Cette prochaine étape sera l'objet des discussions dans le Chapitre suivant.

## CHAPITRE 5

### Nouvelle Etude de Stabilité Modèles de Seconde Génération

#### 5.1 Introduction

Le mécanisme d'excitation des modes de pulsation dans les sdB, découvert durant l'étude de stabilité présentée au chapitre précédent, devient fonctionnel lorsque la concentration d'éléments lourds dans l'enveloppe riche en hydrogène de l'étoile atteint des proportions extra-solaires. Bien que de telles quantités de métaux soient difficilement justifiables dans un contexte d'enrichissement global du matériel composant l'étoile, il s'avère que des accumulations locales d'éléments lourds sont, en raison des processus de diffusion à l'œuvre dans les sdB, fortement suspectées dans les régions où le mécanisme déstabilisateur opère. Dans ce contexte, les structures de première génération, calculées à métallicité élevée mais uniforme, sont davantage assimilables à une tentative grossière de modélisation des effets, notamment sur l'opacité, de l'enrichissement local en métaux du gaz constituant l'enveloppe de ces objets. Au delà de la prédiction théorique affirmant l'existence d'une classe d'étoiles sous-naines de type B pulsantes, cette approximation s'est révélée, sans grande surprise *a posteriori*, d'une piètre capacité à reproduire quantitativement les récentes données issues de l'observation. Aussi, convaincus que le mécanisme de déstabilisation identifié n'est pas remis en cause par ces incohérences, mais conscients que des arguments quantitatifs plus solides sont nécessaires pour conforter les présomptions quant à son rôle dans l'excitation des modes de pulsation, une seconde étude de stabilité portant sur des structures nouvelles, incluant de façon plus réaliste les effets de la diffusion des éléments lourds, nous est

apparue nécessaire. Ce Chapitre relate donc les différentes étapes de cette entreprise ainsi que les principaux résultats qui en découlent.

Afin de tenir compte des effets de diffusion des éléments chimiques dans les modèles, nous sommes contraints de faire appel aux résultats issus de la théorie de l'équilibre entre lévitation radiative et triage gravitationnel, celle-ci permettant d'évaluer quantitativement les profils d'abondance non-uniformes des divers éléments atomiques composant le gaz. Par souci de complétude, quelques aspects importants qui caractérisent cette théorie seront donc abordés dans la section 5.2.

La section 5.3 sera consacrée aux détails de la construction des modèles de seconde génération dans lesquels sont inclus les profils d'abondance non-uniformes générés par les processus de diffusion. Une comparaison structurelle avec les modèles à métallicité uniforme sera également proposée afin de cerner les différences majeures qui peuvent apparaître entre ces deux types de structures.

La stabilité d'un modèle de référence, aux paramètres de surface typiques de la majorité des sdB pulsantes maintenant connues, calculé selon les préceptes de la section précédente, fera alors l'objet de toute notre attention (section 5.4). Les résultats obtenus constitueront très certainement une étape fondamentale pour la poursuite de cette étude théorique dans la voie qui s'est naturellement dessinée jusqu'à présent.

A l'aide d'une grille de modèles de seconde génération couvrant la totalité de la région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  occupée par les sdB, nous serons alors en mesure de proposer plusieurs prédictions additionnelles concernant les propriétés globales de cette classe d'objets pulsants (section 5.5). Celles-ci pourront être comparées avec les récentes données observationnelles recueillies pour 12 objets disponibles dans le domaine public. Les succès, mais aussi les limites, des modèles de seconde génération seront alors discutés. Ils laisseront entrevoir les diverses directions vers lesquelles il sera possible de s'orienter pour les investigations futures.

Dans la section 5.6, nous aborderons le sujet qui, à terme, occupera la plupart

des astronomes impliqués dans l'étude des sdB pulsantes : l'utilisation des périodes de pulsation observées pour sonder, à l'aide de l'astéroséismologie, la structure de ces étoiles. Cette section ne constituera qu'un prélude visant principalement à souligner le potentiel de cette technique dans le contexte des étoiles sous-naines de type B. Nous chercherons aussi à cerner, à la lumière des résultats accumulés tout au long des chapitres antérieurs, les contraintes et les limites qui surgiront face aux astronomes impliqués dans cette recherche.

Finalement, un cours résumé des principaux résultats amassés tout au long de ce Chapitre et des perspectives à venir ouvertes par cette étude des modèles de seconde génération sera dispensé dans la section 5.7.

## 5.2 Diffusion des éléments lourds

Lorsqu'un gaz suffisamment et durablement stable, c'est-à-dire non sujet aux mouvements turbulents ou convectifs de grande ampleur, est constitué d'une mixture d'éléments chimiques variés, des processus diffusifs peuvent, dans certaines circonstances, s'établir et s'amplifier. Sous l'action de forces sélectives, par exemple la gravitation ou encore la pression radiative, certains éléments vont alors migrer à travers le gaz conduisant, à terme, sinon à une séparation complète des diverses composantes chimiques, du moins à une distribution non-uniforme des constituants du gaz. Ainsi, la force de gravité, qui possède une influence prépondérante sur le gaz composant les étoiles, affecte différemment les diverses espèces chimiques en présence. Les éléments les plus lourds seront amenés à sombrer vers l'intérieur de l'astre alors que les plus légers, subissant la poussée d'Archimède, auront davantage tendance à flotter et s'élever vers la surface de l'étoile. Ce processus, auquel il est souvent fait référence sous le nom de triage gravitationnel, doit normalement, en l'absence d'autres mécanismes en compétition, après un certain laps de temps qui dépend de la mobilité de chaque espèce chimique, conduire à une séparation complète entre les diverses composantes du gaz. Il existe toutefois des processus capables d'empêcher cette lente ségrégation du matériel stellaire parmi

lesquels le transport convectif qui, par son brassage continu à travers plusieurs couches de l'étoile, peut contrer ou ralentir efficacement la chute des éléments lourds ; ou encore les forces radiatives qui s'opposent généralement à la force de gravité. Ces dernières présentent un intérêt particulier puisqu'à travers les mécanismes de photo-absorption, elles agissent sélectivement sur les éléments chimiques autorisant, pour chacun d'eux, une certaine quantité à léviter dans les hautes couches de l'étoile (dans l'enveloppe et l'atmosphère). Ce phénomène est généralement évoqué sous le nom de lévitation radiative et son implication dans la formation des anomalies d'abondance parfois observées dans l'atmosphère de certaines étoiles (en particulier dans celle des sdB ; voir la section 2.2.3 du Chapitre 2 et les références qui y sont proposées) est maintenant reconnue.

Dans le contexte particulier qui nous concerne, à savoir les possibilités de formation d'un important réservoir de fer dans l'enveloppe des étoiles sous-naines de type B, la lévitation radiative, et sa capacité à lutter contre l'effet de séparation engendré par la force de gravité, occupe la position centrale parmi l'ensemble des mécanismes qui peuvent engendrer le transport d'espèces chimiques par diffusion. Pour cette raison, un soin particulier fut apporté à l'évaluation des accélérations radiatives agissant sur les constituants du gaz.

### 5.2.1 Hypothèses de calcul

L'approche adoptée pour évaluer les profils d'abondance non-uniformes est présentée en détails dans Chayer et al., 1995a. Elle fut appliquée, à l'époque, dans le contexte des naines blanches mais la méthode s'adapte néanmoins sans difficulté au cas des étoiles sous-naines de type B (Chayer, 1996 ; communication privée). En raison de la lourdeur du traitement de la diffusion dû, en particulier, à la prise en compte des forces radiatives, le calcul repose sur plusieurs hypothèses simplificatrices qu'il convient de préciser avant de présenter la formulation du problème et les résultats qui en découlent.

En premier lieu, la situation est idéalisée en considérant la diffusion entre deux constituants du gaz uniquement : l'un est présent sous forme de traces (c'est-à-dire

en très petites quantités) et baigne dans un plasma presque pur constitué de l'autre élément chimique. Pour les modèles de sdB qui nous intéressent, l'enveloppe est donc composée d'hydrogène pur contaminée seulement par des traces de fer. Si l'hypothèse d'une enveloppe d'hydrogène pur semble assez justifiée (l'hélium, constituant généralement la seconde espèce chimique majoritaire présente dans les étoiles, parce qu'il n'est pas supporté en grandes quantités par le champ de radiation, est suspecté d'être fortement sous-abondant dans l'enveloppe des sdB), en revanche, des éléments lourds autres que le fer polluent certainement le gaz. Néanmoins, leur présence sous forme de trace permet, en première approximation, d'en ignorer les effets sur la diffusion du fer. L'influence des éléments traces sur l'équilibre hydrostatique n'est également pas prise en compte dans l'évaluation des profils d'abondance, permettant de découpler le problème de la construction des structures d'enveloppes de celui du calcul de diffusion. Si la contribution des éléments traces à la pression totale du gaz est sans aucun doute très faible, justifiant sa négligence, il n'en est pas toujours de même de leur contribution à l'opacité moyenne de Rosseland. En particulier, le fer influence significativement, même lorsqu'il est uniquement présent sous forme de traces, l'opacité du gaz et donc la structure thermique de l'enveloppe. Cependant, pour l'évaluation des profils d'abondance seulement (voir la section 5.3), cette contribution sera ignorée et le fer sera considéré, en approximation, comme un élément trace à part entière (c'est-à-dire aussi bien pour l'équation d'état que pour l'opacité moyenne du gaz).

En second lieu, les calculs s'appuient sur des approximations valides uniquement à l'équilibre thermodynamique local (ETL) et à grandes profondeurs optiques. Cette approche est totalement justifiée dans la mesure où seul nous intéresse l'établissement d'un réservoir dans les couches profondes de l'enveloppe, bien en dessous de la photosphère, où ces deux conditions sont très bien satisfaites. De plus, les quantités de fer supportées dans l'atmosphère de l'étoile ne nous sont pas particulièrement utiles dans le contexte des pulsations. Ces approximations ont également le mérite de simplifier radicalement le traitement de la lévitation radiative des éléments atomiques lourds.

Enfin, les profils d'abondance sont calculés en supposant l'équilibre entre les pro-



cessus de lévitation radiative et de triage gravitationnel. Toute information temporelle relative à la mise en place des réservoirs est donc occultée par cette approche (celle-ci est statique et non dynamique, d'où l'épithète souvent utilisé de "théorie à l'équilibre"). Toutefois, dans l'enveloppe des sdB, les temps typiques de diffusion ( $\sim 10^4 - 10^5$  années) sont généralement significativement plus courts que le temps caractéristique associé à cette phase évolutive ( $\sim 10^8$  ans ; Michaud et al., 1985 ou Fontaine & Chayer, 1998 pour une revue sur la diffusion de l'hélium dans ces étoiles). La distribution d'abondance prédite par la théorie à l'équilibre est donc très rapidement atteinte. Dès lors, à partir du moment où un élément chimique est présent dans le gaz de l'enveloppe, l'utilisation de la théorie à l'équilibre devient parfaitement appropriée pour calculer les profils d'abondance résultant des processus de diffusion.

### 5.2.2 Formulation du problème

Dans un plasma d'hydrogène pur complètement ionisé, comme c'est le cas dans l'enveloppe des étoiles sous-naines de type B, la vitesse de diffusion d'un élément ionisé de charge  $Z$  et de masse atomique  $A$  est donnée par la relation (voir par exemple, Bergeron et al., 1988)

$$v_D = D_{12} \left[ -\frac{\partial \ln c}{\partial r} - \left( A - \frac{Z}{2} - \frac{1}{2} \right) \frac{m_p g}{kT} + \frac{A m_p g_{\text{rad}}}{kT} \right], \quad (5.1)$$

où  $c$  est la concentration du ion en question,  $m_p$  est la masse du proton,  $D_{12}$  représente le coefficient de diffusion atomique de l'élément dans l'hydrogène pur ionisé,  $g$  est l'accélération gravitationnelle locale et  $g_{\text{rad}}$  est l'accélération radiative appliquée sur cet élément. Dans cette approche, la diffusion thermique est généralement négligée puisque ses effets sont généralement relativement faibles dans l'enveloppe des étoiles (Paquette et al., 1986b).

L'équilibre diffusif est atteint lorsque, en chaque point de l'enveloppe, la vitesse de diffusion  $v_D$  tend vers une valeur nulle. Le profil d'abondance à l'équilibre peut alors être évalué directement à partir de l'équation (5.1). Il est d'usage, en bonne approximation

et par souci de simplicité, de négliger le gradient de concentration qui, *a posteriori*, se révèle de toute façon relativement insignifiant comparativement aux deux autres termes dans l'équation (5.1). Ainsi, le profil d'abondance est simplement obtenu en imposant à la somme des deux derniers termes d'être égale à zéro. La condition d'équilibre s'écrit alors sous la forme

$$g_{\text{rad}} = \left(1 - \frac{Z}{2A} - \frac{1}{2A}\right) g \quad . \quad (5.2)$$

En pratique, la formulation du problème est sensiblement plus complexe en raison des différents états d'ionisation, chacun possédant sa propre mobilité (i.e, son propre coefficient de diffusion), dans lesquels peuvent se retrouver une fraction des éléments chimiques diffusés. Pour tenir compte de ce couplage diffusion-ionisation, Montmerle & Michaud, 1976 ont introduit une formulation en terme de quantités moyennes pondérées par l'état d'occupation et la mobilité des différents états d'ionisation accessibles à l'espèce chimique concernée. La relation (5.2) se réécrit, dans ce contexte, sous la forme

$$\bar{g}_{\text{rad}} = \left(1 - \frac{\bar{Z}}{2A} - \frac{1}{2A}\right) g \quad . \quad (5.3)$$

Dans le terme de droite, la charge  $Z$  du ion diffusé a été remplacée par une charge moyenne pondérée par le nombre d'occupation des différents états d'ionisation. Ainsi, si l'indice  $i$  indique le  $i$ -ème état d'ionisation (de charge  $Z_i$  et de densité numérique  $N_i$ ),

$$\bar{Z} = \sum_i \frac{N_i}{N_{\text{tot}}} Z_i \quad \text{avec} \quad N_{\text{tot}} = \sum_i N_i \quad . \quad (5.4)$$

L'expression de droite au complet correspond alors, dans l'équation (5.3), à la gravité effective moyenne ressentie localement par l'élément de masse atomique  $A$  en tenant compte de toutes les variantes ioniques présentes, à cet endroit, dans le plasma. Le terme de gauche contient en revanche la contribution moyenne de l'accélération radiative subie localement par ce même élément. Cette quantité est plus difficile à déterminer puisqu'elle doit intégrer les différentes mobilités associées à chaque ion ainsi que les effets d'ionisation pouvant intervenir, généralement par collision avec les électrons du plasma, suite à une première photo-absorption. L'expression utilisée dans Chayer et al., 1995a est dérivée de Montmerle & Michaud, 1976 et peut s'écrire sous la forme

$$\bar{g}_{\text{rad}} = \sum_i g_{\text{rad}}^i \frac{N_i}{N_{\text{tot}}} \frac{1}{\bar{D}} \left[ D_i \left( \frac{\beta_{\text{col},i}}{\beta_{\text{ion},i} + \beta_{\text{col},i}} \right) + D_{i+1} \left( \frac{\beta_{\text{ion},i}}{\beta_{\text{ion},i} + \beta_{\text{col},i}} \right) \right] \quad , \quad (5.5)$$

où  $g_{\text{rad}}^i$  représente l'accélération radiative transmise à un atome dans un état d'ionisation  $i$  alors que  $D_i$ ,  $D_{i+1}$ , et  $\bar{D}$  sont respectivement les coefficients de diffusion de l'état d'ionisation  $i$ , de l'état d'ionisation  $i + 1$  et le coefficient de diffusion moyen, ce dernier étant donné par la relation

$$\bar{D} = \sum_i \frac{N_i}{N_{\text{tot}}} D_i \quad (5.6)$$

Les coefficients de diffusion sont évalués à partir des formules proposées par Paquette et al., 1986a. Dans l'équation (5.5), le premier (second) terme entre parenthèses correspond à la probabilité pour que la quantité de mouvement reçue après une photo-absorption soit utilisé dans l'état d'ionisation  $i$  ( $i + 1$ ). Les coefficients  $\beta_{\text{col},i}$  et  $\beta_{\text{ion},i}$  sont donc respectivement les taux de collision et d'ionisation associés à l'ion de type  $i$ . Pour les collisions dans un plasma d'hydrogène pur complètement ionisé, la première quantité s'écrit

$$\beta_{\text{col},i} = \frac{N_0 kT}{AD_i} \quad (5.7)$$

Le taux d'ionisation est, quant à lui, plus difficile à évaluer. Dans le contexte qui nous intéresse, l'expression suggérée par Michaud et al., 1976 a été adoptée :

$$\beta_{\text{ion},i} = 0.3T^2 \frac{\chi_i}{kT} \exp\left(-\frac{\chi_i}{kT}\right) \quad , \quad (5.8)$$

où  $\chi_i$  représente le potentiel d'ionisation pour les ions de type  $i$ . Cette expression estime grossièrement le taux d'ionisation radiative depuis l'état fondamental à partir de sections efficaces de photo-ionisation hydrogéniques dans l'approximation des photons énergétiques.

Pour évaluer l'abondance supportée par le champ de photons, le calcul des accélérations radiatives constitue la partie la plus lourde à gérer. Il faut essentiellement tenir compte des principales transitions atomiques qui peuvent contribuer significativement,

pour chaque état d'ionisation, à cette quantité. Pour des éléments chimiques disposant, comme le fer, d'un grand nombre d'électrons, la quantité de transitions accessibles devient très vite astronomique, nécessitant d'importantes ressources informatiques pour des calculs souvent très longs. La physique de base qui se cache derrière l'évaluation de accélérations radiatives est relativement simple (c.f., Gonzalez et al., 1995 et Chayer et al., 1995a). Un photon appartenant au champ de radiation transmet généralement son impulsion à un atome du gaz lorsqu'il est absorbé. Dans un intervalle de fréquence  $d\nu$ , à travers une surface  $dS$  et durant un temps  $dt$ , l'impulsion nette transportée par un champ de radiation de flux  $\mathcal{F}_\nu$  est donnée, en partant de la fameuse relation  $E_\nu = p_\nu c$  applicable aux photons, par l'équation

$$dp_\nu d\nu = \frac{\mathcal{F}_\nu}{c} dS dt d\nu \quad (5.9)$$

La force radiative poussant, dans l'intervalle  $d\nu$ , un élément de masse atomique  $A$ , se trouvant dans un état d'ionisation  $i$ , à travers la transition électronique  $j \rightarrow k$  de section efficace  $\sigma_i^{jk}(\nu)$ , est donc obtenue par la relation

$$F_\nu^{i,jk} d\nu \equiv \frac{dp_\nu}{dt} d\nu = \frac{\mathcal{F}_\nu dS}{c} d\nu = \sigma_i^{jk}(\nu) \frac{\mathcal{F}_\nu}{c} d\nu \quad (5.10)$$

Si  $N_A^{ij}$  représente la densité numérique d'éléments A dans l'état d'ionisation  $i$  et d'excitation  $j$ , la force radiative totale appliquée sera alors  $F_\nu^{i,jk}(\text{tot}) = N_A^{ij} F_\nu^{i,jk}$ . Pour obtenir l'accélération correspondante, il suffit de diviser  $F_\nu^{i,jk}(\text{tot})$  par la densité massique  $X(A_i^j)\rho$  des ions  $i$  peuplant l'état d'excitation  $j$  qui sont présents dans le plasma. L'accélération radiative agissant, dans l'intervalle  $d\nu$ , sur les ions  $i$  à travers la transition  $j \rightarrow k$  s'écrit alors

$$g_\nu^{i,jk} d\nu = \frac{F_\nu^{i,jk}(\text{tot})}{X(A_i^j)\rho} d\nu = \frac{N_A^{ij}}{\rho} \sigma_i^{jk}(\nu) \frac{\mathcal{F}_\nu}{X(A_i^j)c} d\nu \quad (5.11)$$

En utilisant, de plus, la définition de l'opacité monochromatique  $\kappa_i^{jk} \equiv N_A^{ij} \sigma_i^{jk} / \rho$ , on obtient

$$g_\nu^{i,jk} d\nu = \kappa_i^{jk}(\nu) \frac{\mathcal{F}_\nu}{X(A_i^j)c} d\nu \quad (5.12)$$

L'accélération radiative totale appliquée sur l'élément  $A$  dans son  $i$ -ème état d'ionisation s'obtient en intégrant sur toutes les fréquences et en sommant les diverses transitions électroniques accessibles. On retrouve alors, en utilisant la définition du flux d'Eddington ( $\mathcal{H}_\nu = \mathcal{F}_\nu/4\pi$ ), l'équation (1) de Chayer et al., 1995a exprimant la quantité  $g_{\text{rad}}^i$  intervenant dans l'équation (5.5) :

$$g_{\text{rad}}^i = \frac{1}{X(A_i)c} \sum_j \sum_{k>j} \int_0^\infty \kappa_i^{jk}(\nu) \mathcal{F}_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c} \frac{1}{X(A_i)} \sum_j \sum_{k>j} \int_0^\infty \kappa_i^{jk}(\nu) \mathcal{H}_\nu d\nu \quad . \quad (5.13)$$

Dans l'approximation ETL, utilisée pour ces calculs, l'opacité monochromatique due aux transitions électroniques entre états liés peut s'écrire sous la forme

$$\kappa_i^{jk}(\nu) = \frac{N_A^{ij}}{\rho} \frac{\pi e^2}{m_e c} f_i^{jk} \phi_i^{jk}(\nu) \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right) \quad , \quad (5.14)$$

où  $e$ ,  $m_e$ ,  $f_i^{jk}$  et  $\phi_i^{jk}$  représentent respectivement la charge de l'électron, la masse de l'électron, la force d'oscillateur de la transition  $j \rightarrow k$  et le profil normalisé de la raie d'absorption correspondant à cette transition. Le facteur contenant le terme exponentiel apporte la correction à l'opacité occasionnée par les phénomènes d'émission induite. En toute rigueur, les transitions électroniques entre états liés et états libres (photo-ionisation directe) devraient également être prises en compte dans l'évaluation des forces radiatives. Toutefois, d'après Michaud et al., 1976, ces processus de photo-ionisation contribuent beaucoup moins au transfert d'impulsion entre le champ radiatif et le gaz que les mécanismes de photo-absorption. Cependant, plus récemment, Gonzalez et al., 1995 ont suggéré que la photo-ionisation puisse éventuellement avoir des effets non-négligeables dans certaines étoiles. Par souci de simplicité, cette contribution est néanmoins ignorée dans les calculs d'abondance menés pour les sdB. Elle pourra cependant faire ultérieurement l'objet d'investigations pour en évaluer l'importance dans le contexte des sdB pulsantes.

Concernant la détermination des opacités, des profils de Voigt ont été adoptés pour les raies d'absorption. Ils correspondent à la convolution entre un profil Doppler (Gaussien) dû à l'agitation thermique des éléments du gaz et un profil de Lorentz issu

de l'élargissement des raies par collision. La contribution Lorentzienne de l'élargissement naturel des raies n'est pas prise en compte car beaucoup moins importante, dans les étoiles sous-naines (en raison des gravités de surface relativement élevées), que la contribution collisionnelle. Le profil d'une raie est donc donné par

$$\phi_i^{jk}(\nu) = \frac{H(a, v)}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} \quad , \quad (5.15)$$

où  $H(a, v)$  est la fonction de Voigt dont les paramètres sont

$$a = \frac{\Delta\nu_c}{2\Delta\nu_D} \quad \text{et} \quad v = \frac{(\nu - \nu_{jk})}{\Delta\nu_D} \quad . \quad (5.16)$$

Dans ces expressions,  $\Delta\nu_D$  correspond à la largeur à mi-hauteur du profil Doppler

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_{jk}}{c} \left( \frac{2\mathcal{N}_0 kT}{A} \right)^{\frac{1}{2}} \quad , \quad (5.17)$$

où  $\nu_{jk}$  est la fréquence centrale de la transition,  $\mathcal{N}_0$  est le nombre d'Avogadro,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  est la température et  $A$ , le poids atomique de l'élément. Pour  $\Delta\nu_c$ , la largeur à mi-hauteur du profil de Lorentz dû à l'élargissement par pression, l'expression semi-empirique proposée par Alecian et al., 1993 a été utilisée

$$\Delta\nu_c = 6.3 \times 10^{-6} \frac{n_j^4 + n_k^4}{(Z_i + 1)^2} \frac{N_e}{\sqrt{T}} \quad , \quad (5.18)$$

où  $n_j$  ( $n_k$ ) est le nombre quantique principal de l'état d'excitation  $j$  ( $k$ ),  $Z_i$  est la charge du ion de type  $i$  et  $N_e$  est la densité électronique du gaz.

Les données atomiques nécessaires à l'évaluation des opacités monochromatiques correspondant aux diverses transitions électroniques proviennent de la base de donnée TOPBASE (décrite par Cunto & Mendoza, 1992). Cette dernière fournit les informations utiles sur différents éléments chimiques allant de l'hydrogène jusqu'au fer pour la plupart de leurs états d'ionisation. Pour les transitions entre états liés, les niveaux d'énergie, les nombres quantiques associés, les poids statistiques et les forces d'oscillateur sont disponibles. Dans le contexte des étoiles sous-naines, seules les transitions autorisées dans l'approximation dipolaire électrique pour lesquelles  $gf > 10^{-3}$  ( $gf$  est

la force d'oscillateur pondérée par le poids statistique de la transition) et  $\lambda \leq 10^4$  Å ont été incorporées dans les calculs de forces radiatives. Ces approximations sont justifiées dans la mesure où des tests montrent que les raies plus faibles ( $gf < 10^{-3}$ ) ne contribuent pas de manière significative au support radiatif. De plus, en raison des températures effectives élevées qui caractérisent les sdB, le flux pour  $\lambda > 10^4$  Å est tellement faible relativement au pic de la distribution spectrale que son influence est négligeable sur la lévitation radiative des éléments chimiques. Concernant le fer, qui accapare tout notre attention dans le contexte du mécanisme d'excitation des modes de pulsation, le nombre de transitions atomiques ultimement considérées est indiqué, pour chaque état d'ionisation, dans le tableau 1 de Chayer et al., 1995a. Il s'agit, à ce jour, de la plus complète et de la plus fiable banque de donnée utilisée pour ce genre de calculs.

La dernière quantité à évaluer, pour déterminer complètement l'accélération radiative  $g_{\text{rad}}^i$  qui s'applique sur chaque espèce ionique  $i$ , est le flux d'Eddington  $\mathcal{H}_\nu$ . A grandes profondeurs optiques ( $\tau_\nu \gg 1$ ), comme c'est le cas dans l'enveloppe des étoiles, l'approximation de diffusion peut être employée pour obtenir une expression utile de cette quantité

$$\mathcal{H}_\nu \simeq \frac{1}{3} \frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} = \frac{1}{3\kappa(\nu)\rho} \frac{dB_\nu}{dT} \frac{dT}{dr} \quad , \quad (5.19)$$

où  $B_\nu$  est la distribution de Planck,  $dT/dr$  est le gradient de température et  $\kappa(\nu)$  représente l'opacité monochromatique totale pouvant s'écrire sous la forme

$$\kappa(\nu) = \kappa_b(\nu) + \kappa_i^{jk}(\nu) \quad , \quad (5.20)$$

où  $\kappa_b(\nu)$  (le suffixe "b" correspond à "background") représente l'opacité totale provenant des espèces atomiques autres que l'élément en lévitation. Dans notre cas, il s'agit de l'opacité de fond produite par le plasma d'hydrogène pur ionisé. Le gradient de température apparaissant dans l'équation (5.19) est approximé par l'expression valide pour les enveloppes radiatives et à grandes profondeurs optiques ( $\tau_R = \kappa_R \rho r \gg 1$ , où

$\kappa_R$  est l'opacité moyenne de Rosseland)

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{16} \kappa_R \rho \frac{R^2 T_{\text{eff}}^4}{r^2 T^3} \quad , \quad (5.21)$$

où  $R$ ,  $r$  et  $T$  sont respectivement le rayon total de l'étoile, le rayon et la température local en un point donné de l'enveloppe. La dérivée de la distribution de Planck par rapport à la température, qui s'obtient facilement à partir de l'expression habituelle

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad , \quad (5.22)$$

peut s'écrire sous la forme

$$\frac{dB_\nu}{dT} = \frac{2k^3 T^2}{c^2 h^2} P(u) \quad \text{avec} \quad P(u) = u^4 \frac{e^u}{(e^u - 1)^2} \quad \text{et} \quad u = \frac{h\nu}{kT} \quad . \quad (5.23)$$

En regroupant toutes ces équations, l'accélération radiative subie par les ions de type  $i$  à travers les transition électroniques entre états liés peut finalement s'écrire

$$g_{\text{rad}}^i = \frac{\pi k^4 T_{\text{eff}}^4}{2h^3 c^3} \frac{R^2}{r^2} \frac{\kappa_R}{X(A_i)} \sum_j \sum_{k>j} \int_0^\infty \frac{\kappa_i^{jk}(\nu)}{\kappa_b(\nu) + \kappa_i^{jk}(\nu)} P(u) du \quad . \quad (5.24)$$

L'équation (5.24) est fonction de l'abondance  $X(A_i)$  de l'élément dans son état d'ionisation  $i$ . Avec la relation (5.6) et la contrainte (5.4) qui s'applique en tout point de l'enveloppe, les profils d'abondance d'un élément donné (dans notre cas, le fer), correspondant à l'équilibre entre l'accélération radiative moyenne agissant sur cet élément et l'accélération gravitationnelle effective (i.e., incluant la correction pour les champs électriques), peuvent ainsi être déterminés. Notons qu'il peut arriver que l'équation (5.4) soit sans solution lorsque le maximum de  $\bar{g}_{\text{rad}}$  est inférieur  $g_{\text{eff}}$ . Quand de tels cas se présentent, cela signifie que l'élément n'est tout simplement pas supporté par radiation et donc que l'abondance persistante est nulle.

### 5.2.3 Profils d'abondance pour le fer

Avec les outils construits à partir des formulations et des hypothèses présentées au cours des deux sections précédentes, une grille de modèles couvrant l'espace occupé,



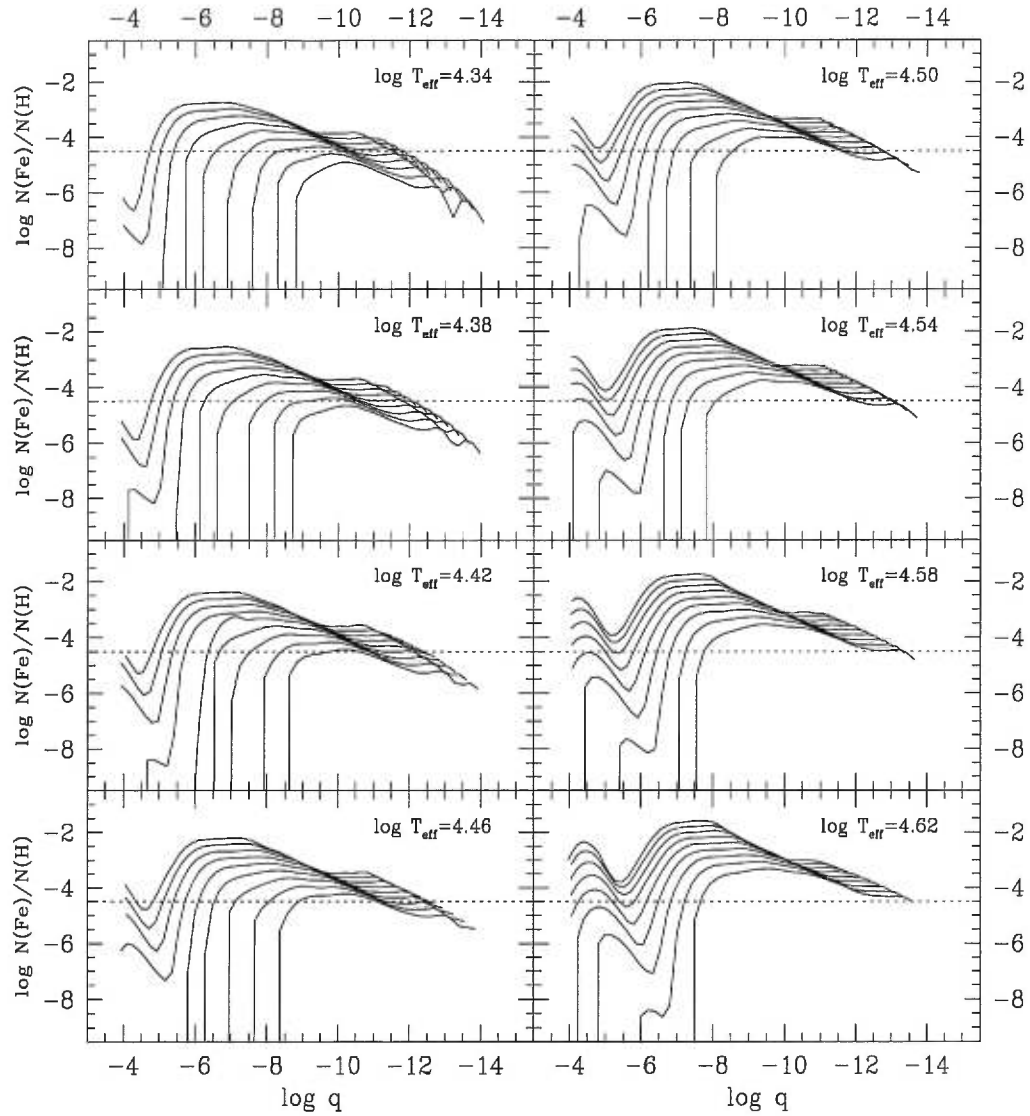


FIGURE 5.1. Profils non-uniformes d'abondance de fer ( $\log N(\text{Fe})/N(\text{H})$ ; traits pleins) dans une enveloppe d'hydrogène pur ionisé calculés à l'équilibre entre accélération radiative et accélération gravitationnelle effective pour une grille de modèles avec  $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$  par pas de 0.04 (chaque panneau) et  $4.8 \leq \log g \leq 6.4$  par pas de 0.2 (de haut en bas dans un même panneau), correspondant aux paramètres des sdB dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . La ligne horizontale en pointillés indique l'abondance solaire habituelle pour le fer :  $\log N(\text{Fe})/N(\text{H}) \simeq -4.5$ .

dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , par les étoiles sous-naines de type B a été échafaudée. Chaque modèle donne, en fonction de la température effective et de la gravité de surface choisie, le profil d'abondance de fer supporté par lévitation radiative tel que prédit par la théorie à l'équilibre. Les limites et la résolution de cette grille sont  $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$  avec  $\Delta \log T_{\text{eff}} = 0.04$  et  $4.8 \leq \log g \leq 6.4$  avec  $\Delta \log g = 0.2$ . Les profils d'abondance obtenus pour chaque modèle sont illustrés dans la figure 5.1. Chaque panneau est associé à une température effective donnée alors que les différents tracés en traits pleins correspondent respectivement, de bas en haut, aux gravités de surface disponibles classées par valeur décroissante. L'abondance solaire uniforme pour le fer ( $\log N(\text{Fe})/N(\text{H}) \simeq -4.5$ ) est également indiquée par les droites horizontales en pointillés.

Les profils présentés montrent, comme cela avait déjà été mentionné à l'occasion des dernières discussions du Chapitre 4, que d'importantes sur-abondances sont théoriquement capables de se constituer dans l'enveloppe de ces étoiles. Celles-ci dépassent parfois par plus de deux ordres de grandeur les quantités de fer normalement rencontrées dans un milieu de composition solaire et, comme attendu, l'enrichissement est important dans la région possédant des vertus déstabilisatrices pour les pulsations (entre  $\log q \sim -8$  et  $-10$ ). A noter, à propos des sur-abondances de fer, que les quantités supportées par lévitation radiative prédites au niveau de la photosphère (point, en allant vers la surface, où les profils sont interrompus) sont très souvent sans aucun rapport avec les quantités supportées dans les régions plus profondes. Ainsi, l'abondance de fer peut être approximativement solaire, voire en dessous de cette valeur, à la surface de l'étoile (et celle-ci sera éventuellement mesurée par spectrophotométrie) alors que l'enrichissement des couches profondes est important. Autrement dit, lorsque les processus de diffusion sont à l'œuvre, les concentrations d'éléments chimiques observées dans l'atmosphère sont très souvent sans rapport avec les quantités effectivement supportées dans l'enveloppe, sous la photosphère.

Les caractéristiques des réservoirs de fer constitués par lévitation radiative en fonction des paramètres atmosphériques utilisés dans les modèles de la grille sont typiques des phénomènes de cette nature. Lorsque la température effective augmente,

le champ de radiation, en plus de recentrer sa distribution de photons vers de plus courtes longueurs d'ondes, devient globalement plus intense (i.e., il y a plus de photons disponibles) et le réservoir en lévitation prend davantage de prestance avec des abondances supportées plus importantes. Lorsque la gravité de surface diminue (à température effective constante), la même tendance se produit simplement parce que la force de gravité, contre laquelle les forces radiatives luttent, devient plus faible, autorisant davantage de fer à léviter dans l'enveloppe de l'étoile. Puisque le mécanisme de déstabilisation tire apparemment directement sa substance de la quantité de fer présent dans une région particulière de l'enveloppe, cette dépendance marquée des profils d'abondance envers  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$  laisse donc clairement entrevoir que ces paramètres devraient également modeler significativement les propriétés d'une éventuelle bande d'instabilité. Ce dernier point sera exploré un peu plus tard dans ce chapitre.

### 5.3 Construction des modèles de seconde génération

Pour construire les modèles de seconde génération dont nous avons besoin, il est maintenant nécessaire d'incorporer dans le calcul des structures stellaires les profils d'abondance non-uniformes, issus de l'équilibre entre les accélérations radiatives et gravitationnelles s'appliquant sur les éléments chimiques, que nous venons de présenter à la section précédente. Quelques ajustements sur les modèles décrits en détails au Chapitre 2 sont donc nécessaires, introduisant bien entendu, vis-à-vis des modèles de première génération calculés à métallicité uniforme, quelques différences structurelles importantes que nous illustrerons au cours de cette section.

Il est, à l'heure actuelle, très difficile de construire des modèles stellaires combinant simultanément le suivi des processus évolutifs à la gestion des mécanismes de diffusion des éléments chimiques en raison, notamment, des échelles de temps caractéristiques très différentes sur lesquelles opèrent ces phénomènes. Ils constitueraient ultimement, étant donné la nature du mécanisme d'excitation des modes de pulsation, les structures les plus adéquates pour étudier avec précision les oscillations dans les étoiles sous-naines

de type B. Celles-ci demeurant pour le moment inaccessibles, nous devons donc nous rabattre sur des constructions plus modestes de modèles stellaires incluant la diffusion. Encore une fois, les structures statiques d'enveloppes abondamment utilisées au cours des chapitres antérieurs vont nous fournir les solutions simples et utiles pour néanmoins obtenir un aperçu complet des principales caractéristiques des instabilités engendrées par l'accumulation de métaux lourds dans certaines régions de l'enveloppe de ces étoiles.

### 5.3.1 Physique constitutive

Les modèles de seconde génération sont des structures statiques d'enveloppes ressemblant, dans les grandes lignes, à leurs homologues de première génération décrits dans la section 2.4 du Chapitre 2. Leur construction est donc identique à ces derniers hormis pour quelques points particuliers que nous allons développer.

Les principales différences surviennent dans la construction de l'enveloppe riche en hydrogène surplombant le manteau d'hélium caractéristique des modèles statiques de branche horizontale étendue. En effet, comme nous l'avons vu à la section précédente, les réservoirs d'éléments chimiques produits par la diffusion se constituent dans ces couches superficielles. La composition chimique de l'enveloppe des modèles de première génération consistait en un mélange calqué sur les abondances solaires comprenant (en masse)  $\sim 70\%$  d'hydrogène pour  $\sim 28\%$  d'hélium (les  $\sim 2\%$  d'éléments plus lourds apparaissant sous forme de traces). Par souci de cohérence avec les calculs de la section 5.2 donnant les profils non-uniformes pour le fer, les structures de seconde génération seront plutôt constituées d'enveloppes composées exclusivement d'hydrogène pur dans lequel seul l'élément fer sera présent sous forme de trace. Encore une fois, si cette représentation idéalisée a été choisie principalement pour ces vertues simplificatrices relativement à la construction des modèles, sa justification physique demeure néanmoins satisfaisante. Nous savons effectivement que l'hélium est fortement sous-abondant dans l'atmosphère des étoiles sous-naines de type B (voir la section 2.2.3 du Chapitre 2 ainsi que les références données), celui-ci n'étant pas supporté par le champ de radiation et ayant alors tendance à couler rapidement sous l'effet de la gravité. Il est

donc probable que l'enveloppe de ces étoiles devienne très vite fortement déficiente en hélium suite aux effets du triage gravitationnel, justifiant dès lors l'utilisation de modèles dont l'enveloppe est constituée exclusivement d'hydrogène pur. La restriction de la contamination du gaz au fer uniquement, bien qu'approximative, est également justifiée dans le contexte des pulsations où cet élément joue le rôle prépondérant concernant la structure de l'opacité et notamment au niveau de la bosse secondaire responsable de l'excitation des modes d'oscillation.

L'équation d'état de Saumon-Chabrier (Saumon et al., 1995), adaptée pour un gaz constitué d'hélium et d'hydrogène, a été utilisée pour la construction des structures d'enveloppes à la place de l'équation d'état EFF (Eggleton et al., 1973), plus ancienne. Dans les régimes de températures et de densités rencontrés pour les sdB, les différences entre les deux équations d'état demeurent toutefois minimales. Notons que le fer, considéré comme un élément trace même lorsqu'il est présent à des concentrations plusieurs centaines de fois supérieures à son abondance solaire habituelle, n'influence pas de façon significative l'équation d'état du système.

Si le fer constitue manifestement un élément trace au niveau de l'équation d'état, son effet sur l'opacité moyenne de Rosseland s'avère au contraire dominant. Il est donc impératif de pouvoir suivre, lors du calcul de l'opacité, les variations d'abondance de cet élément s'échelonnant, en raison des processus de diffusion, sur plusieurs ordres de grandeur. Nous avons pour cela obtenu des tables d'opacité spéciales (Rogers & Iglesias, 1996 ; communication privée) appropriées pour un plasma d'hydrogène contaminé par différentes quantités de fer. Ces tables permettent de couvrir la totalité des régimes de sous-(sur-)abondances de fer rencontrés dans les conditions de température effective et de gravité de surface correspondant aux étoiles sous-naines de type B. La figure 5.2 illustre les 17 tables d'opacité, échantillonnées à partir d'un profil  $(\rho, T)$  tiré d'un modèle à métallicité uniforme dont les paramètres sont  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.8$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4.0$  et  $Z = 0.02$ , correspondant aux différentes valeurs de l'abondance relative  $N(\text{Fe})/N(\text{H})$  (relativement à la valeur solaire  $N(\text{Fe})/N(\text{H}) \simeq 10^{-4.5}$ ). Les tables autorisent des mélanges allant d'un plasma constitué d'hydrogène parfaitement pur ( $0 \times$

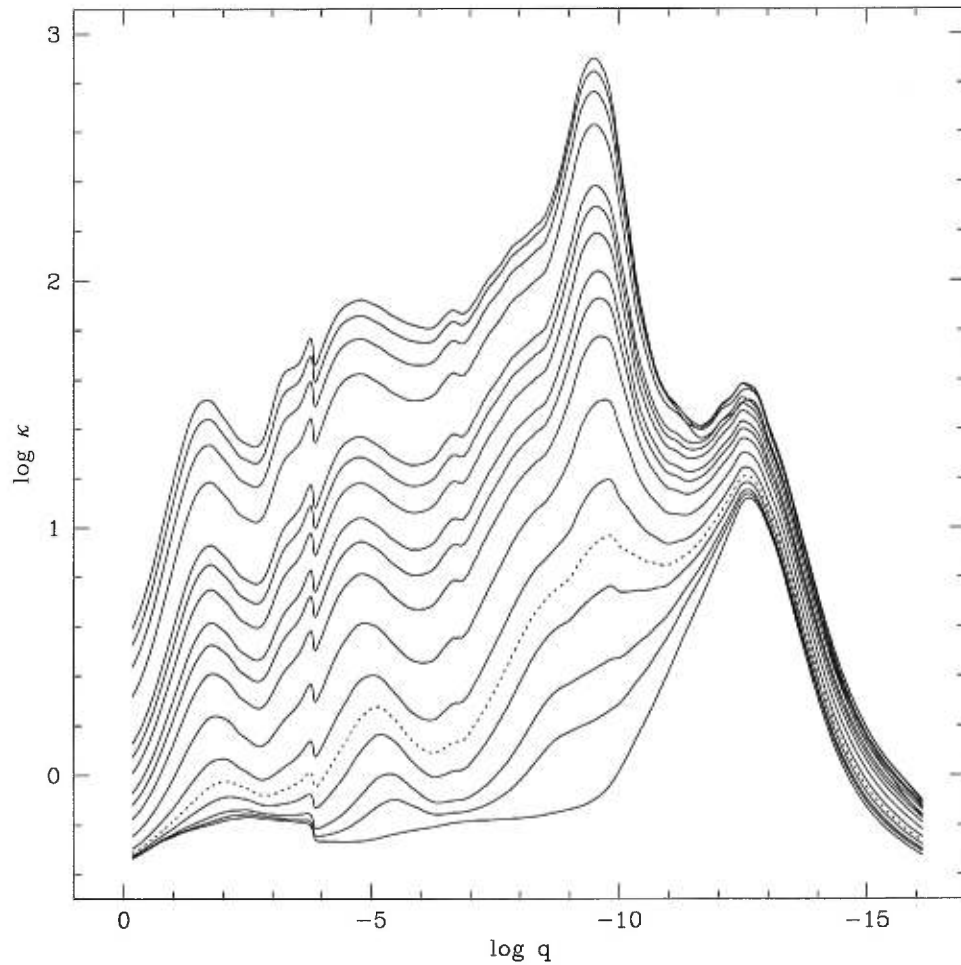


FIGURE 5.2. Echantillonnage des tables d'opacité pour différentes concentrations de fer. Les quantités  $\log \kappa$  ont été calculées pour un profil  $(\rho, T)$  issu d'un modèle homogène (avec  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.8$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4.0$  et  $Z = 0.02$ ). De bas en haut, les courbes sont associées respectivement aux valeurs  $N(\text{Fe})/N(\text{H})$  correspondant à  $0\times$  (hydrogène pur),  $0.05\times$ ,  $0.15\times$ ,  $0.5\times$ ,  $1\times$  (valeur solaire; courbe en pointillés),  $2\times$ ,  $5\times$ ,  $10\times$ ,  $15\times$ ,  $21\times$ ,  $32\times$ ,  $43\times$ ,  $55\times$ ,  $121\times$ ,  $204\times$ ,  $309\times$ ,  $447\times$  la valeur solaire.

l'abondance solaire en fer) à un gaz contaminé par 447 fois cette valeur, le tracé en pointillés correspondant au profil obtenu à métallicité solaire. L'énorme influence de cet élément chimique sur l'opacité moyenne de Rosseland, particulièrement dans la région d'ionisation partielle située vers  $\log g \simeq -10$  où le mécanisme d'excitation des pulsations opère, est ici clairement démontrée. Ainsi, avant même d'effectuer les calculs de stabilité et conformément à nos présomptions, le potentiel pour déstabiliser des modes d'oscillation à partir de processus d'enrichissements locaux en métaux semble donc très fortement présent dans ces étoiles.

En pratique, lors de la construction des modèles de seconde génération, les équations de la structure stellaire sont résolues en tenant compte, dans l'enveloppe riche en hydrogène, de la distribution non-uniforme du fer issue des calculs de diffusion. Selon la quantité locale de fer, l'opacité moyenne correspondante est évaluée par interpolation dans la grille constituée des 17 tables disponibles que nous avons présentées dans la figure 5.2. Le profil de fer pour un choix de paramètres stellaires  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  arbitraire est également évalué par interpolation à travers la grille de profils présentée dans la figure 5.1. Cette méthode de prise en compte des effets de la diffusion n'est pas entièrement auto-consistante dans la mesure où le calcul des profils d'abondance est découplé de celui de la structure de l'enveloppe. Il faudrait rigoureusement évaluer simultanément l'abondance locale de fer et l'opacité correspondante puisque l'une et l'autre s'affectent mutuellement. Malgré cela, il demeure néanmoins raisonnable de penser que les structures obtenues de cette manière reproduisent, en bonne approximation, les propriétés globales des mécanismes en jeu.

### 5.3.2 Effets de la diffusion sur l'opacité moyenne

L'échantillonnage des tables d'opacité a montré, dans la section précédente, l'effet draconien que peut avoir le fer, même présent sous forme de traces, sur cette quantité. Toutefois, maintenant que nous sommes en mesure de construire des structures statiques d'enveloppes à partir des distributions d'abondances non-uniformes, il est possible de juger directement de l'influence des accumulations locales de fer sur la

forme des profils d'opacité en fonction de la température effective et de la gravité de surface des modèles.

L'influence de  $T_{\text{eff}}$  peut être explorée à travers la série de modèles calculés à gravité constante ( $\log g = 5.8$ , mais aussi  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ ) présentés dans la figure 5.3. Le logarithme de l'opacité de Rosseland ( $\log \kappa$ ; pointillés) est reproduit en fonction de la position dans l'étoile exprimée en fraction de masse ( $\log q$ ) pour une série de structures avec  $4.62 \geq \log T_{\text{eff}} \geq 4.34$  par pas de 0.04. A titre indicatif, la distribution d'abondance pour le fer ( $\log N(\text{Fe})/N(\text{H})$ ; traits pleins) est à nouveau illustrée comparativement à la valeur solaire habituelle (lignes en tirets). Il est ainsi possible de constater que les grandes sur-abondances locales de fer présentes dans les modèles à hautes températures, où le champ de radiation est plus intense et, *a fortiori*, la capacité plus importante à supporter par lévitation radiative les éléments chimiques, induisent des profils d'opacité avec une bosse principale, située aux alentours  $\log q \simeq -9, -10$  et responsable de l'excitation des modes de pulsation (c.f., Chapitre 4), fortement prononcée et particulièrement abrupte. Il est notoire que cette structure a tendance à s'effacer lorsque la température effective diminue, alors que les quantités de fer supportées par la radiation deviennent plus faibles. Cette évolution du profil de l'opacité de Rosseland laisse entrevoir l'existence d'une limite vers les basses températures (ou "red-edge") sous laquelle les instabilités engendrées par le mécanisme d'excitation pourraient disparaître simplement par manque de fer dans la région déstabilisatrice. L'existence d'une limite similaire vers les hautes températures (ou "blue-edge") est également suggérée par la migration vers les couches externes de la bosse d'ionisation partielle du fer avec l'augmentation de  $T_{\text{eff}}$ . Il est probable que le mécanisme perde rapidement en efficacité en raison de cette dérive vers les couches moins massives de l'étoile. Ces questions de "red-edge" et de "blue-edge" seront toutefois discutées un peu plus tard en fonction des résultats complets de l'étude de stabilité des modèles (c.f., section 5.5).

Une série similaire de modèles calculés, cette fois-ci, à température effective constante ( $\log T_{\text{eff}} = 4.50$ ; soit  $T_{\text{eff}} \simeq 31623$  K avec, comme d'habitude,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ ) mais à gravité de surface variable ( $5.0 \leq \log g \leq 6.4$  par pas de 0.2) est



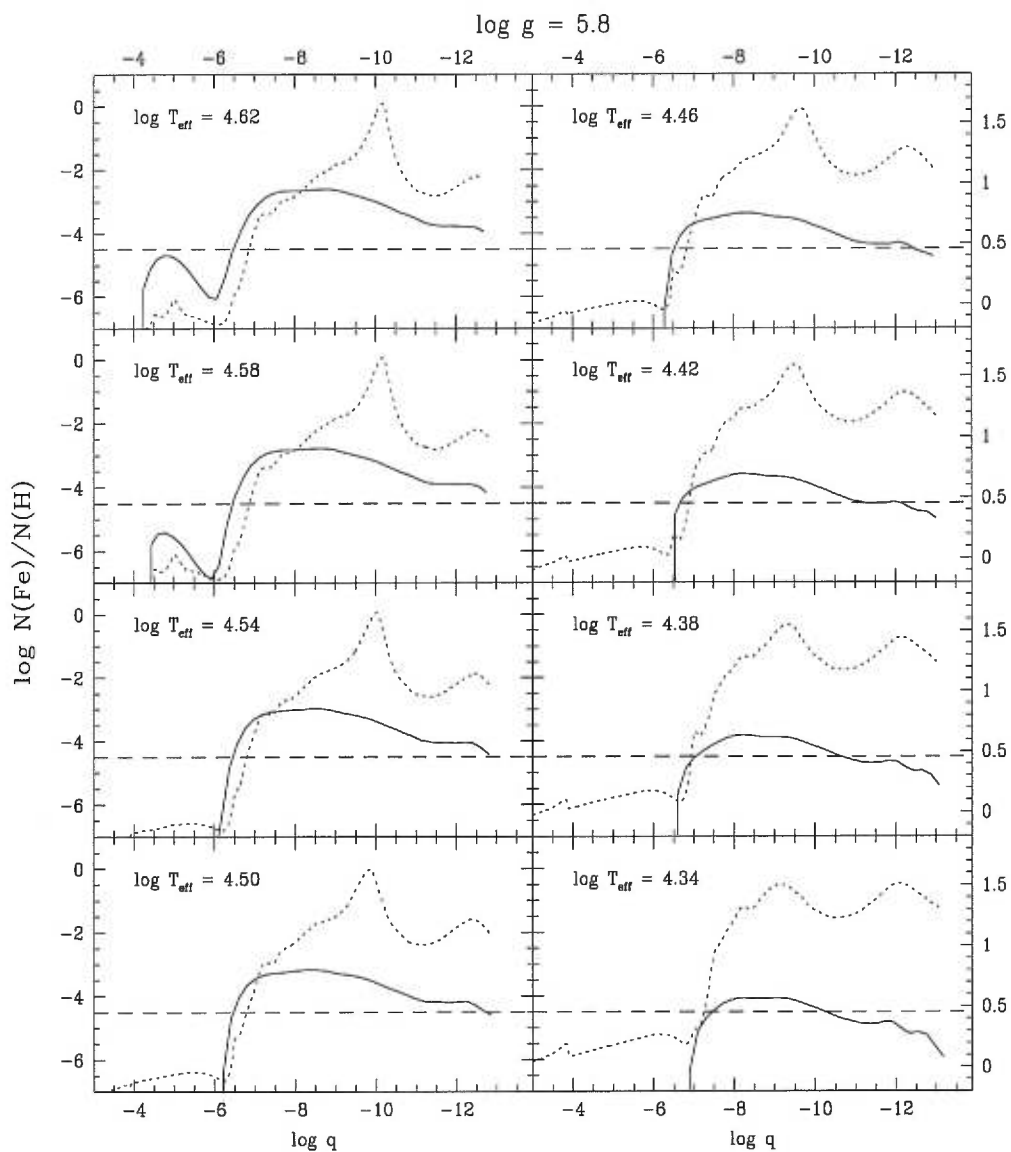


FIGURE 5.3. Profils d'abondance de fer ( $\log N(\text{Fe})/N(\text{H})$ ; traits pleins) et du logarithme de l'opacité de Rosseland ( $\log \kappa$ ; pointillés) pour une série de modèles à gravité de surface constante ( $\log g = 5.8$ ) et température effective variable ( $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$  par pas de 0.04). La ligne horizontale en tirets indique l'abondance solaire pour le fer.

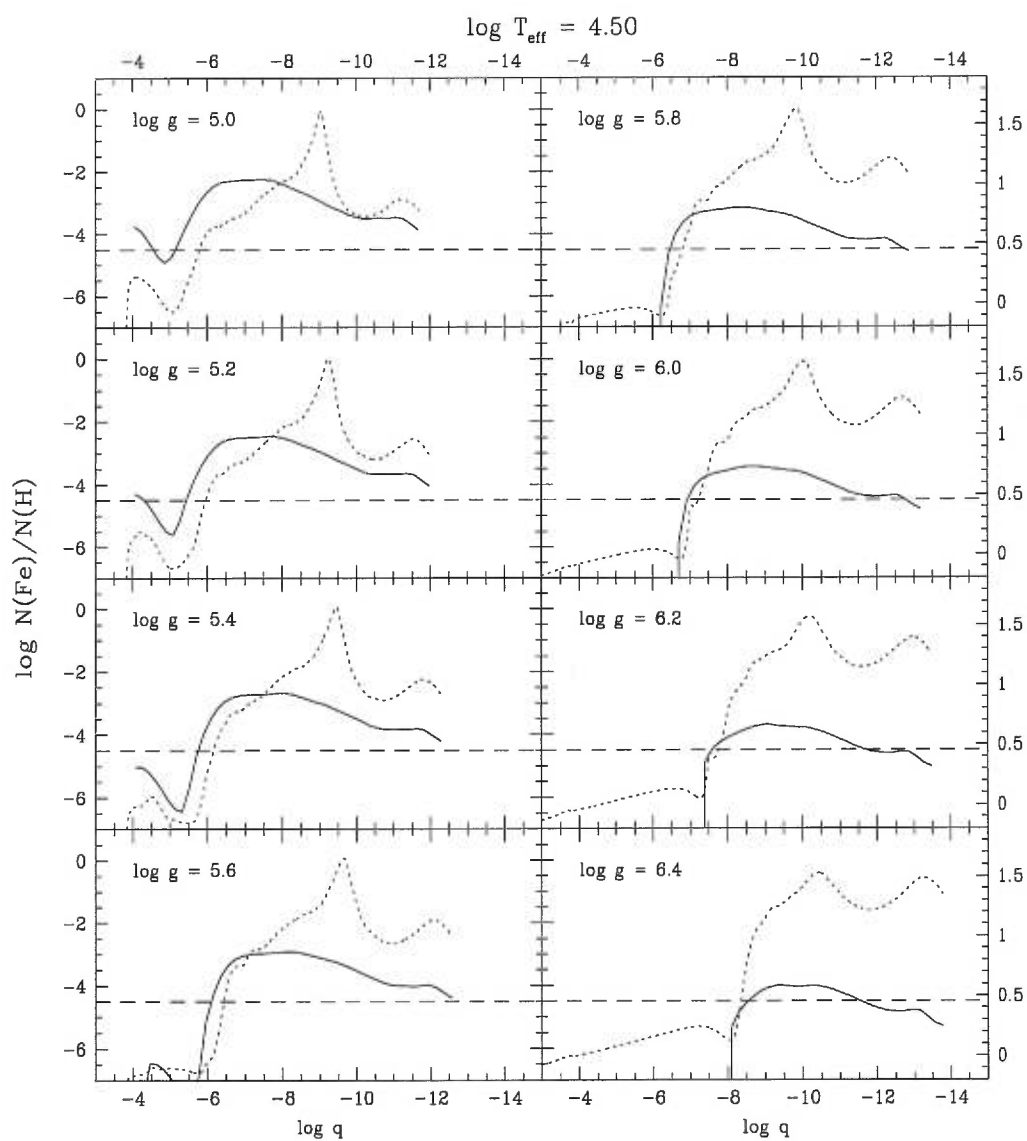


FIGURE 5.4. Idem figure 5.3 mais cette fois pour une série de modèles à température effective constante ( $\log T_{\text{eff}} = 4.50$ ) et gravité de surface variable ( $5.0 \leq \log g \leq 6.4$  par pas de 0.2).

présentée dans la figure 5.4. Nous pouvons alors constater que les sur-abondances de fer, plus importantes dans les modèles à faibles gravités de surface, produisent des pics d’ionisation partielle dans les profils d’opacité sensiblement plus abrupts – une configuration qui favorise grandement les instabilités pulsationnelles – dans ces derniers que dans les structures à hautes gravités. Il est donc très probable que le mécanisme d’excitation associé à cette bosse dans l’opacité de Rosseland soit beaucoup plus puissant dans les modèles à faibles gravités et que les éventuelles instabilités aient tendance à disparaître, également par manque de fer dans la région déstabilisatrice, dans les structures plus compactes. Notons, de surcroît, la légère migration du pic d’ionisation vers la surface de l’étoile lorsque  $\log g$  augmente, réduisant encore davantage l’efficacité du mécanisme d’excitation à haute gravité.

### 5.3.3 Comparaisons structurelles avec la première génération

Les modèles de seconde génération, par l’usage de profils de métallicités non-uniformes et par leurs hypothèses de construction parfois dissemblables, montrent, à paramètres stellaires identiques, des différences de structure notables vis-à-vis de leurs homologues de première génération. Dans la mesure où les périodes des modes de pulsation dépendent à divers degrés de cette structure, il faut s’attendre à ce qu’elles soient affectées appréciablement par l’introduction des effets de diffusion dans les modèles. Il est donc intéressant, éventuellement pour la suite des discussions, de comparer les structures de modèles identiques issus des deux générations respectives avec  $Z$  uniforme (1ère génération) et  $Z$  non-uniforme (2ème génération).

La figure 5.5 propose une mosaïque de profils correspondant aux diverses quantités physiques qui caractérisent la structure d’un modèle. Les courbes en traits pleins sont associées au modèle de seconde génération avec  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.8$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$  (dorénavant, il s’agira de notre modèle de référence) alors que les tracés en pointillés sont affiliés au modèle équivalent (c’est-à-dire disposant des mêmes paramètres stellaires) de première génération. En fonction de la profondeur exprimée en fraction de masse  $\log q = \log(1 - m(r)/M_*)$ , les quantités proposées sont respectivement

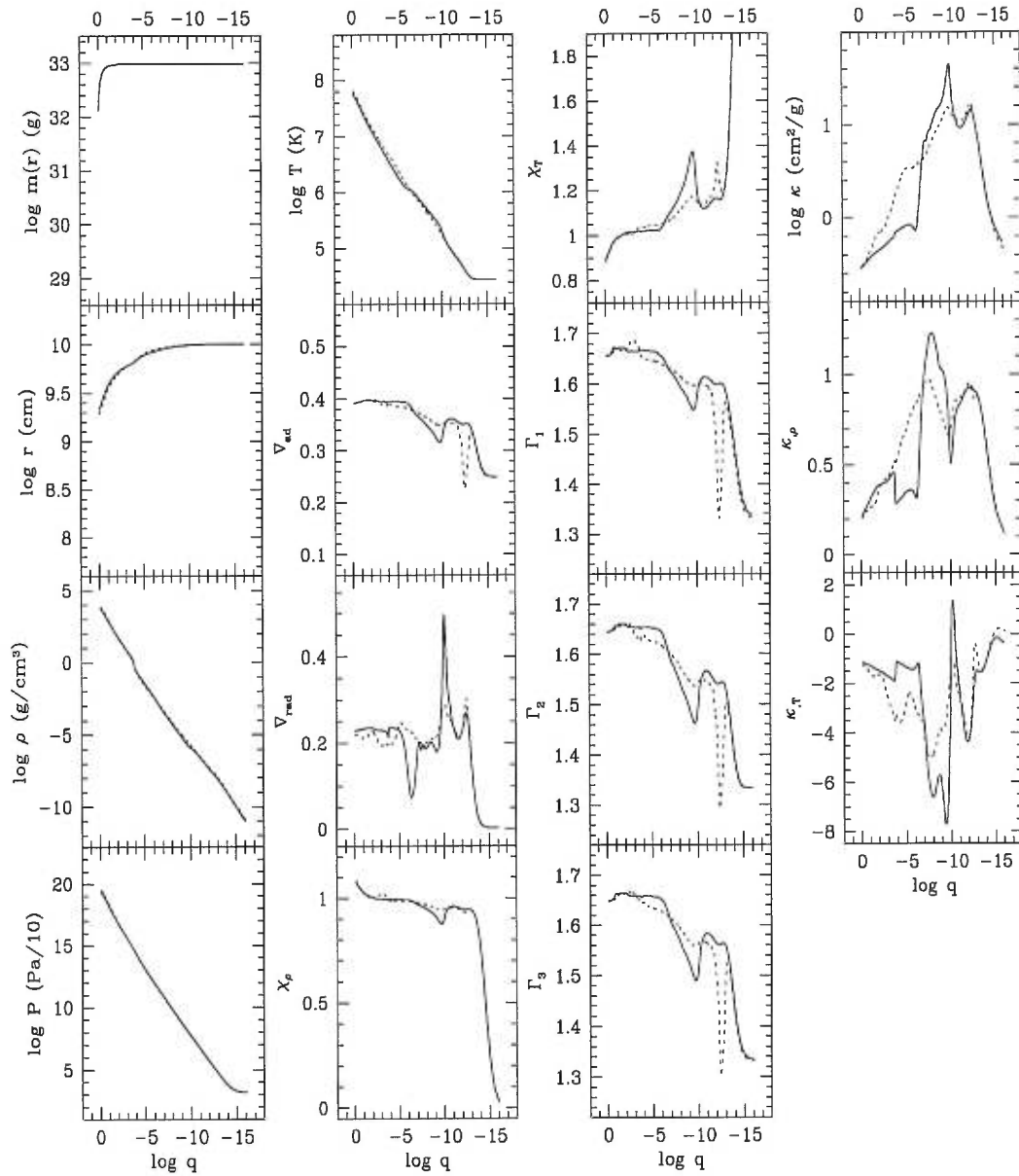


FIGURE 5.5. Comparaison structurale entre les modèles de référence ( $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.8$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ ) de seconde génération ( $Z$  non uniforme; traits pleins) et de première génération (métallicité uniforme,  $Z = 0.02$ ; lignes pointillées). Les profils de plusieurs quantités physiques (voir le texte pour la signification de chacune d'elle) sont donnés en fonction de la profondeur dans l'étoile exprimée en fraction de masse  $\log q$ .

de gauche à droite et de haut en bas : la masse  $\log m(r)$  ( $m(r)$  donné en g) à l'intérieur de la sphère de rayon  $r$  ; le rayon  $\log r$  ( $r$  en cm) ; la densité  $\log \rho$  ( $\rho$  en  $\text{g.cm}^{-3}$ ) ; la pression  $\log P$  ( $P$  en dixièmes de Pascals) ; la température  $\log T$  ( $T$  en Kelvin) ; les gradients de température adiabatique  $\nabla_{\text{ad}}$  et radiatif  $\nabla_{\text{rad}}$  ; les compressibilités  $\chi_\rho$  et  $\chi_T$  ; les exposants adiabatiques  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_3$  ; l'opacité moyenne de Rosseland  $\log \kappa$  ( $\kappa$  en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ) ; et les dérivées de l'opacité  $\kappa_{,\rho}$  et  $\kappa_{,T}$ .

Les différences de structure entre les deux générations de modèles sont déjà perceptibles au niveau des principales caractéristiques physiques que sont les stratifications en densité, pression et température. Pour cette dernière, la liaison avec les différences entre les profils d'opacité est directe, le gradient de température étant directement proportionnel à  $\kappa$ . Ainsi, de  $\log q \simeq -11$  à  $\log q \simeq -7$ , l'opacité plus importante du gaz dans le modèle de seconde génération, en raison des sur-abondances locales de fer, induit des températures plus élevées dans cette région de l'enveloppe. En revanche, plus en profondeur, pour  $\log q \gtrsim -7$ , l'opacité devient moins élevée pour le modèle avec diffusion que pour la structure à métallicité solaire uniforme. Le gradient de température étant alors plus élevé pour cette dernière, le modèle de première génération se montre légèrement plus chaud dans les régions centrales de l'étoile. Au niveau de l'opacité moyenne de Rosseland, le profil est également caractérisé par la bosse hypertrophiée, comparativement à celle du modèle avec  $Z$  uniforme, située vers  $\log q \simeq -10$ . Les dérivées  $\kappa_{,\rho}$  et  $\kappa_{,T}$  de cette quantité exhibent également un comportement beaucoup plus abrupt dans le modèle de seconde génération, renforçant encore davantage le potentiel pour déstabiliser des modes d'oscillation particulièrement sensibles aux variations d'opacité. Le fait que l'enveloppe des modèles de seconde génération soit constituée exclusivement d'hydrogène pur, contrairement aux modèles à métallicité uniforme, entraîne également des différences entre les deux types de structures. Ces variations sont particulièrement apparantes à travers les gradients de température ( $\nabla_{\text{ad}}$  et  $\nabla_{\text{rad}}$ ), la compressibilité isotherme ( $\chi_T$ ) et les coefficients adiabatiques ( $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_3$ ). Les pics présents dans ces quantités pour le modèle de première génération et associés à l'ionisation partielle  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$  (vers  $\log q \simeq -12.5$ ) sont tout naturellement absents (ou moindres) dans les structures de seconde génération. En conséquence, il

est donc normal que la zone de convection engendrée par cette région d'ionisation de l'hélium ait disparu dans ce dernier. En revanche, des structures plus prononcées, identifiables à la bosse métallique (vers  $\log q \simeq -10$ ), sont observables dans ces quantités associées au modèle avec diffusion. En particulier, on notera que dans cette région, le gradient radiatif devient supérieur au gradient adiabatique impliquant l'existence d'une très mince couche convective associée à l'ionisation partielle du fer et qui n'était pas présente dans les structures à métallicité solaire et uniforme. D'autres différences, très certainement reliées aux comportements particuliers de l'opacité engendrés par les variations d'abondance de fer avec la profondeur dans l'enveloppe de l'étoile, sont également visibles dans ces profils.

Dans le contexte des pulsations, une comparaison des fréquences de Brunt-Väisälä ( $\log N^2$ ) et de Lamb ( $\log L_l^2$ ) sont d'un intérêt particulier. La figure 5.6 montre ces quantités en fonction de  $\log q$ , la profondeur exprimée en fraction de la masse totale de l'étoile pour le modèle de référence présenté un peu plus tôt. Les fréquences de Lamb sont représentées pour  $l = 1, 2$  et  $3$ . Les courbes en traits pleins correspondent au modèle avec métallicité non-uniforme alors que celles en lignes pointillées réfèrent à la structure avec métallicité uniforme ( $Z = 0.02$ ), permettant une comparaison directe entre les deux catégories de modèles.

Des différences notables apparaissent, principalement au niveau de la fréquence de Brunt-Väisälä, dans l'enveloppe riche en hydrogène des modèles ( $\log q \lesssim -4$ ). Elles illustrent notamment ce que nous mentionnions plus tôt concernant l'absence, dans le modèle de seconde génération, de la zone convective associée à l'ionisation partielle  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$  caractérisée par le puits dans  $\log N^2$  présent pour le modèle avec  $Z = 0.02$ , et l'existence d'une région de convection associée à l'ionisation du fer dans le modèle avec  $Z$  non-uniforme (puits dans  $\log N^2$  situé vers  $\log q \simeq -10$ ). Notons également les différences de profils pour  $\log N^2$  dans la région  $-4.0 \gtrsim \log q \gtrsim -9.0$  attribuables probablement aux comportements particuliers de  $\nabla_{\text{rad}}$  sous l'effet des variations d'opacité engendrées par les abondances variables de fer. Dans le cœur riche en hélium, pour  $\log q \gtrsim -4.0$ , la métallicité demeure uniforme (à  $Z = 0.02$ ) pour les deux types de mo-

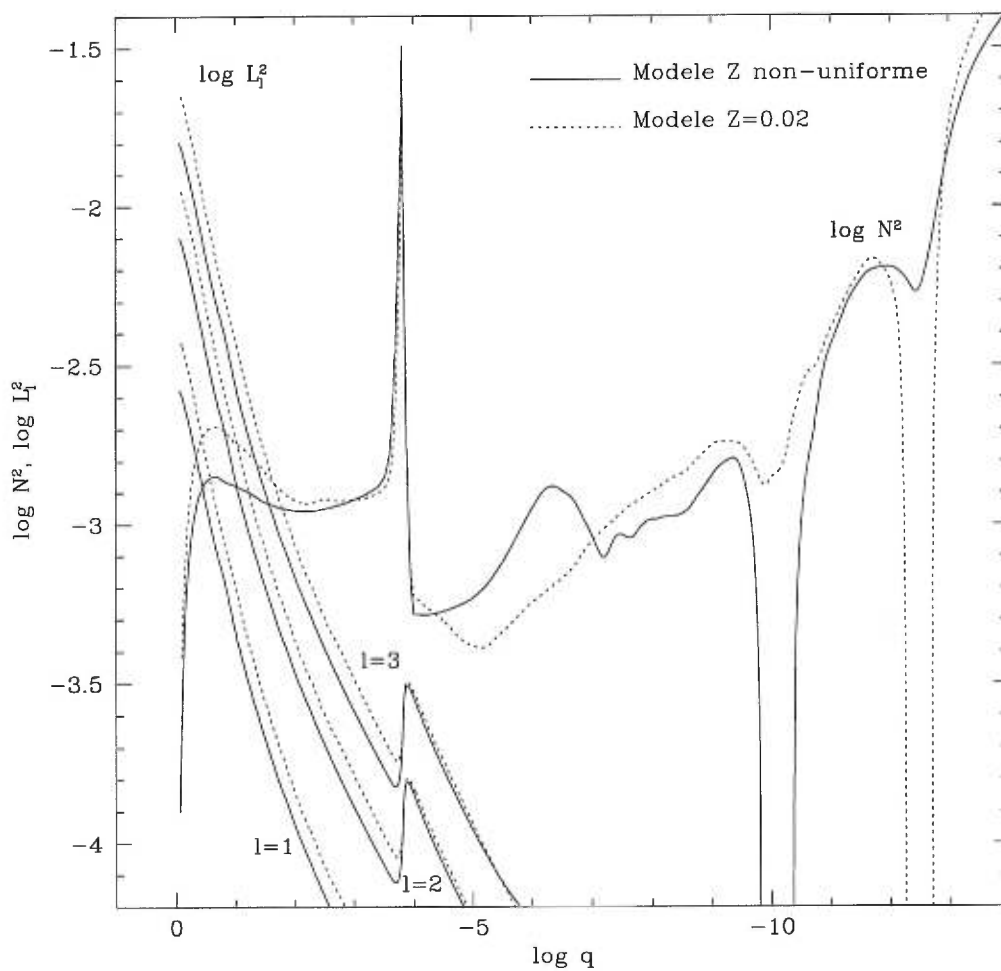


FIGURE 5.6. Comparaison des fréquences de Brunt-Väisälä et de Lamb (pour  $l=1, 2$  et  $3$ ) entre les modèles de référence appartenant aux deux générations ( $Z$  non-uniforme en traits pleins et  $Z=0.02$  uniforme en lignes pointillées).

dèles et les écarts observés sont principalement causés par les conditions de température et de densité légèrement différentes qui règnent à la base de l’enveloppe riche en hydrogène. Ainsi, le modèle de seconde génération étant plus froid dans les régions centrales, la fréquence de Brunt-Väisälä y est plus faible que dans le modèle de première génération. Pour ce dernier, les fréquences de Lamb s’avèrent également systématiquement plus grandes dans les régions centrales.

Ces différences laissent présager quelques changements dans les périodes des modes d’oscillation que l’on peut qualitativement entrevoir en s’appuyant sur les remarques effectuées au cours du Chapitre 3. Ainsi, les modes g étant particulièrement sensibles aux régions internes de l’étoile, entre  $\log q \simeq 0$  et  $\log q \simeq -2$ , les profils de  $\log N^2$  suggèrent que leurs périodes sont systématiquement plus grandes pour le modèle de seconde génération. Pour les modes p, ce sont principalement les régions externes situées au delà de  $\log q \lesssim -2$  qui contribuent à leurs périodes. Toutefois, dans ces régions, les valeurs de la fréquence de Brunt-Väisälä pour le modèle de seconde génération, tantôt plus élevées, tantôt plus faibles que celles du modèle à métallicité uniforme, ne permettent pas de préciser un sens privilégié pour les variations de période que seul le calcul numérique détaillé est en mesure de préciser.

#### 5.4 Stabilité pour un modèle de référence

Avec les structures de seconde génération échafaudées précédemment nous sommes maintenant en mesure d’évaluer précisément les effets, sur les périodes et la stabilité des modes de pulsation, engendrés par la distribution non-uniforme de fer dans l’enveloppe des sdB. Pour débiter, l’emphase sera mise sur un modèle de référence, celui-là même ayant servi à illustrer la structure des modèles à métallicité non-uniforme dans la section précédente, dont les paramètres de surface  $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.8$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$  sont typiques de la plupart des sdB pulsantes maintenant reconnues (c.f., tableau 4.6 de la section 4.4.3 du Chapitre 4).

A l’image des calculs effectués pour la première étude de stabilité, le code non-



adiabatique a été utilisé avec 160 éléments quadratiques afin d'assurer à la fois une bonne résolution spatiale du maillage des modèles tout en évitant les problèmes de convergence qui surviennent lorsque le nombre d'éléments devient trop élevé.

#### 5.4.1 Calculs non-adiabatiques

Les quantités non-adiabatiques ont été évaluées, pour ce modèle de référence, dans la fenêtre de périodes comprises entre 60 et 1500 secondes appropriée pour un objet de cette température effective et gravité de surface. Les modes p, f et g sont ainsi représentés dans le tableau 5.1 à la fois pour les pulsations radiales ( $l = 0$ ) et non-radiales (avec  $l = 1, 2$  et  $3$ ). Chaque mode est alors caractérisé, comme à l'accoutumée, par son ordre radial  $k$ , sa période non-adiabatique  $P$  exprimée en secondes et son temps caractéristique de croissance  $\tau_e$  exprimé en années lorsque le mode est instable. Pour rappel, cette dernière quantité correspond à  $1/|\sigma_i|$  (où  $\sigma_i$  représente la partie imaginaire de la fréquence propre du mode en question) et sa valeur nous renseigne sur l'importance de l'effet déstabilisateur sur ce mode.

D'après les résultats du Chapitre 4, un modèle de première génération possédant ces paramètres stellaires est localisé en dehors de la région d'instabilité et ne montre donc pas de modes excités dans son spectre de périodes. Le tableau 5.1 dévoile que ce n'est plus le cas pour une structure de seconde génération incluant les effets d'une distribution non-uniforme d'abondance de fer engendrée par les processus diffusifs. *Une large bande de modes instables est effectivement constatée, couvrant les modes p (et f) de faible ordre radial (de  $k=0$  à  $k \simeq 7$ ) dans l'intervalle de période situé entre 77 s et 190 s environ. Les modes excités prédits concernent à la fois les pulsations radiales et non-radiales pour lesquels les très faibles temps caractéristiques de croissance ( $\sim 10^{-1}$  à  $10^{-4}$  ans devant un temps évolutif typique de  $10^8$  années) suggèrent que ces instabilités disposent de tout le temps nécessaire pour atteindre des amplitudes observables. Le tableau montre également que les modes g, à l'inverse des oscillations acoustiques, demeurent stables dans ce modèle. Nous verrons un peu plus tard (section 5.5) qu'il*

TABLEAU 5.1. Périodes non-adiabatiques ( $P$  en secondes) et, lorsque approprié (modes instables), temps caractéristiques de croissance ( $\tau_e$  en années) des modes radiaux  $l=0$  et non-radiaux (pour  $l=1, 2$  et  $3$ ) situés dans la fenêtre  $60 - 1500$  s issus du modèle de référence avec  $T_{\text{eff}}=34000$  K,  $\log g=5.8$ ,  $\log q(H)=-4.0$ ,  $M=0.48 M_{\odot}$  et  $Z$  non-uniforme. Les modes  $g$  (bas du tableau) sont séparés des modes  $p$  (haut du tableau) par les modes fondamentaux ( $k=0$ ).

$k$	$l=0$		$l=1$		$l=2$		$l=3$	
	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)
9	...	...	63.75	stable	62.40	stable	60.73	stable
8	64.59	stable	69.07	stable	68.02	stable	66.84	stable
7	69.95	stable	77.41	$6.98 \times 10^{-3}$	76.26	stable	74.08	stable
6	78.05	$2.56 \times 10^{-3}$	87.05	$7.75 \times 10^{-4}$	83.95	$9.94 \times 10^{-4}$	80.49	$1.19 \times 10^{-3}$
5	88.83	$6.32 \times 10^{-4}$	95.73	$6.16 \times 10^{-4}$	93.70	$5.12 \times 10^{-4}$	91.66	$4.91 \times 10^{-4}$
4	97.56	$7.60 \times 10^{-4}$	110.63	$9.98 \times 10^{-4}$	108.57	$9.47 \times 10^{-4}$	104.01	$1.05 \times 10^{-3}$
3	111.64	$1.08 \times 10^{-3}$	129.89	$8.37 \times 10^{-3}$	121.77	$5.36 \times 10^{-3}$	114.55	$1.82 \times 10^{-3}$
2	134.05	$7.74 \times 10^{-3}$	142.74	$1.00 \times 10^{-2}$	140.66	$7.27 \times 10^{-3}$	138.43	$6.16 \times 10^{-3}$
1	144.64	$1.55 \times 10^{-2}$	176.18	$3.84 \times 10^{-1}$	174.25	$3.14 \times 10^{-1}$	159.07	$2.04 \times 10^{-1}$
0	176.66	$4.09 \times 10^{-1}$	...	...	190.43	$7.25 \times 10^1$	176.12	$4.62 \times 10^{-1}$
1	...	...	597.12	stable	375.05	stable	290.26	stable
2	...	...	923.44	stable	559.50	stable	417.41	stable
3	...	...	1219.28	stable	717.53	stable	516.30	stable
4	...	...	1311.33	stable	770.64	stable	559.29	stable
5	...	...	...	...	944.33	stable	684.10	stable
6	...	...	...	...	1138.20	stable	819.51	stable
7	...	...	...	...	1335.92	stable	957.68	stable
8	...	...	...	...	...	...	1096.75	stable
9	...	...	...	...	...	...	1153.73	stable
10	...	...	...	...	...	...	1248.03	stable
11	...	...	...	...	...	...	1389.74	stable
12	...	...	...	...	...	...	1467.07	stable

s'agit, à quelques exceptions près, d'une caractéristique générale des modèles de seconde génération.

#### 5.4.2 Comparaison avec les périodes observées

Nous avons choisi notre modèle de référence en fonction des quelques données observationnelles recueillies sur les premiers objets découverts appartenant à la classe des sdB pulsantes. Ses paramètres de surface, en particulier  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ , ont été fixés pour correspondre approximativement aux valeurs typiquement observées pour ces objets. Il est donc particulièrement intéressant de comparer les périodes des modes instables obtenues théoriquement avec celles effectivement détectées dans ces étoiles. Ces dernières sont sommairement indiquées dans le tableau 4.6 alors que les détails sont disponibles dans les références mentionnées à cette occasion pour chacune des étoiles composant la liste. Une illustration graphique de cette première comparaison entre théorie et observation est cependant proposée dans la figure 5.7.

Le bas de cette figure reproduit, sous forme de segments verticaux, le spectre théorique pour  $l = 0, 1, 2$  et  $3$  correspondant aux périodes des modes p (et f) directement issus du tableau 5.1. Les modes g ne sont pas représentés dans ce graphique puisque nous venons de constater qu'ils demeurent stables. Les segments en traits pleins indiquent les périodes des modes excités alors que ceux en lignes pointillées sont associés aux modes acoustiques stables. Dans la partie supérieure de la figure, les périodes observées pour 4 des 12 sdB pulsantes découvertes (chronologiquement, les quatre premiers objets reconnus comme tels), dont les paramètres atmosphériques sont similaires à ceux du modèle de référence, sont également indiquées par des segments en traits pleins. Soulignons qu'il ne s'agit ici en aucune façon d'une tentative pour reproduire ("fitter") en détails, en ajustant les paramètres des modèles, les périodes observées pour chacune des étoiles mentionnées. Ce problème spécifique, qui demeure principalement du ressort de l'étude astéroséismologique de ces étoiles, sera, pour l'heure, laissé en suspend. En effet, il est encore prématuré, à ce stade, de s'engager dans cette voie.

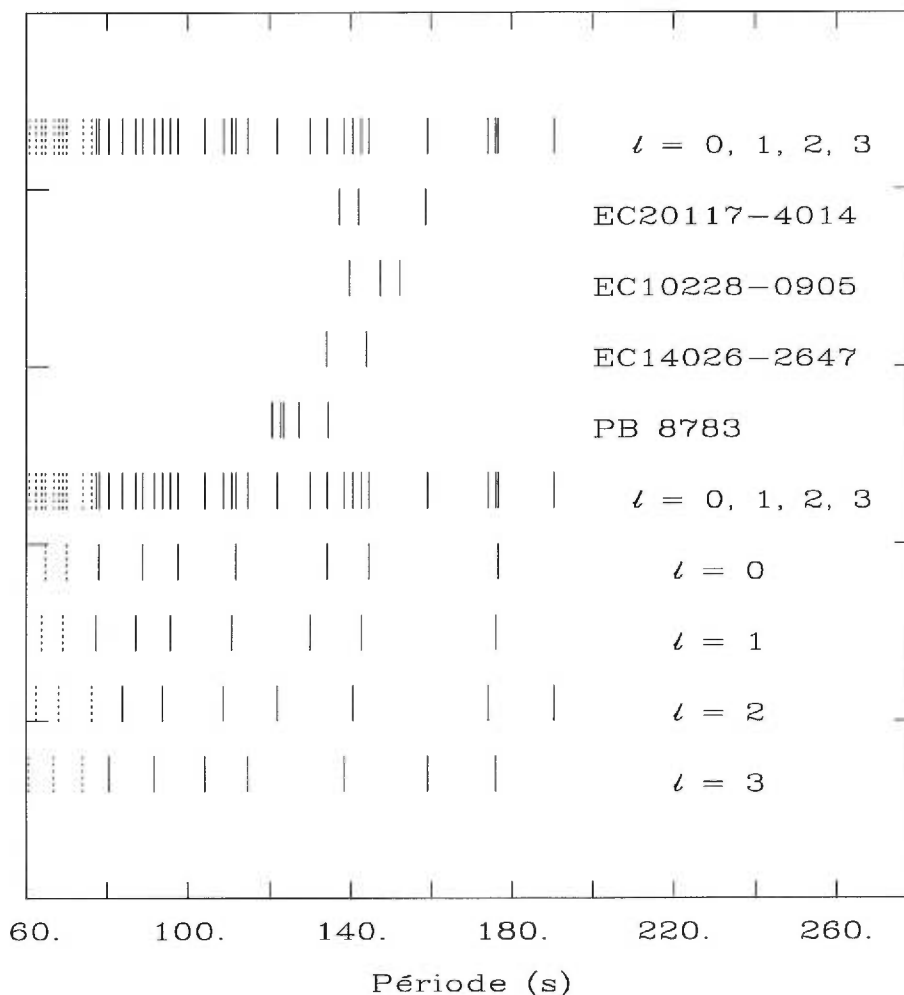


FIGURE 5.7. Comparaison entre les périodes observées pour quatre des sdB pulsantes découvertes (voir, par exemple, le tableau 4.6) et celles calculées avec le modèle de référence ( $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.8$ ,  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ ). Les périodes des modes avec  $l=0, 1, 2$  et  $3$  situées dans l'intervalle  $60 - 280$  s sont indiquées (voir également le tableau 5.1). Ils correspondent aux modes p (et f) de faible ordre radial alors que les modes g, de périodes supérieures à 280 secondes, n'apparaissent pas dans la figure. Les modes instables sont représentés par les segments continus et les modes stables, par les segments en pointillés.

En dépit de cette approche approximative, il est néanmoins particulièrement remarquable que la totalité des périodes observées pour ces 4 étoiles pulsantes tombent à l'intérieur de la bande de modes instables prédite par la théorie. Cette constatation constitue sans aucun doute une très forte évidence en faveur du mécanisme de déstabilisation proposé. De plus, elle nous indique clairement que les modes instables détectés dans ces sdB pulsantes sont exclusivement des ondes acoustiques de faible ordre radial  $k$ . De plus, pour un même objet, les faibles écarts entre les périodes observées montrent également sans ambiguïté qu'il ne peut s'agir uniquement de pulsations radiales et que des oscillations non-radiales sont nécessairement impliquées dans les variations de luminosité.

L'excellente concordance entre observations et théorie ne doit cependant pas masquer les petits défauts qui ressortent néanmoins de cette comparaison. Il semble en particulier que la bande de modes instables soit trop large par rapport à ce qui est effectivement observé, bien que cette remarque nécessite la plus grande prudence dans la mesure où il n'est pas assuré que toutes les périodes ont effectivement été détectées pour ces étoiles (en raison notamment des petits télescopes utilisés). Si cela était cependant confirmé, nous disposerions alors d'une forte indication que le mécanisme déstabilisateur est légèrement trop puissant dans nos modèles de seconde génération. Ce problème sera éventuellement discuté au cours des prochaines sections de ce chapitre.

### 5.4.3 Mécanisme de déstabilisation

Afin d'établir définitivement, bien que cela soit déjà très fortement suggéré par les résultats obtenus jusqu'à présent, que le grand responsable de ces instabilités est bien le mécanisme  $\kappa$  associé à l'ionisation partielle du fer présent localement en sur-abondances dans l'enveloppe de l'étoile, la figure 5.8 montre les profils de l'intégrand de l'intégrale de travail  $d\bar{W}/dr$  et de l'intégrale courante  $\bar{W}(r)$  correspondante (voir le Chapitre 1 ou 4 pour les détails sur ces quantités) appartenant au mode acoustique instable d'ordre radial  $k = 3$ , d'indice angulaire  $l = 2$  et de période  $P = 121.77$  s (c.f., tableau 5.1). Rappelons que lorsque  $d\bar{W}/dr$  est positif dans une région donnée de l'étoile, celle-ci

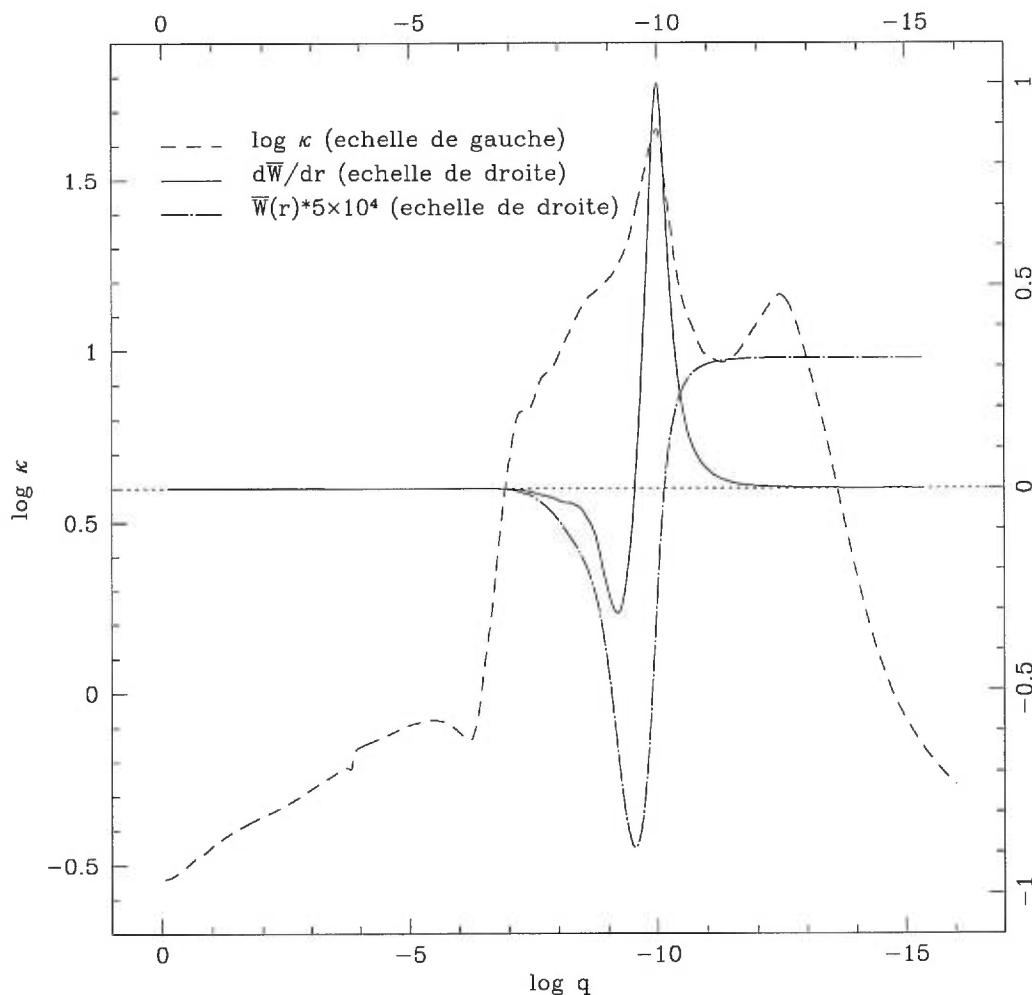


FIGURE 5.8. Profils respectifs du logarithme de l'opacité de Rosseland  $\log \kappa$ , de l'intégrand de l'intégrale de travail  $d\bar{W}/dr$  et de l'intégrale courante  $\bar{W}(r)$  en fonction de la profondeur dans l'étoile exprimée en fraction de masse  $\log q$  pour le mode acoustique instable d'ordre  $k=3$ , d'indice  $l=2$  et de période  $P=121.77$  s (c.f., tableau 5.1). Les valeurs positives de  $d\bar{W}/dr$  correspondent aux régions contribuant à la déstabilisation du mode alors que les valeurs négatives indiquent les zones stabilisatrices.

contribue à exciter le mode alors qu'elle tend à le stabiliser dans le cas contraire où  $d\bar{W}/dr$  est négatif. La stabilité effective du mode est alors déterminée par le signe de  $\bar{W}(r)$  vers la surface de l'étoile ( $r \rightarrow R$  ou, de façon équivalente,  $\log q \rightarrow -\infty$ ) : positif pour globalement instable et négatif pour globalement stable. Ainsi, le mode instable présenté montre-t-il, comme il se doit, une valeur positive de  $\bar{W}(r)$  dans les couches externes du modèle, signifiant que la zone d'excitation (le pic positif de  $d\bar{W}/dr$ ) surpasse en efficacité les régions stabilisatrices (zones négatives de  $d\bar{W}/dr$ ).

La superposition du profil de l'opacité de Rosseland ( $\log \kappa$ ) confirme l'origine de l'excitation des modes. Le pic positif dans le profil de  $d\bar{W}/dr$  est, comme attendu, clairement associé à la bosse métallique engendrée par l'ionisation partielle du fer, celle-ci s'avérant extrêmement abrupte en raison des importantes sur-abondances locales résultant des processus de diffusion sur cet élément chimique. L'implication et l'efficacité du mécanisme  $\kappa$  identifié dès l'étude de stabilité sur les modèles de première génération apparaît donc clairement et solidement établie par ces calculs portant sur le modèle de référence plus réaliste appartenant à la seconde génération (voir également Charpinet et al., 1997a).

## 5.5 Stabilité dans le plan gravité-température

Les nouvelles structures d'enveloppes tenant compte des processus de diffusion agissant sur le fer semblent, d'après l'étude du modèle de référence, reproduire convenablement, en terme des périodes des modes de pulsation excités, les caractéristiques générales des étoiles EC14026. Ces modèles paraissent donc appropriés pour mettre sur pied une représentation théorique générale, en fonction des paramètres physiques caractérisant ces étoiles, des comportements liés aux instabilités. Comme auparavant aux Chapitres 3 et 4, l'utilisation de modèles statiques d'enveloppes constitue un atout majeur dans cette démarche puisqu'ils permettent la construction de grilles complètes dans lesquelles tous les paramètres nécessaires à la définition d'une structure sont découplés et peuvent donc être modifiés indépendamment les uns des autres.

A l'image de l'exploration adiabatique effectuée dans la section 3.4 du Chapitre 3, nous avons donc construit une grille de modèles d'enveloppes de seconde génération afin de couvrir l'ensemble de la région de l'espace des paramètres où l'on retrouve les étoiles sous-naines de type B. Toutefois, en raison des temps de calcul sensiblement plus élevés, la grille en question n'explore, pour le moment, que les effets des variations de température effective et de gravité de surface des modèles. Les deux autres paramètres principaux ont été fixés aux valeurs habituelles typiques des sdB :  $M = 0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ . L'objectif principal étant de déterminer les propriétés des modes instables et sachant que celles-ci ne sont guère affectées par ces deux derniers paramètres (c.f., Chapitre 4), cette limitation provisoire demeure certainement satisfaisante pour nos besoins immédiats et surtout sans grande incidence sur les propriétés générales des instabilités que nous allons extraire des calculs non-adiabatiques appliqués sur cette grille. Les dimensions et la résolution de cette dernière sont légèrement différentes de celles utilisées dans le contexte adiabatique. L'espace en température effective et gravité de surface est en effet couvert dans les limites  $41000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 22000 \text{ K}$  avec  $\Delta T_{\text{eff}} = 500 \text{ K}$  et  $6.4 \leq \log g \leq 5.1$  avec  $\Delta \log g = 0.05$ ; soit un total de 1053 modèles statiques d'enveloppes de seconde génération. Afin de faciliter l'identification automatique des modes et de réduire les – longs – calculs non-adiabatiques au strict minimum requis, une grille de périodes adiabatiques de même dimension fut préalablement construite de façon similaire à celles utilisées au Chapitre 3, incluant les caractéristiques des modes p (et f) pour  $l = 0, 1, 2$  et 3, jusqu'à l'ordre radial  $k = 20$  et des modes g pour  $l = 1, 2$  et 3, jusqu'à  $k = 10$ . Une fois les spectres de périodes constitués et bien déterminés, seuls les modes acoustiques de faible ordre radial ( $k = 0$  à 10) ont été sélectionnés, par économie de temps de calcul, pour une évaluation systématique de leurs quantités non-adiabatiques (soit un total de 33696 modes sur l'ensemble de la grille). Des tests préalables ont en effet révélé que les modes p d'ordre radial plus élevé et, en général, les modes g<sup>1</sup> demeurent stables sur l'ensemble du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  occupé par les sdB.

---

<sup>1</sup>Dans les modèles à basses gravités de surface et hautes températures effectives, certains modes mixtes catégorisés comme modes g selon la classification standard peuvent s'avérer instables. Cependant, cela se produit dans une région extrême de la grille située dans une zone du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  inoccupée ou marginalement occupée par les sdB.



Durant ces calculs, les deux codes de pulsations, adiabatiques et non-adiabatiques, furent utilisés sur une base de 150 éléments quadratiques répartis dans les structures d’enveloppes de seconde génération. Suite à la discussion de la section 3.3 du Chapitre 3, la condition frontière centrale de la “sphère dure”, applicable vers  $\log q(\text{min}) \simeq -0.5$  dans ces modèles de seconde génération, a été adoptée pour l’évaluation des périodes.

### 5.5.1 Comportements non-adiabatiques des modes acoustiques

A chaque point de la grille, correspondant à un modèle de température effective et de gravité de surface données, sont associées les différentes quantités non-adiabatiques issues du code de pulsation et qui caractérisent les modes d’oscillation. Ainsi, pour chaque mode acoustique radial et non-radial (pour  $l=1, 2$  et  $3$ ) jusqu’à l’ordre  $k=10$ , la période adiabatique  $P_{\text{ad}}$  (en secondes), la période non-adiabatique  $P_{\text{nad}}$  (en secondes), la partie imaginaire de la fréquence propre  $\sigma_I$  (en  $\text{s}^{-1}$  ou Hz), l’énergie cinétique  $\log E_{\text{cin}}$  et le coefficient de rotation rigide du premier ordre  $C_{kl}$  sont disponibles. Une visualisation rapide, notamment à travers les figures qui suivent, de ces quantités dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  permet de constater que les comportements généraux, répertoriés durant la section 3.4 du Chapitre 3 dans le contexte des calculs adiabatiques portant sur des modèles statiques de première génération, demeurent qualitativement inchangés avec les structures de seconde génération.

### Périodes non-adiabatiques

Ces similitudes se retrouvent en particulier au niveau de la structure globale des surfaces représentant, dans le plan température effective-gravité de surface, les valeurs des périodes de pulsation pour différents modes donnés. La figure 5.9, comparable à la figure 3.19 de la section 3.4 (Chapitre 3), présente un échantillon de modes p (et f) pour différentes valeurs de  $k$  et  $l$ . Les tendances observées pour les périodes adiabatiques dans les modèles à métallicité uniforme sont également constatées au niveau des structures de seconde génération. Cela ne signifie cependant pas que les périodes des modes d’oscillation sont identiques d’une grille de modèles à l’autre, comme nous

pourrons le vérifier un peu plus tard.

Pour les pulsations radiales, la gravité de surface constitue le paramètre d'influence dominant sur les périodes, celles-ci diminuant rapidement lorsque  $\log g$  augmente. A contrario, la dépendance des périodes envers la température effective reste, comme auparavant pour les modèles de première génération, très restreinte. Il faut toutefois noter que de petites variations additionnelles de périodes, quoique peu visibles sur cette figure, sont néanmoins présentes dans la grille de modèles de seconde génération. Elles sont dues à la dépendance des profils non-uniformes d'abondance de fer vis-à-vis des paramètres  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$ . Cet effet, issu des variations de structure des modèles engendrés par les profils changeants de l'opacité de Rosseland, demeure néanmoins assez faible sur les modes acoustiques (modes d'enveloppes) alors qu'il touche plus fortement les modes g, sensibles aux régions profondes de l'étoile.

L'illustration des oscillations non-radiales (pour  $l=1, 2$  et  $3$ ) confirme également qu'à la dépendance principale des périodes envers la gravité de surface des modèles s'ajoutent les structures occasionnées, à hautes températures et basses gravités, par les phénomènes de collision entre modes (voir Chapitre 3). On notera, par comparaison avec la figure 3.19, que ces structures interviennent à plus hautes températures et à plus basses gravités dans la grille des modèles de seconde génération en raison des périodes systématiquement plus grandes obtenues, avec ces structures, pour les modes g.

### Modes étranges

Un regard attentif sur quelques-unes des surfaces présentées, en particulier pour les modes avec  $k=10$ ,  $l=1, 2$  et  $3$ , révèle l'existence de lignes de distorsion des périodes traversant une partie du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Un examen plus approfondi des calculs non-adiabatiques menés sur les modèles concernés a dévoilé l'origine de ces perturbations. Pour chaque mode, notre méthode d'évaluation des quantités non-adiabatiques s'appuie sur une première estimation des périodes et fonctions propres à l'aide de la théorie des pulsations adiabatiques, un balayage en période dans un intervalle spécifié

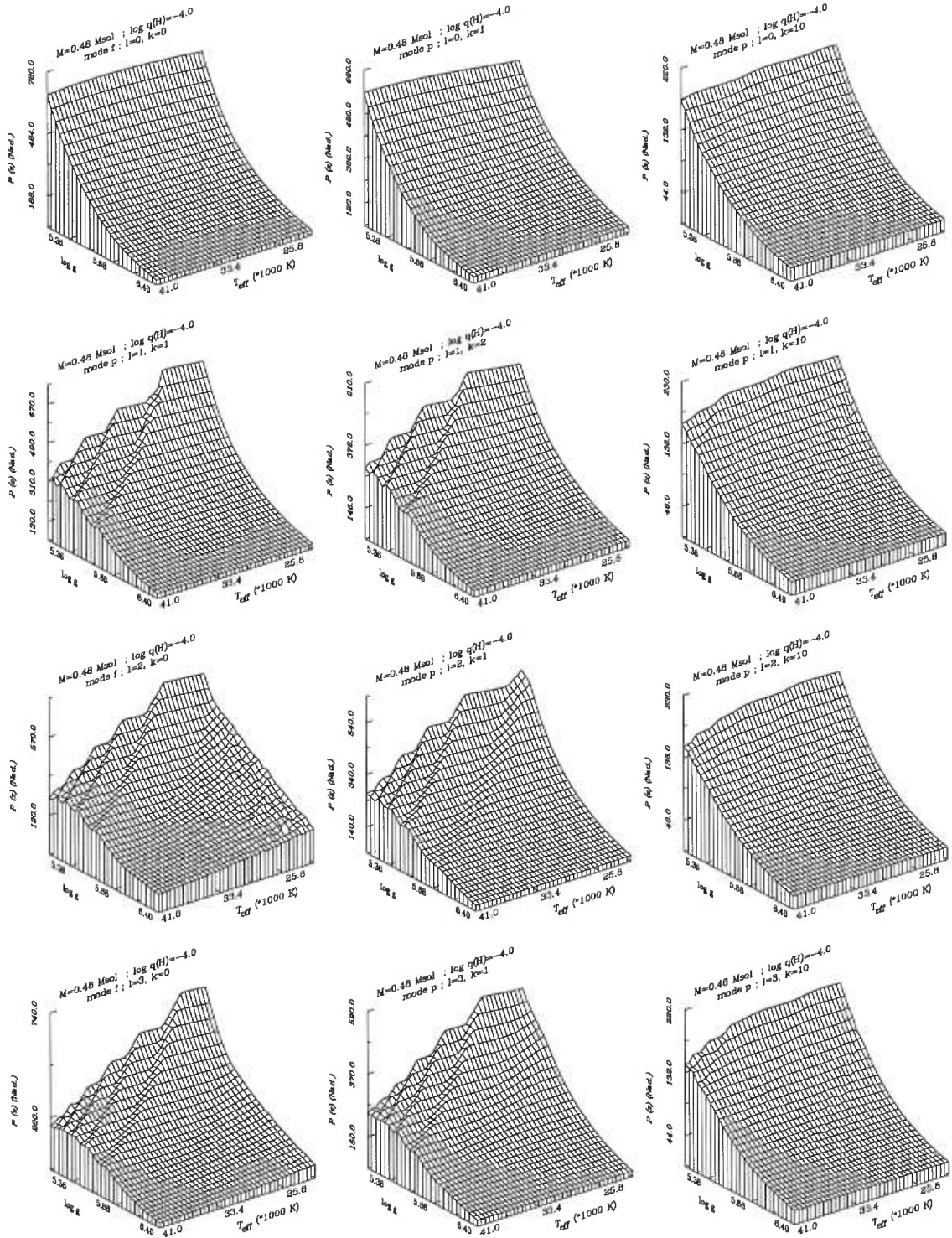


FIGURE 5.9. Echantillon de modes  $p$  et  $f$  dans l'espace  $\log g - T_{\text{eff}}$  : Périodes non-adiabatiques. Chaque rangée correspond, en partant du haut, respectivement aux modes radiaux ( $l=0$ ) et aux modes non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Les deux paramètres stellaires fixes ont reçu les valeurs typiques  $M=0.48 M_{\odot}$  et  $\log q(H)=-4.0$ .

par l'utilisateur permettant de répertorier l'ensemble des modes adiabatiques présents. La convergence s'effectue alors directement de l'estimé adiabatique qui, généralement, diffère très peu de la solution non-adiabatique. Nous avons cependant pu constater, en particulier pour ces modèles, qu'il existe parfois deux points de convergence possibles au voisinage de l'estimation adiabatique. Après vérification du code non-adiabatique, pour lequel aucun défaut de programmation ne fut découvert, il nous semble acquis que *le spectre non-adiabatique dispose, dans une fenêtre de périodes donnée, d'un nombre plus important de modes que le spectre adiabatique habituel (modes p, f et g).*

Par nature, la méthode employée pour localiser les modes oscillatoires dans un intervalle de périodes donné ne nous permet pas, dans la plupart des cas, de détecter la présence de ces modes particuliers. Cependant, il arrive parfois, dans certaines conditions de température effective et de gravité de surface, que l'un deux ait une période très proche d'un mode acoustique classique duement répertorié au cours du balayage adiabatique. Le code non-adiabatique peut alors accidentellement converger vers la période de ce mode plutôt que vers celle du mode p, produisant la légère distorsion observée sur certaines surfaces de la figure 5.9.

Quelques tests sur les modèles incriminés dans la détection accidentelle de ces modes particuliers suggèrent que ces derniers sont relativement difficiles à saisir en raison d'une dépendance très forte relativement aux paramètres stellaires utilisés. Il semble également que leur apparition devienne plus fréquente<sup>2</sup> dans la région à haute température et basse gravité du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , correspondant aux modèles disposant des plus grands rapports luminosité sur masse ( $\mathcal{L}/\mathcal{M}$ ). Enfin, il apparaît, d'après l'occurrence relativement faible de leur détections accidentelles, que ces modes supplémentaires d'origine exclusivement non-adiabatique ne soient pas très nombreux dans l'intervalle de période exploré.

La rapide description précédente des propriétés entrevues caractérisant ces modes

---

<sup>2</sup>Ce fait n'apparaît pas distinctement dans la figure 5.9 car beaucoup d'efforts ont été apportés dans cette région pour que le code non-adiabatique converge vers les périodes correspondant aux modes acoustiques habituels.

n'est pas sans analogie avec le phénomène des *modes étranges* rapporté par plusieurs auteurs au cours des deux dernières décennies (par exemple, Saio et al., 1984 ; Gautschy & Glatzel, 1990). Ces modes, généralement observés lorsque le degré de non-adiabaticité est élevé, semblent appartenir à un ou plusieurs spectres dont les périodes se superposent à celles du spectre habituel (modes p, f et/ou g). Le problème de l'origine et de la nature des modes étranges demeure néanmoins, encore aujourd'hui, très peu clarifié d'autant que de fortes présomptions suggèrent qu'il en existe différents types (c.f., les deux références précédentes mais également Gautschy & Glatzel, 1991 ; Zalewski, 1992 ; Glatzel, 1994 ; Buchler et al., 1997 ; ou encore Saio et al., 1998). L'éventualité de la présence de modes étranges également dans le spectre acoustique non-adiabatique des sdB (comme le suggèrent les calculs effectués sur la grille de modèles statiques) offre donc l'opportunité d'apporter une nouvelle contribution à ce débat. Si le sujet est particulièrement intéressant, nos outils actuels ne permettent pas, dans l'immédiat, d'enquêter sur les comportements de ces modes très particuliers. En effet, pour les détecter et les suivre dans leur évolution, la méthode de recherche des périodes en utilisant l'approximation adiabatique devient inadaptée. L'adaptation des codes de pulsation, afin de permettre la recherche des modes propres directement à partir du système complet des équations non-adiabatiques, impose des changements majeurs qui ne peuvent être facilement et rapidement implémentés. Faute de temps, la question des modes étranges dans les étoiles sous-naines de type B est donc laissée en suspend. Elle fera certainement l'objet, dans un proche avenir, d'une étude plus approfondie.

### Localisation des instabilités

A travers la partie imaginaire des fréquences propres complexes, le calcul non-adiabatique nous renseigne sur la stabilité des modes de pulsation. La grille de modèles couvrant le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  nous permet donc de visualiser, pour chaque mode acoustique disponible (jusqu'à l'ordre  $k = 10$ ), l'état d'excitation en fonction de chacun de ces deux paramètres atmosphériques. La figure 5.10 illustre, pour chaque mode radial ( $l = 0$ ) d'ordre  $k = 0$  à 8, les valeurs de  $\log(-\sigma_I)$  associées, le cas échéant, aux modes

instables (i.e., ceux pour lesquels  $\sigma_I < 0$ ). Une valeur plancher de  $-13$  pour la quantité  $\log(-\sigma_I)$  a été assignée lorsque les modes sont stables (i.e.,  $\sigma_I > 0$ ).

Cette figure permet de constater l'existence d'une large zone d'instabilité couvrant une partie du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Celle-ci s'étire des plus hautes gravités de surface, où l'intervalle de température dans lequel on retrouve les instabilités est le plus étroit, vers les plus faibles gravités de surface, où la bande en température correspondant aux modes instables est la plus large. Pour les pulsations radiales, seuls les modes de faible ordre radial, avec  $k \leq 6$ , sont déstabilisés. Pour  $k \geq 7$ , l'effet de dissipation radiative, qui s'accroît généralement avec la multiplication des nœuds dans les fonctions propres, outrepassé systématiquement, dans la totalité de l'espace physique exploré, l'influence déstabilisatrice du fer. Deux tendances qualitatives ressortent assez bien de cet échantillon de modes. En premier lieu, la région instable semble s'étendre lorsque l'indice radial, de faible valeur ( $k = 0, 1$ ), augmente. Elle se contracte ensuite sévèrement jusqu'à finalement disparaître pour les plus grandes valeurs de  $k$ . Un déplacement du "blue edge" et du "red edge" vers les plus grandes températures effectives est également observé lorsque l'indice radial augmente. De plus, notons que les valeurs de  $\sigma_I$  deviennent systématiquement plus grandes pour les modèles à faibles gravités de surface et hautes températures effectives ; une tendance conforme à l'idée généralement admise de la plus forte non-adiabaticité des modes acoustiques dans les modèles disposant de hauts rapports  $\mathcal{L}/\mathcal{M}$ .

La figure 5.11 illustre, à la manière de la figure 5.10, les régions d'instabilités pour les pulsations non-radiales à travers l'exemple représentatif du spectre des modes p (et f) d'indice angulaire  $l=2$ . La structure des surfaces reste globalement inchangée relativement à celles correspondant aux pulsations radiales et les tendances observées sont identiques. Remarquons simplement que les modes acoustiques non-radiaux peuvent être instables jusqu'à l'ordre radial  $k=7$  (contre  $k=6$  pour les modes radiaux ; mais on se souviendra qu'un mode p non-radial d'ordre  $n$  correspond à un mode radial d'ordre  $n-1$ ) et que le mode f, ou mode de Kelvin, est excité (bien que la valeur de  $|\sigma_I|$  soit généralement très faible) dans une large région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Contrairement aux

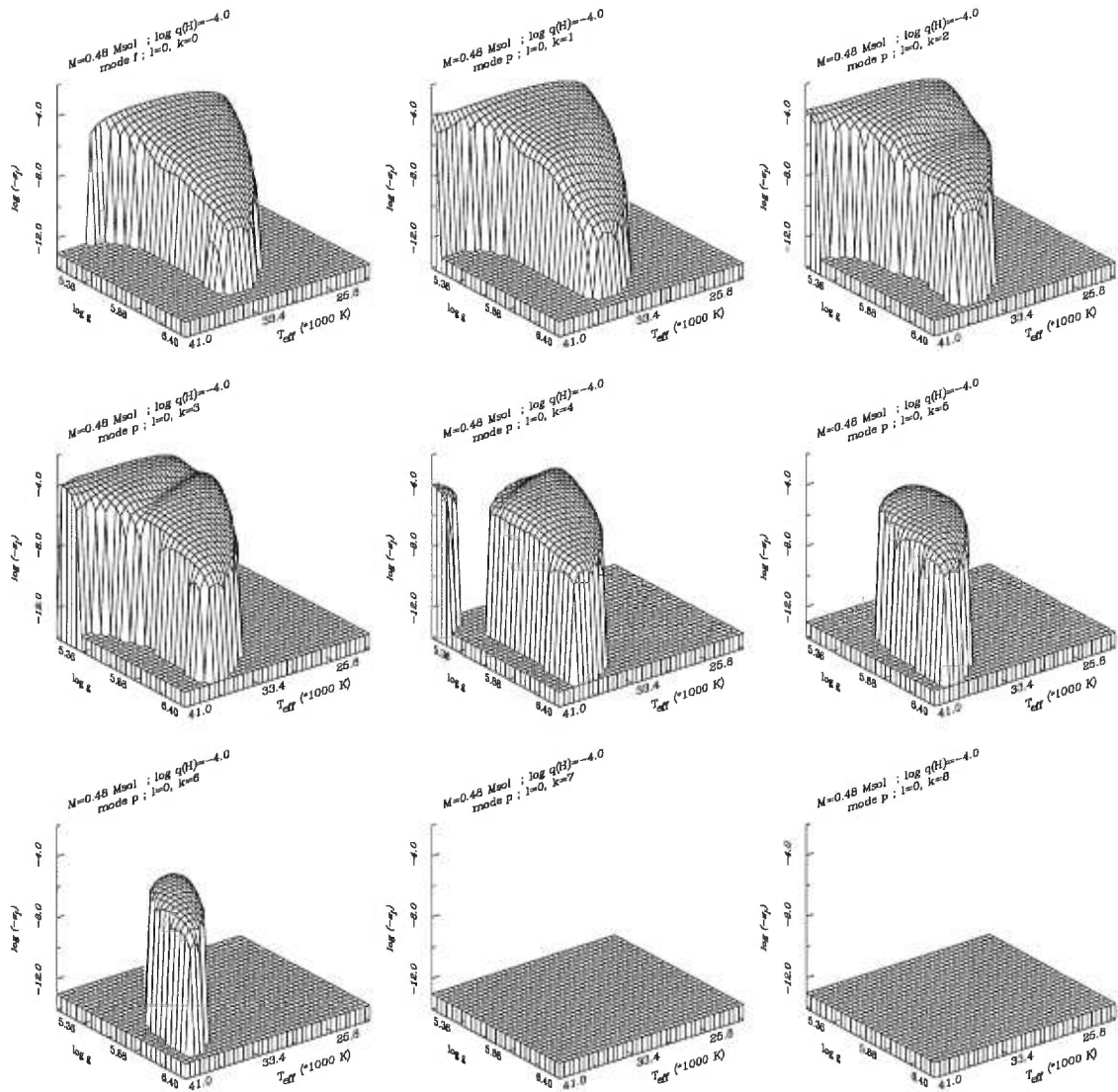


FIGURE 5.10. Echantillon de modes acoustiques dans l'espace  $\log g - T_{\text{eff}}$  : Partie imaginaire des fréquences propres. Chaque panneau, en partant du coin supérieur gauche, correspondent aux modes radiaux ( $l=0$ ) d'ordre  $k=0$  à 8.

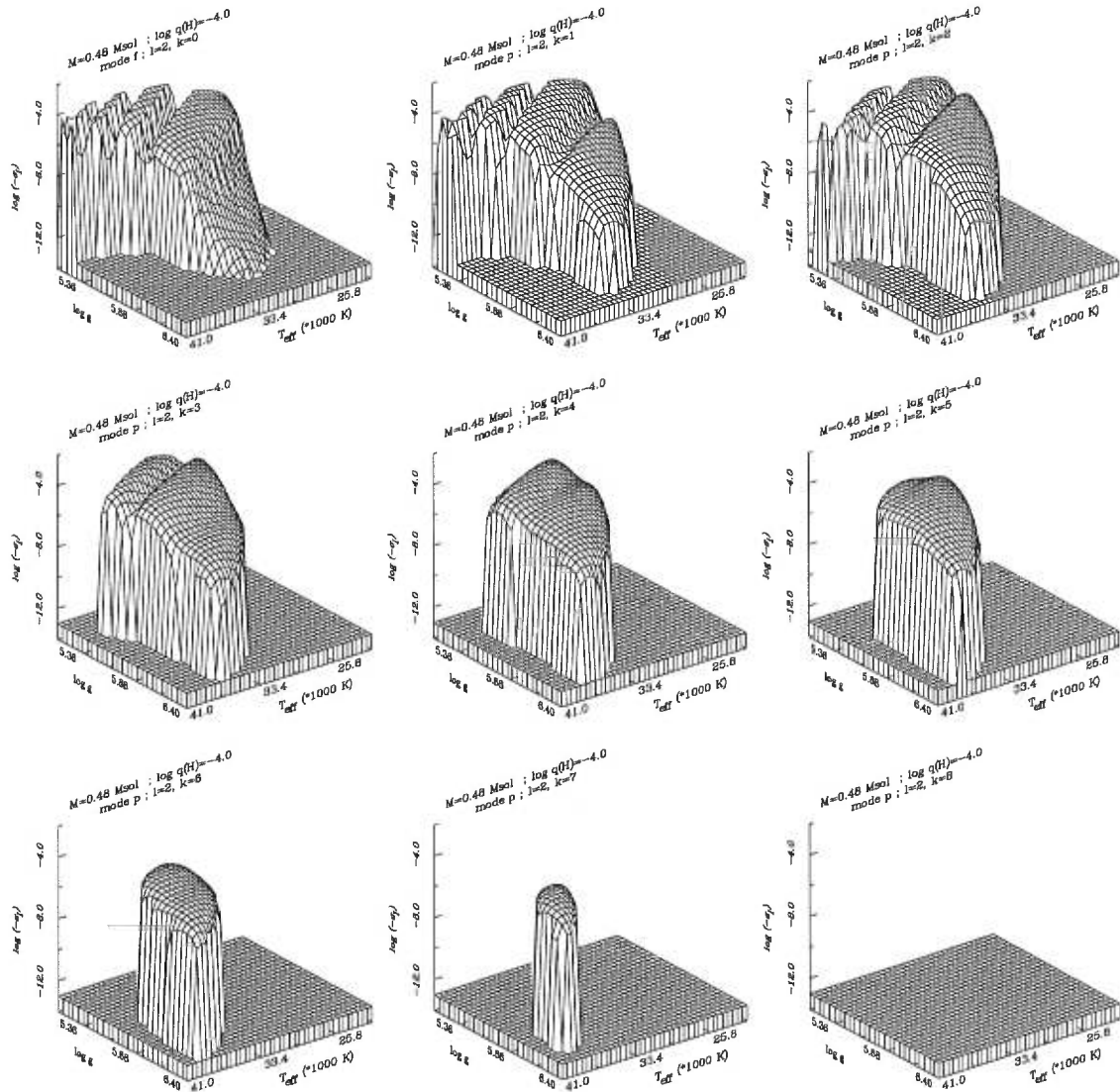


FIGURE 5.11. Echantillon de modes  $p$  et  $f$  dans l'espace  $\log g - T_{\text{eff}}$  : Partie imaginaire des fréquences propres. Idem figure 5.10 mais pour les modes non-radiaux avec  $l=2$ .



surfaces associées aux modes radiaux, celles correspondant aux oscillations non-radiales apparaissent, dans la région des faibles gravités et hautes températures, striées, à intervalles réguliers, de profondes tranchées. Ces dernières, particulièrement présentes pour le mode f et le mode avec  $k = 1$ , sont engendrées par les effets, inexistant pour les pulsations radiales, des collisions avec le spectre des modes g. Ainsi, lorsqu'un mode de nature mixte, originellement considéré comme un mode acoustique, adopte un comportement de mode g avec des amplitudes d'oscillation plus importantes dans le noyau de l'étoile, la partie imaginaire de sa fréquence propre diminue fortement. Dans cette région propice à la superposition du spectre des modes acoustiques avec celui des modes de gravité, certains modes mixtes que l'on qualifierait de modes g selon la nomenclature habituelle peuvent éventuellement être instables. La zone du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  où cela se produit est cependant située en dehors de la région occupée par la majorité des sdB : son intérêt s'avère donc plutôt mineur.

### 5.5.2 Aperçu des tendances

Une visualisation en deux dimensions, moins spectaculaire mais quantitativement plus utile, d'une fraction de la grille permet de confirmer et/ou d'avancer un ensemble de prédictions théoriques qu'il sera par la suite possible de confronter aux observations. La figure 5.12 donne un aperçu du comportement des instabilités en fonction de la température effective des modèles tout en maintenant la gravité de surface constante. En parallèle, la figure 5.13 illustre les résultats obtenus pour une série de modèles à température effective constante mais à gravité de surface variable. Les paramètres fixes des modèles ont été choisis pour correspondre aux caractéristiques de la plupart des étoiles EC14026 :  $\log g = 5.8$  dans le premier cas (figure 5.12) et  $T_{\text{eff}} = 34000$  K dans la seconde situation (figure 5.13). Seuls les modes p (et f) avec  $l = 0, 1, 2$ , et 3, jusqu'à l'ordre radial  $k = 10$  sont représentés dans la mesure où les modes g, ainsi que les modes p d'ordre radial supérieur, demeurent stables<sup>3</sup> sur tout l'intervalle

---

<sup>3</sup>Toutefois, dans la figure 5.13, vers la région à basse gravité ( $\log g \lesssim 5.5$ ), des modes mixtes instables, non représentés dans ce graphique parce qu'ils appartiennent au spectre des modes g, font

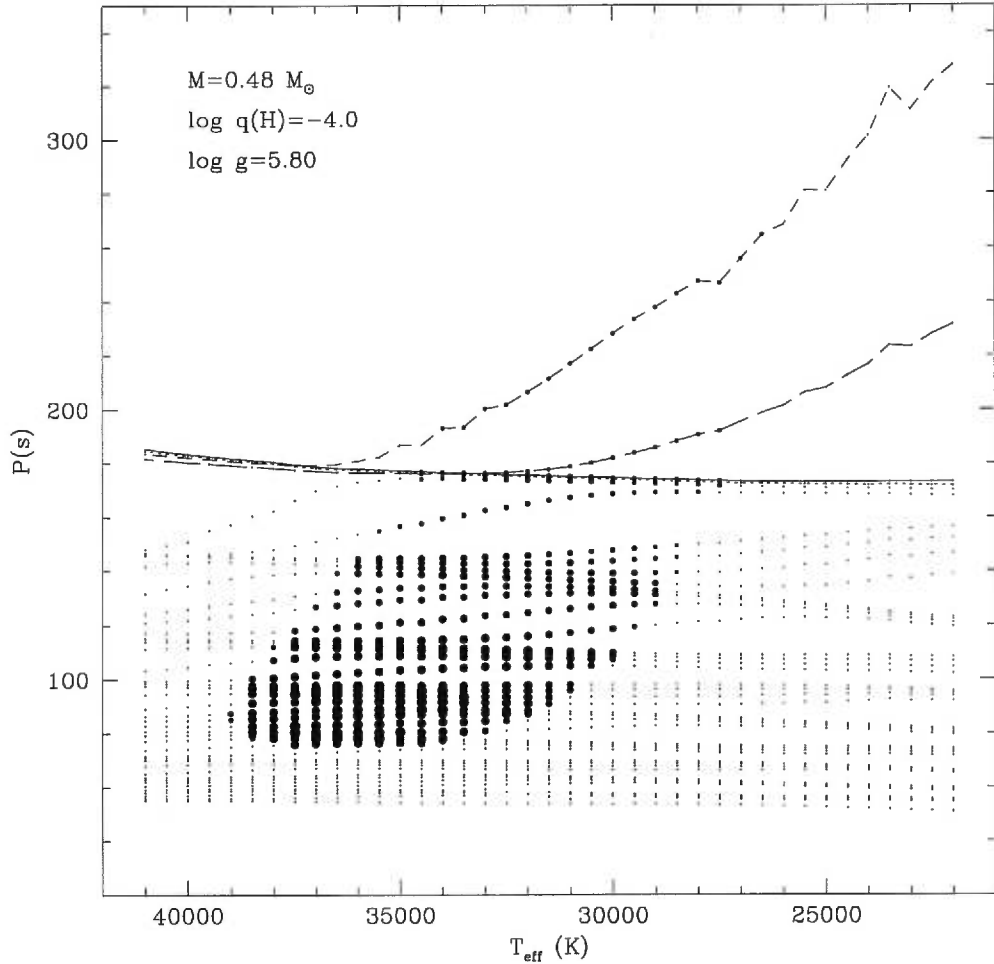


FIGURE 5.12. Spectres des périodes pour un ensemble de modèles de seconde génération avec  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4.0$ ,  $\log g = 5.8$  et  $T_{\text{eff}}$  compris entre 41000 K et 22000 K par pas de 500 K. Tous les modes p (et f) avec  $l = 0, 1, 2, 3$  et  $k = 0$  à 10 (sauf avec la série  $l = 1$  pour laquelle il n'existe pas de mode fondamental  $k = 0$ ) sont illustrés. Les modes stables sont représentés par de petits points alors que les modes instables apparaissent sous la forme de cercles pleins. 8 différentes tailles de cercles sont associées aux valeurs de  $|\sigma_I|$  (en Hz) avec par ordre de taille croissante :  $|\sigma_I| < 10^{-7}$ ,  $10^{-7} \leq |\sigma_I| < 5 \times 10^{-7}$ ,  $5 \times 10^{-7} \leq |\sigma_I| < 10^{-6}$ ,  $10^{-6} \leq |\sigma_I| < 5 \times 10^{-6}$ ,  $5 \times 10^{-6} \leq |\sigma_I| < 10^{-5}$ ,  $10^{-5} \leq |\sigma_I| < 5 \times 10^{-5}$ ,  $5 \times 10^{-5} \leq |\sigma_I| < 10^{-4}$ , and  $|\sigma_I| \geq 10^{-4}$ . La courbe en traits pleins (pointillés; tirets; longs tirets) joint les modes avec  $l=0$  et  $k=0$  ( $l=1$  et  $k=1$ ;  $l=2$  et  $k=0$ ;  $l=3$  et  $k=0$ ) ensembles. Les modes g, toujours stables, ne sont pas présentés dans la figure mais leurs périodes, pour un  $l$  donné, se situent au dessus des courbes correspondantes.

des paramètres exploré (*prédiction #1*). Les modes instables sont représentés par des cercles pleins de différentes tailles selon la valeur de  $|\sigma_I|$ , où  $\sigma_I$  est la partie imaginaire de la fréquence propre des modes (c.f., la légende de la figure 5.12 pour les détails).

Au niveau de la figure 5.12, pour ce choix de gravité de surface, les périodes des modes p (et f) considérés se situent dans la fenêtre 50 – 340 secondes et exhibent, hormis pour les deux modes f avec  $l=2$  et  $l=3$ , une très faible dépendance envers la température effective. Les modes excités définissent, toujours pour ce choix de gravité de surface, une large bande d’instabilité comprise entre 27000 K (“red-edge”) et 39000 K (“blue edge”) dont l’origine physique a été discutée brièvement au cours de la section 5.3.2. Il est cependant notoire que la région disposant du plus grand nombre de modes instables, de la plus large bande de périodes excitées ainsi que des plus importantes valeurs de  $|\sigma_I|$ , autant d’indices suggérant que les instabilités sont plus fortes dans ces modèles, est localisée vers 33000 K  $\lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 36000$  K (*prédiction #2*). Notons également qu’il existe une corrélation entre l’ordre radial des modes excités et la température effective des modèles telle que plus  $T_{\text{eff}}$  est élevée, plus l’indice  $k$  des modes instables est grand. Ainsi, si les périodes des modes acoustiques dépendent très peu de la température effective de l’étoile, il existe néanmoins, en terme des périodes excitées (celles qui peuvent éventuellement être observées), une tendance à la baisse lorsque  $T_{\text{eff}}$  augmente (*prédiction #3*).

La figure 5.13 illustre une nouvelle fois l’extrême sensibilité des périodes des modes p (et f) vis-à-vis de la gravité de surface des modèles. Dans l’intervalle de gravité exploré, les modes se répartissent dans une fenêtre couvrant les périodes allant de 700 s environ (à faible  $\log g$ ) jusqu’à 20 s environ (à  $\log g$  élevé). Les modes excités suivent manifestement la même tendance; il faut donc s’attendre à observer des périodes d’oscillation plus longues dans les sdB pulsantes de faibles gravités de surface (*prédiction #4*). De plus, en raison de l’espacement des périodes entre modes consécutifs qui augmente lorsque  $\log g$  diminue, la bande de modes excités devient plus large (en période) également leur apparition dans les modèles. Leurs périodes sont cependant situées dans la fenêtre définie par les modes instables affichés dans cette figure.

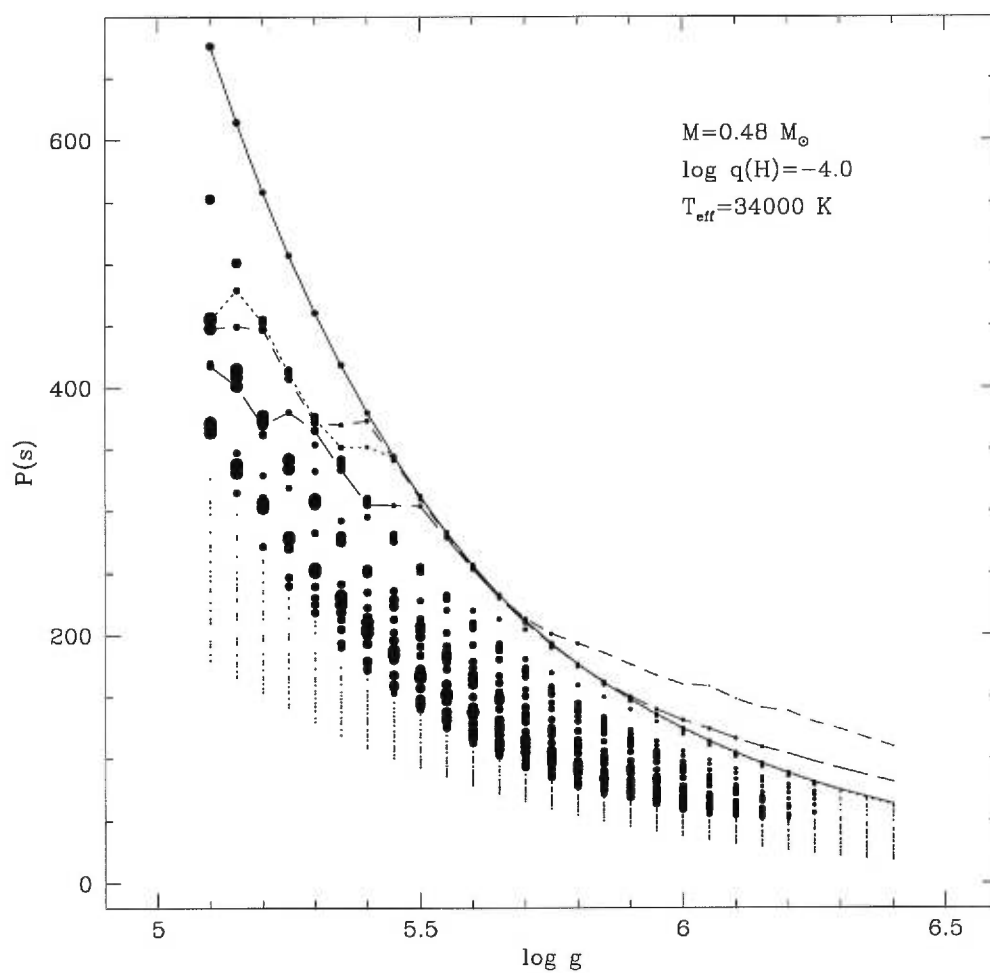


FIGURE 5.13. Similaire à la figure 5.12 excepté pour le fait que les effets de la gravité de surface, entre  $\log g = 5.1$  et  $\log g = 6.4$  par pas de 0.05, sont ici explorés. Les paramètres fixes des modèles sont toujours  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log q(H) = -4.0$  et  $T_{\text{eff}} = 34000 \text{ K}$ .

à ces faibles gravités (*prédiction #5*). Conformément à notre attente relativement à la façon dont le mécanisme déstabilisateur fonctionne (c.f., section 5.3.2), la bande d'instabilité apparaît limitée pour les grande valeurs de  $\log g$  (pour ce choix de température effective, pas de modes instables si  $\log g \gtrsim 6.30$ ) mais ne semble pas disposer, dans l'intervalle exploré, de borne inférieure pour les basses gravités. La figure montre également que les modes instables des modèles à faible gravité de surface disposent des taux de croissance (ou, de manière équivalente, des  $|\sigma_I|$ ) les plus élevés. Ceci suggère, pour autant que l'on puisse se fier à la théorie linéaire concernant ce type de problème, que les sdB pulsantes de plus faibles gravités devraient montrer, à température effective identique, les plus grandes amplitudes d'oscillation (*prédiction #6*). Cette dernière prédiction demeure toutefois incertaine puisqu'en toute rigueur, seule la théorie non-linéaire peut nous renseigner sur le niveau de saturation des amplitudes des modes excités.

Ce premier aperçu des résultats, issus des calculs non-adiabatiques appliqués sur une grille de modèles couvrant l'ensemble du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  où l'on retrouve les étoiles sous-naines de type B, permet donc de déterminer plusieurs propriétés des modes d'oscillation excités par le mécanisme déstabilisateur que nous avons identifié. Ces propriétés constituent autant de prédictions théoriques qu'il est possible de tester par comparaison directe avec les caractéristiques des étoiles EC14026 connues. Dans cette optique, il est intéressant de se référer au tableau 4.6 qui résume les paramètres observés pour les 12 objets de cette catégorie répertoriés à ce jour. En particulier PG 1605+072, une étoile de gravité de surface significativement plus faible que celle des autres étoiles connues, dispose des plus longues périodes observées (de 200 à 600 secondes ; c.f., *prédiction #4*), couvrant également le plus large intervalle de période ( $\sim 400$  secondes ; *prédiction #5*). Cet objet présente aussi les plus grandes amplitudes de pulsation jamais observées jusqu'à présent (c.f., *prédiction #6*). Pour l'ensemble des sdB pulsantes, les périodes observées correspondent, d'après l'évaluation de leurs paramètres stellaires, aux modes acoustiques de faible ordre radial  $k$  (c.f., *prédiction #1*). Malgré la dominance des effets de la gravité, une légère tendance impliquant de plus faibles périodes pour les étoiles avec des températures effectives plus élevées est

suggérée dans le tableau (c.f., *prédiction #3*). De plus, malgré la dispersion assez importante des températures observées, les étoiles EC14026 semblent se regrouper aux alentours de  $T_{\text{eff}} \simeq 34000$  K (c.f., *prédiction #2*).

Ces résultats obtenus avec la grille de modèles de seconde génération apportent donc quelques éléments très suggestifs qui confortent encore un peu plus l'idée proposée pour le mécanisme de déstabilisation. Cependant, pour obtenir une vision globale des caractéristiques des pulsations dans ces objets sur l'ensemble de la région intéressante du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , et pas seulement autour du point  $\log g = 5.8$  et  $T_{\text{eff}} = 34000$  K, il est nécessaire de représenter la totalité des calculs effectués sur ces modèles.

### 5.5.3 Domaine d'instabilité

Une première étape fondamentale est de déterminer, à partir de la grille de structures d'enveloppes, les caractéristiques du domaine d'instabilité dans lequel les sdB pulsantes doivent théoriquement se trouver. Une façon d'illustrer le processus d'apparition et de disparition des instabilités en fonction des paramètres stellaires adoptés consiste à dénombrer les modes excités pour chaque série d'indice angulaire  $l$  donné. En général, ce nombre est faible pour les modèles situés en bordure de la zone d'instabilité et plus élevé près du centre de cette région, où le mécanisme déstabilisateur atteint son paroxysme. Il apporte ainsi une indication quantitative sur l'efficacité du mécanisme ou, de façon équivalente, sur l'importance des instabilités<sup>4</sup>.

La figure 5.14 montre, sous la forme d'iso-contours dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , le nombre de modes instables dans le spectre des pulsations radiales ( $l = 0$ ) à travers l'ensemble de la grille de modèles d'enveloppes. La figure 5.15 propose le même type

---

<sup>4</sup>Cette indication pourrait éventuellement être diluée dans un effet mécanique superposé si, dans l'intervalle de périodes excitées, la densité de mode change beaucoup avec les paramètres de l'étoile. Ce n'est définitivement pas le cas pour les modes p insensibles à la température effective. En fonction de  $\log g$ , si l'écart en période entre modes successifs augmente lorsque la gravité diminue, la largeur de la fenêtre d'instabilité s'accroît. Le nombre de modes instables constitue donc, pour ces étoiles, un bon indicateur de la puissance du mécanisme d'excitation.

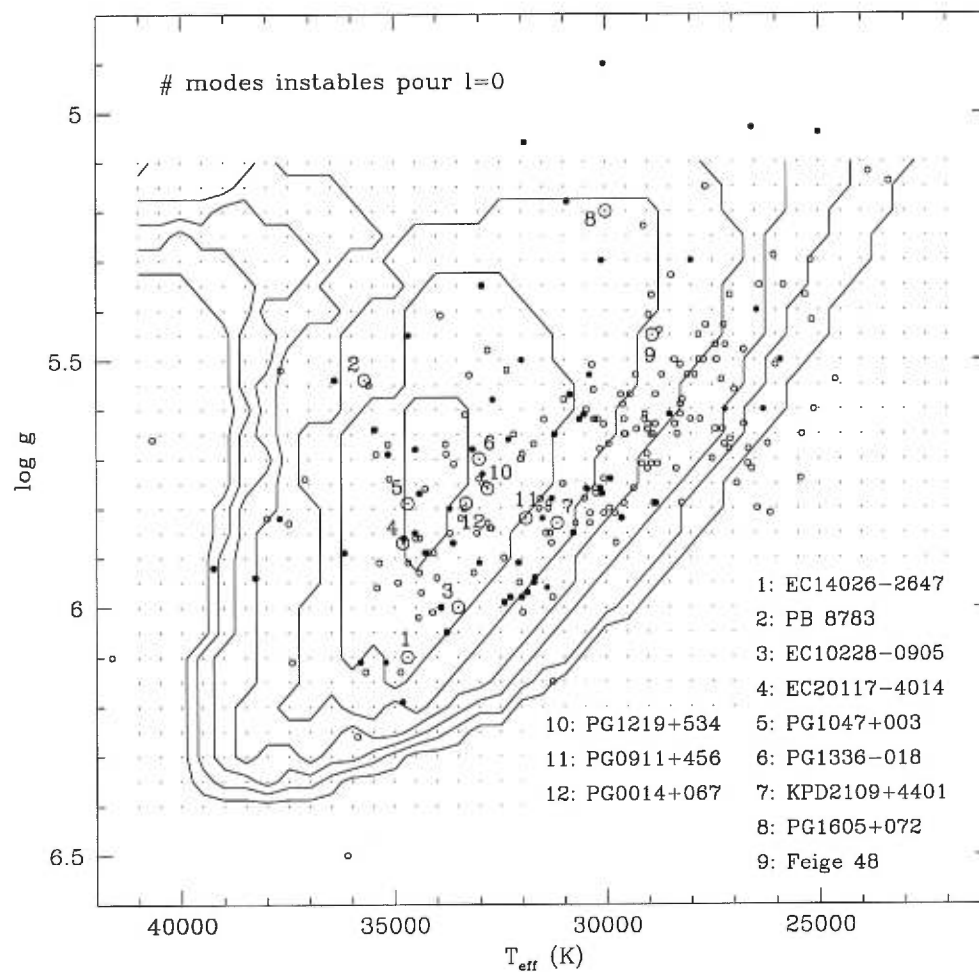


FIGURE 5.14. Plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  où les cercles vides correspondent aux étoiles sous-naines de type B non encore observées par photométrie rapide (Saffer et al., 1995 ; communication privée), les cercles pleins représentent les 63 sdB observées par notre groupe mais pour lesquelles aucune pulsation n'a été constatée et les points cerclés numérotés indiquent les 12 sdB pulsantes connues. La grille de modèles d'enveloppes est superposée aux observations (chaque point correspond à un modèle de la grille) et les iso-contours indiquent, pour les pulsations radiales ( $l=0$ ), le nombre de modes instables dans les modèles. Le plus externe correspond à la limite  $N=1$  mode excité,  $N$  allant en augmentant de l'extérieur vers l'intérieur de la bande d'instabilité.

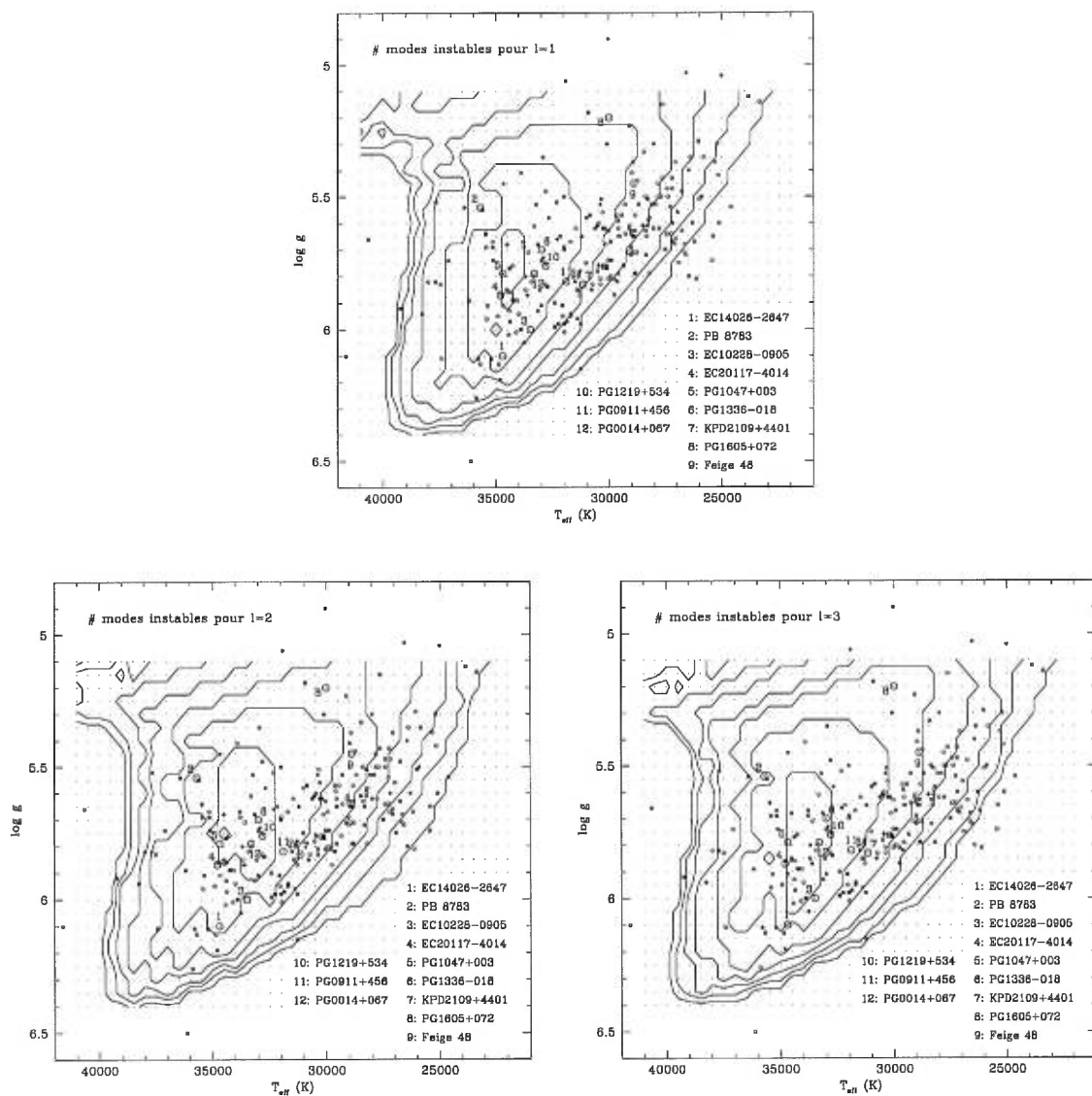


FIGURE 5.15. Semblable à la figure 5.14 pour les modes de pulsations non-radiales d'indice angulaire  $l=1, 2$  et  $3$ . Chaque panneau est associé à l'une des valeurs de  $l$ .



d'illustration pour les pulsations non-radiales ( $l = 1, 2$  et  $3$ ) mais la similitude des résultats obtenus nous incite à nous concentrer principalement sur les modes radiaux. Chaque contour correspond à la limite inférieure où  $N$  modes instables sont comptabilisés ( $N = 1, 2, 3$ , etc ..., jusqu'à  $N = 7$  pour les pulsations radiales et parfois  $N = 8$  pour les pulsations non-radiales). Le contour le plus large indique la limite  $N = 1$  et les modèles situés en dehors de cette région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  ne disposent d'aucun mode radial excité ( $N = 0$ ). Cette représentation dans le plan gravité-température favorise les comparaisons directes des résultats théoriques avec les propriétés des sdB pulsantes observées. A cette fin, les étoiles pour lesquelles ces paramètres stellaires ont été évalués par spectrométrie et modélisation d'atmosphère (cercles vides ; Saffer et al., 1995 ; communication privée), incluant les 12 étoiles EC14026 connues (points cerclés) et un échantillon de 63 étoiles observées par photométrie rapide dans le cadre de notre programme de recherche observationnelle de sdB pulsantes (Billères, 1999) mais pour lesquelles aucune pulsation n'a été détectée (cercles pleins), sont superposées aux résultats théoriques issus de la grille.

Un premier et rapide coup d'oeil sur la figure 5.14 permet de constater que le mécanisme d'excitation impliqué déstabilise une large bande de modèles dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Cette région instable, bien qu'elle n'occupe pas toute la grille, englobe néanmoins la quasi-totalité des étoiles sous-naines de type B connues. S'il est difficile, à ce stade, d'évaluer précisément, avec seulement 12 sdB pulsantes répertoriées, les limites et le profil de la bande d'instabilité réelle, l'extrême largeur du domaine d'instabilité théorique semble suggérer, encore une fois, que le mécanisme d'excitation est trop puissant dans nos modèles. Cette possibilité sera discutée plus en détails lorsque les limitations dues aux hypothèses de construction des modèles de seconde génération seront abordées.

En dépit de la largeur importante du domaine d'instabilité théorique, il demeure néanmoins particulièrement intéressant de constater que le nombre de modes instables atteint, comme attendu, un maximum vers la région centrale de ce domaine. Pour les pulsations radiales, le "sommet" de la "montagne" d'instabilité, avec 7 modes instables,

est situé approximativement dans l'intervalle  $5.6 \lesssim \log g \lesssim 5.95$  et  $35000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 33000 \text{ K}$ . La situation est essentiellement identique pour les modes non-radiaux bien que le pic apparaisse un peu plus large pour  $l=2$  et  $l=3$ , englobant les modèles jusqu'à  $\log g \simeq 5.5$  et  $\log g \simeq 6.0$  en gravité et  $T_{\text{eff}} \simeq 32000 \text{ K}$  en température. Pour  $l=2$ , un maximum avec 8 modes instables est même atteint pour un seul modèle dont les paramètres sont  $\log g = 5.75$  et  $T_{\text{eff}} = 34500 \text{ K}$ . Cette région relativement restreinte semble donc correspondre à la situation qui offre les conditions de température effective et de gravité de surface les plus favorables au mécanisme de déstabilisation. Nous pouvons, de ce fait, confirmer et généraliser la *prédiction #2* en affirmant que les instabilités les plus fortes interviennent dans l'intervalle de température et de gravité mentionné ci-dessus. Dans ce contexte, il est particulièrement remarquable de constater que la distribution des étoiles EC14026 connues suggère sans équivoque une concentration de sdB pulsantes exactement dans cette région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ .

Le nombre de modes excités décroît graduellement à mesure que l'on s'éloigne du pic d'instabilité jusqu'à ce que les modèles deviennent finalement stables. Les profils des différents contours indiquent très clairement une dépendance de l'efficacité du mécanisme non seulement par rapport à la température effective mais aussi en fonction de la gravité de surface des modèles. L'orientation des iso-contours montre que le mécanisme favorise, à fortes gravités de surface, les instabilités dans les étoiles à hautes températures et, à faibles gravités, les instabilités dans les étoiles à basses températures (*prédiction #7*). A ce niveau, les positions (et les températures effectives) des sdB pulsantes de faibles gravités PG1605+072 (étoile 8) et Feige 48 (étoile 9) dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  constituent – comme le font remarquer à juste titre Koen et al., 1998b – une indication très forte de cette tendance s'inscrivant parfaitement dans le sens de la prédiction théorique. Parallèlement, on notera que l'ensemble des 12 étoiles EC14026, bien que disséminées sur une grande surface dans le plan gravité-température, se trouvent pratiquement sans exception à l'intérieur des trois contours correspondant aux plus grands nombres de modes instables ( $N=7, 6$  et  $5$  pour  $l=0$ ) et semblent également, même en dépit du petit nombre d'objets actuellement disponibles, en épouser grossièrement la forme.

Le mécanisme d'excitation responsable des instabilités ne doit son efficacité qu'à l'accumulation de quantités importantes de fer dans l'enveloppe de l'étoile sous l'influence des processus de diffusion. Dans nos calculs, l'équilibre entre triage gravitationnel et lévitation radiative a été adopté, générant un profil non-uniforme mais fixe pour l'abondance du fer. Pour cette raison, tous les modèles calculés dans notre grille et situés dans le domaine d'instabilité montrent des modes excités dans leur spectre acoustique. Toutefois, par la nature même du mécanisme de déstabilisation, il est extrêmement probable qu'un paramètre supplémentaire, autre que la gravité de surface et la température effective, est en mesure de peser sur la stabilité des modèles. Ce paramètre est relié à l'importance des vents stellaires dans ces étoiles qui, comme on le sait maintenant très bien (par exemple, Fontaine & Chayer, 1998), influencent directement les réservoirs d'éléments lourds constitués par les processus de diffusion. Pour autant que les vents stellaires ne soient pas trop forts au point de détruire complètement la distribution non-uniforme des divers éléments atomiques présents dans l'enveloppe de ces étoiles, les calculs suggèrent que les profils d'abondance, en présence d'un faible vent, adoptent une configuration stationnaire proche des profils obtenus à l'équilibre. Toutefois, à la différence de ces derniers, le réservoir a tendance à se vider par la base, toujours sous l'effet du vent, conduisant, à terme, à la disparition totale de certains éléments. Au cours du Chapitre 2 (section 2.2), nous avons vu que les étoiles sous-naines de type B sont fortement suspectées d'entretenir un vent faible de nature à influencer les réservoirs constitués par la diffusion. Il est donc extrêmement probable que les surabondances de fer soient peu à peu entamées, en commençant par la base du réservoir, sous l'action des processus de perte de masse. Après un certain temps, on peut donc s'attendre à ce que la disparition du fer atteigne la région déstabilisatrice de l'étoile, détruisant du même coup le mécanisme d'excitation des modes de pulsation. Autrement dit, les vents stellaires faibles susceptibles d'être présents dans les sdB font qu'il est possible, à une même température effective et gravité de surface, que deux étoiles d'apparence identiques présentent l'une des variations de luminosité alors que l'autre demeure stable (*prédiction #8*). La distribution, dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , des étoiles observées par photométrie rapide mais qui ne présentent aucune pulsation (cercles

pleins) révèle sans ambiguïté, par leur coexistence avec les sdB pulsantes connues, que l'influence sur le mécanisme d'excitation d'un paramètre additionnel est indispensable. Or, à travers la *prédiction #8*, le mécanisme proposé offre une explication naturelle à cette observation.

#### 5.5.4 Nature et propriétés des modes instables

Outre l'énumération des modes instables et la localisation d'un domaine d'instabilité dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , la grille de modèles d'enveloppes nous apporte également toute une batterie d'informations utiles sur la nature et les propriétés des modes excités par le mécanisme  $\kappa$  associé aux sur-abondances de fer. Les quantités particulièrement importantes sont les périodes des modes instables en fonction de la température effective et de la gravité de surface des modèles. Celles-ci définissent notamment une fenêtre de périodes qu'il est possible de confronter à ce que l'on observe pour les pulsateurs réels. Toutefois, avant de présenter ces résultats, nous allons regarder de plus près à quel type de modes, selon la position dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , s'identifient les instabilités.

##### Nature des modes excités

A travers l'ensemble des calculs non-adiabatiques effectués sur la grille de modèles de seconde génération couvrant l'espace occupé par la plupart des sdB, seuls les modes acoustiques et les deux modes f (pour  $l=2$  et  $3$ ) se sont révélés en mesure de développer des instabilités. Les modes g, plus profonds et donc moins portés à osciller avec de grandes amplitudes dans la région où le mécanisme  $\kappa$  opère, demeurent généralement stables hormis dans la région à haute température et basse gravité où l'apparition de modes à caractère mixte vient parfois compliquer la situation. Cette partie de la grille est toutefois principalement située en dehors de la région des sdB ; elle présente donc moins d'intérêt. Ainsi, nous pouvons généraliser la *prédiction #1* de la section 5.5.2 à l'ensemble des étoiles sous-naines de type B pulsantes typiques (i.e., avec  $\log g \sim 5.8$  et  $T_{\text{eff}} \sim 34000$  K) pour lesquelles aucun mode de gravité ne devrait être observé.

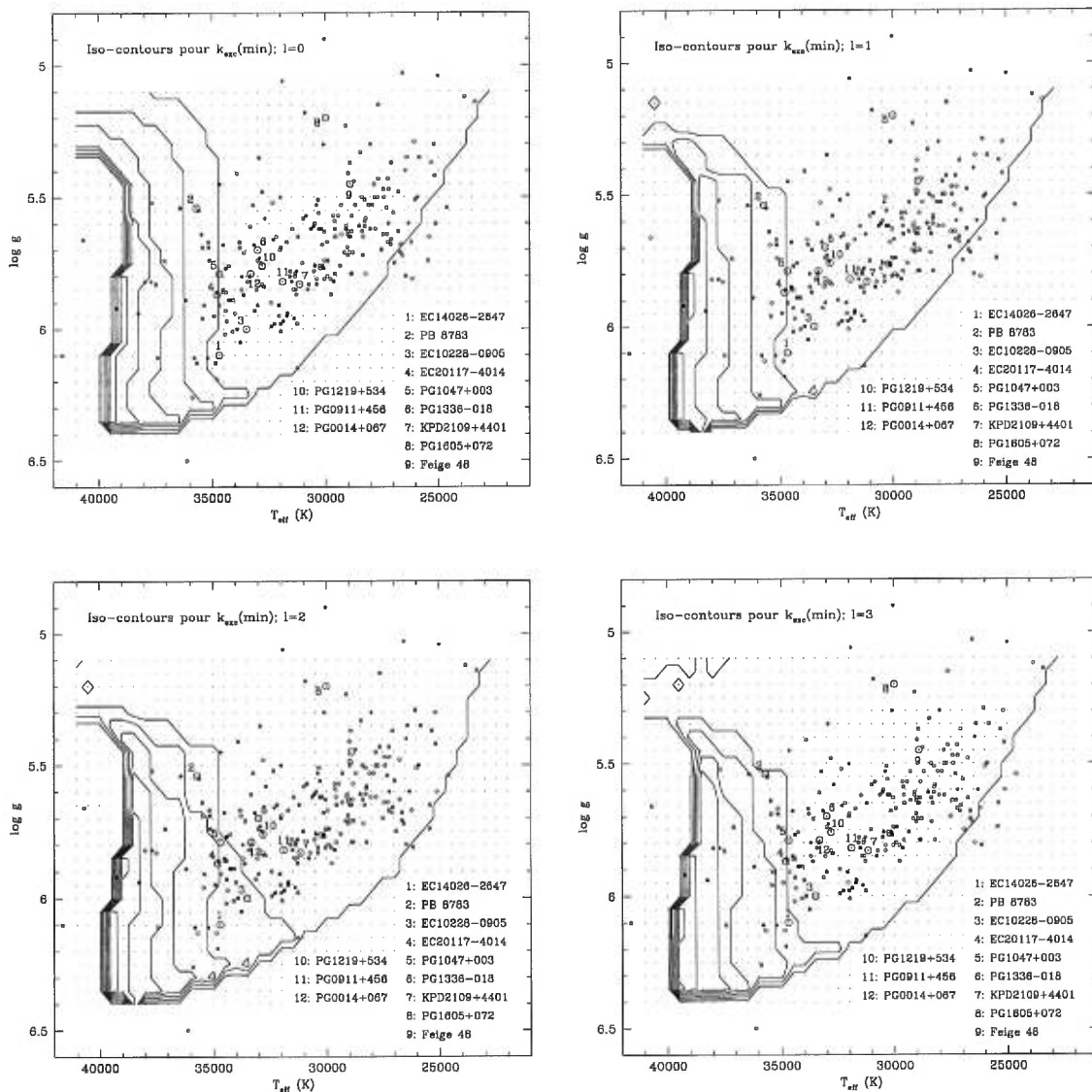


FIGURE 5.16. Idem Figure 5.14 mais les contours correspondent maintenant à l'ordre radial minimal associé aux modes excités. Chaque panneau illustre respectivement les pulsations radiales ( $l=0$ ) et les oscillations non-radiales ( $l=1, 2$  et  $3$ ). Le contour le plus large, qui rejoint les plus faibles températures effectives, indique l'ordre  $k_{\text{exc}}(\text{min}) = 0$  ( $k_{\text{exc}}(\text{min}) = 1$ ) pour les spectres  $l=0, 2$  et  $3$  ( $l=1$ ). La valeur de  $k_{\text{exc}}(\text{min})$  augmente ensuite d'une unité à chaque contour. Tous les modes de pulsation dont l'ordre radial est mentionné sont des modes p (ou f); les modes g demeurent généralement stables et ne sont pas représentés ici.

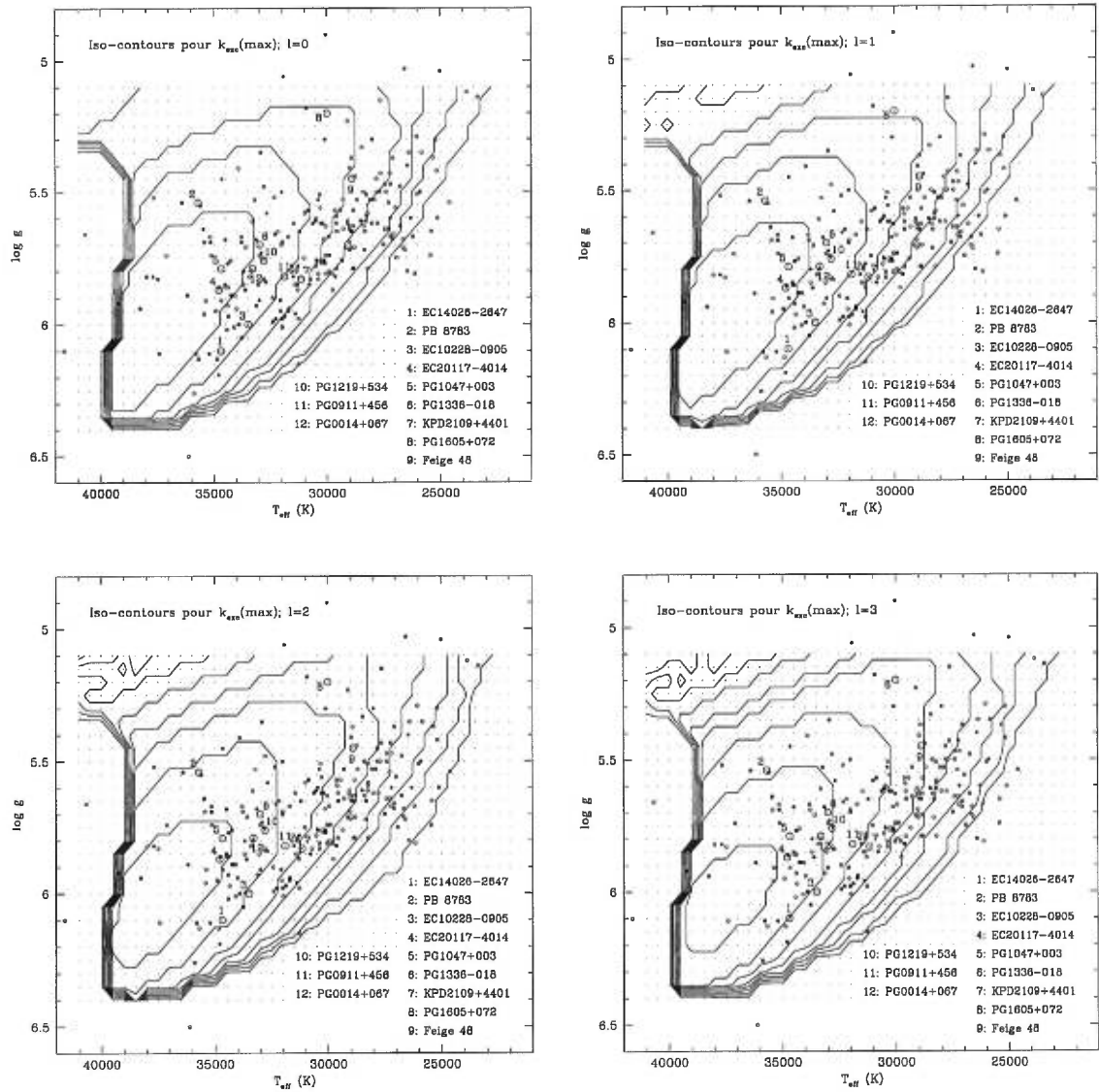


FIGURE 5.17. Semblable à la Figure 5.16 mais les contours correspondent, cette fois-ci, à l'ordre radial maximal  $k_{\text{exc}}(\text{max})$  associé aux modes excités.

Concernant les modes p (et f), seuls à développer des instabilités, il est intéressant de qualifier davantage la nature des modes excités. A cette fin, la figure 5.16 indique, sous la forme d'iso-contours dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , la valeur  $k_{\text{exc}}(\text{min})$  de l'ordre radial correspondant au premier mode p (ou f) instable présent dans chacun des spectres radial ( $l=0$ ) et non-radiaux ( $l=1, 2$  et  $3$ ). En parallèle, la figure 5.17 donne, toujours pour chaque indice angulaire  $l$ , la valeur  $k_{\text{exc}}(\text{max})$  de l'ordre radial associé au dernier mode p (ou f) excité. Ces deux graphiques utilisés conjointement permettent donc également de déterminer, en chaque point du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , l'intervalle  $\Delta k_{\text{exc}}$  définissant, en terme d'ordre radial  $k$ , la largeur de la bande de modes instables.

Les valeurs de  $k_{\text{exc}}(\text{min})$  et  $k_{\text{exc}}(\text{max})$  associées à chaque contour (les détails sont donnés dans les légendes des figures 5.16 et 5.17) confirment la tendance pressentie à la section 5.5.2 que seuls les modes acoustiques de faible ordre radial et les modes f sont sujets aux instabilités (*prédiction #1*). A ce titre, l'ordre radial du dernier mode p excité, qui dépend bien entendu de  $T_{\text{eff}}$  et de  $\log g$ , ne dépasse pas la valeur  $k_{\text{exc}}(\text{max})=7$  ( $k_{\text{exc}}(\text{max})=6$  pour les pulsations radiales) obtenue principalement à hautes températures effectives et gravités de surface. Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, cette coupure au niveau des instabilités trouve principalement son origine dans l'importance grandissante que prend l'effet d'amortissement radiatif lorsque la quantité de nœuds augmente dans les fonctions propres des modes d'oscillation. En effet, au delà d'une certaine valeur de  $k$ , qui dépend de l'efficacité du mécanisme d'excitation mais aussi du positionnement des nœuds relativement à la zone déstabilisatrice de l'étoile, le mécanisme devient insuffisant pour contre-balancer l'effet dissipatif des régions avoisinantes et les modes sont globalement stabilisés.

Parallèlement, l'ordre radial des premiers modes excités a tendance à croître avec  $T_{\text{eff}}$ , passant de  $k_{\text{exc}}(\text{min})=0$  ( $k_{\text{exc}}(\text{min})=1$  pour  $l=1$ ) dans les régions froides à  $k_{\text{exc}}(\text{min})\sim 5-6$  dans les parties chaudes de la grille. Cette tendance semble directement associée à la migration, lorsque la température effective croît, de la région d'ionisation partielle du fer vers la surface de l'étoile où l'amplitude relative des premiers modes p (et f), plus profonds que leurs homologues d'ordre plus élevé, devient plus

faible. L'efficacité du mécanisme déstabilisateur se retrouve alors amoindrie jusqu'à provoquer, éventuellement, la stabilisation de ces modes. Ainsi, des tendances observées pour  $k_{\text{exc}}(\text{min})$  et  $k_{\text{exc}}(\text{max})$ , il s'en suit, comme nous l'avions déjà remarqué au cours de la section 5.5.2 (en rapport avec la *prédiction #3*), un déplacement de la bande de modes instables vers de plus grandes valeurs de  $k$  lorsque la température effective des modèles augmente. Ceci entraîne, comme nous allons maintenant le confirmer, une dépendance des périodes excitées par rapport à cette quantité.

### Périodes des modes instables

Les quantités théoriques fondamentales indispensables à toute étude astéroséismologique sont, bien entendu, les périodes des modes excités obtenues en fonction des différents paramètres stellaires. La grille construite à partir des modèles de seconde génération donne accès à l'ensemble des périodes d'intérêt pour toutes les valeurs  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$  identifiables aux étoiles sous-naines de type B. Les paramètres  $M_*$  et  $\log g(H)$  (ou de façon équivalente  $M_{\text{env}}$ ) n'exercent qu'une influence secondaire sur les périodes d'oscillation et l'état d'excitation des modes (c.f., Chapitres 3 et 4). Il serait fastidieux et plutôt inutile, dans un contexte d'exploration des propriétés d'ensemble des modes excités (par opposition à une comparaison détaillée des périodes théoriques avec celles d'un objet particulier), d'afficher, sur l'ensemble de la grille, les résultats quantitatifs pour chaque mode instable présent dans les modèles. Ceux-ci sont néanmoins disponibles sur demande en fonction des besoins rencontrés. Un aperçu intéressant du comportement des périodes des modes instables peut toutefois être proposé à travers les quantités  $P_{\text{exc}}(\text{max})$  et  $P_{\text{exc}}(\text{min})$  correspondant respectivement à la plus grande et à la plus petite période excitée.

La figure 5.18 illustre, toujours sous la forme d'iso-contours, la quantité  $P_{\text{exc}}(\text{max})$  en fonction de l'emplacement du modèle dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . La valeur en secondes de la plus grande période excitée est indiquée, dans le domaine d'instabilité, auprès de chaque contour. Bien sûr, cette quantité correspond à l'un des modes excités possédant



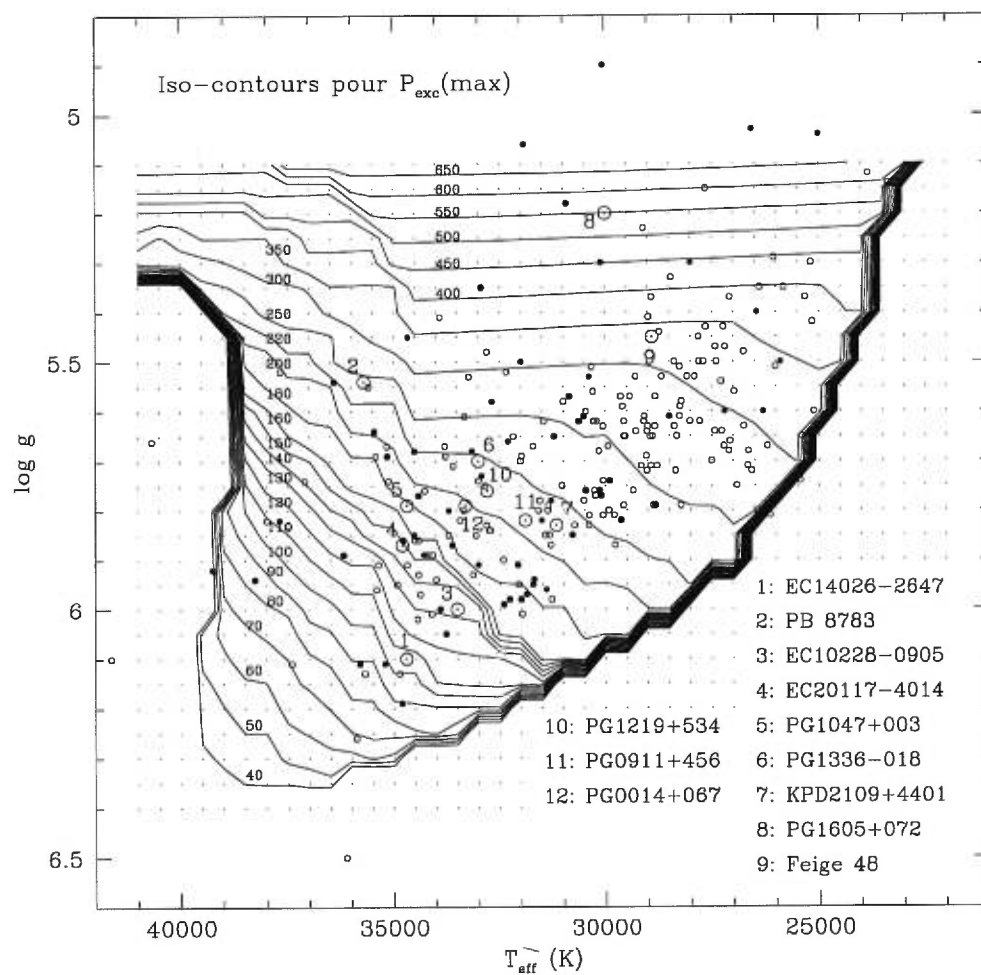


FIGURE 5.18. Idem Figure 5.14 mais les contours correspondent à la valeur, indiquée auprès de chacun d'eux, de la plus grande période excitée ( $P_{exc}(\max)$ , exprimée en secondes).

les plus faibles ordres radiaux mais son identification change selon la région de la bande d'instabilité dans laquelle on se trouve. Ainsi, dans la partie à basse température et haute gravité ( $T_{\text{eff}} \lesssim 34000$  K et  $\log g \gtrsim 5.4$ ),  $P_{\text{exc}}(\text{max})$  est essentiellement associé au mode f d'indice  $l = 2$ . Les modes de Kelvin possédant, comme nous l'avons vu au chapitre 3 ou plus récemment dans la figure 5.9, une dépendance assez marquée envers  $T_{\text{eff}}$  (leur période augmente lorsque la température effective baisse à gravité de surface constante), il n'est donc pas surprenant d'observer un tel comportement dans cette région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Toujours dans la partie froide mais cette fois à plus faible gravité ( $T_{\text{eff}} \lesssim 34000$  K et  $\log g \lesssim 5.4$ ), la plus grande période excitée correspond davantage au mode radial fondamental (c'est-à-dire  $l=0$  et  $k=0$ ). Ce dernier, épargné par les phénomènes de collisions avec les modes de gravité qui affectent uniquement le spectre des pulsations non-radiales, est pratiquement insensible, à l'instar des autres modes acoustiques et comme en témoignent les contours presque horizontaux dans cette région de la bande d'instabilité, aux variations de température effective. Finalement, dans la zone à hautes températures ( $T_{\text{eff}} \gtrsim 34000$  K), avant que les processus de collision deviennent trop importants ( $\log g \gtrsim 5.4$ ),  $P_{\text{exc}}(\text{max})$  est associé aux modes acoustiques d'ordre radial plus élevé (probablement d'indice  $l=0$ ) en raison de la tendance, déjà mentionnée à plusieurs reprises, relative au déplacement de la bande de modes instables vers les plus grandes valeurs de  $k$  lorsque la température effective des modèles augmente. En conséquence, dans cette région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  et conformément à l'énoncé de la *prédiction #3*, la valeur de la plus grande période excitée diminue lorsque  $T_{\text{eff}}$  croît. Mentionnons également, conformément aux comportements observés jusqu'à présent pour les périodes des modes p (et f) en fonction de la gravité de surface des modèles, que  $P_{\text{exc}}(\text{max})$  augmente de façon monotone lorsque  $\log g$  est en baisse.

La figure 5.19 propose le même type d'illustration que la figure 5.18 mais cette fois pour la plus petite période excitée observée dans les modèles. Cette quantité correspond généralement à la période du mode acoustique d'ordre radial  $k_{\text{exc}}(\text{max})$  (c.f., figure 5.17) et d'indice angulaire  $l=3$  (en raison des propriétés des modes p et de la dépendance de leurs périodes vis-à-vis de l'indice angulaire  $l$ ; c.f., Chapitre 3, appendice B). La forme des contours est alors le reflet d'une superposition entre le comportement habituel des

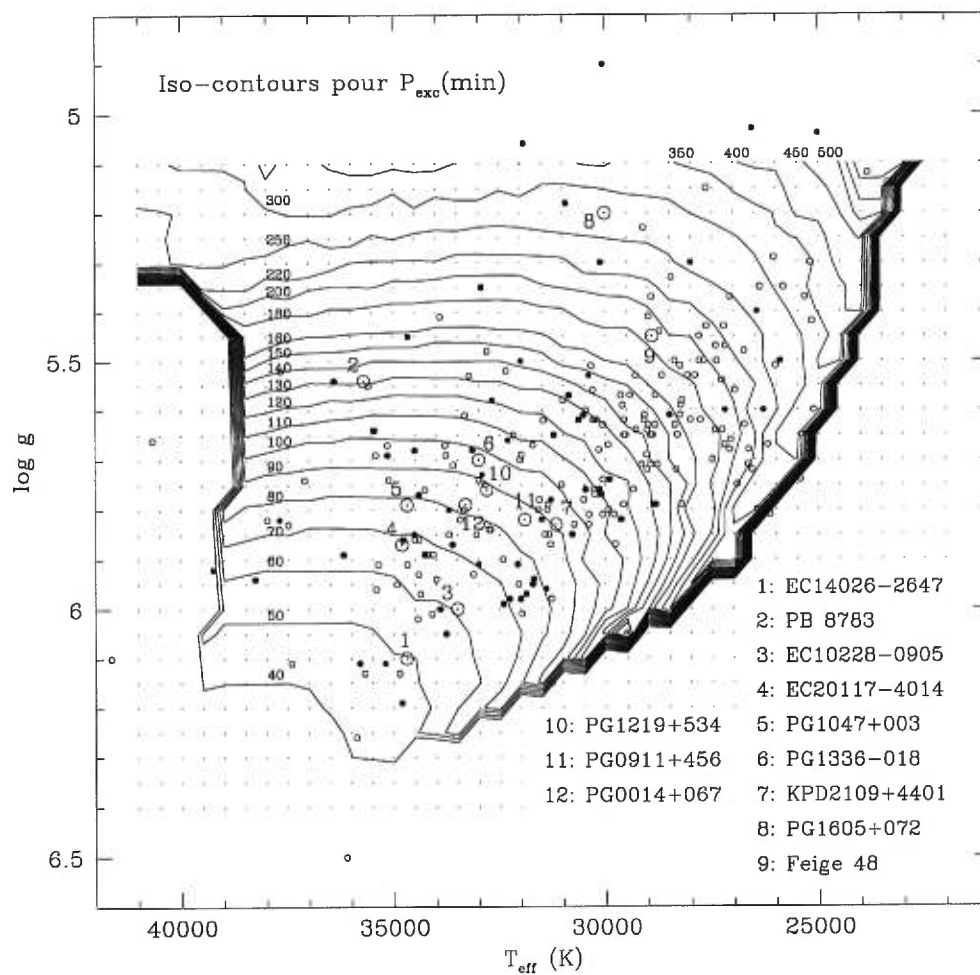


FIGURE 5.19. Semblable à la Figure 5.18 mais les contours correspondent maintenant à la valeur de la plus petite période excitée ( $P_{exc}$  (min), exprimée en secondes).

modes  $p$  en fonction des paramètres  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  et les variations de  $k_{\text{exc}}(\text{max})$  suivant ces mêmes quantités. Ainsi, les périodes augmentent lorsque  $\log g$  diminue tout en demeurant essentiellement indépendantes de  $T_{\text{eff}}$  dans les régions où  $k_{\text{exc}}(\text{max})$  ne varie pas (par exemple vers  $T_{\text{eff}} \sim 34000$  K). En revanche, vers la bordure froide de la bande d'instabilité ("red edge"), nous avons vu que la valeur de  $k_{\text{exc}}(\text{max})$  diminue lorsque  $T_{\text{eff}}$  baisse à gravité de surface constante, induisant mécaniquement la croissance de la plus petite période excitée que nous observons.

Les figures 5.18 et 5.19 utilisées conjointement permettent de déterminer, en chaque point du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , la fenêtre de périodes excitées correspondante. Il est alors possible de confronter directement, pour chacune des sdB pulsantes, l'intervalle de période observé à celui donné par ces prédictions théoriques. Dans cet esprit, une comparaison étoile par étoile des données observationnelles avec les résultats théoriques fera prochainement l'objet d'une discussion. Notons seulement que, globalement, l'intervalle de période observé pour les 12 objets connus (c.f., tableau 4.6) correspond assez bien à la fenêtre théorique correspondante en ce sens que les périodes détectées tombent à l'intérieur de cette dernière. Il y a cependant une très nette indication que la fenêtre théorique est plus large que l'intervalle de période réel, renforçant le soupçon déjà soulevé à plusieurs reprises que le mécanisme d'excitation tel que décrit par nos modèles est légèrement trop puissant.

Pour compléter la représentation des résultats relatifs aux périodes excitées dans les modèles de la grille, une illustration un peu différente de celles proposées dans les deux figures précédentes peut s'avérer utile. A ce titre, la figure 5.20 montre les iso-contours associés à la valeur moyenne  $\langle P_{\text{exc}} \rangle$  (exprimée en secondes), évaluée sans pondération, des périodes correspondant aux modes excités. Les tendances que l'on observe dans cette figure s'apparentent alors à une superposition des effets décrits dans les deux représentations précédentes. Pour accompagner ce graphique, la figure 5.21 apporte l'information supplémentaire nécessaire pour caractériser complètement la fenêtre théorique de périodes excitées. Les contours correspondent maintenant à la quantité  $\Delta P_{\text{exc}}$  dont la valeur indique la largeur, exprimée en secondes, de la bande

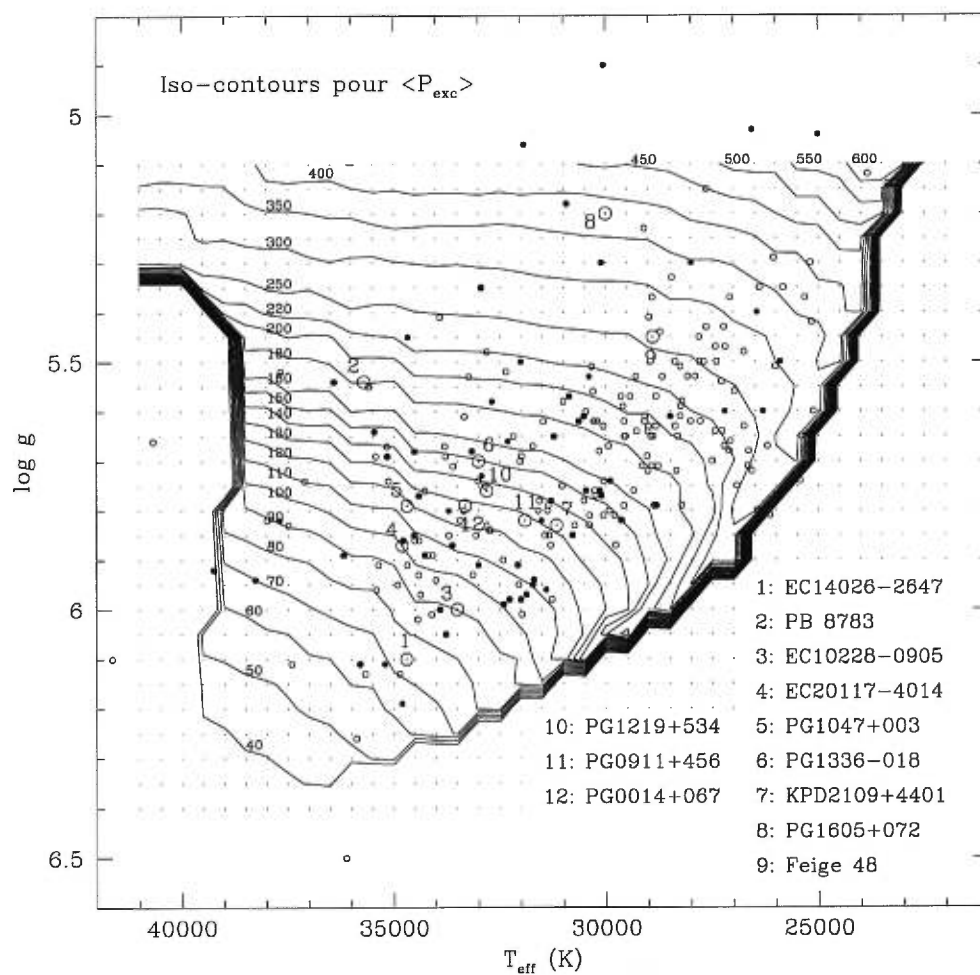


FIGURE 5.20. Semblable à la Figure 5.18 mais les contours correspondent à la valeur moyenne des périodes excitées ( $\langle P_{exc} \rangle$ , exprimée en secondes).

de périodes correspondant aux modes instables. Ces deux dernières figures permettent (permettront) éventuellement une première confrontation plus aisée entre les prédictions théoriques obtenues à partir de cette grille de modèles de seconde génération et les périodes observées pour les sdB pulsantes connues à ce jour (et à découvrir).

### Non-adiabaticité des modes excités

La partie imaginaire  $\sigma_I$  de la fréquence propre nous indique, par son signe, la stabilité ou l'instabilité d'un mode. Quant à sa magnitude, elle traduit généralement, de manière quantitative, l'influence conjuguée de plusieurs effets distincts sur les modes de pulsation. Une contribution naturelle à la valeur de  $\sigma_I$  est bien entendu la puissance du mécanisme de déstabilisation : plus celle-ci est importante, plus on s'attend à ce que  $|\sigma_I|$  soit élevé. Ce n'est cependant pas le seul paramètre en mesure d'influencer cette quantité car le degré de non-adiabaticité dans l'enveloppe de l'étoile ainsi que la position de la zone de formation des périodes des modes d'oscillation possèdent tout autant d'ascendance sur sa magnitude. L'interprétation physique des valeurs obtenues pour cette quantité n'est donc pas aisée compte tenu des divers facteurs qui les façonnent. La figure 5.22 indique néanmoins les valeurs typiques que prend la partie imaginaire de la fréquence propre à travers le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Les contours correspondent à  $\max(|\sigma_I|)$ , la plus grande valeur obtenue dans chaque modèle de la grille pour la quantité  $|\sigma_I|$  (les détails sur les valeurs associées à chaque contour sont énoncés dans la légende de la figure 5.22). En général, la valeur sélectionnée est associée aux modes excités d'ordre radial élevé. Ces derniers sont en effet moins profonds que les modes instables de faible ordre radial ; l'amplitude relative de leurs oscillations est donc plus importante dans les hautes couches de l'enveloppe de l'étoile où les effets non-adiabatiques sont plus marqués. En conséquence, le module de la partie imaginaire de la fréquence propre des modes d'ordre radial élevé est naturellement plus élevé.

Sans surprise, les plus petites valeurs de  $\max(\sigma_I)$  sont observées en bordure de la bande d'instabilité, où le mécanisme d'excitation ne surpasse que très faiblement les

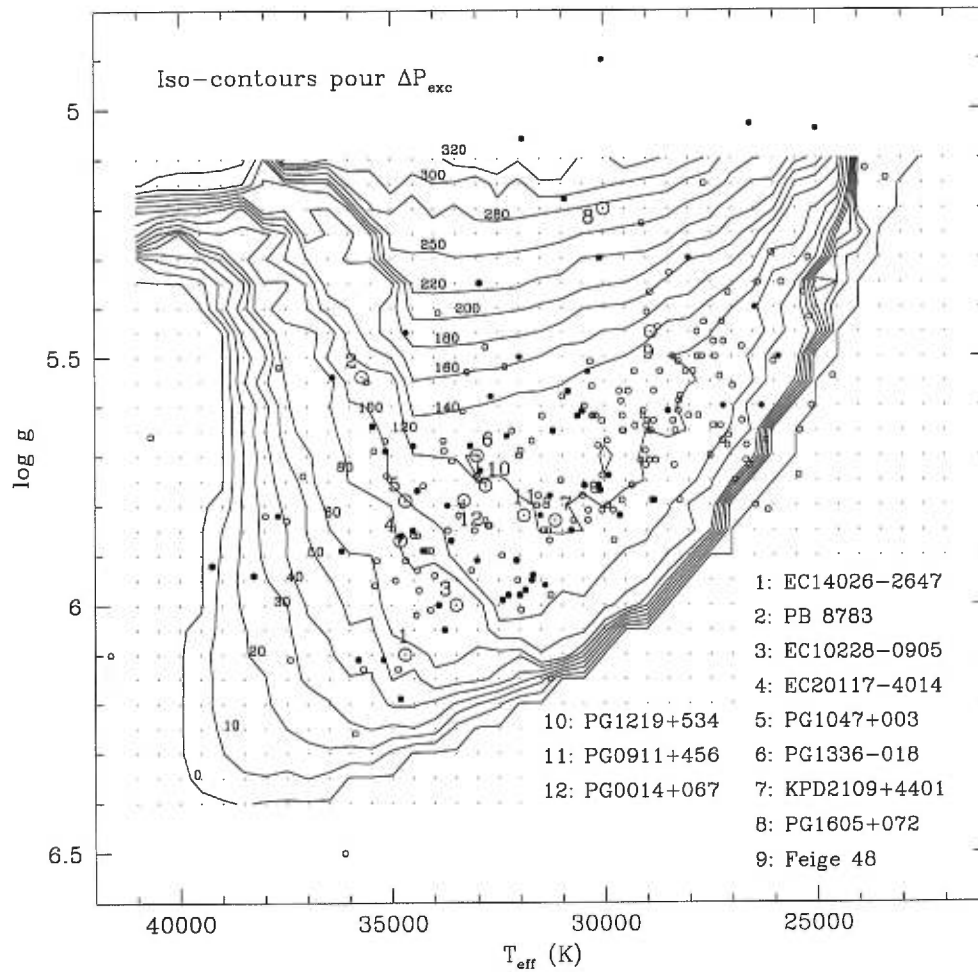


FIGURE 5.21. Semblable à la Figure 5.18 mais les contours correspondent à la largeur de la fenêtre des périodes excitées ( $\Delta P_{\text{exc}} = P_{\text{exc}}(\text{max}) - P_{\text{exc}}(\text{min})$ , exprimée en secondes).

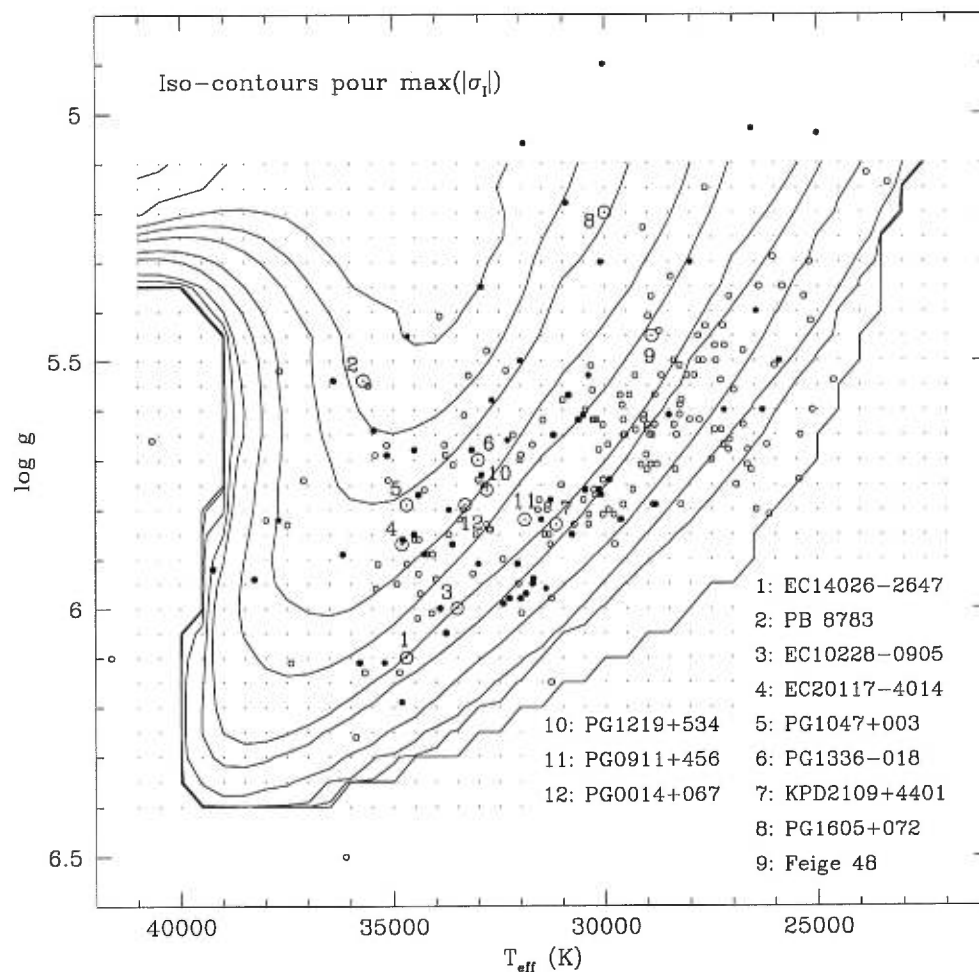


FIGURE 5.22. Idem Figure 5.14 mais les contours représentent, cette fois, la distribution de la plus grande valeur obtenue pour  $|\sigma_I|$  (modes  $l=0, 1, 2$  et  $3$  inclus) dans chaque modèle de la grille. Le contour le plus large correspond à la limite artificielle  $\sigma_I = 0$  à l'extérieur de laquelle les modèles sont stables. Les contours successifs indiquent respectivement les valeurs de  $|\sigma_I|$  (en Hz) correspondant à  $1 \times 10^{-8}$ ,  $1 \times 10^{-7}$ ,  $1 \times 10^{-6}$ ,  $5 \times 10^{-6}$ ,  $1 \times 10^{-5}$ ,  $3 \times 10^{-5}$ ,  $5 \times 10^{-5}$ ,  $8 \times 10^{-5}$ ,  $1 \times 10^{-4}$ ,  $1.2 \times 10^{-4}$ ,  $1.5 \times 10^{-4}$ , et  $1.8 \times 10^{-4}$ .



effets de dissipation radiative qui stabilisent les modes. De plus, près des limites de ce domaine et en particulier du côté froid (“red-edge”), les modes excités sont généralement de plus faible ordre radial, réduisant mécaniquement, en vertu du commentaire précédent, la valeur de  $\max(\sigma_I)$ . Globalement, la tendance manifeste qui ressort de cette illustration montre que le module des parties imaginaires des fréquences propres augmente lorsque la température effective des modèles croît et que leur gravité de surface baisse. Cette observation concorde avec la constatation générale que le degré de non-adiabaticité des modes acoustiques est plus important pour les objets à haut rapport  $\mathcal{L}/\mathcal{M}$  (on notera en effet qu’à masse constante,  $\mathcal{L}/\mathcal{M} \propto g^{-1}T_{\text{eff}}^4$ ). La forme des contours reflète également, superposé à la tendance mentionnée précédemment, l’apparition et la disparition des modes excités d’ordre radial plus élevé qui contribuent généralement à  $\max(\sigma_I)$ .

Les valeurs typiques observées dans la région où se trouvent les 12 sdB pulsantes répertoriées sont comprises essentiellement entre  $|\sigma_I| \sim 10^{-4}$  et  $|\sigma_I| \sim 10^{-5}$  Hz et satisfont la corrélation mentionnée dans le paragraphe précédent relativement à  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$ . En terme des temps caractéristiques de croissance ( $\tau_e$ ), cet intervalle correspond à des valeurs comprises respectivement entre  $\tau_e \sim 2$  heures et  $\tau_e \sim 28$  heures. Ces temps caractéristiques sont évidemment très courts comparativement aux temps évolutifs typiques pour ces objets ( $\sim 10^7 - 10^8$  années) et les oscillations ont donc, quel que soit l’emplacement de l’objet à l’intérieur de la bande d’instabilité couvrant le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , tout le temps nécessaire pour croître en amplitude. Bien que la théorie linéaire des pulsations stellaires ne puisse prétendre apporter d’information quantitative sur l’amplitude des modes d’oscillation, les valeurs des temps caractéristiques de croissance sont parfois utilisées comme une indication qualitative sur leur magnitude. L’argument est alors que les modes disposant des temps de croissance les plus courts sont susceptibles d’atteindre des amplitudes de saturation plus importantes. Dans ce contexte, d’après la figure 5.22, les étoiles sous-naines pulsantes de faible gravité de surface et/ou de hautes températures effectives devraient montrer des modes de pulsation avec des amplitudes plus importantes (généralisation de la *prédiction #6*). L’objet de faible gravité de surface PG1605+072 (8), puisqu’il possède les plus grandes amplitudes observées parmi

toute la classe des étoiles EC14026, semble s’inscrire dans cette tendance. Il convient toutefois de rester extrêmement prudent avec cette interprétation de la théorie linéaire (et donc vis-à-vis de la *prédiction #6*) car seul un traitement non-linéaire rigoureux des équations de pulsation peut être réellement en mesure de déterminer avec fiabilité le comportement des amplitudes des modes d’oscillation (notamment au niveau des phénomènes de saturation qui entrent en jeu).

### 5.5.5 Comparaisons individuelles

Les résultats théoriques dévoilés au cours des pages précédentes furent présentés de manière à faciliter une comparaison rapide – mais approximative car il ne s’agit en aucun cas d’une tentative pour “fitter” précisément chaque étoile – entre les quantités calculées et les propriétés observées pour les pulsateurs réels. Dans cet esprit, pour chacune des figures proposées, les 12 objets membres de la classe des étoiles EC14026 ont été superposés aux modèles de la grille suivant leur position respective dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , permettant ainsi une lecture directe des caractéristiques sismiques théoriques correspondantes. Les figures 5.18 à 5.22 apportent les principales informations nécessaires à cette comparaison préliminaire entre théorie et observations. A ce titre, le tableau 5.2 propose, pour chaque sdB pulsante répertoriée, une synthèse des quantités théoriques intéressantes issues de ces figures comparées aux données observationnelles. D’autres informations sur les 12 étoiles sous-naines pulsantes ainsi que les références correspondantes sont disponibles dans le tableau 4.6 présenté au Chapitre 4 (section 4.4.3). L’ordre de présentation et de numérotation des 12 étoiles pulsantes est identique à celui utilisé dans les figures de la section précédente. Pour chaque objet, la plus petite et la plus grande période observée ( $P(\text{min})-P(\text{max})$ ; obs.) sont confrontées aux prédictions théoriques (Thé.). Les valeurs moyennes  $\langle P_{\text{exc}} \rangle$  ainsi que les largeurs  $\Delta P_{\text{exc}}$  observées et prédites sont également comparées. A ce sujet, notons que l’évaluation de  $\langle P_{\text{exc}} \rangle$  pour les observations a été effectuée en moyennant, sans pondération, la plus petite et la plus grande période observée. En revanche, l’estimation théorique de  $\langle P_{\text{exc}} \rangle$  est une moyenne, toujours sans pondération, sur l’ensemble des modes exci-

TABLEAU 5.2. Comparaison étoile par étoile entre théorie et observations.

#	Nom	$P(\text{min})-P(\text{max})$ (s)		$\langle P_{\text{exc}} \rangle$ (s)		$\Delta P_{\text{exc}}$ (s)		$\max( \sigma_I )$	$\Delta m$
		Obs.	Thé.	Obs.	Thé.	Obs.	Thé.	(Hz)	(mmag)
1	EC14026-2647	134-144	50-110	139	75	10	55	$3.0 \times 10^{-5}$	4-12
2	PB8783	94-136	130-240	115	180	40	110	$1.2 \times 10^{-4}$	1-9
3	EC10228-0905	139-152	60-122	146	90	13	75	$3.0 \times 10^{-5}$	4-14
4	EC20117-4014	137-159	70-150	148	100	22	80	$8.0 \times 10^{-5}$	1-4
5	PG1047+003 <sup>†*</sup>	104-162	78-175	133	120	58	100	$9.5 \times 10^{-5}$	2-9
6	PG1336-018	141-184	96-220	163	150	43	125	$9.0 \times 10^{-5}$	5-10
7	KPD2109+4401 <sup>†*</sup>	182-198	90-210	190	130	16	120	$3.0 \times 10^{-5}$	2-9
8	PG1605+072 <sup>†</sup>	206-601	270-550	404	380	395	280	$1.0 \times 10^{-4}$	1-24
9	Feige 48	340-380	190-340	360	260	40	150	$5.0 \times 10^{-5}$	1-7
10	PG1219+534	128-149	90-210	139	138	21	120	$8.0 \times 10^{-5}$	2-9
11	PG0911+456	155-166	86-205	161	130	11	120	$4.0 \times 10^{-5}$	2-7
12	PG0014+067 <sup>†</sup>	80-169	80-200	125	130	89	110	$8.0 \times 10^{-5}$	0.4-2.5

<sup>†</sup>Etoiles observées au TCFH, permettant d'acquérir les meilleures données de l'échantillon.

\*Etoile observée au Mont Bigelow, Arizona (USA)

tés répertoriés dans un modèle. En bout de ligne, si les résultats issus de ces deux procédures de calcul diffèrent peu, la quantité  $\langle P_{\text{exc}} \rangle$  théorique sera néanmoins légèrement sous-estimée dans la mesure où la densité de modes augmente dans la partie de la fenêtre d'instabilité correspondant aux courtes périodes. Les deux dernières colonnes confrontent les valeurs théoriques obtenues pour  $\max(|\sigma_I|)$  aux amplitudes des variations lumineuses observées. Les principales informations sont maintenant réunies pour entreprendre une rapide discussion, au cas par cas, des correspondances entre prédictions et observations.

### 1 : EC14026–2647

S'agissant de la première sdB pulsante découverte, cette étoile constitue le prototype de la classe à laquelle elle a maintenant prêté son nom. Observée sur un petit télescope en Afrique du Sud, elle ne montre que deux modes aux périodes relativement proches ( $\Delta P_{\text{exc}} = 10$  s). Les modes instables théoriques correspondant aux paramètres  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  annoncés pour cet objet ont des périodes plus courtes que celles observées. Néanmoins, en tenant compte des incertitudes typiques qui planent sur ces quantités ( $\Delta \log g \sim \pm 0.1 - 0.2$  et  $\Delta T_{\text{eff}} \sim \pm 1000 - 2000$  K), il est possible de cadrer les périodes observées à l'intérieur de la fenêtre de période théorique associée aux modes instables. Toutefois, les résultats sismologiques suggèrent fortement que la gravité de surface déterminée par spectroscopie est légèrement surestimée pour cette étoile.

### 2 : PB8783

Cet objet, annoncé avec une gravité de surface relativement faible ( $\log g \simeq 5.54$ ) comparativement à celle de la majorité des autres membres de la classe ( $\log g \sim 5.8$ ), est probablement mal positionné dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  comme en témoignent les périodes observées beaucoup plus courtes que les périodes théoriques des modes acoustiques excités. D'après la référence correspondante (Koen et al., 1997), PB8783 est membre d'un système binaire pour lequel la déconvolution spectrale des composantes est délicate.

Les incertitudes sur les paramètres atmosphériques de cette étoile sont donc très importants et il est fort probable, d'après les données astéroséismologiques maintenant disponibles, que sa gravité de surface se situe davantage autour de  $\log g \sim 5.75 - 5.8$  (voir O'Donoghue et al., 1998b).

### 3 : EC10228–0905

Cette étoile compte parmi les premières sdB pulsantes rendues publiques en 1996. Avec seulement 3 périodes connues, elle n'a toutefois été ciblée uniquement en Afrique du Sud sur un télescope de petite taille. Encore une fois, les périodes détectées sont légèrement trop longues comparativement à celles prédites par le calcul. Toutefois, les différences s'inscrivent tout à fait dans les limites liées aux incertitudes sur les paramètres  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$  de cette étoile. Les périodes observées suggèrent néanmoins une gravité de surface légèrement moins élevée que celle annoncée.

### 4 : EC20117–4014

Comme pour l'objet précédent, on ne connaît de cette étoile que 3 périodes définissant une fenêtre assez étroite ( $\Delta P_{\text{exc}} \simeq 22$  s). Il est cependant possible que tous les modes n'aient pas été détectés pour les mêmes raisons évoquées auparavant. Les périodes observées s'inscrivent grosso-modo dans la partie supérieure de l'intervalle prédit par la théorie (on peut également tenir compte des incertitudes sur les paramètres atmosphériques proposés pour cet objet).

### 5 : PG1047+003

Ce candidat s'avère particulièrement intéressant pour au moins deux raisons. En premier lieu, cet objet a été observé à la fois au télescope de 1.6 m du Mont Bigelow (Arizona, USA) et au Télescope Canada-France-Hawaii de 3.6 m ; nous avons donc obtenu des données séismologiques de très bonne qualité pour cette étoile. En consé-

quence, 16 modes indépendants couvrant un intervalle  $\Delta P_{\text{exc}} \simeq 77$  s ont été extraits de la courbe de lumière. Parmi les objets de sa catégorie (c'est-à-dire avec des températures effectives et des gravités de surface similaires), c'est celui qui montre le plus grand nombre de modes et l'intervalle de périodes le plus étendu. Il est très probable que l'utilisation de télescopes plus puissants ne soit pas étrangère à cette situation. En second lieu, la distribution des périodes observées s'inscrit très bien dans la fenêtre théorique correspondant à la position de cet objet dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Notons également la remarquable similitude entre les périodes moyennes observées et théoriques. Toutefois, l'intervalle  $\Delta P_{\text{exc}}$  prédit par le calcul demeure significativement plus large que celui observé. Si l'on estime que toutes les périodes de pulsation présentes dans cette étoile ont été détectées (grâce aux courbes de lumière de très bonne qualité), il s'agit alors d'un autre sérieux indice suggérant que le mécanisme déstabilisateur est trop puissant dans nos modèles.

## 6 : PG1336–018

Cet objet a la particularité d'appartenir à un système binaire à éclipse de type HW Vir possédant une très courte période orbitale ( $\sim 2.4$  heures). PG1336–018, la composante sdB du couple (le compagnon serait une étoile de la séquence principale de type  $\sim M5$ ), révèle donc des oscillations additionnelles de courtes périodes imputables à des pulsations. Toutefois, seulement deux périodes sont actuellement connues pour cet astre bien qu'il y en ait probablement d'autres (l'éclipse ne facilite cependant pas la recherche des modes de pulsation). Les périodes connues tombent néanmoins à l'intérieur de l'intervalle théorique et les valeurs moyennes  $\langle P_{\text{exc}} \rangle$  semblent correspondre.

## 7 : KPD2109+4401

Objet intéressant à plusieurs égards puisqu'il s'agit de l'étoile disposant de la plus faible température effective parmi l'ensemble des sdB pulsantes à hautes gravités de surface (c'est-à-dire avec  $\log g \sim 5.8$ ). De plus, KPD2109+4401 a été observée au TCFH

et le spectre de périodes qu'elle nous montre est probablement proche de la complétude (i.e., tous les modes indépendants ou presque, soit 12 au total, ont été répertoriés). Les périodes observées tombent très précisément à l'intérieur de la fenêtre théorique et l'on remarque que la largeur  $\Delta P_{\text{exc}}$  prédite pour la bande de modes instables, bien que légèrement trop grande, correspond assez bien à celle effectivement observée. Cette étoile constitue, avec PG1047+003, l'un des objets qui partage le plus de similitudes avec les propriétés prédites par les calculs théoriques. Il permet également de souligner encore une fois l'importance des gains réalisés lorsqu'un télescope de grande taille, avec une sensibilité fortement accrue, est utilisé pour obtenir des courbes de lumières avec le meilleur rapport signal sur bruit possible.

## 8 : PG1605+072

Il s'agit de l'objet disposant de la plus faible gravité de surface parmi tout l'échantillon de sdB pulsantes disponibles à ce jour. Par sa position dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , elle constitue donc une étoile importante pour tester les prédictions théoriques. La correspondance entre les périodes calculées et les périodes observées s'avère globalement très bonne, ces dernières s'inscrivant convenablement dans la fenêtre théorique (compte tenu également des incertitudes sur la gravité de surface de l'étoile). Curieusement, c'est la seule étoile pour laquelle, après avoir supprimé les structures harmoniques correspondant à des combinaisons linéaires des fréquences propres des modes de pulsation dues à la réponse non-linéaire du flux émergent (Brassard et al., 1995) – structures nombreuses parce que l'amplitude des modes est importante dans cet objet –, la largeur observée de la bande de périodes instables apparaît légèrement plus importante que la largeur prédite par le calcul. Notons, toutefois, que ces valeurs demeurent néanmoins assez proches l'une de l'autre pour demeurer dans l'intervalle d'incertitude sur les paramètres atmosphériques. Enfin, remarquons que PG1605+072 est l'étoile sous-naine pulsante qui montre les plus grandes amplitudes d'oscillation et pour laquelle correspond les plus grandes valeurs théoriques de  $\max(|\sigma_I|)$ . Cet objet semble donc conforter la *prédiction #6* bien que cette dernière demeure toujours incertaine pour les raisons

évoquées auparavant.

### 9 : Feige 48

Cet astre est également intéressant en raison de sa gravité de surface intermédiaire entre PG1605+072 et les autres membres de la classe des étoiles EC14026. L'estimation de sa température effective suggère également qu'il s'agit de la plus froide de tout l'échantillon. Comme prévu par la théorie, les périodes observées sont situées entre celles de PG1605+072 et celles correspondant aux objets à plus hautes gravités ( $\log g \sim 5.8$ ). Pour les paramètres atmosphériques proposés, elles sont cependant légèrement plus longues que les périodes prédites. Observation et théorie restent néanmoins compatibles dans la limite des incertitudes sur  $\log g$  et  $T_{\text{eff}}$ . Les courbes de lumière obtenues au TCFH ont encore une fois permis d'étendre l'intervalle de périodes observé. Toutefois, malgré une largeur assez grande (mais toujours inférieure à celle prédite par la théorie), on pourra remarquer que cette étoile ne montre qu'un nombre assez restreint de modes.

### 10 : PG1219+534

Cet objet possède le profil typique, en terme de ces paramètres de surface, de la majorité des sdB pulsantes. Les quelques modes détectés (4 au total, mais sur un petit télescope) ont des périodes qui s'inscrivent clairement dans la fenêtre théorique définie par les modes excitées. Toutefois, il sera certainement indispensable d'obtenir, à l'aide d'un grand télescope (TCFH par exemple), des courbes de lumière de haute qualité sur cet objet pour contraindre davantage les modèles théoriques.

### 11 : PG0911+456

Une étoile aux caractéristiques similaires à la précédente et pour laquelle 3 modes seulement sont disponibles. Les périodes observées tombent à l'intérieur de la bande théorique des modes instables. Ici également, de meilleures données observationnelles



sont souhaitables pour mieux répertorier les modes présents dans le spectre de cette étoile.

## 12 : PG0014+067

Découverte au TCFH, cette étoile aux paramètres atmosphériques typiques de la majorité des objets de la classe EC14026 montre des oscillations de très faibles amplitudes. 13 modes indépendants ont néanmoins été extraits de la courbe de lumière. Parmi ceux-ci, une période de 80 secondes, jusqu'à présent la plus courte jamais observée pour ces étoiles, apparaît clairement dans le spectre de fourier. Les intervalles de période théorique et observé se superposent très bien et, en conséquence, la correspondance entre les valeurs de  $\langle P_{\text{exc}} \rangle$  et  $\Delta P_{\text{exc}}$  s'affirme parmi les meilleures obtenues sur l'ensemble de l'échantillon.

## Commentaires additionnels

Globalement, sans tenter de reproduire dans le détail les périodes observées, les résultats théoriques concordent de manière extrêmement satisfaisante avec les propriétés des modes détectés, particulièrement pour les étoiles dont les données proviennent du TCFH. Il apparaît cependant, peut être à une exception près (PG1605+072), que l'intervalle théorique des périodes excitées est systématiquement plus large que la fenêtre réellement observée. Concernant bon nombre d'objets de l'échantillon pour lesquels seuls quelques modes sont disponibles, il est toutefois probable que toutes les périodes n'ont pas été découvertes. Les quelques étoiles pour lesquelles des courbes de lumière d'excellente qualité ont été obtenues au TCFH ou au mont Bigelow, parce qu'elles présentent généralement plus de modes répartis dans un intervalle de périodes plus large, renforcent d'ailleurs fortement cette présomption. En dépit de ce facteur, même pour les objets disposant de meilleures données, il semble néanmoins ressortir que la fenêtre théorique est trop étendue comparativement à ce qui est observé pour les sdB pulsantes. Notons également, hormis pour le cas de PG1605+072 comparé aux autres

membres de la classe, qu'il n'existe pas de corrélation flagrante entre les amplitudes observées et les valeurs des parties imaginaires des fréquences propres correspondant aux modes excités. L'utilisation de cette dernière quantité pour estimer qualitativement l'amplitude attendue des oscillations en fonction de la position d'un objet dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  doit donc être considérée avec une extrême méfiance.

### 5.5.6 Limites des modèles de seconde génération

Les structures de seconde génération utilisées pour la construction de cette grille apportent donc, comme les discussions des sections précédentes l'ont montré, d'excellents résultats reproduisant un grand nombre des propriétés sismiques observées dans les étoiles EC14026. Ils confortent ainsi de manière convaincante l'idée du mécanisme  $\kappa$  engendré par l'ionisation partielle d'importantes quantités de fer accumulées par lévitation radiative dans l'enveloppe riche en hydrogène de ces étoiles pour déstabiliser certains modes de pulsation. Toutefois, en marge de ces bons résultats, plusieurs incohérences entre théorie et observations nous rappellent que ces modèles demeurent encore, à plusieurs égards, des représentations relativement grossières des mécanismes physiques présumément en jeu dans ces objets. Ces incohérences nous renseignent généralement sur les limites des structures théoriques utilisées et, en conséquence, dans notre cas particulier, sur celles des modèles de seconde génération. Deux constatations observationnelles posent surtout problème à notre modélisation :

- 1- Le mécanisme d'excitation des modes, comme nous l'avons constaté à plusieurs reprises aussi bien au niveau de la trop grande largeur des bandes de périodes excitées qu'au niveau de l'étendue trop importante de la bande d'instabilité, apparaît beaucoup plus fort dans les modèles théoriques qu'il ne semble l'être dans la nature.
- 2- En s'appuyant sur le nombre à présent significatif de sdB observées par photométrie rapide, il semble maintenant acquis qu'il y a cohabitation, dans une même région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , entre les étoiles sous-naines pulsantes et celles

qui demeurent constantes. Cette observation, qui implique l'existence d'un paramètre supplémentaire agissant sur l'efficacité du mécanisme d'excitation, ne peut pas être reproduite par les modèles de seconde génération prédisant que toutes les sdB situées à l'intérieur de la bande d'instabilité doivent être pulsantes.

Il faut néanmoins réaliser que ces difficultés ne remettent aucunement en question l'idée proposée pour le mécanisme de déstabilisation des modes d'oscillation. Celles-ci ont même tendance à la conforter pour autant que l'on s'aperçoive qu'elles sont inhérentes aux processus de diffusion, desquels dépend toute l'efficacité du mécanisme. En effet, c'est en retournant aux hypothèses adoptées pour la construction des modèles de seconde génération que l'origine de ces incohérences devient plus claire.

Pour nos besoins, les profils de fer dans les structures théoriques avaient été calculés en supposant une enveloppe d'hydrogène pur contaminée uniquement par des traces de fer et en utilisant la théorie de l'équilibre statique entre les effets du triage gravitationnel et de la lévitation radiative agissant sur cet élément. Ces hypothèses entraînent deux conséquences fondamentales pour nos modèles :

- 1- Les autres éléments lourds, présents également sous forme de traces, sont ignorés dans le calcul du profil d'abondance de fer. Or ces éléments, en absorbant des photons du champ de radiation et l'impulsion qui leur est associée, sont éventuellement en mesure d'entrer en compétition directe avec le fer dans le processus de distribution des forces radiatives disponibles. Autrement dit, dans une mixture composée de plusieurs éléments lourds comme c'est généralement le cas dans les étoiles, il faut s'attendre à ce que d'autres espèces atomiques dérobent des photons parmi ceux qui, dans le cas d'une composition pure, reviendraient exclusivement au fer. La pression radiative sur ce dernier serait donc en réalité moins forte que celle actuellement évaluée en ne tenant compte que d'un seul élément trace. Ainsi, si elle simplifie énormément la tâche<sup>5</sup>, cette hypothèse de

---

<sup>5</sup>Les calculs de diffusion impliquant plusieurs éléments atomiques en compétition ne sont pas encore disponibles. Il n'est d'ailleurs pas du tout évident de déterminer quantitativement comment une telle

travail surestime donc certainement l'abondance de fer supportée dans l'enveloppe de ces étoiles. Or, moins de fer en lévitation dans la région déstabilisatrice implique un mécanisme de d'excitation moins efficace. En pratique cela devrait se traduire, dans les modèles, par un rétrécissement de la fenêtre des périodes instables et, dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , par un replis du domaine d'instabilité. Ce dernier devrait se contracter autour de la région où le mécanisme semble le plus efficace, précisément là où se trouvent toutes les sdB pulsantes répertoriées (c.f., les résultats présentés dans la figure 5.14).

- 2- Les effets éventuels de vents stellaires de faible magnitude ne sont pas pris en compte dans les calculs. Or, comme cela fut brièvement discuté au cours du Chapitre 2 (section 2.2.3) dans le cadre des abondances de surface particulières observées pour l'hélium, la présence de tels vents est fortement suspectée dans la plupart des sdB. Leur principale influence serait alors de vider petit à petit le réservoir de fer qui s'est constitué dans l'enveloppe riche en hydrogène. Le profil d'abondance du fer demeurerait pratiquement inchangé par rapport à la distribution établie à l'équilibre (celle utilisée pour les modèles de seconde génération), celui-ci ne correspondant cependant plus à un état statique mais plutôt à un état stationnaire. Le réservoir aurait alors tendance à se vider depuis ses couches inférieures en remontant peu à peu vers la surface de l'étoile (voir, par exemple, Fontaine & Chayer, 1998). Il devient alors naturel d'imaginer qu'au moment où le réservoir de fer commence à être entamé dans la région qui déstabilise les modes, le mécanisme perde rapidement de son efficacité et que les pulsations finissent par s'évanouir. Ainsi, l'intensité des vents stellaires (les taux de perte de masse) et l'âge des étoiles depuis leur arrivée sur la ZAEHB constitueraient les paramètres supplémentaires, naturellement attachés aux processus de diffusion et donc au mécanisme d'excitation, en mesure d'expliquer la coexistence entre étoiles pulsantes et étoiles stables dans les mêmes régions du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ .

---

compétition pourrait évoluer.

Comme ces effets n'ont pas été pris en compte dans la construction des modèles de seconde génération, il est donc normal que ces derniers ne soient pas aptes à reproduire les phénomènes qui leurs sont associés. Une approche quantitative à ces questions nécessitera donc l'usage de modèles de 3<sup>ème</sup> génération (et au-delà) prévoyant un traitement encore plus sophistiqué des processus de diffusion dans ces étoiles. La voie est donc grande ouverte pour poursuivre plus avant cette exploration et la direction suggérée semble manifestement très prometteuse.

## 5.6 Prélude à l'étude astéroséismologique des sdB

Jusqu'ici nous avons principalement discuté des aspects comportementaux des modes d'oscillation, que cela soit au niveau des dépendances des périodes vis-à-vis des paramètres stellaires ou bien concernant les propriétés des instabilités, sans réellement aborder la question, qui constitue finalement l'objectif ultime, de l'étude astéroséismologique détaillée de cette nouvelle classe d'étoiles pulsantes. Il est bien évident que toutes les informations acquises au long des chapitres antérieurs vont contribuer, à divers degrés, à mieux maîtriser, à l'avenir, l'interprétation des données astéroséismologiques accumulées sur ces objets. Nous sommes d'ailleurs déjà en mesure d'entrevoir les possibilités et les contraintes qui vont apparaître dans ce domaine. Nous allons donc, dans cette courte section, préciser davantage les directions que devraient emprunter nos tentatives d'étude astéroséismologique des étoiles sous-naines de type B pulsantes.

### 5.6.1 Sur le choix des modèles à utiliser

A partir du moment où l'objectif principal devient l'analyse astéroséismologique des étoiles sous-naines pulsantes, la principale préoccupation s'arrête alors sur la capacité qu'ont les calculs de pulsation appliqués aux modèles stellaires appropriés à fournir des périodes théoriques fiables capables de reproduire aussi précisément que possible les périodes observées. Pour cela, il semble donc nécessaire d'utiliser les structures stel-

lares les plus réalistes possibles. Nous allons cependant voir qu'il est parfois possible et avantageux d'effectuer certains compromis dans ce domaine.

Comme cela a été souligné à maintes reprises au cours de cette étude, nous disposons de deux catégories de structures pour modéliser les étoiles sous-naines de type B : des structures évolutives distribuées sur 7 séquences et des structures statiques d'enveloppes. Ces dernières sont, à première vue, moins réalistes que les modèles évolutifs puisqu'elles ne reproduisent pas le noyau convectif enrichi en C/O qui caractérise la région centrale de ces objets. Elles sont, en revanche, parfaitement appropriées pour modéliser les couches externes de ces étoiles (par couches externes, on entend le noyau radiatif en hélium et l'enveloppe riche en hydrogène). Outre ces deux catégories, deux générations de modèles ont également été utilisées. La première génération de structures, pour lesquelles une métallicité uniforme (solaire ou non) est imposée dans l'enveloppe riche en hydrogène de l'étoile, comprend à la fois l'ensemble des modèles évolutifs ainsi que certaines structures statiques. La seconde génération, dotée de profils de métallicité non-uniformes dans l'enveloppe riche en hydrogène de l'étoile, ne fait intervenir que des modèles statiques d'enveloppes ; les séquences couplant les effets de la diffusion des éléments lourds avec les processus évolutifs n'étant pas encore accessibles à ce jour. Il est donc important de préciser quelles sont, parmi cet ensemble de structures, celles qui seront les plus adaptées pour l'analyse séismologique détaillée des sdB pulsantes.

De prime abord, les modèles évolutifs qui, contrairement aux modèles d'enveloppes, reproduisent la structure de l'étoile jusqu'en son centre, semblent mieux préparés pour fournir les périodes réalistes dont nous avons besoin. Néanmoins, en pratique, leur réalisme s'avère plus contraignant que profitable dans la mesure où il est difficile de contrôler précisément les paramètres stellaires (dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , par exemple) des objets avec ce type de modèle. De plus, nous avons montré dans la section 3.3 du Chapitre 3 que les périodes des modes p (et f), qui correspondent certainement aux modes instables observés dans les sdB pulsantes, sont très peu sensibles aux régions internes des modèles. Autrement dit, *les avantages que possèdent les structures évolutives sur les modèles statiques n'influencent pratiquement pas les valeurs des périodes*

*intéressantes pour l'analyse sismologique des étoiles sous-naines de type B.*

Le tableau 5.3 donne, dans la fenêtre 80 – 1500 secondes pour  $l=0, 1, 2$  et 3, un échantillon de périodes adiabatiques correspondant aux trois types de modèles utilisés.  $P_{\text{evol}}$ ,  $P_{\text{env1}}$  et  $P_{\text{env2}}$  sont associées respectivement aux structures évolutive (1<sup>ère</sup> génération), statique avec  $Z=0.02$  (1<sup>ère</sup> génération également) et statique avec  $Z$  non-uniforme (2<sup>nd</sup>e génération). Le modèle évolutif est celui utilisé comme référence aux Chapitres 2, 3 et 4 ( $T_{\text{eff}}=31310$  K,  $\log g=5.75$ ,  $M_c=0.4758 M_{\odot}$ ,  $M_{\text{env}}=0.0002 M_{\odot}$  et âgé d'environ 62 millions d'années depuis la ZAEHB). Les modèles d'enveloppes sont donc construits avec les paramètres correspondants (même température effective et gravité de surface,  $M=0.476 M_{\odot}$  et  $\log q(H)=-4.1$ ). Pour les modes p qui nous intéressent avant tout, la comparaison montre que les différences entre  $P_{\text{env1}}$  et  $P_{\text{env2}}$  sont généralement du même ordre ou supérieures à celles constatées entre  $P_{\text{evol}}$  et  $P_{\text{env1}}$ , dont une partie seulement est due à l'absence du noyau convectif dans les structures d'enveloppes ; l'autre partie venant des différences mineures dans la physique constitutive (c.f., section 3.3 du Chapitre 3). Autrement dit, les effets engendrés sur les périodes des modes p par l'utilisation de profils d'abondance de fer non-uniformes sont plus importants que l'influence des parties centrales de l'étoile. Comme les effets de diffusion sont certainement présents dans ces étoiles, *les modèles d'enveloppes de seconde génération sont donc plus réalistes pour calculer les périodes de pulsation que les structures évolutives de première génération.* De plus, ils permettent d'obtenir une information supplémentaire sur la stabilité des modes que les modèles évolutifs ne peuvent apporter. *Il semble donc préférable d'utiliser ces modèles d'enveloppes de 2<sup>nd</sup>e génération pour effectuer une étude astéroséismologique détaillée des étoiles EC14026.*

Notons, par curiosité, que les modes g sont beaucoup plus sensibles à ces paramètres que les modes acoustiques. Les ondes de gravité, pénétrant plus profondément dans l'étoile, sont davantage dépendantes de la structure interne de l'astre. Or, la métallicité différente entre modèles de première et de seconde génération change, via l'opacité, le gradient de température dans l'enveloppe riche en hydrogène et donc, à  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$  constants, l'équilibre hydrostatique dans les couches profondes. Les périodes

TABLEAU 5.3. Comparaison des périodes adiabatiques entre modèles de première génération (évolutif et statique) et de secondes génération (statiques). Le modèle évolutif de référence utilisé au cours des Chapitres 2, 3 et 4 a été repris. Les modèles statiques d'enveloppes correspondants ont été calculés avec les mêmes paramètres stellaires.

$k$	$l = 0$			$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P_{\text{evol}}$ (s)	$P_{\text{env1}}$ (s)	$P_{\text{env2}}$ (s)	$P_{\text{evol}}$ (s)	$P_{\text{env1}}$ (s)	$P_{\text{env2}}$ (s)	$P_{\text{evol}}$ (s)	$P_{\text{env1}}$ (s)	$P_{\text{env2}}$ (s)	$P_{\text{evol}}$ (s)	$P_{\text{env1}}$ (s)	$P_{\text{env2}}$ (s)
7	...	...	...	82.98	80.56	82.52	...	...	...	...	...	...
6	88.52	81.68	83.27	92.47	91.60	94.46	89.19	89.46	92.07	85.69	85.82	88.24
5	97.90	92.70	95.67	105.99	102.66	104.20	99.15	98.75	101.12	94.58	95.10	98.42
4	112.39	105.28	106.74	118.18	116.46	118.62	113.11	114.00	116.96	109.39	110.34	114.01
3	129.58	118.07	119.73	142.08	140.53	143.10	132.60	133.26	135.57	123.66	123.67	125.92
2	148.31	143.17	146.13	160.89	157.08	155.31	150.12	151.40	151.69	145.37	146.56	149.06
1	176.24	160.19	158.93	208.24	209.75	188.15	185.82	192.45	186.81	172.44	171.64	178.80
0	209.12	210.41	188.64	...	...	...	208.06	209.95	220.14	206.19	207.81	190.53
1	...	...	...	425.09	569.47	708.35	277.24	356.57	443.82	224.09	275.71	342.51
2	...	...	...	671.44	871.48	1096.52	406.90	528.29	662.47	306.59	394.82	492.93
3	...	...	...	958.60	1174.02	1441.28	569.27	699.24	844.13	418.65	512.62	604.94
4	...	...	...	1248.31	1408.11	...	733.89	822.84	910.53	532.40	590.27	660.90
5	...	...	...	1465.47	...	...	853.19	901.59	1121.28	610.41	650.81	811.04
6	...	...	...	...	...	...	931.69	1063.10	1352.33	668.64	765.74	972.20
7	...	...	...	...	...	...	1082.23	1242.16	...	775.64	891.18	1137.87
8	...	...	...	...	...	...	1246.14	1427.95	...	891.19	1021.27	1283.87
9	...	...	...	...	...	...	1407.05	...	...	1006.65	1152.58	1319.04
10	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1100.36	1281.20	1482.20
11	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1167.58	1374.68	...
12	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1273.72	1435.78	...
13	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1387.66	...	...
14	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1451.01	...	...



des modes  $g$  s'en trouvent donc fortement affectées (elles deviennent systématiquement et significativement plus longues dans les modèles de seconde génération).

### 5.6.2 Résultats préliminaires

Une des étoiles sous-naines pulsantes de l'échantillon, PG1047+003, semble dès à présent constituer une candidate de choix sur laquelle il serait intéressant d'effectuer une analyse astéroséismologique détaillée. Cet objet dévoile en effet un nombre relativement élevé de modes (16 périodes indépendantes répertoriées) s'inscrivant parfaitement dans la fenêtre théorique définie par les périodes excitées (c.f., la section 5.5.5). Or, un modèle aux paramètres atmosphériques similaires ( $\log g = 5.8$  et  $T_{\text{eff}} = 34000$  K), dont la masse totale et la position de la transition entre l'enveloppe riche en hydrogène et le cœur en hélium ont été fixés respectivement à  $M = 0.49 M_{\odot}$  et  $\log q(H) = -4.0$ , offre un agencement de périodes qui n'est pas sans ressemblance avec celui observé pour cette étoile.

La figure 5.23 illustre la comparaison des périodes des modes  $p$  (et  $f$ ) obtenues avec ce modèle, pour les séries d'indice angulaire  $l=0$  (radial), 1, 2 et 3 (non-radiales), avec les périodes observées pour PG1047+003. Les modes excités (indiqués par des segments verticaux en traits pleins sous chacun desquels est mentionné l'ordre radial correspondant) forment la bande de périodes instables à l'intérieur de laquelle se trouvent les périodes de cette étoile. C'est en combinant l'ensemble des périodes prédites sur une seule et unique ligne que la similitude avec le spectre de PG1047+003 devient frappante. Les mêmes structures, alternant périodes isolées et groupements de modes, sont identifiables dans les deux spectres. Certaines périodes, ou groupe de périodes, semblent même parfois correspondre avec précision (en autres, les modes  $l=3, k=1$ ; et  $l=0, k=1$ ;  $l=3, k=4$ ). Bien sûr, il est prématuré de prétendre que le modèle proposé représente un "fit" des périodes observées dans la mesure où nous n'avons pas cherché, en variant seulement deux des quatre paramètres importants, à obtenir la meilleure correspondance possible entre périodes théoriques et périodes observées. En particulier, le paramètre  $\log q(H)$  qui, sans affecter globalement les périodes des modes acoustiques,

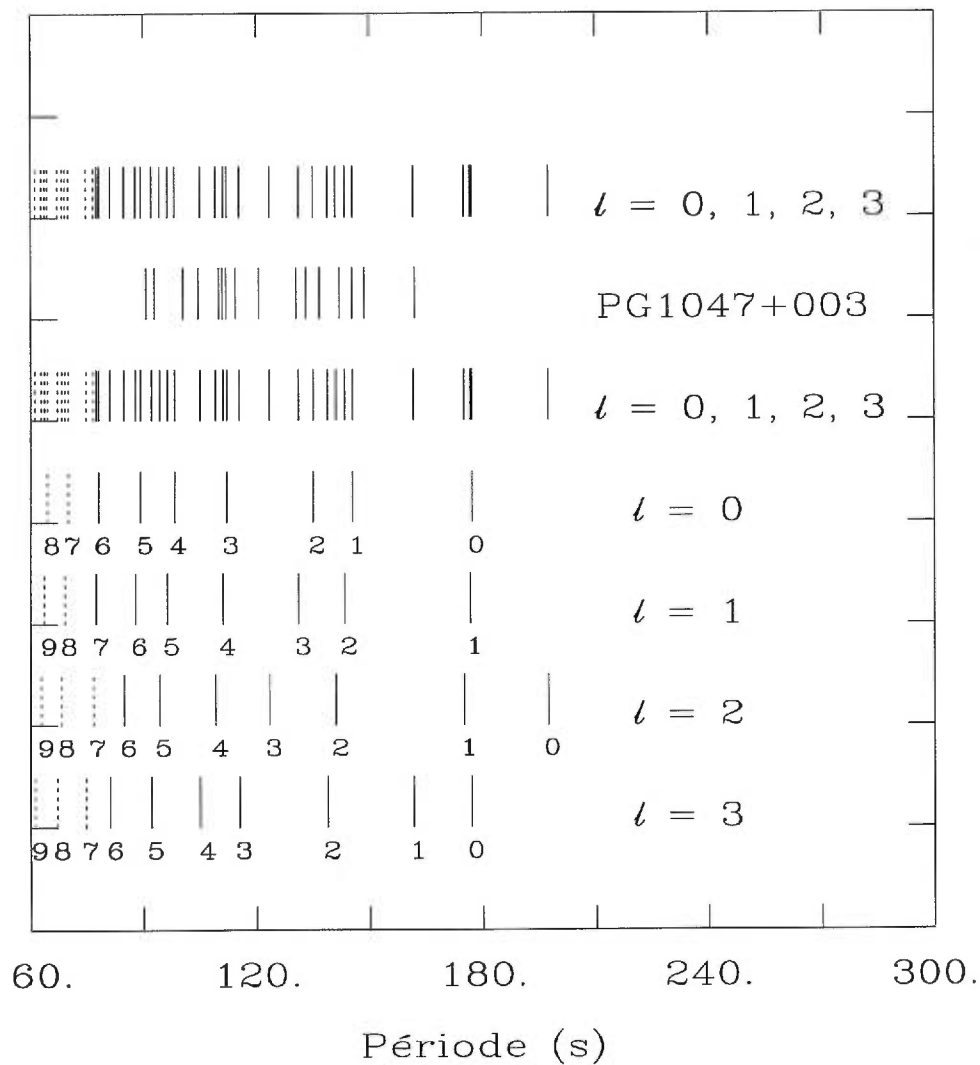


FIGURE 5.23. Comparaison entre les périodes théoriques des modes p calculées pour  $l = 0, 1, 2$  et  $3$  à partir d'un modèle aux paramètres de surface ( $T_{\text{eff}} = 34000$  K,  $\log g = 5.8$ ) similaires à ceux de PG1047+003 et les périodes effectivement observées pour cette étoile. L'ordre radial  $k$  de chaque mode théorique est indiqué en dessous en dessous de chaque segment vertical respectif. Les modes instables sont représentés par des segments en traits pleins alors que les modes stables sont indiqués par des segments en lignes pointillées.

modifie légèrement la distribution spectrale en perturbant individuellement les modes (phénomène de micro-piégeage discuté dans la section 3.4 du Chapitre 3), n'a pas été modifié dans les modèles utilisés jusqu'à présent. Autrement dit, il est raisonnable de penser qu'il est possible, en variant simultanément les quatre paramètres stellaires principaux nécessaires à la construction des structures d'enveloppes, de trouver un modèle améliorant encore davantage la correspondance entre périodes théoriques et observées. C'est l'une des étapes très prometteuses que nous serons bientôt en mesure de franchir dans le domaine de l'étude astéroséismologique des sdB pulsantes en automatisant, dans une grille de modèles pré-calculée, la recherche de la structure qui propose le meilleur "fit" possible des périodes observées (Brassard et al., 1998). L'immense potentiel de l'astéroséismologie pour sonder l'intérieur des étoiles sous-naines de type B, sujet que nous allons aborder brièvement dans la prochaine section, semble donc maintenant pratiquement à portée de main.

### 5.6.3 Sonder les sdB avec l'astéroséismologie

L'imminence de l'application des outils de l'astéroséismologie pour sonder la structure des étoiles sous-naines de type B soulève, dès à présent, la question du potentiel véritable de cette technique. En d'autres termes, que pouvons-nous vraiment espérer apprendre de la structure de ces étoiles en observant et interprétant les périodes d'oscillation qu'elles nous dévoilent. Il est souvent clamé que ces vibrations sont une fenêtre directe sur les couches profondes d'un objet stellaire, par ailleurs inaccessibles à travers le vecteur d'information habituel qu'est la lumière. Si cette affirmation comporte une bonne part de vérité, il faut néanmoins en tempérer la portée car, en réalité, les modes de pulsation nous renseignent principalement sur les régions qui contribuent à la formation de leurs périodes. Cette nuance est d'importance dans la mesure où l'on peut difficilement espérer apprendre quelque chose sur l'intérieur d'une étoile à partir de modes d'enveloppes ou encore sonder les régions externes avec des modes d'intérieur. Evidemment, dans le contexte des étoiles sous-naines de type B, cette contrainte dresse un certain nombre de limitations pour le potentiel de l'analyse séismologique de

ces objets que nous aborderons brièvement au cas par cas dans cette section. Si l'on se fie aux résultats des sections précédentes, il semble maintenant fermement établi que les périodes observées dans les étoiles EC14026 sont identifiables principalement aux vibrations acoustiques de faible ordre radial. Ces modes de pulsation sont avant tout des modes d'enveloppe et, comme tels, les amplitudes relatives de leurs oscillations deviennent très faibles dans les régions profondes de l'astre (c.f., Chapitre 3). En conséquence, les périodes qui les caractérisent reflètent principalement la structure des couches externes et ne dépendent finalement que très peu du noyau central. Du point de vue de l'astéroséismologie, les modes observés devraient donc permettre de sonder exclusivement l'enveloppe de ces étoiles alors que les régions centrales resteront probablement largement inaccessibles.

Les modèles statiques d'enveloppes que nous pouvons utiliser, pour tenter de rapprocher les périodes théoriques de celles observées, disposent de quatre paramètres principaux ( $\log g$ ,  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log q(H)$  et  $M_*$ ) que nous sommes en mesure de faire varier indépendamment les uns des autres. L'analyse astéroséismologique d'une étoile donnée devrait donc nous permettre d'obtenir une estimation des valeurs associées à ces quatre quantités qui reproduisent le mieux possible les périodes observées. La difficulté sera toutefois d'évaluer l'importance des contraintes imposées sur ces valeurs (c'est-à-dire, en quelque sorte, les incertitudes associées à cette estimation). Compte tenu des résultats accumulés jusqu'à présent, il apparaît sans conteste que la gravité de surface ( $\log g$ ), dont les périodes des modes p (et f) dépendent grandement, sera le paramètre le plus fortement astreint par l'analyse sismique. En fait, il s'avère que l'astéroséismologie permettra probablement d'établir les gravités de surface des sdB pulsantes avec beaucoup plus de précision que ne l'autorise actuellement l'analyse spectroscopique. Les autres paramètres influencent beaucoup moins les périodes des modes acoustiques ; ils seront donc moins strictement contraints par l'analyse sismique. La température effective ( $T_{\text{eff}}$ ) reste néanmoins accessible compte tenu de la dépendance des périodes excitées vis-à-vis de ce paramètre. La position  $\log q(H)$  de la transition chimique entre l'enveloppe riche en hydrogène et le manteau riche en hélium affecte également, à travers le phénomène de micropiégeage, les périodes individuelles des modes de pulsation.

Ce paramètre devrait contrôler, sans changer les limites de la fenêtre des périodes excitées, la distribution des modes à l'intérieur de cette dernière. Aussi, la comparaison entre les distributions théoriques et observées devrait nous permettre d'accéder à la valeur de cette quantité. Enfin, les périodes des modes acoustiques dépendent également légèrement de la masse totale de l'étoile. Il n'est pas garanti que nous puissions contraindre fortement cette quantité à partir des données sismologiques mais cette opportunité demeure néanmoins présente.

Dans l'hypothèse où plusieurs des quatre paramètres principaux pourront être déterminés par l'astéroséismologie de manière indépendante, d'autres informations particulièrement utiles et bien souvent inédites sur les propriétés de ces étoiles deviendront alors mesurables. Ainsi, avec la gravité de surface et la masse totale, on obtient immédiatement le rayon de l'étoile par la relation triviale

$$R = \sqrt{\frac{GM_*}{g}} \quad \text{où } G \text{ est la constante gravitationnelle.} \quad (5.25)$$

Si la température effective de l'étoile est également disponible, sa luminosité intrinsèque totale, sa magnitude absolue ainsi que sa distance peuvent alors être déterminées, en principe, à travers les relations habituelles

$$\mathcal{L} = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad , \quad \mathcal{M} = \mathcal{M}_{\odot} + 2.5 \log \left( \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{\odot}} \right) \quad (5.26)$$

$$\text{et } m - \mathcal{M} = 5 - 5 \log d \quad ; \quad (5.27)$$

où  $\mathcal{M}$  et  $\mathcal{M}_{\odot}$  correspondent à la magnitude bolométrique absolue respectivement de l'étoile cible et du soleil alors que  $d$  représente la distance, exprimée en parsecs, de l'étoile. Avec les valeurs de  $\log q(H)$  et de  $M_*$ , la masse du cœur riche en hélium ( $M_c$ ) ainsi que la masse de l'enveloppe riche en hydrogène ( $M_{\text{env}}$ ) deviennent disponibles tout simplement à travers les définitions

$$M_{\text{env}} = M_* \times 10^{\log q(H)} \quad \text{et} \quad M_c = M_* - M_{\text{env}} \quad . \quad (5.28)$$

Ces deux dernières quantités, encore jamais mesurées pour les étoiles sous-naines de type B, sont d'un intérêt majeur pour les personnes impliquées dans la modélisation

des objets de la branche horizontale étendue. Leur détermination par l'analyse sismologique constituerait certainement une avancée importante dans ce domaine de l'astrophysique stellaire.

Parmi les aspects de la structure des sdB qui resteront probablement hors d'atteinte de l'astéroséismologie, on retrouve essentiellement tous les phénomènes qui se produisent dans les couches centrales de ces étoiles. Tous les modèles actuels suggèrent qu'un vaste noyau convectif, éventuellement surmonté d'une zone semi-convective selon l'état d'avancement du processus évolutif, en constitue le centre (c.f., Chapitre 2 et références incluses). Malheureusement, l'influence de ces régions sur les périodes des modes acoustiques est certainement beaucoup trop faible pour qu'il soit possible d'obtenir de l'information sur leur structure. Incidemment, les variations des principaux paramètres stellaires à l'intérieur même de leur domaine d'incertitude produiraient des effets plus importants que ceux engendrés par les régions centrales. A moins de connaître avec une très grande précision les valeurs de ces quantités — ce qui paraît difficilement envisageable à l'heure actuelle —, il semble donc impossible d'utiliser les périodes des modes observés pour sonder le cœur des étoiles sous-naines de type B.

Parallèlement à l'étude des périodes de pulsation, l'approche non-adiabatique renferme également, à travers l'information qu'elle fournit sur l'excitation des modes, un sérieux potentiel pour tester les processus physiques qui contribuent à la structure de ces étoiles. En particulier, le nombre de modes instables, la largeur de la bande de périodes excitées ainsi que l'étendue du domaine d'instabilité dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  sont directement reliés à la puissance du mécanisme déstabilisateur. Or, les deux principaux facteurs qui influencent sa force sont la quantité de fer accumulée dans l'enveloppe de l'étoile, en particulier dans la région excitatrice, et l'opacité moyenne de cet élément. Ainsi, l'opportunité nous est donnée de tester la théorie de la diffusion des éléments atomiques dans les étoiles ainsi que les valeurs des tables d'opacité pour le principal contributeur au mécanisme de déstabilisation : le fer. Les vents stellaires sont également en mesure d'influencer la stabilité des modes de pulsation en vidant le réservoir de fer constitué dans l'enveloppe de l'étoile sous l'effet de la lévitation radiative. Il est

donc envisageable d'étudier, à partir de l'astéroséismologie, les mécanismes à l'origine de ces processus de perte de masse.

A cela mentionnons, pour plusieurs étoiles EC14026 de l'échantillon (voir les références correspondantes données dans le tableau 4.6), l'existence de plusieurs composantes très rapprochées associées à certaines périodes observées (ces modes apparaissent parfois en triplets ou quintuplets). La présence de "splitting" dû à la rotation de l'étoile, ou éventuellement à la présence de champs magnétiques (plutôt improbable, toutefois), est donc très fortement suggérée par les données recueillies sur les sdB pulsantes. Avec les calculs de pulsation qui permettent d'évaluer quantitativement la séparation en fréquence engendrée par ces phénomènes, il serait donc possible de déterminer les périodes de rotation, ou éventuellement la magnitude des champs magnétiques, de ces étoiles.

Finalement, l'observation régulière des étoiles EC14026 au cours des prochaines années devrait permettre d'établir les taux de changement des périodes engendrés par les processus évolutifs. Comme cela fut discuté au cours de la section 3.5 du Chapitre 3, si l'interprétation des valeurs qui seront éventuellement mesurées ne sera pas une tâche facile, des informations utiles sur le stade évolutif atteint par chacune des étoiles observées deviendront cependant accessibles. En particulier, l'évolution séculaire des périodes devrait assez clairement nous indiquer si une étoile pulsante donnée est encore dans une phase de fusion de l'hélium dans les régions centrales, ou bien si la phase de brûlage en couche a débuté. Dans le premier cas, puisque les sdB nous montrent principalement leurs modes acoustiques, il sera éventuellement possible de préciser, avec le signe des  $\dot{P}$ , si cette étoile est plutôt proche de l'épuisement de ces réserves centrales d'hélium ou, au contraire, si elle se trouve à proximité de la ZAEHB ; fournissant dès lors un indice sur son âge.

Comme nous pouvons le constater, en dépit des limitations qui s'appliquent à l'analyse séismologique des sdB pulsantes en raison de la nature des modes observés, le potentiel que renferme cette technique pour étudier diverses facettes caractérisant ces étoiles demeure extrêmement important. Il ne fait aucun doute qu'à l'avenir, beaucoup d'attention sera portée sur ces nouvelles avenues de recherche ouvertes dans les

domaines de l'astrophysique stellaire et de la théorie des pulsations. C'est dans cette voie que nous nous sommes déjà très largement engagés ; c'est également celle que nous comptons explorer encore davantage dans les années futures.

## 5.7 Résumé et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons entrepris l'étude systématique des propriétés et de la stabilité des modes de pulsation à partir de modèles d'enveloppes de seconde génération. Ces structures ont été construites pour inclure les profils d'abondance de fer non-uniformes prédits par la théorie de l'équilibre entre les processus de triage gravitationnel et de lévitation radiative. Ces efforts furent motivés par l'identification, suite aux résultats présentés au Chapitre 4, d'un mécanisme de déstabilisation dont l'efficacité dépend fondamentalement des quantités de fer accumulées dans la région d'excitation des modes. L'application du code des pulsations non-adiabatiques sur ces modèles nous a alors conduit à proposer de nouvelles prédictions théoriques qu'il est (ou sera) possible de confronter aux récentes (futurs) données observationnelles. Ces prédictions sont résumées une à une dans la liste suivante.

- *Prédiction #1* : Les périodes excitées, donc susceptibles d'être observées dans les étoiles EC14026, correspondent aux modes p (et f), radiaux et non-radiaux, de faible ordre radial  $k$ . On ne s'attend donc pas, dans la plupart des cas (c'est-à-dire lorsque les modes de faible ordre radial n'adoptent pas une nature mixte), à détecter des modes g dans le spectre de périodes de ces objets.
- *Prédiction #2* : L'efficacité maximale du mécanisme de déstabilisation est atteinte dans une région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  définie approximativement par les bornes  $5.6 \lesssim \log g \lesssim 5.95$  et  $33000 \text{ K} \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 35000 \text{ K}$ . Les instabilités étant plus fortes dans cette zone et ses environs immédiats, les étoiles sous-naines pulsantes devraient s'y trouver en plus grand nombre.
- *Prédiction #3* : La plus grande période excitée diminue lorsque la température effective augmente. A gravité de surface identique, des périodes plus courtes sont



donc attendues pour les sdB pulsantes plus chaudes.

- *Prédiction #4* : Les périodes des modes excités augmentent considérablement et de façon monotone lorsque la gravité de surface diminue.
- *Prédiction #5* : La fenêtre définie par les périodes excitées devient plus large lorsque la gravité de surface diminue.
- *Prédiction #6* : Les modules des parties imaginaires des fréquences propres sont systématiquement plus élevés dans les modèles à faibles gravités de surface et/ou à hautes températures effectives. Une interprétation de la théorie linéaire qu'il faut prendre avec beaucoup de précautions suggère que les amplitudes des modes d'oscillation sont plus importantes pour les étoiles situées dans cette partie du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ .
- *Prédiction #7* : Le mécanisme d'excitation favorise, à faibles gravités de surface, les instabilités dans les étoiles à plus faibles températures effectives et, à gravités de surface élevées, les instabilités dans les étoiles à plus hautes températures effectives.
- *Prédiction #8* : Par l'action de vents stellaires de faibles magnitudes, probablement présents dans ces étoiles, qui peuvent éventuellement vider, après un certain temps, le réservoir de fer responsable de l'excitation des modes, il est possible que des étoiles sous-naines pulsantes et non-pulsantes coexistent dans une même région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ .

Afin de faciliter les comparaisons directes avec les observations disponibles, les propriétés des modes de pulsation, répertoriées à partir de l'échantillon des 12 étoiles EC14026 documentées, sont présentées dans la liste suivante selon la même numérotation utilisée pour les prédictions théoriques.

- *Observation #1* : Les périodes observées pour les 12 sdB pulsantes connues sont généralement compatibles, selon leurs paramètres atmosphériques respectifs spécifiés indépendamment, aux modes acoustiques de faible ordre radial. La densité

de modes observée indique également qu'il ne peut s'agir uniquement de pulsations radiales ; des oscillations non-radiales sont donc nécessairement présentes dans ces objets. Les écarts observés entre groupes de périodes sont également compatibles avec l'intervalle théorique entre les modes acoustiques consécutifs de faible ordre radial. En revanche, ils ne le sont pas avec les écarts de période entre les modes  $g$  typiquement constatés dans les modèles.

- *Observation #2* : La plupart des sdB pulsantes découvertes jusqu'à présent se concentrent autour des valeurs typiques  $T_{\text{eff}} = 34000$  K et  $\log g = 5.8$ , soit à l'intérieur ou à proximité de la région privilégiée par le mécanisme d'excitation d'après les prédictions théoriques.
- *Observation #3* : Les observations actuelles suggèrent que les étoiles à hautes températures effectives ont tendance à montrer des périodes plus courtes. Mais la comparaison est encore difficile en raison des incertitudes sur la gravité de surface de ces étoiles ; un paramètre dont l'influence sur les périodes est plus importante que l'effet de la température effective.
- *Observation #4* : Les deux étoiles avec des gravités de surface moins élevées (PG1605+072 et Feige 48) montrent également des périodes d'oscillation significativement plus longues que celles observées dans les autres sdB pulsantes. De plus, ces périodes correspondent très bien, pour les paramètres atmosphériques appropriés à chacune des deux étoiles, à celles prédites par le calcul.
- *Observation #5* : PG1605+072, l'étoile dont la gravité de surface est la plus faible de tout l'échantillon, dévoile la fenêtre de périodes observées la plus étendue. Pour les autres objets, les données sont généralement de qualité insuffisante pour déterminer adéquatement cette bande de périodes excitées.
- *Observation #6* : A la position de PG1605+072 dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  correspondent, relativement à toutes les étoiles de l'échantillon, les plus grandes valeurs pour la partie imaginaire des fréquences propres. Or, il s'avère que PG1605+072

oscille également avec les plus grandes amplitudes jamais observées jusqu'à présent pour ces étoiles.

- *Observation #7* : Les deux étoiles avec les plus faibles gravités de surface (PG 1605+072 et Feige48) font également partie des plus froides de l'échantillon. Les sdB pulsantes ayant des gravités plus élevées sont, en général, significativement plus chaudes.
- *Observation #8* : Les positions, dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , des 12 sdB pulsantes connues à ce jour comparées à celles de plus de 60 étoiles sous-naines observées par photométrie rapide et classifiées comme non-pulsantes montrent, sans ambiguïté, qu'il y a coexistence entre ces deux catégories d'objets.

L'ensemble de ces résultats constitue, à nos yeux, une excellente confirmation de l'hypothèse selon laquelle un mécanisme  $\kappa$ , nécessitant des surabondances de fer produites par lévitation radiative dans l'enveloppe riche en hydrogène, engendrerait des pulsations dans les étoiles sous-naines de type B. De plus, l'accord entre théorie et observations, tant au niveau des périodes des modes excités que des propriétés générales des instabilités, ouvre plusieurs perspectives nouvelles pour l'étude de ces étoiles. La plus importante sera sans doute la possibilité, à l'aide des modèles décrits dans ce chapitre, d'effectuer les premières analyses séismologiques détaillées de ces objets pour tenter de déterminer plusieurs caractéristiques de leur structure. La forte dépendance, à travers l'opacité du gaz, du mécanisme déstabilisateur envers les processus rattachés aux phénomènes de diffusion (compétition entre éléments atomiques différents, vents stellaires, etc...) permettra également de tester, par le biais des pulsations, la physique encore parfois incertaine mise en œuvre dans ces calculs.

Les modèles de seconde génération, bien qu'ils aient apporté d'incomparables résultats sur les propriétés des modes instables, ont également révélé leurs limites lorsqu'il s'agit de reproduire certains aspects des données observationnelles. Les deux principales incohérences rencontrées avec ces structures sont les suivantes :

- Le mécanisme d’excitation, tel qu’il est modélisé, se révèle manifestement trop puissant par rapport à ce que suggèrent les informations accumulées sur les étoiles sous-naines pulsantes. Les fenêtres théoriques correspondant aux périodes instables semblent systématiquement plus larges que celles observées et le domaine d’instabilité dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  apparaît clairement trop étendu.
- Les modèles ne reproduisent pas la coexistence entre étoiles pulsantes et non-pulsantes dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Le paramètre additionnel qui entre en jeu dans la détermination de la stabilité des modes de pulsation est donc extérieur à ceux utilisés jusqu’alors dans la construction de ces structures.

Heureusement, les origines de ces “difficultés” sont bien identifiées puisqu’elles découlent sans aucun doute des hypothèses simplificatrices utilisées pour calculer les profils d’abondance de fer à partir de la théorie de la diffusion des éléments chimiques. Ces incohérences proviennent respectivement des deux suppositions suivantes :

- Le fer, plongé dans un bain d’hydrogène pur, est considéré comme le seul et unique élément atomique à léviter sous l’action du champ de radiation. En conséquence, les couplages engendrés par la diffusion simultanée des diverses populations atomiques qui constituent habituellement le plasma stellaire sont ignorés ; la compétition entre les éléments chimiques pour absorber les photons disponibles n’est donc pas prise en compte. Il est alors probable que le fer, principal contributeur au mécanisme d’excitation, lévite en réalité en moins grandes quantités qu’actuellement prédit par les modèles de seconde génération. Il faut donc effectivement s’attendre à ce que le mécanisme de déstabilisation soit moins puissant dans la nature qu’il ne l’est actuellement dans ces structures théoriques.
- L’influence des vents stellaires est ignorée dans les calculs théoriques. Ces derniers, en vidant le réservoir de fer constitué par lévitation radiative, seraient en mesure, après un certain temps, lorsque suffisamment de fer se retrouve finalement expulsé de la région déstabilisatrice, de détruire le mécanisme d’excitation responsable des

pulsations. Selon la magnitude de son vent et son âge, qui sont des caractéristiques individuelles propres à chaque objet observé, une étoile donnée peut donc aussi bien appartenir à la classe des pulsantes qu'à celle des non-pulsantes.

En définitive, la construction de modèles encore plus réalistes (3<sup>ème</sup> génération et au delà), incluant les deux effets mentionnés auparavant, constitue donc une autre voie dans laquelle il serait très intéressant de s'engager, en marge ou en complément de l'analyse astéroséismologique détaillée qui nous est maintenant accessible pour plusieurs sdB pulsantes. Il s'agit certainement d'une étape que nous serons en mesure d'explorer dans les mois à venir.

## CHAPITRE 6

### Activité Sismique dans les Etoiles en Phase Post-EHB

#### 6.1 Introduction

L'application des connaissances théoriques accumulées aussi bien sur la structure des étoiles sous-naines de type B que sur la théorie des pulsations stellaires aura permis, comme nous l'avons démontré au cours des précédents chapitres, de déterminer avec succès, et uniquement par le calcul, les potentialités dont disposent ces étoiles pour développer et entretenir des oscillations. Cette prédiction théorique a, bien entendu, des répercussions qui dépassent largement le cadre des sdB puisqu'elle apporte la preuve qu'il est possible d'obtenir, dans une discipline où presque toutes les découvertes de nouvelles classes d'objets pulsants furent purement observationnelles et la plupart du temps le fruit du hasard, des résultats convaincants en s'appuyant principalement sur la modélisation. C'est donc un succès important pour la théorie des pulsations qui devrait nous inciter à procéder de manière similaire pour explorer d'autres catégories d'étoiles.

Dans cet esprit, il est approprié de rappeler que nous disposons de 7 séquences évolutives complètes d'étoiles appartenant à la branche horizontale étendue (EHB). Dans notre investigation précédente, nous nous sommes concentrés sur les modèles qui correspondent aux étoiles sous-naines de type B, laissant de côté une fraction importante des chemins évolutifs qui se rendent, par ailleurs, jusqu'à la séquence de refroidissement des naines blanches. Tous les modèles en phase évolutive post-EHB, traversant le domaine des étoiles sous-naines de type O (sdO), puis celui des naines blanches DAO,

n'ont donc pas encore été exploités. Comptes tenu des résultats particulièrement encourageants obtenus pour les sdB, ils mériteraient néanmoins que l'on s'y attarde un peu plus.

Dans ce cours chapitre, nous allons explorer la stabilité des modèles post-EHB dont nous disposons. Les 7 séquences évolutives seront donc entièrement soumises aux calculs non-adiabatiques depuis le point correspondant à l'épuisement de l'hélium au centre jusqu'à la jonction avec les naines blanches. Les résultats seront rapportés dans la section 6.2. et discutés dans la section 6.3.

## 6.2 Analyse de stabilité sur les modèles post-EHB

Les modèles évolutifs utilisés pour ces calculs ont largement été présentés au cours du Chapitre 2, du moins dans leur phase évolutive identifiable aux sdB. Pour mémoire, 5 des séquences suivent l'évolution d'étoiles avec un noyau d'hélium de masse fixée à  $M_c = 0.4758 M_\odot$  surmontées, d'enveloppes riches en hydrogène de masses initiales respectives  $M_{\text{env}} = 0.0002, 0.0012, 0.0022, 0.0032, 0.0042 M_\odot$  (sur la ZAEHB). Les 2 séquences additionnelles, initialement ajoutées pour offrir une meilleur couverture de la région du plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  occupée par les sdB, décrivent l'évolution d'objets avec  $M_c = 0.4690 M_\odot$  pour  $M_{\text{env}} = 0.0001$  et  $0.0007 M_\odot$ . Les principaux paramètres caractérisant les modèles à différents stades de l'évolution sont disponibles, jusqu'à la séquence de refroidissement des naines blanches, dans les 7 tableaux proposés en Appendice A.

Dans le contexte des pulsations, les modèles post-EHB deviennent intéressant principalement en raison de l'activation du brûlage en couche de l'hélium et du renforcement de celui de l'hydrogène. Ce dernier en particulier, essentiellement insignifiant durant toute la phase d'évolution EHB, peut croître et contribuer pour plus de 50% à la luminosité totale de l'étoile au cours des phases plus avancées. Il s'agit donc d'un candidat potentiel important pour déstabiliser certains modèles. En revanche, le mécanisme  $\kappa$  que l'on a vu à l'œuvre dans les étoiles sous-naines de type B n'est pas

vraiment intéressant pour les étoiles plus évoluées. Dans le domaine des sdO (juste après la phase sdB), les modèles sont manifestement trop chauds pour que le mécanisme basé sur l'ionisation du fer soit efficace, la bosse correspondante dans l'opacité moyenne de Rosseland se trouvant trop proche de la surface de l'étoile. Dans la phase de refroidissement, vers le domaine des naines blanches DAO puis DA, c'est la gravité de surface trop élevée qui, cette fois, interdit au mécanisme d'opérer efficacement (le fer ne pourrait pas être supporté en quantités suffisantes par le champ de radiation ; voir les résultats du Chapitre 5 sur les comportements des instabilités liées à ce mécanisme lorsque  $\log g$  augmente).

### 6.2.1 Bande d'instabilité

La figure 6.1 représente, dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ , les chemins évolutifs pour 3 de nos séquences ( $M_c = 0.4758 M_\odot$  avec  $M_{\text{env}} = 0.0042, 0.0012$  et  $0.0002 M_\odot$  respectivement). Les positions de 213 sdB connues (Saffer et al., 1997 ; communication privée) sont indiquées dans la région supérieure droite du diagramme, alors que celles des naines blanches de type DAO et de type DA à hautes températures analysées dans Bergeron et al., 1994 sont données dans la partie inférieure du graphique. Dans le contexte actuel, il est particulièrement intéressant de souligner que ces auteurs identifient 6 des étoiles DAO de leur échantillon (celles distribuées autour de nos séquences évolutives) à des objets post-EHB descendant directement des sdB. En revanche, la plupart des naines blanches à hautes températures discutées dans cet article ont des gravités de surface plus élevées (c.f., figure 6.1) et doivent être considérées plutôt comme des étoiles post-AGB.

L'analyse de stabilité a été conduite sur tous les modèles évolutifs situés au delà de la phase sdB. Nous avons considéré tous les modes avec  $l = 0$  (radiaux), 1, 2 et 3 (non-radiaux) dans une fenêtre de périodes couvrant 5 à 500 secondes. Les périodes deviennent, en effet, globalement plus courtes que celles observées dans les sdB en raison des gravités de surface généralement plus importantes caractérisant les modèles post-EHB. Les codes adiabatiques et non-adiabatiques, décrits au Chapitre 1 et sur



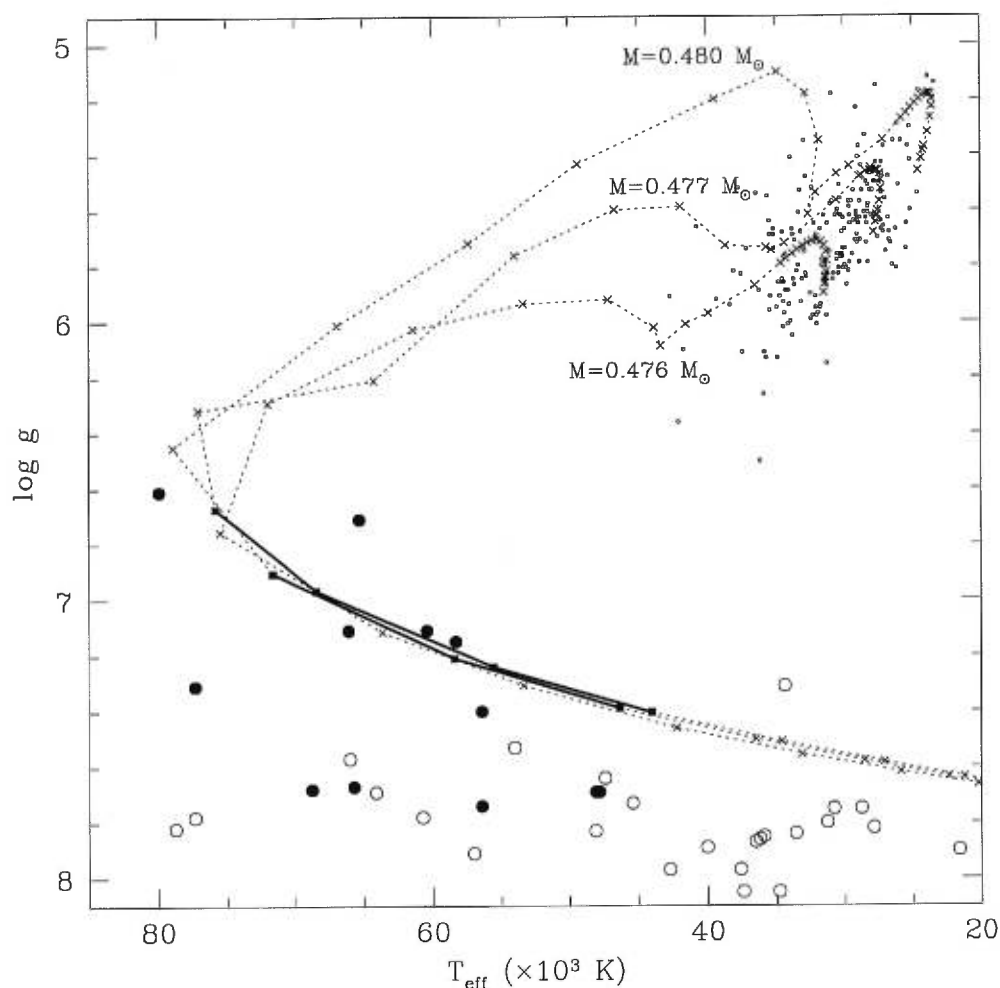


FIGURE 6.1. Chemins évolutifs typiques dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  pour des modèles en phases EHB et post-EHB. Les trois séquences représentées correspondent aux objets avec  $M_c = 0.4758 M_\odot$  et  $M_{\text{env}} = 0.0042, 0.0012, \text{ et } 0.0002 M_\odot$  (sur la ZAEHB). Les modèles individuels sont représentés, le long d'une séquence, par des croix jointes par des segments en lignes pointillées. Les séquences couvrent l'évolution depuis la ZAEHB jusqu'à la phase de refroidissement des naines blanches. Dans le coin supérieur droit sont indiquées, sous la forme de petits cercles vides, les positions de 213 sdB observées (Saffer et al., 1997; communication privée). De plus, les positions des naines blanches de type DAO connues (cercles pleins) et de type DA à hautes températures (cercles vides) sont illustrées dans la partie inférieure du graphique. Les segments en traits pleins épais, apparaissant pour deux des séquences, indiquent la position des modèles instables.

lesquels s'est appuyée l'étude des sdB, ont bien entendu été utilisés pour conduire cette exploration théorique. Pour les raisons déjà mentionnées au Chapitre 4, 150 éléments quadratiques furent adoptés pour mener à bien ces calculs, assurant une résolution spatiale suffisante pour modéliser la structure entière de l'étoile et obtenir des résultats numériques cohérents et robustes.

Suite à ces calculs, nous avons noté l'apparition, dans 4 des 7 séquences évolutives, d'une région où les modèles deviennent instables (segments en traits gras dans la figure 6.1). Ces résultats définissent une bande d'instabilité relativement large couvrant l'intervalle  $76000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 44000 \text{ K}$  et identifiable à la phase DAO de l'évolution post-EHB. Il y a, de plus, une nette corrélation entre la masse initiale de l'enveloppe riche en hydrogène des modèles ( $M_{\text{env}}$ ) et la présence des instabilités. Ainsi, les 3 séquences qui demeurent stables sont, sans ambiguïté, celles qui présentent les enveloppes les moins massives ( $M_{\text{env}} = 0.0001, 0.0002$  et  $0.0007 M_{\odot}$ ). Les 4 séquences additionnelles, avec  $M_{\text{env}} \gtrsim 0.0012 M_{\odot}$ , développent quant-à elles cette région d'instabilité.

La relation entre  $M_{\text{env}}$  et l'état d'excitation des modes suggère fortement que les réactions nucléaires impliquant l'hydrogène à la base de l'enveloppe jouent, à travers le mécanisme  $\epsilon$ , un rôle majeur dans la déstabilisation des modèles. La puissance dégagée à cet endroit par les couches actives s'avère, en effet, d'autant plus importante si la masse de l'enveloppe est plus élevée. Pour confirmer cette contribution, il est cependant nécessaire d'examiner de plus près la nature des modes excités dans les modèles occupant la bande d'instabilité.

### 6.2.2 Nature des modes instables

Les propriétés sismiques d'un modèle instable typique appartenant à la séquence  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$  sont, en partie, présentées dans le tableau 6.1. Il s'agit du modèle #32 dont les paramètres physiques sont  $\log g = 7.24$ ,  $T_{\text{eff}} = 55560 \text{ K}$ ,  $L = 6.31 L_{\odot}$  pour un âge de 139 millions d'années depuis la ZAEHB. Le tableau 6.1 donne les périodes (P, en secondes) et les temps caractéristiques de croissance ( $\tau_e$ , en années ;

TABLEAU 6.1. Périodes de pulsation ( $P$ , en secondes) et temps caractéristiques de croissance ( $\tau_e$ , en années) pour un modèle représentatif des DAO. Il s'agit du modèle #32 de la séquence  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$  (c.f., Appendice A).

$k$	$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$\tau_e$ (ans) <sup>†</sup>	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$\tau_e$ (ans) <sup>†</sup>	$P$ (s)	$\tau_e$ (ans)	$\tau_e$ (ans) <sup>†</sup>
3	10.99	stable	stable	10.48	stable	stable	9.78	stable	stable
2	13.63	stable	stable	11.90	stable	stable	11.24	stable	stable
1	15.61	stable	stable	15.19	stable	stable	14.75	stable	stable
0	...	...	...	20.70	stable	stable	17.18	stable	stable
1	82.37	$6.99 \times 10^6$	stable	54.11	$9.98 \times 10^5$	stable	42.41	$2.42 \times 10^5$	stable
2	109.78	$9.01 \times 10^4$	stable	69.33	$1.34 \times 10^4$	stable	50.25	$1.14 \times 10^4$	stable
3	122.73	$1.14 \times 10^4$	stable	74.59	$4.70 \times 10^4$	stable	59.59	stable	stable
4	158.70	stable	stable	101.64	stable	stable	76.55	stable	stable
5	187.84	stable	stable	114.16	stable	stable	87.22	stable	stable

<sup>†</sup>Modèle avec  $\epsilon_{\text{H}}$  artificiellement fixé à zéro.

pour les modes instables uniquement) correspondant aux modes p, f et g de faible ordre radial  $k$ . Les modes radiaux ( $l = 0$ ) et les modes d'ordre plus élevé ne sont pas présentés car ils demeurent continuellement stables tout au long de l'évolution post-EHB.

Dans cette structure et dans toutes celles qui dévoilent des instabilités, seuls les modes g de faible ordre radial sont excités, les modes p demeurant toujours stables. Les périodes excitées correspondantes sont comprises, pour ce modèle particulier, entre 42 et 123 secondes ; ces valeurs dépendant toutefois de la température effective et de la gravité de surface. Les temps caractéristiques de croissance doivent être comparés avec le temps évolutif typique nécessaire pour qu'une étoile post-EHB traverse complètement la bande d'instabilité. D'après les séquences à notre disposition (c.f., Appendice A), ce temps est estimé approximativement à  $4.0 \times 10^6$  ans, soit substantiellement plus long (parfois par un facteur 100) que la plupart des valeurs de  $\tau_e$  obtenues par le calcul. On peut donc penser que les modes ont tout le temps nécessaire pour développer des amplitudes observables.

Une expérience simple permet d'identifier précisément l'origine des instabilités dans ces structures post-EHB. Elle consiste à supprimer l'influence des différentes régions de brûlage nucléaire en imposant, pour les calculs de stabilité, une valeur nulle aux quantités  $\epsilon_H$  et/ou  $\epsilon_{He}$  reliées au processus de fusion associés respectivement à l'hydrogène et à l'hélium. Si la contrainte  $\epsilon_{He} = 0$  avec  $\epsilon_H \neq 0$  ne modifie en rien les résultats sur la stabilité des modes, la situation inverse ( $\epsilon_H = 0$  avec  $\epsilon_{He} \neq 0$ ), comme le montre les 3<sup>ème</sup>, 6<sup>ème</sup> et 9<sup>ème</sup> colonnes du tableau 6.1 marquées par le signe "†", révèle en revanche, puisque tous les modes sont maintenant stables, l'importance du mécanisme  $\epsilon$  associé au brûlage de l'hydrogène en couches dans le processus d'excitation.

### 6.2.3 Le mécanisme de déstabilisation

Quelques propriétés structurelles propres aux modèles et au mécanisme de déstabilisation sont illustrées dans la figure 6.2. Dans le panneau du haut, les positions

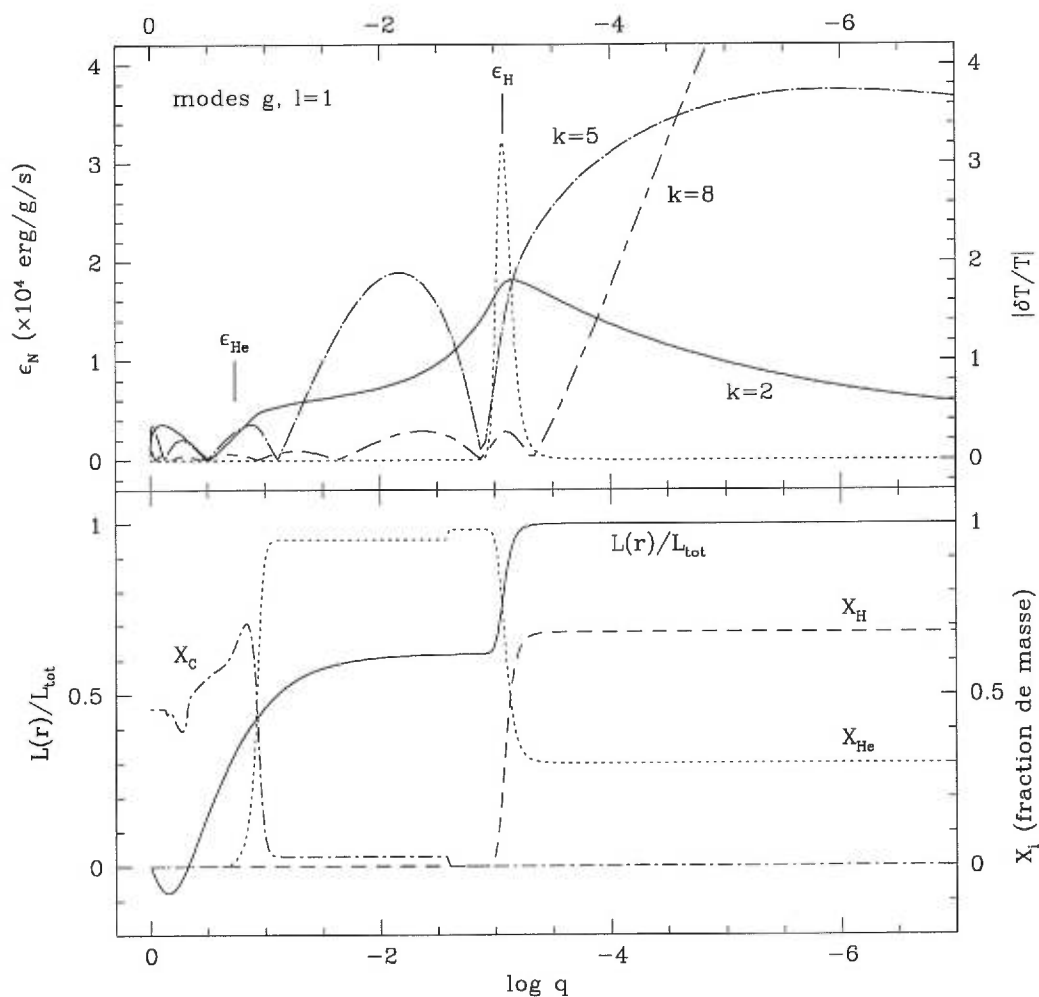


FIGURE 6.2. Dans le panneau supérieur, la courbe en pointillés montre le profil du taux de production d'énergie par réactions nucléaires. Les positions et contributions des couches de brûlage de l'hélium ( $\epsilon_{\text{He}}$ ) et de l'hydrogène ( $\epsilon_{\text{H}}$ ) sont indiquées. Les profils additionnels montrent, en valeur absolue, les amplitudes relatives de la perturbation Lagrangienne de la température pour 3 modes g avec  $l=1$ . De ces modes, seul celui avec  $k=2$  est excité. Le panneau du bas donne le profil de luminosité en fonction de profondeur exprimée en fraction de masse  $\log q = \log(1 - M(r)/M_*)$  pour notre modèle représentatif. Les 3 autres courbes montrent la stratification chimique pour H, He et C (en fraction de masse).

des couches de brûlage nucléaire sont indiquées à travers le profil du taux de génération d'énergie ( $\epsilon_N$ ; lignes pointillées), la contribution due à l'hélium ( $\epsilon_{He}$ ) se révélant minuscule à l'échelle proposée dans la figure et comparativement à la contribution de l'hydrogène ( $\epsilon_H$ ; provenant majoritairement du cycle CN). La faiblesse de la zone de brûlage de l'hélium dans ces modèles à l'évolution déjà très avancée explique donc naturellement le rôle essentiellement insignifiant qu'elle joue, contrairement à la région active résiduelle alimentée par la fusion de l'hydrogène, dans le processus d'excitation des modes de pulsation. Le panneau du bas montre la stratification chimique du modèle, très proche de celle des naines blanches, ainsi que le profil de luminosité à travers toute l'étoile. Ce dernier confirme que près de 40% de la luminosité totale émise par l'objet trouve son origine à la base de l'enveloppe riche en hydrogène, où les réactions nucléaires s'appuyant sur cet élément sont actives.

Les instabilités engendrées par ce mécanisme  $\epsilon$  favorisent clairement les modes  $g$  pour la simple raison que leurs principales zones de formation migrent lentement des régions profondes, dans la phase EHB (c.f., le Chapitre 3), vers les couches externes de l'enveloppe lorsque l'état de naine blanche pulsante froide de type ZZ Ceti est atteint (Brassard et al., 1992c). Dans la partie de la phase post-EHB correspondant aux DAO, les modes  $g$  se trouvent dans un état intermédiaire où ils sont principalement sensibles aux conditions physiques dans l'enveloppe profonde des modèles, précisément là où se trouve la couche de brûlage de l'hydrogène. Les modes  $g$ , pour être excités, doivent posséder des amplitudes relatives importantes dans cette zone nucléairement active. En pratique, cela signifie que le maximum primaire du profil correspondant à la perturbation Lagrangienne de la température (en général, il s'agit du premier maximum rencontré en partant de la surface du modèle) doit approximativement coïncider avec cette région. Or, lorsque l'ordre radial  $k$  augmente, ce maximum se déplace vers la surface de l'étoile pour ultimement rejoindre des régions situées dans l'enveloppe de l'étoile, au dessus de la zone de brûlage de l'hydrogène. Aussi, au delà d'un certain point, ces modes ne peuvent plus être excités efficacement par le mécanisme et on s'attend, comme nous pouvons effectivement l'observer dans le tableau 6.1, à ce qu'une limite en  $k$ , au dessus de laquelle tous les modes  $g$  restent stables, fasse son apparition.

Dans le panneau supérieur de la figure 6.2, superposés au profil de  $\epsilon_N$ , les tracés du module de la perturbation Lagrangienne de la température ( $|\delta T/T|$ ) pour 3 modes représentatifs tirés du tableau 6.1 illustrent les commentaires du paragraphe précédent. Les 3 modes proposés sont respectivement le mode instable  $l=1, k=2$  et les deux modes stables avec  $l=1, k=5$  et  $k=8$  (les périodes sont disponibles dans le tableau 6.1 sauf pour le mode avec  $k=8$  pour lequel  $P=272.70$  s). Notons que, puisque ces fonctions propres sont normalisées arbitrairement pour chaque mode, seule l'information reliée aux positions et à la magnitude relative des maxima pour *un mode donné* est pertinente. Il est alors remarquable que le mode instable présenté dans cette figure soit précisément celui pour lequel le premier – et plus important – maximum dans  $|\delta T/T|$  coïncide avec le pic de  $\epsilon_H$  associé au brûlage nucléaire de l'hydrogène. Dans la même veine, le mode stable avec  $k=5$  dispose d'un premier maximum situé bien au dessus de la région d'excitation alors que le premier nœud de sa fonction propre  $|\delta T/T|$  tombe à proximité de la base de l'enveloppe ; une configuration nettement défavorable à la déstabilisation du mode. Enfin, l'illustration du mode avec  $k=8$  montre un maximum secondaire situé précisément sur la couche de brûlage. Celui-ci demeure toutefois stable en raison de la dissipation radiative devenant importante suite à la multiplication des nœuds dans les fonctions propres et à l'amplitude relative beaucoup plus grande dans les régions supérieures de l'enveloppe.

### 6.3 Discussion et perspectives

Les résultats présentés dans ce bref chapitre suggèrent fortement que des pulsations non-radiales (modes g) puissent se manifester durant la phase post-EHB, ouvrant dès lors la perspective d'appliquer les méthodes de l'astéroséismologie pour sonder la structure de ces objets. Les modèles instables sont les descendants d'étoiles de la branche horizontale étendue (EHB) dotées initialement d'enveloppes relativement massives ( $M_{\text{env}} \gtrsim 0.0010 M_{\odot}$  sur la ZAEHB). Les modes sont excités par la présence d'une région très active de brûlage en couche résiduel de l'hydrogène à la base de cette enveloppe. Il est d'ailleurs intéressant de noter que les instabilités constatées sont de nature

très similaires à celles discutées par Kawaler, 1988 (voir également Sienkiewicz, 1980) dans le contexte des étoiles, beaucoup plus lumineuses et chaudes, constituant le noyau central des nébuleuses planétaires. Nos modèles définissent une large bande d'instabilité couvrant l'intervalle de température  $76000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 44000 \text{ K}$  et sont identifiables aux étoiles naines blanches DAO de faible masse. Les oscillations attendues sont des modes  $g$  de faible ordre radial avec des périodes typiques localisées autour de  $\sim 80 \text{ s}$ , dépendant toutefois de la température effective et de la gravité de surface des modèles.

Contrairement aux sdB, la confirmation de cette prédiction théorique par l'observation reste à établir. Les objets identifiés comme étoiles post-EHB par Bergeron et al., 1994 et qu'ils serait intéressant d'examiner avec les techniques de photométrie rapide sont au nombre de 6. Ils s'agit concrètement des étoiles HZ 34, GD 651, Ton 353, PG0834+501, Feige 55 et PG0134+181. Bien entendu, il n'est pas — *a priori* — garanti que les étoiles mentionnées aient des progéniteurs avec les masses d'enveloppes adéquates pour développer des pulsations. En effet, puisque la région de l'espace  $\log g - T_{\text{eff}}$  occupée par les modèles instables semble extrêmement fine (les chemins évolutifs avec différentes masses d'enveloppes se chevauchent dans cette région ; c.f., figure 6.1), il est presque assuré, du moins au niveau de précision auquel les paramètres atmosphériques de ces étoiles sont connus, que des objets instable coexisteront avec des objets stables. Comptes tenu de l'échantillon encore très restreint d'étoiles de ce type, l'interprétation des futurs résultats observationnels sera difficile. De plus, il est envisageable que des phénomènes n'ayant pas été pris en compte lors des calculs des séquences évolutives viennent influencer l'efficacité du mécanisme en jeu. Par exemple, les vents stellaires, complètement ignorés dans les modélisations actuelles d'évolution EHB et post-EHB, pourraient éventuellement suffire à réduire suffisamment la masse de l'enveloppe riche en hydrogène pour annihiler l'effet déstabilisateur du mécanisme  $\epsilon$ . De toute façon, quels que soient les résultats des prochaines campagnes d'observation des DAO pulsantes, d'intéressantes contraintes sur les quantités d'hydrogène conservées par une étoile en phase post-EHB devraient être proposées. En attendant, il demeure raisonnable de penser qu'une fraction de ces étoiles pourrait constituer une autre nouvelle classe d'étoiles pulsantes...



## CONCLUSION

Dans cette thèse – dont l’objectif demeurait l’évaluation, par des moyens exclusivement théoriques, du potentiel de l’astéroséismologie pour les étoiles sous-naines de type B – nous avons commencé par présenter, au chapitre 1, après avoir préalablement introduit les motivations et le sujet de cette recherche, le contexte observationnel et théorique dans lequel baigne l’ensemble du projet. Ce fut l’occasion de rappeler quelques aspects importants relatifs aux équations mathématiques de la théorie linéaire décrivant les pulsations stellaires non-radiales (adiabatiques et non-adiabatiques) et sur les outils numériques (codes de pulsation) qui allaient constituer les instruments de notre exploration.

En parallèle, au chapitre 2, après avoir passé en revue les propriétés générales caractérisant la classe des étoiles sous-naines de type B, nous avons présenté et discuté les modèles numériques construits pour décrire ces objets et sur lesquels toute notre démarche allait s’appuyer. Dans le contexte des pulsations, nous avons relevé qualitativement, à cette occasion, plusieurs éléments de la structure de ces étoiles qui pouvaient potentiellement déstabiliser certains modes d’oscillation. En particulier, la présence d’une région convective associée à l’ionisation partielle  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$  semblait, par analogie avec les étoiles naines blanches pulsantes de type DB, constituer un candidat de choix.

Nous avons ensuite discuté de façon exhaustive, dans le chapitre 3, et ce compte tenu de l’absence totale d’information portant sur cette question, des propriétés générales des modes de pulsation dans les étoiles sous-naines de type B. De ce travail de défrichage, conduit quantitativement avec le code des pulsations adiabatiques, découle une multitude de résultats indispensables à une bonne compréhension et interprétation des caractéristiques des modes d’oscillation dont les périodes sont main-

tenant observées dans certaines sdB pulsantes. Parmi ceux-ci, nous avons notamment déterminé les valeurs typiques, ainsi que leurs variations en fonction des principaux paramètres stellaires définissant un modèle, des périodes attendues dans ces étoiles pour les différentes catégories de modes habituellement rencontrés (modes p, f et g ; radiaux et non-radiaux). Nous avons montré qu'à l'instar des étoiles non-dégénérées, les modes acoustiques (modes p) sont principalement des modes d'enveloppe, peu sensibles aux régions profondes de l'étoile, alors que les modes de gravité (modes g) sont surtout des modes d'intérieur confinés dans la partie radiative du noyau d'hélium. Toutefois, à l'image des étoiles naines blanches avec lesquelles elles partagent une ressemblance flagrante en terme de stratification chimique, les sdB ont révélé dans leur spectre de périodes, pour les modes g et – dans une moindre mesure – pour les modes p, les manifestations d'un phénomène de piégeage et de confinement des modes dû à la transition chimique entre le cœur en hélium et l'enveloppe riche en hydrogène. Nous avons également montré qu'il est possible, voir parfois souhaitable, d'utiliser des modèles statiques d'enveloppes à la place de structures évolutives pour étudier avec une précision suffisante les comportements des périodes des modes p. Il s'agit d'une conclusion importante pour quiconque souhaiterait, par la suite, utiliser des modèles de sdB pour conduire une étude astéroséismologique de ces étoiles. Nous avons également, dans ce chapitre, étudié le couplage entre évolution et pulsations (calcul des  $\dot{P}$ ) à l'aide des séquences de modèles évolutifs à notre disposition.

Au chapitre 4, en raison de l'absence – à l'époque – d'évidence observationnelle suggérant l'existence de sdB pulsantes, nous avons entrepris de mener une étude de stabilité sur les modèles de sdB à l'aide du code des pulsations non-adiabatiques. Nous avons ainsi démontré qu'il existe un mécanisme déstabilisateur potentiellement efficace dont l'origine provient, contrairement à nos soupçons préalables portant sur la zone d'ionisation partielle He<sub>II</sub>/He<sub>III</sub>, d'une région d'ionisation partielle d'éléments atomiques lourds, en particulier de fer (donc un mécanisme  $\kappa$ ). Les calculs ont toutefois montré qu'à métallicité solaire ( $Z \sim 0.02$ ), les quantités de fer présentes dans l'enveloppe riche en hydrogène sont insuffisantes pour déstabiliser les modèles mais qu'elles le deviennent pour  $Z \gtrsim 0.04$ . Dès lors, nous avons insisté sur le fait qu'il n'était pas

nécessaire, pour engendrer des instabilités, de disposer de sur-abondances de fer dans la totalité de l'enveloppe de l'étoile et que les processus de diffusion, fortement suspectés d'exister dans ces étoiles, sont en mesure de produire d'importantes accumulations locales de cet élément dans la région qui déstabilise les modes. Ces constatations nous ont conduit à soumettre la prédiction que certaines étoiles sous-naines de type B devaient développer des oscillations observables ; une prédiction qui s'est vue confirmée presque simultanément et de façon indépendante par un groupe en Afrique du Sud.

Au chapitre 5, après avoir introduit l'essentiel de la théorie de l'équilibre diffusif entre lévitation radiative et triage gravitationnel, nous avons raffiné notre étude du mécanisme d'excitation des modes de pulsation en construisant des modèles additionnels tenant compte des profils d'abondance de fer non-uniformes engendrés par ces effets. Ces modèles de seconde génération (par opposition aux modèles avec métallicité uniforme dits de première génération) ont permis de confirmer, en produisant des résultats théoriques quantitativement en accord avec les nouvelles données issues de l'observation, le bien fondé de l'idée proposée pour le mécanisme de déstabilisation. Une comparaison directe entre les propriétés des 12 sdB pulsantes connues à ce jour et les calculs théoriques démontre que les périodes observées dans ces étoiles correspondent aux modes  $p$  de faible ordre radial  $k$ , dont certains appartiennent nécessairement au spectre des pulsations non-radiales. La théorie indique également l'existence d'un domaine d'instabilité dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$  dont le centre, marquant l'endroit où le mécanisme déstabilisateur est le plus efficace, correspond précisément à la région où sont situées la plupart des sdB pulsantes répertoriées. Nous avons par la suite évalué, sur la base de ces résultats et de ceux du chapitre 3, les possibilités que devrait réellement offrir l'analyse astéroséismologique de ces étoiles ; notamment les aspects de la structure des sdB qui pourraient devenir accessibles et ceux qui resteront inabordable. Enfin, nous avons montré qu'il sera tout à fait acceptable, et de toute manière nécessaire, d'utiliser des structures statiques d'enveloppes de seconde génération – par opposition aux modèles évolutifs de première génération – pour l'analyse sismique de ces objets.

Enfin, au dernier chapitre (chapitre 6), fort du succès de l'approche purement théorique pour prédire l'existence de pulsations dans les étoiles sous-naines de type B, nous avons étendu les calculs de stabilité aux modèles de la phase post-EHB de l'évolution stellaire reliant les étoiles sdB à la séquence de refroidissement des naines blanches. Les calculs ont montré que les modèles traversent une autre région d'instabilité durant cette phase de l'évolution. L'effet déstabilisateur est maintenant un mécanisme  $\epsilon$  impliquant les processus de fusion nucléaire de l'hydrogène en hélium dans les couches de brûlage résiduel situées à la base de l'enveloppe riche en hydrogène. Les modèles instables ont clairement été identifiés à une fraction des étoiles naines blanches de type DAO pour lesquels 6 candidats ont été suggérés comme pulsateurs potentiels. Il revient donc maintenant aux observateurs de déterminer si les DAO peuvent réellement constituer une autre nouvelle classe d'étoiles pulsantes.

De l'ensemble de ce travail, nous sommes en mesure de formuler plusieurs conclusions importantes. En premier lieu, il est remarquable, dans un domaine où les nouvelles découvertes sont essentiellement de nature observationnelle et presque toujours fortuites, qu'une approche structurée basée principalement sur l'application de méthodes théoriques (pulsations et structures stellaires, diffusion des éléments chimiques) ait conduit à une prédiction vérifiée et à des résultats dont l'accord avec les observations est très satisfaisant. Cela prouve qu'il s'agit d'une approche dont la fertilité n'est pas à négliger en astrophysique, une science plutôt traditionnellement orientée vers l'observation. En second lieu, cette étude complète des propriétés des pulsations dans les sdB constitue la première du genre dans un domaine totalement neuf ou tout, ou presque, était à découvrir. Cette thèse, en défrichant notablement le terrain, pose donc les bases indispensables à la compréhension des phénomènes observés dans ces étoiles pulsantes ainsi qu'aux futures tentatives d'application des méthodes de l'astéroséismologie pour sonder la structure de ces objets. En dernier lieu, l'étude présentée, loin de constituer un aboutissement dans le domaine, induit au contraire une multitude de nouvelles et fertiles voies de recherche vers lesquelles il serait intéressant de se tourner...

## RÉFÉRENCES

- Alecian, G., Michaud, G., & Tully, J. (1993). "Radiative accelerations on iron using opacity project data". *Ap. J.*, **411** :882.
- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. (1994). "Studies of hot B subdwarfs. IX. Cousins BVRI photometry and the binary fraction of hot, hydrogen-rich subdwarfs in the Palomar-Green survey". *Astron. J.*, **107** :1565.
- Allard, F., Wesemael, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Bergeron, P. (1998). en préparation.
- Baschek, B. & Norris, J. (1970). "Neutral-He lines strengths. II. The B-type subdwarf HD 205805". *Ap. J. Suppl.*, **19** :327.
- Baschek, B. & Norris, J. (1975). "The OB-Type subdwarf HD 149382 and the nature of the subdwarf B stars". *Ap. J.*, **199** :694.
- Berger, J. (1963). "Radial velocities and spectra of faint blue stars at high galactic latitudes". *PASP*, **75** :393.
- Bergeron, P., Fontaine, G., Lacombe, P., Wesemael, F., Crawford, D. L., & Jakobsen, A. M. (1984). "Studies of hot B subdwarfs. I. Strömgren photometry of the Greenstein-Sargent-Sample". *Astron. J.*, **89** :374.
- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A., Wood, M. A., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Liebert, J. (1994). "A spectroscopic analysis of DAO and hot DA white dwarfs : The implications of the presence of helium and the nature of DAO stars". *Ap. J.*, **432** :305.
- Bergeron, P., Wesemael, F., Michaud, G., & Fontaine, G. (1988). "Studies of hot B subdwarfs. VI. Detailed calculations of radiative forces on metals in the envelopes and atmospheres of hydrogen-rich subdwarfs". *Ap. J.*, **332** :964.
- Billères, M. (1999). PhD thesis, Université de Montréal.
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R. A., Bergeron, P., & Vauclair, G. (1998). "Detection of p-mode pulsations in the hot subdwarf B star KPD 2109+4401". *Ap. J. Lett.*, **494** :L75.
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R. A., & Vauclair, G. (1997). "Discovery of p-mode instabilities in the hot subdwarf B star PG 1047+003". *Ap. J. Lett.*, **487** :L81.
- Brassard, P. (1991). "Propriétés adiabatiques des naines blanches pulsantes de type ZZ Ceti". PhD thesis, Université de Montréal.
- Brassard, P. & Fontaine, G. (1994). "Computations of static white dwarf models : A must for asteroseismological studies". in I.A.U. Colloq., The Equation of State in Astrophysics. Volume **147**, page 560. Cambridge : Cambridge Univ. Press.
- Brassard, P., Fontaine, G., Billères, M., & Charpinet, S. (1998). en préparation.
- Brassard, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. (1995). "The modeling of energy distributions and light curves of ZZ Ceti stars. 1 :Basic Theory and semianalytic expressions for the emergent flux". *Ap. J. Suppl.*, **96 No 2** :545.
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., & Hansen, C. J. (1992a). "Adiabatic properties of pulsating DA white dwarfs. II. Mode trapping in compositionally stratified models". *Ap. J. Suppl.*, **80** :369.

- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., Kawaler, S. D., & Tassoul, M. (1992b). "Adiabatic properties of pulsating DA white dwarfs. I. The treatment of the brunt-väisälä frequency and the region of period formation". *Ap. J.*, **367** :601.
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., & Tassoul, M. (1992c). "Adiabatic properties of pulsating DA white dwarfs. IV. An extensive survey of the period structure of evolutionary models". *Ap. J. Supp.*, **81** :747.
- Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. (1992d). "Adiabatic properties of pulsating DA white dwarfs. III. A finite-element code for solving nonradial pulsation equations". *Ap. J. Supp.*, **80** :725.
- Buchler, J. R., Yecko, P. A., & Kolláth, Z. (1997). "The nature of strange modes in classical variable stars". *A&A*, **326** :669.
- Caloi, V. (1972). "Extended horizontal branch loci". *A&A*, **20** :357.
- Caloi, V. (1989). "Evolution of the extreme horizontal branch stars". *A&A*, **221** :27.
- Castellani, V., Degl'Innocenti, S., & Pulone, L. (1995). "The hot end of evolutionary horizontal branch". *Ap. J.*, **446** :228.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F. J., Iglesias, C. A., & Dorman, B. (1997a). "A driving mechanism for the newly discovered class of pulsating subdwarf B stars". *Ap. J. Lett.*, **483** :L123.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. (1996). "The potential of asteroseismology for hot, subdwarf B stars : A new class of pulsating stars ? ". *Ap. J. Lett.*, **471** :L103.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. (1997b). "Gravity-mode instabilities in models of post-EHB stars : Another class of pulsating stars ? ". *Ap. J. Lett.*, **489** :L149.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. (1997c). "The potential of asteroseismology for hot, B subdwarfs : A new class of pulsating stars ? ". In *10th European Workshop on White Dwarfs*, page 477. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers. I. Isern et al. (eds) ; Astrophysics and space science library ; vol 214.
- Chavira, E. (1958). "Estrellas azules en el casquete galactico sur (SGP)". *Bol. Obs. Tonantzintla y Tacubaya*, **No. 17** :15.
- Chayer, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. (1995a). "Radiative levitation in hot white dwarfs : Equilibrium theory". *Ap. J. Suppl.*, **99** :189.
- Chayer, P., Vennes, S., Pradhan, A. K., Thejll, P., Beauchamp, A., Fontaine, G., & Wesemael, F. (1995b). "Improved calculations of the equilibrium abundances of heavy elements supported by radiative levitation in the atmospheres of hot DA white dwarfs". *Ap. J.*, **454** :429.
- Cox, A. N., Morgan, S. M., Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. (1992). "An opacity mechanism for the pulsations of OB stars". *Ap. J.*, **393** :272.
- Cox, J. P. (1974). "Pulsating stars". *Reports on Progress in Physics.*, **37**, no 5 :563.
- Cox, J. P. (1980). "Theory of Stellar Pulsations". Princeton University Press.
- Cox, J. P. & Giuli, R. T. (1968). "Principles of Stellar Structure". New York : Gordon & Breach.
- Cunto, W. & Mendoza, C. (1992). "The opacity project - The TOPBASE atomic database". *Rev. Mex. Astron. Astrof.*, **23** :107.
- D'Cruz, N. L., Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. (1996). "The origin of Extreme Horizontal Branch stars". *Ap. J.*, **466** :359.
- Demarque, P. & Eder, J. (1985). "Mass loss on the blue horizontal branch and the origin of the subdwarf B stars". In Philip, A. D., editor, *Horizontal Branch and UV Bright Stars*, page p.91.

- Deupree, R. G. & Cole, P. W. (1981). "Mass loss during the core helium flash". *Ap. J.*, **249** :L35.
- Dorman, B. (1992a). "Oxygen-Enhanced models for globular cluster stars. III. Horizontal Branch Sequences". *Ap. J. Suppl.*, **81** :221.
- Dorman, B. (1992b). "The structure of horizontal branch models. I. The Zero Age Horizontal Branch". *Ap. J. Suppl.*, **80** :701.
- Dorman, B. (1996). "Horizontal Branch Stellar Evolution". page 291. 32nd Liège Astrophysical Colloquium. eds A Noels, N. Grevesse, M. Gabriel & P. Demarque.
- Dorman, B., Lee, Y.-W., & Vandenberg, D. (1991). "Application of oxygen-enhanced evolutionary sequences to the horizontal branch of M15". *Ap. J.*, **366** :115.
- Dorman, B., O'Connell, R. W., & Rood, R. T. (1995). "Ultraviolet radiation from evolved stellar populations. II. The ultraviolet upturn phenomenon in elliptical galaxies". *Ap. J.*, **442** :105.
- Dorman, B. & Rood, R. T. (1993). "On partial mixing zones in horizontal branch stellar cores". *Ap. J.*, **409** :387.
- Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. (1993). "Ultraviolet radiation from evolved stellar populations. I. Models". *Ap. J.*, **419** :596.
- Dziembowski, W. (1971). *Acta Astr.*, **21** :289.
- Dziembowski, W. & Pamiatnykh, A. A. (1993). "The opacity mechanism in B-type stars. I - Unstable modes in Beta Cephei star models". *MNRAS*, **262** :204.
- Eggleton, P. P., Faulkner, J., & Flannery, B. P. (1973). "An Approximate Equation of State for Stellar Material". *A&A*, **23** :325.
- Faulkner, J. (1972). "On the nature of the horizontal branch. II. Extremely blue halo stars : A theoretical viewpoint". *Ap. J.*, **173** :401.
- Feige, J. (1958). "A search for underluminous hot stars". *Ap. J.*, **128** :267.
- Fontaine, G. & Chayer, P. (1998). "The helium abundance puzzle in subdwarf B stars : A theoretical interpretation through mass loss". In *Third Conference on Faint Blue Stars*, volume sous presse.
- Gautschy, A. & Glatzel, W. (1990). "On highly non-adiabatic stellar pulsations and the origin of strange modes". *MNRAS*, **245** :597.
- Gautschy, A. & Glatzel, W. (1991). "The secular and thermal spectrum of hydrogen-deficient carbon stars". *MNRAS*, **253** :509.
- Gautschy, A. & Saio, H. (1993). "On non-radial oscillations of B-type stars". *MNRAS*, **262** :213.
- Gautschy, A. & Saio, H. (1995). "Stellar pulsations across the HR diagram : Part 1". *Annu. Rev. A&A*, **33** :75.
- Glatzel, W. (1994). "On the origin of strange modes and the mechanism of related instabilities". *MNRAS*, **271** :66.
- Gonzalez, J.-F., LeBlanc, F., Artru, M.-C., & Michaud, G. (1995). "Improvements on radiative acceleration calculations in stellar envelopes". *A&A*, **297** :223.
- Greenstein, J. L. (1960). "Stellar Atmospheres". University of Chicago Press. Ch. 19.
- Greenstein, J. L. (1966). "The nature of the faint blue stars". *Ap. J.*, **144** :496.
- Greenstein, J. L. & Sargent, A. I. (1974). "The nature of faint blue stars in the halo. II. *Ap. J. Suppl.*, **28** :157.
- Greggio, L. & Renzini, A. (1990). "Clues on the hot star content and the ultraviolet output of elliptical galaxies". *Ap. J.*, **364** :35.

- Heber, U. (1986). "The atmosphere of subluminous B stars. II. Analysis of 10 helium poor subdwarfs and the birthrate of sdB stars". *A&A*, **155** :33.
- Heber, U. (1991). "Atmospheres and abundances of blue horizontal branch stars and related objects". In Michaud, G. & Tutukov, A., editors, *Evolution of Stars : The Photospheric Abundance Connection*, IAU Symposium 145, page 363. (Dordrecht, Kluwer).
- Heber, U., Hamann, W.-R., Hunger, K., Kudritzki, R. P., Simon, K. P., & Méndez, R. H. (1984a). "Non-LTE analysis of subluminous hot stars". *A&A*, **136** :331.
- Heber, U., Hunger, K., Jonas, G., & Kudritzki, R. P. (1984b). "The atmosphere of subluminous B stars". *A&A*, **130** :119.
- Horch, E., Demarque, P., & Pinsonneault, M. (1992). "The evolution of high metallicity horizontal branch stars and the origin of the UV light in elliptical galaxies". *Ap. J. Lett.*, **388** :L53.
- Humason, M. L. & Zwicky, F. (1947). "A search for faint blue stars". *Ap. J.*, **105** :85.
- Hunger, K., Gruschinske, J., Kudritzki, R. P., & Simon, K. P. (1981). "Non-LTE Analysis of subluminous O-stars. IV. Spectral photometry and NLTE analysis of 11 subluminous stars". *A&A*, **95** :244.
- Iben, I. J. (1990). "On the consequences of low-mass white dwarfs mergers". *Ap. J.*, **353** :215.
- Iben, I. J. & Tutukov, A. V. (1986). "On the formation and evolution of a helium degenerate dwarf in a close binary". *Ap. J.*, **311** :742.
- Iriarte, B. & Chavira, E. (1957). "Estrellas azules en el casquete galactico norte". *Bol. Obs. Tonantzintla y Tacubaya*, **No. 16** :3.
- Itoh, N., Mitake, S., Iyetomi, H., & Ichimaru, S. (1983). "Electrical and thermal conductivities of dense matter in the liquid metal phase. I - High-temperature results". *Ap. J.*, **273** :774.
- Kawaler, S. D. (1988). "The hydrogen shell game - Pulsational instabilities in hydrogen shell-burning planetary nebula nuclei". *Ap. J.*, **334** :220.
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. (1997). "A new class of rapidly pulsating stars - I. EC14026-2647, the class prototype". *MNRAS*, **285** :640.
- Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A. E., & van Wyk, F. (1998). "The EC 14026 stars - VIII. PG 1336-018 : a pulsating sdB star in an HW Vir-type eclipsing binary". *MNRAS*, **296** :329.
- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., van Wyk, F., & Stobie, R. S. (1997). "A new class of rapidly pulsating star - II. PB 8783". *MNRAS*, **285** :645.
- Koen, C., O'Donoghue, D., Kilkenny, D., Lynas-Grey, A. E., Marang, F., & van Wyk, F. (1998a). "The EC14026 stars - VII. PG 1605+072, a star with many pulsation modes". *MNRAS*, **296** :317.
- Koen, C., O'Donoghue, D., Pollacco, D. L., & Charpinet, S. (1999). "The EC14026 stars PG1219+534, PG0911+456 : Successes and New Challenges for the Fe Driving Mechanism". *MNRAS*, soumis.
- Koen, C., O'Donoghue, D., Pollacco, D. L., & Nitta, A. (1998b). "The new EC14026 star Feige 48 : A link in its class". *MNRAS*, soumis.
- Ledoux, P. & Walraven, T. (1958). "Handbuch der Physik". Berlin : Springer-Verlag.
- Lynden-Bell, D. & Ostriker, J. P. (1967). "On the stability of differentially rotating bodies". *MNRAS*, **136** :293.
- Mengel, J. G., Norris, J. E., & Gross, P. G. (1976). "A binary hypothesis for the subdwarf B stars". *Ap. J.*, **204** :488.
- Michaud, G., Bergeron, P., Heber, U., & Wesemael, F. (1989). "Studies of hot B subdwarfs. VII. Non-LTE radiative acceleration of helium in the atmosphere of sdOB stars". *Ap. J.*, **338** :417.



- Michaud, G., Bergeron, P., Wesemael, F., & Fontaine, G. (1985). "Studies of hot B subdwarfs. IV. Radiative forces, mass loss, and metal abundances in sdB stars". *Ap. J.*, **299** :741.
- Michaud, G., Charland, Y., Vauclair, S., & Vauclair, G. (1976). "Diffusion in main-sequence stars : Radiation forces, time scales, anomalies". *Ap. J.*, **210** :447.
- Moehler, S., de Boer, K. S., & Heber, U. (1990). "Hot subluminescent stars at high galactic latitudes. II - Physical parameters and distances of 37 sdB stars". *A&A*, **239** :265.
- Montmerle, T. & Michaud, G. (1976). "Diffusion in stars : Ionisation and abundance effects". *Ap. J. Suppl.*, **31** :489.
- Moskalik, P. & Dziembowski, W. (1992). "New opacities and the origin of the Beta Cephei pulsation". *A&A*, **256** :L5.
- O'Donoghue, D., Koen, C., Kilkenney, D., Stobie, R. S., Lynas-Gray, A. E., & Kawaler, S. D. (1997a). In *10th European Workshop on White Dwarfs*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers. I. Isern et al. (eds) ; Astrophysics and space science library ; vol 214.
- O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Grey, A. E., Kilkenney, D., & van Wyk, F. (1998a). "The EC14026 stars - VI. PG1047+003". *MNRAS*, **296** :306.
- O'Donoghue, D., Koen, C., Solheim, J. E., Barstow, M. A., Dobbie, P. D., O'Brien, M. S., Clemens, J. C., Sullivan, D. J., & Kawaler, S. D. (1998b). "The EC14026 stars - V. The pulsation periods of PB8783". *MNRAS*, **296** :296.
- O'Donoghue, D., Lynas-Grey, A. E., Kilkenney, D., Stobie, R. S., & Koen, C. (1997b). "A new class of rapidly pulsating star - IV. Oscillations in EC 20117-4014 and atmospheric analyses". *MNRAS*, **285** :657.
- Osaki, Y. (1975). "Nonradial oscillations of a 10 solar mass star in the main-sequence stage". *PASJ*, **27** :237.
- Paczyński, B. (1971). "Evolution of single stars. VI. Model nuclei of planetary nebulae". *Acta. Astr.*, **21** :417.
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. (1986a). "Diffusion coefficients for stellar plasmas". *Ap. J. Suppl.*, **61** :177.
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. (1986b). "Diffusion in white dwarfs - New results and comparative study". *Ap. J. Suppl.*, **61** :197.
- Reif, F. (1965). "Fundamentals of statistical and thermal physics". McGraw-Hill series in fundamentals of physics.
- Ritter, A. (1879). *Ann. Phys. Chem. Neue Folge*, **8** :157.
- Rogers, F. J. & Iglesias, C. A. (1992). "Rosseland mean opacities for variable compositions". *Ap. J.*, **401** :361.
- Rosseland, S. (1949). "The pulsation theory of variable stars". Oxford : Oxford University Press. Ch. 1.
- Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. (1994). "Atmosphere parameters of field subdwarfs B stars". *Ap. J.*, **432** :351.
- Saio, H., Baker, N. H., & Gautschy, A. (1998). "On the properties of strange modes". *MNRAS*, **294** :622.
- Saio, H., Wheeler, J. C., & Cox, J. P. (1984). "Very nonadiabatic radial pulsations in luminous helium stars". *Ap. J.*, **281** :318.
- Sargent, W. L. W. & Searle, L. (1968). "A quantitative description of the spectra of the brighter Feige stars". *Ap. J.*, **152** :443.

- Saumon, D., Chabrier, G., & Horn, H. M. V. (1995). "An equation of state for low-mass stars and giant planets". *Ap. J. Suppl.*, **99** :713.
- Sienkiewicz, R. (1980). "Stability of white dwarfs undergoing spherically symmetric steady-state accretion". *A&A*, **85** :295.
- Stobie, R. S., Kawaler, S. D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. (1997). "A new class of rapidly pulsating star - III. Oscillations in EC 10228-0905 and pulsation analysis". *MNRAS*, **285** :651.
- Sweigart, A. V. (1997). "Effects of helium mixing on the evolution of globular cluster stars". *Ap. J. Lett.*, **474** :L74.
- Sweigart, A. V., Mengel, J. G., & Demarque, P. (1974). "On the origin of the blue halo stars". *A&A*, **30** :13.
- Tassoul, M. (1980). "Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations". *Ap. J. Supp.*, **43** :469.
- Theissen, A., Moehler, S., Heber, U., & de Boer, K. S. (1993). "Hot subluminous stars at high galactic latitudes. IV - Physical parameters and distances of 18 sdB stars and their spatial distribution". *A&A*, **273** :524.
- Thejll, P., Bauer, F., Saffer, R. A., Liebert, J., Kunze, D., & Shipman, H. L. (1994). "Analysis of helium-rich subdwarfs O stars. I. NLTE models, methods, and fits for 21 Palomar Green survey sdOs". *Ap. J.*, **433** :819.
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. (1989). "Non Radial Oscillation of Stars". University of Tokyo Press.
- VandenBerg, D. A. (1992). "Oxygen-Enhanced models fo globular cluster stars. I. Evolutionary Tracks". *Ap. J.*, **391** :685.
- VandenBerg, D. A. & Poll, H. E. (1989). "On precise ZAMSs, the solar color and pre-main-sequence lithium depletion". *A. J.*, **98** :1451.
- Wesemael, F., Winget, D. E., Cabot, W., Van Horn, H. M., & Fontaine, G. (1982). "The hot subdwarfs revisited". *Ap. J.*, **254** :221.
- Winget, D. E., Horn, H. M. V., Tassoul, M., Hansen, C. J., & Fontaine, G. (1983). "The pulsation properties of DB white dwarfs : A preliminary analysis". *Ap. J. Lett.*, **268** :L33.
- Zalewski, J. (1992). "Strongly nonadiabatic pulsations and strange modes". *PASJ*, **44** :27.

## APPENDICE A

### Paramètres Stellaires pour les Séquences Evolutives

Dans cet appendice sont présentées les 7 séquences évolutives constituant notre première source de modèles identifiés aux étoiles sous-naines de type B. Chaque séquence est illustrée par un tableau comprenant un ensemble de quantités physiques qui reflètent la structure des modèles à diverses étapes de la vie de ces étoiles. La signification de chacune de ces quantités est donnée dans le tableau ci-dessous. Ajoutons que les tableaux des séquences sont rangés par ordre de masse d'enveloppe croissante ( $M_{\text{env}} = 0.0001, 0.0002, 0.0007, 0.0012, 0.0022, 0.0032$  et  $0.0042 M_{\odot}$ ) et que les principales phases traversées par les modèles au cours de l'évolution sont indiquées (de la ZAEHB à la séquence de refroidissement des naines blanches).

Colonne	Signification
#	Numéro du modèle dans la séquence
Age	Age depuis la ZAEHB exprimé en millions d'années
Paramètres de surface	
$\log L/L_{\odot}$	Luminosité totale (en luminosités solaires)
$T_{\text{eff}}$	température effective (en Kelvin)
$\log g$	gravité de surface ( $g$ est en $\text{cm.s}^{-2}$ )
Paramètres centraux	
$Y_c$	fraction de masse de l'hélium au centre du modèle
$\log T_c$	Température au centre ( $T_c$ est en Kelvin)
$\log \rho_c$	Densité centrale ( $\rho_c$ est en $\text{g.cm}^{-3}$ )
$\log P_c$	Pression au centre ( $P_c$ est en dixièmes de Pascals)
$\log q_{cc}$	Position de la limite du noyau convectif ( $\log q_{cc} = \log(1 - M_{cc}/M_*)$ où $M_{cc}$ est la masse du cœur convectif)

Séquence évolutive :  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ 

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	..... 4.49	1.126	34394	6.076	0.896	8.065	4.367	20.270	-0.119
2	..... 23.34	1.172	34345	6.027	0.726	8.075	4.354	20.244	-0.164
3	..... 39.31	1.205	34329	5.993	0.611	8.083	4.340	20.223	-0.198
4	..... 58.04	1.245	34405	5.957	0.476	8.093	4.331	20.208	-0.224
5	..... 71.77	1.278	34573	5.933	0.366	8.103	4.331	20.205	-0.243
6	..... 81.82	1.307	34830	5.917	0.274	8.114	4.339	20.213	-0.256
7	..... 89.23	1.330	35155	5.910	0.204	8.125	4.353	20.230	-0.207
8	..... 94.80	1.349	35538	5.910	0.149	8.135	4.373	20.254	-0.270
9	..... 98.98	1.363	35965	5.916	0.108	8.146	4.396	20.283	-0.169
10	..... 102.26	1.373	36396	5.927	0.082	8.155	4.419	20.313	-0.275
11	..... 104.84	1.381	36842	5.940	0.059	8.164	4.443	20.345	-0.160
12	..... 106.88	1.388	37312	5.956	0.044	8.173	4.469	20.379	-0.278
13	..... 108.49	1.392	37796	5.973	0.032	8.182	4.495	20.414	-0.155
14	..... 109.75	1.396	38266	5.991	0.023	8.190	4.521	20.447	-0.169
15	..... 111.04	1.402	38998	6.018	0.014	8.201	4.561	20.500	-0.135
16	..... 112.97	1.450	43488	6.159	0.000	8.250	4.795	20.803	-0.045
Disparition du noyau convectif									
17	..... 113.09	1.476	44894	6.188	0.000	8.246	4.878	20.899	0.000
18	..... 113.32	1.500	47444	6.261	0.000	8.244	5.018	21.068	0.000
19	..... 113.84	1.494	47766	6.279	0.000	8.205	5.119	21.176	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
20	..... 119.06	1.727	50974	6.158	0.000	8.102	5.298	21.380	0.000
21	..... 129.67	1.926	58104	6.187	0.000	8.090	5.473	21.633	0.000
22	..... 135.42	2.096	67152	6.269	0.000	8.065	5.647	21.890	0.000
23	..... 138.81	2.156	78364	6.477	0.000	8.028	5.799	22.119	0.000
24	..... 140.79	1.990	85087	6.786	0.000	7.989	5.914	22.292	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
25	..... 141.38	1.262	70570	7.188	0.000	8.004	5.996	22.420	0.000
26	..... 142.41	0.675	56611	7.392	0.000	7.948	6.075	22.539	0.000
27	..... 144.58	0.131	44663	7.525	0.000	7.855	6.144	22.642	0.000
28	..... 148.76	-0.371	35057	7.606	0.000	7.762	6.180	22.695	0.000
29	..... 156.88	-0.848	27469	7.659	0.000	7.660	6.204	22.730	0.000
30	..... 176.44	-1.316	21446	7.697	0.000	7.532	6.203	22.729	0.000
31	..... 228.85	-1.782	16708	7.730	0.000	7.362	6.214	22.744	0.000
32	..... 323.16	-2.244	12985	7.754	0.000	7.177	6.217	22.747	0.000

Séquence évolutive :  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ 

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	..... 1.79	1.156	31462	5.898	0.928	8.066	4.353	20.257	-0.113
2	..... 12.06	1.184	31399	5.866	0.811	8.072	4.348	20.244	-0.140
3	..... 18.98	1.200	31351	5.847	0.750	8.075	4.342	20.234	-0.158
4	..... 21.73	1.206	31331	5.840	0.727	8.076	4.340	20.230	-0.165
5	..... 28.83	1.221	31292	5.823	0.673	8.080	4.333	20.220	-0.184
6	..... 46.87	1.259	31253	5.783	0.537	8.090	4.321	20.201	-0.215
7	..... 61.90	1.294	31310	5.751	0.418	8.100	4.317	20.193	-0.239
8	..... 73.01	1.324	31454	5.729	0.317	8.110	4.322	20.196	-0.252
9	..... 81.14	1.350	31679	5.715	0.236	8.121	4.333	20.209	-0.196
10	..... 87.19	1.371	31968	5.710	0.175	8.132	4.350	20.230	-0.269
11	..... 91.79	1.387	32300	5.713	0.129	8.142	4.371	20.256	-0.248
12	..... 95.14	1.398	32632	5.719	0.099	8.151	4.391	20.282	-0.275
13	..... 97.94	1.407	33014	5.730	0.073	8.160	4.415	20.312	-0.163
14	..... 100.12	1.415	33416	5.743	0.054	8.169	4.440	20.345	-0.278
15	..... 101.71	1.419	33779	5.757	0.041	8.177	4.462	20.374	-0.160
16	..... 103.17	1.424	34223	5.775	0.030	8.185	4.489	20.409	-0.190
17	..... 104.28	1.427	34616	5.792	0.022	8.193	4.512	20.440	-0.200
18	..... 106.49	1.439	36479	5.871	0.005	8.223	4.622	20.585	-0.132
19	..... 107.23	1.495	39863	5.970	0.000	8.254	4.819	20.835	-0.011
Disparition du noyau convectif									
20	..... 107.37	1.524	41473	6.009	0.000	8.247	4.924	20.956	0.000
21	..... 107.60	1.522	43301	6.086	0.000	8.245	5.045	21.103	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
22	..... 108.59	1.606	43771	6.021	0.000	8.177	5.159	21.215	0.000
23	..... 116.79	1.833	47107	5.921	0.000	8.106	5.336	21.436	0.000
24	..... 124.78	2.036	53333	5.935	0.000	8.100	5.517	21.700	0.000
25	..... 129.01	2.186	61358	6.028	0.000	8.080	5.682	21.946	0.000
26	..... 131.66	2.202	72008	6.290	0.000	8.043	5.839	22.181	0.000
27	..... 133.08	1.816	75458	6.757	0.000	8.015	5.954	22.356	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
28	..... 133.59	1.160	63616	7.116	0.000	8.006	6.023	22.462	0.000
29	..... 134.52	0.663	53340	7.307	0.000	7.956	6.089	22.561	0.000
30	..... 136.77	0.103	42215	7.461	0.000	7.859	6.151	22.654	0.000
31	..... 141.17	-0.412	33135	7.555	0.000	7.756	6.186	22.705	0.000
32	..... 150.06	-0.902	25908	7.618	0.000	7.647	6.206	22.734	0.000
33	..... 172.62	-1.377	20240	7.664	0.000	7.509	6.218	22.752	0.000
34	..... 230.67	-1.845	15764	7.698	0.000	7.331	6.227	22.764	0.000
35	..... 332.43	-2.308	12255	7.724	0.000	7.145	6.232	22.772	0.000

Séquence évolutive :  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ 

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	..... 1.01	1.118	29299	5.806	0.939	8.063	4.365	20.271	-0.109
2	..... 1.11	1.120	29315	5.805	0.938	8.063	4.367	20.272	-0.109
3	..... 2.22	1.122	29308	5.802	0.924	8.064	4.366	20.271	-0.111
4	..... 14.18	1.154	29195	5.764	0.797	8.071	4.361	20.256	-0.141
5	..... 33.89	1.198	29063	5.712	0.647	8.080	4.343	20.228	-0.189
6	..... 53.93	1.240	28985	5.665	0.501	8.091	4.331	20.209	-0.221
7	..... 68.48	1.274	29015	5.633	0.386	8.101	4.329	20.204	-0.240
8	..... 79.11	1.304	29137	5.610	0.290	8.112	4.336	20.210	-0.255
9	..... 86.89	1.329	29345	5.597	0.212	8.123	4.350	20.226	-0.217
10	..... 92.67	1.349	29620	5.594	0.155	8.134	4.369	20.250	-0.155
11	..... 97.02	1.364	29953	5.598	0.113	8.145	4.392	20.279	-0.271
12	..... 100.26	1.375	30373	5.612	0.082	8.155	4.416	20.309	-0.155
13	..... 102.86	1.384	30780	5.626	0.059	8.164	4.443	20.344	-0.155
14	..... 104.83	1.391	31070	5.635	0.043	8.174	4.469	20.380	-0.158
15	..... 106.42	1.395	31471	5.654	0.031	8.182	4.495	20.414	-0.167
16	..... 107.67	1.398	31874	5.672	0.023	8.190	4.520	20.447	-0.152
17	..... 108.71	1.401	32306	5.692	0.016	8.198	4.548	20.484	-0.137
18	..... 110.80	1.443	35829	5.831	0.001	8.247	4.763	20.764	-0.065
Disparition du noyau convectif									
19	..... 110.95	1.474	37215	5.865	0.000	8.248	4.860	20.879	0.000
20	..... 111.16	1.503	39313	5.931	0.000	8.245	4.998	21.044	0.000
21	..... 111.54	1.454	39690	5.997	0.000	8.220	5.097	21.155	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
22	..... 114.88	1.694	41010	5.814	0.000	8.121	5.262	21.336	0.000
23	..... 125.90	1.895	45477	5.793	0.000	8.093	5.440	21.585	0.000
24	..... 132.27	2.074	51481	5.829	0.000	8.076	5.609	21.835	0.000
25	..... 135.89	2.164	59779	5.999	0.000	8.044	5.770	22.075	0.000
26	..... 138.35	1.992	69033	6.421	0.000	8.002	5.913	22.292	0.000
27	..... 138.40	1.828	56457	6.235	0.000	7.981	5.884	22.245	0.000
28	..... 138.40	1.501	44146	6.135	0.000	7.972	5.868	22.221	0.000
29	..... 138.40	1.564	40308	5.914	0.000	7.966	5.858	22.205	0.000
30	..... 138.40	2.269	49217	5.555	0.000	7.966	5.858	22.204	0.000
31	..... 138.40	3.015	44599	4.639	0.000	7.967	5.859	22.207	0.000
32	..... 138.40	3.181	41457	4.346	0.000	7.972	5.866	22.217	0.000
33	..... 138.41	3.033	54928	4.982	0.000	7.977	5.873	22.229	0.000
34	..... 138.42	2.707	65074	5.603	0.000	7.980	5.873	22.229	0.000
35	..... 138.52	2.248	72623	6.253	0.000	7.992	5.894	22.262	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
36	..... 139.02	1.437	66280	6.905	0.000	8.003	5.979	22.394	0.000
37	..... 139.50	1.022	58733	7.110	0.000	7.985	6.037	22.482	0.000
38	..... 140.89	0.469	48143	7.318	0.000	7.910	6.114	22.597	0.000
39	..... 143.63	-0.077	38078	7.456	0.000	7.821	6.166	22.675	0.000
40	..... 148.82	-0.575	30041	7.543	0.000	7.730	6.187	22.705	0.000
41	..... 160.53	-1.057	23603	7.605	0.000	7.628	6.198	22.722	0.000
42	..... 202.53	-1.530	18473	7.653	0.000	7.464	6.211	22.739	0.000
43	..... 310.93	-1.999	14385	7.687	0.000	7.243	6.220	22.752	0.000

Séquence évolutive :  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ 

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	..... 1.79	1.159	27818	5.682	0.928	8.066	4.351	20.255	-0.113
2	..... 12.06	1.187	27678	5.645	0.810	8.072	4.347	20.243	-0.139
3	..... 18.02	1.201	27598	5.626	0.758	8.075	4.342	20.234	-0.154
4	..... 20.52	1.207	27564	5.618	0.737	8.076	4.340	20.231	-0.157
5	..... 25.27	1.217	27504	5.604	0.699	8.078	4.335	20.223	-0.170
6	..... 37.76	1.243	27380	5.570	0.605	8.085	4.325	20.208	-0.200
7	..... 55.13	1.281	27275	5.525	0.470	8.095	4.317	20.194	-0.229
8	..... 67.83	1.314	27272	5.492	0.361	8.106	4.317	20.192	-0.248
9	..... 77.34	1.340	27346	5.471	0.277	8.116	4.323	20.198	-0.261
10	..... 84.38	1.362	27498	5.459	0.209	8.126	4.336	20.213	-0.247
11	..... 88.05	1.374	27639	5.455	0.172	8.133	4.347	20.227	-0.217
12	..... 92.52	1.389	27890	5.456	0.128	8.143	4.366	20.251	-0.155
13	..... 94.63	1.395	28034	5.459	0.112	8.147	4.376	20.264	-0.162
14	..... 95.42	1.398	28096	5.460	0.104	8.149	4.381	20.270	-0.152
15	..... 97.80	1.374	27753	5.463	0.154	8.140	4.336	20.218	-0.152
16	..... 100.24	1.405	28033	5.448	0.116	8.147	4.364	20.251	-0.128
17	..... 102.90	1.414	28398	5.462	0.083	8.158	4.394	20.288	-0.136
18	..... 105.04	1.420	28724	5.476	0.063	8.166	4.418	20.319	-0.148
19	..... 105.78	1.424	28857	5.480	0.056	8.170	4.428	20.332	-0.140
20	..... 110.20	1.436	30545	5.567	0.014	8.204	4.544	20.484	-0.140
21	..... 112.16	1.487	34349	5.720	0.000	8.256	4.791	20.804	-0.037
Disparition du noyau convectif									
22	..... 112.26	1.510	35292	5.744	0.000	8.249	4.871	20.893	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
23	..... 112.74	1.537	35668	5.735	0.000	8.193	4.999	21.015	0.000
24	..... 116.87	1.681	38587	5.728	0.000	8.147	5.229	21.298	0.000
25	..... 126.46	1.963	41839	5.587	0.000	8.105	5.446	21.597	0.000
26	..... 131.82	2.141	46653	5.598	0.000	8.090	5.618	21.850	0.000
27	..... 134.87	2.229	53968	5.763	0.000	8.061	5.776	22.086	0.000
28	..... 136.95	2.085	64237	6.209	0.000	8.017	5.921	22.305	0.000
29	..... 137.34	2.295	77075	6.316	0.000	8.013	5.966	22.374	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
30	..... 137.49	1.909	75807	6.673	0.000	8.014	5.990	22.411	0.000
31	..... 137.84	1.438	68481	6.968	0.000	8.002	6.031	22.474	0.000
32	..... 138.92	0.801	55562	7.241	0.000	7.943	6.102	22.580	0.000
33	..... 140.97	0.234	44019	7.404	0.000	7.857	6.155	22.659	0.000
34	..... 144.95	-0.289	34608	7.509	0.000	7.762	6.187	22.707	0.000
35	..... 153.71	-0.787	27112	7.583	0.000	7.651	6.208	22.738	0.000
36	..... 180.61	-1.266	21238	7.638	0.000	7.496	6.222	22.758	0.000
37	..... 253.88	-1.704	16879	7.677	0.000	7.290	6.231	22.770	0.000
38	..... 329.71	-1.979	14557	7.695	0.000	7.168	6.234	22.775	0.000

Séquence évolutive :  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ 

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	4.49	1.170	26310	5.575	0.893	8.068	4.350	20.251	-0.117
2	19.95	1.208	26052	5.519	0.741	8.076	4.339	20.230	-0.160
3	24.07	1.217	25989	5.506	0.709	8.078	4.335	20.224	-0.162
4	37.88	1.246	25810	5.465	0.603	8.085	4.323	20.206	-0.201
5	55.12	1.284	25654	5.417	0.469	8.095	4.316	20.193	-0.230
6	67.76	1.317	25603	5.381	0.360	8.106	4.317	20.191	-0.245
7	77.17	1.343	25637	5.356	0.274	8.116	4.323	20.197	-0.222
8	84.13	1.365	25754	5.342	0.206	8.126	4.336	20.213	-0.269
9	89.27	1.383	25940	5.337	0.154	8.136	4.353	20.234	-0.204
10	93.17	1.395	26159	5.339	0.117	8.146	4.372	20.258	-0.168
11	94.45	1.400	26240	5.340	0.107	8.149	4.378	20.266	-0.147
12	96.22	1.388	26122	5.344	0.130	8.145	4.355	20.241	-0.162
13	97.60	1.406	26230	5.334	0.109	8.149	4.371	20.259	-0.128
14	99.44	1.412	26472	5.343	0.086	8.156	4.392	20.285	-0.137
15	101.10	1.417	26702	5.353	0.070	8.163	4.410	20.309	-0.150
16	102.92	1.422	26971	5.366	0.054	8.170	4.430	20.335	-0.159
17	104.62	1.426	27274	5.381	0.041	8.178	4.452	20.364	-0.169
18	106.06	1.430	27596	5.397	0.031	8.186	4.474	20.394	-0.160
19	107.23	1.433	27936	5.415	0.023	8.193	4.497	20.424	-0.156
20	108.16	1.436	28273	5.434	0.017	8.200	4.520	20.454	-0.156
21	110.22	1.461	30695	5.551	0.002	8.241	4.682	20.667	-0.107
22	110.52	1.508	32550	5.606	0.000	8.257	4.822	20.841	-0.001
Disparition du noyau convectif									
23	110.66	1.538	33896	5.646	0.000	8.252	4.931	20.966	0.000
24	110.76	1.546	34837	5.686	0.000	8.253	4.995	21.046	0.000
25	110.87	1.537	35506	5.729	0.000	8.251	5.045	21.106	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
26	111.47	1.581	35389	5.678	0.000	8.201	5.136	21.196	0.000
27	117.46	1.829	36014	5.461	0.000	8.110	5.324	21.420	0.000
28	125.59	2.032	39069	5.399	0.000	8.102	5.507	21.686	0.000
29	129.90	2.189	43327	5.422	0.000	8.083	5.673	21.932	0.000
30	132.53	2.225	51249	5.678	0.000	8.048	5.829	22.167	0.000
31	133.88	2.259	63259	6.009	0.000	8.015	5.927	22.314	0.000
32	134.16	2.322	77730	6.305	0.000	8.016	5.965	22.374	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
33	134.45	1.723	73670	6.811	0.000	8.013	6.008	22.439	0.000
34	135.25	1.037	60565	7.156	0.000	7.971	6.078	22.545	0.000
35	136.88	0.444	48260	7.354	0.000	7.890	6.140	22.638	0.000
36	138.37	0.130	42093	7.431	0.000	7.840	6.165	22.675	0.000
37	142.96	-0.387	33064	7.529	0.000	7.741	6.195	22.719	0.000
38	153.44	-0.881	25894	7.598	0.000	7.626	6.214	22.746	0.000
39	187.58	-1.352	20329	7.649	0.000	7.460	6.227	22.765	0.000
40	270.84	-1.796	16084	7.685	0.000	7.250	6.235	22.776	0.000
41	348.09	-2.044	14063	7.701	0.000	7.141	6.237	22.780	0.000



Séquence évolutive :  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ 

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	1.79	1.164	25349	5.516	0.927	8.066	4.349	20.253	-0.113
2	12.06	1.193	25146	5.474	0.809	8.072	4.345	20.241	-0.139
3	19.53	1.210	25007	5.447	0.742	8.076	4.338	20.229	-0.160
4	23.43	1.219	24936	5.433	0.709	8.078	4.334	20.223	-0.170
5	39.83	1.254	24696	5.382	0.585	8.086	4.321	20.203	-0.203
6	56.38	1.291	24519	5.332	0.456	8.097	4.314	20.191	-0.232
7	68.54	1.323	24443	5.295	0.348	8.107	4.316	20.191	-0.248
8	77.44	1.351	24468	5.269	0.258	8.118	4.326	20.202	-0.260
9	83.92	1.374	24587	5.254	0.189	8.130	4.343	20.221	-0.266
10	88.76	1.391	24784	5.250	0.138	8.140	4.364	20.247	-0.271
11	92.27	1.404	25022	5.254	0.102	8.150	4.386	20.275	-0.195
12	95.10	1.414	25309	5.264	0.076	8.159	4.409	20.306	-0.276
13	97.37	1.422	25632	5.279	0.056	8.169	4.435	20.340	-0.277
14	99.17	1.428	25971	5.295	0.041	8.177	4.461	20.373	-0.158
15	100.58	1.432	26337	5.315	0.029	8.186	4.487	20.408	-0.209
16	101.68	1.436	26697	5.335	0.021	8.194	4.512	20.442	-0.152
17	103.04	1.443	27410	5.374	0.011	8.208	4.563	20.509	-0.136
18	104.51	1.497	30593	5.510	0.000	8.254	4.795	20.808	-0.031
Disparition du noyau convectif									
19	104.62	1.523	31509	5.535	0.000	8.248	4.880	20.904	0.000
20	104.82	1.543	33266	5.610	0.000	8.249	5.011	21.063	0.000
21	105.30	1.544	33416	5.616	0.000	8.208	5.107	21.162	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
22	110.10	1.778	33100	5.366	0.000	8.110	5.273	21.348	0.000
23	119.68	1.984	35363	5.275	0.000	8.105	5.459	21.616	0.000
24	124.71	2.159	38299	5.239	0.000	8.090	5.630	21.869	0.000
25	127.61	2.242	44220	5.405	0.000	8.060	5.787	22.104	0.000
26	129.19	2.351	56443	5.721	0.000	8.026	5.897	22.269	0.000
27	129.70	2.315	65312	6.010	0.000	8.013	5.937	22.329	0.000
28	129.94	2.225	78384	6.417	0.000	8.016	5.975	22.388	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
29	130.29	1.598	71773	6.891	0.000	8.009	6.022	22.461	0.000

Séquence évolutive :  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ 

#	Age	surface			centre				
		$\log L/L_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log g$	$Y_c$	$\log T_c$	$\log \rho_c$	$\log P_c$	$\log q_{cc}$
ZAEHB									
1	1.79	1.167	24552	5.459	0.927	8.066	4.348	20.252	-0.113
2	12.06	1.195	24328	5.415	0.809	8.072	4.343	20.239	-0.139
3	19.66	1.213	24173	5.386	0.741	8.076	4.337	20.228	-0.160
4	23.84	1.222	24093	5.371	0.707	8.078	4.333	20.222	-0.162
5	39.40	1.256	23839	5.320	0.588	8.086	4.320	20.202	-0.203
6	55.93	1.293	23627	5.267	0.456	8.097	4.313	20.190	-0.229
7	68.06	1.325	23522	5.227	0.348	8.107	4.315	20.190	-0.247
8	77.10	1.351	23510	5.200	0.266	8.118	4.322	20.197	-0.224
9	83.80	1.373	23591	5.184	0.197	8.128	4.337	20.214	-0.251
10	88.45	1.388	23727	5.179	0.151	8.137	4.353	20.235	-0.204
11	91.08	1.397	23854	5.179	0.124	8.144	4.366	20.251	-0.202
12	93.82	1.407	24032	5.182	0.099	8.151	4.383	20.273	-0.153
13	96.05	1.414	24223	5.189	0.080	8.158	4.399	20.294	-0.185
14	98.37	1.422	24485	5.200	0.061	8.167	4.420	20.322	-0.153
15	100.23	1.428	24772	5.214	0.046	8.175	4.442	20.351	-0.160
16	101.76	1.433	25103	5.232	0.034	8.183	4.466	20.383	-0.232
17	102.99	1.437	25432	5.251	0.025	8.191	4.490	20.415	-0.252
18	103.97	1.440	25771	5.270	0.018	8.199	4.514	20.446	-0.156
19	105.76	1.452	27134	5.347	0.005	8.225	4.611	20.575	-0.133
20	106.48	1.509	29587	5.441	0.000	8.257	4.806	20.822	-0.013
Disparition du noyau convectif									
21	106.58	1.536	30526	5.469	0.000	8.251	4.895	20.923	0.000
22	106.77	1.552	32059	5.538	0.000	8.253	5.010	21.064	0.000
23	107.04	1.504	32607	5.615	0.000	8.232	5.087	21.149	0.000
Brûlage en couche de l'hélium – Evolution post-EHB									
24	109.31	1.729	31818	5.348	0.000	8.146	5.240	21.313	0.000
25	118.57	1.952	32807	5.177	0.000	8.107	5.429	21.572	0.000
26	124.15	2.136	34868	5.099	0.000	8.094	5.603	21.828	0.000
27	127.26	2.249	39401	5.199	0.000	8.067	5.761	22.065	0.000
28	128.86	2.407	49329	5.432	0.000	8.037	5.869	22.227	0.000
29	129.38	2.381	57341	5.719	0.000	8.023	5.907	22.284	0.000
30	129.84	2.356	66917	6.012	0.000	8.012	5.944	22.341	0.000
31	130.04	2.204	78867	6.449	0.000	8.015	5.980	22.396	0.000
Séquence de refroidissement – Evolution naine blanche									
32	130.38	1.581	71669	6.906	0.000	8.008	6.027	22.468	0.000
33	131.30	0.920	58375	7.210	0.000	7.957	6.098	22.574	0.000
34	133.10	0.341	46338	7.389	0.000	7.873	6.155	22.661	0.000
35	136.50	-0.188	36456	7.501	0.000	7.784	6.191	22.713	0.000
36	143.78	-0.690	28564	7.579	0.000	7.675	6.213	22.746	0.000

## APPENDICE B

### Etude Asymptotique des Modes de Pulsation

La théorie asymptotique permet d'obtenir des solutions semi-analytiques au problème des pulsations radiales et non-radiales dans les étoiles. Elle peut donc s'avérer très utile pour clarifier l'étude du comportement des modes d'oscillation. Elle s'appuie sur une approche adiabatique où l'on néglige, de surcroît, la perturbation  $\Phi'$  du champ gravitationnel (approximation de Cowling). Le problème se réduit alors à résoudre un système du second ordre dont les variables Lagrangiennes sont  $\xi_r$ , le déplacement radial, et  $\delta P/\rho$  la perturbation de la pression (ou de façon équivalente, le déplacement horizontal  $\xi_h$ ). Il s'agit des 2 équations T1 et T2 dans Tassoul, 1980 (dorénavant, les références aux équations dérivées dans cet article seront précédées par le préfixe T). Pour traiter ce système d'équations analytiquement, M. Tassoul a développé une série d'expansions asymptotiques pour différents types génériques de structures communément rencontrées en physique stellaire.

Le système à résoudre comprend deux équations qui possèdent chacune un certain nombre de points singuliers. Dans la limite asymptotique où l'on considère  $\sigma^2 \gg N^2, L_i^2$  (modes p) ou bien  $\sigma^2 \ll N^2, L_i^2$  (modes g), ces points singuliers sont le centre de l'étoile ( $x \equiv r/R = 0$ ), sa surface ( $x = 1$ ), et éventuellement, dans la limite asymptotique des modes g, les zéros de la fréquence de Brunt-Väisälä (à l'interface entre zones convectives et radiatives). Heureusement, les points singuliers des deux équations sont distincts, celles-ci jouent donc un rôle complémentaire dans la description des pulsations. L'idée de la théorie asymptotique est de résoudre le système dans différentes régions de l'étoile en utilisant les équations appropriées pour chacune d'elles, puis de joindre les solutions ensemble pour obtenir les fonctions d'ondes globales et le spectre de période des modes.

#### Les modes g

Pour évaluer les solutions asymptotiques des modes g, il est nécessaire de diviser l'étoile suivant le nombre de régions radiatives et convectives. Pour les étoiles sous-naines de type B se trouvant encore en phase de brûlage nucléaire central, la structure générique correspondante est le modèle à deux zones : une zone convective interne (le cœur convectif de l'étoile ; voir Chapitre 2) surmonté par une zone radiative. Notons qu'il existe une petite région convective en surface engendrée par l'ionisation de l' $\text{He}_{\text{II}}$  en  $\text{He}_{\text{III}}$  qu'il faudrait, en toute rigueur, traiter comme une troisième zone dans l'approche asymptotique. Par souci de simplicité et compte tenu du faible impact de cette région

sur le comportement des modes  $g$  dans les sdB, elle ne sera pas prise en considération. Il existe aussi deux discontinuités dans la fréquence de Brunt-Väisälä qui affectent le comportement des modes  $g$  en générant des effets de piégeage. La première, située à la frontière entre le noyau convectif et le cœur radiatif, est un pic engendré par la transition C-O/He; son effet sur les modes  $g$  étant peu important en terme de piégeage, elle ne sera pas, non plus, prise en compte par la suite. La seconde discontinuité, essentiellement responsable du piégeage et du confinement des modes  $g$ , sera traitée à la manière de Brassard et al., 1992a. A ce titre, les références futures aux équations de cet article seront précédées par le préfixe B.

Le modèle générique qui s'identifie à la plupart des sdB dans Tassoul, 1980 est le modèle à deux zones avec une région centrale convective et une région externe radiative. Dans la région centrale convective, où l'on considère qu'il n'y a pas de discontinuités, les solutions appropriées sont données par (T80) vers  $x=0$  et par (T96) pour  $x \leq x_1$  (où  $x_1 \equiv x_c$  est la position de l'interface entre le cœur convectif et le cœur radiatif). Les conditions de continuité entre ces deux solutions sont directement données par (T117) et (T118) (où  $k_i$  est une constante arbitraire dépendant de la normalisation et  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  sont des constantes associées à la solution près de  $x=x_1$ ) :

$$k_{12} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$k_{11} = k_i \exp \left( \frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sigma} \int_0^{x_1} \frac{|N|}{x} dx \right) \quad (\text{B.2})$$

Dans la région externe radiative, les solutions appropriées pour  $x \geq x_1$  sont données par (T97) au premier ordre et pour les variables  $S_1$  et  $S_2$  utilisées par Tassoul, 1980 :

$$S_1 = Q_1(v_{1b})k_{11} + Q_3(v_{1b})k_{12} \quad (\text{B.3})$$

$$= k_{11} \left( \frac{v_{1b}}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ J_{-\frac{1}{3}} \left( \frac{v_{1b}}{\sigma} \right) + J_{\frac{1}{3}} \left( \frac{v_{1b}}{\sigma} \right) \right] \equiv S_1^- \quad (\text{B.4})$$

$$S_2 = Q_2(v_{1b})k_{11} + Q_4(v_{1b})k_{12} \quad (\text{B.5})$$

$$= k_{11} \left( \frac{v_{1b}}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ J_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{v_{1b}}{\sigma} \right) - J_{\frac{2}{3}} \left( \frac{v_{1b}}{\sigma} \right) \right] \equiv S_2^- \quad (\text{B.6})$$

où la condition (B.1) a été utilisée pour supprimer les termes proportionnels à  $k_{12}$ . Les fonctions  $J_n(x)$  représentent les fonctions de Bessel de première espèce et le terme  $v_{1b}$  est défini par

$$v_{1b}(x) = \sqrt{l(l+1)} \int_{x_1}^x \frac{|N|}{x} dx \quad (\text{B.7})$$

La solution près de la surface ( $x=1$ ) est donnée par (T82) et au premier ordre, on a

$$S_1 = k_0 v_0^{\frac{1}{2}} J_{n_e+1} \left( \frac{v_0}{\sigma} \right) \equiv S_1^+ \quad (\text{B.8})$$

$$S_2 = -k_0 v_0^{\frac{1}{2}} J_{n_e} \left( \frac{v_0}{\sigma} \right) \equiv S_2^+ \quad (\text{B.9})$$

où  $k_0$  est une constante arbitraire,  $n_e$  est l'indice polytropique des couches superficielles (proches de la surface) et  $v_0$  est donné par

$$v_0(x) = \sqrt{l(l+1)} \int_x^1 \frac{|N|}{x} dx \quad . \quad (\text{B.10})$$

Dans la théorie asymptotique, on considère les modes pour lesquels  $\sigma^2 \ll N^2$  (modes avec indice radial  $k$  élevé). On peut donc développer les fonctions de Bessel dans la limite où l'argument est grand. De manière générale, cela donne

$$J_n(x) \propto x^{-\frac{1}{2}} \cos \left( x - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{B.11})$$

$$J_{n+1}(x) \propto x^{-\frac{1}{2}} \sin \left( x - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad . \quad (\text{B.12})$$

En appliquant ces développements à  $S_1^+$ ,  $S_1^-$ ,  $S_2^+$  et  $S_2^-$ , les solutions dans la région radiative du modèle s'écrivent sous les formes utiles

$$S_1^+ \propto k_0 \sin \left( \frac{v_0}{\sigma} - \frac{n_e\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{B.13})$$

$$S_2^+ \propto -k_0 \cos \left( \frac{v_0}{\sigma} - \frac{n_e\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{B.14})$$

$$S_1^- \propto k_{11} \sin \left( \frac{v_{1b}}{\sigma} + \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{B.15})$$

$$S_2^- \propto -k_{11} \cos \left( \frac{v_{1b}}{\sigma} + \frac{\pi}{4} \right) \quad . \quad (\text{B.16})$$

Il est maintenant possible de combiner ces deux ensembles de solutions en présence de la discontinuité dans la fréquence de Brunt-Väisälä située à  $x = x_H$ . Suivant la procédure de Brassard et al., 1992a, on idéalise (à des fins simplificatrices) le pic de Ledoux par une vraie discontinuité caractérisée par les valeurs de  $N$  au dessus ( $N^+$ ) et en dessous ( $N^-$ ) de la discontinuité. Celle-ci est alors paramétrisée par la quantité  $\alpha^2 \equiv N^+/N^-$ . Les conditions de continuité entre les solutions s'écrivent donc, à  $x = x_H$ ,

$$S_1^+ = \alpha S_1^- \quad \text{et} \quad \alpha S_2^+ = S_2^- \quad , \quad (\text{B.17})$$

où encore sous la forme plus appropriée

$$\frac{S_2^-}{S_1^-} = \alpha^2 \frac{S_2^+}{S_1^+} \quad \text{et} \quad (S_1^-)^2 + (S_2^-)^2 = \frac{1}{\alpha^2} (S_1^+)^2 + \alpha^2 (S_2^+)^2 \quad . \quad (\text{B.18})$$

En utilisant les relations

$$\sigma \equiv \frac{2\pi}{P} \quad , \quad v_{1b}(x_H) = \frac{2\pi^2}{\Pi_{0,l}^{\text{rad}}} - \frac{2\pi^2}{\Pi_{H,l}} \quad \text{et} \quad v_0(x_H) = \frac{2\pi^2}{\Pi_{H,l}} \quad (\text{B.19})$$

où  $P$  est la période et où l'on définit, au préalable, les quantités  $\Pi_{H,l}$  et  $\Pi_{0,l}^{\text{rad}}$  par

$$\Pi_{0,l}^{\text{rad}} \equiv \frac{\Pi_0^{\text{rad}}}{\sqrt{l(l+1)}} \quad \text{avec} \quad \Pi_0^{\text{rad}} \equiv 2\pi^2 \left( \int_{r_c}^R \frac{|N|}{r} dr \right)^{-1} \quad (\text{B.20})$$

$$\Pi_{H,l} \equiv \frac{\Pi_H}{\sqrt{l(l+1)}} \quad \text{avec} \quad \Pi_H \equiv 2\pi^2 \left( \int_{r_H}^R \frac{|N|}{r} dr \right)^{-1} \quad , \quad (\text{B.21})$$

les conditions de continuité (B.18) s'écrivent alors, en utilisant la propriété  $\cot(-x) = \cot(x)$ ,

$$\cot \left[ \left( \frac{2P}{\Pi_{H,l}} - \frac{2P}{\Pi_{0,l}^{\text{rad}}} - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right] = \alpha^2 \cot \left[ \left( \frac{2P}{\Pi_{H,l}} - n_e - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right] \quad (\text{B.22})$$

$$k_{11}^2 = \frac{k_0^2}{\alpha^2} \left[ \sin^2 \left( \frac{P\pi}{\Pi_{H,l}} - \frac{n_e\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) + \alpha^4 \cos^2 \left( \frac{P\pi}{\Pi_{H,l}} - \frac{n_e\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad . \quad (\text{B.23})$$

Ces deux équations sont à comparer aux relations (B37) et (B38) de Brassard et al., 1992a. Celles-ci sont essentiellement identiques mis à part le terme de gauche dans l'équation transcendente (B.22). Cette différence est une manifestation directe de la présence d'un noyau convectif dans les sdB et qui n'existe pas dans les naines blanches. Celui-ci affecte donc directement la structure du spectre de périodes généré par cette équation. Pour le reste, il apparaît ici clairement que les modes g dans les étoiles sous-naines de type B adoptent une structure très proche de celle des modes g dans les naines blanches explorée en détails dans Brassard et al., 1992a. Sans reprendre toute cette étude, on peut noter, pour un modèle sans discontinuité ( $\alpha = 1$ ), que l'équation (B.22) est résolue en égalisant les arguments de chaque cotangente modulo  $\pi$ . On retrouve alors le spectre de périodes uniforme évalué par Tassoul, 1980 ; éq. (T127) :

$$P_{k,l} = \left( k + \frac{n_e}{2} \right) \Pi_{0,l}^{\text{rad}} = \left( k + \frac{n_e}{2} \right) \frac{\Pi_0^{\text{rad}}}{\sqrt{l(l+1)}} \quad . \quad (\text{B.24})$$

Il est intéressant de remarquer que, contrairement au spectre uniforme dans les naines blanches, la période réduite  $P_{k,l}\sqrt{l(l+1)}$  est indépendante de l'indice non-radial  $l$ . Pour les sdB, les modes g d'ordre radial  $k$  donné ont donc essentiellement la même période réduite. Dans le cas limite inverse où les modes sont parfaitement piégés dans l'enveloppe, le spectre de périodes est donné par la limite  $\alpha \rightarrow \infty$ . Le résultat est alors identique à l'équation (B42), obtenue en cherchant les zéros de la cotangente de droite

dans l'équation (B.22). Le spectre de périodes est alors donné par la relation

$$P_{i,l} = \left(i + \frac{n_e}{2} + \frac{1}{4}\right) \Pi_{H,l} = \left(i + \frac{n_e}{2} + \frac{1}{4}\right) \frac{\Pi_H}{\sqrt{l(l+1)}} \quad , \quad (\text{B.25})$$

où  $i$  représente l'indice radial pour les modes piégés ou, de façon équivalente, le nombre de nœuds dans l'enveloppe de l'étoile. Ici aussi, l'équation (B.25) montre que les modes piégés de même indice  $i$  (pour des  $l$  différents) ont la même période réduite. A la manière de Brassard et al., 1992a, on trouve, en notant qu'un mode parfaitement piégé doit satisfaire à la fois (B.24) et (B.25), la relation entre l'indice  $i$  des modes piégés et l'indice radial classique  $k$  :

$$i = k \frac{\Pi_0^{\text{rad}}}{\Pi_H} + \frac{n_e}{2} \left( \frac{\Pi_0^{\text{rad}}}{\Pi_H} - 1 \right) + \frac{1}{4} \quad . \quad (\text{B.26})$$

Bien entendu, cette relation ne représente qu'un cas idéalisé impossible à réaliser en pratique dans la mesure où  $k$  et  $i$  sont nécessairement entiers alors que  $\Pi_0^{\text{rad}}$ ,  $\Pi_H$ ,  $n_e$  sont des paramètres réels indépendants. Le piégeage parfait n'existe donc pas dans nos modèles. On peut toutefois obtenir deux informations intéressantes à partir de cette équation. En premier lieu, la relation entre  $i$  et  $k$  est indépendante de  $l$ , ainsi tous les modes  $g$  piégés sont de même ordre radial  $k$  (pour  $i$  donné). En second lieu, on peut déterminer approximativement l'intervalle  $\Delta k$  qui sépare deux modes piégés consécutifs ( $\Delta i = 1$ ) avec la relation qui sera utile par la suite

$$\Delta k \simeq \frac{\Pi_H}{\Pi_0^{\text{rad}}} \quad . \quad (\text{B.27})$$

Considérant maintenant l'équation (B.22) pour un paramètre  $\alpha$  quelconque, on peut montrer que la condition optimale pour le piégeage (celle qui minimise l'énergie) est obtenue lorsque chaque terme de (B.22) est proche de zéro. Si ces termes sont strictement nuls en même temps, cela correspond au piégeage parfait qui, on vient de le voir, ne peut être atteint en raison des contraintes sur  $k$  et  $i$ . On peut, par contre, obtenir une formulation générale approximative pour le spectre de périodes en développant en série l'équation (B.22) au voisinage des modes piégés (c.a.d., là où les  $\cot \simeq 0$ ). En utilisant le développement de  $\cot(x)$  au voisinage de  $\pi/2$  modulo  $\pi$ , on obtient au premier ordre

$$P_{ki,l} = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \left[ k + i(\alpha^2 - 1) + \frac{\alpha^2 n_e}{2} - \frac{\alpha^2}{4} + \frac{1}{4} \right] \frac{\Pi_0^{\text{rad}} \Pi_H}{(\alpha^2 - 1) \Pi_0^{\text{rad}} + \Pi_H} \quad . \quad (\text{B.28})$$

Comme précédemment,  $k$  est l'indice habituel associé à l'ordre radial du mode et  $i$  est le nouvel indice donnant l'ordre du mode piégé ou, de manière équivalente, le nombre de nœuds présents dans l'enveloppe au dessus de la discontinuité. Cette équation admet les cas limites (B.24) pour  $\alpha \rightarrow 1$  et (B.25) pour  $\alpha \rightarrow \infty$ , comme il était souhaitable.

Encore une fois, il apparaît que la période réduite des modes est indépendante de l'indice  $l$  contrairement à la version "naines blanches" donnée par l'équation (B48). De (B.28), l'on déduit l'espacement entre deux modes piégés consécutifs :

$$P_{i+1} - P_i = \frac{\Delta k + \alpha^2 - 1}{\sqrt{l(l+1)}} \frac{\Pi_0^{\text{rad}} \Pi_H}{(\alpha^2 - 1) \Pi_0^{\text{rad}} + \Pi_H} \quad (\text{B.29})$$

En supposant que la valeur moyenne pour  $\Delta k$  est donnée par la relation (B.27), on obtient

$$\overline{P_{i+1} - P_i} = \Pi_{H,l} \quad (\text{B.30})$$

comme l'équation (B.25) le laissait présager. Ce résultat, tout à fait semblable à ce qui est obtenu pour les naines blanches, montre que l'espacement en terme des périodes réduites entre deux modes piégés consécutifs est constant, indépendant de  $l$ . Cette constante,  $\Pi_H$ , dépend de la structure de l'enveloppe du modèle et en particulier de la position  $r_H$  de l'interface He/H ; elle dépend donc directement de la masse de l'enveloppe de l'étoile. A partir de (B.30) et (B.27), l'écart moyen en période entre deux modes consécutifs est évalué par

$$\overline{P_{k+1} - P_k} \simeq \frac{\overline{P_{i+1} - P_i}}{\Delta k} = \Pi_{0,l}^{\text{rad}} \quad (\text{B.31})$$

Un résultat fort semblable à son équivalent pour les naines blanches si ce n'est que la constante  $\Pi_0^{\text{rad}}$  est évaluée pour les régions radiatives du modèle et dépend de la position  $r_c$  de l'interface entre le noyau convectif et le cœur radiatif de l'étoile.

On a vu que les différences qui peuvent exister entre naines blanches et sdB au niveau de la structure du spectre des modes g sont imputables en grande partie à la présence du noyau convectif dans ces dernières. Toutefois, ce noyau convectif ne survit pas à l'évolution de ces objets car, entretenu par les réactions nucléaires centrales de la chaîne triple- $\alpha$ , il meurt avec elles lorsque le carburant vient à manquer. Pour la structure des modes g, cette disparition se traduit par un recentrage vers la structure qui est observée pour les naines blanches, toutes les différences que l'on a pu noter étant gommées. Les équations qui s'appliquent pour ces modèles où le cœur convectif a disparu ne sont donc plus celles présentées auparavant mais directement celles dérivées dans Brassard et al., 1992a.

## Les modes p

Les solutions asymptotiques pour les modes p sont beaucoup plus simples à obtenir dans la mesure où seuls deux points de transition, le centre et la surface, sont à considérer. Si l'on néglige, dans les quantités physiques comme la vitesse adiabatique du son, les discontinuités associées aux transitions chimiques dues à la stratification



des modèles, le spectre des modes acoustiques est alors obtenu en joignant les solutions valides près de la surface des modèles à celles appropriées au voisinage du centre de l'étoile. Pour nos objets, il provient directement de l'équation (T65) dans Tassoul, 1980 qui, au premier ordre, donne la fréquence des modes p pour le spectre uniforme

$$\nu_{kl} \simeq \left( k + \frac{l}{2} + \frac{n_e}{2} + \frac{1}{4} \right) \left( 2 \int_0^R \frac{dr}{C_s} \right)^{-1} \quad \text{avec} \quad C_s = \left( \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B.32})$$

en fonction de l'indice radial  $k$  et de l'indice angulaire  $l$  (où  $\nu_{kl} = 2\pi\sigma_{kl} = 1/P_{kl}$ ).  $C_s$  correspond à la vitesse adiabatique du son et  $n_e$ , comme pour les modes g, à l'indice polytropic des couches superficielles. La relation montre donc clairement que dans la limite des grandes valeurs de  $k$ , l'intervalle de fréquence entre deux modes d'ordres radiaux consécutifs ( $\Delta k=1$ ,  $\Delta l=0$ ) est constant et donné par la quantité

$$\Delta\nu = \nu_{k+1,l} - \nu_{k,l} = \left( 2 \int_0^R \frac{dr}{C_s} \right)^{-1} . \quad (\text{B.33})$$

De plus, on remarquera que les fréquences (périodes) augmentent (diminuent) lorsque l'indice angulaire  $l$  est accru et qu'elles obéissent à la relation  $\nu_{k,l+2} = \nu_{k-1,l}$ . Un mode d'indice  $l=3$  et d'ordre radial  $k$  a donc sensiblement la même fréquence (ou période) que le mode d'indice  $l=1$  et d'ordre  $k-1$ . Cette relation s'applique également entre les modes avec  $l=2$  et  $l=0$  (pulsations radiales) à la nuance importante qu'il y a un décalage  $\Delta k = +1$  entre les modes p radiaux et non-radiaux. Ainsi, le premier mode acoustique du spectre  $l=0$  est le mode fondamental (avec  $k=0$ ) alors qu'il s'agit du mode  $k=1$  pour les pulsations non-radiales (les modes f, ou modes de Kelvin, n'étant pas des modes acoustiques).

## APPENDICE C

### Périodes Adiabatiques pour les Séquences Evolutives

Cette annexe comprend l'ensemble des résultats issus des calculs adiabatiques effectués sur les 7 séquences évolutives à notre disposition. Chaque modèle est représenté par un tableau contenant les principales informations ( $P$ , la période en secondes;  $\log E_{\text{cin}}$ , l'énergie cinétique du mode; et  $C_{kl}$ , le coefficient de rotation rigide du premier ordre) pour les modes p, f et g (radiaux et non radiaux avec  $l=1, 2, 3$ ) jusqu'à l'ordre radial  $k=10$ . Les modes d'ordres supérieurs, même s'ils ne sont pas présentés ici, sont disponibles sur demande.

Les séquences sont classées par ordre de masse d'enveloppe croissante et les modèles dans les séquences par ordre d'âge croissant, depuis la ZAEHB jusqu'au commencement de la phase post-EHB. Au total, 149 modèles sont présentés en autant de tableaux. Pour faciliter la recherche, les pages correspondant au début de chaque séquence sont données dans le tableau suivant :

#	Masse de la séquence	Nombre de modèles	Page du premier tableau
1	$M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$	16	xxxviii
2	$M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$	20	xlvi
3	$M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$	22	lvi
4	$M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$	24	lxvii
5	$M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$	23	lxxix
6	$M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$	21	xcii
7	$M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$	23	cii

En fin d'annexe, des pages cxxviii à cxxviii, 14 tableaux supplémentaires proposent, pour chacune des 7 séquences, les valeurs des taux de changement des périodes ( $\dot{P} = dP/dt$ ; exprimées en secondes par million d'année) pour un échantillon de modes p (notés  $p_{l,k}$ ; où  $l$  et  $k$  sont respectivement l'indice angulaire et l'ordre radial du mode) et de modes g (notés  $g_{l,k}$ ).

Modèle # 1,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34395$  K,  $\log g = 6.08$ , âge = 4.49 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	33.23	41.44	34.71	41.52	0.0183	33.58	41.46	0.0165	32.63	41.41	0.0148
9	36.06	41.59	37.80	41.70	0.0206	36.47	41.62	0.0184	35.38	41.55	0.0164
8	39.40	41.79	41.49	41.92	0.0237	39.90	41.82	0.0209	38.60	41.74	0.0186
7	43.45	42.04	46.00	42.20	0.0274	44.05	42.08	0.0242	42.48	41.98	0.0216
6	48.46	42.34	51.63	42.52	0.0316	49.18	42.38	0.0280	47.25	42.27	0.0253
5	54.80	42.70	58.88	42.92	0.0372	55.69	42.75	0.0332	53.24	42.61	0.0303
4	63.21	43.13	68.72	43.38	0.0441	64.34	43.19	0.0410	61.08	43.03	0.0383
3	74.89	43.60	82.26	43.87	0.0489	76.31	43.66	0.0507	71.91	43.49	0.0505
2	91.48	44.14	101.33	44.45	0.0466	93.42	44.20	0.0671	87.19	44.01	0.0716
1	114.68	44.90	129.84	45.42	0.0407	118.15	44.99	0.1078	108.95	44.68	0.1068
0	148.47	46.22	...	...	...	161.00	46.62	0.3753	143.50	45.91	0.1949
1	...	...	461.39	48.37	0.4061	298.33	47.97	0.0900	237.49	47.69	0.0131
2	...	...	686.97	47.94	0.4306	426.36	47.78	0.1063	326.36	47.62	0.0294
3	...	...	914.52	47.54	0.4484	555.19	47.44	0.1207	415.76	47.33	0.0417
4	...	...	1137.51	47.12	0.4611	680.10	47.05	0.1309	501.63	46.96	0.0503
5	...	...	1351.41	46.73	0.4698	799.51	46.69	0.1384	583.24	46.63	0.0568
6	...	...	1562.03	46.44	0.4763	917.77	46.41	0.1442	664.23	46.38	0.0620
7	...	...	1777.09	46.21	0.4810	1039.30	46.20	0.1485	747.79	46.18	0.0659
8	...	...	1996.49	46.01	0.4843	1163.83	46.00	0.1515	833.81	45.99	0.0687
9	...	...	2217.32	45.83	0.4868	1289.70	45.82	0.1539	921.29	45.81	0.0709
10	...	...	2440.21	45.68	0.4888	1417.22	45.68	0.1558	1010.36	45.67	0.0727

Modèle # 2,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34345$  K,  $\log g = 6.03$ , âge = 23.34 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	36.17	41.40	37.77	41.47	0.0186	36.53	41.41	0.0168	35.48	41.37	0.0151
9	39.25	41.54	41.12	41.64	0.0207	39.67	41.56	0.0185	38.46	41.50	0.0168
8	42.90	41.74	45.14	41.86	0.0235	43.39	41.76	0.0211	41.96	41.68	0.0190
7	47.31	41.98	50.04	42.13	0.0270	47.90	42.01	0.0244	46.18	41.92	0.0221
6	52.75	42.27	56.15	42.45	0.0307	53.46	42.31	0.0283	51.34	42.19	0.0259
5	59.62	42.62	63.99	42.85	0.0358	60.48	42.67	0.0335	57.82	42.53	0.0309
4	68.73	43.06	74.64	43.31	0.0420	69.82	43.11	0.0416	66.28	42.95	0.0391
3	81.42	43.54	89.33	43.80	0.0454	82.81	43.59	0.0523	78.00	43.42	0.0522
2	99.41	44.08	110.17	44.38	0.0424	101.37	44.13	0.0715	94.54	43.94	0.0744
1	124.25	44.81	140.85	45.32	0.0363	127.92	44.90	0.1165	118.13	44.60	0.1086
0	158.64	46.06	...	...	...	170.13	46.44	0.3479	154.18	45.79	0.1791
1	...	...	447.88	48.48	0.4131	294.85	47.99	0.0957	238.83	47.65	0.0171
2	...	...	653.61	48.07	0.4421	404.19	47.90	0.1149	310.87	47.75	0.0363
3	...	...	885.16	47.66	0.4562	529.38	47.57	0.1258	391.96	47.48	0.0453
4	...	...	1132.19	47.21	0.4653	667.56	47.16	0.1333	485.79	47.10	0.0512
5	...	...	1374.37	46.78	0.4721	804.76	46.75	0.1394	580.43	46.71	0.0568
6	...	...	1611.12	46.46	0.4776	939.80	46.44	0.1447	674.38	46.42	0.0619
7	...	...	1850.78	46.22	0.4819	1077.10	46.21	0.1489	770.44	46.20	0.0659
8	...	...	2093.27	46.01	0.4849	1216.25	46.01	0.1518	867.99	46.00	0.0687
9	...	...	2335.45	45.83	0.4872	1355.37	45.83	0.1540	965.64	45.82	0.0709
10	...	...	2578.42	45.68	0.4892	1495.07	45.68	0.1559	1063.86	45.67	0.0727

Modèle # 3,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34329$  K,  $\log g = 5.99$ , âge = 39.31 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	38.38	41.37	40.07	41.44	0.0189	38.75	41.38	0.0167	37.63	41.34	0.0152
9	41.67	41.51	43.64	41.60	0.0207	42.10	41.53	0.0185	40.80	41.47	0.0171
8	45.55	41.69	47.90	41.81	0.0232	46.05	41.72	0.0210	44.52	41.64	0.0192
7	50.21	41.93	53.08	42.08	0.0264	50.81	41.96	0.0243	48.97	41.87	0.0223
6	55.98	42.22	59.56	42.40	0.0298	56.70	42.26	0.0284	54.43	42.14	0.0263
5	63.27	42.57	67.87	42.79	0.0342	64.14	42.62	0.0336	61.29	42.48	0.0315
4	72.87	43.01	79.09	43.26	0.0397	73.97	43.06	0.0418	70.23	42.89	0.0396
3	86.27	43.49	94.65	43.76	0.0423	87.69	43.54	0.0534	82.58	43.37	0.0534
2	105.23	44.04	116.84	44.34	0.0389	107.34	44.09	0.0750	100.05	43.90	0.0762
1	131.19	44.75	149.23	45.26	0.0329	135.25	44.84	0.1238	125.05	44.54	0.1097
0	165.87	45.93	...	...	...	176.76	46.31	0.3234	162.13	45.70	0.1653
1	...	...	435.14	48.52	0.4282	286.27	47.97	0.1082	232.88	47.61	0.0268
2	...	...	650.14	48.07	0.4493	396.70	47.86	0.1208	300.74	47.67	0.0404
3	...	...	905.51	47.64	0.4575	538.62	47.55	0.1259	396.59	47.45	0.0440
4	...	...	1172.53	47.19	0.4656	689.90	47.14	0.1331	501.02	47.08	0.0506
5	...	...	1430.20	46.76	0.4723	836.54	46.73	0.1394	602.67	46.69	0.0566
6	...	...	1681.06	46.45	0.4781	979.94	46.43	0.1448	702.65	46.41	0.0619
7	...	...	1934.73	46.22	0.4829	1125.42	46.20	0.1490	804.52	46.19	0.0659
8	...	...	2190.41	46.01	0.4851	1272.23	46.00	0.1518	907.51	45.99	0.0687
9	...	...	2445.41	45.83	0.4873	1418.78	45.82	0.1541	1010.45	45.82	0.0709
10	...	...	2701.20	45.68	0.4892	1565.92	45.68	0.1560	1113.93	45.67	0.0728

Modèle # 4,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34406$  K,  $\log g = 5.96$ , âge = 58.04 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	40.85	41.34	42.62	41.41	0.0192	41.22	41.35	0.0167	40.02	41.30	0.0155
9	44.36	41.47	46.43	41.56	0.0209	44.79	41.49	0.0186	43.40	41.43	0.0174
8	48.49	41.65	50.96	41.76	0.0230	48.99	41.67	0.0210	47.35	41.60	0.0196
7	53.45	41.88	56.47	42.02	0.0259	54.04	41.91	0.0243	52.07	41.81	0.0227
6	59.58	42.17	63.35	42.34	0.0290	60.28	42.20	0.0286	57.86	42.09	0.0269
5	67.32	42.52	72.15	42.73	0.0328	68.17	42.56	0.0340	65.13	42.42	0.0321
4	77.49	42.95	84.02	43.20	0.0375	78.56	43.00	0.0425	74.58	42.83	0.0405
3	91.68	43.44	100.54	43.71	0.0390	93.09	43.49	0.0553	87.63	43.31	0.0549
2	111.68	43.99	124.24	44.29	0.0354	113.89	44.04	0.0799	106.13	43.84	0.0782
1	138.85	44.68	158.52	45.19	0.0296	143.23	44.77	0.1334	132.65	44.48	0.1107
0	174.04	45.79	...	...	...	183.55	46.14	0.2903	170.64	45.60	0.1464
1	...	...	425.55	48.52	0.4450	278.27	47.86	0.1253	225.24	47.42	0.0408
2	...	...	660.74	48.04	0.4525	400.87	47.80	0.1229	302.20	47.56	0.0404
3	...	...	937.21	47.62	0.4578	556.65	47.52	0.1258	409.35	47.41	0.0434
4	...	...	1220.63	47.17	0.4658	717.81	47.12	0.1331	520.96	47.05	0.0504
5	...	...	1491.64	46.75	0.4724	872.25	46.72	0.1394	628.18	46.68	0.0565
6	...	...	1755.49	46.44	0.4800	1023.24	46.42	0.1449	733.56	46.40	0.0619
7	...	...	2021.61	46.21	0.4820	1176.08	46.20	0.1489	840.70	46.18	0.0659
8	...	...	2287.96	46.01	0.4848	1329.35	46.00	0.1517	948.41	45.99	0.0686
9	...	...	2550.21	45.85	0.4868	1480.93	45.84	0.1539	1055.32	45.83	0.0708
10	...	...	2800.07	45.76	0.4877	1628.28	45.73	0.1554	1160.51	45.70	0.0726

Modèle # 5,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34574$  K,  $\log g = 5.93$ , âge = 71.77 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	42.64	41.31	44.47	41.38	0.0193	43.00	41.32	0.0166	41.75	41.28	0.0156
9	46.31	41.45	48.45	41.53	0.0207	46.73	41.46	0.0185	45.27	41.41	0.0177
8	50.63	41.62	53.17	41.73	0.0226	51.12	41.64	0.0209	49.39	41.57	0.0199
7	55.80	41.84	58.91	41.98	0.0251	56.38	41.87	0.0243	54.31	41.78	0.0230
6	62.18	42.13	66.08	42.30	0.0278	62.88	42.16	0.0287	60.33	42.05	0.0273
5	70.24	42.48	75.24	42.69	0.0311	71.08	42.51	0.0343	67.90	42.38	0.0327
4	80.80	42.91	87.57	43.16	0.0350	81.87	42.95	0.0430	77.71	42.78	0.0412
3	95.52	43.40	104.79	43.67	0.0359	96.96	43.45	0.0571	91.26	43.27	0.0561
2	116.18	43.95	129.58	44.25	0.0322	118.56	44.00	0.0842	110.47	43.80	0.0796
1	144.06	44.63	165.26	45.14	0.0270	148.82	44.72	0.1419	138.07	44.44	0.1110
0	179.57	45.68	...	...	...	187.77	46.01	0.2580	176.33	45.52	0.1261
1	...	...	413.97	48.49	0.4591	269.80	47.70	0.1421	217.52	47.12	0.0564
2	...	...	663.69	48.03	0.4542	402.15	47.76	0.1240	303.03	47.48	0.0404
3	...	...	951.50	47.62	0.4578	565.17	47.51	0.1256	415.74	47.39	0.0432
4	...	...	1243.13	47.17	0.4656	731.31	47.12	0.1329	530.96	47.05	0.0502
5	...	...	1519.72	46.76	0.4721	889.25	46.73	0.1392	640.78	46.68	0.0564
6	...	...	1784.84	46.47	0.4798	1041.85	46.45	0.1445	747.71	46.42	0.0617
7	...	...	2031.97	46.35	0.4801	1188.68	46.29	0.1483	852.79	46.25	0.0657
8	...	...	2198.19	46.41	0.4807	1295.84	46.39	0.1503	937.17	46.32	0.0688
9	...	...	2389.53	46.04	0.4849	1392.65	46.06	0.1523	998.40	46.10	0.0699
10	...	...	2646.39	45.84	0.4874	1536.12	45.84	0.1543	1094.65	45.83	0.0712

Modèle # 6,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34831$  K,  $\log g = 5.92$ , âge = 81.82 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	43.86	41.29	45.73	41.35	0.0192	44.22	41.30	0.0165	42.92	41.26	0.0158
9	47.65	41.42	49.82	41.50	0.0204	48.06	41.44	0.0185	46.54	41.38	0.0179
8	52.08	41.59	54.68	41.70	0.0221	52.56	41.61	0.0209	50.77	41.54	0.0202
7	57.41	41.81	60.57	41.95	0.0243	57.97	41.84	0.0244	55.83	41.75	0.0234
6	63.95	42.10	67.93	42.26	0.0267	64.63	42.13	0.0289	62.00	42.01	0.0277
5	72.22	42.44	77.33	42.65	0.0296	73.04	42.48	0.0346	69.76	42.34	0.0332
4	83.04	42.87	89.97	43.12	0.0330	84.09	42.91	0.0437	79.82	42.75	0.0418
3	98.09	43.37	107.68	43.63	0.0334	99.56	43.41	0.0588	93.69	43.24	0.0571
2	119.15	43.92	133.19	44.22	0.0297	121.65	43.97	0.0882	113.39	43.77	0.0807
1	147.40	44.58	169.82	45.10	0.0250	152.40	44.67	0.1493	141.66	44.40	0.1108
0	183.14	45.59	...	...	...	189.86	45.90	0.2271	179.52	45.47	0.1026
1	...	...	402.34	48.46	0.4706	261.89	47.54	0.1582	210.76	46.77	0.0755
2	...	...	661.75	48.02	0.4551	401.03	47.73	0.1249	302.42	47.42	0.0407
3	...	...	954.52	47.62	0.4577	567.27	47.51	0.1255	417.57	47.39	0.0430
4	...	...	1247.94	47.20	0.4652	734.87	47.13	0.1327	534.01	47.06	0.0501
5	...	...	1518.49	46.82	0.4716	890.91	46.78	0.1389	643.25	46.72	0.0563
6	...	...	1727.46	46.79	0.4876	1020.62	46.70	0.1447	739.30	46.60	0.0626
7	...	...	1877.96	46.55	0.4791	1102.99	46.58	0.1478	798.00	46.62	0.0666
8	...	...	2119.65	46.23	0.4825	1233.80	46.22	0.1496	882.66	46.22	0.0668
9	...	...	2389.46	46.02	0.4852	1387.80	46.01	0.1520	989.84	46.00	0.0689
10	...	...	2662.51	45.85	0.4874	1544.61	45.84	0.1542	1099.87	45.84	0.0710

Modèle # 7,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 35156$  K,  $\log g = 5.91$ , âge = 89.23 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	44.41	41.28	46.32	41.34	0.0195	44.77	41.29	0.0171	43.44	41.24	0.0162
9	48.25	41.41	50.47	41.49	0.0208	48.65	41.42	0.0191	47.10	41.37	0.0184
8	52.75	41.57	55.38	41.68	0.0224	53.21	41.59	0.0216	51.39	41.52	0.0206
7	58.14	41.79	61.35	41.93	0.0247	58.67	41.82	0.0251	56.50	41.72	0.0237
6	64.78	42.08	68.80	42.24	0.0271	65.40	42.10	0.0297	62.73	41.99	0.0281
5	73.17	42.42	78.31	42.63	0.0299	73.90	42.46	0.0355	70.59	42.32	0.0337
4	84.14	42.85	91.07	43.10	0.0331	85.05	42.89	0.0448	80.75	42.72	0.0423
3	99.40	43.36	108.97	43.62	0.0331	100.66	43.39	0.0606	94.75	43.21	0.0577
2	120.77	43.91	134.82	44.20	0.0293	122.93	43.94	0.0915	114.63	43.75	0.0813
1	149.39	44.57	171.91	45.07	0.0247	153.79	44.65	0.1543	143.21	44.38	0.1105
0	185.35	45.57	...	...	...	190.39	45.82	0.2090	180.82	45.43	0.0911
1	...	...	399.86	48.43	0.4719	260.92	47.47	0.1615	210.38	46.64	0.0809
2	...	...	660.73	48.03	0.4548	401.10	47.71	0.1251	302.73	47.40	0.0412
3	...	...	952.11	47.63	0.4573	566.50	47.52	0.1254	417.40	47.38	0.0431
4	...	...	1232.46	47.78	0.7286	730.32	47.17	0.1327	531.78	47.09	0.0503
5	...	...	1461.30	47.11	0.4716	865.11	47.00	0.1405	629.30	46.90	0.0584
6	...	...	1619.60	46.83	0.4758	952.99	46.84	0.1450	690.61	46.83	0.0639
7	...	...	1853.27	46.46	0.4790	1080.75	46.45	0.1463	775.10	46.43	0.0636
8	...	...	2121.12	46.23	0.4825	1233.63	46.21	0.1494	881.58	46.20	0.0663
9	...	...	2394.65	46.03	0.4852	1390.67	46.02	0.1520	991.74	46.01	0.0689
10	...	...	2665.97	45.87	0.4874	1546.84	45.86	0.1543	1101.58	45.85	0.0711

Modèle # 8,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 35538$  K,  $\log g = 5.91$ , âge = 94.80 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	44.40	41.26	46.27	41.33	0.0189	44.74	41.28	0.0164	43.41	41.23	0.0161
9	48.23	41.39	50.41	41.47	0.0199	48.62	41.41	0.0185	47.07	41.35	0.0183
8	52.73	41.56	55.32	41.66	0.0212	53.17	41.58	0.0210	51.35	41.51	0.0206
7	58.10	41.78	61.27	41.91	0.0231	58.63	41.80	0.0245	56.45	41.71	0.0238
6	64.71	42.06	68.71	42.23	0.0252	65.35	42.09	0.0293	62.67	41.97	0.0282
5	73.06	42.41	78.22	42.62	0.0275	73.84	42.44	0.0353	70.51	42.30	0.0339
4	83.95	42.84	90.97	43.09	0.0302	84.97	42.88	0.0450	80.66	42.71	0.0426
3	99.07	43.34	108.86	43.60	0.0301	100.54	43.38	0.0614	94.62	43.20	0.0582
2	120.10	43.89	134.70	44.19	0.0266	122.72	43.93	0.0939	114.45	43.73	0.0818
1	148.15	44.53	171.78	45.06	0.0228	153.23	44.63	0.1586	142.86	44.36	0.1095
0	183.73	45.50	...	...	...	187.83	45.75	0.1801	177.99	45.44	0.0558
1	...	...	378.41	48.40	0.4862	246.58	47.27	0.1844	199.24	46.20	0.1170
2	...	...	643.87	48.03	0.4560	390.64	47.70	0.1259	295.15	47.36	0.0414
3	...	...	932.58	47.65	0.4573	555.09	47.53	0.1254	409.26	47.39	0.0429
4	...	...	1207.94	47.32	0.4647	714.72	47.23	0.1328	521.25	47.13	0.0506
5	...	...	1386.58	47.31	0.4722	824.41	47.25	0.1422	602.78	47.15	0.0611
6	...	...	1561.69	46.82	0.4791	915.56	46.79	0.1426	661.08	46.77	0.0609
7	...	...	1814.69	46.48	0.4786	1057.77	46.46	0.1456	758.31	46.43	0.0626
8	...	...	2082.19	46.25	0.4823	1211.00	46.24	0.1492	865.47	46.22	0.0661
9	...	...	2350.55	46.06	0.4851	1365.23	46.05	0.1520	973.74	46.04	0.0688
10	...	...	2610.39	45.92	0.4876	1515.13	45.91	0.1544	1079.34	45.90	0.0712

Modèle # 9,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 35965$  K,  $\log g = 5.92$ , âge = 98.98 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	43.92	41.26	45.74	41.32	0.0185	44.24	41.27	0.0161	42.92	41.22	0.0160
9	47.71	41.39	49.84	41.46	0.0193	48.08	41.40	0.0181	46.54	41.35	0.0183
8	52.15	41.55	54.69	41.66	0.0205	52.58	41.57	0.0207	50.77	41.50	0.0207
7	57.45	41.77	60.57	41.91	0.0222	57.97	41.80	0.0243	55.81	41.70	0.0239
6	63.97	42.06	67.93	42.23	0.0241	64.61	42.09	0.0292	61.96	41.97	0.0284
5	72.21	42.40	77.33	42.61	0.0262	73.00	42.44	0.0353	69.70	42.30	0.0341
4	82.95	42.83	89.94	43.09	0.0287	84.00	42.87	0.0453	79.73	42.70	0.0429
3	97.82	43.33	107.63	43.60	0.0284	99.38	43.37	0.0621	93.53	43.19	0.0585
2	118.46	43.88	133.18	44.18	0.0251	121.26	43.93	0.0955	113.12	43.73	0.0820
1	145.90	44.52	169.89	45.06	0.0218	151.18	44.62	0.1613	141.09	44.36	0.1084
0	181.03	45.47	...	...	...	184.14	45.71	0.1603	173.47	45.47	0.0329
1	...	...	362.67	48.38	0.4946	236.56	47.14	0.1996	192.39	45.95	0.1405
2	...	...	627.87	48.03	0.4564	381.06	47.69	0.1262	288.23	47.34	0.0415
3	...	...	910.19	47.68	0.4571	542.24	47.55	0.1253	400.14	47.40	0.0428
4	...	...	1163.54	47.46	0.4646	691.82	47.34	0.1338	506.39	47.22	0.0517
5	...	...	1303.68	47.35	0.4716	774.14	47.34	0.1422	566.42	47.31	0.0619
6	...	...	1518.03	46.80	0.4738	888.27	46.77	0.1411	640.12	46.74	0.0585
7	...	...	1775.22	46.49	0.4783	1034.65	46.47	0.1452	741.68	46.44	0.0622
8	...	...	2038.03	46.27	0.4823	1185.38	46.25	0.1491	847.23	46.24	0.0660
9	...	...	2297.71	46.09	0.4853	1334.84	46.08	0.1520	952.27	46.07	0.0689
10	...	...	2533.57	46.03	0.4882	1472.29	46.00	0.1551	1049.85	45.98	0.0719

Modèle #10,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 36396$  K,  $\log g = 5.93$ , âge = 102.26 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	43.16	41.25	44.94	41.31	0.0184	43.47	41.26	0.0160	42.17	41.22	0.0161
9	46.88	41.38	48.96	41.46	0.0191	47.23	41.40	0.0181	45.72	41.34	0.0183
8	51.23	41.55	53.72	41.65	0.0202	51.65	41.57	0.0206	49.87	41.49	0.0207
7	56.44	41.77	59.51	41.91	0.0219	56.95	41.80	0.0243	54.81	41.70	0.0240
6	62.85	42.06	66.73	42.23	0.0237	63.47	42.09	0.0292	60.86	41.97	0.0285
5	70.92	42.41	75.96	42.62	0.0258	71.71	42.44	0.0355	68.46	42.30	0.0342
4	81.47	42.84	88.37	43.09	0.0282	82.51	42.88	0.0456	78.31	42.71	0.0431
3	96.07	43.33	105.77	43.60	0.0278	97.62	43.37	0.0627	91.88	43.20	0.0587
2	116.30	43.88	130.84	44.18	0.0244	119.08	43.92	0.0964	111.12	43.73	0.0821
1	143.13	44.51	166.94	45.06	0.0214	148.31	44.62	0.1627	138.49	44.36	0.1076
0	177.70	45.46	...	...	...	180.10	45.70	0.1500	168.88	45.49	0.0236
1	...	...	351.75	48.37	0.4986	229.39	47.08	0.2071	187.37	45.85	0.1500
2	...	...	614.00	48.03	0.4564	372.64	47.69	0.1262	281.94	47.33	0.0414
3	...	...	890.53	47.69	0.4571	530.55	47.56	0.1253	391.55	47.41	0.0428
4	...	...	1134.37	47.51	0.4650	674.86	47.38	0.1345	494.27	47.26	0.0524
5	...	...	1269.30	47.35	0.4716	752.54	47.34	0.1421	549.77	47.32	0.0618
6	...	...	1486.71	46.81	0.4736	869.73	46.78	0.1409	626.60	46.74	0.0582
7	...	...	1739.62	46.50	0.4783	1013.87	46.48	0.1451	726.77	46.45	0.0621
8	...	...	1996.83	46.27	0.4827	1161.41	46.26	0.1490	830.09	46.24	0.0659
9	...	...	2250.58	46.09	0.4887	1307.48	46.09	0.1520	932.77	46.07	0.0689
10	...	...	2478.44	46.05	0.4886	1440.58	46.02	0.1552	1027.40	46.00	0.0720

Modèle #11,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 36842$  K,  $\log g = 5.94$ , âge = 104.84 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	42.17	41.25	43.93	41.31	0.0188	42.47	41.26	0.0166	41.20	41.22	0.0163
9	45.80	41.38	47.86	41.46	0.0197	46.15	41.40	0.0187	44.66	41.34	0.0186
8	50.06	41.55	52.51	41.66	0.0209	50.46	41.57	0.0213	48.72	41.50	0.0209
7	55.16	41.78	58.16	41.92	0.0228	55.62	41.80	0.0250	53.54	41.70	0.0242
6	61.44	42.07	65.23	42.24	0.0247	62.00	42.09	0.0299	59.45	41.97	0.0286
5	69.37	42.42	74.26	42.63	0.0269	70.05	42.45	0.0362	66.88	42.31	0.0344
4	79.73	42.85	86.40	43.10	0.0295	80.61	42.88	0.0463	76.51	42.71	0.0431
3	94.09	43.34	103.38	43.61	0.0292	95.36	43.38	0.0632	89.78	43.20	0.0586
2	114.03	43.89	127.86	44.19	0.0256	116.32	43.93	0.0967	108.59	43.73	0.0820
1	140.46	44.53	163.19	45.07	0.0222	144.87	44.63	0.1625	135.35	44.36	0.1079
0	174.42	45.50	...	...	...	176.60	45.71	0.1559	166.76	45.48	0.0329
1	...	...	347.67	48.39	0.4927	227.33	47.15	0.1972	185.13	45.98	0.1380
2	...	...	601.23	48.05	0.4554	365.47	47.70	0.1257	276.61	47.35	0.0413
3	...	...	868.11	47.71	0.4569	517.74	47.58	0.1253	382.42	47.43	0.0430
4	...	...	1092.64	47.60	0.4684	651.03	47.46	0.1356	477.56	47.34	0.0539
5	...	...	1238.53	47.29	0.4718	732.00	47.28	0.1411	533.23	47.24	0.0603
6	...	...	1460.47	46.81	0.4737	854.30	46.78	0.1410	615.36	46.74	0.0582
7	...	...	1706.46	46.50	0.4783	994.63	46.48	0.1452	713.01	46.45	0.0622
8	...	...	1953.59	46.29	0.4824	1136.54	46.27	0.1493	812.46	46.26	0.0662
9	...	...	2186.85	46.16	0.4859	1271.48	46.15	0.1528	907.66	46.13	0.0697
10	...	...	2368.49	46.18	0.4887	1378.40	46.16	0.1561	984.26	46.14	0.0732

Modèle #12,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 37312$  K,  $\log g = 5.96$ , âge = 106.88 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	41.04	41.25	42.75	41.31	0.0187	41.33	41.26	0.0166	40.09	41.22	0.0164
9	44.57	41.38	46.56	41.46	0.0196	44.90	41.40	0.0187	43.45	41.34	0.0186
8	48.71	41.55	51.09	41.66	0.0208	49.09	41.57	0.0213	47.39	41.50	0.0209
7	53.67	41.78	56.59	41.92	0.0227	54.12	41.81	0.0250	52.09	41.71	0.0242
6	59.78	42.08	63.47	42.24	0.0246	60.32	42.10	0.0300	57.83	41.98	0.0287
5	67.49	42.43	72.26	42.64	0.0268	68.15	42.46	0.0363	65.07	42.32	0.0344
4	77.58	42.86	84.10	43.11	0.0294	78.44	42.89	0.0465	74.44	42.73	0.0432
3	91.57	43.35	100.63	43.62	0.0290	92.80	43.39	0.0634	87.38	43.21	0.0586
2	110.97	43.90	124.41	44.19	0.0255	113.18	43.94	0.0967	105.68	43.74	0.0820
1	136.65	44.54	158.86	45.08	0.0222	140.91	44.64	0.1627	131.67	44.37	0.1077
0	169.84	45.51	...	...	...	171.76	45.72	0.1531	161.91	45.50	0.0298
1	...	...	336.70	48.40	0.4943	220.23	47.14	0.2002	179.62	45.95	0.1421
2	...	...	584.80	48.06	0.4551	355.54	47.71	0.1254	269.18	47.36	0.0409
3	...	...	844.04	47.72	0.4568	503.44	47.59	0.1252	371.91	47.44	0.0430
4	...	...	1059.67	47.63	0.4689	631.35	47.50	0.1360	463.15	47.38	0.0544
5	...	...	1203.75	47.30	0.4715	710.95	47.28	0.1409	517.52	47.24	0.0599
6	...	...	1422.36	46.82	0.4736	831.98	46.79	0.1409	599.26	46.75	0.0581
7	...	...	1661.37	46.51	0.4783	968.37	46.49	0.1452	694.19	46.46	0.0622
8	...	...	1899.73	46.30	0.4824	1105.24	46.29	0.1493	790.10	46.27	0.0663
9	...	...	2121.96	46.19	0.4861	1233.79	46.17	0.1531	880.76	46.15	0.0700
10	...	...	2297.25	46.17	0.4887	1336.32	46.15	0.1560	953.83	46.14	0.0731



Modèle #13,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 37797$  K,  $\log g = 5.97$ , âge = 108.49 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	39.81	41.25	41.46	41.32	0.0187	40.09	41.26	0.0165	38.89	41.22	0.0163
9	43.23	41.38	45.16	41.47	0.0195	43.55	41.40	0.0186	42.15	41.34	0.0186
8	47.24	41.56	49.54	41.67	0.0208	47.61	41.58	0.0212	45.96	41.50	0.0209
7	52.05	41.79	54.88	41.93	0.0226	52.48	41.82	0.0249	50.51	41.72	0.0242
6	57.98	42.09	61.56	42.26	0.0245	58.50	42.11	0.0299	56.09	41.99	0.0287
5	65.46	42.44	70.10	42.65	0.0267	66.10	42.47	0.0363	63.11	42.33	0.0344
4	75.26	42.87	81.60	43.12	0.0292	76.10	42.91	0.0466	72.21	42.74	0.0433
3	88.83	43.36	97.64	43.63	0.0290	90.04	43.40	0.0634	84.78	43.22	0.0585
2	107.65	43.90	120.67	44.20	0.0254	109.80	43.94	0.0964	102.53	43.75	0.0818
1	132.50	44.55	154.16	45.10	0.0222	136.66	44.65	0.1626	127.68	44.38	0.1074
0	164.87	45.53	...	...	...	166.65	45.74	0.1518	156.85	45.53	0.0279
1	...	...	326.35	48.40	0.4955	213.36	47.14	0.2026	174.10	45.95	0.1452
2	...	...	569.66	48.07	0.4547	346.29	47.72	0.1249	262.18	47.37	0.0404
3	...	...	821.19	47.73	0.4566	490.06	47.60	0.1251	362.14	47.45	0.0429
4	...	...	1017.25	47.72	0.4679	607.33	47.60	0.1373	446.41	47.48	0.0562
5	...	...	1159.06	47.30	0.4709	683.49	47.27	0.1398	496.90	47.22	0.0586
6	...	...	1383.68	46.82	0.4734	809.07	46.79	0.1405	582.58	46.75	0.0576
7	...	...	1620.04	46.50	0.4782	944.12	46.49	0.1450	676.70	46.46	0.0619
8	...	...	1855.58	46.29	0.4823	1079.42	46.27	0.1491	771.56	46.25	0.0660
9	...	...	2075.71	46.18	0.4859	1207.30	46.16	0.1529	862.05	46.14	0.0698
10	...	...	2223.95	46.28	0.4889	1295.89	46.27	0.1567	926.50	46.25	0.0740

Modèle #14,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 38267$  K,  $\log g = 5.99$ , âge = 109.75 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	38.58	41.25	40.18	41.32	0.0187	38.85	41.26	0.0165	37.68	41.22	0.0163
9	41.89	41.39	43.75	41.47	0.0195	42.20	41.40	0.0185	40.84	41.35	0.0185
8	45.77	41.57	48.00	41.68	0.0208	46.12	41.59	0.0212	44.53	41.51	0.0209
7	50.43	41.81	53.18	41.95	0.0226	50.85	41.83	0.0250	48.94	41.73	0.0242
6	56.18	42.10	59.65	42.27	0.0245	56.69	42.13	0.0299	54.35	42.01	0.0287
5	63.43	42.45	67.93	42.67	0.0268	64.06	42.49	0.0364	61.15	42.34	0.0344
4	72.95	42.89	79.11	43.14	0.0294	73.76	42.92	0.0467	69.98	42.76	0.0433
3	86.12	43.38	94.65	43.64	0.0292	87.27	43.41	0.0633	82.18	43.24	0.0584
2	104.38	43.92	116.93	44.21	0.0256	106.43	43.95	0.0959	99.39	43.76	0.0816
1	128.47	44.57	149.46	45.12	0.0224	132.45	44.66	0.1622	123.73	44.39	0.1074
0	160.03	45.55	...	...	...	161.80	45.76	0.1538	152.31	45.54	0.0295
1	...	...	317.04	48.41	0.4953	207.30	47.16	0.2022	169.09	45.97	0.1447
2	...	...	554.34	48.08	0.4541	337.05	47.73	0.1244	255.22	47.39	0.0399
3	...	...	797.65	47.75	0.4565	476.20	47.61	0.1251	351.99	47.47	0.0429
4	...	...	981.28	47.77	0.4688	585.94	47.65	0.1380	430.80	47.54	0.0571
5	...	...	1124.96	47.30	0.4707	662.79	47.26	0.1393	481.43	47.21	0.0578
6	...	...	1347.03	46.83	0.4734	787.55	46.80	0.1405	567.01	46.76	0.0576
7	...	...	1577.10	46.51	0.4781	919.05	46.49	0.1450	658.69	46.46	0.0619
8	...	...	1805.36	46.29	0.4823	1050.19	46.27	0.1491	750.63	46.26	0.0660
9	...	...	2017.45	46.19	0.4860	1173.61	46.17	0.1530	838.09	46.14	0.0699
10	...	...	2156.02	46.29	0.4888	1256.66	46.29	0.1567	898.75	46.27	0.0741

Modèle #15,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 38999$  K,  $\log g = 6.02$ , âge = 111.04 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	36.86	41.26	38.37	41.32	0.0184	37.11	41.27	0.0162	36.00	41.22	0.0162
9	40.01	41.39	41.78	41.48	0.0192	40.30	41.41	0.0181	39.01	41.35	0.0184
8	43.71	41.58	45.83	41.69	0.0204	44.05	41.60	0.0208	42.53	41.52	0.0208
7	48.16	41.82	50.78	41.96	0.0221	48.57	41.84	0.0247	46.74	41.74	0.0242
6	53.65	42.12	56.96	42.29	0.0238	54.15	42.14	0.0297	51.91	42.02	0.0287
5	60.57	42.47	64.89	42.69	0.0261	61.19	42.51	0.0362	58.40	42.36	0.0344
4	69.66	42.91	75.61	43.16	0.0286	70.48	42.95	0.0468	66.86	42.78	0.0433
3	82.22	43.39	90.47	43.65	0.0285	83.41	43.43	0.0632	78.54	43.26	0.0583
2	99.60	43.93	111.69	44.23	0.0250	101.69	43.97	0.0954	94.99	43.78	0.0814
1	122.48	44.58	142.88	45.14	0.0221	126.50	44.68	0.1624	118.15	44.41	0.1069
0	152.84	45.57	...	...	...	154.37	45.79	0.1481	144.49	45.60	0.0229
1	...	...	299.75	48.42	0.4999	196.01	47.12	0.2108	160.51	45.91	0.1544
2	...	...	530.09	48.09	0.4538	322.24	47.75	0.1238	244.12	47.40	0.0392
3	...	...	763.01	47.76	0.4561	455.65	47.63	0.1248	336.87	47.48	0.0426
4	...	...	934.43	47.81	0.4665	559.25	47.69	0.1375	411.95	47.57	0.0568
5	...	...	1071.31	47.32	0.4697	631.61	47.29	0.1386	459.24	47.24	0.0573
6	...	...	1286.44	46.86	0.4732	752.30	46.83	0.1403	541.78	46.79	0.0574
7	...	...	1506.31	46.53	0.4781	877.93	46.51	0.1449	629.32	46.48	0.0618
8	...	...	1722.14	46.31	0.4822	1002.02	46.29	0.1491	716.33	46.27	0.0660
9	...	...	1918.56	46.24	0.4858	1117.25	46.20	0.1529	798.40	46.17	0.0699
10	...	...	2045.80	46.29	0.4876	1194.25	46.29	0.1558	855.35	46.27	0.0734

Modèle #16,  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 43489$  K,  $\log g = 6.16$ , âge = 112.97 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	28.83	41.27	30.00	41.34	0.0177	29.02	41.28	0.0160	28.15	41.23	0.0162
9	31.28	41.43	32.65	41.52	0.0184	31.49	41.44	0.0181	30.48	41.37	0.0184
8	34.16	41.64	35.83	41.77	0.0197	34.41	41.66	0.0210	33.21	41.57	0.0209
7	37.65	41.90	39.71	42.05	0.0213	37.96	41.93	0.0250	36.51	41.82	0.0245
6	41.96	42.21	44.57	42.39	0.0230	42.33	42.24	0.0301	40.57	42.11	0.0290
5	47.41	42.58	50.85	42.80	0.0252	47.88	42.61	0.0373	45.67	42.46	0.0349
4	54.59	43.01	59.34	43.25	0.0276	55.23	43.05	0.0483	52.36	42.88	0.0439
3	64.41	43.47	70.97	43.73	0.0279	65.31	43.50	0.0642	61.54	43.34	0.0576
2	77.96	43.99	87.30	44.30	0.0246	79.49	44.03	0.0940	74.41	43.84	0.0797
1	95.80	44.67	112.35	45.27	0.0221	98.81	44.78	0.1641	92.30	44.50	0.1063
0	120.54	45.70	...	...	...	120.78	45.89	0.1308	112.18	45.78	0.0150
1	...	...	228.19	48.47	0.5039	150.88	47.09	0.2244	125.31	45.92	0.1652
2	...	...	409.82	48.21	0.4484	251.04	47.85	0.1206	191.24	47.51	0.0367
3	...	...	556.09	48.20	0.4488	342.05	47.93	0.1242	257.27	47.70	0.0439
4	...	...	645.13	47.88	0.4591	390.44	47.86	0.1316	292.18	47.82	0.0540
5	...	...	811.48	47.45	0.4660	479.58	47.38	0.1339	349.47	47.31	0.0519
6	...	...	962.79	47.38	0.4780	575.02	47.16	0.1402	418.81	47.02	0.0573
7	...	...	1037.06	47.13	0.4764	618.80	47.26	0.1453	458.08	47.30	0.0650
8	...	...	1190.85	46.64	0.4779	695.35	46.63	0.1450	499.94	46.61	0.0624
9	...	...	1354.97	46.39	0.4818	789.34	46.36	0.1487	564.93	46.34	0.0657
10	...	...	1490.90	46.44	0.4859	873.84	46.32	0.1532	626.91	46.24	0.0698

Modèle # 1,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31463$  K,  $\log g = 5.90$ , âge = 1.79 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	46.76	40.50	49.10	40.45	0.0175	47.38	40.51	0.0225	45.72	40.44	0.0195
9	50.58	40.47	53.03	40.70	0.0281	51.00	40.52	0.0175	49.83	40.44	0.0137
8	55.96	40.71	58.28	40.70	0.0179	56.56	40.69	0.0207	54.58	40.73	0.0264
7	60.71	40.88	65.06	41.04	0.0331	61.56	40.95	0.0309	59.32	40.77	0.0209
6	68.42	40.99	71.42	41.14	0.0273	68.93	41.01	0.0206	66.94	40.99	0.0258
5	76.69	41.43	82.47	41.44	0.0279	77.99	41.45	0.0431	73.87	41.31	0.0417
4	86.48	41.52	92.15	41.90	0.0405	87.20	41.57	0.0310	84.51	41.45	0.0288
3	102.87	42.16	109.35	42.15	0.0206	104.60	42.13	0.0540	98.00	42.10	0.0795
2	115.18	42.45	127.58	43.22	0.0403	117.26	42.60	0.0729	111.99	42.27	0.0468
1	147.19	43.67	158.55	43.22	0.0183	155.16	43.23	0.1166	141.32	43.51	0.1862
0	159.92	43.31	...	...	...	164.43	43.95	0.2775	158.29	43.26	0.0335
1	...	...	470.66	48.17	0.4075	302.96	47.48	0.0906	240.56	46.85	0.0136
2	...	...	706.17	47.64	0.4318	435.90	47.32	0.1073	332.20	46.95	0.0302
3	...	...	946.05	46.87	0.4501	571.23	46.61	0.1228	425.16	46.28	0.0444
4	...	...	1162.35	45.56	0.4783	686.22	45.31	0.1565	495.76	45.08	0.0848
5	...	...	1255.79	45.22	0.5005	737.47	45.27	0.1612	535.15	45.39	0.0703
6	...	...	1444.06	46.05	0.4755	853.38	46.10	0.1437	620.73	46.14	0.0616
7	...	...	1674.55	46.37	0.4789	985.45	46.39	0.1472	713.31	46.40	0.0652
8	...	...	1912.62	46.44	0.4830	1121.60	46.44	0.1509	808.62	46.44	0.0685
9	...	...	2156.06	46.30	0.4862	1260.66	46.29	0.1537	905.82	46.28	0.0711
10	...	...	2401.84	45.93	0.4884	1400.95	45.91	0.1557	1003.75	45.89	0.0728

Modèle # 2,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31399$  K,  $\log g = 5.87$ , âge = 12.06 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	49.30	40.47	51.87	40.44	0.0184	49.93	40.49	0.0232	48.20	40.39	0.0186
9	53.48	40.45	55.90	40.66	0.0264	53.87	40.48	0.0166	52.66	40.42	0.0143
8	59.07	40.71	61.64	40.67	0.0174	59.71	40.68	0.0224	57.49	40.72	0.0275
7	64.09	40.83	68.60	41.02	0.0332	64.88	40.90	0.0298	62.66	40.73	0.0200
6	72.37	40.97	75.45	41.10	0.0249	72.89	40.98	0.0211	70.67	40.98	0.0282
5	80.82	41.39	87.13	41.42	0.0281	82.13	41.42	0.0447	77.83	41.26	0.0409
4	91.48	41.48	97.11	41.83	0.0366	92.16	41.52	0.0303	89.36	41.42	0.0300
3	108.29	42.13	115.71	42.12	0.0199	110.25	42.10	0.0607	103.04	42.06	0.0817
2	121.48	42.37	134.03	43.13	0.0368	123.46	42.51	0.0712	118.36	42.21	0.0453
1	153.13	43.69	168.03	43.19	0.0183	162.91	43.30	0.1904	147.68	43.49	0.1826
0	169.18	43.25	...	...	...	171.41	43.59	0.1861	167.45	43.22	0.0283
1	...	...	460.63	48.23	0.4074	301.55	47.43	0.0918	242.42	46.73	0.0149
2	...	...	671.12	47.83	0.4353	419.24	47.46	0.1093	324.54	47.05	0.0317
3	...	...	890.90	47.23	0.4541	537.80	47.00	0.1250	402.56	46.71	0.0457
4	...	...	1119.83	46.21	0.4683	662.37	46.01	0.1380	483.39	45.72	0.0590
5	...	...	1271.02	45.15	0.5076	739.89	45.08	0.1760	529.36	44.99	0.0937
6	...	...	1399.39	45.68	0.4841	819.25	45.71	0.1500	590.81	45.75	0.0658
7	...	...	1631.73	46.24	0.4816	952.64	46.25	0.1487	684.23	46.25	0.0658
8	...	...	1880.32	46.41	0.4849	1094.95	46.41	0.1519	783.74	46.42	0.0690
9	...	...	2137.58	46.37	0.4878	1242.50	46.37	0.1547	887.15	46.38	0.0716
10	...	...	2399.31	46.11	0.4899	1392.83	46.12	0.1567	992.68	46.12	0.0735

Modèle # 3,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31352$  K,  $\log g = 5.85$ , âge = 18.98 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	50.85	40.46	53.61	40.43	0.0185	51.49	40.48	0.0236	49.69	40.35	0.0175
9	55.26	40.42	57.64	40.63	0.0255	55.62	40.45	0.0151	54.43	40.40	0.0137
8	61.03	40.70	63.71	40.65	0.0161	61.70	40.67	0.0228	59.28	40.71	0.0281
7	66.11	40.79	70.80	41.01	0.0335	66.86	40.86	0.0286	64.67	40.69	0.0183
6	74.84	40.95	77.83	41.06	0.0226	75.32	40.95	0.0200	73.02	40.96	0.0285
5	83.37	41.37	90.05	41.39	0.0271	84.69	41.40	0.0457	80.17	41.22	0.0399
4	94.44	41.44	100.01	41.79	0.0346	95.05	41.48	0.0282	92.30	41.38	0.0284
3	111.76	42.11	119.49	42.08	0.0185	113.79	42.08	0.0627	106.14	42.03	0.0830
2	125.05	42.31	137.86	43.09	0.0354	126.93	42.44	0.0690	121.96	42.16	0.0415
1	157.13	43.68	173.39	43.16	0.0182	167.21	43.34	0.2213	151.65	43.46	0.1789
0	174.46	43.21	...	...	...	175.77	43.43	0.1374	172.56	43.18	0.0253
1	...	...	457.57	48.25	0.4113	300.58	47.40	0.0945	242.82	46.65	0.0166
2	...	...	667.30	47.86	0.4399	414.04	47.48	0.1131	319.32	47.07	0.0348
3	...	...	897.63	47.24	0.4560	538.10	47.02	0.1262	399.51	46.74	0.0463
4	...	...	1139.67	46.21	0.4691	672.10	46.03	0.1383	488.89	45.76	0.0584
5	...	...	1297.28	45.12	0.5116	754.52	45.05	0.1799	539.15	44.95	0.0979
6	...	...	1428.07	45.66	0.4846	835.02	45.69	0.1504	601.28	45.72	0.0661
7	...	...	1669.34	46.25	0.4818	973.79	46.25	0.1488	698.75	46.25	0.0658
8	...	...	1926.66	46.42	0.4853	1121.31	46.43	0.1521	802.05	46.43	0.0690
9	...	...	2192.40	46.39	0.4882	1273.84	46.39	0.1548	909.05	46.39	0.0717
10	...	...	2462.29	46.13	0.4900	1428.92	46.13	0.1568	1017.98	46.14	0.0736

Modèle # 4,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31331$  K,  $\log g = 5.84$ , âge = 21.73 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	51.47	40.45	54.27	40.43	0.0188	52.10	40.48	0.0237	50.30	40.34	0.0172
9	55.97	40.42	58.34	40.62	0.0250	56.33	40.44	0.0149	55.12	40.40	0.0139
8	61.78	40.70	64.53	40.64	0.0160	62.46	40.67	0.0233	59.98	40.70	0.0282
7	66.94	40.78	71.65	41.01	0.0334	67.67	40.85	0.0283	65.49	40.69	0.0182
6	75.80	40.95	78.82	41.05	0.0221	76.28	40.95	0.0202	73.92	40.96	0.0291
5	84.37	41.36	91.18	41.39	0.0272	85.69	41.39	0.0460	81.14	41.21	0.0396
4	95.67	41.44	101.22	41.77	0.0337	96.26	41.47	0.0281	93.49	41.38	0.0287
3	113.06	42.11	121.04	42.07	0.0184	115.15	42.07	0.0644	107.36	42.02	0.0833
2	126.60	42.30	139.43	43.07	0.0346	128.46	42.43	0.0685	123.52	42.15	0.0412
1	158.54	43.68	175.69	43.16	0.0182	168.83	43.37	0.2376	153.18	43.46	0.1776
0	176.73	43.20	...	...	...	177.72	43.38	0.1187	174.80	43.17	0.0245
1	...	...	455.31	48.25	0.4134	299.44	47.38	0.0960	242.40	46.61	0.0177
2	...	...	665.13	47.87	0.4420	411.33	47.48	0.1148	316.34	47.06	0.0363
3	...	...	900.44	47.25	0.4566	538.60	47.02	0.1264	398.84	46.74	0.0462
4	...	...	1147.70	46.22	0.4692	676.27	46.04	0.1381	491.51	45.78	0.0578
5	...	...	1309.42	45.12	0.5116	761.47	45.05	0.1799	544.02	44.95	0.0982
6	...	...	1440.90	45.65	0.4850	842.16	45.67	0.1507	606.13	45.70	0.0663
7	...	...	1685.18	46.24	0.4819	982.78	46.24	0.1489	704.99	46.24	0.0659
8	...	...	1945.80	46.42	0.4925	1132.27	46.42	0.1521	809.72	46.42	0.0691
9	...	...	2214.81	46.38	0.4881	1286.70	46.39	0.1549	918.07	46.39	0.0718
10	...	...	2487.70	46.12	0.4901	1443.53	46.13	0.1569	1028.25	46.14	0.0737

Modèle # 5,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31292$  K,  $\log g = 5.82$ , âge = 28.83 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	53.04	40.43	55.87	40.44	0.0198	53.66	40.46	0.0234	51.87	40.33	0.0175
9	57.74	40.42	60.15	40.60	0.0241	58.13	40.44	0.0160	56.80	40.41	0.0157
8	63.57	40.70	66.55	40.65	0.0174	64.29	40.68	0.0249	61.75	40.69	0.0283
7	69.10	40.77	73.74	41.00	0.0325	69.82	40.83	0.0282	67.60	40.69	0.0197
6	78.11	40.95	81.43	41.04	0.0223	78.68	40.95	0.0228	76.07	40.97	0.0319
5	86.88	41.33	93.89	41.39	0.0282	88.21	41.37	0.0463	83.72	41.19	0.0398
4	98.84	41.43	104.51	41.74	0.0313	99.53	41.47	0.0307	96.48	41.38	0.0331
3	116.00	42.10	125.05	42.08	0.0193	118.39	42.07	0.0711	110.41	41.98	0.0834
2	130.86	42.28	143.57	43.02	0.0319	132.81	42.40	0.0695	127.85	42.15	0.0450
1	161.44	43.67	182.08	43.16	0.0183	172.51	43.49	0.2786	156.85	43.43	0.1733
0	183.06	43.20	...	...	...	183.39	43.30	0.0802	181.09	43.17	0.0233
1	...	...	444.15	48.27	0.4218	292.46	47.30	0.1024	237.92	46.46	0.0226
2	...	...	655.27	47.88	0.4474	401.33	47.46	0.1193	305.57	46.98	0.0399
3	...	...	904.67	47.27	0.4575	538.73	47.05	0.1264	397.08	46.75	0.0450
4	...	...	1164.61	46.29	0.4685	685.17	46.12	0.1367	497.34	45.88	0.0554
5	...	...	1344.21	45.15	0.5058	781.86	45.07	0.1745	558.73	44.96	0.0934
6	...	...	1474.80	45.57	0.4868	860.95	45.58	0.1524	618.80	45.60	0.0677
7	...	...	1723.15	46.18	0.4823	1004.32	46.18	0.1492	719.96	46.18	0.0661
8	...	...	1991.01	46.38	0.4854	1158.08	46.38	0.1523	827.78	46.38	0.0693
9	...	...	2267.29	46.35	0.4882	1316.78	46.36	0.1550	939.19	46.36	0.0719
10	...	...	2547.15	46.11	0.4902	1477.69	46.11	0.1569	1052.27	46.13	0.0738

Modèle # 6,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31254$  K,  $\log g = 5.78$ , âge = 46.87 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	56.79	40.38	59.81	40.44	0.0217	57.37	40.42	0.0231	55.59	40.28	0.0166
9	62.02	40.41	64.44	40.55	0.0221	62.40	40.42	0.0164	60.89	40.41	0.0181
8	68.02	40.69	71.46	40.64	0.0184	68.76	40.68	0.0277	65.98	40.64	0.0285
7	74.19	40.73	78.82	40.96	0.0315	74.82	40.78	0.0268	72.58	40.66	0.0204
6	83.84	40.94	87.49	41.00	0.0207	84.44	40.94	0.0258	81.36	40.96	0.0361
5	92.97	41.27	100.53	41.38	0.0288	94.22	41.32	0.0477	89.68	41.12	0.0386
4	106.32	41.40	112.02	41.66	0.0270	107.00	41.42	0.0325	103.57	41.35	0.0380
3	123.63	42.06	134.41	42.05	0.0193	126.26	42.05	0.0831	117.70	41.91	0.0835
2	140.57	42.21	153.11	42.89	0.0279	142.37	42.30	0.0687	137.52	42.10	0.0465
1	169.95	43.59	196.48	43.13	0.0183	180.40	43.64	0.2968	165.63	43.36	0.1599
0	197.40	43.16	...	...	...	196.82	43.18	0.0397	195.06	43.13	0.0191
1	...	...	437.08	48.22	0.4374	286.26	47.04	0.1172	232.21	45.92	0.0348
2	...	...	667.19	47.86	0.4514	405.43	47.36	0.1222	306.07	46.77	0.0408
3	...	...	939.44	47.27	0.4582	558.13	47.03	0.1264	410.49	46.72	0.0444
4	...	...	1217.30	46.31	0.4684	715.57	46.15	0.1362	518.98	45.91	0.0545
5	...	...	1416.36	45.17	0.5024	824.10	45.08	0.1713	589.18	44.96	0.0906
6	...	...	1550.89	45.49	0.4887	904.63	45.49	0.1542	649.50	45.50	0.0694
7	...	...	1808.79	46.13	0.4838	1053.86	46.12	0.1496	755.07	46.12	0.0665
8	...	...	2090.57	46.35	0.4858	1215.73	46.35	0.1525	868.67	46.34	0.0695
9	...	...	2380.70	46.34	0.4883	1382.53	46.34	0.1551	985.85	46.34	0.0720
10	...	...	2673.46	46.12	0.4902	1551.02	46.12	0.1570	1104.39	46.13	0.0739

Modèle # 7,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31311$  K,  $\log g = 5.75$ , âge = 61.90 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	59.89	40.33	63.03	40.44	0.0223	60.43	40.38	0.0222	58.67	40.24	0.0157
9	65.56	40.39	67.98	40.50	0.0198	65.94	40.40	0.0165	64.25	40.40	0.0200
8	71.66	40.67	75.51	40.62	0.0185	72.43	40.67	0.0294	69.46	40.60	0.0280
7	78.37	40.69	82.98	40.92	0.0295	78.94	40.73	0.0254	76.70	40.63	0.0207
6	88.52	40.93	92.47	40.97	0.0187	89.19	40.92	0.0281	85.69	40.94	0.0392
5	97.90	41.22	105.99	41.36	0.0277	99.15	41.27	0.0485	94.58	41.06	0.0371
4	112.39	41.36	118.18	41.59	0.0231	113.11	41.38	0.0338	109.39	41.33	0.0415
3	129.58	42.02	142.08	42.01	0.0185	132.60	42.02	0.0928	123.66	41.83	0.0825
2	148.31	42.14	160.89	42.79	0.0244	150.12	42.22	0.0679	145.37	42.05	0.0467
1	176.24	43.49	208.24	43.10	0.0184	185.82	43.66	0.2804	172.44	43.27	0.1431
0	209.12	43.12	...	...	...	208.06	43.12	0.0262	206.19	43.09	0.0140
1	...	...	425.09	48.14	0.4529	277.24	46.66	0.1343	224.09	44.98	0.0512
2	...	...	671.44	47.84	0.4537	406.90	47.28	0.1238	306.59	46.59	0.0408
3	...	...	958.60	47.28	0.4583	569.27	47.02	0.1262	418.65	46.69	0.0440
4	...	...	1248.31	46.36	0.4680	733.89	46.19	0.1357	532.40	45.96	0.0538
5	...	...	1465.47	45.19	0.5001	853.19	45.09	0.1693	610.41	44.96	0.0893
6	...	...	1597.72	45.40	0.4913	931.69	45.40	0.1567	668.64	45.39	0.0716
7	...	...	1856.55	46.08	0.5053	1082.23	46.07	0.1497	775.64	46.06	0.0666
8	...	...	2140.17	46.34	0.4852	1246.14	46.33	0.1522	891.19	46.33	0.0693
9	...	...	2410.29	46.45	0.4856	1407.05	46.41	0.1541	1006.65	46.39	0.0716
10	...	...	2590.58	46.58	0.4842	1524.82	46.57	0.1536	1100.36	46.50	0.0723

Modèle # 8,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31455$  K,  $\log g = 5.73$ , âge = 73.01 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	62.26	40.29	65.44	40.43	0.0228	62.73	40.34	0.0215	61.01	40.21	0.0154
9	68.24	40.38	70.69	40.47	0.0185	68.60	40.38	0.0173	66.74	40.40	0.0220
8	74.40	40.65	78.54	40.62	0.0192	75.14	40.66	0.0310	72.08	40.56	0.0274
7	81.59	40.66	86.11	40.89	0.0281	82.08	40.69	0.0248	79.81	40.61	0.0215
6	92.05	40.92	96.28	40.94	0.0179	92.72	40.91	0.0309	88.88	40.93	0.0415
5	101.70	41.17	110.03	41.34	0.0272	102.82	41.22	0.0491	98.31	41.02	0.0361
4	117.05	41.34	122.89	41.54	0.0208	117.74	41.35	0.0360	113.72	41.31	0.0452
3	134.15	41.97	147.83	41.99	0.0182	137.16	41.99	0.1011	128.10	41.77	0.0808
2	154.36	42.10	166.75	42.70	0.0223	156.01	42.17	0.0683	151.32	42.02	0.0478
1	181.28	43.40	217.30	43.08	0.0184	189.24	43.63	0.2583	177.21	43.19	0.1264
0	218.17	43.10	...	...	...	216.79	43.09	0.0210	213.85	43.12	0.0106
1	...	...	419.82	48.06	0.4613	273.58	46.33	0.1455	221.76	43.88	0.0630
2	...	...	677.13	47.82	0.4542	410.45	47.21	0.1244	309.37	46.46	0.0412
3	...	...	971.80	47.29	0.4581	577.40	47.02	0.1261	424.83	46.67	0.0440
4	...	...	1266.22	46.42	0.4680	745.14	46.24	0.1352	540.97	46.00	0.0533
5	...	...	1495.51	45.24	0.5001	871.76	45.13	0.1660	624.52	44.97	0.0868
6	...	...	1621.89	45.32	0.4951	946.77	45.31	0.1593	679.84	45.30	0.0739
7	...	...	1841.73	46.10	0.4806	1081.64	46.07	0.1491	779.34	46.04	0.0667
8	...	...	2007.50	46.43	0.4815	1182.83	46.49	0.1506	856.87	46.52	0.0691
9	...	...	2235.86	46.37	0.4859	1302.61	46.39	0.1532	932.95	46.41	0.0705
10	...	...	2525.64	46.34	0.4886	1466.84	46.35	0.1555	1046.06	46.35	0.0724

Modèle # 9,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31679$  K,  $\log g = 5.72$ , âge = 81.14 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	63.65	40.26	66.84	40.42	0.0213	64.11	40.30	0.0198	62.44	40.18	0.0146
9	69.85	40.37	72.28	40.43	0.0156	70.24	40.36	0.0168	68.26	40.39	0.0230
8	75.94	40.63	80.38	40.60	0.0176	76.76	40.64	0.0312	73.63	40.52	0.0264
7	83.43	40.63	87.91	40.86	0.0245	83.95	40.66	0.0232	81.70	40.59	0.0213
6	94.04	40.91	98.54	40.91	0.0153	94.89	40.89	0.0320	90.78	40.91	0.0430
5	103.61	41.12	112.45	41.32	0.0243	104.95	41.18	0.0491	100.47	40.98	0.0343
4	119.55	41.31	125.57	41.49	0.0175	120.48	41.32	0.0360	116.33	41.29	0.0463
3	135.86	41.92	151.28	41.97	0.0163	139.76	41.97	0.1075	130.58	41.72	0.0790
2	157.28	42.05	169.99	42.64	0.0194	159.18	42.11	0.0667	154.67	41.98	0.0458
1	182.40	43.27	222.48	43.05	0.0184	189.58	43.57	0.2252	178.55	43.12	0.0951
0	223.32	43.07	...	...	...	221.59	43.05	0.0176	205.61	43.85	0.0752
1	...	...	396.45	47.93	0.4799	257.64	45.68	0.1722	221.16	43.07	0.0271
2	...	...	665.14	47.81	0.4561	402.87	47.15	0.1254	304.02	46.30	0.0413
3	...	...	963.29	47.32	0.4579	572.64	47.03	0.1259	421.70	46.66	0.0436
4	...	...	1257.32	46.51	0.4666	740.89	46.32	0.1347	538.62	46.06	0.0528
5	...	...	1484.99	45.45	0.4867	870.59	45.24	0.1605	625.99	45.02	0.0839
6	...	...	1580.37	45.25	0.4975	929.03	45.23	0.1642	670.66	45.20	0.0789
7	...	...	1690.22	45.65	0.4860	994.14	45.77	0.1522	720.89	45.91	0.0692
8	...	...	1923.38	46.08	0.4837	1121.09	46.08	0.1507	803.61	46.08	0.0677
9	...	...	2211.17	46.33	0.4860	1285.59	46.32	0.1529	918.35	46.31	0.0698
10	...	...	2512.25	46.36	0.4886	1458.52	46.36	0.1553	1039.72	46.36	0.0721

Modèle #10,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31969$  K,  $\log g = 5.71$ , âge = 87.19 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	64.21	40.24	67.31	40.41	0.0206	64.64	40.28	0.0193	63.00	40.17	0.0150
9	70.45	40.37	72.93	40.42	0.0147	70.86	40.36	0.0178	68.75	40.40	0.0244
8	76.48	40.61	81.04	40.60	0.0176	77.30	40.63	0.0316	74.21	40.50	0.0260
7	84.20	40.62	88.58	40.83	0.0227	84.71	40.64	0.0234	82.42	40.59	0.0226
6	94.70	40.91	99.47	40.90	0.0148	95.63	40.89	0.0344	91.38	40.90	0.0440
5	104.38	41.10	113.23	41.32	0.0230	105.72	41.16	0.0492	101.38	40.97	0.0344
4	120.52	41.31	126.74	41.47	0.0160	121.59	41.31	0.0388	117.23	41.28	0.0497
3	136.31	41.89	152.57	41.97	0.0158	140.41	41.95	0.1125	131.45	41.69	0.0772
2	158.61	42.03	171.30	42.60	0.0179	160.57	42.10	0.0694	156.06	41.98	0.0476
1	182.50	43.19	225.03	43.05	0.0184	188.22	43.50	0.1989	177.52	43.07	0.0649
0	225.86	43.06	...	...	...	223.83	43.04	0.0169	199.21	43.79	0.1062
1	...	...	383.61	47.83	0.4895	249.36	45.19	0.1887	223.37	43.05	0.0227
2	...	...	658.04	47.80	0.4568	398.56	47.10	0.1259	300.96	46.20	0.0417
3	...	...	955.35	47.34	0.4577	568.26	47.04	0.1258	418.70	46.65	0.0435
4	...	...	1239.91	46.62	0.4656	732.79	46.40	0.1344	533.82	46.13	0.0526
5	...	...	1416.33	46.14	0.4742	842.07	45.82	0.1469	613.93	45.40	0.0702
6	...	...	1534.37	45.21	0.4998	896.80	45.12	0.1687	645.68	45.05	0.0861
7	...	...	1658.95	45.37	0.4933	967.95	45.37	0.1585	695.28	45.38	0.0734
8	...	...	1910.56	46.03	0.4838	1112.85	46.02	0.1506	797.05	46.00	0.0674
9	...	...	2200.64	46.31	0.4860	1279.39	46.30	0.1528	913.85	46.29	0.0697
10	...	...	2498.89	46.36	0.4885	1450.92	46.36	0.1553	1034.40	46.36	0.0721

Modèle #11,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 32301$  K,  $\log g = 5.71$ , âge = 91.79 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	63.99	40.23	67.02	40.40	0.0202	64.39	40.26	0.0188	62.79	40.16	0.0149
9	70.22	40.37	72.69	40.40	0.0141	70.62	40.36	0.0182	68.47	40.40	0.0252
8	76.15	40.60	80.76	40.60	0.0176	76.93	40.62	0.0320	73.90	40.48	0.0253
7	83.93	40.61	88.19	40.82	0.0218	84.41	40.63	0.0231	82.14	40.58	0.0229
6	94.31	40.91	99.16	40.89	0.0143	95.25	40.89	0.0358	90.94	40.89	0.0446
5	103.93	41.08	112.73	41.31	0.0224	105.20	41.14	0.0491	100.99	40.95	0.0336
4	120.09	41.30	126.24	41.45	0.0152	121.15	41.30	0.0396	116.76	41.28	0.0509
3	135.49	41.87	152.02	41.96	0.0154	139.52	41.94	0.1158	130.75	41.67	0.0758
2	157.98	42.02	170.45	42.57	0.0173	159.81	42.08	0.0691	155.42	41.97	0.0469
1	181.21	43.16	224.42	43.04	0.0185	185.81	43.45	0.1828	175.17	43.04	0.0481
0	225.24	43.06	...	...	...	223.00	43.03	0.0179	194.83	43.69	0.1220
1	...	...	373.01	47.78	0.4939	243.04	44.88	0.1955	222.60	43.03	0.0211
2	...	...	645.36	47.81	0.4568	391.23	47.08	0.1262	295.73	46.14	0.0420
3	...	...	936.60	47.36	0.4575	557.60	47.05	0.1257	411.20	46.65	0.0435
4	...	...	1203.01	46.78	0.4656	713.68	46.53	0.1349	521.42	46.23	0.0531
5	...	...	1347.92	46.39	0.4739	800.36	46.19	0.1450	584.94	45.89	0.0656
6	...	...	1508.94	45.23	0.4989	879.86	45.12	0.1685	630.81	44.97	0.0887
7	...	...	1632.91	45.31	0.4958	951.67	45.29	0.1611	682.48	45.28	0.0757
8	...	...	1880.64	46.01	0.4838	1095.37	45.99	0.1506	784.50	45.98	0.0674
9	...	...	2165.85	46.30	0.4859	1259.27	46.29	0.1527	899.58	46.28	0.0696
10	...	...	2455.62	46.38	0.4884	1426.26	46.37	0.1553	1017.11	46.37	0.0721

Modèle #12,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 32632$  K,  $\log g = 5.72$ , âge = 95.14 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	63.30	40.23	66.26	40.40	0.0205	63.66	40.26	0.0191	62.09	40.17	0.0153
9	69.44	40.37	71.91	40.40	0.0144	69.82	40.36	0.0191	67.65	40.40	0.0257
8	75.31	40.59	79.83	40.60	0.0182	76.01	40.62	0.0324	73.07	40.48	0.0253
7	83.04	40.61	87.20	40.81	0.0220	83.47	40.63	0.0237	81.21	40.58	0.0237
6	93.26	40.91	98.08	40.89	0.0147	94.11	40.89	0.0372	89.85	40.89	0.0447
5	102.85	41.07	111.39	41.31	0.0228	103.97	41.13	0.0493	99.88	40.95	0.0340
4	118.82	41.30	124.88	41.45	0.0154	119.78	41.30	0.0413	115.38	41.28	0.0523
3	134.09	41.87	150.28	41.97	0.0158	137.72	41.94	0.1173	129.22	41.66	0.0752
2	156.39	42.03	168.56	42.57	0.0174	158.05	42.08	0.0706	153.71	41.97	0.0481
1	179.30	43.16	222.18	43.04	0.0185	183.16	43.43	0.1776	172.98	43.03	0.0461
0	223.00	43.06	...	...	...	220.73	43.04	0.0183	192.22	43.69	0.1219
1	...	...	366.55	47.76	0.4932	239.41	44.81	0.1944	220.37	43.04	0.0209
2	...	...	633.17	47.82	0.4563	384.26	47.07	0.1263	290.65	46.11	0.0423
3	...	...	917.53	47.38	0.4574	546.55	47.07	0.1257	403.28	46.65	0.0436
4	...	...	1173.18	46.86	0.4658	696.78	46.60	0.1351	509.63	46.29	0.0534
5	...	...	1317.74	46.42	0.4738	781.32	46.24	0.1445	570.47	45.97	0.0646
6	...	...	1486.31	45.26	0.4968	866.79	45.14	0.1664	621.49	44.99	0.0869
7	...	...	1607.84	45.29	0.4967	936.87	45.27	0.1620	671.68	45.25	0.0767
8	...	...	1846.49	45.99	0.4842	1075.53	45.97	0.1508	770.34	45.96	0.0675
9	...	...	2122.35	46.29	0.4860	1234.09	46.28	0.1528	881.66	46.27	0.0697
10	...	...	2399.92	46.39	0.4886	1394.07	46.38	0.1554	994.27	46.38	0.0723



Modèle #13,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 33015$  K,  $\log g = 5.73$ , âge = 97.94 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	62.15	40.23	65.07	40.40	0.0210	62.49	40.26	0.0192	60.95	40.17	0.0152
9	68.20	40.37	70.61	40.40	0.0146	68.54	40.36	0.0193	66.41	40.40	0.0258
8	73.96	40.59	78.40	40.60	0.0185	74.60	40.61	0.0329	71.72	40.47	0.0251
7	81.56	40.61	85.61	40.81	0.0224	81.93	40.62	0.0237	79.73	40.58	0.0236
6	91.63	40.90	96.29	40.89	0.0149	92.36	40.89	0.0376	88.18	40.88	0.0447
5	101.03	41.07	109.34	41.31	0.0233	102.00	41.12	0.0494	98.03	40.94	0.0336
4	116.73	41.30	122.53	41.45	0.0156	117.53	41.30	0.0413	113.23	41.28	0.0521
3	131.85	41.88	147.50	41.97	0.0160	135.06	41.93	0.1182	126.77	41.66	0.0749
2	153.60	42.03	165.39	42.57	0.0177	155.01	42.08	0.0699	150.83	41.97	0.0475
1	176.36	43.18	218.07	43.04	0.0185	179.70	43.43	0.1768	170.12	43.03	0.0497
0	218.88	43.06	...	...	...	216.69	43.04	0.0178	189.63	43.72	0.1156
1	...	...	360.88	47.77	0.4903	236.02	44.88	0.1905	216.28	43.04	0.0210
2	...	...	620.80	47.83	0.4555	377.19	47.07	0.1259	285.40	46.12	0.0422
3	...	...	896.47	47.41	0.4571	534.57	47.08	0.1257	394.76	46.66	0.0436
4	...	...	1128.10	47.02	0.4677	672.14	46.75	0.1365	493.02	46.42	0.0551
5	...	...	1272.82	46.42	0.4735	751.99	46.26	0.1435	547.52	46.02	0.0632
6	...	...	1457.08	45.24	0.4980	849.19	45.13	0.1674	608.41	44.97	0.0879
7	...	...	1576.97	45.30	0.4967	918.78	45.28	0.1619	658.60	45.25	0.0766
8	...	...	1814.23	46.00	0.4839	1056.73	45.99	0.1507	756.86	45.97	0.0674
9	...	...	2085.00	46.30	0.4859	1212.52	46.29	0.1528	866.34	46.28	0.0697
10	...	...	2347.75	46.44	0.4886	1365.05	46.42	0.1556	974.27	46.41	0.0725

Modèle #14,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 33417$  K,  $\log g = 5.74$ , âge = 100.12 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	60.71	40.23	63.56	40.40	0.0209	61.03	40.25	0.0192	59.54	40.17	0.0151
9	66.62	40.36	68.97	40.40	0.0145	66.95	40.36	0.0193	64.86	40.40	0.0259
8	72.24	40.59	76.58	40.60	0.0184	72.85	40.61	0.0330	70.04	40.47	0.0250
7	79.66	40.60	83.61	40.81	0.0223	80.01	40.62	0.0236	77.87	40.57	0.0234
6	89.50	40.90	94.04	40.89	0.0148	90.19	40.89	0.0377	86.10	40.88	0.0447
5	98.66	41.07	106.77	41.31	0.0233	99.56	41.12	0.0493	95.71	40.94	0.0332
4	114.00	41.30	119.60	41.45	0.0155	114.73	41.30	0.0410	110.57	41.28	0.0518
3	128.78	41.88	144.05	41.97	0.0159	131.84	41.94	0.1188	123.73	41.66	0.0748
2	149.96	42.04	161.49	42.58	0.0177	151.26	42.08	0.0691	147.23	41.98	0.0466
1	172.35	43.20	212.91	43.05	0.0185	175.32	43.43	0.1737	165.93	43.04	0.0471
0	213.70	43.07	...	...	...	211.53	43.04	0.0181	184.69	43.71	0.1183
1	...	...	350.75	47.77	0.4910	229.62	44.83	0.1916	211.15	43.04	0.0208
2	...	...	604.93	47.84	0.4552	367.74	47.08	0.1256	278.37	46.13	0.0419
3	...	...	872.32	47.42	0.4571	520.37	47.10	0.1257	384.42	46.68	0.0437
4	...	...	1092.71	47.08	0.4691	651.07	46.80	0.1370	477.67	46.48	0.0558
5	...	...	1240.40	46.43	0.4743	732.10	46.26	0.1431	532.44	46.02	0.0626
6	...	...	1423.04	45.24	0.4986	829.29	45.13	0.1681	594.06	44.97	0.0887
7	...	...	1539.03	45.31	0.4967	896.75	45.29	0.1618	642.87	45.26	0.0765
8	...	...	1769.91	46.02	0.4839	1031.02	46.00	0.1506	738.52	45.98	0.0674
9	...	...	2029.17	46.32	0.4860	1180.28	46.31	0.1529	843.44	46.30	0.0698
10	...	...	2267.27	46.50	0.4891	1318.98	46.48	0.1562	941.83	46.47	0.0732

Modèle #15,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 33780$  K,  $\log g = 5.76$ , âge = 101.71 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	59.26	40.23	62.03	40.40	0.0200	59.59	40.26	0.0189	58.12	40.17	0.0152
9	65.01	40.37	67.32	40.40	0.0139	65.36	40.36	0.0191	63.32	40.40	0.0259
8	70.48	40.59	74.74	40.60	0.0177	71.12	40.61	0.0327	68.37	40.47	0.0250
7	77.72	40.60	81.60	40.81	0.0213	78.10	40.62	0.0235	76.00	40.58	0.0235
6	87.26	40.91	91.78	40.89	0.0142	88.03	40.89	0.0376	84.04	40.88	0.0446
5	96.18	41.07	104.20	41.31	0.0223	97.18	41.12	0.0492	93.42	40.94	0.0332
4	111.11	41.30	116.72	41.46	0.0150	111.96	41.30	0.0410	107.90	41.28	0.0518
3	125.32	41.88	140.59	41.98	0.0153	128.67	41.95	0.1193	120.74	41.67	0.0749
2	146.14	42.04	157.67	42.59	0.0172	147.57	42.09	0.0697	143.60	41.99	0.0462
1	167.80	43.18	207.82	43.06	0.0185	170.51	43.43	0.1638	160.47	43.06	0.0322
0	208.58	43.07	...	...	...	206.22	43.05	0.0214	177.59	43.60	0.1370
1	...	...	336.39	47.73	0.4981	220.28	44.54	0.2002	206.07	43.05	0.0202
2	...	...	588.90	47.84	0.4554	357.74	47.08	0.1255	270.90	46.12	0.0415
3	...	...	850.86	47.43	0.4570	507.54	47.10	0.1255	374.95	46.68	0.0435
4	...	...	1059.99	47.15	0.4671	632.56	46.87	0.1374	464.70	46.55	0.0563
5	...	...	1198.55	46.48	0.4726	707.24	46.31	0.1422	514.47	46.08	0.0617
6	...	...	1386.32	45.27	0.4972	807.97	45.15	0.1668	578.87	44.98	0.0876
7	...	...	1499.00	45.29	0.4977	873.23	45.27	0.1627	625.88	45.24	0.0772
8	...	...	1724.30	46.01	0.4842	1004.41	46.00	0.1505	719.46	45.98	0.0673
9	...	...	1978.60	46.31	0.4860	1150.80	46.30	0.1528	822.35	46.29	0.0697
10	...	...	2213.75	46.50	0.4890	1287.97	46.48	0.1560	919.74	46.46	0.0730

Modèle #16,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34223$  K,  $\log g = 5.78$ , âge = 103.17 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	57.49	40.23	60.17	40.40	0.0199	57.81	40.26	0.0190	56.38	40.17	0.0153
9	63.06	40.37	65.30	40.40	0.0139	63.40	40.36	0.0192	61.41	40.40	0.0259
8	68.36	40.59	72.49	40.60	0.0176	68.99	40.61	0.0327	66.32	40.47	0.0250
7	75.37	40.61	79.15	40.81	0.0212	75.76	40.62	0.0236	73.71	40.58	0.0235
6	84.62	40.91	89.01	40.89	0.0142	85.37	40.89	0.0377	81.50	40.89	0.0445
5	93.26	41.07	101.05	41.32	0.0222	94.25	41.13	0.0493	90.60	40.95	0.0333
4	107.72	41.31	113.18	41.47	0.0150	108.56	41.31	0.0411	104.62	41.29	0.0517
3	121.53	41.89	136.34	41.99	0.0152	124.80	41.96	0.1194	117.09	41.68	0.0751
2	141.71	42.05	153.02	42.61	0.0172	143.11	42.11	0.0702	139.25	42.00	0.0462
1	162.87	43.20	201.58	43.07	0.0185	165.40	43.45	0.1619	155.43	43.08	0.0297
0	202.32	43.08	...	...	...	199.98	43.07	0.0223	171.97	43.58	0.1407
1	...	...	325.47	47.74	0.4995	213.18	44.50	0.2020	199.90	43.06	0.0203
2	...	...	572.49	47.85	0.4551	347.77	47.09	0.1251	263.39	46.14	0.0411
3	...	...	826.34	47.45	0.4569	493.06	47.12	0.1255	364.33	46.70	0.0434
4	...	...	1021.33	47.22	0.4674	609.99	46.95	0.1381	448.51	46.63	0.0573
5	...	...	1159.63	46.49	0.4723	683.60	46.33	0.1415	496.86	46.10	0.0607
6	...	...	1347.22	45.27	0.4970	785.07	45.15	0.1665	562.39	44.99	0.0872
7	...	...	1456.89	45.30	0.4972	848.66	45.28	0.1624	608.24	45.26	0.0769
8	...	...	1677.16	46.03	0.4890	976.89	46.01	0.1505	699.73	45.99	0.0672
9	...	...	1924.34	46.32	0.4860	1119.22	46.31	0.1528	799.75	46.30	0.0697
10	...	...	2149.56	46.52	0.4891	1250.87	46.49	0.1562	893.38	46.48	0.0732

Modèle #17,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34617$  K,  $\log g = 5.79$ , âge = 104.28 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	55.86	40.24	58.47	40.41	0.0203	56.17	40.27	0.0194	54.76	40.18	0.0156
9	61.26	40.37	63.44	40.41	0.0144	61.57	40.37	0.0195	59.65	40.40	0.0258
8	66.45	40.59	70.41	40.60	0.0180	67.02	40.62	0.0329	64.44	40.48	0.0253
7	73.23	40.61	76.92	40.82	0.0219	73.59	40.63	0.0241	71.59	40.58	0.0238
6	82.23	40.91	86.46	40.90	0.0148	82.90	40.90	0.0379	79.17	40.89	0.0444
5	90.67	41.08	98.14	41.32	0.0229	91.55	41.13	0.0494	88.01	40.95	0.0337
4	104.68	41.32	109.95	41.48	0.0155	105.41	41.32	0.0414	101.59	41.30	0.0518
3	118.32	41.91	132.42	42.00	0.0156	121.26	41.97	0.1189	113.78	41.69	0.0756
2	137.78	42.07	148.78	42.64	0.0178	139.06	42.12	0.0711	135.30	42.02	0.0470
1	158.78	43.24	195.83	43.08	0.0185	161.31	43.48	0.1681	152.03	43.10	0.0375
0	196.56	43.10	...	...	...	194.44	43.08	0.0198	168.46	43.66	0.1321
1	...	...	319.51	47.77	0.4963	209.20	44.69	0.1990	194.28	43.07	0.0209
2	...	...	559.57	47.86	0.4543	340.09	47.11	0.1246	257.56	46.17	0.0407
3	...	...	805.65	47.46	0.4568	480.88	47.13	0.1255	355.42	46.71	0.0435
4	...	...	992.40	47.24	0.4681	592.41	46.97	0.1384	435.44	46.66	0.0576
5	...	...	1133.96	46.47	0.4725	668.03	46.31	0.1415	485.14	46.08	0.0605
6	...	...	1315.12	45.27	0.4986	766.26	45.15	0.1668	548.76	44.99	0.0873
7	...	...	1423.30	45.33	0.4963	829.20	45.32	0.1611	594.37	45.29	0.0758
8	...	...	1639.83	46.04	0.4838	955.17	46.03	0.1504	684.14	46.01	0.0672
9	...	...	1880.06	46.32	0.4859	1093.54	46.31	0.1528	781.44	46.30	0.0697
10	...	...	2093.00	46.55	0.4891	1218.79	46.52	0.1563	870.94	46.49	0.0733

Modèle #18,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 36480$  K,  $\log g = 5.87$ , âge = 106.49 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	48.75	40.27	51.09	40.42	0.0209	49.01	40.30	0.0202	47.76	40.20	0.0155
9	53.46	40.38	55.34	40.43	0.0153	53.70	40.37	0.0190	52.08	40.41	0.0250
8	58.06	40.62	61.43	40.61	0.0179	58.52	40.63	0.0332	56.22	40.50	0.0260
7	63.84	40.63	67.16	40.85	0.0235	64.12	40.65	0.0246	62.39	40.59	0.0229
6	71.80	40.92	75.31	40.92	0.0154	72.28	40.91	0.0364	69.11	40.91	0.0436
5	79.13	41.13	85.67	41.35	0.0242	79.81	41.17	0.0501	76.65	40.98	0.0336
4	91.25	41.35	95.73	41.54	0.0172	91.72	41.36	0.0393	88.55	41.32	0.0486
3	103.83	42.00	115.43	42.05	0.0160	106.04	42.03	0.1162	99.32	41.77	0.0784
2	120.16	42.14	130.18	42.75	0.0195	121.16	42.19	0.0710	117.86	42.07	0.0460
1	140.22	43.39	170.31	43.12	0.0185	142.68	43.59	0.1840	134.89	43.23	0.0594
0	170.96	43.14	...	...	...	169.38	43.12	0.0172	150.53	43.83	0.1113
1	...	...	285.47	47.88	0.4894	187.17	45.15	0.1910	169.15	43.12	0.0234
2	...	...	497.71	47.91	0.4516	303.15	47.20	0.1222	229.80	46.33	0.0385
3	...	...	709.80	47.53	0.4555	424.96	47.20	0.1249	314.73	46.79	0.0433
4	...	...	857.59	47.36	0.4704	514.09	47.10	0.1375	379.31	46.79	0.0575
5	...	...	1003.81	46.46	0.4735	591.24	46.30	0.1399	429.47	46.06	0.0588
6	...	...	1165.21	45.25	0.5001	678.58	45.14	0.1697	485.62	44.99	0.0900
7	...	...	1261.16	45.43	0.4930	735.39	45.42	0.1582	527.65	45.42	0.0730
8	...	...	1456.00	46.13	0.4830	849.10	46.12	0.1500	608.71	46.10	0.0669
9	...	...	1640.40	46.52	0.4847	959.84	46.46	0.1528	688.72	46.42	0.0701
10	...	...	1757.37	46.59	0.4858	1029.93	46.64	0.1545	741.24	46.67	0.0726

Modèle #19,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 39864$  K,  $\log g = 5.97$ , âge = 107.23 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	41.12	40.26	43.07	40.42	0.0184	41.34	40.28	0.0195	40.31	40.20	0.0154
9	45.07	40.38	46.67	40.42	0.0131	45.30	40.37	0.0193	43.90	40.41	0.0258
8	48.87	40.61	51.80	40.61	0.0158	49.30	40.63	0.0337	47.38	40.49	0.0255
7	53.77	40.62	56.58	40.84	0.0202	54.03	40.64	0.0246	52.59	40.59	0.0231
6	60.35	40.93	63.45	40.92	0.0133	60.86	40.91	0.0379	58.17	40.91	0.0439
5	66.39	41.12	72.15	41.38	0.0211	67.08	41.18	0.0511	64.50	40.98	0.0327
4	76.61	41.38	80.56	41.57	0.0151	77.13	41.39	0.0400	74.52	41.35	0.0485
3	86.82	42.02	97.30	42.10	0.0143	89.07	42.08	0.1221	83.50	41.81	0.0783
2	100.91	42.18	109.97	42.82	0.0175	101.82	42.24	0.0726	99.10	42.13	0.0437
1	117.47	43.38	143.48	43.15	0.0185	117.76	43.57	0.1304	109.46	43.28	0.0130
0	144.01	43.17	...	...	...	141.80	43.19	0.0433	121.81	43.55	0.1603
1	...	...	221.95	47.72	0.5061	148.43	44.07	0.2016	142.43	43.15	0.0210
2	...	...	398.37	48.03	0.4458	245.58	47.23	0.1205	187.68	46.28	0.0377
3	...	...	508.69	48.23	0.4431	322.78	47.68	0.1238	247.34	47.07	0.0462
4	...	...	614.25	47.53	0.4578	371.33	47.28	0.1286	278.22	46.98	0.0507
5	...	...	768.43	47.11	0.4661	463.13	46.71	0.1347	340.12	46.38	0.0530
6	...	...	840.74	46.80	0.4726	513.13	46.64	0.1437	387.69	46.00	0.0648
7	...	...	969.31	45.44	0.4919	566.82	45.29	0.1630	408.59	45.13	0.0850
8	...	...	1039.69	45.32	0.5012	606.75	45.31	0.1649	436.02	45.33	0.0778
9	...	...	1161.76	46.37	0.5007	689.83	46.18	0.1506	498.13	46.12	0.0672
10	...	...	1227.55	46.38	0.4842	732.95	46.70	0.1527	542.33	46.83	0.0713

Modèle #20,  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 41474$  K,  $\log g = 6.01$ , âge = 107.37 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	38.42	40.25	40.23	40.41	0.0172	38.62	40.27	0.0190	37.68	40.19	0.0153
9	42.12	40.38	43.62	40.41	0.0119	42.33	40.37	0.0197	41.00	40.41	0.0264
8	45.60	40.60	48.40	40.60	0.0148	46.01	40.62	0.0341	44.25	40.47	0.0249
7	50.22	40.62	52.82	40.83	0.0185	50.47	40.64	0.0244	49.14	40.59	0.0232
6	56.30	40.93	59.27	40.92	0.0122	56.81	40.91	0.0393	54.28	40.91	0.0442
5	61.88	41.11	67.37	41.39	0.0196	62.54	41.17	0.0515	60.21	40.98	0.0318
4	71.47	41.39	75.19	41.58	0.0140	71.99	41.39	0.0405	69.57	41.36	0.0488
3	80.77	42.03	90.92	42.12	0.0135	82.95	42.10	0.1260	77.86	41.81	0.0773
2	94.16	42.19	102.72	42.83	0.0165	94.91	42.25	0.0717	92.40	42.16	0.0407
1	109.34	43.36	134.05	43.16	0.0185	108.28	43.51	0.0991	99.57	43.15	0.0080
0	134.53	43.18	...	...	...	131.00	43.35	0.1211	112.60	43.47	0.1649
1	...	...	197.49	47.59	0.5103	135.95	43.53	0.1385	133.02	43.16	0.0199
2	...	...	327.19	48.60	0.4297	219.41	47.29	0.1174	170.87	46.21	0.0380
3	...	...	385.25	48.10	0.4548	251.34	47.78	0.1246	204.67	47.35	0.0484
4	...	...	499.86	48.19	0.4639	316.65	47.49	0.1318	241.21	46.92	0.0466
5	...	...	567.12	47.63	0.4635	349.59	47.49	0.1391	270.29	47.36	0.0627
6	...	...	675.91	47.67	0.4749	420.72	46.95	0.1408	312.33	46.49	0.0551
7	...	...	743.45	46.88	0.4713	450.13	46.85	0.1474	343.55	46.68	0.0699
8	...	...	859.58	46.41	0.4802	517.99	45.55	0.1548	374.57	45.25	0.0786
9	...	...	903.54	45.57	0.4903	546.34	45.44	0.1669	398.57	45.19	0.0858
10	...	...	962.51	45.29	0.5035	565.57	45.47	0.1637	422.34	46.37	0.0750

Modèle # 1,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29299$  K,  $\log g = 5.81$ , âge = 1.01 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	53.69	40.31	56.47	40.43	0.0255	54.21	40.35	0.0215	52.80	40.25	0.0150
9	58.67	40.42	61.00	40.54	0.0254	59.06	40.43	0.0169	57.64	40.41	0.0188
8	64.42	40.64	67.22	40.64	0.0191	65.08	40.63	0.0241	62.67	40.62	0.0299
7	70.22	40.80	75.00	40.89	0.0288	71.13	40.85	0.0345	68.45	40.71	0.0248
6	78.35	40.91	82.57	41.15	0.0363	78.85	40.94	0.0241	76.70	40.88	0.0244
5	89.43	41.22	93.16	41.27	0.0199	90.13	41.21	0.0294	86.36	41.21	0.0512
4	99.96	41.62	108.95	41.69	0.0253	101.95	41.66	0.0673	95.95	41.43	0.0546
3	114.41	41.78	122.26	42.24	0.0340	115.32	41.84	0.0438	111.71	41.70	0.0385
2	138.78	42.50	144.61	42.46	0.0121	141.40	42.39	0.0552	133.14	42.44	0.1397
1	149.51	42.88	198.61	43.38	0.0166	159.57	43.70	0.3530	146.82	42.69	0.0844
0	199.53	43.40	...	...	...	197.40	43.37	0.0160	194.86	43.33	0.0077
1	...	...	465.01	47.98	0.4072	299.12	46.97	0.0907	237.61	45.87	0.0157
2	...	...	698.26	47.44	0.4332	430.50	46.96	0.1094	327.81	46.40	0.0336
3	...	...	926.68	46.30	0.4655	555.50	45.90	0.1469	408.73	45.44	0.0836
4	...	...	1036.61	45.66	0.5154	610.21	45.57	0.1780	444.27	45.49	0.0849
5	...	...	1214.71	46.46	0.4709	722.42	46.46	0.1396	529.36	46.43	0.0579
6	...	...	1458.06	46.69	0.4747	861.61	46.66	0.1436	626.55	46.62	0.0620
7	...	...	1705.70	46.47	0.4797	1002.94	46.42	0.1480	725.13	46.38	0.0659
8	...	...	1945.40	45.79	0.4818	1139.36	45.74	0.1493	820.10	45.68	0.0666
9	...	...	2112.14	45.07	0.4764	1232.27	45.05	0.1434	883.76	45.04	0.0604
10	...	...	2266.27	45.43	0.4849	1323.09	45.45	0.1525	948.89	45.45	0.0699

Modèle # 2,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29315$  K,  $\log g = 5.81$ , âge = 1.11 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	53.74	40.30	56.52	40.43	0.0254	54.26	40.35	0.0214	52.84	40.25	0.0149
9	58.73	40.41	61.05	40.54	0.0252	59.12	40.43	0.0169	57.69	40.41	0.0189
8	64.48	40.64	67.28	40.64	0.0190	65.14	40.63	0.0242	62.73	40.62	0.0299
7	70.28	40.80	75.07	40.89	0.0287	71.19	40.85	0.0345	68.51	40.70	0.0247
6	78.42	40.91	82.64	41.15	0.0361	78.92	40.94	0.0240	76.77	40.88	0.0244
5	89.52	41.22	93.25	41.27	0.0197	90.22	41.21	0.0295	86.43	41.21	0.0514
4	100.03	41.61	109.05	41.69	0.0252	102.03	41.66	0.0675	96.03	41.43	0.0544
3	114.50	41.78	122.35	42.24	0.0338	115.41	41.84	0.0436	111.80	41.70	0.0384
2	138.86	42.50	144.74	42.46	0.0120	141.52	42.39	0.0556	133.23	42.44	0.1399
1	149.57	42.87	198.81	43.38	0.0166	159.56	43.69	0.3519	146.91	42.69	0.0836
0	199.73	43.40	...	...	...	197.58	43.37	0.0159	195.03	43.33	0.0077
1	...	...	463.70	47.98	0.4071	298.51	46.96	0.0907	237.27	45.86	0.0157
2	...	...	695.70	47.45	0.4332	429.14	46.97	0.1093	326.96	46.41	0.0335
3	...	...	923.72	46.32	0.4648	554.07	45.92	0.1457	408.04	45.46	0.0822
4	...	...	1035.30	45.65	0.5163	609.24	45.56	0.1793	443.36	45.47	0.0866
5	...	...	1210.20	46.45	0.4712	719.72	46.45	0.1397	527.44	46.42	0.0579
6	...	...	1452.44	46.70	0.4748	858.28	46.66	0.1436	624.18	46.62	0.0620
7	...	...	1699.08	46.48	0.4798	998.99	46.44	0.1480	722.30	46.39	0.0659
8	...	...	1938.53	45.82	0.4820	1135.24	45.77	0.1495	817.13	45.72	0.0668
9	...	...	2108.60	45.08	0.4765	1230.11	45.06	0.1435	882.15	45.04	0.0605
10	...	...	2259.31	45.41	0.4847	1318.67	45.42	0.1523	945.52	45.43	0.0697

Modèle # 3,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29309$  K,  $\log g = 5.80$ , âge = 2.22 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	54.04	40.30	56.81	40.43	0.0255	54.55	40.35	0.0213	53.13	40.25	0.0150
9	59.05	40.41	61.38	40.54	0.0251	59.44	40.43	0.0170	58.00	40.41	0.0191
8	64.82	40.64	67.66	40.64	0.0191	65.49	40.63	0.0245	63.05	40.62	0.0300
7	70.67	40.80	75.47	40.89	0.0290	71.56	40.85	0.0344	68.88	40.70	0.0247
6	78.87	40.91	83.07	41.14	0.0357	79.36	40.94	0.0241	77.19	40.87	0.0247
5	90.00	41.22	93.78	41.27	0.0197	90.71	41.21	0.0300	86.87	41.21	0.0519
4	100.55	41.61	109.63	41.69	0.0254	102.53	41.66	0.0678	96.54	41.42	0.0542
3	115.17	41.78	122.96	42.23	0.0334	116.06	41.83	0.0437	112.44	41.70	0.0389
2	139.53	42.50	145.60	42.46	0.0120	142.31	42.38	0.0576	133.84	42.44	0.1414
1	150.30	42.86	199.98	43.38	0.0166	160.08	43.67	0.3491	147.68	42.68	0.0815
0	200.90	43.40	...	...	...	198.74	43.36	0.0158	196.16	43.32	0.0075
1	...	...	463.70	47.98	0.4070	298.79	46.95	0.0909	237.62	45.84	0.0160
2	...	...	694.88	47.46	0.4328	429.22	46.97	0.1091	327.33	46.41	0.0334
3	...	...	922.07	46.37	0.4629	554.16	45.96	0.1435	408.81	45.47	0.0800
4	...	...	1037.16	45.65	0.5165	610.43	45.54	0.1803	444.23	45.45	0.0880
5	...	...	1205.11	46.42	0.4713	717.68	46.43	0.1397	526.73	46.41	0.0579
6	...	...	1443.51	46.70	0.4746	854.07	46.67	0.1434	622.09	46.62	0.0618
7	...	...	1686.75	46.51	0.4797	992.54	46.47	0.1479	718.55	46.43	0.0658
8	...	...	1924.96	45.91	0.4824	1127.74	45.86	0.1499	812.41	45.81	0.0672
9	...	...	2105.05	45.11	0.4771	1228.15	45.09	0.1440	881.00	45.07	0.0609
10	...	...	2246.51	45.34	0.4841	1310.66	45.35	0.1516	939.75	45.36	0.0689

Modèle # 4,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29196$  K,  $\log g = 5.76$ , âge = 14.18 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	57.76	40.26	60.59	40.41	0.0258	58.21	40.30	0.0197	56.80	40.21	0.0148
9	63.18	40.39	65.55	40.49	0.0223	63.57	40.40	0.0171	61.93	40.39	0.0213
8	69.17	40.62	72.39	40.61	0.0184	69.89	40.61	0.0270	67.17	40.58	0.0302
7	75.43	40.75	80.55	40.88	0.0298	76.24	40.80	0.0333	73.60	40.66	0.0234
6	84.44	40.88	88.54	41.08	0.0313	84.88	40.90	0.0233	82.56	40.85	0.0269
5	96.14	41.20	100.41	41.23	0.0177	96.97	41.18	0.0342	92.48	41.19	0.0564
4	106.94	41.54	117.10	41.66	0.0255	108.95	41.60	0.0710	102.96	41.35	0.0502
3	123.22	41.72	130.71	42.13	0.0283	124.04	41.76	0.0421	120.34	41.65	0.0405
2	147.46	42.54	156.01	42.40	0.0112	151.99	42.35	0.0823	141.67	42.42	0.1507
1	159.32	42.64	214.56	43.34	0.0165	166.77	43.37	0.3082	157.17	42.55	0.0591
0	215.57	43.36	...	...	...	213.04	43.32	0.0142	210.01	43.29	0.0053
1	...	...	453.01	48.01	0.4077	297.27	46.77	0.0925	239.80	45.42	0.0182
2	...	...	658.67	47.68	0.4369	411.29	47.11	0.1113	318.66	46.46	0.0345
3	...	...	874.89	46.91	0.4583	526.99	46.54	0.1303	393.46	46.06	0.0535
4	...	...	1051.95	45.70	0.5133	617.16	45.50	0.1869	446.16	45.22	0.1112
5	...	...	1160.60	46.01	0.4889	683.20	45.97	0.1532	496.56	45.91	0.0675
6	...	...	1395.30	46.62	0.4782	817.95	46.58	0.1456	590.68	46.52	0.0630
7	...	...	1651.49	46.62	0.4821	964.11	46.59	0.1493	692.43	46.56	0.0665
8	...	...	1910.47	46.22	0.4850	1112.41	46.21	0.1520	796.18	46.20	0.0691
9	...	...	2144.65	45.38	0.4821	1247.44	45.38	0.1491	891.63	45.39	0.0663
10	...	...	2285.98	45.11	0.4803	1329.16	45.09	0.1468	949.74	45.06	0.0632

Modèle # 5,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29064$  K,  $\log g = 5.71$ , âge = 33.89 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	63.23	40.20	66.07	40.37	0.0244	63.62	40.23	0.0180	62.16	40.17	0.0160
9	69.17	40.38	71.67	40.45	0.0201	69.58	40.38	0.0182	67.60	40.39	0.0238
8	75.48	40.59	79.29	40.58	0.0176	76.25	40.59	0.0310	73.21	40.53	0.0306
7	82.45	40.69	87.86	40.86	0.0301	83.15	40.74	0.0305	80.52	40.61	0.0220
6	92.58	40.84	96.64	41.00	0.0263	92.99	40.85	0.0248	90.32	40.83	0.0320
5	104.92	41.18	110.11	41.19	0.0150	105.98	41.16	0.0411	100.60	41.14	0.0609
4	116.36	41.45	127.86	41.64	0.0260	118.34	41.53	0.0736	112.47	41.28	0.0453
3	135.04	41.66	142.28	42.00	0.0218	135.84	41.69	0.0428	131.87	41.60	0.0456
2	158.15	42.57	171.35	42.35	0.0108	165.30	42.36	0.1486	152.74	42.38	0.1513
1	173.63	42.47	236.35	43.30	0.0158	177.36	42.90	0.2149	171.48	42.44	0.0379
0	237.52	43.32	...	...	...	234.37	43.28	0.0116	229.29	43.33	0.0000
1	...	...	439.64	47.96	0.4235	289.65	46.30	0.1047	237.47	43.96	0.0298
2	...	...	651.24	47.71	0.4483	398.68	47.01	0.1207	303.47	46.13	0.0422
3	...	...	899.40	46.98	0.4608	535.54	46.62	0.1304	394.80	46.14	0.0503
4	...	...	1112.77	45.72	0.5110	652.07	45.50	0.1841	471.07	45.19	0.1097
5	...	...	1225.23	45.89	0.4955	718.03	45.80	0.1602	519.01	45.67	0.0744
6	...	...	1477.91	46.56	0.4792	864.24	46.51	0.1463	622.39	46.43	0.0633
7	...	...	1755.73	46.59	0.4832	1023.41	46.56	0.1497	733.72	46.53	0.0668
8	...	...	2035.77	46.22	0.4857	1184.16	46.22	0.1525	846.48	46.21	0.0695
9	...	...	2290.23	45.40	0.4826	1331.41	45.41	0.1497	950.96	45.44	0.0670
10	...	...	2446.22	45.09	0.4799	1422.08	45.08	0.1463	1015.98	45.05	0.0626

Modèle # 6,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28985$  K,  $\log g = 5.67$ , âge = 53.93 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	68.64	40.16	71.42	40.32	0.0224	68.98	40.18	0.0172	67.41	40.14	0.0178
9	75.00	40.36	77.72	40.40	0.0174	75.45	40.36	0.0198	73.08	40.36	0.0267
8	81.57	40.55	86.03	40.55	0.0180	82.37	40.57	0.0338	79.14	40.47	0.0289
7	89.41	40.63	94.90	40.83	0.0284	90.00	40.67	0.0284	87.37	40.57	0.0224
6	100.54	40.81	104.65	40.93	0.0213	100.96	40.82	0.0263	97.83	40.81	0.0372
5	113.24	41.16	119.70	41.14	0.0135	114.63	41.14	0.0514	108.43	41.08	0.0625
4	125.60	41.35	138.10	41.61	0.0248	127.48	41.43	0.0729	121.94	41.21	0.0415
3	146.54	41.60	153.73	41.87	0.0167	147.47	41.62	0.0459	143.06	41.56	0.0524
2	167.55	42.51	186.60	42.29	0.0102	176.19	42.46	0.2323	162.96	42.29	0.1399
1	188.30	42.36	257.43	43.26	0.0157	189.03	42.51	0.0978	185.75	42.33	0.0221
0	258.75	43.28	...	...	...	254.81	43.23	0.0106	226.52	44.41	0.0347
1	...	...	427.52	47.79	0.4421	280.34	45.35	0.1226	251.64	43.21	0.0067
2	...	...	659.26	47.67	0.4527	400.46	46.82	0.1239	302.56	45.63	0.0435
3	...	...	931.78	47.00	0.4611	553.71	46.61	0.1299	407.58	46.08	0.0491
4	...	...	1168.99	45.74	0.5082	685.43	45.50	0.1812	495.80	45.16	0.1072
5	...	...	1285.91	45.80	0.5007	752.88	45.69	0.1657	543.56	45.52	0.0804
6	...	...	1548.03	46.52	0.4799	904.85	46.45	0.1467	651.27	46.36	0.0637
7	...	...	1840.19	46.59	0.4833	1072.43	46.55	0.1499	768.62	46.50	0.0669
8	...	...	2134.82	46.26	0.4857	1241.76	46.25	0.1526	887.51	46.24	0.0696
9	...	...	2407.29	45.50	0.4837	1399.51	45.51	0.1509	999.45	45.54	0.0682
10	...	...	2580.07	45.08	0.4791	1500.58	45.06	0.1456	1072.59	45.04	0.0621

Modèle # 7,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29015$  K,  $\log g = 5.63$ , âge = 68.48 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	72.64	40.13	75.35	40.27	0.0200	72.95	40.15	0.0168	71.25	40.13	0.0196
9	79.24	40.35	82.20	40.37	0.0155	79.73	40.34	0.0217	77.03	40.33	0.0284
8	86.01	40.52	90.95	40.54	0.0181	86.80	40.54	0.0352	83.53	40.43	0.0272
7	94.54	40.59	99.99	40.80	0.0261	95.05	40.63	0.0268	92.41	40.54	0.0231
6	106.36	40.79	110.59	40.88	0.0179	106.84	40.79	0.0282	103.27	40.79	0.0418
5	119.10	41.14	126.77	41.11	0.0124	120.79	41.12	0.0605	114.11	41.03	0.0614
4	132.36	41.28	145.43	41.59	0.0231	134.15	41.35	0.0708	128.92	41.17	0.0389
3	154.85	41.57	162.21	41.79	0.0135	155.99	41.57	0.0502	151.16	41.53	0.0588
2	173.93	42.40	197.87	42.25	0.0099	182.28	42.53	0.2525	169.99	42.20	0.1221
1	199.33	42.29	273.05	43.22	0.0157	198.71	42.34	0.0438	196.11	42.26	0.0111
0	274.50	43.24	...	...	...	267.77	43.38	0.0530	219.31	44.09	0.0525
1	...	...	416.87	47.60	0.4565	274.59	43.66	0.0974	266.01	43.16	0.0029
2	...	...	664.42	47.64	0.4544	402.89	46.67	0.1251	304.32	45.21	0.0442
3	...	...	950.29	47.03	0.4609	564.65	46.60	0.1296	415.72	46.03	0.0486
4	...	...	1203.28	45.77	0.5049	706.20	45.51	0.1779	511.54	45.15	0.1041
5	...	...	1322.48	45.73	0.5059	774.14	45.60	0.1713	558.75	45.40	0.0866
6	...	...	1584.62	46.48	0.4806	926.66	46.40	0.1469	667.19	46.29	0.0639
7	...	...	1878.52	46.60	0.4827	1096.20	46.55	0.1496	786.38	46.49	0.0668
8	...	...	2153.45	46.45	0.4833	1259.56	46.38	0.1518	903.44	46.34	0.0694
9	...	...	2329.55	46.31	0.4823	1373.02	46.25	0.1518	992.92	46.15	0.0702
10	...	...	2519.47	45.47	0.4831	1468.88	45.49	0.1505	1053.53	45.52	0.0683

Modèle # 8,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29138$  K,  $\log g = 5.61$ , âge = 79.11 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	75.62	40.12	78.30	40.23	0.0177	75.93	40.13	0.0171	74.09	40.11	0.0215
9	82.34	40.33	85.57	40.35	0.0141	82.89	40.33	0.0237	79.94	40.31	0.0292
8	89.28	40.48	94.59	40.53	0.0181	90.06	40.51	0.0356	86.83	40.40	0.0259
7	98.38	40.56	103.74	40.77	0.0232	98.86	40.59	0.0260	96.18	40.52	0.0244
6	110.63	40.78	115.09	40.85	0.0153	111.21	40.77	0.0308	107.23	40.78	0.0459
5	123.19	41.11	132.06	41.09	0.0115	125.21	41.11	0.0687	118.33	40.98	0.0593
4	137.40	41.22	150.74	41.57	0.0210	139.13	41.29	0.0686	134.19	41.13	0.0376
3	160.79	41.55	168.65	41.73	0.0113	162.30	41.54	0.0572	157.00	41.51	0.0653
2	178.22	42.26	206.45	42.21	0.0096	185.49	42.52	0.2373	174.72	42.10	0.0980
1	207.76	42.25	284.83	43.20	0.0157	206.38	42.26	0.0219	202.73	42.27	0.0023
0	286.39	43.22	...	...	...	261.99	44.33	0.1493	212.45	43.04	0.0732
1	...	...	403.57	47.36	0.4699	282.63	43.19	0.0178	276.68	43.13	0.0006
2	...	...	663.26	47.61	0.4556	402.10	46.52	0.1261	304.32	44.77	0.0452
3	...	...	956.05	47.06	0.4606	568.36	46.60	0.1293	418.76	45.98	0.0482
4	...	...	1220.09	45.84	0.4990	717.03	45.56	0.1721	520.28	45.17	0.0981
5	...	...	1341.02	45.67	0.5119	785.18	45.51	0.1781	566.79	45.28	0.0944
6	...	...	1584.66	46.46	0.4795	929.54	46.36	0.1469	670.72	46.23	0.0643
7	...	...	1798.31	47.33	0.7120	1063.91	46.79	0.1482	771.98	46.66	0.0669
8	...	...	1972.16	46.66	0.4833	1155.77	46.67	0.1509	834.13	46.68	0.0690
9	...	...	2249.29	46.29	0.4862	1308.75	46.29	0.1533	935.75	46.28	0.0703
10	...	...	2531.69	45.60	0.4851	1471.31	45.62	0.1523	1050.26	45.65	0.0696



Modèle # 9,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29345$  K,  $\log g = 5.60$ , âge = 86.89 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	77.33	40.10	79.97	40.20	0.0163	77.63	40.11	0.0176	75.67	40.11	0.0231
9	84.06	40.33	87.49	40.33	0.0135	84.62	40.32	0.0256	81.53	40.28	0.0294
8	91.14	40.46	96.62	40.52	0.0183	91.86	40.49	0.0357	88.70	40.37	0.0250
7	100.59	40.54	105.81	40.75	0.0214	101.01	40.57	0.0257	98.31	40.50	0.0256
6	113.05	40.77	117.67	40.82	0.0140	113.67	40.76	0.0335	109.37	40.78	0.0489
5	125.46	41.08	135.04	41.07	0.0111	127.52	41.09	0.0747	120.67	40.95	0.0571
4	140.30	41.19	153.58	41.55	0.0198	141.86	41.25	0.0668	137.15	41.11	0.0368
3	164.11	41.54	172.32	41.68	0.0102	165.78	41.52	0.0645	160.13	41.51	0.0700
2	180.66	42.16	211.35	42.19	0.0095	186.39	42.46	0.2146	176.92	42.02	0.0765
1	212.62	42.22	291.67	43.18	0.0157	210.79	42.21	0.0140	202.95	42.53	0.0324
0	293.30	43.20	...	...	...	256.39	44.40	0.1641	212.10	42.40	0.0538
1	...	...	394.14	47.17	0.4770	289.07	43.16	0.0137	282.50	43.12	0.0000
2	...	...	657.62	47.60	0.4559	399.14	46.41	0.1267	302.97	44.39	0.0461
3	...	...	950.10	47.09	0.4601	565.36	46.61	0.1289	416.98	45.94	0.0480
4	...	...	1216.66	45.94	0.4922	716.54	45.63	0.1651	520.98	45.22	0.0907
5	...	...	1338.22	45.62	0.5175	784.43	45.44	0.1848	566.76	45.18	0.1025
6	...	...	1517.08	46.60	0.5338	898.15	46.39	0.1477	653.12	46.23	0.0657
7	...	...	1677.95	46.65	0.4814	986.76	46.62	0.1491	714.70	46.58	0.0675
8	...	...	1941.54	46.59	0.4837	1131.83	46.55	0.1508	811.36	46.49	0.0680
9	...	...	2239.19	46.33	0.4863	1302.14	46.32	0.1533	930.37	46.30	0.0703
10	...	...	2526.36	45.70	0.4860	1467.96	45.71	0.1530	1047.62	45.74	0.0702

Modèle #10,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29620$  K,  $\log g = 5.59$ , âge = 92.67 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	77.75	40.10	80.39	40.19	0.0148	78.07	40.10	0.0181	76.03	40.11	0.0242
9	84.42	40.32	88.01	40.32	0.0127	85.02	40.32	0.0269	81.89	40.26	0.0294
8	91.52	40.44	97.10	40.51	0.0177	92.24	40.47	0.0354	89.18	40.36	0.0245
7	101.13	40.53	106.27	40.73	0.0193	101.58	40.55	0.0257	98.86	40.50	0.0268
6	113.52	40.77	118.35	40.81	0.0127	114.28	40.75	0.0356	109.82	40.77	0.0507
5	125.60	41.06	135.85	41.06	0.0104	127.90	41.08	0.0790	121.17	40.92	0.0555
4	140.87	41.16	154.10	41.53	0.0181	142.45	41.22	0.0659	137.94	41.09	0.0366
3	164.46	41.55	173.28	41.66	0.0093	166.48	41.52	0.0721	160.55	41.52	0.0721
2	180.32	42.07	212.80	42.18	0.0094	184.81	42.38	0.1873	176.07	41.96	0.0489
1	214.01	42.21	293.59	43.17	0.0158	211.81	42.19	0.0098	195.98	42.71	0.0783
0	295.27	43.19	...	...	...	246.18	44.24	0.1826	211.93	42.24	0.0304
1	...	...	378.19	46.95	0.4873	290.80	43.15	0.0122	283.32	43.14	0.0000
2	...	...	645.11	47.58	0.4566	391.66	46.31	0.1273	298.51	44.02	0.0455
3	...	...	934.66	47.13	0.4598	556.61	46.61	0.1286	410.89	45.91	0.0477
4	...	...	1196.59	46.08	0.4844	706.73	45.74	0.1581	515.04	45.29	0.0833
5	...	...	1314.74	45.63	0.5175	773.32	45.41	0.1884	559.99	45.11	0.1087
6	...	...	1421.27	46.23	0.4840	843.33	46.23	0.1509	616.25	46.15	0.0686
7	...	...	1624.34	46.47	0.4817	950.63	46.40	0.1488	685.07	46.29	0.0662
8	...	...	1909.00	46.58	0.4836	1112.37	46.53	0.1506	797.07	46.46	0.0676
9	...	...	2205.82	46.36	0.4864	1282.75	46.35	0.1532	916.54	46.33	0.0702
10	...	...	2488.84	45.80	0.4866	1446.27	45.81	0.1537	1032.15	45.84	0.0708

Modèle #11,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29953$  K,  $\log g = 5.60$ , âge = 97.02 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	77.23	40.10	79.81	40.18	0.0151	77.49	40.10	0.0188	75.44	40.10	0.0249
9	83.83	40.32	87.40	40.32	0.0130	84.35	40.32	0.0281	81.23	40.26	0.0293
8	90.90	40.43	96.37	40.51	0.0185	91.49	40.46	0.0356	88.53	40.35	0.0243
7	100.49	40.53	105.44	40.72	0.0194	100.83	40.54	0.0261	98.14	40.49	0.0275
6	112.80	40.76	117.52	40.80	0.0128	113.42	40.75	0.0374	108.91	40.76	0.0517
5	124.81	41.06	134.88	41.06	0.0107	126.74	41.07	0.0814	120.20	40.91	0.0545
4	140.01	41.15	152.79	41.53	0.0183	141.29	41.21	0.0653	136.94	41.08	0.0365
3	163.43	41.54	172.02	41.65	0.0093	165.12	41.52	0.0764	159.19	41.52	0.0735
2	179.08	42.06	211.38	42.18	0.0094	182.54	42.34	0.1778	174.51	41.93	0.0456
1	212.59	42.20	291.64	43.17	0.0158	210.33	42.18	0.0091	194.36	42.71	0.0769
0	293.32	43.19	...	...	...	243.64	44.22	0.1802	210.43	42.23	0.0292
1	...	...	373.29	46.91	0.4851	288.83	43.14	0.0120	280.97	43.16	0.0007
2	...	...	634.62	47.59	0.4560	385.90	46.28	0.1272	294.70	43.89	0.0448
3	...	...	916.91	47.15	0.4594	546.56	46.62	0.1285	403.81	45.90	0.0477
4	...	...	1165.25	46.25	0.4861	690.62	45.86	0.1526	504.50	45.38	0.0771
5	...	...	1286.68	46.22	0.8953	754.77	45.42	0.1883	547.63	45.10	0.1112
6	...	...	1378.84	46.00	0.4931	813.09	45.96	0.1572	591.16	45.85	0.0730
7	...	...	1600.18	46.46	0.4818	935.61	46.38	0.1489	673.44	46.25	0.0661
8	...	...	1882.44	46.58	0.4837	1096.83	46.53	0.1506	785.87	46.46	0.0676
9	...	...	2172.58	46.38	0.4864	1263.54	46.36	0.1533	902.88	46.34	0.0703
10	...	...	2443.51	45.87	0.4871	1420.42	45.88	0.1542	1013.94	45.90	0.0713

Modèle #12,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 30373$  K,  $\log g = 5.61$ , âge = 100.26 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	75.68	40.10	78.23	40.17	0.0152	75.97	40.10	0.0211	73.95	40.13	0.0262
9	82.11	40.32	85.65	40.35	0.0113	82.67	40.33	0.0263	79.63	40.25	0.0299
8	89.06	40.45	94.49	40.50	0.0193	89.71	40.48	0.0375	86.77	40.38	0.0244
7	98.42	40.51	103.35	40.73	0.0163	98.82	40.53	0.0256	96.20	40.48	0.0289
6	110.42	40.79	115.23	40.81	0.0151	111.16	40.77	0.0387	106.74	40.79	0.0503
5	122.11	41.04	132.15	41.06	0.0072	124.26	41.06	0.0845	117.86	40.91	0.0585
4	136.96	41.16	149.89	41.55	0.0186	138.40	41.23	0.0648	134.12	41.09	0.0341
3	159.88	41.55	168.73	41.65	0.0093	161.74	41.52	0.0832	155.85	41.54	0.0744
2	175.21	42.04	207.10	42.21	0.0089	178.13	42.33	0.1628	169.81	41.94	0.0271
1	208.29	42.24	286.97	43.18	0.0154	205.80	42.21	0.0081	185.89	42.62	0.1037
0	288.65	43.19	...	...	...	232.58	44.06	0.1955	205.92	42.25	0.0247
1	...	...	356.23	46.75	0.4942	284.11	43.15	0.0103	275.46	43.23	0.0021
2	...	...	616.78	47.58	0.4564	374.95	46.25	0.1275	287.46	43.72	0.0420
3	...	...	893.06	47.17	0.4592	532.50	46.64	0.1283	393.58	45.91	0.0474
4	...	...	1130.33	46.38	0.4756	671.53	45.97	0.1488	491.55	45.48	0.0727
5	...	...	1239.34	45.75	0.5080	731.97	45.48	0.1827	532.49	45.13	0.1080
6	...	...	1329.14	45.82	0.5014	781.51	45.74	0.1650	566.98	45.61	0.0790
7	...	...	1552.91	46.42	0.4823	907.70	46.34	0.1489	653.22	46.20	0.0659
8	...	...	1831.30	46.59	0.4836	1067.02	46.54	0.1504	764.55	46.46	0.0674
9	...	...	2114.89	46.40	0.4863	1230.00	46.39	0.1532	878.95	46.36	0.0701
10	...	...	2379.94	45.92	0.4872	1383.61	45.93	0.1542	987.73	45.94	0.0713

Modèle #13,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 30780$  K,  $\log g = 5.63$ , âge = 102.86 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	73.87	40.10	76.36	40.17	0.0150	74.15	40.10	0.0213	72.16	40.13	0.0264
9	80.14	40.32	83.62	40.35	0.0111	80.68	40.33	0.0266	77.70	40.25	0.0298
8	86.90	40.45	92.23	40.50	0.0192	87.53	40.48	0.0375	84.68	40.38	0.0240
7	96.06	40.51	100.86	40.73	0.0160	96.45	40.53	0.0254	93.89	40.48	0.0290
6	107.76	40.79	112.43	40.81	0.0149	108.48	40.77	0.0388	104.16	40.79	0.0504
5	119.11	41.04	128.98	41.06	0.0069	121.21	41.06	0.0856	114.97	40.91	0.0583
4	133.61	41.16	146.26	41.55	0.0184	134.99	41.23	0.0643	130.87	41.09	0.0335
3	155.95	41.55	164.59	41.65	0.0092	157.70	41.53	0.0835	151.95	41.55	0.0730
2	170.90	42.04	202.07	42.21	0.0089	173.41	42.32	0.1563	165.15	41.94	0.0216
1	203.24	42.24	279.99	43.18	0.0156	200.71	42.22	0.0081	180.32	42.57	0.1107
0	281.62	43.20	...	...	...	225.25	43.99	0.1993	200.87	42.25	0.0237
1	...	...	344.65	46.71	0.4961	277.20	43.15	0.0103	268.66	43.24	0.0027
2	...	...	600.37	47.59	0.4561	365.11	46.24	0.1272	280.17	43.70	0.0413
3	...	...	867.92	47.19	0.4590	517.84	46.66	0.1282	382.95	45.92	0.0474
4	...	...	1087.43	46.54	0.4733	647.73	46.11	0.1461	475.18	45.59	0.0692
5	...	...	1197.39	45.78	0.5065	706.51	45.51	0.1807	514.00	45.15	0.1061
6	...	...	1290.57	45.77	0.5057	757.23	45.64	0.1701	547.99	45.46	0.0848
7	...	...	1513.40	46.43	0.4821	884.50	46.34	0.1488	636.45	46.20	0.0658
8	...	...	1784.68	46.59	0.4836	1039.91	46.54	0.1505	745.15	46.47	0.0674
9	...	...	2056.93	46.42	0.4864	1196.51	46.40	0.1533	855.13	46.38	0.0703
10	...	...	2299.76	46.03	0.4878	1338.02	46.02	0.1549	955.71	46.03	0.0720

Modèle #14,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31071$  K,  $\log g = 5.64$ , âge = 104.83 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	72.32	40.11	74.74	40.18	0.0136	72.59	40.11	0.0184	70.60	40.11	0.0247
9	78.41	40.31	81.89	40.31	0.0120	78.95	40.31	0.0299	76.02	40.25	0.0291
8	85.03	40.42	90.23	40.52	0.0172	85.60	40.45	0.0341	82.92	40.33	0.0232
7	94.07	40.52	98.66	40.70	0.0181	94.43	40.53	0.0265	91.92	40.49	0.0279
6	105.45	40.76	110.04	40.79	0.0107	106.17	40.74	0.0380	101.88	40.75	0.0527
5	116.39	41.04	126.29	41.05	0.0109	118.43	41.07	0.0834	112.41	40.90	0.0516
4	130.81	41.13	142.84	41.52	0.0163	132.07	41.19	0.0650	128.15	41.07	0.0364
3	152.40	41.55	160.90	41.65	0.0090	154.14	41.53	0.0803	148.40	41.54	0.0689
2	166.78	42.02	197.84	42.18	0.0092	168.88	42.27	0.1479	160.94	41.91	0.0169
1	198.94	42.21	272.47	43.17	0.0168	196.41	42.18	0.0086	175.45	42.52	0.1151
0	274.02	43.19	...	...	...	218.82	43.90	0.2003	196.54	42.21	0.0218
1	...	...	334.56	46.69	0.4967	269.84	43.15	0.0125	261.77	43.21	0.0042
2	...	...	584.96	47.60	0.4557	355.81	46.24	0.1268	272.97	43.69	0.0418
3	...	...	843.81	47.22	0.4588	503.73	46.66	0.1282	372.65	45.91	0.0475
4	...	...	1047.34	46.66	0.4726	624.66	46.22	0.1448	458.85	45.69	0.0672
5	...	...	1161.23	45.79	0.5067	684.24	45.52	0.1806	497.34	45.14	0.1062
6	...	...	1256.16	45.76	0.5074	736.37	45.61	0.1724	532.27	45.39	0.0879
7	...	...	1476.32	46.45	0.4819	862.76	46.35	0.1488	620.74	46.20	0.0658
8	...	...	1739.81	46.61	0.4837	1013.81	46.55	0.1506	726.46	46.47	0.0676
9	...	...	1999.14	46.44	0.4866	1163.16	46.42	0.1536	831.43	46.38	0.0706
10	...	...	2215.73	46.15	0.4885	1290.03	46.13	0.1558	921.92	46.12	0.0729

Modèle #15,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31471$  K,  $\log g = 5.65$ , âge = 106.42 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	70.08	40.12	72.44	40.19	0.0137	70.35	40.12	0.0183	68.43	40.11	0.0245
9	76.00	40.32	79.37	40.31	0.0119	76.53	40.31	0.0297	73.69	40.26	0.0292
8	82.41	40.42	87.46	40.52	0.0169	82.98	40.45	0.0344	80.36	40.34	0.0233
7	91.15	40.53	95.64	40.70	0.0182	91.51	40.54	0.0266	89.08	40.50	0.0277
6	102.18	40.76	106.62	40.80	0.0108	102.88	40.74	0.0375	98.77	40.75	0.0523
5	112.82	41.05	122.35	41.06	0.0108	114.82	41.07	0.0829	108.96	40.90	0.0522
4	126.71	41.14	138.51	41.52	0.0163	127.97	41.20	0.0657	124.15	41.07	0.0365
3	147.66	41.56	155.90	41.67	0.0091	149.32	41.53	0.0787	143.81	41.54	0.0677
2	161.76	42.04	191.61	42.19	0.0092	163.82	42.30	0.1485	155.82	41.93	0.0161
1	192.69	42.22	263.91	43.18	0.0168	190.20	42.19	0.0088	169.71	42.51	0.1184
0	265.40	43.20	...	...	...	211.56	43.89	0.2029	190.40	42.22	0.0223
1	...	...	323.43	46.68	0.4985	261.40	43.16	0.0126	253.85	43.21	0.0034
2	...	...	568.10	47.61	0.4554	345.58	46.26	0.1264	264.98	43.74	0.0424
3	...	...	819.36	47.23	0.4588	489.10	46.68	0.1281	361.83	45.93	0.0474
4	...	...	1017.08	46.67	0.4726	606.23	46.24	0.1447	445.12	45.72	0.0669
5	...	...	1129.00	45.80	0.5066	665.03	45.53	0.1805	483.14	45.15	0.1061
6	...	...	1221.11	45.77	0.5070	715.76	45.63	0.1722	517.28	45.41	0.0877
7	...	...	1434.38	46.45	0.4833	838.30	46.36	0.1488	603.16	46.22	0.0658
8	...	...	1688.95	46.62	0.4837	984.19	46.56	0.1506	705.25	46.48	0.0676
9	...	...	1937.70	46.46	0.4867	1127.38	46.43	0.1537	805.83	46.40	0.0707
10	...	...	2146.85	46.15	0.4886	1249.33	46.13	0.1558	892.47	46.13	0.0730

Modèle #16,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31874$  K,  $\log g = 5.67$ , âge = 107.67 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	67.86	40.12	70.15	40.20	0.0141	68.11	40.12	0.0183	66.26	40.12	0.0243
9	73.63	40.32	76.85	40.31	0.0121	74.11	40.32	0.0296	71.36	40.26	0.0293
8	79.83	40.43	84.70	40.52	0.0172	80.36	40.46	0.0346	77.80	40.34	0.0234
7	88.26	40.53	92.64	40.71	0.0188	88.58	40.54	0.0266	86.24	40.50	0.0273
6	98.99	40.76	103.20	40.80	0.0111	99.59	40.74	0.0369	95.65	40.75	0.0517
5	109.40	41.06	118.42	41.06	0.0110	111.22	41.08	0.0822	105.51	40.91	0.0527
4	122.71	41.15	134.19	41.53	0.0167	123.88	41.20	0.0662	120.15	41.08	0.0364
3	143.12	41.56	150.89	41.68	0.0094	144.56	41.54	0.0759	139.38	41.54	0.0676
2	157.00	42.08	185.37	42.21	0.0092	159.15	42.33	0.1557	151.52	41.96	0.0225
1	186.44	42.24	255.35	43.19	0.0168	184.14	42.21	0.0085	165.53	42.58	0.1108
0	256.77	43.21	...	...	...	206.73	43.98	0.1995	184.33	42.24	0.0243
1	...	...	316.12	46.76	0.4962	252.96	43.17	0.0128	246.22	43.19	0.0019
2	...	...	554.03	47.62	0.4547	337.12	46.30	0.1258	257.94	43.88	0.0437
3	...	...	797.46	47.24	0.4587	476.15	46.69	0.1281	352.30	45.95	0.0474
4	...	...	986.39	46.70	0.4733	588.05	46.27	0.1446	431.84	45.75	0.0667
5	...	...	1097.91	45.79	0.5079	646.29	45.52	0.1816	469.22	45.15	0.1071
6	...	...	1188.75	45.80	0.5069	696.75	45.65	0.1709	503.44	45.44	0.0864
7	...	...	1398.70	46.48	0.4818	817.38	46.38	0.1488	588.05	46.25	0.0658
8	...	...	1646.56	46.62	0.4837	959.48	46.57	0.1506	687.51	46.49	0.0677
9	...	...	1888.15	46.45	0.4866	1098.65	46.42	0.1536	785.34	46.39	0.0706
10	...	...	2087.91	46.14	0.4885	1215.60	46.12	0.1558	868.75	46.11	0.0729

Modèle #17,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 32307$  K,  $\log g = 5.69$ , âge = 108.71 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	65.57	40.13	67.79	40.21	0.0144	65.80	40.13	0.0183	64.03	40.13	0.0241
9	71.18	40.33	74.25	40.32	0.0122	71.63	40.32	0.0294	68.97	40.27	0.0294
8	77.16	40.44	81.87	40.52	0.0172	77.66	40.47	0.0349	75.17	40.35	0.0234
7	85.28	40.53	89.54	40.72	0.0193	85.57	40.55	0.0267	83.32	40.50	0.0270
6	95.67	40.76	99.69	40.81	0.0114	96.20	40.75	0.0362	92.45	40.76	0.0511
5	105.83	41.07	114.37	41.06	0.0110	107.51	41.08	0.0815	101.96	40.92	0.0533
4	118.57	41.16	129.75	41.54	0.0171	119.67	41.22	0.0669	116.03	41.09	0.0364
3	138.37	41.56	145.75	41.70	0.0097	139.64	41.55	0.0735	134.76	41.54	0.0668
2	152.04	42.12	178.98	42.22	0.0092	154.22	42.37	0.1606	146.81	41.99	0.0272
1	180.04	42.25	246.54	43.20	0.0168	177.86	42.23	0.0085	160.72	42.61	0.1060
0	247.90	43.22	...	...	...	200.88	44.04	0.1977	178.10	42.27	0.0262
1	...	...	307.10	46.80	0.4950	244.29	43.18	0.0131	238.18	43.18	0.0011
2	...	...	538.44	47.64	0.4539	327.78	46.34	0.1251	250.50	44.01	0.0440
3	...	...	772.80	47.25	0.4584	461.73	46.71	0.1280	341.78	45.98	0.0473
4	...	...	949.52	46.76	0.4732	566.52	46.34	0.1439	416.35	45.82	0.0657
5	...	...	1063.59	45.79	0.5084	625.76	45.52	0.1818	454.07	45.16	0.1074
6	...	...	1154.03	45.80	0.5271	676.12	45.66	0.1705	488.43	45.45	0.0860
7	...	...	1359.27	46.49	0.4817	794.39	46.40	0.1487	571.54	46.27	0.0657
8	...	...	1598.17	46.64	0.4837	931.42	46.58	0.1507	667.47	46.51	0.0677
9	...	...	1825.98	46.48	0.4867	1062.93	46.45	0.1538	760.05	46.41	0.0709
10	...	...	2007.65	46.20	0.4884	1169.56	46.18	0.1559	836.28	46.17	0.0731

Modèle #18,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 35829$  K,  $\log g = 5.83$ , âge = 110.80 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	51.67	40.16	53.47	40.25	0.0144	51.85	40.16	0.0181	50.50	40.16	0.0232
9	56.15	40.35	58.50	40.34	0.0115	56.51	40.34	0.0284	54.43	40.31	0.0301
8	60.82	40.47	64.58	40.53	0.0156	61.26	40.49	0.0367	59.21	40.37	0.0240
7	67.08	40.55	70.71	40.75	0.0195	67.34	40.57	0.0276	65.60	40.51	0.0254
6	75.28	40.77	78.44	40.84	0.0119	75.66	40.76	0.0340	72.92	40.77	0.0479
5	83.50	41.10	89.83	41.09	0.0104	84.81	41.10	0.0779	80.39	40.96	0.0562
4	93.11	41.21	102.54	41.60	0.0165	94.12	41.28	0.0725	91.09	41.13	0.0369
3	108.73	41.61	114.73	41.81	0.0106	109.57	41.61	0.0675	106.03	41.59	0.0593
2	120.54	42.28	140.62	42.32	0.0093	121.97	42.50	0.1540	115.25	42.16	0.0212
1	141.54	42.36	193.36	43.27	0.0170	139.63	42.33	0.0093	125.72	42.59	0.1206
0	194.36	43.29	...	...	...	156.35	43.99	0.2111	140.19	42.38	0.0302
1	...	...	237.27	46.78	0.5010	191.76	43.24	0.0137	187.61	43.23	0.0012
2	...	...	424.23	47.75	0.4501	259.40	46.47	0.1223	198.65	44.27	0.0428
3	...	...	591.25	47.55	0.4537	358.30	46.92	0.1266	267.49	46.14	0.0469
4	...	...	687.66	47.25	0.4633	415.80	46.86	0.1368	309.90	46.33	0.0591
5	...	...	828.00	46.05	0.4925	487.74	45.75	0.1653	354.53	45.35	0.0910
6	...	...	908.10	45.73	0.5160	531.63	45.56	0.1824	383.63	45.32	0.0991
7	...	...	1055.84	46.54	0.4838	620.44	46.44	0.1481	448.00	46.31	0.0654
8	...	...	1169.87	47.12	0.4789	698.75	47.03	0.1488	511.25	46.84	0.0676
9	...	...	1290.61	46.75	0.4833	756.26	46.75	0.1507	547.02	46.77	0.0686
10	...	...	1472.27	46.47	0.4862	857.45	46.45	0.1532	613.78	46.43	0.0702

Modèle #19,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 37216$  K,  $\log g = 5.87$ , âge = 110.95 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	48.72	40.16	50.42	40.24	0.0132	48.90	40.16	0.0189	47.59	40.17	0.0242
9	52.89	40.35	55.18	40.33	0.0109	53.23	40.34	0.0301	51.27	40.30	0.0300
8	57.29	40.45	60.88	40.53	0.0149	57.70	40.48	0.0370	55.83	40.37	0.0238
7	63.23	40.54	66.62	40.74	0.0179	63.47	40.56	0.0281	61.84	40.51	0.0262
6	70.88	40.77	73.96	40.84	0.0109	71.29	40.76	0.0363	68.67	40.76	0.0491
5	78.46	41.09	84.66	41.09	0.0099	79.74	41.10	0.0815	75.70	40.95	0.0550
4	87.62	41.21	96.54	41.60	0.0152	88.54	41.27	0.0725	85.82	41.13	0.0367
3	102.24	41.62	108.14	41.82	0.0099	102.99	41.63	0.0735	99.48	41.63	0.0558
2	113.13	42.25	132.73	42.34	0.0093	113.28	42.43	0.1189	106.40	42.10	0.0066
1	133.58	42.38	182.31	43.27	0.0175	131.23	42.35	0.0163	116.40	42.45	0.1386
0	183.26	43.29	...	...	...	142.64	43.61	0.2203	132.14	42.38	0.0257
1	...	...	212.81	46.43	0.5055	180.79	43.25	0.0132	176.04	43.31	0.0032
2	...	...	378.87	47.85	0.4407	236.43	46.38	0.1210	183.31	43.84	0.0406
3	...	...	456.07	48.14	0.4399	300.55	47.33	0.1223	235.04	46.27	0.0480
4	...	...	575.58	47.41	0.4591	351.42	46.86	0.1293	265.09	46.25	0.0515
5	...	...	669.38	47.39	0.4697	422.46	46.63	0.1422	319.75	45.73	0.0683
6	...	...	766.59	46.22	0.4861	458.41	45.88	0.1614	343.10	45.46	0.0900
7	...	...	842.86	45.72	0.5187	496.13	45.55	0.1856	360.70	45.42	0.0935
8	...	...	909.19	46.70	0.4859	563.63	46.51	0.1504	413.11	46.28	0.0668
9	...	...	996.08	46.59	0.4825	598.27	46.85	0.1513	453.85	47.13	0.0703
10	...	...	1144.13	46.96	0.4834	679.09	46.74	0.1513	491.09	46.67	0.0685

Modèle #20,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 39314$  K,  $\log g = 5.93$ , âge = 111.16 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	43.48	40.17	45.01	40.25	0.0125	43.63	40.17	0.0191	42.47	40.18	0.0241
9	47.19	40.35	49.24	40.34	0.0102	47.50	40.34	0.0304	45.76	40.31	0.0301
8	51.09	40.46	54.33	40.53	0.0138	51.47	40.49	0.0378	49.80	40.37	0.0238
7	56.36	40.55	59.47	40.75	0.0171	56.59	40.56	0.0286	55.15	40.51	0.0257
6	63.16	40.78	65.95	40.85	0.0106	63.53	40.77	0.0364	61.25	40.77	0.0482
5	69.91	41.10	75.42	41.11	0.0094	71.06	41.11	0.0815	67.51	40.96	0.0552
4	78.01	41.23	86.17	41.63	0.0144	78.85	41.30	0.0741	76.43	41.15	0.0367
3	91.03	41.65	96.46	41.87	0.0099	91.60	41.66	0.0733	88.46	41.69	0.0497
2	100.95	42.30	118.43	42.39	0.0093	100.36	42.44	0.0977	93.79	42.09	0.0069
1	119.20	42.42	162.32	43.30	0.0183	116.60	42.40	0.0303	103.33	42.43	0.1423
0	163.16	43.32	...	...	...	125.13	43.38	0.2179	117.92	42.43	0.0252
1	...	...	182.32	46.12	0.5036	161.01	43.28	0.0131	155.60	43.53	0.0123
2	...	...	284.51	48.41	0.4305	197.45	46.43	0.1171	160.90	43.52	0.0311
3	...	...	284.53	48.41	0.4307	223.19	46.81	0.1279	179.78	45.76	0.0505
4	...	...	353.35	47.87	0.4540	286.01	47.24	0.1359	219.49	46.26	0.0523
5	...	...	448.43	48.17	0.4591	318.27	46.99	0.1372	242.07	46.50	0.0613
6	...	...	519.92	47.45	0.4612	376.98	46.72	0.1479	283.79	45.86	0.0690
7	...	...	601.42	47.49	0.4676	405.80	46.04	0.1582	302.91	45.64	0.0860
8	...	...	677.08	46.39	0.4799	440.98	45.56	0.1884	319.84	45.34	0.1032
9	...	...	742.70	45.91	0.5030	476.13	46.63	0.1553	358.60	46.38	0.0713
10	...	...	773.11	46.09	0.4917	513.84	46.50	0.1511	377.38	46.65	0.0715

Modèle #21,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 39690$  K,  $\log g = 6.00$ , âge = 111.54 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	38.74	40.20	40.28	40.32	0.0140	38.88	40.21	0.0189	37.95	40.20	0.0206
9	42.19	40.37	43.90	40.39	0.0106	42.43	40.36	0.0266	40.99	40.36	0.0301
8	45.71	40.53	48.53	40.55	0.0125	46.10	40.55	0.0395	44.45	40.43	0.0260
7	50.20	40.61	53.42	40.82	0.0188	50.44	40.63	0.0312	49.14	40.55	0.0233
6	56.33	40.81	58.88	40.94	0.0135	56.58	40.81	0.0313	54.83	40.80	0.0399
5	62.90	41.17	67.13	41.17	0.0102	63.74	41.16	0.0677	60.59	41.06	0.0589
4	69.80	41.35	77.44	41.69	0.0160	70.69	41.43	0.0803	68.16	41.24	0.0398
3	81.46	41.71	86.41	42.03	0.0130	81.85	41.73	0.0599	79.51	41.70	0.0475
2	92.31	42.55	105.29	42.47	0.0098	91.29	42.75	0.1061	84.30	42.47	0.0119
1	106.18	42.52	143.90	43.36	0.0202	103.35	42.49	0.0434	93.20	42.51	0.1472
0	144.64	43.37	...	...	...	111.23	43.37	0.2305	105.32	42.54	0.0362
1	...	...	155.49	45.76	0.5047	142.89	43.34	0.0138	127.43	45.05	0.0508
2	...	...	231.08	48.35	0.4482	156.22	45.92	0.1302	140.88	43.30	0.0060
3	...	...	231.11	48.35	0.4484	203.65	46.89	0.1207	158.33	45.31	0.0383
4	...	...	319.58	48.18	0.4450	231.90	47.42	0.1386	180.51	46.59	0.0617
5	...	...	366.27	48.06	0.4549	284.64	47.35	0.1407	217.11	46.50	0.0556
6	...	...	452.35	48.12	0.4601	311.25	46.92	0.1376	234.09	46.51	0.0635
7	...	...	513.67	47.31	0.4601	358.47	46.86	0.1515	270.55	45.92	0.0766
8	...	...	580.60	47.42	0.4678	385.77	45.78	0.1708	282.17	45.49	0.0958
9	...	...	652.12	46.08	0.4929	416.86	45.81	0.1705	303.20	45.63	0.0845
10	...	...	698.13	46.09	0.4918	439.18	46.60	0.1544	328.78	46.90	0.0752

Modèle #22,  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 41010$  K,  $\log g = 5.81$ , âge = 114.88 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	52.46	40.13	55.15	40.11	0.0039	52.92	40.13	0.0400	51.29	40.07	0.0271
9	56.60	40.18	60.30	40.27	0.0050	57.02	40.21	0.0413	55.60	40.13	0.0220
8	62.05	40.27	65.59	40.44	0.0056	62.33	40.28	0.0348	60.95	40.27	0.0260
7	68.55	40.46	72.03	40.50	0.0043	68.75	40.49	0.0595	64.63	41.06	0.0217
6	74.94	40.67	81.12	40.67	0.0049	73.09	40.89	0.0635	67.73	40.49	0.0369
5	83.06	40.74	92.08	40.99	0.0100	78.57	40.77	0.0373	73.88	40.61	0.0535
4	94.92	40.99	102.11	41.31	0.0185	85.66	40.91	0.0734	82.29	40.71	0.0369
3	106.79	41.53	117.85	41.54	0.0257	96.53	41.03	0.0547	93.79	41.06	0.0387
2	119.56	41.63	131.19	43.17	0.5163	109.85	41.71	0.1198	96.04	41.64	0.0440
1	147.72	42.22	147.14	42.21	0.0135	116.69	41.73	0.0536	107.68	41.49	0.0936
0	203.21	43.17	...	...	...	124.51	42.28	0.1820	119.07	41.70	0.0364
1	...	...	177.20	45.21	0.4711	146.26	42.20	0.0097	128.16	43.27	0.0688
2	...	...	202.10	43.15	0.0178	161.14	44.59	0.1403	144.00	42.20	0.0002
3	...	...	246.43	47.27	0.4305	194.34	43.81	0.1120	152.38	43.27	0.0627
4	...	...	246.90	47.28	0.4337	200.63	43.21	0.0353	167.70	44.46	0.0632
5	...	...	311.59	47.58	0.4511	200.65	43.21	0.0358	194.02	43.34	0.0273
6	...	...	352.53	47.86	0.4504	218.73	45.44	0.1369	197.63	43.40	0.0388
7	...	...	424.15	48.19	0.4573	218.87	45.45	0.1376	197.66	43.41	0.0394
8	...	...	480.51	47.70	0.4614	259.09	46.78	0.1374	215.87	44.96	0.0578
9	...	...	533.31	47.89	0.4669	259.30	46.78	0.1381	215.91	44.96	0.0579
10	...	...	601.33	47.56	0.4720	288.93	46.68	0.1346	237.48	45.96	0.0642

Modèle # 1,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27819$  K,  $\log g = 5.68$ , âge = 1.79 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	65.82	40.30	69.45	40.39	0.0222	66.45	40.35	0.0256	64.60	40.23	0.0151
9	71.70	40.40	75.07	40.58	0.0318	72.04	40.42	0.0176	70.49	40.37	0.0158
8	79.12	40.56	81.70	40.65	0.0214	79.41	40.56	0.0165	77.32	40.56	0.0271
7	87.48	40.79	90.97	40.79	0.0147	88.22	40.77	0.0281	84.37	40.76	0.0450
6	95.81	40.99	102.76	41.03	0.0195	97.27	41.03	0.0511	92.66	40.87	0.0360
5	107.02	41.11	114.80	41.40	0.0335	107.78	41.15	0.0381	104.45	41.04	0.0279
4	123.59	41.38	127.67	41.53	0.0157	123.86	41.38	0.0271	120.11	41.34	0.0472
3	142.21	42.02	150.48	41.86	0.0069	146.48	41.82	0.0729	135.89	41.86	0.1425
2	153.98	42.08	187.18	42.51	0.0075	161.92	42.69	0.3185	151.27	41.98	0.0564
1	188.52	42.54	255.13	43.46	0.0142	186.37	42.53	0.0185	183.32	42.47	0.0024
0	256.99	43.49	...	...	...	251.16	43.42	0.0067	237.54	43.64	0.0019
1	...	...	471.77	47.70	0.4082	304.39	45.97	0.0934	248.84	43.61	0.0132
2	...	...	707.33	47.21	0.4395	436.90	46.46	0.1190	333.92	45.60	0.0469
3	...	...	883.66	46.05	0.5475	525.18	45.62	0.2306	387.32	45.04	0.1651
4	...	...	994.66	46.58	0.4784	597.67	46.46	0.1422	443.61	46.24	0.0581
5	...	...	1242.37	47.26	0.4684	740.98	47.16	0.1384	544.39	47.02	0.0576
6	...	...	1505.84	47.16	0.4755	891.21	47.08	0.1445	649.19	46.98	0.0630
7	...	...	1765.97	46.27	0.4790	1039.07	46.17	0.1468	752.28	46.09	0.0644
8	...	...	1888.83	45.39	0.4701	1105.87	45.35	0.1367	797.82	45.30	0.0530
9	...	...	2065.17	46.44	0.4855	1209.82	46.44	0.1532	871.30	46.42	0.0707
10	...	...	2336.35	46.76	0.4888	1364.65	46.75	0.1562	979.35	46.74	0.0735

Modèle # 2,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27678$  K,  $\log g = 5.64$ , âge = 12.06 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	70.08	40.25	73.89	40.38	0.0241	70.60	40.30	0.0232	68.85	40.20	0.0141
9	76.49	40.37	79.69	40.54	0.0292	76.76	40.39	0.0161	75.13	40.35	0.0170
8	84.38	40.54	86.99	40.61	0.0178	84.67	40.54	0.0173	82.22	40.55	0.0315
7	92.98	40.78	97.05	40.76	0.0135	93.86	40.76	0.0329	89.49	40.73	0.0452
6	101.71	40.94	109.47	41.01	0.0200	103.10	40.99	0.0527	98.58	40.82	0.0325
5	114.06	41.06	121.60	41.36	0.0306	114.65	41.10	0.0349	111.35	41.01	0.0279
4	131.82	41.35	135.89	41.46	0.0121	132.13	41.34	0.0289	127.86	41.32	0.0555
3	149.28	42.03	160.74	41.82	0.0062	155.56	41.82	0.1138	143.25	41.80	0.1403
2	163.37	41.95	199.92	42.47	0.0073	168.58	42.44	0.2660	160.69	41.90	0.0394
1	201.30	42.49	272.57	43.43	0.0141	198.65	42.47	0.0115	195.32	42.42	0.0000
0	274.64	43.46	...	...	...	267.85	43.38	0.0064	242.51	44.02	0.0133
1	...	...	463.88	47.65	0.4081	304.09	45.51	0.0940	261.85	43.36	0.0027
2	...	...	678.74	47.43	0.4385	424.31	46.56	0.1152	329.09	45.55	0.0405
3	...	...	881.44	46.32	0.5038	529.86	45.75	0.1943	395.80	45.04	0.1398
4	...	...	968.84	46.12	0.5314	576.07	45.85	0.1893	425.93	45.46	0.0969
5	...	...	1179.53	47.10	0.4741	698.14	46.95	0.1422	510.26	46.72	0.0604
6	...	...	1444.60	47.27	0.4787	847.59	47.18	0.1464	612.61	47.06	0.0641
7	...	...	1720.70	46.81	0.4830	1004.84	46.78	0.1503	721.90	46.74	0.0677
8	...	...	1943.43	45.46	0.4719	1135.94	45.43	0.1389	817.71	45.42	0.0567
9	...	...	2042.66	45.87	0.4838	1190.03	45.77	0.1498	852.94	45.62	0.0647
10	...	...	2317.24	46.70	0.5019	1346.22	46.69	0.1572	960.49	46.65	0.0740



Modèle # 3,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27598$  K,  $\log g = 5.63$ , âge = 18.02 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	72.44	40.23	76.28	40.37	0.0249	72.92	40.27	0.0219	71.19	40.18	0.0141
9	79.11	40.36	82.24	40.51	0.0272	79.37	40.37	0.0158	77.66	40.34	0.0182
8	87.23	40.53	89.94	40.59	0.0163	87.55	40.53	0.0184	84.87	40.54	0.0341
7	95.92	40.77	100.40	40.75	0.0132	96.90	40.75	0.0360	92.31	40.71	0.0446
6	104.95	40.91	113.10	41.01	0.0204	106.31	40.97	0.0526	101.87	40.80	0.0313
5	117.95	41.05	125.33	41.34	0.0284	118.49	41.08	0.0339	115.16	40.99	0.0287
4	136.26	41.34	140.52	41.44	0.0106	136.71	41.33	0.0311	132.05	41.31	0.0617
3	152.78	42.02	166.45	41.80	0.0059	160.25	41.83	0.1473	147.26	41.77	0.1355
2	168.74	41.90	206.98	42.45	0.0071	172.51	42.29	0.2251	166.01	41.86	0.0326
1	208.39	42.47	282.17	43.41	0.0140	205.50	42.44	0.0091	201.96	42.39	0.0000
0	284.36	43.44	...	...	...	276.87	43.36	0.0069	242.46	44.14	0.0173
1	...	...	456.65	47.60	0.4115	301.34	45.07	0.0952	269.73	43.31	0.0000
2	...	...	664.82	47.49	0.4433	413.08	46.53	0.1180	319.79	45.37	0.0414
3	...	...	882.26	46.45	0.4921	528.62	45.89	0.1719	394.13	45.18	0.0999
4	...	...	980.84	46.04	0.5462	579.92	45.67	0.2149	425.81	45.11	0.1407
5	...	...	1189.99	47.04	0.4756	701.39	46.85	0.1433	510.12	46.56	0.0611
6	...	...	1467.39	47.26	0.4791	859.26	47.16	0.1465	619.70	47.02	0.0639
7	...	...	1754.40	46.81	0.4833	1023.45	46.78	0.1505	734.41	46.75	0.0677
8	...	...	1987.16	45.47	0.4723	1161.28	45.45	0.1395	835.63	45.44	0.0576
9	...	...	2088.58	45.84	0.4837	1216.36	45.74	0.1494	871.68	45.58	0.0639
10	...	...	2370.58	46.72	0.4927	1376.62	46.68	0.1573	981.65	46.63	0.0741

Modèle # 4,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27564$  K,  $\log g = 5.62$ , âge = 20.52 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	73.44	40.22	77.26	40.37	0.0254	73.88	40.26	0.0215	72.16	40.18	0.0142
9	80.21	40.35	83.30	40.51	0.0267	80.45	40.36	0.0159	78.70	40.33	0.0188
8	88.42	40.53	91.16	40.58	0.0160	88.73	40.53	0.0190	85.95	40.54	0.0351
7	97.17	40.77	101.77	40.74	0.0133	98.15	40.75	0.0373	93.49	40.70	0.0442
6	106.35	40.90	114.59	41.01	0.0208	107.65	40.96	0.0524	103.25	40.79	0.0311
5	119.60	41.04	126.87	41.33	0.0277	120.10	41.07	0.0338	116.74	40.99	0.0293
4	138.15	41.34	142.45	41.43	0.0102	138.61	41.32	0.0324	133.75	41.31	0.0647
3	154.50	42.01	168.82	41.79	0.0059	162.11	41.84	0.1626	148.92	41.75	0.1329
2	171.07	41.88	209.91	42.44	0.0071	174.24	42.23	0.2071	168.25	41.85	0.0303
1	211.34	42.46	286.14	43.40	0.0139	208.35	42.43	0.0084	204.72	42.38	0.0000
0	288.38	43.43	...	...	...	280.56	43.36	0.0074	243.13	44.14	0.0187
1	...	...	457.79	47.57	0.4129	302.12	44.91	0.0957	273.17	43.30	0.0000
2	...	...	669.21	47.48	0.4440	414.96	46.51	0.1187	320.67	45.30	0.0418
3	...	...	890.51	46.45	0.4926	533.24	45.88	0.1717	397.36	45.18	0.0982
4	...	...	990.52	46.04	0.5461	585.57	45.66	0.2154	429.92	45.09	0.1426
5	...	...	1202.79	47.04	0.4758	708.68	46.84	0.1435	515.20	46.55	0.0613
6	...	...	1483.22	47.25	0.4792	868.35	47.15	0.1466	626.08	47.01	0.0641
7	...	...	1773.01	46.80	0.4834	1034.17	46.77	0.1506	741.96	46.74	0.0678
8	...	...	2006.63	45.46	0.4726	1172.68	45.44	0.1394	843.88	45.44	0.0576
9	...	...	2110.23	45.85	0.4840	1228.86	45.75	0.1497	880.52	45.58	0.0642
10	...	...	2395.13	46.71	0.4906	1390.77	46.68	0.1574	991.62	46.63	0.0742

Modèle # 5,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27505$  K,  $\log g = 5.60$ , âge = 25.27 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	75.21	40.21	79.07	40.36	0.0252	75.65	40.24	0.0203	73.95	40.16	0.0141
9	82.18	40.34	85.23	40.49	0.0246	82.43	40.35	0.0155	80.63	40.33	0.0196
8	90.54	40.53	93.39	40.57	0.0146	90.92	40.52	0.0196	87.95	40.53	0.0368
7	99.29	40.77	104.31	40.74	0.0127	100.45	40.75	0.0395	95.63	40.68	0.0433
6	108.71	40.88	117.34	41.00	0.0205	110.09	40.94	0.0520	105.74	40.78	0.0300
5	122.47	41.02	129.70	41.31	0.0256	123.00	41.05	0.0329	119.62	40.98	0.0297
4	141.33	41.33	145.94	41.41	0.0091	142.05	41.31	0.0339	136.89	41.30	0.0690
3	156.59	41.96	173.12	41.78	0.0056	165.38	41.86	0.1896	151.94	41.72	0.1274
2	175.11	41.85	215.25	42.42	0.0070	177.40	42.12	0.1714	172.24	41.82	0.0257
1	216.69	42.45	293.41	43.39	0.0139	213.51	42.41	0.0069	209.64	42.36	0.0000
0	295.75	43.42	...	...	...	286.31	43.41	0.0205	239.63	44.11	0.0231
1	...	...	446.28	47.51	0.4188	296.72	44.10	0.0862	278.77	43.27	0.0000
2	...	...	654.32	47.50	0.4487	402.61	46.40	0.1222	309.21	44.86	0.0439
3	...	...	889.21	46.54	0.4865	530.99	45.97	0.1608	394.41	45.26	0.0805
4	...	...	999.85	45.99	0.5547	590.36	45.58	0.2284	433.54	44.96	0.1621
5	...	...	1209.19	46.99	0.4766	711.37	46.78	0.1440	516.41	46.45	0.0616
6	...	...	1497.50	47.24	0.4794	876.06	47.13	0.1466	631.20	46.98	0.0639
7	...	...	1794.48	46.81	0.4836	1046.23	46.78	0.1506	750.28	46.75	0.0678
8	...	...	2037.44	45.47	0.4727	1190.52	45.46	0.1400	856.43	45.47	0.0585
9	...	...	2140.40	45.82	0.4835	1246.43	45.70	0.1490	893.33	45.53	0.0631
10	...	...	2429.29	46.70	0.4907	1410.31	46.66	0.1575	1005.33	46.61	0.0742

Modèle # 6,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27380$  K,  $\log g = 5.57$ , âge = 37.76 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	79.83	40.18	83.60	40.34	0.0259	80.15	40.20	0.0184	78.46	40.14	0.0147
9	87.26	40.32	90.17	40.44	0.0213	87.46	40.33	0.0157	85.45	40.31	0.0226
8	95.99	40.52	99.08	40.54	0.0130	96.41	40.51	0.0225	92.93	40.52	0.0407
7	104.94	40.74	110.72	40.72	0.0127	106.15	40.74	0.0454	101.09	40.64	0.0405
6	115.14	40.84	124.17	40.99	0.0214	116.27	40.89	0.0500	112.12	40.75	0.0285
5	130.05	41.00	136.85	41.25	0.0218	130.44	41.02	0.0322	126.92	40.95	0.0321
4	149.74	41.32	154.92	41.36	0.0075	150.77	41.28	0.0413	144.63	41.29	0.0820
3	163.94	41.86	184.12	41.74	0.0053	172.81	41.93	0.2457	159.64	41.63	0.1099
2	185.92	41.79	228.85	42.38	0.0068	186.27	41.92	0.0945	182.56	41.77	0.0169
1	230.40	42.41	311.87	43.36	0.0138	226.72	42.36	0.0044	221.96	42.33	0.0000
0	314.47	43.39	...	...	...	291.82	44.16	0.0969	238.80	43.61	0.0319
1	...	...	446.03	47.33	0.4281	307.64	43.36	0.0180	293.61	43.25	0.0015
2	...	...	668.78	47.46	0.4514	408.80	46.21	0.1244	313.00	44.22	0.0414
3	...	...	921.16	46.52	0.4869	549.27	45.94	0.1595	407.50	45.21	0.0758
4	...	...	1038.74	45.97	0.5576	613.54	45.52	0.2334	451.45	44.86	0.1703
5	...	...	1258.15	46.97	0.4773	739.41	46.73	0.1446	536.11	46.37	0.0623
6	...	...	1559.92	47.22	0.4798	911.97	47.11	0.1470	656.49	46.94	0.0643
7	...	...	1869.83	46.80	0.4851	1089.71	46.76	0.1509	780.98	46.73	0.0681
8	...	...	2121.23	45.46	0.4728	1239.69	45.45	0.1401	891.90	45.46	0.0588
9	...	...	2230.47	45.83	0.4839	1298.68	45.70	0.1493	930.69	45.52	0.0632
10	...	...	2531.72	46.69	0.4909	1469.49	46.66	0.1576	1047.16	46.60	0.0744

Modèle # 7,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27276$  K,  $\log g = 5.52$ , âge = 55.13 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	86.30	40.14	89.86	40.30	0.0236	86.55	40.15	0.0161	84.81	40.11	0.0160
9	94.32	40.29	97.16	40.38	0.0159	94.54	40.29	0.0163	92.13	40.29	0.0278
8	103.40	40.51	107.11	40.50	0.0106	104.04	40.49	0.0277	99.80	40.48	0.0437
7	112.50	40.70	119.69	40.69	0.0120	113.96	40.71	0.0525	108.79	40.58	0.0356
6	124.00	40.77	133.54	40.98	0.0207	124.98	40.82	0.0458	121.09	40.71	0.0267
5	140.47	40.96	146.89	41.17	0.0157	140.89	40.97	0.0320	137.08	40.92	0.0362
4	160.30	41.35	167.58	41.31	0.0056	162.76	41.26	0.0594	154.96	41.29	0.0977
3	173.38	41.62	199.59	41.69	0.0047	181.29	41.95	0.2589	170.40	41.50	0.0779
2	201.15	41.73	248.01	42.33	0.0066	199.88	41.76	0.0332	196.89	41.70	0.0055
1	249.68	42.35	337.77	43.31	0.0139	245.13	42.30	0.0020	226.40	43.05	0.0319
0	340.78	43.35	...	...	...	281.30	44.35	0.1258	242.10	42.31	0.0056
1	...	...	430.48	46.88	0.4463	331.43	43.26	0.0072	304.15	43.64	0.0333
2	...	...	670.73	47.40	0.4551	407.85	45.81	0.1266	322.59	43.29	0.0103
3	...	...	946.35	46.59	0.4817	563.88	45.95	0.1518	418.17	45.15	0.0652
4	...	...	1082.35	45.91	0.5676	640.30	45.42	0.2463	473.71	44.71	0.1851
5	...	...	1298.41	46.89	0.4785	762.73	46.61	0.1459	552.84	46.16	0.0640
6	...	...	1613.01	47.21	0.4799	942.86	47.07	0.1470	678.58	46.87	0.0643
7	...	...	1935.68	46.85	0.5307	1128.06	46.81	0.1510	808.38	46.75	0.0682
8	...	...	2215.57	45.56	0.4755	1294.05	45.56	0.1434	929.64	45.62	0.0628
9	...	...	2319.44	45.66	0.4808	1352.55	45.53	0.1457	971.71	45.37	0.0589
10	...	...	2613.14	46.66	0.4901	1518.57	46.61	0.1572	1083.06	46.52	0.0741

Modèle # 8,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27273$  K,  $\log g = 5.49$ , âge = 67.83 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	91.35	40.11	94.68	40.25	0.0199	91.57	40.12	0.0153	89.71	40.09	0.0183
9	99.74	40.28	102.68	40.34	0.0123	100.03	40.27	0.0181	97.18	40.28	0.0329
8	108.87	40.50	113.38	40.48	0.0092	109.81	40.48	0.0341	105.05	40.44	0.0434
7	118.23	40.64	126.59	40.68	0.0117	119.84	40.68	0.0562	114.85	40.53	0.0320
6	130.93	40.73	140.55	40.97	0.0189	131.83	40.77	0.0425	128.09	40.68	0.0267
5	148.45	40.94	154.82	41.10	0.0112	149.06	40.94	0.0344	144.86	40.91	0.0421
4	167.12	41.40	177.58	41.27	0.0045	171.58	41.26	0.0915	162.32	41.28	0.1039
3	181.41	41.44	211.75	41.66	0.0044	186.76	41.82	0.2152	178.80	41.40	0.0491
2	213.23	41.68	263.02	42.28	0.0064	211.07	41.68	0.0130	207.05	41.70	0.0000
1	264.83	42.31	357.92	43.28	0.0146	258.60	42.29	0.0114	217.93	42.50	0.0596
0	361.31	43.31	...	...	...	271.33	43.29	0.1356	255.28	42.22	0.0000
1	...	...	415.19	46.27	0.4620	350.41	43.22	0.0064	306.18	43.82	0.0418
2	...	...	672.21	47.33	0.4567	408.39	45.42	0.1270	338.26	43.16	0.0033
3	...	...	961.77	46.64	0.4780	573.20	45.95	0.1471	425.33	45.06	0.0599
4	...	...	1114.10	45.87	0.5725	660.19	45.34	0.2527	490.76	44.60	0.1910
5	...	...	1322.30	46.82	0.4797	777.03	46.49	0.1474	563.44	45.98	0.0663
6	...	...	1639.68	47.20	0.4794	959.35	47.04	0.1468	690.92	46.81	0.0643
7	...	...	1950.74	47.00	0.4822	1141.17	46.91	0.1504	819.81	46.81	0.0680
8	...	...	2160.91	46.69	0.4814	1277.05	46.52	0.1502	925.21	46.38	0.0689
9	...	...	2309.65	45.50	0.4740	1353.97	45.47	0.1413	978.50	45.46	0.0600
10	...	...	2415.14	45.78	0.4847	1409.66	45.68	0.1488	1013.20	45.52	0.0636

Modèle # 9,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27347$  K,  $\log g = 5.47$ , âge = 77.34 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	94.96	40.09	98.10	40.22	0.0174	95.14	40.10	0.0153	93.13	40.08	0.0207
9	103.57	40.27	106.62	40.31	0.0107	103.89	40.26	0.0202	100.66	40.26	0.0365
8	112.73	40.49	117.82	40.46	0.0087	113.76	40.47	0.0400	108.73	40.40	0.0416
7	122.44	40.61	131.40	40.67	0.0119	123.89	40.65	0.0572	119.15	40.50	0.0297
6	135.97	40.71	145.34	40.95	0.0177	136.69	40.74	0.0404	133.03	40.66	0.0271
5	154.15	40.92	160.46	41.05	0.0090	154.79	40.91	0.0377	150.23	40.90	0.0477
4	171.92	41.40	184.70	41.24	0.0040	177.14	41.28	0.1286	167.15	41.27	0.1014
3	187.81	41.36	220.39	41.63	0.0042	190.66	41.64	0.1599	184.77	41.34	0.0300
2	221.87	41.65	273.68	42.25	0.0064	219.17	41.64	0.0061	210.83	41.97	0.0194
1	275.60	42.28	372.14	43.25	0.0161	264.25	42.60	0.0933	219.94	41.83	0.0434
0	375.86	43.29	...	...	...	273.64	42.44	0.0630	264.95	42.19	0.0000
1	...	...	411.78	45.78	0.4672	363.78	43.19	0.0069	309.20	43.77	0.0444
2	...	...	676.93	47.28	0.4570	411.75	45.14	0.1268	349.92	43.11	0.0030
3	...	...	972.35	46.66	0.4763	579.85	45.93	0.1453	430.55	44.97	0.0575
4	...	...	1133.61	45.85	0.5752	672.83	45.30	0.2562	502.03	44.53	0.1937
5	...	...	1334.12	46.76	0.4804	784.88	46.41	0.1485	569.68	45.83	0.0684
6	...	...	1631.37	47.29	0.4776	960.12	47.06	0.1460	694.12	46.78	0.0641
7	...	...	1811.14	48.89	0.9090	1075.08	47.42	0.1481	784.74	47.25	0.0675
8	...	...	2044.46	46.87	0.4845	1193.38	46.84	0.1519	857.13	46.79	0.0694
9	...	...	2331.05	45.62	0.4777	1360.66	45.65	0.1461	976.36	45.73	0.0657
10	...	...	2440.29	45.58	0.4796	1424.00	45.45	0.1439	1024.69	45.29	0.0570

Modèle #10,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27499$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 84.38 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	96.98	40.08	99.99	40.19	0.0152	97.15	40.08	0.0153	95.04	40.08	0.0225
9	105.67	40.26	108.83	40.29	0.0093	106.04	40.25	0.0220	102.54	40.25	0.0387
8	114.71	40.48	120.33	40.45	0.0081	115.90	40.46	0.0445	110.75	40.38	0.0396
7	124.66	40.57	134.07	40.66	0.0116	126.06	40.62	0.0570	121.55	40.48	0.0279
6	138.72	40.69	147.90	40.93	0.0161	139.37	40.71	0.0389	135.79	40.65	0.0272
5	157.15	40.92	163.58	41.02	0.0073	157.95	40.90	0.0408	153.13	40.89	0.0516
4	173.83	41.39	188.70	41.22	0.0036	179.46	41.33	0.1573	169.41	41.25	0.0937
3	191.30	41.31	225.27	41.61	0.0041	192.47	41.49	0.1088	187.68	41.30	0.0143
2	226.73	41.63	279.70	42.23	0.0064	223.58	41.61	0.0028	207.03	42.21	0.0563
1	281.69	42.26	380.01	43.24	0.0234	259.33	43.02	0.1506	222.75	41.65	0.0191
0	384.12	43.27	...	...	...	277.52	42.25	0.0169	270.12	42.16	0.0000
1	...	...	401.05	45.07	0.4673	371.01	43.17	0.0084	307.30	43.67	0.0458
2	...	...	670.15	47.24	0.4572	408.36	44.83	0.1254	355.99	43.07	0.0037
3	...	...	965.90	46.71	0.4737	576.56	45.92	0.1426	428.57	44.89	0.0548
4	...	...	1136.69	45.84	0.5776	675.83	45.26	0.2593	506.08	44.47	0.1942
5	...	...	1312.06	46.70	0.4816	774.67	46.31	0.1506	563.99	45.65	0.0723
6	...	...	1512.03	47.46	0.4770	898.24	47.23	0.1470	655.98	46.88	0.0662
7	...	...	1715.82	47.24	0.4822	1004.62	47.10	0.1493	724.14	46.89	0.0672
8	...	...	2030.11	46.90	0.4849	1182.52	46.84	0.1519	846.84	46.76	0.0691
9	...	...	2334.90	45.72	0.4797	1361.62	45.76	0.1482	975.77	45.85	0.0673
10	...	...	2447.70	45.51	0.4775	1429.70	45.39	0.1418	1030.16	45.25	0.0554

Modèle #11,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27639$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 88.05 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	97.61	40.08	100.56	40.18	0.0145	97.75	40.08	0.0159	95.56	40.07	0.0240
9	106.29	40.26	109.52	40.28	0.0091	106.65	40.24	0.0238	103.02	40.25	0.0396
8	115.29	40.47	121.09	40.44	0.0082	116.42	40.46	0.0472	111.33	40.37	0.0386
7	125.41	40.56	134.81	40.66	0.0119	126.64	40.61	0.0566	122.29	40.47	0.0277
6	139.63	40.68	148.56	40.92	0.0156	140.19	40.70	0.0391	136.63	40.64	0.0282
5	158.09	40.91	164.58	41.01	0.0069	158.89	40.90	0.0442	153.89	40.89	0.0550
4	174.39	41.37	190.01	41.21	0.0035	179.68	41.35	0.1699	169.85	41.24	0.0888
3	192.51	41.30	226.85	41.60	0.0040	192.94	41.44	0.0871	188.52	41.29	0.0088
2	228.32	41.62	281.60	42.23	0.0063	224.98	41.60	0.0019	205.86	42.18	0.0634
1	283.62	42.25	382.30	43.24	0.0329	257.61	43.04	0.1568	224.05	41.63	0.0158
0	386.66	43.26	...	...	...	279.18	42.23	0.0131	271.71	42.15	0.0000
1	...	...	397.85	44.73	0.4590	373.13	43.16	0.0093	306.35	43.61	0.0464
2	...	...	666.86	47.22	0.4570	406.89	44.70	0.1245	357.81	43.06	0.0038
3	...	...	960.54	46.73	0.4724	573.75	45.92	0.1416	426.78	44.85	0.0541
4	...	...	1134.79	45.84	0.5756	675.32	45.25	0.2574	506.31	44.46	0.1910
5	...	...	1291.85	46.67	0.4833	764.95	46.26	0.1523	558.31	45.55	0.0755
6	...	...	1465.04	47.37	0.4884	868.58	47.10	0.1476	633.86	46.73	0.0668
7	...	...	1705.45	47.22	0.4815	997.26	47.05	0.1490	717.75	46.81	0.0666
8	...	...	2024.30	46.91	0.4849	1179.07	46.84	0.1519	844.31	46.75	0.0691
9	...	...	2328.93	45.76	0.4805	1357.87	45.80	0.1489	972.83	45.89	0.0678
10	...	...	2443.92	45.49	0.4770	1428.00	45.38	0.1415	1029.35	45.25	0.0552

Modèle #12,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27891$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 92.52 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	97.51	40.07	100.38	40.17	0.0134	97.65	40.08	0.0161	95.41	40.07	0.0252
9	106.11	40.26	109.41	40.27	0.0085	106.51	40.24	0.0251	102.77	40.24	0.0404
8	114.96	40.47	120.99	40.44	0.0079	116.13	40.46	0.0498	111.09	40.35	0.0373
7	125.13	40.55	134.61	40.66	0.0117	126.29	40.60	0.0560	122.12	40.47	0.0269
6	139.44	40.67	148.14	40.91	0.0147	139.95	40.69	0.0386	136.46	40.64	0.0284
5	157.75	40.91	164.30	40.99	0.0062	158.62	40.89	0.0470	153.52	40.89	0.0570
4	173.37	41.35	189.86	41.20	0.0033	178.34	41.38	0.1774	168.90	41.22	0.0806
3	192.15	41.28	226.68	41.59	0.0039	191.89	41.38	0.0637	187.48	41.29	0.0010
2	228.15	41.61	281.38	42.22	0.0063	224.54	41.59	0.0016	201.24	42.05	0.0775
1	283.42	42.24	381.01	43.31	0.1167	251.40	43.02	0.1673	223.49	41.61	0.0112
0	386.41	43.25	...	...	...	278.66	42.21	0.0089	271.12	42.14	0.0000
1	...	...	388.50	43.92	0.3777	372.37	43.16	0.0115	302.02	43.52	0.0468
2	...	...	655.94	47.20	0.4569	400.83	44.51	0.1223	356.81	43.05	0.0046
3	...	...	944.88	46.77	0.4709	564.87	45.92	0.1403	420.52	44.79	0.0528
4	...	...	1121.44	45.85	0.5736	668.29	45.24	0.2558	501.89	44.45	0.1859
5	...	...	1248.69	46.60	0.4864	742.23	46.17	0.1558	543.86	45.39	0.0821
6	...	...	1409.73	47.15	0.4818	832.98	46.87	0.1482	606.44	46.44	0.0672
7	...	...	1679.40	47.20	0.4814	981.51	47.02	0.1487	706.04	46.75	0.0661
8	...	...	1998.14	46.93	0.4849	1163.94	46.86	0.1519	833.56	46.76	0.0690
9	...	...	2299.32	45.85	0.4818	1340.35	45.88	0.1500	960.02	45.96	0.0686
10	...	...	2415.90	45.46	0.4759	1412.72	45.36	0.1406	1019.08	45.24	0.0549

Modèle #13,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28034$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 94.63 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	96.99	40.07	99.88	40.16	0.0122	97.19	40.07	0.0162	94.94	40.07	0.0257
9	105.45	40.26	108.89	40.27	0.0078	106.00	40.24	0.0255	102.24	40.24	0.0407
8	114.09	40.46	120.42	40.44	0.0074	115.54	40.46	0.0505	110.53	40.35	0.0369
7	124.28	40.54	133.95	40.66	0.0109	125.64	40.59	0.0559	121.54	40.46	0.0267
6	138.59	40.67	147.36	40.91	0.0133	139.27	40.69	0.0388	135.79	40.63	0.0287
5	156.56	40.92	163.51	40.99	0.0055	157.81	40.89	0.0490	152.62	40.89	0.0579
4	171.47	41.32	188.98	41.20	0.0032	176.66	41.40	0.1777	167.32	41.22	0.0684
3	191.06	41.26	225.64	41.59	0.0039	190.38	41.34	0.0478	184.61	41.35	0.0009
2	227.07	41.61	280.06	42.22	0.0064	223.04	41.60	0.0042	195.25	41.73	0.0932
1	282.10	42.24	372.81	44.01	0.4300	242.93	42.84	0.1819	222.20	41.59	0.0079
0	384.62	43.25	...	...	...	277.16	42.20	0.0063	269.58	42.14	0.0000
1	...	...	382.10	43.29	0.0751	370.24	43.17	0.0141	297.71	43.45	0.0470
2	...	...	646.69	47.18	0.4579	395.09	44.36	0.1199	354.89	43.04	0.0048
3	...	...	935.16	46.78	0.4708	558.82	45.92	0.1400	415.98	44.76	0.0523
4	...	...	1113.42	45.85	0.5728	663.38	45.24	0.2555	498.35	44.44	0.1843
5	...	...	1234.14	46.60	0.4858	734.13	46.15	0.1566	538.22	45.35	0.0841
6	...	...	1384.62	47.08	0.4791	818.19	46.82	0.1482	595.82	46.37	0.0674
7	...	...	1656.83	47.20	0.4812	968.29	47.01	0.1485	696.57	46.73	0.0659
8	...	...	1973.51	46.95	0.4849	1149.61	46.88	0.1518	823.34	46.77	0.0689
9	...	...	2272.63	45.92	0.4830	1324.36	45.96	0.1509	948.18	46.04	0.0692
10	...	...	2392.90	45.44	0.4752	1399.79	45.35	0.1401	1010.12	45.23	0.0547

Modèle #14,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28096$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 95.42 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	96.85	40.07	99.70	40.16	0.0124	97.02	40.07	0.0163	94.77	40.07	0.0258
9	105.32	40.26	108.70	40.27	0.0079	105.80	40.24	0.0258	102.05	40.24	0.0407
8	113.99	40.46	120.21	40.44	0.0075	115.31	40.46	0.0509	110.32	40.35	0.0368
7	124.15	40.54	133.70	40.66	0.0112	125.38	40.59	0.0558	121.32	40.46	0.0266
6	138.42	40.67	147.08	40.91	0.0136	139.01	40.69	0.0387	135.55	40.63	0.0287
5	156.43	40.92	163.21	40.99	0.0057	157.52	40.89	0.0491	152.36	40.89	0.0580
4	171.44	41.33	188.65	41.20	0.0032	176.36	41.40	0.1782	167.17	41.22	0.0714
3	190.77	41.26	225.24	41.59	0.0039	190.10	41.34	0.0492	184.95	41.32	0.0000
2	226.68	41.61	279.57	42.22	0.0064	222.77	41.59	0.0030	196.04	41.82	0.0902
1	281.60	42.24	373.82	43.86	0.3980	244.15	42.90	0.1778	221.84	41.59	0.0084
0	383.95	43.25	...	...	...	276.69	42.20	0.0067	269.11	42.14	0.0000
1	...	...	381.73	43.32	0.1031	369.61	43.16	0.0140	297.36	43.46	0.0470
2	...	...	645.15	47.18	0.4572	394.50	44.36	0.1199	354.20	43.04	0.0050
3	...	...	930.19	46.79	0.4699	556.40	45.92	0.1395	414.45	44.76	0.0521
4	...	...	1107.03	45.87	0.5680	660.35	45.25	0.2519	496.24	44.46	0.1780
5	...	...	1207.61	46.52	0.4901	720.23	46.08	0.1600	529.79	45.24	0.0900
6	...	...	1366.08	46.99	0.4801	805.36	46.69	0.1487	585.39	46.18	0.0678
7	...	...	1650.82	47.20	0.4813	964.55	47.01	0.1484	693.71	46.72	0.0658
8	...	...	1968.62	46.95	0.4848	1146.75	46.87	0.1518	821.27	46.76	0.0689
9	...	...	2267.41	45.92	0.4827	1321.57	45.95	0.1507	946.37	46.03	0.0691
10	...	...	2386.43	45.45	0.4751	1396.29	45.35	0.1402	1007.69	45.24	0.0548

Modèle #15,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27753$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 97.80 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	96.34	40.08	99.25	40.18	0.0150	96.48	40.08	0.0157	94.33	40.08	0.0236
9	104.95	40.26	108.08	40.29	0.0093	105.29	40.25	0.0230	101.72	40.25	0.0395
8	113.91	40.48	119.50	40.45	0.0083	115.00	40.46	0.0460	109.91	40.37	0.0391
7	123.85	40.57	133.07	40.66	0.0120	125.09	40.62	0.0570	120.69	40.48	0.0279
6	137.83	40.68	146.70	40.93	0.0160	138.39	40.71	0.0393	134.83	40.64	0.0280
5	156.10	40.91	162.43	41.01	0.0071	156.83	40.90	0.0431	151.89	40.89	0.0540
4	172.51	41.38	187.45	41.22	0.0035	177.71	41.34	0.1664	167.74	41.24	0.0898
3	190.01	41.30	223.76	41.61	0.0040	190.74	41.46	0.0986	186.21	41.29	0.0116
2	225.22	41.63	277.79	42.23	0.0063	222.08	41.61	0.0026	207.24	42.12	0.0532
1	279.77	42.26	377.53	43.23	0.0180	262.15	42.84	0.1394	221.76	41.67	0.0257
0	381.48	43.26	...	...	...	276.33	42.29	0.0306	268.57	42.16	0.0000
1	...	...	410.88	45.49	0.4757	368.88	43.16	0.0067	315.40	43.71	0.0447
2	...	...	695.77	47.21	0.4575	421.88	45.17	0.1273	354.43	43.09	0.0043
3	...	...	1000.41	46.48	0.4856	596.35	45.77	0.1544	442.86	44.90	0.0624
4	...	...	1141.42	45.86	0.5711	677.46	45.29	0.2531	505.67	44.49	0.1951
5	...	...	1364.18	46.87	0.4787	803.91	46.54	0.1462	583.71	45.98	0.0656
6	...	...	1588.62	47.36	0.5197	939.40	47.23	0.1468	682.69	46.93	0.0659
7	...	...	1810.63	47.19	0.4820	1059.31	47.07	0.1498	762.41	46.91	0.0677
8	...	...	2131.39	46.56	0.4849	1241.24	46.54	0.1521	888.41	46.52	0.0695
9	...	...	2364.31	45.40	0.4719	1384.01	45.35	0.1386	998.39	45.31	0.0562
10	...	...	2521.46	46.05	0.4871	1466.26	45.90	0.1531	1048.52	45.68	0.0677

Modèle #16,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28033$  K,  $\log g = 5.45$ , âge = 100.24 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	98.75	40.07	101.62	40.15	0.0114	98.96	40.07	0.0166	96.58	40.07	0.0273
9	107.27	40.26	110.85	40.26	0.0075	107.87	40.24	0.0271	103.93	40.23	0.0412
8	115.95	40.45	122.58	40.43	0.0073	117.45	40.45	0.0526	112.41	40.33	0.0358
7	126.43	40.52	136.23	40.65	0.0110	127.74	40.58	0.0551	123.69	40.45	0.0264
6	141.07	40.66	149.72	40.89	0.0125	141.75	40.68	0.0390	138.19	40.63	0.0297
5	159.15	40.92	166.42	40.97	0.0050	160.57	40.88	0.0534	155.06	40.89	0.0609
4	173.79	41.29	192.52	41.19	0.0030	178.77	41.42	0.1810	169.61	41.20	0.0611
3	194.49	41.25	229.90	41.58	0.0038	193.48	41.30	0.0375	187.98	41.31	0.0000
2	231.35	41.60	285.31	42.20	0.0063	227.25	41.58	0.0030	199.65	41.75	0.0944
1	287.40	42.23	383.98	43.53	0.2892	249.84	42.87	0.1823	226.44	41.59	0.0090
0	391.75	43.24	...	...	...	282.43	42.19	0.0075	274.75	42.13	0.0000
1	...	...	390.82	43.47	0.2165	377.43	43.14	0.0104	307.92	43.52	0.0473
2	...	...	672.51	47.16	0.4573	409.84	44.59	0.1238	361.35	43.03	0.0053
3	...	...	967.49	46.68	0.4711	580.13	45.84	0.1435	432.14	44.79	0.0549
4	...	...	1124.59	45.91	0.5520	674.57	45.24	0.2534	507.77	44.41	0.1918
5	...	...	1197.24	46.40	0.4841	734.01	46.24	0.1449	550.77	45.56	0.0708
6	...	...	1391.42	46.90	0.4777	823.27	46.63	0.1449	603.82	46.24	0.0630
7	...	...	1701.07	47.20	0.4799	997.69	47.01	0.1475	719.89	46.74	0.0651
8	...	...	1900.66	47.59	0.4830	1128.46	47.45	0.1511	825.94	47.18	0.0686
9	...	...	2089.12	46.77	0.4857	1218.39	46.74	0.1530	875.29	46.73	0.0704
10	...	...	2357.73	45.50	0.4753	1378.09	45.50	0.1434	990.71	45.55	0.0632

Modèle #17,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28399$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 102.90 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	96.43	40.07	99.28	40.15	0.0107	96.69	40.07	0.0167	94.35	40.07	0.0275
9	104.69	40.26	108.32	40.27	0.0070	105.40	40.24	0.0274	101.53	40.23	0.0413
8	113.09	40.45	119.79	40.43	0.0069	114.74	40.45	0.0531	109.83	40.34	0.0357
7	123.39	40.52	133.11	40.65	0.0103	124.80	40.58	0.0553	120.86	40.45	0.0264
6	137.71	40.66	146.29	40.89	0.0115	138.48	40.68	0.0394	135.02	40.63	0.0298
5	155.17	40.93	162.61	40.97	0.0047	156.81	40.89	0.0552	151.36	40.90	0.0606
4	169.26	41.27	188.08	41.19	0.0029	173.99	41.43	0.1757	165.09	41.20	0.0502
3	189.93	41.24	224.56	41.58	0.0038	188.67	41.29	0.0293	181.83	41.37	0.0117
2	225.96	41.60	278.67	42.21	0.0064	221.54	41.59	0.0076	192.81	41.58	0.0937
1	280.72	42.24	368.28	44.15	0.4569	239.31	42.70	0.1888	221.07	41.58	0.0074
0	382.73	43.25	...	...	...	275.75	42.19	0.0060	268.21	42.14	0.0000
1	...	...	380.02	43.26	0.0551	368.54	43.15	0.0120	298.68	43.48	0.0471
2	...	...	649.84	47.16	0.4565	396.89	44.48	0.1217	352.97	43.04	0.0053
3	...	...	917.43	46.93	0.4581	557.59	45.93	0.1377	417.75	44.79	0.0529
4	...	...	1026.94	46.52	0.4806	631.36	45.77	0.1615	482.50	44.92	0.0881
5	...	...	1123.14	45.87	0.5675	669.16	45.32	0.2382	501.99	44.54	0.1693
6	...	...	1335.42	46.82	0.4810	784.59	46.46	0.1487	569.13	45.85	0.0682
7	...	...	1628.40	47.28	0.4823	953.47	47.07	0.1495	687.21	46.77	0.0666
8	...	...	1778.43	47.52	0.4877	1040.62	47.41	0.1555	748.98	47.25	0.0730
9	...	...	2024.13	46.79	0.4859	1178.12	46.75	0.1529	842.86	46.68	0.0699
10	...	...	2296.98	45.54	0.4762	1341.76	45.55	0.1446	963.61	45.61	0.0645

Modèle #18,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28725$  K,  $\log g = 5.48$ , âge = 105.04 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	94.20	40.08	96.93	40.16	0.0113	94.38	40.07	0.0167	92.12	40.08	0.0273
9	102.37	40.26	105.76	40.27	0.0074	102.89	40.24	0.0274	99.13	40.24	0.0413
8	110.68	40.45	116.96	40.43	0.0072	112.02	40.46	0.0533	107.23	40.34	0.0357
7	120.65	40.53	129.99	40.65	0.0108	121.82	40.58	0.0554	118.00	40.46	0.0262
6	134.59	40.66	142.86	40.89	0.0124	135.17	40.68	0.0390	131.82	40.63	0.0294
5	151.87	40.92	158.73	40.97	0.0051	153.08	40.88	0.0537	147.89	40.89	0.0600
4	165.94	41.30	183.54	41.19	0.0031	170.21	41.42	0.1765	161.68	41.20	0.0584
3	185.46	41.25	219.10	41.59	0.0038	184.34	41.30	0.0339	178.77	41.33	0.0012
2	220.49	41.61	271.92	42.22	0.0063	216.44	41.59	0.0043	189.57	41.70	0.0946
1	273.92	42.24	362.44	43.95	0.4201	236.14	42.81	0.1839	215.79	41.59	0.0085
0	373.54	43.25	...	...	...	269.12	42.20	0.0068	261.80	42.14	0.0000
1	...	...	371.26	43.30	0.0860	359.87	43.16	0.0114	292.49	43.52	0.0468
2	...	...	635.40	47.17	0.4554	388.44	44.53	0.1218	344.69	43.05	0.0053
3	...	...	894.10	46.95	0.4594	542.85	45.96	0.1369	407.10	44.80	0.0525
4	...	...	1009.42	46.46	0.4873	615.64	45.74	0.1661	467.22	45.00	0.0821
5	...	...	1099.81	45.89	0.5644	654.68	45.34	0.2372	489.96	44.51	0.1774
6	...	...	1309.83	46.85	0.4808	769.27	46.48	0.1486	557.60	45.88	0.0680
7	...	...	1604.92	47.25	0.4818	938.70	47.05	0.1489	675.80	46.76	0.0662
8	...	...	1778.87	47.50	0.5172	1040.53	47.46	0.1561	748.30	47.30	0.0736
9	...	...	1988.10	46.79	0.4862	1157.17	46.75	0.1532	827.82	46.69	0.0703
10	...	...	2247.92	45.52	0.4755	1313.52	45.52	0.1437	943.84	45.57	0.0637



Modèle #19,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28857$  K,  $\log g = 5.48$ , âge = 105.78 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	93.50	40.08	96.23	40.16	0.0114	93.67	40.08	0.0170	91.42	40.08	0.0275
9	101.59	40.26	104.99	40.27	0.0075	102.11	40.25	0.0279	98.39	40.24	0.0413
8	109.85	40.45	116.10	40.43	0.0073	111.17	40.46	0.0537	106.45	40.34	0.0358
7	119.77	40.53	129.02	40.65	0.0109	120.92	40.58	0.0555	117.14	40.46	0.0265
6	133.61	40.66	141.81	40.89	0.0124	134.19	40.68	0.0395	130.86	40.63	0.0298
5	150.72	40.92	157.60	40.97	0.0051	151.93	40.89	0.0549	146.77	40.89	0.0605
4	164.70	41.29	182.22	41.19	0.0031	168.84	41.42	0.1758	160.50	41.20	0.0582
3	184.12	41.25	217.50	41.59	0.0038	182.99	41.30	0.0331	177.47	41.33	0.0009
2	218.88	41.61	269.91	42.22	0.0063	214.83	41.59	0.0046	188.16	41.70	0.0938
1	271.90	42.25	358.67	44.04	0.4349	234.00	42.80	0.1829	214.22	41.59	0.0085
0	370.77	43.25	...	...	...	267.13	42.21	0.0066	259.84	42.15	0.0000
1	...	...	368.35	43.28	0.0711	357.12	43.16	0.0121	289.58	43.50	0.0467
2	...	...	626.96	47.18	0.4544	384.09	44.48	0.1207	342.10	43.05	0.0052
3	...	...	863.28	47.15	0.4561	528.03	46.08	0.1332	398.46	44.82	0.0511
4	...	...	979.26	46.51	0.4877	591.14	45.86	0.1572	444.55	45.19	0.0676
5	...	...	1088.76	45.87	0.5698	646.85	45.28	0.2506	484.12	44.45	0.1930
6	...	...	1295.24	46.83	0.4814	760.15	46.46	0.1493	550.46	45.83	0.0690
7	...	...	1582.99	47.27	0.4828	925.27	47.07	0.1496	665.65	46.77	0.0669
8	...	...	1755.46	47.50	0.7021	1024.48	47.39	0.1564	734.83	47.22	0.0737
9	...	...	1972.94	46.79	0.4864	1148.10	46.75	0.1533	821.13	46.69	0.0704
10	...	...	2229.60	45.53	0.4759	1302.60	45.53	0.1442	935.73	45.59	0.0641

Modèle #20,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 30546$  K,  $\log g = 5.57$ , âge = 110.20 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	80.54	40.11	83.07	40.21	0.0133	80.68	40.11	0.0167	78.85	40.10	0.0246
9	87.72	40.28	90.51	40.31	0.0083	88.06	40.27	0.0251	85.05	40.27	0.0401
8	95.11	40.49	100.06	40.45	0.0074	96.13	40.47	0.0493	91.96	40.38	0.0387
7	103.47	40.56	111.38	40.66	0.0105	104.54	40.61	0.0584	101.02	40.48	0.0278
6	115.17	40.68	122.80	40.92	0.0136	115.70	40.70	0.0410	112.79	40.64	0.0285
5	130.16	40.92	135.97	41.02	0.0063	130.93	40.90	0.0483	126.84	40.89	0.0539
4	143.41	41.35	156.62	41.22	0.0034	147.09	41.38	0.1659	139.56	41.24	0.0724
3	158.62	41.30	186.74	41.63	0.0040	158.25	41.40	0.0581	153.93	41.33	0.0000
2	187.95	41.66	231.90	42.29	0.0063	184.81	41.64	0.0024	164.45	41.90	0.0921
1	233.60	42.31	312.59	43.61	0.2924	205.13	42.96	0.1805	184.44	41.65	0.0138
0	318.69	43.30	...	...	...	229.79	42.28	0.0094	223.90	42.21	0.0000
1	...	...	318.03	43.53	0.2109	308.09	43.21	0.0087	255.46	43.71	0.0439
2	...	...	549.07	47.28	0.4501	337.70	44.82	0.1214	296.07	43.12	0.0036
3	...	...	705.02	47.58	0.4558	436.27	46.50	0.1311	333.79	45.08	0.0524
4	...	...	841.81	46.56	0.4881	502.03	45.88	0.1564	372.86	45.04	0.0660
5	...	...	956.01	45.91	0.5693	566.73	45.35	0.2506	422.36	44.54	0.1918
6	...	...	1140.88	46.89	0.4811	669.27	46.54	0.1486	484.37	45.96	0.0677
7	...	...	1380.98	47.42	0.4851	807.27	47.21	0.1512	580.75	46.93	0.0685
8	...	...	1515.40	47.59	0.5414	883.82	47.32	0.1548	633.76	47.14	0.0719
9	...	...	1745.21	46.77	0.4858	1015.59	46.74	0.1528	726.42	46.69	0.0698
10	...	...	1964.65	45.48	0.4739	1148.62	45.46	0.1416	826.35	45.49	0.0611

Modèle #21,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 34349$  K,  $\log g = 5.72$ , âge = 112.16 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	61.84	40.14	63.99	40.27	0.0143	61.94	40.15	0.0170	60.60	40.14	0.0222
9	67.46	40.30	69.60	40.34	0.0087	67.68	40.29	0.0236	65.51	40.31	0.0381
8	73.29	40.50	76.87	40.46	0.0072	73.99	40.48	0.0464	70.81	40.41	0.0404
7	79.60	40.59	85.64	40.66	0.0095	80.47	40.63	0.0610	77.63	40.50	0.0288
6	88.38	40.69	94.73	40.94	0.0136	88.80	40.72	0.0430	86.58	40.65	0.0271
5	99.92	40.92	104.54	41.06	0.0073	100.35	40.92	0.0451	97.48	40.90	0.0471
4	110.93	41.37	119.78	41.27	0.0037	113.21	41.37	0.1432	107.68	41.28	0.0722
3	121.69	41.38	142.64	41.71	0.0042	121.51	41.50	0.0686	117.69	41.41	0.0000
2	143.60	41.74	177.64	42.40	0.0064	141.09	41.71	0.0041	125.69	41.89	0.0977
1	178.97	42.42	234.27	44.36	0.4583	155.26	42.96	0.1878	141.17	41.73	0.0168
0	243.64	43.37	...	...	...	176.07	42.39	0.0090	171.70	42.33	0.0000
1	...	...	242.12	43.37	0.0464	235.96	43.29	0.0119	193.24	43.88	0.0423
2	...	...	396.51	47.56	0.4436	250.18	44.60	0.1151	220.48	43.77	0.0448
3	...	...	481.12	47.56	0.4632	293.55	46.09	0.1351	229.67	43.31	0.0129
4	...	...	644.17	46.71	0.4826	383.26	46.00	0.1511	283.89	45.07	0.0627
5	...	...	744.00	46.00	0.5682	440.66	45.45	0.2483	327.34	44.67	0.1868
6	...	...	870.12	46.92	0.4823	511.85	46.57	0.1502	371.10	45.99	0.0695
7	...	...	987.21	47.67	0.4804	585.41	47.43	0.1515	424.32	47.09	0.0702
8	...	...	1121.13	47.42	0.4783	660.88	47.24	0.1491	476.17	47.03	0.0673
9	...	...	1208.51	48.00	0.4785	743.41	47.89	0.1464	555.76	47.01	0.0682
10	...	...	1352.30	46.93	0.4855	789.00	46.91	0.1523	575.05	47.23	0.0683

Modèle #22,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 35292$  K,  $\log g = 5.74$ , âge = 112.26 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	59.28	40.15	61.34	40.26	0.0129	59.40	40.15	0.0175	58.09	40.14	0.0231
9	64.62	40.31	66.75	40.33	0.0079	64.88	40.29	0.0250	62.76	40.31	0.0388
8	70.11	40.50	73.72	40.46	0.0067	70.85	40.48	0.0489	67.85	40.41	0.0396
7	76.19	40.57	82.09	40.66	0.0089	77.04	40.62	0.0611	74.42	40.49	0.0284
6	84.66	40.69	90.73	40.93	0.0123	85.08	40.71	0.0431	83.00	40.65	0.0274
5	95.63	40.92	100.20	41.05	0.0065	96.11	40.91	0.0482	93.33	40.90	0.0482
4	105.79	41.36	114.83	41.27	0.0035	107.65	41.41	0.1435	102.43	41.30	0.0543
3	116.50	41.37	136.74	41.72	0.0042	115.73	41.43	0.0406	111.02	41.44	0.0105
2	137.66	41.74	170.39	42.41	0.0066	134.62	41.74	0.0166	118.46	41.66	0.1018
1	171.68	42.43	213.75	44.91	0.4901	144.21	42.65	0.1925	135.18	41.73	0.0132
0	233.55	43.37	...	...	...	168.74	42.39	0.0061	164.35	42.35	0.0000
1	...	...	231.77	43.35	0.0192	221.16	43.94	0.0986	176.62	43.67	0.0455
2	...	...	340.08	47.63	0.4399	228.08	43.38	0.0293	199.34	44.05	0.0500
3	...	...	428.68	47.46	0.4579	263.97	45.57	0.1314	218.98	43.22	0.0043
4	...	...	532.94	48.10	0.4601	355.52	46.17	0.1415	266.40	45.04	0.0589
5	...	...	608.91	46.79	0.4803	376.58	46.50	0.1454	307.16	45.20	0.0936
6	...	...	707.93	46.01	0.5677	419.99	45.46	0.2476	313.86	44.81	0.1550
7	...	...	791.15	47.21	0.4796	481.31	46.52	0.1525	351.01	45.92	0.0717
8	...	...	838.62	47.05	0.4808	525.60	47.41	0.1515	393.37	47.07	0.0711
9	...	...	952.55	47.75	0.4857	576.71	47.65	0.1542	438.93	47.16	0.0686
10	...	...	1063.39	47.41	0.4822	625.33	47.27	0.1512	456.24	47.38	0.0718

Modèle #23,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 35668$  K,  $\log g = 5.73$ , âge = 112.74 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	60.18	40.14	62.24	40.23	0.0095	60.32	40.14	0.0191	58.95	40.13	0.0259
9	65.44	40.31	67.84	40.31	0.0061	65.81	40.29	0.0306	63.57	40.29	0.0403
8	70.75	40.47	74.96	40.45	0.0056	71.62	40.47	0.0571	68.78	40.38	0.0364
7	77.12	40.53	83.34	40.65	0.0078	77.86	40.58	0.0588	75.59	40.47	0.0265
6	85.91	40.66	91.81	40.91	0.0097	86.23	40.68	0.0422	84.29	40.64	0.0278
5	96.81	40.92	101.65	41.01	0.0048	97.01	40.94	0.0630	93.18	41.17	0.0312
4	106.27	41.30	116.78	41.24	0.0034	103.91	41.46	0.0635	96.81	41.10	0.0246
3	118.19	41.32	139.11	41.69	0.0049	114.46	41.27	0.0343	106.37	41.25	0.1037
2	140.06	41.72	169.36	43.19	0.4485	124.53	41.97	0.2157	117.22	41.36	0.0398
1	174.69	42.41	173.97	42.46	0.0662	138.81	41.73	0.0169	129.27	42.46	0.0546
0	237.65	43.35	...	...	...	162.38	43.29	0.1401	137.65	41.73	0.0179
1	...	...	235.45	43.32	0.0206	171.89	42.40	0.0150	166.72	42.36	0.0000
2	...	...	247.57	45.34	0.4671	212.56	45.00	0.1401	171.44	43.26	0.0573
3	...	...	321.66	47.70	0.4676	230.39	43.27	0.0105	190.94	43.84	0.0477
4	...	...	411.08	47.42	0.4602	252.80	44.95	0.1273	221.42	43.18	0.0047
5	...	...	456.32	48.14	0.4769	295.59	47.10	0.1522	232.50	45.12	0.0705
6	...	...	578.54	47.29	0.4760	351.97	46.10	0.1437	262.54	44.94	0.0567
7	...	...	606.35	47.01	0.4811	379.33	46.72	0.1587	291.64	45.91	0.0771
8	...	...	700.59	46.08	0.5542	417.72	45.44	0.2449	312.23	44.64	0.1786
9	...	...	728.26	46.68	0.5001	447.24	46.50	0.1644	333.59	45.70	0.0847
10	...	...	802.47	46.95	0.4864	481.18	46.59	0.1556	354.89	46.09	0.0736

Modèle #24,  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 38587$  K,  $\log g = 5.73$ , âge = 116.87 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	60.56	40.13	62.86	40.13	0.0031	60.91	40.11	0.0361	59.07	40.11	0.0375
9	65.05	40.26	68.84	40.24	0.0028	65.70	40.28	0.0650	63.50	40.19	0.0325
8	70.47	40.31	75.92	40.40	0.0039	70.75	40.37	0.0616	68.51	40.50	0.0150
7	77.70	40.41	83.46	40.61	0.0059	76.71	40.56	0.0408	70.36	40.58	0.0236
6	86.59	40.60	91.38	40.74	0.0052	80.68	40.78	0.0319	76.78	40.40	0.0252
5	95.43	40.91	102.69	40.87	0.0045	88.05	40.62	0.0323	85.49	40.57	0.0372
4	104.50	40.97	118.72	41.15	0.0110	99.02	40.85	0.0756	94.31	40.96	0.0627
3	119.76	41.17	132.29	42.71	0.5221	107.45	41.32	0.1452	97.94	41.28	0.0471
2	142.71	41.63	142.06	41.63	0.0166	117.72	41.26	0.0302	105.17	41.07	0.0826
1	178.07	42.34	176.32	42.34	0.0439	123.70	41.88	0.1716	118.12	41.19	0.0149
0	242.02	43.28	...	...	...	140.93	41.62	0.0065	128.37	42.84	0.0630
1	...	...	180.99	43.49	0.4541	160.66	43.79	0.1441	138.57	41.60	0.0000
2	...	...	239.48	43.26	0.0394	173.90	42.28	0.0016	153.28	42.90	0.0517
3	...	...	243.58	44.57	0.4468	197.65	44.30	0.1388	166.45	42.67	0.0400
4	...	...	310.45	47.08	0.4687	217.88	44.40	0.1413	171.86	42.43	0.0220
5	...	...	348.89	47.23	0.4692	234.56	43.20	0.0131	195.84	44.50	0.0713
6	...	...	408.28	47.99	0.4790	256.31	45.61	0.1528	215.90	43.36	0.0447
7	...	...	408.29	47.99	0.4791	291.81	45.93	0.1459	224.95	43.37	0.0357
8	...	...	474.56	47.60	0.4761	312.47	46.17	0.1513	235.63	44.32	0.0635
9	...	...	513.26	47.25	0.4755	350.48	46.59	0.1602	263.46	45.55	0.0763
10	...	...	570.98	47.53	0.4834	379.81	45.51	0.2010	284.39	44.78	0.0889

Modèle # 1,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26311$  K,  $\log g = 5.58$ , âge = 4.49 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	79.51	40.23	81.64	40.27	0.0134	79.81	40.23	0.0154	77.49	40.23	0.0298
9	86.04	40.43	89.42	40.42	0.0118	86.80	40.42	0.0274	83.29	40.36	0.0337
8	93.06	40.56	98.75	40.60	0.0160	94.14	40.60	0.0408	90.52	40.47	0.0252
7	102.21	40.66	108.81	40.85	0.0275	102.79	40.70	0.0313	99.92	40.61	0.0212
6	114.50	40.83	118.97	41.01	0.0215	114.62	40.84	0.0216	111.68	40.80	0.0284
5	130.03	41.08	133.47	41.13	0.0070	130.30	41.06	0.0260	125.43	41.06	0.0674
4	144.31	41.60	154.76	41.40	0.0035	149.94	41.41	0.0972	138.55	41.38	0.1198
3	157.52	41.53	184.80	41.83	0.0034	163.28	41.97	0.2750	154.63	41.48	0.0391
2	186.28	41.86	229.30	42.48	0.0050	184.25	41.86	0.0218	180.90	41.81	0.0000
1	231.22	42.51	310.45	43.44	0.0126	225.99	42.45	0.0000	218.99	42.39	0.0000
0	313.57	43.47	...	...	...	298.32	43.51	0.0377	244.30	43.71	0.0232
1	...	...	471.41	47.28	0.4082	310.28	43.84	0.0618	286.30	43.25	0.0159
2	...	...	702.03	47.00	0.4492	436.84	45.92	0.1311	338.63	44.84	0.0435
3	...	...	840.60	46.14	0.5842	506.66	45.43	0.2674	387.88	44.50	0.2021
4	...	...	982.02	47.03	0.4690	594.15	46.69	0.1373	444.04	46.11	0.0573
5	...	...	1234.53	47.57	0.4695	737.73	47.36	0.1391	543.99	47.07	0.0584
6	...	...	1500.55	47.30	0.4775	887.24	47.17	0.1459	646.79	47.01	0.0642
7	...	...	1738.28	45.81	0.4748	1021.50	45.72	0.1416	740.68	45.62	0.0589
8	...	...	1809.94	46.01	0.4806	1061.46	45.92	0.1475	767.16	45.74	0.0633
9	...	...	2074.49	47.16	0.4881	1211.06	47.11	0.1554	869.16	47.04	0.0726
10	...	...	2364.71	46.98	0.4906	1376.37	46.98	0.1577	983.97	46.99	0.0747

Modèle # 2,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26052$  K,  $\log g = 5.52$ , âge = 19.95 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	87.44	40.21	89.96	40.22	0.0106	87.86	40.20	0.0191	84.87	40.19	0.0332
9	94.18	40.39	98.56	40.38	0.0111	95.14	40.39	0.0345	91.28	40.29	0.0293
8	102.00	40.49	108.61	40.58	0.0172	102.93	40.54	0.0396	99.53	40.41	0.0217
7	112.51	40.61	118.90	40.82	0.0257	112.86	40.64	0.0266	110.03	40.57	0.0213
6	126.21	40.79	130.27	40.92	0.0138	126.26	40.80	0.0217	122.87	40.77	0.0347
5	142.58	41.08	147.09	41.08	0.0045	143.55	41.03	0.0354	137.09	41.05	0.0872
4	154.78	41.49	171.00	41.36	0.0026	162.95	41.47	0.1930	150.46	41.28	0.0961
3	173.00	41.42	204.31	41.78	0.0030	174.80	41.64	0.1588	169.69	41.39	0.0202
2	205.85	41.80	253.29	42.42	0.0048	202.88	41.78	0.0073	199.04	41.74	0.0000
1	255.46	42.45	342.82	43.38	0.0128	249.06	42.37	0.0000	237.42	42.45	0.0000
0	346.55	43.42	...	...	...	300.63	44.30	0.0949	248.82	42.75	0.0166
1	...	...	457.02	46.96	0.4127	334.31	43.32	0.0099	308.43	43.23	0.0358
2	...	...	666.94	47.23	0.4483	414.86	45.73	0.1219	325.59	43.81	0.0301
3	...	...	863.14	46.20	0.5620	522.09	45.36	0.2408	401.41	44.55	0.1068
4	...	...	956.42	46.46	0.5159	570.36	45.78	0.1910	427.16	44.58	0.1633
5	...	...	1212.07	47.44	0.4749	714.25	47.10	0.1430	519.34	46.56	0.0614
6	...	...	1506.33	47.42	0.4803	881.76	47.27	0.1478	635.63	47.04	0.0653
7	...	...	1798.81	46.26	0.4818	1050.78	46.27	0.1495	755.03	46.30	0.0676
8	...	...	1890.29	45.70	0.4763	1108.53	45.57	0.1414	803.05	45.40	0.0561
9	...	...	2139.81	47.04	0.4895	1244.34	46.94	0.1560	889.08	46.79	0.0728
10	...	...	2455.22	47.06	0.4918	1425.40	47.06	0.1583	1016.03	47.05	0.0751

Modèle # 3,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25989$  K,  $\log g = 5.51$ , âge = 24.07 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	89.36	40.21	92.05	40.21	0.0101	89.84	40.19	0.0203	86.70	40.18	0.0333
9	96.16	40.38	100.83	40.38	0.0109	97.19	40.38	0.0361	93.29	40.28	0.0281
8	104.23	40.47	111.03	40.58	0.0174	105.13	40.52	0.0387	101.78	40.40	0.0212
7	115.07	40.60	121.38	40.81	0.0246	115.40	40.62	0.0258	112.55	40.56	0.0216
6	129.09	40.79	133.13	40.90	0.0122	129.17	40.79	0.0221	125.63	40.76	0.0368
5	145.45	41.09	150.51	41.06	0.0040	146.82	41.02	0.0392	139.90	41.04	0.0915
4	157.27	41.43	175.07	41.35	0.0025	165.79	41.50	0.2161	153.45	41.25	0.0887
3	176.94	41.40	209.18	41.77	0.0029	178.00	41.57	0.1276	173.47	41.38	0.0168
2	210.75	41.79	259.28	42.40	0.0047	207.56	41.77	0.0053	203.52	41.73	0.0000
1	261.52	42.43	350.87	43.37	0.0129	254.77	42.36	0.0000	238.92	42.66	0.0087
0	354.76	43.41	...	...	...	297.60	44.30	0.0988	250.88	42.47	0.0065
1	...	...	451.27	46.83	0.4165	341.47	43.29	0.0095	308.72	43.45	0.0456
2	...	...	660.59	47.23	0.4508	408.70	45.55	0.1232	324.78	43.36	0.0255
3	...	...	869.80	46.22	0.5552	525.57	45.37	0.2278	401.79	44.62	0.0834
4	...	...	962.45	46.39	0.5257	573.33	45.64	0.2070	432.06	44.44	0.1850
5	...	...	1221.63	47.42	0.4754	719.00	47.05	0.1433	522.17	46.47	0.0617
6	...	...	1522.48	47.42	0.4805	890.63	47.26	0.1478	641.60	47.01	0.0653
7	...	...	1821.39	46.28	0.4821	1063.51	46.29	0.1498	763.79	46.32	0.0678
8	...	...	1916.51	45.69	0.4763	1124.07	45.56	0.1414	814.54	45.39	0.0561
9	...	...	2168.10	47.03	0.4893	1260.43	46.93	0.1561	900.28	46.77	0.0728
10	...	...	2489.21	47.04	0.5520	1444.76	47.06	0.1584	1029.54	47.05	0.0752

Modèle # 4,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25811$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 37.88 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	95.63	40.19	98.86	40.18	0.0088	96.28	40.17	0.0249	92.66	40.14	0.0320
9	102.69	40.33	108.24	40.35	0.0108	103.79	40.35	0.0399	99.90	40.23	0.0242
8	111.60	40.42	118.84	40.57	0.0182	112.32	40.47	0.0349	109.17	40.36	0.0196
7	123.49	40.57	129.40	40.77	0.0207	123.69	40.58	0.0236	120.75	40.53	0.0229
6	138.50	40.77	142.51	40.85	0.0081	138.64	40.76	0.0239	134.55	40.75	0.0445
5	154.44	41.14	161.69	41.03	0.0028	157.35	41.00	0.0570	148.83	41.03	0.1006
4	166.28	41.25	188.34	41.31	0.0020	174.04	41.55	0.2526	163.30	41.16	0.0638
3	190.01	41.35	225.11	41.73	0.0026	189.26	41.41	0.0544	185.80	41.33	0.0072
2	226.78	41.75	278.89	42.35	0.0047	222.87	41.72	0.0007	217.76	41.69	0.0000
1	281.37	42.38	377.15	43.33	0.0137	273.01	42.32	0.0015	236.47	42.85	0.0312
0	381.62	43.37	...	...	...	291.59	43.63	0.1068	265.53	42.25	0.0000
1	...	...	442.16	46.29	0.4289	365.19	43.24	0.0127	308.03	43.69	0.0488
2	...	...	665.09	47.15	0.4550	408.02	44.97	0.1228	341.74	43.11	0.0345
3	...	...	900.93	46.21	0.5506	544.25	45.32	0.2122	413.61	44.61	0.0621
4	...	...	996.59	46.29	0.5386	594.20	45.44	0.2299	454.36	44.24	0.2018
5	...	...	1269.28	47.38	0.4760	746.03	46.97	0.1438	541.05	46.28	0.0624
6	...	...	1587.37	47.41	0.4809	927.84	47.23	0.1482	667.74	46.95	0.0655
7	...	...	1901.83	46.27	0.4827	1110.05	46.28	0.1503	796.70	46.31	0.0683
8	...	...	2001.12	45.68	0.4772	1174.18	45.54	0.1420	851.46	45.36	0.0567
9	...	...	2265.12	47.01	0.4928	1316.33	46.91	0.1563	939.76	46.73	0.0730
10	...	...	2600.21	47.06	0.4920	1508.89	47.06	0.1586	1074.84	47.04	0.0754

Modèle # 5,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25655$  K,  $\log g = 5.42$ , âge = 55.12 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	103.41	40.16	107.63	40.15	0.0084	104.29	40.16	0.0327	100.40	40.08	0.0280
9	111.15	40.26	117.62	40.33	0.0115	112.13	40.30	0.0407	108.53	40.18	0.0214
8	121.24	40.37	128.49	40.55	0.0184	121.74	40.40	0.0307	118.72	40.33	0.0202
7	134.33	40.54	139.73	40.70	0.0146	134.49	40.54	0.0240	131.21	40.51	0.0282
6	150.20	40.76	154.88	40.80	0.0048	150.79	40.73	0.0320	145.57	40.73	0.0604
5	164.42	41.15	176.29	40.99	0.0018	169.97	41.02	0.1128	159.72	40.99	0.0965
4	179.22	41.10	205.58	41.28	0.0014	183.41	41.41	0.2038	176.38	41.07	0.0363
3	207.18	41.30	245.72	41.68	0.0021	205.09	41.31	0.0166	201.67	41.28	0.0000
2	247.58	41.70	304.20	42.29	0.0045	242.61	41.66	0.0000	225.88	42.28	0.0284
1	307.02	42.32	410.41	43.28	0.0262	280.38	43.10	0.1164	239.53	41.70	0.0049
0	416.06	43.32	...	...	...	299.79	42.29	0.0089	286.31	42.19	0.0000
1	...	...	431.04	44.94	0.4329	393.42	43.24	0.0381	311.03	43.24	0.0443
2	...	...	672.26	47.02	0.4574	413.77	43.95	0.1000	366.80	43.00	0.0480
3	...	...	934.73	46.24	0.5341	564.48	45.29	0.1867	426.80	44.49	0.0499
4	...	...	1037.75	46.16	0.5570	621.59	45.21	0.2562	484.56	44.08	0.2038
5	...	...	1313.86	47.30	0.4768	771.94	46.82	0.1447	559.74	45.97	0.0644
6	...	...	1645.44	47.41	0.4811	961.65	47.19	0.1483	691.90	46.85	0.0657
7	...	...	1975.77	46.43	0.4874	1152.64	46.42	0.1512	826.79	46.40	0.0689
8	...	...	2099.14	45.65	0.4828	1232.78	45.50	0.1423	895.19	45.32	0.0575
9	...	...	2347.37	46.96	0.4892	1364.91	46.82	0.1561	974.85	46.59	0.0728
10	...	...	2683.32	47.15	0.4909	1559.69	47.12	0.1581	1112.24	47.07	0.0752

Modèle # 6,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25604$  K,  $\log g = 5.38$ , âge = 67.76 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	109.64	40.13	114.61	40.13	0.0084	110.49	40.14	0.0383	106.63	40.05	0.0244
9	118.06	40.21	124.98	40.31	0.0125	118.75	40.25	0.0384	115.45	40.14	0.0198
8	129.03	40.34	135.95	40.53	0.0176	129.29	40.36	0.0280	126.31	40.30	0.0211
7	143.00	40.51	148.00	40.65	0.0105	143.05	40.51	0.0255	139.42	40.49	0.0337
6	159.27	40.77	164.79	40.76	0.0032	160.28	40.71	0.0436	153.95	40.73	0.0727
5	172.46	41.09	187.94	40.96	0.0012	178.50	41.09	0.1755	168.20	40.93	0.0806
4	190.31	41.03	219.32	41.25	0.0010	191.43	41.19	0.1169	186.87	41.02	0.0190
3	220.96	41.27	262.17	41.64	0.0018	218.03	41.26	0.0048	213.48	41.28	0.0000
2	264.21	41.66	324.42	42.25	0.0046	258.02	41.63	0.0000	226.16	42.07	0.0487
1	327.56	42.28	427.46	44.06	0.4030	280.18	42.95	0.1315	253.71	41.61	0.0000
0	443.55	43.28	...	...	...	318.63	42.21	0.0013	301.56	42.19	0.0102
1	...	...	439.31	43.30	0.0636	410.00	43.48	0.0930	319.32	42.74	0.0337
2	...	...	683.61	46.91	0.4576	429.08	43.36	0.0477	386.36	42.93	0.0597
3	...	...	959.45	46.24	0.5264	579.93	45.23	0.1743	437.84	44.33	0.0457
4	...	...	1067.95	46.08	0.5677	642.83	45.07	0.2703	508.53	43.96	0.1989
5	...	...	1343.15	47.23	0.4793	789.72	46.71	0.1453	573.13	45.69	0.0668
6	...	...	1675.87	47.42	0.4806	980.96	47.17	0.1480	706.59	46.76	0.0657
7	...	...	1985.97	46.83	0.4820	1164.59	46.70	0.1508	838.27	46.57	0.0689
8	...	...	2145.89	45.74	0.4770	1265.14	45.57	0.1439	920.33	45.41	0.0611
9	...	...	2217.40	46.16	0.4821	1305.85	46.09	0.1507	946.44	45.83	0.0679
10	...	...	2465.18	47.05	0.4894	1435.36	46.95	0.1565	1027.20	46.77	0.0735

Modèle # 7,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25638$  K,  $\log g = 5.36$ , âge = 77.17 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	113.91	40.10	119.60	40.11	0.0079	114.83	40.12	0.0409	111.09	40.02	0.0214
9	122.88	40.17	130.18	40.30	0.0124	123.47	40.20	0.0352	120.38	40.12	0.0183
8	134.49	40.31	141.13	40.50	0.0153	134.67	40.32	0.0257	131.71	40.27	0.0214
7	149.00	40.50	153.86	40.60	0.0072	149.12	40.49	0.0267	145.19	40.47	0.0377
6	164.90	40.79	171.81	40.73	0.0020	166.83	40.70	0.0572	159.61	40.72	0.0786
5	177.42	40.98	196.21	40.94	0.0008	183.12	41.14	0.1990	173.98	40.87	0.0614
4	198.18	40.98	229.12	41.22	0.0008	197.61	41.06	0.0548	193.98	40.98	0.0049
3	230.77	41.24	273.93	41.61	0.0018	227.16	41.23	0.0000	215.49	41.69	0.0274
2	276.10	41.63	338.90	42.21	0.0050	266.14	41.78	0.0508	226.48	41.33	0.0239
1	342.29	42.25	417.34	44.76	0.4609	275.78	41.99	0.0925	263.74	41.57	0.0000
0	463.28	43.25	...	...	...	332.12	42.16	0.0000	308.10	42.34	0.0316
1	...	...	457.52	43.21	0.0171	412.80	43.78	0.1199	325.09	42.31	0.0143
2	...	...	682.85	46.80	0.4581	443.07	43.16	0.0238	399.30	42.87	0.0704
3	...	...	969.00	46.26	0.5193	585.68	45.17	0.1637	441.58	44.12	0.0431
4	...	...	1081.32	46.01	0.5812	654.45	44.94	0.2844	524.76	43.88	0.1919
5	...	...	1348.30	47.19	0.4787	793.92	46.60	0.1457	577.17	45.39	0.0704
6	...	...	1649.81	47.57	0.4779	973.25	47.22	0.1467	704.85	46.71	0.0653
7	...	...	1830.50	47.56	0.4797	1083.38	47.39	0.1493	789.07	47.12	0.0684
8	...	...	2092.20	46.41	0.4844	1221.84	46.39	0.1522	877.43	46.37	0.0701
9	...	...	2216.18	45.64	0.4783	1302.85	45.48	0.1438	947.27	45.27	0.0593
10	...	...	2468.18	46.91	0.4899	1434.23	46.75	0.1566	1023.84	46.46	0.0732

Modèle # 8,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25754$  K,  $\log g = 5.34$ , âge = 84.13 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	116.42	40.08	122.49	40.10	0.0081	117.27	40.10	0.0414	113.77	40.01	0.0204
9	125.80	40.15	133.07	40.29	0.0125	126.28	40.18	0.0333	123.33	40.10	0.0187
8	137.75	40.29	144.07	40.48	0.0132	137.91	40.30	0.0261	134.87	40.26	0.0236
7	152.44	40.49	157.44	40.57	0.0054	152.71	40.48	0.0307	148.42	40.47	0.0436
6	167.58	40.81	176.13	40.72	0.0014	170.37	40.71	0.0782	162.54	40.71	0.0801
5	180.52	40.90	201.27	40.92	0.0005	184.82	41.12	0.1863	177.27	40.83	0.0448
4	203.09	40.96	235.04	41.21	0.0006	201.63	41.00	0.0277	197.75	40.98	0.0000
3	236.73	41.22	280.98	41.60	0.0016	232.55	41.21	0.0000	211.26	41.72	0.0583
2	283.25	41.61	347.47	42.19	0.0056	262.84	42.26	0.1356	230.76	41.23	0.0065
1	351.07	42.22	406.21	44.73	0.4703	278.84	41.64	0.0198	269.69	41.55	0.0000
0	474.91	43.23	...	...	...	340.12	42.14	0.0000	308.22	42.48	0.0418
1	...	...	468.70	43.18	0.0150	410.00	43.87	0.1253	330.07	42.16	0.0061
2	...	...	676.01	46.70	0.4581	452.24	43.10	0.0207	406.02	42.85	0.0761
3	...	...	965.17	46.31	0.5079	583.27	45.14	0.1545	440.39	43.88	0.0422
4	...	...	1084.93	45.96	0.5902	659.61	44.86	0.2902	532.98	43.84	0.1789
5	...	...	1324.13	47.15	0.4786	782.91	46.47	0.1466	571.73	45.01	0.0788
6	...	...	1529.05	47.70	0.4829	908.42	47.36	0.1472	663.76	46.69	0.0667
7	...	...	1754.94	47.43	0.4826	1026.94	47.18	0.1503	739.71	46.77	0.0682
8	...	...	2080.22	46.56	0.4853	1212.66	46.52	0.1527	868.93	46.44	0.0702
9	...	...	2230.12	45.62	0.4783	1311.80	45.46	0.1441	954.31	45.25	0.0599
10	...	...	2461.30	46.84	0.4899	1430.17	46.65	0.1565	1021.06	46.32	0.0729

Modèle # 9,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25941$  K,  $\log g = 5.34$ , âge = 89.27 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	117.04	40.06	123.54	40.10	0.0073	118.06	40.09	0.0411	114.71	40.00	0.0193
9	126.65	40.13	134.05	40.29	0.0111	127.24	40.16	0.0317	124.38	40.10	0.0184
8	138.73	40.28	144.97	40.46	0.0105	139.04	40.29	0.0258	135.99	40.25	0.0244
7	153.23	40.49	158.64	40.55	0.0037	153.94	40.47	0.0335	149.43	40.46	0.0469
6	167.05	40.82	177.67	40.70	0.0008	171.16	40.73	0.0983	162.99	40.71	0.0750
5	180.89	40.82	203.12	40.91	0.0002	183.88	41.06	0.1525	177.45	40.81	0.0220
4	204.75	40.94	237.24	41.19	0.0004	202.61	40.96	0.0108	193.97	41.24	0.0253
3	238.91	41.21	283.59	41.58	0.0017	233.58	41.22	0.0053	204.03	41.11	0.0557
2	285.91	41.60	350.52	42.18	0.0089	249.68	42.13	0.1667	232.05	41.20	0.0000
1	354.34	42.21	384.29	44.33	0.4836	280.33	41.58	0.0031	271.28	41.54	0.0000
0	479.29	43.22	...	...	...	342.78	42.12	0.0000	303.07	42.51	0.0454
1	...	...	472.81	43.17	0.0145	401.26	43.85	0.1271	331.06	42.09	0.0038
2	...	...	661.05	46.60	0.4589	454.99	43.07	0.0208	406.69	42.84	0.0800
3	...	...	951.22	46.36	0.5006	574.48	45.10	0.1483	434.58	43.63	0.0427
4	...	...	1076.19	45.91	0.5990	656.67	44.80	0.2951	532.92	43.85	0.1554
5	...	...	1273.14	47.18	0.4758	757.70	46.36	0.1481	557.85	44.55	0.0992
6	...	...	1425.13	47.53	0.4784	843.04	47.04	0.1481	614.66	46.10	0.0683
7	...	...	1713.66	47.42	0.4824	1001.03	47.12	0.1497	719.73	46.62	0.0672
8	...	...	2050.51	46.68	0.4856	1194.83	46.61	0.1528	855.85	46.49	0.0701
9	...	...	2220.35	45.62	0.4782	1306.66	45.45	0.1443	950.81	45.25	0.0606
10	...	...	2427.80	46.77	0.4897	1411.02	46.55	0.1563	1007.91	46.17	0.0724

Modèle #10,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26160$  K,  $\log g = 5.34$ , âge = 93.17 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	116.58	40.05	123.17	40.10	0.0071	117.59	40.08	0.0408	114.37	40.00	0.0189
9	126.23	40.13	133.54	40.28	0.0107	126.81	40.15	0.0310	124.02	40.09	0.0185
8	138.28	40.28	144.38	40.45	0.0093	138.62	40.29	0.0262	135.56	40.25	0.0253
7	152.55	40.50	158.15	40.55	0.0031	153.45	40.47	0.0361	148.81	40.47	0.0493
6	165.75	40.81	177.22	40.70	0.0006	170.12	40.75	0.1122	161.91	40.71	0.0694
5	180.07	40.79	202.64	40.91	0.0001	182.07	41.01	0.1277	176.01	40.81	0.0091
4	204.20	40.93	236.68	41.19	0.0004	201.74	40.94	0.0054	189.43	41.29	0.0555
3	238.34	41.20	282.87	41.58	0.0017	231.84	41.26	0.0267	202.28	41.01	0.0394
2	285.21	41.60	349.43	42.18	0.0139	243.62	41.83	0.1559	231.24	41.19	0.0000
1	353.42	42.21	373.46	44.01	0.4843	279.40	41.57	0.0010	270.11	41.53	0.0000
0	478.06	43.21	...	...	...	341.63	42.11	0.0001	298.64	42.48	0.0460
1	...	...	471.51	43.16	0.0144	394.58	43.81	0.1272	329.41	42.07	0.0037
2	...	...	649.49	46.55	0.4590	453.22	43.06	0.0215	403.71	42.85	0.0810
3	...	...	936.37	46.38	0.4968	565.48	45.08	0.1455	428.71	43.49	0.0441
4	...	...	1063.54	45.90	0.6018	650.19	44.77	0.2956	527.15	43.93	0.1264
5	...	...	1235.25	47.16	0.4763	737.32	46.28	0.1497	546.71	44.23	0.1251
6	...	...	1388.52	47.42	0.4786	819.97	46.87	0.1480	597.21	45.78	0.0692
7	...	...	1686.64	47.42	0.4822	985.30	47.11	0.1495	708.49	46.58	0.0671
8	...	...	2019.59	46.74	0.4856	1176.86	46.66	0.1528	843.04	46.52	0.0701
9	...	...	2198.02	45.62	0.4783	1293.69	45.46	0.1445	941.31	45.26	0.0612
10	...	...	2383.81	46.72	0.4895	1386.40	46.48	0.1561	991.18	46.06	0.0721



Modèle #11,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26240$  K,  $\log g = 5.34$ , âge = 94.45 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	116.60	40.05	123.02	40.10	0.0077	117.40	40.08	0.0406	114.24	40.00	0.0190
9	126.23	40.13	133.34	40.28	0.0115	126.64	40.15	0.0309	123.88	40.09	0.0188
8	138.28	40.28	144.17	40.45	0.0100	138.46	40.29	0.0265	135.41	40.25	0.0259
7	152.67	40.49	157.98	40.54	0.0034	153.27	40.47	0.0370	148.63	40.46	0.0502
6	166.16	40.81	177.06	40.69	0.0007	169.89	40.75	0.1139	161.85	40.70	0.0720
5	180.15	40.81	202.46	40.91	0.0001	182.01	41.01	0.1307	176.44	40.80	0.0163
4	204.07	40.93	236.46	41.19	0.0004	201.71	40.94	0.0069	192.40	41.26	0.0302
3	238.14	41.20	282.59	41.57	0.0016	232.49	41.22	0.0090	202.91	41.08	0.0501
2	284.94	41.59	349.15	42.17	0.0103	247.06	42.05	0.1620	231.11	41.19	0.0000
1	353.05	42.20	378.94	44.21	0.4805	279.23	41.57	0.0022	269.91	41.53	0.0000
0	477.54	43.21	...	...	...	341.28	42.11	0.0000	299.31	42.49	0.0462
1	...	...	471.00	43.16	0.0146	395.65	43.82	0.1272	329.10	42.07	0.0040
2	...	...	650.53	46.56	0.4581	452.71	43.06	0.0217	403.07	42.85	0.0812
3	...	...	933.42	46.39	0.4960	564.18	45.07	0.1453	427.91	43.49	0.0446
4	...	...	1059.28	45.90	0.6003	648.13	44.77	0.2940	524.15	44.00	0.1107
5	...	...	1224.21	47.09	0.4779	730.25	46.21	0.1509	543.24	44.11	0.1394
6	...	...	1397.37	47.43	0.4790	824.28	46.87	0.1480	599.41	45.79	0.0689
7	...	...	1693.83	47.42	0.4824	989.64	47.11	0.1497	711.61	46.60	0.0673
8	...	...	2021.36	46.71	0.4856	1178.28	46.63	0.1529	844.24	46.50	0.0703
9	...	...	2191.92	45.62	0.4786	1290.09	45.46	0.1447	938.75	45.26	0.0613
10	...	...	2368.49	46.74	0.4892	1379.33	46.50	0.1562	987.04	46.07	0.0723

Modèle #12,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26123$  K,  $\log g = 5.34$ , âge = 96.22 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	115.67	40.06	122.05	40.10	0.0074	116.63	40.09	0.0411	113.31	40.00	0.0192
9	125.16	40.13	132.42	40.29	0.0114	125.70	40.16	0.0316	122.87	40.10	0.0183
8	137.11	40.28	143.20	40.46	0.0106	137.37	40.29	0.0257	134.35	40.26	0.0245
7	151.48	40.49	156.72	40.55	0.0038	152.10	40.47	0.0335	147.62	40.47	0.0472
6	165.20	40.82	175.54	40.70	0.0008	169.11	40.73	0.0989	160.98	40.71	0.0749
5	178.78	40.82	200.68	40.91	0.0002	181.71	41.06	0.1546	175.39	40.81	0.0232
4	202.29	40.94	234.38	41.19	0.0005	200.24	40.96	0.0117	193.30	41.13	0.0098
3	236.02	41.21	280.13	41.58	0.0016	231.13	41.20	0.0002	202.98	41.21	0.0672
2	282.43	41.60	346.28	42.18	0.0071	251.50	42.24	0.1662	229.46	41.20	0.0005
1	350.00	42.21	390.50	44.52	0.4846	277.19	41.59	0.0066	268.35	41.53	0.0000
0	473.50	43.22	...	...	...	338.76	42.12	0.0000	305.80	42.45	0.0430
1	...	...	467.17	43.17	0.0147	407.44	43.83	0.1259	328.30	42.14	0.0063
2	...	...	673.92	46.66	0.4594	450.33	43.09	0.0219	403.72	42.82	0.0802
3	...	...	964.18	46.21	0.5215	583.77	45.06	0.1613	440.63	43.93	0.0428
4	...	...	1075.73	45.98	0.5811	653.19	44.85	0.2865	529.53	43.81	0.1799
5	...	...	1307.82	47.28	0.4740	776.36	46.56	0.1455	568.04	45.08	0.0755
6	...	...	1473.71	47.62	0.4771	872.27	47.20	0.1470	635.87	46.45	0.0668
7	...	...	1760.46	47.34	0.4829	1028.17	47.10	0.1502	738.88	46.68	0.0677
8	...	...	2094.19	46.26	0.4844	1221.76	46.26	0.1522	875.84	46.24	0.0701
9	...	...	2208.05	45.67	0.4803	1297.82	45.48	0.1451	943.78	45.24	0.0605
10	...	...	2481.20	46.97	0.4902	1441.64	46.80	0.1570	1028.71	46.52	0.0737

Modèle #13,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26230$  K,  $\log g = 5.33$ , âge = 97.60 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	117.78	40.04	124.37	40.09	0.0076	118.60	40.07	0.0400	115.47	39.99	0.0182
9	127.56	40.12	134.71	40.28	0.0113	127.97	40.14	0.0299	125.23	40.09	0.0184
8	139.75	40.27	145.56	40.44	0.0092	139.95	40.28	0.0259	136.86	40.25	0.0260
7	154.17	40.49	159.60	40.53	0.0029	154.91	40.46	0.0378	150.11	40.46	0.0514
6	167.34	40.81	178.97	40.69	0.0005	171.41	40.76	0.1216	163.20	40.70	0.0690
5	181.80	40.78	204.70	40.90	0.0001	183.30	40.97	0.1184	177.93	40.78	0.0111
4	206.27	40.92	239.11	41.18	0.0004	203.77	40.93	0.0048	193.77	41.25	0.0360
3	240.80	41.20	285.78	41.57	0.0017	234.96	41.21	0.0101	204.92	41.05	0.0477
2	288.17	41.59	353.10	42.16	0.0102	249.59	42.02	0.1630	233.58	41.18	0.0000
1	357.07	42.19	384.27	44.21	0.4826	282.33	41.56	0.0021	272.86	41.52	0.0000
0	482.91	43.20	...	...	...	345.10	42.10	0.0001	304.08	42.48	0.0463
1	...	...	476.25	43.15	0.0147	402.82	43.82	0.1272	332.68	42.07	0.0051
2	...	...	663.28	46.56	0.4582	457.58	43.05	0.0227	407.98	42.81	0.0841
3	...	...	950.21	46.31	0.5030	575.52	45.04	0.1490	435.62	43.61	0.0439
4	...	...	1068.49	45.91	0.5952	653.98	44.76	0.2936	532.13	43.90	0.1296
5	...	...	1222.31	47.15	0.4701	737.69	46.31	0.1456	550.61	44.24	0.1189
6	...	...	1404.17	47.36	0.4768	830.15	46.82	0.1459	605.96	45.78	0.0670
7	...	...	1722.23	47.40	0.4821	1006.95	47.09	0.1494	724.43	46.59	0.0671
8	...	...	2050.91	46.64	0.4846	1198.79	46.54	0.1523	860.35	46.41	0.0700
9	...	...	2200.79	45.67	0.4785	1297.90	45.47	0.1449	945.50	45.25	0.0613
10	...	...	2273.26	46.47	0.4809	1351.80	46.52	0.1511	985.49	46.20	0.0703

Modèle #14,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26472$  K,  $\log g = 5.34$ , âge = 99.44 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	115.91	40.04	122.31	40.10	0.0078	116.61	40.07	0.0401	113.56	39.99	0.0184
9	125.52	40.12	132.49	40.28	0.0116	125.85	40.14	0.0300	123.17	40.09	0.0185
8	137.53	40.28	143.19	40.44	0.0095	137.64	40.28	0.0263	134.61	40.25	0.0263
7	151.79	40.49	157.01	40.53	0.0031	152.36	40.46	0.0384	147.66	40.46	0.0516
6	164.95	40.81	176.06	40.69	0.0006	168.57	40.76	0.1219	160.62	40.69	0.0701
5	178.98	40.79	201.35	40.90	0.0001	180.36	40.97	0.1186	175.27	40.78	0.0140
4	202.93	40.92	235.17	41.18	0.0004	200.50	40.93	0.0052	191.90	41.21	0.0241
3	236.84	41.20	281.02	41.57	0.0016	231.31	41.21	0.0062	202.09	41.10	0.0530
2	283.37	41.59	347.19	42.17	0.0096	246.91	42.08	0.1615	229.80	41.18	0.0000
1	351.08	42.20	379.15	44.26	0.4789	277.69	41.56	0.0027	268.39	41.52	0.0000
0	474.93	43.21	...	...	...	339.32	42.11	0.0000	299.50	42.48	0.0459
1	...	...	468.40	43.16	0.0147	396.35	43.83	0.1265	327.18	42.07	0.0050
2	...	...	651.05	46.57	0.4567	450.08	43.06	0.0227	401.00	42.83	0.0836
3	...	...	924.71	46.40	0.4918	561.98	45.07	0.1449	426.74	43.57	0.0443
4	...	...	1039.32	45.93	0.5889	639.58	44.77	0.2833	508.74	44.49	0.0665
5	...	...	1136.64	46.75	0.4824	689.02	45.86	0.1555	532.06	43.83	0.1761
6	...	...	1363.94	47.26	0.4806	803.44	46.68	0.1465	584.60	45.46	0.0692
7	...	...	1680.36	47.43	0.4817	983.81	47.11	0.1492	708.68	46.60	0.0668
8	...	...	1905.45	47.51	0.4849	1124.55	47.27	0.1533	816.00	46.95	0.0710
9	...	...	2070.86	46.35	0.4856	1210.17	46.35	0.1536	869.99	46.35	0.0717
10	...	...	2180.96	45.66	0.4799	1282.57	45.47	0.1454	933.28	45.23	0.0610

Modèle #15,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26702$  K,  $\log g = 5.35$ , âge = 101.10 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	113.88	40.04	120.21	40.10	0.0077	114.60	40.07	0.0402	111.61	39.99	0.0183
9	123.34	40.13	130.23	40.29	0.0114	123.68	40.15	0.0301	121.05	40.09	0.0185
8	135.15	40.28	140.76	40.44	0.0093	135.28	40.28	0.0263	132.31	40.25	0.0261
7	149.15	40.49	154.34	40.54	0.0030	149.74	40.47	0.0386	145.14	40.47	0.0514
6	162.00	40.81	173.06	40.69	0.0006	165.61	40.76	0.1225	157.83	40.70	0.0688
5	175.87	40.79	197.89	40.90	0.0001	177.13	40.97	0.1143	172.11	40.78	0.0115
4	199.43	40.92	231.10	41.18	0.0004	196.99	40.93	0.0044	187.52	41.25	0.0332
3	232.74	41.20	276.12	41.57	0.0017	227.04	41.22	0.0109	198.19	41.06	0.0482
2	278.43	41.59	341.07	42.17	0.0110	240.90	42.00	0.1607	225.80	41.18	0.0000
1	344.94	42.20	369.17	44.16	0.4796	272.80	41.56	0.0020	263.67	41.52	0.0000
0	466.75	43.21	...	...	...	333.36	42.11	0.0001	293.58	42.48	0.0458
1	...	...	460.35	43.16	0.0147	388.10	43.83	0.1262	321.38	42.07	0.0048
2	...	...	636.99	46.56	0.4562	442.33	43.06	0.0226	393.67	42.85	0.0828
3	...	...	900.02	46.49	0.4844	547.80	45.10	0.1416	417.02	43.50	0.0454
4	...	...	1011.00	45.97	0.5783	623.17	44.83	0.2579	483.23	44.79	0.0590
5	...	...	1090.76	46.48	0.5026	657.96	45.41	0.1850	520.95	43.78	0.1812
6	...	...	1332.12	47.26	0.4793	783.04	46.62	0.1473	568.53	45.31	0.0717
7	...	...	1645.38	47.44	0.4824	962.19	47.13	0.1496	692.48	46.60	0.0671
8	...	...	1867.66	47.51	0.4879	1095.05	47.32	0.1558	789.17	47.06	0.0733
9	...	...	2035.23	46.37	0.4862	1187.48	46.37	0.1541	851.33	46.35	0.0720
10	...	...	2144.56	45.66	0.4798	1261.15	45.47	0.1453	917.71	45.23	0.0609

Modèle #16,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26971$  K,  $\log g = 5.37$ , âge = 102.92 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	111.42	40.04	117.61	40.10	0.0076	112.14	40.08	0.0406	109.19	39.99	0.0185
9	120.67	40.13	127.45	40.29	0.0112	121.02	40.15	0.0306	118.42	40.09	0.0187
8	132.22	40.28	137.79	40.45	0.0093	132.37	40.29	0.0267	129.45	40.26	0.0262
7	145.92	40.50	151.06	40.54	0.0030	146.51	40.47	0.0389	142.02	40.47	0.0511
6	158.57	40.81	169.34	40.69	0.0006	162.04	40.76	0.1217	154.47	40.70	0.0684
5	172.14	40.79	193.60	40.90	0.0001	173.34	40.97	0.1134	168.37	40.79	0.0107
4	195.13	40.93	226.06	41.18	0.0004	192.71	40.93	0.0043	182.90	41.26	0.0376
3	227.66	41.20	270.04	41.58	0.0017	221.91	41.23	0.0146	193.76	41.05	0.0462
2	272.30	41.60	333.51	42.18	0.0120	234.75	41.95	0.1592	220.92	41.18	0.0000
1	337.32	42.21	359.20	44.11	0.4797	266.80	41.57	0.0018	257.91	41.53	0.0000
0	456.58	43.22	...	...	...	326.00	42.12	0.0000	286.74	42.49	0.0455
1	...	...	450.35	43.17	0.0146	378.69	43.84	0.1259	314.35	42.08	0.0044
2	...	...	621.11	46.57	0.4559	432.82	43.07	0.0223	384.29	42.90	0.0803
3	...	...	870.98	46.59	0.4792	529.69	45.14	0.1389	404.23	43.38	0.0489
4	...	...	980.69	46.01	0.5706	601.25	44.94	0.2223	456.34	44.74	0.0591
5	...	...	1058.06	46.34	0.5205	635.23	45.11	0.2265	509.20	43.78	0.1813
6	...	...	1304.02	47.26	0.4797	765.31	46.61	0.1478	554.70	45.26	0.0730
7	...	...	1616.91	47.42	0.4830	944.25	47.12	0.1498	678.67	46.60	0.0672
8	...	...	1888.13	47.13	0.4886	1101.63	47.00	0.1559	789.73	46.82	0.0732
9	...	...	2024.56	46.25	0.4873	1181.41	46.30	0.1557	846.35	46.35	0.0738
10	...	...	2106.82	45.70	0.4808	1237.98	45.49	0.1458	900.32	45.24	0.0610

Modèle #17,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27274$  K,  $\log g = 5.38$ , âge = 104.62 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	108.55	40.05	114.62	40.10	0.0073	109.34	40.08	0.0410	106.42	40.00	0.0190
9	117.57	40.14	124.26	40.29	0.0107	117.99	40.16	0.0314	115.42	40.10	0.0190
8	128.82	40.29	134.40	40.46	0.0090	129.05	40.30	0.0274	126.18	40.26	0.0265
7	142.11	40.50	147.32	40.55	0.0030	142.82	40.47	0.0396	138.43	40.48	0.0508
6	154.37	40.81	165.10	40.69	0.0006	157.88	40.77	0.1220	150.46	40.71	0.0650
5	167.77	40.79	188.71	40.90	0.0001	168.82	40.97	0.1077	163.60	40.81	0.0046
4	190.18	40.93	220.29	41.19	0.0004	187.72	40.93	0.0032	175.75	41.27	0.0593
3	221.85	41.20	263.09	41.58	0.0018	215.41	41.27	0.0345	188.36	41.01	0.0387
2	265.28	41.60	324.79	42.19	0.0165	226.12	41.76	0.1506	215.30	41.18	0.0000
1	328.60	42.22	345.31	43.92	0.4823	259.91	41.57	0.0010	251.30	41.53	0.0000
0	444.91	43.23	...	...	...	317.59	42.13	0.0000	278.86	42.48	0.0456
1	...	...	438.90	43.18	0.0145	368.38	43.84	0.1264	306.41	42.09	0.0037
2	...	...	605.20	46.57	0.4570	422.06	43.08	0.0217	375.11	42.90	0.0803
3	...	...	857.89	46.52	0.4853	520.04	45.13	0.1415	395.90	43.42	0.0473
4	...	...	967.63	46.00	0.5765	592.40	44.91	0.2393	450.24	44.81	0.0614
5	...	...	1041.41	46.46	0.5096	623.82	45.25	0.2081	496.60	43.80	0.1810
6	...	...	1270.93	47.26	0.4797	745.76	46.61	0.1481	540.46	45.25	0.0735
7	...	...	1579.66	47.43	0.4825	922.19	47.12	0.1496	662.63	46.60	0.0670
8	...	...	1888.17	46.73	0.4906	1100.41	46.66	0.1532	788.20	46.53	0.0706
9	...	...	2041.42	45.66	0.4799	1200.61	45.52	0.1461	870.62	45.46	0.0667
10	...	...	2125.71	46.60	0.4909	1239.49	46.25	0.1575	890.11	45.60	0.0701

Modèle #18,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27597$  K,  $\log g = 5.40$ , âge = 106.06 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	105.47	40.05	111.40	40.11	0.0071	106.26	40.09	0.0414	103.39	40.00	0.0188
9	114.22	40.14	120.83	40.30	0.0106	114.65	40.17	0.0315	112.15	40.10	0.0186
8	125.18	40.29	130.68	40.46	0.0092	125.39	40.30	0.0269	122.63	40.27	0.0256
7	138.15	40.50	143.16	40.55	0.0031	138.80	40.48	0.0381	134.61	40.48	0.0494
6	150.19	40.81	160.40	40.70	0.0006	153.57	40.77	0.1176	146.35	40.71	0.0657
5	163.06	40.80	183.30	40.91	0.0001	164.22	40.98	0.1116	159.02	40.81	0.0052
4	184.74	40.93	213.95	41.19	0.0005	182.37	40.94	0.0036	170.93	41.26	0.0584
3	215.45	41.20	255.48	41.59	0.0018	209.31	41.27	0.0322	183.06	41.01	0.0399
2	257.60	41.61	315.42	42.21	0.0157	219.89	41.78	0.1533	209.17	41.19	0.0000
1	319.10	42.23	335.90	43.96	0.4835	252.43	41.58	0.0013	244.21	41.54	0.0000
0	432.21	43.24	...	...	...	308.48	42.14	0.0000	271.91	42.50	0.0449
1	...	...	426.42	43.19	0.0145	359.31	43.86	0.1260	297.77	42.11	0.0037
2	...	...	590.36	46.59	0.4567	410.28	43.09	0.0214	364.69	42.93	0.0796
3	...	...	833.50	46.56	0.4846	504.71	45.16	0.1414	383.95	43.40	0.0486
4	...	...	941.32	46.00	0.5805	575.34	44.92	0.2402	436.23	44.73	0.0614
5	...	...	1018.07	46.48	0.5100	608.21	45.26	0.2105	483.18	43.81	0.1836
6	...	...	1246.44	47.29	0.4797	731.15	46.65	0.1480	529.46	45.36	0.0720
7	...	...	1547.31	47.43	0.4826	903.21	47.13	0.1497	648.88	46.63	0.0671
8	...	...	1848.29	46.69	0.4891	1077.03	46.63	0.1532	771.40	46.51	0.0706
9	...	...	1993.60	45.65	0.4812	1172.86	45.49	0.1448	852.74	45.31	0.0621
10	...	...	2114.03	46.77	0.4903	1232.45	46.49	0.1574	882.90	45.97	0.0731

Modèle #19,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27937$  K,  $\log g = 5.42$ , âge = 107.23 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	102.35	40.06	108.02	40.11	0.0073	103.08	40.09	0.0419	100.24	40.00	0.0192
9	110.81	40.15	117.23	40.31	0.0109	111.19	40.18	0.0322	108.74	40.11	0.0187
8	121.44	40.30	126.84	40.47	0.0099	121.60	40.31	0.0271	118.93	40.27	0.0253
7	134.14	40.50	138.88	40.56	0.0035	134.62	40.48	0.0371	130.62	40.48	0.0483
6	146.19	40.82	155.54	40.70	0.0008	149.15	40.76	0.1114	142.23	40.72	0.0688
5	158.37	40.82	177.69	40.91	0.0002	159.74	41.01	0.1225	154.70	40.81	0.0110
4	179.13	40.94	207.34	41.19	0.0006	176.96	40.95	0.0056	167.34	41.27	0.0443
3	208.80	41.21	247.55	41.60	0.0018	203.47	41.24	0.0177	177.91	41.05	0.0468
2	249.59	41.62	305.70	42.22	0.0121	215.13	41.93	0.1626	202.88	41.19	0.0000
1	309.18	42.25	329.38	44.14	0.4842	244.71	41.59	0.0023	236.89	41.55	0.0000
0	418.90	43.25	...	...	...	299.02	42.15	0.0000	265.21	42.51	0.0443
1	...	...	413.38	43.20	0.0145	350.78	43.89	0.1257	288.99	42.13	0.0036
2	...	...	576.31	46.63	0.4564	398.11	43.11	0.0209	354.50	42.93	0.0792
3	...	...	813.89	46.54	0.4866	492.41	45.18	0.1427	374.15	43.47	0.0470
4	...	...	921.60	45.98	0.5883	563.44	44.88	0.2609	431.59	44.70	0.0628
5	...	...	1007.21	46.63	0.4995	599.94	45.49	0.1882	469.77	43.84	0.1856
6	...	...	1224.31	47.33	0.4797	718.22	46.72	0.1480	519.82	45.51	0.0703
7	...	...	1513.26	47.43	0.4828	883.40	47.15	0.1499	634.63	46.67	0.0673
8	...	...	1802.08	46.70	0.4858	1050.45	46.63	0.1532	752.50	46.52	0.0706
9	...	...	1941.80	45.65	0.4783	1142.57	45.49	0.1445	830.81	45.31	0.0616
10	...	...	2060.98	46.75	0.4889	1203.39	46.49	0.1565	863.08	46.01	0.0725

Modèle #20,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 28274$  K,  $\log g = 5.43$ , âge = 108.16 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	99.09	40.07	104.59	40.12	0.0070	99.87	40.10	0.0424	97.06	40.01	0.0197
9	107.27	40.16	113.58	40.31	0.0106	107.71	40.19	0.0331	105.28	40.12	0.0189
8	117.56	40.31	122.96	40.48	0.0099	117.77	40.32	0.0276	115.17	40.28	0.0251
7	129.86	40.51	134.56	40.57	0.0036	130.37	40.49	0.0366	126.54	40.48	0.0472
6	141.63	40.82	150.62	40.71	0.0008	144.56	40.75	0.1071	137.84	40.72	0.0682
5	153.42	40.83	172.01	40.92	0.0002	154.92	41.03	0.1261	149.71	40.83	0.0098
4	173.42	40.94	200.65	41.20	0.0006	171.32	40.95	0.0060	161.44	41.26	0.0507
3	202.06	41.22	239.52	41.61	0.0018	196.80	41.25	0.0209	172.24	41.04	0.0469
2	241.48	41.63	295.79	42.23	0.0124	207.96	41.91	0.1648	196.47	41.20	0.0000
1	299.16	42.26	318.72	44.14	0.4875	236.85	41.60	0.0026	229.46	41.56	0.0000
0	405.41	43.26	...	...	...	289.43	42.17	0.0000	258.27	42.52	0.0432
1	...	...	400.15	43.21	0.0144	342.08	43.91	0.1253	280.20	42.16	0.0036
2	...	...	562.76	46.66	0.4566	385.83	43.12	0.0202	344.62	42.93	0.0786
3	...	...	797.44	46.51	0.4900	482.28	45.19	0.1450	365.86	43.60	0.0446
4	...	...	901.79	45.99	0.5889	550.69	44.89	0.2710	425.98	44.66	0.0652
5	...	...	991.09	46.75	0.4930	590.23	45.69	0.1745	456.16	43.88	0.1857
6	...	...	1196.62	47.36	0.4795	702.26	46.77	0.1478	508.33	45.62	0.0693
7	...	...	1476.67	47.44	0.4826	862.25	47.16	0.1499	619.55	46.70	0.0673
8	...	...	1753.66	46.74	0.5118	1022.77	46.66	0.1531	733.10	46.55	0.0706
9	...	...	1887.36	45.69	0.4795	1110.44	45.54	0.1451	806.49	45.41	0.0636
10	...	...	1962.74	46.52	0.4874	1149.42	46.27	0.1552	827.76	45.76	0.0702

Modèle #21,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 30696$  K,  $\log g = 5.55$ , âge = 110.22 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	81.12	40.12	85.47	40.16	0.0067	81.81	40.15	0.0440	79.27	40.04	0.0215
9	87.71	40.21	93.10	40.34	0.0101	88.14	40.24	0.0367	86.02	40.16	0.0192
8	96.12	40.34	101.01	40.52	0.0115	96.31	40.36	0.0285	94.19	40.32	0.0233
7	106.33	40.52	110.23	40.61	0.0052	106.59	40.51	0.0330	103.70	40.50	0.0410
6	116.85	40.81	123.03	40.73	0.0014	118.63	40.74	0.0824	113.47	40.74	0.0707
5	126.09	40.90	140.28	40.94	0.0005	128.08	41.11	0.1515	123.12	40.87	0.0232
4	141.59	40.98	163.32	41.23	0.0009	140.14	41.00	0.0141	133.53	41.24	0.0305
3	164.47	41.25	194.83	41.66	0.0020	160.78	41.26	0.0082	141.48	41.14	0.0632
2	196.39	41.68	240.91	42.32	0.0095	172.31	42.12	0.1759	160.46	41.24	0.0035
1	243.59	42.35	264.23	44.41	0.4901	193.00	41.66	0.0064	187.48	41.61	0.0000
0	330.19	43.32	...	...	...	235.97	42.26	0.0000	215.46	42.52	0.0352
1	...	...	326.23	43.28	0.0144	286.25	43.99	0.1218	230.02	42.32	0.0065
2	...	...	470.31	46.81	0.4538	316.02	43.21	0.0189	284.22	43.03	0.0720
3	...	...	655.53	46.72	0.4799	397.74	45.38	0.1432	302.19	43.76	0.0436
4	...	...	741.64	46.13	0.5721	452.16	45.08	0.2439	346.19	44.69	0.0631
5	...	...	808.09	46.54	0.5098	482.71	45.51	0.1981	374.86	43.99	0.1909
6	...	...	994.90	47.39	0.4784	584.53	46.84	0.1468	423.51	45.81	0.0676
7	...	...	1225.28	47.57	0.4812	717.68	47.28	0.1492	516.77	46.85	0.0669
8	...	...	1373.17	48.11	0.6687	815.26	47.47	0.1512	593.29	47.15	0.0701
9	...	...	1508.47	46.53	0.4845	882.41	46.52	0.1525	635.43	46.53	0.0707
10	...	...	1597.48	45.69	0.4770	939.31	45.54	0.1424	683.03	45.33	0.0579

Modèle #22,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 32550$  K,  $\log g = 5.61$ , âge = 110.52 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	73.66	40.12	77.81	40.17	0.0063	74.25	40.15	0.0449	72.10	40.04	0.0206
9	79.76	40.21	84.68	40.35	0.0093	80.11	40.24	0.0356	78.29	40.17	0.0192
8	87.46	40.34	91.79	40.51	0.0095	87.62	40.35	0.0291	85.72	40.32	0.0245
7	96.61	40.52	100.28	40.59	0.0038	96.92	40.50	0.0377	94.21	40.50	0.0439
6	105.61	40.81	112.01	40.72	0.0009	107.25	40.77	0.1035	102.52	40.75	0.0594
5	114.29	40.85	127.72	40.93	0.0004	114.76	41.02	0.1008	110.37	40.90	0.0000
4	128.83	40.96	148.56	41.23	0.0008	126.94	40.97	0.0022	117.51	41.15	0.0796
3	149.61	41.25	177.14	41.67	0.0023	143.89	41.41	0.0843	127.73	41.02	0.0402
2	178.60	41.70	218.48	42.40	0.0797	150.96	41.56	0.1220	145.70	41.23	0.0000
1	221.72	42.38	224.88	43.23	0.4242	175.22	41.66	0.0015	169.97	41.62	0.0000
0	300.31	43.33	...	...	...	214.35	42.28	0.0000	189.37	42.63	0.0414
1	...	...	296.67	43.29	0.0145	247.74	44.03	0.1212	207.24	42.25	0.0010
2	...	...	398.23	46.74	0.4439	286.26	43.20	0.0202	242.36	43.80	0.0552
3	...	...	492.57	47.34	0.4466	315.21	45.06	0.1244	260.92	43.03	0.0696
4	...	...	611.64	46.53	0.4992	375.04	45.31	0.1592	286.02	44.22	0.0464
5	...	...	684.07	46.13	0.5791	418.49	45.04	0.2772	335.95	43.99	0.1636
6	...	...	744.63	46.98	0.4863	460.42	46.42	0.1506	350.24	44.81	0.0910
7	...	...	872.48	47.40	0.4791	517.87	46.85	0.1479	380.29	45.90	0.0685
8	...	...	1012.83	48.15	0.4804	616.84	47.52	0.1494	451.85	46.85	0.0672
9	...	...	1102.04	47.68	0.4835	655.43	47.61	0.1517	489.66	47.59	0.0703
10	...	...	1291.38	47.17	0.4877	756.34	47.01	0.1537	543.80	46.84	0.0710

Modèle #23,  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 33897$  K,  $\log g = 5.65$ , âge = 110.66 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	68.67	40.11	72.62	40.17	0.0060	69.19	40.15	0.0451	67.27	40.05	0.0201
9	74.42	40.21	78.99	40.35	0.0088	74.70	40.23	0.0349	73.06	40.17	0.0191
8	81.61	40.34	85.58	40.50	0.0084	81.74	40.34	0.0295	79.99	40.32	0.0250
7	90.07	40.52	93.56	40.58	0.0032	90.36	40.50	0.0410	87.80	40.50	0.0451
6	98.21	40.80	104.53	40.71	0.0007	99.52	40.80	0.1126	95.10	40.77	0.0465
5	106.47	40.83	119.19	40.93	0.0003	106.18	40.95	0.0677	101.68	40.91	0.0027
4	120.19	40.96	138.54	41.23	0.0008	118.09	40.95	0.0009	108.24	41.03	0.0906
3	139.53	41.25	165.15	41.68	0.0028	131.76	41.57	0.1476	118.92	41.00	0.0325
2	166.55	41.71	198.76	43.18	0.4469	139.39	41.38	0.0689	135.76	41.22	0.0000
1	206.95	42.40	205.55	42.43	0.0575	163.27	41.67	0.0000	158.09	41.64	0.0000
0	280.07	43.34	...	...	...	199.69	42.31	0.0000	171.94	42.60	0.0422
1	...	...	276.64	43.29	0.0149	218.70	43.90	0.1154	191.88	42.25	0.0034
2	...	...	320.27	46.54	0.4295	249.29	44.23	0.1238	203.12	43.45	0.0464
3	...	...	386.83	46.88	0.4572	267.63	43.23	0.0220	237.89	43.22	0.0729
4	...	...	489.80	47.38	0.4685	312.51	45.43	0.1397	247.95	43.35	0.0561
5	...	...	566.94	46.60	0.4996	351.08	45.39	0.1633	269.93	44.49	0.0564
6	...	...	629.23	46.19	0.5701	387.79	45.04	0.2755	311.61	44.05	0.1461
7	...	...	668.52	46.70	0.5063	417.39	46.29	0.1606	321.64	44.56	0.1098
8	...	...	777.35	47.43	0.4806	467.73	46.73	0.1506	344.68	45.61	0.0735
9	...	...	836.35	47.87	0.4816	519.86	47.83	0.1555	395.63	47.11	0.0727
10	...	...	967.84	47.91	0.4818	577.36	47.39	0.1515	420.20	46.95	0.0701

Modèle # 1,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25349$  K,  $\log g = 5.52$ , âge = 1.79 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	86.59	40.23	90.73	40.25	0.0107	87.57	40.25	0.0320	84.36	40.15	0.0211
9	93.39	40.33	99.02	40.44	0.0178	94.12	40.37	0.0312	91.43	40.27	0.0162
8	102.27	40.46	107.59	40.66	0.0274	102.50	40.48	0.0203	100.17	40.42	0.0164
7	113.53	40.63	116.91	40.76	0.0161	113.45	40.63	0.0155	110.75	40.60	0.0251
6	127.31	40.84	130.13	40.88	0.0049	127.36	40.82	0.0197	122.87	40.83	0.0595
5	140.57	41.26	148.30	41.10	0.0019	144.45	41.08	0.0588	134.79	41.08	0.1074
4	151.61	41.26	172.79	41.40	0.0015	159.15	41.62	0.2744	148.61	41.19	0.0468
3	174.35	41.43	206.39	41.83	0.0020	173.36	41.49	0.0540	169.67	41.40	0.0031
2	208.10	41.85	255.47	42.46	0.0041	204.05	41.81	0.0007	198.83	41.77	0.0000
1	258.01	42.50	344.74	43.41	0.0131	250.03	42.40	0.0000	235.84	42.41	0.0073
0	348.97	43.46	...	...	...	305.24	44.14	0.0923	248.83	42.82	0.0117
1	...	...	473.98	46.90	0.4089	334.37	43.35	0.0167	303.99	43.12	0.0683
2	...	...	707.40	46.68	0.4766	440.87	45.40	0.1496	343.98	44.48	0.0325
3	...	...	808.57	46.19	0.5976	493.93	45.19	0.2818	395.69	44.11	0.1945
4	...	...	1003.38	47.41	0.4624	605.88	46.90	0.1338	451.36	46.03	0.0561
5	...	...	1277.73	47.71	0.4697	762.40	47.43	0.1399	560.28	47.04	0.0595
6	...	...	1557.66	46.91	0.4772	921.86	46.73	0.1461	671.69	46.55	0.0646
7	...	...	1678.54	45.80	0.4765	988.99	45.65	0.1429	720.50	45.45	0.0589
8	...	...	1861.95	47.17	0.4838	1095.03	47.08	0.1518	792.07	46.93	0.0696
9	...	...	2153.06	47.40	0.4876	1260.96	47.35	0.1552	907.73	47.30	0.0726
10	...	...	2439.67	46.12	0.4860	1424.93	46.14	0.1537	1022.82	46.23	0.0720

Modèle # 2,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25147$  K,  $\log g = 5.47$ , âge = 12.06 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	92.79	40.18	97.63	40.22	0.0112	93.72	40.22	0.0339	90.64	40.10	0.0178
9	100.34	40.28	106.24	40.42	0.0195	100.85	40.32	0.0268	98.34	40.23	0.0150
8	110.05	40.43	114.94	40.62	0.0240	110.14	40.44	0.0177	107.74	40.39	0.0174
7	122.21	40.60	125.31	40.70	0.0105	122.08	40.60	0.0158	118.99	40.58	0.0305
6	136.58	40.84	140.03	40.84	0.0031	137.03	40.80	0.0249	131.41	40.82	0.0746
5	148.26	41.24	159.82	41.07	0.0012	154.60	41.09	0.1044	143.47	41.02	0.0948
4	162.20	41.15	186.36	41.37	0.0011	166.85	41.51	0.2397	159.13	41.12	0.0288
3	187.89	41.39	222.62	41.79	0.0017	185.86	41.40	0.0215	182.28	41.36	0.0000
2	224.48	41.81	275.38	42.41	0.0040	219.66	41.76	0.0000	213.34	41.72	0.0000
1	278.20	42.45	371.43	43.37	0.0137	268.83	42.35	0.0000	243.70	42.70	0.0211
0	376.28	43.42	...	...	...	304.61	44.05	0.0936	260.39	42.35	0.0025
1	...	...	463.59	46.55	0.4076	357.75	43.27	0.0201	320.40	43.12	0.0767
2	...	...	676.51	46.96	0.4512	425.89	45.27	0.1201	337.47	43.64	0.0375
3	...	...	823.33	46.11	0.6140	507.85	44.99	0.2936	411.56	44.20	0.1040
4	...	...	942.41	46.93	0.4829	566.95	46.09	0.1547	429.01	44.30	0.1441
5	...	...	1202.84	47.68	0.4740	711.25	47.26	0.1426	519.15	46.57	0.0616
6	...	...	1491.83	47.45	0.4807	874.62	47.26	0.1483	631.52	46.97	0.0660
7	...	...	1734.24	45.85	0.4783	1020.33	45.72	0.1454	740.52	45.62	0.0639
8	...	...	1816.69	46.43	0.4853	1061.50	46.15	0.1514	765.15	45.71	0.0660
9	...	...	2117.27	47.44	0.4898	1231.70	47.34	0.1565	880.36	47.20	0.0735
10	...	...	2431.33	46.93	0.4919	1412.16	46.97	0.1583	1007.08	47.01	0.0753



Modèle # 3,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25007$  K,  $\log g = 5.45$ , âge = 19.53 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	97.18	40.15	102.31	40.21	0.0126	97.98	40.19	0.0331	95.06	40.09	0.0174
9	105.25	40.26	111.04	40.41	0.0207	105.65	40.29	0.0250	103.16	40.21	0.0162
8	115.49	40.41	120.06	40.58	0.0206	115.54	40.42	0.0182	112.96	40.38	0.0206
7	128.16	40.59	131.37	40.67	0.0083	128.10	40.59	0.0184	124.55	40.57	0.0385
6	142.56	40.86	147.06	40.83	0.0025	143.67	40.79	0.0341	137.03	40.81	0.0848
5	153.68	41.16	167.92	41.05	0.0009	160.93	41.13	0.1571	149.65	40.98	0.0815
4	170.06	41.11	195.84	41.35	0.0007	172.67	41.37	0.1835	166.77	41.09	0.0218
3	197.43	41.37	233.90	41.76	0.0013	194.93	41.37	0.0128	191.22	41.34	0.0000
2	235.89	41.79	289.18	42.38	0.0038	230.57	41.74	0.0000	223.23	41.71	0.0000
1	292.19	42.42	389.72	43.35	0.0144	281.45	42.33	0.0025	244.86	42.72	0.0244
0	395.04	43.39	...	...	...	302.60	43.60	0.0928	271.15	42.25	0.0034
1	...	...	456.88	46.19	0.4114	373.75	43.24	0.0256	319.48	43.54	0.0519
2	...	...	666.30	46.97	0.4525	416.62	44.84	0.1163	342.15	43.08	0.0716
3	...	...	842.02	46.10	0.6034	519.55	44.94	0.2699	409.86	44.51	0.0548
4	...	...	950.47	46.73	0.4975	568.64	45.67	0.1809	442.16	44.00	0.1812
5	...	...	1222.24	47.62	0.4753	720.13	47.14	0.1435	523.58	46.29	0.0625
6	...	...	1525.01	47.44	0.4812	892.57	47.23	0.1487	643.30	46.90	0.0662
7	...	...	1782.66	45.87	0.4794	1048.29	45.75	0.1467	759.63	45.69	0.0657
8	...	...	1865.95	46.37	0.4856	1090.10	46.06	0.1514	786.48	45.61	0.0657
9	...	...	2174.63	47.41	0.4901	1264.29	47.31	0.1568	902.99	47.15	0.0736
10	...	...	2498.65	46.92	0.5000	1450.61	46.97	0.1585	1033.93	47.01	0.0754

Modèle # 4,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24936$  K,  $\log g = 5.43$ , âge = 23.43 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	99.38	40.14	104.70	40.21	0.0128	100.16	40.18	0.0324	97.31	40.08	0.0169
9	107.71	40.24	113.50	40.41	0.0206	108.08	40.27	0.0239	105.61	40.20	0.0163
8	118.21	40.40	122.67	40.57	0.0187	118.26	40.41	0.0179	115.61	40.37	0.0215
7	131.13	40.59	134.41	40.66	0.0071	131.13	40.58	0.0192	127.37	40.57	0.0415
6	145.37	40.88	150.58	40.82	0.0021	147.01	40.79	0.0385	139.90	40.81	0.0878
5	156.27	41.10	172.00	41.04	0.0007	163.97	41.15	0.1813	152.78	40.96	0.0747
4	173.98	41.09	200.63	41.34	0.0005	175.75	41.30	0.1522	170.56	41.08	0.0180
3	202.23	41.36	239.62	41.75	0.0012	199.49	41.36	0.0091	195.63	41.33	0.0000
2	241.67	41.77	296.21	42.37	0.0038	236.05	41.73	0.0000	227.79	41.72	0.0000
1	299.33	42.40	399.03	43.33	0.0156	286.96	42.36	0.0156	243.53	42.55	0.0251
0	404.64	43.38	...	...	...	299.78	43.07	0.0818	276.40	42.22	0.0063
1	...	...	449.77	45.88	0.4144	381.11	43.24	0.0346	313.05	43.58	0.0465
2	...	...	657.94	46.96	0.4544	409.93	44.40	0.1101	347.54	43.01	0.0823
3	...	...	849.48	46.10	0.5985	523.98	44.92	0.2534	408.10	44.52	0.0492
4	...	...	953.24	46.63	0.5063	570.13	45.47	0.1993	450.34	43.94	0.1817
5	...	...	1230.12	47.59	0.4756	723.99	47.08	0.1437	525.88	46.16	0.0629
6	...	...	1539.65	47.45	0.4814	900.64	47.23	0.1487	648.76	46.88	0.0662
7	...	...	1806.12	45.88	0.4799	1061.78	45.77	0.1474	768.74	45.73	0.0664
8	...	...	1888.18	46.32	0.4855	1103.23	46.00	0.1513	796.59	45.56	0.0655
9	...	...	2201.06	47.40	0.4901	1279.35	47.30	0.1568	913.51	47.13	0.0737
10	...	...	2530.42	46.95	0.4918	1468.81	46.99	0.1586	1046.68	47.02	0.0755

Modèle # 5,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24696$  K,  $\log g = 5.38$ , âge = 39.83 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	108.46	40.09	114.25	40.18	0.0142	108.99	40.12	0.0282	106.37	40.05	0.0153
9	117.77	40.20	123.23	40.37	0.0196	117.93	40.22	0.0202	115.45	40.17	0.0170
8	129.27	40.37	133.21	40.49	0.0121	129.22	40.37	0.0177	126.23	40.34	0.0262
7	143.09	40.57	146.69	40.61	0.0038	143.31	40.55	0.0240	138.55	40.55	0.0552
6	156.37	40.92	164.78	40.78	0.0009	160.13	40.78	0.0682	151.15	40.77	0.0903
5	168.38	40.93	188.44	41.01	0.0001	174.69	41.20	0.2294	165.49	40.87	0.0474
4	190.17	41.04	219.95	41.30	0.0001	189.41	41.10	0.0544	185.78	41.02	0.0052
3	221.67	41.32	262.73	41.70	0.0009	217.95	41.30	0.0001	213.04	41.29	0.0000
2	265.06	41.72	324.63	42.30	0.0040	257.99	41.68	0.0000	235.36	42.24	0.0271
1	328.21	42.34	435.04	43.36	0.1006	290.57	43.11	0.1074	252.05	41.69	0.0000
0	443.38	43.33	...	...	...	317.60	42.26	0.0039	297.41	42.18	0.0254
1	...	...	444.93	44.01	0.3386	404.14	43.50	0.1047	315.30	42.86	0.0328
2	...	...	669.95	46.80	0.4578	423.95	43.36	0.0489	374.13	42.88	0.0991
3	...	...	890.75	46.04	0.5979	551.24	44.80	0.2271	423.45	44.36	0.0456
4	...	...	995.86	46.50	0.5160	597.20	45.14	0.2271	486.11	43.81	0.1712
5	...	...	1291.96	47.55	0.4765	759.17	46.96	0.1444	550.59	45.83	0.0646
6	...	...	1622.21	47.42	0.4820	948.00	47.17	0.1493	682.03	46.76	0.0667
7	...	...	1901.96	45.86	0.4813	1118.78	45.73	0.1488	810.12	45.68	0.0679
8	...	...	1991.00	46.39	0.5010	1163.09	45.99	0.1522	839.91	45.49	0.0669
9	...	...	2324.24	47.39	0.4904	1350.29	47.28	0.1572	963.50	47.09	0.0740
10	...	...	2672.53	46.92	0.4919	1550.82	46.96	0.1588	1104.58	47.00	0.0758

Modèle # 6,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24520$  K,  $\log g = 5.33$ , âge = 56.38 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	117.99	40.05	123.95	40.17	0.0147	118.34	40.07	0.0232	115.87	40.02	0.0149
9	128.24	40.16	133.18	40.32	0.0148	128.31	40.17	0.0181	125.70	40.13	0.0192
8	140.63	40.33	144.40	40.42	0.0063	140.68	40.33	0.0193	137.14	40.31	0.0339
7	154.56	40.59	159.65	40.56	0.0015	155.85	40.52	0.0350	149.68	40.53	0.0699
6	166.01	40.84	179.66	40.75	0.0000	172.50	40.82	0.1366	162.51	40.70	0.0742
5	181.95	40.81	205.66	40.97	0.0000	184.59	41.04	0.1604	178.88	40.80	0.0229
4	207.27	40.99	240.16	41.26	0.0000	205.02	41.00	0.0131	201.36	40.98	0.0000
3	242.04	41.28	286.91	41.65	0.0007	237.15	41.26	0.0000	222.43	41.78	0.0271
2	289.57	41.68	354.37	42.24	0.0048	274.83	42.02	0.0804	234.30	41.32	0.0066
1	358.52	42.28	425.70	44.78	0.4470	285.02	41.80	0.0422	271.59	41.59	0.0000
0	483.80	43.28	...	...	...	344.90	42.18	0.0026	307.92	42.49	0.0476
1	...	...	476.75	43.23	0.0169	408.67	43.84	0.1272	329.54	42.15	0.0178
2	...	...	673.13	46.58	0.4592	454.30	43.12	0.0385	401.31	42.78	0.1088
3	...	...	924.96	46.00	0.5861	572.38	44.72	0.1844	434.71	43.93	0.0471
4	...	...	1026.98	46.30	0.5365	622.62	44.78	0.2654	523.21	43.70	0.1544
5	...	...	1331.46	47.48	0.4768	782.24	46.78	0.1450	567.72	45.27	0.0691
6	...	...	1675.29	47.44	0.4820	979.02	47.14	0.1493	704.27	46.62	0.0669
7	...	...	1983.15	45.93	0.4832	1164.75	45.84	0.1511	840.52	45.84	0.0698
8	...	...	2064.45	46.15	0.4862	1209.06	45.77	0.1519	877.46	45.33	0.0677
9	...	...	2392.53	47.38	0.4895	1391.71	47.23	0.1568	993.92	46.98	0.0738
10	...	...	2710.38	47.27	0.5022	1582.29	47.21	0.1574	1131.36	47.14	0.0752

Modèle # 7,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24444$  K,  $\log g = 5.30$ , âge = 68.54 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	125.96	40.03	131.63	40.16	0.0142	126.15	40.04	0.0208	123.67	40.02	0.0163
9	136.90	40.14	141.35	40.26	0.0103	136.92	40.14	0.0186	134.03	40.12	0.0236
8	149.81	40.32	153.82	40.37	0.0035	150.07	40.30	0.0243	145.81	40.29	0.0444
7	163.00	40.62	170.45	40.53	0.0005	165.78	40.51	0.0581	158.28	40.50	0.0758
6	174.72	40.71	192.00	40.72	0.0000	180.55	40.88	0.1886	171.84	40.64	0.0517
5	193.91	40.76	219.89	40.95	0.0000	193.82	40.86	0.0696	189.97	40.76	0.0072
4	221.54	40.96	256.84	41.23	0.0000	218.38	40.96	0.0012	212.12	41.09	0.0000
3	258.90	41.25	306.83	41.62	0.0006	252.54	41.24	0.0000	221.03	41.37	0.0475
2	309.81	41.64	378.75	42.20	0.0078	272.41	42.32	0.1348	248.17	41.22	0.0000
1	383.51	42.24	418.40	44.40	0.4570	301.80	41.60	0.0004	287.80	41.56	0.0000
0	516.94	43.24	...	...	...	367.44	42.13	0.0063	313.60	42.41	0.0436
1	...	...	508.77	43.18	0.0164	413.42	43.65	0.1257	348.29	42.03	0.0259
2	...	...	678.84	46.37	0.4590	481.31	43.04	0.0485	421.98	42.75	0.1040
3	...	...	948.40	45.99	0.5693	585.89	44.64	0.1568	444.65	43.39	0.0586
4	...	...	1051.27	46.15	0.5546	645.32	44.56	0.2826	552.33	43.65	0.1300
5	...	...	1352.78	47.41	0.4770	795.35	46.59	0.1457	579.21	44.58	0.0828
6	...	...	1695.43	47.49	0.4811	992.41	47.11	0.1490	714.79	46.47	0.0669
7	...	...	1996.55	46.56	0.5033	1173.79	46.35	0.1516	847.03	46.19	0.0701
8	...	...	2089.14	45.85	0.5408	1233.42	45.57	0.1512	901.99	45.23	0.0692
9	...	...	2202.68	46.86	0.4849	1296.94	46.69	0.1530	939.66	46.32	0.0713
10	...	...	2493.29	47.39	0.4904	1450.27	47.25	0.1573	1036.43	47.02	0.0743

Modèle # 8,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24469$  K,  $\log g = 5.27$ , âge = 77.44 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	131.85	40.02	137.19	40.14	0.0122	131.96	40.03	0.0192	129.45	40.01	0.0174
9	143.27	40.12	147.44	40.22	0.0066	143.31	40.12	0.0194	140.17	40.10	0.0275
8	156.26	40.31	160.84	40.33	0.0017	156.97	40.28	0.0302	152.03	40.28	0.0526
7	168.23	40.60	178.47	40.50	0.0000	172.57	40.52	0.0917	164.30	40.47	0.0706
6	181.44	40.60	201.16	40.70	0.0000	185.10	40.84	0.1686	178.56	40.58	0.0301
5	202.85	40.73	230.49	40.92	0.0000	201.33	40.76	0.0241	197.34	40.75	0.0000
4	232.17	40.94	269.26	41.21	0.0000	228.16	40.93	0.0000	209.86	41.41	0.0534
3	271.48	41.22	321.69	41.59	0.0009	259.26	41.52	0.0845	226.29	40.96	0.0067
2	324.96	41.61	395.94	42.21	0.0684	269.39	41.41	0.0637	258.68	41.19	0.0000
1	402.25	42.20	406.58	43.07	0.4036	315.50	41.56	0.0000	297.91	41.58	0.0146
0	541.73	43.20	...	...	...	383.36	42.10	0.0161	315.77	42.05	0.0303
1	...	...	532.61	43.14	0.0174	412.90	43.22	0.1169	362.12	41.96	0.0355
2	...	...	675.27	46.13	0.4584	500.50	42.99	0.0610	432.12	42.90	0.0769
3	...	...	956.66	45.99	0.5534	589.34	44.53	0.1389	452.01	42.87	0.0902
4	...	...	1059.99	46.01	0.5755	659.83	44.38	0.2904	567.52	43.84	0.0792
5	...	...	1349.12	47.35	0.4767	794.55	46.39	0.1465	586.58	43.82	0.1244
6	...	...	1648.28	47.73	0.4775	973.60	47.19	0.1476	705.86	46.32	0.0666
7	...	...	1819.23	47.55	0.4823	1074.32	47.29	0.1504	780.99	46.84	0.0694
8	...	...	2080.12	46.02	0.4996	1220.93	45.94	0.1536	879.41	45.92	0.0717
9	...	...	2163.19	46.00	0.4964	1269.77	45.63	0.1537	925.44	45.18	0.0713
10	...	...	2486.15	47.32	0.4907	1444.21	47.12	0.1575	1030.40	46.78	0.0743

Modèle # 9,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24588$  K,  $\log g = 5.25$ , âge = 83.92 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	135.29	40.01	140.21	40.13	0.0108	135.28	40.02	0.0192	132.70	40.01	0.0193
9	146.93	40.11	150.92	40.19	0.0049	146.93	40.11	0.0215	143.53	40.10	0.0320
8	159.85	40.32	164.90	40.31	0.0010	160.77	40.27	0.0388	155.29	40.27	0.0584
7	171.33	40.57	183.10	40.49	0.0000	175.68	40.55	0.1252	167.50	40.44	0.0618
6	185.69	40.57	206.45	40.68	0.0000	187.37	40.75	0.1248	182.36	40.55	0.0177
5	208.11	40.71	236.59	40.91	0.0000	205.92	40.72	0.0103	200.67	40.82	0.0000
4	238.32	40.92	276.38	41.19	0.0000	233.71	40.92	0.0000	209.95	41.14	0.0599
3	278.72	41.21	330.16	41.57	0.0012	258.97	41.81	0.1337	231.47	40.93	0.0000
2	333.62	41.59	398.71	42.86	0.4048	274.31	41.25	0.0199	264.64	41.17	0.0000
1	412.92	42.18	409.42	42.22	0.0700	323.39	41.54	0.0000	301.83	41.66	0.0285
0	555.78	43.18	...	...	...	391.29	42.11	0.0322	318.21	41.80	0.0184
1	...	...	546.06	43.12	0.0185	412.79	42.84	0.1012	369.76	41.92	0.0417
2	...	...	670.88	45.96	0.4573	510.70	42.96	0.0708	432.99	43.07	0.0590
3	...	...	954.20	46.00	0.5398	587.29	44.41	0.1296	458.05	42.69	0.1089
4	...	...	1059.66	45.94	0.5881	666.51	44.28	0.2888	564.85	44.24	0.0574
5	...	...	1322.97	47.29	0.4789	782.44	46.20	0.1474	594.05	43.57	0.1371
6	...	...	1530.33	47.83	0.4813	909.01	47.25	0.1478	664.12	46.01	0.0679
7	...	...	1761.08	47.48	0.4833	1030.51	47.09	0.1511	742.26	46.39	0.0692
8	...	...	2077.90	46.15	0.4865	1215.80	46.10	0.1542	873.36	46.02	0.0719
9	...	...	2164.65	45.90	0.4875	1273.95	45.55	0.1544	930.74	45.12	0.0728
10	...	...	2475.62	47.29	0.4907	1438.12	47.06	0.1575	1026.09	46.67	0.0743

Modèle #10,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24784$  K,  $\log g = 5.25$ , âge = 88.76 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	136.20	40.01	140.90	40.11	0.0093	136.19	40.01	0.0197	133.55	40.01	0.0210
9	147.83	40.11	151.84	40.17	0.0038	147.91	40.10	0.0239	144.33	40.10	0.0355
8	160.34	40.33	166.05	40.30	0.0005	161.65	40.27	0.0475	155.86	40.27	0.0607
7	171.43	40.53	184.45	40.48	0.0000	175.60	40.58	0.1445	167.94	40.42	0.0522
6	186.72	40.54	208.00	40.68	0.0000	187.21	40.67	0.0866	182.88	40.55	0.0064
5	209.61	40.70	238.37	40.90	0.0000	207.00	40.70	0.0034	197.68	41.04	0.0266
4	240.13	40.92	278.45	41.18	0.0000	234.72	40.92	0.0007	207.68	40.83	0.0408
3	280.84	41.20	332.54	41.56	0.0019	251.76	41.80	0.1534	232.63	40.91	0.0000
2	336.13	41.58	385.95	43.43	0.4696	275.43	41.20	0.0048	265.86	41.16	0.0000
1	415.95	42.16	411.34	42.14	0.0144	325.40	41.52	0.0000	299.12	41.78	0.0390
0	559.75	43.17	...	...	...	390.45	42.21	0.0637	316.99	41.64	0.0094
1	...	...	549.70	43.10	0.0196	407.78	42.46	0.0702	371.14	41.90	0.0457
2	...	...	656.37	45.78	0.4564	512.25	42.94	0.0786	425.97	43.17	0.0509
3	...	...	938.38	46.04	0.5251	576.60	44.29	0.1229	458.40	42.61	0.1170
4	...	...	1047.46	45.87	0.6013	664.27	44.22	0.2852	550.34	44.47	0.0556
5	...	...	1278.80	47.22	0.4812	758.92	45.99	0.1496	594.52	43.51	0.1316
6	...	...	1459.14	47.70	0.4822	864.48	47.01	0.1483	630.99	45.27	0.0708
7	...	...	1722.85	47.50	0.4833	1007.30	47.05	0.1509	724.88	46.23	0.0689
8	...	...	2044.68	46.36	0.4868	1194.35	46.29	0.1543	856.97	46.13	0.0719
9	...	...	2144.05	45.82	0.4876	1264.51	45.50	0.1549	925.38	45.09	0.0738
10	...	...	2417.03	47.24	0.4906	1404.75	46.97	0.1575	1002.87	46.50	0.0744

Modèle #11,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25022$  K,  $\log g = 5.25$ , âge = 92.27 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	135.15	40.01	139.81	40.11	0.0078	135.25	40.01	0.0203	132.60	40.01	0.0221
9	146.56	40.11	150.77	40.17	0.0029	146.86	40.10	0.0258	143.20	40.10	0.0375
8	158.41	40.34	164.96	40.30	0.0001	160.36	40.27	0.0550	154.40	40.27	0.0603
7	169.32	40.48	183.26	40.47	0.0000	173.31	40.61	0.1498	166.12	40.42	0.0403
6	185.26	40.52	206.67	40.67	0.0000	184.99	40.62	0.0586	180.03	40.59	0.0000
5	208.21	40.69	236.84	40.90	0.0000	205.22	40.69	0.0000	189.80	40.97	0.0671
4	238.57	40.91	276.63	41.18	0.0000	231.23	41.01	0.0388	204.95	40.73	0.0214
3	279.03	41.19	330.23	41.55	0.0040	241.86	41.39	0.1361	230.79	40.90	0.0000
2	333.91	41.57	368.00	43.48	0.4847	273.22	41.18	0.0000	263.58	41.16	0.0000
1	413.12	42.16	408.29	42.13	0.0082	322.99	41.52	0.0000	293.23	41.83	0.0427
0	556.04	43.17	...	...	...	383.69	42.35	0.0894	313.34	41.58	0.0059
1	...	...	545.89	43.10	0.0206	401.47	42.27	0.0450	367.93	41.89	0.0478
2	...	...	639.86	45.65	0.4557	507.63	42.94	0.0835	417.11	43.19	0.0480
3	...	...	919.04	46.07	0.5161	564.25	44.19	0.1189	454.09	42.59	0.1197
4	...	...	1030.73	45.83	0.6082	655.99	44.19	0.2807	530.61	44.62	0.0577
5	...	...	1218.01	47.27	0.4762	727.31	45.81	0.1523	582.64	43.76	0.0870
6	...	...	1373.97	47.54	0.4794	810.83	46.62	0.1491	596.03	43.80	0.1116
7	...	...	1673.33	47.51	0.4831	977.50	47.01	0.1505	702.96	46.08	0.0686
8	...	...	2001.14	46.51	0.4879	1167.68	46.41	0.1542	837.26	46.18	0.0717
9	...	...	2114.95	45.80	0.5098	1247.52	45.48	0.1551	913.53	45.08	0.0743
10	...	...	2368.23	47.19	0.4906	1376.30	46.90	0.1574	982.64	46.39	0.0743

Modèle #12,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25309$  K,  $\log g = 5.26$ , âge = 95.10 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	132.89	40.00	137.39	40.10	0.0075	132.95	40.01	0.0199	130.36	40.00	0.0218
9	144.10	40.11	148.18	40.16	0.0026	144.37	40.10	0.0258	140.77	40.10	0.0376
8	155.68	40.35	162.17	40.30	0.0000	157.59	40.28	0.0570	151.69	40.27	0.0598
7	166.33	40.48	180.20	40.47	0.0000	169.97	40.61	0.1496	163.07	40.42	0.0359
6	182.11	40.52	203.23	40.67	0.0000	181.55	40.60	0.0490	176.36	40.62	0.0000
5	204.73	40.69	232.89	40.89	0.0000	201.66	40.69	0.0000	185.41	40.90	0.0717
4	234.59	40.91	272.00	41.18	0.0000	226.51	41.06	0.0587	201.29	40.72	0.0180
3	274.37	41.19	324.62	41.55	0.0049	236.34	41.27	0.1191	226.78	40.89	0.0000
2	328.28	41.57	357.85	43.45	0.4863	268.54	41.17	0.0000	258.97	41.15	0.0000
1	406.11	42.16	401.29	42.13	0.0075	317.44	41.51	0.0000	287.23	41.84	0.0432
0	546.81	43.17	...	...	...	375.90	42.39	0.0951	307.51	41.56	0.0055
1	...	...	536.79	43.10	0.0210	393.78	42.24	0.0389	361.37	41.89	0.0491
2	...	...	625.47	45.61	0.4551	498.64	42.94	0.0863	407.80	43.20	0.0470
3	...	...	898.51	46.08	0.5147	551.59	44.15	0.1173	445.89	42.58	0.1213
4	...	...	1007.82	45.82	0.6113	642.91	44.18	0.2788	515.54	44.64	0.0582
5	...	...	1182.15	47.23	0.4767	706.27	45.71	0.1538	569.81	43.87	0.0773
6	...	...	1342.51	47.53	0.4793	791.79	46.57	0.1490	584.08	43.69	0.1193
7	...	...	1637.99	47.51	0.4834	956.93	47.02	0.1505	688.22	46.07	0.0686
8	...	...	1957.16	46.56	0.4870	1141.96	46.45	0.1543	818.74	46.21	0.0717
9	...	...	2071.14	45.78	0.4880	1222.96	45.48	0.1551	895.76	45.08	0.0744
10	...	...	2304.55	47.17	0.4906	1339.88	46.87	0.1575	957.07	46.32	0.0744

Modèle #13,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25633$  K,  $\log g = 5.28$ , âge = 97.37 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	129.73	40.00	134.12	40.10	0.0078	129.76	40.01	0.0213	127.19	40.00	0.0232
9	140.67	40.12	144.71	40.17	0.0029	140.88	40.10	0.0278	137.31	40.10	0.0391
8	152.10	40.35	158.38	40.30	0.0001	153.74	40.29	0.0606	148.02	40.28	0.0600
7	162.66	40.49	175.99	40.48	0.0000	165.84	40.61	0.1486	159.32	40.42	0.0372
6	177.96	40.53	198.45	40.67	0.0000	177.38	40.61	0.0502	172.50	40.62	0.0000
5	199.96	40.69	227.35	40.90	0.0000	196.97	40.69	0.0000	181.51	40.93	0.0690
4	229.04	40.91	265.47	41.18	0.0000	221.34	41.05	0.0523	196.76	40.73	0.0203
3	267.78	41.19	316.69	41.55	0.0047	231.29	41.31	0.1252	221.56	40.90	0.0000
2	320.27	41.58	350.09	43.45	0.4844	262.20	41.18	0.0000	252.88	41.16	0.0000
1	396.06	42.17	391.39	42.13	0.0078	309.76	41.52	0.0000	280.64	41.83	0.0430
0	533.49	43.17	...	...	...	367.01	42.38	0.0926	300.50	41.58	0.0055
1	...	...	523.80	43.11	0.0209	384.60	42.27	0.0422	352.63	41.90	0.0477
2	...	...	610.75	45.62	0.4548	486.81	42.96	0.0853	397.72	43.20	0.0473
3	...	...	875.10	46.11	0.5104	537.63	44.15	0.1171	435.22	42.60	0.1208
4	...	...	984.01	45.84	0.6081	627.03	44.20	0.2731	495.67	44.65	0.0596
5	...	...	1135.67	47.16	0.4794	678.98	45.56	0.1581	552.69	43.97	0.0710
6	...	...	1306.74	47.50	0.4804	769.32	46.49	0.1494	569.36	43.65	0.1240
7	...	...	1602.06	47.52	0.4832	935.82	47.03	0.1506	672.94	46.08	0.0686
8	...	...	1913.65	46.57	0.4869	1116.64	46.46	0.1543	800.63	46.22	0.0717
9	...	...	2024.86	45.79	0.4875	1195.56	45.49	0.1549	875.56	45.09	0.0741
10	...	...	2246.56	47.20	0.4906	1306.76	46.88	0.1576	933.74	46.33	0.0746

Modèle #14,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25971$  K,  $\log g = 5.30$ , âge = 99.17 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	126.01	40.00	130.30	40.11	0.0080	126.00	40.00	0.0205	123.55	40.00	0.0221
9	136.69	40.12	140.53	40.18	0.0030	136.83	40.11	0.0265	133.42	40.10	0.0375
8	147.94	40.35	153.81	40.31	0.0001	149.39	40.29	0.0575	143.88	40.28	0.0598
7	158.14	40.51	170.92	40.48	0.0000	161.27	40.62	0.1479	154.83	40.43	0.0386
6	172.86	40.53	192.74	40.67	0.0000	172.34	40.62	0.0518	167.72	40.61	0.0000
5	194.20	40.69	220.78	40.90	0.0000	191.32	40.70	0.0000	176.68	40.95	0.0677
4	222.41	40.91	257.78	41.18	0.0000	215.23	41.03	0.0459	191.12	40.73	0.0209
3	260.02	41.19	307.47	41.56	0.0044	224.97	41.34	0.1296	215.17	40.90	0.0000
2	310.92	41.58	340.91	43.47	0.4841	254.62	41.18	0.0000	245.69	41.16	0.0000
1	384.46	42.18	379.94	42.14	0.0079	300.77	41.52	0.0000	273.43	41.83	0.0419
0	518.20	43.18	...	...	...	357.39	42.35	0.0868	291.94	41.59	0.0060
1	...	...	508.87	43.12	0.0206	373.84	42.30	0.0466	342.51	41.90	0.0473
2	...	...	595.33	45.66	0.4545	473.22	42.97	0.0847	386.85	43.22	0.0476
3	...	...	851.12	46.13	0.5103	522.70	44.17	0.1175	422.83	42.61	0.1213
4	...	...	955.06	45.85	0.6095	608.64	44.21	0.2703	475.96	44.65	0.0607
5	...	...	1090.80	47.11	0.4809	652.30	45.41	0.1629	536.58	43.96	0.0705
6	...	...	1271.76	47.46	0.4802	747.99	46.48	0.1493	553.26	43.65	0.1245
7	...	...	1564.27	47.53	0.4833	913.70	47.04	0.1506	656.97	46.12	0.0686
8	...	...	1866.91	46.56	0.4868	1089.51	46.46	0.1543	781.24	46.23	0.0717
9	...	...	1972.73	45.80	0.4872	1164.75	45.50	0.1546	852.93	45.11	0.0737
10	...	...	2172.69	47.23	0.4906	1265.30	46.91	0.1578	904.99	46.33	0.0749

Modèle #15,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26337$  K,  $\log g = 5.31$ , âge = 100.58 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	121.72	40.00	126.01	40.11	0.0078	121.78	40.01	0.0207	119.41	40.00	0.0218
9	132.02	40.13	135.88	40.19	0.0030	132.24	40.11	0.0264	128.97	40.11	0.0369
8	142.87	40.36	148.70	40.32	0.0001	144.42	40.30	0.0564	139.11	40.29	0.0589
7	152.82	40.51	165.24	40.49	0.0000	155.98	40.63	0.1461	149.57	40.45	0.0357
6	167.10	40.54	186.31	40.68	0.0000	166.59	40.62	0.0509	161.32	40.66	0.0000
5	187.71	40.70	213.36	40.90	0.0000	184.84	40.70	0.0000	169.57	40.86	0.0739
4	214.93	40.91	249.07	41.18	0.0000	207.07	41.09	0.0695	184.70	40.73	0.0194
3	251.22	41.20	296.97	41.57	0.0055	216.31	41.24	0.1144	208.03	40.90	0.0000
2	300.32	41.59	326.70	43.44	0.4887	246.05	41.18	0.0000	237.57	41.16	0.0000
1	371.29	42.19	366.92	42.16	0.0074	290.60	41.53	0.0000	264.78	41.82	0.0409
0	500.73	43.19	...	...	...	345.84	42.34	0.0823	282.46	41.60	0.0061
1	...	...	491.83	43.13	0.0203	361.66	42.34	0.0505	331.17	41.92	0.0457
2	...	...	577.26	45.69	0.4546	457.99	42.98	0.0822	375.33	43.23	0.0483
3	...	...	826.08	46.15	0.5103	507.14	44.21	0.1184	409.20	42.63	0.1208
4	...	...	927.50	45.86	0.6078	589.57	44.24	0.2704	460.17	44.68	0.0610
5	...	...	1053.28	47.13	0.4804	630.30	45.41	0.1636	518.38	43.98	0.0699
6	...	...	1228.92	47.46	0.4799	722.73	46.47	0.1492	534.98	43.67	0.1257
7	...	...	1514.39	47.56	0.4834	884.57	47.06	0.1505	636.04	46.15	0.0685
8	...	...	1807.77	46.62	0.4888	1054.80	46.51	0.1542	756.20	46.28	0.0717
9	...	...	1915.61	45.80	0.4885	1130.94	45.51	0.1541	828.07	45.12	0.0731
10	...	...	2105.47	47.20	0.4907	1225.61	46.87	0.1578	876.35	46.29	0.0748

Modèle #16,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 26698$  K,  $\log g = 5.33$ , âge = 101.68 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	117.55	40.00	121.85	40.12	0.0079	117.67	40.01	0.0213	115.37	40.00	0.0218
9	127.51	40.13	131.38	40.20	0.0031	127.78	40.12	0.0267	124.63	40.11	0.0365
8	138.05	40.36	143.76	40.33	0.0002	139.59	40.30	0.0555	134.48	40.30	0.0581
7	147.78	40.52	159.72	40.49	0.0000	150.90	40.63	0.1441	144.54	40.46	0.0342
6	161.55	40.55	180.05	40.68	0.0000	161.09	40.64	0.0524	155.40	40.69	0.0032
5	181.42	40.70	206.15	40.91	0.0000	178.60	40.71	0.0000	163.48	40.82	0.0760
4	207.66	40.92	240.58	41.19	0.0000	199.62	41.11	0.0806	178.60	40.74	0.0203
3	242.65	41.20	286.76	41.58	0.0060	208.79	41.21	0.1104	201.15	40.91	0.0000
2	289.99	41.60	314.77	43.42	0.4920	237.76	41.19	0.0000	229.76	41.17	0.0000
1	358.47	42.21	354.28	42.17	0.0073	280.75	41.54	0.0000	256.99	41.80	0.0390
0	483.67	43.21	...	...	...	335.24	42.30	0.0724	273.59	41.64	0.0072
1	...	...	475.22	43.14	0.0198	350.55	42.43	0.0603	320.25	41.93	0.0433
2	...	...	561.81	45.75	0.4549	443.36	43.00	0.0784	365.22	43.23	0.0497
3	...	...	803.48	46.16	0.5108	493.38	44.26	0.1201	396.16	42.66	0.1192
4	...	...	901.53	45.89	0.6033	571.23	44.28	0.2674	443.29	44.71	0.0614
5	...	...	1011.91	47.09	0.4811	606.55	45.35	0.1666	500.97	43.97	0.0699
6	...	...	1189.66	47.45	0.4797	699.33	46.45	0.1491	517.60	43.69	0.1263
7	...	...	1472.68	47.55	0.4831	860.11	47.08	0.1504	618.40	46.18	0.0684
8	...	...	1760.51	46.60	0.4867	1027.16	46.50	0.1541	736.40	46.28	0.0716
9	...	...	1863.09	45.81	0.4865	1100.05	45.52	0.1535	805.27	45.14	0.0723
10	...	...	2051.95	47.22	0.4913	1194.86	46.91	0.1578	854.52	46.35	0.0747

Modèle #17,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27410$  K,  $\log g = 5.37$ , âge = 103.04 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	109.88	40.01	114.04	40.14	0.0088	109.93	40.01	0.0199	107.86	39.99	0.0193
9	119.32	40.14	122.83	40.22	0.0037	119.44	40.13	0.0237	116.64	40.12	0.0326
8	129.55	40.36	134.34	40.34	0.0004	130.65	40.31	0.0466	126.08	40.31	0.0570
7	138.69	40.56	149.24	40.50	0.0000	141.83	40.63	0.1384	135.59	40.48	0.0428
6	151.08	40.56	168.22	40.69	0.0000	151.04	40.68	0.0678	146.23	40.66	0.0000
5	169.51	40.71	192.55	40.91	0.0000	167.06	40.71	0.0000	154.03	40.91	0.0741
4	193.95	40.93	224.65	41.20	0.0000	187.68	41.04	0.0491	167.07	40.75	0.0237
3	226.55	41.21	267.74	41.59	0.0044	196.44	41.35	0.1357	188.01	40.91	0.0000
2	270.67	41.61	297.91	43.50	0.4908	222.12	41.20	0.0007	214.93	41.17	0.0000
1	334.61	42.23	330.75	42.20	0.0080	262.23	41.55	0.0000	242.43	41.76	0.0340
0	451.93	43.23	...	...	...	315.12	42.23	0.0517	256.49	41.70	0.0103
1	...	...	444.25	43.17	0.0191	329.73	42.62	0.0779	299.55	41.96	0.0411
2	...	...	531.65	45.86	0.4542	415.50	43.02	0.0743	344.43	43.27	0.0515
3	...	...	757.53	46.19	0.5119	464.95	44.35	0.1222	371.18	42.71	0.1186
4	...	...	846.23	45.92	0.6042	535.50	44.33	0.2670	414.11	44.72	0.0611
5	...	...	943.40	47.03	0.4823	566.34	45.29	0.1713	471.82	43.85	0.0797
6	...	...	1123.55	47.48	0.4793	660.46	46.52	0.1484	485.83	43.82	0.1197
7	...	...	1392.48	47.59	0.4830	813.39	47.13	0.1503	584.85	46.28	0.0681
8	...	...	1663.28	46.65	0.4934	970.50	46.55	0.1540	695.90	46.34	0.0715
9	...	...	1761.20	45.82	0.5078	1039.14	45.54	0.1524	760.64	45.17	0.0709
10	...	...	1908.21	47.29	0.4889	1116.02	46.94	0.1572	800.76	46.35	0.0745

Modèle #18,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 30594$  K,  $\log g = 5.51$ , âge = 104.51 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	86.79	40.03	90.34	40.18	0.0093	86.79	40.04	0.0205	85.19	40.01	0.0182
9	94.38	40.18	97.27	40.27	0.0043	94.38	40.17	0.0236	92.26	40.16	0.0302
8	102.79	40.39	106.35	40.38	0.0007	103.34	40.34	0.0451	99.90	40.35	0.0541
7	110.27	40.60	118.08	40.52	0.0000	112.22	40.64	0.1295	107.40	40.53	0.0410
6	119.70	40.59	132.99	40.70	0.0000	119.45	40.69	0.0615	115.18	40.72	0.0010
5	134.05	40.72	152.07	40.92	0.0000	131.96	40.72	0.0000	121.32	40.84	0.0769
4	153.19	40.94	177.07	41.22	0.0000	147.23	41.12	0.0814	132.19	40.76	0.0240
3	178.55	41.23	210.74	41.64	0.0074	154.15	41.22	0.1111	148.66	40.93	0.0000
2	213.10	41.67	229.17	43.44	0.4905	175.16	41.21	0.0005	169.77	41.19	0.0000
1	263.66	42.33	260.50	42.29	0.0065	206.57	41.60	0.0000	191.12	41.81	0.0318
0	356.44	43.29	...	...	...	247.67	42.35	0.0570	202.07	41.74	0.0091
1	...	...	350.71	43.23	0.0192	258.57	42.62	0.0676	235.99	42.04	0.0384
2	...	...	411.62	45.88	0.4472	327.74	43.15	0.0836	260.14	43.50	0.0474
3	...	...	544.27	46.88	0.4557	343.46	43.92	0.1054	289.41	42.93	0.1004
4	...	...	630.06	46.13	0.5518	392.26	44.71	0.1457	299.75	43.22	0.0793
5	...	...	691.23	46.15	0.5714	430.79	44.47	0.2860	365.35	44.25	0.0605
6	...	...	846.60	47.46	0.4767	504.84	46.36	0.1477	381.58	43.71	0.1379
7	...	...	935.46	48.07	0.4776	567.96	47.53	0.1465	425.78	46.36	0.0664
8	...	...	1098.47	47.75	0.4829	643.67	47.30	0.1504	465.21	46.51	0.0684
9	...	...	1299.40	47.20	0.4863	760.87	46.98	0.1539	546.80	46.66	0.0713
10	...	...	1395.91	46.42	0.4851	829.47	46.06	0.1532	605.80	45.86	0.0723



Modèle #19,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 31510$  K,  $\log g = 5.54$ , âge = 104.62 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	83.10	40.04	86.45	40.18	0.0076	83.16	40.04	0.0228	81.57	40.02	0.0209
9	90.28	40.19	93.23	40.27	0.0032	90.41	40.18	0.0285	88.24	40.17	0.0345
8	97.99	40.41	102.03	40.37	0.0002	98.78	40.36	0.0593	95.27	40.37	0.0530
7	105.07	40.56	113.28	40.52	0.0000	106.34	40.68	0.1257	101.75	40.57	0.0138
6	114.67	40.57	127.56	40.69	0.0000	113.67	40.63	0.0266	107.65	40.74	0.0403
5	128.56	40.71	145.82	40.92	0.0000	125.95	40.73	0.0035	114.81	40.68	0.0677
4	146.91	40.93	169.67	41.21	0.0002	137.13	41.31	0.1639	126.57	40.74	0.0180
3	171.13	41.23	201.35	41.68	0.0567	146.16	41.02	0.0473	142.45	40.92	0.0000
2	204.17	41.67	208.34	42.64	0.4481	167.75	41.21	0.0000	162.33	41.19	0.0000
1	252.63	42.34	249.49	42.30	0.0050	197.71	41.60	0.0000	179.12	41.92	0.0389
0	341.39	43.29	...	...	...	231.27	42.70	0.1015	192.08	41.64	0.0027
1	...	...	335.71	43.24	0.0238	243.81	42.33	0.0236	222.59	42.32	0.0498
2	...	...	362.26	45.34	0.4259	279.39	44.36	0.1237	228.54	42.33	0.0373
3	...	...	417.34	46.40	0.4506	315.21	43.12	0.0730	261.52	43.41	0.0544
4	...	...	545.80	46.68	0.4787	345.87	44.36	0.1221	281.74	42.82	0.1192
5	...	...	601.39	46.27	0.5313	385.44	44.96	0.1571	303.37	44.71	0.0634
6	...	...	653.68	46.11	0.5807	410.54	44.47	0.2778	343.15	44.45	0.0585
7	...	...	756.12	47.59	0.4802	469.03	46.21	0.1523	364.05	43.66	0.1382
8	...	...	824.63	47.55	0.4808	505.06	47.14	0.1524	389.48	46.02	0.0719
9	...	...	967.33	48.28	0.4820	587.63	47.29	0.1513	427.44	46.27	0.0692
10	...	...	1028.81	47.88	0.4835	628.14	47.95	0.1563	479.11	47.40	0.0746

Modèle #20,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 33267$  K,  $\log g = 5.61$ , âge = 104.82 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	73.01	40.06	76.13	40.21	0.0082	73.05	40.06	0.0228	71.68	40.04	0.0196
9	79.40	40.20	82.04	40.30	0.0039	79.46	40.20	0.0270	77.64	40.19	0.0318
8	86.39	40.41	89.70	40.39	0.0005	86.91	40.37	0.0528	84.00	40.38	0.0522
7	92.75	40.59	99.53	40.53	0.0000	93.81	40.68	0.1222	89.80	40.59	0.0195
6	100.88	40.59	112.01	40.70	0.0000	100.02	40.66	0.0311	94.96	40.76	0.0324
5	112.92	40.72	127.99	40.93	0.0000	110.60	40.74	0.0040	101.13	40.70	0.0713
4	128.95	40.95	148.75	41.23	0.0005	120.36	41.30	0.1639	111.30	40.75	0.0209
3	150.03	41.25	175.95	41.82	0.1530	128.36	41.03	0.0482	125.19	40.94	0.0000
2	178.98	41.71	180.04	42.23	0.3436	147.14	41.23	0.0000	142.55	41.21	0.0000
1	221.83	42.40	219.01	42.35	0.0047	173.35	41.65	0.0000	154.85	42.12	0.0403
0	299.42	43.33	...	...	...	189.48	43.32	0.1172	166.24	41.69	0.0109
1	...	...	271.61	45.28	0.4375	210.38	42.32	0.0286	174.03	42.33	0.0399
2	...	...	294.87	43.28	0.0200	221.16	43.10	0.1047	198.42	42.10	0.0358
3	...	...	349.89	46.05	0.4551	274.52	43.38	0.1080	217.34	43.68	0.0560
4	...	...	430.35	47.23	0.4687	281.97	43.51	0.0951	237.79	43.37	0.0707
5	...	...	509.17	46.42	0.5079	316.96	44.66	0.1358	249.60	42.95	0.1094
6	...	...	561.03	46.22	0.5659	358.17	44.59	0.2511	282.16	45.09	0.0680
7	...	...	591.95	46.49	0.5280	370.75	45.14	0.1952	307.37	44.35	0.0643
8	...	...	692.45	47.64	0.4811	421.58	46.39	0.1524	320.90	43.75	0.1407
9	...	...	741.96	47.74	0.4812	455.44	47.44	0.1561	347.71	46.32	0.0751
10	...	...	857.53	48.43	0.4818	521.00	47.44	0.1529	379.85	46.41	0.0697

Modèle #21,  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 33416 \text{ K}$ ,  $\log g = 5.62$ , âge = 105.30 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P (s)$	$\log E_{\text{cin}}$	$P (s)$	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P (s)$	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P (s)$	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	72.18	40.06	75.33	40.21	0.0072	72.20	40.06	0.0230	70.90	40.04	0.0192
9	78.50	40.21	81.16	40.30	0.0033	78.49	40.20	0.0293	76.64	40.22	0.0313
8	85.36	40.41	88.72	40.39	0.0003	85.35	40.44	0.0692	80.54	40.77	0.0149
7	91.63	40.58	98.45	40.52	0.0000	89.85	40.71	0.0536	84.49	40.42	0.0396
6	99.76	40.59	110.79	40.70	0.0000	96.97	40.56	0.0139	91.28	40.53	0.0771
5	111.70	40.72	126.57	40.93	0.0003	106.19	40.86	0.1339	99.25	40.62	0.0523
4	127.57	40.95	146.74	41.27	0.0436	113.01	40.94	0.1229	109.83	40.74	0.0126
3	148.41	41.25	152.39	42.32	0.4772	126.10	40.96	0.0099	121.19	41.57	0.0343
2	177.05	41.71	175.41	41.69	0.0030	144.94	41.26	0.0051	124.45	41.03	0.0142
1	219.48	42.40	216.29	42.38	0.0354	149.80	42.23	0.1260	141.33	41.21	0.0000
0	296.21	43.33	...	...	...	171.68	41.65	0.0000	156.60	42.07	0.0406
1	...	...	221.32	43.57	0.4278	199.47	43.03	0.1188	165.57	41.70	0.0110
2	...	...	291.49	43.28	0.0240	210.08	42.34	0.0217	175.25	42.61	0.0521
3	...	...	308.55	45.32	0.4531	225.99	43.69	0.1295	196.49	42.11	0.0351
4	...	...	358.45	46.33	0.4607	271.12	43.55	0.1250	211.71	43.85	0.0653
5	...	...	428.79	47.33	0.4775	277.20	43.36	0.0868	233.26	43.39	0.0653
6	...	...	503.76	46.48	0.5048	312.47	44.66	0.1353	246.59	42.94	0.1120
7	...	...	541.79	46.40	0.5354	341.15	45.15	0.1684	261.05	44.71	0.0728
8	...	...	577.69	46.25	0.5654	359.63	44.57	0.2801	298.42	44.65	0.0642
9	...	...	646.66	47.83	0.4839	400.57	46.55	0.1590	312.16	44.11	0.0893
10	...	...	716.71	47.55	0.4801	426.68	46.58	0.1519	318.84	43.91	0.1265

Modèle # 1,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24553$  K,  $\log g = 5.46$ , âge = 1.79 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	94.85	40.14	99.83	40.27	0.0198	95.25	40.17	0.0222	93.11	40.10	0.0131
9	103.19	40.27	107.43	40.45	0.0246	103.25	40.28	0.0153	101.14	40.24	0.0153
8	113.44	40.44	116.29	40.54	0.0128	113.29	40.44	0.0133	110.65	40.42	0.0248
7	125.77	40.64	128.34	40.67	0.0040	125.73	40.62	0.0173	121.50	40.62	0.0542
6	138.31	40.97	144.24	40.85	0.0011	140.84	40.83	0.0431	132.61	40.84	0.0951
5	148.29	41.05	164.88	41.09	0.0001	156.01	41.23	0.2154	145.09	40.95	0.0553
4	166.62	41.13	192.24	41.39	0.0001	167.31	41.28	0.1223	162.61	41.11	0.0093
3	193.86	41.41	229.45	41.81	0.0009	190.76	41.40	0.0061	186.41	41.37	0.0000
2	231.59	41.84	283.39	42.43	0.0036	225.56	41.78	0.0000	217.10	41.73	0.0000
1	286.64	42.47	381.33	43.38	0.0148	275.12	42.36	0.0026	244.22	42.67	0.0255
0	386.86	43.44	...	...	...	307.81	43.88	0.0928	263.51	42.31	0.0131
1	...	...	475.13	46.41	0.4083	363.95	43.27	0.0361	322.77	42.99	0.1078
2	...	...	706.61	46.47	0.4994	444.98	44.96	0.1428	348.55	44.04	0.0354
3	...	...	796.30	46.21	0.5943	494.60	44.87	0.2857	418.03	43.86	0.1534
4	...	...	1010.81	47.54	0.4616	610.69	46.85	0.1338	455.42	45.51	0.0596
5	...	...	1291.00	47.76	0.4703	770.39	47.40	0.1406	566.19	46.88	0.0603
6	...	...	1571.14	46.60	0.4783	930.09	46.37	0.1470	678.38	46.17	0.0656
7	...	...	1647.22	45.96	0.4813	972.72	45.75	0.1485	710.65	45.45	0.0656
8	...	...	1884.98	47.49	0.4844	1108.54	47.36	0.1524	801.77	47.17	0.0702
9	...	...	2182.49	47.41	0.4880	1278.02	47.35	0.1555	919.89	47.29	0.0729
10	...	...	2425.18	45.63	0.4734	1420.19	45.58	0.1405	1024.76	45.55	0.0591

Modèle # 2,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24328$  K,  $\log g = 5.41$ , âge = 12.06 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	102.34	40.10	107.31	40.25	0.0211	102.53	40.12	0.0175	100.50	40.07	0.0121
9	111.41	40.24	115.11	40.39	0.0192	111.33	40.24	0.0129	109.13	40.21	0.0161
8	122.44	40.41	125.01	40.48	0.0074	122.22	40.41	0.0130	119.21	40.39	0.0296
7	135.35	40.63	138.39	40.63	0.0020	135.63	40.59	0.0208	130.38	40.60	0.0672
6	146.47	40.99	155.76	40.82	0.0003	151.44	40.83	0.0716	141.60	40.79	0.0872
5	158.43	40.92	178.18	41.06	0.0000	164.40	41.25	0.2432	155.47	40.89	0.0338
4	179.77	41.08	207.88	41.36	0.0000	178.63	41.13	0.0468	174.84	41.06	0.0006
3	209.60	41.38	248.14	41.77	0.0008	205.66	41.35	0.0000	200.47	41.33	0.0000
2	250.53	41.79	306.38	42.38	0.0039	243.36	41.73	0.0000	232.33	41.71	0.0000
1	310.02	42.42	411.87	43.34	0.0177	294.77	42.36	0.0233	248.40	42.45	0.0179
0	418.38	43.39	...	...	...	308.37	42.99	0.0700	281.12	42.18	0.0266
1	...	...	464.52	45.77	0.4045	389.18	43.21	0.0553	331.57	43.39	0.0518
2	...	...	677.35	46.71	0.4575	429.51	44.55	0.1068	350.47	42.98	0.1035
3	...	...	807.50	46.03	0.6343	511.14	44.60	0.2926	419.59	44.60	0.0493
4	...	...	943.70	47.09	0.4773	568.50	45.89	0.1533	450.27	43.80	0.1494
5	...	...	1211.75	47.78	0.4746	716.34	47.23	0.1432	522.76	46.21	0.0627
6	...	...	1506.71	47.41	0.4816	883.22	47.17	0.1491	637.62	46.79	0.0669
7	...	...	1701.40	45.90	0.4831	1004.86	45.67	0.1503	734.74	45.38	0.0683
8	...	...	1830.94	47.01	0.4871	1068.36	46.70	0.1539	767.37	46.16	0.0708
9	...	...	2145.28	47.59	0.4904	1247.78	47.48	0.1570	891.64	47.32	0.0739
10	...	...	2461.82	46.49	0.4904	1430.66	46.61	0.1575	1020.64	46.76	0.0751

Modèle # 3,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24173$  K,  $\log g = 5.39$ , âge = 19.66 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	107.81	40.09	112.43	40.23	0.0209	107.94	40.10	0.0175	105.80	40.06	0.0150
9	117.34	40.22	120.82	40.35	0.0153	117.26	40.23	0.0147	114.76	40.20	0.0214
8	128.80	40.40	131.62	40.46	0.0059	128.69	40.39	0.0169	125.09	40.38	0.0401
7	141.71	40.65	145.87	40.62	0.0015	142.63	40.59	0.0315	136.33	40.59	0.0772
6	152.36	40.93	164.23	40.81	0.0000	158.35	40.85	0.1196	148.21	40.75	0.0749
5	166.61	40.88	187.87	41.04	0.0000	170.33	41.16	0.2076	163.50	40.86	0.0266
4	189.52	41.07	219.17	41.34	0.0000	187.75	41.09	0.0279	184.11	41.05	0.0000
3	221.03	41.36	261.55	41.74	0.0002	216.63	41.34	0.0000	210.81	41.31	0.0000
2	264.13	41.77	322.76	42.35	0.0037	256.16	41.71	0.0000	240.44	41.86	0.0112
1	326.69	42.39	433.06	43.32	0.0281	300.52	42.81	0.0822	252.64	41.96	0.0078
0	440.57	43.37	...	...	...	316.27	42.38	0.0169	294.15	42.14	0.0331
1	...	...	459.62	44.99	0.3987	404.17	43.26	0.0854	325.33	43.43	0.0387
2	...	...	670.67	46.70	0.4561	425.58	43.77	0.0835	364.52	42.86	0.1179
3	...	...	830.26	46.01	0.6253	526.45	44.53	0.2624	416.62	44.52	0.0484
4	...	...	955.70	46.89	0.4880	573.13	45.41	0.1780	470.97	43.73	0.1421
5	...	...	1237.00	47.71	0.4758	728.79	47.08	0.1442	529.96	45.85	0.0643
6	...	...	1545.96	47.39	0.4821	904.84	47.13	0.1496	652.10	46.70	0.0672
7	...	...	1753.09	45.90	0.4843	1035.53	45.66	0.1517	757.03	45.36	0.0700
8	...	...	1885.24	46.97	0.4878	1099.28	46.62	0.1543	789.27	46.03	0.0713
9	...	...	2209.83	47.63	0.5024	1284.63	47.45	0.1573	917.30	47.28	0.0742
10	...	...	2536.60	46.50	0.4904	1473.58	46.63	0.1577	1050.74	46.78	0.0753

Modèle # 4,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24094$  K,  $\log g = 5.37$ , âge = 23.84 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	110.64	40.08	115.14	40.22	0.0201	110.74	40.09	0.0169	108.55	40.06	0.0156
9	120.40	40.21	123.79	40.33	0.0134	120.31	40.21	0.0149	117.70	40.19	0.0232
8	132.08	40.39	134.99	40.45	0.0050	132.03	40.38	0.0182	128.17	40.37	0.0439
7	144.89	40.66	149.70	40.61	0.0012	146.25	40.58	0.0366	139.47	40.58	0.0796
6	155.39	40.88	168.58	40.80	0.0000	161.81	40.87	0.1439	151.65	40.73	0.0685
5	170.79	40.86	192.88	41.03	0.0000	173.53	41.10	0.1809	167.54	40.85	0.0222
4	194.53	41.06	225.03	41.33	0.0000	192.44	41.07	0.0201	188.76	41.04	0.0000
3	226.94	41.35	268.54	41.73	0.0001	222.26	41.32	0.0000	215.95	41.31	0.0000
2	271.23	41.76	331.35	42.33	0.0038	262.72	41.70	0.0000	241.98	42.04	0.0207
1	335.44	42.37	443.38	43.34	0.0730	299.47	43.01	0.0946	256.10	41.77	0.0013
0	452.26	43.35	...	...	...	323.14	42.29	0.0080	300.18	42.13	0.0397
1	...	...	456.65	44.23	0.3560	407.46	43.45	0.1127	321.60	43.12	0.0358
2	...	...	667.83	46.66	0.4570	427.97	43.40	0.0624	372.22	42.82	0.1206
3	...	...	840.59	45.98	0.6241	533.66	44.50	0.2456	417.00	44.39	0.0486
4	...	...	962.72	46.81	0.4926	577.34	45.21	0.1922	481.87	43.70	0.1373
5	...	...	1250.73	47.69	0.4762	736.06	47.02	0.1445	534.73	45.68	0.0652
6	...	...	1566.78	47.38	0.4823	916.48	47.11	0.1497	660.06	46.66	0.0673
7	...	...	1778.73	45.90	0.4850	1050.86	45.65	0.1524	768.34	45.35	0.0709
8	...	...	1913.08	46.96	0.4880	1115.16	46.60	0.1545	800.50	45.98	0.0715
9	...	...	2244.66	47.48	0.6781	1304.03	47.45	0.1574	930.83	47.27	0.0743
10	...	...	2576.44	46.49	0.4903	1496.49	46.62	0.1578	1066.82	46.77	0.0754

Modèle # 5,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23839$  K,  $\log g = 5.32$ , âge = 39.40 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	121.09	40.05	125.04	40.18	0.0161	121.00	40.06	0.0148	118.67	40.04	0.0176
9	131.72	40.18	134.72	40.26	0.0077	131.53	40.18	0.0153	128.47	40.16	0.0292
8	144.12	40.37	147.37	40.39	0.0023	144.24	40.35	0.0233	139.36	40.34	0.0566
7	156.16	40.69	163.69	40.57	0.0000	159.26	40.56	0.0636	150.86	40.53	0.0788
6	167.40	40.72	184.50	40.77	0.0000	173.13	40.93	0.2070	164.28	40.65	0.0443
5	186.35	40.80	211.23	41.00	0.0000	186.18	40.90	0.0763	182.22	40.79	0.0076
4	212.94	41.02	246.55	41.29	0.0000	209.76	41.01	0.0034	205.45	41.00	0.0000
3	248.70	41.31	294.29	41.68	0.0001	242.80	41.28	0.0000	232.76	41.36	0.0000
2	297.37	41.71	363.06	42.27	0.0047	285.48	41.70	0.0123	244.17	41.76	0.0242
1	367.78	42.31	450.98	44.62	0.4217	299.10	42.41	0.0909	275.55	41.60	0.0036
0	495.38	43.30	...	...	...	351.65	42.19	0.0082	315.79	42.42	0.0521
1	...	...	487.67	43.25	0.0221	416.98	43.76	0.1281	332.45	42.18	0.0356
2	...	...	681.39	46.45	0.4591	458.32	43.12	0.0674	401.72	42.71	0.1222
3	...	...	880.58	45.89	0.6288	563.71	44.36	0.2047	432.04	43.94	0.0528
4	...	...	1002.93	46.67	0.4986	604.28	44.77	0.2220	522.26	43.61	0.1202
5	...	...	1311.48	47.63	0.4773	770.66	46.88	0.1451	559.40	45.15	0.0689
6	...	...	1648.01	47.34	0.4829	963.17	47.04	0.1503	692.91	46.51	0.0679
7	...	...	1868.15	45.88	0.4877	1104.50	45.61	0.1552	808.64	45.26	0.0744
8	...	...	2014.63	46.96	0.4884	1173.65	46.58	0.1550	842.02	45.89	0.0725
9	...	...	2364.55	47.54	0.4908	1373.58	47.42	0.1577	979.90	47.21	0.0745
10	...	...	2713.71	46.43	0.4898	1576.19	46.57	0.1579	1123.31	46.73	0.0756

Modèle # 6,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23627$  K,  $\log g = 5.27$ , âge = 55.93 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	132.67	40.04	136.08	40.12	0.0091	132.53	40.04	0.0140	129.88	40.03	0.0214
9	144.08	40.15	147.13	40.19	0.0030	144.05	40.14	0.0177	140.26	40.14	0.0390
8	156.23	40.39	161.30	40.34	0.0003	157.70	40.31	0.0359	151.33	40.31	0.0678
7	166.58	40.58	179.36	40.53	0.0000	172.46	40.59	0.1313	163.24	40.46	0.0602
6	181.55	40.59	202.30	40.73	0.0000	183.95	40.80	0.1529	178.41	40.58	0.0199
5	203.92	40.75	231.75	40.96	0.0000	201.92	40.77	0.0172	198.33	40.74	0.0000
4	233.56	40.98	270.59	41.25	0.0000	229.22	40.96	0.0000	221.52	41.08	0.0000
3	273.05	41.27	323.08	41.63	0.0004	264.91	41.25	0.0000	230.81	41.39	0.0342
2	326.68	41.66	398.38	42.20	0.0102	283.06	42.27	0.1181	257.92	41.22	0.0000
1	404.10	42.25	432.50	44.21	0.4399	316.00	41.61	0.0000	297.18	41.56	0.0228
0	543.54	43.24	...	...	...	382.98	42.13	0.0222	316.85	42.27	0.0335
1	...	...	533.70	43.18	0.0200	416.09	43.33	0.1170	358.14	41.96	0.0564
2	...	...	679.51	46.10	0.4588	494.28	43.01	0.0962	429.47	42.82	0.0831
3	...	...	915.89	45.78	0.6230	584.96	44.30	0.1430	445.60	42.90	0.0944
4	...	...	1026.10	46.40	0.5170	632.59	44.27	0.2596	562.78	43.67	0.0782
5	...	...	1345.96	47.57	0.4772	790.75	46.63	0.1455	578.59	43.93	0.0965
6	...	...	1697.24	47.41	0.4829	991.86	47.02	0.1503	713.48	46.30	0.0681
7	...	...	1956.88	45.91	0.5549	1155.61	45.58	0.1581	844.80	45.27	0.0770
8	...	...	2077.54	46.75	0.4956	1211.51	46.30	0.1555	872.56	45.45	0.0752
9	...	...	2428.87	47.58	0.4899	1412.88	47.41	0.1573	1008.90	47.12	0.0744
10	...	...	2746.39	47.17	0.4883	1604.94	47.08	0.1573	1148.41	47.03	0.0753

Modèle # 7,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23523$  K,  $\log g = 5.23$ , âge = 68.06 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	142.19	40.04	145.44	40.08	0.0048	142.11	40.03	0.0162	138.96	40.04	0.0288
9	153.87	40.16	157.68	40.16	0.0011	154.37	40.12	0.0253	149.59	40.14	0.0512
8	164.82	40.40	173.04	40.31	0.0000	168.33	40.31	0.0669	160.73	40.27	0.0658
7	176.26	40.43	192.47	40.50	0.0000	181.08	40.63	0.1768	173.57	40.39	0.0376
6	194.26	40.53	217.14	40.71	0.0000	193.93	40.62	0.0600	190.24	40.53	0.0043
5	218.78	40.72	248.84	40.94	0.0000	215.75	40.72	0.0014	210.48	40.78	0.0000
4	250.81	40.95	290.55	41.22	0.0000	245.23	40.94	0.0000	220.84	41.29	0.0477
3	293.32	41.24	346.93	41.60	0.0009	272.20	41.84	0.1172	241.20	40.95	0.0000
2	351.03	41.62	418.72	42.87	0.3903	287.24	41.27	0.0148	274.52	41.18	0.0000
1	434.27	42.20	430.01	42.23	0.0678	338.05	41.56	0.0000	310.06	41.75	0.0440
0	583.24	43.20	...	...	...	404.91	42.21	0.0698	326.33	41.69	0.0168
1	...	...	571.72	43.13	0.0233	423.28	42.50	0.0708	381.22	41.89	0.0670
2	...	...	682.47	45.71	0.4566	523.56	42.93	0.1194	440.70	43.21	0.0500
3	...	...	941.54	45.72	0.6061	597.60	44.19	0.1209	469.17	42.56	0.1229
4	...	...	1046.47	46.18	0.5358	661.59	44.03	0.2553	578.59	44.29	0.0552
5	...	...	1365.43	47.49	0.4772	802.89	46.36	0.1463	608.85	43.48	0.1050
6	...	...	1714.52	47.49	0.4818	1003.83	46.99	0.1498	723.16	46.05	0.0682
7	...	...	1995.18	46.13	0.4878	1178.35	45.89	0.1556	854.36	45.73	0.0730
8	...	...	2055.59	46.09	0.4953	1215.53	45.66	0.1583	891.37	45.05	0.0825
9	...	...	2217.88	47.29	0.4856	1303.59	47.03	0.1539	942.96	46.52	0.0722
10	...	...	2530.17	47.57	0.4909	1471.05	47.40	0.1579	1050.56	47.10	0.0748

Modèle # 8,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23510$  K,  $\log g = 5.20$ , âge = 77.10 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	148.76	40.04	152.17	40.06	0.0026	148.84	40.03	0.0199	145.18	40.05	0.0364
9	160.19	40.18	165.21	40.14	0.0001	161.48	40.12	0.0370	155.85	40.14	0.0577
8	170.46	40.34	181.39	40.28	0.0000	175.00	40.33	0.1101	167.20	40.24	0.0546
7	183.80	40.36	201.77	40.48	0.0000	186.24	40.55	0.1414	180.88	40.34	0.0209
6	203.43	40.50	227.66	40.69	0.0000	201.87	40.53	0.0221	198.12	40.52	0.0000
5	229.34	40.70	260.93	40.92	0.0000	225.57	40.70	0.0000	212.05	41.12	0.0379
4	263.05	40.93	304.67	41.20	0.0000	255.45	40.96	0.0096	224.31	40.77	0.0149
3	307.68	41.22	363.73	41.57	0.0027	268.66	41.64	0.1306	251.53	40.91	0.0000
2	368.30	41.59	411.20	43.49	0.4618	299.66	41.20	0.0000	285.85	41.16	0.0003
1	455.64	42.16	449.65	42.13	0.0102	353.58	41.53	0.0007	314.30	41.88	0.0445
0	611.27	43.17	...	...	...	411.99	42.52	0.1148	337.63	41.52	0.0190
1	...	...	598.34	43.09	0.0278	435.90	42.14	0.0307	397.33	41.84	0.0733
2	...	...	683.03	45.35	0.4534	542.95	42.89	0.1368	444.62	43.25	0.0455
3	...	...	955.01	45.68	0.5894	603.65	44.01	0.1134	488.18	42.47	0.1244
4	...	...	1058.20	46.03	0.5516	682.52	43.90	0.2420	582.65	44.49	0.0559
5	...	...	1369.22	47.43	0.4769	806.55	46.12	0.1471	633.59	43.40	0.0949
6	...	...	1669.76	47.80	0.4783	988.55	47.07	0.1478	717.84	45.79	0.0677
7	...	...	1835.58	47.49	0.5005	1084.00	47.10	0.1507	788.72	46.46	0.0696
8	...	...	2057.92	45.87	0.4941	1218.21	45.54	0.1621	888.85	45.27	0.0791
9	...	...	2174.43	46.66	0.4897	1269.13	46.07	0.1575	918.61	45.12	0.0823
10	...	...	2534.76	47.54	0.4913	1471.93	47.32	0.1581	1049.62	46.93	0.0750

Modèle # 9,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23592$  K,  $\log g = 5.18$ , âge = 83.80 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	152.57	40.06	156.30	40.05	0.0011	152.96	40.03	0.0233	148.89	40.06	0.0417
9	163.27	40.21	169.86	40.12	0.0000	165.68	40.12	0.0508	159.46	40.14	0.0582
8	173.56	40.26	186.56	40.27	0.0000	178.10	40.37	0.1416	170.90	40.21	0.0402
7	188.46	40.31	207.53	40.46	0.0000	189.05	40.44	0.0834	184.88	40.32	0.0050
6	209.08	40.48	234.18	40.67	0.0000	206.74	40.49	0.0056	199.66	40.69	0.0092
5	235.89	40.69	268.45	40.90	0.0000	231.28	40.68	0.0000	208.34	40.71	0.0495
4	270.66	40.92	313.43	41.19	0.0000	254.61	41.38	0.1228	229.02	40.69	0.0000
3	316.64	41.20	373.92	41.55	0.0137	267.28	41.00	0.0332	257.60	40.89	0.0000
2	379.09	41.57	396.56	43.09	0.4640	307.54	41.17	0.0000	291.86	41.16	0.0092
1	469.03	42.14	462.45	42.10	0.0075	362.85	41.51	0.0042	313.33	41.80	0.0369
0	628.81	43.14	...	...	...	409.34	42.65	0.1227	344.80	41.45	0.0253
1	...	...	614.56	43.07	0.0355	445.32	42.04	0.0252	406.75	41.81	0.0776
2	...	...	674.94	44.94	0.4462	552.89	42.86	0.1510	441.89	43.11	0.0443
3	...	...	954.50	45.65	0.5736	600.89	43.78	0.1101	499.73	42.42	0.1231
4	...	...	1054.46	45.88	0.5705	693.54	43.80	0.2274	574.85	44.51	0.0571
5	...	...	1338.56	47.41	0.4752	792.52	45.84	0.1479	647.37	43.38	0.0819
6	...	...	1525.93	47.96	0.4769	907.59	47.07	0.1478	665.08	44.54	0.0722
7	...	...	1778.93	47.43	0.4844	1040.04	46.90	0.1518	748.54	45.82	0.0702
8	...	...	2065.22	45.90	0.4940	1220.70	45.60	0.1619	884.91	45.44	0.0769
9	...	...	2163.28	46.49	0.4930	1265.41	45.80	0.1598	922.44	44.94	0.0878
10	...	...	2520.15	47.52	0.4915	1463.46	47.27	0.1581	1043.62	46.81	0.0750

Modèle #10,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23728$  K,  $\log g = 5.18$ , âge = 88.45 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	153.94	40.06	157.84	40.04	0.0007	154.39	40.03	0.0274	150.05	40.07	0.0454
9	164.39	40.21	171.60	40.11	0.0000	166.96	40.13	0.0644	160.55	40.13	0.0564
8	174.95	40.24	188.49	40.26	0.0000	178.55	40.38	0.1466	172.15	40.19	0.0328
7	190.32	40.30	209.68	40.45	0.0000	190.08	40.38	0.0572	186.28	40.31	0.0000
6	211.23	40.47	236.61	40.67	0.0000	208.59	40.48	0.0016	199.59	40.76	0.0242
5	238.35	40.68	271.22	40.90	0.0000	233.31	40.68	0.0000	209.26	40.61	0.0383
4	273.50	40.91	316.64	41.18	0.0000	253.45	41.46	0.1386	231.04	40.68	0.0000
3	319.95	41.19	377.36	41.56	0.0318	269.27	40.95	0.0181	259.76	40.88	0.0000
2	383.03	41.56	392.80	42.74	0.4451	310.45	41.16	0.0000	293.48	41.17	0.0149
1	473.85	42.13	467.05	42.08	0.0074	366.00	41.50	0.0066	312.48	41.70	0.0323
0	635.07	43.13	...	...	...	406.89	42.63	0.1221	347.29	41.43	0.0284
1	...	...	620.05	43.06	0.0429	448.77	42.02	0.0264	409.57	41.80	0.0789
2	...	...	669.06	44.69	0.4389	554.75	42.86	0.1573	438.01	42.95	0.0447
3	...	...	947.05	45.65	0.5608	596.09	43.62	0.1100	503.40	42.40	0.1215
4	...	...	1046.33	45.81	0.5799	695.65	43.75	0.2164	560.34	44.43	0.0591
5	...	...	1292.47	47.37	0.4758	769.21	45.55	0.1500	629.76	44.41	0.0634
6	...	...	1468.03	47.77	0.4804	867.70	46.65	0.1492	654.53	43.36	0.0851
7	...	...	1765.92	47.44	0.4844	1031.62	46.86	0.1519	741.81	45.66	0.0704
8	...	...	2059.14	45.91	0.4944	1216.02	45.63	0.1618	880.14	45.48	0.0766
9	...	...	2152.31	46.40	0.4908	1260.08	45.73	0.1609	920.69	44.89	0.0899
10	...	...	2497.00	47.54	0.4912	1450.66	47.25	0.1581	1034.87	46.75	0.0751

Modèle #11,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23854$  K,  $\log g = 5.18$ , âge = 91.08 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	153.52	40.08	157.89	40.04	0.0003	154.35	40.03	0.0309	149.85	40.07	0.0472
9	163.50	40.21	171.69	40.11	0.0000	166.67	40.14	0.0756	160.20	40.13	0.0528
8	174.50	40.21	188.59	40.26	0.0000	177.56	40.38	0.1404	171.70	40.19	0.0235
7	190.28	40.29	209.80	40.45	0.0000	189.54	40.35	0.0389	184.99	40.36	0.0000
6	211.31	40.47	236.74	40.66	0.0000	208.36	40.47	0.0000	194.38	40.72	0.0578
5	238.48	40.68	271.35	40.89	0.0000	232.45	40.70	0.0093	208.06	40.52	0.0212
4	273.65	40.91	316.75	41.17	0.0000	246.26	41.35	0.1519	230.84	40.67	0.0000
3	320.13	41.19	374.72	41.78	0.2353	268.70	40.91	0.0055	259.51	40.88	0.0000
2	383.20	41.56	382.58	41.86	0.2460	310.39	41.15	0.0000	292.14	41.20	0.0208
1	473.99	42.12	467.10	42.08	0.0072	365.62	41.50	0.0093	309.40	41.59	0.0266
0	635.24	43.12	...	...	...	401.19	42.58	0.1203	346.88	41.41	0.0299
1	...	...	619.61	43.06	0.0535	448.29	42.00	0.0270	408.79	41.80	0.0789
2	...	...	659.41	44.46	0.4287	552.38	42.87	0.1597	432.91	42.80	0.0453
3	...	...	937.29	45.66	0.5498	589.80	43.50	0.1105	502.81	42.39	0.1205
4	...	...	1037.28	45.76	0.5883	693.15	43.73	0.2088	546.48	44.30	0.0610
5	...	...	1252.27	47.36	0.4749	748.13	45.28	0.1529	608.44	44.65	0.0631
6	...	...	1423.80	47.61	0.4796	839.65	46.37	0.1494	653.21	43.33	0.0816
7	...	...	1739.17	47.45	0.4843	1015.76	46.84	0.1517	730.40	45.53	0.0704
8	...	...	2042.39	45.96	0.4936	1203.86	45.73	0.1605	868.90	45.57	0.0756
9	...	...	2127.03	46.29	0.4915	1248.29	45.62	0.1625	915.03	44.85	0.0915
10	...	...	2454.91	47.53	0.4912	1426.66	47.23	0.1582	1018.07	46.68	0.0752

Modèle #12,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24032$  K,  $\log g = 5.18$ , âge = 93.82 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	152.46	40.08	156.78	40.04	0.0000	153.32	40.03	0.0310	148.80	40.07	0.0474
9	162.14	40.21	170.52	40.11	0.0000	165.41	40.15	0.0801	158.92	40.13	0.0508
8	173.11	40.19	187.34	40.25	0.0000	175.76	40.37	0.1344	170.20	40.19	0.0181
7	188.94	40.28	208.44	40.45	0.0000	187.90	40.33	0.0292	182.92	40.39	0.0000
6	209.91	40.47	235.22	40.66	0.0000	206.81	40.46	0.0000	191.53	40.63	0.0630
5	236.94	40.67	269.62	40.89	0.0000	230.39	40.72	0.0202	206.26	40.50	0.0156
4	271.92	40.90	314.73	41.17	0.0000	242.16	41.25	0.1458	229.04	40.66	0.0000
3	318.12	41.18	369.05	42.09	0.3765	266.68	40.90	0.0022	257.50	40.87	0.0000
2	380.79	41.55	378.16	41.64	0.1039	308.24	41.15	0.0000	289.47	41.21	0.0247
1	470.98	42.12	464.05	42.07	0.0074	362.97	41.49	0.0114	305.45	41.53	0.0228
0	631.36	43.12	...	...	...	395.45	42.54	0.1183	344.10	41.40	0.0324
1	...	...	615.37	43.06	0.0615	444.79	41.99	0.0287	405.55	41.80	0.0792
2	...	...	649.59	44.31	0.4188	547.01	42.87	0.1625	426.44	42.69	0.0461
3	...	...	924.16	45.65	0.5485	581.35	43.42	0.1124	499.02	42.38	0.1197
4	...	...	1020.71	45.72	0.5945	686.29	43.71	0.2019	534.21	44.17	0.0618
5	...	...	1219.14	47.34	0.4745	730.14	45.07	0.1551	595.54	44.67	0.0626
6	...	...	1394.73	47.58	0.4793	822.10	46.26	0.1493	648.23	43.32	0.0789
7	...	...	1712.08	47.47	0.4842	999.98	46.84	0.1516	719.13	45.45	0.0704
8	...	...	2016.63	45.99	0.4935	1187.40	45.78	0.1599	855.94	45.60	0.0753
9	...	...	2095.03	46.25	0.4965	1231.69	45.57	0.1635	904.52	44.83	0.0927
10	...	...	2406.30	47.56	0.4909	1399.70	47.21	0.1581	999.57	46.63	0.0752



Modèle #13,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24223$  K,  $\log g = 5.19$ , âge = 96.05 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	150.81	40.08	155.08	40.03	0.0000	151.64	40.03	0.0317	147.14	40.07	0.0476
9	160.30	40.20	168.67	40.10	0.0000	163.50	40.15	0.0835	157.09	40.13	0.0495
8	171.18	40.19	185.34	40.25	0.0000	173.53	40.37	0.1298	168.21	40.19	0.0157
7	186.89	40.28	206.23	40.45	0.0000	185.73	40.33	0.0251	180.63	40.40	0.0000
6	207.68	40.46	232.73	40.66	0.0000	204.54	40.46	0.0000	189.03	40.60	0.0632
5	234.43	40.67	266.76	40.89	0.0000	227.68	40.73	0.0256	203.93	40.49	0.0139
4	269.03	40.90	311.37	41.16	0.0000	238.76	41.20	0.1409	226.49	40.66	0.0000
3	314.74	41.18	363.59	42.20	0.4067	263.76	40.90	0.0014	254.63	40.87	0.0000
2	376.69	41.55	373.71	41.61	0.0746	304.89	41.14	0.0000	286.05	41.22	0.0261
1	465.85	42.12	458.96	42.07	0.0075	358.92	41.49	0.0123	301.51	41.50	0.0214
0	624.68	43.12	...	...	...	390.04	42.53	0.1172	340.18	41.40	0.0333
1	...	...	608.64	43.06	0.0661	439.70	41.99	0.0295	400.79	41.81	0.0789
2	...	...	640.35	44.24	0.4131	540.03	42.89	0.1633	419.82	42.62	0.0470
3	...	...	909.70	45.66	0.5446	572.32	43.37	0.1141	493.11	42.39	0.1180
4	...	...	1003.55	45.70	0.5984	676.23	43.73	0.1899	515.69	43.86	0.0648
5	...	...	1173.52	47.26	0.4759	704.85	44.63	0.1653	580.87	44.62	0.0617
6	...	...	1366.08	47.52	0.4798	803.68	46.13	0.1496	640.87	43.32	0.0776
7	...	...	1688.23	47.48	0.4842	985.87	46.84	0.1516	708.88	45.42	0.0705
8	...	...	1989.41	46.00	0.4985	1171.54	45.80	0.1598	844.23	45.62	0.0752
9	...	...	2068.82	46.18	0.5200	1215.37	45.56	0.1638	893.01	44.82	0.0930
10	...	...	2353.35	47.62	0.4909	1370.57	47.25	0.1583	979.77	46.62	0.0756

Modèle #14,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24486$  K,  $\log g = 5.20$ , âge = 98.37 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	147.93	40.07	152.14	40.03	0.0000	148.71	40.02	0.0329	144.29	40.06	0.0477
9	157.27	40.20	165.47	40.11	0.0000	160.27	40.15	0.0861	154.05	40.13	0.0485
8	167.96	40.19	181.83	40.26	0.0000	170.05	40.36	0.1261	164.95	40.19	0.0146
7	183.37	40.29	202.35	40.45	0.0000	182.16	40.33	0.0234	176.93	40.41	0.0000
6	203.78	40.47	228.35	40.66	0.0000	200.65	40.46	0.0000	185.16	40.58	0.0633
5	230.02	40.67	261.70	40.89	0.0000	223.17	40.74	0.0304	200.09	40.49	0.0137
4	263.93	40.90	305.42	41.16	0.0000	233.82	41.17	0.1378	222.25	40.66	0.0000
3	308.73	41.18	355.71	42.26	0.4192	258.76	40.90	0.0012	249.82	40.87	0.0000
2	369.41	41.55	366.36	41.60	0.0647	299.08	41.14	0.0000	280.55	41.22	0.0261
1	456.72	42.12	449.97	42.08	0.0074	351.97	41.49	0.0123	295.84	41.50	0.0215
0	612.73	43.13	...	...	...	382.56	42.53	0.1172	333.67	41.40	0.0330
1	...	...	597.01	43.07	0.0671	431.16	41.99	0.0292	392.95	41.81	0.0786
2	...	...	627.94	44.24	0.4123	529.49	42.90	0.1632	411.48	42.61	0.0471
3	...	...	891.31	45.67	0.5427	561.06	43.36	0.1142	483.45	42.39	0.1176
4	...	...	983.88	45.70	0.5983	662.60	43.74	0.1866	503.86	43.77	0.0656
5	...	...	1147.59	47.22	0.4764	689.44	44.55	0.1683	570.27	44.61	0.0616
6	...	...	1341.63	47.53	0.4797	789.22	46.14	0.1495	628.62	43.32	0.0777
7	...	...	1657.20	47.48	0.4842	967.81	46.84	0.1516	695.90	45.44	0.0705
8	...	...	1952.93	46.01	0.4931	1148.99	45.83	0.1594	827.76	45.64	0.0751
9	...	...	2027.51	46.18	0.4929	1192.54	45.55	0.1638	876.49	44.83	0.0927
10	...	...	2293.78	47.63	0.4905	1337.06	47.25	0.1582	956.51	46.60	0.0756

Modèle #15,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 24773$  K,  $\log g = 5.21$ , âge = 100.23 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	144.12	40.08	148.52	40.03	0.0000	145.08	40.02	0.0353	140.71	40.06	0.0479
9	153.24	40.20	161.52	40.11	0.0000	156.26	40.16	0.0897	150.21	40.13	0.0462
8	163.89	40.19	177.50	40.26	0.0000	165.78	40.36	0.1213	160.73	40.20	0.0102
7	179.01	40.29	197.54	40.46	0.0000	177.73	40.33	0.0212	171.44	40.47	0.0114
6	198.94	40.47	222.90	40.66	0.0000	195.76	40.47	0.0000	179.76	40.50	0.0618
5	224.54	40.68	255.40	40.89	0.0000	216.90	40.80	0.0527	195.36	40.50	0.0131
4	257.58	40.90	298.00	41.17	0.0001	226.84	41.05	0.1246	217.07	40.67	0.0000
3	301.25	41.18	344.26	42.41	0.4484	252.57	40.90	0.0007	243.93	40.87	0.0000
2	360.31	41.56	357.09	41.58	0.0441	291.90	41.15	0.0000	273.87	41.22	0.0249
1	445.31	42.13	438.75	42.08	0.0072	343.36	41.49	0.0117	289.43	41.52	0.0225
0	597.76	43.13	...	...	...	374.12	42.53	0.1178	325.74	41.40	0.0315
1	...	...	582.60	43.08	0.0651	420.74	42.00	0.0281	383.45	41.81	0.0783
2	...	...	614.42	44.29	0.4161	517.16	42.91	0.1624	402.66	42.67	0.0467
3	...	...	871.40	45.69	0.5402	548.84	43.39	0.1134	471.32	42.42	0.1154
4	...	...	962.83	45.72	0.5946	644.78	43.81	0.1761	486.47	43.54	0.0689
5	...	...	1107.07	47.17	0.4774	667.00	44.32	0.1794	555.93	44.58	0.0609
6	...	...	1310.27	47.50	0.4798	770.20	46.11	0.1496	613.46	43.33	0.0785
7	...	...	1624.70	47.48	0.4842	948.78	46.85	0.1516	682.15	45.48	0.0704
8	...	...	1911.03	46.02	0.4927	1124.73	45.83	0.1593	810.52	45.65	0.0751
9	...	...	1983.60	46.22	0.4918	1166.71	45.57	0.1633	857.15	44.85	0.0919
10	...	...	2213.84	47.66	0.4907	1291.53	47.28	0.1585	924.70	46.59	0.0760

Modèle #16,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25104$  K,  $\log g = 5.23$ , âge = 101.76 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	140.05	40.06	144.01	40.03	0.0001	140.69	40.02	0.0336	136.55	40.05	0.0473
9	149.08	40.20	156.61	40.12	0.0000	151.66	40.16	0.0845	145.85	40.12	0.0489
8	159.15	40.21	172.12	40.27	0.0000	161.14	40.38	0.1275	156.20	40.20	0.0159
7	173.66	40.31	191.58	40.46	0.0000	172.55	40.35	0.0262	167.50	40.43	0.0000
6	192.96	40.48	216.16	40.67	0.0000	190.01	40.48	0.0000	175.45	40.59	0.0639
5	217.76	40.68	247.64	40.89	0.0000	211.31	40.75	0.0289	189.67	40.51	0.0163
4	249.76	40.90	288.93	41.17	0.0000	221.87	41.19	0.1417	210.64	40.67	0.0000
3	292.05	41.19	337.52	42.16	0.3955	245.05	40.90	0.0026	236.72	40.87	0.0000
2	349.20	41.56	346.70	41.64	0.0911	283.11	41.15	0.0000	266.35	41.20	0.0215
1	431.46	42.14	425.14	42.10	0.0071	333.07	41.50	0.0097	282.03	41.58	0.0256
0	579.58	43.14	...	...	...	365.38	42.58	0.1191	316.03	41.41	0.0305
1	...	...	565.34	43.08	0.0563	408.00	42.02	0.0273	372.15	41.81	0.0784
2	...	...	599.92	44.43	0.4245	502.78	42.91	0.1621	392.42	42.76	0.0460
3	...	...	848.78	45.70	0.5434	534.44	43.46	0.1124	457.18	42.43	0.1167
4	...	...	936.57	45.76	0.5912	626.04	43.82	0.1788	472.37	43.58	0.0688
5	...	...	1077.29	47.16	0.4784	648.16	44.36	0.1792	542.78	44.58	0.0607
6	...	...	1280.75	47.53	0.4800	752.46	46.17	0.1495	595.28	43.34	0.0800
7	...	...	1589.70	47.48	0.4842	928.21	46.87	0.1517	667.19	45.57	0.0703
8	...	...	1866.07	45.98	0.4932	1099.99	45.75	0.1600	793.97	45.60	0.0754
9	...	...	1941.15	46.30	0.4916	1139.43	45.64	0.1619	835.51	44.88	0.0904
10	...	...	2166.29	47.78	0.4903	1265.21	47.40	0.1583	906.69	46.74	0.0759

Modèle #17,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25432$  K,  $\log g = 5.25$ , âge = 102.99 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	135.96	40.04	139.24	40.03	0.0004	136.18	40.01	0.0286	132.36	40.04	0.0450
9	145.06	40.21	151.42	40.12	0.0000	147.04	40.14	0.0726	141.43	40.12	0.0530
8	154.30	40.24	166.45	40.28	0.0000	156.57	40.39	0.1376	151.51	40.20	0.0243
7	168.03	40.31	185.31	40.47	0.0000	167.19	40.37	0.0353	163.56	40.35	0.0000
6	186.66	40.48	209.11	40.67	0.0000	184.01	40.48	0.0000	172.70	40.77	0.0513
5	210.65	40.68	239.55	40.89	0.0000	205.54	40.70	0.0047	183.83	40.54	0.0227
4	241.58	40.91	279.52	41.17	0.0000	218.70	41.40	0.1502	203.81	40.67	0.0000
3	282.48	41.19	331.24	41.68	0.1492	237.22	40.91	0.0064	229.15	40.87	0.0000
2	337.69	41.57	338.48	42.04	0.3188	273.92	41.15	0.0000	258.73	41.17	0.0175
1	417.20	42.15	411.12	42.11	0.0073	322.47	41.50	0.0079	274.57	41.67	0.0290
0	560.90	43.16	...	...	...	357.02	42.63	0.1199	305.87	41.42	0.0304
1	...	...	547.60	43.09	0.0469	394.72	42.03	0.0273	360.55	41.81	0.0788
2	...	...	585.84	44.60	0.4328	488.13	42.91	0.1624	381.77	42.87	0.0454
3	...	...	826.00	45.69	0.5537	519.50	43.53	0.1120	442.99	42.44	0.1209
4	...	...	907.98	45.79	0.5918	608.69	43.78	0.1947	464.00	43.89	0.0655
5	...	...	1062.97	47.16	0.4860	636.27	44.69	0.1673	534.50	44.58	0.0610
6	...	...	1260.79	47.61	0.4802	740.83	46.32	0.1492	576.72	43.36	0.0818
7	...	...	1556.54	47.48	0.4843	908.94	46.90	0.1518	653.27	45.68	0.0702
8	...	...	1818.19	45.96	0.4928	1072.71	45.72	0.1602	774.96	45.59	0.0756
9	...	...	1891.20	46.35	0.4906	1109.51	45.68	0.1611	812.85	44.90	0.0893
10	...	...	2103.17	47.74	0.4903	1228.11	47.37	0.1584	880.09	46.72	0.0759

Modèle #18,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 25771$  K,  $\log g = 5.27$ , âge = 103.97 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	131.33	40.04	134.62	40.03	0.0004	131.64	40.01	0.0280	127.99	40.04	0.0442
9	140.12	40.22	146.39	40.13	0.0000	142.20	40.14	0.0699	136.77	40.13	0.0528
8	149.15	40.25	160.93	40.28	0.0000	151.54	40.40	0.1379	146.44	40.21	0.0234
7	162.45	40.32	179.18	40.47	0.0000	161.70	40.38	0.0366	157.76	40.39	0.0000
6	180.48	40.49	202.17	40.67	0.0000	177.90	40.49	0.0000	166.00	40.72	0.0589
5	203.66	40.69	231.56	40.90	0.0000	198.51	40.71	0.0092	177.72	40.54	0.0216
4	233.51	40.91	270.14	41.18	0.0000	210.48	41.35	0.1532	197.17	40.68	0.0000
3	272.98	41.19	319.57	41.73	0.1882	229.34	40.92	0.0060	221.70	40.88	0.0000
2	326.23	41.58	326.38	41.96	0.2847	264.83	41.16	0.0000	250.58	41.16	0.0147
1	402.96	42.17	397.12	42.12	0.0071	311.75	41.50	0.0066	266.97	41.72	0.0312
0	542.10	43.17	...	...	...	347.51	42.64	0.1203	295.95	41.43	0.0286
1	...	...	529.58	43.10	0.0424	381.72	42.05	0.0262	348.85	41.82	0.0782
2	...	...	571.09	44.73	0.4371	473.41	42.92	0.1606	372.11	42.98	0.0450
3	...	...	804.52	45.71	0.5558	505.82	43.62	0.1110	428.47	42.46	0.1219
4	...	...	883.94	45.82	0.5856	589.10	43.81	0.1951	448.04	43.90	0.0656
5	...	...	1023.95	47.21	0.4784	613.95	44.64	0.1700	518.43	44.56	0.0602
6	...	...	1223.72	47.56	0.4813	718.80	46.33	0.1489	557.96	43.37	0.0837
7	...	...	1516.08	47.49	0.4843	885.25	46.93	0.1517	636.18	45.75	0.0701
8	...	...	1769.13	45.96	0.4924	1043.86	45.73	0.1599	754.18	45.62	0.0755
9	...	...	1839.78	46.37	0.4907	1079.09	45.70	0.1606	790.21	44.93	0.0881
10	...	...	2040.73	47.73	0.4903	1191.49	47.37	0.1583	853.72	46.72	0.0759

Modèle #19,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 27134$  K,  $\log g = 5.35$ , âge = 105.76 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	115.24	40.03	117.92	40.05	0.0014	115.26	40.01	0.0242	112.32	40.02	0.0392
9	123.73	40.22	128.19	40.16	0.0000	124.81	40.15	0.0534	120.30	40.14	0.0557
8	131.58	40.34	140.96	40.32	0.0000	134.06	40.42	0.1372	128.95	40.26	0.0375
7	142.60	40.37	156.96	40.50	0.0000	142.54	40.47	0.0668	139.29	40.39	0.0000
6	158.19	40.52	177.05	40.69	0.0000	156.19	40.52	0.0022	148.44	40.82	0.0349
5	178.36	40.70	202.63	40.91	0.0000	174.50	40.71	0.0000	156.68	40.62	0.0375
4	204.32	40.93	236.24	41.20	0.0000	188.69	41.44	0.1467	173.24	40.71	0.0000
3	238.64	41.21	280.70	41.61	0.0344	201.35	40.96	0.0185	194.73	40.90	0.0000
2	284.90	41.61	292.07	42.74	0.4475	231.97	41.18	0.0000	220.77	41.16	0.0055
1	351.73	42.22	346.75	42.18	0.0068	272.99	41.53	0.0027	239.05	41.85	0.0381
0	474.16	43.22	...	...	...	311.78	42.65	0.1180	260.09	41.49	0.0220
1	...	...	464.12	43.15	0.0328	334.82	42.14	0.0249	306.12	41.86	0.0741
2	...	...	512.88	45.10	0.4451	418.58	42.98	0.1506	333.10	43.22	0.0445
3	...	...	717.71	45.81	0.5541	451.08	43.82	0.1094	376.39	42.54	0.1264
4	...	...	787.48	45.92	0.5812	519.47	43.92	0.2052	397.02	44.10	0.0638
5	...	...	902.65	47.16	0.4790	542.86	44.74	0.1721	464.33	44.45	0.0588
6	...	...	1095.69	47.67	0.4801	643.94	46.47	0.1482	490.46	43.45	0.0921
7	...	...	1359.49	47.56	0.4838	794.41	47.03	0.1514	571.17	45.98	0.0695
8	...	...	1585.88	46.10	0.4888	934.50	45.93	0.1567	674.89	45.82	0.0739
9	...	...	1635.89	46.23	0.4886	965.15	45.68	0.1588	708.42	45.03	0.0832
10	...	...	1750.65	47.41	0.4868	1028.84	47.10	0.1557	742.71	46.44	0.0743

Modèle #20,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 29588$  K,  $\log g = 5.44$ , âge = 106.48 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	97.64	40.05	100.31	40.06	0.0006	97.89	40.02	0.0297	95.29	40.03	0.0412
9	104.41	40.25	109.14	40.18	0.0000	105.75	40.20	0.0719	101.83	40.17	0.0484
8	111.34	40.31	120.11	40.34	0.0000	112.64	40.46	0.1214	108.68	40.31	0.0107
7	121.32	40.38	133.74	40.50	0.0000	120.40	40.43	0.0238	115.26	40.56	0.0221
6	134.74	40.52	150.80	40.69	0.0000	132.43	40.53	0.0000	121.63	40.52	0.0628
5	151.91	40.70	172.43	40.91	0.0000	145.78	40.89	0.0846	132.59	40.55	0.0169
4	173.90	40.93	200.68	41.20	0.0017	152.81	40.96	0.1066	147.30	40.70	0.0000
3	202.82	41.22	227.18	42.67	0.4767	170.73	40.92	0.0016	165.40	40.90	0.0000
2	241.88	41.63	239.55	41.63	0.0213	196.98	41.18	0.0000	186.37	41.21	0.0137
1	298.59	42.27	294.14	42.22	0.0061	231.23	41.56	0.0061	197.74	41.67	0.0279
0	403.00	43.25	...	...	...	254.73	42.70	0.1156	219.97	41.47	0.0246
1	...	...	393.80	43.20	0.0619	282.69	42.14	0.0231	254.42	42.35	0.0580
2	...	...	412.61	44.39	0.4055	331.03	43.94	0.1283	261.86	42.04	0.0634
3	...	...	519.41	46.49	0.4474	358.49	43.03	0.1443	292.79	43.50	0.0504
4	...	...	618.09	45.79	0.5808	393.70	44.08	0.1149	320.71	42.59	0.1311
5	...	...	680.40	46.08	0.5581	444.37	43.92	0.2304	367.63	44.70	0.0582
6	...	...	804.12	47.69	0.4732	494.92	45.95	0.1466	400.13	44.80	0.0633
7	...	...	902.46	47.68	0.4794	537.71	46.59	0.1481	416.46	43.47	0.0911
8	...	...	1104.99	47.80	0.4831	649.16	47.14	0.1511	468.50	45.84	0.0696
9	...	...	1205.08	48.09	0.4874	728.31	47.60	0.1534	538.88	46.73	0.0722
10	...	...	1343.10	46.40	0.4876	788.98	46.30	0.1555	571.27	46.14	0.0733

Modèle #21,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 30526$  K,  $\log g = 5.47$ , âge = 106.58 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	92.93	40.06	95.71	40.06	0.0000	93.29	40.03	0.0354	90.69	40.04	0.0429
9	99.13	40.25	104.19	40.18	0.0000	100.45	40.23	0.0882	96.65	40.19	0.0380
8	105.97	40.29	114.70	40.34	0.0000	106.43	40.43	0.0925	102.54	40.36	0.0000
7	115.76	40.37	127.71	40.50	0.0000	114.44	40.39	0.0075	107.94	40.49	0.0561
6	128.65	40.52	143.98	40.68	0.0000	125.93	40.53	0.0042	115.34	40.44	0.0491
5	145.05	40.69	164.59	40.91	0.0000	136.01	41.03	0.1516	126.36	40.53	0.0113
4	166.02	40.92	191.34	41.20	0.0085	144.36	40.79	0.0491	140.43	40.69	0.0000
3	193.53	41.21	206.60	42.72	0.4892	162.77	40.91	0.0000	157.51	40.89	0.0000
2	230.74	41.64	228.20	41.61	0.0058	187.76	41.17	0.0000	175.73	41.31	0.0263
1	284.86	42.28	280.47	42.23	0.0063	219.64	41.58	0.0172	184.90	41.43	0.0152
0	384.48	43.25	...	...	...	232.69	42.45	0.1014	208.62	41.47	0.0309
1	...	...	346.93	44.86	0.4246	264.44	42.45	0.0901	217.91	42.62	0.0442
2	...	...	376.68	43.19	0.0382	271.68	42.37	0.0560	246.68	41.90	0.0742
3	...	...	406.78	45.01	0.4433	332.61	43.29	0.1543	261.13	43.01	0.0475
4	...	...	527.08	46.48	0.4745	347.00	43.27	0.1295	288.57	43.89	0.0633
5	...	...	584.70	45.85	0.5661	375.49	44.25	0.1280	305.53	42.60	0.1308
6	...	...	638.50	46.02	0.5702	421.63	43.89	0.2224	342.79	44.63	0.0615
7	...	...	720.16	47.59	0.4806	455.89	45.70	0.1550	368.13	45.18	0.0691
8	...	...	820.87	47.57	0.4800	490.88	46.22	0.1518	396.37	43.46	0.0872
9	...	...	915.34	48.54	0.4815	571.84	47.56	0.1552	427.72	45.50	0.0718
10	...	...	1030.06	47.84	0.4836	608.80	47.21	0.1532	450.72	46.43	0.0743

Modèle #22,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 32059$  K,  $\log g = 5.54$ , âge = 106.77 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	82.67	40.07	85.05	40.09	0.0005	82.85	40.04	0.0331	80.66	40.05	0.0413
9	88.49	40.27	92.58	40.21	0.0000	89.43	40.24	0.0786	86.21	40.21	0.0450
8	94.48	40.34	101.92	40.35	0.0000	95.05	40.47	0.1035	91.75	40.38	0.0024
7	102.96	40.39	113.44	40.51	0.0000	101.88	40.43	0.0128	96.65	40.57	0.0414
6	114.31	40.53	127.83	40.69	0.0000	111.98	40.54	0.0019	102.81	40.48	0.0556
5	128.79	40.70	146.07	40.92	0.0000	121.37	41.02	0.1400	112.47	40.55	0.0155
4	147.34	40.93	169.60	41.22	0.0103	128.46	40.82	0.0598	124.93	40.70	0.0000
3	171.55	41.23	181.86	42.72	0.4808	144.58	40.93	0.0000	140.06	40.91	0.0000
2	204.47	41.67	202.21	41.65	0.0049	166.56	41.19	0.0000	154.88	41.51	0.0320
1	252.69	42.34	248.70	42.29	0.0073	189.51	42.37	0.1050	161.69	41.34	0.0109
0	340.87	43.29	...	...	...	196.65	41.65	0.0150	174.14	42.11	0.0484
1	...	...	271.49	44.82	0.4364	221.26	42.84	0.1234	186.40	41.53	0.0226
2	...	...	333.75	43.23	0.0443	239.34	42.22	0.0243	216.72	42.23	0.0665
3	...	...	354.94	44.77	0.4353	279.14	44.19	0.1417	221.84	42.22	0.0627
4	...	...	429.36	46.68	0.4683	302.94	43.10	0.1482	243.22	43.54	0.0529
5	...	...	511.57	46.02	0.5333	325.21	43.93	0.1159	271.71	42.67	0.1309
6	...	...	555.06	46.03	0.5728	364.83	44.56	0.1550	282.58	44.23	0.0718
7	...	...	592.11	46.52	0.5134	378.46	44.06	0.2298	314.45	44.75	0.0617
8	...	...	693.47	47.83	0.4813	426.91	46.07	0.1536	344.67	44.77	0.0730
9	...	...	753.38	47.74	0.4808	455.91	46.85	0.1550	352.95	43.52	0.0946
10	...	...	851.44	48.70	0.4832	525.72	47.54	0.1562	388.26	45.78	0.0717

Modèle #23,  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 32607$  K,  $\log g = 5.62$ , âge = 107.04 millions d'années depuis la ZAEHB

$k$	$l = 0$		$l = 1$			$l = 2$			$l = 3$		
	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$	$P$ (s)	$\log E_{\text{cin}}$	$C_{kl}$
10	72.57	40.09	74.66	40.17	0.0044	72.52	40.08	0.0209	71.00	40.07	0.0275
9	78.65	40.26	80.99	40.27	0.0007	78.83	40.23	0.0357	76.53	40.23	0.0470
8	84.49	40.49	88.99	40.40	0.0000	85.51	40.47	0.0961	82.08	40.43	0.0455
7	90.69	40.51	98.96	40.55	0.0000	90.70	40.66	0.0826	86.93	40.68	0.0026
6	99.93	40.58	111.44	40.73	0.0000	98.25	40.60	0.0024	91.29	40.65	0.0710
5	112.31	40.75	127.32	40.97	0.0000	107.79	40.92	0.0874	98.93	40.62	0.0355
4	128.38	40.99	147.77	41.28	0.0074	113.47	41.02	0.1216	109.71	40.76	0.0030
3	149.34	41.30	159.22	42.89	0.4856	126.45	40.99	0.0059	123.05	40.99	0.0000
2	178.05	41.76	176.21	41.73	0.0047	145.48	41.26	0.0000	128.15	41.98	0.0502
1	220.49	42.44	217.15	42.39	0.0084	156.62	42.82	0.1275	140.56	41.23	0.0000
0	297.01	43.37	...	...	...	171.71	41.68	0.0000	158.85	41.78	0.0356
1	...	...	232.11	44.56	0.4507	204.28	42.53	0.0807	166.48	41.88	0.0186
2	...	...	291.84	43.31	0.0239	212.21	42.59	0.0583	182.65	43.07	0.0618
3	...	...	322.32	45.72	0.4525	234.15	44.08	0.1378	194.25	42.10	0.0556
4	...	...	369.00	46.38	0.4648	270.47	43.17	0.1070	223.16	43.93	0.0625
5	...	...	452.43	46.94	0.4840	290.00	44.63	0.1408	237.67	42.97	0.1042
6	...	...	496.29	45.98	0.6121	320.00	44.44	0.1504	245.47	43.26	0.0876
7	...	...	546.84	46.62	0.5149	342.54	44.40	0.2508	276.14	45.51	0.0733
8	...	...	587.51	47.34	0.4863	363.82	46.00	0.1608	307.25	43.83	0.0783
9	...	...	682.71	48.35	0.4819	420.66	47.06	0.1537	314.43	44.00	0.0988
10	...	...	742.88	47.88	0.4794	443.27	47.19	0.1527	330.51	45.86	0.0763

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.896	148.47	$+5.64 \times 10^{-1}$	91.48	$+4.35 \times 10^{-1}$	63.21	$+3.01 \times 10^{-1}$	48.46	$+2.34 \times 10^{-1}$
23.34	0.726	158.64	$+4.91 \times 10^{-1}$	99.41	$+3.91 \times 10^{-1}$	68.73	$+2.76 \times 10^{-1}$	52.75	$+2.14 \times 10^{-1}$
39.31	0.611	165.87	$+4.36 \times 10^{-1}$	105.23	$+3.49 \times 10^{-1}$	72.87	$+2.50 \times 10^{-1}$	55.98	$+1.95 \times 10^{-1}$
58.04	0.476	174.04	$+4.31 \times 10^{-1}$	111.68	$+3.40 \times 10^{-1}$	77.49	$+2.44 \times 10^{-1}$	59.58	$+1.90 \times 10^{-1}$
71.77	0.366	179.57	$+3.54 \times 10^{-1}$	116.18	$+3.06 \times 10^{-1}$	80.80	$+2.36 \times 10^{-1}$	62.18	$+1.89 \times 10^{-1}$
81.82	0.274	183.14	$+4.09 \times 10^{-1}$	119.15	$+2.97 \times 10^{-1}$	83.04	$+2.02 \times 10^{-1}$	63.95	$+1.52 \times 10^{-1}$
89.23	0.204	185.35	$-4.93 \times 10^{-3}$	120.77	$+5.13 \times 10^{-2}$	84.14	$+6.40 \times 10^{-2}$	64.78	$+5.60 \times 10^{-2}$
94.80	0.149	183.73	$-4.88 \times 10^{-1}$	120.10	$-2.67 \times 10^{-1}$	83.95	$-1.41 \times 10^{-1}$	64.71	$-9.62 \times 10^{-2}$
98.98	0.108	181.03	$-8.78 \times 10^{-1}$	118.46	$-5.52 \times 10^{-1}$	82.95	$-3.53 \times 10^{-1}$	63.97	$-2.61 \times 10^{-1}$
102.26	0.082	177.70	$-1.06 \times 10^0$	116.30	$-7.19 \times 10^{-1}$	81.47	$-5.44 \times 10^{-1}$	62.85	$-4.37 \times 10^{-1}$
104.84	0.059	174.42	$-1.74 \times 10^0$	114.03	$-1.18 \times 10^0$	79.73	$-8.66 \times 10^{-1}$	61.44	$-6.84 \times 10^{-1}$
106.88	0.044	169.84	$-2.67 \times 10^0$	110.97	$-1.77 \times 10^0$	77.58	$-1.23 \times 10^0$	59.78	$-9.44 \times 10^{-1}$
108.49	0.032	164.87	$-3.65 \times 10^0$	107.65	$-2.47 \times 10^0$	75.26	$-1.75 \times 10^0$	57.98	$-1.36 \times 10^0$
109.75	0.023	160.03	$-3.66 \times 10^0$	104.38	$-2.46 \times 10^0$	72.95	$-1.71 \times 10^0$	56.18	$-1.31 \times 10^0$
111.04	0.014	152.84	$-9.93 \times 10^0$	99.60	$-6.63 \times 10^0$	69.66	$-4.59 \times 10^0$	53.65	$-3.54 \times 10^0$
112.97	0.000	120.54	$-2.01 \times 10^1$	77.96	$-1.35 \times 10^1$	54.59	$-9.42 \times 10^0$	41.96	$-7.32 \times 10^0$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.896	39.40	$+1.90 \times 10^{-1}$	68.72	$+3.23 \times 10^{-1}$	64.34	$+2.98 \times 10^{-1}$	61.08	$+2.83 \times 10^{-1}$
23.34	0.726	42.90	$+1.75 \times 10^{-1}$	74.64	$+2.96 \times 10^{-1}$	69.82	$+2.75 \times 10^{-1}$	66.28	$+2.61 \times 10^{-1}$
39.31	0.611	45.55	$+1.60 \times 10^{-1}$	79.09	$+2.68 \times 10^{-1}$	73.97	$+2.50 \times 10^{-1}$	70.23	$+2.37 \times 10^{-1}$
58.04	0.476	48.49	$+1.56 \times 10^{-1}$	84.02	$+2.60 \times 10^{-1}$	78.56	$+2.42 \times 10^{-1}$	74.58	$+2.29 \times 10^{-1}$
71.77	0.366	50.63	$+1.56 \times 10^{-1}$	87.57	$+2.57 \times 10^{-1}$	81.87	$+2.40 \times 10^{-1}$	77.71	$+2.27 \times 10^{-1}$
81.82	0.274	52.08	$+1.23 \times 10^{-1}$	89.97	$+2.04 \times 10^{-1}$	84.09	$+1.82 \times 10^{-1}$	79.82	$+1.75 \times 10^{-1}$
89.23	0.204	52.75	$+4.88 \times 10^{-2}$	91.07	$+7.40 \times 10^{-2}$	85.05	$+6.72 \times 10^{-2}$	80.75	$+6.31 \times 10^{-2}$
94.80	0.149	52.73	$-7.23 \times 10^{-2}$	90.97	$-1.34 \times 10^{-1}$	84.97	$-1.25 \times 10^{-1}$	80.66	$-1.21 \times 10^{-1}$
98.98	0.108	52.15	$-2.10 \times 10^{-1}$	89.94	$-3.62 \times 10^{-1}$	84.00	$-3.41 \times 10^{-1}$	79.73	$-3.28 \times 10^{-1}$
102.26	0.082	51.23	$-3.61 \times 10^{-1}$	88.37	$-6.12 \times 10^{-1}$	82.51	$-5.90 \times 10^{-1}$	78.31	$-5.58 \times 10^{-1}$
104.84	0.059	50.06	$-5.61 \times 10^{-1}$	86.40	$-9.52 \times 10^{-1}$	80.61	$-9.07 \times 10^{-1}$	76.51	$-8.60 \times 10^{-1}$
106.88	0.044	48.71	$-7.70 \times 10^{-1}$	84.10	$-1.31 \times 10^0$	78.44	$-1.23 \times 10^0$	74.44	$-1.17 \times 10^0$
108.49	0.032	47.24	$-1.11 \times 10^0$	81.60	$-1.89 \times 10^0$	76.10	$-1.77 \times 10^0$	72.21	$-1.69 \times 10^0$
109.75	0.023	45.77	$-1.07 \times 10^0$	79.11	$-1.82 \times 10^0$	73.76	$-1.70 \times 10^0$	69.98	$-1.63 \times 10^0$
111.04	0.014	43.71	$-2.89 \times 10^0$	75.61	$-4.92 \times 10^0$	70.48	$-4.61 \times 10^0$	66.86	$-4.39 \times 10^0$
112.97	0.000	34.16	$-5.98 \times 10^0$	59.34	$-1.02 \times 10^1$	55.23	$-9.55 \times 10^0$	52.36	$-9.08 \times 10^0$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	159.92	$+9.52 \times 10^{-1}$	115.18	$+6.49 \times 10^{-1}$	86.48	$+5.08 \times 10^{-1}$	68.42	$+3.93 \times 10^{-1}$
12.06	0.811	169.18	$+7.99 \times 10^{-1}$	121.48	$+5.43 \times 10^{-1}$	91.48	$+4.46 \times 10^{-1}$	72.37	$+3.67 \times 10^{-1}$
18.98	0.750	174.46	$+7.93 \times 10^{-1}$	125.05	$+5.37 \times 10^{-1}$	94.44	$+4.36 \times 10^{-1}$	74.84	$+3.52 \times 10^{-1}$
21.73	0.727	176.73	$+8.60 \times 10^{-1}$	126.60	$+5.81 \times 10^{-1}$	95.67	$+4.50 \times 10^{-1}$	75.80	$+3.43 \times 10^{-1}$
28.83	0.673	183.06	$+8.81 \times 10^{-1}$	130.86	$+5.95 \times 10^{-1}$	98.84	$+4.40 \times 10^{-1}$	78.11	$+3.18 \times 10^{-1}$
46.87	0.537	197.40	$+7.53 \times 10^{-1}$	140.57	$+5.00 \times 10^{-1}$	106.32	$+3.96 \times 10^{-1}$	83.84	$+3.11 \times 10^{-1}$
61.90	0.418	209.12	$+8.32 \times 10^{-1}$	148.31	$+5.63 \times 10^{-1}$	112.39	$+4.28 \times 10^{-1}$	88.52	$+3.23 \times 10^{-1}$
73.01	0.317	218.17	$+7.24 \times 10^{-1}$	154.36	$+4.48 \times 10^{-1}$	117.05	$+3.71 \times 10^{-1}$	92.05	$+2.92 \times 10^{-1}$
81.14	0.236	223.32	$+5.70 \times 10^{-1}$	157.28	$+3.11 \times 10^{-1}$	119.55	$+2.45 \times 10^{-1}$	94.04	$+1.82 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	225.86	$+1.46 \times 10^{-1}$	158.61	$+4.44 \times 10^{-2}$	120.52	$+3.83 \times 10^{-2}$	94.70	$+1.80 \times 10^{-2}$
91.79	0.129	225.24	$-3.96 \times 10^{-1}$	157.98	$-3.03 \times 10^{-1}$	120.09	$-2.39 \times 10^{-1}$	94.31	$-2.03 \times 10^{-1}$
95.14	0.099	223.00	$-1.04 \times 10^0$	156.39	$-7.08 \times 10^{-1}$	118.82	$-5.44 \times 10^{-1}$	93.26	$-4.35 \times 10^{-1}$
97.94	0.073	218.88	$-1.96 \times 10^0$	153.60	$-1.33 \times 10^0$	116.73	$-9.91 \times 10^{-1}$	91.63	$-7.71 \times 10^{-1}$
100.12	0.054	213.70	$-2.79 \times 10^0$	149.96	$-2.06 \times 10^0$	114.00	$-1.56 \times 10^0$	89.50	$-1.21 \times 10^0$
101.71	0.041	208.58	$-3.77 \times 10^0$	146.14	$-2.75 \times 10^0$	111.11	$-2.09 \times 10^0$	87.26	$-1.62 \times 10^0$
103.17	0.030	202.32	$-5.19 \times 10^0$	141.71	$-3.54 \times 10^0$	107.72	$-2.74 \times 10^0$	84.62	$-2.15 \times 10^0$
104.28	0.022	196.56	$-1.16 \times 10^1$	137.78	$-7.97 \times 10^0$	104.68	$-6.08 \times 10^0$	82.23	$-4.72 \times 10^0$
106.49	0.005	170.96	$-3.64 \times 10^1$	120.16	$-2.60 \times 10^1$	91.25	$-1.98 \times 10^1$	71.80	$-1.55 \times 10^1$
107.23	0.000	144.01	$-6.77 \times 10^1$	100.91	$-4.83 \times 10^1$	76.61	$-3.67 \times 10^1$	60.35	$-2.89 \times 10^1$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	55.96	$+3.08 \times 10^{-1}$	92.15	$+5.06 \times 10^{-1}$	87.20	$+5.06 \times 10^{-1}$	84.51	$+4.89 \times 10^{-1}$
12.06	0.811	59.07	$+2.92 \times 10^{-1}$	97.11	$+4.37 \times 10^{-1}$	92.16	$+4.36 \times 10^{-1}$	89.36	$+4.40 \times 10^{-1}$
18.98	0.750	61.03	$+2.77 \times 10^{-1}$	100.01	$+4.27 \times 10^{-1}$	95.05	$+4.29 \times 10^{-1}$	92.30	$+4.27 \times 10^{-1}$
21.73	0.727	61.78	$+2.67 \times 10^{-1}$	101.22	$+4.53 \times 10^{-1}$	96.26	$+4.53 \times 10^{-1}$	93.49	$+4.31 \times 10^{-1}$
28.83	0.673	63.57	$+2.47 \times 10^{-1}$	104.51	$+4.57 \times 10^{-1}$	99.53	$+4.52 \times 10^{-1}$	96.48	$+4.11 \times 10^{-1}$
46.87	0.537	68.02	$+2.42 \times 10^{-1}$	112.02	$+3.97 \times 10^{-1}$	107.00	$+3.97 \times 10^{-1}$	103.57	$+3.84 \times 10^{-1}$
61.90	0.418	71.66	$+2.51 \times 10^{-1}$	118.18	$+4.34 \times 10^{-1}$	113.11	$+4.24 \times 10^{-1}$	109.39	$+3.95 \times 10^{-1}$
73.01	0.317	74.40	$+2.24 \times 10^{-1}$	122.89	$+3.80 \times 10^{-1}$	117.74	$+3.86 \times 10^{-1}$	113.72	$+3.71 \times 10^{-1}$
81.14	0.236	75.94	$+1.47 \times 10^{-1}$	125.57	$+2.83 \times 10^{-1}$	120.48	$+2.76 \times 10^{-1}$	116.33	$+2.45 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	76.48	$+1.14 \times 10^{-2}$	126.74	$+4.54 \times 10^{-2}$	121.59	$+4.97 \times 10^{-2}$	117.23	$+3.10 \times 10^{-2}$
91.79	0.129	76.15	$-1.64 \times 10^{-1}$	126.24	$-2.58 \times 10^{-1}$	121.15	$-2.55 \times 10^{-1}$	116.76	$-2.63 \times 10^{-1}$
95.14	0.099	75.31	$-3.53 \times 10^{-1}$	124.88	$-6.02 \times 10^{-1}$	119.78	$-5.91 \times 10^{-1}$	115.38	$-5.76 \times 10^{-1}$
97.94	0.073	73.96	$-6.36 \times 10^{-1}$	122.53	$-1.11 \times 10^0$	117.53	$-1.05 \times 10^0$	113.23	$-9.99 \times 10^{-1}$
100.12	0.054	72.24	$-9.54 \times 10^{-1}$	119.60	$-1.58 \times 10^0$	114.73	$-1.51 \times 10^0$	110.57	$-1.45 \times 10^0$
101.71	0.041	70.48	$-1.29 \times 10^0$	116.72	$-2.13 \times 10^0$	111.96	$-2.04 \times 10^0$	107.90	$-1.96 \times 10^0$
103.17	0.030	68.36	$-1.73 \times 10^0$	113.18	$-2.91 \times 10^0$	108.56	$-2.83 \times 10^0$	104.62	$-2.73 \times 10^0$
104.28	0.022	66.45	$-3.80 \times 10^0$	109.95	$-6.43 \times 10^0$	105.41	$-6.20 \times 10^0$	101.59	$-5.90 \times 10^0$
106.49	0.005	58.06	$-1.24 \times 10^1$	95.73	$-2.05 \times 10^1$	91.72	$-1.97 \times 10^1$	88.55	$-1.90 \times 10^1$
107.23	0.000	48.87	$-2.33 \times 10^1$	80.56	$-3.83 \times 10^1$	77.13	$-3.67 \times 10^1$	74.52	$-3.53 \times 10^1$



$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.01	0.939	199.53	$+1.13 \times 10^0$	138.78	$+6.13 \times 10^{-1}$	99.96	$+4.83 \times 10^{-1}$	78.35	$+4.28 \times 10^{-1}$
1.11	0.938	199.73	$+1.13 \times 10^0$	138.86	$+6.14 \times 10^{-1}$	100.03	$+4.83 \times 10^{-1}$	78.42	$+4.28 \times 10^{-1}$
2.22	0.924	200.90	$+1.14 \times 10^0$	139.53	$+6.24 \times 10^{-1}$	100.55	$+4.92 \times 10^{-1}$	78.87	$+4.35 \times 10^{-1}$
14.18	0.797	215.57	$+1.22 \times 10^0$	147.46	$+6.41 \times 10^{-1}$	106.94	$+5.31 \times 10^{-1}$	84.44	$+4.59 \times 10^{-1}$
33.89	0.647	237.52	$+1.06 \times 10^0$	158.15	$+4.85 \times 10^{-1}$	116.36	$+4.56 \times 10^{-1}$	92.58	$+3.93 \times 10^{-1}$
53.93	0.501	258.75	$+1.06 \times 10^0$	167.55	$+4.56 \times 10^{-1}$	125.60	$+4.62 \times 10^{-1}$	100.54	$+3.98 \times 10^{-1}$
68.48	0.386	274.50	$+1.13 \times 10^0$	173.93	$+4.11 \times 10^{-1}$	132.36	$+4.75 \times 10^{-1}$	106.36	$+4.06 \times 10^{-1}$
79.11	0.290	286.39	$+1.05 \times 10^0$	178.22	$+4.16 \times 10^{-1}$	137.40	$+4.60 \times 10^{-1}$	110.63	$+3.85 \times 10^{-1}$
86.89	0.212	293.30	$+6.48 \times 10^{-1}$	180.66	$+8.56 \times 10^{-2}$	140.30	$+2.21 \times 10^{-1}$	113.05	$+1.86 \times 10^{-1}$
92.67	0.155	295.27	$-4.31 \times 10^{-2}$	180.32	$-8.45 \times 10^{-2}$	140.87	$+1.34 \times 10^{-2}$	113.52	$+1.23 \times 10^{-3}$
97.02	0.113	293.32	$-9.14 \times 10^{-1}$	179.08	$-7.57 \times 10^{-1}$	140.01	$-5.85 \times 10^{-1}$	112.80	$-4.59 \times 10^{-1}$
100.26	0.082	288.65	$-2.10 \times 10^0$	175.21	$-1.52 \times 10^0$	136.96	$-1.24 \times 10^0$	110.42	$-9.66 \times 10^{-1}$
102.86	0.059	281.62	$-3.26 \times 10^0$	170.90	$-1.76 \times 10^0$	133.61	$-1.20 \times 10^0$	107.76	$-9.86 \times 10^{-1}$
104.83	0.043	274.02	$-4.68 \times 10^0$	166.78	$-2.71 \times 10^0$	130.81	$-2.03 \times 10^0$	105.45	$-1.64 \times 10^0$
106.42	0.031	265.40	$-6.06 \times 10^0$	161.76	$-3.33 \times 10^0$	126.71	$-2.86 \times 10^0$	102.18	$-2.28 \times 10^0$
107.67	0.023	256.77	$-8.53 \times 10^0$	157.00	$-4.77 \times 10^0$	122.71	$-3.99 \times 10^0$	98.99	$-3.19 \times 10^0$
108.71	0.016	247.90	$-2.56 \times 10^1$	152.04	$-1.51 \times 10^1$	118.57	$-1.22 \times 10^1$	95.67	$-9.76 \times 10^0$
110.80	0.001	194.36	$-7.40 \times 10^1$	120.54	$-4.94 \times 10^1$	93.11	$-3.66 \times 10^1$	75.28	$-2.93 \times 10^1$
110.95	0.000	183.26	$-9.57 \times 10^1$	113.13	$-5.80 \times 10^1$	87.62	$-4.58 \times 10^1$	70.88	$-3.68 \times 10^1$
111.16	0.000	163.16	$-4.87 \times 10^1$	100.95	$-2.27 \times 10^1$	78.01	$-2.16 \times 10^1$	63.16	$-1.80 \times 10^1$
111.54	0.000	144.64	$+1.75 \times 10^1$	92.31	$+8.16 \times 10^0$	69.80	$+7.52 \times 10^0$	56.33	$+5.57 \times 10^0$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.01	0.939	64.42	$+3.28 \times 10^{-1}$	108.95	$+5.62 \times 10^{-1}$	101.95	$+4.73 \times 10^{-1}$	95.95	$+4.84 \times 10^{-1}$
1.11	0.938	64.48	$+3.28 \times 10^{-1}$	109.05	$+5.62 \times 10^{-1}$	102.03	$+4.73 \times 10^{-1}$	96.03	$+4.84 \times 10^{-1}$
2.22	0.924	64.82	$+3.35 \times 10^{-1}$	109.63	$+5.73 \times 10^{-1}$	102.53	$+4.84 \times 10^{-1}$	96.54	$+4.93 \times 10^{-1}$
14.18	0.797	69.17	$+3.60 \times 10^{-1}$	117.10	$+6.17 \times 10^{-1}$	108.95	$+5.35 \times 10^{-1}$	102.96	$+5.33 \times 10^{-1}$
33.89	0.647	75.48	$+3.02 \times 10^{-1}$	127.86	$+5.12 \times 10^{-1}$	118.34	$+4.52 \times 10^{-1}$	112.47	$+4.65 \times 10^{-1}$
53.93	0.501	81.57	$+3.03 \times 10^{-1}$	138.10	$+5.04 \times 10^{-1}$	127.48	$+4.53 \times 10^{-1}$	121.94	$+4.72 \times 10^{-1}$
68.48	0.386	86.01	$+3.11 \times 10^{-1}$	145.43	$+5.14 \times 10^{-1}$	134.15	$+4.76 \times 10^{-1}$	128.92	$+5.00 \times 10^{-1}$
79.11	0.290	89.28	$+2.94 \times 10^{-1}$	150.74	$+4.56 \times 10^{-1}$	139.13	$+4.32 \times 10^{-1}$	134.19	$+4.62 \times 10^{-1}$
86.89	0.212	91.14	$+1.49 \times 10^{-1}$	153.58	$+2.37 \times 10^{-1}$	141.86	$+2.34 \times 10^{-1}$	137.15	$+2.64 \times 10^{-1}$
92.67	0.155	91.52	$-9.24 \times 10^{-3}$	154.10	$-8.08 \times 10^{-2}$	142.45	$-4.64 \times 10^{-2}$	137.94	$-5.77 \times 10^{-3}$
97.02	0.113	90.90	$-3.58 \times 10^{-1}$	152.79	$-5.96 \times 10^{-1}$	141.29	$-5.83 \times 10^{-1}$	136.94	$-5.58 \times 10^{-1}$
100.26	0.082	89.06	$-7.67 \times 10^{-1}$	149.89	$-1.22 \times 10^0$	138.40	$-1.21 \times 10^0$	134.12	$-1.17 \times 10^0$
102.86	0.059	86.90	$-8.08 \times 10^{-1}$	146.26	$-1.48 \times 10^0$	134.99	$-1.27 \times 10^0$	130.87	$-1.17 \times 10^0$
104.83	0.043	85.03	$-1.32 \times 10^0$	142.84	$-2.26 \times 10^0$	132.07	$-2.05 \times 10^0$	128.15	$-1.96 \times 10^0$
106.42	0.031	82.41	$-1.83 \times 10^0$	138.51	$-3.02 \times 10^0$	127.97	$-2.89 \times 10^0$	124.15	$-2.85 \times 10^0$
107.67	0.023	79.83	$-2.57 \times 10^0$	134.19	$-4.27 \times 10^0$	123.88	$-4.04 \times 10^0$	120.15	$-3.96 \times 10^0$
108.71	0.016	77.16	$-7.82 \times 10^0$	129.75	$-1.30 \times 10^1$	119.67	$-1.22 \times 10^1$	116.03	$-1.19 \times 10^1$
110.80	0.001	60.82	$-2.35 \times 10^1$	102.54	$-4.00 \times 10^1$	94.12	$-3.72 \times 10^1$	91.09	$-3.52 \times 10^1$
110.95	0.000	57.29	$-2.95 \times 10^1$	96.54	$-4.94 \times 10^1$	88.54	$-4.61 \times 10^1$	85.82	$-4.47 \times 10^1$
111.16	0.000	51.09	$-1.42 \times 10^1$	86.17	$-2.30 \times 10^1$	78.85	$-2.15 \times 10^1$	76.43	$-2.18 \times 10^1$
111.54	0.000	45.71	$+4.89 \times 10^0$	77.44	$+7.39 \times 10^0$	70.69	$+4.48 \times 10^0$	68.16	$+4.23 \times 10^0$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	256.99	$+1.75 \times 10^0$	153.98	$+9.24 \times 10^{-1}$	123.59	$+8.24 \times 10^{-1}$	95.81	$+5.88 \times 10^{-1}$
12.06	0.810	274.64	$+1.66 \times 10^0$	163.37	$+8.95 \times 10^{-1}$	131.82	$+7.58 \times 10^{-1}$	101.71	$+5.46 \times 10^{-1}$
18.02	0.758	284.36	$+1.62 \times 10^0$	168.74	$+9.32 \times 10^{-1}$	136.26	$+7.59 \times 10^{-1}$	104.95	$+5.64 \times 10^{-1}$
20.52	0.737	288.38	$+1.59 \times 10^0$	171.07	$+9.05 \times 10^{-1}$	138.15	$+7.26 \times 10^{-1}$	106.35	$+5.41 \times 10^{-1}$
25.27	0.699	295.75	$+1.53 \times 10^0$	175.11	$+8.34 \times 10^{-1}$	141.33	$+6.52 \times 10^{-1}$	108.71	$+4.85 \times 10^{-1}$
37.76	0.605	314.47	$+1.48 \times 10^0$	185.92	$+8.71 \times 10^{-1}$	149.74	$+6.64 \times 10^{-1}$	115.14	$+5.18 \times 10^{-1}$
55.13	0.470	340.78	$+1.58 \times 10^0$	201.15	$+9.18 \times 10^{-1}$	160.30	$+5.51 \times 10^{-1}$	124.00	$+5.25 \times 10^{-1}$
67.83	0.361	361.31	$+1.62 \times 10^0$	213.23	$+9.62 \times 10^{-1}$	167.12	$+5.49 \times 10^{-1}$	130.93	$+5.59 \times 10^{-1}$
77.34	0.277	375.86	$+1.38 \times 10^0$	221.87	$+8.12 \times 10^{-1}$	171.92	$+3.88 \times 10^{-1}$	135.97	$+4.67 \times 10^{-1}$
84.38	0.209	384.12	$+9.01 \times 10^{-1}$	226.73	$+5.51 \times 10^{-1}$	173.83	$+1.81 \times 10^{-1}$	138.72	$+3.07 \times 10^{-1}$
88.05	0.172	386.66	$+4.50 \times 10^{-1}$	228.32	$+2.80 \times 10^{-1}$	174.39	$+1.32 \times 10^{-1}$	139.63	$+1.78 \times 10^{-1}$
92.52	0.128	386.41	$-7.35 \times 10^{-1}$	228.15	$-4.49 \times 10^{-1}$	173.37	$-9.33 \times 10^{-1}$	139.44	$-3.85 \times 10^{-1}$
94.63	0.112	384.62	$-6.71 \times 10^{-1}$	227.07	$-3.97 \times 10^{-1}$	171.47	$-3.40 \times 10^{-1}$	138.59	$-2.17 \times 10^{-1}$
95.42	0.104	383.95	$-1.38 \times 10^0$	226.68	$-8.14 \times 10^{-1}$	171.44	$+1.43 \times 10^{-1}$	138.42	$-3.50 \times 10^{-1}$
97.80	0.154	381.48	$+2.30 \times 10^0$	225.22	$+1.38 \times 10^0$	172.51	$+8.32 \times 10^{-1}$	137.83	$+7.93 \times 10^{-1}$
100.24	0.116	391.75	$+1.53 \times 10^0$	231.35	$+9.14 \times 10^{-1}$	173.79	$-5.57 \times 10^{-1}$	141.07	$+3.65 \times 10^{-1}$
102.90	0.083	382.73	$-5.32 \times 10^0$	225.96	$-3.18 \times 10^0$	169.26	$-1.96 \times 10^0$	137.71	$-1.84 \times 10^0$
105.04	0.063	373.54	$-3.74 \times 10^0$	220.49	$-2.18 \times 10^0$	165.94	$-1.68 \times 10^0$	134.59	$-1.33 \times 10^0$
105.78	0.056	370.77	$-1.18 \times 10^1$	218.88	$-7.00 \times 10^0$	164.70	$-4.82 \times 10^0$	133.61	$-4.17 \times 10^0$
110.20	0.014	318.69	$-3.83 \times 10^1$	187.95	$-2.26 \times 10^1$	143.41	$-1.66 \times 10^1$	115.17	$-1.37 \times 10^1$
112.16	0.000	243.64	$-1.01 \times 10^2$	143.60	$-5.95 \times 10^1$	110.93	$-5.14 \times 10^1$	88.38	$-3.72 \times 10^1$
112.26	0.000	233.55	$+8.55 \times 10^0$	137.66	$+5.01 \times 10^0$	105.79	$+9.95 \times 10^{-1}$	84.66	$+2.60 \times 10^0$
112.74	0.000	237.65	$+1.06 \times 10^0$	140.06	$+6.41 \times 10^{-1}$	106.27	$-4.28 \times 10^{-1}$	85.91	$+1.65 \times 10^{-1}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	79.12	$+5.24 \times 10^{-1}$	127.67	$+8.09 \times 10^{-1}$	123.86	$+8.18 \times 10^{-1}$	120.11	$+7.70 \times 10^{-1}$
12.06	0.810	84.38	$+4.89 \times 10^{-1}$	135.89	$+7.83 \times 10^{-1}$	132.13	$+7.81 \times 10^{-1}$	127.86	$+7.23 \times 10^{-1}$
18.02	0.758	87.23	$+4.77 \times 10^{-1}$	140.52	$+7.79 \times 10^{-1}$	136.71	$+7.63 \times 10^{-1}$	132.05	$+6.88 \times 10^{-1}$
20.52	0.737	88.42	$+4.66 \times 10^{-1}$	142.45	$+7.62 \times 10^{-1}$	138.61	$+7.48 \times 10^{-1}$	133.75	$+6.76 \times 10^{-1}$
25.27	0.699	90.54	$+4.38 \times 10^{-1}$	145.94	$+7.21 \times 10^{-1}$	142.05	$+7.11 \times 10^{-1}$	136.89	$+6.46 \times 10^{-1}$
37.76	0.605	95.99	$+4.32 \times 10^{-1}$	154.92	$+7.15 \times 10^{-1}$	150.77	$+6.88 \times 10^{-1}$	144.63	$+6.03 \times 10^{-1}$
55.13	0.470	103.40	$+4.27 \times 10^{-1}$	167.58	$+7.64 \times 10^{-1}$	162.76	$+7.02 \times 10^{-1}$	154.96	$+5.90 \times 10^{-1}$
67.83	0.361	108.87	$+4.33 \times 10^{-1}$	177.58	$+7.94 \times 10^{-1}$	171.58	$+6.62 \times 10^{-1}$	162.32	$+5.59 \times 10^{-1}$
77.34	0.277	112.73	$+3.51 \times 10^{-1}$	184.70	$+6.67 \times 10^{-1}$	177.14	$+4.72 \times 10^{-1}$	167.15	$+4.28 \times 10^{-1}$
84.38	0.209	114.71	$+2.02 \times 10^{-1}$	188.70	$+4.57 \times 10^{-1}$	179.46	$+1.56 \times 10^{-1}$	169.41	$+1.85 \times 10^{-1}$
88.05	0.172	115.29	$+1.18 \times 10^{-1}$	190.01	$+2.28 \times 10^{-1}$	179.68	$-2.90 \times 10^{-2}$	169.85	$+7.48 \times 10^{-2}$
92.52	0.128	114.96	$-4.11 \times 10^{-1}$	189.86	$-3.60 \times 10^{-1}$	178.34	$-7.43 \times 10^{-1}$	168.90	$-7.53 \times 10^{-1}$
94.63	0.112	114.09	$-1.93 \times 10^{-1}$	188.98	$-3.36 \times 10^{-1}$	176.66	$-6.05 \times 10^{-1}$	167.32	$-3.74 \times 10^{-1}$
95.42	0.104	113.99	$-1.58 \times 10^{-1}$	188.65	$-6.85 \times 10^{-1}$	176.36	$-1.16 \times 10^{-1}$	167.17	$-8.27 \times 10^{-2}$
97.80	0.154	113.91	$+6.19 \times 10^{-1}$	187.45	$+1.14 \times 10^0$	177.71	$+9.52 \times 10^{-1}$	167.74	$+8.58 \times 10^{-1}$
100.24	0.116	115.95	$+6.25 \times 10^{-2}$	192.52	$+7.63 \times 10^{-1}$	178.77	$-6.90 \times 10^{-1}$	169.61	$-3.53 \times 10^{-1}$
102.90	0.083	113.09	$-1.43 \times 10^0$	188.08	$-2.64 \times 10^0$	173.99	$-2.12 \times 10^0$	165.09	$-2.06 \times 10^0$
105.04	0.063	110.68	$-1.12 \times 10^0$	183.54	$-1.79 \times 10^0$	170.21	$-1.86 \times 10^0$	161.68	$-1.59 \times 10^0$
105.78	0.056	109.85	$-3.33 \times 10^0$	182.22	$-5.79 \times 10^0$	168.84	$-4.92 \times 10^0$	160.50	$-4.74 \times 10^0$
110.20	0.014	95.11	$-1.11 \times 10^1$	156.62	$-1.88 \times 10^1$	147.09	$-1.73 \times 10^1$	139.56	$-1.63 \times 10^1$
112.16	0.000	73.29	$-3.18 \times 10^1$	119.78	$-4.95 \times 10^1$	113.21	$-5.56 \times 10^1$	107.68	$-5.24 \times 10^1$
112.26	0.000	70.11	$+1.34 \times 10^0$	114.83	$+4.07 \times 10^0$	107.65	$-7.79 \times 10^0$	102.43	$-1.17 \times 10^1$
112.74	0.000	70.75	$-6.71 \times 10^{-2}$	116.78	$+4.69 \times 10^{-1}$	103.91	$-1.18 \times 10^0$	96.81	$-6.05 \times 10^{-1}$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.893	313.57	+2.19 × 10 <sup>0</sup>	186.28	+1.30 × 10 <sup>0</sup>	144.31	+7.09 × 10 <sup>-1</sup>	114.50	+7.80 × 10 <sup>-1</sup>
19.95	0.741	346.55	+2.03 × 10 <sup>0</sup>	205.85	+1.21 × 10 <sup>0</sup>	154.78	+6.14 × 10 <sup>-1</sup>	126.21	+7.12 × 10 <sup>-1</sup>
24.07	0.709	354.76	+1.97 × 10 <sup>0</sup>	210.75	+1.17 × 10 <sup>0</sup>	157.27	+6.06 × 10 <sup>-1</sup>	129.09	+6.91 × 10 <sup>-1</sup>
37.88	0.603	381.62	+1.94 × 10 <sup>0</sup>	226.78	+1.16 × 10 <sup>0</sup>	166.28	+6.90 × 10 <sup>-1</sup>	138.50	+6.69 × 10 <sup>-1</sup>
55.12	0.469	416.06	+2.10 × 10 <sup>0</sup>	247.58	+1.28 × 10 <sup>0</sup>	179.22	+8.37 × 10 <sup>-1</sup>	150.20	+7.16 × 10 <sup>-1</sup>
67.76	0.360	443.55	+2.20 × 10 <sup>0</sup>	264.21	+1.33 × 10 <sup>0</sup>	190.31	+8.78 × 10 <sup>-1</sup>	159.27	+6.74 × 10 <sup>-1</sup>
77.17	0.274	463.28	+1.89 × 10 <sup>0</sup>	276.10	+1.16 × 10 <sup>0</sup>	198.18	+7.83 × 10 <sup>-1</sup>	164.90	+5.14 × 10 <sup>-1</sup>
84.13	0.206	474.91	+1.45 × 10 <sup>0</sup>	283.25	+8.86 × 10 <sup>-1</sup>	203.09	+5.95 × 10 <sup>-1</sup>	167.58	+1.96 × 10 <sup>-1</sup>
89.27	0.154	479.29	-1.67 × 10 <sup>-1</sup>	285.91	-1.05 × 10 <sup>-1</sup>	204.75	-1.19 × 10 <sup>-1</sup>	167.05	-5.21 × 10 <sup>-1</sup>
93.17	0.117	478.06	+4.80 × 10 <sup>-1</sup>	285.21	+3.36 × 10 <sup>-1</sup>	204.20	+2.81 × 10 <sup>-1</sup>	165.75	+4.47 × 10 <sup>-1</sup>
94.45	0.107	477.54	-2.75 × 10 <sup>0</sup>	284.94	-1.67 × 10 <sup>0</sup>	204.07	-1.14 × 10 <sup>0</sup>	166.16	-3.62 × 10 <sup>-1</sup>
96.22	0.130	473.50	+3.92 × 10 <sup>0</sup>	282.43	+2.36 × 10 <sup>0</sup>	202.29	+1.62 × 10 <sup>0</sup>	165.20	+8.31 × 10 <sup>-1</sup>
97.60	0.109	482.91	+3.34 × 10 <sup>0</sup>	288.17	+2.06 × 10 <sup>0</sup>	206.27	+1.43 × 10 <sup>0</sup>	167.34	+6.91 × 10 <sup>-1</sup>
99.44	0.086	474.93	-6.54 × 10 <sup>0</sup>	283.37	-3.95 × 10 <sup>0</sup>	202.93	-2.77 × 10 <sup>0</sup>	164.95	-2.04 × 10 <sup>0</sup>
101.10	0.070	466.75	-4.67 × 10 <sup>0</sup>	278.43	-2.82 × 10 <sup>0</sup>	199.43	-1.99 × 10 <sup>0</sup>	162.00	-1.69 × 10 <sup>0</sup>
102.92	0.054	456.58	-6.24 × 10 <sup>0</sup>	272.30	-3.75 × 10 <sup>0</sup>	195.13	-2.63 × 10 <sup>0</sup>	158.57	-2.16 × 10 <sup>0</sup>
104.62	0.041	444.91	-7.76 × 10 <sup>0</sup>	265.28	-4.69 × 10 <sup>0</sup>	190.18	-3.33 × 10 <sup>0</sup>	154.37	-2.77 × 10 <sup>0</sup>
106.06	0.031	432.21	-9.95 × 10 <sup>0</sup>	257.60	-6.01 × 10 <sup>0</sup>	184.74	-4.21 × 10 <sup>0</sup>	150.19	-2.93 × 10 <sup>0</sup>
107.23	0.023	418.90	-1.33 × 10 <sup>1</sup>	249.59	-7.96 × 10 <sup>0</sup>	179.13	-5.61 × 10 <sup>0</sup>	146.19	-4.47 × 10 <sup>0</sup>
108.16	0.017	405.41	-1.52 × 10 <sup>1</sup>	241.48	-9.15 × 10 <sup>0</sup>	173.42	-6.37 × 10 <sup>0</sup>	141.63	-4.48 × 10 <sup>0</sup>
110.22	0.002	330.19	-7.91 × 10 <sup>1</sup>	196.39	-4.72 × 10 <sup>1</sup>	141.59	-3.38 × 10 <sup>1</sup>	116.85	-2.99 × 10 <sup>1</sup>
110.52	0.000	300.31	-1.31 × 10 <sup>2</sup>	178.60	-7.81 × 10 <sup>1</sup>	128.83	-5.60 × 10 <sup>1</sup>	105.61	-4.84 × 10 <sup>1</sup>
110.66	0.000	280.07	-1.51 × 10 <sup>2</sup>	166.55	-9.00 × 10 <sup>1</sup>	120.19	-6.45 × 10 <sup>1</sup>	98.21	-5.51 × 10 <sup>1</sup>

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.893	93.06	+5.94 × 10 <sup>-1</sup>	154.76	+1.08 × 10 <sup>0</sup>	149.94	+8.98 × 10 <sup>-1</sup>	138.55	+7.86 × 10 <sup>-1</sup>
19.95	0.741	102.00	+5.48 × 10 <sup>-1</sup>	171.00	+1.00 × 10 <sup>0</sup>	162.95	+7.27 × 10 <sup>-1</sup>	150.46	+7.37 × 10 <sup>-1</sup>
24.07	0.709	104.23	+5.35 × 10 <sup>-1</sup>	175.07	+9.74 × 10 <sup>-1</sup>	165.79	+6.60 × 10 <sup>-1</sup>	153.45	+7.19 × 10 <sup>-1</sup>
37.88	0.603	111.60	+5.36 × 10 <sup>-1</sup>	188.34	+9.62 × 10 <sup>-1</sup>	174.04	+5.47 × 10 <sup>-1</sup>	163.30	+7.18 × 10 <sup>-1</sup>
55.12	0.469	121.24	+5.98 × 10 <sup>-1</sup>	205.58	+1.06 × 10 <sup>0</sup>	183.41	+5.88 × 10 <sup>-1</sup>	176.38	+8.19 × 10 <sup>-1</sup>
67.76	0.360	129.03	+6.14 × 10 <sup>-1</sup>	219.32	+1.09 × 10 <sup>0</sup>	191.43	+6.61 × 10 <sup>-1</sup>	186.87	+7.93 × 10 <sup>-1</sup>
77.17	0.274	134.49	+5.32 × 10 <sup>-1</sup>	229.12	+9.55 × 10 <sup>-1</sup>	197.61	+6.43 × 10 <sup>-1</sup>	193.98	+7.44 × 10 <sup>-1</sup>
84.13	0.206	137.75	+3.86 × 10 <sup>-1</sup>	235.04	+7.34 × 10 <sup>-1</sup>	201.63	+4.67 × 10 <sup>-1</sup>	197.75	+1.28 × 10 <sup>-1</sup>
89.27	0.154	138.73	-1.28 × 10 <sup>-1</sup>	237.24	-8.61 × 10 <sup>-2</sup>	202.61	-2.46 × 10 <sup>-1</sup>	193.97	-2.00 × 10 <sup>0</sup>
93.17	0.117	138.28	+2.42 × 10 <sup>-1</sup>	236.68	+2.84 × 10 <sup>-1</sup>	201.74	+2.74 × 10 <sup>-1</sup>	189.43	+1.77 × 10 <sup>0</sup>
94.45	0.107	138.28	-7.07 × 10 <sup>-1</sup>	236.46	-1.38 × 10 <sup>0</sup>	201.71	-9.34 × 10 <sup>-1</sup>	192.40	+1.78 × 10 <sup>0</sup>
96.22	0.130	137.11	+1.06 × 10 <sup>0</sup>	234.38	+1.94 × 10 <sup>0</sup>	200.24	+1.48 × 10 <sup>0</sup>	193.30	+2.16 × 10 <sup>-1</sup>
97.60	0.109	139.75	+9.57 × 10 <sup>-1</sup>	239.11	+1.71 × 10 <sup>0</sup>	203.77	+1.21 × 10 <sup>0</sup>	193.77	+3.65 × 10 <sup>-2</sup>
99.44	0.086	137.53	-1.86 × 10 <sup>0</sup>	235.17	-3.25 × 10 <sup>0</sup>	200.50	-2.69 × 10 <sup>0</sup>	191.90	-2.15 × 10 <sup>0</sup>
101.10	0.070	135.15	-1.36 × 10 <sup>0</sup>	231.10	-2.32 × 10 <sup>0</sup>	196.99	-2.01 × 10 <sup>0</sup>	187.52	-2.51 × 10 <sup>0</sup>
102.92	0.054	132.22	-1.80 × 10 <sup>0</sup>	226.06	-3.08 × 10 <sup>0</sup>	192.71	-2.63 × 10 <sup>0</sup>	182.90	-3.41 × 10 <sup>0</sup>
104.62	0.041	128.82	-2.26 × 10 <sup>0</sup>	220.29	-3.86 × 10 <sup>0</sup>	187.72	-3.34 × 10 <sup>0</sup>	175.75	-4.22 × 10 <sup>0</sup>
106.06	0.031	125.18	-2.79 × 10 <sup>0</sup>	213.95	-4.96 × 10 <sup>0</sup>	182.37	-4.04 × 10 <sup>0</sup>	170.93	-2.26 × 10 <sup>0</sup>
107.23	0.023	121.44	-3.80 × 10 <sup>0</sup>	207.34	-6.56 × 10 <sup>0</sup>	176.96	-5.58 × 10 <sup>0</sup>	167.34	-5.75 × 10 <sup>0</sup>
108.16	0.017	117.56	-4.29 × 10 <sup>0</sup>	200.65	-7.55 × 10 <sup>0</sup>	171.32	-5.96 × 10 <sup>0</sup>	161.44	-3.94 × 10 <sup>0</sup>
110.22	0.002	96.12	-2.30 × 10 <sup>1</sup>	163.32	-3.91 × 10 <sup>1</sup>	140.14	-3.50 × 10 <sup>1</sup>	133.53	-4.47 × 10 <sup>1</sup>
110.52	0.000	87.46	-3.80 × 10 <sup>1</sup>	148.56	-6.49 × 10 <sup>1</sup>	126.94	-5.76 × 10 <sup>1</sup>	117.51	-6.30 × 10 <sup>1</sup>
110.66	0.000	81.61	-4.37 × 10 <sup>1</sup>	138.54	-7.48 × 10 <sup>1</sup>	118.09	-6.61 × 10 <sup>1</sup>	108.24	-6.79 × 10 <sup>1</sup>

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	348.97	$+2.70 \times 10^0$	208.10	$+1.61 \times 10^0$	151.61	$+1.02 \times 10^0$	127.31	$+9.25 \times 10^{-1}$
12.06	0.809	376.28	$+2.57 \times 10^0$	224.48	$+1.56 \times 10^0$	162.20	$+1.05 \times 10^0$	136.58	$+8.56 \times 10^{-1}$
19.53	0.742	395.04	$+2.48 \times 10^0$	235.89	$+1.50 \times 10^0$	170.06	$+1.02 \times 10^0$	142.56	$+7.42 \times 10^{-1}$
23.43	0.709	404.64	$+2.44 \times 10^0$	241.67	$+1.47 \times 10^0$	173.98	$+9.94 \times 10^{-1}$	145.37	$+7.07 \times 10^{-1}$
39.83	0.585	443.38	$+2.35 \times 10^0$	265.06	$+1.42 \times 10^0$	190.17	$+9.89 \times 10^{-1}$	156.37	$+6.03 \times 10^{-1}$
56.38	0.456	483.80	$+2.59 \times 10^0$	289.57	$+1.58 \times 10^0$	207.27	$+1.11 \times 10^0$	166.01	$+6.44 \times 10^{-1}$
68.54	0.348	516.94	$+2.85 \times 10^0$	309.81	$+1.74 \times 10^0$	221.54	$+1.22 \times 10^0$	174.72	$+7.55 \times 10^{-1}$
77.44	0.258	541.73	$+2.59 \times 10^0$	324.96	$+1.59 \times 10^0$	232.17	$+1.12 \times 10^0$	181.44	$+7.50 \times 10^{-1}$
83.92	0.189	555.78	$+1.58 \times 10^0$	333.62	$+9.79 \times 10^{-1}$	238.32	$+6.98 \times 10^{-1}$	185.69	$+4.73 \times 10^{-1}$
88.76	0.138	559.75	$-1.26 \times 10^{-1}$	336.13	$-5.47 \times 10^{-2}$	240.13	$-2.96 \times 10^{-2}$	186.72	$-1.02 \times 10^{-1}$
92.27	0.102	556.04	$-2.10 \times 10^0$	333.91	$-1.29 \times 10^0$	238.57	$-9.21 \times 10^{-1}$	185.26	$-7.76 \times 10^{-1}$
95.10	0.076	546.81	$-4.64 \times 10^0$	328.28	$-2.79 \times 10^0$	234.59	$-1.94 \times 10^0$	182.11	$-1.46 \times 10^0$
97.37	0.056	533.49	$-7.03 \times 10^0$	320.27	$-4.28 \times 10^0$	229.04	$-3.01 \times 10^0$	177.96	$-2.28 \times 10^0$
99.17	0.041	518.20	$-1.05 \times 10^1$	310.92	$-6.42 \times 10^0$	222.41	$-4.54 \times 10^0$	172.86	$-3.53 \times 10^0$
100.58	0.029	500.73	$-1.41 \times 10^1$	300.32	$-8.52 \times 10^0$	214.93	$-6.00 \times 10^0$	167.10	$-4.56 \times 10^0$
101.68	0.021	483.67	$-2.33 \times 10^1$	289.99	$-1.42 \times 10^1$	207.66	$-1.01 \times 10^1$	161.55	$-7.70 \times 10^0$
103.04	0.011	451.93	$-6.50 \times 10^1$	270.67	$-3.92 \times 10^1$	193.95	$-2.77 \times 10^1$	151.08	$-2.13 \times 10^1$
104.51	0.000	356.44	$-1.37 \times 10^2$	213.10	$-8.12 \times 10^1$	153.19	$-5.71 \times 10^1$	119.70	$-4.57 \times 10^1$
104.62	0.000	341.39	$-2.10 \times 10^2$	204.17	$-1.26 \times 10^2$	146.91	$-8.98 \times 10^1$	114.67	$-6.90 \times 10^1$
104.82	0.000	299.42	$-6.68 \times 10^0$	178.98	$-4.02 \times 10^0$	128.95	$-2.89 \times 10^0$	100.88	$-2.32 \times 10^0$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	102.27	$+7.64 \times 10^{-1}$	172.79	$+1.33 \times 10^0$	159.15	$+7.42 \times 10^{-1}$	148.61	$+1.02 \times 10^0$
12.06	0.809	110.05	$+7.45 \times 10^{-1}$	186.36	$+1.30 \times 10^0$	166.85	$+7.66 \times 10^{-1}$	159.13	$+1.03 \times 10^0$
19.53	0.742	115.49	$+7.07 \times 10^{-1}$	195.84	$+1.24 \times 10^0$	172.67	$+7.86 \times 10^{-1}$	166.77	$+9.90 \times 10^{-1}$
23.43	0.709	118.21	$+6.90 \times 10^{-1}$	200.63	$+1.21 \times 10^0$	175.75	$+7.95 \times 10^{-1}$	170.56	$+9.59 \times 10^{-1}$
39.83	0.585	129.27	$+6.66 \times 10^{-1}$	219.95	$+1.17 \times 10^0$	189.41	$+8.74 \times 10^{-1}$	185.78	$+8.78 \times 10^{-1}$
56.38	0.456	140.63	$+7.29 \times 10^{-1}$	240.16	$+1.30 \times 10^0$	205.02	$+1.04 \times 10^0$	201.36	$+1.14 \times 10^0$
68.54	0.348	149.81	$+7.58 \times 10^{-1}$	256.84	$+1.43 \times 10^0$	218.38	$+1.14 \times 10^0$	212.12	$+1.37 \times 10^{-1}$
77.44	0.258	156.26	$+6.71 \times 10^{-1}$	269.26	$+1.30 \times 10^0$	228.16	$+1.01 \times 10^0$	209.86	$-1.25 \times 10^{-1}$
83.92	0.189	159.85	$+3.77 \times 10^{-1}$	276.38	$+8.04 \times 10^{-1}$	233.71	$+6.46 \times 10^{-1}$	209.95	$-1.82 \times 10^{-1}$
88.76	0.138	160.34	$-2.75 \times 10^{-1}$	278.45	$-4.21 \times 10^{-2}$	234.72	$-4.66 \times 10^{-1}$	207.68	$-6.43 \times 10^{-1}$
92.27	0.102	158.41	$-7.56 \times 10^{-1}$	276.63	$-1.07 \times 10^0$	231.23	$-1.40 \times 10^0$	204.95	$-1.00 \times 10^0$
95.10	0.076	155.68	$-1.27 \times 10^0$	272.00	$-2.28 \times 10^0$	226.51	$-1.99 \times 10^0$	201.29	$-1.61 \times 10^0$
97.37	0.056	152.10	$-1.86 \times 10^0$	265.47	$-3.51 \times 10^0$	221.34	$-2.55 \times 10^0$	196.76	$-2.49 \times 10^0$
99.17	0.041	147.94	$-3.02 \times 10^0$	257.78	$-5.28 \times 10^0$	215.23	$-4.90 \times 10^0$	191.12	$-3.93 \times 10^0$
100.58	0.029	142.87	$-3.98 \times 10^0$	249.07	$-6.99 \times 10^0$	207.07	$-5.87 \times 10^0$	184.70	$-5.04 \times 10^0$
101.68	0.021	138.05	$-6.25 \times 10^0$	240.58	$-1.17 \times 10^1$	199.62	$-8.78 \times 10^0$	178.60	$-8.48 \times 10^0$
103.04	0.011	129.55	$-1.82 \times 10^1$	224.65	$-3.24 \times 10^1$	187.68	$-2.75 \times 10^1$	167.07	$-2.37 \times 10^1$
104.51	0.000	102.79	$-4.36 \times 10^1$	177.07	$-6.73 \times 10^1$	147.23	$-9.19 \times 10^1$	132.19	$-5.11 \times 10^1$
104.62	0.000	97.99	$-5.80 \times 10^1$	169.67	$-1.05 \times 10^2$	137.13	$-8.38 \times 10^1$	126.57	$-7.64 \times 10^1$
104.82	0.000	86.39	$-2.15 \times 10^0$	148.75	$-4.19 \times 10^0$	120.36	$-1.53 \times 10^1$	111.30	$-3.06 \times 10^0$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes p sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,0}$		$p_{0,2}$		$p_{0,4}$		$p_{0,6}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	386.86	$+3.10 \times 10^0$	231.59	$+1.85 \times 10^0$	166.62	$+1.27 \times 10^0$	138.31	$+7.94 \times 10^{-1}$
12.06	0.809	418.38	$+3.00 \times 10^0$	250.53	$+1.83 \times 10^0$	179.77	$+1.30 \times 10^0$	146.47	$+7.95 \times 10^{-1}$
19.66	0.741	440.57	$+2.83 \times 10^0$	264.13	$+1.73 \times 10^0$	189.52	$+1.23 \times 10^0$	152.36	$+7.38 \times 10^{-1}$
23.84	0.707	452.26	$+2.78 \times 10^0$	271.23	$+1.68 \times 10^0$	194.53	$+1.18 \times 10^0$	155.39	$+7.25 \times 10^{-1}$
39.40	0.588	495.38	$+2.78 \times 10^0$	297.37	$+1.69 \times 10^0$	212.94	$+1.19 \times 10^0$	167.40	$+7.96 \times 10^{-1}$
55.93	0.456	543.54	$+3.16 \times 10^0$	326.68	$+1.93 \times 10^0$	233.56	$+1.36 \times 10^0$	181.55	$+9.76 \times 10^{-1}$
68.06	0.348	583.24	$+3.24 \times 10^0$	351.03	$+1.99 \times 10^0$	250.81	$+1.41 \times 10^0$	194.26	$+1.06 \times 10^0$
77.10	0.266	611.27	$+2.97 \times 10^0$	368.30	$+1.83 \times 10^0$	263.05	$+1.29 \times 10^0$	203.43	$+9.58 \times 10^{-1}$
83.80	0.197	628.81	$+2.01 \times 10^0$	379.09	$+1.24 \times 10^0$	270.66	$+8.82 \times 10^{-1}$	209.08	$+6.63 \times 10^{-1}$
88.45	0.151	635.07	$+6.24 \times 10^{-1}$	383.03	$+4.14 \times 10^{-1}$	273.50	$+3.11 \times 10^{-1}$	211.23	$+2.33 \times 10^{-1}$
91.08	0.124	635.24	$-6.05 \times 10^{-1}$	383.20	$-3.70 \times 10^{-1}$	273.65	$-2.62 \times 10^{-1}$	211.31	$-2.24 \times 10^{-1}$
93.82	0.099	631.36	$-2.22 \times 10^0$	380.79	$-1.37 \times 10^0$	271.92	$-9.73 \times 10^{-1}$	209.91	$-7.67 \times 10^{-1}$
96.05	0.080	624.68	$-3.92 \times 10^0$	376.69	$-2.40 \times 10^0$	269.03	$-1.68 \times 10^0$	207.68	$-1.29 \times 10^0$
98.37	0.061	612.73	$-6.49 \times 10^0$	369.41	$-3.95 \times 10^0$	263.93	$-2.75 \times 10^0$	203.78	$-2.10 \times 10^0$
100.23	0.046	597.76	$-1.00 \times 10^1$	360.31	$-6.08 \times 10^0$	257.58	$-4.26 \times 10^0$	198.94	$-3.24 \times 10^0$
101.76	0.034	579.58	$-1.52 \times 10^1$	349.20	$-9.36 \times 10^0$	249.76	$-6.65 \times 10^0$	192.96	$-5.12 \times 10^0$
102.99	0.025	560.90	$-1.92 \times 10^1$	337.69	$-1.17 \times 10^1$	241.58	$-8.24 \times 10^0$	186.66	$-6.31 \times 10^0$
103.97	0.018	542.10	$-3.80 \times 10^1$	326.23	$-2.31 \times 10^1$	233.51	$-1.63 \times 10^1$	180.48	$-1.25 \times 10^1$
105.76	0.005	474.16	$-9.88 \times 10^1$	284.90	$-5.98 \times 10^1$	204.32	$-4.22 \times 10^1$	158.19	$-3.26 \times 10^1$
106.48	0.000	403.00	$-1.85 \times 10^2$	241.88	$-1.11 \times 10^2$	173.90	$-7.88 \times 10^1$	134.74	$-6.09 \times 10^1$
106.58	0.000	384.48	$-2.30 \times 10^2$	230.74	$-1.38 \times 10^2$	166.02	$-9.83 \times 10^1$	128.65	$-7.55 \times 10^1$
106.77	0.000	340.87	$-1.62 \times 10^2$	204.47	$-9.79 \times 10^1$	147.34	$-7.02 \times 10^1$	114.31	$-5.33 \times 10^1$

âge (Ma)	$Y_c$	$p_{0,8}$		$p_{1,4}$		$p_{2,4}$		$p_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	113.44	$+8.84 \times 10^{-1}$	192.24	$+1.53 \times 10^0$	167.31	$+1.06 \times 10^0$	162.61	$+1.17 \times 10^0$
12.06	0.809	122.44	$+8.62 \times 10^{-1}$	207.88	$+1.52 \times 10^0$	178.63	$+1.18 \times 10^0$	174.84	$+1.23 \times 10^0$
19.66	0.741	128.80	$+8.02 \times 10^{-1}$	219.17	$+1.43 \times 10^0$	187.75	$+1.16 \times 10^0$	184.11	$+1.16 \times 10^0$
23.84	0.707	132.08	$+7.79 \times 10^{-1}$	225.03	$+1.39 \times 10^0$	192.44	$+1.10 \times 10^0$	188.76	$+1.07 \times 10^0$
39.40	0.588	144.12	$+7.55 \times 10^{-1}$	246.55	$+1.39 \times 10^0$	209.76	$+1.14 \times 10^0$	205.45	$+1.19 \times 10^0$
55.93	0.456	156.23	$+7.21 \times 10^{-1}$	270.59	$+1.58 \times 10^0$	229.22	$+1.22 \times 10^0$	221.52	$+3.07 \times 10^{-1}$
68.06	0.348	164.82	$+6.85 \times 10^{-1}$	290.55	$+1.63 \times 10^0$	245.23	$+1.49 \times 10^0$	220.84	$+3.88 \times 10^{-2}$
77.10	0.266	170.46	$+5.27 \times 10^{-1}$	304.67	$+1.49 \times 10^0$	255.45	$+2.21 \times 10^{-1}$	224.31	$+6.62 \times 10^{-1}$
83.80	0.197	173.56	$+4.31 \times 10^{-1}$	313.43	$+1.01 \times 10^0$	254.61	$+2.61 \times 10^{-1}$	229.02	$+6.31 \times 10^{-1}$
88.45	0.151	174.95	$+2.98 \times 10^{-2}$	316.64	$+3.33 \times 10^{-1}$	253.45	$-2.05 \times 10^0$	231.04	$+1.65 \times 10^{-1}$
91.08	0.124	174.50	$-3.41 \times 10^{-1}$	316.75	$-3.19 \times 10^{-1}$	246.26	$-2.35 \times 10^0$	230.84	$-3.60 \times 10^{-1}$
93.82	0.099	173.11	$-6.84 \times 10^{-1}$	314.73	$-1.12 \times 10^0$	242.16	$-1.28 \times 10^0$	229.04	$-9.12 \times 10^{-1}$
96.05	0.080	171.18	$-1.08 \times 10^0$	311.37	$-1.98 \times 10^0$	238.76	$-1.66 \times 10^0$	226.49	$-1.43 \times 10^0$
98.37	0.061	167.96	$-1.77 \times 10^0$	305.42	$-3.13 \times 10^0$	233.82	$-3.05 \times 10^0$	222.25	$-2.26 \times 10^0$
100.23	0.046	163.89	$-2.67 \times 10^0$	298.00	$-5.28 \times 10^0$	226.84	$-4.07 \times 10^0$	217.07	$-3.47 \times 10^0$
101.76	0.034	159.15	$-3.95 \times 10^0$	288.93	$-7.66 \times 10^0$	221.87	$-2.58 \times 10^0$	210.64	$-5.55 \times 10^0$
102.99	0.025	154.30	$-5.26 \times 10^0$	279.52	$-9.57 \times 10^0$	218.70	$-8.39 \times 10^0$	203.81	$-6.78 \times 10^0$
103.97	0.018	149.15	$-9.82 \times 10^0$	270.14	$-1.89 \times 10^1$	210.48	$-1.22 \times 10^1$	197.17	$-1.34 \times 10^1$
105.76	0.005	131.58	$-2.81 \times 10^1$	236.24	$-4.94 \times 10^1$	188.69	$-4.98 \times 10^1$	173.24	$-3.60 \times 10^1$
106.48	0.000	111.34	$-5.37 \times 10^1$	200.68	$+5.91 \times 10^1$	152.81	$-8.45 \times 10^1$	147.30	$-6.87 \times 10^1$
106.58	0.000	105.97	$-6.05 \times 10^1$	206.60	$-1.95 \times 10^2$	144.36	$-8.37 \times 10^1$	140.43	$-8.16 \times 10^1$
106.77	0.000	94.48	$-3.70 \times 10^1$	169.60	$-8.08 \times 10^1$	128.46	$-5.55 \times 10^1$	124.93	$-5.64 \times 10^1$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes g sur la séquence  $M = 0.4690 + 0.0001 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,1}$		$g_{3,2}$		$g_{3,3}$		$g_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.896	237.49	$+1.96 \times 10^{-1}$	326.36	$-8.26 \times 10^{-1}$	415.76	$-1.68 \times 10^0$	501.63	$-1.34 \times 10^0$
23.34	0.726	238.83	$-1.79 \times 10^{-1}$	310.87	$-8.14 \times 10^{-1}$	391.96	$-4.32 \times 10^{-1}$	485.79	$+1.64 \times 10^{-1}$
39.31	0.611	232.88	$-4.43 \times 10^{-1}$	300.74	$-2.86 \times 10^{-1}$	396.59	$+6.79 \times 10^{-1}$	501.02	$+1.26 \times 10^0$
58.04	0.476	225.24	$-4.01 \times 10^{-1}$	302.20	$+1.98 \times 10^{-1}$	409.35	$+6.21 \times 10^{-1}$	520.96	$+8.93 \times 10^{-1}$
71.77	0.366	217.52	$-8.72 \times 10^{-1}$	303.03	$-1.24 \times 10^{-1}$	415.74	$+2.45 \times 10^{-1}$	530.96	$+5.08 \times 10^{-1}$
81.82	0.274	210.76	$+5.82 \times 10^{-2}$	302.42	$+2.34 \times 10^{-1}$	417.57	$+2.64 \times 10^{-1}$	534.01	$+9.70 \times 10^{-2}$
89.23	0.204	210.38	$-1.20 \times 10^0$	302.73	$-7.29 \times 10^{-1}$	417.40	$-7.63 \times 10^{-1}$	531.78	$-9.41 \times 10^{-1}$
94.80	0.149	199.24	$-1.95 \times 10^0$	295.15	$-1.61 \times 10^0$	409.26	$-1.96 \times 10^0$	521.25	$-3.12 \times 10^0$
98.98	0.108	192.39	$-1.69 \times 10^0$	288.23	$-1.85 \times 10^0$	400.14	$-2.39 \times 10^0$	506.39	$-3.29 \times 10^0$
102.26	0.082	187.37	$-8.83 \times 10^{-1}$	281.94	$-1.78 \times 10^0$	391.55	$-2.91 \times 10^0$	494.27	$-5.27 \times 10^0$
104.84	0.059	185.13	$-1.74 \times 10^0$	276.61	$-2.92 \times 10^0$	382.42	$-4.51 \times 10^0$	477.56	$-6.73 \times 10^0$
106.88	0.044	179.62	$-3.24 \times 10^0$	269.18	$-3.97 \times 10^0$	371.91	$-5.38 \times 10^0$	463.15	$-8.29 \times 10^0$
108.49	0.032	174.10	$-3.72 \times 10^0$	262.18	$-5.15 \times 10^0$	362.14	$-7.58 \times 10^0$	446.41	$-1.29 \times 10^1$
109.75	0.023	169.09	$-4.21 \times 10^0$	255.22	$-5.32 \times 10^0$	351.99	$-7.17 \times 10^0$	430.80	$-8.97 \times 10^0$
111.04	0.014	160.51	$-1.13 \times 10^1$	244.12	$-1.60 \times 10^1$	336.87	$-2.31 \times 10^1$	411.95	$-3.23 \times 10^1$
112.97	0.000	125.31	$-2.17 \times 10^1$	191.24	$-3.31 \times 10^1$	257.27	$-5.03 \times 10^1$	292.18	$-7.69 \times 10^1$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,5}$		$g_{3,6}$		$g_{1,4}$		$g_{2,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.896	583.24	$-5.85 \times 10^{-1}$	664.23	$+1.90 \times 10^{-1}$	1137.51	$-1.07 \times 10^0$	680.10	$-1.24 \times 10^0$
23.34	0.726	580.43	$+7.23 \times 10^{-1}$	674.38	$+1.24 \times 10^0$	1132.19	$+1.29 \times 10^0$	667.56	$+4.91 \times 10^{-1}$
39.31	0.611	602.67	$+1.62 \times 10^0$	702.65	$+1.95 \times 10^0$	1172.53	$+3.00 \times 10^0$	689.90	$+1.75 \times 10^0$
58.04	0.476	628.18	$+1.08 \times 10^0$	733.56	$+1.24 \times 10^0$	1220.63	$+2.02 \times 10^0$	717.81	$+1.23 \times 10^0$
71.77	0.366	640.78	$+8.03 \times 10^{-1}$	747.71	$+9.91 \times 10^{-1}$	1243.13	$+1.35 \times 10^0$	731.31	$+6.83 \times 10^{-1}$
81.82	0.274	643.25	$-8.24 \times 10^{-1}$	739.30	$-4.59 \times 10^0$	1247.94	$-1.11 \times 10^0$	734.87	$-4.56 \times 10^{-2}$
89.23	0.204	629.30	$-2.83 \times 10^0$	690.61	$-6.35 \times 10^0$	1232.48	$-2.33 \times 10^0$	730.32	$-1.41 \times 10^0$
94.80	0.149	602.78	$-7.99 \times 10^0$	661.08	$-5.02 \times 10^0$	1207.94	$-8.91 \times 10^0$	714.72	$-4.83 \times 10^0$
98.98	0.108	566.42	$-6.73 \times 10^0$	640.12	$-4.65 \times 10^0$	1163.54	$-8.84 \times 10^0$	691.82	$-4.79 \times 10^0$
102.26	0.082	549.77	$-5.43 \times 10^0$	626.60	$-3.65 \times 10^0$	1134.37	$-1.32 \times 10^1$	674.86	$-7.53 \times 10^0$
104.84	0.059	533.23	$-6.53 \times 10^0$	615.36	$-6.11 \times 10^0$	1092.64	$-1.56 \times 10^1$	651.03	$-9.24 \times 10^0$
106.88	0.044	517.52	$-1.06 \times 10^1$	599.26	$-9.24 \times 10^0$	1059.67	$-2.07 \times 10^1$	631.35	$-1.18 \times 10^1$
108.49	0.032	496.90	$-1.35 \times 10^1$	582.58	$-1.19 \times 10^1$	1017.25	$-3.09 \times 10^1$	607.33	$-1.81 \times 10^1$
109.75	0.023	481.43	$-1.06 \times 10^1$	567.01	$-1.17 \times 10^1$	981.28	$-2.12 \times 10^1$	585.94	$-1.23 \times 10^1$
111.04	0.014	459.24	$-3.27 \times 10^1$	541.78	$-3.69 \times 10^1$	934.43	$-7.93 \times 10^1$	559.25	$-4.58 \times 10^1$
112.97	0.000	349.47	$-6.90 \times 10^1$	418.81	$-7.71 \times 10^1$	645.13	$-1.85 \times 10^2$	390.44	$-1.08 \times 10^2$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes g sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0002 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,1}$		$g_{3,2}$		$g_{3,3}$		$g_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	240.56	$+2.05 \times 10^{-1}$	332.20	$-7.69 \times 10^{-1}$	425.16	$-2.74 \times 10^0$	495.76	$-1.83 \times 10^0$
12.06	0.811	242.42	$+1.33 \times 10^{-1}$	324.54	$-6.98 \times 10^{-1}$	402.56	$-1.12 \times 10^0$	483.39	$+3.92 \times 10^{-2}$
18.98	0.750	242.82	$-4.20 \times 10^{-2}$	319.32	$-9.17 \times 10^{-1}$	399.51	$-1.81 \times 10^{-1}$	488.89	$+1.05 \times 10^0$
21.73	0.727	242.40	$-3.26 \times 10^{-1}$	316.34	$-1.31 \times 10^0$	398.84	$-3.11 \times 10^{-1}$	491.51	$+8.69 \times 10^{-1}$
28.83	0.673	237.92	$-6.39 \times 10^{-1}$	305.57	$-1.18 \times 10^0$	397.08	$+5.32 \times 10^{-2}$	497.34	$+9.28 \times 10^{-1}$
46.87	0.537	232.21	$-4.08 \times 10^{-1}$	306.07	$+2.41 \times 10^{-1}$	410.49	$+7.56 \times 10^{-1}$	518.98	$+1.07 \times 10^0$
61.90	0.418	224.09	$-3.83 \times 10^{-1}$	306.59	$+2.74 \times 10^{-1}$	418.65	$+6.69 \times 10^{-1}$	532.40	$+9.67 \times 10^{-1}$
73.01	0.317	221.76	$-1.92 \times 10^{-1}$	309.37	$-3.05 \times 10^{-1}$	424.83	$-1.33 \times 10^{-2}$	540.97	$+1.37 \times 10^{-1}$
81.14	0.236	221.16	$+2.63 \times 10^{-1}$	304.02	$-5.70 \times 10^{-1}$	421.70	$-3.77 \times 10^{-1}$	538.62	$-3.56 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	223.37	$+1.57 \times 10^{-1}$	300.96	$-7.70 \times 10^{-1}$	418.70	$-1.02 \times 10^0$	533.82	$-1.89 \times 10^0$
91.79	0.129	222.60	$-4.20 \times 10^{-1}$	295.73	$-1.42 \times 10^0$	411.20	$-2.13 \times 10^0$	521.42	$-2.99 \times 10^0$
95.14	0.099	220.37	$-1.02 \times 10^0$	290.65	$-1.58 \times 10^0$	403.28	$-2.54 \times 10^0$	509.63	$-4.74 \times 10^0$
97.94	0.073	216.28	$-1.94 \times 10^0$	285.40	$-2.44 \times 10^0$	394.76	$-3.96 \times 10^0$	493.02	$-6.72 \times 10^0$
100.12	0.054	211.15	$-2.78 \times 10^0$	278.37	$-4.14 \times 10^0$	384.42	$-5.26 \times 10^0$	477.67	$-7.38 \times 10^0$
101.71	0.041	206.07	$-3.73 \times 10^0$	270.90	$-5.05 \times 10^0$	374.95	$-7.15 \times 10^0$	464.70	$-9.44 \times 10^0$
103.17	0.030	199.90	$-5.07 \times 10^0$	263.39	$-5.25 \times 10^0$	364.33	$-8.03 \times 10^0$	448.51	$-1.18 \times 10^1$
104.28	0.022	194.28	$-1.14 \times 10^1$	257.56	$-1.26 \times 10^1$	355.42	$-1.84 \times 10^1$	435.44	$-2.54 \times 10^1$
106.49	0.005	169.15	$-3.61 \times 10^1$	229.80	$-5.69 \times 10^1$	314.73	$-9.11 \times 10^1$	379.31	$-1.37 \times 10^2$
107.23	0.000	142.43	$-6.72 \times 10^1$	187.68	$-1.20 \times 10^2$	247.34	$-3.05 \times 10^2$	278.22	$-2.64 \times 10^2$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,5}$		$g_{3,6}$		$g_{1,4}$		$g_{2,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	535.15	$-1.17 \times 10^0$	620.73	$-4.31 \times 10^0$	1162.35	$-6.38 \times 10^0$	686.22	$-3.51 \times 10^0$
12.06	0.811	529.36	$+6.41 \times 10^{-1}$	590.81	$-1.17 \times 10^{-1}$	1119.83	$+3.42 \times 10^{-1}$	662.37	$+4.43 \times 10^{-2}$
18.98	0.750	539.15	$+1.75 \times 10^0$	601.28	$+1.95 \times 10^0$	1139.67	$+3.39 \times 10^0$	672.10	$+1.74 \times 10^0$
21.73	0.727	544.02	$+1.86 \times 10^0$	606.13	$+1.70 \times 10^0$	1147.70	$+2.58 \times 10^0$	676.27	$+1.35 \times 10^0$
28.83	0.673	558.73	$+2.08 \times 10^0$	618.80	$+1.83 \times 10^0$	1164.61	$+2.52 \times 10^0$	685.17	$+1.37 \times 10^0$
46.87	0.537	589.18	$+1.43 \times 10^0$	649.50	$+1.43 \times 10^0$	1217.30	$+2.52 \times 10^0$	715.57	$+1.48 \times 10^0$
61.90	0.418	610.41	$+1.49 \times 10^0$	668.64	$+1.29 \times 10^0$	1248.31	$+2.16 \times 10^0$	733.89	$+1.31 \times 10^0$
73.01	0.317	624.52	$+7.17 \times 10^{-1}$	679.84	$+3.11 \times 10^{-1}$	1266.22	$+2.09 \times 10^{-2}$	745.14	$+9.52 \times 10^{-2}$
81.14	0.236	625.99	$-2.41 \times 10^{-1}$	670.66	$-3.19 \times 10^0$	1257.32	$-1.40 \times 10^0$	740.89	$-6.33 \times 10^{-1}$
87.19	0.175	613.93	$-5.27 \times 10^0$	645.68	$-4.01 \times 10^0$	1239.91	$-6.20 \times 10^0$	732.79	$-3.04 \times 10^0$
91.79	0.129	584.94	$-4.72 \times 10^0$	630.81	$-2.57 \times 10^0$	1203.01	$-7.74 \times 10^0$	713.68	$-4.32 \times 10^0$
95.14	0.099	570.47	$-6.57 \times 10^0$	621.49	$-3.60 \times 10^0$	1173.18	$-1.30 \times 10^1$	696.78	$-7.07 \times 10^0$
97.94	0.073	547.52	$-7.34 \times 10^0$	608.41	$-5.63 \times 10^0$	1128.10	$-1.65 \times 10^1$	672.14	$-9.48 \times 10^0$
100.12	0.054	532.44	$-8.68 \times 10^0$	594.06	$-7.82 \times 10^0$	1092.71	$-1.75 \times 10^1$	651.07	$-1.03 \times 10^1$
101.71	0.041	514.47	$-1.37 \times 10^1$	578.87	$-1.19 \times 10^1$	1059.99	$-2.46 \times 10^1$	632.56	$-1.35 \times 10^1$
103.17	0.030	496.86	$-1.06 \times 10^1$	562.39	$-1.23 \times 10^1$	1021.33	$-2.61 \times 10^1$	609.99	$-1.58 \times 10^1$
104.28	0.022	485.14	$-2.52 \times 10^1$	548.76	$-2.86 \times 10^1$	992.40	$-6.10 \times 10^1$	592.41	$-3.54 \times 10^1$
106.49	0.005	429.47	$-1.21 \times 10^2$	485.62	$-1.32 \times 10^2$	857.59	$-3.29 \times 10^2$	514.09	$-1.93 \times 10^2$
107.23	0.000	340.12	$-4.99 \times 10^2$	387.69	$-5.38 \times 10^2$	614.25	$-8.17 \times 10^2$	371.33	$-3.91 \times 10^2$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes  $g$  sur la séquence  $M = 0.4690 + 0.0007 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	g <sub>3,1</sub>		g <sub>3,2</sub>		g <sub>3,3</sub>		g <sub>3,4</sub>	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.01	0.939	237.61	$-1.86 \times 10^{-3}$	327.81	$-3.80 \times 10^{-1}$	408.73	$+1.52 \times 10^{-1}$	444.27	$-3.15 \times 10^{-2}$
1.11	0.938	237.27	$-1.57 \times 10^{-3}$	326.96	$-3.80 \times 10^{-1}$	408.04	$+1.50 \times 10^{-1}$	443.36	$-3.15 \times 10^{-2}$
2.22	0.924	237.62	$+3.97 \times 10^{-2}$	327.33	$-4.23 \times 10^{-1}$	408.81	$-9.14 \times 10^{-2}$	444.23	$-3.65 \times 10^{-2}$
14.18	0.797	239.80	$+5.61 \times 10^{-2}$	318.66	$-9.01 \times 10^{-1}$	393.46	$-1.26 \times 10^0$	446.16	$+6.05 \times 10^{-1}$
33.89	0.647	237.47	$+1.82 \times 10^{-1}$	303.47	$-4.28 \times 10^{-1}$	394.80	$+6.92 \times 10^{-1}$	471.07	$+1.44 \times 10^0$
53.93	0.501	251.64	$+9.72 \times 10^{-1}$	302.56	$+1.54 \times 10^{-1}$	407.58	$+6.14 \times 10^{-1}$	495.80	$+1.12 \times 10^0$
68.48	0.386	266.01	$+1.02 \times 10^0$	304.32	$+4.09 \times 10^{-2}$	415.72	$+4.44 \times 10^{-1}$	511.54	$+1.01 \times 10^0$
79.11	0.290	276.68	$+9.42 \times 10^{-1}$	304.32	$+1.08 \times 10^{-2}$	418.76	$+9.80 \times 10^{-2}$	520.28	$+5.11 \times 10^{-1}$
86.89	0.212	282.50	$+4.41 \times 10^{-1}$	302.97	$-5.86 \times 10^{-1}$	416.98	$-7.22 \times 10^{-1}$	520.98	$-4.35 \times 10^{-1}$
92.67	0.155	283.32	$-1.42 \times 10^{-1}$	298.51	$-6.68 \times 10^{-1}$	410.89	$-1.23 \times 10^0$	515.04	$-1.75 \times 10^0$
97.02	0.113	280.97	$-1.14 \times 10^0$	294.70	$-1.59 \times 10^0$	403.81	$-2.42 \times 10^0$	504.50	$-3.14 \times 10^0$
100.26	0.082	275.46	$-2.24 \times 10^0$	287.46	$-2.63 \times 10^0$	393.58	$-3.75 \times 10^0$	491.55	$-5.17 \times 10^0$
102.86	0.059	268.66	$-2.96 \times 10^0$	280.17	$-3.05 \times 10^0$	382.95	$-4.40 \times 10^0$	475.18	$-7.37 \times 10^0$
104.83	0.043	261.77	$-4.35 \times 10^0$	272.97	$-4.64 \times 10^0$	372.65	$-6.68 \times 10^0$	458.85	$-9.33 \times 10^0$
106.42	0.031	253.85	$-5.30 \times 10^0$	264.98	$-4.69 \times 10^0$	361.83	$-5.38 \times 10^0$	445.12	$-6.30 \times 10^0$
107.67	0.023	246.22	$-7.74 \times 10^0$	257.94	$-7.15 \times 10^0$	352.30	$-1.01 \times 10^1$	431.84	$-1.49 \times 10^1$
108.71	0.016	238.18	$-2.42 \times 10^1$	250.50	$-2.48 \times 10^1$	341.78	$-3.55 \times 10^1$	416.35	$-5.09 \times 10^1$
110.80	0.001	187.61	$-7.72 \times 10^1$	198.65	$-1.02 \times 10^2$	267.49	$-2.16 \times 10^2$	309.90	$-2.99 \times 10^2$
110.95	0.000	176.04	$-9.73 \times 10^1$	183.31	$-1.07 \times 10^2$	235.04	$-2.63 \times 10^2$	265.09	$-2.17 \times 10^2$
111.16	0.000	155.60	$-7.41 \times 10^1$	160.90	$-5.27 \times 10^1$	179.78	$-5.64 \times 10^1$	219.49	$-1.03 \times 10^2$
111.54	0.000	127.43	$+2.20 \times 10^{-1}$	140.88	$+9.34 \times 10^{-1}$	158.33	$-1.78 \times 10^0$	180.51	$-3.84 \times 10^0$

âge (Ma)	$Y_c$	g <sub>3,5</sub>		g <sub>3,6</sub>		g <sub>1,4</sub>		g <sub>2,4</sub>	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.01	0.939	529.36	$-2.12 \times 10^0$	626.55	$-3.70 \times 10^0$	1036.61	$+4.34 \times 10^{-1}$	610.21	$+1.74 \times 10^{-1}$
1.11	0.938	527.44	$-2.12 \times 10^0$	624.18	$-3.70 \times 10^0$	1035.30	$+4.34 \times 10^{-1}$	609.24	$+1.74 \times 10^{-1}$
2.22	0.924	526.73	$-2.29 \times 10^0$	622.09	$-3.67 \times 10^0$	1037.16	$+4.94 \times 10^{-1}$	610.43	$+1.94 \times 10^{-1}$
14.18	0.797	496.56	$-1.35 \times 10^0$	590.68	$-8.15 \times 10^{-1}$	1051.95	$+2.13 \times 10^0$	617.16	$+1.10 \times 10^0$
33.89	0.647	519.01	$+1.86 \times 10^0$	622.39	$+2.21 \times 10^0$	1112.77	$+3.26 \times 10^0$	652.07	$+1.93 \times 10^0$
53.93	0.501	543.56	$+1.00 \times 10^0$	651.27	$+1.14 \times 10^0$	1168.99	$+2.52 \times 10^0$	685.43	$+1.51 \times 10^0$
68.48	0.386	558.75	$+9.85 \times 10^{-1}$	667.19	$+8.72 \times 10^{-1}$	1203.28	$+2.13 \times 10^0$	706.20	$+1.31 \times 10^0$
79.11	0.290	566.79	$+4.17 \times 10^{-1}$	670.72	$-4.60 \times 10^{-1}$	1220.09	$+7.02 \times 10^{-1}$	717.03	$+5.55 \times 10^{-1}$
86.89	0.212	566.76	$-5.19 \times 10^{-1}$	653.12	$-5.10 \times 10^0$	1216.66	$-1.84 \times 10^0$	716.54	$-8.30 \times 10^{-1}$
92.67	0.155	559.99	$-2.02 \times 10^0$	616.25	$-6.05 \times 10^0$	1196.59	$-5.50 \times 10^0$	706.73	$-2.75 \times 10^0$
97.02	0.113	547.63	$-3.68 \times 10^0$	591.16	$-6.64 \times 10^0$	1165.25	$-8.78 \times 10^0$	690.62	$-4.68 \times 10^0$
100.26	0.082	532.49	$-6.00 \times 10^0$	566.98	$-7.58 \times 10^0$	1130.33	$-1.37 \times 10^1$	671.53	$-7.56 \times 10^0$
102.86	0.059	514.00	$-7.98 \times 10^0$	547.99	$-7.24 \times 10^0$	1087.43	$-1.90 \times 10^1$	647.73	$-1.06 \times 10^1$
104.83	0.043	497.34	$-8.92 \times 10^0$	532.27	$-9.37 \times 10^0$	1047.34	$-2.15 \times 10^1$	624.66	$-1.28 \times 10^1$
106.42	0.031	483.14	$-8.58 \times 10^0$	517.28	$-7.91 \times 10^0$	1017.08	$-1.35 \times 10^1$	606.23	$-8.21 \times 10^0$
107.67	0.023	469.22	$-1.46 \times 10^1$	503.44	$-1.44 \times 10^1$	986.39	$-3.55 \times 10^1$	588.05	$-2.07 \times 10^1$
108.71	0.016	454.07	$-4.76 \times 10^1$	488.43	$-5.01 \times 10^1$	949.52	$-1.25 \times 10^2$	566.52	$-7.21 \times 10^1$
110.80	0.001	354.53	$-2.32 \times 10^2$	383.63	$-2.70 \times 10^2$	687.66	$-7.47 \times 10^2$	415.80	$-4.29 \times 10^2$
110.95	0.000	319.75	$-3.70 \times 10^2$	343.10	$-2.82 \times 10^2$	575.58	$-6.06 \times 10^2$	351.42	$-3.12 \times 10^2$
111.16	0.000	242.07	$-6.57 \times 10^1$	283.79	$-1.31 \times 10^2$	448.39	$-2.16 \times 10^2$	286.00	$-1.42 \times 10^2$
111.54	0.000	217.10	$-6.91 \times 10^0$	234.09	$-1.09 \times 10^1$	366.21	$-1.65 \times 10^1$	231.90	$-9.36 \times 10^0$



$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes  $g$  sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0012 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,1}$		$g_{3,2}$		$g_{3,3}$		$g_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	248.84	$+1.26 \times 10^0$	333.92	$+2.03 \times 10^{-1}$	387.32	$+1.44 \times 10^0$	443.61	$-2.07 \times 10^0$
12.06	0.810	261.85	$+1.28 \times 10^0$	329.09	$-1.82 \times 10^0$	395.80	$-4.05 \times 10^{-1}$	425.93	$-1.02 \times 10^0$
18.02	0.758	269.73	$+1.39 \times 10^0$	319.79	$+1.31 \times 10^{-1}$	394.13	$+1.04 \times 10^0$	425.81	$+1.37 \times 10^0$
20.52	0.737	273.17	$+1.31 \times 10^0$	320.67	$-5.21 \times 10^{-1}$	397.36	$+7.25 \times 10^{-1}$	429.92	$+1.44 \times 10^0$
25.27	0.699	278.77	$+1.16 \times 10^0$	309.21	$-2.47 \times 10^0$	394.41	$-7.01 \times 10^{-1}$	433.54	$+6.77 \times 10^{-1}$
37.76	0.605	293.61	$+1.04 \times 10^0$	313.00	$+1.17 \times 10^0$	407.50	$+1.43 \times 10^0$	451.45	$+1.60 \times 10^0$
55.13	0.470	304.15	$+2.05 \times 10^{-1}$	322.59	$+7.74 \times 10^{-1}$	418.17	$+3.61 \times 10^{-1}$	473.71	$+1.24 \times 10^0$
67.83	0.361	306.18	$+3.39 \times 10^{-1}$	338.26	$+1.38 \times 10^0$	425.33	$+7.44 \times 10^{-1}$	490.76	$+1.37 \times 10^0$
77.34	0.277	309.20	$-2.72 \times 10^{-2}$	349.92	$+1.04 \times 10^0$	430.55	$+4.20 \times 10^{-2}$	502.03	$+8.54 \times 10^{-1}$
84.38	0.209	307.30	$-2.61 \times 10^{-1}$	355.99	$+6.73 \times 10^{-1}$	428.57	$-3.22 \times 10^{-1}$	506.08	$+3.69 \times 10^{-1}$
88.05	0.172	306.35	$-3.90 \times 10^{-1}$	357.81	$+2.46 \times 10^{-1}$	426.78	$-9.41 \times 10^{-1}$	506.31	$-4.78 \times 10^{-1}$
92.52	0.128	302.02	$-1.80 \times 10^0$	356.81	$-7.68 \times 10^{-1}$	420.52	$-1.41 \times 10^0$	501.89	$-1.06 \times 10^0$
94.63	0.112	297.71	$-2.01 \times 10^0$	354.89	$-8.97 \times 10^{-1}$	415.98	$-3.83 \times 10^0$	498.35	$-3.07 \times 10^0$
95.42	0.104	297.36	$+2.57 \times 10^0$	354.20	$-8.95 \times 10^{-1}$	414.45	$+2.82 \times 10^0$	496.24	$-1.07 \times 10^0$
97.80	0.154	315.40	$+4.14 \times 10^0$	354.43	$+2.26 \times 10^0$	442.86	$+7.18 \times 10^0$	505.67	$+5.55 \times 10^0$
100.24	0.116	307.92	$-5.28 \times 10^0$	361.35	$+5.58 \times 10^{-1}$	432.14	$-8.45 \times 10^0$	507.77	$-6.59 \times 10^0$
102.90	0.083	298.68	$-2.89 \times 10^0$	352.97	$-4.98 \times 10^0$	417.75	$-3.10 \times 10^0$	482.50	$-4.19 \times 10^0$
105.04	0.063	292.49	$-3.93 \times 10^0$	344.69	$-3.49 \times 10^0$	407.10	$-1.17 \times 10^1$	467.22	$-3.06 \times 10^1$
105.78	0.056	289.58	$-7.72 \times 10^0$	342.10	$-1.04 \times 10^1$	398.46	$-1.46 \times 10^1$	444.55	$-1.62 \times 10^1$
110.20	0.014	255.46	$-3.17 \times 10^1$	296.07	$-3.86 \times 10^1$	333.79	$-5.31 \times 10^1$	372.86	$-4.54 \times 10^1$
112.16	0.000	193.24	$-1.66 \times 10^2$	220.48	$-2.11 \times 10^2$	229.67	$-1.07 \times 10^2$	283.89	$-1.75 \times 10^2$
112.26	0.000	176.62	$-2.06 \times 10^1$	199.34	$-5.81 \times 10^1$	218.98	$-5.84 \times 10^1$	266.40	$-9.37 \times 10^1$
112.74	0.000	166.72	$-6.82 \times 10^0$	171.44	$-4.40 \times 10^0$	190.94	$-5.93 \times 10^0$	221.42	$-1.20 \times 10^1$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,5}$		$g_{3,6}$		$g_{1,4}$		$g_{2,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.928	544.39	$-4.15 \times 10^0$	649.19	$-4.97 \times 10^0$	994.66	$-3.77 \times 10^0$	597.67	$-2.81 \times 10^0$
12.06	0.810	510.26	$-1.68 \times 10^0$	612.61	$-7.47 \times 10^{-1}$	968.84	$+4.03 \times 10^{-3}$	576.07	$-6.97 \times 10^{-1}$
18.02	0.758	510.12	$+1.86 \times 10^0$	619.70	$+2.61 \times 10^0$	980.84	$+3.84 \times 10^0$	579.92	$+2.11 \times 10^0$
20.52	0.737	515.20	$+1.49 \times 10^0$	626.08	$+2.04 \times 10^0$	990.52	$+3.26 \times 10^0$	585.57	$+1.90 \times 10^0$
25.27	0.699	516.41	$+1.40 \times 10^{-1}$	631.20	$+9.75 \times 10^{-1}$	999.85	$+1.79 \times 10^0$	590.36	$+8.98 \times 10^{-1}$
37.76	0.605	536.11	$+1.80 \times 10^0$	656.49	$+2.13 \times 10^0$	1038.74	$+3.29 \times 10^0$	613.54	$+2.02 \times 10^0$
55.13	0.470	552.84	$+6.53 \times 10^{-1}$	678.58	$+7.18 \times 10^{-1}$	1082.35	$+2.32 \times 10^0$	640.30	$+1.44 \times 10^0$
67.83	0.361	563.44	$+1.04 \times 10^0$	690.92	$+1.66 \times 10^0$	1114.10	$+2.56 \times 10^0$	660.19	$+1.61 \times 10^0$
77.34	0.277	569.68	$-2.73 \times 10^{-1}$	694.12	$-3.15 \times 10^0$	1133.61	$+1.08 \times 10^0$	672.83	$+8.01 \times 10^{-1}$
84.38	0.209	563.99	$-7.87 \times 10^{-1}$	655.98	$-5.76 \times 10^0$	1136.69	$+2.24 \times 10^{-1}$	675.83	$+2.51 \times 10^{-1}$
88.05	0.172	558.31	$-3.37 \times 10^0$	633.86	$-7.38 \times 10^0$	1134.79	$-2.11 \times 10^0$	675.32	$-9.30 \times 10^{-1}$
92.52	0.128	543.86	$+5.51 \times 10^{-1}$	606.44	$-6.62 \times 10^{-1}$	1121.44	$-1.76 \times 10^0$	668.29	$-1.41 \times 10^0$
94.63	0.112	538.22	$-1.26 \times 10^1$	595.82	$-1.84 \times 10^1$	1113.42	$-9.46 \times 10^0$	663.38	$-4.62 \times 10^0$
95.42	0.104	529.79	$-4.74 \times 10^{-1}$	585.39	$+5.43 \times 10^0$	1107.03	$-1.91 \times 10^0$	660.35	$-8.94 \times 10^{-1}$
97.80	0.154	583.71	$+1.35 \times 10^1$	682.69	$+1.50 \times 10^1$	1141.42	$+1.40 \times 10^1$	677.46	$+8.00 \times 10^0$
100.24	0.116	550.77	$-2.49 \times 10^1$	603.82	$-3.76 \times 10^1$	1124.59	$-3.08 \times 10^1$	674.57	$-1.29 \times 10^1$
102.90	0.083	501.99	$-9.93 \times 10^0$	569.13	$-3.88 \times 10^0$	1026.94	$-1.90 \times 10^1$	631.36	$-7.28 \times 10^0$
105.04	0.063	489.96	$-7.89 \times 10^0$	557.60	$-9.65 \times 10^0$	1009.42	$-4.08 \times 10^1$	615.64	$-3.31 \times 10^1$
105.78	0.056	484.12	$-1.40 \times 10^1$	550.46	$-1.50 \times 10^1$	979.26	$-3.11 \times 10^1$	591.14	$-2.02 \times 10^1$
110.20	0.014	422.36	$-4.85 \times 10^1$	484.37	$-5.78 \times 10^1$	841.81	$-1.01 \times 10^2$	502.03	$-6.06 \times 10^1$
112.16	0.000	327.34	$-2.02 \times 10^2$	371.10	$-5.72 \times 10^2$	644.17	$-1.11 \times 10^3$	383.26	$-2.77 \times 10^2$
112.26	0.000	307.16	$-1.56 \times 10^2$	313.86	$-1.07 \times 10^2$	532.93	$-2.54 \times 10^2$	355.52	$-2.14 \times 10^2$
112.74	0.000	232.50	$-8.88 \times 10^0$	262.54	$-1.13 \times 10^1$	411.08	$-2.44 \times 10^1$	252.80	$-8.46 \times 10^0$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes  $g$  sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0022 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,1}$		$g_{3,2}$		$g_{3,3}$		$g_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.893	286.30	$+1.97 \times 10^0$	338.63	$-1.03 \times 10^0$	387.88	$+1.23 \times 10^0$	444.04	$-1.98 \times 10^0$
19.95	0.741	308.43	$+3.56 \times 10^{-1}$	325.59	$-4.67 \times 10^{-1}$	401.41	$+1.68 \times 10^{-1}$	427.16	$+6.92 \times 10^{-1}$
24.07	0.709	308.72	$-7.16 \times 10^{-2}$	324.78	$+1.89 \times 10^{-1}$	401.79	$+2.27 \times 10^{-1}$	432.06	$+1.47 \times 10^0$
37.88	0.603	308.03	$-1.62 \times 10^{-2}$	341.74	$+1.61 \times 10^0$	413.61	$+9.73 \times 10^{-1}$	454.36	$+1.69 \times 10^0$
55.12	0.469	311.03	$+4.98 \times 10^{-1}$	366.80	$+1.49 \times 10^0$	426.80	$+8.44 \times 10^{-1}$	484.56	$+1.86 \times 10^0$
67.76	0.360	319.32	$+6.38 \times 10^{-1}$	386.36	$+1.51 \times 10^0$	437.84	$+6.63 \times 10^{-1}$	508.53	$+1.85 \times 10^0$
77.17	0.274	325.09	$+7.07 \times 10^{-1}$	399.30	$+1.21 \times 10^0$	441.58	$+2.01 \times 10^{-1}$	524.76	$+1.56 \times 10^0$
84.13	0.206	330.07	$+5.73 \times 10^{-1}$	406.02	$+6.28 \times 10^{-1}$	440.39	$-8.23 \times 10^{-1}$	532.98	$+5.64 \times 10^{-1}$
89.27	0.154	331.06	$-3.52 \times 10^{-1}$	406.69	$-5.49 \times 10^{-1}$	434.58	$-1.06 \times 10^0$	532.92	$-5.31 \times 10^{-1}$
93.17	0.117	329.41	$-2.41 \times 10^{-2}$	403.71	$-5.39 \times 10^{-1}$	428.71	$-2.75 \times 10^0$	527.15	$-3.02 \times 10^0$
94.45	0.107	329.10	$-9.72 \times 10^{-1}$	403.07	$-6.49 \times 10^{-1}$	427.91	$+4.28 \times 10^0$	524.15	$-2.86 \times 10^{-1}$
96.22	0.130	328.30	$+2.29 \times 10^0$	403.72	$+2.85 \times 10^0$	440.63	$+2.38 \times 10^0$	529.53	$+4.94 \times 10^0$
97.60	0.109	332.68	$+1.05 \times 10^0$	407.98	$+4.86 \times 10^{-1}$	435.62	$-5.86 \times 10^0$	532.13	$-4.61 \times 10^0$
99.44	0.086	327.18	$-4.24 \times 10^0$	401.00	$-5.10 \times 10^0$	426.74	$-4.80 \times 10^0$	508.74	$-1.57 \times 10^1$
101.10	0.070	321.38	$-3.39 \times 10^0$	393.67	$-4.58 \times 10^0$	417.02	$-7.06 \times 10^0$	483.23	$-1.67 \times 10^1$
102.92	0.054	314.35	$-4.22 \times 10^0$	384.29	$-5.18 \times 10^0$	404.23	$-5.46 \times 10^0$	456.34	$-7.67 \times 10^0$
104.62	0.041	306.41	$-5.34 \times 10^0$	375.11	$-6.33 \times 10^0$	395.90	$-6.67 \times 10^0$	450.24	$-6.90 \times 10^0$
106.06	0.031	297.77	$-6.56 \times 10^0$	364.69	$-7.68 \times 10^0$	383.95	$-8.06 \times 10^0$	436.23	$-6.31 \times 10^0$
107.23	0.023	288.99	$-9.01 \times 10^0$	354.50	$-1.08 \times 10^1$	374.15	$-1.07 \times 10^1$	431.59	$-7.13 \times 10^0$
108.16	0.017	280.20	$-8.70 \times 10^0$	344.62	$-7.80 \times 10^0$	365.86	$-1.75 \times 10^0$	425.98	$+3.05 \times 10^0$
110.22	0.002	230.02	$-6.00 \times 10^1$	284.22	$-8.44 \times 10^1$	302.19	$-1.17 \times 10^2$	346.19	$-1.60 \times 10^2$
110.52	0.000	207.24	$-9.98 \times 10^1$	242.36	$-2.37 \times 10^2$	260.92	$-1.58 \times 10^2$	286.02	$-2.52 \times 10^2$
110.66	0.000	191.88	$-1.15 \times 10^2$	203.12	$-3.02 \times 10^2$	237.89	$-1.68 \times 10^2$	247.95	$-2.82 \times 10^2$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,5}$		$g_{3,6}$		$g_{1,4}$		$g_{2,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
4.49	0.893	543.99	$-2.47 \times 10^0$	646.79	$-1.56 \times 10^0$	982.02	$-2.85 \times 10^0$	594.15	$-2.40 \times 10^0$
19.95	0.741	519.34	$+1.54 \times 10^{-1}$	635.63	$+9.60 \times 10^{-1}$	956.42	$+7.35 \times 10^{-1}$	570.36	$+1.89 \times 10^{-1}$
24.07	0.709	522.17	$+1.05 \times 10^0$	641.60	$+1.76 \times 10^0$	962.45	$+1.97 \times 10^0$	573.33	$+1.09 \times 10^0$
37.88	0.603	541.05	$+1.33 \times 10^0$	667.74	$+1.76 \times 10^0$	996.59	$+2.55 \times 10^0$	594.20	$+1.64 \times 10^0$
55.12	0.469	559.74	$+1.10 \times 10^0$	691.90	$+1.21 \times 10^0$	1037.75	$+2.50 \times 10^0$	621.59	$+1.69 \times 10^0$
67.76	0.360	573.13	$+7.80 \times 10^{-1}$	706.59	$+1.10 \times 10^0$	1067.95	$+1.87 \times 10^0$	642.83	$+1.46 \times 10^0$
77.17	0.274	577.17	$+1.15 \times 10^{-1}$	704.85	$-2.69 \times 10^0$	1081.32	$+1.19 \times 10^0$	654.45	$+1.10 \times 10^0$
84.13	0.206	571.73	$-2.37 \times 10^0$	663.76	$-9.56 \times 10^0$	1084.93	$-8.34 \times 10^{-1}$	659.61	$+6.30 \times 10^{-2}$
89.27	0.154	557.85	$-1.68 \times 10^0$	614.66	$-6.50 \times 10^0$	1076.19	$-1.93 \times 10^0$	656.67	$-1.10 \times 10^0$
93.17	0.117	546.71	$-7.00 \times 10^0$	597.21	$-5.03 \times 10^0$	1063.54	$-6.17 \times 10^0$	650.19	$-2.46 \times 10^0$
94.45	0.107	543.24	$+8.22 \times 10^0$	599.41	$+1.63 \times 10^1$	1059.28	$+3.84 \times 10^0$	648.13	$+4.36 \times 10^{-1}$
96.22	0.130	568.04	$+1.31 \times 10^0$	635.87	$-1.57 \times 10^0$	1075.73	$+4.30 \times 10^0$	653.19	$+3.24 \times 10^0$
97.60	0.109	550.61	$-1.62 \times 10^1$	605.96	$-2.39 \times 10^1$	1068.49	$-1.23 \times 10^1$	653.98	$-3.46 \times 10^0$
99.44	0.086	532.06	$-6.91 \times 10^0$	584.60	$-7.80 \times 10^0$	1039.32	$-1.70 \times 10^1$	639.58	$-9.36 \times 10^0$
101.10	0.070	520.95	$-6.44 \times 10^0$	568.53	$-9.20 \times 10^0$	1011.00	$-1.84 \times 10^1$	623.17	$-1.21 \times 10^1$
102.92	0.054	509.20	$-6.79 \times 10^0$	554.70	$-7.52 \times 10^0$	980.69	$-1.02 \times 10^1$	601.25	$-7.60 \times 10^0$
104.62	0.041	496.60	$-8.06 \times 10^0$	540.46	$-8.76 \times 10^0$	967.63	$-1.32 \times 10^1$	592.40	$-8.65 \times 10^0$
106.06	0.031	483.18	$-1.13 \times 10^1$	529.46	$-5.48 \times 10^0$	941.32	$-1.71 \times 10^1$	575.34	$-1.04 \times 10^1$
107.23	0.023	469.77	$-9.71 \times 10^0$	519.82	$-1.63 \times 10^1$	921.60	$-2.24 \times 10^1$	563.44	$-1.48 \times 10^1$
108.16	0.017	456.16	$-2.74 \times 10^1$	508.33	$+6.32 \times 10^0$	901.79	$-1.01 \times 10^1$	550.69	$-4.10 \times 10^0$
110.22	0.002	374.86	$-1.77 \times 10^1$	423.51	$-2.10 \times 10^2$	741.64	$-2.60 \times 10^2$	452.16	$-1.75 \times 10^2$
110.52	0.000	335.95	$-3.62 \times 10^2$	350.24	$-2.70 \times 10^2$	611.64	$-7.36 \times 10^2$	375.04	$-3.90 \times 10^2$
110.66	0.000	269.93	$-5.26 \times 10^2$	311.61	$-2.79 \times 10^2$	489.80	$-9.37 \times 10^2$	312.51	$-4.75 \times 10^2$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes g sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0032 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,1}$		$g_{3,2}$		$g_{3,3}$		$g_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	303.99	$+1.96 \times 10^0$	343.98	$-9.51 \times 10^{-1}$	395.69	$+2.06 \times 10^0$	451.36	$-3.37 \times 10^0$
12.06	0.809	320.40	$+8.81 \times 10^{-1}$	337.47	$+3.46 \times 10^{-4}$	411.56	$+5.22 \times 10^{-1}$	429.01	$+2.07 \times 10^{-1}$
19.53	0.742	319.48	$-1.35 \times 10^0$	342.15	$+1.19 \times 10^0$	409.86	$-6.07 \times 10^{-1}$	442.16	$+2.27 \times 10^0$
23.43	0.709	313.05	$-1.49 \times 10^0$	347.54	$+1.50 \times 10^0$	408.10	$-1.37 \times 10^{-1}$	450.34	$+2.04 \times 10^0$
39.83	0.585	315.30	$+8.14 \times 10^{-1}$	374.13	$+1.64 \times 10^0$	423.45	$+1.08 \times 10^0$	486.11	$+2.22 \times 10^0$
56.38	0.456	329.54	$+1.23 \times 10^0$	401.31	$+1.74 \times 10^0$	434.71	$+6.78 \times 10^{-1}$	523.21	$+2.36 \times 10^0$
68.54	0.348	348.29	$+1.65 \times 10^0$	421.98	$+1.49 \times 10^0$	444.65	$+8.06 \times 10^{-1}$	552.33	$+2.30 \times 10^0$
77.44	0.258	362.12	$+1.43 \times 10^0$	432.12	$+7.27 \times 10^{-1}$	452.01	$+9.86 \times 10^{-1}$	567.52	$+6.93 \times 10^{-1}$
83.92	0.189	369.76	$+7.85 \times 10^{-1}$	432.99	$-7.05 \times 10^{-1}$	458.05	$+6.11 \times 10^{-1}$	564.85	$-1.57 \times 10^0$
88.76	0.138	371.14	$-3.15 \times 10^{-1}$	425.97	$-2.13 \times 10^0$	458.40	$-5.64 \times 10^{-1}$	550.34	$-4.94 \times 10^0$
92.27	0.102	367.93	$-1.61 \times 10^0$	417.11	$-2.86 \times 10^0$	454.09	$-2.03 \times 10^0$	530.61	$-5.21 \times 10^0$
95.10	0.076	361.37	$-3.11 \times 10^0$	407.80	$-3.92 \times 10^0$	445.89	$-3.88 \times 10^0$	515.54	$-6.75 \times 10^0$
97.37	0.056	352.63	$-4.61 \times 10^0$	397.72	$-4.81 \times 10^0$	435.22	$-5.46 \times 10^0$	495.67	$-1.05 \times 10^1$
99.17	0.041	342.51	$-7.00 \times 10^0$	386.85	$-8.32 \times 10^0$	422.83	$-9.18 \times 10^0$	475.96	$-1.05 \times 10^1$
100.58	0.029	331.17	$-8.77 \times 10^0$	375.33	$-5.27 \times 10^0$	409.20	$-8.17 \times 10^0$	460.17	$-1.36 \times 10^1$
101.68	0.021	320.25	$-1.52 \times 10^1$	365.22	$-1.53 \times 10^1$	396.16	$-1.84 \times 10^1$	443.29	$-2.15 \times 10^1$
103.04	0.011	299.55	$-4.32 \times 10^1$	344.43	$-5.73 \times 10^1$	371.18	$-5.56 \times 10^1$	414.11	$-7.78 \times 10^1$
104.51	0.000	235.99	$-1.22 \times 10^2$	260.14	$-2.87 \times 10^2$	289.41	$-2.53 \times 10^2$	299.75	$-1.64 \times 10^2$
104.62	0.000	222.59	$-2.43 \times 10^2$	228.54	$-1.51 \times 10^2$	261.52	$-2.21 \times 10^2$	281.74	$-2.20 \times 10^2$
104.82	0.000	174.03	$-1.76 \times 10^1$	198.42	$-4.83 \times 10^1$	217.34	$-4.34 \times 10^1$	237.79	$-5.43 \times 10^1$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,5}$		$g_{3,6}$		$g_{1,4}$		$g_{2,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	560.28	$-5.45 \times 10^0$	671.69	$-5.65 \times 10^0$	1003.38	$-8.18 \times 10^0$	605.88	$-5.04 \times 10^0$
12.06	0.809	519.15	$-1.12 \times 10^0$	631.52	$-4.39 \times 10^{-1}$	942.41	$-1.44 \times 10^0$	566.95	$-1.29 \times 10^0$
19.53	0.742	523.58	$+8.64 \times 10^{-1}$	643.30	$+1.82 \times 10^0$	950.47	$+1.22 \times 10^0$	568.64	$+5.36 \times 10^{-1}$
23.43	0.709	525.88	$+6.56 \times 10^{-1}$	648.76	$+1.36 \times 10^0$	953.24	$+8.62 \times 10^{-1}$	570.13	$+5.48 \times 10^{-1}$
39.83	0.585	550.59	$+1.52 \times 10^0$	682.03	$+1.95 \times 10^0$	995.86	$+2.67 \times 10^0$	597.20	$+1.84 \times 10^0$
56.38	0.456	567.72	$+9.14 \times 10^{-1}$	704.27	$+9.57 \times 10^{-1}$	1026.98	$+1.92 \times 10^0$	622.62	$+1.67 \times 10^0$
68.54	0.348	579.21	$+8.33 \times 10^{-1}$	714.79	$+8.01 \times 10^{-1}$	1051.27	$+1.53 \times 10^0$	645.32	$+1.83 \times 10^0$
77.44	0.258	586.58	$+1.00 \times 10^0$	705.86	$-4.59 \times 10^0$	1059.99	$+6.34 \times 10^{-1}$	659.83	$+1.44 \times 10^0$
83.92	0.189	594.05	$+1.19 \times 10^0$	664.12	$-6.25 \times 10^0$	1059.66	$-1.32 \times 10^0$	666.51	$+3.59 \times 10^{-1}$
88.76	0.138	594.52	$-2.03 \times 10^0$	630.99	$-9.72 \times 10^0$	1047.46	$-3.55 \times 10^0$	664.27	$-1.41 \times 10^0$
92.27	0.102	582.64	$-3.80 \times 10^0$	596.03	$-6.71 \times 10^0$	1030.73	$-6.58 \times 10^0$	655.99	$-3.48 \times 10^0$
95.10	0.076	569.81	$-6.41 \times 10^0$	584.08	$-4.68 \times 10^0$	1007.82	$-9.17 \times 10^0$	642.91	$-5.86 \times 10^0$
97.37	0.056	552.69	$-7.38 \times 10^0$	569.36	$-7.36 \times 10^0$	984.01	$-1.26 \times 10^1$	627.03	$-8.21 \times 10^0$
99.17	0.041	536.58	$-1.33 \times 10^1$	553.26	$-1.22 \times 10^1$	955.06	$-2.08 \times 10^1$	608.64	$-1.32 \times 10^1$
100.58	0.029	518.38	$-6.67 \times 10^0$	534.98	$-1.08 \times 10^1$	927.50	$-1.25 \times 10^1$	589.57	$-1.11 \times 10^1$
101.68	0.021	500.97	$-2.14 \times 10^1$	517.60	$-2.34 \times 10^1$	901.53	$-4.07 \times 10^1$	571.23	$-2.63 \times 10^1$
103.04	0.011	471.82	$-7.24 \times 10^1$	485.83	$-7.09 \times 10^1$	846.23	$-1.47 \times 10^2$	535.50	$-9.74 \times 10^1$
104.51	0.000	365.35	$-5.63 \times 10^2$	381.58	$-3.49 \times 10^2$	630.06	$-7.66 \times 10^2$	392.26	$-4.22 \times 10^2$
104.62	0.000	303.37	$-2.69 \times 10^2$	343.15	$-3.05 \times 10^2$	545.80	$-5.77 \times 10^2$	345.87	$-3.20 \times 10^2$
104.82	0.000	249.60	$-3.40 \times 10^1$	282.16	$-7.41 \times 10^1$	430.35	$-1.50 \times 10^2$	281.97	$-2.26 \times 10^1$

$P$  et  $\dot{P}$  pour un échantillon de modes  $g$  sur la séquence  $M = 0.4758 + 0.0042 M_{\odot}$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,1}$		$g_{3,2}$		$g_{3,3}$		$g_{3,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	322.77	$+1.35 \times 10^0$	348.55	$-3.27 \times 10^{-1}$	418.03	$+3.57 \times 10^{-1}$	455.42	$-1.51 \times 10^0$
12.06	0.809	331.57	$-1.32 \times 10^{-1}$	350.47	$+1.22 \times 10^0$	419.59	$-2.58 \times 10^{-1}$	450.27	$+1.51 \times 10^0$
19.66	0.741	325.33	$-1.10 \times 10^0$	364.52	$+1.97 \times 10^0$	416.62	$-2.03 \times 10^{-1}$	470.97	$+2.91 \times 10^0$
23.84	0.707	321.60	$-5.46 \times 10^{-1}$	372.22	$+1.80 \times 10^0$	417.00	$+3.98 \times 10^{-1}$	481.87	$+2.48 \times 10^0$
39.40	0.588	332.45	$+1.37 \times 10^0$	401.72	$+1.92 \times 10^0$	432.04	$+9.06 \times 10^{-1}$	522.26	$+2.70 \times 10^0$
55.93	0.456	358.14	$+1.80 \times 10^0$	429.47	$+1.25 \times 10^0$	445.60	$+1.38 \times 10^0$	562.78	$+1.84 \times 10^0$
68.06	0.348	381.22	$+1.89 \times 10^0$	440.70	$+7.20 \times 10^{-1}$	469.17	$+2.19 \times 10^0$	578.59	$+9.31 \times 10^{-1}$
77.10	0.266	397.33	$+1.65 \times 10^0$	444.62	$-7.68 \times 10^{-2}$	488.18	$+1.99 \times 10^0$	582.65	$-3.62 \times 10^{-1}$
83.80	0.197	406.75	$+1.04 \times 10^0$	441.89	$-5.25 \times 10^{-1}$	499.73	$+1.29 \times 10^0$	574.85	$-1.92 \times 10^0$
88.45	0.151	409.57	$+8.17 \times 10^{-2}$	438.01	$-1.52 \times 10^0$	503.40	$+2.17 \times 10^{-1}$	560.34	$-5.02 \times 10^0$
91.08	0.124	408.79	$-7.06 \times 10^{-1}$	432.91	$-2.18 \times 10^0$	502.81	$-7.40 \times 10^{-1}$	546.48	$-4.31 \times 10^0$
93.82	0.099	405.55	$-1.67 \times 10^0$	426.44	$-2.66 \times 10^0$	499.02	$-2.06 \times 10^0$	534.21	$-7.09 \times 10^0$
96.05	0.080	400.79	$-2.63 \times 10^0$	419.82	$-3.25 \times 10^0$	493.11	$-3.26 \times 10^0$	515.69	$-6.63 \times 10^0$
98.37	0.061	392.95	$-4.30 \times 10^0$	411.48	$-4.02 \times 10^0$	483.45	$-5.30 \times 10^0$	503.86	$-6.80 \times 10^0$
100.23	0.046	383.45	$-5.84 \times 10^0$	402.66	$-5.76 \times 10^0$	471.32	$-7.85 \times 10^0$	486.47	$-1.05 \times 10^1$
101.76	0.034	372.15	$-9.43 \times 10^0$	392.42	$-8.65 \times 10^0$	457.18	$-1.15 \times 10^1$	472.37	$-6.81 \times 10^0$
102.99	0.025	360.55	$-1.19 \times 10^1$	381.77	$-9.86 \times 10^0$	442.99	$-1.48 \times 10^1$	464.00	$-1.63 \times 10^1$
103.97	0.018	348.85	$-2.39 \times 10^1$	372.11	$-2.18 \times 10^1$	428.47	$-2.91 \times 10^1$	448.04	$-2.85 \times 10^1$
105.76	0.005	306.12	$-7.18 \times 10^1$	333.10	$-9.90 \times 10^1$	376.39	$-1.16 \times 10^2$	397.02	$-1.06 \times 10^2$
106.48	0.000	254.42	$-3.65 \times 10^2$	261.86	$-1.52 \times 10^2$	292.79	$-3.17 \times 10^2$	320.71	$-3.21 \times 10^2$
106.58	0.000	217.91	$-1.66 \times 10^2$	246.68	$-1.58 \times 10^2$	261.13	$-2.07 \times 10^2$	288.57	$-2.39 \times 10^2$
106.77	0.000	186.40	$-7.38 \times 10^1$	216.72	$-1.26 \times 10^2$	221.84	$-1.02 \times 10^2$	243.22	$-7.43 \times 10^1$

âge (Ma)	$Y_c$	$g_{3,5}$		$g_{3,6}$		$g_{1,4}$		$g_{2,4}$	
		$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/Ma)
1.79	0.927	566.19	$-5.82 \times 10^0$	678.38	$-5.79 \times 10^0$	1010.81	$-9.05 \times 10^0$	610.69	$-5.54 \times 10^0$
12.06	0.809	522.76	$-1.05 \times 10^0$	637.62	$-3.30 \times 10^{-1}$	943.70	$-1.51 \times 10^0$	568.50	$-1.25 \times 10^0$
19.66	0.741	529.96	$+1.42 \times 10^0$	652.10	$+2.34 \times 10^0$	955.70	$+2.18 \times 10^0$	573.13	$+1.17 \times 10^0$
23.84	0.707	534.73	$+1.15 \times 10^0$	660.06	$+1.80 \times 10^0$	962.72	$+1.71 \times 10^0$	577.34	$+1.09 \times 10^0$
39.40	0.588	559.40	$+1.33 \times 10^0$	692.91	$+1.92 \times 10^0$	1002.93	$+2.25 \times 10^0$	604.28	$+1.80 \times 10^0$
55.93	0.456	578.59	$+1.84 \times 10^0$	713.48	$+6.22 \times 10^{-1}$	1026.10	$+1.34 \times 10^0$	632.59	$+2.05 \times 10^0$
68.06	0.348	608.85	$+2.68 \times 10^0$	723.16	$+1.56 \times 10^0$	1046.47	$+1.82 \times 10^0$	661.59	$+2.50 \times 10^0$
77.10	0.266	633.59	$+3.08 \times 10^0$	717.84	$-5.91 \times 10^0$	1058.20	$+3.07 \times 10^{-1}$	682.52	$+2.05 \times 10^0$
83.80	0.197	647.37	$-4.37 \times 10^{-1}$	665.08	$-5.52 \times 10^0$	1054.46	$-1.21 \times 10^0$	693.54	$+1.10 \times 10^0$
88.45	0.151	629.76	$-7.73 \times 10^0$	654.53	$-4.01 \times 10^{-1}$	1046.33	$-2.53 \times 10^0$	695.65	$-3.62 \times 10^{-1}$
91.08	0.124	608.44	$-6.30 \times 10^0$	653.21	$-9.80 \times 10^{-1}$	1037.28	$-4.67 \times 10^0$	693.15	$-1.57 \times 10^0$
93.82	0.099	595.54	$-5.67 \times 10^0$	648.23	$-2.60 \times 10^0$	1020.71	$-7.18 \times 10^0$	686.29	$-3.70 \times 10^0$
96.05	0.080	580.87	$-5.52 \times 10^0$	640.87	$-4.08 \times 10^0$	1003.55	$-8.00 \times 10^0$	676.23	$-4.94 \times 10^0$
98.37	0.061	570.27	$-5.83 \times 10^0$	628.62	$-6.77 \times 10^0$	983.88	$-9.32 \times 10^0$	662.60	$-7.69 \times 10^0$
100.23	0.046	555.93	$-8.71 \times 10^0$	613.46	$-9.50 \times 10^0$	962.83	$-1.43 \times 10^1$	644.78	$-1.12 \times 10^1$
101.76	0.034	542.78	$-6.73 \times 10^0$	595.28	$-1.51 \times 10^1$	936.57	$-2.32 \times 10^1$	626.04	$-1.41 \times 10^1$
102.99	0.025	534.50	$-1.64 \times 10^1$	576.72	$-1.91 \times 10^1$	907.98	$-2.45 \times 10^1$	608.69	$-2.00 \times 10^1$
103.97	0.018	518.43	$-3.02 \times 10^1$	557.96	$-3.77 \times 10^1$	883.94	$-5.39 \times 10^1$	589.10	$-3.89 \times 10^1$
105.76	0.005	464.33	$-1.34 \times 10^2$	490.46	$-1.25 \times 10^2$	787.48	$-2.35 \times 10^2$	519.47	$-1.75 \times 10^2$
106.48	0.000	367.63	$-6.21 \times 10^2$	400.13	$-5.73 \times 10^2$	618.09	$-3.34 \times 10^2$	393.70	$-4.67 \times 10^2$
106.58	0.000	305.53	$-1.78 \times 10^2$	342.79	$-3.17 \times 10^2$	584.70	$-8.18 \times 10^2$	347.00	$-2.32 \times 10^2$
106.77	0.000	271.71	$-1.26 \times 10^2$	282.58	$-1.37 \times 10^2$	429.36	$-2.24 \times 10^2$	302.94	$-1.20 \times 10^2$

## **APPENDICE D**

### **Collection d'Articles**

Dans cet appendice, nous mettons à la disposition du lecteur les articles publiés ou acceptés dans les revues scientifiques avec comité d'arbitrage et qui sont en rapport avec les développements présentés dans cette thèse.

## THE POTENTIAL OF ASTEROSEISMOLOGY FOR HOT, SUBDWARF B STARS: A NEW CLASS OF PULSATING STARS?

S. CHARPINET, G. FONTAINE, AND P. BRASSARD

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec, Canada, H3C 3J7;  
charpinet@astro.umontreal.ca, fontaine@astro.umontreal.ca, brassard@astro.umontreal.ca

AND

B. DORMAN<sup>1</sup>

Laboratory for Astronomy and Solar Physics, NASA/GSFC, Greenbelt, MD 20771; ben.dorman@gssc.nasa.gov

Received 1996 May 20; accepted 1996 August 23

### ABSTRACT

We present key sample results of a systematic survey of the pulsation properties of models of hot B subdwarfs. We use equilibrium structures taken from detailed evolutionary sequences of solar metallicity ( $Z = 0.02$ ) supplemented by grids of static envelope models of various metallicities ( $Z = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08,$  and  $0.10$ ). We consider all pulsation modes with  $l = 0, 1, 2,$  and  $3$  in the 80–1500 s period window, the interval currently most suitable for fast photometric detection techniques. We establish that significant driving is often present in hot B subdwarfs and is due to an opacity bump associated with heavy-element ionization. We find that models with  $Z \geq 0.04$  show low radial order unstable modes; both radial and nonradial ( $p, f,$  and  $g$ ) pulsations are excited. The unstable models have  $T_{\text{eff}} \approx 30,000$  K and  $\log g \approx 5.7$ , depending somewhat on the metallicity. We emphasize that metal enrichment need only occur locally in the driving region. On this basis, combined with the accepted view that local enrichments and depletions of metals are commonplace in the envelopes of hot B subdwarfs, we predict that some of these stars should show luminosity variations resulting from pulsational instabilities.

*Subject headings:* stars: interiors — stars: oscillations — subdwarfs

### 1. INTRODUCTION

In the last 20 years, considerable progress has been made in understanding of the physical properties and evolutionary status of hot, hydrogen-rich, subdwarf B stars (see, e.g., Menster & Sargent 1974; Heber 1987; Saffer et al. 1994). Following the scenario originally proposed by Heber and collaborators (e.g., Heber et al. 1984), it is currently believed that subdwarf B stars are  $\sim 0.5 M_{\odot}$  objects with hydrogen envelope masses that are small enough that, after core helium exhaustion on the extended horizontal branch (EHB), they never evolve toward the asymptotic giant branch (AGB). They remain at high effective temperatures ( $T_{\text{eff}} \gtrsim 20,000$  K) throughout their core-burning evolution. In the post-HB, shell-burning stage of evolution the models are referred to as “AGB-manqué” objects (see Greggio & Renzini 1990) and are associated with the field subdwarf O stars (Dorman, Connell, & Rood 1995 and references therein). A number of post-EHB evolutionary studies have appeared in the literature in the last several years (see Dorman 1995 for a review). While asteroseismology is proving to be an extremely powerful tool in studying other types of stars, its potential has not been studied for subdwarf B stars, partly because of the lack (until recently) of sufficiently realistic equilibrium structures. Furthermore, and to our knowledge, luminosity variations caused by pulsational instabilities have not been reported for these stars. However, pulsation theorists with a keen eye have noticed for some time that the potential for driving pulsation modes appears to exist in the envelopes of subdwarf stars. Indeed, early models of such envelopes (Wesemael et

al. 1982; Groth, Kodritzki, & Heber 1985) as well as their more sophisticated modern counterparts are all characterized by the presence of a He II–He III convection zone. By analogy with other types of pulsating stars (whose instabilities are always driven by one form or another of an opacity mechanism), one might expect that the opacity bump associated with this partial ionization zone could also excite pulsation modes in hot B subdwarfs.

Motivated in part by this observation, we undertook a systematic exploration of the potential of asteroseismology for subdwarf B stars. The purposes of the present Letter are (1) to report on the salient results of our investigation, (2) to call attention to the very real possibility that some subdwarf B stars may undergo stellar oscillations, and (3) to encourage searches for luminosity variations in such stars.

### 2. COMPUTATIONS AND RESULTS

The first batch of equilibrium models investigated in this study consists of full stellar models taken from five distinct evolutionary sequences. These were chosen in order to map a significant fraction of the region of the  $T_{\text{eff}}-\log g$  plane actually occupied by the known subdwarf B stars (see Saffer et al. 1994 and references therein). In this particular region, we retained about 25 models per sequence. The evolutionary models were computed with the methods described in Dorman (1992a, 1992b) and Dorman, Rood, & O’Connell (1993). The new models use the OPAL opacities described by Rogers & Iglesias (1992) computed in 1993 December, which adopted the element mix referred to as “Grevesse & Noels 1993.” Where necessary (during He flashes), we used new low-temperature opacities by D. R. Alexander (1995, private

<sup>1</sup>NAS/NRC Resident Research Associate.

TABLE 1  
PULSATION PERIODS FOR A TYPICAL SUBDWARF B STAR MODEL

$k$	$l = 0$	$l = 1(p)$	$l = 1(g)$	$l = 2(f, p)$	$l = 2(g)$	$l = 3(f, p)$	$l = 3(g)$
0.....	384.13	...	...	277.45	...	270.11	...
1.....	281.70	379.97	399.07	257.90	370.99	222.67	306.83
2.....	226.74	279.72	669.19	223.56	407.72	205.82	355.99
3.....	191.25	225.28	965.35	192.39	576.19	187.56	428.29
4.....	173.54	188.71	1136.81	179.41	675.85	169.34	506.07
5.....	157.05	163.60	1311.82	157.95	774.48	153.11	563.83
6.....	138.66	147.90	...	139.38	897.80	135.79	655.69
7.....	114.61	134.07	...	126.07	1004.21	121.56	723.91
8.....	105.62	120.33	...	115.90	1182.10	110.75	846.59
9.....	96.96	108.84	...	106.04	1361.08	102.54	975.36
10.....	89.50	99.99	...	97.15	1429.47	95.03	1030.05
11.....	83.38	93.28	...	89.77	...	88.03	1130.15
12.....	...	87.18	...	83.87	...	81.88	1259.89
13.....	...	81.28	...	...	...	...	1337.26
14.....	...	...	...	...	...	...	1425.84

communication, described in Alexander & Ferguson 1994), which were computed with the same element mix. These models closely match the OPAL opacity set within the hydrogen ionization zone. The other difference in the physics was the use of the Itoh et al. conductive opacities (Itoh et al. 1983, 1988; Itoh, Hayashi, & Kohyama 1993, 1994; Itoh & Kohyama 1994).

Each sequence describes the evolution of an AGB-manqué star with a core mass of  $0.4758 M_{\odot}$ . The sequences differ in that different envelope masses are considered:  $M_{\text{env}} = 0.0002, 0.012, 0.0022, 0.0032,$  and  $0.0042 M_{\odot}$ . The composition of the envelopes is assumed to be solar ( $X = 0.70388, Z = 0.01718$ ). The luminosity of each model is provided by H burning confined to a very small core. Residual H burning at the base of the H-rich envelope contributes negligibly to the luminosity until the AGB-manqué phase of the evolution.

We first carried out a detailed adiabatic survey of the evolutionary models with the help of the Galerkin finite-element code of Brassard et al. (1992). Specifically, for each equilibrium model considered, we computed pulsation periods using the adiabatic approximation for all modes with  $l = 0, 1, 2, 3$  in the 80–1500 s period window. This interval corresponds to the range of periods most easily detectable with present-day fast photometric techniques. Moreover, it is well known that surface cancellation effects render detection of luminosity variations excessively difficult for  $l \geq 4$  in compact stars (Dziembowski 1977; Robinson, Kepler, & Nather 1982; Brassard 1987; Brassard, Fontaine, & Wesemael 1995), so that modes are not of direct observational interest. We will report elsewhere the detailed results of this extensive survey, including discussions of the effects of changing model parameters, the period evolution, the rates of period changes, and the effects of mode trapping and mode confinement caused by composition interfaces in our doubly stratified equilibrium models. For the needs of the present Letter, in order to give an idea of the modes to be expected in the 80–1500 s period window, we simply report on some sample results.

Table 1 lists the pulsation periods for a typical model of a hot B subdwarf. This model belongs to the sequence with  $M_{\text{re}} = 0.4758 M_{\odot}$  and  $M_{\text{env}} = 0.0012 M_{\odot}$ . It has an age of  $1.4 \times 10^7$  yr (time elapsed since the zero-age HB phase), a surface gravity  $\log g = 5.46$ , and an effective temperature  $T_{\text{eff}} = 27,500$  K. The table gives the pulsation period (expressed in seconds) as a function of the radial order  $k$ . We distinguish between the radial modes ( $l = 0$ ) and the  $p$  and  $g$  branches for

nonradial modes with  $l = 1, 2,$  and  $3$ . Our results indicate that subdwarf B stars have rich period spectra, easily accessible with present-day observational techniques (white-light fast photometry, for example). Provided that we can demonstrate that some of these modes can be excited, this should motivate observational searches for pulsational instabilities in these stars.

Therefore, in the second step of our investigation, we carried out a stability analysis of our equilibrium models with the help of the finite-element nonadiabatic pulsation code briefly described in Fontaine et al. (1994) and Brassard, Fontaine, & Bergeron (1996). In order to understand the results and be able to identify the driving regions (if any), we considered the variations with depth of the so-called work integral. Figure 1 illustrates a typical case and refers to the equilibrium model whose periods are provided in Table 1. The solid curve corresponds to the integrand of the work integral for the  $l = 2, f$ -mode with a period of 277.45 s. (We emphasize that, while specific to this particular mode, the results shown here are also typical of all other modes of interest.) The values of  $dW/dr$  are positive in driving regions and negative in damping regions. We find that driving is negligible in the He II–He III convection zone, contrary to our initial expectation. In retrospect, it appears that the convection zone is located too high in the envelope, in a region that contains very little mass; therefore, it carries practically no weight in terms of driving (or damping). Likewise, the H-burning shell is so weak in our models that no significant contribution to driving from the  $\epsilon$  mechanism is observed. The important result here is that the main driving region in hot B subdwarfs is associated with an opacity bump due to heavy-element ionization. This is shown by the dashed curve which illustrates the run of the Rosseland opacity in the unperturbed model. As expected, the opacity shows a maximum in the convection zone due to He II–He III partial ionization, but it also shows a secondary maximum around  $\log q \approx -9.2$ , obviously associated with the driving region and which tends to disappear when the heavy-element content (assumed to be  $Z \sim 0.02$  in this model) is decreased. The realization that driving is related to metallicity provides an important clue to the possible existence of real subdwarf B pulsators. This is similar in nature to the so-called Z-bump mechanism uncovered by others in different types of pulsating stars (e.g., Cox et al. 1992; Moskalik & Dziembowski 1992; Dziembowski & Pamiatnykh 1993; Gautschy & Saio 1993).



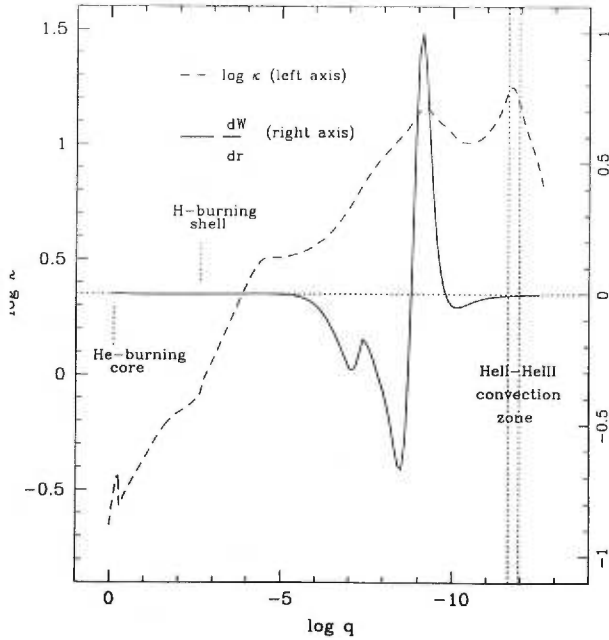


FIG. 1.—Run of the integrand of the work integral for the  $f$ -mode with  $Z$  (solid curve) and of the Rosseland opacity (dashed curve) vs. fractional depth in a typical subdwarf B model. The locations of the He-burning core, the residual H-burning shell, and the He II–He III convection zone are marked. The driving region (positive values of  $dW/dr$ ) is clearly associated with an opacity bump, itself caused by heavy-element ionization.

The specific mode considered in Figure 1 turns out to be stable, the damping region below the driving region contributing somewhat more to the overall work integral. This result is quite typical of all of the evolutionary models computed with  $Z = 0.02$ . Indeed, in our detailed nonadiabatic survey of those equilibrium models, we found no unstable mode. However, in many cases, we found that the overall damping rates were very small, suggesting to us that such modes could perhaps still be excited in real stars (whose detailed structure might, of course, differ from that of the particular models we considered). In view of the correlation we uncovered between driving and metallicity, and the fact that local variations of metallicity are excited in subdwarf B stars (see below), it seemed natural to investigate the effects of changing the metallicity.

In the final step of our analysis, we constructed a second set of equilibrium models taking into account variations of metallicity in the H-rich envelope. Contrary to our previous models, these are static (i.e., nonevolving) structures. The models were computed with a version of the stellar code described by Brassard & Charbonneau (1994) and Brassard et al. (1996), suitably modified to produce envelope structures extending as deep as  $\log q = -0.05$ . The constitutive physics used is nearly identical to that used previously in the construction of our full evolutionary models, apart from the use of slightly newer OPAL opacities computed in 1995. Tests indicate that our ignoring of small He-burning core increases somewhat the values of periods of the  $g$ -modes (by 10%–20%, typically) but does not affect those of the  $p$ -modes which, contrary to the former, are formed essentially in the envelope region. We will provide more details on these models elsewhere.

We constructed five different model grids, one each for a fixed metal content  $Z = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08,$  and  $0.10$  in the

H-rich envelope ( $X = 0.70$ ). Each grid consists of 72 unperturbed models covering a rectangular region in the  $T_{\text{eff}} - \log g$  plane overlapping with the region where hot B subdwarfs are actually found ( $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$  in steps of 0.04, and  $4.8 \leq \log g \leq 6.4$  in steps of 0.2). In these exploratory calculations, we fixed the total mass of each model to  $0.48 M_{\odot}$  and the H-rich envelope mass to  $\log q(H) = -4$ . Tests indicate that stability does not depend on the value of  $\log q(H)$ .

In agreement with our expectations concerning the effects of metallicity, we found unstable pulsation modes for models with  $Z \geq 0.04$ . For these models, there is a blue-edge temperature located somewhere between  $\log T_{\text{eff}} = 4.46$  and  $4.50$ , which shows a weak sensitivity to metallicity. We tentatively interpret this as the consequence of the fact that metallicity primarily affects the size of the opacity bump (and, hence, the magnitude of the driving), rather than its location in a star of a given effective temperature. The blue edge itself must be due to the outward displacement of the driving region to the outermost layers (which carry little weight in the overall stability of a mode) as the effective temperature increases. Note that our actual value of the blue-edge temperature ( $T_{\text{eff}} \sim 30,000$  K) may also depend on the assumption of uniform metallicity as well as on the assumed mass of the models (currently  $0.48 M_{\odot}$ ), but this remains to be investigated. We find also that stability does depend on the assumed surface gravity. Unstable models have  $\log g \approx 5.7$ , with a weak dependence on metallicity, but this also remains to be investigated in more detail. As expected, the driving is more efficient in the high-metallicity models; a wider band of modes are excited in such models. In all unstable models, the excited modes have low values of the radial order  $k$ , and radial as well as nonradial pulsations are predicted. The most strongly driven modes have typical  $e$ -folding times of  $\sim 8 \times 10^{-2}$  yr, much shorter than the typical evolutionary time of a hot B subdwarf ( $\sim 10^8$  yr). These linear instabilities would normally develop into observable amplitudes.

### 3. DISCUSSION AND CONCLUSION

The results presented in this paper pave the way to the exciting possibility of being able to use asteroseismology to probe the internal constitution of subdwarf B stars. A subgroup of these stars may indeed constitute a new class of pulsating stars. Of course, this possibility hinges here on the question of metal enrichment in the driving region. We emphasize the fact that this enrichment need only occur in the driving region *itself* and not necessarily everywhere in the envelope (as we assumed in the relatively crude envelope models used in the present study). That heavy elements can show local enrichments in certain regions of a hot B subdwarf envelope, and local depletions in others, is not only plausible but is also *expected*. Indeed, subdwarf B stars all show peculiar surface abundances whose study constitutes a most active and interesting subfield of stellar physics in its own right. It is currently believed that the abundance anomalies observed in the atmospheres of these stars result from the competition between gravitational settling, radiative levitation, and weak stellar winds (Michaud et al. 1985, 1989; Heber 1987; Bergeron et al. 1988; Chayer et al. 1996). In the most recent investigation, Chayer et al. (1996) have carried out new computations of radiative levitation on metals in models of hot B subdwarfs using the same tools considered previously in the white dwarf context by Chayer et al. (1995) and Chayer,



ntaine, & Wesemael (1995). Of high relevance here, they find that metals, in particular iron (a major contributor to opacity), do levitate in the envelopes of these stars. Local overabundances of more than an order of magnitude can be brought through this process. In the case of iron, the maximum overabundance occurs near  $\log q \simeq -9$ ,  $-10$ . This result actually enhances the possibility that driving occurs as a result of a local enhancement of the metal content.<sup>2</sup> Of course, a detailed study of the driving process in hot B subdwarfs will ultimately require the use of more detailed envelope structures taking into account diffusion processes. *In the meantime, feel confident enough to risk the prediction that some*

A similar phenomenon may be responsible for mode excitation in rapidly rotating Ap stars.

*subdwarf B stars should show luminosity variations resulting from pulsational instabilities.* We believe that the material presented in this paper warrants further theoretical investigations of the pulsation properties of these stars and, above all, searches for luminosity variations. We have undertaken both.<sup>3</sup>

This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the fund FCAR (Québec). B. D. acknowledges partial support from NASA RTOP 188-41-51-03.

<sup>3</sup> After this paper was completed and submitted, we learned of the exciting discovery of pulsating sdB stars at the South African Astronomical Observatory. This was reported by O'Donoghue at the 10th European Workshop on White Dwarfs held in Blanes (Spain) on 1996 June 17–21. Thus, there is indeed a new class of pulsating stars out there!

#### REFERENCES

- Kander, D. A., & Ferguson, J. W. 1994, *ApJ*, 437, 879  
 Bergeron, P., Wesemael, F., Michaud, G., & Fontaine, G. 1988, *ApJ*, 332, 964  
 Brassard, P. 1987, M.Sc. thesis, Univ. Montréal  
 Brassard, P., & Fontaine, G. 1994, in *IAU Colloq. 147, The Equation of State in Astrophysics*, ed. G. Chabrier & E. Schatzman (Cambridge: Cambridge Univ. Press), 560  
 Brassard, P., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1996, in preparation  
 Brassard, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1995, *ApJS*, 96, 545  
 Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1992, *ApJS*, 80, 725  
 Bergeron, P., et al. 1996, in preparation  
 Bergeron, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1995, *ApJS*, 99, 189  
 Bergeron, P., Vennes, S., Pradhan, A. K., Thejll, P., Beauchamp, A., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1995, *ApJ*, 454, 429  
 Bergeron, P., Morgan, S. M., Rogers, F. J., & Iglesias, C. 1992, *ApJ*, 393, 272  
 Bergeron, P. 1992a, *ApJS*, 80, 701  
 —. 1992b, *ApJS*, 81, 221  
 —. 1995, in *Proc. 32d Liège Astrophys. Colloq., Stellar Evolution: What should Be Done*, ed. A. Noels, D. Fraipont-Caro, N. Grevesse, & P. Demarque (Liège: Institut d'Astrophysique), 291  
 Bergeron, P., O'Connell, R. W., & Rood, R. T. 1995, *ApJ*, 442, 105  
 Bergeron, P., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 415, 596  
 Dziembowski, W. 1977, *Acta Astron.*, 27, 203  
 Dziembowski, W., & Pamiatnykh, A. A. 1992, *MNRAS*, 262, 204  
 Fontaine, G., Brassard, P., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1994, *ApJ*, 428, L61  
 Gautschi, A., & Saio, H. 1993, *MNRAS*, 262, 213  
 Greenstein, J. L., & Sargent, A. I. 1974, *ApJS*, 28, 157  
 Greggio, L., & Renzini, A. 1990, *ApJ*, 364, 35  
 Groth, H. G., Kudritzki, R. P., & Heber, U. 1985, *A&A*, 152, 107  
 Heber, U. 1987, in *IAU Colloq. 95, The Second Conference on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & D. S. Hayes (Schenectady: Davis), 79  
 Heber, U., Hunger, K., Jonas, G., & Kudritzki, R. P. 1984, *A&A*, 130, 119  
 Itoh, N., Hayashi, H., & Kohyama, Y. 1993, *ApJ*, 418, 405  
 —. 1994, *ApJ*, 436, 418  
 Itoh, N., & Kohyama, Y. 1994, *ApJ*, 420, 943  
 Itoh, N., Kohyama, Y., Matsumoto, N., & Seki, M. 1993, *ApJ*, 404, 418  
 Itoh, N., Mitake, S., Iyetomi, H., & Ichimaru, S. 1983, 273, 774  
 Michaud, G., Bergeron, P., Heber, U., & Wesemael, F. 1989, *ApJ*, 338, 417  
 Michaud, G., Bergeron, P., Wesemael, F., & Fontaine, G. 1985, *ApJ*, 299, 741  
 Moskalik, P., & Dziembowski, W. 1992, *A&A*, 256, L5  
 Robinson, E. L., Kepler, S. O., & Nather, R. N. 1982, *ApJ*, 259, 219  
 Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. 1992, *ApJ*, 401, 361  
 Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351  
 Wesemael, F., Winget, D. E., Cabot, W., Van Horn, H. M., & Fontaine, G. 1982, *ApJ*, 254, 221

## A DRIVING MECHANISM FOR THE NEWLY DISCOVERED CLASS OF PULSATING SUBDWARF B STARS

S. CHARPINET, G. FONTAINE, AND P. BRASSARD

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec, Canada, H3C 3J7;  
charpinet@astro.umontreal.ca, fontaine@astro.umontreal.ca, brassard@astro.umontreal.ca

P. CHAYER

Center for EUV Astrophysics, 2150 Kittredge Street, University of California at Berkeley, Berkeley, CA 94720-5030; chayer@cea.berkeley.edu

F. J. ROGERS AND C. A. IGLESIAS

Lawrence Livermore National Laboratory, P.O. Box 808, Livermore, CA 94550; opal@coral.llnl.gov

AND

B. DORMAN<sup>1</sup>

Laboratory for Astronomy and Solar Physics, NASA/GSFC, Greenbelt, MD 20771; Ben.Dorman@gssc.nasa.gov

Received 1997 January 24; accepted 1997 April 22

### ABSTRACT

We present new calculations that strongly reinforce the idea—originally proposed by Charpinet et al.—that pulsation modes are driven through an opacity bump due to a local enhancement of the iron abundance in the envelopes of sdB stars. Our improved models incorporate nonuniform iron abundance distributions obtained through the condition of diffusive equilibrium between gravitational settling and radiative levitation. They also include special Rosseland opacity tables that take into account the large variations of the iron abundance about the cosmic value that are predicted by equilibrium radiative levitation theory. For representative models with  $M = 0.48 M_{\odot}$  and  $\log g = 5.8$ , we find strong instabilities for low-order radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes in the range  $36,500 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 29,000 \text{ K}$ . The four pulsating sdB stars currently known all have effective temperatures in that range. In addition, one of our models with  $T_{\text{eff}} = 34,000 \text{ K}$  has a band of unstable modes with periods in the range 116–195 s, in excellent agreement with those of the known pulsators. We therefore claim that our proposed iron bump mechanism provides a natural explanation for the instabilities found in the newly discovered class of pulsating sdB stars.

*Subject heading:* stars: interiors — stars: oscillations — subdwarfs

In a recent effort (Charpinet et al. 1996, hereafter Paper I), one of us presented the first results of a systematic survey of the asteroseismological potential of a neglected class of stars, the hot B subdwarfs (sdB). These evolved, compact stars are found in the range  $40,000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 24,000 \text{ K}$ , and have typical values  $M \sim 0.5 M_{\odot}$  and  $\log g \sim 5.8$  (see Saffer et al. 1994 and references therein). They are identified with low-mass core helium burning models with outer H-rich envelopes that are too thin to sustain H-shell burning on the extended horizontal branch. Consequently, after core helium exhaustion, they do not evolve toward the asymptotic giant branch. They turn left in the HR diagram, contribute for a while to the subdwarf O population, and, ultimately, become white dwarfs (see, e.g., Dorman, Rood, & O’Connell 1993).

The investigations of Paper I led to the discovery of an efficient driving mechanism due to an opacity bump associated with heavy-element (essentially iron) ionization in some models of sdB stars. This is similar in nature to the so-called Z-bump mechanism uncovered by others in different types of pulsating stars (e.g., Cox et al. 1992; Moskalik & Dziembowski 1992; Dziembowski & Pamiatnykh 1992; Gautschy & Saio 1993). It was found that both radial and nonradial ( $p$ ,  $f$ , and  $g$ ) low-order modes could be excited in these models. On this basis, Paper I made the prediction that a subclass of sdB stars should show luminosity variations resulting from pulsational instabilities.

After Paper I was completed and submitted, we learned of the independent observational effort carried out at the South African Astronomical Observatory, which led to the exciting discoveries of the first real pulsating sdB stars (O’Donoghue et al. 1997a; see also Kilkenny et al. 1997b). The properties of the first four members of this new class of pulsating stars (dubbed EC 14026 objects, after the prototype) have been described in a recent series of papers (Kilkenny et al. 1997a; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O’Donoghue et al. 1997b). Of particular interest, these stars appear to crowd in a specific region of the  $T_{\text{eff}}\text{-log } g$  plane ( $T_{\text{eff}} \sim 35,000 \text{ K}$ ,  $\log g \sim 5.9$ ) (O’Donoghue et al. 1997b). They are also multiperiodic with periods in the range 121–159 s. While we like to think that the driving mechanism uncovered in Paper I is responsible for the luminosity variations in the real pulsators, it remains to be seen that this is the case. We recall that, in the exploratory spirit of Paper I, the effects of metallicity on driving were investigated through relatively crude models with assumed uniform metal abundances. Unstable modes were found for enhanced metallicity ( $Z \gtrsim 0.04$ ), low gravity ( $\log g \lesssim 5.7$ ), and relatively low temperature ( $T_{\text{eff}} \lesssim 30,000 \text{ K}$ ) models. However, it was pointed out there that enhanced metallicity need only occur locally in the driving region and, furthermore, that the derived theoretical boundaries of instability in the  $T_{\text{eff}}\text{-log } g$  plane may depend on the assumption of uniform enhanced metallicity used in these relatively crude first-generation envelope models. In view of this, and considering the challenge posed above by the observational situation, we have computed more sophisticated and realistic envelope models with nonuni-

<sup>1</sup> Also, Department of Astronomy, University of Virginia, P.O. Box 3818, Charlottesville, VA 22903-0818.

m metal abundances. The main purpose of this Letter is to report on the salient features of a nonadiabatic study of these second-generation models.

Our new envelope models are based on the assumption that equilibrium state has been reached between gravitational settling and radiative levitation operating on a given metal in a sdB star. In the absence of other competing mechanisms (e.g., stellar winds, accretion, turbulence), it can be shown (see Fontaine & Chayer 1997) that this equilibrium state is reached rapidly, over timescales much smaller than a typical evolution-timescale ( $\sim 10^8$  yr in the present case; Dorman et al. 1993). This approach leads to predicted surface abundances that are anomalous, as is invariably found in studies of sdB stars (see, e.g., the review in Heber 1991). Of direct interest in the present context, it also leads to a nonuniform distribution of a given heavy element as a function of depth, with local enhancements and depletions, one which depends intimately on the atomic structure of that element. From an asteroseismological point of view, the variable abundance of an opaque element (such as iron, for example) as a function of depth can potentially play a decisive role in the driving process through its influence on the Rosseland opacity distribution.

In the present effort, we idealized the situation by considering an outer envelope consisting of only iron in a background of hydrogen. This is justified on the grounds that iron is responsible for the destabilization mechanism found in Paper I. Also, sdB stars typically show large helium deficiencies in their atmospheres. Thus, in a first step, we computed the distribution of iron as a function of depth in a hydrogen envelope through equilibrium radiative levitation theory. We used the same tools developed by Chayer, Fontaine, & Wesemael (1995a) in a white dwarf context, and incorporated some of the improvements discussed by Chayer et al. (1995b).

The solid curves in Figure 1 give the distribution of iron in the outer envelope of representative models of sdB stars with  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log g = 5.8$ , and various effective temperatures. The integrated distribution over depth corresponds to the total reservoir of iron that is maintained against settling by radiative levitation in a given model. We note that the radiative support decreases monotonically with increasing effective temperature. We note also that overabundances of iron are created over a substantial fraction of the outer envelope. These overabundances can become quite significant, particularly for the hotter models. We point out that there is no problem in building up large overabundances; the total amount of iron in the levitating reservoir is still a minute fraction of the total iron content in the star.

In a second step, we computed special Rosseland opacity tables to be able to include the very large variations of the iron abundance about the normal value (both underabundances and overabundances) that we obtained from our radiative levitation calculations. For that task, we ran the OPAL codes of Iglesias & Iglesias 1992; Iglesias & Rogers 1996) for a series of assumed nonstandard iron abundances that bracketed the normal value. Not surprisingly, the effects of varying the iron abundance on the Rosseland opacity can be quite drastic. The details on these calculations will be reported elsewhere. The dotted curves in Figure 1 show the Rosseland opacity distribution (interpolated on our special grid of OPAL data) computed on the basis of the variable abundance of iron. The opacity profile shows two bumps, both of which migrate inward the surface as the effective temperature increases. The

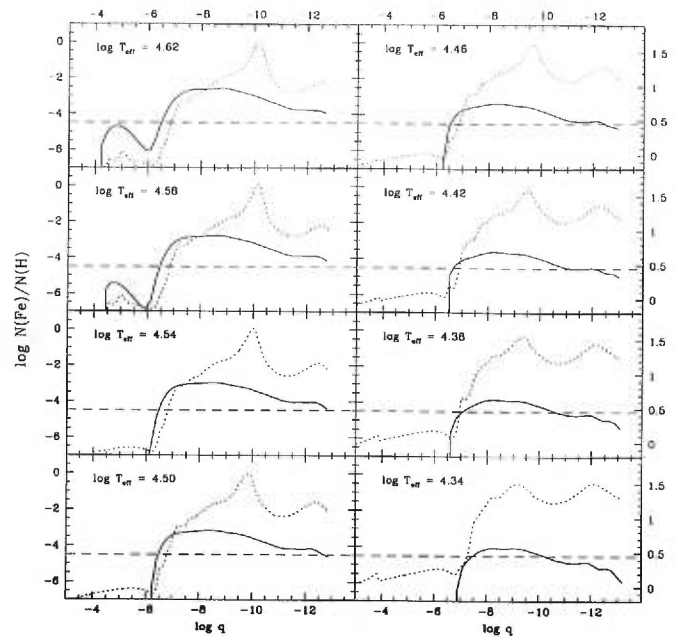


FIG. 1.—Equilibrium abundance of iron (solid curve) as a function of the fractional mass depth  $\log q [= \log(1 - M(r)/M_*)]$  for a series of representative models of sdB stars with  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log g = 5.8$ , and  $\log T_{\text{eff}}$  from 4.34 to 4.62 in steps of 0.04. In each panel the tip of the solid curve on the right hand side corresponds to the location of the Rosseland photosphere. The dashed horizontal line gives the normal value of the Fe/H number ratio. Also shown is the profile of the Rosseland opacity (dotted curve); its logarithmic value can be read on the right axis.

bump nearer to the stellar surface is essentially due to partial ionization of hydrogen, while the second one, located deeper, is due to the ionization of an electronic shell of iron. It is the shape and the location of that second bump that play an essential role in our driving mechanism.

The new opacity tables as well as the equilibrium distributions of iron were incorporated in a suitably modified version of the stellar code described by Brassard & Fontaine (1994) and Brassard, Fontaine, & Bergeron (1997). This code produces equilibrium static structures extending as deep as  $\log q = -0.05$ , which are well suited for pulsational analysis (see Paper I). As noted above, we considered representative sdB models with  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log g = 5.8$ , and covering a range of effective temperature that overlaps completely with the range in which the real sdB stars are found. As in Paper I, we assumed, for each equilibrium structure, a He-rich core ( $-0.05 \geq \log q > -4.00$ ) surrounded by a H-rich envelope ( $\log q \leq -4.00$ ). Figure 1 has presented that part (the outer envelope) of some of these static structures that is most relevant to the driving process.

Finally, as in Paper I, we carried out a stability analysis for all modes with  $l = 0, 1, 2$ , and 3 in the 80–1500 s period window for each equilibrium structure that we considered. This was done with the help of the finite-element nonadiabatic pulsation code briefly described in Fontaine et al. (1994) and in Brassard et al. (1997). We found strongly excited low-order radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes in models in the range  $36,500 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 29,000 \text{ K}$ . The driving process is the same as that uncovered in Paper I; it is a  $\kappa$ -mechanism resulting from partial ionization of iron (the iron opacity bump seen in Fig. 1). Contrary to our first generation models with assumed uniform enhanced metallicity, however, the shape

TABLE 1  
PULSATION PERIODS AND E-FOLDING TIMES FOR REPRESENTATIVE sdB MODEL

<i>k</i>	<i>l</i> = 0		<i>l</i> = 1		<i>l</i> = 2		<i>l</i> = 3	
	<i>P</i> (s)	$\tau_e$ (yr)	<i>P</i> (s)	$\tau_e$ (yr)	<i>P</i> (s)	$\tau_e$ (yr)	<i>P</i> (s)	$\tau_e$ (yr)
6.....	...	...	85.41	stable	83.27	stable	80.89	stable
5.....	86.91	stable	94.74	stable	93.27	stable	91.73	stable
4.....	96.05	stable	109.82	stable	108.19	stable	105.27	stable
3.....	110.74	stable	128.86	$4.09 \times 10^{-2}$	122.51	$4.20 \times 10^{-2}$	116.31	$3.95 \times 10^{-2}$
2.....	132.72	$3.49 \times 10^{-2}$	142.85	$4.05 \times 10^{-2}$	140.85	$3.17 \times 10^{-2}$	138.90	$2.80 \times 10^{-2}$
1.....	144.76	$5.73 \times 10^{-2}$	176.22	$1.02 \times 10^0$	174.43	$8.75 \times 10^{-1}$	165.27	$7.82 \times 10^{-1}$
0.....	176.77	$1.08 \times 10^0$	...	...	195.44	$4.43 \times 10^2$	178.26	$2.17 \times 10^0$
1.....	...	...	764.96	stable	466.40	stable	352.88	stable
2.....	...	...	1221.35	stable	722.75	stable	526.00	stable
3.....	...	...	1383.72	stable	804.62	stable	575.28	stable
4.....	...	...	...	...	1016.00	stable	732.24	stable
5.....	...	...	...	...	1295.40	stable	927.76	stable
6.....	...	...	...	...	...	...	1131.12	stable
7.....	...	...	...	...	...	...	1209.81	stable
8.....	...	...	...	...	...	...	1352.66	stable

and location of that bump are determined here in a more natural and realistic way, through the condition of diffusive equilibrium between gravitational settling and radiative levitation. Hence, through our more realistic approach, we now find that the instabilities are confined to a finite interval of effective temperature, an instability strip. Furthermore, the four known pulsators have effective temperatures (O'Donoghue et al. 1997b) that all fall within that range.

There is a natural explanation for the instability strip. Indeed, there is a lower limit (red edge) to the temperature that allows driving at which there is not enough iron supported by radiative levitation (see Fig. 1). Below  $T_{\text{eff}} \sim 29,000$  K, the iron opacity bump is relatively broad and does not contribute enough to driving. With increasing  $T_{\text{eff}}$ , the iron opacity bump gets sharper and migrates toward the surface. The first effect favors driving by increasing the opacity derivatives, and the second effect allows the full "sampling" of the driving region. Ultimately, however, at high enough effective temperatures (blue edge), the opacity bump has migrated too high in the envelope in a region that contains very little mass and, therefore, carries practically no weight in terms of driving (or damping).

Table 1 gives typical results for one of our unstable models ( $T_{\text{eff}} = 34,000$  K,  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log g = 5.8$ ). The periods and *e*-folding times (for the unstable modes) are reported. We find a band of excited periods comprising the lowest order radial and nonradial *p* modes. The *e*-folding times for the unstable modes are all much shorter than the typical evolutionary timescale of a sdB star ( $\sim 10^8$  yr). Given enough energy, these modes would thus normally develop observable amplitudes. In contrast, all of the *g* modes investigated are stable.<sup>2</sup> We note, in this context, that the *g*-mode periods are overestimated here by 10%–20% because of our use of static structures that neglect the small He-burning core (see Paper I). Because the radial and *p* modes are essentially envelope modes, this neglect does not practically affect their periods.

In Figure 2, we compare the period spectra observed in the four known EC 14026 stars (Kilkenny et al. 1997a; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O'Donoghue et al. 1997b) with the

theoretical period spectrum for our representative model. The latter spectrum is restricted to the 80–280 s interval, and includes all modes with  $l = 0, 1, 2,$  and  $3$ . Those are radial and *p* (and *f*) modes (see Table 1). The band of excited theoretical periods covers the range 116–195 s. Given that the effective temperatures (found in the range 33,500–35,700 K) and, particularly, the surface gravities (found in the range 5.5–6.1) of the real pulsators are not, of course, exactly equal to the

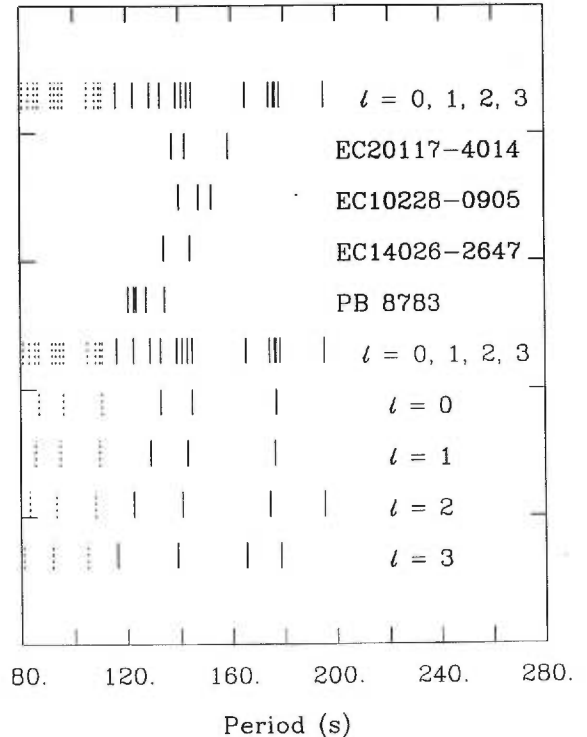


FIG. 2.—Comparison of the period spectra observed in the four known EC 14026 stars with the theoretical period spectrum of a representative model with  $M = 0.48 M_{\odot}$ ,  $\log g = 5.8$ , and  $T_{\text{eff}} = 34,000$  K. The periods for all modes with  $l = 0, 1, 2,$  and  $3$  and in the interval 80–280 s are shown. These correspond to the lowest order radial and nonradial *p* (and *f*) modes. The *g* modes have periods larger than 280 s (see Table 1). The unstable modes are represented by continuous segments, while the stable modes are represented by dotted line segments.

<sup>2</sup> Our calculations do suggest some marginal *g*-mode instabilities in models cooler than 29,000 K (the red edge of the radial and *p*-mode instability strip discussed here), but this must be investigated further.



of our representative model ( $T_{\text{eff}} = 34,000$  K,  $\log g =$  we find it gratifying that the observed periods all fall into range. Figure 2 also shows that  $p$  modes are necessarily present in the real pulsators, since the density of radial modes is clearly insufficient.

The results presented in this paper strongly reinforce the idea that pulsation modes are driven through an opacity bump mechanism due to a local enhancement of the iron abundance in the envelopes of sdB stars (see Paper I). Our second-order models did away with the crude assumption of a uniform enhanced metallicity and incorporated nonuniform abundance distributions obtained through the condition of diffusive equilibrium between gravitational settling and radiative levitation. This important improvement leads to stable models that now have effective temperatures comparable with the temperatures of the EC 14026 stars. Furthermore, the unstable modes in a model with atmospheric parameters representative of the real pulsators have periods comparable to those observed in these pulsators. Low-order radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) modes are involved. On the basis of these agreements, we reiterate the suggestion that an opacity bump mechanism may also be responsible for mode excitation in rapidly oscillating Ap stars.

There are many tasks to be tackled in the future. Firstly, we need to investigate in more detail how the results are affected by changing model parameters. In particular, we need to map the instability domain in the  $T_{\text{eff}}\text{-}\log g$  plane. The effects of

metals other than iron are also of interest. In the longer run, we need to develop a consistent picture of sdB asteroseismology as seen from a spectral evolution point of view. For instance, Fontaine & Chayer (1997) have demonstrated quantitatively that the general helium deficiencies observed in sdB stars can be explained in terms of weak stellar winds. While the mass loss rates postulated remain too small for changing the equilibrium structure of a star and affect significantly the dynamics of the pulsations, they can still potentially alter the reservoir of levitating iron that has been invoked here. It remains to be seen how mass loss can affect the iron distribution in sdB stars, but we can envision, at the outset, the possibility that two stars with similar values of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  may suffer from mass loss at different rates. In that case, one star (the one with enough iron in its reservoir) could pulsate, while the other (with a depleted reservoir) could be stable.

It is a real pleasure for us to acknowledge stimulating discussions on EC 14026 stars with Darragh O'Donoghue, Dave Kilkenny, and Bob Stobie. This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the fund FCAR (Québec). P. C. acknowledges partial support from NASA contracts NCC5-138 and NAG5-2620. The work of F. J. R. and C. A. I. was supported under the auspices of the Department of Energy by Lawrence Livermore National Laboratory. B. D. acknowledges support from NASA grants NAG5-700 and NAGW-4106.

## REFERENCES

- Charpinet, P., & Fontaine, G. 1994, in IAU Colloq. 147, *The Equation of State of Stars*, ed. G. Chabrier & E. Schatzman (Cambridge: Cambridge University Press), 560
- Charpinet, P., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in preparation
- Charpinet, P., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103 (per I)
- Charpinet, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1995a, *ApJS*, 99, 189
- Charpinet, P., Vennes, S., Pradhan, A. K., Thejll, P., Beauchamp, A., Fontaine, G., Wesemael, F. 1995b, *ApJ*, 454, 429
- Charpinet, P., Morgan, S. M., Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. 1992, *ApJ*, 393, 272
- Charpinet, P., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 415, 596
- Charpinet, P., & Pamiatnykh, A. A. 1992, *MNRAS*, 262, 204
- Charpinet, P., Brassard, P., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1994, *ApJ*, 428, L61
- Charpinet, P., & Chayer, P. 1997, in *Proc. 3d Conf. on Faint Blue Stars*, ed. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Chayer, P., & Saio, H. 1993, *MNRAS*, 262, 213
- Chayer, P., & Saio, H. 1991, in IAU Symp. 145, *Evolution of Stars: The Photospheric Abundance Connection*, ed. G. Michaud & A. Tutukov (Dordrecht: Kluwer), 1
- Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1996, *ApJ*, 464, 943
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997a, *MNRAS*, 285, 640
- Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Stobie, R. S., Lynas-Gray, A. E., & Kawaler, S. D. 1997b, in *Proc. 3d Conf. on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Koen, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 645
- Moskalik, P., & Dziembowski, W. 1992, *A&A*, 256, L5
- O'Donoghue, D., Koen, C., Kilkenny, D., Stobie, R. S., Lynas-Gray, A. E., & Kawaler, S. D. 1997a, in *Proc. 10th Eur. Workshop on White Dwarfs*, ed. J. Isern, M. Hernanz, & E. Garcia-Berro (Dordrecht: Kluwer), in press
- O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A. E., Kilkenny, D., Stobie, R. S., & Koen, C. 1997b, *MNRAS*, 285, 657
- Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. 1992, *ApJ*, 401, 361
- Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351
- Stobie, R. S., Kawaler, S. D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 651

## GRAVITY-MODE INSTABILITIES IN MODELS OF POST-EXTREME HORIZONTAL BRANCH STARS: ANOTHER CLASS OF PULSATING STARS?

S. CHARPINET, G. FONTAINE, AND P. BRASSARD

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec H3C 3J7, Canada;  
charpinet@astro.umontreal.ca, fontaine@astro.umontreal.ca, brassard@astro.umontreal.ca

AND

BEN DORMAN<sup>1</sup>

Laboratory for Astronomy and Solar Physics, NASA/GSFC, Greenbelt, MD 20771; Ben.Dorman@gssc.nasa.gov

Received 1997 July 30; accepted 1997 September 11; published 1997 October 13

### ABSTRACT

We present new results of a stability analysis of realistic models of post-extreme horizontal branch stars. We find that  $g$ -mode instabilities develop in some of these models as a result of a potent  $\epsilon$ -mechanism associated with the presence of an active H-burning shell. The  $\epsilon$ -process drives low-order and low-degree  $g$  modes with typical periods in the range 40–125 s. The unstable models populate a broad instability strip covering the interval  $76,000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 44,000 \text{ K}$  and are identified with low-mass DAO white dwarfs. They descend from stars that reach the zero-age “extended” horizontal branch with H-rich envelope masses  $M_{\text{env}} \gtrsim 0.0010 M_{\odot}$ . Our computations indicate that some DAO stars should show luminosity variations resulting from pulsational instabilities. We suggest looking for brightness variations in six particularly promising candidates.

*Subject headings:* stars: interiors — stars: oscillations — subdwarfs — white dwarfs

### 1. ASTROPHYSICAL CONTEXT

We have recently embarked in a systematic investigation of the asteroseismological potential of stellar models on the extreme horizontal branch (EHB) and beyond. This was made possible thanks to significant progress in our ability to compute increasingly sophisticated and realistic models for this relatively neglected phase of stellar evolution (see, e.g., Dorman 1995 for a review). The models of interest are low-mass objects ( $M \lesssim 0.5 M_{\odot}$ ) with outer H-rich envelopes too thin to reach the AGB after core helium exhaustion. Such models cannot sustain significant H-shell burning during core helium burning evolution. The core He burning phase, of typical length  $\sim 10^8$  yr, is identified with subdwarf B (sdB) stars. The stars have atmospheric parameters found in the ranges  $40,000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 24,000 \text{ K}$  and  $6.2 \gtrsim \log g \gtrsim 5.1$  (see Saffer et al. 1994, and references therein).

A stability analysis of stellar models in the sdB phase of evolution has led us to the discovery of an efficient driving mechanism due to an opacity bump associated with iron ionization (Charpinet et al. 1996). It was found that both radial and nonradial ( $p$ ,  $f$ , and  $g$ ) low-order modes could be excited in some of these models. On this basis, we made the prediction that a subclass of sdB stars should show luminosity variations resulting from pulsational instabilities. The independent and exciting discoveries of the first real pulsating sdB stars in South Africa (Kilkenny et al. 1997; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O’Donoghue et al. 1997) gave us confidence in the basic validity of our models. They also led to further developments on the observational front (Billères et al. 1997) and to refinements of the physical description of our iron bump mechanism (Charpinet et al. 1997).

While the observational and theoretical foundations for the pulsating sdB stars now appear to be well established, the asteroseismological potential of their descendants, the post-EHB stars, has not been investigated and remains of great interest.

During the post-core-exhaustion phase the stars contract and the H-burning shell finally “turns on.” With insufficient hydrogen energy to force a red giant star envelope, the stars live in the so-called “AGB-Manqué” phase (Greggio & Renzini 1990) for a period similar to the equivalent Early (i.e., pre-thermal pulsing) AGB evolution phase,  $2\text{--}4 \times 10^7$  yr. These post-EHB, He shell burning models are associated with the field subdwarf O stars (Dorman, O’Connell, & Rood 1995, and references therein). A majority of these stars cluster around  $T_{\text{eff}} \sim 45,000 \text{ K}$  and  $\log g \sim 5.5$  (Dreizler 1993). Ultimately, the models join the white dwarf cooling tracks near  $T_{\text{eff}} \sim 80,000 \text{ K}$  and are identified, in the early white dwarf phase, with the low-gravity DAO white dwarfs (Bergeron et al. 1994).

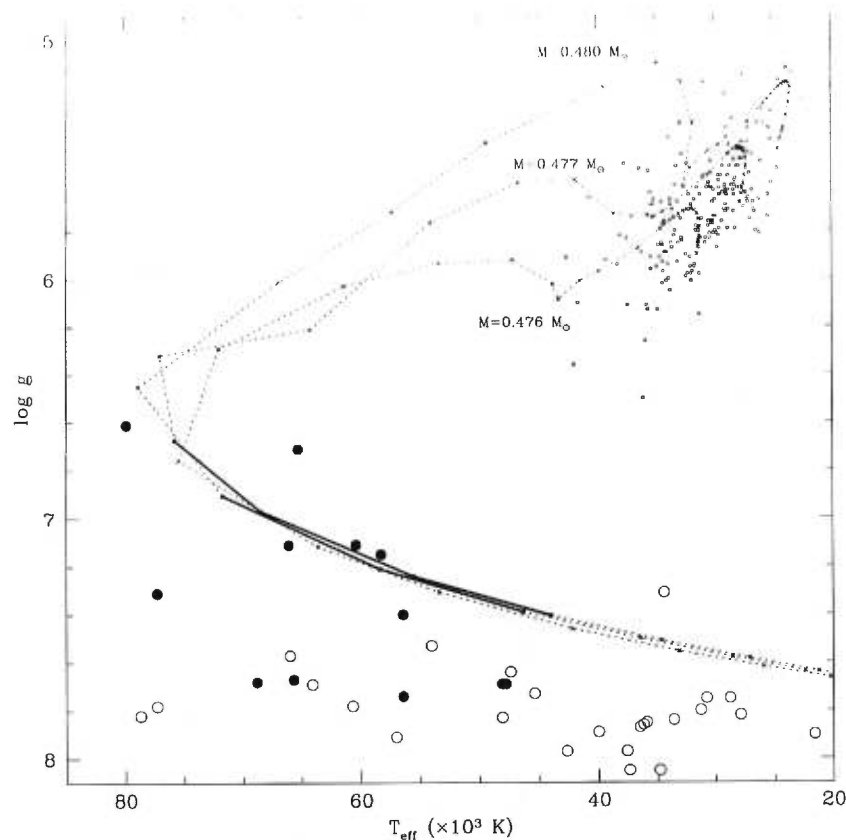
From an asteroseismological standpoint, the ignition of hydrogen at the base of the H-rich outer layer in these hot, post-EHB models is particularly interesting. Up to 50% of the luminosity of the star may be provided by hydrogen burning in a thin shell in these evolved models. The location of the H-burning shell strongly suggests that a potent  $\epsilon$ -mechanism might drive pulsation modes there (see below). In contrast, the He-burning shell appears to be located too deep at the outset to play a key role in destabilizing modes. Moreover, we do not expect the iron bump mechanism uncovered in sdB models to be relevant to post-EHB models as they are too hot (see Charpinet et al. 1997).

In this Letter, we report on the salient features of a stability analysis we carried out for realistic models of post-EHB stars, and on our discovery of pulsational instabilities in some of them.

### 2. STABILITY ANALYSIS OF POST-EHB MODELS

The equilibrium models employed in this investigation are full stellar models taken from seven distinct evolutionary sequences. The sequences span the evolution from the zero-age EHB (ZAEHB) to the cool white dwarf phase. The evolutionary models were computed with the methods described in Dorman (1992a, 1992b) and Dorman, Rood, & O’Connell (1993) but included improvements in the constitutive physics. The new

<sup>1</sup> Also, Department of Astronomy, University of Virginia, P.O. Box 3818, Charlottesville, VA 22903-0818.



1.—Typical evolutionary tracks for EHB and post-EHB models in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  diagram. Three tracks are illustrated, each corresponding to the same core mass,  $0.4758 M_{\odot}$ , but with ZAEHB H-rich envelope masses of 0.0042, 0.0012, and  $0.0002 M_{\odot}$ . The individual models along a track are represented all crosses and are joined together by dotted straight line segments. They cover the evolution from the ZAEHB to the white dwarf phase. Superimposed, upper right corner, are the positions of 213 real sdB stars (*small dots*). Likewise, the positions of the known DAO (*filled circles*) and hot DA (*open circles*) dwarfs are illustrated in the lower part of the diagram. The thick segments along two of the tracks in the DAO region correspond to the positions of unstable stars driven by the  $\epsilon$  mechanism in the H-burning shell.

Models use the OPAL opacities described by Rogers & Iglesias (1992) computed in 1993 December, which adopted the element composition referred to as “Grevesse & Noels 1993.” Where necessary (during He flashes), we used new low-temperature opacities by Alexander (1995, private communication, described in Charpinet & Ferguson 1994), which were computed with the same element mix. These smoothly match the OPAL opacity within the hydrogen ionization zone. The other difference in the input physics was the use of the Itoh et al. (1983; Itoh, Kishimoto, & Koyama 1993a, 1994a; Itoh et al. 1993b; Itoh & Koyama 1994b) conductive opacities.

The sequences (the same as those considered by Charpinet et al. 1996) correspond to the evolution of an AGB-que star with a core mass of  $0.4758 M_{\odot}$ . The sequences differ in that different initial envelope masses on the ZAEHB are considered:  $M_{\text{env}} = 0.0002, 0.0012, 0.0022, 0.0032$ , and  $0.0042 M_{\odot}$ . Two additional sequences with core masses of  $0.4758 M_{\odot}$  and ZAEHB envelope masses of 0.0001 and 0.0007 have been added in the meantime to provide a better map of the sdB region in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  diagram. In all cases, the composition of the envelopes was assumed to be solar ( $X = 0.70388, Z = 0.01718$ ), derived from calibrating a solar metallicity sequence to  $\log L/L_{\odot} = 0, T_{\text{eff}} = 5770$  K at age 4.6

Figure 1 illustrates the evolutionary tracks for three of our sequences in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  plane. For comparison purposes, the positions of 213 known sdB stars (according to R. A. Saffer

1997, private communication) are shown in the upper right region of the diagram, while the positions of the DAO and hot DA white dwarfs analyzed by Bergeron et al. (1994) are shown in the lower part of the figure. Of prime interest in the present context is the conclusion of Bergeron et al. (1994) that six of the DAO stars in their sample (those distributed about our evolutionary tracks) are post-EHB objects. In contrast, the majority of the hot white dwarfs they discuss have higher gravities (see Fig. 1), and must be considered as post-AGB stars (see Bergeron et al. 1994).

In the present effort, we have carried out a stability analysis for all of our post-EHB models, i.e., those beyond the sdB phase itself. Those models are characterized by double He and H shell burning. We considered all modes with  $l = 0, 1, 2$ , and 3 in the 5–500 s period window. This was done with the finite-element nonadiabatic pulsation code briefly described in Fontaine et al. (1994) and in Brassard, Fontaine, & Bergeron (1997). We found that, in four of our sequences, the  $\epsilon$  mechanism produced by the H-burning shell is sufficiently potent to drive low-order  $g$ -modes in models located at the beginning of the white dwarf branch of the evolutionary tracks. The unstable models define a broad strip covering the range  $76,000 \text{ K} \geq T_{\text{eff}} \geq 44,000 \text{ K}$  and are identified with the DAO phase of post-EHB evolution. The thick line segments along two evolutionary tracks in Figure 1 show a mapping of the instability strip. The sequences with the smaller H-rich envelope masses on the ZAEHB (i.e., those with  $M_{\text{env}} = 0.0001, 0.0002$ ,

TABLE 1  
PULSATION PERIODS AND  $e$ -FOLDING TIMES FOR A REPRESENTATIVE DAO MODEL

$k$	$l = 1$		$l = 2$		$l = 3$	
	$P$ (s)	$\tau_e$ (yr)	$P$ (s)	$\tau_e$ (yr)	$P$ (s)	$\tau_e$ (yr)
3 ( $p$ )	10.99	Stable	10.48	Stable	9.78	Stable
2 ( $p$ )	13.63	Stable	11.90	Stable	11.24	Stable
1 ( $p$ )	15.61	Stable	15.19	Stable	14.75	Stable
0 ( $f$ )	...	...	20.70	Stable	17.18	Stable
1 ( $g$ )	82.37	$6.99 \times 10^6$	54.11	$9.98 \times 10^5$	42.41	$2.42 \times 10^5$
2 ( $g$ )	109.78	$9.01 \times 10^4$	69.33	$1.34 \times 10^4$	50.25	$1.14 \times 10^4$
3 ( $g$ )	122.73	$1.14 \times 10^4$	74.59	$4.70 \times 10^4$	59.59	Stable
4 ( $g$ )	158.70	Stable	101.64	Stable	76.55	Stable
5 ( $g$ )	187.84	Stable	114.16	Stable	87.22	Stable

and  $0.0007 M_{\odot}$ ) have less active H-burning shells throughout the evolution. While the  $\epsilon$  mechanism due to such shells still produces significant local driving, particularly within the instability strip, it is not strong enough to overcome radiative damping processes in these models.

A typical unstable model is model 32, belonging to the sequence with  $M_{\text{core}} = 0.4758 M_{\odot}$  and  $M_{\text{env}} = 0.0012 M_{\odot}$ ; its evolutionary track is illustrated in Figure 1. It has an age of  $1.39 \times 10^8$  yr (time elapsed since the ZAEHB), a surface gravity  $\log g = 7.24$ , a luminosity  $L = 6.31 L_{\odot}$ , and an effective temperature  $T_{\text{eff}} = 55,560$  K. Table 1 gives the periods and the  $e$ -folding times (for the unstable modes) of the lowest order pulsation modes for this model. The radial modes ( $l = 0$ ) are all stable and are not listed in the table. In this, and in all other models showing instabilities, only the  $g$ -modes are excited; the  $p$ -modes are never driven. The table indicates that the lowest order  $g$ -modes ( $k = 1, 2$ , and/or  $3$ ) are excited and span a period

range 42–123 s. The  $e$ -folding times must be compared with the time it takes for a post-EHB star to cross the instability strip. Since this time is approximately equal to  $4.0 \times 10^6$  yr, substantially longer than most of the  $e$ -folding times, it would appear that the excited pulsations have plenty of time to develop observable amplitudes.

Figure 2 illustrates some structural properties for our representative model. The upper panel indicates, among other things, the location of the He and H burning shells as well as the magnitude of the nuclear energy generation rate there (*dotted curve*). On the scale used here, the contribution of the He-burning shell is insignificant. The lower panel shows the compositional stratification as well as the luminosity profile. The latter demonstrates that about 40% of the total luminosity of the model is due to H-shell burning at the base of the H-rich envelope. At the epoch of the model, some 68% of the hydrogen in the original ZAEHB envelope of  $0.0012 M_{\odot}$  has been consumed. Explicit tests carried out by switching off  $\epsilon_{\text{H}}$  and/or  $\epsilon_{\text{He}}$  in the pulsation calculations demonstrate, as implied by the upper panel of Figure 2, that all the driving is caused by the  $\epsilon$  mechanism generated by the H-burning shell. The latter is essentially driven by the CN cycle, the  $p$ - $p$  luminosity being negligible in this and the other unstable models. It is worth pointing out here that the metallicity would have to be lowered by several orders of magnitude for the  $p$ - $p$  contribution to become dominant. For instance, models with  $Z = 10^{-4}$  are already CN driven.

3. DISCUSSION

The  $g$ -mode instabilities uncovered here are very similar in nature to the pulsational instabilities discussed by Kawaler (1988; see also Sienkiewicz 1980) in the context of the much

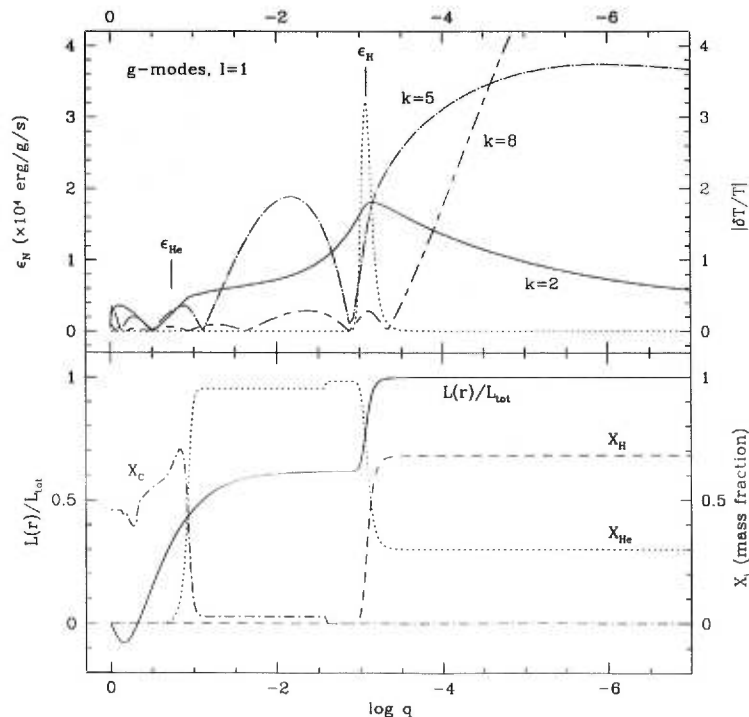


FIG. 2.—(Upper panel) Dotted curve shows the magnitude of the nuclear energy generation rate in, and the location of, the He and H burning shell. The other curves refer to the amplitude of the relative Lagrangian perturbation of the temperature for three  $g$ -mode overtones with  $l = 1$ . Only the mode with  $k = 2$  is excited. (Lower panel) Solid curve gives the luminosity profile as a function of fractional mass depth ( $\log q = \log [1 - M(r)/M]$ ) in our representative model. The other curves show the composition stratification.



luminous and hotter central stars of planetary nebulae. Standard models of these post-AGB stars also show a double-burning structure. As in Kawaler (1988), the  $\epsilon$  process describes here both the driving force and a filter mechanism (allowing only a few modes as unstable), but, unlike the case of these very luminous models, only the H-burning shell contributes to the process in the present situation.

$g$ -modes are favored for instability because, in the course of post-EHB evolution, their region of formation migrates from the core in the sdB phase (Charpinet et al. 1996, 1997) to the outer envelope in the cool pulsating white dwarfs of the ZZ type (see, e.g., Brassard et al. 1992). In the post-EHB phase,  $g$ -modes are mostly sensitive to the physical conditions in the deep envelope, where the H-burning shell is located. In contrast, the He-burning shell (see Fig. 2, upper panel), is less active, and thus plays a non-significant role.

The  $g$ -modes that are driven are those with oscillation amplitudes that are large in the H shell burning region. In practice, this means that the largest maximum in the temperature perturbation of a mode (usually the maximum located nearest to the surface) should nearly coincide with the H-burning shell. As the radial index  $k$  of a mode increases, this maximum in temperature perturbation moves outward, ultimately reaching a location beyond the shell. Those modes can no longer be efficiently driven. This then provides a filter, a cutoff in  $k$ , beyond which the  $g$ -modes are stable.

In the upper panel of Figure 2, we have plotted the absolute value of the Lagrangian temperature perturbation of three modes as a function of depth in our representative model. Note that this function is normalized for each mode, so the only quantity of interest here is related to the relative strengths and locations of maxima for a given mode. The three modes plotted belong to the sequence with  $l = 1$ . The mode with  $k = 2$  has a period of 109.78 s and is unstable (see Table 1). The behavior of its temperature perturbation (solid curve) illustrates what was written in the previous paragraph, namely that its largest maximum nearly overlaps with the H-burning shell. This maximizes the efficiency of  $\epsilon$  driving for that mode. The modes with  $k \geq 4$  (and  $l = 1$ ) are all stable in our representative model. The dot-dashed curve in the upper panel of Figure 2 shows that the largest maximum in the temperature perturbation of the  $k = 5$  mode (a stable mode with a period of 17.84 s; see Table 1) is located well above the shell burning

region, near  $\log q \approx -5.8$ , where radiative damping is important. In this specific case, the temperature perturbation also shows a node just below the H-burning shell, so the conditions are particularly unfavorable for efficient  $\epsilon$  driving for this mode. Finally, we illustrate also the behavior of the normalized temperature perturbation for a mode with  $k = 8$  (not listed in Table 1, but stable and with a period of 272.70 s). Here a secondary maximum is located right in the middle of the H-burning shell, but the ensuing driving is overcome by damping in the regions above where the relative amplitude of the temperature perturbation becomes much larger.

#### 4. CONCLUSION

The results presented in this paper strongly suggest that non-radial pulsations may be present in post-EHB evolution, and thus the methods of asteroseismology may shed light on the structure of stars in this phase. We have found that  $g$ -mode instabilities develop in realistic models of post-EHB stars. The unstable models are the descendants of stars with relatively massive ( $M_{\text{env}} \geq 0.0010 M_{\odot}$ ) H-rich envelopes on the ZAEHB, and pulsate because of the presence of an active H-burning shell at the base of the envelope. They define a broad instability strip covering the range  $76,000 \text{ K} \geq T_{\text{eff}} \geq 44,000 \text{ K}$  and are identified with low-mass DAO white dwarfs. Low-order and low-degree  $g$ -modes with typical periods around  $\sim 80$  s are predicted to be unstable in that instability strip.

Specifically, we suggest looking for luminosity variations in those DAO objects already identified by Bergeron et al. (1994) as post-EHB stars. Those are HZ 34, GD 651, Ton 353, PG 0834+501, Feige 55, and PG 0134+181. Of course, there is no a priori guarantee that those stars have ZAHB progenitors with envelopes in the correct mass range, since the region of temperature/gravity space occupied by the models with instabilities must be quite thin. Also, weak mass loss (often invoked to explain the abundance anomalies of sdB stars) may succeed in thinning that envelope to the point, perhaps, of reducing significantly the  $\epsilon$  driving. In any case, the proposed observations would provide interesting constraints on the amount of hydrogen left over in these DAO stars.

This work was supported in part by the NSERC of Canada and by the fund FCAR (Québec). B. D. acknowledges support from NASA grants NAG5-700 and NAGW-4106.

#### REFERENCES

- Anderson, D. A., & Ferguson, J. W. 1994, *ApJ*, 437, 879  
 Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A., Wood, M. A., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 305  
 Bergeron, P., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R., & Vauclair, G. 1997, *ApJ*, 487, L81  
 Bergeron, P., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in preparation  
 Bergeron, P., Fontaine, G., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1992, *ApJS*, 81, 747  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F. J., Iglesias, C. A., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, 483, L123  
 Charpinet, S., Fontaine, G., & Dorman, B. 1992a, *ApJS*, 80, 701  
 —. 1992b, *ApJS*, 81, 221  
 —. 1995, in *Proc. 32d Liège Astrophysical Colloq., Stellar Evolution: What Should Be Done*, ed. A. Noels, D. Fraipont-Caro, N. Grevesse, & P. Charpinet (Liège: Institut d'Astrophysique), 291  
 Charpinet, S., O'Connell, R. W., & Rood, R. T. 1995, *ApJ*, 442, 105  
 Charpinet, S., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 415, 596  
 Charpinet, S. 1993, in *White Dwarfs: Advances in Observation and Theory*, ed. A. Barstow (NATO ASI Ser. 403), 287  
 Fontaine, G., Brassard, P., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1994, *ApJ*, 428, L61  
 Greggio, L., & Renzini, A. 1990, *ApJ*, 364, 35  
 Itoh, N., Hayashi, H., & Kohyama, Y. 1993a, *ApJ*, 418, 405  
 —. 1994a, *ApJ*, 436, 418  
 Itoh, N., & Kohyama, Y. 1994b, *ApJ*, 420, 943  
 Itoh, N., Kohyama, Y., Matsumoto, N., & Seki, M. 1993b, *ApJ*, 404, 418  
 Itoh, N., Mitake, S., Iyetomi, H., & Ichimaru, S. 1983, 273, 774  
 Kawaler, S. D. 1988, *ApJ*, 334, 220  
 Kilkenney, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997b, *MNRAS*, 285, 640  
 Koen, C., Kilkenney, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 645  
 O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A. E., Kilkenney, D., Stobie, R. S., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 657  
 Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. 1992, *ApJ*, 401, 361  
 Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351  
 Sienkiewicz, R. 1980, *A&A*, 85, 295  
 Stobie, R. S., Kawaler, S. D., Kilkenney, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 651

## DISCOVERY OF $p$ -MODE INSTABILITIES IN THE HOT SUBDWARF B STAR PG 1047+003

M. BILLÈRES,<sup>1</sup> G. FONTAINE, P. BRASSARD, AND S. CHARPINET

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec, H3C 3J7 Canada;  
 billeres@astro.umontreal.ca, fontaine@astro.umontreal.ca, brassard@astro.umontreal.ca,  
 charpinet@astro.umontreal.ca

J. LIEBERT

Steward Observatory, University of Arizona, Tucson, AZ 85721; liebert@as.arizona.edu

R. A. SAFFER

Department of Astronomy and Astrophysics, Villanova University, Villanova, PA 19085; saffer@ast.vill.edu

AND

G. VAUCLAIR

Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Avenue E. Belin, F-31400, Toulouse, France; gerardv@obs-mip.fr

Received 1997 June 16; accepted 1997 July 11

### ABSTRACT

We report the discovery of multiperiodic luminosity variations in the hot B subdwarf PG 1047+003. At least five periodicities are seen in the light curve, from 104.2 s to 161.9 s, but others are also present at lower amplitudes in that interval. The largest oscillation has an amplitude of  $\approx 9.2$  millimag in white light and a period of 142.2 s. With atmospheric parameters  $T_{\text{eff}} \sim 34,370$  K and  $\log g \sim 5.7$  for PG 1047+003, these variations are identified with low-order radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes. The similarity of periods and derived stellar parameters indicate that PG 1047+003 is a genuine member of the EC 14026 class, the latest and newest family of pulsators in the field of asteroseismology. However, it shows no evidence of a binary companion, implying that the mechanism for driving pulsations is internal to the star. We also report on the current status of our ongoing survey to search for additional sdB pulsators.

*Subject headings:* stars: interiors — stars: oscillations — subdwarfs

### 1. INTRODUCTION

Charpinet et al. (1996) recently presented the first results of a systematic survey of the asteroseismological properties of a neglected class of stars, the hot B subdwarfs (sdB). These evolved, compact stars are found in the range  $40,000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 24,000 \text{ K}$  and have typical values  $M \sim 0.5 M_{\odot}$  and  $\log g \sim 5.8$  (see Saffer et al. 1994, and references therein). They are identified with low-mass core helium burning models with outer H-rich envelopes that are too thin to sustain H-shell burning on the extended horizontal branch (see, e.g., Dorman, Rood, & O'Connell 1993).

Charpinet et al. (1996) found that low-order radial and nonradial ( $p$ ,  $f$ , and  $g$ ) modes were excited in some of their models because of a  $\kappa$  mechanism associated to heavy-element (essentially iron) ionization. On this basis, they made the prediction that a subclass of sdB stars should be pulsating. Motivated by this prediction, we initiated, at the end of 1996 May, a search for luminosity variations in this class of objects. Our goals are (1) to search for sdB pulsators in the northern hemisphere, (2) to investigate the extent of this phenomenon in the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  plane, and (3) to map the empirical instability strip in that diagram. Our sample of target stars is based on the estimates of atmospheric parameters taken from the lists of sdB stars provided by Allard (1986; see also Wesemael et al. 1997), Moehler, Heber, & de Boer (1990), Saffer et al. (1994), and unpublished results by one of us (R. A. S.).

Unknown to us at the time we initiated our search, and quite independently of the theoretical prediction of Charpinet et al.

(1996), a remarkable observational effort, carried out at the South African Astronomical Observatory, led to the exciting discoveries of the first real pulsating sdB stars. This was initially reported in 1996 June by O'Donoghue et al. (1997a; see also Kilkenny et al. 1997a). The properties of the first four members of this new class of pulsating stars (named EC 14026 objects, after the prototype) have been described in a recent series of papers (Kilkenny et al. 1997b; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O'Donoghue et al. 1997b). The real pulsators are all multiperiodic with periods in the interval 121–159 s, and they are found in the ranges  $35,700 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 33,500 \text{ K}$  and  $6.10 \gtrsim \log g \gtrsim 5.54$ . They are part of binary systems containing dimmer, cooler F or G-type companions.

The location of the EC 14026 stars in the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  plane is in apparent conflict with Charpinet et al. (1996), who suggested that pulsating sdB stars should have  $T_{\text{eff}} \lesssim 30,000 \text{ K}$  and  $\log g \lesssim 5.7$ . However, these authors also warned that these theoretical boundaries could be dependent on the assumption of *uniform* metallicity used in their so-called first generation models. Indeed, motivated by the discovery of the first EC 14026 stars, Charpinet et al. (1997) considered more sophisticated second generation models in which the crude assumption of uniform metallicity has been replaced by the more realistic condition of diffusive equilibrium between gravitational settling and radiative levitation on the metal—iron—responsible for the driving process. In that second study, Charpinet et al. (1997) have uncovered a theoretical instability strip,  $36,500 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 29,000 \text{ K}$  (for  $\log g = 5.8$  models), in which the four currently known EC 14026 stars fall, and obtained an excellent agreement between the expected and

<sup>1</sup> Also Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Avenue E. Belin, F-31400, Toulouse, France.

observed periods. Low-order radial and low-order and degree nonradial ( $p$  and  $f$ ) modes are involved.

In this Letter, we report on the discovery of multiperiodicity variations in the hot B subdwarf PG 1047+003, a star with characteristics very similar to those of the known 14026 stars. In addition, we briefly discuss the current status of our observational search for these pulsators. A previous report has been presented by Billères et al. (1997).

2. OBSERVATIONS

PG 1047+003 is a relatively bright sdB star with  $B_{pg} = 12.98$  mag (Schmidt, & Liebert 1986) and  $y = 13.48$  (Wesemael 1992). Its Strömgren color indices ( $b - y = -0.133$ ,  $u - y = -0.245$ ) lead to an index  $Q' = -0.038$ , from which we estimate an effective temperature  $T_{\text{eff}} \approx 33,500$  K (see Wesemael et al. 1992). On the basis of optical spectroscopy *IUE* spectrophotometry, Allard (1986) has given two plausible solutions for the atmospheric parameters, depending on *JE* calibration:  $T_{\text{eff}} \approx 32,000$  K and  $\log g \approx 5.4$  or  $T_{\text{eff}} \approx 30,000$  K and  $\log g \approx 6.4$ . A recent reanalysis of part of these data (the optical spectroscopy only) using new model atmospheres leads to  $T_{\text{eff}} \approx 32,470$  K and  $\log g \approx 5.2$  (Wesemael et al. 1997). The uncertainties on the atmospheric parameters of PG 1047+003 are thus fairly large, and better observations would be highly desirable. For our present needs, however, it is sufficient to give the same weight to these various estimates, and we thus find  $T_{\text{eff}} \sim 34,370$  K and  $\log g \sim 5.7$ . At this effective temperature, PG 1047+003 also falls, along with the other EC 14026 stars, within the theoretical instability strip predicted by Charpinet et al. (1997).

The observed PG 1047+003 for 16,090 s at the Mount Bigelow 1.6 m telescope on 1997 March 18. As usual in our work, white-light photometry was used to maximize the photon count rate. The photometric observations were gathered with LAPOUNE, the portable Montréal three-channel photometer, which uses Hamamatsu R647-04 photomultiplier tubes. Simultaneous observations of the target star, a sky patch, and a (constant) comparison star were gathered. The sky subtraction was subtracted point by point from the light curve, and the extinction was removed using cubic splines and polynomials which fit through the light curve with nodes separated by 1000 s. The net average count rate for the target star is  $\sim 22,000$  counts  $s^{-1}$ . The light curve gathered for the comparison star during our PG 1047+003 run (which was used to monitor the quality of the night) clearly reveals that we have worked under excellent photometric conditions. Throughout the run, a constant sampling time of 10 s was used. More details on the instrument, observing technique, and data reduction procedure will be presented elsewhere.

Figure 1 shows a part of the sky-subtracted, extinction-corrected light curve which we have obtained for PG 1047+003. It is expressed in terms of residual amplitude in magnitudes. The light curve reveals, clearly and unambiguously, the presence of complex, multiperiodic brightness variations. The variations appear to be dominated by a mode with a period of 140–145 s, but it is clear that several modes are involved. For instance, peak-to-peak variations can sometimes reach close to 50 millimag, but, on other occasions (e.g., the segment between 3100 and 3600 s), destructive interference between modes does occur.

A standard Fourier analysis of the light curve reveals more quantitatively its complex structure. This is illustrated in

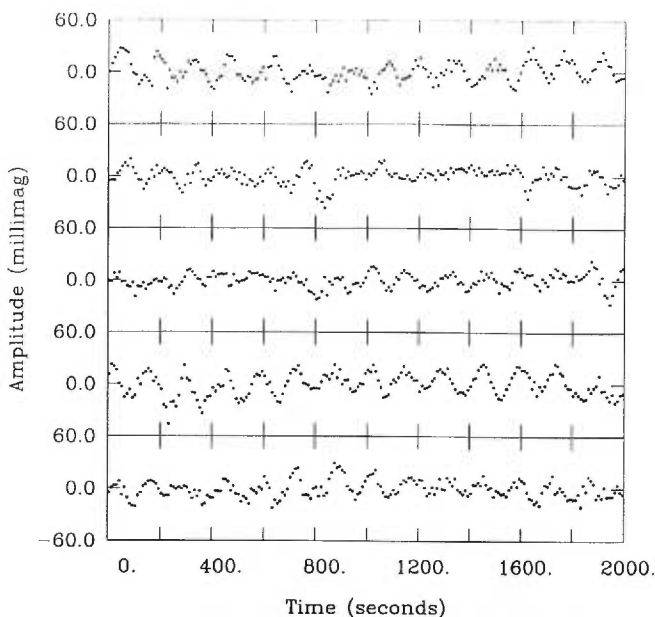


FIG. 1.—First part of the light curve of PG 1047+003, observed on 1997 March 18 with the Mount Bigelow 1.6 m telescope, expressed in residual amplitude in millimag. The light curve is continuous, starting at the upper left, and each point represents a sampling time of 10 s. The segment shown here corresponds to the first 10,000 s of a total light curve 16,090 s long.

Figure 2, which shows the low-frequency part of the Fourier (amplitude) spectrum of the light curve. The spectrum in the region from 20 mHz out to the Nyquist frequency (50 mHz) is entirely consistent with noise and is not illustrated. The noise level in that spectral region is less than  $\sim 0.6$  millimag.

Figure 2 shows that there are many significant components in the Fourier spectrum of the light curve of PG 1047+003. In particular, our light curve is dominated by two periodicities, one at 7.035 mHz (142.2 s) with an amplitude  $\Delta m \approx 9.2$  millimag, and the other at 6.885 mHz (145.2 s) with an amplitude  $\Delta m \approx 6.4$  millimag. Other obvious peaks in the Fourier spectrum are found at 6.178, 8.927, and 9.600 mHz, corresponding to periods 161.9, 112.0, and 104.2 s, and amplitudes  $\Delta m \approx 3.6, 1.7,$  and  $1.7$  millimag. In addition, there are

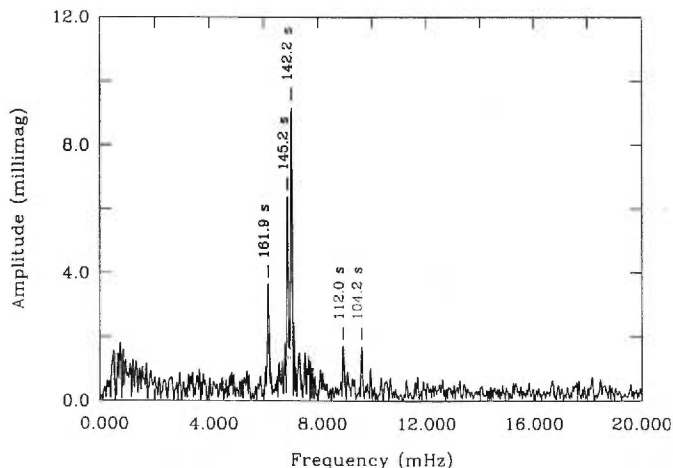


FIG. 2.—Low-frequency part of the Fourier (amplitude) spectrum of the light curve of PG 1047+003, observed on 1997 March 18 with the Mount Bigelow 1.6 m telescope. The amplitude axis is expressed in terms of the variations (in millimag) about the mean intensity of the star. Five periodicities are obvious, but others are present as well.

other periodicities, particularly near the main complex of peaks, but higher temporal resolution is clearly needed here to identify them without ambiguity.

In order to interpret our observations, we have computed oscillation periods of models of sdB stars with atmospheric parameters around those adopted above for PG 1047+003. To carry out that task, we used the same tools as in Charpinet et al. (1996, 1997). Details on the model building and pulsation codes will be reported elsewhere. A comparison indicates that the observed periods (104–162 s) correspond to low-order, low-degree radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes, as in the known EC 14026 stars (Stobie et al. 1997; Kilkeny et al. 1997a).

### 3. DISCUSSION AND CONCLUSION

The observations presented in this paper demonstrate that PG 1047+003 is a multiperiodic pulsator with atmospheric parameters, periods, and amplitudes very similar to those of the EC 14026 stars. Unlike the latter objects, however, the optical colors and the optical spectrum of PG 1047+003 show no indication for the presence of a companion. A direct imaging search in the infrared has also failed to detect such a companion (Thejll, Thiessen, & Jiminez 1994). In contrast, the known EC 14026 pulsators are all part of binary systems containing main sequence late-type companions (O'Donoghue et al. 1997a; Kilkeny et al. 1997a), and the question arises as to the role of the companions on the mechanism that excites pulsation modes in these stars. We suggest that these companions play no significant role. Indeed, it has been known for some time (Allard et al. 1987; and see also Allard et al. 1994) that the majority of sdB stars are part of such binary systems, so it may not be a surprise that the pulsators discovered in South Africa are binaries. Also, Saffer (1991) has demonstrated that the majority of the sdB binaries cannot be *close* binaries (i.e., with orbital periods of a few days and less, corresponding to separations of the order of 1 AU), so the possibility of direct interaction appears remote. In addition, from a theoretical point of view, the driving mechanism proposed by Charpinet et al. (1996, 1997) is independent of influences external to the sdB star itself. We thus suggest that the binary nature is not an essential ingredient to the EC 14026 phenomenon and conclude that PG 1047+003 is a genuine addition to the small, but rapidly growing family of EC 14026 stars.

Finally, we report on our ongoing search for more sdB pulsators. We have, so far, gathered observations at the CFHT in 1996 June, at the Mont Mégantic 1.6 m telescope in 1996 August, at the MDM 1.3 m telescope in 1996 November, and at the Mount Bigelow 1.6 m telescope in 1997 March. A total of 32 sdB stars have been found “constant,” in the sense that we rule out white-light brightness variations with amplitudes larger than 1 millimag (or less, depending on the telescope and brightness of the target) in the 20–3600 s period window for these objects. Their distribution in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  plane is shown in Figure 3, where we have also indicated the position of PG 1047+003 as well as those of the previously known EC 14026

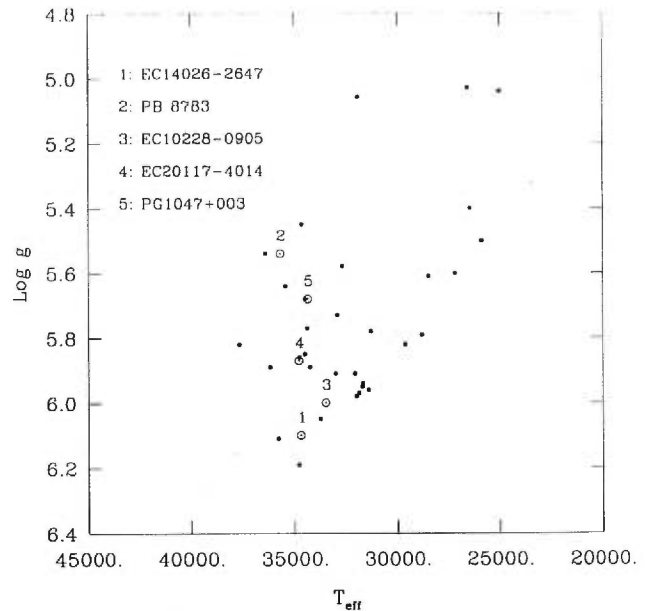


FIG. 3.—The current distribution in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  diagram of the sdB stars observed in our ongoing survey. The small filled circles represent the 32 stars found nonvariable. The location of PG 1047+003 as well as those of the four previously known EC 14026 stars are indicated by a dot surrounded by a small circle. A number identifies each of the pulsators.

stars according to O'Donoghue et al. (1997a). With due caution associated with the uncertainties in the individual determinations of the atmospheric parameters of sdB stars, coupled with the fact that estimates of these parameters suffer from systematic differences from one study to another (see Wesemael et al. 1997), there is already a hint that both pulsators and nonpulsators may coexist in the same part of the  $T_{\text{eff}}-\log g$  diagram. If confirmed, this coexistence may not be so surprising. Indeed, it is well known that sdB stars are all chemically peculiar. Their abundance anomalies are widely believed to be caused by diffusion processes coupled to weak stellar winds or, possibly, accretion in the rare close binaries (see, e.g., Fontaine & Chayer 1997, and references therein). Following Charpinet et al. (1997), it is then possible to envision the possibility that two stars with similar values of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  may suffer from mass loss at different rates. In that case, the star undergoing a relatively weak wind may retain enough iron in its levitating reservoir to excite pulsation modes (in the scenario proposed by Charpinet et al. 1996, 1997), while the star suffering from a more severe mass loss rate may have lost most of its metal and, therefore, be stable.

It is a real pleasure for us to acknowledge stimulating discussions on EC 14026 stars with Darragh O'Donoghue, Dave Kilkeny, and Bob Stobie. We also wish to thank the directors, staff, and members of Time Allocation Committees of the CFHT, Michigan-Dartmouth-MIT, Mont Mégantic, and Steward Observatories. This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the fund FCAR (Québec).

### REFERENCES

- Allard, F. 1986, M.Sc. thesis, Université de Montréal  
 Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, *AJ*, 107, 1565  
 Allard, F., Wesemael, F., Lamontagne, R., Bergeron, P., & Fontaine, G. 1987, in *IAU Colloq. 65, The Second Conference on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, D. S. Hayes, & J. Liebert (Schenectady: Davis), 611  
 Billères, M., Fontaine, G., Charpinet, S., Brassard, P., & Urbain, F. 1997, in *Proc. 3d Conf. Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F. J., Iglesias, C. A., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, in press  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103

- man, B., Rood, R.T., & O'Connell, R.W. 1993, *ApJ*, 415, 596
- ontaine, G., & Chayer, P. 1997, in *Proc. 3d Conf. Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- on, R. F., Schmidt, M., & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61, 305
- enny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Stobie, R. S., Lynas-Gray, A. E., & Kawaler, S. D. 1997a, in *Proc. 3d Conf. Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- enny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997b, *MNRAS*, 285, 60
- n, C., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 645
- hler, S., Heber, U., & de Boer, K. S. 1990, *A&A*, 239, 265
- onoghue, D., Koen, C., Kilkenny, D., Stobie, R. S., Lynas-Gray, A. E., & Kawaler, S. D. 1997a, in *Proc. 10th European Workshop on White Dwarfs*, ed. J. Isern, M. Hernanz, & E. Garcia-Berro (Dordrecht: Kluwer), in press
- O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A. E., Kilkenny, D., Stobie, R. S., & Koen, C. 1997b, *MNRAS*, 285, 657
- Saffer, R. A. 1991, Ph.D. thesis, Univ. of Arizona
- Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351
- Stobie, R. S., Kawaler, S. D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 651
- Thejll, P., Theissen, A., & Jiminez, R. 1994, *A&A*, 292, 457
- Wesemael, F., Allard, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in *Proc. 3d Conf. Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R., & Green, R. F. 1992, *AJ*, 104, 203



## DETECTION OF $p$ -MODE PULSATIONS IN THE HOT SUBDWARF B STAR KPD 2109+4401

M. BILLÈRES,<sup>1</sup> G. FONTAINE, P. BRASSARD, AND S. CHARPINET

Département de Physique, Université de Montréal, C. P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec H3C 3J7, Canada;  
billeres@astro.umontreal.ca, fontaine@astro.umontreal.ca, brassard@astro.umontreal.ca, charpinet@astro.umontreal.ca

JAMES LIEBERT

Steward Observatory, University of Arizona, Tucson, AZ 85721; liebert@as.arizona.edu

R. A. SAFFER

Department of Astronomy and Astrophysics, Villanova University, Villanova, PA 19085; saffer@ast.vill.edu

P. BERGERON

Lockheed Martin Canada, 6111 Royalmount Avenue, Montréal, Québec H4P 1K6, Canada; pierre.bergeron@lmco.com

AND

G. VAUCLAIR

Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Avenue E. Belin, F-31400, Toulouse, France; gerardv@obs-mip.fr

Received 1997 October 29; accepted 1997 December 10; published 1998 January 30

### ABSTRACT

We report the discovery of multiperiodic luminosity variations in the hot B subdwarf KPD 2109+4401. At least five periodicities are seen in the light curve, from 182.5 to 198.4 s. The largest oscillation has an amplitude  $\approx 8.6$  mmag in white light and a period 196.3 s. Our model atmosphere analysis of the time-averaged optical spectrum of KPD 2109+4401 indicates that this star has  $T_{\text{eff}} \approx 31,200$  K and  $\log g \approx 5.84$ . A comparison with pulsation periods computed from stellar models having similar atmospheric parameters implies that the observed brightness variations must be identified with low-order radial and nonradial ( $p$  and  $f$ ) pulsation modes. The overall similarity of periods and derived stellar parameters shows that KPD 2109+4401 is a genuine member of the EC 14026 class, the most recent family of pulsators uncovered in the field of asteroseismology. We note, however, that KPD 2109+4401 is slightly but significantly cooler than the previously known members of this class, thus widening significantly the empirical instability strip. Interestingly, theory predicts that a cooler EC 14026 pulsator (of a given surface gravity) should show larger excited periods, and this is indeed what KPD 2109+4401 shows, with periods reaching values as large as 198 s, not seen previously in other pulsators of the class. We also report on the current status of our ongoing survey to search for additional EC 14026 pulsators.

*Subject headings:* stars: interiors — stars: oscillations — subdwarfs

### 1. INTRODUCTION

We have recently embarked on a survey to search for pulsating subdwarf B (sdB) stars. This was initially motivated by the theoretical prediction of Charpinet et al. (1996) that a subclass of sdB stars should show rapid luminosity variations due to pulsational instabilities caused by a  $\kappa$  mechanism associated with iron ionization. Further impetus came from the independent observational efforts at the South African Astronomical Observatory, which led to the discovery of the first real pulsating sdB stars (Kilkenny et al. 1997; Koen et al. 1997; Stobie et al. 1997; O'Donoghue et al. 1997). The study of these pulsators (dubbed EC 14026 stars, after the prototype) offers the tantalizing possibility of exploiting the full potential of asteroseismology to investigate the sdB phase of stellar evolution, a phase that has remained relatively neglected until recently (see Dorman 1995 for a review on this).

The goals of our survey are (1) to search for EC 14026 pulsators in the northern hemisphere, (2) to investigate the extent of this phenomenon in the  $T_{\text{eff}}\text{--}\log g$  plane, and (3) to determine the degree of purity of the empirical instability strip in that diagram. In order to carry out that task successfully, we rely on a list of target stars for which atmospheric parameters have been derived on the basis of model atmosphere fits to optical spectra. While reliable estimates of the effective temperatures of sdB stars can be obtained through optical photom-

etry or ultraviolet energy distributions, it is well known that such data are insensitive to surface gravity. Instead, the best technique to infer the surface gravities remains Balmer line fitting, which also provides good estimates of the effective temperatures. Our sample of target stars was therefore selected on the basis of this technique, picking candidates with atmospheric parameters provided in the spectroscopic analyses of Allard (1986; see also Wesemael et al. 1997), Moehler, Heber, & de Boer (1990), Saffer et al. (1994), and Saffer & Liebert (1998).

Our ongoing survey has led recently to a first positive result with the detection of  $p$ -mode pulsations in the sdB star PG 1047+003 (Billères et al. 1997; see also O'Donoghue et al. 1998). With atmospheric parameters  $T_{\text{eff}} \sim 34,370$  K and  $\log g \sim 5.7$ , and periods in the range 104.2–161.9 s, PG 1047+003 appears to be a typical EC 14026 pulsator, at least as judged with respect to the four previously known objects of the class. It differs from the others, however, in that it does not have a known main-sequence late-type companion. We believe that this difference is not essential, since the EC 14026 phenomenon has been shown to be intrinsic to the sdB star itself (see Charpinet et al. 1996, 1997; Fontaine et al. 1997) and is not related to the possible presence of a companion (which is relatively frequent for sdB objects according to Allard et al. 1987, 1994; see also Green, Liebert, & Saffer 1997).

During the course of a recent observing run, we detected multiperiodic luminosity variations characteristic of an EC 14026 pulsator in the light curve of the sdB star KPD

<sup>1</sup> Also Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Avenue E. Belin, F-31400, Toulouse, France.

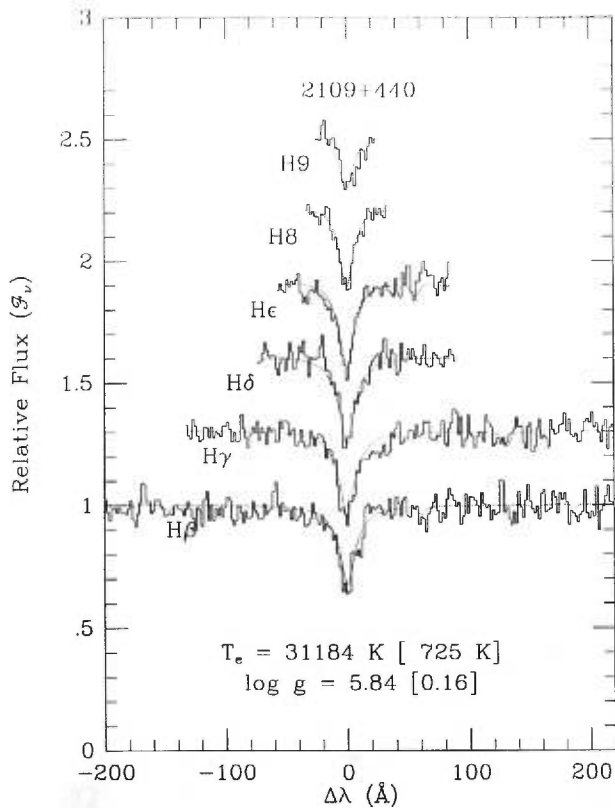


FIG. 1.—Model fitted to the available hydrogen Balmer lines in our time-averaged optical spectrum of KPD 2109+4401.

09+4401. This target star was selected from the work of Taffer & Liebert (1998), which is still in progress, and we take the opportunity here to report on these time-averaged spectroscopic observations as well as on the photometric variability itself. We also report on the current status of our ongoing search for more of these pulsators. We note that our discovery brings the number of EC 14026 stars known in the public domain to a total of seven. We learned recently of the existence of an eclipsing binary, PG 1336–018, whose sdB component is an EC 14026 pulsator (Kilkenny et al. 1998). We are aware that a handful of additional pulsators of the same type have been discovered and are being studied in detail by the South African group. We are also aware that their search has been extended to the northern hemisphere. After this work was essentially completed, we received a preprint from Koen (1998) describing his independent discovery of luminosity variations in KPD 2109+4401.

## 2. OBSERVATIONS

KPD 2109+4401 is a relatively bright object ( $V = 13.38$ ) that was first recognized as an sdB star in the Kitt Peak–Downes survey of UV-excess objects in the galactic plane (Downes 1986). We carried out follow-up high signal-to-noise ratio optical spectrophotometry with the 2.3 m telescope at the Steward Observatory Kitt Peak Station. This was before we knew of the variability of the object. The experimental setup, reduction procedure, and the model atmosphere and synthetic spectrum analysis were the same as those described in Saffer et al. (1994), which the reader is referred to for details. Our optical spectrum covers the wavelength range 3650–5200 Å at  $\sim 6$  Å resolution

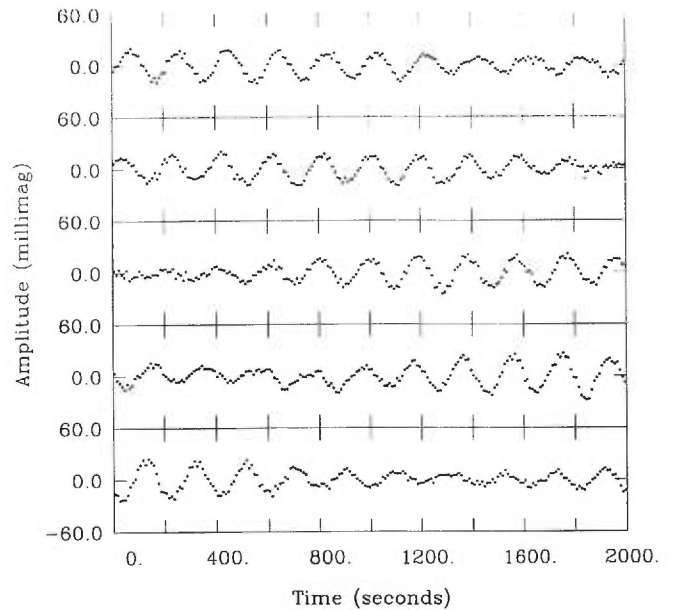


FIG. 2.—First part of the light curve of KPD 2109+4401, observed on 1997 September 29 with the Mount Bigelow 1.6 m telescope, expressed in residual amplitude in units of millimagnitude. The light curve is continuous, starting at the upper left, and each point represents a sampling time of 10 s. The segment shown here corresponds to the first 10,000 s of a total light curve 25,030 s long.

and required an integration time of 600 s. Given the relatively short periods and the small amplitudes of the pulsations (see below), we consider that this spectrum represents a meaningful time-averaged spectrum of KPD 2109+4401.

Figure 1 shows our best (in a least-squares sense) fit to the available hydrogen Balmer lines. The derived atmospheric parameters are  $T_{\text{eff}} \approx 31,200$  K and  $\log g \approx 5.84$ , with formal  $1\sigma$  errors of 725 K and 0.16 dex, respectively. These parameters are representative of the six previously known EC 14026 stars, except that KPD 2109+4401 appears to be somewhat, but significantly, cooler than the others. They also place KPD 2109+4401 well within the theoretical instability strip discussed by Charpinet et al. (1997). We note that, contrary to what was found in the first four known EC 14026 stars, our optical spectrum of KPD 2109+4401 does not show any sign of contamination by a cooler companion. Our model atmosphere analysis is thus free of the additional complications introduced by the procedure used to remove the contribution of a cool companion of uncertain spectral type. From that point of view, KPD 2109+4401 must be considered as a “single” star, very much like PG 1047+003, at least at visual wavelengths.

KPD 2109+4401 was observed in white-light “fast” photometric mode during 25,030 s at the Mount Bigelow 1.6 m telescope on 1997 September 29 under excellent conditions. The photometric observations were gathered with LAPOUNE, the portable Montréal three-channel photometer. We refer the interested reader to Billères et al. (1997) for details on the observational procedure. We show, in Figure 2, a typical segment of the sky-subtracted, extinction-corrected light curve. It is expressed in terms of residual amplitude in units of millimagnitude, and each plotted point corresponds to a sampling time of 10 s. The light curve clearly reveals the presence of multiperiodic brightness modulations. The variations appear to be dominated by a pseudoperiod near 200 s, but it is obvious

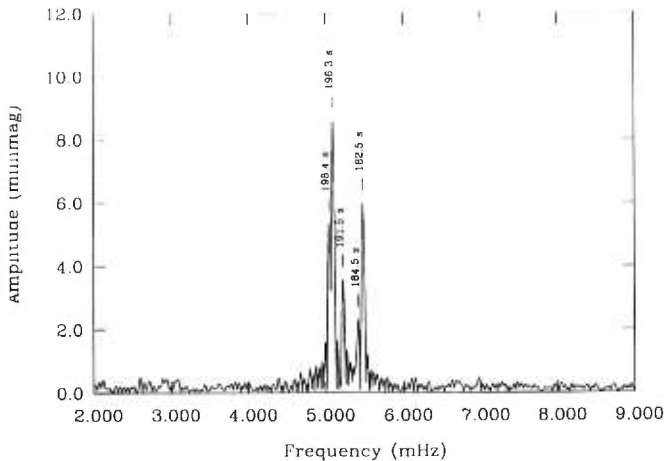


FIG. 3.—Low-frequency part of the Fourier (amplitude) spectrum of the full light curve of KPD 2109+4401 observed on 1997 September 29 with the fourt Bigelow 1.6 m telescope. The amplitude axis is expressed in terms of variations (in units of millimagnitude) about the mean intensity of the star. Five periodicities are clearly seen.

hat several periodicities are involved. For instance, peak-to-peak variations can sometimes reach close to 60 mmag, but, on other occasions, partial destructive interference between nodes does occur.

A standard Fourier analysis of the light curve reveals more quantitatively its detailed structure. This is illustrated in Figure 3, which shows the most interesting part of the Fourier (amplitude) spectrum of the full light curve. Our observations reveal that all the photometric activity is concentrated in a rather narrow range of frequency, with no detectable signal outside that range. In particular, the spectrum in the region from 9 mHz out to the Nyquist frequency (50 mHz) is entirely consistent with noise. The noise level in that spectral region is less than  $\sim 0.3$  mmag.

We can distinguish five significant components in the Fourier spectrum of the light curve of KPD 2109+4401. The dominant peak at 5.094 mHz (196.3 s) has an amplitude  $\Delta m \approx 8.6$  mmag. There is an adjacent peak, barely resolved from the main peak, located at 5.040 mHz (198.4 s) and showing an amplitude  $\Delta m \approx 5.4$  mmag. Those are mostly responsible for the pseudo-period of  $\sim 200$  s seen in the light curve itself. Other peaks in the Fourier spectrum are found at 5.223, 5.420, and 5.479 mHz corresponding to periods 191.5, 184.5, and 182.5 s, and amplitudes  $\Delta m \approx 3.6, 2.3,$  and  $6.0$  mmag. These results are in excellent agreement with the independent study of Koen (1998), who finds the same five periodicities in his data. Koen (1998) was able to reach a much higher temporal resolution than that shown here and found that there is fine structure in at least the 196.3 and 184.5 s peaks, possibly caused by rotational splitting.

A comparison of the observed periods with periods computed from models of sdB stars having atmospheric parameters comparable to those of KPD 2109+4401 shows unambiguously that, as in the case of the other EC 14026 stars, the luminosity variations must be identified with low-order, low degree radial and nonradial (*p* and *f*) pulsation modes. Details on the model building and pulsation codes will be reported elsewhere, but the tools we used are the same as in Charpinet et al. (1997) and Fontaine et al. (1998). We note that Figures 2 and 3 of Fontaine et al. (1998) are particularly useful for the kind of qualitative comparison needed in the present context.

TABLE 1  
CLASS PROPERTIES OF EC 14026 STARS

Name	$T_{\text{eff}}$ (K)	$\log g$	$P$ (s)	$\Delta m$ (mmag)	Reference
EC 14026-2647	34,700	6.10	134-144	4-12	1
PB 8783	35,700	5.54	120-134	1-9	2
EC 10228-0905	33,500	6.00	139-152	4-14	3
EC 20117-4014	34,800	5.87	137-159	1-4	4
PG 1047+003	34,370	5.70	104-162	2-9	5
	35,000	5.90	...	...	6
PG 1336-018	33,000	5.70	141-184	5-10	7
KPD 2109+4401	31,200	5.84	182-198	2-9	8

REFERENCES.—(1) Kilkenney et al. 1997; (2) Koen et al. 1997; (3) Stobie et al. 1997; (4) O'Donoghue et al. 1997; (5) Billères et al. 1997; (6) O'Donoghue et al. 1998; (7) Kilkenney et al. 1998; (8) this work.

3. DISCUSSION AND CONCLUSION

It is interesting to make some comparisons with the known EC 14026 pulsators. Table 1 summarizes the class properties of these stars. It is obvious that KPD 2109+4401 is a very similar object and, thus, a genuine member of the EC 14026 family. We note that, on theoretical grounds (see Fontaine et al. 1998), it is expected that a cooler EC 14026 star (of given surface gravity) should show the larger excited periods. It is thus perhaps significant that KPD 2109+4401 shows both the smaller effective temperature and the larger excited periods of the known EC 14026 stars.

We have plotted the positions of the seven publicly known sdB pulsators in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  plane (Fig. 4). Note, in particular, how the empirical instability strip has widened as a result of the addition of KPD 2109+4401 in the class. Superimposed in the same diagram is the updated distribution of nonvariable stars found in our ongoing survey. A total of 52 sdB stars have now been found “constant,” in the sense that we rule out white light brightness variations with amplitudes larger than  $\sim 1$  mmag in the 20-1200 s period window for these objects. Note

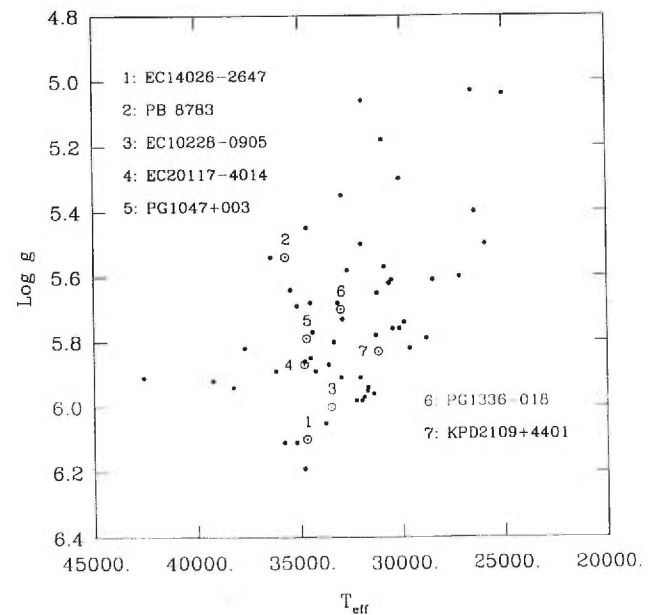


FIG. 4.—Current distribution in the  $T_{\text{eff}}-\log g$  diagram of the sdB stars observed in our ongoing survey. The small filled circles represent the 52 stars found nonvariable. The location of KPD 2109+4401 as well as those of the six previously known EC 14026 stars are indicated by a circled dot. A number identifies each of the pulsators.



, as the properties of EC 14026 stars became better known, relaxed somewhat our search criteria. In particular, given expected pulsation periods, we now spend no more than 1 hr of 1.6 m telescope time on unpromising targets, depending on the brightness and observing conditions.

Figure 4 allows us to reiterate an important point made earlier Billères et al. (1997): with due caution associated with the uncertainties in the individual determinations of the atmospheric parameters of sdB stars, coupled with the fact that estimates of these parameters *do* suffer from systematic differences from one study to another (see Wesemael et al. 1997), there is a clear hint that both pulsators and nonpulsators may exist in the same part of the  $T_{\text{eff}}-\log g$  diagram. This suggests an additional mechanism may operate at widely different

efficiencies in two sdB stars with, otherwise, similar values of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$ . Weak stellar winds represent a very likely possibility (Charpinet et al. 1997; Fontaine & Chayer 1997; and references therein).

It is a real pleasure for us to acknowledge the stimulating discussions on EC 14026 stars that we had with Darragh O'Donoghue, Dave Kilkeny, Chris Koen, and Bob Stobie. We also wish to thank the directors, staff, and members of Time Allocation Committees of the CFHT, Michigan-Dartmouth-MIT, Mont Mégantic, and Steward Observatories. This work was supported in part by the NSREC of Canada and by the fund FCAR (Québec).

## REFERENCES

- Billères, M. 1986, M. Sc. thesis, Univ. Montréal
- Billères, M., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, *ApJ*, 107, 1565
- Billères, M., Fontaine, G., Lamontagne, R., Bergeron, P., & Fontaine, G. 1987, *IAU Colloq.* 65, Second Conf. on Faint Blue Stars, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), 611
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Liebert, J., Saffer, R. A., & Vauclair, G. 1997, *ApJ*, 487, L81
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F. J., Iglesias, C. A., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, 483, L123
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103
- Dorman, B. 1995, in *Proc. 32d Liège Astrophysical Colloq., Stellar Evolution: What Should Be Done*, ed. A. Noels, D. Fraipont-Caro, N. Grevesse, & P. Demarque (Liège: Inst. d'Astrophys.), 291
- Fontaine, G., & Chayer, P. 1997, in *Proc. Third Conf. on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Fontaine, G., Charpinet, S., Brassard, P., Chayer, P., Rogers, F. J., Iglesias, C. A., & Dorman, B. 1998, in *IAU Symp.* 185, *New Eyes inside the Sun and Stars*, ed. F. Deubner & D. W. Kurtz (Dordrecht: Kluwer), in press
- Fontaine, G., Charpinet, S., Liebert, J., & Saffer, R. A. 1997, in *Proc. Third Conf. on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press
- Kilkeny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 640
- Kilkeny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A. E., & van Wyk, F. 1998, *MNRAS*, in press
- Koen, C. 1998, *MNRAS*, in press
- Koen, C., Kilkeny, D., O'Donoghue, D., Van Wyk, F., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 645
- Moehler, S., Heber, U., & de Boer, K. S. 1990, *A&A*, 239, 265
- O'Donoghue, D., Lynas-Gray, A. E., Kilkeny, D., Stobie, R. S., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 657
- O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A. E., Kilkeny, D., & van Wyk, F. 1998, *MNRAS*, in press
- Saffer, R. A., & Liebert, J. 1998, in preparation
- Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351
- Stobie, R. S., Kawaler, S. D., Kilkeny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 651
- Wesemael, F., Allard, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Bergeron, P. 1997, in *Proc. Third Conf. on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, & R. A. Saffer (Schenectady: Davis), in press

# The EC14026 Stars - XII: PG1219+534, PG0911+456: Successes and New Challenges for the Fe Driving Mechanism

C. Koen<sup>1,2</sup>, D. O'Donoghue<sup>1</sup>, D.L. Pollacco<sup>3</sup>, S. Charpinet<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*South African Astronomical Observatory, PO Box 9, Observatory 7935, Cape, South Africa*

<sup>2</sup>*Dept. of Astronomy, University of Texas at Austin, Austin, TX 78712, USA*

<sup>3</sup>*Isaac Newton Group, Santa Cruz de La Palma, Tenerife 38780, Canary Islands, Spain*

<sup>4</sup>*Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec, Canada, H3C 3J7*

## ABSTRACT.

We report the discovery of short period oscillations in the sdB stars PG0911+456 and PG1219+534, establishing them as members of the EC14026 stars, a recently discovered class of sdB pulsators. The atmospheric parameters for both stars are also determined. The results are: periods of (148.8, 143.7, 133.5, 128.1 s),  $T_{\text{eff}} = 32800 \pm 300$  K,  $\log g = 5.76 \pm 0.04$  for PG1219+534, and periods of (165.7, 161.5, 155.8 s),  $T_{\text{eff}} = 31900 \pm 200$  K, and  $\log g = 5.82 \pm 0.02$  for PG0911+456.

The pulsation periods of the 11 well-studied EC14026 stars are compared with envelope models from Charpinet et al. (1998). With the exception of PB8783, the longest period in each star is close to the periods of the lowest order modes in the models. Arguments are given that this is also true for PB8783, involving an increase in its surface gravity over the value derived in an earlier paper. "Correcting" the observed periods for the effects of differing surface gravity from star to star, comparison is made with pulsation models of constant surface gravity and varying effective temperature. Reasonable agreement in the width of the instability strip is demonstrated, as well as properties of its cool boundary. Overall, the class properties of the EC14026 stars are in impressive agreement with those predicted from models based on the Fe driving mechanism.

PG1219+534 has an atmosphere much richer in He than most sdB stars and all EC14026 pulsators seen so far. As the Fe driving mechanism operates if sufficient heavy elements accumulate at the appropriate layer in the stellar envelope, the mechanisms (gravitational settling, radiative levitation, weak stellar winds) which give rise to this must simultaneously be able to provide large differences in the abundance of photospheric He.

**Key words:** stars : variable, oscillating – individual: PG1219+534, PG0911+456

## REMERCIEMENTS

Pour la bonne conduite de cette thèse, je tiens à exprimer ma gratitude envers mes directeurs de recherche Pierre Brassard, pour son soutien technique, et Gilles Fontaine, dont la clairvoyance, l'enthousiasme et le financement m'ont permis de travailler sur un projet extrêmement stimulant, de le poursuivre avec entrain et de passer quelques années dans la belle province.

Je souhaite également remercier mes compagnons étudiants avec qui j'ai passé de nombreux moments inoubliables. Enfin, merci à tous mes parents et amis, qu'ils fussent au Québec ou en France, pour leur précieux soutien moral durant toutes ces années.