

Al.1  
9  
1017

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LA REVALORISATION DES FRICHES INDUSTRIELLES :  
UNE APPROCHE OPTION RÉELLE

CATHERINE MERCIER

RAPPORT DE RECHERCHE

NOVEMBRE 2005

## SOMMAIRE

La friche industrielle est un terrain délaissé ou sous-utilisé, anciennement voué à des activités industrielles ou commerciales dont la réinsertion sur le marché foncier est compliquée par la contamination des sols ou la perception du risque. Depuis quelques années, le nombre croissant de friches industrielles constitue une préoccupation majeure dans la plupart des pays industrialisés. Plusieurs friches industrielles représentent néanmoins un potentiel économique inexploité. Dans ce contexte, les deux questions qui se posent sont : la revalorisation doit-elle être réalisée et, si oui, quand? Ce rapport de recherche s'intéresse à la question essentielle de l'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles. Notre objectif est d'appliquer l'approche par les options réelles à l'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles. Deux cas particuliers sont considérés. Dans le premier cas, l'entrepreneur est le détenteur de deux options : l'option du choix du moment pour restaurer les sols contaminés de son terrain et l'option du choix du moment pour redévelopper son terrain restauré à des fins industrielles. Dans le deuxième cas, l'entrepreneur est le détenteur d'une seule option : l'option du choix du moment pour revaloriser son terrain. Nous supposons alors que la restauration et le redéveloppement doivent être réalisés en un seul bloc. Nous déterminons pour chacun de ces cas la valeur du projet de revalorisation, la valeur des options et la règle optimale de décision. Pour ce faire, nous utilisons la méthode de la programmation dynamique. La détermination des paramètres du modèle repose sur une analyse des données publiées par la firme de courtiers en immobilier Royal LePage. Des simulations sont réalisées pour déterminer l'influence d'une variation des paramètres du modèle. Cette étude fait ressortir la pertinence de l'approche option réelle. Les résultats de cette étude montrent que l'incertitude peut être créatrice de valeur. Nous montrons également comment les divers types d'options réelles bonifient la valeur du projet de revalorisation des friches industrielles.

# TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE .....	II
TABLE DES MATIÈRES.....	III
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1. PROBLÉMATIQUE .....	2
CHAPITRE 2. REVUE DE LITTÉRATURE.....	5
1. L'analyse traditionnelle de l'investissement et ses limites .....	6
2. L'évaluation des options réelles et la revalorisation des friches industrielles .....	8
2.1 L'ÉVALUATION OPTION RÉELLE : PRINCIPES GÉNÉRAUX .....	8
2.2 LA REVALORISATION DES TERRAINS ET LES OPTIONS RÉELLES.....	17
2.2.1 Le modèle précurseur de Titman (1985).....	17
2.2.2 Le modèle empirique de Quigg (1993).....	19
2.2.3 Le modèle de redévelopper de Cappoza et Li (1994).....	19
2.2.4 Le modèle de redéveloppement de Gunnelin (2001).....	20
2.2.5 Le modèle de redéveloppement de Cappoza et Li (2002).....	20
2.2.6 Le modèle de revalorisation des friches industrielles de Lentz et Tse (1995).....	21
2.2.7 Le modèle de revalorisation des terrains contaminés de Espinoza et Luccioni (2005).....	22
3. Conclusion.....	23
CHAPITRE 3. LE MODÈLE THÉORIQUE .....	24
1. Description du projet de revalorisation.....	24
2. Sources d'incertitude.....	26
3. Sources de flexibilité .....	28

4.	La détermination de la valeur du projet de revalorisation .....	29
4.1	PREMIER CAS : DEUX OPTIONS .....	30
4.2	DEUXIÈME CAS: UNE OPTION .....	39
	CHAPITRE 4. DESCRIPTION DES DONNÉES .....	43
	CHAPITRE 5 ÉVALUATION ET ANALYSE .....	46
1.	La méthode Monte-Carlo LSM (Longstaff et Scharz, 2001).....	47
2.	Le cas Orbecan .....	49
3.	Évaluation de l'option de restaurer et de re-développer à partir de <i>Crystal Ball</i> . ....	55
	CONCLUSION.....	61

# LISTE DES ANNEXES

ANNEXE 1. PROCESSUS STOCHASTIQUE BROWNIEN GÉOMÉTRIQUE.....	63
ANNEXE 2. CALCUL DE LA VOLATILITÉ.....	65

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1. Déterminants de la valeur des options réelles et financières.....	15
Tableau 2. Facteurs affectant la valeur des options réelles.....	16

## LISTE DES FIGURES

Figure 1. Évolution de la valeur du projet selon un processus brownien géométrique.....	28
Figure 2. Premier cas: deux options interdépendantes composent la valeur du projet.....	31
Figure 3. Deuxième cas: une option compose la valeur du projet .....	31
Figure 4. Valeur de la flexibilité d'entreprendre la deuxième phase en $t=2,01$ .....	49
Figure 5. Analyse Crystal Ball de la valeur de flexibilité d'entreprendre la deuxième phase en $t=2,01$ .....	50
Figure 6. Valeur de l'attente : l'option du choix du moment pour entreprendre la deuxième phase (date d'expiration : $T=4,01$ ).....	51
Figure 7. Analyse Crystal Ball de la flexibilité de l'attente ( $T=4,01$ ).....	52
Figure 8. Valeur de l'attente : l'option du choix du moment pour entreprendre la deuxième phase (date d'expiration : $T=10,01$ ).....	52
Figure 9. Analyse Crystal Ball de la flexibilité d'attente ( $T=10,01$ ).....	53
Figure 10. La revalorisation des friches industrielles: les deux cas considérés.....	55
Figure 11. Analyse Crystal Ball de la décision de revalorisation: le premier cas.....	56
Figure 12. Analyse Crystall Ball de la décision de revalorisation: le deuxième cas.....	57
Figure 13. Valeur des options en fonction de la volatilité.....	58
Figure 14. Valeur des options en fonction du taux de dividende.....	59

# INTRODUCTION

La revalorisation doit-elle être réalisée ? Et, si oui, quand ? Ces deux questions sont au cœur de la problématique de la revalorisation des friches industrielles.

Ce rapport de recherche sera donc consacré à la question essentielle de l'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles. Notre démarche repose sur une application de la théorie des options réelles utilisée pour évaluer les choix d'investissement. Dans cette perspective, notre objectif consiste à montrer comment l'évaluation par les options réelles peut s'appliquer aux projets de revalorisation des friches industrielles. Une telle démarche nous permettra de fournir un cadre à partir duquel il sera possible d'établir les règles optimales de revalorisation des friches industrielles à savoir si, et quand, la revalorisation doit être réalisée.

Ce rapport comprend quatre chapitres. Il sera question, dans un premier chapitre, de présenter une revue de la littérature économique sur l'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles. Le deuxième chapitre se consacrera à la présentation du modèle théorique. Le troisième chapitre sera consacré à la description des données. Dans le quatrième chapitre, quelques simulations de la décision de revalorisation des friches industrielles seront présentées à partir du logiciel *Crystal Ball*. Ces simulations visent à déterminer l'influence d'une variation des paramètres du modèle sur la règle de décision établie et les valeurs calculées du projet de revalorisation et de l'option de différer sa mise en œuvre. En conclusion, nous présenterons de nouvelles pistes de recherche et tirerons quelques enseignements de ce travail pour améliorer la gestion des friches industrielles.

# Chapitre 1 PROBLÉMATIQUE

Certaines enquêtes effectuées au Canada recensent 30 000 friches industrielles dans l'ensemble du pays (TRNEE, 2003). Cette tendance ne constitue pas un cas isolé : on observe en effet une évolution comparable dans la plupart des pays industrialisés. Des études menées aux États-Unis estiment que le nombre de friches industrielles se situe entre 400 000 et 650 000 (RFF, 1999). En ce qui concerne les pays européens, selon le groupe Clarinet, elles représenteraient une superficie de plus de 204 000 hectares (ce qui correspond à 128 000 hectares en Allemagne, 39 600 hectares en Angleterre, 20 000 hectares en France, 1 260 hectares en Italie, 4 500 hectares en Belgique et entre 9 000 et 11 000 hectares aux Pays-Bas) (Clarinet, 2002).

À quoi renvoie exactement ce phénomène en pleine expansion? La notion de friches industrielles a donné lieu à de nombreuses discussions et définitions, ce qui témoigne tout à la fois de son importance et de son ambiguïté. Il existe toutefois une définition qui nous semble assez générale pour rendre compte du phénomène dans son ensemble. Selon cette définition, la friche industrielle serait un terrain délaissé ou sous-utilisé, anciennement voué à des activités industrielles ou commerciales, et dont la réinsertion sur le marché foncier est compliquée par la contamination des sols ou la perception du risque<sup>1</sup>.

Le fait que la notion de friches industrielles soit utilisée pour caractériser des réalités aussi différentes que les raffineries désaffectées, les anciens cours de triage, les stations-service abandonnées et les anciens nettoyeurs à sec témoigne de la diversité des réalités auxquelles elle renvoie. Pour cette raison, il apparaît difficile d'établir une liste de critères

---

<sup>1</sup> Cette définition renvoie à celle proposée par l'EPA : « Abandoned, idled or under-used industrial or commercial facilities where expansion or redevelopment is complicated by real or perceived environmental contamination ». On trouve également l'expression « site urbain contaminé réhabilitable » dans les travaux de la Table Ronde Nationale de l'Économie et de l'Environnement pour désigner les friches industrielles (2003). Le site urbain contaminé réhabilitable est défini par la Table Ronde Nationale de l'Économie et de l'Environnement (2003) comme une propriété industrielle ou commerciale abandonnée, inoccupée ou sous-

suffisamment précise et universelle pour permettre d'ordonner l'ensemble des manifestations de ce phénomène. On peut toutefois identifier certaines caractéristiques déterminantes qui permettent de distinguer les friches industrielles entre elles. Ces dernières peuvent être différenciées en fonction de la taille, de l'ampleur et de la nature de la contamination, du régime de propriété ainsi que des usages antérieurs qui les déterminent. Elles peuvent également différer en fonction du fait qu'elles sont situées en zone urbaine ou rurale.

Les conséquences de ce phénomène sont multiples et induisent des coûts qui en font une préoccupation centrale pour de nombreux pays industrialisés. On peut mentionner d'abord que la présence de friches industrielles représente une source de risque potentielle pour l'environnement et la santé humaine. Elles constituent, en outre, un facteur de nuisance pour l'attractivité des centres urbains. L'un des principaux problèmes que posent les friches industrielles sur le plan environnemental est celui de la contamination des sols, qui provoque souvent une pollution des eaux souterraines et des eaux de surface. Souvent, la contamination des sols ne se limite pas au site en question, mais affecte aussi l'utilisation des sols des terrains voisins et la qualité des masses d'eau environnantes.

À ces conséquences qui sont davantage locales et urbaines, s'ajoutent certains effets liés à l'expansion tentaculaire des villes. Cette forme d'urbanisation éclatée semble en effet avoir été à l'origine de problèmes importants, parmi lesquels on peut mentionner, à titre d'exemple, la diminution de la superficie des terres agricoles et la perte d'espaces naturels. Ces deux tendances revêtent une importance particulière en raison de leur caractère irréversible. Enfin, il faut ajouter qu'une telle forme d'urbanisation pose également le problème des déplacements de plus en plus nombreux et éloignés en automobile pour lesquels les coûts sociaux sous forme de congestion, de pollution de l'air et d'infrastructure de transport sont importants.

---

utilisée, où les activités qui s'y exerçaient ont laissé une contamination réelle ou probable de l'environnement et présente un bon potentiel de réaménagement.

Plusieurs friches industrielles représentent néanmoins un potentiel économique inexploité. Il est en effet possible d'envisager la revalorisation de plusieurs d'entre elles pour servir des fonctions productives. On dispose par ailleurs d'un nombre croissant d'exemples de réalisations importantes qui témoignent des avantages que présentent les efforts de remise en valeur. Au nombre de ces avantages, on peut citer la réduction du risque potentiel pour la santé de la population, les effets bénéfiques pour l'environnement et l'amélioration de la compétitivité des villes.

Or, si la revalorisation des friches industrielles présente de nombreux avantages, elle implique également des coûts importants souvent irrécupérables et comporte une bonne dose de risque et d'incertitude. La question se pose alors de savoir si la revalorisation doit être réalisée. Et si oui, quand? Ces deux questions sont au cœur de la problématique de la revalorisation des friches industrielles.

## Chapitre 2 REVUE DE LITTÉRATURE

La revalorisation des friches industrielles est un phénomène complexe. Il apparaît donc important pour les entrepreneurs de pouvoir miser sur un cadre d'évaluation adéquat pour supporter leurs décisions dans ce domaine. De fait, comment évaluer l'intérêt économique des projets de revalorisation des friches industrielles?

Ce chapitre présente une revue de la littérature sur cette question. Nous présentons dans un premier temps certains modèles issus de la théorie traditionnelle de l'investissement. Une attention particulière est portée aux modèles de Fisher et *al.*(1992), Dewees (1986) et Wilson (1989). Pour estimer l'attrait d'un projet de revalorisation d'une friche industrielle, ces modèles privilégient la procédure standard de la valeur présente nette (VAN).

Bien qu'elle soit largement appliquée, il reste cependant que cette approche n'est pas bien adaptée à l'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles, car elle n'intègre pas la possibilité d'adopter une démarche active dans le comportement d'investissement. En effet, puisque les calculs statiques de la VAN s'appuient généralement sur la valeur actualisée du résultat le plus probable, la capacité des décideurs à gérer activement un projet de revalorisation n'est pas prise en compte. Il s'ensuit que cette méthode sous-estime, la plupart du temps, la véritable valeur de ce type de projet.

L'approche des options réelles s'est développée en réponse aux critiques de l'approche traditionnelle. Cette approche qui permet une meilleure appréciation des risques et opportunités a été appliquée à un grand nombre de décisions de gestion et de décisions stratégiques en contexte d'incertitude et d'irréversibilité. Il existe cependant peu d'applications de cette approche à la revalorisation des friches industrielles.

La première section de ce chapitre sera centrée sur l'analyse de certains modèles issus de la théorie traditionnelle de l'investissement. La deuxième section sera consacrée à l'étude de différents modèles d'évaluation par les options réelles. Nous concluons ce chapitre par une analyse des limites de la littérature sur le domaine, en précisant les grandes orientations de notre recherche.

### **1. L'analyse traditionnelle de l'investissement et ses limites**

Une part importante de la littérature économique a recours à la méthode standard de la valeur présente nette pour évaluer les projets de revalorisation des friches industrielles. Cette méthode calcule la valeur d'un projet en prédisant ses retombées, en les ajustant au risque et en soustrayant les dépenses d'investissement.

En 1986, Dewees propose un premier cadre d'évaluation des projets de revalorisation des terrains contaminés. Son objectif est alors double : d'une part, analyser l'impact de la contamination à l'amiante sur la valeur marchande des propriétés et, d'autre part, évaluer différentes stratégies d'intervention pour restaurer les sites qui présentent une contamination à l'amiante.

En 1989, Wilson utilise une étude de cas pour illustrer la façon dont la procédure standard de la valeur présente nette peut être utilisée pour analyser l'effet de différentes stratégies de restauration des sites contaminés sur la valeur d'une propriété. L'objet de son étude consiste alors à déterminer la stratégie optimale de restauration et à analyser l'effet des coûts de restauration sur le choix de cette stratégie. Wilson (1989) ne considère toutefois pas que le choix du moment pour restaurer est un facteur déterminant de la valeur des projets de revalorisation des terrains contaminés.

En 1992, Fisher, Lentz et Tse proposent un cadre d'évaluation qui se base sur la valeur actualisée des revenus anticipés pour estimer l'impact de la présence d'une contamination à l'amiante sur la valeur marchande des propriétés commerciales. Les résultats de ce modèle

font clairement apparaître que la valeur du terrain contaminé dépend du moment choisi pour le restaurer. Le moment opportun pour restaurer est, quant à lui, fonction des coûts de restauration et de l'effet de la contamination sur les flux de revenus futurs. Les résultats de cette étude montrent que la perte de valeur associée à la contamination à l'amiante est plus grande lorsque la restauration est réalisée à un moment autre que le moment optimal pour restaurer. L'originalité de ce travail réside dans le fait qu'il donne de l'importance au moment choisi pour restaurer.

Bien qu'ils apportent des éléments de solution à notre question de recherche, les modèles qui appliquent la méthode standard de la VAN ne peuvent constituer un cadre d'évaluation adéquat des projets de revalorisation des friches industrielles. Il en est ainsi puisqu'ils ignorent la capacité des décideurs à gérer activement un projet. Ces modèles reposent sur l'hypothèse que l'investissement, lorsqu'il est irréversible, doit être réalisé maintenant ou jamais. Cela conduit généralement à sous-estimer la vraie VAN des projets.

Les projets de revalorisation des friches industrielles présentent trois caractéristiques importantes, lesquelles modifient fondamentalement le comportement des entrepreneurs. En premier lieu, les décisions d'investissement sont pour la plupart irréversibles. L'irréversibilité des décisions d'investissement provient essentiellement de ce qu'il est plus coûteux d'investir et de subir un coût d'installation, puis de désinvestir, que de ne rien faire. En deuxième lieu, l'incertitude, portant sur le futur, influence de manière significative les décisions de revalorisation des friches industrielles. Au mieux, un investisseur peut estimer les probabilités associées à chaque événement ou alternative. Enfin, un investisseur peut choisir de réaliser son projet ou d'attendre l'arrivée de nouvelles informations. Ces trois caractéristiques influencent de manière significative la décision d'entreprendre ce type de projet.

## 2. L'évaluation des options réelles et la revalorisation des friches industrielles

L'analyse qui précède nous a permis de constater que les modèles issus de la théorie traditionnelle de l'investissement, qui reposent sur le critère de la valeur actuelle nette, laissent de côté certaines caractéristiques essentielles de la décision de revalorisation des friches industrielles. Ce type de modélisation n'apparaît donc pas adéquat pour évaluer les projets de revalorisation des friches industrielles. L'analyse des options réelles a été développée en réponse aux critiques de l'approche traditionnelle. Elle permet une meilleure appréciation des risques et opportunités de ce type de projet. La première partie sera consacrée à l'analyse de certains principes généraux de la théorie des options réelles. Dans la deuxième partie, nous montrerons comment la théorie option réelle peut être appliquée à la revalorisation des friches industrielles.

### 2.1 *Évaluation option réelle : principes généraux*

L'idée centrale des options réelles est d'intégrer le caractère dynamique de la décision d'investissement et de répondre ainsi à l'une des principales limites de l'analyse traditionnelle des projets d'investissement qui, parce qu'elle n'intègre pas ces éléments, présente le risque de sous-estimer la valeur des projets. Malgré son application à de nombreux domaines, cette approche demeure relativement peu connue. Il ne s'agira pas ici de retracer l'histoire de la théorie option réelle dans les détails, mais seulement d'en présenter certains principes qui nous permettront de mieux comprendre les modèles qui, à partir de l'approche des options réelles, visent à rendre compte du processus de revalorisation des friches industrielles.

#### 2.2.1 Le lien entre les options réelles et les options financières

Une option réelle est une option générée par un projet d'investissement. L'analyse des options réelles est fondée sur l'observation qu'une entreprise qui évalue un actif existant ou

un investissement potentiel est à peu près dans la même situation que le détenteur d'une option financière sur le prix d'une action ou sur le prix d'une marchandise. Précisons d'abord la portée et les limites de cette analogie.

Comme le détenteur d'une option financière, le détenteur d'une option réelle dispose du droit de faire ou de ne pas faire un acte futur, du droit de prendre ou de ne pas prendre une certaine décision, à un coût fixé à l'avance (le prix d'exercice), à une date déterminée (option de type européen) ou avant une date déterminée (option de type américain) (Lautier, 2001). Soulignons que le détenteur de l'option a le droit de faire ou de décider, mais n'en a pas l'obligation. La décision sera prise en fonction de la valeur d'une variable aléatoire qui suit un processus stochastique et dont on ne peut prévoir les valeurs futures.

Comme les options financières, les options réelles peuvent être distinguées en fonction de leur nature : il existe des options d'achat et des options de vente. Les options réelles d'achat donnent à leur détenteur le droit d'entreprendre un investissement, à un coût fixé à l'avance, à ou avant une date déterminée. À titre d'exemple, posséder un gisement non exploité peut être assimilé à la détention d'une option réelle d'achat<sup>2</sup>. L'actif réel sur lequel porte l'option est le gisement. Le droit associé à l'option est celui d'exploiter ce gisement. C'est une option d'achat, car l'exploitation permet de s'approprier des revenus de l'actif réel. Son prix d'exercice est le coût à consentir pour initier la production. Le détenteur de l'option peut enfin décider de la mise en exploitation à tout moment tant qu'il en a l'autorisation (soit parce qu'il est le propriétaire, soit parce qu'il a acheté une concession sur le gisement). L'option de vente offre, quant à elle, la possibilité d'abandonner un investissement ou de le revendre à un prix déterminé à l'avance, à ou avant une date déterminée.

Comme les options financières, les options réelles sont des actifs dérivés et asymétriques. Une option est un produit dérivé parce que sa valeur dépend de celle d'un autre actif. Dans le cas des options réelles, ce dernier est un projet d'investissement. Dans l'exemple du gisement, la valeur de l'opportunité d'exploiter dépend principalement de la valeur des

---

<sup>2</sup> Cet exemple est tiré de l'article de Lautier (2001).

réserves souterraines. Une option est également un actif asymétrique puisqu'elle donne à son acheteur le droit, mais non obligation, de l'exercer. Ainsi, le caractère asymétrique de l'option donne la possibilité de bénéficier d'évolutions favorables sans avoir à supporter les situations défavorables. Ainsi, le détenteur de gisement peut choisir de l'exploiter si la demande pour ce minerai est forte, ou renoncer à sa commercialisation si d'autres gisements de meilleure qualité, à coût d'exploitation réduit, ont été découverts entre-temps (Lautier, 2001).

L'analogie entre les options réelles et les options financières présente toutefois certaines limites. Ainsi, l'asymétrie ne joue pas le même rôle dans les deux cas et les actifs supports des options sont différents (Lautier, 2001). En ce qui concerne l'asymétrie, les options réelles présentent une particularité, liée à la nature des transactions qui leur sont associées. En effet, contrairement à ce qui se produit dans le cas des options financières, un acheteur d'option réelle ne fait généralement pas face à un vendeur.

En ce qui a trait à la nature de l'actif support, dans le cas des options financière, ce n'est pas un actif financier, mais un projet d'investissement. Deux actifs réels ne sont jamais totalement comparables. Ceci a des implications importantes. D'abord, il existe généralement un marché secondaire sur lequel les titres financiers s'échangent facilement sans subir de coûts de transaction prohibitifs. Tel est rarement le cas pour les actifs réels. En outre, les caractéristiques d'un actif financier peuvent être obtenues aisément, alors que ces informations sont beaucoup plus difficiles à obtenir pour un actif réel (Lautier, 2001). Les transactions peuvent donc être affectées par la présence d'asymétrie d'information.

### 2.2.2 Les différentes catégories d'options réelles

La littérature distingue plusieurs catégories d'options réelles. Nous présentons maintenant chacune d'elles et tentons de montrer ce qui les distingue les unes des autres.

On trouve d'abord l'option réelle de reporter l'investissement, qui est celle la plus fréquemment invoquée<sup>3</sup>. Dans ce cas, la flexibilité est due à la possibilité pour l'investisseur d'attendre avant de réaliser son projet. La réalisation du projet est reportée dans l'espoir d'obtenir ultérieurement des informations pertinentes quant à sa mise en œuvre. L'option de reporter est une option d'achat. Le détenteur de cette option qui exerce son droit obtient la valeur actuelle nette du projet d'investissement qui sert de support à l'actif dérivé. Inversement, l'opérateur qui reporte son investissement suppose implicitement que le bénéfice retiré de l'attente (la possibilité d'obtenir des informations nouvelles) est supérieur à son coût. Ce dernier peut être associé soit aux revenus potentiels des périodes d'attente perdus, soit au coût d'opportunité associé à la détention de l'option, soit encore au risque de laisser une opportunité s'échapper.

Si l'option réelle de reporter est la plus courante, il n'en reste pas moins que les projets peuvent également comporter d'autres types d'option. On peut mentionner d'abord les options de croissance. Le champ d'application des options de croissance est extrêmement vaste. La réflexion peut notamment porter sur la taille optimale de la firme ou de certaines de ses entités, sur la possibilité de renoncer à une activité ou au contraire d'en développer une nouvelle.

On peut mentionner également l'option de modifier l'intensité de l'exploitation. Dans ce cas, la flexibilité réside dans la possibilité d'augmenter, de réduire ou de fermer temporairement une usine selon les conditions du marché<sup>4</sup>.

Nous avons examiné trois types d'option réelle de base : l'option de report, de croissance et de flexibilité. La quatrième est l'option d'abandon. Contrairement aux trois options précédentes qui étaient assimilables à des options d'achat, l'option d'abandon est une option de vente. L'option d'abandonner est associée à la possibilité de renoncer définitivement à

---

<sup>3</sup> Pour une présentation plus détaillée de ce type d'option, voir McDonald et Siegel (1986), Ingersoll et Ross (1992), Laughton et Jacoby (1993), Madj et Pindyck (1987).

<sup>4</sup> À cet égard, voir Trigeorgis (1993) et Madj et Pindyck (1987).

un investissement et, éventuellement, de le revendre sur le marché secondaire<sup>5</sup>. Exercer le droit conféré par l'option d'abandonner permet de recueillir les revenus issus d'une revente du projet et/ou d'annuler les coûts associés à son maintien.

L'option de renoncer à l'investissement en cours est également similaire à une option de vente. Cette option provient du fait que bien souvent un investissement est effectué en procédant par étapes successives<sup>6</sup>. Dans ce contexte, la flexibilité résulte de l'alternative qui se présente à chaque étape de renoncer à poursuivre le développement du projet si de nouvelles informations défavorables se révèlent ou, à l'inverse, de consentir aux dépenses permettant de passer à l'étape suivante. L'option de renoncer à l'investissement en cours est exercée lorsque l'investissement requis pour parvenir à l'étape suivante est supérieur à la valeur accordée à la poursuite du projet.

On peut également mentionner l'option d'échange. Les options d'échange résident dans la possibilité de modifier les produits finis ou les facteurs de production. La flexibilité est dans ce cas apportée par le processus de production. À titre d'exemple, mentionnons le cas d'une centrale électrique qui, ayant la possibilité de fonctionner soit avec du gaz naturel soit avec du charbon offre, par exemple, une série d'option d'échange. Le choix de recourir à l'une ou l'autre dépend des fluctuations relatives de leur prix.

Finalement, on trouve les options interactives. La décision d'investissement recouvre la possibilité d'exercer, simultanément ou non, plusieurs options de différentes catégories. Soit ces options sont insérées au sein d'un même projet, soit elles appartiennent à plusieurs projets. Ces options sont qualifiées d'interactives car elles peuvent exercer une influence les unes sur les autres.

---

<sup>5</sup> Des références à cette option peuvent être trouvées dans les travaux de Brennan et Schwartz (1985), Hyers et Madj (1990).

<sup>6</sup> Des références à cette option peuvent être trouvées dans les travaux de Trigeorgis (1993) et Madj et Pindyck (1987).

### 2.2.3 Les conditions d'existence des options réelles

La présentation des options réelles les plus fréquemment invoquées dans la littérature montre bien le caractère multiforme de ce concept. On peut alors se poser la question suivante : certaines conditions doivent-elles être réunies pour qu'une option existe? Les conditions à réunir pour qu'une option réelle existe sont l'incertitude, la flexibilité et l'irréversibilité. Pour bien saisir en quoi l'incertitude, l'irréversibilité et la flexibilité sont des conditions d'existence des options réelles, il importe de revenir sur chacune de ces notions. Il sera donc question dans cette section d'approfondir les notions d'incertitude, de flexibilité et d'irréversibilité.

La première condition d'existence d'une option réelle est l'incertitude. Les options réelles partagent avec les options financières cette première condition de leur existence. Elle n'est toutefois pas de même nature. De fait, l'incertitude associée aux options réelles peut prendre des formes variées. Elle peut tout d'abord être liée à l'environnement dans lequel les entreprises évoluent. À titre d'exemple, des fluctuations imprévisibles de la demande ou des variations inattendues des taux d'intérêt peuvent influencer la valeur espérée d'un projet. Dans ce contexte, l'incertitude est entièrement subie par l'entrepreneur. Or, tel n'est pas toujours le cas, il est en effet possible d'envisager des situations où l'entrepreneur peut agir afin de résoudre, partiellement ou totalement, l'incertitude à laquelle il est exposé. L'incertitude est alors endogène : la réalisation d'une première étape de l'investissement peut apporter des informations précieuses pour la suite du projet. Mais en quoi l'incertitude est-elle une condition nécessaire à l'existence d'une option? En fait, c'est précisément l'impossibilité de prévoir l'avenir avec certitude qui crée la valeur d'option : d'un côté, si les circonstances futures sont favorables, le détenteur de l'option en profitera, de l'autre côté, si les circonstances lui sont défavorables, il n'en sera pas victime.

L'irréversibilité des décisions constitue également une condition nécessaire à l'existence d'une option réelle. Mais d'abord en quoi consiste l'irréversibilité? Comme l'explique Henry (1974) : « une décision est irréversible si elle réduit de façon significative pour une

période de temps suffisamment longue l'ensemble des choix possibles dans le futur». L'irréversibilité des décisions d'investissement provient essentiellement de ce qu'il est plus coûteux d'investir et de subir un coût d'installation, puis de désinvestir, que de ne rien faire (Villieu, 2000). Au delà de l'impossibilité physique de désinvestir, l'irréversibilité concerne toute dépense irrécupérable et affecte la plupart des décisions d'investissement (Villieu, 2000). La plupart des investissements sont irrécupérables, notamment parce que le plus souvent, ces investissements sont en partie spécifiques à l'entreprise. Il est donc impossible par définition de les revendre. Il existe toutefois des investissements irréversibles qui ne sont pas spécifiques et pour lesquels il existe un marché d'occasion. L'irréversibilité vient alors du fait que, sur de tels marchés, il est souvent difficile d'observer certaines caractéristiques des biens proposés à la vente. Les acheteurs ne peuvent pas discriminer entre les biens de bonne et de mauvaise qualité. Il en résulte un prix très inférieur au prix du même matériel neuf ainsi que l'analyse d'Akerlof (1970). En quoi le caractère irréversible de la dépense d'investissement est-il également indispensable à l'existence d'une valeur d'option au sein d'un projet. En effet, si la dépense d'investissement est par la suite récupérable en cas de circonstances défavorables, la possibilité qu'offre l'option d'échapper aux situations défavorables est sans valeur.

La flexibilité est la troisième condition d'existence des options réelles. Elle correspond à la possibilité propre à chaque investisseur d'exercer son option réelle ou de l'abandonner. La flexibilité est la possibilité de pouvoir profiter des circonstances favorables et de pouvoir éviter les circonstances défavorables. Les différents types de flexibilité présentés par un projet d'investissement sont créateurs de valeurs d'options. Ils présentent des possibilités d'adaptation en réponse à l'évolution de certaines variables d'état (les conditions de marché, l'évolution des prix, la demande, la concurrence). C'est la flexibilité qui confère à l'option réelle son caractère asymétrique : la flexibilité a soit une valeur positive, qui vient augmenter la valeur actuelle nette du projet, soit une valeur nulle. Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la flexibilité revêt bien des formes : elle peut correspondre à la possibilité de retarder un investissement, de l'abandonner, de réduire sa taille ou de l'augmenter, de passer d'un système de production à l'autre, etc.

## 2.2 Les déterminants de la valeur des options réelles

À condition de les adapter, les cinq facteurs qui déterminent la valeur d'une option financière (la valeur de l'actif support, le prix d'exercice, la volatilité de l'actif support, l'échéance de l'option et le niveau des taux d'intérêt) sont également susceptibles de déterminer la valeur d'une option réelle. C'est ce que montre le tableau 1 ci-dessous.

Tableau 1. Déterminants de la valeur des options réelles et financière

<b>Option d'achat sur le titre</b>	<b>Option réelle sur un projet</b>
Valeur actuelle du titre	VP(brute) des flux financiers espérés
Prix d'exercice	Coût d'investissement
Délai jusqu'à l'expiration	Délai jusqu'à disparition de l'opportunité
Incertitude sur la valeur du titre	Incertitude sur la valeur du projet
Taux d'intérêt sans risque	Taux d'intérêt sans risque

Dans le contexte des options réelles, le prix de l'actif support est celui d'un actif réel. Ce prix est déterminé sur le marché secondaire où il est calculé en faisant la somme des flux nets futurs actualisés associés au projet. Il influence de manière positive la valeur de l'option.

Le prix d'exercice d'une option réelle d'achat correspond aux dépenses à consentir pour bénéficier des flux futurs associés au projet. Le prix d'exercice n'est pas forcément connu de façon précise. Il a un effet négatif sur la valeur de l'option.

Le troisième facteur explicatif est la volatilité de l'actif support. Celle-ci représente l'incertitude concernant les flux futurs que l'investissement va générer. La valeur d'une option réelle est une fonction croissante de cette incertitude en raison des fluctuations des paiements qui sont limitées à la baisse et illimitées à la hausse (Boyer et al., 2003).

Le quatrième déterminant est l'échéance, c'est-à-dire la date à laquelle l'opportunité d'investissement disparaît. À titre d'exemple, cette date peut correspondre à l'expiration de droits d'exploitation sur une concession minière. Plus grande est l'échéance, plus grande est l'incertitude quant à l'évolution future du support. Ainsi donc, plus l'échéance est grande, plus la valeur de l'option est grande.

Le cinquième et dernier déterminant est le niveau du taux d'intérêt. En repoussant l'investissement, le détenteur de l'option réelle d'achat conserve la disponibilité des fonds qu'il désire consacrer à cet investissement jusqu'à la date d'exercice. Plus le taux d'intérêt est élevé, plus la valeur de l'option d'achat est élevée. À l'inverse, en repoussant la date de désinvestissement, l'acheteur de l'option réelle de vente renonce à un encaissement ou à une économie immédiats. Plus le taux d'intérêt est élevé, plus la valeur de l'option de vente est faible (Lautier, 2001).

Tableau 2. Facteurs affectant la valeur des options réelles

<b>Facteurs</b>	<b>Options réelles</b>
Valeur brute des flux financiers espérés	+
Coût d'investissement	-
Date d'échéance	+
Incertitude sur la valeur du projet	+
Taux d'intérêt sans risque	+/-

## *2.2 La revalorisation des terrains et les options réelles*

Nous venons de présenter un aperçu des principes essentiels de la théorie des options réelles. Cette approche s'applique à une gamme de décisions de gestion et de décisions stratégiques en contexte d'incertitude et d'irréversibilité. On peut toutefois se demander si une telle approche peut être appliquée à la revalorisation des friches industrielles. La première section sera consacrée au modèle proposé par Titman (1985). Ce modèle simple a mis en relief le rôle central de l'incertitude dans l'évaluation des projets de valorisation des terrains vacants ou sous-utilisés. Dans la deuxième section, notre attention se centrera sur une estimation empirique de l'approche des options réelles proposée par Quigg (1993). Nous verrons ensuite comment certains auteurs ont appliqué l'approche des options réelles pour valoriser les projets de re-développement urbain et les projets de revalorisation des terrains contaminés.

### 2.2.1 Le modèle précurseur de Titman (1985)

En 1985, Titman présente une première analyse des choix de valorisation des terrains urbains en présence d'incertitude. Son objectif consiste alors à expliquer pourquoi certains terrains situés près des quartiers d'affaires centraux les plus dynamiques demeurent vacants ou sous-utilisés. Selon Titman, le fait qu'un entrepreneur choisisse de garder vacant ou sous-utilisé un terrain qui conserve une valeur appréciable suggère que la valeur du terrain comme site constructible est supérieure à celle du terrain construit.

Il apparaît nécessaire de revenir sur les hypothèses, la démarche et les principaux résultats de ce modèle afin de mieux comprendre les modèles qui seront développés dans les sections suivantes.

Titman suppose la situation suivante : un entrepreneur envisage de construire une usine sur un terrain vacant. L'investissement peut être réalisé instantanément. Il est parfaitement irréversible. À la date courante, le prix des propriétés industrielles est connu; il y a toutefois

de l'incertitude sur le prix futur qui peut prendre seulement deux valeurs. Dans ces conditions, l'entrepreneur doit-il construire l'usine? Si oui, doit-il la construire immédiatement ou attendre une période lorsque l'incertitude sur le prix sera résolue?

Titman pose les hypothèses suivantes:

- attendre ne génère pas de revenu et n'engendre pas de coût;
- la seule source d'incertitude est le prix des propriétés;
- les coûts de construction sont connus et constants;
- le prix des propriétés et les coûts de construction sont déterminés de façon exogène à chaque période pour chaque état de la nature;
- la valeur du terrain entre la période un et deux peut prendre seulement deux valeurs;
- il existe un actif sans risque;
- les marchés sont parfaits.

L'intuition de Titman est très simple : posséder un terrain vacant peut être assimilé à la détention d'une option réelle d'achat. Dans cette option réside la possibilité pour un entrepreneur de choisir entre plusieurs types de projets de mise en valeur, mutuellement exclusifs. Son prix d'exercice correspond au coût à consentir pour initier ces différents projets.

L'entrepreneur, s'il exerce son option au prix courant, obtient une usine en état de marche qui lui fournira un flux de revenus stochastiques. Que vaut cette option ? Titman évalue cette option en construisant un portefeuille fictif qui présente les mêmes caractéristiques de risque et de rendement que l'option, et dont on connaît la valeur.

Les résultats de ce modèle très simple font clairement apparaître le rôle central de l'incertitude quant au futur dans la décision de valorisation des terrains vacants ou sous-utilisés. Ainsi, une plus grande incertitude quant aux prix futurs accentue la répugnance à investir dans la mesure où elle accroît la valeur de l'option d'attendre et d'acquiescer de

nouvelles informations. À l'inverse, une moindre incertitude diminue la valeur de l'option d'attendre et de recueillir de nouvelles informations et, par le fait même, l'attractivité de différer le projet de mise en valeur. Ce qui signifie que la décision de valoriser au temps présent est relativement plus attractive.

### 2.2.2 Le modèle empirique de Quigg (1993)

L'analyse qui précède est de nature à bien faire voir la pertinence de l'approche des options réelles pour expliquer la mise en valeur des terrains vacants ou sous-utilisés. Mais comment cette théorie se vérifie-t-elle dans la réalité? En 1993, Quigg propose une première démarche pour évaluer la pertinence réelle de l'approche des options réelles pour expliquer la valorisation des terrains vacants.

Le modèle empirique proposé par Quigg est estimé à l'aide des données de vente sur les terrains à caractère commercial, industriel et résidentiel à Seattle entre 1976 et 1979. Les résultats obtenus pour l'ensemble des transactions de vente sur les marchés commerciaux, industriels et résidentiels confortent l'intérêt de l'approche des options réelles pour expliquer la valorisation des terrains vacants à Seattle. Il semble en effet qu'en moyenne l'acheteur d'un terrain sous-utilisé paie une prime de 6% pour avoir l'option de construire sur le terrain.

### 2.2.3 Le modèle de Capozza et Li (1994)

Il faut attendre que Capozza et Li présentent en 1994 un modèle théorique des décisions d'investissement en capital pour que l'approche des options réelles soit appliquée à la question du re-développement urbain. Les travaux de Capozza et Li (1994) offrent en effet une première application de l'approche des options réelles au re-développement des terrains urbains.

Cappoza et Li s'intéressent plus précisément aux décisions d'investissement en capital lorsque la taille de l'investissement est variable. Le re-développement urbain est un exemple de ce type d'investissement. Le problème de l'entrepreneur est alors de déterminer la valeur et la taille du projet ainsi que le moment opportun pour le réaliser.

Les résultats de ce modèle montrent que la taille de l'investissement influence de façon significative le moment pour re-développer et la valeur du projet. La possibilité de modifier la taille de l'investissement augmente la valeur critique de la rente foncière et, par le fait même, l'attractivité de différer le projet d'investissement.

#### 2.2.4 Le modèle de re-développement urbain de Gunnelin (2001)

La théorie des options réelles a également été appliquée aux questions de re-développement urbain par Gunnelin (2001). Gunnelin s'intéresse à la décision de ré-affectation des terrains lorsque la valeur du terrain dans son usage actuel, la valeur du terrain dans son nouvel usage ainsi que les coûts de construction sont incertains. Le modèle de Gunnelin reprend en grande partie le modèle de McDonald et Siegel (1986) pour l'évaluation des produits dérivés. Il suppose par ailleurs que le coût d'exercice est composé de deux éléments qui évoluent de façons différentes à travers le temps : d'une part, la valeur du terrain dans son usage actuel et, d'autre part, le coût de remise en valeur. La règle de décision optimale pour re-développer est alors plus complexe : elle diffère selon l'ampleur respective des deux composantes du coût d'exercice. Il sera optimale de re-développer lorsque le ratio des bénéfices et des coûts associés au re-développement atteindra une certaine valeur critique.

#### 2.2.5 Le modèle de Cappoza et Li (2002)

Nous avons vu dans la section qui précède comment Gunnelin (2001) a étendu le modèle de McDonald et Siegel (1986) pour expliquer les changements d'affectation des terrains urbains. Cappoza et Li (2002) ont également proposé une extension du modèle McDonald

et Siegel (1986) visant à fournir une meilleure explication du problème de re-développement des terrains urbains lorsque les rentes nettes sont croissantes et incertaines. La particularité de ce modèle réside dans le fait qu'il suppose que le prix d'exercice est endogène. Dans ce contexte, les auteurs proposent une règle optimale de re-développement des terrains. L'une des conclusions importantes de cette étude est que les exceptions à la règle de la valeur actuelle nette ne sont pas spécifiques au contexte stochastique. En effet, comme le montre leur analyse, si les revenus futurs anticipés sont croissants, alors il vaut mieux attendre plutôt qu'investir bien qu'il n'y ait pas d'incertitude quant au futur. On peut donc conclure que si les valeurs d'option sont normalement considérées comme résultant d'une combinaison d'incertitude et d'irréversibilité, il demeure qu'elles font partie d'une catégorie plus vaste qu'on appelle les coûts d'opportunité, lesquels existent en l'absence d'incertitude.

#### 2.2.6 Le modèle de revalorisation des friches industrielles de Lentz et Tse (1995)

L'analyse qui précède est de nature à bien faire voir la pertinence de l'approche des options réelles pour rendre compte des projets de re-développement des terrains urbains. Son application à la revalorisation des terrains contaminés est toutefois plus rare. Lentz et Tse ont proposé pour la première fois en 1995 un modèle visant à fournir une meilleure explication de la revalorisation des friches industrielles. Ce modèle repose sur une application de la théorie des options réelles. Il suppose d'une part que le processus de revalorisation des friches industrielles peut être réalisé en deux étapes et, d'autre part, que les bénéfices associés au projet de revalorisation et les coûts qui s'y rattachent sont stochastiques. Le problème de l'entrepreneur est alors de choisir le moment opportun pour restaurer et pour re-développer. Des résultats nouveaux viennent du fait qu'ils prennent en considération les interactions entre les options.

### 2.2.7 Le modèle de Espinoza et Luccioni (2005)

Le modèle de Lentz et Tse (1995) représente une avancée certaine vers la modélisation de la décision de revalorisation des friches industrielles. Ce modèle se heurte toutefois à certaines limites liées principalement au fait qu'il suppose que la revalorisation se fait en deux étapes. De fait, en posant cette hypothèse, le modèle de Lentz et Tse (1995) ne prend pas pleinement en compte le délai associé à la restauration des sols contaminés.

Nous présentons maintenant un modèle avec investissement séquentiel proposé par Espinoza et Luccioni (2005). La différence majeure entre le modèle de Lentz et Tse (1995) et le modèle de Espinoza et Luccioni (2005) est liée au profil des dépenses. En effet, dans le modèle de Lentz et Tse (1995), un projet de revalorisation représente un fort investissement de départ, opéré de façon ponctuelle, et génère des ressources régulières à partir du moment où tout l'investissement est opérationnel. À l'inverse, dans le modèle de Espinoza et Luccioni (2005), un projet de revalorisation est constitué de dépenses régulières tout au long de la durée de vie du projet.

Pour comprendre ce modèle, il convient de revenir sur les hypothèses qu'il pose, la démarche qu'il emprunte et les principaux résultats qui en découlent. Ce modèle, inspiré des travaux de Majd et Pindyck (1987), suppose qu'un entrepreneur continue à investir chaque dollar pour acheter l'option de dépenser le prochain dollar jusqu'à ce que le projet de revalorisation soit complété. Il suppose en outre que l'entrepreneur peut arrêter et recommencer les investissements sans coût. Dans ce contexte, Espinoza et Luccioni déterminent une règle d'investissement optimal, laquelle tient compte du temps requis pour réaliser le projet.

Soit  $V$ , la valeur du projet de revalorisation, et  $K$ , les dépenses futures à réaliser, ce problème d'investissement revient à déterminer la valeur  $F(V, K)$  d'une option composée. Ce problème nécessite de déterminer le point optimal d'arrêt de l'investissement en utilisant les méthodes récursives.

La valeur du terrain décontaminé  $V$  suit un mouvement brownien géométrique. Le prix d'exercice (c'est-à-dire le coût total de revalorisation  $K$ ) est investi de façon séquentielle à un rythme maximal de  $k$ . On a donc la relation suivante :

$$dK = \begin{cases} -kdt & \text{pour } V \geq V^*(K) \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

ou  $V^*$  représente la règle d'investissement optimale en fonction des coûts de restauration qui restent. Cette équation indique que l'investissement est optimal si la valeur de la propriété décontaminée est supérieure à la valeur critique  $V^*$ .

### 3. Conclusion

L'analyse qui précède nous a permis de constater qu'avant les options réelles, la procédure d'évaluation standard des projets de revalorisation était la valeur présente nette. Ainsi, certains auteurs, notamment Dewees (1986), Wilson (1989) et Fisher et *al.* (1992), ont cherché à évaluer les projets de restauration des terrains contaminés à partir de la valeur présente nette. L'approche des options réelles n'invalide pas cette procédure conventionnelle, elle en est plutôt une amélioration. Comme nous avons pu le constater précédemment, l'approche des options réelles aide les décideurs à quantifier la valeur de la gestion active (Boyer et *al.*, 2003).

Des travaux plus récents ont appliqué l'approche des options réelles à la revalorisation des friches industrielles. Lentz et Tse (1995) ont ainsi défini une règle optimale de décision lorsque les flux de revenu et les coûts sont stochastiques. Une des faiblesses de ce modèle réside dans le fait qu'il suppose que l'investissement est ponctuel.

Espinoza et Luccioni (2005) ont par ailleurs proposé un modèle avec investissement séquentiel. Or, le modèle de Espinoza et Luccioni (2005) suppose toutefois que la seule source d'incertitude provient des flux de revenu du projet.

## Chapitre 3. LE MODELE THEORIQUE

L'analyse menée au chapitre précédent nous a permis de faire le point sur la manière dont l'économie a abordé la question de l'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles. Comme nous avons pu le constater, ce type de projet présente trois caractéristiques importantes. D'abord, les décisions sont irréversibles. Cette irréversibilité vient du fait que la revalorisation des friches industrielles implique des coûts irrécupérables. En second lieu, le problème de la revalorisation est dynamique. On veut étudier le moment opportun pour réaliser la revalorisation d'une friche industrielle à travers le temps. Enfin, ce problème est aussi stochastique. Les bénéfices futurs que l'on peut en tirer ne sont jamais certains d'année en année. Ces trois caractéristiques justifient l'utilisation de l'approche des options réelles pour évaluer les projets de revalorisation des friches industrielles et donc pour déterminer le moment opportun pour les réaliser. Or, comme nous avons pu le constater, il existe peu d'applications de cette approche à la revalorisation des friches industrielles.

L'objectif de ce chapitre sera donc de développer un cadre d'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles à partir de l'approche des options réelles. Pour ce faire, nous procéderons en quatre étapes. En premier lieu, nous réaliserons une description du projet. Puis, nous identifierons et caractériserons les différentes sources d'incertitude. En troisième lieu, nous identifierons les sources de flexibilité. Enfin, suite à ces trois étapes, nous serons en mesure de déterminer la valeur d'un projet de revalorisation conditionnelle à une gestion optimale de la flexibilité.

## 1. Description du projet de revalorisation

Nous avons vu que la première étape de l'évaluation options réelles consiste à réaliser une description du projet. C'est précisément à cette première étape que nous nous consacrerons maintenant.

Un entrepreneur possède un terrain contaminé actuellement non exploité et il envisage de le revaloriser. Nous supposons que le processus de revalorisation est réalisé en deux étapes. La première étape consiste à restaurer les sols contaminés pour remédier aux dommages causés à l'environnement. La deuxième étape est de re-développer le terrain restauré pour qu'il puisse servir à des fonctions plus productives. Il est possible de débiter la deuxième étape après avoir terminé la première. L'entrepreneur peut réaliser la deuxième étape immédiatement après avoir complété la première ou il est possible pour l'entrepreneur de retarder la réalisation de la deuxième étape.

Nous supposons que le terrain sera réaffecté à des fins industrielles. Plus précisément, l'entrepreneur envisage de construire un immeuble d'entreposage de produits de distribution. Suivant la nouvelle tendance, l'entrepreneur envisage de construire un immeuble d'une superficie de 200 000 pieds carrés avec une hauteur libre de plafonds de 28 pieds. Ce projet de développement industriel représente la meilleure affectation possible du terrain. Il générera des flux de revenus dont la valeur présente correspond à  $V$ . Cette expression assez générale de la valeur du projet signifie que l'immeuble sera géré optimalement après sa construction.

Pour initier cette activité, il lui faut dépenser aujourd'hui une somme correspondant aux coûts de restauration des sols contaminés  $I_1$  et aux coûts de re-développement du terrain restauré  $I_2$ . On suppose qu'il n'y a pas de contrainte réglementaire.

## 2. Sources d'incertitude

La deuxième étape consiste à identifier et caractériser les différentes sources d'incertitude. L'incertitude associée à la revalorisation des friches industrielles peut prendre différentes formes. Elle peut être notamment liée aux fluctuations de la demande pour les immeubles industriels, à des modifications de coûts de restauration ou à des changements réglementaires.

Bien qu'elle puisse prendre des formes variées, nous supposons, par ailleurs ici, que l'incertitude concerne seulement la valeur du projet de revalorisation ; à la date courante, la valeur du projet est connue, mais il y a de l'incertitude sur sa valeur future. Nous supposons également que l'incertitude qui affecte la valeur du projet est un facteur exogène sur lequel les décideurs n'ont aucune influence.

Comment modéliser l'évolution de la valeur du projet? Le choix du processus aléatoire pour décrire le comportement dynamique de la valeur du projet est très important<sup>7</sup>. Un mauvais choix peut mener à des décisions erronées quant à la gestion des friches industrielles.

Pour faire ce choix, nous avons utilisé des données sur l'évolution du prix de vente moyen des immeubles industriels entre 1985 et 2002 publiées par la firme Experts-Conseil Royal-Lepage<sup>8</sup>. Dans l'ensemble, nous avons observé que le prix de vente des propriétés industrielles est demeuré stable au cours de cette période. Le prix de vente moyen des immeubles industriels de construction récente se situe entre 45,00\$ et 65,00\$ le pied carré (une moyenne de 58,00\$ le pied carré). En se basant sur ces valeurs, il semble que le comportement du prix de vente des immeubles industriels suit un processus aléatoire correspondant au processus de retour à la moyenne. L'utilisation de ce type de processus engendre toutefois des complications importantes. En conséquence, nous supposons ici

---

<sup>7</sup> Pour une description des processus stochastiques les plus utilisés, voir annexe 2.

<sup>8</sup> Ces données sont publiées annuellement par Experts-Conseils Royal-Lepage : <http://www.royallepage.com>

que le comportement dynamique de la valeur du projet suit un processus aléatoire correspondant à un mouvement brownien géométrique. La majorité des études dans ce domaine font également cette hypothèse<sup>9</sup>. Dès lors, la valeur du projet est exprimée par la somme de deux éléments : une composante déterministe qui représente le taux de croissance anticipé de la valeur du projet et une composante aléatoire qui exprime le caractère plus ou moins partiellement imprévisible de la trajectoire suivie par la valeur du projet. Ce processus simple qui s'applique aisément à de nombreuses situations peut s'écrire de la manière suivante :

$$dV / V = \alpha dt + \sigma dz \quad (1)$$

où  $\alpha$  caractérise le taux de croissance déterministe du processus,  $\sigma$  sa volatilité et  $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ , où  $\varepsilon \sim N(0,1)$ . Cette équation indique que la valeur du projet est en date  $t_0$  connue et qu'elle est distribuée, en tout  $t > 0$ , selon une loi log-normale. La figure 1 illustre quelques exemples de trajectoire. Nous supposons que le taux de croissance anticipé de la valeur du projet est nul et que la volatilité est de 35%. Différentes autres trajectoires sont toutefois possibles.

---

<sup>9</sup> voir notamment Lentz et Tse (1995), Espinoza et Luccioni (2005) et Gunnelin (2001)

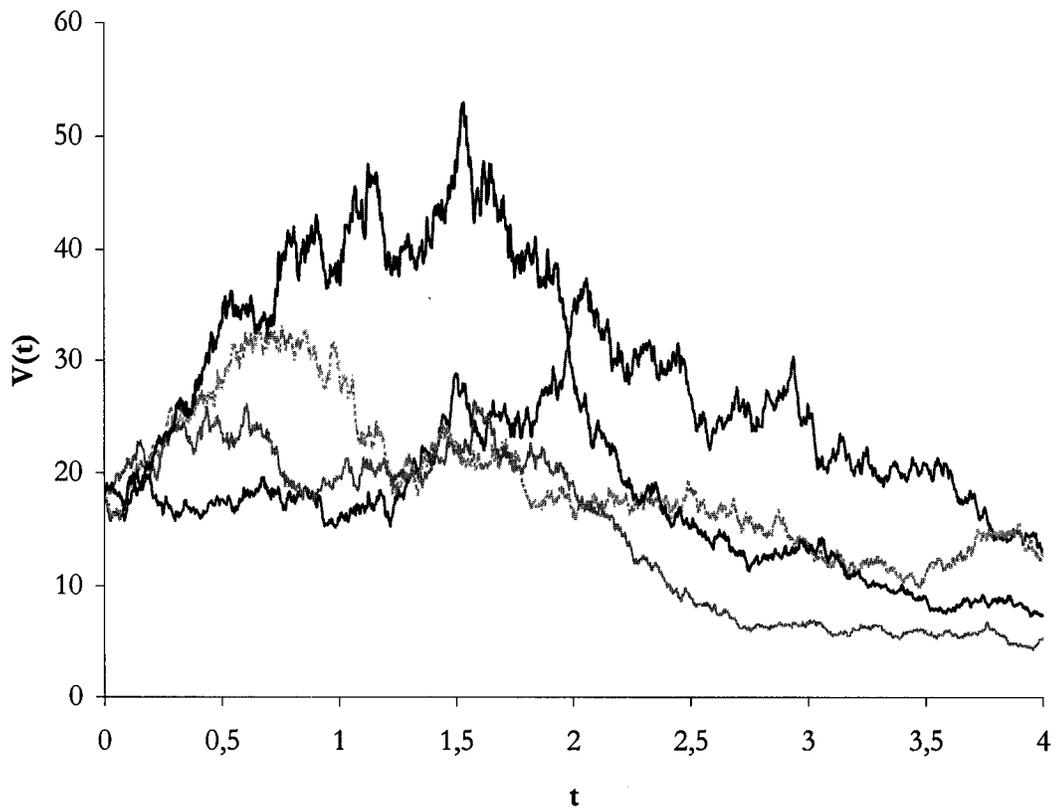


Figure 1. Évolution de la valeur du projet selon un processus brownien géométrique

### 3. Sources de flexibilité

La troisième étape consiste à identifier les sources de flexibilité. Nous avons pu constater précédemment qu'il existe plusieurs types d'options réelles. Ainsi, un entrepreneur peut retarder un investissement, discontinuer un projet en plusieurs phases, modifier la taille d'un projet, etc. Nous supposons ici que deux options interdépendantes peuvent composer la valeur du projet de revalorisation. Ces options sont l'option de restaurer les sols

contaminés et l'option de re-développer le terrain restauré à des fins plus productives. L'option de restaurer consiste à pouvoir décider quand procéder à la restauration des sols contaminés. Nous supposons que la durée de vie d'un terrain est infinie et donc que l'option de restaurer est perpétuelle. Cette option peut être vue comme une option de type américain puisque la décision de restaurer ou non peut être prise en tout temps. En restaurant son terrain, l'entrepreneur se donne l'option de re-développer son terrain à des fins plus productives. L'option de re-développer réside dans la possibilité de décider quand procéder au re-développement de son terrain restauré. De même que pour l'option de restaurer, l'option de re-développer peut être vue comme une option de type américain perpétuelle.

#### **4. La détermination de la valeur du projet de revalorisation d'une friche industrielle**

Maintenant que les différentes sources d'incertitude et de flexibilité ont été identifiées, il reste maintenant à déterminer la valeur du projet de revalorisation conditionnelle à une gestion optimale de la flexibilité.

Pour ce faire, nous considérons deux cas. Dans le premier cas, l'entrepreneur qui restaure son terrain acquiert l'option de re-développer. Cette option lui donne le droit de re-développer après un intervalle de temps fixé représentant le délai pour réaliser la première étape, mais il n'en a pas l'obligation. On suppose ici que ce délai est de deux années. La deuxième étape n'est réalisée immédiatement après avoir complété la première que si elle profite à l'entrepreneur, c'est-à-dire si la valeur du projet est alors supérieure à la valeur critique à laquelle il est optimal de re-développer. L'entrepreneur qui décide de réaliser la première étape se laisse ainsi la possibilité de retarder la réalisation de la deuxième étape si les conditions ne sont pas favorables. En choisissant cette stratégie un entrepreneur ferait usage de l'information qui serait révélée dans le futur. Ce premier cas est illustré schématiquement à la figure 2.

Dans le deuxième cas, l'entrepreneur qui s'engage dans la première étape du projet s'engage également à réaliser la deuxième étape immédiatement après avoir complété la première. L'entrepreneur n'a donc pas l'option du choix du moment pour entreprendre le re-développement de son terrain restauré. C'est ce qu'illustre la figure 3. Peu importe la valeur du projet, l'entrepreneur doit re-développer en  $t + 2$ .

Dans la première section, nous considérons le cas où l'entrepreneur a deux options : l'option du choix du moment pour restaurer et l'option du choix du moment pour re-développer. La deuxième section est consacrée au cas où l'entrepreneur n'aurait qu'une seule option : l'option du choix du moment de la revalorisation. Dans chaque cas, nous déterminons la valeur des options, la valeur du projet et la règle de décision optimale. En conclusion, nous comparons ces deux alternatives.

#### *4.1 Premier cas : deux options*

Deux options interdépendantes composent la valeur du projet. Ces options sont l'option de restaurer les sols contaminés et l'option de re-développer le terrain restauré à des fins plus productives. Ces options sont qualifiées d'interactives car elles peuvent exercer une influence l'une sur l'autre.

Lorsqu'un projet comprend plusieurs options, chaque option future confère de la valeur aux précédentes. D'où le principe que l'évaluation des options futures doit précéder à l'évaluation des options actuelles (Boyer et *al.*, 2003). Nous devons donc d'abord déterminer la valeur de l'option de re-développer en supposant que l'option de restaurer a été exercée précédemment. Nous serons ensuite en mesure de déterminer la valeur de l'option de restaurer, laquelle dépend de l'option de re-développer.

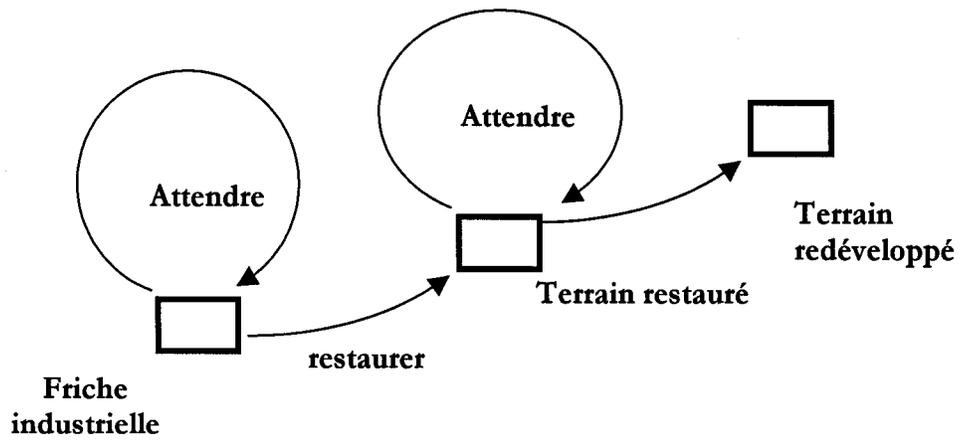


Figure 2. Premier cas : deux options interdépendantes composent la valeur du projet

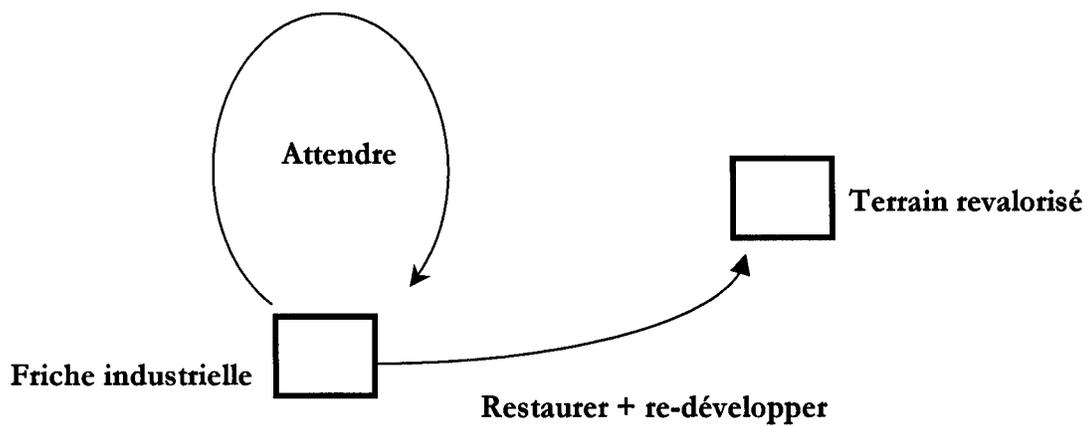


Figure 3. Deuxième cas : une option compose la valeur du projet

#### 4.4.1 La détermination de la valeur de l'option de re-développer

Nous débutons par déterminer la valeur de l'option de re-développer. Le droit associé à cette option est celui du choix du moment pour entreprendre l'opération de re-développement. C'est une option d'achat puisque l'entrepreneur qui exerce son option obtient, à un coût fixé d'avance  $I_2$ , un projet de développement industriel dont la valeur est stochastique.

Que vaut cette option ? L'évaluation de cette option comporte la détermination de la règle optimale de re-développement à savoir si, et quand l'option doit être exercée. La valeur de l'option et la règle optimale de décision peuvent s'obtenir par les méthodes d'évaluation des options financières introduites par Merton (1973) et Scholes (1973). L'option qui est une variable stochastique s'évalue alors en construisant un portefeuille de marché qui présente les mêmes caractéristiques de risque et de rendement que l'option, et dont on connaît la valeur (Boyer et *al.*, 2003). Bien qu'elle prédomine en finance, cette méthode ne peut toutefois pas toujours être appliquée dans le contexte des options réelles puisque les risques du monde réel ne peuvent pas toujours être reproduits par les instruments du marché.

On peut alternativement utiliser les arbres décisionnels avec optimisation des décisions aux différents nœuds ou la méthode de la programmation dynamique. Comme l'explique Boyer et *al.* (2003), la programmation dynamique cherche à maximiser une fonction de valeur stochastique qui peut être interprétée comme la valeur du projet et qui dépend de décisions qui doivent être prises de façon optimale dans l'avenir une fois réalisés certains événements encore inconnus et une fois connues certaines informations que le décideur ignore au moment de l'évaluation.

La méthode que nous avons choisie est celle de la programmation dynamique. On peut dès lors se demander comment évaluer l'option de décider du moment pour re-développer par programmation dynamique ?

La valeur de l'option de re-développer,  $F_2(V(t))$ , est donnée par la plus élevée des deux valeurs suivantes : ce que l'entrepreneur obtient en re-développant maintenant et l'espérance de ce qu'il obtiendra en attendant encore. Ce problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$F_2(V(t)) = \max\{V(t) - I_2, E_t[e^{-rt} F_2(V(t+dt))]\} \quad (2)$$

où  $r$  est le taux d'actualisation sans risque.  $V(t) - I_2$  est la valeur du projet au temps présent. On compare cette valeur à la valeur attendue une période plus tard si le re-développement est retardé. On suppose qu'attendre ne génère aucun revenu. Le principe d'optimalité veut que ce problème soit résolu à chaque instant.

Établissons l'équation de Bellman. Si la valeur du projet  $V$  est supérieure à la valeur critique à laquelle il faut re-développer  $V_2^*$ , l'entrepreneur doit investir immédiatement. Par contre, si la valeur du projet  $V$  est inférieure à la valeur critique à laquelle il faut re-développer  $V_2^*$ , l'entrepreneur ne doit pas investir immédiatement. L'expression 2 correspond alors à :

$$F_2(V(t)) = E_t\{e^{-rt} F_2(V(t+dt))\} \quad (3)$$

Par application du lemme d'Itô, on peut écrire :

$$dF_2(V) = \frac{\partial F_2(V)}{\partial V} dV + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_2(V)}{\partial V^2} (dV)^2 \quad (4)$$

Comme  $V$  suit un processus brownien géométrique, on a :

$$E\{dV\} = \alpha V dt$$

$$E\{dV^2\} = \sigma^2 V^2 dt$$

Par substitution, l'équation de Bellman devient alors l'équation différentielle du deuxième ordre suivante:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 F_2(V)}{\partial V^2} + \alpha V \frac{\partial F_2(V)}{\partial V} - rF(V) = 0 \quad (5)$$

Cette équation différentielle est linéaire en  $F_2(V)$  et ses dérivées. La solution générale peut donc être exprimée comme une combinaison linéaire de deux solutions particulières et équivaut à :

$$F_2(V) = A_1 V^{\beta_1} + A_2 V^{\beta_2} \quad (6)$$

où  $A_1$  et  $A_2$  sont des constantes.  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont les deux racines qui résolvent l'équation suivante :  $\frac{1}{2}\sigma^2 \beta(\beta-1) + \alpha\beta - r = 0$ . Les valeurs de ces deux racines sont :

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + 2\frac{r}{\sigma^2}} > 1$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + 2\frac{r}{\sigma^2}} < 0$$

Les trois conditions aux bornes qui permettent de déterminer la valeur de  $A_1, A_2$  et  $V_2^*$  sont respectivement :

$$F_2(0) = 0 \quad (7)$$

$$F_2(V_2^*) = V_2^* - I_2 \quad (8)$$

$$\frac{\partial F_2(V_2^*)}{\partial V} = 1 \quad (9)$$

La première condition indique que les chances que l'investissement soit entrepris si la valeur du projet tend vers 0 deviennent presque nulles, si bien que l'option est sans valeur. Puisque  $\beta_2 < 0$ , cette condition implique que  $A_2 = 0$ .

Pour terminer la caractérisation de la solution, nous devons utiliser les conditions (8) et (9). La condition (8) indique qu'à l'équilibre la valeur de l'option de re-développer coïncide avec la valeur du projet lorsqu'il est réalisé. La condition (9) est la condition d'optimalité. Comme l'expliquer Lasserre (2004), cette condition indique que  $F(V_2^*) - V_2^* + I_2$  atteint un minimum par rapport à  $V$  en  $V_2^*$ . Ainsi, on a que :

$$A_1 V_2^{*\beta_1} = V_2^* - I_2$$

$$A_1 \beta_1 V_2^{*\beta_1 - 1} = 1$$

Ce système de deux équations définit  $A_1$  et  $V_2^*$  en fonction de  $\beta_1$ . Plus précisément, on peut écrire :

$$V_2^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I_2$$

$$A_1 = (V_2^* - I_2) / V_2^{*\beta_1} = (\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1} / [(\beta_1)^{\beta_1} I_2^{\beta_1 - 1}]$$

Maintenant que nous avons déterminé la valeur critique à laquelle re-développer. Il reste maintenant à définir la valeur de l'option.

$$F_2(V) \begin{cases} A_1 V^{\beta_1} & \text{pour } V < V_2^* \\ V - I_2 & \text{pour } V \geq V_2^* \end{cases}$$

Il est important de souligner à ce stade-ci que dans la mesure où  $\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} > 1$ ,  $V_2^* > I_2$ . Ceci signifie donc que le critère de la VAN est inapproprié.

#### 4.1.2 L'évaluation de l'option de restaurer

Maintenant que nous avons déterminé la valeur de l'option de re-développer, nous sommes maintenant en mesure de calculer la valeur de l'option de restaurer  $F_1(V)$  et la valeur critique à laquelle il est optimal de restaurer  $V_1^*$ . Afin de déterminer  $F_1(V)$  et  $V_1^*$ , la même démarche peut être adoptée.

Comme nous l'avons vu précédemment, en restaurant les sols contaminés de son terrain, l'entrepreneur se donne l'option de re-développer son terrain restauré à des fins plus productives. Ce gain que génère l'option de restaurer doit être considéré dans l'évaluation de l'option de restaurer.

La valeur de l'option du choix du moment pour restaurer,  $F_1(V(t))$ , est donnée par la plus élevée des deux valeurs suivantes : ce que l'entrepreneur obtient en restaurant maintenant et l'espérance de ce qu'il obtiendra en attendant encore. Ce problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$F_1(V(t)) = \text{Max} \left\{ E_t \left[ e^{-rdt} F_1(V(t+dt)) \right], E_t \left[ e^{-r(t_2^*-t)} F_2(V_2^*) \right] \right\} \quad (10)$$

où  $t_2^*$  est le temps optimal pour re-développer,  $E_t \left[ e^{-r(t_2^*-t)} F_2(V_2^*) \right]$  correspond à l'espérance au temps  $t$  de la valeur actualisée de l'option de re-développer gérée de façon optimale. On compare cette valeur à la valeur attendue une période plus tard si la restauration est retardée.  $F_1(V)$  doit également respecter l'équation différentielle (5). Les trois conditions aux bornes sont maintenant :

$$F_1(0) = 0 \quad (11)$$

$$F_1(V^*) = F_2(V_1^*) - I_1 \quad (12)$$

$$\frac{\partial F_1(V_1^*)}{\partial V} = \frac{\partial F_2(V_1^*)}{\partial V} \quad (13)$$

Étant donné la première condition, la solution générale de l'équation différentielle équivaut à :

$$F_1(V) = A_1 B^{\beta_1}$$

Pour terminer la caractérisation de la solution, nous devons utiliser les conditions (12) et (13). La condition (12) indique qu'à l'équilibre la valeur de l'option de restaurer coïncide avec la valeur de l'option de re-développer, nette des coûts de restauration. Pour substituer  $F_2(V)$  dans la partie droite de l'équation, nous devons savoir si  $V_1^*$  est supérieure ou inférieure à  $V_2^*$ . En effet, comme nous l'avons vu précédemment, si  $V_1^* < V_2^*$ , alors  $F_2(V_1^*) = A_1 V^{\beta_1}$ . À l'inverse, si  $V_1^* > V_2^*$ , alors  $F_2(V_1^*) = V_1^* - I_2$ .

Il est possible de démontrer formellement que  $V_1^* > V_2^*$ . Cette démonstration est tirée de Dixit et Pindyck (1994). Supposons que  $V_1^* \leq V_2^*$ , alors  $F_2(V_1^*) = A_1 V^{\beta_1}$  et la condition aux bornes (13) implique que  $A_2 = A_1$ . Ceci est toutefois contradictoire avec la condition aux bornes (12). On peut donc conclure que  $V_1^* > V_2^*$ .

Ainsi, si on suppose que la restauration peut être réalisée instantanément, alors lorsque  $V$  atteint  $V_1^*$ , les deux étapes de la revalorisation sont réalisées en même temps.

On a donc que :

$$A V_1^{*\beta_1} = F_2(V_1^*) - I_1$$

$$A \beta_1 V_1^{*\beta_1-1} = \frac{\partial F_2(V_1^*)}{\partial V}$$

Ce système de deux équations définit  $A_1$  et  $V_1^*$  en fonction de  $\beta_1$ . Plus précisément, on peut écrire :

$$V_1^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I_1$$

$$A_1 = (V_1^* - I_2 - I_1) / V_1^{*\beta_1} = (\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1} / [(\beta_1)^{\beta_1} I_2^{\beta_1 - 1}]$$

La valeur critique à laquelle re-développer étant déterminée, il reste maintenant à définir la valeur de l'option. La valeur de l'option peut être définie de la manière suivante :

$$F_1(V) \begin{cases} A_1 V^{\beta_1} & \text{pour } V < V_1^* \\ E_t \left[ e^{-r(t_2 - t)} F_2(V_2^*) \right] & \text{pour } V \geq V_1^* \end{cases}$$

L'analyse qui précède montre bien que le critère de la VAN est alors inapproprié puisque

$$\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} > 1 \text{ et donc } V_1^* > I_1.$$

Ainsi, comme nous l'avons vu ci-haut, lorsque l'opération de restauration est réalisée instantanément les deux étapes de la revalorisation sont réalisées en même temps. Or, tel n'est pas ici le cas. Nous avons en effet supposé qu'il y avait un délai de deux années associé à la restauration des sols contaminés. Pour cette raison, les deux étapes ne peuvent pas être réalisées en un bloc et nous devons nous tourner vers d'autres méthodes pour évaluer l'option. Nous verrons au chapitre quatre comment évaluer la valeur de cette option à l'aide du logiciel *Crystal Ball*.

#### 4.2 Deuxième cas : une seule option

La valeur de l'option de revaloriser  $F_1(V)$  est dans ce cas donnée par la plus élevée des deux valeurs suivantes : ce que l'entrepreneur obtient en revalorisant maintenant et l'espérance de ce qu'il obtiendra en attendant encore. Ce problème peut s'écrire de la manière suivante :

$$F_1(V(t)) = \max\{V(t) - I_2 - I_1, E_t[e^{-rdt} F_1(V(t+dt))]\} \quad (14)$$

où  $r$  est le taux d'actualisation sans risque.  $V(t) - I_2 - I_1$  est la valeur du projet au temps présent. On compare cette valeur à la valeur attendue une période plus tard si la revalorisation est retardée. On suppose qu'attendre ne génère aucun revenu. Le principe d'optimalité veut que ce problème soit résolu à chaque instant.

Établissons l'équation de Bellman. Si la valeur du projet  $V$  est supérieure à la valeur critique à laquelle il faut revaloriser  $V_1^*$ , l'entrepreneur doit investir immédiatement. Par contre, si la valeur du projet  $V$  est inférieure à la valeur critique à laquelle il faut revaloriser  $V_1^*$ , l'entrepreneur ne doit pas investir immédiatement. L'expression 14 correspond alors à :

$$F_1(V(t)) = E_t\{e^{-rdt} F_1(V(t+dt))\} \quad (15)$$

Par application du lemme d'Itô, on peut écrire

$$dF_1(V) = \frac{\partial F_1(V)}{\partial V} dV + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_1(V)}{\partial V^2} (dV)^2 \quad (16)$$

Par substitution, l'équation de Bellman devient alors l'équation différentielle du deuxième ordre suivante:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 F_1(V)}{\partial V^2} + \alpha V \frac{\partial F_1(V)}{\partial V} - rF(V) = 0 \quad (17)$$

La solution générale de cette équation différentielle s'obtient par une argumentation standard. La solution générale peut donc être exprimée comme une combinaison linéaire de deux solutions particulières et équivaut à :

$$F_1(V) = A_1 V^{\beta_1} + A_2 V^{\beta_2}$$

où  $A_1$  et  $A_2$  sont des constantes.  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont connus.

Les trois conditions aux bornes qui permettent de déterminer la valeur de  $A_1, A_2$  et  $V_1^*$  sont respectivement :

$$F_1(0) = 0 \quad (18)$$

$$F_1(V_1^*) = V_1^* - I_2 - I_1 \quad (19)$$

$$\frac{\partial F_1(V_1^*)}{\partial V} = 1 \quad (20)$$

La première condition indique que les chances que l'investissement soit entrepris si la valeur du projet tend vers 0 deviennent presque nulles, si bien que l'option de revaloriser est sans valeur. Puisque  $\beta_2 < 0$ , cette condition implique que  $A_2 = 0$ .

Pour terminer la caractérisation de la solution, nous devons utiliser les conditions (18) et (19). La condition (18) indique qu'à l'équilibre la valeur de l'option de revaloriser coïncide avec la valeur du projet de revalorisation lorsqu'il est réalisé. La condition (19) est la condition d'optimalité.

On a donc que :

$$A_1 V_1^{*\beta_1} = V_1^* - I_2 - I_1$$

$$A_1 \beta_1 V_1^{*\beta_1-1} = 1$$

Ce système de deux équations définit  $A_1$  et  $V_1^*$  en fonction de  $\beta_1$ . Plus précisément, on peut écrire :

$$V_1^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I_1$$

$$A_1 = (V_1^* - I_1) / V_1^{*\beta_1} = (\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1} / [(\beta_1)^{\beta_1} I_1^{\beta_1 - 1}]$$

Maintenant que nous avons déterminé la valeur critique à laquelle revaloriser. Il reste maintenant à définir la valeur de l'option de revaloriser.

$$F_1(V) \begin{cases} A_1 V^{\beta_1} & \text{pour } V < V_1^* \\ V - I_2 - I_1 & \text{pour } V \geq V_1^* \end{cases}$$

### 4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons élaboré un modèle simple expliquant la revalorisation des friches industrielles. Dans ce modèle, nous avons supposé qu'il y avait un délai associé à la réalisation de la première étape de la revalorisation. Ainsi, la valeur du projet peut augmenter au-dessus de la valeur critique pour initier la première étape puis baisser sous la valeur critique pour initier la deuxième étape pendant que la première étape est réalisée. Si la firme en a la possibilité (premier cas considéré), elle doit alors attendre avant de continuer la réalisation du projet. L'évaluation des options est dans ce cas difficile et nécessite un autre type d'analyse. Ainsi, nous ne pouvons pas comparer le premier et le deuxième cas par programmation dynamique. Cette comparaison se fera au chapitre quatre en utilisant le logiciel *Crystal Ball*.

## Chapitre 4. DESCRIPTION DES DONNEES

Dans le chapitre qui précède, nous avons développé un modèle simple d'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles. Nous avons pu constater qu'il était difficile dans certains cas d'évaluer un projet de revalorisation par programmation dynamique. Alternativement, il est possible d'utiliser le logiciel *Crystal Ball* pour peu que nous disposions de certaines informations spécifiques au projet, notamment le taux de croissance anticipé de la valeur du projet, sa volatilité et sa valeur courante. De telles informations sont toutefois très spécifiques aux projets de sorte que chaque projet nécessite un investissement important en collecte et analyse de données. Dans ce chapitre, nous décrirons les données utilisées pour l'estimation des différents paramètres du modèle. Malgré de nombreuses simplifications, nous croyons que ces estimations offrent une alternative simple pour appliquer le modèle d'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles développé dans le chapitre précédent.

Lorsqu'un entrepreneur évalue un projet de revalorisation, il fonde sa décision sur ces anticipations de la valeur future du projet. L'entrepreneur est donc confronté à l'incertitude sur la valeur du projet lorsqu'il doit prendre sa décision. L'incertitude peut avoir des conséquences importantes dès lors que la décision de revalorisation de l'entrepreneur n'est pas totalement réversible puisqu'elle implique des coûts irrécupérables.

Nous avons supposé que le comportement dynamique de la valeur du projet suivait un mouvement brownien géométrique. Ce processus aléatoire est caractérisé par une tendance et une volatilité. Comme nous vu précédemment, la tendance est supposée nulle.

Mais qu'est-ce que la volatilité ? La volatilité est une mesure de la variance d'une valeur par rapport à son cours moyen. Elle exprime le caractère plus ou moins partiellement imprévisible de la trajectoire suivie par la valeur d'un actif.

Comment mesurer cette volatilité ? L'estimation de la volatilité d'un actif peut constituer un défi important dans l'analyse des options réelles. Ce défi est d'autant plus important qu'il conditionne l'application pratique du modèle d'évaluation par les options réelles.

Le logiciel *Crystal Ball* propose différente façon d'évaluer la volatilité d'un actif (Paquet, 2005). Premièrement, la méthode « Logarithmic present value returns » utilise la valeur des flux monétaires estimés à la date courante et dans une période. Cette approche nécessite des simulations Monte-Carlo. Deuxièmement, la méthode « Logarithmic cash flow approach » utilise les flux monétaires estimés et le logarithme du rapport des flux de périodes qui se suivent. Troisièmement, la méthode « Rough management assumptions » utilisent quatre valeurs : la valeur présente de l'actif, les valeurs maximales et minimales que peut atteindre l'actif et sur quel intervalle de temps ces valeurs sont atteintes. Cette approche est beaucoup moins précise que les deux précédentes, mais elle n'en demeure pas moins utile puisqu'elle donne une approximation de la volatilité pouvant être utilisée dans le calcul des options réelles. Enfin, la méthode « Logarithmic present value returns » donne une estimation de la volatilité en comparant deux valeurs possibles futures de l'actif.

Malgré leur précision, les deux premières méthodes nécessitent des données difficiles à obtenir. Ainsi, compte tenu du temps disponible et des difficultés rencontrées pour obtenir les données nécessaires à l'estimation de la volatilité du projet, nous avons d'abord choisi d'utiliser la troisième méthode. Cette méthode donne toutefois une approximation de la volatilité qui nous apparaît trop grossière. Ainsi, nous avons choisi d'appliquer la formule standard de la variance aux données sur l'évaluation du prix de vente moyen des immeubles industriels (pour un calcul détaillé de la volatilité voir annexe 2). Cette formule nous a permis d'estimer la volatilité de la valeur du projet (elle serait de 24%) et donc d'appliquer notre modèle d'évaluation par les options réelles.

Maintenant, comment obtenir les données nécessaires à l'utilisation de cette formule? Les données nécessaires pour l'estimation des différents paramètres du modèle ont été collectées auprès de l'agence immobilière Royal LePage. Cette firme experts-conseils publie chaque année des informations détaillées sur les marchés industriels de la ville de Montréal.

Nous avons utilisé des données sur l'évolution du prix de vente moyen des immeubles industriels entre 1985 et 2002. Nous considérons que le comportement dynamique de la valeur du projet peut être décrit par l'évolution du prix moyen de vente des immeubles industriels. Dans l'ensemble, le prix de vente des propriétés industrielles est demeuré stable au cours de cette période. Nous supposons donc que le taux de croissance déterministe est nulle. Le prix de vente moyen des immeubles industriels de construction récente se situe pour cette période entre 45,00\$ et 65,00\$ le pied carré (une moyenne de 58,00\$ le pied carré).

Pour ce qui est des coûts de construction, nous avons également utilisé les informations publiées par l'agence immobilière Royal LePage. Suivant ces informations, les coûts de construction auraient subi une pression à la hausse au cours de la dernière décennie (de 3.7% à 4.6% par année selon la superficie de l'immeuble construit). En 2000, à Toronto, les coûts de construction d'un immeuble d'une superficie de plus de 150 000 pieds carrés étaient estimés à 40 \$ le pied carré. Si on suppose que les coûts de construction ont augmenté en moyenne de 4.1% par année, on peut penser qu'ils se situent aujourd'hui à environ 48,91\$ le pied carré. C'est cette estimation des coûts de construction que nous utiliserons pour la suite de cette analyse. Enfin, nous estimons que les coûts de décontamination se situent à environ 5\$ le pied carré. Cette estimation se base sur une étude de plusieurs rapports techniques en environnement.

## Chapitre 5 ÉVALUATION ET ANALYSE

L'analyse qui précède nous a permis de développer un modèle simple d'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles et de décrire les données utilisées pour l'estimation des différents paramètres de ce modèle. Comme nous avons pu le constater, une difficulté majeure de l'analyse par les options réelles est de bien déterminer les paramètres du modèle. L'objectif de ce chapitre sera donc de réaliser quelques simulations. Ce type d'analyse permet de déterminer l'influence d'une variation des paramètres du modèle sur la règle de décision établie et les valeurs calculées du projet de revalorisation et de l'option de différer sa mise en oeuvre.

Un outil important est la méthode de simulation Monte Carlo LSM (Longstaff et Schwartz, 2001). Cette technique consiste à faire de l'inférence économétrique à partir d'échantillons fictifs de trajectoires de prix possibles futures. Bien que prometteuse, l'implantation de cette technique serait difficile dans le cadre de ce projet de recherche.

Alternativement, il existe le logiciel *Crystal Ball* dont l'une des divisions, nommée *The Real Option Analysis Toolkit*, permet de déterminer de façon simple la valeur des options réelles. Dans la première section de ce chapitre, nous présenterons la méthode de simulation Monte Carlo LSM (Longstaff. et Schwartz, 2001). La deuxième section sera consacrée à l'étude du cas Orbecan. Enfin, dans la troisième section, nous présenterons les résultats de simulation obtenus à partir du logiciel *Crystal Ball* pour déterminer l'influence d'une variation des paramètres du modèle de revalorisation des friches industrielles développé au chapitre trois.

## 1. La méthode Monte-Carlo LSM (Longstaff et Schwartz, 2001)

Comment évaluer une option américaine? À chaque instant, le détenteur d'une option américaine peut échanger l'option d'investir contre la valeur du projet au temps présent. La valeur de l'option d'investir correspond à la valeur attendue une période plus tard si l'investissement est retardé. Il est préférable pour l'investisseur d'exercer son option plutôt que d'attendre lorsque l'espérance des gains futurs est inférieure aux gains immédiats. La stratégie d'exercice optimale est donc principalement déterminée par l'espérance conditionnelle de la valeur du projet lorsque l'investisseur choisit d'attendre. L'une des principales difficultés rencontrées pour estimer la valeur d'une option américaine réside dans l'évaluation de cette valeur.

Longstaff et Schwartz ont développé une méthode qui permet d'estimer la valeur d'une option américaine par simulation. L'idée centrale de la méthode proposée par Longstaff and Schwartz consiste à estimer l'espérance conditionnelle de la valeur du projet par moindres carrés ordinaires. Plus particulièrement, il s'agit de régresser les gains espérés dans le futur sur un ensemble de fonctions dont l'argument principal est le prix de l'actif sous-jacent. La valeur espérée de cette régression donne une estimation de la fonction de valeur conditionnelle. Ce qui nous permet de déterminer la stratégie d'exercice optimale.

Pour illustrer la façon d'utiliser la méthode Longstaff et Schwartz prenons, à titre d'exemple, le cas du gestionnaire qui a la possibilité d'attendre avant d'investir. La première étape consiste à diviser le temps  $T$  avant l'échéance en  $N$  périodes séparées par une distance de  $\Delta t = \frac{T}{N}$ . Nous ne considérons que les temps d'arrêt  $\{t_0 = 0, t_1 = \Delta t, \dots, t_N = N\Delta t\}$ . Ainsi, nous obtenons une approximation en temps discret de la valeur d'option.

La prochaine étape est de simuler  $W$  trajectoires de prix. Pour trouver la valeur de l'option d'investir au temps  $t$ , il faut procéder de façon récursive pour chaque trajectoire. Ainsi, il faut débiter pour chaque trajectoire par déterminer les valeurs espérées des options américaines à la dernière période, puis revenir progressivement vers la période initiale. La valeur à l'échéance est déterminée selon le critère de décision optimal de la VAN, ce qui équivaut à déterminer la valeur de l'option européenne. Nous obtenons ainsi pour chaque trajectoire la date d'exercice optimale ainsi que la valeur de l'option à sa date d'exercice. Pour trouver la valeur de l'option au temps présent, il s'agit de prendre la moyenne de la stratégie d'investissement optimale pour les  $W$  trajectoires.

## 2. Le cas Orbecan

Nous présentons maintenant le cas Orbecan qui illustre comment la valeur de la flexibilité peut être calculée. L'analyse de ce cas est réalisée à l'aide d'un logiciel interactif convivial : le logiciel *Crystal Ball*.

Orbecan est une entreprise en démarrage dans l'industrie du logiciel qui envisage un investissement en deux phases. La première phase consiste en une phase de développement. La deuxième est la phase de construction. On suppose qu'il n'y a pas de revenus associés à la première phase. De plus, la deuxième phase ne peut être réalisée que si la première est terminée.

Pour initier ce projet, il lui faut dépenser une somme correspondant aux coûts de développement ( $4M\$$ ). Après deux ans, Orbecan devra investir une autre somme correspondant aux coûts de lancement ( $14M\$$ ) pour développer et lancer son premier produit. Ce projet génère des flux de revenus dont la valeur présente correspond à  $11,80M\$$ . La volatilité de la valeur de ce projet est de 50%.

Dans un premier cas, si l'entreprise entreprend la première phase du projet, elle acquiert l'option de réaliser la deuxième après un intervalle de temps de deux années. Quelle est la valeur de cette flexibilité ?

## 2.1 La valeur de la flexibilité d'entreprendre la deuxième phase en $T=2,01$

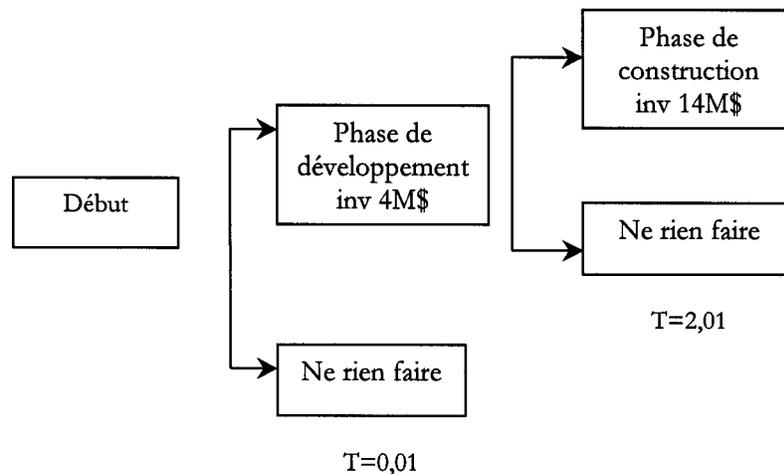


Figure 4. Valeur de la flexibilité d'entreprendre la deuxième phase en  $t = 2,01$

Dans ce premier cas, l'investisseur qui s'engage dans la première phase du projet acquiert l'option de réaliser la deuxième en  $t = 2,01$ . Cette option peut être vue comme une option de type européen puisque la décision de réaliser ou non la deuxième étape doit être prise à un moment donné. En réalisant la première phase, l'investisseur se donne l'option de construire en  $t = 2,01$  si la valeur du projet est suffisamment grande.

Pour estimer la valeur de cette option à l'aide du logiciel *Crystal Ball*, nous utilisons le module intitulé *European Compound Option on Option* qui s'applique aux investissements comportant deux phases.

### European Compound Option on Option

PV Asset	\$11,82
Underlying Asset Cost	\$14,00
Option on Option Cost	\$4,00
Time to Maturity Option on Option (t)	0,01
Time to Maturity Underlying Asset (T)	2,01
Risk-Free Rate	21,00%
Dividend Rate	0,00%
Volatility	50,00%
Compound Call-on-Call Option	\$0,45
Compound Put-on-Call Option	\$0,04



Figure 5 : Analyse *Crystal Ball* de la valeur de la flexibilité d'entreprendre la deuxième phase en  $T=2,01$

La valeur de l'option d'investir dans la deuxième phase de développement en  $T = 2,01$  correspond à 0,45.

#### 2.2 La valeur de l'attente : l'option du choix du moment pour entreprendre la deuxième phase (date d'expiration : $T=4,01$ )

Jusqu'à présent, Orbecan avait la possibilité de s'engager ou pas dans la deuxième phase en  $T = 2,01$  selon la valeur du projet. Nous considérons maintenant le cas où la réalisation de la deuxième étape peut être différée jusqu'en  $T = 4,01$ . Dans ce deuxième cas, une flexibilité additionnelle est associée à la possibilité de différer de deux années la décision de réaliser la deuxième étape. Quelle est la valeur de cette flexibilité additionnelle ?

La difficulté réside dans le fait que nous ne connaissons pas le moment optimal pour réaliser la deuxième phase. À chaque moment, l'entreprise compare le gain associé à la réalisation de la deuxième phase et le gain associé à l'attente. Quelle est la valeur critique à laquelle il devient profitable pour elle de réaliser la seconde phase ?

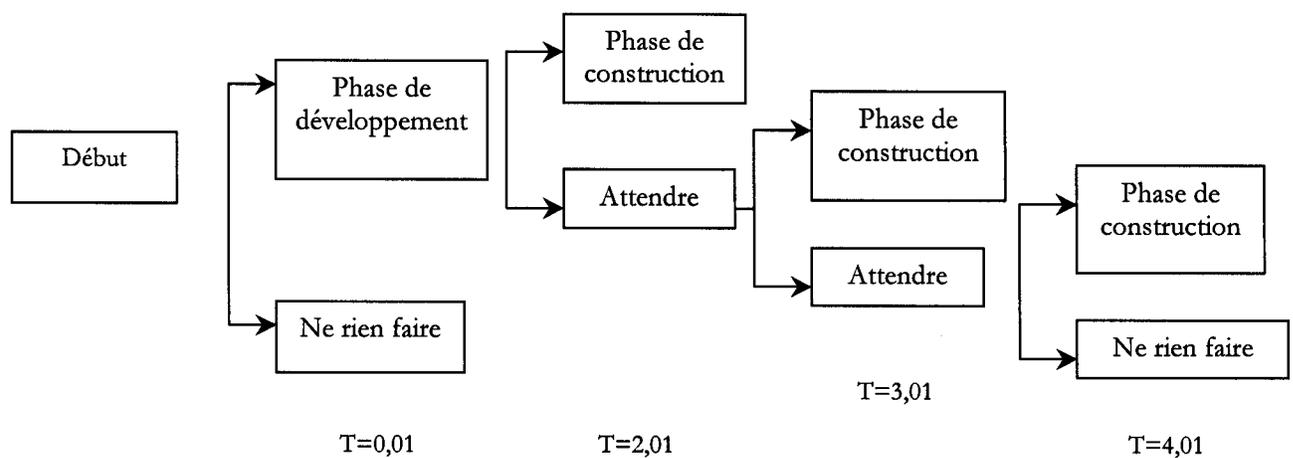


Figure 6. Valeur de l'attente : l'option du choix du moment pour entreprendre la deuxième phase (date d'expiration :  $T=4,01$ )

Cette option peut être vue comme une option de type américain puisque la décision de réaliser ou non la deuxième phase peut être prise en tout temps avant  $T = 4,01$ .

Pour estimer la valeur de cette option à l'aide du logiciel *Crystal Ball*, nous utilisons le module intitulé *American Sequential Compound Option*. Comme le module *European Compound Option on Option*, le module *American Sequential Compound Option* s'applique aux investissements en deux phases. Or, dans ce module, le projet doit être une option américaine et non une option européenne.

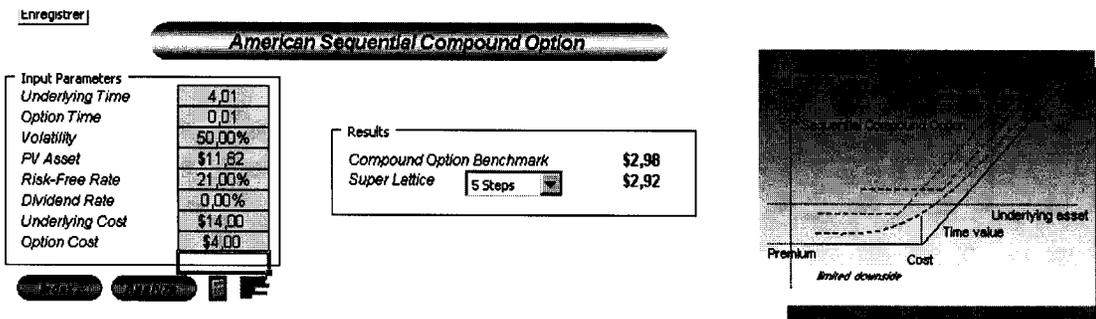


Figure 7. Analyse *Crystal Ball* de la valeur de l'attente : le choix du moment pour entreprendre la deuxième phase (date d'expiration :  $T=4,01$ )

La valeur de la flexibilité additionnelle associée à la possibilité de différer la décision de construire jusqu'en  $T = 4,01$  correspond à 2,92.

### 2.3 *La valeur de l'attente : l'option du choix du moment pour entreprendre la deuxième phase (date d'expiration : $T=10,01$ )*

Considérons maintenant le cas où une flexibilité additionnelle est associée à la possibilité que détient Orbecan de différer sa décision de réaliser la deuxième phase de huit ans. Quelle est la valeur de cette flexibilité additionnelle ?

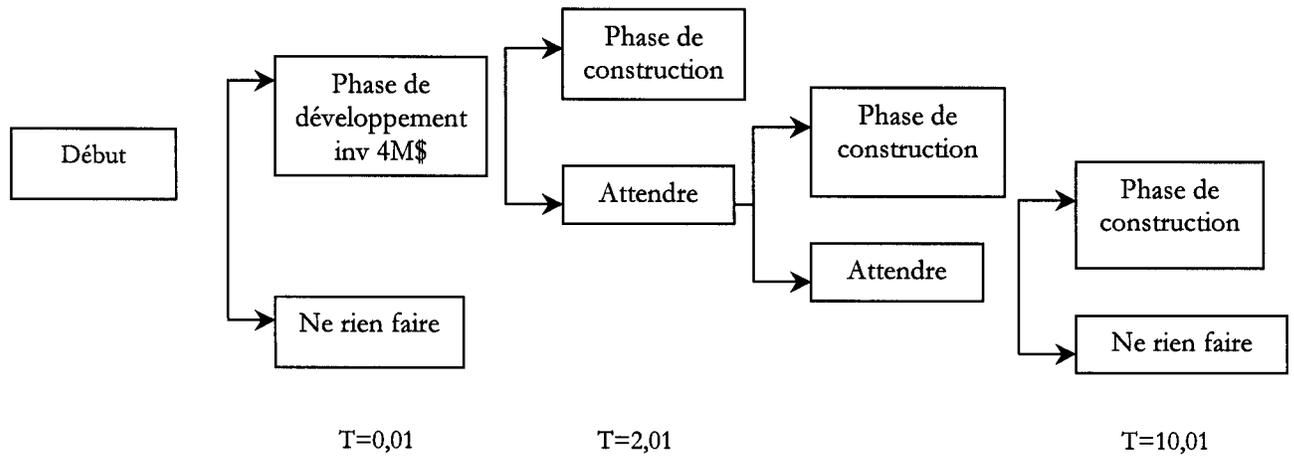


Figure 8. La valeur de l'attente : l'option du choix du moment pour entreprendre la deuxième phase (date d'expiration :  $T=10,01$ )

Pour estimer la valeur de cette option à l'aide du logiciel *Crystal Ball*, nous utilisons, comme dans le cas précédent, le module intitulé *American Sequential Compound Option* (figure 9).

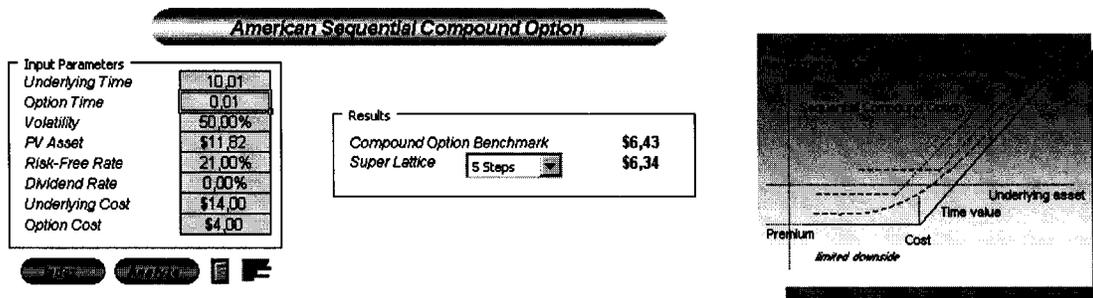


Figure 9. Analyse Crystal Ball de la valeur de l'attente ( $T=10,01$ )

La valeur de la flexibilité additionnelle associée à la possibilité de différer la décision de construire jusqu'en  $T = 10,01$  correspond à 6,34. Ainsi, le cas Orbecan montre bien comment les divers types d'options réelles bonifient la valeur d'un projet.

### 3 Évaluation de l'option de restaurer et de re-développer une friche industrielle à partir du logiciel *Crystal Ball*

Dans cette section, nous allons établir de façon plus concrète la valeur des options associées à un projet de revalorisation d'une friche industrielle.

Le logiciel *Crystal Ball* comprend 44 modules s'adaptant à différentes situations d'investissement. La première étape de l'analyse consiste donc à choisir le module qui sera le mieux adapté à notre cas. Chaque module comprend ces particularités. Il faut donc bien établir les hypothèses du problème pour ensuite utiliser le bon module. Le logiciel nous permet également de faire des simulations Monte-Carlo.

Nous avons supposé dans cette étude que le processus de revalorisation des friches industrielles était réalisé en deux étapes. La première étape consistait à restaurer les sols contaminés. La deuxième étape était de re-développer le terrain restauré pour servir des fonctions plus productives.

Nous avons considéré deux cas. Dans le premier cas, l'entrepreneur qui restaure son terrain acquiert l'option de re-développer. Cette dernière option est exercée lorsque l'investissement requis pour re-développer est supérieure à la valeur accordée à la poursuite du projet. Dans le deuxième cas, l'entrepreneur qui s'engage dans la première étape du projet s'engage également à réaliser la deuxième étape immédiatement après avoir complété la première. Pour évaluer et comparer ces deux cas, il faut déterminer la valeur de la flexibilité additionnelle associée au choix de réaliser ou pas la seconde phase et de la différer si la valeur du projet ne justifie pas sa réalisation.

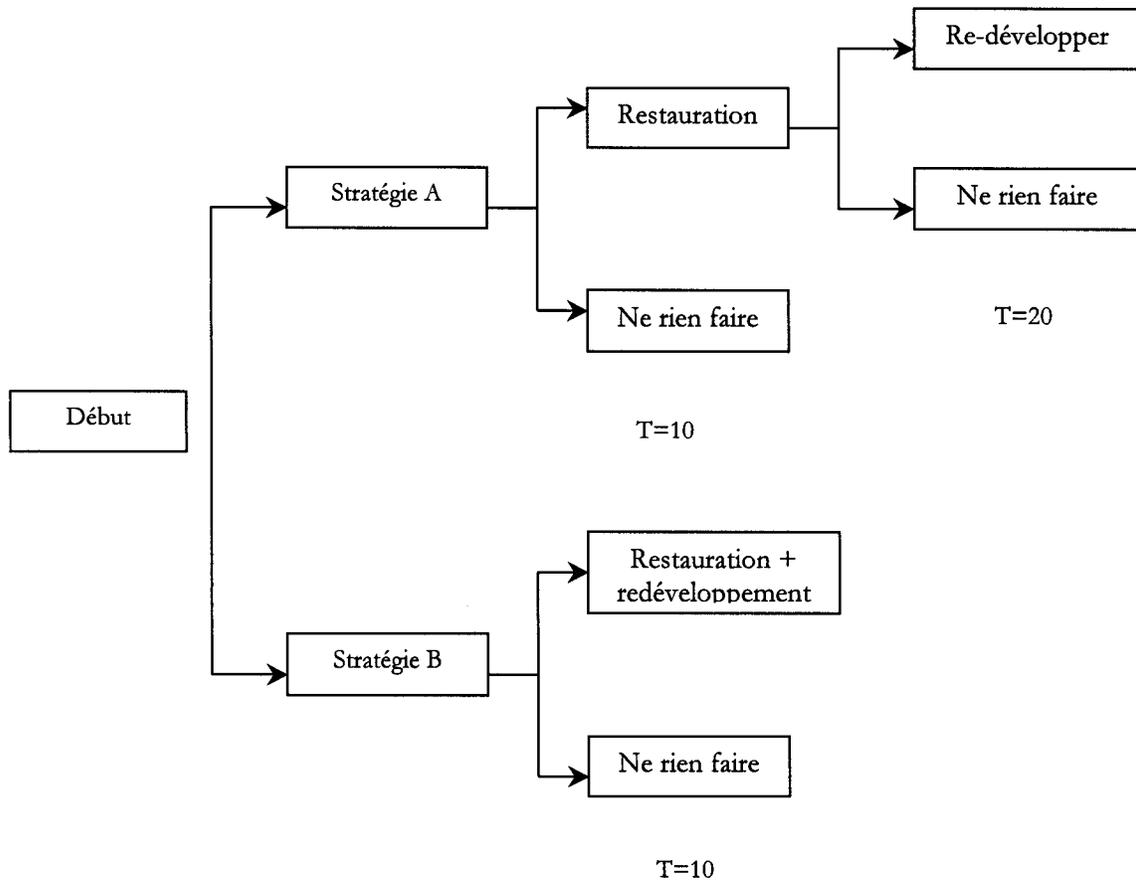


Figure 10. La revalorisation des friches industrielles : les deux cas considérés

Le choix entre la stratégie A ou B dépend de plusieurs considérations. Quel est le coût d'attendre ? Quel est le niveau d'incertitude ? Nous allons d'abord présenter les résultats de quelques simulations paramétrées suivant des valeurs qui nous apparaissent comme « réalistes »:  $\sigma = 24\%$  (pour un calcul détaillé de la volatilité, voir annexe 2),  $I_1 = 1M\$$ ,  $I_2 = 9,8M\$$  et  $V = 11,60M\$$  (pour une justification de la valeur de ces paramètres, voir chapitre 4).

### 3.1 Premier cas : deux options

Considérons d'abord le cas où deux options interdépendantes composent la valeur du projet. Ces options sont l'option de restaurer les sols contaminés et l'option de re-développer le terrain restauré à des fins plus productives. Les options de re-développer et de restaurer peuvent être vues comme des options de type américain perpétuelles puisque les décisions de restaurer et de re-développer ou pas peuvent être prises en tout temps. Le module le plus adéquat pour évaluer ce type d'option est le module *American Sequential Compound Option* (Figure 11). Comme nous l'avons vu précédemment, ce module s'applique aux investissements en deux phases. On suppose que le temps pour réaliser la deuxième étape (*underlying time*) est de 20 ans. Le temps pour réaliser la première option (*option time*) serait, quant à lui, de 10 ans.

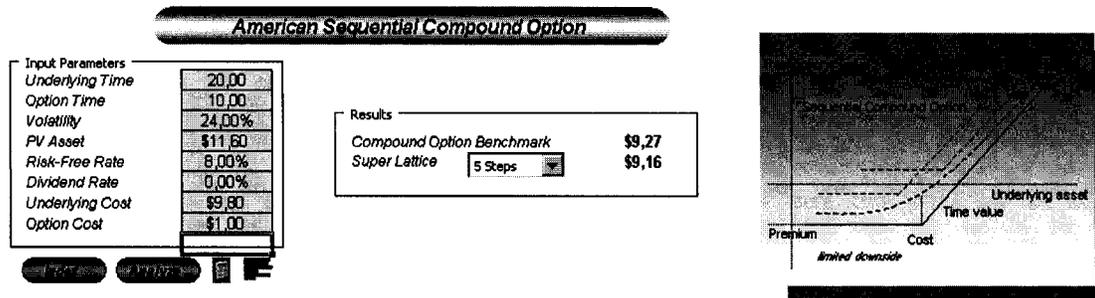


Figure 11. Analyse *Crystal Ball* de la décision de revalorisation : le premier cas

On obtient ainsi une valeur d'option égale à 9,16\$. On peut donc conclure que la flexibilité associée au choix du moment pour restaurer et re-développer donne de la valeur au projet de revalorisation.

### 3.2 Deuxième cas : une option

Dans le deuxième cas, une seule option comprend la valeur du projet. Après un délai de deux ans suivant la première phase, l'investissement dans la deuxième phase doit être réalisé. On additionne donc le coût de restauration au coût de re-développement qu'on actualise au taux sans risque sur la période de deux ans correspondant au délai pour réaliser la première phase. Cette option est de type américain perpétuelle. Dans ce cas, on évalue le projet en bloc comme si un contrat avait été signé entre le propriétaire du terrain et une tierce partie.

Le module le plus adéquat pour évaluer ce type d'option est le module *American Option Using Trinomial Lattices* qui permet de trouver la valeur d'une option américaine à l'aide de l'approche binomiale et de l'approche trinomiale (figure 12). On pourrait également utiliser le module *American Call Option with Timed Dividend Payment* qui permet d'évaluer une option réelle américaine à l'aide de la méthode binomiale. On suppose que la date d'expiration de cette option est de 10 ans. La valeur de l'option est de 6,47.

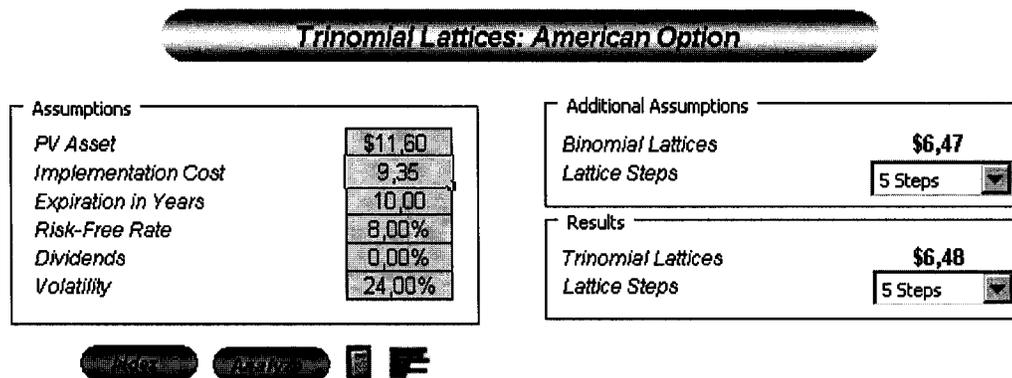


Figure 12. Analyse *Crystall Ball* de la décision de revalorisation : le deuxième cas

Ainsi, la flexibilité associée à la possibilité de choisir le moment pour revaloriser donne de la valeur au projet de revalorisation. On peut toutefois conclure en comparant les résultats

obtenus dans le premier et dans le deuxième cas que la possibilité de procéder par étapes successives (en choisissant le moment pour réaliser la deuxième étape) ajoute de la valeur au projet de revalorisation.

### 3.3 Quelques simulations

Dans cette section, il s'agit de montrer comment varie la valeur de l'option lorsque le paramétrage varie. Considérons, dans un premier temps, l'impact d'une variation de la volatilité sur la valeur de l'option dans le premier cas. Il apparaît que plus la volatilité est élevée, plus grande sera la valeur de l'option (figure 13).

Figure 13. Valeur des options réelles en fonction de la volatilité

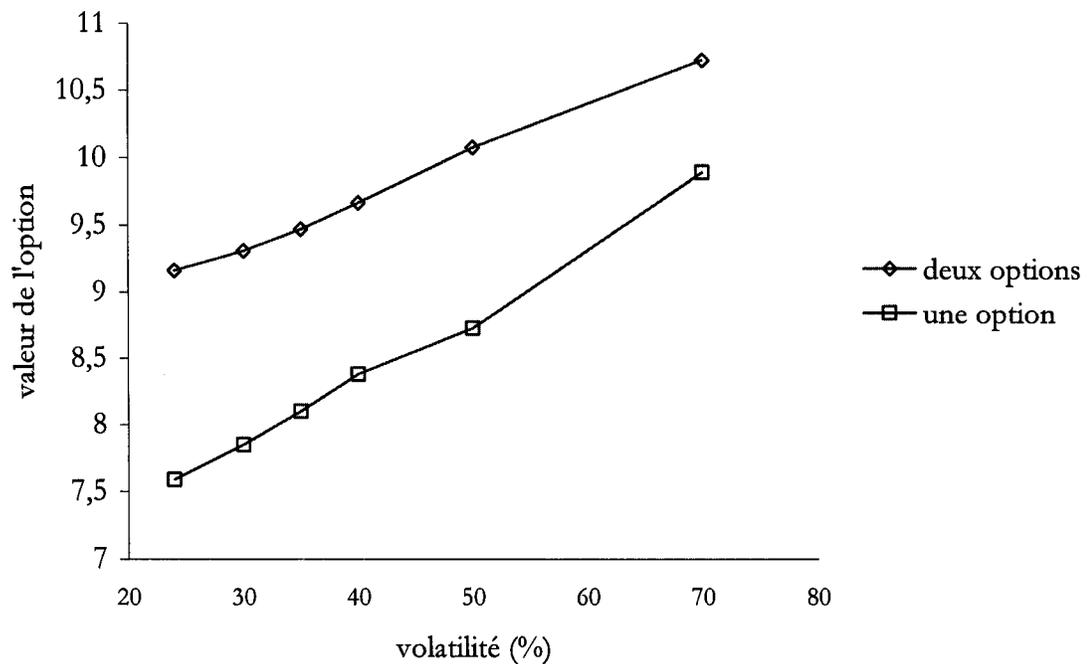
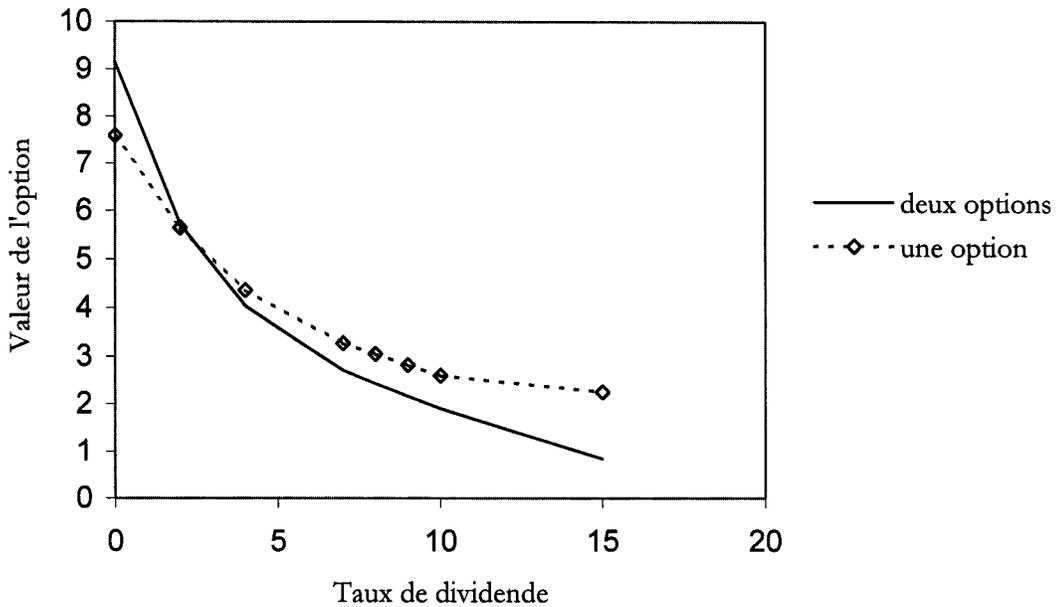


Figure 14. Valeur des options en fonction du taux de dividende



Il en est de même pour la valeur de l'option dans le deuxième cas. Celle-ci est représentée par la figure 13. On peut constater que cette dernière augmente aussi avec l'augmentation de la volatilité.

On peut évaluer l'impact d'un accroissement du taux de dividende. Supposons que celui-ci, toutes choses étant égales par ailleurs, passe de 0% à 15%. La simulation montre que ce changement affecte la valeur des options. Si nous examinons la figure 14, il apparaît que plus le taux de dividende est élevé moins la valeur de l'option est élevée.

## CONCLUSION

L'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles peut poser des difficultés importantes. L'objectif de ce rapport était donc de montrer comment l'évaluation par les options réelles peut s'appliquer à la revalorisation des friches industrielles. Comme nous l'avons vu, l'approche des options réelles permet de mieux évaluer les bénéfices que génère la revalorisation des friches industrielles et les coûts qui s'y rattachent. Les options créées par le projet sont considérées comme étant des bénéfices et les options utilisées par le projet deviennent des coûts.

À partir de la méthode des options réelles, nous avons calculé la valeur du projet de revalorisation et de l'option de différer sa mise en œuvre. Nous avons considéré deux cas particuliers. L'analyse de ces deux cas nous a permis de montrer que l'incertitude et l'irréversibilité peuvent exercer une influence déterminante sur l'évaluation des projets de revalorisation des friches industrielles. En effet, la prise en considération de ces caractéristiques de la décision conduit l'entrepreneur à arbitrer entre ce qu'il obtient en revalorisant immédiatement et l'espérance de ce qu'il obtiendra en attendant encore.

Les résultats de cette analyse montre que la possibilité que détient l'entrepreneur d'entreprendre ou pas la deuxième étape de la revalorisation après l'étape de la restauration des sols contaminés ajoute de la valeur au projet. Cette étude fait également ressortir que l'incertitude est créatrice de valeur. Nous avons vu en effet que plus la volatilité est grande, plus la valeur des options est élevée. À l'inverse, plus le coût (exprimé par le taux de dividende) qu'engendre l'attente est élevé, plus la valeur des options est faible. Ce dernier peut, comme nous l'avons vu, être associé aux revenus potentiels des périodes d'attente perdus et/ou au coût d'opportunité associé à la détention de l'option.

Bien entendue, cette analyse peut être enrichie en tenant compte du fait que les coûts de restauration sont incertains. Nous avons en effet supposé que les coûts de restauration étaient constants et connus. Cette hypothèse est très restrictive dans la mesure où, d'une part, la contamination d'un site est bien souvent hétérogène, et où, d'autre part, les caractérisations des sites sont bien souvent limitées. Aussi, il est important de souligner que la plupart des technologies de restauration ne permettent pas d'atteindre avec certitude les objectifs de restauration. Ainsi, l'utilisation de chaque technologie comporte une part de risque. L'une des pistes de recherche ultérieure serait donc de modéliser, en plus de la valeur du projet de revalorisation, les coûts de restauration par un processus stochastique.

Par ailleurs, il serait intéressant d'envisager le problème d'un point de vue social. De fait, l'existence d'effets externes peut conduire à une divergence entre les optima privés des entrepreneurs et l'optimum social.

# Annexe 1 PROCESSUS STOCHASTIQUE

Un processus stochastique est un processus dont la variation en fonction du temps est régie par une loi statistique. Nous présentons les principaux processus stochastiques utilisés pour modéliser l'évolution des variables aléatoires.

## 3.4 Le mouvement brownien géométrique

Le mouvement brownien géométrique est un cas particulier du mouvement brownien généralisé. Il correspond à la version stochastique d'une variable qui évolue à un taux constant. On l'écrit

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz$$

où  $\alpha$  représente la tendance du processus,  $\sigma$  la volatilité et  $dz$  est un processus Wiener.

## 3.5 Les mouvements de retour à la moyenne

Un mouvement de retour à la moyenne reproduit un phénomène qui est aléatoire à court terme, mais qui converge vers sa valeur moyenne à long terme. À titre d'exemple, suite à une hausse du prix, les activités d'exploration s'intensifieront, des puits coûteux seront mis en service et certains consommateurs choisiront un substitut moins dispendieux (notes de cours M. Boyer, 2005). Le mouvement de retour à la moyenne existe sous plusieurs formes. Nous présentons ici la forme la plus utilisée :

$$dY_t = \eta(\alpha - Y_t)dt + \sigma dz_t$$

où  $Y_t = \ln x_t$ ,  $dz_t = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ ,  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$  et  $E[\varepsilon_t \varepsilon_s] = 0$  pour  $t \neq s$ . Le paramètre  $\eta$  caractérise la force du retour à la moyenne : plus  $\eta$  est petit, plus les écarts entre le prix actuel et le prix moyen sont persistants.

### 3.6 Un processus de poisson

Certains événements n'ont pas une fréquence annuelle telle qu'ils puissent être représentés par une distribution de type loi normale. Ainsi, un prix peut subir des sauts inattendus. Les variations brutales sont représentées par un saut de poisson. À titre d'exemple, l'arrivée d'une nouvelle technologie. La loi de poisson donne une bonne illustration de ce type de phénomène. Il peut être dénoté :

$$dq \begin{cases} 0 & \text{avec probabilité } 1 - \lambda dt \\ u & \text{avec probabilité } \lambda dt \end{cases}$$

où  $\lambda$  est la fréquence des sauts dans la période de référence,  $\mu$  est l'intensité des sauts

## Annexe 2. CALCUL DE LA VOLATILITE

1985	35	23	529	5	25	0,625	0,125	0,015625
1986	40	18	324	0	0	0	0	0
1987	45	13	169	4	16	0,4	0,1	0,01
1988	60	2	4	20	400	10	0,5	0,25
1989	65	7	49	25	625	15,625	0,625	0,390625
1990	55	3	9	15	225	5,625	0,375	0,140625
1991	40	18	324	0	0	0	0	0
1992	40	18	324	0	0	0	0	0
1993	35	23	529	5	25	0,625	0,125	0,015625
1994	32	26	676	8	64	1,6	0,2	0,04
1995	32	26	676	8	64	1,6	0,2	0,04
1996	32	26	676	8	64	1,6	0,2	0,04
1997	37	21	441	3	9	0,225	0,075	0,005625
1998	37	21	441	3	9	0,225	0,075	0,005625
1999	33	25	625	7	49	1,225	0,175	0,030625
2000	32	26	676	8	64	1,6	0,2	0,04
2001	37	21	441	3	9	0,225	0,075	0,005625
2002	35	23	529	5	25	0,625	0,125	0,015625
9,94626083		7442	86,2670273		1673	41,825		1,045625
98,9281046		413,444444			92,9444444	2,33333333		0,05833333
9,94626083		20,3333333			9,64076991	1,52752523		0,24152295
722								
40,1111111								

## REFERENCES

- AKERLOF, G. "The market for lemons: Qualitative uncertainty and the market mechanisms". *Quarterly Journal of Economics*. 84. 1970. 488-500.
- BLACK et SCHOLES. "The pricing of options and coporates liabilities", *Journal of Political Economy*, Mai/juin, 81. 1973. 637-59.
- BOYER, M., CHRISTOFFERSE, P., LASSERRE, P. et PAVLOV, A. Création de valeur, gestion des risques et options réelles. Rapport Bourgogne. CIRANO. 2003.
- BOYER, M., Notes de cours. Université de Montréal. 2005.
- BRENNAN M J et SCHWARTZ E S, Evaluating natural resource investments, *Journal of Business*. 58. 1985. 135-157.
- CAPOZZA, D.R. et LI, Y. The Intensity and timing of investment: The case of land. *American Economic Review*. 84. 1994. 889-306.
- CAPOZZA, D.R. et LI, Y. Optimal land development decisions. *Journal of Urban Economics*. 51:1. 2002. 123-142.
- CLARINET. Working Group «Brownfield Redevelopment». A Report from the Contaminated Land Rehabilitation Network for Environmental Technology. 2002.
- DEWEES, D.N. Controlling asbestos in buildings: an economic investigation. Washington, D.C. Resources for the future. 1986.

- DIXIT, A et PINDYCKS, R. *Investment under uncertainty*. Princeton New Jersey: Princeton University Press. 468p. 1994.
- ESPINOZA, R.D. et LUCCIONI, L.X. An approximate solution for perpetual American option with time to build: the value of environmental remediation investment projects. 2005. [www.realoptions.org](http://www.realoptions.org).
- FISHER, J., LENTZ, G.H et TSE, K.S.M. Valuation of commercial properties contaminated with asbestos. *Journal of Real Estate Research*. 7. 1995. 331-350.
- GUNNELIN, A. The Option to Change the Use of a Property when Future Property Value and Construction Costs are Uncertain. *Managerial Decis. Econ.* 22. 2001. 345-354.
- HENRY, C. Investments decisions under uncertainty: the irreversibility effect. *American Economic Review*. 64:6. 1974. 1006-1012.
- LASSERRE, P. Notes de cours. UQAM.2004.
- LAUTIER, D. Les options réelles : une idée séduisante-un concept utile et multiforme- un instrument facile à créer mais difficile à valoriser. Université Paris IX. 2001.
- LENTZ, G.H. et TSE, K.S. Maurice. An Option pricing approach to the valuation of real estate contaminated with hazardous materials. *Journal of Real Estate Finance and Economics*. 10. 1995. 121-144.
- MADJ, S et PINDYCK, R. Time to build option value, and investment decisions, *Journal of Financial Economics*. 18. 1987.
- MCDONALD, R. et SIEGEL, D. The value of waiting to invest. *Quarterly Journal of Economics*. 101(4). 1987. 707-727.
- MERTON, R.C. Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics*, printemps. 4. 1973. 141-183.

- PAQUET, I. *Projet sur les option réelles: Logiciel Crystal Ball*. Département de mathématiques d'informatique et d'économie. Université de Montréal. Rapport de stage. 47p.2005.
- QUIGG, L. Empirical testing of real option pricing models. *Journal of Finance*. 48. 1993. 621-640.
- RESOURCES FOR THE FUTURE. Brownfield Pilots, library summary. 1999. <http://rff.org>.
- TITMAN, S. Urban land prices under uncertainty. *American Economic Review*. 75:3. 1985. 505-514.
- TRIGEORGIS, L. The nature of option interactions and the valuation of investments with multiple real options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 28: 1. 1-20.
- TRNEE. Réhabiliter le passé, Construire l'Avenir : une stratégie nationale pour les sites urbains contaminés réhabilitables pour le Canada. Rapport de recherche, 2003.
- VILLIEU, P. *Macroéconomie: L'investissement*. Repères.1998.
- WILSON, A.R. Probable Financial effect of asbestos removal on real estate, *Appraisal Journal*. 57: 3. 1989. 378-91.