

Université de Montréal

**Étude de la violation CP dans des processus au LHC  
qui brisent la conservation du nombre leptonique**

par

**Fatemeh Najafi**

Département de physique  
Faculté des arts et des sciences

en vue de l'obtention du grade de  
Philosophiæ Doctor (Ph.D.)  
en physique  
orientation physique des particules

22 mars 2021



**Université de Montréal**

Faculté des arts et des sciences

---

**Étude de la violation CP dans des processus au LHC  
qui brisent la conservation du nombre leptonique**

**Fatemeh Najafi**

*Paul Charbonneau*

---

(président-rapporteur)

*Richard Mackenzie, David London*

---

(directeur de recherche)

*Manu Paranjape*

---

(membre du jury)

*Jean-François Fortin*

---

(membre du jury)



# RÉSUMÉ

---

Cette thèse est dédiée à l'étude de la violation CP dans les processus  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  et  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$ . Il y a des expériences qui cherchent à identifier ces processus au grand collisionneur de hadrons, ou LHC (Large Hadron Collider). Une conséquence de l'observation de ces désintégrations impliquait une brisure de la conservation du nombre leptonique, car  $\Delta L = 2$ . Si le neutrino est de type Majorana, il est sa propre antiparticule et on peut observer la double désintégration bêta sans émission de neutrino ( $0\nu\beta\beta$ ). Ce processus est caractérisé par  $\Delta L = 2$ .

Si nous observons des processus similaires à  $0\nu\beta\beta$ ,  $\Delta L = 2$ , au LHC, il y a aussi la possibilité de chercher la violation CP. La mesure de ce type de violation CP nous donnerait des informations sur de la Nouvelle Physique (NP) qui ne pourraient pas être facilement obtenues autrement. Il existe trois types de violation CP : directe, indirecte et cinématique (produit triple). Ce travail relève essentiellement mes études sur deux processus de violation CP, l'un direct et l'autre produit triple. Elles sont présentées dans deux articles qui sont inclus dans cette thèse.

Le premier article est consacré au produit triple dans le processus :  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ . Le modèle que nous avons considéré n'implique pas de neutrino de Majorana. À l'aide de MadGraph, nous avons étudié la violation CP pour les deux processus mentionnés pour deux versions du LHC, haute luminosité HL-LHC (14 TeV) et haute énergie HE-LHC (27 TeV), et pour un futur collisionneur FCC-hh (100 TeV). Nous trouvons que le produit triple n'est pas mesurable au HL-LHC, peut être mesurable au HE-LHC, et est certainement mesurable au FCC-hh. Dans le deuxième article, nous avons examiné comment générer la violation CP avec des neutrinos droitiers. Le deuxième article porte sur l'étude de la violation CP directe dans la désintégration  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$  en impliquant deux neutrinos  $N_1$  et  $N_2$ . Nous avons trouvé que la valeur de l'asymétrie CP peut être mesurée avec une précision de  $3\sigma$  et que  $0.1\% \lesssim A_{CP} \lesssim 10\%$ .

**Mots clés :** Neutrino de Majorana, Leptoquark, Violation CP, Produit Triple



# SUMMARY

---

This thesis is dedicated to the study of CP violation in these processes  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  and  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$ . There are experiments which search to identify these processes at the "Large Hadron Collider" (LHC). The outcome of the observation of these decays would imply violation of lepton number conservation,  $\Delta L = 2$ . If the neutrino is a Majorana particle, it is its own antiparticle and we can observe processes that violate the conservation of the lepton number,  $\Delta L = 2$ . The neutrinoless double beta decay ( $0\nu\beta\beta$ ), is a process which is characterized by  $\Delta L = 2$ , occurs when the neutrinos are Majorana particles.

If we observe  $0\nu\beta\beta$ -like processes at the LHC, there is also the possibility of looking for CP violation. Measuring this type of CP violation would give us information about New Physics that could not be easily obtained using other methods. There are three types of CP violation, namely: direct, indirect and kinematic (triple product). This research presents studies concerning direct and triple product CP violation.

The first paper is devoted to triple products in the process:  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ . In addition, the model considered does not involve a Majorana neutrino. Using MadGraph, we have numerically studied and evaluated the CP violation for the two mentioned processes for three types of accelerators: high luminosity HL-LHC (14 TeV), high energy HE-LHC (27 TeV) and for a future FCC-hh collider (100 TeV). We found that the triple product is not measurable at the HL-LHC, may be measurable at HE-LHC, and is certainly measurable at FCC-hh. In the second article, we investigated to see how to generate CP violation with right-handed neutrinos. The second article is on the study of direct CP violation the decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$  by involving two neutrinos  $N_1$  and  $N_2$ . It is also observed that the value of CP asymmetry can be measured with an accuracy of  $3\sigma$  and as  $0.1\% \lesssim A_{CP} \lesssim 10\%$ .

**Keywords:** Majorana Neutrino, CP Violation, Leptoquark, Triple Product





# Table des matières

---

<b>RÉSUMÉ</b> .....	v
<b>SUMMARY</b> .....	vii
<b>Liste des tableaux</b> .....	xiii
<b>Table des figures</b> .....	xv
<b>Liste des sigles et des abréviations</b> .....	xvii
<b>Remerciements</b> .....	xix
<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre 1.</b> .....	5
<b>PHYSIQUE DE NEUTRINOS ET LA VIOLATION CP</b> .....	5
1.1. Petite histoire du neutrino .....	5
1.2. Le Modèle Standard .....	7
1.3. Masses des Neutrinos .....	10
1.3.1. Masse de Dirac .....	10
1.3.2. Masse de Majorana .....	11

1.4.	Mécanisme de see-saw .....	12
1.5.	Le Champ de Majorana .....	14
1.6.	Les règles de Feynman du neutrino de Majorana .....	16
1.7.	La double désintégration $\beta$ sans émission de neutrino .....	18
1.8.	Le processus $dd \rightarrow uue^-e^-$ en impliquant $N_R$ .....	21
1.9.	Les processus similaires à $0\nu\beta\beta$ , $\Delta L = 2$ , de dimension 9 .....	23
1.10.	Leptoquark .....	25
1.11.	L'origine des LQs .....	26
1.12.	Propriétés des LQs .....	27
1.13.	Le processus $dd \rightarrow uue^-e^-$ impliquant un ou deux LQs .....	30
1.14.	Violation de la symétrie CP .....	32
1.15.	Le théorème de Noether .....	32
1.16.	Les symétries discrètes .....	34
1.16.1.	Conjugaison de charge .....	34
1.16.2.	Parité .....	35
1.16.3.	Le renversement du temps .....	36
1.17.	Symétrie de CP .....	37
1.18.	Violation CP dans le Modèle Standard .....	39

1.18.1. Propriétés CP des neutrinos de Majorana .....	41
1.19. La violation CP directe .....	42
1.20. Produit triple .....	43
1.21. Leptogenèse .....	44
<b>Premier article. CP Violation in Same-sign Dilepton Production at the LHC</b> .....	<b>47</b>
<b>Chapitre 2.</b> .....	<b>47</b>
2.1. Introduction .....	49
2.2. EFT Analysis .....	50
2.3. Toy Model .....	52
2.4. Experimental Prospects .....	55
2.5. Conclusions .....	58
<b>Deuxième article. CP Violation in Rare Lepton-Number-Violating W Decays at the LHC</b> .....	<b>61</b>
<b>Chapitre 3.</b> .....	<b>61</b>
3.1. Introduction .....	63
3.2. $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (f' \bar{f})^+$ .....	64
3.2.1. Preamble .....	65
3.2.2. Decay amplitudes $M_i^{--}$ .....	66

3.2.3.	$ M_{\text{tot}}^{--} ^2$ .....	68
3.2.4.	CP violation .....	70
3.3.	Experimental Analysis .....	72
3.4.	Summary & Discussion .....	75
<b>Conclusion</b> .....		79
<b>Annexe A. Les règles de Feynman pour propagateurs de neutrino</b> .....		81
<b>Annexe B. La transformation de Fierz</b> .....		83
<b>Annexe C. Les amplitudes de la désintégration <math>dd \rightarrow uu\ell_1^-\ell_2^-</math> impliquant deux LQs</b> .....		85
<b>Bibliographie</b> .....		89

# Liste des tableaux

---

1.1	Liste des propriétés des LQs. Elle comprend le spin, la charge et d'autres nombres quantiques tel que l'isospin. ....	29
2.1	Summary for $pp \rightarrow t\bar{b}e^-\mu^-$ (top) and $pp \rightarrow \bar{t}be^+\mu^+$ (bottom). The LITP asymmetry is calculated using Madgraph with a simulated sample of $10^6$ events.	56
3.1	Predicted cross sections and number of events for $pp \rightarrow X\ell_1^-\ell_2^-(q'\bar{q})^+$ and $pp \rightarrow X\ell_1^+\ell_2^+(\bar{q}'q)^-$ . Neutrino masses $M_N = 5$ and $50$ GeV are considered. Results are given for the HL-LHC ( $\sqrt{s} = 14$ TeV, peak $L_{\text{int}} = 3$ ab $^{-1}$ ), HE-LHC ( $\sqrt{s} = 27$ TeV, peak $L_{\text{int}} = 15$ ab $^{-1}$ ), and FCC-hh ( $\sqrt{s} = 100$ TeV, peak $L_{\text{int}} = 30$ ab $^{-1}$ ). ....	74
3.2	Minimum value of $A_{CP}$ measurable at $3\sigma$ at the HL-LHC ( $\sqrt{s} = 14$ TeV, peak $L_{\text{int}} = 3$ ab $^{-1}$ ), HE-LHC ( $\sqrt{s} = 27$ TeV, peak $L_{\text{int}} = 15$ ab $^{-1}$ ), and FCC-hh ( $\sqrt{s} = 100$ TeV, peak $L_{\text{int}} = 30$ ab $^{-1}$ ). Results are given for $M_N = 5$ GeV (reduction factor = 0.1), $M_N = 10$ GeV (no reduction factor), and $M_N = 50$ GeV (no reduction factor). ....	75
C.1	Toutes les amplitudes pour la désintégration $dd \rightarrow u\ell_1^-\ell_2^-$ ....	85



# Table des figures

---

1.1	Le potentiel de Higgs pour (a) $\mu^2 > 0$ et (b) $\mu^2 < 0$ . . . . .	8
1.2	Diagrammes de Feynman d'un courant chargé (gauche) et d'un courant neutre (droite). . . . .	10
1.3	Règles de Feynman pour propagateurs de neutrino de Majorana. . . . .	17
1.4	Règles de Feynman pour les vertex qui sont connectés au neutrino de Majorana. . . . .	18
1.5	Diagrammes de Feynman pour $nn \rightarrow ppe^-e^-$ . En (a), le processus se déroule sans émission de neutrinos. En (b), on observe la double désintégration $\beta$ avec émission de neutrinos. . . . .	19
1.6	Diagrammes de Feynman pour la désintégration $dd \rightarrow uue^-e^-$ en impliquant un neutrino droitier qui se couple au $W_R$ (partie de gauche) et en considérant l'échange de deux électrons. . . . .	22
1.7	Diagrammes schématisant des topologies de dimension 9. Elles décrivent des processus similaires à $0\nu\beta\beta$ [31]. . . . .	23
1.8	Les diagrammes a) SSS, STT, TVV et SVV sont de dimension 9 et b) VSS, VVV, VTT et VTS sont de dimension 10. . . . .	25
1.9	Représentation schématique des désintégrations d'un proton, $p \rightarrow \pi^0e^+$ et $p \rightarrow \pi^+\bar{\nu}_e$ , due à un LQ [37]. . . . .	27
1.10	Diagramme de Feynman pour la désintégration $dd \rightarrow uue^-e^-$ impliquant un LQ et un boson $W_L$ comme les particules médiatrices. . . . .	30

1.11	Diagramme de Feynman pour la désintégration $dd \rightarrow uue^-e^-$ impliquant deux LQs. ....	32
1.12	Schématisation de la symétrie C pour la désintégration d'un pion. ....	35
1.13	Diagrammes de Feynman des oscillations $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ et $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$ . ....	39
1.14	La relation unitaire, représentée dans le plan $\rho - \eta$ [56]. ....	41
1.15	Diagrammes de type arbre (à gauche) et à une boucle (à droite) pour la désintégration de $N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+$ et $N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-$ . ....	45
1.16	Diagrammes de Feynman de type arbre (gauche) et d'auto-énergie (droite) pour la désintégration de neutrinos droitiers. On considère plus précisément les réactions suivantes : $N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+$ et $N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-$ . ....	45
2.1	Contribution to $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ involving no virtual neutrinos. ....	53
3.1	Diagram for $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$ via an intermediate $N_i$ . There is no arrow on the $N_i$ line because it is a Majorana particle and the decay is fermion-number violating. ....	67
3.2	Value of $A_{CP}$ as a function of $y$ , for $\delta\phi = \pi/2$ and for various values of $M_N$ . For negative values of $y$ , $A_{CP} \rightarrow -A_{CP}$ . ....	72



## Liste des sigles et des abréviations

---

MS	Modèle Standard, de l'anglais <i>Standard Model</i>
C	Conjugaison de charge, de l'anglais <i>Charge conjugation</i>
$0\nu\beta\beta$	Double désintégration $\beta$ sans émission de neutrinos, de l'anglais <i>Neutrinoless double beta decay</i>
LQ	Leptoquark, de l'anglais <i>Leptoquark</i>
P	Parité, de l'anglais <i>Parity</i>
T	Renversement du temps, de l'anglais <i>Time reversal</i>
CP	Conjugaison de charge parité, de l'anglais <i>Charge conjugation parity</i>
CKM	Cabbibo-Kobayashi-Maskawa
PMNS	Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata

PT	produit triple, de l'anglais <i>Triplet product</i>
LHC	Large Hadron Collider
NP	Nouvelle Physique, de l'anglais <i>New Physics</i>

# Remerciements

---

Je tiens à exprimer ma plus chaleureuse gratitude aux personnes qui ont rendu possible la rédaction de cette thèse. Je désire tout d'abord manifester ma plus profonde reconnaissance à mes directeurs de recherche Richard MacKenzie et David London. Le temps que vous avez consacré à répondre à mes nombreuses interrogations, les attentions ainsi que la gentillesse que vous avez démontrée ont été d'une importance capitale à ma réussite. J'aimerais parallèlement témoigner ma gratitude à Jean-François Arguin. À mon arrivée au pays, vous m'avez grandement guidé dans mon cheminement académique ; tout en me permettant de trouver mes directeurs de recherche. Je souhaite remercier les membres du jury Paul Charbonneau, Manu Paranjape et Jean-François Fortin. De plus, je souhaite aussi remercier Jacky Kumar d'avoir simulé des événements à l'aide du logiciel MadGraph. Je voudrais également exprimer ma gratitude envers tous les membres du Groupe de Physique des Particules (GPP) de l'Université de Montréal. Merci à mes amis rencontrés durant ma scolarité pour les nombreuses discussions, conseils et enrichissement de ma vie quotidienne : Hantz Nozard, Éric Dupuis, Jean-Marie Coquillat et Victor Massart. Enfin, je souhaite remercier et souligner l'apport incommensurable de mon père et de ma mère pour leur soutien journalier.



# Introduction

---

Le neutrino est une particule élémentaire qui a été suggérée pour la première fois par Wolfgang Pauli en 1930 et observée expérimentalement, par la suite, par Cowan et Reines en 1956. La nature des neutrinos demeure un mystère. Il y a deux possibilités théoriques pour l'expliquer : celle de Dirac ou de Majorana. Dans le cas d'un neutrino de Majorana, le processus le plus connu est la double désintégration  $\beta$  sans émission de neutrinos ( $0\nu\beta\beta$ ). Ce phénomène brise la conservation du nombre leptonique, car  $\Delta L = 2$ . Dans un noyau atomique, le processus ( $0\nu\beta\beta$ ) est décrit par  $nn \rightarrow ppe^-e^-$ , ce processus ne peut pas être observé directement avec le collisionneur "Large Hadron Collider" (LHC).

Il existe des processus similaires à  $0\nu\beta\beta$ , avec  $\Delta L = 2$ , au niveau des quarks comme  $dd \rightarrow uu\ell^-\ell^-$ ,  $d\bar{u} \rightarrow u\bar{d}\ell^-\ell^-$  et  $\bar{u}\bar{u} \rightarrow \bar{d}\bar{d}\ell^-\ell^-$  ( $\ell = e, \mu$  et  $\tau$ ). Ils peuvent être indépendants de la présence de neutrinos de Majorana. Il y a des expériences qui cherchent ces processus au LHC. Si on observe ces processus,  $\Delta L = 2$ , au LHC, il y a aussi la possibilité de chercher la violation CP (conjugaison de charge combiné avec inversion spatiale). De plus, ces études peuvent fournir des informations sur la nouvelle physique (NP) et expliquer divers phénomènes.

En 1967, Sakharov présente trois conditions pour élucider l'asymétrie entre matière et antimatière. En effet, l'inégalité de présence de la matière et l'antimatière dans le cosmos serait liée à la violation du nombre baryonique, la violation des symétries C et CP ainsi qu'à un déséquilibre thermique du système. L'étude de la violation CP permet donc de mieux comprendre ce type d'asymétrie. Mentionnons que la violation CP a été découverte et mise en lumière pour la première fois dans les processus reliés aux oscillations de kaons neutres. Depuis des décennies, elle est également étudiée dans le secteur des quarks. Il existe trois types de violation CP : directe, indirecte et cinématique (produit triple).

L'étude de la violation CP dans des processus au LHC qui brisent la conservation du nombre leptonique, est le but de ce projet. Cette thèse est divisée en trois chapitres. Dans le premier chapitre, nous avons choisi d'expliquer les concepts importants qui permettent de comprendre l'essence de ce travail. Tout d'abord, on présente un aperçu historique rattaché

à la découverte des neutrinos ainsi que leurs natures. Puis, on dérive les règles de Feynman pour les neutrinos de Majorana. Par la suite, en utilisant les règles de Feynman, on dérive l'amplitude de la désintégration  $\beta$  dans le Modèle Standard. Ensuite, on analyse de manière approfondie le processus qui brisent la conservation du nombre leptonique dans la NP. Après, nous expliquons les concepts de symétries de parité, de conjugaison de charge et de renversement du temps. Elles servent à énoncer les idées sous-jacentes de la violation CP.

Dans la deuxième partie, un article publié dans la revue Physical Review D est présenté. Cette fois, nous avons étudié la violation CP dans le processus  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ . Le modèle qui est étudié dans cet article est indépendant du propagateur lié à un neutrino virtuel. Ultérieurement, nous avons étudié le produit triple dans le modèle  $H - R_2 - S_1$  qui englobe la désintégration mentionnée précédemment. Afin de générer un produit triple, il faut que deux amplitudes interfèrent. Ces deux amplitudes, contribuant au processus, proviennent de l'échange des leptons  $e^-$  et  $\mu^-$ . En conséquence, l'amplitude totale définissant cette désintégration est donnée par la somme de ces deux amplitudes. Quand on calcule le carré de cette expression, l'interférence entre les amplitudes conduit à produit triple.

Dans la troisième partie de cette thèse, un deuxième article est présenté. Dans le Modèle Standard (MS), un neutrino est toujours une particule gauchère. Si l'on considère la physique au-delà du MS, il y a des modèles qui contiennent des neutrinos droitiers. Le mécanisme de see-saw peut générer trois neutrinos droitiers,  $N_i$ . Le processus que nous avons choisi pour étudier la violation CP est  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$ . En impliquant deux neutrinos  $N_1$  et  $N_2$ , deux amplitudes peuvent être produites. La première provient du couplage entre  $W_L$  et  $N_1$ , et la deuxième découle de celui entre  $W_L$  et  $N_2$ . Les couplages mentionnés proviennent des phases faibles. L'oscillation des neutrinos  $N_1$  et  $N_2$  et leurs propagateurs produisent la différence de phase forte. Alors, l'interférence entre les deux diagrammes conduit à la violation CP.

Pour les deux articles, on utilise une méthodologie similaire. Afin de générer les événements par le LHC, nous nous sommes servis du logiciel FeynRules [1] et MadGraph [2]. Ce programme numérique sert à reproduire l'ensemble des diagrammes de Feynman. De plus, il permet d'évaluer au premier ordre la relation mathématique associée à l'élément de matrice de l'espace des phases. Finalement, dans la dernière partie de cette thèse, les résultats de notre recherche seront présentés.



# Chapitre 1

---

## PHYSIQUE DE NEUTRINOS ET LA VIOLATION CP

### 1.1. Petite histoire du neutrino

En 1914, James Chadwick (1891-1974) découvre que les électrons émis durant un processus  $\beta$ , traduit initialement par  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^-$ , forment un spectre continu d'énergie. Ce résultat est surprenant puisqu'il s'attendait à observer des raies discrètes [3]. Selon la loi de conservation de l'énergie, les électrons produits durant cette désintégration (supposée à deux corps) devraient posséder une énergie donnée par la relation  $Q = (M_{A,Z} - M_{A,Z+1}) - m_e$ . Il en découle que l'énergie des particules négativement chargées devrait être d'une valeur unique. Toutefois, la distribution continue d'énergie (spectre) indique que de l'énergie est perdue, une explication très difficile à accepter étant donné la stature sacro-sainte de la loi de conservation de l'énergie.

En 1930, Pauli propose une hypothèse qui permet de résoudre ce problème. Il propose que le rayonnement  $\beta$  implique une désintégration à trois corps, dont une des particules est électriquement neutre : le neutrino. La suggestion de Pauli suppose que l'électron partage l'énergie disponible avec la nouvelle particule. Par conséquent, le spectre d'énergie mesuré forme une distribution continue. La suggestion de Pauli résout un autre problème : celui lié à la conservation du moment angulaire. En effet, les noyaux  ${}^A_Z X$  et  ${}^A_{Z+1} Y$  possèdent un spin demi-entier. La conservation du moment angulaire ne peut pas être expliquée par l'émission unique d'un électron de spin 1/2. Il en découle que le neutrino doit impérativement avoir un spin 1/2 pour respecter la loi de conservation du moment angulaire. Cette lettre de Pauli publiée le 4 décembre 1930 s'intitule "Chers Mesdames et Messieurs radioactifs".

Dès le début des années 1930, de nombreuses expériences ont été faites pour caractériser les propriétés des neutrinos. En 1946, Bruno Pontecorvo propose une méthode de détection



des neutrinos [4]. Sa méthode est basée sur l'interaction décrite par la relation suivante :



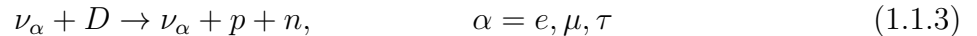
La découverte formelle du neutrino est attribuée à Cowan et Reines. Ils menèrent des expériences dans un réacteur nucléaire [5],



En 1959, Pontecorvo comprit que les neutrinos émis lors de la désintégration d'un pion ne sont pas les mêmes neutrinos que ceux émis au cours d'un processus  $n \rightarrow p + e^- + \nu$  [6]. Cette découverte permet de déterminer la nature d'un deuxième type de neutrino appelé neutrino muonique. Mentionnons que M. Perl a découvert une autre espèce, le  $\nu_\tau$ . Elle est associée au lepton  $\tau$  et est mise en évidence dans les expériences de collision  $e^+e^-$  [7]. Un lepton est une particule élémentaire de spin 1/2. Ces particules n'interagissent pas par la force forte, mais sont sensibles à la force gravitationnelle et celle électrofaible.

Actuellement, trois types de neutrinos sont répertoriés dans la littérature :  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  et  $\nu_\tau$ . Ces neutrinos peuvent changer de saveur lorsqu'ils se propagent. C'est-à-dire qu'un neutrino peut se transformer en un autre type de neutrino lorsqu'il se déplace d'un point A à un point B. Ce phénomène est appelé l'oscillation des neutrinos. L'idée relative à l'existence de ces événements est d'abord évoquée par Pontecorvo [8]. Il y parvient en faisant une analogie avec les oscillations de kaons,  $K$ , qui font partie de la famille des mésons. Un méson est une particule constituée d'un nombre pair de quarks et d'antiquarks. Ce fait est associé à une preuve et une hypothèse selon laquelle les neutrinos possèdent de la masse. En 1998, l'expérience Super-Kamiokande prouve hors de tout doute l'oscillation incessante de saveur de ces particules. Notons qu'ils peuvent être générés dans l'atmosphère de la Terre [9].

Un peu plus tard (2001), l'expérience SNO confirme une fois de plus ce phénomène (oscillation), mais cette fois, pour les neutrinos solaires à l'aide des interactions suivantes :



où  $D$  est un deutérium. Ils ont trouvé que le flux total de neutrino était en accord avec le modèle standard solaire. Le rapport du flux  $\nu_e$  sur le flux total de neutrino était :

$$\frac{\phi_e}{\phi_e + \phi_\mu + \phi_\tau} \approx \frac{1}{3}, \quad (1.1.5)$$

Ceci est une preuve de l'oscillation des neutrinos solaires. [10].

## 1.2. Le Modèle Standard

Le Modèle Standard (MS) est une théorie en physique des particules qui cherche à modéliser les propriétés de l'ensemble des particules élémentaires et leurs interactions [11]. Elle propose une description détaillée des interactions forte, faible et électromagnétique. Ces dernières sont basées sur les groupes de jauge  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Le groupe  $SU(3)_C$  décrit principalement les interactions entre les quarks et les gluons. L'indice  $C$  représente, ici, la charge de couleur. Cette dernière est une propriété intrinsèque des quarks et des gluons. Elle est l'analogie de la charge électrique, mais diffère puisque l'on distingue 3 charges de couleurs (rouge, vert, bleu) pour les particules et 3 anticouleurs pour les antiparticules. Une seule charge électrique existe en électromagnétisme. Cette partie du texte se concentre davantage sur les interactions électrofaibles, car on se consacre presque exclusivement à l'étude des neutrinos. Celles-ci sont basées sur le groupe de symétrie de jauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  qui est brisée par le mécanisme de Higgs

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}, \quad (1.2.1)$$

où  $Y$  est l'hypercharge faible. L'hypercharge faible, générateur de la symétrie  $U(1)$ , est un nombre quantique qui est conservé en interaction faible. Elle peut être définie mathématiquement par la formule de Gell-Mann-Nishijima qui relie la charge électrique et la troisième composante de l'isospin faible :

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.2.2)$$

Ici,  $I_3$  est la troisième composante de l'isospin (faible) et  $Q$  est la charge électrique. L'isospin faible, représenté par l'algèbre de Lie  $SU(2)$ , est analogue à la charge électrique en interaction faible. Les douze fermions fondamentaux possèdent tous un nombre quantique d'isospins faible [12]. Les particules intermédiaires  $W^\pm$ ,  $Z^0$  (bosons de jauge), impliquées dans les interactions faibles, acquièrent une masse par la brisure spontanée de symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Elle est engendrée par le mécanisme de Higgs [13]. Pour expliquer le mécanisme de Higgs, on introduit un champ de Higgs  $\phi$  :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (1.2.3)$$

Le Lagrangien associé à ce mécanisme est donné par :

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.2.4)$$

où le paramètre  $\lambda$  décrit un potentiel d'auto-interaction du champ scalaire. Le potentiel pour le champ de Higgs (en forme de chapeau mexicain) peut s'écrire :

$$V(|\phi|) = +\mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2, \quad (1.2.5)$$

avec  $\mu^2 < 0$ , la valeur moyenne du vide peut être définie comme :

$$|\phi| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.2.6)$$

Le potentiel de Higgs dans les cas  $\mu^2 < 0$  et  $\mu^2 > 0$  est illustré dans la Figure 1.1. La masse

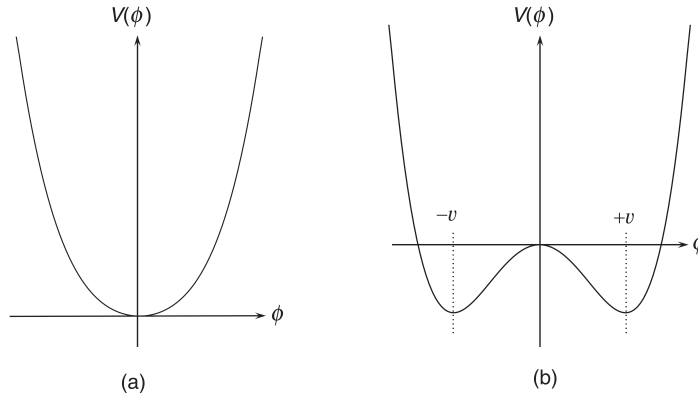


FIGURE 1.1. Le potentiel de Higgs pour (a)  $\mu^2 > 0$  et (b)  $\mu^2 < 0$ .

du boson de jauge provient du terme cinétique du Lagrangien de Higgs. Pour parvenir à décrire rigoureusement ce terme, on définit la dérivée covariante  $D_\mu$  de la manière suivante :

$$D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^i T^i + ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.2.7)$$

où  $g$  et  $g'$  sont les constantes de couplage correspondant aux  $SU(2)_L$  et  $U(1)_Y$  tandis que les bosons de jauge  $W_\mu^i$  et  $B_\mu$  sont associés aux groupes  $SU(2)_L$  et  $U(1)_Y$ .

Donc, le terme  $(D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi)$  prend la forme :

$$\begin{aligned} (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) &= \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{i}{2}(gW_\mu^3 + g'B_\mu) & \frac{i}{2}g(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ \frac{i}{2}g(W_\mu^1 - iW_\mu^2) & \partial_\mu - \frac{i}{2}(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{v^2}{4} [g^2(W_\mu^1 + iW_\mu^2)(W_\mu^1 - iW_\mu^2) + g(W_\mu^3 - g'B_\mu)^2]. \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

Les champs physiques sont :

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2),$$

$$\begin{aligned} Z_\mu^0 &= \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \\ A_\mu &= \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

Les masses de  $W^\pm$  et  $Z^0$  sont décrites par :

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad m_Z = \frac{v\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}. \quad (1.2.10)$$

Un photon ne possède jamais de masse parce qu'il est protégé par la symétrie  $U(1)_{\text{em}}$ , qui ne se brise pas. On peut définir un angle de mélange électrofaible :

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}, \quad (1.2.11)$$

où,  $\theta_W$  est l'angle de Weinberg.

En utilisant cette définition, on peut établir des relations entre les différents champs physiques. Elles peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned} A_\mu &= \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3, \\ Z_\mu &= -\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3. \end{aligned}$$

Les masses des fermions sont générées par ce Lagrangien [14] :

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk}} = g_Y m (\bar{\psi}_L \phi \psi_R) + h.c., \quad (1.2.12)$$

où  $g_Y$  est le couplage de Yukawa. Le Lagrangien est invariant sous l'effet des transformations  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Dans cette situation, le champ  $\phi$ , décrit précédemment, s'écrit :

$$\phi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ H + v \end{pmatrix}, \quad (1.2.13)$$

où  $v = 246$  GeV représente la valeur moyenne dans le vide. Il sert à caractériser mathématiquement la masse acquise par un fermion :  $m = g_Y v$ .

Le MS n'explique pas la provenance de la masse d'un neutrino. Cela vient du fait que les neutrinos n'existent que sous la forme de particules gauchères et antiparticules droitières. Les neutrinos sont des particules neutres et ils ne peuvent interagir que par l'échange des bosons  $W^\pm$  (courant chargé) et  $Z^0$  (courant neutre). La Figure 1.2 montre les interactions possibles des neutrinos dans le MS. Le Lagrangien des courants chargés et courants neutres

est décrit par les équations suivantes :

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^W = \sum_{\alpha} \frac{G_F}{\sqrt{2}} ([\bar{\nu}_{\alpha} \gamma^{\mu} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \alpha] [\bar{\alpha} \gamma^{\mu} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \nu_{\alpha}] W_{\mu}), \quad (1.2.14)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{Z^0} = \sum_{\alpha} \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_{\alpha} \gamma^{\mu} \frac{1}{2}(C_V - C_A \gamma^5) \nu_{\alpha}] [\bar{\alpha} \gamma^{\mu} \frac{1}{2}(C_V - C_A \gamma^5) \alpha] Z_{\mu}^0 \quad (1.2.15)$$

où  $\alpha = e, \mu, \tau$ .

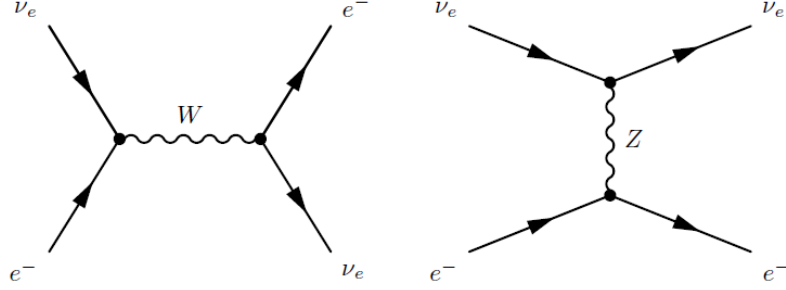


FIGURE 1.2. Diagrammes de Feynman d'un courant chargé (gauche) et d'un courant neutre (droite).

## 1.3. Masses des Neutrinos

Malgré tous les progrès et efforts déployés en physique pour décrire les neutrinos, un grand nombre de questions demeurent sans réponse. On ne sait toujours pas si la nature de ces particules est décrite par la théorie de Dirac ou celle de Majorana. Si le neutrino est de type Majorana, l'antiparticule et la particule sont en fait la même particule. Les expériences ne nous permettent pas actuellement de répondre à cette question. Dans le MS, les neutrinos ne possèdent pas de masse, or leurs oscillations sont une preuve qu'ils en possèdent une. Il existe deux scénarios possibles pour expliquer la masse des neutrinos. Les théories associées Dirac et Majorana seront exposées dans les sections suivantes.

### 1.3.1. Masse de Dirac

Le Lagrangien de Dirac, décrivant une particule de spin  $\frac{1}{2}$ , est défini par :

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m_D)\psi, \quad (1.3.1)$$

où  $\psi$  est un champ avec une structure spinorielle :

$$\psi = \psi_R + \psi_L, \quad \text{où} \quad \psi_{R(L)} = \frac{1 \pm \gamma^5}{2}\psi, \quad (1.3.2)$$

le terme de masse de Dirac est donné par :

$$m_D \bar{\psi} \psi = m_D (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L). \quad (1.3.3)$$

Les termes  $\bar{\psi}_L \psi_L$  et  $\bar{\psi}_R \psi_R$  obtenus de l'équation précédente sont égaux à zéro. En effet, le terme de masse de Dirac couple uniquement les chiralités opposées. La masse de Dirac nécessite l'existence d'un neutrino droitier. Ce terme est invariant sous la transformation  $U(1)$  :

$$\psi \rightarrow e^{-i\alpha} \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{+i\alpha}, \quad (1.3.4)$$

conséquemment,  $\bar{\psi} \psi \rightarrow \bar{\psi} e^{+i\alpha} e^{-i\alpha} \psi = \bar{\psi} \psi$ . Cette invariance sous  $U(1)$  implique la conservation du nombre leptonique.

### 1.3.2. Masse de Majorana

Le terme relié à la masse d'un neutrino de Majorana peut s'écrire comme suit :

$$m \bar{\psi}^c \psi = m (\overline{(\psi_L)^c} \psi_L + \overline{(\psi_R)^c} \psi_R), \quad (1.3.5)$$

où l'on introduit  $C = i\gamma^2 \gamma^0$ , le champ conjugué de charge. Un champ  $\psi$  peut être transformé par  $C$  de la manière qui suit :

$$\psi^c = C \bar{\psi}^T. \quad (1.3.6)$$

On obtient donc :

$$(\psi_L)^c = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \psi^c = (\psi^c)_R, \quad (\psi_R)^c = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi^c = (\psi^c)_L, \quad (1.3.7)$$

et

$$\overline{(\psi_L)^c} = \overline{(\psi^c)} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5), \quad \overline{(\psi_R)^c} = \overline{(\psi^c)} \frac{1}{2}(1 + \gamma^5). \quad (1.3.8)$$

Ces relations expriment le fait que la conjugaison de charge change la chiralité des particules. Le terme de masse de Majorana couple les neutrinos de même chiralité. Par conséquent, une masse de Majorana peut être produite avec seulement un neutrino gaucher.

Ces expressions ne sont pas invariantes sous les transformations de type  $U(1)$  :

$$\psi \rightarrow e^{-i\alpha} \psi, \quad \psi^c \rightarrow \psi^c e^{+i\alpha}, \quad \bar{\psi}^c \rightarrow \bar{\psi}^c e^{-i\alpha}, \quad (1.3.9)$$

car  $\bar{\psi}^c \psi \rightarrow e^{-2i\alpha} \bar{\psi}^c \psi$ . Si le neutrino est de type Majorana, on devrait observer des processus qui brisent la conservation du nombre leptonique (L).

## 1.4. Mécanisme de see-saw

Le mécanisme de see-saw de type I permet d'expliquer la petitesse de la masse des neutrinos lorsque leurs chiralités sont gauchères,  $\nu_i$  ( $i = 1,2,3$ ). Il peut également prédire la très grande masse des neutrinos droitiers,  $N_j$  ( $j = 4,5,6$ ). Le Lagrangien, qui contient les termes de masse de Majorana et de Dirac pour trois générations de neutrinos, est exprimé sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{2}(m_D \bar{N}_R \nu_L + m_L \overline{(\nu_L)^c} \nu_L + m_D^T \overline{\nu_L} N_R + m_R \overline{(N_R)^c} N_R) + h.c \\ &= -\frac{1}{2} \left( \overline{(\nu_L)^c} \quad \bar{N}_R \right) \begin{pmatrix} m_L & m_D^T \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ (N_R)^c \end{pmatrix} + h.c,\end{aligned}\quad (1.4.1)$$

Les masses de Majorana  $m_L$  et  $m_R$  sont produites par les termes  $\overline{(\nu_L)^c} \nu_L$  et  $\overline{(N_R)^c} N_R$ . Étant donné que  $\nu_L$  est un doublet de  $SU(2)_L$ , un terme  $\overline{(\nu_L)^c} \nu_L$  s'apparente à un triplet. Cela n'est pas autorisé pour une symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Donc, il faut que nous considérons  $m_L = 0$ .

Il est à noter que la matrice de masse est symétrique et peut être diagonalisée à l'aide d'une matrice unitaire  $u_\nu$ ,

$$u_\nu^T \begin{pmatrix} 0 & m_D^T \\ m_D & m_R \end{pmatrix} u_\nu = \begin{pmatrix} m_\nu & 0 \\ 0 & m_N \end{pmatrix}.\quad (1.4.2)$$

Une fois la matrice de masse diagonalisée, on note l'existence de trois neutrinos légers  $m_\nu = \text{diag}(m_1, m_2, m_3)$  et trois neutrinos lourds  $m_N = \text{diag}(m_4, m_5, m_6)$  :

$$m_\nu = m_D m_R^{-1} m_D^T \quad (1.4.3)$$

$$m_N = m_R, \quad (1.4.4)$$

Si nous présumons que  $m_D$  est du même ordre de grandeur que la masse d'un quark ( $m_D \sim m_t \sim 200 \text{ GeV}$ ) et supposons que  $m_R \sim M_{GUT} \sim 10^{15} \text{ GeV}$ , alors nous obtenons trois neutrinos lourds et trois neutrinos légers.

Les matrices  $m_D$  et  $m_R$  sont de dimensions  $3 \times 3$  par conséquent la matrice  $u_\nu$  est d'ordre 6. En utilisant l'équation ci-devant le Lagrangien énoncé précédemment s'écrit différemment lorsque l'on diagonalise la matrice de masse :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \left( \overline{(\nu_L)^c} \quad \bar{N}_R \right) (u_\nu^T)^{-1} \begin{pmatrix} m_\nu & 0 \\ 0 & m_N \end{pmatrix} u_\nu^{-1} \begin{pmatrix} \nu_L \\ (N_R)^c \end{pmatrix} + h.c, \quad (1.4.5)$$

les états propres de masse sont définis :

$$\nu'_L = u_\nu^{-1} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \\ (N_{eR})^c \\ (N_{\mu R})^c \\ (N_{\tau R})^c \end{pmatrix}, \quad (\nu'_L)^c = u_\nu^T \begin{pmatrix} (\nu_{eL})^c \\ (\nu_{\mu L})^c \\ (\nu_{\tau L})^c \\ N_{eR} \\ N_{\mu R} \\ N_{\tau R} \end{pmatrix}. \quad (1.4.6)$$

La matrice  $u$  s'exprime alors :

$$u_\nu = \begin{pmatrix} U & Y \\ X & V \end{pmatrix}, \quad (1.4.7)$$

où  $V, Y, X$  et  $U$  sont des matrices  $3 \times 3$ .

La matrice  $u_\nu$  est unitaire,  $u_\nu u_\nu^\dagger = 1$ , qui satisfait ces relations :

$$UU^\dagger + YY^\dagger = XX^\dagger + VV^\dagger = 1, \quad (1.4.8)$$

$$XU^\dagger + VY^\dagger = UX^\dagger + YV^\dagger = 0. \quad (1.4.9)$$

Ici,  $Y$  et  $X$  sont les matrices de mélange entre  $\nu_i$  et  $N_j$ .

En utilisant l'équation 1.4.2 et les équations ci-dessus, on obtient que

$$Y, X = \theta \approx \frac{m_D}{m_R} = \sqrt{\frac{m_\nu}{m_N}}. \quad (1.4.10)$$

À une bonne approximation, on peut négliger  $X$  et  $Y$  auquel cas  $U$  et  $V$  sont unitaires.

$$UU^\dagger = VV^\dagger = 1, \quad (1.4.11)$$

La matrice  $U$  permet le passage entre les états propres de saveur et les états propres de masse aux neutrinos gauchers. De plus, la matrice  $V$  associe les états de saveur aux états de masse pour les neutrinos droitiers.

Finalement, on peut extraire  $\nu_{\alpha L}$  et  $\nu_{\alpha R}$  :

$$\nu_{\alpha L} = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} \nu'_{iL} + \sum_{j=4}^6 \frac{m_D}{m_R} (N'_{jR})^c, \quad (1.4.12)$$

$$\nu_{\alpha R} = \sum_{i=1}^3 \frac{m_D}{m_R} (\nu'_{iL})^c + \sum_{j=4}^6 V_{\alpha j} N'_{jR}. \quad (1.4.13)$$

où les  $\nu_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) sont les états propres de saveur  $\alpha = e, \mu, \tau$  tandis que les  $\nu_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) et  $N_j$  ( $j = 4, 5, 6$ ) sont les états propres de masse.



Le courant de charge leptonique obtenu par les échanges de  $\nu_i$  et  $N_i$  peut s'écrire [15] :

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{e} \quad \bar{\mu} \quad \bar{\tau})_L \gamma_\mu \left\{ U \begin{pmatrix} \nu'_1 \\ \nu'_2 \\ \nu'_3 \end{pmatrix}_L + \frac{m_D}{m_R} \begin{pmatrix} N'_4{}^c \\ N'_5{}^c \\ N'_6{}^c \end{pmatrix}_L \right\} W_L^\mu. \quad (1.4.14)$$

La matrice de mélange de neutrinos légers  $U$  est approximativement égale à la matrice Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata ( $U_{PMNS}$ ) [16] :

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}. \quad (1.4.15)$$

Cette matrice est de rang 3 avec 18 paramètres réels. Vu la condition d'unitarité,  $UU^\dagger = 1$ , neuf paramètres peuvent être éliminés. Parmi les paramètres restants, trois phases des champs de leptons peuvent être absorbées dans une redéfinition des champs. Finalement, on se retrouve avec six paramètres, dont trois phases et trois angles de rotation.

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ -s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_2} \end{pmatrix}, \quad (1.4.16)$$

où  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ .

Dans le cas d'un neutrino de Majorana, il y a deux phases supplémentaires  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  dans la matrice PMNS comparativement au cas où un neutrino est de type Dirac.

## 1.5. Le Champ de Majorana

Le champ de Majorana permet d'expliquer les interactions de neutrinos de Majorana. Nous avons déjà montré que la conjugaison de charge d'un  $(\psi_R)^c$  droitier est égale à un  $(\psi^c)_L$  gaucher de l'état de conjugaison et vice versa. Par conséquent, une autre décomposition d'un spineur fermionique en composantes gauche et droite est donnée par :

$$\chi = \psi_L + (\psi_L)^c. \quad (1.5.1)$$

Cette forme satisfait la relation suivante :

$$\chi^c = \chi. \quad (1.5.2)$$

Dans ce cas,  $\chi$  correspond à un champ de Majorana [17]. Les particules qui satisfont à l'égalité (1.5.2) sont identiques à leurs antiparticules.

Notons que  $\chi^c$  peut être défini comme :

$$\chi^c = C\bar{\chi}^T = i\gamma^2\gamma^0(\chi^\dagger\gamma^0)^T = i\gamma^2\gamma^0\gamma^0\chi^* = i\gamma^2\chi^*, \quad (1.5.3)$$

et donc,

$$\chi^c = \chi \Rightarrow \chi = i\gamma^2\chi^*, \quad (1.5.4)$$

ceci implique que le champ de Majorana est réel.

Nous savons déjà que le champ de Dirac  $\psi(x)$  est donné par :

$$\psi = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{p,s} [a(\vec{p},s)u(\vec{p},s)e^{+i\vec{p}\cdot\vec{x}} + b^\dagger(\vec{p},s)v(\vec{p},s)e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}}], \quad (1.5.5)$$

où  $a(\vec{p},s)$  et  $b^\dagger(\vec{p},s)$  sont les opérateurs d'annihilation et de création d'une particule respectivement. Les  $u(\vec{p},s)$  et  $v(\vec{p},s)$  sont les spineurs d'une particule et d'une antiparticule respectivement.

Et pour le champ de Majorana :

$$\chi = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{p,s} [a(\vec{p},s)u(\vec{p},s)e^{+i\vec{p}\cdot\vec{x}} + b^\dagger(\vec{p},s)v(\vec{p},s)e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}}], \quad (1.5.6)$$

$$\chi^c = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{p,s} [a^\dagger(\vec{p},s)u^c(\vec{p},s)e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} + b(\vec{p},s)v^c(\vec{p},s)e^{+i\vec{p}\cdot\vec{x}}], \quad (1.5.7)$$

à partir de l'équation 1.5.2, on obtient :

$$u^c(\vec{p},s) = v(\vec{p},s), \quad (1.5.8)$$

$$v^c(\vec{p},s) = u(\vec{p},s). \quad (1.5.9)$$

Autrement dit, le conjugué de charge du spineur d'une particule est le spineur d'une antiparticule et réciproquement.

On trouve aussi :

$$a^\dagger(\vec{p},s) = b^\dagger(\vec{p},s), \quad \text{où} \quad a(\vec{p},s) = b(\vec{p},s), \quad (1.5.10)$$

On peut alors écrire :

$$\chi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{p,s} [a(\vec{p},s)u(\vec{p},s)e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} + a^\dagger(\vec{p},s)v(\vec{p},s)e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}}]. \quad (1.5.11)$$

L'utilisation de (1.5.2) permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \bar{\chi}\gamma_\mu\chi &= \bar{\chi}^c\gamma_\mu\chi^c \\ &= -\chi^T C^{-1}\gamma_\mu C\bar{\chi}^T, \end{aligned} \quad (1.5.12)$$

soit, puisque  $C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T$  :

$$\bar{\chi}\gamma_\mu\chi = \chi^T\gamma_\mu^T\chi^T. \quad (1.5.13)$$

Comme nous savons, les neutrinos sont des fermions et le champ fermionique sous l'échange de deux particules identiques est antisymétrique (les champs anticommutants).

Alors :

$$\bar{\chi}\gamma_\mu\chi = -\bar{\chi}\gamma_\mu\chi. \quad (1.5.14)$$

Il en résulte qu'il n'existe pas de courant vectoriel pour le champ de Majorana [18].

## 1.6. Les règles de Feynman du neutrino de Majorana

Le propagateur associé à un fermion se propageant du point  $y$  au point  $x$  est donné par :

$$\langle 0|T(\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(y))|0\rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2} \right]_{\alpha\beta} e^{-i\vec{p}\cdot(\vec{x}-\vec{y})}, \quad (1.6.1)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des indices de spineur. Le champ  $\psi$  détruit un fermion en  $x$  et alors que  $\bar{\psi}$  crée un fermion en  $y$ . Par analogie avec le propagateur fermionique et considérant la condition  $\chi = \chi^C$ , on peut construire les propagateurs des neutrinos de Majorana.

Cette opération permet donc de décrire le propagateur d'un neutrino de Majorana qui se crée à  $y$  et s'annihile à  $x$  :

$$\langle 0|T(\chi(x)\bar{\chi}(y))|0\rangle = \langle 0|T(\chi^c(x)\bar{\chi}^c(y))|0\rangle. \quad (1.6.2)$$

On peut en déduire que le terme scalaire bilinéaire est invariant sous la transformation conjugaison de charge :

$$\bar{\chi}\chi \xrightarrow{C} \bar{\chi}^c\chi^c = -\psi^T C^{-1} C \bar{\psi}^T = -(-\bar{\chi}\chi) = \bar{\chi}\chi, \quad (1.6.3)$$

où un signe moins apparaît en raison de l'échange des champs fermioniques.

Alors, on obtient :

$$\langle 0|T(\chi_\alpha(x)\bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2} \right]_{\alpha\beta} e^{-i\vec{p}\cdot(\vec{x}-\vec{y})}, \quad (1.6.4)$$

qui montre que ce propagateur est identique à celui d'un neutrino de Dirac.

Étant donné qu'un neutrino de Majorana est sa propre antiparticule, nous pouvons définir les autres propagateurs comme suit [19, 20] :

$$\langle 0|T(\bar{\chi}_\alpha(x)\bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle, \quad (1.6.5)$$

$$\langle 0|T(\chi_\alpha(x)\chi_\beta(y))|0\rangle. \quad (1.6.6)$$

Voici un propagateur (1.6.5) pour un neutrino créé aux points  $x$  et  $y$  :

$$\langle 0|T(\overline{\chi}_\alpha(x)\overline{\chi}_\beta(y))|0\rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \frac{iC^{-1}(\not{p} + m)}{p^2 - m^2} \right]_{\alpha\beta} e^{-i\vec{p}\cdot(\vec{x}-\vec{y})}. \quad (1.6.7)$$

Un propagateur (1.6.6) décrivant l'annihilation d'un neutrino de Majorana en  $x$  et  $y$  est défini comme :

$$\langle 0|T(\chi_\alpha(x)\chi_\beta(y))|0\rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \frac{-i(\not{p} + m_i)C}{p^2 - m^2} \right]_{\alpha\beta} e^{-i\vec{p}\cdot(\vec{x}-\vec{y})}, \quad (1.6.8)$$

Dans l'annexe A, on montre explicitement comment trouver ces propagateurs. Les propagateurs discutés pour un neutrino de Majorana sont présentés ci-dessous dans la Figure 1.3 en termes d'éléments de diagramme de Feynman.

FIGURE 1.3. Règles de Feynman pour propagateurs de neutrino de Majorana.

Le Lagrangien associé aux interactions du champ de Majorana  $\chi$  peut être exprimé sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \overline{\chi}_\alpha(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\chi_\beta + \overline{\chi}_\alpha\Gamma_{\alpha\beta}\psi_\beta\phi \\ & + \overline{\psi}_\beta\Gamma_{\beta\alpha}\chi_\alpha^c\phi + \overline{\chi}_\beta^c\Gamma_{\beta\alpha}\psi_\alpha\phi + \phi\overline{\chi}_\alpha\Gamma_{\alpha\beta}\chi_\beta + h.c., \end{aligned} \quad (1.6.9)$$

où  $\phi$  est un champ de bosons de jauge,  $\psi$  est un champ de fermion de Dirac. La matrice  $\Gamma$  prend les valeurs suivantes selon que l'on considère un champ scalaire, vectoriel, pseudoscalaire, axial ou tensoriel.

$$\Gamma = \begin{cases} 1 & \text{Scalaire (S)} \\ \gamma^\mu & \text{Vectoriel (V)} \\ \gamma^5 & \text{Pseudoscalaire (P)} \\ \gamma^\mu\gamma^5 & \text{Axial (A)} \\ \sigma^{\mu\nu} & \text{Tensoriel (T)} \end{cases} \quad (1.6.10)$$

Notons que le tenseur antisymétrique ( $T$ ) est associé à  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ .

En utilisant la condition nécessaire pour les neutrinos de Majorana,  $\chi = \chi^C$ , on trouve les

règles de Feynman pour un neutrino de Majorana [19, 21]. Elles sont présentées à la Figure 1.4.

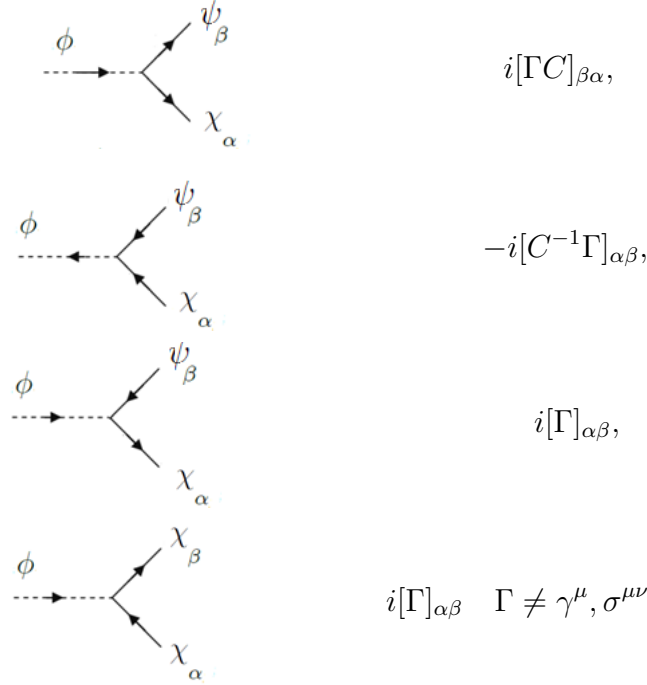


FIGURE 1.4. Règles de Feynman pour les vertex qui sont connectés au neutrino de Majorana.

## 1.7. La double désintégration $\beta$ sans émission de neutrino

Le processus de double désintégration  $\beta$  peut être décrit selon :

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+2} Y + 2e^-, \quad (0\nu\beta\beta) \quad (1.7.1)$$

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+2} Y + 2e^- + 2\bar{\nu}. \quad (2\nu\beta\beta) \quad (1.7.2)$$

La double désintégration  $\beta$  avec émission de deux neutrinos ( $2\nu\beta\beta$ ) est toujours permise dans le MS, car la conservation du nombre leptonique est respectée. Si le neutrino est une particule de Majorana (l'antiparticule et la particule sont en fait la même particule), le processus de double désintégration  $\beta$  sans émission de neutrino ( $0\nu\beta\beta$ ) peut également être autorisé. Les diagrammes de Feynman pour les désintégrations ci-devant sont illustrés à la Figure 1.5.

Le processus  $0\nu\beta\beta$  a été proposée en 1935 par M. Goepfert-Mayer [22]. Un tel processus,  $nn \rightarrow ppe^-e^-$ , brise la conservation du nombre leptonique ( $\Delta L = 2$ ). Par conséquent, le

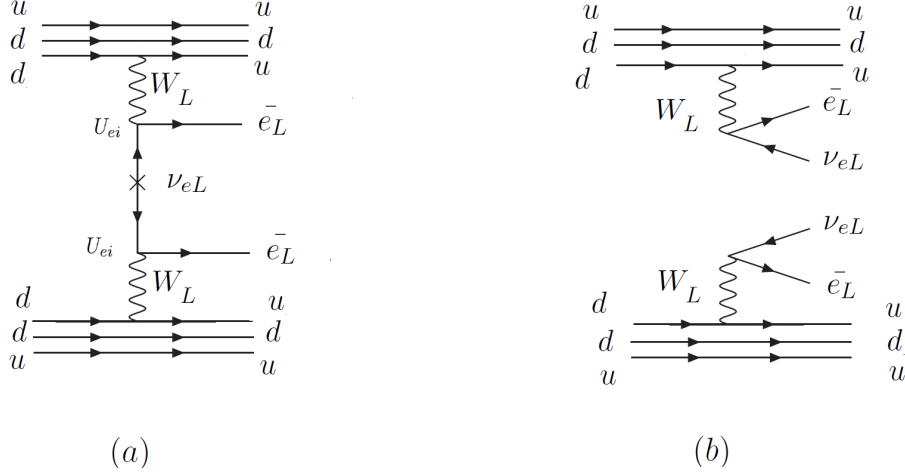


FIGURE 1.5. Diagrammes de Feynman pour  $nn \rightarrow ppe^-e^-$ . En (a), le processus se déroule sans émission de neutrinos. En (b), on observe la double désintégration  $\beta$  avec émission de neutrinos.

processus est interdit dans le MS.

Au LHC, il serait possible d'observer ces processus au niveau des quarks,  $dd \rightarrow uul^-l^-$ ,  $d\bar{u} \rightarrow u\bar{d}l^-l^-$  et  $\bar{u}\bar{u} \rightarrow \bar{d}\bar{d}l^-l^-$  ( $l = e, \mu$  et  $\tau$ ), en considérant la collision entre deux protons. Ces processus sont similaires à  $0\nu\beta\beta$  qui brisent la violation de nombre leptonique,  $\Delta L = 2$ .

L'amplitude effective pour le processus  $dd \rightarrow uue^-e^-$ , définie par  $A$ , s'écrit donc :

$$A = \sum_i U_{ei}^2 (\sqrt{2}G_F \cos \theta_c)^2 (\bar{u}\gamma^\mu P_L d) (\bar{e}\gamma_\mu P_L \nu_i(x)) (\nu_i^T(y) P_L^T \gamma_\nu^T \bar{e}^T) (\bar{u}\gamma^\nu P_L d), \quad (1.7.3)$$

où  $G_F$  est la constante de Fermi et  $\theta_c$  est l'angle de Cabibbo. De plus,  $U_{ei}$  est la matrice PMNS. Le propagateur d'un neutrino peut se réduire à :

$$\nu_i(x)\nu_i^T(y) \approx \frac{-(\not{p} + m_i)C}{p^2 - m_i^2}. \quad (1.7.4)$$

Nous réécrivons l'amplitude à l'aide de l'équation ci-dessous :

$$A \approx \sum_i U_{ei}^2 (\sqrt{2}G_F \cos \theta_c)^2 \quad (1.7.5)$$

$$\times (\bar{u}\gamma^\mu P_L d) (\bar{e}\gamma_\mu P_L \frac{(\not{p} + m_i)}{p^2 - m_i^2} P_L \gamma_\nu e^c) (\bar{u}\gamma^\nu P_L d), \quad (1.7.6)$$

$\not{p}$  dénote la quantité de mouvement d'un neutrino et satisfait aux relations suivantes [23] :

$$P_{L(R)} \frac{\not{p} + m_i}{p^2 - m_i^2} P_{L(R)} = \frac{m_i}{p^2 - m_i^2} P_{L(R)}, \quad (1.7.7)$$

$$P_{L(R)} \frac{\not{p} + m_i}{p^2 - m_i^2} P_{R(L)} = \frac{\not{p}}{p^2 - m_i^2} P_{R(L)}. \quad (1.7.8)$$

Finalement, on trouve :

$$A \approx \sum_i \frac{m_i}{p^2 - m_i^2} m_i U_{ei}^2 (\sqrt{2} G_F \cos \theta_c)^2 (\bar{u} \gamma^\mu P_L d) (\bar{e} \gamma_\mu \gamma_\nu P_R e^c) (\bar{u} \gamma^\nu P_L d), \quad (1.7.9)$$

Il faut cependant inclure la contribution de l'échange des électrons à l'amplitude :

$$A \approx \sum_i \frac{m_i}{p^2 - m_i^2} U_{ei}^2 (\sqrt{2} G_F \cos \theta_c)^2 (\bar{u} \gamma^\mu P_L d) (\bar{u} \gamma^\nu P_L d) \times [(\bar{e}_1 \gamma_\mu \gamma_\nu P_R e_2^c) - (\bar{e}_2 \gamma_\mu \gamma_\nu P_R e_1^c)]. \quad (1.7.10)$$

Le signe moins dans le deuxième terme provient de l'échange d'électrons identiques. On en déduit que :

$$(\bar{e}_2 \gamma_\mu \gamma_\nu P_R e_1^c) = (\bar{e}_1 \gamma_\mu \gamma_\nu P_R e_2^c)^T = \bar{e}_2 C^T P_R^T (\gamma_\nu)^T (\gamma_\mu)^T \bar{e}_1^T = -\bar{e}_1 P_R \gamma_\nu \gamma_\mu \bar{e}_2^C. \quad (1.7.11)$$

Le terme leptonique devient :

$$\bar{e}_1 \gamma_\mu \gamma_\nu P_R e_2^C - (-\bar{e}_1 \gamma_\nu \gamma_\mu P_R e_2^C) = \bar{e}_1 (\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu) P_R e_2^C = 2\bar{e}_1 g_{\mu\nu} P_R e_2^C. \quad (1.7.12)$$

On obtient l'amplitude sous la forme :

$$A \approx \sum_i \frac{m_i}{p^2 - m_i^2} U_{ei}^2 (\sqrt{2} G_F \cos \theta_c)^2 (\bar{u} \gamma^\mu P_L d) (\bar{e} P_R e^c) (\bar{u} \gamma_\mu P_L d). \quad (1.7.13)$$

On voit que l'amplitude de  $dd \rightarrow uue^-e^-$  est proportionnelle à la masse du neutrino,  $m_\nu = \mathcal{O}(10^{-2} \text{ eV})$ . Même si les processus,  $dd \rightarrow uul^-l^-$ ,  $d\bar{u} \rightarrow u\bar{d}l^-l^-$  et  $\bar{u}\bar{u} \rightarrow \bar{d}\bar{d}l^-l^-$ , existent, on ne peut pas les voir dans le LHC puisque leurs amplitudes sont trop petites. Nous définissons la masse efficace  $\langle m \rangle$  donnée par [24, 25] :

$$\langle m \rangle = \sum_i m_i U_{ei}^2 \quad (1.7.14)$$

$$\langle m \rangle = c_{12}^2 c_{13}^2 m_1 + s_{12}^2 c_{13}^2 e^{i\alpha_1} m_2 + s_{13}^2 e^{i\alpha_2} m_3, \quad (1.7.15)$$

où  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  et  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ .

$\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les phases de Majorana. Lorsque ces phases disparaissent,  $e^{i\alpha_i} = \pm 1$ , il existe 4 possibilités pour  $\langle m \rangle$  [25] :

$$\begin{aligned} \langle m \rangle &= c_{12}^2 c_{13}^2 m_1^2 + s_{12}^2 c_{13}^2 m_2 + s_{13}^2 m_3, & \alpha_1 = \alpha_2 = 0 \\ \langle m \rangle &= c_{12}^2 c_{13}^2 m_1 + s_{12}^2 c_{13}^2 m_2 - s_{13}^2 m_3, & \alpha_1 = \pi, \alpha_2 = 0 \\ \langle m \rangle &= c_{12}^2 c_{13}^2 m_1 - s_{12}^2 c_{13}^2 m_2 + s_{13}^2 m_3, & \alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi \\ \langle m \rangle &= c_{12}^2 c_{13}^2 m_1 - s_{12}^2 c_{13}^2 m_2 - s_{13}^2 m_3. & \alpha_1 = \alpha_2 = \pi \end{aligned} \quad (1.7.16)$$

Remarquons que le courant leptonique dans l'amplitude (1.7.13) est un scalaire. Le courant leptonique selon le modèle que nous utilisons peut être scalaire ( $\bar{e} P_{L(R)} e^c$ ) ou vectoriel ( $\bar{e} \gamma^\mu \gamma^5 e^c$ ).

À cause du principe d'exclusion de Pauli, ces courants leptoniques n'existent jamais [26, 27] :

$$\bar{e}\gamma^\mu e^c = 0, \quad \bar{e}\sigma^{\mu\nu} e^c = 0, \quad \bar{e}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 e^c = 0. \quad (1.7.17)$$

Les désintégrations des mésons  $B^- \rightarrow \pi^+ l^- l^-$  [28],  $D^+ \rightarrow \pi^- l^+ l^+$  [29] et  $K^+ \rightarrow \pi^- l^+ l^+$  [30] peuvent aussi permettre d'étudier les processus similaires à  $0\nu\beta\beta$ .

## 1.8. Le processus $dd \rightarrow uue^-e^-$ en impliquant $N_R$

La désintégration  $0\nu\beta\beta$  à basse énergie implique le processus  $dd \rightarrow uue^-e^-$ . Nous avons expliqué cette désintégration en impliquant les neutrinos Majorana gauchers et légers ( $\nu_L$ ). Le même processus pourrait avoir lieu à haute énergie, au LHC. En effet, d'autres processus de type  $0\nu\beta\beta$ , qui brisent la conservation du nombre leptonique, peuvent être produits. Pour des processus à haute énergie, d'autres particules de NP peuvent être impliquées. En particulier, on peut utiliser  $N_R$  au lieu de  $\nu_L$ . Maintenant, nous voulons examiner ce processus en impliquant le  $W_R$  qui se couple toujours avec des particules droitières comme  $N_R$ . Ces neutrinos peuvent être générés par le mécanisme de see-saw. L'amplitude pour le processus  $dd \rightarrow uue^-e^-$  correspondant au diagramme de Feynman, présenté à la Figure 1.6, est :

$$A \approx \sum_i U_{ei}^2 (\sqrt{2}G_F \cos \theta_c)^2 \times (\bar{u}\gamma^\mu P_R d)(\bar{e}\gamma_\mu P_R \frac{\not{p} + M_i}{p^2 - M_i^2} P_R \gamma_\nu e^c)(\bar{u}\gamma^\nu P_R d), \quad (1.8.1)$$

où  $M_i$  est masse de neutrino ( $N_R$ ) et  $M_i = \mathcal{O}(GeV)$ .

Or,  $P_R \gamma^\mu P_R = 0$  et par conséquent on en déduit que :

$$P_R \frac{\not{p} + M_i}{p^2 - M_i^2} P_R = \frac{M_i}{p^2 - M_i^2} P_R. \quad (1.8.2)$$

On obtient donc l'amplitude :

$$A \approx \sum_i \frac{M_i}{p^2 - M_i^2} U_{ei}^2 (\sqrt{2}G_F \cos \theta_c)^2 (\bar{u}\gamma^\mu P_R d)(\bar{e}P_R e^c)(\bar{u}\gamma_\mu P_R d). \quad (1.8.3)$$

Clairement, l'amplitude est proportionnelle à la masse du neutrino,  $M_i = \mathcal{O}(GeV)$ . C'est un avantage qui permet d'observer ce processus au LHC.

Notez que tous ces calculs ont été fait en supposant que le neutrino est une particule virtuelle (off-shell). Le propagateur d'un neutrino est donné par :

$$\frac{\not{p} + M_i}{p_i^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i}, \quad (1.8.4)$$



ici,  $\Gamma_i$  est le taux de désintégration du neutrino  $N_i$ .  
Donc, l'amplitude  $dd \rightarrow uue^-e^-$  est donnée par :

$$A = A_a + A_b, \quad (1.8.5)$$

avec

$$A_a \approx \sum_i M_i U_{ei}^2 (\sqrt{2} G_F \cos \theta_c)^2 \times (\bar{u} \gamma^\mu P_R d) \frac{\bar{e}(p_1) \gamma_\mu \gamma_\nu P_L e^c(p_2)}{(p_W - p_1)^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} (\bar{u} \gamma^\nu P_R d), \quad (1.8.6)$$

où,  $p_W$  est la quantité de mouvement du boson  $W$ .

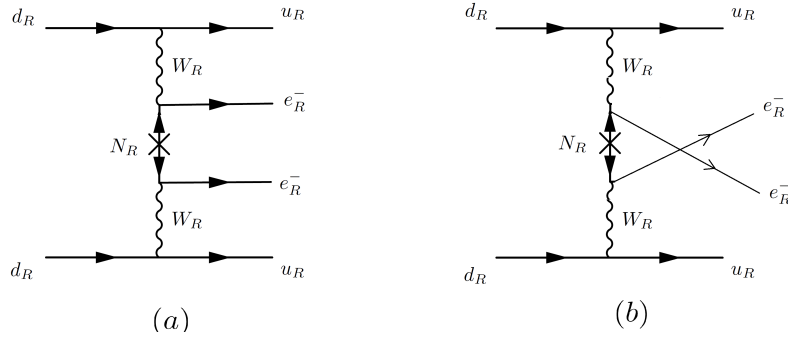


FIGURE 1.6. Diagrammes de Feynman pour la désintégration  $dd \rightarrow uue^-e^-$  en impliquant un neutrino droitier qui se couple au  $W_R$  (partie de gauche) et en considérant l'échange de deux électrons.

En considérant l'échange des électrons (Figure 1.6.b) :

$$A_b \approx \sum_i M_i U_{ei}^2 (\sqrt{2} G_F \cos \theta_c)^2 \times (\bar{u} \gamma^\mu P_R d) \frac{\bar{e}(p_1) \gamma_\nu \gamma_\mu P_L e^c(p_2)}{(p_W - p_2)^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} (\bar{u} \gamma^\nu P_R d), \quad (1.8.7)$$

où,  $q_i = p_W - p_2$ .

Finalement on a :

$$A \approx \sum_i M_i U_{ei}^2 (\sqrt{2} G_F \cos \theta_c)^2 \times (\bar{u} \gamma^\mu P_R d) \bar{e} \left[ \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu}{(p_W - p_1)^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} + \frac{\gamma_\nu \gamma_\mu}{(p_W - p_2)^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} \right] P_L e^c (\bar{u} \gamma^\nu P_R d). \quad (1.8.8)$$

Dans le cas de deux leptons différents  $e^- \mu^-$  dans l'état final, on a :

$$A \approx \sum_i M_i U_{ei}^2 (\sqrt{2} G_F \cos \theta_c)^2 \times (\bar{u} \gamma^\mu P_R d) \bar{e} \left[ \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu}{(p_W - p_1)^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} - \frac{\gamma_\nu \gamma_\mu}{(p_W - p_2)^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} \right] P_L \mu^c (\bar{u} \gamma^\nu P_R d). \quad (1.8.9)$$

## 1.9. Les processus similaires à $0\nu\beta\beta$ , $\Delta L = 2$ , de dimension 9

Nous savons que la dimension d'un champ fermionique est de  $3/2$  et celle d'un champ scalaire ou vectoriel est égale à 1. De plus, la dimension d'une masse ou d'une dérivée est aussi chiffrée à 1. Dans les processus similaires à  $0\nu\beta\beta$ , on a 6 fermions externes. Par conséquent, la dimension de ces processus est de  $6 \times (3/2) = 9$ . Au niveau des opérateurs de dimension 9, il existe deux topologies. Ces topologies sont présentées à la Figure 1.7 [31].

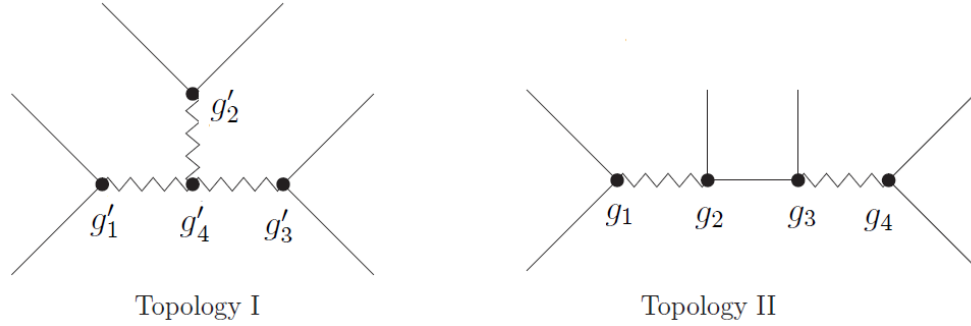


FIGURE 1.7. Diagrammes schématisant des topologies de dimension 9. Elles décrivent des processus similaires à  $0\nu\beta\beta$  [31].

Le Lagrangien effectif contenant les opérateurs dimension 9 est donné par [32] :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} = \frac{1}{\lambda^5} \left\{ \sum_{X,Y,Z=L,R} C_1^{(XY)Z} J_X J_Y j_Z + C_2^{(XY)Z} (J_X)^{\mu\nu} (J_Y)_{\mu\nu} j_Z + C_3^{(XY)Z} (J_X)^\mu (J_Y)_\mu j_Z \right. \\ \left. + iC_4^{(XY)Z} (J_X)_{\mu\nu} (J_Y)^\mu (j_Z)^\nu + C_5^{(XY)Z} J_X (J_Y)_\mu (j_Z)^\mu + iC_6^{(XY)Z} (J_X)_\mu (J_Y)_\nu (j_Z)^{\mu\nu} \right. \\ \left. + C_7^{(XY)Z} J_X (J_Y)_{\mu\nu} (j_Z)^{\mu\nu} + iC_8^{(XY)Z} (J_X)_{\mu\alpha} (J_Y)^{\mu\beta} (j_Z)_\beta^\alpha \right\}, \end{aligned} \quad (1.9.1)$$

où  $\lambda$  définit l'échelle de la physique au-delà du Modèle Standard. Les  $j_Z$  et  $J_{X,Y}$  sont les courants leptonique et hadronique respectivement. Ils sont définis par :

$$\text{Courant Scalaire (S)} : \begin{cases} J_{L,R} = \bar{u} P_{L,R} d, \\ j_{L,R} = \bar{\ell}' P_{L,R} \ell^c, \end{cases} \quad (1.9.2)$$

$$\text{Courant Vectoriel (V)} : \begin{cases} J_{L,R}^\mu = \bar{u} \gamma^\mu P_{L,R} d, \\ j_{L,R}^\mu = \bar{\ell}' \gamma^\mu P_{L,R} \ell^c, \end{cases} \quad (1.9.3)$$

$$\text{Courant Tensoriel (T)} : \begin{cases} J_{L,R}^{\mu\nu} = \bar{u} \sigma^{\mu\nu} P_{L,R} d, \\ j_{L,R}^{\mu\nu} = \bar{\ell}' \sigma^{\mu\nu} P_{L,R} \ell^c. \end{cases} \quad (1.9.4)$$

Il est à noter que les opérateurs ci-dessus sont invariants sous  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U_Y(1)$ . Toutes les décompositions pour les deux topologies sont discutées par Florian Bonnet et Helo et al. [31, 33].

Dans la topologie I, le processus de désintégration est indépendant du propagateur d'un neutrino (par conséquent de la masse d'un neutrino). Si on bâtit l'opérateur de processus similaires à  $0\nu\beta\beta$  avec trois particules internes, on a deux choix pour la topologie I : soit (a) SSS, STT, SVV et TVV (b) SSV, VVV, VTT et VTS (voir la Figure 1.8). Subséquemment, nous dénotons que ces combinaisons présentées impliquent trois particules médiatrices participant aux topologies analysées. Pour (b), il y a un indice non contracté, il faut un autre  $\partial_\mu$ , ce qui fait un opérateur de dimension 10. Donc SSS, STT, SVV ainsi que TVV sont de dimension 9, alors que SSV, VVV, VTT et VTS sont de dimension 10. Le Lagrangien effectif pour les opérateurs dimension 10 est donné par :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{eff} &= \frac{1}{\lambda^6} \mathcal{O}^{10} = \frac{1}{\lambda^6} \partial_\mu (\bar{u}_1 \gamma^\mu d_1 \bar{u}_2 d_2 \bar{\ell} \ell^C) \\ &\sim \frac{q}{\lambda} \frac{1}{\lambda^5} (\bar{u}_1 \gamma^\mu d_1 \bar{u}_2 d_2 \bar{\ell} \ell^C)\end{aligned}\tag{1.9.5}$$

où  $q$  est la quantité de mouvement de  $d_1$ . Les contributions de dimension 10 sont plus petites que les contributions de dimension 9 par un facteur  $\frac{q}{\lambda}$ . L'amplitude générale d'une topologie I peut mathématiquement être définie par l'équation suivante :

$$A = \frac{g'_1 g'_2 g'_3 g'_4}{M_1^2 M_2^2 M_3^2} (\bar{u} \Gamma_1 d) (\bar{\ell}_1 \Gamma_2 \ell_2^C) (\bar{u} \Gamma_3 d)\tag{1.9.6}$$

Les coefficients  $g'_1$ ,  $g'_2$  et  $g'_3$  représentent les couplages entre les fermions et les particules médiatrices qui sont adimensionnels. Le dernier coefficient de couplage,  $g'_4$ , correspond à l'interaction entre trois particules médiatrices qui est de dimension 1 [34].

Contrairement à la topologie I, la topologie II est dépendante du propagateur d'un neutrino ou d'un fermion médiateur. Ce propagateur est donné par l'expression suivante :

$$\frac{\not{p} + M_f}{p^2 - M_f^2},\tag{1.9.7}$$

ici  $M_f$  est la masse d'un fermion.

L'amplitude correspondant à la topologie II s'écrit :

$$A = \frac{g_1 g_2 g_3 g_4}{M_1^2 M_f M_3^2} (\bar{u} \Gamma_1 d) (\bar{\ell}_1 \Gamma_2 \ell_2^C) (\bar{u} \Gamma_3 d).\tag{1.9.8}$$

Tous les coefficients de couplage,  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  et  $g_4$ , présentés à la Figure 1.7 sont sans dimension. Au-delà du Modèle Standard, il existe certains modèles qui peuvent décrire les processus

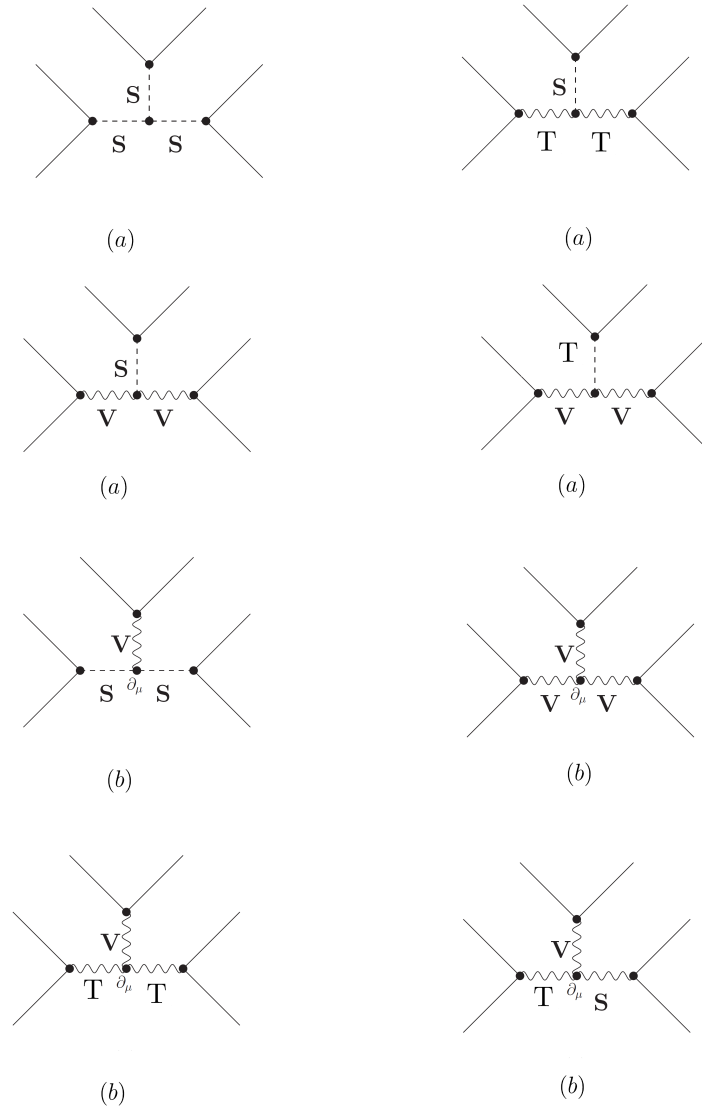


FIGURE 1.8. Les diagrammes a) SSS, STT, TVV et SVV sont de dimension 9 et b) VSS, VVV, VTT et VTS sont de dimension 10.

similaires à  $0\nu\beta\beta$ . Un de ceux-ci implique un leptoquark, LQ, comme particule médiatrice. Nous allons les présenter brièvement dans les sections qui suivent.

## 1.10. Leptoquark

Dans cette section, on décrit initialement les origines théoriques d'un leptoquark ainsi que ses propriétés. Par la suite, on y présente un modèle qui comprend des processus  $\Delta L = 2$  où un leptoquark est nécessaire pour expliquer ce processus.

## 1.11. L'origine des LQs

Un leptoquark est un boson scalaire ou vectoriel qui se couple à un lepton et un quark simultanément. Il est d'abord considéré dans la théorie de la grande unification qui est basée sur le groupe de jauge  $SU(5)$  [35]. Ce modèle unifie les interactions faible, forte et électromagnétique. L'énergie à laquelle cette unification se produit est de l'ordre de  $10^{15}$  GeV. Dans le MS, toutes les interactions sont indépendantes les unes des autres et possèdent des constantes de couplage différentes. En contrepartie, le modèle de grande unification présente une seule constante de couplage. On conclut que le groupe  $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$  qui décrit le MS peut être un sous-groupe de  $SU(5)$ . Une représentation possible de  $SU(5)$  peut s'écrire en fonction du groupe  $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$  [36] :

$$\begin{aligned}\bar{5} &= (\bar{3}, 1, -\frac{1}{3}) \oplus (1, 2, \frac{1}{2}), \\ 10 &= (\bar{3}, 1, \frac{2}{3}) \oplus (3, 2, \frac{1}{6}) \oplus (1, 1, 1).\end{aligned}$$

Dans le MS, la représentation  $(\bar{3}, 1, -1/3)$  décrit un quark  $d_L^c$ , alors que  $(1, 2, 1/2)$  décrit un lepton gaucher. Puis, les représentations  $(3, 2, \frac{1}{6})$ ,  $(\bar{3}, 1, \frac{2}{3})$  et  $(1, 1, 1)$  sont correspondantes de  $u_L$ ,  $u_L^c$  et  $e_L^c$ . Par conséquent, les représentations  $\bar{5}$  et 10 peuvent s'exprimer :

$$\bar{5} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e^- \\ -\nu_e \end{pmatrix}_L, \quad (1.11.1)$$

et

$$10 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u_1 & -d_1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u_2 & -d_2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u_3 & -d_3 \\ -u_1 & u_2 & -u_3 & 0 & -e^c \\ d_1 & d_2 & d_3 & e^c & 0 \end{pmatrix}_L, \quad (1.11.2)$$

où ici, les indices 1, 2, 3, sont reliés à la couleur d'un quark.

Il existe  $5^2 - 1 = 24$  bosons de jauge qui sont associés à la représentation de  $SU(5)$  :

$$24 = (8, 1, 0) \oplus (1, 3, 0) \oplus (1, 1, 0) \oplus (3, 2, \frac{5}{6}) \oplus (\bar{3}, 2, -\frac{5}{6}), \quad (1.11.3)$$

où  $(8, 1, 0)$  est un générateur de  $SU(3)$ .  $(1, 3, 0)$  et  $(1, 1, 0)$  sont les générateurs de  $SU(2)$  et  $U(1)$  respectivement. Les représentations  $(3, 2, \frac{5}{6})$  et  $(\bar{3}, 2, -\frac{5}{6})$  sont absentes dans le MS ; ce sont les LQs. Ils renferment plus précisément les 8 gluons de l'interaction forte, les 4

bosons de l'interaction électrofaible que sont  $W^+, W^-, Z^0$  et  $\gamma$  ainsi que 12 LQs (6 scalaires et 6 vectoriels). Certains LQs pourraient médier la désintégration d'un proton [37, 38]. Les

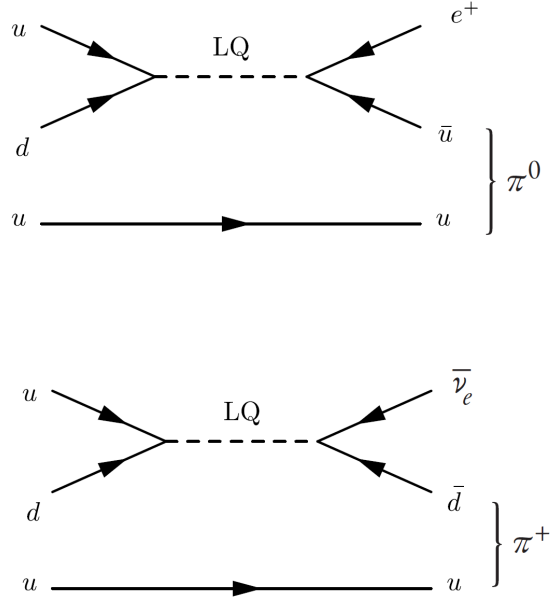


FIGURE 1.9. Représentation schématique des désintégrations d'un proton,  $p \rightarrow \pi^0 e^+$  et  $p \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_e$ , due à un LQ [37].

diagrammes de Feynman donnant lieu à la désintégration de cette particule en deux corps  $p \rightarrow \pi^0 e^+$  et  $p \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_e$  sont exposés à la Figure 1.9. Ce phénomène est un problème rencontré dans les théories de la grande unification. Cette désintégration, d'un proton, brise la conservation du nombre baryonique et leptonique et contraint de façon sévère tout modèle de grande unification.

## 1.12. Propriétés des LQs

Un LQ porte les nombres baryonique ( $B$ ) et leptonique ( $L$ ) simultanément. Il est possible de définir le nombre fermique ( $F$ ) par l'égalité suivante :

$$F = 3B + L, \quad (1.12.1)$$

dans les cas où  $|F| = 2$ , un LQ se couple à une paire quark-lepton. Quand un LQ se couple à une paire antiquark-lepton, son nombre fermionique est  $|F| = 0$ . La dynamique définissant l'interaction entre des LQs  $|F| = 2$  et  $|F| = 0$  avec des quarks et leptons de première génération peut être exprimée par les Lagrangiens suivants [39] :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{|F|=2} + \mathcal{L}_{|F|=0}, \quad (1.12.2)$$

où

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{|F|=2} = & (g_{LS_1}\bar{q}_L^c i\sigma_2\ell_L + g_{RS_1}\bar{u}_R^c e_R)S_1 + g_{R\bar{S}_1}\bar{d}_R^c e_R\bar{S}_1 + g_{LS_3}\bar{q}_L^c i\sigma_2\vec{\sigma}\ell_L S_3 \\ & (g_{LV_2}\bar{d}_R^c\gamma^\mu\ell_L + g_{RV_2}\bar{q}_L^c\gamma^\mu\ell_R)V_{2\mu} + g_{L\tilde{V}_2}\bar{u}_R^c\gamma^\mu\ell_L\tilde{V}_{2\mu} + h.c.,\end{aligned}\quad (1.12.3)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{|F|=0} = & (g_{LU_1}\bar{q}_L\gamma^\mu\ell_L + g_{RU_1}\bar{d}_R\gamma^\mu e_R)U_{1\mu} + g_{R\tilde{U}_1}\bar{u}_R\gamma^\mu e_{iR}\tilde{U}_{1\mu} + g_{LU_3}\bar{q}_L\gamma^\mu\vec{\sigma}\ell_L U_{3\mu} \\ & +(g_{LR_2}\bar{u}\ell_L + g_{RR_2}\bar{q}_L i\sigma_2 e_R)R_2 + \bar{d}_R\ell_L\tilde{R}_2 + h.c.,\end{aligned}\quad (1.12.4)$$

Ici,  $S_1, \bar{S}_1, S_3, V_2, \tilde{V}_2, U_1, \tilde{U}_1, U_3, R_2$  et  $\tilde{R}_2$  sont des LQs.  $g_{L(LQ)}$  et  $g_{R(LQ)}$  sont des coefficients de couplage entre un LQ et un lepton ou un quark.

$\psi^c = C\bar{\psi}^T$ , avec  $C = i\gamma^2\gamma^0$ .

Les indices  $L$  et  $R$  qui accompagnent un quark  $q$  et un lepton  $\ell$  sont reliés à un doublet de  $SU_L(2)$  et singulet de  $SU_L(2)$ .

Les  $\sigma_i$  représentent les matrices de Pauli.

La liste des états possibles [40] de même que les propriétés d'un leptoquark sont exposés au tableau 1.1. Il présente les couplages, nombres fermioniques, charges, isospins et autres paramètres identifiant pour 10 LQ dont 5 sont scalaires et 5 vectoriels. Mais nous avons déjà expliqué qu'il existe 12 LQs qui sont des bosons de jauge de la théorie de la grande unification. Les deux particules qui ne sont pas mentionnées dans le tableau sont :

$$\bar{S}_1 = (\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}), \quad |F| = 2 \quad (1.12.5)$$

$$\bar{U}_1 = (3, 1, -\frac{1}{3}), \quad |F| = 0 \quad (1.12.6)$$

Ces LQs se couplent aux neutrinos droitiers  $\nu_R$  et leurs interactions [37] sont décrites par ces Lagrangiens :

$$\mathcal{L}_{\bar{S}_1} = g_{R\bar{S}_1}\bar{u}_R^c\nu_R\bar{S}_1 + g'_{R\bar{S}_1}\bar{d}_R^c d_R\bar{S}_1 + h.c., \quad (1.12.7)$$

$$\mathcal{L}_{\bar{U}_1} = g_{R\bar{U}_1}d_R\gamma^\mu\nu_R\bar{U}_{1\mu} + h.c., \quad (1.12.8)$$

$\bar{S}_1$  est un LQ scalaire tandis que  $\bar{U}_1$  est un leptoquark vectoriel. Ces LQs ne peuvent jamais participer à des processus similaires à  $0\nu\beta\beta$ .

Type	$(SU(3)_c, SU(2)_L, U(1)_Y)$	$I_3$	$Q$	$ F $	Spin	Couplages
$S_1$	$(\bar{3}, 1, 1/3)$	0	+1/3	2	0	$\bar{d}_L^c \nu_L, \bar{u}_R^c e_R$ et $\bar{u}_L^c e_L$
$\tilde{S}_1$	$(\bar{3}, 1, 4/3)$	0	+4/3	2	0	$\bar{d}_R^c e_R$
$S_3$	$(\bar{3}, 3, 1/3)$	+1 0 -1	+4/3 +1/3 -2/3	2	0	$\bar{q}_L^c l_L \begin{cases} \bar{d}_L^c e_L \\ \bar{d}_L^c \nu_L, \bar{u}_L^c e_L \\ \bar{u}_L^c \nu_L \end{cases}$
$V_2$	$(\bar{3}, 2, 5/6)$	+1/2 -1/2	+4/3 +1/3	2	1	$\begin{matrix} \bar{d}_R^c \gamma^\mu e_L & \bar{d}_L^c \gamma^\mu e_R \\ \bar{u}_L^c \gamma^\mu e_R & \bar{d}_R^c \gamma^\mu \nu_L \end{matrix}$
$\tilde{V}_2$	$(\bar{3}, 2, -1/6)$	+1/2 -1/2	+1/3 -2/3	-2	1	$\bar{u}_R^c \gamma^\mu l_L \begin{cases} \bar{u}_R^c \gamma^\mu e_L \\ \bar{u}_R^c \gamma^\mu \nu_L \end{cases}$
$R_2$	$(3, 2, 7/6)$	+1/2 -1/2	+5/3 +2/3	0	0	$\begin{cases} \bar{u}_L e_R & \bar{u}_R e_L \\ \bar{d}_L e_R & \bar{u}_R \nu_L \end{cases}$
$\tilde{R}_2$	$(3, 2, 1/6)$	+1/2 -1/2	+2/3 -1/3	0	0	$\bar{d}_R l_L \begin{cases} \bar{d}_R e_L \\ \bar{d}_R \nu_L \end{cases}$
$U_1$	$(3, 1, 2/3)$	0	+2/3	0	1	$\begin{matrix} \bar{d}_R \gamma^\mu e_R \\ \bar{q}_L \gamma^\mu l_L \begin{cases} \bar{u}_L \gamma^\mu \nu_L \\ \bar{d}_L \gamma^\mu e_L \end{cases} \end{matrix}$
$\tilde{U}_1$	$(3, 1, 5/3)$	0	+5/3	0	1	$\bar{u}_R \gamma^\mu e_R$
$U_3$	$(3, 3, 2/3)$	+1 0 -1	+5/3 +2/3 -1/3	0	1	$\bar{q}_L \gamma^\mu l_L \begin{cases} \bar{u}_L \gamma^\mu e_L \\ \bar{u}_L \gamma^\mu \nu_L, \bar{d}_L \gamma^\mu e_L \\ \bar{d}_L \gamma^\mu \nu_L \end{cases}$

TABLEAU 1.1. Liste des propriétés des LQs. Elle comprend le spin, la charge et d'autres nombres quantiques tel que l'isospin.



### 1.13. Le processus $dd \rightarrow uue^-e^-$ impliquant un ou deux LQs

Ces particules exotiques (LQ) pourraient participer au processus  $0\nu\beta\beta$  [42]. Puisque certains LQs ont des couplages  $(V - A) \times (V - A)$ , comme le  $W_L$ , il est possible de remplacer un ou deux  $W_L$  par un ou deux LQ. Les six LQs  $S_1, S_3, V_2, R_2, U_1$  et  $U_3$  qui sont présentés au tableau 1.1 peuvent participer à la désintégration  $dd \rightarrow uue^-e^-$  en échangeant un ou deux  $W_L$ s. Des diagrammes de ce type de contributions sont présentés dans la Figure 1.10.

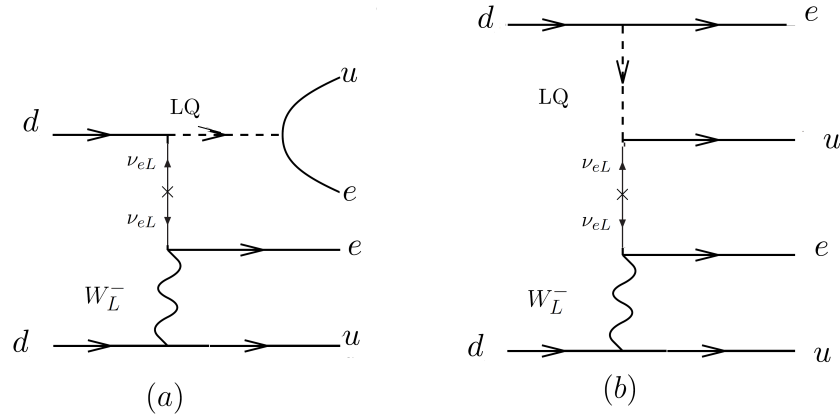


FIGURE 1.10. Diagramme de Feynman pour la désintégration  $dd \rightarrow uue^-e^-$  impliquant un LQ et un boson  $W_L$  comme les particules médiatrices.

Pour décrire les contributions découlant de LQs virtuels, nous commençons par étudier les contributions de  $S_1$  à  $d \rightarrow ul^- \bar{\nu}_l$ . Ici,  $d$  représente la saveur d'un quark de type down ( $d, s, b$ ). De même,  $u$  représente la saveur d'un quark de type up ( $u, c, t$ ). Le Lagrangien effectif pour  $d \rightarrow ul^- \bar{\nu}_l$  qui est généré par  $S_1$  s'écrit :

$$\mathcal{L}_{S_1} = \frac{ig_L g_L^*}{m_{LQ}^2} (\bar{d}_i^c P_L \nu_i) (\bar{e}_i P_R u_i^c) + \frac{ig_L g_R^*}{m_{LQ}^2} (\bar{d}_i^c P_L \nu_i) (\bar{e}_i P_L u_i^c). \quad (1.13.1)$$

En utilisant les transformations de Fierz, (Voir annexe B), on trouve :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{S_1} = & \frac{ig_L g_L^*}{m_{LQ}^2} \left[ \frac{1}{2} (\bar{d}_i^c \gamma^\mu P_L u_i^c) (\bar{e}_i \gamma_\mu P_L \nu_i) \right] \\ & + \frac{ig_L g_R^*}{m_{LQ}^2} \left[ \frac{1}{2} (\bar{d}_i^c P_L u_i^c) (\bar{e}_i P_L \nu_i) - \frac{1}{8} (\bar{d}_i^c \sigma^{\mu\nu} P_L u_i^c) (\bar{e}_i \sigma_{\mu\nu} P_L \nu_i) \right]. \end{aligned} \quad (1.13.2)$$

En utilisant les relations

$$\bar{\psi}_1^C P_{L(R)} \psi_2^C = \bar{\psi}_2 P_{L(R)} \psi_1, \quad (1.13.3)$$

$$\bar{\psi}_1^C \sigma^{\mu\nu} P_{L(R)} \psi_2^C = -\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} P_{L(R)} \psi_1, \quad (1.13.4)$$

on déduit que :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{S_1} &= \frac{ig_L g_L^*}{m_{LQ}^2} \left[ \frac{1}{2} (\bar{u}_i \gamma^\mu P_L d_i) (\bar{e}_i \gamma_\mu P_L \nu_i) \right. \\ &\quad \left. + \frac{ig_L g_R^*}{m_{LQ}^2} \left[ \frac{1}{2} (\bar{u}_i P_L d_i) (\bar{e}_i P_L \nu_i) - \frac{1}{8} (\bar{u}_i \sigma^{\mu\nu} P_L d_i) (\bar{e}_i \sigma_{\mu\nu} P_L \nu_i) \right] \right] + h.c. \quad (1.13.5)\end{aligned}$$

En refaisant toutes les étapes précédentes, on parvient à dériver les Lagrangiens efficaces de  $S_3, V_2, R_2, U_3$  et  $U_1$ .

$$\mathcal{L}_{S_3} = -\frac{ig_L g_L^*}{2m_{LQ}^2} [(\bar{u}_i \gamma^\mu P_L d_i) (\bar{e}_i \gamma_\mu P_L \nu_i)] + h.c., \quad (1.13.6)$$

$$\mathcal{L}_{V_2} = \frac{2ig_L g_R^*}{m_{LQ}^2} [(\bar{u}_i P_L d_i) (\bar{e}_i P_L \nu_i)] + h.c., \quad (1.13.7)$$

$$\mathcal{L}_{R_2} = \frac{-ig_L g_R^*}{m_{LQ}^2} \left[ \frac{1}{2} (\bar{u}_i P_L d_i) (\bar{e}_i P_L \nu_i) + \frac{1}{8} (\bar{u}_i \sigma^{\mu\nu} P_L d_i) (\bar{e}_i \sigma_{\mu\nu} P_L \nu_i) \right] + h.c., \quad (1.13.8)$$

$$\mathcal{L}_{U_3} = \frac{+ig_L g_L^*}{m_{LQ}^2} (\bar{u}_i \gamma^\mu P_L d_i) (\bar{e}_i \gamma_\mu P_L \nu_i) + h.c., \quad (1.13.9)$$

$$\mathcal{L}_{U_1} = \frac{-ig_L g_L^*}{m_{LQ}^2} (\bar{u}_i \gamma^\mu P_L d_i) (\bar{e}_i \gamma_\mu P_L \nu_i) + \frac{2ig_L g_R^*}{m_{LQ}^2} (\bar{u}_i P_L d_i) (\bar{e}_i P_R \nu_i) + h.c., \quad (1.13.10)$$

Ces résultats sont dérivés dans [43].

On voit que seuls les LQs,  $R_2$  et  $S_1$  génèrent les courants tensoriels. Ils sont générés via une transformation de Fierz.  $S_3$  est un LQ scalaire qui génère un courant scalaire, tandis que  $V_2$  est un LQ vectoriel qui crée un courant scalaire à cause d'une propriété des transformations de Fierz. Il est possible de considérer un diagramme dans lequel deux LQs contribuent. Ces derniers peuvent être identiques ou différents. La Figure 1.11 décrit cette situation qui fait partie d'une désintégration  $dd \rightarrow uue^-e^-$ . On considère que l'amplitude  $dd \rightarrow uul_1^- \ell_2^-$  en incluant deux LQs peut s'écrire comme  $(\bar{u}\Gamma_1 d)(\bar{\ell}_1 \Gamma_2 \ell_2^C)(\bar{u}\Gamma_3 d)$ . Toutes les possibilités pour  $\Gamma_{1,2,3}$  sont présentées dans les tableaux qui se trouvent dans l'annexe C. Il est à noter que ces diagrammes sont reliés à la topologie II. Dans le premier article nous allons présenter un modèle qui respecte le type d'interaction relié à la topologie I, où deux LQs,  $S_1$  et  $\tilde{R}_2$ , se couplent à un Higgs.

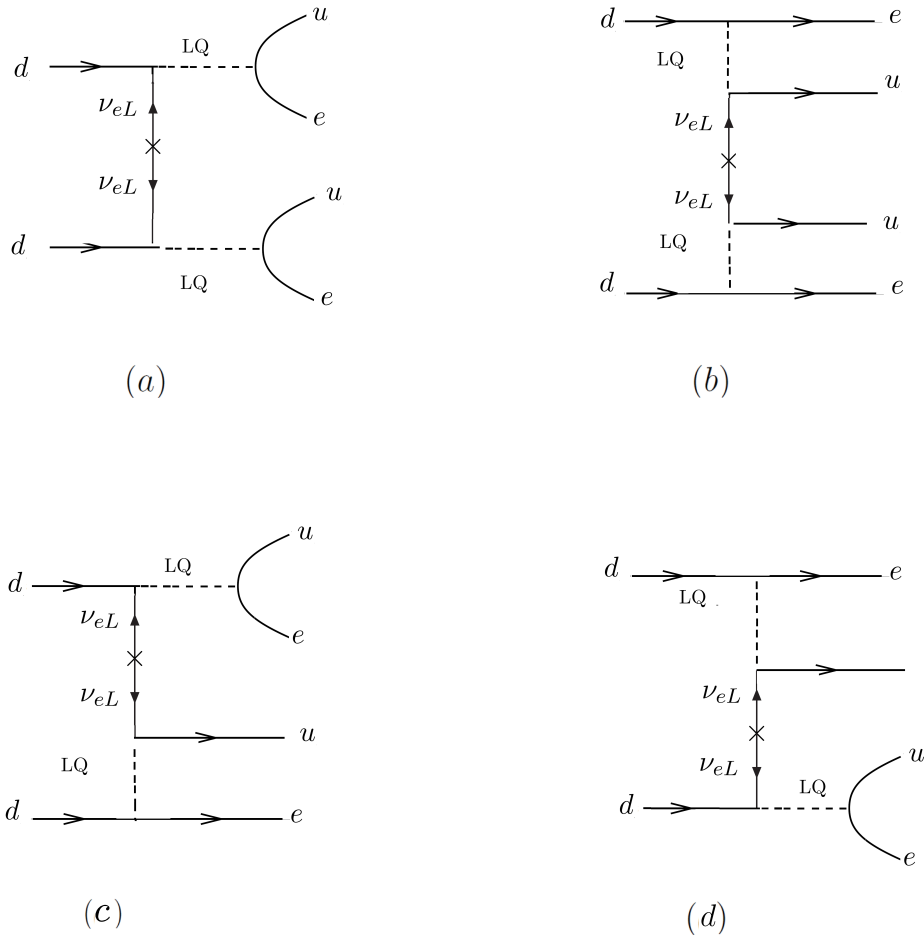


FIGURE 1.11. Diagramme de Feynman pour la désintégration  $dd \rightarrow uue^-e^-$  impliquant deux LQs.

## 1.14. Violation de la symétrie CP

Dans les sections suivantes, les concepts des symétries parité, conjugaison de charge et renversement du temps sont expliqués. Elles servent à expliquer l'idée sous-jacente à la compréhension de la violation CP. Ensuite, l'origine de cette violation dans le MS est présentée en détail. Finalement, deux types de violation CP ont présentées : directe et cinématique (produit triple).

## 1.15. Le théorème de Noether

Nous considérons une transformation continue pour un champ  $\phi$  qui peut être scalaire ou vectoriel [44] :

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = \phi(x) + \alpha \Delta \phi(x). \quad (1.15.1)$$

Notons que la grandeur de  $\alpha$  est infinitésimale. Pour que cette transformation soit une symétrie, elle devrait laisser les équations du mouvement invariées. Autrement dit, elle doit laisser invariant, à une dérivée totale près, le Lagrangien du système considéré :

$$\mathcal{L}(x) \rightarrow \mathcal{L}(x) + \alpha \partial_\mu F^\mu(x), \quad (1.15.2)$$

En comparant la symétrie de l'équation 1.15.1 et 1.15.2 on parvient à déterminer l'expression de  $\Delta\mathcal{L}$  :

$$\alpha \Delta\mathcal{L} = \alpha \partial_\mu F^\mu(x), \quad (1.15.3)$$

où

$$\begin{aligned} \alpha \Delta\mathcal{L} &= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}(\alpha\Delta\phi) + \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\right)\partial_\mu(\alpha\Delta\phi) \\ &= \alpha\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\Delta\phi\right) + \alpha\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} - \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\right)\right)\Delta\phi, \end{aligned} \quad (1.15.4)$$

le second terme définissant l'équation d'Euler-Lagrange disparaît, car le second terme est égale à zéro. Le terme restant est :

$$\alpha\partial_\mu F^\mu(x) = \alpha\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\Delta\phi\right), \quad (1.15.5)$$

par conséquent,

$$\partial_\mu\left(\underbrace{\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\Delta\phi - F^\mu(x)}_{j^\mu(x)}\right) = 0. \quad (1.15.6)$$

Cette équation exprime justement la conservation du courant  $j^\mu(x)$ . Le théorème de Noether associe une symétrie du Lagrangien à un courant conservé.

Le Lagrangien du MS est invariant sous la symétrie (globale) suivante :

$$\psi \rightarrow e^{(iL\theta)}\psi, \quad (1.15.7)$$

où  $L$  est le nombre leptonique. La fonction d'onde  $\bar{\psi}$  crée un lepton ayant un nombre quantique  $L = 1$  tandis que  $\psi$  engendre un antilepton où  $L = -1$ . Le nombre leptonique est zéro pour toutes les autres particules comme les quarks et les bosons. De ce fait, le théorème de Noether implique aussi la conservation du nombre leptonique qui est associé à une symétrie globale  $U(1)$ . La symétrie  $U(1)$  est brisée dans le cas d'un neutrino de Majorana. Donc, le nombre leptonique n'est plus conservé.

## 1.16. Les symétries discrètes

Les symétries sont classées en deux groupes distincts : symétries continues et discrètes. Dans cette section, nous nous penchons sur trois symétries discrètes : la conjugaison de charge ( $C$ ), la parité ( $P$ ) et le renversement du temps ( $T$ ).

### 1.16.1. Conjugaison de charge

Nous avons déjà présenté l'opérateur de conjugaison de charge  $C$  dans la section 1.3.2. Les descriptions suivantes sont basées sur le livre de Mark Thomson [12]. Dans le but d'expliquer les propriétés de cet opérateur, commençons par exposer l'équation de Dirac pour une particule de charge électrique  $-q$  en présence d'un champ électromagnétique  $A_\mu$  :

$$\gamma^\mu(\partial - iqA_\mu)\psi + im\psi = 0. \quad (1.16.1)$$

En multipliant par  $-i\gamma^2$  dans l'équation prenant et en susmentionnée de conjugaison complexe, nous trouvons :

$$-i\gamma^2(\gamma^\mu)^*(\partial + iqA_\mu)\psi^* - m\gamma^2\psi^* = 0. \quad (1.16.2)$$

On parvient donc à mettre en évidence l'opérateur de conjugaison de charge  $\psi^c$ , car  $C = i\gamma^2\gamma^0$ . Notons que  $\psi^c$  peut être défini comme :

$$\psi^c = C\bar{\psi}^T = i\gamma^2\gamma^0(\psi^\dagger\gamma^0)^T = i\gamma^2\gamma^0\gamma^0\psi^* = i\gamma^2\psi^*. \quad (1.16.3)$$

Ceci implique que l'équation de Dirac peut se réécrire comme :

$$\gamma^\mu(\partial + iqA_\mu)\psi^c + im\psi^c = 0. \quad (1.16.4)$$

Cette relation décrit un fermion de charge électrique  $+q$ . L'opérateur  $C$  peut échanger des particules (ex. electron) en antiparticules (ex. positron).

Les interactions forte et électromagnétique conservent la symétrie  $C$ , mais pas l'interaction faible. Pour l'expliquer, nous considérons la désintégration d'un pion  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}$ . Étant donné que le spin d'un pion est égal à zéro, les spins des particules émises  $\mu^-$  et  $\bar{\nu}$  sont opposées (non-alignés). De même, les directions dans lesquelles elles sont projetées sont diamétralement opposées dans le référentiel du centre de masse. Par conséquent,  $\mu^-$  et  $\bar{\nu}$  ont la même hélicité. Or, dans le Modèle Standard les antineutrinos sont droitiers. Ce faisant  $\mu^-$  devrait aussi être droitier. En appliquant la conjugaison de charge sur le processus  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_R$ , on obtient  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_R$ , comme illustré à la Figure 1.12. Cependant, aucune observation expérimentale ne permet pour le moment d'identifier un neutrino droitier. Par conséquent, on conclut que l'interaction faible viole la symétrie  $C$ .

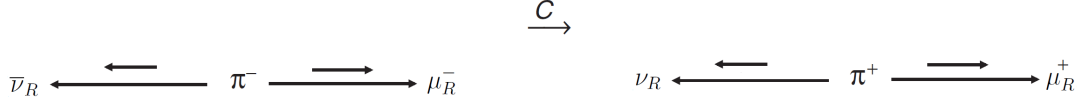


FIGURE 1.12. Schématisation de la symétrie C pour la désintégration d'un pion.

### 1.16.2. Parité

La transformation de parité (P) inverse le signe des coordonnées spatiales ( $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$ ). L'opérateur P peut transformer une particule de chiralité gauche en chiralité droite et réciproquement. Étudions l'effet de parité sur les différents termes fermioniques possibles. Dans la représentation de Dirac-Pauli, P est défini comme  $P = \gamma^0$ . La transformation de parité agit sur les spineurs bilinéaires de Dirac comme les spineurs bilinéaires de Dirac transformés sous la transformation de parité sont [44] :

$$\bar{\psi}\psi \xrightarrow{P} \bar{\psi}\gamma^0\gamma^0\psi = +\bar{\psi}\psi. \quad (1.16.5)$$

Ce faisant, le courant scalaire reste invariant sous l'opération de parité. Cependant, le vecteur de courant

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \xrightarrow{P} \bar{\psi}\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0\psi = -\bar{\psi}\gamma^\mu\psi, \quad \text{si } \mu \neq 0, \quad (1.16.6)$$

est affecté par cet opérateur.

Le vecteur axial,

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \xrightarrow{P} \bar{\psi}\gamma^0\gamma^\mu\gamma^5\gamma^0\psi = +\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi, \quad \text{si } \mu \neq 0, \quad (1.16.7)$$

ne l'est pas. Le  $\mu = 0$  est la composante temporelle. L'opérateur P n'a aucun effet sur la composante temporelle, il renverse uniquement le signe des coordonnées spatiales ( $\mu = 1,2,3$ ). Les interactions forte et électrofaible conservent la symétrie P tandis que l'interaction faible ne l'est pas. La violation de la parité a été découverte lors d'une expérience de désintégration de noyaux de  $^{60}\text{Co}$  [45],

$$^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni}^* + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.16.8)$$

Ces noyaux de  $^{60}\text{Co}$  sont alignés au champ magnétique externe  $B$  et les électrons sont émis dans la direction opposée au spin nucléaire. La transformation de parité inverse la direction des électrons tout en laissant le spin et le champ magnétique inchangés. Par conséquent, après la transformation de parité les électrons doivent être émis dans la direction du spin nucléaire. L'invariance de parité nécessite donc un taux égal pour les électrons émis dans les deux directions. Les chercheurs ont observé que les électrons émis dans la direction du spin sont moins nombreux que ceux projetés dans la direction inverse. C'est ce qui a permis d'en conclure qu'il n'y a pas de conservation de parité. Cette découverte a permis de résoudre la devinette  $\theta - \tau$ . Elle est associée à la désintégration des corpuscules  $\theta$  et  $\tau$ . En effet, ces

particules possèdent la même masse ainsi qu'un spin et une charge identique. De plus, elles ont une durée de vie égale. Toutefois, elles se désintègrent comme suit :

$$\begin{aligned}\theta^+ &\rightarrow \pi^+\pi^0 & P &= +1 \\ \tau^+ &\rightarrow \pi^+\pi^+\pi^- & P &= -1\end{aligned}\tag{1.16.9}$$

Deux hypothèses sont initialement proposées pour expliquer ce fait. La première suppose que  $\theta$  et  $\tau$  sont des particules différentes. Ainsi, la parité est conservée. La seconde suppose que  $\theta$  et  $\tau$  sont des particules identiques. Cela implique donc que la parité n'est pas conservée. Wu et ses collègues ayant démontré l'existence d'une violation de parité par l'interaction faible. Ils ont de ce fait réglé la devinette concernant la désintégration de  $\theta$  et  $\tau$ . Ceux-ci se désintègrent par les interactions faibles et ne sont en fait qu'une seule et unique particule. Désormais, elles sont dénommées  $K^+$  [46].

### 1.16.3. Le renversement du temps

Le renversement du temps (T) est une transformation ayant l'effet  $t \xrightarrow{T} -t$ . En considérant un processus  $A \rightarrow B$  et en appliquant l'opérateur T, on trouve que  $B \rightarrow A$ . L'impact de cet opérateur sur la fonction d'onde se manifeste de la manière suivante [18] :

$$T\psi(r,t) = \psi^*(r, -t).\tag{1.16.10}$$

En considérant deux états quantiques  $|\psi\rangle$  et  $|\varphi\rangle$ , on obtient alors :

$$\begin{aligned}\langle T\varphi|T\psi\rangle &= \int d^3r (T\varphi)^*(T\psi) \\ &= \int d^3r \varphi\psi^* \\ &= \langle\psi|\varphi\rangle,\end{aligned}\tag{1.16.11}$$

avec un opérateur unitaire  $U$  :

$$\begin{aligned}\langle U\varphi|U\psi\rangle &= \langle\varphi|U^\dagger U|\psi\rangle \\ &= \langle\varphi|\psi\rangle.\end{aligned}\tag{1.16.12}$$

$U^\dagger U = 1$

Alors, on en déduit que T est un opérateur antiunitaire.

De plus T est un opérateur antilinéaire.

$$T\left(C|\psi(x,t)\rangle\right) = C^*|\psi(x, -t)\rangle\tag{1.16.13}$$

Cette symétrie est conservée par les interactions forte et électromagnétique. L'expérience CPLEAR a néanmoins pu observer qu'elle était violée par l'interaction faible [47]. Les chercheurs ont observé les probabilités d'oscillations entre  $K^0 \rightarrow \overline{K}^0$  et  $\overline{K}^0 \rightarrow K^0$ . Ils ont

montré qu'elles n'étaient pas égales. Cela implique que T n'est pas conservé. Les mésons  $K^0$  et  $\overline{K}^0$  peuvent être produits par des collisions entre protons et antiprotons. Les Kaons se désintègrent selon les processus suivants :  $K^0 \rightarrow e^+\pi^-\bar{\nu}$  et  $\overline{K}^0 \rightarrow e^-\pi^+\nu$ . L'expérience CPLEAR a trouvé l'asymétrie  $A_T$  :

$$A_T = \frac{\Gamma(\overline{K}^0_{t=0} \rightarrow \pi^- e^+ \nu_{t=\tau}) - \Gamma(K^0_{t=0} \rightarrow \pi^- e^+ \bar{\nu}_{t=\tau})}{\Gamma(\overline{K}^0_{t=0} \rightarrow \pi^- e^+ \nu_{t=\tau}) + \Gamma(K^0_{t=0} \rightarrow \pi^- e^+ \bar{\nu}_{t=\tau})} = (6.6 \pm 1.3) \times 10^{-3}, \quad (1.16.14)$$

qui est différente de zéro. Cela prouve que T est brisé par l'interaction faible.

On vient de montrer que les symétries C, P et T ne sont pas conservées par toutes les interactions. Il est néanmoins intéressant de noter que leur combinaison CPT, elle, laisse invariant le Modèle Standard [48, 49].

## 1.17. Symétrie de CP

L'opération de conjugaison de charge combiné avec une inversion spatiale (CP), transforme une particule (ex.  $\nu_L$ ) en antiparticule (ex.  $\bar{\nu}_R$ ) et réciproquement. Dans l'univers primordial, il est naturel de penser que la matière et l'antimatière étaient en quantités égales. Afin d'expliquer pourquoi la matière domine sur l'antimatière aujourd'hui, il faut que les trois conditions suggérées par Sakharov soient satisfaites [50]. Premièrement, la conservation du nombre baryonique doit être violé. Deuxièmement, les symétries C et CP ne peuvent pas être respectées. Troisièmement, l'univers doit sortir de l'équilibre thermique. Afin d'expliquer la troisième condition, nous considérons la moyenne du nombre baryonique en équilibre thermique, noté  $\langle B \rangle$ . L'expression de ce nombre est formulée par l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \langle B \rangle &= \frac{\text{tr}[B e^{-\beta H}]}{\text{tr}[e^{-\beta H}]} \\ &= \frac{\text{tr}[(CPT)B(CPT)^{-1}(CPT)e^{-\beta H}(CPT)^{-1}]}{\text{tr}[e^{-\beta H}]}, \end{aligned} \quad (1.17.1)$$

ici  $H$  est l'hamiltonien et satisfait à la relation :  $[H, (CPT)^{-1}] = 0$ . La symétrie CPT échange des particules en des antiparticules, cela explique le fait que l'on déduit la relation :  $(CPT)B(CPT)^{-1} = -B$ .

Alors,

$$\langle B \rangle = -\frac{\text{tr}[B e^{-\beta H}]}{\text{tr}[e^{-\beta H}]} \quad (1.17.2)$$



En comparant (1.12.22) et (1.12.23), on constate que  $\langle B \rangle = 0$ , lorsqu'un équilibre thermique existe.

Selon la deuxième condition de Sakharov, la violation CP est un facteur important pour expliquer l'asymétrie de la matière et de l'antimatière. La première observation expérimentale de brisure de CP a été réalisée lors de l'étude de l'oscillation de kaons neutres [51]. Les mésons  $K^0(\bar{s}d)$  et  $\bar{K}^0(\bar{d}s)$  sont toujours produits par l'interaction forte et se désintègrent seulement par l'interaction faible. Les  $K_S$  et  $K_L$  sont des états propres du système d'oscillation de  $K^0$  et  $\bar{K}^0$  ayant la même masse, mais avec des durées de vie différentes. Ces particules se désintègrent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} K_{S(\text{short})} &\rightarrow \pi\pi, & \tau_S &= 10^{-10} s \\ K_{L(\text{long})} &\rightarrow \pi\pi\pi. & \tau_L &= 10^{-7} s \end{aligned} \quad (1.17.3)$$

Nous pouvons engendrer des états propres de CP à partir d'une combinaison linéaire de  $\bar{K}^0$  et  $K^0$ .

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[K^0 + \bar{K}^0], & CP|K_1\rangle &= +|K_1\rangle, \\ K_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[K^0 - \bar{K}^0], & CP|K_1\rangle &= -|K_1\rangle. \end{aligned} \quad (1.17.4)$$

Dans le cas où CP est conservé,  $K_1$  se désintègre toujours dans un état final où CP est pair tandis que  $K_2$  se désintègre en CP impair (CP = -1). Il est à noter qu'un état à deux pions non chargés est toujours CP pair, mais un état à trois pions est CP impair (CP = +1). Par analogie,  $K_1$  et  $K_2$  peuvent se désintégrer en deux et trois pions respectivement.  $K_1$  se désintègre plus rapidement que  $K_2$ , car :

$$m_K - 2m_\pi \approx 220\text{MeV}, \quad m_K - 3m_\pi \approx 80\text{MeV}. \quad (1.17.5)$$

En comparant l'équation 1.17.4, on conclut que  $K_1 = K_S$  et  $K_2 = K_L$ . Cependant, on a observé en 1964 que  $K_2$  se désintégrait en deux pions [51]. Cela signifie que CP n'est pas conservé dans la transition  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ . En effet,  $K_S$  and  $K_L$  peuvent être reliés à  $K_1$  et  $K_2$  par le paramètre  $\varepsilon$  :

$$K_S = \frac{1}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}}[K_1 + \varepsilon K_2], \quad K_L = \frac{1}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}}[K_2 + \varepsilon K_1], \quad (1.17.6)$$

où  $\varepsilon$  est le paramètre prenant en compte la possibilité pour  $K_2$  de se désintégrer en 2 pions. Il est expérimentalement fixé à  $2.26 \times 10^{-3}$ .

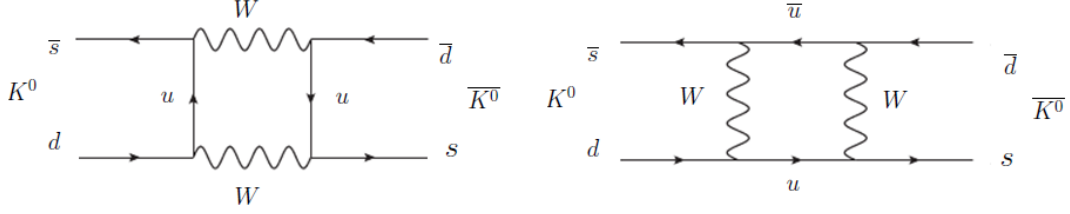


FIGURE 1.13. Diagrammes de Feynman des oscillations  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  et  $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$ .

## 1.18. Violation CP dans le Modèle Standard

Dans le MS, les matrices de mélanges des quarks et neutrinos CKM et PMNS sont à l'origine de la violation CP. Nous avons déjà expliqué que la matrice PMNS permet la transformation des neutrinos entre la base faible et la base de masse. La matrice CKM relie les états propres faibles des quarks aux états propres de masse [52]. La dynamique de l'interaction du courant chargé entre les quarks peut être exprimée par ce Lagrangien :

$$L = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U}_L \gamma^\mu V_{CKM} D_L W_\mu^+ + h.c., \quad (1.18.1)$$

où  $U_L = (u_L, c_L, t_L)^T$  et  $D_L = (d_L, s_L, b_L)^T$ .

La matrice CKM est constituée de 9 éléments complexes, c'est à dire de 18 paramètres réels. La condition d'unitarité ( $V_{CKM} \cdot V_{CKM}^\dagger = 1$ ) conduit à supprimer 9 des 18 paramètres. Ensuite, 5 phases peuvent être éliminées en les absorbant dans les champs de quarks. Au bout du compte, nous nous retrouvons avec 4 paramètres. Ces paramètres sont les 3 angles de mélange  $\theta_{13}, \theta_{12}, \theta_{23}$  et une phase de rotation  $\delta$ .

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (1.18.2)$$

où  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  et  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ .

La matrice CKM pourrait s'écrire en fonction du paramètre  $\lambda \approx \sin \theta_c$ , où  $\theta_c$  est l'angle de Cabibbo [53] :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.18.3)$$

en utilisant une autre paramétrisation, celle proposée par Wolfenstein [53] :

$$s_{12} = \lambda, \quad s_{23} = A\lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta). \quad (1.18.4)$$

La matrice CKM à l'ordre  $O(\lambda^3)$  devient :

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad (1.18.5)$$

Dans la paramétrisation de Wolfenstein, les composantes complexes de la matrice CKM ne résident que dans  $V_{ub}$  et  $V_{td}$ .

$$V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta} = A\lambda^3(1 - \rho - i\eta), \quad (1.18.6)$$

$$V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma} = A\lambda^3(\rho - i\eta). \quad (1.18.7)$$

La condition d'unitarité de la matrice CKM implique les relations suivantes :

$$\begin{array}{lll} V_{ud}V_{ub}^* & +V_{cd}V_{cb}^* & +V_{td}V_{tb}^* = 0, \\ \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) \end{array} \quad (1.18.8)$$

$$\begin{array}{lll} V_{td}V_{ud}^* & +V_{ts}V_{us}^* & +V_{tb}V_{ub}^* = 0, \\ \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) \end{array} \quad (1.18.9)$$

$$\begin{array}{lll} V_{ud}V_{us}^* & +V_{cd}V_{cs}^* & +V_{td}V_{ts}^* = 0, \\ \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda^5) \end{array} \quad (1.18.10)$$

$$\begin{array}{lll} V_{us}V_{ub}^* & +V_{cs}V_{cb}^* & +V_{ts}V_{tb}^* = 0, \\ \mathcal{O}(\lambda^4) & \mathcal{O}(\lambda^2) & \mathcal{O}(\lambda^2) \end{array} \quad (1.18.11)$$

$$\begin{array}{lll} V_{ud}V_{cd}^* & +V_{us}V_{cs}^* & +V_{ub}V_{cb}^* = 0, \\ \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda^5) \end{array} \quad (1.18.12)$$

$$\begin{array}{lll} V_{td}V_{cd}^* & +V_{ts}V_{cs}^* & +V_{tb}V_{cb}^* = 0. \\ \mathcal{O}(\lambda^4) & \mathcal{O}(\lambda^2) & \mathcal{O}(\lambda^2) \end{array} \quad (1.18.13)$$

Seules les deux premières équations contiennent des termes d'ordres  $O(\lambda^3)$  comme la matrice CKM exposée à l'équation 1.18.5. Étant donné que les autres équations sont d'ordres supérieurs, on ne s'en préoccupe plus. À partir de la première équation, on obtient :

$$|V_{ud}||V_{ub}|e^{-i\beta} + |V_{cd}||V_{cb}| + |V_{td}||V_{tb}|e^{-i\gamma} = 0. \quad (1.18.14)$$

Par conséquent, cette équation donne lieu au triangle unitaire illustré à la Figure 1.14. Les angles du triangle unitaire sont définis comme suit :

$$\alpha = \arg\left(\frac{-V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right), \quad \beta = \arg\left(\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right), \quad \gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right), \quad (1.18.15)$$

où :

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi. \quad (1.18.16)$$

Les angles  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent être déterminés à partir de la désintégration du méson  $B$  [54, 55] et par l'oscillation des mésons  $B^0 - \bar{B}^0$ .

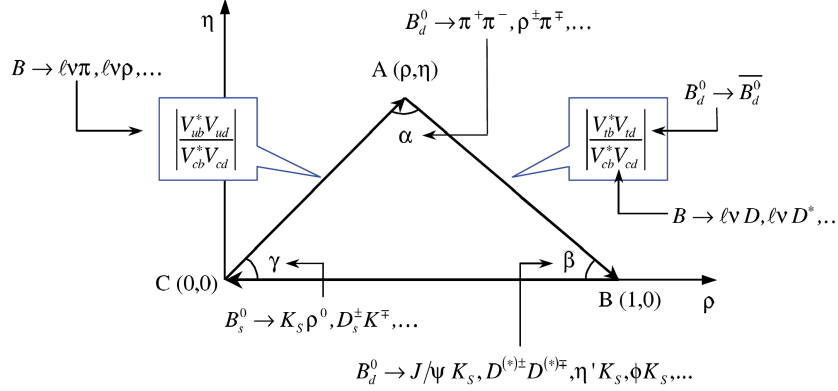


FIGURE 1.14. La relation unitaire, représentée dans le plan  $\rho - \eta$  [56].

On peut déduire un autre triangle par l'équation 1.18.9.

### 1.18.1. Propriétés CP des neutrinos de Majorana

Selon la particule de Majorana, un neutrino est sa propre antiparticule. De ce fait, il est un état propre de CP [18] :

$$CP|\nu^M(p,s)\rangle = \eta|\nu^M(-p,s)\rangle, \quad (1.18.17)$$

où  $\eta$  est une valeur propre de cette transformation symétrique. Pour trouver la valeur propre, nous considérons la désintégration :  $Z^0 \rightarrow \nu^M \nu^M$  dans laquelle les neutrinos sont identiques. Il est à noter que cette désintégration respecte la symétrie CP. En appliquant celle-ci, on obtient :

$$CP|\nu^M \nu^M\rangle = (\eta_{cp})^2 (-1)^L |\nu^M \nu^M\rangle. \quad (1.18.18)$$

Puisque les neutrinos sont identiques la fonction d'onde de l'état final doit être antisymétrique sous l'échange de neutrinos. De plus, le moment angulaire du système de neutrino doit être égal à 1 ( $L=1$ ). Par conséquent, nous obtenons :

$$CP|\nu^M \nu^M\rangle = -(\eta_{cp})^2 |\nu^M \nu^M\rangle \Rightarrow \eta_{CP} = \pm i. \quad (1.18.19)$$

Afin d'illustrer les conséquences de  $\eta_{CP}$ , on analyse désormais la désintégration  $\pi^0 \rightarrow \nu_1^M \nu_2^M$ . Les pions sont dans un état tel que  $J^{PC} = 0^{-+}$ , par conséquent  ${}^3P_0(L=S=1)$  et  ${}^1S_0(L=S=0)$  sont les états finaux possibles des neutrinos. La particule  $\pi^0$  a une charge +1 sous la

transformation de conjugaison de charge et de parité.

$$\begin{cases} CP|\pi^0\rangle = -|\nu_1^M\nu_2^M\rangle, \\ CP|\nu_1^M\nu_2^M\rangle = (\pm i)^2(-1)^L|\nu_1^M\nu_2^M\rangle, \end{cases} \Rightarrow -1 = (\pm i)^2(-1)^L \Rightarrow L = 0. \quad (1.18.20)$$

Ainsi, l'état final des neutrinos est  $^1S_0$  [18].

## 1.19. La violation CP directe

La violation CP a été étudiée dans le cadre des mésons D et B [59, 60]. Dans cette section, nous présentons la violation CP directe. Supposons que l'amplitude de l'interaction est le résultat de deux contributions :  $A = A_1 + A_2$ . Ces contributions sont essentiellement des nombres complexes, ce qui implique donc un module et une phase. Il existe deux sortes de phases : la phase forte et celle faible. La phase forte nécessite une interaction forte, ce qui implique des couplages entre des quarks et des gluons. Dans le cas du MS, la phase faible est issue des matrices CKM et PMNS qu'on a expliquées précédemment. Dans la NP, il existe les d'autres particules qui peuvent générer ces phases.

Écrivons :

$$A = |A_1|e^{i\phi_1}e^{i\delta_1} + |A_2|e^{i\phi_2}e^{i\delta_2}, \quad (1.19.1)$$

où  $\phi$  et  $\delta$  sont les phases faible et forte respectivement. La phase forte ne change pas de signe sous l'effet de CP (symétrie paire), contrairement à la phase faible.

Ainsi, l'anti-processus est défini par :

$$\bar{A} = |\bar{A}_1|e^{-i\phi_1}e^{i\delta_1} + |\bar{A}_2|e^{-i\phi_2}e^{i\delta_2}. \quad (1.19.2)$$

L'asymétrie CP directe se lit mathématiquement par l'entremise de l'égalité ci-après :

$$A_{CP} = \frac{\bar{\Gamma} - \Gamma}{\bar{\Gamma} + \Gamma} = \frac{|\bar{A}|^2 - |A|^2}{|\bar{A}|^2 + |A|^2}, \quad (1.19.3)$$

où  $\Gamma$  représente le taux de désintégration.

Dans le cas où il n'y a qu'une seule contribution à  $A = A_1$  ou  $A = A_2$ , il n'y aura aucune violation CP directe ( $\Gamma = \bar{\Gamma}$ ).

Alors, nous voulons calculer le carré de l'amplitude pour trouver  $A_{CP}$  :

$$\begin{aligned} |A|^2 &= 4|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2|\cos(\delta_1 - \delta_2 + \phi_1 - \phi_2) \\ &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2|\left(\cos(\delta_2 - \delta_1)\cos(\phi_1 - \phi_2) - \sin(\delta_2 - \delta_1)\sin(\phi_1 - \phi_2)\right) \\ &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2|\left(\cos\Delta\delta\cos\Delta\phi - \sin\Delta\delta\sin\Delta\phi\right), \end{aligned} \quad (1.19.4)$$

et pour l'anti-processus :

$$|\bar{A}|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2|(\cos \Delta\delta \cos \Delta\phi + \sin \Delta\delta \sin \Delta\phi), \quad (1.19.5)$$

$A_{CP}$  devient :

$$A_{CP} = \frac{2|A_1||A_2| \sin \Delta\phi \sin \Delta\delta}{|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2| \cos \Delta\delta \cos \Delta\phi}, \quad (1.19.6)$$

où,  $\Delta\delta$  et  $\Delta\phi$  sont les différences des phases faibles et fortes respectivement.

Clairement,

$$A_{CP} \propto \sin \Delta\phi \sin \Delta\delta. \quad (1.19.7)$$

On peut conclure que la violation CP directe survient si  $\Delta\delta \neq 0$  et  $\Delta\phi \neq 0$ .

## 1.20. Produit triple

Le produit triple (PT) est un autre type de violation CP. Il prend généralement la forme suivante  $\vec{p}_1 \cdot (\vec{p}_2 \times \vec{p}_3)$ , où  $\vec{p}_i$  représente une quantité de mouvement. Pour montrer comment le produit triple peut être généré, nous définissons  $A_{tot} = A_1 + A_2$ . Quand nous calculons le carré de l'amplitude totale

$$|A_{tot}|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(A_1 \cdot A_2^*), \quad (1.20.1)$$

le produit triple est produit dans le terme d'interférences ( $\operatorname{Re}(A_1 \cdot A_2^*)$ ) sous la forme :

$$\operatorname{Tr}(\not{p}_1 \not{p}_2 \not{p}_3 \not{p}_4 \gamma^5) = 4ip_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}, \quad (1.20.2)$$

le produit triple existe. Il est à noter que le tenseur  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  est antisymétrique.

Ce terme comprend quatre produits triples différents :

$$\begin{aligned} p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} &= E_1 \vec{p}_2 \cdot (\vec{p}_3 \times \vec{p}_4) - E_2 \vec{p}_1 \cdot (\vec{p}_3 \times \vec{p}_4) \\ &\quad + E_3 \vec{p}_1 \cdot (\vec{p}_2 \times \vec{p}_4) - E_4 \vec{p}_1 \cdot (\vec{p}_2 \times \vec{p}_3). \end{aligned} \quad (1.20.3)$$

On constate que  $\operatorname{Re}(A_1 A_2^*)$  est donné par :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(A_1 A_2^*) &= 4|A_1||A_2^*| p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \operatorname{Im}(e^{i(\delta_1 - \delta_2 + \phi_1 - \phi_2)}) \\ &= 4|A_1||A_2^*| p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \phi_1 - \phi_2) \\ &= 4|A_1||A_2^*| p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (\sin(\phi_1 - \phi_2) \cos(\delta_1 - \delta_2) + \cos(\phi_1 - \phi_2) \sin(\delta_1 - \delta_2)) \\ &= 4|A_1||A_2^*| p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (\sin \Delta\phi \cos \Delta\delta + \cos \Delta\phi \sin \Delta\delta). \end{aligned} \quad (1.20.4)$$

La deuxième partie est un faux produit triple qui peut être généré par des phases fortes même si les phases faibles sont nulles. Un vrai produit triple peut être obtenu en comparant un processus à son processus CP conjugué. Sous l'effet CP, la phase faible et l'angle de  $\vec{p}_i \cdot (\vec{p}_j \times \vec{p}_k)$  changent de signe. Par conséquent, un vrai produit triple ne change pas le signe au contraire d'un faux produit triple sous CP.

Alors, le terme d'interférence sous l'effet CP est :

$$\begin{aligned} \text{Re} (\overline{A_1 A_2^*}) &= -4|A_1||A_2^*|p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \left( \sin(-\Delta\phi) \cos \Delta\delta + \cos(-\Delta\phi) \sin \Delta\delta \right) \\ &= 4|A_1||A_2^*|p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \left( \sin \Delta\phi \cos \Delta\delta - \cos \Delta\phi \sin \Delta\delta \right). \end{aligned} \quad (1.20.5)$$

Un vrai produit triple est égal à :

$$4p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \sin \Delta\phi \cos \Delta\delta, \quad (1.20.6)$$

le produit triple est maximal quand les différences des phases fortes sont égales à zéro. Pour observer un produit triple, il faut un processus qui comprend au moins 5 particules. Pour preuve, nous considérons le processus suivant :  $X(p_X) \rightarrow A(p_A)B(p_B)C(p_C)$ . Nous supposons que le carré de l'amplitude conduit à un produit triple sous la forme  $p_X^\mu p_A^\nu p_B^\alpha p_C^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ .

En utilisant le principe de conservation de la quantité de mouvement, on déduit que :

$$\begin{aligned} p_X^\mu p_A^\nu p_B^\alpha p_C^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} &= (p_A + p_B + p_C)^\mu p_A^\nu p_B^\alpha p_C^\beta \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \\ &= [(p_A^\mu p_A^\nu) p_B^\alpha p_C^\beta + (p_B^\mu p_B^\alpha) p_A^\nu p_C^\beta + (p_C^\mu p_C^\beta) p_A^\nu p_B^\alpha] \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (1.20.7)$$

Les termes entre parenthèses sont symétriques sous l'échange de deux indices, tandis que la matrice  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  est antisymétrique sous l'échange de deux indices. Donc, cette valeur est égale à zéro. Nous savons que la désintégration  $0\nu\beta\beta$  implique 6 fermions. Par conséquent, c'est possible que le produit triple puisse exister dans les interférences à deux topologies que nous avons présentées.

## 1.21. Leptogenèse

La leptogenèse est un mécanisme qui génère une asymétrie leptonique engendrée par la désintégration des neutrinos lourds ou par les oscillations de ces particules. Dans la section (1.4), nous avons expliqué que le mécanisme de see-saw génère trois neutrinos lourds droitiers :  $N_i$ , ( $i = 1,2,3$ ). La leptogenèse se produit si les neutrinos sont des particules de Majorana qui sont leurs propres antiparticules. Cette propriété autorise les processus suivants :

$$N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+, \quad (1.21.1)$$

$$N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-. \quad (1.21.2)$$

Dans la première désintégration, le neutrino agit comme particule tandis que dans la seconde il agit comme une antiparticule. Les diagrammes de désintégration de  $N_i$  de type arbre et celui d'une boucle sont illustrés à la figure 1.15.

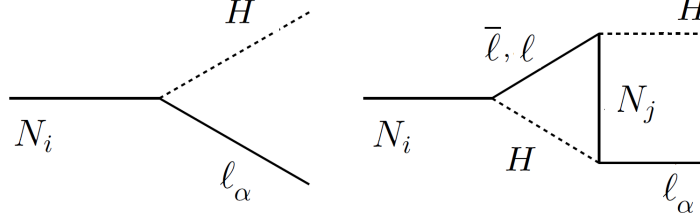


FIGURE 1.15. Diagrammes de type arbre (à gauche) et à une boucle (à droite) pour la désintégration de  $N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+$  et  $N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-$ .

Le Lagrangien qui implique des neutrinos de Majorana et leurs interactions est décrit par :

$$L = g_{\alpha i} \ell_\alpha N_i H^+ + g'_{\alpha i} \bar{\ell}_\alpha N_i H^- + \frac{M}{2} \bar{N}_i^c N_i + \bar{N}_i \not{\partial} N_i + h.c., \quad (1.21.3)$$

où  $g_{\alpha i}$  et  $g'_{\alpha i}$  sont les couplages de Yukawa.

Si les couplages  $g_{\alpha i}$  et  $g'_{\alpha i}$  ne sont pas égaux, les taux de désintégration  $\Gamma(N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+)$  et  $\Gamma(N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-)$  ne sont pas équivalents. L'interférence entre le diagramme en arbre et celui à une boucle conduit à la violation CP.

L'asymétrie CP est définie par [57] :

$$\epsilon_i = \sum_\alpha \frac{\Gamma(N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+) - \Gamma(N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-)}{\Gamma(N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+) + \Gamma(N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-)}, \quad (1.21.4)$$

où  $\Gamma$  représente le taux de désintégration.

La leptogenèse peut également avoir lieu par l'interférence entre les diagrammes d'auto-énergie (self-énergie) et d'arbre (voir Figure 1.16). Ce phénomène est relié à une asymétrie qui est générée par les oscillations de neutrinos  $N_i$  droitiers en antineutrinos  $\bar{N}_j$  droitiers. Cela implique que  $\Gamma(N_i \rightarrow \bar{N}_j)$  est différent de  $\Gamma(\bar{N}_i \rightarrow N_j)$ , et ce, juste avant la désintégration de  $N_i$ .

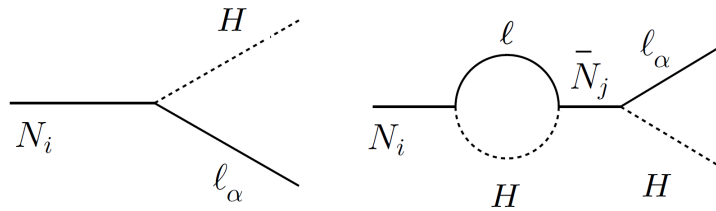


FIGURE 1.16. Diagrammes de Feynman de type arbre (gauche) et d'auto-énergie (droite) pour la désintégration de neutrinos droitiers. On considère plus précisément les réactions suivantes :  $N_i \rightarrow \ell_\alpha H^+$  et  $N_i \rightarrow \bar{\ell}_\alpha H^-$ .



Dans des modèles de la leptongenèse, ils prédisent l'existence d'une paire de neutrinos lourds avec masses presque égales. Cette paire quasi-Dirac peut générer la violation CP.

## Chapitre 2

---

Premier article.

# CP Violation in Same-sign Dilepton Production at the LHC

par

Fatemeh Najafi<sup>1</sup>, Jacky Kumar<sup>1</sup>, David London<sup>1</sup> et Richard MacKenzie<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>) Physique des Particules, Université de Montréal, C.P. 6128,  
succ. centre-ville, Montréal, QC H3C 3J7, Canada

Cet article a été publiée dans Physical Review D [58].

Mes contributions et les rôles des coauteurs dans l'ordre.

Fatemeh Najafi a suggéré le modèle et a effectué les calculs.

Jacky Kumar a simulé des événements à l'aide MadGraph.

David London a supervisé tout ce travail et a rédigé l'article.

Richard MacKenzie a supervisé tout ce travail .

**Résumé.** Un neutrino de type Majorana rend compte du processus de double désintégration bêta sans émission de neutrinos,  $0\nu\beta\beta$ . Actuellement, des expériences au CERN, utilisant l'accélérateur "Large Hadronic Collider (LHC)", cherchent à observer ce phénomène. Dans cet article nous étudions également un autre type de violation CP, le produit triple (PT), dans le processus  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}\bar{b}e^-\mu^-$ , au LHC. Le modèle que nous avons considéré n'implique pas de neutrino de Majorana. Ce dernier contient deux leptoquarks (LQ) représentés ici par  $\tilde{R}_2$  et  $S_1$ . Ce processus  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}\bar{b}e^-\mu^-$  implique six fermions et trois bosons de jauge qui sont les intermédiaires de cette désintégration.

Nous savons que la dimension d'un champ fermionique et bosonique sont  $3/2$  et  $1$  respectivement. Subséquemment,  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}\bar{b}e^-\mu^-$  est de dimension 9. Il existe deux topologies pour expliquer les processus similaires à  $0\nu\beta\beta$  à dimension neuf. La première dépend de la masse d'un neutrino. La seconde est indépendante de sa masse. Le modèle que nous avons utilisé dans cet article se rapporte à la seconde topologie. Dans cette topologie les quarks initiaux s'annihilent ainsi créant un boson chargé  $H^-$ . Puis, cette particule se désintègre en deux LQs scalaires  $\tilde{R}_2$  et  $S_1$ . Un LQ est une particule qui se couple à un lepton et à un quark simultanément. Les  $\tilde{R}_2$  et  $S_1$  sont les LQs qui peuvent générer un courant tensoriel. Les LQs de ce modèle sont les particules virtuelles (off-shell) et le Higgs est une particule réelle (on-shell). Ce modèle produit deux amplitudes. La première provient des désintégrations  $\tilde{R}_2 \rightarrow \bar{b}_R e_L^-$  et  $S_1 \rightarrow t_L \mu_L^-$ . La deuxième est reliée à l'échange des leptons qui conduit à cette désintégration  $\tilde{R}_2 \rightarrow \bar{b}_R \mu_L^-$  et  $S_1 \rightarrow t_L e_L^-$ . Chaque amplitude contient les opérateurs SSS (scalaire, scalaire et scalaire) et STT (scalaire, tenseur et tenseur). L'amplitude reliée à STT peut être générée via une transformation de Fierz. Il en est de même pour SSS. Quand on calcule le carré de l'amplitude totale, le terme d'interférence SSS-STT produit un PT. En utilisant le logiciel FeynRules et MadGraph, nous avons produit des événements qui peuvent participer dans le processus  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}\bar{b}e^-\mu^-$  du LHC. On étudie trois versions du LHC : celle à haute luminosité (HL-LHC,  $\sqrt{s} = 14$  TeV, peak  $L = 3$  ab $^{-1}$ ), celle à haute énergie (HE-LHC,  $\sqrt{s} = 27$  TeV, peak  $L = 15$  ab $^{-1}$ ) et finalement celle impliquant le futur collisionneur circulaire (FCC-hh,  $\sqrt{s} = 100$  TeV, peak  $L = 30$  ab $^{-1}$ ). Nous trouvons que  $A_{TP}$  n'est pas mesurable au HL-LHC, peut être mesurable au HE-LHC, et est certainement mesurable à la FCC-hh.

**Mots clés :** Neutrino, Double désintégration bêta sans émission de neutrinos, Produit triple, Leptoquark.

**Abstract** If the neutrino is a Majorana particle, low-energy lepton-number-violating (LNV) processes, such as neutrinoless double-beta ( $0\nu\beta\beta$ ) decay, are possible. It may also be possible to observe high-energy  $0\nu\beta\beta$ -like LNV processes at the LHC. These are

distinguished by the presence of same-sign dileptons in the final state (e.g.,  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ ). In this paper, we show that CP-violating triple products (TPs) may be present in the process, and may be measurable at the LHC. If a nonzero TP were observed, it would give us much information about the underlying new physics (NP). We would know that there are (at least) two interfering NP amplitudes, with different weak phases and different Lorentz structures. And if we had some knowledge of the NP, e.g., by direct production of NP particles, we could get information about the magnitudes and relative phases of its couplings.

**Keywords** : Neutrino, Neutrinoless double beta decay, Leptoquarks.

## 2.1. Introduction

One of the outstanding questions in particle physics is the nature of the neutrino. In particular, is it a Majorana particle? If it is, then lepton-number-violating processes, such as neutrinoless double-beta ( $0\nu\beta\beta$ ) decay, are possible. A great deal of time and effort has been spent looking for  $0\nu\beta\beta$  decay, but to date, no signal has been seen (for a review, see Ref. [63]).

The  $0\nu\beta\beta$  process is  $nn \rightarrow pp e^- e^-$ , which at the quark level is  $dd \rightarrow uu e^- e^-$ . While  $0\nu\beta\beta$  decay is a low-energy process,  $dd \rightarrow uu e^- e^-$  could, in principle, also be observable at the LHC, given that  $pp$  collisions are involved. Furthermore, as this would now be a high-energy process, one or both of the final-state  $e^-$ 's could be a  $\mu^-$  or a  $\tau^-$ . So not only is the process lepton-number-violating, it could also be lepton-flavor-violating :  $dd \rightarrow uu \ell^- \ell'^-$ . In addition,  $pp$  collisions will also generate the related processes  $d\bar{u} \rightarrow u\bar{d} \ell^- \ell'^-$  and  $\bar{u}\bar{u} \rightarrow \bar{d}\bar{d} \ell^- \ell'^-$ , as well as their CP conjugates. Finally, the  $d$  and  $u$  quarks can be down-type and up-type quarks of any family. Thus, what is studied at the LHC is really many processes :  $d_i d_j \rightarrow u_k u_l \ell^- \ell'^-$ ,  $d_i \bar{u}_j \rightarrow u_k \bar{d}_l \ell^- \ell'^-$ ,  $\bar{u}_i \bar{u}_j \rightarrow \bar{d}_k \bar{d}_l \ell^- \ell'^-$ . We refer to all of these as  $0\nu\beta\beta$ -like processes, which are identified by the presence of same-sign dileptons in the final state.

On the other hand, there is also a huge disadvantage at the LHC. Assuming that the neutrino masses are generated via the seesaw mechanism, the three ultra-light neutrinos are Majorana (leading to lepton number violation) and mix among themselves (leading to lepton flavor violation). There are also three heavy neutrinos, which have little effect at low energy. The key point is that, in the standard model (SM) with Majorana neutrinos, the diagram for the process  $dd \rightarrow uu e^- e^-$  involves a neutrino propagator, with the result that the amplitude is proportional to  $m_\nu$ , which is tiny,  $O(10^{-2})$  eV. Low-energy experiments are approaching the sensitivity to observe  $0\nu\beta\beta$  decay, even with such a suppression factor. However, if the

amplitude is, in fact, proportional to  $m_\nu$ , the process would be completely unobservable at the LHC.

Even so, there are many new-physics (NP) models in which  $0\nu\beta\beta$ -like processes can be generated *without* the amplitude being suppressed by a light neutrino mass. (For a review of NP models that can contribute to  $0\nu\beta\beta$  decay, see Ref. [64].) If a  $0\nu\beta\beta$ -like process were observed at the LHC, it would point to the presence of one of these models of NP. The question is : which one?

Ultimately, this question can only be answered by the direct production of the NP particles themselves. In this paper, we show that there are indirect ways of learning about the NP : (i)  $0\nu\beta\beta$ -like processes potentially include CP-violating observables (triple products), and (ii) the measurement of such CP violation would give us important information about the underlying NP that cannot be easily obtained otherwise.

We begin in Sec. 2 with an effective-field-theory (EFT) analysis of  $0\nu\beta\beta$ -like processes. We find that the interference of certain operators can give rise to CP-violating triple products. We illustrate this explicitly in Sec. 3 by constructing a toy model that produces such CP-violating effects. We show how the measurement of non-zero triple products can give us information about this model. In Sec. 4, we explore the experimental prospects for making such measurements at the LHC. We conclude in Sec. 5.

## 2.2. EFT Analysis

CP violation arises due to the interference of (at least) two amplitudes with a relative weak (CP-odd) phase. The first step is therefore to identify all possible operators that can contribute to this process.

To this end, following the notation of Ref. [65], we list all the dimension-9 operators that contribute to  $d_i d_j \rightarrow u_k u_l \ell^- \ell'^-$  and the related  $0\nu\beta\beta$ -like processes. These operators take the form  $\bar{u}\Gamma_1 d \bar{u}\Gamma_2 d \bar{\ell}'\Gamma_3 \ell^C$ , where the  $\Gamma_i$  include all possible Lorentz structures (detailed below). Here we have suppressed the flavor indices, so that  $u, d$  and  $\ell, \ell'$  represent any of  $\{u, c, t\}$ ,  $\{d, s, b\}$  and  $\{e, \mu, \tau\}$ , respectively. All operators involve two hadronic currents  $J$  and one leptonic current  $j$ . Each of these has three types of Lorentz structure :

$$\begin{aligned}
J_{L,R} &\equiv \bar{u} P_{L,R} d , & j_{L,R} &\equiv \bar{\ell}' P_{L,R} \ell^C , \\
J_{L,R}^\mu &\equiv \bar{u} \gamma^\mu P_{L,R} d , & j_{L,R}^\mu &\equiv \bar{\ell}' \gamma^\mu P_{L,R} \ell^C , \\
J_{L,R}^{\mu\nu} &\equiv \bar{u} \sigma^{\mu\nu} P_{L,R} d , & j_{L,R}^{\mu\nu} &\equiv \bar{\ell}' \sigma^{\mu\nu} P_{L,R} \ell^C ,
\end{aligned} \tag{2.2.1}$$

where the antisymmetric tensor is defined as  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ .

Note that, if  $\ell = \ell'$ , the leptonic current must be antisymmetric under the exchange of the two identical leptons. This implies that

$$\bar{\ell}\gamma^\mu\ell^c = 0, \quad \bar{\ell}\sigma^{\mu\nu}\ell^c = 0. \quad (2.2.2)$$

For simplicity, we consider only dimension-9 operators involving hadronic currents that are colour singlets. The most general effective Lagrangian containing such dimension-9 operators is then given by

$$\mathcal{L}_{eff} = \frac{1}{M^5} \sum_{X,Y,Z=L,R} \sum_{i=1}^8 C_i^{(XY)Z} (O_i)_{(XY)Z} + h.c., \quad (2.2.3)$$

where  $M$  is the scale of NP, and

$$\begin{aligned} (O_1)_{(XY)Z} &= J_X J_Y j_Z, & SSS \\ (O_2)_{(XY)Z} &= J_X^{\mu\nu} J_{Y\mu\nu} j_Z, & TTS \\ (O_3)_{(XY)Z} &= J_X^\mu J_{Y\mu} j_Z, & VVS \\ (O_4)_{(XY)Z} &= i J_{X\mu\nu} J_Y^\mu j_Z^\nu, & TVV \\ (O_5)_{(XY)Z} &= J_X J_{Y\mu} j_Z^\mu, & SVV \\ (O_6)_{(XY)Z} &= i J_{X\mu} J_{Y\nu} j_Z^{\mu\nu}, & VVT \\ (O_7)_{(XY)Z} &= J_X J_{Y\mu\nu} j_Z^{\mu\nu}, & STT \\ (O_8)_{(XY)Z} &= i J_{X\mu\alpha} J_Y^{\mu\beta} j_Z^\alpha, & TTT \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Here we denote the scalar, vector and tensor currents as S, V and T, respectively. With this shorthand, we describe each operator as a product of these different Lorentz structures. For example, in the third entry,  $O_3$  is VVS, where the first two labels (V) denote the hadronic currents, and the third (S) is the leptonic current. Furthermore, since the first two currents are both hadronic, the labels should be understood as being symmetric in these currents. That is,  $O_4$  is both TVV and VTV, and similarly for operators  $O_5$  and  $O_7$ . The operators  $O_{4,6,8}$ , which involve an odd number of tensor currents, include a prefactor of  $i$  to compensate the factor of  $i$  in  $\sigma_{\mu\nu}$ . The operators  $O_6$ - $O_8$  are nonzero only if  $\ell \neq \ell'$  [see Eq. (2.2.2)].

Note that the above operators are written at the level of weak effective theory (WET), i.e., after electroweak symmetry breaking. That is, they are invariant only under  $SU(3)_C \times U(1)_{em}$ . When considering a particular operator, one must ensure that it is compatible with SMEFT (the SM effective field theory), i.e., it respects the full  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  gauge symmetry. Only a subset of the above dimension-9 operators are already part of the SMEFT.

The others must be generated in other ways, e.g., by dimension-11 operators containing the Higgs. The dimension-9 operator is obtained when the Higgs gets a vev [66, 67].

As noted above, we propose to obtain information about the underlying NP through the measurement of CP-violating observables in this decay. These observables arise due to the interference of two of the above operators. In our analysis, we neglect the masses of all fermions, except for that of the top quark. Now, the interference of the left-handed and right-handed fermion fields  $f_L$  and  $f_R$  is proportional to  $m_f$ , so that it vanishes in the limit  $m_f \rightarrow 0$ . This implies that, in the two interfering amplitudes, each fermion field in one amplitude must have the same chirality as the corresponding fermion field in the other amplitude. (The only exception is if the final state includes two top quarks.) Clearly each current can interfere with another current of the same Lorentz structure. However, if we consider two different types, only S-T interference is allowed. The key point here is that, since only S-S, V-V, T-T and S-T interferences are allowed, we can immediately see which operators interfere and which do not. For example,  $O_1$  and  $O_2$  interfere, but  $O_1$  and  $O_3$  do not.

## 2.3. Toy Model

Now, in Eq. (2.5) there are several pairs of operators that can interfere : SSS-TTS, VVS-VVT, etc., and each pair has its own set of CP-violating effects. Furthermore, these effects depend on which  $0\nu\beta\beta$ -like process is used. In this paper, in order to clearly illustrate the various features of our method, we focus on a single pair of operators – SSS and STT – and examine the  $0\nu\beta\beta$ -like process  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ , in which there are no identical particles. In this section, we construct a toy model to generate the SSS and STT operators. Note that we are not advocating this model ; it is chosen only for illustrative purposes.

One question that may arise at this stage is : assuming that the NP particles are scalars, fermions or vectors, how can there be tensor operators? The answer is that these can be generated via Fierz transformations. As an example of how this can come about, suppose that  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  is produced as follows. We have  $\bar{u}d \rightarrow H^-$ , where  $H^-$  is a charged (scalar) Higgs boson, part of an  $SU(2)_L$  doublet with  $Y = 1/2$ . We also have two scalar leptoquarks (LQs),  $\tilde{R}_2$  and  $S_1$  [68], that decay as follows :  $\tilde{R}_2 \rightarrow \bar{b}_R e^-_L$  (fermion-number conserving) and  $S_1 \rightarrow t_L \mu^-_L$  (fermion-number violating). Finally, we allow  $H^- \rightarrow \tilde{R}_2 S_1$ . This coupling conserves all SM quantum numbers, but it violates lepton number by 2 units. Thus, all couplings respect the full  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  symmetry, so that this model is compatible with the SMEFT. The diagram of this process is shown in Figure 2.1.

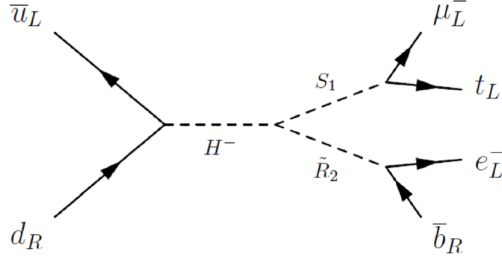


FIGURE 2.1. Contribution to  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  involving no virtual neutrinos.

Note that, since the model generates  $\Delta L = 2$   $0\nu\beta\beta$ -like processes, it may also contribute to Majorana neutrino-mass terms at higher order (after electroweak symmetry breaking). In the present case, if the  $H^-$  also couples to  $\bar{t}b$ , it will produce a neutrino mass term at two loops. Since the present limits on neutrino masses are at the scale of  $O(\text{eV})$ , this could be problematic : given that the scale of NP is  $O(\text{TeV})$ , a two-loop suppression could still lead to a value of  $m_\nu$  that is many orders of magnitude too large. Fortunately, here the problem can be evaded simply by taking the  $H^- \bar{t}b$  coupling  $\simeq 0$ , but these types of potential problems should be checked, even for a toy model. Referring to Figure 2.1, when the heavy NP particles are integrated out, one obtains the dimension-9 operator

$$\frac{M'}{M^6} \left[ \bar{u} P_R d \bar{e} P_R b \bar{t} P_R \mu^C \right]. \quad (2.3.1)$$

The prefactor  $M'/M^6$  arises from two sources. First, the  $H^- \tilde{R}_2 S_1$  coupling is proportional to a mass,  $M'$ . Second, the propagator of each of  $H^-$ ,  $\tilde{R}_2$  and  $S_1$  provides a factor  $1/M_{\text{part}}^2$ . Taking the masses of all virtual particles to be the same size, one arrives at a prefactor  $M'/M^6$ . In order to maximize the effect of this contribution, we take  $M$  to be as small as possible, given the present experimental limits from direct searches. This means that  $M = O(\text{TeV})$ . Performing a Fierz transformation of Eq. (2.5), one obtains

$$\frac{M'}{M^6} \left[ \frac{1}{2} \bar{u} P_R d \bar{e} P_R b \bar{t} P_R \mu^C + \frac{1}{8} \bar{u} P_R d \bar{t} \sigma_{\mu\nu} P_R b \bar{e} \sigma^{\mu\nu} P_R \mu^C \right]. \quad (2.3.2)$$

Thus, with only scalar NP particles, this model produces both SSS ( $O_1$ ) and STT ( $O_7$ ) operators.

Note that, since these two operators have the same weak phase, their interference does not generate CP violation. (This is obvious, since there is basically only a single operator, Eq (2.3.1). In order to produce a CP-violating effect, we must interfere two operators with different weak phases. This is done below.

Turning to CP violation, the most common CP-violating observable is the direct CP asymmetry, which is the difference in the rates of the process and the CP-conjugate process.



A nonzero direct CP asymmetry requires not only a weak-phase difference between the two interfering amplitudes, but also a strong-phase difference. In the present case, if the two interfering amplitudes were, for example, VVS and VVT, the two amplitudes would have the same hadronic structures. We would therefore expect the strong phases to also be the same, resulting in a vanishing direct CP asymmetry. And even with SSS-STT interference, although the Lorentz structures are different, the QCD structure (i.e., the placement of the quark fields) is the same in the two amplitudes, so that the strong phases should be similar. The upshot is that we do not expect a sizeable direct CP asymmetry in  $d_i d_j \rightarrow u_k u_l \ell^- \ell'^-$ .<sup>1</sup>

Another type of CP-violating observable involves triple product (TP) correlations [70, 71]. These take the form  $\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3)$ , where the  $\vec{v}_i$  are momenta or polarizations. Technically, while the TP is T-odd, it is not CP-violating, as it can be generated by strong phases. A true CP-violating observable can be obtained by comparing the TPs in a process and its CP-conjugate process. However, if the strong phases are negligible, as is expected here, then a nonzero TP in a single process is an indication of CP violation.

To illustrate how TPs can arise, we return to the model above [Eqs. (2.3.1) and (2.3.2)]. Suppose that  $\tilde{R}_2$  has two decay modes:  $\tilde{R}_2 \rightarrow \bar{b}_R e_L^-$  and  $\tilde{R}_2 \rightarrow \bar{b}_R \mu_L^-$ , with different (complex) couplings. Similarly,  $S_1 \rightarrow t_L \mu_L^-$  and  $S_1 \rightarrow t_L e_L^-$ , also with different couplings. There are now two amplitudes contributing to  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ :

$$A_1 = c_1 \frac{M'}{M^6} \bar{u} P_R d \bar{e} P_R b \bar{t} P_R \mu^C, \quad (2.3.3)$$

$$A_2 = c_2 \frac{M'}{M^6} \bar{u} P_R d \bar{\mu} P_R b \bar{t} P_R e^C. \quad (2.3.4)$$

The coefficients  $c_1$  and  $c_2$  are each products of four couplings:

$$\begin{aligned} c_1 &= c_H^{\bar{u}d} c_H^{\tilde{R}_2 S_1} c_{\tilde{R}_2}^{\bar{b}e} c_{S_1}^{t\mu}, \\ c_2 &= c_H^{\bar{u}d} c_H^{\tilde{R}_2 S_1} c_{\tilde{R}_2}^{\bar{b}\mu} c_{S_1}^{te}, \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

where  $c_P^{ij}$  is the coupling of the scalar  $P$  ( $H^-$ ,  $\tilde{R}_2$  or  $S_1$ ) to particles  $i$  and  $j$ . The total amplitude is the sum of these two amplitudes:  $A_{tot} = A_1 + A_2$ . When we compute  $|A_{tot}|^2$ , these two interfere. In the interference of Eqs. (2.3.3) and (2.3.4), one finds a term of the form

$$\begin{aligned} &\text{Re}[(c_1 c_2^*) \text{Tr}[\not{p}_{\bar{u}} \not{p}_d] \text{Tr}[\not{p}_e \not{p}_{\bar{b}} \not{p}_{\mu} \not{p}_t \gamma_5]] \\ &\propto \text{Im}(c_1 c_2^*) p_{\bar{u}} \cdot p_d \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_e^\mu p_{\bar{b}}^\nu p_\mu^\rho p_t^\sigma. \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

---

1. A possible loophole is if one of the interfering amplitudes involves a resonant decay. In this case, the strong phase can be generated by the absorptive part of the amplitude, see Ref. [69].

This is a TP term. The 4-momenta of each of the final-state particles can be measured, so that  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_e^\mu p_b^\nu p_\mu^\rho p_t^\sigma$  includes four different TPs :  $E_t \vec{p}_b \cdot (\vec{p}_e \times \vec{p}_\mu)$ ,  $E_b \vec{p}_t \cdot (\vec{p}_e \times \vec{p}_\mu)$ ,  $E_e \vec{p}_b \cdot (\vec{p}_t \times \vec{p}_\mu)$ ,  $E_\mu \vec{p}_b \cdot (\vec{p}_e \times \vec{p}_t)$ . However, individually these terms are not Lorentz-invariant. It is only the original term,  $p_{\bar{u}} \cdot p_d \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_e^\mu p_b^\nu p_\mu^\rho p_t^\sigma$ , that is Lorentz-invariant. From here on, we refer to this as the Lorentz-invariant triple product (LITP). Using this, one can now construct the TP asymmetry. For each event, the LITP is computed. This information can then be used to obtain

$$A_{TP} = \frac{\# \text{ events (LITP} > 0) - \# \text{ events (LITP} < 0)}{\text{total} \# \text{ events}}. \quad (2.3.7)$$

If  $A_{TP} \neq 0$ , this indicates a nonzero LITP, which is a signal of CP violation.

## 2.4. Experimental Prospects

At this stage, the question is : could this be measured at the LHC? To explore this, we implemented the model in FeynRules [1] and used MadGraph [2] to generate events. We considered three versions of the LHC : (i) the high-luminosity LHC (HL-LHC,  $\sqrt{s} = 14$  TeV, peak  $L = 3 \text{ ab}^{-1}$ ), (ii) the high-energy LHC (HE-LHC,  $\sqrt{s} = 27$  TeV, peak  $L = 15 \text{ ab}^{-1}$ ) [72], (iii) the future circular collider (FCC-hh,  $\sqrt{s} = 100$  TeV, peak  $L = 30 \text{ ab}^{-1}$ ) [73].

We fix the parameters of the model. We take the  $H\bar{u}d$  coupling to be  $|c_H^{\bar{u}d}| = 0.1$  and the LQ couplings to be  $|c_{\tilde{R}_2}^{\bar{b}e}| = |c_{S_1}^{t\mu}| = |c_{\tilde{R}_2}^{\bar{b}\mu}| = |c_{S_1}^{te}| = 1$ , with the relative weak phase of  $c_1$  and  $c_2$  [Eq. (2.9)] equal to  $\pi/2$ . We take the  $H^- - S_1 - \tilde{R}_2$  coupling to be  $M' = 1$  TeV.

Turning to the masses of the NP particles, we must check that these parameters respect the experimental bounds :

- (1) The charged Higgs mass is constrained by the search for dijet resonances. In Ref. [74], it is found that  $M_H = 1$  TeV is allowed, as long as  $\sigma\mathcal{B} \lesssim 1$  pb, where  $\sigma$  is the  $H^\pm$  production cross section, and  $\mathcal{B}$  is the branching ratio of the  $H^\pm$  to two jets. In our case,  $\mathcal{B} = 1$ , and  $\sigma = 0.6$  pb for  $|c_H^{\bar{u}d}| = 0.1$ . So our value of  $M_H = 1$  TeV is allowed. (Note that the dijet constraint is actually stronger for heavier resonances, so the data easily allow a lighter charged Higgs.)
- (2) Bounds on LQs are given in Ref. [75]. There are two sources : (i) pair production of LQs, (ii)  $t$ -channel contribution of LQs to  $pp \rightarrow \ell^+ \ell^-$  ( $\ell = \mu, \tau$ ). For  $S_1$ , it is found that its mass can be 950 GeV if its branching ratio to  $t\mu$  is 50% (as it is in our model).  $\tilde{R}_2$  is not discussed in Ref. [75], but  $R_2$  is. Assuming similar bounds, the mass of  $\tilde{R}_2$  can be as low as 1160 GeV if its branching ratio to  $\bar{b}\mu$  is 50% and its coupling to  $\bar{b}\mu$

is 1 (as it is in our model). This limit can be weakened if other decays are allowed. In light of all this, we take the LQ masses to be  $M_{S_1} = M_{\tilde{R}_2} = 1$  TeV.

In addition to the process  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ , there is also the CP-conjugate process,  $u\bar{d} \rightarrow \bar{t}b e^+ \mu^+$ . The amplitude for the anti-process is obtained from that for the process by simply changing the sign of the weak-phase difference. Now, one can show that the TP in the CP-conjugate process is equal to that in the process : there is a minus sign coming from the weak phase, and another minus sign coming from the parity-odd angular function [71]. So one can combine both processes in measuring the TP asymmetry.

Using this NP model, MadGraph generates  $pp \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  events, giving the 4-momenta of the final-state particles for each event. Using energy-momentum conservation,  $p_{\bar{u}} + p_d = p_e + p_{\bar{b}} + p_\mu + p_t$ , so that

$$p_{\bar{u}} \cdot p_d = \frac{1}{2}(p_{\bar{u}} + p_d)^2 = \frac{1}{2}(p_e + p_{\bar{b}} + p_\mu + p_t)^2. \quad (2.4.1)$$

With this, the LITP  $p_{\bar{u}} \cdot p_d \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_e^\mu p_{\bar{b}}^\nu p_\mu^\rho p_t^\sigma$  is computed. Doing this for all events, the LITP asymmetry  $A_{TP}$  [Eq. (2.3.7)] is calculated. This procedure is repeated for the CP-conjugate process  $pp \rightarrow \bar{t}b e^+ \mu^+$ .

Machine ( $\sqrt{s}$ )	Peak $\mathcal{L}$	$\sigma(\text{fb})$	Expected # events	$A_{TP}$
HL-LHC (14 TeV)	3 ab <sup>-1</sup>	0.005	15	14%
HE-LHC (27 TeV)	15 ab <sup>-1</sup>	0.03	450	9.2%
FCC-hh (100 TeV)	30 ab <sup>-1</sup>	0.24	7.2K	5.1%

Machine ( $\sqrt{s}$ )	Peak $\mathcal{L}$	$\sigma(\text{fb})$	Expected # events	$A_{TP}$
HL-LHC (14 TeV)	3 ab <sup>-1</sup>	0.01	30	12.3%
HE-LHC (27 TeV)	15 ab <sup>-1</sup>	0.05	750	7.3%
FCC-hh (100 TeV)	30 ab <sup>-1</sup>	0.32	9.6K	4.2%

TABLE 2.1. Summary for  $pp \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  (top) and  $pp \rightarrow \bar{t}b e^+ \mu^+$  (bottom). The LITP asymmetry is calculated using Madgraph with a simulated sample of  $10^6$  events.

The results are shown in Table 2.1. There are three patterns that should be explained.

- (1) For each machine, the cross section for the process is smaller than that for the anti-process. Explanation: The process  $pp \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  and anti-process  $pp \rightarrow \bar{t}b e^+ \mu^+$  involve  $\bar{u}d$  and  $u\bar{d}$  annihilation, respectively. But there are more  $u$  quarks in a proton than  $d$  quarks.
- (2)  $A_{TP}$  decreases as the energy increases. Explanation: The TP is produced in SSS-STT interference, and the STT amplitude can be generated via a Fierz transformation of an SSS amplitude. These effective operators are produced by the exchange of virtual

particles. But in some events, the final state is produced by the decay of (at least) one *on-shell* LQ. In this case, there is no effective operator, which means no Fierz transformation, and hence no TP. The number of events with an on-shell LQ increases with increasing energy, resulting in a smaller  $A_{TP}$ .

- (3) While  $A_{TP}$  is similar for process and anti-process, it is always a bit smaller for the anti-process. Explanation: As noted above, the events are generated by  $\bar{u}d$  or  $u\bar{d}$  annihilation. This means that they don't all have the same energy. Because the proton contains two valence  $u$  quarks, but only one valence  $d$  quark, the average  $u$ -quark energy is a bit larger than the average  $d$ -quark energy. As a result, on average, the anti-process events have a larger energy, which results in more on-shell LQs, and hence a smaller  $A_{TP}$ .

Adding the results from both Tables, we see that the expected number of events at the HL-LHC, HE-LHC and FCC-hh are about 45, 1200 and 17,000, respectively. Now, given an LITP asymmetry  $A_{TP}$ , the number of events required to show that it is nonzero at  $n\sigma$  is

$$N = \frac{n^2}{A_{TP}^2 \epsilon}, \quad (2.4.2)$$

where  $\epsilon$  is the experimental efficiency. Using this, we see that (i)  $A_{TP} \simeq 13\%$  is not measurable at the HL-LHC, (ii) depending on the value of  $\epsilon$ ,  $A_{TP} \simeq 8\%$  may be measurable at the HE-LHC at the level of  $\simeq 2\sigma$ , and (iii)  $A_{TP} \simeq 4.5\%$  is certainly measurable at the FCC-hh at the  $3\sigma$  level.

Of course, the above analysis is purely “theoretical,” i.e., it does not take into account the issues an actual experiment will have to deal with. A complete analysis would include a full Monte Carlo simulation, but this is beyond the scope of this paper. Instead, we list below several things that will have to be taken into account in a real analysis, along with a discussion of the implications.

First, there is the question of backgrounds. Both the ATLAS and CMS Collaborations have searched for NP at the LHC using same-sign dilepton events, and have had to deal with backgrounds. Consulting Ref. [76], we find that the background most relevant for us is  $t\bar{t}W^-$ , in which  $\bar{t} \rightarrow \bar{b}W^- (\rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell)$  and  $W^- \rightarrow \ell'^- \bar{\nu}_{\ell'}$ , with  $\ell = e$  and  $\ell' = \mu$  or vice-versa. The background process is therefore  $pp \rightarrow t\bar{b}e^-\mu^- +$  missing transverse energy, to be compared with our process  $pp \rightarrow t\bar{b}e^-\mu^-$ . Using **MadGraph**, we find that the cross section for this background process and its anti-process at the 100 TeV FCC-hh is  $\sim 60$  fb. With a luminosity of  $30 \text{ ab}^{-1}$ , this corresponds to  $1.8 \times 10^6$  events, to be compared with our  $1.7 \times 10^4$  signal events. Using  $S/\sqrt{B}$  as a measure of significance ( $S$  and  $B$  are the number of signal and background events, respectively), we find  $S/\sqrt{B} = 12.7$ , which is excellent. And if cuts on the missing transverse energy are applied, the background can be considerably reduced.

Second, in order to construct the LITP, it is necessary to measure the 4-momenta of all the final-state particles. For the  $e^-$  and  $\mu^-$ , this is no problem. However, how well can  $p_t$  and  $p_{\bar{b}}$  be measured?

We begin with  $p_t$ . The dominant decay is  $t \rightarrow bW^+$ , with the  $W^+$  decaying to  $q\bar{q}$  or  $\ell^+\nu_\ell$ . In either case,  $p_W$  can be found (even though the neutrino is not detected in  $W^+ \rightarrow \ell^+\nu_\ell$ , its 4-momentum can be deduced from the constraint that  $p_W^2 = M_W^2$ ). Similarly,  $p_B$  can be deduced from  $(p_B + p_W)^2 = m_t^2$ , so that  $p_t$  can be obtained. The only potential difficulty is that there is an ambiguity due to the fact that one cannot distinguish the  $b$  from  $t$  decay from the  $\bar{b}$  in the final state. However, similar problems arise when the  $t$ -quark mass is measured in a  $t\bar{t}$  final state. In this case, there are statistical methods to deal with the ambiguity, so that the measurement can be made, with some smearing of the result [77].

The measurement of  $p_b$  is more challenging. Roughly 30% of  $b$  decays are semileptonic and include (undetected) neutrinos, which impacts the precision with which  $p_b$  can be measured. Also, for jets in general, the precision of the measurement of the 4-momenta improves with larger  $p_T$ , suggesting that it may be more difficult to measure  $p_b$  as the LHC energy increases. On the other hand,  $b$ -jet resolution is extremely important for the ATLAS and CMS Collaborations in order to be able to observe  $H \rightarrow b\bar{b}$ , so that there is a good deal of work in this area. For example, it has been found that it is possible to correct the  $b$ -jet energy when a muon is found inside the jet [77].

It is clear that a full Monte Carlo simulation is required to determine how well the LITP signal of Table 2.1 can be measured. However, there are two additional points. First, the  $H^- - \tilde{R}_2 - S_1$  coupling of the toy model has dimensions of a mass, with  $M' = O(\text{TeV})$ . The LITP events were generated taking  $M' = 1$  TeV. But another value of  $M'$  could have been reasonably chosen, say  $M' = 2$  TeV. Since the cross section is proportional to  $M'^2$ , this would increase the number of events in Table I by 4. Thus, rather than asking how well the LITP signal of Table I can be measured, a better question would be: what size of LITP can be determined to, say,  $3\sigma$ ? Second, while we have focused on  $\bar{u}d \rightarrow t\bar{b}e^-\mu^-$ , other processes are also possible:  $\bar{u}d \rightarrow t\text{jet}e^-\mu^-$ ,  $\bar{u}d \rightarrow \text{jet}\bar{b}e^-\mu^-$  and  $\bar{u}d \rightarrow \text{jetjet}e^-\mu^-$ , where  $\text{jet}$  represents a light quark. LITPs should be searched for in all of these processes.

## 2.5. Conclusions

If the neutrino is a Majorana particle, this means that lepton-number-violating (LNV) processes are possible. These typically contain a pair of same-sign leptons in the final state. At low energies, there are experiments looking for neutrinoless double-beta ( $0\nu\beta\beta$ ) decay,

$nn \rightarrow ppe^-e^-$ , or  $dd \rightarrow uue^-e^-$  at the quark level. It is also possible to search for LNV processes at high energies, at the LHC. One advantage at the LHC is that there are many LNV processes, including those in which the final-state leptons have different flavors, i.e., there is also lepton flavor violation. We refer to all of these as  $0\nu\beta\beta$ -like processes.

There is also an important disadvantage: the  $0\nu\beta\beta$  decay amplitude is suppressed by a light neutrino mass. If such a suppression were present in LHC processes, they would be unobservable. Fortunately, there are many NP models in which  $0\nu\beta\beta$ -like processes can be generated without the amplitude being suppressed by a light neutrino mass. If such a process were observed at the LHC, it would imply that one of these NP models is present. Can we figure out which one?

In this paper, we use an effective-field-theory analysis to show that, if certain pairs of NP operators contribute to a  $0\nu\beta\beta$ -like process, when one squares the total amplitude, their interference generates a term of the form  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\mu p_2^\nu p_3^\rho p_4^\sigma$ , where the  $p_i$  are the 4-momenta of the final-state particles. This is a CP-violating Lorentz-invariant, triple product (LITP). In order to illustrate this, we focus on  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ . We construct a toy model involving a charged Higgs ( $H^-$ ) and two types of leptoquark ( $\tilde{R}_2$  and  $S_1$ ), all with masses of 1 TeV. There is a  $H^-$ - $\tilde{R}_2$ - $S_1$  coupling that violates  $L$  by two units and leads to the LNV process  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ . The couplings are chosen such that a LITP is generated.

Using `FeynRules` [1] and `MadGraph` [2], we examined the prospects for measuring the LITP at the LHC. To be specific, we considered the HL-LHC (14 TeV), the HE-LHC (27 TeV) and the FCC-hh (100 TeV). For each machine, we generated the  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  events. For each set, we calculated the TP asymmetry  $A_{TP}$ , defined as the difference of the percentage of events with  $LITP > 0$  and  $LITP < 0$ . If  $A_{TP} \neq 0$ , this is a signal of CP violation. We find that the predicted  $A_{TP}$  is not measurable at the HL-LHC, may be measurable at the HE-LHC, and is certainly measurable at the FCC-hh.

What would we learn from such a measurement? This depends on what we already know at the time of the measurement. If no NP particles have been found via direct production, the observation of  $pp \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$  would be an indirect confirmation of the presence of NP, and the measurement of a nonzero TP asymmetry would indicate that there are two interfering amplitudes with different Lorentz structures and a nonzero weak-phase difference. And if NP particles have already been found, this will provide information about their properties. In the case of the above model, with masses of 1 TeV, it is likely that the  $H^-$ ,  $\tilde{R}_2$  and  $S_1$  will already have been discovered, and some of their couplings to ordinary particles measured. But it may not be known that there is a  $H^-$ - $\tilde{R}_2$ - $S_1$  coupling that has  $\Delta L = 2$ . And the measurement of the TP asymmetry gives phase information about the

NP couplings that would be difficult to obtain otherwise.

## Chapitre 3

---

Deuxième article.

# CP Violation in Rare Lepton-Number-Violating $W$ Decays at the LHC

par

Fatemeh Najafi<sup>1</sup>, Jacky Kumar<sup>1</sup> et David London<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>) Physique des Particules, Université de Montréal, C.P. 6128,  
succ. centre-ville, Montréal, QC H3C 3J7, Canada

Cet article a été publiée à Journal of High Energy Physics [78].

Mes contributions et les rôles des coauteurs dans l'ordre.

Fatemeh Najafi a effectué les calculs.

Jacky Kumar a simulé des événements à l'aide MadGraph.

David London a supervisé tout ce travail et a rédigé l'article .



**Résumé.** Dans cet article nous avons étudié la violation CP directe pour le processus  $W^\pm \rightarrow \ell_1^\pm \ell_2^\pm (q'\bar{q})^\mp$ . Cette désintégration se déroule en deux étapes. Tout d’abord, le boson chargé produit par la collision de deux protons au LHC se désintègre de la manière suivante :  $W^- \rightarrow l_1^- N$  avec  $N \rightarrow l_2^- W^* \rightarrow q'\bar{q}$ . Trois neutrinos droitiers  $N_i$  et gauchers  $\nu_i$  peuvent être générés par le mécanisme de see-saw.  $B_{\ell N}$  désigne la matrice de mélange des neutrinos  $N_i$  et  $\nu_i$ . En impliquant deux neutrinos  $N_1$  et  $N_2$  réels dans cette désintégration, deux amplitudes peuvent être générées. Les interférences de ces deux amplitudes conduisent à la violation CP qui est proportionnelle à la différence de phase forte (CP paire) et faible (CP impaire). La différence de CP impaire provient des couplages entre les neutrinos, le boson  $W$  et les fermions. Étant donné que les neutrinos sont réels, les interférences de leurs propagateurs peuvent générer la différence de phase forte. De plus, notons que les oscillations de neutrinos proviennent de la différence de la phase forte. Théoriquement nous avons trouvé que la phase des oscillations est supprimée par rapport à la phase du propagateur par  $\frac{M_N}{M_W}$ . Donc, pour la petite masse des neutrinos, la phase du propagateur domine. Mais la phase des oscillations devient plus importante lorsque la masse des neutrinos augmente. À l’aide de MadGraph, nous avons produit des événements pour les trois versions du LHC : celle à haute luminosité (HL-LHC),  $\sqrt{s} = 14$  TeV), celle à haute énergie (HE-LHC,  $\sqrt{s} = 27$  TeV) et finalement celle impliquant le futur collisionneur circulaire (FCC-hh,  $\sqrt{s} = 100$  TeV). Dans notre calcul, nous assumons que  $|B_{\ell N}|^2 = 10^{-5}$  et  $5 \text{ GeV} \leq M_N \leq 80 \text{ GeV}$ . Nous avons trouvé que la valeur de l’asymétrie CP peut être mesurée avec une précision de  $3\sigma$  et que  $0.1\% \lesssim A_{CP} \lesssim 10\%$ . L’observation de ce processus au LHC, nous donnerait des renseignements sur la leptogenèse et la NP.

**Mots clés :** Neutrino, Violation CP directe.

**ABSTRACT.** Some models of leptogenesis involve a quasi-degenerate pair of heavy neutrinos  $N_{1,2}$  whose masses can be small,  $O(\text{GeV})$ . Such neutrinos can contribute to the rare lepton-number-violating (LNV) decay  $W^\pm \rightarrow \ell_1^\pm \ell_2^\pm (q'\bar{q})^\mp$ . If both  $N_1$  and  $N_2$  contribute, there can be a CP-violating rate difference between the LNV decay of a  $W^-$  and its CP-conjugate decay. In this paper, we examine the prospects for measuring such a CP asymmetry  $A_{CP}$  at the LHC. We assume a value for the heavy-light neutrino mixing parameter  $|B_{\ell N}|^2 = 10^{-5}$ , which is allowed by the present experimental constraints, and consider  $5 \text{ GeV} \leq M_N \leq 80 \text{ GeV}$ . We consider three versions of the LHC – HL-LHC, HE-LHC, FCC-hh – and show that small values of the CP asymmetry can be measured at  $3\sigma$ , in the range  $0.1\% \lesssim A_{CP} \lesssim 10\%$ .

**Keywords :** Neutrino, Violation CP directe.

### 3.1. Introduction

The standard model (SM) has been extremely successful in explaining most of the data taken to date. Still, there are questions that remain unanswered. For example, in the SM, neutrinos are predicted to be massless. However, we now know that neutrinos do have masses, albeit very small. What is the origin of these neutrino masses? Furthermore, are neutrinos Dirac or Majorana particles? If the latter, lepton-number-violating (LNV) processes, such as neutrinoless double-beta ( $0\nu\beta\beta$ ) decay, may be observable.

The most common method of generating neutrino masses uses the seesaw mechanism [79–81], in which three right-handed (sterile) neutrinos  $N_i$  are introduced. The diagonalization of the mass matrix leads to three ultralight neutrinos ( $m_\nu \lesssim 1$  eV) and three heavy neutrinos, all of which are Majorana.

Another question is : what is the explanation for the baryon asymmetry of the universe? All we know is that out-of-equilibrium processes involving baryon-number violation and CP violation are required [82]. One idea that has been proposed to explain the baryon asymmetry is leptogenesis. Here the idea is that CP-violating LNV processes can produce an excess of leptons over antileptons. This lepton asymmetry is converted into a baryon asymmetry through sphaleron processes [83, 84].

A great deal of work has been done trying to combine these two ideas. One scenario that often arises is the appearance of a pair of heavy neutrinos,  $N_1$  and  $N_2$ , whose masses are nearly degenerate. With this quasi-degenerate pair, leptogenesis can be produced through CP-violating decays of the heavy neutrinos [85, 86], or via neutrino oscillations [87, 88].

One particularly intriguing aspect of this scenario is that the nearly-degenerate neutrinos can have masses as small as  $O(\text{GeV})$  [89]. The possibility that there can be CP-violating LNV processes involving these light sterile neutrinos has led some authors to examine ways to see such effects in the decays of mesons [90–97] and  $\tau$  leptons [98, 99]. Note that these studies all use as motivation the neutrino minimal standard model ( $\nu\text{MSM}$ ) [100–103], which combines the seesaw mechanism and leptogenesis, and even provides a candidate for dark matter. However, it is argued in Ref. [104] (see also Refs. [105, 106]) that the size of CP violation in the  $\nu\text{MSM}$ , while large enough to explain the baryon asymmetry of the universe, is too small to lead to a measurable effect at low energies. Still, CP-violating effects in other models may not be so small, which is the motivation for our work.

The idea of Refs. [90–99] is as follows. The seesaw mechanism yields heavy-light neutrino mixing, which generates a  $W$ - $\ell$ - $N$  coupling. This leads to decays such as  $B^\pm \rightarrow D^0 \ell_1^\pm \ell_2^\pm \pi^\mp$

via  $B^\pm \rightarrow D^0 W^{*\pm} (\rightarrow \ell_1^\pm N)$ , with  $N \rightarrow \ell_2^\pm W^{*\mp} (\rightarrow \pi^\mp)$  [95]. CP violation occurs because there are two heavy neutrinos,  $N = N_1$  or  $N_2$ , and these are nearly degenerate in mass. The interference of the two amplitudes leads to a difference in the rates of process and anti-process, which is a signal of CP violation.

The key point here is that the underlying LNV process is a  $W$  decay. In the above meson and  $\tau$  decays, the  $W$  is virtual, but similar effects can be searched for in the decays of real  $W$ s at the LHC. To be specific, the  $0\nu\beta\beta$ -like process is  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$ . This decay has been studied extensively, both theoretically [107–115] and experimentally [116, 117, 119, 120, 122, 123], as a signal of LNV. In the present paper, we push this further and study CP violation in this decay.

We consider both the decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$  and its CP-conjugate. In order to generate a CP-violating rate difference between the two processes, the two interfering amplitudes mediated by the nearly-degenerate  $N_1$  and  $N_2$  must have different CP-odd and CP-even phases. The CP-odd phase difference is due simply to different couplings of the two heavy neutrinos. As for the CP-even phase difference, this can be generated through propagator effects or heavy neutrino oscillations. (These mirror the two different ways of producing CP-violating LNV processes for leptogenesis.) We take both into account in our study of these decays at the LHC. We will show that, if the new-physics parameters are such that  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$  is observable, a CP-violating rate asymmetry  $A_{CP}$  may be as well.

In Sec. 2, we consider the decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$ . We work out the individual amplitudes  $M_i^-$ , the square of the total amplitude,  $|M_1^- + M_2^-|^2$ , and the CP asymmetry  $A_{CP}$ . The experimental prospects for measuring  $A_{CP}$  are examined in Sec. 3. We compute the expected number of events at the LHC and the corresponding minimal value of  $|A_{CP}|$  measurable. We include the production of  $W^\mp$  in  $pp$  collisions, and take into account the lifetime of the  $N_i$  and experimental efficiency. A summary & discussion are presented in Sec. 4.

### 3.2. $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (f' \bar{f})^+$

As described in the Introduction, the seesaw mechanism produces three ultralight neutrinos,  $\nu_j$  ( $j = 1,2,3$ ), and three heavy neutrinos,  $N_i$  ( $i = 1,2,3$ ). The flavour eigenstates  $\nu_\ell$  are expressed in terms of the mass eigenstates as follows :

$$\nu_\ell = \sum_{j=1}^3 B_{\ell j} \nu_j + \sum_{i=1}^3 B_{\ell N_i} N_i . \quad (3.2.1)$$

Here the parameters  $B_{\ell N_i}$  describe the heavy-light neutrino mixing. These parameters are small, but nonzero. Because of this, there are  $W$ - $\ell$ - $N_i$  couplings. We are particularly interested in the couplings that involve the nearly-degenerate heavy neutrinos  $N_1$  and  $N_2$ . They are

$$\mathcal{L} \supset \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\ell} \gamma^\mu P_L (B_{\ell N_1} N_1 + B_{\ell N_2} N_2) W_\mu + h.c. \quad (3.2.2)$$

These couplings generate the  $W$  decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \bar{N}_i$ . Using the fact that the  $N_i$  is Majorana ( $N_i = \bar{N}_i$ ), the  $\bar{N}_i$  can subsequently decay (as an  $N_i$ ) to  $\ell_2^- W^{*+} (\rightarrow f' \bar{f})$ , where  $f' \bar{f} = q' \bar{q}$  or  $\ell_3^+ \nu_{\ell_3}$ .

This leads to the (apparently) LNV  $W$  decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (f' \bar{f})^+$ . But if  $f' \bar{f} = \ell_3^+ \nu_{\ell_3}$ , there is a complication. The  $\bar{N}_i$  can also decay as an  $\bar{N}_i$  to  $\ell_3^+ W^{*-} (\rightarrow \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2})$ . This is a lepton-number-conserving (LNC) decay. But since neither the  $\bar{\nu}_{\ell_2}$  nor the  $\nu_{\ell_3}$  is detected, this final state is indistinguishable from the one above. That is, there are effectively both LNV and LNC contributions to the same decay. Since we wish to focus on pure LNV decays, hereafter we consider only  $f' \bar{f} = q' \bar{q}$ .

Thus, we have the rare LNV  $W$  decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$ . This is the same decay that appears with a virtual  $W$  in the decays of mesons and  $\tau$  leptons, studied in Refs. [90–97] and [98, 99], respectively. In those papers, it was pointed out that the interference between the  $N_1$  and  $N_2$  contributions can lead to a CP-violating rate difference between process and anti-process. But if this effect is present in these processes, it should also be seen in rare LNV decays of a real  $W$ . In the present paper we study the prospects for measuring CP violation in such decays at the LHC.

### 3.2.1. Preamble

It is useful to make some preliminary remarks. For the decay  $W^- \rightarrow F$ , where  $F$  is the final state, the signal of CP violation will be a nonzero value of

$$A_{CP} = \frac{BR(W^- \rightarrow F) - BR(W^+ \rightarrow \bar{F})}{BR(W^- \rightarrow F) + BR(W^+ \rightarrow \bar{F})}. \quad (3.2.3)$$

Suppose this decay has two contributing amplitudes,  $A$  and  $B$ . The total amplitude is then

$$A_{\text{tot}} = A + B = |A| e^{i\phi_A} e^{i\delta_A} + |B| e^{i\phi_B} e^{i\delta_B}, \quad (3.2.4)$$

where  $\phi_{A,B}$  and  $\delta_{A,B}$  are CP-odd and CP-even phases, respectively. With this,

$$A_{CP} = \frac{2|A||B| \sin(\phi_A - \phi_B) \sin(\delta_A - \delta_B)}{|A|^2 + |B|^2 + 2|A||B| \cos(\phi_A - \phi_B) \cos(\delta_A - \delta_B)}. \quad (3.2.5)$$

The point is that, in order to produce a nonzero  $A_{CP}$ , the two interfering amplitudes must have different CP-odd and CP-even phases. In  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (f' \bar{f})^+$ , the two amplitudes are  $W^- \rightarrow \ell_1^- \bar{N}_{1,2}$ , with  $\bar{N}_{1,2}$  each subsequently decaying to  $\ell_2^- (f' \bar{f})^+$ . The two CP-odd phases are  $\arg[B_{\ell_1 N_1} B_{\ell_2 N_1}]$  and  $\arg[B_{\ell_1 N_2} B_{\ell_2 N_2}]$ , which can clearly be different.

For the CP-even phases, things are a bit more complicated. The usual way such phases are generated is via gluon exchange (which is why they are often referred to as “strong phases”). However, since this decay involves the  $W^\pm$ ,  $\ell_i^\pm$  and  $N_i$ , which are all colourless, this is not possible. Instead, the CP-even phases can be generated in one of two ways. First, the propagator for the  $N_i$  is proportional to

$$\frac{1}{(p_N^2 - M_{N_i}^2) + iM_{N_i}\Gamma_{N_i}} = \frac{1}{\sqrt{(p_N^2 - M_{N_i}^2)^2 + M_{N_i}^2\Gamma_{N_i}^2}} e^{i\eta_i},$$

$$\text{with } \tan \eta_i = \frac{-M_{N_i}\Gamma_{N_i}}{(p_N^2 - M_{N_i}^2)}.$$
(3.2.6)

Thus,  $\eta_i$  is the CP-even phase associated with the propagator. Since  $N_1$  and  $N_2$  do not have the same mass they are nearly, but not exactly, degenerate – if one of the  $N_i$  is on shell ( $p_N^2 = M_{N_i}^2$ ), the other is not. This creates a nonzero CP-even phase difference : the on-shell  $N_i$  has  $\eta_i = -\pi/2$ , while the CP-even phase of the other  $N_i$  obeys  $|\eta_i| < \pi/2$ . This leads to what is known as resonant CP violation<sup>1</sup>.

A second way of generating a CP-even phase difference is through oscillations of the heavy neutrinos. As we will see below, the time evolution of a heavy  $N_i$  mass eigenstate involves  $e^{-iE_i t}$  (in addition to the exponential decay factor). Since  $N_1$  and  $N_2$  do not have the same mass, their energies are different, leading to different  $e^{-iE_i t}$  factors. This is another type of CP-even phase difference, and can also lead to CP violation.

Below we derive the amplitudes for  $W^- \rightarrow \ell_1^- \bar{N}_i$ , with each  $\bar{N}_i$  subsequently decaying to  $\ell_2^- (q' \bar{q})^+$ , including both types of CP-even phases.

### 3.2.2. Decay amplitudes $M_i^{--}$

Consider the diagram of Fig. 3.1, with  $N_i = N_1$ . If this were the only contribution, its amplitude could be written simply as the product of two amplitudes, one for  $W^- \rightarrow \ell_1^- \bar{N}_i$ , the other for  $\bar{N}_i \rightarrow \ell_2^- (q' \bar{q})^+$ . However, because there are contributions from  $N_1$  and  $N_2$ , and

---

1. Note that it is important that the  $N_i$  be nearly degenerate. From Eq. (3.5) we see that  $A_{CP}$  is sizeable only when the two contributing amplitudes are of similar size ( $|A| \sim |B|$ ). But if the masses of  $N_1$  and  $N_2$  were very different, the size of their contributions to the decay would also be very different, leading to a small  $A_{CP}$ .

because  $N_1$  and  $N_2$  cannot be on shell simultaneously, we must include the heavy neutrino propagator.

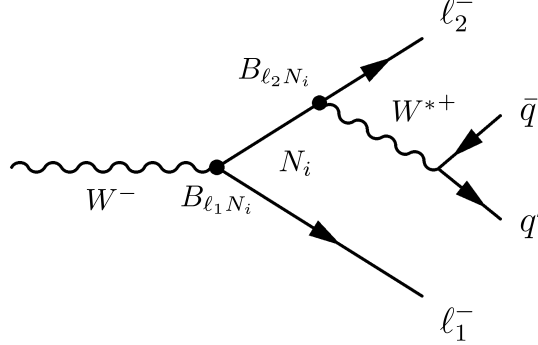


FIGURE 3.1. Diagram for  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$  via an intermediate  $N_i$ . There is no arrow on the  $N_i$  line because it is a Majorana particle and the decay is fermion-number violating.

Furthermore, although the neutrino is produced as  $\bar{N}_i$ , it actually decays as  $N_i$ , leading to the fermion-number-violating and LNV process  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$ . This implies that (i) conjugate fields will be involved in the amplitudes, and (ii) the amplitudes will be proportional to the neutrino mass.

We can now construct the amplitudes  $M_i^{--} \equiv M(W^- \rightarrow \ell_1^- \bar{N}_i, N_i \rightarrow \ell_2^- W^{*+} (\rightarrow (q' \bar{q})^+)$ . Writing  $M_i^{--} = M_i^{\mu\nu} \epsilon_\mu j_\nu$ , where  $\epsilon_\mu$  is the polarization of the initial  $W^-$  and  $j_\nu = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{q} \gamma_\nu P_L q$  is the current of final-state particles to which  $W^{*+}$  decays, we have

$$\begin{aligned}
M_i^{\mu\nu} &= \bar{\ell}_1 \gamma^\mu P_L \left( \frac{g}{\sqrt{2}} B_{\ell_1 N_i} \right) N_i \times e^{-\Gamma_i t/2} e^{-iE_i t} \times \bar{\ell}_2 \gamma^\nu P_L \left( \frac{g}{\sqrt{2}} B_{\ell_2 N_i} \right) N_i \\
&= \frac{g^2}{2} B_{\ell_1 N_i} B_{\ell_2 N_i} \bar{\ell}_1 \gamma^\mu P_L N_i \bar{N}_i^c \gamma^\nu P_R \ell_2^c \times e^{-\Gamma_i t/2} e^{-iE_i t} \\
&\rightarrow \frac{g^2}{2} B_{\ell_1 N_i} B_{\ell_2 N_i} \bar{\ell}_1 \gamma^\mu P_L \frac{\not{p} + M_i}{p_N^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} \gamma^\nu P_R \ell_2^c \times e^{-\Gamma_i t/2} e^{-iE_i t} \\
&= \frac{g^2}{2} B_{\ell_1 N_i} B_{\ell_2 N_i} \frac{M_i e^{-\Gamma_i t/2} e^{-iE_i t}}{p_N^2 - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} L^{\mu\nu}, \tag{3.2.7}
\end{aligned}$$

where  $L^{\mu\nu} = \bar{\ell}_1 \gamma^\mu \gamma^\nu P_R \ell_2^c$ . In the first line, the first term is the amplitude for  $W^- \rightarrow \ell_1^- \bar{N}_i$ , the second term is the time dependence of the  $N_i$  state, and the third term is the amplitude for  $N_i \rightarrow \ell_2^- W^{*+}$ . In the second line, we have taken the transpose of the third term, writing the current in terms of conjugate fields,  $\psi^c = C \bar{\psi}^T$ . And in the third line, we have replaced  $N_i \bar{N}_i^c$  by the neutrino propagator.

Another contribution to this process comes from a diagram like that of Fig. 3.1, but with  $\ell_1 \leftrightarrow \ell_2$ . The amplitude for this diagram is the same as that above, but with (i)  $p_N \rightarrow p'_N$  and (ii)  $\bar{\ell}_1 \gamma^\mu \gamma^\nu P_R \ell_2^c \rightarrow \bar{\ell}_2 \gamma^\mu \gamma^\nu P_R \ell_1^c = -\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^\mu P_R \ell_2^c$ . Now, if  $\ell_1 \neq \ell_2$ , one simply adds the diagrams, while if  $\ell_1 = \ell_2$ , there is an additional minus sign. Thus, the amplitude for this second diagram is

$$M_i^{\prime\mu\nu} = \pm \frac{\frac{g^2}{2} B_{\ell_1 N_i} B_{\ell_2 N_i} M_i e^{-\Gamma_i t/2} e^{-iE_i t}}{p_N^{\prime 2} - M_i^2 + i\Gamma_i M_i} L^{\mu\nu}, \quad (3.2.8)$$

and the total amplitude is  $M_i^{\mu\nu} + M_i^{\prime\mu\nu}$ . Now, the dominant contributions to these amplitude come from (almost) on-shell  $N_i$ s. This means that, while both diagrams lead to  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$ , the final-state particles do not have the same momenta in the two cases. As a result, when the total amplitude is squared,  $M_i^{\mu\nu}$  and  $M_i^{\prime\mu\nu}$  will not interfere. Thus, we can consider only the  $M_i^{\mu\nu}$ ; the contribution from the  $M_i^{\prime\mu\nu}$  will be identical.

We can now compute  $M^{\mu\nu} = M_1^{\mu\nu} + M_2^{\mu\nu}$ . Writing

$$B_{\ell_1 N_1} B_{\ell_2 N_1} = B_1 e^{i\phi_1}, \quad B_{\ell_1 N_2} B_{\ell_2 N_2} = B_2 e^{i\phi_2}, \quad (3.2.9)$$

we have

$$M^{\mu\nu} = \frac{g^2}{2} \left( \frac{M_1 B_1 e^{i\phi_1} e^{-\Gamma_1 t/2} e^{-iE_1 t}}{p_N^2 - M_1^2 + i\Gamma_1 M_1} + \frac{M_2 B_2 e^{i\phi_2} e^{-\Gamma_2 t/2} e^{-iE_2 t}}{p_N^2 - M_2^2 + i\Gamma_2 M_2} \right) L^{\mu\nu}. \quad (3.2.10)$$

### 3.2.3. $|M_{\text{tot}}^{--}|^2$

The complete amplitude is  $M_{\text{tot}}^{--} = M^{\mu\nu} \epsilon_\mu j_\nu = (g^2/2) A_{--}(t) L^{\mu\nu} \epsilon_\mu j_\nu$ , where  $A_{--}(t)$  is the piece in parentheses in Eq. (3.2.10). The next step is to compute  $|M_{\text{tot}}^{--}|^2$ .

From the point of view of studying CP violation in the decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$ , the most important term in  $M_{\text{tot}}^{--}$  is  $A_{--}(t)$ . It is instructive to compare this quantity with Eq. (3.2.4) above. In the first term of  $A_{--}(t)$ , we can identify the CP-odd phase ( $\phi_1$ ) and the CP-even phase associated with neutrino oscillations ( $-E_1 t$ ). There is also a (different) CP-even phase  $\eta_i$  associated with the propagator [see Eq. (3.2.6)]. The phases of the second term can be similarly identified.

Consider now  $|A_{--}(t)|^2$ . We have

$$\begin{aligned} |A_{--}(t)|^2 &= \frac{M_1^2 B_1^2 e^{-\Gamma_1 t}}{(p_N^2 - M_1^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{M_2^2 B_2^2 e^{-\Gamma_2 t}}{(p_N^2 - M_2^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \\ &\quad + 2\text{Re} \left( \frac{M_1 M_2 B_1 B_2 e^{-i\delta\phi} e^{-\Gamma_{\text{avg}} t} e^{-i\Delta E t}}{(p_N^2 - M_1^2 + i\Gamma_1 M_1)(p_N^2 - M_2^2 - i\Gamma_2 M_2)} \right), \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

where

$$\Gamma_{\text{avg}} = \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2), \quad \Delta E \equiv E_1 - E_2 = \frac{M_1^2 - M_2^2}{M_W}, \quad \delta\phi \equiv \phi_2 - \phi_1. \quad (3.2.12)$$

There are two simplifications that can be made. First, in order to compute the rate for the decay, it will be necessary to integrate over the phase space of the final-state particles. Due to energy-momentum conservation, this will involve an integral over  $p_N$ . Since the  $N_i$  can go on shell, we can use the narrow-width approximation to replace

$$\frac{1}{(p_N^2 - M_i^2)^2 + \Gamma_i^2 M_i^2} \rightarrow \frac{\pi}{\Gamma_i M_i} \delta(p_N^2 - M_i^2). \quad (3.2.13)$$

Second, although it is important to take neutrino oscillations into account in considerations of CP violation, we do not focus on actually measuring such oscillations. (This is examined in Refs. [125, 126].) That is, we can integrate over time :  $\int_0^\infty dt |A_{--}(t)|^2 = |A_{--}|^2$ . Note that, in integrating to  $\infty$ , we assume that the  $N_i$  are heavy enough that their lifetimes are sufficiently small that most  $N_i$ s decay in the detector. We will quantify this in the next Section.

Now consider the interference term. Using the narrow-width approximation, the product of propagators can be written

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(p_N^2 - M_1^2 + i\Gamma_1 M_1)(p_N^2 - M_2^2 - i\Gamma_2 M_2)} = \\ & \frac{\Gamma_1 M_1 \pi \delta(p_N^2 - M_2^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{\Gamma_2 M_2 \pi \delta(p_N^2 - M_1^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \\ & - \frac{i\Delta M^2 \pi \delta(p_N^2 - M_2^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} - \frac{i\Delta M^2 \pi \delta(p_N^2 - M_1^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2}, \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

where  $\Delta M^2 \equiv M_1^2 - M_2^2$ . Note that the imaginary part is proportional to  $\Delta M^2 = (M_1 - M_2)(M_1 + M_2) \equiv \Delta M(M_1 + M_2)$ . Referring to Eq. (3.2.6), we see that the CP-even phase difference  $\eta_1 - \eta_2$  is proportional to  $\Delta M$ .

Putting all the pieces together, we obtain

$$\begin{aligned} |A_{--}|^2 &= \frac{\pi M_1 B_1^2}{\Gamma_1^2} \delta(p_N^2 - M_1^2) + \frac{\pi M_2 B_2^2}{\Gamma_2^2} \delta(p_N^2 - M_2^2) \\ &+ \frac{2M_1 M_2 B_1 B_2}{\Gamma_{\text{avg}}^2 + (\Delta E)^2} \left( \frac{\Gamma_1 M_1 \pi \delta(p_N^2 - M_2^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{\Gamma_2 M_2 \pi \delta(p_N^2 - M_1^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \right) (\cos(\delta\phi) \Gamma_{\text{avg}} - \Delta E \sin(\delta\phi)) \\ &+ \frac{2M_1 M_2 B_1 B_2}{\Gamma_{\text{avg}}^2 + (\Delta E)^2} \left( \frac{\Delta M^2 \pi \delta(p_N^2 - M_2^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{\Delta M^2 \pi \delta(p_N^2 - M_1^2)}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \right) (\cos(\delta\phi) \Delta E + \sin(\delta\phi) \Gamma_{\text{avg}}). \end{aligned} \quad (3.2.15)$$



### 3.2.4. CP violation

The time-integrated square of the amplitude for  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (f' \bar{f})^+$  is therefore  $|M_{--}|^2 = (g^2/2)^2 |A_{--}|^2 |L^{\mu\nu} \epsilon_{\mu j\nu}|^2$ . The CP asymmetry is defined as [see Eq. (3.2.3)]

$$A_{CP} = \frac{\int d\rho (|M_{--}|^2 - |M_{++}|^2)}{\int d\rho (|M_{--}|^2 + |M_{++}|^2)} = \frac{\int d\rho (|A_{--}|^2 - |A_{++}|^2) |L^{\mu\nu} \epsilon_{\mu j\nu}|^2}{\int d\rho (|A_{--}|^2 + |A_{++}|^2) |L^{\mu\nu} \epsilon_{\mu j\nu}|^2}, \quad (3.2.16)$$

where  $|A_{++}|^2$  is obtained from  $|A_{--}|^2$  [Eq. (3.2.15)] by changing the sign of the CP-odd phase, and  $\int d\rho$  indicates integration over the phase space.

For the phase-space integration, the only pieces that depend on the integration variables are the delta function  $\delta(p_N^2 - M_i^2)$  in Eq. (3.2.15) and  $|L^{\mu\nu} \epsilon_{\mu j\nu}|^2$ . The phase-space integrals are therefore

$$I(M_i) = \int d\rho \pi \delta(p_N^2 - M_i^2) |L^{\mu\nu} \epsilon_{\mu j\nu}|^2. \quad (3.2.17)$$

In Ref. [92], it was shown that, since  $M_1 \simeq M_2$ ,  $I(M_1) \simeq I(M_2)$ . Thus, to a very good approximation, these terms cancel in Eq. (3.2.16), so that

$$A_{CP} = \frac{|\tilde{A}_{--}|^2 - |\tilde{A}_{++}|^2}{|\tilde{A}_{--}|^2 + |\tilde{A}_{++}|^2}, \quad (3.2.18)$$

where  $\tilde{A}_{--}$  ( $\tilde{A}_{++}$ ) is the same as  $A_{--}$  ( $A_{++}$ ), but with the  $\pi \delta(p_N^2 - M_i^2)$  factors removed.

In the numerator we have

$$\begin{aligned} |\tilde{A}_{--}|^2 - |\tilde{A}_{++}|^2 = & \quad (3.2.19) \\ & - \frac{2M_1 M_2 B_1 B_2}{\Gamma_{\text{avg}}^2 + (\Delta E)^2} \left( \frac{\Gamma_1 M_1}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{\Gamma_2 M_2}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \right) (2\Delta E \sin(\delta\phi)) \\ & + \frac{2M_1 M_2 B_1 B_2}{\Gamma_{\text{avg}}^2 + (\Delta E)^2} \left( \frac{\Delta M^2}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{\Delta M^2}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \right) (2 \sin(\delta\phi) \Gamma_{\text{avg}}). \end{aligned}$$

In Eq. (3.2.5), we see that  $A_{CP}$  is proportional to  $\sin(\phi_A - \phi_B) \sin(\delta_A - \delta_B)$ , i.e., a nonzero  $A_{CP}$  requires that the two interfering amplitudes have different CP-odd and CP-even phases. This is also true in the present case. Above, both terms are proportional to  $\sin(\delta\phi)$  ( $\delta\phi$  is the CP-odd phase difference). In the first term, the CP-even phase arises due to neutrino oscillations :  $\sin(\delta_A - \delta_B)$  is proportional to  $\Delta E$ . And in the second term, the CP-even phase difference comes from the propagators [see Eq. (3.2.14)] : it is proportional to  $\Delta M$ . In the

denominator,

$$\begin{aligned}
|\tilde{A}_{--}|^2 + |\tilde{A}_{++}|^2 &= \frac{2M_1 B_1^2}{\Gamma_1^2} + \frac{2M_2 B_2^2}{\Gamma_2^2} \\
&+ \frac{2M_1 M_2 B_1 B_2}{\Gamma_{\text{avg}}^2 + (\Delta E)^2} \left( \frac{\Gamma_1 M_1}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{\Gamma_2 M_2}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \right) (2 \cos(\delta\phi) \Gamma_{\text{avg}}) \\
&- \frac{2M_1 M_2 B_1 B_2}{\Gamma_{\text{avg}}^2 + (\Delta E)^2} \left( \frac{\Delta M^2}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_1^2 M_1^2} + \frac{\Delta M^2}{(\Delta M^2)^2 + \Gamma_2^2 M_2^2} \right) (2 \cos(\delta\phi) \Delta E) .
\end{aligned} \tag{3.2.20}$$

We now make the (reasonable) approximations that  $\Gamma_1 \simeq \Gamma_2 \equiv \Gamma$  and  $M_1 \simeq M_2 \equiv M_N$  (but  $\Delta M \neq 0$  and is  $\ll M_N$ ). With the assumption that  $B_1 = B_2$ ,  $A_{CP}$  takes a simple form :

$$A_{CP} = \frac{2(2y - x) \sin \delta\phi}{(1 + x^2)(1 + 4y^2) + 2(1 - 2xy) \cos \delta\phi} , \tag{3.2.22}$$

where

$$x \equiv \frac{\Delta E}{\Gamma} , \quad y \equiv \frac{\Delta M}{\Gamma} . \tag{3.2.23}$$

Once again comparing to Eq. (3.2.5), we see that  $x$  and  $y$  each play the role of the CP-even phase-difference term  $\sin(\delta_A - \delta_B)$ . Now,  $x$  and  $y$  reflect CP-even phases arising from neutrino oscillations and the neutrino propagator, respectively. However, they are not, in fact, independent. From Eq. (3.2.12), we have

$$\Delta E = \frac{M_1^2 - M_2^2}{M_W} = \frac{\Delta M M_N}{M_W} \implies x = y \frac{M_N}{M_W} . \tag{3.2.24}$$

Thus,  $y$  is always present ;  $x$  is generally subdominant, except for large values of  $M_N$ .

Furthermore, we note that  $x$  and  $y$  have the same sign, and that  $|x| < 2|y|$ . Thus,  $|2y - x| \leq |2y|$ . That is, as  $|x|$  increases,  $A_{CP}$  decreases. We therefore expect to see smaller CP-violating effects for larger values of  $M_N$ . The reason this occurs is as follows. Above, we said that  $x$  and  $y$  each play the role of  $\sin(\delta_A - \delta_B)$ . However, in this system, their contributions have the opposite sign, hence the factor  $2y - x$  in Eq. (3.2.22).

In order to get an estimate of the potential size of  $A_{CP}$ , we set  $\delta\phi = \pi/2$ . In Fig. 3.2, we show  $A_{CP}$  as a function of  $y$ , for various values of  $M_N$ . We see that large values ( $\geq 0.7$ ) of  $|A_{CP}|$  can be produced for light  $M_N$ . The maximal values of  $|A_{CP}|$  are found when  $y \simeq \pm \frac{1}{2}$ , with  $|A_{CP}|$  decreasing for larger values of  $|y|$ . As expected, the size of  $|A_{CP}|$  decreases as  $M_N$  increases, with  $|A_{CP}|_{\text{max}} \approx 0.2$  for larger values of  $M_N$ .

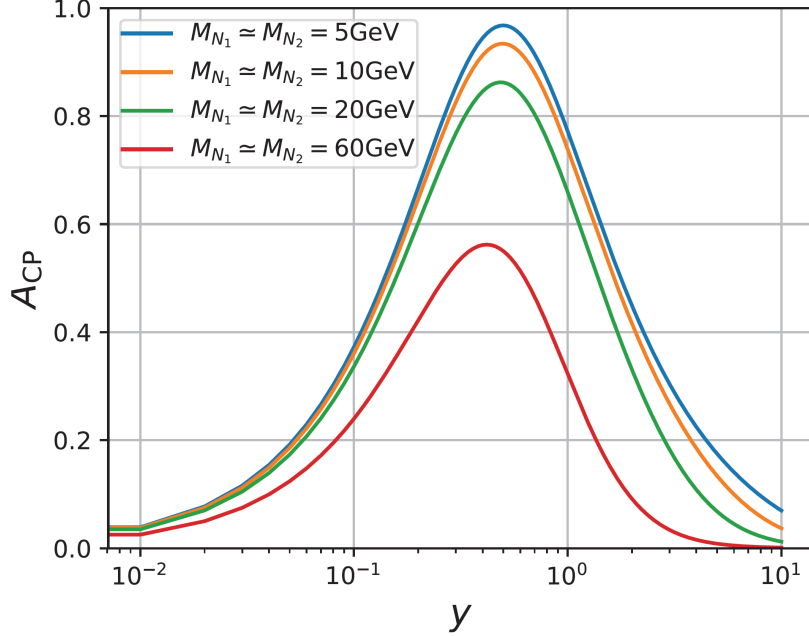


FIGURE 3.2. Value of  $A_{CP}$  as a function of  $y$ , for  $\delta\phi = \pi/2$  and for various values of  $M_N$ . For negative values of  $y$ ,  $A_{CP} \rightarrow -A_{CP}$ .

### 3.3. Experimental Analysis

In this section, we explore the prospects for measuring  $A_{CP}$  at the LHC. We consider three versions of the LHC : (i) the high-luminosity LHC (HL-LHC,  $\sqrt{s} = 14$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 3 \text{ ab}^{-1}$ ), (ii) the high-energy LHC (HE-LHC,  $\sqrt{s} = 27$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 15 \text{ ab}^{-1}$ ) [72], (iii) the future circular collider<sup>2</sup> (FCC-hh,  $\sqrt{s} = 100$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 30 \text{ ab}^{-1}$ ) [73]. We implement the model in `FeynRules` [1, 112] and use `MadGraph` [2] to generate events.

The CP asymmetry of Eq. (3.2.18) involves the branching ratios of the decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$  and its CP-conjugate decay,  $W^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ (q \bar{q}')^-$ . Another way of describing  $A_{CP}$  is : given an equal number of initial  $W^-$  and  $W^+$  bosons,

$$A_{CP} = \frac{N_{--} - N_{++}}{N_{--} + N_{++}}, \quad (3.3.1)$$

where  $N_{--}$  and  $N_{++}$  are the number of observed events of  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$  and  $W^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ (q \bar{q}')^-$ , respectively.

But there is a problem : these decays are not measured directly at the LHC. Instead, one has  $pp$  collisions, so that the processes are  $\bar{u}_i d_j \rightarrow W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$  and  $\bar{d}_j u_i \rightarrow W^+ \rightarrow$

<sup>2</sup>. The Future  $e^+e^-$  Circular Collider, FCC-ee (TLEP) [127], would also be a promising place to make this measurement.

$\ell_1^+ \ell_2^+ (\bar{q}' q)^-$ , where  $u_i$  and  $d_j$  represent up-type and down-type quarks, respectively. Since protons do not contain equal amounts of  $\bar{u}_i d_j$  and  $\bar{d}_j u_i$  pairs, the number of  $W^-$  and  $W^+$  bosons produced will not be the same, and this must be taken into account in the definition of the CP asymmetry.

This is done by changing Eq. (3.3.1) to

$$A_{CP} = \frac{N_{--}^{pp}/\sigma^- - N_{++}^{pp}/\sigma^+}{N_{--}^{pp}/\sigma^- + N_{++}^{pp}/\sigma^+} = \frac{R_W N_{--}^{pp} - N_{++}^{pp}}{R_W N_{--}^{pp} + N_{++}^{pp}}, \quad (3.3.2)$$

where  $N_{--}^{pp}$  and  $N_{++}^{pp}$  are the number of observed events of  $pp \rightarrow XW^- (\rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+)$  and  $pp \rightarrow XW^+ (\rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ (\bar{q}' q)^-)$ , respectively, and  $R_W = \sigma^+/\sigma^-$ , with

$$\sigma^+ = \sigma(pp \rightarrow W^+ X) \quad , \quad \sigma^- = \sigma(pp \rightarrow W^- X) \quad . \quad (3.3.3)$$

Experimentally, it is found that  $R_W = 1.295 \pm 0.003$  (*stat*)  $\pm 0.010$  (*syst*) at  $\sqrt{s} = 13$  TeV [128]. Presumably,  $R_W$  can be measured with equally good precision (if not better) at higher energies, so it is clear how to obtain a CP-violating observable from the experimental measurements<sup>3</sup>.

Now, given a CP asymmetry  $A_{CP}$ , the number of events ( $N_{\text{events}} = N_{--}^{pp} + N_{++}^{pp}$ ) required to show that it is nonzero at  $n\sigma$  is

$$N_{\text{events}} = \frac{n^2}{A_{CP}^2 \epsilon} \quad , \quad (3.3.4)$$

where  $\epsilon$  is the experimental efficiency. This can be turned around to answer the question : given a certain total number of events  $N_{\text{events}}$ , what is the smallest value of  $|A_{CP}|$  that can be measured at  $n\sigma$ ?

There are two ingredients to establishing  $N_{\text{events}}$ . The first is the cross section for  $pp \rightarrow XW^\mp$ , multiplied by the branching ratio for  $W^\mp \rightarrow \ell_1^\mp \bar{N}_i(N_i)$ , and further multiplied by the branching ratio for the decay of  $\bar{N}_i(N_i)$  to the final state of interest. The branching ratio for  $W^\mp \rightarrow \ell_1^\mp \bar{N}_i(N_i)$  depends on the value of the heavy-light mixing parameter  $|B_{\ell_1 N_1}|^2$ . Constraints on this quantity can be obtained from experimental searches for the same  $0\nu\beta\beta$ -like process we consider here. A summary of these constraints can be found in Ref. [130]. For  $5 \text{ GeV} \lesssim M_N \lesssim 50 \text{ GeV}$ ,  $|B_{\ell N}|^2 \lesssim 10^{-5}$  ( $\ell = e, \mu, \tau$ ), but the constraint is weaker for larger values of  $M_N$ . In our analysis, to be conservative, we take  $|B_{\ell N}|^2 = 10^{-5}$  for all values of  $M_N$ .

---

3. In Ref. [129], it is argued that a more promising way to search for  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (f' \bar{f})^+$  is to use  $W^- s$  coming from the decay of a  $\bar{t}$ . If this is true, then if such a decay is observed, one can measure CP violation in these decays using the above formalism. And since top quarks mainly arise through  $t\bar{t}$  production, there are equal numbers of  $W^-$  and  $W^+$  bosons, so that an adjustment using  $R_W$  is not required.

Machine	$\sigma$ (fb): $\ell_1^- \ell_2^- jj$		$\mathcal{N}_{\text{events}} (\times 10^{-3})$	
	$M_N = 5$ GeV	$M_N = 50$ GeV	$M_N = 5$ GeV	$M_N = 50$ GeV
HL-LHC	51.7	22.3	155.1	66.9
HE-LHC	98.1	42.0	1471.5	630
FCC-hh	323.8	136.7	9714	4101
Machine	$\sigma$ (fb): $\ell_1^+ \ell_2^+ jj$		$\mathcal{N}_{\text{events}} (\times 10^{-3})$	
	$M_N = 5$ GeV	$M_N = 50$ GeV	$M_N = 5$ GeV	$M_N = 50$ GeV
HL-LHC	80.0	31.9	240	95.7
HE-LHC	131.0	52.8	1965	792
FCC-hh	358.2	147.6	10746	4428

TABLE 3.1. Predicted cross sections and number of events for  $pp \rightarrow X \ell_1^- \ell_2^- (q' \bar{q})^+$  and  $pp \rightarrow X \ell_1^+ \ell_2^+ (\bar{q}' q)^-$ . Neutrino masses  $M_N = 5$  and 50 GeV are considered. Results are given for the HL-LHC ( $\sqrt{s} = 14$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 3 \text{ ab}^{-1}$ ), HE-LHC ( $\sqrt{s} = 27$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 15 \text{ ab}^{-1}$ ), and FCC-hh ( $\sqrt{s} = 100$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 30 \text{ ab}^{-1}$ ).

We now use `MadGraph` to calculate the cross sections for  $pp \rightarrow X \ell_1^- \bar{N}$ , with  $\bar{N} \rightarrow \ell_2^- (f' \bar{f})^+$  and  $pp \rightarrow X \ell_1^+ N$ , with  $N \rightarrow \ell_2^+ (\bar{f}' f)^-$ . We consider separately the cases where  $f' \bar{f}$  are leptons or hadrons. The results are shown in Table 3.1. In the Table, we consider  $M_N = 5$  GeV and 50 GeV. For other neutrino masses that obey  $M_N \ll M_W$ , such as  $M_N = 1$  GeV or 10 GeV, the numbers do not differ much from those for  $M_N = 5$  GeV.

We also present in Table 3.1 the expected number of events, based on the cross section and integrated luminosity of the machine. However, that is not necessarily the final answer. The second ingredient is to look at the  $N$  lifetime and see what percentage of the heavy neutrinos produced in the  $W$  decays actually decay in the detector. To obtain the number of *measurable* events, one must multiply the expected number of produced events by this percentage.

For a given value of  $M_N$ , it is straightforward to find the neutrino lifetime, and to convert this into a distance traveled. However, the question of how many neutrinos actually decay in the detector depends on the size of the detector, and this depends on the particular experiment. As an example, we note that, in its search for  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (f' \bar{f})^+$ , the CMS Collaboration considered this question [119]. They found that, for  $M_N = 10$  GeV, there was essentially no reduction factor, i.e., the percentage of neutrinos decaying in the detector was close to 100%. However, for  $M_N = 5$  GeV, the reduction factor was 0.1, while for  $M_N = 1$  GeV, it was  $10^{-3}$ . Thus, the efficiency of a given experiment for observing this decay, and measuring  $A_{CP}$ , depends on this reduction factor.

For a given value of  $M_N$ , one can determine the reduction factor, and hence the total number of measurable events  $N_{\text{events}}$ . In order to turn this into a prediction for the smallest

Minimum $A_{CP}$ measurable at $3\sigma$			
Machine	$M_N = 5$ GeV	$M_N = 10$ GeV	$M_N = 50$ GeV
HL-LHC	9.5%	3.0%	4.8%
HE-LHC	3.2%	1.0%	1.6%
FCC-hh	1.3%	0.4%	0.7%

TABLE 3.2. Minimum value of  $A_{CP}$  measurable at  $3\sigma$  at the HL-LHC ( $\sqrt{s} = 14$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 3 \text{ ab}^{-1}$ ), HE-LHC ( $\sqrt{s} = 27$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 15 \text{ ab}^{-1}$ ), and FCC-hh ( $\sqrt{s} = 100$  TeV, peak  $L_{\text{int}} = 30 \text{ ab}^{-1}$ ). Results are given for  $M_N = 5$  GeV (reduction factor = 0.1),  $M_N = 10$  GeV (no reduction factor), and  $M_N = 50$  GeV (no reduction factor).

value of  $|A_{CP}|$  that can be measured at  $n\sigma$ , the experimental efficiency must be included. In Refs. [120, 121], the CMS Collaboration searched for heavy Majorana neutrinos at the  $\sqrt{s} = 8$  TeV LHC using the final state  $\ell_1^- \ell_2^- jj$ . Including backgrounds, detector efficiency, etc., their overall efficiency was  $\sim 1\%$ .

Using an overall efficiency of 1%, in Table 3.2 we present the minimum values of  $A_{CP}$  measurable at  $3\sigma$  at the HL-LHC, HE-LHC and FCC-hh. The results are shown for  $M_N = 5$  GeV (with a reduction factor of 0.1),  $M_N = 10$  GeV (with no reduction factor), and  $M_N = 50$  GeV (with no reduction factor).

From this Table, we see that, as the LHC increases in energy and integrated luminosity, smaller and smaller values of  $A_{CP}$  are measurable. The most promising results are for  $M_N = 10$  GeV, but in all cases reasonably small values of  $A_{CP}$  can be probed.

### 3.4. Summary & Discussion

Two subjects whose explanation requires physics beyond the SM are neutrino masses and the baryon asymmetry of the universe. The standard method for generating tiny neutrino masses is the seesaw mechanism, in which one introduces three right-handed neutrinos  $N_i$ . As for the baryon asymmetry, leptogenesis is often used: CP-violating, lepton-number-violating processes produce a lepton asymmetry, and this is converted into a baryon asymmetry through sphaleron processes. Models that combine these two ideas often involve a quasi-degenerate pair of heavy neutrinos  $N_1$  and  $N_2$ ; leptogenesis arises through the CP-violating decays of these heavy neutrinos.

Here, an intriguing aspect is that the masses of  $N_{1,2}$  can be small,  $O(\text{GeV})$ . This has led to suggestions to look for CP-violating LNV effects in decays of light mesons or  $\tau$  leptons. These processes all involve the exchange of a virtual  $W$ . However, one can also consider

CP-violating LNV decays of real  $W$ s at the LHC. Indeed, searches for LNV at the LHC use the decay  $W^\pm \rightarrow \ell_1^\pm \ell_2^\pm (q'\bar{q})^\mp$ . In this paper, we have examined the prospects for measuring CP violation in such decays at the LHC.

The point is that the decay  $W^\pm \rightarrow \ell_1^\pm \ell_2^\pm (q'\bar{q})^\mp$  arises via  $W^\pm \rightarrow \ell_1^\pm N_i$ , with  $N_i \rightarrow \ell_2^\pm W^{*\mp} (\rightarrow q'\bar{q})^\mp$ . Here, the  $W$ - $\ell$ - $N_i$  couplings are generated due to the heavy-light neutrino mixing of the seesaw mechanism. CP violation occurs due to the interference of the  $N_1$  and  $N_2$  contributions.

A signal of CP violation would be the measurement of a nonzero difference in the rates of the decay  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$  and its CP-conjugate. This type of CP asymmetry requires that the two interfering amplitudes have both CP-odd and CP-even phase differences. The CP-odd phase difference is due to different  $W$ - $\ell$ - $N_1$  and  $W$ - $\ell$ - $N_2$  couplings. A CP-even phase difference can be generated in two ways, via propagator effects or oscillations of the heavy neutrino. Both are taken into account in our study.

Our analysis has two pieces, theory predictions and experimental prospects. On the theory side, we have computed the expression for the CP-violating rate asymmetry  $A_{CP}$  [Eqs. (3.2.22) and (3.2.23)]. We consider neutrino masses in the range  $5 \text{ GeV} \leq M_N \leq 80 \text{ GeV}$ . (The LHC has poor sensitivity to smaller masses.) For various values of the neutrino mass, we compute the potential size of  $A_{CP}$ . For low masses, e.g.,  $5 \text{ GeV} \leq M_N \leq 20 \text{ GeV}$ , we find that (i) the contribution of neutrino oscillations to the CP-even phase is much suppressed compared to that from propagator effects, and (ii)  $A_{CP}$  can be large, 0.9. For large masses, e.g.,  $M_N \geq 60 \text{ GeV}$ , the contribution of neutrino oscillations to the CP-even phase becomes important, but has the effect of reducing the CP asymmetry,  $A_{CP} \leq 0.6$ .

On the experimental side, we want to determine the smallest value of  $A_{CP}$  that can be measured at  $3\sigma$  at the LHC. This depends on the number of observed events, and we use `MadGraph` to find this for three versions of the LHC: (i) the high-luminosity LHC (HL-LHC,  $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ ), (ii) the high-energy LHC (HE-LHC,  $\sqrt{s} = 27 \text{ TeV}$ ), (iii) the future circular collider (FCC-hh,  $\sqrt{s} = 100 \text{ TeV}$ ). We assume an experimental efficiency of 1% [120, 121]. The one input required is the size of the heavy-light neutrino mixing parameter  $|B_{\ell_1 N_1}|^2$ . Taking into account the present experimental constraints, in our analysis we take  $|B_{\ell_1 N_1}|^2 = 10^{-5}$ .

We find that, while the minimum value of  $A_{CP}$  measurable at the LHC depends on the neutrino mass  $M_N$ , smaller and smaller values of  $A_{CP}$  can be measured as the LHC increases in energy and integrated luminosity. The most promising result is for the FCC-hh

with  $M_N = 10$  GeV, where  $A_{CP} = O(1\%)$  is measurable. But even for the worst case, the HL-LHC with  $M_N = 5$  GeV, a reasonably small value of  $A_{CP} = O(10\%)$  can be measured.

The point to take away from all of this is the following. The simple observation of the LNV decay  $W^\pm \rightarrow \ell_1^\pm \ell_2^\pm (q'\bar{q})^\mp$  would itself be very exciting. But the next step would then be to try to understand the underlying new physics. If a CP asymmetry in this decay were measured, it would tell us that (at least) two amplitudes contribute to the decay, with different CP-odd and CP-even phases, and would hint at a possible connection with leptogenesis models.

**Acknowledgments:** This work was financially supported by NSERC of Canada.





# Conclusion

---

Dans cette thèse, nous avons étudié le phénomène de violation CP dans des processus qui brisent la conservation du nombre leptonique au Large Hadron Collider (LHC). L'étude de la violation CP permet donc de mieux comprendre l'asymétrie entre matière et antimatière. On y aborde deux types de violation de CP : la violation CP directe et le produit triple (PT). Elles sont analysées dans deux processus théoriques qui violent la conservation du nombre leptonique par deux unités ( $\Delta L = 2$ ). Le processus le plus connu qui brise la conservation du nombre leptonique est la double désintégration bêta sans émission de neutrino  $0\nu\beta\beta$ . Elle est réalisable si et seulement si les neutrinos sont des particules de Majorana. Les deux processus étudiés dans cette thèse sont similaires à  $0\nu\beta\beta$ .

Premièrement, nous avons considéré le PT dans processus  $\bar{u}d \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ . À l'aide de MadGraph, nous avons généré deux configurations pour engendrer des collisions menant à une multitude d'événements : celle à haute luminosité HL-LHC ( $\sqrt{s} = 14$  TeV) et celle à haute énergie HE-LHC ( $\sqrt{s} = 27$  TeV). De plus, nous avons généré des événements pour le futur collisionneur circulaire FCC-hh de ( $\sqrt{s} = 100$  TeV). Nous avons observé que la section efficace pour le processus,  $pp \rightarrow \bar{t}b e^- \mu^-$ , est plus petite que celle pour l'anti processus,  $pp \rightarrow \bar{t}b e^+ \mu^+$ , car le processus implique  $\bar{u}d$  et l'anti-processus implique  $\bar{d}u$ . L'explication réside au fait que dans une collision impliquant deux protons, le nombre de quark  $u$  est plus que le nombre de quark  $d$ . Nous avons observé que  $A_{TP}$  diminue lorsque l'énergie augmente parce que la probabilité de produire des LQs réels augmente également. Tandis que les opérateurs qui produisent PT provient par LQs virtuelles. Nous trouvons que le produit triple n'est pas mesurable dans une configuration HL-LHC, mais peut être mesurable pour HE-LHC, et est certainement mesurable avec FCC-hh.

Deuxièmement, nous avons examiné la violation directe de CP dans la désintégration  $W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^- (q'\bar{q})^+$ . Dans nos calculs, nous avons utilisé  $|B_{\ell_i N_i}|^2 = 10^{-5}$  et  $5 \text{ GeV} \leq M_N \leq 80 \text{ GeV}$ . Nous avons montré que la valeur de  $A_{CP}$  peut être mesurée à  $3\sigma$  est  $0.1\% \lesssim A_{CP} \lesssim 10\%$ . L'étude de la violation CP dans ces processus nous donne des informations sur la NP et la nature des processus qui brisent la conservation du nombre leptonique.



# Annexe A

---

## Les règles de Feynman pour propagateurs de neutrino

Étant donné qu'un neutrino de Majorana est sa propre antiparticule nous pouvons définir les autres propagateurs comme suit :

$$\langle 0|T(\bar{\chi}_\alpha(x)\bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle, \quad (\text{A.0.1})$$

$$\langle 0|T(\chi_\alpha(x)\chi_\beta(y))|0\rangle. \quad (\text{A.0.2})$$

Dans cette section, nous avons dériver les règles de Feynman pour propagateurs de neutrino de Majorana. Un propagateur traduisant un neutrino de Majorana engendré aux points  $x$  et  $y$  est défini par :

$$\langle 0|T(\bar{\chi}_\alpha(x)\bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle.$$

Pour bâtir un propagateur similaire au propagateur général de fermions  $(\chi_\alpha\bar{\chi}_\beta)$ , nous utilisons la propriété de champ de Majorana :

$$\chi^c = \chi \Rightarrow \bar{\chi} = -\chi^T C^{-1}.$$

Alors :

$$\begin{aligned} \langle 0|T(\bar{\chi}_\alpha(x)\bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle &= \langle 0|T(\bar{\chi}_\alpha^c(x) \bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle \\ &= -\langle 0|T(\chi_\alpha^T(x)C^{-1}\bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle, \end{aligned}$$

on déduit que :

$$C\chi^T C^{-1} = -\chi \Rightarrow \chi^T C^{-1} = -C^{-1}\chi. \quad (\text{A.0.3})$$

En utilisant la dernière équation, on trouve que :

$$\begin{aligned}
\langle 0|T(\bar{\chi}_\alpha(x) \bar{\chi}_\beta(y))|0\rangle &= \langle 0|T(C^{-1} \underbrace{\chi_\alpha(x)\bar{\chi}_\beta(y)}_{\text{Propagateur de neutrino}})|0\rangle \\
&= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \frac{iC^{-1}(\not{p} + m_i)}{p^2 - m^2} \right]_{\alpha\beta} e^{-ip \cdot (x-y)}. \quad (\text{A.0.4})
\end{aligned}$$

Le propagateur défini à l'équation (1.6.6) et décrivant l'annihilation d'un neutrino de Majorana en  $x$  et  $y$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
\langle 0|T(\chi_\alpha(x)\chi_\beta(y))|0\rangle &= \langle 0|T(\chi_\alpha(x)\chi_\beta^c(y))|0\rangle \\
&= -\langle 0|T(\chi_\alpha(x)C\bar{\chi}_\beta^T(y))|0\rangle, \quad (\text{A.0.5})
\end{aligned}$$

on a :

$$C\bar{\chi}^T C^{-1} = -\bar{\chi} \Rightarrow C\bar{\chi}^T - \bar{\chi}C, \quad (\text{A.0.6})$$

on trouve le propagateur (1.6.6) :

$$\begin{aligned}
\langle 0|T(\chi_\alpha(x)\chi_\beta(y))|0\rangle &= -\langle 0|T \underbrace{(\chi_\alpha(x)\bar{\chi}_\beta(y))}_{\text{Propagateur de neutrino}} C|0\rangle \\
&= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[ \frac{-i(\not{p} + m_i)C}{p^2 - m^2} \right]_{\alpha\beta} e^{-ip \cdot (x-y)}. \quad (\text{A.0.7})
\end{aligned}$$

Les propagateurs ont été produits par la propriété que possède les neutrinos de Majorana,  $\chi = \chi^c$ . Cela implique que la particule de Majorana est sa propre antiparticule. Le neutrino de Dirac ne peut pas générer ces propagateurs.

# Annexe B

---

## La transformation de Fierz

Pour dériver la transformation de Fierz, nous commençons par une interaction à 4 fermions :

$$(\bar{\psi}_1 \Gamma_i \psi_2)(\bar{\psi}_3 \Gamma_j \psi_4) = \sum_1^5 \lambda_{ij} (\bar{\psi}_1 \Gamma_i \psi_4)(\bar{\psi}_3 \Gamma_j \psi_2), \quad (\text{B.0.1})$$

où  $\Gamma_i = 1, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu \gamma^5, \gamma^5$ .

La matrice de Fierz à la forme ci-après :

$$\lambda_{i,j} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 & -2 & -4 \\ 12 & 0 & -2 & 0 & 12 \\ -4 & -2 & 0 & -2 & -4 \\ 1 & -1 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.0.2})$$

en utilisant la matrice ci-dessus, on peut définir que le terme  $\psi_2 \bar{\psi}_3$  dans l'équation (B.0.1) est combinaison linéaire de  $\Gamma_i$  :

$$\psi_2 \bar{\psi}_3 = a.1 + b_\mu \gamma^\mu + c_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} + d_\mu \gamma^\mu \gamma^5 + f \gamma^5, \quad (\text{B.0.3})$$

avec :

$$\text{Tr}[\psi_2 \bar{\psi}_3] = \bar{\psi}_3 \psi_2 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \bar{\psi}_3 \psi_2, \quad (\text{B.0.4})$$

$$\text{Tr}[\gamma^\lambda \psi_2 \bar{\psi}_3] = \bar{\psi}_3 \gamma^\lambda \psi_2 \Rightarrow b = \frac{1}{4} \bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_2, \quad (\text{B.0.5})$$

$$-\text{Tr}[\sigma^{\alpha\beta} \psi_2 \bar{\psi}_3] = \bar{\psi}_3 \sigma^{\alpha\beta} \psi_2 \Rightarrow c = \frac{1}{8} \bar{\psi}_3 \sigma_{\mu\nu} \psi_2, \quad (\text{B.0.6})$$

$$\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^5 \psi_2 \bar{\psi}_3] = \bar{\psi}_3 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_2 \Rightarrow d = -\frac{1}{4} \bar{\psi}_3 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2, \quad (\text{B.0.7})$$

$$\text{Tr}[\gamma^5 \nu \bar{\psi}_3] = \bar{\psi}_3 \gamma^5 \psi_2 \Rightarrow f = \frac{1}{4} \bar{\psi}_3 \gamma_5 \psi_2. \quad (\text{B.0.8})$$

En utilisant les équations ci-devant, on peut trouver les expressions suivantes :

$$(\bar{\psi}_1 P_L \psi_2)(\bar{\psi}_3 P_L \psi_4) = \frac{1}{2}(\bar{\psi}_1 P_L \psi_4)(\bar{\psi}_3 P_L \psi_2) + \frac{1}{8}(\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} P_L \psi_4)(\bar{\psi}_3 \sigma_{\mu\nu} P_L \psi_2), \quad (\text{B.0.9})$$

$$(\bar{\psi}_1 P_L \psi_2)(\bar{\psi}_3 P_R \psi_4) = \frac{1}{2}(\bar{\psi}_1 \gamma^\mu P_R \psi_4)(\bar{\psi}_3 \gamma_\mu P_L \psi_2), \quad (\text{B.0.10})$$

$$(\bar{\psi}_1 \gamma^\mu P_L \psi_2)(\bar{\psi}_3 \gamma_\mu P_L \psi_4) = -(\bar{\psi}_1 \gamma^\mu P_L \psi_4)(\bar{\psi}_3 \gamma_\mu P_L \psi_2), \quad (\text{B.0.11})$$

$$(\bar{\psi}_1 \gamma^\mu P_L \psi_2)(\bar{\psi}_3 \gamma_\mu P_R \psi_4) = 2(\bar{\psi}_1 P_L \psi_4)(\bar{\psi}_3 P_R \psi_2), \quad (\text{B.0.12})$$

$$(\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} P_L \psi_2)(\bar{\psi}_3 \sigma_{\mu\nu} P_R \psi_4) = 0. \quad (\text{B.0.13})$$

# Annexe C

## Les amplitudes de la désintégration $dd \rightarrow uul_1^- \ell_2^-$ impliquant deux LQs

Les tableaux suivants illustrent toutes les possibilités liées aux amplitudes de désintégration  $dd \rightarrow uul_1^- \ell_2^-$ , qui impliquent deux LQs comme particules médiatrices. Ici, le code S indique un courant scalaire, V et T décrivent des courants vectoriels et tensoriels respectivement.

Deux LQ	$(\bar{u}\Gamma_1 d)$	$(\bar{\ell}_1\Gamma_2\ell_2^C)$	$(\bar{u}\Gamma_3 d)$	Type de l'amplitude
$(R_2, R_2)$	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	SSS
	$(\bar{u}\sigma^{\mu\nu} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	TST
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1\sigma^{\mu\nu} P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	STT
$(R_2, U_3)$	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1\gamma^\nu\gamma^5\ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	SVV
	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1\gamma^\nu\gamma^5\ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	TVV
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1\sigma^{\mu\nu} P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	STT
$(U_1, U_1)$	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1\gamma^\nu\gamma^5\ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	SVV
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	SSS
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV

TABLEAU C.1. Toutes les amplitudes pour la désintégration  $dd \rightarrow uul_1^- \ell_2^-$



Deux LQ	$(\bar{u}\Gamma_1 d)$	$(\bar{\ell}_1\Gamma_2\ell_2^C)$	$(\bar{u}\Gamma_3 d)$	Type de l'amplitude
$(S_1, S_1)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	SSS
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	VVT
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	VVS
	$(\bar{u}\sigma^{\mu\nu} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	TST
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \sigma^{\mu\nu} P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	STT
$(S_1, S_3)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	VVS
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	VVT
$(S_1, V_2)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	VVS
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	SSS
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \sigma^{\mu\nu} P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	STT
$(S_1, R_2)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	VVS
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	VVT
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	SSS
	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \sigma^{\mu\nu} P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	STT
	$(\bar{u}\sigma^{\mu\nu} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	TST
$(S_1, U_3)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	VVS
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	VVT
$(R_2, U_1)$	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}P_L d)$	SSS
$(U_3, U_3)$	$(\bar{u}P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	SVV

Deux LQ	$(\bar{u}\Gamma_1 d)$	$(\bar{\ell}_1\Gamma_2\ell_2^C)$	$(\bar{u}\Gamma_3 d)$	Type de l'amplitude
$(S_1, U_1)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	VVS
	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	SSS
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	VVT
	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \sigma^{\mu\nu} P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	TTS
$(S_3, S_3)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
$(S_3, V_2)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	VVS
$(S_3, R_2)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	VVS
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	VVT
$(S_3, U_3)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
$(S_3, U_1)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	VVS
$(V_2, V_2)$	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	SSS
$(V_2, R_2)$	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	SSS
	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \sigma^{\mu\nu} P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	STT
$(V_2, U_3)$	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	SVV
$(V_2, U_1)$	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	SVV
$(V_2, R_2)$	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_L \ell_2^C)$	$(\bar{u} P_L d)$	SSS
$(R_2, U_3)$	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	SVV
	$(\bar{u}\sigma_{\mu\nu} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	TVV
$(U_3, U_1)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 P_R \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma_\mu P_L d)$	VSV
	$(\bar{u} P_L d)$	$(\bar{\ell}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \ell_2^C)$	$(\bar{u}\gamma^\mu P_L d)$	SVV



# Bibliographie

---

- [1] A. Alloul, N. D. Christensen, C. Degrande, C. Duhr and B. Fuks, “FeynRules 2.0 - A complete toolbox for tree-level phenomenology,” *Comput. Phys. Commun.* **185**, 2250-2300 (2014) doi :10.1016/j.cpc.2014.04.012 [arXiv :1310.1921 [hep-ph]].
- [2] J. Alwall, R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, O. Mattelaer, H. S. Shao, T. Stelzer, P. Torrielli and M. Zaro, “The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations,” *JHEP* **07**, 079 (2014) doi :10.1007/JHEP07(2014)079 [arXiv :1405.0301 [hep-ph]].
- [3] Jensen, Carsten, “Controversy and Consensus : Nuclear Beta Decay 1911-1934”, (2000).
- [4] Pontecorvo, B, “Inverse  $\beta$ -Decay Chalk River Laboratory”, Report PD-205 (1946).
- [5] C. L. Cowan et al. “Detection of the free neutrino : a confirmation”, *Science* 124 (1956).
- [6] B. Pontecorvo, “Electron and Muon Neutrinos”, *Sov.Phys.JETP*, 10 :1236-1240, (1959).
- [7] M. L. Perl et al. “Evidence For Anomalous Lepton Production In  $e^+e^-$  Annihilation.” *Phys.Rev.Lett.* 35 (1975).
- [8] B. Pontecorvo, *Zh. Eksp. Teor. Fiz. Sov. Phys. JETP* 6, 429 (1957).
- [9] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration), Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos, *Phys.Rev.Lett.* 81, 1562 (1998), arXiv :hep-ex/9807003.
- [10] SNO Collaboration, “Measurement of the rate of  $\nu_e + d \rightarrow p^+ p^+ e^-$  interactions produced by 8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory”, *Phys.Rev.Lett.* 87, 071301 (2001), arXiv :nucl-ex/0106015 [hep-ex]].
- [11] E.S. Abers and B. W. Lee, “The Weinberg-Salam model ”, (1973) doi :10.1016/0370-1573(73)90027-6.
- [12] *Modern Particle Physics*, Mark Thomson, Cambridge U. Press, 2013.
- [13] F. Englert and R. Brout, “Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons”, *Phys.Rev.Lett.*, 13 :321-323, (1964).

- [14] Hideki Yukawa. Interaction of elementary particles. part i. In Proc. Phys. Math. Soc. Jpn., volume 17, pages 4857, (1935).
- [15] Zhi-Zhong Xing Shun Zhou, “Neutrinos in Particle Physics, Astronomy and Cosmology ”, (2011).
- [16] B. Pontecorvo, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 53, 1717 (1967).
- [17] Masataka Fukugita Tsutomu Yanagida, “ Physics of Neutrinos : and Application to Astrophysic ”, DOI 10.1007/978-3-662-05119-1.
- [18] Boris Kayser, F Gibrat-Debu, F Perrier, “The Physics of Massive Neutrinos”, doi.org/10.1142/0655, (1989).
- [19] J. Gluza and M. Zrafcak, “Feynman rules for Majorana neutrino interactions”, Phys.Rev.D 45 (1992) 1693-1700, doi :10.1103/PhysRevD.45.1693.
- [20] H. E. Haber and G. L. Kane, “ The search for supersymmetry : probing physics beyond the standard model”, Phys. Rept. 117 (1985) 75.
- [21] Evalyn I. Gates and Kenneth L. Kowalski, “ Majorana Feynman rules”, Phys. Rev. D 37, 938, (1988).
- [22] M. Goeppert-Mayer, “Double beta-disintegration”, Phys. Rev. 48, 512516 (1935).
- [23] Prativa Pritimita, Nitali Dash and Sudhanwa Patra, “ Neutrinoless Double Beta Decay in LRSM with Natural Type-II seesaw Dominance”, 10.1007/JHEP10(2016)147, [arXiv :1607.07655 [hep-ph]].
- [24] W. Rodejohann, “Neutrinoless double beta decay and neutrino physics”, [arXiv :1206.2560 [hep-ph]].
- [25] W. Rodejohann, J. W. F. Valle, “Symmetrical Parametrizations of the Lepton Mixing Matrix”, Phys.Rev.D84 :073011,2011, doi : 10.1103/PhysRevD.84.073011, [arXiv :1108.3484 [hep-ph]]
- [26] L. Graf, F. F. Deppisch, F. Iachello and Jenni Kotila, , “Short-Range Neutrinoless Double Beta Decay Mechanisms”, doi :10.1103/PhysRevD.98.095023, [1806.06058 [hep-ph]].
- [27] J. HaoLiua, J. Zhanga and S. Zhoua, “ Majorana neutrino masses from neutrinoless double-beta decays and lepton-number-violating meson decays”, Phys. Lett. B 760 (2016) 571, doi : 10.1016/j.physletb.2016.07.043, [arXiv :1606.04886 [hep-ph]]
- [28] R. Aaij et al. (LHCb Collaboration), “Search for Majorana Neutrinos in  $B^- \rightarrow \pi^+ \mu^- \mu^-$  Decays”, (2014) , doi : 10.1103/PhysRevLett.112.131802 , [ arXiv :1401.5361 [hep-ex]].
- [29] R. Aaij et al. [LHCb collaboration], “ Search for  $D_s^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$  and  $D_s^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$  decays”, (2014), 10.1103/PhysRevLett.112.131802, [ arXiv :1401.5361 [hep-ex]]
- [30] Claudio Dib, Vladimir Gribov, Sergey Kovalen and koIvan Schmidt, “K-meson neutrinoless double muon decay as a probe of neutrino masses and mixings”, Phys.Lett. B493 (2000) 82-87, doi :10.1016/S0370-2693(00)01134-5.

- [31] F. Bonnet, M. Hirsch, T. Ota and W. Winter ,“ Systematic decomposition of the neutrinoless double beta decay operator”, doi : 10.1007/JHEP03(2013)055, [arXiv :1212.3045 [hep-ph]]
- [32] M. Duerr, M. Lindner and A. Merle,“On the quantitative impact of the Schechter-Valle theorem”, JHEP 1106 :091,2011, doi : 10.1007/JHEP06(2011)091, [arXiv :1105.0901 [hep-ph]]
- [33] J. C. Helo, M. Hirsch, T. Ota and F. A. Pereira dos Santos, “Double beta decay and neutrino mass models, doi : 10.1007/JHEP05(2015)092, [arXiv :1502.05188 [hep-ph]]
- [34] J.C. Helo, S.G. Kovalenko, “Neutrinoless double beta decay and lepton number violation at the LHC”, 10.1103/PhysRevD.88.011901, [arXiv :1303.0899v2 [hep-ph]]
- [35] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 32, 438 (1974). doi :10.1103/PhysRevLett.32.438
- [36] Chris Quigg,“ Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions ”, (2013).
- [37] I. Dorsner, S. Fajfer, A. Greljo, J. F. Kamenik and N. Kosnik, Phys. Rept. 641 (2016)1, doi :10.1016/j.physrep.2016.06.001 [arXiv :1603.04993 [hep-ph]].
- [38] M. Miura (The Super-Kamiokande Collaboration), “Search for proton decay via  $p \rightarrow e^+\pi^0$  and  $p \rightarrow \mu^+\pi^0$  in 0.31 megatonyears exposure of the Super-Kamiokande water Cherenkov detector ”, Phys. Rev. D 95, 012004 (2017), doi : 10.1103/PhysRevD.95.012004, [arXiv :1610.03597 [hep-ex]].
- [39] W. Buchmuller, R. Ruckl, and D. Wyler,“Leptoquarks in Lepton - Quark Collisions”, Phys.Lett. B191 (1987) 442448.
- [40] P.A. Zyla et al. (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. 2020, 083C01 (2020).
- [41] J. Blümlein, E. Boos and A. Kryukov ,“ Leptoquark Pair Production in Hadronic Interactions”, Z.Phys. C76(1997) 137-153, [arXiv :hep-ph/9610408].
- [42] M. Hirsch, H.V. Klapdor-Kleingrothaus and S.G. Kovalenko, “New Leptoquark Mechanism of Neutrinoless Double Beta Decay”, Phys.Rev.D54 :4207-4210,1996, doi : 10.1103/PhysRevD.54.R4207, [arXiv :hep-ph/9603213].
- [43] B. Bhattacharya, A. Datta, S.Kamali and David London ,“ CP Violation in  $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\mu^-\bar{\nu}_\lambda$  ”, J. High Energ. Phys. 05 (2019) 191, [arXiv :1903.02567 [hep-ph]].
- [44] Peskin, Michael E., Schroeder and Daniel V, “An Introduction To Quantum Field Theory”, (1995).
- [45] C.S. Wu et al. “Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay”. Phys. Rev., 105, 1957, 1413.
- [46] T. D. Lee and C. N. Yang, “Question of Parity Conservation in Weak Interactions”, Phys. Rev. 106, 1371 (1957), doi : 10.1103/PhysRev.106.1371.
- [47] CPLEAR Collaboration, “First direct observation of time-reversal non-invariance in the neutral-kaon system”, Physics Letters B 444(1-2), 1988, DOI : 10.1016/S0370-2693(98)01356-2.
- [48] C. Q. GENG some LEI GENG, Some tests on CPT invariance, doi :10.1142/S0217732307023250.

- [49] J. Schwinger, “The Theory of Quantized Fields I”. Phys. Rev., 82, 1951, 914
- [50] A. D. Sakharov, JTEP Lett. 6, 24 (1967). A. Sakharov, “ Violation of CP Invariance, C Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe”, Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz. 5 (1967) 32-35, doi : 10.1070/PU1991v034n05ABEH002497.
- [51] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, “Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K^0$  Meson”, Phys. Rev. Lett. 13 (1964)138.
- [52] Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973).
- [53] L. Wolfenstein, Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix, Phys. Rev. Lett. 51, 1945 (1983).
- [54] R. Aaij, [LHCb collaboration], “ Measurement of the CKM angle  $\phi_1$  from a combination of LHCb results”, JHEP 12 (2016) 087, doi :10.1007/JHEP12(2016)087 [arXiv :1611.03076 [hep-ex]].
- [55] R. Aaij, [LHCb collaboration], “Measurement of the CKM angle  $\phi_1$  from a combination of  $B^\pm \rightarrow Dh^{\pm}$  analyses”, JHEP 12 (2016) 087, doi : 10.1007/JHEP12(2016)087, [arXiv :1611.03076 [hep-ex]].
- [56] A. Lazzaro, “ CP Violation in B mesons”, SLAC-PUB-12440 BABAR-PROC-07/53 , (2007).
- [57] W. Buchmuller et M. Plumacher, CP asymmetry in Majorana neutrino decays, Phys. Lett. B431 (1998) 354362, [hep-ph/9710460].
- [58] F. Najafi, J. Kumar, D. London et R. MacKenzie, "CP Violation in Same-sign Dilepton Production at the LHC", Phys. Rev. D 102, 015025 (2020), [arXiv :2002.01978v2 [hep-ph]].
- [59] R. Aaij et al., [LHCb Collaboration], “resonances and C P violation in  $B^0$  and  $\bar{B}_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$  decays in the mass region above the  $\phi(1020)$ ", JHEP 1708, 037 (2017), doi : 10.1007/JHEP08(2017)037, [1704.08217 [hep-ex]].
- [60] Sven Menke (for the BABAR Collaboration), “Search for direct CP violation in  $B \rightarrow K\pi, \pi\pi, KK$ , Quasi-Two-Body B decays and  $B \rightarrow K^*\gamma$  with the BABAR detector at the PEP-II collider”, [arXiv :hep-ex/0110053].
- [61] E. Golowich and German Valencia, “Triple-product correlations in semileptonic decays”, [ arXiv :hep-ex/0110053].
- [62] The BABAR Collaboration, P. del Amo Sanchez, et al. “Search for CP violation using T-odd correlations in  $D^0 \rightarrow K^+ K^- \pi^+ \pi^-$  decays ”, Phys.Rev.D81 :111103, (2010), doi : 10.1103/PhysRevD.81.111103, [arXiv :1003.3397 [hep-ex]].
- [63] M. J. Dolinski, A. W. P. Poon and W. Rodejohann, “Neutrinoless Double-Beta Decay : Status and Prospects,” doi :10.1146/annurev-nucl-101918-023407 arXiv :1902.04097 [nucl-ex].
- [64] F. F. Deppisch, M. Hirsch and H. Pas, “Neutrinoless Double Beta Decay and Physics Beyond the Standard Model,” J. Phys. G **39**, 124007 (2012) doi :10.1088/0954-3899/39/12/124007 [arXiv :1208.0727 [hep-ph]].

- [65] F. Bonnet, M. Hirsch, T. Ota and W. Winter, “Systematic decomposition of the neutrinoless double beta decay operator,” *JHEP* **1303**, 055 (2013) Erratum : [*JHEP* **1404**, 090 (2014)] doi :10.1007/JHEP03(2013)055, 10.1007/JHEP04(2014)090 [arXiv :1212.3045 [hep-ph]].
- [66] J. De Vries, private communication.
- [67] K. Babu and C. N. Leung, “Classification of effective neutrino mass operators,” *Nucl. Phys. B* **619**, 667-689 (2001) doi :10.1016/S0550-3213(01)00504-1 [arXiv :hep-ph/0106054 [hep-ph]].
- [68] For definitions of the various leptoquarks, see, for example, I. Doršner and A. Greljo, “Leptoquark toolbox for precision collider studies,” *JHEP* **1805**, 126 (2018) doi :10.1007/JHEP05(2018)126 [arXiv :1801.07641 [hep-ph]].
- [69] S. Bray, J. S. Lee and A. Pilaftsis, “Resonant CP violation due to heavy neutrinos at the LHC,” *Nucl. Phys. B* **786**, 95 (2007) doi :10.1016/j.nuclphysb.2007.07.002 [hep-ph/0702294 [HEP-PH]].
- [70] A. Datta and D. London, “Triple-product correlations in  $B \rightarrow V_1 V_2$  decays and new physics,” *Int. J. Mod. Phys. A* **19**, 2505 (2004) doi :10.1142/S0217751X04018300 [hep-ph/0303159].
- [71] M. Gronau and J. L. Rosner, “Triple product asymmetries in  $K$ ,  $D_{(s)}$  and  $B_{(s)}$  decays,” *Phys. Rev. D* **84**, 096013 (2011) doi :10.1103/PhysRevD.84.096013 [arXiv :1107.1232 [hep-ph]].
- [72] F. Zimmermann, “HE-LHC Overview, Parameters and Challenges,” *ICFA Beam Dyn. Newslett.* **72**, 138-141 (2017).
- [73] T. Golling, “Future Circular Collider Study (FCC).”
- [74] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS], “Search for narrow and broad dijet resonances in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV and constraints on dark matter mediators and other new particles,” *JHEP* **08**, 130 (2018) doi :10.1007/JHEP08(2018)130 [arXiv :1806.00843 [hep-ex]].
- [75] A. Angelescu, D. Bečirević, D. Faroughy and O. Sumensari, “Closing the window on single leptoquark solutions to the  $B$ -physics anomalies,” *JHEP* **10**, 183 (2018) doi :10.1007/JHEP10(2018)183 [arXiv :1808.08179 [hep-ph]].
- [76] V. Khachatryan *et al.* [CMS], “Search for new physics in same-sign dilepton events in protonproton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV,” *Eur. Phys. J. C* **76**, no.8, 439 (2016) doi :10.1140/epjc/s10052-016-4261-z [arXiv :1605.03171 [hep-ex]].
- [77] We thank J.-F. Arguin for a discussion of these issues.
- [78] F. Najafi, J. Kumar, D. London, “CP Violation in Rare Lepton-Number-Violating W Decays at the LHC,” [arXiv :2011.03686 [hep-ph]].
- [79] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, “Complex Spinors and Unified Theories,” *Conf. Proc. C* **790927**, 315-321 (1979) [arXiv :1306.4669 [hep-th]].
- [80] T. Yanagida in *Proceedings : Workshop on the Unified Theories and the Baryon Number in the Universe*, O. Sawada and A. Sugamoto, eds. Natl. Lab. High Energy Phys., Tsukuba, Japan, 1979.



- [81] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, “Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation,” *Phys. Ref. Lett.* **44**, 912 (1980) doi :10.1103/PhysRevLett.44.912
- [82] A. D. Sakharov, “Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe,” *Sov. Phys. Usp.* **34**, no.5, 392-393 (1991) doi :10.1070/PU1991v034n05ABEH002497
- [83] G. 't Hooft, “Symmetry Breaking Through Bell-Jackiw Anomalies,” *Phys. Ref. Lett.* **37**, 8-11 (1976) doi :10.1103/PhysRevLett.37.8
- [84] G. 't Hooft, “Computation of the Quantum Effects Due to a Four-Dimensional Pseudoparticle,” *Phys. Ref. D* **14**, 3432-3450 (1976) [erratum : *Phys. Ref. D* **18**, 2199 (1978)] doi :10.1103/PhysRevD.14.3432
- [85] A. Pilaftsis, “CP violation and baryogenesis due to heavy Majorana neutrinos,” *Phys. Ref. D* **56**, 5431-5451 (1997) doi :10.1103/PhysRevD.56.5431 [arXiv :hep-ph/9707235 [hep-ph]].
- [86] A. Pilaftsis and T. E. J. Underwood, “Resonant leptogenesis,” *Nucl. Phys. B* **692**, 303-345 (2004) doi :10.1016/j.nuclphysb.2004.05.029 [arXiv :hep-ph/0309342 [hep-ph]].
- [87] E. K. Akhmedov, V. A. Rubakov and A. Y. Smirnov, “Baryogenesis via neutrino oscillations,” *Phys. Ref. Lett.* **81**, 1359-1362 (1998) doi :10.1103/PhysRevLett.81.1359 [arXiv :hep-ph/9803255 [hep-ph]].
- [88] L. Canetti, M. Drewes, T. Frossard and M. Shaposhnikov, “Dark Matter, Baryogenesis and Neutrino Oscillations from Right Handed Neutrinos,” *Phys. Ref. D* **87**, 093006 (2013) doi :10.1103/PhysRevD.87.093006 [arXiv :1208.4607 [hep-ph]].
- [89] For example, see L. Canetti, M. Drewes and B. Garbrecht, “Probing leptogenesis with GeV-scale sterile neutrinos at LHCb and Belle II,” *Phys. Ref. D* **90**, no.12, 125005 (2014) doi :10.1103/PhysRevD.90.125005 [arXiv :1404.7114 [hep-ph]].
- [90] G. Cvetič, C. S. Kim and J. Zamora-Saá, “CP violations in  $\pi^\pm$  Meson Decay,” *J. Phys. G* **41**, 075004 (2014) doi :10.1088/0954-3899/41/7/075004 [arXiv :1311.7554 [hep-ph]].
- [91] G. Cvetič, C. S. Kim and J. Zamora-Saá, “CP violation in lepton number violating semihadronic decays of  $K, D, D_s, B, B_c$ ,” *Phys. Ref. D* **89**, no.9, 093012 (2014) doi :10.1103/PhysRevD.89.093012 [arXiv :1403.2555 [hep-ph]].
- [92] C. O. Dib, M. Campos and C. S. Kim, “CP Violation with Majorana neutrinos in  $K$  Meson Decays,” *JHEP* **02**, 108 (2015) doi :10.1007/JHEP02(2015)108 [arXiv :1403.8009 [hep-ph]].
- [93] G. Cvetič, C. Dib, C. S. Kim and J. Zamora-Saá, “Probing the Majorana neutrinos and their CP violation in decays of charged scalar mesons  $\pi, K, D, D_s, B, B_c$ ,” *Symmetry* **7**, 726-773 (2015) doi :10.3390/sym7020726 [arXiv :1503.01358 [hep-ph]].
- [94] G. Cvetič, C. S. Kim, R. Kogerler and J. Zamora-Saá, “Oscillation of heavy sterile neutrino in decay of  $B \rightarrow \mu e \pi$ ,” *Phys. Ref. D* **92**, 013015 (2015) doi :10.1103/PhysRevD.92.013015 [arXiv :1505.04749 [hep-ph]].
- [95] G. Cvetič, C. S. Kim, S. Mendizabal and J. Zamora-Saá, “Exploring CP-violation, via heavy neutrino oscillations, in rare B meson decays at Belle II,” [arXiv :2007.04115 [hep-ph]].
- [96] R. M. Godbole, S. P. Maharathy, S. Mandal, M. Mitra and N. Sinha, “Interference Effect in LNV and LNC Meson Decays for Left Right Symmetric Model,” [arXiv :2008.05467 [hep-ph]].
- [97] J. Zhang, T. Wang, G. Li, Y. Jiang and G. L. Wang, “The study of two quasi-degenerate heavy sterile neutrinos in rare meson decays,” [arXiv :2010.13286 [hep-ph]].
- [98] J. Zamora-Saá, “Resonant  $CP$  violation in rare  $\tau^\pm$  decays,” *JHEP* **05**, 110 (2017) doi :10.1007/JHEP05(2017)110 [arXiv :1612.07656 [hep-ph]].

- [99] S. Tapia and J. Zamora-Saá, “Exploring CP-Violating heavy neutrino oscillations in rare tau decays at Belle II,” Nucl. Phys. B **952**, 114936 (2020) doi :10.1016/j.nuclphysb.2020.114936 [arXiv :1906.09470 [hep-ph]].
- [100] T. Appelquist and R. Shrock, “Neutrino masses in theories with dynamical electroweak symmetry breaking,” Phys. Lett. B **548**, 204-214 (2002) doi :10.1016/S0370-2693(02)02854-X [arXiv :hep-ph/0204141 [hep-ph]].
- [101] T. Appelquist and R. Shrock, “Dynamical symmetry breaking of extended gauge symmetries,” Phys. Ref. Lett. **90**, 201801 (2003) doi :10.1103/PhysRevLett.90.201801 [arXiv :hep-ph/0301108 [hep-ph]].
- [102] T. Asaka, S. Blanchet and M. Shaposhnikov, “The nuMSM, dark matter and neutrino masses,” Phys. Lett. B **631**, 151-156 (2005) doi :10.1016/j.physletb.2005.09.070 [arXiv :hep-ph/0503065 [hep-ph]].
- [103] T. Asaka and M. Shaposhnikov, “The  $\nu$ MSM, dark matter and baryon asymmetry of the universe,” Phys. Lett. B **620**, 17-26 (2005) doi :10.1016/j.physletb.2005.06.020 [arXiv :hep-ph/0505013 [hep-ph]].
- [104] M. Drewes, B. Garbrecht, D. Gueter and J. Klaric, “Testing the low scale seesaw and leptogenesis,” JHEP **08**, 018 (2017) doi :10.1007/JHEP08(2017)018 [arXiv :1609.09069 [hep-ph]].
- [105] J. A. Casas and A. Ibarra, “Oscillating neutrinos and  $\mu \rightarrow e, \gamma$ ,” Nucl. Phys. B **618**, 171-204 (2001) doi :10.1016/S0550-3213(01)00475-8 [arXiv :hep-ph/0103065 [hep-ph]].
- [106] J. Kersten and A. Y. Smirnov, “Right-Handed Neutrinos at CERN LHC and the Mechanism of Neutrino Mass Generation,” Phys. Ref. D **76**, 073005 (2007) doi :10.1103/PhysRevD.76.073005 [arXiv :0705.3221 [hep-ph]].
- [107] A. Datta, M. Guchait and A. Pilaftsis, “Probing lepton number violation via majorana neutrinos at hadron supercolliders,” Phys. Ref. D **50**, 3195-3203 (1994) doi :10.1103/PhysRevD.50.3195 [arXiv :hep-ph/9311257 [hep-ph]].
- [108] A. Ali, A. V. Borisov and N. B. Zamorin, “Majorana neutrinos and same sign dilepton production at LHC and in rare meson decays,” Eur. Phys. J. C **21**, 123-132 (2001) doi :10.1007/s100520100702 [arXiv :hep-ph/0104123 [hep-ph]].
- [109] T. Han and B. Zhang, “Signatures for Majorana neutrinos at hadron colliders,” Phys. Ref. Lett. **97**, 171804 (2006) doi :10.1103/PhysRevLett.97.171804 [arXiv :hep-ph/0604064 [hep-ph]].
- [110] C. Y. Chen, P. S. B. Dev and R. N. Mohapatra, “Probing Heavy-Light Neutrino Mixing in Left-Right Seesaw Models at the LHC,” Phys. Ref. D **88**, 033014 (2013) doi :10.1103/PhysRevD.88.033014 [arXiv :1306.2342 [hep-ph]].
- [111] E. Izaguirre and B. Shuve, “Multilepton and Lepton Jet Probes of Sub-Weak-Scale Right-Handed Neutrinos,” Phys. Ref. D **91**, no.9, 093010 (2015) doi :10.1103/PhysRevD.91.093010 [arXiv :1504.02470 [hep-ph]].
- [112] C. Degrande, O. Mattelaer, R. Ruiz and J. Turner, “Fully-Automated Precision Predictions for Heavy Neutrino Production Mechanisms at Hadron Colliders,” Phys. Ref. D **94**, no.5, 053002 (2016) doi :10.1103/PhysRevD.94.053002 [arXiv :1602.06957 [hep-ph]].
- [113] A. Das, P. Konar and S. Majhi, “Production of Heavy neutrino in next-to-leading order QCD at the LHC and beyond,” JHEP **06**, 019 (2016) doi :10.1007/JHEP06(2016)019 [arXiv :1604.00608 [hep-ph]].
- [114] A. Das and N. Okada, “Bounds on heavy Majorana neutrinos in type-I seesaw and implications for collider searches,” Phys. Lett. B **774**, 32-40 (2017) doi :10.1016/j.physletb.2017.09.042 [arXiv :1702.04668 [hep-ph]].

- [115] P. Hernández, J. Jones-Pérez and O. Suarez-Navarro, “Majorana vs Pseudo-Dirac Neutrinos at the ILC,” *Eur. Phys. J. C* **79**, no.3, 220 (2019) doi :10.1140/epjc/s10052-019-6728-1 [arXiv :1810.07210 [hep-ph]].
- [116] P. Abreu *et al.* [DELPHI], “Search for neutral heavy leptons produced in Z decays,” *Z. Phys. C* **74**, 57-71 (1997) [erratum : *Z. Phys. C* **75**, 580 (1997)] doi :10.1007/s002880050370
- [117] P. Achard *et al.* [L3], “Search for heavy isosinglet neutrino in  $e^+e^-$  annihilation at LEP,” *Phys. Lett. B* **517**, 67-74 (2001) doi :10.1016/S0370-2693(01)00993-5 [arXiv :hep-ex/0107014 [hep-ex]].
- [118] V. Khachatryan *et al.* [CMS], “Search for heavy Majorana neutrinos in  $\mu^\pm\mu^\pm$  + jets events in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV,” *Phys. Lett. B* **748**, 144-166 (2015) doi :10.1016/j.physletb.2015.06.070 [arXiv :1501.05566 [hep-ex]].
- [119] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS], “Search for heavy neutral leptons in events with three charged leptons in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV,” *Phys. Ref. Lett.* **120**, no.22, 221801 (2018) doi :10.1103/PhysRevLett.120.221801 [arXiv :1802.02965 [hep-ex]].
- [120] V. Khachatryan *et al.* [CMS], “Search for heavy Majorana neutrinos in  $\mu^\pm\mu^\pm$  + jets events in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV,” *Phys. Lett. B* **748**, 144-166 (2015) doi :10.1016/j.physletb.2015.06.070 [arXiv :1501.05566 [hep-ex]].
- [121] V. Khachatryan *et al.* [CMS], “Search for heavy Majorana neutrinos in  $e^\pm e^\pm$  + jets and  $e^\pm \mu^\pm$  + jets events in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV,” *JHEP* **04**, 169 (2016) doi :10.1007/JHEP04(2016)169 [arXiv :1603.02248 [hep-ex]].
- [122] G. Aad *et al.* [ATLAS], “Search for heavy neutral leptons in decays of  $W$  bosons produced in 13 TeV  $pp$  collisions using prompt and displaced signatures with the ATLAS detector,” *JHEP* **10**, 265 (2019) doi :10.1007/JHEP10(2019)265 [arXiv :1905.09787 [hep-ex]].
- [123] R. Aaij *et al.* [LHCb], “Search for heavy neutral leptons in  $W^+ \rightarrow \mu^+ \mu^\pm$  jet decays,” [arXiv :2011.05263 [hep-ex]].
- [124] S. Antusch, E. Cazzato and O. Fischer, “Resolvable heavy neutrino–antineutrino oscillations at colliders,” *Mod. Phys. Lett. A* **34**, no.07n08, 1950061 (2019) doi :10.1142/S0217732319500615 [arXiv :1709.03797 [hep-ph]].
- [125] G. Cvetič, A. Das and J. Zamora-Saá, “Probing heavy neutrino oscillations in rare  $W$  boson decays,” *J. Phys. G* **46**, 075002 (2019) doi :10.1088/1361-6471/ab1212 [arXiv :1805.00070 [hep-ph]].
- [126] G. Cvetič, A. Das, S. Tapia and J. Zamora-Saá, “Measuring the heavy neutrino oscillations in rare  $W$  boson decays at the Large Hadron Collider,” *J. Phys. G* **47**, no.1, 015001 (2020) doi :10.1088/1361-6471/ab4ee8 [arXiv :1905.03097 [hep-ph]].
- [127] A. Blondel *et al.* [FCC-ee study Team], “Search for Heavy Right Handed Neutrinos at the FCC-ee,” *Nucl. Part. Phys. Proc.* **273-275**, 1883-1890 (2016) doi :10.1016/j.nuclphysbps.2015.09.304 [arXiv :1411.5230 [hep-ex]].
- [128] G. Aad *et al.* [ATLAS], “Measurement of  $W^\pm$  and  $Z$ -boson production cross sections in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector,” *Phys. Lett. B* **759**, 601-621 (2016) doi :10.1016/j.physletb.2016.06.023 [arXiv :1603.09222 [hep-ex]].
- [129] N. Liu, Z. G. Si, L. Wu, H. Zhou and B. Zhu, “Top quark as a probe of heavy Majorana neutrino at the LHC and future colliders,” *Phys. Ref. D* **101**, no.7, 071701 (2020) doi :10.1103/PhysRevD.101.071701 [arXiv :1910.00749 [hep-ph]].

- [130] F. F. Deppisch, P. S. Bhupal Dev and A. Pilaftsis, “Neutrinos and Collider Physics,” *New J. Phys.* **17**, no.7, 075019 (2015) doi :10.1088/1367-2630/17/7/075019 [arXiv :1502.06541 [hep-ph]].