

Université de Montréal

Oscillations torsionnelles magnétohydrodynamiques
auto-excitées dans les Jupiters chaudes

par

Raphaël Hardy

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)
en Physique

31 août 2020

Université de Montréal

Faculté des arts et des sciences

Ce mémoire intitulé

Oscillations torsionnelles magnétohydrodynamiques auto-excitées dans les Jupiters chaudes

présenté par

Raphaël Hardy

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

David Lafrenière

(président-rapporteur)

Paul Charbonneau

(directeur de recherche)

Andrew Cumming

(codirecteur)

Nicolas Cowan

(membre du jury)

Résumé

Les Jupiters chaudes sont des exoplanètes possédant des caractéristiques uniques. En raison de leur proximité avec leur étoile hôte elles présentent une non-symétrie remarquable. Cette proximité provoquant la rotation synchrone force un côté de la planète à toujours faire face à l'étoile et l'autre à être plongé dans une nuit perpétuelle. Cette géométrie donne lieu à une différence d'allant de 200 K jusqu'à 2000 K entre les deux côtés de la planète, engendrant des écoulements zonaux pouvant atteindre des vitesses de l'ordre du km s^{-1} afin de redistribuer la chaleur. Le point chaud, le point le plus chaud de la planète, est un témoin de ces vents intenses. Les observations et les simulations hydrodynamiques montrent que les écoulements zonaux se font d'ouest en est. Cependant, les observations de deux planètes ne se conforment pas aux prédictions. En effet, CoRoT-2 b et HAT-P-7 b montrent des points chauds à l'ouest. L'explication la plus répandue est que le champ magnétique de ces planètes, en interaction avec leur atmosphère partiellement ionisée, peut renverser la direction des écoulements zonaux, si ce champ est assez puissant. Une diffusivité magnétique variable dans l'espace peut générer localement des champs magnétiques lorsque son gradient s'aligne correctement avec le courant électrique. Nous présentons ici un modèle magnétohydrodynamique en une dimension possédant une diffusivité magnétique dépendante de la température dans le plan équatorial dans le contexte de Jupiters chaudes. Les résultats des simulations présentent des oscillations torsionnelles de type alfvéniques reflétant les effets non linéaires dus au couplage des équations aux dérivées partielles de la magnétohydrodynamique et de la température avec la diffusivité magnétique dépendante de la température. Nous explorons un espace des paramètres afin d'établir l'influence de ceux-ci sur les oscillations. Nous avons aussi développé un modèle local afin de dériver des équations analytiques nous permettant de mieux comprendre les résultats observés en plus de comparer les résultats du modèle en une dimension avec ceux du modèle local. Nous finissons par établir que les oscillations générées par notre modèle en une dimension possèdent des périodes équivalentes allant de 225 à 473 jours et des déplacements longitudinaux équivalant à quelques degrés jusqu'à environ 40° pour une planète de la taille de Jupiter. Ces intervalles de périodes et de déplacements sont encourageants, puisque cela signifie que les oscillations pourraient être observées.

Mots clés : magnétohydrodynamique (MHD) – diffusivité magnétique – planètes et satellites : planètes gazeuses – planètes et satellites : atmosphères – planètes et satellites : champ magnétique

Abstract

Hot Jupiters are exoplanets with unique features. Due to their proximity to their host stars, they show remarkable non-symmetry. This proximity with the star causes tidal locking, meaning one side of the planet is always exposed to intense radiation from its host and the other side is immersed in a perpetual night. This geometry means there is a difference of temperature ranging from 200 K up to 2000 K between the day and night side. This gradient in temperature induces zonal winds that can reach the order of 1 km s^{-1} to redistribute heat to the night side. The hot spot is the hottest spot of the planet and is a telltale of these strong winds. Observations and hydrodynamic numerical simulations show that zonal winds on these planets go eastward. However, two recent observations are showing westward winds. These planets are CoRoT-2 b and HAT-P-7 b. The most common explanation to this contradiction is that the magnetic field, which is interacting with the partially ionized atmosphere, can reverse these winds. It was previously shown that a magnetic diffusivity varying in space can locally generate magnetic fields when its gradient aligns correctly with the electric current density. We present here a one-dimensional magnetohydrodynamic model with a temperature-dependent magnetic diffusivity in the equatorial plane in the context of hot Jupiters. The simulations develop growing torsional alfvénic oscillations due to the non-linear coupling of the magnetohydrodynamics and the temperature partial differential equations and the temperature-dependent magnetic diffusivity. We explore the parameter space and study their influence on the oscillations. We have also developed a local model in order to derive analytical equations characterizing these waves and compare its results with the results of the one-dimensional model. We end by calculating the corresponding periods and longitudinal displacement of the one-dimension model oscillations for a Jupiter-sized planet. The periods correspond to an interval from 225 to 473 days and the displacements range from a few degrees up to 40° . This means that the oscillations could be observed with a few orbits.

Keywords : magnetohydrodynamics (MHD) – magnetic diffusivity – planets and satellites : gaseous planets – planets and satellites : atmospheres – planets and satellites : magnetic fields

Table des matières

Résumé	v
Abstract	vii
Liste des tableaux	xi
Table des figures	xiii
Liste des sigles et des abréviations	xv
Dédicace	xvii
Remerciements	xix
Chapitre 1 : Les Jupiters chaudes : éléments théoriques	1
1.1. Les planètes gazeuses	2
1.1.1. Jupiter et Saturne	2
1.1.1.1. Écoulements de Jupiter et Saturne	3
1.1.1.2. Magnétisme dans Jupiter et Saturne	5
1.1.2. Jupiters chaudes	9
1.1.2.1. Écoulements dans les Jupiters chaudes	10
1.1.2.2. Magnétisme dans les Jupiters chaudes	12
1.1.3. Superrotation	15
1.2. Magnétohydrodynamique	17
1.2.1. Équation d'induction	17
1.2.2. Équation de Navier-Stokes	19
1.2.3. Équation de la chaleur	21
1.2.4. Diffusivité magnétique	21
1.2.5. Théorème et ondes d'Alfvén	23
1.3. Modèle rapide en une dimension	26
1.3.1. Approximations	27
1.3.2. Adimensionnalisation	28

1.3.3. Espace des paramètres	31
1.4. Contributions	31
First Article. Self-excited MHD oscillations in hot Jupiters	33
2.1. Introduction	37
2.2. One dimensional equatorial plane model.....	39
2.2.1. Numerical Approach	42
2.2.2. Boundary and initial conditions	43
2.2.3. Results	45
2.3. Local Model	49
2.3.1. Model setup	50
2.3.2. Numerical Approach and initial conditions	53
2.3.3. Results	53
2.4. Energetics	56
2.5. Discussion and conclusion.....	59
Chapitre 3 : Conclusion	65
Bibliographie.....	69
Annexe A : Résumé des 135 simulations	77

Liste des tableaux

1.1	Paramètres utilisés pour l'adimensionnalisation des équations.....	30
1.2	Tableau des nombres adimensionnels des simulations du 1DM.....	32
2.1	Dimensionless numbers of the 1DM simulations.....	42
2.2	Parameters used for the dimensionless numbers.....	43
2.3	Set of parameters used for the LM.	53
A.1	Résumé des simulations avec $Rm=0.05$	77
A.2	Résumé des simulations avec $Rm=0.1$	78
A.3	Résumé des simulations avec $Rm=0.5$	79
A.4	Résumé des simulations avec $Rm=1.0$	80
A.5	Résumé des simulations avec $Rm=5.0$	81

Table des figures

1.1	Vélocité zonale moyenne de Jupiter par <i>Voyager 1</i> et <i>2</i>	5
1.2	Écoulement de Jupiter	6
1.3	Vélocités zonales moyennes de Saturne par <i>Cassini</i>	7
1.4	Champ magnétique de Jupiter	7
1.5	Conductivité électrique de Jupiter	8
1.6	Carte de la luminosité de surface de HD 189733b	11
1.7	Carte de luminosité de surface de CoRoT-2b	12
1.8	Effet du champ magnetic sur la circulation globale d'une Jupiter chaude	13
1.9	Schéma du scénario de Gierasch-Rossow-Williams	17
2.1	Schematic representation of the 1DM setup and evolution.	40
2.2	Initial profiles of Ω , B_ϕ , ΔT and η	44
2.3	Time evolution of the main variables for the three case studies	46
2.4	Three-dimensional representations of oscillations of the three case studies at $r = 1.05$	47
2.5	Snapshots of the main variables for the simulation with $Rm=1$, $Pm=0.005$, $Pr=0.005$, $Ec=10$	48
2.6	Snapshots of the main variables for the simulation with $Rm=0.5$, $Pm=0.0005$, $Pr = 0.01$, $Ec = 1$	50
2.7	Three-dimensional representations of oscillations from the LM.	54
2.8	Energy sources, reservoirs and sinks.	57
2.9	Time evolution of the energy in the system with $Rm=0.5$, $Pm=0.0005$, $Pr=0.01$, $Ec=1$	60

Liste des sigles et des abréviations

1DM	Modèle en une dimension, de l'anglais <i>One dimensional model</i>
HJ	Jupiter chaude, de l'anglais <i>Hot Jupiter</i>
LM	Modèle local, de l'anglais <i>Local model</i>
MD	Diffusivité magnétique, de l'anglais <i>Magnetic diffusivity</i>
MHD	Magnétohydrodynamique

À ma famille et mon amoureuse pour m'avoir soutenu durant ces deux ans.

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier mon directeur Paul d'avoir tout fait pour me prendre dans son groupe de recherche. Merci pour l'enthousiasme contagieux envers mon projet sur un sujet autre que la physique solaire, le soutien et les bons conseils tout au long de mon cheminement. Je veux aussi remercier Andrew d'avoir fait confiance à Paul et de s'être lancé dans cette codirection. Merci aussi pour sa patience et pour avoir répondu à mes nombreuses questions.

Merci à mon frère et partenaire de bureau François d'avoir écouté mes préoccupations et mes angoisses et de m'avoir rassuré. Merci à Rafael et Simon pour leurs suggestions et leurs questions qui ont aidé à la clarté de mon projet.

Merci à mon amoureuse Ariane de m'avoir supporté tout au long de ma maîtrise, particulièrement durant ces derniers mois particuliers, où le moral et la motivation n'étaient pas toujours au rendez-vous. Merci à mes parents pour leur soutien continu depuis le début de mes études au baccalauréat. Merci de croire en ce que je fais.

Chapitre 1 : Les Jupiters chaudes : éléments théoriques

Depuis la fin du XX^e siècle, la chasse aux Nouveaux Mondes s'est mise en branle. En effet, la première exoplanète découverte orbitant une étoile de la séquence principale par Michel Mayor et Didier Queloz en 1995, qui ont ensuite reçu le prix Nobel de physique en 2019 pour leur découverte, a démarré cette jeune branche de l'astrophysique. Toutefois, avec plus de 4000 exoplanètes découvertes à ce jour à l'aide de plusieurs techniques observationnelles, cet échantillon est biaisé vers les planètes les plus grosses et les plus proches de leurs étoiles (Rogers et Showman, 2014). En tout, 97% des planètes ont été découvertes par la méthode de transit ou la méthode de vitesse radiale. Cette première méthode consiste à observer une étoile, puis lorsqu'une planète passe entre son étoile et la Terre, l'intensité lumineuse de l'astre diminue d'une quantité mesurable. La méthode de la vitesse radiale, quant à elle, consiste à observer l'effet Doppler dans le spectre de lumière reçue de l'étoile. Ces variations dans le spectre sont causées par des changements de la vitesse radiale de l'étoile résultant d'un centre de masse décalé vers la planète. Cette méthode est d'ailleurs celle qui a été utilisée pour la découverte de 51 Pegasi b (Mayor et Queloz, 1995). Les planètes dites Jupiters chaudes sont donc d'excellentes candidates pour la détection à cause de leurs orbites rapprochées et de leurs grandes masses. Elles sont ainsi parmi les exoplanètes les mieux caractérisées. Ces objets, étant à proximité de leurs hôtes, reçoivent une quantité phénoménale de radiation et sont fort probablement sous verrouillage synchrone (Rogers et Showman, 2014), tel que la Lune avec la Terre. Cette combinaison fait en sorte qu'il se crée un immense gradient thermique entre les faces jour et nuit, donnant naissance à des vents extrêmes entre ces côtés (Showman et Guillot, 2002; Rogers et Showman, 2014). Plusieurs phénomènes physiques

sur ces planètes découlent de ce gradient thermique, dont une variation de la conductivité électrique dans les couches externes de l'enveloppe (Perna *et al.*, 2010a).

Dans ce mémoire, nous allons d'abord faire un bref survol sur des caractéristiques physiques et des écoulements des géantes gazeuses de notre système solaire. Ensuite, une introduction aux Jupiters chaudes sera présentée avant d'énoncer quelques phénomènes physiques importants pour ces planètes. Finalement, nous allons présenter le modèle utilisé pour explorer l'effet de la variation de la conductivité électrique.

1.1. Les planètes gazeuses

1.1.1. Jupiter et Saturne

Avant de sauter dans le vif du sujet des Jupiters chaudes, un résumé de la dynamique des planètes joviennes est de mise pour apporter une comparaison. Commençons par la première planète en importance : Jupiter. Celle-ci possède un rayon d'environ 70 000 km, une masse équivalant à 318 planètes Terre et elle effectue une rotation sur elle-même en tout juste moins de 10 heures. Les observations de Jupiter se sont multipliées lors du XX^e siècle, résultant à une meilleure caractérisation des vents qui persistent dans les couches extérieures. Suite au passage des sondes *Pioneer 10* en 1973, *Pioneer 11* en 1974, *Voyager 1* et *Voyager 2* en 1979, il y a eu les sondes *Galileo* en 1995 et *Juno*, encore en orbite depuis 2016, qui ont aussi étudié la planète *in situ* en plus de plusieurs missions d'observation depuis le sol et l'espace terrestre.

La deuxième géante gazeuse en importance dans notre système solaire est Saturne, célèbre pour ses anneaux. Saturne est la sixième planète de notre système solaire, suivant Jupiter. Cette géante gazeuse possède un rayon de près de 58 000 km, une masse équivalant à 95 planètes Terre et effectue une rotation sur elle-même en 10.7 heures. Ainsi, Saturne possède une masse volumique globale près de 2 fois moins élevée que celle de Jupiter. Tout comme Jupiter, Saturne fût étudiée grâce à des observations à partir du sol ainsi que par les sondes spatiales *Pioneer 11*, *Voyager 1* et *Voyager 2* et récemment par la sonde *Cassini-Huygens* en 2004.

Ces deux planètes partagent des structures internes semblables. Les modèles classiques des deux géantes proposent un noyau rocheux en leur centre, entouré par une couche de glaces. Entourant ce noyau solide, se trouve une enveloppe d’hydrogène métallique et d’hélium. Par-dessus se trouve une couche d’hydrogène moléculaire liquide au-dessus d’une mince couche transitoire de pluie d’hélium retombant sur l’hydrogène métallique. Ensuite, il y a la couche d’hydrogène moléculaire gazeux où les écoulements zonaux se développent. Toutefois, suite aux récentes observations de Jupiter par la sonde spatiale *Juno* de la NASA, il y a certains doutes quant à sa structure interne. En effet, ces modèles qui considèrent différentes couches superposées supposent un profil de température adiabatique et une distribution de métaux constante dans les différentes couches (Stevenson, 1982; Guillot, 2005). Les mesures du champ gravitationnel de *Juno* suggèrent une quantité plus élevée qu’anticipée de métaux dans les couches internes (Wahl *et al.*, 2017; Debras et Chabrier, 2019). Il y a deux méthodes suggérées par lesquelles ces métaux se sont rendus dans ces couches internes. La première est l’érosion du noyau causé par la convection dans la couche d’hydrogène métallique (Moll *et al.*, 2017). La deuxième est que ces métaux ont été mélangés suite à une violente collision entre une jeune Jupiter et un embryon planétaire (Liu *et al.*, 2019). L’érosion du noyau par convection semble toutefois être une solution difficile à confirmer. En effet, Müller *et al.* (2020) montrent que l’érosion du coeur rocheux ne parvient pas à soutenir à long terme une forte concentration de métaux dans les couches d’hydrogène. De l’autre côté, Liu *et al.* (2019) discutent que la collision nécessaire pour avoir un noyau dilué est très spécifique. L’embryon planétaire doit avoir une masse d’environ $10M_{\oplus}$ en plus de frapper Jupiter directement sur son coeur. Cette théorie dépend ainsi sur un événement difficile à prouver et requiert plus d’investigation.

1.1.1.1. Écoulements de Jupiter et Saturne

Avec les données de la mission *Voyager*, la dominance d’un vent prograde sur Jupiter, entre les latitudes de $\pm 30^{\circ}$, est remarquable, comme le montre la Figure 1.1. Sur cette figure, la vitesse est moyennée sur des intervalles de 1° de latitude et la convention où les vents prograde ont des vitesses positives est adoptée. Malgré cette dominance, la présence de vents vers l’ouest n’est pas négligeable. La transition d’un vent de l’est à un vent d’ouest est

bien corrélée avec la transition entre les bandes foncées et les bandes pâles caractéristiques de la géante gazeuse. Outre la différence des vecteurs de vitesse, les bandes présentent des différences en températures (Ingersoll et Cuzzi, 1969) et en compositions chimiques. En effet, les bandes pâles, nommées zones, sont les régions dominées par du gaz chaud ascendant et les bandes foncées, appelées simplement bandes, sont les régions dominées par du gaz froid descendant. Ce contraste de couleur est causé par les nuages épais dans les zones où se retrouvent des agents chromophores ainsi que des glaces, produisant un albédo plus élevé que celui dans les bandes, où les nuages sont minces (Sánchez-Lavega et Heimpel, 2018). Plus récemment, la sonde spatiale *Juno* a permis de déterminer que les écoulements visibles à la surface de Jupiter s'étendent à environ 3000 km sous la surface (Kaspi *et al.*, 2018). Ainsi, l'enveloppe de Jupiter, importante en taille, démontre une dynamique beaucoup plus complexe qu'une simple rotation solide près de l'équateur. En effet, il y a un pic de vitesse à l'équateur que nous pouvons appeler superrotation (voir la section 1.1.3). Cette superrotation est aussi observée dans les Jupiters chaudes, mais avec une amplitude plus grande encore. De plus, l'écoulement de Jupiter est particulier puisqu'une composante asymétrique surgit de la différence entre l'écoulement de l'hémisphère nord et celui de l'hémisphère sud, tel que présenté à la figure 1.2.

Saturne possède un écoulement plus symétrique et simple que Jupiter. Outre quelques pics de vitesse dans les hautes et basses latitudes, la plus grande caractéristique de l'écoulement global de Saturne se trouve entre $\pm 35^\circ$ où se trouve un écoulement zonal prograde atteignant 400 m/s (García-Melendo *et al.*, 2011) au niveau de l'équateur. Le jet équatorial a été observé pendant une période de cinq ans par la sonde *Cassini*, et seulement de petites perturbations ont été observées, le jet est resté un élément dominant de l'écoulement global. Les observations dans différentes bandes soutiennent aussi un écart d'environ 100 m/s entre les niveaux à 60 mbar et 500 mbar (García-Melendo *et al.*, 2011), démontrant ainsi la présence de cisaillement vertical dans l'atmosphère de Saturne.

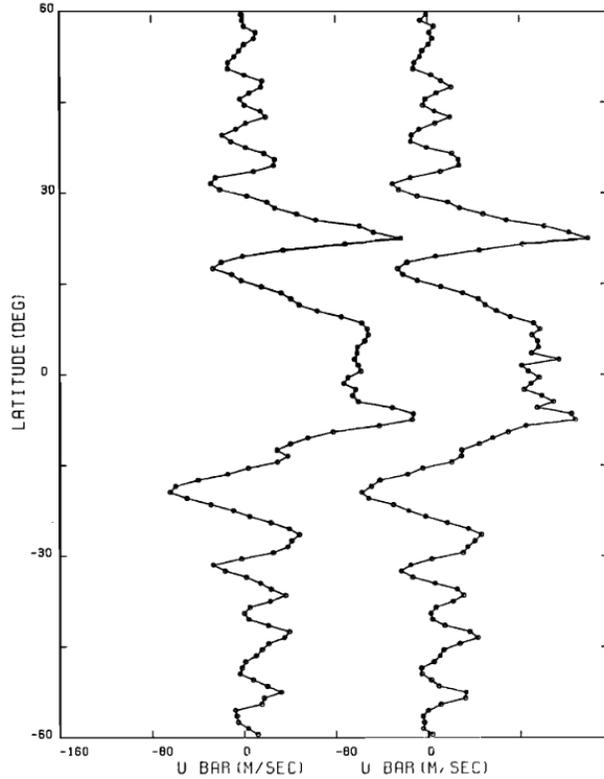


Figure 1.1. Comparaison de la vélocité zonale moyenne de Jupiter prise par *Voyager 1* en Février 1979 (à gauche) et celle prise par *Voyager 2* en juillet 1979 tiré de Ingersoll *et al.* (1981) (Fig. 2).

1.1.1.2. Magnétisme dans Jupiter et Saturne

Durant les années 1970, les missions spatiales *Pioneer* et *Voyager* ont étudié le champ magnétique de Jupiter. À cause de leurs brefs passages près de la géante gazeuse, les données recueillies ne présentaient pas un profil complet de la magnétosphère. Tout de même, un champ dipolaire avait été déduit des mesures. Plus récemment, la nouvelle sonde spatiale de la NASA, *Juno*, a atteint Jupiter et orbite autour de celle-ci depuis 2016. Les mesures du champ magnétique sont beaucoup plus complètes. La figure 1.4 montre le champ magnétique mesuré par la sonde *Juno*, confirmant un champ magnétique principalement dipolaire, mais contenant aussi une composante non axisymétrique. En effet, l'hémisphère nord de la planète présente quelques structures secondaires de grande intensité.

Le champ magnétique de Jupiter, tout comme celui de la Terre, est généré par l'effet inductif des écoulements d'un fluide conducteur. Jupiter, quant à elle, ne possède pas de fer

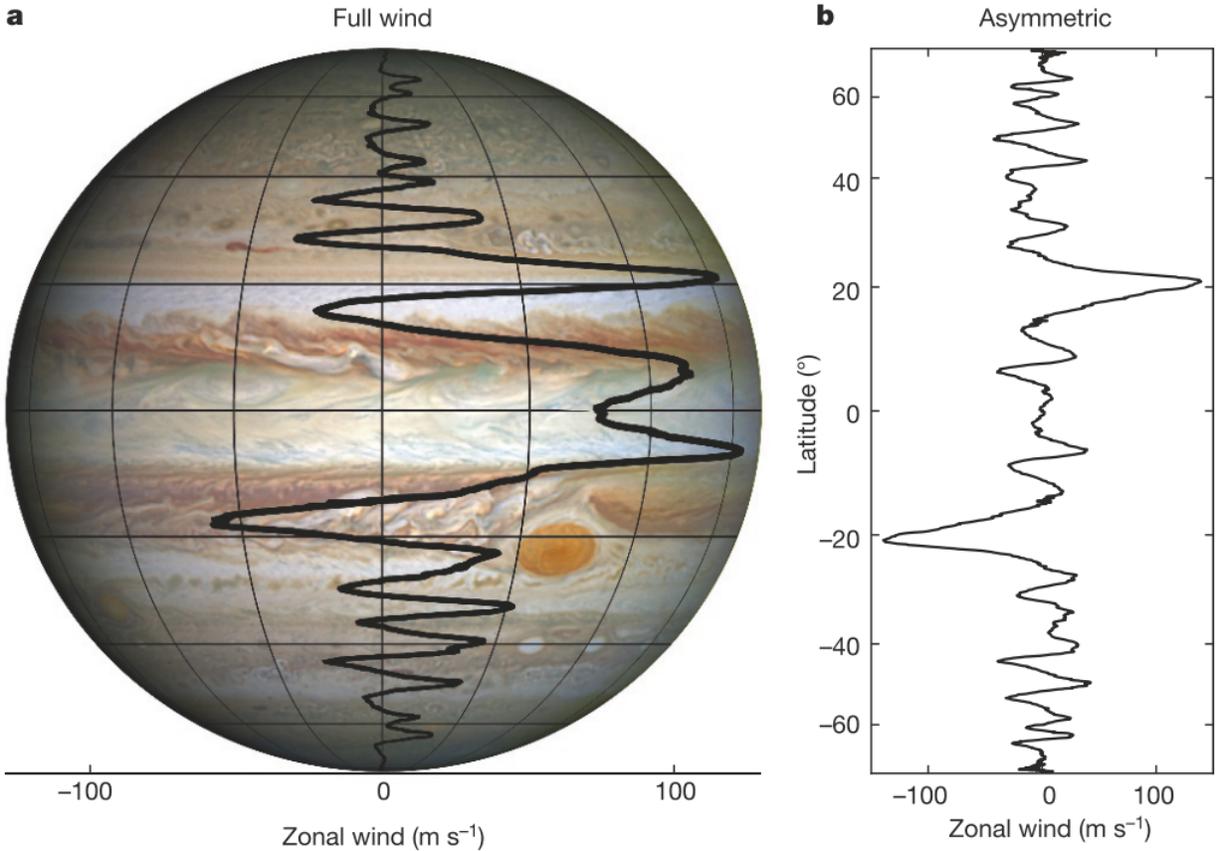


Figure 1.2. **a** Écoulements zonaux de Jupiter au niveau des nuages en fonction de la latitude mesurés par la sonde spatiale *Juno* le 11 décembre 2016 superposés sur une photo de Jupiter prise par Hubble en 2014 (<https://en.wikipedia.org/wiki/Jupiter>) **b** La composante asymétrique de l'écoulement de Jupiter résultant de la différence entre l'écoulement de l'hémisphère nord et celui de l'hémisphère sud. Figure 1 tirée de Kaspi *et al.* (2018)

ni de nickel dans son noyau extérieur comme la Terre, mais plutôt de l'hydrogène métallique. En effet, la convection dans l'intérieur de Jupiter crée un courant de particules chargées propulsées par la chaleur de l'intérieur générée par le mécanisme de Kelvin-Helmholtz, soit le réchauffement par contraction gravitationnelle, résultant un champ magnétique à l'échelle globale de la planète. L'hydrogène est métallique et un excellent conducteur électrique jusqu'à environ $0.9R_J$ où la pression et la température sont de 51 GPa et de 4800 K respectivement French *et al.* (2012). Puis, dans le dernier 10% du rayon, l'hydrogène est sous forme moléculaire (Wicht *et al.*, 2019). Il est souvent admis que la dynamo est confinée à la couche d'hydrogène métallique, mais de récentes simulations numériques montrent que la zone moléculaire de l'hydrogène est complexe et peut mener à une dynamo secondaire si les écoulements

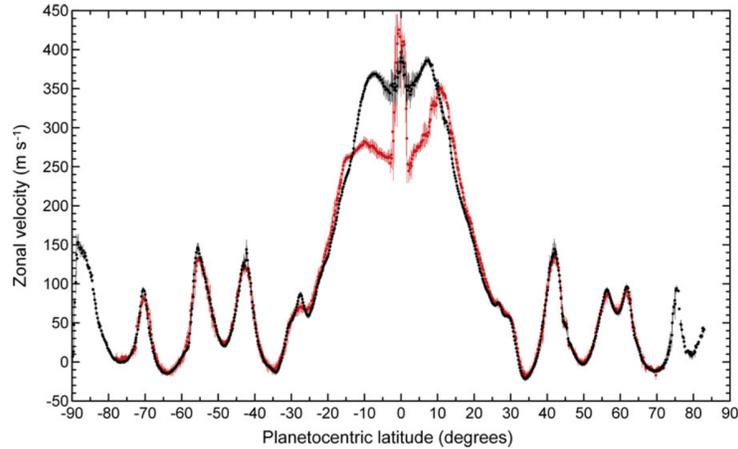


Figure 1.3. Vélocités zonales moyennes de Saturne prise par la sonde spatiale Cassini. La courbe rouge est la vitesse sondée à une profondeur entre 60 mbar et 250 mbar et celle en noir entre 350 mbar et 500 mbar. La figure a été tirée de García-Melendo *et al.* (2011) (Figure 3).

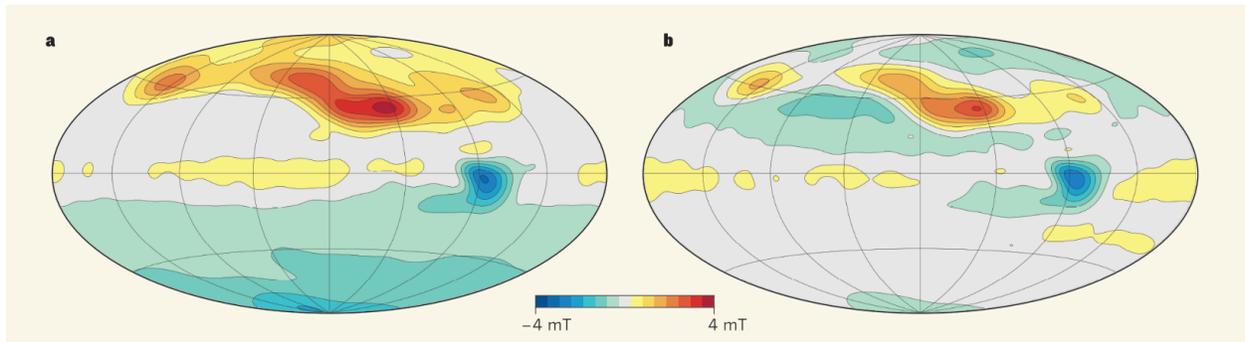


Figure 1.4. **a** Composante radiale du champ magnétique mesuré par la sonde spatiale de la NASA, Juno. **b** Partie non-dipolaire du champ magnétique radial de Jupiter. Notons que cette partie non-dipolaire se retrouve presque uniquement dans l'hémisphère nord, ce qui diffère avec les champs magnétiques connus des autres planètes du système solaire. Ces mesures ont été prises à une distance de $0.9R_J$. Figure tirée de Jones (2018), elle même tirée et adaptée de Moore *et al.* (2018).

zonaux atteignent des profondeurs significatives où la conductivité électrique est suffisamment élevée. Comme mentionné dans la section 1.1.1.1, les écoulements zonaux peuvent atteindre une profondeur d'environ 3000 km, correspondant à $0.96R_J$. Comme présentée à la figure 1.5, la valeur de la conductivité électrique montre des différences de plusieurs ordres de grandeur selon le modèle dans les derniers 20% du rayon de Jupiter. Ainsi, il est encore difficile de déterminer l'amplitude ou encore l'existence d'une dynamo secondaire dans la couche externe de la géante gazeuse.

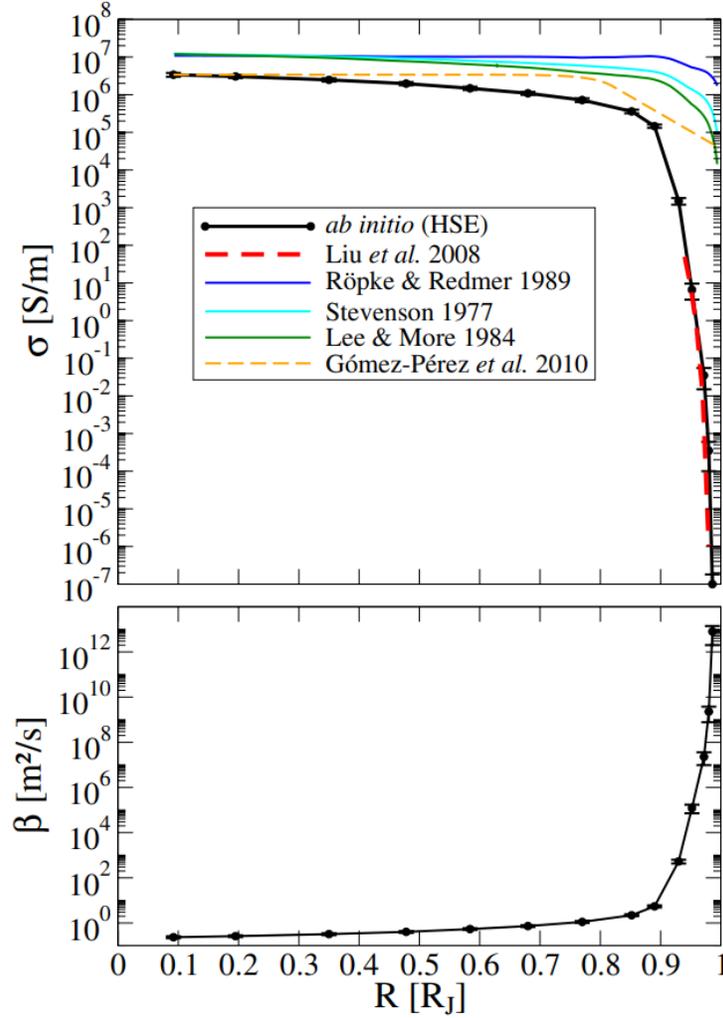


Figure 1.5. Panneau supérieur : conductivité électrique de Jupiter en fonction du rayon calculée par French *et al.* (2012) et comparée avec différents modèles. Panneau inférieur : diffusivité magnétique $\beta = 1/\mu_0\sigma$ (dans ce texte, cette quantité est représentée par la lettre grecque η) calculée avec les points noirs (*ab initio*) du panneau supérieur. Figure tirée de French *et al.* (2012).

Tout comme Jupiter, Saturne a été étudiée par les missions spatiales *Pioneer* et *Voyager*. Le champ magnétique de Saturne a été mesuré en premier par la sonde *Pioneer 11* et peu après par *Voyager 1* et *Voyager 2*. Plus récemment, en 2017, la sonde *Cassini* a effectué des survols entre la surface et les anneaux de Saturne pour obtenir les mesures les plus précises de Saturne à ce jour, avant de faire un dernier plongeon dans l’atmosphère le 15 septembre 2017. Le champ magnétique de Saturne, bien que dominé par un dipôle, possède des contributions

de moments magnétiques quadrupolaires ainsi qu’octupolaires équivalant à environ 10% du champ global.

Les données obtenues lors des survols des sondes spatiales *Pioneer 11*, *Voyager 1* et *Voyager 2* ont montré un champ magnétique aligné avec l’axe de rotation à mieux de 1° . La sonde Cassini a mesuré une inclinaison de $< 0.06^\circ$ par rapport à l’axe de rotation. La valeur de l’inclinaison est quelque peu troublante pour plusieurs raisons. Premièrement, la vitesse angulaire du champ magnétique est une mesure proxy de la vitesse angulaire de l’intérieur profond. Toutefois, l’axe de rotation de la planète qui est aligné avec l’axe de rotation du champ magnétique rend la mesure de ce dernier un défi. Deuxièmement, comme pour Jupiter, le champ magnétique de Saturne serait généré par dynamo dans la couche convective d’hydrogène métallique. Par contre, un champ magnétique symétrique par rapport à l’axe de rotation est en contradiction directe avec le théorème anti-dynamo de Cowling (1933). Ce théorème stipule qu’un écoulement axisymétrique ne peut pas produire un champ magnétique axisymétrique. Il est cependant possible de contourner ce théorème lorsque nous considérons l’influence de la force de Coriolis sur les petites échelles. En effet, tout comme la dynamo solaire, l’axisymétrie de l’écoulement est brisée lorsque nous considérons la turbulence liée à la convection thermique et les mouvements cycloniques générés entre les différentes bandes de courants par l’instabilité de Kelvin-Helmholtz, par exemple.

Similairement à Jupiter, les écoulements zonaux pourraient produire une dynamo secondaire dans la couche externe possédant une faible, mais non nulle, conductivité électrique (Cao et Stevenson, 2017).

1.1.2. Jupiters chaudes

Les rayons observés des Jupiters chaudes sont souvent plus grands que ceux prédits par les modèles d’évolution, souvent entre 10% et 20% (Batygin et Stevenson, 2010). Une façon d’expliquer cette anomalie observationnelle est que le chauffage ohmique serait suffisant pour augmenter la température de façon assez significative pour que la planète atteigne un équilibre thermique avec un rayon plus grand qu’attendu. La majorité des observations des

Jupiters chaudes mesurent le point chaud, la région la plus chaude de la planète, légèrement à l'est du point substellaire (Knutson *et al.*, 2007; Bell *et al.*, 2020), le point le plus près de l'étoile hôte. Ce déplacement semble être causé par les vents zonaux soufflant vers l'est. Certaines planètes toutefois montrent un point chaud, donc des vents, pointant plutôt vers l'ouest, telles que HAT-P-7 b et CoRoT-2 b (Armstrong *et al.*, 2016; Dang *et al.*, 2018; Hindle *et al.*, 2019; Bell *et al.*, 2020). Des simulations numériques MHD plus complexes ont montré que le couplage avec le champ magnétique peut en effet faire changer la direction des écoulements (Rogers et Showman, 2014; Rogers et McElwaine, 2017). Dang *et al.* (2018) ont aussi émis l'hypothèse que la présence de nuages inhomogènes sur le côté jour peut inférer un point chaud vers l'ouest, puisque ceux-ci affectent les mesures dans l'infrarouge. Il y a donc des observables qui sont encore inexplicables pour ces planètes.

1.1.2.1. Écoulements dans les Jupiters chaudes

Les écoulements dans les Jupiters chaudes sont régis par trois caractéristiques : une forte irradiation causant des températures élevées, une rotation synchrone et une courte période de rotation, toutes les trois reliées de façon intime à une orbite serrée. Pour ces raisons, les écoulements des Jupiters chaudes sont beaucoup plus énergétiques que ceux retrouvés sur Jupiter et Saturne.

Étant si près de leur étoile et sous rotation synchrone, les Jupiters chaudes présentent des différences jusqu'à ~ 2000 K entre leur côté jour et leur côté nuit, représentant une différence jusqu'à $\sim 60\%$ de la température du côté jour (Keating *et al.*, 2019; Bell *et al.*, 2020). Les modèles purement hydrodynamiques prédisent des écoulements zonaux en superrotation vers l'est soutenus par des ondes de Rossby à l'échelle planétaire, voir section 1.1.3. Ces courants sont toutefois capables d'atteindre des latitudes beaucoup plus élevées que leurs équivalents dans notre système solaire, soit entre 20° et 60° (Showman et Polvani, 2011). Le point chaud, la région la plus chaude de la planète, devrait normalement être le point substellaire. Par contre, à cause des écoulements zonaux, le point chaud se déplace en suivant le fluide. Les simulations prédisent des déplacements en longitude entre 10° et 60° pour les écoulements les plus intenses (Showman et Polvani, 2011). Quelques observations ont réussi à mesurer la

luminosité relative de Jupiters chaudes durant une orbite afin d'en déduire la position du point chaud (voir Bell *et al.* (2020) pour une synthèse uniforme de ces mesures). Les figures 1.6 et 1.7 montrent deux exemples de ces mesures.

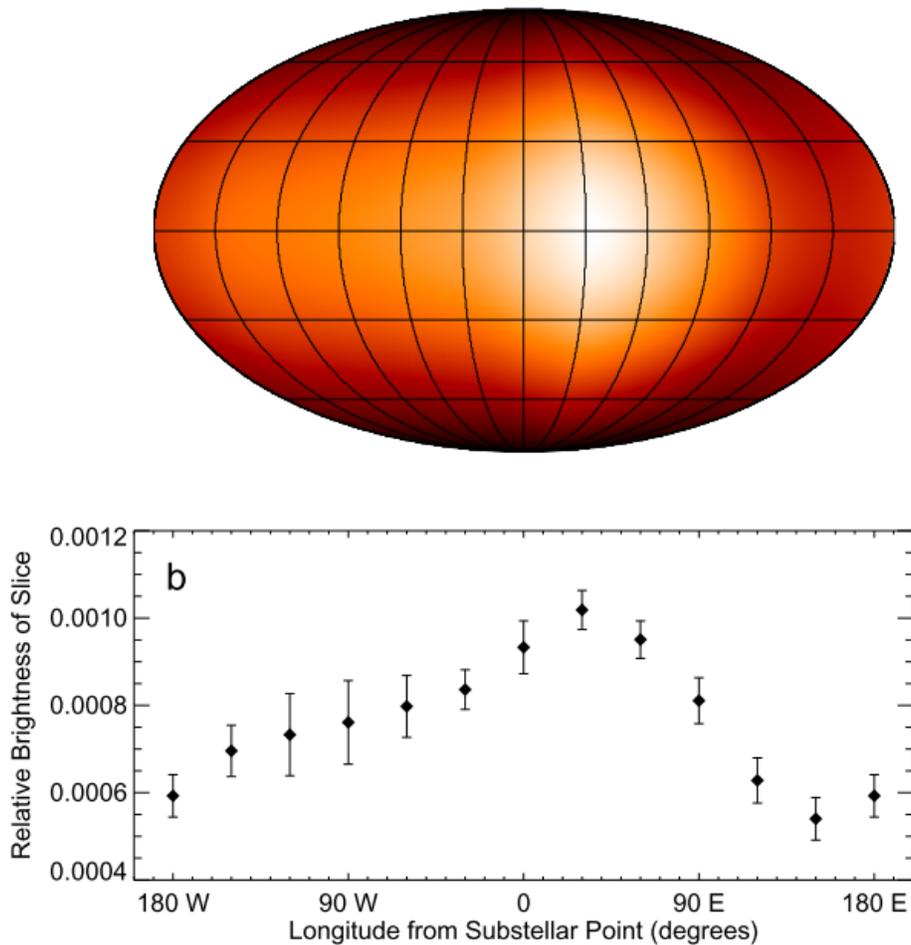


Figure 1.6. Carte de la luminosité de surface de HD 189733b déduite des données de la luminosité relative montrées dans le panneau du bas. La luminosité relative est exprimée en terme de flux stellaire. HD 189733b présente un point chaud à environ 30° de longitude vers l'est du point substellaire qui lui se situe à 0° de longitude. Figure tirée de Knutson *et al.* (2007).

Pour mieux comprendre les observations, plusieurs modèles de circulation globale (GCM, pour Global Circulation Model en anglais) ont été conçus. Ces modèles en trois dimensions, bien que dispendieux numériquement, sont essentiels à la modélisation et la compréhension des effets en trois dimensions présents sur les Jupiters chaudes, tels que la rotation, le transfert radiatif (Lee *et al.*, 2016; Mendonça *et al.*, 2016; Deitrick *et al.*, 2020; Menou, 2020), la

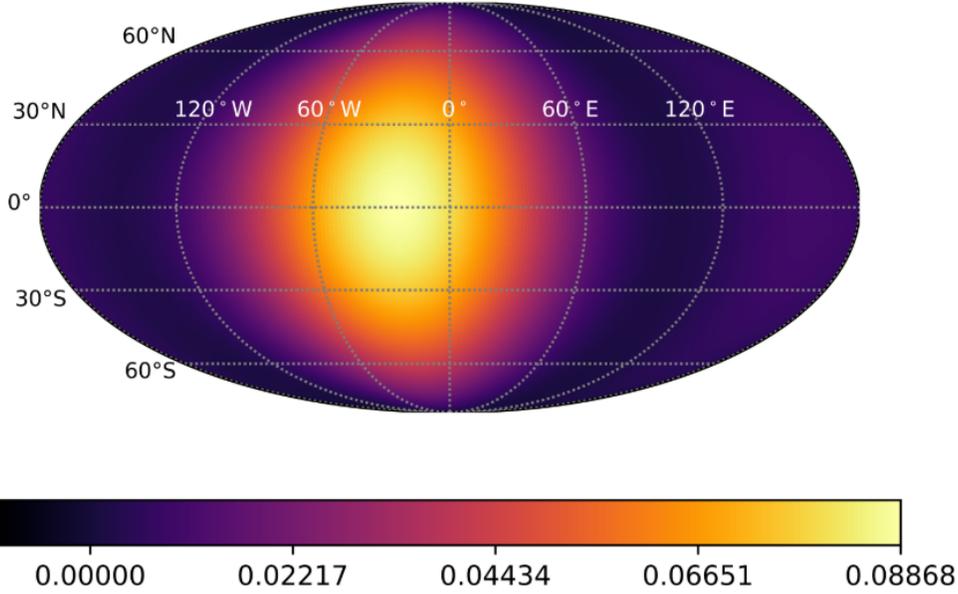


Figure 1.7. Carte de la luminosité de surface de CoRoT-2b déduite de la luminosité longitudinale en 1D. La luminosité relative est exprimée en terme de flux stellaire. Le point chaud de CoRot-2b présente un déplacement d'environ 23° vers l'ouest. Figure tirée de Dang *et al.* (2018).

convection (Deitrick *et al.*, 2020; Menou, 2020), la formation de nuages (Deitrick *et al.*, 2020), la dissociation de l'hydrogène moléculaire (Tan et Komacek, 2019) ainsi que le magnétisme (Rauscher et Menou, 2013; Rogers et Showman, 2014; Rogers et Komacek, 2014; Rogers et McElwaine, 2017). Ces simulations nous montrent la dynamique des écoulements en profondeur, impossible d'observer à l'aide de télescope. L'effet de l'ajout d'un champ magnétique sur la température et l'écoulement est montré à la Figure 1.8.

1.1.2.2. Magnétisme dans les Jupiters chaudes

Les géantes gazeuses peuvent posséder une grande quantité d'alcalins, pouvant aller jusqu'à 100 fois la concentration solaire (Welbanks *et al.*, 2019). Ces derniers s'ionisent, au premier niveau, aux températures des atmosphères des Jupiters chaudes. Conséquemment, les vents présents sur les Jupiters chaudes sont ionisés et sujets à interagir avec le champ magnétique de la planète, donnant lieu à des effets magnétiques dans les écoulements et couplant ceux-ci avec le champ magnétique généré par dynamo provenant de l'atmosphère profonde. Ce couplage dans l'atmosphère partiellement ionisée fait intervenir la force de Lorentz qui

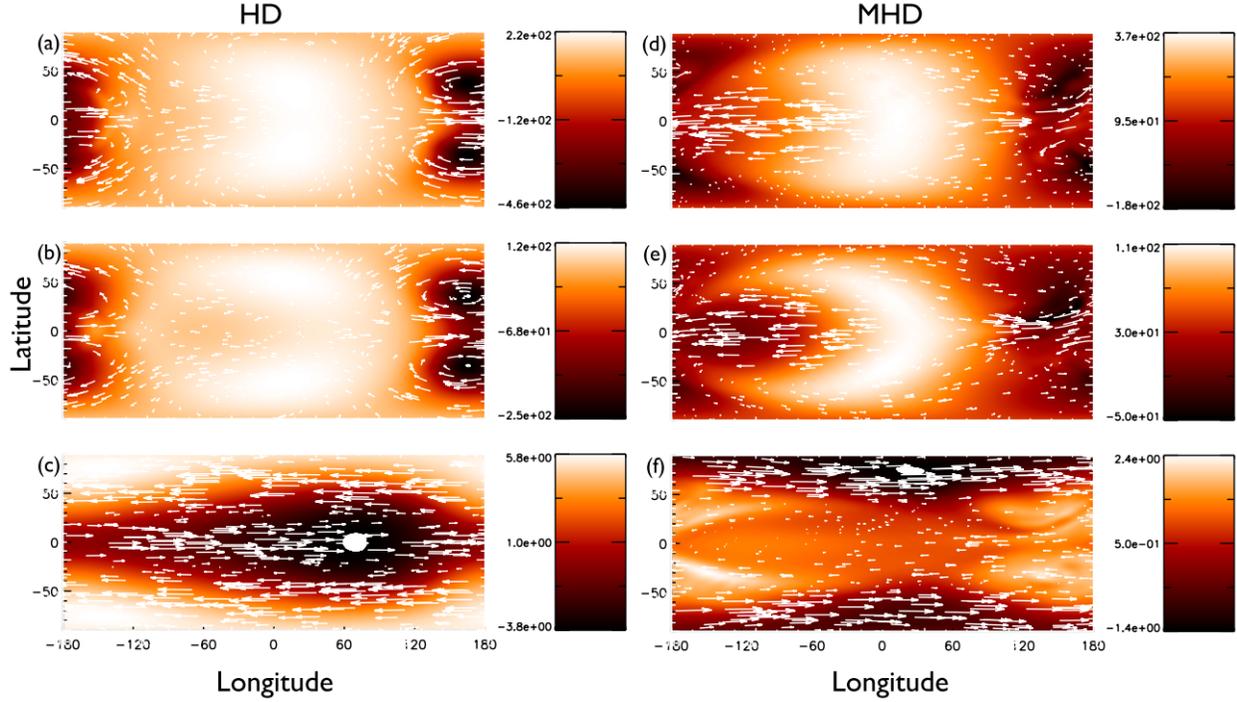


Figure 1.8. L'échelle de couleur représente la différence de température avec le profil de température de référence en K. Les flèches blanches représentent la puissance et la direction des vents générés par les simulations. À gauche se trouve le modèle purement hydrodynamique (a,b,c) et à droite le modèle incluant un champ magnétique (d,e,f). Les panneaux du haut représentent la simulation à 10 mBar (a,d), ceux du centre à 70 mBar (b,e) et ceux du bas à 10 Bar (c,f). Image tirée de Rogers et Komacek (2014).

peut jouer un rôle important dans la forme des écoulements. C'est entre autre le travail fait par l'écoulement contre cette force qui fournit l'énergie nécessaire à l'effet dynamo. Cette interaction, en plus du chauffage ohmique, aussi connu comme chauffage de Joule, peut avoir d'importants impacts observationnels.

Un des rôles proposés du champ magnétique est l'inflation du rayon des Jupiter chaudes (Thorngren et Fortney, 2018). En effet, le couplage du gaz avec le champ magnétique de la planète provoque du chauffage ohmique. Rauscher et Menou (2013) ont simulé l'atmosphère de deux Jupiter chaudes, HD 189733b et HD 209458b, la dernière étant la plus chaude des deux ($T_{eq} \approx 1200$ K versus $T_{eq} \approx 1500$ K). Ils ont trouvé que pour la planète la plus froide, l'interaction entre le champ et le fluide n'était pas suffisante pour expliquer le rayon enflé par chauffage ohmique. Toutefois, pour un champ de magnitude $\geq 3 - 10$ G, HD 209458b posséderait un champ assez puissant pour expliquer son rayon gonflé à cause du

chauffage ohmique dans la profonde atmosphère (Rauscher et Menou, 2013). Ainsi, le champ magnétique de ces géantes gazeuses peut jouer un rôle important pour l'enflure du rayon par rapport aux modèles évolutifs.

Après de récentes observations, deux équipes de chercheurs (Armstrong *et al.* (2016) et Dang *et al.* (2018)) ont trouvé deux planètes possédant un point chaud vers l'ouest, soient HAT-P-7b et CoRoT-2b. La carte de la luminosité de surface de CoRoT-2 b se retrouve à la figure 1.7. Selon plusieurs auteurs (e.g. Rogers et Komacek (2014), Rogers et McElwaine (2017) et Hindle *et al.* (2019)), le champ magnétique est la cause de l'inversion des écoulements équatoriaux. Par exemple, Hindle *et al.* (2019) estiment qu'un champ dipolaire de plus de 6 G serait nécessaire pour renverser la superrotation sur HAT-P-7 b, tandis que CoRoT-2 b aurait besoin d'un dipôle d'une magnitude excédant 3 kG. Pour HAT-P-7 b, ce résultat est cohérent avec les estimations des champs magnétiques des Jupiters chaudes gonflées, mais le champ magnétique nécessaire estimé pour renverser l'écoulement équatorial sur CoRoT-2b dépasse les estimés, signifiant que d'autres processus pourraient aussi être en jeu, tel que la formation de nuages inhomogènes (Dang *et al.*, 2018).

Sans toujours renverser l'écoulement équatorial, le champ magnétique peut aussi simplement freiner celui-ci. En effet, Rauscher et Menou (2013) ont trouvé un écoulement ralenti dans l'atmosphère de leur simulation. Rogers et Showman (2014) ont établi que, dans leurs simulations 3D MHD, les vents équatoriaux avaient des vitesses réduites de 10% à 40% selon la force du champ magnétique. Le champ magnétique peut ralentir le fluide si ce dernier possède assez de constituants chargés, e.g. des ions et des électrons libres. Une explication plus détaillée sur ce phénomène sera présentée dans la section 1.2.5.

Comme pour Jupiter et Saturne, il est possible qu'une dynamo secondaire opère dans l'atmosphère des Jupiters chaudes, selon Rogers et McElwaine (2017). Une diffusivité magnétique variable serait le moteur de cette dynamo. Cependant, seules les planètes ayant des températures supérieures à 1400 K sur leur côté nuit seraient capable de soutenir ce type de dynamo. Les planètes avec des températures plus basses ne possèdent pas les gradients

nécessaires pour maintenir cette dynamo dans leurs atmosphères minces. Rogers et McElwaine (2017) proposent aussi que le champ magnétique à la surface est dominé par le champ induit dans l'atmosphère et non par le champ magnétique produit en profondeur, surtout sur le côté jour des planètes. Ce côté, exposé aux radiations intenses de l'étoile hôte, étant plus chaud, possède aussi un champ magnétique environ deux fois plus élevé que le côté nuit, selon la différence de température entre les deux côtés (Rogers et McElwaine, 2017).

1.1.3. Superrotation

La superrotation atmosphérique consiste en la rotation de l'atmosphère d'une planète, ou d'une lune, à une vitesse significativement supérieure à la rotation de la planète elle-même. Il y a plusieurs exemples de superrotation dans notre système solaire. La période de rotation de Vénus est de 243 jours, cependant les vents de 60 à 70 km d'altitude prennent seulement de quatre à cinq jours pour faire le tour de l'équateur à une vitesse entre 100 et 120 m/s (Read et Lebonnois, 2018). Un autre exemple de superrotation dans le système solaire est Titan, la plus grande lune de Saturne. Depuis le passage des sondes spatiales *Voyagers*, la superrotation était soupçonnée sur cette lune, mais a seulement été confirmée par la sonde Huygens avec des mesures *in situ* (Bird *et al.*, 2005). Des vents entre 60 et 100 m/s ont été enregistrés à une altitude de 100 à 180 km.

Il existe deux façons de définir la superrotation ; un excès de vitesse angulaire par rapport à la planète, ou bien un excès de moment cinétique spécifique par rapport au reste de la planète. La première définition est plus fréquente dans les branches de la géophysique où la vitesse de rotation du coeur de la planète est comparée avec la vitesse de rotation du reste. La deuxième définition est plus fréquente dans le contexte où l'atmosphère est comparée avec la rotation de la planète, principalement à cause de l'avantage de cette quantité quand il est question des principes de conservation d'énergie, de quantité de mouvement et de moment cinétique.

Plusieurs mécanismes pour générer ce phénomène ont été proposés depuis les années 70. Le premier mécanisme, le scénario de Gierasch-Rossow-Williams (GRW) (Gierasch, 1975;

Rossow et Williams, 1979), propose que le chauffage à l'équateur et le refroidissement aux pôles de la planète soulèvent et fassent descendre le gaz de l'atmosphère respectivement. À cause de la loi de la conservation de la masse du fluide, le gaz montant à l'équateur oblige le gaz près de la surface à aller en direction de l'équateur. Un échange de moment cinétique se produit en surface à l'aide de la friction du gaz dans la couche limite planétaire. Cet échange accélère le gaz dans la direction de rotation de la planète emmagasinant ainsi du moment cinétique dans la direction ouest-est. Ce surplus de moment cinétique est alors transporté en altitude lorsque le gaz se réchauffe à l'équateur. Ensuite, il est supposé que le cisaillement entre les écoulements à l'équateur et aux pôles en altitude produit des tourbillons turbulents. Ces derniers mélangent le fluide vers un état de vortacité uniforme ayant comme effet d'apporter du moment cinétique vers l'équateur. Cette accumulation de moment cinétique à l'équateur évolue vers un équilibre de superrotation en altitude. Toutefois, cette théorie possède ses défauts. Le scénario de GRW suppose l'homogénéité et l'isotropie des tourbillons dans l'atmosphère de la planète. Ces dernières hypothèses ne sont pas réalistes du tout aux grandes échelles (Read et Lebonnois, 2018). En effet, aux grandes échelles, les tourbillons agissent davantage comme des ondes à cause des effets de rotation, de la géométrie sphérique de la planète ainsi que de la stratification de l'atmosphère.

Un type d'ondes étant capable de produire la superrotation sont les ondes de Rossby. Celles-ci sont possibles dans les fluides en rotation grâce à la force de Coriolis. Cette dernière crée une force de rappel qui rend possible la présence d'ondes agissant comme perturbation sur l'état d'équilibre géostrophique, soit l'équilibre horizontal entre le gradient de pression, en incluant le potentiel centrifuge, et la force de Coriolis. Ce type d'onde se déplace d'est en ouest, tandis que la déformation des isosurfaces telles que la température et la pression se fait dans la direction latitudinale. Les ondes de Rossby puisent leur énergie dans les gradients de température. Ce type de gradient est bien présent sur Terre et ses effets sont bien visibles aux échelles synoptiques, soit ~ 1000 km. Toutefois, sur les Jupiters chaudes, ces gradients sont encore plus grands, avec des écarts de température pouvant atteindre près de 500 Kelvins laissant place ainsi à des ondes de Rossby à très grande échelle.

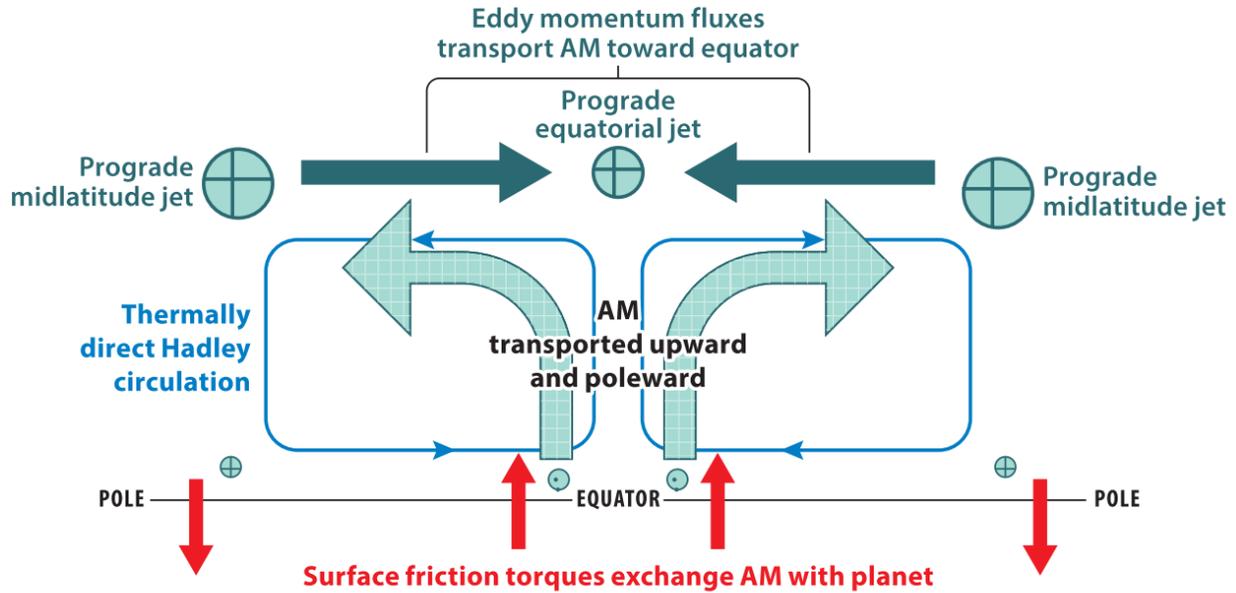


Figure 1.9. Schéma du scénario classique de Gierasch-Rossow-Williams illustrant les éléments physiques principaux expliquant la superrotation. Figure 6a tirée de Read et Lebonnois (2018).

1.2. Magnétohydrodynamique

La magnétohydrodynamique (abrégé MHD) est l'étude des fluides étant en interaction avec un champ magnétique. Ces fluides doivent satisfaire à quelques critères afin de se soumettre à l'approximation MHD. Ces critères sont que les fluides doivent être des conducteurs électriques, mais globalement neutres et ils doivent être dominés par les collisions afin de respecter la loi d'Ohm dans le repère comobile avec le fluide ($\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$, où \mathbf{J} est la densité de courant, σ est la conductivité électrique, \mathbf{u} est le vecteur de vitesse et \mathbf{B} est le champ magnétique). En astrophysique, la majorité des objets respectent ces contraintes, tels que les nuages moléculaires, les étoiles de la séquence principale et les planètes gazeuses.

1.2.1. Équation d'induction

Nous cherchons ici à mettre en relation l'évolution d'un champ magnétique sous l'action inductive d'un écoulement. Commençons par rappeler les lois de l'électrodynamique, aussi

appelées équations de Maxwell, qui nous seront utiles dans la présente section :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad (1.2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (1.2.4)$$

où ρ_e est la densité volumique de charge électrique, ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide et μ_0 est la perméabilité magnétique du vide. Ces lois sont connues sous les noms de loi de Gauss, loi Anonyme, loi de Faraday et la loi d'Ampère et Maxwell et sont exprimées ici dans le système international d'unités.

Avec l'hypothèse d'écoulements non-relativistes mentionnées plus haut, il est justifié de considérer seulement la forme originale de la loi d'Ampère en laissant tomber le courant de déplacement de Maxwell (Davidson, 2001) :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (1.2.5)$$

La loi d'Ohm dit que la densité de courant électrique est directement proportionnelle au champ électrique pour un fluide conducteur au repos. Or, nous cherchons à décrire un système dynamique. Pour ce faire, il suffit d'appliquer la transformation de Lorentz sur le repère comobile avec le fluide vers le repère au repos. Nous arrivons ainsi à la forme généralisée de la loi d'Ohm qui s'applique à des fluides se déplaçant à des vitesses non relativistes telles que $\gamma \simeq 1$:

$$\mathbf{J} = \sigma_e (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (1.2.6)$$

En prenant le rotationnel de cette dernière équation puis en substituant pour $\nabla \times \mathbf{E}$ dans l'équation de Faraday, nous obtenons l'équation d'induction magnétohydrodynamique telle que recherchée :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}). \quad (1.2.7)$$

Le premier terme à droite de l'équation représente l'induction d'un champ magnétique par le fluide en mouvement tandis que le deuxième terme de droite représente la diffusion du champ magnétique jaugé par la diffusivité magnétique, $\eta = 1/\mu_0\sigma_e$.

1.2.2. Équation de Navier-Stokes

L'équation de Navier-Stokes est une équation aux dérivées partielles non linéaires décrivant le comportement des fluides. Une première version a été émise par le mathématicien et ingénieur français Claude Louis Marie Henri Navier en 1823, où la notion de viscosité dans l'équation d'Euler a été ajoutée. La deuxième version, celle que nous utilisons aujourd'hui, a été écrite par le physicien britannique Georges Gabriel Stokes quelques années plus tard, en 1845. L'existence de solutions à cette équation par preuve mathématique n'a toujours pas été démontrée. En effet, ce problème est ouvert depuis près de deux siècles déjà et est l'un des problèmes du prix du millénaire¹.

Avant d'introduire l'équation de Navier-Stokes, présentons d'abord l'opérateur D/Dt . Il est naturel en physique de vouloir calculer le taux de variation temporelle de quantités physiques des systèmes que nous voulons étudier. Soit f une quantité physique quelconque du système. Normalement, le taux de variation temporelle serait simplement la dérivée temporelle de f :

$$\left. \frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \right|_{x_0}, \quad (1.2.8)$$

où x_0 est un point quelconque dans le système. En hydrodynamique, cette dérivée n'a plus de sens. En effet, si f est une quantité associée à un écoulement $\mathbf{u}(x)$, alors l'élément de fluide au point x_0 en t s'est déplacé au point $x_0 + \mathbf{u}\Delta t$ au temps $t + \Delta t$. Il faut donc ajouter un terme à cette dérivée qui tient compte de l'écoulement dans le système. Ce terme représentant l'advection dans le fluide est $\mathbf{u} \cdot \nabla$. Notons aussi que l'équation 1.2.8 est valable en l'absence d'écoulement. Ainsi, au point x_0 , la dérivée temporelle totale est égale à la dérivée temporelle partielle. Il est alors possible d'écrire le taux de variation de f en suivant l'écoulement du fluide ; ceci est la représentation lagrangienne. Le taux de variation dans cette représentation

1. Clay Mathematics Institute. «Navier-Stokes Equation», <http://www.claymath.org/millennium-problems/navier-stokes-equation> (Page consultée le 17 juin 2020).

est défini comme la somme de la dérivée temporelle partielle et du terme advectif mentionné plus haut et est représenté par l'opérateur D/Dt , la dérivée lagrangienne :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla). \quad (1.2.9)$$

Afin d'établir l'équation de Navier-Stokes, il suffit de traduire la deuxième loi de Newton, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, pour un fluide. Soit la dérivée lagrangienne de \mathbf{u} , l'écoulement est égal à l'accélération du fluide, qui elle-même est égale à la force totale sur le système divisé par la masse :

$$\mathbf{a} = \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\mathbf{F}_{tot}}{\rho\Delta V}. \quad (1.2.10)$$

Il suffit maintenant de détailler les forces agissant sur le système. La première force à considérer est la pression sur le système, plus précisément le gradient de pression. La deuxième force importante en hydrodynamique est la gravité. Tout fluide est sujet à cette force attractive aussi bien sur Terre qu'ailleurs dans l'univers. Avec ces deux forces, nous retrouvons l'équation d'Euler valide seulement pour les fluides inviscides. L'équation de Navier-Stokes toutefois est capable de modéliser les fluides visqueux, ce qui introduit la troisième force de l'équation de Navier-Stokes ; la force visqueuse. Il est possible de décomposer \mathbf{F}_{tot} en encore plus de forces. Nous pourrions y rajouter la force de Coriolis, la force centrifuge, des forces extérieures quelconques, telle une source, etc., mais les détails de ces forces ne sont pas importants pour ce mémoire, seulement leurs effets tels qu'une vitesse élevée à l'équateur. Puisque nous considérons les champs magnétiques pour ce projet, il est alors impératif de considérer l'influence de la force de Lorentz sur le fluide. Cette dernière est la quatrième et dernière force considérée ici. Ainsi, la forme de l'équation de Navier-Stokes qui nous intéresse pour ce mémoire est la suivante :

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho\mathbf{g} + \mu\nabla^2\mathbf{u} - \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}), \quad (1.2.11)$$

où nous avons présenté la force visqueuse avec l'hypothèse de fluide incompressible et où $\mu = \rho\nu$ est la viscosité dynamique. Dans le Système International d'unités, nous exprimons

la densité en kg m^{-3} , la vitesse en m s^{-1} , la pression en Pa, l'accélération gravitationnelle en m s^{-2} , la viscosité dynamique en Pa s et le champ magnétique en tesla (T).

1.2.3. Équation de la chaleur

Pour ce projet, nous sommes intéressés à connaître l'évolution temporelle de la température. Pour cela, nous utilisons l'équation de chaleur, une autre équation aux dérivées partielles, cette fois introduite par Joseph Fourier en 1807. Cette équation modélise la dissipation de la chaleur dans un milieu continu tout en considérant les sources possibles de chaleur dans le système. Ici, deux sources d'énergie internes sont considérées : le chauffage par friction dû à la viscosité du fluide et le chauffage ohmique produit par l'effet Joule lorsqu'il y a présence de courant électrique. Le chauffage par friction est représenté par la fonction de dissipation visqueuse :

$$\phi_\nu = \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_s}{\partial x_s} \right)^2 + \mu_\vartheta \left(\frac{\partial u_s}{\partial x_s} \right)^2 \quad (1.2.12)$$

où μ_ϑ est la viscosité volumique. Tandis que le chauffage ohmique est représenté par la fonction de dissipation magnétique :

$$\phi_\eta = \frac{\eta}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B})^2. \quad (1.2.13)$$

Il ne suffit plus que de mettre ces deux fonctions dans l'équation de chaleur et nous obtenons l'équation nécessaire pour connaître l'évolution de la température dans le temps :

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \Phi_\nu + \Phi_\eta + \chi \nabla^2 T \quad (1.2.14)$$

où $\chi = \rho c_p \kappa$ est la conductivité thermique et κ est la diffusivité thermique.

1.2.4. Diffusivité magnétique

Dans la section 1.2.1, nous avons introduit la diffusivité magnétique. Cette quantité est normalement considérée comme étant une constante dans le temps. Dans le cadre de ce projet de maîtrise, la diffusivité magnétique n'est pas seulement considérée comme une variable dans

l'espace, mais aussi dans le temps. Afin d'avoir une formule de la diffusivité magnétique, nous devons retourner à sa définition :

$$\eta = \frac{1}{\mu_0 \sigma_e}, \quad (1.2.15)$$

où σ_e est la conductivité électrique. Encore une fois, nous devons examiner la définition de cette variable :

$$\sigma_e = \frac{n_e e^2}{m_e n_n \langle \sigma v \rangle_e}, \quad (1.2.16)$$

où n_e et n_n sont les nombres volumiques des électrons et des neutrons, e est la charge élémentaire, m_e est la masse d'un électron et $\langle \sigma v \rangle_e$ est le taux de collision. Cette dernière valeur est tirée de Draine *et al.* (1983) et est égale à :

$$\langle \sigma v \rangle_e = 10^{-19} \text{m}^2 \left(\frac{128kT}{9\pi m_e} \right)^{1/2}, \quad (1.2.17)$$

où k est la constante de Boltzmann. C'est avec cette dernière équation que nous trouvons notre dépendance spatiale et temporelle, grâce à la température qui est obtenue avec l'équation de chaleur. Notons qu'elle n'est valable qu'avec l'hypothèse de la neutralité du gaz, c'est-à-dire que la charge électrique des ions est égale à celle des électrons dans le gaz. Il faut aussi émettre l'hypothèse que le gaz chargé se déplace à la même vitesse que le gaz neutre. Récemment, des simulations MHD ont été effectuées avec l'hypothèse que ces deux types de gaz pouvaient se comporter comme deux gaz indépendants (Benavides et Flierl, 2019). Cependant, leurs simulations montrent que ce n'est pas le cas et que les deux gaz se comportent bien comme un seul, validant notre hypothèse émise. Ce résultat est important puisqu'il est cohérent avec un plasma dominé par les collisions, ce qui permet d'appliquer la loi d'Ohm. Ainsi, lorsque ces trois dernières équations sont combinées, nous pouvons simplifier les constantes et nous tombons sur une équation plus facilement utilisable (Rogers et Showman, 2014) :

$$\eta = 0.023 \frac{\sqrt{T}}{\chi_e} \text{m}^2 \text{s}^{-1}, \quad (1.2.18)$$

où χ_e est la fraction d'ionisation ($\ll 1$) qui est obtenue avec l'équation de Saha :

$$\frac{\chi_e^2}{1 - \chi_e^2} = n^{-1} \left(\frac{2\pi m_e}{h^2} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} \exp(-\epsilon/kT). \quad (1.2.19)$$

où ϵ est l'énergie d'ionisation. Puisque les Jupiters chaudes ont des températures généralement entre 1000K et 2500K, les alcalins sont une très bonne source d'électrons pour le plasma. Ici, le potassium a été choisi comme seul alcalin, afin de faciliter les calculs. L'abondance utilisée est l'abondance solaire trouvée dans Lodders (2010).

Ainsi, les équations d'induction, de Navier-Stokes et de chaleur sont toutes fortement couplées.

1.2.5. Théorème et ondes d'Alfvén

Dans l'Équation (1.2.7), nous pouvons séparer le terme à droite de l'équation en deux parties. La première partie, étant l'induction, peut s'écrire; $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ et la deuxième représentant la diffusion; $\eta \nabla^2 \mathbf{B}$, si nous considérons η constant dans l'espace. Il est possible de définir un nombre adimensionnel qui caractérise lequel de ces deux termes domine dans l'équation d'induction. Ce nombre est le nombre de Reynolds magnétique : $Rm = uL/\eta$, où u et L sont une vitesse et une longueur caractéristiques respectivement. Le théorème d'Alfvén stipule que lorsque la conductivité électrique est infinie (i.e. la diffusivité magnétique nulle), les lignes de champ magnétique sont alors "gelées" dans le fluide et se déplacent avec celui-ci. Lorsque $\eta = 0$, nous disons alors que nous sommes dans le régime de la MHD idéale. Toutefois, lorsque la conductivité électrique est basse (diffusivité magnétique est haute), alors le deuxième terme à droite de l'équation d'induction devient plus important. Ce terme représente la diffusion du champ magnétique dans le fluide. Par la même idée, ceci veut dire que les lignes de champ magnétique glissent dans le fluide sans être déformées.

Il est possible de représenter ce théorème à l'aide d'une équation. Soit la loi de Faraday sous sa forme différentielle :

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (1.2.20)$$

Posons une surface S fixe dans l'espace délimitée par un contour γ et le vecteur unitaire $\hat{\mathbf{n}}$ normal à S . Suite à quelques manipulations arithmétiques, il est possible d'obtenir la relation suivante dans l'approximation MHD :

$$\eta \oint_{\gamma} (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = -\frac{D}{Dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (1.2.21)$$

Ainsi, dans la MHD idéale, où η est nul, le terme de droite de la dernière équation disparaît, indiquant que la dérivée lagrangienne du flux magnétique est nulle. Physiquement cela signifie que le flux magnétique, qui traverse une surface quelconque est conservé pendant le transport et la déformation de cette dernière par l'écoulement du fluide, ce qui correspond aux lignes de champ "gelées" discutées plus haut.

Dans le système présenté ici, il n'y a pas de régime prédéfini puisque la diffusivité magnétique varie constamment avec la température dans le temps et dans l'espace. Ainsi, il y a une oscillation entre les deux régimes ; les lignes de champs peuvent parfois glisser dans le fluide, mais le fluide peut les entraîner à d'autres instants. Une façon simplifiée de dire cela, en regardant l'équation 1.3.5, est que les lignes de champs magnétiques seront gelées dans le fluide si le Reynolds magnétique, Rm , est plus grand que 1, et ces mêmes lignes de champs vont glisser dans le fluide lorsque Rm est plus petit que 1.

Un autre résultat important obtenu par l'astrophysicien suédois Hannes Alfvén est les ondes d'Alfvén. Ces ondes magnétohydrodynamiques sont possibles grâce à la tension magnétique, agissant comme force de rappel, et se propagent de façon transverse.

Pour un fluide inviscide, en régime MHD idéal ($\nu = 0$ et $\eta = 0$) et en négligeant la pression gazeuse et la gravité, les équations de Navier-Stokes et d'induction se simplifient :

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}), \quad (1.2.22)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (1.2.23)$$

Dans un tel régime, les ondes d'Alfvén sont bien définies et comprises. En effet, il est possible de représenter la solution des formes linéarisées des équations 1.2.22 et 1.2.23 par une onde

plane en coordonnées cartésiennes :

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)], \quad (1.2.24)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)], \quad (1.2.25)$$

où \mathbf{U}_0 et \mathbf{B}_0 sont les amplitudes vectorielles complexes de la vitesse et du champ magnétique, \mathbf{k} est le vecteur d'onde et ω la fréquence angulaire de l'onde. Lorsque l'amplitude U_0 et k sont perpendiculaires et que ce dernier est parallèle au champ magnétique sans perturbations, \mathbf{B}_0 , et lorsque nous substituons les équations 1.2.24 et 1.2.25 dans les formes linéarisées des équations 1.2.22 et 1.2.23, nous obtenons la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = u_A^2 k^2, \quad (1.2.26)$$

où $u_A = \mathbf{B}_0 / \sqrt{\mu_0 \rho}$ est la vitesse d'Alfvén. Ainsi, la vitesse du fluide et l'amplitude du champ magnétique oscillent de façon sinusoïdale avec le champ magnétique en retard de $\pi/2$ par rapport à la vitesse, le tout ayant une fréquence angulaire de $\omega = u_A k$.

Lorsque les processus de diffusion sont considérés de la façon habituelle, c'est-à-dire que les coefficients de diffusion sont constants, \mathbf{u} et \mathbf{B} oscillent encore de façon sinusoïdale, mais avec une amplitude décroissante dans le temps. Maintenant, si nous ajoutons la dépendance de la température pour la diffusivité magnétique telle qu'expliquée à la section 1.2.4, les comportements de la vitesse et du champ magnétique restent périodiques, mais ne sont plus sinusoïdaux. Grâce à la dépendance en température de η , des fréquences secondaires peuvent être intégrées à l'oscillation principale résultant à un mélange des phases. Ce mélange des phases, ou "phase mixing" en anglais, produit des gradients élevés dans le champ magnétique. Le chauffage de Joule est décrit par une relation quadratique avec le gradient du champ magnétique (voir équation 1.2.13). Ainsi, les gradients élevés causent un chauffage de Joule important résultant à une diminution de la diffusivité magnétique. Toutefois, le chauffage de Joule n'est pas nécessairement égal partout dans le domaine, générant aussi des gradients dans la diffusivité magnétique. En effet, le chauffage de Joule dépend de la

diffusivité magnétique qui elle-même dépend de la température, tel que montré dans l'équation 1.2.18, qui peut varier rapidement avec la position et le temps (Menou, 2012a). C'est ici l'aspect fondamentalement non linéaire du processus à l'étude dans ce mémoire. À partir de l'équation 1.2.7, il est possible de prédire que le terme dissipatif peut en fait agir comme un effet dynamo. En effet, la condition pour avoir un effet dynamo localisé grâce à un gradient de la diffusivité magnétique est :

$$-\nabla\eta \times (\nabla \times \mathbf{B}) > \eta \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (1.2.27)$$

Cette source locale de champ magnétique causé par une diffusivité magnétique non constante a été mentionnée comme source possible de champ magnétique astrophysique par Busse et Wicht (1992), Pétrélis *et al.* (2016) et Rüdiger *et al.* (2019). Pour se qualifier de dynamo, il faut aussi que le système soit en mesure de générer un champ magnétique par lui-même sans apport énergétique extérieur. Cette condition sera pertinente au chapitre suivant.

Ainsi, les oscillations Alfvéniques se complexifient puisqu'elles sont influencées par la variation temporelle de la diffusivité magnétique causée par le chauffage ohmique, donnant lieu à une forme de rétroaction non linéaire complexe. Ces ondes, propulsées par la variation temporelle, lorsque suffisamment excitées pourraient être suffisantes pour changer la direction du vent zonal et ainsi résulter à un déplacement périodique autour du point substellaire, qui pourrait conduire à des points chaud à l'ouest durant une partie du cycle d'oscillation des points chauds des Jupiters chaudes.

1.3. Modèle rapide en une dimension

Les travaux précédents présentent des simulations MHD en trois dimensions possédant des diffusivités magnétiques variant dans l'espace, mais fixées dans le temps (Rogers et Showman, 2014; Rogers et Komacek, 2014; Rogers et McElwaine, 2017; Rogers, 2017). Seul Rauscher et Menou (2013) présentent des travaux incluant une dépendance temporelle de la diffusivité magnétique, mais n'étudient pas les effets de la dépendance temporelle directement. Ainsi, afin d'étudier les effets d'une diffusivité magnétique variable dans le temps et

l'espace, nous avons mis sur pied un code Python résolvant les équations MHD (équations 1.2.7, 1.2.11, 1.2.14 et 1.2.18) présentées dans les sections précédentes dans un système en une dimension en coordonnées cylindriques. Dans les sections suivantes, nous décrivons les approximations posées afin de résoudre le système d'équations en une dimension, de l'adimensionnalisation effectuée pour simplifier les équations et leur résolution ainsi que de l'espace des paramètres exploré pour étudier le comportement du système dans différents régimes.

1.3.1. Approximations

Comme décrit dans la section 1.1.2, ce que nous cherchons à modéliser ici est un système très asymétrique. Nous avons dû poser des approximations pour simplifier la résolution du problème. Puisque nous avons décidé de faire un code en une dimension, l'hypothèse d'axisymétrie a dû être émise, laissant de côté le gradient de température entre le côté jour et le côté nuit, par exemple. La première approximation sur le fluide émise est l'incompressibilité de celui-ci, telle que représentée dans l'équation 1.2.11. Ce qui peut poser problème lorsque la vitesse du gaz se rapproche de la vitesse du son, où la compressibilité du fluide est importante. Le choix d'un code en une dimension dans une géométrie axisymétrique nous force aussi à avoir une dépendance uniquement sur le rayon et le temps pour toutes nos variables. Ainsi, l'effet de la gravité et de la pression n'est pas représenté dans les équations qui sont résolues. Un écoulement uniquement zonal a été supposé, négligeant ainsi les écoulements se dirigeant vers les pôles, nous laissant seulement avec les composantes en ϕ de nos équations : $\mathbf{u} = u(r,t)\hat{\phi}$, $\mathbf{B} = B(r,t)\hat{\phi}$. Ainsi, ce système est représenté par l'espace entre deux cylindres concentriques avec invariance en z .

Nos approximations précédentes nous laissent peu de choix quant au champ magnétique initial nous offrant l'option de générer un champ magnétique dans la direction longitudinale par un écoulement dans cette même direction par induction. Un champ magnétique initial semblable à une source singulière est donc supposé, allant en $1/r$ ce qui respecte toujours l'équation 1.2.2 : $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ en coordonnées cylindriques.

1.3.2. Adimensionnalisation

L'adimensionnalisation est une technique qui consiste à éliminer les dimensions des variables en faisant apparaître des nombres sans dimension dans les équations représentant le ratio de quantités clés. Cette méthode, populaire en hydrodynamique, permet de résoudre les problèmes plus efficacement, puisque cela réduit le nombre de constantes à considérer en plus d'être en mesure de catégoriser les résultats selon la valeur des nombres adimensionnels.

Nous avons adimensionné les équations 1.2.7, 1.2.11, 1.2.14 et 1.2.18, soit l'équation d'induction, l'équation de Navier-Stokes, l'équation de chaleur ainsi que l'équation de la diffusivité magnétique respectivement. L'adimensionnalisation a été faite par rapport aux valeurs initiales de celles-ci ou par rapport à des valeurs constantes du système. Voici les changements non triviaux de variables effectués :

$$u \mapsto u_A \tilde{u}, \quad (1.3.1)$$

$$B \mapsto B_0 \tilde{B}, \quad (1.3.2)$$

$$t \mapsto \frac{l^2}{\eta_0} \tilde{t}, \quad (1.3.3)$$

$$\eta \mapsto \eta_0 \tilde{\eta}, \quad (1.3.4)$$

où B_0 est la magnitude du champ magnétique radial à la base de l'enveloppe, l est l'épaisseur de la couche simulée et η_0 est la valeur de la diffusivité magnétique à la frontière extérieure du domaine qui reste constante durant les simulations. Pour le temps, le temps de diffusion magnétique a été choisi. Les variables notées avec un tilde sont sans dimension. Avec ces changements de variables, nous pouvons adimensionnaliser nos équations. Voici l'équation d'induction réécrite sans dimension :

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial \tilde{t}} = \text{Rm} \tilde{\nabla} \times (\tilde{\mathbf{u}} \times \tilde{\mathbf{B}}) - \tilde{\nabla} \times (\tilde{\eta} \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}}). \quad (1.3.5)$$

Nous utilisons u_A , l'épaisseur de l'atmosphère d'une Jupiter chaude moyenne et η_0 pour les valeurs caractéristiques qui définissent Rm. L'exercice d'adimensionnalisation est répété pour l'équation du mouvement. Le temps de diffusion magnétique est encore utilisé ici. L'équation

de Navier-Stokes devient alors, en ignorant les termes du gradient de pression et de la gravité qui ne contribuent pas à la dynamique zonale (dans la coordonnée ϕ) :

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} = \text{Pm} \nabla^2 \tilde{\mathbf{u}} - \text{Rm} \tilde{\mathbf{B}} \times (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}). \quad (1.3.6)$$

Un nouveau paramètre adimensionnel est apparu dans cette équation. Il s'agit du nombre de Prandtl magnétique défini comme :

$$\text{Pm} = \nu / \eta. \quad (1.3.7)$$

La valeur de la viscosité est une constante dans le domaine, donc est notre valeur caractéristique. Pour adimensionnaliser l'équation de température, la conductivité thermique, χ , est supposée constante :

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} = \text{Pm} \text{Ec} \tilde{\Phi}_\nu + \text{Ec} \tilde{\Phi}_\eta + \frac{\text{Pm}}{\text{Pr}} \nabla^2 \tilde{T}. \quad (1.3.8)$$

Il y a maintenant deux nouveaux paramètres adimensionnels, soit Pr et Ec. Le premier, le nombre de Prandtl est défini comme :

$$\text{Pr} = \nu / \kappa, \quad (1.3.9)$$

où $\kappa = \chi / \rho c_p$ et le deuxième, le nombre d'Eckert est défini comme :

$$\text{Ec} = u^2 / c_p T. \quad (1.3.10)$$

Les deux variables définissant le nombre de Prandtl sont constantes dans le domaine. Pour le nombre d'Eckert, la vitesse caractéristique est encore la vitesse d'Alfvén, la capacité thermique à pression constante est considérée comme uniforme dans le domaine et la température de référence prise est celle à la frontière extérieure du domaine pour être compatible avec la diffusivité magnétique caractéristique choisie.

Il est à noter bien que nous traitons la diffusivité magnétique comme une variable dépendante de la température, nous considérons les deux autres variables diffusives comme étant des constantes. Cependant, ces deux variables, soit ν et κ , dépendent bien de la température.

Nous avons fait le choix de considérer ces variables comme constantes pour se concentrer sur les effets de la variabilité de η .

Puisque nous cherchons à résoudre un système d'équations différentielles, nous devons poser des conditions limites afin de fermer ce système. Nous avons posé, au rayon intérieur, les conditions limites suivantes : $\partial\Omega/\partial r = 0$, $\partial B_\phi/\partial r = 0$ et $\partial T/\partial r = -5$. Pour le rayon extérieur, nous avons les conditions : $\partial\Omega/\partial r = 0$, $B_\phi = 0$ et $T = T_0$ où T_0 est la température extérieure sur le côté jour qui se retrouve au Tableau 1.1. Les conditions sur la vitesse angulaire sont pour avoir aucun stress mécanique aux frontières. Pour le champ magnétique, nous n'avons aucun courant lorsque le champ est nul à l'intérieur et une condition de vide à l'extérieur. Pour la température, nous gardons la surface à une température fixe, soit la température de la planète, tandis que pour l'intérieur nous avons un flux constant dont la valeur est présentée dans le Tableau 1.1. Cette valeur de flux est ensuite adimensionnalisée et traduite en gradient de température grâce à l'équation de densité de flux thermique : $\phi_q = -\chi dT/dr$. Ce flux est équivalent à une luminosité égale à $6.76 \times 10^{-5}L_\odot$.

Paramètres	Valeurs
T_0 (K)	1100
ρ (kg/m ³)	0.01
c_p (J/K/kg)	15150
H (m)	7×10^6
B_0 (T)	[0.005, 0.025]
v_A (m/s)	[44.6, 223.0]
ν (m ² /s)	[2×10^4 , 5×10^6]
κ (m ² /s)	[2×10^4 , 5×10^6]
η (m ² /s)	[1.2×10^7 , 1.26×10^9]
ϕ_q (W/m ²)	4.2×10^5

Tableau 1.1. Paramètres utilisés pour les nombres sans dimensions. B_0 est l'amplitude du champ magnétique de Jupiters chaudes estimé par Yadav et Thorngren (2017). ν , κ et η sont les diffusivités visceuse, thermique et magnétique respectivement dont les valeurs sont tirées de Rogers et Komacek (2014) à une profondeur de 10 bar. c_p est la chaleur spécifique à pression constante de la molécule de dihydrogène à une température égale à T_0 .

Nous voulons porter une attention particulière sur le choix de la température T_0 . Cette température est bien en deça des températures effectives sur le côté jour de HAT-P-7 b

(2860 K) (Armstrong *et al.*, 2016) et de CoRoT-2 b (1693 K) (Dang *et al.*, 2018). Cependant, notre modèle n'est pas en mesure de supporter de telles températures. En effet, plus la température est grande, plus la diffusivité magnétique est basse, causant le fluide à s'attacher au champ magnétique générant d'énormes gradients que notre modèle est incapable de résoudre. Ainsi, nous avons opté pour une température plus basse pour éviter ce problème numérique.

Pour résoudre ce système d'équations, nous avons utilisé une méthode de différences finies de deuxième ordre pour discrétiser le domaine de nos simulations. Les 135 simulations possèdent une résolution de 500 points pour être en mesure de bien modéliser les couches limites. L'intégrateur temporel est un mélange de la méthode semi-implicite de Crank-Nicholson pour les termes linéaires et de la méthode explicite d'Euler pour les termes non linéaires. Nous avons fait évoluer les simulations pour 2 000 000 pas de temps pour un total de $10/Rm = 10 \tau_A/\tau_\eta$ unités de temps caractéristique, où τ_A est le temps d'Alfvén et τ_η est le temps de diffusion magnétique.

1.3.3. Espace des paramètres

Afin d'étudier l'effet de la variabilité temporelle et sa rétroaction nonlinéaire sur la dynamique des ondes d'Alfvén torsionnelles de la diffusivité magnétique, un espace de paramètre a été établi. Ce dernier a ensuite été balayé. Les nombres utilisés pour calculer les nombres adimensionnels sont montrés dans le Tableau 1.1. Les intervalles des nombres adimensionnels calculés sont présentés dans le tableau 1.2.

1.4. Contributions

L'article présenté au chapitre 2 de ce mémoire sera soumis à la revue arbitrée *The Astrophysical Journal* à l'automne 2020. Avec l'aide de Paul Charbonneau et d'Andrew Cumming, j'ai construit un code en une dimension permettant la résolution du système d'équations aux dérivées partielles couplées non linéaires 1.3.5, 1.3.6, 1.3.8 et 1.2.18. J'ai d'abord construit le code en coordonnées cartésiennes pour tester son bon fonctionnement, puis j'ai ajouté les

Paramètres	Intervalles
Rm	[0.05, 5]
Pm	[0.0005, 0.005]
Pr	[0.005, 0.05]
Ec	[1, 10]

Tableau 1.2. Nombres adimensionnels des simulations. Rm est le Reynolds magnétique et compare l'influence de l'advection par rapport à la dissipation magnétique. Pm représente le Prandtl magnétique et mesure l'influence de la viscosité par rapport à la diffusion magnétique. Le nombre de Prandtl est représenté par Pr et représente le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique. Le dernier paramètre est le nombre d'Eckert. Ce nombre représente le rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie thermique du fluide. Un total de 135 simulations a été lancé, avec 5 différentes valeur du Reynolds magnétique et 3 différentes valeur pour les trois autres paramètres.

équations en coordonnées cylindriques. Le code est ainsi compatible dans les deux systèmes de coordonnées. J'ai aussi testé un maillage non uniforme pour avoir une meilleure résolution aux bords du domaine, mais les dépendances sur les gradients des équations se sont présentées comme un obstacle à ce type de discrétisation. J'ai ensuite lancé les 135 simulations afin d'explorer l'espace des paramètres. J'ai écrit tous les codes permettant la production des figures, animations et données supplémentaires nécessaires à l'analyse des résultats. C'est en discutant avec mes directeurs que nous avons compris les implications des résultats. J'ai écrit en grande majorité l'article et l'amélioration de celui-ci a été faite en collaboration avec mes directeurs qui sont aussi mes co-auteurs. Andrew Cumming est le principal auteur des sections 2.3.1 à 2.3.3 de l'article ainsi que du modèle local. Nous planifions la présentation de mes résultats pour une rencontre internationale sur les exoplanètes durant la première année de mon doctorat commençant en automne 2020.

First Article.

Self-excited MHD oscillations in hot Jupiters

by

Raphaël Hardy¹, Paul Charbonneau¹, and Andrew Cumming²

(¹) Département de Physique, Université de Montréal, Montréal, QC, H3C-3J7, Canada

(²) Department of Physics and McGill Space Institute, McGill University, Montréal, QC, H3A 2T8, Canada

This article is to be submitted in *The Astrophysical Journal*.

The main contributions of Raphaël Hardy for this articles are presented.

- Deriving the equations in cylindrical coordinates and their nondimensionalization ;
- Coding the one dimensional model and of all the routines for the data analysis ;
- Launching the 135 simulations.

Paul Charbonneau helped with the writing of this article through discussions and constructive feedback.

Andrew Cumming is the main author of sections 2.3.1 to 2.3.3 and of the local model and helped with the writing of this article through discussions and constructive feedback.

RÉSUMÉ. Dans les travaux précédents, il a été démontré que la diffusivité magnétique variable dans l'espace peut générer des champs magnétiques lorsque son gradient s'aligne correctement avec le courant électrique (Busse et Wicht, 1992; Pétrélis *et al.*, 2016; Rogers et McElwaine, 2017; Rüdiger *et al.*, 2019). Dans ce travail nous présentons les résultats d'une exploration de l'espace des paramètres d'un modèle magnétohydrodynamique en une dimension avec une diffusivité magnétique dépendante de la température dans le plan équatorial dans le contexte de Jupiters chaudes. Les résultats montrent que des oscillations torsionnelles peuvent être maintenues par la diffusivité magnétique dépendante de la température. Certaines combinaisons de paramètres permettent même de générer un champ toroïdal de plus grande amplitude que le champ initial. Les résultats montrent aussi des oscillations alfvénique reflétant les effets non linéaires dus au couplage des équations aux dérivées partielles de la magnétohydrodynamique et de la température avec la diffusivité magnétique dépendante de la température. Ce couplage résulte en une instabilité magnétohydrodynamique ayant comme critère d'instabilité la sensibilité de la diffusivité magnétique sur la température. Nous avons aussi développé un modèle local nous permettant de dériver analytiquement des équations décrivant la fréquence et la croissance des oscillations. Nous comparons ensuite les résultats des deux modèles et trouvons un bon accord dans la nature, la forme et l'amplitude des oscillations alfvéniques résultantes. Nous terminons par établir que les oscillations générées par notre modèle en une dimension possèdent des périodes équivalentes 225 à 473 jours ainsi que des déplacements longitudinaux allant de quelques degrés à environ 40° pour une planète de la taille de Jupiter. Cet intervalle de périodes est encourageant, puisque cela signifie que les oscillations pourraient être observées.

Mots clés : magnétohydrodynamique (MHD) – diffusivité magnétique – planètes et satellites : planètes gazeuses – planètes et satellites : atmosphères – planètes et satellites : champ magnétique

ABSTRACT. Previous works have shown that a spatially-variable electric conductivity can generate magnetic fields when its gradient aligns correctly with the current (Busse et Wicht, 1992; Pétrélis *et al.*, 2016; Rogers et McElwaine, 2017; Rüdiger *et al.*, 2019). In this work we present one-dimensional magnetohydrodynamical simulations including a temperature dependent electrical conductivity, as an approximate model of zonal wind dynamics in hot Jupiters. These simulations show that torsional oscillations can be amplified and sustained at significant amplitudes. We trace this instability to the non-linear coupling of the magnetohydrodynamical torsional oscillations to the temperature field, through the temperature-dependent magnetic diffusivity. In order to better identify the physical nature of this novel instability, we also develop a local model solvable analytically and find good agreement with the results obtained via the one-dimensional numerical model, with regards to the nature, shape and amplitude of the Alfvénic oscillations. We identify the steepness of the temperature dependence of the electrical conductivity as the key factor allowing the growth of the instability. We end by calculating the corresponding periods and longitudinal displacements of the one-dimension model oscillations. The periods correspond to an interval from 225 to 473 days and the longitudinal displacements range from only a few degrees up to around 40° . This means that such magnetically-driven torsional oscillations should produce small orbit-to-orbit variations.

Keywords: magnetohydrodynamics (MHD) – magnetic diffusivity – planets and satellites : gaseous planets – planets and satellites : atmospheres – planets and satellites : magnetic fields

2.1. Introduction

Exoplanet surveys have detected more than 450 hot jupiters, gas giants orbiting their host star with an orbit of $\lesssim 0.1\text{AU}$, according to the data of exoplanet.eu (Schneider *et al.*, 2011). Due to their proximity to their hosts, they are exposed to extreme irradiation and are assumed to be tidally locked. Such an arrangement results in interesting atmospheric dynamics. To name a few phenomena, there is the dayside to nightside flow driven by the gradient of temperature (Komacek et Showman, 2016), the equatorial superrotation driven by Rossby and Kelvin waves (Read et Lebonnois, 2018; Imamura *et al.*, 2020) resulting in the zonal displacement of the hot spot coming from the substellar point and magnetic effects due to partial ionization in the atmosphere (Rogers et Komacek, 2014).

Even though the first discovery of a hot jupiter (hereafter referred to as HJ) goes back a quarter of a century (Mayor et Queloz, 1995), some features are still not fully understood. Some of these unexplained observations are the larger than expected radii of these planets (Bodenheimer *et al.*, 2001; Guillot et Showman, 2002; Baraffe *et al.*, 2003; Bodenheimer *et al.*, 2003; Laughlin *et al.*, 2005), the difference in circulation efficiency from dayside to nightside for each planet (Cowan *et al.*, 2007; Knutson *et al.*, 2007; Crossfield *et al.*, 2010; Cowan *et al.*, 2012), and the westward wind at the equator for a couple of planets (Armstrong *et al.*, 2016; Dang *et al.*, 2018) instead of the predicted eastward direction (Showman et Guillot, 2002; Cooper et Showman, 2005; Showman *et al.*, 2009; Rauscher et Menou, 2010; Kataria *et al.*, 2016).

A number of the proposed explanations for these puzzles involve magnetism. Purely hydrodynamic numerical simulations predict eastward equatorial zonal flows and have been confirmed with observations (Knutson *et al.*, 2007, 2009, 2012; Zellem *et al.*, 2014). However, in magnetohydrodynamical (hereafter referred to as MHD) simulations, Rogers et Komacek (2014); Rogers (2017); Hindle *et al.* (2019) have shown the coupling between the field and the gas can be enough to create steady westward winds at the equator. In the planets where the field is not strong enough to produce westward winds, the interaction with the gas can still be enough to slow down the circulation, therefore reducing the circulation efficiency and the deviation of the hot spot. More recent works (Bell et Cowan, 2018; Tan et Komacek, 2019) have shown that, in the hottest regime of HJs ($\gtrsim 2500\text{K}$), the dissociation of molecular hydrogen on the dayside and its recombination on the nightside increases the circulation efficiency, which is in contrast with the expected behaviour with magnetic effects only (Rogers et Showman, 2014; Rogers et Komacek, 2014), but also with what Cowan et Agol (2011) found in their sample of observed HJs.

Due to the alkali metals with low first ionization energies being present in the atmosphere of hot Jupiters, the electrical conductivity is very temperature sensitive, increasing strongly with temperature, as the irradiation from their stars is sufficient to ionize these metals (Batygin et Stevenson, 2010; Perna *et al.*, 2010a). It has been previously shown that ionization in the atmospheres of these gas giants results in the coupling of the winds with the magnetic field generated deeper into the planets (Batygin et Stevenson, 2010; Perna *et al.*, 2010a,b; Menou, 2012a). Magnetic interaction between the upper and lower envelopes of the HJs can slow down the atmospheric winds, stronger fields may even reverse the wind direction (Rogers et Komacek, 2014; Rogers, 2017; Hindle *et al.*, 2019). Some recent studies have shown that a temperature-dependent electric conductivity can act as another type of α effect (Busse et Wicht, 1992; Pétrélis *et al.*, 2016; Rüdiger *et al.*, 2019), even with small variations. HJs may be some of the most asymmetric astrophysical objects known to date

with their dayside and nightside temperature differentials, extreme winds and the proximity of their host stars, making them an interesting setup for the study of the effect of a temperature-dependent conductivity.

In this work, we investigate the effect of temperature dependent magnetic diffusivity (hereafter referred to as MD) in a simplified model representing the equatorial plane of a HJ atmosphere. To do so, we study the parameter space of the MHD equations coupled with the temperature equation through temperature-dependent MD. The effects of such a time dependency have never been studied in this context. Other works used MD profiles fixed by the background temperature (Rogers et Komacek, 2014) or did not study the effects of time-dependent MD due to temperature variations in a wide parameter space (Rauscher et Menou, 2013). First, we use a one-dimensional equatorial plane model, hereafter referred to as 1DM, to explore the behaviour of this system. We then use a local model, hereafter referred to as LM, to better understand the physical origin of the instability and the nonlinear oscillatory behaviour exhibited by the 1DM.

2.2. One dimensional equatorial plane model

Working under the magnetohydrodynamical approximation (Davidson, 2001), we consider a geometrically simplified setup whereby we adopt cylindrical coordinates (r, ϕ, z) and solve the zonal components of the axisymmetric MHD equations, as a representation of the equatorial plane ($z = 0$) of the outer envelope and atmosphere of a HJ. We thus suppress all radial and latitudinal flow displacements, i.e., $u_r = u_z = 0$. As for the magnetic field, we set $B_z = 0$ and we fix $B_r = 1/r$, thus ensuring $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ in cylindrical geometry. Our solution domain is set as the space between two co-axial nested cylinders of dimensionless radii R and $R + H$ respectively, with $H = 0.1R$. Our setup, and the rotational torsional oscillations it is meant to model, are depicted schematically in Figure 2.1.

The reduced MHD equations solved are thus :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{B_r}{\rho \mu_0 r^2} \frac{\partial (r B_\phi)}{\partial r} + \nu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right), \quad (2.2.1)$$

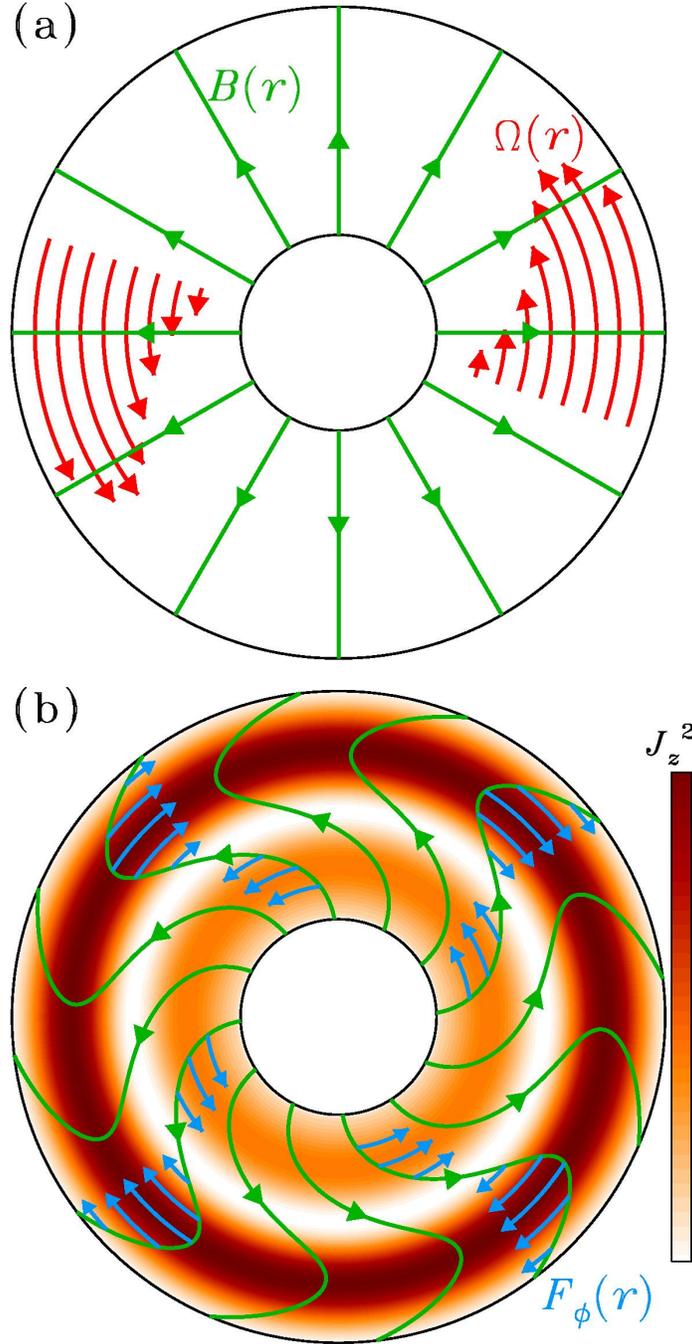


Figure 2.1. (A) Schematic representation of the 1DM setup. The aspect ratio between inner and outer cylinders is exaggerated for visual clarity. The aspect ratio used in the simulations is 1 :1.1. The magnetic field lines are represented in green ($B(r)$), and the angular velocity ($\Omega(r)$) in red. (B) Schematic representation of the system during its evolution. The magnetic field lines are now being axisymmetrically stretched by the fluid. The Lorentz force ($F_\phi(r)$) acting to straighten the field lines is shown in light blue. The local Ohmic heating is represented by the value of J_z^2 , as color-coded.

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = rB_r \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial (rB_\phi)}{\partial r} + \eta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial B_\phi}{\partial r} \right) - \frac{B_\phi}{r^2} \right), \quad (2.2.2)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \Phi_\nu + \Phi_\eta + \frac{\chi}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (2.2.3)$$

$$\Phi_\nu = \mu \left(\frac{\partial (r\Omega)}{\partial r} \right)^2, \quad (2.2.4)$$

$$\Phi_\eta = \frac{\eta}{\mu_0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rB_\phi)}{\partial r} \right)^2. \quad (2.2.5)$$

Equation (2.2.1) is the Navier-Stokes equation in its incompressible form. We have ρ representing the density of the gas, μ_0 is the vacuum permeability, $\nu = \mu/\rho$ is the kinematic viscosity with μ the dynamic viscosity. The induction equation is presented in Equation (2.2.2) where η is the magnetic diffusivity, inversely proportional to the electrical conductivity. Equation (2.2.3) is the heat transport equation and contains both viscous and Ohmic heating functions developed in Equation (2.2.4) and Equation (2.2.5) respectively, where χ is the thermal conductivity which is equal to $\chi = \rho c_p \kappa$, κ is the thermal diffusivity, c_p is the heat capacity of molecular hydrogen.

The temperature dependence of the magnetic diffusivity is modeled as :

$$\eta = 0.023 \frac{\sqrt{T}}{\chi_e} \text{m}^2 \text{s}^{-1}, \quad (2.2.6)$$

$$\frac{\chi_e^2}{1 - \chi_e^2} = \frac{1}{n} \left(\frac{2\pi m_e}{h^2} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} \exp(-\epsilon/kT). \quad (2.2.7)$$

Equation (2.2.6) is taken from Perna *et al.* (2010a) and based on the results of Draine *et al.* (1983). In this equation, χ_e is the ionization fraction obtained from the Saha Equation (2.2.7), as taken from Rogers et Komacek (2014), where n is the number density, m_e is the electron mass, h is Planck's constant, k is Boltzmann's constant and ϵ is the ionization potential. Other than hydrogen, only potassium is considered here as an alkali metal with the solar abundance given in Lodders (2010). A more rigorous approach would be to consider all the elements found in the atmosphere of HJs with their respective abundances, but for the range of temperatures in our simulations potassium dominates the ionization.

We opted to cast Equations (2.2.1)-(2.2.5) in dimensionless form. We use the base atmosphere radius R to scale length, and the value of the MD at the outer radius $\eta_0 = \eta(r = R + H)$, to compute a magnetic diffusion time $\tau_\eta = \eta_0/R^2$ to scale time. This leads to the appearance, in the dimensionless form of the governing equations, of four dimensionless groupings : the magnetic Reynolds number (Rm), the magnetic Prandtl number (Pm), the Prandtl number (Pr) and the Eckert number (Ec), as defined in Table 2.1. Characteristic magnitude of physical quantities used to compute the values of these dimensionless numbers are listed in Table 2.2.

Parameters	Definitions	Intervals
Rm	$v_A R / \eta_0$	[0.05, 5]
Pm	ν / η_0	[0.0005, 0.005]
Pr	ν / κ	[0.005, 0.05]
Ec	$v_A^2 / c_p T_o$	[1, 10]

Table 2.1. Dimensionless numbers of the simulations. Rm is the magnetic Reynolds number and measures the effect of induction versus magnetic dissipation. Pm is the magnetic Prandtl number and measures the ratio between the viscous and magnetic diffusion. The Prandtl number, Pr, measures the relative influence of the momentum diffusivity as compared to the thermal diffusivity. Finally, the Eckert number represents the ratio of magnetic to thermal energy densities. Range of values for these quantities are based on the physical parameters listed in Table 2.2 below.

2.2.1. Numerical Approach

We used a second order centered finite difference scheme for spatial discretization. All simulations have a spatial resolution of 500 points, in order to resolve boundary layers adequately, without becoming computationally prohibitive. Time stepping is a combination of the semi-implicit Crank-Nicholson method for the linear terms and the explicit Euler method for the non-linear terms. We set 2 000 000 time steps per simulation and ran them for $10/Rm = 10 \tau_A/\tau_\eta$ characteristic time units, where τ_A is the Alfvén crossing time and τ_η is the magnetic diffusion time scale.

Parameters	Values
T_0 (K)	1100
ρ (kg/m ³)	0.01
R (m)	7×10^6
B_0 (T)	[0.005, 0.025]
v_A (m/s)	[44.6, 223.0]
ν (m ² /s)	$[2 \times 10^4, 5 \times 10^6]$
κ (m ² /s)	$[2 \times 10^4, 5 \times 10^6]$
η (m ² /s)	$[1.2 \times 10^7, 1.26 \times 10^9]$
ϕ_q (W/m ²)	4.2×10^5

Table 2.2. Physical values used to set the dimensionless numbers. T_0 is the constant surface temperature. ρ is the (constant) density of the fluid throughout the domain. R is the characteristic length scale, equivalent to the radius of Jupiter. B_0 is the magnetic field strength estimated by Yadav et Thorngren (2017). v_A is the Alfvén speed calculated using the values of B_0 and ρ . ν , κ and η are the viscous, thermal and magnetic diffusivities respectively. The values are taken from Rogers et Komacek (2014) at a depth of 10 bar. ϕ_q is the thermal flux equivalent to the dimensionless bottom boundary condition on temperature.

2.2.2. Boundary and initial conditions

For the boundary conditions, we took a simplistic approach. For the angular velocity, we set vanishing mechanical stresses at both domain boundaries, amounting to $\partial\Omega/\partial r = 0$. For the magnetic field, we allow a non-zero Poynting flux coming from below to supply energy to the system. In order to do so, we set the equation of the boundary condition as $\partial B_\phi/\partial r = 0$. As for the surface boundary, we opt for a vacuum boundary condition, meaning that we set $B_\phi = 0$. For the temperature, we have chosen to emulate a constant flux of energy coming from the core. To do so, we have set a constant gradient in temperature corresponding to the luminosity of a black body of 2000 K. Once nondimensionalized, this gradient in temperature is equal to $\partial T/\partial r = -5$. For the surface, as we are not accounting for the irradiation from the star nor the change of temperature due to the heat redistribution from dayside to nightside, we have chosen to hold the temperature at a constant value $T = T_0$ representative of the effective temperatures of observed HJs, i.e., T_0 equal to 1100 K, as shown in Table 2.2. However, this temperature is lower than the effective temperature on the day side of the aforementioned planets HAT-P-7 b and CoRoT-2 b (2860 K and 1693 K respectively (Armstrong *et al.*, 2016; Dang *et al.*, 2018)). We had to choose a lower temperature for

stability due to stronger flux freezing in hotter regimes thus causing enormous gradients in the velocity and magnetic field that we were unable to solve numerically.

The initial condition is the same in every simulation and is presented in Figure 2.2. A Gaussian angular velocity profile is imposed to impulsively kick-start the oscillations. The initial magnetic field is purely radial and the radial profile of temperature is linear with respect to the lower boundary condition. Instead of representing directly the temperature, we plot $\Delta T = T - T_0$ in our figures for clarity. The MD is simply given by Equation (2.2.6) with the initial radial profile of $T(r)$.

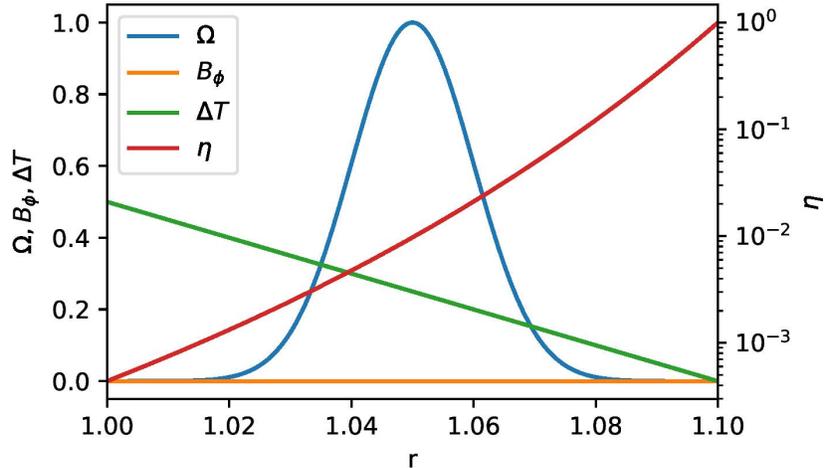


Figure 2.2. Initial radial profiles of the angular velocity, the magnetic field in the ϕ direction, the temperature difference from T_0 and the magnetic diffusivity. The scaling for Ω , B_ϕ , ΔT is linear on the left-hand side, while scaling for η is logarithmic and is on the right-hand side.

We ran a total of 135 simulations, all with different combinations of dimensionless number values. For all four numbers, we have chosen three different values, except for the magnetic Reynolds number where five were chosen, within the intervals listed in Table 2.1. These choices are based on estimates and calculations found in Rogers et Komacek (2014) and Yadav et Thorngren (2017), and shown in Table 2.2.

2.2.3. Results

In this section we first present and discuss in some detail three representative simulations exhibiting qualitatively distinct behaviours. The key feature of interest is the ultimate fate of the torsional oscillation excited by our adopted initial condition.

Our first “case study” is defined by parameters $Rm=1$, $Pm=0.005$, $Pr=0.005$, $Ec=10$. As can be seen on Figure 2.3 (a), after a brief transient phase the oscillation excited by the initial condition grows steadily until its amplitude saturates. Here this oscillatory stationary state is reached after about 6 characteristic time units. Once in this stationary state, the MD at the center varies from $\sim 1 \times 10^{-4}$ up to $\sim 6 \times 10^{-4}$ at its peak, so that η remains low enough for flux freezing to remain enforced throughout the oscillation.

The stationary oscillation at the center of the domain is represented in Figure 2.4 in panel (a) as a 3D phase space $[\Omega, B_\phi, \eta]$ trajectory. Projected in the $[\Omega, B_\phi]$ plane, the oscillation is close to a perfect circle, as would be the case for a linear Alfvén wave with constant ν and η saturating the amplitude. Here the amplitude of the oscillation has grown considerably in size, in comparison to the initial perturbation of the zonal flow. Indeed the initial dimensionless angular velocity was equal to 1 at this point in space, but the oscillation grew up to an amplitude of about 2.5 in both Ω and B_ϕ . We also note that the MD is at its peak when the angular velocity is close to zero and the magnetic field is at its maximum. The phase space trajectory also shows both heating sources in action. When Ω is at its peak and B_ϕ is near zero, η stabilizes for a short moment viscous heating being small in this low Pm simulation ; whereas Ohmic heating peaks when B_ϕ reaches its maximum value, efficiently heating up the gas and therefore lowering the MD.

Figure 2.5 depicts a temporal sequence of snapshots of the radial profiles of the four main variables, spanning one oscillation cycle. The Alfvénic character of the oscillation is again apparent, with B_ϕ lagging Ω by about $\pi/2$ in phase, in the bulk of the solution domain. The largest relative variations of η are seen to occur in the bottom half of the domain, where B_ϕ reaches its highest amplitude.

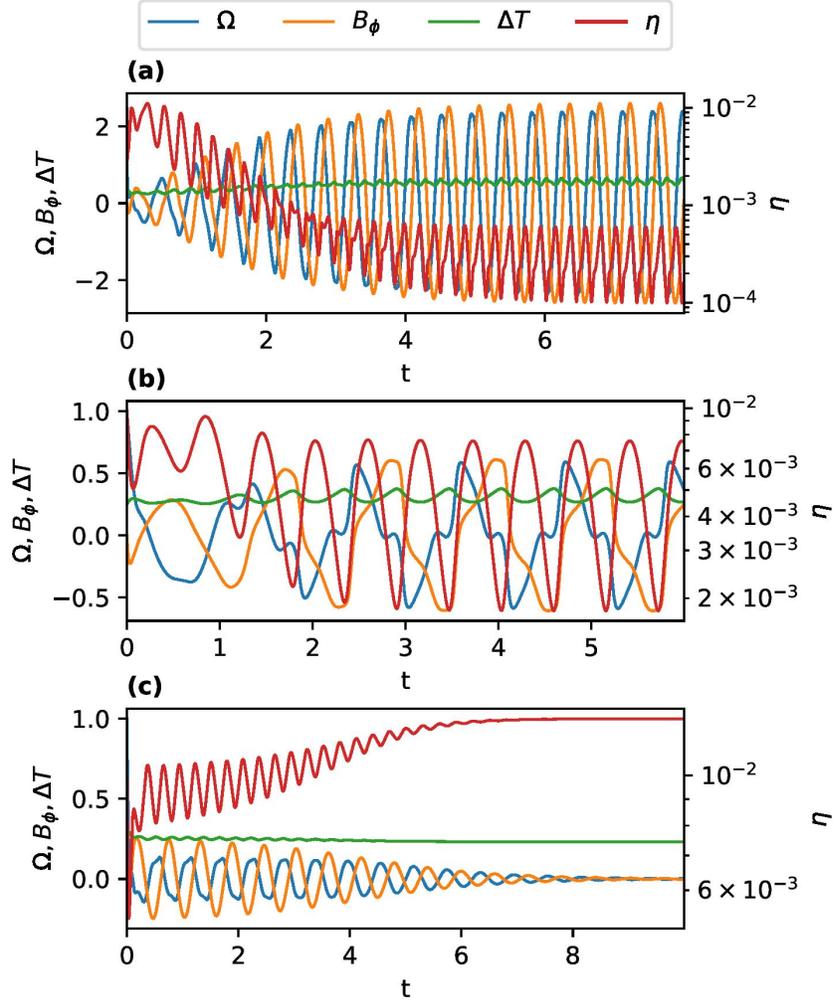


Figure 2.3. Time evolution of the angular velocity, the longitudinal magnetic field component, the difference in temperature and the magnetic diffusivity at the center of the domain for the three case study simulations. In (a) $Rm=1, Pm=0.005, Pr=0.005, Ec=10$; in (b) $Rm=0.5, Pm=0.0005, Pr=0.01, Ec=1$ and in (c) $Rm=1, Pm=0.0005, Pr=0.005, Ec=1$. A few oscillations at the end have been removed in the first two simulations, in order to have a better view of the oscillation.

Our second case study has $Rm=0.5, Pm=0.0005, Pr=0.01, Ec=1$. The time evolution of this simulation is plotted in panel (b) of Figure 2.3. The wave frequency is lower with this set of parameters. Indeed, given our scaling of the governing equations, the frequencies (f_A) of the Alfvénic torsional oscillation is directly linked to the magnetic Reynolds number; $f_A \approx 2Rm$. The time series for Ω and B_ϕ are still periodic, but now with shapes departing strongly from a simple sinusoid. This reflects the presence of higher harmonics being excited.

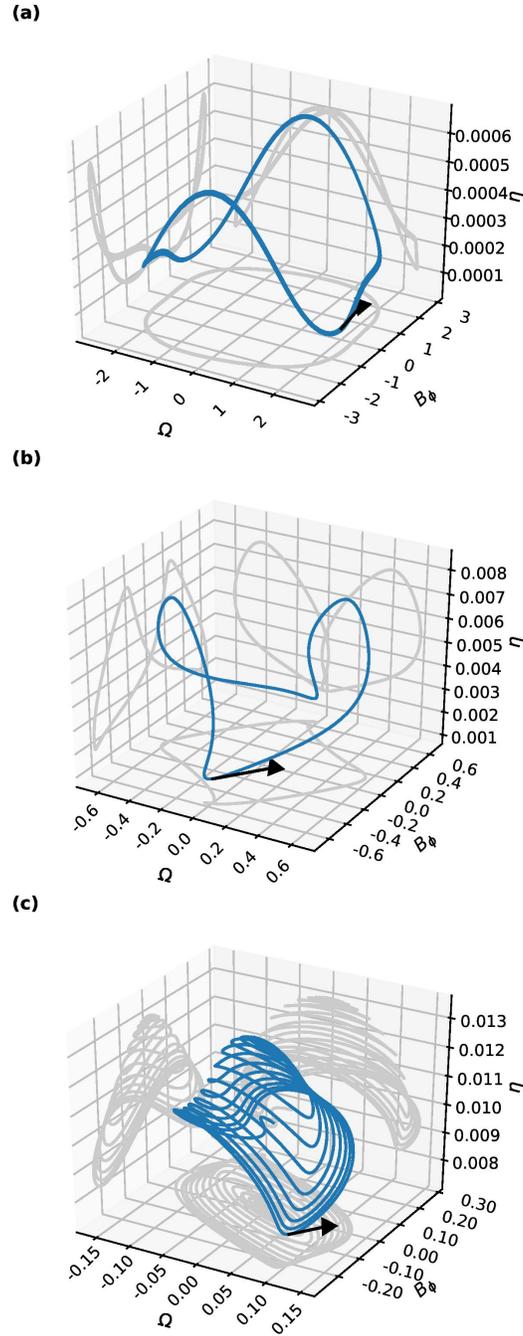


Figure 2.4. Three-dimensional phase space representations of torsional oscillations in the three case studies of Fig. 2.3. The phase space variables Ω , B_ϕ and η are all extracted at $r = 1.05$. The black arrows show the direction of the oscillations, in all cases counterclockwise in the $[\Omega, B_\phi]$ plane. (a) Simulation with parameters $Rm=1$, $Pm=0.005$, $Pr=0.005$, $Ec=10$. (b) Simulation with parameters $Rm=0.5$, $Pm=0.0005$, $Pr = 0.01$, $Ec = 1$. (c) Simulation with the parameters $Rm=1$, $Pm=0.0005$, $Pr=0.005$, $Ec=1$. In all three cases the transient phase associated with the relaxation of the initial condition is removed.

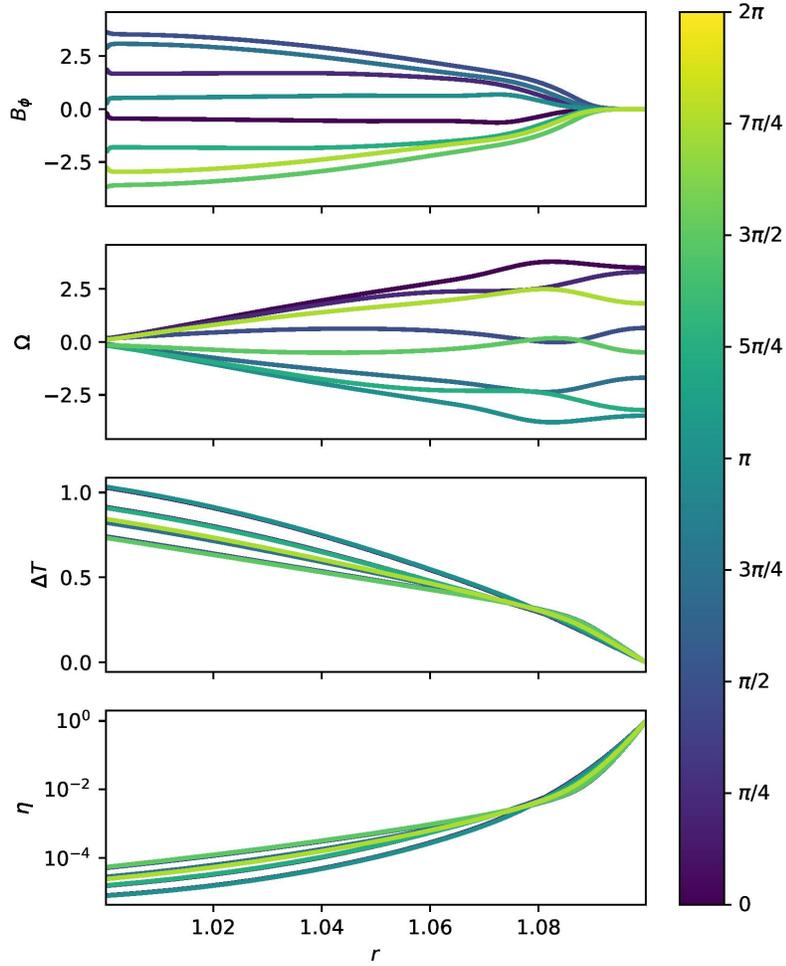


Figure 2.5. Temporal sequence of snapshots of the radial profiles for angular velocity, the longitudinal magnetic field component, the difference in temperature and the magnetic diffusivity for the simulation with parameters $\text{Rm}=1$, $\text{Pm}=0.005$, $\text{Pr}=0.005$, $\text{Ec}=10$. The sequences plotted span a full cycle of the oscillation, with the color scale encoding phase, in the late epoch of the simulation, when the oscillation amplitude has stabilized.

The presence of higher harmonic of significant amplitude leads to strong distortion of the phase space trajectories, as can be seen on Fig. 2.4 (b), and is a telltale signature of the non-linear effects at play. Projected in the $[\Omega, B_\phi]$ plane, the angular velocity changes direction when B_ϕ approaches its maximum and then turns around quickly when peak magnetic field is achieved. This is an indicator of behaviours caused by the increase in the level of flux-freezing

associated with the lower MD, which allows the Lorentz force to backreact more efficiently on the zonal flow. This is the dynamical driver of the growing torsional oscillations.

This nonlinear coupling mediated by local changes in the MD also introduces a form of phase mixing in the temporal evolution of the torsional oscillations. This can be seen on the sequence of radial snapshots plotted on Figure 2.6. Comparing to Figure 2.5 for our first case study, the development of shorter length scales in the radial direction is obvious. The associated larger gradients in both the angular velocity and the magnetic field profiles result in larger currents and enhanced dissipation. Those currents thus have a large impact on the Ohmic heating, itself being a quadratic function of the electrical current density. Somewhat counter-intuitively, here the associated enhanced Ohmic dissipation favors the growth of the instability, so that the steady state is reached much faster in this simulation, and within fewer oscillation cycles.

The third case study has parameters values $Rm=1$, $Pm=0.0005$, $Pr=0.005$, $Ec=1$. This case study exemplifies simulations in which the torsional oscillation triggered by our initial condition is slowly damped. The time evolution for this run is shown in panel (c) of Figure 2.3. Although a torsional Alfvén wave of significant amplitude is excited and undergoes many oscillation cycles, and the MD drops significantly at first, due to the higher magnetic Reynolds number, the oscillation eventually damps out and all variables restabilize to their initial profile, prior to the kick in angular velocity. Note in particular, on Figure 2.3 (c), that the magnetic diffusivity does return to its initial value, the initial rapid drop being too swift to be visible on this plot. This is more clearly apparent on panel (c) of Figure 2.4, where the phase space trajectory slowly spirals towards $\Omega = 0$, $B_\phi = 0$ and $\eta \approx 0.0125$.

2.3. Local Model

Extensive exploration of our four-dimensional parameter space $[Rm, Pm, Pr, Ec]$ reveals large regions where torsional Alfvén waves are amplified to finite amplitude in response to the instability uncovered using our 1D axisymmetric model. We now introduce an even simpler local model, in order to establish a criterion for the onset of this instability.

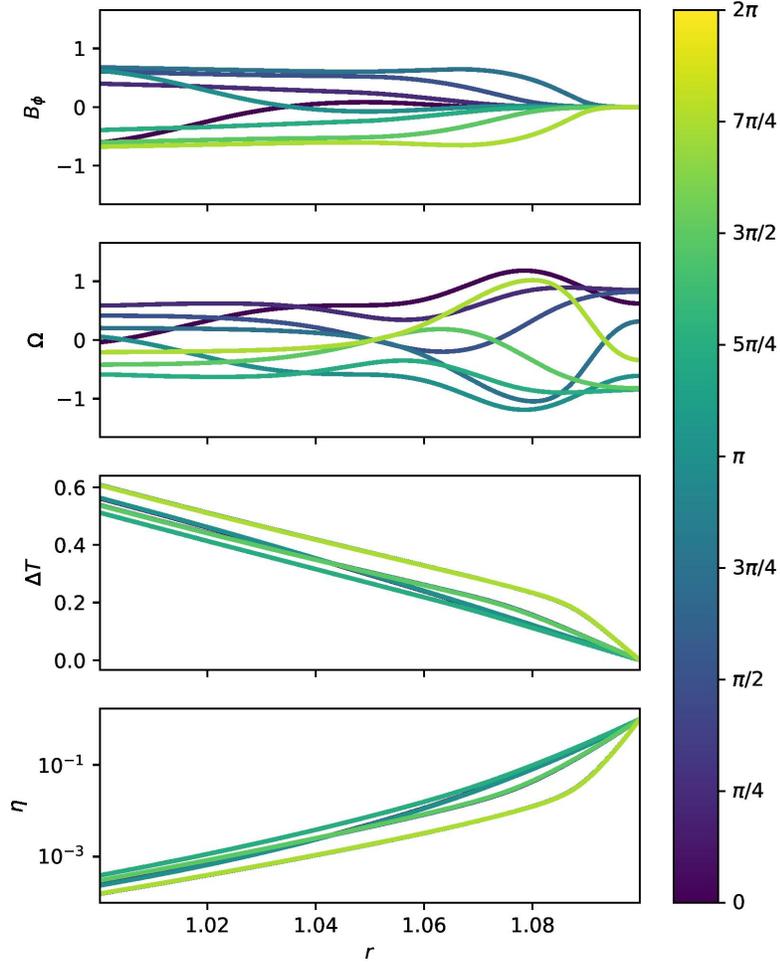


Figure 2.6. Snapshots of the radial profiles of the angular velocity, the longitudinal magnetic field component, the difference in temperature and the magnetic diffusivity for the simulation with the parameters $\text{Rm}=0.5$, $\text{Pm}=0.0005$, $\text{Pr} = 0.01$, $\text{Ec} = 1$. The format is similar to Figure 2.5.

2.3.1. Model setup

We follow a single value of the magnetic field in the longitudinal direction, B_ϕ , the angular velocity of the fluid in the reference frame of the rotating planet, Ω , and the temperature of the fluid, T . We assume that radial variations are on the scale of the thickness of the layer H ; therefore we approximate the derivatives in the MHD equations as $\partial f/\partial r \sim f/H$.

However, we treat the gradient of η differently as it varies strongly with temperature. We write $\partial\eta/\partial r \sim (d\eta/dT)(\partial T/\partial r) \sim -(d\eta/dT)T/H$. We also ignore viscosity. With these approximations, the simplified local MHD equations to be solved are now :

$$\frac{dB_\phi}{dt} = B_r R \frac{\Omega}{H} - \frac{T}{H} \frac{d\eta}{dT} \frac{B_\phi}{H} - \eta \frac{B_\phi}{H^2}, \quad (2.3.1)$$

$$R \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{B_r}{\mu_0 \rho} \frac{B_\phi}{H} = -\frac{v_A^2}{H} \frac{B_\phi}{B_r}, \quad (2.3.2)$$

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = -\rho c_p \frac{(T - T_0)}{\tau} + \frac{\eta}{\mu_0} \left(\frac{B_\phi}{H} \right)^2, \quad (2.3.3)$$

where R is the radius where the local model is calculated. In the energy equation, we implement Ohmic heating and a Newtonian cooling with a relaxation term so that the temperature evolves to a value T_0 on a timescale τ , a constant, in the absence of heating. The other variables are the same as in the 1DM.

The MD is a strong function of temperature. We approximate it using an exponential :

$$\eta(T) = \eta_0 \exp \left[E_\eta \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right) \right]. \quad (2.3.4)$$

With this equation, we have $\eta(T_0) = \eta_0$. The parameter E_η controls the temperature sensitivity of the diffusivity. For the 1DM, the value of $\eta(T)$ was based on the potassium ionization. In that case, the temperature sensitivity is not a constant, but depends on temperature. Here we want to explore the dependence on the temperature sensitivity, so we introduce it here as a constant and leave it as a free parameter.

We define the dimensionless variables and groupings : $v = R\Omega/v_A$, $b = B_\phi/B_r$, the magnetic Reynolds number $\text{Rm} = v_A H/\eta_0$, and the Eckert number $\text{Ec} = v_A^2/c_p T_0$. We use the Ohmic diffusion time to set $\eta_0 t/H^2 \rightarrow t$, $\eta_0 \tau/H^2 \rightarrow \tau$, $T/T_0 \rightarrow T$. The dimensionless form of the equations then takes the form :

$$\frac{db}{dt} = \text{Rm} v - \tilde{\eta}(T) (\eta_T + 1) b, \quad (2.3.5)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\text{Rm} b, \quad (2.3.6)$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{(T-1)}{\tau} + \text{Ec} \tilde{\eta}(T)b^2, \quad (2.3.7)$$

where we have introduced the normalized MD $\tilde{\eta}(T) = \eta(T)/\eta_0$ and its logarithmic derivative $\eta_T = d \ln \eta(T)/d \ln T = -E_\eta T_0/T$.

While most of the terms in the Equations (2.3.5) to (2.3.7) have a well-constrained sign, e.g. dissipative terms are negative as they are removing energy from the system, the $\tilde{\eta}(T)\eta_T b$ term does not. We have chosen a negative sign so it would act as a source term, as $\eta_T = d \ln \eta(T)/d \ln T = -E_\eta T_0/T$ is always negative. Choosing this term to act as a source is directly based on the results obtained with the one-dimensional model presented in §2.2.

We can study further these simple equations before attacking the numerical results. We consider oscillatory solutions to Equations (2.3.5) and (2.3.6) $\propto e^{(i\omega+\sigma)t}$, with ω the angular frequency and σ the damping factor. We assume small temperature fluctuations so that $\eta(T) \approx \eta_0$. The equations to study now are :

$$(i\omega + \sigma)b = \text{Rm} v - (\eta_T + 1)b, \quad (2.3.8)$$

$$(i\omega + \sigma)v = -\text{Rm} b. \quad (2.3.9)$$

Solving this system of equations and assuming $\sigma \ll \omega$, we recover the dispersion relation for linear Alfvén wave solutions; in terms of dimensional quantities :

$$\omega = \pm \text{Rm} \frac{\eta_0}{H^2} = \frac{v_A}{H}; \quad \sigma = -\frac{\eta_0}{H^2} \frac{(\eta_T + 1)}{2}. \quad (2.3.10)$$

For $\eta_T > -1, \sigma < 0$ and the waves are damped by the Ohmic term, but for $\eta_T < -1, \sigma > 0$, meaning there is a positive growth rate and the waves are excited. Growth time is of order of the Ohmic diffusion time across the layer. This is consistent with the numerical results of the preceding section.

We also note that dividing Equations (2.3.8) and (2.3.9) shows that $b \approx v$ for $\text{Rm} \gg \eta_T + 1$ which is consistent with the numerical results where trajectories are circles for the higher magnetic Reynolds numbers. This is expected as a larger Rm number means the inductive

terms in Equations (2.3.5) and (2.3.6) have more leverage in the equations, overshadowing the diffusive terms.

2.3.2. Numerical Approach and initial conditions

For this model we are solving the nonlinear coupled ordinary differential equation system defined by Equations (2.3.4) to (2.3.7) can also be solved numerically as an initial value problem. Towards this end we use a solver from SciPy², a Python package, using an explicit Runge-Kutta method of order 5.

To start the system we have an initial velocity set at 0.1. The magnetic field is purely radial at the start, leaving $b = 0$ as initial condition. We also have the temperature set at equilibrium, $T = 1$. All local simulations are run for a total of 1000 time units.

We first proceed to explore the parameter space, looking for counterparts to the behaviours identified in the 1DM. The intervals of the values of the parameters tried in this model are presented in Table 2.3.

Parameters	Values
Rm	[0.01, 10.0]
Ec	[1, 10]
τ	[1.0, 10.0]
E_η	[0.5, 2.0]

Table 2.3. Set of parameters tried in the local model simulations. Rm is the magnetic Reynolds number and compare the effect of the advection compared to the magnetic dissipation. The Eckert number represents the heat transfer dissipation. The timescale at which T evolves to the equilibrium T_0 is represented by the parameter τ . Finally, E_η controls the temperature sensitivity of the magnetic diffusivity.

2.3.3. Results

Figure 2.7 shows a subset of representative results from the local model, in the form of 3D phase space trajectories, conceptually analogous to the similar plot presented on Figure 2.4 for the 1DM. Here also high-Rm solutions (rightmost column) are Alfvén wave-like, in

². The function is `solve_ivp` from the `integrate` module. The documentation can be found at https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.solve_ivp.html

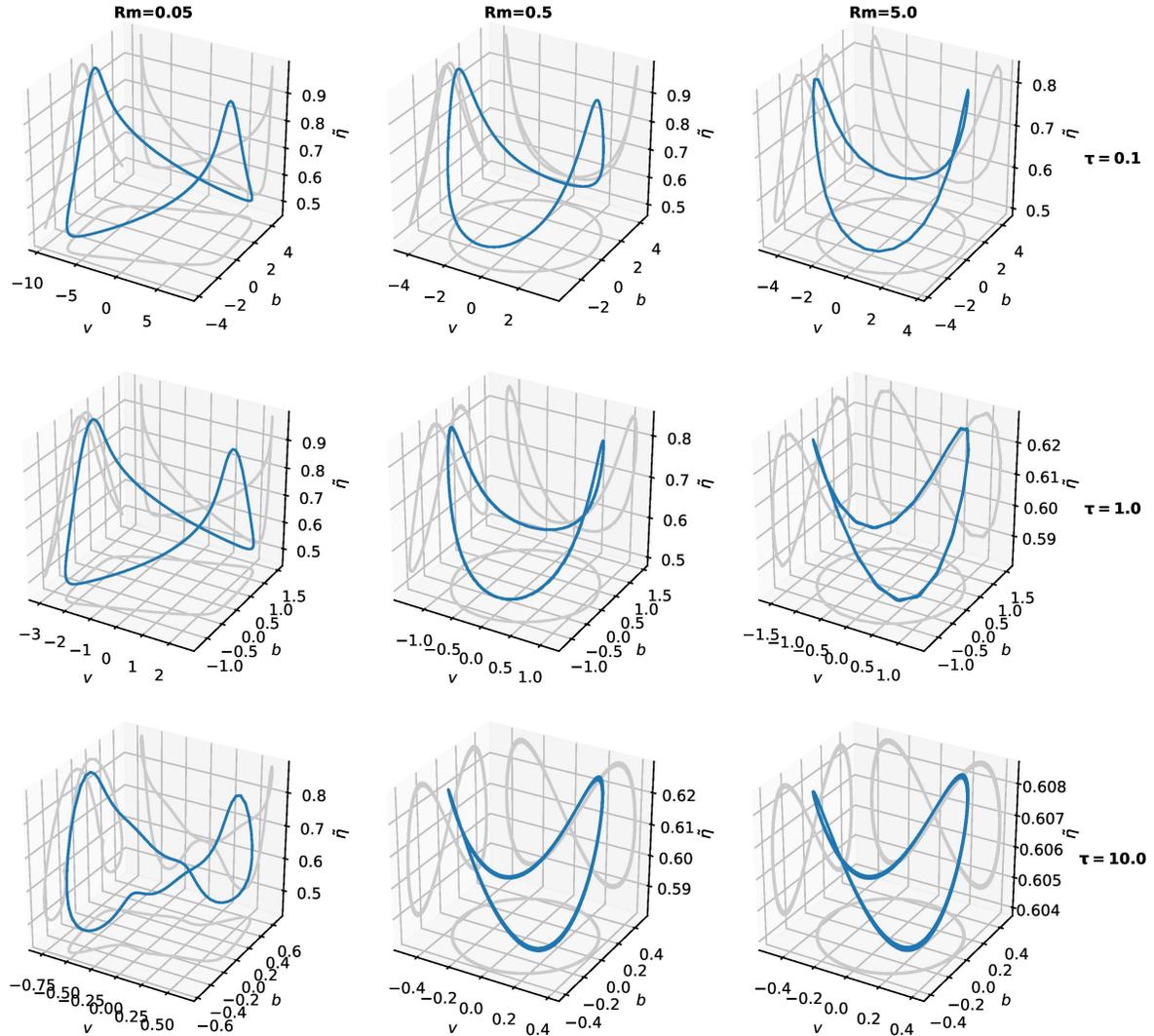


Figure 2.7. Three-dimensional representations of oscillations from the local model with varying magnetic Reynolds number and thermal diffusion time while having constant Eckert number and temperature sensitivity, $Ec=1.0$ and $E_\eta = 1.5$.

that v and b oscillate approximately sinusoidally with a $\pi/2$ phase lag, and reducing the efficiency of Newtonian cooling (increasing τ) merely retards the response in temperature, and thus in MD.

In the lower-Rm solutions (leftmost column), the phase space trajectories again become more complex (cf. Fig. 2.4 (b)), reflecting the nonlinear backreaction mediated by MD changes on the dynamics of the Alfvénic torsional oscillation.

A quantitative comparison between the local model developed in this section and the 1D model of §2.2 requires a careful cross-calibration of the defining adimensional groupings. Both the magnetic Reynolds number and the Eckert number are defined the same way in both models. The cooling time, τ , in the LM is inversely proportional to the thermal diffusivity, as is the Prandtl number in the 1DM. The last parameter in the one zone model is E_η , which controls the temperature sensitivity of the MD. However, in the 1DM, the temperature sensitivity is set by the Equations (2.2.6) and (2.2.7), resulting in a temperature sensitivity dependent on temperature, gas density and chemical composition.

An important result from our previous analysis of the LM is that Equation (2.3.10) gives the prescription of $\eta_T < -1$ to have a growing oscillation. For the 1DM, this condition is met if the gas is below $\sim 2600\text{K}$, or $\Delta T = 1.36$ in our figures, which is true for our three cases. However we can see that this prescription is not always working for the 1DM, as the third case study still damped. The prescription for the 1DM is harder to interpret. In the induction equation, we need the second term ($\sim \partial\eta/\partial r$) to be larger than the last term ($\sim \eta$) in absolute value for the MD gradient to be able to be a local source of magnetic fields. In the 1DM we also have a loss of mechanical energy due to viscosity, but is small as the magnetic Prandtl numbers are much lower than unity. Therefore, with a large MD gradient in space the condition should be met.

Both models seem to agree on many points. The larger the thermal diffusion time is, the smaller the oscillation amplitude is. We can then write $A_{A,\text{LM}} \propto \tau^{-1}$ and $A_{A,\text{1DM}} \propto Pr^{-1}$ for the local model and the one-dimensional model respectively, where A_A is the amplitude of the Alfvénic oscillation. To explain this, we can go back to Equation (2.3.10), where we stated that in order to have a growing wave we needed $\eta_T < -1$. This function of temperature is monotonically growing, therefore the hotter the system is, the smaller the oscillation grows and can also stop growing once near -1 .

The second feature that consistently materializes in both models is that just like the diffusion time and the Prandtl number, the Eckert number is inversely proportional to the amplitude of the wave. We can write $A_{A,\text{LM}} \propto Ec^{-1}$ and $A_{A,\text{1DM}} \propto Ec^{-1}$. The Eckert number

is controlling the impact of the heating sources on the temperature. As a result, the larger this parameter is, the hotter the system will be. Hence, just like the diffusion time in the previous paragraph, a hotter system will generate smaller Alfvén waves.

The third consistent behaviour in the models is the frequency dependence on the magnetic Reynolds number. Indeed, both models have an increasing Alfvén frequency with the increase of that parameter. This is an expected result since, in both models, the magnetic Reynolds number multiplies the induction and Lorentz force terms in the dimensionless forms of the induction and Navier-Stokes equations respectively. This can also be understood by a simple dimensional analysis. The oscillation frequency can be expressed as $f \propto v_A/H \sim v_A$, as H is a constant, and therefore $f \sim Rm = v_A H/\eta_0$, as η_0 is also a constant.

This simplified model also illustrates the importance of the term $-\nabla\eta \times (\nabla \times \mathbf{B}) \propto \mathbf{J} \times \nabla\eta$ in the induction equation. Without this term, we find that Alfvén waves are damped on a timescale of approximately 10 time units and the model always evolves to $\Omega \rightarrow 0$ and $B_\phi \rightarrow 0$ (this case corresponds to taking $E_\eta = 0$). The importance of this term was discussed by Rogers et McElwaine (2017) who showed that it can drive a dynamo in the atmosphere of a hot Jupiter. In their calculations, the MD gradients driving the dynamo did not evolve in time, but were set by the initial temperature profile in the simulations. They noted that the different components of $\mathbf{J} \times \nabla\eta$ could generate different magnetic field components, but that in particular, the term $\sim \nabla_r J_\theta$ acts to regenerate B_ϕ in addition to winding the field by differential rotation. In contrast, the oscillations investigated here are a truly dynamical phenomenon, in which η changes in response to variations of temperature profile, resulting in a nonlinear driving of torsional Alfvén waves.

2.4. Energetics

A growing instability clearly requires an energy source. Figure 2.8 offers a schematic flowchart of energy reservoirs and fluxes in our simulations. There are only a few sources of energy in the system. The very first source is the kinetic energy of the initial condition in Ω . This energy, however, is quickly redistributed and ultimately dissipated through viscous

and Ohmic heating in the transient phase resulting from the impulsive kick used as an initial condition. The second source is the heat flux coming from the lower boundary. This source pumps thermal energy at a constant rate, tapping into what amounts to an infinite reservoir. The third and last source of energy into the system is in the form of Poynting flux, again coming from the lower boundary. For a stationary state to materialize, there is only one way to ultimately offset these three sources of energy, namely the heat flux out of the domain through the upper boundary. We note that in our 1DM simulations, the temperature profile is such that the heat flux going out is greater than the flux going in at the base, making the Poynting flux essential to have a positive influx of energy in the system to sustain the oscillations.

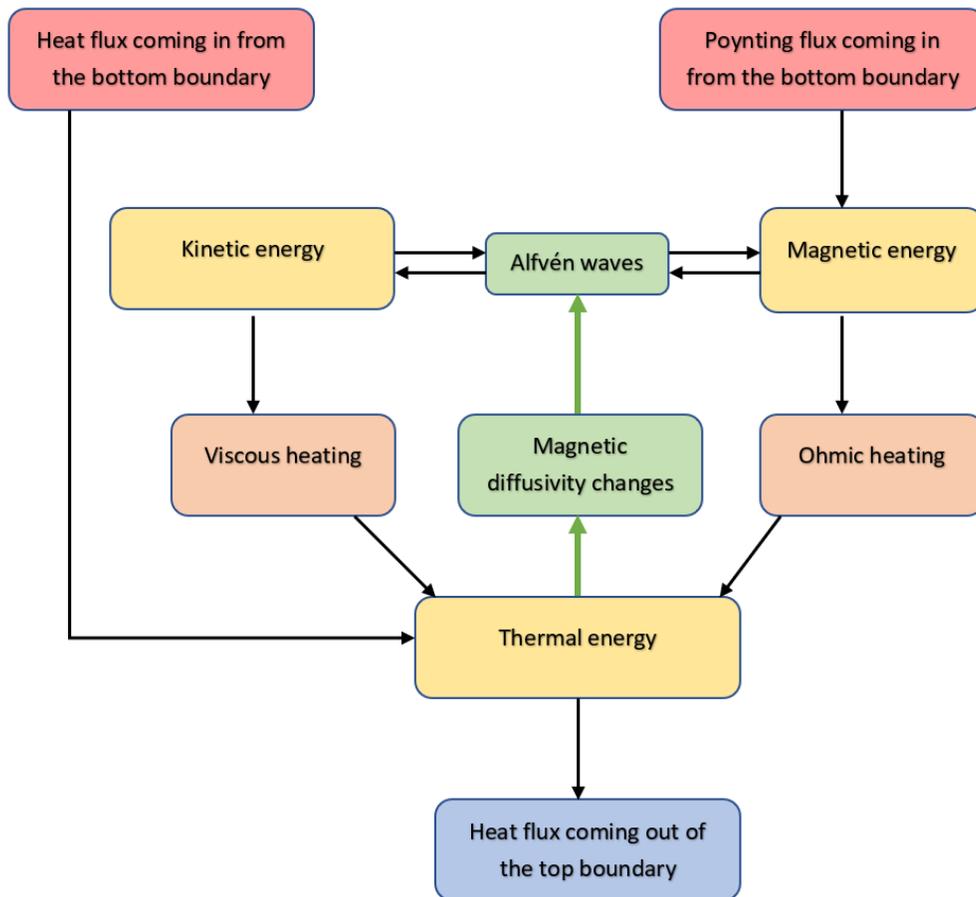


Figure 2.8. The energy reservoirs, sources, sinks and fluxes at play in the 1DM. In red are the energy sources, in blue the energy sinks, in yellow the energy reservoirs, and in orange the energy fluxes between reservoirs. The green box and arrows depict the non-linear effect due to the time-dependent MD.

Overall, the energy trickles down to thermal form ; the kinematic and magnetic energy dissipate through viscous and Ohmic heating respectively during the Alfvénic oscillations and heat up the gas, which in turn evacuates heat by conduction through the top boundary. However, before the heat is evacuated, the gas is heated and the MD drops because of the ionization of the potassium. However, due to our boundary conditions, $\eta(r = 1.1)$ does not change, while it drops everywhere in the domain, resulting in a larger gradient in space. As mentioned at the beginning of this section, a large gradient in space of the MD is important to have a local source of magnetic field. Therefore, under certain circumstances, the temperature profile can help build a local magnetic field.

The contents of three energy reservoirs are computed a posteriori from the simulation output as :

$$E_{\Omega} = \frac{1}{2} \iiint \rho (r\Omega)^2 r dr d\phi dz \quad (2.4.1)$$

$$E_{B_{\phi}} = \frac{1}{\mu_0} \iiint B_{\phi}^2 r dr d\phi dz \quad (2.4.2)$$

$$E_{\Delta T} = \iiint \rho c_p \Delta T r dr d\phi dz, \quad (2.4.3)$$

where E_{Ω} is the kinetic energy, $E_{B_{\phi}}$ is the magnetic energy from the ϕ component of the field and $E_{\Delta T}$ is the thermal energy associated with the departure from the background profile.

Similarly, the energy sources and sinks are computed as :

$$\frac{\partial E_{tf}}{\partial t} = \oint_A \rho c_p \kappa \frac{\partial T(r)}{\partial r} r d\phi dz \quad (2.4.4)$$

$$\frac{\partial E_{Pf}}{\partial t} = - \oint_A S_r r d\phi dz \quad (2.4.5)$$

where E_{tf} is the energy change associated with the thermal energy flux, E_{Pf} is the change due to the Poynting flux and S_r is the radial component of the Poynting vector. While not significant in value, over time these fluxes are what offsets Ohmic and viscous dissipation and allow the persistence of finite amplitude Alfvénic torsional oscillations.

We show time series of the above quantities for the simulation corresponding to our second case study in §2.2.3 in Figure 2.9, as well as their sum (dotted line). The volume-integrated total energy is not constant here, but oscillates at the frequency of the Alfvénic torsional oscillations, in view of the associated time-varying energy fluxes in and out of the system. These time-varying fluxes are quite significant in the overall energy budget, with the total energy in the domain varying by 17% of its value averaged over an oscillation cycle. Classical linear Alfvén waves would be characterized by magnetic and kinetic energy time series lagging by $\pi/2$. This is not the case for this simulation, as seen in Figure 2.9 and evidenced by panel (b) of Figure 2.4. This is also observed in the energy plot of the LM with $Rm=0.05$ and $\tau=10.0$ (not shown). We also note that the kinetic energy does not go to zero anywhere in the simulation. Examination of the second panel of Figure 2.6 reveals that the features close to the surface are responsible for this, as they do not cross zero velocity at the same time as the rest of the domain, always leaving some kinetic energy in the domain. Another noteworthy characteristic is that the amplitude of the magnetic energy is generally lower than the amplitude of the kinetic energy. This is due to the low magnetic Prandtl number, leading much larger Ohmic dissipation than viscous dissipation. This means that magnetic energy is more rapidly converted into thermal energy throughout the oscillation, reducing its amplitude. The thermal energy time series seems to point that way, as it peaks at the same time as the magnetic energy, when the Ohmic heating is the strongest.

2.5. Discussion and conclusion

In this paper we have presented a simple model describing Alfvénic torsional oscillations in the outer envelope and atmosphere of hot Jupiters, and have uncovered an instability which can amplify these Alfvénic oscillations to significant amplitudes. This instability, like the one presented in Menou (2012b), requires a sensitive dependence of the electrical conductivity on plasma temperature, as is expected from the ionization of alkali metals in the physical regime appropriate to HJs.

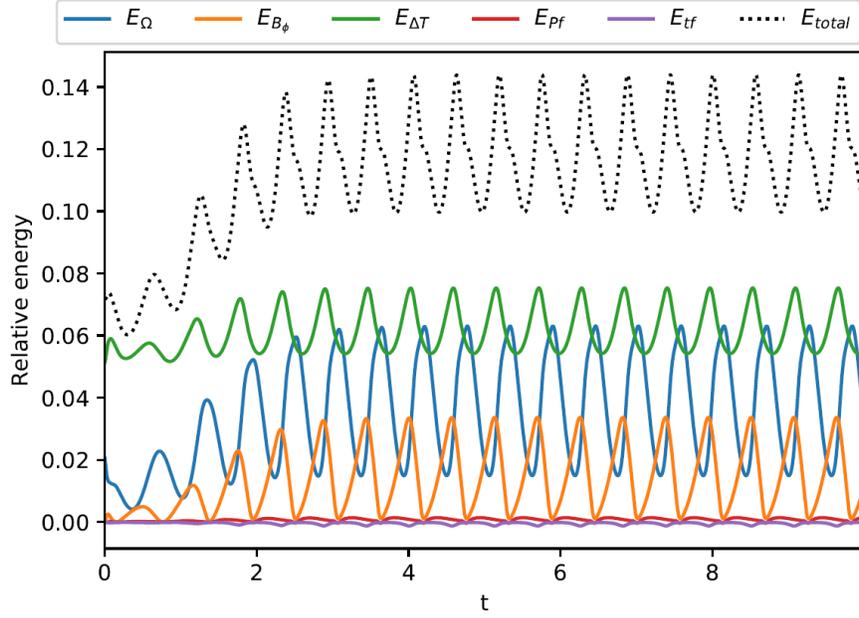


Figure 2.9. The three energy reservoirs, the energy sources and their sum (black dotted line) for the simulation with parameters $Rm=0.5$, $Pm=0.0005$, $Pr=0.01$, $Ec=1$.

Integrating the velocity with respect to time gives us the longitudinal displacement of the hot spot. The Alfvénic oscillations can produce displacements of up to around 40° on a Jupiter-sized planet. While simulations operating in the quasi-linear regime produce oscillations equivalent to displacements of only a few degrees, those that are the most affected by the nonlinear instability have larger longitudinal displacements ranging from 10° up to 40° . In conjunction with oscillation periods of a few hundred days, such displacement are large enough to be detectable observationally.

Rogers et Komacek (2014) stated that their simulations always developed an instability of unknown nature when $\eta < \kappa$ and due to a lack of resolution, they were unable to investigate the origin of this possible instability. In the first case study, we have $Pm/Pr = \kappa/\eta = 1$, which suggests that the growth of the Alfvén wave could be a result of a similar instability.

Our results agree qualitatively with the predictions made by Busse et Wicht (1992); Pétrélis *et al.* (2016); Rüdiger *et al.* (2019), who argue that MD variations can be a local source of magnetic fields under the right geometry. Indeed, as observed in both our 1D and local models, large magnetic fields can grow and be sustained, starting from from a small perturbation in velocity. All that is required, according to Equation (2.3.10), is a high enough

temperature sensitivity of the MD. However, we classify our results as an instability, as it does not meet the requirements to be called a dynamo. In particular, there is a Poynting flux into the system at the base of the domain, and the radial field is imposed rather than being self-generated. Indeed, a dynamo has no energy input from the exterior and the field must be self-generated.

Rogers et McElwaine (2017) gave the prescription of a surface temperature above ~ 1400 K on the nightside of the planet to be able to host dynamos driven by spatial conductivity variation. Meanwhile, our 1DM has a surface temperature of 1100K and is able to host an instability amplifying the magnetic field. We have also derived the prescription of needing a temperature below ~ 2600 K in order to have $E_\eta > 1$.

Even our 1DM presents some obvious weaknesses even as a simplified analog of the zonal flows in the atmospheres of HJs. As mentioned previously in section 2.2.1, our 1D model is built under the assumption of axisymmetry. Such an approximation evidently cannot capture the complex latitudinal and zonal flow patterns believed to develop in the outer envelopes and atmospheres of these planets. Towards this end axisymmetry must be abandoned, and the model extended to at least two spatial dimensions, for example by defining a 2D solution domain mapping on the equatorial plane.

The addition of density stratification through a more realistic equation of state would also improve the realism of the model. Indeed, the 1DM has a constant density throughout the domain of the simulation, but an equation of state would introduce another variable in the MD equation. With $\eta \sim \rho$ through the number density, the MD profile will differ from the one with constant density. Moreover, density stratification would also add a radial variation to v_A , and thus enhance phase mixing, and change the viscous and Ohmic heating. Finally, a density decreasing outwards would also imply that the Lorentz force will produce a larger acceleration of the fluid near the surface, provided the latter remains coupled to the magnetic field.

Rogers et McElwaine (2017) have taken into account all the elements from hydrogen to nickel, while our model only considers hydrogen and potassium in the atmosphere. Accounting for more elements would mean that the ionization level could go higher as there would be other elements to ionize, mainly other alkali metals at the temperature range of the simulations. This may result in a more temperature sensitive MD, thus resulting in oscillations with larger amplitudes, according to Equation (2.3.10).

While we have explored the parameter space in four different dimensions, in all cases we have maintained the surface temperature at a fixed value of 1100 K. Hot Jupiters do present a wide range of surface temperatures, and the magnetic effects strongly depend on temperature as seen from Equation (2.2.6).

Lastly, our finite difference scheme is only of second order for the 1DM. Especially for the boundary layers, we could use a higher order scheme and/or local mesh refinement as most of the energy responsible for the instability enters the domain through this boundary layer. Indeed, the coupled partial differential equations solved in the 1DM are very sensitive to the values of the derivatives. Increasing the spatial resolution boosts the amplitudes of the oscillations and reducing the resolution does the opposite. Validation experiments carried out with our model indicate that resolutions of 1000 and 100 grid points lead to differences of 10% to 20% respectively in oscillation amplitude. A higher order scheme becomes mandatory for future works to make this model more robust to numerical discretisation and mesh size.

To sum up, our results show that it is possible to sustain Alfvénic oscillations in some area of our parameter space with a time-dependent MD. Some of these oscillations can even grow in size, due to an instability. This instability has a threshold governed by the temperature sensitivity of the MD. Some sustained oscillations can also differ significantly in shape from the linear Alfvén waves due to the non-linearity caused by the MD time-dependence.

Once recast in terms of physical units, the Alfvénic oscillations have periods ranging from 225 to 473 days, which should be easily observed on HJs. Moreover, the amplitude of these oscillations can be such as to lead to significant variability in the longitudinal position of the hot spot. While most of our simulations show relatively small zonal displacements, some can

reach up to 40° in longitude. These oscillations could lead to periodic zonal displacements of the hot spot, superimposed on the longitudinal offset caused by steady zonal winds driven by dayside/nightside temperature differences.

Our results suggest that these Alfvénic oscillations can be excited in such a way that the associated zonal velocities can reach the order of 100 m s^{-1} . With a thinner atmosphere at the surface of the planet, as an equation of state would prescribe, higher velocities could be reached and cause time dependent reversals of the superrotating winds, which are of the order of 1000 m s^{-1} . It would be interesting to test these results by observing hot spots of HJs for a few orbits and see if time variability is present as predicted here and by Rogers et Komacek (2014).

Chapitre 3 : Conclusion

Nous avons construit et testé notre code MHD à une dimension en coordonnées cylindriques avec une diffusivité magnétique dépendante de la température, puis nous avons balayé un espace de paramètres basé sur celui trouvé dans Rogers et Komacek (2014). Suite aux analyses produites, nous avons conclu qu'il est possible de soutenir et amplifier des oscillations alfvéniques. Cependant, ces oscillations sont influencées par la variation temporelle de la diffusivité magnétique causée par le chauffage ohmique, ce qui donne lieu à une rétroaction non linéaire.

Nous avons identifié ce mécanisme comme une instabilité MHD. Grâce au modèle local, nous avons identifié le critère d'instabilité comme étant la dépendance de la diffusivité magnétique sur la température. Cette instabilité n'avait jamais été identifiée auparavant. Certes, une autre instabilité a déjà été identifiée par Menou (2012b) dans le cadre des Jupiters chaudes, mais la nature de celle-ci n'est pas la même. En effet, notre instabilité se développe dans un modèle MHD avec les équations de Navier-Stokes, d'induction et de température fortement couplées entre elles, tandis que le modèle de Menou (2012b) ignore la dynamique entre l'écoulement et le champ magnétique.

À l'aide de ce modèle simple en une dimension et ce modèle local, nous proposons une instabilité capable de générer des oscillations d'amplitudes et de fréquences observables dans les Jupiters chaudes. Nous proposons cette instabilité suite aux observations inexplicées de points chauds à l'ouest du point substellaire sur les exoplanètes HAT-P-7 b et CoRoT-2 b (Armstrong *et al.*, 2016; Dang *et al.*, 2018).

Il a été montré, par des modèles, qu’il est possible que l’interaction entre le champ magnétique et le gaz des atmosphères des géantes gazeuses puisse changer la direction du vent en superrotation à l’équateur et ainsi montrer un point chaud à l’ouest (Rogers et Komacek, 2014; Rogers, 2017; Hindle *et al.*, 2019) plutôt qu’à l’est tels que montré par les modèles purement hydrodynamiques (Knutson *et al.*, 2007, 2009, 2012; Zellem *et al.*, 2014). En plus des modèles, les observations montrent aussi des points chaud vers l’est ainsi que vers l’ouest (Bell *et al.*, 2020). Notre modèle MHD en une dimension semble tendre dans la même direction que les autres modèles MHD. En effet, étant capable de générer des oscillations avec des amplitudes de vitesses pouvant aller à quelques centaines de mètres par seconde, il est possible que la superposition de ces oscillations alfvéniques sur la rotation hydrodynamique du fluide génère des vents rétrogrades périodiques. Ces périodes peuvent aller de 225 à 473 jours, selon les paramètres. Ces oscillations correspondent aussi à des oscillations longitudinales allant de quelques degrés à un peu plus de 40° en amplitude. Il serait ainsi possible d’observer la position du point chaud varier sur plusieurs orbites.

Nous avons mentionné plusieurs points faibles du code dans l’article présenté dans le chapitre précédent. Puisque je continuerai au troisième cycle, il nous est possible d’adresser ces faiblesses. Nous voulons passer à un domaine à deux dimensions dans le plan équatorial $[r, \phi]$ afin d’intégrer les éléments typiques des Jupiters chaudes tels que le gradient de température entre le côté jour et le côté nuit, ainsi que le point chaud causé par le rayonnement de l’étoile hôte. Nous allons aussi profiter de la construction de ce code pour augmenter la précision de notre discrétisation. Nous désirons aussi introduire une équation d’état afin d’être en mesure de tenir compte des variations de densité et de pression dans les atmosphères des Jupiters chaudes. De plus, un profil de densité nous permettrait d’inclure une viscosité, une diffusivité thermique et une chaleur spécifique variables avec la densité au lieu de simples constantes. Seulement tenir compte du potassium n’est pas représentatif des atmosphères complexes des Jupiters chaudes. Plus il y a d’éléments présents dans les simulations, plus la conductivité électrique peut être grande. Le modèle local nous a aussi permis de montrer que l’instabilité nécessite une dépendance suffisamment forte de la diffusivité sur la température. Ainsi tenir

compte de l'ionisation d'autres atomes dans le modèle augmenterait cette dépendance, particulièrement à plus haute température. Nous pourrions ainsi explorer un plus grand intervalle de températures.

Étant membre de l'*Institut de Recherche sur les Exoplanètes*, il serait aussi pertinent de collaborer avec certains membres du groupe. Nous pourrions obtenir plus de données afin de mieux caractériser les champs magnétiques des Jupiters chaudes, leur température ainsi que leurs concentrations en alcalins tel que Welbanks *et al.* (2019) l'ont fait. Des observations couvrant quelques orbites pourraient nous indiquer s'il y a une dépendance temporelle dans le déplacement du point chaud, comme notre modèle le prédit.

Bibliographie

- D. J. ARMSTRONG, E. DE MOOIJ, J. BARSTOW, H. P. OSBORN, J. BLAKE et N. Fereshteh SANIEE : Variability in the atmosphere of the hot giant planet HAT-P-7 b. *Nature Astronomy*, 1:0004, Dec 2016.
- I. BARAFFE, G. CHABRIER, T. S. BARMAN, F. ALLARD et P. H. HAUSCHILDT : Evolutionary models for cool brown dwarfs and extrasolar giant planets. The case of HD 209458. *Astronomy and Astrophysics*, 402:701–712, May 2003.
- Konstantin BATYGIN et David J. STEVENSON : Inflating Hot Jupiters with Ohmic Dissipation. *Astrophysical Journal Letters*, 714(2):L238–L243, May 2010.
- Taylor J. BELL et Nicolas B. COWAN : Increased Heat Transport in Ultra-hot Jupiter Atmospheres through H₂ Dissociation and Recombination. *Astrophysical Journal Letters*, 857(2):L20, avril 2018.
- Taylor J. BELL, Lisa DANG, Nicolas B. COWAN, Jacob BEAN, Jean-Michel DÉSSERT, Jonathan J. FORTNEY, Dylan KEATING, Eliza KEMPTON, Laura KREIDBERG, Michael R. LINE, Megan MANSFIELD, Vivien PARMENTIER, Kevin B. STEVENSON, Mark SWAIN et Robert T. ZELLEM : A Comprehensive Reanalysis of Spitzer’s 4.5 μm Phase Curves, and the Phase Variations of the Ultra-hot Jupiters MASCARA-1b and KELT-16b. *arXiv e-prints*, page arXiv :2010.00687, octobre 2020.
- Santiago J. BENAVIDES et Glenn R. FLIERL : Two-dimensional, partially-ionized, magneto-hydrodynamic turbulence. *arXiv e-prints*, page arXiv :1911.09679, Nov 2019.
- M. K. BIRD, M. ALLISON, S. W. ASMAR, D. H. ATKINSON, I. M. AVRUCH, R. DUTTA-ROY, Y. DZIERMA, P. EDENHOFER, W. M. FOLKNER, L. I. GURVITS, D. V. JOHNSTON,

- D. PLETTEMEIER, S. V. POGREBENKO, R. A. PRESTON et G. L. TYLER : The vertical profile of winds on Titan. *Nature*, 438(7069):800–802, décembre 2005.
- Peter BODENHEIMER, Gregory LAUGHLIN et Douglas N. C. LIN : On the Radii of Extrasolar Giant Planets. *Astrophysical Journal*, 592(1):555–563, Jul 2003.
- Peter BODENHEIMER, D. N. C. LIN et R. A. MARDLING : On the Tidal Inflation of Short-Period Extrasolar Planets. *Astrophysical Journal*, 548(1):466–472, Feb 2001.
- F. H. BUSSE et J. WICHT : A simple dynamo caused by conductivity variations. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 64(1):135–144, Jan 1992.
- Hao CAO et David J. STEVENSON : Zonal flow magnetic field interaction in the semi-conducting region of giant planets. *Icarus*, 296:59–72, novembre 2017.
- Paul CHARBONNEAU : *Fluides Astrophysiques*, août 2018.
- Paul CHARBONNEAU : *Hydrodynamique*, août 2019.
- CLAY MATHEMATICS INSTITUTE : Millennium problems : Navier-stokes equations. URL <http://www.claymath.org/millennium-problems/navier-stokes-equation>. Consulté le 17 juin 2020.
- Curtis S. COOPER et Adam P. SHOWMAN : Dynamic Meteorology at the Photosphere of HD 209458b. *Astrophysical Journal Letters*, 629(1):L45–L48, août 2005.
- N. B. COWAN, E. AGOL et D. CHARBONNEAU : Hot nights on extrasolar planets : mid-infrared phase variations of hot Jupiters. *Monthly Notices of the RAS*, 379(2):641–646, Aug 2007.
- Nicolas B. COWAN et Eric AGOL : The Statistics of Albedo and Heat Recirculation on Hot Exoplanets. *Astrophysical Journal*, 729(1):54, Mar 2011.
- Nicolas B. COWAN, Pavel MACHALEK, Bryce CROLL, Louis M. SHEKHTMAN, Adam BURROWS, Drake DEMING, Tom GREENE et Joseph L. HORA : Thermal Phase Variations of WASP-12b : Defying Predictions. *Astrophysical Journal*, 747(1):82, Mar 2012.
- T. G. COWLING : The magnetic field of sunspots. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 94:39–48, novembre 1933.

- Ian J. M. CROSSFIELD, Brad M. S. HANSEN, Joseph HARRINGTON, James Y. K. CHO, Drake DEMING, Kristen MENUU et Sara SEAGER : A New 24 μm Phase Curve for ν Andromedae b. *Astrophysical Journal*, 723(2):1436–1446, Nov 2010.
- Lisa DANG, Nicolas B. COWAN, Joel C. SCHWARTZ, Emily RAUSCHER, Michael ZHANG, Heather A. KNUTSON, Michael LINE, Ian DOBBS-DIXON, Drake DEMING, Sudarsan SUNDARAJAN, Jonathan J. FORTNEY et Ming ZHAO : Detection of a westward hotspot offset in the atmosphere of hot gas giant CoRoT-2b. *Nature Astronomy*, 2:220–227, Mar 2018.
- P. A. DAVIDSON : *An Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge University Press, 2001.
- Florian DEBRAS et Gilles CHABRIER : New Models of Jupiter in the Context of Juno and Galileo. *Astrophysical Journal*, 872(1):100, février 2019.
- Russell DEITRICK, João M. MENDONÇA, Urs SCHROFFENEGGER, Simon L. GRIMM, Shang-Min TSAI et Kevin HENG : THOR 2.0 : Major Improvements to the Open-source General Circulation Model. *Astrophysical Journal Supplement*, 248(2):30, juin 2020.
- B. T. DRAINE, W. G. ROBERGE et A. DALGARNO : Magnetohydrodynamic shock waves in molecular clouds. *Astrophysical Journal*, 264:485–507, Jan 1983.
- Martin FRENCH, Andreas BECKER, Winfried LORENZEN, Nadine NETTELMANN, Mandy BETHKENHAGEN, Johannes WICHT et Ronald REDMER : Ab Initio Simulations for Material Properties along the Jupiter Adiabatic. *Astrophysical Journal*, 202(1):5, septembre 2012.
- E. GARCÍA-MELENDO, S. PÉREZ-HOYOS, A. SÁNCHEZ-LAVEGA et R. HUESO : Saturn’s zonal wind profile in 2004-2009 from Cassini ISS images and its long-term variability. *Icarus*, 215(1):62–74, septembre 2011.
- P. J. GIERASCH : Meridional circulation and the maintenance of the Venus atmospheric rotation. *Journal of Atmospheric Sciences*, 32:1038–1044, juin 1975.
- T. GUILLOT et A. P. SHOWMAN : Evolution of “51 Pegasus b-like” planets. *Astronomy and Astrophysics*, 385:156–165, Apr 2002.

- Tristan GUILLOT : THE INTERIORS OF GIANT PLANETS : Models and Outstanding Questions. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 33:493–530, janvier 2005.
- A. W. HINDLE, P. J. BUSHBY et T. M. ROGERS : Shallow-water Magnetohydrodynamics for Westward Hotspots on Hot Jupiters. *Astrophysical Journal Letters*, 872(2):L27, Feb 2019.
- Takeshi IMAMURA, Jonathan MITCHELL, Sebastien LEBONNOIS, Yohai KASPI, Adam P. SHOWMAN et Oleg KORABLEV : Superrotation in Planetary Atmospheres. *Space Science Reviews*, 216(5):87, juillet 2020.
- A. P. INGERSOLL, R. F. BEEBE, J. L. MITCHELL, G. W. GARNEAU, G. M. YAGI et J. P. MULLER : Interaction of Eddies and mean zonal flow on Jupiter as inferred from Voyager 1 and 2 Images. *Journal of Geophysical Research*, 86(A10):8733–8743, septembre 1981.
- A. P. INGERSOLL et J. N. CUZZI : Dynamics of Jupiter’s cloud bands. *Journal of Atmospheric Sciences*, 26:981–985, septembre 1969.
- Chris JONES : Jupiter’s magnetic field revealed by the Juno spacecraft. *Nature*, 561(7721):36–37, septembre 2018.
- Y. KASPI, E. GALANTI, W. B. HUBBARD, D. J. STEVENSON, S. J. BOLTON, L. IESS, T. GUILLOT, J. BLOXHAM, J. E. P. CONNERNEY, H. CAO, D. DURANTE, W. M. FOLKNER, R. HELLED, A. P. INGERSOLL, S. M. LEVIN, J. I. LUNINE, Y. MIGUEL, B. MILITZER, M. PARISI et S. M. WAHL : Jupiter’s atmospheric jet streams extend thousands of kilometres deep. *Nature*, 555(7695):223–226, mars 2018.
- Tiffany KATARIA, David K. SING, Nikole K. LEWIS, Channon VISSCHER, Adam P. SHOWMAN, Jonathan J. FORTNEY et Mark S. MARLEY : The Atmospheric Circulation of a Nine-hot-Jupiter Sample : Probing Circulation and Chemistry over a Wide Phase Space. *Astrophysical Journal*, 821(1):9, avril 2016.
- Dylan KEATING, Nicolas B. COWAN et Lisa DANG : Uniformly hot nightside temperatures on short-period gas giants. *Nature Astronomy*, 3:1092–1098, août 2019.
- Heather A. KNUTSON, David CHARBONNEAU, Lori E. ALLEN, Jonathan J. FORTNEY, Eric AGOL, Nicolas B. COWAN, Adam P. SHOWMAN, Curtis S. COOPER et S. Thomas MEGEATH : A map of the day-night contrast of the extrasolar planet HD 189733b. *Nature*,

- 447(7141):183–186, May 2007.
- Heather A. KNUTSON, David CHARBONNEAU, Nicolas B. COWAN, Jonathan J. FORTNEY, Adam P. SHOWMAN, Eric AGOL, Gregory W. HENRY, Mark E. EVERETT et Lori E. ALLEN : Multiwavelength Constraints on the Day-Night Circulation Patterns of HD 189733b. *Astrophysical Journal*, 690(1):822–836, janvier 2009.
- Heather A. KNUTSON, Nikole LEWIS, Jonathan J. FORTNEY, Adam BURROWS, Adam P. SHOWMAN, Nicolas B. COWAN, Eric AGOL, Suzanne AIGRAIN, David CHARBONNEAU, Drake DEMING, Jean-Michel DÉSSERT, Gregory W. HENRY, Jonathan LANGTON et Gregory LAUGHLIN : 3.6 and 4.5 μm Phase Curves and Evidence for Non-equilibrium Chemistry in the Atmosphere of Extrasolar Planet HD 189733b. *Astrophysical Journal*, 754(1):22, juillet 2012.
- Thaddeus D. KOMACEK et Adam P. SHOWMAN : Atmospheric Circulation of Hot Jupiters : Dayside-Nightside Temperature Differences. *Astrophysical Journal*, 821(1):16, avril 2016.
- Gregory LAUGHLIN, Aaron WOLF, Tonny VANMUNSTER, Peter BODENHEIMER, Debra FISCHER, Geoff MARCY, Paul BUTLER et Steve VOGT : A Comparison of Observationally Determined Radii with Theoretical Radius Predictions for Short-Period Transiting Extrasolar Planets. *Astrophysical Journal*, 621(2):1072–1078, Mar 2005.
- G. LEE, I. DOBBS-DIXON, Ch. HELLING, K. BOGNAR et P. WOITKE : Dynamic mineral clouds on HD 189733b. I. 3D RHD with kinetic, non-equilibrium cloud formation. *Astronomy and Astrophysics*, 594:A48, octobre 2016.
- Shang-Fei LIU, Yasunori HORI, Simon MÜLLER, Xiaochen ZHENG, Ravit HELLED, Doug LIN et Andrea ISELLA : The formation of Jupiter’s diluted core by a giant impact. *Nature*, 572(7769):355–357, août 2019.
- Katharina LODDERS : Solar System Abundances of the Elements. *Astrophysics and Space Science Proceedings*, 16:379, Jan 2010.
- Michel MAYOR et Didier QUELOZ : A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature*, 378(6555):355–359, Nov 1995.

- João M. MENDONÇA, Simon L. GRIMM, Luc GROSHEINTZ et Kevin HENG : THOR : A New and Flexible Global Circulation Model to Explore Planetary Atmospheres. *Astrophysical Journal*, 829(2):115, octobre 2016.
- Kristen MENU : Magnetic Scaling Laws for the Atmospheres of Hot Giant Exoplanets. *Astrophysical Journal*, 745(2):138, Feb 2012a.
- Kristen MENU : Thermo-resistive Instability of Hot Planetary Atmospheres. *Astrophysical Journal Letters*, 754(1):L9, Jul 2012b.
- Kristen MENU : Hot Jupiter atmospheric flows at high resolution. *Monthly Notices of the RAS*, 493(4):5038–5044, avril 2020.
- R. MOLL, P. GARAUD, C. MANKOVICH et J. J. FORTNEY : Double-diffusive Erosion of the Core of Jupiter. *Astrophysical Journal*, 849(1):24, novembre 2017.
- Kimberly M. MOORE, Rakesh K. YADAV, Laura KULOWSKI, Hao CAO, Jeremy BLOXHAM, John E. P. CONNERNEY, Stavros KOTSIAROS, John L. JØRGENSEN, José M. G. MERAYO, David J. STEVENSON, Scott J. BOLTON et Steven M. LEVIN : A complex dynamo inferred from the hemispheric dichotomy of Jupiter’s magnetic field. *Nature*, 561(7721):76–78, septembre 2018.
- Simon MÜLLER, Ravit HELLED et Andrew CUMMING : The Challenge of Forming a Fuzzy Core in Jupiter. *arXiv e-prints*, page arXiv :2004.13534, avril 2020.
- Rosalba PERNA, Kristen MENU et Emily RAUSCHER : Magnetic Drag on Hot Jupiter Atmospheric Winds. *Astrophysical Journal*, 719(2):1421–1426, Aug 2010a.
- Rosalba PERNA, Kristen MENU et Emily RAUSCHER : Ohmic Dissipation in the Atmospheres of Hot Jupiters. *Astrophysical Journal*, 724(1):313–317, Nov 2010b.
- F. PÉTRÉLIS, A. ALEXAKIS et C. GISSINGER : Fluctuations of Electrical Conductivity : A New Source for Astrophysical Magnetic Fields. *Physical Review Letters*, 116(16):161102, Apr 2016.
- Emily RAUSCHER et Kristen MENU : Three-dimensional Modeling of Hot Jupiter Atmospheric Flows. *Astrophysical Journal*, 714(2):1334–1342, mai 2010.

- Emily RAUSCHER et Kristen MENOÛ : Three-dimensional Atmospheric Circulation Models of HD 189733b and HD 209458b with Consistent Magnetic Drag and Ohmic Dissipation. *Astrophysical Journal*, 764(1):103, février 2013.
- Peter L. READ et Sebastien LEBONNOIS : Superrotation on Venus, on Titan, and Elsewhere. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 46:175–202, mai 2018.
- T. M. ROGERS : Constraints on the magnetic field strength of HAT-P-7 b and other hot giant exoplanets. *Nature Astronomy*, 1:0131, jun 2017.
- T. M. ROGERS et T. D. KOMACEK : Magnetic Effects in Hot Jupiter Atmospheres. *Astrophysical Journal*, 794(2):132, Oct 2014.
- T. M. ROGERS et J. N. MCELWAIN : The Hottest Hot Jupiters May Host Atmospheric Dynamos. *Astrophysical Journal Letters*, 841(2):L26, Jun 2017.
- T. M. ROGERS et A. P. SHOWMAN : Magnetohydrodynamic Simulations of the Atmosphere of HD 209458b. *Astrophysical Journal Letters*, 782(1):L4, Feb 2014.
- W. B. ROSSOW et G. P. WILLIAMS : Large-scale motion in the Venus stratosphere. *Journal of Atmospheric Sciences*, 36:377–389, mars 1979.
- G. RÜDIGER, M. KÜKER et P. J. KÄPYLÄ : Mean-field electrodynamics of fluids with fluctuating electric conductivity. *arXiv e-prints*, page arXiv :1911.06611, Oct 2019.
- A. SÁNCHEZ-LAVEGA et M. HEIMPEL : *Atmospheric Dynamics of Giants and Icy Planets*, page 51. Deeg, Hans J. and Belmonte, Juan Antonio, 2018.
- J. SCHNEIDER, C. DEDIEU, P. LE SIDANER, R. SAVALLE et I. ZOLOTUKHIN : Defining and cataloging exoplanets : the exoplanet.eu database. *Astronomy and Astrophysics*, 532:A79, août 2011.
- A. P. SHOWMAN et T. GUILLOT : Atmospheric circulation and tides of “51 Pegasus b-like” planets. *Astronomy and Astrophysics*, 385:166–180, avril 2002.
- Adam P. SHOWMAN, Jonathan J. FORTNEY, Yuan LIAN, Mark S. MARLEY, Richard S. FREDMAN, Heather A. KNUTSON et David CHARBONNEAU : Atmospheric Circulation of Hot Jupiters : Coupled Radiative-Dynamical General Circulation Model Simulations of HD 189733b and HD 209458b. *Astrophysical Journal*, 699(1):564–584, juillet 2009.

- Adam P. SHOWMAN et Lorenzo M. POLVANI : Equatorial Superrotation on Tidally Locked Exoplanets. *Astrophysical Journal*, 738(1):71, septembre 2011.
- D. J. STEVENSON : Interiors of the Giant Planets. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 10:257, janvier 1982.
- Xianyu TAN et Thaddeus D. KOMACEK : The Atmospheric Circulation of Ultra-hot Jupiters. *Astrophysical Journal*, 886(1):26, novembre 2019.
- Daniel P. THORNGREN et Jonathan J. FORTNEY : Bayesian Analysis of Hot-Jupiter Radius Anomalies : Evidence for Ohmic Dissipation? *Astronomical Journal*, 155(5):214, May 2018.
- S. M. WAHL, W. B. HUBBARD, B. MILITZER, T. GUILLOT, Y. MIGUEL, N. MOVSHOVITZ, Y. KASPI, R. HELLED, D. REESE, E. GALANTI, S. LEVIN, J. E. CONNERNEY et S. J. BOLTON : Comparing Jupiter interior structure models to Juno gravity measurements and the role of a dilute core. *Geophysical Research Letters*, 44(10):4649–4659, mai 2017.
- Luis WELBANKS, Nikku MADHUSUDHAN, Nicole F. ALLARD, Ivan HUBENY, Fernand SPIEGELMAN et Thierry LEININGER : Mass-Metallicity Trends in Transiting Exoplanets from Atmospheric Abundances of H₂O, Na, and K. *Astrophysical Journal Letters*, 887(1):L20, décembre 2019.
- J. WICHT, T. GASTINE et L. D. V. DUARTE : Dynamo Action in the Steeply Decaying Conductivity Region of Jupiter-Like Dynamo Models. *Journal of Geophysical Research (Planets)*, 124(3):837–863, mars 2019.
- Rakesh K. YADAV et Daniel P. THORNGREN : Estimating the Magnetic Field Strength in Hot Jupiters. *Astrophysical Journal Letters*, 849(1):L12, Nov 2017.
- Robert T. ZELLEM, Nikole K. LEWIS, Heather A. KNUTSON, Caitlin A. GRIFFITH, Adam P. SHOWMAN, Jonathan J. FORTNEY, Nicolas B. COWAN, Eric AGOL, Adam BURROWS, David CHARBONNEAU, Drake DEMING, Gregory LAUGHLIN et Jonathan LANGTON : The 4.5 μm Full-orbit Phase Curve of the Hot Jupiter HD 209458b. *Astrophysical Journal*, 790(1):53, juillet 2014.

Annexe A : Résumé des 135 simulations

Rm	Pm	Pr	Ec	A_{B_ϕ}	A_Ω	f_{B_ϕ}	f_Ω	$HS(^{\circ})$
0.05	0.001	0.01	1.0	4.3e-18	2e-16	0.02	0.04	4.3
0.05	0.001	0.01	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
0.05	0.001	0.01	5.0	4.8e-18	2e-16	0.02	0.04	4.1
0.05	0.001	0.05	1.0	1.2e-17	1.5e-16	0.03	0	3.9
0.05	0.001	0.05	10.0	0.17	0.49	0.22	0.07	2.1
0.05	0.001	0.05	5.0	9e-18	6.5e-18	0.05	0	2.4
0.05	0.001	0.005	1.0	4.3e-18	2e-16	0.01	0.04	4.3
0.05	0.001	0.005	10.0	4.8e-18	2e-16	0.02	0.04	4.2
0.05	0.001	0.005	5.0	4.5e-18	2e-16	0.02	0.04	4.2
0.05	0.005	0.01	1.0	9.6e-18	2.8e-15	0	0	4.3
0.05	0.005	0.01	10.0	9.5e-18	2.8e-15	0	0	4.3
0.05	0.005	0.01	5.0	9.5e-18	2.8e-15	0	0	4.3
0.05	0.005	0.05	1.0	2.3e-18	6.4e-16	0	0	4.2
0.05	0.005	0.05	10.0	2.2e-18	6e-16	0	0	4
0.05	0.005	0.05	5.0	2.3e-18	6.2e-16	0	0	4.1
0.05	0.005	0.005	1.0	-1	-1	-1	-1	-1
0.05	0.005	0.005	10.0	9.5e-18	2.8e-15	0	0	4.3
0.05	0.005	0.005	5.0	9.6e-18	2.8e-15	0	0	4.3
0.05	0.0005	0.01	1.0	9e-05	0.0021	0.03	0.04	1.4
0.05	0.0005	0.01	10.0	2.1	2	0.11	0.11	13
0.05	0.0005	0.01	5.0	0.00016	0.0024	0.03	0.03	0.59
0.05	0.0005	0.05	1.0	0.00028	0.0044	0.03	0.03	0.3
0.05	0.0005	0.05	10.0	0.97	0.89	0.11	0.11	5.2
0.05	0.0005	0.05	5.0	1.4	1.3	0.11	0.11	7.4
0.05	0.0005	0.005	1.0	8.7e-05	0.0021	0.03	0.04	1.5
0.05	0.0005	0.005	10.0	0.00016	0.0024	0.03	0.02	0.67
0.05	0.0005	0.005	5.0	-1	-1	-1	-1	-1

Tableau A.1. Résumé des 27 simulations possédant un nombre the Reynolds magnétique de 0.05. Les -1 indiquent que la simulation n'a pas fonctionnée.

Rm	Pm	Pr	Ec	A_{B_ϕ}	A_Ω	f_{B_ϕ}	f_Ω	$HS(^{\circ})$
0.1	0.001	0.01	1.0	-1	-1	-1	-1	-1
0.1	0.001	0.01	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
0.1	0.001	0.01	5.0	2.8	2.6	0.22	0.22	13
0.1	0.001	0.05	1.0	2.9	2.6	0.22	0.22	14
0.1	0.001	0.05	10.0	0.91	0.83	0.22	0.22	4.9
0.1	0.001	0.05	5.0	1.3	1.2	0.22	0.22	7.2
0.1	0.001	0.005	1.0	8.9	8.2	0.22	0.22	55
0.1	0.001	0.005	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
0.1	0.001	0.005	5.0	-1	-1	-1	-1	-1
0.1	0.005	0.01	1.0	2.1e-25	9.4e-24	0.22	0.1	1.7
0.1	0.005	0.01	10.0	2.3e-25	1e-23	0	0.1	1.6
0.1	0.005	0.01	5.0	2.1e-25	9.8e-24	0.22	0.1	1.7
0.1	0.005	0.05	1.0	1.2e-23	8.8e-23	0.1	0.18	1.5
0.1	0.005	0.05	10.0	1.5e-23	1.8e-23	0.14	0.2	1
0.1	0.005	0.05	5.0	1.3e-23	5.8e-23	0.12	0.2	1.3
0.1	0.005	0.005	1.0	2e-25	9.3e-24	0.22	0.1	1.7
0.1	0.005	0.005	10.0	2.1e-25	9.7e-24	0.22	0.1	1.7
0.1	0.005	0.005	5.0	2.1e-25	9.5e-24	0.22	0.1	1.7
0.1	0.0005	0.01	1.0	7.9	7.3	0.22	0.22	43
0.1	0.0005	0.01	10.0	2.5	2.3	0.22	0.22	15
0.1	0.0005	0.01	5.0	3.5	3.3	0.22	0.22	21
0.1	0.0005	0.05	1.0	3.7	3.5	0.22	0.22	22
0.1	0.0005	0.05	10.0	1.2	1.1	0.22	0.22	6.5
0.1	0.0005	0.05	5.0	1.7	1.6	0.22	0.22	9.6
0.1	0.0005	0.005	1.0	11	10	0.22	0.22	58
0.1	0.0005	0.005	10.0	3.5	3.2	0.22	0.22	21
0.1	0.0005	0.005	5.0	4.9	4.6	0.22	0.22	28

Tableau A.2. Résumé des 27 simulations possédant un nombre the Reynolds magnétique de 0.1. Les -1 indiquent que la simulation n'a pas fonctionnée.

Rm	Pm	Pr	Ec	A_{B_ϕ}	A_Ω	f_{B_ϕ}	f_Ω	$HS(^{\circ})$
0.5	0.001	0.01	1.0	4.6	5	1	1	31
0.5	0.001	0.01	10.0	1.5	1.6	1.1	1.1	9.8
0.5	0.001	0.01	5.0	2.1	2.3	1.1	1	13
0.5	0.001	0.05	1.0	2.4	2.5	1	1.1	16
0.5	0.001	0.05	10.0	0.48	0.34	3.2	3.2	1.1
0.5	0.001	0.05	5.0	1.1	1.1	1.1	1.1	7.4
0.5	0.001	0.005	1.0	6.2	7.1	1	1	42
0.5	0.001	0.005	10.0	2	2.3	1	1	12
0.5	0.001	0.005	5.0	2.8	3.2	1	1	19
0.5	0.005	0.01	1.0	4.9	4.7	1	1	28
0.5	0.005	0.01	10.0	1.6	1.5	1	1	9.1
0.5	0.005	0.01	5.0	2.2	2.1	1	1	13
0.5	0.005	0.05	1.0	2.3	2.2	1	1	13
0.5	0.005	0.05	10.0	0.73	0.69	1.2	1	4
0.5	0.005	0.05	5.0	1	0.98	1	1	5.8
0.5	0.005	0.005	1.0	6.9	6.5	1	1.2	40
0.5	0.005	0.005	10.0	2.2	2.1	1.2	1	13
0.5	0.005	0.005	5.0	3.1	3	1	1	18
0.5	0.0005	0.01	1.0	0.61	0.59	0.8	0.8	6.4
0.5	0.0005	0.01	10.0	0.19	0.19	0.8	0.8	1.9
0.5	0.0005	0.01	5.0	0.27	0.26	0.8	0.8	2.8
0.5	0.0005	0.05	1.0	0.36	0.36	1	1	3
0.5	0.0005	0.05	10.0	0.38	0.24	3	3	1.1
0.5	0.0005	0.05	5.0	0.16	0.16	1	1	1.8
0.5	0.0005	0.005	1.0	0.88	0.84	0.8	2.6	8.7
0.5	0.0005	0.005	10.0	0.28	0.27	0.8	0.8	2.5
0.5	0.0005	0.005	5.0	0.39	0.37	0.8	0.8	1.7

Tableau A.3. Résumé des 27 simulations possédant un nombre the Reynolds magnétique de 0.5. Les -1 indiquent que la simulation n'a pas fonctionnée.

Rm	Pm	Pr	Ec	A_{B_ϕ}	A_Ω	f_{B_ϕ}	f_Ω	$HS(^{\circ})$
1.0	0.001	0.01	1.0	1.2	1.2	2	2	8.9
1.0	0.001	0.01	10.0	0.85	0.7	6.6	6.6	1.9
1.0	0.001	0.01	5.0	0.53	0.53	2	2	4
1.0	0.001	0.05	1.0	0.7	0.69	2.2	2.2	4.9
1.0	0.001	0.05	10.0	0.4	0.32	20	6.6	0.99
1.0	0.001	0.05	5.0	0.57	0.46	6.6	6.6	1.4
1.0	0.001	0.005	1.0	1.6	1.6	6.2	2	12
1.0	0.001	0.005	10.0	0.51	0.5	2	2	3.7
1.0	0.001	0.005	5.0	0.72	0.71	2	10	4.2
1.0	0.005	0.01	1.0	5.9	5.5	2.4	2.4	35
1.0	0.005	0.01	10.0	1.9	1.7	2.4	2.4	11
1.0	0.005	0.01	5.0	2.7	2.4	2.4	2.4	16
1.0	0.005	0.05	1.0	2.8	2.6	2.2	2.2	16
1.0	0.005	0.05	10.0	0.88	0.81	2.2	2.2	5.1
1.0	0.005	0.05	5.0	1.2	1.1	2.2	2.2	7.2
1.0	0.005	0.005	1.0	8.3	7.6	2.4	2.4	49
1.0	0.005	0.005	10.0	2.6	2.4	2.4	2.4	15
1.0	0.005	0.005	5.0	3.7	3.4	2.4	2.2	22
1.0	0.0005	0.01	1.0	0.31	0.19	2	2	2.6
1.0	0.0005	0.01	10.0	0.097	0.062	2	2	1.5
1.0	0.0005	0.01	5.0	0.14	0.087	2	2	1.3
1.0	0.0005	0.05	1.0	0.19	0.16	2	2	1.8
1.0	0.0005	0.05	10.0	0.062	0.05	2	2	0.8
1.0	0.0005	0.05	5.0	0.087	0.071	6.2	2	1.2
1.0	0.0005	0.005	1.0	0.009	0.011	1.6	1.6	1.2
1.0	0.0005	0.005	10.0	0.13	0.092	2	2	0.82
1.0	0.0005	0.005	5.0	0.19	0.13	2	2	1.5

Tableau A.4. Résumé des 27 simulations possédant un nombre the Reynolds magnétique de 1. Les -1 indiquent que la simulation n'a pas fonctionnée.

Rm	Pm	Pr	Ec	A_{B_ϕ}	A_Ω	f_{B_ϕ}	f_Ω	$HS(^{\circ})$
5.0	0.001	0.01	1.0	2.4e-43	1.9e-43	13	11	0.84
5.0	0.001	0.01	10.0	1.5e-43	1.2e-43	9.4	11	0.8
5.0	0.001	0.01	5.0	1.9e-43	1.5e-43	13	11	1.2
5.0	0.001	0.05	1.0	1.4e-42	1.2e-42	13	10	0.9
5.0	0.001	0.05	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.001	0.05	5.0	1.7e-42	1.3e-42	13	10	0.93
5.0	0.001	0.005	1.0	2.6e-43	2.1e-43	13	11	0.73
5.0	0.001	0.005	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.001	0.005	5.0	1.7e-43	1.4e-43	13	11	0.65
5.0	0.005	0.01	1.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.01	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.01	5.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.05	1.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.05	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.05	5.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.005	1.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.005	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.005	0.005	5.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.0005	0.01	1.0	9.9e-85	5.3e-85	13	13	1.3
5.0	0.0005	0.01	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.0005	0.01	5.0	2.7e-84	1.4e-84	16	16	1.5
5.0	0.0005	0.05	1.0	3.8e-84	2.1e-84	13	13	1.6
5.0	0.0005	0.05	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.0005	0.05	5.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.0005	0.005	1.0	4.4e-84	2.4e-84	13	13	1.6
5.0	0.0005	0.005	10.0	-1	-1	-1	-1	-1
5.0	0.0005	0.005	5.0	2.6e-84	1.4e-84	17	17	1.4

Tableau A.5. Résumé des 27 simulations possédant un nombre the Reynolds magnétique de 5. Les -1 indiquent que la simulation n'a pas fonctionnée.