

Université de Montréal

Assimilation des données et apprentissage profond pour
la prédiction de l'activité solaire à court terme

par

Benoit Tremblay

Département de Physique
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures et postdoctorales
en vue de l'obtention du grade de
Philosophiæ Doctor (Ph.D.)
en Physique

novembre 2019

Université de Montréal

Faculté des études supérieures et postdoctorales

Cette thèse intitulée

Assimilation des données et apprentissage profond pour la prédiction de l'activité solaire à court terme

présentée par

Benoit Tremblay

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

Paul Charbonneau

(président-rapporteur)

Alain Vincent

(directeur de recherche)

Georges Michaud

(membre du jury)

K.D. Leka

(examineur externe)

(représentant du doyen de la FESP)

Thèse acceptée le :

Sommaire

Les phénomènes éruptifs du Soleil sont souvent accompagnés par l'accélération de particules chargées qui peuvent avoir des impacts significatifs sur la Terre. Toutefois, le mécanisme responsable de ces phénomènes n'est pas suffisamment bien compris pour qu'on puisse en prédire l'occurrence. Les satellites et les observatoires terrestres sondent la photosphère, la chromosphère et la couronne du Soleil et sont essentiels pour l'étude de l'activité solaire. Les simulations numériques tentent de faire le pont entre la physique décrivant l'intérieur de l'étoile et de telles observations. La prochaine étape pour des simulations réalistes serait la prévision à court terme des structures à la surface du Soleil. Les travaux présentés dans cette thèse explorent comment des notions empruntées de la météorologie (*e.g.*, l'assimilation des données) et de l'intelligence artificielle (*e.g.*, les réseaux de neurones) pourraient être utilisées pour la prédiction à court terme de l'activité solaire dans le contexte de la météorologie spatiale. En particulier, nous présentons notre implémentation de l'assimilation des données dans un modèle magnétohydrodynamique (MHD) radiatif du Soleil calme (*i.e.*, en l'absence d'activité magnétique) afin de prédire l'évolution de la granulation solaire durant une courte période de temps. Toutefois, ce ne sont pas toutes les variables du modèle qui peuvent être observées ou mesurées à l'aide d'instruments. Par exemple, les mesures directes des mouvements du plasma à la surface du Soleil sont limitées à la composante le long de la ligne de visée. Plusieurs algorithmes ont donc été développés afin de reconstruire la composante transverse à partir de mesures de l'intensité de la lumière ou du champ magnétique. Nous comparons les champs de vitesse inférés par différentes méthodes, dont un réseau de neurones, afin d'identifier la méthode la mieux adaptée pour générer des observations synthétiques dans une chaîne de réduction des données qui pourraient ensuite être introduites dans notre système pour l'assimilation des

données.

Mots-clés : Activité solaire, Apprentissage profond, Assimilation des données, Champs de vitesse, Granulation, Magnétohydrodynamique, Photosphère, Physique solaire, Prédictions, Simulations numériques.

Summary

Eruptive events of the Sun, which often occur in the context of flares, convert large amounts of magnetic energy into emission and particle acceleration that can have significant impacts on Earth's environment. However, the mechanism responsible for such phenomena is not sufficiently well understood to be able to predict their occurrence. Satellites and ground-based observatories probe the Sun's photosphere, chromosphere and corona and are key in studying solar activity. Numerical models have attempted to bridge the gap between the physics of the solar interior and such observations. The next step for realistic simulations would be to forecast the short term evolution of the Sun's photosphere. The following work explores how notions borrowed from meteorology (*e.g.*, data assimilation) and artificial intelligence (*e.g.*, neural networks) could be used to forecast short term solar activity for space-weather modelling purposes. More specifically, we present an implementation of data assimilation in a radiative MHD model of the Quiet Sun (*i.e.*, in the absence of significant magnetic activity) to forecast its evolution over a short period of time. However, not all model variables are directly observable. For example, direct measurements of plasma motions at the photosphere are limited to the line-of-sight component. Multiple algorithms were consequently developed to reconstruct the transverse component from observed continuum images or magnetograms. We compare velocity fields inferred by different methods, including a neural network, to identify the method best suited to generate instantaneous synthetic observations in a data reduction pipeline that would be included in our data assimilation framework.

Keywords: Data assimilation, Deep Learning, Granulation, Magnetohydrodynamics, Numerical Simulations, Photosphere, Predictions, Solar Activity, Solar Physics, Velocity Fields.

Table des matières

Sommaire	v
Summary	vii
Liste des tableaux	xiii
Table des figures	xv
Liste des sigles et des abbréviations	xvii
Notation	xxi
Remerciements	xxiii
Avant-propos	xxv
Chapitre 1. Introduction	1
1.1. Physique des plasmas : L’approximation magnétohydrodynamique.....	2
1.2. Le Soleil	5
1.2.1. Le Soleil calme.....	9
1.2.2. Le Soleil actif.....	9
1.2.2.1. Les éruptions solaires et les éjections de masse coronale	10
1.2.3. Simulations magnétohydrodynamiques du Soleil	10
1.3. Données observationnelles du Soleil	12
1.3.1. Satellites GOES	16
1.3.2. Solar Dynamics Observatory	17
1.3.3. Hinode SOT/SP	19
1.3.4. Futur : Télescope DKIST	20

1.4.	Construction de données synthétiques du Soleil à partir d'observations	21
1.4.1.	Exemple : Extrapolation des lignes de champ magnétique	21
1.4.2.	Reconstruction des mouvements du plasma.....	22
1.5.	Assimilation des données.....	24
1.5.1.	L'interpolation statistique.....	25
1.5.2.	Les méthodes variationnelles	30
1.5.3.	Les méthodes de Nudging	32
1.6.	Les réseaux de neurones profonds	33
1.6.1.	Les réseaux de neurones entièrement connectés	35
1.6.2.	Les réseaux de neurones convolutifs	38

Premier article. Plasma Motions and Turbulent Magnetic Diffusivity of Active Region AR 12158 Using a Minimum Energy Functional and Non-Force-Free Reconstructions of Vector Magnetograms 43

1.	Introduction.....	45
2.	MEF-R: A Review.....	48
3.	Testing the Model: Analytical Spheromak Configurations	51
4.	Data Preprocessing.....	54
4.1.	Observational Data From SDO/HMI.....	56
4.2.	Series hmi.ME_720s_fd10	57
4.3.	Series hmi.sharp_cea_720s.....	58
4.4.	Extraction of Active Region AR 12158.....	58
4.5.	Continuum Intensity [I_c] and Temperature [T] at the Photosphere.....	59
4.6.	Magnetic Field Reconstructions at the Photosphere.....	59
4.6.1.	Force-Free (FF) Magnetic Field Reconstructions	60
4.6.2.	Non-Force-Free (NFF) Magnetic-Field Reconstructions.....	62
4.7.	Doppler Velocity Corrections at the Photosphere.....	65

4.8. Microturbulent Velocities	66
5. Results – AR 12158.....	67
5.1. Plasma Flow $[\vec{v}]$ at the Photosphere.....	67
5.2. Turbulent Magnetic Diffusivity	70
6. Conclusion	72
Deuxième article. Reconstruction of Horizontal Plasma Motions at the Photosphere from Intensitygrams : A Comparison Between DeepVel, LCT, FLCT and CST	77
1. Introduction.....	79
2. Data Preprocessing and Neural Network Training.....	81
3. Results	84
3.1. Velocity Fields Inferred from Non-Filtered Synthetic Data.....	84
3.1.1. Kinetic Energy Spectra	86
3.1.2. Propagation of Passive Scalars	88
3.2. Velocity Fields Inferred from $k - \omega$ Filtered Synthetic Data.....	89
3.3. Computation of Time Averages	91
3.4. Using Results from a Different Numerical Simulation as Input.....	92
3.5. Velocity Fields Inferred from SDO/HMI Data.....	93
4. Conclusion	95
Chapitre 4. Généralisation du réseau de neurones DeepVel	97
4.1. Champs de vitesse au-delà de la surface.....	99
4.2. Champs de vitesse sous la surface.....	101
4.3. Architecture et futur de DeepVel.....	106
Troisième article. Data Assimilation of Solar Granulation in a Idealized Model using Simulated Data	109

1. Introduction	111
2. The DASoG Radiative MHD Model.....	114
2.1. Numerical Scheme	115
2.1.1. Pseudo-Spectral Method	116
2.1.2. Semi-Lagrangian Time Marching Scheme	116
3. Data Assimilation	118
3.1. The Diffusive Back and Forth (D-BFN) Algorithm	118
3.1.1. Modeling the Observation Operator $H(\cdot)$	119
3.1.2. Modeling of the Gain Matrix K	120
3.2. Numerical Scheme	121
4. Results: Assimilation of Simulated Observations	121
4.1. Continuity Equation: Simulated Observations	123
4.1.1. Advection by a Steady and Uniform Flow Field	125
4.1.2. Advection by a Steady Flow Field	128
5. Future: Assimilation of Satellite and Ground-based Observations.....	130
5.1. Synthetic Observations of the Sun: Reconstructions and Extrapolations	130
5.2. Modeling of the Gain Matrix K	132
6. Conclusion	133
Chapitre 6. Conclusion.....	135
Bibliographie.....	-i

Liste des tableaux

1.1	Classification des éruptions solaires	17
1.2	Variables de l'interpolation statistique pour l'assimilation des données.....	26
2.3	Results obtained for a model of an expanding and resistive Spheromak.....	53
2.4	Comparison between the observed magnetic field and a non-force-free reconstruction	65
2.5	Coefficients of the Doppler velocity corrections.....	66
2.6	Statistics of the flow fields reconstructed by the MEF-R algorithm	68
3.7	Statistics quantifying the effects of filtering intensitygrams	84
3.8	Metrics of the velocity fields inferred from synthetic SDO/HMI intensitygrams ..	86
3.9	Metrics of the velocity fields inferred from filtered synthetic SDO/HMI intensitygrams.....	90
3.10	Comparison between velocity fields inferred from filtered and non-filtered synthetic SDO/HMI intensitygrams.....	90
3.11	Metrics of the velocity fields inferred from a second set of synthetic SDO/HMI intensitygrams.....	93
5.1	Dimensions of the matrices and vectors involved in the data assimilation of surface observations	133

Table des figures

1.1	Profils thermodynamiques moyens en fonction du rayon	6
1.2	Carte de l'intensité de la lumière et magnétogramme du disque solaire.....	8
1.3	Cartes de l'intensité du continu générées par SDO/HMI et Hinode SOT/SP.....	13
1.4	Données SDO/AIA à différentes longueurs d'onde.	14
1.5	Dopplergramme généré par SDO/HMI.....	15
1.6	Flux en rayons-X mous mesuré par le satellite GOES-15	16
1.7	Magnétogrammes générés par SDO/HMI.....	18
1.8	Extrapolation des lignes de champ magnétique d'une région active.....	22
1.9	Illustration de l'assimilation des données séquentielle.	27
1.10	Illustration de l'assimilation des données non-séquentielle.....	30
1.11	Apprentissage machine : Exemple d'un perceptron.....	33
1.12	Apprentissage profond : Exemple d'un réseau de neurones entièrement connectés.	36
1.13	Exemple #1 de couche de convolution.....	38
1.14	Exemple #2 de couche de convolution.....	39
1.15	Exemple #3 de couche de convolution.....	39
1.16	Apprentissage profond : Architecture du réseau convolutif DeepVel.	42
2.1	Magnetic field within an expanding and resistive Spheromak	54
2.2	Flow field within an expanding and resistive Spheromak.....	55
2.3	Magnetic diffusivity of an expanding and resistive Spheromak	56
2.4	SDO/HMI magnetogram and GOES-15 soft X-ray flux on 10 September 2014....	57
2.5	Continuum intensity and temperature estimate of AR 12158	60

2.6	Magnetic field components of AR 12158 and non-force-free extrapolation	63
2.7	Doppler broadening and microturbulent velocities	68
2.8	Residuals between the observed Doppler velocity and vertical velocity reconstructed by MEF-R	69
2.9	Magnetic turbulent diffusivity inferred by MEF-R	70
3.1	Generating synthetic SDO/HMI intensitygrams from the Stein & Nordlund (2012) magnetoconvection simulation	83
3.2	Velocity fields inferred from synthetic SDO/HMI intensitygrams	85
3.3	Power spectrum of the velocity fields inferred from synthetic and real SDO/HMI intensitygrams	87
3.4	Propagation of passive scalars by inferred velocity fields	88
3.5	Velocity fields inferred from filtered synthetic SDO/HMI intensitygrams	89
3.6	Influence of the number of pairs of intensitygrams used to compute time averages of velocity fields	91
3.7	Velocity fields inferred from a second set of synthetic SDO/HMI intensitygrams .	92
3.8	Velocity fields inferred from SDO/HMI intensitygrams	94
4.1	Vitesse transverse à la surface et dans l’atmosphère du Soleil	100
4.2	Vitesse transverse à la surface du Soleil inférée par différentes versions de DeepVel	103
4.3	Écoulements sous la surface inférés par le réseau de neurones DeepVel	105
4.4	Vitesse transverse à la surface du Soleil inférée par DeepVelU	107
5.1	Map of the resampled MURaM gas density	122
5.2	Mean relative errors: Advection by a flow field that is steady and uniform	126
5.3	Mean relative errors: Interpolation errors arising in the Semi-Lagrangian time- marching scheme for the advection by flow fields that are steady and uniform . . .	127
5.4	Mean relative errors: Interpolation Errors for the Advection by a steady flow field	129

Liste des sigles et des abbréviations

En français :

4D-Var	Analyse quadri-dimensionnelle variationnelle
AR	Région active
BFN	Nudging direct et rétrograde
BLUE	Meilleur estimateur linéaire non biaisé
CNN	Réseau de neurones à convolution
D-BFN	Version diffusive du Nudging direct et rétrograde
DV	Réseau de neurones DeepVel
ETL	Équilibre thermodynamique local
EMC	Éjection de masse coronale
EnKF	Filtre de Kalman d'ensemble
EOS	Loi d'état
ETR	Équation de transfert radiatif
FF	À force magnétique nulle
Hors-ETL	Hors équilibre thermodynamique local
HMI	Instrument <i>Helioseismic Magnetic Imager</i>
IA	Intelligence artificielle
KF	Filtre de Kalman
LFF	Linéaire à force magnétique nulle
MHD	Magnétohydrodynamique
MPI	Bibliothèque de passage de messages <i>Message Passing Interface</i>
NFF	À force magnétique non nulle
NLFF	Non linéaire à force magnétique nulle
NN	Réseau de neurones

NOAA	Agence américaine d'observation océanique et atmosphérique
ReLU	Unité de Rectification Linéaire
SDO	Satellite <i>Solar Dynamics Observatory</i>
SDP	Symétrique définie positive
SHARP	Structures <i>Space-weather HMI Active Region Patches</i>
UT	Temps universel
UV	Rayonnement ultraviolet
UVE	Rayonnement ultraviolet extrême

En anglais :

3D-Var	Three-dimensional Variational Analysis
4D-Var	Four-dimensional Variational Analysis
ADU	Analog Digital Unit
AI	Artificial Intelligence (IA en français)
AIA	Atmospheric Imaging Assembly
AR	Active Region
BFN	Back and Forth Nudging
BLUE	Best Linear Unbiased Estimator
CME	Coronal Mass Ejection
CNN	Convolutional neural network
CST	Coherent Structure Tracking
DASoG	Data Assimilation of Solar Granulation
D-BFN	Diffusive Back and Forth Nudging
DL	Deep Learning
DN	Data Number
DDM	Doppler Diffusivity Matching
DV	DeepVel Neural Network

EnKF	Ensemble Kalman Filtering
EOS	Equation of State
EUV	Extreme Ultraviolet
FF	Force-Free
FLCT	Fourier-based Local Correlation Tracking
FITS	Flexible Image Transport System
KF	Kalman Filter
LCT	Local Correlation Tracking
LFF	Linear Force-Free (LFF en français)
LoS	Line of Sight
LTE	Local Thermodynamical Equilibrium (ETL en français)
HARP	HMI Active Region Patches
HMI	Helioseismic Magnetic Imager
ME	Milne-Eddington
Me	Mimum Energy
MEF	Minimum Energy Fit
MEF-R	Resistive Minimum Energy Fit
MERLIN	Milne-Eddington gRid Linear Inversion Network
MHD	Magnetohydrodynamics (MHD en français)
ML	Machine Learning
MPI	Message Passing Interface
NFF	Non Force-Free (NFF en français)
NLFF	Non-Linear Force-Free (NLFF en français)
NLTE	Non Local Thermodynamical Equilibrium (Hors-ETL en français)
NN	Neural Network
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
ReLU	Rectified Linear Unit
SOT	Solar Optical Telescope
SP	Spectropolarimeter

UT Universal Time
VFISV Very Fast Inversion of the Stokes Vector

Notation

Modèles :

\vec{A}	Vecteur potentiel
\vec{B}	Champ magnétique (densité de flux magnétique)
B_a	Azimuth du champ magnétique vectoriel
B_g	Inclinaison du champ magnétique vectoriel
\vec{B}_ℓ	Composante le long de la ligne de visée du champ magnétique
\vec{B}_t	Composante transverse à la ligne de visée du champ magnétique
\vec{E}	Champ électrique
\vec{J}	Densité de courant électrique
\vec{u}, \vec{v}	Champs de vitesse
\vec{x}	Vecteur position
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	Vecteurs unitaires (coordonnées cartésiennes)
α	Degré de torsion des lignes de champs ; une forme de l'hélicité
I_c	Intensité du continu
μ_0	Perméabilité magnétique
η	Diffusivité magnétique
ϕ, ψ	Potentiels scalaires
P	Pression
κ	Opacité
τ	Profondeur optique
T	Température
t	Temps
v_r	Composante de la vitesse le long de la ligne de visée
M	Domaine dans le plan photosphérique

V	Volume de la grille de calcul
θ, ϕ	Coordonnées héliographiques (longitude et latitude)
x, y, z	Coordonnées cartésiennes
$\langle \rangle$	Opérateur de la moyenne spatiale

Assimilation des données :

\vec{y}	Vecteur d'observation
\vec{x}_t	Vecteur d'état réel
\vec{x}_b	Vecteur d'ébauche
\vec{x}_a	Vecteur d'analyse
$\Delta\vec{x}$	Incrément d'analyse
$\vec{\epsilon}_b$	Vecteur d'erreur de prévision
$\vec{\epsilon}_o$	Vecteur d'erreur d'observation
$\vec{\epsilon}_a$	Vecteur d'erreur d'analyse
\vec{d}	Innovation
$H(\vec{x})$	Opérateur d'observation
H	Matrice Jacobienne de H
R	Matrice de covariance d'erreur d'observation
B	Matrice de covariance d'erreur de prévision
K	Matrice de gain (de Kalman)
A	Matrice de covariance d'erreur d'analyse
$J(\Delta\vec{x})$	Fonction coût

Remerciements

"No one can be fully aware of another human being unless we love them. By that love, we see potential in our beloved. Through that love, we allow our beloved to see their potential. Expressing that love, our beloveds potential comes true." - Dr. H. Lecter, Shiizakana, 2014.

Je tiens d'abord à remercier mon superviseur de thèse, Prof. Alain Vincent. Huit années sont passées depuis que j'ai cogné à sa porte pour la première fois alors que j'étais en quête d'un stage d'été. Nous avons eu depuis d'innombrables discussions qui ont alimentées ma passion pour la physique solaire. J'en suis extrêmement reconnaissant. Ces discussions vont me manquer.

Au fil des années, j'ai eu l'opportunité de côtoyer des gens exceptionnels qui ont eu un impact non seulement sur ma carrière mais aussi sur ma personne. D'abord, je voudrais remercier Prof. Paul Charbonneau et Antoine Strugarek pour leur encadrement et leur aide précieuse lorsque j'avais besoin de conseils. J'espère que nous aurons l'opportunité de collaborer à nouveau au cours des prochaines années et d'aller prendre un verre à Paris. Je voudrais aussi remercier les étudiants du GRPS, aussi connus sous le nom des Amis du Soleil : Cassandra Bolduc, Jean-François Cossette, Corinne Simard, Patrice Beaudoin, Nicolas Lawson, Roxane Barnabé, Deniz Olçek, Melinda Nagy, Raphaël Hardy et Alexandre Champagne-Ruel. Ce fut un véritable plaisir d'être autour de vous, que ce soit à l'université ou à l'extérieur. En espérant vous voir encore au party de Noël annuel chez Corinne! Enfin, je voudrais remercier Prof. Laura Morales et le petit nouveau, Christian Thibeault, pour les discussions que nous avons eu au cours de la dernière année et pour les futures discussions que nous aurons dans le cadre de notre collaboration.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers l'équipe de l'Observatoire Midi-Pyrénées à Toulouse en France pour leur généreuse hospitalité : Thierry (et Françoise!) Roudier, Michel Rieutord, Bertrand Putigny, Arturo Lopez-Ariste, Laurène Jouve, Rohit Kumar, Clément

Baruteau, Pascal Petit, François Lignières, Jérôme Ballot, Sébastien Deheuvels et Frédéric Paletou. Merci de m'avoir accueilli comme l'un des vôtres et de m'avoir fait sentir comme chez moi à Toulouse. J'espère avoir l'opportunité de vous revoir dans un futur proche.

Je voudrais aussi remercier Alexandre Fortier, Emily Aldoretta, Bert Pablo et Cynthia Genest-Beaulieu. J'apprécie beaucoup votre soutien au cours des dernières années.

Merci aussi aux étudiants du F-423 : Anne Boucher, Antoine Darveau-Bernier, Marie-Ève Naud, Marie-Michèles Limoges, Marilyn Latour, Sandie Bouchard, et Patrick Manseau. J'ai eu énormément de plaisir à aller au bureau et interagir avec vous.

Je voudrais remercier les personnes suivantes pour leur aide et leurs précieux conseils concernant mon futur : Christina Kay, Barbara Thompson, Raphaël Attié, Andrés Muñoz-Jaramillo, KD Leka, Graham Barnes, Enrico Camporeale, Jannis Teunissen, Maria Kazachenko, Benjamin Brown, Ljubomir Nikolic et Robyn Fiori.

Enfin, à ma famille et à mes amis je dis MERCI! Je n'aurais pas été en mesure de compléter cette thèse si ce n'était pas de vous!

Avant-propos

La météorologie spatiale englobe les phénomènes hautement énergétiques qui proviennent du Soleil et qui peuvent avoir un impact significatif sur notre planète, notre technologie et notre société. Les événements éruptifs convertissent de grandes quantités d'énergie magnétique en radiation électromagnétique et accélèrent des particules à des vitesses relativistes. Selon la magnitude et l'orientation des éruptions solaires, la radiation et les particules émises peuvent interrompre les communications radio civiles et militaires, les signaux GPS, et causer des pannes majeures des réseaux de distribution d'électricité. En effet, les courants induits géomagnétiquement sont à l'origine du surchauffage des transformateurs électriques (*e.g.*, Boteler, 2001). Par exemple, le 13 mars 1989, la province du Québec fut plongée dans la noirceur pendant plusieurs jours suite à une tempête géomagnétique. La prédiction de l'activité solaire à court terme est donc un sujet d'actualité en météorologie spatiale.

Les satellites et les observatoires terrestres sondent typiquement la surface et l'atmosphère de l'étoile. Les observations recueillies jouent un rôle essentiel dans notre compréhension des phénomènes physiques qui opèrent dans le Soleil et, par extension, dans les étoiles, et dans la validation des théories et des modèles. Elles sont aussi le point de départ pour toutes expériences de prédiction de l'activité solaire à court terme.

Il existe une grande disparité entre les échelles spatio-temporelles qui interviennent dans les processus physiques du Soleil et le déclenchement d'une éruption solaire. Pour cette raison, les méthodes de prédictions peuvent être généralisées en deux types d'approche :

- (1) Simplifier ou éliminer une partie de la physique du problème afin de pouvoir traiter toutes les échelles spatiales et temporelles ;

- (2) Inclure toute la physique, mais travailler avec un nombre restreint d'échelles.

Le premier type d’approche comprend l’identification de caractéristiques ou de précurseurs inhérents aux phénomènes éruptifs par le biais d’analyses statistiques (Leka *et al.*, 2018) ou d’algorithmes d’apprentissage machine (Bobra & Ilonidis, 2016; Jonas *et al.*, 2018; Leka *et al.*, 2019). Par exemple, des études suggèrent que la force de Lorentz varie à l’intérieur des régions actives du Soleil en réponse au déclenchement d’une éruption solaire (Petrie, 2014, 2019). Alternativement, les modèles d’avalanche sont des modèles jouets qui peuvent reproduire adéquatement les propriétés statistiques des éruptions solaires documentées à ce jour (Lu & Hamilton, 1991). Récemment, des séquences d’événements éruptifs ont été utilisées afin d’ajuster la condition initiale du modèle et ainsi produire un modèle d’avalanche qui est représentatif d’une époque donnée du Soleil (Strugarek & Charbonneau, 2014; Strugarek *et al.*, 2018; Tremblay *et al.*, 2018a).

Le niveau de réalisme des simulations numériques du Soleil approche de plus en plus celui des observations. Récemment, des modèles du Soleil actif sont parvenus à générer des variations d’énergie qui sont cohérentes avec des éruptions solaires de faible intensité (*e.g.*, Rempel, 2017; Cheung *et al.*, 2018). Les méthodes de type *data-driven* consistent à incorporer les données observationnelles comme conditions aux frontières dans une simulation afin de la forcer vers un état représentatif de la réalité. À titre d’exemple, le modèle de Jiang *et al.* (2016) a reproduit avec succès le déclenchement d’une éruption solaire suite à l’incorporation d’une séquence d’observations du champ magnétique en surface. Cette approche peut toutefois introduire des discontinuités dans la simulation car les données observationnelles ne satisfont pas nécessairement aux équations du modèle (Abbett & Fisher, 2010).

Nous proposons de prédire l’activité solaire à court terme suivant une approche qui s’inspire fortement des prévisions météorologiques. La notion de l’assimilation des données est couramment utilisée en sciences atmosphériques et en océanographie pour la prédiction numérique du temps (*e.g.*, Daley, 1993). Elle ajuste la condition initiale d’un modèle physique afin de minimiser les erreurs entre les prédictions du modèle et les observations à l’intérieur d’une fenêtre de temps (Kalnay, 2002). Les algorithmes les plus robustes (mais aussi les plus coûteux!) incluent le filtrage de Kalman d’ensemble (EnKF; Evensen, 1994) et la méthode variationnelle quadri-dimensionnelle (4D-Var; Daley, 1993) qui a longtemps

été utilisée pour les prévisions météorologiques au Canada. **À titre de preuve par concept, nous implémentons dans une simulation du Soleil calme** (*i.e.*, en l'absence d'activité magnétique significative) **une méthode d'assimilation des données qui est moins robuste mais plus économique, soit le Nudging direct et rétrograde** (D-BFN : Auroux *et al.*, 2011). **Nous argumentons aussi que l'apprentissage profond est un outil puissant qui peut compléter et même accélérer le processus d'assimilation des données.** Par exemple, nous entraînons des réseaux de neurones afin de reconstruire une quantité physique non-observable à partir d'une autre quantité physique qui elle est observable. Les reconstructions peuvent ensuite être assimilées et contribuer à l'inversion de la condition initiale du modèle.

Organisation de la thèse

Au Chapitre 1, nous introduisons les concepts qui sont inhérents à la méthode de prédiction que nous proposons. Au Chapitre 2, nous présentons une méthode de reconstruction des mouvements du plasma à la surface du Soleil à partir des observations du champ magnétique. L'objectif est d'assimiler les reconstructions à titre de données synthétiques du Soleil. Aux Chapitres 3 et 4, nous argumentons que l'apprentissage profond peut améliorer les reconstructions des mouvements du plasma. Au Chapitre 5, nous implémentons l'assimilation des données dans un modèle du Soleil calme. Nous concluons au Chapitre 6.

Articles publiés dans une revue avec comité de lecture

- Benoit TREMBLAY, Thierry ROUDIER, Michel RIEUTORD, Alain VINCENT.
Reconstruction of Horizontal Plasma Motions at the Photosphere from Intensitygrams : A Comparison Between DeepVel, LCT, FLCT and CST. *Solar Physics*, 293 :57, 2018.
DOI : <https://doi.org/10.1007/s11207-018-1276-7>
- Benoit TREMBLAY, Alain VINCENT
Plasma Motions and Turbulent Magnetic Diffusivity of Active Region AR 12158 Using

a Minimum Energy Functional and Non-Force-Free Reconstructions of Vector Magnetograms. *Solar Physics*, 292(1) :2, 2017.

DOI : <http://dx.doi.org/10.1007/s11207-016-1028-5>

Articles en préparation

- Benoit TREMBLAY, Jean-François COSSETTE, Thierry ROUDIER, Michel RIEUTORD, Alain VINCENT, Paul CHARBONNEAU.

Emulating MHD Simulations to Infer Subsurface Flows with the DeepVel Neural Network. À soumettre à la revue *Journal of Space Weather and Space Climate* pour l'édition spéciale des articles du symposium *Space Climate 7* qui a eu lieu du 8 au 11 juillet 2019 à l'Auberge Estrimont, Orford, Québec.

- Benoit TREMBLAY, Alain VINCENT

Data Assimilation of Solar Granulation in a Idealized Model using Simulated Data.

À soumettre à la revue *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*.

Communications récentes

- Benoit TREMBLAY. Data Assimilation and Machine Learning as First Steps towards the Prediction of Short Term Solar Activity. *Séminaire invité*, 14 fév. 2019, Laboratory for Atmospheric and Space Physics, Boulder, USA.

https://www.astro.umontreal.ca/~benoit/Seminars/2019/20190214_LASP_BT.pdf

- Benoit TREMBLAY. Data Assimilation and Machine Learning as First Steps towards the Prediction of Short Term Solar Activity. *Séminaire invité*, 19 sept. 2018, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, USA.

https://www.astro.umontreal.ca/~benoit/Seminars/2018/20180919_NASA_BT.pdf

Les 16 communications présentées dans le cadre de cette thèse sont accessibles à l'adresse :

<https://www.astro.umontreal.ca/~benoit/Communications>

Chapitre 1

Introduction

L'activité magnétique du Soleil est à l'origine de phénomènes énergétiques comme les éruptions solaires et les éjections de masse coronale qui ne peuvent être reproduits en laboratoire. Avec une abondance de données à haute résolution disponibles, le Soleil est un laboratoire idéal pour **approfondir et valider nos connaissances** dans les domaines de la météorologie spatiale, de l'astrophysique stellaire et de la physique des plasmas.

La théorie de la magnétohydrodynamique, soit l'hydrodynamique des fluides magnétisés (Section 1.1), est utilisée pour décrire la physique qui opère dans le Soleil (Section 1.2). Les simulations numériques résolvent en détail les équations de la magnétohydrodynamique, produisant ainsi une modélisation du Soleil. Toutefois, des approximations sont nécessaires afin de traiter les limitations d'origine physique (*e.g.*, la grande disparité des échelles spatio-temporelles du Soleil, l'interaction matière-radiation, le chauffage de la couronne solaire) et numérique (*e.g.*, les schémas, la résolution spatio-temporelle, le temps de calcul et la mémoire). En particulier, les éruptions solaires et les éjections de masse coronale (Section 1.2.2.1) sont des phénomènes qui ne peuvent sans doute pas être décrits par la magnétohydrodynamique seule (Birn & Priest, 2007). Dans le contexte de la météorologie spatiale, les simulations doivent donc inclure un modèle additionnel de reconnexion pour le déclenchement de tels phénomènes (*e.g.*, Klimas *et al.*, 2004). **L'objectif scientifique de cette thèse est d'établir une procédure pour la validation des modèles physiques du Soleil en se référant aux données observationnelles et les incertitudes correspondantes** (Section 1.3). L'assimilation des données (Section 1.5; Kalnay, 2002) produit une *inversion* de l'état d'une simulation, au sens des méthodes inverses (Tarantola, 2005), afin que celle-ci soit cohérente avec les observations à une époque donnée du Soleil, tout en satisfaisant les

équations du modèle. Suite à l'implémentation de l'assimilation des données, les erreurs entre les prédictions de la simulation et les observations, aux temps et positions correspondants, sont interprétées comme une mesure quantitative du degré de réalisme du modèle. En plus des erreurs qui doivent respecter un seuil satisfaisant, l'état reconstruit doit être compatible avec les mesures à des longueurs d'onde qui proviennent d'altitudes autres que les données assimilées (*e.g.*, Fisher *et al.*, 2015). En ce sens, les inversions validées peuvent aussi être utilisées pour l'étude des quantités physiques au-delà de la couverture des instruments d'observation, pour la validation des mécanismes à l'origine de phénomènes comme les éruptions solaires (*e.g.*, Klimas *et al.*, 2004) et l'identification de précurseurs. En somme, une telle procédure est nécessaire pour l'interprétation des simulations et leur utilisation dans le but d'avoir une meilleure compréhension de la physique et de produire des prédictions à court terme qui sont dignes de confiance.

1.1. Physique des plasmas : L'approximation magnétohydrodynamique

La magnétohydrodynamique (MHD) décrit l'influence des champs magnétiques sur l'hydrodynamique de fluides conducteurs et de charge globale neutre qui s'écoulent à des vitesses non-relativistes (Charbonneau, 2013). À la base de l'approximation MHD sont les équations de conservation de la masse (l'équation de continuité), de la quantité de mouvement (les équations de Navier-Stokes), de l'induction magnétique (la loi de Faraday) et de l'énergie :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) , \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} = -\rho (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} - \vec{\nabla} P - \vec{J} \times \vec{B} + \rho \vec{g} + (\vec{\nabla} \cdot \Pi) , \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \left(-(\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \mu_0 \vec{J} \right) , \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (e \vec{v}) - P (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) + \eta \mu_0^3 |\vec{J}|^2 + \Phi + Q . \quad (1.4)$$

Il en résulte un système d'équations non-linéaires et couplées pour huit propriétés macroscopiques du plasma : la densité $[\rho]$, les composantes de la vitesse de l'écoulement $[v_x, v_y, v_z]$

et du champ magnétique $[B_x, B_y, B_z]$, et l'énergie interne par unité de masse ou la densité d'énergie $[e]$. La constante $[\mu_0]$ est la perméabilité magnétique du vide, $[\vec{g}]$ est le vecteur gravitationnel, $[\Pi]$ est le tenseur des contraintes visqueuses, $[\Phi]$ est le taux de dissipation visqueuse et $[Q]$ contient des termes sources ou pertes comme la conduction et les pertes radiatives (Abbett, 2007). Les variables doivent en plus satisfaire la condition solénoïdale sur \vec{B} , la loi d'Ampère pour laquelle nous pouvons négliger le courant de déplacement de Maxwell (Charbonneau, 2013), et la loi d'Ohm :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.5)$$

$$\mu_0 \vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{B}, \quad (1.6)$$

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} + \eta \mu_0 \vec{J}, \quad (1.7)$$

où $[\eta]$ est la diffusivité magnétique. Enfin, les densités ρ et e sont reliées aux variables thermodynamiques comme la pression $[P]$ et la température $[T]$ via une loi d'état (EOS) :

$$P = f(\rho, T, e, \dots). \quad (1.8)$$

où $[f]$ est une fonction quelconque (Goedbloed & Poedts, 2004). L'Équation (1.6) indique que ce sont les courants qui génèrent le champ magnétique. Le premier terme de la loi de Faraday (Équation (1.3)) est une mesure de l'induction par advection du champ magnétique dans l'écoulement et le second terme mesure la dissipation Ohmique des courants électriques (Charbonneau, 2013). Lorsque $\eta = 0$, le magnétofluide est un conducteur parfait : il s'agit de l'approximation MHD idéale. Autrement, le plasma est non-idéal/résistif ($\eta \neq 0$).

La matière et la radiation sont couplées. En effet, les photons sont responsables de l'excitation des états d'énergie et de l'ionisation des particules. Le champ de radiation dépend de l'opacité et de l'émissivité de la matière qui sont elles-mêmes des fonctions des populations des états d'énergie (Mihalas, 1978). Les interactions entre la lumière et la matière sont décrites par l'équation de transfert radiatif (ETR) :

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = -I_\nu + \frac{\eta_\nu}{\rho \kappa_\nu}, \quad (1.9)$$

où $[I_\nu]$ est l'intensité spécifique du faisceau à la fréquence $[\nu]$, $[\mu]$ est le cosinus de l'angle d'incidence, $[\eta_\nu]$ est l'émissivité thermique et diffusive de la matière et l'opacité $[\kappa_\nu]$ mesure l'extinction locale du faisceau par absorption et diffusion. La profondeur optique $\left[\tau_\nu \equiv \int_{z_1}^{z_2} \rho \kappa_\nu dz\right]$ est une mesure de la matière opaque traversée par la lumière. Un milieu est dit optiquement mince si $\tau_\nu \ll 1$ (la lumière est peu absorbée) ou optiquement épais si $\tau_\nu \gg 1$ (la lumière est fortement absorbée). En astrophysique, τ_ν est mesuré du sommet de l'atmosphère vers l'intérieur de l'étoile. La surface est localisée à $\tau_\nu \approx \frac{2}{3}$, soit la profondeur à partir de laquelle les photons peuvent s'échapper.

Dans l'approximation MHD, la force magnétique domine nettement la force électrostatique. La force de Lorentz se réduit alors au premier ordre à la force magnétique $[\vec{F}_{\text{Lorentz}} \approx \vec{J} \times \vec{B}]$ (Charbonneau, 2013). Si on fait l'hypothèse que $\vec{F}_{\text{Lorentz}} = \vec{0}$, le champ \vec{B} est approximé à force magnétique nulle (FF ; Wiegmann & Sakurai, 2012) :

$$\vec{J} \times \vec{B} = \left(\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B}\right) \times \vec{B} = \vec{0}, \quad (1.10)$$

en plus de satisfaire la condition solénoïdale (Équation (1.5)). Les solutions de l'Équation (1.10) sont des fonctions propres du rotationnel :

$$\mu_0 \vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = \alpha \vec{B}. \quad (1.11)$$

La valeur propre $[\alpha]$ mesure le degré de torsion des lignes de champ magnétique dans le sens horaire si $\alpha < 0$ ou dans le sens anti-horaire si $\alpha > 0$ (Sakurai & Hagino, 2003). Lorsque $\alpha(\vec{x}) = 0$, la densité de courant \vec{J} est nulle et l'expression du champ magnétique s'écrit comme le gradient d'un potentiel scalaire $[\vartheta]$:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \vartheta, \quad (1.12)$$

où ϑ est une solution de l'équation de Laplace. Il s'agit de la solution du champ potentiel. Les champs potentiels ne modélisent pas physiquement le champ magnétique du Soleil (Wiegmann & Sakurai, 2012). Ils sont tout de même utilisés en première approximation. Autrement, si $\alpha \neq 0$, \vec{J} est parallèle ou anti-parallèle à \vec{B} . Un champ est linéaire à force magnétique nulle (LFF) si α est constant dans l'Équation (1.11) ou non-linéaire à force magnétique nulle (NLFF) si α varie en fonction de la position ($\alpha \equiv \alpha(\vec{x})$). Le paramètre α peut

être évalué localement à partir de la composante verticale de l'Équation (1.11) :

$$\alpha(\vec{x}) = \frac{\mu_0 J_z(\vec{x})}{B_z(\vec{x})}. \quad (1.13)$$

Enfin, \vec{B} est à force magnétique non nulle (NFF) si $\vec{F}_{\text{Lorentz}} \neq \vec{0}$. Le rapport de la pression thermique P sur la pression magnétique est quantifié par le paramètre $[\beta]$ du plasma :

$$\beta = \frac{2\mu_0 P}{|\vec{B}|^2}. \quad (1.14)$$

La condition $\beta \ll 1$ est suffisante mais pas nécessaire pour que \vec{B} puisse être approximé FF (*e.g.*, Metcalf *et al.*, 1995; Gary, 2001). La limite $\beta \gg 1$ signifie que l'énergie cinétique des particules chargées est suffisante pour briser le mouvement cyclotron autour des lignes de champ magnétique qui leur est imposé par la force de Lorentz (Aschwanden, 2006).

1.2. Le Soleil

Les mouvements macroscopiques et turbulents du plasma dans la zone convective du Soleil ($0.7 R_\odot < r < 1 R_\odot$) sont la source de l'énergie mécanique qui entraîne l'activité magnétique dans la photosphère (*i.e.*, la surface) et dans l'atmosphère (*i.e.*, la chromosphère, la transition et la couronne) du Soleil (Nordlund *et al.*, 2009; Stein, 2012). Les conditions physiques dans ces régions sont fondamentalement différentes (Figure 1.1) mais interdépendantes (Abbett, 2007).

Dans la zone convective, le champ magnétique est advecté par le plasma ($\beta \geq 1$) et \vec{B} est par conséquent NFF (Borrero & Ichimoto, 2011). La rotation différentielle de l'étoile a pour effet de tordre les lignes de champ et de former des boucles de flux en forme de Ω (Stein, 2012). Les tubes de flux magnétique sont transportés vers la surface ($z = 0$ Mm) par la force de flottaison en plus de l'advection (Aschwanden, 2006). L'intensité du champ magnétique, et par conséquent la pression magnétique, dans la chromosphère ($0.4 < z < 2$ Mm) diminue avec l'altitude. La décroissance rapide de la densité ρ (Figure 1.1(a)) résulte en une pression gazeuse négligeable devant la pression magnétique (Borrero & Ichimoto, 2011). Ceci implique que $\beta \ll 1$ à ces positions (Équation (1.14)) et que l'approximation FF s'applique (Wiegmann & Sakurai, 2012). La température atteint une valeur minimale ($T \approx 4000$ K) à la base

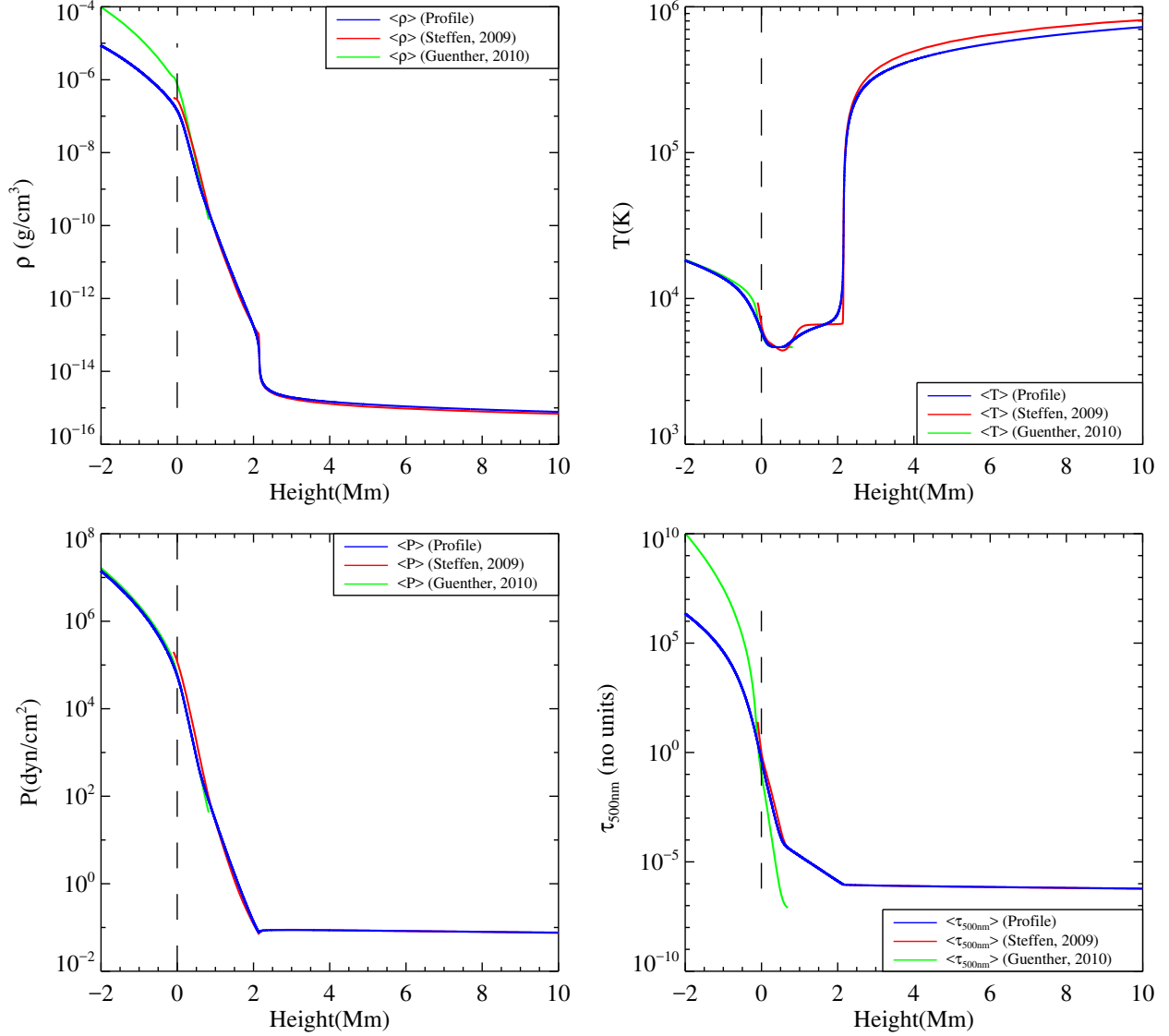


FIGURE 1.1. Profils moyens en fonction de la position verticale z pour (a) la densité gazeuse ρ , (b) la température T , (c) la pression gazeuse P , et (d) la profondeur optique τ à une longueur d'onde de 5000\AA . Les courbes rouges et vertes réfèrent aux tables de Steffen (2009) et Gingerich & de Jager (1968) respectivement. Les courbes en bleu sont les profils produits par interpolation des deux modèles. Les lignes pointillées noires indiquent la position de la photosphère ($\tau_{5000\text{\AA}} = 1$) qui est définie comme $z = 0$. Les profils s'étendent de -2 Mm (*i.e.*, le haut de la zone convective) à 10 Mm (*i.e.*, la basse couronne solaire). Chaque quantité physique varie de plusieurs ordres de grandeurs.

de la chromosphère (Figure 1.1(b)). La transition ($2 < z < 2.1$ Mm) marque la position où T dépasse la température d'ionisation de l'hydrogène (1.1×10^4 K) et croît brusquement (Aschwanden, 2006) alors que la densité ρ décroît brusquement de plusieurs ordres de grandeur (Figure 1.1(a)). La couronne ($z > 2.1$ Mm) est chauffée à des températures de l'ordre de 1 MK. Le plasma partiellement ionisé traversant la chromosphère devient alors fortement ou complètement ionisé et émet dans les rayons-X, UV et UVE (Pandey & Wardle, 2013). Le champ magnétique adopte deux topologies distinctes. Les lignes ouvertes se propagent depuis la photosphère jusqu'à l'héliosphère. Les boucles coronales sont des boucles fermées de champ magnétique qui sont enracinées dans la photosphère. Sous l'action de la force magnétique, le plasma y est confiné et s'écoule le long des lignes de champ magnétique ($\beta \ll 1$), transportant avec lui l'énergie mécanique de la zone convective convertie en énergie magnétique. Le chauffage de la couronne reste à ce jour un des plus grands mystères de la physique solaire. Les mécanismes soupçonnés incluent la dissipation des ondes magnéto-acoustiques et la reconnexion magnétique (Charbonneau, 2013). La reconnexion magnétique est le changement rapide de topologie que subissent les lignes de flux de polarités opposées lorsqu'elles se croisent et forment une nappe de courant à leur interface (Birn & Priest, 2007).

La photosphère ($0 < z < 0.4$ Mm) est la couche la plus profonde du Soleil étant directement observable dans la lumière visible. La surface du Soleil, située à la base de la photosphère, est définie à la position où $\tau \approx \frac{2}{3}$ et marque la transition d'un milieu optiquement épais (l'intérieur) vers un milieu optiquement mince (l'atmosphère). L'intensité de la lumière (Figure 1.2(a)) y révèle la présence de taches qui apparaissent sombres en contraste à la majorité du disque de l'étoile : les **taches solaires**. La Figure 1.2(b) montre la composante du champ magnétique le long de la ligne de visée $[\vec{B}_\ell]$ (*i.e.*, dans la direction de l'observateur) capturée au même instant que la Figure 1.2(a). Un seuil $|B_\ell| \leq 50$ G a été appliqué sur l'image pour mettre l'accent sur les structures dominantes. Les positions des taches solaires coïncident avec les positions de concentrations de champ magnétique appelées les **régions actives**. Ces structures sont aussi des sites du déclenchement des phénomènes éruptifs. La surface du Soleil est décomposée en **Soleil actif** qui héberge la majorité de l'activité magnétique et en **Soleil calme** où il y a absence d'activité magnétique significative.

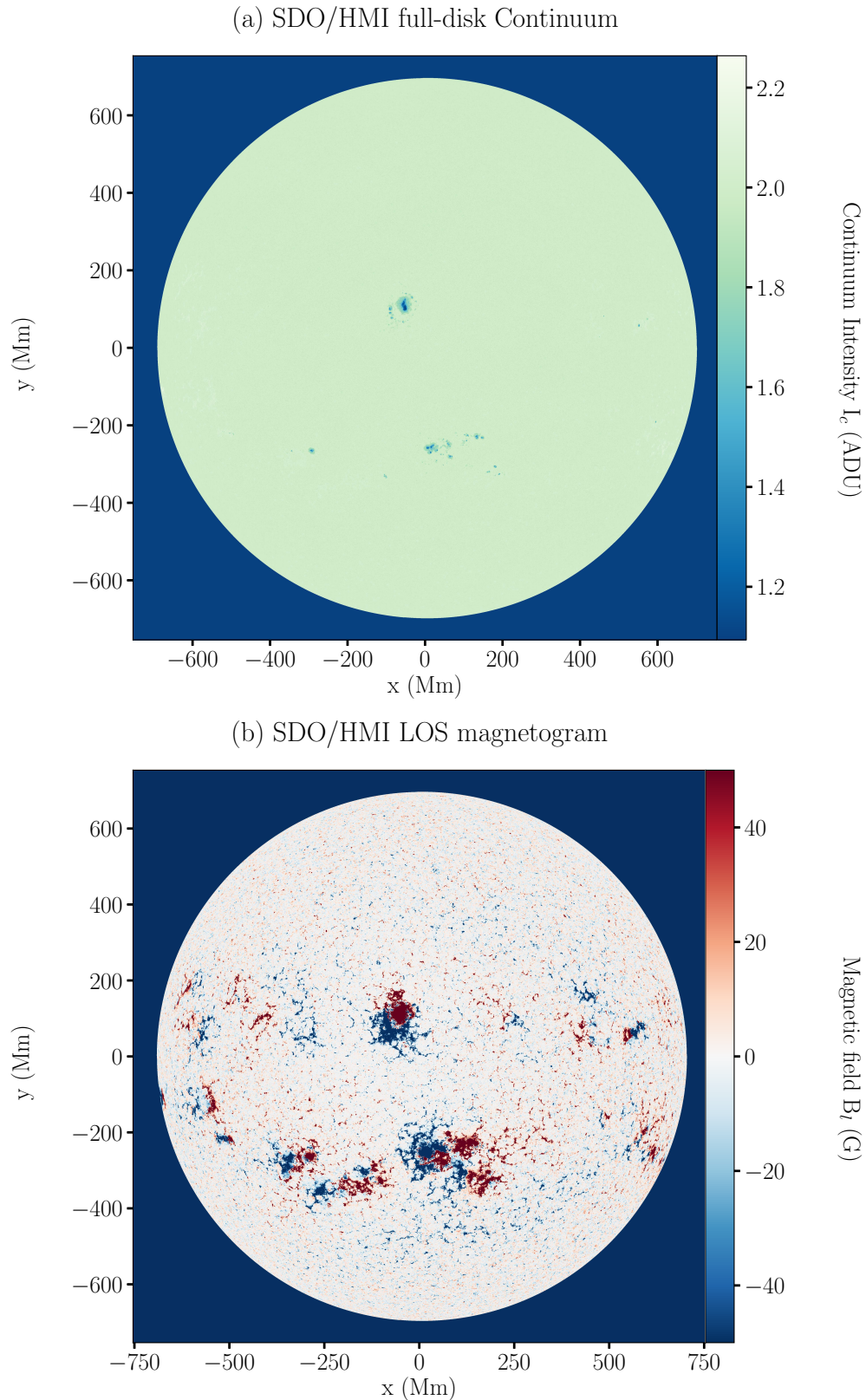


FIGURE 1.2. Données observationnelles du Soleil : (a) une carte de l'intensité de la lumière émise en surface, et (b) magnétogramme \vec{B}_ℓ qui mesure la composante le long de la ligne de visée du champ magnétique en surface. Ces images ont été enregistrées par l'instrument SDO/HMI le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT). Un seuil $|\vec{B}_\ell| \leq 50$ G est appliqué. Cette figure a été produite à l'aide de la librairie *SolarSoft* (Freeland & Handy, 1998).

1.2.1. Le Soleil calme

La **granulation solaire** est la manifestation du transport convectif du plasma dans la zone convective : le plasma ascendant forme des cellules délimitées par les écoulements du plasma froid et dense (en comparaison) redescendant vers l'intérieur de l'étoile (*i.e.*, le **réseau intergranulaire**). Les granules ont un diamètre [$d \approx 1.5$ Mm], un temps de retournement [$t_g \approx 15$ minutes], une température effective [$T_{\text{eff}} \approx 5777$ K] et un champ magnétique moyen $\langle |\vec{B}| \rangle \approx 1$ G. Dans la zone convective, l'ascension du plasma se fait adiabatiquement (ou presque). Au-delà, le milieu est optiquement mince et convectivement stable. Lorsqu'un élément de fluide transitionne d'un milieu instable à un milieu stable par rapport à la convection, il poursuit sa trajectoire jusqu'à ce qu'il soit freiné par la poussée d'Archimède (Charbonneau, 2013). Tel que prescrit par la loi de la conservation de la masse, le plasma est ensuite soumis à des mouvements essentiellement horizontaux. La compression adiabatique à l'interface des cellules a pour effet d'augmenter la densité et la température du fluide. Toutefois, les pertes radiatives en surface font en sorte que le plasma dense qui redescend dans le réseau intergranulaire est plus froid qu'au centre des granules et apparaît par conséquent plus sombre par effet de contraste. La raie Ca II 8542 Å, émanant environ 0.15 Mm au-dessus de la surface ($\tau \leq 0.3$), révèle que le motif de la granulation subit une inversion à cette altitude (Cheung *et al.*, 2007). Le refroidissement par expansion adiabatique du plasma traversant la photosphère ne peut être compensé par le champ de radiation qui provient de dessous. Suite au retournement du fluide, la compression adiabatique est telle que le plasma redescend vers la surface avec une température plus élevée que lors de son ascension au coeur des granules, et ce jusqu'à ce qu'il retourne à une altitude où les pertes radiatives agissent plus rapidement (Cheung *et al.*, 2007).

1.2.2. Le Soleil actif

Les régions actives (ARs) sont des structures magnétiques formées par les paires de points d'ancrage bipolaires qui connectent l'intérieur du Soleil avec les boucles de flux qui traversent la photosphère, la chromosphère et la couronne. Elles ont un diamètre $d \leq 100$ Mm et un

temps de vie qui varie entre quelques jours et quelques mois (Stein, 2012). L'intensité du champ magnétique est de l'ordre de [1000,3000] G, soit deux à trois ordres de grandeur de plus que le champ magnétique moyen du Soleil calme. La surdensité de plasma magnétisé a pour effet de freiner le transport convectif de la chaleur vers la surface. Les points d'ancrage des boucles de champ magnétique apparaissent donc comme des taches sombres à la surface car ils sont plus froids ($T \approx 4500$ K) que les granules (Aschwanden, 2006).

1.2.2.1. *Les éruptions solaires et les éjections de masse coronale*

Les éruptions solaires et les éjections de masse coronale (EMCs) sont des phénomènes dynamiques d'origine magnétique qui se produisent généralement au-dessus des régions actives. La reconnexion magnétique des lignes de champ magnétique dans les boucles coronales joue en théorie un rôle important dans leur déclenchement (Birn & Priest, 2007). Les éruptions sont les phénomènes les plus explosifs du système solaire, libérant spontanément de grandes quantités d'énergie magnétique sous forme de radiation électromagnétique dans les domaines radio (Hey, 1983), infrarouges, visible, ultraviolet (UV), ultraviolet extrême (UVE) et rayons-X (Peterson & Winckler, 1959; Neupert, 1968) qui parvient à la Terre en seulement 8 minutes (Benz, 2017). Elles accélèrent aussi des particules chargées (*i.e.*, des ions, des électrons et des protons) à de hautes énergies et chauffent le plasma dans les boucles de champ magnétique jusqu'à $T \approx 10^7$ K. Les EMCs, qui accompagnent souvent les éruptions solaires, expédient près de 10^{10} à 10^{13} kg de matière magnétisée à 10^3 km s⁻¹ dans le milieu instellaire (Vourlidas *et al.*, 2002; Gopalswamy, 2004; Schwenn, 2006). Ces événements jouent un rôle important dans la météorologie spatiale, d'où l'intérêt d'étudier les propriétés des régions actives à des fins d'interprétation et de prédiction.

1.2.3. **Simulations magnétohydrodynamiques du Soleil**

Les simulations numériques sont un outil fondamental dans la compréhension de la physique qui opère dans le Soleil. Afin de tenir compte de la connexion entre les couches de l'étoile, les modèles doivent idéalement évoluer l'intérieur, la surface et l'atmosphère simultanément (Abbett & Fisher, 2012). Les simulations résolvent numériquement les équations

de la MHD radiative (Équations (1.8) à (1.4)) par rapport aux propriétés macroscopiques du Soleil qui sont représentées par le vecteur d'état $[\vec{x}]$:

$$\vec{x}(\vec{r}, t) = \{\rho, B_x, B_y, B_z, e, v_x, v_y, v_z\}. \quad (1.15)$$

Le système d'équations est fermé avec une équation d'état tabulaire. Les tables du projet OPAL (Rogers *et al.*, 1996) compilent les valeurs des propriétés thermodynamiques et de l'opacité en fonction de T et ρ pour les atmosphères stellaires en équilibre thermodynamique local (ETL). L'approximation ETL calcule les propriétés de la matière en fonction de deux variables thermodynamiques locale (Mihalas, 1978). Cette approximation n'est pas strictement valide pour la chromosphère mais elle est tout de même utilisée en première approximation (Abbett, 2007).

La résolution numérique de l'ETR (Équation (1.9)) est extrêmement coûteuse, particulièrement dans la chromosphère qui ne satisfait pas à l'approximation de l'équilibre thermodynamique local (Abbett & Fisher, 2012). Par conséquent, des méthodes alternatives doivent être considérées pour estimer les pertes radiatives dans les couches optiquement minces de l'atmosphère (Abbett, 2007). Le chauffage de la couronne, qui est inexplicé, doit être modélisé de façon empirique. Enfin, pour modéliser le déclenchement des éruptions solaires, les simulations doivent inclure un modèle de la reconnexion magnétique (*e.g.*, Klimas *et al.*, 2004; Vincent *et al.*, 2012).

Le *RADiative MagnetoHydroDynamics Solver* (RADMHD : Abbett, 2007; Abbett & Fisher, 2012) évolue simultanément le haut de la zone convective, la photosphère, la chromosphère, la transition et la basse couronne à l'intérieur d'un même volume. RADMHD ne résout pas l'ETR en détail et opte plutôt pour un traitement approximatif en fonction de la profondeur optique (Abbett & Fisher, 2012). Le chauffage de la couronne est approximé par une fonction du flux magnétique en l'absence de viscosité et de diffusivité magnétique (Abbett, 2007). Les simulations à haute résolution spatiale de la granulation reproduisent fidèlement l'inversion de la température au-dessus de la photosphère et des profils moyens analogues à ceux de la Figure 1.1. Le formalisme du modèle se prête bien à l'incorporation des observations comme conditions internes dans le but d'effectuer des simulations " *data-driven* "

ou d’inclure l’assimilation des données (Abbett & Fisher, 2010). La dernière implémentation de l’algorithme, RADMHD2S, simule le Soleil calme et le Soleil actif en géométrie sphérique (Abbett & Bercik, 2014; Abbett *et al.*, 2014).

Le code MHD radiatif MURaM (Vögler & Schüssler, 2003) effectue la modélisation à très haute résolution du haut de la zone convective et de la photosphère. MURaM résout l’ETR en détail et produit des simulations réalistes de la granulation (Vögler *et al.*, 2005) et de l’émergence des taches solaires (Rempel & Cheung, 2014). La version la plus récente de l’algorithme introduite dans Rempel (2017) simule des régions actives à l’intérieur d’un volume qui inclut en plus la chromosphère et la basse couronne solaire. Elle inclut le traitement des pertes radiatives dans les couches optiquement minces et de la conduction thermique. Les boucles coronales au-dessus des régions actives libèrent à intermittence des quantités d’énergie qui sont compatibles avec la production de faibles éruptions solaires (Rempel, 2017; Cheung *et al.*, 2018).

1.3. Données observationnelles du Soleil

Les données enregistrées par les observatoires terrestres, les ballons-sondes et les satellites proviennent de la photosphère (dans le visible; Figures 1.2 et 1.3) et de différentes altitudes dans l’atmosphère (dans les rayons-X, UV et UVE; Figure 1.4) où les conditions physiques sont distinctes. En particulier, le flux en rayons-X est un indicateur de l’activité solaire (Section 1.3.1) et les observations dans le visible nous informent sur les structures magnétiques à l’origine de cette activité. De par sa proximité, le Soleil est la seule étoile qui peut être résolue spatialement. La spectropolarimétrie mesure la polarisation de la lumière en présence d’un champ magnétique. La lumière polarisée est décomposée en termes des paramètres de Stokes $[I, Q, U, V]$ où I mesure l’intensité totale, Q et U mesurent la polarisation linéaire et V mesure la polarisation circulaire (Stokes, 1851). Des progrès substantiels ont été réalisés en instrumentation pour que les observations par spectropolarimétrie puissent résoudre spatialement les structures magnétiques à la surface du Soleil et documenter leur évolution (Borrero & Ichimoto, 2011). Le modèle d’atmosphère de Milne–Eddington (*e.g.*, Mihalas,

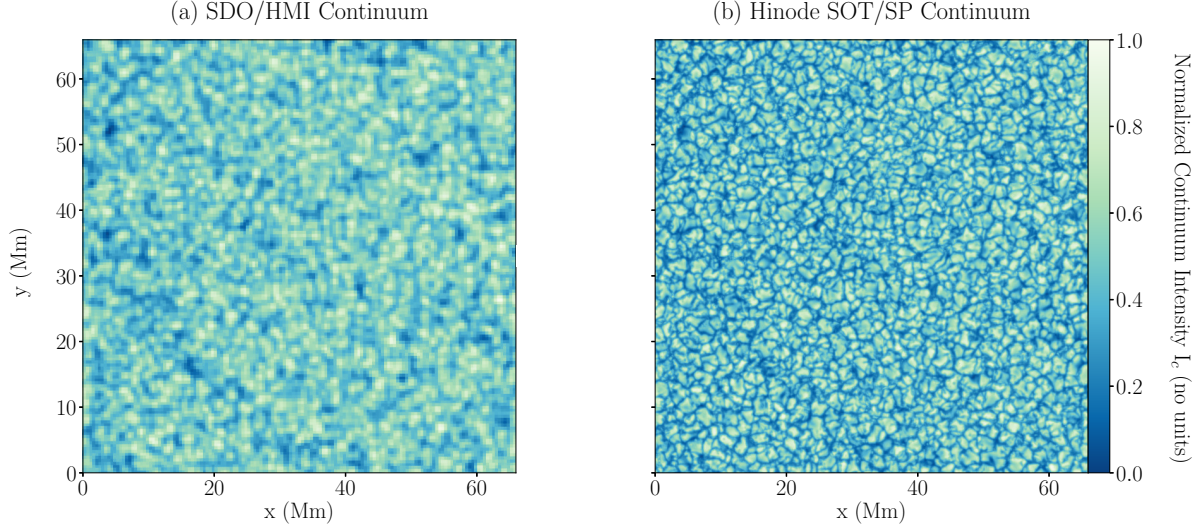


FIGURE 1.3. Cartes de l’intensité du continu à la surface du Soleil calme. Les données ont été générées le 8 octobre 2010 par les instruments (a) SDO/HMI avec une résolution spatiale $\Delta x \approx 368 \text{ km pixel}^{-1}$ et (b) Hinode SOT/SP avec $\Delta x \approx 96 \text{ km pixel}^{-1}$. Cette figure a été produite à l’aide de la librairie *SolarSoft* (Freeland & Handy, 1998).

1978) est utilisé pour résoudre l’équation du transfert radiatif avec polarisation. Les algorithmes d’inversion ajustent les paramètres physiques du modèle pour produire un accord optimal entre le vecteur de Stokes observé et le vecteur de Stokes simulé (*e.g.*, Borrero *et al.*, 2011). Les magnétogrammes vectoriels sont des cartes du champ magnétique le long de la ligne de visée $[\vec{B}_\ell]$ (*e.g.*, Figure 1.2(b)), de la norme du champ magnétique perpendiculaire à la ligne de visée $[B_t]$ (*i.e.*, le champ magnétique transverse) et de l’azimut $[B_a]$ (Couvidat *et al.*, 2016). L’inclinaison $[B_g]$ mesure l’angle entre \vec{B}_ℓ et \vec{B} . La Figure 1.7 illustre chacune des composantes du champ magnétique de la région active AR 12158. La dégénérescence de la polarisation linéaire introduit cependant une ambiguïté de 180° dans B_a et donc dans la direction de \vec{B}_t (Leka *et al.*, 2009). Une revue de quelques méthodes pour lever l’ambiguïté est présentée dans Metcalf *et al.* (2006). Les instruments permettent aussi de construire des cartes de l’intensité du continu $[I_c]$ (*e.g.*, Figure 1.2(a)), et des Dopplergrammes. Les Dopplergrammes mesurent par effet Doppler la composante des mouvements du plasma le long de la ligne de visée $[v_r]$ (*i.e.*, la vitesse Doppler : Figure 1.5(a)). Ces mouvements sont en fait

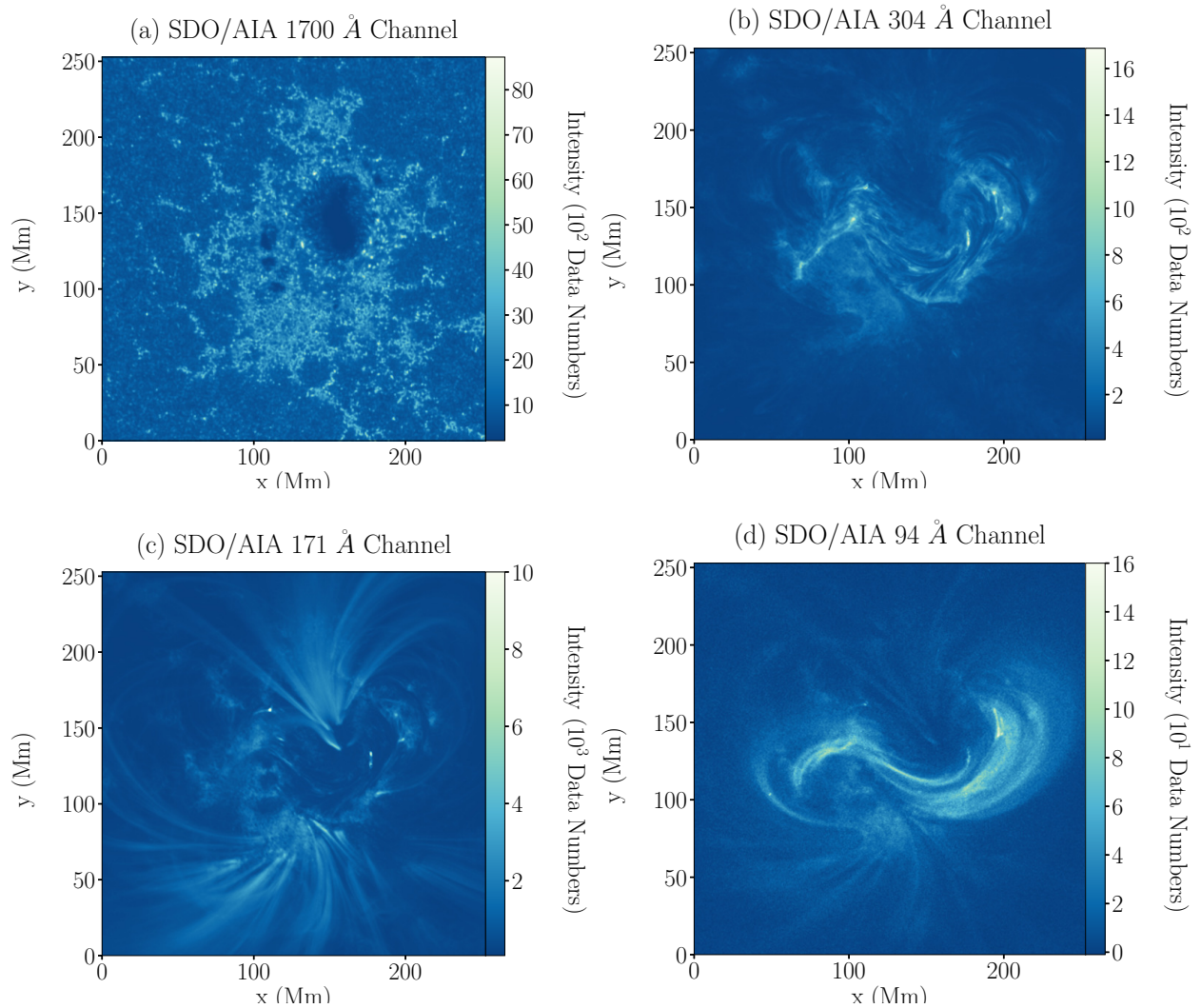


FIGURE 1.4. Intensité de la lumière mesurée à différentes longueurs d’onde, et donc à différentes températures et profondeurs optiques, le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT) par l’instrument *Atmospheric and Imaging Assembly* (AIA : Lemen *et al.*, 2012) à bord du satellite SDO : (a) 1700 Å (la photosphère), (b) 304 Å (la chromosphère et la transition), (c) 171 Å (le haut de la transition et la basse couronne), et (d) 94 Å (la couronne). Ces images échantillonnent la topologie d’une boucle coronale depuis ses points d’ancrage à la surface. Cette figure a été produite à l’aide de la librairie *SolarSoft* (Freeland & Handy, 1998).

composés de la superposition des mouvements locaux du plasma, de la rotation différentielle

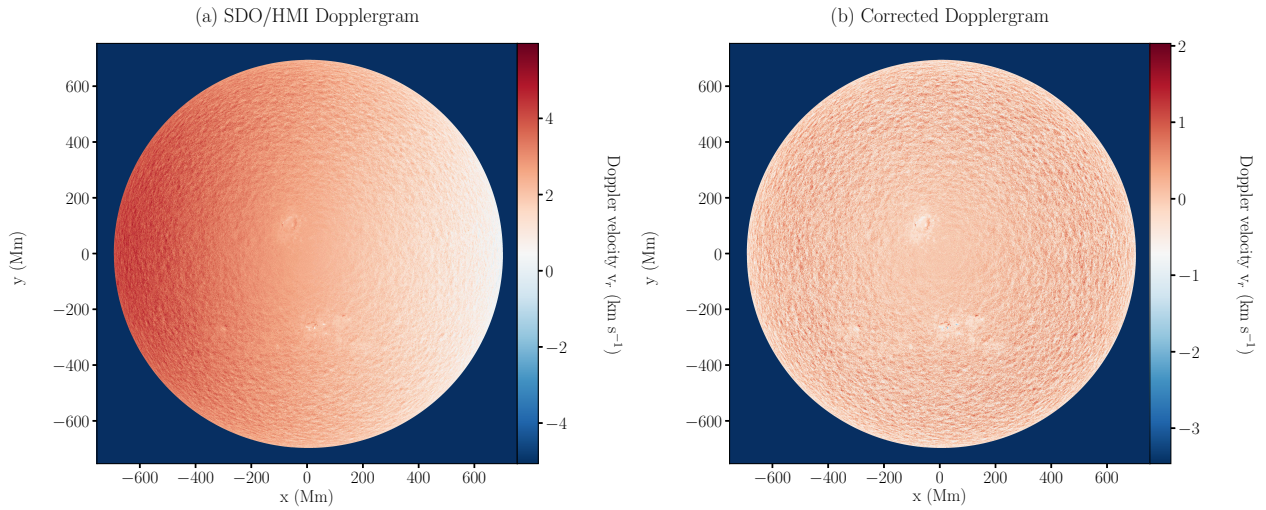


FIGURE 1.5. (a) Dopplergramme généré par l’instrument SDO/HMI le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT). (b) Dopplergramme auquel le mouvement du satellite SDO et la rotation différentielle du Soleil ont été soustraits suivant la méthode de Snodgrass (1984). Cette figure a été produite à l’aide de la librairie *SolarSoft* (Freeland & Handy, 1998).

de l’étoile et des modes de vibration des ondes acoustiques à l’intérieur du Soleil (*i.e.*, les modes de pression ou modes-p). La rotation se manifeste sur la Figure 1.5(a) par le changement de l’orientation de la vitesse au niveau du limbe du disque, signifiant que le plasma approche de l’observateur d’un côté et s’éloigne de l’observateur de l’autre. Les variations de l’amplitude en fonction de l’inclinaison sont une conséquence de la rotation différentielle de l’étoile. La Figure 1.5(b) montre un Dopplergramme auquel nous avons soustrait les mouvements aux grandes échelles suivant la méthode de Snodgrass (1984) afin de ne conserver que les mouvements locaux du plasma. Dans le Soleil calme, les fluctuations de la vitesse Doppler qui restent forment un motif cellulaire d’environ 30 Mm de diamètre (Hart, 1954; Leighton *et al.*, 1962; Hathaway *et al.*, 2000, 2002; Rieutord *et al.*, 2007) et d’une durée de vie d’environ un ou deux jours (Worden & Simon, 1976; Hirzberger *et al.*, 2008) appelé la supergranulation. À ce jour, plusieurs scénarios ont été présentés pour tenter d’expliquer l’origine physique et dynamique de la supergranulation (*e.g.*, voir les revues : Rieutord & Rincon, 2010; Rincon & Rieutord, 2018).

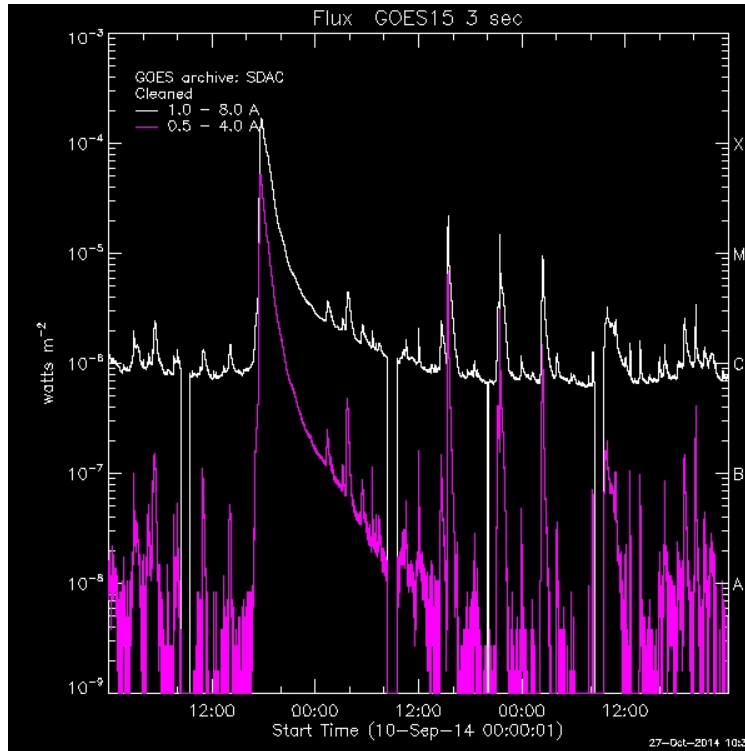


FIGURE 1.6. Flux en rayons-X mous mesuré par le satellite GOES-15 dans les bandes de $1.0 - 8.0 \text{ \AA}$ (courbe blanche) et $0.5 - 4.0 \text{ \AA}$ (courbe magenta) entre le 10 et le 13 septembre 2014. La classification des éruptions solaires est indiquée sur l'axe vertical de droite. Cette séquence contient entre autres une éruption de classe X1.6. Cette image a été produite à l'aide de la librairie *SolarSoft* (Freeland & Handy, 1998).

Dans les sections et les chapitres qui suivent, nous référons aux magnétogrammes et aux Dopplergrammes comme étant des observations ou des mesures directes. Il s'agit d'un abus de langage car, tel qu'expliqué ci-dessus, ces deux quantités sont en fait dérivées à partir d'observables.

1.3.1. Satellites GOES

Les satellites géostationnaires GOES¹ de la NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration* des États-Unis) et de la NASA se succèdent depuis 1974 pour surveiller les

1. *Geostationary Orbiting Environmental Satellites* ; <http://goes.gsfc.nasa.gov/>

Classe	Pic de flux I en W m^{-2}
X	$I \geq 10^{-4}$
M	$10^{-5} \leq I < 10^{-4}$
C	$10^{-6} \leq I < 10^{-5}$
B	$10^{-7} \leq I < 10^{-6}$
A	$10^{-8} \leq I < 10^{-7}$

TABLE 1.1. Classification des éruptions solaires en fonction du pic du flux $I = a_2 \times 10^{-a_1}$ dans la bande $1.0 - 8.0 \text{ \AA}$, où $a_1 = \{4,5,6,7,8\}$, et $1 \leq a_2 < 10 \text{ W m}^{-2}$ pour les éruptions de classe A à M et $a_2 \geq 1 \text{ W m}^{-2}$ pour les éruptions de classe X.

conditions météorologiques terrestres et spatiales. En particulier, ces satellites mesurent le flux en rayons X mous intégré sur le disque solaire dans les bandes de $1.0 - 8.0 \text{ \AA}$ et $0.5 - 4.0 \text{ \AA}$ à une cadence de 3 secondes. D'autres observables incluent le flux d'électrons, le flux de protons et la température de la couronne solaire. Les éruptions solaires sont détectées et classées en fonction de l'amplitude du pic du flux en rayons X mesuré dans la bande $1.0 - 8.0 \text{ \AA}$. L'échelle logarithmique (A,B,C,M,X) est utilisée (Table 1.1), avec les événements les plus intenses et les plus rares appartenant à la classe X ($\geq 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$).

1.3.2. Solar Dynamics Observatory

La NASA a lancé en février 2010 le satellite géosynchrone *Solar Dynamics Observatory* (SDO : Pesnell *et al.*, 2012) dans le but d'étudier la topologie et l'évolution du champ magnétique du Soleil et potentiellement identifier un précurseur à la production des éruptions solaires et des éjections de masse coronale (Pesnell *et al.*, 2012). Les instruments scientifiques à bord du satellite incluent le *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI : Schou *et al.*, 2012) qui produit des séquences de magnétogrammes vectoriels par spectropolarimétrie, et le *Atmospheric Imaging Assembly* (AIA : Lemen *et al.*, 2012) qui mesure les émissions en ultra-violet (UV) et en ultra-violet extrême (UVE) dues à l'activité solaire (Figure 1.4).

L'instrument SDO/HMI observe la photosphère à six longueurs d'onde autour de la raie d'absorption Fe I 6173.34 \AA (*i.e.*, dans la lumière visible). Il produit des séquences continues

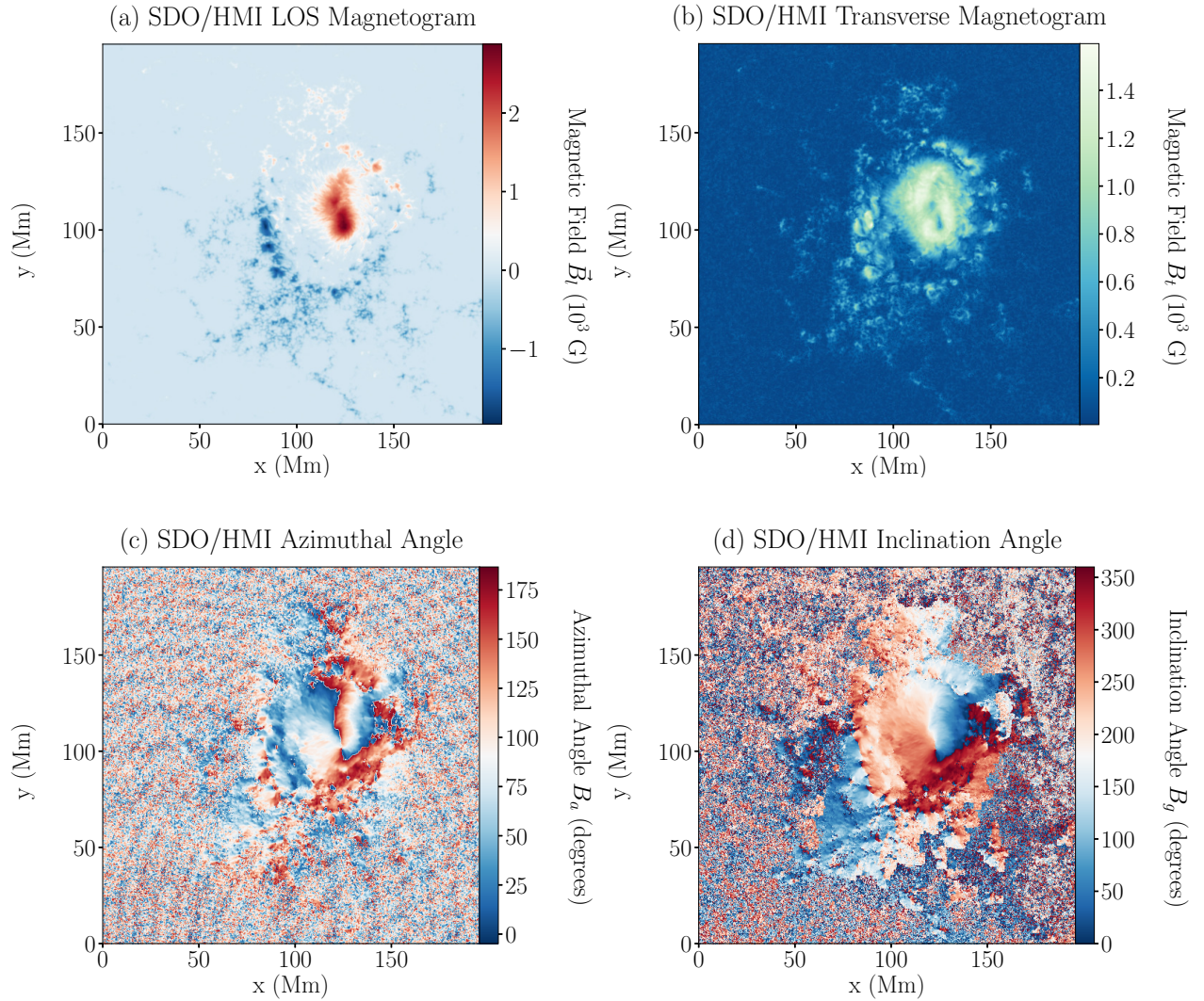


FIGURE 1.7. Magnétogrammes de la région active AR 12158 qui ont été générés par l'instrument SDO/HMI le 10 septembre 2014 à 16:10:20 (UT) : (a) La composante le long de la ligne de visée du champ magnétique \vec{B}_ℓ , (b) l'intensité du champ magnétique transverse à la ligne de visée $|\vec{B}_t|$, (c) l'angle azimuthal B_a , et (d) l'angle d'inclinaison B_g . Cette figure a été produite à l'aide de la librairie *SolarSoft* (Freeland & Handy, 1998).

d'images de 4096×4096 pixels² du disque solaire avec une résolution optique de 1 arcsec par pixel et donc une résolution spatiale de ≈ 0.5 arcsec par pixel (Hoeksema *et al.*, 2014). Ceci correspond à une résolution spatiale de ≈ 368 km par pixel près du centre du disque. Depuis

mai 2010, l'intensité I_c , et donc le champ magnétique le long de la ligne de visée \vec{B}_ℓ , est mesurée toutes les 45 secondes tandis que la polarisation linéaire Q et U et la polarisation circulaire V sont mesurées toutes les 90 secondes ou les 135 secondes (Hoeksema *et al.*, 2014). L'inversion des paramètres Stokes est effectuée sur les données moyennées sur 720 secondes à l'aide de l'algorithme VFISV (*Very Fast Inversion of the Stokes Vector* : Borrero *et al.*, 2011; Centeno *et al.*, 2014). Cette opération a pour effet de filtrer les modes-p et le bruit des photons qui ont des effets significatifs sur les mesures et sur les inversions effectuées à des cadences plus rapides (Borrero *et al.*, 2011). La chaîne de réduction de SDO/HMI utilise la méthode du minimum d'énergie (ME0 ; Metcalf, 1994; Metcalf *et al.*, 2006; Leka *et al.*, 2009) pour lever l'ambiguïté sur B_a aux positions où $|\vec{B}_t|$ est supérieur à un seuil donné.

Les *Space-weather HMI Active Region Patches* (SHARPs ou HARPs : Bobra *et al.*, 2014) sont des structures magnétiques documentées par la mission SDO sur la durée totale de leur vie. Chaque SHARP peut inclure aucune, une ou plusieurs régions actives répertoriées par l'Agence américaine d'observation océanique et atmosphérique (NOAA ²). Le champ de vision des données suit individuellement chaque structure SHARP tout au long de sa trajectoire. Elles documentent l'intensité du continu, le champ magnétique avec l'ambiguïté levée, et la vitesse Doppler, et ce à une cadence de 720 secondes (voir la Figure 1.7 pour SHARP 4536). Ces données servent à l'étude des régions actives et de l'activité magnétique, particulièrement dans le contexte de la météorologie spatiale et de l'interprétation des éruptions solaires (Bobra *et al.*, 2014).

1.3.3. Hinode SOT/SP

Le satellite *Hinode* (Kosugi *et al.*, 2007) a été lancé en 2006 par l'Agence d'exploration aérospatiale japonaise (JAXA). Le spectropolarimètre (SP) du télescope *Solar Optical Telescope* (SOT : Tsuneta *et al.*, 2008) à bord du satellite Hinode mesure les paramètres de Stokes à partir des raies Fe I 6302.5 et Fe I 6102.5 Å qui sont formées à la photosphère. Les paramètres de Stokes peuvent être inversés à une profondeur optique unique par le biais du code *Milne-Eddington gRid Linear Inversion Network* (MERLIN ; Lites *et al.*, 2007). Les

2. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) : <http://www.swpc.noaa.gov/>

inversions des données Hinode SOT/SP peuvent aussi être combinées à une méthode pour lever l’ambiguïté sur l’azimuth qui dépend de l’altitude (*e.g.* la méthode ME-z : Crouch *et al.*, 2009) afin d’inférer des magnétogrammes au-dessus de la surface du Soleil.

Depuis son lancement, Hinode SOT/SP est l’instrument dans l’espace qui peut résoudre la photosphère du Soleil à la plus haute résolution spatiale, soit ≈ 0.16 arcsec par pixel, ce qui équivaut à ≈ 96 km par pixel près du centre du disque. La Figure 1.3 compare les cartes de l’intensité du continu I_c du Soleil calme produites simultanément par SDO/HMI et Hinode SOT/SP le 8 octobre 2010. L’instrument Hinode SOT/SP résout plus nettement les granules et le réseau intergranulaire. Le champ de vision de Hinode SOT/SP est toutefois restreint à 320 arcsec par 151 arcsec, et la cadence entre deux observations consécutives peut atteindre quelques heures (Tsuneta *et al.*, 2008). Malgré les différences entre les longueurs d’onde observées, les méthodes d’inversion, et les échantillonnages en espace et en temps différent, les observables de Hinode SOT/SP et de SDO/HMI pourraient être combinés afin d’obtenir un échantillonnage plus complet de la surface du Soleil (Sainz Dalda, 2017).

1.3.4. Futur : Télescope DKIST

Le *Daniel K. Inouye Solar Telescope* (DKIST : Berger *et al.*, 2014) est un télescope de 4 mètres de diamètre qui est présentement en construction sur le site de Haleakalā à Maui, Hawaï'i, et dont la première lumière est prévue pour le début de l’année 2020 (Rast *et al.*, 2019). Grâce à son système d’optique adaptative, l’observatoire solaire terrestre atteindra des résolutions spatiales comparables à celles des simulations numériques les plus détaillées (≈ 20 km de dimension linéaire : Warner *et al.*, 2018). Ceci est idéal pour la validation des modèles. Les objectifs scientifiques du télescope incluent l’étude par spectropolarimétrie du champ magnétique de la photosphère à la chromosphère et dans la couronne solaire en observant simultanément dans plusieurs longueurs d’onde (Tritschler *et al.*, 2016).

1.4. Construction de données synthétiques du Soleil à partir d'observations

Les magnétogrammes et Dopplergrammes extraient les propriétés locales du champ magnétique et des mouvements du plasma. Leur couverture en espace et en temps est toutefois limitée en comparaison aux modèles physiques. De plus, le vecteur d'état des simulations MHD radiatives inclut d'autres quantités physiques qui ne peuvent pas être observées ou évaluées avec les satellites et les observatoires terrestres. Les méthodes de reconstruction produisent un estimé d'une quantité non-observable à partir d'observations. Ces reconstructions sont ensuite utilisées à titre de données synthétiques du Soleil. L'interprétation des résultats dépend entièrement des hypothèses physiques émises par les méthodes. Les reconstructions ne doivent donc pas être confondues avec la réalité ; elles ne sont que des représentations.

1.4.1. Exemple : Extrapolation des lignes de champ magnétique

Les magnétogrammes de l'instrument SDO/HMI sondent le champ magnétique à la photosphère du Soleil qui, en théorie, est à force magnétique non nulle (NFF ; Tiwari, 2011). La Figure 1.8 montre un exemple de l'utilisation des magnétogrammes $\vec{B}_{\text{SHARP}}(\tau \approx 1)$ de la structure SHARP 4536 comme conditions aux frontières pour extrapoler les lignes de champ magnétique jusqu'à 3 Mm au-dessus de la surface. L'algorithme de Hu *et al.* (2010) extrapole un champ NFF à partir de magnétogrammes dont l'ambiguïté sur l'azimut est résolue, *e.g.* à partir du champ \vec{B}_{SHARP} . La méthode est basée sur la minimisation des taux de dissipation ohmique et visqueuse sous la contrainte de la conservation de l'hélicité magnétique totale (Bhattacharyya & Janaki, 2004). L'hélicité magnétique est une quantification de la complexité de la topologie du champ magnétique (Moraitis *et al.*, 2019). Elle mesure le degré de torsion des lignes de champ magnétique et la présence de noeuds. La solution NFF du champ magnétique est exprimée comme la superposition d'un champ potentiel et de deux champs magnétiques linéaires à force magnétique nulle (Hu *et al.*, 2010).

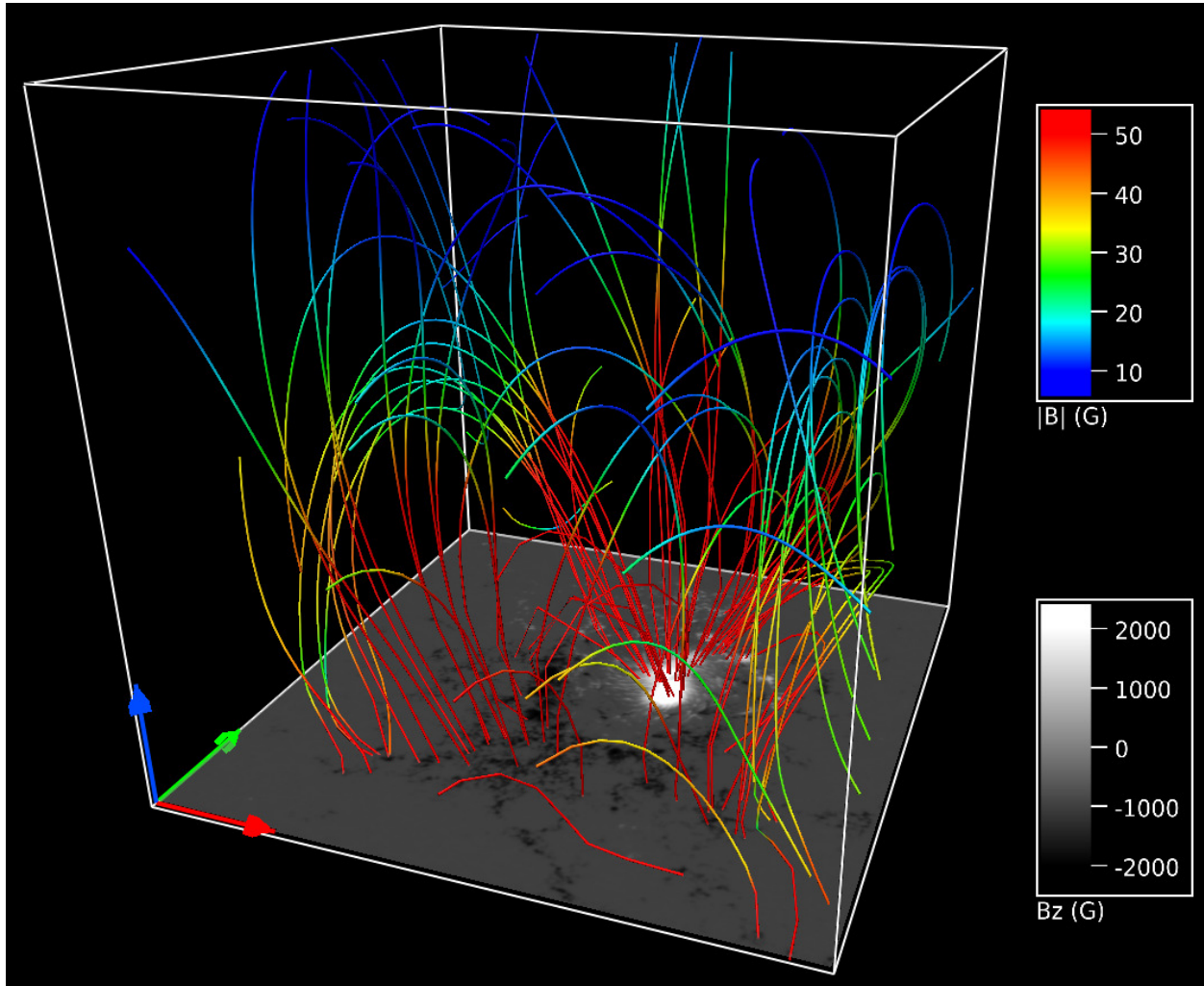


FIGURE 1.8. Extrapolation selon la méthode de Hu *et al.* (2010) des lignes de champ magnétique jusqu'à 3 Mm au-dessus de la région active AR 12158 (SHARP 4536). Le champ magnétique résultant est à force magnétique non nulle (NFF). Le magnétogramme produit par SDO/HMI de la composante le ligne de visée est inséré à la base du domaine et est affichée avec une échelle de gris. L'échelle de couleur mesure l'intensité des boucles de champ magnétique au-dessus de la région active.

1.4.2. Reconstruction des mouvements du plasma

Les Dopplergrammes ne mesurent que la composante le long de la ligne de visée des mouvements propres du plasma. La composante perpendiculaire à la ligne de visée, appelée

la vitesse transverse $[\vec{v}_t]$, apparaît dans le vecteur d'état des simulations mais ne peut être mesurée avec la configuration actuelle des instruments. Elle doit donc être inférée à partir d'observables. Notons que la plupart des méthodes de reconstruction infèrent un écoulement optique, c'est-à-dire le champ de vitesse qui doit être appliqué à une image afin d'obtenir l'image observée à un temps ultérieur (Fisher & Welsch, 2008).

Les mouvements du plasma dans le Soleil calme sont généralement tracés à l'aide de cartes de l'intensité du continu I_c à deux temps consécutifs. Le *Local Correlation Tracking* (LCT : November & Simon, 1988) cherche à maximiser localement la corrélation croisée entre les images au temps t_j et t_{j+1} . Les images sont multipliées par une fenêtre d'apodisation afin d'isoler un voisinage autour du pixel à la position \vec{r}_1 . La vitesse est calculée en divisant la séparation entre la position \vec{r}_1 et la position \vec{r}_2 du pic de corrélation par $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. Le processus est répété pour chaque pixel dans l'image. La distance $d = \|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|$ est fréquemment plus petite que la taille d'un pixel et des méthodes d'interpolation doivent être utilisées. Le *Fourier-based Local Correlation Tracking* (FLCT : Fisher & Welsch, 2008) fait appel à des transformations de Fourier pour interpoler les déplacements à l'intérieur d'un pixel. Le *Coherent Structure Tracking* (CST : Rieutord *et al.*, 2007) segmente les images aux temps t_j et t_{j+1} afin d'identifier les granules et leur barycentre. Les vitesses sont calculées en mesurant les distances entre les granules au temps t_j et leur plus proche voisin au temps t_{j+1} et en divisant par $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. La CST met donc l'accent sur les granules tandis que les méthodes LCT et FLCT traitent les granules et le réseau intergranulaire de la même façon. Le *Balltracking* (Potts *et al.*, 2004) transforme les cartes de l'intensité en surfaces tridimensionnelles sur lesquelles sont déposés des boules. Les déplacements des boules sous l'influence des mouvements, de l'expansion, et la contraction des granules dans les images permettent d'estimer les écoulements du plasma. Le *Magnetic Balltracking* (Attie & Innes, 2015; Attie & Thompson, 2017) est une généralisation de la méthode du *Balltracking* qui opère sur des magnétogrammes. L'algorithme identifie et trace les mouvements des structures magnétiques. Contrairement à la méthode d'origine, elle opère dans le référentiel Lagrangien, ce qui permet de mieux estimer l'amplitude des vitesses (Attie & Innes, 2015). Récemment, le réseau de neurones DeepVel (Asensio Ramos *et al.*, 2017) a été entraîné afin d'émuler

une simulation magnéto-convective. DeepVel reconstruit les mouvements propres du plasma du Soleil calme à trois profondeurs optiques incluant la photosphère, et ce uniquement à partir de l'intensité du continu en surface. Au Chapitre 3, nous comparons les performances de DeepVel et des méthodes, LCT, FLCT et CST. Nous présentons une généralisation de DeepVel au Chapitre 4.

Les mouvements du plasma à l'intérieur des régions actives sont typiquement estimés à l'aide de paires ou de séquences de magnétogrammes (Schuck, 2006). Par exemple, le Minimum Energy Fit (MEF : Longcope, 2004) résout la composante verticale de l'équation d'induction magnétique idéale à l'aide d'un principe d'extremum. MEF minimise la somme de l'énergie cinétique dans la direction transverse et du carré des erreurs entre la vitesse Doppler inférée et observée (*i.e.*, un Dopplergramme). Le Resistive Minimum Energy Fit (MEF-R : Tremblay & Vincent, 2015) est une généralisation de MEF pour les plasmas résistifs. MEF-R requièrent en plus des magnétogrammes du champ magnétique transverse dont l'ambiguïté sur l'azimut est résolue. Nous présentons un exemple d'application au Chapitre 2 avec des magnétogrammes SHARP de l'instrument SDO/HMI.

1.5. Assimilation des données

Les observations $[\vec{y}]$ nous renseignent sur l'état d'un système physique. Elles incluent pour le Soleil les composantes du champ magnétique \vec{B} , la vitesse le long de la ligne de visée v_r , et les reconstructions des écoulements du plasma \vec{v} à $[m]$ positions (voir la Section 1.4). Les modèles physiques produisent quant à eux une prédiction ou ébauche $[\vec{x}_b]$ de l'état du système à l'intérieur d'un domaine de calcul de $[n]$ points de grille. Dans les simulations MHD radiatives du Soleil, les variables du vecteur de \vec{x}_b incluent typiquement le champ magnétique \vec{B} , la vitesse du plasma \vec{v} (ou la quantité de mouvement \vec{p}), la densité gazeuse ρ , et la pression P ou la densité d'énergie interne e (voir la Section 1.2.3). Les données \vec{y} sont cependant limitées par la résolution spatiale et la cadence temporelle auxquelles elles sont produites et les positions d'où elles proviennent (Kalnay, 2002). De plus, elles ne sont pas toujours directement reliées aux variables de l'état modèle \vec{x}_b et ne satisfont pas nécessairement aux

équations (Abbett & Fisher, 2010). Les simulations sont donc typiquement sous-déterminées par les données (*e.g.*, $m \leq n$; Bouttier & Courtier, 2002).

L’assimilation des données est couramment utilisée en météorologie et en océanographie pour la prédiction numérique du temps (*e.g.*, Kalnay, 2002; Bouttier & Courtier, 2002). Elle estime l’état le plus probable de la simulation qui minimise les erreurs entre les prédictions du modèle et les observations à l’intérieur d’une fenêtre de temps (Bouttier & Courtier, 2002). Cet état, nommé l’analyse $[\vec{x}_a]$, est ensuite réintroduit dans le modèle pour générer une nouvelle ébauche du système à l’intérieur de la fenêtre d’assimilation et générer une prédiction au-delà de la fenêtre d’assimilation. La propagation des erreurs de modélisation et des erreurs d’observation dans un système non-linéaire limite la longueur de la fenêtre d’assimilation et les capacités prédictives de l’assimilation des données. Par exemple, en météorologie, l’assimilation des données est réinitialisée toutes les six heures et les prévisions à long terme ne sont fiables que pour une à deux journées (Cushman-Roisin & Beckers, 2011). Les prédictions dépendent aussi des méthodes d’assimilation, des modèles physiques et de la qualité et l’accessibilité des données observationnelles (Kalnay, 2002).

Les variables de l’assimilation des données sont listées dans la Table 1.2. Les méthodes les plus robustes incluent :

- L’interpolation statistique (Section 1.5.1) qui ajuste séquentiellement le vecteur d’état de la simulation en fonction des nouvelles observations qui sont disponibles ;
- Les méthodes variationnelles (Section 1.5.2) qui utilisent une séquence passée d’observations pour optimiser le vecteur d’état au début de la fenêtre d’assimilation ;
- Les méthodes de *Nudging* (Section 1.5.3) qui insèrent les observations dans le modèle afin de guider le vecteur d’état vers la solution.

1.5.1. L’interpolation statistique

L’analyse $[\vec{x}_a]$ est définie comme la somme de l’ébauche et d’un terme correctif appelé l’incrément d’analyse $[\Delta\vec{x}]$:

$$\vec{x}_a = \vec{x}_b + \Delta\vec{x}. \tag{1.16}$$

Variable	Notation	Dimensions
Vecteur d'observation	\vec{y}	m
Vecteur d'état réel	\vec{x}_t	n
Vecteur d'ébauche	\vec{x}_b	n
Vecteur d'analyse	$\vec{x}_a = \vec{x}_b + K (\vec{y} - H (\vec{x}_b))$	n
Incrément d'analyse	$\Delta \vec{x} = \vec{x}_a - \vec{x}_b$	n
Vecteur d'erreur de prévision	$\vec{\epsilon}_b = \vec{x}_b - \vec{x}_t$	n
Vecteur d'erreur d'observation	$\vec{\epsilon}_o = \vec{y} - H(\vec{x}_t)$	m
Vecteur d'erreur d'analyse	$\vec{\epsilon}_a = \vec{x}_a - \vec{x}_t$	n
Innovation	$\vec{d} = \vec{y} - H (\vec{x}_b)$	m
Opérateur d'observation	$H (\vec{x})$	m
Matrice Jacobienne de H	$H = \frac{\partial H(\vec{x})}{\partial \vec{x}}$	m \times n
Matrice de covariance d'erreur d'observation	$R = \langle \vec{\epsilon}_o \vec{\epsilon}_o^T \rangle$	m \times m
Matrice de covariance d'erreur de prévision	$B = \langle \vec{\epsilon}_b \vec{\epsilon}_b^T \rangle$	n \times n
Matrice de gain (de Kalman)	$K = B H^T (H B H^T + R)^{-1}$	n \times m
Fonction coût	$J (\Delta \vec{x})$	1

TABLE 1.2. Définitions des vecteurs, des matrices et des opérateurs de l'interpolation statistique pour l'assimilation des données. On suppose que les erreurs d'observation et les erreurs de prévision sont non-biaisées ($\langle \vec{\epsilon}_o \rangle = \langle \vec{\epsilon}_b \rangle = 0$) et non-corrélées ($\langle \vec{\epsilon}_o \vec{\epsilon}_b^T \rangle = 0$), et que les variances d'erreur sont $\sigma_o^2 = \langle \vec{\epsilon}_o \vec{\epsilon}_o^T \rangle$ et $\sigma_b^2 = \langle \vec{\epsilon}_b \vec{\epsilon}_b^T \rangle$. Les entiers [m] et [n] sont respectivement les dimensions des observations après concaténation et le nombre total de points de grille dans le domaine de calcul.

L'opérateur nonlinéaire d'observation $[H]$ projette les vecteurs de l'espace du modèle dans l'espace des observations afin de pouvoir comparer avec le vecteur \vec{y} . Lorsque les variables des vecteurs \vec{x} et \vec{y} sont les mêmes, H interpole simplement \vec{x} aux positions des quantités observées. L'opérateur se réduit à la matrice identité $[I]$ si les positions sont les mêmes. L'opérateur d'observation peut aussi être un modèle qui utilise une variable non-observable

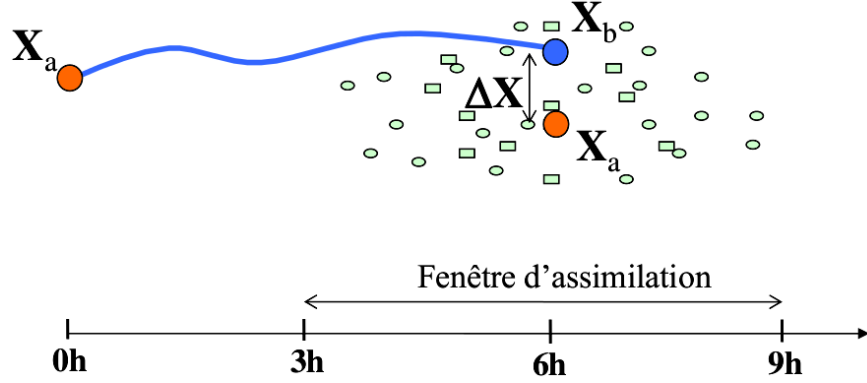


FIGURE 1.9. Illustration du concept de l'assimilation des données séquentielle dans le contexte des prévisions météorologiques (tirée de Laroche & Gauthier (2016)). L'analyse \vec{x}_a (points oranges) à un temps donné est utilisée pour produire une ébauche \vec{x}_b de l'état de l'atmosphère (courbe bleue). Les observations \vec{y} (symboles turquoise) à l'intérieur d'une fenêtre d'assimilation de six heures sont utilisées pour calculer l'incrément d'analyse $\Delta\vec{x}$ et produire une nouvelle analyse (Équation (1.16)).

du vecteur d'état \vec{x} en entrée et qui produit un estimé d'une variable de \vec{y} en sortie (Bouttier & Courtier, 2002).

Soit \vec{x}_t , le vecteur de l'état réel ou la solution réelle du problème physique étudié. Les vecteurs $[\vec{\epsilon}_o = \vec{y} - H(\vec{x}_t)]$, $[\vec{\epsilon}_b = \vec{x}_b - \vec{x}_t]$ et $[\vec{\epsilon}_a = \vec{x}_a - \vec{x}_t]$ mesurent respectivement les erreurs d'observation, les erreurs de modélisation et les erreurs d'analyse. Ces erreurs ne peuvent être évaluées car \vec{x}_t est une quantité inconnue. Nous pouvons toutefois émettre des hypothèses par rapport à leurs propriétés statistiques (Kalnay, 2002). En particulier, pour un grand nombre de réalisations, les statistiques devraient converger vers des valeurs qui ne dépendent que des processus physiques en jeu (Bouttier & Courtier, 2002). Définissons l'opérateur $\langle \cdot \rangle$ qui calcule le premier moment statistique (*i.e.*, la moyenne) sur un grand nombre d'échantillons (Bouttier & Courtier, 2002). Nous émettons l'hypothèse que le modèle et les observations sont non-biaisés ($\langle \vec{\epsilon}_o \rangle = \langle \vec{\epsilon}_b \rangle = 0$) et non-corrélés ($\langle \vec{\epsilon}_o \vec{\epsilon}_b^T \rangle = 0$) (Bouttier & Courtier, 2002). Les matrices symétriques définies positives (SDP) $[B \equiv \langle \vec{\epsilon}_b \vec{\epsilon}_b^T \rangle]$, $[R \equiv \langle \vec{\epsilon}_o \vec{\epsilon}_o^T \rangle]$ et $[A \equiv \langle \vec{\epsilon}_a \vec{\epsilon}_a^T \rangle]$ décrivent les covariances des erreurs de prévision de l'ébauche, des observations et de l'analyse (Cushman-Roisin & Beckers, 2011). Les éléments de la diagonale de R (resp. B) mesurent

la variance des erreurs d'observations (resp. de modélisation) tandis que les éléments hors-diagonale sont non-nuls si deux mesures distinctes (resp. calculs distincts) sont corrélées. Si les instruments produisaient des observations parfaites, le vecteur $\vec{\epsilon}_o$ et la matrice \mathbf{R} seraient alors nuls (Talagrand, 1997). Les matrices de covariance \mathbf{B} et \mathbf{R} et les erreurs $\vec{\epsilon}_b$ et $\vec{\epsilon}_o$ sont autrement inconnues et doivent être estimées (Desroziers *et al.*, 2005).

Le principe derrière l'interpolation statistique consiste à exprimer $\Delta\vec{x}$ en fonction des statistiques des erreurs de prévision et des erreurs d'observation de sorte à minimiser la moyenne de la variance de $\vec{\epsilon}_a$ (voir la Figure 1.9; Cushman-Roisin & Beckers, 2011). Le meilleur estimé (linéaire), non-biaisé et gaussien de l'analyse (BLUE; Bouttier & Courtier, 2002) est défini par la relation :

$$\vec{x}_a = \vec{x}_b + \mathbf{K} (\vec{y} - H(\vec{x}_b)) . \quad (1.17)$$

La matrice de gain $[\mathbf{K}]$ est calculée de sorte à minimiser $\langle \vec{\epsilon}_a \vec{\epsilon}_a \rangle$:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} , \quad (1.18)$$

où $\left[\mathbf{H} \equiv \frac{\partial H(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \right]$ est la matrice Jacobienne de $H(\vec{x})$.

Le filtre de Kalman (KF) est une généralisation de l'interpolation statistique qui incorpore la composante temporelle du modèle physique dans les prédictions. Soient les indices 'o' et 'k' qui identifient les variables au temps initial t_o et aux temps des observations t_k . La trajectoire du vecteur d'état \vec{x}_k est prédite avec l'opérateur de prévision du modèle $[M]$ (*i.e.*, les équations du modèle) et l'ébauche au temps initial \vec{x}_o de sorte que :

$$\vec{x}_k = M(t_k, t_o, \vec{x}_o) + \vec{\epsilon}_{m,k}, \quad (1.19)$$

où $\vec{\epsilon}_{m,k}$ est l'erreur de modélisation introduite par le modèle en passant du temps t_{k-1} au temps t_k (Cushman-Roisin & Beckers, 2011). L'évolution temporelle du modèle est décrite à l'aide du modèle linéaire tangent (TLM) qui linéarise l'opérateur M de sorte que $\Delta\vec{x}_k = \mathbf{M}_{o \rightarrow k} \Delta\vec{x}_o$ où $\mathbf{M}_{j \rightarrow k} \equiv \frac{\partial(M(t_k, t_j, \vec{x}_j))}{\partial \vec{x}_k}$ est le Jacobien de $M(t_k, t_j, \vec{x}_j)$.

Considérons le cas où les opérateurs M et H sont linéarisés. À chaque pas de temps, le filtre de Kalman évolue l'ébauche à partir de l'analyse précédente :

$$\vec{x}_{b,k+1} = M_{k \rightarrow k+1}^T \vec{x}_{a,k} + \vec{\epsilon}_{m,k}, \quad (1.20)$$

$$B_{k+1} = M_{k \rightarrow k+1} (M_{k \rightarrow k+1} A_k)^T + Q_k, \quad (1.21)$$

et effectue ensuite le calcul de l'analyse :

$$K_k = B_k H_k^T (R_k + H_k B_k H_k^T)^{-1}, \quad (1.22)$$

$$\vec{x}_{a,k} = \vec{x}_{b,k} + K_k (\vec{y}_k - H_k \vec{x}_{b,k}), \quad (1.23)$$

$$A_k = (I - K_k H_k) B_k. \quad (1.24)$$

$Q_k = \langle \vec{\epsilon}_{m,k} \vec{\epsilon}_{m,k}^T \rangle$ est la matrice de covariance de l'erreur de modélisation et $\vec{\epsilon}_{m,k}$ est supposée aléatoire, non-biaisée ($\langle \vec{\epsilon}_{m,k} \rangle = 0$) et non-corrélée ($\langle (M_k \vec{\epsilon}_{a,k}) \vec{\epsilon}_{m,k}^T \rangle = 0$) (Bouttier & Courtier, 2002). En résumé, le filtre de Kalman propage à la fois les vecteurs d'état et leurs erreurs (Cushman-Roisin & Beckers, 2011).

Lorsque le modèle de prévision M interagit de façon complexe avec les erreurs (Équation (1.21)) ou est fortement non-linéaire, il est préférable d'utiliser une approche stochastique ou Monte Carlo pour réduire significativement le nombre d'opérations et la mémoire consommée (Bouttier & Courtier, 2002). Les méthodes d'ensemble intègrent un ensemble de prédictions pour ensuite estimer l'évolution de la matrice de covariance de l'analyse B_k (Evensen, 2003). Les conditions initiales de chaque simulation sont générées en perturbant l'état le plus probable à t_0 par des valeurs représentatives des erreurs de l'analyse (Evensen, 2003; Kalnay, 2002). Ces instabilités peuvent en effet amplifier les erreurs en fonction du temps (Kalnay, 2002). Le filtre de Kalman d'ensemble (EnKF; Evensen, 1994) utilise un ensemble de G conditions initiales perturbées pour intégrer en temps les états $\vec{x}_{i,k}$ où $i = [1, \dots, G]$ et approximer le calcul de B_k (Équation (1.21)) et de la matrice de gain K_k (Équation (1.22)).

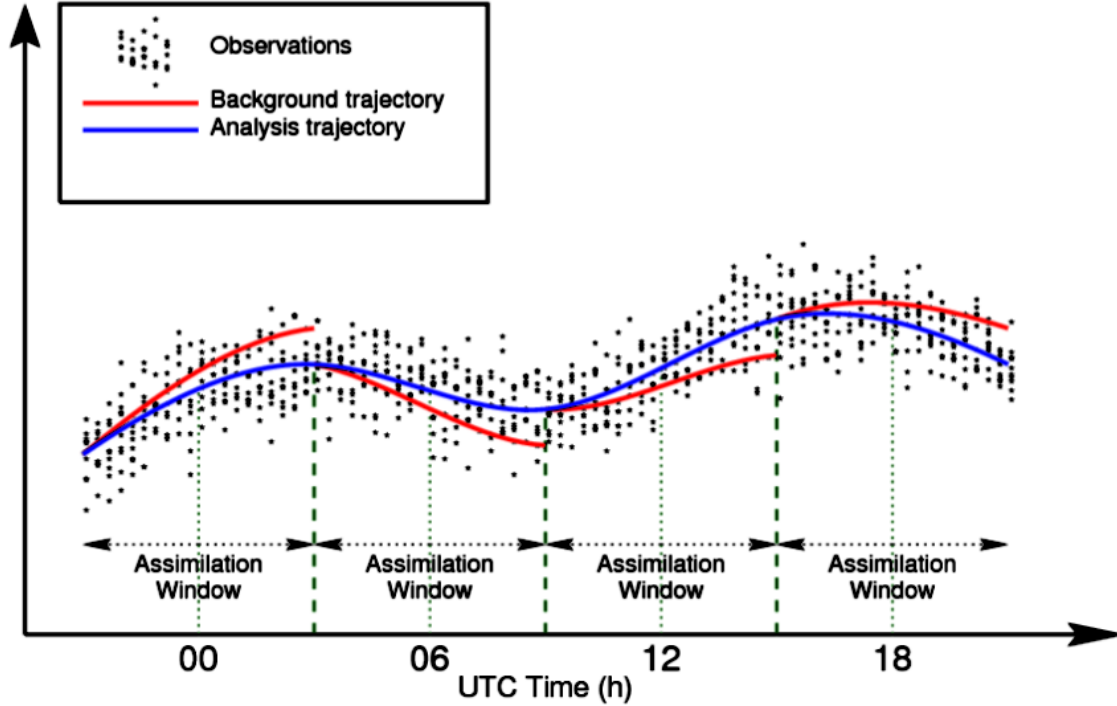


FIGURE 1.10. Illustration du concept de l'assimilation des données non-séquentielle dans le contexte des prévisions météorologiques (tirée de Laroche & Gauthier (2016)). Les erreurs entre l'ébauche du modèle \vec{x}_b (trajectoire en rouge) et les données observationnelles (points noirs) sont utilisées pour ajuster l'état du modèle au début de la fenêtre d'assimilation. La nouvelle condition initiale est ensuite réintroduite. La nouvelle ébauche ou analyse \vec{x}_a (trajectoire en bleu) a un meilleur accord avec les observations. L'assimilation des données est réinitialisée toutes les six heures afin de tenir compte des nouvelles observations (Cushman-Roisin & Beckers, 2011).

1.5.2. Les méthodes variationnelles

L'Équation (1.17) est équivalente à la minimisation de la fonction coût $[J(\vec{x})]$ par rapport à l'incrément $\Delta\vec{x}$:

$$J(\Delta\vec{x}) = \frac{1}{2} (\Delta\vec{x}^T \mathbf{B}^{-1} \Delta\vec{x}) + \frac{1}{2} \left((\vec{d} - \mathbf{H}\Delta\vec{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\vec{d} - \mathbf{H}\Delta\vec{x}) \right), \quad (1.25)$$

$$\vec{\nabla} J(\Delta\vec{x}) = \mathbf{B}^{-1} \Delta\vec{x} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\vec{d} - \mathbf{H}\Delta\vec{x}). \quad (1.26)$$

La minimisation de l'Équation (1.25) à l'aide d'un algorithme de descente (*e.g.*, le gradient conjugué) correspond à la méthode variationnelle tri-dimensionnelle (3D-Var; Bouttier & Courtier, 2002).

La méthode variationnelle quadri-dimensionnelle (4D-Var; Daley, 1993) est une généralisation de l'algorithme 3D-Var qui minimise les erreurs entre les prédictions du modèle et les observations à l'intérieur d'une fenêtre d'assimilation de longueur t_a par rapport à l'innovation au temps initial $\Delta\vec{x}_o$ (*e.g.*, Figure 1.10; Bannister, 2001). L'algorithme a longtemps été utilisée pour les prévisions météorologiques au Canada (Gauthier *et al.*, 2007) avant de transitionner vers une version hybride des méthodes 4D-Var et EnKF (Buehner *et al.*, 2015). Sous l'hypothèse que le modèle TLM est parfait ($\vec{\epsilon}_m = \vec{0}$), les prédictions du modèle satisfont la relation de récurrence :

$$\Delta\vec{x}_k = M_{k-1 \rightarrow k} \Delta\vec{x}_{k-1} = M_{k-1 \rightarrow k} M_{k-2 \rightarrow k-1} (\dots) M_{o \rightarrow 1} \Delta\vec{x}_o, \quad (1.27)$$

où $\Delta\vec{x}_o$ est l'incrément d'analyse au début de la fenêtre d'assimilation et $M_{j \rightarrow k} \equiv \frac{\partial(M(t_k, t_j))}{\partial\vec{x}_k}$ est l'opérateur tangent linéaire de $M(t_k, t_j)$. La fonction coût J de la méthode 4D-Var est définie comme la somme de la fonction coût au temps initial (Équation (1.25)) et des contributions des équivalents modèle $H_k M_{o \rightarrow k} \Delta\vec{x}_o$ aux temps des observations (Bannister, 2001) :

$$J(\Delta\vec{x}_o) = \frac{1}{2} (\Delta\vec{x}_o^T B_o^{-1} \Delta\vec{x}_o) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K \left(\left(\vec{d}_k - H_k M_{o \rightarrow k} \Delta\vec{x}_o \right)^T R^{-1} \left(\vec{d}_k - H_k M_{o \rightarrow k} \Delta\vec{x}_o \right) \right), \quad (1.28)$$

$$\vec{\nabla} J(\Delta\vec{x}_o) = B_o^{-1} \Delta\vec{x}_o - \sum_{k=0}^K M_{o \rightarrow k}^T H_k^T R^{-1} \left(\vec{d}_k - H_k M_{o \rightarrow k} \Delta\vec{x}_o \right). \quad (1.29)$$

Les variables adjointes (ADJ) intègrent de manière rétrograde en temps la transposée de la matrice Jacobienne du modèle TLM avec la condition de départ $\Delta\vec{x}_K^* = H_K^T R^{-1} \left(\vec{d}_K - H_K M_{o \rightarrow K}^T \Delta\vec{x}_K \right)$ (Bouttier & Courtier, 2002) :

$$\Delta\vec{x}_k^* = M_{o \rightarrow k}^T \Delta\vec{x}_{k+1}^*. \quad (1.30)$$

À la fin de la récurrence, \vec{x}_o^* est égal au second terme de l'Équation (1.29). Une fois que $\vec{\nabla}J(\Delta\vec{x}_o)$ est calculé, la méthode du gradient conjugué est utilisée pour minimiser $J(\Delta\vec{x}_o)$ par rapport à l'incrément initial $\Delta\vec{x}_o$. Le processus est répété à partir de l'Équation (1.28) jusqu'à ce que $\vec{\nabla}J(\Delta\vec{x}_o) = 0$.

Contrairement au filtre de Kalman, les matrices de covariance B et R de la méthode 4D-Var sont prescrites au début de la fenêtre d'assimilation et ne sont pas propagées en temps (Cushman-Roisin & Beckers, 2011). La méthode 4D-Var utilise une séquence passée d'observations afin d'ajuster sa condition initiale tandis que le filtre de Kalman utilise une approche séquentielle. Malgré ces différences, le filtre de Kalman et la méthode 4D-Var prédiront le même état si elles démarrent de la même condition initiale et que le modèle physique et l'opérateur d'observation sont linéaires (Cushman-Roisin & Beckers, 2011).

1.5.3. Les méthodes de Nudging

Les équations du modèle physique sont reformulées de sorte que la dérivée partielle de \vec{x} par rapport à t soit du côté gauche de l'égalité et que la somme de tous les autres termes, dénotée $[\vec{R}(\vec{x},t)]$, soit du côté droit de l'égalité :

$$\frac{\partial\vec{x}}{\partial t} = \vec{R}(\vec{x},t). \quad (1.31)$$

Les méthodes de Nudging ajoutent un terme correctif à l'Équation (1.32) qui est proportionnel à l'innovation \vec{d} (Auroux & Blum, 2005) :

$$\frac{\partial\vec{x}}{\partial t} = \vec{R}(\vec{x},t) + K(\vec{y} - H(\vec{x})). \quad (1.32)$$

Le terme correctif a pour effet de pousser l'équivalent modèle $H(\vec{x})$ vers le vecteur \vec{y} . Lorsque les vecteurs \vec{x} et \vec{y} contiennent les mêmes quantités physique, la forme de la matrice de gain K qui est typiquement adoptée est une matrice diagonale dont les éléments sont inversement proportionnels à une échelle de temps caractéristique de la variable d'état correspondante (Cushman-Roisin & Beckers, 2011).

Les méthodes de Nudging ont l'avantage d'être plus simple à implémenter que les méthodes d'interpolation statistique et elles peuvent être tout aussi performantes. Par exemple,

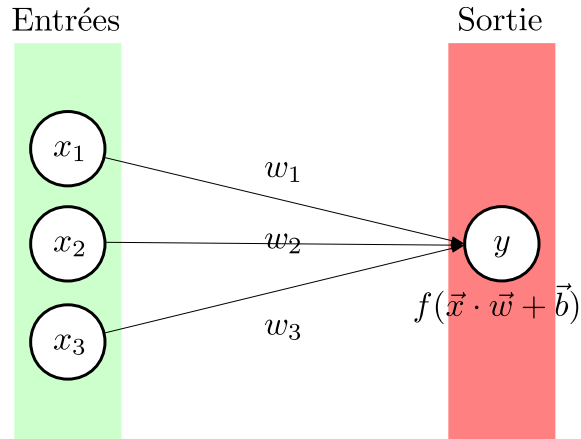


FIGURE 1.11. Schéma d'un perceptron. Le vecteur \vec{x} représente les neurones de la couche d'entrée et le scalaire y représente le neurone de sortie. Un poids w_i est appliqué sur le signal du $i^{\text{ème}}$ neurone de la couche d'entrée avant d'être transmis au neurone de la couche de sortie et de produire le signal $y = f(\vec{x} \cdot \vec{w} + b)$, où b est un biais et $f(\cdot)$ est une fonction d'activation qui peut être non-linéaire. L'apprentissage ajuste les valeurs des poids \vec{w} et du biais b de sorte à minimiser les erreurs entre les sorties \vec{y} et les solutions \vec{y}_t .

les algorithmes du Nudging direct et rétrograde (BFN ; Auroux *et al.*, 2011; Auroux & Blum, 2008, 2005) et 4D-VAR sont comparables car elles effectuent des intégrations directes et rétrogrades en temps pour assimiler les données. Cependant, les méthodes BFN ne requièrent pas de calculer les équations adjointes ou d'utiliser un algorithme de descente afin d'estimer la condition initiale du modèle. Elles sont dans ce sens plus économiques (Auroux & Blum, 2008). Toutefois, leur succès dépend du choix *ad hoc* de la matrice de gain K (Cushman-Roisin & Beckers, 2011).

1.6. Les réseaux de neurones profonds

L'intelligence artificielle (IA) est définie comme l'automatisation des tâches qui sont normalement exécutées par les êtres humains (Chollet, 2017). L'IA englobe l'apprentissage machine (ML pour *Machine Learning*) qui lui-même englobe l'apprentissage profond (DL pour *Deep Learning*). La programmation classique ou analytique utilise des entrées, représentées par le tenseur $[x]$, et un ensemble de règles prédéterminées afin de générer une solution ou une

sortie, représentée par le tenseur $[y]$. Elle exécute une tâche que l'humain sait déjà accomplir (Chollet, 2017). L'apprentissage machine (supervisé) consiste à entraîner un programme à identifier ou acquérir les règles qui transforment un grand nombre d'exemples des entrées x_t en leurs sorties correspondantes y_t (*i.e.*, un ensemble d'entraînement). En d'autres termes, l'apprentissage machine approxime la fonction tensorielle $g(\cdot)$ telle que $y = g(x)$. Cette tâche est effectuée via l'optimisation d'une métrique qui mesure le succès de la sortie \vec{y} du programme à reproduire l'exemple \vec{y}_t (Nielsen, 2018). L'apprentissage machine est maintenant utilisé pour des tâches de classification, de régression et d'émulation. En particulier, l'apprentissage machine peut accomplir des tâches qui sont conceptuellement similaires aux méthodes de reconstruction décrites à la Section 1.4.2. Parmi les algorithmes les plus sophistiqués de l'IA, on retrouve les réseaux de neurones.

Considérons l'exemple du perceptron (Figure 1.11). L'architecture du réseau consiste en une couche d'entrée et une couche de sortie. La couche d'entrée est composée de n éléments, appelés des neurones, qui sont représentés par le vecteur \vec{x} . La couche de sortie n'est composée que d'un seul neurone, le perceptron. Le perceptron transforme les entrées \vec{x} en un signal \vec{y} selon la relation

$$y = f(\vec{w} \cdot \vec{x} + b), \quad (1.33)$$

où \vec{w} et b sont respectivement les poids et le biais appliqués aux signaux entrant dans le perceptron. La fonction d'activation $f(\cdot)$ introduit de la non-linéarité dans le calcul de y . Elle peut prendre plusieurs formes, incluant une fonction identité

$$f_{\text{I}}(\vec{w} \cdot \vec{x} + b) = \vec{w} \cdot \vec{x} + b, \quad (1.34)$$

qui ne modifie pas le signal entrant dans le perceptron, une fonction escalier

$$f_{\text{esc}}(\vec{w} \cdot \vec{x} + b) = \begin{cases} 1 & \text{si } \vec{w} \cdot \vec{x} + b \geq 0, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.35)$$

qui transforme le signal en une valeur binaire de 0 ou 1, une fonction sigmoïde

$$f_{\sigma}(\vec{w} \cdot \vec{x} + b) = (1 + \exp(-(\vec{w} \cdot \vec{x} + b)))^{-1}, \quad (1.36)$$

qui transforme le signal entrant en une probabilité entre 0 et 1, ou une fonction d'Unité de Rectification Linéaire (ReLU)

$$f_{\text{ReLU}}(\vec{w} \cdot \vec{x} + b) = \begin{cases} \vec{w} \cdot \vec{x} + b & \text{si } \vec{w} \cdot \vec{x} + b \geq 0, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.37)$$

qui transforme les signaux négatifs en signaux nuls (Chollet, 2017). L'apprentissage machine a pour but d'optimiser les valeurs des poids \vec{w} et du biais b afin d'approximer la transformation de \vec{x}_t vers la solution \vec{y}_t .

Sous sa forme actuelle, le perceptron est un modèle simple, même parfois trop simple, de l'opération reliant les entrées aux sorties. L'apprentissage profond consiste à implémenter une architecture plus complexe afin de produire une représentation plus complète (Chollet, 2017). Un réseau de neurones profond raffine le modèle en incluant plus d'une couche intermédiaire de neurones, appelées des couches cachées, entre la couche d'entrée et la couche de sortie du réseau (Nielsen, 2018).

L'apprentissage profond trouve plusieurs applications dans le domaine de la physique solaire : la prédiction des éruptions solaires (*e.g.*, Bobra & Ilonidis, 2016; Jonas *et al.*, 2018; Tremblay *et al.*, 2018a), la reconstruction des mouvements du plasma (Asensio Ramos *et al.*, 2017; Tremblay *et al.*, 2018b), le rééchantillonnage des données observationnelles (Diaz Baso & Asensio Ramos, 2017), la correction de la distortion atmosphérique dans les données enregistrées par les observatoires terrestres (Asensio Ramos *et al.*, 2018), la segmentation des trous coronaux (Illarionov & Tlatov, 2018), et la reconstruction de séquences de l'irradiance solaire (Galvez *et al.*, 2019).

1.6.1. Les réseaux de neurones entièrement connectés

La Figure 1.12 montre un exemple de réseau de neurones profond où les neurones sont entièrement connectés, c'est-à-dire que les signaux des neurones d'une couche donnée sont transmis à tous les neurones de la couche suivante. Chaque neurone se comporte de la même façon que le perceptron (Figure 1.11). L'architecture comprend deux couches cachées entre la couche d'entrée et la couche de sortie. La $i^{\text{ème}}$ couche est caractérisée par ses propres

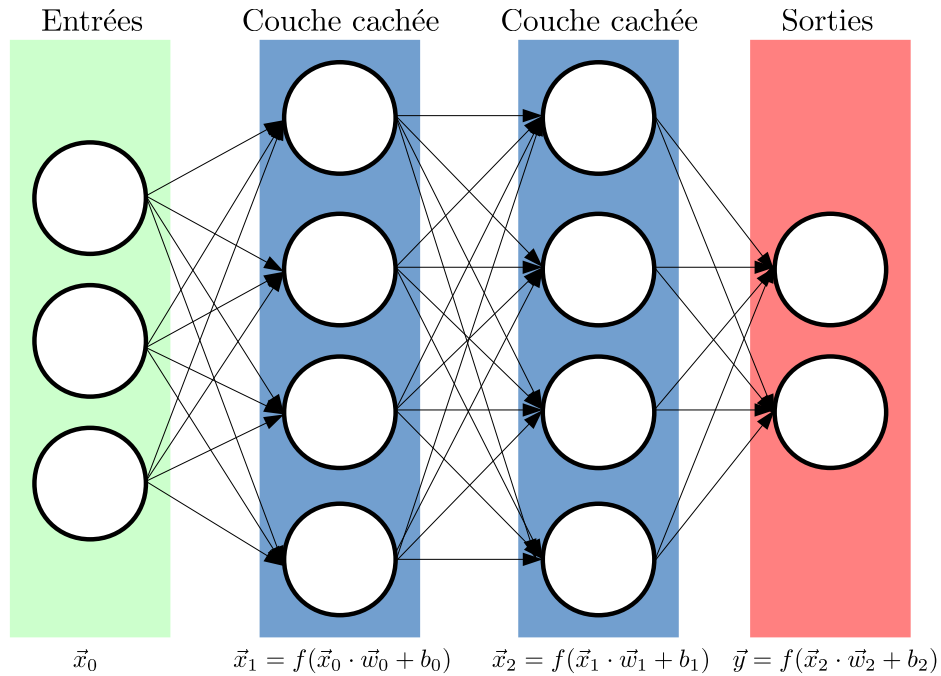


FIGURE 1.12. Exemple d'un réseau de neurones entièrement connectés avec deux couches cachées. Le signal du $i^{\text{ème}}$ neurone de la $j^{\text{ème}}$ couche est transmis à tous les neurones de la couche suivante qui caractérisée par des poids \vec{w}_j et un biais b_j . L'apprentissage profond ajuste les valeurs des poids \vec{w}_0 , \vec{w}_1 , \vec{w}_2 et des biais b_0 , b_1 , b_2 de sorte à minimiser les erreurs entre les sorties \vec{y} et les solutions \vec{y}_t .

poids \vec{w}_i et son propre biais b_i . Ce type d'architecture produit un modèle plus complexe de l'opération $\vec{y} = \vec{g}(\vec{x})$.

Les poids et les biais des couches sont initialisés à des valeurs aléatoires. L'optimisation de leurs valeurs s'effectue selon la procédure d'entraînement suivante (Chollet, 2017) :

- Propagation avant : Les poids et les biais actuels sont utilisés pour calculer les sorties \vec{y} en propageant les entrées \vec{x} dans le réseau.
- Évaluation du succès : Une métrique ou une fonction coût est utilisée pour évaluer l'écart entre les sorties \vec{y} et les solutions \vec{y}_t .
- Propagation rétrograde : Chaque opération dans le réseau de neurones est différentiable. Le gradient de la fonction coût par rapport aux poids et aux biais est calculé

à la couche de sortie et est ensuite propagé de façon rétrograde dans le réseau pour ajuster les poids et les biais.

Le processus est répété itérativement, jusqu'à ce que la métrique atteigne une valeur satisfaisante. Ces itérations portent le nom d'**itérations d'entraînement**. L'évaluation du réseau de neurones est effectuée à l'aide de trois ensembles d'exemples distincts :

- Ensemble d'entraînement : Exemples présentés au réseaux de neurones au cours d'une itération d'entraînement. L'ajustement des poids et des biais est typiquement effectué sur des sous-ensembles (*mini-batches*) de l'ensemble d'entraînement.
- Ensemble de validation : Exemples présentés au réseau à la fin d'une itération d'entraînement. Ces exemples servent à évaluer les modifications apportées aux poids et aux biais et à déterminer si les modifications devraient être conservées ou non.
- Ensemble de test : Exemples présentés au réseau de neurones une fois l'entraînement complété. Ces exemples inédits servent à évaluer les performances réelles du réseau.

La raison pour laquelle le réseau est évalué sur des exemples différents de l'ensemble d'entraînement est pour éviter le surentraînement. Le surentraînement signifie que les performances du réseau sur l'ensemble d'entraînement s'améliorent mais que les performances sur des exemples inédits s'empirent considérablement (Chollet, 2017). La taille de l'ensemble de validation devrait être environ 20% de la taille de l'ensemble d'entraînement. Une autre pratique couramment utilisée est de mélanger les exemples de l'ensemble d'entraînement entre chaque itération d'entraînement. Enfin, les méthodes de régularisation aident à contrer le surentraînement. Les couches de **décrochage** ou *Dropout* suppriment une fraction des signaux qu'elles reçoivent de la couche précédente (Chollet, 2017). Les signaux supprimés sont choisis aléatoirement.

Les performances de l'entraînement sont améliorées significativement en normalisant les signaux de chaque couche cachée, c'est-à-dire en soustrayant la moyenne du sous-ensemble et en divisant par la déviation standard (*Batch Normalization* : Ioffe & Szegedy, 2015). Cette opération a un effet de régularisation et aide à la propagation du gradient (Chollet, 2017).

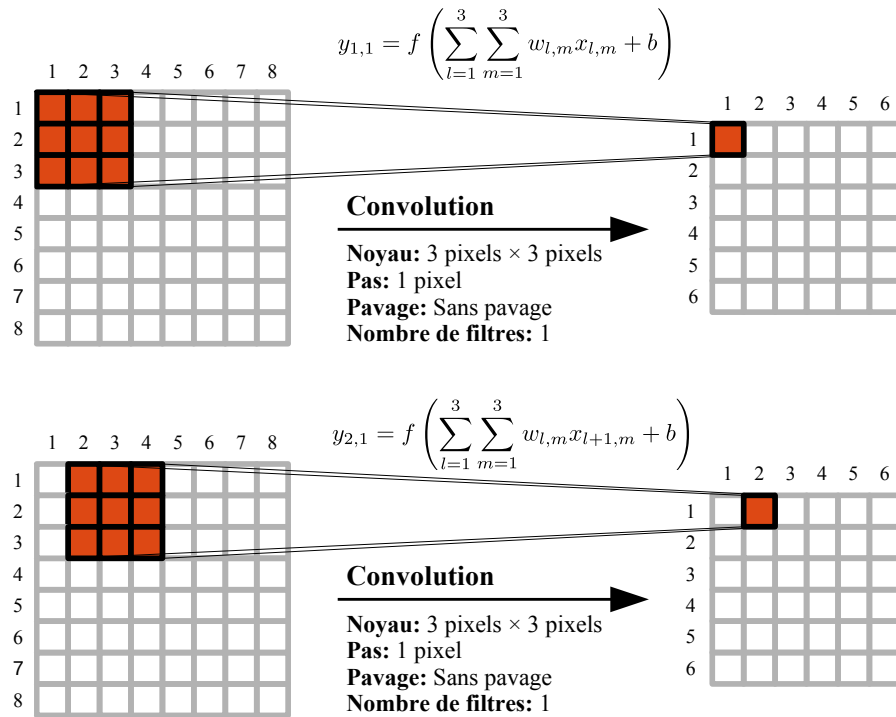


FIGURE 1.13. Exemple de couche de convolution avec un unique filtre de 3 pixels par 3 pixels (*i.e.*, le réseau n’identifie qu’une seule caractéristique). Aucun pavage n’est appliqué sur l’image présentée en entrée. Le filtre est appliqué sur un premier groupe de pixels et est ensuite déplacé d’un pas de 1 pixel. Les valeurs des poids et du biais du filtre sont maintenues. Les dimensions de l’image des caractéristiques (*i.e.*, la sortie de la couche de convolution) sont réduites par rapport à l’image originale. Le pas et les dimensions du noyau du filtre font en sorte que le filtre ne peut être contenu entièrement dans l’image pour les deux derniers pixels dans chaque direction.

1.6.2. Les réseaux de neurones convolutifs

Les couches cachées discutées jusqu’à maintenant identifient les propriétés globales du signal qu’elles reçoivent en entrée. Les couches convolutives permettent quant à elles d’identifier les propriétés locales (Chollet, 2017). Les réseaux de neurones convolutifs (CNN) sont des outils puissants pour la classification des images et pour la détection de motifs. Nous

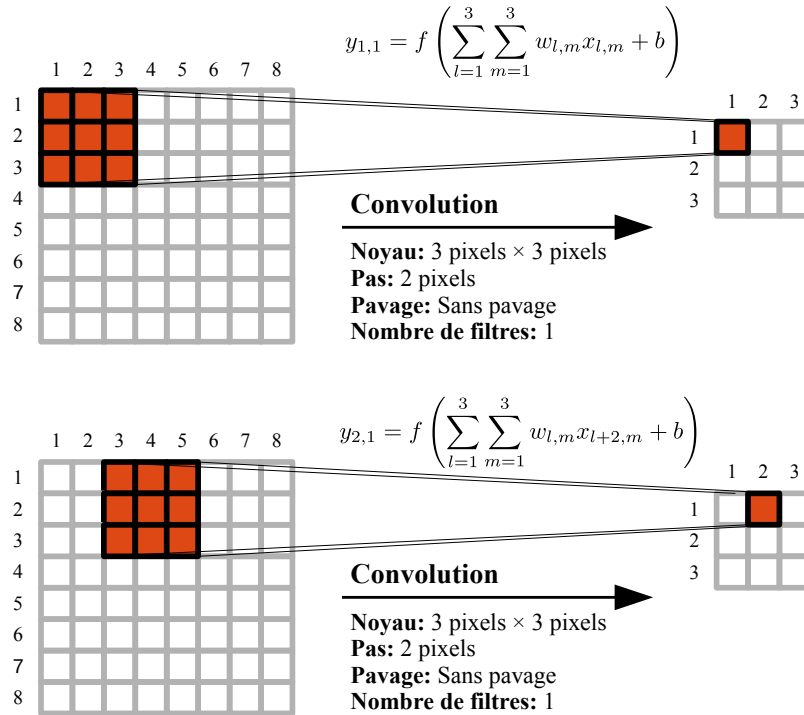


FIGURE 1.14. Exemple de couche de convolution avec un unique filtre de 3 pixels par 3 pixels (pixels oranges). Aucun pavage n'est appliqué sur l'image présentée en entrée. Le filtre est déplacé d'un pas de 2 pixels entre chaque application. Le pas et les dimensions du noyau du filtre font en sorte que les dimensions de l'image des caractéristiques sont réduites de 5 pixels dans chaque direction par rapport à l'image originale.

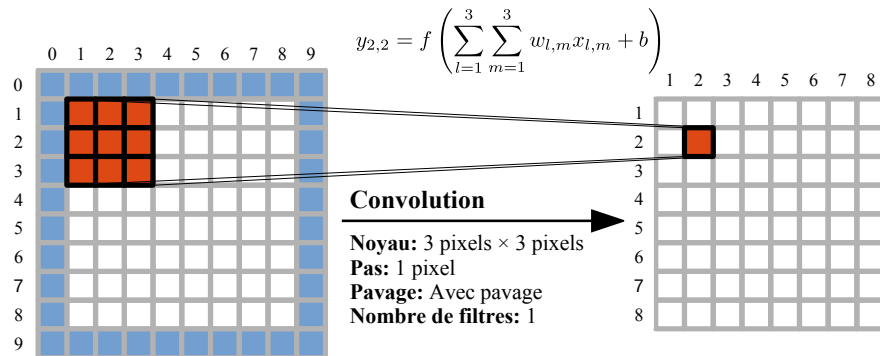


FIGURE 1.15. Exemple de couche de convolution avec un unique filtre de 3 pixels par 3 pixels (pixels oranges). Le filtre est déplacé d'un pas de 1 pixel entre chaque application. Un pavage de 1 pixel est appliqué sur le contour de l'image originale (pixels bleus), où chaque pixel ajouté est assigné une valeur nulle. Le pavage fait en sorte que les dimensions de l'image des caractéristiques sont égales aux dimensions de l'image originale.

illustrons au Chapitre 3 comment les CNNs peuvent aussi être utilisés pour émuler les simulations MHD radiative du Soleil et reconstruire les mouvements du plasma.

Une couche convolutive cherche à identifier un motif dans une image (*e.g.*, une ligne verticale, une cellule convective) par l'application successive d'un filtre sur des extraits de l'image (Figure 1.13). Le filtre est composé de neurones et partage les mêmes dimensions que les extraits de l'image. Chaque neurone du filtre est un poids ajustable et partage le même biais. Les valeurs des poids et du biais sont partagées pour chaque opération de convolution sur différents extraits. Ceci implique que le motif identifié est invariant sous translation (Nielsen, 2018). Le produit final est une carte qui encode le motif. Les propriétés des couches de convolution incluent (Chollet, 2017) :

- Le noyau : Filtre de dimensions $d \times d$. Chaque neurone du filtre est un poids ajustable. Après concaténation, les poids sont représentés par le vecteur \vec{w} de longueur d^2 . Le filtre est aussi caractérisé par un biais b . Les dimensions du noyau sont inférieures aux dimensions n_x et n_y de l'image présentée en entrée.
- Les canaux : Le nombre c de filtres qui sont appliqués sur l'image, et donc le nombre de propriétés recherchées. Chaque filtre est caractérisé par ses propres poids et son propre biais.
- Le pas : Le noyau est déplacé d'un nombre s de pixels entre chaque convolution. Les valeurs des poids et des biais sont partagés. Ainsi, pour $s > 1$, on ne conserve que des structures à plus grande séparation que dans l'image originale. Les effets du pas sont illustrés aux Figures 1.13 et 1.14.
- Le pavage : Ajout d'un nombre p de pixels sur le contour de l'image. Le pavage permet de maintenir les mêmes dimensions que l'image originale. Un exemple d'application est illustré à la Figure 1.15.

Les dimensions du volume à la sortie de la couche convolutive sont $l_x \times l_y \times c$, où

$$l_i = \text{Floor}((n_i - d + 2p)s^{-1}) + 1, \quad (1.38)$$

la fonction $\text{Floor}(\cdot)$ arrondie vers le bas, et $i \in \{x, y\}$ (Dumoulin & Visin, 2016). Ainsi, en l'absence de pavage ou en présence d'un pas $s > 1$ pixel, l'image des caractéristiques (*i.e.*, la

sortie de la couche) est sous-échantillonnée spatialement par rapport à l'image originale. Une autre approche permettant de sous-échantillonner l'image originale est l'opération de mise-en-commun (*i.e.*, *MaxPooling*) qui remplace un groupe de pixels par leur valeur maximale (Nielsen, 2018).

L'entraînement des réseaux de neurones convolutifs consiste à ajuster les poids et les biais des filtres de sorte à minimiser l'écart entre les prédictions et les solutions. Les couches convolutionnelles peuvent être implémentées en série dans un réseau de neurones afin d'apprendre une hiérarchie de propriétés à des échelles spatiales de plus en plus grandes (Chollet, 2017). Cette propriété est exploitée par le réseau de neurones DeepVel (Figure 1.16 ; Asensio Ramos *et al.*, 2017) afin de reconstruire les mouvements du plasma aux échelles granulaires et sous-granulaires (Chapitre 3).

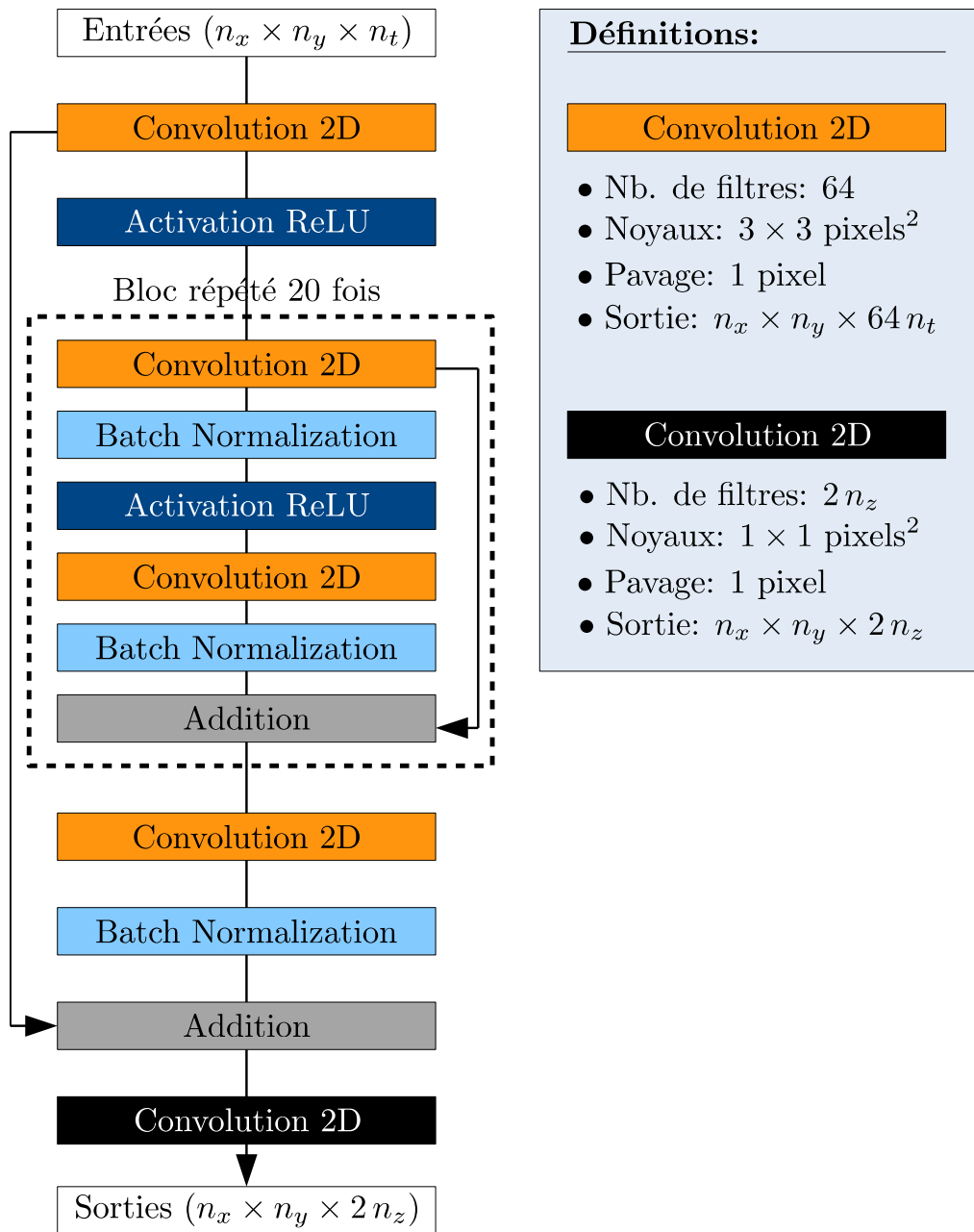


FIGURE 1.16. Architecture du réseau de neurones convolutifs DeepVel (Asensio Ramos *et al.*, 2017). DeepVel utilise en entrée des images de dimensions $n_x \times n_y$ de l'intensité du continu I_c à la surface du Soleil à $n_t = 2$ temps consécutifs et reconstruit des images de dimensions $n_x \times n_y$ pour les deux composantes de la vitesse transverse \vec{v}_t à $n_z = 3$ profondeurs optiques simultanément.

Premier article.

Plasma Motions and Turbulent Magnetic Diffusivity of Active Region AR 12158 Using a Minimum Energy Functional and Non-Force-Free Reconstructions of Vector Magnetograms

par

Benoit Tremblay¹ et Alain Vincent¹

(¹) 2900 boul. Édouard-Montpetit, Montréal, Canada
Université de Montréal

Cet article a été publié dans la revue Solar Physics.

Contributions de Benoit Tremblay :

- Développement des équations analytiques.
- Développement de la méthode numérique et du code MEF-R.
- Prétraitement des données observationnelles.
- Analyse des résultats.

Rôle joué par le coauteur : Prof. Alain Vincent a produit les reconstructions NFF du champ magnétique à partir des données observationnelles et a effectué le post-traitement des résultats.

RÉSUMÉ. Nous présentons une généralisation de la méthode *resistive minimum-energy fit* (MEF-R : Tremblay and Vincent in *Solar Phys.* **290**, 437, 2015) pour les champs magnétiques à force magnétique non-nulle (NFF). L'algorithme MEF-R utilise un principe d'extremum afin de reconstruire des cartes bidimensionnelles des mouvements du plasma $[\vec{v}(x,y)]$ et de la diffusivité magnétique turbulente $[\eta_{\text{eddy}}(x,y)]$ à la photosphère. Ces reconstructions pourraient être utilisées comme conditions aux frontières ou conditions internes dans des simulations *data-driven* ou pour l'assimilation des données. L'algorithme est validé à l'aide du modèle analytique d'un sphéromak résistif et en expansion (Rakowski, Laming and Lyutikov in *Astrophys. J.* **730**, 30, 2011). Nous étudions la région active éruptive AR 12158 à l'aide d'une série de magnétogrammes et de Dopplergrammes enregistrés par l'instrument *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI) à bord du satellite *Solar Dynamics Observatory* (SDO). Les résultats sont discutés pour un champ magnétique à force magnétique non-nulle $[\vec{B}_{\text{NFF}}]$ (Hu and Dasgupta in *Solar Phys.* **247**, 87, 2008). Nous trouvons que la vitesse verticale $[v_z(x,y)]$ du plasma reconstruite par MEF-R est très similaire à la vitesse Doppler observée $[v_r(x,y)]$. Enfin, nous étudions la corrélation spatiale entre les vitesses microturbulentes et les valeurs significatives de $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$.

Mots-clés : Champs magnétiques, Photosphère · Champs de vitesse, Photosphère · Régions actives.

Tremblay, B., Vincent, A. (2016). Plasma Motions and Turbulent Magnetic Diffusivity of Active Region AR 12158 Using a Minimum Energy Functional and Non-Force-Free Reconstructions of Vector Magnetograms. *Solar Physics: Volume 292 (2016), Page 2.*

Version finale: <https://doi.org/10.1007/s11207-016-1028-5>.

Avec l'aimable permission de *Springer*. / With the kind permission of *Springer*.

Plasma Motions and Turbulent Magnetic Diffusivity of Active Region AR 12158 Using a Minimum Energy Functional and Non-Force-Free Reconstructions of Vector Magnetograms.

Benoit Tremblay¹, Alain Vincent¹

ABSTRACT. We present a generalization of the resistive minimum-energy fit (MEF-R: Tremblay and Vincent in *Solar Phys.* **290**, 437, 2015) for non-force-free (NFF) magnetic fields. In MEF-R, an extremum principle is used to infer two-dimensional maps of plasma motions $[\vec{v}(x,y)]$ and magnetic eddy diffusivity $[\eta_{\text{eddy}}(x,y)]$ at the photosphere. These reconstructions could be used as boundary conditions in data-driven simulations or in data assimilation. The algorithm is validated using the analytical model of a resistive expanding spheromak by Rakowski, Laming and Lyutikov, (*Astrophys. J.* **730**, 30, 2011). We study the flaring Active Region AR 12158 using a series of magnetograms and Dopplergrams provided by the *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI) onboard the *Solar Dynamics Observatory* (SDO). The results are discussed for a non-force-free magnetic-field reconstruction $[\vec{B}_{\text{NFF}}]$ (Hu and Dasgupta in *Solar Phys.* **247**, 87, 2008). We found that the vertical plasma velocities $[v_z(x,y)]$ inferred using MEF-R are very similar to the observed Doppler velocities $[v_r(x,y)]$. Finally, we study the potential spatial correlation between microturbulent velocities and significant values of $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$.

Keywords: Magnetic fields, Photosphere · Velocity Fields, Photosphere · Active Regions.

1. Introduction

Observations of plasma proper motions $[\vec{v}(x,y)]$ are limited to the line-of-sight component, *e.g.* the Doppler velocity $[v_r(x,y)]$. Numerous methods have been devised to reconstruct transverse (or horizontal in approximation) plasma motions $[\vec{v}_h(x,y)]$ at the photosphere

1. Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. A, Montréal, Québec, Canada.

from vector magnetograms (*e.g.* Welsch *et al.*, 2007). They are based on simplified physics and restrictive conditions on $[\vec{v}(x,y)]$ and can take the form of variational principles (Schuck, 2008). The resulting velocity fields are consistent with observations of the photosphere and can be used as boundary conditions in *data-driven* numerical simulations (*e.g.* Welsch *et al.*, 2007) or for *data assimilation* in a three-dimensional model (*e.g.* Abbett & Fisher, 2010). In most cases, the plasma is assumed ideal (Welsch *et al.*, 2004; Longcope, 2004; Georgoulis & LaBonte, 2006; Schuck, 2008). The minimum-energy fit (MEF: Longcope, 2004) produces a unique solution for $\vec{v}(x,y)$ using vector magnetograms and Dopplergrams at two consecutive times $[t$ and $t + dt]$. It does so by solving the ideal magnetic-induction equation through the Lagrangian minimization of a penalty function resembling the total kinetic energy. The resistive minimum-energy fit (MEF-R: Tremblay & Vincent, 2015) is a generalization of MEF for resistive plasmas. It adjusts a turbulent magnetic diffusivity $[\eta_{\text{eddy}}(x,y)]$ so that $v_z(x,y) \approx v_r(x,y)$ and can be labelled a Doppler diffusivity matching (DDM) technique. However, in the work of Tremblay & Vincent (2015), only linear force-free (LFF) fields were used because the *Michelson Doppler Imager* (MDI: Scherrer *et al.*, 1995) onboard the *Solar and Heliospheric Observatory* (SOHO) only measures the line-of-sight magnetic field $[\vec{B}_\ell]$.

The Milne–Eddington atmosphere model (Mihalas, 1978) is used to solve the radiative-transfer equation with polarization and compute vector magnetograms from the observed Stokes parameters I, Q, U, V (Borrero *et al.*, 2011). Significant progress has been made in the field of spectropolarimetry in terms of spatial and temporal resolutions (del Toro Iniesta, 2003; Welsch *et al.*, 2007). The *Vector Spectromagnetograph* of the *Synoptic Optical Long-term Investigations of the Sun* (SOLIS: Keller & the Solis Team, 2001) facility produces high-resolution (≈ 1 arcsec per pixel) spectral data cubes of the four Stokes parameters both at photospheric and chromospheric levels. The *Spectropolarimeter* (SP) of the *Solar Optical Telescope* (SOT) onboard *Hinode* (Kosugi *et al.*, 2007) records high-resolution (≈ 0.16 arcsec per pixel) vector magnetograms. The *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI: Schou *et al.*, 2012) onboard the *Solar Dynamics Observatory* (SDO) spacecraft produces high cadence (720 seconds) and high-resolution (≈ 0.5 arcsec per pixel) full-disk vector magnetograms (Hoeksema *et al.*, 2014). The SDO mission also tracks and documents magnetic structures referred to as *Space-weather HMI Active Region Patches* (SHARPs or HARPes: Bobra *et al.*,

2014) during their entire lifespan. The *Very Fast Inversion of the Stokes Vector* (VFISV: Borrero *et al.*, 2011) algorithm is used by the SDO reduction pipeline for the inversion of SDO/HMI data.

The inversion of the I, Q, U, V Stokes parameters using the Milne–Eddington atmosphere model allows the computation of the line-of-sight magnetic field [\vec{B}_t], the transverse magnetic-field strength [B_t], the inclination [B_g] and the azimuth [B_a]. Degeneracy in the linear polarization (Q and U Stokes parameters) introduces however a 180° ambiguity in the angle [B_a] and thus in the direction of transverse magnetic field [\vec{B}_t] (Leka *et al.*, 2009). A review of ambiguity-removal techniques has been given by Metcalf *et al.* (2006). Force-free magnetic fields are such that $\mu_0 \vec{J} = \alpha \vec{B}$, with a constant α for linear force-free (LFF) fields and $\alpha \equiv \alpha(x, y, z)$ for nonlinear force-free (NLFF) fields. On the other hand, magnetic fields are non-force-free (NFF) if $\vec{J} \times \vec{B} \neq \vec{O}$. The photosphere is NFF (Liu *et al.*, 2013), but it can be approximated as NLFF in strong-magnetic-field regions (Tiwari, 2011). However, in this case an initial preprocessing is required to remove magnetic forces from the data before reconstructing NLFF magnetic fields (Wiegmann *et al.*, 2006). In this study, we considered the 3D NFF extrapolation method of Hu & Dasgupta (2008), which minimizes Joule and viscous dissipation rates under the constraints of the conservation of total magnetic helicity.

Solar flares and coronal mass ejections (CME) play major roles in space weather (Welsch *et al.*, 2007). Flaring active regions are studied with the purpose of interpreting and forecasting such phenomena (Welsch *et al.*, 2007). Active region NOAA AR 12158 produced an X1.6 class flare on 10 September 2014 at 17:20 UT associated with an Earth-directed CME. A complete high-resolution (≈ 0.5 arcsec per pixel) and high cadence (720 second) series of observational data for AR 12158 was recorded by SDO/HMI and is used to study the active region, prior, during and after the production of a flare.

Per the resistive magnetic-induction equation, the spatial and temporal evolution of \vec{B} is governed by plasma motions [\vec{v}] and magnetic diffusivity [η] (Chae *et al.*, 2008). Observed Doppler velocities [v_r] are preprocessed to subtract large-scale motions such as the motion of the observer, differential rotation of the Sun, limbshift, meridional flows, and p -modes (Snodgrass, 1984; Schuck, 2010). However, the smallest spatial scales resolved by observations are still macroscopic (*e.g.* ≈ 350 km for SDO/HMI data). The relevant magnetic

diffusivity $[\eta(x,y)]$ is thus a turbulent magnetic diffusivity $[\eta_{\text{eddy}}(x,y)]$. It models the unresolved physics in the subgrid such as the apparently random plasma motions inside a pixel, or current fluctuations as in the generalization of the Smagorinsky (1963) turbulent viscosity model by Theobald *et al.* (1994). Chae *et al.* (2008) proposed a method to reconstruct 2D maps of $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ at the photosphere from vector magnetograms. The computed values of $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ depend strongly upon the spatial resolution and follow a scaling law. One expects maps of $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ reconstructed by MEF-R to obey a similar law although it is a DDM technique. Using SOHO/MDI data, inferred values of $\eta_{\text{eddy}}(x,y)$ are of the order of $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ for a spatial resolution of $1.5 \times 10^6 \text{ m}$ per pixel (Tremblay & Vincent, 2015), which is higher than the spatial average $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx 8.7 \times 10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ computed by Chae *et al.* (2008) for a scale of $1.4 \times 10^6 \text{ m}$ per pixel. Moreover, MEF-R could generate spurious magnetic diffusivities where the reconstructed magnetic field $[\vec{B}]$ is wrongly oriented compared to observations (Tremblay & Vincent, 2015).

In this study, we present a generalization of MEF-R to process non-force-free (NFF) magnetic fields. The objective is to produce more realistic vector magnetic fields, photospheric flows $[\vec{v}]$, and magnetic eddy-diffusivities $[\eta_{\text{eddy}}]$. For our analysis, we focus on flaring active region AR 12158.

The article is organized as follows: The MEF-R method is reviewed in Section 2. The non-force-free version of the MEF-R algorithm is tested in Section 3 using an analytical model of a resistive expanding spheromak. Active region AR 12158 is then studied using MEF-R and SDO/HMI vector magnetograms and Dopplergrams $[v_r]$. Data preprocessing is discussed in Section 4. Photospheric velocities and magnetic eddy-diffusivities computed by MEF-R at an intermediate time between 16:10:20 UT and 16:22:20 UT on 10 September 2014 are discussed in Section 5 for a NFF magnetic-field reconstruction. We conclude in Section 6.

2. MEF-R: A Review

The resistive minimum-energy fit (Tremblay & Vincent, 2015) algorithm is a generalization of MEF (Longcope, 2004) for resistive plasmas. An extremum principle is used to reconstruct motions $[\vec{v}]$ and magnetic diffusivity $[\eta]$ of a given plasma configuration. We apply this technique to study regions of the Sun's photosphere. It can also be used for spheromak

models (see Section 3) as our formalism is valid for any magnetic field $[\vec{B}]$ (Tremblay & Vincent, 2015).

Spacecraft observations cover an area $[M]$ of the photosphere, which we approximate by a plane located at $z = 0$ in a Cartesian coordinate system. Vector quantities are decomposed in terms of a vertical component $[z]$ perpendicular to the photospheric plane, and a horizontal component $[h]$ parallel to the plane.

MEF-R uses a pair of vector magnetograms and Dopplergrams at two consecutive times $[t_i$ and $t_{i+1}]$ to reconstruct the plasma motions $[\vec{v}]$ and turbulent magnetic diffusivity $[\eta_{\text{eddy}}]$ at intermediate time $[t_{i+\frac{1}{2}}]$. It also requires that fields \vec{B} , \vec{v} , and η be coherent with the resistive magnetic-induction equation:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E}. \quad (2.39)$$

The Helmholtz theorem is used to rewrite Ohm's law in terms of the scalar potentials ϕ and ψ :

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \mu_0 \vec{J}, \quad (2.40)$$

$$= -\vec{\nabla}_h \phi \times \hat{z} + \vec{\nabla}_h \psi. \quad (2.41)$$

The vertical component of Equation (2.39) becomes a Poisson equation for ϕ to be solved numerically by inversion of the Laplacian operator (Longcope, 2004):

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \vec{\nabla}_h^2 \phi. \quad (2.42)$$

A unique solution for the velocity field $[\vec{v}]$ is obtained by the Lagrangian minimization of the functional $[W]$ analogous to the total kinetic energy inside M (Longcope, 2004):

$$\begin{aligned} W \equiv W \{\psi, v_z, \eta\} &= \int_M L \left\{ x, y, \psi, \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, v_z, \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_z}{\partial y}, \eta, \frac{\partial \eta}{\partial x}, \frac{\partial \eta}{\partial y} \right\} dx dy \\ &= \frac{1}{2} \int_M (|\vec{v}_h - \vec{u}_h|^2 + |v_z - u_z|^2) dx dy, \end{aligned} \quad (2.43)$$

where the reference flow $[\vec{u}]$ represents the expected solution and $\eta \equiv \eta_{\text{eddy}}$. Values of v_z , ψ , and η are adjusted locally to minimize the sum of squared residuals between \vec{v} and \vec{u} while satisfying the constraints given by Equations (2.39) and (2.42).

Only the line-of-sight velocity $[v_r]$ is measured by the Doppler effect. Near the disk center, spherical distortion is negligible and the vertical axis is assumed parallel to the line-of-sight.

Doppler velocity $[v_r(t_{i+\frac{1}{2}})]$ is used as the vertical reference velocity $[u_z]$. It is approximated as $v_r(t_{i+\frac{1}{2}}) = (v_r(t_i) + v_r(t_{i+1}))/2$, where t_i and t_{i+1} are the two consecutive observation times. The horizontal components \vec{v}_h are reconstructed using MEF-R. Due to the inertial effect of strong magnetic fields inside active regions, low-amplitude horizontal motions are expected, such that $\vec{u}_h = 0\hat{x} + 0\hat{y}$. Our choice of reference flow is thus $\vec{u} = v_r(t_{i+\frac{1}{2}})\hat{z}$.

The minimization of W according to v_z , ψ , and η results in a system of three coupled Euler–Lagrange equations:

$$v_z = \frac{B_z^2 u_z + \vec{B}_h \cdot \left[\vec{\nabla}_h \phi + \vec{\nabla}_h \psi \times \hat{z} + B_z \vec{u}_h - \eta \left(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h \right) \right]}{|\vec{B}|^2}, \quad (2.44)$$

$$\vec{\nabla}_h \cdot \left(\frac{\vec{\nabla}_h \psi}{B_z^2} \right) = \vec{\nabla}_h \cdot \left[\frac{\hat{z} \times \left(v_z \vec{B}_h - \vec{\nabla}_h \phi - B_z \vec{u}_h + \eta \left(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h \right) \right)}{B_z^2} \right], \quad (2.45)$$

$$\eta = \frac{\left(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h \right) \cdot \left(\vec{\nabla}_h \phi + \vec{\nabla}_h \psi \times \hat{z} + B_z \vec{u}_h - v_z \vec{B}_h \right)}{|\mu_0 \vec{J}_h|^2}. \quad (2.46)$$

They are solved iteratively over v_z , ψ , and η by successive Jacobi relaxation until $\vec{v} \approx \vec{u}$ (minimal W), as explained by Longcope (2004). The horizontal flow $[\vec{v}_h]$ is determined using Ohm’s law (Equation (2.40)). To compute \vec{J}_h , horizontal and vertical derivatives of a NFF magnetic-field 3D-reconstruction $[\vec{B}]$ are approximated by second-order centered finite differences and fourth-order forward finite differences respectively. For a locally LFF magnetic field, \vec{J}_h is computed from the force-free assumption $\mu_0 \vec{J} = \alpha(x, y) \vec{B}$.

Equations (2.44), (2.45) and (2.46) can be combined to form an elliptic second-order partial differential equation for the scalar potential $[\psi]$:

$$\vec{\nabla}_h \cdot \left[\frac{\mu_0 \vec{J}_h \cdot \left(\vec{\nabla}_h \psi \times \hat{z} + \vec{\nabla}_h \phi + B_z \vec{u}_h - u_z \vec{B}_h \right)}{\left(\mu_0 \vec{J}_h \cdot \vec{B}_h \right)^2 + |\mu_0 \vec{J}_h|^2 B_z^2} \left(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h \right) \right] = 0. \quad (2.47)$$

The equation would first have to be solved over ψ to then obtain v_z and η .

We define \vec{v}_\parallel , the component of the velocity parallel to \vec{B} , and \vec{v}_\perp , the component perpendicular to \vec{B} , such that $\vec{v} = \vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp$. From Equation (2.44):

$$\left(\vec{v}_\parallel - \vec{u}_\parallel \right) \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.48)$$

Equation (2.48) implies \vec{v}_\parallel is equal to the parallel component of the reference flow:

$$\vec{v}_\parallel = \vec{u}_\parallel. \quad (2.49)$$

MEF-R is limited to reconstructing the perpendicular flow $[\vec{v}_\perp]$ as \vec{v}_\parallel does not contribute to the electric field (Equation (2.40)). Similarly, one can decompose the flow $[\vec{v}]$ in terms of $\vec{v}_\parallel(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h)$, the component parallel to $\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h$, and $\vec{v}_\perp(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h)$, the component perpendicular to $\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h$. From Equation (2.46):

$$\left(\vec{v}_\parallel(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h)\right)_h = \left(\vec{u}_\parallel(\hat{z} \times \mu_0 \vec{J}_h)\right)_h. \quad (2.50)$$

These limitations are superimposed on Equation (2.49).

3. Testing the Model: Analytical Spheromak Configurations

Spheromaks are closed axisymmetric plasma configurations having relaxed towards a Woltjer–Taylor state of minimal magnetic energy and conservation of magnetic helicity (Bellan, 2000). The resulting magnetic field is linear force-free and is sustained by strong internal electric currents (Bellan, 2000). The equations describing a classical spheromak were used by Tremblay & Vincent (2015) to test the free-force version of the MEF-R algorithm.

Expanding spheromaks are used to model coronal mass ejections (CME). Self-similar solutions for an ideal ($\eta = 0$) expansion have been developed by Lyutikov & Gourgouliatos (2011). To test MEF-R, we have used the analytical model of a resistive ($\eta \neq 0$) and expanding spheromak by Rakowski *et al.* (2011). Resistivity $[\eta]$ has been included to model plasma heating during magnetic reconnection prior to the production of a CME (Rakowski *et al.*, 2011). The magnetic field is linear force-free, as for a classical spheromak. The generalized version of the MEF-R algorithm is however used for this test. All fields are first computed in spherical coordinates (r, θ, ϕ) and then converted into Cartesian coordinates (x, y, z) .

The expansion parameter (which also corresponds to the force-free parameter) is defined as $\alpha \equiv \alpha(t) = C_\alpha R(t)$, with $C_\alpha \approx 4.4934$. The radius of the spheromak is set to $R(t) \equiv R_0 + \gamma(t - t_0)^n$ where t_0 is the initial time, R_0 is the initial radius, and γ is a constant. Consider \vec{A} , the potential vector of the magnetic field \vec{B} . Of the two types of resistive expansions proposed by Rakowski *et al.* (2011), we consider the solutions for which $A_r = 0$ ($A_\theta \neq 0$). In the Coulomb radiation gauge $[\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0]$, the expression of the electric field is

$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, and thus:

$$E_r = 0, \quad (2.51)$$

$$E_\theta = -\left(\frac{\dot{f}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)}{f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)} - \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right) A_\theta - \dot{\alpha} r A_\phi, \quad (2.52)$$

$$E_\phi = -\left(\frac{\dot{f}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)}{f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)} - \frac{3\dot{\alpha}}{\alpha}\right) A_\phi - B_0 f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \left(\frac{\dot{\alpha} \sin(\alpha r)}{\alpha^2}\right) \sin(\theta), \quad (2.53)$$

where $f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \equiv \left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^{2+m}$ with $\alpha_0 = C_\alpha/R_0$ and $m > 0$ for a resistive expansion, B_0 is a constant with the units of a magnetic field, $\dot{\alpha} \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial t}$, and $\dot{f} \equiv \frac{\partial f}{\partial t}$. By definition, the magnetic field $[\vec{B}]$ is:

$$B_r = \frac{2A_\phi \cos(\theta)}{r \sin(\theta)}, \quad (2.54)$$

$$B_\theta = \frac{A_\phi}{r} - B_0 f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \left(\frac{\sin(\alpha r)}{\alpha r}\right) \sin(\theta), \quad (2.55)$$

$$B_\phi = \alpha A_\phi. \quad (2.56)$$

These results are used in Equation (2.39) to obtain the components of the resistive magnetic-induction equation.

We define $\tilde{\vec{v}}$, the spheromak's internal flow. The drift velocity $[\tilde{v}_\perp]$ corresponds to the component of $\tilde{\vec{v}}$ perpendicular to the magnetic-field lines (Lyutikov & Gourgouliatos, 2011). From Ohm's law (Equation (2.40)), we have:

$$\tilde{v}_\perp = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{|\vec{B}|^2}. \quad (2.57)$$

Since vector fields $[\vec{E}]$ and $[\vec{B}]$ are independently determined from \vec{A} , \tilde{v}_\perp can be computed. Similarly, the expression for the local magnetic diffusivity $[\tilde{\eta}]$ is:

$$\tilde{\eta} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{B}}{\alpha |\vec{B}|^2}. \quad (2.58)$$

To validate our method, we reconstruct the spheromak's plasma flow $[\tilde{\vec{v}}]$ using the MEF-R algorithm. The velocity parallel to the magnetic-field lines $[\tilde{v}_\parallel]$ is unknown and, per Equation (2.49), has no consequence for the reconstruction of $\tilde{\vec{v}}$. We therefore arbitrarily

Scalar fields	C	E_N	E_M	ϵ
u_x, v_x	≈ 1	3.32×10^{-6}	3.45×10^{-6}	1.0000
u_y, v_y	≈ 1	4.79×10^{-6}	5.43×10^{-6}	1.0000
u_z, v_z	≈ 1	3.04×10^{-5}	3.13×10^{-5}	1.0015
η_{ref}, η	≈ 1	2.57×10^{-4}	2.55×10^{-4}	0.9994
$\frac{\partial B_z}{\partial t}, \vec{\nabla}_{\text{h}}^2 \phi$	≈ 1	1.14×10^{-4}	1.02×10^{-4}	0.9997

Table 2.3. Statistics of the test of the resistive and expanding spheromak. Results produced by MEF-R ($v_x, v_y, v_z, \eta, \vec{\nabla}_{\text{h}}^2 \phi$) are compared to reference values ($u_x, u_y, u_z, \tilde{\eta}, \frac{\partial B_z}{\partial t}$). C is the correlation coefficient, E_N is the error normalized by the norm of the mean value, E_M is the mean relative error and ϵ is the ratio of quadratic errors (Schrijver *et al.*, 2006).

set the reference flow to $\vec{u} = \vec{v}_{\perp}$. The inferred magnetic diffusivity is then compared to the analytical solution $[\tilde{\eta}]$ given by Equation (2.58).

The typical volume and mean magnetic field of a CME are estimated at $V_{\text{CME}} \approx 10^{24}$ m³ and $B_0 = 100$ G respectively (Chen, 2011). V_{CME} is assumed to be a sphere of radius $R_0 = 6.2 \times 10^7$ m. Equations for the potential vector $[\vec{A}]$ and fields $[\vec{E}, \vec{B}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{ and } \vec{J}]$ of the resistive and expanding spheromak are computed inside a cubic volume of $512 \times 512 \times 512$ pixels³. A unit length of 1 pixel $\approx 10^{-3} R_0$ is adopted to ensure the computational domain is entirely included inside the spheromak and that the residuals of the discretized equations are small. For the expansion parameter $[\alpha(t)]$, we set $t - t_0 = 1$ s, $n = 1$ and $\gamma = 2.5 \times 10^5$ m s⁻¹ so that $\frac{\partial R(t)}{\partial t}$ is equal to the radial expansion velocity of a CME that was determined by Savani *et al.* (2009). We fix $m = 1$ in $f\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)$ to produce a resistive expansion. The origin of the coordinate system is located at the center of the spheromak, which coincides with the center of the computational domain $\vec{r}_c = (256.5, 256.5, 256.5)$ pixels. The horizontal plane $z = 0.133R_0$ ($r_z = 389$ pixels) is then extracted and is used as input data in MEF-R. The extracted vertical magnetic field $[B_z]$ is displayed in Figure 2.1. We note a radial symmetry. Field lines of \vec{B}_{h} are superimposed and trace anticlockwise spirals.

Equation (2.42) is solved for ϕ using homogeneous Dirichlet boundary conditions on pixels located at the sides of the domain. Results are quantified in Table 2.3. The magnetic field of the spheromak varies sharply (over a few pixels) near the center $[\vec{r}_c]$. For this reason, we consider a sub-domain $[M]$ of 96×96 pixels² centered at $\vec{r} = (48.5, 48.5, 389)$ pixels (Figure

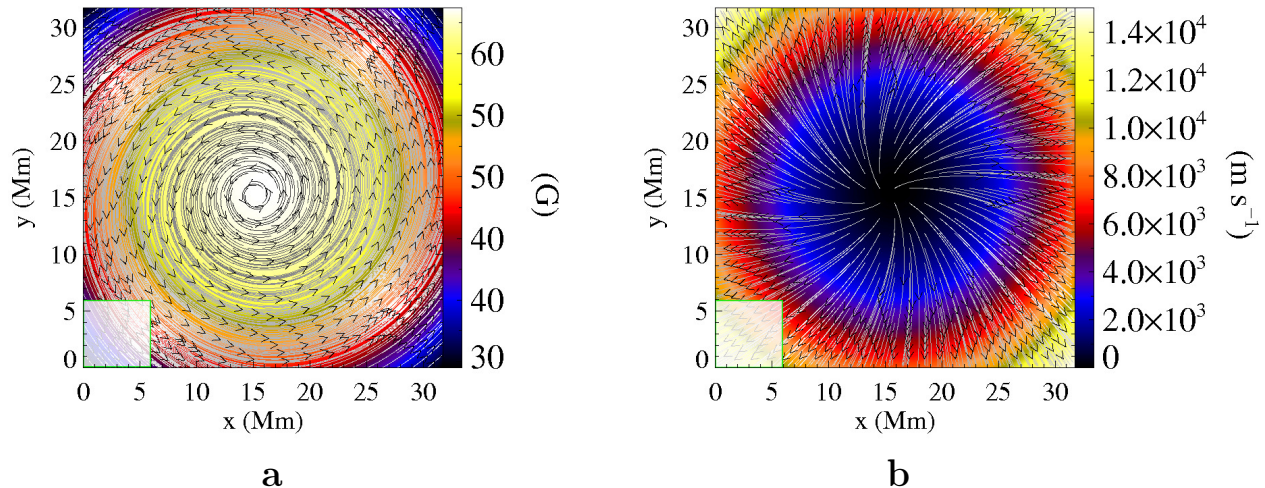


Figure 2.1. Horizontal cut of 512×512 pixels² of B_z (color scale) of the expanding and resistive spheromak and centered at $\vec{r}_c = (256.5, 256.5, 389)$ pixels. (a) Vertical magnetic field. \vec{B}_h field lines are superimposed. (b) Vertical \tilde{v}_\perp component of the perpendicular flow. Field lines of the horizontal component are superimposed. The subdomain M of 96×96 pixels² used to test the MEF-R algorithm is centered at $\vec{r}_c = (48.5, 48.5, 389)$ pixels and delimited by a white rectangle.

2.1). The boundary $[\partial M]$ is defined by the set of pixels located on the sides of M . For fields v_z and η , we use inhomogeneous Dirichlet boundary conditions $v_z(\partial M) = u_z(\partial M)$ and $\eta(\partial M) = \tilde{\eta}(\partial M)$. Inhomogeneous Neumann boundary conditions are adopted for ψ so that $\vec{v}_h(\partial M) = \vec{u}_h(\partial M)$. The Euler–Lagrange equations are solved iteratively for ψ , v_z , and η by Jacobi relaxation, as was done by Longcope (2004).

Inferred flow $[\vec{v}]$ and magnetic diffusivity $[\eta]$ are compared to \vec{u} and $\tilde{\eta}$ in Figures 2.2 and 2.3 respectively. Statistics based on the Schrijver *et al.* (2006) figures of merit are presented in Table 2.3. We find an excellent agreement between MEF-R reconstructions and the solutions. Indeed, correlation coefficients $C(u_x, v_x)$, $C(u_y, v_y)$, $C(u_z, v_z)$, and $C(\tilde{\eta}, \eta)$ are all unity (Table 2.3). Local relative errors for \vec{v} are less than $\approx 0.1\%$. The mean relative error E_M is at most $\approx 0.01\%$.

4. Data Preprocessing

Active region NOAA AR 12158 had several flaring episodes and was at the origin of multiple magnetic storms between 10 September 2014 and 13 September 2014 (see Space

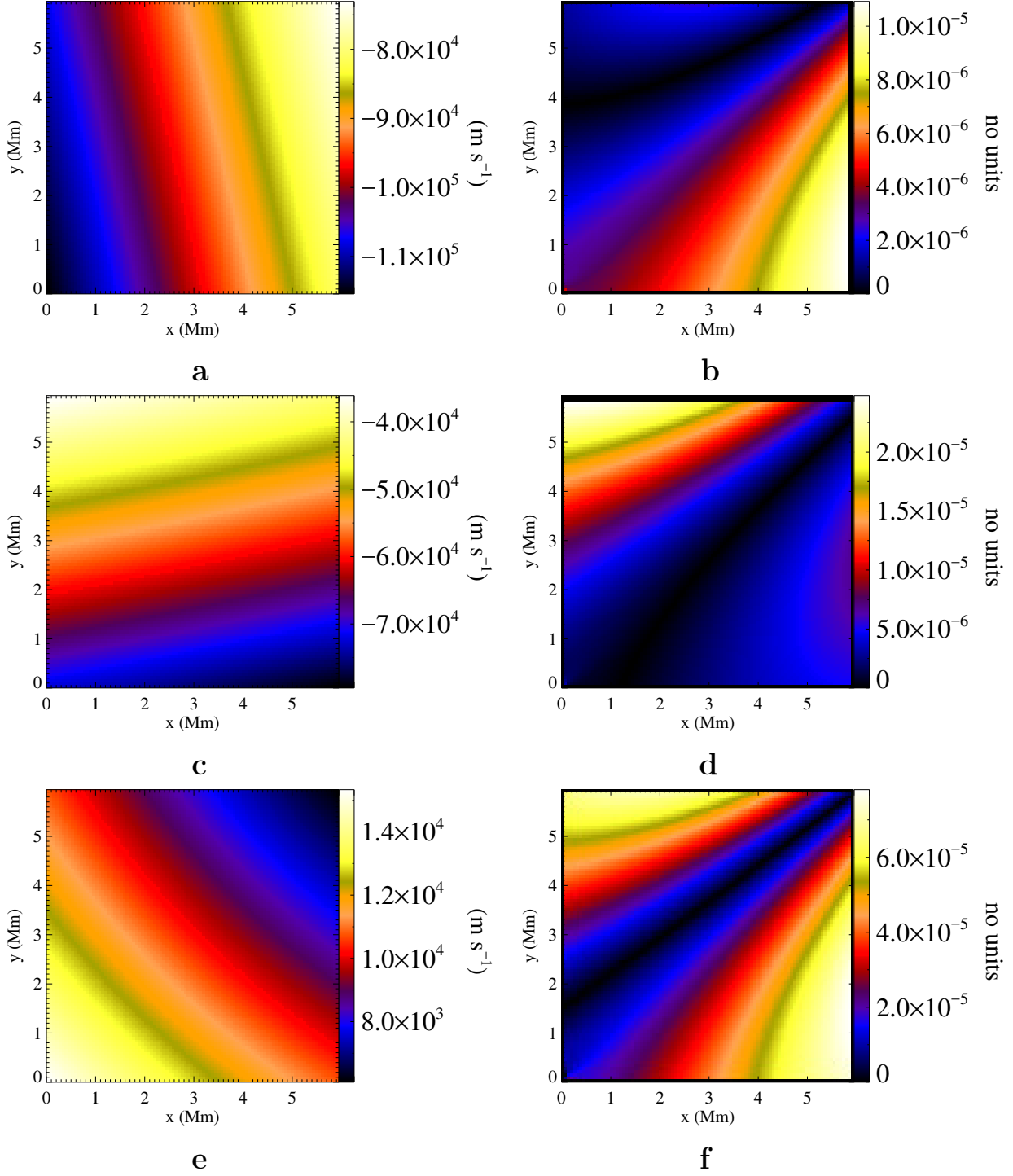


Figure 2.2. Comparison between the components of the reference flow \vec{u} of the resistive and expanding spheromak and the flow \vec{v} reconstructed by the MEF-R algorithm. (a) u_x . (b) Relative error $|u_x - v_x|/|u_x|$. (c) u_y . (d) Relative error $|u_y - v_y|/|u_y|$. (e) u_z . (f) Relative error $|u_z - v_z|/|u_z|$. The numerical values are close to the analytical values.

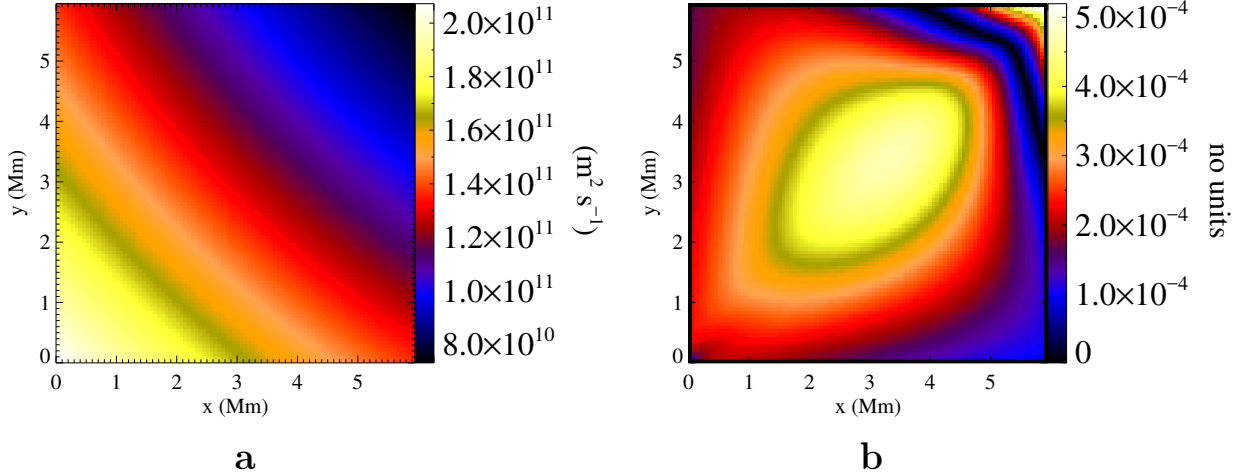


Figure 2.3. Comparison between reference magnetic diffusivity η_{ref} of the resistive and expanding spheromak and magnetic diffusivity η reconstructed by the MEF-R algorithm. (a) η_{ref} . (b) Relative error $|\eta_{\text{ref}} - \eta|/\eta_{\text{ref}}$. The agreement between η_{ref} and η is very good.

Weather News: swc.gsfc.nasa.gov/main/swnewsar2158). Moreover, it has been well documented by SDO/HMI and SDO/AIA (*Atmospheric Imaging Assembly*: Lemen *et al.*, 2012). In this interval, several active regions coexisted on the solar disk, as seen in Figure 2.4a. AR 12158 was located near the disk center in the northern hemisphere, thus minimizing the effects of spherical distortion. It produced a X1.6-class flare on 10 September 2014 at 17:21 UT associated with an Earth-directed CME. The soft X-ray flux ($1 - 8 \text{ \AA}$) measured by the spacecraft GOES-15 is plotted in Figure 2.4b.

4.1. Observational Data From SDO/HMI

Tremblay & Vincent (2015) used SOHO/MDI data to study active region NOAA AR 9077. In the current work, we use vector magnetograms and Dopplergrams of the *Helioseismic and Magnetic Imager* (HMI) onboard the *Solar Dynamics Observatory* (SDO) spacecraft. SDO/HMI uses absorption line Fe I 6173.34 \AA to study the Sun’s photosphere. With a spatial resolution of 0.505 arcsec per pixel, images of 4096 by 4096 pixels² of the solar disk are produced continuously and are made available with a cadence of 720 seconds (Schou *et al.*, 2012). Hinode/SOT/SP uses absorption lines Fe I 6301.5 \AA and 6302.5 \AA to observe the photosphere. We did not use it because although SOT/SP has a better spatial resolution than SDO/HMI (≈ 0.16 arcsec per pixel), the data do not cover the full disk and up to multiple hours can separate consecutive data sets.

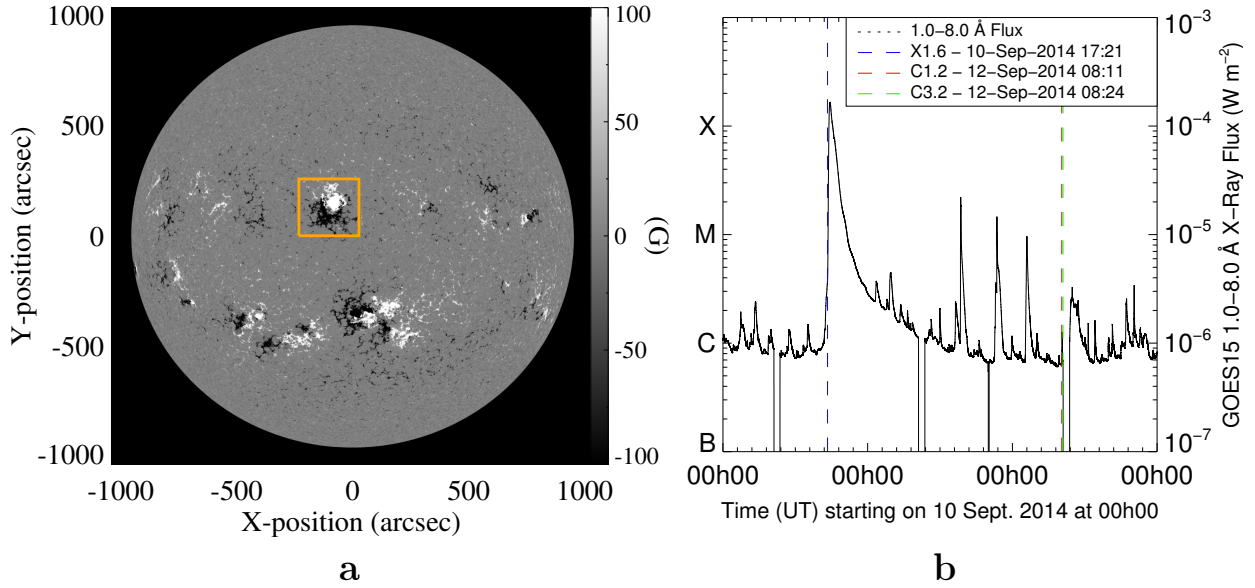


Figure 2.4. (a) Full-disk magnetogram \vec{B}_ℓ recorded by SDO/HMI on 10 September 2014 at 16:10:20 UT. A threshold of ± 100 G has been applied. Active region AR 12158 is identified by an orange rectangle. (b) Soft X-ray flux measured by GOES-15 between 10 September 2014 at 16:10:20 UT and 10 September 2014 at 16:22:20 UT. Dashed-vertical lines indicate when a flare was produced by AR 12158. The vertical axis on the left side indicates the class of the flare.

4.2. Series hmi.ME_720s_fd10

Data from the Joint Science Operations Center (JSOC: jsoc.stanford.edu) were downloaded using the `ssw_jsoc_time2data.pro` subroutine of the SolarSoft library (Freeland & Handy, 1998). `hmi.ME_720s_fd10` data series corresponds to full-disk VFISV (Very Fast Inversion of the Stokes Vector: Borrero *et al.*, 2011) Milne–Eddington inversion of 720-second averages of observed Stokes parameters $[I, Q, U, V]$ (Hoeksema *et al.*, 2014). The products include the norm $[B]$, inclination $[B_g]$ and azimuth $[B_a]$ of the magnetic field, the Doppler velocity $[v_r]$, the continuum intensity $[I_c]$ and the Doppler width $[\Delta\lambda_D]$ (Hoeksema *et al.*, 2014). The 180° ambiguity of B_a is however not resolved.

Bad pixels are generated where the inversion algorithm does not successfully converge (Hoeksema *et al.*, 2014). Segments `ConvFlag` and `QualMap` of the `hmi.ME_720s_fd10` series are used to identify a majority of them. Their values are corrected by interpolation using a polynomial surface of third degree inside a square of 7×7 pixels² centered on each bad

pixel. SDO/HMI data is recorded with an $\approx 180^\circ$ angle separating the vertical axis of the CCD and the North Pole of the Sun. The CROTA2 FITS header keyword corresponds to the exact angle and is used to rotate the images counterclockwise (Hoeksema *et al.*, 2014). The value at each pixel is interpolated using a cubic polynomial.

Oscillations with 12-hour and 24-hour periods are visible in outputs of the VFISV and MDI-like inversion algorithms (Couvidat *et al.*, 2013). These are due to the orbital motion of SDO, errors in the modeling of the Fe I 6173.34 Å line, and transmission-filter profiles of SDO/HMI (Couvidat *et al.*, 2013).

4.3. Series `hmi.sharp_cea_720s`

Space-weather HMI Active Region Patches (SHARPs: Bobra *et al.*, 2014) are concentrations of magnetic field at the photosphere that are tracked and documented until their disappearance by the SDO/HMI pipeline. Each SHARP may include one, several, or no active regions listed by the National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA: www.swpc.noaa.gov). For instance, active region AR 12158 studied in the present work corresponds to SHARP 4536. The collected data may prove useful in studying active regions and in predicting and interpreting solar flares (Bobra *et al.*, 2014; Hoeksema *et al.*, 2014).

Each SHARP is extracted from the full-disk `hmi.ME_720s_fd10` series. The minimum energy method (ME0: Metcalf, 1994; Metcalf *et al.*, 2006; Leka *et al.*, 2009) is used to resolve the azimuth ambiguity assuming a locally LFF magnetic field (Wiegmann & Sakurai, 2012). SHARP products are saved in the `hmi.sharp_cea_720s` series in the heliographic coordinate system with a projection conserving the area while minimizing the distortion (cylindrical equal area (CEA) projection: Sun, 2013; Bobra *et al.*, 2014). For this study, we used the `hmi.sharp_cea_720s` magnetic field, which we will now refer to as the observations.

4.4. Extraction of Active Region AR 12158

A box of 512×512 pixels² centered on the position of SHARP 4536 was extracted, corresponding to an area of 245×245 arcsec². The edges were excluded after computing \vec{J} and thus the final images are 510×510 pixels².

4.5. Continuum Intensity [I_c] and Temperature [T] at the Photosphere

The JSOC archives also include the `hmi.lc_noLimbDark_720s` series, full-disk maps of the continuum intensity [I_c] corrected for limb darkening and available at the same times as the `hmi.ME_720s_fd10` series (Hoeksema *et al.*, 2014).

Maps of the temperature at the photosphere are reconstructed following the Solanki *et al.* (1993) method. We make the assumption that the photosphere is in a state of local thermodynamic equilibrium (LTE). According to the Eddington–Barbier relation, $I(\tau = 0, \mu, \nu) \approx B_\nu(\tau = \mu)$, where ν is the frequency, τ is the optical depth, μ is the angle, and B_ν is the Planck function (Mihalas, 1978). From the ratio of local values of I_c over the quiet-Sun continuum intensity [$I_{c\text{Quiet}}$],

$$T = \frac{hc}{\lambda k_B} \frac{1}{\ln \left(1 + \left(\frac{I_{c\text{Quiet}}}{I_c} \right) \left(\exp \left(\frac{hc}{\lambda k_B T_{\text{Quiet}}} \right) - 1 \right) \right)}, \quad (2.59)$$

where h is the Planck constant, c is the speed of light, k_B is the Boltzmann constant, and $\lambda = 6173.34 \text{ \AA}$. The quiet-Sun temperature is approximated by its effective temperature $T_{\text{Quiet}} \approx 5779 \text{ K}$ (Sukhatme & Nayak, 2008). $I_{c\text{Quiet}}$ is estimated at a given time by averaging I_c over the whole disk. Active regions and other magnetic structures were masked beforehand to exclude their contributions. Our approach was inspired by the SMART algorithm (Higgins *et al.*, 2011) used for the detection and localization of active regions from maps of \vec{B}_ℓ .

As an example, the reconstruction of the temperature [T] on 10 September 2014 at 16:10:20 UT is displayed in Figure 2.5b. T varies like I_c , as expected from the Planck function, and it is minimal inside the sunspot ($\approx 3500 \text{ K}$).

4.6. Magnetic Field Reconstructions at the Photosphere

Magnetic-field reconstructions may result in different configurations depending on the underlying hypotheses of each algorithm (Wiegelmann & Sakurai, 2012), such as the use of a variational principle. We consider for our analysis \vec{B}_{NFF} , a NFF magnetic-field reconstruction based on the Hu & Dasgupta (2008) method. It relies on \vec{B}_{SHARP} , the SHARP 4536 magnetic-field data from the `hmi.sharp_cea_720s` series. Components of both magnetic fields on 10 September 2014 at 16:10:20 UT are shown in Figure 2.6.

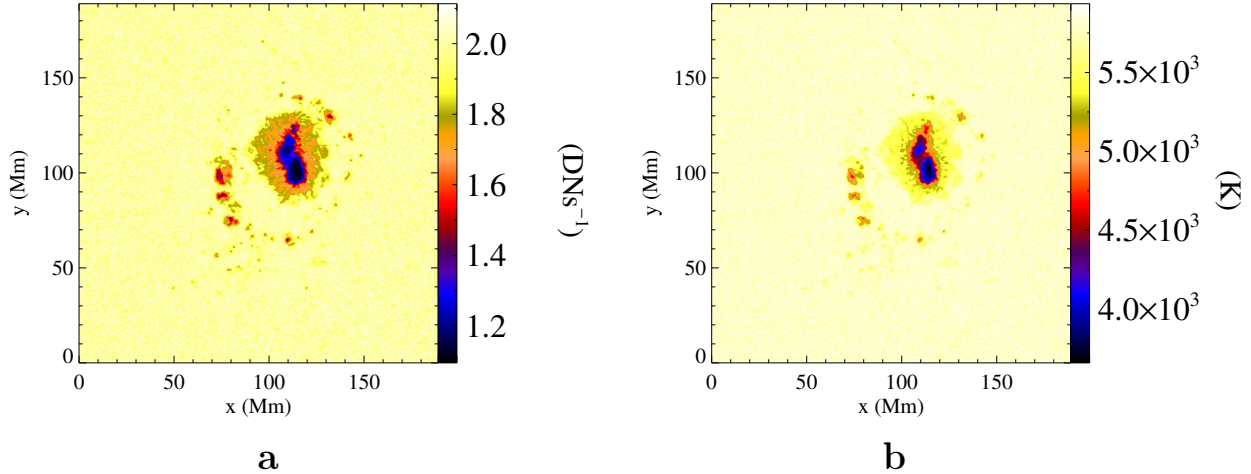


Figure 2.5. (a) Continuum intensity $[I_c]$ in data numbers per second $[\text{DN s}^{-1}]$ measured by SDO/HMI on 10 September 2014 at 16:10:20 UT and corrected for limb darkening, bad pixels, and image rotation. (b) Temperature $[T]$ reconstructed using the Solanki *et al.* (1993) method.

4.6.1. Force-Free (FF) Magnetic Field Reconstructions

Most LFF reconstructions only use \vec{B}_ℓ of the magnetic field as a boundary condition. Neglecting spherical distortion, it is set equal to the vertical component $[B_z]$ at photospheric level $z = 0$. Values of α can be adjusted so that the observed and calculated transverse component $[B_t]$ are as close as possible (Wiegelmann & Sakurai, 2012). They can also be evaluated locally from observational data that only grant direct access to the photospheric plane. The computation of the vertical current density $[J_z]$ only requires horizontal derivatives of the magnetic field. Using the vertical component of the force-free condition $\mu_0 \vec{J} = \alpha \vec{B}$:

$$\alpha(x,y) = \frac{\mu_0 J_z(x,y)}{B_z(x,y)}. \quad (2.60)$$

The computation of the horizontal components $[J_x]$ and $[J_y]$ of the current density requires at least two planes to approximate the vertical derivatives of the magnetic field. However, per Equation (2.60), \vec{J} can be computed from a single plane for force-free magnetic fields if all components are known.

The Nakagawa & Raadu (1972) LFF reconstruction method was generalized by Alissandrakis (1981) to account for both small and large spatial scales. Per the condition for the

existence of solutions (Alissandrakis, 1981), we define:

$$\zeta = \pm\sqrt{k^2 - \alpha^2}, \quad (2.61)$$

where ζ is the vertical wavenumber, $\vec{k} = k_x\hat{x} + k_y\hat{y}$ is the horizontal wavenumber and $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ with $k_x = 2\pi m/L_x$ and $k_y = 2\pi n/L_y$. Here m and n are integers and L_x and L_y are the horizontal dimensions of the domain. For $k \geq |\alpha|$, ζ is real and must be positive so the result is bounded at $z = +\infty$. In this case, the spatial scales $2\pi/k$ are smaller than $2\pi/|\alpha|$ and we obtain the Nakagawa & Raadu (1972) solutions from B_ℓ . If $k < |\alpha|$, ζ is complex. The real, large-scale solutions introduced by Alissandrakis (1981) are a linear combination of positive and negative ζ (Equation (2.61)). For this algorithm, the transverse component $[B_t]$ is required (Alissandrakis, 1981).

The domain that we considered has horizontal dimensions of the order of 190 Mm whereas α at the photosphere is typically of the order of 10^{-2} Mm^{-1} (Liu *et al.*, 2014). Introducing k_{\min} , the smallest horizontal wavenumber such that $k_{\min} \geq |\alpha|$, if $L_x = L_y$, we have $k_{\min} = |\alpha|$ if:

$$(m^2 + n^2)^2 = \frac{L^2\alpha^2}{4\pi^2} \approx \frac{1}{4\pi^2}. \quad (2.62)$$

However, $(m^2 + n^2)^2 \geq 1$ since $\vec{k} \neq \vec{0}$ and $k > |\alpha|$ for all wavenumbers. The use of the Nakagawa & Raadu (1972) algorithm alone is thus justified here.

Analytical solutions for LFF fields have been proposed by Amari *et al.* (1998). The resulting topology of \vec{B} is complex and the field lines exhibit spiral-like features (Figures 1 and 2 of Nakagawa & Raadu (1972) and Figure 2 of Amari *et al.* (1998)). In Tremblay & Vincent (2015), we used the Nakagawa & Raadu (1972) method to produce LFF reconstructions of the AR 9077 magnetic field which displayed such patterns.

The minimum energy method (Metcalf, 1994; Metcalf *et al.*, 2006; Leka *et al.*, 2009) minimizes both the residuals of the divergence-free condition ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$) and an upper bound on the magnetic free energy to resolve the azimuth ambiguity. The field is locally force-free as α does not depend on the vertical coordinate z (Wiegmann & Sakurai, 2012). Several forms of the energy-like functional E used in this extremum principle have been introduced (Metcalf, 1994; Metcalf *et al.*, 2006; Leka *et al.*, 2009). The following definition is used by the SDO/HMI pipeline (Hoeksema *et al.*, 2014):

$$E = \sum \left(|\vec{\nabla} \cdot \vec{B}| + |J_z| \right), \quad (2.63)$$

where the sum is carried out over the pixels inside patches where $|\vec{B}_t|$ is above the noise threshold (≈ 50 G). The minimization of Equation (2.63) is carried out over all possible values of the azimuth $[B_a]$ using simulated annealing (Metropolis *et al.*, 1953). The same procedure is used to process pixels within five pixels of the aforementioned patches, followed by the application of a smoothing operation (Hoeksema *et al.*, 2014). The remaining pixels, which mainly cover the quiet-Sun, are processed using simpler and faster ambiguity-removal algorithms such as the acute-angle method (Metcalf *et al.*, 2006; Hoeksema *et al.*, 2014).

The Cartesian components of the AR 12158 magnetic field on 10 September 2014 at 16:10:20 UT are shown in Figures 2.6a, 2.6c and 2.6e.

4.6.2. *Non-Force-Free (NFF) Magnetic-Field Reconstructions*

The Hu & Dasgupta (2008) algorithm was generalized by Hu *et al.* (2010) to extrapolate a three-dimensional NFF magnetic field up to the lower corona using only data from the photospheric plane. In the process, an NFF field is reconstructed at the photosphere ($z = 0$) to best match observations. The method is based on the minimization of Ohmic and viscous dissipation rates, with the conservation of the generalized helicity as constraints (Bhattacharyya & Janaki, 2004):

$$\begin{aligned}
I = & \int \left(\eta |\mu_0 \vec{J}|^2 + \mu_{\text{ion}} |\vec{\omega}_{\text{ion}}|^2 \right) dV + \lambda_e \int \left(\eta (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \vec{B} \right) dV \\
& + \lambda_{\text{ion}} \int \left(\eta (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \mu_{\text{ion}} (\vec{\nabla} \times \vec{\omega}_{\text{ion}}) \right) \cdot \mathbf{\Omega}_{\text{ion}} dV, \tag{2.64}
\end{aligned}$$

where μ_{ion} , $\vec{\omega}_{\text{ion}}$, and $\mathbf{\Omega}_{\text{ion}}$ are respectively the viscosity, curl, and canonical curl of the ionic flow, η is the molecular magnetic diffusivity, and λ_{ion} and λ_e are Lagrange multipliers. The minimization of I yields two uncoupled Euler–Lagrange equations for \vec{B} and $\vec{\omega}_{\text{ion}}$. We only consider the former. A unique solution for \vec{B} is written as the superposition of three Chandrasekhar–Kendall eigenfunctions, including two LFF fields $[\vec{B}_1$ and $\vec{B}_3]$ with corresponding magnetic twists $[\alpha_1$ and $\alpha_3]$ and one potential field $[\vec{B}_2$ ($\alpha_2 = 0$)] (Hu & Dasgupta, 2008):

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3. \tag{2.65}$$

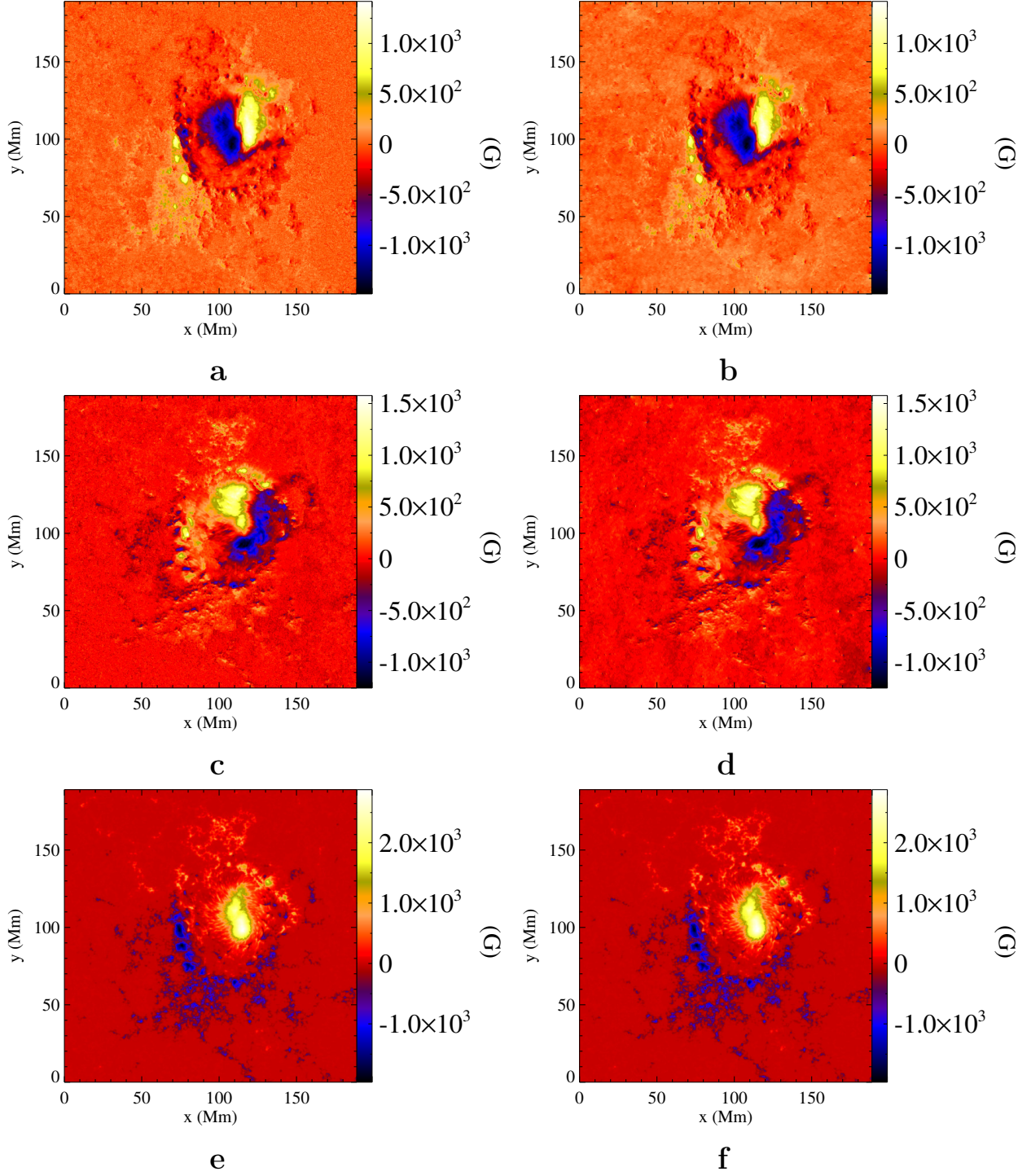


Figure 2.6. Magnetic-field components $[B_x, B_y, B_z]$ of AR 12158 at 16:10:20 UT on 10 September 2014 for the observed magnetic field \vec{B}_{SHARP} ((a), (c), and (e)) and a non-force-free reconstruction \vec{B}_{NFF} ((b), (d), and (f)). Here \vec{B}_{NFF} has been computed using the Hu *et al.* (2010) IDL code provided by the referee.

Per the force-free condition and Equation (2.65), with a predetermined potential field \vec{B}_2 , fields \vec{B}_1 and \vec{B}_3 must satisfy:

$$\vec{B} = \bar{\nu}^{-1} \vec{C}, \quad (2.66)$$

where

$$\bar{\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_3 \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_3 \end{bmatrix}, \quad \vec{C} = \begin{bmatrix} \vec{B} - \vec{B}_2^{(0)} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} \end{bmatrix},$$

and $\vec{B}_2^{(0)} = c_{\min} \vec{B}_{\text{pot}}$ is the initial computation of \vec{B}_2 , \vec{B}_{pot} is a potential field reconstructed by setting $(\vec{B}_{\text{pot}})_z = B_\ell$ as a boundary condition at the photosphere ($z = 0$) and c_{\min} is a constant (Hu *et al.*, 2008). Vertical components B_{1z} and B_{3z} are computed at the photosphere using Equation (2.66) and are such that $B_{1z} + B_{2z} + B_{3z} = B_\ell$. An ambiguity-free vertical-current density $[J_{z,\text{obs}}]$ is computed at $z = 0$ from observed \vec{B}_ℓ , B_t and B_a as in Sakurai & Hagino (2003). LFF transverse fields B_{1x} , B_{1y} , B_{2x} , B_{2y} , B_{3x} , and B_{3y} are then reconstructed using B_{1z} , B_{2z} , and B_{3z} as boundary conditions in the Nakagawa & Raadu (1972) and Alissandrakis (1981) algorithms, as suggested by Hu & Dasgupta (2008). The two methods are however equivalent due to the spatial scales of the AR 12158 data, as discussed in Section 4.6.1. The values of α_1 and α_3 are adjusted in order to minimize the normalized residuals $[E_n]$ between observed \vec{B}_t and reconstructed $\vec{b}_t = \vec{b}_{1,t} + \vec{b}_{2,t} + \vec{b}_{3,t}$ transverse magnetic fields:

$$E_n = \frac{\sum_{i=1}^M |\vec{B}_{t,i} - \vec{b}_{t,i}|}{\sum_{i=1}^M |\vec{B}_{t,i}|}, \quad (2.67)$$

where M is the total number of pixels inside the magnetogram. Hu & Dasgupta (2008) and Hu *et al.* (2010) suggested finding the optimal pair of α_1 and α_3 through trial and error. If the resulting E_n is greater than a certain threshold value, the potential field \vec{B}_2 is further improved by addition of successive corrections $\delta B_{2,i}$ ($i = 1, \dots, n$) until the desired minimum is reached (Hu *et al.*, 2010).

\vec{B}_{NFF} was computed using the Hu *et al.* (2010) IDL code provided by the referee. The observed magnetic field used in the NFF reconstruction is the fully resolved SDO/HMI data \vec{B}_{SHARP} , with $J_{z,\text{obs}}$ computed at the photosphere from \vec{B}_{SHARP} and the Sakurai & Hagino (2003) method. The current density \vec{J}_{NFF} was computed from $\vec{\nabla} \times \vec{B}_{\text{NFF}}/\mu_0$ and finite differences. We used a fourth-order forward scheme for J_z and a second-order centered scheme for \vec{J}_h . Cartesian components of \vec{B}_{NFF} and \vec{B}_{SHARP} for AR 12158 on 10 September

Table 2.4. Comparison between the observed magnetic field \vec{B}_{SHARP} and the magnetic-field reconstruction \vec{B}_{NFF} as a function of the magnetic-field intensity $|\vec{B}|$. C is the correlation coefficient, E_N is normalized error, E_M is the mean relative error, ϵ is the ratio of the quadratic norms, and C_{CS} is the Cauchy–Schwarz inequality (Schrijver *et al.*, 2006).

Fields	Intensity of $ \vec{B} $	C	E_N	E_M	ϵ	C_{CS}
$\vec{B}_{\text{NFF}}, \vec{B}_{\text{SHARP}}$	$ \vec{B} > 1000 \text{ G}$	0.999	0.027	0.030	0.994	0.999
$\vec{B}_{\text{NFF}}, \vec{B}_{\text{SHARP}}$	$200 \text{ G} < \vec{B} \leq 1000 \text{ G}$	0.992	0.112	0.140	0.994	0.986
$\vec{B}_{\text{NFF}}, \vec{B}_{\text{SHARP}}$	$ \vec{B} \leq 200 \text{ G}$	0.623	0.868	1.320	1.150	0.454
$\vec{B}_{\text{NFF}}, \vec{B}_{\text{SHARP}}$	no constraint	0.983	0.310	1.082	0.999	0.560

2014 at 16:10:20 UT are shown in Figure 2.6. The two fields are compared in Table 2.4. The differences vary with the magnetic-field strength, in particular outside of the active region where $|\vec{B}|$ is weak and the force-free assumption is invalid (Tiwari, 2011). The Cauchy–Schwarz inequality indicates strongly differing vector orientations.

4.7. Doppler Velocity Corrections at the Photosphere

Spacecraft motion [v_{SDO}] is first subtracted from the Dopplergrams as done by Schuck (2010). v_{SDO} oscillates with an amplitude of about 3000 m s^{-1} and a period of 24 hours (Welsch *et al.*, 2013; Couvidat *et al.*, 2013). The procedure described by Snodgrass (1984) is then used to subtract large-scale photospheric motions from the observed Doppler velocities. In the following, θ is the longitude, ϕ is the latitude, and B_0 is the latitude of the solar disk center in the heliographic coordinate system (Thompson, 2006). Corrections include the differential rotation [v_{Rotation}], limbshift [v_{LS}], meridional flow [v_{MF}], a relative zero [G] and an instrumental drift [$H \sin(\phi)$]:

$$v_{\text{r_obs}} - v_{\text{SDO}} = v_{\text{Rotation}} + v_{\text{LS}} + v_{\text{MF}} + G + H \sin(\phi). \quad (2.68)$$

Angular rotation [$\omega(\phi)$] at the photosphere is represented by the polynomial:

$$\omega(\phi) = A + B \sin^2(\phi) + C \sin^4(\phi), \quad (2.69)$$

where coefficients A, B, and C are adjusted using observational datasets. The line-of-sight component of the corresponding rotation velocity [$\omega(\phi)R_{\text{sun}} \cos(\phi)$] (Howard & Harvey, 1970)

Table 2.5. Coefficients A , B , C of the differential-rotation correction (Snodgrass, 1984) obtained by Howard *et al.* (1990) and Welsch *et al.* (2013). Mean values of A , B , C obtained from SDO/HMI data between 10 September 2014 at 00:00:00 UT and 13 September 2014 at 00:00:00 UT are consistent with the literature. Errors are one standard deviation of our sample’s coefficients.

Reference	A [$\mu\text{rad s}^{-1}$]	B [$\mu\text{rad s}^{-1}$]	C [$\mu\text{rad s}^{-1}$]
Howard <i>et al.</i> (1990)	2.894 ± 0.011	-0.428 ± 0.070	-0.370 ± 0.077
Welsch <i>et al.</i> (2013)	2.902	-0.464	-0.328
This manuscript	2.87 ± 0.07	-0.51 ± 0.07	-0.40 ± 0.10

is:

$$v_{\text{Rotation}} = \omega(\phi) R_{\text{Sun}} \sin(\theta) \cos(\phi) \cos(B_0), \quad (2.70)$$

where R_{Sun} is the radius of the Sun. Coefficients A , B , and C (v_{Rotation}), L_1 and L_2 (v_{LS}), M (v_{MF}), G , and H are computed by least-squares fitting of the observed Doppler velocities [v_{obs}]. The average values of A , B , C obtained from SDO/HMI data between 10 September 2014 at 00:00:00 UT and 13 September 2014 at 00:00:00 UT are comparable to the coefficients found by Howard *et al.* (1990) and Welsch *et al.* (2013) (see Table 2.5).

Procedures to remove pressure modes (p-modes) are described by Hathaway *et al.* (2000) and Schuck (2010). However, the `hmi.ME_720s_fd10` data are averaged over 720 seconds, effectively filtering p-modes and reducing their amplitudes below the noise level of observed Doppler velocities (Welsch *et al.*, 2013; Liu *et al.*, 2012). No further corrections were therefore applied.

4.8. Microturbulent Velocities

The motion of atoms or ions along the line-of-sight induces a spectral or Doppler shift, resulting in the broadening [$\Delta\lambda_{\text{D}}$] of absorption lines. Main contributions include the thermal motion of atoms and ions and microturbulence. The latter is due to unresolved, possibly turbulent motions inside the subgrid (del Toro Iniesta, 2003). Small-scale turbulence results in a velocity distribution that we identify along the line-of-sight as the microturbulent velocity [$|\vec{v}_{\text{turb}}|$].

Under the LTE assumption, the expression for Doppler broadening $[\Delta\lambda_{\text{D}}]$:

$$\Delta\lambda_{\text{D}} = \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2k_{\text{B}}T}{m} + |\vec{v}_{\text{turb}}|^2}, \quad (2.71)$$

where c is the speed of light, k_{B} is the Boltzmann constant, T is the temperature, $\lambda = 6173.34 \text{ \AA}$ is the wavelength of the FeI absorption line used by SDO/HMI, and m is the atomic mass of iron. The VFISV Milne–Eddington inversion algorithm computes local values of $\Delta\lambda_{\text{D}}$ for the full disk (Figure 2.7a).

The thermal contribution to $\Delta\lambda_{\text{D}}$ is computed using T produced with the method of Solanki *et al.* (1993) under the LTE approximation (Figure 2.5b). If we take the square of Equation (2.71) and isolate $|\vec{v}_{\text{turb}}|$,

$$|\vec{v}_{\text{turb}}|^2 = c^2 \left(\frac{\Delta\lambda_{\text{D}}}{\lambda} \right)^2 - \frac{2k_{\text{B}}T}{m}. \quad (2.72)$$

An example of reconstruction of $|\vec{v}_{\text{turb}}|$ is displayed in Figure 2.7b for AR 12158 on 10 September 2014 at 16:10:20 UT.

Note that for a non-negligible fraction of the image, the right-hand side of Equation (2.72) is negative. Yet, $|\vec{v}_{\text{turb}}|^2 \geq 0$. Quantities $\Delta\lambda_{\text{D}}$ and T were computed independently. Errors $\delta(\Delta\lambda_{\text{D}})$ and δT can however be estimated. Values of $\Delta\lambda_{\text{D}}$ and T are adjusted locally within their error bars to threshold negative values of $|\vec{v}_{\text{turb}}|^2$ to zero. We approximate $\delta(\Delta\lambda_{\text{D}}) \approx \sigma(\Delta\lambda_{\text{D}})$ and $\delta I_c \approx \sigma(I_c)$. δT is then computed by propagation of errors using Equation (2.59).

5. Results – AR 12158

For the analysis of AR 12158, we consider the results produced by MEF-R at an intermediate time between 10 September 2014 at 16:10:20 UT and 10 September 2014 at 16:22:20 UT, *i.e.* one hour before the X1.6 class flare. All approximations are thus justified, unlike during a flare when the MHD conservation equations and the ETL assumption are no longer valid and magnetic-field and continuum intensity measurements become difficult to interpret.

5.1. Plasma Flow $[\vec{v}]$ at the Photosphere

The figures of merit of Schrijver *et al.* (2006) are used to compare the velocity fields $[\vec{v}]$ reconstructed by the MEF-R algorithm with the reference flow $[\vec{u}]$. They are presented in Table 2.6 as a function of the observed magnetic field intensity $[|\vec{B}|]$. In the following, we

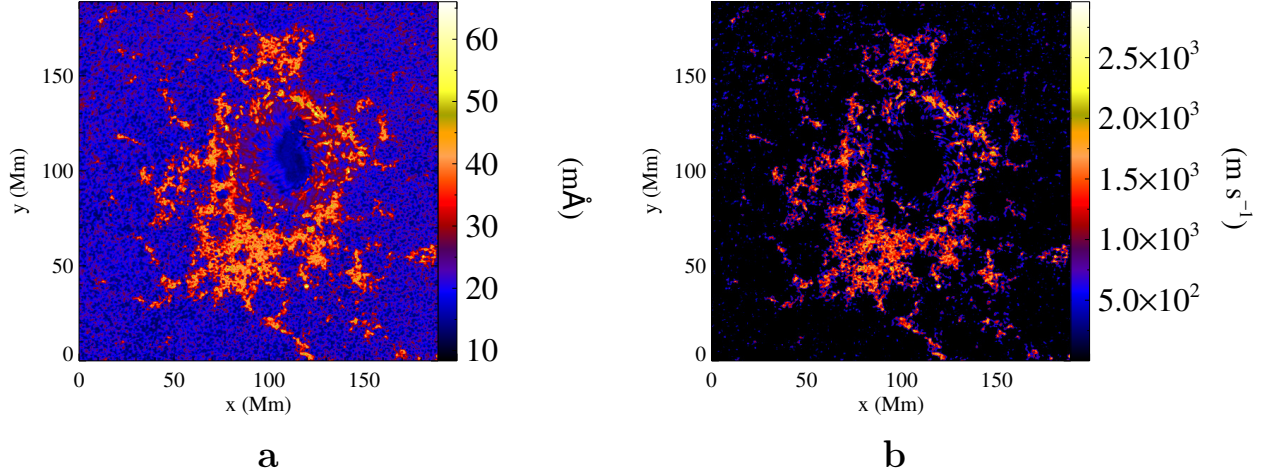


Figure 2.7. (a) Doppler broadening $\Delta\lambda_D$ on 10 September 2014 at 16:10:20 UT computed by the VFISV Milne–Eddington inversion algorithm. (b) Microturbulent velocities $|\vec{v}_{\text{turb}}|$ reconstructed using Equation (2.72). Negative values of $|\vec{v}_{\text{turb}}|^2$ were thresholded to zero (see text).

Table 2.6. Statistics of the flow \vec{v} reconstructed by the MEF-R algorithm as a function of the magnetic-field intensity $|\vec{B}|$. The results are compared with the reference flow $[\vec{u} = v_r(t_{i+\frac{1}{2}})\hat{z}]$. C is the correlation coefficient, E_N is normalized error, E_M is the mean relative error, ϵ is the ratio of the quadratic norms, and C_{CS} is the Cauchy–Schwarz inequality (Schrijver *et al.*, 2006).

Fields	Intensity of $ \vec{B} $	C	E_N	E_M	ϵ	C_{CS}
$v_r\hat{z}, v_z\hat{z}$	$ \vec{B} > 1000$ G	0.998	0.022	0.037	0.981	–
$v_r\hat{z}, v_z\hat{z}$	$200 \text{ G} < \vec{B} \leq 1000$ G	0.997	0.032	0.101	0.977	–
$v_r\hat{z}, v_z\hat{z}$	$ \vec{B} \leq 200$ G	0.999	0.025	0.247	0.998	–
$v_r\hat{z}, v_z\hat{z}$	no constraint	0.998	0.0271	0.216	0.989	–
\vec{u}, \vec{v}	$ \vec{B} > 1000$ G	0.998	0.033	0.055	0.981	0.994
\vec{u}, \vec{v}	$200 \text{ G} < \vec{B} \leq 1000$ G	0.996	0.047	0.146	0.978	0.989
\vec{u}, \vec{v}	$ \vec{B} \leq 200$ G	0.999	0.040	0.376	0.999	0.975
\vec{u}, \vec{v}	no constraint	0.998	0.042	0.327	0.990	0.978

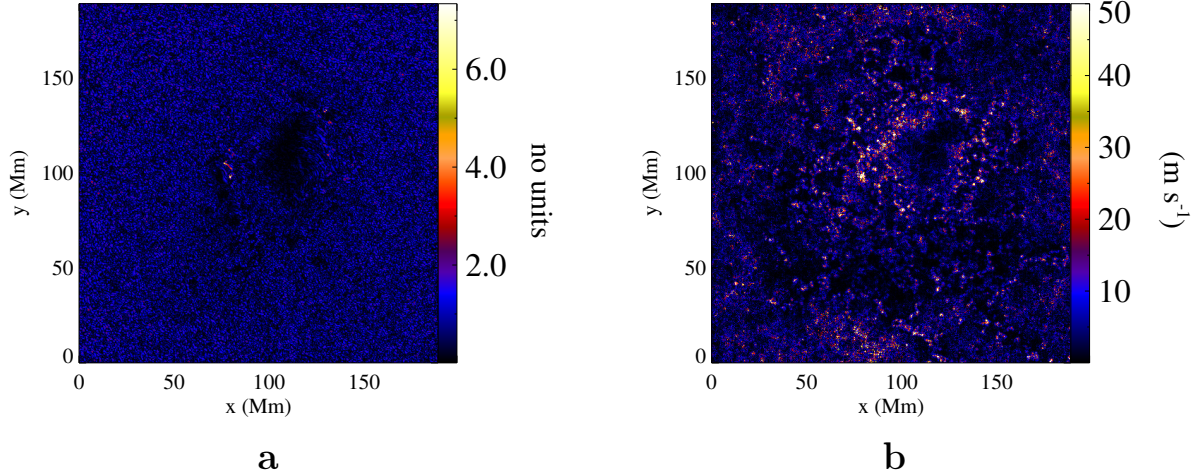


Figure 2.8. (a) Residuals $|v_r - v_z(\vec{B}_{\text{NFF}})|/\sigma(v_r)$, where the standard deviation is $\sigma(v_r) = 185.10 \text{ m s}^{-1}$. A threshold of $3\sigma(v_r)$ was applied for enhanced contrast. (b) $\vec{v}_h(\vec{B}_{\text{NFF}})$ between 10 September 2014 at 16:10:20 and 16:22:20 UT.

arbitrarily define the magnetic field to be “weak” when $|\vec{B}| \leq 200 \text{ G}$, intermediate when $200 < |\vec{B}| \leq 1000 \text{ G}$ and “strong” when $|\vec{B}| > 1000 \text{ G}$. The Cauchy–Schwarz inequality [C_{CS}] is used to quantify angular differences between two vector fields, with $C_{\text{CS}} = 1$ if $\vec{u} \parallel \vec{v}$ and $C_{\text{CS}} = 0$ if $\vec{u} \perp \vec{v}$ (Schrijver *et al.*, 2006).

Flows $[\vec{v}(\vec{B}_{\text{NFF}})]$ produced by MEF-R are similar to \vec{u} , as indicated by the correlation coefficients $C(\vec{u}, \vec{v})$ and $C_{\text{CS}}(\vec{u}, \vec{v})$, which are close to unity (Table 2.6). The MEF-R minimization process is however global; local differences are thus expected in \vec{v} and \vec{u} . In particular, the computation of the mean relative error E_M can be biased by bad pixels in the magnetic-field reconstructions that are later iteratively amplified by MEF-R.

When only the vertical component of the velocity is taken into account, we observe a better agreement between inferred and reference velocities (Table 2.6). As expected, the DDM technique reconstructs v_z very close to the observed Doppler velocities v_r averaged at an intermediate time. The corresponding correlation coefficient is $C(v_r, v_z(\vec{B}_{\text{NFF}})) = 0.998$ (Table 2.6). Histograms of v_r and $v_z(\vec{B}_{\text{NFF}})$ are both non-Gaussian, MEF-R producing more extremal velocities, a signature of intermittency (not shown). Residuals are most contrasted outside the active region (Figure 2.8a).

The horizontal velocities \vec{v}_h computed by MEF-R satisfy the magnetic-induction equation and are the smallest in norm with values of at most a few hundred meters per second. The

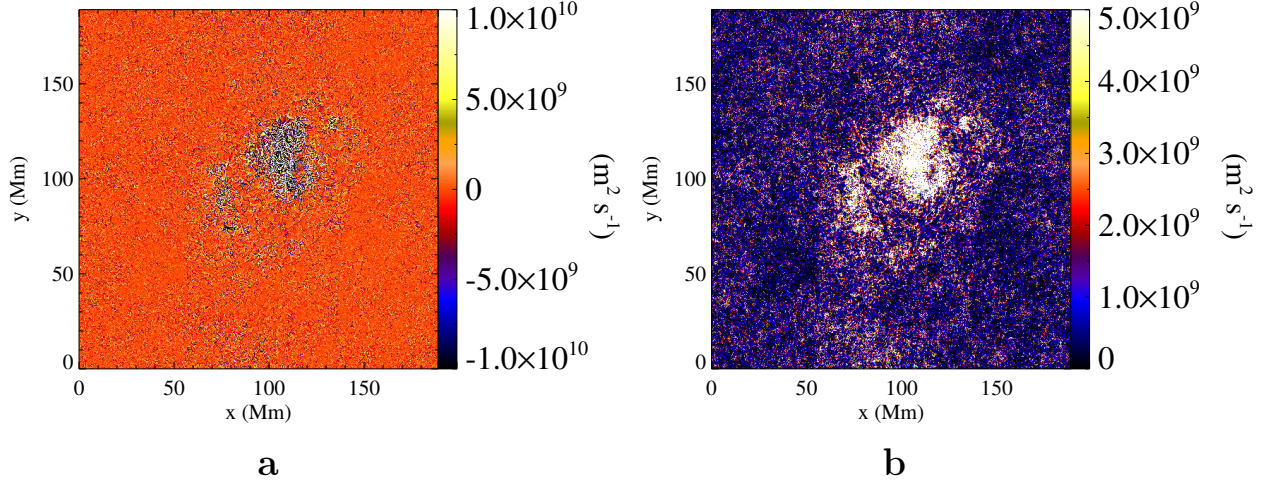


Figure 2.9. Magnetic turbulent diffusivity η_{eddy} inferred by MEF-R from \vec{B}_{NFF} at an intermediate time between 10 September 2014 at 16:10:20 and 16:22:20 UT. (a) $\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})$. (b) $|\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|$. A threshold of $|\eta| \leq 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ is applied for better contrast.

spatial mean is $\langle |\vec{v}_h(\vec{B}_{\text{NFF}})| \rangle \approx 4 \text{ m s}^{-1}$ with a standard deviation $\sigma(|\vec{v}_h(\vec{B}_{\text{NFF}})|) \approx 6 \text{ m s}^{-1}$ and a maximum velocity of 235 m s^{-1} . The highest values are found outside of the active region; the plasma inside is frozen inside by the strong magnetic field (Figure 2.8b).

5.2. Turbulent Magnetic Diffusivity

The choice of reference flow $[\vec{u}]$ and the orientation of the reconstructed magnetic field $[\vec{B}]$ strongly affect the final results. Our DDM approach adjusts a turbulent magnetic diffusivity η_{eddy} so that $\vec{v} \approx \vec{u}$ and in particular $v_z \approx v_r$. For instance, where the magnetic field is parallel to the line-of-sight, parallel flows do not produce an electric field per Ohm's law (Equation (2.40)) but contribute to the Doppler shift. In this case, MEF-R simply finds $\vec{v}_{\parallel} = v_r \hat{z}$ and the turbulent magnetic diffusivity $[\eta_{\text{eddy}}]$ is adjusted so that $\vec{v}_{\perp} \approx \vec{u}_{\perp}$. But if the orientation of the reconstructed magnetic field were wrong, $\vec{v}_{\parallel} \neq v_r \hat{z}$ and MEF-R must introduce a spurious magnetic diffusivity to compensate. This effect is also at play when the magnetic field has a horizontal component. As suggested by Table 2.4, the orientations of \vec{B}_{NFF} and \vec{B}_{SHARP} can differ, especially for the quiet-Sun magnetic field. Consequently, their current densities are also different. We believe this contributes to the apparent spatial distribution of higher absolute eddy magnetic diffusivities (Figure 2.9).

Significant values of η_{eddy} are located inside the active region, where the magnetic field is strong (Figure 2.9). However, $\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})$ needs to compensate for its magnetic-field orientation outside of the active region (Figure 2.9) as a consequence of the global nature of the NFF reconstruction algorithm. Values are mostly between $-10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ and $10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, with a mean value $\langle \eta_{\text{eddy}} \rangle \approx -3.06 \times 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ and $\langle |\eta_{\text{eddy}}| \rangle \approx 10^9 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Standard deviation is $\sigma(\eta_{\text{eddy}}) \approx 1.26 \times 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ and $|\eta_{\text{eddy}}| \leq 2.52 \times 10^{12} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Turbulent magnetic diffusivity $[\eta_{\text{eddy}}]$ is due to the unresolved physics in the subgrid. If the inferred η_{eddy} is due to unresolved motions, we expect a spatial correlation between large microturbulent velocity $|\vec{v}_{\text{turb}}|$ (Figure 2.7b) and large diffusivity $|\eta_{\text{eddy}}|$ (Figure 2.9b). To damp the effect of bad pixels, a threshold was applied so that $|\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})| \leq 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ (Figure 2.9b).

The spatial correlation between $|\vec{v}_{\text{turb}}|$ and $|\eta_{\text{eddy}}|$ could be modeled by a linear relationship of the form $|\eta_{\text{eddy}}| = L |\vec{v}_{\text{turb}}| + b$ where b is a constant and L is understood as the characteristic length of the magnetic field's diffusion. However, the correlation coefficient is $C(|\vec{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|) \approx 0.272$ and it is unclear whether $|\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|$ increases with $|\vec{v}_{\text{turb}}|$:

$$C(|\vec{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|) \approx 0.459 \text{ where } |\vec{B}_{\text{NFF}}| > 1000 \text{ G},$$

$$C(|\vec{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|) \approx 0.426 \text{ where } 200 < |\vec{B}_{\text{NFF}}| \leq 1000 \text{ G},$$

$$C(|\vec{v}_{\text{turb}}|, |\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|) \approx 0.196 \text{ where } |\vec{B}_{\text{NFF}}| \leq 200 \text{ G}.$$

For instance, inside the sunspot, microturbulent velocities are weak and coherent (Figure 2.7b) because the temperature is smaller (Figure 2.5b) and the magnetic field is stronger (Figures 2.6b,d, and f). However, $|\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|$ values are higher (Figure 2.9b) so that $v_z \approx v_r$. Magnetic-field anomalies are thus immediately diffused and the aforementioned relation would imply a very large characteristic length.

Consequently, no conclusions can be made on MEF-R being a model of (only) small scale motions. Microturbulent velocities only model the line-of-sight velocity as the transverse component does not contribute to the Doppler line broadening $\Delta\lambda_{\text{D}}$. However, unresolved horizontal motions could contribute to η_{eddy} . Finally, Equation (2.72) does not indicate if the velocity is directed toward or away from the observer. The relationship between the sign of η_{eddy} and direction of \vec{v}_{turb} is left for future work.

6. Conclusion

The resistive minimum-energy fit (MEF-R: Tremblay & Vincent, 2015) uses an extremum principle to solve magnetic-induction equation for a resistive plasma and infer its flow \vec{v} and magnetic diffusivity η . First applications of the method were limited to LFF fields. The Sun’s photosphere is however NFF (Liu *et al.*, 2013), and we consequently generalized the method to treat such fields. The MEF-R algorithm was tested with the analytical model of an expanding, resistive spheromak developed by Rakowski *et al.* (2011). Using the spheromak’s internal flow as a reference flow, MEF-R generated \vec{v}_\perp and η very close to their respective analytical solutions, thus validating the method. A further test would be to use the NFF model of magnetic arcades of Petrie & Neukirch (2000).

We used SDO/HMI data to study the flaring active region AR 12158 between 10 September 2014 at 16:10:20 UT and 10 September 2014 at 16:22:20 UT. We compared the SDO/HMI magnetic-field data [\vec{B}_{SHARP}], disambiguated using the minimum-energy and acute-angle methods described by Metcalf *et al.* (2006), and \vec{B}_{NFF} , a NFF field reconstructed using the Hu & Dasgupta (2008) method. Although the results are very similar for strong magnetic fields, differences arise in the quiet-Sun. Indeed, the SDO/HMI pipeline distinguishes between different field intensities and switches methods accordingly (Hoeksema *et al.*, 2014), whereas the NFF reconstruction uses a global approach.

MEF-R adjusts a magnetic diffusivity [η] so that $v_z \approx v_r$ and is thus labeled a Doppler diffusivity matching (DDM) technique. Since scales resolved by data are macroscopic, η is in fact a turbulent magnetic diffusivity [η_{eddy}] (Chae *et al.*, 2008). We computed microturbulent velocity maps [$|\vec{v}_{\text{turb}}|$] under the LTE approximation from Doppler width [$\Delta\lambda_{\text{D}}$] and continuum intensity [I_c] measurements to model unresolved motions. We investigated the spatial correlation between significant values of $|\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})|$ and $|\vec{v}_{\text{turb}}|$ and could not conclude if $\eta_{\text{eddy}}(\vec{B}_{\text{NFF}})$ models subgrid fluctuations in \vec{v} .

Although the cadence of availability of SOT/SP data does not allow the study of temporal sequences, its spatial resolution is superior to SDO/HMI data. Consecutive datasets could be used in MEF-R to test the influence of spatial resolution on η_{eddy} values, as was done by Chae *et al.* (2008). Since the smallest scales are always macroscopic, the magnetic diffusivity remains a turbulent diffusivity [η_{eddy}]. We plan to test MEF-R by using a direct simulation

that solves the full 3D radiative MHD conservation equations (*e.g.* RADMHD: Abbett, 2007).

Finally, data-driven simulations and data assimilation of active regions are of great interest, most notably in the context of space-weather. Recent work includes the modelling by Jiang *et al.* (2016) of the emergence of an eruptive active region driven by sequences of vector magnetograms available from direct measurements and used as boundary conditions. Plasma flow reconstructions that are consistent with observations and the magnetic induction equation, such as the ones generated by MEF-R, should also be incorporated into the model (Abbett & Fisher, 2010; Longcope, 2004; Jiang *et al.*, 2016).

Acknowledgements. The authors would like to thank Robyn Fiori of Natural Resources Canada (NRCan) for suggesting active region NOAA AR 12158 for this study. They would also like to thank the reviewer for their insight and for providing a copy of the NFF reconstruction code. Alain Vincent is supported through NSERC Individual Research Grant and Benoit Tremblay has a FQRNT fellowship. Computations of the velocities have been done with MEF-R, our modified version of MEF (Longcope, 2004). We have used the IDL graphics system and SAOImage DS9 from the Smithsonian Astrophysical Observatory. In this study, we have used Solar Monitor (www.solarmonitor.org) as well as the *Solar Dynamics Observatory* (SDO) data archives, courtesy of NASA/SDO and the AIA, EVE, and HMI science teams.

Fin de l'article.

Addendum: Clarifications et explications supplémentaires

- **Définition des composantes du vecteur de la vitesse:** Le vecteur \vec{v} est décomposé en une composante qui est parallèle au champ magnétique \vec{B} (*i.e.*, $\vec{v}_{\parallel} \equiv \vec{v} \cdot \vec{B} / |\vec{B}|$) et une composante qui est perpendiculaire à \vec{B} (*i.e.*, $\vec{v}_{\perp} \equiv \vec{v} - \vec{v}_{\parallel}$). La même décomposition est adoptée pour l'écoulement de référence $\vec{u} \equiv \vec{u}_{\parallel} + \vec{u}_{\perp}$. La composante \vec{v}_{\parallel} (respectivement \vec{u}_{\parallel}) n'a aucune influence dans l'équation d'induction magnétique (Équations (2.39) et (2.40)) car $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{v}_{\perp} \times \vec{B}$. Pour cette raison, $\vec{v}_{\parallel} = \vec{u}_{\parallel}$ par défaut (Équation 2.50) et les méthodes MEF et MEF-R ne peuvent reconstruire que \vec{v}_{\perp} . Par exemple, la Figure 2.1(b) illustre le champ de vecteurs $(\vec{u}_{\perp})_h = (\vec{u}_{\perp})_x \hat{x} + (\vec{u}_{\perp})_y \hat{y}$ superposé à la composante $(\vec{u}_{\perp})_z$ qui est affichée en arrière-plan (échelle de couleur). Pour l'écoulement $\vec{u} = 0\hat{x} + 0\hat{y} + v_r \hat{z}$ adopté à la Section 5, $\vec{u}_{\parallel} = v_r B_z / |\vec{B}| \hat{z}$ et MEF tente donc de reconstruire $\vec{u}_{\perp} = \left(v_r - v_r B_z / |\vec{B}| \right) \hat{z}$.
- **Topologie(s) du champ magnétique:** Les méthodes MEF et MEF-R peuvent être appliquées pour tous les types de champ magnétique. Les exemples présentés dans la littérature (*e.g.*, Longcope, 2004; Tremblay & Vincent, 2015) étaient toutefois limités à des champs magnétiques linéaires à force magnétique nulle (LFF) où $\mu_0 \vec{J} = \alpha \vec{B}$. Le champ magnétique du Spheromak décrit à la Section 3 est aussi LFF. Dans les Sections suivantes de l'article, les champs magnétiques sont à force magnétique non-nulle (NFF) et $\mu_0 \vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{B}$. Afin d'effectuer ce calcul, il faut d'abord estimer le gradient vertical du champ magnétique (*i.e.*, $\frac{\partial \vec{B}}{\partial z}$). Tel qu'expliqué à la Section 4.6.1 de l'article, cette quantité peut être estimée par différences finies à l'aide de deux plans ou plus à différentes altitudes. Il existe toutefois des méthodes alternatives (*e.g.*, Sakurai & Hagino, 2003). Par exemple, le *minimum energy method* pour lever l'ambiguïté sur l'azimuth utilise l'approximation d'un champ potentiel ($\alpha = 0$) ou d'un champ LFF ($\alpha = \text{constante}$) uniquement pour estimer le gradient vertical $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ lors du calcul du terme $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ dans l'Équation 2.63 (Metcalf, 1994; Metcalf *et al.*, 2006).
- **Projections:** Nous expliquons à la Section 4 que les données de l'instrument SDO/HMI ont été extraites près du centre du disque afin de minimiser les effets de distortion sphérique. En réalité, cette approximation n'est valide que pour une région très restreinte près du centre du disque. Plus spécifiquement, il faut projeter les données du plan de

l'image vers le plan photosphérique suivant les démarches décrites dans Gary & Hagyard (1990). Ceci est important pour le calcul des dérivées.

- **Résolution des instruments:** Les instruments SDO/HMI et Hinode SOT/SP échantillonnent spatialement à la fréquence de Nyquist. Ainsi, la résolution spatiale des observations (*e.g.*, 0.5 arcsec par pixel pour l'instrument SDO/HMI; voir la page 46) est égale à la moitié de la résolution optique de l'instrument (*e.g.*, 1 arcsec par pixel pour SDO/HMI: Hoeksema *et al.*, 2014).
- **Données SDO/HMI du champ magnétique et l'ambiguïté sur l'azimuth:** Tel que mentionné à la Section 4.2, la série de données du disque complet `hmi.ME_720s_fd10` inclut l'ambiguïté sur l'azimuth. Toutefois, il existe la série `hmi.B_720s2` pour laquelle l'ambiguïté est résolue. La méthode pour lever l'ambiguïté sur l'azimuth qui est décrite à la Section 4.6.2 (*i.e.*, *minimum energy method*; Metcalf, 1994; Metcalf *et al.*, 2006; Leka *et al.*, 2009) utilise en fait un seuil pour l'intensité du champ magnétique de 50 G **au-dessus du seuil de bruit**. Le seuil de bruit a été calculé à partir des moyennes à long terme du bruit et des cartes associées des incertitudes générées à partir des polynômes de Chebyshev (Hoeksema *et al.*, 2014).
- **Références:** La référence à l'article Leka *et al.* (2009) à la page 45 devrait être accompagnée d'une référence à l'article Metcalf *et al.* (2006). La première référence à l'article Welsch *et al.* (2007) à la page 45 devrait être supprimée. La seconde référence à ce même article à la page 45 devrait être remplacée par l'article Welsch *et al.* (2009) dans lequel les auteurs étudient les propriétés des écoulements à l'intérieur de régions actives éruptives et non-éruptives. La discussion sur le β du plasma devrait être accompagnée de références aux articles Metcalf *et al.* (1995) et Gary (2001). Enfin, la référence à l'application de la méthode VFISV pour les données SDO/HMI à la page 57 pourrait aussi inclure une référence à l'article Centeno *et al.* (2014).

2. Série `hmi.B_720s`: <http://jsoc.stanford.edu/jsocwiki/FullDiskDisamb>.

Deuxième article.

Reconstruction of Horizontal Plasma Motions at the Photosphere from Intensitygrams : A Comparison Between DeepVel, LCT, FLCT and CST

par

Benoit Tremblay¹, Thierry Roudier², Michel Rieutord² et Alain Vincent¹

(¹) 2900 boul. Édouard-Montpetit, Montréal, Canada
Université de Montréal

(²) 14 avenue Édouard-Belin, Toulouse, France
Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, Université de Toulouse III

Cet article a été publié dans la revue Solar Physics.

Contributions de Benoit Tremblay :

- Écriture d'un code pour produire des données synthétiques de l'instrument SDO/HMI à partir des données d'une simulation numérique.
- Implémentation des bibliothèques *Tensorflow* et *Keras* sur les machines de l'IRAP.
- Entraînement, validation et test du réseau de neurones DeepVel.
- Application des méthodes LCT, FLCT et CST.

Rôle joué par les coauteurs : Dr. Thierry Roudier et Prof. Michel Rieutord ont contribué les codes pour les méthodes CST (dont ils sont les auteurs), LCT et FLCT, ainsi que les codes permettant de filtrer les hautes fréquences dans les données observationnelles et de calculer le spectre de l'énergie cinétique à différentes échelles spatiales. Ils ont aussi partagé les données de la simulation de Stein & Nordlund (2012) pour l'entraînement du réseau de neurones DeepVel et les données de la simulation de Rieutord *et al.* (2001) pour l'évaluation du réseau.

Prof. Alain Vincent a proposé les métriques utilisées pour comparer les différentes méthodes de reconstruction des champs de vitesse.

RÉSUMÉ. Les mesures directes des mouvements du plasma à la photosphère du Soleil sont limitées à la composante le long de la ligne de visée. Par conséquent, plusieurs méthodes ont été développées afin de reconstruire la composante transverse du vecteur de la vitesse à partir de données observationnelles de l'intensité du continu ou du champ magnétique. Nous comparons les moyennes en espace et en temps des champs de vitesse transverse reconstruits par les algorithmes LCT, FLCT, CST, et le réseau de neurones DeepVel à partir de paires de cartes de l'intensité du continu. Notre objectif est d'identifier la méthode appropriée pour générer des observations synthétiques du vecteur de la vitesse qui seraient ensuite utilisées pour l'assimilation des données dans un modèle du Soleil. La simulation magnéto-convective de Stein & Nordlund (*Astrophys. J. Lett.* **753**, L13, 2012) est utilisée pour générer des données synthétiques de l'intensité du continu et du vecteur de la vitesse à la résolution spatiale de l'instrument SDO/HMI afin d'entraîner le réseau de neurones DeepVel. Les champs de vitesse inférés indiquent que le réseau DeepVel est la méthode optimale à l'échelle granulaire et que seule la méthode FLCT performe mieux aux échelles mésogranulaires et supergranulaires.

Mots-clés : Photosphère · Champs de vitesse, Photosphère · Granulation

Tremblay, B., Roudier, T., Rieutord, M., Vincent, A. (2018). Reconstruction of Horizontal Plasma Motions at the Photosphere from Intensitygrams: A Comparison Between DeepVel, LCT, FLCT and CST. *Solar Physics: Volume 293 (2018)*, Page 57.

Version finale: <https://doi.org/10.1007/s11207-018-1276-7>.

Avec l'aimable permission de *Springer*. / With the kind permission of *Springer*.

Reconstruction of Horizontal Plasma Motions at the Photosphere from Intensitygrams: A Comparison Between DeepVel, LCT, FLCT and CST.

Benoit Tremblay¹, Thierry Roudier², Michel Rieutord², Alain Vincent¹

ABSTRACT. Direct measurements of plasma motions at the photosphere are limited to the line-of-sight component of the velocity. Several algorithms have therefore been developed to reconstruct the transverse components from observed continuum images or magnetograms. We compare the space and time averages of horizontal velocity fields in the photosphere inferred from pairs of consecutive intensitygrams by the LCT, FLCT and CST methods and the DeepVel neural network in order to identify the method that is best suited for generating synthetic observations to be used for data assimilation. The Stein & Nordlund (*Astrophys. J. Lett.* **753**, L13, 2012) magnetoconvection simulation is used to generate synthetic SDO/HMI intensitygrams and reference flows to train DeepVel. Inferred velocity fields show that DeepVel performs best at subgranular and granular scales and is second only to FLCT at mesogranular and supergranular scales.

Keywords: Photosphere · Velocity fields, Photosphere · Granulation

1. Introduction

Numerical simulations of solar convection are capable of evolving granulation patterns (Stein & Nordlund, 2012; Abbett & Fisher, 2012; Vögler *et al.*, 2005) and active region emergences (Jiang *et al.*, 2016; Rempel & Cheung, 2014) that are consistent with observations over short time scales within domains ranging from the upper convection zone to lower

1. Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. A, Montréal, Québec, Canada.

2. IRAP, Université de Toulouse, CNRS, UPS, CNES, Toulouse, France.

corona. Recent models even find energy variations that are consistent with the production of eruptive events (*e.g.*, Rempel, 2017) and have realistically simulated the onset of a flare through data-driven simulations (*e.g.*, Jiang *et al.*, 2016). The next logical step for realistic simulations would be to attempt to predict the short term evolution of the solar photosphere for space weather modelling through data assimilation (*e.g.*, Abbett & Fisher, 2010). Data assimilation combines observations with model predictions (the background) in order to adjust the initial state of the model and produce improved forecasts (Bouttier & Courtier, 2002). Magnetohydrodynamic (MHD) model variables typically include components of the magnetic field $[\vec{B}]$ and plasma motions $[\vec{v}]$ (or momentum $[\vec{p}]$), and a combination of the gas density $[\rho]$, pressure $[P]$, temperature $[T]$, and internal energy density $[e]$ coupled through an equation of state (Abbett, 2007). Satellite- and ground-based observations can resolve subgranular features over timescales shorter than one granule turnover time. They are limited to the Sun’s photosphere, however, and may not satisfy the model equations (Abbett & Fisher, 2010). The Doppler effect allows for the direct measurement of the line-of-sight component of plasma proper motions at the photosphere, *i.e.* Doppler velocities. For the transverse component, reconstructions are the only available source of information. Near disk center, spherical distortion is negligible and Doppler velocities measure the vertical component of plasma motions. As we move away from disk center, Doppler velocities acquire an increasingly important horizontal component. At the solar limb, measured motions are essentially horizontal. In order to use inferred velocity fields as synthetic observations for data assimilation, reconstruction algorithms must quickly and reliably compute the flow amplitude and direction at spatial and temporal scales that are consistent with the model or other available observations.

Local correlation tracking (LCT; November & Simon, 1988), Fourier-based local correlation tracking (FLCT; Fisher & Welsch, 2008) and coherent structure tracking (CST; Rieutord *et al.*, 2007) use consecutive intensitygrams to estimate optical flows at the photosphere, *i.e.* the velocity field that should be applied to an image (*e.g.*, a continuum image) to connect it to its counterpart at a later time (Fisher & Welsch, 2008). CST is a granule-tracking technique which produces good estimates of the flow’s amplitude when resampled to supergranular scales (Rieutord *et al.*, 2007). LCT and FLCT account for both granules and intergranules when cross-correlating continuum images and best estimate the field direction

at mesogranular and supergranular scales (Fisher & Welsch, 2008), with LCT underestimating the amplitude (Verma *et al.*, 2013). Alternatively, algorithms such as MEF (Longcope, 2004) and DAVE (Schuck, 2006) use consecutive Dopplergrams and magnetograms and solve the vertical component of the magnetic induction equation to infer the motions of magnetic footpoints at the photosphere. MEF-R (Tremblay & Vincent, 2015, 2016) expanded on the concept of MEF by also adjusting a local eddy magnetic diffusivity to account for subgrid physics. Although optical flows do not represent actual horizontal plasma motions, they were found to be highly correlated with plasma velocity fields at scales larger than 2.5 Mm (Rieutord *et al.*, 2001). This correlation is further improved by computing time averages of the inferred instantaneous velocities (Rieutord *et al.*, 2001).

DeepVel (Asensio Ramos *et al.*, 2017) is a deep fully convolutional neural network used to infer instantaneous local (pixel-to-pixel) horizontal velocities at three optical depths from pairs of intensitygrams. It does not require space- and time-averaging for improved results unlike other intensity-based reconstruction algorithms. Continuum images at optical depth $[\tau = 1]$ and corresponding horizontal plasma motions at $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$ are extracted from an MHD model of the solar photosphere and atmosphere and are used as synthetic observations to train the neural network through deep learning. Inferred velocities are thus highly dependent on the model data used for training. To generate horizontal velocities at different spatial resolutions, cadences, positions on the solar disk and/or radii, a new version of the DeepVel neural network must be trained using model data with those specific properties. In this paper, two versions of the neural network were trained.

A comparison between time and space averages of the velocity fields reconstructed from intensitygrams using LCT, FLCT, CST and DeepVel is presented. The article is organized as follows: data preprocessing and training of the DeepVel neural network are described in Section 2. Reconstructions of horizontal velocities at the photosphere from synthetic SDO/HMI observations are compared in Section 3. We conclude in Section 4.

2. Data Preprocessing and Neural Network Training

The *Helioseismic Magnetic Imager* (HMI; Schou *et al.*, 2012) onboard the *Solar Dynamics Observatory* (SDO) spacecraft produces full-disk Dopplergrams, intensitygrams and magnetograms with spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel every $\Delta t = 45$ s

(Hoeksema *et al.*, 2014). Although the spatial resolution is insufficient to resolve subgranular features, SDO/HMI data may prove useful when attempting to predict the short term evolution of granulation and active regions and the occurrence of solar flares (Bobra *et al.*, 2014). From these observations, additional quantities can be inferred at the photosphere, such as the local temperature (*e.g.*, Solanki *et al.* (1993)) and horizontal velocities $[\vec{v}]$, all of which could be included as synthetic observations in data assimilation processes. For this purpose, the DeepVel neural network is trained using synthetic SDO/HMI data.

The Stein & Nordlund (2012) magneto-convection simulation produces 1008 by 1008 pixel² maps of the continuum intensity $[I_c]$ (Figure 3.1(a)), vector magnetic field $[\vec{B}_S]$ and velocity field $[\vec{v}_S]$ of solar granulation at optical depths $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$ with spatial resolution $\Delta x = \Delta y = 96$ km per pixel and time step $\Delta t = 60$ s. The simulation output over six hours was first convolved with the SDO/HMI point-spread function (PSF), as described in Diaz Baso & Asensio Ramos (2017), and then rebinned using nearest-neighbor sampling to produce synthetic observations with the same spatial resolution as SDO/HMI data ($\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel). The resulting intensitygrams (Figure 3.1(b)) were used as input to compute horizontal velocities (Section 3). Following the procedure described by Asensio Ramos *et al.* (2017), patches of 50 by 50 pixels² were randomly extracted at the same position from I_c ($\tau \approx 1$) and \vec{v}_S ($\tau \approx \{1, 0.1, 0.01\}$) at two consecutive time steps. The continuum intensity images were normalized by the sample median. The velocities were shifted by the minimum velocity and normalized by the difference between the maximum and minimum velocities so that $v \in [0, 1]$. A total of 2000 pairs were used to train DeepVel, and an extra 200 pairs were extracted for the validation process. The neural network was trained over ten epochs using the *Tensorflow* backend and a NVIDIA 960M GPU. Training was stopped once the network cost function no longer varied significantly in order to avoid overtraining. Subsets of 20 pairs were used to estimate the gradient in the network minimization process.

Following the same procedure, a second version of the DeepVel neural network was trained using $k - \omega$ filtered input data. A threshold was applied to the synthetic SDO/HMI images to remove high frequencies, *i.e.* to filter out supersonic phase velocities (over 5 km s^{-1}) so that only convective motions remain (Espagnet *et al.*, 1993). This preprocessing step was carried out to evaluate whether noise filtering has any significant effect on velocity

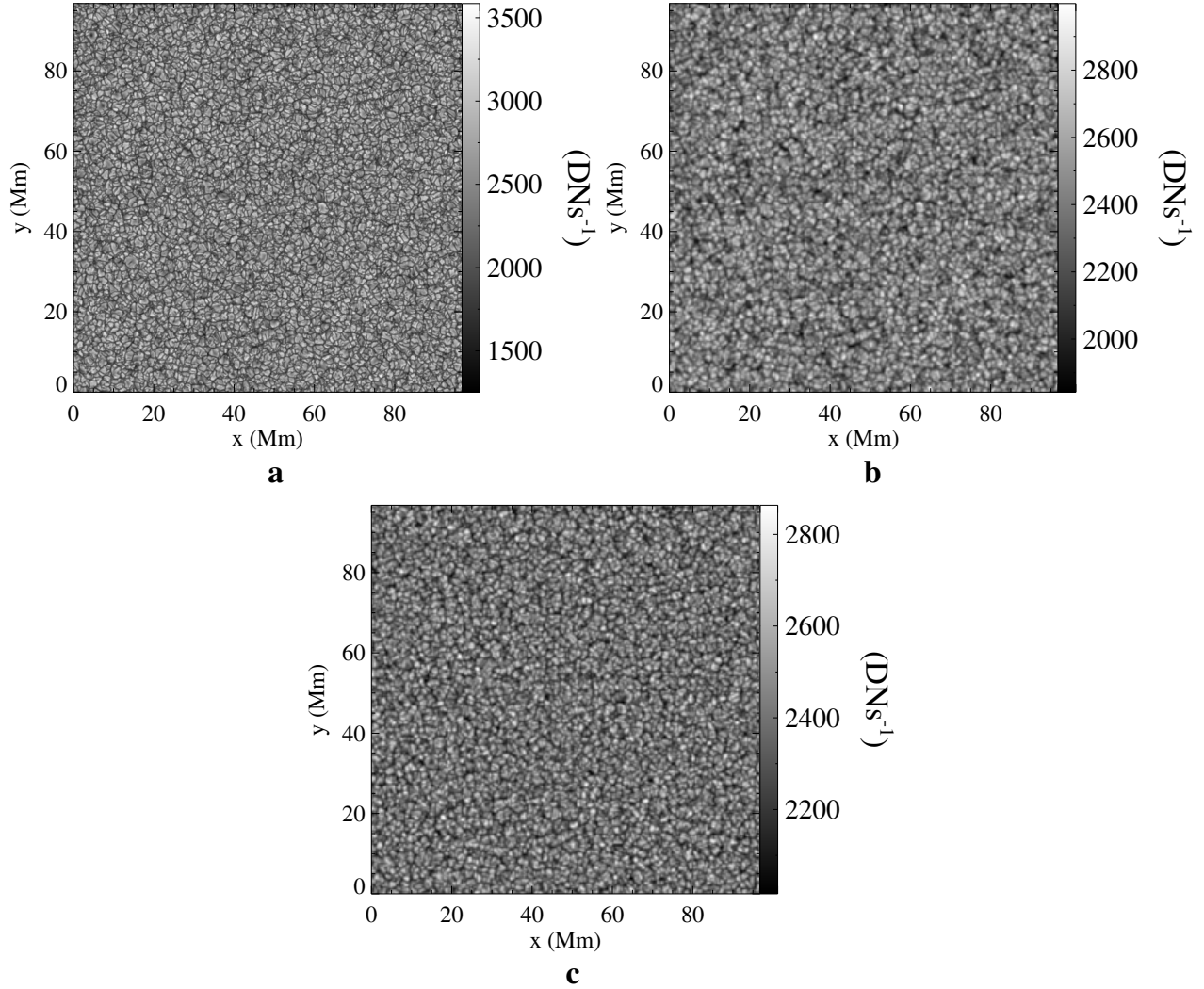


Figure 3.1. (a) Continuum intensity I_c ($\tau \approx 1$) as computed by the Stein & Nordlund (2012) magnetoconvection simulation ($\Delta x = \Delta y = 96$ km per pixel). (b) Synthetic SDO/HMI intensitygram generated by convolving I_c ($\tau \approx 1$) by the SDO/HMI PSF and then resampling the data ($\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel). (c) Synthetic SDO/HMI intensitygram following the removal of high frequencies by $k - \omega$ filtering.

reconstructions. While the continuum images do remain highly correlated (Figures 3.1(b) and 3.1(c)), variations between filtered and non-filtered velocity fields are more significant (Table 3.7).

Table 3.7. Statistics quantifying the effects of $k - \omega$ filtering on the continuum intensity I_c and horizontal velocity field \vec{v}_S . Fields extracted from the synthetic SDO/HMI images at a given time t are compared to their $k - \omega$ filtered counterpart. C is the Pearson correlation coefficient between the non-filtered and filtered fields, E_N is the error normalized by the norm of the mean value, E_M is the mean relative error, ϵ is the ratio of quadratic errors, and C_{CS} is the Cauchy–Schwarz inequality (Schrijver *et al.*, 2006).

Fields	C	E_N	E_M	ϵ	C_{CS}
$I_c (\tau \approx 1)$	0.999	0.029	0.029	0.997	-
$\vec{v}_S (\tau \approx 1)$	0.859	0.510	0.610	0.628	0.810

3. Results

For inferred flows to be used as synthetic observations for data assimilation, their direction and amplitude must be consistent with observations, or in this case, with a reference flow. Horizontal velocity fields computed by DeepVel [\vec{v}_D], LCT [\vec{v}_L], FLCT [\vec{v}_F] and CST [\vec{v}_C] from pairs of synthetic SDO/HMI intensitygrams were compared to the synthetic velocity field [\vec{v}_S] generated from the Stein & Nordlund (2012) simulation. A 7-pixel bin was used for sampling in LCT and FLCT. This value corresponds to an FWHM of approximately 2.5 Mm (the diameter of a granule) and is the smallest scale over which granule-tracking methods can be used (Rieutord *et al.*, 2010). CST velocities were resampled using a 7-pixel bin. The results are averaged over 30 minutes to increase the correlation between optical flows and plasma motions and to coincide with the shortest time window over which granule tracking can be used (Rieutord *et al.*, 2008). We limited comparisons to photospheric flows ($\tau \approx 1$), *i.e.* flows at the same optical depth at which intensitygrams are produced. C is the Pearson correlation coefficient and E_M is the mean relative error. The Cauchy-Schwarz inequality [C_{CS}] was used as a metric for the global orientation between two vector fields, with $C_{CS} = \pm 1$ when they were parallel/anti-parallel and $C_{CS} = 0$ when they were perpendicular (Schrijver *et al.*, 2006).

3.1. Velocity Fields Inferred from Non-Filtered Synthetic Data

At granular scales, \vec{v}_D (Figure 3.2(b)) successfully reproduces the features of \vec{v}_S (Figure 3.2(a)). The flow is consistent with the overturning motion of plasma inside granules (see

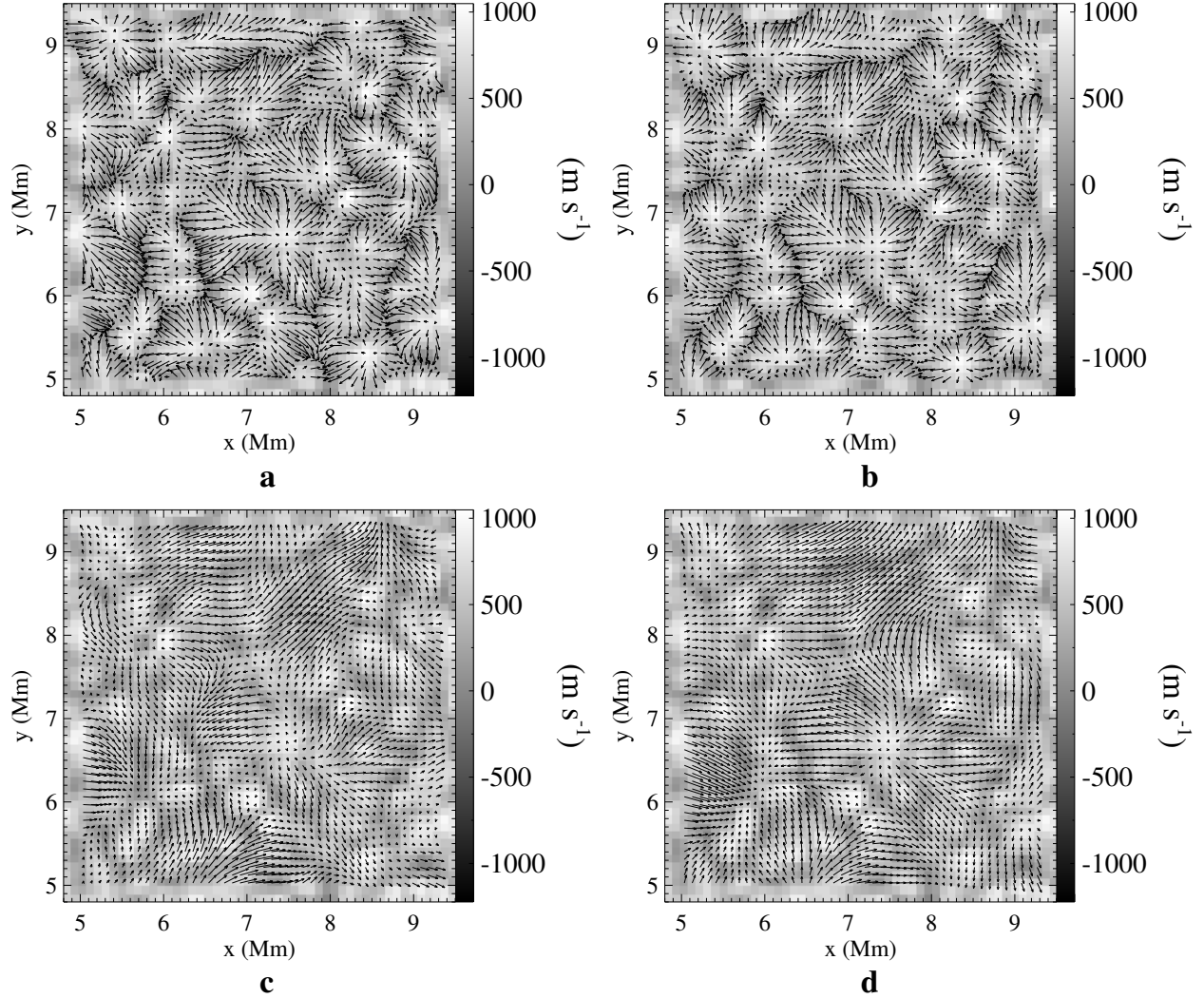


Figure 3.2. Patches of 50×50 pixels² extracted from the 30-minute-averaged horizontal velocity fields (a) \vec{v}_S ($\tau \approx 1$), (b) \vec{v}_D ($\tau \approx 1$), (c) \vec{v}_L ($\tau \approx 1$) and (d) \vec{v}_F ($\tau \approx 1$) computed from pairs of consecutive synthetic intensitygrams with spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel. Only the arrows of the horizontal velocity vector fields are displayed for clarity reasons. The vertical velocity v_z ($\tau \approx 1$) computed by the Stein & Nordlund (2012) simulation is displayed as background (*colorscale*).

vertical plasma motions [v_z] displayed in the background of Figure 3.2). Horizontal velocity vectors diverge from the center of granules (hot rising plasma, v_z ($\tau \approx 1$) > 0) and converge toward intergranules (cold descending plasma, v_z ($\tau \approx 1$) < 0). Table 3.8 also confirms that statistically, the amplitudes, orientations and horizontal divergences of \vec{v}_D and \vec{v}_S are spatially correlated. For comparisons at larger scales, a smoothing window of the same dimensions

Table 3.8. Comparison between the 30-minute-averaged \vec{v}_S and the 30-minute-averaged horizontal velocities computed by DeepVel (\vec{v}_D), LCT (\vec{v}_L), FLCT (\vec{v}_F) and CST (\vec{v}_C) at granular (G) and supergranular (SG) scales, as well as the comparison between their respective divergences ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_D$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_L$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_F$ and $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_C$). When compared to \vec{v}_L or \vec{v}_F at supergranular scales, \vec{v}_S is smoothed using a 7×7 pixel² window. When compared to \vec{v}_C , \vec{v}_S is smoothed using a 7×7 pixel² window and then resampled using a 7-pixel bin.

Fields	C(G)	E _M (G)	C _{CS} (G)	C(SG)	E _M (SG)	C _{CS} (SG)
\vec{v}_S, \vec{v}_D	0.850	0.681	0.795	0.747	1.022	0.614
\vec{v}_S, \vec{v}_L	0.481	0.952	0.413	0.680	0.877	0.596
\vec{v}_S, \vec{v}_F	0.596	0.911	0.509	0.857	0.702	0.778
\vec{v}_S, \vec{v}_C	0.265	1.098	0.225	0.450	1.166	0.394
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S, \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_D$	0.952	1.473	-	0.964	4.805	-
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S, \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_L$	0.272	1.485	-	0.554	7.588	-
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S, \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_F$	0.353	1.484	-	0.751	5.883	-
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S, \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_C$	0.160	2.678	-	0.270	14.20	-

as the bin used by the LCT and FLCT methods (7×7 pixels²) was applied to \vec{v}_S and \vec{v}_D . The agreement between \vec{v}_L (Figure 3.2(c)), \vec{v}_F (Figure 3.2(d)), \vec{v}_C (not shown because of the low spatial resolution) and \vec{v}_S is further improved when smoothed (Table 3.8), but granular motions are no longer resolved. FLCT performs better at large scales than LCT and CST (Table 3.8). The FLCT algorithm reconstructs the large scale component of \vec{v}_S over 30 minutes best (Table 3.8). The correlation is highly dependent on the time average, however. For instantaneous velocities, DeepVel reconstructs flows at all scales best.

3.1.1. Kinetic Energy Spectra

Signatures of the components of the plasma motions at various scales are emphasized by the kinetic energy spectra $[E(k)]$ defined as

$$\frac{1}{2} \langle \bar{v}_h^2 \rangle = \int_0^\infty E(k) dk, \quad (3.73)$$

where $[k]$ is the wavenumber, everywhere divided by 2π so as to easily give the associated wavelength, $[\bar{v}_h]$ is the horizontal velocity modulus averaged over 30 minutes, and $\langle \cdot \rangle$ is a

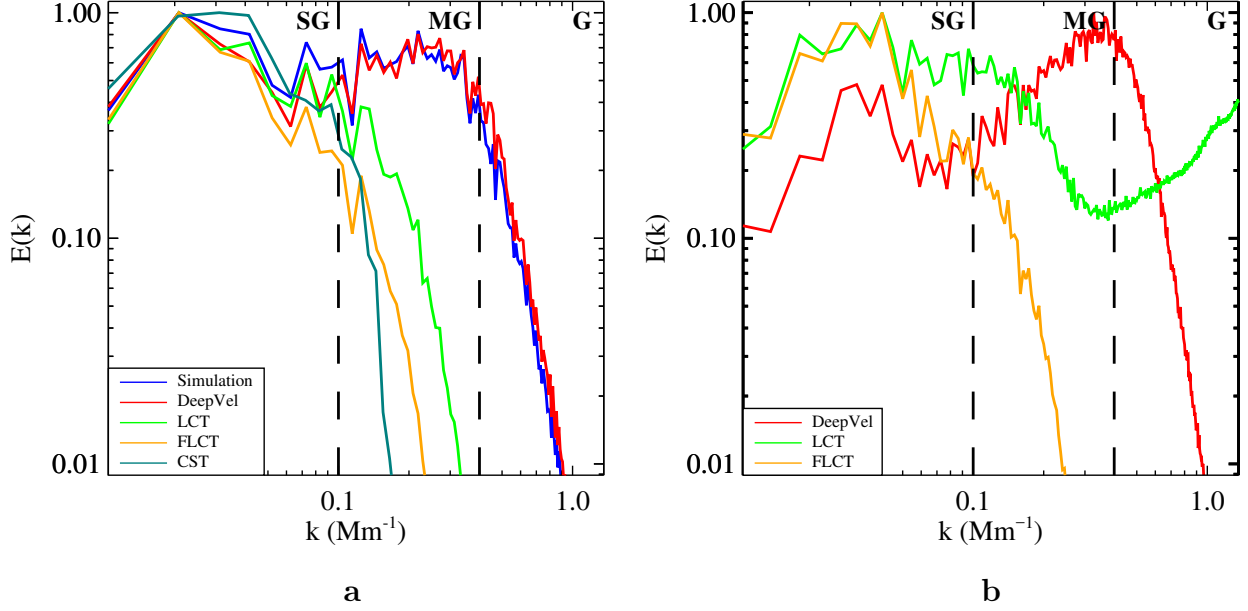


Figure 3.3. Kinetic energy spectra $E(k)$ of the 30-minute-averaged horizontal velocities computed from (a) pairs of consecutive synthetic intensitygrams with spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel and (b) pairs of consecutive SDO/HMI intensitygrams. k is the wavenumber. Granular ($k \approx 1 \text{ Mm}^{-1}$), mesogranular ($k \approx 0.4 \text{ Mm}^{-1}$) and supergranular ($k \approx 0.1 \text{ Mm}^{-1}$) scales are labeled by 'G', 'MG' and 'SG' respectively.

spatial average operator. More specifically, the kinetic energy densities $E(k)$ are obtained following

$$E(k) = \frac{N^3 p}{4\pi N_x N_y} \sum_{\forall k' \in [k, k+dk]/2\pi} |\bar{v}_h(k')|^2, \quad (3.74)$$

where N_x and N_y are the dimensions of the data array, N are the dimensions of the square over which Fourier transforms are performed, and p is the linear size of a pixel. We refer to Rieutord *et al.* (2010) for the detailed computation of $E(k)$. At supergranular scales ($k \leq 0.1 \text{ Mm}^{-1}$), \vec{v}_S and all inferred flows agree well (Figure 3.3). \vec{v}_D (red curve) is the only velocity field that accurately reproduces the energy spectra of \vec{v}_S (blue curve) at mesogranular ($0.1 < k \leq 0.4 \text{ Mm}^{-1}$), granular ($0.4 < k \leq 1 \text{ Mm}^{-1}$) and subgranular scales ($k > 1 \text{ Mm}^{-1}$). The other reconstruction algorithms peak at supergranular scales and do not contribute to spectral features below mesogranular scales. This is expected since granule tracking is unable to track flows below $k \approx 0.4 \text{ Mm}^{-1}$ ($\lambda \approx 2.5 \text{ Mm}$; Rieutord *et al.*, 2010) and the bin size used by both LCT and FLCT is 7 pixels ($\approx 2.5 \text{ Mm}$) and even larger for CST.

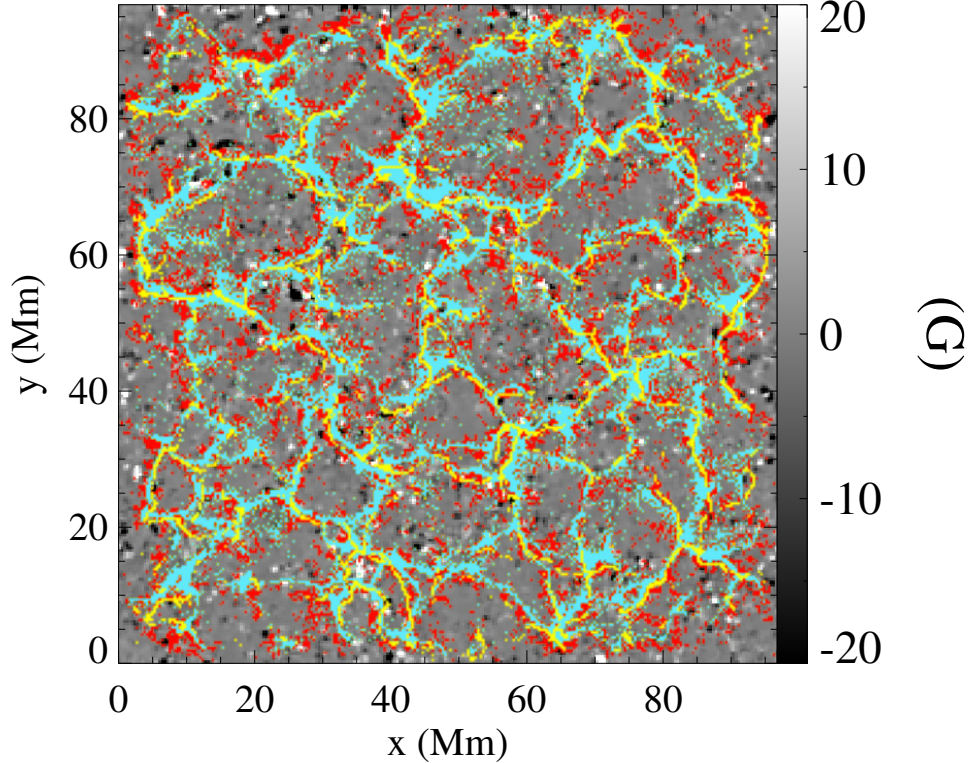


Figure 3.4. Location of corks over a period of six hours by \vec{v}_S (red), \vec{v}_L (blue) and \vec{v}_D (yellow) averaged over six hours. Velocity fields \vec{v}_S and \vec{v}_D were smoothed using a 7 by 7 pixel² window. The vertical magnetic field $B_z(\tau \approx 1)$ computed by the Stein & Nordlund (2012) simulation and resampled to $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel is displayed as background with a threshold of ± 20 G (*colorscale*). A majority of corks gather on the supergranular network formed by $B_z(\tau \approx 1)$.

3.1.2. Propagation of Passive Scalars

Supergranular motions were further examined through the propagation of corks by flows \vec{v}_S , \vec{v}_D and \vec{v}_L averaged over six hours (Figure 3.4). A smoothing window of the same dimensions as the bin used by the LCT method (7 by 7 pixels²) was applied to \vec{v}_S and \vec{v}_D . Positive horizontal divergences of \vec{v}_D and \vec{v}_L are spatially correlated with the reference flow \vec{v}_S (Pearson linear correlation coefficients of 0.922 and 0.783, respectively). Starting from randomized positions, a great majority of corks gather on the network formed by the line-of-sight photospheric magnetic field at supergranular scales (Figure 3.4), confirming the presence of a similar supergranular component in all three flows.

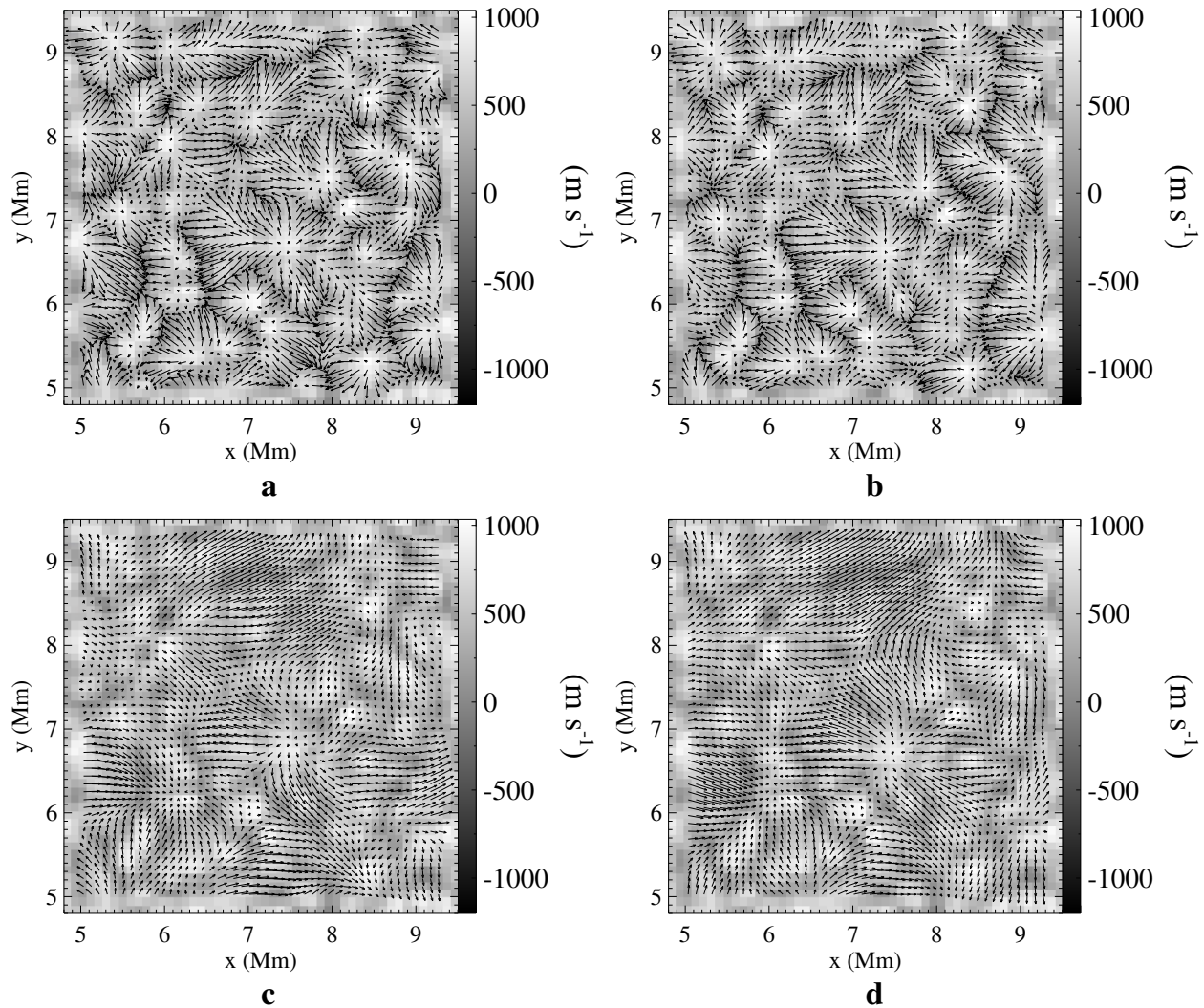


Figure 3.5. Patches of 50×50 pixels² extracted from the 30-minute-averaged horizontal velocity fields (a) \vec{v}_S ($\tau \approx 1$), (b) \vec{v}_D ($\tau \approx 1$), (c) \vec{v}_L ($\tau \approx 1$) and (d) \vec{v}_F ($\tau \approx 1$) computed from pairs of consecutive synthetic intensitygrams with spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel and high frequencies removed by $k - \omega$ filtering. Only the arrows of the horizontal velocity vector fields are displayed for clarity. The vertical velocity v_z ($\tau \approx 1$) computed by the Stein & Nordlund (2012) simulation and filtered for high frequencies is displayed in the background (*colorscale*).

3.2. Velocity Fields Inferred from $k - \omega$ Filtered Synthetic Data

A second version of the neural network was trained using $k - \omega$ filtered synthetic SDO/HMI data. Inferred velocity fields are displayed in Figure 3.5. Spatial correlations, mean relative errors, and orientations between all flow reconstructions and $k - \omega$ filtered \vec{v}_S

Table 3.9. Comparison between the 30-minute-averaged \vec{v}_S and the 30-minute-averaged horizontal velocities computed by DeepVel (\vec{v}_D), LCT (\vec{v}_L), FLCT (\vec{v}_F) and CST (\vec{v}_C) at granular (G) and supergranular (SG) scales, as well as the comparison between their respective divergences ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_D$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_L$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_F$ and $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_C$). Input synthetic intensitygrams and \vec{v}_S were $k - \omega$ filtered to remove high frequencies. When comparing to \vec{v}_L or \vec{v}_F at supergranular scales, \vec{v}_S is smoothed using a 7×7 pixel² window. When comparing to \vec{v}_C , \vec{v}_S is smoothed using a 7×7 pixel² window and then resampled using a 7-pixel bin.

Fields	C(G)	E _M (G)	C _{CS} (G)	C(SG)	E _M (SG)	C _{CS} (SG)
\vec{v}_S, \vec{v}_D	0.890	0.627	0.841	0.726	1.732	0.638
\vec{v}_S, \vec{v}_L	0.436	0.961	0.370	0.642	0.889	0.567
\vec{v}_S, \vec{v}_F	0.572	0.859	0.489	0.838	0.730	0.761
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S, \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_D$	0.956	1.414	-	0.961	1.904	-
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S, \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_L$	0.253	1.258	-	0.533	2.158	-
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S, \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_F$	0.349	1.378	-	0.746	1.869	-

Table 3.10. Comparison between the 30-minute-averaged horizontal velocities computed from filtered and non-filtered consecutive synthetic intensitygrams with spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel. C is the Pearson correlation coefficient, E_N is the error normalized by the norm of the mean value, E_M is the mean relative error, ϵ is the ratio of quadratic errors, and C_{CS} is the Cauchy–Schwarz inequality (Schrijver *et al.*, 2006).

Fields	C	E _N	E _M	ϵ	C _{CS}
\vec{v}_D	0.855	0.593	0.879	1.319	0.808
\vec{v}_L	0.789	0.612	0.767	0.433	0.715
\vec{v}_F	0.982	0.248	0.307	0.659	0.962

(Table 3.9) remain approximately the same as between their non-filtered counterparts (Table 3.8). Thus, the preprocessing step of $k - \omega$ filtering does not improve horizontal velocity field reconstructions. Non-filtered and filtered flows are, however, distinct (Table 3.10, Figures 3.2 and 3.5) because their input data are different (Table 3.7).

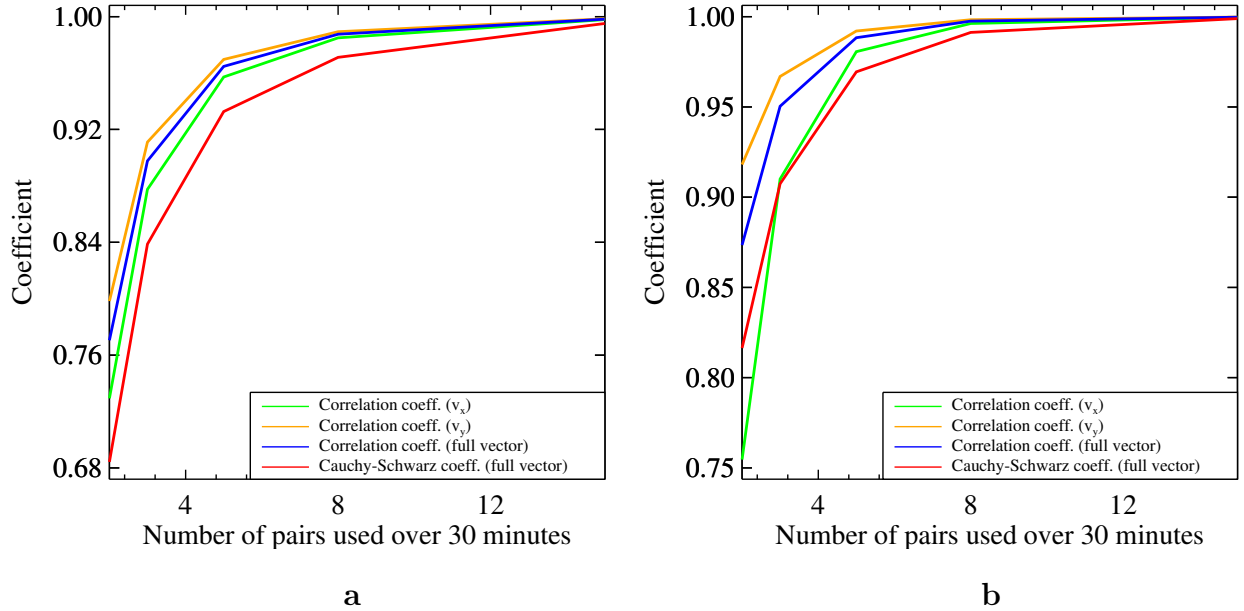


Figure 3.6. Evolution of the Pearson correlation coefficient and Cauchy-Schwarz inequality as a function of the number of pairs of consecutive synthetic intensitygrams used to compute the 30-minute time average of the (a) non-filtered and (b) filtered \vec{v}_D ($\tau \approx 1$). The reference flow used for this comparison is the 30-minute time average of \vec{v}_D ($\tau \approx 1$) obtained when using all available pairs.

3.3. Computation of Time Averages

To reduce the number of DeepVel computations performed in a reduction pipeline, we computed the number of evenly distributed pairs of consecutive synthetic intensitygrams that are needed to accurately estimate the 30-minute average of \vec{v}_D . Figure 3.6 displays the Pearson correlation coefficient and Cauchy-Schwarz inequality between estimates as a function of the number of pairs used out of the 30 that are available. The reference flow \vec{v}_D used for this comparison was computed using all available pairs. Using 8 or 15 pairs, the flow amplitudes and orientations remain accurate estimations (Figure 3.6(a)). This allows for faster computations of synthetic velocity fields over 30-minute intervals. The same experiment was performed using $k - \omega$ filtered synthetic intensitygrams, without significant differences (Figure 3.6(b)).

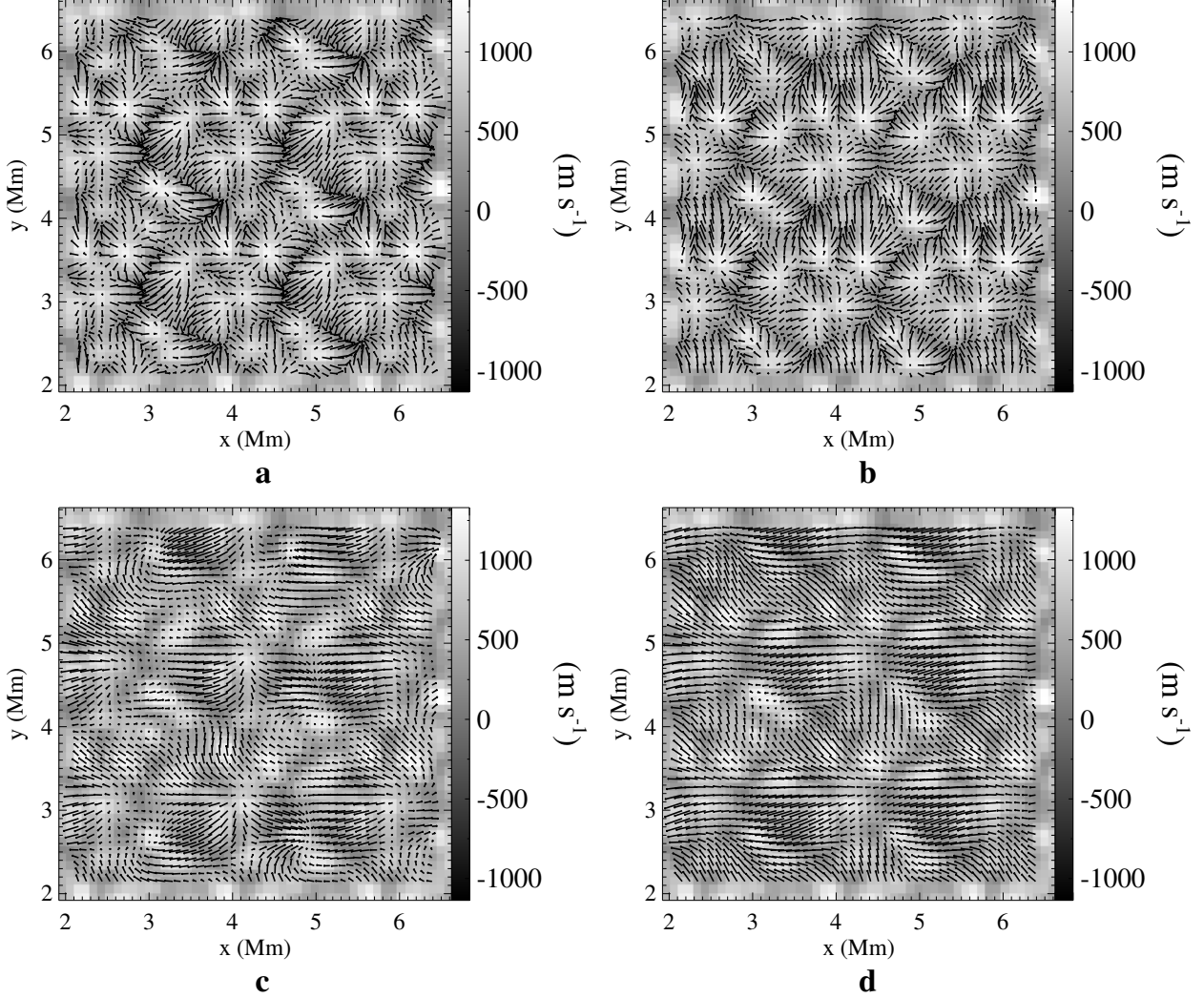


Figure 3.7. Patches of 50×50 pixels² extracted from the 30-minute-averaged horizontal velocity fields (a) \vec{v}_S ($\tau \approx 1$), (b) \vec{v}_D ($\tau \approx 1$), (c) \vec{v}_L ($\tau \approx 1$) and (d) \vec{v}_F ($\tau \approx 1$) computed from pairs of consecutive synthetic intensitygrams with spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel. Only the arrows of the horizontal velocity vector fields are displayed for clarity. The vertical velocity v_z ($\tau \approx 1$) generated by the Rieutord *et al.* (2001) numerical simulation is displayed as background (*colorscale*).

3.4. Using Results from a Different Numerical Simulation as Input

To study the influence of the training set on the DeepVel-inferred velocity fields, we used as input synthetic SDO/HMI data generated from a different numerical simulation than the one used to train the neural network. More specifically, we used results of the compressible hydrodynamic convection simulation with radiative transfer used in Rieutord

Table 3.11. Comparison between the 30-minute-averaged \vec{v}_S and the 30-minute-averaged horizontal velocities computed by DeepVel (\vec{v}_D), LCT (\vec{v}_L), FLCT (\vec{v}_F) and CST (\vec{v}_C) at granular (G) and supergranular (SG) scales using synthetic SDO/HMI generated from the Rieutord *et al.* (2001) numerical simulation. When comparing to \vec{v}_L or \vec{v}_F at supergranular scales, \vec{v}_S is smoothed using a 7×7 pixel² window.

Fields	C(G)	E _M (G)	C _{CS} (G)	C(SG)	E _M (SG)	C _{CS} (SG)
\vec{v}_S, \vec{v}_D	0.767	0.651	0.711	0.589	0.969	0.444
\vec{v}_S, \vec{v}_L	0.219	0.959	0.225	0.338	0.954	0.247
\vec{v}_S, \vec{v}_F	0.358	0.917	0.299	0.549	0.826	0.389

et al. (2001) that was originally developed by Stein & Nordlund (1998), with spatial resolution $\Delta x = \Delta y = 95.24$ km per pixel and time step $\Delta t = 60$ s. This run differs from the Stein & Nordlund (2012) simulation by the absence of magnetic fields, the depth of the convection zone included inside the computational domain, and the use of the grey approximation when treating for radiative transfer. The continuum intensities and velocity fields (Figure 3.7(a)) were resampled to SDO/HMI spatial resolution following the procedure described in Section 2. DeepVel computations of the horizontal flow using the resulting continuum images (Figure 3.7(b)) are less accurate than the results obtained in Section 3.1 (see Tables 3.8 and 3.11). This is the case for all reconstruction algorithms (Figures 3.7(c) and 3.7(d)). As previously observed, DeepVel reconstructs the horizontal flow at granular and subgranular scales best (Table 3.11). Therefore, although the neural network training process is model-dependent, DeepVel can accurately infer the flow amplitude and orientation using results from another numerical simulation as input.

3.5. Velocity Fields Inferred from SDO/HMI Data

With the neural network now properly trained to generate horizontal flows at spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel, we used real intensitygrams measured by SDO/HMI on 8 October 2010 as input in DeepVel. SDO/HMI intensitygrams were separated by $\Delta t = 45$ seconds. The synthetic intensitygrams and velocity fields used to train DeepVel were separated by $\Delta t = 60$ seconds, however. Ideally, the neural network should be trained with the correct time step for consistency. To approximate real SDO/HMI velocities, \vec{v}_D was

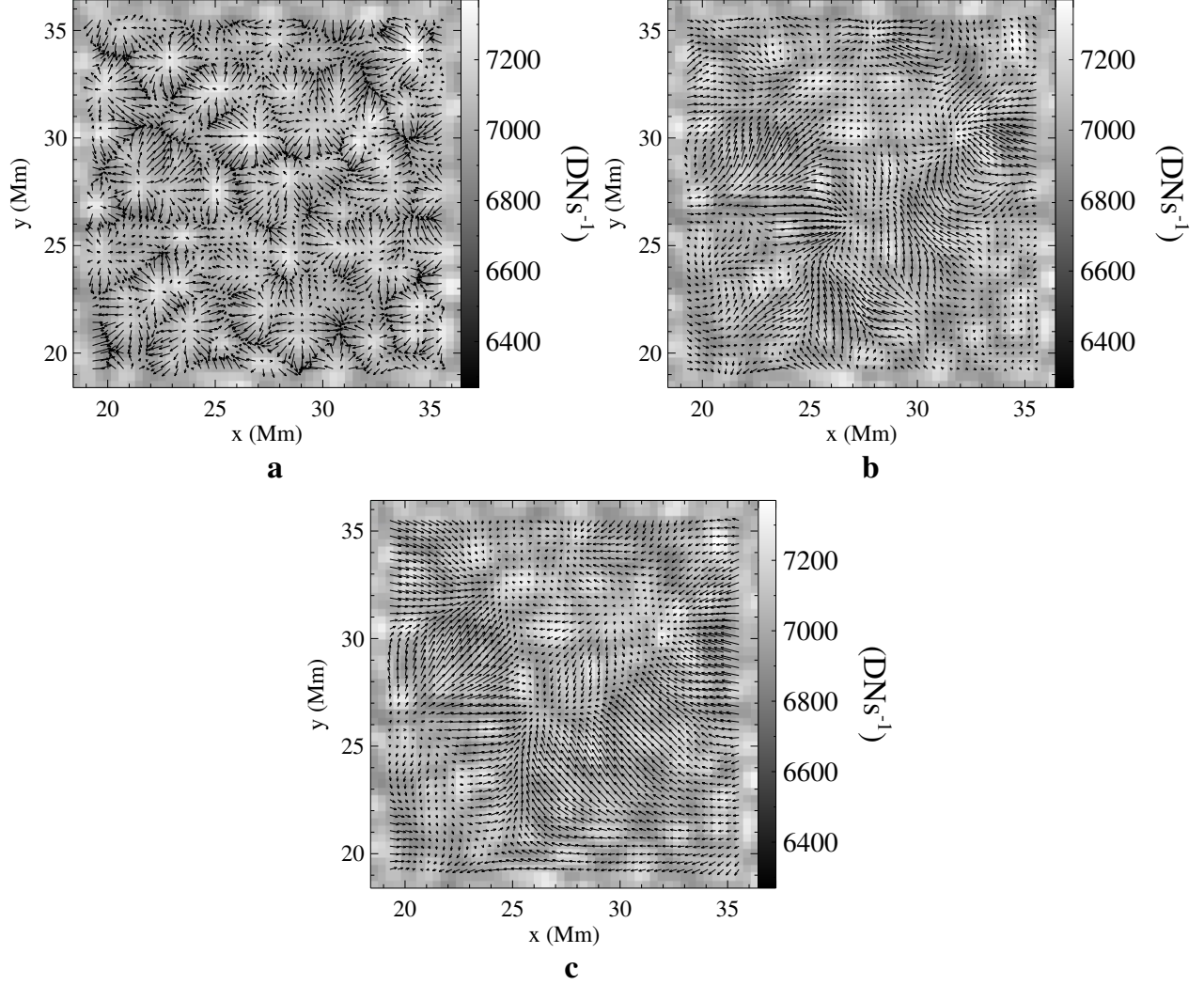


Figure 3.8. Patches of 50×50 pixels² extracted from the 30-minute-averaged horizontal velocity fields (a) \vec{v}_D ($\tau \approx 1$), (b) \vec{v}_L ($\tau \approx 1$) and (c) \vec{v}_F ($\tau \approx 1$) computed from pairs of consecutive SDO/HMI intensitygrams with spatial resolution $\Delta x \approx 0.505'' \approx 368$ km per pixel. Only the arrows of the horizontal velocity vector fields are displayed for clarity. The continuum intensity I_c ($\tau \approx 1$) measured by SDO/HMI on 8 Oct. 2010 is displayed as background (*colorscale*).

rescaled by a factor of 45/60. The inferred flows (Figure 3.8(a)) are again consistent with plasma motions associated with small-scales features and granulation (see the continuum intensity I_c displayed in the background of Figure 3.8). LCT and FLCT, on the other hand, both infer flows on a much larger scale (Figures 3.8(b) and 3.8(c)). This is confirmed by the kinetic energy spectra as a function of the wavenumber (Figure 3.3(b)). DeepVel and

FLCT produce variations similar to those seen in Figure 3.3(a) when synthetic SDO/HMI observations were used as input. Accumulation of energy at smaller scales in the LCT spectra (Figure 3.3(b)) is associated with decorrelated noise and suggests that the algorithm should not be used to reconstruct motions at these scales (Rieutord *et al.*, 2010).

4. Conclusion

We compared horizontal velocity fields inferred from pairs of synthetic intensitygrams at the SDO/HMI spatial resolution using DeepVel, LCT, FLCT and CST to identify the method that is best suited to generate synthetic observations for data assimilation in a MHD model. Reconstructions must capture features at spatial and temporal scales that are consistent with real observations as well as the numerical model. Computations should also be done quickly and reliably for use in a reduction pipeline. Only DeepVel can generate instantaneous velocity fields as other methods rely on temporal (and spatial) averaging for increased correlations. Using 30-minute averages, we found that DeepVel infers granular and subgranular components of the plasma flow best. At supergranular scales, we found that FLCT reconstructs the supergranular component of the flow best. We expect, however, that DeepVel would best perform if trained with data at the corresponding spatial resolution. It was also shown that $k - \omega$ filtering of input data is not a mandatory preprocessing step. Finally, we determined that 30-minute averages can be accurately estimated from eight equally distributed pairs of consecutive continuum images out of the available 30, hence reducing the number of DeepVel computations performed (and computation time) in a data-reduction pipeline preparing synthetic data for data assimilation.

Horizontal velocities inferred by the DeepVel neural network are model-dependent. We determined, however, that DeepVel can still accurately reconstruct the flow orientation and amplitude when using input generated from a different numerical simulation (*e.g.* the Rieutord *et al.* (2001) numerical simulation) than the one used for the training process. Model dependency could prove useful when horizontal velocity fields are incorporated in a MHD model to perform data-driven simulations or data assimilation. On top of measurement and representation errors, observations may simply not satisfy the model equations (Abbett & Fisher, 2010). The same can be argued about reconstructions. Training DeepVel with results from the same MHD model as was used to perform data assimilation should generate

synthetic velocity fields that, in comparison, are more consistent with the model. We plan on using DeepVel-inferred horizontal velocities as synthetic observations at multiple optical depths when we attempt data assimilation of solar granulation in a radiative MHD model of the Sun’s upper convection zone to lower corona. If DeepVel were trained with a proper spherical MHD simulation of the photosphere and upper layers (*e.g.* RADMHD2S: Abbett *et al.*, 2014; Abbett & Bercik, 2014), it could also be used to infer transverse velocities on the limb, a feature other velocity reconstruction algorithms have yet to achieve.

Acknowledgements. The authors would like to thank A. Asensio Ramos, I.S. Requerey and N. Vitas for making the DeepVel neural network available to the community as open source (<https://github.com/aasensio/deepvel>). The authors would also like to thank the referee for their insight. This work was granted access to the HPC resources of CALMIP under allocation 2011-[P1115]. Benoit Tremblay is supported through an FRQNT fellowship and a Mitacs Globalink Research Award. Alain Vincent is supported through an NSERC Individual Research Grant.

Fin de l’article.

Chapitre 4

Généralisation du réseau de neurones DeepVel

Les travaux du chapitre précédent montrent que le réseau de neurones DeepVel (Asensio Ramos *et al.*, 2017) capture le comportement de la surface du Soleil calme à des échelles spatiales et temporelles qui sont compatibles avec les observations de l'instrument SDO/HMI. L'orientation du vecteur de la vitesse transverse est corrélée spatialement avec l'intensité du continu et la vitesse Doppler, ce qui est cohérent avec l'équation de la conservation de la masse qui opère dans le modèle de la granulation solaire de Stein & Nordlund (2012). À l'intérieur des granules, le plasma chaud monte (intensité plus élevée et vitesse verticale positive) et les vecteurs de la vitesse transverse divergent. À l'interstice entre les granules, le plasma froid coule vers l'intérieur de l'étoile (intensité moins élevée et vitesse verticale négative) et les vecteurs de la vitesse transverse convergent. Enfin, les reconstructions aux échelles mésogranulaires et supergranulaires sont comparables à ce que prédisent d'autres méthodes dans la littérature (Tremblay *et al.*, 2018b).

DeepVel est un outil idéal pour générer des données synthétiques des mouvements du plasma à la surface du Soleil (calme) dans le cadre de l'assimilation des données. Une fois l'entraînement du réseau de neurones complété, les calculs du vecteur de la vitesse sont effectués en moins d'une seconde, ce qui représente un gain significatif en temps de calcul par rapport à MEF-R dont le processus de minimisation requiert près d'une heure (voir le Chapitre 2). DeepVel pourrait être implémenté dans une chaîne de réduction qui alimente en temps réel des observations réelles ou synthétiques du Soleil dans la simulation numérique qui performe l'assimilation des données. Or, dans le contexte des prévisions météorologiques, les données assimilées proviennent de plusieurs positions dans l'atmosphère de la Terre. Est-ce qu'un réseau de neurones comme DeepVel pourrait générer des observations synthétiques de

l'intérieur, la chromosphère, la transition et/ou la basse couronne de l'étoile ? Cette information additionnelle pourrait-elle mieux contraindre la solution de la procédure d'assimilation ? Serait-il possible de reconstruire un premier estimé de la condition initiale de la simulation numérique tridimensionnelle de cette façon afin d'accélérer la convergence du processus d'assimilation ? Afin de répondre à ces questions, nous explorons la généralisation de DeepVel.

Les capacités d'un réseau de neurones comme DeepVel sont limitées par les exemples qui lui sont présentés lors de l'entraînement. Différentes versions peuvent toutefois être entraînées en fonction des propriétés des entrées et des sorties, incluant la résolution spatiale des données, la cadence ou l'intervalle de temps entre deux mesures consécutives de l'intensité du continu, la fonction d'étalement du point (PSF) d'un instrument, les hypothèses physiques reflétées dans l'ensemble d'entraînement, etc. Entre autres, il est possible de varier le nombre de sorties et d'entrées du réseau de neurones. Ceci permet à DeepVel d'accomplir ce qu'aucune autre méthode n'est en mesure de faire : estimer le vecteur de la vitesse à trois profondeurs optiques ou géométriques simultanément et ce uniquement à partir de mesures de l'intensité du continu en surface (Asensio Ramos *et al.*, 2017). En particulier, cette propriété peut être exploitée afin de produire des inversions de l'atmosphère du Soleil (voir la Section 4.1) et du haut de la zone convective (voir la Section 4.2). Enfin, des expériences préliminaires suggèrent que l'architecture du réseau de neurones peut être modifiée afin de repousser les limites de la méthode (voir la Section 4.3).

Les travaux présentés dans ce chapitre ont été effectués en collaboration avec Dr. Jean-François Cossette (Université de Montréal, Environnement et Changement Climatique Canada), Prof. Paul Charbonneau (Université de Montréal), et Dr. Raphaël Attié (NASA Goddard Space Flight Center). Les résultats des Sections 4.1 et 4.2 seront publiés en anglais à une date ultérieure dans les comptes-rendus du symposium *Space Climate 7* qui a eu lieu du 8 au 11 juillet 2019 à Orford, Québec, Canada. Les résultats de la Section 4.3 sont préliminaires. Nous remercions Prof. Laurence Perreault-Levasseur pour ses conseils sur l'architecture du réseau de neurones.

4.1. Champs de vitesse au-delà de la surface

Les ensembles d’entraînement et de validation utilisés à la Section 2 du Chapitre 3 incluent des extraits de l’intensité $I_c(\tau \approx 1, t_{r,r+1})$ et de champs de la vitesse transverse aux profondeurs optiques $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$ de la simulation (reéchantillonnée) de Stein & Nordlund (2012). En d’autres mots, la fonction coût ajuste les poids et les biais du réseau de neurones afin de minimiser simultanément les erreurs à la surface et au-dessus de la surface du Soleil. Ainsi, DeepVel produit en sortie des champs de vitesse à trois profondeurs optiques.

La Figure 4.1 compare les écoulements transverses $\vec{v}_s(\tau, t_r)$ calculés par la simulation de Stein & Nordlund (2012) aux profondeurs $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$ et les reconstructions de DeepVel aux positions correspondantes. Les métriques mesurant la distribution spatiale des normes de la vitesse transverse (*i.e.* le coefficient de corrélation C) et l’orientation des vecteurs (*i.e.* le produit scalaire normalisé A) sont très similaires aux valeurs obtenues à la surface du Soleil (Figure 4.1(b)). Plus spécifiquement, la distribution et l’orientation des vecteurs est cohérente avec l’inversion du motif de la granulation par rapport à la surface (voir l’arrière-plan des Figures 4.1(a), 4.1(c) et 4.1(e)) qui se produit à une altitude d’environ 150 km au-dessus de la surface ($\tau \leq 0.3$: Cheung *et al.*, 2007). L’inversion de la température est corrélée spatialement avec l’intensité $I_c(\tau \approx 1)$ (voir l’arrière-plan de la Figure 3.2). Cette corrélation est suffisante pour montrer que les vecteurs transverses doivent diverger à l’intérieur des structures granulaires et converger à l’interface des structures granulaires.

En conclusion, le réseau de neurones DeepVel est en mesure de produire des reconstructions instantanées de qualité des champs de la vitesse transverse non seulement à la surface mais aussi dans la basse atmosphère du Soleil, et ce uniquement à partir de l’intensité $I_c(\tau \approx 1)$. La méthode pourrait être appliquée pour reconstruire la photosphère, la chromosphère, la transition et la basse couronne et produire des observations synthétiques ou un premier estimé du volume initial de la simulation pour l’assimilation des données.

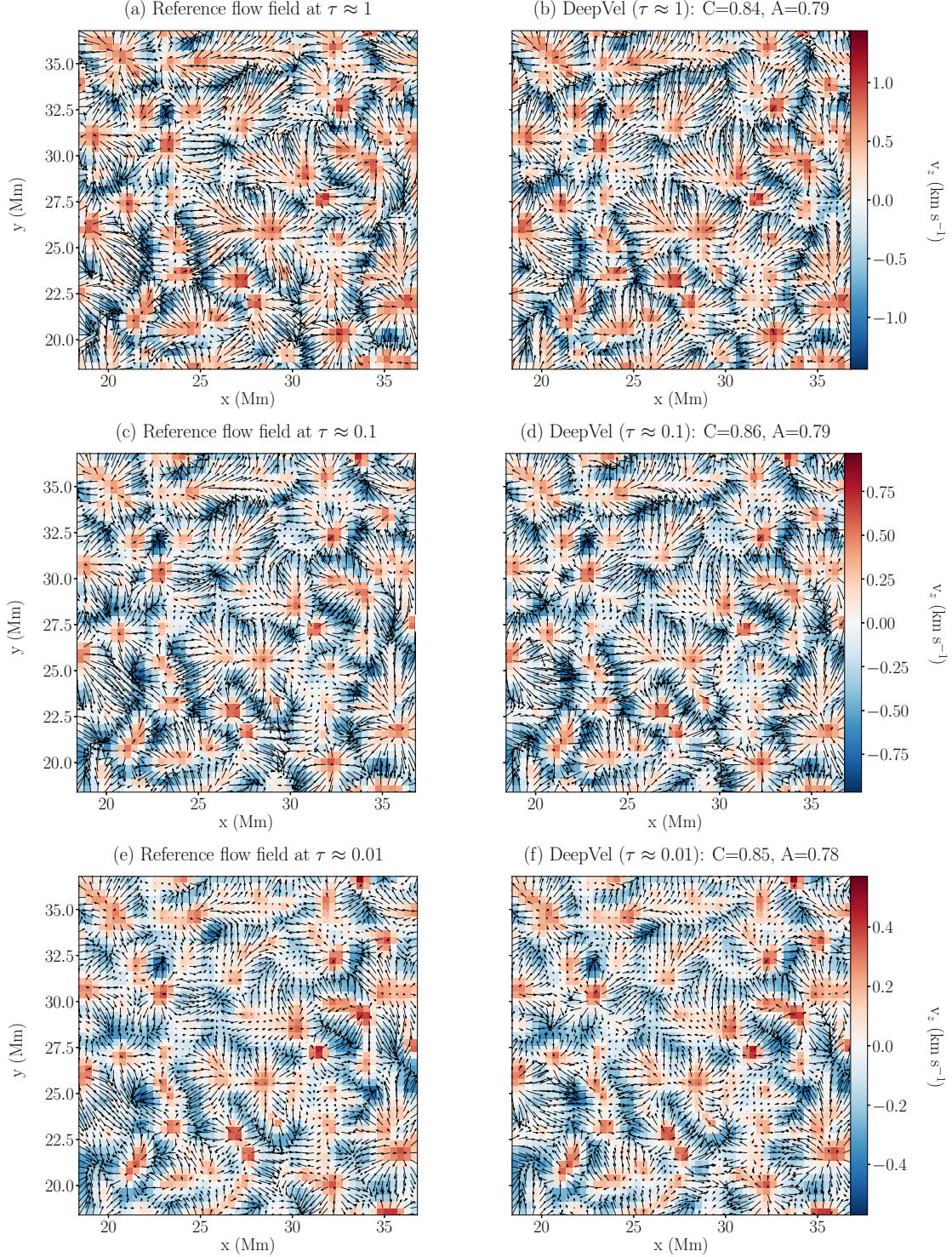


FIGURE 4.1. Sous-sections de 50×50 pixels² extraites des champs de vecteurs de la vitesse transverse calculés à $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$ par (gauche) la simulation de Stein & Nordlund (2012) et (droite) le réseau de neurones DeepVel. La composante verticale de la vitesse calculée par la simulation de Stein & Nordlund (2012) est affichée en arrière-plan (échelle de couleurs). Les métriques C et A mesurent respectivement le coefficient de corrélation et le produit scalaire normalisé entre les champs de vecteurs des deux colonnes.

4.2. Champs de vitesse sous la surface

L’architecture originale de DeepVel génère trois sorties par composante du vecteur \vec{v}_t (Asensio Ramos *et al.*, 2017). Les positions associées à chacune des sorties sont déterminées par les exemples présentés lors de l’entraînement. Toutefois, dans le contexte de l’assimilation des données et de l’inversion de la condition initiale d’un modèle MHD, il pourrait s’avérer avantageux de reconstruire simultanément \vec{v} à plus (ou moins) de niveaux. Devant le succès de la méthode à la surface et dans la basse atmosphère du Soleil, nous introduisons une généralisation de DeepVel permettant de reconstruire le vecteur de la vitesse transverse à un nombre variable de profondeurs optiques ou géométriques (ou une combinaison des deux), et ce uniquement à partir d’observations en surface. En d’autres termes, le nombre de sorties dans l’architecture du réseau de neurones peut être modifié selon le besoin. La nomenclature DeepVel-X (ou DV-X) est adoptée pour référencer la version de DeepVel qui infère le vecteur de la vitesse transverse à un nombre X de profondeurs (optiques ou géométriques).

Les données de la simulation magnéto-convective de Stein & Nordlund (2012) ne peuvent être utilisées pour entraîner DeepVel-X car elles n’échantillonnent que trois profondeurs optiques (*i.e.* $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$). Par conséquent, nous traitons le modèle MURaM, une simulation à haute résolution spatiale dans les directions horizontale et verticale ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = 16$ km) de la granulation solaire à l’intérieur d’un volume $V \equiv L_x \times L_y \times L_z$ de dimensions $6.144 \times 6.144 \times 4$ Mm³ ou $384 \times 384 \times 256$ pixels³ allant du haut de la zone convective jusqu’à 1.7 Mm au-dessus de la surface de l’étoile (Vögler *et al.*, 2005). Le domaine de MURaM inclut un nombre réduit de granules par rapport à la simulation de Stein & Nordlund (2012) dont les dimensions horizontales sont de 96.768×96.768 Mm² (Figure 3.1). Bien que le pas de temps de la simulation soit de 0.206250 s, les données ne sont enregistrées qu’à une cadence de $\Delta t = 2.06250$ s sur un intervalle total de 60 minutes (*i.e.* quatre temps de retournement). Nous expérimentons avec les données à leur résolution native, c’est-à-dire sans l’application de la PSF d’un instrument ou rééchantillonnage en espace. Notre objectif premier n’est pas de produire des données synthétiques mais plutôt d’évaluer les limites de la méthode DeepVel-X. Ainsi, les échantillons présentés au réseau de neurones lors de l’entraînement capturent plus nettement les propriétés spatiales du vecteur de la vitesse à

l'intérieur d'un granule et, selon l'intervalle de temps séparant les paires d'images présentées au réseau lors de l'entraînement, son évolution. Ceci diffère de l'ensemble d'entraînement utilisé au Chapitre 3 qui capturerait plutôt les détails approximatifs de groupes de granules.

Suivant la procédure décrite à la Section 2 du Chapitre 3, un total de 3.3×10^4 échantillons de dimensions 50×50 pixels² ont été extraits aléatoirement en espace et en temps des champs $I_c(x, y, \tau \approx 1, t_{r, r+1})$ (*i.e.*, les entrées) et $\vec{v}(x, y, d, t_{r, r+1})$ (*i.e.*, les sorties), où d est la liste des profondeurs optiques ou géométriques à reconstruire et $t_{r+1} = t_r + 2.06250$ s. Les cartes de l'intensité I_c ont été normalisées par la médiane des échantillons. Les composantes de la vitesse transverse ont été décalées par la valeur minimale des échantillons et ensuite normalisées par la différence entre les vitesses maximale et minimale afin que $v \in [0, 1]$. Les ensembles d'entraînement utilisent 3×10^4 échantillons tandis que les ensembles de validation sont composés de 3×10^3 échantillons. Un total de 25 itérations d'entraînement ont été exécutées pour chacune des versions de DeepVel-X. L'ordre des échantillons présentés au réseau a été modifié de façon aléatoire à chaque itération. Les poids et les biais des couches du réseau n'ont été modifiés à la fin d'une itération d'entraînement que si la fonction coût atteignait une nouvelle valeur minimale. Des sous-ensembles de 20 échantillons ont été utilisés pour l'estimation du gradient lors de l'optimisation du réseau de neurones.

La Figure 4.2 compare le champ de la vitesse transverse $\vec{v}_M(\tau \approx 1, t_r)$ calculé par la simulation MURaM et les reconstructions produites par DV-3, DV-7 et DV-1 à partir de l'intensité $I_c(\tau \approx 1, t_{r, r+1})$ calculée par MURaM. L'architecture originale de DeepVel (DV-3 : Figure 4.2(b)), qui infère \vec{v} aux profondeurs optiques $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$, performe de façon comparable à la version du réseau qui émule les données de la simulation de Stein & Nordlund (2012) aux mêmes positions (Figure 4.1(b)). Toutefois, le réseau DV-7, qui infère \vec{v} non seulement aux profondeurs optiques $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$ mais aussi aux profondeurs géométriques $d = \{0, 144, 560\}$ km, éprouve plus de difficulté à reconstruire $\vec{v}(\tau \approx 1)$ que DV-3 (Figure 4.2(c)). Plus spécifiquement, on observe à l'interface entre les granules et le réseau intergranulaire que les vecteurs forment des structures en forme de vortex qui s'apparentent aux mouvements convectifs du plasma sous la surface (voir l'arrière-plan des Figures 4.3(a), 4.3(c) et 4.3(e)). Le réseau de neurones ajuste ses poids et ses biais afin de minimiser la

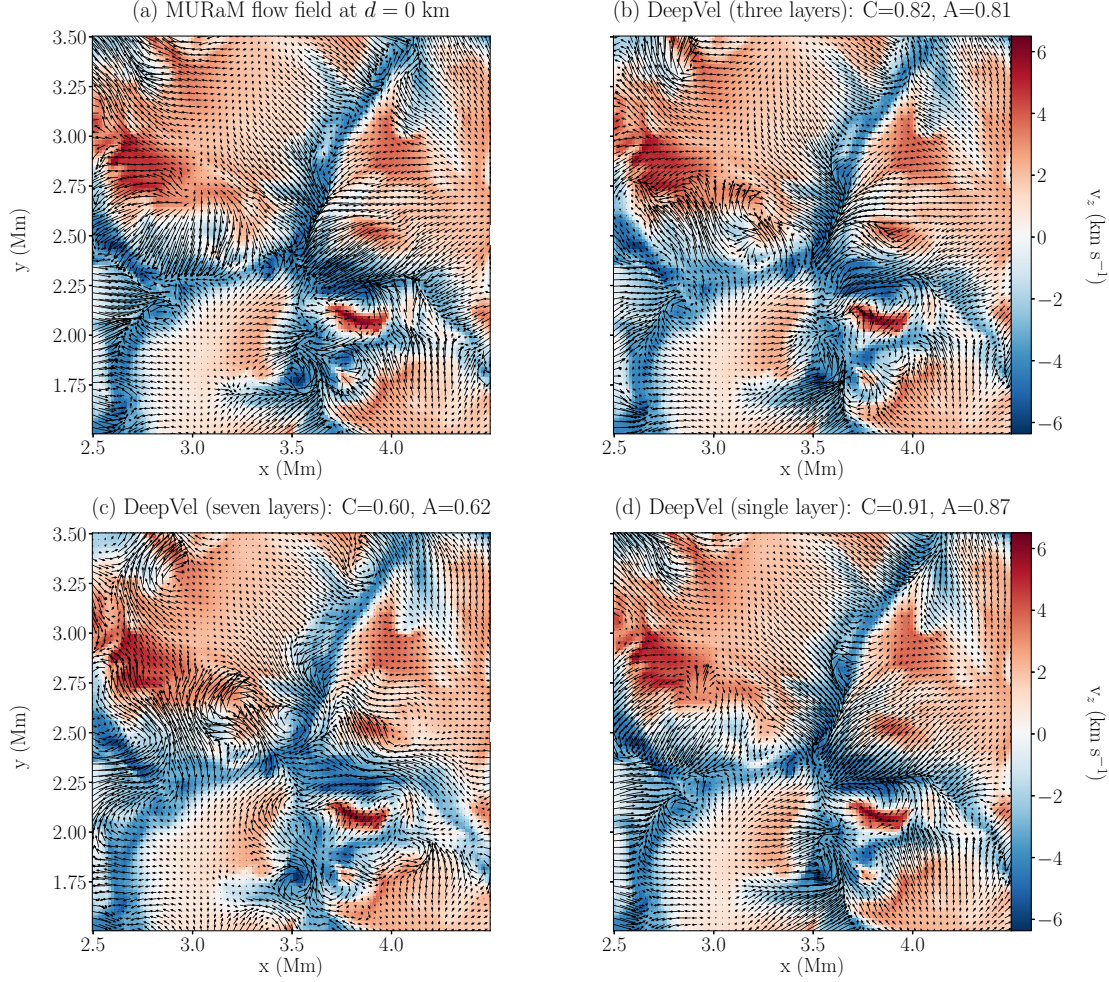


FIGURE 4.2. Sous-sections de 50×50 pixels² extraites des champs de vecteurs de la vitesse transverse à la surface du Soleil ($d = 0$) calculés par (a) la simulation MURaM, (b) DV-3, (c) DV-7 et (d) DV-1. La composante verticale de la vitesse calculée par la simulation MURaM est affichée en arrière-plan (échelle de couleurs). Les métriques C et A mesurent respectivement le coefficient de corrélation et le produit scalaire normalisé entre la simulation MURaM et les reconstructions de DV-X.

somme des erreurs à toutes les positions demandées (*i.e.* la fonction coût), au détriment de la qualité en surface. Nous concluons que l'information provenant du haut de la zone convective a pour effet de contaminer les reconstructions à la surface et dans l'atmosphère du Soleil. À l'opposé, la fonction coût du réseau DV-1 relie directement les estimations de

$\vec{v}(\tau \approx 1, t_r)$ à l'intensité $I_c(\tau \approx 1, t_{r,r+1})$, soient deux quantités qui sont fortement corrélées. Ceci se traduit par une amélioration notable (environ 10%) des normes et des orientations des vecteurs inférés par DV-1 par rapport à la reconstruction générée par DV-3 (Figures 4.2(b) et 4.2(d)). Ainsi, entraîner une série de réseaux DV-1 ciblant chacun une profondeur optique ou géométrique spécifique est plus précis que d'entraîner un seul réseau DV-X qui tentent de reconstruire \vec{v} à plusieurs profondeurs simultanément. Cette approche est toutefois plus coûteuse en termes de ressources car il faut entraîner et par la suite exécuter un plus grand nombre de réseaux de neurones.

Notre objectif est d'utiliser DeepVel pour inverser le haut de la zone convective du Soleil et ainsi générer des conditions internes, des conditions aux frontières ou reconstruire la condition initiale d'une simulation MHD. Afin d'obtenir les meilleures performances possibles, nous procédons avec l'entraînement de trois versions du réseau DV-1 qui utilisent l'intensité $I_c(\tau \approx 1, t_{r,r+1})$ en surface pour inférer $\vec{v}(d, t_r)$ aux profondeurs géométriques $d = \{0, 144, 560\}$ km sous la surface. La fonction coût tente donc de faire le pont entre le sommet d'une cellule convective et la physique de l'intérieur. La Figure 4.3 compare les champs de la vitesse transverse calculés par la simulation MURaM aux profondeurs géométriques $d = \{0, 144, 560\}$ km et les reconstructions produites aux mêmes positions par DV-1 à partir de l'intensité $I_c(\tau \approx 1, t_{r,r+1})$ calculée par MURaM. La divergence des vecteurs de la vitesse transverse $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ est affichée à l'arrière-plan des Figures 4.3(a) à 4.3(f). En surface ($d = 0$ km : Figures 4.3(a) et 4.3(b)), la loi de la conservation de la masse implique une corrélation spatiale nette entre les divergences positives et les écoulements ascendant à l'intérieur des granules de même qu'entre les divergences négatives et les écoulements descendant dans le réseau intergranulaire (voir l'arrière-plan des Figures 4.2(a) et 4.2(b)). Notamment, les régions où la divergence est, en valeur absolue, plus élevée coïncident généralement avec l'interface entre les granules qui est définie par l'intensité $I_c(d = 0)$. Toutefois, sous la surface, les mouvements convectifs du plasma et la turbulence créent des structures complexes (*e.g.*, des vortex) qui ne sont pas observées en surface (Figures 4.2(c) et 4.2(e)). De plus, bien que le plasma aux différentes profondeurs d appartiennent à la même cellule convective, il y a un intervalle de temps séparant l'information en surface (*i.e.* les entrées du réseau) et l'information en

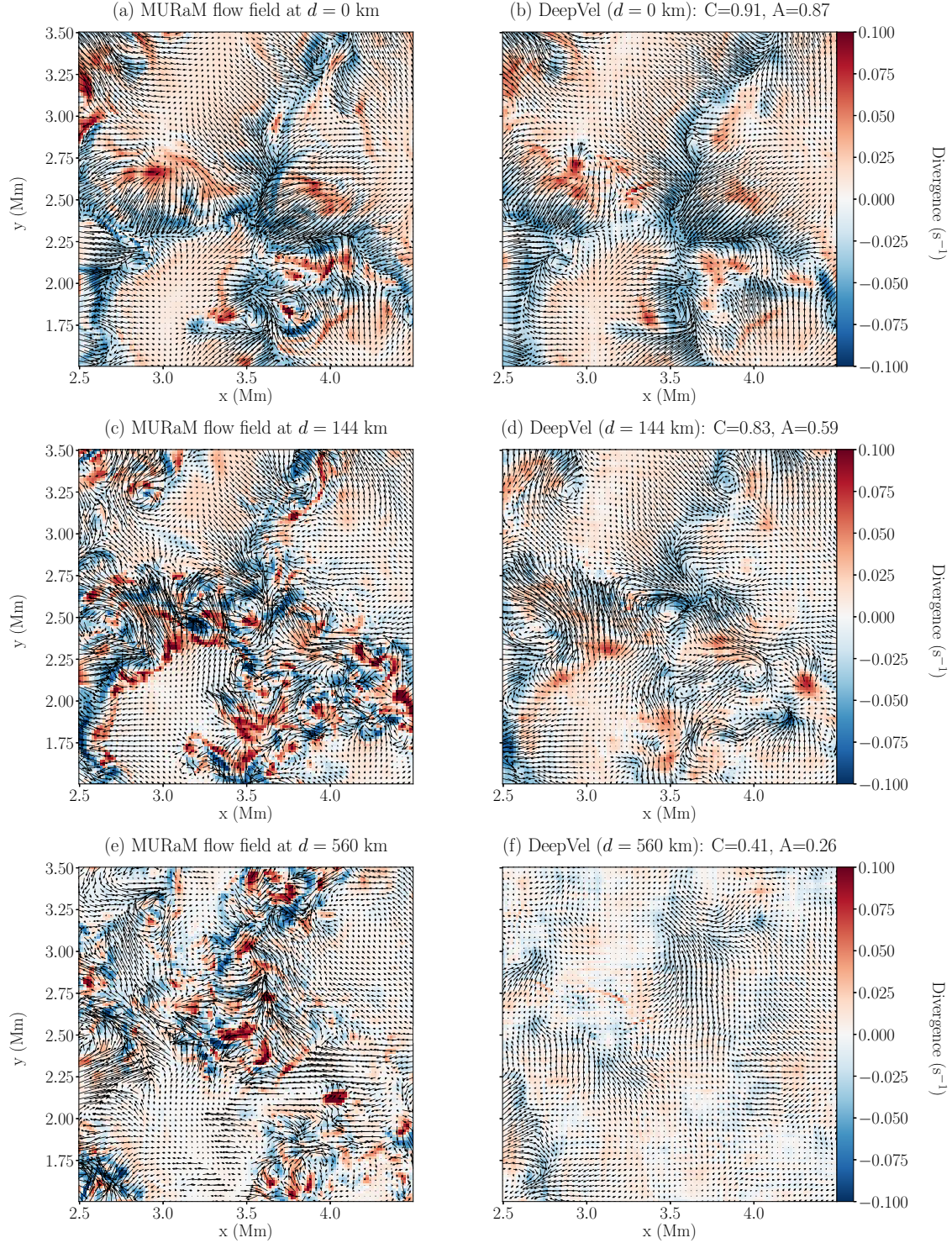


FIGURE 4.3. Sous-sections de 50×50 pixels² extraites des champs de vecteurs de la vitesse transverse calculés à $d = \{0, 144, 560\}$ km par (gauche) la simulation MURaM et (droite) le réseau de neurones DV-1 à partir de l'intensité du continu en surface. La divergence de la vitesse transverse $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ est affichée en arrière-plan (échelle de couleurs) afin d'illustrer la complexité des structures en profondeur. Les métriques C et A mesurent respectivement le coefficient de corrélation et le produit scalaire normalisé entre les champs de vecteurs des deux colonnes.

profondeur (*i.e.* les sorties du réseau) qui peut être difficile à modéliser. Par conséquent, il est plus difficile pour DV-1 de relier l'intensité $I_c(d = 0 \text{ km})$ aux écoulements du haut de la zone convective à l'instant t_r (Figures 4.2(d) et 4.2(f)). En particulier, l'orientation (et la divergence) des vecteurs de la vitesse devient de plus en plus difficile à reproduire au fur et à mesure que la profondeur augmente et que les mouvements du plasma deviennent de plus en plus turbulents.

Nous concluons que l'information en surface est insuffisante pour que l'architecture actuelle de DeepVel puisse résoudre les détails des écoulements dans le haut de la zone convective. La capacité de la méthode à capturer la distribution spatiale des cellules convectives pourrait tout de même servir d'inspiration pour l'extraction d'information pertinente à l'activité solaire. Une telle application serait de prédire l'émergence de structures à la surface du Soleil avant même qu'elles soient détectées, sans toutefois chercher à capturer les détails spatiaux en profondeur. Plus spécifiquement, le réseau utiliserait en entrée des données de la surface du Soleil qui sont résolues spatialement et produirait en sortie un simple signal indiquant si une structure s'apprête à émerger dans un intervalle de temps prédéterminé ou non. Par exemple, une architecture de type U-net (Ronneberger *et al.*, 2015) pourrait être adoptée et entraînée à détecter l'émergence de taches solaires ou de régions actives à l'aide d'une simulation numérique d'un tel phénomène (*e.g.* Rempel & Cheung, 2014).

4.3. Architecture et futur de DeepVel

Nous introduisons DeepVelU (nom provisoire), soit une nouvelle architecture pour le réseau de neurones DeepVel qui s'inspire fortement d'un réseau de type U-net (Ronneberger *et al.*, 2015). Un U-net est un réseau entièrement convolutif qui est couramment utilisé pour la segmentation des images et qui se distingue par son architecture symétrique en forme de "U". La première branche, dit branche de contraction, est composée d'une série d'opérations de filtrage par convolution et de contraction de l'image résultante à des dimensions réduites. Plus précisément, l'image intermédiaire est sous-échantillonnée via une opération dite de mise en commun où un groupe de pixels est assigné la valeur maximale de celui-ci (Section 1.6.2 du Chapitre 1). De cette façon, seules les caractéristiques dominantes (*e.g.*, le contexte)

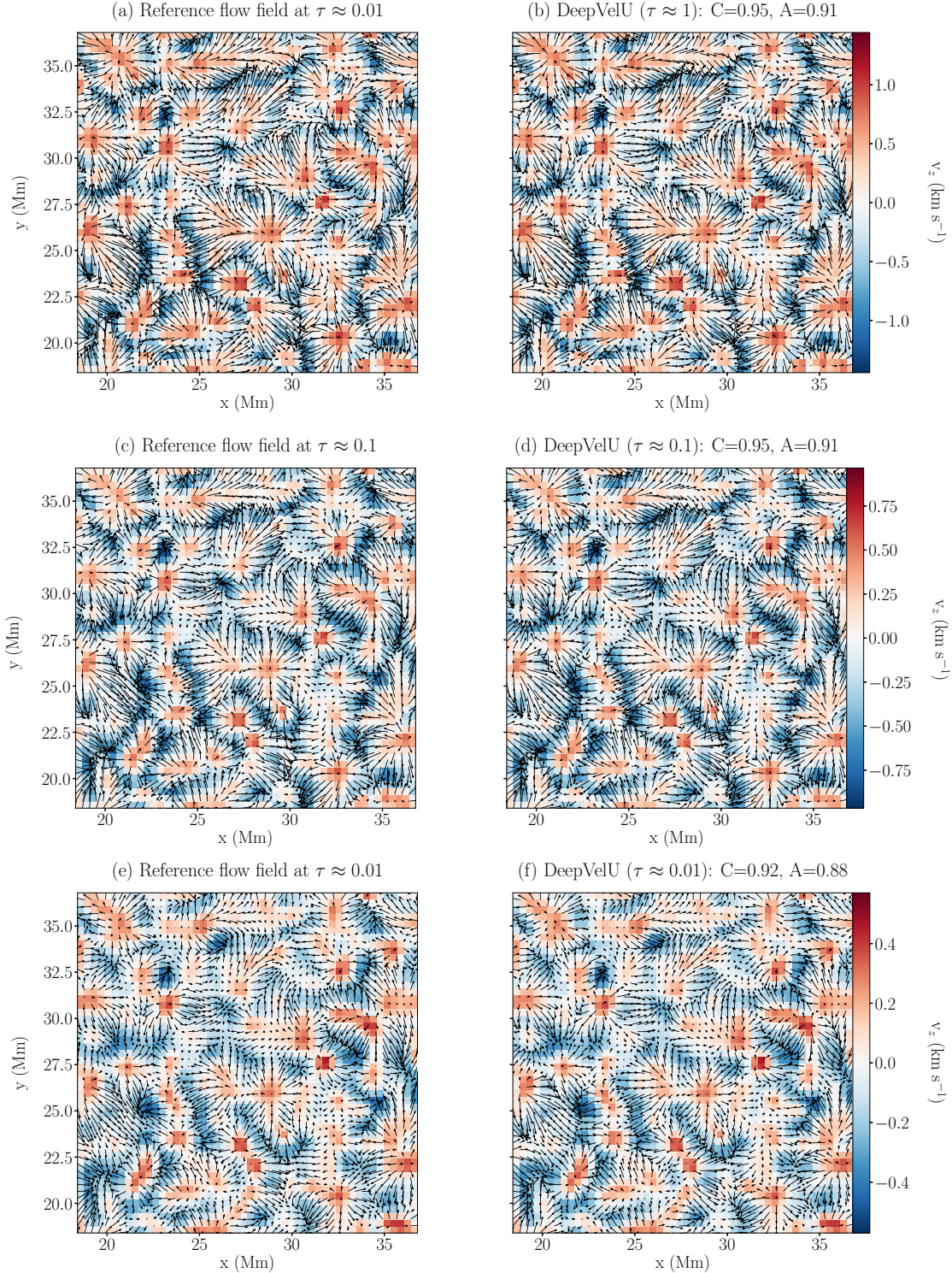


FIGURE 4.4. Sous-sections de 50×50 pixels² extraites des champs de vecteurs de la vitesse transverse calculés à $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$ par (gauche) la simulation de Stein & Nordlund (2012) et (droite) le réseau de neurones DeepVelU. La composante verticale de la vitesse calculée par la simulation de Stein & Nordlund (2012) est affichée en arrière-plan (échelle de couleurs). Les métriques C et A sont améliorées par rapport à la Figure 4.1.

de l'image sont transférées aux plus grandes échelles spatiales (Chollet, 2017). Le rôle de la branche opposée, dite branche d'expansion, est d'augmenter la résolution des images et de localiser les caractéristiques identifiées dans la branche de contraction (Ronneberger *et al.*, 2015). Dans l'architecture de DeepVelU, l'opération de mise-en-commun fut remplacée par une opération de filtrage par convolution où le noyau de convolution est déplacé de deux pixels dans chaque direction (Section 1.6.2 du Chapitre 1).

Une implémentation préliminaire du réseau de neurones DeepVelU fut entraînée et évaluée à l'aide des mêmes ensembles que nous avons utilisés à la Section 4.1. La Figure 4.4 montre une amélioration notable des métriques par rapport à la version d'origine du réseau de neurones (Figure 4.1). Nous attribuons cette amélioration à la capacité des réseaux de type U-net à segmenter le motif de la granulation solaire dans les images de l'intensité et de la vitesse transverse.

Les travaux futurs incluent la modification des entrées du réseau de neurones afin d'utiliser une combinaison de cartes de l'intensité du continu, de Dopplergrammes et de magnétogrammes. Enfin, une approche similaire peut être invoquée afin d'estimer les mouvements du plasma non seulement du Soleil calme mais aussi du Soleil actif (Illarionov & Tlatov, 2018) et, par extension, estimer d'autres quantités physiques d'intérêt qui ne peuvent pas être observées directement à la surface du Soleil ou ailleurs dans l'atmosphère de l'étoile.

Troisième article.

Data Assimilation of Solar Granulation in a Idealized Model using Simulated Data

par

Benoit Tremblay¹ et Alain Vincent¹

(¹) 2900 boul. Édouard-Montpetit, Montréal, Canada
Université de Montréal

Cet article sera soumis à la revue Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics.

Contributions de Benoit Tremblay :

- Modification de la simulation numérique et validation à l'aide d'exemples simples.
- Implémentation de l'assimilation des données dans la simulation et validation.
- Analyse des résultats.

Rôle joué par le coauteur : Prof. Alain Vincent est l'auteur principal du modèle DASoG. Il a entre autres modifié la simulation numérique introduite dans Vincent *et al.* (2012) afin de (1) modéliser la granulation solaire du haut de la zone convective jusqu'à la chromosphère et (2) inclure l'assimilation des données. Prof. Vincent a aussi rééchantillonné en espace et en temps les données de la simulation MURaM afin de les utiliser comme conditions initiales et conditions internes dans la simulation DASoG.

RÉSUMÉ. Les satellites et les observatoires terrestres sondent la photosphère et l'atmosphère du Soleil et sont clés dans l'étude de l'activité de solaire. Les simulations numériques tentent quant à elles de faire le pont entre la physique de l'intérieur du Soleil et de telles observations. Cet article explore comment l'assimilation des données, une approche couramment utilisée en météorologie, pourrait être utilisée en conjonction avec des simulations pour prévoir l'activité solaire à court terme dans le contexte de la météorologie spatiale. L'assimilation des données ajuste la condition initiale d'un modèle physique afin de minimiser les erreurs entre la prédiction du modèle et les observations à l'intérieur d'une fenêtre de temps. La condition initiale peut ensuite être utilisée pour prévoir ce qui vient au-delà de la fenêtre d'assimilation. Outre son utilisation pour les prévisions, l'assimilation des données est avant tout une méthode d'inversion. Nous tentons d'implémenter l'assimilation des données dans un modèle magnétohydrodynamique radiatif du Soleil calme qui s'étend du haut de la zone convective jusqu'à la chromosphère. À titre de preuve par concept, nous présentons les résultats préliminaires que nous avons obtenus en performant l'assimilation de données synthétiques qui ont été générées par une version idéalisée du modèle physique.

Mots-clés : Photosphère · Assimilation des données, Photosphère · Granulation

Tremblay, B., Vincent, A. (2019). Data Assimilation of Solar Granulation in a Idealized Model using Simulated Data.

À soumettre dans la revue *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*.

En préparation. / In preparation.

Data Assimilation of Solar Granulation in a Idealized Model using Simulated Data.

Benoit Tremblay¹, Alain Vincent¹

ABSTRACT. Satellites and ground-based observatories probe the Sun’s photosphere and atmosphere and are key in studying solar activity. Meanwhile, numerical models have attempted to bridge the gap between the physics of the solar interior and such observations. The following work explores how data assimilation, an approach widely used in meteorology, could be used in conjunction with these simulations to model short term solar activity for space-weather forecast purposes. Data assimilation adjusts the initial condition of a physical model so that the errors between the model prediction and observations within a window of time are minimized. The initial condition can then be used to forecast what comes beyond the assimilation window. Besides its use for predictions, data assimilation is first and foremost an inversion technique. We attempt to implement data assimilation in a radiative MHD model of the Quiet Sun that ranges from the upper convection zone to the chromosphere. As a proof of concept, we present preliminary data assimilation experiments that were performed using synthetic data that was generated by a highly-idealized version of the physical model.

Keywords: Photosphere · Data assimilation, Photosphere · Granulation

1. Introduction

Granulation is the deepest visible signature of the convective motions of the plasma which occur inside the Sun. Recent advances in instrumentation and data analysis have enabled advances in the understanding of granulation evolution. Numerical models of the Sun have been steadily bridging the gap with observations and reflect our best understanding of the physics that govern the Sun and granulation (*e.g.*, radiative magnetohydrodynamics). For

1. Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. A, Montréal, Québec, Canada.

example, magneto-convection simulations are capable of evolving granulation patterns that are consistent with observations of the Quiet Sun over short time scales (Nordlund *et al.*, 2009; Stein, 2012). Models have mainly been limited to the upper convection zone and the photosphere to take advantage of approximations only valid in the optically thick regime (Abbett, 2007). Simulations were later expanded vertically/radially to additionally span the chromosphere, transition and lower corona and study the coupling of these layers with the photosphere (Abbett, 2007; Gudiksen *et al.*, 2011; Rempel, 2017). Their domains were also expanded transversally in order to model not only patches of the Sun but also wedges and even the whole sphere (Abbett & Bercik, 2014; Abbett *et al.*, 2014). Recent models are capable of evolving active region emergences (Stein & Nordlund, 2012; Rempel & Cheung, 2014) and coronal loops above active regions (Vincent *et al.*, 2012; Jiang *et al.*, 2016) and even find energy variations that are consistent with the production of small flaring events (*e.g.*, Rempel, 2017; Cheung *et al.*, 2018).

The next steps for increasingly realistic simulations of the Sun would be to (1) validate the computations with observations and (2) attempt to forecast the short term evolution of the photosphere or corona (*e.g.*, Abbett & Fisher, 2010). Sequences of preprocessed observational data (or reconstructions) can be incorporated as boundary conditions to drive a model (*i.e.*, data-driven simulations) and obtain valuable insight on physical quantities or processes that cannot be directly observed (*e.g.*, Wu *et al.*, 2009; Fan & Fisher, 1996). Vincent *et al.* (2012) used force-free extrapolations of the coronal magnetic, velocity field reconstructions and derived temperature maps to drive a three-dimensional spectral semi-Lagrangian simulation of a coronal active region with a dynamical model of magnetic reconnection. Variations that capture the onset on a flare were observed in time sequences of the mean of various physical quantities. The data-driven simulations of Jiang *et al.* (2016) have realistically simulated coronal loops undergoing magnetic reconnection at the time of the onset of a flare in the incorporated magnetograms. In order to probe real events on the Sun, the boundary conditions of data-driven simulations must be generated in such a way that they are as consistent as possible with both observations and the model equations over time (*e.g.*, Tarr *et al.*, 2018). This can otherwise introduce and propagate significant discontinuities and divergence errors in the magnetic field computations. The Coronal Global Evolutionary Model

framework (CGEM²: Fisher *et al.*, 2015) was designed to generate efficient boundary conditions and drive simulations of the coronal magnetic field, with the objective of comparing the emissions inferred in the corona to observations for validation purposes.

In the field of atmospheric sciences, data assimilation is widely used to improve model forecasts (Kalnay, 2002). Data assimilation is defined in this context as the adjustment of the initial condition of a physical model so that the errors between the model prediction and observations within a window of time are minimized (Daley, 1993). The initial condition, which is consistent with the model equations at all positions, can then be used to forecast what comes beyond the assimilation window. Data assimilation has been used only recently in solar physics to forecast solar flares (Bélanger *et al.*, 2007; Strugarek *et al.*, 2018), photospheric flux transport (Hickmann *et al.*, 2015) and upcoming solar cycles (Kitiashvili, 2016; Labonville *et al.*, 2019). But besides its use for predictions, data assimilation is on the whole a time and space inversion technique (Daley, 1993). This is ideal for the validation of radiative MHD models. Data assimilation is computationally expensive and time-consuming as it requires running models multiple times within the assimilation window. In this paper, we present an implementation of the Diffusive Back and Forth Nudging data assimilation technique (D-BFN: Auroux *et al.*, 2011) in DASoG, an idealized fully-compressible radiative MHD model of solar granulation. We proceed by incorporating simulated data as internal conditions, *i.e.* data extracted from a numerical simulation of the Sun and used as though it were real observations. More specifically, we experiment with two simulated datasets. The first set was generated by a highly-idealized version of the DASoG model and therefore satisfies the same set of equations. The second set was taken from the MURaM simulation of granulation (Vögler *et al.*, 2005). These efforts are meant to be a proof of concept for the assimilation of real observations such as the high-cadence data collected by the *Helioseismic Magnetic Imager* (HMI: Schou *et al.*, 2012) onboard the *Solar Dynamics Observatory* (SDO) spacecraft and the upcoming high-resolution data from the Daniel K. Inouye Solar Telescope (DKIST).

The article is organized as follows: In Section 2, we introduce the DASoG radiative MHD model and in Section 3 we describe our implementation of data assimilation in the model. We present our results for the assimilation of simulated observations in Section 4 and we

2. Coronal Global Evolutionary Model (CGEM) framework: <http://cgem.ssl.berkeley.edu>

discuss in Section 5 how this approach could be built upon for the assimilation of satellite observations such as SDO/HMI data. We conclude in Section 6.

2. The DASoG Radiative MHD Model

Numerical models of the Sun are starting to achieve a level of realism approaching that seen in observations through the detailed and complex physics they encompass. These simulations account for the magnetohydrodynamics (MHD) conservation laws and partial ionization effects (*e.g.*, Stein & Nordlund, 1998; Vögler & Schüssler, 2003), and include the use of a tabular equation of state (*e.g.*, the OPAL project: Rogers *et al.*, 1996) to close their system. Radiative heating and cooling terms are estimated through the computationally-expensive step of solving the radiative transfer equation (*e.g.*, Stein & Nordlund, 1998; Wedemeyer *et al.*, 2004; Vögler *et al.*, 2005; Rempel, 2014) or through approximations based on the local opacity and optical depth (*e.g.*, Abbett, 2007; Abbett & Fisher, 2012).

We introduce DASoG (Data Assimilation of Solar Granulation), an extension of the Vincent *et al.* (2012) single-fluid fully-compressible radiative MHD model of the Quiet Sun that now spans the upper convection zone to the chromosphere. The model is heavily inspired by the RADMHD model (Abbett, 2007) but its numerical scheme differs significantly. This project was designed to test the implementation of pseudo-spectral methods (see Section 2.1.1), Semi-Lagrangian time-marching schemes (see Section 2.1.2), and data assimilation (see Section 3) in numerical simulations of solar granulation. The model is currently a work in progress as the simulation fails to reproduce the temperature inversion that occurs approximately 150 km above the Sun’s surface in the MURaM simulation (Cheung *et al.*, 2007).

The DASoG model solves the following set MHD conservation equations on a regular three-dimensional Cartesian mesh:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho - \rho \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right), \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} - \frac{\vec{\nabla} P}{\rho} + \frac{\left(\vec{J} \times \vec{B} \right)}{\rho} + \frac{\left(\vec{\nabla} \cdot \nu \vec{\Pi} \right)}{\rho}, \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \left(- \left(\vec{v} \times \vec{B} \right) + \eta \mu_0 \vec{J} \right), \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (P \vec{v}) - (\gamma - 1) \left(P \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \eta |\mu_0 \vec{J}|^2 + Q \right) + \nu \rho \left(\vec{\Pi} : \vec{\nabla} \vec{v} \right), \quad (5.4)$$

where $[\rho]$ is the gas density, $[\vec{v}]$ is the plasma velocity vector, $[\vec{B}]$ is the magnetic field, $[\vec{J}]$ is the current density, $[\vec{\Pi}]$ is the viscous stress tensor, $[P]$ is the gas pressure, $[\gamma \equiv 5/3]$ is the ratio of specific heats and $[\vec{g} \equiv -g\hat{z}]$ is the gravitational acceleration. Alternatively, Equation (5.4) can be formulated as a function of the internal energy density $[e]$ (*e.g.*, Abbett, 2007). The magnetic diffusivity $[\eta]$ and the kinematic viscosity $[\nu]$ can be assigned constant values or can vary locally. Instead of solving the radiative transfer equation, we include in Equation (5.4) the energy source term $[Q]$ that was first defined in Abbett (2007) to model radiative losses for optically thick and optically thin media. The optical depth $[\tau]$ is computed according to the procedure described in Abbett & Fisher (2012). Finally, the system is closed with either an ideal equation of state (EOS) or with a combination between the non-ideal OPAL tabular EOS (Rogers *et al.*, 1996) and the Wichita State tabular EOS (Ferguson *et al.*, 2005) for lower temperatures.

Equations (5.1) through (5.4) adhere to the generalized form:

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial t} = \vec{F}(\vec{x}) + \vec{D}(\vec{x}). \quad (5.5)$$

where $[\vec{x}]$ is defined as the state vector:

$$\vec{x}(\vec{r}, t) = \{\rho, B_x, B_y, B_z, P, v_x, v_y, v_z\}, \quad (5.6)$$

and vectors $[\vec{F}(\vec{x})]$ and $[\vec{D}(\vec{x})]$ are respectively the sum of the remaining non-diffusive terms and diffusive terms with respect to $\vec{x}(\vec{r}, t)$ on the right-hand side (RHS) of the equation.

2.1. Numerical Scheme

The DASoG simulation is defined inside a volume of dimensions $L_x \times L_y \times L_z = 6 \times 6 \times 4$ Mm³ and uses a three-dimensional uniform Cartesian mesh with spatial resolution $\Delta x = \Delta y = 48$ km per pixel in the horizontal direction and $\Delta z = 20$ km per pixel in the vertical direction (*i.e.*, $n_x \times n_y \times n_z = 128 \times 128 \times 192$ pixels³). The Sun's surface is defined locally as the vertical position where the optical depth $\tau \approx 1$. Periodic boundary conditions are used in the horizontal direction. Ghost cells at the bottom of the convective layer maintain a constant heat flux and zero mass flux (*e.g.*, Abbett, 2007). The upper boundary conditions are only open for ascending flows (*e.g.*, Vögler *et al.*, 2005).

DASoG takes advantage of the OpenMP (Open Multi-Processing) library for parallel computing.

2.1.1. Pseudo-Spectral Method

To solve the above set of equations, we use a hybrid pseudo-spectral method (Gottlieb & Orszag, 1977), along with a Lagrangian time-marching scheme (see Section 2.1.2). More specifically, we use

$$f(x,y,z,t) = \sum_{k_x,k_y,k_z} B_k(t) \exp(i\vec{k}_h \cdot \vec{r}_h) w(k_z z), \quad (5.7)$$

where $f(x,y,z,t)$ is any fluctuating field, $\vec{k} = (k_x\hat{x} + k_y\hat{y} + k_z\hat{z})$ and $\vec{k}_h = (k_x\hat{x} + k_y\hat{y})$ are wavenumbers, $\vec{r}_h = (x\hat{x} + y\hat{y})$ is the position vector in the horizontal plane, and $w(k_z z) = \sin(k_z z)$ or $\cos(k_z z)$.

Various time and space filters are included in the model. For example, our present spatial resolution does not allow for a Reynolds number larger than 10^3 . In order to avoid large velocity and Alfvén amplitudes ($> 2.5 \text{ km s}^{-1}$), we use the turbulent viscosity $[\nu_T]$ (Nordlund *et al.*, 2009):

$$\nu_T \approx [c_1|\vec{v}| + c_2v_a] \times \text{Max}(\Delta x, \Delta y, \Delta z), \quad (5.8)$$

where c_1 and c_2 are two adjustable constants and v_a is the Alfvén velocity amplitude. In this study, we used $c_1 = 20$ and $c_2 = 8 \times 10^{-2}$.

2.1.2. Semi-Lagrangian Time Marching Scheme

Eulerian time-marching methods, *i.e.* methods set in the reference frame of an observer at a fixed location in space, will typically adjust their timestep $[\Delta t]$ in order to satisfy the Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) condition (Courant *et al.*, 1967) and ensure the stability of their numerical scheme (*e.g.*, Canuto *et al.*, 2006). These timesteps are typically orders of magnitude shorter in length than the cadence of satellite and ground-based observations of the Sun (*e.g.*, 45-second cadence for full-disk SDO/HMI data). Moreover, performing data assimilation in a MHD model may increase computation time by more than one order of magnitude as it requires multiple runs of the model within an assimilation window of length greater or equal to the cadence of observations (see Section 3).

Semi-Lagrangian time-marching schemes can achieve the same order of accuracy as Eulerian-based methods and yet use much larger timesteps Δt (Staniforth & Côté, 1991). The Lagrangian time derivative of the state vector $\vec{x}(\vec{r}, t)$ is defined in the reference frame of

a traveling plasma element as

$$\frac{D\vec{x}}{Dt} \equiv \frac{\partial\vec{x}}{\partial t} - (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{x} = -\vec{G}(\vec{r},t) + \vec{R}(\vec{r},t), \quad (5.9)$$

where $\frac{\partial}{\partial t}$ is the Eulerian time derivative, and $[\vec{G}(\vec{r},t)]$ and $[\vec{R}(\vec{r},t)]$ are forcing terms (Staniforth & Côté, 1991).

The three-time-level Semi-Lagrangian marching scheme with second order time truncation errors ($O(\Delta t^2)$) is defined as

$$\frac{\vec{x}(\vec{r}, t + \Delta t) - \vec{x}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t - \Delta t)}{2\Delta t} + \frac{\vec{G}(\vec{r}, t + \Delta t) + \vec{G}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t - \Delta t)}{2} = \vec{R}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t), \quad (5.10)$$

where the forcing term $G(\vec{r},t)$ is averaged between times $t - \Delta t$ and $t + \Delta t$, and $R(\vec{r},t)$ is evaluated at intermediate time t (Staniforth & Côté, 1991). Three-level time-marching schemes require two initial conditions for the state vector $\vec{x}(\vec{r},t)$. Because we use data assimilation to reconstruct the initial condition of the model, additional assumptions are required to infer a second initial condition (see Section 3.2). The distance vector $[\alpha(\vec{r},t)]$ must satisfy the coupled equation

$$\vec{\alpha}(\vec{r}, t) = \Delta t \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}(\vec{r},t), t). \quad (5.11)$$

Equation (5.11) is solved iteratively for $\vec{\alpha}(\vec{r}, t)$. Semi-Lagrangian schemes are dissipative in nature due to their use of spatial interpolation (McCalpin, 1988). For quadratic interpolation schemes, the resulting dissipation is expected to be biharmonic (McCalpin, 1988).

Alternatively, two-time-level Semi-Lagrangian schemes only require a single initial condition and still maintain a second order time-truncation accuracy ($O(\Delta t^2)$; Staniforth & Côté, 1991):

$$\frac{\vec{x}(\vec{r}, t + \Delta t) - \vec{x}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t)}{\Delta t} + \frac{\vec{G}(\vec{r}, t + \Delta t) + \vec{G}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t)}{2} = \vec{R}(\vec{r} - \vec{\alpha}/2, t + \Delta t/2) \quad (5.12)$$

where $\alpha(\vec{r},t)$ is defined as

$$\vec{\alpha}(\vec{r}, t) = (3\Delta t/2) \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}(\vec{r},t)/2, t) - (\Delta t/2) \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}(\vec{r},t)/2, t - \Delta t), \quad (5.13)$$

Equation (5.13) is, again, solved iteratively for $\vec{\alpha}(\vec{r},t)$. Time interpolation is required to compute $\vec{R}(\vec{r} - \vec{\alpha}/2, t + \Delta t/2)$. This introduces an additional potential source of errors.

3. Data Assimilation

Data assimilation is defined in the context of weather forecasts as adjusting the initial condition of a physical model so that the errors between the model prediction and observations within a window of time of length $[t_a]$ (*i.e.* the assimilation window) are minimized (Daley, 1993). To forecast the short term evolution of the Sun’s photosphere, we implemented the Diffusive Back and Forth Nudging method (D-BFN: Auroux & Blum, 2005, 2008; Auroux *et al.*, 2011) and data extracted at $\tau \approx 1$. D-BFN performs forward and backwards integrations of the model equations over time to infer the initial state vector \vec{x} , but unlike 4D-VAR it does not require the computation of the adjoint equations or the use of a descent algorithm (Auroux & Blum, 2008; Ruggiero *et al.*, 2015). Multiple integrations of the model equations may be required to achieve convergence, making it a simpler yet time-consuming approach.

3.1. The Diffusive Back and Forth (D-BFN) Algorithm

The MHD conservation equations are rewritten as the partial time derivative of the state vector \vec{x} on the left-hand side (LHS) of the equation and the sum of the remaining non-diffusive terms $[\vec{F}(\vec{x})]$ and diffusive terms $[\vec{D}(\vec{x})]$ on the right-hand side (RHS) of the equation. The BFN algorithm adds a relaxation term to the RHS that is proportional to the error between observations and the state variables of the model (Auroux & Blum, 2005):

$$K(\vec{y} - H(\vec{x})), \quad (5.14)$$

where $[\vec{y}]$ is the observations vector, $[H(\vec{x})]$ is the observations operator (see Section 3.1.1) and $[K]$ is the nudging gain matrix (see Section 5.2). Numerical diffusion can be introduced through $\vec{D}(\vec{x})$ on the RHS of the model equations to improve the stability of the numerical scheme and to model subgrid physics (Auroux *et al.*, 2011).

Let \vec{x} be the state vector integrated forward in time and $\vec{\bar{x}}$ be the state vector integrated backwards in time. The k^{th} D-BFN iteration first integrates the model equations (including the nudging term) forward in time to obtain a new estimate of the state vector $\vec{x}(t = t_a)$ at the end of the assimilation window:

$$\frac{\partial \vec{x}^{(k)}}{\partial t} = \vec{F}(\vec{x}^{(k)}) + K(\vec{y} - H(\vec{x}^{(k)})) + \vec{D}(\vec{x}^{(k)}), \quad (5.15)$$

$$\vec{x}^{(k)}(t = 0) = \vec{\bar{x}}^{(k-1)}(t = 0), \quad 0 < t < t_a. \quad (5.16)$$

Setting $[\vec{x}_{(k)}(t = t_a) = \vec{x}_{(k)}(t = t_a)]$, D-BFN then integrates the model equations (with the nudging term) backwards in time to obtain a new estimate of the state vector at $t = 0$:

$$\frac{\partial \vec{x}_{(k)}}{\partial t} = \vec{F}(\vec{x}_{(k)}) - K'(\vec{y} - H(\vec{x}_{(k)})) - \vec{D}(\vec{x}_{(k)}), \quad (5.17)$$

$$\vec{x}_{(k)}(t = t_a) = \vec{x}_{(k)}(t = t_a), \quad t_a < t < 0. \quad (5.18)$$

Gain matrices K from Equation (5.15) and $[K']$ from Equation (5.17) may or may not be the same. For simplicity, we adopt $K = K'$. Using the change of variables $[t' = t_a - t]$, Equations (5.17) and (5.18) can be rewritten as an initial value problem:

$$\frac{\partial \vec{x}_{(k)}}{\partial t} = -\vec{F}(\vec{x}_{(k)}) + K'(\vec{y} - H(\vec{x}_{(k)})) + \vec{D}(\vec{x}_{(k)}), \quad (5.19)$$

$$\vec{x}_{(k)}(t' = 0) = \vec{x}_{(k)}(t = t_a), \quad 0 < t' < t_a. \quad (5.20)$$

Equation (5.19) has the same form as Equation (5.15), with the exception of the sign of $\vec{F}(\vec{x}_k)$ (Auroux *et al.*, 2011). This process is repeated until Equation (5.14) vanishes and convergence of $\vec{x}_k(t = 0)$ is achieved.

With satellite- and ground-based- intensitygrams, magnetograms and Dopplergrams being typically limited to the Sun's surface, we set $\vec{y} = \vec{x}$ where $\tau \neq 1$. As a result, Equation (5.14) is only non-zero where $\tau \approx 1$ but is propagated towards the domain's upper and lower boundaries when using a non-diagonal gain matrix K in Equations (5.15) and (5.17) (see Section 5.2 for more on the modeling of K). For simplicity, the observations vector \vec{y} at a given time is viewed as a 2-D map extracted at $\tau \approx 1$ and concatenated into a vector.

3.1.1. Modeling the Observation Operator $H(\cdot)$

The role of the observation operator $H(\cdot)$ is to project the state vector \vec{x} into the observations space where it can be compared with the observations vector \vec{y} (Bouttier & Courtier, 2002). It may include other operations such as unit conversion

$$H_u(\vec{x}) = c_u \vec{x}, \quad (5.21)$$

applying filters to suppress sharp gradients or to mimic the point spread function (PSF) of an instrument

$$H_s(\vec{x}) = H_s \vec{x}, \quad (5.22)$$

and interpolation for vectors defined at different positions and/or at different spatial resolutions

$$H_i(\vec{x}) = \mathbf{H}_i \vec{x}, \quad (5.23)$$

where $[\mathbf{H}_s]$ and $[\mathbf{H}_i]$ are stencil matrices and $[c_u]$ is a scalar. Operators H_i and H_s are linear and thus

$$H(\vec{x}) = \mathbf{H} \vec{x}, \quad (5.24)$$

where $[\mathbf{H}] \equiv c_u \mathbf{H}_i \mathbf{H}_s$. In the experiments described in Section 4, vectors \vec{x} and \vec{y} are the same physical quantities defined at the same positions. Hence, $\mathbf{H}_i = \mathbf{I}$ and $\mathbf{H} = c_u \mathbf{H}_s$. Finally, for tests using simulated data as observations, $\mathbf{H}_s = \mathbf{I}$ and $\mathbf{H} = c_u \mathbf{I}$.

3.1.2. Modeling of the Gain Matrix \mathbf{K}

The nudging gain matrix \mathbf{K} in Equations (5.15) and (5.17) is a linear operator that gives weight to the corrections applied to the state vector \vec{x} . The *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) definition of \mathbf{K} is

$$\mathbf{K} = c_K \mathbf{B} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}, \quad (5.25)$$

where c_K is a constant with units $[\Delta t^{-1}]$, $[\mathbf{R}] \equiv (\vec{\epsilon}_o - \langle \vec{\epsilon}_o \rangle)(\vec{\epsilon}_o - \langle \vec{\epsilon}_o \rangle)^T$ is the covariance matrix of the observations errors, $[\mathbf{B}] \equiv (\vec{\epsilon}_b - \langle \vec{\epsilon}_b \rangle)(\vec{\epsilon}_b - \langle \vec{\epsilon}_b \rangle)^T$ is the covariance matrix of the background errors, and $\langle \cdot \rangle$ is the mean operator (Bouttier & Courtier, 2002). Computing the observation errors $[\vec{\epsilon}_o] \equiv \vec{y} - H(\vec{x}_t)$ and the model errors $[\vec{\epsilon}_b] \equiv \vec{x}_b - \vec{x}_t$ requires knowledge of the true solution $[\vec{x}_t]$, *i.e.* the exact solution for the state vector \vec{x} such that $\vec{\epsilon}_o = \vec{0}$ (Talagrand, 1997). When assimilating synthetic data which satisfies the model equations (see Section 4), $H(\vec{x}) = \vec{x}$, $\vec{y} = \vec{x}_t$ and $\vec{\epsilon}_o = \vec{0}$. Hence, Equation (5.25) reduces to $\mathbf{K} = c_K \mathbf{I}$ where $[\mathbf{I}]$ is the identity matrix. Since the matrix is diagonal, the nudging correction term is only non-zero at the photosphere and will only propagate to other layers through the action of vertical derivatives in the model equations. However, when working with synthetic data extracted from a different physical model or with real observations (see Section 5), \vec{x}_t cannot be determined and matrices \mathbf{K} , \mathbf{R} and \mathbf{B} must be modeled (Desroziers *et al.*, 2005).

3.2. Numerical Scheme

Let us define $[t_i]$ and $[t_f]$ as the times at the starting point and at the endpoint of the assimilation window, $[n_t = (t_f - t_i)\Delta t^{-1}]$ as the total number of timesteps, and $[t_j = t_i + j\Delta t]$ as the current timestep. We proceed with the numerical implementation of the D-BFN method (Equations (5.28) and (5.29)) in the Semi-Lagrangian time-marching scheme (Equation (5.9)) by defining the vector fields

$$\begin{aligned}\vec{R}(\vec{r}, t_j) &= (\vec{v}(\vec{r}, t_j) \cdot \vec{\nabla})\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j) + \vec{F}(\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j)) + \vec{D}(\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j)) \\ &\quad + \text{K}(\vec{y}(\vec{r}, t_j) - H(\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j))),\end{aligned}\tag{5.26}$$

for the forward integration, and

$$\begin{aligned}\vec{R}(\vec{r}, t_j) &= (\vec{v}(\vec{r}, t_j) \cdot \vec{\nabla})\vec{\tilde{x}}_{(k)}(\vec{r}, t_j) + \vec{F}(\vec{\tilde{x}}_{(k)}(\vec{r}, t_j)) + \vec{D}(\vec{\tilde{x}}_{(k)}(\vec{r}, t_j)) \\ &\quad + \text{K}(\vec{y}(\vec{r}, t_j) - H(\vec{\tilde{x}}_{(k)}(\vec{r}, t_j))),\end{aligned}\tag{5.27}$$

for the backwards integration. By setting $\vec{G}(\vec{r}, t) = \vec{0}$, the three-time-level Semi-Lagrangian scheme (Equation (5.10)) reduces to an explicit scheme:

$$\begin{aligned}\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_{j+1}) &= \vec{x}_{(k)}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t_{j-1}) + 2\Delta t\vec{F}(\vec{x}_{(k)}, t_j) + 2\Delta t\vec{D}(\vec{x}_{(k)}, t_j) \\ &\quad + 2\Delta t\text{K}(\vec{y}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) - H(\vec{x}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j))),\end{aligned}\tag{5.28}$$

$$\begin{aligned}\vec{\tilde{x}}_{(k)}(\vec{r}, t'_{j+1}) &= \vec{\tilde{x}}_{(k)}(\vec{r} + 2\vec{\alpha}, t'_{j-1}) - 2\Delta t\vec{F}(\vec{\tilde{x}}_{(k)}, t'_j) + 2\Delta t\vec{D}(\vec{\tilde{x}}_{(k)}, t'_j) \\ &\quad + 2\Delta t\text{K}'(\vec{y}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) - H(\vec{\tilde{x}}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j))),\end{aligned}\tag{5.29}$$

where $[t'_j \equiv t_f - t_j]$. Distances $|\vec{\alpha}|$ within less than a pixel-size are interpolated spatially using a second order interpolation scheme and are a notable source of computation errors (see Section 4.1.1). In order to avoid discontinuities when transitioning between forward and backwards time-marching, the state vectors at times $t_j = t_i - \Delta t$ and $t_j = t_f + \Delta t$ are computed by performing a forward integration with a negative timestep and a backwards integration with a negative timestep respectively.

4. Results: Assimilation of Simulated Observations

Validation of the D-BFN implementation in the Semi-Lagrangian formalism (Equations (5.28) and (5.29)) is performed using simulated data and idealized versions of the DASoG

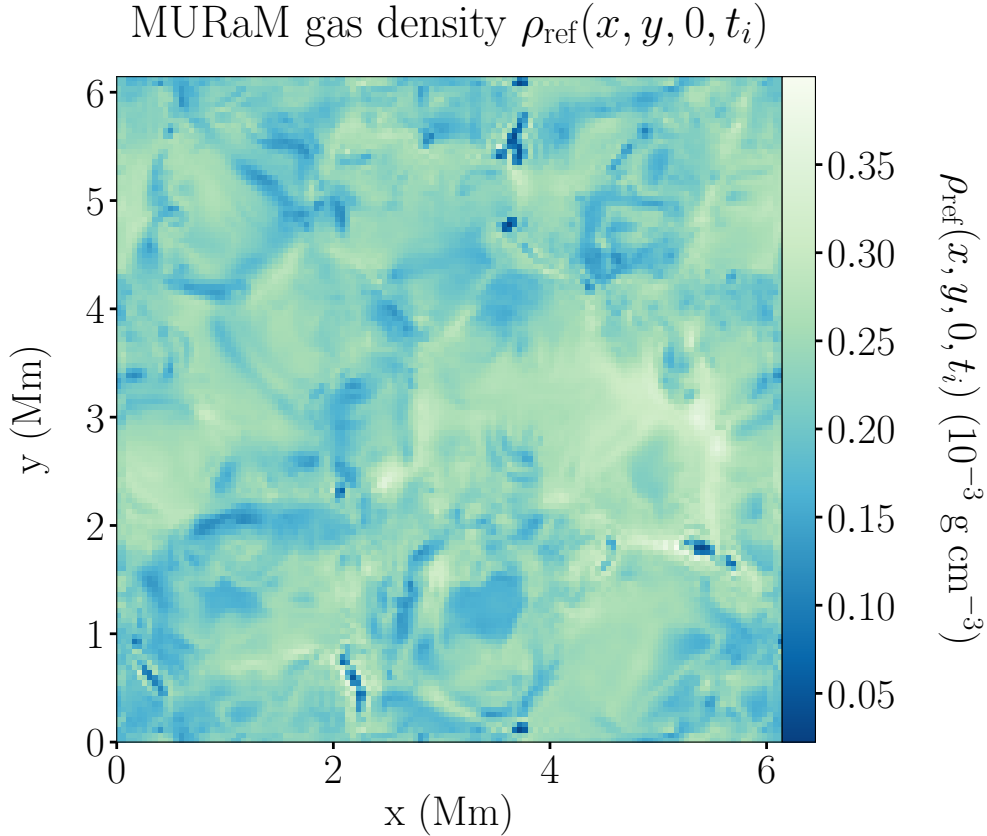


Figure 5.1. MURaM simulation of the gas density $\rho_{\text{ref}}(x, y, 0, t_i)$ for a patch of granulation. The data was resampled to a spatial resolution of $48 \times 48 \times 120 \text{ km}^3$ per pixel³ using spectral interpolation. The horizontal boundary conditions are periodic.

model. Each version solves for a single MHD conservation equation, with the remaining state variables appearing in the equation being assigned an analytical function or predetermined values. For example, in Section 4.1, we solve for the initial gas density $\rho(\vec{r}, t_i)$ in the continuity equation (Equation 5.1) with a predetermined (and therefore exact) flow field. Moreover, we first limit tests to 1D dependencies in space, then expand to 2D dependencies and finally consider 3D dependencies to measure the errors generated through spatial interpolation. Once each individual implementation has been validated, we increase the number of MHD conservation equations in the idealized DASoG models and repeat the validation process until Equations (5.1) through (5.4) are solved simultaneously.

Sequences of simulated observations are generated by the idealized DASoG models through DNS (direct numerical simulation). The data is thus guaranteed to satisfy the model equations (*i.e.* the observation errors are null). The observations vector \vec{y} also maintains the same spatial resolution as the DNS, such that the observation operator $H(\vec{x}) = \vec{x}$. The remaining errors are associated with the use of spatial interpolations in the Semi-Lagrangian scheme and with the forward and backwards integrations in time associated with the D-BFN scheme. Each DNS is initiated from volumes $[\vec{x}_{\text{ref}}(\vec{r}, t_i)]$ that were computed by the MURaM³ simulation of a patch of solar granulation at time $t_i = 5900$ s (*e.g.* Figure 5.1 for the gas density; Vögler *et al.*, 2005). The MURaM data was resampled from a spatial resolution $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ of $16 \times 16 \times 16$ km³ to $48 \times 48 \times 120$ km³ through spectral interpolation to match the box-size of the DASoG model. Periodic boundary conditions were adopted. The DNS is then integrated forward in time for a total of 80 timesteps. Computations are saved at each timestep in order to study the effects of complete (*i.e.* unrealistic) and incomplete (*i.e.* realistic) sets of observations in time and/or in space.

4.1. Continuity Equation: Simulated Observations

When applied to the continuity equation (Equation (5.1)), Equations (5.28) and (5.29) translate to

$$\begin{aligned} \vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_{j+1}) &= \vec{x}_{(k)}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t_{j-1}) + 2\Delta t K \left(\vec{y}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) - \vec{x}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \right) \\ &\quad - 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \right) \vec{x}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j), \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} \vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t'_{j+1}) &= \vec{x}_{(k)}(\vec{r} + 2\vec{\alpha}, t'_{j-1}) + 2\Delta t K \left(\vec{y}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) - \vec{x}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \right) \\ &\quad + 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \right) \vec{x}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j), \end{aligned} \quad (5.31)$$

where k is the number of D-BFN iterations performed, $\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j)$ is the gas density volume $\rho(\vec{r}, t_j)$ concatenated as a vector, and $\vec{v}(\vec{r}, t_j)$ is a prescribed quantity. Equations (5.30) and (5.31) are rewritten as functions of the error vectors $[\vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t_j) \equiv \vec{y}(\vec{r}, t_j) - \vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j)]$ and

3. MURaM simulation of granulation: Data kindly provided by Dr. Matthias Rempel.

$\left[\vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t_j) \equiv \vec{y}(\vec{r}, t_j) - \vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j) \right]$, such that

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{x}, t_{j+1}) &= \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t_{j-1}) - 2\Delta t \mathbf{K} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \\ &\quad - 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \right) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \\ &\quad + (\vec{y}(\vec{r}, t_{j+1}) - \vec{y}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t_{j-1})) \\ &\quad + 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \right) \vec{y}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j), \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{x}, t'_{j+1}) &= \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} + 2\vec{\alpha}, t'_{j-1}) - 2\Delta t \mathbf{K} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \\ &\quad + 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \right) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \\ &\quad + (\vec{y}(\vec{r}, t'_{j+1}) - \vec{y}(\vec{r} + 2\vec{\alpha}, t'_{j-1})) \\ &\quad - 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \right) \vec{y}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j). \end{aligned} \quad (5.33)$$

Convergence of the assimilation process is achieved when $|\vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t_i)|^2$ reaches a minimum value.

We begin with the assimilation of simulated observations \vec{y} that were generated by the DASoG model itself. The observations vector \vec{y} consequently satisfies Equations (5.28) and (5.29) for a null gain matrix \mathbf{K} (*i.e.* when no data assimilation is performed):

$$\vec{y}(\vec{r}, t_{j+1}) = \vec{y}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t_{j-1}) - 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \right) \vec{y}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j), \quad (5.34)$$

$$\vec{y}(\vec{r}, t'_{j+1}) = \vec{y}(\vec{r} + 2\vec{\alpha}, t'_{j-1}) + 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \right) \vec{y}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j). \quad (5.35)$$

In this context, Equations (5.32) and (5.33) further simplify to

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t_{j+1}) &= \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t_{j-1}) - 2\Delta t \mathbf{K} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \\ &\quad - 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j) \right) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j), \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t'_{j+1}) &= \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} + 2\vec{\alpha}, t'_{j-1}) - 2\Delta t \mathbf{K} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \\ &\quad + 2\Delta t \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j) \right) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j). \end{aligned} \quad (5.37)$$

Identifying a gain matrix \mathbf{K} such that convergence of the assimilation process is achieved is an ad-hoc process. We illustrate with some examples.

4.1.1. Advection by a Steady and Uniform Flow Field

We first consider the advection of a patch of granulation by a flow field that is both uniform and steady (*i.e.* constant in space and time):

$$\vec{v}(\vec{r}, t_j) \equiv \Delta t^{-1} (c_x \Delta x \hat{x} + c_y \Delta y \hat{y} + c_z \Delta z \hat{z}), \quad (5.38)$$

where c_x , c_y and c_z are constants. Moreover, the displacement vector in the Semi-Lagrangian scheme simplifies to

$$\begin{aligned} \vec{\alpha}(\vec{r}, t_j) = \vec{\alpha} &= \alpha_x \hat{x} + \alpha_y \hat{y} + \alpha_z \hat{z}, \\ &= c_x \Delta x \hat{x} + c_y \Delta y \hat{y} + c_z \Delta z \hat{z}. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Therefore, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$ and

$$\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_{j+1}) = \vec{x}_{(k)}(\vec{r} - 2\vec{\alpha}, t_{j-1}), \quad (5.40)$$

$$\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t'_{j+1}) = \vec{x}_{(k)}(\vec{r} + 2\vec{\alpha}, t'_{j-1}). \quad (5.41)$$

If we set $\vec{x}_{(0)}(\vec{r}, t_i - \Delta t) = \vec{x}_{(0)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t_i)$, then

$$\vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t_{j+1}) = (\mathbf{I} - 2\Delta t \mathbf{K}) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} - \vec{\alpha}, t_j), \quad (5.42)$$

$$\vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t'_{j+1}) = (\mathbf{I} - 2\Delta t \mathbf{K}) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r} + \vec{\alpha}, t'_j). \quad (5.43)$$

Errors at the starting-point of the assimilation window can be expressed as a function of the previous D-BFN iteration:

$$\vec{\epsilon}_{(k+1)}(\vec{x}, t_i) = \left(\prod^{2 \times n_t} (\mathbf{I} - 2\Delta t \mathbf{K}) \right) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{x}, t_i), \quad (5.44)$$

$$= \left(\prod^{2 \times n_t \times k} (\mathbf{I} - 2\Delta t \mathbf{K}) \right) \vec{\epsilon}_{(0)}(\vec{x}, t_i). \quad (5.45)$$

Hence if we arbitrarily define $\mathbf{K} \equiv c_K \mathbf{I}$, $|\vec{\epsilon}_{(k \rightarrow \infty)}(\vec{r}, t_i)|^2 \rightarrow 0$ for $0 < c_K < \Delta t^{-1}$.

When setting c_x , c_y and c_z in Equation (5.46) to integer values, the distance $|\vec{\alpha}|$ becomes equal to a finite number of pixels in all directions. In this case, no interpolation is required to compute $\vec{x}_{(k)}(\vec{r} \pm \vec{\alpha}, t_j)$ and $\vec{x}_{(k)}(\vec{r} \pm 2\vec{\alpha}, t_j)$. Figure 5.2(a) illustrates the convergence of the D-BFN method for the advection of a patch of granulation by the flow field $\vec{v}(\vec{r}, t_j) \equiv \Delta x \Delta t^{-1} \hat{x}$, *i.e.* the map of the gas density $\rho_{(k)}(\vec{r}, t_j)$ is simply moved by one pixel in the \hat{x} direction at each timestep. The assimilation process was initiated with the volume $\vec{x}_{(0)}(\vec{r}, t_i) = 1.5 \times$

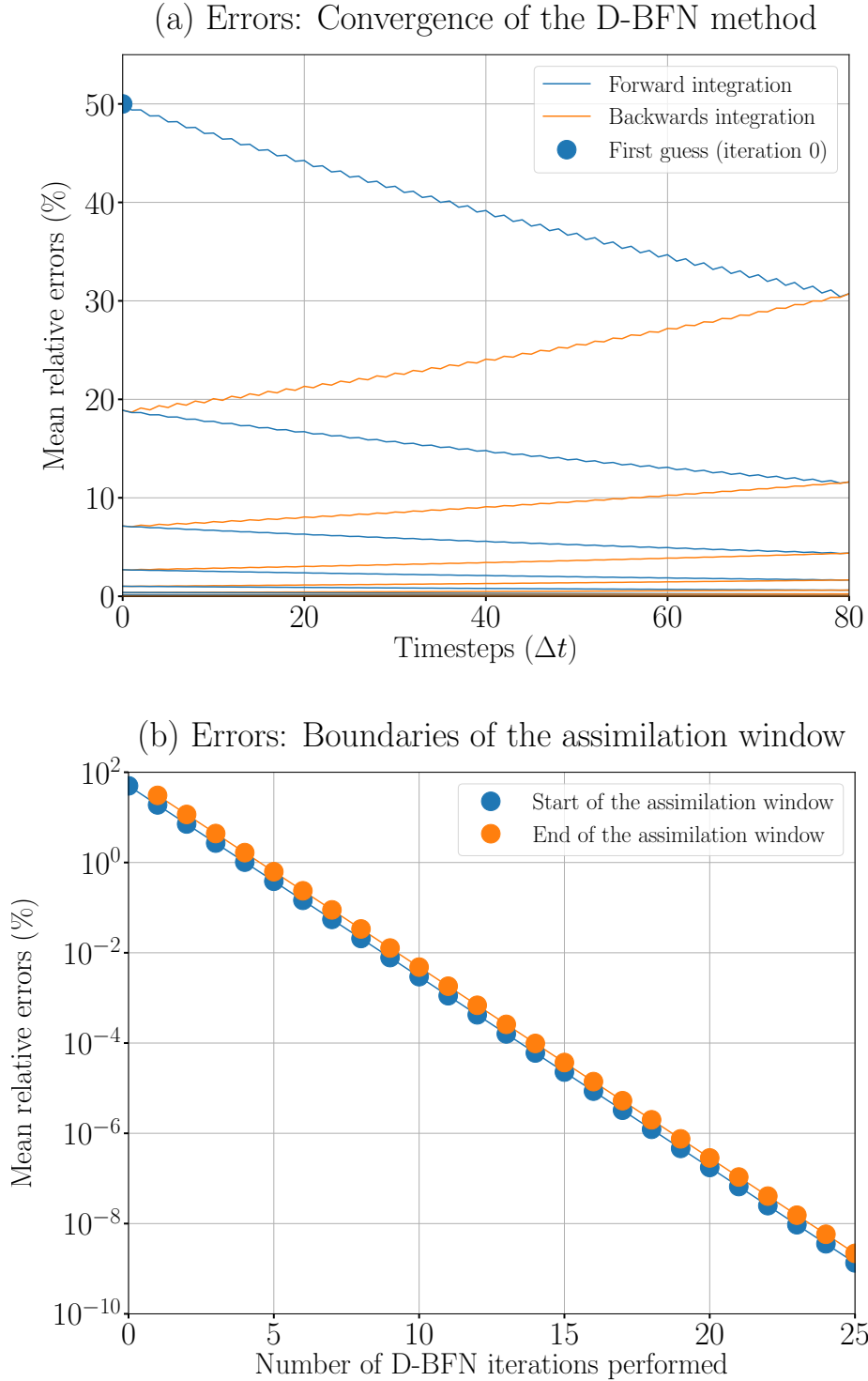


Figure 5.2. Results for the advection of a patch of granulation in the horizontal direction at a steady and uniform velocity $\vec{v}(x,y,z,t_j) \equiv (1\hat{x} + 0\hat{y} + 0\hat{z}) \Delta x \Delta t^{-1}$. The first guess of the initial condition (*i.e.* D-BFN iteration # 0) is set to $\rho_{(0)}(x,y,z,t_i) = 1.5 \times \rho_{\text{ref}}(x,y,z,t_i)$. (a) Mean relative errors as a function of time within the assimilation window. (b) Mean relative errors as a function of the number of D-BFN iterations performed. Errors are measured at the starting-point and endpoint of the assimilation window.

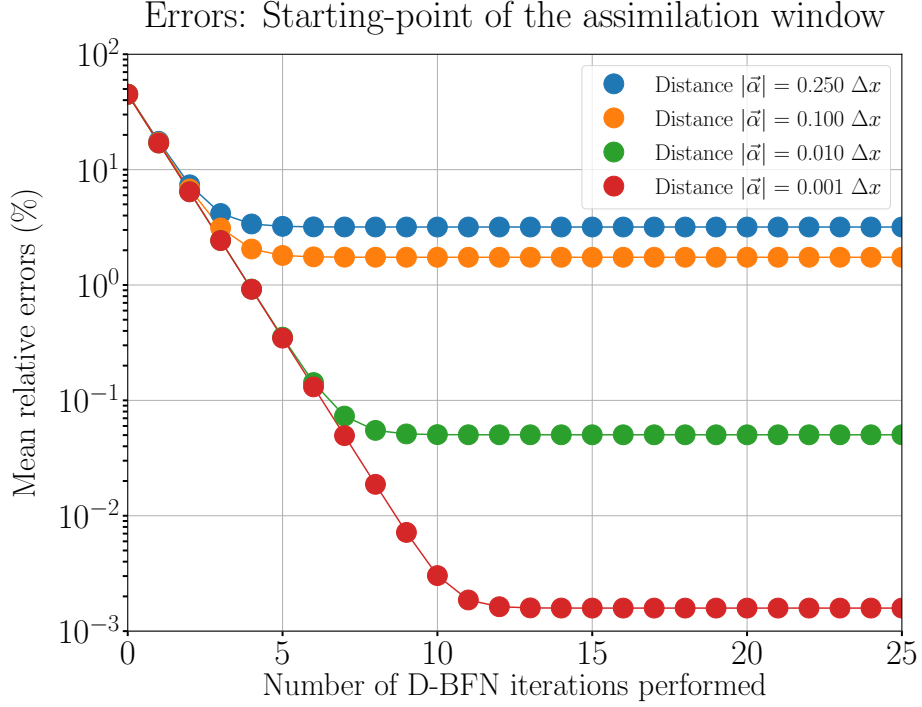


Figure 5.3. Mean relative errors as a function of the number of D-BFN iterations performed for different steady and uniform flow fields $\vec{v}(\vec{r}, t_j) = v_x \hat{x} = \alpha \Delta t^{-1} \hat{x}$ (colored curves). The same gain matrix K is maintained for all four experiments. Errors are measured at the starting-point of the assimilation window. The first guess of the initial condition (*i.e.* D-BFN iteration # 0) is set to the uniform field $\rho_{(0)}(x, y, z, t_i) = \rho_{\text{ref}}(x, y, z, t_j = t_i) + \langle \rho_{\text{ref}}(x, y, z, t_i) \rangle$. The relative errors increase as a function of the interpolation distance $|\vec{\alpha}| \equiv \Delta t |\vec{v}|$ in the Semi-Lagrangian time-marching scheme. For values of $|\vec{v}| < 10 \text{ km s}^{-1}$, relative errors are below a threshold of 0.01 % for $k \rightarrow \infty$.

$\vec{x}_{\text{ref}}(\vec{r}, t_i)$. We selected the diagonal gain matrix $K = c_K I$ and fixed $c_K = (2n_t)^{-1} \Delta t^{-1} < \Delta t^{-1}$. As predicted by Equation (5.45), the mean relative errors at the photosphere decrease by approximately one order of magnitude every three D-BFN iterations and achieve machine-precision values beyond 25 iterations (Figure 5.2(b)). Similar results are obtained at other vertical positions (not shown).

In practice, distances $|\vec{\alpha}|$ within less than a pixel-size are interpolated using a second order interpolation scheme. Therefore interpolation errors introduced by the Semi-Lagrangian scheme should remain. We consider in Figure 5.3 the advection of a patch a granulation by steady and uniform flow fields (Equation (5.46)) with values $0 < c_x \leq 0.25$ which translate

to distances $|\vec{\alpha}| = c_x \Delta x < \Delta x$ (Equation (5.39)). The assimilation process was initiated with the volume $\vec{x}_{(0)}(\vec{r}, t_i) = \vec{x}_{\text{ref}}(\vec{r}, t_i) + \langle \vec{x}_{\text{ref}}(\vec{r}, t_i) \rangle$, where $\langle \cdot \rangle$ is a spatial average operator in the horizontal plane. The gain matrix was set to $K = 0.001 \text{ I}$. Unlike Figure 5.2(b), the mean relative errors plateau after a number of D-BFN iterations. Furthermore, this plateau is achieved at significantly larger values of the mean relative errors for larger values of $|\vec{\alpha}|$ in relation to the pixel-size (see blue and orange curves), *i.e.* for distances for which the spatial interpolation is less accurate. Maps of the initial gas density are reminiscent of a smoothed version of the exact solution, which is consistent with the biharmonic dissipation expected from Semi-Lagrangian advection schemes that use quadratic spatial interpolation (McCalpin, 1988). Horizontal velocities computed by the MURaM simulation do not exceed 10 kilometers per second, which corresponds to $|\vec{\alpha}| \leq 0.005 \Delta x$. In the context of 1D plasma motions, relative errors due to spatial interpolation in the assimilation process remain below a satisfactory threshold of 0.01 % (see green and red curves in Figure 5.3). This threshold is expected to increase as we consider 2D and 3D spatial dependencies.

4.1.2. Advection by a Steady Flow Field

In the context of steady flow fields $\vec{v}(\vec{r})$, the continuity equation (Equation (5.1) can be solved analytically for the gas density $\rho(\vec{r}, t_j)$ using the method of characteristics (not shown). In this section, we prescribe a steady flow field of the form

$$\vec{v}(x, y, z, t_j) \equiv v_0 \sin(c_x x) \hat{x} + 0 \hat{y} + 0 \hat{z}, \quad (5.46)$$

where $c_x \equiv 2\pi/L_x$ and v_0 is the maximum amplitude of the velocity. The flow includes a 1D spatial dependency, such that $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r}) \neq 0$. We also consider a diagonal gain matrix $K \equiv c_K \text{I}$ for simplicity. Under these assumptions, analytical solutions to Equations (5.16) and (5.19) can be derived in terms of the D-BFN errors $\epsilon_{(k)}(\vec{r}, t_j)$ and $\vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t'_j)$:

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t_j) &= \exp(-c_K(t_j - t_i)) \frac{\sin [2 \arctan (\exp(-v_0 c_x (t_j - t_i)) \tan(c_x x / 2))]}{\sin(c_x x)} \\ &\quad \times \vec{\epsilon}_{(k)}(2 \arctan (\exp(-v_0 c_x (t_j - t_i)) \tan(c_x x / 2)) / c_x, y, z, t_i), \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t'_j) &= \exp(-c_K(t'_j - t_i)) \frac{\sin [2 \arctan (\exp(v_0 c_x (t'_j - t_i)) \tan(c_x x / 2))]}{\sin(c_x x)} \\ &\quad \times \vec{\epsilon}_{(k)}(2 \arctan (\exp(v_0 c_x (t'_j - t_i)) \tan(c_x x / 2)) / c_x, y, z, t_f). \end{aligned} \quad (5.48)$$

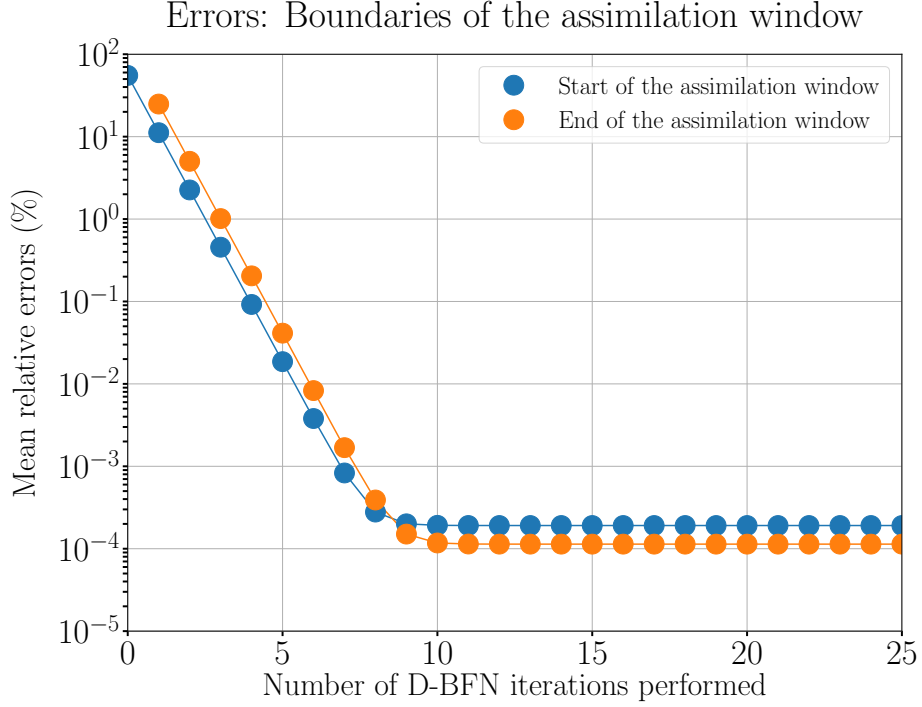


Figure 5.4. Mean relative errors as a function of the number of D-BFN iterations performed for the advection of a patch of granulation in the horizontal direction by the steady flow field $\vec{v}(x,y,z,t_j) \equiv \sin(c_x x)\hat{x} + 0\hat{y} + 0\hat{z}$. Errors are measured at the starting-point and the endpoint of the assimilation window. The first guess of the initial condition (*i.e.* D-BFN iteration $\# 0$) is set to the constant field $\rho_{(0)}(x,y,z,t_i) = \langle \rho_{\text{ref}}(x,y,z,t_i) \rangle$. The errors plateau after 10 D-BFN iterations and are of the same order as spatial interpolation errors.

Errors at the starting-point of the assimilation window can be expressed as a function of the previous D-BFN iteration:

$$\vec{\epsilon}_{(k+1)}(\vec{r}, t_i) = \exp(-2c_K(t_f - t_i)) \vec{\epsilon}_{(k)}(\vec{r}, t_i). \quad (5.49)$$

Hence $|\vec{\epsilon}_{(k \rightarrow \infty)}(\vec{r}, t_i)|^2 \rightarrow 0$ if $c_K > 0$.

Setting $c_K = 0.001$, Equations (5.30) and (5.31) were validated numerically for the advection of a patch of granulation by the steady flow field $\vec{v}(x,y,z,t_j) \equiv \sin(c_x x)\hat{x}$. State vectors $\vec{x}_{(k)}(\vec{r}, t_j = t_i - \Delta t)$ and $\vec{x}'_{(k)}(\vec{r}, t'_j = t_i - \Delta t)$ were computed using Equation (5.47) with $t_j = t_i - \Delta t$ and Equation (5.48) with $t'_j = t_i - \Delta t$ respectively. Despite the 1D spatial dependency, mean relative errors at the starting-point and at the endpoint of the assimilation window plateau at a value of less than 0.001 % after 10 D-BFN iterations (Figure 5.4).

5. Future: Assimilation of Satellite and Ground-based Observations

The field of atmospheric sciences has access to a detailed spatiotemporal coverage of Earth’s atmosphere through an expansive network of observations (*e.g.*, planes, satellites, balloon experiments, stations and probes). The wealth of data available is instrumental in investigating physical features relevant to, for example, the state vectors of weather forecast models and thus in constraining the initial condition of such models through data assimilation. Observation operators $H(\cdot)$ can also produce estimates of observable quantities \vec{y} from the model state vector \vec{x} . Recent advances in instrumentation and data analysis in the field of solar physics have enabled advances in the understanding of granulation and active region evolution and energetic event production (Petrie, 2014). Yet due to instrumental limitations and observational realities, there are physical processes on the Sun that cannot be directly accessed or evaluated. A limited coverage of the Sun may introduce additional challenges when performing data assimilation in the field of solar physics than we would encounter in the field of atmospheric sciences.

5.1. Synthetic Observations of the Sun: Reconstructions and Extrapolations

Dopplergrams, intensitygrams, and magnetograms recorded by the Spectropolarimeter (SP) of the Solar Optical Telescope (SOT) onboard Hinode (Kosugi *et al.*, 2007) and by the Helioseismic and Magnetic Imager (HMI: Schou *et al.*, 2012) onboard the Solar Dynamics Observatory (SDO) are well-suited for a study of the Sun’s surface at granular scales. Near disk center, these instruments achieve spatial resolutions of ≈ 96 km per pixel and ≈ 368 km per pixel respectively. Once it becomes operational in early 2020, the Daniel K. Inouye Solar Telescope (DKIST: Tritschler *et al.*, 2016) will capture high-resolution observations of the Sun with a pixel size comparable to the mesh size of high-resolution numerical simulations. Additionally, the telescope will provide coverage not only for the photosphere but also for regions of the solar atmosphere ($\tau < 1$). Current observational data translates to an observations vector \vec{y} of the form

$$\vec{y}(x,y,\tau,t) = \begin{cases} \{v_z, |\vec{B}_t|, B_z\}, & \text{if } \tau \approx 1, \\ \{\text{none}\}, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (5.50)$$

where $|\vec{B}_t|$ is the transverse magnetic field strength, B_z is the line-of-sight component of the magnetic field, and v_z is the Doppler velocity. Due to the difference in spatial resolution between observations and numerical models, an observation operator $H(\cdot)$ is required to project the DAsoG state vector \vec{x} in the observations space where it can be compared to \vec{y} . Moreover, Hinode SOT/SP produces observations at a 60-second cadence whereas the SDO/HMI pipeline outputs data at 45-second and 720-second cadences. These timescales are more than three orders of magnitude larger than the timestep in most simulations. Second order time interpolation could be used to fill the gaps in time between consecutive observations (not shown).

Information about state vector quantities that are missing in Equation (5.50) could be included in \vec{y} through synthetic observations or reconstructions. Reconstructions refer to methods that infer an unobservable quantity from an observable quantity based on a series of assumptions. For example, Dopplergrams only map the line-of-sight component of plasma motions at the Sun’s surface. Various methods have been consequently developed to reconstruct the transverse component from intensitygrams (November & Simon, 1988; Potts *et al.*, 2004; Rieutord *et al.*, 2007; Fisher & Welsch, 2008) or magnetograms (Longcope, 2004; Schuck, 2006; Tremblay & Vincent, 2015, 2016) over different spatial and temporal scales. More recently, a machine-learning algorithm was trained with computations performed by a simulation of the Quiet Sun (Asensio Ramos *et al.*, 2017). The DeepVel convolutional neural network was identified as the ideal method to generate instantaneous synthetic SDO/HMI observations of $v_x(\tau \approx 1)$ and $v_y(\tau \approx 1)$ from consecutive intensitygrams for the purpose of data assimilation, *i.e.* transverse plasma motions that reflect the physics of a physical model of granulation but are made to look as if they were observed by the HMI instrument (Tremblay *et al.*, 2018b). The coverage of DeepVel is not limited to the Quiet Sun’s surface as the neural network can infer flows at three simultaneous optical or geometrical depths (*e.g.*, $\tau = \{1, 0.1, 0.01\}$: Asensio Ramos *et al.*, 2017). The training set could also be expanded to include simulations of the Active Sun (Illarionov & Tlatov, 2018). Once trained, neural networks generate estimates almost instantaneously from a given input. Consequently, a trained neural network could be included in a reduction pipeline to quickly and reliably manipulate great quantities of data from which to infer transverse flows for data assimilation processes. It is important to note that neural networks trained using this approach

will be model-dependent. Hence, the output will vary based on the physics included in the model used to generate the training set. The geometry, spatial resolution and cadence of the training set is also preserved in the output. Training DeepVel with results from the same MHD model as was used to perform data assimilation should generate synthetic velocity fields that, in comparison, are more consistent with the model and would reduce observation errors (Tremblay *et al.*, 2018b).

5.2. Modeling of the Gain Matrix K

Observation errors $\vec{\epsilon}_o$ include instrumental errors in \vec{y} and projection errors due to the observation operator $H(\cdot)$ (Bouttier & Courtier, 2002). The latter may arise when operating with state vectors defined at a different spatial resolution than the observations \vec{y} or with state variables \vec{x} that are not directly observable. Background errors $\vec{\epsilon}_b$ measure how the physics and approximations included in the model are representative of \vec{x}_t . Examples in the context of solar physics include the multi-species nature of the chromosphere, the multi-group nature of radiation and opacities, and the physics of solar flares not satisfying the MHD and LTE approximations. However, when manipulating observations or reconstructions of the Sun, the exact solution \vec{x}_t is an unknown quantity. Various models have been proposed for R and B (*e.g.*, Thiebaux, 1976; Desroziers *et al.*, 2005; Miyoshi *et al.*, 2013). In this study, we make the strong hypothesis that covariance matrices R and B are isotropic and can be modeled by Gaussians with three parameters (Solonen *et al.*, 2014):

$$B_{i,j}, R_{i,j} = \delta_{i,j} \zeta^2 + \sigma^2 \exp(-d_{i,j}^2 / (2\xi^2)). \quad (5.51)$$

In the above formula, $i, j \in [1, n_x \cdot n_y \cdot n_z]$, $d_{i,j}$ is the distance between the two grid points \vec{r}_i and \vec{r}_j inside the volume V , $\sigma^2 \in [0, 0.05]$ is the variance of the Gaussian, $\xi \in [1, 10]$ is the correlation length, and $\zeta \in [0, 0.01]$ is added to the main diagonal through the Kronecker delta $\delta_{i,j}$ to ensure that the matrix is positive-definite.

Let us consider a scenario in which the observations \vec{y} have the same horizontal dimensions than the state vector \vec{x} . Matrices R, B, H and K are of dimensions $n_x \cdot n_y \cdot n_z$ by $n_x \cdot n_y \cdot n_z$, for a total of $\approx 10^{12}$ floating points per matrix. In the following study, we are only assimilating data extracted at the photosphere. Therefore, the dimension of the vector of observations \vec{y} is $n_x \cdot n_y$, *i.e.* the total number of points in a horizontal slice of the volume V . This also reduces the dimensions of matrices R, B, H and K (see Table 5.1). We can consequently

Table 5.1. Dimensions of the matrices and vectors involved in the data assimilation of surface observations that share the same horizontal dimensions as the model. \tilde{n}_z is the number of layers or neighbors at other geometrical depths or optical depths that are correlated with the surface observations.

Symbol	Definition	Full dimensions	Reduced dimensions
\vec{y}	Vector of observations	$n_x \cdot n_y \cdot n_z$	$n_x \cdot n_y$
\vec{x}	State vector	$n_x \cdot n_y \cdot n_z$	$n_x \cdot n_y \cdot \tilde{n}_z$
R	Covariance matrix of observation errors	$n_x^2 \cdot n_y^2 \cdot n_z^2$	$n_x^2 \cdot n_y^2$
B	Covariance matrix of background errors	$n_x^2 \cdot n_y^2 \cdot n_z^2$	$n_x^2 \cdot n_y^2 \cdot \tilde{n}_z^2$
H	Linearized observation operator	$n_x^2 \cdot n_y^2 \cdot n_z^2$	$n_x^2 \cdot n_y^2 \cdot \tilde{n}_z$
K	Nudging gain matrix	$n_x^2 \cdot n_y^2 \cdot n_z^2$	$n_x^2 \cdot n_y^2 \cdot \tilde{n}_z$

compute all matrices in-core using algorithms from the SPARSEKIT2 library (Burkardt, 2013; Saad, 2003) for the manipulation of sparse matrices in Compressed Sparse Row form (CSR: Formaggia *et al.*, 2012) with Cholevski factorization. Each matrix is only computed once at the beginning of each run.

6. Conclusion

We introduced and validated an implementation of the diffusive back-and-forth nudging assimilation method in the DASoG radiative MHD model of solar granulation. Data assimilation is used in this context to adjust the initial condition of the model and minimize the errors between the model predictions and observations within a window of time. Validation was performed by using idealized versions of the DASoG model and by incrementally increasing the number of spatial dependencies and the number of equations to solve simultaneously. We first assimilated a sequence of simulated observations that were generated by the DASoG model itself and thus satisfy the model equations and use the same spatial resolution and timestep. By eliminating observation errors and errors associated with the observations operator, we were able to focus on the remaining sources of errors such as spatial interpolation in the Semi-Lagrangian time-marching scheme and incomplete datasets. For plasma velocities of a few kilometers per second or less, the mean relative errors (of the gas density in the continuity equation) remained below a satisfactory threshold. We have yet to test the

magnetic induction equation, the conservation of momentum equation, and the conservation of energy equation.

The next step is the assimilation of data generated by the MURaM radiative MHD model which, although similar in nature, will not satisfy the DASoG model equations and uses a different spatial resolution and timestep (Vögler *et al.*, 2005). Finally, the long-term objective would be to assimilate SDO/HMI, Hinode SOT/SP and DKIST observations of Sun as well as reconstructions (*e.g.*, transverse plasma motions: Tremblay *et al.*, 2018b) in a radiative MHD model. Data assimilation is first and foremost an inversion technique (Daley, 1993). The inferred initial condition and model prediction within the assimilation window could be used to validate the physical model by comparing emissions in the modeled solar atmosphere to SDO/AIA data (*e.g.*, Fisher *et al.*, 2015). A successful inversion also enables the use of the model to forecast what comes beyond the assimilation window. Potential applications include predicting the short-term evolution of the solar photosphere and, by extension, the production of energetic events by performing data assimilation in a model of a sunspot or active region (*e.g.*, Stein & Nordlund, 2012; Rempel & Cheung, 2014).

Fin de l'article.

Chapitre 6

Conclusion

Dans le cadre de cette thèse, nous avons introduit l'assimilation des données et l'apprentissage profond comme deux composantes essentielles pour la prédiction de l'activité solaire à court terme à l'aide d'un modèle physique et d'une séquence d'observations. Dans la démarche que nous proposons, le rôle de l'assimilation des données est d'ajuster les conditions initiales d'une simulation numérique du Soleil afin de minimiser les erreurs entre les prédictions du modèle et une séquence d'observations. Le rôle de l'apprentissage profond est de compléter le processus d'assimilation en produisant des reconstructions des quantités physiques non-observables ou même accélérer le processus en produisant un premier estimé de la condition initiale. Il va de soi que cette approche requiert d'écrire et de manipuler un modèle physique du Soleil, et de prétraiter et d'analyser les données observationnelles de divers instruments. Ainsi, les résultats présentés dans cette thèse, que nous résumons ci-dessous, ne constituent que les premiers pas d'une longue démarche vers la prédiction de l'activité solaire. Cette procédure permet avant toute chose de valider la physique implémentée dans les modèles et d'en améliorer notre compréhension, ce qui contribue au degré de réalisme des simulations, des inversions et, par extension, des prédictions.

Dans le Chapitre 3, nous avons implémenté la méthode du nudging direct et rétrograde diffusif (D-BFN : Auroux *et al.*, 2011) pour l'assimilation des données dans DASoG, une simulation magnétohydrodynamique radiative de la granulation solaire. Le modèle, qui est une extension de la simulation de Vincent *et al.* (2012), couvre le haut de la zone convective jusqu'à la chromosphère et adopte un schéma pseudo-spectral et Semi-Lagrangien qui peut utiliser de grands pas de temps. Nous avons validé le schéma numérique et l'implémentation de la méthode D-BFN en assimilant des exemples analytiques et des données simulées, soient

des données qui ont été générées par la simulation DASoG elle-même. Du coup, les données satisfont nécessairement aux équations du modèle et partagent la même résolution spatiale et la même cadence temporelle, ce qui élimine plusieurs sources d'erreur. Lorsqu'on initialise les simulations avec une condition initiale erronée, l'assimilation des données dans l'équation de la conservation de la masse pour des écoulements analytiques reconstruit la solution avec des erreurs relatives moyennes satisfaisantes. La même stratégie sera utilisée pour valider l'assimilation des données dans les autres équations de conservation MHD.

Toutefois, les couvertures en temps et en espace offertes par les données simulées ne sont pas représentatives de la réalité. Des limitations instrumentales font en sorte que les données observationnelles du champ magnétique et de la vitesse Doppler sont typiquement confinées à la surface du Soleil. De plus, certaines quantités modélisées dont la composante transverse des mouvements du plasma ne peuvent pas être mesurées ou évaluées à l'aide des instruments actuels. Dans le contexte de l'assimilation d'observations réelles, nous préconisons l'utilisation des méthodes de reconstruction des champs de vitesse à l'intérieur des régions actives et des granules afin de (1) générer des données synthétiques qui seront ensuite assimilées à titre d'observations et (2) produire un premier estimé de la condition initiale du modèle tridimensionnel.

Au Chapitre 1, nous avons décrit le Resistive Minimum Energy Fit (MEF-R : Tremblay & Vincent, 2015) qui résout l'équation d'induction magnétique résistive par rapport à la vitesse transverse et la diffusivité magnétique, tout en minimisant l'énergie cinétique totale du plasma. Plus spécifiquement, MEF-R utilise en entrée deux mesures consécutives de la vitesse le long de la ligne de visée et des trois composantes vectorielles du champ magnétique afin d'inférer des données synthétiques de la vitesse à un temps intermédiaire. La méthode a d'abord été validée sur des données simulées avant d'être appliquée sur une séquence de trois jours d'observations d'une région active éruptive documentée par l'instrument SDO/HMI. La diffusivité magnétique résultante n'est pas physique mais turbulente, c'est-à-dire qu'elle modélise la physique qui ne peut pas être résolue par les observations et contribue au principe de minimisation. Afin d'interpréter les valeurs obtenues, nous avons étudié la corrélation

entre les distributions spatiales de la diffusivité magnétique turbulente et des vitesses micro-turbulentes qui sont associées aux mouvements du plasma dans la sous-maille. Les étapes de prétraitement des observations, combinées avec l’opération de minimisation, font en sorte que MEF-R est une méthode de reconstruction intéressante mais lente. Des corrections doivent être préalablement apportées aux Dopplergrammes présentés en entrée afin de soustraire les mouvements du satellite et les mouvements aux grandes échelles. Les composantes du champ magnétique transverse sont déduites en levant l’ambiguïté sur les mesures de l’azimuth ou à l’aide de méthodes de reconstructions. De plus, la minimisation de l’énergie cinétique est justifiée à l’intérieur des régions actives par l’effet inertiel de leur champ magnétique (Longcope, 2004). En revanche, le champ magnétique du Soleil calme est environ deux ordres de magnitude plus faible qu’à l’intérieur des régions actives et discerne difficilement les cellules convectives. Ceci remet en question le principe d’extremum dans le contexte de la granulation solaire.

Une comparaison entre différentes méthodes de reconstruction des champs de vitesse pour la granulation solaire a identifié le réseau de neurones convolutif DeepVel (Asensio Ramos *et al.*, 2017) comme étant la méthode idéale pour générer des données synthétiques aux échelles sous-granulaires (Chapitre 2). Contrairement à MEF-R qui utilise des magnéto-grammes et des Dopplergrammes en entrée, DeepVel infère le vecteur de la vitesse transverse à partir de mesures de l’intensité du continu en surface, soient des observations qui nécessitent peu de prétraitement. Plus spécifiquement, nous avons entraîné le réseau à l’aide d’une simulation magnéto-convective rééchantillonnée à la résolution spatiale de l’instrument SDO/HMI. Lorsqu’on présente au réseau des cartes de l’intensité du continu de SDO/HMI, les écoulements inférés divergent au centre des granules et convergent dans le réseau intergranulaire. Ce comportement est cohérent avec la loi de la conservation de la masse. L’interprétation physique des résultats de DeepVel et des réseaux de neurones en général est délicate. Les sorties ne sont pas représentatives de la réalité mais tentent plutôt d’émuler la physique du modèle qui fut présenté au réseau lors de l’entraînement. Toutefois, dans le contexte de l’assimilation des données, nous argumentons que cette propriété pourrait s’avérer avantageuse. En effet, si le réseau de neurones est entraîné avec la simulation dans laquelle les

données seront ensuite assimilées, alors les champs de vitesse seront cohérents avec cette même simulation. De plus, une fois entraîné, un réseau de neurones peut produire une sortie en moins d'une seconde. Il s'agit d'un gain significatif en temps de calcul par rapport aux autres méthodes de reconstruction, incluant MEF-R. Du coup, la méthode serait idéale pour l'implémentation dans une chaîne de réduction qui manipule des observations en temps réel ou qui manipule un grand volume d'observations.

DeepVel est en mesure de générer des écoulements synthétiques non seulement à la surface du Soleil mais aussi à un nombre variable de profondeurs optiques ou géométriques, et ce uniquement à partir d'observations en surface (Asensio Ramos *et al.*, 2017). La qualité des reconstructions au-dessus de la surface nous porte à croire qu'il serait possible d'utiliser la méthode pour l'inversion de la basse atmosphère du Soleil (Chapitre 4). Il est toutefois nettement plus difficile pour DeepVel de corrélérer l'intensité en surface aux mouvements convectifs et turbulents sous la surface. Enfin, nous avons introduit une nouvelle architecture pour le réseau de neurones, nommée DeepVelU, qui s'inspire des réseaux convolutifs les plus puissants pour la segmentation des images : les U-nets (Ronneberger *et al.*, 2015). Les résultats préliminaires suggèrent une amélioration notable par rapport à la version originale. La prochaine étape consiste en la généralisation de DeepVel afin de traiter le Soleil actif et d'utiliser une combinaison de Dopplergrammes, de magnétogrammes et de cartes de l'intensité en entrée. Il serait aussi possible d'utiliser une approche similaire afin d'inférer d'autres quantités physiques qui ne peuvent pas être observées directement à la surface ou dans l'atmosphère du Soleil comme, par exemple, le champ électrique (Kazachenko *et al.*, 2014, 2015) ou le vecteur de la force de Lorentz dont les variations sont un potentiel précurseur de la production d'une éruption solaire (*e.g.*, Petrie, 2014, 2019).

La validation de notre implémentation de la méthode D-BFN dans le modèle DASoG devrait permettre l'assimilation des données des instruments SDO/HMI, Hinode SOT/SP, et DKIST, et des reconstructions du réseau de neurones DeepVel.

Bibliographie

- Abbett, W.P. : 2007, The Magnetic Connection between the Convection Zone and Corona in the Quiet Sun. *Astrophys. J.* 1469-1488. DOI. ADS.
- Abbett, W.P., Bercik, D.J. : 2014, RADMHD2S : A Global 3D Radiative-MHD Model of the Upper Convection Zone-to-Corona System. In : *American Astronomical Society Meeting Abstracts #224, AAS Meeting Abstracts* 123.47. ADS.
- Abbett, W.P., Fisher, G.H. : 2010, Improving large-scale convection-zone-to-corona models. 721. ADS.
- Abbett, W.P., Fisher, G.H. : 2012, Radiative Cooling in MHD Models of the Quiet Sun Convection Zone and Corona. *Solar Phys.* 3-20. DOI. ADS.
- Abbett, W.P., Bercik, D.J., Fisher, G.H. : 2014, Modeling the Convection Zone-to-Corona System over Global Spatial Scales. ADS.
- Alissandrakis, C.E. : 1981, On the computation of constant alpha force-free magnetic field. *Astron. Astrophys.* 197-200. ADS.
- Amari, T., Boulmezaoud, T.Z., Madaï, Y. : 1998, A regularization method for the extrapolationbreak of the photospheric solar magnetic field. I. Linear force-free field. *Astron. Astrophys.* 252-260. ADS.
- Aschwanden, M.J. : 2006, *Physics of the solar corona : An introduction with problems and solutions*, Springer, 1–36, 175–282. Chap. 1, 5, 6.
- Asensio Ramos, A., de la Cruz Rodriguez, J., Pastor Yabar, A. : 2018, Real-time multiframe blind deconvolution of solar images. ADS.
- Asensio Ramos, A., Requerey, I.S., Vitas, N. : 2017, DeepVel : Deep learning for the estimation of horizontal velocities at the solar surface. *Astron. Astrophys.* A11. DOI. ADS.
- Attie, R., Innes, D.E. : 2015, Magnetic balltracking : Tracking the photospheric magnetic flux. *Astron. Astrophys.* A106. DOI. ADS.

- Attié, R., Thompson, B.J. : 2017, Tracking Photospheric Energy Transport in Active Regions with SDO. ADS.
- Auroux, D., Blum, J. : 2005, Back and forth nudging algorithm for data assimilation problems. *Comptes Rendus Mathématique* 873 - 878. DOI.
- Auroux, D., Blum, J. : 2008, A nudging-based data assimilation method : the back and forth nudging (bfm) algorithm. *Nonlinear Processes in Geophysics* 305–319. DOI.
- Auroux, D., Blum, J., Nodet, M. : 2011, Diffusive back and forth nudging algorithm for data assimilation. *Comptes Rendus Mathématique* 849 - 854. DOI.
- Bannister, R. : 2001, Elementary 4D-VAR. <http://www.met.rdg.ac.uk/~ross/Documents/Var4d.pdf>.
- Bélangier, E., Vincent, A., Charbonneau, P. : 2007, Predicting Solar Flares by Data Assimilation in Avalanche Models. I. Model Design and Validation. *Solar Phys.* 141-165. DOI. ADS.
- Bellan, P.M. : 2000, *Spheromaks : A practical application of magnetohydrodynamic dynamos and plasma self-organization*, Imperial College Press, 71-86. Chap. 4.
- Benz, A.O. : 2017, Flare Observations. *Living Reviews in Solar Physics* 2. DOI. ADS.
- Berger, T., Reardon, K., Elmore, D., Woeger, F., Tritschler, A., Rimmele, T. : 2014, Future Diagnostic Capabilities : The 4-meter Daniel K. Inouye Solar Telescope. In : *40th COSPAR Scientific Assembly, COSPAR Meeting* ADS.
- Bhattacharyya, R., Janaki, M.S. : 2004, Dissipative relaxed states in two-fluid plasma with external drive. *Phys. Plasmas* 5615-5619.
- Birn, J., Priest, E.R. : 2007, *Reconnection of magnetic fields*, Cambridge University Press, 16–25. Chap. 2. ADS.
- Bobra, M.G., Ilonidis, S. : 2016, Predicting Coronal Mass Ejections Using Machine Learning Methods. *Astrophys. J.* 127. DOI. ADS.
- Bobra, M.G., Sun, X., Hoeksema, J.T., Turmon, M., Liu, Y., Hayashi, K., Barnes, G., Leka, K.D. : 2014, The Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Vector Magnetic Field Pipeline : SHARPs - Space-Weather HMI Active Region Patches. *Solar Phys.* 3549-3578. DOI. ADS.
- Borrero, J.M., Ichimoto, K. : 2011, Magnetic Structure of Sunspots. *Living Reviews in Solar Physics* 4. DOI. ADS.
- Borrero, J.M., Tomczyk, S., Kubo, M., Socas-Navarro, H., Schou, J., Couvidat, S., Bogart,

- R. : 2011, VFISV : Very Fast Inversion of the Stokes Vector for the Helioseismic and Magnetic Imager. *Solar Phys.* 267-293. DOI. ADS.
- Boteler, D.H. : 2001, Space weather effects on power systems. *Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series* 347-352. DOI. ADS.
- Bouttier, F., Courtier, P. : 2002, Data assimilation concepts and methods. Chap. 1-17. <https://www.ecmwf.int/node/16928>.
- Buehner, M., McTaggart-Cowan, R., Beaulne, A., Charette, C., Garand, L., Heilliette, S., Lapalme, E., Laroche, S., Macpherson, S.R., Morneau, J., Zadra, A. : 2015, Implementation of deterministic weather forecasting systems based on ensemble-variational data assimilation at environment canada. part i : The global system. *Monthly Weather Review* 2532-2559. DOI.
- Burkardt, J. : 2013, Sparse matrix utility package. .
- Canuto, C., Hussaini, M., Quarteroni, A., Zang, T. : 2006, 6. *Spectral Methods : Fundamentals in Single Domains*, Springer, 327-399. ISBN 978-3-540-30726-6. DOI.
- Centeno, R., Schou, J., Hayashi, K., Norton, A., Hoeksema, J.T., Liu, Y., Leka, K.D., Barnes, G. : 2014, The Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Vector Magnetic Field Pipeline : Optimization of the Spectral Line Inversion Code. *Solar Phys.* 3531-3547. DOI. ADS.
- Chae, J., Litvinenko, Y.E., Sakurai, T. : 2008, Determination of Magnetic Diffusivity from High-Resolution Solar Magnetograms. *Astrophys. J.* 1153-1159. DOI. ADS.
- Charbonneau, P. : 2013, Solar and Stellar Dynamos. *Solar and Stellar Dynamos : Saas-Fee Advanced Course 39 Swiss Society for Astrophysics and Astronomy, Saas-Fee Advanced Courses, Volume 39. ISBN 978-3-642-32092-7. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013* 1-35. DOI. ADS.
- Chen, P.F. : 2011, Coronal Mass Ejections : Models and Their Observational Basis. *Living Reviews in Solar Physics* 10. DOI. ADS.
- Cheung, M.C.M., Schüssler, M., Moreno-Insertis, F. : 2007, The origin of the reversed granulation in the solar photosphere. *Astron. Astrophys.* 1163-1171. DOI. ADS.
- Cheung, M.C.M., Rempel, M., Chintzoglou, G., Chen, F., Testa, P., Martínez-Sykora, J., Sainz Dalda, A., DeRosa, M.L., Malanushenko, A., Hansteen, V., De Pontieu, B., Carlsson, M., Gudiksen, B., McIntosh, S.W. : 2018, A comprehensive three-dimensional radiative magnetohydrodynamic simulation of a solar flare. DOI. ADS.

- Chollet, F. : 2017, *Deep Learning with Python*, 1st edn. Manning Publications Co., 1–50, 19–143, 260–263. Chap. 1, 2, 5, 7. ISBN 1617294438, 9781617294433.
- Courant, R., Friedrichs, K., Lewy, H. : 1967, On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics. *IBM Journal of Research and Development* 215-234. DOI. ADS.
- Couvidat, S., Liu, Y., Scherrer, P.H., Schou, J., the HMI Team : 2013, Presence of 12- and 24-hour period oscillations in line-of-sight observables and milne-eddington inversion results from sdo/hmi. Poster available at : sun.stanford.edu/~couvidat/poster.ps.
- Couvidat, S., Schou, J., Hoeksema, J.T., Bogart, R.S., Bush, R.I., Duvall, T.L., Liu, Y., Norton, A.A., Scherrer, P.H. : 2016, Observables Processing for the Helioseismic and Magnetic Imager Instrument on the Solar Dynamics Observatory. *Solar Phys.* 1887-1938. DOI. ADS.
- Crouch, A.D., Barnes, G., Leka, K.D. : 2009, Resolving the Azimuthal Ambiguity in Vector Magnetogram Data with the Divergence-Free Condition : Application to Discrete Data. *Solar Phys.* 271-287. DOI. ADS.
- Cushman-Roisin, B., Beckers, J.-M. : 2011, In : Cushman-Roisin, B., Beckers, J.-M. (eds.) *Data Assimilation, International Geophysics* **101**, Academic Press, 725–760. Chap. 22. ISBN 978-0-12-088759-0. <https://www.sciencedirect.com/bookseries/international-geophysics/vol/101>.
- Daley, R. : 1993, *Atmospheric data analysis, Cambridge Atmospheric and Space Science Series*, Cambridge University Press, ISBN 9780521458252.
- del Toro Iniesta, J.C. : 2003, *Introduction to Spectropolarimetry*, 149–164. DOI.
- Desroziers, G., Berre, L., Chapnik, B., Poli, P. : 2005, Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 3385–3396. DOI.
- Diaz Baso, C.J., Asensio Ramos, A. : 2017, Enhancing SDO/HMI images using deep learning. ADS.
- Dumoulin, V., Visin, F. : 2016, A guide to convolution arithmetic for deep learning. arXiv :1603.07285. ADS.
- Espagnet, O., Muller, R., Roudier, T., Mein, N. : 1993, Turbulent power spectra of solar granulation. *Astron. Astrophys.* 589. ADS.
- Evensen, G. : 1994, Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using monte carlo methods to forecast error statistics. *Journal of Geophysical Research : Oceans* 10143–10162. DOI.

- Evensen, G. : 2003, The ensemble kalman filter : theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics* 343–367. DOI.
- Fan, Y., Fisher, G.H. : 1996, Radiative Heating and the Buoyant Rise of Magnetic Flux Tubes in the Solar interior. *Solar Phys.* 17-41. DOI. ADS.
- Ferguson, J.W., Alexander, D.R., Allard, F., Barman, T., Bodnarik, J.G., Hauschildt, P.H., Heffner-Wong, A., Tamanai, A. : 2005, Low-Temperature Opacities. *Astrophys. J.* 585-596. DOI. ADS.
- Fisher, G.H., Welsch, B.T. : 2008, FLCT : A Fast, Efficient Method for Performing Local Correlation Tracking. In : Howe, R., Komm, R.W., Balasubramaniam, K.S., Petrie, G.J.D. (eds.) *Subsurface and Atmospheric Influences on Solar Activity, Astronomical Society of the Pacific Conference Series* 373. ADS.
- Fisher, G.H., Abbett, W.P., Bercik, D.J., Kazachenko, M.D., Lynch, B.J., Welsch, B.T., Hoeksema, J.T., Hayashi, K., Liu, Y., Norton, A.A., Dalda, A.S., Sun, X., DeRosa, M.L., Cheung, M.C.M. : 2015, The coronal global evolutionary model : Using hmi vector magnetogram and doppler data to model the buildup of free magnetic energy in the solar corona. *Space Weather* 369-373. DOI. <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/2015SW001191>.
- Formaggia, L., Saleri, F., Veneziani, A. : 2012, *Solving numerical pdes : Problems, applications, exercises, UNITEXT*, Springer, ISBN 9788847024120. <https://books.google.fr/books?id=c6fKTE0udrQC>.
- Freeland, S.L., Handy, B.N. : 1998, Data Analysis with the SolarSoft System. *Solar Phys.* 497-500. DOI. ADS.
- Galvez, R., Fouhey, D.F., Jin, M., Szenicer, A., Muñoz-Jaramillo, A., Cheung, M.C.M., Wright, P.J., Bobra, M.G., Liu, Y., Mason, J., Thomas, R. : 2019, A Machine-learning Data Set Prepared from the NASA Solar Dynamics Observatory Mission. *The Astrophysical Journal Supplement Series* 7. DOI. ADS.
- Gary, G.A. : 2001, Plasma Beta above a Solar Active Region : Rethinking the Paradigm. *Solar Phys.* 71-86. DOI. ADS.
- Gary, G.A., Hagyard, M.J. : 1990, Transformation of vector magnetograms and the problems associated with the effects of perspective and the azimuthal ambiguity. *Solar Phys.* 21-36. DOI. ADS.

- Gauthier, P., Tanguay, M., Laroche, S., Pellerin, S., Morneau, J. : 2007, Extension of 3dvar to 4dvar : Implementation of 4dvar at the meteorological service of canada. *Monthly Weather Review* 2339-2354. DOI.
- Georgoulis, M.K., LaBonte, B.J. : 2006, Reconstruction of an Inductive Velocity Field Vector from Doppler Motions and a Pair of Solar Vector Magnetograms. *Astrophys. J.* 475-495. DOI. ADS.
- Gingerich, O., de Jager, C. : 1968, The Bilderberg Model of the Photosphere and Low Chromosphere. *Solar Phys.* 5-25. DOI. ADS.
- Goedbloed, J.P.H., Poedts, S. : 2004, *Principles of magnetohydrodynamics : With applications to laboratory and astrophysical plasmas*, Cambridge University Press, 131–182. Chap. 4. DOI.
- Gopalswamy, N. : 2004, A Global Picture of CMEs in the Inner Heliosphere. In : Poletto, G., Suess, S.T. (eds.) *The Sun and the Heliosphere as an Integrated System*, *Astrophysics and Space Science Library* 201. DOI. ADS.
- Gottlieb, D., Orszag, S.A. : 1977, *Numerical analysis of spectral methods : theory and applications*, Society for Industrial and Applied Mathematics, "Based on a series of lectures presented at the NSF-CBMS regional conference held at Old Dominion University from August 2-6, 1976.". ISBN 0898710235 (pbk.).
- Gudiksen, B.V., Carlsson, M., Hansteen, V.H., Hayek, W., Leenaarts, J., Martínez-Sykora, J. : 2011, The stellar atmosphere simulation code Bifrost. Code description and validation. *Astron. Astrophys.* A154. DOI. ADS.
- Hart, A.B. : 1954, Motions in the Sun at the photospheric level. IV. The equatorial rotation and possible velocity fields in the photosphere. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 17. DOI. ADS.
- Hathaway, D.H., Beck, J.G., Bogart, R.S., Bachmann, K.T., Khatri, G., Petitto, J.M., Han, S., Raymond, J. : 2000, The Photospheric Convection Spectrum. *Solar Phys.* 299-312. DOI. ADS.
- Hathaway, D.H., Beck, J.G., Han, S., Raymond, J. : 2002, Radial Flows in Supergranules. *Solar Phys.* 25-38. DOI. ADS.
- Hey, J.S. : 1983, ADS.
- Hickmann, K.S., Godinez, H.C., Henney, C.J., Arge, C.N. : 2015, Data Assimilation in the

- ADAPT Photospheric Flux Transport Model. *Solar Phys.* 1105-1118. DOI. ADS.
- Higgins, P.A., Gallagher, P.T., McAteer, R.T.J., Bloomfield, D.S. : 2011, Solar magnetic feature detection and tracking for space weather monitoring. *Advances in Space Research* 2105-2117. DOI. ADS.
- Hirzberger, J., Gizon, L., Solanki, S.K., Duvall, T.L. : 2008, Structure and Evolution of Supergranulation from Local Helioseismology. *Solar Phys.* 417-437. DOI. ADS.
- Hoeksema, J.T., Liu, Y., Hayashi, K., Sun, X., Schou, J., Couvidat, S., Norton, A., Bobra, M., Centeno, R., Leka, K.D., Barnes, G., Turmon, M. : 2014, The Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Vector Magnetic Field Pipeline : Overview and Performance. *Solar Phys.* 3483-3530. DOI. ADS.
- Howard, R., Harvey, J. : 1970, Spectroscopic Determinations of Solar Rotation. *Solar Phys.* 23-51. DOI. ADS.
- Howard, R.F., Harvey, J.W., Forgach, S. : 1990, Solar surface velocity fields determined from small magnetic features. *Solar Phys.* 295-311. DOI. ADS.
- Hu, Q., Dasgupta, B. : 2008, An Improved Approach to Non-Force-Free Coronal Magnetic Field Extrapolation. *Solar Phys.* 87-101. DOI. ADS.
- Hu, Q., Dasgupta, B., Choudhary, D.P., Büchner, J. : 2008, A Practical Approach to Coronal Magnetic Field Extrapolation Based on the Principle of Minimum Dissipation Rate. *Astrophys. J.* 848-853. DOI. ADS.
- Hu, Q., Dasgupta, B., Derosa, M.L., Büchner, J., Gary, G.A. : 2010, Non-force-free extrapolation of solar coronal magnetic field using vector magnetograms. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 219-223. DOI. ADS.
- Illarionov, E.A., Tlatov, A.G. : 2018, Segmentation of coronal holes in solar disc images with a convolutional neural network. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 5014-5021. DOI. ADS.
- Ioffe, S., Szegedy, C. : 2015, Batch Normalization : Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift. arXiv :1502.03167. ADS.
- Jiang, C., Wu, S.T., Feng, X., Hu, Q. : 2016, Data-driven magnetohydrodynamic modelling of a flux-emerging active region leading to solar eruption. *Nature Communications* 11522. DOI. ADS.
- Jonas, E., Bobra, M., Shankar, V., Todd Hoeksema, J., Recht, B. : 2018, Flare Prediction Using Photospheric and Coronal Image Data. *Solar Phys.* 48. DOI. ADS.

- Kalnay, E. : 2002, 364. ADS.
- Kazachenko, M.D., Fisher, G.H., Welsch, B.T. : 2014, A Comprehensive Method of Estimating Electric Fields from Vector Magnetic Field and Doppler Measurements. *Astrophys. J.* 17. DOI. ADS.
- Kazachenko, M.D., Fisher, G.H., Welsch, B.T., Liu, Y., Sun, X. : 2015, Photospheric Electric Fields and Energy Fluxes in the Eruptive Active Region NOAA 11158. *Astrophys. J.* 16. DOI. ADS.
- Keller, C.U., the Solis Team : 2001, The solis vector-spectromagnetograph (vsm). In : Sigwarth, M. (ed.) *Advanced Solar Polarimetry – Theory, Observation, and Instrumentation*, *Astron. Soc. Pacific, San Francisco*, 16-24.
- Kitiashvili, I.N. : 2016, Data Assimilation Approach for Forecast of Solar Activity Cycles. *Astrophys. J.* 15. DOI. ADS.
- Klimas, A.J., Uritsky, V.M., Vassiliadis, D., Baker, D.N. : 2004, Reconnection and scale-free avalanching in a driven current-sheet model. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* 2218. DOI. ADS.
- Kosugi, T., Matsuzaki, K., Sakao, T., Shimizu, T., Sone, Y., Tachikawa, S., Hashimoto, T., Minesugi, K., Ohnishi, A., Yamada, T., Tsuneta, S., Hara, H., Ichimoto, K., Suematsu, Y., Shimojo, M., Watanabe, T., Shimada, S., Davis, J.M., Hill, L.D., Owens, J.K., Title, A.M., Culhane, J.L., Harra, L.K., Doschek, G.A., Golub, L. : 2007, The Hinode (Solar-B) Mission : An Overview. *Solar Phys.* 3-17. DOI. ADS.
- Labonville, F., Charbonneau, P., Lemerle, A. : 2019, A Dynamo-based Forecast of Solar Cycle 25. *Solar Phys.* 82. DOI. ADS.
- Laroche, S., Gauthier, P. : 2016, *Notes de cours SCA7216 : Assimilation des données*, Département des Sciences Atmosphériques de l'UQAM.
- Leighton, R.B., Noyes, R.W., Simon, G.W. : 1962, Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report. *Astrophys. J.* 474. DOI. ADS.
- Leka, K.D., Barnes, G., Wagner, E. : 2018, The NWRA Classification Infrastructure : description and extension to the Discriminant Analysis Flare Forecasting System (DAFFS). *Journal of Space Weather and Space Climate* A25. DOI. ADS.
- Leka, K.D., Barnes, G., Crouch, A.D., Metcalf, T.R., Gary, G.A., Jing, J., Liu, Y. : 2009, Resolving the 180 Ambiguity in Solar Vector Magnetic Field Data : Evaluating the Effects

- of Noise, Spatial Resolution, and Method Assumptions. *Solar Phys.* 83-108. DOI. ADS.
- Leka, K.D., Park, S.-H., Kusano, K., Andries, J., Barnes, G., Bingham, S., Bloomfield, D.S., McCloskey, A.E., Delouille, V., Falconer, D., Gallagher, P.T., Georgoulis, M.K., Kubo, Y., Lee, K., Lee, S., Lobzin, V., Mun, J., Murray, S.A., Hamad Nageem, T.A.M., Qahwaji, R., Sharpe, M., Steenburgh, R.A., Steward, G., Terkildsen, M. : 2019, A Comparison of Flare Forecasting Methods. III. Systematic Behaviors of Operational Solar Flare Forecasting Systems. *Astrophys. J.* 101. DOI. ADS.
- Lemen, J.R., Title, A.M., Akin, D.J., Boerner, P.F., Chou, C., Drake, J.F., Duncan, D.W., Edwards, C.G., Friedlaender, F.M., Heyman, G.F., Hurlburt, N.E., Katz, N.L., Kushner, G.D., Levay, M., Lindgren, R.W., Mathur, D.P., McFeaters, E.L., Mitchell, S., Rehse, R.A., Schrijver, C.J., Springer, L.A., Stern, R.A., Tarbell, T.D., Wuelser, J.-P., Wolfson, C.J., Yanari, C., Bookbinder, J.A., Cheimets, P.N., Caldwell, D., Deluca, E.E., Gates, R., Golub, L., Park, S., Podgorski, W.A., Bush, R.I., Scherrer, P.H., Gummin, M.A., Smith, P., Aufer, G., Jerram, P., Pool, P., Souffi, R., Windt, D.L., Beardsley, S., Clapp, M., Lang, J., Waltham, N. : 2012, The Atmospheric Imaging Assembly (AIA) on the Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Phys.* 17-40. DOI. ADS.
- Lites, B., Casini, R., Garcia, J., Socas-Navarro, H. : 2007, A suite of community tools for spectro-polarimetric analysis. 148. ADS.
- Liu, Y., Zhao, J., Schuck, P.W. : 2013, Horizontal Flows in the Photosphere and Subphotosphere of Two Active Regions. *Solar Phys.* 279-291. DOI. ADS.
- Liu, Y., Scherrer, P.H., Hoeksema, J.T., Schou, J., Bai, T., Beck, J.G., Bobra, M., Bogart, R.S., Bush, R.I., Couvidat, S., Hayashi, K., Kosovichev, A.G., Larson, T.P., Rabello-Soares, C., Sun, X., Wachter, R., Zhao, J., Zhao, X.P., Duvall, T.L. Jr., DeRosa, M.L., Schrijver, C.J., Title, A.M., Centeno, R., Tomczyk, S., Borrero, J.M., Norton, A.A., Barnes, G., Crouch, A.D., Leka, K.D., Abbett, W.P., Fisher, G.H., Welsch, B.T., Murglach, K., Schuck, P.W., Wiegmann, T., Turmon, M., Linker, J.A., Mikić, Z., Riley, P., Wu, S.T. : 2012, A First Look at Magnetic Field Data Products from SDO/HMI. In : Bellot Rubio, L., Reale, F., Carlsson, M. (eds.) *4th Hinode Science Meeting : Unsolved Problems and Recent Insights, Astronomical Society of the Pacific Conference Series* 337. ADS.
- Liu, Y., Hoeksema, J.T., Bobra, M., Hayashi, K., Schuck, P.W., Sun, X. : 2014, Magnetic

- Helicity in Emerging Solar Active Regions. *Astrophys. J.* 13. DOI. ADS.
- Longcope, D.W. : 2004, Inferring a Photospheric Velocity Field from a Sequence of Vector Magnetograms : The Minimum Energy Fit. *Astrophys. J.* 1181-1192. DOI. ADS.
- Lu, E.T., Hamilton, R.J. : 1991, Avalanches and the distribution of solar flares. *Astrophys. J. Lett.* L89-L92. DOI. ADS.
- Lyutikov, M., Gourgouliatos, K.N. : 2011, Coronal Mass Ejections as Expanding Force-Free Structures. *Solar Phys.* 537-549. DOI. ADS.
- McCalpin, J.D. : 1988, A quantitative analysis of the dissipation inherent in semi-lagrangian advection. *Monthly Weather Review* 2330-2336. DOI.
- Metcalf, T.R. : 1994, Resolving the 180-degree ambiguity in vector magnetic field measurements : The 'minimum' energy solution. *Solar Phys.* 235-242. DOI. ADS.
- Metcalf, T.R., Jiao, L., McClymont, A.N., Canfield, R.C., Uitenbroek, H. : 1995, Is the solar chromospheric magnetic field force-free? *Astrophys. J.* 474-481. DOI. ADS.
- Metcalf, T.R., Leka, K.D., Barnes, G., Lites, B.W., Georgoulis, M.K., Pevtsov, A.A., Balasubramaniam, K.S., Gary, G.A., Jing, J., Li, J., Liu, Y., Wang, H.N., Abramenko, V., Yurchyshyn, V., Moon, Y.-J. : 2006, An Overview of Existing Algorithms for Resolving the 180 Ambiguity in Vector Magnetic Fields : Quantitative Tests with Synthetic Data. *Solar Phys.* 267-296. DOI. ADS.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., Teller, E. : 1953, Equation of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.* 1087-1092.
- Mihalas, D. : 1978, *Stellar atmospheres*, W.H. Freeman & Co., 39-40. Chap. 2. ADS.
- Miyoshi, T., Kalnay, E., Li, H. : 2013, Estimating and including observation-error correlations in data assimilation. *Inverse Problems in Science and Engineering* 387-398. DOI.
- Moraitis, K., Pariat, E., Valori, G., Dalmasse, K. : 2019, Relative magnetic field line helicity. *Astron. Astrophys.* A51. DOI. ADS.
- Nakagawa, Y., Raadu, M.A. : 1972, On Practical Representation of Magnetic Field. *Solar Phys.* 127-135. DOI. ADS.
- Neupert, W.M. : 1968, Comparison of Solar X-Ray Line Emission with Microwave Emission during Flares. *Astrophys. J. Lett.* L59. DOI. ADS.
- Nielsen, M.A. : 2018, *Neural networks and deep learning*, Determination Press. Chap. 1 & 6. <http://neuralnetworksanddeeplearning.com/>.

- Nordlund, Å., Stein, R.F., Asplund, M. : 2009, Solar surface convection. *Living Reviews in Solar Physics* 84. DOI. <http://dx.doi.org/10.12942/lrsp-2009-2>.
- November, L.J., Simon, G.W. : 1988, Precise proper-motion measurement of solar granulation. *Astrophys. J.* 427-442. DOI. ADS.
- Pandey, B.P., Wardle, M. : 2013, Magnetic-diffusion-driven shear instability of solar flux tubes. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 570-581. DOI. ADS.
- Pesnell, W.D., Thompson, B.J., Chamberlin, P.C. : 2012, The Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Phys.* 3-15. DOI. ADS.
- Peterson, L.E., Winckler, J.R. : 1959, Gamma-Ray Burst from a Solar Flare. *J. Geophys. Res.* 697-707. DOI. ADS.
- Petrie, G.J.D. : 2014, Estimating Flare-Related Photospheric Lorentz Force Vector Changes Within Active Regions. *Solar Phys.* 3663-3680. DOI. ADS.
- Petrie, G.J.D. : 2019, Abrupt Changes in the Photospheric Magnetic Field, Lorentz Force, and Magnetic Shear during 15 X-class Flares. 11. DOI. ADS.
- Petrie, G.J.D., Neukirch, T. : 2000, The Green's function method for a special class of linear three-dimensional magnetohydrostatic equilibria. *Astron. Astrophys.* 735-746. ADS.
- Potts, H.E., Barrett, R.K., Diver, D.A. : 2004, Balltracking : An highly efficient method for tracking flow fields. *Astron. Astrophys.* 253-262. DOI. ADS.
- Rakowski, C.E., Laming, J.M., Lyutikov, M. : 2011, In Situ Heating of the 2007 May 19 CME Ejecta Detected by Stereo/PLASTIC and ACE. *Astrophys. J.* 30. DOI. ADS.
- Rast, M., Cauzzi, G., Martinez Pillet, V. : 2019, The Critical Science Plan for DKIST. *Nuovo Cimento C Geophysics Space Physics C* 7. DOI. ADS.
- Rempel, M. : 2014, Numerical Simulations of Quiet Sun Magnetism : On the Contribution from a Small-scale Dynamo. *Astrophys. J.* 132. DOI. ADS.
- Rempel, M. : 2017, Extension of the MURaM Radiative MHD Code for Coronal Simulations. *Astrophys. J.* 10. DOI. ADS.
- Rempel, M., Cheung, M.C.M. : 2014, Numerical Simulations of Active Region Scale Flux Emergence : From Spot Formation to Decay. *Astrophys. J.* 90. DOI. ADS.
- Rieutord, M., Rincon, F. : 2010, The Sun's Supergranulation. *Living Reviews in Solar Physics* 16-17. DOI. ADS.
- Rieutord, M., Roudier, T., Ludwig, H.-G., Nordlund, Å., Stein, R. : 2001, Are granules good

- tracers of solar surface velocity fields? *Astron. Astrophys.* L14-L17. DOI. ADS.
- Rieutord, M., Roudier, T., Roques, S., Ducottet, C. : 2007, Tracking granules on the Sun's surface and reconstructing velocity fields. I. The CST algorithm. *Astron. Astrophys.* 687-694. DOI. ADS.
- Rieutord, M., Meunier, N., Roudier, T., Rondi, S., Beigbeder, F., Parès, L. : 2008, Solar supergranulation revealed by granule tracking. *Astron. Astrophys.* L17-L20. DOI. ADS.
- Rieutord, M., Roudier, T., Rincon, F., Malherbe, J.-M., Meunier, N., Berger, T., Frank, Z. : 2010, On the power spectrum of solar surface flows. *Astron. Astrophys.* A4. DOI. ADS.
- Rincon, F., Rieutord, M. : 2018, The Sun's supergranulation. *Living Reviews in Solar Physics* 6. DOI. ADS.
- Rogers, F.J., Swenson, F.J., Iglesias, C.A. : 1996, OPAL Equation-of-State Tables for Astrophysical Applications. *Astrophys. J.* 902. DOI. ADS.
- Ronneberger, O., Fischer, P., Brox, T. : 2015, U-Net : Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation. arXiv :1505.04597. ADS.
- Ruggiero, G.A., Ourmières, Y., Cosme, E., Blum, J., Auroux, D., Verron, J. : 2015, Data assimilation experiments using diffusive back-and-forth nudging for the NEMO ocean model. *Nonlinear Processes in Geophysics* 233-248. DOI. ADS.
- Saad, Y. : 2003, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, 2nd edn. Society for Industrial and Applied Mathematics, 73-101. Chap. 3. Sparse Matrices. DOI. <https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/1.9780898718003.ch3>.
- Sainz Dalda, A. : 2017, A Statistical Comparison between Photospheric Vector Magnetograms Obtained by SDO/HMI and Hinode/SP. *The Astrophysical Journal* 111. DOI. ADS.
- Sakurai, T., Hagino, M. : 2003, Magnetic Helicity of Solar Active Regions and its Implications. *Journal of Korean Astronomical Society* 7. DOI. ADS.
- Savani, N.P., Owens, M.J., Rouillard, A.P., Forsyth, R.J., Davies, J. : 2009, STEREO Heliospheric Imager observations of CME distortion by a structured solar wind. A1638. ADS.
- Scherrer, P.H., Bogart, R.S., Bush, R.I., Hoeksema, J.T., Kosovichev, A.G., Schou, J., Rosenberg, W., Springer, L., Tarbell, T.D., Title, A., Wolfson, C.J., Zayer, I., MDI Engineering Team : 1995, The Solar Oscillations Investigation - Michelson Doppler Imager. *Solar Phys.* 129-188. DOI. ADS.

- Schou, J., Scherrer, P.H., Bush, R.I., Wachter, R., Couvidat, S., Rabello-Soares, M.C., Bogart, R.S., Hoeksema, J.T., Liu, Y., Duvall, T.L., Akin, D.J., Allard, B.A., Miles, J.W., Rairden, R., Shine, R.A., Tarbell, T.D., Title, A.M., Wolfson, C.J., Elmore, D.F., Norton, A.A., Tomczyk, S. : 2012, Design and Ground Calibration of the Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Instrument on the Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Phys.* 229-259. DOI. ADS.
- Schrijver, C.J., De Rosa, M.L., Metcalf, T.R., Liu, Y., McTiernan, J., Régnier, S., Valori, G., Wheatland, M.S., Wiegmann, T. : 2006, Nonlinear Force-Free Modeling of Coronal Magnetic Fields Part I : A Quantitative Comparison of Methods. *Solar Phys.* 161-190. DOI. ADS.
- Schuck, P.W. : 2006, Tracking Magnetic Footpoints with the Magnetic Induction Equation. *Astrophys. J.* 1358-1391. DOI. ADS.
- Schuck, P.W. : 2008, Tracking Vector Magnetograms with the Magnetic Induction Equation. *Astrophys. J.* 1134-1152. DOI. ADS.
- Schuck, P.W. : 2010, The Photospheric Energy and Helicity Budgets of the Flux-injection Hypothesis. *Astrophys. J.* 68-88. DOI. ADS.
- Schwenn, R. : 2006, Space Weather : The Solar Perspective. *Living Reviews in Solar Physics* 39. DOI. ADS.
- Smagorinsky, J. : 1963, General circulation experiments with the primitive equations. *Mon. Wea. Rev.* 99-164.
- Snodgrass, H.B. : 1984, Separation of large-scale photospheric Doppler patterns. *Solar Phys.* 13-31. DOI. ADS.
- Solanki, S.K., Walther, U., Livingston, W. : 1993, Infrared lines as probes of solar magnetic features. VI. The thermal-magnetic relation and Wilson depression of a simple sunspot. *Astron. Astrophys.* 639-647. ADS.
- Solonen, A., Hakkarainen, J., Ilin, A., Abbas, M., Bibov, A. : 2014, Estimating model error covariance matrix parameters in extended Kalman filtering. *Nonlinear Processes in Geophysics* 919-927. DOI. ADS.
- Staniforth, A., Côté, J. : 1991, Semi-Lagrangian Integration Schemes for Atmospheric Models - A Review. *Monthly Weather Review* 2206. DOI. ADS.
- Steffen, M. : 2009, Solar Photosphere and Chromosphere. *Landolt Böumlrnstein* 28. Chap.

4. DOI. ADS.

Stein, R.F. : 2012, Solar Surface Magneto-Convection. *Living Reviews in Solar Physics* 5. DOI. ADS.

Stein, R.F., Nordlund, Å. : 1998, Simulations of Solar Granulation. I. General Properties. *Astrophys. J.* 914-933. DOI. ADS.

Stein, R.F., Nordlund, Å. : 2012, On the Formation of Active Regions. *Astrophys. J. Lett.* L13. DOI. ADS.

Stokes, G.G. : 1851, On the Composition and Resolution of Streams of Polarized Light from different Sources. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 399. ADS.

Strugarek, A., Charbonneau, P. : 2014, Predictive Capabilities of Avalanche Models for Solar Flares. *Solar Phys.* 4137-4150. DOI. ADS.

Strugarek, A., Brun, A.S., Charbonneau, P., Vilmer, N. : 2018, Sandpile Models and Solar Flares : Eigenfunction Decomposition for Data Assimilation. In : Foullon, C., Malandraki, O.E. (eds.) *Space Weather of the Heliosphere : Processes and Forecasts, IAU Symposium* 250-253. DOI. ADS.

Sukhatme, S.P., Nayak, J.K. : 2008, *Solar energy : Principles of thermal collection and storage (3rd edition)*, Tata McGraw-Hill, 73.

Sun, X. : 2013, On the coordinate system of space-weather hmi active region patches (sharps) : A technical note. .

Talagrand, O. : 1997, Assimilation of observations, an introduction (data assimilation in meteorology and oceanography : Theory and practice). *JMSJ* 191-209.

Tarantola, A. : 2005, *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation, Other Titles in Applied Mathematics*, Society for Industrial and Applied Mathematics, ISBN 9780898717921.

Tarr, L.A., Linton, M., Leake, J., Schuck, P. : 2018, Implementing a Data Driven Boundary Condition for Lare3D. 88. ADS.

Theobald, M.L., Fox, P.A., Sofia, S. : 1994, A subgridscale resistivity for magnetohydrodynamics. *Phys. Plasmas* 3016-3032.

Thiebaux, H.J. : 1976, Anisotropic Correlation Functions for Objective Analysis. *Monthly Weather Review* 994. DOI. ADS.

- Thompson, W.T. : 2006, Coordinate systems for solar image data. *Astron. Astrophys.* 791-803. DOI. ADS.
- Tiwari, S.K. : 2011, Are the photospheric sunspots magnetically force-free in nature? In : Prasad Choudhary, D., Strassmeier, K.G. (eds.) *Physics of Sun and Star Spots, IAU Symposium* **273**, Cambridge University Press, 333-337. DOI. ADS.
- Tremblay, B., Vincent, A. : 2015, A Minimum Energy Fit Method to Reconstruct Photospheric Velocity and Magnetic Diffusivity in Active Regions from Observed Magnetograms and Dopplergrams. *Solar Phys.* 437-466. DOI. ADS.
- Tremblay, B., Vincent, A. : 2016, Plasma motions and turbulent magnetic diffusivity of active region ar 12158 using a minimum energy functional and non-force-free reconstructions of vector magnetograms. *Solar Physics* 2. DOI.
- Tremblay, B., Strugarek, A., Charbonneau, P. : 2018a, Sandpile Model and Machine Learning for the Prediction of Solar Flares. 143. ADS.
- Tremblay, B., Roudier, T., Rieutord, M., Vincent, A. : 2018b, Reconstruction of Horizontal Plasma Motions at the Photosphere from Intensitygrams : A Comparison Between DeepVel, LCT, FLCT, and CST. *Solar Phys.* 57. DOI. ADS.
- Tritschler, A., Rimmele, T.R., Berukoff, S., Casini, R., Kuhn, J.R., Lin, H., Rast, M.P., McMullin, J.P., Schmidt, W., Wöger, F., DKIST Team : 2016, Daniel K. Inouye Solar Telescope : High-resolution observing of the dynamic Sun. *Astronomische Nachrichten* 1064. DOI. ADS.
- Tsuneta, S., Ichimoto, K., Katsukawa, Y., Nagata, S., Otsubo, M., Shimizu, T., Suematsu, Y., Nakagiri, M., Noguchi, M., Tarbell, T., Title, A., Shine, R., Rosenberg, W., Hoffmann, C., Jurcevich, B., Kushner, G., Levay, M., Lites, B., Elmore, D., Matsushita, T., Kawaguchi, N., Saito, H., Mikami, I., Hill, L.D., Owens, J.K. : 2008, The Solar Optical Telescope for the Hinode Mission : An Overview. *Solar Physics* 167-196. DOI. ADS.
- Verma, M., Steffen, M., Denker, C. : 2013, Evaluating local correlation tracking using CO5BOLD simulations of solar granulation. *Astron. Astrophys.* A136. DOI. ADS.
- Vincent, A., Charbonneau, P., Dubé, C. : 2012, Numerical Simulation of a Solar Active Region. I : Bastille Day Flare. *Solar Phys.* 367-391. DOI. ADS.
- Vögler, A., Schüssler, M. : 2003, Studying magneto-convection by numerical simulation. *Astronomische Nachrichten* 399-404. DOI. ADS.

- Vögler, A., Shelyag, S., Schüssler, M., Cattaneo, F., Emonet, T., Linde, T. : 2005, Simulations of magneto-convection in the solar photosphere. Equations, methods, and results of the MURaM code. *Astron. Astrophys.* 335-351. DOI. ADS.
- Vourlidas, A., Buzasi, D., Howard, R.A., Esfandiari, E. : 2002, Mass and energy properties of LASCO CMEs. In : Wilson, A. (ed.) *Solar Variability : From Core to Outer Frontiers, ESA Special Publication* 91-94. ADS.
- Warner, M., Rimmele, T.R., Martinez Pillet, V., Casini, R., Berukoff, S., Craig, S.C., Ferayorni, A., Goodrich, B.D., Hubbard, R.P., Harrington, D., Jeffers, P., Johansson, E.M., Kneale, R., Kuhn, J., Liang, C., Lin, H., Marshall, H., Mathioudakis, M., McBride, W.R., McMullin, J., McVeigh, W., Sekulic, P., Schmidt, W., Shimko, S., Sueoka, S., Summers, R., Tritschler, A., Williams, T.R., Wöger, F. : 2018, Construction update of the Daniel K. Inouye Solar Telescope project. In : *Ground-based and Airborne Telescopes VII, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series* 107000V. DOI. ADS.
- Wedemeyer, S., Freytag, B., Steffen, M., Ludwig, H.-G., Holweger, H. : 2004, Numerical simulation of the three-dimensional structure and dynamics of the non-magnetic solar chromosphere. *Astron. Astrophys.* 1121-1137. DOI. ADS.
- Welsch, B.T., Fisher, G.H., Sun, X. : 2013, A Magnetic Calibration of Photospheric Doppler Velocities. *Astrophys. J.* 98. DOI. ADS.
- Welsch, B.T., Fisher, G.H., Abbett, W.P., Regnier, S. : 2004, ILCT : Recovering Photospheric Velocities from Magnetograms by Combining the Induction Equation with Local Correlation Tracking. *Astrophys. J.* 1148-1156. DOI. ADS.
- Welsch, B.T., Abbett, W.P., De Rosa, M.L., Fisher, G.H., Georgoulis, M.K., Kusano, K., Longcope, D.W., Ravindra, B., Schuck, P.W. : 2007, Tests and Comparisons of Velocity-Inversion Techniques. *Astrophys. J.* 1434-1452. DOI. ADS.
- Welsch, B.T., Li, Y., Schuck, P.W., Fisher, G.H. : 2009, What is the Relationship Between Photospheric Flow Fields and Solar Flares? *Astrophys. J.* 821-843. DOI. ADS.
- Wiegelmann, T., Sakurai, T. : 2012, Solar Force-free Magnetic Fields. *Living Reviews in Solar Physics* 5. DOI. ADS.
- Wiegelmann, T., Inhester, B., Sakurai, T. : 2006, Preprocessing of Vector Magnetograph Data for a Nonlinear Force-Free Magnetic Field Reconstruction. *Solar Phys.* 215-232. DOI. ADS.

- Worden, S.P., Simon, G.W. : 1976, A study of supergranulation using a diode array magnetograph. *Solar Phys.* 73-91. DOI. ADS.
- Wu, S.T., Wang, A.H., Gary, G.A., Kucera, A., Rybak, J., Liu, Y., Vršnak, B., Yurchyshyn, V. : 2009, Analyses of magnetic field structures for active region 10720 using a data-driven 3D MHD model. *Advances in Space Research* 46-53. DOI. ADS.

