

Rapport de recherche :

Gestion des listes d'attente: le cas des chirurgies

Présenté par

Yannik Noury

Directeur et co-directeur :

Yves Richelle

Et

Abraham Hollander

Département de sciences économiques

Université  de Montréal

mai 2004

Résumé

Ce rapport se concentre sur l'identification des concepts pertinents à la construction d'un simulateur à partir de la théorie des modèles de files d'attente dans le cas particulier des listes d'attente en chirurgies selon les spécialités. L'idée principale est de modifier le nombre de personnes servies afin de voir l'augmentation ou la diminution du temps moyen d'attente. Ainsi, il serait possible de faire une analyse coût (augmentation du service) et bénéfice (réduction du temps moyen d'attente). Nous avons un système de cohortes qui nous permet de suivre des individus tout au long de leurs cheminements sur les listes. Nous allons considérer les modèles les plus simples de file, soient les modèles M/M/1 et M/G/1 avec discipline de file : premier arrivé-premier servi. Étant donné le manque de données et d'informations sur les patients, nous allons faire des simulations à partir des taux d'arrivée et des taux de service que nous avons calculés pour obtenir les corrections nécessaires afin d'avoir des temps d'attente moyens calculés qui correspondent aux temps des cohortes. Les taux ont été agrégés sur des périodes déterminées de façon à être assez longues pour pouvoir traiter la grande majorité des patients. Nous allons considérer par hypothèse que toute personne qui n'est pas traitée dans la longueur de la période comme étant des personnes non disponibles et donc, elle sera déduite.

Mots Clés : Modèle de file d'attente, recherche opérationnelle, listes d'attente, soins de santé à accès universel

Keywords: Queuing model, Operational Research (OR), waiting lists, National Health care (NHS)

Table des matières

| | | |
|----------|---|------------|
| 1 | INTRODUCTION | 1-1 |
| 2 | REVUE DES ÉTUDES DÉJÀ RÉALISÉES | 2-1 |
| 3 | MODÈLE DE FILE D'ATTENTE | 3-1 |
| 3.1 | COMPOSANTES D'UN MODÈLE DE FILE D'ATTENTE | 3-1 |
| 3.2 | NOMENCLATURE DE MODÈLES DE FILE D'ATTENTE | 3-6 |
| 3.3 | LES ÉTATS D'UN SYSTÈME DE FILE D'ATTENTE | 3-6 |
| 3.4 | LE SYSTÈME M/M/1 | 3-7 |
| 3.5 | LES PRIORITÉS DU MODÈLE M/M/1 | 3-9 |
| 3.6 | MODÈLES PLUS COMPLEXES | 3-11 |
| 3.6.1 | <i>Le coefficient de variation et le modèle M/G/1</i> | 3-11 |
| 3.7 | M/M/1 VERSUS M/G/1 ET FORMULES | 3-14 |
| 3.7.1 | <i>Le temps moyen d'attente calculé par rapport aux autres paramètres</i> | 3-15 |
| 3.7.2 | <i>Le taux d'arrivée calculé par rapport aux autres paramètres</i> | 3-16 |
| 3.7.3 | <i>Le taux de service calculé par rapport aux autres paramètres</i> | 3-17 |
| 3.7.4 | <i>Le COV(coefficient de variation) calculé par rapport aux autres paramètres</i> | 3-19 |
| 3.8 | LE MODÈLE M/M/S | 3-22 |
| 4 | DE LA THÉORIE À LA PRATIQUE : LE CAS DES CHIRURGIES | 4-1 |
| 4.1 | LES DONNÉES | 4-1 |
| 4.1.1 | <i>Le temps d'attente moyen observé</i> | 4-4 |
| 4.1.2 | <i>Les personnes sur les listes</i> | 4-11 |
| 4.2 | LES PÉRIODES, TAUX D'ARRIVÉE ET LE TAUX DE SERVICE | 4-13 |
| 4.2.1 | <i>Longueur de la période</i> | 4-15 |
| 4.2.2 | <i>Le taux d'arrivée</i> | 4-19 |
| 4.2.3 | <i>Le taux de service</i> | 4-20 |
| 4.3 | ÉTATS DES CHIRURGIES | 4-20 |
| 5 | SIMULATIONS DES TAUX D'ARRIVÉE ET DES TAUX DE SERVICE | 5-1 |
| 5.1 | CALCUL DU TAUX D'ARRIVÉE AVEC LE MODÈLE M/G/1 | 5-4 |
| 5.2 | CALCUL DU TAUX DE SERVICE AVEC LE MODÈLE M/G/1 | 5-9 |
| 5.3 | PROBLÉMATIQUES LIÉES À NOTRE MODÉLISATION | 5-13 |
| 6 | LA DISCIPLINE DE LA FILE ET LES PRIORITÉS | 6-1 |
| 6.1 | L'ÉVOLUTION DE LA PROPORTION DE SERVICE SELON LE TEMPS D'ATTENTE | 6-1 |
| 7 | CONCLUSION | 7-1 |
| 8 | ANNEXES | 8-1 |
| 8.1 | LES DONNÉES BRUTES | 8-1 |
| 8.2 | LES SYMBOLES | 8-8 |
| 8.3 | ÉQUATIONS IMPORTANTES | 8-9 |
| 9 | RÉFÉRENCES | 9-1 |

Tableaux et graphiques

| | |
|--|------|
| TABLEAU 3.7.1: RELATIONS ENTRE LES VARIABLES | 3-21 |
| TABLEAU 4.1.1 : EXEMPLE DE TABLEAU DE DONNÉES..... | 4-1 |
| TABLEAU 4.1.2 :ARRIVÉES..... | 4-2 |
| TABLEAU 4.1.3: LE NOMBRE DE PERSONNES SERVIES | 4-4 |
| TABLEAU 4.1.4 : STATISTIQUES GÉNÉRALES | 4-11 |
| TABLEAU 4.1.5 : LE TOTAL SUR LES LISTES | 4-12 |
| TABLEAU 4.2.1 :LES TAUX D'ARRIVÉE SELON LES PÉRIODES | 4-19 |
| TABLEAU 4.2.2 :LES TAUX DE SERVICE SELON LES PÉRIODES | 4-20 |
| TABLEAU 4.3.1 : PÉRIODE, TAUX D'ARRIVÉE ET TAUX DE SERVICE..... | 4-21 |
| TABLEAU 4.3.2COMPARAISON ENTRE LES PERSONNES QUI DÉPASSENT LES PÉRIODES DÉTERMINÉES ET LES NON DISPONIBLES | 4-22 |
| TABLEAU 5.1.1: CORRECTIONS DES TAUX D'ARRIVÉE DES CHIRURGIES BUCCALES | 5-4 |
| TABLEAU 5.1.2 : LE TEMPS D'ATTENTE MOYEN CALCULÉ SELON LES COV EN ORTHOPÉDIE..... | 5-5 |
| TABLEAU 5.1.3 : CORRECTIONS DES TAUX D'ARRIVÉE EN CHIRURGIE ORTHOPÉDIQUE | 5-5 |
| TABLEAUX 5.1.4 : LES CORRECTIONS DES TAUX D'ARRIVÉE DES AUTRES CHIRURGIES | 5-6 |
| TABLEAUX 5.2.1 :CORRECTION DU TAUX DE SERVICE POUR LA CHIRURGIE BUCCALE | 5-10 |
| TABLEAU 5.2.2 :CORRECTION DU TAUX DE SERVICE POUR LES CHIRURGIES ORTHOPÉDIQUES | 5-10 |
| TABLEAUX 5.2.3 : CORRECTION DU TAUX DE SERVICE POUR LES AUTRES CHIRURGIES | 5-11 |
| TABLEAU 5.3.1 : ÉVOLUTION DU TEMPS D'ATTENTE MOYEN AVEC LES TAUX D'ARRIVÉE EN CHIRURGIE BUCCALE AVEC UN COV=1 | 5-14 |
| TABLEAU 5.3.2 : ÉVOLUTION DU TEMPS D'ATTENTE MOYEN AVEC LES TAUX DE SERVICE EN CHIRURGIE BUCCALE AVEC UN COV=1 | 5-14 |
| TABLEAU 6.1.1 : RÉGRESSION DE S SUR LE TEMPS D'ATTENTE WQ | 6-2 |
| TABLEAU 6.1.2: DIFFÉRENTS TEMPS D'ATTENTE CRITIQUES | 6-4 |
| TABLEAU 6.1.3 : COMPARAISON DES PERSONNES QUI SONT SOIGNÉS EN MOINS D'UN MOIS AVEC LES PERSONNES DITES URGENTES OU SEMI URGENTES..... | 6-5 |
| GRAPHIQUE 4.1.1 : ÉVOLUTION DU TOTAL DES PERSONNES SUR LES LISTES | 4-13 |
| GRAPHIQUES 4.2.1: DISTRIBUTION DU TEMPS D'ATTENTE EN CHIRURGIES BUCCALES ET PLASTIQUES | 4-16 |
| GRAPHIQUES 4.2.2 :DISTRIBUTION DU TEMPS D'ATTENTE DANS LES CHIRURGIES GÉNÉRALE, ORL, UROLOGIE ET VASCULAIRE | 4-17 |
| GRAPHIQUE 4.2.3 : DISTRIBUTION DU TEMPS D'ATTENTE EN CHIRURGIE | 4-19 |
| GRAPHIQUE 5.1.1: RELATION ENTRE LES ARRIVÉES ET LE TEMPS MOYEN D'ATTENTE..... | 5-8 |
| GRAPHIQUE 5.2.1 : RELATION ENTRE LE TAUX DE SERVICE ET LE TEMPS MOYEN D'ATTENTE..... | 5-13 |
| GRAPHIQUE 6.1.1: ÉVOLUTION DE S SELON LE TEMPS D'ATTENTE..... | 6-3 |

1 Introduction

En recherche opérationnelle ou en statistique, on s'intéresse à modéliser de façon mathématique certaines situations. Une de ces modélisations est l'attente. Par exemple, on peut regarder le problème d'une station service où on veut déterminer combien de pompes à essence sont nécessaires pour avoir un certain délai d'attente acceptable pour que le client soit servi. Ainsi, il est possible de calculer avec le modèle de file d'attente : le temps moyen d'attente, le nombre moyen de personne dans la file d'attente, les probabilités d'avoir un certain nombre de personnes dans le système, etc. Par contre, il faut définir la distribution des arrivées et du taux de service (personnes servies) afin d'utiliser le modèle qui convient au problème pour obtenir les bons résultats.

Lorsqu'il est question des files d'attente, la majorité des gens pensent au système des soins de santé. Dans un système de santé dit à accès universel, le patient ne paiera pas les frais des traitements qu'il recevra. Il appartient à la collectivité d'assurer le financement des soins de santé. Tout le monde peut se faire soigner gratuitement. Par contre, les temps d'attente peuvent se compter en mois. D'ailleurs, la réduction des listes d'attente devient un enjeu politique majeur pour chaque gouvernement pris avec de tels problèmes. Lorsqu'il faut planifier et gérer les horaires de chirurgies, il faut que l'administrateur tienne compte des besoins et contraintes des différents groupes et intervenants comme les chirurgiens, le personnel infirmier et technique en plus des besoins des patients.

L'idée de base est d'évaluer les coûts pour réduire les listes d'attente dans le domaine de la santé. Ainsi, la première étape serait de construire un simulateur de files d'attente qui permettrait d'examiner les conséquences de modifications du taux de service ou du taux d'arrivée sur la longueur des files d'attente. La seconde étape consisterait

à évaluer les coûts nécessaires à la réduction des files d'attente. Les modèles de file d'attente fournissent plusieurs statistiques quant à l'utilisation du système. De plus, ils font le lien entre le nombre d'arrivée et le nombre de personnes qui sont servies. Nous voulons appliquer la théorie des modèles de file d'attente au cas des chirurgies dans plusieurs spécialités afin de les modéliser et de pouvoir ainsi prévoir leurs évolutions et comportements suite à certains chocs et changements.

Étant donné notre base de données et le manque d'informations sur les patients, il est impossible de déterminer un simulateur adéquat. Donc, l'étape qui consiste à évaluer les coûts n'a pas été réalisée. Nous avons constaté certains problèmes que nous allons mentionner en cours des chapitres suivants. Dans la section 2, nous faisons une revue de littérature des différents papiers dans le domaine de l'économie de la santé et de la recherche opérationnelle. La section 3 sera une forme de résumé des différentes théories ainsi qu'une mise en applications des concepts de bases au cas des chirurgies. Nous allons par la suite dans la section 4, traiter les données afin de pouvoir calculer les différents taux et temps observés. Ainsi, nous allons introduire le système des cohortes qui nous permettra de suivre des patients à travers les listes et dont nous allons déduire les différentes observations. Dans la section 5, nous allons simuler les taux d'arrivée et les taux de service qu'il faut afin d'obtenir des temps d'attente que nous observons avec les cohortes. Dans la section 6, nous allons voir s'il y a des priorités entre les patients dont nous n'avons pas connaissance afin de pouvoir respecter un élément essentiel des modèles utilisés : premier arrivé-premier servi.

2 Revue des études déjà réalisées

En recherche opérationnelle, l'application des modèles de files d'attentes est très vaste. Afin de mieux comprendre les principes de base et de voir tout le potentiel, nous avons utilisé deux livres. Le premier est *``Introduction to Queueing Theory``* de Robert Cooper qui présente la théorie de base avec toutes les hypothèses nécessaires aux calculs de plusieurs paramètres et résultats. Alors que dans *``Queueing Theory``*, de Ivo Adan et Jacques Resing, on nous présente les notions sans faire toutes les démonstrations contrairement au premier livre. Ces deux livres nous permettent de voir les différentes distributions applicables aux arrivées et au temps de service, les conditions qui rendent le système stable ainsi que les conséquences. De plus, on nous y introduit la notion de priorité. C'est-à-dire le fait qu'il y a des consommateurs qui passent devant d'autres. Il est facile de deviner que dans le domaine médical, la notion de priorité nous indique le fait qu'il y a urgence et qu'il s'agit d'une question de vie ou de mort. De plus, nous nous sommes servis d'un troisième livre qui lui représente sommairement l'application des files d'attente dans le domaine médical. Il s'agit de *``Operations Research for health planning and administration``* de Stephen Duckett. Dans ce dernier livre, on nous présente l'exemple d'une salle d'urgence. Toutes ces notions seront présentées en détail dans la section 3.

La revue de littérature dans le domaine de la santé provient essentiellement des États-Unis. Le système américain est très différent de celui au Canada. Aux États-Unis, il n'y a pas de couverture sociale similaire à celle qui prévaut dans les pays comme le Canada et la majorité des pays européens. Les Américains doivent prendre des assurances privées afin de couvrir les frais d'hospitalisation et de traitements. Donc, il s'agit d'un système compétitif entre les hôpitaux afin d'attirer les clients patients et les études vont dans ce sens. L'étude de Paul L. Joskow (1980), *``The effects of competition and regulation on hospital bed supply and the reservation quality of hospital``*, utilise un simple modèle de file d'attente pour examiner plusieurs facteurs qui affectent les décisions du

nombre de lits disponibles et de la qualité de l'hôpital. Ce qui est intéressant dans ce papier est le fait que l'auteur utilise un modèle de file d'attente pour calculer la probabilité de ne pas accepter un patient dans un hôpital. Cependant, il pose comme hypothèse qu'il n'y a pas de patients en attente. Jame G. Mulligan (1984) avec *"The stochastic determinants of hospital-bed supply"* reprend le modèle de Joskow (1980), mais en introduisant le fait qu'il peut y avoir des patients en attente.

Dans un autre genre d'idée, Tor Iversen (1992) avec *"A theory of hospital waiting lists"* présente les interactions entre l'hôpital et le gouvernement dans un système de santé à accès universel. Il s'agit d'une application de la théorie des jeux. L'auteur définit les attributs de chacun des acteurs. Il explique que le caractère non coopératif de l'allocation des ressources contribue à des listes d'attente excessive. Ce qui est intéressant de cette étude est le fait que l'auteur décrit de façon détaillée le fonctionnement des listes d'attente.

La grande majorité des études en économie de la santé présente les interactions quant au secteur privé et le secteur public. Un des papiers les plus cités est *"An Economic of market for hospital treatment for non-urgent conditions"* de J.A. Goddard, M. Malek et M.Tavakoli (1995). Les auteurs développent un modèle pour les traitements hospitaliers en Grande-Bretagne où le patient a trois choix. Il peut se faire traiter dans le privé sans attente, mais il devra payer des frais. Dans la deuxième alternative, il peut aller dans un hôpital public et attendre, mais il ne paiera pas de frais. La troisième alternative est de ne pas se faire traiter à l'hôpital. En fait, le papier explore les différents équilibres suite aux variations qui affectent le demande et l'offre. Dans le même genre, le papier de Ann van Ackere et Peter C. Smith (1999) s'intitule *"A dynamic model of National Health Service Waiting Lists"* développe un modèle dynamique qui explore plusieurs scénarios de croissance de la demande de soins et qui conclut que les services cessent d'être totalement universels quand les ressources sont insuffisantes. C'est-à-dire qu'il y a une augmentation marquée des pourcentages de personnes qui vont aller se faire traiter dans le privé. Ce modèle demande une grande quantité de variables. D'ailleurs, le modèle prend en considération uniquement les patients électifs. Ils ne tiennent pas

compte que le service aux électifs peut dépendre des cas urgents. De plus, les auteurs critiquent les modèles de files d'attente en disant que ceux-ci ne tiennent pas compte des changements du taux de service et du taux d'arrivée qu'engendre la longueur de la file d'attente. Ce problème se résout en partie avec le papier de D.J. Worthington (1987) qui s'intitule ``*Queuing Models for Hospital Waiting Lists*``. Il utilise un modèle où le taux d'arrivée est une fonction linéaire décroissante du nombre de patients dans la liste d'attente. La question de savoir si ce phénomène d'autorégulation s'applique au cas des chirurgies, bien que tout à fait pertinentes et intéressante, ne sera qu'abordée brièvement dans ce travail, car, comme nous le verrons plus loin, nous disposons de peu de données pour faire notre étude.

Dans le même genre que Worthington (1987), l'article intitulé ``*Referrals rates and waiting lists : Some empirical evidence*``, de .A. Goddard et M.Tavakoli (1998) modélise la relation entre le nombre de personnes qui rentrent sur la liste d'attente et le temps d'attente. D'ailleurs, ils offrent un prolongement empirique de Worthington (1987) et de J.A. Goddard, M. Malek et M.Tavakoli (1995). En fait, il s'agit d'une estimation de la demande dans 6 spécialités. Comme dans le papier de 1995, les patients ont trois choix : se faire traiter dans le privé, aller dans un hôpital public ou ne pas se faire traiter. Cependant, l'étude se fait uniquement sur les patients qui optent pour le secteur public. Le modèle économétrique est un panel de la forme :

$$\ln(b_{it}) = \beta_{1i} + \beta_2 \ln(b_{it-1}) + \beta_3 \ln(w_{it}) + u_{it}$$

où b est le nombre de personnes qui choisissent le secteur public pour se faire traiter et w est le temps d'attente. L'étude est réalisée sur 12 trimestres pendant trois ans pour chaque spécialité selon la région. Le modèle empirique détermine qu'il y a un lien négatif entre le temps d'attente et la demande de soins, ce qui va dans le même sens que le modèle de Worthington (1987).

Chacun des papiers énumérés ci haut apporte quelques éléments nécessaires à la compréhension de la problématique de la gestion d'un hôpital. Par contre, aucun ne traite de modéliser les listes d'attente afin de voir les conséquences de modifications de certains paramètres caractérisant les services de santé. D'ailleurs, les analyses basées sur les

files d'attente se retrouvent principalement dans le domaine de la recherche opérationnelle et non pas dans le domaine de l'économie. Il faut cependant souligner que, même en recherche opérationnelle, très peu d'études avec des modèles de files d'attente ont été faites sur le sujet des listes d'attente dans le domaine de la santé. La seule étude qui s'en rapproche est celle écrite par Gorunescu, Mclean et Millard (2002) qui s'intitule *"A queuing model for bed-occupancy management and planning of hospitals"*. Dans ce papier, on y présente une technique d'optimisation du nombre de lits afin d'avoir une probabilité de délai acceptable. Un modèle de file d'attente est utilisé afin de déterminer les caractéristiques principales de l'accès des patients à l'hôpital tel que : le taux d'occupation des lits et la probabilité qu'une demande de soin de santé soit perdue parce que tous les lits sont occupés. C'est un peu dans le même genre d'idée que dans l'étude de Joskow (1980). On est toutefois encore très loin de l'analyse de l'impact d'une modification de paramètres comme le taux de service sur le temps d'attente moyen pour une chirurgie.

Après avoir fait la revue de la littérature, nous allons introduire les différentes notions de base nécessaires à la compréhension des modèles de file d'attente. Dans la section 3, on y retrouve les notions de base, une description sommaire de la notion des priorités et des modèles plus complexes.

3 Modèle de file d'attente

Nous allons présenter ici les différentes composantes d'un modèle de file d'attente en les illustrant à l'aide du contexte des chirurgies.

3.1 Composantes d'un modèle de file d'attente¹

Les composantes essentielles qui rentrent en jeu dans un modèle de file d'attente sont les suivantes:

(1) Une installation qui fournit un service

Dans notre cas, cette installation est l'hôpital.

(2) Les consommateurs qui arrivent pour utiliser cette installation

Dans le cas des chirurgies, il s'agit des personnes qui ont besoin d'une chirurgie et qui viennent se faire traiter à l'hôpital.

(3) Une installation contient un ou plusieurs serveurs qui fournissent le service aux consommateurs.

Dans le cas des chirurgies, un serveur est un département de chirurgie. Le département de chirurgie utilise différentes ressources à sa disposition pour offrir le service aux consommateurs telles que le temps de salle d'opération réservé à ce département, le nombre de chirurgiens de ce département et le nombre de lits disponibles pour ce département. Dans notre étude, l'installation contient plusieurs serveurs car l'hôpital dispose de plusieurs départements de chirurgie qui diffèrent par leur spécialité comme, par exemple, l'urologie ou la chirurgie vasculaire.

¹ Duckett, Stephen J., ``Operations Research for health planning and administration``, *Lecture Notes Medical Informatics*, Springer-Verlag, (1987) p. 44-69

(4) L'arrivée des consommateurs est décrite par un modèle.

Typiquement, les consommateurs arrivent à l'unité d'une certaine façon. Cela peut être aléatoire, cela peut dépendre de l'horaire d'autobus, cela peut être parfaitement prévisible. La manière dont les consommateurs arrivent est décrite par un modèle. Les modèles de file d'attente supposent que les arrivées sont aléatoires. De manière plus précise, le nombre d'arrivées dans une période de temps est supposé suivre une distribution de probabilité. Une distribution très fréquemment utilisée est la distribution de Poisson. Selon cette distribution, la probabilité que le nombre d'arrivées dans une unité de temps soit égal à r est donnée par

$$\Pr(r) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^r}{r!}$$

où

$$e = 2.71828$$

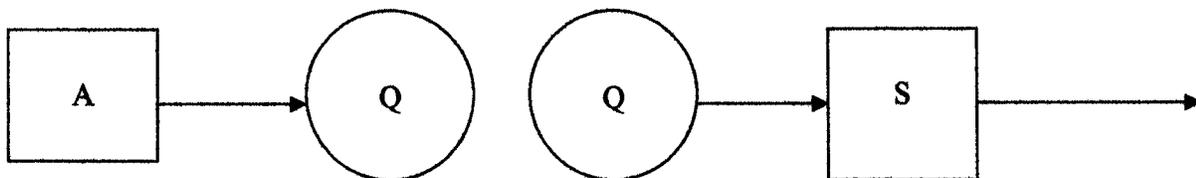
λ = le taux d'arrivée par unité de temps

$$r! = r \times (r-1) \times (r-2) \times (r-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Le taux d'arrivée peut être défini comme le nombre d'arrivées en moyenne par unité de temps. Avec la distribution de Poisson, le taux d'arrivée est donné par le paramètre λ .

(5) Organisation des serveurs.

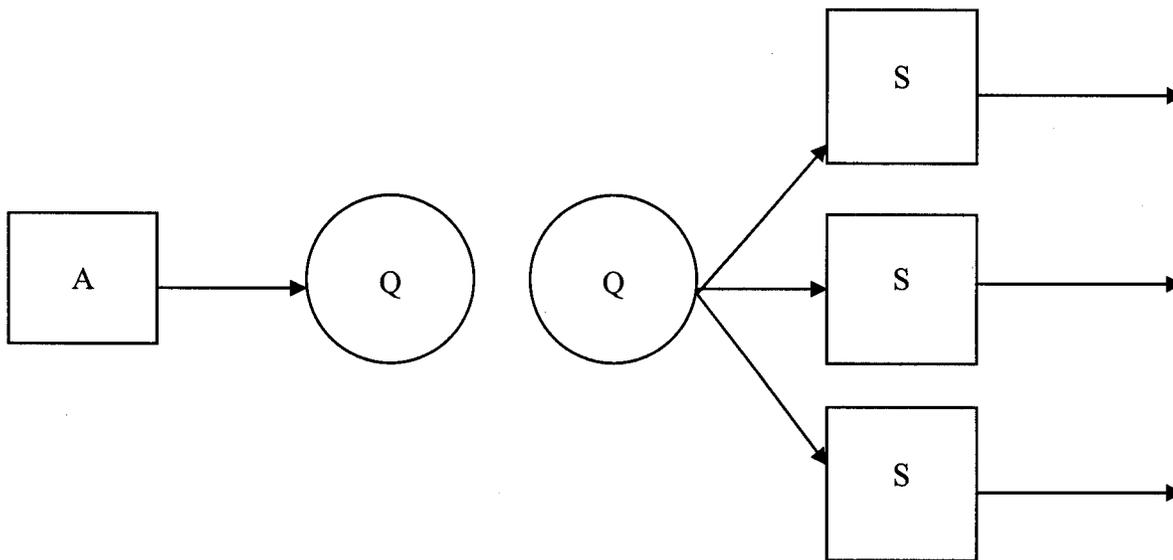
- Lorsqu'il n'y a qu'un seul serveur S, les consommateurs arrivent (A) et prennent part à la file d'attente Q associée à ce serveur. Le serveur va ensuite traiter un élément de la file d'attente.



Dans notre étude, nous considérons qu'un serveur est un département de chirurgie avec une certaine spécialité et, à ce serveur sera associée une file d'attente. Ceci impli-

plique que, même si un hôpital dispose de plusieurs départements de chirurgie, chaque département de chirurgie fonctionne selon le schéma décrit plus haut. Les départements partagent des ressources communes telles que les salles de chirurgie mais, durant la période d'observation, les règles de partage de celles-ci sont indépendantes de la longueur des files d'attentes observées dans les différents départements.

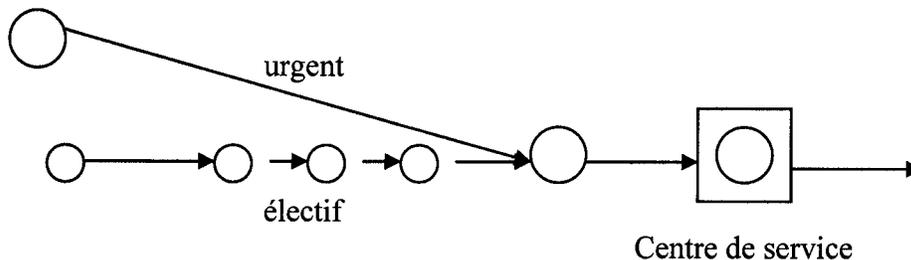
- Lorsqu'il y a plusieurs serveurs avec une seule file d'attente associée à ces serveurs, différentes organisations de ces serveurs sont possibles. La première est un système de serveurs en chaîne où un serveur suit l'autre. Ce n'est pas le cas ici puisqu'une fois traité les consommateurs quittent l'hôpital. Par contre, ce système de serveurs en chaîne pourrait sans doute être utilisé adéquatement dans l'étude de la problématique des salles d'urgence. Une autre organisation des serveurs, est l'agencement des serveurs en parallèle. Dès qu'un serveur se libère, une personne en attente est traitée par ce serveur.



Ce type de représentation est valide, par exemple, dans des études où un serveur est un lit d'hôpital. Dans le cas des chirurgies, il aurait aussi pu être adopté si nous avions défini un serveur comme étant une salle d'opération et que l'organisation des salles ne réservait pas de plage d'utilisation à chacune des spécialités.

(6) Spécification de l'ordre dans lequel les consommateurs sont servis.

Tous les systèmes de file d'attente spécifie une règle concernant l'ordre dans lequel les consommateurs sont servis, c'est ce que l'on appelle la discipline de file d'attente. Dans les hôpitaux, la première règle qui peut s'appliquer est celle du « Premier arrivé, premier servi ». Cette règle ne s'applique pas toujours. En effet, dans le domaine médical, tous les consommateurs ne sont pas égaux. Certains sont en effet déclarés « urgents », d'autres « semi urgents » et d'autres encore sont déclarés « électifs ». Les cas urgents passent évidemment avant les semi urgents, et ceux-ci sont traités avant les électifs.



(7) La manière dont les consommateurs sont servis est décrite par un modèle.

Selon la capacité du serveur ainsi que les caractéristiques des consommateurs, le service au consommateur peut prendre plus ou moins de temps. Le modèle le plus simple qui décrit la manière dont les consommateurs sont traités par le serveur est le modèle déterministe. Celui-ci suppose que tous les patients sont traités exactement dans la même longueur de temps. L'hypothèse du modèle de service déterministe est irréaliste dans le cas des chirurgies puisque la durée d'une opération chirurgicale dépend évidemment des caractéristiques du patient.

Dans les situations où le temps de services varie d'un patient à l'autre, la manière de procéder est de supposer que la variabilité du temps de service est décrit par une distribution de probabilité. La distribution du temps de service la plus utilisée est l'exponentielle négative. Celle-ci reflète la situation où le plus grand nombre de patients requièrent une consultation courte alors qu'un petit nombre nécessite une consultation plus longue.

Le taux de service est défini comme le nombre de consommateur servi par unité de temps où l'installation est en opération (La définition implique de ne pas inclure dans le taux de service le temps où l'installation n'est pas en opération).

L'inverse du taux de service est le temps moyen de service ou le temps moyen pour servir chaque unité d'output. En effet, nous avons

$$\begin{aligned}\text{Taux de service} &= \text{Nombre de consommateurs servis} / \text{unité de temps} \\ &= 1/(\text{unité de temps}/\text{nombre de consommateurs servis}) \\ &= 1/ \text{ temps moyen du service}\end{aligned}$$

La distribution exponentielle négative du taux de service est donnée par:

$$y = \mu e^{-\mu t}$$

où

y = fréquence du temps donné de service

μ = taux de service

t = temps

D'autres distributions sont aussi utilisées. Par exemple, la distribution du temps de service peut être la distribution Gamma² :

$$g(y) = \frac{a(a y)^{b-1} e^{-ay}}{(b-1)!}$$

où $g(y)$ est la fréquence du temps de service de y et a et b sont des paramètres positifs. La moyenne de la distribution Gamma est b/a .

² La distribution Gamma peut être formulée d'une manière différente. Dans la théorie des files d'attente, il est possible de formuler la distribution Gamma comme une généralisation de la distribution Erlang. Nous n'étudions pas ce type de distribution. Par contre, à la section 3.6, nous présentons graphiquement ces distributions issues de la Gamma. Voir Cooper, Robert B., "Introduction to Queueing Theory", *North Holland*, (1981) p.64-70

3.2 Nomenclature de modèles de file d'attente

Il existe beaucoup de modèles de files d'attente qui diffèrent selon le nombre de serveurs disponibles, les distributions des arrivées et du temps de services, ainsi que de l'existence de différents types de priorités avec lesquelles les patients sont servis. Pour spécifier les résultats correspondant aux différents modèles, une nomenclature a été développée. Cette nomenclature représente un modèle par

la distribution des arrivées/la distribution du temps de service/le nombre de serveurs. Les symboles représentant les différentes distributions de probabilité sont les suivants :

- M = les inter arrivées exponentielles négatives ou le temps de service (ou les arrivées Poisson). M est l'abréviation pour Markovien.
- D = Déterministe, constant ou régulier
- E_n = Distribution Erlang d'ordre n.
- G = Générale (distribution non spécifiée)

Par exemple, le modèle M/M/1 est le modèle avec une distribution de Poisson pour les arrivées, une distribution exponentielle négative pour le temps de service et un seul serveur.

3.3 Les états d'un système de file d'attente

En général, la longueur de la file d'attente fluctue. Pour bien comprendre ces fluctuations, il est essentiel de savoir dans quel type d'état notre système se trouve. Voici les trois états possibles pour un système:

(a) L'état stable

Si le taux d'arrivée est plus petit que le taux de service, le système parvient à un état stable. Cependant, l'existence d'un état stable n'implique pas qu'il n'y a pas de file d'attente. Cela signifie que la longueur de la file est invariante et implique que le temps moyen d'attente est invariant à travers le temps.

(b) L'état explosif

Si le taux d'arrivée est plus grand que le taux de service, la file d'attente n'arrêtera pas de grandir et le temps moyen d'attente va augmenter au cours du temps.

(c) L'état de transition

C'est un état où le système est en transition d'un état stable à un autre. Dans cet état, la longueur de la file d'attente ainsi que le temps d'attente évoluent.

Si la file d'attente est dans un état stable, certaines formules mathématiques sont disponibles (dans le modèle M/M/1 en particulier) pour calculer le nombre moyen de personnes dans la file, le temps d'attente moyen, la probabilité que le système soit sous occupé, etc. Pour définir l'état du système, nous devons nous baser sur le taux d'arrivée et le taux de service. En définissant l'intensité du trafic, encore appelé taux d'occupation, taux d'utilisation ou efficacité, comme le rapport entre le taux d'arrivée et le taux de services multiplié par le nombre de serveurs, un système arrivera à un état stable si l'intensité du trafic est inférieure à 1. Dans le cas contraire, le système sera dans un état explosif. L'intensité du trafic est notée par ρ et nous aurons, dans un système M/M/1 que $\rho = \lambda / \mu$.

3.4 Le système M/M/1

Il s'agit du modèle de base. Ses caractéristiques sont :

- Une distribution de Poisson des arrivées :

$$\Pr(r) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^r}{r!}$$

- Une distribution exponentielle négative de la fréquence du temps de service :

$$y = \mu e^{-\mu t}$$

- Un seul serveur

Pour ces distributions, il est possible de déterminer certaines caractéristiques du système à l'état stable :

1. Statistiques concernant le nombre de personnes dans le système

Considérons la probabilité qu'il y ait n personnes dans le système. Cette probabilité sera notée par P_n pour distinguer cette probabilité de $P(r)$ qui est la probabilité qu'il y ait r arrivées dans une unité de temps. On aura

$$P_n = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

Une des statistiques importantes dérivées de cette probabilité est la probabilité d'avoir le système inoccupé, c'est-à-dire, la probabilité qu'il n'y ait personne dans le système.

Celle-ci est égale à

$$P_0 = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)$$

La seconde statistique par rapport au nombre de personne dans le système, L , est la moyenne du nombre de personnes dans le système. Celle-ci peut se calculer comme suit :

$$E(L) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

2. Statistiques relatives à la file d'attente

Il est aussi possible d'obtenir certaines informations sur les caractéristiques de la file d'attente à l'état stable d'un système. Nous aurons que :

(i) la moyenne du temps d'attente est $E(W) = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$

(ii) la moyenne du nombre de personnes dans la file d'attente est $E(N) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$

3.5 Les priorités du modèle M/M/1

Dans les modèles de file d'attente, nous avons mentionné qu'il pouvait y avoir plusieurs priorités. Il existe des priorités qui peuvent interrompre un service en cours pour une personne moins prioritaire. C'est le type de priorité préemptive.

Par exemple, regardons un modèle M/M/1 avec deux types de personnes. La classe 1 a une priorité absolue sur la classe 2. Notons par L_i le nombre de personnes par classe dans le système. Définissons S_i comme le temps du séjour, c'est-à-dire, le temps dans la file d'attente plus le temps passé dans le service, par classe de personne. Le nombre moyen de personnes dans le système et le temps de séjour moyen par classe sont donnés respectivement par:

$$E(L_1) = \frac{\rho_1}{1 - \rho_1} \text{ et } E(L_2) = \frac{\rho_2}{(1 - \rho_1)(1 - \rho_1 - \rho_2)}$$

et

$$E(S_1) = \frac{1/\mu}{1 - \rho_1} \text{ et } E(S_2) = \frac{1/\mu}{(1 - \rho_1)(1 - \rho_1 - \rho_2)}.$$

Rappelons que ρ est l'intensité du système ou le taux d'occupation (taux d'utilisation). Lorsque le taux d'arrivée est différent entre les classes, nous aurons $\rho_1 = \lambda_1 / \mu$ pour la classe 1 et $\rho_2 = \lambda_2 / \mu$ pour la classe 2.

Par contre, si une personne urgente ne peut interrompre un service en cours et doit attendre que le serveur se libère avant de profiter du service, alors il s'agit d'une priorité non préemptive. Les statistiques concernant le nombre moyen de personne dans le système et le temps de séjour moyen se calculent maintenant :

$$E(L_1) = \frac{(1 + \rho_2)\rho_1}{1 - \rho_1} \text{ et } E(L_2) = \frac{(1 - \rho_1(1 - \rho_1 - \rho_2))\rho_2}{(1 - \rho_1)(1 - \rho_1 - \rho_2)}$$

et

$$E(S_1) = \frac{(1 + \rho_2)/\mu}{1 - \rho_1} \text{ et } E(S_2) = \frac{(1 - \rho_1(1 - \rho_1 - \rho_2))/\mu}{(1 - \rho_1)(1 - \rho_1 - \rho_2)}$$

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

En ce qui concerne les chirurgies, il est clair qu'il est impossible d'interrompre une chirurgie en cours. Dans notre exemple, nous aurons donc trois types de priorité qui sont des priorités non préemptives. Toutefois, nous ne disposons pas d'assez d'information sur les patients pour pouvoir utiliser un système de priorité dans le modèle.

3.6 Modèles plus complexes

Dans cette section, nous allons illustrer la multitude de modèles que nous pouvons utiliser selon la distribution du temps de service. En effet, le modèle M/M/1 est très limité puisqu'il suppose que, pour la grande partie des consommateurs, le temps de service est faible. Ceci ne correspond pas nécessairement à la réalité des chirurgies. En effet, il est plus plausible que le temps de service soit petit ou grand pour une faible partie des consommateurs alors que, pour la plus grande partie des consommateurs, le temps de service est pratiquement le même.

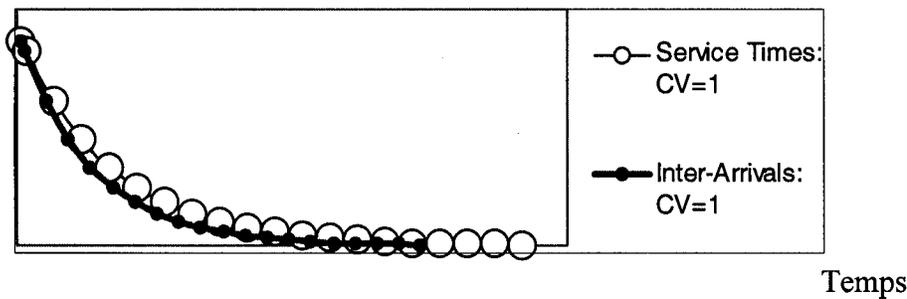
3.6.1 Le coefficient de variation et le modèle M/G/1

Soit X une variable aléatoire. La valeur de l'espérance est notée par $E(X)$ et la variance par $\sigma^2(x)$ et $\sigma(x)$ l'écart type. Une des façons de mesurer la variabilité de la variable aléatoire X est le coefficient de variation (COV) :

$$COV = \frac{\sigma(x)}{E(x)}$$

Ce coefficient permet de déterminer la forme des distributions utilisées pour les arrivées et le temps de service. Par exemple, lorsque l'on utilise un modèle M/M/1, le COV est de 1 pour les arrivées et le temps de service. Ceci donne le graphique suivant :

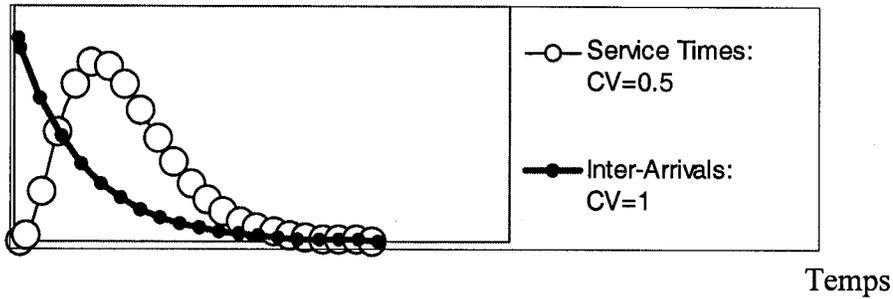
Fréquence



Lorsque le COV du temps de service n'égale pas 1, nous avons un modèle M/G/1 où G signifie Général. Par exemple, un COV de 0.5 pour le temps de service serait un modèle

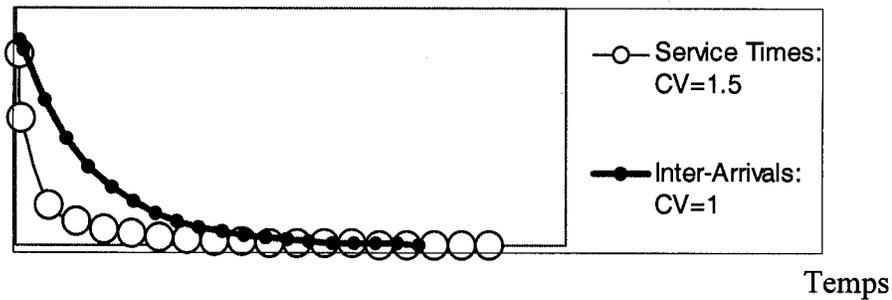
M/G/S et il n'y a pas de distribution spécifiée. Généralement, on peut prendre une distribution Gamma où lorsque le COV est inférieur à 1, engendre une distribution Erlang et aurait comme graphique :

Fréquence



Dans le cas du modèle M/G/S, où par exemple le COV du taux d'arrivée est de 1.5, on peut utiliser une distribution Gamma dont le fait que le COV soit supérieur à 1 donnera une distribution hyper exponentielle et aura comme graphique :

Fréquence



Le modèle M/G/1 signifie qu'il y a un serveur. Le grand avantage de ce modèle est que nous n'avons pas à tenir compte de la distribution du temps de service. Pour cette étude, nous allons nous limiter au modèle M/G/1 avec un taux d'arrivée qui suit une distribution Poisson. En conservant cette distribution, il est possible de garder certaines propriétés dites "PASTA" (Poisson Arrivals See Time Averages). Ce qui signifie que la fraction des patients arrivés dans un état A est exactement la même que la fraction de temps du système dans l'état A. Cette propriété permet de déterminer des mesures de

performances directement sans devoir utiliser des distributions spécifiques de ces mesures.

Voici les statistiques obtenues dans ce modèle à l'état stable:

$$\text{Le nombre moyen de personnes dans la liste d'attente : } E(N) = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$\text{Le temps moyen d'attente : } E(W) = E(N)/\lambda = \left(\frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} \right) \frac{1}{\lambda}$$

Où σ^2 est la variance du temps moyen de service. Revenons à la COV :

$$COV = \frac{\sigma(x)}{E(x)},$$

$$\text{COV du temps de service} = \frac{\sigma}{1/\mu} = \sigma\mu.$$

Il faut préciser que dans cette étude, nous avons fixé les temps de service et la COV afin de trouver les variances. En effet, étant donné le manque de données fiables, nous avons rencontré plusieurs difficultés que nous allons énumérer dans le chapitre 4. Donc, pour trouver la variance, voici la formule :

$$\sigma^2 = \frac{COV^2}{\mu^2}$$

Un modèle M/G/1 ne permet pas de trouver les probabilités du nombre dans le système étant donné qu'il n'y a pas de distribution spécifique. De plus, il est possible d'avoir un système de priorité. Mais comme pour le cas M/M/1, cela a été impossible d'appliquer cette dynamique avec les données disponibles.

3.7 M/M/1 versus M/G/1 et formules

Le modèle standard est le M/M/1. Ce modèle peut sembler excessivement simple, mais selon Ann van Ackere (1999), il peut nous aider à voir le système de santé dit "universel" comme le fait qu'il s'agisse d'un serveur avec une file d'attente. Dans notre cas, il s'agit seulement d'un hôpital.

De façon plus générale, le modèle M/G/1 permet de voir les interactions par rapport à la variation du temps de service. Étant donné que le modèle M/M/1 est un modèle où la COV du temps de service est de 1, il s'agit d'un cas particulier d'un modèle M/G/1 où l'on spécifie la distribution du temps de service comme étant une exponentielle négative. Par conséquent, nous allons nous concentrer sur l'application du modèle M/G/1. Nous avons donné des valeurs allant de 0.1 à 2 aux COV afin de voir les effets. Voici les formules utilisées :

Formule du calcul du temps ($E(W) = Wq =$ temps moyen d'attente)

$$Wq = f(\lambda, \mu, \sigma^2) = f(\lambda, \mu, COV)$$

$$Wq = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{\lambda[2(1-\rho)]}$$

$$\rightarrow Wq\lambda = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}, \quad \rho = \frac{\lambda}{s\mu}, \quad s=1 \text{ et } \sigma^2 = \frac{COV^2}{\mu^2}$$

$$\rightarrow (2\lambda Wq)\mu^2 - 2\mu\lambda^2 Wq - \lambda^2(COV^2 + 1) = 0$$

À partir de l'équation ci haute, il est possible de calculer :

- le temps d'attente calculé
- le taux d'arrivée calculé
- le taux de service calculé
- le COV calculé

Rappelons certaines contraintes : $\lambda < \mu$ et $Wq > 0, \lambda > 0, \mu > 0, COV > 0$

3.7.1 Le temps moyen d'attente calculé par rapport aux autres paramètres

Formule du calcul du temps moyen d'attente avec le taux d'arrivée, les personnes servies et le COV donnés :

$$Wq = \frac{\lambda(COV^2 + 1)}{2(\mu^2 - \mu\lambda)}$$

L'effet de la variation de λ sur Wq :

$$\frac{\partial Wq}{\partial \lambda} = \frac{2(COV^2 + 1)(\mu^2 - \mu\lambda) + 2\lambda\mu(COV^2 + 1)}{4(\mu^2 - \mu\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial Wq}{\partial \lambda} = \frac{COV^2\mu^2 - COV^2\mu\lambda + \mu^2 - \mu\lambda + \lambda\mu COV^2 + \lambda\mu}{2(\mu^2 - \mu\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial Wq}{\partial \lambda} = \frac{COV^2\mu^2 + \mu^2}{2(\mu^2 - \mu\lambda)^2} > 0$$

Sachant que $\lambda < \mu$, ceci implique que la relation doit toujours être positive entre λ et Wq .

L'effet de la variation de μ sur Wq :

$$\frac{\partial Wq}{\partial \mu} = -\frac{\lambda(COV^2 + 1)(2\mu - \lambda)}{2(\mu^2 - \mu\lambda)^2} < 0$$

Comme on sait que $\lambda < \mu$, ceci implique que la relation entre μ et Wq est négative.

L'effet de la variation de COV sur Wq :

$$\frac{\partial Wq}{\partial COV} = \frac{2\lambda COV}{2(\mu^2 - \mu\lambda)} = \frac{\lambda COV}{(\mu^2 - \mu\lambda)} > 0$$

Donc,

$$Wq = f(\lambda, \mu, COV)$$

+ - +

Le temps moyen d'attente a une relation positive avec le taux d'arrivée et le COV. Cependant, il y a une relation négative avec le taux de service. Donc, il est clair que lorsque nous augmentons le taux de service, le temps moyen d'attente diminue. Par contre, lorsque qu'il y a une augmentation de la demande (arrivées), alors le temps d'attente augmente.

3.7.2 Le taux d'arrivée calculé par rapport aux autres paramètres

La formule du calcul du taux d'arrivée avec le temps moyen d'attente, les personnes servies et le COV donnés :

$$\lambda = \frac{2Wq\mu^2}{2\mu Wq + COV^2 + 1}$$

L'effet de la variation de Wq sur λ :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Wq} = \frac{2\mu^2(2\mu Wq + COV^2 + 1) - 2Wq\mu^2(2\mu)}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2} = \frac{(4\mu^3 Wq + 2\mu^2 COV^2 + 2\mu^2) - 4Wq\mu^3}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Wq} = \frac{2\mu^2 COV^2 + 2\mu^2}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2} > 0$$

L'effet de μ sur λ :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mu} = \frac{4Wq\mu(2\mu Wq + COV^2 + 1) - 4Wq^2\mu^2}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2} = \frac{8\mu^2 Wq^2 + 4Wq\mu COV^2 + 4Wq\mu - 4Wq^2\mu^2}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mu} = \frac{4\mu^2 Wq^2 + 4Wq\mu COV^2 + 4Wq\mu}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2} > 0$$

L'effet de COV sur λ :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial COV} = \frac{-2Wq\mu^2 \cdot 2COV}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2} = \frac{-4Wq\mu^2 COV}{(2\mu Wq + COV^2 + 1)^2} < 0$$

Donc,

$$\lambda = g(Wq, \mu, COV)$$

+ + -

Le taux d'arrivée a une relation positive avec le temps moyen d'attente et le taux de service. Cependant, il y a une relation négative avec le COV.

3.7.3 Le taux de service calculé par rapport aux autres paramètres

Formule du calcul du taux de personnes servies avec le temps moyen d'attente et les arrivées et le COV donnés :

$$\mu = \frac{2\lambda^2 Wq + \sqrt{(2\lambda^2 Wq)^2 - 4[(2\lambda Wq)(-\lambda^2(COV^2 + 1))]}{2(2\lambda Wq)}$$

On peut réécrire l'expression :

$$\mu = \frac{\lambda}{2} + \frac{\sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}}{4\lambda Wq} = \frac{\lambda}{2} + \frac{\sqrt{(4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq)}}{4\lambda Wq}$$

L'effet de Wq sur μ :

$$\frac{\partial \mu}{\partial Wq} = \frac{(4\lambda^4 Wq + 4\lambda^3 COV^2 + 4\lambda^3)(4\lambda Wq)}{(4\lambda Wq)^2 \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}} - \frac{4\lambda \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}}{(4\lambda Wq)^2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial Wq} = \frac{(4\lambda^4 Wq + 4\lambda^3 COV^2 + 4\lambda^3)Wq}{(4\lambda Wq^2) \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}} - \frac{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}{(4\lambda Wq^2) \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial Wq} = \frac{4\lambda^4 Wq^2 + 4\lambda^3 COV^2 Wq + 4\lambda^3 Wq - 4\lambda^4 Wq^2 - 8\lambda^3 COV^2 Wq - 8\lambda^3 Wq}{(4\lambda Wq^2) \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial Wq} = \frac{-4\lambda^3 COV^2 Wq - 4\lambda^3 Wq}{(4\lambda Wq^2) \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}} < 0$$

L'effet de λ sur μ :

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} + \frac{4\lambda Wq}{(4\lambda Wq)^2} \frac{(8\lambda^3 Wq^2 + 12\lambda^2 Wq COV^2 + 12\lambda^2 Wq)}{\sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}} - \frac{4Wq}{16\lambda^2 Wq^2} \sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} + \frac{8\lambda^3 Wq^2 + 12\lambda^2 Wq COV^2 + 12\lambda^2 Wq}{4\lambda Wq \sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}} - \frac{\sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}}{4\lambda^2 Wq}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} + \frac{8\lambda^4 Wq^2 + 12\lambda^3 Wq COV^2 + 12\lambda^3 Wq}{4\lambda^2 Wq \sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}} - \frac{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}{4\lambda^2 Wq \sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} + \frac{4\lambda^4 Wq^2 + 4\lambda^3 Wq COV^2 + 4\lambda^3 Wq}{4\lambda^2 Wq \sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}} = \frac{1}{2} + \frac{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + COV^2 + 1)}{4\lambda^2 Wq \sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} + \lambda \frac{\lambda Wq + COV^2 + 1}{\sqrt{4\lambda^4 Wq^2 + 8\lambda^3 Wq COV^2 + 8\lambda^3 Wq}} > 0$$

L'effet de COV sur μ

$$\frac{\partial \mu}{\partial COV} = \frac{4COV(4\lambda^3 Wq)}{8\lambda Wq \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}} = \frac{2COV\lambda^3 Wq}{\lambda Wq \sqrt{(4\lambda^3 Wq)(\lambda Wq + 2COV^2 + 2)}} > 0$$

Donc,

$$\mu = h(Wq, \lambda, COV)$$

- + +

Le taux de service a une relation positive avec le taux d'arrivée et le COV. Cependant, il y a une relation négative avec le temps moyen d'attente.

3.7.4 Le COV(coefficient de variation) calculé par rapport aux autres paramètres

La COV du temps de service selon le taux d'arrivée et le taux de service donne la formule :

$$COV = \sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}$$

L'effet de Wq sur COV

$$\frac{\partial COV}{\partial Wq} = \frac{\frac{2\mu^2}{\lambda} - 2\mu}{2\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}} = \frac{\mu^2 - \mu\lambda}{\lambda\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}} = \frac{\mu(\mu - \lambda)}{\lambda\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}}$$

Or, on sait que $\mu > \lambda$. Donc, $\frac{\partial COV}{\partial Wq} > 0$

L'effet de λ sur COV :

$$\frac{\partial COV}{\partial \lambda} = -\frac{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda^2}}{2\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}} = -\frac{\frac{Wq\mu^2}{\lambda^2}}{\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}} = -\frac{Wq\mu^2}{\lambda^2\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}} < 0$$

L'effet de μ sur COV :

$$\frac{\partial COV}{\partial \mu} = \frac{\frac{4Wq\mu}{\lambda} - 2Wq}{2\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}} = \frac{2Wq\mu - \lambda Wq}{\lambda\sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}} > 0$$

Donc,

$$COV = i(Wq, \lambda, \mu)$$

+ - +

Le COV a une relation positive avec le temps d'attente et le taux de service. Cependant, il y a une relation négative avec le taux d'arrivée. Il est intéressant de constater que le taux d'arrivée influence le COV et par conséquent, la variance du temps de service. Regardons cette relation. Voici la formule de la variance selon le temps d'attente moyen, le taux d'arrivée et le taux de service donné :

$$\sigma^2 = \frac{2Wq}{\lambda} - \frac{2}{\mu}Wq - \frac{1}{\mu^2}$$

Si je fais la dérivée de la variance du temps de service par rapport au taux d'arrivée, nous obtenons :

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial \lambda} = -\frac{2Wq}{\lambda^2} < 0$$

Donc, il y a bien une relation négative entre le taux d'arrivée et la variance du temps de service. Si on regarde la relation entre le temps d'attente moyen et la variance, nous avons :

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial Wq} = \frac{2}{\lambda} - \frac{2}{\mu} > 0, \text{ car } \lambda < \mu$$

Donc, il y a une relation positive entre la variance du temps de service et le temps moyen d'attente. Pour la relation entre la variance et le taux de service :

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial \mu} = \frac{2}{\mu^2} Wq + \frac{2}{\mu^3} > 0$$

La relation entre la variance du temps de service et le taux de service est positif.

Sachant que $\sigma^2 = \frac{COV^2}{\mu^2}$, alors la relation entre la variance du temps de service et le

COV est :

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial COV^2} = \frac{1}{\mu^2} > 0$$

Alors, nous avons une relation positive entre la variance du temps de service et le COV.

Voici un tableau qui résume les relations entre les paramètres :

Tableau 3.7.1: Relations entre les variables

| | Temps d'attente | Taux d'arrivée | Taux de service | COV |
|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|-----|
| Temps d'attente | | + | - | + |
| Taux d'arrivée | + | | + | - |
| Taux de service | - | + | | + |
| COV | + | - | + | |

3.8 Le modèle M/M/S

Bien que nous ayons défini le serveur comme étant le département de l'hôpital, il est d'usage de définir les serveurs comme le nombre de lits, de médecins ou de salles de chirurgie. Voici les formules :

(Le nombre de personnes dans la file : $E(N)=Lq$)

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda}$$

$$\text{Où } Lq = P_0 \left[\frac{(\lambda/\mu)^{S+1}}{(S-1)!(S-\lambda/\mu)^2} \right] \text{ et } P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^S}{S!(1-\rho)}}$$

4 De la théorie à la pratique : le cas des chirurgies

Dans cette section, nous voulons calculer les différents paramètres et statistiques afin de pouvoir mettre en œuvre la modélisation des listes d'attente en chirurgie.

4.1 Les données

Nous avons obtenu les données de l'hôpital « Cité de la Santé » à partir de leur logiciel de gestion des listes d'attente, Opéra. Les données sont en annexe à la section 7.1. Idéalement, il faudrait avoir les admissions, le temps d'attente, le temps de service et le type (urgent, semi-urgent ou électif) pour chaque patient. Toutefois, les données fournies par le logiciel montrent, à une date précise, le nombre de personnes en attente selon le nombre de mois qu'ils sont sur la liste. Il a été impossible d'obtenir les données concernant le cheminement individuel de chaque personne dans le système.

Voici le format dans lequel les données nous ont été fournies :

Tableau 4.1.1 : Exemple de tableau de données

| Date | 1 mois et moins | 1 à 2 mois | 2 à 3 mois | 3 à 4 mois | 4 à 5 mois | 5 à 6 mois | 6 à 7 mois | 7 à 8 mois | 8 à 9 mois | 9 à 10 mois | 10 à 11 mois | 11 à 12 mois | Plus de 1 an | Total |
|--------|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| t | A(t) | B(t) | C(t) | D(t) | E(t) | F(t) | G(t) | H(t) | I(t) | J(t) | K(t) | L(t) | M(t) | Total(t) |
| $t+1$ | N(t+1) | A(t+1) | B(t+1) | C(t+1) | D(t+1) | E(t+1) | F(t+1) | G(t+1) | H(t+1) | I(t+1) | J(t+1) | K(t+1) | M(t+1) | Total(t+1) |
| $t+2$ | | N(t+2) | A(t+2) | B(t+2) | C(t+2) | D(t+2) | E(t+2) | F(t+2) | G(t+2) | H(t+2) | I(t+2) | J(t+2) | M(t+2) | Total(t+2) |
| $t+3$ | | | N(t+3) | A(t+3) | B(t+3) | C(t+3) | D(t+3) | E(t+3) | F(t+3) | G(t+3) | H(t+3) | I(t+3) | M(t+3) | Total(t+3) |
| $t+4$ | | | | N(t+4) | A(t+4) | B(t+4) | C(t+4) | D(t+4) | E(t+4) | F(t+4) | G(t+4) | H(t+4) | M(t+4) | Total(t+4) |
| $t+5$ | | | | | N(t+5) | A(t+5) | B(t+5) | C(t+5) | D(t+5) | E(t+5) | F(t+5) | G(t+5) | M(t+5) | Total(t+5) |
| $t+6$ | | | | | | N(t+6) | A(t+6) | B(t+6) | C(t+6) | D(t+6) | E(t+6) | F(t+6) | M(t+6) | Total(t+6) |
| $t+7$ | | | | | | | N(t+7) | A(t+7) | B(t+7) | C(t+7) | D(t+7) | E(t+7) | M(t+7) | Total(t+7) |
| $t+8$ | | | | | | | | N(t+8) | A(t+8) | B(t+8) | C(t+8) | D(t+8) | M(t+8) | Total(t+8) |
| $t+9$ | | | | | | | | | N(t+9) | A(t+9) | B(t+9) | C(t+9) | M(t+9) | Total(t+9) |
| $t+10$ | | | | | | | | | | N(t+10) | A(t+10) | B(t+10) | M(t+10) | Total(t+10) |
| $t+11$ | | | | | | | | | | | N(t+11) | A(t+11) | M(t+11) | Total(t+11) |
| $t+12$ | | | | | | | | | | | | N(t+12) | M(t+12) | Total(t+12) |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

Ces données peuvent être utilisées pour évaluer le taux d'arrivée et le temps de services. Notez que les personnes qui attendent de plus de 1 an constituent un stock et qu'il est impossible de voir le cheminement de ces patients. Par conséquent, nous allons les retirer de nos calculs. De plus, nous pouvons faire l'hypothèse que les personnes qui attendent depuis moins d'un mois sont les personnes qui arrivent dans le système et ce nombre de personnes correspond donc au nombre d'arrivées entre la période t et la période $t-1$. Le tableau suivant regroupe les données obtenues pour les arrivées selon les différents types de chirurgie à la Cité de la Santé de Laval :

| Chirurgie | Buccale | Générale | ORL | Orthopédie | Plastie | Urologie | Vasculaire |
|-----------|---------|----------|-----|------------|---------|----------|------------|
| 01-12-27 | 5 | 140 | 137 | 209 | 21 | 65 | 18 |
| 02-01-30 | 3 | 157 | 204 | 198 | 35 | 65 | 15 |
| 02-02-25 | 10 | 172 | 210 | 180 | 30 | 62 | 22 |
| 02-03-25 | 8 | 205 | 110 | 129 | 36 | 44 | 22 |
| 02-04-29 | 3 | 157 | 229 | 190 | 19 | 61 | 19 |
| 02-05-27 | 4 | 154 | 143 | 158 | 38 | 83 | 15 |
| 02-07-05 | 17 | 144 | 123 | 122 | 42 | 78 | 33 |
| 02-07-31 | 6 | 133 | 148 | 133 | 30 | 63 | 19 |
| 02-09-05 | 6 | 108 | 161 | 55 | 45 | 73 | 23 |
| 02-10-03 | 10 | 176 | 164 | 222 | 51 | 73 | 20 |
| 02-11-01 | 5 | 205 | 152 | 180 | 36 | 69 | 14 |
| 02-11-29 | 4 | 170 | 145 | 190 | 56 | 67 | 17 |
| 03-02-03 | 11 | 148 | 140 | 185 | 46 | 76 | 16 |
| 03-02-28 | 8 | 163 | 199 | 147 | 46 | 89 | 23 |
| 03-04-02 | 5 | 152 | 122 | 165 | 40 | 86 | 25 |
| 03-04-30 | 5 | 151 | 183 | 200 | 45 | 81 | 12 |
| 03-06-02 | 4 | 177 | 253 | 195 | 26 | 69 | 15 |
| 03-07-02 | 8 | 123 | 99 | 185 | 44 | 67 | 16 |

Tableau 4.1.2 : Arrivées

Comme nous le verrons plus loin, de ce nombre d'arrivées, nous pourrions déduire le taux d'arrivée. Il faut immédiatement noter que les intervalles entre deux périodes n'ont pas nécessairement la même longueur dans les données dont nous disposons. Ceci pose évidemment un problème puisqu'il est possible qu'un même individu soit comptabilisé deux fois parmi les personnes qui arrivent dans le système. En effet, un individu qui est entré dans le système d'admission le 4 juillet 2002 est déclaré attendre depuis moins d'un mois dans le recensement du 5 juillet 2002 mais apparaît aussi dans le nombre de

personnes qui attendent depuis moins d'un mois dans le recensement du 31 juillet 2002. Il faudra tenir compte de ce problème lorsque nous discuterons les résultats obtenus. Par ailleurs, il n'est pas possible avec ces données de distinguer les différents types de patients. Il est possible de trouver, dans les personnes qui attendent depuis moins d'un mois, des patients qui ont été déclarés « urgents » ou « semi-urgents » même s'il les premiers sont traités en une semaine et les patients semi-urgents sont traités en quinze jours. Il suffit pour cela qu'un patient urgent arrive juste avant la date du recensement pour qu'il se retrouve dans le nombre de personnes qui attendent depuis moins d'un mois. Ceci pose un problème puisque les listes d'attente concernent les personnes déclarées essentiellement « électives » et que nos données ne portent pas uniquement sur ce type de personnes.

Ces données vont aussi nous permettre d'évaluer le nombre de personnes qui sont traitées durant une période. Celui-ci correspond au nombre de personnes présente dans le système d'admission à la période t , noté par $Total(t)$ dans le Tableau 4.1.1, moins le nombre de personnes qui attendent depuis moins d'un mois à la période $t+1$, c'est-à-dire, avec les notations du tableau ci-dessus, $Total(t+1)-N(t+1)$. Notez que nous utilisons le total en excluant les personnes qui attendent plus de 1 an étant donné le fait que nous perdons leur cheminement sur les listes dans le temps (voir système cohorte dans la prochaine sous-section). Il faut cependant appliquer une correction du fait que le nombre de personnes qui attendent depuis plus d'un an ne diminue pas nécessairement d'une période à l'autre et peut même augmenter d'une période à l'autre. Ce phénomène pourrait provenir du fait que certaines personnes demandent à ne pas subir leur opération avant un certain laps de temps et sont alors déplacées dans le système d'admission vers les « un an et plus » s'il s'écoulera plus d'un an entre leur date d'entrée dans le système d'admission et la date à laquelle ils sont prêts à subir leur opération. Ces personnes sont appelées les personnes « non disponibles ». Nous aurons donc que le nombre de personnes servies durant la période t est donné par :

$$\text{Nombre de personnes servies} = Total(t) - (Total(t+1) - N(t+1)) - \max(0, M(t) - M(t+1)) \quad (34)$$

| Date | Buccale | Générale | ORL | Orthopédie | Plastie | Urologie | Vasculaire |
|--------------------------|---------|----------|-----|------------|---------|----------|------------|
| 2001-12-27 au 2002-01-30 | 7 | 142 | 180 | 200 | 26 | 68 | 14 |
| 2002-01-30 au 2002-02-25 | 5 | 149 | 171 | 191 | 35 | 59 | 14 |
| 2002-02-25 au 2002-03-25 | 7 | 101 | 114 | 146 | 27 | 101 | 14 |
| 2002-03-25 au 2002-04-29 | 5 | 160 | 196 | 188 | 36 | 63 | 23 |
| 2002-04-29 au 2002-05-27 | 5 | 149 | 152 | 199 | 20 | 49 | 15 |
| 2002-05-27 au 2002-07-05 | 4 | 143 | 78 | 199 | 34 | 63 | 10 |
| 2002-07-05 au 2002-07-31 | 9 | 84 | 115 | 142 | 23 | 65 | 16 |
| 2002-07-31 au 2002-09-05 | 1 | 88 | 155 | 170 | 26 | 61 | 12 |
| 2002-09-05 au 2002-10-30 | 2 | 206 | 176 | 201 | 35 | 71 | 28 |
| 2002-10-30 au 2002-11-01 | 7 | 190 | 173 | 194 | 33 | 77 | 26 |
| 2002-11-01 au 2002-11-29 | 10 | 199 | 202 | 183 | 42 | 68 | 13 |
| 2002-11-29 au 2003-02-03 | 2 | 129 | 167 | 118 | 34 | 26 | 8 |
| 2003-02-03 au 2003-02-28 | 14 | 205 | 130 | 178 | 36 | 68 | 13 |
| 2003-02-28 au 2003-04-02 | 5 | 142 | 162 | 180 | 27 | 70 | 18 |
| 2003-04-02 au 2003-04-30 | 6 | 180 | 129 | 153 | 36 | 56 | 16 |
| 2003-04-30 au 2003-06-02 | 5 | 157 | 161 | 163 | 33 | 63 | 21 |
| 2003-06-02 au 2003-07-02 | 8 | 155 | 156 | 161 | 37 | 67 | 16 |

Tableau 4.1.3: Le nombre de personnes servies

4.1.1 Le temps d'attente moyen observé

Les données dont nous disposons ne comportent pas le temps d'attente par patient. Nous avons donc utilisé la notion de « cohorte », que nous pouvons déduire des données disponibles, pour pouvoir calculer un temps moyen d'attente. Une cohorte est l'ensemble des personnes qui sont rentrées dans le système d'admission durant une certaine période. Par exemple, à partir du Tableau 4.1.1, la cohorte de la période t correspond à l'ensemble des personnes admises dans le système durant la période t , c'est-à-dire, $A(t)$. Le temps d'attente moyen pour cette cohorte est calculé de la manière suivante. Dans un premier temps, on considère que le nombre de personnes qui ont attendu en moyenne 0.5 mois est le nombre de personnes qui sont entrées dans le système durant la période t et qui ont été traitées à la période t , c'est-à-dire, dans les notations du Tableau 4.1.1, $A(t)$ moins le nombre de ceux qui, à la période $t+1$, attendent depuis un mois mais moins de deux, $A(t+1)$. De la même manière, les personnes qui ont attendu en moyenne 1.5 mois sont celles qui attendent à la période $t+1$ depuis un mois mais moins de deux

mois, $A(t+1)$, moins le nombre de personnes qui attendent, à la période $t+2$, depuis deux mois mais moins de trois mois. En procédant de cette manière, nous aurons, pour la cohorte de la période t

Cohorte de la période t

| <i>Nombre de personnes traitées</i> | <i>temps moyen d'attente de ces personnes</i> |
|-------------------------------------|---|
| $A(t)-A(t+1)$ | 0.5 mois |
| $A(t+1)-A(t+2)$ | 1.5 mois |
| $A(t+2)-A(t+3)$ | 2.5 mois |
| $A(t+3)-A(t+4)$ | 3.5 mois |
| $A(t+4)-A(t+5)$ | 4.5 mois |
| $A(t+5)-A(t+6)$ | 5.5 mois |
| $A(t+6)-A(t+7)$ | 6.5 mois |
| $A(t+7)-A(t+8)$ | 7.5 mois |
| $A(t+8)-A(t+9)$ | 8.5 mois |
| $A(t+9)-A(t+10)$ | 9.5 mois |
| $A(t+10)-A(t+11)$ | 10.5 mois |
| $A(t+11)-(M(t+12)-(M(t+11)))$ | 11.5 mois |

Ainsi, pour calculer le temps d'attente moyen des individus appartenant à une cohorte particulière, il suffit de suivre cette cohorte jusqu'à la colonne des personnes qui attendent plus d'un an à la période $t+12$. Il faut cependant faire attention pour déterminer le nombre de personnes qui attendent en moyenne 11.5 mois. En effet, l'ensemble des personnes qui attendent depuis plus d'un an est un stock. Ainsi, l'accroissement dans le nombre de personnes qui attendent depuis plus d'un an est mesuré par le nombre de personnes qui attendent depuis plus d'un an à la période $t+12$, $M(t+12)$, moins le nombre de personnes qui attendent depuis plus d'un an à la période $t+11$, $M(t+11)$. Le nombre de personnes qui attendent en moyenne 11.5 mois dans la cohorte de la période t est donc donné par la différence entre le nombre de personnes qui, à la période $t+11$, attendent depuis plus de 11 mois mais moins de 12 mois et l'accroissement dans le nombre de personnes qui attendent depuis plus d'un an à la période $t+12$, c'est-à-dire, $A(t+11)-(M(t+12)-M(t+11))$. Évidemment, nous ne pouvons pas tenir compte des personnes qui attendent depuis plus d'un an puisque nous ne savons pas combien de temps ces personnes doivent encore attendre avant de se faire traiter. Il faut toutefois noter qu'une des rai-

sons qui explique un temps d'attente supérieur à un an est la non disponibilité des patients pour se faire traiter.

Notons que nous disposons de données sur les cohortes que pour les périodes correspondantes aux 5 premiers mois de l'année 2002. La méthode des cohortes permet de calculer un temps d'attente moyen ce qui nous servira aussi de point de comparaison avec les résultats obtenus à l'aide du modèle de file d'attente. Soulignons encore une fois que nous faisons toujours face au problème que les données ne sont pas prises à intervalle régulier ce qui conduit à un double comptage de certaines personnes. Dans certains cas, nous avons apportés des corrections à la base de données pour s'assurer que le nombre de personnes qui, étant entrées dans le système à la période t , attendent depuis i mois mais moins de $i+1$ mois soit supérieur au nombre de personnes qui, étant entrées dans le système à la période t , attendent depuis $i+1$ mois mais moins de $i+2$ mois, c'est-à-dire, pour que $A(t+i)-A(t+i+1) \geq 0$ avec $i=1, \dots, 10$ et $A(t+11)-(M(t+12)-(M(t+11))) \geq 0$. Les résultats obtenus en appliquant cette méthode aux différents types de chirurgie sont donnés dans les sous-sections qui suivent. Pour avoir un état stable dans les files, nous avons besoin d'avoir un temps moyen par cohorte qui tourne autour de la moyenne. C'est ce que nous allons regarder :

Date des prises de données selon les cohortes

Cohorte 1 : 2001-12-27

Cohorte 2 : 2002-01-30

Cohorte 3 : 2002-02-25

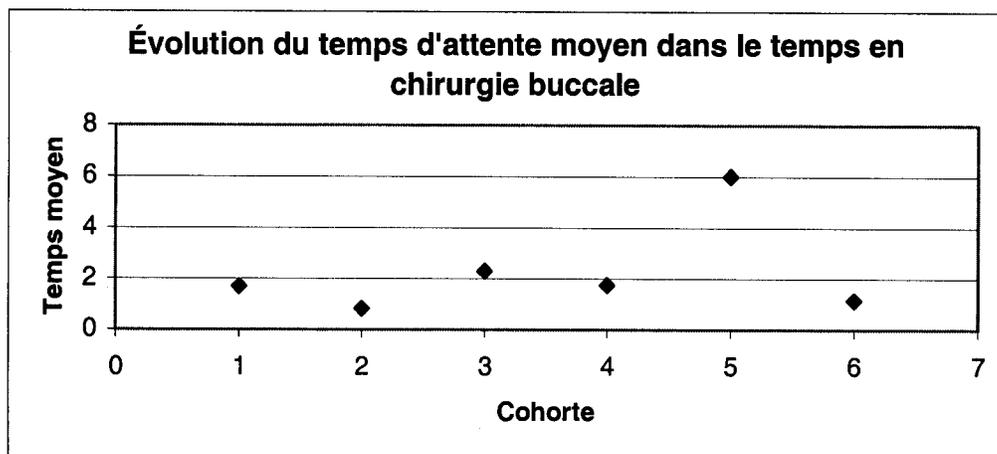
Cohorte 4 : 2002-03-25

Cohorte 5 : 2002-04-29

Cohorte 6 : 2002-05-27

Chirurgie buccale

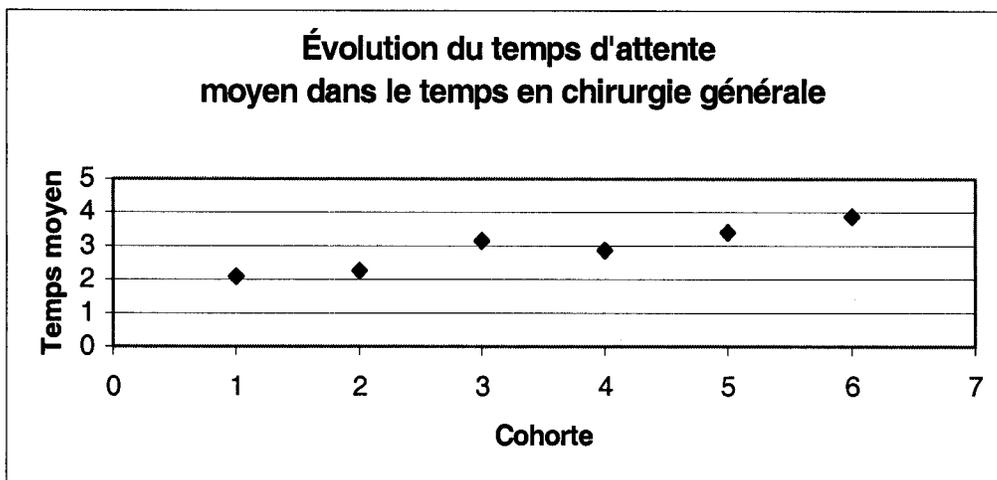
Pour les chirurgies buccales, l'évolution du temps d'attente moyen (excluant les personnes qui attendent plus de un an) est reportée dans le graphique suivant :



On peut donc remarquer qu'avec le peu de cohorte dont nous disposons, on ne peut exclure que le temps d'attente moyen est stable autour d'une moyenne égale à 2 mois.

Chirurgie générale

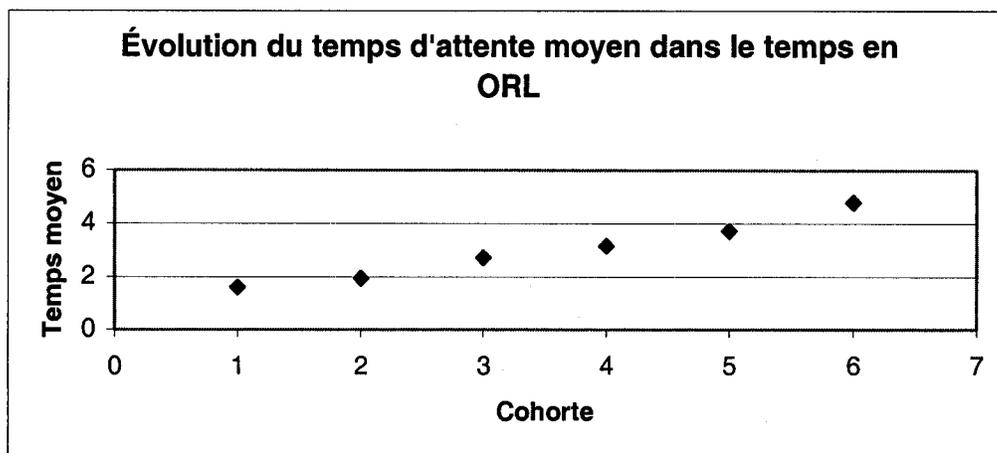
Pour les chirurgies générales, l'évolution du temps d'attente moyen est reportée dans le graphique suivant :



Nous obtenons un temps moyen qui évolue autour d'une moyenne égale à 3 mois. Cependant, il semble qu'il y ait une tendance à la hausse du temps d'attente moyen. Nous ne disposons malheureusement pas de suffisamment de cohortes pour savoir si cette hausse du temps d'attente est saisonnière ou si elle reflète une réalité plus profonde. Pour notre analyse, nous conserverons l'hypothèse selon laquelle le temps d'attente moyen est stable.

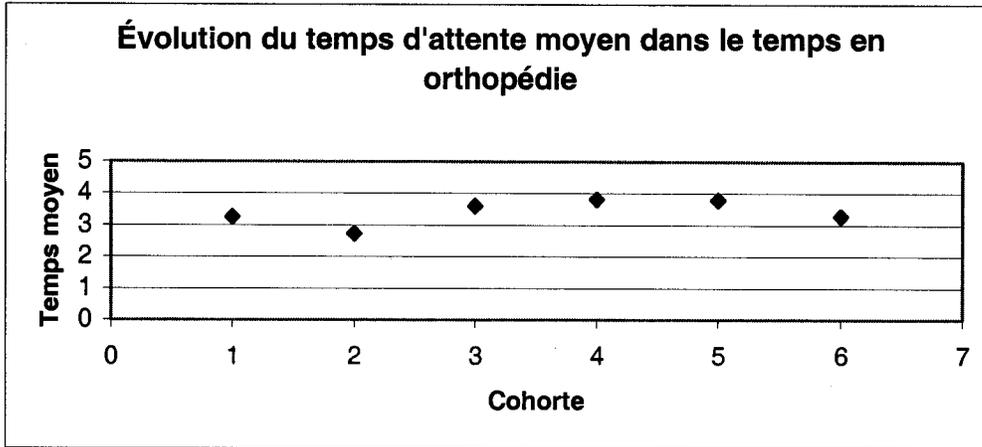
ORL

Comme le montre le graphique suivant, nous avons, dans ce type de chirurgie, un temps moyen d'attente qui varie autour de 3 mois d'une manière similaire au cas des chirurgies générales. Par contre, nous notons une tendance à la hausse. Toutefois, nous conserverons l'hypothèse de temps d'attente moyen stable dans le temps faute de données suffisantes.



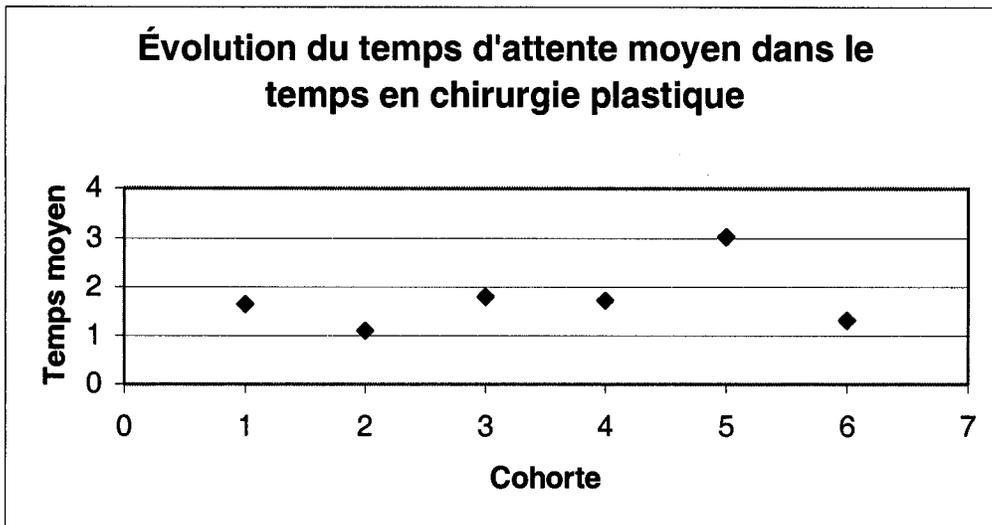
Chirurgie orthopédique

Dans ce type de chirurgie, comme on peut le voir sur le graphique suivant, le temps d'attente moyen oscille autour d'une moyenne de 3.3 mois. Le temps d'attente moyen est donc stable dans le temps.



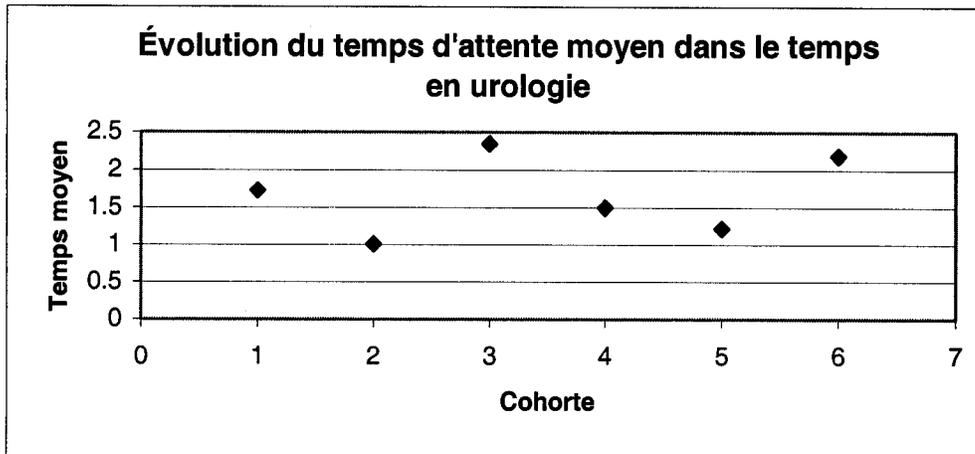
Chirurgie plastique

Dans ce type de chirurgie, nous avons un temps d'attente moyen qui oscille autour de 1.7 mois et qui est donc stable dans le temps.



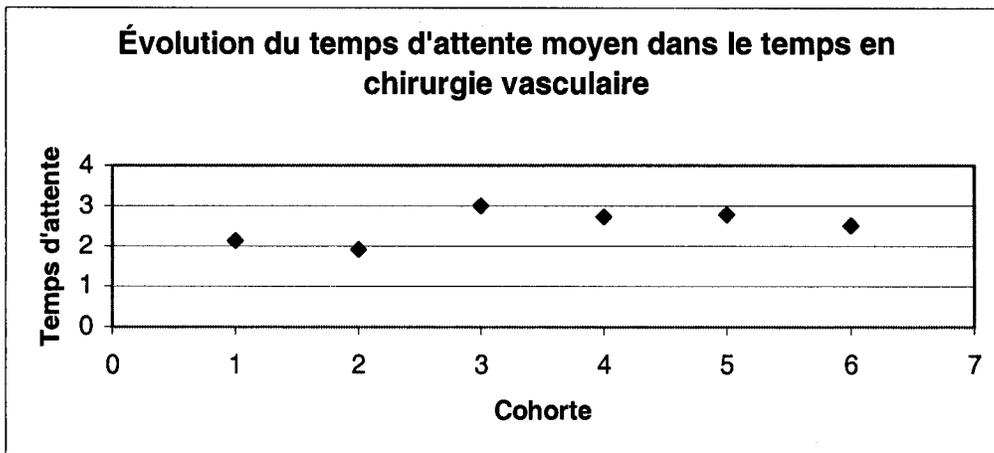
Urologie

Comme le montre le graphique suivant, dans ce type de chirurgie, nous avons un temps d'attente moyen qui oscille autour de 1.7 mois et qui est stable.



Chirurgie vasculaire

Dans ce type de chirurgie, le graphique suivant montre que nous avons un temps moyen d'attente qui reste stable, autour d'une moyenne de 2.4 mois.



À l'issue de toutes ces observations, nous concluons qu'il n'est pas déraisonnable de penser que nous faisons face à des états stables dans chaque type de chirurgie.

Tableau 4.1.4 : Statistiques générales

| <i>Chirurgie</i> | <i>Temps moyen cohorte (sans 1+an) en mois</i> | <i>Temps moyen en excluant <1 mois en mois et 1 an et +</i> | <i>% non disponibles</i> | <i>% des gens qui attendent 1 an et +</i> |
|-------------------|--|--|--------------------------|---|
| <i>Buccale</i> | 2.0 | 3.0 | 5.7 | 6.1 |
| <i>Générale</i> | 3.0 | 4.7 | 12.3 | 4.5 |
| <i>ORL</i> | 3.0 | 3.7 | 9.9 | 3.5 |
| <i>Orthopédie</i> | 3.3 | 3.8 | 26.3 | 2.0 |
| <i>Plastie</i> | 1.7 | 3.6 | 13.2 | 0.0 |
| <i>Urologie</i> | 1.7 | 3.5 | 2.8 | 9.5 |
| <i>Vasculaire</i> | 2.4 | 3.5 | 3.3 | 4.5 |

En résumé, nous sommes en présence d'une problématique dans le calcul des temps selon les cohortes. Nous avons besoin d'intervalles réguliers à chaque 30 jours afin de pouvoir retracer le cheminement des patients à travers le temps. Or, nous sommes en présence d'intervalles irréguliers qui nous biaisent les temps et les différents taux dont nous parlons plus en détail plus dans les prochaines sections. Notez que le % de non disponibles dans le tableau 4.1.4 est une statistique en date du 5 août que l'hôpital nous a fournie. Les autres statistiques proviennent des tableaux qui sont en annexe.

4.1.2 Les personnes sur les listes

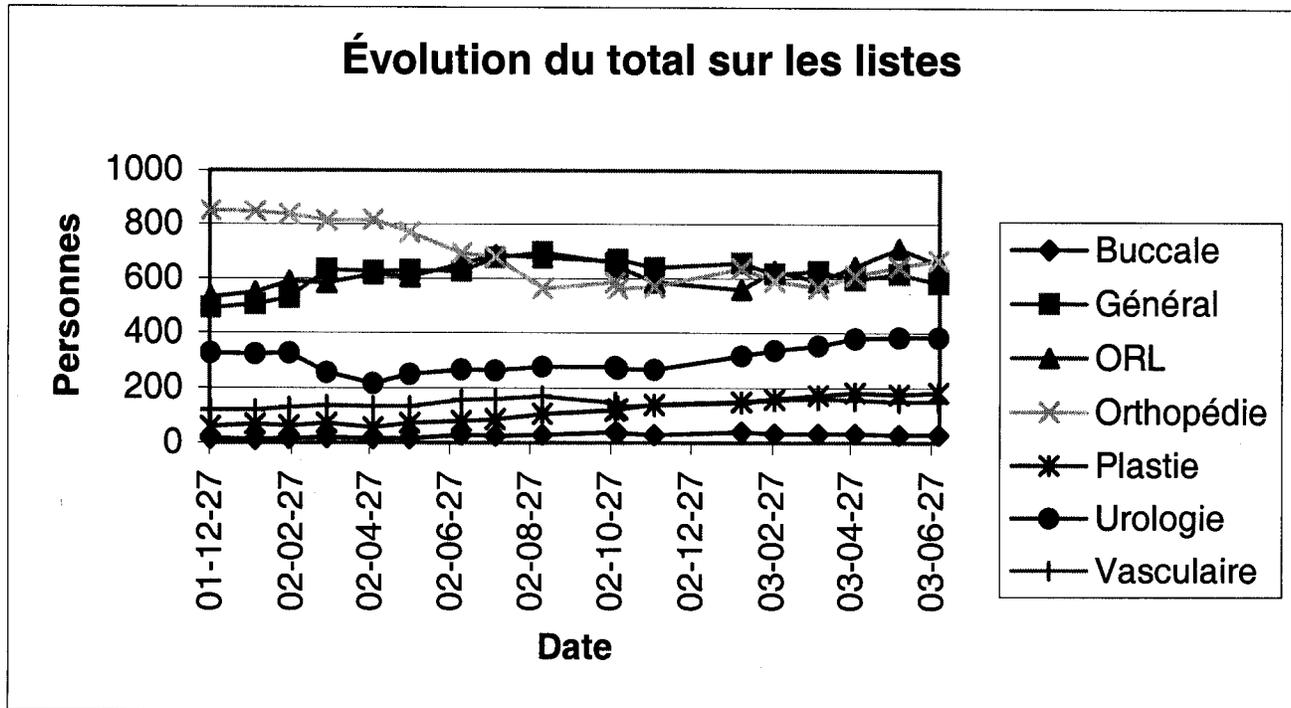
Nous avons mentionné dans la sous-section précédente que le fait que le temps moyen d'attente varie autour de la moyenne était un signe de l'état stable des chirurgies. Un autre moyen de voir comment le système évolue dans le temps et est de regarder l'évolution du nombre total des personnes sur les listes. Ainsi, un total de personnes sur les listes assez constant est un gage de stabilité.. Voici les résultats :

Tableau 4.1.5 : Le total sur les listes

| Date | Buccale | Général | ORL | Orthopédie | Plastie | Urologie | Vasculaire |
|----------|---------|---------|--------|------------|---------|----------|------------|
| 01-12-27 | 17 | 490 | 531 | 849 | 60 | 327 | 121 |
| 02-01-30 | 13 | 505 | 549 | 847 | 69 | 324 | 122 |
| 02-02-25 | 18 | 528 | 588 | 836 | 64 | 327 | 130 |
| 02-03-25 | 19 | 632 | 582 | 814 | 73 | 257 | 138 |
| 02-04-29 | 17 | 624 | 615 | 816 | 56 | 218 | 134 |
| 02-05-27 | 16 | 629 | 606 | 769 | 74 | 252 | 133 |
| 02-07-05 | 29 | 626 | 651 | 692 | 80 | 267 | 156 |
| 02-07-31 | 26 | 674 | 684 | 678 | 87 | 265 | 159 |
| 02-09-05 | 31 | 694 | 677 | 563 | 106 | 277 | 170 |
| 02-10-30 | 39 | 655 | 663 | 584 | 122 | 279 | 148 |
| 02-11-01 | 37 | 669 | 642 | 563 | 125 | 271 | 134 |
| 02-11-29 | 31 | 640 | 585 | 567 | 139 | 268 | 138 |
| 03-02-03 | 40 | 657 | 558 | 634 | 151 | 318 | 146 |
| 03-02-28 | 33 | 615 | 627 | 590 | 161 | 339 | 156 |
| 03-04-02 | 33 | 625 | 587 | 566 | 174 | 355 | 160 |
| 03-04-30 | 32 | 596 | 641 | 610 | 183 | 380 | 156 |
| 03-06-02 | 31 | 616 | 709 | 641 | 176 | 386 | 150 |
| 03-07-02 | 31 | 582 | 652 | 664 | 183 | 386 | 150 |
| Moyenne | 24.24 | 624.43 | 623.38 | 680.71 | 116.10 | 290.76 | 139.32 |

Notez que nous avons pris le total avec les personnes qui attendent plus de 1 an. Par contre, ceci n'influence que très faiblement l'évolution sur les listes. Voici le graphique sur l'évolution des listes :

Graphique 4.1.1 : Évolution du total des personnes sur les listes



À priori, il semble que le nombre de personnes sur les listes soit constant, même pour et les chirurgie générale et l'ORL qui pourtant nous montrait dans la sous-section précédente une augmentation du temps d'attente. Par contre, il semble y avoir une tendance à la hausse pour les chirurgies buccales et plastiques en regardant l'évolution des personnes sur les listes.

4.2 Les périodes, taux d'arrivée et le taux de service

Pour pouvoir utiliser un modèle de file d'attente, il faut disposer du taux d'arrivée et du taux de service et non pas du nombre d'arrivée et du nombre de personnes servies. Pour pouvoir passer du nombre au taux, il faut définir la période de temps. Il est clair que cette période de temps ne peut pas être d'un mois. En effet, comme on peut le voir à partir des deux tableaux précédents, le nombre de personnes servies durant un mois est sou-

vent inférieur au nombre d'arrivées, ce qui conduirait à des files d'attente explosives. Comme on peut le voir dans la sous-section précédente, cette situation n'est toutefois pas celle qui prévaut puisque le nombre de personne en attente d'une chirurgie est stable dans le temps peu importe le type de chirurgie, exception faite possiblement des cas des chirurgies buccales et plastiques.

Mais quelle est la longueur de la période qui serait appropriée? Il n'y a pas de réponse théorique à cette question. Comme nous n'observons pas de files d'attente explosives, nous pouvons raisonnablement penser que nous sommes à une situation stable ou à une situation de transition entre deux états stables. Pour distinguer entre ces deux états, on devra regarder l'évolution du temps d'attente moyen observé. Si le temps moyen observé est relativement constant dans le temps, alors on pourra penser qu'on fait face à une situation stable. Nous avons trouvé dans la sous-section 4.1.1 que nous obtenions des temps d'attente qui évoluaient peu dans le temps. Donc, tout semble indiquer que nous faisons face à des chirurgies en état stable. Simplifions les faits et disons simplement que nous considérons toutes les chirurgies dans un état stable. Les plus radicaux nous diront que nous ne disposons que de peu de données, mais nous pourrions toujours ajuster la modélisation des listes avec des données plus complètes. Ceci nous amène à la prochaine sous-section qui consiste à déterminer la période qui nous permettra de trouver un taux d'arrivée et un taux de service.

4.2.1 Longueur de la période

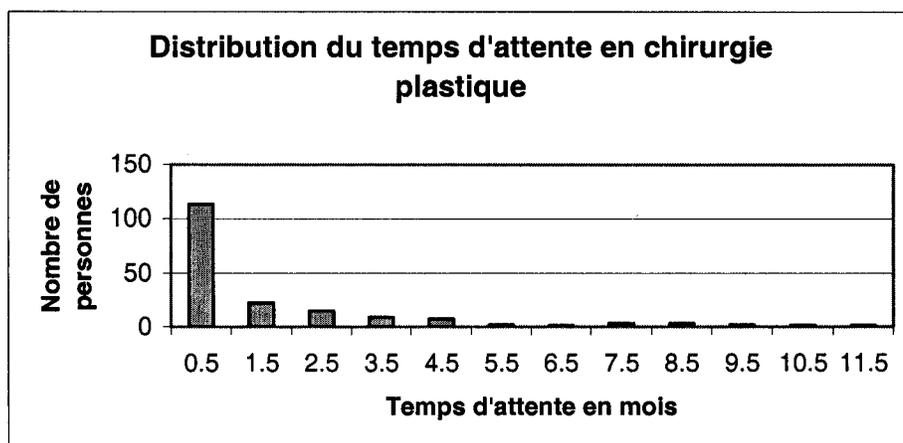
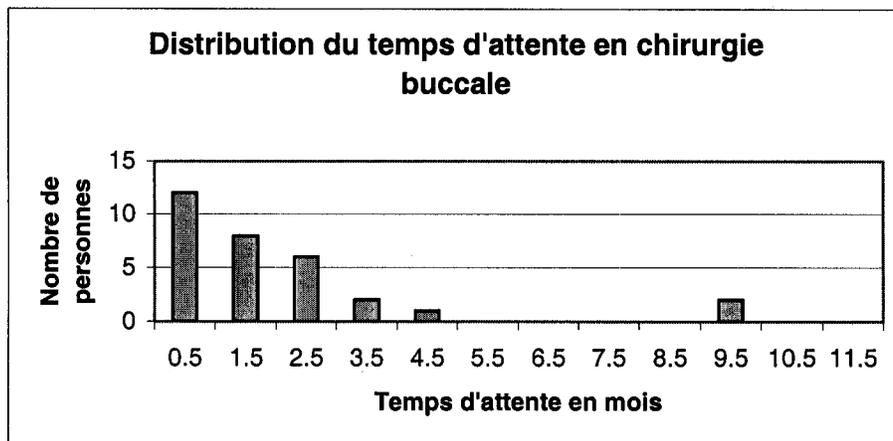
Dans cette sous-section, nous allons donc déterminer la longueur de la période pour chaque type de chirurgie et, sur cette base, nous allons calculer le taux d'arrivée et le taux de service pour chaque chirurgie. Mais peu importe la longueur de la période qui sera choisie, il est clair que nous rencontrons un sérieux problème de données puisque, mis à part l'orthopédie, le nombre de personnes qui arrivent est toujours supérieur au nombre de personnes qui sont servies durant n'importe quel intervalle de temps. Ceci conduirait théoriquement à une situation explosive où le nombre de personnes en attente ainsi que le temps d'attente auraient un comportement imprévisible.

Nous avons besoin de définir l'unité de temps afin d'appliquer le modèle. Il est clair que l'hôpital ne peut traiter tout le monde en un mois. Nous devons considérer un temps qui nous permet de traiter tous les patients. Ceci se traduira théoriquement par un taux d'arrivée inférieur au taux de service. Par contre, nous faisons face à peu de données. Donc, nous allons déterminer des périodes selon deux contraintes. Soit d'avoir une période de temps assez longue pour traiter la grande majorité des patients. Mais aussi, nous devons disposer de plus d'une observation. Ceci implique qu'une période de un an serait à exclure pour le moment. Afin de déterminer ces périodes, nous nous sommes basés sur les tableaux sur la distribution du nombre de personnes selon le temps tiré des 6 cohortes pour chaque chirurgie. Voici les périodes :

Période de 130 jours

Les chirurgies buccales et plastiques semblent pouvoir traiter la grande majorité des gens en 4 mois. Or, étant donné les intervalles irréguliers dont nous faisons face, en ciblant des périodes de 4 mois, nous nous retrouvons à avoir une moyenne de jours de 130 jours. Ainsi, nous devons utiliser des périodes de 130 jours. Les graphiques des chirurgies buccales et plastiques suivent :

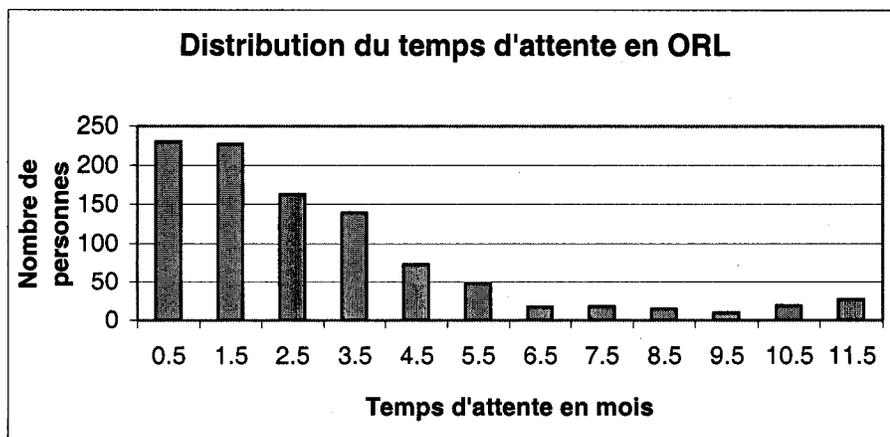
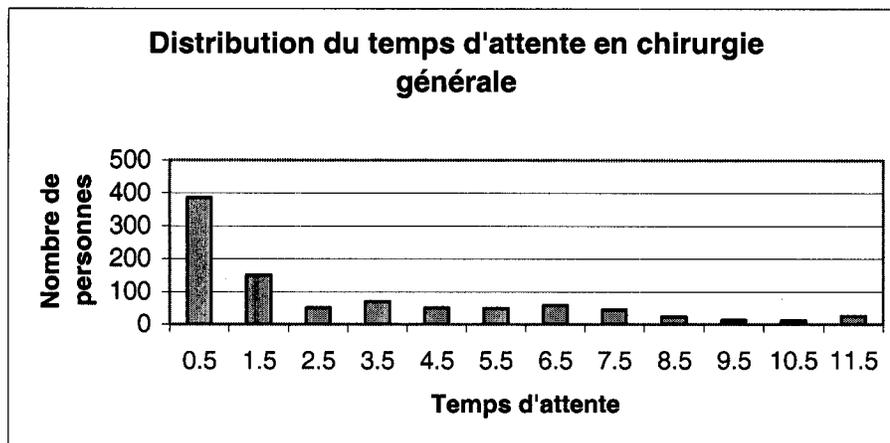
Graphiques 4.2.1: Distribution du temps d'attente en chirurgies buccales et plastiques

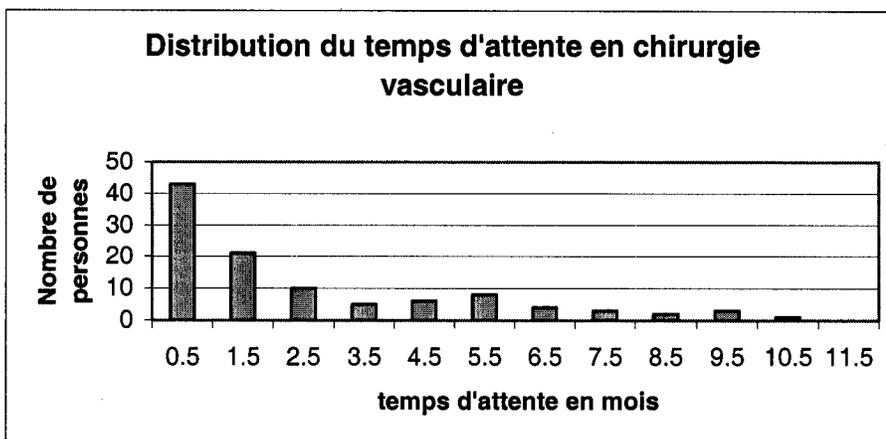
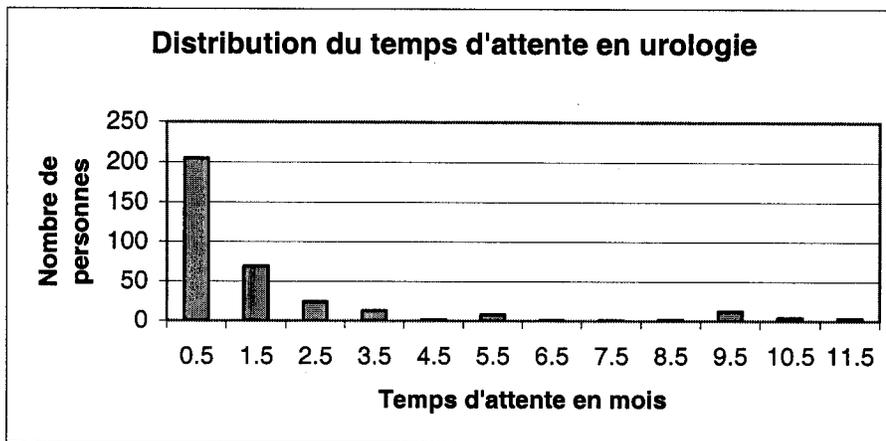


Période de 174 jours

Les chirurgies générales, ORL, urologie et vasculaire sont capables de traiter la très grande majorité des patients en l'espace de 6 mois. Or, ne disposons pas d'intervalles réguliers de 30 jours, nous sommes obligés de prendre une période 174 jours. Les graphiques suivent :

Graphiques 4.2.2 : Distribution du temps d'attente dans les chirurgies générale, ORL, Urologie et Vasculaire

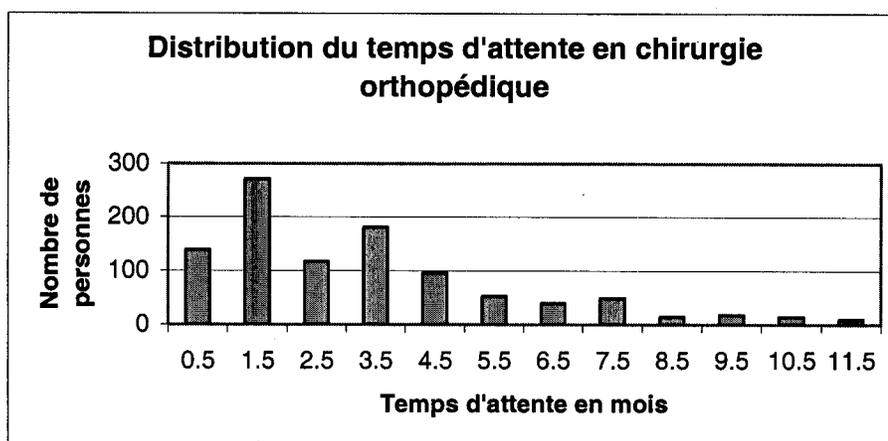




Période de 261 jours

La chirurgie orthopédique présente une période plus longue que les autres chirurgies. Il semble qu'il faut près de 8 mois pour pouvoir traiter la très grande majorité des personnes. Toujours à cause des intervalles irréguliers, nous devons prendre des périodes qui ont une moyenne de 261 jours. Voici le graphique :

Graphique 4.2.3 : Distribution du temps d'attente en chirurgie



4.2.2 Le taux d'arrivée

Le taux d'arrivée est la moyenne du nombre de personnes admises durant la période. Ne disposons pas des admissions directement, nous avons pris comme les admissions le nombre de personnes qui attendent moins de 1 mois. Bien sûr, avec des intervalles irréguliers, j'ai toujours la possibilité d'avoir un double comptage et en plus, nous savons que des patients urgents et semi urgents n'apparaissent pas dans les listes. Pour le moment, minimisons cette problématique. Les résultats sont dans le tableau 4.2.1 :

Tableau 4.2.1 : Les taux d'arrivée selon les périodes

| Chirurgie | Période | Taux d'arrivée selon la période |
|------------|---------|---------------------------------|
| Buccale | 130.5 | 25.06 |
| Générale | 174.0 | 857.33 |
| ORL | 174.0 | 895.33 |
| Orthopédie | 261.0 | 1324.50 |
| Plastie | 130.5 | 155.25 |
| Urologie | 174.0 | 379.67 |
| Vasculaire | 174.0 | 103.33 |

4.2.3 Le taux de service

Le taux de service est la moyenne des personnes qui arrivent par période. Pour calculer le nombre de personnes servies, reportons-nous au tableau 4.1.1. La formule pour le nombre de personnes servies est :

$$\text{Nombre de personnes servis} = \text{Total}(t) - (\text{Total}(t+1) - N(t+1)) - \max(0, M(t) - M(t+1))$$

Après avoir calculé le nombre de personnes servies, nous agréons selon la période et nous faisons ensuite la moyenne. Rappelons que nous ne considérons pas le service des personnes qui attendent plus de 1 an et donc, le total exclut celles-ci. Ceci nous donnera le taux de service selon la période choisie. Les résultats sont reportés dans le tableau 4.2.2. Notez que l'inverse du taux de service est le temps de service.

Tableau 4.2.2 : Les taux de service selon les périodes

| Chirurgie | Période | Taux de service selon la période |
|------------|---------|----------------------------------|
| Buccale | 130.5 | 23.50 |
| Générale | 174.0 | 808.00 |
| ORL | 174.0 | 820.33 |
| Orthopédie | 261.0 | 1402.50 |
| Plastie | 130.5 | 125.75 |
| Urologie | 174.0 | 342.67 |
| Vasculaire | 174.0 | 87.00 |

4.3 États des chirurgies

Nous voulons maintenant voir si les périodes que nous avons déterminées précédemment nous permettront d'avoir des états stables. Nous devons pour cela, avoir un taux d'arrivée inférieur au taux de service. De plus, nous allons aussi déduire du taux d'arrivée les personnes non disponibles et nous allons faire la même chose avec les personnes qui attendent plus de 1 an. Ainsi, les arrivées brutes signifient le nombre total des admissions. Rappelons que le taux de service devrait théoriquement ne pas comprendre le service des personnes qui sont traitées à 1 an et plus. En déduisant les non disponibles ou

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

les personnes qui attendent 1 an et plus, nous voulons calculer un taux d'arrivée qui correspond au nombre de patients qui seront traités de manière à respecter la discipline de file : premier arrivé-premier servi. Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 4.3.1 : Période, taux d'arrivée et taux de service

| <i>Chirurgie</i> | <i>Période en jours</i> | <i>Caractéristiques des arrivées</i> | <i>Taux d'arrivée</i> | <i>Taux de service</i> | <i>État</i> |
|-------------------|-------------------------|--------------------------------------|-----------------------|------------------------|-------------|
| <i>Buccale</i> | 130 | Arrivées brutes | 27.25 | 23.50 | Explosif |
| | | Arrivées sans 1 an+ | 25.60 | 23.50 | Explosif |
| | | Arrivées sans non disponibles | 25.69 | 23.50 | Explosif |
| <i>Générale</i> | 174 | Arrivées brutes | 857.33 | 808.00 | Explosif |
| | | Arrivées sans 1 an+ | 819.04 | 808.00 | Explosif |
| | | Arrivées sans non disponibles | 752.20 | 808.00 | Stable |
| <i>ORL</i> | 174 | Arrivées brutes | 895.33 | 820.33 | Explosif |
| | | Arrivées sans 1 an+ | 864.13 | 820.33 | Explosif |
| | | Arrivées sans non disponibles | 806.71 | 820.33 | Stable |
| <i>Orthopédie</i> | 261 | Arrivées brutes | 1324.50 | 1402.50 | Stable |
| | | Arrivées sans 1 an+ | 1298.36 | 1402.50 | Stable |
| | | Arrivées sans non disponibles | 976.35 | 1402.50 | Stable |
| <i>Plastie</i> | 130 | Arrivées brutes | 155.25 | 125.75 | Explosif |
| | | Arrivées sans 1 an+ | 155.25 | 125.75 | Explosif |
| | | Arrivées sans non disponibles | 134.80 | 125.75 | Explosif |
| <i>Urologie</i> | 174 | Arrivées brutes | 379.67 | 342.67 | Explosif |
| | | Arrivées sans 1 an+ | 343.70 | 342.67 | Explosif |
| | | Arrivées sans non disponibles | 369.19 | 342.67 | Explosif |
| <i>Vasculaire</i> | 174 | Arrivées brutes | 103.33 | 87.00 | Explosif |
| | | Arrivées sans 1 an+ | 98.68 | 87.00 | Explosif |
| | | Arrivées sans non disponibles | 99.89 | 87.00 | Explosif |

Sauf pour la chirurgie orthopédique, nous voyons que nous avons un état explosif dans la majorité des cas. Par contre, nous avons démontré que les chirurgies étaient dans un état stable étant donné que le temps d'attente moyen et le nombre de personnes sur les listes était constant. Notre problème peut s'expliquer par des intervalles irréguliers et des priorités au sein même des électifs. Sachant que la plus grande déduction est celle des non disponibles, nous devrions avoir des états stables. Or ce n'est pas le cas. Cependant,

si nous comparons les proportions entre les personnes qui dépassent les périodes et les non disponibles, nous voyons qu'il y a des différences. Ceci permet d'expliquer l'état explosif des chirurgies en déduisant les non disponibles. Voici les comparaisons :

Tableau 4.3.2 Comparaison entre les personnes qui dépassent les périodes déterminées et les non disponibles

| <i>Chirurgie</i> | <i>% personnes qui dépassent les périodes déterminées</i> | <i>% des non disponibles</i> | <i>Différence</i> |
|-------------------|---|------------------------------|-------------------|
| <i>Buccale</i> | 9.1 | 5.7 | 3.4 |
| <i>Générale</i> | 18.4 | 12.3 | 6.1 |
| <i>ORL</i> | 10.3 | 9.9 | 0.4 |
| <i>Orthopédie</i> | 5.4 | 26.3 | -20.9 |
| <i>Plastie</i> | 11.2 | 13.2 | -2.0 |
| <i>Urologie</i> | 6.1 | 2.8 | 3.3 |
| <i>Vasculaire</i> | 11.7 | 3.3 | 8.4 |

En plus des problèmes d'intervalles inconstants, nous avons aussi quelques éléments qu'il faille considérer. Nous savons que nous avons des priorités tels que : urgent, semi-urgent et électifs. Les modèles de files d'attente stipulent que nous avons besoin de définir une discipline de file. Dans notre cas, nous supposons qu'après que les cas urgents et semi urgents aient été traités, c'est le premier arrivé-premier servi. Par contre, existe-t-il des priorités à l'intérieur des électifs? Nous allons dans le prochain chapitre faire des simulations avec le modèle M/M/1 et le modèle M/G/1 afin de voir les propriétés de ces modèles et aussi, nous pourrons déduire les taux dont nous avons besoin pour respecter un état stable ainsi que les temps moyens d'attente obtenus selon les cohortes. Par contre, nous ne définirons pas de priorités étant données que nous manquons d'informations pertinentes et précises à ce sujet.

5 Simulations des taux d'arrivée et des taux de service

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, nous avons des états explosifs selon les taux d'arrivée et les taux de service obtenus à partir des périodes déterminées, sauf pour l'orthopédie. Nous avons aussi démontré la stabilité des états en regardant le temps d'attente moyen des cohortes et le nombre de personnes sur les listes. Nous avons présumé selon nos données que les chirurgies étaient dans des états stables. Ainsi, nous pensons que les résultats que nous obtenons avec nos taux calculés sont biaisés. Par conséquent, en supposant que le modèle M/M/1 ou M/G/1 est vrai, nous allons simuler les taux d'arrivée et les taux de service nécessaires afin d'obtenir un temps d'attente moyen calculé égale au temps d'attente moyen observé par les cohortes. Ainsi, il sera possible de voir quels sont les taux nécessaires et de combien nous avons besoin pour les obtenir.

L'approche que nous avons adoptée pour la détermination des périodes comporte une faiblesse. Nous simplifions les listes en ne considérant pas les personnes qui dépassent nos délais. Pour le moment, nous supposons que les personnes qui dépassent nos délais sont des non disponibles et par conséquent, ne seront pas comptabilisés. En effet, dans un modèle de file d'attente, un patient doit être une personne qui peut ou qui veut être soignée lorsque vient son tour. Cependant, nous savons que les personnes que nous déduisons avec nos périodes sont supérieures aux personnes non disponibles. Pour faire nos simulations du taux d'arrivée, nous allons utiliser en premier lieu le taux d'arrivée brut, c'est-à-dire en ne déduisant pas les personnes non disponibles et les patients qui attendent 1 an et plus. Nous allons par la suite utiliser le taux d'arrivée sans les non disponibles. Il semble que la proportion des non disponibles soit très similaire à la proportion des patients en attendant de plus d'un an pour certaines chirurgies. Dans les cas contraires, la proportion des non disponibles est supérieure. Pour cette raison, nous ne

simulerons pas le taux d'arrivée sans les 1 an et plus afin de mettre en évidence des variations plus grandes par rapport au taux d'arrivée brutes. De plus, nous avons des raisons de croire qu'une personne non disponible a de très grande probabilité d'avoir un temps d'attente qui dépasse un an. Ainsi, nous faisons l'hypothèse qu'une personne non disponible sera une personne qui pourra attendre plus de un an.

Nous savons que le modèle $M/M/1$ est un sous cas du modèle $M/G/1$, où nous spécifions une distribution exponentielle négative pour le taux de service. Ceci signifie qu'un modèle $M/M/1$ correspond à un modèle $M/G/1$ avec un coefficient de variation (COV) du temps de service égale à 1. Dans un premier lieu, nous allons fixer le taux de service et calculer les taux d'arrivée nécessaires selon les différents COV du temps de service pour obtenir un temps d'attente moyen égale à celui observé par les cohortes. Nous allons par la suite calculer le pourcentage de correction du taux d'arrivée par rapport au taux d'arrivée sans les non disponibles et le taux d'arrivée brut afin d'avoir une idée des biais que nous avons, en supposant que le modèle est vrai. Ensuite, nous allons reproduire le même exercice en fixant cette fois-ci les taux d'arrivée et obtenir les taux de service que nous devons avoir, selon les différents COV, afin d'obtenir les temps d'attente moyens des cohortes.

Pourquoi fixons-nous les COV? Nous savons que l'inverse du taux de service est le temps de service. Par contre, le COV est le résultat de l'écart-type sur le temps de service moyen. Or, nous ne disposons pas de l'écart-type. Par conséquent, nous sommes forcés de les fixer. Les COV ont une influence d'une grande importance dans les calculs. Nous pouvons présumer que le COV qui nous permettra d'avoir la plus petite correction des taux respectifs, sera celui qui est le plus proche de la vraie valeur. Rappelons que nous devons calculer un temps d'attente qui est une proportion de la période. Ceci nous ramène au tableau suivant pour les différentes chirurgies :

Proportion du temps d'attente moyen sur la période

| Type de chirurgie | Période en jours | Proportion du temps d'attente moyen sur la période |
|-------------------|------------------|--|
| <i>buccale</i> | 130 | 0.472 |
| <i>générale</i> | 174 | 0.511 |
| <i>ORL</i> | 174 | 0.512 |
| <i>orthopédie</i> | 261 | 0.380 |
| <i>plastique</i> | 130 | 0.382 |
| <i>urologie</i> | 174 | 0.294 |
| <i>vasculaire</i> | 174 | 0.407 |

5.1 Calcul du taux d'arrivée avec le modèle M/G/1

Dans cette section, le taux de service, le temps moyen d'attente et les COV seront fixés afin de calculer un taux d'arrivée corrigé. Nous allons mettre en perspective les corrections nécessaires par rapport au taux d'arrivée brute et le taux d'arrivée sans les non disponibles. Rappelons-nous que la formule du taux d'arrivée en fonction du taux de service, du temps d'attente moyen et des différents COV est :

$$\lambda = \frac{2Wq\mu^2}{2\mu Wq + COV^2 + 1}$$

Nous allons faire varier la COV de 0.1 à 2. Le taux de service brut signifie que celui-ci n'a subi aucun changement. Notez qu'une COV de 1 correspond au modèle M/M/1. Nous allons commencer par les chirurgies buccales. Notez qu'une correction négative (positive) correspond au fait que notre taux d'arrivée est surestimé (sous-estimé).

Tableau 5.1.1: Corrections des taux d'arrivée des chirurgies buccales

| Buccale COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | | | Taux d'arrivée bruts | | | |
|----------------|---|-------------------------|-----------------|--------------|----------------------|-------------------------|-----------------|--------------|
| | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux d'arrivée corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux d'arrivée corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 25.69 | 22.48 | 23.50 | -12.52 | 27.25 | 22.48 | 23.50 | -17.52 |
| 0.5 | 25.69 | 22.25 | 23.50 | -13.42 | 27.25 | 22.25 | 23.50 | -18.36 |
| 1.0 | 25.69 | 21.56 | 23.50 | -16.10 | 27.25 | 21.56 | 23.50 | -20.90 |
| 1.5 | 25.69 | 20.50 | 23.50 | -20.23 | 27.25 | 20.50 | 23.50 | -24.79 |
| 2.0 | 25.69 | 19.18 | 23.50 | -25.36 | 27.25 | 19.18 | 23.50 | -29.63 |

En regardant les différentes corrections, nous constatons qu'un COV égale 0.1 nécessite une correction inférieure aux autres COV. En supposant que le modèle est vrai, nous pourrions croire ainsi que l'écart-type est inférieur au temps d'attente et ainsi, nous aurions un COV inférieur à 1. On pourrait ainsi avoir une distribution du temps de service de type Erlang ou une distribution de la forme d'une cloche. Remarquez qu'en valeur absolue, la correction est directement proportionnelle aux COV. Il va s'en dire qu'une correction de 25 % indique que nous avons de sérieux problème et qu'il n'y a pas qu'un

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

double comptage des données qui rentre en jeu. Les corrections sans les non disponibles sont inférieures à celles avec un taux d'arrivée brut. Ceci peut nous indiquer que notre hypothèse de déduire les non disponibles nous permet d'obtenir une situation tel que nous le voulions. C'est-à-dire, obtenir un taux d'arrivée qui nous permet d'avoir seulement les personnes qui vont être soigné dans les périodes définies. Ici, dans le cas des chirurgies buccales, nous avons des périodes de 130 jours. Prenons le cas particulier des chirurgies orthopédiques où nous avons un cas où le taux d'arrivée était très faible par rapport aux taux de service. Si nous calculons les temps de l'orthopédie sans faire de corrections, nous obtenons :

Tableau 5.1.2 : Le temps d'attente moyen calculé selon les COV en orthopédie

| Orthopédie | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | Taux d'arrivée bruts | |
|------------|---|---|--------------------------------|---|
| | COV | Temps d'attente en proportion de la période | Temps d'attente moyen en jours | Temps d'attente en proportion de la période |
| 0.1 | 0.0008168 | 0.2131875 | 0.0060538 | 1.5800407 |
| 0.5 | 0.0008168 | 0.2131875 | 0.0060538 | 1.5800407 |
| 1 | 0.0008168 | 0.2131875 | 0.0060538 | 1.5800407 |
| 1.5 | 0.0008168 | 0.2131875 | 0.0060538 | 1.5800407 |
| 2 | 0.0008168 | 0.2131875 | 0.0060538 | 1.5800407 |

Nous voyons que le temps d'attente moyen est très faible et irréaliste. Si nous faisons les corrections aux taux d'arrivée, nous obtenons :

Tableau 5.1.3 : Corrections des taux d'arrivée en chirurgie orthopédique

| Orthopédie | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | | | Taux d'arrivée bruts | | | |
|------------|---|---|-------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|-------------------------|-----------------|
| | COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux d'arrivée corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux d'arrivée corrigés | taux de service |
| 0.1 | 976.35 | 1401.17 | 1402.50 | 43.51 | 1324.50 | 1401.17 | 1402.50 | 5.79 |
| 0.5 | 976.35 | 1400.86 | 1402.50 | 43.48 | 1324.50 | 1400.86 | 1402.50 | 5.77 |
| 1.0 | 976.35 | 1399.88 | 1402.50 | 43.38 | 1324.50 | 1399.88 | 1402.50 | 5.69 |
| 1.5 | 976.35 | 1398.24 | 1402.50 | 43.21 | 1324.50 | 1398.24 | 1402.50 | 5.57 |
| 2.0 | 976.35 | 1395.96 | 1402.50 | 42.98 | 1324.50 | 1395.96 | 1402.50 | 5.40 |

Dans cette chirurgie, un COV plus élevé nous permettra d'avoir une correction plus faible. Il va s'en dire que le taux d'arrivée brut nécessite de plus faible correction. Il y a une dynamique dans cette chirurgie qui ne s'explique pas. C'est la chirurgie qui de-

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

mande la période la plus longue pour soigner les patients et le temps d'attente moyen est le plus élevé que nous ayons enregistré. Une correction de 40% des taux d'arrivée des non disponibles est très problématique pour notre définition du modèle. Par contre, nous avons une correction de près de 6% des taux d'arrivée bruts. Regardons les autres chirurgies :

Tableaux 5.1.4 : Les corrections des taux d'arrivée des autres chirurgies

| générale | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | | | Taux d'arrivée bruts | | | |
|-----------------|--|--------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|--------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | <i>Taux d'arrivée sans les non disponibles</i> | <i>Taux d'arrivée corrigés</i> | <i>taux de service</i> | <i>% correction</i> | <i>Taux d'arrivée bruts</i> | <i>Taux d'arrivée corrigés</i> | <i>taux de service</i> | <i>% correction</i> |
| 0.1 | 752.20 | 807.01 | 808.00 | 7.29 | 819.04 | 807.01 | 808.00 | -1.47 |
| 0.5 | 752.20 | 806.78 | 808.00 | 7.26 | 819.04 | 806.78 | 808.00 | -1.50 |
| 1.0 | 752.20 | 806.05 | 808.00 | 7.16 | 819.04 | 806.05 | 808.00 | -1.59 |
| 1.5 | 752.20 | 804.83 | 808.00 | 7.00 | 819.04 | 804.83 | 808.00 | -1.73 |
| 2.0 | 752.20 | 803.14 | 808.00 | 6.77 | 819.04 | 803.14 | 808.00 | -1.94 |

| ORL | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | | | Taux d'arrivée bruts | | | |
|------------|--|--------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|--------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | <i>Taux d'arrivée sans les non disponibles</i> | <i>Taux d'arrivée corrigés</i> | <i>taux de service</i> | <i>% correction</i> | <i>Taux d'arrivée bruts</i> | <i>Taux d'arrivée corrigés</i> | <i>taux de service</i> | <i>% correction</i> |
| 0.1 | 806.71 | 819.35 | 820.33 | 1.57 | 895.33 | 819.35 | 820.33 | -8.49 |
| 0.5 | 806.71 | 819.11 | 820.33 | 1.54 | 895.33 | 819.11 | 820.33 | -8.51 |
| 1.0 | 806.71 | 818.38 | 820.33 | 1.45 | 895.33 | 818.38 | 820.33 | -8.59 |
| 1.5 | 806.71 | 817.17 | 820.33 | 1.30 | 895.33 | 817.17 | 820.33 | -8.73 |
| 2.0 | 806.71 | 815.48 | 820.33 | 1.09 | 895.33 | 815.48 | 820.33 | -8.92 |

| Plastie | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | | | Taux d'arrivée bruts | | | |
|----------------|--|--------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|--------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | <i>Taux d'arrivée sans les non disponibles</i> | <i>Taux d'arrivée corrigés</i> | <i>taux de service</i> | <i>% correction</i> | <i>Taux d'arrivée bruts</i> | <i>Taux d'arrivée corrigés</i> | <i>taux de service</i> | <i>% correction</i> |
| 0.1 | 134.80 | 124.44 | 125.75 | -7.68 | 155.25 | 124.44 | 125.75 | -19.85 |
| 0.5 | 134.80 | 124.13 | 125.75 | -7.91 | 155.25 | 124.13 | 125.75 | -20.04 |
| 1.0 | 134.80 | 123.18 | 125.75 | -8.62 | 155.25 | 123.18 | 125.75 | -20.66 |
| 1.5 | 134.80 | 121.63 | 125.75 | -9.77 | 155.25 | 121.63 | 125.75 | -21.66 |
| 2.0 | 134.80 | 119.52 | 125.75 | -11.33 | 155.25 | 119.52 | 125.75 | -23.01 |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

| Urologie | | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | | | Taux d'arrivée bruts | | | |
|-----------------|--|--|------------------------|---------------------|-----------------------------|--------------------------------|------------------------|---------------------|--|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux d'arrivée corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux d'arrivée corrigés | taux de service | % correction | |
| 0.1 | 369.19 | 340.96 | 342.67 | -7.65 | 379.67 | 340.96 | 342.67 | -10.20 | |
| 0.5 | 369.19 | 340.56 | 342.67 | -7.75 | 379.67 | 340.56 | 342.67 | -10.30 | |
| 1.0 | 369.19 | 339.30 | 342.67 | -8.09 | 379.67 | 339.30 | 342.67 | -10.63 | |
| 1.5 | 369.19 | 337.23 | 342.67 | -8.66 | 379.67 | 337.23 | 342.67 | -11.18 | |
| 2.0 | 369.19 | 334.38 | 342.67 | -9.43 | 379.67 | 334.38 | 342.67 | -11.93 | |

| Vasculaire | | Taux d'arrivée sans les non disponibles | | | | Taux d'arrivée bruts | | | |
|-------------------|--|--|------------------------|---------------------|-----------------------------|--------------------------------|------------------------|---------------------|--|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux d'arrivée corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux d'arrivée corrigés | taux de service | % correction | |
| 0.1 | 99.89 | 85.78 | 87.00 | -14.13 | 103.33 | 85.78 | 87.00 | -16.99 | |
| 0.5 | 99.89 | 85.49 | 87.00 | -14.42 | 103.33 | 85.49 | 87.00 | -17.27 | |
| 1.0 | 99.89 | 84.61 | 87.00 | -15.30 | 103.33 | 84.61 | 87.00 | -18.12 | |
| 1.5 | 99.89 | 83.18 | 87.00 | -16.73 | 103.33 | 83.18 | 87.00 | -19.50 | |
| 2.0 | 99.89 | 81.26 | 87.00 | -18.65 | 103.33 | 81.26 | 87.00 | -21.36 | |

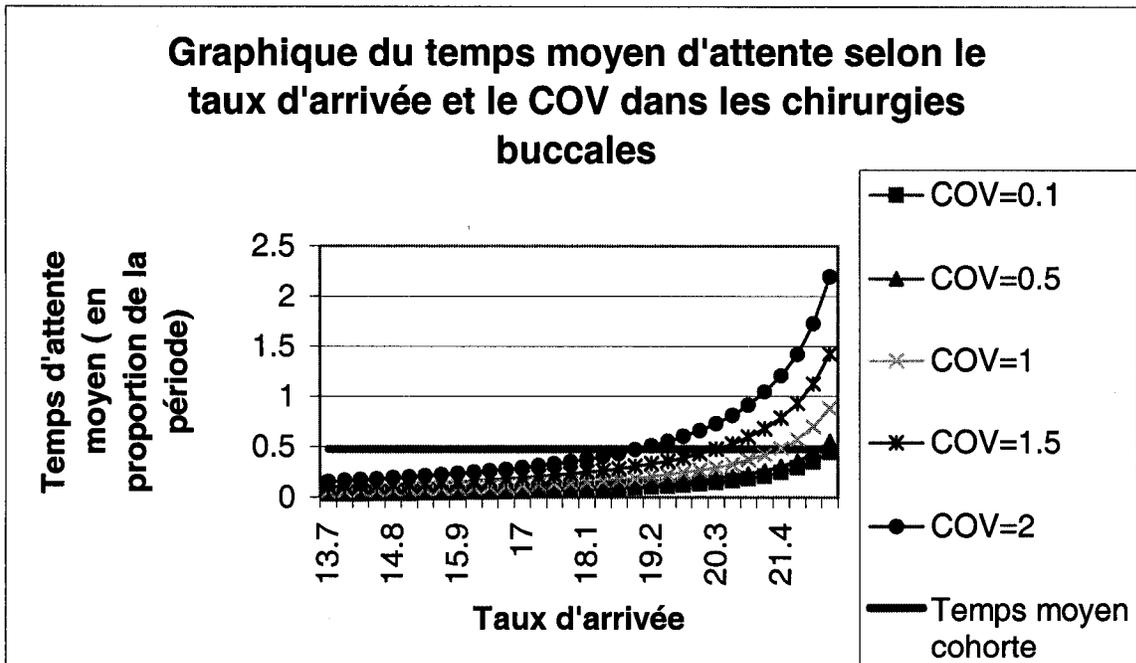
Il semble se dégager que lorsque la correction est positive, un COV plus élevé donnera une correction plus faible. Par contre pour une correction négative, un COV plus faible donnera une correction plus faible. D'ailleurs, une correction négative nous indique une surévaluation des taux. Cependant, nous avons des chirurgies avec des corrections positives, ce qui indique une sous-évaluation dans le cas des taux d'arrivée sans les non disponibles. Pourtant, les intervalles de prises de données sont les mêmes pour chaque chirurgie.

Les chirurgies générales, ORL et urologie présentent des corrections assez faibles qui sont dans l'ordre de 10 % dans le cas des extrêmes des taux d'arrivée bruts. Pour les autres chirurgies, nous avons des corrections qui peuvent paraître bien élevées. Connaissant les biais que nous avons, ils seraient aisés de pouvoir constater la véracité de nos hypothèses ainsi que du modèle. Par contre, il semble qu'en raison des faibles corrections pour les chirurgies générales, ORL et l'urologie, le modèle des files d'attente marche. Nous pourrions inclure les chirurgies orthopédiques. Cependant, cette dernière nécessite l'utilisation du taux d'arrivée brut. Or, nous avons fait l'hypothèse de ne pas tenir compte

des non disponibles. Comme nous l'avons déjà mentionné, cette chirurgie a une dynamique particulière inconnue.

Un autre phénomène se produit dans notre simulation. Nous avons défini le temps d'attente comme étant une proportion de la période que nous avons choisi dans une chirurgie donnée. Par exemple, en chirurgie buccale, un temps d'attente moyen de 2 mois se traduira par une proportion de 0.47 sur une période de 130 jours. Remarquez que la relation entre le temps d'attente et les taux d'arrivée est loin d'être linéaire. La ligne horizontale illustre le temps moyen d'attente obtenu par les cohortes. Lorsque le modèle atteint la même proportion de temps d'attente, nous nous retrouvons dans la partie très sensible du modèle. Ainsi, une différence d'une unité dans l'un ou l'autre des taux aura des effets extrêmes sur les temps calculés. Plus la différence est petite entre le taux d'arrivée et le taux de service, plus le modèle sera sensible. Pour obtenir un temps moyen d'un ratio de 0.47 en chirurgie buccale, nous nous retrouvons avoir selon les COV, des différences de 1 à 4 personnes entre les taux.

Graphique 5.1.1: Relation entre les arrivées et le temps moyen d'attente



Lorsque le taux d'arrivée augmente et tend vers le taux de service sans le dépasser, la proportion du temps d'attente moyen suit une asymptote qui tend vers l'infini. C'est pour cette raison, que nous voyons clairement que le modèle est dans la zone critique dans les chirurgies buccales et se confirme pour les autres chirurgies. Remarquez qu'un COV peu élevé est moins sensible. Par contre, malgré que les COV inférieurs à 1 soient moins sensibles, les différences entre les taux d'arrivée et les taux de service qui donnent les temps d'attente moyens observés avec les cohortes, sont moins élevées. Donc, nous nous retrouvons toujours dans les zones sensibles avec n'importe quel COV.

5.2 Calcul du taux de service avec le modèle M/G/1

Après avoir calculé un taux d'arrivée corrigé, il serait pertinent de faire la même chose pour le taux de service. Ainsi, nous allons calculer un taux de service qui est obtenu en fixant le taux d'arrivée, le temps moyen d'attente et les COV de 0.1 à 2. Voici la

$$\text{formule : } \mu = \frac{2\lambda^2 Wq + \sqrt{(2\lambda^2 Wq)^2 - 4[(2\lambda Wq)(-\lambda^2(COV^2 + 1))]}{2(2\lambda Wq)}$$

Nous allons faire varier la COV de 0.1 à 2. Nous voulons calculer le taux de service nécessaire afin de pouvoir obtenir le temps d'attente moyen obtenu avec les cohortes avec les taux d'arrivée brute et sans les non disponibles. Notez qu'une correction positive (négative) indique que le taux de service observé est trop faible (trop élevé). Faisons un premier cas avec la chirurgie buccale. Voici les résultats :

Tableaux 5.2.1 : Correction du taux de service pour la chirurgie buccale

| Chirurgie buccale | | | | | | | | |
|--------------------------|--|---------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux de service corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux de service corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 25.69 | 26.72 | 23.50 | 13.71 | 27.25 | 28.28 | 23.50 | 20.35 |
| 0.5 | 25.69 | 26.96 | 23.50 | 14.70 | 27.25 | 28.52 | 23.50 | 21.34 |
| 1 | 25.69 | 27.66 | 23.50 | 17.71 | 27.25 | 29.23 | 23.50 | 24.37 |
| 1.5 | 25.69 | 28.77 | 23.50 | 22.42 | 27.25 | 30.34 | 23.50 | 29.12 |
| 2 | 25.69 | 30.20 | 23.50 | 28.51 | 27.25 | 31.79 | 23.50 | 35.28 |

Nous pouvons constater dans ce cas qu'un COV peu élevé aura pour effet de diminuer la correction du taux de service. Les corrections du taux de service avec un taux d'arrivée sans les non disponibles sont très inférieures à celles avec les taux d'arrivée bruts. Par contre, il reste que les corrections varient de 13 à 28% sans les non disponibles. Prenons le cas des chirurgies orthopédiques, qui reste toujours un cas particulier. Voici les résultats :

Tableau 5.2.2 : Correction du taux de service pour les chirurgies orthopédiques

| Chirurgie orthopédique | | | | | | | | |
|-------------------------------|--|---------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux de service corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux de service corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 976.35 | 977.68 | 1402.50 | -30.29 | 1324.50 | 1325.83 | 1402.50 | -5.47 |
| 0.5 | 976.35 | 978.00 | 1402.50 | -30.27 | 1324.50 | 1326.14 | 1402.50 | -5.44 |
| 1 | 976.35 | 978.98 | 1402.50 | -30.20 | 1324.50 | 1327.12 | 1402.50 | -5.37 |
| 1.5 | 976.35 | 980.61 | 1402.50 | -30.08 | 1324.50 | 1328.76 | 1402.50 | -5.26 |
| 2 | 976.35 | 982.88 | 1402.50 | -29.92 | 1324.50 | 1331.04 | 1402.50 | -5.10 |

Dans ce cas, la correction du taux de service est plus faible avec les taux d'arrivée bruts. Ce qui est un peu en contradiction avec notre hypothèse de départ qui consiste à enlever les non disponibles. Constatez qu'ici, nous avons des corrections négatives et que les corrections sont plus faibles avec des COV plus élevés. Regardons maintenant les autres chirurgies :

Tableaux 5.2.3 : Correction du taux de service pour les autres chirurgies

| Chirurgie générale | | | | | | | | |
|---------------------------|--|---------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux de service corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux de service corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 752.20 | 753.19 | 808.00 | -6.78 | 819.04 | 820.02 | 808.00 | 1.49 |
| 0.5 | 752.20 | 753.42 | 808.00 | -6.75 | 819.04 | 820.26 | 808.00 | 1.52 |
| 1 | 752.20 | 754.15 | 808.00 | -6.66 | 819.04 | 820.99 | 808.00 | 1.61 |
| 1.5 | 752.20 | 755.37 | 808.00 | -6.51 | 819.04 | 822.20 | 808.00 | 1.76 |
| 2 | 752.20 | 757.06 | 808.00 | -6.30 | 819.04 | 823.90 | 808.00 | 1.97 |

| ORL | | | | | | | | |
|------------|--|---------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux de service corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux de service corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 806.71 | 807.69 | 820.33 | -1.54 | 895.33 | 896.32 | 820.33 | 9.26 |
| 0.5 | 806.71 | 807.93 | 820.33 | -1.51 | 895.33 | 896.55 | 820.33 | 9.29 |
| 1 | 806.71 | 808.66 | 820.33 | -1.42 | 895.33 | 897.28 | 820.33 | 9.38 |
| 1.5 | 806.71 | 809.87 | 820.33 | -1.28 | 895.33 | 898.50 | 820.33 | 9.53 |
| 2 | 806.71 | 811.57 | 820.33 | -1.07 | 895.33 | 900.19 | 820.33 | 9.74 |

| Chirurgie plastique | | | | | | | | |
|----------------------------|--|---------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux de service corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux de service corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 134.80 | 136.11 | 125.75 | 8.24 | 155.25 | 156.56 | 125.75 | 24.50 |
| 0.5 | 134.80 | 136.42 | 125.75 | 8.48 | 155.25 | 156.87 | 125.75 | 24.75 |
| 1 | 134.80 | 137.37 | 125.75 | 9.24 | 155.25 | 157.83 | 125.75 | 25.51 |
| 1.5 | 134.80 | 138.93 | 125.75 | 10.48 | 155.25 | 159.40 | 125.75 | 26.76 |
| 2 | 134.80 | 141.06 | 125.75 | 12.17 | 155.25 | 161.55 | 125.75 | 28.47 |

| Urologie | | | | | | | | |
|-----------------|--|---------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux de service corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux de service corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 369.19 | 370.89 | 342.67 | 8.24 | 379.67 | 381.38 | 342.67 | 11.30 |
| 0.5 | 369.19 | 371.30 | 342.67 | 8.36 | 379.67 | 381.78 | 342.67 | 11.41 |
| 1 | 369.19 | 372.55 | 342.67 | 8.72 | 379.67 | 383.04 | 342.67 | 11.78 |
| 1.5 | 369.19 | 374.63 | 342.67 | 9.33 | 379.67 | 385.11 | 342.67 | 12.39 |
| 2 | 369.19 | 377.49 | 342.67 | 10.16 | 379.67 | 387.98 | 342.67 | 13.22 |

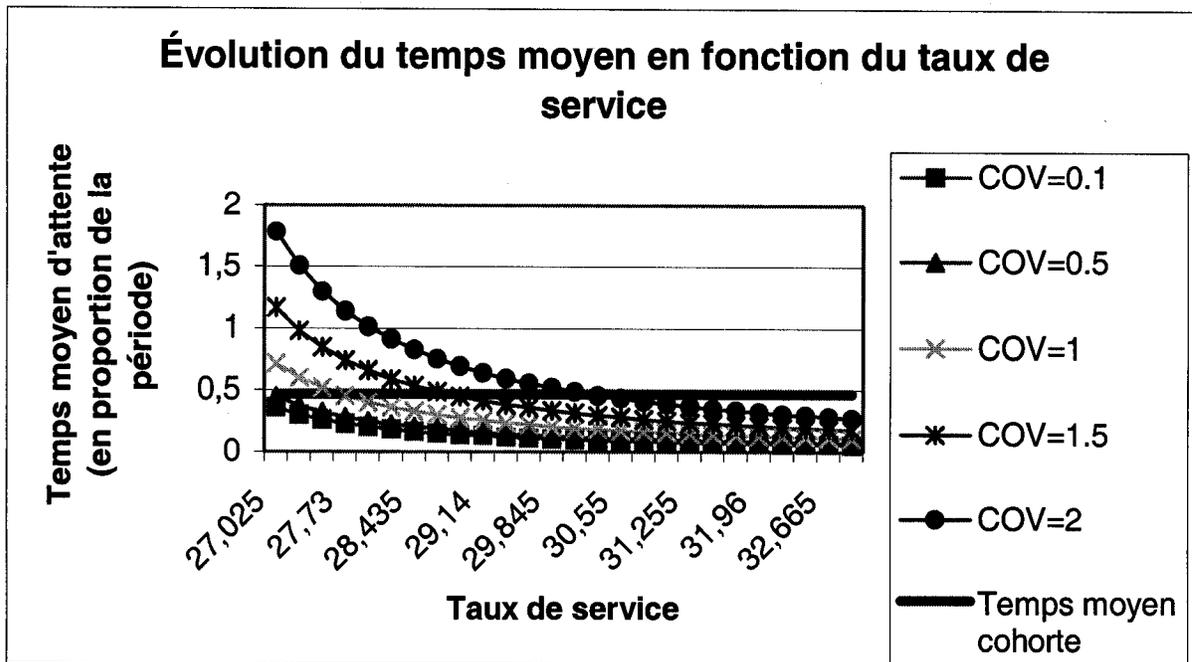
Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

| Chirurgie vasculaire | | | | | | | | |
|-----------------------------|--|---------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------|
| COV | Taux d'arrivée sans les non disponibles | Taux de service corrigés | taux de service | % correction | Taux d'arrivée bruts | Taux de service corrigés | taux de service | % correction |
| 0.1 | 99.89 | 101.12 | 87.00 | 16.23 | 103.33 | 104.56 | 87.00 | 20.18 |
| 0.5 | 99.89 | 101.40 | 87.00 | 16.56 | 103.33 | 104.85 | 87.00 | 20.52 |
| 1 | 99.89 | 102.29 | 87.00 | 17.58 | 103.33 | 105.74 | 87.00 | 21.54 |
| 1.5 | 99.89 | 103.74 | 87.00 | 19.24 | 103.33 | 107.19 | 87.00 | 23.20 |
| 2 | 99.89 | 105.70 | 87.00 | 21.49 | 103.33 | 109.15 | 87.00 | 25.46 |

Il semble se dégager que lorsque la correction est négative, un COV plus élevé donnera une correction plus faible. Alors que lorsque la correction est positive, un COV plus faible impliquera une correction plus faible. En fait, c'est la conclusion inverse de la sous-section précédente. Bien sûr, les cas de corrections négatives se présentent uniquement avec des taux d'arrivée sans les non disponibles. Il faut des corrections négatives pour tous les taux d'arrivée bruts. Il reste que pour certaines chirurgies tels que les chirurgies plastiques et vasculaires, les corrections sont très élevées. Pourtant, les intervalles de prises de données sont les mêmes pour toutes les chirurgies. Nous pouvons comme dans la sous-section précédente présumer que le modèle de file d'attente fonctionne dans le cas des chirurgies générales, ORL et de l'urologie en raison des faibles corrections. Le cas des chirurgies orthopédiques reste toujours un cas particulier.

Dans le même ordre d'idée que la section précédente, nous constatons que les taux d'arrivée et les taux de service sont très proches. Ils en résultent que nous nous retrouvons dans les zones sensibles du modèle. Voici un graphique qui illustre la relation entre le temps et les taux de service.

Graphique 5.2.1 : Relation entre le taux de service et le temps moyen d'attente



Le raisonnement du taux de service est similaire à celui que nous avons fait pour le taux d'arrivée. Or théoriquement, lorsque le taux de service est proche du taux d'arrivée, la proportion du temps d'attente sur la période suit une asymptote qui tend vers l'infini. On peut toujours noter qu'un COV peu élevé est moins sensible. Cependant, il faut noter que les taux qui permettent d'obtenir un temps d'attente des cohortes avec des COV inférieurs à 1 ont une différence moins élevée. Ainsi, nous nous retrouvons à être dans une zone encore plus sensible que les COV supérieurs ou égal à 1.

5.3 Problématiques liées à notre modélisation

Nous avons trouvé dans la section 5.1 et la section 5.2 que la différence entre le taux d'arrivée et le taux de service ainsi que le coefficient de variation (COV) jouent un rôle primordial dans le temps d'attente moyen. Une différence peu élevée entre le taux d'arrivée et le taux de service nous amène à nous poser la question à savoir si les périodes sont assez longues. En effet, nous nous retrouvons dans les zones sensibles du mo-

dèle. Cette problématique pourrait se régler avec des périodes plus longues. Par contre, rappelons que nous avons émis deux contraintes à la détermination des longueurs de périodes. La première était qu'il fallait avoir un temps assez grand pour pouvoir soigner la majorité des patients sur la liste. Nous avons pu déterminer cette longueur à partir des cohortes. Celles-ci étaient épurées de toutes personnes qui attendaient plus de 1 an. La deuxième contrainte était de pouvoir disposer d'assez de données pour faire une moyenne afin de trouver le taux de service et le taux d'arrivée.

Nos taux sont très sensibles selon le modèle étant donné que nous sommes dans des zones critiques. Par contre, nous savons que les chirurgies sont dans un état plus ou moins stationnaire étant donné que nous n'assistons pas à une explosion du nombre de personnes sur les listes et que le temps d'attente est relativement constant dans le temps. Si nous prenons un exemple avec les chirurgies buccales en utilisant un COV égale à 1, nous voyons qu'une augmentation par exemple du taux d'arrivée ou du taux de service à des conséquences disproportionnées sur le temps. Voilà les résultats qui se produiraient avec des variations dans les taux :

Tableau 5.3.1 : Évolution du temps d'attente moyen avec les taux d'arrivée en chirurgie buccale avec un COV=1

| <i>Taux d'arrivée</i> | <i>Taux de service</i> | <i>Temps d'attente en proportion de la période</i> | <i>Temps en jours</i> | <i>Temps en mois</i> |
|-----------------------|------------------------|--|-----------------------|----------------------|
| 23.25 | 29.23 | 0.13 | 17.30 | 0.58 |
| 24.25 | 29.23 | 0.17 | 21.68 | 0.72 |
| 25.25 | 29.23 | 0.22 | 28.25 | 0.94 |
| 26.25 | 29.23 | 0.30 | 39.23 | 1.31 |
| 27.25 | 29.23 | 0.47 | 61.33 | 2.04 |

Tableau 5.3.2 : Évolution du temps d'attente moyen avec les taux de service en chirurgie buccale avec un COV=1

| <i>Taux d'arrivée</i> | <i>Taux de service</i> | <i>Temps d'attente en proportion de la période</i> | <i>Temps en jours</i> | <i>Temps en mois</i> |
|-----------------------|------------------------|--|-----------------------|----------------------|
| 27.25 | 29.23 | 0.47 | 61.33 | 2.04 |
| 27.25 | 30.23 | 0.30 | 39.32 | 1.31 |
| 27.25 | 31.23 | 0.22 | 28.50 | 0.95 |
| 27.25 | 32.23 | 0.17 | 22.07 | 0.74 |
| 27.25 | 33.23 | 0.14 | 17.83 | 0.59 |

Pour les COV, nous nous retrouvons dans un dilemme. Dans le cas des corrections négatives ou positives, la relation entre les corrections diffère. Ainsi, sans les écarts types des temps de service, il nous est difficile de conclure quoique se soit. Nous pensons par contre que nous devrions avoir des COV inférieures à 1, mais nos résultats sont conditionnels au signe des corrections. Un COV inférieur à 1 est plus plausible étant donné que cela signifierait que nous pourrions avoir une distribution du temps de service en forme de cloche ou plus précisément, une distribution Erlang. Ainsi, les temps de service seraient autour de la moyenne et n'auraient que peu d'écarts. La forme hyper exponentielle et exponentielle négative seraient dans le cas où nous aurions un COV supérieur ou égale 1 et où il y a beaucoup de personnes qui sont soignés en peu de temps et une minorité serait traité dans des temps plus longs. Or, nous ne pouvons rien conclure pour le moment avec nos résultats. Par contre, un COV peu élevé a un effet moins sensible sur le temps. Cependant, un COV peu élevé aura pour effet d'amoinrir les différences entre les taux qui nous permettent d'avoir le temps d'attente moyen observé avec les cohortes. Donc, nous nous retrouvons toujours dans les zones sensibles.

Nous avons fait l'hypothèse que la discipline de file était respectée. Par contre, nous nous posons la question suivante : ``Pourquoi y-t-il des personnes qui attendent plus longtemps que d'autres alors que la grande majorité des gens peuvent être soignés dans un temps assez raisonnable?`` Dans certaines chirurgies, 50 % des gens peuvent être soignés au moins de deux mois. Nous avons défini qu'il y avait trois types de patients : urgent, semi urgent et électif. Nous n'avons pas incorporé ces classes dans notre modèle étant donné que nous nous ne disposons pas assez informations à ce sujet. Cependant, dans un modèle de file d'attente, la discipline de file d'attente est un élément primordial. Nous nous posons la question suivante : ``Existe-t-il plus de trois types de patients?``

6 La discipline de la file et les priorités

Dans cette section, nous voulons voir si la discipline de file d'attente du premier arrivé-premier servi est respectée. Dans le cas contraire, nous serions en violation d'une hypothèse importante du modèle. Le fait d'avoir des priorités au sein même des électifs, mais sans les connaître, serait ainsi une violation du modèle. En effet, si des personnes de la même catégorie, soit les électifs, passent devant d'autres électifs qui attendent plus longtemps, nous n'avons plus la discipline : premier arrivé-premier servi. Pour ce faire, nous allons regarder l'évolution du service selon le temps d'attente.

6.1 L'évolution de la proportion de service selon le temps d'attente

Le service semble évoluer de plusieurs façons. Définissons une manière de calculer le service afin de ne pas tenir compte des ordres de grandeurs. Soit $S(t)$, la proportion des personnes servies. Prenons par exemple la cohorte A au temps t , nous obtenons une proportion de service:

$$A(t)[1 - S(t)] = A(t+1)$$

$$\Rightarrow S(t) = 1 - \frac{A(t+1)}{A(t)} \quad \text{où } A(t) > A(t+1)$$

où $A(t+1)$ est le nombre de personnes qui attendent à $t+1$ et qui étaient à $A(t)$ au temps t . Bien sûr, il y a moins de monde au temps $t+1$ étant donné qu'il y a une proportion S qui a été traitée.

Théoriquement, dans une file, c'est le premier arrivé-premier servi. Dans le cas des chirurgies, nous avons des priorités. Après que les cas urgents et semi urgents aient été traités en moins de 1 mois, nous avons les électifs. Le premier arrivé-premier servi se

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

traduirait par un S croissant selon le temps d'attente. Cependant, ce qui se dessine est le fait que dans les électifs, nous ayons des critères de sélection autres que le temps d'attente pour servir. Voici la relation économétrique qui représente le mieux la relation entre le S et les autres facteurs tel que le temps:

$$S(t) = \beta_0 + \beta_1 Wq(t) + \beta_2 Wq^2 + \varepsilon$$

Où

Wq est le temps d'attente qui varie de 0.5 mois à 11.5 mois dans le cas des cohortes.

Pour avoir une confirmation du principe du premier arrivé-premier servi, il faudrait retrouver des coefficients β_1 et β_2 tels que :

$$\beta_1 + 2\beta_2 Wq > 0 \quad \forall Wq(t)$$

Voici les résultats des régressions :

Tableau 6.1.1 : Régression de S sur le temps d'attente Wq

| <i>Chirurgie</i> | <i>Constante</i> | <i>Wq</i> | <i>Wq^2</i> | <i>Rcarré_ajusté</i> |
|-------------------|------------------|-------------|-------------|----------------------|
| <i>Général</i> | 0.438 | -0.1108 | 0.010189 | 0.2784 |
| | (0.040678) | (0.015716) | (0.0012692) | |
| <i>ORL</i> | 0.4142 | -0.091 | 0.0083 | 0.1444 |
| | (0.0466) | (0.0180041) | (0.001454) | |
| <i>Ortho</i> | 0.3465 | -0.0615 | 0.0073 | 0.2453 |
| | (0.0447562) | (0.0173416) | (0.0014052) | |
| <i>Plastie</i> | 0.4247 | -0.00744 | 0.0059 | 0.0379 |
| | (0.0613491) | (0.0251394) | (0.0021735) | |
| <i>Urologie</i> | 0.5937 | -0.164 | 0.0125 | 0.3846 |
| | (0.0408631) | (0.0157876) | (0.001275) | |
| <i>Vasculaire</i> | 0.363 | -0.0743 | 0.006 | 0.0541 |
| | (0.0525116) | (0.0206204) | (0.0016918) | |

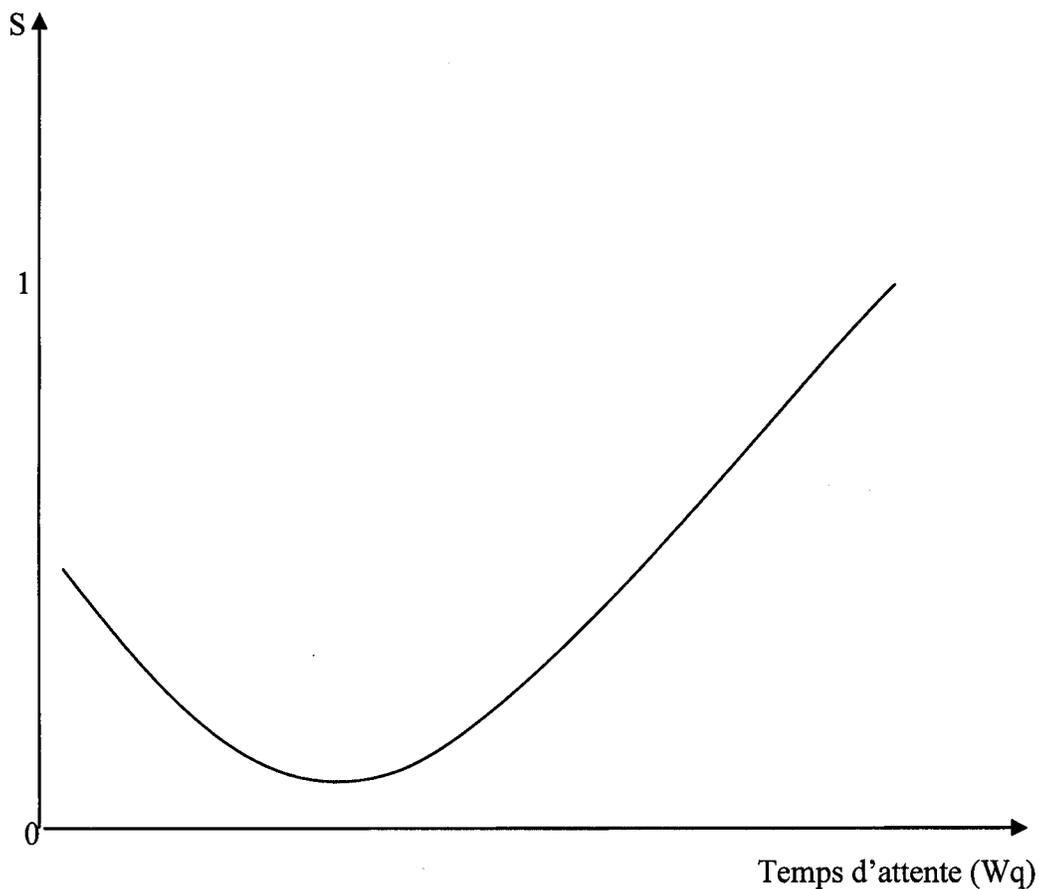
Écart-type en paranthèse

On voit que la condition du premier arrivé-premier servi ne tient pas. En effet, lorsque que W_q est petit, on a :

$$\beta_1 + 2\beta_2 W_q < 0 \text{ pour un } W_q \text{ petit étant donné que } \beta_1 < 0.$$

La relation économétrique définie de la forme quadratique est significative pour 6 chirurgies. En effet, les coefficients sont statistiquement très significatifs. Seul la chirurgie buccale présente une régression avec des variables de temps non significatives. Il faut dire que dans ce cas, les temps d'attente sont peu élevés.

Graphique 6.1.1: Évolution de S selon le temps d'attente



Normalement, dans le cas du premier arrivé-premier servi, nous devrions avoir une courbe croissante tout le long. Or ce n'est pas le cas. La proportion de service dimi-

nue plus le temps d'attente est élevé jusqu'à un temps critique. Notez cependant que nous avons dans les personnes qui attendent moins de 1 mois, des cas urgents et semi urgents. Ceci permet d'expliquer la grande proportion de personnes traitées avec un temps d'attente si peu élevé. Après avoir atteint un temps critique, la proportion de service est croissante. Dans le cas contraire, nous aurions des patients qui attendraient indéfiniment. Il est clair qu'il y a d'autres critères qui rentrent en jeu . On pourrait présumer que certaines caractéristiques tels que l'âge ou la détérioration de l'état de santé pourrait jouer un rôle sur le temps d'attente. N'oublions pas que l'état de santé évolue dans le temps.

À partir la régression ci haut, nous pouvons calculer les temps à partir duquel celui-ci constituera un critère de sélection. Il suffit de dérivée faire cette régression :

$$\frac{dS}{dWq} = -\beta_1 + 2\beta_2 Wq = 0 \Rightarrow Wq^* \text{ est le temps où } S \text{ sera minimum.}$$

Pour trouver le temps maximum, il suffit de poser que $S=1$. En effet, une proportion de service égale à 1 implique que tout le monde a été traité. Voici les résultats :

Tableau 6.1.2: Différents temps d'attente critiques

| <i>Chirurgie</i> | <i>Temps où le service est minimum (en mois)</i> | <i>Temps d'attente maximum (en mois)</i> |
|-------------------|--|--|
| <i>Général</i> | 5.4 | 14.6 |
| <i>ORL</i> | 5.5 | 15.5 |
| <i>Orthopédie</i> | 4.2 | 16.6 |
| <i>Plastie</i> | 0.6 | 10.5 |
| <i>Urologie</i> | 6.6 | 15.3 |
| <i>Vasculaire</i> | 6.2 | 18.2 |

Nous pouvons constater que le temps d'attente devient un critère de sélection à partir d'environ 4 à 7 mois dépendant de la chirurgie. Notez que la chirurgie plastique est un peu particulière. Il s'agit de la seule chirurgie où les patients payent. Pour ce qui est du temps maximal, il varie d'une chirurgie à l'autre. En plastie, nous avons un temps

d'attente maximal de 10.5 mois alors qu'en chirurgie vasculaire, nous obtenons un temps de 18.2 mois.

Selon nos estimés à partir de nos régressions, nous avons des proportions entre 32 à 51% des patients qui attendent moins de 1 mois ou 0.5 mois. Nous savons que de ce nombre, nous avons des cas urgents et semi urgents. Or, les proportions des urgents et semi urgents en date du 5 août 2003, en supposant qu'elles sont constantes dans le temps, nous montrent qu'il n'y a pas seulement ces cas qui sont traités en moins de 1 mois. Les résultats sont dans le tableau 6.1.3. Sauf pour les chirurgies vasculaires, il est clair qu'il y a des électifs qui sont soignés en moins de 1 mois. Cela signifie qu'il y a bel et bien des patients qui sont soignés avant certains qui attendent depuis bien plus longtemps. Normalement dans le cas du premier arrivé-premier servi, une personne qui attend depuis longtemps devrait être soignée avant un patient électif qui vient de rentrer. On peut faire le même raisonnement pour une personne qui attend 1.5 mois, 2.5 mois, etc. Or dans ces derniers cas, nous avons juste des cas électifs. Ainsi, nous venons de confirmer le fait qu'il y a des priorités dans les électifs qui sont différentes du temps d'attente. Si nous ne connaissons pas ces priorités, nous sommes en violation avec l'une des conditions les plus importantes du modèle simple M/M/1 ou M/G/1, celle de la discipline de file qui doit être : premier arrivé-premier servi.

Tableau 6.1.3 : Comparaison des personnes qui sont soignés en moins d'un mois avec les personnes dites urgentes ou semi urgentes

| Chirurgie | <i>proportion estimée des patients traités en moins de 1 mois</i> | <i>Proportion des urgents et semi urgents</i> |
|-------------------|---|---|
| <i>Général</i> | 0.39 | 0.14 |
| <i>ORL</i> | 0.37 | 0.59 |
| <i>Orthopédie</i> | 0.32 | 0.02 |
| <i>Plastie</i> | 0.42 | 0.00 |
| <i>Urologie</i> | 0.51 | 0.05 |
| <i>Vasculaire</i> | 0.33 | 0.40 |

7 Conclusion

Au départ, nous voulions modéliser les listes d'attente afin de pouvoir évaluer les changements que peuvent entraîner une variation de certains paramètres. Plus particulièrement, nous voulions voir la diminution du temps d'attente en augmentant le taux de service. Ainsi, il aurait été possible de chiffrer les coûts nécessaires afin d'obtenir le service qui permettrait d'avoir un temps d'attente moyen désiré.

Nous avons rencontré beaucoup de difficultés à atteindre ce but. La première difficulté est le fait d'avoir des intervalles de prises de données inconstants et qui diffèrent de 1 mois. Ainsi, nous savons qu'il y a possibilité de double comptage ou encore de pouvoir perdre la trace de certains patients avec notre système de cohorte. Ceci peut être une explication raisonnable des états explosifs que nous obtenons. En effet, à l'exception de la chirurgie orthopédie, nous sommes toujours en présence d'un taux d'arrivée supérieur au taux de service avec les périodes de temps que nous avons déterminées. Ensuite, nous avons fait des simulations afin de pouvoir connaître l'importance des corrections selon les coefficients de variation (COV) du temps de service à faire sur les taux d'arrivée et les taux de service. Ce pourcentage diffère d'une chirurgie à l'autre. Mais même avec des taux d'arrivée sans les non disponibles, nous sommes loin du compte est nous enregistrons des corrections qui peuvent atteindre 30%. Ce qui peut paraître un peu élevé si on considère que la cause de biais est le double comptage des patients. N'oublions pas qu'il y a aussi des divergences entre les proportions des non disponibles et les proportions de la partie tronquée en retirant les personnes qui attendent trop. En effet, nous avons posé l'hypothèse que toute personne qui dépasse la période de temps nécessaire aux traitements de la majorité, est une personne non disponible. Ceci peut jouer en faisant augmenter les taux d'arrivée dans le cas où la proportion des non disponibles est plus faible.

La relation entre les corrections et les COV diffère selon que la correction est négative ou positive. Il en résulte qu'il est impossible de savoir quel serait le COV le plus près de la vraie valeur en supposant que la plus petite correction nous donne un indice de la vraie valeur. Par contre, nous avons des raisons de penser que nous devrions avoir un COV inférieur à 1, ce qui pourrait nous permettre d'avoir une distribution en forme de cloche et une distribution de type Erlang pourrait convenir dans ce cas. Ce type de distribution implique que beaucoup de personnes sont traitées autour de la moyenne de temps de service. L'autre type de distribution serait l'exponentielle négative du modèle M/M/1(COV=1) ou la distribution hyper exponentielle qui a un COV supérieur à 1. Celles-ci impliquent que la grande majorité des patients sont traités en peu de temps et qu'il y a une minorité qui se fait soigner dans de longs laps de temps. Cependant, le temps d'attente est moins sensible avec des COV plus faibles.

La deuxième difficulté est le fait que nous ayons dû prendre des temps de période relativement court. Ainsi, les taux d'arrivée et les taux de service sont très proches et ceci implique que nous sommes dans les zones critiques du modèle de file d'attente. Une différence minime sur un taux a des conséquences extrêmes sur le temps d'attente que nous calculons. De plus, les COV plus faibles en tendance à réduire la différence entre le taux d'arrivée et le taux de service. Bref, en ciblant le temps d'attente tel qu'observé avec les cohortes, nous nous retrouvons dans des zones plus sensibles avec des COV plus faibles.

Malgré toutes les difficultés que nous avons rencontrées, nous avons trouvé un phénomène en rapport avec les électifs. En effet, nous avons découvert qu'il existe d'autres critères que les classes de patients urgents, semi urgents et électifs. Il semblerait qu'il existe plusieurs autres classes de priorité dans les électifs. Ne connaissant pas ces priorités, ceci nous amène à violer un élément essentiel du modèle simple de file d'attente : la discipline de file.

Bien que notre travail ne nous ait pas permis de modéliser les listes d'attente en chirurgie, nous pouvons affirmer qu'il est possible de le faire. Il faudrait des intervalles

de prises de données qui sont prises de façon mensuelle à date fixe. Mais plus important encore, il faudrait avoir plus de caractéristiques sur les patients afin d'avoir toutes les priorités. En plus, nous aurions besoins d'avoir plus de précision sur le temps de service. Ainsi, il faudrait avoir l'écart-type de celui-ci et bien sûr, suffisamment de données. Des périodes plus longues nous permettraient de ne pas enlever les patients qui attendent trop longtemps et aussi, nous aurions une différence entre les taux d'arrivée et les taux de service assez grande pour ne pas être dans les zones critiques du modèle. Par contre, nous devons disposer de suffisamment de données afin de bien voir les évolutions dans le temps des différents éléments qui rentrent en jeu. Bref, ce n'est qu'un début!

8 Annexes

8.1 Les données brutes

Chirurgie buccale

| Date | 1 et - | 1 à 2 | 2 à 3 | 3 à 4 | 4 à 5 | 5 à 6 | 6 à 7 | 7 à 8 | 8 à 9 | 9 à 10 | 10 à 11 | 11 à 12 | plus de 1 ans | Total | Prop 1an + | Total <1ans |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------------|-------|------------|-------------|
| 00-03-31 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 5 |
| 00-04-12 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 3 |
| 00-12-27 | 4 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 | 0 | 8 |
| 01-12-27 | 5 | 7 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17 | 0 | 17 |
| 02-01-30 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13 | 0 | 13 |
| 02-02-25 | 10 | 1 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 | 0 | 18 |
| 02-03-25 | 8 | 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 19 | 0 | 19 |
| 02-04-29 | 3 | 6 | 4 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17 | 0 | 17 |
| 02-05-27 | 4 | 3 | 3 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16 | 0 | 16 |
| 02-07-05 | 17 | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 29 | 0 | 29 |
| 02-07-31 | 6 | 12 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 26 | 0 | 26 |
| 02-09-05 | 6 | 4 | 13 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 31 | 0.03 | 30 |
| 02-10-30 | 10 | 6 | 4 | 11 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 39 | 0.05 | 37 |
| 02-11-01 | 5 | 10 | 4 | 3 | 8 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 37 | 0.05 | 35 |
| 02-11-29 | 4 | 5 | 5 | 2 | 3 | 5 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 31 | 0.1 | 28 |
| 03-02-03 | 11 | 6 | 5 | 1 | 6 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 3 | 40 | 0.08 | 37 |
| 03-02-28 | 8 | 5 | 4 | 3 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 | 33 | 0.06 | 31 |
| 03-04-02 | 5 | 7 | 5 | 3 | 2 | 1 | 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 33 | 0.06 | 31 |
| 03-04-30 | 5 | 5 | 7 | 3 | 1 | 2 | 0 | 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 32 | 0.06 | 30 |
| 03-06-02 | 4 | 6 | 4 | 3 | 3 | 1 | 2 | 0 | 3 | 1 | 0 | 1 | 3 | 31 | 0.1 | 28 |
| 03-07-02 | 8 | 2 | 4 | 3 | 2 | 3 | 0 | 1 | 0 | 3 | 1 | 0 | 4 | 31 | 0.13 | 27 |
| Moyenne | 6.05 | 4.9 | 3.57 | 2.19 | 1.62 | 1.14 | 0.95 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.48 | 0.33 | 1.14 | 24.2 | 0.05 | 23.1 |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

Chirurgie générale

| Date | 1 et - | 1 à 2 | 2 à 3 | 3 à 4 | 4 à 5 | 5 à 6 | 6 à 7 | 7 à 8 | 8 à 9 | 9 à 10 | 10 à 11 | 11 à 12 | plus de 1 ans | Total | Prop 1an+ | Total <1an |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------------|-------|-----------|------------|
| 00-03-31 | 90 | 118 | 74 | 68 | 64 | 36 | 51 | 41 | 7 | 25 | 20 | 16 | 108 | 718 | 0.15 | 610 |
| 00-04-12 | 51 | 81 | 95 | 54 | 73 | 37 | 39 | 57 | 11 | 13 | 18 | 29 | 104 | 662 | 0.16 | 558 |
| 00-12-27 | 148 | 72 | 64 | 44 | 34 | 23 | 45 | 50 | 20 | 11 | 16 | 16 | 133 | 676 | 0.2 | 543 |
| 01-12-27 | 140 | 53 | 75 | 45 | 34 | 6 | 23 | 20 | 17 | 5 | 16 | 7 | 49 | 490 | 0.1 | 441 |
| 02-01-30 | 157 | 61 | 43 | 62 | 34 | 31 | 5 | 17 | 14 | 13 | 7 | 11 | 50 | 505 | 0.1 | 455 |
| 02-02-25 | 172 | 76 | 41 | 24 | 55 | 31 | 26 | 4 | 13 | 14 | 12 | 5 | 55 | 528 | 0.1 | 473 |
| 02-03-25 | 205 | 116 | 55 | 34 | 28 | 48 | 34 | 15 | 7 | 10 | 15 | 8 | 57 | 632 | 0.09 | 575 |
| 02-04-29 | 157 | 138 | 72 | 55 | 23 | 19 | 39 | 26 | 20 | 4 | 7 | 12 | 52 | 624 | 0.08 | 572 |
| 02-05-27 | 154 | 105 | 105 | 60 | 38 | 17 | 17 | 35 | 19 | 12 | 3 | 7 | 57 | 629 | 0.09 | 572 |
| 02-07-05 | 144 | 103 | 77 | 75 | 56 | 38 | 17 | 13 | 17 | 22 | 5 | 6 | 53 | 626 | 0.08 | 573 |
| 02-07-31 | 133 | 100 | 97 | 75 | 65 | 52 | 36 | 9 | 11 | 21 | 16 | 7 | 52 | 674 | 0.08 | 622 |
| 02-09-05 | 108 | 82 | 79 | 97 | 67 | 63 | 50 | 36 | 8 | 11 | 16 | 21 | 56 | 694 | 0.08 | 638 |
| 02-10-30 | 176 | 44 | 73 | 60 | 77 | 52 | 48 | 32 | 24 | 5 | 11 | 6 | 47 | 655 | 0.07 | 608 |
| 02-11-01 | 205 | 96 | 36 | 61 | 45 | 53 | 38 | 35 | 21 | 19 | 4 | 10 | 46 | 669 | 0.07 | 623 |
| 02-11-29 | 170 | 110 | 67 | 33 | 48 | 35 | 36 | 33 | 22 | 17 | 14 | 4 | 51 | 640 | 0.08 | 589 |
| 03-02-03 | 148 | 79 | 100 | 63 | 61 | 22 | 33 | 20 | 31 | 20 | 17 | 14 | 49 | 657 | 0.07 | 608 |
| 03-02-28 | 163 | 62 | 78 | 77 | 58 | 22 | 17 | 24 | 13 | 21 | 17 | 13 | 50 | 615 | 0.08 | 565 |
| 03-04-02 | 152 | 85 | 67 | 66 | 53 | 47 | 23 | 15 | 18 | 11 | 20 | 12 | 56 | 625 | 0.09 | 569 |
| 03-04-30 | 151 | 86 | 75 | 41 | 42 | 37 | 37 | 14 | 10 | 15 | 7 | 17 | 64 | 596 | 0.11 | 532 |
| 03-06-02 | 177 | 87 | 63 | 55 | 40 | 30 | 21 | 27 | 17 | 9 | 9 | 7 | 74 | 616 | 0.12 | 542 |
| 03-07-02 | 123 | 111 | 58 | 50 | 43 | 33 | 23 | 17 | 22 | 14 | 9 | 7 | 72 | 582 | 0.12 | 510 |
| Moyenne | 149 | 88.8 | 71.1 | 57.1 | 49.4 | 34.9 | 31.3 | 25.7 | 16.3 | 13.9 | 12.3 | 11.2 | 63.6 | 624 | 0.1 | 561 |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

ORL

| Date | 1 et - | 1 à 2 | 2 à 3 | 3 à 4 | 4 à 5 | 5 à 6 | 6 à 7 | 7 à 8 | 8 à 9 | 9 à 10 | 10 à 11 | 11 à 12 | plus de 1 ans | Total | Prop 1an+ | Total <1an |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------------|-------|-----------|------------|
| 00-03-31 | 171 | 111 | 87 | 58 | 33 | 34 | 32 | 37 | 25 | 13 | 18 | 13 | 94 | 726 | 0.13 | 632 |
| 00-04-12 | 113 | 118 | 106 | 43 | 54 | 27 | 32 | 29 | 28 | 17 | 18 | 17 | 96 | 698 | 0.14 | 602 |
| 00-12-27 | 93 | 118 | 106 | 23 | 18 | 19 | 25 | 27 | 22 | 11 | 6 | 11 | 41 | 520 | 0.08 | 479 |
| 01-12-27 | 137 | 160 | 60 | 38 | 32 | 8 | 20 | 21 | 14 | 2 | 8 | 5 | 26 | 531 | 0.05 | 505 |
| 02-01-30 | 204 | 54 | 81 | 81 | 9 | 29 | 22 | 12 | 18 | 7 | 4 | 8 | 20 | 549 | 0.04 | 529 |
| 02-02-25 | 210 | 125 | 39 | 88 | 24 | 16 | 16 | 7 | 12 | 15 | 9 | 1 | 26 | 588 | 0.04 | 562 |
| 02-03-25 | 110 | 191 | 82 | 26 | 67 | 22 | 12 | 11 | 7 | 11 | 12 | 7 | 24 | 582 | 0.04 | 558 |
| 02-04-29 | 229 | 99 | 97 | 52 | 16 | 26 | 30 | 4 | 12 | 9 | 8 | 9 | 24 | 615 | 0.04 | 591 |
| 02-05-27 | 143 | 191 | 57 | 67 | 35 | 16 | 31 | 13 | 7 | 10 | 4 | 4 | 28 | 606 | 0.05 | 578 |
| 02-07-05 | 123 | 143 | 159 | 43 | 51 | 35 | 6 | 16 | 25 | 5 | 7 | 8 | 30 | 651 | 0.05 | 621 |
| 02-07-31 | 148 | 119 | 142 | 106 | 23 | 33 | 31 | 6 | 13 | 19 | 4 | 6 | 34 | 684 | 0.05 | 650 |
| 02-09-05 | 161 | 136 | 73 | 119 | 68 | 22 | 20 | 28 | 6 | 6 | 15 | 2 | 21 | 677 | 0.03 | 656 |
| 02-10-30 | 164 | 111 | 94 | 66 | 80 | 45 | 19 | 18 | 25 | 5 | 4 | 13 | 19 | 663 | 0.03 | 644 |
| 02-11-01 | 152 | 127 | 70 | 66 | 58 | 49 | 32 | 17 | 13 | 24 | 5 | 4 | 25 | 642 | 0.04 | 617 |
| 02-11-29 | 145 | 114 | 24 | 65 | 53 | 53 | 31 | 30 | 9 | 13 | 19 | 3 | 26 | 585 | 0.04 | 559 |
| 03-02-03 | 140 | 55 | 64 | 29 | 42 | 58 | 37 | 23 | 28 | 19 | 8 | 6 | 49 | 558 | 0.09 | 509 |
| 03-02-28 | 199 | 85 | 48 | 46 | 21 | 31 | 41 | 31 | 23 | 22 | 22 | 6 | 52 | 627 | 0.08 | 575 |
| 03-04-02 | 122 | 127 | 63 | 31 | 28 | 16 | 32 | 30 | 24 | 16 | 22 | 15 | 61 | 587 | 0.1 | 526 |
| 03-04-30 | 183 | 63 | 111 | 50 | 24 | 22 | 16 | 25 | 23 | 23 | 16 | 18 | 67 | 641 | 0.1 | 574 |
| 03-06-02 | 253 | 117 | 35 | 91 | 59 | 22 | 20 | 16 | 21 | 9 | 12 | 11 | 43 | 709 | 0.06 | 666 |
| 03-07-02 | 99 | 175 | 51 | 40 | 88 | 51 | 20 | 21 | 20 | 20 | 8 | 10 | 49 | 652 | 0.08 | 603 |
| Moyenne | 157 | 121 | 78.5 | 58.5 | 42 | 30.2 | 25 | 20.1 | 17.9 | 13.1 | 10.9 | 8.43 | 40.7 | 623 | 0.07 | 583 |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

Chirurgie orthopédique

| Date | 1 et - | 1 à 2 | 2 à 3 | 3 à 4 | 4 à 5 | 5 à 6 | 6 à 7 | 7 à 8 | 8 à 9 | 9 à 10 | 10 à 11 | 11 à 12 | plus de 1 ans | Total | Prop 1an+ | Total <1an |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------------|-------|-----------|------------|
| 00-03-31 | 152 | 166 | 85 | 72 | 72 | 31 | 14 | 9 | 15 | 8 | 15 | 9 | 19 | 667 | 0.03 | 648 |
| 00-04-12 | 66 | 175 | 113 | 46 | 78 | 50 | 19 | 15 | 11 | 11 | 10 | 13 | 20 | 627 | 0.03 | 607 |
| 00-12-27 | 196 | 140 | 111 | 91 | 45 | 34 | 30 | 20 | 16 | 7 | 5 | 6 | 17 | 718 | 0.02 | 701 |
| 01-12-27 | 209 | 117 | 116 | 117 | 25 | 28 | 70 | 40 | 38 | 22 | 19 | 19 | 29 | 849 | 0.03 | 820 |
| 02-01-30 | 198 | 158 | 71 | 91 | 106 | 17 | 17 | 61 | 31 | 21 | 25 | 14 | 37 | 847 | 0.04 | 810 |
| 02-02-25 | 180 | 141 | 123 | 72 | 71 | 80 | 11 | 20 | 46 | 20 | 20 | 13 | 39 | 836 | 0.05 | 797 |
| 02-03-25 | 129 | 171 | 99 | 118 | 48 | 70 | 53 | 8 | 17 | 37 | 13 | 17 | 34 | 814 | 0.04 | 780 |
| 02-04-29 | 190 | 129 | 124 | 79 | 83 | 38 | 42 | 37 | 8 | 7 | 25 | 13 | 41 | 816 | 0.05 | 775 |
| 02-05-27 | 158 | 180 | 77 | 83 | 53 | 66 | 38 | 21 | 31 | 4 | 5 | 18 | 35 | 769 | 0.05 | 734 |
| 02-07-05 | 122 | 146 | 127 | 74 | 45 | 48 | 25 | 26 | 20 | 20 | 2 | 1 | 36 | 692 | 0.05 | 656 |
| 02-07-31 | 133 | 111 | 104 | 112 | 45 | 40 | 37 | 25 | 11 | 11 | 18 | 0 | 31 | 678 | 0.05 | 647 |
| 02-09-05 | 55 | 96 | 64 | 71 | 79 | 42 | 33 | 36 | 12 | 19 | 10 | 15 | 31 | 563 | 0.06 | 532 |
| 02-10-30 | 222 | 31 | 63 | 41 | 51 | 43 | 26 | 19 | 22 | 8 | 15 | 4 | 39 | 584 | 0.07 | 545 |
| 02-11-01 | 180 | 146 | 24 | 38 | 29 | 22 | 30 | 17 | 16 | 15 | 7 | 7 | 32 | 563 | 0.06 | 531 |
| 02-11-29 | 190 | 127 | 77 | 19 | 25 | 19 | 16 | 21 | 9 | 15 | 13 | 7 | 29 | 567 | 0.05 | 538 |
| 03-02-03 | 185 | 117 | 98 | 82 | 45 | 11 | 14 | 9 | 12 | 9 | 7 | 6 | 39 | 634 | 0.06 | 595 |
| 03-02-28 | 147 | 139 | 97 | 67 | 36 | 29 | 8 | 13 | 7 | 11 | 6 | 4 | 26 | 590 | 0.04 | 564 |
| 03-04-02 | 165 | 107 | 110 | 51 | 46 | 23 | 21 | 4 | 9 | 5 | 7 | 1 | 17 | 566 | 0.03 | 549 |
| 03-04-30 | 200 | 129 | 79 | 67 | 33 | 41 | 16 | 11 | 4 | 6 | 5 | 5 | 14 | 610 | 0.02 | 596 |
| 03-06-02 | 195 | 195 | 85 | 38 | 48 | 19 | 22 | 11 | 8 | 2 | 4 | 1 | 13 | 641 | 0.02 | 628 |
| 03-07-02 | 185 | 159 | 142 | 57 | 25 | 33 | 14 | 15 | 9 | 8 | 2 | 3 | 12 | 664 | 0.02 | 652 |
| Moyenne | 165 | 137 | 94.7 | 70.8 | 51.8 | 37.3 | 26.5 | 20.9 | 16.8 | 12.7 | 11.1 | 8.38 | 28.1 | 681 | 0.04 | 653 |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

Chirurgie plastique

| Date | 1 et - | 1 à 2 | 2 à 3 | 3 à 4 | 4 à 5 | 5 à 6 | 6 à 7 | 7 à 8 | 8 à 9 | 9 à 10 | 10 à 11 | 11 à 12 | plus de 1 ans | Total | Prop 1an+ | Total <1an |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------------|-------|-----------|------------|
| 00-03-31 | 36 | 23 | 10 | 12 | 8 | 11 | 3 | 2 | 11 | 2 | 4 | 3 | 22 | 147 | 0.15 | 125 |
| 00-04-12 | 14 | 28 | 20 | 10 | 9 | 8 | 5 | 3 | 6 | 7 | 5 | 3 | 22 | 140 | 0.16 | 118 |
| 00-12-27 | 17 | 14 | 8 | 4 | 4 | 3 | 1 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 14 | 68 | 0.21 | 54 |
| 01-12-27 | 21 | 16 | 9 | 3 | 1 | 3 | 1 | 4 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 60 | 0 | 60 |
| 02-01-30 | 35 | 7 | 8 | 8 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 69 | 0 | 69 |
| 02-02-25 | 30 | 8 | 7 | 5 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 64 | 0 | 64 |
| 02-03-25 | 36 | 11 | 6 | 4 | 4 | 5 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 73 | 0.01 | 72 |
| 02-04-29 | 19 | 18 | 5 | 1 | 2 | 3 | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 2 | 1 | 56 | 0.02 | 55 |
| 02-05-27 | 38 | 10 | 10 | 5 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 3 | 74 | 0.04 | 71 |
| 02-07-05 | 42 | 12 | 10 | 4 | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 80 | 0.01 | 79 |
| 02-07-31 | 30 | 30 | 6 | 9 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 87 | 0.02 | 85 |
| 02-09-05 | 45 | 16 | 21 | 6 | 6 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 106 | 0.03 | 103 |
| 02-10-30 | 51 | 30 | 13 | 12 | 3 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 3 | 122 | 0.02 | 119 |
| 02-11-01 | 36 | 26 | 24 | 12 | 14 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 3 | 125 | 0.02 | 122 |
| 02-11-29 | 56 | 13 | 19 | 17 | 14 | 11 | 1 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 139 | 0.02 | 136 |
| 03-02-03 | 46 | 27 | 20 | 8 | 13 | 14 | 8 | 10 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 151 | 0.02 | 148 |
| 03-02-28 | 46 | 26 | 21 | 17 | 8 | 11 | 10 | 8 | 9 | 1 | 1 | 0 | 3 | 161 | 0.02 | 158 |
| 03-04-02 | 40 | 33 | 25 | 19 | 16 | 3 | 12 | 10 | 4 | 7 | 1 | 0 | 4 | 174 | 0.02 | 170 |
| 03-04-30 | 45 | 25 | 27 | 20 | 18 | 13 | 7 | 7 | 7 | 3 | 6 | 1 | 4 | 183 | 0.02 | 179 |
| 03-06-02 | 26 | 33 | 22 | 28 | 17 | 15 | 9 | 3 | 5 | 7 | 3 | 4 | 4 | 176 | 0.02 | 172 |
| 03-07-02 | 44 | 17 | 27 | 16 | 23 | 15 | 10 | 6 | 3 | 5 | 7 | 3 | 7 | 183 | 0.04 | 176 |
| Moyenne | 35.9 | 20.1 | 15.1 | 10.5 | 8.38 | 6.24 | 4.1 | 3.24 | 2.9 | 2.14 | 1.62 | 0.95 | 4.9 | 116 | 0.04 | 111 |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

Urologie

| Date | 1 et - | 1 à 2 | 2 à 3 | 3 à 4 | 4 à 5 | 5 à 6 | 6 à 7 | 7 à 8 | 8 à 9 | 9 à 10 | 10 à 11 | 11 à 12 | plus de 1 ans | total | Prop 1an+ | Total <1an |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------------|-------|-----------|------------|
| 00-03-31 | 57 | 36 | 29 | 23 | 11 | 9 | 8 | 2 | 1 | 2 | 5 | 1 | 0 | 184 | 0 | 184 |
| 00-04-12 | 39 | 29 | 28 | 26 | 14 | 6 | 12 | 3 | 1 | 2 | 5 | 1 | 0 | 166 | 0 | 166 |
| 00-12-27 | 78 | 28 | 23 | 20 | 9 | 12 | 9 | 14 | 14 | 7 | 8 | 10 | 28 | 260 | 0.11 | 232 |
| 01-12-27 | 65 | 42 | 31 | 9 | 13 | 1 | 10 | 22 | 5 | 10 | 11 | 13 | 95 | 327 | 0.29 | 232 |
| 02-01-30 | 65 | 30 | 24 | 21 | 14 | 11 | 3 | 8 | 18 | 9 | 7 | 10 | 104 | 324 | 0.32 | 220 |
| 02-02-25 | 62 | 28 | 27 | 18 | 22 | 6 | 12 | 1 | 8 | 22 | 4 | 9 | 108 | 327 | 0.33 | 219 |
| 02-03-25 | 44 | 25 | 6 | 14 | 7 | 18 | 4 | 11 | 2 | 10 | 17 | 4 | 95 | 257 | 0.37 | 162 |
| 02-04-29 | 61 | 17 | 14 | 4 | 10 | 5 | 12 | 8 | 8 | 2 | 6 | 13 | 58 | 218 | 0.27 | 160 |
| 02-05-27 | 83 | 34 | 11 | 14 | 4 | 9 | 6 | 10 | 8 | 9 | 1 | 5 | 58 | 252 | 0.23 | 194 |
| 02-07-05 | 78 | 41 | 19 | 11 | 14 | 4 | 9 | 3 | 8 | 11 | 6 | 3 | 60 | 267 | 0.22 | 207 |
| 02-07-31 | 63 | 36 | 29 | 14 | 7 | 13 | 4 | 9 | 5 | 7 | 11 | 5 | 62 | 265 | 0.23 | 203 |
| 02-09-05 | 73 | 28 | 19 | 25 | 12 | 7 | 13 | 3 | 9 | 3 | 8 | 11 | 66 | 277 | 0.24 | 211 |
| 02-10-30 | 73 | 28 | 14 | 16 | 22 | 12 | 6 | 13 | 3 | 8 | 3 | 8 | 73 | 279 | 0.26 | 206 |
| 02-11-01 | 69 | 26 | 10 | 12 | 15 | 22 | 11 | 6 | 13 | 3 | 7 | 3 | 74 | 271 | 0.27 | 197 |
| 02-11-29 | 67 | 30 | 12 | 9 | 10 | 15 | 16 | 11 | 5 | 12 | 3 | 6 | 72 | 268 | 0.27 | 196 |
| 03-02-03 | 76 | 29 | 38 | 21 | 11 | 5 | 9 | 16 | 14 | 8 | 6 | 7 | 78 | 318 | 0.25 | 240 |
| 03-02-28 | 89 | 31 | 23 | 32 | 16 | 8 | 7 | 7 | 16 | 14 | 8 | 5 | 83 | 339 | 0.24 | 256 |
| 03-04-02 | 86 | 43 | 26 | 13 | 28 | 12 | 10 | 7 | 7 | 16 | 14 | 7 | 86 | 355 | 0.24 | 269 |
| 03-04-30 | 81 | 45 | 40 | 18 | 13 | 27 | 12 | 8 | 7 | 7 | 11 | 19 | 92 | 380 | 0.24 | 288 |
| 03-06-02 | 69 | 41 | 35 | 30 | 19 | 11 | 26 | 11 | 8 | 5 | 9 | 10 | 112 | 386 | 0.29 | 274 |
| 03-07-02 | 67 | 35 | 26 | 29 | 23 | 17 | 11 | 25 | 11 | 7 | 5 | 9 | 121 | 386 | 0.31 | 265 |
| Moyenne | 68.8 | 32.5 | 23 | 18 | 14 | 11 | 10 | 9.43 | 8.14 | 8.29 | 7.38 | 7.57 | 72.6 | 291 | 0.25 | 218 |

Gestion des listes d'attente : Le cas des chirurgies

Chirurgie vasculaire

| Date | 1 et - | 1 à 2 | 2 à 3 | 3 à 4 | 4 à 5 | 5 à 6 | 6 à 7 | 7 à 8 | 8 à 9 | 9 à 10 | 10 à 11 | 11 à 12 | plus de 1 ans | Total | Prop 1an+ | Total <1an |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------------|-------|-----------|------------|
| 00-03-31 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00-04-12 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00-12-27 | 14 | 15 | 7 | 1 | 3 | 1 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 46 | 0 | 46 |
| 01-12-27 | 18 | 10 | 5 | 6 | 2 | 1 | 5 | 4 | 6 | 2 | 1 | 0 | 61 | 121 | 0.5 | 60 |
| 02-01-30 | 15 | 9 | 8 | 4 | 6 | 2 | 1 | 4 | 4 | 5 | 2 | 0 | 62 | 122 | 0.51 | 60 |
| 02-02-25 | 22 | 7 | 9 | 4 | 3 | 5 | 2 | 1 | 4 | 4 | 5 | 2 | 62 | 130 | 0.48 | 68 |
| 02-03-25 | 22 | 15 | 4 | 6 | 4 | 3 | 4 | 2 | 1 | 4 | 4 | 5 | 64 | 138 | 0.46 | 74 |
| 02-04-29 | 19 | 11 | 9 | 2 | 4 | 4 | 3 | 5 | 1 | 1 | 4 | 2 | 69 | 134 | 0.51 | 65 |
| 02-05-27 | 15 | 14 | 9 | 6 | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 | 1 | 1 | 4 | 68 | 133 | 0.51 | 65 |
| 02-07-05 | 33 | 12 | 9 | 9 | 6 | 2 | 4 | 2 | 2 | 3 | 2 | 0 | 72 | 156 | 0.46 | 84 |
| 02-07-31 | 19 | 27 | 7 | 7 | 9 | 5 | 2 | 3 | 1 | 2 | 4 | 1 | 72 | 159 | 0.45 | 87 |
| 02-09-05 | 23 | 13 | 25 | 7 | 5 | 8 | 4 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 74 | 170 | 0.44 | 96 |
| 02-10-30 | 20 | 17 | 14 | 16 | 6 | 3 | 3 | 4 | 0 | 2 | 1 | 2 | 60 | 148 | 0.41 | 88 |
| 02-11-01 | 14 | 15 | 13 | 9 | 12 | 4 | 3 | 0 | 3 | 0 | 2 | 1 | 58 | 134 | 0.43 | 76 |
| 02-11-29 | 17 | 13 | 12 | 9 | 8 | 11 | 2 | 3 | 0 | 3 | 0 | 2 | 58 | 138 | 0.42 | 80 |
| 03-02-03 | 16 | 6 | 10 | 9 | 9 | 11 | 5 | 12 | 3 | 2 | 0 | 2 | 61 | 146 | 0.42 | 85 |
| 03-02-28 | 23 | 9 | 5 | 10 | 10 | 8 | 8 | 6 | 10 | 2 | 2 | 0 | 63 | 156 | 0.4 | 93 |
| 03-04-02 | 25 | 16 | 3 | 4 | 9 | 9 | 7 | 8 | 4 | 11 | 2 | 2 | 60 | 160 | 0.38 | 100 |
| 03-04-30 | 12 | 20 | 14 | 1 | 2 | 7 | 8 | 7 | 8 | 5 | 10 | 1 | 61 | 156 | 0.39 | 95 |
| 03-06-02 | 15 | 8 | 17 | 8 | 3 | 1 | 5 | 6 | 6 | 9 | 3 | 7 | 62 | 150 | 0.41 | 88 |
| 03-07-02 | 16 | 12 | 8 | 13 | 6 | 3 | 1 | 4 | 3 | 6 | 7 | 3 | 68 | 150 | 0.45 | 82 |
| Moyenne | 18.8 | 13.1 | 9.89 | 6.89 | 5.74 | 4.84 | 3.89 | 4 | 3.32 | 3.32 | 2.74 | 1.95 | 60.8 | 139 | 0.44 | 78.5 |

8.2 Les symboles

λ = le taux d'arrivée par unité de temps

y = fréquence du temps donné de service

μ = taux de service

t = temps

M = les inter arrivées exponentielles négatives ou le temps de service (ou les arrivées Poisson). M est l'abréviation pour Markovien.

D = Déterministe, constant ou régulier

E_n = Distribution Erlang d'ordre n .

G = Générale (distribution non spécifiée)

ρ = Intensité du trafic (taux d'occupation, taux d'utilisation ou efficience)

$E(L)$ = nombre moyen dans le système

$E(W)$ ou W_q = le temps moyen d'attente dans la file d'attente

$E(N) = L_q$ = la moyenne du nombre de personnes dans la file d'attente

$E(S)$ = temps de séjour (attente+ service)

COV = coefficient de variation

8.3 Équations importantes

$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$, taux d'utilisation valide pour tous les modèles

Distribution du modèle M/M/1

$P(r) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^r}{r!}$, distribution Poisson des arrivées

$y = \mu e^{-\mu y}$, distribution du temps de service

Équations dans le système du modèle M/M/1

$$P_n = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$P_0 = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)$$

$$E(L) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$E(W) = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$E(N) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Équations pour le modèle M/G/1

$$E(W) = E(N) / \lambda = \left(\frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1 - \rho)} \right) \frac{1}{\lambda}$$

$$COV = \frac{\sigma(x)}{E(x)} \text{ pour le temps de service}$$

$$\sigma^2 = \frac{COV^2}{\mu^2}$$

$$COV \text{ du temps de service} = \frac{\sigma}{1/\mu} = \sigma\mu.$$

$$Wq = \frac{\lambda(COV^2 + 1)}{2(\mu^2 - \mu\lambda)}$$

$$\lambda = \frac{2Wq\mu^2}{2\mu Wq + COV^2 + 1}$$

$$\mu = \frac{2\lambda^2 Wq + \sqrt{(2\lambda^2 Wq)^2 - 4[(2\lambda Wq)(-\lambda^2(COV^2 + 1))]}{2(2\lambda Wq)}$$

$$COV = \sqrt{\frac{2Wq\mu^2}{\lambda} - 2Wq\mu - 1}$$

Équations pour le modèle M/M/S

$$Lq = P_0 \left[\frac{(\lambda/\mu)^{S+1}}{(S-1)!(S-\lambda/\mu)^2} \right] \text{ et } P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^S}{S!(1-\rho)}}$$

Calculs des cohortes

$$\sum_{i=0}^{10} (A(t+i) - A(t+i+1)) + A(t+11) - (M(t+12) - (M(t+11))) \leq A(t)$$

$$\text{Nombre de personnes servis} = \text{Total}(t) - (\text{Total}(t+1) - N(t+1)) - \max(0, M(t) - M(t+1))$$

9 Références

Ackere, Ann van, Smith. Peter C., ``A dynamic model of National Health Service Waiting lists``, technical paper 9, *Centre for Health Economics, University of York*, 24 March 1999

Adan, Ivo et Resing, Jacques, ``Queuing Theory``, *Department of Mathematics and Computing Science Eindhoven University of Technology*, 14 février 2001

Cooper, Robert B., ``Introduction to Queueing Theory``, *North Holland*, 1981

Duckett, Stephen J., ``Operations Research for health planning and administration, *Lecture Notes Medical Informatics*, Springer-Verlag, (1987) p. 44-69

Farnworth, Michael G., ``A game theoretic model of relationship between prices and waiting times``, *Journal of Health Economics*, volume 22 (2003), p. 47-60

Goddard, J.A., Malek, M. et Tavakoli, M., ``An economic model of the market for hospital treatment for non-urgent conditions``, *Health Economics*, Volume 4 (1995), p.41-55

Goddard, Tavakoli, M., Referral rates and waiting lists: Some empirical evidence``, *Health Economics*, Volume 7 (1998), p.545-549

Gorunescu, F., Meclain, SI, Millard, PH., ``A queueing model for bed-occupancy management and planning of hospitals``, *Journal of Operational Research Society*, volume 53 (2002), p.19-24

Inversen, Tor., ``A theory of hospital waiting``, *Journal of Health Economics*, volume 12 (1993), p. 56-59

Joskow, Paul L., ``The effects of Competition and Regulation on Bed Supply and Reservation Quality of Hospital``, *The Bell Journal of Economics*, Volume 11, Issue2 (1980), p.421-447

Worthington, D.J., ``Queueing Models for Hospital Waiting Lists``, *Journal of Operational Research Society*, volume38 (1987), p. 413-422