

A1.1
G
948

Université de Montréal

**MESURES DE RISQUE D'INFLATION :
ESTIMATION ET ÉTUDE DE
MONTE CARLO**

par
David Lachapelle

Département de sciences économiques
Faculté des arts et sciences

Rapport de recherche présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Maître ès (M.Sc.) sciences
économiques, option économie publique.

CENTRE DE DOCUMENTATION

AVR. 2004

SCIENCES ÉCONOMIQUES U DE M

Avril, 2004

© David Lachapelle, 2004

Université de Montréal

Faculté des études supérieures

Ce rapport de recherche intitulé :

**MESURES DE RISQUE D'INFLATION :
ESTIMATION ET ÉTUDE DE MONTE CARLO**

présenté par :

David Lachapelle

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Directrice de recherche : Silvia Gonçalves
Université de Montréal
Département de sciences économiques

Codirecteur : Francisco Ruge-Murcia
Université de Montréal
Département sciences économiques

MESURES DE RISQUE D'INFLATION : ESTIMATION ET ÉTUDE DE MONTE CARLO

avril 2004

David Lachapelle

Université de Montréal

Sommaire

Depuis le début des années 90, l'un des objectifs les plus importants des banquiers centraux est de maintenir l'inflation à un niveau bas et stable. Dans leur article de 2003, Manganelli et Kilian propose le banquier central comme un gestionnaire de risque d'inflation. Le banquier doit faire un compromis entre les risques d'inflation excessive et déficiente, représenté par une balance de risque. Les auteurs ont développé la théorie de la mesure de risque du banquier central. Pour notre part, nous utiliserons cette théorie afin d'estimer les mesures de risque d'inflation et de déflation, en temps réel, avec les données canadiennes. En comparant l'estimation de la balance de risque d'inflation et le taux officiel d'escompte, nous discuterons des choix historiques de la Banque du Canada face à la situation économique de 1970 à 2003. D'ailleurs, nous remarquons que le choix de la politique monétaire par la Banque du Canada ne suivait pas strictement la règle d'une balance de risque nulle. De plus, dans une étude de Monte Carlo, nous montrons que les mesures de risque calculées sous l'hypothèse des erreurs indépendantes et identiquement distribuées ne sont pas robustes à la présence d'hétéroscédasticité de type GARCH pour les erreurs du modèle autorégressif d'ordre un (1). L'omission de la modélisation des résidus, en cas d'hétéroscédasticité conditionnelle, a un impact direct sur le biais de la mesure de risque.

Mots-clé : Inflation, Déflation, Risque, Monte Carlo

Remerciements :

Je veux exprimer ma gratitude à Mme Silvia Gonçalves pour son aide et son appui tout au long de la rédaction de ce rapport de recherche. De plus, je veux remercier Abderrahim Taamouti pour ses nombreux commentaires constructifs ainsi que mes parents, pour leur support inconditionnel.

Table des matières

<u>Sommaire</u>	iii
<u>Table des matières</u>	v
<u>1. Introduction</u>	1
<u>2. Revue de la littérature</u>	4
<u>3. Modèle de gestion de risque de la banque centrale</u>	7
3.1 Le modèle général de gestion de risque.	7
3.2 Congruence avec le modèle d'utilité espérée.	10
3.3 Congruence avec le critère de dominance stochastique.	11
3.4 Les implications du modèle de gestion de risque sur la politique monétaire.	13
<u>4. Application empirique des mesures de risque</u>	16
4.1 Choix du modèle économétrique.	16
4.2 Mesures de risque.	17
4.3 Estimations des mesures de risque avec les données canadiennes.	18
4.4 Discussion sur la balance des mesures de risque en temps réel.	23

<u>5-Étude de Monte Carlo</u>	27
5.1 Méthode de l'étude de Monte Carlo.	27
5.2 Discussion des résultats de l'étude de Monte Carlo.	31
<u>6. Conclusion</u>	34
<u>7. Bibliographie</u>	36
<u>8. Annexes</u>	39
8.1 Tableaux.	
Tableau 1 : Résultats du test de Ljung-Box avec un modèle AR(1).	39
Tableau 2 : Résultats des critères d'information BIC et AIC sur la série d'inflation.	40
Tableau 3 : Estimation du modèle AR(8).	40
Tableau 4 : Estimations des modèles AR(3) et AR(6).	41
Tableau 5 : Résultats de l'espérance, du biais et de l'erreur quadratique moyen, DGP1.	42
Tableau 6 : Résultats de l'espérance, du biais et de l'erreur quadratique moyen, DGP2.	42
8.2 Figures.	
Figure 1 : Évolution de l'IPC mensuel 1914-2003.	43
Figure 2 : Évolution de l'inflation mensuelle 1915-2003.	43
Figure 3 : Fonction d'autocorrélation partielle de l'inflation, janvier 1915-2003.	44
Figure 4 : Préviation des mesures de risque, temps réel, 1970-2003.	44
Figure 5 : Comparaison entre le taux d'escompte officiel et la préviation de la balance de risque, temps réel	45

1. Introduction

La prudence du banquier central est nécessaire dans le choix de la politique monétaire. Du point de vue de la stabilité des prix, la gestion du risque de variation des prix est très importante pour la banque centrale du pays. La bonne gestion de ce risque implique un compromis, pour le banquier central, entre une augmentation et une diminution significative du niveau des prix. En finance, le risque dépend d'une certaine période d'intérêt dans le temps. Dans le cas du banquier central, il tente de prévoir les impacts sur l'économie, quant au choix de la politique monétaire d'aujourd'hui, dans un horizon variant de 12 à 18 mois. Afin de faire un choix judicieux, le banquier central doit être capable de quantifier ces risques d'inflation pour leur donner une valeur numérique. En réunissant ces trois éléments, on remarque les liens étroits qui peuvent être établis entre les techniques de gestion de risques financiers et les décisions de la politique monétaire par le banquier central.

Pour mieux comprendre l'attitude du banquier central, nous allons présenter la problématique classique du banquier central. Le problème de gestion des risques de variation des prix peut être expliqué de la façon suivante : Le banquier central tente de contenir l'inflation dans un certain intervalle pré-établi. Ainsi, les risques de la variation des prix sont représentés par l'inflation qui dépasse, soit la borne supérieure, soit la borne inférieure de l'intervalle. L'idée de cibler l'inflation a été généralisée au sein de nombreuses banques centrales dans le monde durant les années 90. (Bernanke et Mishkin, 1997). De ce fait, la chasse à l'inflation est beaucoup plus féroce par les banques centrales notamment par le choix de la politique monétaire. D'ailleurs, on connaît les difficultés de prévoir, avec exactitude, l'évolution du niveau des prix. Certains pays accordent une certaine variation de l'inflation maintenue à l'intérieur d'un intervalle acceptable pour l'économie. Par exemple, la Banque Centrale Européenne (BCE) a déjà indiqué que l'objectif de stabilité des prix impliquait qu'il faille éviter l'inflation excessive persistante ainsi que la déflation persistante. Il faut dire que l'ouverture des frontières des pays à l'intérieur de l'Union Européenne incite la BCE à ne pas favoriser une inflation volatile pour favoriser la convergence du prix des biens entre les différentes régions de l'Union. Pour le Canada, la banque centrale a un objectif

explicite face à l'inflation comme le confirme cette citation du Gouverneur de la Banque du Canada, David Dodge :

D'emblée, je vous donne l'assurance que la Banque du Canada va continuer à conduire la politique monétaire de façon à toujours ramener le taux d'inflation à cette cible de 2 % en cas d'écart, dans un sens comme dans l'autre. Le cadre de poursuite de cibles d'inflation dont s'est doté le Canada fonctionne de manière symétrique, c'est-à-dire que nous réduisons au minimum et les risques d'une montée soutenue de l'inflation et la menace de la déflation.

(Allocution prononcée par David Dodge gouverneur de la Banque du Canada au Speakers Forum. Toronto, Ontario le 29 janvier 2003).

Bien que toutes les banques centrales n'aient pas un objectif aussi explicite que la BCE et la Banque du Canada, il est plausible de croire qu'elles aient une attitude similaire face à l'inflation.

Ainsi, on peut poser le problème de gestion de la variation des prix en gardant l'inflation dans un intervalle prédéfini. Bien évidemment, ce contrôle de l'inflation ajoute une difficulté supplémentaire quant à l'incertitude posée par la prévision de l'inflation future. De plus, il est généralement reconnu que l'incertitude face à l'inflation a des effets pervers sur l'économie. En reconnaissant la menace liée à l'incertitude de l'inflation, il est normal d'avoir développé des estimations de la distribution de probabilité de l'inflation. Cette façon de faire veut mettre l'accent sur la variation probable de l'inflation plutôt que les prévisions exactes de celle-ci.

Dans l'article de Kilian et Manganelli (2003), les auteurs ont défini une mesure de risque de l'inflation dans le contexte de la banque centrale. Le choix de la mesure provient d'une mesure utilisée en économie financière. Pour ce faire, les auteurs ont dû ajuster la théorie de la mesure financière. Ainsi, l'objectif de l'article de Kilian et Manganelli était de prendre la prévision de la distribution de probabilité de l'inflation comme un indicateur du risque.

Quant à notre propre article, il sera divisé de la façon suivante : tout d'abord, nous allons présenter une revue de la littérature économique quant à la théorie monétaire. Ainsi, il nous sera possible de faire les liens entre la littérature et la mesure de risque. Ensuite, nous allons présenter les principaux aspects du modèle de gestion de risque du banquier central, de Kilian et Manganelli. De ce modèle, on peut retirer une mesure de risque pour la faible inflation (ou déflation) ainsi que pour l'inflation excessive. Nous décrivons les conditions de congruence du modèle de gestion de risque avec le modèle d'espérance d'utilité de Von Neumann-Morgenstern ainsi qu'avec le concept de dominance stochastique. De ces conditions, on proposera une règle de décision, pour le choix de la politique monétaire, sous forme de balance de risque. Pour ce faire, nous estimerons un modèle économétrique afin de prévoir les risques d'inflation et de déflation, pour les données canadiennes. En estimant la balance de risque, en temps réel, nous discuterons des difficultés de trouver une relation directe entre la balance de risque et le choix du taux officiel d'escompte de la Banque du Canada. Finalement, par une étude de Monte Carlo, nous verrons que les mesures de risque calculées, sous les hypothèses des erreurs indépendantes et identiquement distribuées, ne sont pas robustes à la présence d'hétéroscédasticité de type GARCH dans les erreurs d'un modèle autorégressif d'ordre un. Ainsi, une bonne spécification du modèle économétrique est essentiel afin d'avoir des mesures de risque non-biaisées.

2. Revue de la littérature

La littérature dans le domaine de la politique monétaire est immense. Depuis près de vingt-cinq ans, les spécialistes de la théorie monétaire ont été préoccupés par la façon de choisir la politique monétaire. En effet, un grand nombre d'articles se concentrent sur l'indépendance des décisions de la banque centrale face au gouvernement. Ainsi, plusieurs auteurs se sont interrogés sur le choix d'imposer une règle de décision pour la banque centrale plutôt que de laisser un pouvoir discrétionnaire au banquier central (Kydland F.E. et E.C. Prescott, 1977; Stokey, N., 2002; Ireland N.P., 2002). L'idée de base de ces articles est de modéliser le comportement du banquier central sous un système soit discrétionnaire ou soit réglementaire. Le but de l'article de Kilian et Manganeli (2003) n'est pas de trancher le débat entre la règle et la discrétion mais plutôt d'établir un plan de base quant au choix de l'instrument de la politique monétaire. Sur la base de ce plan, on peut construire une règle de décisions qui peut contenir une partie réglementaire et une partie discrétionnaire. Ce plan est donc une combinaison hybride des deux systèmes pour la politique monétaire.

In particular, some useful policy strategies are « rule-like », in their forward-looking nature they constraint central banks from systematically engaging in policies with undesirable long-run consequences; but which also allow some discretion for dealing with unforeseen or unusual circumstances.

(Bernanke et Mishkin, 1997, p104.)

L'idée est de donner une marge de manœuvre à la banque centrale en cas de choc non anticipé à court terme, sans être contraint par une règle qui favorise le long terme. La mesure proposée par Kilian et Manganeli établit un compromis entre les deux. Cette mesure répond à ces attentes puisque les bornes de la cible d'inflation peuvent être choisies de façon réglementaire, par le gouvernement, tout en laissant libre le choix des préférences au banquier central, partie discrétionnaire. Ainsi, cette mesure permet une règle plus flexible pour le banquier central.

Dans la littérature économique, plusieurs auteurs ont modélisé le choix du banquier central par une fonction de perte quadratique, ou courbe de Phillips,

incluant un compromis entre l'inflation et le taux de chômage ou le PIB (Svensson, 2002; Orphanides et Wieland, 2000; Blinder, 1997). Cette façon de modéliser a des avantages du point de vue mathématique puisqu'il permet de modéliser l'aversion au risque. Cependant, il y a peu de justifications pour l'utilisation de ce type de modèle puisqu'il est ad hoc. En effet, rien ne peut nous laisser présumer que l'objectif du banquier central est de minimiser une fonction de perte qui suit une forme strictement quadratique. Pour le cas de la mesure de risque associé à la banque centrale, nous allons montrer la provenance de la mesure du point de vue théorique, mais nous utiliserons tout de même des paramètres quadratiques dans la mesure afin de faciliter la compréhension.

En ce qui a trait à la littérature théorique, la mesure se base sur l'article de Fishburn (1977). Celui-ci démontre les conditions nécessaires pour établir une mesure de risque pour les actifs financiers. Le modèle de Fishburn établit une mesure relative au rendement espéré des actifs financiers avec la borne d'un certain rendement minimum. Kilian et Manganelli ont remodelé les propositions de Fishburn pour les appliquer au contexte de la banque centrale. Ainsi, ils ont obtenu une mesure similaire pour chaque borne de l'intervalle prédéfini de l'inflation.

Pour la partie empirique, nous allons estimer un modèle économétrique de type autorégressif pour faire la prévision de l'inflation. Plus spécifiquement, Kilian et Manganelli ont utilisé le modèle GARCH (Engle, 1982; Bollerslev, 1986) afin de modéliser la variance conditionnelle des résidus du modèle. Lors de l'estimation avec les données canadiennes, nous avons constaté, par un test de Ljung-Box sur le carré des résidus, que la modélisation de l'hétéroscédasticité conditionnelle n'est pas nécessaire. Ainsi, nous n'aurons pas besoin d'estimer un modèle de type GARCH pour les erreurs. Cependant, dans une étude de Monte Carlo, nous comparerons la validité des mesures de risque estimées selon deux processus de simulation de données qui suivront un modèle autorégressif d'ordre un, respectivement avec les erreurs i.i.d. et GARCH (1,1).

En ce qui concerne la littérature relative aux simulations de Monte Carlo, nous noterons qu'elle est abondante. D'ailleurs, les simulations de Monte Carlo sont utilisées dans une multitude de domaines tel la physique et l'économie. La méthode de Monte Carlo fut développée par Von Neumann, Ulam et Metropolis, à la fin de la Seconde Guerre mondiale. Cette simulation consiste en une méthode numérique de résolution de problèmes en faisant appel aux nombres aléatoires. Cette définition est plutôt vague puisque qu'il existe une multitude d'utilisations des simulations de Monte Carlo. L'une des applications classiques de la méthode de Monte Carlo fut l'expérience de l'aiguille de Buffon. L'idée de Buffon était de lancer de façon aléatoire, un nombre infini de fois, une aiguille dans un périmètre et de calculer la probabilité que l'aiguille dépasse le périmètre. Il avait déterminé une relation entre la probabilité et la valeur numérique du nombre pi. Dans notre cas, nous allons simuler des échantillons aléatoires de l'inflation afin de calculer la prévision des mesures de risque ainsi que la vraie mesure de la population simulée. Ainsi, il sera possible de comparer le biais et l'erreur quadratique moyen des mesures de risque entre les processus de simulation de données.

3. Modèle de gestion de risque de la banque centrale

Dans cette section, nous allons présenter le modèle de gestion de risque de la banque centrale construit par Kilian et Manganelli. Tout au long de la discussion, nous allons présenter les définitions nécessaires aux modèles de gestion de risque de Kilian et Manganelli. De plus, nous spécifierons les paramètres du modèle de gestion de risque pour l'application aux données canadiennes.

La présentation du modèle de gestion de risque de Kilian et Manganelli débute par la mesure de risque d'inflation et de déflation à la section 3.1. Le modèle est conçu de façon telle que le problème du banquier central fait face à un compromis entre le risque d'une trop grande inflation et le risque une inflation déficiente. Cette mesure provient du modèle (α, t) de gestion de risque financier de Fishburn (1977). Le modèle de Fishburn établit une relation entre le rendement espéré d'un actif et un rendement minimum. Pour ce qui est du modèle de gestion de risque de la banque central, on peut le voir comme un modèle de risque financier du type $(\alpha, \underline{\pi}, \beta, \bar{\pi})$, où α et β sont des coefficients liés à la mesure d'aversion au risque. À la section 3.2, nous allons établir les conditions sous lesquelles le modèle de gestion de risque est consistant avec le modèle d'utilité espéré de Von Neumann-Morgenstern. La section 3.3 décrira la consistance entre les conditions d'optimalités du modèle de gestion de risque et les critères de dominance stochastique de premier ordre et deuxième ordre. Dans la section 3.4, on discutera des éléments nécessaires dans la mesure afin d'élaborer une règle simple pour le choix de la politique monétaire.

3.1 Le modèle général de gestion de risque

Toutes les mesures de risque sont reliées à la distribution de probabilité de la variable aléatoire. Pour notre cas, la variable aléatoire est le taux d'inflation. La mesure de risque d'inflation sera représenté par la fonction de distribution de probabilités $F(\cdot)$. Dans le modèle général de gestion de risque, le risque est représenté par la probabilité que l'inflation dévie de l'une des deux bornes soit $\underline{\pi}$ et $\bar{\pi}$:

Définition 1 [Risque de déflation (RD) et risque d'inflation (RI)]

$$RD_{\alpha}(\pi) \equiv - \int_{-\infty}^{\underline{\pi}} (\underline{\pi} - \pi)^{\alpha} dF(\pi), \quad \alpha > 0 \qquad RI_{\beta}(\pi) \equiv \int_{\bar{\pi}}^{\infty} (\pi - \bar{\pi})^{\beta} dF(\pi), \quad \beta > 0$$

Le risque de déflation est représenté par un nombre négatif et le risque d'inflation par un nombre positif. Chacun des risques est un scalaire qui est défini par deux paramètres soit une cible fixe prédéfinie, $\underline{\pi}$ ou $\bar{\pi}$ et un paramètre fixe d'aversion au risque du banquier central soit, α ou β . Il est à noter que les paramètres α et β peuvent être différents l'un de l'autre. Ainsi, il est possible de calculer une mesure de risque pour chaque valeur de α et de β pour une distribution de probabilité de l'inflation $F(\pi)$. Comme nous l'avons précisé auparavant, le banquier central associe le risque d'inflation avec l'échec d'atteindre une cible d'inflation. Kilian et Manganeli considèrent cette cible comme le point médian d'un intervalle cible. Dans ce cas, la cible exprime l'objectif de contenir l'inflation entre deux bornes, soit : $\underline{\pi}$ et $\bar{\pi}$ où $\underline{\pi} < \bar{\pi}$. L'objectif de la Banque du Canada étant de maintenir l'inflation près du point médian de 2% avec un écart de 1%, nous définirons les bornes de l'inflation comme suit, $\underline{\pi} = 1\%$ et $\bar{\pi} = 3\%$, pour le calcul des mesures de risque au Canada. Pour le choix des paramètres α et β , disons pour l'instant que nous allons suivre la littérature économique et poser $\alpha = \beta = 2$. Plus loin, nous verrons une meilleure justification de ce choix.

L'idée, proposée par Kilian et Manganeli, est de mesurer le risque par la probabilité de dispersion de l'inflation face aux bornes prédéfinies. Elle est intéressante du fait qu'elle représente le désir du banquier central de maintenir l'inflation dans la zone ciblée. La mesure de risque d'inflation (et de déflation) proposée provient d'un modèle utilisé par Fishburn (1977) dans sa mesure de risque financier. Il mesure le rendement espéré d'un actif, conditionnellement à un rendement minimum. Dans le modèle de gestion de risque proposé par Kilian et Manganeli, la mesure s'applique pour le risque de dépasser soit la borne supérieure, soit la borne inférieure.

Si on note $RD_\alpha(\underline{\pi}, F)$ le risque de déflation et $RI_\beta(\overline{\pi}, F)$ le risque d'inflation excessive, respectivement fonction de la borne inférieure et supérieure ainsi que de la distribution de l'inflation F , alors le problème de gestion de risque peut être décrit de la façon suivante :

Définition 2 [Problème de gestion de risque]

Si F et G sont définies comme deux alternatives de distribution de probabilités de l'inflation, alors F est faiblement préférée à G si $|RD_\alpha(\underline{\pi}, F)| \leq |RD_\alpha(\underline{\pi}, G)|$ et $RI_\beta(\overline{\pi}, F) \leq RI_\beta(\overline{\pi}, G)$.

Si cette condition ne tient pas, alors le banquier central aura de la difficulté à résoudre la problématique de la gestion de risque. La définition 2 précise que peu importe si les risques d'inflation (ou de déflation) sont égaux entre les distributions F et G , le banquier central préférera la distribution qui donne les risques de déflation (ou d'inflation) inférieure. De cette définition, on peut en déduire que si la mesure de risque de déflation est équivalente entre les distributions, le banquier central peut s'en tenir seulement aux différences des mesures de risque d'inflation entre les distributions. On peut inverser ce raisonnement pour le risque d'inflation. Bien que la définition 2 soit valide, en pratique elle reste tout de même limitée. Bien qu'il y ait présence d'un compromis entre les risques d'inflation et de déflation, ce compromis ne peut être résolu que si l'on précise les préférences du banquier central. L'idée de Kilian et Manganelli est d'exprimer l'utilité (les préférences) du banquier central en fonction des risques d'inflation et de déflation :

Définition 3 [modèle de gestion de risque]

Les préférences du banquier central satisfont le modèle de gestion de risque si et seulement s'il y a U , une fonction des deux risques, pour toutes les distributions F et G , telle que F est préférée à G si et seulement si :

$$U\left(RD_\alpha(\underline{\pi}, G), RI_\beta(\overline{\pi}, G)\right) < U\left(RD_\alpha(\underline{\pi}, F), RI_\beta(\overline{\pi}, F)\right).$$

On peut remarquer que le modèle de gestion de risque proposé peut se résumer en terme d'utilité du banquier central. Ainsi, les préférences du banquier central peuvent satisfaire la définition du modèle de gestion de risque sans satisfaire aux conditions du modèle de fonction d'utilité espérée de Von Neumann-Morgenstern. Puisque le modèle d'utilité espérée impose d'autres conditions liées au problème de gestion de risque (comme l'attitude face au risque), il peut être utile de spécifier ces conditions et voir leurs incidences sur le modèle de gestion de risque.

3.2 Congruence avec le modèle d'utilité espérée

La caractérisation du modèle de gestion de risque, par Kilian et Manganelli, peut se faire à l'aide d'une fonction d'utilité espérée du banquier central. Cette fonction d'utilité est exprimée en fonction des risques RD_α et de RI_β . Voici la définition nécessaire pour que le modèle de fonction d'utilité espérée soit congruent avec le modèle de gestion de risque :

Définition 4 [congruence entre le modèle de gestion de risque et d'espérance d'utilité]

On dit que le modèle de gestion de risque est congruent avec le modèle d'espérance d'utilité si :

$$U\left(RD_\alpha(\underline{\pi}, G), RI_\beta(\bar{\pi}, G)\right) < U\left(RD_\alpha(\underline{\pi}, F), RI_\beta(\bar{\pi}, F)\right) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} u(\pi) dG(\pi) < \int_{-\infty}^{\infty} u(\pi) dF(\pi)$$

Pour certaines classes de fonction d'utilité $u(\pi)$, dont celle spécifiée plus bas par Kilian et Manganelli, le modèle de fonction d'utilité espérée est congruent avec le modèle de gestion de risque. Si les préférences du banquier central sont exprimées de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \text{suivante : } \quad u(\pi) &= -a(\pi - \underline{\pi})^\alpha & \text{si } \pi < \underline{\pi} & \quad \forall a \in [0, 1] \\ u(\pi) &= 0 & \text{si } \underline{\pi} \leq \pi \leq \bar{\pi} & \quad \alpha > 0 \text{ et } \beta > 0 \\ u(\pi) &= -(1-a)(\bar{\pi} - \pi)^\beta & \text{si } \bar{\pi} < \pi & \end{aligned}$$

Alors,

$$E(u) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} u(\pi) dF(\pi) = -a \int_{-\infty}^{\underline{\pi}} (\pi - \underline{\pi})^\alpha dF(\pi) + 0 + (1-a) \int_{\bar{\pi}}^{\infty} (\pi - \bar{\pi})^\beta dF(\pi) = aRD_\alpha - (1-a)RI_\beta$$

Avec ce type de préférence, on remarque que les risques RD_α et RI_β sont directement proportionnels à la fonction de désutilité espérée comme le présentait le modèle de gestion de risque. Dans ce sens, RD_α et RI_β est une façon de quantifier le risque de voir l'inflation dépasser l'une des deux bornes. En précisant la forme des préférences du banquier central, on peut découvrir que l'espérance de l'utilité du banquier central dépend de l'aversion au risque.

Dans le cas du modèle que nous voulons utiliser avec les données canadiennes, $\alpha = \beta = 2$, la mesure de risque est réduite à ce que l'on peut appeler une semi-variance. On obtient donc les mesure suivantes :

$$RD_2(\pi) = - \int_{-\infty}^{\pi} (\underline{\pi} - \pi)^2 dF(\pi) \qquad RI_2(\pi) = \int_{\pi}^{\infty} (\pi - \bar{\pi})^2 dF(\pi)$$

Dans ce cas, le but du banquier central est de minimiser la dispersion au carré de l'inflation face à la borne inférieure ou la borne supérieure. De plus, nous allons ajouter l'hypothèse de la symétrie des risques d'inflation et de déflation, $a=1/2$, dans les préférences du banquier central du Canada. Ainsi, l'espérance d'utilité du banquier central est : $E(u) = -0.5(RD_2 - RI_2)$.

3.3 Congruence avec le critère de dominance stochastique

Nous allons maintenant nous arrêter au critère de dominance stochastique. Ce critère nous permet de faire ressortir des préférences ordinales qui sont congruentes avec un grand nombre de fonction d'utilité de type Von Neumann-Morgenstern sans s'y référer explicitement. Il est intéressant de comprendre les liens entre le critère de dominance stochastique et le modèle de gestion de risque. Ainsi, la mesure de risque de la distribution G se classera toujours au-dessus de la mesure de la distribution F lorsque le critère de dominance stochastique préfère G plutôt de F. Pour faire un classement judicieux, nous devons restreindre la fonction d'utilité. Pour ce faire, Kilian et Manganelli proposent de spécifier la fonction d'utilité générale du banquier central. Bien qu'il soit difficile de connaître les vraies préférences du banquier central, on sait tout de même que le banquier tente de garder l'inflation entre deux bornes :

Définition 5 [Préférence du banquier central]

Si $\underline{\pi} < \bar{\pi}$ représente les deux bornes de la zone désirable pour l'inflation, alors les préférences du banquier central qui sont représentées par une fonction d'utilité $u(\pi)$ doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$u'(\pi) > 0 \quad \text{pour } \pi < \underline{\pi}$$

$$u'(\pi) = 0 \quad \text{pour } \underline{\pi} < \pi < \bar{\pi}$$

$$u'(\pi) < 0 \quad \text{pour } \pi > \bar{\pi}$$

De plus, il est possible de spécifier davantage les préférences du banquier central avec une hypothèse naturelle qui serait de rendre le banquier central averse au risque. Pour ce faire, nous devrions utiliser la définition suivante :

Définition 6 [Préférence du banquier central averse au risque]

Si $\underline{\pi} < \bar{\pi}$ représente les deux bornes de la zone désirable pour l'inflation alors les préférences du banquier central qui sont représentées par une fonction d'utilité $u(\pi)$ doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$u'(\pi) > 0 \text{ et } u''(\pi) \leq 0 \quad \text{pour } \pi < \underline{\pi}$$

$$u'(\pi) = 0 \quad \text{pour } \underline{\pi} < \pi < \bar{\pi}$$

$$u'(\pi) < 0 \text{ et } u''(\pi) \leq 0 \quad \text{pour } \pi > \bar{\pi}$$

Dans le modèle de gestion de risque, l'aversion pour le risque est représentée par les paramètres α et β . Afin de s'assurer de répondre aux deux dernières définitions, nous avons défini $\alpha = \beta = 2$. De cette façon, on s'assure que le banquier central est averse au risque. Avec ces spécifications supplémentaires, il est possible de définir le critère de dominance stochastique du premier et du deuxième ordre dans le contexte du banquier central. Ainsi, pour deux distributions de probabilités de l'inflation $F(\pi)$ et $G(\pi)$:

Définition 7 [Dominance stochastique]

- a) On dit que la distribution F domine stochastiquement au premier ordre la distribution G si tous les banquiers centraux préfèrent la distribution F à la distribution G.
- b) On dit que la distribution F domine stochastiquement au deuxième ordre la distribution G si tous les banquiers centraux, qui sont averses au risque, préfèrent la distribution F à la distribution G.

Afin de pouvoir utiliser cette définition, nous devons caractériser les risques en terme de distribution de probabilités sans se référer aux préférences du banquier central. Ceci est possible pour des fonctions d'utilités qui satisfont certaines conditions (voir Manganelli et Kilian 2003, Hadar et Russell 1969; Hanoch et Levy 1969; Rothschild et Stiglitz 1970) Lorsque ces conditions sont réunies, alors il est possible d'affirmer que :

Si F domine stochastiquement au premier ordre G, alors

$$aRD_{\alpha}(\underline{x}, F) - (1-a)RI_{\beta}(\bar{\pi}, F) > aRD_{\alpha}(\underline{x}, G) - (1-a)RI_{\beta}(\bar{\pi}, G), \text{ pour } \alpha > 0 \text{ et } \beta > 0.$$

Si F domine stochastiquement au deuxième ordre G, alors

$$aRD_{\alpha}(\underline{x}, F) - (1-a)RI_{\beta}(\bar{\pi}, F) > aRD_{\alpha}(\underline{x}, G) - (1-a)RI_{\beta}(\bar{\pi}, G), \text{ pour } \alpha > 1 \text{ et } \beta > 1.$$

On remarque que si le critère de dominance stochastique de premier ordre est respecté, le modèle de gestion de risque donne le même classement en terme d'espérance d'utilité. Le même résultat est obtenu avec le critère de second ordre lorsque $\alpha > 1$ et $\beta > 1$. On voit bien que la congruence des deux critères de dominance stochastique avec le modèle de gestion de risque apporte une justification additionnelle quant au choix des préférences d'un banquier central averse au risque.

3.4 Les implications du modèle de gestion de risque sur la politique monétaire

Le but du banquier central est de garder l'inflation entre les deux bornes en faisant le bon choix des outils de la politique monétaire. Dans le cas des mesures de risque canadiennes, nous allons supposer que l'outil du banquier central est unique. Pour ce faire, nous utiliserons le taux officiel d'escompte i . Les auteurs Kilian et Manganelli ont

développé une règle pour la politique monétaire afin de choisir i de façon optimale. En notant $F_\pi(i)$, la distribution de l'inflation comme étant une fonction du taux officiel d'escompte. Alors, le problème général du banquier central revient à faire le choix de i qui maximise sa fonction d'utilité générale (U), qui est fonction des risques d'inflation et de déflation,

$$i^* = \arg \max_i U \left[RD_\alpha(\underline{\pi}, F_\pi(i)), RI_\beta(\bar{\pi}, F_\pi(i)) \right]$$

En terme de fonction d'utilité espérée, ce problème revient à maximiser,

$$i^* = \arg \max_i E \left[u(\pi(i)) \right]$$

Ainsi, en remplaçant $E(u)$, le problème devient,

$$i^* = \arg \max_i \left\{ a RD_\alpha(\underline{\pi}, F_\pi(i)) - (1-a) RI_\beta(\bar{\pi}, F_\pi(i)) \right\}$$

À ce point de l'analyse, nous ne fixons pas une valeur définitive au paramètre a . Ceci dit, il nous serait possible de choisir une mesure différente pour chaque valeur de a entre 0 et 1. Par ailleurs, on peut s'attendre du banquier central, qu'il porte attention à la balance des risques d'inflation excessive et de déflation en terme de stabilité des prix. Comme nous allons le montrer, il y a un lien étroit entre la balance des risques et le choix optimal de l'outil de la politique monétaire :

Définition 8 [Balance des risques]

$BR_{\alpha,\beta}(i) = \omega RD_\alpha(\underline{\pi}, F_\pi(i)) + \sigma RI_\beta(\bar{\pi}, F_\pi(i))$ où ω et σ sont des nombres positifs quelconques.

Cette définition indique qu'il est possible de concevoir une balance de risque comme une somme pondérée des risques d'inflation et de déflation. De plus, lorsque les préférences du banquier central satisfont la définition de l'aversion au risque, on peut trouver une condition d'optimalité pour le choix du taux officiel d'escompte i en terme de balance de risque. Lorsque $\alpha > 1$ et $\beta > 1$, le choix optimal i^* du problème du banquier

central satisfait la condition nécessaire et suffisante suivante:

$$BR_{\alpha-1, \beta-1}(i^*) = \omega RD_{\alpha-1}(\underline{\pi}, F_{\pi}(i^*)) + \sigma RI_{\beta-1}(\bar{\pi}, F_{\pi}(i^*)) = 0 \quad \text{où } \omega = a\alpha \quad \text{et } \sigma = (1-a)\beta$$

Ainsi, un banquier central averse au risque doit poursuivre le but suivant: $BR_{\alpha-1, \beta-1} = 0$, qui satisfait les conditions pour un maximum. Pour ce faire, le banquier central doit choisir i^* dans le but de garder la balance de risque égale à 0. Dans la balance de risque, on voit que les paramètres ω et σ sont des poids pour chacun des risques. Ces poids dépendent directement de l'aversion pour le risque, α et β et de l'importance des risques d'inflation et de déflation dans les préférences du banquier central, a . La modification des préférences du banquier central est reflétée dans la balance de risque. Dans notre cas particulier, où $\alpha = \beta = 2$ et $a = 1/2$, le banquier central canadien poursuit l'objectif suivant : $BR_{1,1}(i^*) = RD_1 + RI_1 = 0$ pour le choix du taux officiel d'escompte.

4. Application empirique des mesures de risque

Cette section sera divisée en trois parties distinctes pour bien expliquer le calcul empirique de la mesure de risque de Kilian et Manganeli. La première partie fera référence au choix du modèle économétrique pour faire l'estimation de la prévision d'inflation. Dans la deuxième partie, il sera question du calcul de l'estimation de la mesure de risque avec des données réelles. Dans un troisième temps, on présentera les mesures de risque estimées, en temps réel, avec les données canadiennes. La dernière partie sera consacrée à la discussion et à l'analyse des mesures de risque estimées avec le taux d'escompte officiel.

4.1 Choix du modèle économétrique

Pour faire l'estimation des mesures de risque d'inflation et de déflation définies à la section 3, nous allons utiliser un modèle d'estimation dynamique de l'inflation. Afin d'éviter une mauvaise spécification du modèle, il est important de modéliser l'estimation de l'inflation selon une période d'intérêt. Si on note, $\pi_t, t=1,2,\dots,n$, des observations qui ne se chevauchent pas dans l'horizon d'intérêt, alors on estime le modèle suivant:

$$\pi_{t+1} = \mu_{t+1} + \varepsilon_{t+1} \quad \text{où } \mu_{t+1} = \phi_0 + \sum_{p=1}^P \phi_p \pi_{t-p+1} \quad \text{et } \varepsilon_{t+1} | \Omega_t \sim i.i.d. (0, \hat{\sigma}^2)$$

où Ω_t est l'ensemble d'information t , connu au temps $t+1$. On remarque que la structure générale de l'inflation est basée sur un modèle autorégressif où P est le nombre de retard de l'inflation inclus dans le modèle. Après avoir estimé le modèle, il est important de vérifier si les résidus du modèle sont des bruits blancs. Ainsi, pour chaque modèle estimé, nous devons faire le test de Ljung-Box sur les résidus et le carré des résidus. Si on rejette l'hypothèse nulle dans le cas du carré des résidus, alors ceux-ci sont autocorrélés entre eux. Ainsi, il est nécessaire de modéliser la structure des résidus du modèle puisque la variance du modèle est hétéroscédastique. Dans ce cas, on peut utiliser le modèle proposé par Engle (1982) et Bollerslev (1986) de type GARCH.

$$\pi_{t+1} = \mu_{t+1} + u_{t+1} \quad \text{où } \mu_{t+1} = \phi_0 + \sum_{p=1}^P \phi_p \pi_{t-p+1}, \quad u_{t+1} = \varepsilon_{t+1} \sqrt{h_{t+1}}$$
$$h_{t+1} = \gamma_0 + \gamma_1 u_t^2 + \gamma_2 h_t, \quad \text{et } \varepsilon_{t+1} | \Omega_t \sim i.i.d. (0, 1)$$

Dans ce modèle, on remarque que la variance conditionnelle de l'inflation h_t est homoscedastique si $\gamma_1 = 0$ et $\gamma_2 = 0$.

Pour la partie μ_{t+1} , il faut mentionner que l'on peut modifier le modèle de la façon

suivante: $\mu_{t+1} = \phi_0 + \sum_{p=1}^P \phi_p \pi_{t-p+1} + \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^{Q_k} \phi_{k,q} x_{k,t-q+1}$, où $x_{k,t}$, $k = 1, \dots, K$ représente d'autres

variables qui peuvent expliquer l'inflation. On peut aussi ajouter les valeurs passées des variables explicatives dans le modèle. Ainsi, on fait l'estimation du modèle par la méthode des moindres carrés ordinaires pour ce qui est de la partie μ_{t+1} . Si on fait face à un modèle GARCH, on doit faire l'estimation par maximum de vraisemblances pour obtenir les paramètres estimés. Pour connaître le nombre de retard des variables explicatives, on estime les modèles d'ordre 1 à P, et on calcule les critères d'information BIC et AIC pour chaque estimation. L'ordre est choisi par le critère BIC ou AIC minimal. Nous consulterons aussi le graphique des autocorrélations partielles de la série des données d'inflation. Avec ces informations, il est possible de choisir le meilleur modèle économétrique pour l'estimation de l'inflation. Notons qu'à la section 5, nous verrons, par une étude de Monte Carlo, que la spécification du modèle de prévision économétrique de l'inflation, selon de type de série chronologique, est très important pour la fiabilité de l'estimation des mesures de risque.

4.2 Mesures de risque

Une fois que nous avons fait l'estimation du modèle choisi, il nous est possible de calculer les risques d'inflation et de déflation par une simulation de type bootstrap. Par

exemple, si on prend le risque d'inflation: $RI_{t+1}(\bar{\pi}) = \int_{\bar{\pi}}^{\infty} (\pi_{t+1} - \bar{\pi})^{\beta} dF(\pi_{t+1})$, on peut le

réécrire en fonction de la prévision de la densité de l'inflation simulée $\{\pi_{t+1}^*\}_{b=1}^B$:

$RI_{t+1}^*(\bar{\pi}) = \Pr(\pi_{t+1}^* > \bar{\pi}) E\left[(\pi_{t+1}^* - \bar{\pi})^{\beta} \mid \pi_{t+1}^* > \bar{\pi}\right]$. On peut donc approximer la mesure de

risque d'inflation par le calcul suivant : $RI_{t+1}^*(\bar{\pi}) \approx \frac{\#(\pi_{t+1,b}^* > \bar{\pi}) \sum_{b=1}^B [(\pi_{t+1,b}^* - \bar{\pi})^\beta | \pi_{t+1,b}^* > \bar{\pi}]}{B \#(\pi_{t+1,b}^* > \bar{\pi})}$.

La probabilité peut être calculée comme la fraction des observations $\pi_{t+1,b}^*$ qui sont plus grandes que le seuil $\bar{\pi}$. Pour l'espérance conditionnelle, on utilise une indicatrice pour calculer la moyenne de $(\pi_{t+1,b}^* - \bar{\pi})^\beta$ pour toutes les valeurs de $\pi_{t+1,b}^*$ supérieures à $\bar{\pi}$. Ainsi, l'estimation du risque d'inflation peut être réécrit comme suit :

$$\widehat{RI}_{t+1}^*(\bar{\pi}) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B [(\pi_{t+1,b}^* - \bar{\pi})^\beta | \pi_{t+1,b}^* > \bar{\pi}].$$

Pour simuler la densité de la prévision de l'inflation $\{\pi_{n+1,b}^*\}_{b=1}^B$, on utilise la méthode de bootstrap. Cette méthode nous permet de réutiliser les résidus estimés afin de faire des prévisions de l'inflation. Ainsi, on peut prévoir la densité de l'inflation sans avoir recours au théorème centrale limite. Pour ce faire, on prend l'estimation du modèle de l'inflation choisi auparavant. Par exemple, un modèle de type AR(1) : $\pi_{t+1} = \phi_0 + \phi_1 \pi_t + \varepsilon_{t+1}$. On obtient les paramètres estimés $\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1$ ainsi que les résidus. Ensuite, on simule, par une méthode de bootstrap, la densité pour l'inflation en n+1 suivant le modèle estimé :

$$\pi_{n+1,b}^* = \hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 \pi_n + \varepsilon_{n+1,b}^* \quad \forall b = 1 \dots B$$

où l'échantillon $\{\varepsilon_{n+1,b}^*\}_{b=1}^B$, provient du rééchantillonnage aléatoire des résidus du modèle estimé, avec remise. En simulant la prévision de l'inflation $\{\pi_{n+1,b}^*\}_{b=1}^B$, on obtient facilement l'estimation de la mesure de risque comme suit :

$$\widehat{RI}_{n+1}^*(\bar{\pi}) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B [(\pi_{n+1,b}^* - \bar{\pi})^\beta | \pi_{n+1,b}^* > \bar{\pi}].$$

D'une façon parallèle, on peut reprendre le même raisonnement pour obtenir l'estimation du risque de déflation.

4.3 Estimations des mesures de risque avec les données canadiennes

Nous allons maintenant présenter les résultats des mesures de risque estimées avec les données canadiennes. Notre but est d'obtenir une série de prévisions des mesures

de risque d'inflation et de déflation, en temps réel. Le concept de temps réel introduit la notion de la connaissance, par le banquier central, des données au moment de la prévision. Si on veut établir un historique des mesures de risque qui aurait été prédit, on doit avoir recours au concept de temps réel. Ce concept affecte nos prévisions puisqu'il est nécessaire de réestimer le modèle de l'inflation pour chacune des estimations des mesures de risque dans le temps. Ainsi, les estimations obtenues dépendent de l'information disponible au moment de la prévision.

Les données utilisées proviennent de CANSIM, le site internet des données de Statistique Canada (<http://cansim.statcan.ca/>). Il s'agit de l'indice des prix à la consommation au Canada. La série v735319, du tableau 3260001, contient les données de l'IPC mensuel, pour le panier de 1996. La période de référence est 1992=100, pour la série de janvier 1914 à décembre 2003. On peut voir le graphique de l'IPC à la figure 1, en annexe. De cette série, nous avons calculé l'inflation annuelle, sur une fréquence mensuelle, pour chaque année, avec l'équation suivante:

$$\frac{(P_t^m - P_{t-1}^m)}{P_{t-1}^m} = \pi_t^m \quad \forall t = 1 \dots 89 \quad \text{et} \quad \forall m = 1 \dots 12.$$

La série de l'inflation contient 89 données d'inflation pour chaque mois. La figure 2, en annexe, illustre l'évolution de l'inflation de 1915 à 2003 au Canada. Ensuite, nous nous sommes intéressés au choix du modèle économétrique de l'inflation. Comme première analyse, nous avons utilisé les données du mois de janvier de 1915 à 2003 dans un modèle autorégressif d'ordre 1 avec constante afin de faire une analyse sommaire de la série. Voici les résultats de l'estimation:

Estimation du modèle:	$\hat{\pi}_t =$	0.0125+0.6357*	π_{t-1}
Écart-type:		(0.005)	(0.0832)
Statistique t:		2.5003	7.6452
Nombre d'observation:		88	
R2:		0.4046	

Lorsque l'on teste l'hypothèse suivante, $H_0: \beta_1 = 0$ contre $H_a: \beta_1 \neq 0$, à 5% de niveau de confiance, on voit que les deux paramètres sont significatifs parce que les statistiques t

sont supérieures à 2. Par la suite, nous avons fait le test de Ljung-Box afin de savoir si les résidus du modèle suivaient la distribution d'un bruit blanc. Ainsi, nous avons testé l'hypothèse suivante, $H_0: \varepsilon_t$ non corrélés contre $H_a: \varepsilon_t$ corrélés, à 5% de niveau de confiance. Aussi, nous avons fait le même test pour les ε_t^2 . Les résultats des statistiques Q sont présentés, en annexe, au tableau 1. Par les résultats obtenus avec la statistique Q, avec un niveau de confiance de 5%, on peut dire que le test, ne rejette pas l'hypothèse nulle. En effet, pour les autocorrélations des résidus et du carré des résidus d'ordre 1 à 30, les statistiques Q sont inférieures aux valeurs critiques de chi carré. Dès lors, on sait que le modèle n'implique pas de structure GARCH puisque les résidus suivent un bruit blanc.

Par la suite, nous avons estimé des modèles autorégressifs, de la série du mois de janvier, jusqu'à l'ordre 12. Afin de connaître le choix de l'ordre du modèle, nous avons calculé les critères d'information BIC et AIC. Le tableau 2, en annexe, présente les résultats que nous avons obtenus quant à ces critères d'information. Puisque le principe du critère est de choisir le critère d'information minimale, on devrait obtenir un modèle d'ordre 8. D'ailleurs, on remarque que le minimum des deux critères indiquent le même ordre. L'estimation de la régression AR(8) est présentée au tableau 3, en annexe. Avec 81 observations, un R^2 de 0.6804 et un R^2 ajusté de 0.6405, les retards ajoutés au modèle de régression augmentent le R^2 ajusté. Cependant, pour un niveau de confiance de 5%, seul le paramètre estimé pour le retard de l'inflation d'ordre 1 est significatif dans la régression. Ainsi, même le dernier retard du modèle n'est pas significatif. Le modèle AR(8) n'est donc pas le meilleur choix pour notre modèle.

Si on retourne au tableau 2, l'ordre 8 correspondait au minimum global des critères BIC et AIC. Puisque le modèle autorégressif d'ordre 8 ne semble pas correspondre à un modèle valable, nous allons considérer les minimums locaux des critères d'information. Les deux autres minimums locaux se situent aux ordres 3 et 6. Le tableau 4, en annexe, présente les estimations des deux modèles de régression. Avec les statistiques t, on remarque que le dernier retard du modèle AR(3) n'est pas significatif. Cependant, pour le AR(6), il semble que le sixième retard soit significatif sur

la prévision de l'inflation. De plus, en regardant le graphique des autocorrélations partielles de l'inflation du mois de janvier, la figure 3 en annexe, il devient évident que les retards 1 et 6 sont significatifs pour l'estimation de notre modèle de régression. Pour ces deux raisons, nous avons choisi d'estimer un modèle économétrique de prévision de l'inflation autorégressif d'ordre 6. Avec le choix définitif du modèle à estimer, il faut reprendre le test de Ljung-Box sur les résidus et le carré des résidus pour s'assurer que les résidus du modèle choisit ne suivent pas un modèle GARCH.

Maintenant que nous avons choisi le meilleur modèle de prévision pour nos données d'inflation, nous allons brièvement rappeler les hypothèses quant au choix des paramètres des préférences du banquier central pour la période concernée. Nous savons que le banquier central du Canada tente de contenir l'inflation entre deux bornes soit $\underline{\pi} = 1\%$ et $\bar{\pi} = 3\%$. Ainsi, dans notre modèle de gestion, nous garderons les mêmes bornes pour la cible d'inflation quant aux préférences du banquier central. De plus, le banquier central accordera autant d'importance aux risques d'inflation qu'aux risques de déflation avec, $\alpha = 1/2$. Ce choix, bien qu'arbitraire, présente une symétrie entre les risques d'inflation et de déflation. Comme nous l'avons vu auparavant avec le critère de dominance stochastique de second ordre qu'un banquier central averse au risque doit avoir les paramètres α et β doit être supérieur à 1. Pour suivre la littérature et simplifier la compréhension, nous avons choisi, $\alpha = \beta = 2$. Finalement, à la section 3.4, nous avons construit une règle pour le choix de l'instrument de la politique monétaire. Avec ces paramètres, l'objectif du banquier central canadien devient le suivant: $BR_{1,1}(i^*) = RD_1 + RI_1 = 0$. Cette règle indique que la somme du risque d'inflation et de déflation doit être nulle.

Avec les préférences du banquier central bien définies et le modèle économétrique de prévision de l'inflation, il est possible de faire une prévision du risque d'inflation, du risque de déflation et de la balance de risque pour chaque mois de l'année 2004. Pour chaque mois, nous avons repris le même modèle économétrique que celui du mois de janvier. Ainsi, nous avons repris la section 4.2 pour obtenir la

densité bootstrap de l'inflation ainsi que les deux mesures de risque et ce, pour chaque série mensuelle de l'inflation. Pour la simulation bootstrap, le nombre de répétition est, $B = 1000$. Voici les prévisions des mesures de risque pour le mois de janvier 2004 :

Prévision de risque d'inflation	= 0.020444
Prévision de risque de déflation	= -0.0045144
Balance des risques	= 0.0159296

En regardant ces prévisions pour le mois de janvier 2004, il semble que l'on doive s'attendre à des pressions inflationnistes au Canada. Ceci étant dit, il est plutôt difficile de juger de l'ampleur de ce risque d'inflation. On se rappellera que la mesure de risque proposée par Kilian et Manganelli est une mesure ordinaire tirée des préférences du banquier central. Ainsi, pour juger adéquatement l'impact de la mesure, on doit comparer les mesures obtenues avec d'autres prévisions de risque. Dans ce contexte, les meilleures prévisions de risque, en terme comparatif, seraient les prévisions des mesures historiques des mesures de risque d'inflation en temps réel.

Pour ce faire, il faut reprendre la procédure de la mesure de risque pour les autres séries mensuelles de l'inflation. Ainsi, nous aurons une prévision de risque d'inflation et de déflation pour chaque mois de 2004. Ensuite, on peut dresser un historique des prévisions des deux mesures en temps réel. Il suffit de reprendre la procédure complète de la prévision de la mesure de risque mais en retirant les données d'inflation qui ne sont pas contenues dans l'ensemble d'information Ω_t au temps t . De cette façon, on obtient les mesures de risque historique en temps réel pour chaque mois. La figure 4, en annexe, présente les prévisions des mesures de risque d'inflation et de déflation mensuelles. Ces prévisions représentent les mesures de risque que nous avons obtenus, pour les années 1970 à 2003, l'année représentant la date à laquelle, la prévision a été effectuée. Avec cet historique, on peut retrouver la prévision de la balance de risque. Pour notre modèle, la condition d'optimalité propose la balance de risque comme la somme des mesures de risque d'inflation et de déflation :

$BR_{1,t} = RD_t + RI_t$. La figure 5, en annexe, présente les prévisions de la balance des mesures de risque en temps réel.

4.4 Discussion sur la balance des mesures de risque en temps réel

Afin d'apporter une discussion constructive entre les résultats des mesures de risque et les choix de la politique monétaire canadienne, nous avons combiné, le taux d'escompte et la prévision de la balance de risque sur un même graphique à la figure 5, en annexe, pour la période de 1970 à 2003. La série du taux d'escompte officiel mensuel provient également du site internet de Statistique Canada, CANSIM. Il s'agit du tableau 1760043, série v122530, pour les années 1970 à 2003. Depuis le 22 février 1996, le taux d'escompte correspond à 0.25% point au-dessus du taux cible de financement à un jour. En regardant l'évolution de la balance de risque et du taux d'escompte, on remarque que les deux courbes ne suivent pas toujours une tendance similaire. Le risque d'inflation a été supérieur à la valeur absolue du risque de déflation entre 1973 à 1992, avec une balance de risque positive. Ceci indique que l'inflation était une préoccupation plus importante que la déflation durant cette période. Durant cette même période, le taux d'escompte officiel est resté au-dessus de 5%. Maintenant, pour discuter des choix de la politique monétaire, nous avons divisé la période 1970-2003 par décennie.

1970-1979

Le premier événement marquant de cette période fut l'embargo sur les exportations de pétroles suite à une décision de l'OPEP, en 1973. Cet événement ne contribua pas à freiner l'élan du taux d'inflation qui était passé de 1.25% à 11.9% entre 1971 et 1975. Dès avril 1973, la Banque du Canada réagit pour augmenter, graduellement, le taux officiel d'escompte. À cette date, la prévision de la balance des risques est négative à -0.00115, mais amorce une augmentation pour atteindre le sommet de janvier 1975 à 0.045. À la même date, la Banque du Canada stabilise le taux d'escompte à 8.25%. Ainsi, le pays connut un phénomène de stagflation où les prix à la consommation et le chômage étaient en hausse. De plus en 1975, le gouvernement fédéral mit sur pied la Commission de lutte contre l'inflation qui était chargée de réglementer l'augmentation des prix et des salaires. L'inflation chuta sous les 6% à la fin de l'année 1976 pour

réaugmenter vers un plateau variant de 8,5% à 10%, à la fin des années 70. Voyant l'inflation reprendre de la vigueur, la Banque du Canada s'est vu obliger d'augmenter son taux d'escompte, de façon significative, au début de 1978. Quant à la balance des risques, elle diminue de façon importante pour se rapprocher de zéro après 1975. La balance de risque reprendra, tortueusement, de la vigueur jusqu'à la fin de la période 1970-1979.

1980-1989

Depuis 1975, les autorités gouvernementales et économiques canadiennes s'étaient engagées dans une difficile lutte à l'inflation. Au début des années 80, cet effort conduira à la pire récession depuis les années 30. En janvier 1981, la prévision, pour l'année suivante, de la balance de risque est de 0.0678, soit un sommet pour la période 1980-1990. Le taux d'escompte est à 17% et atteindra son niveau le plus élevé, à 21.03%, au mois d'août de la même année.

De mars 1980 à février 1996, le taux officiel d'escompte correspondait au taux moyen des bons du Trésor à trois mois que la Banque vendait aux enchères chaque semaine, plus un quart de point de pourcentage. Le taux officiel d'escompte fluctuait donc de semaine en semaine. Or, ces variations hebdomadaires étaient parfois considérées, à tort, comme des changements d'orientation de la politique monétaire de la Banque.

(Banque du Canada, Documents d'information, Taux officiel d'escompte, <http://www.bank-banque-canada.ca/fr/documents/bg-p2-f.htm>)

Durant cette période, on peut comprendre la difficulté du banquier central à envoyer un signal clair notamment en période de crise économique, durant cette période. Dès juin 1982, le taux d'inflation amorce une descente significative sous les 10%. La récession prend fin au début de 1983 et la prévision de la balance de risque diminue de façon significative, pour se rapprocher de zéro. Pour le reste de la période, le taux d'escompte diminuera autour de 10%, à la suite de son sommet de août 1981. Quant aux prévisions de la balance de risque, elles ne dépasseront pas la valeur de 0.025, jusqu'à la fin des années 80. L'inflation, quant à elle, se stabilise autour de 4% entre 1985 et 1990.

1990-1999

Dès le début des années 90, le Canada est en récession. La banque centrale réagissait déjà à une hausse des prix puisque l'inflation avait repris de la vigueur depuis le milieu des années 1990 et le taux d'escompte atteint 14.05% au mois de mai 1990. En janvier 1991, le gouvernement introduit la taxe sur les produits et services (TPS). Pour ce même mois, l'inflation a atteint un sommet avec un taux de 6.9% tout comme la prévision de la balance de risque, égale à 0.0291, pour la période 1990-99. Toujours en janvier 1991, le taux d'escompte égale 10.88% et la Banque du Canada continue ses pressions pour relancer l'économie en diminuant le taux d'escompte jusqu'en septembre 1992. À partir de septembre 1991, le taux d'inflation s'effondre sous les 5% et la récession prend fin pour faire place à la reprise. Durant la période 1990-99, la Banque du Canada a subi une importante réforme de sa gestion de l'inflation par la politique monétaire. En 1996, la banque s'est fixée une cible explicite pour l'inflation entre 1% et 3%. D'ailleurs, entre 1996 et 1999, l'inflation dévie très rarement, de cette cible. Pour la même période, on voit que la balance de risque oscille près de zéro. Après la réforme de 1996, le taux d'escompte correspond désormais à 0.25% point de plus que la cible de financement à un jour. Ainsi, le taux d'escompte se réajuste pour s'établir à 5% à la fin de 1999.

2000-2003

Durant la période de 2000-2003, un événement retient notre attention soit les attentats du 11 septembre 2001 aux États-Unis. Cet événement contribua, de façon dramatique, à la chute de l'inflation au Canada. Au même moment, la Banque du Canada continuait la diminution du taux d'escompte amorcée au début de 2001. Dès janvier 2001, plusieurs craignaient déjà un ralentissement de l'économie canadienne. D'ailleurs, la prévision de la balance de risque diminue, de façon significative, dès mai 2001. Quant au taux d'escompte, il a diminué de 3.25% durant l'année 2001. Peu de temps après le mois de septembre 2001, l'inflation avait repris son rythme de croissance juste qu'au début 2003 pour diminuer jusqu'à la fin de l'année 2003. Pour la même période, la prévision de la balance de risque effectue sensiblement le même parcours que l'inflation. En février 2003, la prévision de la balance de risque atteint un sommet à

0.0177 pour la période 2000-2003. Au même moment, la Banque du Canada augmente le taux d'escompte de 3 à 3.5% durant les trois mois suivants. Après le sommet de février 2003, la prévision de la balance de risque diminue jusqu'à la fin de 2003. Il faut mentionner que l'économie canadienne a subi, les contrecoups de plusieurs événements incontrôlables ayant une forte influence sur l'économie comme les scandales financiers, la guerre en Irak, la crise de la vache folle, l'apparition du SRAS et la hausse du taux de change Canada/US.

À la lumière de l'analyse de la prévision de la balance des mesures de risque, on peut affirmer que le choix du taux d'escompte ne suit pas exclusivement la règle de la balance de risque que nous avons établie. En effet, d'autres objectifs à court terme peuvent mener la Banque du Canada à ne pas toujours suivre la règle de la politique monétaire. On peut remarquer que depuis le milieu des années 1990, la préoccupation pour la déflation s'est accentuée au Canada. D'ailleurs, on peut remarquer le rapprochement de la prévision de la balance de risque près de zéro pour cette période. Bien que la relation entre le taux d'escompte et la prévision de la balance de risque ne soit pas parfaite, la présentation de la prévision de la balance de risque nous a permis de mieux comprendre les choix historiques de la politique monétaire par la Banque du Canada entre 1970 et 2003.

5-Étude de Monte Carlo

Maintenant que nous avons obtenu les valeurs des estimations des mesures de risque, avec les données canadiennes, il nous semble légitime de porter un jugement sur la fiabilité de l'estimation utilisée. Ainsi, nous avons choisi de faire une étude de Monte Carlo pour justifier le choix de la méthode d'estimation des mesures de risque d'inflation selon différentes séries chronologiques simulées. Plus précisément, notre étude portera sur les propriétés, en échantillon fini, des mesures de risque selon deux processus de simulation de données. Pour chaque processus de simulation de données d'inflation, nous allons d'obtenir l'estimation de la mesure de risque ainsi que la vraie valeur de la mesure, en population. En simulant les données un grand nombre de fois, il sera possible de calculer l'espérance de la mesure, le biais de l'estimation de la mesure ainsi que l'erreur quadratique moyen (MSE), pour chaque processus. Ces trois indicateurs nous permettront de comparer la robustesse des estimations de la mesure de risque à la présence d'erreur suivant un GARCH. Plus précisément, ces estimations seront calculées selon deux processus de simulation de données que nous appellerons DGP1 et DPG2. Ces deux processus de simulation suivront un modèle autorégressif d'ordre 1 avec respectivement les erreurs indépendantes et identiquement distribuées et les erreurs de type GARCH(1,1). Dans la section 5.1, nous décrirons la méthodologie utilisée pour la réalisation de l'étude de Monte Carlo. La section 5.2 présentera la discussion des résultats de l'étude compte tenu de la spécification des paramètres de chacun des processus de simulation de données.

5.1 Méthode de l'étude de Monte Carlo

Dans cette partie, nous détaillons la méthode de l'étude de Monte Carlo que nous avons utilisée pour chaque processus de simulation de données. Pour ce faire, notre méthode sera présentée par étape :

A- La simulation des données d'inflation $\left\{ \pi_t^{(mc)} \right\}_{t=1}^n$

La première étape d'une étude de Monte Carlo consiste à simuler les données que nous allons utiliser tout au long de l'étude. Pour ce faire, nous devons spécifier le premier

processus de simulation de données que nous appellerons DGP1. Les données simulées par le DGP1 suivent un modèle AR(1) avec les erreurs i.i.d. :

$$\pi_{t+1}^{(mc)} = \tilde{\phi}_0 + \tilde{\phi}_1 \pi_t^{(mc)} + \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \quad \text{où } \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sim \text{normal}(0, \hat{\sigma}^2) \quad \forall t+1=2 \dots n+500$$

où il faut définir $\tilde{\phi}_0, \tilde{\phi}_1, \hat{\sigma}^2$ et $\pi_1^{(mc)}$. Après avoir identifié ces paramètres, on peut simuler une série de données de l'inflation $\{\pi_t^{(mc)}\}_{t=1}^n$, où les 500 premières observations ont été omises pour rendre l'effet de la condition initiale négligeable.

B- La simulation de la densité de la population en n+1 $\{\pi_{n+1,i}^{(mc)}\}_{i=1}^I$

Afin de calculer la vraie mesure de risque de l'inflation de la population en n+1, il faut simuler sa densité toujours en suivant le processus DGP1.

$$\pi_{n+1,i}^{(mc)} = \tilde{\phi}_0 + \tilde{\phi}_1 \pi_n^{(mc)} + \varepsilon_{n+1,i}^{(mc)} \quad \text{où } \varepsilon_{n+1,i}^{(mc)} \sim \text{normal}(0, \hat{\sigma}^2) \quad \forall i=1 \dots I$$

Avec la densité de la population simulée, il est possible de connaître la vraie valeur de la mesure de risque, en population.

C-La mesure de risque de la population

On peut calculer directement la mesure de risque d'inflation à partir de la densité de la

$$\text{population } \{\pi_{n+1,i}^{(mc)}\}_{i=1}^I : RI_{n+1}^{(mc)}(\bar{\pi}) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left(\pi_{n+1,i}^{(mc)} - \bar{\pi} \mid \pi_{n+1,i}^{(mc)} > \bar{\pi} \right).$$

D- Le calcul de l'estimation de la mesure de risque

Il faut maintenant calculer l'estimation de la mesure de risque avec les données simulées. Il s'agit de reprendre le calcul de la mesure avec les données réelles de la section 4. Ainsi, il faut estimer un modèle autorégressif d'ordre 1 avec la série d'inflation simulée. Ensuite, on obtient la prévision de la densité par bootstrap $\{\pi_{n+1,b}^{*(mc)}\}_{b=1}^B$. Avec la prévision de la densité, nous pouvons calculer l'estimation de la mesure de risque :

$$\widehat{RI}_{n+1}^{*(mc)}(\bar{\pi}) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left(\pi_{n+1,b}^{*(mc)} - \bar{\pi} \mid \pi_{n+1,b}^{*(mc)} > \bar{\pi} \right).$$

E- Reprendre les étapes A à D un grand nombre de fois.

Le but d'une étude de Monte Carlo est de vérifier les propriétés, en échantillon fini, des mesure de risque. Si on reprend les étapes A à D une seconde fois, la prévision de la mesure de risque estimée et la mesure de risque de la population seront différentes de la première. Puisque la mesure de risque est une variable aléatoire, on reprend les quatre premières étapes (A à D), un grand nombre de fois, disons $mc = 1 \dots MC$, pour déceler les propriétés, en échantillon, de la mesure. À la fin de l'étape E, on se retrouve avec deux séries soit la série des prévisions des mesures de risque et la série de mesure de risque de la population, avec MC éléments dans chaque série.

F- Espérance, biais et erreur quadratique moyen (MSE).

Avec les deux séries de mesures de risque, on peut calculer quelques propriétés de la mesure de risque:

i) L'espérance de la mesure estimée :
$$Espérance = \frac{1}{MC} \sum_{mc=1}^{MC} \widehat{RI}_{n+1}^{(mc)}(\bar{\pi})$$

Cette espérance permet de savoir la valeur moyenne de la mesure de risque.

ii) Le biais de l'estimation de la mesure :
$$Biais = \frac{1}{MC} \sum_{mc=1}^{MC} \left[\widehat{RI}_{n+1}^{(mc)}(\bar{\pi}) - RI_{n+1}^{(mc)}(\bar{\pi}) \right]$$

Si le biais égale zéro, alors l'estimation de la mesure de risque est non biaisée. Ainsi, lorsque la valeur de MC tend vers l'infini, alors l'espérance de la mesure calculée en i) se rapproche de la vraie mesure de la population puisque le biais tend vers zéro.

iii) L'erreur quadratique moyen :
$$MSE = \frac{1}{MC} \sum_{mc=1}^{MC} \left[\widehat{RI}_{n+1}^{(mc)}(\bar{\pi}) - RI_{n+1}^{(mc)}(\bar{\pi}) \right]^2$$

L'erreur quadratique moyen correspond à la somme de la variance de la mesure de risque estimée et du biais au carré. Ce calcul permet de savoir si l'estimation de la mesure est loin de la vraie mesure de la population en moyenne.

G- Procédure pour le DGP2.

Le but de la section 5 est de comparer l'estimation de la mesure de risque selon deux processus de simulation de données. Cette étape consiste à reprendre les étapes de l'étude avec un autre processus de simulation de données $\{\pi_t^{(mc)}\}_{t=1}^n$.

i) La simulation des données d'inflation avec le processus DGP2.

Pour le DGP2, les données simulées suivent un AR(1) avec les erreurs GARCH(1,1) :

$$\pi_{t+1}^{(mc)} = \tilde{\phi}_0 + \tilde{\phi}_1 \pi_t^{(mc)} + u_{t+1} \quad u_{t+1}^{(mc)} = \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sqrt{h_{t+1}^{(mc)}} \quad \text{où } \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sim \text{normal}(0,1)$$

$$h_{t+1}^{(mc)} = \tilde{\gamma}_0 + \tilde{\gamma}_1 (u_t^{(mc)})^2 + \tilde{\gamma}_2 h_t^{(mc)} \quad \forall t+1 = 2 \dots n+500$$

où on doit définir $\tilde{\phi}_0, \tilde{\phi}_1, \tilde{\gamma}_0, \tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, h_1^{(mc)}, u_1^{(mc)}$ et $\pi_1^{(mc)}$. Après avoir identifié ces paramètres, on peut simuler une série de données de l'inflation $\{\pi_t^{(mc)}\}_{t=1}^n$, où les 500 premières observations ont été omises pour rendre l'effet de la condition initiale négligeable.

ii) La simulation de la densité de la population en $n+1$, $\{\pi_{n+1}^{(mc)}\}_{i=1}^I$

Afin de calculer la vraie mesure de risque de l'inflation de la population en $n+1$, il faut simuler sa densité toujours en suivant le processus DGP2.

$$\pi_{n+1,i}^{(mc)} = \tilde{\phi}_0 + \tilde{\phi}_1 \pi_n^{(mc)} + \varepsilon_{n+1,i}^{(mc)} \sqrt{\tilde{\gamma}_0 + \tilde{\gamma}_1 (u_n^{(mc)})^2 + \tilde{\gamma}_2 h_n^{(mc)}} \quad \text{où } \varepsilon_{n+1,i}^{(mc)} \sim \text{normal}(0,1) \quad \forall i = 1 \dots I$$

Avec la densité de la population simulée, il est possible de connaître la vraie valeur de la mesure de risque, en population.

iii) Reprendre les étapes C à F.

Il suffit de reprendre intégralement les étapes C à F, avec les données simulées du DGP2. Par contre, lors de la prévision bootstrap de la densité de l'inflation en $n+1$, nous réestimerons un modèle autorégressif d'ordre 1 comme avec le DGP1. De cette façon, on s'assure que les différences, dans les propriétés des mesures de risque, proviennent strictement du changement de processus de simulation de données et non du modèle

économétrique. À la fin de l'étape G, on peut calculer l'espérance de l'estimation de la mesure de risque, le biais de cette estimation ainsi que son erreur quadratique moyen et ce, pour chacun des processus de simulation. Avec ces trois propriétés, il sera possible de juger du meilleur estimateur de la mesure de risque entre les deux processus de simulation de données d'inflation.

5.2 Discussion des résultats de l'étude de Monte Carlo

Lors de la présentation de cette partie, nous allons décrire explicitement les processus de simulation des données d'inflation. Ensuite, nous comparerons les propriétés, en échantillon, des estimations des mesures de risque entre les différents processus.

Notre premier modèle suit le processus DPG1. C'est un processus AR(1) où l'erreur est indépendant et identiquement distribué (i.i.d.),

$$\pi_{t+1}^{(mc)} = 0.1 + 0.5\pi_t^{(mc)} + \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \quad \text{où } \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sim \text{normal}(0,1) \quad \forall t+1 = 2 \dots n+500$$

La valeur initiale de l'inflation est la suivante : $\pi_1^{(mc)} = 0$. Le nombre de répétition pour la simulation de la densité de la population, la prévision de la densité bootstrap et la simulation de Monte Carlo est identique, $I = B = MC = 1000$. En annexe, le tableau 5, présente l'espérance, le biais et l'erreur quadratique moyen de l'estimation de la mesure de risque que nous avons calculés pour l'inflation simulée par le DPG1. Ces trois calculs ont été effectués pour trois valeurs différentes de $n = \{100, 500, 1000\}$, n étant le nombre d'observation dans les séries d'inflation simulées.

Pour ce qui est du processus DGP2, il s'agit d'un modèle AR(1) dont l'erreur suit un modèle de type GARCH(1,1), Les paramètres du processus ont été choisis, suite à la lecture de l'article de Christoffersen et Gonçalves (2003) :

$$\pi_{t+1}^{(mc)} = 0.1 + 0.5\pi_t^{(mc)} + u_{t+1}^{(mc)}, \quad u_{t+1}^{(mc)} = \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sqrt{h_{t+1}^{(mc)}} \quad \text{où } \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sim \text{normal}(0,1)$$

$$h_{t+1}^{(mc)} = \tilde{\gamma}_0 + 0.1(u_t^{(mc)})^2 + 0.8h_t^{(mc)} \quad \forall t+1 = 2 \dots n+500$$

$$\tilde{\gamma}_0 = \frac{400}{252} (1 - \tilde{\gamma}_1 - \tilde{\gamma}_2) \approx 0.15873$$

Les valeurs initiales des séries sont les suivantes : $h_1^{(mc)} = 0$, $u_1^{(mc)} = 0$ et $\pi_1^{(mc)} = 0$ et $I = B = MC = 1000$. Le tableau 6 présente les calculs de l'espérance, du biais et de l'erreur quadratique moyen de l'estimation de la mesure de risque pour le DPG2 avec les mêmes valeurs de $n = \{100, 500, 1000\}$.

La première chose que l'on remarque en regardant les résultats obtenus dans les tableaux 5 et 6, en annexe, c'est la valeur des espérances des mesures de risque pour chaque valeurs de n . Ces valeurs sont très similaires indépendamment de la valeur de n . Cependant, les espérances des mesures de risque d'inflation et de déflation diffèrent entre les deux processus de simulation de données. Pour faire le choix du meilleur, nous avons calculé le biais de toutes les mesures de risque. On peut observer que toutes les mesures de risque sont biaisées. Ceci est normal puisque les valeurs des mesures, en population, sont des approximations numériques. De plus, on peut remarquer que le biais des mesures de risque du DGP1 est plus faible que celui du DGP2. Ceci indique que la mesure du DGP1, en moyenne, est plus près de la mesure de la population que celle du DGP2.

Puisque toutes les mesures de risque sont biaisées, le critère ultime afin de savoir si l'estimation de la mesure de risque est robuste à la présence d'erreur de type GARCH(1,1) est l'erreur quadratique moyen. En effet, bien que l'estimation du DGP1 soit moins biaisé, la variance peut changer la perception relativement à l'efficacité de l'estimation de la mesure. L'erreur quadratique moyen a pour avantage d'intégrer le biais et la variance de l'estimateur dans une même mesure. Ainsi, en comparant les tableaux 5 et 6, on voit que l'estimation de la mesure de risque, avec le DGP1, est plus efficace puisque son erreur quadratique moyen est plus près de zéro que celui du DGP2. À la lumière de ces résultats, nous pouvons en déduire que la mesure de risque d'inflation n'est pas robuste à la présence d'erreur de type GARCH puisque le DGP1 produit une estimation de la mesure de risque plus efficace que celle du DGP2. Ce résultat provient du fait que le modèle économétrique de prévision n'a pas été ajusté selon le DGP2. Pour avoir une meilleure estimation pour le DGP2, il aurait fallu estimer un modèle économétrique de type GARCH. Comme l'avaient précisé Kilian et

Manganelli, ce résultat révèle l'importance du choix du modèle économétrique pour l'estimation des mesures de risque :

In practice, we test for the existence of GARCH for each model and time period based on the Ljung-Box test. If there is no statistical evidence of GARCH, we model the residuals as i.i.d white noise.

(Kilian et Manganelli, 2003, p16)

Avec le DGP2, nous aurions, sans doute, retrouvé de l'autocorrélation entre les carrés des résidus si nous avions fait le test de Ljung-Box à toutes les séries simulées. Ainsi, le fait de ne pas modéliser la structure des résidus pour le DGP2 a un impact important sur la robustesse de l'estimation de la mesure de risque.

6. Conclusion

Cette article avait deux objectifs relativement à la mesure de risque proposée par Kilian et Manganello. En premier lieu, nous voulions estimer les prévisions des mesures de risque avec les données canadiennes. En posant certaines hypothèses sur les préférences du banquier central du Canada, il nous a été possible d'en tirer une condition d'optimalité, représentée par une balance des risques d'inflation et de déflation. Après avoir développé le cadre théorique de la mesure de risque, il fallait procéder à l'estimation de la mesure de risque. En estimant le meilleur modèle économétrique de prévision de l'inflation, relativement aux données canadiennes, il a été possible d'obtenir des estimations des mesures de risque, en temps réel, pour la période de 1970 à 2003. Nous avons pu constater les relations inégales entre le taux officiel d'escompte et la balance des risques malgré la règle de la politique monétaire favorisant une balance nulle.

Le deuxième objectif du présent article était de montrer que l'estimation de la mesure de risque d'inflation n'est pas robuste à la présence d'erreur de type GARCH(1,1). Par une étude de Monte Carlo, nous avons estimé des mesures de risque pour deux processus de simulation de données sans ajuster le modèle économétrique de prévision de l'inflation. Cette étude nous a permis de voir l'impact du choix du modèle économétrique [AR(1) avec erreur i.i.d. et AR(1) avec erreur GARCH(1,1)] sur l'efficacité de l'estimation des mesures de risque. Ce résultat indique l'importance de la bonne spécification du modèle de prévision quant à la structure des résidus.

Pour de futures recherches sur le sujet, il serait intéressant de développer deux aspects relativement à la mesure de risque. Le premier aspect serait de spécifier davantage le modèle économétrique en introduisant d'autres variables explicatives comme le taux de change, le taux de chômage ou le taux de croissance de la masse monétaire afin de voir les effets de ces variables sur les prévisions de l'inflation. Le deuxième aspect consisterait à l'ajustement des

paramètres des préférences du banquier central au fil du temps. La modification de ces deux aspect nous permettrait, sans doute, de comprendre davantage les relations entre la balance de risque et le choix de la politique monétaire au Canada.

7. Bibliographie

Alesina, Alberto et Lawrence H. Summers (1993), « Central and Independence and Macroeconomic Performance : Some Comparative Evidence », *Journal of Money Credit and Banking*, 25, 151-162.

Bernanke, B.S., et F.S. Mishkin (1997), « Inflation Targeting: A New Framework for Monetary Policy? », *Journal of Economic Perspectives*, 11(2), 97-116.

Blinder, A. (1997), « What Central Bankers Could Learn from Academics – and vice versa », *Journal of Economic Perspectives*, 11(2), 3-19.

Bollerslev, T. (1986), « Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity », *Journal of Econometrics*, 31, 307-328.

Christoffersen, Peter et Silvia Gonçalves (2003), « Estimation Risk in Financial Management », à être publiée bientôt.

Cross, P. (1996) « Étude spéciale : Diverses Mesures des Cycles d'Affaire au Canada 1947-1992 », *L'Observateur Économique Canadien*, Statistique Canada, no 11-010-xpb au catalogue.

Dodge, David, gouverneur de la Banque du Canada, « La Politique Monétaire Face aux Défis de l'Incertitude », *Allocution prononcée au Speakers Forum*. Toronto, Ontario le 29 janvier 2003, (voir : <http://www.banqueducanada.ca/fr/discours/2003/sp03-1f.htm>), Banque du Canada.

Engle, R.F. (1982), « Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation », *Econometrica*, 50, 987-1007.

Fishburn, P.C. (1977), « Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns », *American Economic Review*, 67(2), 116-126.

Fortin, Pierre, 1996, « The Great Canadian Slump », *The Canadian Journal of Economics*, 29 (4), 761-787

Friedman, Milton (1968), « The Role of Monetary Policy », *American Economic Review*, vol. 58, 1-17.

Hadar, J., et W. Russell (1969), « Rules for Ordering Uncertain Prospects », *American Economic Review*, 59, 24-34.

Hanoch, G., et H. Levy (1969), « The Efficiency Analysis of Choices Involving Risk », *Review of Economic Studies*, 36, 335-346.

Janody Philippe et Denis Neveux (1997), « L'Euro et l'Entreprise : Mode d'Emploi », Nouvelles Éditions Fiduciaires, Levallois-Perret, 16-43.

Kilian, Lutz et Simone Manganelli (2003), « The Central Banker as a Risk Manager : Quantifying and Forecasting Inflation Risks », *Séminaire Marcel-Dagenais d'économétrie et de macroéconomie*, le 1 avril 2003, Montréal : CIRANO, Université de Montréal.

Kydland F.E. et E.C. Prescott (1977), « Rules Rather than Discretion : The Inconsistency of Optimal Plans », *Journal of Political Economy* 85, 473-491.

Machina, M.J., et M. Rothschild (1987), « Risk, » dans: Eatwell, J., Millgate, M., and P. Newman (eds.), *The New Palgrave Dictionary of Economics*. London: MacMillan, 203-205.

Orphanides, Athanasios et Volker Wieland (2000), « Inflation Zone Targeting », *European Economic Review*, 44, 1351-1387.

Stokey, N. (2002), « Rules Rather than Discretion” After Twenty Five Years », University of Chicago
(voir : <http://www.src.uchicago.edu/users/stoke/cv5.htm>). *NBER Macroeconomics Annual* 2002, à être publiée bientôt.

Svensson, L.E.O. (2002), « Inflation Targeting: Should it be Modeled as an Instrument Rule or a Targeting Rule? », *European Economic Review*, 46, 771-780.

Svensson, L.E.O (1997), « Inflation Forecast Targeting: Implementing and Monitoring Inflation Targets », *European Economic Review*, 41, 1111-1146.

8. Annexe

Tableau 1 : Résultats du test de Ljung-Box avec un modèle AR(1).

Résidu			Résidu au carré		
Nombre d'autocorrélation	Statistique Q	Valeur critique	Nombre d'autocorrélation	Statistique Q	Valeur critique
1	0.6398	3.8415	1	0.5602	3.8415
2	2.1049	5.9915	2	0.5636	5.9915
3	2.1653	7.8147	3	0.5678	7.8147
4	2.4264	9.4877	4	0.7083	9.4877
5	5.6822	11.0705	5	9.5055	11.0705
6	7.0229	12.5916	6	9.7835	12.5916
7	7.9345	14.0671	7	10.0141	14.0671
8	8.0923	15.5073	8	10.0736	15.5073
9	8.0989	16.9190	9	13.1892	16.9190
10	9.9167	18.3070	10	13.7949	18.3070
11	10.1369	19.6751	11	13.9773	19.6751
12	10.7976	21.0261	12	14.0156	21.0261
13	11.1415	22.3620	13	14.3510	22.3620
14	12.2129	23.6848	14	14.6097	23.6848
15	13.7064	24.9958	15	14.6696	24.9958
16	15.3672	26.2962	16	14.6987	26.2962
17	15.4311	27.5871	17	15.0818	27.5871
18	16.0864	28.8693	18	15.1838	28.8693
19	17.8647	30.1435	19	15.1839	30.1435
20	22.0385	31.4104	20	15.2485	31.4104
21	22.4335	32.6706	21	15.3488	32.6706
22	22.4904	33.9244	22	15.4115	33.9244
23	22.9506	35.1725	23	15.4503	35.1725
24	23.3444	36.4150	24	15.6313	36.4150
25	23.6691	37.6525	25	15.6515	37.6525
26	28.4995	38.8851	26	21.9935	38.8851
27	28.6576	40.1133	27	21.9962	40.1133
28	31.1511	41.3371	28	22.5194	41.3371
29	31.3215	42.5570	29	22.7776	42.5570
30	31.6091	43.7730	30	22.8581	43.7730

Tableau 2: Résultat des critères d'information BIC et AIC sur la série d'inflation

Ordre	BIC	AIC	
1	-6,4098	-6,4661	
2	-6,366	-6,4511	
3	-6,4278	-6,542	Minimum local
4	-6,367	-6,5102	
5	-6,3251	-6,4988	
6	-6,3365	-6,5405	Minimum local
7	-6,2915	-6,5263	
8	-6,5625	-6,8285	Minimum global
9	-6,5101	-6,8078	
10	-6,4551	-6,785	
11	-6,4018	-6,7644	
12	-6,3737	-6,7694	

Tableau 3: Estimation du modèle AR(8)

Ordre	Paramètres estimés	Écart-type	Statistique t
Constante	0.0083	0.0049802	1,6759
1	0.6515	0.099743	6,5317
2	-0.1329	0.12243	-1,0852
3	0.1333	0.11921	1,1179
4	0.1067	0.11678	0,914
5	-0.1093	0.11725	-0,9325
6	0.1861	0.11614	1,6021
7	-0.0614	0.11595	-0,5292
8	-0.0085	0.091978	0,0921

Tableau 4: Estimations des modèles AR(3) et AR(6)

AR(3)				AR(6)			
Ordre	Paramètres estimés	Écart-type	Statistique t	Ordre	Paramètres estimés	Écart-type	Statistique t
Constante	0.0108	0.005165	2.0956	Constante	0.0087	0.0055822	1.5501
1	0.7161	0.10393	6.8909	1	0.6943	0.11062	6.2765
2	-0.1853	0.12753	-1.4532	2	-0.2151	0.13361	-1.6102
3	0.1078	0.1038	1.0386	3	0.0967	0.1358	0.7118
				4	0.0702	0.13165	0.5332
				5	-0.2313	0.12809	-1.8055
				6	0.2516	0.10314	2.4393
R2:		0.4462		R2:		0,4239	
R2 ajusté:		0.4192		R2 ajusté:		0,3708	
Nombre d'observations:		86		Nombre d'observations:		83	

Tableau 5: Résultats de l'espérance, du biais et de l'erreur quadratique moyen

DGP 1: $\pi_{t+1}^{(mc)} = 0.1 + 0.5\pi_t^{(mc)} + \varepsilon_{t+1}^{(mc)}$ où $\varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sim normal(0,1)$

N	RI			RD		
	Espérance	Biais	MSE	Espérance	Biais	MSE
100	0.56392	-0.00697	0.00913	-0.36203	-0.0022	0.00612
500	0.54025	0.00016	0.00265	-0.38041	0.00209	0.00181
1000	0.56651	0.0011	0.0019	-0.36316	0.00047	0.00106

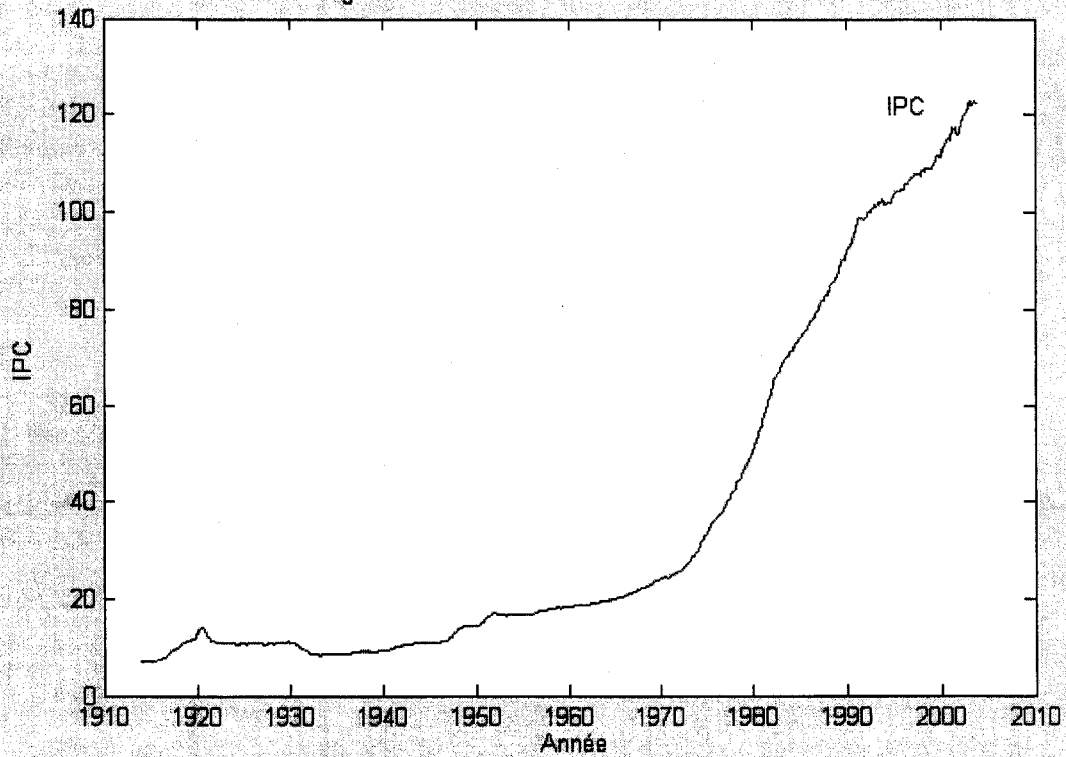
Tableau 6: Résultats de l'espérance, du biais et de l'erreur quadratique moyen

DGP 2: $\pi_{t+1}^{(mc)} = 0.1 + 0.5\pi_t^{(mc)} + u_{t+1}^{(mc)}$, $u_{t+1}^{(mc)} = \varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sqrt{h_{t+1}^{(mc)}}$ où $\varepsilon_{t+1}^{(mc)} \sim normal(0,1)$

$$h_{t+1}^{(mc)} = 0.15873 + 0.1(u_t^{(mc)})^2 + 0.8h_t^{(mc)}$$

N	RI			RD		
	Espérance	Biais	MSE	Espérance	Biais	MSE
100	0.67251	0.27994	0.10871	-0.47318	-0.28888	0.11009
500	0.65791	0.28349	0.10032	-0.48804	-0.28531	0.09928
1000	0.66735	0.28124	0.09574	-0.48278	-0.27817	0.09305

Figure 1: Évolution de l'IPC mensuel 1914-2003



Source: Statistique Canada, CANSIM tableau 3260001, série v735319, <http://cansim.statcan.ca>

Figure 2: Évolution l'inflation mensuelle 1915-2003

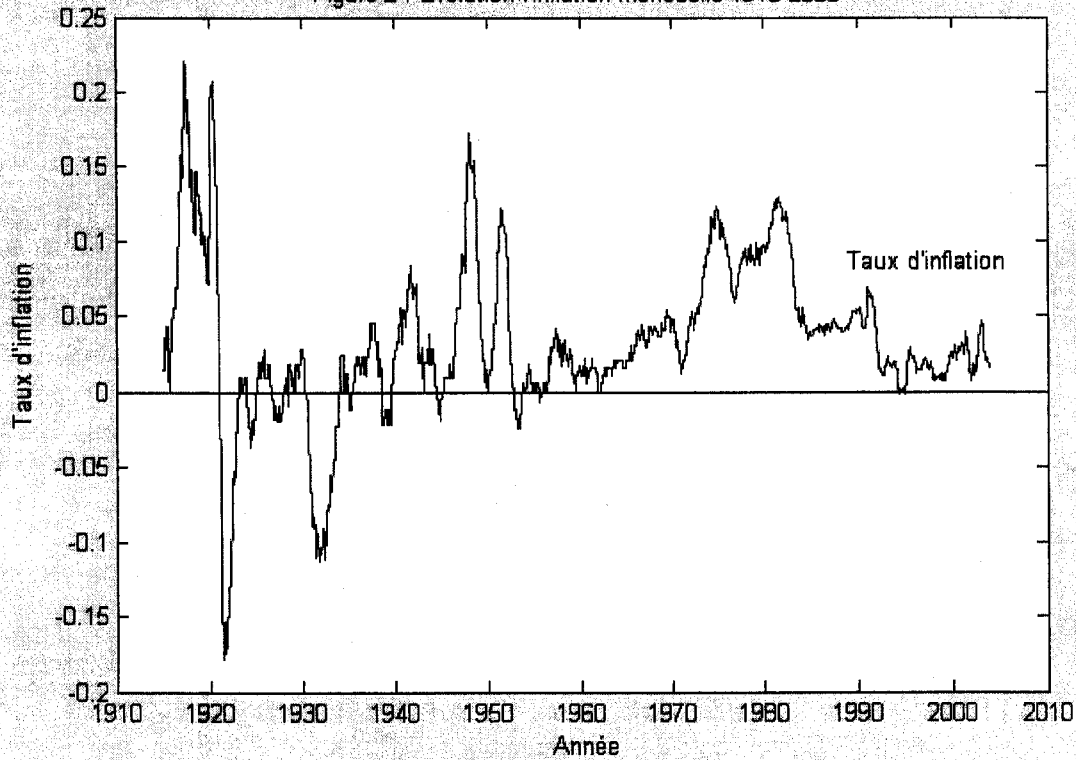


Figure 3: Fonction d'autocorrélation partielle de l'inflation, janvier 1915-2003

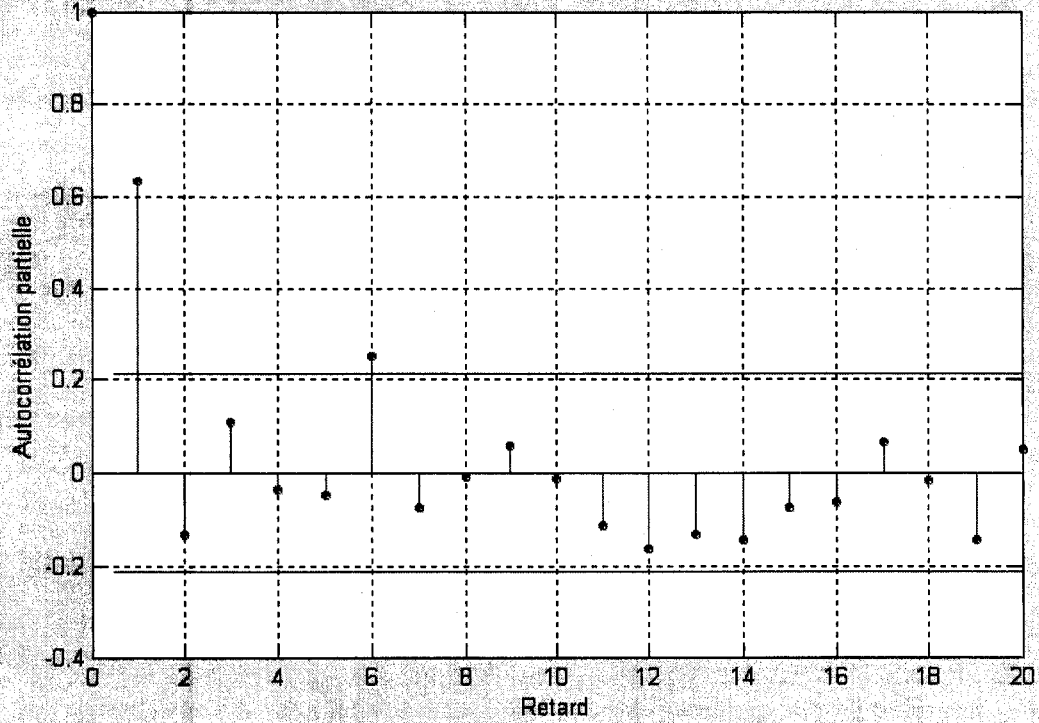


Figure 4: Préviation des mesures de risques, temps réel, 1970-2003

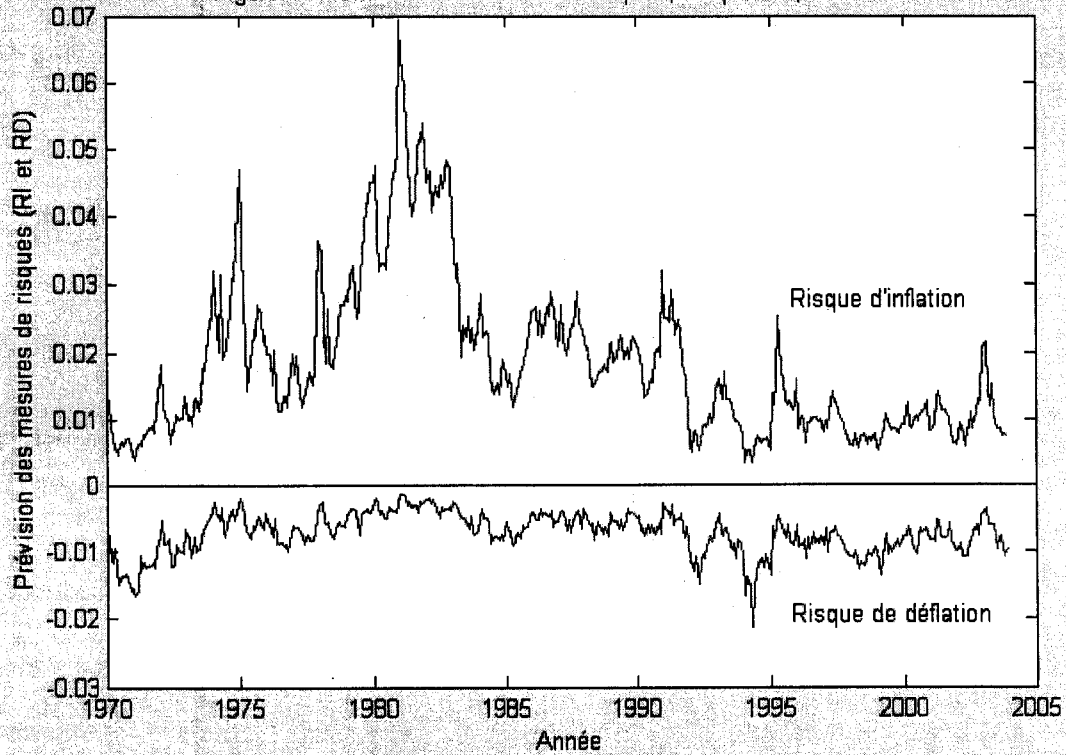


Figure 5: Comparaison entre le taux d'escompte officiel et la prévision de la balance de risque, temps réel, 1970-2003

