Université de Montréal

Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas.

por Hernán Morales Paredes

Département de Didactique
Faculté des sciences de l'éducation

Thèse présentée
en vue de l'obtention du grade de Philosophiae Doctor (Ph.D.)
en Sciences de l'Éducation
option didactique

mai, 2019

Université de Montréal

Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée :

Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas.

présentée par Hernán Morales Paredes

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Marcel Thouin
…………………………………………………………….
président-rapporteur

Philippe R. Richard
…………………………………………………………….
directeur de recherche

Annette Braconne Michoux
…………………………………………………………….
membre du jury

Elizabeth Montoya Delgadillo
Professeure - Instituto de Matemáticas. Universidad Católica de Valparaíso – Chili
……………………………………………………………
examinateur externe

Serge J. Larivée
…………………………………………………………….
représentant du doyen de la FES

Résumé

Cette recherche est menée dans le contexte éducatif de la Universidad Católica de la Santísima Concepción du Chili et porte sur le processus de formation des étudiants de pédagogie de l'enseignement secondaire en mathématiques. Lorsque l'étudiant commence ses études, il a déjà son propre système de croyances envers le travail mathématique, lequel est notamment par la manière dont les mathématiques lui ont été apprises dans le système scolaire. Ce système de croyances est susceptible d'être modifié à la suite des interventions dans sa formation initiale comme enseignant de mathématiques. Ensuite, il doit exercer sa pratique pédagogique dans un établissement d'enseignement où il devra enseigner un concept mathématique mettant en œuvre son propre système de croyances. Dans cette thèse, les modifications du système de croyances de l'étudiant sont expliquées lorsqu'il enseigne le concept de d'aire de quadrilatère dès son arrivée au programme de formation jusqu'à ce qu'il commence sa pratique professionnelle. Dans cette étude trois scénarios sont observés: scénario initial, avant commence; scénario simulé à l'université, et scénario réel, à l'école. La Théorie des Situations Didactiques et la théorie des Espace de Travail Mathématique sont les références théoriques à partir desquelles est analysée l'influence du programme de formation sur le système de croyances en matière d'enseignement par rapport au concept d'aire. Les résultats que nous avons obtenus montrent que les étudiants modifient leurs système de croyances envers le travail mathématique, passant d'une pratique que nous appelons traditionnelle ayant la présence principalement de définitions et exemples de contenu, à une autre dans laquelle le support matériel, situations du monde réel, l'utilisation d'outils et la dévolution sont intégrés pour établir les définitions et les propriétés par rapport au concept d'aire.

Mots-clés: Système des croyances sur le travail mathématique, processus de formation des enseignants des mathématiques au secondaire, didactique de la géométrie, théorie des situations didactiques, espace du travail mathématique.

Summary.

This research is conducted in the educational context of the Universidad Católica de la Santísima Concepción of Chile and focuses on the process of training secondary school pedagogy students in mathematics. By the time the student begins school, he or she already has his or her own belief system about mathematical work, including how mathematics was taught in the school system. This belief system is likely to change as a result of interventions in his initial training as a mathematics teacher. Then, he must practice his pedagogical practice in an educational institution where he will have to teach a mathematical concept implementing his own belief system. In this thesis, changes in the student's belief system are explained when he/she teaches the concept of quadrilateral area from the time he/she arrives in the training program until he/she begins his/her professional practice. In this study three scenarios are observed: initial scenario, before beginning; simulated scenario at university, and real scenario, at school. The Theory of Didactic Situations and Mathematical Workspace Theory are the theoretical references from which the influence of the training program on the teaching belief system is analyzed in relation to the concept of area. The results we obtained show that students are changing their belief systems towards mathematical work, moving from a practice that we call traditional with mainly definitions and examples of content, to one in which material support, real-world situations, the use of tools and devolution are integrated to establish definitions and properties in relation to the concept of area.

Keywords: Belief system on mathematical work, process of training teachers of mathematics in secondary school, didactics of geometry, theory of didactic situations, mathematical work space.

Resumen.

Esta investigación se realiza en el contexto educativo de la Universidad Católica de la Santísima Concepción de Chile, y trata del proceso de formación de estudiantes en la carrera de pedagogía media en matemáticas. Cuando el estudiante ingresa a estudiar ya trae su propio sistema de creencias hacia el trabajo matemático, influenciado por cómo a él le enseñaron matemáticas en el sistema escolar. Este sistema de creencias es susceptible de ser modificado producto de su formación inicial como profesor de matemáticas. Luego, él debe realizar su práctica pedagógica en algún establecimiento educativo, donde deberá enseñar algún concepto matemático poniendo en acto su propio sistema de creencias hacia el trabajo matemático. En esta tesis se da cuenta de las modificaciones de ese sistema de creencias del estudiante cuando enseña el concepto de área de un cuadrilátero, desde que ingresa al programa de formación hasta que comienza su práctica profesional. En este estudio se observan tres escenarios, inicial, antes de iniciar una asignatura, escenario simulado en la universidad, y escenario real, en la escuela. La teoría de las Situaciones Didácticas y la teoría del Espacio de Trabajo Matemático son los referentes teóricos desde los cuales se analiza la influencia del programa de formación sobre el sistema de creencias respecto del concepto de área. Los resultados que hemos obtenido nos muestran que los estudiantes modifican su proceso de enseñanza, desde una práctica que llamamos tradicional con presencia principalmente de definiciones y ejemplos de contenidos, a otra en que se integra el soporte material, situaciones del mundo real, el uso de artefactos y la devolución para establecer definiciones y propiedades respecto del concepto de área.

Palabras claves: Sistema de creencias hacia el trabajo matemático, proceso de formación de profesores de matemáticas, didáctica de la geometría, teoría de las situaciones didácticas, espacio de trabajo matemático.

Índice

Lista de tablas

Lista de figuras

Lista de siglas.

FONDEF: Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico.

MINEDUC: Ministerio de Educación de Chile.

PISA: Programme for International Student Assessment.

PSU: Prueba de Selección Universitaria.

SIMCE: Sistema de Medición de la Calidad de la Educación.

TIMMS: Trends in International Mathematics and Science Study.

UCSC: Universidad Católica de la Santísima Concepción.

Lista de abreviaciones.

COPISI: Concreto, Pictórico, Simbólico.

ETM: Espacio de Trabajo Matemático

TAD: Teoría Antropológica de lo Didáctico.

TD: Transposición Didáctica

ThETM: Teoría del Espacio de Trabajo Matemático.

TSD: Teoría de las Situaciones Didácticas

A mis hijos Cristóbal y Martín.

Agradecimientos.

A mi profesor guía Philippe R. Richard que me ha hecho conocer el mundo de la Didáctica de la Matemática y el ETM.

A las autoridades de la Universidad Católica de la Santísima Concepción en Chile, Rector, Director de Posgrado Decanos, Jefes de Departamento y colegas, que me apoyaron cada vez que lo necesité.

A los miembros del jurado que se han tomado su tiempo para leer y comentar este trabajo.

A las autoridades y académicos de la Faculté des Sciences de l'Éducation de l'Université de Montréal, por otorgar las facilidades, recursos y acompañamiento necesario para el desarrollo de este proyecto.

Introducción.

En Chile son las universidades las encargadas de formar buenos y exitosos profesores, y como académicos formadores de profesores hemos observado que el estudiante cuando llega a la universidad ya trae una ideología, que se puede llamar sistema de creencias hacia la enseñanza (Marcelo, 2009), es decir una forma de diseñar y realizar la enseñanza de algún concepto o materia, y que en el caso específico de nuestra tesis al tratarse de un concepto matemático, el sistema de creencias implica una forma de organizar el trabajo matemático (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015), que se fundamenta principalmente en las experiencias vividas en la escuela observando a sus propios profesores (Steins, Wittrock et Haep, 2016, p. 2404). A esto podemos agregar que el estudiante es una persona que ha decidido estudiar pedagogía, y que por lo tanto entiende lo que significa planificar y desarrollar clases. Sin embargo, existen antecedentes presentados por la evaluación docente en Chile (MINEDUC, 2013a) que muestran resultados débiles de actuales profesores ya formados en universidades y que se encuentran en un desempeño profesional respecto, por ejemplo, "para organizar las clases en una secuencia pedagógica coherente" (p. 18). Esto hace que resulte relevante estudiar pues la organización de una secuencia pedagógica debiese ser parte del proceso de formación de profesores.

La universidad, a través del proceso de formación interviene sobre lo que hemos llamado sistema de creencias hacia la enseñanza de un estudiante en formación, y esa intervención provoca alguna influencia o cambio en el proceso de enseñanza de algún contenido matemático por parte del estudiante. Pero, ¿qué tipo de influencia y cambios provoca el proceso de formación en el estudiante?, ¿qué aspectos del sistema de creencias hacia la enseñanza se modifican, y qué aspectos no se modifican? En la experiencia que hemos tenido como formadores nos hemos dado cuenta que a pesar del proceso de formación realizado, algunos estudiantes no modifican en gran medida su sistema de creencias hacia la enseñanza; como si ya estuviesen formados. Se percibe que esto es una dificultad ya que hay una gran inversión de tiempo y capital humano para propiciar y formar a un futuro profesor con buenas cualidades pedagógicas. Entonces resulta relevante conocer la influencia del proceso de formación, dar cuenta de sus fortalezas y sus falencias para retroalimentar o hacer las modificaciones necesarias de ese mismo proceso, y desde un punto de vista operativo permitir que el académico formador pueda modificar el sistema de creencias hacia la enseñanza del estudiante.

En esa lógica, la investigación que proponemos pretende dar cuenta de la influencia que ejerce un proceso de formación de profesores sobre el sistema de enseñanza de estudiantes que estudian pedagogía media en matemáticas. Con este fin proponemos la creación de un dispositivo de formación que es una estructura para planificar y realizar una clase de matemáticas. El dispositivo se construye y se aplica en la universidad por parte del estudiante, luego se supone que en cierta medida éste mismo lo adapta y aplica en la escuela.

Con este dispositivo se pretende obtener información respecto de qué aspectos o elementos del proceso de formación son aplicados por los estudiantes universitarios en formación cuando realizan una práctica pedagógica en la escuela[1]. Esa información resulta relevante para el académico formador de profesores, para comprender la forma de organización del sistema de creencias hacia el trabajo matemático en un proceso de formación de profesores.

En el primer capítulo de la problemática presentamos algunas propuestas respecto de la formación de profesores de matemáticas. En Chile, la investigación en este ámbito aún es escasa, sin embargo en los últimos años se han desarrollado estudios e investigaciones de formación de profesores que muestran una visión general de la formación; también observamos algunos ejemplos de formación en el extranjero. Esta información va delineando nuestra pregunta de investigación, para establecer la intención de investigar el proceso de modificación de los sistemas de creencias hacia el trabajo matemático por parte de un estudiante. La propuesta de investigación implica observar dos momentos relevantes, uno cuando el estudiante se forma en la universidad y que llamamos relación de formación, y otro en que el mismo estudiante adquiere un rol de profesor y asiste a la escuela a enseñar a alumnos, y que llamamos relación didáctica. La descripción de estas relaciones se presenta en el marco teórico.

[1] En Chile, el sistema educativo es nombrado de diferentes maneras, asociado al tipo de establecimiento y al nivel escolar. Los nombres utilizados son colegio, escuela o liceo. Para los efectos de nuestra investigación, en todos los casos utilizaremos la palabra "escuela", como genérica, y que señala la institución educativa escolar donde el estudiante realiza su práctica pedagógica.

En el segundo capítulo presentamos un marco teórico para sustentar nuestra propuesta. En la relación de formación, el programa de estudio en la UCSC fundamenta el proceso de la formación de profesores en la universidad. El estudiante realiza una clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero, poniendo en acto su sistema de creencias hacia el trabajo matemático. Luego, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (1986) y aspectos propios del currículum establecido por el Ministerio de Educación de Chile sustentan una estructura de construcción del dispositivo de formación. En la relación didáctica el mismo estudiante en rol de profesor diseña y realiza una clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero en la escuela. Winsløw (2009) nos entrega una estructura de análisis para dar cuenta de las variaciones del sistema de creencias hacia el trabajo matemático que el estudiante propone. El análisis para entender el proceso de enseñanza y cómo circula el conocimiento dentro de un trabajo matemático es observado y analizado utilizando la teoría del Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak et Richard, 2014a).

En el tercer capítulo presentamos el marco metodológico con los elementos que consideramos para la búsqueda y análisis de la información. El método de investigación es un tipo de estudio descriptivo y confirmatorio, bajo un paradigma cualitativo deductivo comparativo con estudio de casos y muestra intencionada, y que aplicamos en el contexto real de formación de profesores de matemáticas de educación media. Este contexto corresponde a las asignaturas de didáctica de la geometría y práctica pedagógica; en la primera el estudiante desarrolla su proceso de formación como profesor de acuerdo a los elementos de nuestra propuesta y en la segunda el mismo estudiante enseñanza matemáticas en la escuela. A través de la observación de los casos que se estudian, se nos permite obtener información real y contextualizada de la modificación del sistema de creencias hacia la enseñanza. Para ello el estudiante es observado en tres escenarios o momentos distintos; antes de iniciar la relación de formación como profesor de matemáticas, luego durante la relación de formación, que llamamos escenario simulado, y finalmente durante el desarrollo de la relación didáctica, que llamamos escenario real. Observaciones de clases, grabaciones en videos de ellas, planificaciones realizadas y entrevistas a estudiantes nos permite obtener la información.

En el cuarto capítulo presentamos el análisis de los resultados obtenidos a partir de las presentaciones de las clases realizadas por los tres estudiantes de la muestra, que fueron grabadas en video y su posterior transcripción. También se agregan las opiniones expresadas en la entrevista realizada a cada uno de ellos. Presentamos una propuesta de estructura de análisis e interpretación que permite observar y describir el proceso de modificación del sistema de creencias de los estudiantes de la muestra. La Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), la teoría del Espacio de Trabajo Matemático (ETM), y la estructura propuesta por Winsløw, son elementos teóricos que nos permiten establecer el análisis comparativo en la modificación del sistema de creencias y la influencia del proceso de formación de profesores.

En el quinto capítulo presentamos la interpretación de los resultados que incluye los tipos de transición entre los diferentes escenarios a partir de la estructura propuesta por Winsløw. Argumentamos respecto de la influencia del proceso de formación sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático, fundamentalmente explicada a través de la ThETM. Este capítulo termina con una síntesis de los resultados de nuestra investigación, de acuerdo a los objetivos propuestos.

En el sexto capítulo exponemos una proyección de los resultados y las conclusiones en que se expresan los aportes y límites de esta investigación, y proponemos ciertas líneas para una continuación de este trabajo.

Capítulo 1 Problemática.

1.1. Contexto de la investigación.

Desde el año 2006 nos encontramos como académicos realizando un programa de formación de profesores en asignaturas de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemáticas, en la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile, UCSC, en el que se forman profesores especialistas en matemáticas para enseñar a alumnos desde los 12 a los 17 años de edad de las escuelas chilenas. En la legislación educacional chilena, los alumnos en la edad de 12 años deben cursar 7mo año y que corresponde al primer año de educación secundaria (MINEDUC, 2009, p. 10). En la carrera mencionada impartimos como académicos las asignaturas de Didáctica de la Geometría, y de Práctica Pedagógica Progresiva. En la primera enseñamos a los estudiantes elementos teóricos y prácticos de la didáctica de la geometría propuestos por el programa de estudio (Educación, 2012b) y en la segunda observamos el desarrollo de su proceso de enseñanza que realizan a alumnos en etapa escolar en el contexto real del aula (Educación, 2012a), cuando asisten en forma individual a centros educativos. La participación como académico en ambas asignaturas nos ofrece una posición privilegiada para observar la práctica de la enseñanza de la geometría por parte de los estudiantes y que se puede evidenciar tanto en el aula universitaria como a través de las experiencias reales en clases con sus alumnos.

La posibilidad de observar ambas experiencias en cada asignatura, ha permitido darnos cuenta de aspectos exitosos y débiles de la formación de profesores de matemáticas en el ámbito de la didáctica de la geometría, que el estudiante desarrolla al enseñar a los alumnos de escuelas del sistema educativo chileno. Retroalimentar este proceso para mejorarlo o potenciar sus aspectos exitosos resulta relevante pues la sociedad chilena requiere mejores docentes (Educación-2020, 2015; Universia, 2018) y por la existencia de la prueba Inicia (CPEIP, 2017; Jara, 2013; Mizala, 2013) que tiene como objetivo entregar información respecto de los desempeños de los estudiantes en formación, específicamente de su formación didáctica de la geometría.

Desde un primer análisis de estas experiencias propias de quien propone este proyecto, y asociadas a las necesidades de formar buenos profesores, ha podido emerger una aproximación a una pregunta que guíe nuestra investigación; ¿cuál es el efecto de la formación inicial de profesores de matemáticas sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático de un estudiante? Ya hemos comentado que el sistema de creencias implica una forma de organizar y realizar la enseñanza. El trabajo matemático implica un trabajo en conjunto entre alumnos y profesores para el logro de objetivos orientados sobre las matemáticas. Esta pregunta resulta muy relevante dada las condiciones y propuestas de formación de profesores que está impulsando la sociedad chilena desde hace varios años; aún sin obtener los éxitos esperados y planificados. A continuación damos cuenta del desarrollo de estas propuestas (Educación-2020, 2015).

1.2. Antecedentes de la formación de profesores de matemáticas en Chile como aporte al proceso de formación en la UCSC.

El proceso de formación de profesores en Chile ha tenido importantes transformaciones y modificaciones, entre las que se destaca la heterogeneidad y autonomía entre las propuestas de formación de las distintas universidades chilenas (Avalos, 2004) y la débil preparación en conocimientos disciplinarios (Cox, Meckes et Bascopé, 2011).

Desde el punto de vista curricular, en el ámbito de formación de Profesores de Pedagogía en Educación Media en Matemáticas, en el año 2013 las universidades ofrecieron 28 programas (Martínez, 2014), con un currículum de formación que coincide entre las distintas universidades en que el promedio en la duración de formación es de 4,5 años (Avalos, 2004) la estructura curricular se ordena en cuatro ámbitos (Avalos et Matus, 2010; Cox et al., 2011):

a) de formación general: contenidos referidos a las bases sociales y filosóficas de la educación y de la profesión docente, el sistema educativo, bases históricas, ética profesional entre otros.
b) de especialidad: contenidos específicos del nivel y carrera incluyendo menciones para la Educación General Básica.
c) profesional: conocimiento de los educandos (desarrollo psicológico y de aprendizaje, diversidad), del proceso de enseñanza (organización curricular, estrategias de enseñanza y evaluación, orientación de niños y jóvenes),

conocimientos instrumentales para la enseñanza como las tecnologías de la información y comunicación y de los procedimientos de investigación.

d) práctica: actividades conducentes al aprendizaje docente propiamente tal, desde los primeros contactos con escuelas y aulas hasta la inmersión continua y responsable en la enseñanza. (Avalos, 2004, p. 13)

La formación de especialidad y profesional ocupa los dos tercios del tiempo total de formación, como valor promedio entre las distintas universidades formadoras de profesores (Avalos, 2004), que podría considerarse un valor adecuado, ya que existe consenso de que en la formación de profesores en Chile uno de los elementos claves para el éxito en el aprendizaje es la existencia de "una mayor proporción de cursos prácticos en la malla curricular de la carrera de formación" (Ortúzar, Flores, Milesi et Cox, 2009, p. 178) ya que a los estudiantes les permite una mayor comprensión del escenario real en la escuela.. Los mismos autores declaran que se observan mejores resultados en los alumnos de las escuelas, si los estudiantes en formación tienen "un mejor desempeño pedagógico, sobre todo en sus primeros años de enseñanza universitaria" (p. 174). Alvarez et al. (2011), señalan que Chile ha mejorado la formación de sus profesores, sin embargo los resultados distan de ser los esperados, ya que la puesta en práctica de la formación del estudiante en la escuela se ve fuertemente frenada por las experiencias personales previas del estudiante, lo que Marcelo (2009, p. 2) llama sistema de creencias hacia la enseñanza, y que ya expresamos, tiene su origen en las experiencias observadas en sus propios profesores vivenciadas en la escuela (Steins et al., 2016, p. 2404). El sistema de creencias implica tener una concepción respecto de cómo se hace una clase y hacer la clase, es decir implica un proceso reflexivo y la acción. Respecto de esto, el mismo Alvarez et al. (2011), señalan que la práctica pedagógica de los estudiantes "está asociada principalmente a saberes basados en aprendizajes adquiridos en la vida cotidiana, que son transferidos al ámbito profesional, y en la significación que ellos mismos elaboran de propias experiencias como estudiantes de secundaria" (p. 11), y aún más, muestran que para el estudiante, la relación que establecen entre su práctica y los saberes pedagógicos se caracteriza por centrarse exclusivamente en aspectos teórico disciplinares propios del contenido a enseñar "y no considerar aspectos referidos al cómo enseñar dicho contenido u otro" (p. 12), es decir ponen en un segundo plano los aspectos didácticos del contenido.

Según Avalos et Matus (2010), el peso relativo de las áreas de conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido (Shulman, 2005), juntas alcanzan el 70% del plan curricular, y el de práctica corresponde a un 18% (Avalos, 2004; Educación, 2012a; Facultad de Educación, 2011b). Así, los tiempos destinados a la relación teórico-práctica en que se presenta la didáctica de la matemática en el proceso de formación, parecen bastante amplios, sin embargo los buenos resultados del proceso de formación no son los que se esperan. Cox (2006), señala que en el año 1998 la prueba internacional TIMSS interrogó a los profesores de matemáticas de una muestra de octavos años acerca de cuán preparados se sentían para enseñar matemáticas. El 45% de ellos declaró tener poca confianza en su preparación para enseñar los contenidos, lo que muestra un resultado malo, considerando que el promedio del 14% internacional. La razón que se da para esta gran debilidad es que las universidades forman profesores en los ámbitos pedagógicos globales y no en los procesos didácticos específicos. En el informe La Educación Superior en Chile (OCDE et Mundial, 2009), señala que la preparación en la educación superior en Chile ha sido deficiente debido a la falta de integración entre la facultad de educación y las otras disciplinas al interior de las universidades, hecho representado a través del testimonio de un estudiante que señala que aquí ha aprendido mucho sobre matemáticas, pero no ha aprendido cómo enseñar matemáticas" OCDE et Mundial (2009). Es decir, en el contexto global de formación de profesores en Chile (Cox, 2006); hay demasiado énfasis en el conocimiento del contenido por sobre el conocimiento pedagógico del contenido en los procesos de formación en didáctica de la matemática, y así no se están obteniendo los logros esperados (Ceppe, 2013; Educación-2020, 2015; MINEDUC, 2014b; OCDE et Mundial, 2009).

Razones de este fracaso se pueden encontrar en la autonomía universitaria; es decir, cada universidad puede proponer su propio itinerario de formación (Avalos, 2004; Avalos et Matus, 2010), sin mucho control por parte del Estado sobre ella, y ocurre que el proceso de formación se focaliza demasiado en el conocimiento del contenido, dejando en un segundo plano el conocimiento pedagógico del contenido (Shulman, 2005), y así, se observa que existe en general un proceso de formación de profesores en Chile relativamente estándar, sin grandes diferencias entre una institución y otra (Cox, 2006; OCDE et Mundial, 2009).

Existen algunas recientes investigaciones en Chile, que muestran una intervención en el proceso de formación de profesores para obtener una suficiente y exitosa influencia en los aprendizajes de los alumnos en las escuelas. Específicamente hay uno que durante el año 2014 se desarrolló con fuertes vínculos hacia la enseñanza de la matemática. Tal es el caso del Proyecto Fondef[2] "Recursos para la formación inicial de profesores" (FONDEF, 1991; Martínez, 2014), que elaboró una colección de textos con dos objetivos. El primero es poner a disposición estos textos a los estudiantes de pedagogía y formadores de profesores, interpretando los Estándares (CPEIP, CIAE et CEPPE, 2012) de modo que contribuyan a mejorar la preparación de los futuros profesores para enseñar matemáticas, y el segundo es "aportar a formar capacidades locales, en instituciones de educación superior para favorecer la implementación de estándares mínimos de formación" (Martínez, 2014, p. 12). Los textos propuestos están diseñados para la formación de un profesor que se prepara para enseñar el currículum escolar chileno de matemáticas, es decir, para enseñar lo que los alumnos deben aprender, tal como está definido en el currículum (Martínez, 2014). El fundamento teórico se centra en el MKT (Mathematical Knowledge for Teaching) que incluye conocimientos disciplinares y conocimientos pedagógicos del contenido (Ball, Hill et Bass, 2005; Ball, Thames et Phelps, 2008; Shulman, 1987, 2005).

Entre los resultados de las aplicaciones de los textos, Martínez (2014) señala que se observó una fuerte presencia del conocimiento matemático común en desmedro del conocimiento especializado y del conocimiento pedagógico del contenido Esta observación se ha repetido en el escenario internacional. Bacon (2009), señala que existe una ausencia de conocimientos didácticos en los procesos prácticos. Del mismo modo Perrenoud (2000) presentaba un análisis más descriptivo respecto de esta misma ausencia al señalar que es importante organizar un debate respecto de qué hacer en formación inicial para ser coherente con lo solicitado por la sociedad. En la práctica profesional debiera considerarse el proyecto personal del estudiante que se forma, pero compatible con el diseño y los objetivos generales de la formación inicial. De lo anterior se desprende que los problemas y escenarios de formación de profesores en un contexto internacional, son similares a los chilenos y a lo que

[2] Fondef: Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico.

ocurre en la UCSC en la formación de profesores de pedagogía en educación media en matemáticas.

Dado que los procesos de formación de profesores dependen de lo que cada universidad proponga, aunque existen elementos curriculares coincidentes, podemos preguntar ¿por qué no se obtienen mejores resultados en la formación de profesores de matemáticas? Tal vez el proceso de formación de profesores no es lo suficientemente influyente en la modificación del sistema de creencias de los estudiantes de pedagogía, entonces, ¿cuál es el efecto de la formación inicial de profesores de matemáticas sobre ese sistema? Ninguno de los proyectos nombrados (CPEIP et al., 2012; FONDEF, 1991; Martínez, 2014) apuntan a un elemento central de nuestra investigación que es explicitar qué ocurre al interior del aula universitaria en la relación académico estudiante, en el momento que ocurre el proceso de formación, y su impacto posterior en el aula escolar en un escenario real de enseñanza de algún concepto matemático específico. Los elementos contextuales que hemos señalado justifican llevar adelante esta investigación que permita responder a la pregunta ¿cuál es el efecto de la formación inicial de profesores de matemáticas sobre el sistema de creencias de un estudiante?, ya que nos guía para obtener información relevante respecto a la influencia de la formación inicial docente sobre el sistema de creencias del estudiante de pedagogía en matemáticas en un contexto real, enseñando a los alumnos, y observar si existe coherencia con el proceso de formación vivido en la universidad. Nos resulta muy relevante para obtener información sobre la formación inicial docente que retroalimente el proceso en la UCSC, así como entregar sugerencias a necesidades requeridas por el sistema educativo chileno, y establecer el impacto o las diferencias considerando lo señalado por Winsløw (2009), que el proceso de formación se ve frenado o influenciado por las experiencias previas que el estudiante ha tenido como alumno en la escuela.

Entre la necesidad de retroalimentar el proceso se encuentra la variable del ámbito de gestión referida a la acreditación de carreras de formación de profesores que es obligatoria en Chile de tal modo que los estudiantes que estudien en instituciones no acreditadas no podrán desempeñarse en el sistema público de educación (CNA-Chile, 2018), y esto afecta a la definición de los perfiles académicos que establece la UCSC (UCSC, 2015a) en el sentido de redefinirlos o adecuarse a los requerimientos sociales y académicos. Igualmente las universidades a través de la ley 20.903 (MINEDUC, 2017) que señala los niveles de desempeño profesional y desarrollo docente que deben tener los profesores, en cierta manera obliga a las instituciones universitarias a formar profesionales que les aseguren a ellos mismos estándares de desempeño adecuados a los requeridos por el sistema; que corresponden a una etapa obligatoria cuyos niveles son inicial, temprano y avanzado; y una etapa voluntarias cuyos niveles son experto I y experto II. El mayor o menor logro en estas etapas implica efectos sobre sus remuneraciones (Chile, 2009; MINEDUC, 2017, 2018) y mejores posibilidades contractuales, un profesor con mal desempeño puede ser desvinculado de la institución en la que trabaja. Dada estas variables profesionales, es relevante que las universidades comprometan ciertas características en su proceso de formación, asociadas a una buena calidad de la enseñanza, y en este sentido en este proyecto nos interesa visualizar el impacto que pueda tener un proceso de formación de profesores en el futuro desempeño profesional que pueda tener un estudiante que se ha formado en nuestra universidad.

Además resulta relevante dilucidar cuál es la relación didáctica que el estudiante tiene respecto de un contenido matemático. Uno de los supuestos que proponemos es que un proceso de formación se ve frenado o fuertemente influenciado por las experiencias previas que el estudiante ha tenido como alumno en la escuela, como ya lo señalamos (Álvarez, 2011). Durante el proceso de formación, previo a esta investigación, elegimos el contenido de área de un cuadrilátero, por su relevancia en el eje de geometría propuesto por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2014a), que además es estudiado en la asignatura de didáctica de la geometría que impartimos en la universidad. Desde el punto de vista de la oportunidad, el concepto de área se muestra como funcional y operativo pues dada la condición de académico de la asignatura señalada, nos vemos en la obligación de abordarlo desde su didáctica, y que es esencial para la continuación del aprendizaje de contenidos geométricos en los siguientes años escolares de educación secundaria. En este sentido, el MINEDUC (2014a) plantea que:

> los y las estudiantes aprenderán a calcular perímetros, áreas y volúmenes al resolver problemas técnicos y cotidianos. Al final de este ciclo, deberán ser capaces de apreciar y utilizar de manera adecuada y precisa las propiedades y relaciones geométricas, tendrán que ser competentes en mediciones geométricas y deberán poder relacionar la geometría con los números y el álgebra de manera armoniosa y concreta. (p. 7)

El concepto de área de un cuadrilátero aparece como relevante y pertinente de ser estudiado pues determinar el área de un cuadrilátero o comprender el concepto, son objetivos que permiten cumplir con la condición de medir lo que conlleva aplicación a la vida diaria, de relacionarlo con el mundo real, tiene vínculos con el álgebra, permite el desarrollo de habilidades establecidas en el propio currículum. Además se considera pertinente, pues se encuentran en el programa de formación de profesores (Facultad de Educación 2012) y en el currículum escolar (MINEDUC, 2014a) lo que permite establecer una continuidad y una comparación entre ambos escenarios curriculares, el universitario y el escolar.

Desde el punto de vista nuestra investigación adquiere un carácter pertinente y relevante con las necesidades tanto de formación de profesores en Chile, como las solicitadas por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2009; Rodriguez et al., 2013; Ruffinelli, 2015; Sylvia Eyzaguirre, 2014).

1.3. Propuesta curricular del Ministerio de Educación de Chile como elemento orientador de la formación de profesores.

En el proceso de formación de profesores en la UCSC, se ha declarado la relación y coherencia que debe tener este proceso (Educación, 2012a; Facultad de Educación, 2011a, 2011b; MINEDUC, 2012a) con elementos orientadores, procesos de enseñanza y contenidos, que el Ministerio de Educación de Chile propone y recomienda. El documento oficial del Ministerio se conoce como Progresión de Objetivos de Aprendizaje (MINEDUC, 2014a), en que se expresan explícitamente los contenidos relacionados al concepto de área que un profesor de matemáticas debe enseñar a los alumnos de una escuela; en cualquier lugar geográfico de Chile; y que por lo tanto son contenidos que debieran ser considerados en la formación de profesores en las universidades chilenas.

La progresión de objetivos de aprendizajes del Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC, 2014a), presenta los siguientes objetivos y conceptos matemáticos relacionados con el concepto de área de un cuadrilátero, y que se deben enseñar a partir de 7mo año (1er año medio):

1. Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

2. Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies de prismas rectos con diferentes bases: estimando de manera intuitiva área de superficie, desplegando la red para encontrar la fórmula del área de superficie en prismas diversos, aplicándolas las formulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria (MINEDUC, 2014a, p. 6).

Los conceptos y procedimientos matemáticos que deberían desarrollar los alumnos referidos a área de un cuadrilátero son los establecidos en los objetivos de aprendizaje, y cuyo nivel de logro o fracaso está determinado por los indicadores de evaluación (MINEDUC, 2012b, p. 28). Estos indicadores son los siguientes:

Tabla I. Objetivos e indicadores (MINEDUC, 2012b).

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones	Dibujan dos o más rectángulos de igual perímetro. Dibujan dos o más rectángulos de igual área. Dibujan rectángulos cuya área se conoce. Por ejemplo, dibujan dos rectángulos que tengan área de 36 cm^2. Comprueban que, entre los rectángulos de igual perímetros, el cuadrado es el que tiene mayor área.
Calcular áreas de triángulos, de paralelogramos y de trapecios, y estimar áreas de figuras irregulares aplicando las siguientes estrategias: conteo de cuadrículas, comparación con el área de un rectángulo, completar figuras por traslación	Forman figuras en el plano, trasladando figuras. Por ejemplo: trasladan dos triángulos para unirlos a un rectángulo y forman un trapecio. Forman figuras del plano a partir de reflexiones. Por ejemplo: reflejan un triángulo equilátero respecto de uno de sus lados para formar un rombo. Transforman figuras del plano en otras de igual área, aplicando transformaciones isométricas. Por ejemplo: aplican traslaciones para transformar paralelogramos en rectángulos de igual área. Elaboran estrategias para calcular áreas de triángulos rectángulos a partir del área de un rectángulo. Elaboran estrategias para calcular áreas de triángulos acutángulos, usando áreas de triángulos rectángulos. Calculan áreas de triángulos acutángulos, aplicando estrategias elaboradas. Elaboran estrategias para calcular áreas de

	triángulos obtusángulos a partir de paralelogramos. Explican la estrategia usada en la resolución de un problema relativo a cálculos de áreas de rectángulos. Evalúan la solución de problemas relativos a áreas en función del contexto del problema. Estiman áreas pedidas en un problema y cotejan esta estimación con la solución obtenida del problema.

En el contexto de nuestra investigación, dar cuenta de la influencia que puede ejercer un proceso de formación de profesores sobre la práctica de la enseñanza de la geometría que estudiantes en formación realizan en la escuela resulta relevante a la luz de los lineamientos sugeridos por el currículum establecido en los Programas de Estudio de matemáticas (MINEDUC, 2012b), tanto respecto del conocimiento del contenido de geometría como del conocimiento pedagógico de ese contenido. En los programas se señala que se espera que los alumnos escolares desarrollen "aprendizajes cognitivos y no cognitivos que conducen a la autonomía necesaria para participar en la vida de nuestra sociedad" (MINEDUC, 2012b, p. 5).

Sin desconocer los lineamientos ministeriales, consideramos lo autonomía e independencia de nuestra investigación y del proceso de formación de profesores en la UCSC de esos lineamiento, y reiteramos nuestra pregunta previamente señalada ¿cuál es el efecto de la formación inicial de profesores de matemáticas sobre el sistema de creencias de un estudiante?

1.4. Enseñanza del concepto de área en libros escolares.

En general, en los textos utilizados en la enseñanza del concepto de área, se muestra desde un punto de vista tradicional que el área corresponde a la medida de la superficie y en la práctica su valor y cálculo se efectúa de manera indirecta, es decir, midiendo la longitud de algunos de los elementos de la figura y realizando ciertas operaciones con dichas medidas (Baldor, 2004; Martínez, 2002; Mejía, Torres et Marulanda, 2010; Rich, 1991; Santillana, 2010). Sin embargo, en los últimos dos años se ha introducido el concepto de área como medida de magnitud propia. Askey (2013), plantea la propuesta relacionada al área como medida de magnitud propia y se inicia la actividad como una estimación de la medida del área de una pieza de rompecabezas. Para ello, previamente se pide calcular el área de una figura usando un papel cuadriculado como se muestra a continuación (Askey, 2013, p. 293-295):

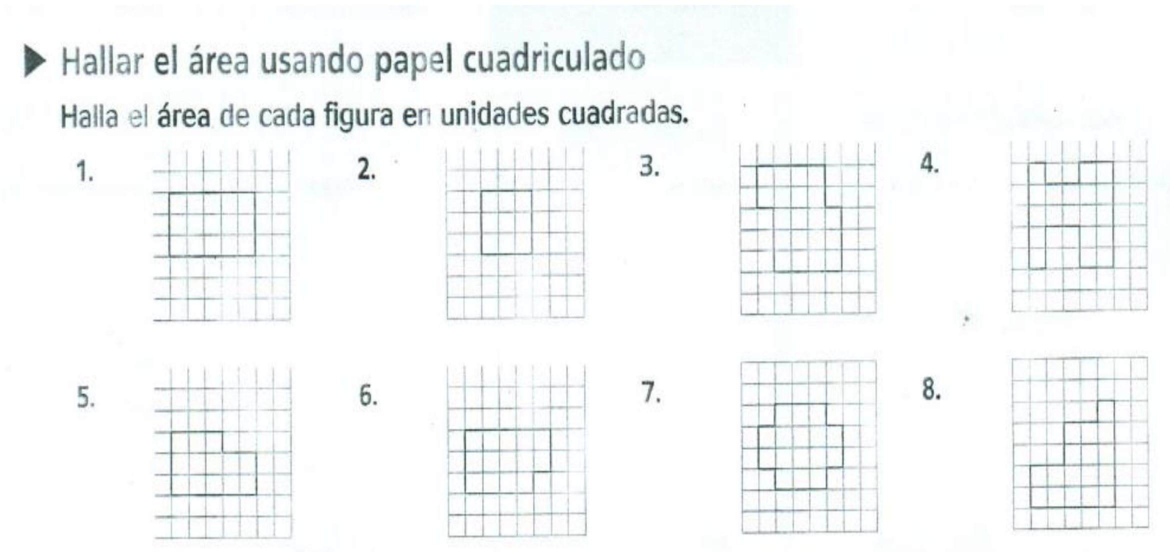
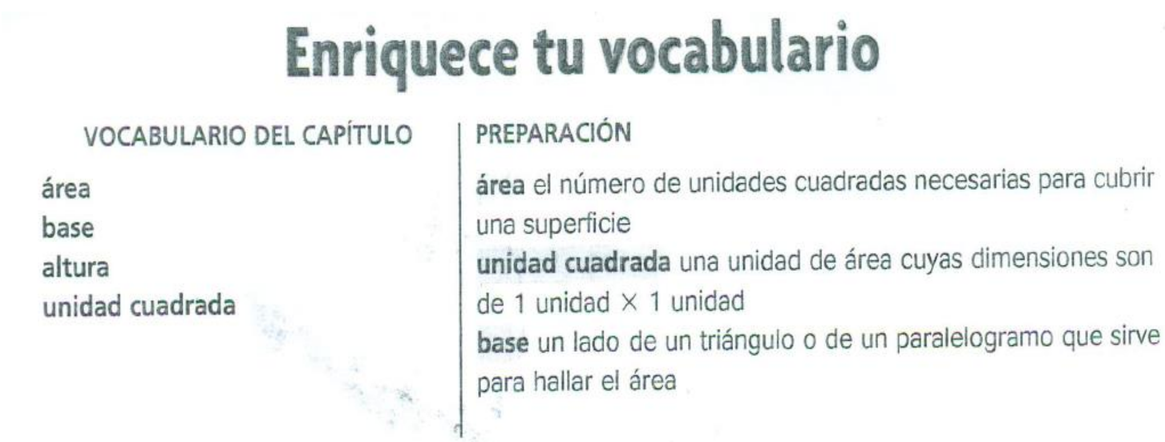


Figura 1. Cálculo del área usando papel cuadriculado (Askey, 2013).

Para introducir conceptos esenciales, lo hace través de un cuadro denominado "enriquece tu vocabulario"



Enriquece tu vocabulario

VOCABULARIO DEL CAPÍTULO

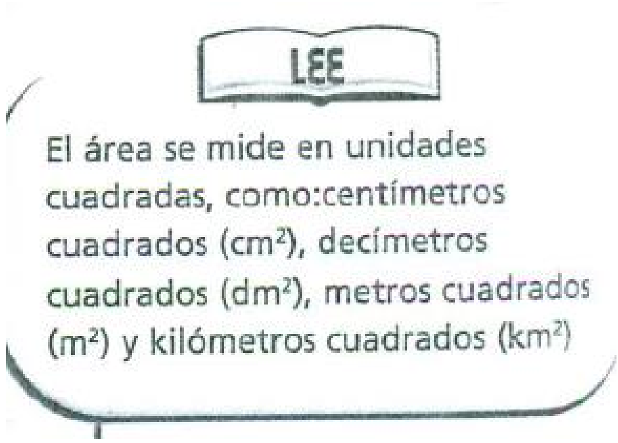
área
base
altura
unidad cuadrada

PREPARACIÓN

área el número de unidades cuadradas necesarias para cubrir una superficie
unidad cuadrada una unidad de área cuyas dimensiones son de 1 unidad × 1 unidad
base un lado de un triángulo o de un paralelogramo que sirve para hallar el área

Figura 2. Vocabulario de conceptos matemáticos (Askey, 2013).

y con pequeñas viñetas denominadas "lee" en que se impone la unidad de medida del área:

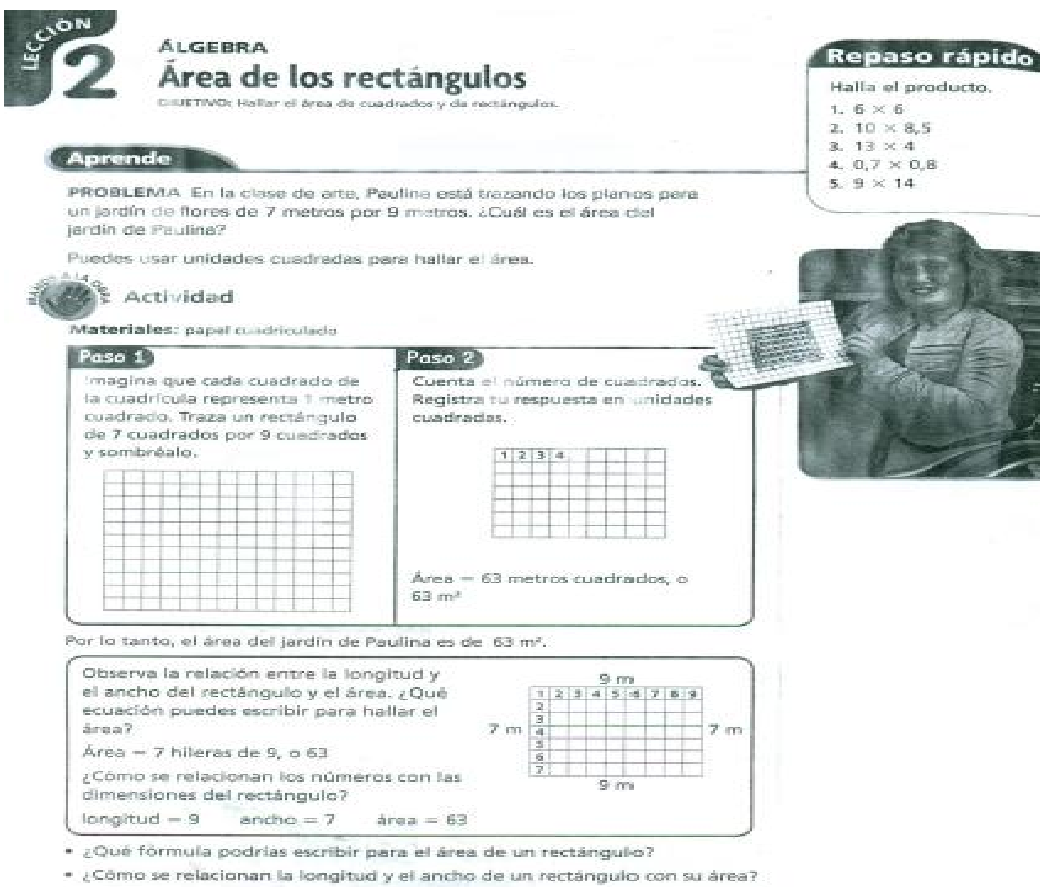


LEE

El área se mide en unidades cuadradas, como:centímetros cuadrados (cm^2), decímetros cuadrados (dm^2), metros cuadrados (m^2) y kilómetros cuadrados (km^2)

Figura 3. Instrucción de lectura (Askey, 2013).

Luego, en el mismo texto se aborda la determinación del área de un cuadrado a través del la unidad cuadrada, como se muestra en la siguiente figura.



LECCIÓN 2

ÁLGEBRA

Área de los rectángulos

OBJETIVO: Hallar el área de cuadrados y de rectángulos.

Repaso rápido

Halla el producto.

1. 6 × 6
2. 10 × 8,5
3. 13 × 4
4. 0,7 × 0,8
5. 9 × 14

Aprende

PROBLEMA En la clase de arte, Paulina está trazando los planos para un jardín de flores de 7 metros por 9 metros. ¿Cuál es el área del jardín de Paulina?

Puedes usar unidades cuadradas para hallar el área.

Actividad

Materiales: papel cuadriculado

Paso 1

Imagina que cada cuadrado de la cuadrícula representa 1 metro cuadrado. Traza un rectángulo de 7 cuadrados por 9 cuadrados y sombréalo.

Paso 2

Cuenta el número de cuadrados. Registra tu respuesta en unidades cuadradas.

Área = 63 metros cuadrados, o 63 m^2

Por lo tanto, el área del jardín de Paulina es de 63 m^2.

Observa la relación entre la longitud y el ancho del rectángulo y el área. ¿Qué ecuación puedes escribir para hallar el área?

Área = 7 hileras de 9, o 63

¿Cómo se relacionan los números con las dimensiones del rectángulo?

longitud = 9 ancho = 7 área = 63

- ¿Qué fórmula podrías escribir para el área de un rectángulo?
- ¿Cómo se relacionan la longitud y el ancho de un rectángulo con su área?

Figura 4. Área de los rectángulos (Askey, 2013)

La relevancia de lo mostrado en este texto, es que es uno que se utiliza para ser entregado a los alumnos de las escuelas de Chile a través de una edición especial para el Ministerio de Educación.

1.5. Obstáculos y errores de los alumnos respecto de área y perímetro.

En Chile existe una investigación realizada por Reyes, Dissett et Gormaz (2013) asociada al proyecto ReFIP (Recursos para la Formación Incial de Profesores) (CMM, 2014) que muestra ciertos obstáculos y errores. Ellos señalan que es muy común que los alumnos confundan fórmulas de perímetro y área. Por ejemplo, "un alumno sistemáticamente al calcular el área de rectángulos entrega como resultado el doble de la medida correcta" (Reyes et al., 2013, p. 165) ya que el alumno al calcular el perímetro de un rectángulo suma la medida de los lados y el resultado lo multiplica por dos, entonces en el cálculo del área ocurre lo mismo; multiplica la medida de los lados y ese resultado lo multiplica erróneamente por 2 (Reyes et al., 2013).

Otra concepción alternativa es suponer que si dos rectángulos diferentes tienen el mismo perímetro, entonces tiene la misma área. Reyes et al. (2013) presentan una figura para demostrar gráficamente esta concepción alternativa, en que en una grilla formada por cuadrados de 1 cm se dibujan diferentes rectángulos cuyo perímetro es de 16 cm (p. 162):

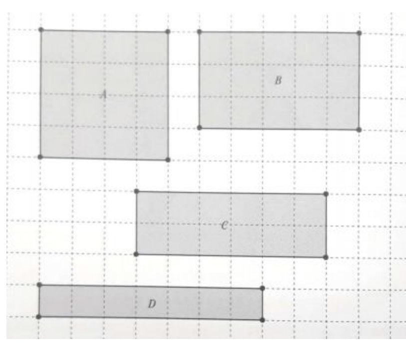


Figura 5. Concepción alternativa mismo perímetro misma área (Reyes et al., 2013).

Todos los rectángulos anteriores tienen el mismo perímetro, pero diferentes áreas.

De forma similar, se puede dibujar rectángulos que tienen la misma área, pero diferente perímetro (p. 162)

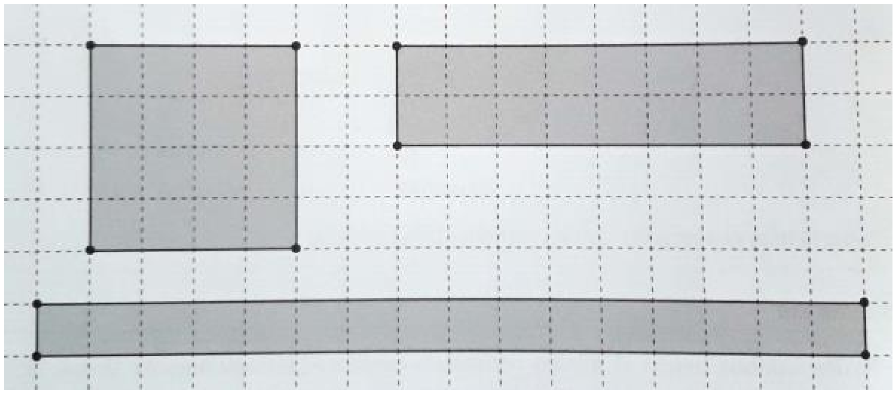


Figura 6. Concepción alternativa misma área mismo perímetro (Reyes et al., 2013)

Estas son concepciones alternativas recurrentes que han sido observadas en diferentes ocasiones por los autores ya señalados.

1.6. Sistema de creencias de la enseñanza del concepto de área en profesores de matemáticas en ejercicio profesional.

Como académico del Departamento de Didáctica de la Facultad de Educación de la UCSC, se tuvo la ocasión de obtener información respecto al actual proceso de enseñanza del concepto de área que realizan profesores en ejercicio en distintos establecimientos educativos. Entrevistamos a 13 profesores en ejercicio y que se encontraban trabajando en la enseñanza de la geometría en sus escuelas. Ellos asistieron a una actividad académica relacionada con los programas de estudio del Ministerio de Educación a la UCSC, y en esa misma oportunidad fue posible conversar y nos dimos la tarea de averiguar qué sucede en la enseñanza de algún concepto matemático en la escuela; específicamente cómo enseñan los profesores actualmente en ejercicio el concepto de área de un cuadrilátero, que es uno de los contenidos relevantes en la formación de profesores en la UCSC (Educación, 2012b; Facultad de Educación, 2011b), y también se encuentra propuesto por los Programas de Estudio (MINEDUC, 2012b, 2014a).

Desde la visión de un paradigma cualitativo (Paillé et Mucchielli, 2013), los resultados son reveladores y muestran una interesante justificación de la investigación que realizamos.

El programa de estudio propuesto por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2014a), señala que el objetivo de aprendizaje que alumno debe lograr respecto del contenido de área de un cuadrilátero es desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios (MINEDUC, 2014a, p. 6), y considerando este objetivo, se les preguntó a cada uno de los 13 profesores ¿cómo enseñaría usted el concepto de área de un cuadrilátero? Los profesores respondieron lo siguiente:

Tabla II. Respuestas de profesores en la actividad indagatoria previa

Profesor 1	Le entregaría material concreto y le asignaría medidas, y les diría que el área se constituye por la multiplicación de dos de sus lados.
Profesor 2	1º Explicaría la diferencia entre área y perímetro. Los haría pintar el área de variadas figuras con un color y bordear el perímetro con otro color. 2º Luego enseñaría las fórmulas del perímetro y el área, y los haría calcular en las mismas figuras 1º el perímetro, luego el área y muchos ejercicios, luego resolución de problemas.
Profesor 3	R: Los alumnos medirían 1º los lados del cuadrilátero, colocarían las medidas en cada lado y luego multiplicarían la altura por el ancho. Ejemplo 2º Identificarán sus lados cuál es la altura y cuál es el ancho.
Profesor 4	1º Identifico sus lados. 2º Identifico su base y su altura. 3º Multiplico base x altura. 4º Tendremos el área de un cuadrilátero.
Profesor 5	Al enseñar el área de un cuadrilátero como por ejemplo el cuadrado, rectángulo, entre otros; los estudiantes deben tener claro el concepto de cuadrilátero y de área. Posteriormente explicarles que en un cuadrado es a^2 (todos los lados iguales) y en un rectángulo sería a x b. Dando a conocer que el área es la superficie de estas figuras o la región interior.
Profesor 6	1º Explicar qué es al área (concepto). 2º Decir que el área de un cuadrilátero matemáticamente se expresa A=base x altura = b x h.
Profesor 7	1º Hacer diferencia entre área y perímetro. 2º Luego enseñar la fórmula para el área de un cuadrilátero. 3º El área de un cuadrilátero es base por altura. 4.- Enseñar mediante un ejemplo A = 4 cm x 2 cm = 8 cm^2.
Profesor 8	1º Identificar las partes de cada cuadrilátero; su base y su altura. 2º Multiplicar base por altura.

Profesor 9	1º Les mostraría diferentes cuadriláteros por medio de imágenes. 2º Luego les mostraría objetos con forma de cuadriláteros y que ellos nombren cosas que tengan estas formas. 3º Les explico cómo sacar la base por la altura, para esto les hago marcar en el cuadrilátero cuál es la imagen de la altura.
Profesor 10	1º Les muestro a los alumnos una imagen con un cuadrado como: 2º Les indico que el área se obtiene multiplicando la medida de la base por la altura. Los alumnos realizan la multiplicación.
Profesor 11	1º Los alumnos deben entender el concepto de ancho y largo de un cuadrilátero. 2º En el caso de un rectángulo comprenden que la distancia de a se repite 2 veces y la de b también. 3º Luego se les explica que vamos a calcular la superficie del cuadrado es decir el espacio que está dentro de la figura. Luego se les explica que el largo se multiplica por el ancho. Para sacar el área escriben la fórmula en sus cuadernos e identifican símbolos y términos a tratar. 4º Se les da una serie de cálculos para ejercitar. 5ª Para esta actividad se les puede mostrar un PPT con animaciones.
Profesor 12	1º Pedir a los estudiantes que observen la figura. 2º Explicar que para obtener el área de ella se debe obtener el producto de sus lados no paralelos.
Profesor 13	Comenzar explicando el concepto de área como el espacio que ocupa una superficie. Luego utilizar superficies pequeñas y conocidas por él para comenzar.

Al analiza de manera global las respuestas de los profesores, vemos que los profesores piensan el concepto de cuadrilátero asociado a cuadrados, principalmente, o rectángulos; pero dejan fuera los rombos, romboides, trapecios y en general un cuadrilátero cualquiera. Además no existe la explicación del concepto de área como la medida de la superficie o de una región (Clemens, O'daffer et Cooney, 1998) sino que principalmente se enfoca en la fórmula de cálculo del área. Otro elemento relevante es que algunos profesores consideran el cálculo del área asociado a un cuadrado o un rectángulo y como la multiplicación de la base por la altura. Ellos les solicitan a los alumnos que memoricen las fórmulas de área y luego las apliquen. En ninguno de los casos se hace referencia a la unidad cuadrada (Clemens et al., 1998) o la unidad de área. No existe la deducción a partir de la unidad cuadrada de la fórmula a x b, sino que se impone como una verdad ya establecida. Luego, a partir de esa fórmula se proponen actividades en que los alumnos deben realizar ejercicios de tipo reproductivo, como los define la clasificación de tipos de ejercicios de PISA (OCDE, 2006). En algunos casos se declara la presencia de material concreto, figuras e imágenes; pero no se explicita cuáles de ellas. En el mismo sentido, no existe una propuesta didáctica como lo declara PISA (OCDE, 2006, p. 84) en que "la situación más cercana alumno es su propia vida personal, la vida escolar, laboral y el ámbito del ocio, la comunidad local y la sociedad, tal como se presentan en la vida cotidiana del estudiante" y con esto queremos explicitar que los profesores no tienen un marco regulatorio o explícito del tipo de ejercicios o actividades de enseñanza entregar a los alumnos como los niveles propuestos en PISA. Se percibe que estos profesores eligen ejercicios y tareas de manera intuitiva y de acuerdo a su sistema de creencias.

En nuestra investigación reconocemos que PISA es un marco evaluativo, sin embargo también es una orientación para el desarrollo de capacidades de los alumnos utilizando la matemática y el mundo real.

> En lugar de limitarse al tipo de situaciones y problemas que suelen encontrarse en las aulas, la evaluación PISA se centra en los problemas del mundo real. En un entorno real, los ciudadanos han de hacer frente a una serie de situaciones al ir de compras, viajar, cocinar, ocuparse de su economía doméstica, valorar cuestiones políticas, etc., en las que el empleo de un razonamiento cuantitativo o espacial, u otras capacidades matemáticas, contribuirá a aclarar, formular o resolver los problemas que se les planteen. (OCDE, 2006, p. 74)

Con esto proponemos que necesariamente el profesor y el estudiante en formación deben considerar PISA y su grupo de capacidades en los procesos de enseñanza que realicen.

El modelo de enseñanza del concepto de área, y fundamentalmente el modelo de enseñanza de los 13 profesores presentadas es del tipo idealista platónica que considera que el alumno "debe adquirir primero las estructuras fundamentales de las matemáticas de forma axiomática. Se supone que una vez adquirida esta base, será fácil que el alumno por sí solo pueda resolver las aplicaciones y problemas que se le presenten" (Godino, Batanero et Font, 2003, p. 16), (Moreno et Giménez, 2003).

Es relevante dar cuenta de que a pesar de que el programa de estudios del Ministerio de Educación plantea que "el aprendizaje de la matemática involucra tanto los conocimientos propios de la disciplina como las habilidades y actitudes" (MINEDUC, 2012b, p. 8), en las respuestas anteriores de los profesores no se percibe una explícita relación entre contenidos y habilidades; y menos aún contenidos y actitudes, es decir existe una fuerte intencionalidad de enseñar sólo los contenidos de área de un cuadrilátero, y que esta enseñanza promueva en el alumno la memorización de fórmulas, tal como lo describe el tipo de enseñanza idealista platónica (Godino et al., 2003) y que llamamos también tradicional, en que se carece de la vinculación o relación del mundo real con los contenidos de área de un cuadrilátero.

Esta falta de vinculación entre el mundo real y los contenidos se podría explicar porque la presencia de la didáctica de la matemática es muy incipiente o no existe; y que no hay reflexión por parte de los profesores del sistema escolar, sobre los propios procesos de enseñanza del concepto de área de un cuadrilátero. Con los antecedentes que se tiene, podemos intuir una respuesta respecto a por qué sucede esto, y parece ser que se debe al sistema de creencias hacia la enseñanza, es decir la manera en que ellos aprendieron este concepto cuando eran alumnos y por lo tanto lo enseñan del mismo modo. Otra reflexión que podemos señalar se refiere a los procesos de formación de profesores que ellos tuvieron en sus universidades, y en estos procesos la discusión didáctica respecto de cómo se enseña el concepto de área de un cuadrilátero pudo haber sido mínima, bastante superficial o bajo un enfoque tradicional, lo que permite suponer que el estudiante que se encuentra en proceso de formación de profesor especialista en matemáticas no alcanza a modificar su sistema de creencias hacia la enseñanza respecto del concepto ya señalado; es decir, existe poca articulación entre la formación didáctica y la formación disciplinar, tal como lo señalan Alvarez et al. (2011); (Cisternas, 2011). Esta preocupación del proceso de formación y la influencia que pueda tener sobre el sistema de creencias hacia la enseñanza es un tema que nos preocupa como académicos e investigadores que formamos futuros profesores de matemáticas. Esto nos lleva a plantearnos, ¿hasta qué punto este proceso de formación influye en modificar el sistema de creencias que el estudiante ya conoce?, ¿cuál parece ser la influencia de la formación inicial de profesores de matemáticas sobre el sistema de creencias de un estudiante?

1.7. El proceso de formación de profesores de matemáticas en la UCSC.

Para responder a las interrogantes planteadas, presentemos las características del actual proceso de formación inicial en la UCSC. El punto de partida es dar cuenta de que el referente teórico que sustenta el proceso de formación inicial de profesores de matemáticas (Facultad de Educación, 2011b), es que un individuo se forma como futuro profesor como lo señala el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido (Shulman, 1987). Este proceso de formación ha sufrido algunas variaciones en el tiempo. Cuando se inicia la carrera de profesor de pedagogía en educación media en matemáticas en el proceso de formación había una mayor presencia del conocimiento del contenido, por lo que se podía suponer que el individuo, como estudiante y futuro profesor de matemáticas, sabía más de matemáticas que didáctica de las matemáticas, al igual que otros procesos de formación de profesores de matemáticas, en otras instituciones (Loya, 2008; Ortúzar et al., 2009; Parra, 2004).

La asignatura que desarrollamos es didáctica de la geometría, y tiene como propósito fortalecer los aprendizajes del sector y la aproximación al conocimiento didáctico del contenido de la geometría, considerando la historia y elementos primarios de la geometría plana. De esta manera se busca integrar el conocimiento del contenido con la resolución de problemas contextualizados a las experiencias del mundo escolar y social del alumno de nivel secundario (Educación, 2012b, p. 1). Este propósito se concreta en el proceso de formación de los estudiantes de pedagogía media en matemáticas a través de los resultados de aprendizajes declarados:

> 1.- Aplica los aportes de la teoría de la Didáctica de la Geometría en la formulación de los elementos que componen secuencias didácticas para la enseñanza de la Geometría.
> 2.- Planifica procesos de enseñanza para el aprendizaje de la Geometría, considerando contextos institucionales, otros propios de los estudiantes de educación escolar, como la motivación para aprender, desarrollo personal; fundamentado desde los marcos teóricos que aporta la Didáctica de la Geometría.
> 3.- Desarrolla una unidad didáctica realizando una clase en contexto simulado, aplicando la curricula de Geometría de Educación Media, y elementos de la Didáctica de la Geometría. (Educación, 2012b, p. 3)

Con estos lineamiento se espera que el académico forme al estudiante con actividades de enseñanza pertinentes y coherentes en el aula universitaria, y que son específicos de la didáctica de la geometría, de modo que posteriormente el estudiante en un rol de profesor, y al encontrarse en el aula escolar con los alumnos, los utilice para el logro de los aprendizajes declarados en el currículum escolar. El momento en que el estudiante debe utilizar estos conocimientos didácticos, ocurre en la asignatura de práctica progresiva, y que explicamos a continuación.

El estudiante que se forma como profesor de matemáticas en la UCSC, está adscrito a una regulación pedagógica y administrativa (UCSC, 2015b), que considera un sistema de creencias que conlleva un itinerario de estadías en las escuelas que se inicia en el segundo año de formación desde una sesión de 2 horas por semana, hasta el último año de formación que implica una estadía presencial de mínimo 22 horas en la escuela. El sistema de práctica conlleva la obligación de realizar clases directas con los alumnos, teniendo así, el estudiante el rol de profesor de aula en la escuela. Esta estadía es la que para los propósitos de esta investigación resulta relevante, ya que es el momento en que el estudiante se comporta como profesor; con todas las atribuciones profesionales que corresponden. El programa curricular para esta etapa declara que el estudiante debe desarrollar los siguientes resultados de aprendizaje:

> 1.- Diseñar propuestas de acción para el aprendizaje, integrando los conocimientos sobre los procesos pedagógicos de los alumnos y la evaluación de sus aprendizajes con los saberes propios de su especialidad.
> 2.- Demostrar autonomía y responsabilidad en la toma de decisiones que faciliten la generación de alternativas y propuestas innovadoras que respondan a las necesidades del aula y la unidad educativa, desde el diseño y ejecución de las intervenciones y proyectos pedagógicos.
> 3.- Participar de las actividades educativas y administrativas al interior de la unidad educativa, conociendo los distintos aspectos cotidianos presentes en el desempeño de la profesión docente.
> 4.- Reconocer la importancia del trabajo en equipo y colaborativo en la acción pedagógica. (Educación, 2012a, p. 3).

Así, es en esta instancia en que el estudiante debe desarrollar las actividades de enseñanza o su sistema de creencias en la escuela, en un rol de profesor. En la carrera de pedagogía en educación media en matemáticas, un punto que siempre ha estado en observación y reflexión es cuán cerca está el proceso de formación con lo realizado por el estudiante en el aula escolar, considerando lo solicitado por el currículum propuesto por el

MINEDUC. Se produjeron reflexiones y discusión sobre la pertinencia de la relación entre el proceso de formación y lo propuesto por el MINEDUC (UCSC, 2015b). Así, quien propone este proyecto, planteó que era necesario dar más presencia a la didáctica de la geometría que a la geometría como contenido propiamente tal, en coherencia con lo propuesto por Shulman (1987), que es uno de los fundamentos de la formación de profesores en la UCSC. Para obtener mayores antecedentes sobre la relación entre la formación en el aula universitaria y lo que sucedía en el sistema de creencias en la escuela se propuso que el proceso de formación de un profesor de en matemáticas en la UCSC se puede representar a través del siguiente esquema[3]:

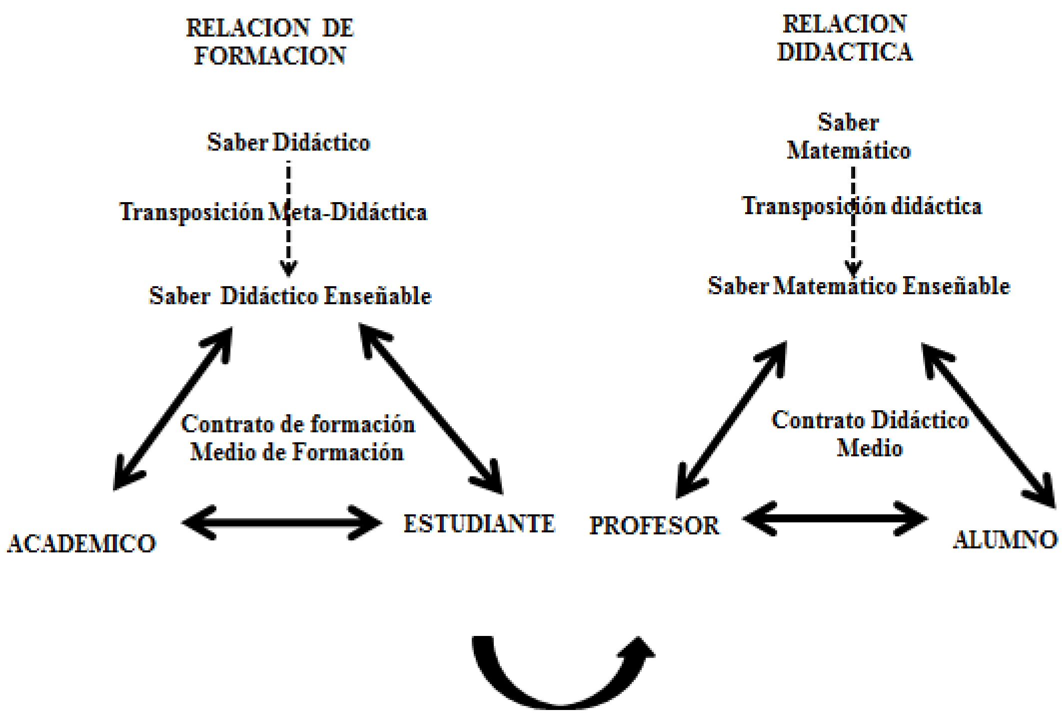


Figura 7. Esquema de la representación de la formación de profesores.

La interpretación de este esquema es que el académico que realiza la docencia en la asignatura de didáctica de la geometría forma como profesor al estudiante con saberes didácticos principalmente, es decir en la asignatura mencionada se enseña la didáctica y no los

[3] Se puede reconocer que el esquema es similar al triángulo didáctico de Chevallard, pero este esquema que presentamos lo que pretende es mostrar una estructura de relación entre la formación de un profesor y lo que posteriormente realiza en la escuela.

conocimientos pues el estudiante ya ha cursado previamente dos asignaturas de saberes matemáticos; geometría plana y geometría del espacio (Facultad de Educación, 2011a) y entonces en la propuesta se diferencia el saber didáctico del saber matemático y nos focalizamos en el primero. Luego el estudiante adquiere el rol de profesor al realizar el sistema prácticas en la escuela, y utiliza esos saberes didácticos considerando el currículum escolar que sí tiene como foco principal el saber matemático que corresponde al currículum propuesto por el Ministerio de Educación(MINEDUC, 2012a), y diseña propuestas de enseñanza adecuadas para el aprendizaje de sus alumnos, suponemos, utilizando el saber didáctico enseñable aprendido en la formación universitaria. A continuación presentamos las componentes del esquema propuesto.

La relación de formación corresponde a la etapa que se presenta en el aula universitaria en un proceso de formación de profesores coherente con fundamentos de la didáctica de la matemática vinculados a la Teoría de las Situaciones Didácticas de (Brousseau, 1986, 2007, 2013; Johsua et Dupin, 2005). Implica una relación entre un académico y un estudiante.

En esta relación de formación, el académico y el estudiante se encuentran en un proceso de formación de profesores de matemáticas, en que el estudiante "aprende a ser profesor", es la oportunidad en que el estudiante adquiere el conocimientos del contenido matemático y el conocimiento pedagógico del contenido matemático (Shulman, 2005), una adquisición que le permitirá desempeñarse profesionalmente como profesor en la escuela.

La relación de formación ocurre en un escenario simulado, que corresponde al aula de la universidad, con presencia de estudiantes, sin presencia de alumnos. Es una relación entre académico, estudiante y saber didáctico enseñable.

El paso entre el saber didáctico y el saber didáctico enseñable se efectúa por parte del académico de un modo que en el contexto de nuestro trabajo llamamos transposición meta-didáctica, similar a la transposición didáctica de la relación didáctica. La transposición meta-didáctica implica una reflexión de alto nivel de abstracción que realiza el académico sobre el saber didáctico y transformarlo en saber didáctico enseñable. Este último implica saberes formales y pragmáticos adecuados para la formación de un profesor, y es coherente con el dispositivo de formación. La transposición meta-didáctica conlleva la capacidad del académico de auto regular y tener conciencia de esa transposición, pensar, planificar y proponer tareas al estudiante que puedan fundamentar y ser utilizadas en una situación de enseñanza en la relación didáctica por parte del mismo estudiante en un eventual rol de profesor.

1.8. Características del proceso de formación en la asignatura de didáctica de la geometría.

El proceso de formación en la asignatura de didáctica de la geometría está definido por el programa de estudio y el syllabus que se encuentran en el anexo 1 y 2 respectivamente de este documento.

En este programa de estudio de formación no se consideraron las concepciones alternativas de los alumnos de la escuela; aspecto que en el proceso de desarrollo de esta investigación se muestra como una aspecto deficitario.

1.8.1. El dispositivo de formación.

Para llevar a cabo la observación del proceso de formación entre la relación de formación y la relación didáctica, se propuso el dispositivo de formación que considera dos actividades de formación: la construcción de un "capítulo de un libro" y un modelo de planificación de una clase para enseñar un contenido de matemática. Propusimos observar qué elementos de las actividades de formación el estudiante realizaba en la escuela; de alguna manera como lo señala , que uno de los temas cruciales en la formación de profesores es la relación entre la formación de los estudiante en la universidad y las prácticas día a día de los profesores de matemática en la escuela. Winsløw (2009, p. 93), señala que "esta relación aparece cuando el estudiante se encuentra en su período de práctica", especialmente en el primer acercamiento o primer año en la práctica. El mismo Winsløw (2009) valida este procedimiento a través de un modelo de análisis de la transición de la formación de profesores de matemática cuando pasan de la universidad a la escuela; modelo que presentamos en el marco teórico de este trabajo.

De acuerdo al programa de formación inicial de carrera de pedagogía media en matemática, los resultados de aprendizaje que se espera que logre el estudiante en la relación de formación y relación didáctica son:

Tabla III. Comparación resultados de aprendizaje.

Relación de Formación	Relación Didáctica
Didáctica de la Geometría	Práctica Profesional
Resultado de Aprendizaje: Planifica procesos de enseñanza para el aprendizaje de la Geometría, considerando contextos institucionales, otros propios de los estudiantes de educación escolar, como la motivación para aprender, desarrollo personal; fundamentado desde los marcos teóricos que aporta la Didáctica de la Geometría ,	Resultado de Aprendizaje: Diseñar propuestas de acción para el aprendizaje, integrando los conocimientos sobre los procesos pedagógicos de los alumnos y la evaluación de sus aprendizajes con los saberes propios de su especialidad

La presencia de estos resultados de aprendizaje permite establecer una relación entre ambos escenarios, la universidad y la escuela, para observar las actividades de enseñanza que realiza un estudiante en formación.

1.8.2. Material didáctico.

Entre las actividades de formación del ámbito de la didáctica de la matemática que se realizaban en el proceso de formación de profesores en la UCSC (Facultad de Educación, 2011b) estaba la construcción de material didáctico o guías de trabajo en un estilo Mathenpoche (Sésamath, 2017). Este material debía ser construido por el estudiante como guías de trabajo. La construcción se realizaba en la asignatura de didáctica de la geometría. Luego, cuando el estudiante realizara la asignatura de práctica pedagógica progresiva (Facultad de Educación, 2011b), suponíamos que aplicaría las actividades propuestas en las guías de trabajo a los alumnos en una escuela. Así, el académico podría observar y retroalimentar al estudiante sobre las actividades de enseñanza que éste realizaba en la escuela.

En el proceso formal para establecer las características que debía tener este material didáctico, se propuso un diseño bien definido, que consideraba tres partes, una primera que presenta el concepto geométrico desde una aplicación del mundo real, una segunda parte que presenta el mismo concepto de uno modo tradicional formal y algorítmico, y una tercera parte con aplicaciones y ejercicios que incluyen el mundo real y el formalismo matemáticos

El supuesto en el programa de formación para propiciar y construir este material didáctico, era que los estudiantes en su proceso de práctica pedagógica aplicarían las actividades propuestas a los alumnos de escuelas. Al observar los resultados de esta aplicación, nos dimos cuenta que fueron disímiles: algunos estudiantes los aplicaron tal cual como se construyeron y otros aplicaron otro tipo de ejercicios, distintos de los diseñados durante el proceso de formación. En entrevistas posteriores a las aplicaciones realizadas a dos estudiantes que realizaron intervenciones durante la asignatura de práctica pedagógica señalaron lo siguiente (extracto):

Tabla IV. Respuestas previas dadas por estudiantes en formación.

Académico: Y ahora respecto a eso lo que señalan del material, ¿de qué manera creen ustedes que de ese material que ustedes crearon, allí les ayuda en este momento en sus prácticas profesionales?	Estudiante 1: Para poder realizar nuestras clases, por ejemplo si tengo que hacer clases de la circunferencia, puedo acudir a ese capítulo del libro que tiene que ver con eso o conseguirlo con mis compañeros los que trabajaron con eso y sacar material de ahí, porque es material que no está en otros libros y que no voy a pillar en internet, entonces me sirve para pasársela a los alumnos y que ellos hagan ese ejercicio. Estudiante 2: Bueno yo creo que aparte de pedir material a nuestros compañeros o nosotros mismos sacar lo que hicimos, lo fundamental es que, es que ya se nos enseñó una forma de cómo crear esos ejercicios a partir de lo que es la vida cotidiana y contextual, ya uno sabe lo que tiene que hacer cuando tiene que pasar un contenido geométrico, puede tomar

	referencia, siempre hay referencia de la vida cotidiana que uno puede he tomar el concepto matemático.
Académico: Ok gracias, otra pregunta, pensando en el mismo material didáctico, las guías y ahora la acción propiamente tal, lo didáctico que realizan en las practicas pedagógicas. ¿Cuáles creen ustedes que es la conexión o la implicancia o que les sirvió de ese material en el actual proceso de lo didáctico que ustedes hacen en la clase?	Estudiante 1: Yo creo que puede ser el tema de que las guías tenía una estructura donde, algunos se partían con el juego típico o cotidiano e iba como de menos a más, habían ejercicios que eran de reproducción y después venían ejercicios de conexión y de reflexión y llevaba un orden entonces una hace en la práctica lo mismo Estudiante 2: Si, o sea es como que nos dieron una estructura de cómo hacer una clase del punto de vista más, más llamativa o sea no tanto a lo tradicional de enseñar un concepto y de pasar la clase sino más bien como el joven el alumno al momento de uno hablarle de cosas que ellos van viendo cotidianamente para ellos es una motivación adicional ósea son valores agregados.

Como apreciamos del diálogo anterior, existe una visión positiva por parte de los dos estudiantes respecto de la construcción del material didáctico en la universidad, y su posterior uso en la escuela. Estas respuestas nos dejaron relativamente satisfechos respecto del proceso de formación. Esto llevo a estructurar de manera más formal estas guías de trabajo en estilo Matenpoche (Sésamath, 2017), y se creó una estructura llamada capítulo de un libro con elementos didácticos formales, que se explica con detalle en la sección 2.7.1 de este trabajo.

Además, hubo algunas apreciaciones reflexivas nuevas, referidas a cómo se inserta este material en un proceso formal de una clase de geometría, y para orientar esa pregunta, se diseñó en paralelo una segunda actividad que correspondió a la planificación de una clase de geometría.

1.8.3. Proceso de planificación y enseñanza de una clase de geometría.

Para guiar al estudiante en formación en la realización de una clase de geometría, se presenta un modelo de planificación simple que considera las etapas tradicionales de una clase: Inicio, Desarrollo y Cierre, propuestas por el MINEDUC (2016) y considerados en el programa de formación de la UCSC. Como académico, nuestro supuesto era que este modelo sería utilizado por los estudiantes en la práctica pedagógica al igual que el "capítulo del libro". En el análisis general de esta planificación, nos dimos cuenta que el estudiante no la realizó de manera apropiada, con muchos elementos supuestos, sin precisar detalles ni relación con el aprendizaje esperado de la clase, ni de acuerdo a los lineamientos que planteaba el proceso de formación, o elementos teóricos de la didáctica, sin respetar las etapas de inicio, desarrollo y cierre que se proponían en ese momento. Esto planteó un cuestionamiento al proceso de formación referido a si éste cumplía con los requerimientos propuestos por la misma UCSC, por un lado, o la debilidad en la propuesta de planificación era producto de las características propias del estudiante entre las que se encuentran el propio modelo que trae producto de su experiencia como alumno, previa a ser estudiante; es decir, su sistema de creencias hacia la enseñanza (Goeke, 2008; Wideen, Mayer-Smith et Moon, 1998). Como el vínculo entre lo que se entregaba en el proceso de formación al estudiante y luego lo que hacía el mismo estudiante en la escuela era, en opinión de quien propone este proyecto, poco coherente y cercano, se genera esta preocupación por investigar la relación entre el proceso de formación y la enseñanza en la escuela que pudiese realizar el estudiante.

Se propuso la idea de investigar en profundidad y de manera estructura lo que ocurre en el paso de un estudiante en formación como profesor de matemáticas, de un escenario simulado en el aula universitaria a un escenario real en el aula escolar, observando y analizando esta investigación con elementos teóricos del Espacio de Trabajo Matemático (ETM) (Kuzniak, 2011; Kuzniak et Richard, 2014b; Kuzniak, Tanguay et Elia, 2016) y el concepto de fibración (Kuzniak et Richard, 2014b; Kuzniak, Richard et Michael-Chrysanthou, 2017; Lagrange, Recio, Richard et Vivier, 2016) que nos entrega la posibilidad de describir la circulación de las actividades de enseñanza de la geometría que se realicen. El marco teórico del ETM fue conocido por quien propone este proyecto en el desarrollo de este mismo trabajo;

posterior al proceso de formación de profesores que no considera en su programa de estudio (Facultad de Educación, 2011a) la presentación del ETM.

El proceso de formación de profesores de matemáticas es relevante para el desarrollo de un país, tanto por el necesario dominio de la matemática que deben tener los futuros ciudadanos para su propia formación como profesionales, como el hecho que la enseñanza de la matemática en la escuela permite el desarrollo de habilidades y competencias en los ciudadanos (aunque en sus actividades futuras no se vinculen a la matemática), que le permitirán desenvolverse de mejor manera en sus propias actividades de la vida cotidiana y laboral. El proceso de formación que hemos diseñado para resolver la pregunta que nos acompaña ha sido intencionadamente definido a partir de la experiencia personal de quien propone este proyecto, y de marcos teóricos relevantes y actualizados de la didáctica de la matemática. Iniciar un proceso de formación como el que hemos presentado, adscrito a elementos teóricos de la didáctica, significa ingresar en un proceso de enseñanza de la matemática que construye, que tiene fundamentos científicos explícitos, con un tipo de futuro profesor que queremos formar, con una práctica, razonada y comprendida por el estudiante, con propuestas de enseñanza planificadas y relacionadas con la gestión didáctica de una clase en que aparece las situaciones adidácticas, y que se consolidan en un "capítulo de un libro", en que la puesta en acto de esta clase impulsa la manifestación de competencias matemáticas. El sistema de creencias hacia la enseñanza del estudiante es intervenida, sin embargo él mismo aporta y contribuye con sus propias experiencias socio-culturales enriqueciendo las actividades de formación. La gestión didáctica de aula se fundamenta en los elementos de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986), el capítulo del libro en ciertas experiencias de enseñanza (Richard, 2012, 2017; Sésamath, 2017), la observación del trabajo matemático que realice el estudiante a través del ETM (Kuzniak, 2011; Kuzniak et Richard, 2014a, 2014b; Kuzniak et al., 2017; Kuzniak, Vivier et Montoya-Delgadillo, 2015). De tal modo que la descripción del trabajo matemático del estudiante en su proceso de formación, permite ser observado y analizado de manera fundamentada.

1.9. Antecedentes sobre la formación de profesores.

Uno de los elementos relevantes es dar cuenta de manera aproximada sobre la formación de profesores y el proceso de enseñanza de geometría en el sistema escolar. Una de las fuentes bibliográficas es la tesis de Gauthier (2015) que muestra un recorrido respecto de la enseñanza (y aprendizaje) de la geometría. Clairaut (1741) (citado en Gauthier (2015, p. 15)), ya se preguntaba respecto de la manera de enseñar geometría, y describe el énfasis que estaba en la presentación "de definiciones, axiomas, proposiciones, tal como se presentaban en los Elementos de Euclides" (p. 14), y como lo señalaba, se propone "desarrollar los principios de la misma manera como los primeros inventores"; es decir a partir de la presentación de problemas asociados a la medición de terrenos como lo pudieron hacer los Egipcios. El método de medición, la acción de medir, implicaría aprender los conceptos de la geometría Euclidiana.

Otro punto de vista que presenta Gauthier (2015), citando a Fujita, Jones y Yamamoto (2004), se refiere a considerar la "necesidad de tomar en cuenta la relación entre los espacios físicos y geométricos en la enseñanza para desarrollar una habilidad de imaginación para resolver problemas geométricos" (p. 15). Esta habilidad implicaría el desarrollo de una intuición geométrica. Una serie de autores citados por Gauthier (2015, p. 16) coinciden en proponer una enseñanza de la geometría en que se integre una dimensión experimental que implica la presencia de objetos del espacio físico y teórico, la manipulación de objetos concretos, dibujos de medición para resolver actividades y desarrollar la intuición geométrica; proponiendo de esta manera tomar una diferencia o distancia de la enseñanza axiomática desarrollada por el razonamiento deductivo.

Brousseau (2000), propone un proceso de enseñanza implica el uso de los conocimientos espaciales y geométrico que posee el individuo, ya que

> los conocimientos espaciales de un sujeto son los que le permiten resolver problemas espaciales… Un problema espacial es un problema cuya resolución realmente requiere la implementación de un conocimiento que el observador reconozca, tal como está descrito por un conocimiento de naturaleza espacial y más particularmente geométrica. (Brousseau, 2000, p. 5)

Entonces, como lo señala el mismo autor, los recursos utilizados por un individuo, un alumno, para resolver un problema espacial son conocidos por él. Sin embargo esto no significa que deba existir una didáctica espontanea, sino más bien es necesario repensar la enseñanza (de la geometría) establecida a través de una didáctica específica y científica.

Gauthier (2015) hace una extensa presentación de autores que presentan un punto de vista respecto de la enseñanza (y aprendizaje) de la geometría. Ella señala que en conjunto se puede establecer un punto en común que implica “constituir un punto de partida del espacio físico hacia el espacio geométrico” (p. 19) y esto puede ser utilizado para diferentes niveles de enseñanza. De estos autores, Piaget (1948) y Van Hiele (1959) (citados en (Gauthier, 2015, p. 19)) aparecen como los más relevantes en la enseñanza de la geometría en Chile. Al respecto, Piaget propone tres etapas de desarrollo; “del espacio físico (ambiente real y acción concreta) al conocimiento físico del espacio y luego, al conocimiento lógico matemático del espacio (espacio representativo, acción de interiorizarse)” (p. 21).

El Modelo de Van Hiele (Gauthier, 2015; Vargas et Gamboa, 2013) se caracteriza por la presencia de cinco niveles, el primer nivel de identificación visualización; el segundo de análisis; el tercero de deducción informal; el cuarto de deducción formal; y el quinto axiomático. Vargas et Gamboa (2013) señalan que un punto clave del Modelo de Van Hiele es la evaluación; es decir “la valoración de un individuo tomando en cuenta las razones por las que dio determinada respuesta” (p. 87). Independiente de la propuesta anterior, tenemos ciertos modelos que nos permiten entender un panorama respecto de la enseñanza de la geometría.

Otro modelo relevante para nuestro trabajo es el desarrollado por Houdement et Kuzniak (2006), señalan que han evidenciado tres paradigmas de la enseñanza de la geometría, pero asociados al tipo de geometría. Estos paradigmas tienen un vínculo con el tipo de pensamiento inherente de un individuo, es decir, la intuición, la experiencia y el razonamiento deductivo (p. 180). Estos tres modos de pensamiento son constitutivos del pensamiento geométrico a través de tres paradigmas la geometría natural (GI), la geometría axiomática natural (GII) y la geometría axiomática formalista (GIII) (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015; Houdement et Kuzniak, 2006; Tanguay, 2015). Como señala

Gauthier (2015), la (GI) tiene un fuerte vínculo con la realidad; la (GII) es una esquematización de la realidad; y la (GIII) es axiomática sin vínculo con la realidad.

Bednarz et Proulx (2011) presentan algunos elementos sobre las prácticas de los profesores de matemáticas, principalmente relacionadas con la elaboración de las prácticas de enseñanza. Su punto de vista muestra cinco características respecto de sus prácticas; la primera se refiere a una fragmentación de la estructura del conocimiento en la escuela, es decir el uso de un diferente lenguaje incluso entre los mismos docentes; el segundo elemento es el rol de los artefactos y herramientas en el trabajo matemático, que aparece como parte de su rol cotidiano; el tercero se refiere al anclaje de los significados matemáticos en la práctica, y que son elementos de uso permanente y no consideran o dejan fuera algunas características como errores frecuentes de los alumnos; el cuarto elemento se refiere a la reestructuración cualitativa del conocimiento matemático; y el quinto punto es lo situado de la abstracción.

Chamorro (2003, p. 302) señala algunas características que impiden la mejora en los procesos de enseñanza de la geometría; ausencia de generalización, los conocimientos se entregan parcelados sin vínculos entre unos u otros; desaparición de un método de razonamiento propio, diferente de lo señalado en los párrafos anteriores, más centrado en el cálculo aritmético; énfasis en la geometría métrica; ausencia de la geometría proyectiva o topológica; uso vulgarizado de los términos geométricos como figura, cuerpo . Estas carencias son propias de los profesores producto, entre otras razones, de un currículum ministerial mal estructurado que los profesores replican y no reflexionan sobre sus carencias, el uso indiscriminado de los manuales escolares como recurso para la enseñanza, la ausencia de materiales didácticos específicos que genera obstáculos didácticos.

Los autores presentados y los diferentes modelos señalados nos ofrecen puntos de vista sobre la enseñanza de la geometría, y un proceso de formación de profesores pudiese hacerse cargo de muchas de las carencias señaladas y de los modelos de enseñanza presentados.

Presentada la información anterior, en nuestro caso nos interesa entonces, dar cuenta de la influencia de un proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia la enseñanza, hacia el trabajo matemático, cuando un estudiante de pedagogía en matemática enseña el concepto de área. Para los efectos de nuestro trabajo, los conceptos de sistema de creencias hacia la enseñanza (Marcelo, 2009) y sistema de creencias hacia el trabajo matemático son equivalentes.

Así, proponemos las siguientes preguntas de investigación:

¿Cuál es la influencia del proceso de formación de profesores en el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área en estudiantes de pedagogía en matemáticas?

¿Qué elementos de la formación inicial docente influencian el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área en estudiantes de pedagogía en matemáticas, y cómo se produce esta influencia?

Capítulo 2 Marco Teórico.

Considerando las preguntas de investigación, a continuación presentamos ciertos conceptos que la sostienen teóricamente. Así, en este capítulo estamos interesados en dar cuenta de los aspectos conceptuales vinculados a la formación de profesores de matemáticas en la UCSC, y su transición desde la universidad hasta el trabajo docente profesional, fundamentado en elementos teóricos de la Transposición Didáctica de Chevallard (1991), la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), el Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak et Richard, 2014a; Kuzniak et al., 2017) y la transición de la universidad a la escuela de Winsløw (2013) además de marcos conceptuales que el Ministerio de Educación propone.

Con esto, en esta sección pretendemos presentar las posiciones teóricas del proceso de formación y sus influencias en el sistema de creencias del estudiante que se forma como profesor.

2.1. Sistema integrado de relaciones de formación y didáctica.

El sistema que proponemos para describir el efecto de un proceso de formación inicial de profesores de matemáticas sobre la influencia sobre el sistema de creencias del estudiante, lo denominamos Sistema Integrado de Relaciones de Formación y Didáctica. Este sistema consta de dos subsistemas. El primero que llamamos Relación de Formación que nos permite describir el proceso de formación inicial de un profesor, en el aula de la universidad, en que el académico forma como profesor a un estudiante que se desempeñará en el futuro como profesor de matemática. El segundo que llamamos Relación Didáctica que nos permite describir el proceso didáctico que ocurre cuando un profesor enseña matemáticas a los alumnos en una sala de una escuela y ellos desarrollan conceptos y procedimientos matemáticos.

Ambos subsistemas, para los propósitos de nuestra investigación, se relacionan de dos maneras. La primera se inicia en el programa de estudio de la asignatura de didáctica de la geometría (Facultad de Educación, 2012) establecido por la institución universitaria, que en nuestro caso corresponde a la Universidad Católica de la Santísima Concepción (UCSC). El programa de estudio de didáctica de la geometría es coherente con el marco curricular establecido por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012b) ya que en ese programa se consideran los contenidos de geometría que luego se deben enseñar en los establecimientos de educación secundaria de Chile. Así, el académico que se encuentra en la relación de formación debe considerar y enseñar al estudiante lo que él deberá realizar en la relación didáctica cuando ya sea profesor, establecidos a través de los resultados de aprendizaje que son los siguientes (Facultad de Educación, 2011a):

> 1. Aplica los aportes de la teoría de la Didáctica de la Geometría en la formulación de los elementos que componen secuencias didácticas para la enseñanza de la Geometría.
>
> 2. Planifica procesos de enseñanza para el aprendizaje de la Geometría, considerando contextos institucionales, otros propios de los estudiantes de educación escolar, como la motivación para aprender, desarrollo personal; fundamentado desde los marcos teóricos que aporta la Didáctica de la Geometría.
>
> 3. Desarrolla una unidad didáctica realizando una clase en contexto simulado, aplicando la curricula de Geometría de Educación Media, y elementos de la Didáctica de la Geometría.

Como se puede analizar en los resultados de aprendizaje, el elemento central es el saber didáctico enseñable.

La segunda forma de relacionarse se da través de lo que ya señalamos, que el estudiante luego será profesor. A esta relación la llamamos estudiante en rol de profesor, el mismo individuo que tiene ambos roles dependiendo del lugar donde se encuentre; es decir, esta persona es un estudiante en la relación de formación y se comporta como profesor en la relación didáctica.

El rol de profesor ocurre en una escuela, en un escenario real que es un aula escolar y con presencia de alumnos. Es una actividad de formación que se realiza en un momento bien determinado y definido por el programa de formación oficial, en que el estudiante debe realizar la asignatura de práctica progresiva (UCSC, 2011). En esa ocasión él se traslada a la escuela y adopta el rol de profesor, interviene en clases reales en las cuales enseña conceptos y procedimientos matemáticos a alumnos, considerando el currículum escolar. Por eso decimos que es un estudiante en rol de profesor. Uno de los aspectos que se incluye es que la enseñanza necesita un contenido matemático (Johsua et Dupin, 2005), que en esta investigación será el área de un cuadrilátero.

Este escenario real en que el estudiante universitario en proceso de formación adopta el rol de profesor no es exactamente auténtico y equivalente como en el que se desempeña un profesor profesional ya titulado. El estudiante se comporta como profesor, pero no es un profesor propiamente tal, hay decisiones pedagógicas y administrativas que no puede tomar, pero consideramos que la actividad de formación, que se realiza en la escuela es similar o equivalente al auténtico y por eso lo llamamos escenario real.

El marco teórico de la TAD (Winsløw, 2013) justifica el Sistema Integrado de Relación Didáctica y de Formación del siguiente modo. Existe un individuo que tiene una posición inicial de alumno en la escuela. En segundo lugar, el mismo individuo como estudiante, se encuentra en la relación de formación en una universidad, y luego, este mismo individuo, se encuentra en la relación didáctica como profesor en una escuela. Cuando este individuo pasa de la posición de estudiante a profesor y asume el rol de profesor, él enseña en la escuela un objeto de conocimiento matemático similar y comparable a alguno aprendido previamente en la universidad; es decir de un contexto simulado en el proceso de formación para enseñar, el concepto de área de un cuadrilátero, a un contexto real en la escuela enseñando el mismo concepto. En lo que respecto a nuestra investigación, consideraremos el concepto de área como el contenido matemático de referencia, que tiene un carácter disidente porque su tratamiento para el proceso de enseñanza que estamos proponiendo es contrario o alejado de un proceso de enseñanza tradicional (Godino, Font, Contreras et Wilhelmi, 2005).

Ya presentamos en el capítulo anterior cómo algunos docentes declaraban la manera de abordar la enseñanza del concepto de área. El carácter disidente en nuestra investigación implica que el proceso de enseñanza en la Relación Didáctica se realiza utilizando un dispositivo de formación de profesores que ha sido propuesto en la Relación de Formación. Este dispositivo consiste en dos actividades, la construcción de un capítulo de un libro y un protocolo de gestión didáctica de clases, en la sección 2.7 detallamos este dispositivo. Así podremos observar y comparar cómo se desarrolla el proceso de enseñanza del concepto de área desde el escenario simulado al escenario real.

Retomando el marco teórico de la TAD (Winsløw, 2013) que justifica el Sistema Integrado de Relación Didáctica y de Formación, podemos representar la situación anterior a través del siguiente esquema, que es una adaptación de la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard (1991), en que propone una estructura que representa las relaciones entre las instituciones, la posición del individuo y el objeto de conocimiento:

$$ESCUELA_{(alumno,\ área)} \rightarrow UNIVERSIDAD_{(estudiante,\ ÁREA)} \rightarrow ESCUELA_{(profesor,\ área)}.$$

Cuando en el individuo ocurre el paso de la escuela a la universidad e inicia su proceso de formación como profesor de matemática, es decir,

$$ESCUELA_{(alumno,\ área)} \rightarrow UNIVERSIDAD_{(estudiante,\ ÁREA),}$$

se debería tener una consideración respecto del sistema de creencias hacia la enseñanza del estudiante y que se refiere al hecho de que el individuo que llega desde la escuela a una institución universitaria a formarse como profesor, ya "algo sabe" respecto de un objeto de conocimiento y procedimientos matemáticos y a la manera de enseñar esos conceptos Este sistema de creencias , el estudiante lo posee a partir de su propia experiencia como alumno en la escuela donde él realizó su enseñanza primaria y secundaria (Goeke, 2008; Marcelo, 2009; Wideen et al., 1998).

En la investigación que proponemos interesa estudiar la influencia del proceso de formación desde el momento justo en que el estudiante se integra a la formación, con su sistema de creencias hacia la enseñanza, a la institución universidad y luego pasa a la institución escuela, de modo de poder dar cuenta de la influencia de la formación completa, descrita a través del Sistema Integrado de Relaciones Didácticas y de Formación que hemos descrito. Esta relación la representamos por:

$$ESCUELA_{(alumno,\ área)} \rightarrow UNIVERSIDAD_{(estudiante,\ ÁREA)} \rightarrow ESCUELA_{(profesor,\ área)}.$$

que es el paso de estudiante, que se forma como profesor en la universidad, a la escuela en que es un profesor. Sin embargo, resultará relevante dar cuenta del estado inicial de estudiante cuando inicia sus actividades de formación, justo antes que él inicie la relación de formación. Esta forma de observar la transición ya ha sido puesta en práctica por Winsløw (2013)

La TAD permite fundamentar la propuesta del Sistema Integrado. La posición *UNIVERSIDAD*$_{(estudiante,\ ÁREA)}$ es equivalente al subsistema de la Relación de Formación, en el aula de la institución universidad, en la asignatura de didáctica de la geometría, en que el académico enseña al estudiante el conocimiento pedagógico de un contenido (Shulman, 1987) bien específico, en un escenario simulado. Por su parte en la posición *ESCUELA*$_{(profesor,\ área)}$ propuesto por la TAD, es equivalente al subsistema de relación didáctica corresponde al proceso que ocurre en el aula de la institución escuela, en el escenario real, en que el estudiante-profesor enseña el alumno un contenido matemático bien definido para que éste desarrolle conceptos y procedimientos matemáticos.

La relación *UNIVERSIDAD*$_{(estudiante,\ ÁREA)}$→ *ESCUELA*$_{(profesor,\ área)}$ representa la relación entre los dos subsistemas del Sistema Integrado a través del mismo individuo en el proceso en que tiene la posición de estudiante en la universidad y luego ocupa la posición de profesor en la escuela; es decir, esta persona es un estudiante en la Relación de Formación y se comporta como profesor en la Relación Didáctica.

Junto con lo anterior, la representación de la TAD con el Sistema Integrado que proponemos son coherentes ya que el contenido específico de área u objeto de conocimiento matemático que tiene una presencia en la TAD, en el Sistema Integrado se enseña en la escuela y es en la universidad que se aprendió cómo enseñarlo. El siguiente esquema representa lo señalado:

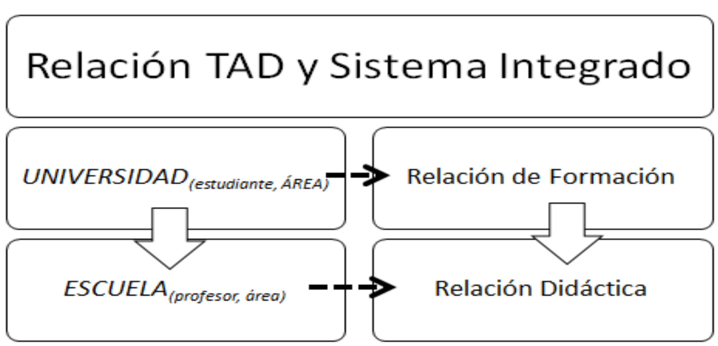


Figura 8. Relación TAD y Sistema Integrado.

Respecto del objeto de conocimiento matemático de área, podría no existir coincidencia o equivalencia respecto del concepto matemático que se enseña en la universidad en un proceso de formación de profesores y que luego el mismo concepto se enseña en un escenario real en el aula escolar. La TAD (Chevallard, 1999) nos señala que para describir la relación debe ser el mismo objeto de conocimiento matemático.

Por lo mismo, en el sistema integrado nos interesa describir aquél concepto matemático que coincide en ambas relaciones y dar cuenta cómo este es abordado en la relación de formación de un profesor de matemáticas entre un académico y un estudiante un aula en la universidad y luego cómo es enseñado en la relación didáctica a los alumnos en un aula de una escuela.

En el contexto de nuestra investigación el concepto de área de un cuadrilátero está presente en el currículum escolar del Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012b), que es el marco desde donde se obtiene los conceptos y procedimientos matemáticos que el estudiante en rol de profesor debe desarrollar. Al concepto de área de un cuadrilátero le llamaremos saber matemático de referencia.

Para observar cómo ocurre la puesta en acto del sistema integrado, la relación con el objeto de conocimiento matemático de área de un cuadrilátero que se propondrá en la relación de formación, sea a través de una práctica de enseñanza distinta a lo que se denomina enseñanza tradicional (Godino et al., 2005) que en términos generales hace referencia a un profesor que presenta una definición del concepto matemático, de ejemplo un ejercicio aplicado y luego el alumno debe resolver ejercicios similares, y que es descrita por Godino et al. (2005). Nuestra práctica de enseñanza distinta de la tradicional, al ser puesta en acto permitirá dar cuenta de lo que ocurre en el paso o transición de la relación de formación a la relación didáctica.

Este sistema integrado que hemos estado describiendo, lo podemos representar a través de la siguiente estructura:

Sistema Integrado de Relaciones Didácticas y de Formación

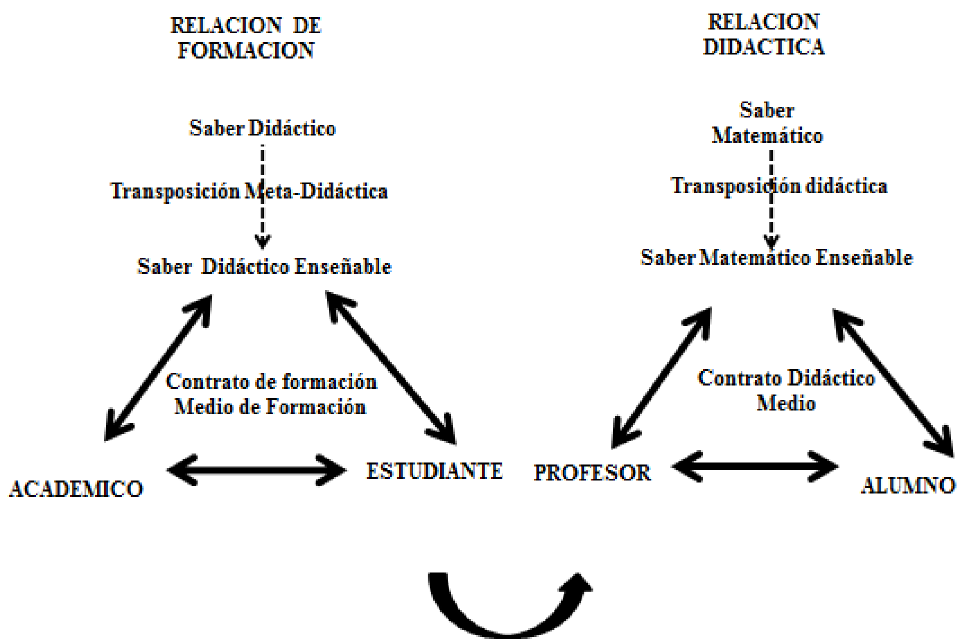


Figura 9. Sistema integrado de relaciones didácticas y de formación.

Cada relación tiene componentes específicos y se pueden analizar de manera independiente y con los puntos de conexión del estudiante-profesor y del contenido matemático que se enseña en cada una de las relaciones por separado y que coincide. A continuación presentamos la descripción de cada una de las relaciones.

2.1.1. La relación de formación.

, Esta relación es expuesta a través de la siguiente estructura:

Figura 10. Relación de Formación.

En nuestra investigación esta relación busca fundamentar la puesta en acto del proceso de formación de profesores de matemáticas en una institución universitaria.

Cuando se produce el proceso de formación, ocurre que el académico posee un saber didáctico para ser presentado a los estudiantes como saber didáctico enseñable. El saber didáctico está propuesto en el programa de estudios de formación (Facultad de Educación, 2012), y de la propia formación profesional del académico.

El paso entre el saber didáctico y el saber didáctico enseñable se efectúa por parte del académico de un modo que en el contexto de nuestro trabajo, llamamos transposición meta-didáctica (interna), y que es similar a la transposición didáctica interna de la relación didáctica. La transposición meta-didáctica implica una transformación del saber didáctico en saber didáctico enseñable como un conocimiento necesario para la formación como profesor que se presenta a los estudiantes, un saber formal y pragmático coherente con el dispositivo de formación. La transposición meta-didáctica conlleva la capacidad del académico de auto regular y tener conciencia de esa transposición, pensar, planificar y proponer tareas al estudiante que puedan fundamentar y ser utilizadas en una situación de enseñanza en la relación didáctica por parte del mismo estudiante en un eventual rol de profesor.

Lo anterior implica modificar el sistema de creencias de los estudiantes. El estudiante tendrá un modelo de clases para realizar sus prácticas de enseñanza en la escuela producto de su sistema de creencias,, recuerdos y experiencias personales como alumno, y que debiera ser modificada en la relación de formación con un nuevo modelo que luego debe ser puesto en acto en la escuela; de manera coherente con lo propuesto por el saber didáctico enseñable.

La relación de formación se realiza en un contrato de formación y en un medio de formación, aspectos similares al contrato didáctico y al medio, conceptos que son parte de la TSD de (Brousseau, 1986, 2013), que fundamentan la relación didáctica. El medio de formación, equivalente al medio de la TSD, comprende objetos materiales, culturales, sociales y humanos (Brousseau, 2013), aquello que el estudiante conoce y con lo que interactúa y que el eventualmente el académico utilizará para planificar y producir una modificación del sistema de creencias en los mismos estudiantes universitarios en un escenario simulado durante su proceso de formación para ser profesores.

En la relación de formación, el académico debe efectuar la transposición meta-didáctica y expone a los estudiantes el saber didáctico a través de situaciones, tareas, relacionadas a actividades que de enseñanza que se realizan en el escenario real. A estas situaciones o tareas las llamamos situaciones de formación y deben ser capaces de generar situaciones de aformación, concepto que explicamos a continuación.

Del mismo modo que en la relación didáctica hablamos de situaciones didácticas y adidácticas (Brousseau, 2013), en la Relación de Formación proponemos conceptos análogos; las situaciones de formación y de aformación. Consideramos la situación de aformación como aquella en que la intención de formar un profesor no tiene influencia y "deja actuar al máximo los mecanismos de apropiación y superación del problema que tiene los estudiantes" (Johsua et Dupin, 2005, p. 248), problema que ha sido propuesto por el académico, de modo de otorgar sentido a los conocimientos producidos al resolver la situación de aformación (Johsua et Dupin, 2005) en el proceso de formación como profesor de matemáticas. El académico propone lo que Brousseau (2013) llama una situación de acción[4], y que en el marco de nuestra investigación denominamos situación de acción en la formación. En nuestra investigación, una situación de aformación está relacionada con la construcción de un dispositivo de formación que implica la construcción de un capítulo de un libro y la planificación de clases. Este dispositivo debe ser construido por el estudiante en un medio de formación.

Un capítulo de un libro es similar a un capítulo de un libro escolar; un texto que permite a un lector estudiar y comprender un concepto matemático. Para los propósitos de nuestra investigación, existe un primer capítulo de libro construido por el académico, y se considera un modelo inicial y fundamental para que el estudiante se apropie de la idea de capítulo de un libro. Posteriormente a que el estudiante haya construido su propio capítulo de libro, esperamos que él lo utilice como fuente de información para la planificación y puesta en acción de su sistema de creencias cuando se encuentre en la escuela comportándose como profesor.

Junto con la construcción del capítulo del libro, el académico presentará al estudiante una segunda situación de formación que es parte del dispositivo de formación, la llamamos Protocolo de Gestión Didáctica de Aula, y señala la forma de gestionar el proceso de enseñanza en un escenario real, que le permita al estudiante organizar y administrar la enseñanza del concepto de área de un cuadrilátero en su sistema de práctica en el aula escolar, cuando él se comporte como profesor durante el proceso de la relación didáctica.

El protocolo de gestión didáctica de aula posee una estructura respecto a cómo se desarrolla una clase en el aula de una escuela, con tres etapas generales llamadas: inicio, desarrollo y cierre, coherentes con lo propuesto por MINEDUC (2012b). Además, cada una de esas etapas generales tiene etapas más específicas, que incluyen los elementos planteados por Brousseau (1986) de situación fundamental, de acción, formulación, validación, institucionalización (Johsua et Dupin, 2005) y además propician la gestión de la devolución.

[4] Es una situación donde el conocimiento del estudiante se manifiesta solamente por sus propias decisiones, por las acciones regulares y eficaces sobre el medio y donde no tiene importancia la evolución de las interacciones con el medio.

En nuestra investigación se espera dar cuenta respecto de qué aspectos y etapas del capítulo del libro y del protocolo de intervención considera y utiliza el estudiante cuando realiza sus actividades de enseñanza en el escenario real.

A continuación presentamos la relación didáctica.

2.1.2. La relación didáctica.

La Relación Didáctica ocurre en un escenario real que corresponde al aula de una escuela, en una relación entre profesor, <alumno-medio> y un saber matemático enseñable, expuesta a través de la siguiente estructura:

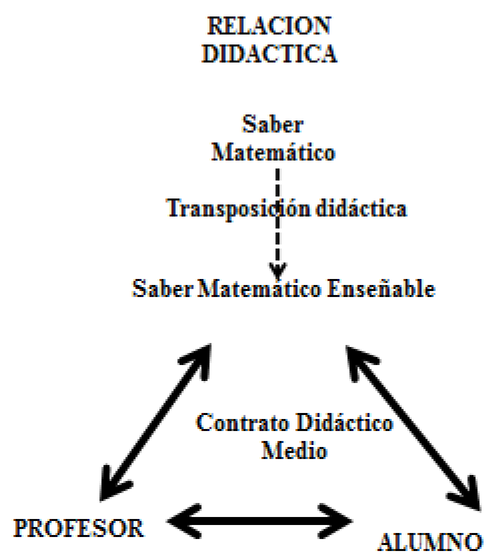


Figura 11. Relación Didáctica.

Como marcos de referencia para el estudio de esta relación didáctica, se proponen elementos de la Transposición Didáctica de Chevallard (1991), la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1997), el Espacio de Trabajo Matemático propuesto por Kuzniak et Richard (2014a).

En nuestra investigación, luego que se ha producido el proceso de formación de profesor en la relación de formación, y el estudiante se comporta como profesor en la relación didáctica, nos interesa describir el proceso de cómo realiza el proceso de enseñanza para el desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos por parte del alumno en la escuela, proceso que se logra a través de una situación vinculada al uso de un conocimiento matemático específico (D'Amore, 2011).

Como lo señala Brousseau (1997), es el profesor quien propone la situación didáctica[5] necesaria para que el alumno se adapte a ella y desarrolle conceptos y procedimientos matemáticos, "el profesor tiene la responsabilidad de organizar situaciones de enseñanza favorables para el aprendizaje del alumno" (Johsua et Dupin, 2005, p. 237) y considerando el medio[6], ya que el desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos por parte del alumno se produce cuando el alumno interactúa con un medio (Brousseau, 2007, 2013; D'Amore et Fandiño, 2002).

Igualmente, es importante para los propósitos de nuestra investigación dar cuenta de las situaciones didácticas que proponga el profesor y cómo gestiona la devolución[7] (Brousseau, 2013). En la devolución el profesor "empuja" al alumno a implicarse en la situación vinculada al uso del conocimiento matemático que se plantee.

Una vez ya propuestas las situaciones por parte del profesor al alumno, interesa describir como esas situaciones didácticas ocurren explícitamente para impulsar el desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos por parte del alumno. En nuestra investigación proponemos que la relación didáctica considera la presencia de los elementos necesarios para observar y dar cuenta de la puesta en acto del proceso, desde que el profesor propone una situación hasta la realización de un proceso de enseñanza en el aula escolar (Johsua et Dupin, 2005).

La relación didáctica comienza al considerar el saber matemático establecido por el currículum oficial chileno (MINEDUC, 2012b) en que "el profesor dispone de un objeto de enseñanza, definido por los programas" (Johsua et Dupin, 2005, p. 239). Luego el profesor

[5] Para Brousseau, una situación "es el conjunto de circunstancias en las cuales se encuentra una persona, y las relaciones que la unen a su medio. Las situaciones didácticas son situaciones que sirven para enseñar".
[6] El medio indica todo lo que actúa sobre el alumno y/o sobre los que el alumno actúa. Incluye todos los recursos materiales, culturales, sociales y humanos, utilizados en el curso de un proceso de enseñanza y de aprendizaje de un determinado objeto del saber.
[7] Proceso por el cual el profesor gestiona una situación didáctica para ubicar al alumno como un actor solo en una situación a-didáctica.

modifica este saber matemático, efectuando la transposición didáctica[8] (Chevallard, 1991), hacia un saber matemático enseñable. Este saber es compatible con el proceso de adquisición del conocimiento matemático por parte del alumno ya que el docente considera el saber matemático propuesto por el currículum nacional, situaciones y otros elementos del medio (Brousseau, 1986, 2007; D'Amore et Fandiño, 2002), y como lo señalamos, el profesor da presencia a los contenidos del programa oficial[9] a través de las situaciones que proponga.

Así, en nuestro estudio nos interesa dar cuenta del proceso de transposición didáctica efectuada por parte del estudiante-profesor, como elemento que forma parte del sistema de relación didáctica propuesto en este trabajo, y considerando que “el profesor debe tener presente el ambiente social y cultural, es decir la noosfera[10] (Brousseau, 1986) “en la cual él debe actuar” (D'Amore, 2005, p. 62).

En la relación didáctica el estudiante-profesor debe proponer situaciones a los alumnos en que la solución exija el uso del conocimiento matemático que se estudia; “será necesario que, de una manera particular para cada alumno, se pueda establecer una relación con el nuevo conocimiento presentado” (Johsua et Dupin, 2005, p. 240). El profesor provee una situación pensada por él para llevar al alumno al desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos relacionados con el concepto de área de un cuadrilátero.

Precisemos que en nuestra investigación la situación pensada por el profesor[11] para enseñar al alumno supone la utilización, la puesta en acto, de un recurso metodológico que él habrá aprendido y desarrollado en la relación de formación. A este recurso le llamamos dispositivo de formación, y recordemos que considera la realización de dos actividades: un capítulo de un libro y un protocolo de gestión didáctica de aula.

El dispositivo de formación es una actividad distinta, disidente de un modelo tradicional de enseñanza (Godino et al., 2005), “del dogmatismo escolástico” (Brousseau,

[8] En general, la transposición didáctica es un trabajo que conduce del saber científico al saber a enseñar, consignado bajo la forma de por ejemplo, capítulos de manuales escolares.
[9] Recordemos que en nuestro trabajo corresponderá al concepto de área.
[10] Noosfera es el conjunto de todo aquello que gira en torno al mundo de la escuela pero que no forma parte, explícitamente, del modelo sistémico del “triángulo de la didáctica”, y que, sin embargo, tiene influencia sobre éste. Por ejemplo: padres, burocracia escolar, directivas ministeriales, expectativas de la sociedad etc.
[11] Recordemos que este profesor es el estudiante-profesor.

2007, p. 31). Decimos que es una actividad distinta, disidente de un modelo tradicional de enseñanza pues esa diferencia nos permitirá dar cuenta de que aspectos del dispositivo de formación ocurren cuando el estudiante en su rol de profesor desarrolle su sistema de práctica en la escuela. Si las actividades fuesen similares al modelo tradicional que se practica en el aula escolar, no podríamos establecer ni diferencias ni qué aspectos o situaciones de la relación de formación aparecen en la relación didáctica y son propias del proceso de formación y no las del modelo tradicional.

Como lo señalamos anteriormente, las actividades que se incluyen en el dispositivo de formación son uno, el capítulo de un libro que es precisamente eso; un capítulo de un libro construido por el estudiante en la relación de formación y que luego, en la relación didáctica, sea una fuente de información para proveer al alumno de situaciones; y dos, el protocolo de gestión didáctica de aula es un proceso de planificación y estructura respecto a cómo se desarrolla una clase en el aula de una escuela, distinta de lo tradicional (Godino et al., 2005).

El estudiante-profesor en el momento que se encuentre en la relación didáctica deberá organizar el proceso de enseñanza para los alumnos de una escuela. Suponemos que cuando ocurra esa instancia, él utilizará el dispositivo de formación o partes y elementos de él. En lo que concierne a nuestra problemática, nos interesa dar cuenta de la puesta en acto, de la aplicación del dispositivo de formación; conocer qué elementos del capítulo del libro y del protocolo de gestión didáctica de aula aparecen en la relación didáctica.

La utilización del capítulo de un libro en nuestra investigación se fundamenta en lo señalado por Brousseau (1986, p. 6) en que “el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que ellos puedan vivir y en las cuales los conocimientos aparecerán como la solución óptima a los problemas propuestos, solución que el alumno puede descubrir” lo que Brousseau llama situación adidáctica[12]. Es así que en el propósito de esta investigación interesa dar cuenta de las situaciones que el estudiante-profesor propone en la relación didáctica y que pudiesen ser obtenidas del capítulo del libro construido por él mismo.

[12] Se refiere a la etapa en que la intención de enseñar no tiene influencia, aunque se reconoce que ocurre dentro de un proceso en que aunque no se declare la intención de enseñar, ésta está siempre presente.

En el caso de la aplicación del protocolo de gestión didáctica de aula, el profesor deberá proveer situaciones didácticas y adidácticas (Brousseau, 1997), y se observará la utilización y aplicación del protocolo. Esto permitirá describir cómo el estudiante "traslada" el dispositivo de formación del escenario simulado al escenario real, y qué elementos coinciden entre los dos escenarios. En este proceso de relación didáctica entre el profesor y el alumno proponemos observar y dar cuenta si el profesor propone situaciones didácticas cargadas con la intención de enseñar (Johsua et Dupin, 2005), y sí el mismo profesor propone situaciones adidácticas "al alcance del alumno y que le provoquen una interacción lo más independiente y fecunda posible" (Brousseau, 1986) con el contenido matemático que se estudia.

Una vez que el profesor se encuentra en el aula, suponemos utiliza en el proceso de enseñanza el dispositivo de formación en el alumno considerando que el alumno aprende por adaptación (Johsua et Dupin, 2005) y desarrolla conceptos y procedimientos matemáticos vinculados al concepto de área de un cuadrilátero, propuestos en el currículum (MINEDUC, 2012b). Dado que el profesor ha utilizado el dispositivo de formación, suponemos se produce el proceso de adaptación por parte del alumno; como lo señala Brousseau (1986, p. 14) lo hace "adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios." La adaptación, en que el alumno aprende a enfrentar su medio y desenvolverse en él, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje". En nuestra investigación no nos interesa dar cuenta de esas respuestas; estamos enfocados en el sistema de creencias el estudiante en rol de profesor.

El profesor provee situaciones adidácticas, "en la que la intención de enseñar no tiene influencia, y en la que el propio alumno sabe que aun cuando no se proclame la intención de enseñar, ella debe estar presente en alguna parte" (Johsua et Dupin, 2005, p. 248); luego, una situación adidáctica está cargada de la intención de llevar al aprendizaje de un conocimiento matemático. Este trabajo es realizado por el alumno y su medio. En el contexto de nuestro trabajo nos interesa observar y dar cuenta de qué elementos estarán formando el medio que el estudiante-profesor imagine y proponga.

Lo que el profesor diga y cómo él organiza la devolución (Brousseau, 2013), es un aspecto del que también nos interesa dar cuenta en nuestra investigación. El estudiante-profesor podrá decir al alumno lo que tiene que hacer para obtener la respuesta esperada a una situación planteada, (Johsua et Dupin, 2005).

Cuando ocurren las situaciones didácticas y adidácticas, ocurren en presencia del contrato didáctico[13] (Brousseau, 1997), ya que cómo lo declara (Johsua et Dupin, 2005, p. 11) permite que el sistema didáctico "funcione de una manera relativamente equilibrada", y lo hace "a través de mecanismos más implícitos que explícitos". En esta investigación interesa dar cuenta de las actividades que realizan el estudiante en rol de profesor con sus alumnos, los roles de cada uno de ellos, cómo las condiciones de las relaciones del profesor y el alumno van evolucionando mientras nos encontramos en la relación didáctica, todo esto en relación al contrato didáctico.

Respecto a cómo el profesor proponga las situaciones, Brousseau (1997) plantea cuatro tipos que son nuestras referencias. Ellas son las situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización. Cada una de estas situaciones tiene una construcción y una organización particular (Johsua et Dupin, 2005).

La situación de acción corresponde al momento de la clase en que el alumno, a partir de una situación planteada por el profesor, actúa sobre un medio y requiere sólo la puesta en acto de conocimientos implícitos. La situación de formulación, en que los alumnos formulan explícitamente respuestas entre ellos respecto de una situación planteada por el profesor. La situación de validación en que los alumnos se ponen de acuerdo sobre la validez de las respuestas anteriores (Brousseau, 1997). La institucionalización corresponde al reconocimiento por parte del profesor del valor de una producción realizada por los alumnos (Brousseau, 2013). Señalemos que la presencia de estas etapas en el escenario real, serán propiciadas en la relación de formación y luego serán observadas si ocurren en la relación didáctica. El método para que sean propiciadas es lo que hemos llamado protocolo de gestión didáctica de aula y que es parte del dispositivo de formación.

[13] Conjunto de obligaciones recíprocas y de sanciones que cada participante de la situación didáctica impone o cree imponer, explícita o implícitamente a los otros y las que le imponen o que él cree que le imponen.

Así, suponemos que el sistema de creencias y las situaciones que proponga el estudiante en un rol de profesor en el aula escolar, en la relación didáctica, vienen del proceso de formación de profesores al que él está adscrito en la relación de formación; es decir, el estudiante en rol de profesor propone en la escuela situaciones similares desarrolladas en la formación en la universidad, utilizando el dispositivo de formación.

2.2. De un papel simulado a un papel real.

En el estudio que se propone, de acuerdo a lo planteado por la TAD de Chevallard (1999) y Winsløw (2013), representamos el paso de la institución universidad (IU) a la institución escuela (IE) por:

$$\mathit{UNIVERSIDAD}_{\ (estudiante,\ \acute{A}REA)} \rightarrow \mathit{ESCUELA}_{\ (profesor,\ \acute{a}rea)}$$

El estudiante que se forma en la IU se comporta como profesor en la IE realizando su sistema de creencias en el momento en que debe realizar la asignatura de práctica progresiva de su plan curricular de formación (Facultad de Educación, 2012).

El objeto de conocimiento en nuestro estudio es el sistema de creencias y la aplicación del dispositivo de formación, actividad aprendida en la relación de la formación de profesores. El estudiante posee un sistema de creencias hacia la enseñanza (Goeke, 2008; Marcelo, 2009; Wideen et al., 1998), que en este trabajo también llamamos sistema de creencias hacia el trabajo matemático, y el académico pretende modificar esas creencias de acuerdo a los conocimientos didácticos y el dispositivo de formación presentados en la relación de formación. Posteriormente, cuando el estudiante va a la escuela y se encuentra en un rol de profesor, él desarrollará un sistema de práctica de acuerdo a los conocimientos matemáticos de la relación didáctica.

En la relación de formación, el académico dispone de un saber didáctico, efectúa la transposición meta-didáctica, y obtiene el saber didáctico enseñable. El académico presenta una situación de formación al estudiante para que sea resuelta por el estudiante. La tarea propuesta por el académico es simulada porque no se realiza en el aula escolar, sino en la universitaria para luego ser representada en un escenario real.

Con los elementos anteriores, el académico se relaciona con el estudiante para formar un profesor de matemáticas que enseñará conceptos y procedimientos del concepto de área de un cuadrilátero en la escuela y que está declarado en los programas de estudio de propuestos por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC, 2012b, 2014a).

Ambas partes del sistema de relaciones didácticas y de formación, se relacionan de dos modos; a través del estudiante-profesor, es decir, esta persona se comporta como profesor en la relación didáctica y es un estudiante en la relación de formación. El segundo punto de conexión es el sistema de creencias que es la actividad que realiza este estudiante-profesor y que corresponde al proceso de enseñanza del concepto matemático en la escuela, suponemos usando los conocimientos didácticos adquiridos en la relación de formación.

En el caso del estudiante, él tendrá claridad de su rol dual, estudiante en la universidad, profesor en la escuela, y de que el saber didáctico enseñable es clave para su desarrollo profesional. El estudiante debe comprender ese saber que el académico le ha mostrado. Luego, cuando el estudiante está en la escuela en el rol de profesor, desarrolla y aplica un sistema de práctica, y que suponemos contiene elementos del saber didáctico enseñable de la relación de formación. En el contexto de nuestra investigación nos interesa observar y describir cómo realiza su sistema de creencias usando el dispositivo de formación en la escuela, y dar cuenta de los puntos de encuentros y/o diferencias con el dispositivo desarrollado en la relación de formación.

Al respecto, Winsløw (2009) señala que hay tres aspectos que ocurren en el paso de la relación de formación a la relación didáctica que adaptados al contexto de nuestra investigación, son los siguientes: a) cómo el estudiante-profesor adapta los conocimientos adquiridos en la universidad a la escuela, b) cómo considera las nuevas normas y aspectos culturales de la escuela, y c) como se integra a la nueva comunidad de profesores.

Respecto del aspecto a), es interesante para los propósitos de nuestro trabajo dar cuenta de qué elementos del saber teórico de la TAD son los que en mayor o menor medida fundamentan el saber-hacer (Chevallard, 1991) del sistema de creencias del estudiante. Además, considerando que la práctica nutre a los conocimientos teóricos (Falkenburg, 2004); interesa observar los elementos de la noosfera y del contrato didáctico en la escuela que aparecen influenciando el sistema de creencias.

Algunas implicancias del hecho de que el estudiante se comporta como profesor en la relación didáctica es que él deberá efectuar la transposición didáctica del saber matemático al conocimiento matemático, y utilizar elementos del dispositivo de formación para luego enseñar en su rol de profesor esos contenidos a los alumnos en la escuela, y organizar la devolución (Brousseau, 1986), y en el alumno ocurrirá la implicación [14] (D'Amore et Fandiño, 2002). La gestión de la devolución y la implicación, como elemento que influye el sistema de creencias, son relevantes de ser observadas y dar cuenta de ellas.

De este modo, para los propósitos de nuestra investigación, nos interesa dar cuenta qué ocurre cuando el estudiante realiza el sistema de creencias de un papel simulado del aula universitaria a un papel real en el aula escolar.

2.3. Conceptualización de didáctica de la matemática.

En nuestra investigación uno de los elementos fundamentales que la sustentan es la concepción de la didáctica de las matemáticas, entonces, resulta relevante establecer qué entenderemos por didáctica de las matemáticas.

Johsua et Dupin (2005, p. 6), presentan una definición que señala que la didáctica de las matemáticas es la "ciencia que estudia los fenómenos de enseñanza, las condiciones de transmisión de la cultura propia de una institución y las condiciones de la adquisición de conocimientos por parte de un estudiante". Esta definición implica la reflexión sobre los conocimientos asociados a los elementos que la componen ya que no son "objetos muertos" que el académico traspasa al estudiante para que se apropie de ellos, sino que "vivos, evolutivos y cambiantes según la sociedad en los que nacen y se implantan". El estudiante al

[14] Es la acción del alumno sobre sí mismo en que el alumno acepta la devolución, accediendo a hacerse cargo de la construcción del propio conocimiento.

realizar la adquisición de un conocimiento, se relaciona de muchas posibles maneras con él, lo que subraya el hecho de que se debe pensar sobre esa relación y no suponer que es una apropiación única y automática[15].

Para Brousseau (2013), la didáctica de las matemáticas es

> "la ciencia de las condiciones específicas de la difusión del conocimiento matemático necesario a las ocupaciones de los hombres (sentido amplio). Ella se preocupa (sentido estricto) de las condiciones en las que esta institución que llamamos enseñante, intenta (mandatada por necesidad de otra institución) modificar el conocimiento de otra llamada enseñada, cuando esta última no es capaz de hacerlo de manera independiente o no necesariamente sienten la necesidad. Un proyecto didáctico es un proyecto social para hacer apropiar a un sujeto o a una institución, un saber constituido o en vías de constitución. La enseñanza incluye todas las acciones que buscan realizar este proyecto didáctico." (p. 1)

Para ambas definiciones existen aspectos comunes que se complementan. El que consideramos más importante es que es una ciencia, por lo que "obliga" a quien interactúe en la didáctica de las matemáticas, como el caso de un académico universitario que forma profesores de matemáticas o un profesor de matemáticas que enseña un concepto matemático a alumnos de una escuela, a hacerlo con orden y rigor. Resulta relevante explicitar lo anterior pues sabemos que muchos de los profesores que enseñan matemáticas, confunden la didáctica de la matemática con otros conceptos como la metodología de enseñanza, técnica de enseñanza, el arte de enseñar (Adúriz-Bravo et Aymerich, 2002) que son definiciones o conceptos más propios obtenidos por la adaptación didáctica del concepto, o por interpretaciones de copias exitosas de procesos de enseñanza logrados por otros profesores en distintos contextos o instituciones, o "recetas" de enseñanza establecidas por el Ministerio de Educación[16].

El concepto que consideramos como oportuno a nuestro trabajo es considerar que la didáctica de la matemática es "ciencia de las condiciones específicas de la difusión del

[15] Existen ciertas tendencias en algunos sistemas educativos o centros escolares en que la dirección de la institución propone un solo modo de enseñar, con las mismas actividades para todos los estudiantes, suponiendo que el modo de apropiación del conocimiento por parte del alumno es único.
[16] Resulta bastante común que el Ministerio de Educación proponga actividades para ser enseñadas en las aulas de las escuelas de Chile, sin que exista un análisis del medio y la noosfera. Se puede observar estas actividades en los libros del Ministerio.

conocimiento matemático necesario a las ocupaciones de los hombres" (Brousseau, 2013, p. 1), y que esta incluye el estudio de las condiciones en las que una institución universitaria, intenta modificar el sistema de creencias de un estudiante que él aplicará en la escuela.

En nuestra investigación, esas condiciones implican lo que llamamos sistema didáctico (Johsua et Dupin, 2005), que lo definimos como "el juego que se establece entre un profesor, los alumnos y un conocimiento matemático" (Chevallard, 1991), juego que se hace en conjunto, con cada una de las partes en acción y no de manera aislada (Portugais, 1995). Se trata de dar cuenta del funcionamiento del sistema didáctico, identificando los fenómenos que allí ocurren, observando las regularidades del sistema cuando se pone en acción en una institución educativa, así como aquellos fenómenos que son extraños, irregulares o novedosos. El juego entre las partes del sistema didáctico se ha representado clásicamente a través del esquema de triángulo didáctico (Johsua et Dupin, 2005, p. 11):

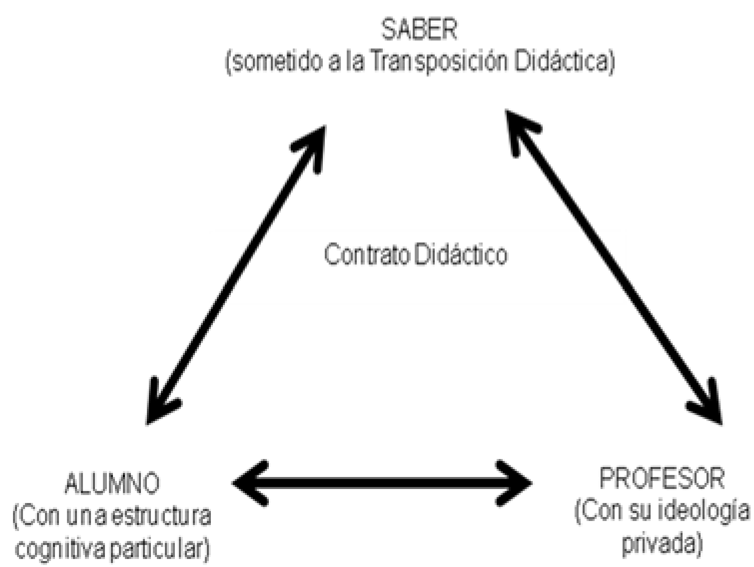


Figura 12. Triángulo Didáctico (Johsua et Dupin, 2005)

Este triángulo recién presentado puede ser mejorado considerando la siguiente estructura en que se establece una relación más directa entre cada elemento:

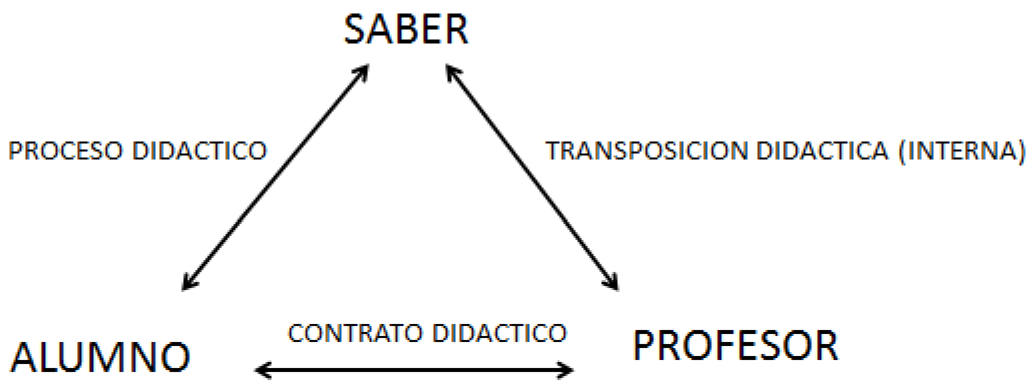


Figura 13. Propuesta mejorada Triángulo Didáctico

En esta propuesta, la transposición didáctica ocupa esa posición pues la transposición didáctica es propia del profesor, es una actividad que realiza el mismo. El contrato didáctico se establece entre el profesor y el alumno, y el proceso didáctico es organizado entre el alumno y el saber.

En el contexto de nuestra investigación planteamos que este análisis respecto a cómo se representa de mejor manera la relación saber-alumno-profesor no es necesario, pues lo que deseamos es dar cuenta de los elementos de la formación de profesores de matemáticas que luego aparecen en el escenario real. Para eso la mejor forma de representar esta situación es la propuesta por Winsløw (2013):

$$UNIVERSIDAD_{\ (estudiante,\ \acute{A}REA)} \rightarrow ESCUELA_{\ (profesor,\ \acute{a}rea)}$$

A continuación presentamos un análisis más acabado de la estructura de Relación de Didáctica en primer lugar y luego de la Relación de Formación, ya que algunos elementos de la TSD sustentan el proceso de formación en la universidad.

2.4. Marco Teórico de la Relación Didáctica.

La Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) presenta componentes que permiten el análisis de la Relación Didáctica propuesta. A continuación presentamos estos componentes.

2.4.1. Alumno – Medio.

Uno de los conceptos fundantes de la TSD es que el aprendizaje se produce por adaptación, es decir un individuo aprende al enfrentar su medio y desenvolverse en él, lo que implica que el aprendizaje se produce a partir de la interacción entre un sujeto (el alumno) y un medio, (Acosta, Monroy et Rueda, 2010; Brousseau, 1986, 1997; Chavarría, 2006; D'Amore, 2011; D'Amore et Fandiño, 2002; Johsua et Dupin, 2005). Esta interacción la simbolizamos como <s-m>. En un sistema educativo formal, el objetivo que el alumno debe lograr lo proporciona el profesor. Para ello, éste debe crear o proponer una situación o tarea y luego el alumno resolverá esa tarea. El proceso de desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos ocurre cuando el alumno tiene una intención, un objetivo que debe o quiere lograr; y para alcanzarlo realiza una acción sobre el medio, adaptándose, "ese saber fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por las respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje" (Brousseau, 1986, 2013)

El medio es el sistema antagonista del alumno. En una situación de acción, llamamos medio a todo lo que actúa sobre el alumno y/o todo sobre lo que el alumno actúa. El alumno actúa sobre el medio de una manera racional y económica, cautelando las reglas de la situación, y lo hace en función de su repertorio de conocimientos (Brousseau, 2013).

Luego que el alumno actúa sobre el medio, el medio reacciona a esa acción, lo que denominamos retroacción. Luego el alumno interpreta esta retroacción para poder validar o invalidar su acción; es decir, para decidir si alcanzó o no el objetivo que se propuso. Si la acción que realizó el sujeto no alcanza lo que él quería, entonces la validación es negativa, y el sujeto modifica su acción sobre el medio para poder alcanzar lo que se propone. Si la acción sí alcanzó lo que el sujeto quería, la validación es positiva y el sujeto refuerza dicha acción y se produce el aprendizaje. Este proceso se representa en el siguiente esquema (Acosta et al., 2010):

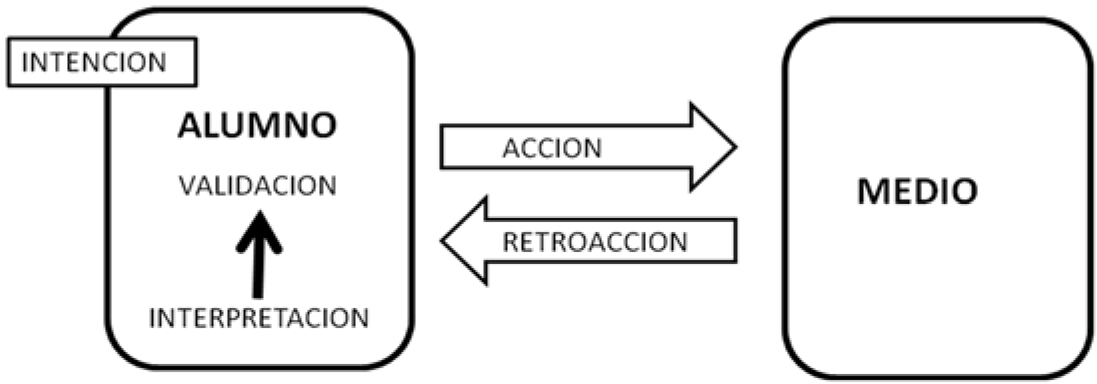


Figura 14. Relación <Sujeto-Medio> (Acosta et al., 2010)

2.4.2. Concepciones alternativas.

Este modelo debe considerar una precisión referida a las concepciones alternativas de los alumnos, es decir la representación interna de los alumnos respecto de un concepto, que además implica un conocimiento diferente de la definición científicamente aceptada del concepto, o incompatible con él (Cormier, 2014). Dadas estas concepciones, luego de que el profesor ha propuesto una situación didáctica o ejercicios, el aprendizaje se produce cuando el medio refuta las concepciones alternativas. Si el medio confirma la visión del alumno significa que él ya sabe o comprende lo que le queremos enseñar y entonces no se produce un nuevo aprendizaje. Sin embargo si el alumno fracasa en la realización de los ejercicios propuestos se podrá conducir hacia un nuevo aprendizaje.

En el caso de la relación de formación, el estudiante ya posee concepciones alternativas respecto de la enseñanza. En este punto haremos una precisión teórica asociada a nuestro proyecto. Una concepción alternativa está asociada a un concepto matemático y un sistema de creencias hacia la enseñanza está asociado a un proceso que implica la realización de una clase. Sin embargo podemos igualar los conceptos y hablar de concepciones alternativas hacia la enseñanza como equivalente al sistema de creencias hacia la enseñanza.

Cuando el académico realiza la docencia en el aula simulada presenta situaciones de formación que derivan hacia situación de aformación y que permitan refutar las concepciones alternativas de modo que se conduzca hacia un nuevo aprendizaje; es decir una modificación del sistema de creencias del estudiante en formación. Esto se hace a través del dispositivo de formación.

2.4.3. Situación (Matemática)

El aprendizaje de las matemáticas se considera vinculado a una actividad intelectual que consiste en proponer y resolver ejercicios, tareas o problemas. El profesor propone algunas tareas o problemas matemáticos y el alumno los resuelve. El alumno, al resolverlos construye el conocimiento matemático (Acosta et al., 2010; Brousseau, 1986; Chavarría, 2006; D'Amore, 2011; Johsua et Dupin, 2005; Portugais, 1995). Los distintos problemas que proponga el profesor deben estar relacionados entre sí, sino no puede perderse el sentido de los conceptos que se quieren desarrollar. Si el profesor propusiera problemas desconectados; sería una actividad carente de una línea de trabajo y probablemente sin lógica para el alumno.

Junto con lo anterior, los problemas no sólo deben estar conectados entre sí, sino que deben tributar a un problema matemático mayor; o mejor dicho, a una organización didáctica más grande, que llamamos situación. (Brousseau, 2013), señala que una situación forma un sistema que considera las condiciones de uso particular de los conocimientos. Él señala que:

> "una situación, por una parte, es un juego hipotético (que puede ser definido matemáticamente) que explicita un sistema mínimo de condiciones necesarias en la cual un conocimiento (matemático) determinado, se puede manifestar por las decisiones de los efectos observables (las acciones) de un actante sobre un medio." (Brousseau, 2013, p. 3)

Entonces, la situación comprende los problemas matemáticos que se plantean, las preguntas que realiza el profesor, los métodos y técnicas de resolución, la información que se presente. El profesor, dado que tiene la intención de enseñar, propondrá un problema para que el alumno se apropie de los conocimientos matemáticos específicos, a través de una situación didáctica.

2.4.4. Situación didáctica y Situación adidáctica.

El rol del profesor es muy importante, ya que es el encargado de crear la intención en el alumno de desarrollar conceptos y procedimientos matemáticos y además de preparar correctamente el medio. Además, el profesor debe anticipar las posibles acciones del estudiante y las retroacciones del medio para garantizar que puedan ser interpretadas por el alumno (Acosta et al., 2010; Brousseau, 1986; Chavarría, 2006; D'Amore, 2011; Johsua et Dupin, 2005).

Para cumplir el rol del profesor, debe existir el hecho de que él tenga la intención de enseñar un conocimiento matemático determinado a un alumno. A esta acción se le llama situación didáctica y normalmente ocurre en un aula de clases. El profesor, que desea enseñar algún contenido matemático al alumno no le plantea este contenido comunicándoselo directamente, sino planteándole un problema relacionado al conocimiento matemático y que el alumno debe resolver por sí solo, con su medio, <alumno-medio>, ya que el aprendizaje de un concepto matemático se produce cuando un alumno interactúa con el medio. La solución de este problema implica un producto que es un nuevo conocimiento que llamamos también una adaptación deseable (Acosta et al., 2010; Brousseau, 1986; Chavarría, 2006; D'Amore, 2011; Johsua et Dupin, 2005).

El vínculo entre el alumno y un medio no tiene ninguna intención didáctica; el medio no le enseña al alumno. Este tipo de situación, recibe el nombre de situación adidáctica. En el proceso de crear la intención de que el alumno acepte la responsabilidad de resolver un problema, lo que hace el profesor es preparar cuidadosamente un medio con el cual el alumno pueda interactuar, y un problema que desencadene acciones sobre el medio.

Luego de finalizada la situación adidáctica el profesor debe explicitar las relaciones entre el conocimiento construido y el conocimiento matemático presentado, reconociendo la validez y la utilidad de este nuevo conocimiento, que es una modificación del anterior. A esta etapa Brousseau (2013) la llama situación de institucionalización de un conocimiento. Él la define como "una situación que se presenta por el paso de un conocimiento de su rol de medio de resolución de una situación de acción, de formulación o de prueba, a un nuevo rol, el de referencia para las utilizaciones futuras, personales o colectivas" (Brousseau, 2013, p. 4).

Presentamos un esquema (Acosta et al., 2010), que representa un vínculo entre la situación didáctica y la situación adidáctica:

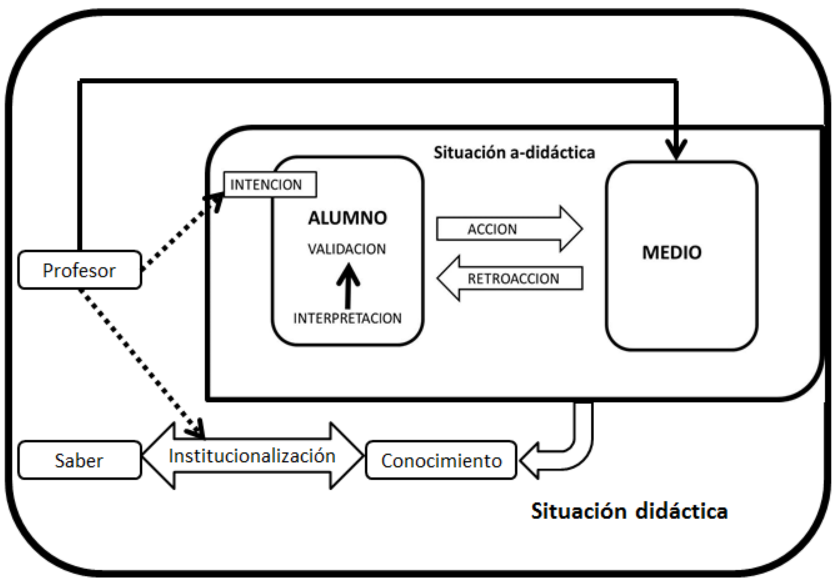


Figura 15. Situación Didáctica y Situación Adidáctica (Acosta et al., 2010)

Cuando se produce la situación adidáctica, podría ocurrir que el alumno no pueda resolver el problema y no se produzca la validación. Si esto ocurre, el profesor debe animar y guiar al estudiante para continúe en el proceso de resolverlo. A esta acción del profesor le llamamos devolución.

2.4.5. La devolución

El profesor, como lo plantea Brousseau (2013), prepara la situación adidáctica lo que implica seleccionar o definir el medio y además proponer un problema relacionado con el conocimiento matemático que planteará a los alumnos. En la situación adidáctica el profesor se abstrae del trabajo del alumno y no se relaciona con ellos en términos de comunicarles indicios del conocimiento. Si el profesor intercede de la manera mencionada en la relación <alumno-medio>, impediría que se realice un aprendizaje por adaptación.

Sin embargo lo anterior no significa que el profesor no deban intervenir, sino que su vínculo con el alumno debe limitarse a animar al alumno a resolver el problema planteado, evitar que renuncie a resolverlo, asegurándose de que el alumno entienda o comprenda lo que se espera que logre. El profesor debe hacer que el alumno tome conciencia de las acciones que puede realizar y de las retroacciones del medio. A este proceso le llamamos gestión de la devolución.

Brousseau (2013) define la devolución como:

> "proceso por el cual el profesor gestiona a través de una situación didáctica posicionar al alumno como único protagonista en una situación adidáctica. Se busca de este modo que la acción del estudiante se produzca y justifique solo por las necesidades del medio y por sus conocimientos, y no por la interpretación de los procesos didácticos del profesor. La devolución para el profesor no sólo es para proponer al alumno una situación que debe despertar en él una actividad no convenida, sino también para garantizar que se sienta responsable de la obtención del resultado propuesto, y que acepte la idea de que la solución sólo depende del ejercicio de los conocimientos que él ya posee." (p. 5).

Brousseau señala que la devolución se hace para la institucionalización, y que estas dos acciones son las intervenciones didácticas sobre la relación <alumno-medio>. Además agrega que esta relación entre el profesor y el alumno se realiza y es soportada en un contrato didáctico.

2.4.6. El contrato didáctico.

Como ya señalamos, Brousseau (2013) define el contrato didáctico como el "conjunto de obligaciones recíprocas y de sanciones que cada participante de la situación didáctica impone o cree imponer, explícita o implícitamente a los otros y las que le imponen o que él cree que le imponen".

Sarrazy (1995) plantea que el contrato didáctico se ha considera en muchas oportunidades "como un acto simbólico inicial por medio del cual el alumno se convierte en sujeto didáctico al interior de una institución escolar", y tal como lo señala D'Amore (2011), es coherente con lo propuesto por Chevallard (1991) que expresa que el primer contrato es un contrato social sobre el cual se sitúa el proceso de enseñanza, y hace explícita la relación entre el profesor, el alumno y el conocimiento.

Sin embargo, D'Amore (2011) plantea con mayor profundidad, más allá de lo social, el contrato didáctico:

> "en una situación de enseñanza, preparada y realizada por un docente, el estudiante tiene como tarea resolver el problema (matemático) que se le presenta, pero el acceso a esta tarea se hace por medio de una interpretación de las preguntas dadas, de las informaciones proporcionadas y de las obligaciones impuestas que son constantes del modo de enseñar del profesor. Estos hábitos (específicos) del maestro esperados por los estudiantes y los comportamientos del estudiante esperados por el docente, constituyen el contrato didáctico." (p. 115)

Junto con lo anterior, (Brousseau, 2013) plantea el significado del contrato didáctico:

> "El contrato didáctico no es en realidad un verdadero contrato porque no es ni explícito ni voluntario, y porque ni las condiciones de rupturas ni las sanciones pueden ser dadas con antelación debido a su carácter didáctico, y aquello que importa, depende del conocimiento aún desconocido de los alumnos." (p. 6)

El contrato didáctico tiene una característica, que a menudo es insostenible.

> "Pone al profesor delante de una verdadera paradoja: todo lo que hace para producir el comportamiento de los estudiantes que él espera, tiende a reducir la incertidumbre de los alumnos y con ello priva de las condiciones necesarias la comprensión y el aprendizaje del concepto en cuestión: si el profesor dice o señala lo que quiere que el alumno haga, él obtendrá solo la ejecución de una

> orden y no el ejercicio sus conocimientos y decisiones[17] (primera paradoja didáctica). Sin embargo, el estudiante está también delante de una paradoja: si él acepta que, según el contrato, el profesor le enseñe las respuestas y las soluciones, él no las establece por sí mismo y por lo tanto no obtiene los conocimiento (matemáticos) necesarios y no puede apropiarse de ellos. Querer aprender, implica rechazar el contrato didáctico hacerse cargo del problema de forma autónoma. Por lo tanto, el aprendizaje dependerá no del buen funcionamiento del contrato, sino de sus rupturas y ajustes." (p. 6)

Portugais (1995), pone algunos elementos en relieve respecto del contrato didáctico como que nunca es totalmente explicable, es siempre específico del conocimiento, es visible a partir de sus rupturas, lo que permite retornar al conocimiento, y la relación didáctica continúa y perdura aún después de las rupturas.

En el caso del contrato didáctico durante la formación docente, lo hemos llamado contrato de formación, equivalente al didáctico sobre el cual se sitúa el proceso de formación, y hace implícita la relación entre el académico, el estudiante y el conocimiento didáctico. Importante es manifestar que no se debe confundir con el contrato pedagógico que está más vinculado a la creación de un ambiente y normas disciplinares en el aula (Frigerio, Poggi et Tiramonti, 1994).

2.4.7. Tipos de situaciones: acción, formulación y validación.

Los alumnos, en nuestro caso los estudiantes en formación, actúan sobre las situaciones didácticas que se propongan; y lo hacen de diversas manera. Brousseau (2007) plantea las siguientes.

La situación de acción es "una situación donde el conocimiento del tema se manifiesta por las decisiones, acciones regulares y eficaces sobre el medio y en que este conocimiento es irrelevante para la evolución de las interacciones con el medio que el alumno logra o no identificar, aclarar o explicar el conocimiento necesario" (Brousseau, 2013).

[17] Efecto Topaze y efecto Jourdain

Lo que se plantea es que la situación de acción exige que el alumno plantee acciones que aparezcan como la mejor posibilidad de solución al problema que ha propuesto el profesor. Considerando que el medio reacciona sobre el alumno, a través de la retroacción, le permitirán juzgar el resultado de su acción, y de ajustarla sin la intervención del profesor (Acosta et al., 2010; Brousseau, 1986; Chavarría, 2006; D'Amore, 2011; Johsua et Dupin, 2005; Portugais, 1995).

La situación de acción se realiza de manera individual, el alumno está solo con su medio. Esto lo obliga a actuar sobre el medio, creando o planteando un modelo para solucionar el problema, y mejorarlo en la medida que ocurra la retroacción. A este modelo, (Brousseau, 2013) le llama "modelo implícito de acción" y que es una representación simplificada de una manera donde un conocimiento determina los comportamientos de un alumno en una situación dada.

Considerando que el contexto en que se plantea el problema ocurre en la situación didáctica, el alumno no estará solo sino que también estarán sus compañeros con los que podrá comentar y comparar la propuesta de solución al problema. Así, el momento que ocurre cuando el alumno trabaja en grupo con alguno (o algunos) de sus compañeros se denomina situación de formulación (Johsua et Dupin, 2005), situación que le permite al alumno comparar su respuesta, validarla al interior del grupo y construir una nueva respuesta que es la consensuada del grupo.

La situación de formulación implica la explicitación de una respuesta por parte del alumno, que haya sido propuesta en la situación de acción, ya que como lo plantea Brousseau (2013, p. 3) "se puede deducir que una formulación espontánea de conocimientos exige que este exista previamente como modelo implícito de acción". Al aplicar el modelo, se requiere de un grupo de alumnos que interactúen, ya que alguno de ellos debe plantear el conocimiento relacionado para que alguno de los otros alumnos lo conviertan en una decisión válida sobre el medio. En el momento de la interacción entre los alumnos, ellos podrán utilizar un repertorio conocido de conocimientos para presentar una respuesta o mensaje inicial, que a través de la situación planteada, podrá luego ser modificado (Brousseau, 1986, 1997, 2007, 2013).

Una tercera situación que llamamos situación de validación, ocurre cuando cada grupo que se ha formado en el aula presenta la respuesta al problema frente al resto de compañeros que han trabajado también en grupos. Esto permite una comparación entre todos los alumnos del curso, similar a lo que ocurre en una pequeña comunidad científica que contrasta las propuestas o soluciones de un problema (Brousseau, 2007; Johsua et Dupin, 2005).

Una situación de validación es una situación donde la presentación de la solución al problema exige que los alumnos establezcan la validez de la respuesta a un problema planteado. Su realización efectiva depende también de la capacidad de los alumnos de establecer juntos y explícitamente la validez. Para esto se requiere que todos los alumnos reconozcan las normas, reglas y teoremas conocidos para describir los elementos de una situación y/o de una adecuada verificación para dar cuenta de que la solución al problema es adecuada o correcta. Lo anterior implica que los protagonistas confronten sus puntos de vista sobre la evolución del medio y acuerden y acepten reglas de debate científico (Brousseau, 1986, 2007, 2013).

En nuestra investigación, estos tres tipos de situaciones fundamentan el protocolo de gestión didáctica de aula. Proponemos que cuando un alumno se enfrenta a la búsqueda de una respuesta a un problema propuesto, el estudiante-profesor organice y gestione la clase realizando un procedimiento que considera 3 etapas secuenciales: a) la primera etapa es que el profesor solicita a cada alumno que individualmente resuelva el problema; así el alumno está solo frente al problema, con sus propios conocimientos, por lo que se produce la acción y retroacción con el medio. Esta etapa la asimilamos a la situación de acción planteada por Brousseau (Brousseau, 2007, 2013; Johsua et Dupin, 2005), b) Luego, el profesor organiza al curso para que se produzca un trabajo en grupo y ocurra la situación de formulación. Cada grupo habrá elegido su mejor respuesta al problema en un proceso de diálogo y validación grupal y c) En seguida, el profesor presenta a un integrante de cada grupo para exponga la respuesta al problema y así se produce la comunidad científica que corresponde a la situación de validación.

La organización será realizada por el profesor. Luego de finalizada la situación de validación, el profesor realizará la institucionalización.

2.4.8. Institucionalización.

La institucionalización ocurre cuando el profesor en el aula, frente al curso, ya en una situación didáctica, corrige y valida la o las respuestas presentadas, y comunica el nuevo conocimiento matemático (Johsua et Dupin, 2005).

La institucionalización se caracteriza por el paso de un conocimiento de su rol de medio de resolución de una situación, siguiendo las etapas recién planteadas, a un nuevo rol, que es el de referencia para usos futuros personales o colectivos (Brousseau, 2013), dicho de otra manera, el profesor debe comunicar al alumno los elementos del conocimiento que corresponden a su proyecto de enseñanza, porque el rol del profesor es institucionalizar (Brousseau, 2007; Portugais, 1995).

En el protocolo de gestión didáctica de aula que proponemos en este trabajo, luego de finalizada la situación de validación, el profesor realizará la institucionalización.

2.5.- El proceso de transposición didáctica.

Chevallard (1991) se preocupó de estudiar el proceso didáctico de transformar algún saber específico en un proceso de enseñanza; los "mecanismos generales que permiten el pasaje de un objeto de saber a un objeto de enseñanza" (Johsua et Dupin, 2005). A esto le llamó transposición didáctica que definimos en un sentido estricto como "el paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto de saber" (Chevallard, 1991), representado en el esquema:

Objeto de saber $\longrightarrow$ Objeto a enseñar $\longrightarrow$ Objeto de enseñanza

Lo que la transposición didáctica propone es que se conduce desde el objeto a enseñar al objeto de enseñanza, y que se concreta a través de recursos como una guía de ejercicios o un manual escolar. Sin embargo, este paso debe considerarse como una preparación didáctica apropiada y oportuna y no como una simplificación del saber científico. En este sentido, Chevallard (1991) señala que al efectuar la transposición didáctica, proceso inevitable, el saber enseñable "estará apto para tomar un lugar entre los objetos de enseñanza".

En el proceso de transformación del objeto a enseñar al objeto de enseñanza, se pone en evidencia que cada uno de ellos tiene un funcionamiento didáctico distinto, y que hay una suerte de dos tipos de saber, relacionados pero no superpuestos (Portugais, 1995). Planteamos que el objeto a enseñar o saber sabio está dentro del saber aceptado y reconocido por una comunidad científica, y que no necesariamente ese saber puede ser enseñado, sino que lo que debe ocurrir es que existan ciertos mecanismos que permitan transformarlo en objeto de enseñanza o saber enseñable. Al realizar la transformación los entornos epistemológicos de ambos saberes son distintos, así como el significado y el alcance de los conceptos vinculados a ellos (Johsua et Dupin, 2005).

La diferencia entre el saber enseñado y el saber erudito implica dos transposiciones; una externa y una interna. La transposición externa es aquella que se efectúa del saber sabio al saber enseñable, en que el saber enseñable son los contenidos que figuran en el currículum del sistema educativo (Alfaro et Chavarría, 2012). En nuestro proyecto, en la relación de formación hay una transposición didáctica externa que ha definido el saber didáctico; y en la relación didáctica ha definido el saber matemático. La transposición didáctica interna consiste en los cambios sufridos por el saber a enseñar al convertirse en saber enseñado (Alfaro et Chavarría, 2012), en esta transposición participa directamente el docente. En nuestro proyecto, en la relación de formación corresponde al saber didáctico enseñable que es el que ha intervenido el académico; y en la relación didáctica corresponde al saber matemático enseñable intervenido por el estudiante en rol de profesor.

En la transposición didáctica ocurre la desintetización del saber, que consiste en realizarle una cierta cantidad de "cortes" en unidades que, se cree, son autónomas. Se trata de delimitar el saber sabio en saberes parciales que sean coherentes con el sistema didáctico. Esto ocurre pues el saber sabio se presenta como una unidad férrea, cerrada, sintética. El modelo asociado a ese saber, "el sentido que toma cada concepto es indisociable del sistema de relaciones en el que interviene" Johsua et Dupin (2005, p. 188).

El saber sabio es reconocido por una comunidad científica, pero el saber enseñable no necesariamente. En la transposición didáctica, el saber sabio no solo se transforma en conocimiento enseñable, sino que se degrada, con cierta subjetividad que dependerá del profesor que haga esta transformación. Para evitar la subjetividad, el conocimiento enseñable se presenta como un libro, un texto del saber que asegura su despersonalización. El libro o texto sigue un orden lógico y normas de progresión y de secuencia, inicio, desarrollo, y así se tiene un programa para la enseñanza que se aleja de los problemas del productor de la transposición, y el saber enseñable pasa de lo privado a lo público. Así, el saber es separado del entorno epistemológico al que pertenecía, el saber del pedagogo desde el que inicialmente se creó, y entonces "cesa el sincretismo" (Johsua et Dupin, 2005; Pinto, 2012) entre el saber sabio y el saber enseñable: se logra la conciliación de estos dos saberes. El sincretismo en nuestra investigación se logra a través de la construcción del capítulo del libro, pues en el proceso de construcción el estudiante en formación logra conciliar de manera personal el saber sabio emanado desde los programas de estudio, con el saber enseñable propuesto por él mismo estudiante; y esta actividad de conciliación es clave en un proceso de formación de profesores pues es un método para el desarrollo de las habilidades docentes para llevar adelante un correcto proceso didáctico; es coherente con el proceso de aformación.

El conocimiento enseñable toma cuerpo en la comunicación del saber sabio a la comunidad y continúa hasta el aula escolar, agregando elementos del control social, por ejemplo el currículum escolar o la evaluación institucional (Pinto, 2012). La transposición didáctica crea un ámbito nuevo, pero debe estar ceñido a ciertas exigencias precisas que hay conocerlas para entender el proceso realizado, exigencias relacionadas con el sincretismo.

Portugais plantea que luego del cese del sincretismo, aparece la descontextualización, y en la llegada al aula, aparece una re-contextualización; el profesor deberá re-personalizar este conocimiento descontextualizado, proveyendo actividades y situaciones para el aprendizaje en el alumno. "El alumno a su vez deberá re-contextualizar y re-despersonalizar este conocimiento para objetivar su propio aprendizaje y referir sus conocimientos a uno, culturalmente reconocido" Portugais (1995, p. 55); se incluye lo que llamamos la desintetización.

El cese del sincretismo, la descontextualización y la desintetización permiten realizar lo que se conoce como programabilidad de la adquisición de los saberes, ya que ocurre una progresión didáctica y se puede recurrir a los controles que ella produce. Para que se produzca este proceso, proponemos un dispositivo de formación que es aplicado por el estudiante y que explicamos en la sección 2.7.

Sin embargo lo anterior, aquí hay un aspecto que Chevallard (1991) plantea como tiempo didáctico y tiempo del aprendizaje en que la diferencia entre un proceso de aprendizaje, que es complejo dadas las reorganizaciones e integraciones que ocurren en el alumno es diferente de la organización didáctica y de los tiempos asociados a ella[18].

Los elementos presentados de la transposición didáctica son correspondientes a lo que hemos llamado transposición meta-didáctica en la Relación de Formación, que es el paso de un saber didáctico a un conocimiento didáctico. Lo que la transposición meta-didáctica propone en nuestra investigación es que esta se concreta a través del dispositivo de formación que incluye el capítulo de un libro y el protocolo de gestión didáctica de aula; y es una preparación didáctica apropiada y oportuna al proceso de formación de profesores de matemática.

Explicamos a continuación la propuesta que fundamenta el estudio del proceso de formación.

2.6. Marco de referencia de la relación del sistema integrado.

Recordemos que en nuestra propuesta hemos definido que el vínculo o la conexión entre la relación de formación y la relación didáctica se establece a través del saber didáctico enseñable que se entrega al estudiante en el aula universitaria y luego él debería aplicar a los alumnos en el aula escolar. Siendo el estudiante el mismo individuo que es un estudiante en la relación de formación y se comporta como profesor en la relación didáctica. Para describir y

[18] Para contextualizar lo a nuestro proyecto, usaremos el contenido de área de un cuadrilátero, en que el tiempo didáctico y el tiempo de aprendizaje ocurren de una manera secuencial en un corto período de tiempo, un semestre académico de formación de profesores.

dar cuenta de este vínculo, utilizamos la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Winsløw, 2013).

2.6.1. La Teoría antropológica de lo didáctico.

Como marco teórico de referencia para la relación entre el Sistema Integrado de Relaciones Didácticas y de Formación, proponemos a Chevallard (1991) que presenta la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD) (Winsløw, 2013). Esta muestra la relación que existe entre un individuo, el conocimiento que enseña y la institución en la que se realiza esa enseñanza y que previamente habíamos representado por $UNIVERSIDAD_{(estudiante,\ ÁREA)}$ para el caso de un estudiante que se forma en el universidad y $ESCUELA_{(profesor,\ área)}$ para un profesor que enseña en una escuela.

Chevallard (1999) señala que la relación de un individuo a un objeto *o* de conocimiento está fuertemente condicionada por la institución *I* en la cual este objeto de conocimiento habita. Dado que nos interesa realizar un análisis de la modificación del sistema de creencias hacia la enseñanza por parte del estudiante en formación, se considera que el individuo ocupa una posición *p* al interior de la institución *I*. Esta relación entre el individuo, la institución y el objeto de conocimiento se puede expresar como *RI(p,o)*, en que *p* y *o* dependen de *I*. Así, desde este marco, al estudiar el proceso de formación de un estudiante de pedagogía en matemáticas, se hace estableciendo la relación que existe entre este estudiante, el contenido matemático que él está estudiando, y cómo este se enseña en la institución en la que se encuentra.

Esta relación considera qué aspectos o elementos de *o* el estudiante en rol de profesor enseña en una institución, con qué profundidad conceptual, qué textos se usan para enseñarlo, cuánto de trabajo autónomo, etc. Esto nos permite señalar, que esta relación entre el individuo, la institución y el objeto de conocimiento expresada como *RI(p,o)*, permite representar el proceso de enseñanza de un alumno en una escuela o de un estudiante en una universidad.

Luego, el análisis del Sistema Integrado de Relaciones Didácticas y de Formación propuesto en nuestro proyecto, se puede realizar a través de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, representado en la siguiente estructura (Winsløw, 2013):

$$RE(a,o) \rightarrow RU(e,\ddot{o}) \rightarrow RE(ep,o),$$

donde las instituciones están definidas y representadas por *E* escuela y *U* universidad. También *a*, *e* y *ep* son posiciones delimitadas para un individuo con una posición de alumno *a* en la escuela, luego el mismo individuo como estudiante universitario *e* y luego, este mismo individuo, como profesor *ep* en la escuela. Del mismo modo, *o* y *ö* son objetos de conocimiento matemático similares y comparables; que en nuestro proyecto corresponde al concepto de área de un cuadrilátero.

Así fundamentamos el estudio que proponemos de la observación y descripción respecto de cómo se produce este proceso en que el estudiante adapta los conocimientos didácticos desde que inicia el proceso de formación, luego son modificados en el proceso de formación en la universidad, y finalmente son aplicados en un proceso de enseñanza de las matemáticas para los alumnos en la escuela.

Ya que *o*, *ö* y *o* son objetos de conocimiento matemático similares y comparables, el paso de la E, luego a la *U* y finalmente a la *E* por parte del estudiante, se puede analizar a través de la TAD (Chevallard, 1991) y así establecer relaciones entre *o*, *ö* y *o*. Igualmente se pueden analizar la *RU* y lo que sucede en *RE* desde la TSD (Brousseau, 1997).

El medio de formación considera que el proceso de aprendizaje se realiza por adaptación. Así, lo que espera es que el estudiante se adapte al medio y para ello el académico interviene el medio, lo modifica, proponiendo situaciones de a-formación que el estudiante debe resolver. Como estamos en un proceso de formación de profesores de matemáticas, este proceso se realiza en un contrato de formación con reglas implícitas entre el académico y el estudiante, en que éstos deben desarrollar conceptos didácticos y procedimientos de enseñanza relacionados al Dispositivo de Formación, considerando los programas de estudio de la UCSC (Facultad de Educación, 2012), y los programas de estudio del Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012b) y por lo tanto las situaciones propuestas por el académico deben ser coherentes con esos programas.

Luego, como señalamos, utilizando la TAD como marco teórico, nos interesa dar cuenta de la relación *RE(a,o) → RU(e,ö) → RE(ep,o),* y que de manera simplificada la expresamos como:

$$ESCUELA_{(alumno,\ área)} \rightarrow UNIVERSIDAD_{(estudiante,\ ÁREA)} \rightarrow ESCUELA_{(profesor,\ área)}.$$

que permite dar cuenta del paso de un estudiante que se forma como profesor en la universidad, a la escuela en que se comporta como profesor. La relación señalada es coherente con el Sistema Integrado de Relaciones Didácticas y de Formación que proponemos, que a su vez, permite vincular el conocimiento didáctico que se entrega al estudiante en el aula universitaria a través del dispositivo de formación, y que luego el mismo estudiante debería aplicar a los alumnos en el aula escolar. A continuación presentamos el dispositivo de formación y sus características.

2.7. El dispositivo de formación.

El proceso de formación de profesores de matemáticas, desde la universidad a la escuela, será estudiado bajo una estructura que hemos llamado sistema de relaciones didácticas y de formación que se operacionaliza a través del dispositivo de formación. Nos interesa dar cuenta de qué aspectos de este dispositivo que se realiza o construye en la relación de formación se aplican o se evidencian en la relación didáctica.

El dispositivo de formación considera en cierta medida las concepciones alternativas hacia la enseñanza, o como lo hemos llamado en este trabajo, sistema de creencias hacia la enseñanza por parte de estudiante en formación. Como ya lo señalamos previamente, estas concepciones alternativas hacia la enseñanza están presentes en la primera clase que realiza el estudiante en el escenario simulado y son analizadas a continuación del marco metodológico de este proyecto.

En general, estas concepciones alternativas que poseen están bastante bien estudiadas y principalmente hacen referencia a una enseñanza unidireccional como lo señala Godino et al. (2003), en que el profesor presenta un concepto y su definición operacional para luego entregar una guía de ejercicios que debe ser resuelto a través de una reproducción algorítmica por parte de los alumnos, con fuerte presencia del efecto Topaze (Brousseau, 1986; Johsua et Dupin, 2005). De este modo, el dispositivo de formación es diseñado bajo ciertos elementos teóricos que permiten eventualmente cautelar las concepciones alternativas hacia la enseñanza de los estudiantes en formación

El dispositivo de formación contiene dos situaciones de aformación: el capítulo de un libro y el protocolo de gestión didáctica de aula.

2.7.1. El capítulo de un libro.

El capítulo de un libro es una actividad, situación de aformación, que debe desarrollar el estudiante para dar cuenta del efecto del proceso de formación sobre el sistema de creencias del propio estudiante. La construcción del capítulo del libro se revela como importante en nuestra propuesta de investigación, ya que propicia el sincretismo didáctico (Chevallard, 1991; Jiménez, 2007; Portugais, 1995) al poner en acción el saber sabio, el saber enseñable y el sistema de creencias del estudiante.

El modelo del capítulo del libro se origina en una idea del investigador; desde una mirada inductiva, de la propia experiencia de quien propone este proyecto (Paillé et Mucchielli, 2013), de modo que la estructura del capítulo sea coherente con elementos de la TSD de Brousseau (1986, 2013), otros referentes de material didáctico como Matenpoche (Sésamath, 2017), y el ajuste de esta teoría a la realidad experiencial del investigador (Portugais, 1995).

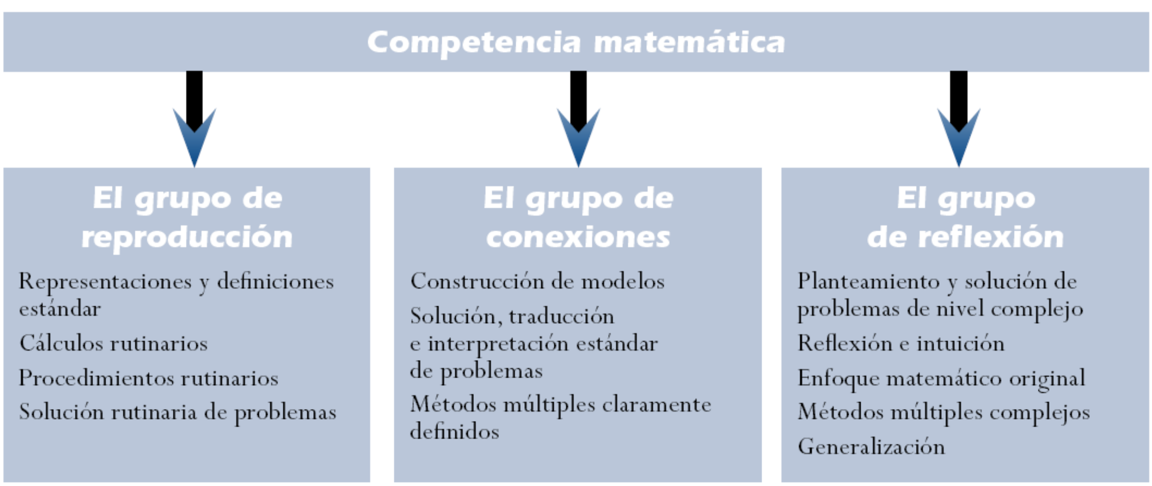
La estructura del capítulo del libro considera dos elementos teóricos relacionados a la didáctica de la geometría propuestos por el programa curricular de la asignatura (Facultad de Educación, 2011b), y coherentes con lo propuesto por el Ministerio de Educación de Chile. Estos elementos son COPISI, PISA y que a continuación se explican:

a) El modelo COPISI, es un abordaje metodológico que considera trabajar con representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, donde los conceptos abstractos se representan por signos y símbolos (MINEDUC, 2012b). Plantea "conectar los conceptos matemáticos el uso de recursos materiales, imágenes y representaciones pictóricas, para luego avanzar, progresivamente, hacia un pensamiento simbólico que requiere de un mayor nivel de abstracción" (MINEDUC, 2012b, p. 36). El modelo COPISI señala que los alumnos pueden resolver distintas situaciones, transitando entre representaciones concretas, pictóricas y simbólicas; en ambos sentidos, de lo concreto a lo simbólico y viceversa,

> "La manipulación de material concreto y su posterior representación pictórica mediante esquemas simples (cruces, marcas, círculos, cuadraditos, líneas) permite a los alumnos desarrollar imágenes mentales. Con el tiempo, prescinden gradualmente de los materiales y representaciones pictóricas, y operan solamente con símbolos." (MINEDUC, 2012b, p. 36)

b) El modelo de niveles de competencia PISA (OCDE, 2006) los que se refieren a actividades de Reproducción, Conexión y Reflexión, que se resumen en el siguiente cuadro:

Tabla V. Competencias matemáticas PISA (OCDE, 2006)



Esta estructura PISA busca que el estudiante reconozca al menos tres tipos de actividad que puede proponer en la construcción del capítulo. Las situaciones de reproducción,

> "consideran los tipos de conocimiento que suelen practicarse en las evaluaciones estándar y en las pruebas escolares en que se incluyen el conocimiento de los hechos, representaciones de problemas más comunes, el recuerdo de objetos y propiedades matemáticas conocidas, la utilización de

> procesos rutinarios, la aplicación de algoritmos y habilidades técnicas estándar, el manejo de expresiones que contienen símbolos y fórmulas conocidas o estandarizadas y la realización de operaciones sencillas.” (OCDE, 2006, p. 103)

También se incluyen las situaciones de conexión, que se basan en las operaciones y capacidades ya presentadas en el grupo de reproducción, “pero abordan problemas cuyas situaciones no son rutinarias aunque sigan presentándose en marcos familiares o casi familiares.”(OCDE, 2006, p. 105), y las de reflexión que

> “requieren que el alumno aporte un elemento de reflexión sobre los procesos que se necesitan o se emplean en la solución de un problema. Así pues, se relacionan con la capacidad que tienen los estudiantes de plantear estrategias de solución y aplicarlas a unos marcos de problema que contienen más elementos y pueden resultar más originales (es decir, menos familiares) que los que se dan en el grupo de conexión.” (OCDE, 2006, p. 108)

Asimismo, cómo se trataba de proyectar este capítulo del libro a su posterior aplicación en el aula escolar, se propusieron otros elementos de gestión de aula. Estos elementos son:

a) Ejercicio: Que se refiere a ordenar numéricamente y de forma ascendente los ejercicios que se proponían en el capítulo del libro.

b) Nivel Educacional: Que se refiere al curso en el que se utilizaría el capítulo del libro.

c) Objetivo de Aprendizaje: Son propuestos por el Ministerio de Educación y definen los aprendizajes que deben lograr los alumnos.

d) Indicadores de Evaluación: Que se refiere a los indicadores de evaluación señalados en el programa de estudio del curso respectivo y que señalan el nivel de logro mínimo que se espera logre el alumno en el objetivo de aprendizaje respectivo.

e) Tipo de Trabajo: Hace referencia a si el ejercicio propuesto está pensado para ser resuelto de manera grupal o individual.

Así, cada capítulo construido por los estudiantes debiera poseer y considerar los elementos anteriores. Lo que se espera visualizar es un equilibrio entre todas las actividades propuestas, y que no existiera una tendencia demasiada marcada hacia algún nivel COPISI, PISA, así como el tipo de trabajo grupal o individual.

Se propone un modelo de capítulo, común para todos los estudiantes y que tenga una estructura precisa y se realizara bajo una condición de propuesta de aformación, atendiendo a que le otorgue sentido a los conocimientos producidos (Johsua et Dupin, 2005) por el estudiante cuando se encuentre posteriormente en el escenario simulado.

Dado que los modelos teóricos propuestos que soportan el capítulo tiene una lógica de progresión desde una propuesta más simple a otra más compleja; se consideró esa referencia helicoidal y se propuso la siguiente estructura del Capítulo del Libro, que considera tres partes:

a) Actividades de Iniciación

b) Lo esencial

c) Resolución de Ejercicios y Problemas.

Las Actividades de Iniciación están concebidas para introducir el concepto geométrico que se determine, para motivar el aprendizaje, para aprender a investigar, individualmente o en grupo, para movilizar los conocimientos, para desarrollar capacidades como expresarse, comunicar, justificar, para descubrir las matemáticas. Se propicia el uso de actividades concretas y uso de materiales. Puede proveer información para el estudiante-profesor que le permita plantear situaciones en la planificación de una clase en la escuela.

La segunda parte la llamamos Lo Esencial y son los conocimientos geométricos exigidos que se presentan bajo una forma precisa y vistosa, abordable sin prerrequisitos o pocos de ellos. Es fuente de información para la institucionalización del saber. Las actividades de las matemáticas y el mundo real son problemas frecuentes en esta sección.

La tercera parte la llamamos Resolución de Ejercicios y Problemas y considera plantear una amplia gama de ejercicios y problemas, y que les permitan a los alumnos desarrollar conceptos, procedimientos, habilidades en su aprendizaje de geometría.

En el proceso de construcción del capítulo se asignó el contenido de área de un cuadrilátero, que es parte del programa de estudio del MINEDUC (2012b). Los estudiantes tuvieron la oportunidad de preguntar, comentar, dialogar entre ellos, así como utilizar bibliografía pertinente; como elementos que pudiesen haber servido para la construcción y retroalimentación. Del mismo modo, el académico pudo entregar directrices generales respecto de la construcción del capítulo y su contenido, y los estudiantes realizaban su trabajo de un modo bastante independiente y autónomo.

La construcción de un primer capítulo de libro lo realizó el investigador de este proyecto como ejemplo para ser presentado a los estudiantes y para que comprendieran desde la evidencia concreta, el proceso de construcción y como muestra para establecer un referente y el mínimo desempeño (Durand et Chouinard, 2006), que deberá mostrar el estudiante en la construcción del suyo. El capítulo del libro se encuentra en el anexo 3 de este proyecto.

Utilizando la conceptualización de la TSD de Brousseau (1997), podemos llamamos a este primer capítulo construido por el académico situación de formación, análogo a la situación didáctica, y el capítulo construido por el estudiante sería una situación de aformación.

La elaboración de un capítulo de un libro resulta relevante para el desarrollo de esta investigación. Durante el proceso de prueba de construcción observamos que su estructura permitía al estudiante crear y ordenar actividades de enseñanza, ejercicios y problemas de distintas características, y con una explícita jerarquía y niveles determinados por las propuestas COPISI y PISA. De este modo, pudimos suponer que la construcción del capítulo del libro sería una confiable y acabada fuente de información para el estudiante que se transformará en profesor, que le permitirían generar situaciones (Brousseau, 1986, 2013) para el saber matemático enseñable. Suponemos que la ausencia del capítulo del libro podría implicar que el estudiante en su rol de profesor carecería de un método para la búsqueda y categorización de tareas y ejercicios para el alumno, reproduciendo lo que se hace en un proceso de enseñanza tradicional (Godino et al., 2003), que es considerar y copiar los ejercicios que propone un libro de texto. Así, subrayamos la importancia de la construcción de un capítulo de un libro, no solo como una estructura que incluye ejercicios y tareas de distintas características; sino también como un momento y espacio de reflexión respecto del saber matemático enseñable que necesariamente debe realizar el estudiante en la relación didáctica. Luego, cuando el estudiante se encuentre en un rol de profesor y realizando su sistema de práctica en el escenario real, supondremos que utilizará actividades del capítulo del libro construidos por él para la enseñanza del concepto área de un cuadrilátero a alumnos en un escenario real. Las actividades que utilice o proponga nos entregarán información para dar cuenta del efecto de la formación inicial sobre su sistema de creencias obteniendo evidencias a través de los ejercicios o actividades que el estudiante en rol de profesor proponga para el desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos relacionados al concepto de área en los alumnos de una escuela.

El dispositivo de formación, además del capítulo del libro, considera el protocolo de gestión didáctica de aula.

2.7.2. El protocolo de gestión didáctica de aula.

El protocolo de gestión didáctica de aula es un modelo de planificación y puesta en acto de una clase de geometría que se presenta en la relación de formación por parte del académico, y lo enseña al estudiante para qué éste, en el momento que se encuentre en la relación didáctica, organice el proceso de enseñanza para los alumnos. Considerado el contexto de nuestra investigación, suponemos que el modelo que utilice para planificar, organizar y realizarlas debería ser acorde al protocolo de gestión didáctica de aula, ya que éste fue enseñado y desarrollado durante el proceso de formación.

El protocolo de gestión didáctica de aula implica en nuestra investigación cómo se debe realizar una clase de geometría para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero u otro contenido en un escenario simulado, que el estudiante comprenda cada una de sus partes y su fundamentación desde la TSD de Brousseau (1997). Que observe la correspondencia con el programa curricular de la asignatura de geometría y su didáctica (Facultad de Educación, 2011b), en la que se enseña la gestión didáctica de aula, y su coherencia con el currículum propuesto por MINEDUC (2014a).

¿Cómo debe realizarse una clase de matemáticas?, ¿qué es lo deseable que ocurra en una clase para lograr que un alumno aprenda? Estas son preguntas ampliamente reflexivas que no pueden ser contestadas de manera específica y categórica. El Ministerio de Educación propone una estructura guía, general, y señala que “una clase consta de tres etapas: inicio, desarrollo y cierre” (MINEDUC, 2012b, p. 32). Resulta relevante que estas mismas etapas son propuestas para cualquier asignatura, no solo matemáticas. Entonces, ¿cómo debe realizarse una clase de matemáticas? En el proceso de formación de profesores, dadas las condiciones que propone el programa de estudio (Facultad de Educación, 2011a), al estudiante se le debe entregar una estructura de planificación de clases para enseñar matemáticas. De acuerdo a la propia formación profesional de quien propone esta investigación, la base didáctica para la realización de una clase se fundamenta en la relación <sujeto-medio> y como propuesta de gestión de clases la TSD de Brousseau nos entrega elementos integrando las situaciones adidáctica, de acción, formulación, validación e institucionalización.

En el contexto de esta investigación, y al igual que la construcción del modelo del capítulo del libro, es importante señalar que este propuesta de protocolo de gestión didáctica de aula nace de una experiencia del investigador como docente de aula escolar cuando trabajó como profesor en el Lycée Charles de Gaulle de la Alliance Française en la ciudad de Concepción, Chile y de la experimentación previa realizada por el investigador, ya señalada en la problemática de este trabajo, con una mirada inductiva y de la propia experiencia de quien propone este proyecto (Paillé et Mucchielli, 2013), y de esta manera la estructura propuesta es coherente con elementos de la TSD de Brousseau (1986, 2013) y el ajuste de esta teoría a la realidad experiencial del investigador.

Así, el protocolo posee la siguiente estructura fundamental y sus etapas respectivas:

Tabla VI. Protocolo de gestión didáctica de aula.

Objetivo de Aprendizaje:		
INICIO	a)	Comienzo.
	b)	Presentación del soporte.
	c)	Expresión libre y espontánea de los alumnos.
	d)	Título de la clase.
DESARROLLO	e)	Situación de investigación.
	f)	Comunicación y confrontación de respuestas.
	g)	Elaboración de una síntesis, Institucionalización.
CIERRE	h)	Ejercicios y problemas.

Decimos que es una estructura fundamental, pues proponemos que es lo mínimo que debiera poseer una clase de geometría de acuerdo al marco teórico de nuestra propuesta. A continuación se presenta una descripción detallada de cada una de estas etapas:

Objetivo de Aprendizaje. El profesor plantea lo que él quiere que el alumno aprenda. La fuente de información para determinar el objetivo de aprendizaje de la clase es el programa de estudio establecido por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012b). Los objetivos de aprendizaje se refieren a:

> "conocimientos, habilidades y/o actitudes que entregan a los alumnos las herramientas cognitivas y no cognitivas necesarias para su desarrollo integral, para la comprensión de su entorno y para despertar en ellos el interés por continuar aprendiendo" (MINEDUC, 2012b, p. 15).

a) **Comienzo.** Es la etapa respectiva al saludo del profesor a los alumnos y la organización de los aspectos que el profesor considere necesarios para el desarrollo de la clase y/o la disposición psicológica de los alumnos. Está presente el contrato didáctico. En esta etapa se crea una situación didáctica y se prepara el medio.

b) **Presentación del soporte.** El profesor llama la atención de los alumnos, mostrándoles un objeto o actividad concreta de la vida diaria (MINEDUC, 2012b), modificando el medio y asociándolo con un ejercicio o problema, realizando preguntas, produciendo una situación adidáctica (Brousseau, 1986, 2013). Se trata de captar la atención y conocer los conceptos geométricos asociados al mundo real para que los alumnos puedan reflexionar, proponer y descubrir a través de respuestas dialogadas y explícitas.

c) **Expresión libre y espontánea de los alumnos.** Esta etapa se da simultánea a la anterior. Los alumnos responden las preguntas realizadas por el profesor. En esta etapa pueden aparecen las concepciones alternativas del alumno. Ellos se expresan, verbalizando oralmente las respectivas respuestas. Dado que en la etapa anterior se propone una situación adidáctica, los alumnos dan a conocer las posibles respuestas al problema. No se espera que el alumno señale la respuesta correcta; lo fundamental es que se produzca el diálogo y la devolución. Esta etapa es fundamental para realizar la siguiente.

d) **Título de la clase.** A partir de las respuestas dadas por los alumnos, el profesor induce e informa el título de la clase. El profesor debe cautelar que el título es coherente con lo señalado por los alumnos en la etapa anterior, y a su vez representa lo que él quiere enseñar en esta clase[19].

e) **Situación de investigación.** En esta etapa se produce la situación de acción y la situación de formulación (Brousseau, 1997). El profesor presenta una situación adidáctica que debe comprender actividades concretas o pictóricas de acuerdo al modelo COPISI (MINEDUC, 2012b). El profesor organiza la devolución, hay presencia del contrato didáctico. Cada alumno debe resolver el problema individualmente produciéndose la situación de acción. Luego, el profesor reuniendo a los alumnos en grupos de 4 estudiantes, en una disposición ergonómica de las mesas frente a frente, resuelvan el mismo problema propuesto, buscando o proponiendo la mejor respuesta, produciéndose la situación de formulación.

f) **Comunicación y confrontación de respuestas.** En esta etapa el profesor organiza a los alumnos para que un alumno por grupo comunique la o las respuestas de la situación al

[19] En observaciones previas en escenarios reales, quien propone esta investigación ha detectado que algunos profesores de matemáticas escriben en la pizarra el título o el objetivo de la clase al iniciar la clase, a modo de informar a los alumnos de qué se trata la clase. Sin embargo esta práctica pareciera que no tiene ningún significado para los alumnos pues es impuesta por el profesor y propone una idea que no necesariamente tiene algún significado para el alumno.

resto de sus compañeros. El resto del grupo curso escucha y confronta las respuestas expresadas, aceptándolas o corrigiéndolas. Se produce la situación de validación (Brousseau, 1997).

g) **Elaboración de una síntesis.** Se produce la institucionalización (Brousseau, 1997). El profesor explícita y hace un resumen de las confrontaciones de las respuestas a la situación, aclara dudas, considera las concepciones alternativas de los alumnos, corrige errores y expone las respuestas a la situación, induciendo una respuesta al objetivo de aprendizaje que se realiza en forma colectiva, construida en equipo (alumnos – profesor), a partir de la situación de validación.

h) **Ejercicios y problemas:** El profesor presenta nuevas situaciones adidácticas. Permite cerciorarse que el alumno aprendió. El profesor gestiona la devolución. Las situaciones propuestas en las aplicaciones deben considerar una amplia gama de ejercicios y problemas, fundamentados en COPISI y PISA (Facultad de Educación, 2011b). En esta etapa se espera que el estudiante en un rol de profesor utilice ejercicios y actividades propuestas en el capítulo del libro y/o en la guías de su planificación construido por él.

El protocolo de gestión didáctica de aula el académico lo desarrollará en la relación de formación, de acuerdo al syllabus propuesto, y se espera que el estudiante en un rol de profesor lo aplique en la relación didáctica.

2.8. De un papel simulado a un papel real. El paso de ser un estudiante a comportarse como profesor.

En el proceso de pasar de un escenario simulado a un escenario real, implica cambios de la percepción u opinión personal del estudiante, de las acciones que él debe realizar respecto de lo aprendido en la universidad y lo que él debe aplicar en la escuela, de tal modo que esta experiencia inicial vivida por el estudiante como profesor puede marcar su desarrollo profesional de manera profunda y permanente (Winsløw, 2009).

Winsløw (2009), propone que un proceso de práctica profesional puede ser visto como un período de transición con tres niveles interrelacionados entre ellos. Estos niveles son:

1. Nivel Epistemológico, cuando aparece necesario adaptar las formas de conocimiento adquirido en la formación en la universidad a las condiciones y requerimientos de enseñanza en la escuela.
2. Nivel Institucional, cuando se pasa desde el contexto institucional de la universidad, al contexto de la escuela, en que pueden existir diferentes normas y aspectos culturales.
3. Nivel Personal, cuando hay un cambio de ser estudiante en una comunidad de estudiantes a ser profesional en una comunidad de profesores.

Expliquemos cómo se relacionan estos tres niveles en el contexto de nuestro proyecto.

2.8.1. La Transición a nivel epistemológico.

Este nivel considera que el estudiante debe adaptar las formas de conocimiento didáctico adquirido en la relación de formación a las condiciones y requerimientos que se desarrollan en la relación didáctica. Esta transición considera dos sub niveles, transición didáctica lo que en nuestra investigación conlleva considerar cómo adapta la enseñanza de los conocimientos matemáticos a los alumnos en un aula de una escuela, y transición conceptual que contempla dar cuenta de la evolución y adaptación que el estudiante hace del concepto matemático.

2.8.2. La Transición a nivel institucional.

Dado que este nivel considera los elementos del contexto institucional de la escuela, nos interesa dar cuenta de qué aspectos de las normas y la cultura institucional el estudiante en su rol de profesor adapta o toma en cuenta para ejercer su sistema de práctica. El estudiante en un proceso de formación de profesores ha aprendido a planificar y desarrollar una clase y a comprender un contenido matemático. Luego al llegar a desempeñarse profesionalmente a la institución escolar, deber adaptar lo aprendido en el proceso de formación en la universidad a los requerimientos institucionales de la escuela, como por ejemplo modelos de planificación, horarios escolares.

En el sistema de relación de formación, dado que es un escenario simulado, los conocimientos didácticos tienden a ser estudiados desde un punto de visto teórico e idealizado para un desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos en alumnos ficticios de una escuela. Al respecto, Winsløw (2009), señala que la investigación en didáctica es necesaria para ser desarrollada como un bloque teórico relevante para unir a la didáctica dividida, la de la universidad con la de la escuela. Y continúa:

> "uno de los mayores retos de la investigación en educación matemática es el desarrollo de un cuerpo de conocimiento para formar profesores de matemáticas en universidades, capaces de trabajar en línea con los paradigmas de las competencias profesionales establecidos para ser un profesor de matemáticas en la escuela." (Winsløw, 2009, p. 94)

Las implicancias son relevantes para nuestro trabajo, pues dan cuenta de cómo el estudiante va adaptándose desde el escenario simulado a los requerimientos de la escuela para transformase en profesor es parte de nuestra investigación.

2.8.3. La Transición a nivel personal.

En general, la llegada de un profesor a una escuela y su toma de poder en un aula escolar, se realiza con bastante libertad para él. Este profesor tiene autonomía y puede tomar decisiones respecto de métodos y actividades que realice en el aula. Sin embargo, Winsløw (2009) señala que un joven profesor puede experimentar una gran distancia entre sus ideales y modalidades adoptadas en la formación como profesor, y las oportunidades encontradas o percibidas en la vida real de la escuela. Algunas de las situaciones que pueden considerarse como posibles de encontrar son el relativo aislamiento de los otros profesores en el cual el nuevo profesor trabaja, la presión a la que es sometido para asegurar que sus alumnos obtengan buenos resultados en las pruebas, o que los estudiantes son muchas veces formados en la universidad en formas de trabajo colaborativo entre ellos, sin embargo en la escuela este trabajo colaborativo entre los profesores se da muy débilmente o simplemente no existe.

A lo anterior contribuye el hecho de que ideas aprendidas y adoptadas en la formación como profesor de matemáticas, podrían ser no son viables o imposibles de realizar, como las actividades fundadas en principios constructivistas que se pueden ver afectadas por la indisciplina de los alumnos o por condiciones propias de la escuela en que los profesores más empoderados con la institución obligan al estudiante en su rol de profesor a modificar el sistema de enseñanza aprendido en la universidad por el ya instalado en la escuela (Farfán et Sosa, 2007).

Observar los tres tipos de transición, podrá permitir dar cuenta respecto de lo que sucede en la relación didáctica y el proceso de desarrollo de conceptos y procedimientos cuando el estudiante-profesor realiza un proceso de enseñanza a los alumnos, ya que, la formación inicial desarrolla habilidades con diferentes dimensiones del conocimiento del profesor (Liljedahl, 2010, p. 25; Winsløw, 2009). Con el dispositivo de formación, como recurso que permite describir la puesta en acto del proceso de enseñanza, considerando que ocurre en un proceso de formación en la UCSC, ya que el conocimiento que se obtenga estará "situado en los contextos de las prácticas, donde ocurren las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas" (Davis et Brown, 2010, p. 165).

En el Dispositivo de Formación el concepto sobre el cual se realizará el análisis es área de un cuadrilátero. Presentamos a continuación una descripción de este concepto.

2.9. Marco teórico de área: El concepto de área de un cuadrilátero.

Dado que el objeto de conocimiento matemático que hemos establecido en la relación $ESCUELA_{(alumno,\ área)} \rightarrow UNIVERSIDAD_{(estudiante,\ ÁREA)} \rightarrow ESCUELA_{(profesor,\ área)}$, del sistema integrado de relaciones didácticas y de formación y del dispositivo de formación es área de un cuadrilátero, a continuación presentamos el significado de este concepto en el contexto de nuestra investigación.

2.9.1. Consideraciones epistemológicas del concepto de área de un cuadrilátero.

Nuestro análisis del concepto de área parte de la premisa que el saber matemático de alguna manera está asociado a los escenarios históricos o culturales. El conocimiento matemático, en un uso tradicional de enseñanza, tiende a desarrollar habilidades para usar fórmulas y cálculo en los alumnos (Godino et al., 2005). Nosotros estamos en la línea que el conocimiento matemático se desarrolla a partir de la percepción de las cualidades de los objetos que se estudian (Sánchez et Uriza, 2015). De este modo, el punto de partida del análisis del concepto de área lo hacemos desde una perspectiva socio-epistemológica (Cantoral, Reyes-Gasperini et Montiel, 2014), es decir se inicia desde el mundo real.

Mejía et al. (2010), señalan que en el Antiguo Egipto, tras la crecida anual de río Nilo inundando los campos, surge necesidad de calcular el área de cada parcela agrícola para restablecer sus límites. Así, la idea de que el área es la medida que proporciona el tamaño de la región encerrada en una figura geométrica proviene de la antigüedad. Esta acción humana se considera como clave para señalar que los egipcios desarrollaron el concepto de superficie y área.

La palabra superficie tiene su origen en el latín y se forma de la unión del sufijo super, que denota un lugar o algo que está encima y facie que significa cara. Se usaba para denominar a una de las dos caras de un plano, en este caso a la que se tenía delante y área es la medida de esa superficie (Romero, Merchán, Cortés, Gómez et Rodríguez, 2014).

En los orígenes del cálculo del área, se encuentra el trabajo de Arquímedes, con su trabajo El Método mecánico de Arquímedes (Boyer, 2010; Urbaneja et Jordi, 1993) que muestra aportes respecto de la determinación de áreas de superficies. El enuncia algunas proposiciones que describen propiedades de los centros de gravedad de los paralelogramos y los triángulos (Fernández, 2005). Una de las proposiciones más interesantes es la determinación por el método mecánico de la cuadratura del segmento parabólico, obteniendo que el área del mismo es cuatro tercios del triángulo de igual base y altura. Urbaneja et Jordi (1993) lo presentan de la siguiente manera:

> “Sea ABC un segmento comprendido entre la recta AC y la sección ABC de un cono rectángulo (parábola); divídase AC por la mitad en D y trácese la recta DBE paralela al diámetro (eje de la parábola) y uniendo B con A y B con C,

trácense las rectas AB y BC, Entonces el segmento ABC es cuatro tercios del triángulo ABC.” (p. 113)

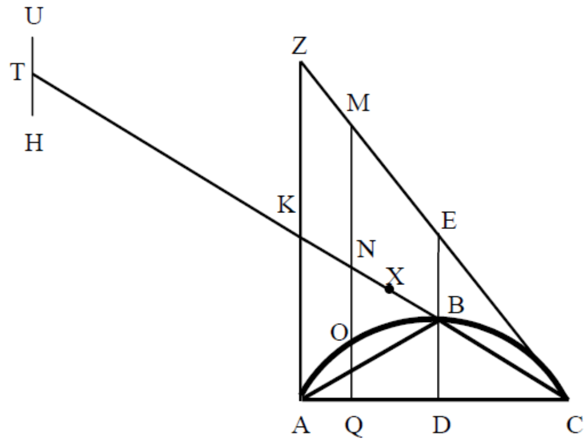


Figura 16. Cuadratura del segmento parabólico (Urbaneja et Jordi, 1993).

El trabajo de Arquímedes es muy relevante pues al utilizar el método de exhaución, de aproximación a un resultado, para demostrar o determinar el valor del área; son las bases del cálculo integral. Arquímedes “utilizó este método antecesor del cálculo, que entrañaba manejar cantidades cada vez más pequeñas, para “agotar” espacios de los que no podía dar cuenta. Por ejemplo al estrechar las franjas oblongas bajo una curva” (Strathern, 1999, p. 66)

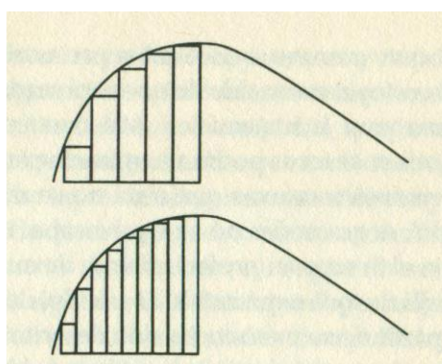


Figura 17. Construcción franjas bajo la curva (Strathern, 1999)

Un caso explícito es el de las áreas relacionadas con la espiral. “El área barrida por el radio vector en su primera rotación completa es igual a un tercio del área del primer círculo” que actualmente se determina por $\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} r^2\, d\theta$ (Boyer, 2010, p. 174)

Moise et Downs (1996) en su libro Geometría Moderna, emblemático en la enseñanza de la geometría en la educación chilena, se plantea la reunión de un número finito de regiones triangulares en un plano para definir una región poligonal (p. 291).

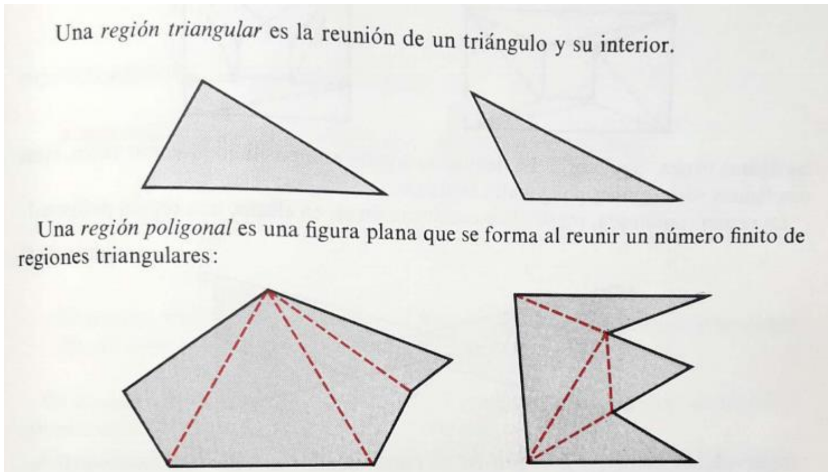
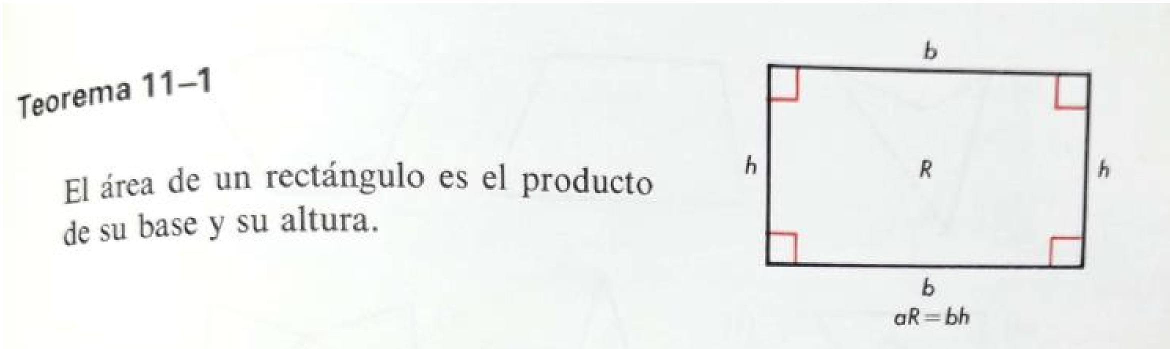


Figura 18. Reuniones triangulares en un plano (Moise et Downs, 1996).

Luego proponen el concepto de área asociado al "postulado 19, el postulado del área; a toda región poligonal le corresponde un número positivo único" (p. 293) y resulta relevante dar cuenta que plantean ciertas condiciones para la comprensión del concepto:

> "De ahora en adelante, para abreviar, nos referimos al área de un cuadrado, al área de un triángulo, y así sucesivamente. En cada caso, entendemos, desde luego, que se trata del área de la región correspondiente. También, hablaremos de la base y la altura de un rectángulo, por lo cual entenderemos la longitud de la base y la longitud de la altura. Esto es muy conveniente y, en cada caso, el alumno deberá decidir, a base del contexto, si nos referimos a un segmento o al número que constituye su medida. Ahora, podremos, mediante un simple artificio, determinar el área de un rectángulo." (p. 295)

Posteriormente plantea el teorema 11-1, el área de un rectángulo es el producto de su base y su altura.

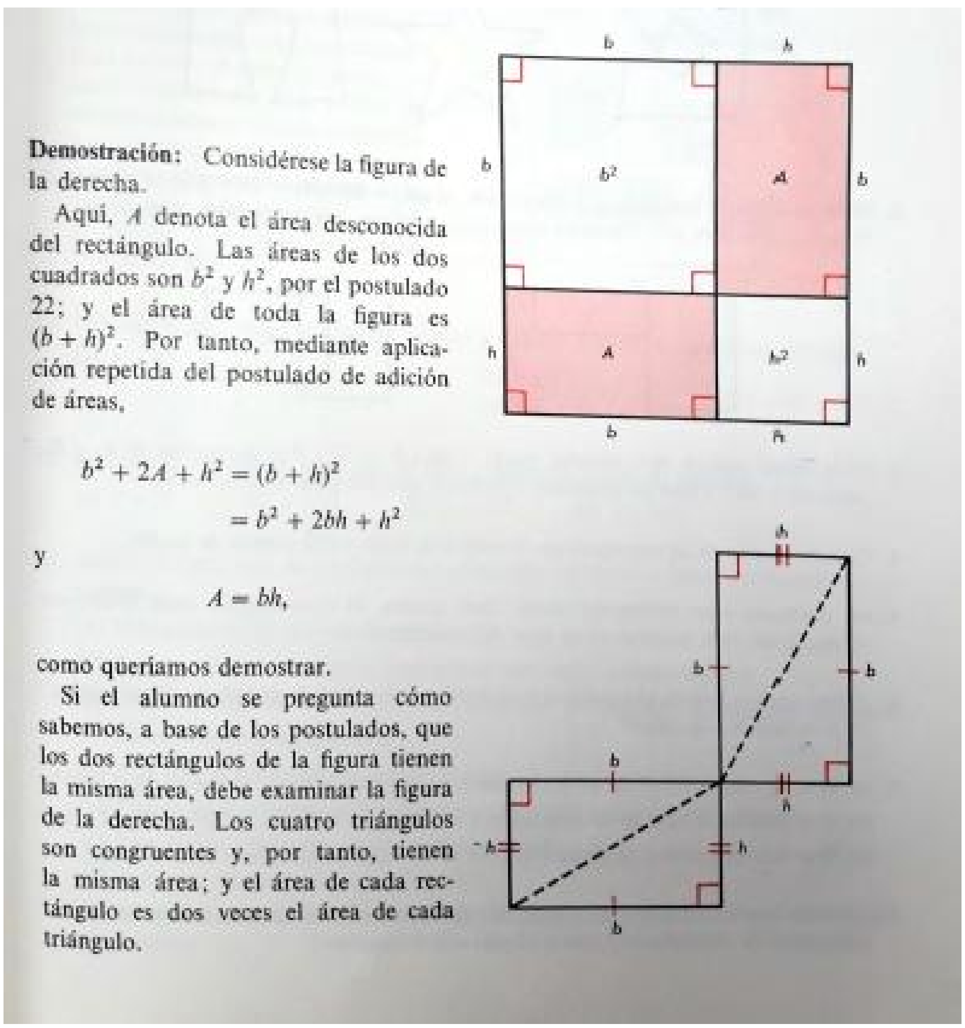


Teorema 11–1

El área de un rectángulo es el producto de su base y su altura.

Figura 19. Área de un rectángulo (Moise et Downs, 1996)

Y presenta la siguiente demostración:



Demostración: Considérese la figura de la derecha.

Aquí, A denota el área desconocida del rectángulo. Las áreas de los dos cuadrados son b^2 y h^2, por el postulado 22; y el área de toda la figura es $(b + h)^2$. Por tanto, mediante aplicación repetida del postulado de adición de áreas,

$$b^2 + 2A + h^2 = (b + h)^2$$
$$= b^2 + 2bh + h^2$$

y

$$A = bh,$$

como queríamos demostrar.

Si el alumno se pregunta cómo sabemos, a base de los postulados, que los dos rectángulos de la figura tienen la misma área, debe examinar la figura de la derecha. Los cuatro triángulos son congruentes y, por tanto, tienen la misma área; y el área de cada rectángulo es dos veces el área de cada triángulo.

Figura 20. Demostración área de un rectángulo (Moise et Downs, 1996)

Un elemento clave a considerar a partir de lo propuesto por (Moise et Downs, 1996, p. 295) referido a que el área de un rectángulo es el producto de la base por la altura, podemos entender un origen de las concepciones alternativas de los alumnos y estudiantes en proceso de formación; ellos han sido formados en sus escuelas considerando esta concepción de área. El libro Geometría Moderna de Moise et Downs (1996), ha sido vastamente usado en universidades chilenas para formar profesores y posteriormente enseñado en escuelas de Chile.

2.9.2. Área como medida de una magnitud propia.

El área como la medida de una superficie se puede relacionar con el concepto de unidad de superficie como magnitud propia. Este caso lo presenta Clemens et al. (1998, p. 398) que señala que el área de una superficie "puede determinarse contando el número de unidades cuadradas que se requieren para cubrir exactamente la región, y una unidad cuadrada es una región cuadrada en la cual cada uno de sus lados mide una unidad de longitud", concepto que coincide con lo señalado en los programas de estudio propuestos por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC, 2013b). En las siguientes figuras (Clemens et al., 1998, p. 258) (MINEDUC, 2013b, p. 36) se presentan los esquemas que muestran la equivalencia de ambas propuestas:

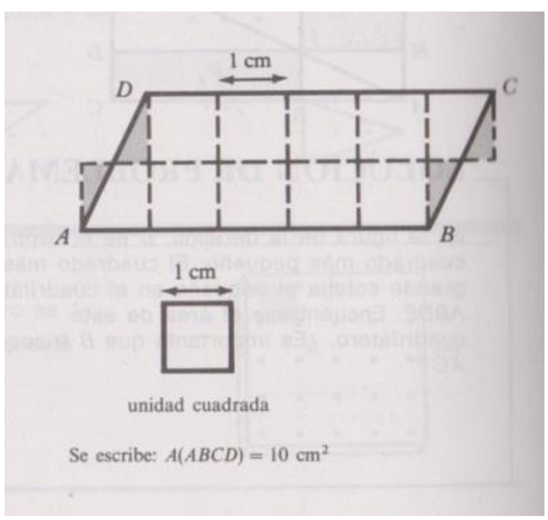


Figura 21. Unidad cuadrada (Clemens et al., 1998)

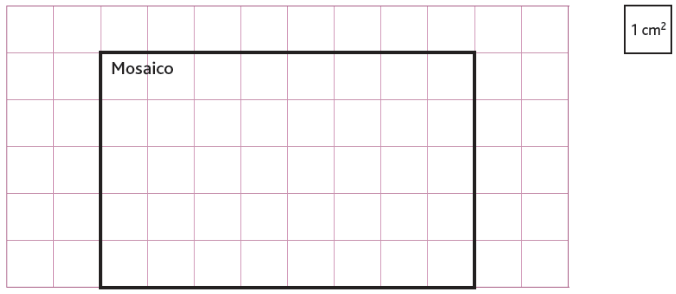


Figura 22. Unidad cuadrada (MINEDUC, 2013b)

Del mismo modo, el área de un rectángulo (o previamente un cuadrado) se puede determinar a través del uso de la unidad cuadrada como lo plantea Mercado (1991, p. 145) en la siguiente figura:

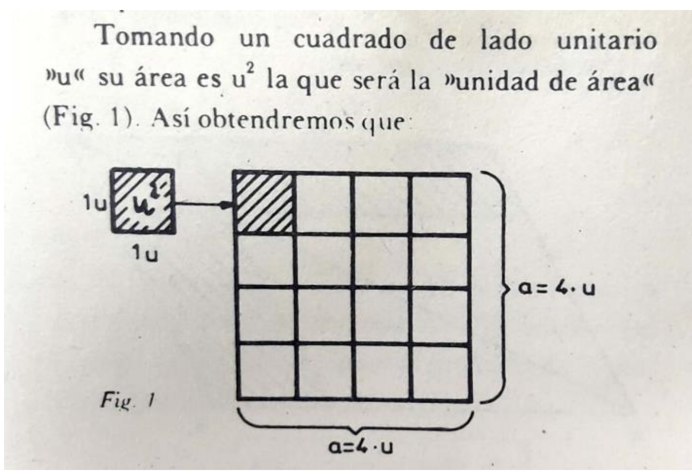

Tomando un cuadrado de lado unitario »u« su área es u^2 la que será la »unidad de área« (Fig. 1). Así obtendremos que:

Figura 23. Área de un cuadrado usando la unidad de área (Mercado, 1991).

A través de ese planteamiento se deduce que “el área de un cuadrado es igual al cuadrado de su lado. Si su lado mide 4u su área serás 16u. En general, si el lado mide a el área del cuadrado es a^2” (p. 145), y desde allí se puede establecer que “el área de un rectángulo es igual al producto de sus dos lados distintos” como lo muestra la siguiente figura:

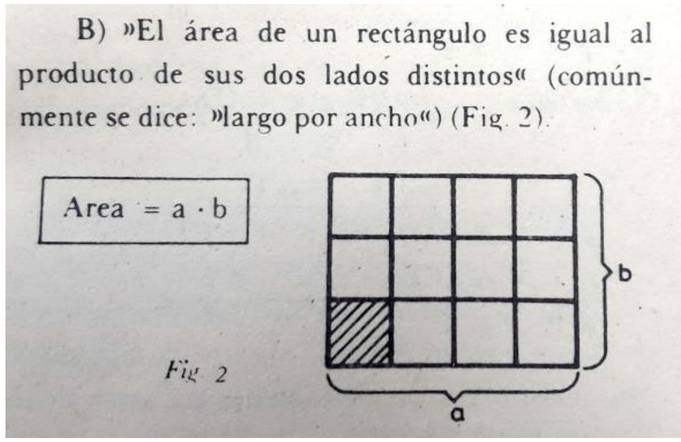

B) »El área de un rectángulo es igual al producto de sus dos lados distintos« (comúnmente se dice: »largo por ancho«) (Fig. 2).

Figura 24. Área de un rectángulo usando la unidad de área (Mercado, 1991).

Esta forma de determinar el área de una superficie con una unidad cuadrada como magnitud propia y que puede coincidir con $1cm^2$, coherente con el sistema métrico decimal, resulta mucho más relevante para un proceso de enseñanza, que considerar el concepto de área bajo la condición del cálculo lado “a” por lado “b”, a x b, ya que con la condición de magnitud propia hay una mayor vinculación a la relación <sujeto-medio> que el algoritmo a x b. Sánchez et Uriza (2015) señalan que proponer la fórmula por sobre la unidad cuadrada se hace dificultoso para la comprensión del concepto de área, pues para los alumnos es complejo relacionar lo conceptual con lo algorítmico.

Cómo el área es una medida, entonces es necesario expresarla con su respectiva unidad de medida, que conlleva una información cuantitativa. La medida implica “la asignación de un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, la cual es adoptado como unidad” (EHU, 2015).

La medida patrón a la cual estamos adscritos en Chile, es el Sistema Internacional de Unidades, por lo tanto la unidad de medida es el metro, y sus derivados más comunes, el kilómetro, centímetro y milímetro. Así, dado que el área es la multiplicación de dos medidas de longitud, la unidad de medida del área de un superficie es el m^2 (metro cuadrado), y sus derivados km^2 (kilómetro cuadrado); cm^2 (centímetro cuadrado); mm^2 (milímetro cuadrado). En Chile, también se utiliza la hectárea como unidad de medida del área de una superficie (BCN, 1848) y su uso se da fundamentalmente en la medición de campos, parcelas, fundos; en general en las zonas rurales, y corresponde a 10.000 m^2. Dado que en nuestra investigación la medición del área de una superficie está acotada al ámbito de la geometría escolar, utilizaremos principalmente las medidas de área vinculadas al centímetro cuadrado, cm^2, que es la escala apropiada y manipulable por los alumnos.

2.9.3. El principio de conservación.

En geometría existe el principio de conservación (Martínez, 2014; Moise et Downs, 1996; Sánchez et Uriza, 2015) que se basa en el hecho que al dividir o cortar un objeto, y volver a juntar sus partes, algunos de sus atributos permanecen invariables. Por ejemplo, si tenemos una bola de plastilina, y la aplastamos, su masa no cambia. En el caso de superficie y área, que es el concepto que nos interesa en nuestra investigación, si tenemos una hoja de forma cuadrada, y la cortamos con una tijera en dos partes formando dos triángulos, la suma de las áreas de esos triángulos es igual al área del cuadrado: AREA 1 = AREA 2 + AREA 3

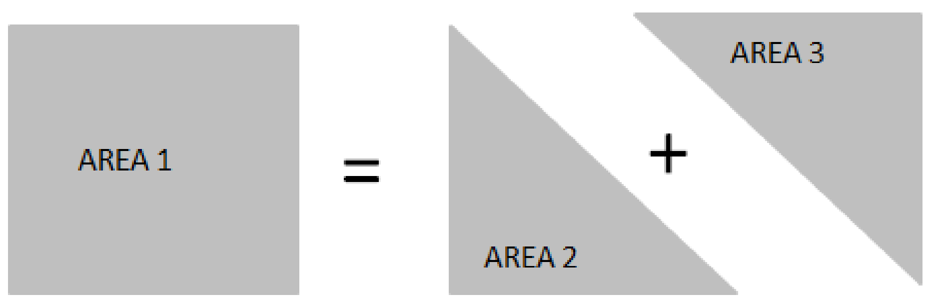


Figura 25. Principio de Conservación (Martínez, 2014).

El principio de conservación de área es relevante en la comprensión del concepto de área de un cuadrilátero en los alumnos (Ortega, 2000; Sánchez et Uriza, 2015), dado que permite establecer relaciones del concepto de área de una figura geométrica a partir de una figura previa que ya conozca el alumno. Además, la conservación y el uso de la unidad cuadrada nos permite deducir las expresiones matemáticas o fórmulas para otros tipos de superficies como el cuadrado, el triángulo, el rectángulo, el rombo, el trapecio, como lo presenta Richard (2012), en que con consecutivos y pertinentes cortes, se puede deducir y determinar el área de la superficies de otros diferentes figuras planas, utilizando lo que llamamos deconstrucción de formas para proponer el desarrollo de geometría algebraica (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015) como se muestra en la siguiente figura.

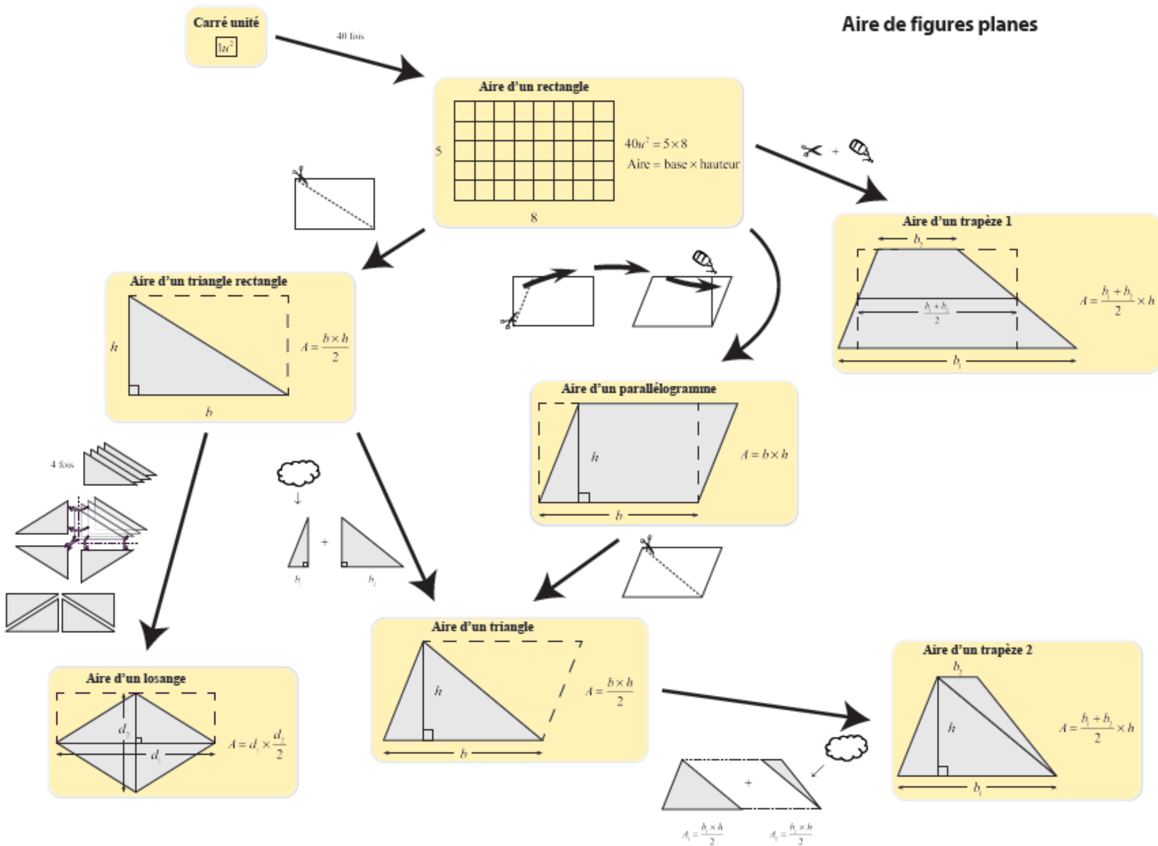


Figura 26. Aplicación del principio de conservación; recortes (Richard, 2012)

En nuestro proyecto consideraremos el concepto de superficie como la región de un plano delimitada por una figura geométrica plana, y el área es la medida o valor que proporciona el tamaño de esa región encerrada. El valor del área se determinar contando el número de unidades cuadradas que se requieren para cubrir exactamente la región. La unidad cuadrada de referencia será el cm^2. La determinación de las fórmulas que definen el área de otras figuras geométricas, se realizarán a través de la utilización del principio de conservación que se concreta a través de recortes apropiados como lo muestra la figura anterior.

En el proceso de construcción del capítulo del libro y del dispositivo de gestión didáctica de aula durante la relación de formación, se espera que el estudiante utilice estos conceptos y desarrollos del concepto de área de un cuadrilátero, y que luego sean aplicados en la relación didáctica.

2.10. El Espacio de Trabajo Matemático ETM

Un proceso de enseñanza de un concepto de geometría que realice un profesor puede ser observado a través de ciertos elementos teóricos y marcos conceptuales, lo que permite su análisis y comprensión del sistema de enseñanza que realice un profesor.

Dentro de los marcos teóricos de bases didácticas en matemáticas más actualizadas observadas en la literatura, se encuentra el Espacio de Trabajo Matemático (ETM) (Kuzniak, 2011; Kuzniak et Richard, 2014b; Kuzniak et al., 2016). Como elemento esencial, lo que busca el ETM es comprender lo que se pone en juego en torno al trabajo matemático en un marco escolar (Montoya-Delgadillo, Mena-Lorca et Mena-Lorca, 2014).

El Espacio de Trabajo Matemático (ETM) es concebido como un lugar dinámico y abstracto que está organizado para comprender y analizar situaciones de enseñanza y de aprendizaje respecto del trabajo matemático. El modelo articula dos planos principales, uno de naturaleza epistemológica, en nuestro caso vinculado a los conceptos matemáticos, y otro de naturaleza cognitiva relacionada al pensamiento de una persona resolviendo tareas matemáticas. La organización del ETM y de ambos planos debe entenderse como un sistema dual, donde el plano epistemológico no pertenece al profesor ni el cognitivo al alumno; sino que es la forma de entender un complejo proceso didáctico en la medida que se manifiestan las acciones de enseñanza (Richard, 2017). La organización del ETM está generalmente asociada al siguiente diagrama:

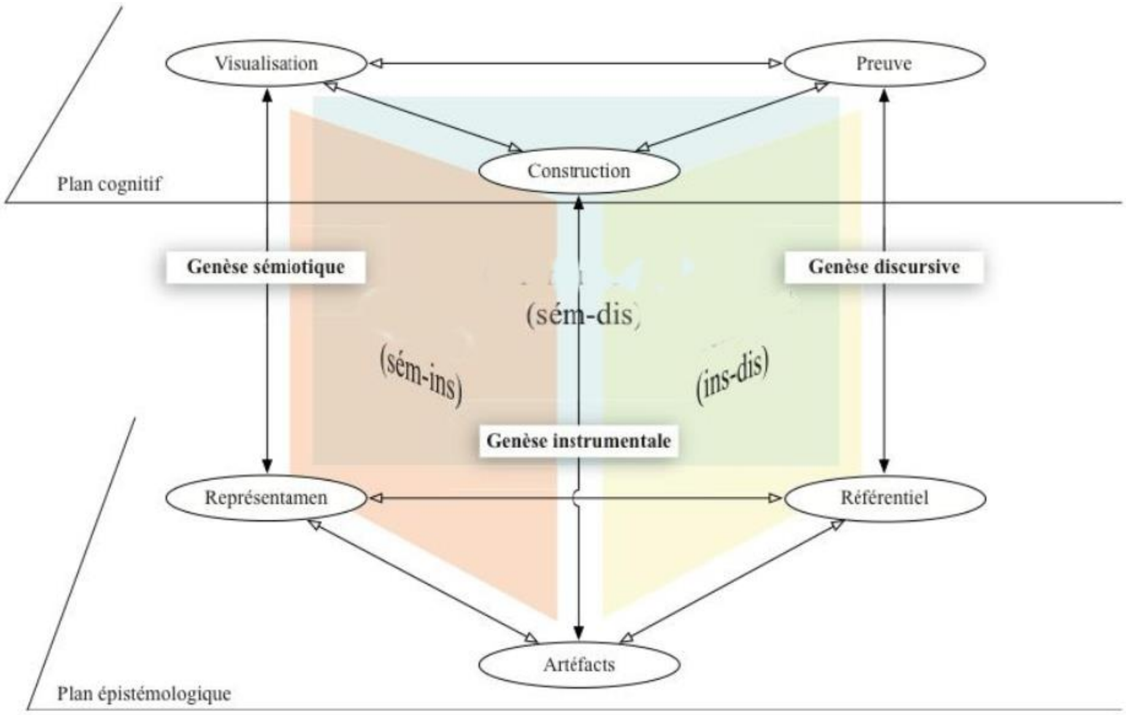


Figura 27. Organización del ETM (Kuzniak et Richard, 2014a).

Este modelo se asocia actualmente a diversos contenidos matemáticos como análisis, aritmética, álgebra, probabilidades o estadística. El ETM tiene un origen en el trabajo de los Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) que corresponde "a un ambiente organizado para permitir el trabajo de las personas que resuelven problemas geométricos", (Kuzniak, Montoya-Delgadillo et Vivier, 2015, p. 6) y esas personas pueden ser un profesor y un alumno. Los mismos autores Kuzniak, Montoya-Delgadillo, et al. (2015) presentan el ETG como circunscrito a la geometría, y el ETM es una visión más general, y el ETM debería poder apoyarse "sobre diferentes herramientas que han sido utilizadas en el marco de los ETG (Kuzniak, Montoya-Delgadillo, et al., 2015, p. 17). En el contexto de nuestro trabajo lo asociamos a geometría, sin embargo cuando hablamos de ETM en esta tesis, se debe entender como un trabajo de profesores y estudiantes resolviendo un problema matemático.

Tal como lo señalan Kuzniak et al. (2017), el modelo posee componentes que interactúan entre sí. En lo que respecta a la dimensión epistemológica, esta se organiza bajo criterios matemáticos que son los siguientes: un grupo concreto de objetos tangibles denominados representamen, un grupo de artefactos como instrumentos de dibujos o softwares, y un sistema teórico de referencia basado en definiciones, propiedades y teoremas. En lo que respecta a la dimensión cognitiva, esta se organiza de acuerdo a los componentes visualización relacionada con descifrar e interpretar signos, construcción que depende del uso de artefactos y técnicas asociadas, y prueba relacionada con producir procesos de validación basada en sistema de referencia.

Un proceso de relación entre el plano epistemológico y el plano cognitivo puede ser identificado como una génesis que relaciona dimensiones específicas del modelo, llamadas génesis semiótica que permite describir el proceso asociado al pensamiento visual en geometría, la génesis instrumental que conlleva el uso de un recurso material o softwares, y la génesis discursiva que hace referencia al uso de las propiedades geométricas (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015; Kuzniak, 2011; Kuzniak, Vivier, et al., 2015). Esta estructura de génesis entre los dos planos ayuda a entender la circulación del conocimiento dentro del trabajo matemático; una circulación que en sí misma es bastante compleja. Cuando el profesor produce una situación didáctica y activa las génesis, hablamos de coordinación entre las génesis; pero esto no implica necesariamente una interacción entre ellas. La circulación del conocimiento se da en los planos verticales y que explicamos a continuación.

2.10.1. El ETM y los planos verticales.

El trabajo matemático, geométrico en nuestro caso, se realiza y resulta de una relación e interconexión entre las tres génesis, de modo que se originan tres planos verticales (figura anterior) que son identificados por las génesis que las componen: semiótica – instrumental [sem-ins], instrumental - discursiva [ins-dis], y semiótica – discursiva [sem-dis], y el trabajo matemático, complejo e integrado se realiza en esos planos (Kuzniak et al., 2017). Es justamente la existencia de estos planos lo que otorga un punto de vista teórico para la observación del sistema de enseñanza de un estudiante en los escenarios que ya hemos mencionado que ocurren en un proceso de formación, y se ha sugerido el término fibración (Kuzniak et al., 2017, p. 11) como etiqueta para los movimientos en el plano y componentes del ETM (Lagrange et al., 2016; Tanguay, Kuzniak et Gagatsis, 2014, p. 25). Hay fibraciones internas que ocurren entre planos; y fibraciones externas, entre diferentes ETM. En nuestro caso solo nos focalizamos en las internas ya que estamos estudiando el sistema de creencias de estudiantes en el área de cuadriláteros específicamente.

2.10.2. La fibración y los movimientos en el plano y las componentes del ETM.

El concepto de fibración ha sido sugerido para etiquetar movimientos, transiciones y actividades específica entre diferentes elementos del ETM (Kuzniak et al., 2017; Lagrange et al., 2016; Tanguay, 2015), y señalan que hay tres tipos de fibraciones internas, y cada una de ellas tiene un efecto sobre las génesis semiótica, instrumental y/o discursiva. En las siguientes figuras se observan las fibraciones internas que pueden intervenir en el proceso de conceptualización o de formación de una concepción matemática y su implementación

El primer tipo de fibración está asociado a la componente artefacto (Kuzniak et al., 2017; Richard, 2017) y cumple un rol de operador. Un operador semiótico, material o conceptual tiene un efecto sobre las génesis, ya que el uso de un operador influencia la formación de partes semiótica, nocional y material de un artefacto. En la siguiente figura se muestra este tipo de fibración.

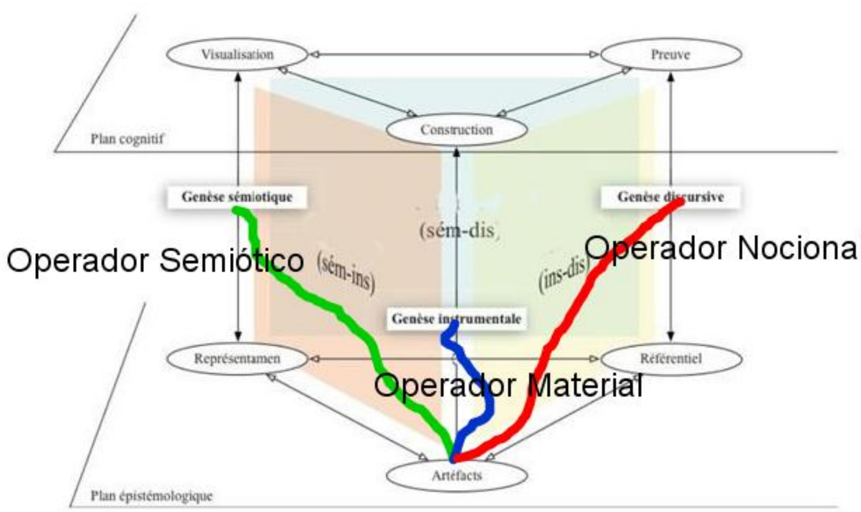


Figura 28. Primer tipo de fibración (Kuzniak et al., 2017)

El segundo tipo de fibración (Kuzniak et al., 2017; Richard, 2017) cumple un rol de control, y está asociada a la componente referencial. Esta fibración muestra que un control semiótico, material o gráfico-discursivo, afectan las génesis y a este tipo de fibración la llamamos control semiótico, material o discursivo-gráfico. Por ejemplo la manifestación de una fórmula permite un control material sobre la génesis instrumental. En la siguiente figura, abajo, se representa lo señalado.

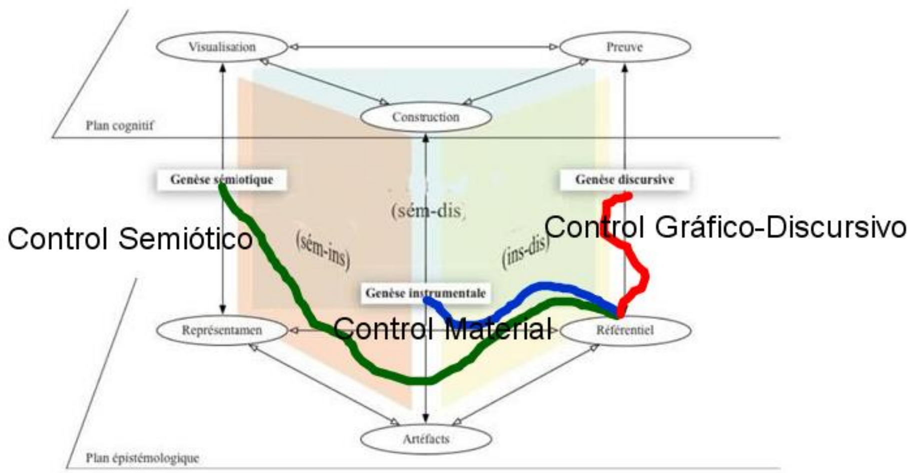


Figura 29. Segundo tipo de fibración (Kuzniak et al., 2017).

El tercer tipo de fibración (Kuzniak et al., 2017; Richard, 2017) cumple un rol de representación y está asociada a la componente representamen. Esta fibración puede producir una representación sobre cada génesis, que llamamos representación semiótica, material o discursiva-gráfica. En la siguiente figura se representa esta fibración

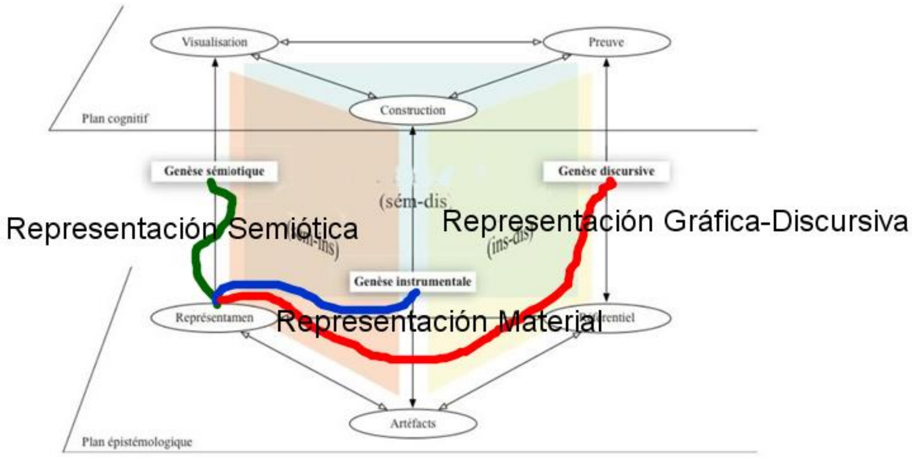


Figura 30. Tercer tipo de fibración (Kuzniak et al., 2017).

En este punto es deseable preguntarnos qué parte del proceso de enseñanza que realiza el estudiante, tanto en el escenario simulado como en el real, deseamos observar y analizar considerando los elementos teóricos que nos proporciona el ETM presentado. En un sentido estricto apegado al proceso de formación de profesores que realizamos en la UCSC, es deseable observar el desarrollo de la clase y los movimientos (Gómez-Chacón, Kuzniak et Vivier, 2016; Montoya-Delgadillo, Mena-Lorca et Mena-Lorca, 2016) que se inician desde el plano epistemológico; es decir cómo el estudiante en rol de profesor inicia y desarrolla su clase y que elementos aparecen y que pueden ser analizados desde la fibración, en qué orden temporal se van manifestando, en qué plano vertical se manifiesta con mayor intensidad o presencia el proceso de enseñanza, y en que eje vertical se manifiestan las componentes y activan las génesis.

2.10.3. Relación entre el ETM y las competencias.

Coutat et Richard (2011), presentan una estructura que muestra una relación en los planos verticales apoyándose en la idea de los procesos matemáticos de validación, modelización y descubrimiento, como lo muestra la siguiente figura.

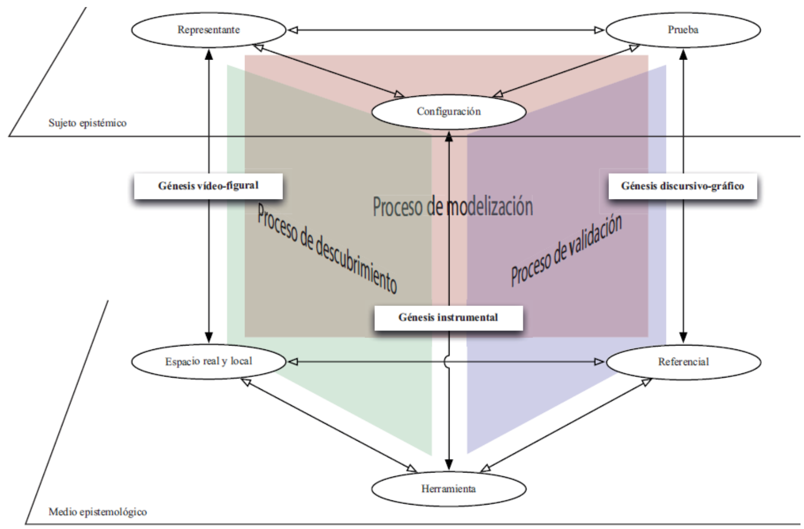


Figura 31. El ETM y los procesos matemáticos (Kuzniak et Richard, 2014a).

Como lo señalan López, Albaladejo et Gómez-Chacón (2015, p. 424) “estos procesos constituyen las manifestaciones de las competencias matemáticas del sujeto en el momento de su trabajo geométrico de descubrimiento, comunicación y razonamiento.” Kuzniak et Richard (2014a, p. 35), presentan la siguiente estructura que vincula el ETM y las competencias:

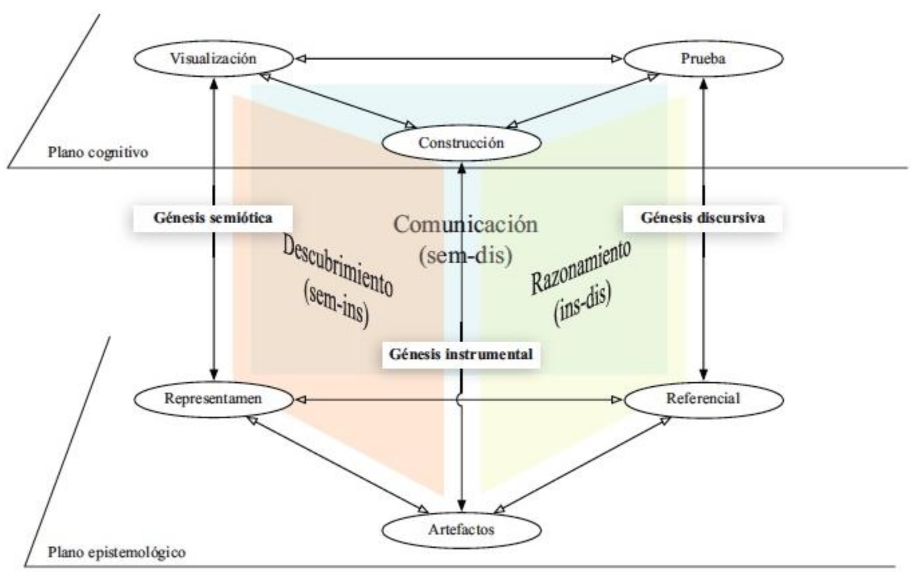


Figura 32. El ETM y las competencias (Kuzniak et Richard, 2014a).

De este modo, cuando hay alguna activación de génesis, en un modo de coordinación, lo que está ocurriendo desde un punto de vista de la competencia matemática, es que ésta se manifiesta; por ejemplo, es lo que ocurriría cuando hay activación de la génesis semiótica e instrumental, entonces hay una manifestación de la competencia descubrimiento.

2.10.4. Diversidad de los ETM; de referencia, idóneos y personales.

El ETM de referencia corresponde al aceptado por una comunidad de individuos, en que se privilegian formas de pensamiento, problemas, soluciones. Se visualiza a través de los documentos que definen el currículum, un proyecto educativo, tratados. La organización de este ETM de referencia se define bajo criterios matemáticos, pero también pedagógicos y educativos (Kuzniak et Richard, 2014b). Luego, el ETM idóneo está vinculado a la organización necesaria para volverse efectivo e idóneo. El modo en que se diseñe depende del profesor y considerando el contexto de los alumnos, "el diseñador desempeña un rol parecido al de arquitecto que diseña un espacio de trabajo para usuarios potenciales" (Kuzniak et Richard, 2014b, p. 10), y se visualiza a través de las clases reales, textos. Finalmente el ETM personal que conlleva las concepciones y conocimientos de los profesores y alumnos, y es a partir de este ETM personal que el profesor construye el ETM idóneo, "en clase el diseño de este espacio (ETM idóneo) va a depender del. ETM personal del profesor. Cuando el problema se propone al alumno, el tratamiento que éste le da lo conduce al ETM personal de este alumno."(Kuzniak et Richard, 2014b, p. 10).

EL ETM idóneo no es fijo; debe permanentemente ser acondicionado (Kuzniak, Montoya-Delgadillo, et al., 2015) y organizado considerando el ETM personal del alumno y los contextos institucionales. Desde nuestro rol de investigadores, es justamente este ETM idóneo es el que observamos y comparamos en los distintos escenarios inicial, simulado y real. Proponemos el concepto de acondicionamiento para nombrar la eventual modificación de un ETM idóneo.

El ETM con sus características e interrelaciones nos otorga un sólido referente para analizar los sistemas de prácticas y los elementos que se ponen en juego, desde un punto de vista didáctico y científico; analizar lo que ocurre en una clase de geometría para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero (Kuzniak et Richard, 2014a, 2014b, 2014c).

2.11. Condiciones teóricas de observación y análisis del trabajo matemático a partir del ETM.

En esa tesis, el trabajo matemático que ocurre en los ejes verticales será observado y analizado desde las manifestaciones de las componentes del ETM y la activación de las génesis; el movimiento entre los planos, desde la fibración.

Consideramos que la manifestación de una componente indica el trabajo matemático que realiza el estudiante en formación o en rol de profesor, pero que no necesariamente activa una génesis; una génesis (o más) se activa cuando el alumno tiene algún tipo de respuesta o se involucra en la tarea propuesta por el profesor.

El movimiento entre los planos será observado y analizado desde los siguientes tipos de fibración:

Tabla VII. Tipos de fibración utilizadas para observar el trabajo matemático.

Fibración tipo 1	Fibración tipo 2	Fibración tipo 3
Operador Semiótico	Control Semiótico	Representación Material
Operador Nocional	Control Material	Representación Gráfica-Discursiva

Con esa información podemos establecer una comparación entre los escenarios lo que nos permite configurar y describir una influencia de la formación de profesores sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático por parte del estudiante. El ETM se transforma en una “medida de referencia y calibración” para dar cuenta del proceso señalado; el ETM observado desde los tipos de fibración señalados nos permite analizar y describir el sistema de creencias hacia la enseñanza.

Establecemos como supuesto que el trabajo matemático en una sala de clases o aula escolar es complejo y dinámico, y que se presentan momentos en que ocurren distintas acciones, por ejemplo un alumno escribiendo o el mismo alumno explicando. Esto además podría implicar que se observa solo un momento que pueda presentar un alumno; el que a nuestro juicio resulte más relevante (Paillé et Mucchielli, 2013). Para la observación y análisis de los resultados en cada uno de los escenarios, consideraremos la existencia de un "alumno genérico", es decir no estableceremos diferencias particulares entre las posibles respuestas que presente un alumno u otro, sino que al grupo de alumnos lo consideramos como uno solo.

Resulta relevante dar cuenta que los estudiantes en formación no conocen los elementos teóricos del ETM, pues es utilizado para nuestros propósitos de investigación relacionados con la circulación del trabajo matemático. Además el ETM no tiene presencia ni en los programas de estudio de formación ni en el syllabus correspondiente. Estamos en presencia de un proceso de formación que es observado y analizado desde el exterior con el marco teórico ETM que nos permite describir el sistema de creencias hacia la enseñanza.

2.12. Experiencias de enseñanza del concepto de área de un cuadrilátero.

Podemos suponer que los docentes realizan procesos de enseñanza del concepto nombrado, y a continuación presentamos casos documentados de libros.

En la revisión, se encuentra coincidencia respecto de las bases didácticas del concepto área de un cuadrilátero. Santillana (2010), señala que una idea intuitiva de superficie se refiere a aquellas formas que caracterizan a un cuerpo, una superficie puede ser plana como es el caso de las caras de prismas, pirámides, o bien curvas como por ejemplo en el cono, cilindro, etc. El mismo Santillana (2010), señala que área es la medida que se asocia a una superficie, el área de un cuerpo será entonces la suma de las medidas de la superficie de cada una de sus caras. El área se mide en unidades tales como: centímetros cuadrados, metros cuadrados.

En textos utilizados en la enseñanza del concepto de área, el área corresponde a la medida de la superficie y su valor y cálculo se efectúa midiendo la longitud de algunos de los elementos de la figura y realizando ciertas operaciones con dichas medidas (Baldor, 2004; Martínez, 2002; Mejía et al., 2010; Rich, 1991; Santillana, 2010). En el caso de los cuadriláteros, específicamente el cuadrado, rectángulo y romboide, esta operación se simboliza, en general, por área = a x b, donde a y b son las medidas de los lados. En la siguiente fotografía de CEPECH (2007), se muestra esta operación, en que a los lados se les llama base y altura:

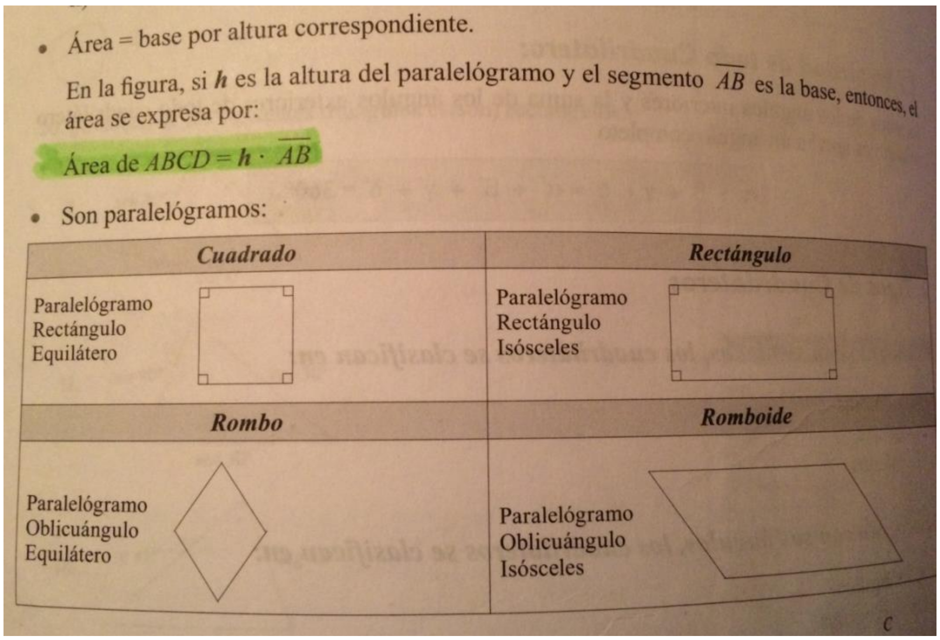
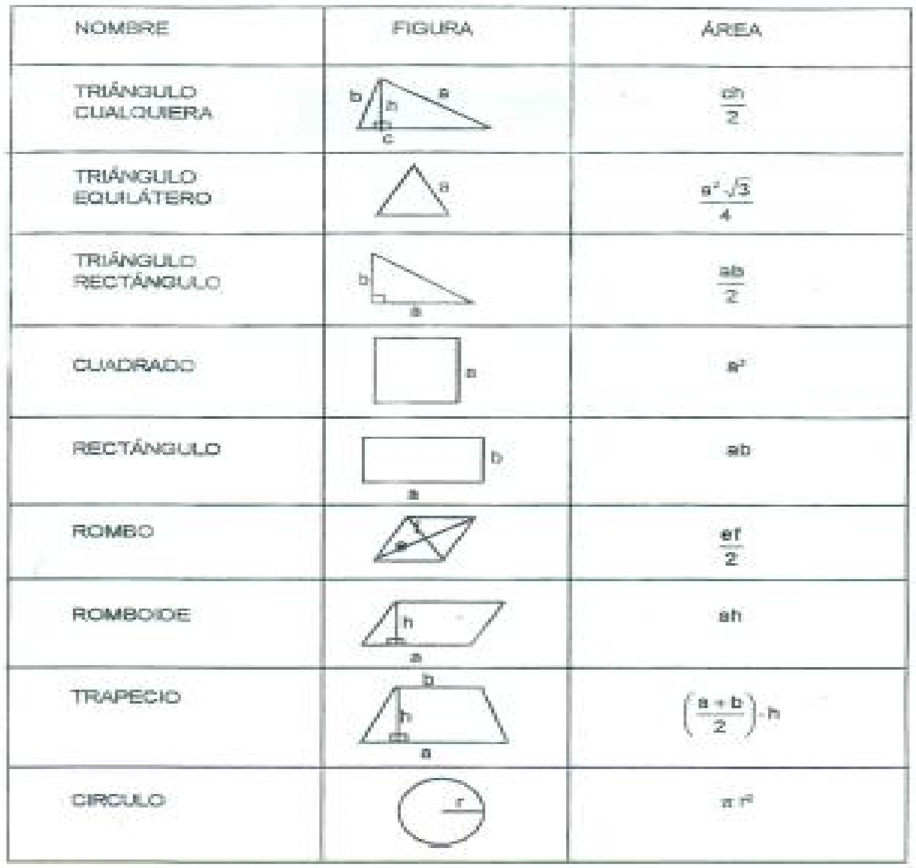


Figura 33. Área de un cuadrilátero, cálculo por algoritmo a x b (CEPECH, 2007)

Otra propuesta la presenta Cid (2009), referida a la figura 34, en que también inicia el capítulo relativo a área de figuras planas planteando la relación con la unidad cuadrada de 1cm2 usada para contar cuántas de estas unidades caben en un rectángulo. El área de un romboide se determina recortando un triángulo en uno de sus extremos, y el área del triángulo dividiendo el romboide en dos partes iguales. Luego pasa rápidamente a las fórmulas de las figuras planas, y en seguida ejercicios de tipo simbólico COPISI y reproducción PISA. Hay un fuerte énfasis en el cálculo de áreas y perímetros en figuras cuadradas, como se puede observar en las siguientes figuras (p. 34-35):



NOMBRE	FIGURA	ÁREA
TRIÁNGULO CUALQUIERA		$\frac{ch}{2}$
TRIÁNGULO EQUILÁTERO		$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
TRIÁNGULO RECTÁNGULO		$\frac{ab}{2}$
CUADRADO		a^2
RECTÁNGULO		ab
ROMBO		$\frac{ef}{2}$
ROMBOIDE		ah
TRAPECIO		$\left(\frac{a+b}{2}\right)\cdot h$
CIRCULO		πr^2

Figura 34. Fórmulas de cálculo del área (Cid, 2009).

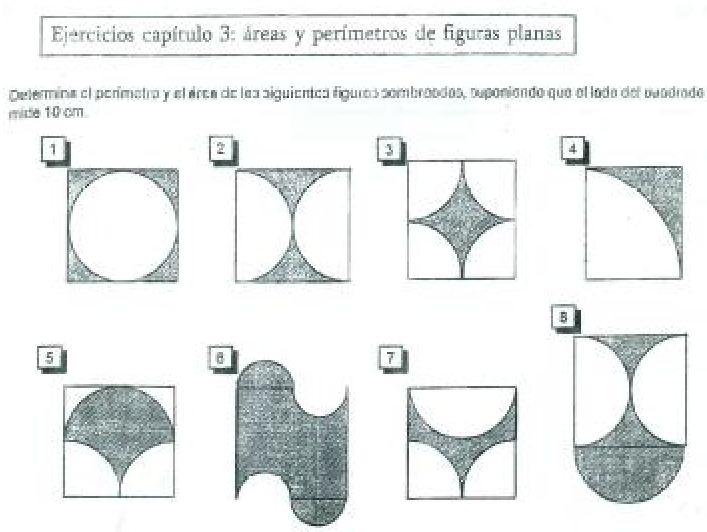


Figura 35. Cálculo de áreas sombreadas (Cid, 2009).

En definitiva, podemos generalizar y señalar que en los textos que presentan propuestas didácticas para el concepto de área, reconocen el cuadrado como unidad fundamental para determinar el área de las figuras, y luego se presenta un fuerte énfasis hacia el uso de las fórmulas para el cálculo del área de figuras planas.

Desde un punto de vista didáctico, existen algunas dificultades asociadas a la enseñanza del concepto de área. Martínez (2014, p. 164), señalan que estas dificultades están asociadas a la debilidad del manejo algebraico y numérico, confusión en el uso de fórmulas, y formas de los objetos geométricos. En ocasiones los alumnos confunden el concepto de área con el de perímetro. Sin duda, estos elementos deberían ser observados en la relación de formación y luego en la relación didáctica.

2.13. Concepciones alternativas respecto del concepto de área de un cuadrilátero.

Existe una cierta literatura respecto a las concepciones alternativas vinculadas al concepto de área de un cuadrilátero. Chamorro et Belmonte (2000) señalan que un punto de partida de las concepciones alternativas se origina en que el aprendizaje se vincula "al conocimiento y dominio del sistema métrico decimal y se considera que se han alcanzado los objetivos" (p. 40) cuando el alumno realiza conversiones de unidades de medida. La posterior ausencia del análisis de la validez de los resultados de conversión implican una fuerte creación de concepciones alternativas, por ejemplo obtener valores de área en metros lineales, o que "1 1 metro son 100 hectómetros" (p. 40). Esto conlleva que estas concepciones se prolongan en la vida en sociedad cuando en la televisión, programas radiales o periódicos se señalan cifras o valores disparatados carentes de toda lógica o con el uso de magnitudes de medidas equivocadas.

Una de las razones que plantean (Chamorro et Belmonte, 2000) es el uso de la metodología tradicional, basada e escuchar y repetir; y el método sugerido para un mejor aprendizaje es la manipulación de objetos ya que se permite distinguir las propiedades de los objetos; por ejemplo darse cuenta que un objeto es más pesado que otro. El uso de la metodología tradicional, según los mismos autores, promueve concepciones alternativas de exactitud de medidas pues en ejercicios propuestos por profesores acostumbran a usar números naturales y no decimales, asumiéndolos como una "exactitud" en las medidas. Esto genera la concepción alternativa de que una medida es exacta cuando se usan números enteros.

Otra concepción alternativa se origina cuando el profesor habitualmente propone ejercicios en que se debe hallar la superficie de terrenos de forma regular, pero en la realidad, cuando se trata de averiguar la superficie de la carrocería de un automóvil que hay que pintar, el alumno no posee los medios para resolver el problema y usa concepciones alternativas. Esto es similar al caso de medir el área del siguiente cuadrilátero, en que utilizan el algoritmo a x b.

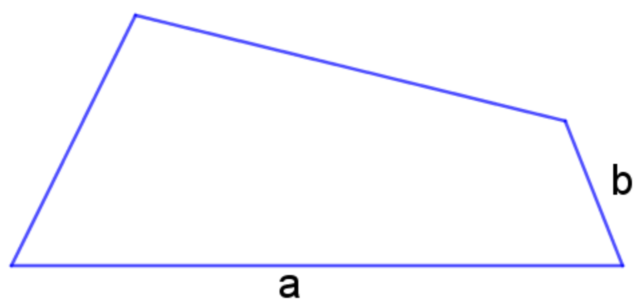


Figura 36. Concepción alternativa a x b (Fuente propia).

También es muy común que los alumnos confundan fórmulas de perímetro y área. Por ejemplo, "un alumno sistemáticamente al calcular el área de rectángulos entrega como resultado el doble de la medida correcta" (Reyes et al., 2013, p. 165) ya que el alumno al calcular el perímetro de un rectángulo suma la medida de los lados y el resultado lo multiplica por dos, entonces en el cálculo del área ocurre lo mismo; multiplica la medida de los lados y ese resultado lo multiplica erróneamente por 2 (Reyes et al., 2013).

Otra concepción alternativa es suponer que si dos rectángulos diferentes tienen el mismo perímetro, entonces tiene la misma área. Reyes et al. (2013) presentan una figura para demostrar gráficamente esta concepción alternativa, en que en una grilla formada por cuadrados de 1 cm se dibujan diferentes rectángulos cuyo perímetro es de 16 cm (p. 162):

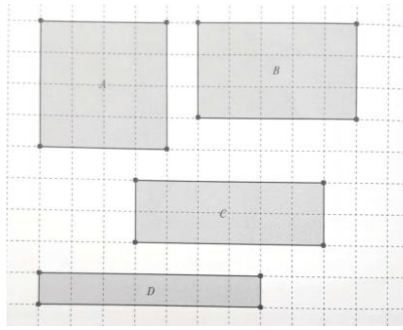


Figura 37. Concepción alternativa mismo perímetro misma área (Reyes et al., 2013).

Todos los rectángulos anteriores tienen el mismo perímetro, pero diferentes áreas.

De forma similar, se puede dibujar rectángulos que tienen la misma área, pero diferente perímetro (p. 162)

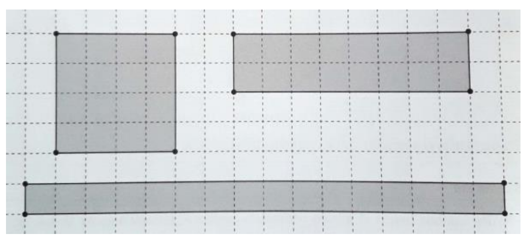


Figura 38. Concepción alternativa misma área mismo perímetro (Reyes et al., 2013)

2.14. Paradigmas geométricos.

Houdement et Kuzniak (2006), señalan que han evidenciado tres paradigmas de la enseñanza de la geometría, pero asociados al tipo de geometría. Estos paradigmas tienen un vínculo con el tipo de pensamiento inherente de un individuo, es decir, la intuición, la experiencia y el razonamiento deductivo (p. 180). Estos tres modos de pensamiento son constitutivos del pensamiento geométrico a través de tres paradigmas (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015; Houdement et Kuzniak, 2006; Tanguay, 2015).

2.14.1. La Geometría I Natural (GI).

Esta geometría tiene como fuente de validación la realidad, lo sensible (Gauthier, 2015). La geometría trata sobre los objetos reales y materiales, está estrechamente ligada al mundo real, hay un esfuerzo por abstraer lo real, se utiliza la medida de la aproximación, hay uso de esquemas simples como el círculo o cuadrados; "el trabajo es de tipo material" (Henríquez-Rivas, 2014, p. 1810), implica la presencia de deconstrucción de formas para proponer el desarrollo de geometría algebraica (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015).

2.14.2. La Geometría II Axiomática Natural (GII).

Esta geometría mantiene una relación con la realidad pero es acompañada con una fuente de validación asociado a un sistema axiomático local lo más preciso posible (Gauthier, 2015). La relación con la realidad permanece, los objetos geométricos pueden ser "descritos de acuerdo a alguna propiedad o definición" (Henríquez-Rivas, 2014, p. 1810).

2.14.3. La Geometría III Axiomática Formal (GIII).

Nace de la aparición de las geometrías no euclidianas y la relación con la realidad se corta, los axiomas ya no se fundamentan en lo sensible. El razonamiento de validación está basado en la coherencia lógica y formal del sistema de axioma subyacente (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015; Houdement et Kuzniak, 2006).

Houdement & Kuzniak (1998-1999) (citado en Gauthier (2015, p. 46)) presenta un cuadro que resume las tres geometrías presentadas:

Tabla VIII. Tipos de Geometría Houdement & Kuzniak (1998-1999)

	Geometría Natural GI	Geometría Axiomática Natural GII	Geometría Axiomática Formalista GIII
Intuición	Sensible, ligada a la percepción, enriquecida por la experiencia	Ligada a las figuras	Interna a las matemáticas
Experiencia	Ligada al espacio medible.	Esquema de la realidad	De tipo lógica
Deducción	Próxima a lo real y ligada a la experiencia por la vista.	Demostración basada en axiomas	Demostración basada en axiomas
Tipo de espacio	Espacio intuitivo y físico.	Espacio físico geométrico	Espacio abstracto Euclidiano
Estatus de diseño	Objeto de estudio y de validación.	Herramienta para investigar, conjeturar	Herramienta heurística
Aspecto privilegiado	Evidencia y construcción	Propiedades y demostración	Demostración y relación entre los objetos.

Estos diferentes paradigmas geométricos, permiten situar y entender los diferentes procesos de enseñanza, de modo de comprender desde la propia geometría las eventuales rupturas y diferencias que pudiesen existir entre los distintos escenarios, inicial, simulado y real, en que los estudiantes realizan sus sistemas de prácticas.

2.15. Supuesto de evolución del sistema de creencias hacia el trabajo matemático.

Así se completa la estructura teórica de nuestra investigación. En la relación de formación, el académico presenta a los estudiantes los conocimientos didácticos a través del dispositivo de formación que incluye el capítulo de un libro y el protocolo de gestión didáctica de aula. Luego, en la relación didáctica, el estudiante comportándose como profesor en un escenario real presenta los conocimientos matemáticos vinculados al concepto de área de un cuadrilátero a alumnos en un aula de una escuela para desarrollar conceptos y procedimientos matemáticos. Como esquema que resume lo señalado presentamos lo siguiente:

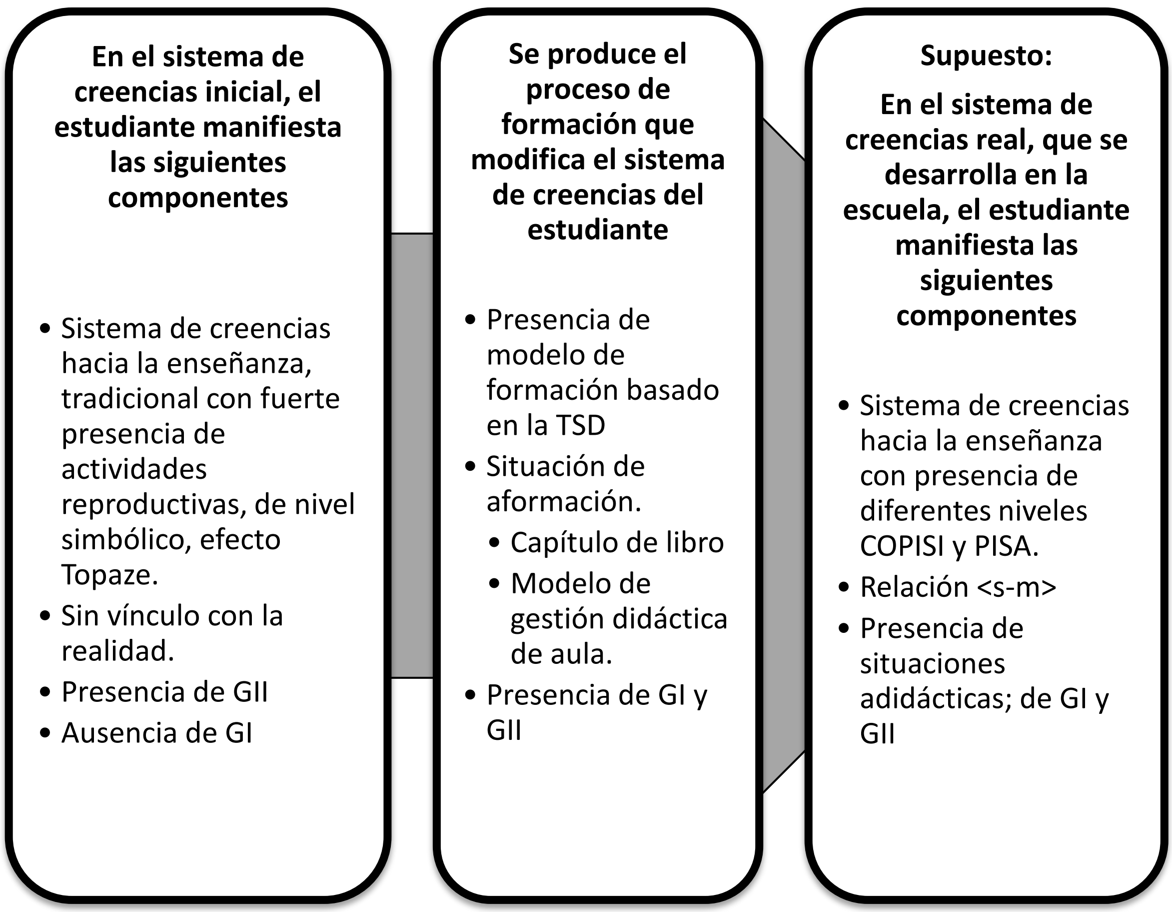


Figura 39. Supuesto de evolución del sistema de creencias hacia la enseñanza.

A continuación presentamos los objetivos de nuestra investigación:

2.16. Objetivo general:

Estudiar el proceso de modificación y evolución del sistema de creencias hacia el trabajo matemático que transcurre a través de un dispositivo de formación inicial en estudiantes de pedagogía media, utilizando el concepto de área de un cuadrilátero.

2.17. Objetivos específicos:

1.- Establecer el estado inicial del sistema de creencias de estudiantes hacia el trabajo matemático que ingresan a un programa de formación de pedagogía media en matemáticas.

2.- Diseñar y aplicar un dispositivo de formación didáctica vinculado al concepto de área de un cuadrilátero, para modificar el sistema de creencias inicial hacia el trabajo matemático de estudiantes de pedagogía media en matemáticas.

3.- Analizar la modificación del sistema de creencias hacia el trabajo matemático de estudiantes de pedagogía en matemáticas, desde un escenario inicial a un escenario real.

Capítulo 3 Marco Metodológico.

A continuación presentamos la metodología utilizada. En primer lugar presentamos el paradigma cualitativo inductivo comparativo (Lamoureux, 2006; Paillé et Mucchielli, 2013; Thouin, 2017) y justificamos su pertinencia para la investigación. Luego explicamos el tipo de investigación de concepción subjetiva que nos permite fundamentar el acceso a los datos. Presentamos el diseño de investigación a través del método de caso, definimos la muestra y la operacionalización metodológica con los respectivos procedimientos de recogida de información. Luego se presenta la recogida de información y el análisis de ellos a partir de los elementos del marco teórico. Finalmente se presentan las precauciones de orden metodológico y ético.

3.1. Paradigma de investigación.

Para el logro del objetivo propuesto, hemos adoptado un tipo de investigación cualitativo inductivo (Paillé et Mucchielli, 2013) más cercana a la descripción y reflexión del problema que nos convoca, lo que conlleva, como lo señalan Paillé et Mucchielli (2013, p. 135), que para este tipo de propuesta, "en lugar de una revisión de la literatura, parece más apropiado de hablar de un examen del problema" que permita crear un espacio "para la reflexión, la intuición, la meditación, la especulación".

En la construcción de la problemática de nuestra investigación, hemos realizado algunas observaciones iniciales, entrevistas a estudiantes y profesores, desarrollo del dispositivo de formación a través de la construcción de planificaciones de clases bajo la estructura de la gestión didáctica de aula, y construcción de un capítulo de libro por estudiantes. Esto ha permitido enfocar el problema como ya lo hemos presentado, y de esta manera examinar y describir la influencia de un proceso de formación de profesores.

3.2. Tipo de investigación.

En primer lugar queremos explicitar que el investigador del presente trabajo es la misma persona que el académico que realiza la relación de formación al estudiante, y que luego, en la relación didáctica es el observador que recopila la información necesaria para el logro del objetivo. Esta tríada de roles es coherente y posible bajo el enfoque cualitativo inductivo que ya hemos declarado.

Dada las características de nuestro objetivo, que muestra una preocupación concreta por el desarrollo e influencia de un proceso de formación de profesores sobre el sistema de creencias de un estudiante, nos interesa un tipo de investigación explicativa (Hernández, Fernández et Baptista, 1996; Lamoureux, 2006; Thouin, 2017), en que frente a un problema de investigación, su rol es de verificar el efecto de un plan de acción, en nuestro caso la utilización del dispositivo de formación "en que la utilidad es permitir a las personas que realizan la investigación, tomar una decisión clara" (Lamoureux, 2006, p. 34); decisión que en este trabajo se vincula a explicitar las influencias del proceso de formación sobre el sistema de creencias del estudiante. Del mismo modo, Thouin (2017) nos señala que este tipo de investigación,

> "Busca corroborar una relación de causa efecto, descrita por un modelo bien establecido, entre diversas observaciones descritas de manera sistemática. Esta corroboración se hace principalmente por medio de una argumentación rigurosa, que se basa sobre la lógica de deducciones establecidas. Se trata de una investigación descriptiva confirmatoria" (p. 112).

El mismo autor nos señala que este tipo de los datos asociados a este tipo de investigación asociadas a la categoría de explicar sean más frecuentemente del tipo cualitativos (Thouin, 2017, p. 112).

La investigación del tipo concepción subjetiva (Lamoureux, 2006, p. 36) es la que fundamenta nuestro trabajo. Decimos que es una concepción subjetiva pues hay factores que acompañan a la subjetividad y que están relacionados con la existencia de una teoría implícita para el análisis de datos; con la influencia estereotipos sociales; con la complejidad y variabilidad de los fenómenos; con el punto de vista personal del investigador (Lamoureux, 2006; Paillé et Mucchielli, 2013; Quivy et Campenhoudt, 2006).

3.3. Recolección de datos.

Cuando el académico se encuentre en el proceso de formación del estudiante, en el momento que hemos llamado escenario inicial, el mismo académico le solicitará al estudiante una planificación y realización de una clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero. Luego, el académico en el escenario simulado, presentará el dispositivo de formación y a través del él, se relacionará con el estudiante para que éste modifique su sistema de creencias hacia la enseñanza, que ya posee de su propia experiencia como alumno antes de ingresar a la universidad. En esta etapa esperamos saber qué sucede con el estudiante, qué sabe al inicio de su proceso se formación como profesor de geometría, cómo planifica su clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero. Luego, este mismo estudiante, en el escenario real, qué realizará en la escuela, observaremos cómo planificará la enseñanza, qué aspectos del dispositivo de formación utiliza.

Este tipo de investigación es de carácter cualitativo, como lo señalan Paillé et Mucchielli (2013), lo que conlleva un contacto personal con el sujeto de investigación, principalmente por el camino de las entrevistas y por la observación de las prácticas en el medio mismo donde participan los actores. La investigación se dice "cualitativa" principalmente en dos sentidos: uno, en el sentido que los instrumentos y métodos utilizados son conocidos, por un lado para recopilar datos cualitativos (testimonios, notas de terreno, imágenes, videos, etc.) y por otro para analizar estos datos de manera cualitativa (es decir, extraer el sentido más que transformarlos en porcentajes o estadísticas); y en un segundo sentido, que significa que el conjunto de los procesos ocurren de una manera "natural", sin aparatos sofisticados o escenarios de situaciones artificiales, y según una lógica de cercanía con las personas, sus acciones y testimonios (p. 13).

De esta manera, planteamos que nuestra investigación tiene un carácter cualitativo ya que la directa relación entre el académico y el estudiante en la relación de formación, en que el investigador generará un conocimiento sobre y con el estudiante respecto de la enseñanza del concepto de área de un cuadrilátero, y posteriormente, en la relación didáctica, la observación en el terreno de las actividades de enseñanza que realice el estudiante en el rol de profesor, serán observadas en el sentido natural que señalan Paillé et Mucchielli (2013). Estas relaciones entre el académico, con una fuerte componente subjetiva de cada uno de ellos define el carácter cualitativo de nuestro trabajo.

3.4. Diseño de investigación, el método de estudio de caso.

En coherencia con el tipo de investigación cualitativa que hemos propuesto para nuestra investigación, el estudio de caso es una estrategia de diseño de investigación adecuada a las condiciones que implica este trabajo; es decir, el estudio de un fenómeno que ocurre en un contexto natural de enseñanza y aprendizaje (Rodriguez, Gil et García, 1999), y por lo tanto se transforma en un método que implica la recogida de datos sobre un caso o casos, y la preparación de un informe o presentación del caso" (p. 92), para la descripción, caracterización, comparación o descubrimiento de nuevas relaciones respecto del tema de investigación.

En esta investigación, planteamos que serán 3 estudiantes medios los que serán observados, y son ellos los que serán estudiados con el método de casos. La información que será obtenida está vinculada con lo que ocurre en su formación en la relación de formación y luego en la relación didáctica. En ambas etapas se hará un análisis heurístico, descriptivo y comparativo para visualizar los efectos de formación y aplicación respecto del dispositivo que hemos propuesto.

Dado que es un estudio de casos y bajo un enfoque cualitativo, los resultados no son generalizables o transferibles a otras investigaciones o a un modelo único. Lo que buscamos es una teorización a partir de los datos que se han observado y analizados (Paillé et Mucchielli, 2013; Rodriguez et al., 1999).

3.5. Muestra.

En el proceso de recopilación de la información de nuestra investigación, se encuentra el estudiante en la relación de formación, y que se comporta como profesor en la relación didáctica. Elegiremos, de manera intencionada y opinática (Paillé et Mucchielli, 2013; Rodriguez et al., 1999) 3 estudiantes medios, es decir, estudiantes que tiene un comportamiento académico típico promedio y tradicional en su desempeño académico en un proceso de formación de profesores.

Los 3 estudiantes elegidos pertenecen a la carrera de pedagogía media en matemáticas y participarán de la asignatura didáctica de la geometría en el 4to semestre. En el 5to semestre deben realizar la asignatura práctica pedagógica. Así, la relación de formación ocurre durante el desarrollo de la asignatura didáctica de la geometría y la relación didáctica durante práctica pedagógica.

El académico que realiza la asignatura de didáctica de la geometría en la relación de formación es el mismo que el investigador. En la práctica pedagógica el estudiante en su rol de profesor se encuentra en la escuela. Allí, el profesor titular de la escuela acompaña al estudiante. El profesor titular no tiene ningún rol en la investigación más que ser parte del entorno del escenario real. En la investigación estableceremos un contrato de colaboración con el profesor titular para que él no realice ninguna intervención y su presencia en la sala de clases sea mínima, y así el estudiante en un rol de profesor pueda realizar el proceso de enseñanza en la relación didáctica de manera plena. Este contrato de colaboración será firmado por el mismo profesor titular y el investigador cautelando los aspectos éticos y metodológicos.

3.6. Operacionalización metodológica y procedimientos de recogida de información.

A continuación presentamos las condiciones necesarias para el desarrollo de la recogida de datos de nuestra investigación y el método para influir sobre el sistema de creencias.

3.6.1. Descripción del estado inicial del sistema de creencias del estudiante.

Dada las características de nuestra investigación que espera dar cuenta de la modificación del sistema de creencias del estudiante, se solicitará a los estudiantes que planifiquen y realicen frente a sus compañeros una clase del concepto de geometría área de un cuadrilátero, que se encuentre en currículum oficial (MINEDUC, 2012b) y que es impuesto por el académico para los fines de esta investigación. Esta clase se realiza al comienzo de la relación de formación y justo antes del inicio del curso de didáctica de la geometría (Facultad de Educación, 2011a).

Con la planificación de la clase del concepto de área de un cuadrilátero se espera conocer el sistema de creencias hacia la enseñanza del concepto de área de un cuadrilátero del estudiante en el estado inicial. La clase planificada será realizada por los estudiantes y presentada frente a sus compañeros y grabada en video. A esta etapa la llamamos escenario inicial.

Además, ellos deberán entregar una planificación escrita del contenido de área de un paralelogramo, con el formato que consideren adecuado; y que suponemos es el que corresponde a lo que ellos conocen y es parte de su sistema de creencias. De esta manera conoceremos y estableceremos el estado inicial de ese sistema, que implica conocer la relación que existe entre el estudiante, el conocimiento que enseña y la institución escolar (Chevallard, 1999; Winsløw, 2013) desde donde adquirió su sistema de creencias. Esta información permitirá posteriormente comparar la evolución o modificación de su sistema de creencias que se produzca en la relación de formación.

3.6.2. Descripción de la evolución del sistema de creencias del estudiante.

En el desarrollo de la relación de formación, el académico plantea al estudiante el dispositivo de formación, considerando el programa de formación de didáctica de la geometría de la UCSC. Este dispositivo considera la construcción del capítulo del libro y de un protocolo de gestión didáctica de aula.

Entonces el estudiante debe construir el dispositivo de formación, luego él deberá realizar una clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero frente a sus compañeros, en el aula universitaria. Estas clases serán grabadas en video. A esta etapa la llamamos escenario simulado.

3.6.2.1. El capítulo del libro.

Respecto de la construcción del capítulo del libro que el estudiante debe realizar, ya hemos explicado su estructura en la sección 2.7.1. El contenido sobre el cual se construirá el capítulo es área de un cuadrilátero. Se requieren algunas semanas para construir el capítulo, eventualmente mínimo 4 semanas, que fue el tiempo observado en las aplicaciones previas a esta investigación.

El estudiante deberá construir en orden secuencia las partes del capítulo de la siguiente manera:

Lo esencial del capítulo. Se inicia con esta parte pues se desea establecer el conocimiento del contenido (Shulman, 2005) del tema sobre el cual se construye el capítulo.

Las actividades de iniciación del capítulo. Se continúa con esta sección pues el estudiante debería pensar y proponer situaciones o actividades de motivación y de acercamiento inicial del contenido al medio del alumno (Brousseau, 1986).

Las actividades de resolución de ejercicios y problemas. Se finaliza la construcción del capítulo del libro con la proposición de estas actividades.

Para monitorear la pertinencia y coherencia del capítulo del libro que el estudiante construya, de acuerdo a los fundamentos teóricos que lo sustentan, presentamos una estructura de clasificación que permita guiar la construcción del capítulo propuesto por el estudiante de manera ordenada y clasificada, de todos los ejercicios y actividades que lo compongan. Lo que se espera es que la estructura muestre un equilibrio entre todos los componentes, y no una tendencia marcada en un solo criterio. Esta estructura se muestra en el anexo 4. Una pauta de evaluación que permita conocer criterios e indicadores respecto del nivel mínimo de logro esperado se presenta al estudiante. La pauta se muestra en el anexo 5. Esta pauta contiene los distintos aspectos esperados en la construcción del capítulo del libro y la relevancia que a ellos se les asigna desde la mirada inductiva (Paillé et Mucchielli, 2013) del académico formador del estudiante, lo que se visualiza en la ponderación que a cada aspecto se asigna.

La etapa de construcción del capítulo del libro en la relación de formación es monitoreada a través de la pauta señalada, sin embargo queremos expresar que luego en la relación didáctica, esta pauta ya no tendrá relevancia, pues la mirada que el investigador tendrá (Paillé et Mucchielli, 2013) sobre el capítulo del libro construido por el estudiante, estará dirigida al uso que se le da.

Como ya señalamos, el dispositivo de formación, además del capítulo del libro, considera el protocolo de gestión didáctica de aula.

3.6.2.2. El protocolo de gestión didáctica de aula.

Durante la misma asignatura de didáctica de la geometría ya nombrada, el académico presenta el protocolo de gestión didáctica del aula al estudiante[20], cuya estructura fundamental ya detallamos en la sección 2.7.2. A partir de esta situación de formación, el estudiante deberá construir una planificación para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero, y luego, deberá realizar esta clase frente a sus compañeros; que serán filmadas con cámara de video. A esta etapa la llamamos escenario simulado.

El protocolo de gestión didáctica de aula, dada la estructura fundamental que le hemos propuesto para esta investigación, posee ciertos elementos mínimos que deben desarrollarse y ocurrir en el desarrollo de la clase en el escenario simulado. Para evaluar la presencia de los elementos del protocolo, se propone una pauta de evaluación, que fue construida a partir de la

[20] En este caso, decimos al estudiante como referencia de que corresponde a todos los estudiantes del curso.

propia interpretación del investigador (Paillé et Mucchielli, 2013) y de las evidencias recopiladas en las primeras propuesta de protocolo construidas por los estudiantes. La pauta se encuentra en el anexo 6.

Luego de que el estudiante en la relación de formación ha debido construir el dispositivo de formación, él deberá realizar una clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero frente a sus compañeros, en el aula universitaria, que llamamos escenario simulado. Estas clases serán grabadas en video.

3.6.3. Aspectos metodológicos de la relación didáctica.

La relación didáctica ocurre en el aula escolar, en el contexto de la asignatura de práctica pedagógica (Facultad de Educación, 2011a), entonces el estudiante va a la escuela y enseña a alumnos el concepto de área de un cuadrilátero. En esta etapa, ya lo señalamos, el estudiante se comporta como profesor.

Para el desarrollo de esta etapa y en el contexto de esta investigación, el estudiante-profesor debe planificar y desarrollar una clase de geometría, donde deberá enseñar a alumnos de una escuela el concepto de área de un cuadrilátero. Como se trata de desarrollar y obtener información para nuestra investigación, el académico e investigador solicitará formalmente al profesor titular de la asignatura de matemáticas del curso de la escuela, que el estudiante-profesor enseñe el concepto nombrado.

Entonces el estudiante debe realizar una clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero frente a los alumnos de la escuela. Estas clases serán grabadas en video. A esta etapa la llamamos escenario real, y profundizamos a continuación.

3.6.3.1. Aplicación del protocolo de gestión didáctica de aula en la relación didáctica.

El estudiante en el rol de profesor debe planificar la clase de geometría para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero a los alumnos en la escuela. Se le solicitará al estudiante que planifique la clase en el escenario simulado, y abordaremos los registros de los documentos de planificación preparados por el estudiante-profesor, que podrían incluir ejercicios elegidos del capítulo del libro construido, o de libros ministeriales o de editoriales diversas, o de confección propio, u otra fuente de información. Lo que buscamos tal como lo sugieren Paillé et Mucchielli (2013, p. 158), es darnos cuenta de la visión y argumentación que utiliza el estudiante en su sistema de práctica, en la etapa de planificación.

Luego de la planificación de la clase, el estudiante profesor deberá realizar la clase en el escenario real a los alumnos. Esta clase será grabada con cámara de video para su posterior análisis. Los elementos que serán considerados en este análisis dicen relación con realización de las etapas del protocolo de gestión didáctica de aula, con el abordaje didáctico del concepto de área de un cuadrilátero, y con la modificación del sistema de creencias del estudiante. Se observarán elementos que están implícitos en el protocolo como el contrato didáctico, las situaciones de acción, formulación, validación, institucionalización, la devolución, el tratamiento didáctico desde el ETM (Kuzniak, 2011; Kuzniak et Richard, 2014b)

3.6.3.2. Aplicación del capítulo del libro en la relación didáctica.

En nuestra investigación suponemos que dadas la condiciones propias de un proceso de planificación y enseñanza del concepto de área de un cuadrilátero, el capítulo del libro que el estudiante construye en la relación de formación no será reconstruido o realizado nuevamente en la relación didáctica; sino que será recuperado y utilizado en alguna parte o momento del desarrollo del protocolo de gestión didáctica de aula.

La forma en que el estudiante utilice el capítulo del libro, las guías y ejercicios que entregue a los alumnos, la forma de ordenarlos, los criterios de selección de los ejercicios, la utilización de lo esencial y su vínculo con la institucionalización, las actividades de iniciación y su relación con la situación de acción, y otros elementos que emergerán del análisis (Paillé et Mucchielli, 2013), serán los que analizaremos.

3.6.3.3. Cuadro resumen del procedimiento de recogida de información.

El siguiente cuadro muestra la información recién presentada de un modo resumido.

Tabla IX. Cuadro resumen procedimiento recogida de información.

Relación	Fuente de Información	Actividad	Instrumento de recopilación de la información	Elementos para el análisis
de Formación	Estado Inicial del Sistema de creencias del Estudiante	Planificación teórica de una clase, referida al concepto de área de un cuadrilátero.	Documental: Modelo de planificación de clases personal del estudiante para enseñar. Textos utilizados en apoyo a la planificación	Modelo de protocolo de gestión de aula utilizado. Presencia de elementos didácticos de la TSD. Tratamiento Conceptual del área. Circulación del trabajo matemático a través del ETM.
		Realización de la clase planificada previamente, por parte del estudiante	Video: Actividades de enseñanza explícitas frente a sus compañeros para enseñar un concepto de geometría.	Modelo de protocolo de gestión de aula utilizado. Lenguaje hablado. Simbología escrita en el pizarrón. Recursos mostrados. Circulación del trabajo matemático a través del ETM.
	Capítulo del Libro por parte	Construcción del capítulo del libro	Documento: El capítulo del libro	Protocolo de construcción del

	del estudiante.		del contenido área de un cuadrilátero.	capítulo del libro. Lo esencial. Actividades de Iniciación. Resolución de ejercicios y problemas. Coherencia con COPISI, PISA.
	Protocolo de Gestión didáctica de Aula por parte del estudiante-	Construcción de la planificación de la clase referida al mismo concepto de geometría definido anteriormente por el académico; área de un cuadrilátero.	Documento: La planificación con el nuevo modelo de la clase.	Modelo de protocolo de gestión de aula utilizado. Presencia de elementos didácticos de la TSD Tratamiento Conceptual del área. Circulación del trabajo matemático a través del ETM.
		Realización de la clase.	Video: La realización de la clase previamente planificadas.	Modelo de protocolo de gestión de aula utilizado. Lenguaje hablado. Simbología escrita en el pizarrón. Recursos mostrados. Circulación del

				trabajo matemático a través del ETM.

Relación	Fuente de Información	Actividad	Instrumento de recopilación de la información	Aspectos del Análisis de contenido
Didáctica	Protocolo de Gestión didáctica de Aula	Planificación de la clase del contenido área de un cuadrilátero	Documento: El modelo de planificación utilizado por el estudiante para enseñar el contenido área de un cuadrilátero.	Modelo de protocolo de gestión de aula utilizado. Presencia de elementos didácticos de la TSD Tratamiento Conceptual del contenido de área.
		Realización de la clase del contenido área de un cuadrilátero a los alumnos.	Video: Actividades de enseñanza explícitas frente a los alumnos para enseñar el contenido geométrico área de un cuadrilátero.	Circulación del trabajo matemático a través del ETM. Modelo de protocolo de gestión de aula utilizado. Lenguaje hablado. Conceptos, simbología, esquemas, etc., escrita en el pizarrón. Recursos materiales utilizados y conceptos, simbología, esquemas, etc., mostrados son esos recursos.

	Aplicación del Capítulo del Libro	Utilización de los capítulos de libro construidos en la relación de formación.	Documento: Guías de trabajo y ejercicios utilizados por el estudiante profesor para las actividades de enseñanza hacia los alumnos.	Ejercicios propuestos en las actividades de enseñanza a los alumnos, coherente con el capítulo construido. Coherencia de los ejercicios propuestos con COPISI, PISA.
	Entrevista al estudiante por parte del académico.	Entrevista al estudiante.	Grabaciones de audio y video: Preguntas y respuesta: diálogo.	Opinión sobre el modelo, contrastación sobre el modelo propio inicial, y comparación con lo realizado en el escenario real.

3.6.3.4. Análisis a priori del sistema de creencias hacia la enseñanza.

A continuación presentamos un análisis a priori de los elementos didácticos de lo que podría ocurrir en la puesta en acto del sistema de creencias hacia la enseñanza por parte de los estudiantes, en cada uno de los escenarios.

Respecto del escenario inicial y la gestión de aula, podemos suponer que los estudiantes realizarán una clase tradicional en que presentarán una definición conceptual de área a través de un algoritmo, más cercana a una reproducción simbólica, y luego solicitarán la realización de algún tipo de ejercicio de aplicación del algoritmo. Además se espera que exista poca participación de los estudiantes en rol de alumnos y sea el propio estudiante en rol de profesor quien dirija la clase (Godino et al., 2003). En este mismo escenario proponemos que la fórmula de área será fundamentada en la postura teórica de Moise et Downs (1996, p. 295) que plantea que el área de un rectángulo es a x b, base por altura. Lo mismo para el caso del área de un paralelogramo, o trapecio en que la medida del área está dada por algoritmos, “el área de un trapecio es la mitad del producto de su altura y la suma de sus bases”; “el área de un paralelogramo es el producto de una base cualquier y la altura correspondiente” (Moise et Downs, 1996, p. 300-301). Podemos extrapolar este punto de vista epistemológico al rombo.

Respecto del escenario simulado, ya podemos suponer que la realización de la clase se fundamenta y realiza usando el modelo de gestión de aula enseñado en clase por el académico en la relación de formación. Esto implica el uso de objetos concretos para la manipulación y deducción de las fórmulas y algoritmos que permitan determinar el área de un rectángulo. De este modo proponemos que el área de un rectángulo (o previamente un cuadrado) se realizará a través del uso de la unidad cuadrada como lo plantea Mercado (1991) y que ya presentamos en la página del apartado de la definición de área. El paso de contar el total de unidades cuadradas a la multiplicación de base por altura no debiese provocar ninguna dificultad al presentarse de la siguiente forma:

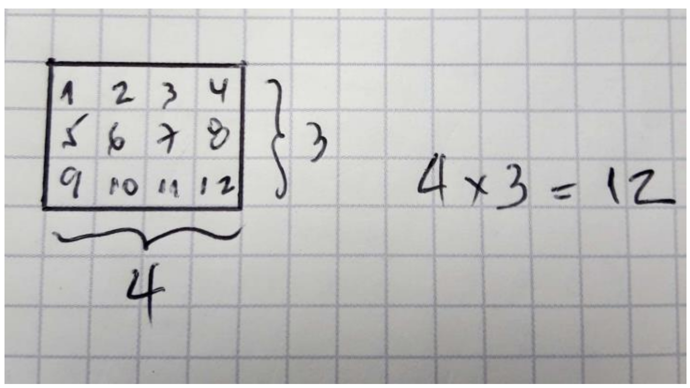


Figura 40. Paso del número de cuadrados al producto de dos longitudes.

También suponemos que luego de establecido el uso de la unidad cuadrada, la obtención de las fórmulas de los cuadriláteros como el rombo, el paralelogramo y el trapecio se realizarán a través de recortes fundamentados en el uso del Principio de Conservación (Martínez, 2014).

En lo que respecta al escenario real, esperamos que se repitan los mismos procedimientos usados en el escenario simulado, con cierta influencia debido a la participación de los alumnos de las escuelas en que ellos debiesen realizar las actividades propuestas por el estudiante en rol de profesor sin mayores contratiempos.

3.7. Obtención de la información.

Bajo un enfoque cualitativo inductivo comparativo, el análisis de la información implica, evidentemente, responder a las preguntas de investigación bajo la observación cercana al material empírico. Entonces lo que observaremos es la evolución del sistema de creencias del estudiante entre el escenario inicial, el escenario simulado y el escenario real.

Esto conlleva tener un plan de investigación relacionado con revelar las influencias de la relación de formación en la modificación del sistema de creencias del estudiante; considerando "obtener verdaderas respuestas, aunque estas pudiesen ser muy desagradables" (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 211). Este plan estará fuertemente vinculado al marco teórico, a los temas que nos interesan en esta investigación y en los objetivos planteados, y acercarnos a las oposiciones y divergencias entre los temas que está en observación en este trabajo (p. 232). Aunque en principio declaramos el vínculo con el marco teórico, debemos considerar que en este tipo de trabajo de índole cualitativo, el plan de investigación no es fijo, sino que puede evolucionar y variar en función de la información que se vaya obteniendo, situaciones emergentes, modificaciones inesperadas; "las preguntas no están ordenadas ni perfectamente explícitas en el inicio" (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 212).

Dado nuestro objetivo, presentamos tres técnicas de obtención de la información para su posterior análisis. Estas técnicas son análisis de documentos, videos y entrevistas.

3.7.1. Documentos: planificaciones y guías de trabajo.

Los documentos asociados a la relación de formación hacen referencia a las planificaciones construidas por los estudiantes durante del proceso de formación, planificaciones que incluyen el concepto de área de un cuadrilátero. Se incluyen en estos documentos los libros u otra fuente de información que el estudiante utilice para desarrollar esas planificaciones. Además, incluye las planificaciones realizadas en la relación didáctica.

Paillé et Mucchielli (2013, p. 158) señalan, respecto a la obtención y análisis de un texto, en este caso las planificaciones; que un "análisis cualitativo contextual de un texto tiene por objetivo “hacer hablar al texto”, para encontrar las significaciones que están ocultas”. Quivy et Campenhoudt (2006) le llaman a este método “análisis de contenido” (p. 201) En el análisis de contenido, señalan que los documentos obtenidos bajo una visión cualitativa de la investigación, merecen ser estudiados y analizados bajo una conjunto de técnicas y métodos genéricos de análisis: análisis cualitativo por contextualización (p. 157) y análisis estructural (p. 161). El análisis por contextualización implica considerar los elementos de la noosfera (Chevallard, 1991; Johsua et Dupin, 2005), y el estructural implica dar cuenta de lo esencial de los procesos intelectuales que se dan en la planificación.

De este modo, debiéramos considerar los siguientes elementos en el análisis de las planificaciones:

1. Modelo utilizado en la planificación
2. Presencia de elementos didácticos de la TSD en el modelo de la planificación.
3. Tratamiento conceptual del concepto de área de un cuadrilátero.
4. Tratamiento didáctico del mismo concepto.
5. Presencia del capítulo del libro

Con esa información se nos permite dar cuenta del sistema de práctica que el estudiante tiene o trae producto de su sistema de creencias hacia la enseñanza, al inicio de la relación de formación y que luego será contrastada con en la relación didáctica respecto del protocolo de gestión didáctica de aula y el sistema de práctica del estudiante en rol de profesor en la escuela, de modo de observar las eventuales modificaciones.

3.7.2. Grabaciones audiovisuales, videos.

El estudiante luego de realizar las planificaciones, tiene que presentar y desarrollar una clase para enseñar el contenido de área de un cuadrilátero. Esta presentación de la clase se hace al inicio de la relación de formación. Esto permite visualizar el sistema de creencias que el estudiante ya tiene. La clase será grabada en video, lo que permitirá un análisis más detallado. Los elementos que serán analizados en el video son:

1. El modelo de clase utilizado
2. El lenguaje verbal asociada al área de un cuadrilátero
3. La simbología que escriba en la pizarra
4. Los recursos presentados.

Del mismo modo que el análisis de los documentos, la presentación de la clase en el escenario simulado y en el escenario real, nos permitirá dar cuenta de la evolución y la influencia del dispositivo de formación

3.7.3. Entrevista personal.

Para dar cuenta de las opiniones del estudiante respecto de su trabajo realizado en la realización de sus clases, se realizarán entrevistas individuales con los estudiantes de la muestra. Respecto de las preguntas en la entrevista que se realicen a los estudiantes, éstas serán grabadas en audio. Son generales y con poca planificación al inicio, pero así se inicia "un embrión investigativo" (Paillé et Mucchielli, 2013), que con el avance de la entrevista, debe transformar en una "entrevista en profundidad, que permita obtener explicaciones convincentes, y cómo los estudiantes ven el problema (Rodriguez et al., 1999, p. 168). Las respuestas obtenidas en la entrevista permitirán crear y establecer un análisis de los datos, y comenzar a clasificarlos según los diferentes aspectos estudiados. Rodriguez et al. (1999), plantean y sugieren que el desarrollo de la entrevista y sus posteriores respuestas, existen cuestiones estructurales que permiten "hacer hablar al texto de la entrevista". Estas cuestiones son ciertos principios de concurrencia, explicación, repetición, contexto y del esquema del trabajo cultural (Rodriguez et al., 1999, p. 177).

3.8. Codificación y categorización.

Las formas de análisis cualitativo, en general, conducen a establecer entidades conceptuales como categorías, temas, notas, que se generan en el primer análisis exploratorio de los datos, y que luego ser profundizan en una mirada más detallada. Se establecen lazos entre la información obtenida, con el objetivo de establecer categorías conceptuales, abstractas y relacionadas al marco teórico propuesto en la investigación. Inicialmente estas categorías están aisladas unas de otras. Luego, en un proceso más detallado de codificación se pueden obtener relaciones entre las categorías, la subordinación de unas a otras, el establecimiento de nuevas relaciones, tal vez nuevas categorías, todo en un proceso más y más detallado y complejo; siempre con la mirada cualitativa en que hay una función intuitiva que desarrolla el investigador (Paillé et Mucchielli, 2013; Quivy et Campenhoudt, 2006; Rodriguez et al., 1999).

En la tabla IX hemos presentado un cuadro que resume el proceso de obtención y análisis de datos y aspectos que se analizarán, siempre en el entendido que podrían haber situaciones emergentes importantes de observar que no han sido consideradas. Por ejemplo, el diálogo que pudiese darse entre los estudiantes en las presentaciones de clases en el escenario simulado de la relación de formación, o las opiniones de los mismos estudiantes frente a una situación de formación o de aformación, u otras. Esos aspectos serán registrados y si son relevantes para el desarrollo de la investigación, también serán analizados, y para el análisis de los datos obtenidos, podemos distinguir algunas tareas y operaciones para un proceso analítico básico, y que corresponden a la reducción de datos a través de la categorización y codificación.

Para el análisis de los resultados en cada uno de los escenarios, consideraremos la existencia de un "alumno genérico", es decir no estableceremos diferencias particulares entre las posibles respuestas que presente un alumno u otro, sino que al grupo de alumnos lo consideramos como uno solo.

Así, hemos querido presentar un proceso de análisis de la información con codificación y categorías en que las tres fuentes de información se relacionan para construir un argumento analítico.

3.9. Construcción de las conclusiones a partir del análisis desarrollado.

En el tipo de investigación que estamos desarrollando, un carácter cualitativo, inductivo, fenomenológico (Paillé et Mucchielli, 2013), sabemos que le objeto de estudio que observamos no está aislado, sino que interactúa con otros objetos y con el mismo observador; por lo tanto el investigador realiza el análisis de ese objeto desde su propia experiencia y visión subjetiva. Sin embargo, esto no es una debilidad, sino que una característica propia de la visión cualitativa, y se deben considerar ciertas perspectivas desde las cuales se construirá el proceso de teorización que será presentado en las conclusiones.

Paillé et Mucchielli (2013), plantean que en el análisis de los datos, entre las idas y venidas entre la información obtenida y el marco teórico abordado, se establecerá progresivamente la contribución principal de la investigación al conocimiento a través de la integración argumentativa que permite hacer aparecer el "eureka que se hace y deshace constantemente" (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 394), lo que eventualmente permitirá la establecer el nivel último de la teorización que se caracteriza por un trabajo de modelización del fenómeno investigado.

Es relevante señalar que los resultados y conclusiones que se planteen en esta investigación no pueden ser presentados como conclusiones globales a otros contextos, pues esta investigación en el enfoque cualitativo "es única e irrepetible de los contextos, conductas y fenómenos estudiados" (Rodriguez et al., 1999, p. 287), aunque sí podremos hablar de transferibilidad, dependiendo del grado de similitud entre los contextos.

3.10. Criterios de calidad de la investigación.

La observación respecto del rigor metodológico que implica la confianza y veracidad de los resultados obtenidos, dado el paradigma cualitativo inductivo comparativo al que estamos adscritos, se fundamentan básicamente en el modo de narración y en las evidencias que se presentan para apoyar la autenticidad de las conclusiones planteadas (Rodriguez et al., 1999). Este punto es relativamente sensible en este tipo de investigación, pues el investigador que interpreta y que hace surgir las categorías depende “de la construcción previa del objeto, de la orientación del investigador, de la sensibilidad teórica y experiencial, de la claridad más o menos grande del material a estudiar,…” (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 366); así, el análisis en la construcción de las conclusiones será un elemento presente.

3.11. Proceso de validación ética.

Tal como lo considera el reglamento de ética con seres humanos de la Universidad de Montreal, se debe cautelar la participación de los estudiantes y profesores que los incluye en este proyecto. El Certificado de Ética se encuentra en el anexo 7. Los aspectos de nuestra investigación que cautelarán la validación ética son los siguientes:

3.11.1. Participación de los estudiantes.

Los estudiantes que participen tanto en el curso de didáctica de la geometría como en el de práctica pedagógica tienen la obligación de realizar estas asignaturas pues son parte del programa curricular de formación. Sin embargo, no tienen la obligación de que sus actividades de enseñanza que se realicen en el contexto de las asignaturas señaladas sean utilizados para los fines de esta investigación. Así, se solicitará a los estudiantes que firmen un consentimiento voluntario que considera tres aspectos: 1) la participación voluntaria en la investigación que incluye grabaciones por video y audio, fotografías, en las aulas universitarias y de la escuela y 2) el uso de la información que ellos generen o produzcan en el marco de esta investigación. Para complementar el uso de la información, se les señalará que la información que generen será anónima y sus nombres serán cambiados por algún tipo de código alfanumérico. 3) la participación en la entrevista personal que se realice para el análisis de la propia práctica por parte del estudiante se realizará en la oficina del académico en la universidad y será grabada en video y audio. El estudiante debe firmar un consentimiento para su participación. Esta actividad es de bajo riesgo emocional, pues el tema de conversación es sobre el sistema de creencias del mismo estudiante. Para obtener el consentimiento, el investigador lo solicitará directamente a los estudiantes. Este consentimiento se muestra en el anexo 8.

3.11.2. Participación de la escuela.

En el contexto de esta investigación se debe observar las actuaciones de los estudiantes en su rol de profesor en la escuela. Esto conlleva solicitar dos autorizaciones; una que corresponde al uso del establecimiento como unidad de investigación, y que se debe solicitar al director de la escuela y la otra, el uso de un curso como el lugar de participación del estudiante en su rol de profesor, y que se debe solicitar al profesor del curso. Para obtener el consentimiento, el investigador lo solicitará directamente al director y al profesor.

3.11.3. Participación de los alumnos.

Como el estudiante en su rol de profesor va a estar en un curso en la sala de una escuela con participación activa y explícita de los alumnos de ese curso, entonces se solicitará a los padres o apoderados de esos alumnos que firmen un consentimiento en dos ámbitos; el primero relativo al uso de imágenes de los alumnos ya que en la sala de la escuela se filmarán las actividades que el estudiante en rol de profesor realice, lo que puede implicar la aparición de los alumnos en las imágenes, y el segundo respecto del uso anónimo del material que ellos generen y que tiene relación con la investigación. Para obtener el consentimiento, el investigador lo solicitará directamente a los padres o apoderados en una reunión de microcentro propiciada por el profesor del curso. Este consentimiento se muestra en el anexo 9

3.11.4. Nivel de riesgo ético asociado a la investigación

Se debe explicitar que esta investigación se realiza en un contexto real de formación de profesores. Casi todas las actividades que se realicen, a excepción de la entrevista personal entre el académico y el estudiante, son en el entorno común y cotidiano de una sala de clases, tanto en la universidad como en la escuela. En ese sentido, suponemos que el riesgo ético es mínimo ya que no afectará aspectos emocionales, valóricos, creencias o algún otro tipo de aspecto distintos de los conductuales y cognitivos normales que ocurren en un proceso de enseñanza y aprendizaje, tanto en el aula universitaria como escolar.

En lo que respecta a la entrevista con el estudiante, en el caso que el estudiante se sienta emocionalmente incómodo por las preguntas y diálogo que pudiese darse con el académico, se establecerá un documento con el consentimiento explícito a través de una firma por parte del académico, que el estudiante puede terminar la entrevista y retirarse del lugar donde esta se esté realizando.

Capítulo 4 Análisis de los resultados.

El proceso de análisis, de las clases realizadas por los estudiantes Daniel, Kelyn y Ricardo, se realiza a partir de los marcos teóricos del ETM y de la TSD, y se focaliza en los procesos didácticos realizados por ellos en cada uno de los escenarios, inicial, simulado y real; y las modificaciones de sus sistemas de prácticas y del concepto de área de un cuadrilátero, de acuerdo a nuestras preguntas de investigación, y considerando las observaciones nombradas en la tabla IX.

La siguiente figura da cuenta de la secuencia de presentación y análisis de los tres casos:

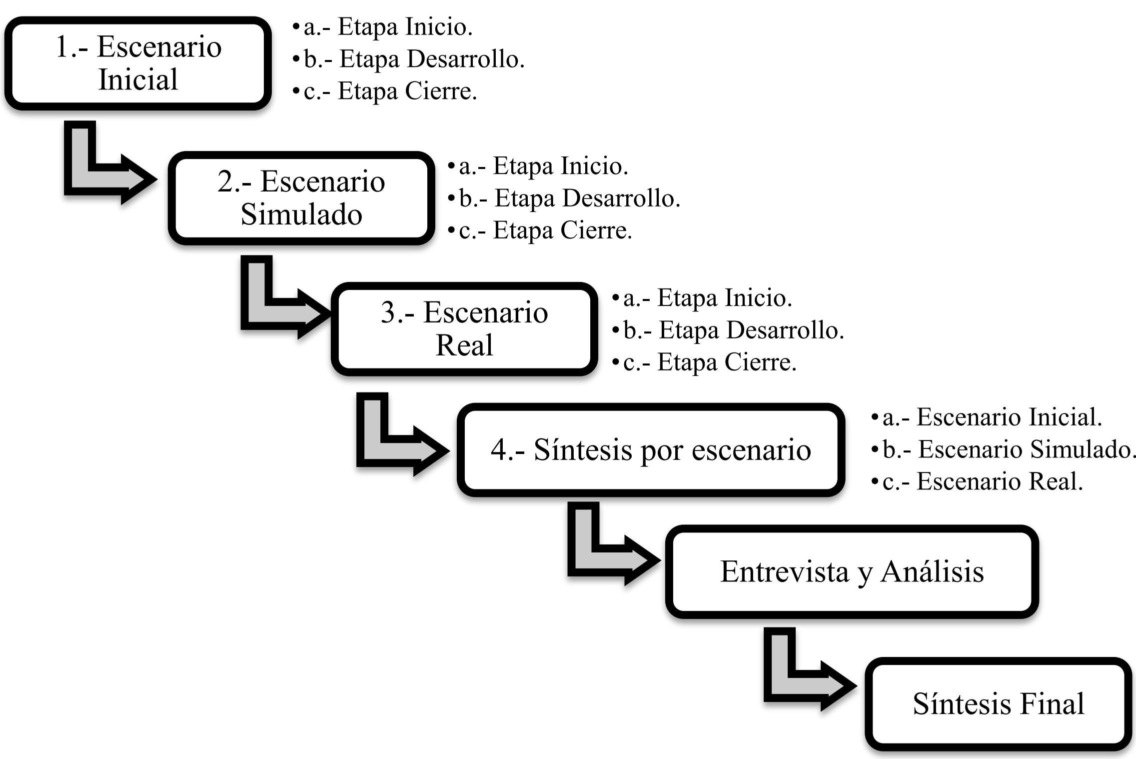


Figura 41. Secuencia de presentación y análisis seguido para cada caso.

En esa tesis, el trabajo matemático que ocurre entre los ejes verticales será observado y analizado desde las manifestaciones de las componentes y la activación de las génesis y el movimiento en los planos será observado y analizado desde los siguientes tipos de fibración:

Tabla X. Tipos de fibración utilizadas para observar el trabajo matemático.

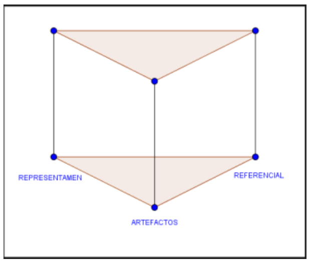
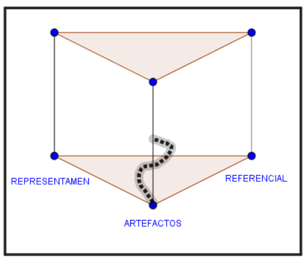
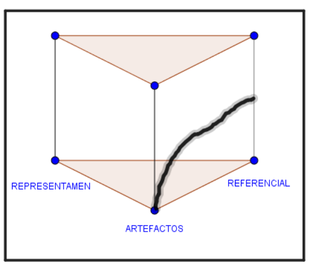
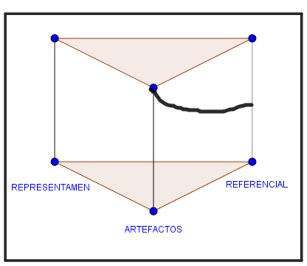
Fibración tipo 1	Fibración tipo 2	Fibración tipo 3
Operador Semiótico	Control Semiótico	Representación Material
Operador Nocional	Control Material	Representación Gráfica-Discursiva

En lo que respecta al análisis realizado observado desde el Espacio de Trabajo Matemático ETM, se utilizan códigos para representar nuestra interpretación respecto del modo en que se desarrolla el sistema de creencias de los estudiantes y sus modificaciones estos códigos se muestran en la siguiente tabla XI.

Para el análisis de los resultados en cada uno de los escenarios, consideraremos la existencia de un “alumno genérico”, es decir no estableceremos diferencias particulares entre las posibles respuestas que presente un alumno de u otro, sino que al grupo de alumnos lo consideramos como uno solo.

Importante resulta señalar que dada la condición de nuestra investigación de carácter cualitativo inductivo comparativo, el análisis de la información usando el código de ilustraciones que se propone a continuación no es, y no pretende ser, de ni de carácter exhaustivo ni definitivo; sino mostrar la aplicación del código y un elemento orientador para el análisis e interpretación de los resultados de esta investigación de acuerdo a los elementos del ETM presentados en el marco teórico de este trabajo. El código es el siguiente:

Tabla XI. Código de significados del Espacio de Trabajo Matemático.

Código	Significado	Interpretación Didáctica
	El Espacio de Trabajo Matemático	Es el fundamento teórico desde donde se observa el sistema de creencias de los 3 casos de estudiantes
	Un trazo discontinuo en el mismo eje significa manifestación de una componente del plano epistemológico.	En este ejemplo el profesor produce una manifestación en la componente artefactos y podría activar la génesis instrumental.
	Un trazo continuo significa fibración en un plano vertical activada por el profesor.	En este ejemplo se produce fibración. La manifestación de la componente artefactos tiene un efecto como operador nocional sobre la génesis discursiva
	Un trazo continuo desde el plano cognitivo corresponde a una manifestación de una competencia evidenciada por una respuesta de un alumno.	En este ejemplo es una respuesta del alumno que muestra la evidencia de una competencia de razonamiento

Luego del análisis particular a cada una de las etapas en cada escenario, utilizando las codificación anteriores, presentamos una síntesis del recorrido del sistema de creencias del estudiante, basado en el la TAD de (Winsløw, 2013);

$$RE(a,o) \rightarrow RU(e,ö) \rightarrow RE(ep,o).$$

De este modo se inicia el análisis con el caso de Daniel.

4.1. Supuesto esperado del ETM idóneo.

Antes de iniciar la presentación y análisis de los casos, el supuesto esperado del ETM idóneo que planteamos como un punto de referencia es que los tres estudiantes tenían el mismo sistema de creencias hacia la enseñanza cuando antes de iniciar el proceso de formación, y luego evoluciona producto de la aplicación del dispositivo de formación. Proponemos que éste puede ser descrito para cada escenario de la siguiente manera:

4.1.1. Supuesto del ETM idóneo escenario inicial.

Escenario inicial. El estudiante llega con un sistema de creencias hacia el trabajo matemático tradicional, con un proceso de realización de clases asociado a una estructura de definición, ejemplo y ejercicios; en términos de la TSD, corresponderían a una etapa de institucionalización, situación didáctica, efecto Topaze, nuevas situaciones didácticas. Poca presencia de gestión de devolución. Ejercicios de tipo simbólicos (COPISI) y reproducción (PISA). Representamos esta actividad en el escenario inicial con el siguiente diagrama de ETM:

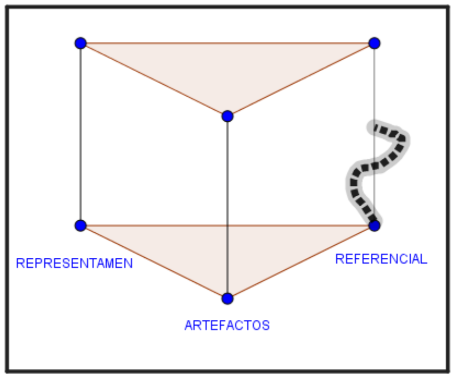


Figura 42. Supuesto esperado ETM idóneo, escenario inicial

4.1.2. Supuesto del ETM idóneo escenario simulado y real.

Escenario simulado y real. El estudiante en proceso de formación ya ha conocido el dispositivo de formación, ha construido una planificación de clases y el capítulo del libro. El presenta una clase frente a sus compañeros estudiantes en rol de alumnos. Hay una secuencia, la clase se inicia con el saludo formal, presenta un objeto del mundo real y hay una situación didáctica asociada a él, hay presencia de diálogo y devolución, a partir de las respuestas se establece el título de la clase, luego hay una situación didáctica y presencia de una situación adidáctica, que se resuelve y se comenta en el grupo curso, hay gestión de la devolución y partir de las respuestas se institucionaliza el conocimiento. Las situaciones didácticas se relacionan con objetos o experiencias del mundo real que conllevan activación de la génesis semiótica, hay presencia de artefactos que conllevan génesis instrumental, hay manifestación de la componente referencial que conlleva una génesis discursiva. Luego se presentan nuevas situaciones didácticas con diferentes representaciones COPISI y niveles PISA, se produce la situación adidáctica. Hay poco efecto Topaze y mucha gestión de la devolución; hay activación de la competencia de razonamiento asociada al ETM.

En el caso del escenario real, proponemos que el estudiante en rol de profesor en el aula escolar realiza las mismas actividades que en el escenario simulado, el supuesto ETM idóneo es el mismo en ambos escenarios nombrados.

Representamos esta actividad en el escenario simulado y real con el siguiente diagrama de ETM:

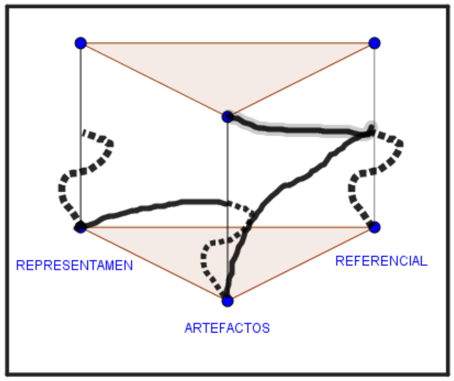


Figura 43. Supuesto esperado ETM idóneo, escenario simulado y real.

Los supuestos esperados de los ETM idóneos serán presentados en las síntesis de los análisis a modo de comparación o contraste con los ETM idóneos observados.

4.2. Análisis del caso de Daniel.

4.2.1. Escenario inicial.

El registro de la transcripción de la clase de Daniel correspondiente al escenario inicial se encuentra en el anexo 10 de esta tesis. La planificación inicial manuscrita se encuentra en el anexo 11 de esta tesis.

4.2.1.1. Escenario inicial, etapa inicio

Al inicio de la clase Daniel presenta la definición de cuadrilátero y características de las figuras de cuatro lados y estableciendo el objetivo propuesto para la clase que es determinar el área de un cuadrilátero, se está en presencia de una manifestación de la componente referencial. Luego Daniel presenta las diferencias entre las definiciones de área y superficie, "luego una primera diferenciación es diferenciar entre área y superficie y clarificar y dejar claro en esta planificación de la clase, que el área es la medida de la superficie de una figura geométrica", hay activación de la génesis discursiva, hay presencia del área como una Geometría GI (Houdement et Kuzniak, 2006). En esta etapa de la primera clase de Daniel, el ETM idóneo implica una manifestación de la componente referencial. De un modo gráfico de acuerdo a la estructura del ETM, proponemos el siguiente esquema para esta etapa:

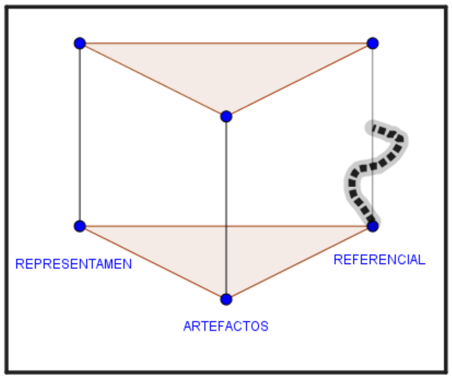


Figura 44. ETM idóneo Daniel, escenario inicial, etapa inicio.

4.2.1.2. Escenario inicial, etapa desarrollo

Daniel dibuja dos figuras en la pizarra, "gráficamente entonces lo que ocurre con estos dos cuadraditos, que es un cuadrado que se caracteriza por tener los lados de igual medida, mientras que los rectángulos solamente hay dos lados que son si bien en ambos paralelos pero son de distinta medida"; entonces como Daniel dibuja y explica características, señalemos que hay manifestación de la componente representamen.

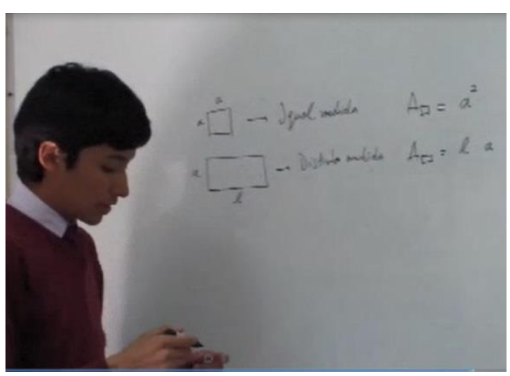


Figura 45. Dibujos de rectángulo y cuadrados en la pizarra y sus fórmulas.

Inmediatamente pasa a establecer institucionalización del área de las figuras,

> "en el caso del área del cuadrado va ser simplemente considerando que el lado mide a, el área va ser a cuadrado, sin embargo considerando el rectángulo, un lado que va hacer l el largo y el ancho que va hacer a, su área va a estar determinada por l por a".

Esta instrucción corresponde a una manifestación en la componente representamen y de la componente referencial cuando presenta las fórmulas algebraicas del cálculo del área, hay presencia de una Geometría (GII). Esta presencia implica manifestación de la componente representamen y de la componente referencial de manera simultánea cuando Daniel tiene una conducta gestual presentando los cuadriláteros dibujados en la pizarra y simultáneamente explica fórmulas para determinar el área del cuadrado y del rectángulo; esto implica la presencia de fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva. Este ETM idóneo podemos representarlo a través del siguiente esquema:

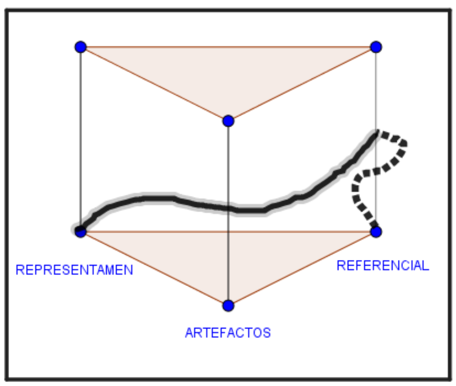


Figura 46. ETM idóneo Daniel, escenario inicial, etapa desarrollo.

La presentación verbalizada de Daniel es coherente con la clase planificada. A continuación se puede observar ya la intención de mostrar los cálculos en la presentación de su clase, en la siguiente foto se muestra cómo él planificó mostrar la fórmula del área del cuadrado

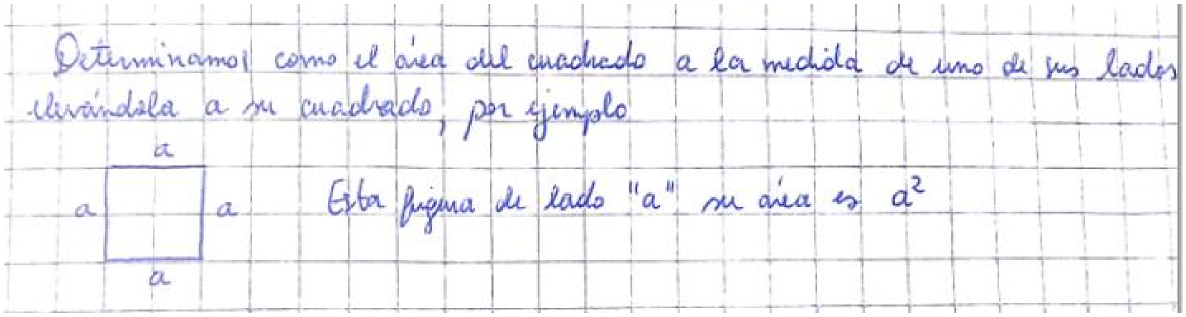


Figura 47. Área del cuadrado en la planificación.

Y en la siguiente fotografía se muestra cómo planificó mostrar el área del rectángulo.

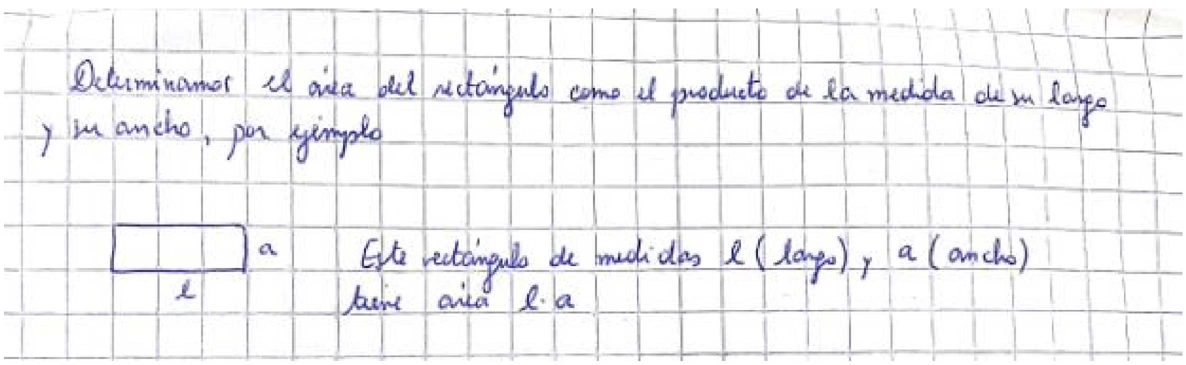


Figura 48. Área del rectángulo en la planificación.

En estas planificaciones se puede observar que Daniel ocupa las cuadrículas de las hojas para dibujar las superficies del cuadrado y el rectángulo; estamos en presencia de una manifestación de la componente artefactos pues la hoja cuadriculada es un artefacto. Sin embargo cuando Daniel hace la clase no hay cuadricula en la pizarra. En este sentido podemos establecer una comparación del ETM idóneo de la planificación versus el ETM idóneo de la clase realizada representada a través de la siguiente figura:

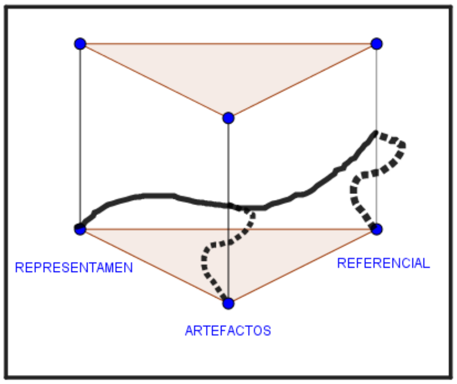
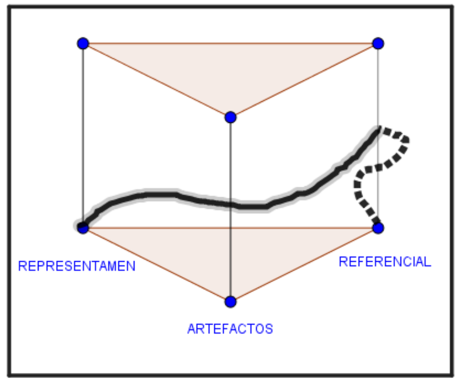
ETM idóneo clase planificada.	ETM idóneo clase realizada.
	

Figura 49. Comparación ETM idóneo planificación versus ETM idóneo clase

4.2.1.3. Escenario inicial, etapa cierre.

Daniel presenta un ejemplo dibujado “para finalizar esta clase dar dos ejemplos para que los alumnos puedan calcular el área por ejemplo de un cuadrado de lado 2 centímetros”. Hay una clara presencia de las definiciones de área y de dibujos o representaciones visuales del cuadrado y rectángulo que relacionan los símbolos con el cálculo de área.

En la siguiente figura que muestra la fotografía, se puede observar el ejemplo. Se presenta un cuadrado de lado 2 cm, y un rectángulo de lados 2 y 3 cm, aunque visualmente pareciera que el lado del rectángulo debiese ser 2 y 4 cm pues parece el lado largo parece el doble del lado corto. y es relevante dar cuenta que a través del él se pueden comenzar a construir concepciones alternativas asociadas a la validez de los resultados.

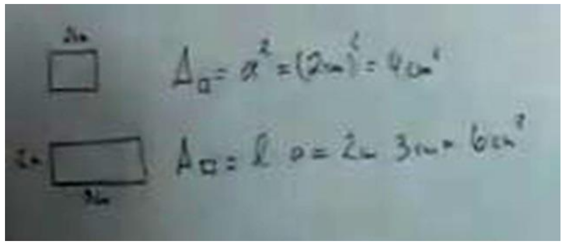


Figura 50. Dibujos de área del cuadrado y rectángulo que pueden generar concepciones alternativas en los alumnos.

En el cierre de la clase no hay participación de estudiantes, sólo hay institucionalización y efecto Topaze, es una clase tradicional. De un modo gráfico de acuerdo a la estructura del ETM, proponemos el siguiente esquema que muestra manifestación de la componente representamen y referencial.

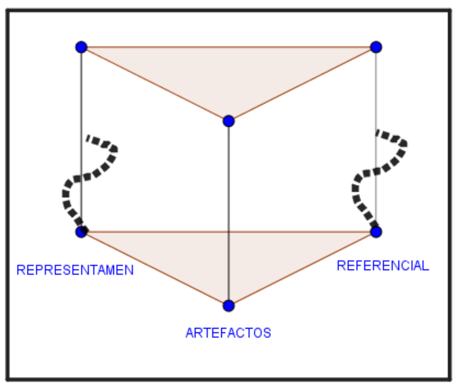


Figura 51. ETM idóneo Daniel, escenario inicial, etapa cierre.

Los ejemplos presentados en la clase son coherentes con lo planificado, ya que Daniel en la planificación presenta los siguientes ejemplos:

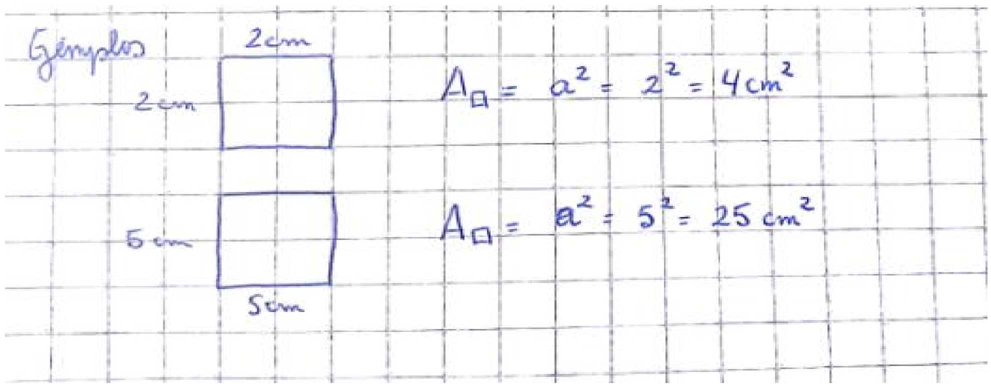


Figura 52. Dibujos de la planificación de ejercicios de área del cuadrado.

Se observa que hay presencia tradicional de dibujos con un cálculo de reproducción simbólica. Desde un punto de vista del dibujo, los dos cuadrados son iguales pero los valores de sus lados son distintos y evidentemente el valor del área también. Ya lo señalamos; se corre el riesgo de crear una concepción alternativa para el eventual alumno en que no hay una asociación real entre la superficie y su valor coherente con la realidad, no hay validez de los resultados.

4.2.2. Escenario simulado.

El primer borrador de la clase planificada por Daniel, en manuscrito, se encuentra en el anexo 12. Esa misma planificación de la clase, en formato Word, para el escenario simulado se encuentra en el anexo 13. La transcripción de la clase de Daniel correspondiente al escenario simulado se encuentra en el anexo 14 de esta tesis. Las guías propuestas en el anexo 15. El capítulo del libro propuesto por Daniel se encuentra en el anexo 16. Este capítulo del libro fue realizado en conjunto con Ricardo por una disposición administrativa del curso, que el capítulo del libro debía ser realizado en parejas.

4.2.2.1. Escenario simulado, etapa inicio.

Daniel comienza declarando el objetivo del currículum nacional “me enfoque en el objetivo de aprendizaje de acuerdo a los planes y programas actualizados, es el número trece del ajuste curricular de primero medio, desarrollar y aplicar las fórmulas de área del triángulo, paralelogramos y trapecio”. Daniel ha decidido que las áreas se deben abordar desde la unidad cuadrada “la primera sesión se considera en qué va a consistir definir lo que es la unidad cuadrada… yo quise trabajar de una manera concreta, en este caso con material concreto de goma eva”, entonces hay una manifestación de la componente representamen y Geometría (GI) ya que hay objetos que se construyen.

Daniel, con los materiales propuestos, presenta una situación didáctica: realizar recortes y con 5 piezas de tetris construir un rectángulo de 5 cuadrados de largo por 4 cuadrados de ancho, y entrega objetos tangibles; goma eva, tijeras y el juego tetris “voy a relacionar este juego con el significado de la unidad cuadrada”. Ocupa objetos reales que pueden ser construidos por los estudiantes en rol de alumnos; esto, según nuestra propuesta, puede impulsar la situación adidáctica y una gestión de devolución exitosa ya que propicia la participación de los estudiantes, hay presencia de la activación de la génesis instrumental y fibración tipo 3 representación material. Esta actividad que se presenta en la siguiente figura, se encuentra en el capítulo del libro que él propone:

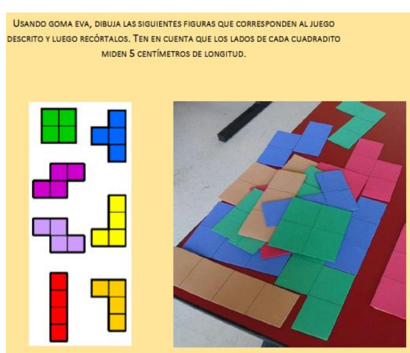


Figura 53. Actividad propuesta en el capítulo del libro.

De un modo gráfico de acuerdo a la estructura del ETM, proponemos el siguiente esquema para esta etapa:

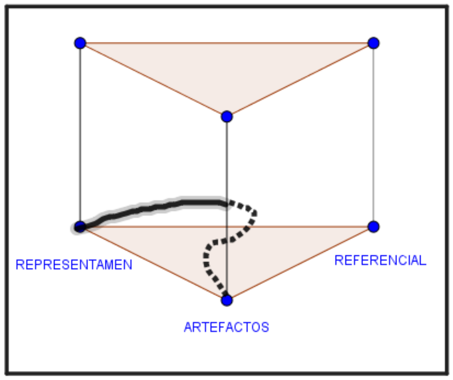


Figura 54. ETM idóneo Daniel, escenario simulado, etapa inicio.

Luego Daniel presenta la actividad “fíjense es simplemente utilizando estas cinco piezas construir o teselar esta superficie que está allí que corresponde a un rectángulo”, de esta manera proponiendo la actividad que había planificado en su clase y que también se incluye en el capítulo de su libro:

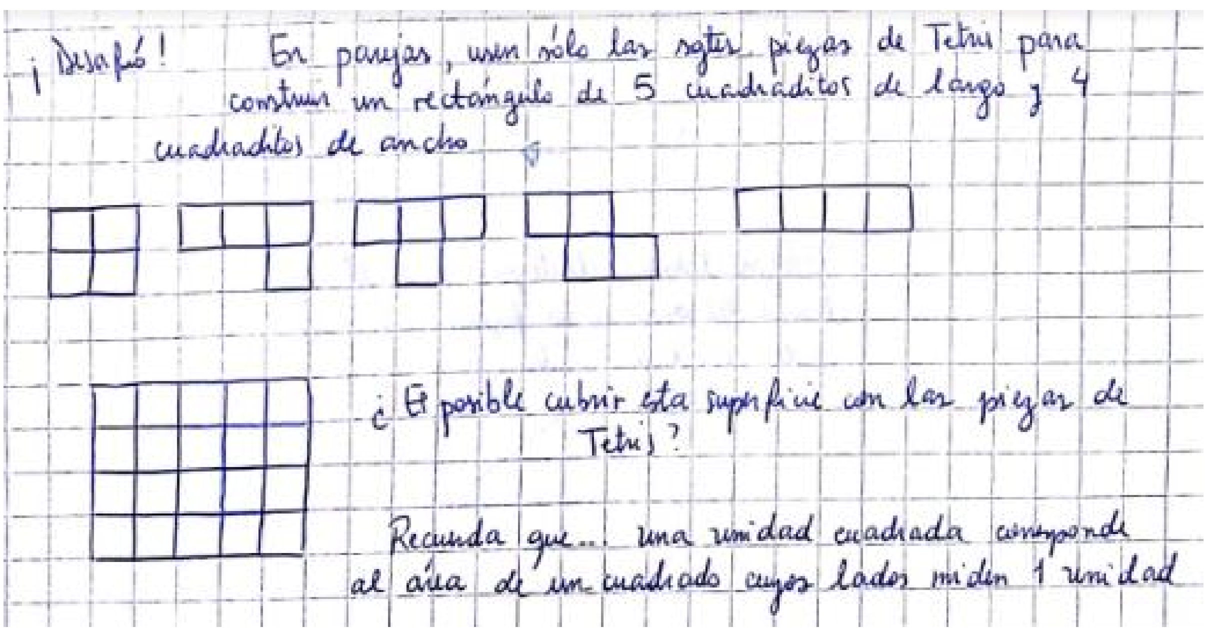


Figura 55. Dibujos de figuras tetraminos en la planificación.

Daniel explica:

> “con esta actividad va a permitir va asentar las bases para trabajar con la unidad cuadrada, ¿por qué unidad cuadrada? les adelanto un poco, la unidad cuadrada se considera el área de un cuadrado de lado 1 unidad. Por lo general y por

> convención la unidad cuadrada se puede trabajar en metros o en kilómetros cuadrados, pero la base es centímetros cuadrados”

Esta reflexión implica que Daniel desecha la gestión de la devolución y produce el efecto Topaze pues intenciona una respuesta que el estudiante pudiese haber propuesto. Aparece una manifestación de la componente referencial, la unidad cuadrada como medida de área, hay presencia de institucionalización. El ETM idóneo propuesto por Daniel conlleva que para enseñar el área de un cuadrilátero se debe comprender el concepto de unidad cuadrada, en comparación con el ETM de referencia obtenido del currículum (MINEDUC, 2012b), que no habla de unidad cuadrada sino que de cálculo de área.

Daniel busca una situación del mundo real, y una característica que debe poseer la situación didáctica es que sea “un desafío bastante entretenido”. Para él resulta relevante que la situación planteada tenga esta característica emocional, lo que da cuenta de cómo elige alguna situación. Daniel acondiciona el ETM idóneo (Kuzniak, Montoya-Delgadillo, et al., 2015) de modo que la situación didáctica elegida sea motivadora (entretenida), que implique el uso de soporte material para construir o descubrir una propiedad.

4.2.2.2. Escenario simulado, etapa desarrollo.

En el avance de la clase, los estudiantes se dan cuenta que no pueden resolver la actividad, de hecho realmente es imposible resolverla, entonces Daniel interviene y señala

> “entonces si precisamente cuando yo teselé el rectángulo precisamente ocupé esa pieza (la T), porque esa pieza es la que origina el problema. Entonces al repetirla dos veces, puedo digamos esa es una combinación, entonces esta ingeniosa demostración nos permite demostrar que no es posible teselar el plano utilizando esa pieza”.

Este hecho hace que Daniel resalte el uso e importancia de la unidad cuadrada, lo que implica activación de la génesis discursiva y fibración de tipo 1 operador nocional, “bueno en este caso no es posible teselar con las piezas del tetris, una superficie rectangular, pero sin embargo es posible teselarla si nosotros en este caso consideráramos solamente los cuadraditos; la unidad cuadrada”. Luego institucionaliza el concepto unidad cuadrada,

> “entonces es posible teselar una figura a partir de unidades cuadradas, que coincidentemente, esa misma área es la misma que esta, es decir uno puede tratar de representar el área del triángulo con esta representación por ejemplo, y esa representación está en unidades cuadradas”.

Esto se ve refrendado cuando Daniel señala a modo de reflexión didáctica “bueno aquí hago un repaso de lo que es unidad cuadrada, la diferenciación entre área y superficie” que había establecido como “básicamente el área es la medida de la superficie y la superficie es lo que nosotros en este caso queremos teselar, lo que queremos rellenar y el área es el valor numérico que nosotros le asignamos a esa superficie”. Esto lo hace institucionalizando el conocimiento.

Continúa la clase presentando una nueva situación didáctica asociada al paralelogramo, hay manifestación de la componente artefactos,

> “entonces la actividad que voy a proponer ahora, es la siguiente: bueno aquí también está la del paralelogramo, que a partir de un recorte, cierto, obtuvimos, siempre se van obteniendo áreas que ya se conocen, teniendo el paralelogramo, yo puedo realizar un corte acá, y este corte reemplazarlo aquí y obtengo un rectángulo que es como el más conocido para nosotros”.

Esta actividad fue planificada y luego presentada:

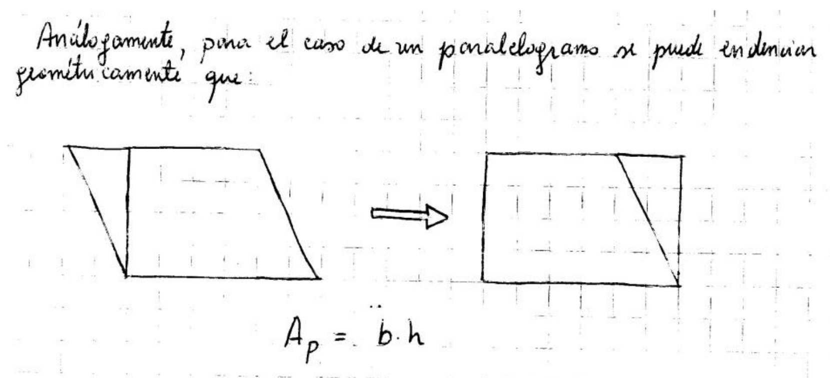


Figura 56. Dibujo de la planificación asociado al área de un paralelogramo.

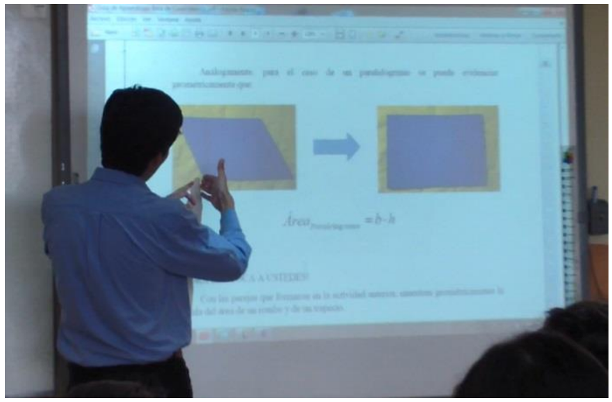


Figura 57. Foto. Presentación del paralelogramo en el escenario simulado.

Con la actividad del paralelogramo, Daniel institucionaliza el método de recortes que quiere que los estudiantes utilicen, que él llama teselar una superficie rectangular y que sea comprendido para el desarrollo de las posteriores actividades; hay una activación de la génesis discursiva lo que conlleva fibración del tipo 1 operador nocional; es decir este tipo de fibración es coherente con el método señalado que Daniel quiere promover. Además, este mismo método permite una manifestación de la competencia razonamiento, el esquema que representa esto es el siguiente:

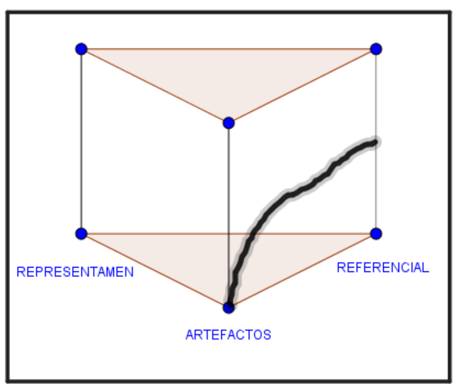


Figura 58. ETM idóneo Daniel, escenario simulado, etapa desarrollo.

En la continuación de la clase, Daniel presenta una segunda situación didáctica que consiste en

> “deducir la fórmula que nos permite determinar el área de un rombo y de un trapecio, sabiendo que el área de un rombo es la multiplicación de las diagonales, dividido dos, y el área del trapecio es la semisuma de las bases multiplicadas por la altura”.

Y presenta el siguiente ejercicio en la pizarra, que también es parte de su planificación

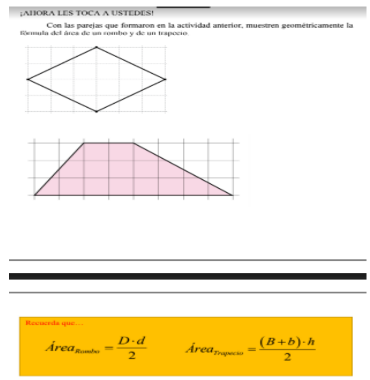


Figura 59. Situación didáctica planificada escenario simulado

Él presenta al estudiante las fórmulas de cálculo del área del rombo y del trapecio, no para aplicarlas, sino para deducirlas y sugiere “les recomiendo que para el rombo, como es una goma eva de 30 x 20, entonces en el rombo, pueden trabajar con un cuadrado de lado 5 centímetros, eso cabe justo”, así, hay una manifestación de la componente representamen con Geometría (GI).

Luego señala:

> “el área sabemos que es la multiplicación de la diagonal mayor, por la diagonal menor, dividido dos, entonces uno lo que lo que quiere en este caso, es mostrar geométricamente a partir de otra figura que uno pueda encontrar, que se pueda teselar con cuadrados, y que corresponda digamos a la fórmula que estamos buscando”.

La instrucción anterior implica que aparece el efecto Topaze, Daniel induce una posible respuesta. Como la situación didáctica de construcción del rombo y la definición de área se presentan simultáneamente, hay fibración de tipo 1 operador nocional, que podemos representar en el siguiente esquema:

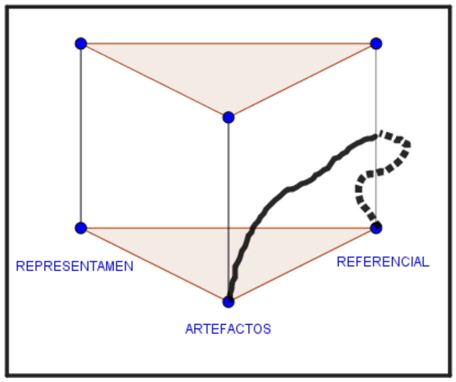


Figura 60. ETM idóneo Daniel. Etapa desarrollo. Escenario simulado.

Luego Daniel señala "la diagonal mayor (del rombo) corresponde al largo de ese rectángulo". La manifestación de la componente representamen ha dejado de ser relevante,

> "una manera de poder justificar por qué el área de un rombo corresponde a la multiplicación de las diagonales dividido dos, es la siguiente, los pedazos que sobran lo transformó en un rombo congruente respecto de su área, fíjense, exactamente lo mismo. Entonces como tenemos que la diagonal mayor, multiplicada por la diagonal menor corresponde al área del rectángulo, y el área del rectángulo es dos veces el rombo, obtenemos que el área de un solo rombo es la mitad del área del rectángulo".

En la siguiente foto se muestra la construcción de dos rombos equivalentes a un rectángulo:

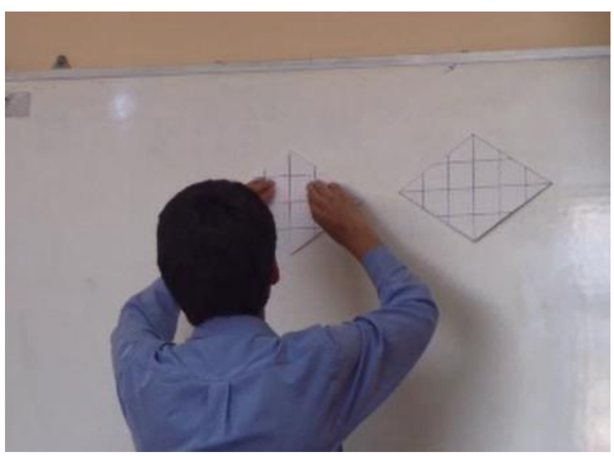


Figura 61. Construcción del rombo.

El ETM idóneo se acondiciona de manera dinámica se observa fibración de tipo 1 operador nocional.

En la continuación de la etapa de desarrollo de esta clase, él presenta otro método para resolver la misma tarea. Esta nueva técnica corresponde a la transformación del rombo en rectángulo lo que significa que el ETM idóneo se acondiciona a partir de la manifestación de la componente artefacto. Hay presencia de Geometría (G1) y efecto Topaze.

Como ya Daniel previamente había presentado la fórmula, entonces hay un encuentro entre la manifestación de la componente referencial y la activación de la génesis instrumental, Se produce fibración de tipo 2 control material. El esquema que representa este ETM idóneo es:

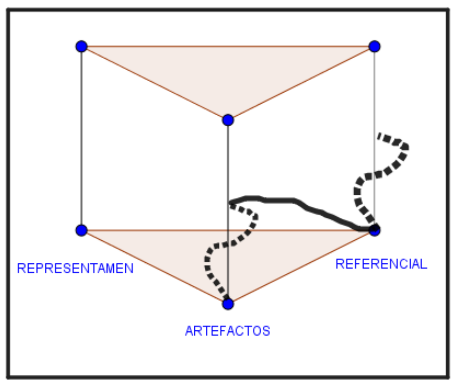


Figura 62. ETM idóneo Daniel. Escenario simulado, etapa desarrollo.

Posteriormente Daniel presenta un tercer método para resolver la misma tarea, que es a través de la componente referencial utilizando el método por triangulación (Mercado, 1991),

> "una tercera forma ya un poco más algebraica, es la siguiente, si yo al área del rectángulo, le resto el área de este triángulo, menos este triángulo, menos este triángulo, menos este triángulo, obtengo el área de rombo, y fíjense que los triángulos son congruentes, exactamente lo mismo".

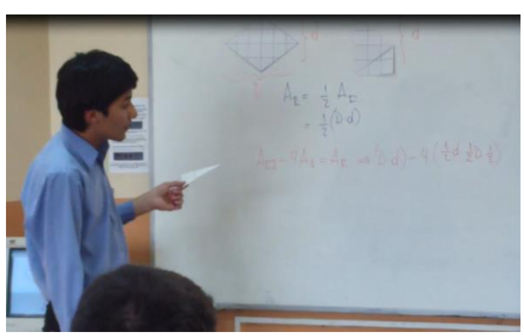


Figura 63. Deducción fórmula del rombo. Escenario simulado.

Este método presentado por Daniel implica una visualización no icónica (Duval, 2018), y luego realiza la deconstrucción de formas para proponer el desarrollo de geometría algebraica (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015), de tipo Geometría (GI). En este momento de la clase está presente solo la activación de la génesis discursiva. Hay institucionalización.

Luego la clase continúa con el área del trapecio, y Daniel señala,

> "entonces, de la misma forma, y para finalizar, el área del trapecio. El área del trapecio es la semisuma de las bases multiplicada por la altura. Entonces cómo podemos de la misma forma, obtener, o una figura que sea que podamos nosotros teselar en cuadraditos, o bien hallar alguna forma de poder, en función de las bases, porque tenemos que jugar con la base mayor, con la base menor y con la altura, esas son digamos con estas tres variables nosotros tenemos que determinar la forma que nos permite hallar el área"

Luego de dicho lo anterior, Daniel presenta una situación didáctica, "entonces de la misma forma (que el rombo) quiero ahora que trabajen con el trapecio", casi inmediatamente aparece el efecto Topaze, "entonces fíjense, cuál es el razonamiento que podemos hacer, al área del rectángulo le resto esta área y le resto esta área para obtener el trapecio", y simultáneamente muestra el movimiento de figuras que se observa en el siguiente foto:

Figura 64. Aplicación principio de conservación trapecio.

Luego pregunta "¿otra forma, cuál podría ser?[21]" lo que implica gestión de la devolución, entonces el ETM idóneo para deducir el área del trapecio es usar el procedimiento de resolución similar al del rombo, los estudiantes responden la pregunta y activan la génesis discursiva a través de la manifestación de la componente construcción:

[21] Minuto 39:22 video Daniel Escenario Simulado.

> “Estudiante: Tomar el área, esta área y sumarle tres veces el paralelo.
> Daniel: De nuevo, ¿a ver?
> Estudiante: Esta área, sumarle tres veces esta área.
> Daniel: ¿Por qué tres veces?
> Estudiante: Porque esta es dos veces el rectángulo”.

Lo que está ocurriendo es que el estudiante manipula los objetos con forma de triángulos y Daniel no comprende inicialmente, pero luego se da cuenta que el triángulo, que se observa en la siguiente figura, corresponde tres veces al área de la mitad del trapecio. Esto conlleva una gestión de la devolución exitosa que pensamos ha sido lograda por el uso de artefactos y la disposición actitudinal de Daniel para dejar que se desarrolle la actividad y el diálogo con su compañero estudiante en rol de alumno. La gestión de devolución exitosa conlleva una evidencia y manifestación de la competencia de razonamiento por parte del estudiante. La siguiente fotografía muestra la manipulación de artefactos por parte del estudiante. Hay presencia de Geometría GI.

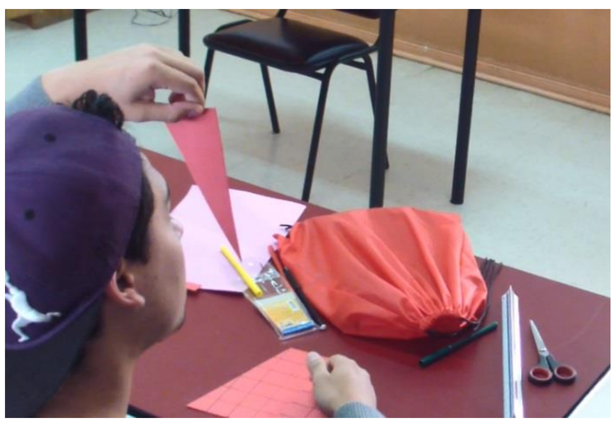


Figura 65. Deducción área trapecio de un alumno. Escenario simulado.

Luego Daniel comunica al curso:

> “entonces lo que hizo su compañero es lo siguiente, tenemos el trapecio, y estas piezas las puso acá su compañero, entonces el área del trapecio va a ser el área de este triángulo, más 3 veces esta. Acá se forma, si uno traza la diagonal, van a ser tres, tres triángulos congruentes. Entonces va a ser el área de esto, más tres veces esto”.

A partir de ese momento, Daniel comienza a institucionalizar él área del trapecio, utilizando un esquema de unidades cuadradas y medidas algebraicas.

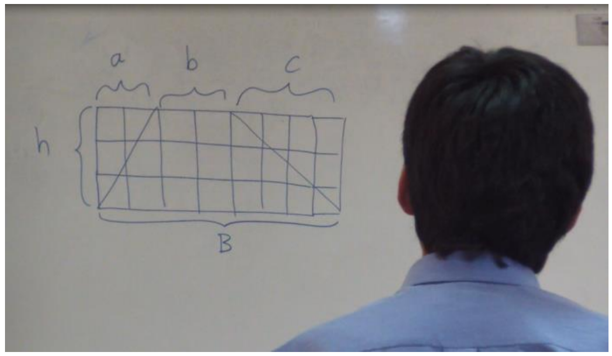


Figura 66. Determinación fórmula del área del trapecio. Escenario simulado.

Y explica,

> "consideremos lo siguiente, esa distancia sabemos que es la base mayor, esta distancia es la base menor y esa distancia es la altura… Pero la idea es generalizar, por lo tanto para facilitar más o menos los cálculos, supongamos que esa medida, que no la conocemos, a y c, por ejemplo, para darle una distancia distinta a la base".

Daniel gestiona la devolución, lo que conlleva diferentes explicaciones de los procedimientos se dan con participación dialogada de los estudiantes, algunos señalan "tal vez se puedan sumar los triángulos y rest...sum...sumarlos con el rectángulo que está allí"; "Eeee, b x h menos, a x h partido dos, menos c x h partido 2. Como b es la suma de a+d+c por h...".

Vemos que hay manifestación de la componente artefactos pues usa la cuadrícula para dibujar el trapecio, y a través de ella explica las fórmulas, es decir hay activación de la génesis discursiva. Proponemos el siguiente esquema del ETM idóneo:

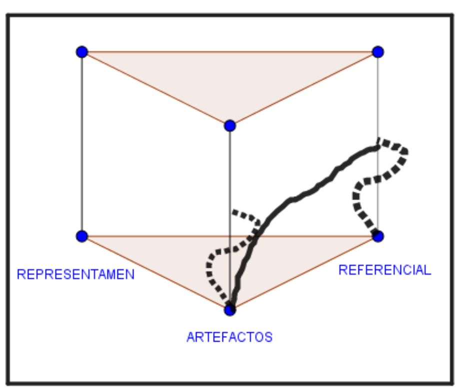


Figura 67. ETM idóneo Daniel. Escenario simulado, etapa desarrollo.

Finalmente se produce la institucionalización, para concluir "así que algebraicamente como geométricamente se puede demostrar digamos que el área de todo trapecio es la semisuma de sus bases multiplicados por la altura".

Sin embargo, luego de esta institucionalización algebraica, Daniel retoma el uso de la unidad cuadrada,

> "y otra conclusión, y que en definitiva volvemos a la actividad de iniciación, que es poder teselar una figura que no es posible teselar con cuadraditos… en este caso teselar con cuadraditos de la misma forma. Aquí yo obtengo un rectángulo de las mismas dimensiones que el trapecio anterior"

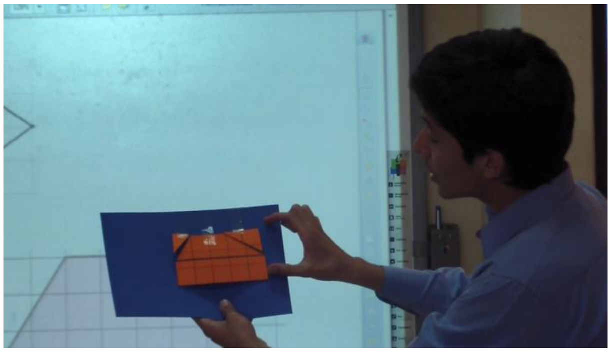


Figura 68. Foto. Aplicación principio de conservación.

Aquí está presentando y ocupando el método estudiado en el proceso de formación,

> "entonces esto es el mismo procedimiento que utilizamos con el rombo, de construir, cierto, el triángulo acá, este acá, este acá y este acá, construir la misma figura, y construir entonces ese rectángulo. De la misma forma, aquí obtengo un rectángulo de ancho d más D dividido dos por la altura… y otra conclusión, y que en definitiva volvemos a la actividad de iniciación, que es poder teselar una figura que no es posible teselar con cuadraditos".

Daniel institucionaliza el procedimiento "así que algebraicamente como geométricamente se puede demostrar que el área de todo trapecio es la semisuma de sus bases multiplicados por la altura". La combinación de ambos procedimientos nos permite establecer que el ETM idóneo implica fibración de tipo 1 operador nocional y manifestación de la competencia de razonamiento. Además como los estudiantes en rol de alumnos desarrollan la fórmula a partir de la aplicación del principio de conservación, proponemos que ellos desarrollan la competencia de razonamiento; y el siguiente esquema representa el trabajo matemático descrito en este momento a través del ETM:

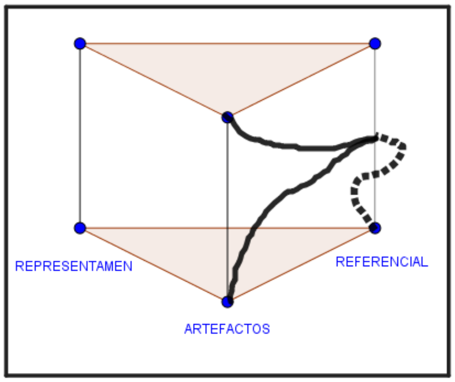


Figura 69. ETM idóneo Daniel. Escenario simulado, etapa desarrollo

En el proceso de enseñanza esta etapa podemos señalar que Daniel adquiere una modificación del sus sistema de creencias hacia la enseñanza, observado en la presentación de situaciones didácticas más complejas, de tipo conexión y con representación concreta, pictórica y simbólica (COPISI), además de la intención de gestionar la devolución. Aun así hay presencia de efecto Topaze. Sin embargo, los estudiantes en rol de alumnos son activos participantes de la clase, lo que permite proponer que la actividad propuesta por Daniel permite establecer un tipo de ETM idóneo fibración tipo 1 operador nocional que pudiese llevar a un éxito en el aprendizaje de los conceptos, ya que además hay manifestación de la competencia razonamiento por parte de los estudiantes. A esto proponemos que de manera simultánea pudiese darse activación de las génesis instrumental y discursiva y esto permitiría visualizar las representaciones más adecuadas de los conceptos. Por otro lado también proponemos que debiese darse una desconstrucción de las formas geométricas para comprobar la representación de las fórmulas; es decir una fibración tipo 2 control material.

4.2.2.3. Escenario simulado, etapa cierre.

Daniel presenta en la guía de trabajo ejercicios de tipo aplicación al mundo real bajo el subtítulo actividad de cierre. El ETM idóneo se desarrolla con la activación de la génesis discursiva y semiótica de manera simultánea. Daniel señala:

> “estos son ejercicios de aplicación, ya que para el curso de primero medio, es una actividad de aplicación de la fórmula, básicamente son problemas en este caso de terreno por ejemplo el primero, calcular el número de árboles que se pueden plantar en un campo cuyo terreno tiene esa forma, entonces hallar la superficie, ¿ya?, entonces sabiendo la fórmula es más que nada llegar y aplicar.”

A continuación se presenta el ejercicio propuesto y el dibujo que Daniel realiza en la pizarra:

Actividad de Cierre: Utilizando las fórmulas del área de cuadriláteros, resuelve los siguientes problemas.

1) Calcula el número de árboles que se pueden plantar en un campo como el de la figura de 32 metros de largo y 30 metros de ancho, si cada árbol necesita 4 metros cuadrados para desarrollarse.

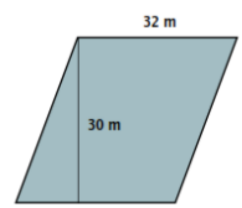


Figura 70. Figura del ejercicio propuesto.

Los ejercicios propuestos conllevan manifestaciones de las componentes representamen y referencial. Los siguientes ejercicios son los propuestos en la guía borrador que propuso cuando planificó la clase, mostrando de esta manera la coherencia entre lo planificado y la clase desarrollada.

Entonces el ETM idóneo en esta etapa implica fibración tipo 3 representación gráfica discursiva; esquemáticamente:

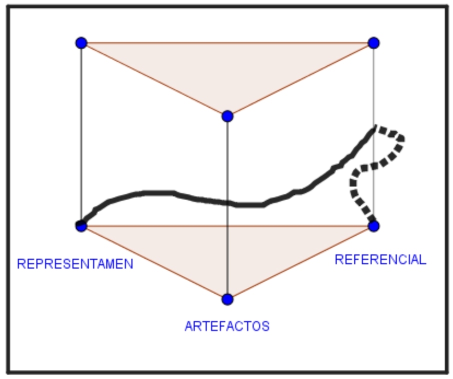


Figura 71. ETM idóneo Daniel. Etapa cierre. Escenario simulado.

Proponemos que ese es el esquema que representa el ETM idóneo en esta etapa de cierre pues él presenta una guía de ejercicios con ciertos elementos del mundo real; cantidad de árboles, papel, valor del césped, y que se resuelven con el uso de la fórmula respectiva. En el cierre de la clase su sistema de creencias hacia la enseñanza implica elementos tradicionales, y aunque durante el desarrollo de la clase, Daniel pidió construir objetos, en los ejercicios finales no hay manifestación de la componente artefactos; que desde nuestro punto de vista hubiese sido lo esperable.

4.2.3. Escenario real clase 1

La transcripción de la clase de Daniel correspondiente al escenario real clase se encuentra en el anexo 17 de esta tesis. La planificación utilizada así como el capítulo del libro son los mismos que en el escenario simulado.

4.2.3.1. Escenario real clase 1, etapa inicio.

Al iniciar la clase, hay un saludo a los alumnos y luego una declaración explícita:

> “yo como he tenido la experiencia de tener clase en la universidad, algo muy importante cuando uno ve matemáticas digamos que es abstracta, contenidos que son difíciles de comprender, a veces, llevarlo al ámbito geométrico es muy

importante, porque uno comprende ideas que están escritas de manera matemática y que puede ser representada de manera geométrica”.

Esto implica una reflexión respecto de su ETM idóneo que conlleva la relación <s-m>, sin hacer referencia al objeto geométrico en estudio. Luego, en el avance de la clase, Daniel continúa declarando “entonces, yo pensaba cómo introducir en este curso, para alumnos, como introducir esta pregunta, en la actividad de iniciación: ¿qué es la unidad cuadrada?”, y presenta un guía “algo muy familiar para ustedes es este juego tetris”, y en la siguiente foto se muestra el momento en que presenta el tetris a los alumnos; hay una manifestación de la componente representamen.

Figura 72. Foto. Presentación juego tetris. Escenario real

Seguidamente informa el objetivo “va a ser determinar geométricamente el área de figuras planas, en este caso como triángulos, paralelogramos como rombos y trapecios a partir del concepto de unidad cuadrada”. A continuación propone una situación didáctica “solo utilizando esas 5 piezas, les voy a pedir que construyan un rectángulo de 5 cuadrados de largo y 4 cuadrados de ancho”, se activa la génesis instrumental, implica fibración tipo 3 representación material, ya que hay una construcción de un artefacto. Esta actividad ya se presentó en el escenario simulado. Además hay presencia de geometría GI. Hay manifestación de la componente referencial asociada al objetivo. De un modo gráfico el siguiente esquema del ETM idóneo para esta etapa es el siguiente:

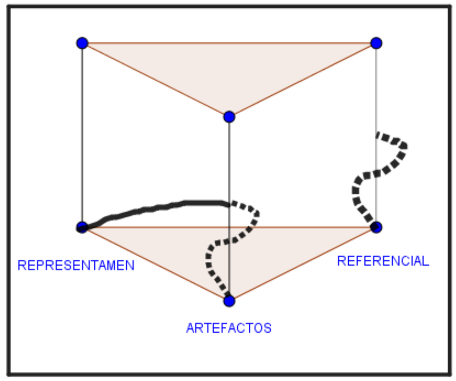


Figura 73. ETM idóneo Daniel, escenario real (clase 1), etapa inicio.

4.2.3.2. Escenario real clase 1, etapa desarrollo.

Daniel entrega goma eva y tijeras y presenta la actividad a los alumnos que consiste en cubrir un rectángulo de 5x4 unidades cuadradas con piezas del juego tetris, que se muestra en la siguiente figura:

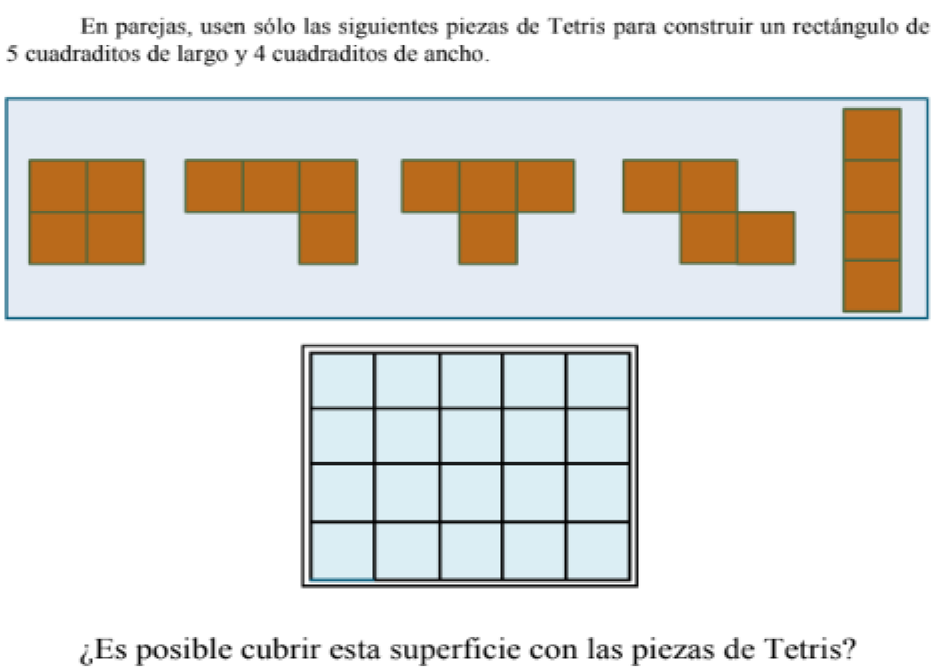


Figura 74. Situación didáctica presentada a los alumnos

Y dice “entonces, la pregunta es la siguiente, ¿es posible cubrir esa superficie con esas 5 piezas? Busquen la manera. Tiene 10 minutos, así que desde ahora, ¡ya!” El uso de goma eva y tijeras para construir figuras geométricas implica un ETM idóneo manifestación de la componente representamen hacia la componente artefactos; se produce fibración de tipo 3 representación material.

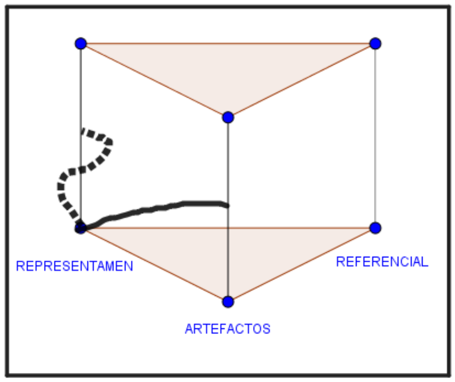


Figura 75. ETM idóneo Daniel. Escenario Real (1). Etapa desarrollo.

La tarea se encuentra en desarrollo, hay gestión de la devolución, “cada pieza son 4, y son 5, entonces en teoría rellenaría efectivamente un rectángulo de 5 y 4. Hay que buscar la combinación que nos permita construir esa ventana, eso es lo que estamos haciendo”, estamos en presencia de activación de la génesis instrumental. Luego señala “son 20 unidades cuadradas que debiesen caber en los 20 cuadrados del rectángulo”, se produce una activación de la génesis discursiva que observamos cuando se usa la unidad cuadrada para explicar el 5x4=20 del rectángulo.

En el desarrollo de la situación adidáctica, los alumnos señalan que no logran resolverla, entonces Daniel realiza una observación, “la situación planteada no tiene solución”, se presenta efecto Topaze. En este punto podemos declarar que el ETM idóneo presentado tiene la característica de proponer una demostración contradictoria, se propone una situación que no tiene solución. Daniel explica la contradicción e imposibilidad de dar solución al ejercicio, “a partir de este tablero de ajedrez si nosotros pintáramos alternadamente blanco y negro, entonces el problema está en esta pieza (en forma de T) , quiere decir que debido a la estructura que tiene esta pieza, no es posible construir el rectángulo”, la explicación de la imposibilidad de resolver se da desde la activación de la génesis instrumental, que a su vez permite dar cuenta de la presencia de la unidad cuadrada.

A partir de esta actividad y en la continuación de la clase, Daniel plantea la pregunta ¿qué es una unidad cuadrada? lo que nos permite señalar que se activa la génesis discursiva y que pretende consolidar el concepto de unidad cuadrada iniciada a través de la construcción de un rectángulo. En seguida se produce la institucionalización del concepto de unidad cuadrada "corresponde al área de un cuadrado cuyo lado mide una unidad. La unidad cuadrada se ha considerado como la unidad que nos permite determinar el área de una superficie". En la continuación de la explicación, Daniel hace referencia a teselar,

> "porque uno puede teselar el plano de diversas formas, con cuadrados, rectángulos, con triángulos, siempre se ha trabajado en el ámbito de las baldosas, las cerámicas varios diseños, pero por convención y para facilitar los cálculos digamos se ha considerado la unidad cuadrada que corresponde precisamente al área de un cuadrado de lado una unidad".

Entonces hay una manifestación de la componente artefactos, y se puede vincular con la componente referencial. El ETM idóneo se consolida a través de fibración tipo 1 operador nocional.

Luego, en el desarrollo de la clase, pregunta, ¿es lo mismo decir área que superficie? Estamos en la manifestación de la componente referencial y hay activación de génesis discursiva. A partir de esa pregunta los alumnos responden, hay presencia de una situación adidáctica y de la relación <s-m>, hay institucionalización, Daniel señala:

> "el área corresponde a la medida de una superficie de una figura plana. Entonces siempre hay que tener claro eso, la superficie es lo que en este caso en nuestra actividad es lo que queremos teselar, sin embargo el área es un valor que nosotros le otorgamos a la superficie, en este caso es la medida de dicha superficie que nosotros estamos teselando".

En este ETM idóneo, el concepto de área y superficie está asociado a una geometría GI como manifestación de la componente del representamen. Podemos proponer el siguiente esquema para el ETM idóneo:

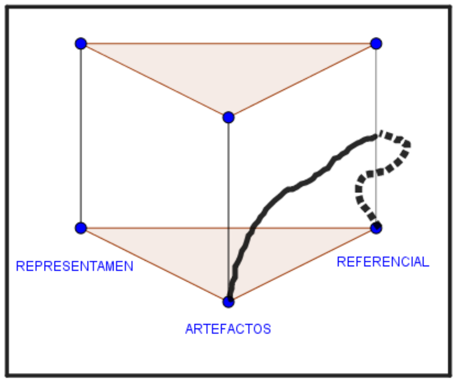


Figura 76. ETM idóneo Daniel. Escenario Real (1), etapa desarrollo.

En la continuación de la clase, Daniel recuerda “yo mostré, en la actividad del desarrollo, el área de un triángulo, cierto? que como todos bien saben el área del triángulo corresponde a la mitad del área de un cuadrilátero”, instalando de esta manera una método de recortes o división que es parte del ETM idóneo para el logro del objetivo. Este método conlleva una situación didáctica: el cálculo del área del triángulo a través de la división en dos partes del rectángulo. La presentación de esa división se observa en la siguiente fotografía.

Figura 77. Foto. Área del triángulo.

Luego repite el mismo procedimiento para el paralelogramo, “si uno considera este paralelogramo y le realiza un corte de manera vertical, se da cuenta que el pedazo que está aquí uno puede superponerlo acá”. De este modo refuerza el método de recortes que quiere que los alumnos utilicen; la instrucción implica una activación de la génesis instrumental.

Posteriormente, Daniel presenta la situación didáctica “les voy a pedir que determinen o muestren de manera geométrica la fórmula tanto del rombo como del trapecio” y les entrega objetos concretos; goma eva y tijeras y de manera simultánea las siguientes figuras del rombo y del trapecio como un punto de inicio para obtener las fórmulas a través de recortes. En la siguiente fotografía se muestra la actividad del rombo y el trapecio, que además es una actividad que se encuentra en las guías de trabajo planificadas por Daniel.

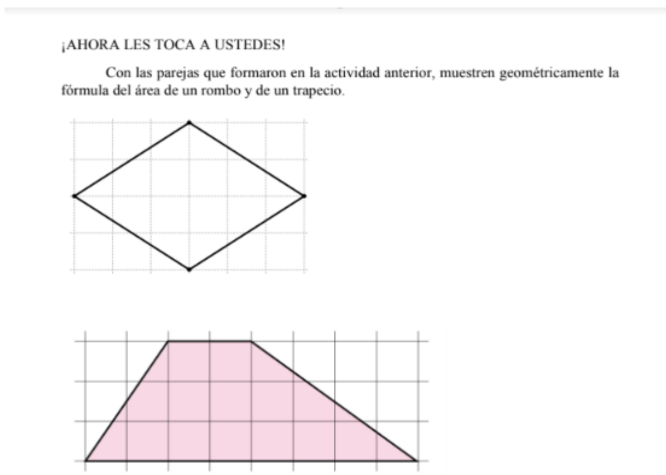


Figura 78. Situación didáctica propuesta deducción fórmulas rombo y trapecio.

A través de la instrucción verbal, la entrega del material concreto y las figuras en el pizarrón, podemos señalar que el profesor activa la componente referencial a través de la fórmula del rombo que se desea deducir, y luego la situación didáctica que se inicia como manifestación de la componente representamen; los objetos del representamen se transforman en artefactos, activando la génesis instrumental, hay fibración de tipo 3 representación gráfica-discursiva, es decir desde las representaciones se explica la fórmula de las figuras.

Proponemos el siguiente esquema para representar el ETM idóneo:

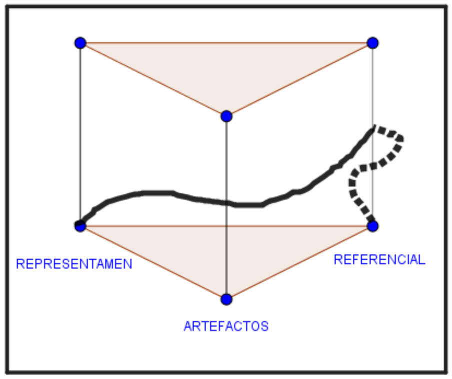


Figura 79. ETM idóneo Daniel. Escenario Real (1). Etapa desarrollo.

En el desarrollo de la situación Daniel propone que primero se cuadricule el rectángulo sobre el cual se dibujará y recortará el rombo, produciendo efecto Topaze.

> "allí hay un pequeño error, bueno, la figura, como rombo, hay una orientación para poder ayudarles de manera cuadriculada, entonces la goma eva pueden trabajar con cuadricular primero la superficie. Entonces, el área del rombo es la diagonal mayor por la diagonal menor dividido dos".

Se produce una adecuación al ETM idóneo ya que pretende hacer visible la presencia de la unidad cuadrada que permitiría simplificar el logro del objetivo.

Daniel señala "la goma eva es un material para poder trabajar geométricamente", lo que implica la aparición de la fibración de tipo 3 representación material. Luego pregunta"¿de dónde nacen esas fórmulas?, eso es lo que uno pretende con estas construcciones geométricas, es saber de dónde provienen, ¿cómo se sabe que el área de ese rombo corresponde a la multiplicación de las diagonales dividido dos?", esto conlleva gestión de la devolución, y Daniel declara un argumento que implica manifestación de la componente referencial.

En el desarrollo de la situación adidáctica, sucede que los alumnos determinan el valor del área del rombo pero no la deducción de la fórmula. Como el trabajo de los alumnos retroalimenta las decisiones del proceso de enseñanza de Daniel, hay una nueva adecuación del ETM idóneo que se realiza a través de la repetición verbal de la situación didáctica, a través de devolución:

> "ya, allí determinaste el área de la figura. Lo que la actividad requiere es comprobar que esa fórmula es la correcta, tú determinaste el área, pero la

> actividad va más allá, es decir, de dónde surge esa fórmula, a partir de esta figura. Esa es la idea, no determinar el área, sino que por qué esa es la fórmula del rombo".

Esta instrucción se continúa repitiendo en el desarrollo de la clase,

> "varios de ustedes han determinado, han calculado el área de esas figuras, pero la intención de las actividad no es esa, sino que es mostrar geométricamente que el área de un rombo, cualesquiera sean sus dimensiones va a ser la multiplicación de las diagonales dividido dos".

El ETM idóneo se modifica a partir de las respuestas de los alumnos, hay presencia de gestión de la devolución. El ETM idóneo implica fibración de tipo 1 operador nocional porque se espera que de la manipulación se deduzca la fórmula. Esta misma situación adidáctica permite una manifestación de la competencia de razonamiento por parte del alumno. El esquema que representa el ETM, es el siguiente:

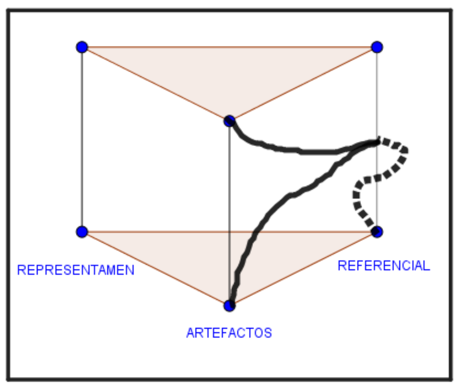


Figura 80. ETM idóneo Daniel. Escenario Real (1). Etapa desarrollo.

Luego comienza la etapa de Cierre.

4.2.3.3. Escenario real clase 1, etapa cierre.

Se comienza a producir la institucionalización. Se presenta un primer razonamiento:

> "determinar el área de ese rectángulo total y restarle esos pedazos; el área del rombo va a ser el área del rectángulo dividido dos, ¿por qué dividido dos? Porque se está repitiendo la figura dos veces, y yo quiero solamente ese".

Daniel explica la razón de la expresión de la fórmula del rombo, y lo hace a través de dos métodos que activan la génesis instrumental. La primera situando el rombo como parte del rectángulo, como se muestra en la siguiente fotografía, hay presencia de geometría GI

Figura 81. Foto. Institucionalización rombo rectángulo.

> "una idea que surgió fue la siguiente: considerar este rombo, cierto, diagonal menor, diagonal mayor, y hacer que aparezca ese rectángulo, porque siempre en todo, fíjense, hemos dicho D mayúscula por d minúscula, siempre hay una multiplicación, entonces al asociarla con el área de lo que conocemos de paralelogramo o rectángulo, la idea es de estas construcciones ver dónde está ese rectángulo"

El segundo método es construyendo dos rombos, y señala:

> "se puede construir un mismo rombo a partir de lo que nos está sobrando, por lo tanto si yo quiero solamente un rombo, va a ser el área de ese rombo, el área de ese rectángulo que nosotros formamos, dividido dos".

Esta acción se muestra en la siguiente fotografía:

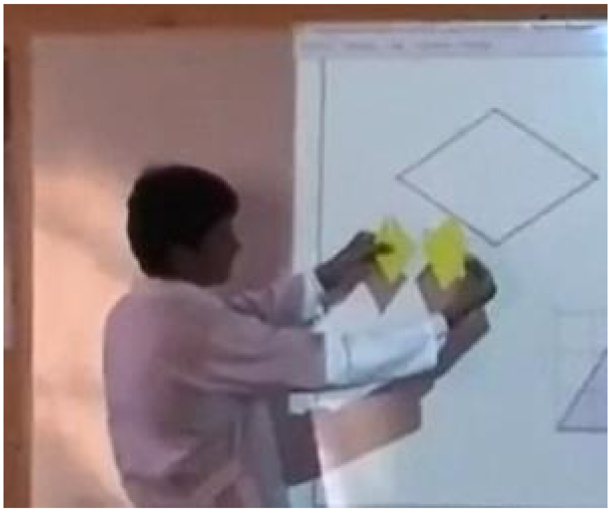


Figura 82. Foto. Método de dos rombos forman un rectángulo.

El ETM idóneo se acondiciona hacia una mayor presencia de la génesis discursiva para dar una respuesta al objetivo planteado en la clase. Se caracteriza por activación de la génesis instrumental y discursiva; Daniel utiliza los artefactos para explicar la fórmula del rombo, hay efecto Topaze, y esto se desarrolla a través de fibración tipo 1 operador nocional. Esquemáticamente:

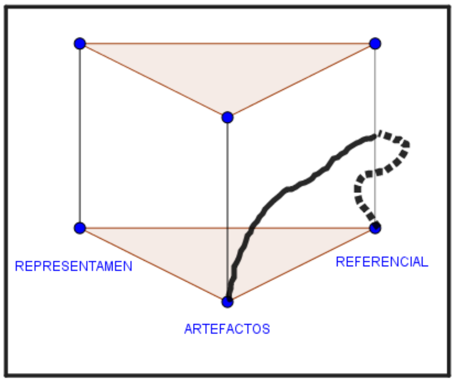


Figura 83. ETM idóneo Daniel. Escenario real (clase 1). Etapa cierre.

En la etapa cierre no hay gestión de la devolución. Daniel desarrolla la institucionalización, y se produce el efecto Topaze al presentar los métodos de determinación del área del rombo. Aunque lo esperado, de acuerdo al dispositivo de formación presentado en la universidad, es que en la etapa cierre se hubiesen presentado ejercicios o actividades que implicaran situación adidáctica, la clase finaliza.

4.2.4. Escenario real clase 2.

La transcripción de la clase de Daniel correspondiente al escenario real clase 2 se encuentra en el anexo 18 de esta tesis.

4.2.4.1. Escenario real clase 2, etapa inicio.

La clase se inicia con un comentario asociado a la clase anterior, Daniel recuerda:

> "vamos a continuar con la actividad propuesta la clase anterior, que era mostrar geométricamente que la fórmula del rombo correspondía a la multiplicación de las diagonales dividido dos, y el área del trapecio correspondía a la suma de la base mayor con la base menor, multiplicada con la altura dividido dos".

Entonces el ETM idóneo considera aspectos conceptuales presentados en la clase anterior, siguiendo los mismos procedimientos de recorte de figuras (Martínez, 2014; Moise et Downs, 1996; Sánchez et Uriza, 2015) y de deconstrucción de formas para proponer el desarrollo de geometría algebraica (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015), de tipo GI, para deducir la fórmula del área de un rombo y un trapecio. Proponemos el siguiente esquema, manifestación de la componente artefacto y fibración tipo 1 operador nocional.

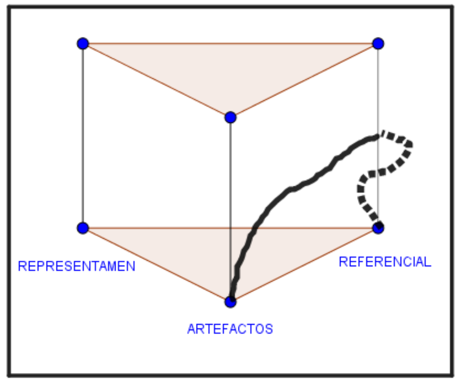


Figura 84. ETM idóneo Daniel. Escenario Real (2). Etapa inicio

4.2.4.2. Escenario real clase 2, etapa desarrollo.

Daniel retoma las actividades iniciadas en la clase anterior, y con el planteamiento de la situación didáctica, con la misma situación presentada en la figura:

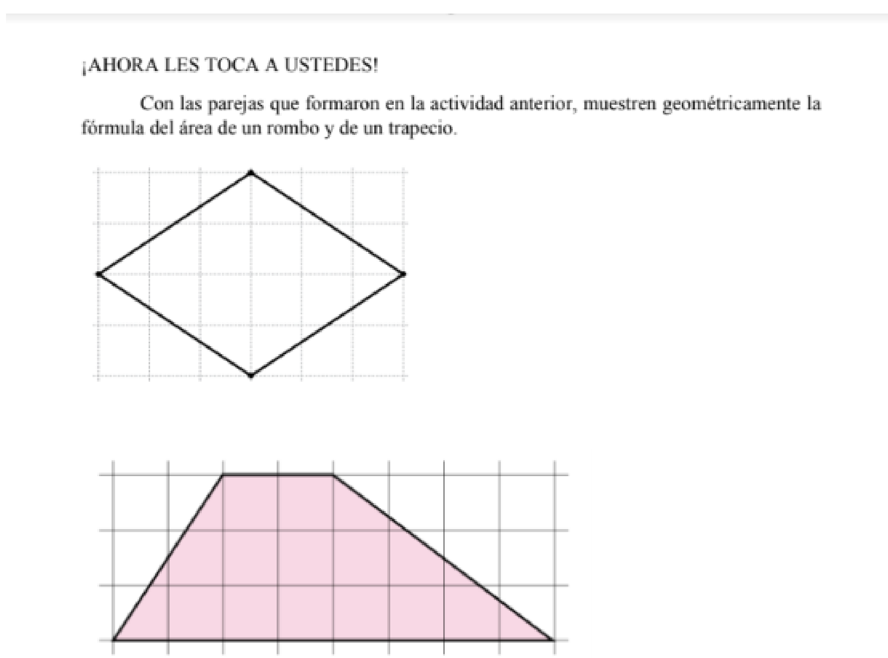


Figura 85. Situación presentada en la etapa desarrollo.

Y luego Daniel recuerda la instrucción “estás determinando el área, pero se trata de hacerlo en forma genérica, que quiere decir, que eso que calculaste es para ese rombo, con esa unidad cuadrada, pero la idea es poder generalizar la fórmula a cualquier rombo”, entonces hay una activación de la génesis instrumental a través del uso de los materiales y también una activación de la génesis discursiva poniendo en evidencia las fórmulas del rombo; estamos en presencia de fibración de tipo 1 operador nocional. El ETM idóneo implica considerar lo desarrollado en la clase anterior, y se gestiona la devolución siguiendo los mismos procedimientos; a través de la construcción de un rombo con objetos materiales, y deducir la fórmula para determinar el área, esquemáticamente:

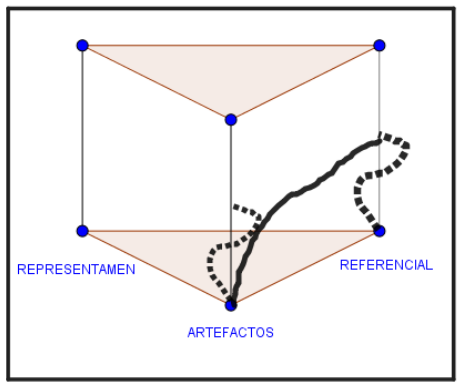


Figura 86. ETM idóneo Daniel. Escenario Real (2). Etapa desarrollo.

Los alumnos continúan desarrollando la actividad, Daniel se preocupa de gestionar la devolución, hay diálogo del profesor con el alumno, el mismo Daniel induce la respuesta; inicialmente hay devolución pero se produce el efecto Topaze:

> “Daniel: si te fijas, es la diagonal mayor y la diagonal menor dividido dos, entonces interpretar eso.
> Alumno: Ya.
> Daniel: Eso es lo que debemos hacer, observar en la imagen, porque allí tenemos un rectángulo, entonces si uno considera D mayúscula por d, la diagonal mayor por la diagonal menor, ¿a qué corresponde?”.

Daniel continúa revisando los trabajos con la misma gestión didáctica, produciendo devolución inicialmente, pero se produce el efecto Topaze

> “Daniel: Sí, pero fíjate, la diagonal mayor a qué vendría correspondiendo en el rectángulo.

> Alumno: (no contesta)
> Daniel: ¿Cuál es la diagonal mayor?
> Alumno: La de arriba.
> Daniel: Esa, cierto, la que une los vértices que están a la derecha y a la izquierda, estos... (se acerca a la pizarra y los indica) esta es la diagonal mayor, mayor, diagonal menor, (luego vuelve al puesto del alumno), lo que hay que fijarse es lo siguiente, si yo multiplico la diagonal mayor por la diagonal menor, a qué correspondería.
> Alumno: al área
> Daniel: En este caso ¿al área de qué cosa?
> Alumno: del rectángulo".

La clase transcurre con Daniel revisando los trabajos de los alumnos, utiliza las figuras del trapecio y rombo construidas, como manifestaciones de la componente artefactos, para deducir las fórmulas, el ETM idóneo se organiza con la fibración de tipo 1 operador material. Se produce la institucionalización del área del rombo a pequeños grupos de alumnos.

> "cuando uno considera la fórmula uno dice diagonal mayor por diagonal menor, que está diciendo, esto multiplicado por esto, en realidad significa la diagonal mayor corresponde al largo del rectángulo, y esta diagonal menor corresponde al ancho, entonces si tu multiplicas las diagonales, en realidad vas a obtener el área del rectángulo dividido dos por esta razón va a ocurrir este fenómeno, se está repitiendo una figura dos veces".

El ETM idóneo implica usar el mismo método para determinar el área del trapecio que el usado para el rombo; es decir el movimiento de recortes, la deconstrucción de formas para completar o determinar una figura, hay presencia del efecto Topaze:

> "si uno quisiera considerar el área solo del trapecio, uno podría determinar el área del rectángulo, menos el área de este triángulo, menos el área de este triángulo, ¿cierto? Entonces, fíjense, de acuerdo a la fórmula, nosotros lo que tenemos es esto corresponde a la base mayor que es B mayúscula, esto mide b minúscula y esto mide h...."

Figura 87. Foto. Construcción de un trapecio. Efecto Topaze.

La clase continúa del mismo modo, con presencia del efecto Topaze, aunque también se produce la situación de validación cuando los estudiantes trabajan en grupo.

Luego, se produce la institucionalización para el caso del rombo,

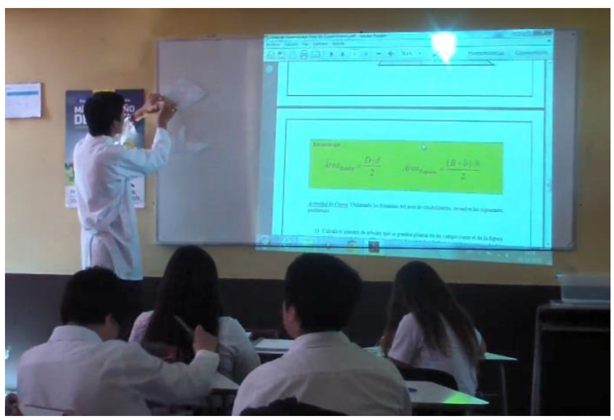


Figura 88. Foto. Institucionalización del rombo.

Esta institucionalización Daniel la realiza bajo tres métodos, el primera, que podemos llamar la construcción de dos rombos, con presencia de geometría GI:

> "entonces fíjense, considerando este rectángulo, la diagonal mayor corresponde al lado más largo del rectángulo, y la diagonal menor corresponde al ancho del rectángulo. La diagonal mayor y la diagonal menor corresponden a los lados del rectángulo, entonces fíjense, si uno realiza este corte, cierto, y uno hace el siguiente movimiento… lo que nos sobra del rombo corresponde a un rombo nuevo que es de las misma dimensiones, ¿se fijan?, entonces que quiere decir esto, que esta figura, el rectángulo que nosotros tenemos se está repitiendo dos veces".

La segunda forma que podemos llamar la construcción de un rectángulo,

“¿cuál es la otra forma de verlo?, que es lo siguiente, teniendo este rombo, yo puedo mover de la siguiente manera esta pieza, de esta forma, obteniendo un nuevo rectángulo. Si ustedes se fijan, considerando las nuevas dimensiones, el largo del rectángulo va a seguir siendo d minúscula, ¿cierto? y el ancho del rectángulo, de este rectángulo, ¿a qué va a corresponder?”

Aunque Daniel va haciendo preguntas a modo de devolución, pero se produce la institucionalización.

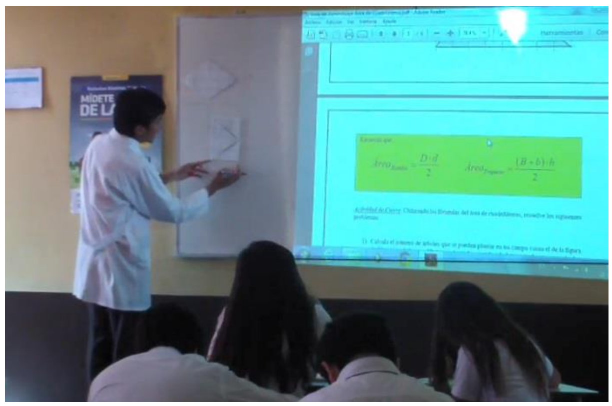


Figura 89. Foto. Institucionalización (2) del rombo.

Una tercera forma es algebraicamente, que implica Geometría GII.

“fíjense... para ese lado, para el otro lado, son triángulos congruentes, es decir que al área del triángulo total, le resto 4 veces esta área, el área del rectángulo menos 4 veces el área del triángulo. Y si se fijan, el área del rectángulo yo ya se D mayúscula por d, menos 4 veces el área del triángulo, y este triángulo, qué área tiene? va a ser la base por la altura dividido dos. La base va a corresponder a cuánto?... la base de este triángulo, en función de las mediciones que tenemos”.

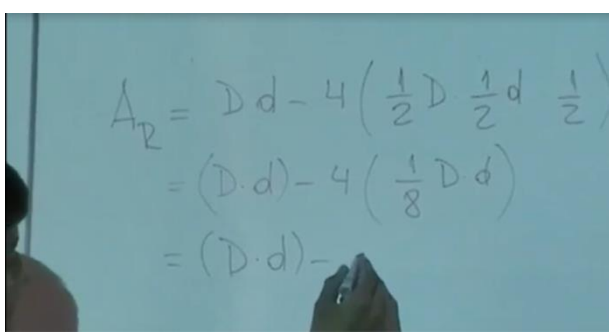


Figura 90. Foto. Deducción de la fórmula del área del rombo. Escenario real.

Luego la clase continúa y se produce la institucionalización de la obtención de la fórmula del trapecio a través del método de cálculo de área por descomposición de triángulos:

> "Entonces, una forma de poder verlo, el área, cuando uno trabaja con área de rombo o de trapecio o de cualquier forma, la idea es poder descomponer esta figura, en este caso se descompuso en triángulos, o también se puede visualizar considerando el área del rectángulo mayor, restándole lo que necesito para poder obtener la figura."

Para deducir el área del trapecio, Daniel propone una condición "consideren lo siguiente, el largo del trapecio B mayúscula, esto que es la base menor b minúscula, eso que mide la altura h."

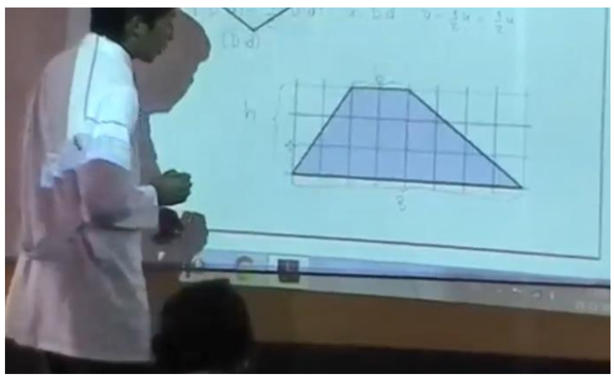


Figura 91. Foto. Área del trapecio. Escenario real.

Hay fibración tipo 1 operador nocional, la activación de la génesis instrumental es a través de deconstrucción de formas y la activación de la génesis discursiva es a través de las fórmulas.

Se retoma el proceso de situación de acción y formulación, pero aparece el efecto Topaze para explicar el proceso de deducción de la fórmula para calcular el área del rombo, con el método algebraico, que ya había sido determinada previamente; pero hay un grupo de alumnos retrasados en el desarrollo:

> "Alumna: un medio, un medio de D mayúscula.
> Daniel: Un medio de D mayúscula. Va a ser la base, que es la diagonal menor, por la altura que es un medio de la diagonal mayor, dividido dos o multiplicado por un medio, que es lo mismo, cierto? Va a ser base por altura dividido dos, o por un medio. Entonces si te fijas, aquí va a quedar, dos por la diagonal menor, un medio de la diagonal mayor, por un medio, y a al simplificar que nos

> queda?, d minúscula por un medio, dividido..., o bien D mayúscula por d, dividido, que es el área de un rombo. Entonces es otra manera de verlo, descomponer esto en dos triángulos, que van a ser congruentes, es decir el área del rombo total es igual a dos veces el área del triángulo, entonces haciendo el razonamiento hacemos eso, que es lo mismo que vimos."

La explicación anterior, como técnica para obtener el área, Daniel la vuelve a utilizar para explicar la deducción de la fórmula del Trapecio:

> "Ahora, eso mismo con el trapecio, de qué manera, lo siguiente... de la misma manera, si yo considera la base mayor, la base menor, así como está allá, esto mide a y esto mide c, va a ser el área del rectángulo total, menos esta área de este triángulo y este otro. Entonces ¿a qué corresponde el área del rectángulo, si esto mide h y esto mide B mayúscula? ¿Cuál va a ser el área del rectángulo? h por B, o B por h, menos el área de este triángulo, conociendo que esto mide a y esto mide h, menos eso. Entonces esa es la idea",

Así Daniel insiste en gestionar la devolución, para que el alumno deduzca la fórmula, lo que en parte se logra, hay manifestación de la competencia razonamiento, pero aparece el efecto Topaze. La explicación proviene de la manifestación de la componente referencial, produciendo fibración del tipo 2 control material. Desde el punto de vista del ETM, el esquema que representa lo que sucede es el siguiente:

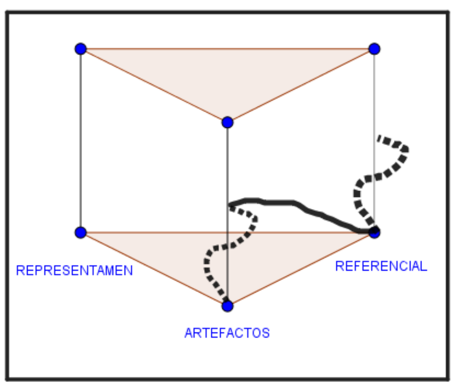


Figura 92. ETM idóneo Daniel. Escenario Real (2). Etapa Desarrollo.

La institucionalización se realiza explicando dos técnicas para determinar la fórmula del cálculo del área. La primera hace referencia a "eliminar" los triángulos para componer el trapecio, y la segunda forma es recortar los triángulos para la semisuma, que fue el procedimiento aplicado en el proceso de formación:

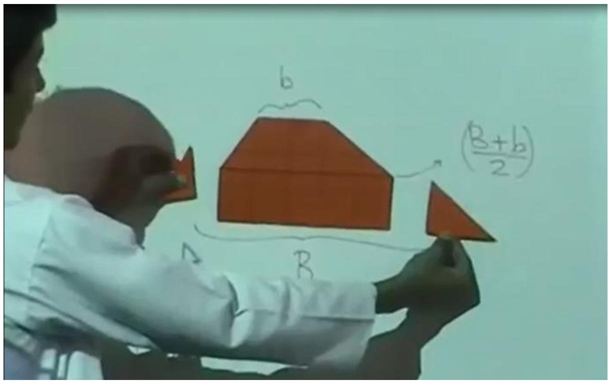


Figura 93. Foto. Institucionalización área del trapecio.

> “la idea de esto, chicos, es mostrar que para cualquier trapecio se cumple que el área va a ser la semisuma de las bases multiplicada por la altura, que en otras palabras es simplemente la descomposición del trapecio en un rectángulo”

En esta etapa de esta segunda clase, Daniel generó una manifestación en la componente artefactos y referencial y fibración de tipo 1 operador nocional y fibración tipo 2 control material para deducir la fórmula del rombo y trapecios a través de recortes, y desde la propia fórmula; es un movimiento complejo y permanente; es una compleja interrelación entre fibraciones, además del hecho de presencia de la institucionalización y el efecto Topaze. La participación de los alumnos nos permite señalar la manifestación de la competencia razonamiento.m El esquema que representa el ETM idóneo en esta etapa es el siguiente:

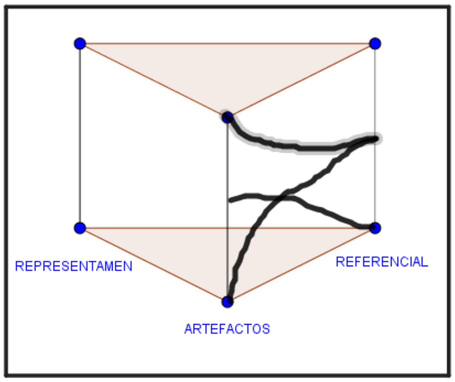


Figura 94. ETM idóneo Daniel. Escenario Real. Clase 2. Etapa desarrollo.

4.2.4.3. Escenario real clase 2, etapa cierre.

Luego de la institucionalización presentada por Daniel, él presenta una situación didáctica; ejercicios que proviene del capítulo del libro propuesto por él mismo,

> "entonces fíjense, son simplemente ejercicios de aplicación, Por ejemplo este que es muy sencillo, fíjense, calcular el número de árboles que se pueden plantar en un campo, en este terreno, como el de la figura, de 32 metros de largo, y 30 metros de ancho, si cada uno necesita 4 metros cuadrados para desarrollarse"

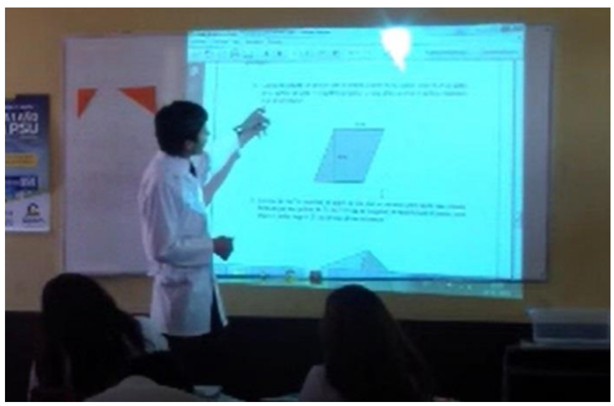


Figura 95. Ejercicios capítulo del libro. Escenario Real Clase 2. Etapa Cierre

Esta situación didáctica se caracteriza por la manifestación de la componente referencial y la génesis discursiva, no hay presencia de artefactos. Hay efecto Topaze ya que es él mismo quien resuelve el ejercicio,

> "si uno precisamente considera este paralelogramo, y hace un recorte acá, simplemente al trasladarlo va a corresponder al área de un rectángulo, de largo 32 metros y ancho 30 metros, entonces el área del terreno ¿va a ser igual a cuánto?, si uno hace este recorte simplemente va a obtener un rectángulo, va a decir, es decir va a ser simplemente base por altura."

Al utilizar la figura que representa el terreno, el ETM idóneo se desarrolla con presencia de fibración de tipo 2 control material. Ya en la finalización de la situación didáctica, Daniel plantea ejercicios a un nivel de reproducción PISA (OCDE, 2006),

> "32 metros por 30, y eso es..., 960 metros cuadrados. Entonces considerando el enunciado que dice si cada árbol necesita 4 metros cuadrados para desarrollarse,

> y yo dispongo de 960 metros cuadrados, ¿cuántos árboles puedo plantar? Van a ser 960, ¿dividido por?”

La respuesta presentada es una operación aritmética con geometría de tipo GII (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2016). Luego presenta dos ejercicios más de las mismas características, construido en el proceso de formación y presentados en las guías, el primero “tenemos un cometa, y queremos determinar la cantidad de papel que nosotros requerimos para hacer un cometa formados por dos palitos de 75 centímetros y 50 centímetros de longitud”,

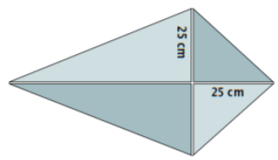


Figura 96. Cometa ejercicio capítulo del libro. Escenario real.

El segundo “tenemos otro jardín, en este caso es un césped en un jardín que por cada metro cuadrado de césped yo requiero de $1500, entonces cuánto voy a invertir en este césped de estas dimensiones”,

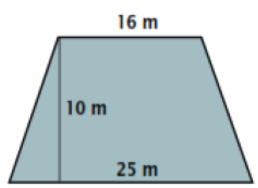


Figura 97. Ejercicio trapecio capítulo del libro. Escenario real.

Hay manifestación de la componente representamen, y activación de la génesis discursiva a través de la presentación de guías de ejercicios. El ETM idóneo implica fibración de tipo 3 representación gráfica-discursiva. Como esquema lo podemos representar de la siguiente manera:

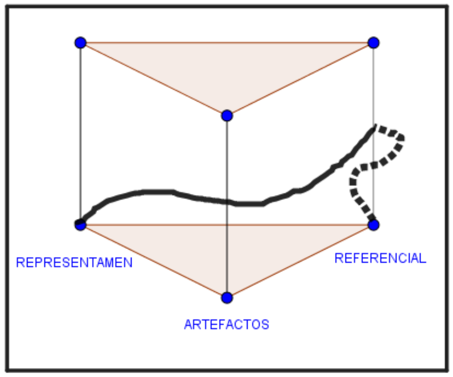


Figura 98. ETM idóneo Daniel. Escenario real. Clase (2). Etapa cierre.

4.2.5. Síntesis por escenario.

4.2.5.1. Síntesis escenario inicial.

Respecto del escenario inicial, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema es el siguiente:

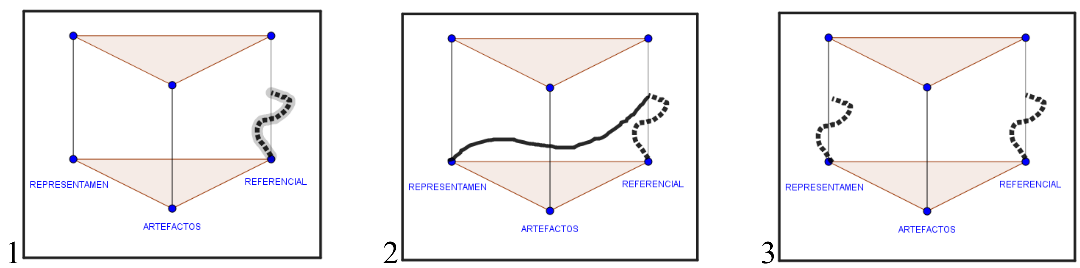


Figura 99. Daniel. Esquema evolutivo del trabajo matemático escenario inicial.

Se observa que al iniciar la clase hay una manifestación de la componente referencial que es lo esperable para el sistema de creencias de Daniel, es decir la realización de una clase tradicional en que se comienza con una definición del concepto geométrico. En el avance de la clase, aparecen algunas representaciones tradicionales, el dibujo de un cuadrado o rectángulo asociados a sus fórmulas de área. Esto se produce de manera simultánea cuando Daniel dibuja y explica. Se presenta un dibujo de un rectángulo en la pizarra y escribe inmediatamente la fórmula del área, implica una manifestación de la componente representamen y referencial.

Hay una incipiente visualización del concepto de área a través del dibujo, que se usa para apoyar la explicación de la fórmula. La clase termina de una manera que consideramos tradicional con el uso de las fórmulas para actividades de tipo reproducción – simbólico.

Proponemos que en el escenario inicial el trabajo matemático que se pone en juego es descrito a través de manifestación de las componentes representamen y referencial y Geometría (GI) con presencia de una representación simbólica (COPISI) de tipo reproducción (PISA). El esquema que resume el sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel, observado a través del ETM y la fibración en el escenario inicial es el siguiente:

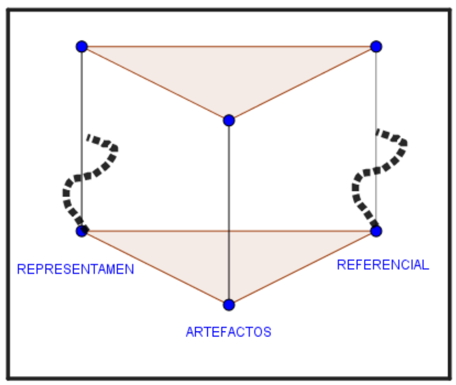


Figura 100. ETM Daniel Escenario Inicial.

4.2.5.2. Síntesis escenario simulado.

Respecto del escenario simulado, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema es el siguiente:

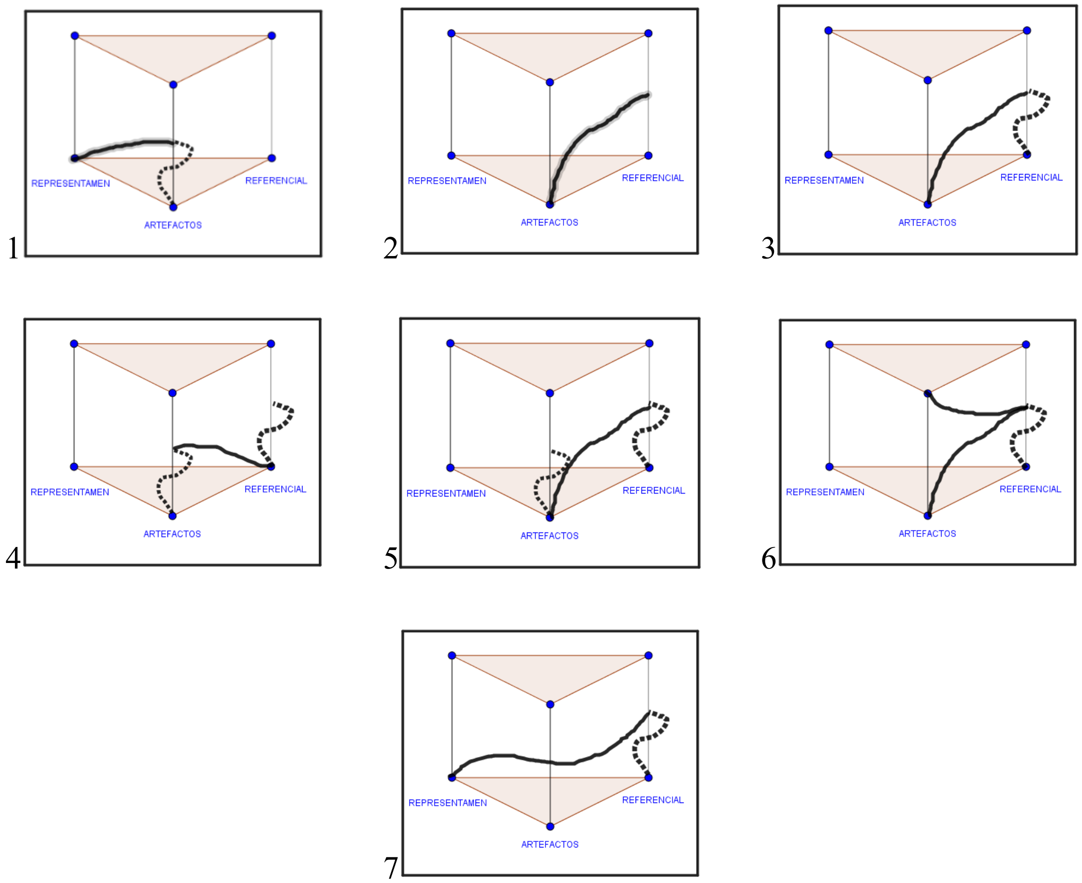


Figura 101.Daniel. Esquema evolutivo del trabajo matemático escenario simulado.

Al inicial la clase en el escenario simulado, Daniel otorga presencia a elementos del mundo real, el tetris y las figuras que lo componen para poner en acto inicial el proceso didáctico, el objeto del mundo real rápidamente se transforma en artefacto geométrico, lo que implica una manifestación de la componente representamen y activación de la génesis instrumental; es el uso de ese objeto como artefacto, lo que implica fibración tipo 3 representación material. Pareciera que para Daniel dar presencia a manifestaciones de las componentes representamen y artefactos es relevante en el desarrollo de su clase para la apropiación por parte del alumno del concepto de área. También hay manifestación de la componente referencial través de la fórmula del área.

En el avance de la clase, el alumno (sus compañeros estudiantes en rol de alumnos) debe construir, y simultáneamente presenta la fórmula del área para producir una deducción de la fórmula. Se presenta fibración de tipo 1 operador nocional y además una manifestación de la competencia de razonamiento cuando los estudiantes en rol de alumnos usan argumentos conceptuales para aportar al proceso de enseñanza. Cuando Daniel les pregunta ellos ya saben y responden activamente. También se presenta de manera espontánea la manifestación de la componente referencial pues los estudiantes en rol de alumnos ya conocen las fórmulas.

La clase termina con un vínculo explícito entre los dibujos del rombo y el trapecio, relacionándolos con el cálculo de las fórmulas. Hay fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva y activación de la génesis discursiva.

Proponemos que en el escenario simulado en términos generales el ETM idóneo que se pone en juego es descrito a través de fibración tipo 1 operador nocional, activación de la génesis discursiva y Geometría (GI), y representación concreta (COPISI) y conexión (PISA), con una manifestación de la competencia de razonamiento por parte de los estudiantes. El esquema que resume el sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel, observado a través del ETM y la fibración en el escenario simulado es el siguiente:

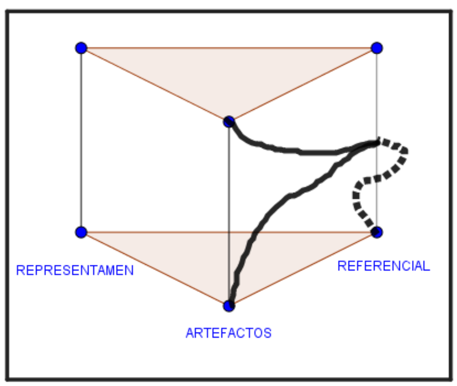


Figura 102.ETM idóneo Daniel. Escenario Simulado.

4.2.5.3. Síntesis escenario real.

Respecto del escenario real, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. Los esquemas para las clases 1 y 2 del escenario real son los siguientes:

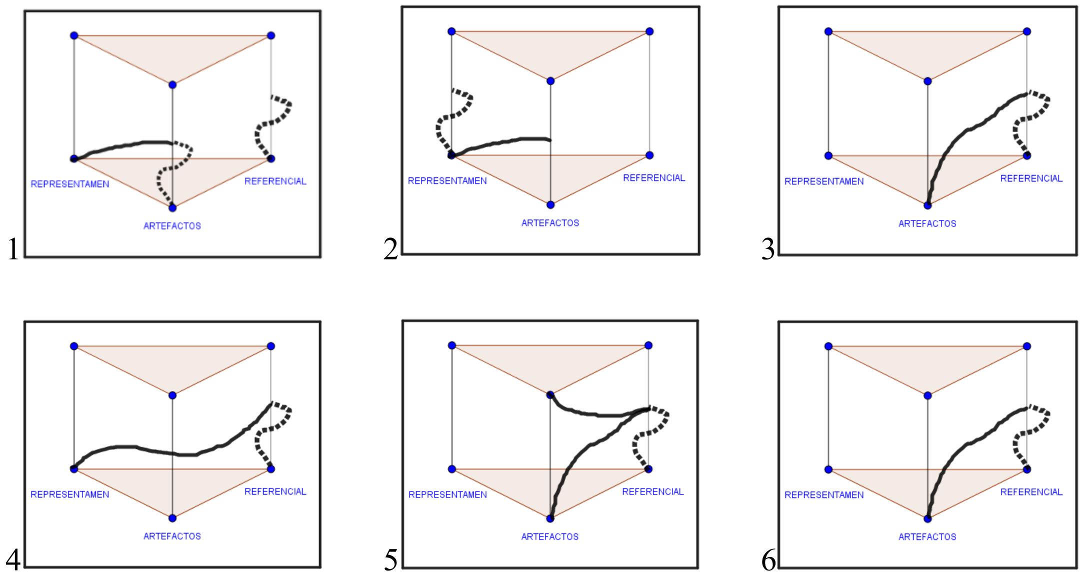


Figura 103. Daniel. Esquema evolutivo del acondicionamiento del ETM idóneo en el escenario real clase 1

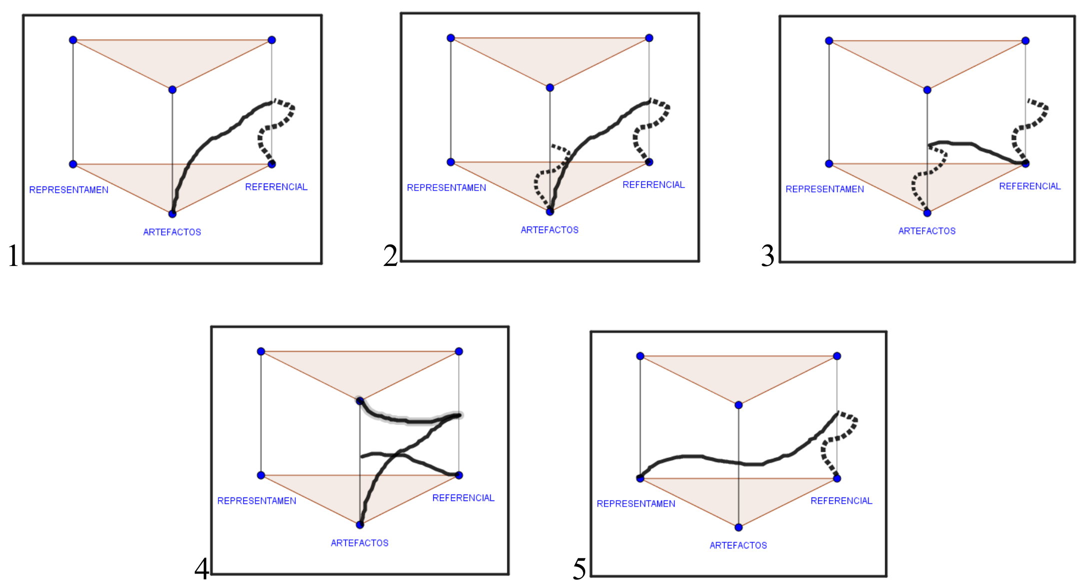


Figura 104. Daniel. Esquema evolutivo trabajo matemático escenario real clase 2.

En el escenario real hay una mayor cantidad de movimiento entre planos y componentes y presencia de activación de la génesis discursiva, que en el escenario simulado; proponemos que debido a la participación de los alumnos. Esto permite una manifestación de la competencia de razonamiento. Estos mismo alumnos, suponemos, tiene un sistema de creencias hacia la enseñanza tradicional de la matemática (Godino et al., 2003), en que se presenta la fórmula y luego aplicaciones de tipo rutinaria (OCDE, 2006), entonces los alumnos tienen esa conducta; es decir deciden resolver la actividad calculando el área de la figura, y no deducir la fórmula del área a través de la génesis instrumental, que es lo que realmente se les pide que hagan. Esto impulsa a Daniel a acondicionar el ETM idóneo, insistir a los alumnos en deducir la fórmula del cuadrilátero y no determinar el área; gestionando la devolución.

El ETM idóneo implica la activación de la génesis discursiva y la génesis instrumental de manera simultánea. Hay presencia de fibración de tipo 2 control material, es decir desde la propia fórmula de la figura se establece una relación con el artefacto construido, esta presencia de Geometría GI que conlleva manipulación de objetos conlleva gestión de la devolución.

En la segunda clase del escenario real, ocurre fibración del tipo 1 operador nocional, en que el artefacto es usado para deducir la fórmula, y una manifestación de la competencia de razonamiento. Los objetos utilizados evolucionan de manifestaciones de la componente representamen a la componente artefactos; los objetos construidos con goma eva se transforman en artefactos. La clase 2 es una continuación de la clase 1, Daniel retoma las actividades pendientes y las continúa desarrollando, de esta manera se observa la fibración del tipo 1 operador nocional a través del uso del tetris para deducir las fórmulas de los cuadriláteros.

Los últimos minutos de clases en el escenario real en que Daniel presenta los ejercicios del capítulo del libro y de la guía diseñada en el proceso de formación, acondicionan el ETM idóneo e implica presencia de fibración de tipo 2 control material y fibración tipo 1 operador nocional, con clara presencia de institucionalización. Hay activación de la génesis discursiva de un modo tradicional se presentan las fórmulas de los diversos cuadriláteros, con efecto Topaze, es decir un sistema de creencias hacia la enseñanza tradicional de la matemática.

Proponemos que en el escenario real el trabajo matemático que se pone en juego es descrito a través de fibración tipo 1 operador nocional, activación de la génesis instrumental y discursiva y Geometría (GI), representación concreta-simbólica (COPISI) y conexión (PISA), con una manifestación de la competencia de razonamiento por parte de los alumnos. El esquema que resume el sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel, observado a través del ETM y la fibración en el escenario real es el siguiente:

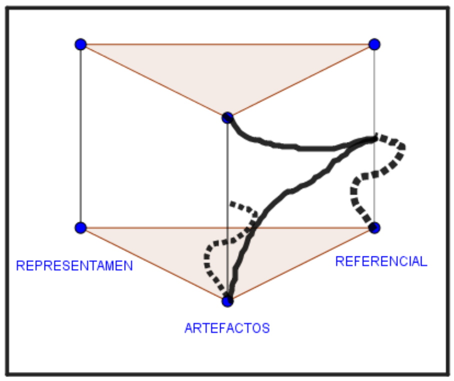


Figura 105. ETM Daniel. Escenario Real.

4.2.6. Entrevista con Daniel.

A continuación se presenta la entrevista con Daniel. La transcripción de esta entrevista se puede leer en el anexo 19 de este trabajo.

Respecto de la entrevista con Daniel, él declara algunos elementos relevantes respecto de su sistema de creencias. Abordamos su análisis desde tres elementos. El primero referido a la gestión didáctica de la clase, observado desde la TSD. El segundo referido a la presencia del contenido área de un cuadrilátero, observado desde el ETM, y el tercero el uso del capítulo del libro.

4.2.6.1. Gestión didáctica de la clase.

En lo que respecta a la gestión didáctica de la clase, un punto relevante es relacionar el contenido matemático con el representamen. Para Daniel, esta propuesta viene de su sistema de creencias hacia la enseñanza y del proceso de formación. Cuando se le pregunta ¿por qué planifica con ese método?, él responde:

> "Lo que ocurre es que la matemática no es algo que esté ajeno al alumno, sino que está presente en todos lados. Siempre me llamó la atención de las demás ciencias que el mundo en el que vivimos es un mundo matemático. Siempre me llamó la atención que la matemática podía ser aplicada a varios contextos"
>
> "La idea de esta actividad de realizar la clase en este sentido, está basada en que el estudiante vive en un mundo real en que no hay figuras que sean perfectamente cuadradas, perfectamente rectas, sino que es una aproximación… uno se va dando cuenta que la matemática permite dar una aproximación a lo que es el mundo real.
>
> "Siempre me ha gustado que el alumno, bueno en las planificaciones de las actividades que yo realizo, buscar que ellos analicen que ellos puedan preguntarse qué pasa si ocurre esto y si pasa esto otro. O sea, ven como científicos en el sentido que puedan experimentar con el problema… uno no puede partir con actividades muy complejas, sino que siempre partir de la base… entonces partir con actividades concretas y luego ir complejizando esas actividades, llevando a otros contextos, que el alumno pueda transitar entre esas representaciones, cuando el alumno transita allí se evidencia que el alumno entendió, que comprendió."

En estas declaraciones observamos que los elementos más presentes en el sistema de creencias de Daniel se refieren a la presencia de la relación <s-m>, situación de acción, fibración tipo 3 representación material y representación gráfica .discursiva.

Respecto de los elementos que han influenciado el sistema de creencias de enseñanza de Daniel, él señala:

> "yo escogí estudiar pedagogía en educación media en matemáticas, porque siempre me llamaba la atención la forma en que enseñaba mi profesora en enseñanza media, y ella siempre nos planteaba, nos dejaba en jaque con las actividades. Si bien recuerdo que siempre comenzábamos con algo tradicional en el sentido de que la profesora definía unos conceptos, nos daba un ejemplo, pero al momento de revisar la guía las actividades eran problemas que no eran inmediatos, era necesario reflexionar, revisar y recuerdo que siempre íbamos a

> su oficina a consultarle y nunca nos daba la respuesta, sino que esperaba que nosotros le dijéramos las conclusiones, y ella nos guiaba."

El sistema de creencias hacia la enseñanza está influenciado por una tipo de enseñanza tradicional, activación de la génesis discursiva, situación de acción y devolución por parte de su profesora, además de impulsar la competencia de razonamiento. Y este tipo de creencias, él lo utiliza para fundamentar la elección de enseñar una matemática asociada al mundo real.

> "Entonces yo pienso que es importante considerar actividades, problemas, que sean extraídos del mundo real y de la cotidianeidad del alumno, entonces yo siempre he escogido esa rama de la didáctica basada en el contexto del alumno."

> "yo por lo menos espero y confío que los alumnos son capaces, no es un tema de inteligencia, no es tema de que uno es más capaz que otro, no, todos son capaces, y todos tienen la capacidad de poder comprender un problema, el hecho está en cómo uno le presenta la actividad, entonces ir paso a paso."

Así se ha ido definiendo su sistema de creencias, con aspectos más explícitos como la relación <sujeto-medio> con presencia de la componente representamen.

Respecto de la gestión de la clase, Daniel resalta la importancia de la devolución:

> "Al momento de plantearle el problema voy supervisando o voy viendo el trabajo de ellos, y siempre van los estudiantes van preguntando, y allí aclaro las dudas, lo que decía, no dándoles las respuestas inmediatas sino que guiándoles en su idea, aun cuando tal vez errónea, guiándoles para que él se dé cuenta que por ese camino no es conveniente ir".

Respecto de la situación adidáctica y el efecto Topaze:

> "La clase que se efectuó fue necesario guiar un poco más al alumno, en el hecho de que habían cosas que no estaban claras del todo, o indicaciones que tuvieron que repetirse, entonces digamos estuvo en todo momento guiado en mi caso por mi persona, todas las actividades fueron guiadas por mí.

> "Allí tuve que guiar un poco al estudiante porque aun cuando estaban en parejas, hubieron grupos que no entendían como poder mostrar, porque algunos grupos determinaron el área, el área por ejemplo 15 cm^2, pero no era ese el objetivo de la actividad, sino que era mostrar de forma general que el área correspondía en este caso al rombo, a la multiplicación de sus diagonales dividido dos, por ejemplo."

> “Algunos determinaron el área de la figura que ellos diseñaron, tuve que hacerle algunas indicaciones, allí fue un poco guiado, pero insisto le digo que adidáctico en su totalidad no fue, pero hubieron instancias en que efectivamente ellos trabajaron solos y hubieron grupos eventualmente que sabían que estaban por el camino correcto y los dejé que ellos trabajaran, y reforzando porque estaban más o menos complicados.”

Entonces él reconoce la necesidad e importancia de la devolución, pero también se ajusta a las necesidades de una enseñanza y gestión didáctica más tradicional. Esto puede deberse a el modo en que él gestiona el uso del tiempo.

> “Yo creo que en cuanto a las debilidades se puede decir que es importante en mi práctica reforzar el control del tiempo, porque hay actividades que requieren un poco más de tiempo, y a veces el tema del cierre de la clase siempre me ha costado, siempre he llegado como justo al tiempo.”

Considerando sus propias declaraciones, a modo de síntesis de la gestión didáctica de Daniel, reconocemos que él tiene presente la relación <s-m>, con activación de la génesis semiótica, presencia del mundo real, y que con presencia de fibración tipo 3 representación material y gráfica-discursiva. También tiene claridad de la importancia de la situación de acción, la devolución y evitar el protagonismo del efecto Topaze. Reconoce la falta de control sobre el tiempo transcurrido de la clase.

4.2.6.2. Presencia del contenido área de un cuadrilátero.

Respecto de la fundamentación conceptual de área para planificar su clase:

> “consideré una actividad que fuera relacionada con algún juego… hay actividades de área o cuadriláteros les llama la atención el tema de teselar. Yo ya consideraba esa actividad me pregunté ¿qué otra actividad me pudiese ayudar?, entonces buscando en mi celular, tenía el juego de tetris, consideré y comencé a pensar en las piezas del tetris, y dije ya son siempre todas la piezas están conformadas por 4 cuadraditos. Ya, y eso me permite eventualmente teselar un plano, entonces ahí comenzaron a surgir las ideas”.

Daniel plantea que el concepto de área se puede abordar desde la componente representamen a través de “teselar” o el juego del tetris, elementos de la relación <s-m> asociadas al mundo real y a la componente representamen. Respecto del aporte de la asignatura didáctica de la geometría en el proceso de formación y la enseñanza del concepto área de un cuadrilátero:

> Yo creo que es importante siempre ver desde varios puntos de vista un concepto o una idea o un procedimiento, por lo general, siempre se entrega la fórmula del rombo y luego una aplicación, pero nunca se ve de dónde surge esa fórmula.
>
> Esta actividad de recorte permite comprender de dónde nace la fórmula, y dándole medidas generales a las diagonales y haciendo estos recortes, y reconstruyendo ese rombo, que es el mismo rombo, la misma superficie que se utiliza, pero modifica de tal forma de obtener un rectángulo, entonces uno se puede dar cuenta de que es un principio, una forma de proceder, que todas las áreas de cualquier figura uno la puede determinar a partir de la descomposición de triángulos, entonces en el caso de mi actividad lo descompusimos toda la figura de tal forma de obtener un rectángulo.

Daniel declara la presencia de fibración tipo 1 operador material y fibración tipo 2 control material, como un proceso.

4.2.6.3. Uso del capítulo del libro.

Respecto del capítulo del libro, Daniel lo reconoce como relevante ya que permite explicitar lo esencial de un contenido y razonar sobre las actividades de enseñanza que se pueden proponer al alumno.

> "La preparación del libro, yo nunca había hecho una compilación de actividades considerando estos aspectos… actividades concretas, conexión, reflexión, comenzar con actividades de iniciación, luego el tema de la definición y ejemplos y ejercicios. Entonces eso me llamó la atención, porque luego, cuando uno planifica o posteriormente me imagino yo que al momento de planificar una clase se va a recordar de aquello del libro y tiene herramienta, material para poder trabajar."

Con lo señalado, para Daniel resulta importante la construcción del capítulo del libro pues le permite buscar información de actividades y ejercicios con ciertos referentes teóricos de la didáctica de las matemáticas; lo que permite una reflexión sobre sus propios procesos formativos del sistema de creencias hacia la enseñanza. Esto se ve refrendado cuando señala:

> "Y el hecho de poder compilar toda la información en un libro permite también tomar ese libro y poder estudiar ese concepto y tener la herramienta básica para poder, uno solo, poder leer ese libro y poder entender y estudiar"

Respecto del uso que él le da al capítulo del libro en la gestión didáctica de su clase,

> "Yo utilice el libro en la actividad de iniciación, la elaboración de estas piezas del tetris, y también al final, ejemplos de ejercicios, ejercicios de aplicación. Entonces consideré en mi clase esas actividades, iniciación, la definición al final también la clase terminó con algunos ejercicios sobre la enseñanza del concepto de área."

Con lo anterior se muestra la utilidad de la construcción de un capítulo del libro para la planificación y realización de una clase de matemáticas.

4.2.6.4. Síntesis entrevista con Daniel.

De acuerdo a lo declarado por Daniel, el proceso de formación modifica su sistema de creencias hacia la enseñanza dando presencia a la relación <sujeto-medio>, a la situación de acción, a gestionar la devolución en su proceso de enseñanza, evitar el efecto Topaze.

El proceso de enseñanza en su sistema de creencias se manifiesta a través de la presencia de fibración tipo 1 operador nocional y fibración tipo 2 control material, como un proceso, sin embargo el punto de inicio de su clase, de acuerdo a su propia declaración, es una fibración tipo 3 representación material.

El concepto de área adquiere una relación con la componente representamen, desprendiéndose del tradicional punto de vista del concepto de área que se observa desde una manifestación de la componente referencial.

Algunos elementos de su sistema de creencias hacia la enseñanza aparecen como relevantes, como la situación de acción y las preguntas vinculadas a la competencia de razonamiento; sin embargo no estamos tan seguros de su relevancia puesto que en la clase del escenario inicial no se mostraron los elementos declarados.

Entre los puntos débiles explícitos, señalados por Daniel, está el uso del tiempo para organizar la clase, aspecto que concuerda con lo ocurrido en su clase en el escenario real.

La presencia del capítulo del libro para Daniel es importante como situación de aformación, que le permite realizar una transposición didáctica ordenada y justificada, como un método inductivo, complejizando el conocimiento del concepto de área, desde lo concreto a lo simbólico. El capítulo del libro se transforma en un recurso metodológico relevante, tanto para la gestión de la clase como para promover el aprendizaje.

4.2.7. Síntesis Final Daniel.

Los siguientes son los esquemas comparativos de los tres escenarios que resumen el sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel y el trabajo matemático que se pone en juego observado a través del ETM.

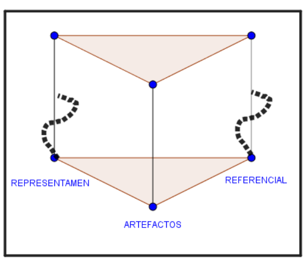
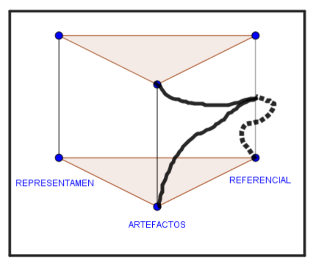
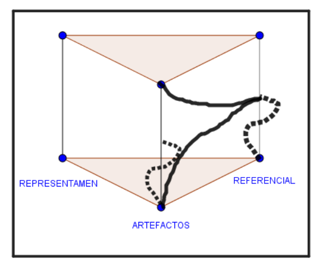
Escenario Inicial	Escenario Simulado	Escenario Real
		

Figura 106. Daniel. Esquemas comparativos del ETM idóneo según escenario

Se observa la modificación de manifestaciones de las componentes y los planos verticales y del sistema de creencias hacia la enseñanza por parte del estudiante entre los escenarios, proponemos que producto de la formación de profesores.

En el escenario inicial, el ETM idóneo implica manifestación de la componente representamen y la componente referencial. Daniel en el paso del escenario inicial al simulado modifica su sistema de creencias hacia la enseñanza, de manifestación de componente representamen y referencial a fibración de tipo 1 operador nocional. En el escenario inicial el ETM idóneo implica utilizar dibujos tradicionales como representación para que el alumno utilice la fórmula de cálculo del área. En cambio en el escenario simulado Daniel utiliza recursos del mundo real que se transforman en artefactos para deducir las fórmulas, es decir la fibración tipo 1 operador nocional.

Esta modificación entre el escenario inicial y simulado, proponemos es debido a la influencia del proceso de formación que induce la idea de usar elementos del mundo real para la enseñanza de un concepto matemático, provocando una manifestación de la componente representamen. Al respecto, cuando se le pregunta a Daniel de dónde aprendió a planificar así, él señala en la entrevista,

> "yo creo que, bueno aquí en la universidad, obviamente aprendí en los ramos de didáctica, recuerdo que tuvimos que hacer una planificación con el concepto de límite de función, entonces me vi en la obligación de buscar alguna aplicación a eso porque es algo como tan abstracto".

Además hay rasgos del sistema de creencias hacia la enseñanza de Daniel observados en el uso del juego del tetris, que no fue presentado en el proceso de formación; es parte de su ETM personal. Esto se ve evidenciado cuando en la entrevista personal Daniel señala "cuando planifico busco actividades que sean desafiantes para los alumnos, que ellos puedan analizar, y que sean de lo cotidiano, que llamen la atención".

En la etapa del escenario simulado al escenario real, hay activación de la génesis discursiva en ambos escenarios informando del objetivo de la clase usando un lenguaje asociado a la Geometría (GI) ya que simultáneamente presenta una situación didáctica que se ubica como fibración del tercer tipo representación material. En ambos escenarios nombrados hay uso del tetris y de las mismas situaciones didácticas, es una actividad de tipo concreto y reproducción. El escenario simulado es un buen momento y lugar para la práctica de la modificación del sistema de creencias hacia la enseñanza por parte del estudiante en formación y adaptación del ETM idóneo

En el escenario real el ETM idóneo se da a través de fibración de tipo 1 operador nocional, y luego fibración tipo 2 control material, y presencia de una manifestación de la competencia razonamiento. El acondicionamiento del ETM idóneo en el escenario real es influenciado por las respuestas de los alumnos que además son una evidencia de la manifestación de la competencia razonamiento y esto provoca un proceso complejo de interrelación entre las génesis y fibración en el escenario real y principalmente con presencia de Geometría (GI), y con ciertos acercamientos a Geometría (GII), observados cuando ya se ha tomado distancia del uso de material y aparece el uso del algoritmo o fórmula (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2016). Hay presencia de actividades de tipo simbólico y de conexión.

Igualmente la diferencia entre el escenario simulado y el escenario real se observa en una modificación del sistema de creencias, más compleja en la etapa de la escuela, observada en elementos de gestión de clase como la devolución y el efecto Topaze; probablemente porque en el escenario simulado los estudiantes que hacen el rol de alumnos ya conocen el desarrollo de la clase, en cambio en el escenario real en la escuela hay mayor espontaneidad por parte de los alumnos, preguntas inesperadas, distintos ritmos de aprendizaje lo que obliga a Daniel a reacondicionar permanentemente el ETM idóneo.

En el caso de Daniel, la influencia del proceso de formación se observa a través de la modificación del trabajo matemático; del paso de fibración del tipo 3 representación discursiva-gráfica, desde la componente representamen, a fibración tipo 1 operador nocional. Hay presencia de propiedades geométricas y fórmulas de la componente referencial en el escenario inicial, al uso de objetos del mundo real que se transforman en artefactos para deducir las fórmulas. Esto implica, desde el punto de vista de las competencias, una manifestación de la competencia de razonamiento.

De acuerdo a lo observado en el caso de Daniel proponemos que la participación de los estudiantes en rol de alumnos para que se produzca la situación adidáctica debiese ocurrir la fibración tipo 3 representación material y luego la fibración tipo 1 operador nocional. Esto propicia la gestión de la devolución en dos etapas; comprender con claridad que objetos del mundo real pueden ser usados como artefactos geométricos, y que esos mismos artefactos pueden ser utilizados para representar un concepto geométrico. También proponemos que se puede gestionar una devolución exitosa considerando el uso del tiempo para el desarrollo de la clase, que es una condición administrativa. Esto se puede observar al finalizar la clase 1 en el escenario real, en que apuradamente Daniel institucionaliza el conocimiento y no propone ejercicios.

También proponemos que de darse una fibración tipo 3 representación gráfica discursiva, se podría propiciar la institucionalización antes de que haya ocurrido la situación adidáctica completa, y generando el efecto Topaze ya que no necesariamente el estudiante podrá comprender la relación entre el objeto usado para la manifestación de la componente representamen y la fórmula del área que permitiría activar la génesis discursiva.

4.3. Análisis del caso de Kelyn.

4.3.1. Escenario inicial.

La transcripción de la clase de Kelyn correspondiente al escenario inicial se encuentra en el anexo 20 de esta tesis. La planificación inicial se encuentra en el anexo 21 de esta tesis

4.3.1.1. Escenario inicial, etapa inicio.

En la etapa inicio de la clase de Kelyn, ella declara que “la clase inicia con el saludo a los estudiantes, posteriormente que se pasa la lista y anotar el objetivo de la clase en la pizarra”, esta última acción implica una manifestación de la componente referencial. Luego señala “la clase comenzaría con la retroalimentación de los conocimientos previos de los estudiantes, preguntándoles que entienden por área y cuadrilátero”, y hace el dibujo de un rectángulo en la pizarra, que es el siguiente propuesto en su planificación inicial:

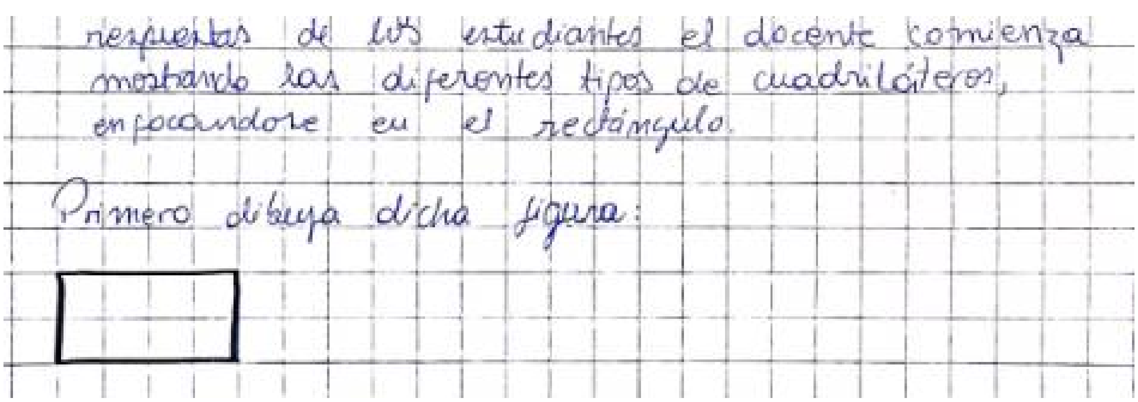

respuestas de los estudiantes el docente comienza mostrando los diferentes tipos de cuadriláteros, enfocandose en el rectángulo.
Primero dibuja dicha figura:

Figura 107. Dibujo del cuadrilátero en la planificación de la clase.

Se produce una manifestación de la componente representamen y activación de la génesis semiótica cuando Kelyn señala que se les solicita a los alumnos que entreguen información sobre él, "y de esta figura se les pide a los estudiantes que ellos traten de sacar la información, qué es lo que ven ellos acá".

Figura 108.Foto. Kelyn presenta el rectángulo dibujado en la pizarra.

El esquema que representa su ETM idóneo en esta etapa es el siguiente:

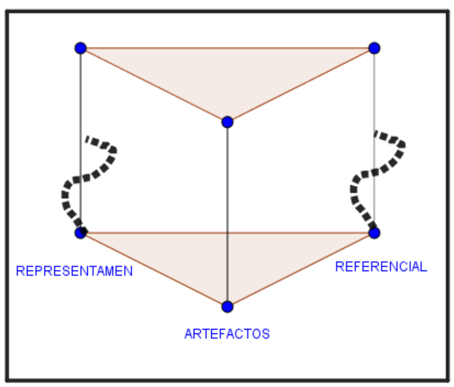


Figura 109.ETM idóneo Kelyn. Escenario inicial. Etapa inicio.

4.3.1.2. Escenario inicial, etapa desarrollo.

Se inicia la etapa del desarrollo, y Kelyn señala que va a realizar una pregunta y lo que ella espera que se responda "¿qué pueden sacar del rectángulo?, entonces lo ideal es que ellos lleguen a identificar por ejemplo, el largo y el ancho, y trabajar con eso. Igual hacer la diferencia entre lo que es el área y el perímetro”. Esa actividad implica activación de la génesis discursiva, “hacer la diferencia para que entiendan de que no es lo mismo y de que se trata una y de que se trata el otro”, aparece el efecto Topaze. Aunque Kelyn declara que espera que el alumno realice el trabajo, “la idea es que ellos participen de sus ideas, y luego confeccionen ellos mismos lo que, según su propio conocimiento, a partir de las ideas que ellos mismos van dando”, hay una declaración de Kelyn en que ella espera que sus alumnos resuelvan como situación adidáctica y realicen situación de formulación y validación, pero no propone ninguna situación didáctica para que eso ocurra. Estamos en presencia de GII. El esquema que representa lo que ocurre es:

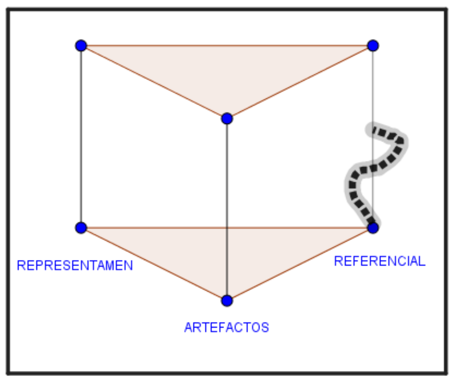


Figura 110. ETM idóneo Kelyn. Escenario inicial. Etapa desarrollo.

4.3.1.3. Escenario inicial, etapa cierre.

En el cierre de la clase ella declara, “tomar las ideas de los alumnos, retroalimentarlos, y llegar como a la definición del concepto que sería que el área del rectángulo en este caso es el largo por el ancho”, y Kelyn utiliza el rectángulo dibujado en la pizarra para explicar el concepto de área de un rectángulo. Hay fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva. El dibujo del rectángulo se presenta como una débil manifestación de la componente representamen. El esquema que representa el ETM idóneo de Kelyn en esta clase es el siguiente:

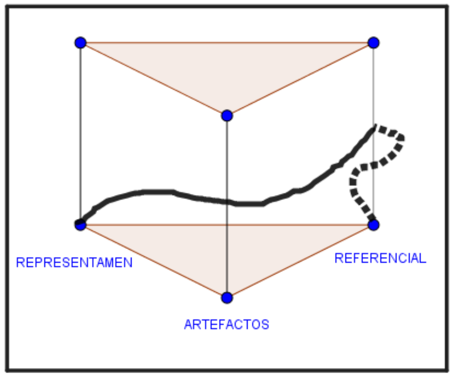


Figura 111.ETM idóneo Kelyn. Escenario inicial. Etapa cierre.

El sistema de creencias hacia la enseñanza de Kelyn es tradicional; presenta un dibujo de un rectángulo y a partir de él propone la fórmula para calcular el área. No se propicia la participación de sus compañeros estudiantes en rol de alumnos, no hay gestión de la devolución, sus sistema de creencias hacia la enseñanza es lo que hemos llamado tradicional.

4.3.2. Escenario simulado.

La transcripción de la clase de Kelyn correspondiente al escenario simulado se encuentra en el anexo 22 de esta tesis. El primer borrador de la clase planificada por Kelyn, en manuscrito, se encuentra en el anexo 23. La planificación de la clase para el escenario simulado, en formato Word, se encuentra en el anexo 24. Las guías de trabajo en el anexo 25. El capítulo del libro propuesto por Kelyn se encuentra en el anexo 26. Este capítulo del libro fue realizado en conjunto con otro compañero de curso, por una disposición administrativa del curso, que el capítulo del libro debía ser realizado en parejas.

4.3.2.1. Escenario simulado, etapa inicio.

Kelyn comienza con un saludo "Hola, mi nombre es Kelyn y yo les voy a presentar lo que pretendo hacer para una clase de geometría", entrega objetos y materiales lo que implica manifestación de la componente representamen. Seguidamente hay manifestación de la componente referencial cuando Kelyn escribe en la pizarra el objetivo de aprendizaje “desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecio”. En este momento el ETM idóneo consiste en informar a sus compañeros en rol de alumnos, aspectos que Kelyn ha planificado para realizar durante la clase, ella realiza una reflexión didáctica “en una clase número uno voy a presentar lo que es una unidad cuadrada mediante el Tangram y deducen las fórmulas de las áreas del primer triángulo” y simultáneamente presenta el Tangram en la pizarra, que también es parte de la planificación de su clase. A continuación se presenta la foto de la presentación en clases:

Figura 112.Kelyn. Presentación del Tangram en la pizarra.

Estamos en presencia de una manifestación de la componente representamen al presentar el Tangram como objeto concreto para introducir el concepto de unidad cuadrada. Los estudiantes en rol de alumno ya conocen el Tangram como objeto del mundo real lo que direcciona el trabajo hacia una activación de la génesis semiótica. Kelyn declara “es un juego chino y que es como un puzle, que está formado de 7 piezas, y estas piezas tiene sus características, y si se dan cuenta son triángulos, romboide, cuadrado”, en este momento el ETM idóneo implica fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva ya que con el Tangram se activa la génesis discursiva cuando nombra las figuras geométricas. Esquemáticamente:

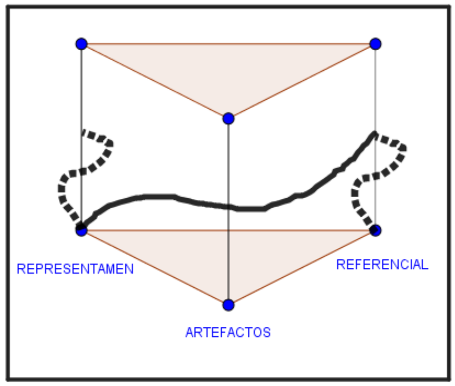


Figura 113. ETM idóneo. Escenario simulado. Etapa inicio.

A continuación, Kelyn hace una declaración respecto de lo que quiere realizar en la clase del escenario real "la idea para empezar la clase es preguntarle a los alumnos que entienden de área, cuáles son sus conceptos previos con respecto de este tema, y después de eso ver el Tangram, y trabajar con él", esto implica fibración tipo 1 operador nocional, propiciada a partir del trabajo con el Tangram, que ya se ha transformado en un artefacto, y la activación en la génesis discursiva cuando señala "la idea para empezar la clase es preguntarle a los alumnos que es lo que entienden de área". Esquemáticamente proponemos:

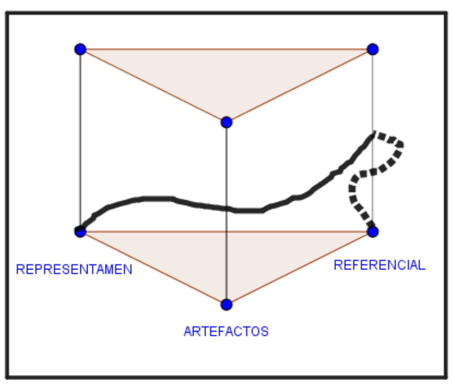
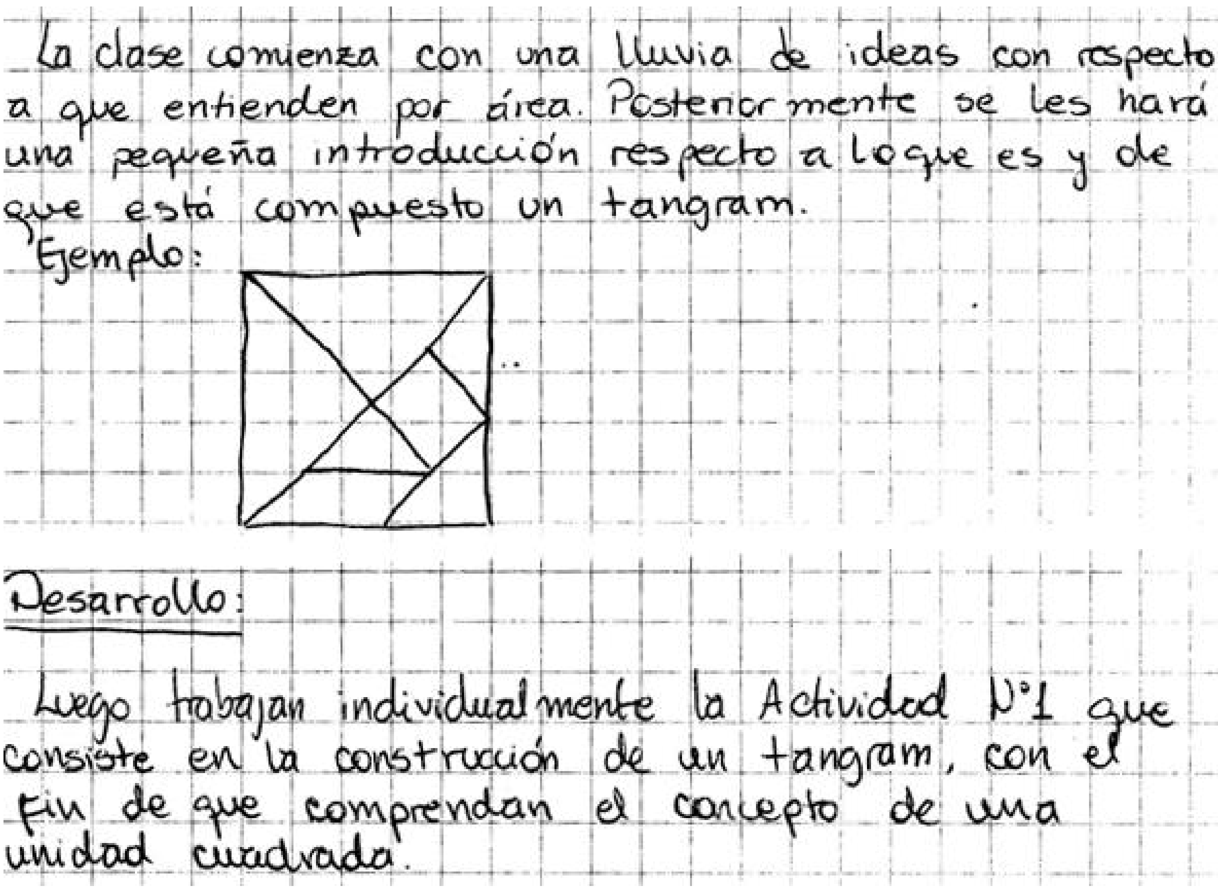


Figura 114. ETM idóneo Kelyn. Escenario simulado. Etapa inicio.

4.3.2.2. Escenario simulado, etapa desarrollo.

La etapa desarrollo se inicia inmediatamente con la presentación de la situación didáctica de construir un Tangram por parte de los estudiantes en rol de alumnos, Kelyn presenta una actividad planificada, que se puede ver en la siguiente foto, y señala “luego de ver el Tangram, vamos a iniciar con una actividad número 1 que consiste en construir un Tangram, con el fin de que comprendan el concepto de la unidad cuadrada”, entonces el ETM idóneo implica activación de la génesis instrumental


La clase comienza con una lluvia de ideas con respecto a que entienden por área. Posteriormente se les hará una pequeña introducción respecto a lo que es y de que está compuesto un tangram.
Ejemplo:

Desarrollo:

Luego trabajan individualmente la Actividad N°1 que consiste en la construcción de un tangram, con el fin de que comprendan el concepto de una unidad cuadrada.

Figura 115.Foto de la primera actividad que está en la planificación.

Se inicia la construcción del Tangram,

> “las indicaciones van a ir en el diapo para que los vayamos todos trabajando, todos tienen su material, ¿no es cierto? Bueno, la idea es que vayan siguiendo las instrucciones para realizar el Tangram, y se guíen por la imagen por si tienen alguna duda”.

El Tangram no es un artefacto, sino un objeto del mundo real, pero cuando Kelyn le da un uso geométrico, se comienza a transformar en una manifestación de la componente artefactos. El ETM idóneo implica fibración tipo 1 operador nocional al pedir a los estudiantes en rol de alumno que construyan un artefacto para comprender el concepto de unidad cuadrada. Esquemáticamente:

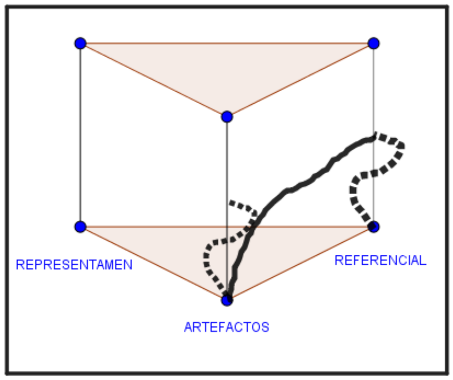


Figura 116. ETM idóneo Kelyn. Escenario simulado. Etapa desarrollo.

Luego de que se ha construido el Tangram, Kelyn plantea otra situación didáctica

> "Luego de eso, van a estar con una actividad número dos, y el objetivo de esta actividad es que deduzcan las fórmulas de la área en figuras planas, a través de la construcción de material concreto que sería el trabajo que hicieron".

Y presenta la siguiente figura a los estudiantes, pero no realiza la actividad sino que solo describe lo que espera que ocurra:

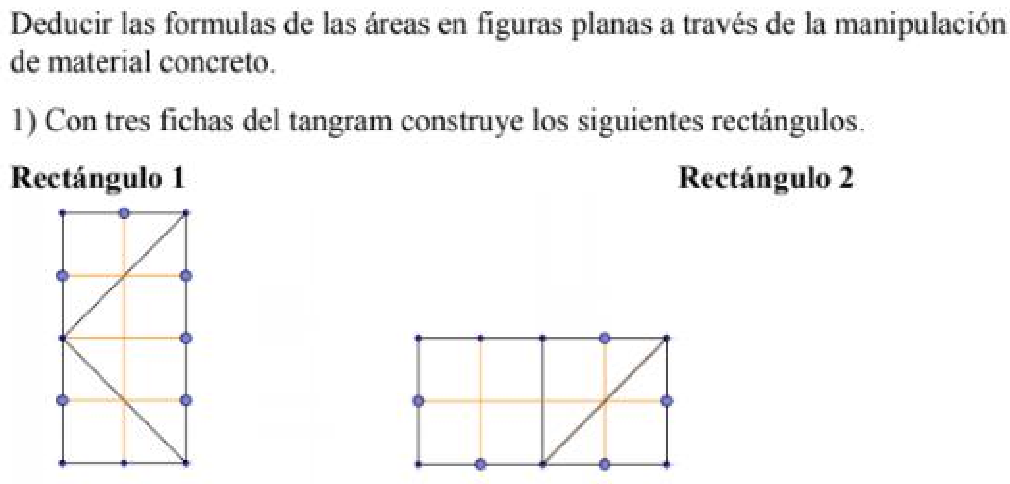


Figura 117. Actividad número dos

La clase continúa, Kelyn hace una declaración de la gestión de la devolución “bueno, uno en la clase va guiando y va haciendo más lento el proceso. También está verdadero y falso, y otras actividades, y esta para que la hagan en la casa, o sea no en la clase”, y Kelyn hace avanzar las diapositivas, mostrando la guía a sus compañeros universitarios. El ETM idóneo en el escenario simulado presenta muchas declaraciones de lo que Kelyn realizará en el escenario real

> “se tiene que completar el dibujo, el dibujo número 1, y dice ¿cuántos cuadraditos internos?, entonces ellos van a tomar la figura, y como los cuadraditos van a estar dentro de la figura del Tangram, entonces ellos van a ir contando cuántos cuadraditos, y de esa manera van a ir calculando el área de la figura”.

Como ejemplo de lo que realizará en el escenario real, Kelyn propone la realización de un ejercicio y presenta la siguiente actividad en la pizarra:

ACTIVIDAD N4

(áreas usando el tangram)

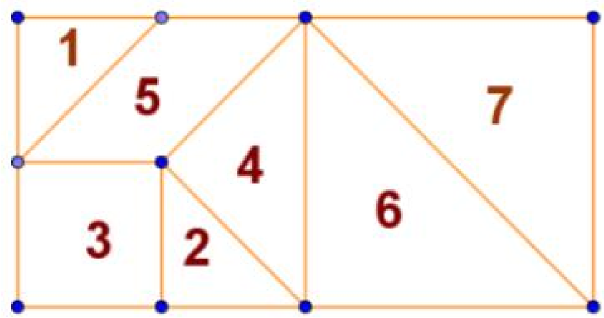


Figura 118.Foto de la actividad presentada

Y plantea el siguiente diálogo:

> "Kelyn: Ahora, nosotros lo que vamos a hacer si ustedes se fijan, ¿cuál vendría siendo la figura número 5 del Tangram? Yo quiero que le calculen el área a esa figura.
> Estudiante: un romboide.
> Kelyn: Un romboide, y ¿tú sabes cómo se calcula el área del romboide?
> Estudiante: se recorta y se hace un como un cuadrado...
> Kelyn: Ya, ya tu eres una alumna (estudiante) súper dotada que sabe cómo se hace, pero la idea es que los alumnos en esa figura vayan viendo formas de cómo calcular el área de esa figura."

Entonces se presenta un proceso de construcción en que a partir de recortes de la figura romboide se deduzca el área. Hay presencia de gestión de la devolución a través de preguntas para establecer un vínculo entre el recorte del romboide para llegar a deducir la expresión del cálculo de su área:

> "Kelyn: El área del rectángulo, estás haciendo coincidir un área con otra ¿cierto?
> Estudiante: Sí
> Kelyn: ¿cuál sería?
> Estudiante: Cortar acá, encajar acá y que se forme un rectángulo.
> Kelyn: Ya.
> Estudiante: Entonces sería dos y medio por, uno dos cuatro cinco.
> Kelyn: ¿esa es el área de qué cosa?
> Estudiante: Del romboide.

Kelyn: Del romboide, entonces a ¿qué es igual el área del romboide?
Estudiante: Al área del rectángulo.
Kelyn: Eso es. ¿Qué otra forma se les ocurre? ¿o es la única forma que ven ustedes para calcular esa área?
Estudiante: Contando cuadraditos no más
Kelyn: ¿A ver?"

En el diálogo anterior se produce la situación de validación que se manifiesta en el hecho que la misma estudiante que ha señalado cómo determinar la expresión para calcular el área, la presente y comunique frente a sus compañeros del curso. Se muestran los métodos para resolver la tarea, referida a "contar cuadritos"; el uso de la unidad cuadrada. Kelyn plantea dos formas de resolver la situación planteada, el uso de la unidad cuadrada para calcular el área, y el uso de recortes para deducir la fórmula del área.

Aquí Kelyn señala que hay un encuentro entre dos formas de determinar el área, "entonces es la misma área y son distintas formas de buscar el área", la primera forma es a través del recorte y la segunda a través de la unidad cuadrada. El ETM implica manifestación de la componente referencial, es fibración de tipo 1 operador nocional y de tipo 2 control material, hay manifestación de la competencia Razonamiento. Esquemáticamente, el ETM idóneo es:

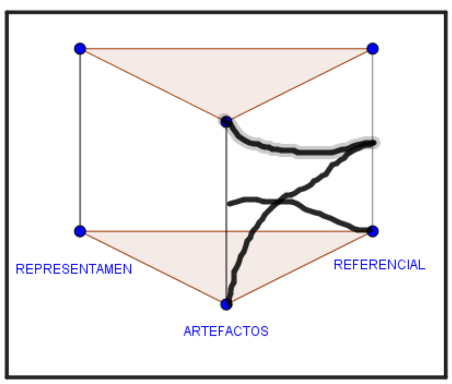


Figura 119. ETM idóneo Kelyn. Escenario simulado. Etapa desarrollo.

4.3.2.3. Escenario simulado, etapa cierre.

En el cierre de la clase, Kelyn señala:

> "Kelyn: Entonces los alumnos van a tener distintas formas de encontrar una misma cosa. Y se van a dar cuenta de ¿qué era lo que coincidía?
> Estudiante: De que era muy parecido al rectángulo.
> Kelyn: ¿Muy parecido o igual?
> Estudiante: O sea el área es la misma
> Kelyn: Es la misma. O sea cuando nosotros tenemos un romboide, podemos asumir que es la misma área del rectángulo."

Se produce institucionalización considerando las respuestas de los estudiantes en rol de alumnos. Al finalizar, Kelyn hace una declaración que implica el uso de otras figuras para el logro del objetivo de la clase "desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios"; entonces Kelyn plantea implícitamente que para establecer un método de deducción de las fórmulas a través de recortes, se deben utilizar otras figuras lo que implica fibración de tipo 1 operador nocional. El esquema que resume lo señalado por Kelyn es:

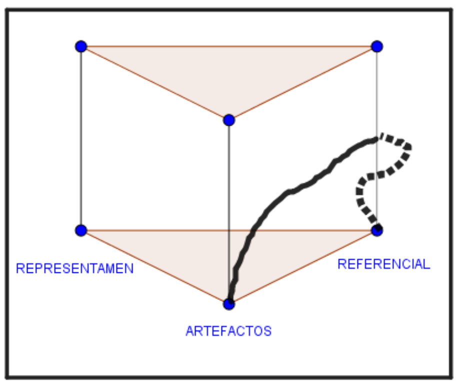


Figura 120. ETM idóneo Kelyn. Escenario simulado. Etapa cierre.

En la comprobación del logro del objetivo de la clase, se puede dar cuenta hay una inexactitud pues el objetivo de la clase es deducir la fórmula del área y no calcularla, que fue lo que realmente hizo Kelyn en esta clase en el escenario simulado.

4.3.3. Escenario real.

La transcripción de la clase de Kelyn correspondiente al escenario real se encuentra en el anexo 27 de esta tesis. La planificación de la clase para el escenario real es la misma del escenario simulado.

4.3.3.1. Escenario real, etapa inicio.

Kelyn inicia la clase con la frase "la clase de hoy se va a tratar de figuras planas". Luego hace una pregunta a los estudiantes "¿cuál es el concepto que ustedes tiene de área, si lo habían visto antes?", los alumnos responden "lo que hay en una parte plana, lo que está adentro de una figura", esto implica una manifestación de la componente referencial y activación de una génesis discursiva. Luego pregunta "entonces ¿qué áreas conocen, de qué figuras, áreas de qué figuras conocen?", los alumnos dan respuestas generales, "cuadrado, circunferencia, triángulo". Entonces en esta etapa de inicio El ETM idóneo se configura a partir del conocimiento referencial que pueden tener los alumnos.

Luego Kelyn pregunta sobre la definición del concepto de área e induce asociarlo a figuras geométricas y fórmulas de cálculo. Los alumnos conocen las respuestas a las preguntas de Kelyn, entonces hay activación de génesis discursiva, podemos representar este ETM idóneo con el siguiente esquema:

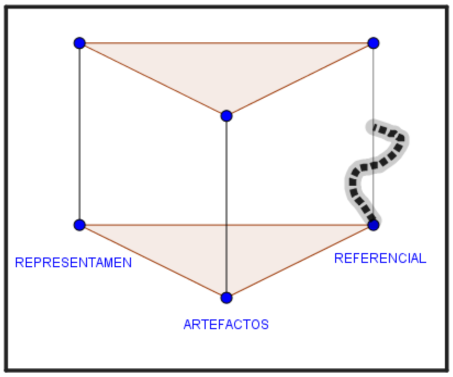


Figura 121.ETM idóneo Kelyn. Escenario real. Etapa inicio.

4.3.3.2. Escenario real, etapa desarrollo.

Luego Kelyn continúa con la presentación del Tangram a modo de puzle y señala:

> "Hoy día, vamos a trabajar, ¿a quién le gustan los puzles?, que bueno, ¿y conoce uno que se llama Tangram?, es un puzle chino que es súper antiguo y que cuenta de 7 piezas, y con esas piezas ustedes pueden formar muchas figuras, hasta ahora creo que hay más de 1000 figuras con las 7 piezas, así que hoy día vamos a trabajar en eso, vamos a construir, ustedes van a construir su propio Tangram".

Luego Kelyn declara cual es el objetivo al construir el Tangram que es "calcular el área de figuras planas", hay una manifestación de la componente artefactos.

El ETM idóneo implica iniciar el proceso de enseñanza desde el mundo real, la construcción de un objeto del mundo real y utilizarlo como vínculo con el cálculo del área de cuadriláteros. Esquemáticamente el ETM idóneo lo podemos representar así:

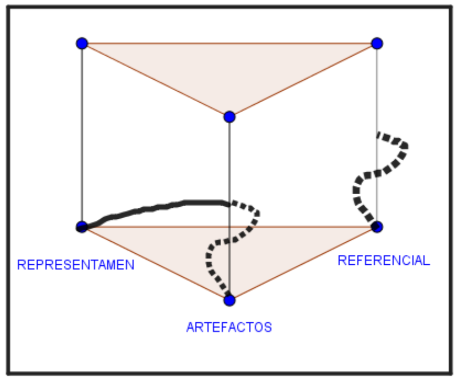


Figura 122. ETM idóneo Kelyn. Escenario real. Etapa desarrollo.

Este ETM idóneo implica fibración tipo 3 representación material con manifestación de las componentes artefactos y referencial.

La clase continúa, y Kelyn señala:

> "la primera actividad dice que es recortar un cuadrado de 10 centímetros de lado, marque cada uno de sus centímetros como se muestra en la figura, pero eso yo ya se los hice. Ya ahora, ese es el primer paso; dice encuentra la mitad de cada lado, sus... serían 5, y acá la mitad de este lado es 5, y cúbrela con una línea roja, acá y acá. Claro, ojalá con un lápiz de otro color".

Hay manifestación de la componente artefactos por la construcción del Tangram, y fibración tipo 3 representación material.

Debido a que previamente Kelyn ya ha construido algo, "pero eso yo ya se los hice, les ahorre trabajo, no me lo agradezcan" no se produce situación adidáctica, hay presencia del Efecto Topaze. En el avance, los alumnos construyen el Tangram. Luego que se ha construido, Kelyn pregunta "¿cuántos cuadraditos forman el Tangram?", proponemos que con esta pregunta el Tangram asociado a los cuadrados ha variado a artefacto. A través de esta pregunta se consolida la fibración tipo 3 representación material y aparece de manera incipiente una fibración tipo 1 operador nocional.

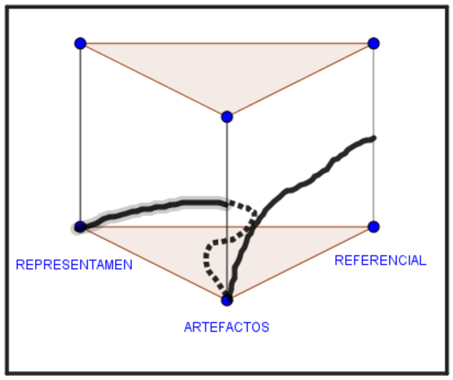


Figura 123. ETM idóneo Kelyn. Escenario real. Etapa desarrollo.

Luego que se ha respondido la pregunta “¿cuántos cuadraditos forman el Tangram?”, Kelyn presenta otra situación didáctica en que aparecen figuras para ser construidas con el Tangram, presentadas en las guías de planificación. Kelyn señala “las figuras que hay que formar, el cuadrado, el triángulo, las figuras que fueron formadas y tiene que ser 7 piezas”, la siguiente figura muestra la actividad:

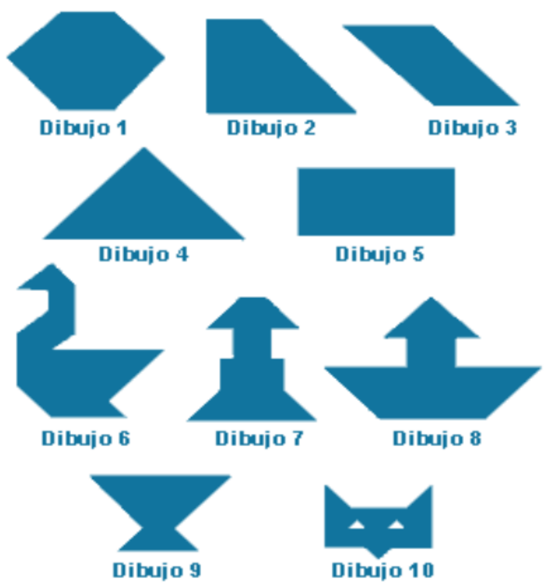


Figura 124. Figuras geométricas a partir del Tangram.

El interés de los alumnos por realizar la actividad permite gestionar la devolución, hay participación de los alumnos motivados por los recortes y la construcción de las figuras. Luego que han hecho la figura, Kelyn solicita que cuenten las unidades cuadradas,

“Kelyn: Ya bueno, la idea es que cuenten los cuadraditos internos de su figura.
Alumno: Ah por eso... one, two...
Kelyn: ¿Cuántos cuadraditos forman su figura?
Alumno: ¿Podemos hacer un rectángulo?
Kelyn: No. Hagan cualquier figura pues y después le cuentan los cuadraditos.”

Kelyn al pedir que “cuenten los cuadraditos” induce el uso de la unidad cuadrada como medida de área, hay presencia de efecto Topaze. Luego que los alumnos han contado, se produce una institucionalización respecto del valor del área del Tangram, cuando Kelyn señala “Ya, entonces no era tan necesario contar pieza por pieza porque ocupaste la misma parte del Tangram, que tenía 100 cuadraditos internos”. Esta actividad implica fibración tipo 2 control material.

Luego Kelyn presenta conceptos geométricos como el área del triángulo, del cuadrado, del romboide, asociadas a la actividad de su guía de ejercicios que se muestra en la siguiente figura y propone la situación didáctica calcular el área del romboide, la pieza 5, separando esa pieza del resto del Tangram, hay manifestación de la componente referencial y activación de la génesis discursiva. Esta actividad ya fue realizada en el escenario simulado.

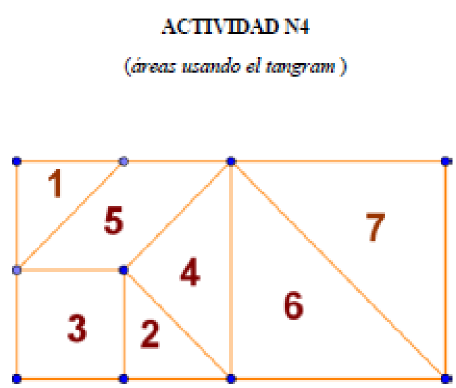


Figura 125. Transformación del Tangram en figuras geométricas.

Kelyn señala:

“Kelyn: ¿Qué figura es? ¿Alguien la conoce?, esa figura tiene un nombre.
Alumno: Es un cuadrado como así, es un cuadrilátero.
Kelyn: ¿Cómo se llama?
Alumno: Romboide.

Kelyn: Chiquillos pongan atención acá, el compañero dijo que se llamaba romboide, ¿sabían eso ustedes?
Alumno: Sí... no."

Como se están usando los dibujos y se presenta el concepto de área, proponemos que hay fibración tipo 2 control material.

"Kelyn: Ya, y ¿cómo se calcula el área de esa figura del romboide?, ¿Cómo lo harías tú?
Alumno: ¿Qué cosa?
Kelyn: ¿Calcular el área de esta figura? ¿Cómo la calcularías?
Alumno: No sé, contando los cuadraditos
Kelyn: Ya, contando los cuadraditos es una forma. Ya, entonces ustedes contarían los cuadraditos."

Entonces lo que ha ocurrido es que anteriormente Kelyn ya había institucionalizado el uso de la unidad cuadrada para el cálculo del área, y ahora el alumno está usando esa técnica.

El ETM idóneo ha sido acondicionado con la activación de génesis discursiva. Ha habido fibración tipo 1 operador nocional; desde las figuras del Tangram ya como artefactos, hacia el cálculo del área de estas mismas figuras. Esta fibración se da en un contexto de situación adidáctica, hay gestión de la devolución que se observa a través de las preguntas y contra preguntas de Kelyn y aparece explícitamente el uso de la unidad cuadrada producto de la activación de la génesis discursiva. Proponemos que hay manifestación de la competencia razonamiento cuando usan la unidad cuadrada para determinar el área de romboide construido. El esquema que proponemos:

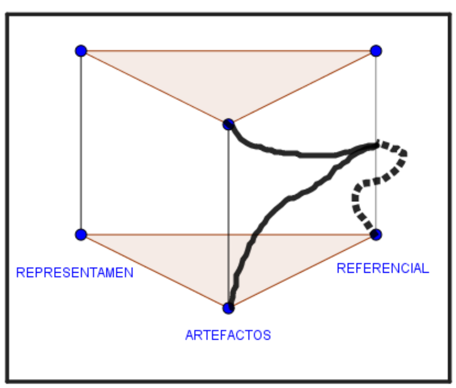


Figura 126. ETM idóneo Kelyn. Etapa desarrollo. Escenario real.

Dado que Kelyn ha instalado un proceso de enseñanza con presencia de gestión de la devolución, ella observa a un alumno y le pide que explique el proceso del cálculo del área, como situación de validación. El alumno lo hace a través de un recorte,

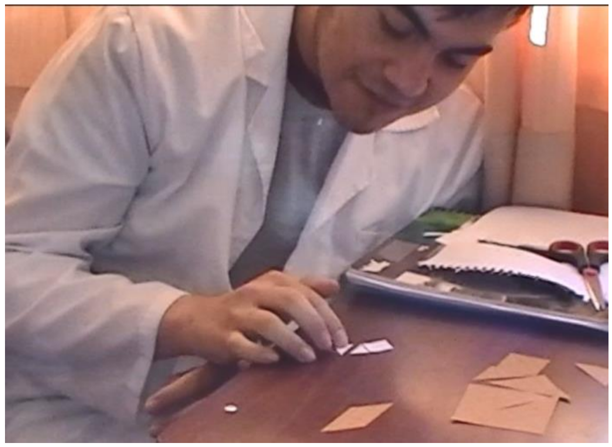


Figura 127. Foto. Alumno resuelve el paralelogramo.

En esta etapa de la clase hay devolución, Kelyn pregunta "y entonces ¿cómo calcularíamos el área del romboide? ¿a qué se parece? ¿a qué es igual? ¿esto es un rectángulo cierto?, ¿entonces qué podemos decir del área del romboide?". El alumno ya está en proceso de determinar el cálculo del área del romboide.

Kelyn dialoga con los alumnos, gestionando la devolución:

> "cómo fueron calculando el área del romboide, Paula mírame, atención. Ya, qué fue lo que hicieron, ideas"; "Y entonces ¿cómo calcularíamos el área entonces del romboide? ¿a qué se parece? ¿a qué es igual? Esto es un rectángulo ¿cierto? Ya, entonces ¿qué podemos decir del área del romboide?"

El ETM idóneo se va acondicionando, se produce validación e institucionalización Hay fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva con presencia de trabajo de los alumnos que se produce por devolución, con manifestación de la competencia razonamiento. Proponemos el siguiente esquema:

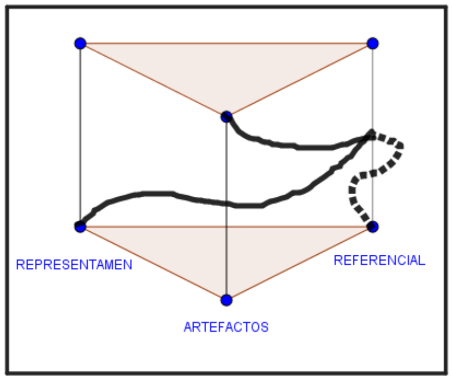


Figura 128.ETM idóneo Kelyn. Escenario real. Etapa desarrollo

Kelyn señala "entonces ¿qué podemos decir del área del romboide?, la alumna responde "que va a ser igual a la del rectángulo", y Kelyn señala "y aquí está comprobado ¿cierto?, ya muy bien".

4.3.3.3. Escenario real, etapa cierre.

En el cierre de la clase, Kelyn hace una retroalimentación de los conceptos con los alumnos:

> "Kelyn: esa sería la clase de hoy, entonces ¿qué entendieron?, ¿quién me puede decir qué aprendieron?
> Alumnos: Como sacar el área de un romboide.
> Kelyn: Como sacar el área de un romboide, ¿no sabía?, ¿usted sabía? No sabía, ya, ¿qué más aprendieron? ¿quién me puede decir qué el área del romboide es igual a? ¿cómo se llamaba?
> Alumnos: Romboide... Tangram
> Kelyn: Tangram.
> Alumnos: Como hacer un Tangram.
> Kelyn: Como hacer un Tangram, ya y ¿cómo encontraron la actividad?
> Alumnos: Bien, divertida
> Kelyn: ¿Pero aprendieron?
> Alumnos: Sí."

Termina la clase, no hay más situaciones didácticas, Kelyn no aplica ningún otro ejercicio. Ella hace referencia a la construcción del Tangram para obtener el área; como esquema del ETM; idóneo de esta etapa de cierre de la clase, proponemos:

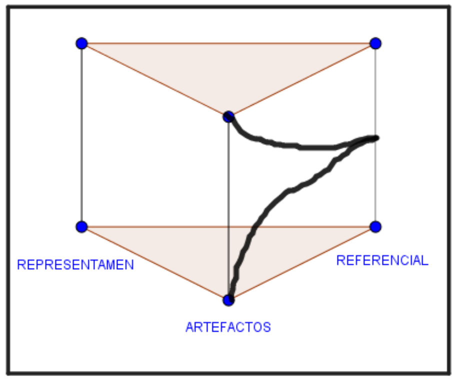


Figura 129.ETM idóneo Kelyn. Escenario real. Etapa cierre.

El ETM idóneo se caracteriza por utilizar objetos del mundo real que evolucionan hacia artefactos geométricos como el Tangram, hay presencia de fibración tipo 1 operador nocional y presencia de Geometría (GI).

4.3.4. Síntesis por escenario.

4.3.4.1. Síntesis escenario inicial.

Respecto del escenario inicial, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Kelyn, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema para el escenario inicial es el siguiente:

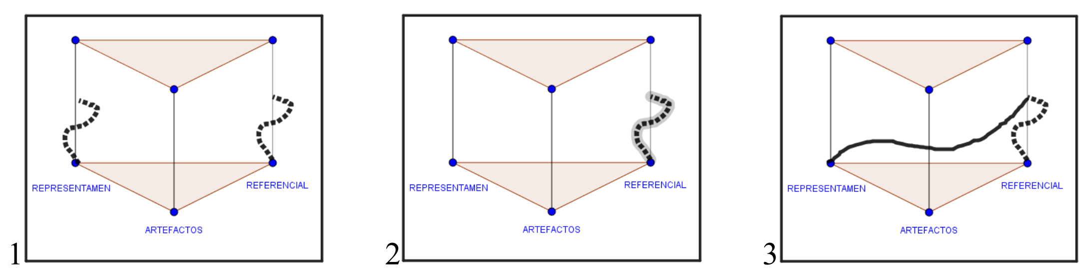


Figura 130.Kelyn. Esquema evolutivo del trabajo matemático en el escenario inicial.

La clase se inicia con la presentación de fórmulas y un dibujo lo que implica manifestación de la componente representamen y referencial. No se plantea ninguna situación didáctica y no hay participación de los estudiantes, entonces no hay evidencias de activación de génesis semiótica o discursiva, o al menos no de manera explícita. Hay presencia de Geometría (GI) y representación simbólica (COPISI), y actividad de reproducción (PISA). Hay fibración tipo 3 representación gráfica discursiva, pero proponemos que su sistema de creencias hacia la enseñanza es tradicional, señalar las fórmulas, con presencia de efecto Topaze. El esquema que resume el sistema de creencias de Kelyn, observado a través del ETM y la fibración en el escenario inicial es el siguiente:

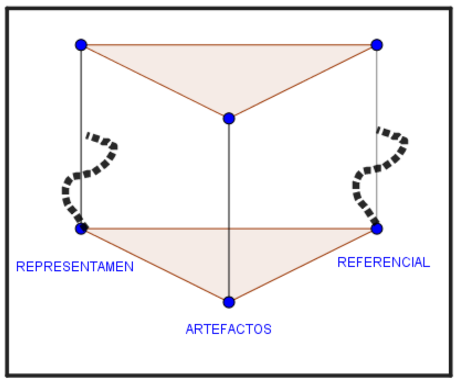


Figura 131.Kelyn. ETM idóneo. Escenario inicial.

4.3.4.2. Síntesis escenario simulado.

Respecto del escenario simulado, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de kelyn, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema es el siguiente:

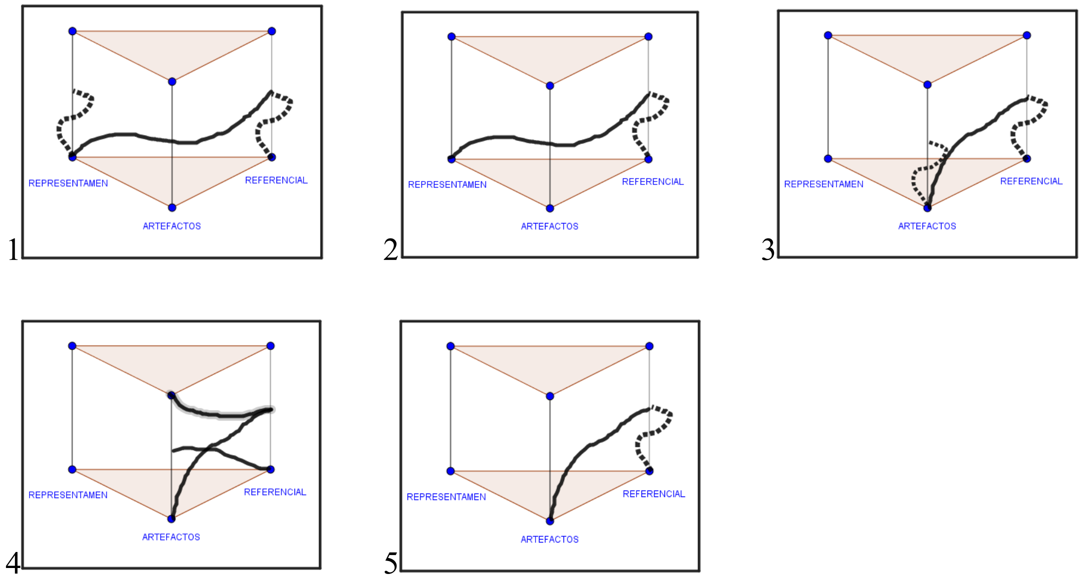


Figura 132. Kelyn. Esquema evolutivo del trabajo matemático en el escenario simulado.

Al inicio del escenario simulado se presentan objetos (Tangram) y los relaciona con el tema de la clase, utiliza objetos del mundo real con la clara intención de llegar a obtener las fórmulas de áreas, hay una activación de la génesis discursiva, fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva. Luego esos objetos (Tangram) los comienza a usar como material para geometría, un artefacto, y pide que construyan ciertas figuras para deducir alguna fórmula de área y luego establecer el valor del área; se genera un ETM idóneo en que se observa fibración de tipo 1 operador nocional y 2 control material con participación explícita de los estudiantes en rol alumnos. Kelyn considera como muy relevantes sus respuestas, hay gestión de la devolución, se da una clara presencia de un sistema de creencias hacia el trabajo matemático que promueve la manifestación de la competencia de razonamiento, impulsada tal vez porque al ser estudiantes ya tienen los conocimientos y son proactivos hacia la participación en la clase. Kelyn promueve mucho las preguntas y contra preguntas, hay devolución.

Hay bastante reflexión didáctica hacia sus compañeros universitarios en que Kelyn explica lo que espera que ocurra en el aula escolar del escenario real, así que ella ocupa un artefacto para deducir las fórmulas de cuadriláteros, se produce fibración tipo 1 operador nocional.

Proponemos que en el escenario simulado el trabajo matemático que se pone en juego implica principalmente fibración tipo 1 operador nocional y fibración tipo 2 control material y Geometría I Natural (GI). Hay presencia de actividades concretas, y simbólicas (COPISI), y actividades de conexión (PISA). Su sistema de creencias hacia la enseñanza no es tradicional, hay presencia de devolución. Debido a la participación activa de los estudiantes, se observa la presencia de la competencia de razonamiento. El esquema que resume el sistema de creencias de Kelyn, observado a través del ETM y la fibración en el escenario simulado es el siguiente:

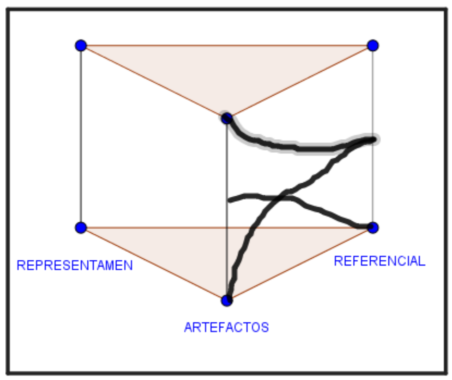


Figura 133.Kelyn. ETM idóneo. Escenario simulado.

4.3.4.3. Síntesis escenario real.

Respecto del escenario real, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Kelyn, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema es el siguiente:

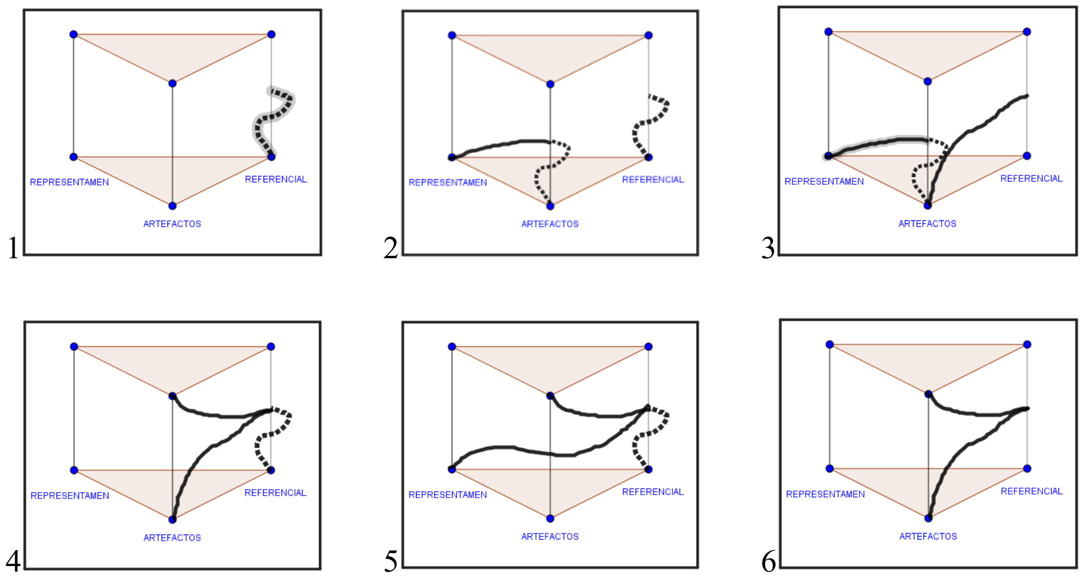


Figura 134. Kelyn. Esquema evolutivo del trabajo matemático en el escenario real.

Kelyn inicia la clase con preguntas asociadas a las fórmulas de área, y considera como muy relevantes las respuestas de los alumnos, hay gestión de la devolución. Las actividades de enseñanza y situaciones propuestas son similares al escenario simulado, pero es claro que en el escenario real el sistema de creencias hacia la enseñanza de Kelyn implica considerar las respuestas de los alumnos en la construcción del conocimiento de áreas y en el logro de los objetivos de la clase. El ETM idóneo se propone a través de una fibración tipo 1 operador nocional.

Kelyn entrega material que impulsa la activación de la génesis instrumental. Hay una activa participación de los alumnos, en que utilizan los artefactos para explicar el desarrollo de la fórmula, o la unidad cuadrada para determinar el valor del área. Debido a este trabajo de los alumnos proponemos que hay manifestación de la competencia de razonamiento. Hay presencia de la explicación de la fórmula utilizando los artefactos construidos; hay presencia de fibración tipo 1 operador nocional.

En el escenario real hay mucha participación de los alumnos, se observa bastante gestión de la devolución debido a la presencia y activa participación de los alumnos.

Proponemos que en el escenario real el trabajo matemático que se pone en juego implica principalmente fibración tipo 1 operador nocional y Geometría I Natural (GI).). Hay presencia de actividades concretas, y simbólicas (COPISI), y actividades de conexión (PISA). El esquema que resume el sistema de creencias de Kelyn en el escenario real, observado a través del ETM es el siguiente:

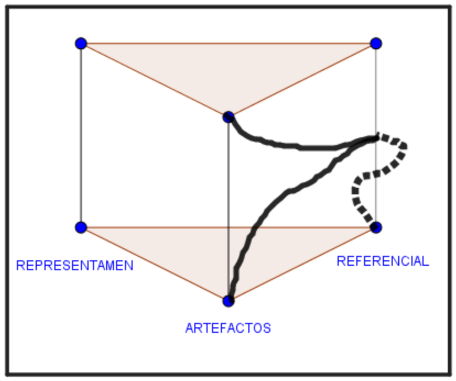


Figura 135.ETM idóneo. Kelyn. Escenario Real.

4.3.5. Entrevista con Kelyn.

A continuación se presenta la entrevista con Kelyn. La transcripción de esta entrevista se puede leer en el anexo 28 de este trabajo.

En la entrevista, Kelyn declara algunos elementos relevantes respecto de su sistema de creencias y del dispositivo de formación. Abordamos su análisis desde tres elementos. El primero referido a la gestión didáctica de la clase, observado desde la TSD. El segundo referido a la presencia del contenido área de un cuadrilátero, observado desde el ETM, y el tercero el uso del capítulo del libro.

4.3.5.1. Gestión didáctica de la clase.

¿Por qué abordó la clase de este modo, con recursos materiales?

> “Se me ocurrió llevarlos por tema de tiempo, por tema de que hacer un cuadrado de 10x10 tampoco iba a producir un conocimiento mayor en los niños sino que iba a ser un tiempo que podíamos ocupar en hacer más preguntas y ocuparlo de otra manera, por eso lleve el trabajo avanzado y el hecho de llevar materiales porque los niños no andan con esas cosas. Porque dentro de la práctica no trabajan con cosas concretas o manipulables.”

> “Sí. yo creo que uno tiene más tiempo y se dedicara, porque igual es dedicación el hecho de hacer una clase más concreta con cosas que ellos vayan hacer, entonces yo creo que lo niño se sentirían más utilices en clase, yo creo que hasta sería más entretenido para ellos, porque las matemáticas lo ven como que no les sirve y cuenta también hacerlos entender que sí les sirve de que los algoritmos son lo que les va a servir más adelante, pero también pasa por el hecho que no en todas las materias se pueden hacer concretas porque algunas que son más difíciles.”

Kelyn declara la necesaria presencia de la componente representamen para iniciar una clase, de modo de romper lo que ella considera la estructura tradicional de la enseñanza de la matemática cuando la clase se inicia con la activación de la génesis discursiva.

Usted me contaba al principio ya traía una idea de cómo se hacían las clases antes de llegar a formarse como profesora. Cuando usted aplica todo este proceso de planificación, ¿en qué medida piensa usted que lo que realizo es un aporte de la formación de la universidad?

> “Yo creo que más del proceso de formación, porque si hubiera usado lo que sabía de la escuela hago las figuras en la pizarra les digo las fórmulas y listo. Y la clase se acababa y un par de ejercicios donde tenían que aplicarlo y seria. En cambio el hecho de ocupar que ellos construyeran y fueran trabajando ellos con algo más, eso es del proceso de formación.”

El sistema de creencias hacia la enseñanza de Kelyn está asociada a un tipo de enseñanza tradicional, en que el centro es la activación de la génesis discursiva. Asimismo, ella reconoce que las modificaciones de su sistema de creencias son producto del proceso de formación, y este proceso, según el análisis que ella hace, implica dos tipos de fibración, tipo 3 representación material y tipo 3 representación gráfica-discursiva.

Respecto de la gestión didáctica de la clase.

> “De forma natural un poco de llevar el ritmo y la clase, pero más que nada de tratar de no dar las respuestas inmediatamente, sino que ellos mismo se dieran cuanta de la pregunta que me estaban haciendo para que ellos se fueran

> respondiendo, aunque uno de repente tiende a responder inmediatamente lo que le están preguntando. Lo que trataba de hacer era contra preguntar al alumno."
>
> "Contra preguntar es una buena estrategia. Los alumnos son súper cómodos y quieren todo así como fácil. Si él me hace una pregunta quiere la respuesta así todo rápido y que uno se la sepa si o si porque si uno no se la sabe nunca más le hacen una pregunta como que ah el profe no sabe nada. Depende harto de la pregunta, si la pregunta da como para que el niño haga una reflexión de su propia pregunta y se pueda responder solo yo, creo que es bueno hacerlo."

Vemos que Kelyn tiene claridad respecto del uso o presencia de ciertos elementos de la TSD, devolución, la situación adidáctica y el efecto Topaze, que tal vez no los recuerde a modo de definición, pero sí reconoce la importancia de que estén activos y presentes en un proceso de enseñanza

Respecto del uso del tiempo para la gestión didáctica de la clase.

> "Hay una cantidad de aprendizajes que se espera logara en los alumnos, entonces esa cantidad de aprendizaje tiene un cierto tiempo y uno no se puede salir de esos tiempos. Por lo general los profesores siempre hay una unidad que dejan que queda de la última y que lamentablemente no siempre se pasa, entonces si ellos tuvieran más tiempo, quizás sí la pasarían."
>
> "Porque claro la manera tradicional es la manera más rápida de ver los conceptos, realmente es la forma más rápida. Porque lo que yo hice en una clase entera lo podría haber hecho en diez minutos entonces ahí yo creo que el gran factor es el tiempo que tiene el profesor, porque igual se presiona mucho a los profesores por ejemplo de tener notas, de tener ciertas unidades en tal fecha."
>
> "Entonces si uno no tuviera esa presión de cumplir con los tiempos y con todo lo que se necesita, habría más libertad del profesor de tomar los conceptos de otra manera y no tan solo de forma simbólica."

Kelyn reconoce que el uso del tiempo para organizar la gestión didáctica de la clase es una variable relevante, y que tiene un vínculo con dar presencia a las actividades de enseñanza. Sin embargo también observamos que en su gestión didáctica, ella declara la importancia de que elementos de la TSD estén presentes, como la situación adidáctica, la devolución, la ausencia del efecto Topaze.

4.3.5.2. Presencia del contenido de área de un cuadrilátero.

La fuente de información para la búsqueda de actividades y situaciones,

> "De un libro, de un artículo, buscando en internet, la verdad no se me ocurrió una idea mía, así que me dedique harto tiempo en buscar en literatura y encontré una unidad didáctica y ahí proponía la idea de trabajar con el puzle y me pareció bueno y lo hice."

La importancia que ella le asigna a la manifestación de la componente representamen y la fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva.

> "Influye bastante, el hecho de que los niños trabajen ellos y puedan ver algo que ellos hicieron y se den cuenta de que les sirve que ello lo hicieron lo manipularon, se hacen más participe de su conocimiento."

Los elementos débiles de su propia condición de estudiante, asociados al conocimiento del contenido y a los conocimientos didácticos que Kelyn señala se relacionan principalmente con el dominio conceptual limitado, reconociendo que algo se sabe, pero no de manera completa o plena. Esto se ve reflejado en la frase relacionada con la planificación didáctica siguiente:

> "Yo creo que parte por ahí del hecho de empezar a acostumbrarse a planificar, igual me cuesta, por manejo de algunos conceptos, porque si yo manejara lo conceptos de una buena manera, igual me sería más fácil porque tendría una mirada distinta de los conceptos."

Se incluye en esta debilidad aspectos vinculados a cuestiones reproductivas de un cierto modelo de hacer clases, pasos a seguir, un protocolo de condiciones, asociadas al olvido tal como ella lo señala:

> "Me pasa también que muchas cosas que yo voy viendo tanto materia como conceptos didácticos, se me olvidan, entonces yo trato de cuando necesita de buscar, no es algo que tenga y nunca más se me olvide."

En lo que respecta a los conocimientos matemáticos, se puede dar cuenta de la ausencia un estado de conocimiento pleno de Kelyn de diversas formas de representar un contenido matemático o sus aspectos didácticos, aunque reconoce esa debilidad y la forma de superarlo. Respecto de esto, Kelyn señala:

> “A mí en lo particular lo que más me falta es manejo de los conceptos básicos, porque sinceramente hay conceptos básicos que se asumen que uno los sabe, ahí tuve como mi debilidad. Uno va una vez a la semana al colegio y no sabe que está pasando el profesor y llega allá, uno no siempre se maneja en todos los conceptos pero quizás eso es parte de mi responsabilidad de ir estudiando.”

Sin embargo a pesar de lo que ella misma señala una debilidad de sus conocimientos, sí reconoce un conocimiento algorítmico de los conceptos. Aunque esto, según Kelyn, no garantiza un conocimiento didáctico del concepto. Esto se observa cuando responde la siguiente pregunta, cuando en algún momento a usted se le enseñó cual era el área de este paralelogramo, ¿se sabía la fórmula para calcular el área?

> “No. No la sabia, entonces lo que nosotros hicimos fue recortar aquí poner este rectángulo acá y darse cuenta que el área del paralelogramo es la misma del rectángulo. Entonces decir que tantas fórmulas no me sirven para nada porque al final es cosa de ver las cosas y de ir pensando de otra manera Y no tan solo eso, sino que hay muchos otros conceptos que se puede ver mucho más fácil, no tan solo con una fórmula súper larga y que al final se olvidan porque uno no se las aprende de memoria.”

En esta declaración observamos la presencia de fibración tipo 1 operador nocional, y de alguna manera la negación o la no necesidad de una activación de la génesis discursiva, para evitar una enseñanza tradicional.

¿Recuerda cómo terminó su clase que hizo en la escuela? Digamos la última etapa la última actividad.

> “Sí, calculando el área del rombo, que era la figura que no se recordaba mucho porque la del triángulo, la del cuadrado, del rectángulo se las sabían. Y mi idea era que entendieran de cómo era de dónde se nacía y que era el área de los rombos.”

¿Usted hubiera podido aplicar un ejercicio de calcular el área de una piscina que se quiere construir.

> “Sí yo creo que sí, me faltó para haberme dado cuenta, una cosa es que ellos entendieran el área de que es la misma, y el hecho de enfrentarlo a un problema, haberme dado cuenta que si lo entendieron, porque aplicarlo no es tan solo la comprensión del concepto sino más bien una habilidad.”

Aquí se puede dar cuenta de la ausencia de la institucionalización.

> “¿Desde el punto de vista de COPISI dónde se encuentra usted?

> En lo concreto yo creo, el hecho de haber trabajado con lo concreto luego me faltó lo simbólico no sé si lo hicieron."

Así, vemos que hay presencia débil de fibración tipo 1 operador nocional.

4.3.5.3. Uso del capítulo del libro.

¿Cómo elige los ejercicios?

> "Por lo general los ejercicios se escogen de menor dificultad a mayor dificultad y se van organizando, unos se ponen al principio de la clase que tengan relación con lo que ellos conocen o quizás con algo nuevo que se quiera trabajar en la clase y así ir avanzando en el nivel de mayor a menos."

Esto reitera la visión que tiene Kelyn respecto de la presentación de las actividades o situaciones, que se inician en la manifestación de la componente representamen.

¿Hay algún criterio para definir qué ejercicio es más simple qué ejercicio es más complejo en el nivel que usted señala?

> "Yo diría que los ejercicios los tiene que desarrollar uno primero antes de presentarlo a los alumnos porque uno se puede encontrar con muchos ejercicios que están mal planteados y que no se pueden resolver, entonces va dependiendo quizás de cuánto tiempo me demore en resolver el ejercicio puede ser un criterio y de cuántos conceptos necesito para el ejercicio."

Ese capítulo del libro, ¿cuál es el significado que tiene para usted construir el capítulo de un libro? El significado didáctico me refiero, el aporte didáctico.

> "Yo encuentro que no es fácil hacer un libro, creo que no me fue muy bien de hecho. Pero yo creo que el significado es saber seleccionar que es lo que me sirve dentro de toda la malla que hay de ejercicio y problemas. Cuesta seleccionar lo que uno cree que le va a servir a los alumnos más que otra cosa."

> "Yo creo que me quedé en lo más tradicional, es que yo creo que más que nada es por lo que uno estaba acostumbrado hacer."

En la declaración de Kelyn, la dificultad del capítulo del libro está asociada a la búsqueda de actividades y ejercicios, y tal vez también lo complejo que pudiese resultar abandonar o modificar su sistema de creencias asociada a una enseñanza más tradicional.

4.3.5.4. Síntesis entrevista Kelyn.

De acuerdo a lo declarado por Kelyn, el proceso de formación sí modifica su sistema de creencias desde uno tradicional a otro con presencia de la relación <s-m>, de la situación adidáctica y devolución, evitando el efecto Topaze.

El proceso de enseñanza en su nuevo sistema de creencias se manifiesta a través de la fibración tipo 3 representación material y tipo 1 operador nocional.

El concepto de área adquiere una relación con la componente representamen y con la componente artefactos con presencia de activación de la génesis instrumental. Sin embargo, a partir de lo declarado por Kelyn, se observa debilidad conceptual en la institucionalización y casi no hay presencia de activación de génesis discursiva.

Los elementos de su sistema de creencias hacia la enseñanza no aparecen relevantes en el escenario real, sin embargo, ese mismo sistema de creencias podría haber creado una imagen negativa de sí misma como profesora, ya que Kelyn considera entre sus puntos débiles lo deficitario de su dominio conceptual, tanto del contenido geométrico como didáctico. En este punto se puede señalar que pudiese existir otra razón que complementa lo que ella señala como deficitario, tal vez algo vinculado a su personalidad o seguridad, sentirse segura, pues en el escenario real sí se observa que hay dominio del conocimiento del contenido y didáctico.

El capítulo del libro se manifiesta como complejo de ser realizado, ella lo declara como una dificultad, la búsqueda de las actividades que pueden integrase al capítulo pueden ser vistas como tradicionales. Tal vez esta dificultad no es tal, y sólo está asociada a su falta de confianza de su labor como estudiante en rol de profesora, que se ve refrendada cuando ella misma declara que siente que no domina los contenidos ni la didáctica.

4.3.6. Síntesis final Kelyn.

Los siguientes son los esquemas comparativos de los tres escenarios que resumen el sistema de creencias hacia la enseñanza de Kelyn y el trabajo matemático que se pone en juego observado a través del ETM.

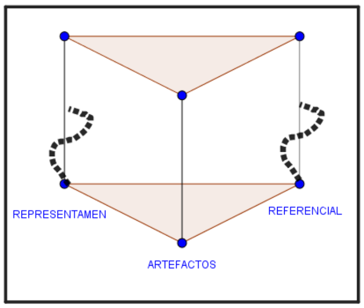
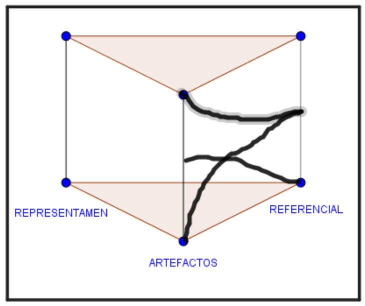
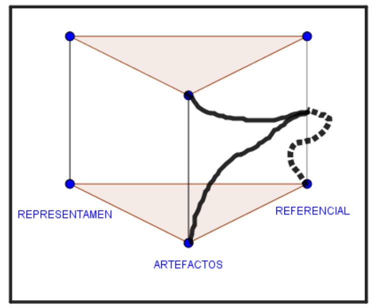
Escenario Inicial	Escenario Simulado	Escenario Real
		

Figura 136. Kelyn. Esquemas comparativos del ETM idóneo según escenario.

Se observan las diferentes manifestaciones de las componentes y el trabajo matemático que se pone en juego entre los distintos planos verticales. Proponemos que estas diferencias se deben al proceso de formación y a la participación de los estudiantes y alumnos, tanto en el escenario simulado como en el real.

Podemos señalar que en el escenario inicial solo hay manifestación de las componentes y un trabajo matemático con presencia de un sistema de creencias hacia la enseñanza que hemos llamado tradicional, en que Kelyn hace algunos dibujos y presenta las fórmulas de cálculo, con efecto Topaze.

El trabajo matemático cambia en el escenario simulado; Kelyn ya ha sido formada en los procesos didácticos en el aula universitaria, ella ya ha construido el capítulo del libro y una planificación con guías de trabajo para los estudiantes en rol de alumnos. En la puesta en acción de su sistema de creencias hacia la enseñanza, Kelyn usa los recursos materiales y guías de trabajo para que los estudiantes resuelvan la actividad de deducir las fórmulas, se produce un trabajo matemático más complejo en el escenario simulado, con presencia de fibración tipo 1 operador nocional.

La actividad matemática es compleja, hay un ir y venir entre la deducción de la fórmula del área y el uso de la fórmula y la unidad cuadrada para determinar el valor del área. Esto implica la presencia de fibración tipo 2 control material. Los estudiantes participan activamente del proceso y producen manifestación de la competencia de razonamiento. Proponemos que esta competencia se desarrolla fundamentalmente a través de construcción y recortes de figuras geométricas para deducir la fórmula del área; hay presencia de Geometría I Natural (GI).). Hay presencia de actividades concretas, y simbólicas (COPISI), y actividades de conexión (PISA).

En el escenario real con los alumnos, el trabajo matemático implica el uso de artefactos para deducir la fórmula, similar a lo ocurrido en el escenario simulado. Hay presencia de gestión de la devolución, sin embargo ante algunas dificultades de deducción de la fórmula por parte de los alumnos, Kelyn se las entrega produciendo el efecto Topaze. Se produce la manifestación de la competencia de razonamiento en que los alumnos ya sabiendo la fórmula son capaces de relacionarla con el artefacto que se ha construido.

Aquí se revela que lo declarado por Kelyn en la entrevista no necesariamente ocurre en el trabajo matemático en el aula, ella reconoce la relevancia de la gestión de la devolución, pero no puede evitar el efecto Topaze; y una de las razones es el tiempo limitado para la realización de la clase

La diferencia entre el escenario inicial y el escenario real es sustancial; proponemos que eso es influencia del proceso de formación de profesores. La presencia de la gestión de la devolución; el uso de objetos del mundo real (el Tangram) que se transforman en artefacto; el vínculo entre los artefactos y la manifestación de la componente referencial son cuestiones o variables que han sido aprendidas en el proceso de formación; de un ETM idóneo con la presencia de manifestaciones de las componentes representamen y referencial, a un trabajo matemático complejo con presencia de fibración y manifestación de competencia son diferencias que nos permiten señalar que se deben a la influencia del proceso de formación.

Además la práctica de realizar una clase frente a sus compañeros estudiantes; activar le sistema de creencias hacia la enseñanza en la asignatura de didáctica de la geometría, es un actividad relevante pues le permite, en este caso a Kelyn, practicar su ETM idóneo.

4.4. Análisis del caso de Ricardo.

4.4.1. Escenario inicial.

La transcripción de la clase de Ricardo correspondiente al escenario inicial se encuentra en el anexo 29 de esta tesis. La planificación inicial se encuentra en el anexo 30.

4.4.1.1. Escenario inicial, etapa inicio.

Al analizar la primera clase de Ricardo en el escenario inicial, esta comienza cuando él dibuja una cancha de fútbol, como se muestra en la siguiente figura de su planificación inicial

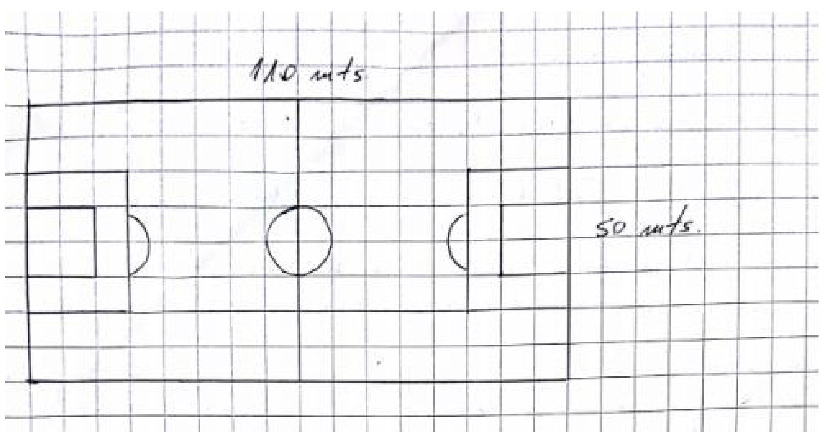


Figura 137.Dibujo de cancha de fútbol en el escenario simulado, etapa inicio.

Y seguidamente declara “se hace una pequeña introducción al tema de las áreas de los cuadriláteros”. Lo que Ricardo propone declarativamente es que espera realizar una clase haciendo un dibujo y explicando los conceptos de manera tradicional; proponemos que se trata de una manifestación de las componentes representamen y referencial.

Ricardo plantea que se hacen preguntas a los alumnos “se establecen digamos preguntas aleatorias, principalmente para conocimientos previos con respecto al concepto de cuadriláteros”; aunque no señala explícitamente qué preguntas. Proponemos que usando el dibujo de la cancha de fútbol, explica algún concepto lo que se interpreta como activación de la génesis discursiva. Ricardo no está haciendo la clase, sino que explicando cómo la realizará “no podemos hablar directamente de áreas primero, porque como vamos a trabajar áreas y cuadriláteros, primero debemos definir lógicamente lo que se entiende por un cuadrilátero y establecer el concepto de cálculo de área”. No hay gestión de la devolución. Hay manifestación de la componente referencial y la componente representamen, se observa la presencia de una Geometría (GI). Proponemos el siguiente esquema que representa esta etapa inicial:

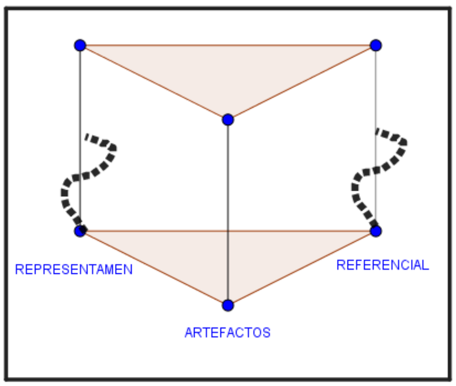


Figura 138. ETM idóneo Ricardo. Etapa inicial. Escenario inicial.

4.4.1.2. Escenario inicial, etapa desarrollo.

Luego, Ricardo hace referencia al dibujo de la cancha de fútbol para proponer una situación a través de la pregunta de calcular la cantidad necesaria de pasto sintético para empastar una cancha de fútbol. Seguidamente, Ricardo señala la necesidad de calcular el área, “establecer esto que siempre no es tan fácil me he fijado yo, aunque es un simple multiplicación, la operación matemática que nos permite conversar y hablar sobre las áreas son las multiplicaciones”; de este modo Ricardo establece un vínculo entre la cancha de fútbol y el concepto de área; hay manifestación de la componente representamen y la componente referencial en que se usa la cancha para enseñar el concepto de área, proponemos que se produce fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva.

Proponemos que el ETM idóneo en esta etapa, puede ser representado a través del siguiente esquema:

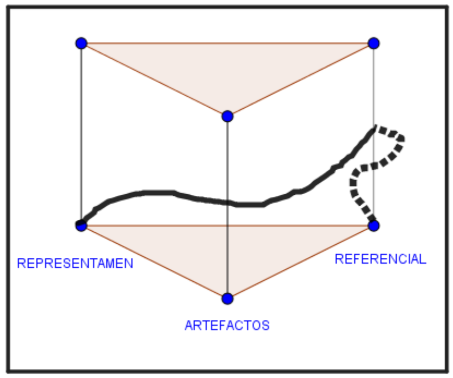


Figura 139. ETM idóneo Ricardo. Escenario inicial. Etapa desarrollo.

4.4.1.3. Escenario inicial, etapa cierre.

Ricardo propone la idea de presentar una tarea o ejercicio, en que se usa la multiplicación para calcular el área "el profesor deja como una tarea,… por ejemplo uno puede hacer una multiplicación sencilla que es lo tradicional, tener la medida total de este largo y acá", y lo hace indicando gestualmente el largo y ancho de la cancha de fútbol ya dibujada, y agrega "y lo otro que es hacer una idea de cuadriculada, yo tomo una unidad y completo todo esto", entonces se produce institucionalización con dos métodos de cálculo del área, la fórmula y el cuadriculado. Proponemos que el ETM idóneo corresponde a una activación de la génesis discursiva. El esquema que representa esta etapa es:

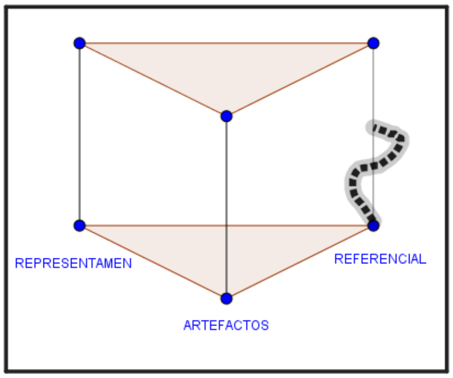


Figura 140.ETM idóneo Ricardo. Escenario inicial. Etapa cierre.

En el escenario inicial el sistema de creencias hacia la enseñanza por parte de Ricardo no posee los elementos básicos tales como ejercicios, actividades para resolver, es más bien una clase de cómo se haría pero sin presentar las actividades, solo la intención de hacerlas.

4.4.2. Escenario simulado.

La transcripción de la clase de Ricardo correspondiente al escenario simulado se encuentra en el anexo 31. La clase planificada por Ricardo, se encuentra en el anexo 32 Ricardo no presentó la clase planificada en formato Word. El capítulo del libro propuesto por Ricardo se encuentra en el anexo 16 (es el mismo que Daniel).

4.4.2.1. Escenario simulado, etapa inicio.

La clase inicia cuando Ricardo saluda y hace un breve presentación del conetxto de su clase. Luego presenta la siguiente foto en power point que muestra la entrada hacia un estacionamiento y propone la actividad de pavimentar la entrada a un estacionamiento.

Observa la fotografía que muestra el acceso principal a un recinto, el cual se desea pavimentar utilizando adoquines. La figura adjunta muestra lo que se espera lograr una vez hecho el trabajo.

Figura 141. Foto que representa la situación didáctica de necesidad de teselado.

Ricardo hace una reflexión didáctica a sus compañeros estudiantes y señala la "conexión muy interesante en este tema del área de algo, y la teselación y la transformación isométrica". Lo que Ricardo propone es presentar el concepto de área pero la llegada a este concepto debiese pasar por construir un teselado. Esto implica una manifestación de la componente representamen y activación de la génesis semiótica

A partir de la misma figura presentada, Ricardo complementa la situación presentada con aspectos históricos del concepto de área,

> "ahora, retrocediendo un poquito más antropológicamente, el hombre, esta idea de superficie nació por ejemplo en los pueblos nómades, hacia el tema de territorio, mientras más área o más territorio tenían, tenían más poder. Por otro lado se hicieron sedentarios y esta idea de área cambió, y cambio hacia el tema de, por ejemplo, medir telas para su ropa, y allí nace el concepto de cubrimiento y la necesidad de una unidad de medida".

Así, se observar un acondicionamiento del ETM idóneo, con manifestación de la componente representamen.

En la continuación de la clase, Ricardo considera el uso de la goma eva para representar una superficie, se produce una manifestación de la componente artefactos, Esa misma superficie ya ha sido cuadriculada previamente por Ricardo, y la muestra a los estudiantes, como se observa en la siguiente fotografía, hay activación de la génesis instrumental.

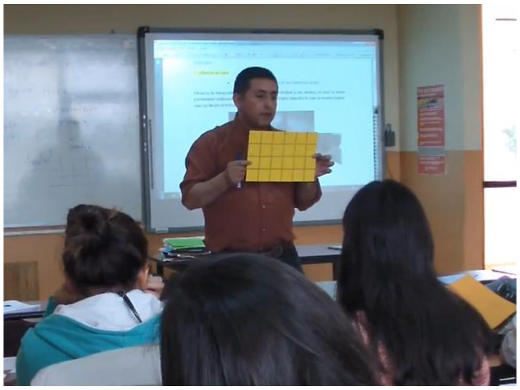


Figura 142. Foto. Ejemplo de cuadriculado.

En este momento de la clase, Ricardo señala:

> "y aquí, justamente nosotros, en este caso yo, comienzo el trabajo a través de superficie, una goma eva, y cuando los alumnos trabajan, y en este caso hacen esta cuadrícula, aparece el concepto de área, tan simple como eso, superficie, área"

Esta misma superficie está cuadriculada y el discurso enfatiza la presencia el uso de la unidad cuadrada que se observa cuando Ricardo gira la goma eva de una cara a otra; se activa la génesis discursiva. Lo que describe Ricardo implica un ETM idóneo fibración tipo 1 operador nocional y manifestación de la componente referencial, y que se presenta en la siguiente figura:

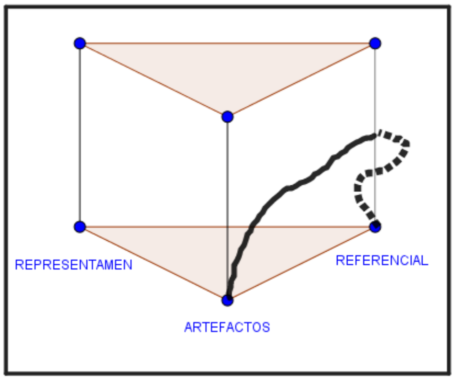


Figura 143. ETM idóneo. Escenario simulado. Etapa inicial.

Luego señala que va a presentar una situación didáctica, “yo voy a proponer que ellos dividan como ellos quieran esta superficie. Allí tenemos una idea, pero por ejemplo un alumno puede hacer 3 x 5, otro alumno puede hacer más variado”. Ricardo realiza una reflexión didáctica referida a considerar las respuestas de los alumnos en el ETM idóneo que se proponga como un consenso, “es interesante también indicarle a los chicos que en definitiva la unidad de medida que nosotros utilizamos en la superficie es netamente ponerse de acuerdo, una convención, no es que tenga que ser así”. Hay presencia de gestión de la devolución, al menos en el relato de lo que Ricardo pretende realizar en un escenario real.

Además, Ricardo plantea lo que debiese ocurrir, que el trabajo propuesto al inicio de la clase implica “que ellos deduzcan lo que es primero lo que es diferenciar entre superficie y área, y lo otro, es ir dándose cuenta que esto es (la unidad de medida) netamente una convención, que vamos a utilizar”. Se continúa con presencia de la gestión de devolución cuando Ricardo plantea que existe de promover la intención de deducción por parte de los alumnos. Así esta propuesta de Ricardo implica la activación de la génesis discursiva.

Entonces el ETM idóneo en la etapa inicio la podemos representar a través del siguiente esquema, en que hubo manifestación de las componentes artefactos y referencial y activación de la génesis discursiva a través de fibración tipo 1 operador nocional.

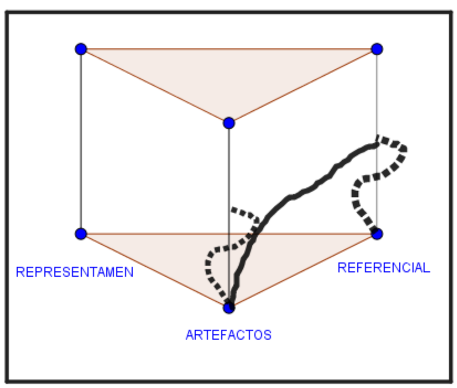


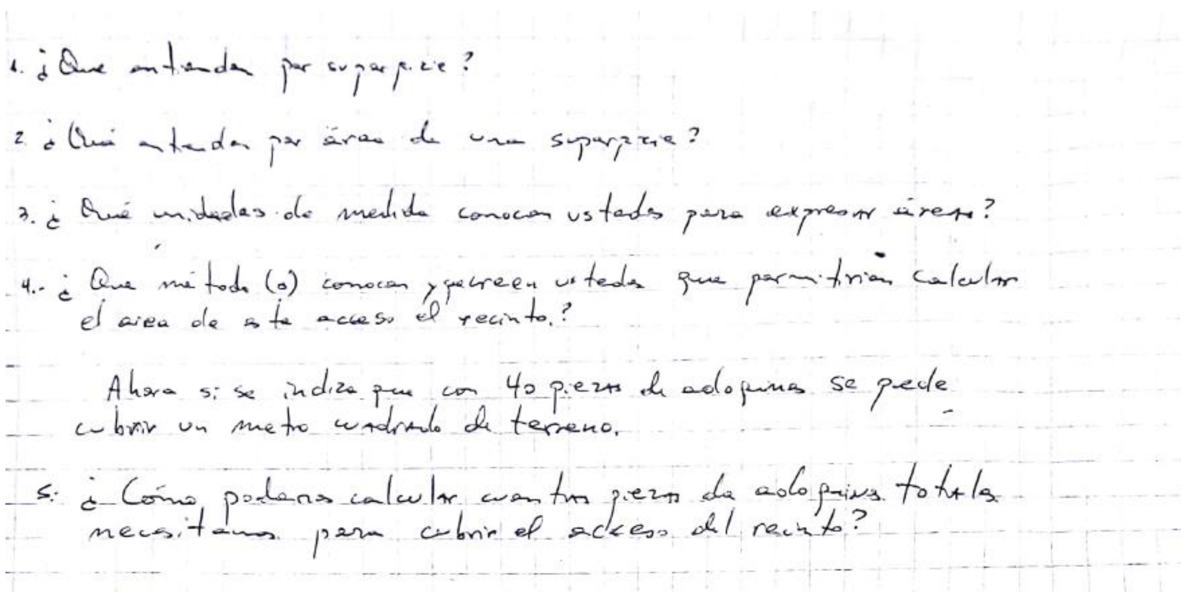
Figura 144. ETM idóneo Ricardo. Escenario simulado. Etapa inicio.

4.4.2.2. Escenario simulado, etapa desarrollo.

Ricardo le pregunta a un estudiante “¿qué caracteriza a los cuadriláteros? caballero, joven, Cristian”, el estudiante responde “que tiene cuatro lados”, hay activación de la génesis discursiva, y se produce el efecto Topaze, Ricardo dice:

> “un cuadrilátero es una figura geométrica plana, que tiene cuatro lados, que pueden ser los cuatro paralelos, dos a dos, en este caso tenemos el cuadrado, el rectángulo, el rombo, el romboide, y en ese caso específico son paralelogramos, y tenemos los otros que son el trapecio, que es paralelo, que son digamos un par, allí tenemos el trapecio isósceles, el trapecio escaleno, toda la clasificación. Y finalmente los deltoides que no tienen ningún lado paralelo, pero sí tienen cuatro lados”.

Ricardo los considera como contenidos ya conocidos por los alumnos “eso es importante hacer un pequeño repaso con los alumnos, porque no se acuerdan, así que más que nada como para seguir la idea de lo que vamos a hacer a continuación”. Luego de eso, se hacen preguntas directas propuestas en la guía de trabajo que muestra en la pizarra, y que se presenta en la siguiente figura:



1. ¿Que entiende por superficie?

2. ¿Qué entiende por área de una superficie?

3. ¿Qué unidades de medida conocen ustedes para expresar áreas?

4.- ¿Que método (s) conocen y que creen ustedes que permitirían calcular el area de este acceso el recinto.?

Ahora si se indica que con 40 piezas de adoquines se puede cubrir un metro cuadrado de terreno.

5. ¿Cómo podemos calcular cuantas piezas de adoquines totales necesitamos para cubrir el acceso del recinto?

Figura 145. Preguntas planificadas.

Ricardo continúa señalando “si ustedes se fijan acá hay tres preguntas, que ya ustedes ahora pueden contestar tranquilamente, ¿qué significa superficie para ustedes?, ¿qué se entiende por área?, y en conclusión, ¿son superficie y área lo mismo?”, las preguntas no son contestadas por los estudiantes; hay manifestación de la componente referencial. Ricardo no continúa promoviendo que las respondan; no hay gestión de la devolución. Proponemos que hay manifestación de la componente referencial pero no hay activación de la génesis discursiva.

Luego se comienza con una nueva actividad o situación didáctica referida al cálculo del área de una superficie, Ricardo vuelve a utilizar la plantilla cuadriculada

> “hay un reto ahí, en el sentido de indicar ¿crees que es posible determinar el área del rectángulo, rombo, triángulos, trapecio a través de la plantilla que están trabajando? Una vez construido la plantilla ya hemos establecido áreas y una unidad estándar”.

Y en seguida hace una reflexión didáctica referida al uso de la plantilla cuadriculada

> “si yo les pido a los alumnos con esto determinar área no vas a poder porque no tienen nada, solamente tienen el concepto abstracto no más. Por eso al hacer esto a los alumnos ya les da una base para empezar a trabajar (se refiere a construir la plantilla cuadriculada)”.

Esta actividad de enseñanza implica la fibración tipo 1 operador nocional, ya que para Ricardo es necesario producir una manifestación de la componente artefactos, la construcción de la plantilla “una vez construido esto ya hemos establecido áreas y una unidad estándar”.

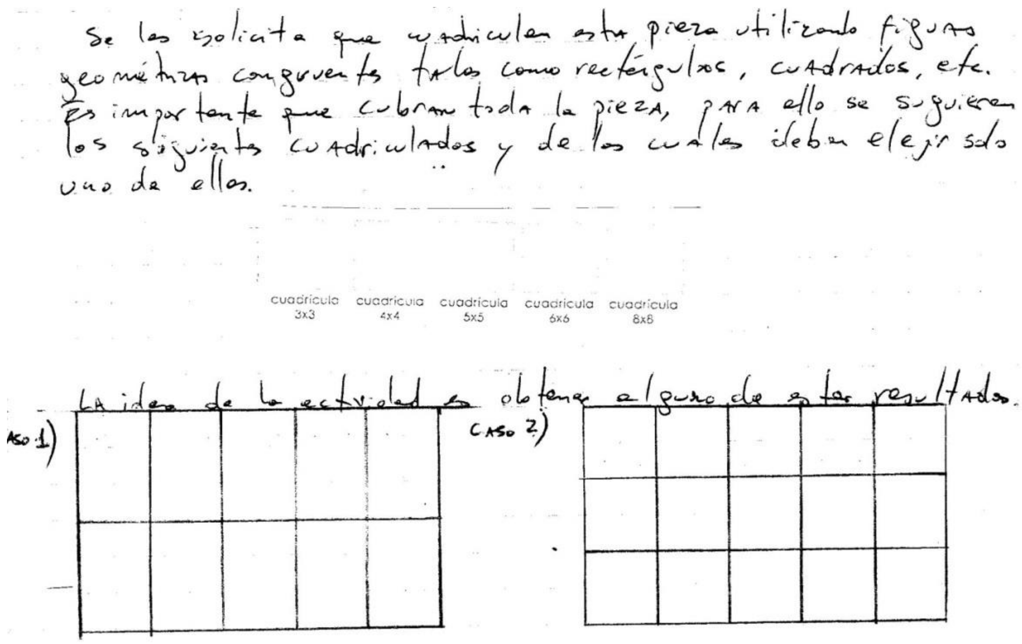


Figura 146. Ejemplos de posibles plantillas.

Esto se ve refrendado cuando señala

> "de allí se propone una plantilla, entonces se presentan todos estos conceptos, rectángulo, cuadrado. Quiero aclarar un punto con respecto al triángulo, que muchos me van a decir, oye no es cuadrilátero, pero es una figura base, que nos permite deducir varias ideas, ya, rombo, romboide y el trapecio".

Entonces para Ricardo el ETM idóneo implica fibración tipo 1 operador nocional, que podemos representar en el siguiente esquema:

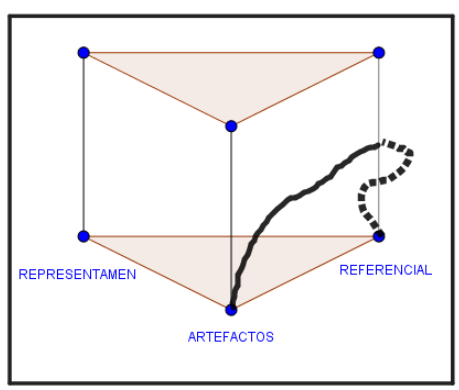


Figura 147. ETM idóneo Ricardo. Escenario simulado. Etapa desarrollo.

Luego escribe los nombres de los cuadriláteros a los que se les determinará el área y comienza a manipular una superficie cuadrada para determinar el área utilizando la plantilla recién construida:

Figura 148. Foto. Cálculo área cuadrado unidad cuadrada.

Luego explica:

> “ahora, lo ideal es presentar el trozo del cuadrado, que aunque sea como evidente digamos, que los alumnos vean, o se vea digamos en este caso, de que corresponde a 4 x 4, y que tanto el ancho y el largo en este caso, son equivalentes”.

Entonces se trata de usar los artefactos para determinar el área, y él va ejemplificando cómo realizaría la clase, probablemente por alguna experiencia didáctica previa, entonces presenta el ejemplo del método para determinar la fórmula del área del triángulo y establecer el procedimiento del cálculo del área a través de la unidad cuadrada, hay efecto Topaze.

Figura 149. Foto. Cálculo área triángulo.

Lo que Ricardo hace es inducir el método para el cálculo del área de las figuras a través de la unidad cuadrada, hay efecto Topaze Luego él presenta la situación didáctica “ahora, yo a continuación les voy a proponer los que quedan rombo, romboide, trapecio”, Hay presencia de situación de acción y formulación al distribuir los cuadriláteros para el cálculo de sus áreas. Al existir un patrón con unidades cuadrados, proponemos que hay activación manifestación de la componente artefactos.

Ricardo hace un seguimiento del trabajo de los estudiantes en rol de alumnos, hay gestión de la devolución. Luego que han desarrollado la actividad, el ETM idóneo implica la situación de validación y un estudiante presenta la explicación del cálculo del área del romboide frente a sus compañeros

> “y eso equivale a cuatro cuadraditos, entonces para saber el área del romboide, nos damos cuenta que ya no es 6x4, sino que es 5x4 porque le restamos los 4 cuadraditos que estaban acá, al lado lateral… el resultados es 20”.

Figura 150.Foto. Situación de validación romboide. Escenario simulado.

La actividad del estudiante implica activación de la génesis discursiva. Luego se produce la institucionalización respecto del romboide

> “interesante darse cuenta que tradicionalmente se ha enseñado que el área del romboide es base por altura. Esta forma de demostrarlo, desde el punto de vista de la plantilla, no es necesario usar ninguna fórmula, es el ancho x el largo”.

Es relevante dar cuenta que no es el mismo procedimiento que se presentó en el proceso de formación, un estudiante presenta un ajuste del paralelogramo o romboide a la matriz rectangular, es decir, Ricardo impulsa la construcción de un romboide a partir de la matriz rectangular lo que conlleva eliminar los triángulos del recorte. Esto expresado por el estudiante: “al recortar el romboide, sobran estas dos esquinas, al tomar estas dos piezas acá, y al unirlas, nos damos cuenta que las dos piezas juntas hacen una, hacen el lado lateral del rectángulo”. La situación de validación continúa con el trapecio, y una estudiante presenta el cálculo del área, “de la misma forma cuadriculamos el trapecio, y nuestra idea de obtener el área es cortar aquí, y desplazamos lo que cortamos aquí, aparece ahí, y forma un rectángulo de 4 x5 que también da”.

Proponemos que se produce fibración tipo 1 operador nocional y activación de la génesis discursiva, y dado el tipo de trabajo que desarrollan los estudiantes en rol de alumno, proponemos que se produce manifestación de la competencia de razonamiento. El ETM idóneo puede ser representado a través del siguiente esquema:

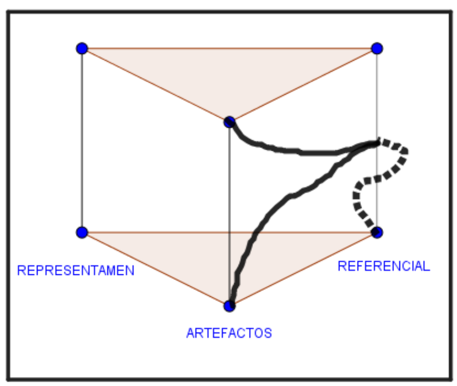


Figura 151.ETM Idóneo Ricardo. Escenario simulado, etapa desarrollo.

En la institucionalización a partir del rectángulo se construye el trapecio por recortes y se descuenta el área de los recortes para obtener el valor del área del trapecio. En este momento nuevamente nos damos cuenta que Ricardo aplicó una variación a la forma de cálculo del área estudiado en el proceso de formación; él presenta un ajuste del trapecio a la matriz rectangular y no la deducción de la fórmula.

Luego, en el caso del rombo, la estudiante sí presenta el método, “se supone que la parte de abajo de nuestra base es igual al rombo, entonces nosotros al cortarla descubrimos que la plantilla, pueden salir dos rombos, entonces por ende, es parecido a lo del triángulo, y la superficie sería 12”. La siguiente fotografía muestra a la estudiante mostrando el método:

Figura 152. Foto. Situación de validación.

Posteriormente Ricardo produce institucionalización respecto del área del rombo

> “y acabamos de darnos cuenta de que un rombo se obtiene con la mitad de la plantilla. Es otra forma de mostrar a los alumnos, para que se den cuenta, en este caso, de la fórmula del rombo, y no memorizársela. Eso es muy interesante, diagonal mayor, que corresponde al largo, por ancho diagonal menor, dividido por dos”.

Figura 153. Foto. Institucionalización rombo. Escenario simulado. Etapa desarrollo.

Ricardo plantea una conclusión “ya, vieron que no tuvimos que ocupar absolutamente ninguna fórmula matemática, ninguna, por tanto, nosotros sí podemos llegar a las fórmulas matemáticas, trabajando con esta idea con los alumnos”, pero Ricardo no ha llegado a las fórmulas; ha calculado el área. En la descripción del ETM idóneo señalemos que Ricardo oscila entre la reflexión didáctica y el proceso de enseñanza, lo que no debiese parecer extraño pues al encontrarse en el escenario simulado él hace un relato de lo que espera que suceda.

Proponemos que el ETM idóneo implica activación de la génesis instrumental y discursiva, a través del uso de la goma eva; es decir fibración tipo 1 operador nocional y 2 control material, además se produce una manifestación de la competencia de razonamiento, y desarrollar el proceso de enseñanza a través de las situaciones de acción, formulación, validación, e institucionalización. El esquema que representa el ETM idóneo es el siguiente:

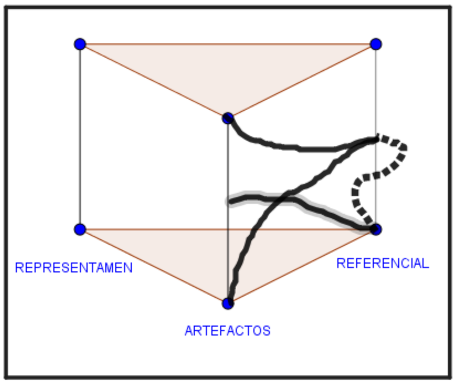


Figura 154. ETM idóneo Ricardo. Etapa desarrollo. Escenario simulado.

4.4.2.3. Escenario simulado, etapa cierre.

En la etapa de cierre de la clase en el escenario simulado, Ricardo retoma la situación inicial de la clase de pavimentar la entrada, y la representa a través de una figura recortada. Esto es coherente con la actividad planificada en la guía que se muestra a continuación.

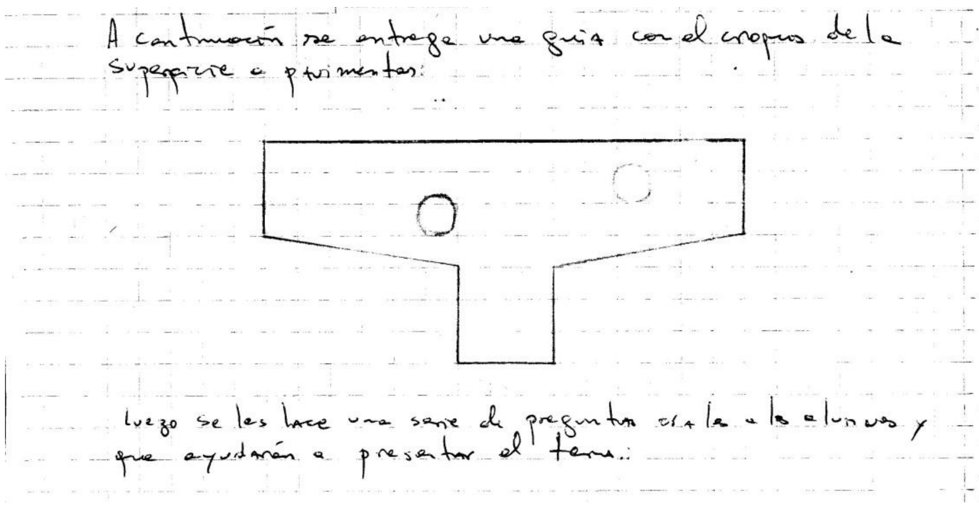


Figura 155. Figura planificada en el proceso de formación.

Y en la siguiente fotografía se muestra el objeto construido por Ricardo para presentarlo en la clase del escenario simulado:

Figura 156. Foto. Institucionalización área.

En la continuación de la clase, Ricardo utilizando los artefactos reemplaza la representación de la entrada pavimentada por una figura transparente, lo que permite contar las unidades cuadradas directamente desde la plantilla. Se produce una manifestación de la componente artefactos.

Ricardo hace una reflexión didáctica en torno al uso de la unidad cuadrada y la necesidad de imponer a los alumnos reales de esa estructura, y él plantea que es mejor así pues todos los alumnos tendrán la misma medida, sino podría ocurrir que un alumno presente una unidad cuadrada muy pequeña, lo que dificultaría innecesariamente el cálculo del área,

> “ahora, cuál es el problema del cuadriculado que estamos trabajando, y aquí es muy interesante que cómo el cuadriculado que nosotros estamos utilizando, que es un cuadriculado que a nosotros se nos ocurrió ponernos de acuerdo, bueno en este caso yo se los sugerí, me permite a ciencia cierta de saber el área de esto que estoy queriendo calcular”,

y muestra un ejemplo con objetos concretos:

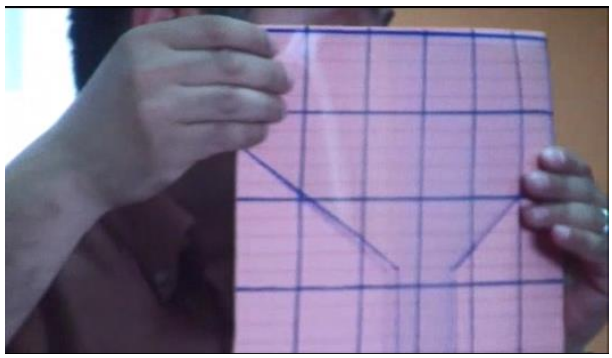


Figura 157.Foto. Efecto Topaze unidad cuadrada.

Cuando Ricardo señala “yo se los sugerí”, esto implica que el tamaño de la unidad cuadrada es propuesta por él mismo, intencionadamente, dando presencia al efecto Topaze.

Él señala cómo se puede aprovechar la actividad “puedo representar a la parte superior como un rectángulo… tengo acá un cuadrado… y finalmente el área del trapecio”. Hace alusión a la deconstrucción de formas, y al principio de conservación. El ETM idóneo implica volver a la situación inicial presentada en clases.

Resulta relevante dar cuenta de la presencia de objetos como la goma eva, para obtener las fórmulas solicitadas. En el sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo, el ETM idóneo implica fibración tipo 1 operador nocional. Como esquema, proponemos que lo que se da con mayor intensidad es lo siguiente:

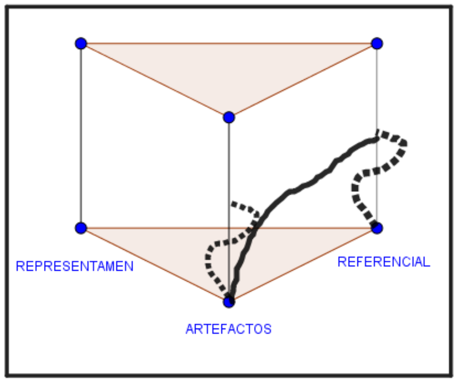


Figura 158.ETM idóneo Ricardo. Escenario simulado. Etapa cierre.

4.4.3. Escenario real clase 1.

La transcripción de la clase de Ricardo correspondiente al escenario real clase 1 se encuentra en el anexo 33 de esta tesis. La planificación de la clase para el escenario real clase 1 se encuentra en el anexo 34. Las guías de trabajo propuesta se encuentran en el anexo 35. El capítulo del libro propuesto por Ricardo se encuentra en el anexo 16. Recordemos que el capítulo del libro es el mismo de Daniel pues trabajaron juntos.

4.4.3.1. Escenario real clase 1, etapa inicio.

Ricardo saluda a los alumnos y presenta el objetivo de la clase, "el aprendizaje que vamos a lograr hoy día es desarrollar y aplicar la fórmula de área de triángulos, paralelogramos y trapecios" y seguidamente les pide observar la guía de trabajo y les pregunta:

> "quiero que vean esa fotografía, ¿de qué se trata?, ¿qué da a entender esa fotografía?... lo que se quiere hacer es pavimentarlo con adoquines, según lo que dice el texto ahí, por tanto se quiere hacer un trabajo, se quiere, pavimentar, ¿ya? Estamos llegando al verano, ustedes se están dando cuenta, están arreglando sus casas, están arreglando las avenidas, se está terminando de arreglar Talcahuano".

Figura 159.Foto. Superficie que necesita ser pavimentada.

Dado que la clase se inicia desde una actividad del mundo real, que conlleva dos evidencias, la primera es la fotografía, y la segunda una expresión del contexto urbano “se quiere pavimentar” proponemos que se produce una manifestación de la componente representamen y activación de la génesis semiótica.

Ricardo entrega una guía de trabajo y hace preguntas específicas de superficie, “¿qué se entiende por superficie?”, “usted, ¿qué entiende usted por superficie?”, “Pablo ¿qué crees tú que es superficie?, “¿quién más tiene otra idea?”; usted, ¿qué entiende usted por superficie?, ¿qué entiende por área?, ¿será lo mismo?”. Se propicia la devolución. Los alumnos responden de manera ambigua.

Ricardo continúa gestionando la devolución respecto de los conceptos de área y superficie “¿no será lo mismo?, por ejemplo voy a dar una idea, por el partido de fútbol de ayer, dice la falta fue en el área chica, ¿están hablando de una superficie?, ¿están hablando de qué?”, y continúa “generalmente lo ocupamos para hablar de la cantidad de tela que se necesita para hacer un tejido”… “o algo en específico, si queremos pintar por ejemplo una pared, siempre en esas situaciones vemos el tema de área y de superficie”. Estas preguntas implican manifestación de la componente representamen para explicar área y superficie por lo que se produce fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva.

Ricardo continúa proponiendo ejemplos para establecer la diferencia conceptual entre superficie y área y medir áreas:

> “cómo harían ustedes, por ejemplo, si tuvieran que medir una superficie o un área, porque todavía no sabemos bien cuál es la correcta o cuál es la que corresponde, ¿cómo lo harían? Por ejemplo, si les tocara en la casa y tienen que

> hacer un arreglo, y les dicen, ayúdanos a medir aquí para ver esta superficie a arreglar, ¿cómo lo harían en la casa?”.

Ante las respuestas de los alumnos, Ricardo continúa gestionando la devolución y evitando un posible efecto Topaze y una respuesta institucionalizada:

> “no asumamos que lo hagamos tan matemático, sino que vamos como en la vida cotidiana que es lo que hace, por ejemplo, un maestro, que quiere arreglar un parque en este caso o que quiere hace este mismo trabajo, el que está presentado acá en cada una de sus guías, ¿cómo lo haría el maestro?”.

En esta etapa el ETM idóneo propuesto por Ricardo implica utilizar ejemplos del mundo real, para permitir que el alumno visualice el concepto de superficie o área. Hay manifestación de la componente representamen. Luego en el desarrollo de la clase y la presentación de estos ejemplos, presenta otros conceptos geométricos de unidad cuadrada, y cálculo del área y gestiona la devolución, activando la génesis discursiva. Proponemos que el ETM idóneo implica manifestaciones de la componente referencial y activa la génesis discursiva, hay fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva.

Como esquema que describe esta etapa proponemos lo siguiente:

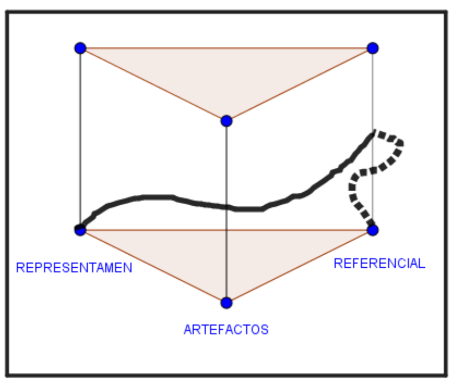


Figura 160.ETM idóneo Ricardo. Escenario real (1). Etapa inicial.

4.4.3.2. Escenario real clase 1, etapa desarrollo.

Ricardo les entrega material a los alumnos, una hoja de goma eva y tijeras y luego da la instrucción de cuadricularla “ustedes tiene que hacer cuadraditos, del tamaño que ustedes crean, pero la idea es que les alcance justo en el tamaño de la goma eva", se produce una activación de la génesis semiótica que rápidamente deriva hacia una manifestación en la componente artefactos, ya que los objetos del mundo real se transforman en artefactos. El ETM idóneo se modifica e incluye la utilización de recursos materiales para que los alumnos construyan "algo", que en el desarrollo de la clase se observará que es una plantilla cuadriculada.

La instrucción permite que el alumno pueda cuadricular con rectángulos "la idea, voy a repetirlo, es que tienen su goma eva, y la dividan, lo ideal es que sean cuadrados, pero si alguien quiere hacer rectángulos, lo puede hacer".

Luego Ricardo señala

> "la gran mayoría se dio cuenta de que podían dividir esto utilizando cuadrados o rectángulos… por tanto esta superficie, que es la común para todos nosotros, este pliego de goma eva que es común para todos nosotros, se puede dividir con eso. Esto nos puede dar un indicio hacia lo que queremos diferenciar entre superficie y área".

Cuando Ricardo utiliza la goma eva ya cuadriculada para establecer las diferencias entre área y superficie, aparece fibración tipo 1 operador nocional. El ETM idóneo de Ricardo implica una constante relación entre la activación de la génesis instrumental y la génesis discursiva. Podemos representar el ETM con el siguiente esquema:

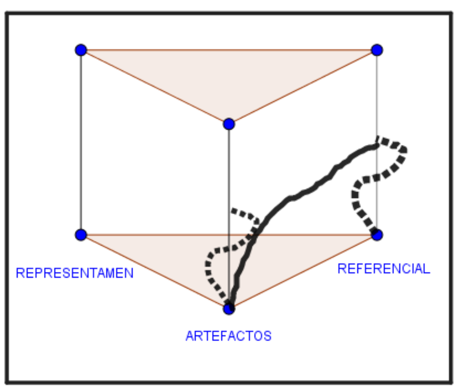


Figura 161.ETM idóneo Ricardo. Escenario real (clase 1). Etapa desarrollo.

En la continuación de la clase, se observa que Ricardo recurre a analogías de superficie y área, que más bien pudiesen generar concepciones alternativas,

> “ya podemos hacer una diferencia en función de lo que es superficie y área. La palabra superficie es como una palabra general, como decir, aire, libertad, todos esos conceptos digamos que son abstractos; en este caso la palabra superficie es la idea que nosotros tenemos de un contorno, de un límite”.

Y luego plantea respecto del concepto de área “lo que quiero dejar claro es lo siguiente, que ustedes más o menos lo tengan claro para distinguirlo de cuando decimos superficie de cuando decimos área; que la superficie cuando yo la puedo contar, es un área. Eso es”. Aquí hay presencia de Geometría I Natural (GI) pues no ocupa la definición formal ni institucionalizada del concepto, sino una explicación o validación con el mundo real, en este caso con la superficie de goma eva cuadriculada.

El ETM idóneo se desarrolla a través de la presencia de la devolución. Ricardo hace preguntas y contra preguntas para llegar a producir la institucionalización Esto se ve claramente cuando dialoga sobre la relación entre la superficie de la goma eva cuadriculada y su área que ha sido cuadriculada con diferentes medidas:

> “Ricardo: ¿qué tiene de diferente el área?
> Alumno: ¿Los espacios los de adentro?
> Ricardo: Ya, y ¿qué podemos hacer con los espacios que están acá adentro?
> Alumno: Que se pueden medir.
> Ricardo: Se pueden medir, y medir, ¿qué significa? Por ejemplo, si ustedes me preguntan, ¿cuántos rectángulos hay aquí?
> Alumno: 17, 16...
> Ricardo: ¿Por qué?
> Alumno: Porque los contamos.
> Ricardo: Porque los contamos. Por tanto ¿qué yo podría decir con respecto al área?
> Alumno: Que miden, que son distintos cuadrados, que se pueden contar.
> Ricardo: Que se pueden contar... lo que quiero dejar claro es lo siguiente, que ustedes más o menos lo tengan claro para distinguirlo de cuando decimos superficie de cuando decimos área. Que la superficie cuando yo la puedo contar, es un área. Eso es. Pero hay un problema, ¿cuál es el problema que ustedes están viendo aquí?
> Alumno: Que son diferentes.
> Ricardo: Que son diferentes, y ¿cómo vamos a ponernos de acuerdo entonces cuánto es el área de esta goma eva?
> Alumno: Contándolos.”

El ETM idóneo de Ricardo implica fibración tipo 2 control material para dar cuenta de que una misma superficie puede tener distintas áreas, y que eso depende de cómo se ha cuadriculado la superficie; es decir de la medida de la unidad cuadrada, y muestra dos superficies cuadriculadas con distinta unidad cuadrada.

Figura 162. Foto. Diferentes unidades cuadradas.

Ricardo señala

> "yo puedo decir que Martina dividió muy bien esta superficie y esta es el área correcta, ¿pero qué pasa con esto?, también está correcto, por tanto una cosa muy interesante, que nos tenemos que poner de acuerdo. Porque su compañero dividió genialmente esta goma eva a la mitad, y no está mal, porque justamente también él dividió".

El ETM idóneo de Ricardo continúa siendo fibración tipo 2 control material para señalar que una misma superficie puede tener distintas áreas, y que eso depende de cómo se ha cuadriculado la superficie; es decir de la medida de la unidad cuadrada, como se observa en el siguiente diálogo:

> "entonces, importante ese detalle que aun cuando la superficie es común para todos nosotros, cuando hablamos de área nos tenemos que poner de acuerdo, y ¿cómo nos ponemos de acuerdo?, fijando una unidad de medida de superficie, que en este caso van a hacer los cuadraditos".

En esta etapa el esquema que proponemos del ETM idóneo es el siguiente:

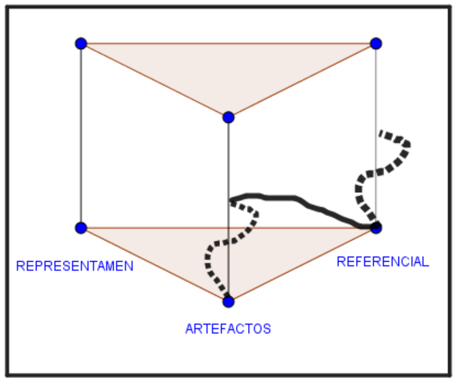


Figura 163.ETM idóneo Ricardo. Escenario real (clase 1). Etapa desarrollo.

Luego se produce una nueva situación didáctica cuando Ricardo presenta la guía de trabajo que se resuelve a través de la plantilla que es parte de la guía y que se muestra a continuación:

Al finalizar la confección de las plantillas complete la siguiente tabla, comparando con cinco plantillas realizadas por sus compañeros.

Número de cuadrados contados	Número de cuadrados que corresponden al ancho	Número de cuadrados que corresponden al largo	Producto del ancho x largo

CONCLUSIÓN:

____
____

Figura 164.Situación didáctica. Cuadro para completar. Escenario real.

Se resuelve como situación de formulación y permite la comparación de los trabajos realizados por los alumnos. El ETM idóneo que plantea Ricardo implica presencia del mundo real, del tipo Geometría I Natural (GI). Esto se visualiza cuando justifica la elección de realizar un cuadriculado que permita ser contado:

> "Ricardo: Vean este trabajo
> Alumno: ¿Quién hizo eso?
> Ricardo: Bueno, muy bonito en todo caso, bueno no está terminado, pero la idea es la misma. Lo siguiente, lo que quiero decir es lo siguiente, ¿cuál es más fácil contar?
> Alumno: El de la Zaray, ese... (indican el amarillo)
> Ricardo: ¿Pero este qué ventaja tiene?
> Alumno: Que puede contar los lados más preciso.
> Ricardo: ¿Que es más preciso cierto? porque yo puedo medir muy preciso, casi al milímetro digamos, pero ¿cuál es el problema que tengo acá? que no lo puedo contar, si yo le dijera cuéntelo, ¿cuánto se va a demorar? prácticamente toda la clase."

El ETM idóneo implica un argumento que no es geométrico ni didáctico, sino que más bien funcional administrativo "lo interesante es que la unidad de medida que tengamos que elegir va a ser una en que no nos ocupe mucho tiempo y sea rápido tener una respuesta". Luego, el ETM idóneo evoluciona hacia la situación de validación para establecer que el área del rectángulo se puede establecer a través de una relación entre la unidad cuadrada, el ancho y el largo de la superficie de goma eva. Esta validación se va produciendo a través de preguntas y respuestas, para inducir la institucionalización:

> "Ricardo: lo que yo quiero que les quede claro es lo siguiente, que cuando tenemos que utilizar medidas más pequeñas, ya no las podemos contar, ¿qué podemos hacer?
> Alumno: Multiplicar.
> Ricardo: ¿Multiplicar qué?
> Alumno: El ancho por el largo.
> Ricardo: El ancho por el largo, ¿qué es un ancho?
> Alumno: El ese...
> Ricardo: ¿La parte más larga?
> Alumno: No, la más corta.
> Ricardo: La parte más corta digamos, el lado más corto. ¿Y el largo?
> Alumno: La parte más larga.
> Ricardo: Por tanto, nosotros podríamos contar ese, que hizo su compañera. Si nosotros contáramos solamente el largo por el ancho, qué significa eso en definitiva, que ya no tenemos que sumar, ¿y podemos?...multiplicar."

Luego Ricardo plantea la institucionalización que la multiplicación del largo por el ancho es la forma de calcular el área de la superficie del rectángulo que está relacionada con la unidad de medida en el sistema internacional, como se multiplica ancho por largo, "por tanto, y porque se llaman metros cuadrados, centímetros cuadrados, milímetros cuadrados". El ETM idóneo implica una vuelta a la génesis instrumental en que se subraya la idea de que el cálculo del área se hace a través del uso de unidades cuadradas.

Ricardo continúa la clase, los alumnos trabajan de manera individual y grupal, en esa gestión hay presencia de devolución y efecto Topaze. Ricardo institucionaliza la definición de cuadriláteros y paralelogramos

> "los cuadriláteros, la definición general es que son figuras de cuatro lados, con eso nos tenemos que quedar en primera instancia, pero a su vez los cuadriláteros se subdividen si hay o no paralelismo entre sus lados. Si están divididos en pares, como en el caso del rombo, en el caso del rectángulo, en el caso del cuadrado, se llaman paralelogramos. Generalmente uno se confunde, porque no tiene claro eso entre un paralelogramo y un cuadrilátero, pero es importante que lo tengan claro, el paralelogramo es paralelo dos a dos, como el cuadrado, como el rectángulo, como el rombo, y el romboide. Cuando hay solamente dos, es un trapecio, y cuando no hay ninguno, es el trapezoide".

La definición se da en el ámbito de Geometría I Natural (GI), y como manifestación de la componente referencial. Luego se activa la génesis discursiva a través de una nueva guía de ejercicios que se muestra en la siguiente figura:

<u>Complete la siguiente tabla con la forma matemática determinada por usted a partir de la plantilla para obtener el área de la figura dada.</u>

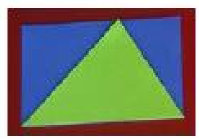
FIGURA	IMAGEN	FÓRMULA DEL ÁREA
Rectángulo		
Rombo		
Triangulo		
Trapecio		

Figura 165. Situación didáctica. Completar la tabla.

En el desarrollo de esta guía, los estudiantes deben escribir la fórmula del área. Ricardo entrega una hoja rectangular de goma eva, dando la instrucción de dividirla en dos partes a través de una diagonal, “Una diagonal, ¿hicieron la diagonal ya? La idea es que recorten la nueva plantilla, ¿hicieron la diagonal ya?”. De este modo se obtiene la fórmula del área del triángulo, se produce fibración tipo 1 operador nocional entonces proponemos que el esquema que representa el ETM idóneo en este momento es:

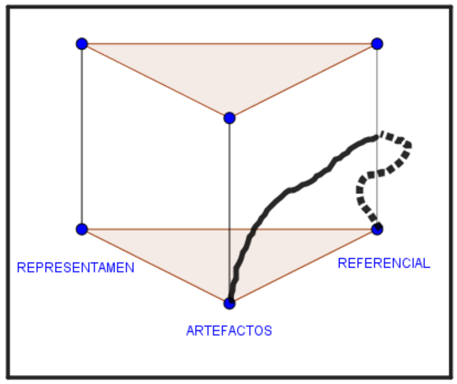


Figura 166.ETM idóneo Ricardo. Escenario real (clase 1). Etapa desarrollo.

Continuando, Ricardo focaliza el trabajo de la guía en la fórmula del triángulo utilizando artefactos. A él le interesa ejemplificar el cálculo del área del triángulo y el recorte de la goma eva rectangular por su diagonal, como un método para posteriormente utilizarlo en el cálculo del área de otros cuadriláteros. Es decir, él enfatiza el uso de artefactos para la activación de la génesis discursiva, se produce fibración tipo 1 operador nocional, con participación de los alumnos.

La goma eva dividida en dos partes por su diagonal y el cálculo del área se produce por efecto Topaze, evitando el descubrimiento por parte del alumno de la fórmula del cálculo del área del triángulo:

> "Ricardo: ¿Cuántos triángulos obtengo con una plantilla?
> Alumno: Dos... dos
> Ricardo: Y si yo quiero un solo triángulo, ¿cuántas plantillas necesito?
> Alumno: Media, media plantilla
> Ricardo: Media plantilla. Habíamos dicho que la plantilla, el área de la plantilla, era largo por ancho. Y la pregunta que les estoy haciendo a ustedes cuántos triángulos puedo obtener y me dijeron que la mitad, por tanto el área del triángulo puede ser el largo por el ancho. Ustedes cómo lo han aprendido, base por altura partido dos, cuando es más sencillo que eso, largo por ancho dividido por dos, y allí obtienen, en este caso, la medida del triángulo."

Figura 167.Foto. Área de un triángulo.

Sin embargo, a pesar de ya haber producido la institucionalización, Ricardo recalca el hecho de que dos triángulos se obtienen de un rectángulo, cuando plantea la siguiente pregunta "¿y será esto para todos los triángulos?" y realiza el siguiente dibujo que es un ejercicio que presenta en la planificación de la clase, pero no pide que construyan los recortes sino que solo los dibuja:

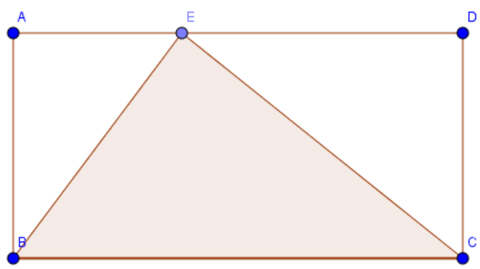


Figura 168.Dibujo área de un triángulo.

Sin embargo se produce efecto Topaze pues Ricardo lo explica de manera confusa, se corre el riesgo de crear una concepción alternativa en los alumnos respecto de esta pregunta,

> "por tanto, podemos decir que vuelve a ocurrir lo mismo, que con una plantilla puedo obtener dos triángulos, el primer triángulo más lo que hice en la superposición. Por tanto, nosotros podemos en definitiva derivar el resto digamos de las áreas de las otras figuras, trabajando con nuestras plantillas"

Haber presentado esta actividad distorsiona el ETM idóneo que se venía produciendo; proponemos llamar a este evento un ETM de concepción alternativo.

Ricardo ha utilizado la plantilla con la unidad cuadrada para deducir solo la fórmula del triángulo. Luego pasa a presentar las siguientes actividades referidas al rombo y al trapecio, sin embargo el tiempo de esta clase ya se está acabando no alcanzó a presentar los cuadriláteros. El esquema que representa el ETM idóneo en la etapa desarrollo de la clase es el siguiente en que solo se visualiza la manifestación de la competencia de razonamiento evidenciada por la participación de los alumnos.

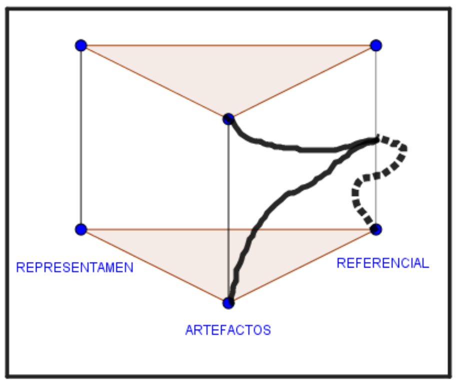


Figura 169.ETM idóneo Ricardo. Escenario real (clase 1). Etapa desarrollo.

4.4.3.3. Escenario real clase 1, etapa cierre.

En el cierre y con un par de minutos para terminar la clase, Ricardo establece la diferencia entre superficie y área, que el área se puede calcular a través de la unidad cuadrada, pero esa unidad cuadrada debe ser estándar "por tanto tenemos que ponernos de acuerdo con una medida. Finalmente, utilizando este criterio nosotros podemos determinar el área de estas figuras, y en este caso el área de los cuadriláteros", se institucionaliza el concepto de unidad cuadrada estándar. Ricardo produce el cierre de la clase, señalando que en la próxima sesión se continuará con el trabajo.

El ETM idóneo desarrollado por Ricardo en el cierre de esta clase implica manifestación de la componente referencial; Como esquema presentamos:

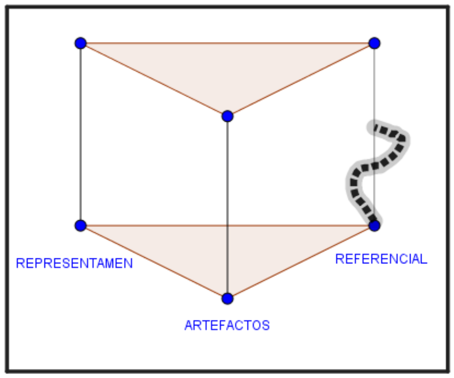


Figura 170. ETM idóneo Ricardo. Etapa cierre. Escenario real (clase 1).

4.4.4. Escenario real clase 2.

La transcripción de la clase de Ricardo correspondiente al escenario real clase 2 se encuentra en el anexo 36 de esta tesis. La guía de trabajo propuesta para la clase 2 se encuentra en el anexo 37.

4.4.4.1. Escenario real clase 2, etapa inicio.

Esta clase se inicia con una retroalimentación de los conceptos de área y superficie que ya fueron estudiados en la clase 1, "no quiero una definición así matemática, sino lo que ustedes lograron entender en la clase anterior, qué es superficie para ustedes". Esa pregunta implica participación de los alumnos, hay gestión de la devolución.

Luego Ricardo establece comparaciones de superficie con ejemplos del mundo real:

> "en general podemos establecer entonces que superficie lo consideramos como todo lo externo, todo lo que nosotros en este caso podemos considerar como en dos dimensiones Este plano lo podemos considerar como una superficie. Por ejemplo… la punta de un lápiz bien finita, ese es un caso extremo de una superficie que es prácticamente puntual, pero si lo vemos por microscopio nos vamos a dar cuenta de que igual esa extremidad va a tener una superficie muy pequeña, entonces lo importante es que ustedes lo tengan claro esa idea, que asociemos en general el término de superficie a la idea de un plano".

Hay manifestación de la componente representamen. Luego, respecto del concepto de área, Ricardo señala "ya, tú entonces le das una operación matemática en este caso a la superficie, y estableces algo, que esa superficie la podemos establecer como un…?", dejando la respuesta abierta para la participación de los alumnos, pero luego concluye "es el número que indica la superficie de algo. Creo que ahí está el detalle que da la diferencia entre superficie y área, que es el número que yo le asigno a una superficie, para medirla"; se produce efecto Topaze. De manera simultánea, Ricardo utiliza una figura plana dibujada en la pizarra para explicar el concepto de área, hay fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva, el esquema que representa este ETM idóneo es:

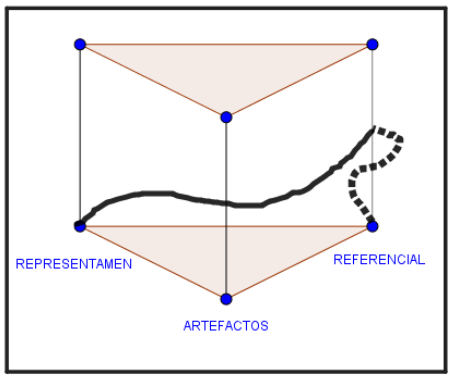


Figura 171. ETM idóneo Ricardo. Escenario real (2). Etapa inicial.

4.4.4.2. Escenario real clase 2, etapa desarrollo.

Se inicia la etapa desarrollo de esta segunda clase, Ricardo pide la construcción de una plantilla, y en esta ocasión estandariza la medida, 6x4, cada alumno debe construir la misma; no como la clase 1 en que cada alumno podía hacerlo según su propia medida. Luego continúa:

> "ahora lo que vamos a hacer, y quiero que todos ustedes, les voy a entregar goma eva nuevamente, y establezcamos este patrón para trabajar, que es de 4 por 6. La idea digamos es desarrollemos este patrón… vuelvo a repetir, son 6 cuadraditos y 4 hacia abajo, y cada cuadradito tiene 5 centímetros de espacio".

Simultáneamente, Ricardo escribe el nombre de 5 cuadriláteros en la pizarra: rectángulo, cuadrado, triángulo, rombo, romboide, trapecio. La plantilla de 6x4 unidades será utilizada como molde de unidades cuadradas para establecer mediciones de áreas de los cuadriláteros nombrados. La plantilla, que en la clase anterior era una manifestación de la componente representamen, se ha transformado en una manifestación de la componente artefactos.

Ricardo muestra el método de cálculo del área a través de la plantilla construida. Para eso ubica encima de la plantilla un cuadrado.

Figura 172. Foto. Cálculo del área de un cuadrado con unidad cuadrada.

Luego señala: "esto tiene una utilidad, para que nosotros determinemos superficies, esta superficie no sabemos, porque no tiene nada, por tanto no tiene una área específica determinada, pero nuestra plantilla nos permite mostrar que tiene una superficie". Es relevante dar cuenta que en este momento habla de superficie y no de área; es parte de una confusión conceptual del instante que puede generar una concepción alternativa en los alumnos.

Se produce una situación de validación cuando Ricardo solicita que el mismo cuadrado sea medido con la plantilla que cada alumno ha construido, "ya que pase ese cuadrado que pase por todos digamos los compañeros que están acá, porque quiero que verifiquemos".

Ricardo aprovecha el giro de la plantilla para volver a determinar el cálculo del área del triángulo, que ya había resuelto en la clase anterior,

"Ricardo: Ahora, con el triángulo, tengo este triángulo, ustedes saben que yo, lo... con una tijera, lo divido acá, y ¿qué pasa, con una sola plantilla cuántos triángulos tengo?
Alumno: Dos.
Ricardo: Dos, pero si yo quiero saber la superficie solamente de un triángulo, que tendría que...
Alumno: Dividirlo
Ricardo: ¿Dividirlo? Por qué dividirlo por dos por Pablo.
Alumno: Porque si son... dan dos triángulos
Ricardo: Ya, ¿y?... ya, por tanto, entonces sabemos... muy bien Pablo, nosotros sabemos que son 24 unidades cuadradas las que tiene toda la plantilla, pero para sacar solamente un triángulo, ¿por cuánto tendría que dividirlo?
Alumno: Dos.
Ricardo: Por dos, para sacar solamente de un triángulo, por tanto podemos establecer que son 12 unidades cuadradas, ¿ya? Si se dan cuenta en definitiva el triángulo también lo podemos decir que es largo por ancho...
Alumno: Pero partido por dos.
Ricardo: Pero partido por dos, muy bien, ¿quién dijo eso? muy bien."

Se produce efecto Topaze cuando da la respuesta "son 12 unidades cuadradas". Luego presenta una situación didáctica de formulación "ahora, vamos a hacer la siguiente actividad en parejas. Yo les voy a destinar una figura geométrica en este caso, rombo, romboide y trapecio, y ustedes utilizando esta plantilla van a determinar cuánto es el área". Se produce devolución en el desarrollo de la actividad. El esquema que representa el ETM idóneo es el siguiente:

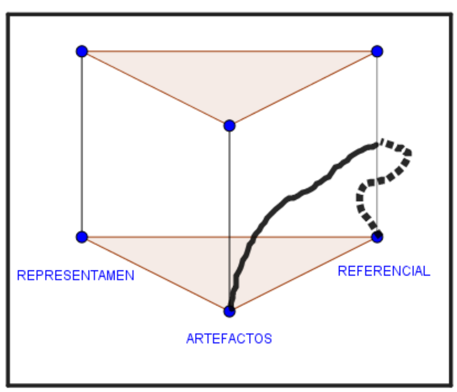


Figura 173. ETM idóneo Ricardo. Escenario real (2). Etapa desarrollo.

Ricardo organiza la clase y cada grupo va presentando su propuesta o respuesta al resto de los alumnos, se produce situación de validación. Se inicia con la revisión del cálculo del área del romboide. En el transcurso de la validación del área del romboide, Ricardo va produciendo la institucionalización simultáneamente, de manera verbal y gráfica, “Ya, por tanto tenemos la plantilla de 24. Esos trocitos nosotros lo recortamos y entre comillas los sacamos, ¿qué nos queda? 20. ¿Esa fue la forma que lo obtuvieron?”. Hay presencia de fibración tipo 1 operador nocional y Geometría I Natural (GI).

Figura 174. Foto. Validación e institucionalización área paralelogramo.

En el caso del trapecio, se repite el proceso, hay validación, “¿Martina, qué área les dio con el trapecio?”; “Muy parecido a como lo hicieron sus compañeros”; “Pablo, ¿cómo lo hicieron ustedes con el trapecio?”, la respuesta la da un alumno:

> “observamos que, lo que quedaba la parte inferior era igual, o sea formaba el cuadrado de lo que quedaba en la parte superior, entonces eso nos dio que en cada lado quedaban dos cuadrados y como, y el... dos lados quedan cuatro cuadrados y los restamos a los 24 del rectángulo”.

Hay una gestión de la devolución exitosa. Además a partir de esa respuesta, Ricardo produce la institucionalización del método del cálculo del área, “de la misma forma como se hizo el romboide, no se desecharon esos pedacitos que quedaron y los formaron ustedes y lo midieron con la plantilla”. Sin embargo, no se llegar a establecer la fórmula del área del romboide ni la del trapecio, no se llega a establecer el algoritmo, solo se obtiene el valor del área de las figuras y se establece desde el conteo de la unidad cuadrada. El ETM idóneo implica fibración tipo 1 operador nocional con presencia de Geometría (GI).

En el avance de la clase, se continúa con la determinación del área del rombo, hay gestión de la devolución, cada grupo de alumnos van dando la respuesta obtenida, y casi simultáneamente Ricardo va realizando la institucionalización, “Sigamos, el rombo, joven, ¿cómo les fue con el rombo?”; “Ya, cuénteme, ¿pudieron determinar el área? ¿Cuánto les dio?”; “24, ya, ¿y se dieron cuenta de un detalle?, ¿qué pasaba con el rombo?”. Luego la institucionalización, “se podían formar con una plantilla dos rombos”, y con esta instrucción presenta un modelo para determinar el área del rombo. Podemos señalar que el ETM idóneo implica fibración tipo 1 operador nocional.

Figura 175. Foto. Validación e institucionalización área del rombo.

La determinación de la expresión del cálculo del área del rombo, difiere del trapecio y del romboide, en que en estos dos últimos casos no se propone la fórmula, no se institucionaliza; solo se presenta el valor del área. En el caso del rombo sí se establece la fórmula:

> “por tanto también puedo decir que es diagonal... mayor multiplicada por el ancho qué coincide, ¿con qué diagonal?, con la diagonal menor, y eso también dividido por dos. Esta es la fórmula que ustedes van a ver siempre en los libros que ustedes van a tratar de memorizarse, mejor es aprenderla de esta forma, mirándola en la plantilla”.

Esta ETM idóneo para el cálculo del área del rombo se realiza con fibración tipo 1 operador nocional, con activación de la génesis discursiva e instrumental, y manifestación de la competencia de razonamiento producto de la participación de los alumnos al determinar la fórmula del área del rombo, como esquema proponemos:

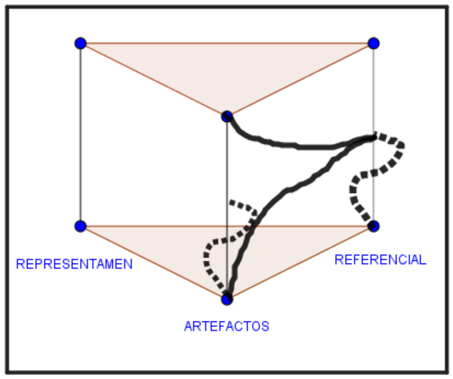


Figura 176.ETM idóneo Ricardo. Escenario real (clase 2). Etapa desarrollo.

Luego Ricardo presenta verbalmente la respuesta que permite verificar el objetivo de la clase: “Ya, si se dieron cuenta no necesitamos ni siquiera memorizar algunas fórmulas para poder determinar el área de las figuras que acabamos de ver”. El ETM idóneo implica institucionalización.

Ricardo establece las definiciones de superficie y área en términos comparativos, “en conclusión entonces, área y superficie no son lo mismo, el área es la forma en que yo mido una superficie y a través del uso de plantillas”, tal vez esta definición de área pudiese generar una concepción alternativa del mismo concepto.

4.4.4.3. Escenario real clase 2, etapa cierre.

Al finalizar la clase entrega una guía de ejercicios “la idea, con la guía que yo les acabo de entregar, es que ustedes terminen esto, si quieren lo pueden hacer en su caso, o en un momento que estén desocupados, lo pueden hacer inclusive hasta con hojas de cuaderno, no es necesario goma eva”. Estos ejercicios son obtenidos de la planificación de la clase diseñada por él durante el proceso de formación, no los desarrolla; los deja como tarea para sus casas. La guía es la siguiente:

- Complete la siguiente tabla con la forma matemática determinada por usted a partir de la plantilla para obtener el área de la figura dada.

FIGURA	DIBUJO	CÁLCULO DEL ÁREA
Rectángulo		
Cuadrado		
Triángulo		
Rombo		
Romboide		
Trapecio		

Figura 177. Guía de ejercicios entregada al finalizar la clase.

Dado que el cierre de la clase es solo entregar la guía y no hay una gestión de enseñanza, proponemos que solo hay manifestación de la componente representamen.

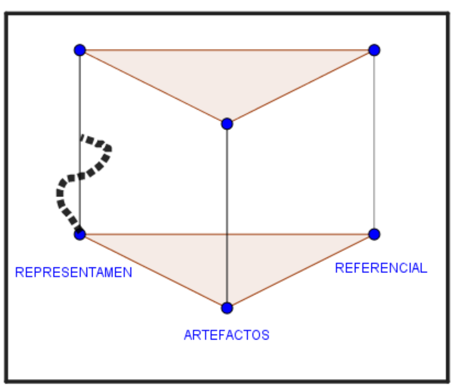


Figura 178. ETM idóneo Ricardo. Escenario real (clase 2). Etapa cierre.

4.4.5. Síntesis Ricardo.

4.4.5.1. Síntesis escenario inicial.

Respecto del escenario inicial, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema es el siguiente:

Tabla XII. Esquema de la evolución del acondicionamiento del ETM idóneo en el escenario inicial.

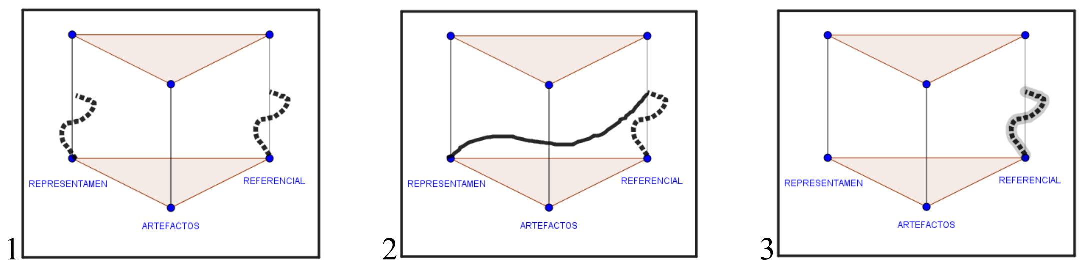


Figura 179. Ricardo. Esquema evolutivo del trabajo matemático en el escenario inicial.

Ricardo inicia la clase presentando un dibujo de una cancha de fútbol y las fórmulas del área de manera tradicional como institucionalización, esto implica un sistema de creencias hacia la enseñanza solo con manifestación de las componentes representamen y referencial. Luego manifiesta la situación de empastar la cancha de fútbol, es decir utilizar una situación del mundo real para calcular el área lo que puede interpretarse como fibración tipo 3 representación gráfica-discursiva. Sin embargo no desarrolla la actividad sino que vuelve al algoritmo de la multiplicación para multiplicar lado por lado, hay una forma tradicional de su sistema de creencias hacia la enseñanza. La clase termina con una manifestación de la componente referencial, sin señalar la participación de alumnos. Principalmente se observa Geometría (GI). Hay presencia de actividades simbólicas (COPISI), y actividades de reproducción (PISA).

Proponemos que en el escenario inicial el trabajo matemático que se pone en juego es descrito a través de manifestación de las componentes representamen y referencial. El esquema que resume el sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo, observado a través del ETM en el escenario inicial es el siguiente:

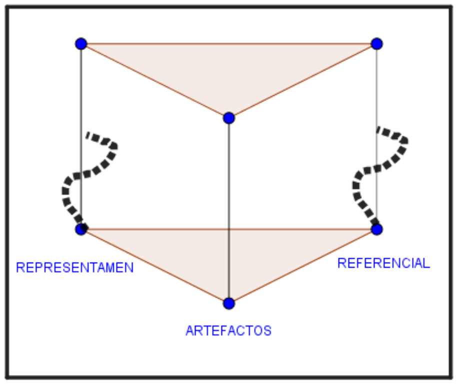


Figura 180.Ricardo. ETM idóneo escenario inicial.

4.4.5.2. Síntesis escenario simulado.

Respecto del escenario simulado, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema es el siguiente:

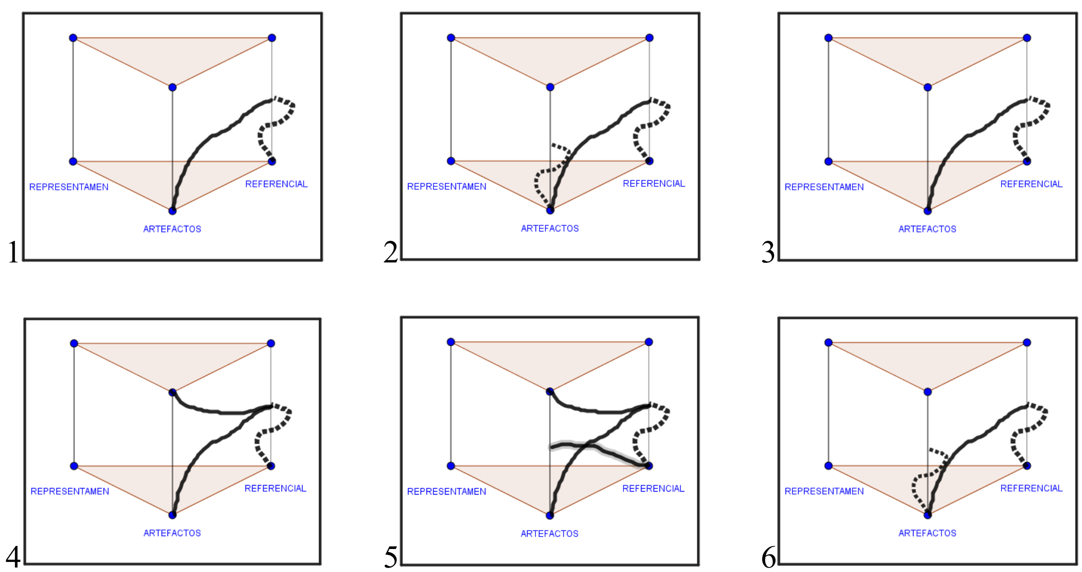


Figura 181.Ricardo. Esquema evolutivo del trabajo matemático escenario simulado.

Cuando Ricardo inicia la clase en el escenario simulado, su sistema de creencias hacia la enseñanza conlleva la presencia de situación adidáctica. Hay gestión de la devolución y son los estudiantes los que proponen las respuestas, se produce situación de validación. Hay presencia de fibración tipo 1 operador nocional. Con la participación de los estudiantes se evidencia activación de las génesis instrumental y referencial.

En el avance de la clase Ricardo provee de material concreto para construir las figuras y cuadriláteros y simultáneamente presenta las fórmulas de área, se genera manifestación de la componente referencial Hay presencia de situaciones adidácticas y gestión de la devolución, que conlleva manifestación de las componentes artefactos y activación de la génesis instrumental por parte de los estudiantes en rol de alumnos. Se presenta fibración tipo 1 operador nocional y 2 control material. A través de la evidencias de las respuestas de los alumnos se puede observar la manifestación de la competencia de razonamiento. Hay institucionalización que se produce a través de una manifestación de la componente artefactos y discursiva.

Proponemos que en el escenario simulado hay manifestación de las componentes artefactos y referencial, fibración tipo 1 operador nocional, fibración tipo 2 control material y manifestación de la competencia de razonamiento. Se observa principalmente Geometría (GI). Hay presencia de actividades concretas, y simbólicas (COPISI), y actividades de conexión (PISA). El esquema que resume el sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo, observado a través del ETM en el escenario simulado es el siguiente:

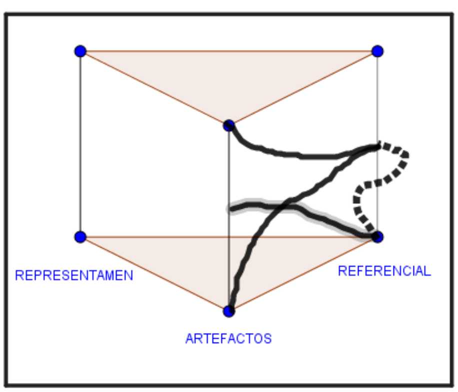


Figura 182.Ricardo. ETM idóneo escenario simulado.

4.4.5.3. Síntesis escenario real.

Respecto del escenario real, presentamos la síntesis del sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo, con la siguiente secuencia que muestra la evolución de su trabajo matemático. Esto implica que uno es consecuencia de su anterior. El esquema es el siguiente respecto de las clases 1 y 2.

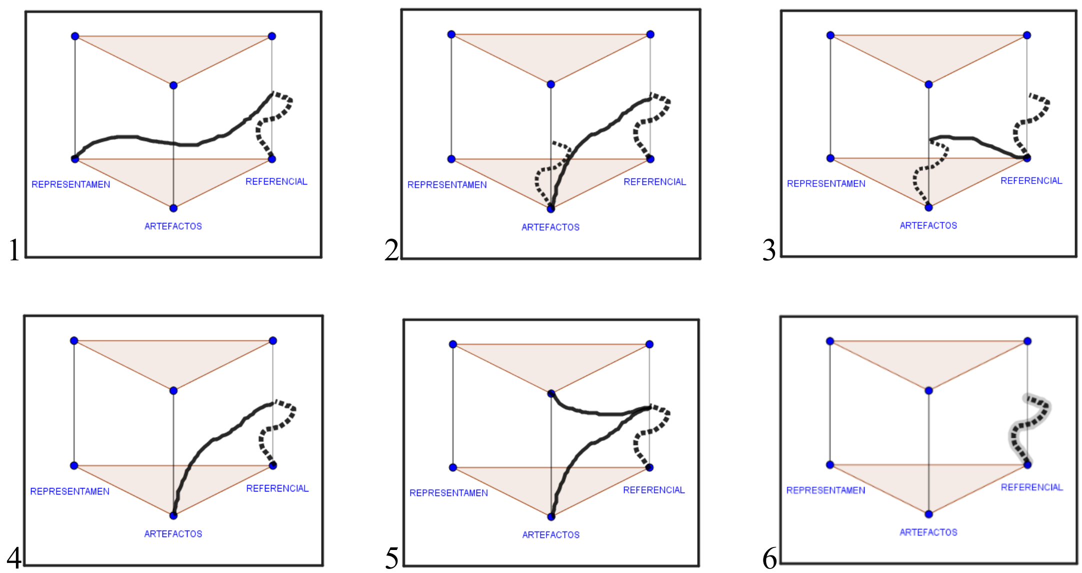


Figura 183.Ricardo esquema evolutivo trabajo matemático escenario real clase 1.

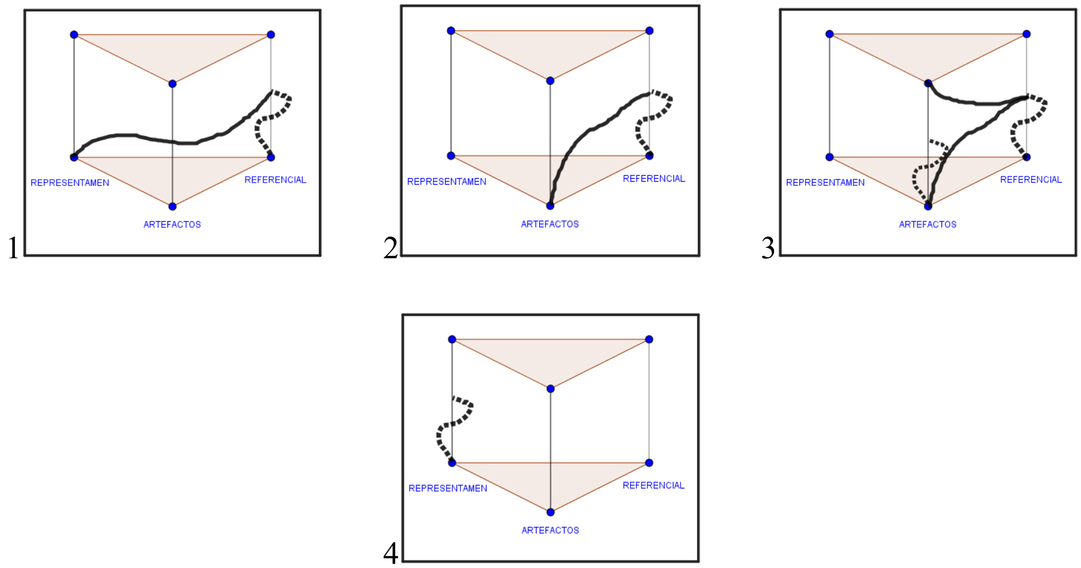


Figura 184. Ricardo esquema evolutivo trabajo matemático escenario real clase 2.

El inicio de las clases en el escenario real se produce en ambas clases de manera similar, a través de ejemplos del lugar dónde se vive, de preguntas directas a los alumnos, y simultáneamente preguntas sobre los conceptos de superficie y área, sin definir ni institucionalizar, hay presencia de manifestación de la componente representamen y fibración tipo 3 representación gráfica discursiva.

Luego, en el avance de la clase, Ricardo entrega de recursos materiales de goma eva, tijeras y reglas, en que los alumnos deben construir ciertas figuras y recortes para determinar las fórmulas de área y el valor del área, hay gestión de la devolución cuando Ricardo guía el trabajo de los alumnos evitando el efecto Topaze; estamos en presencia de Geometría (I) y fibración tipo 1 operador nocional; hay manifestación de las componente referencial. El trabajo desarrollado por los alumnos implica manifestación de la componente razonamiento.

Posteriormente entrega ejercicios y actividades a través de las guías, y aunque hay participación de los alumnos, se genera efecto Topaze pues Ricardo entrega las respuestas condicionado por la obligación del fin de la clase dado el tiempo transcurrido. También se produce institucionalización cuando ya Ricardo define las fórmulas; proponemos que el ETM idóneo fundamentalmente implica manifestación de la componente referencial. Hay presencia de actividades concretas, y simbólicas (COPISI), y actividades de conexión (PISA).

Proponemos que en el escenario real el trabajo matemático que se pone en juego es descrito a través del ETM con manifestación de las componentes artefactos y referencial, y principalmente fibración tipo 1 operador nocional. El esquema que resume el sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo, observado a través del ETM en el escenario real es el siguiente:

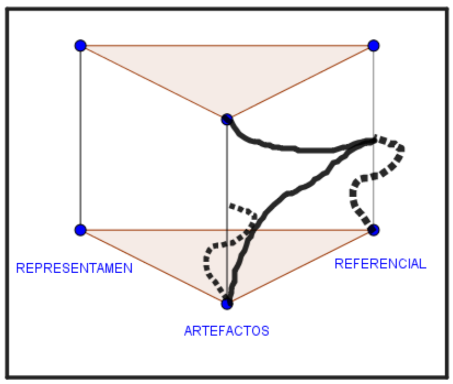


Figura 185.Ricardo. ETM idóneo escenario real.

4.4.6. Entrevista con Ricardo.

A continuación se presenta la entrevista con Ricardo. La transcripción de esta entrevista se puede leer en el anexo 38 de este trabajo.

Ricardo declara algunos elementos relevantes respecto de su sistema de creencias y del dispositivo de formación. Abordamos su análisis desde tres elementos. El primero referido a la gestión didáctica de la clase, observado desde la TSD. El segundo referido a la presencia del contenido área de un cuadrilátero, observado desde el ETM, y el tercero el uso del capítulo del libro.

4.4.6.1. Gestión didáctica de la clase.

Respecto de las fuentes de información desde las cuales Ricardo declara obtener las actividades y ejercicios que propone en sus clases.

> "Nace de varias fuentes, los planes y programas que proponen para cada nivel actividades, en segundo lugar los libros que son del alumno que igual salen actividades propuestas, tercer lugar el contexto donde uno trabaja con los alumnos, sus realidades o temas comunes que se podrían conversar con ellos y finalmente, la formación que uno ha tenido de cómo uno puede ir estructurando, buscando estos temas."

En lo que respecta a la visión que tiene del proceso de formación y su relevancia en la modificación de prácticas; la importancia de la didáctica como disciplina científica que guía la enseñanza.

> "Lo que pasa cuando uno entra a estudiar acá específicamente pedagogía en educación media en matemática, uno piensa en matemática, yo pensé que iba a entrar a estudiar matemática, casi como ingeniero. Pero en el camino me voy dando cuenta que la parte de la didáctica, que ha todo esto a mí me costó entender más o menos como iba, y todavía es un proceso de seguir aprendiendo, pero me sirvió porque se da cuenta uno que con la didáctica uno tiene herramientas para trabajar de diferentes maneras los temas, los contenidos. Inclusive cuando me ha tocado leer literatura de investigaciones, al ir aprendiendo esto de las didácticas, uno comprende de otra manera el proceso de enseñanza."

Entonces, Ricardo señala la importancia de la didáctica como disciplina científica que permite guiar la práctica de la enseñanza de un concepto matemático.

Y cuando hace referencias a la presencia de la TSD, específicamente de la relevancia de las situaciones adidáctica, y de la devolución.

> "Recortaron y fue un tratar de ajustar, porque se convirtió prácticamente en un rompecabezas y se dieron varias respuestas. Eso es lo que yo encuentro interesante que de repente cuando uno propone situaciones adidácticas a veces hay respuestas que uno no se espera, entonces como afrontar esa pregunta que no se espera y esas preguntas que nacen de los alumnos hacia uno y también reconocer si esa pregunta es valiosa para usarla como una pregunta interesante. Yo con lo que he aprendido acá es que uno no debería dar las respuestas, porque eso va haciendo que la clase sea motivadora mantener como siempre el

> secreto. Me resulta interesante en el sentido de ir manteniendo esa motivación esa tensión, no una tensión negativa sino que una tensión positiva."

En lo que respecta a la importancia de la institucionalización, y de un estilo de enseñanza tradicional.

> "Sí, se da la respuesta y ahí es donde uno ve donde los alumnos dicen te dije que era así, entonces es bien interesante porque rompe con el esquema de que uno entra a la clase".

> "Estoy hablando desde la perspectiva de cuando estudiaba yo, donde el profesor llegaba daba la definición daba un ejercicio y listo y vamos aprendiendo de memoria no más, no habían ni siquiera dudas. A mí por ejemplo me gusta mucho y lo he trabajado bastante el tema del área, y a uno le abre un poco la mente en el sentido de que uno ve el desarrollo de muchas cosas de matemática y de ciencias y darse cuenta de que por ejemplos matemáticos que murieron sin saber la respuesta de lo que estaban investigando."

Ricardo argumenta sobre la necesidad de abandonar una práctica tradicional de enseñanza, es decir, abandonar la activación de la génesis discursiva solo por sí misma, ya que esa práctica fomenta la memoria y restringe la posibilidad de juzgar, crear, reflexionar.

4.4.6.2. Presencia del contenido de área de un cuadrilátero.

Respecto del contenido de área y su dominio conceptual.

> "Que los alumnos en el colegio no supieran la diferencia entre superficie y área ningún problema pero me sorprendió mucho con los alumnos de acá de la universidad, entonces eso ya me llama la atención con respecto a que pasa, de repente irse por la fórmula lo simbólico en extremo, distorsiona un poco lo que realmente finalmente como conceptos claves los alumnos no aprendieron."

Aquí muestra la importancia de que el profesor conozca y domine el conocimiento del contenido, como relevante para romper una estructura tradicional de enseñanza y como elemento clave para producir situaciones didácticas.

> "Eso me hace clik en el sentido de que el día de mañana me toque trabajar rectas en el punto, logaritmo, hay todo un vocabulario matemático inclusive nació una idea, en el sentido de que ir armando un diccionario matemático con los alumnos y que ellos mismos vayan con sus manitos escribiendo porque es importante, porque aunque tú de repente no puedes abordar temas más complejos si lo que está inicialmente, digamos, no está bien claro."

Si existe pleno dominio conceptual implica la posibilidad de la presencia de fibración tipo 2, es decir la componente referencial permite activar las génesis.

> "Me gustó mucho cuando trabajamos con la superficie y el área yo por un lado le mostraba a los muchachos que la superficie de la goma eva sin ningún rastro nada, la goma eva tal como es, y al otro lado cuando la giraba y mostraba las cuadriculas y ahí me fije que las caras de muchos que ¡ah!, esto es, por eso no son lo mismo y eso me llamo mucho la atención."

Esta declaración se relaciona con la actividad realizada por Ricardo en el escenario simulado y real, lo que implica fibración tipo 1 operador material y fibración tipo 2 control material, como un proceso simultáneo.

Respecto de los criterios didácticos para darse cuenta si el alumno aprende.

> "Lo que pasa ahí, es lo que llamo justamente "las buenas preguntas" eso es la parte importante de un profesor es generar buenas preguntas que incentiven al grupo curso. Por ejemplo cuando hicimos el tema de cuadrilátero, esa pregunta de superficie y área la encontré genial, fue como para romper y empezar todo el tema. Por ejemplo la pegunta cuando a una alumna hizo un cuadriculado inmenso versus uno que hizo por la mitad, confrontar esa situación. ¿Cuál creen ustedes que es la mejor para poder trabajar? Y darse cuenta que en definitiva la mejor cuadricula es la que estaba intermedia entre esas dos situaciones."

Ricardo declara la importancia de una situación didáctica adecuada, con presencia de situación adidáctica y devolución, lo que permite que los alumnos puedan generar nuevas ideas.

Respecto del abordaje al tema del área del rombo a través de los recortes.

> "Sí paralelogramo la que propusimos en primar instancia porque es una figura bastante característica, porque salió la del rectángulo prácticamente inmediatamente. Dijimos que la plantilla era rectangular, entonces rápidamente derivaron esa fórmula. La del rombo era más interesante, pero creo que la que nos sirvió harto fue la del triángulo aun cuando no correspondía a un cuadrilátero pero al final el tema era de decir ¿Cuántos triángulos podemos sacar de solo una plantilla? Dos ¿Cuántas plantillas necesito para un solo triangulo?, la mitad."

Aquí damos cuenta de la importancia que Ricardo le asigna al uso de un artefacto para comprender la fórmula, es decir una fibración tipo 1 operador nocional que permite activar una génesis discursiva a partir de la manifestación de la componente artefacto.

Respecto de la presencia de la relación <s-m>

> "Lo que pasa es que uno para detectar el medio uno tiene que conversar con los alumnos. Ejemplo yo tenía un alumno que practicaban rugby en la Inmaculada y de repente empezamos a conversar así "oye ¿qué hacen en su tiempo libre, hacen deporte?" y de repente uno dice nos gusta el rugby, entonces como yo me doy cuenta del medio del alumno: preguntando."

> "Ahí hay un tema que podemos trabajar, el de la cancha, como la cancha esta dibujada, porque no es igual que el futbol ni como el tenis, el rugby es un tema totalmente distinto, entonces en el juego se va diciendo ganar terreno, entonces podemos ver mayor área menos área y así vamos trabajando."

Y de las implicancias que puede tener un proceso de enseñanza entre la relación <s-m> y como aporte para el desarrollo de competencias declaradas por el ETM, o como manifestación de una fibración tipo 2 control semiótico.

> "Nace un método no solamente para eso, nace un método para repartir comida, para arreglar vestuario, ropa, un método para muchas más cosas, y lo conozco porque en el caso de mi cuñada que trabaja en vestuario y ella es modista, ella recorta, y yo he visto que lo mismo que hicimos nosotros con la goma eva ella lo hace con la vida real para distribuir un trozo de tela que ella tiene, entonces ahí uno se da cuenta de que, mientras más real sea la matemática que uno enseñe el alumno, más apropiada esa experiencia."

Recortar un trapecio y reacomodarlo para el cálculo del área, ¿se le viene a la mente o solo hay un algoritmo detrás?

> "No, en este caso del trapecio, si hace un isósceles, recorta y lo acomoda hacia dentro y de esos dos triángulos y después uno va sacando sumas. A mí me gustó el trapecio en el sentido de que al trabajar el tema de suma de áreas, los alumnos no tienen para que memorizar, inclusive hicimos una idea con papel cuadriculado, yo lo hice en la casa. En lo personal a mí me pareció interesante esta clase de cuadriláteros me significó cambiar bastante mi idea y ver como profesor si con mi gestión lograba impresionar a los alumnos con esta temática, que uno pensé en primera instancia que los alumno iban a responder todas las preguntas."

Lo anterior implica que Ricardo modificó su forma de representar el concepto matemático, y dado que él juega un rol de profesor, aplica esa nueva forma de representación a un proceso de enseñanza del mismo concepto. Podemos proponer que hubo una influencia del proceso de formación utilizando el dispositivo de formación sobre su sistema de creencias hacia la enseñanza, rompiendo una forma de enseñanza tradicional, que provenía, como él ya había declarado, de su sistema de creencias hacia la enseñanza. En este caso específico, hacemos referencia a una fibración tipo 2 control material.

Luego la importancia de la institucionalización y la activación de la génesis discursiva.

> "No, lo que pasa es que nosotros no podemos dejar de lado lo que es simbólico, porque lo simbólico es como el resumen de todo lo que vimos, ejemplo el área es a x b (ancho por largo) porque si yo solamente me quedo en el recorte para poder dejar una idea general final de todo, tendría que hacer miles de recortes. Entonces tengo que hacer ese viaje desde este caso desde lo concreto, lo pictórico y tengo que llegar a lo simbólico, pero no enseñarle lo simbólico por enseñarlo porque el alumno lo aprende y se le va."

4.4.6.3. Uso del capítulo del libro.

Respecto del valor que le agrega a la construcción de un capítulo del libro como ese, como elemento para su formación.

> "Le encuentro un valor bastante importante porque específicamente la parte de lo esencial, uno hace una revisión de lo que debería mostrar o enseñar a los alumnos de una temática específica, los ejercicios propuestos tiene un bagaje, una batería de ejercicios o de problemas porqué cuál es el gran problema, uno tiene que buscar en diferentes fuentes, y con tener un libro uno ya tiene una plantilla y sobre esas puedes empezar a trabajar."

> "Y en la primera parte, la de iniciación, también es bueno porque uno hace que el alumno parta desde la realidad de él y se introduce en la temática que uno quiere enseñar. Por eso que encuentro que el tema de construcción del libro es buena."

> "Sí sirve porque como dije al principio, en el libro desde ahí saca todo, concentra en un capítulo de un libro ideas y las va armando. Ahí yo creo que es importante que uno debe escuchar, porque lo que dicen lo alumnos, el profesor guía o lo que dicen otros colegas inclusive los de las otras áreas, también surgen ideas que se pueden utilizar en la sala de clase, no hacer oídos sordos a lo que yo pienso que es lo que corresponde, no."

Implica un aporte para la transposición didáctica, además que establece un tipo de jerarquía u orden los ejercicios que propone. Al construirlo se transforma en una base de datos. Ricardo agrega la posibilidad de relacionar la matemática con otros campos del conocimiento escolar, como pudiesen ser las ciencias naturales; es decir dar presencia simultánea a las componentes representamen y referencial.

Respecto de los criterios que ocupa para elegir ejercicios que pudiesen estar en ese libro.

> "Me ocurrió una situación en particular donde un alumno no dio la respuesta matemática sino que dio una respuesta verbalizada y fue bien interesante al darse cuenta que el proceso de aprendizaje matemático si solamente pensamos en número, no estamos haciendo matemática, los ejercicios que uno debería presentar son aquellos que le permitan al alumno ir estructurando un juicio matemático, así más o menos yo me he ido dando cuenta."
>
> "Porque, un ejemplo, si yo le digo al alumno dos más dos y él me dice cuatro, ¿qué estoy obteniendo? No estoy obteniendo absolutamente nada, es una simple repetición de algo que ha sido repetido mil veces. En cambio si yo hago una problema donde el alumno conversa conmigo y ve que hay otras cosas que obtener de ahí. Para mí ahí hay un trabajo bien hecho entre la enseñanza y el aprendizaje."

Entonces señala de manera más o menos explícita que deben ser ejercicios tipo conexión o reflexión más que de reproducción, de modo que puedan desarrollar una competencia de razonamiento como lo declara el ETM

4.4.6.4. Síntesis entrevista Ricardo.

De acuerdo a lo declarado por Ricardo, el proceso de formación sí modifica su sistema de creencias desde una visión tradicional a otra con presencia de la relación <s-m>, con explícita importancia de la situación adidáctica, la devolución y la institucionalización.

Su sistema de creencias se muestra con una relevante importancia de la presencia de fibración tipo 2 contro material, desde la componente referencial ya que permite activar las génesis. También se reconoce que su sistema de creencias en el escenario real tiene las características de fibración tipo 1 operador nocional y fibración tipo 2 control material, como un proceso simultáneo.

El concepto de área presentado en el escenario real, tiene un vínculo con la componente artefacto y vinculado a una fibración tipo 1 operador nocional, desde el principio de conservación se construyen las fórmulas.

El sistema de creencias hacia la enseñanza solo está presente en la necesidad del correcto dominio conceptual del contenido, el proceso didáctico tradicional ha sido abandonado.

4.4.7. Síntesis final Ricardo.

Los siguientes son los esquemas comparativos de los tres escenarios que resumen el sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo y el trabajo matemático que se pone en juego observado a través del ETM:

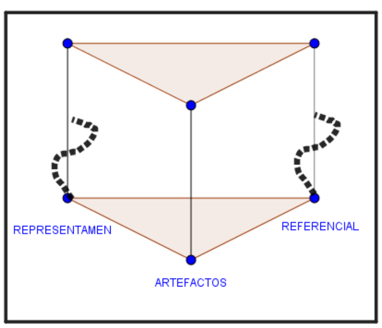
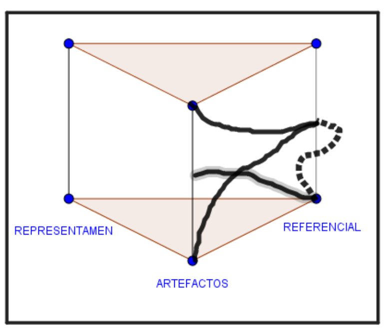
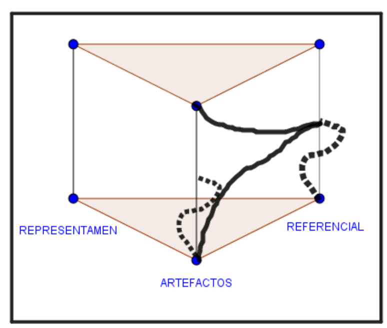
Escenario Inicial	Escenario Simulado	Escenario Real
		

Figura 186.Ricardo. Esquema comparativo del ETM idóneo según escenario.

Se observan las diferentes manifestaciones de las componentes y el trabajo matemático que se pone en juego entre los distintos planos verticales y principalmente las diferencias se observan entre el escenario inicial y el simulado. Proponemos que estas diferencias se deben al proceso de formación que modifica el sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo y a la participación de los estudiantes y alumnos.

En el escenario inicial el sistema de creencias hacia la enseñanza se observa en la manifestación de las componentes representamen y referencial, sin movimiento entre los planos ya que no hay participación de estudiantes. Ricardo hace algún dibujo y explica las fórmulas institucionalizando el conocimiento. Su sistema de creencias hacia la enseñanza es tradicional.

Luego cuando Ricardo realiza la clase en el escenario simulado, durante el proceso de formación, se observa un trabajo matemático mucho más enriquecido y complejo, con presencia de gestión de la devolución, hay fibración tipo 1 operador nocional y fibración tipo 2 control material. Hay coincidencia en las manifestaciones de las componentes representamen y referencial entre ambos escenarios, aunque proponemos que con un propósito distinto; es decir en el escenario inicial es producto de una presentación de clases tradicional, en cambio en el simulado la manifestación de la componente representamen se realiza para promover la participación de los estudiantes así ocurre una activación de la génesis semiótica que luego deriva en fibración tipo 1 operador nocional.

Proponemos que Ricardo modifica sus sistemas de creencias en este escenario respecto del inicial debido a que él desea la participación de los estudiantes en rol de alumnos; él ha comprendido que debe hacer participar a los estudiantes cuando se realiza un proceso de enseñanza del concepto matemático. Esta participación implica que el estudiante desarrolle un trabajo individual y grupal, que se gestione la devolución. Ricardo acondiciona el ETM idóneo de modo que se presenta el vínculo entre el concepto de área y el mundo real; por eso proponemos que aparece la activación de las génesis instrumental y discursiva. Además, dado que los estudiantes conocen los contenidos que se están enseñando producto de su propia formación en la universidad, ellos mismos son capaces de producir respuestas que implican fibración tipo 2 control material.

En el escenario real hay elementos que permanecen similares respecto de la etapa desarrollo en que Ricardo provee los artefactos para la deducción de las fórmulas. El ETM idóneo en ambas etapas es similar, hay fibración tipo 1 operador nocional. También se observa una modificación en el sistema de creencias hacia la enseñanza referida a la activación de la génesis discursiva por parte de los estudiantes en rol de alumnos, lo que parece natural que ocurra pues ellos ya conocen los conceptos y contenidos, cuestión que no ocurre con los alumnos en la escuela.

Luego en el escenario real se produce un trabajo matemático similar al escenario simulado, Ricardo presenta las mismas guías y actividades desarrolladas en el escenario simulado; se presenta Geometría I Natural (GI), hay presencia de devolución, aunque el efecto Topaze aparece en las clases del escenario real, tal vez producto de que se acaba el tiempo para realizar la clase. Hay presencia de actividades concretas, y simbólicas (COPISI), y actividades de conexión (PISA).

El escenario simulado se transforma en una buena práctica del escenario real, proponemos que es de tal relevancia que puede provocar una modificación sustancial en el sistema de creencias hacia la enseñanza que posee Ricardo en el escenario inicial.

Capítulo 5 Interpretación de los resultados y conclusiones.

Podemos señalar que existen diferencias y modificaciones entre el sistema de creencias hacia la enseñanza del escenario inicial, el simulado y el real observadas de acuerdo a los niveles de transición de Winsløw (2013), epistemológico, institucional y personal. Iniciamos este análisis comparativo con el caso de Daniel.

5.1. El caso de Daniel.

5.1.1. Transición a nivel epistemológico.

En la transición epistemológica que se compone de una transición didáctica y una conceptual, podemos señalar lo siguiente.

5.1.1.1. Transición didáctica

En el escenario inicial, desde el punto de vista de la TSD, Daniel presenta un proceso didáctico unidireccional, con presencia del efecto Topaze e institucionalización, la puesta en acto de su sistema de creencias hacia la enseñanza es tradicional. Hay presencia de un par de situaciones didácticas pero no hay presencia de situación adidáctica. Estas situaciones son de tipo reproducción (PISA) y simbólicas (COPISI), multiplicación de sus lados, como variables numéricas, y Geometría (GII). Desde el punto de vista de la gestión didáctica de la clase, no se distinguen claramente las etapas de una clase de acuerdo al modelo de gestión didáctica que proponemos, la relación <s-m> casi no tiene presencia, así como tampoco las situaciones de acción, formulación o validación. No hay gestión de la devolución.

Desde el punto de vista del ETM idóneo, hay manifestación de la componente representamen asociada a dibujos de figuras planas para relacionarlos con el concepto de área de un cuadrilátero, a través de las fórmulas del cuadrado y del rectángulo. Proponemos la siguiente representación del ETM idóneo en el escenario inicial:

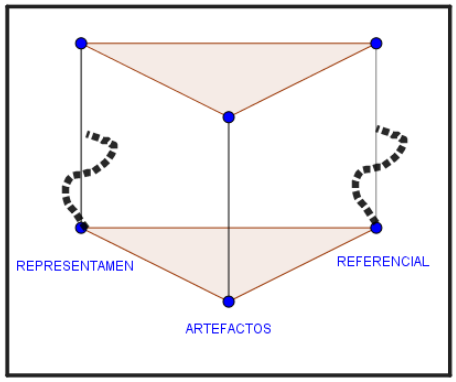


Figura 187. Daniel. ETM idóneo. Escenario inicial.

Por tratarse de un escenario inicial previo a la etapa de formación, planteamos que el estudiante tiene su sistema de creencias hacia la enseñanza del área de un cuadrilátero, que podemos suponer proviene de su educación secundaria en que hubo una relación escolar con el saber, y de su propio medio, que Daniel replica en este escenario inicial. Sin embargo esto es contradictorio con lo señalado por el mismo estudiante pues en la entrevista él declara la influencia que tuvo el proceso de enseñanza de su profesora en él. Esta contradicción proponemos que se debe a que la planificación de la clase y su realización en el escenario inicial, no tuvo un contexto de reflexión previa, que sí se logró en el escenario simulado luego de dar presencia al dispositivo de formación.

En el escenario simulado, desde el punto de vista de la TSD aparecen elementos de la influencia del proceso de formación y del sistema de creencias hacia la enseñanza declarada en la entrevista. Daniel utiliza el aprendizaje esperado propuesto por el programa de estudio del currículum. Hace una reflexión didáctica referida a cómo presentaría su clase en el escenario real, utiliza material concreto en el inicio de la clase, y un instrumento del mundo real, el tetris, para proponer situaciones didácticas lo que conlleva la presencia de situaciones adidácticas; hay presencia de la relación <s-m>.

Su sistema de creencias en este mismo escenario lo focaliza en la enseñanza de la unidad cuadrada como un concepto necesario de comprender para el posterior cálculo del área de cuadriláteros, específicamente el área del paralelogramo, rombo y trapecio. En la gestión didáctica de la clase, Daniel promueve la construcción de artefactos para la comprensión de la unidad cuadrada como magnitud de medida; hay situación de acción y formulación con presencia de gestión de la devolución. La determinación de las expresiones de las fórmulas que permiten el cálculo del área de los cuadriláteros se realiza a través de situación de validación. Hay presencia de efecto Topaze, pareciera que para apurar las respuestas esperadas. También hay institucionalización referida a distintos métodos para la obtención de la fórmula de áreas. Como es un escenario simulado en el que los estudiantes en rol de alumnos conocen los contenidos, entonces la relación entre la situación de validación e institucionalización es rápida y fluida; se construye la institucionalización a partir de las respuestas de los estudiantes.

En el desarrollo final de la clase, Daniel presenta algunos ejercicios de tipo reproducción-conexión, pictórico-simbólico, que implican la aplicación de la fórmula del cálculo del área como reproducción, hay presencia de geometría (GI) observada a través del uso y construcción de superficies con goma eva. Estas situaciones didácticas no conllevan una situación adidáctica, pero son usados para una reflexión didáctica con sus compañeros estudiantes explicitadas en el uso de la geometría como elemento para el desarrollo de competencias en el alumno “por eso es importante le hago el hincapié de considerar el ámbito geométrico de ciertas demostraciones, que más adelante les van a facilitar la vida”.

Desde el punto de vista del ETM, Daniel utiliza el aprendizaje esperado propuesto por el programa de estudio del Ministerio de Educación lo que indica que hay un conocimiento del ETM de referencia. El ETM idóneo implica el uso de instrumentos del mundo real que se transforman en artefactos, lo que implica fibración tipo 3 representación material. Luego, éstos mismos artefactos son utilizados para explicar los conceptos a través de una activación de la génesis discursiva, entonces se produce fibración tipo 1 operador nocional. Como Daniel gestiona la devolución, observamos que hay activación de la génesis instrumental y discursiva, lo que implica que hay manifestación del desarrollo de la competencia de razonamiento. Considerando lo complejo del proceso de interacciones, proponemos el esquema que representa el ETM idóneo de Daniel en el escenario simulado es el siguiente:

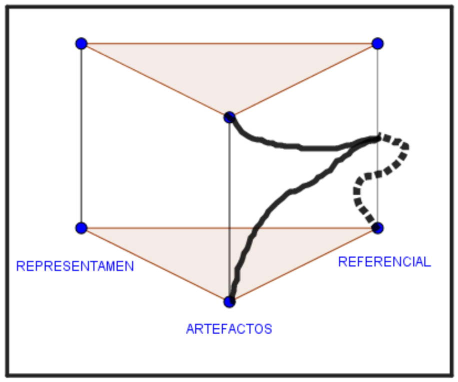


Figura 188.Daniel. ETM idóneo. Escenario simulado.

En el escenario real se inicia con situación de acción y gestión de la devolución. Desde el punto de vista de la TSD, hay fuerte presencia de la relación <s-m> y situaciones adidácticas, algunos elementos de la institucionalización se proponen a partir de la situación de validación. El sistema de creencias hacia entre el escenario real y el simulado son muy similares, algunas diferencias más notorias se dan en la gestión de la devolución, mucho más presente en el escenario real, además hay presencia de una diversidad de respuestas en la situación de validación, los alumnos proponen más ideas y respuestas que los estudiante en rol de alumnos, evidentemente como reacción a las actividades de enseñanza o situaciones didácticas propuestas por Daniel.

Respecto del ETM idóneo, Daniel presenta las situaciones didácticas inicialmente como activación de la génesis semiótica, y luego estos objetos del mundo real se transforman rápidamente en artefactos. Al respecto, en su entrevista Daniel reafirma este hecho, "yo pienso que es importante considerar actividades, problemas, que sean extraídos del mundo real y de la cotidianeidad del alumno".

Casi simultáneamente Daniel presenta las expresiones de las fórmulas que deben ser deducidas, lo que implica activación de la génesis discursiva por lo que se genera fibración tipo 1 operador nocional. Dada la fuerte presencia de devolución, hay manifestación de la competencia razonamiento. Las respuestas de los alumnos Daniel las utiliza para la institucionalización. Además en las ocasiones que se presenta el efecto Topaze se puede observar que la respuesta se inicia a partir de la validación que da el alumno de su propia respuesta. En el escenario real el sistema de creencias de Daniel se ve influenciado por los concepciones alternativas de los alumnos que cooperan o influencian el sistema de creencias de Daniel en el escenario real, principalmente a través de manifestaciones de la componente prueba. El esquema que representa el ETM idóneo en este escenario es el siguiente:

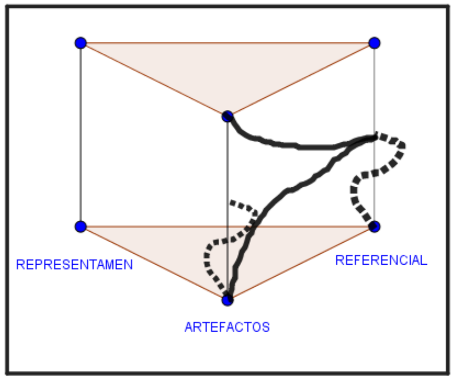


Figura 189. Daniel. ETM idóneo. Escenario real.

5.1.1.2. Transición conceptual.

En el escenario inicial el concepto de área de cuadriláteros está asociado a las características de los cuadriláteros que para Daniel son el cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecios. Además, él explicita la relación que hay entre área y superficie, y define área como la medida de la superficie. Utiliza el cuadrado y el rectángulo para explicar el concepto de área como la multiplicación de sus lados. En el escenario simulado el concepto de área de cuadriláteros está asociado al uso de la unidad cuadrada, y los cuadriláteros son representados por el romboide, el rombo y el trapecio, no hay presencia ni del cuadrado ni del rectángulo, establece el vínculo entre superficie y área como medida de superficie que se puede obtener a través del uso de la unidad cuadrada. En el vínculo del concepto con la didáctica, Daniel propone que fórmulas de las áreas se deducen lo que implica fibración tipo 1 operador nocional y tipo 2 control material.

En el escenario real el concepto de área es el mismo al utilizado en el escenario simulado; se utiliza la unidad cuadrada como medida del área, y a partir de ellas se deducen las fórmulas, y éstas se presentan en una estructura de variables numéricas. Esta deducción de las fórmulas se realiza a partir del principio de conservación que explica los recortes o división de las figuras. En el caso del trapecio hay mayor presencia de un proceso algebraico para establecer la expresión, no así en el caso del rombo o del paralelogramo en que la deducción se hace en función del principio de conservación (recortes) y las relaciones entre los lados del rectángulo y la nueva figura, ya sea rombo o paralelogramo. En todos los casos hay una vuelta al origen, es decir se busca reconstruir un rectángulo para deducir la fórmula del paralelogramo, del rombo o del trapecio. Hay presencia de Geometría GI

El ETM idóneo propuesto por Daniel implica la presencia del unidad cuadrada por sobre el algoritmo. Hay presencia de la geometría sintética por sobre la analítica (Henríquez-Rivas et Montoya-Delgadillo, 2015), del paso de una Geometría GII a una Geometría GI (Houdement et Kuzniak, 2006), hay presencia de fibración tipo 2 control material.

Cuando Daniel declara

> "yo recordaba este juego (tetris), y fue inventado, por un ruso, en la década del '80. Entonces este juego se hizo bien famoso porque hay hartas aplicaciones en celulares… y hartos estudios que se han hecho que es de gran importancia, digamos, jugar con estas cosas, … entonces ayuda al desarrollo cerebral, y hay varios estudios que le dan gran importancia a este juego".

Es una declaración que permite dar cuenta del ETM personal de Daniel, de dónde nacen las ideas que luego fundamentan la elección del ETM idóneo utilizado.

5.1.2. Transición a nivel institucional.

Los elementos de los que podemos dar cuenta en esta transición se dan principalmente respecto de la adaptación a normas administrativas de la clase referidas al uso del tiempo para la enseñanza y a la factibilidad de realizar las actividades de enseñanza planificadas, específicamente las relacionadas al capítulo del libro construido durante el proceso de formación.

En el caso del uso del tiempo en el escenario inicial, ocurre una situación de enseñanza en que Daniel no tiene mayor referencia de lo que hay que hacer, solo su sistema de creencias hacia la enseñanza, y existe una distribución y uso del tiempo intuitivo y trivial. La propuesta de enseñanza en el escenario inicial es limitada e intrascendente. Luego ya en el escenario simulado el uso del tiempo total y su distribución es ordenado y pertinente, usándolo de modo que pueda realizar sus actividades de enseñanza de acuerdo a lo planificado por él mismo, de tal modo que realiza todas las actividades planificadas. En el escenario real el uso del tiempo no es bien distribuido por Daniel, esto se observa en el hecho de que no se realizan todas las actividades de enseñanza planificadas. De hecho en la primera clase del escenario real, Daniel no se da cuenta que el tiempo de la clase ya ha terminado y él continúa, los alumnos le avisan que el tiempo ha terminado. Además, él decide realizar dos clases para completar lo planificado. Tal vez sea porque lo planificado es muy extenso, complejo de realizar a alumnos en una clase de 90 minutos, o por la cantidad de tiempo ocupado en gestionar la devolución. Al respecto, Daniel es consciente de esta situación, de hecho la declara en la entrevista, "yo creo que en cuanto a las debilidades se puede decir que es importante en mi práctica reforzar el control del tiempo."

En el caso del uso de las actividades propuestas en el capítulo del libro, éstas tienen una participación dual; le sirve para planificar y realizar una transposición didáctica informada y bien decidida "cuando uno planifica o posteriormente me imagino yo que al momento de planificar una clase se va a recordar de aquello del libro y tiene herramienta, material para poder trabajar", y también lo usa en la etapa inicial y final para presentar los ejercicios y problemas propuestos en él como actividades para practicar lo aprendido en la clase "yo utilice el libro en la actividad de iniciación, la elaboración de estas piezas del tetris, y también al final, ejemplos de ejercicios, ejercicios de aplicación.". El foco de la enseñanza no está propuesto en el capítulo sino en actividades de enseñanza iniciales para promover la situación de acción y fibración tipo1 operador nocional para llegar a la institucionalización, es decir, Daniel direcciona su trabajo de enseñanza para que los alumnos logren el aprendizaje propuesto y que eso pueda ser evidenciado a través de la situación de validación que promueve la institucionalización; y no a través de los ejercicios del capítulo del libro, cuyo objetivo en el escenario real, de acuerdo a lo observado, es que pudiesen reforzar el aprendizaje nivel reproductivo de los alumnos.

Sin embargo, el capítulo del libro le permite al estudiante, realizar una transposición didáctica adecuada, planificar la clase y realizarla de acuerdo al modelo de gestión didáctica propuesto, él señala "el tema de ese mismo libro la demostraciones van paso a paso, va, por ejemplo, con ideas que uno ya conoce y va comenzando a complejizar la demostración, y si uno va paso a paso uno va comprendiendo esto ya, y uno va entendiendo y se da cuenta de que no es tan complejo"; el capítulo del libro modifica el ETM personal de Daniel. Importante agregar que para Daniel, su capítulo del libro podría ser enriquecido, "en la última parte se podrían agregar más problemas, pero no tan solo con mediciones sino con vincularlos con otros problemas de en este caso de conexión, por ejemplo considerar el área de un cuadrilátero circunscrito a una circunferencia".

5.1.3. Transición a nivel personal.

Aunque este tópico no es necesariamente un elemento que es parte de nuestro estudio, señalemos que en el caso de esta transición podemos hacer referencia al contrato pedagógico que el estudiante realiza en su transición, especialmente desde el escenario simulado al real. Así observamos que se cumplen los procedimientos tradicionales de la realización de una clase, en que los alumnos tienen una conducta natural de participación, en que no hay importantes actos de indisciplina que impidan la realización de la clase en ambos escenarios. Esto se observa evidentemente en el escenario simulado de un modo ideal ya que son los estudiantes en rol de alumnos los que participan en el acto de enseñanza de Daniel por lo que él no ha debido realizar esfuerzos especiales o utilizar algún tipo de estrategia disciplinaria. En el escenario real no hubo diferencia en el contrato pedagógico respecto del escenario simulado, probablemente por tratarse de una situación de formación negociada, es decir el estudiante en rol de alumno contaba con el apoyo pedagógico del profesor titular de la escuela, la conducta de los alumnos fue la idónea, pero también por la propia gestión de Daniel, quien está bien empoderado de su rol de profesor en el aula escolar real.

5.1.4. Síntesis final de la modificación del sistema de creencias de Daniel.

El proceso de formación influencia en la organización y adaptaciones de los ETM idóneos de Daniel.

En el escenario inicial se presenta una forma de enseñanza con activación de las génesis semiótica y discursiva de forma paralela, sin fibración, en que se prevé solo manifestación de la competencia de comunicación, que es una forma tradicional de enseñanza, con una Geometría GII, en que el profesor comunica la temática u objeto de estudio a través de dibujos y fórmulas que resuelven la situación didáctica, con poca o nula presencia de devolución, con actividades de tipo simbólica y de reproducción.

En el escenario simulado hay una clara presencia y activación inmediata de la componente artefactos hacia la génesis semiótica, implica fibración tipo 1 operador nocional. Hay presencia de una Geometría GII a través de objetos geométricos, paralelogramos, rombos, trapecios que se relacionan con la fórmula que permite el cálculo del área de ellos. El ETM idóneo implica manifestación de la competencia razonamiento; no hay manifestaciones de representamen, probablemente porque los estudiantes que hacen el rol de alumno ya conocen las situaciones propuestas.

Luego, en el escenario real las situaciones propuestas oscilan entre la Geometría GI y GII. El ETM idóneo es más complejo e interrelacionado que el del escenario simulado, hay manifestación de la componente representamen que a través de fibración tipo 3 representación material, evoluciona y produce una activación de la génesis instrumental; la componente representamen se transforma en artefactos; las tijeras y goma eva devienen en artefactos geométricos. Con la activación de la génesis instrumental hay un vínculo con las manifestaciones de la componente referencial, se produce fibración tipo 1 operador nocional y tipo 2 control material. El ETM idóneo se acondiciona permanentemente producto, suponemos de la devolución, la retroacción y el contrato didáctico (Brousseau, 1986, 1997).

Proponemos que las modificaciones observadas en el sistema de creencias de Daniel son producto del proceso de formación ya que hay aparición de elementos que fueron presentadas, como los siguientes: la relación <sujeto-medio>, el uso de la unidad cuadrada, la deducción de las fórmulas de cálculo de áreas a través de objetos geométricos y usando el principio de conservación, el modelo de gestión didáctica de una clase. También la construcción del capítulo del libro para promover el uso de situaciones (ejercicios) en el cierre de las clases, y realizar una transposición didáctica bien fundamentada.

También hay que hacer notar el sistema de creencias hacia la enseñanza, es decir el ETM personal, que se manifestó en el juego del tetris como un aporte personal vivenciado por él mismo como una manifestación de la componente representamen dando presencia a una fibración tipo 3 representación material.

Entonces en la transición del sistema de creencias del escenario inicial al real, se observa la influencia del proceso de formación a través del uso del protocolo de gestión didáctica de la clase; con actividades de soporte del mundo real que implica la presencia de la relación <s-m>; la aparición intencionada de la situación de acción previa a la institucionalización; con la propuesta de ejercicios obtenidos del capítulo del libro para consolidar el aprendizaje a través de la aplicación de las fórmulas a ejercicios o problemas del mundo real.

Respecto de la modificación del ETM idóneo entre cada uno de los escenarios, la influencia del proceso de formación se produce en que el estudiante en el escenario inicial presenta un sistema de creencias desde una activación de la génesis discursiva y fibración tipo 3 representación gráfica discursiva, a un sistema de creencias desde la manifestación de la componente representamen hasta la activación de la génesis discursiva proveniente del plano cognitivo, y que en ese recorrido se produce fibración tipo 3 representación material, fibración tipo 1 operador nocional y fibración tipo 2 control material. Se produce manifestación de la competencia de razonamiento por sobre la de comunicación, del paso de una Geometría GII a una combinación de Geometría GI y GII, a la presencia de gestión de la devolución, y de actividades simbólicas a concreto-pictóricas-simbólicas, de actividades de reproducción a actividades de conexión y reflexión.

5.2. El caso de Kelyn.

5.2.1. Transición a nivel epistemológico.

En la transición epistemológica que se compone de una transición didáctica y una conceptual, podemos señalar lo siguiente.

5.2.1.1. Transición didáctica.

En el análisis comparativo del sistema de creencias, señalemos que en el escenario inicial de Kelyn, ella declara que hará participar a los alumnos, lo que implica presencia de la relación <s-m>, aunque no hay evidencia de esto. Hay presencia de situaciones didácticas asociadas a características de los cuadriláteros, ella hace una declaración respecto de cómo quiere trabajar con los alumnos; situación adidáctica, de formulación, y a partir de la situación de validación construir la institucionalización, hay presencia del efecto Topaze.

El ETM idóneo conlleva activación de la génesis discursiva, pero sin producir fibración. Hay una incipiente manifestación de la competencia de comunicación, y Geometría GII. No hay ejercicios o situaciones didácticas propuestas de manera explícita. Proponemos el siguiente esquema para representar el ETM idóneo en esta etapa.

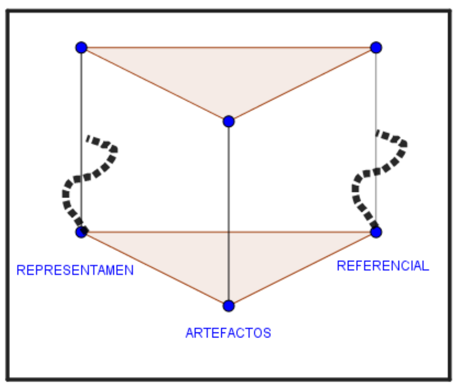


Figura 190.Kelyn. ETM idóneo. Escenario inicial.

Luego, en el escenario simulado el sistema de creencias se modifica, hay clara presencia de la relación <s-m>, Kelyn presenta el objetivo de la clase e inicia con objetos del mundo real que se transforman en recurso material para la enseñanza. Hay presencia de devolución y de situaciones adidácticas en que el estudiante construye y deduce las fórmulas de área, aparece el uso de la unidad cuadrada, hay manifestación de la competencia razonamiento, se produce situación de validación, y la institucionalización se construye a través de las respuestas de los estudiantes en rol de alumno. Esta acción didáctica Kelyn la había declarado en el escenario inicial, algo que haría, y ahora lo está concretando.

Respecto del ETM idóneo, Kelyn produce activación de la génesis semiótica a partir de objetos del mundo real que devienen en artefactos, que luego los utiliza produciendo fibración tipo 1 operador nocional, como objetos geométricos para la activación de la génesis discursiva. El sistema de creencias en este escenario ya implica una compleja interrelación, de hecho se produce fibración tipo 2 control material cuando se activa la génesis discursiva y se muestra la relación que existe entre las fórmulas y el artefacto. Se observa la presencia de la unidad cuadrada y Geometría GII. Aunque Kelyn esperaba que las fórmulas se dedujeran, ocurre que se calculan las áreas. Proponemos el siguiente esquema que representa el ETM idóneo de Kelyn en el escenario simulado:

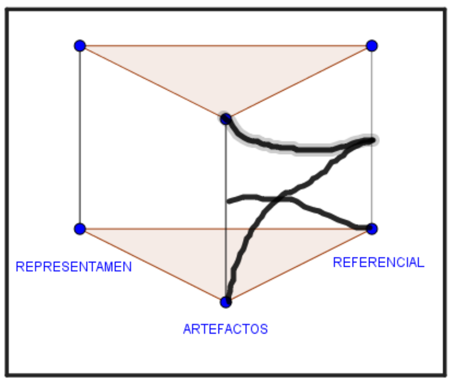


Figura 191.Kelyn. ETM idóneo. Escenario simulado.

En el escenario real Kelyn informa el objetivo de la clase, luego se presenta la relación <s-m> a través de preguntas directas; los alumnos responden, hay presencia de situaciones didácticas y adidácticas; hay bastante devolución cuando los alumnos resuelven la situación adidáctica asociada a un objeto del mundo real, en su entrevista Kelyn declara “el hecho de hacer una clase más concreta con cosas que ellos vayan hacer, entonces yo creo que lo niños se sienten más utiles en clase, yo creo que hasta sería más entretenido para ellos”. Hay un permanente diálogo, los alumnos muestran manifestación de la competencia descubrimiento, el objeto del mundo real es utilizado como artefacto. Se produce situación de validación e institucionalización de la unidad cuadrada y el valor del área. Se observa fibración tipo 2 control material. Hay conocimiento que se institucionaliza y otro que se propone como situación adidáctica, hay devolución "tratar de no dar las respuestas inmediatamente, sino que ellos mismo se dieran cuanta de la pregunta que me estaban haciendo para que ellos se fueran respondiendo". Finalmente hay situación de validación y una débil institucionalización, que proviene más bien de la validación gestionada por Kelyn; ella señala "me faltó para haberme dado cuenta que ellos entendieran el área, y el hecho de enfrentarlo a un problema, haberme dado cuenta que si lo entendieron".

Desde el punto de vista de la ETM, se presenta un objeto del mundo real que se transforma en artefacto, hay fibración tipo 3 representación material y partir de allí se desarrolla la clase, luego se activa la génesis instrumental y discursiva, el alumno construye una figura geométrica y debe deducir una fórmula, lo que implica fibración tipo 1 operador nocional. Luego, desde esa fórmula dar cuenta de la relación con el artefacto lo que implica fibración tipo 2 control material. Dado que hay una clara presencia de situación de validación, se produce manifestación de las componentes construcción y prueba del plano cognitivo del ETM. Hay manifestación de la competencia razonamiento. Las situaciones propuestas implican Geometría GI. El esquema que representa el ETM idóneo en este escenario es el siguiente:

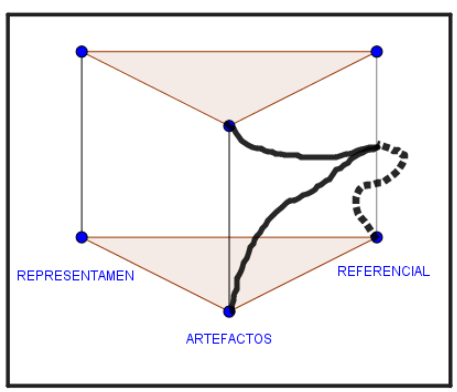


Figura 192.Kelyn. ETM idóneo. Escenario real.

5.2.1.2. Transición conceptual.

En el escenario inicial el concepto de área de cuadrilátero está asociado a un rectángulo, su largo y ancho, área y perímetro y que él área del rectángulo es la multiplicación del largo por el ancho. Para explicar el concepto Kelyn utiliza el dibujo de un rectángulo, no entrega ningún tipo de información respecto de algún otro tipo de cuadriláteros o del significado conceptual de área o perímetro. En el vínculo de este concepto con la didáctica, corresponde a fibración tipo 1 operador nocional. Estamos en presencia de una Geometría GII.

En el escenario real, el concepto de área está asociado a figuras planas y al cálculo tradicional de lado por lado, pero en el avance de la clase también podemos encontrar una referencia a la unidad cuadrada y también al cálculo del área del rombo asociada a un rectángulo. No hay presencia del área del trapecio, y sí del paralelogramo calculado por un alumno a través del principio de conservación. Aquí hay presencia de Geometría GI.

El tipo de transición conceptual entre el escenario inicial y el real no es de grandes modificaciones conceptuales, el uso de la unidad cuadrada aparece como la diferencia más relevante. Podemos proponer que esta diferencia se debe a que Kelyn no institucionaliza el concepto, que es algo que obliga a un profesor a ocupar una definición consensuada por expertos. Al contrario, como Kelyn gestiona mucha devolución y provoca situación de formulación, la definición conceptual de área es construida por los alumnos, lo que significa definir este concepto en función de los referentes de ellos mismos. Una de las razones que pueden hacer suponer esta falta de institucionalización es la falta de dominio conceptual, "a mí en lo particular lo que más me falta es manejo de los conceptos básicos, porque sinceramente hay conceptos básicos que se asumen que uno los sabe, ahí tuve como mi debilidad". De este modo, el ETM idóneo implica una fibración de tipo 2 control material, pero proveniente del plano cognitivo.

5.2.2. Transición a nivel institucional.

Del mismo modo que en el caso de Daniel, los elementos de este tipo de transición que damos cuenta son referentes a normas del uso del tiempo, la factibilidad de realizar las actividades planificadas y el uso del capítulo del libro.

Respecto del uso del tiempo, Kelyn no adapta el tiempo de modo de poder cumplir con lo planificado, que consideraba el objetivo de desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios, lo que implica evidentemente una debilidad de su sistema de creencias. Aun así, Kelyn no toma alguna decisión para subsanar este punto, como realizar una segunda clase.

Respecto del uso de las actividades propuestas en el capítulo del libro construido por ella, Kelyn no las considera en absoluto, no utiliza ninguna actividad ni ejercicio o situación. En el escenario simulado tampoco utilizó el capítulo del libro. Ella señala que su capítulo del libro era muy débil.

El otro aspecto que se observa es que Kelyn es explícita a los principios que sustentan la TSD de Brousseau, por ejemplo la devolución, o que ella considera como muy relevante la participación de los alumnos a través de las situación de acción, formulación o validación, relegando a un segundo plano la institucionalización. Más bien pudiese tratarse de una confusión didáctica de aplicabilidad de la TSD al aula, evitar a todo evento la paradoja didáctica. Lo que le ha sucedido a Kelyn, Brousseau (2007) ya lo ha señalado, que los docentes (algunos) reducen el aprendizaje a los procesos presentados en las situaciones, pero han dejado la institucionalización en un segundo plano; olvidando que justamente "el rol del maestro es institucionalizar" (p. 98), y ella lo reconoce "el hecho de haber trabajado con lo concreto luego me faltó lo simbólico no sé si lo hicieron".

5.2.3. Transición a nivel personal.

Ya hemos propuesto que esta transición hace referencia al contrato pedagógico, y Kelyn cumple con los procedimientos tradicionales de realización de sus clases, tanto los estudiantes del escenario simulado como los alumnos del escenario real tienen un rol activo y un comportamiento disciplinar adecuado. En el escenario real, donde esta transición pudiese mostrarse como más compleja, Kelyn es capaz de generar un ambiente de participación activa hacia las actividades de enseñanza, y ella misma realiza su rol de manera profesional y apegada a fundamentos didácticos.

5.2.4. Síntesis final de la modificación del sistema de creencias de Kelyn.

El proceso de formación influencia en la organización y adaptaciones de los ETM idóneos de Kelyn. En el escenario inicial se presenta una forma de enseñanza con activación de la génesis semiótica y discursiva, pero sin producir fibración. Hay una incipiente manifestación de la competencia de comunicación, y Geometría GII. No hay ejercicios o situaciones didácticas propuestas de manera explícita, aun así en su declaración verbal de intenciones, más que en sus evidencias, se observa fibración de tipo 3 representación gráfica-discursiva.

En el escenario simulado hay activación de la génesis semiótica a partir de objetos del mundo real que deviene en artefactos, produciendo fibración tipo 1 operador nocional. En el avance del sistema de creencias se produce fibración tipo 2 control material cuando se activa la génesis discursiva y se muestra la relación que existe entre las fórmulas y el artefacto. Se observa la presencia de la unidad cuadrada y Geometría GII. Hay manifestación de la competencia razonamiento.

En el escenario real hay fibración representación material tipo 3 y partir de allí se desarrolla la clase, se activa la génesis instrumental y discursiva, el alumno construye una figura geométrica, hay manifestación de la competencia descubrimiento, luego debe deducir una fórmula, hay fibración tipo 1 operador nocional. Se continúa con activación de la génesis discursiva, desde fórmula se establece la relación con el artefacto lo que implica fibración tipo 2 control material. Dado que hay una clara presencia de situación de validación, se produce manifestación de las componentes construcción y prueba del plano cognitivo del ETM. Hay manifestación de la competencia razonamiento. Las situaciones propuestas implican Geometría GI.

Proponemos que las modificaciones observadas en el sistema de creencias de Kelyn son producto del proceso de formación, principalmente en lo que respecta a la aparición de elementos de la TSD como la relación <sujeto-medio>, el uso de la unidad cuadrada, la deducción de las fórmulas de cálculo de áreas a través de objetos geométricos y usando el principio de conservación, el modelo de gestión didáctica de clases.

En la transición del sistema de creencias de Kelyn, del escenario inicial al real, se observa la influencia del proceso de formación a través del uso del protocolo de gestión didáctica de clases, con mucha presencia de situaciones de formulación y validación, sin presencia del capítulo del libro.

Respecto de las modificaciones del ETM idóneo son de fibración de tipo 3 representación gráfica-discursiva a una fibración representación material tipo 3 y fibración tipo 1 operador nocional. Considerando además la complejidad de las interacciones, también se presenta fibración tipo 2 control material. Además, de una manifestación de la competencia comunicación, se modifica a la manifestación de la competencia de descubrimiento y razonamiento. Del paso de una Geometría GI a una movilidad entre GI y GII, a una importante presencia de situaciones de acción, validación y formulación, y de actividades simbólicas reproductivas a actividades de conexión concretas y simbólicas.

5.3. El caso de Ricardo.

5.3.1. Transición a nivel epistemológico.

En la transición epistemológica que se compone de una transición didáctica y una conceptual, podemos señalar lo siguiente.

5.3.1.1. Transición didáctica.

En el análisis comparativo del sistema de creencias de Ricardo, señalemos que en el escenario inicial de Ricardo, desde la TSD, Ricardo plantea un proceso de enseñanza unidireccional, aunque en su intención él declara que espera producir una participación de los alumnos, para eso él plantea una situación didáctica que implicaría una situación adidáctica. Hay presencia implícita de devolución y se observa una gestión de la secuencia de las etapas de una clase. Se observa institucionalización y presencia de Geometría GII. La situación didáctica que propone (cancha de fútbol) es concreto-pictórica, y de nivel conexión.

Hay presencia de activación de las génesis semióticas y discursivas, asociadas a un dibujo de una cancha de fútbol como ejemplo de un rectángulo y la operación matemática para el cálculo del área. La relación entre la cancha de fútbol y el área es débil, se induce una fibración tipo 3 representación material. Podría producirse manifestación de la competencia comunicación. Finalmente la clase termina de manera tradicional, con una tarea de nivel reproducción. Proponemos el siguiente esquema que representa el ETM idóneo:

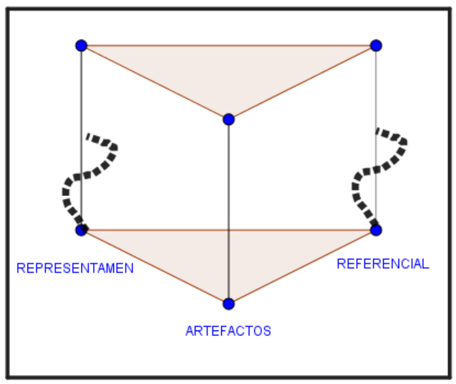


Figura 193.Ricardo. ETM idóneo. Escenario inicial.

En el escenario simulado Ricardo inicia con elementos del mundo real que devienen en objetos geométricos y que permiten sostener el inicio de su proceso de enseñanza, hay presencia de situación de acción asociada a la construcción de objetos geométricos, con presencia de la unidad cuadrada. Hay una coherente relación entre lo que Ricardo realiza y el modelo de gestión didáctica de aula presentado en el proceso de formación. Hay presencia de situación adidáctica y de devolución. En el desarrollo de la clase se organiza el trabajo en grupos, considerando la unidad cuadrada se presenta la situación de formulación para que los estudiantes en rol de alumnos, deduzcan las fórmulas de área; esto conlleva una discusión intra-grupos, Ricardo propicia la presentación de las respuestas de cada grupo, hay situación de validación y se produce la institucionalización referida al método de recortes o principio de conservación del área. No hay presencia del capítulo del libro ni de ejercicios a modo de refuerzo o tareas para la casa.

Respecto del ETM idóneo, en el mismo escenario simulado, en el comienzo de la clase Ricardo provoca activación semiótica, instrumental y discursiva, como coordinación, sin fibración, presenta objetos del mundo real a través de una imagen, luego la construcción de una plantilla rectangular cuadriculada, y plantea el concepto de unidad cuadrada. La clase avanza hay fibración tipo 1 operador nocional cuando los estudiantes deben deducir las fórmulas a partir del recorte del rectángulo. En ese proceso de ir y venir entre génesis instrumental y discursiva aparece fibración tipo 2 control material. Se manifiesta la competencia de razonamiento. Se observa la presencia de Geometría GI. En el fin de la clase, Ricardo hace uso de los artefactos para determinar la medida de las áreas, "Me gustó cuando trabajamos con la superficie y el área, por un lado mostraba la superficie de la goma eva sin ningún rastro nada, y al otro lado cuando la giraba y mostraba las cuadriculas". Proponemos el siguiente esquema que representa el ETM idóneo de Ricardo en el escenario simulado:

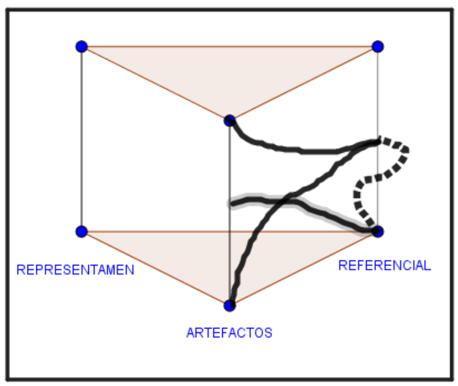


Figura 194. Ricardo. ETM idóneo. Escenario simulado.

En el escenario real, Ricardo inicia la clase informando el objetivo y se observa la presencia de la relación <s-m>, él presenta una actividad del mundo real para posteriormente generar una situación de acción, hay presencia de situación adidáctica y validación. Aparecen los conceptos de superficie y área, Ricardo en el inicio de la clase evita intencionadamente la institucionalización. En el avance de la clase, Ricardo provee artefactos y genera una situación didáctica que se transforma en adidáctica, hay presencia de situación de formulación y devolución. Ricardo organiza la clase y los alumnos comentan sus respuestas a sus compañeros; se produce situación de validación y a partir de las respuestas dadas por los alumnos, Ricardo produce la institucionalización, que para él es muy relevante "lo que pasa es que nosotros no podemos dejar de lado lo que es simbólico, porque lo simbólico es como el resumen de todo lo que vimos”.

Se vuelve a repetir este ciclo de situaciones con cada figura (paralelogramo, rombo, trapecio); situación de formulación, validación, e institucionalización, tal como fue presentado en el proceso de formación. Hay bastante presencia de devolución, “la pegunta cuando a una alumna hizo un cuadriculado inmenso versus uno que hizo por la mitad, confrontar esa situación, ¿cuál creen ustedes que es la mejor para poder trabajar?”. Al finalizar la clase Ricardo entrega nuevos ejercicios que provienen del capítulo del libro, a modo de tareas para ser realizados en la casa.

En el análisis del ETM idóneo en el escenario real, hay cierta presencia de la manifestación de la componente representamen, fibración tipo 3 representación material, y luego de la componente referencial, y débil activación de la génesis discursiva. En el avance de la clase hay manifestación de la componente artefactos y activación de la génesis discursiva; se genera fibración tipo 1 operador nocional específicamente cuando Ricardo gira la plantilla de una superficie lisa a una cuadriculada. Como Ricardo desvía el logro del objetivo hacia el cálculo del área y no la deducción, los alumnos realizan esta tarea con los artefactos, no se produce fibración tipo 2 control material, sino que los alumnos utilizan los recortes para determinar el valor del área, lo que implica que hay manifestación de la componente construcción que activa la génesis discursiva, se produce fibración tipo 1 operador nocional proveniente del plano cognitivo. El esquema en este escenario es:

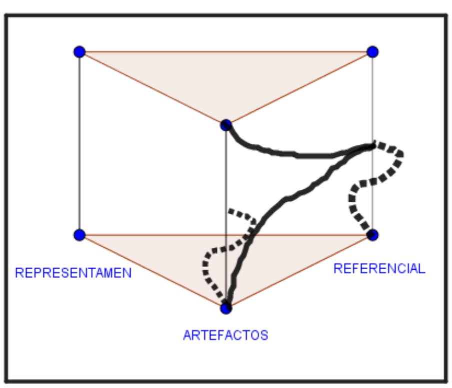


Figura 195. Ricardo. ETM idóneo. Escenario real.

5.3.1.2. Transición conceptual.

En el escenario inicial el punto de partida es el concepto de cuadrilátero y el de cálculo de área. Se asocia este cálculo a un problema del mundo real, calcular la cantidad de pasto para empastar una cancha de fútbol, y el cálculo de un área se asocia a una multiplicación. Estamos en presencia de una Geometría GI. Sin embargo Ricardo realiza una reflexión conceptual referida al uso de la integral para el cálculo del área para señalar que se puede ir más allá del uso de la multiplicación.

En el escenario simulado, el concepto de área tiene un vínculo con características socio-culturales, como territorio, telas, y la búsqueda de una unidad de medida estándar. Una superficie está representada por un rectángulo y el área asociada a la cuadrícula de ese mismo rectángulo. Aparece el concepto de unidad cuadrada. Se define el concepto de cuadrilátero, figura plana de cuatro lados, y los diferentes tipos. Aparece el concepto de unidad cuadrada, no necesariamente con una medida estandarizada, asociado a una plantilla cuadriculada, y el cálculo del área por conteo de unidades cuadradas. El cálculo del romboide se realiza como algoritmo base por altura, y se deduce ese algoritmo con la plantilla y el método de recortes. En el caso del trapecio se calcula el área y no la deducción de la fórmula. El en caso del rombo sí se deduce la expresión. Estamos en presencia de una Geometría GII.

En el escenario real, el concepto de área está asociado a la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios. Aun así, se continúa con el vínculo del área con objetos o situaciones del mundo real, el área del fútbol, cantidad de tela, pintar una pared. La superficie se asocia a un objeto, a una hoja plana, a un plano, y área es la medida de la superficie. Aparece el concepto de unidad cuadrada, en una primera ocasión con medida no estandarizada y luego con medida estandarizada, para poder determinar el mismo valor de área de una superficie. Se establece el concepto de área como la medida de una superficie usando la unidad cuadrada. Luego, en el avance de la clase se presentan las fórmulas de cálculo de áreas, y las unidades de medida. Estamos en presencia de una Geometría GI y GII.

5.3.2. Transición a nivel institucional.

Los elementos de los que podemos dar cuenta en esta transición se dan principalmente respecto de la adaptación a normas administrativas de la clase referidas al uso del tiempo para la enseñanza y a la factibilidad de realizar las actividades de enseñanza planificadas, específicamente las relacionadas al capítulo del libro construido durante el proceso de formación.

En el escenario inicial Ricardo no tiene referencias de lo que hay que hacer, es escueto y simple, solo explica lo que hará, aunque precisa algunas consideraciones de tipo didácticas, como el uso de elementos contextuales, las dificultades en el aplicación o uso de las unidades de medida, o las dificultades en la aplicación de operaciones aritméticas producto del uso de la calculadora integrada al teléfono celular. En el escenario simulado, Ricardo es ordenado, aplica lo propuesto en sus planificaciones, usa el tiempo de manera adecuada, lo que permite un buen ritmo de trabajo en las situaciones de formulación y validación. Termina su clase con los estudiantes en rol de alumnos de manera completa. En el escenario real el tiempo no es bien distribuido, las situaciones de acción y formulación toman más tiempo de lo necesario, lo que parece evidente pues los alumnos trabajan a un ritmo propio, más lento que el de los estudiantes en rol de alumnos. En la clase hay diálogos y distracciones propias de alumnos de un curso de este nivel. No alcanza a realizar todo lo planificado lo que lo lleva a tomar una decisión de realizar una segunda clase. En esta ocurre el mismo ritmo de trabajo, pero avanza con los otros aspectos de la planificación hasta completarla.

Ricardo comete una imprecisión en la enseñanza, tanto en el escenario real como en el escenario simulado, referido al logro del objetivo; los alumnos no deducen las fórmulas sino que determinan el área. Ricardo improvisa información que podría generar una confusión conceptual.

Respecto del uso del capítulo del libro, Ricardo solo lo ocupa al finalizar la clase en el escenario real, entregando una guía de ejercicios para ser realizada de manera voluntaria por los alumnos, pues en el colegio donde se realizan estas clases no está permitida la entrega de tareas para realizarlas en la casa. Sin embargo, el capítulo se revela como importante en el proceso de transposición didáctica y de planificación de la clase, “le encuentro un valor bastante importante porque específicamente la parte de lo esencial, uno hace una revisión de lo que debería mostrar o enseñar", y también se revela como una base de datos que le permite obtener información de los ejercicios cuando desarrolla la clase "tiene un bagaje, una batería de ejercicios o de problemas porqué así uno no tiene que buscar en diferentes fuentes, y con tener un libro uno ya tiene una plantilla".

5.3.3. Transición a nivel personal.

En el caso del contrato pedagógico de Ricardo, él cumple con los procesos tradicionales, en los tres escenarios, es capaz de generar las actividades de enseñanza y organizar al curso, los alumnos del escenario real participan activamente, no hay momentos de indisciplina. El proceso de enseñanza de Ricardo es apropiado en todos los escenarios, él logra realizar las actividades de enseñanza planificadas.

5.3.4. Síntesis final de la modificación del sistema de creencias de Ricardo.

El proceso de formación influencia la organización y adaptaciones de los ETM idóneos de Ricardo. En el escenario inicial hay presencia de activación de la génesis semiótica y discursiva, se induce una fibración tipo 3 representación material. Hay manifestación de la competencia comunicación y presencia de Geometría GI.

Al inicio del escenario simulado hay activación semiótica, instrumental y discursiva, sin fibración. Luego, en el avance de la clase aparece fibración tipo 1 operador nocional y fibración tipo 2 control material de manera casi simultánea, con mayor presencia de la tipo 1. Se manifiesta la competencia de razonamiento. Se observa la presencia de Geometría GI

En el escenario real, se inicia con manifestación de la componente referencial, y débil activación de la génesis discursiva, luego hay manifestación de la componente artefactos y una activación de la génesis discursiva ya explícita, se genera fibración tipo 1 operador nocional. Hay manifestación de la competencia de razonamiento y los producen manifestación de la componente construcción que activa la génesis discursiva, se produce fibración tipo 1 operador nocional por parte de los alumnos. Hay Geometría GI y GII

Proponemos que las modificaciones observadas en el sistema de creencias de Ricardo son producto de dos elementos. El primero es el proceso de formación que pone presente la relación <s-m>, el uso de la unidad cuadrada, la deducción de las fórmulas de cálculo de áreas a través de objetos geométricos y usando el principio de conservación, el modelo de gestión didáctica de clases, el capítulo del libro y sus elementos.

El segundo elemento es el sistema de creencias hacia la enseñanza de Ricardo que aporta a las modificaciones. Ricardo es una persona de edad mayor a la media de un estudiante universitario, por lo que, suponemos, tiene mayores elementos socioculturales, aspecto que podría influir en su sistema de creencias. De hecho es relevante que en el escenario inicial él haya utilizado un objeto del mundo real (dibujo de cancha de fútbol) para relacionarlo con el concepto de área, además que haya sido capaz de hacer una reflexión didáctica del concepto de área usando la integral de cálculo.

Entonces, la influencia del proceso de formación del sistema de creencias de Ricardo del escenario inicial al real, se observa principalmente en la aplicación del modelo de gestión didáctica que ordena la ocurrencia de las situaciones de acción, formulación y validación. Aunque Ricardo minimiza la importancia de la institucionalización que sí ocurre, pero no tiene un protagonismo relevante; sino que las situaciones de formulación y validación están más presentes. No hay presencia relevante del capítulo del libro, solo a modo de tareas para la casa.

La modificación del ETM idóneo entre los escenarios ocurre de activación de la génesis discursiva con fibración tipo 3 representación material a activación de las génesis instrumental y discursiva con fibración tipo 1 operador nocional, tanto de Ricardo como de los alumnos, produciendo manifestación de la competencia razonamiento:

5.4. Resumen final comparativo Daniel, Kelyn, Ricardo.

A continuación presentamos un resumen comparativo del sistema de creencias hacia el trabajo matemático, comparándolo con el supuesto esperado del trabajo matemático que proponemos debiese haber ocurrido entre los distintos escenarios, y también entre los mismos casos. Iniciamos con la comparación del supuesto esperado.

5.4.1. Comparación del ETM idóneo entre el supuesto esperado y el observado.

En el análisis comparativo entre el trabajo matemático supuesto esperado, propuesto en la sección 4.1 de este trabajo, y el trabajo matemático observado de los tres casos en los distintos escenarios, resulta relevante que supuesto observado es más simple en el inicio, pero después se hace complejo. Lo que se esperaba es que el escenario inicial fuese más tradicional sin manifestación de la componente representamen, sólo con presencia de algoritmos. Lo que ocurrió es que en lo observado es que los 3 casos dibujaron algunos cuadriláteros, intentando una activación de la génesis semiótica.

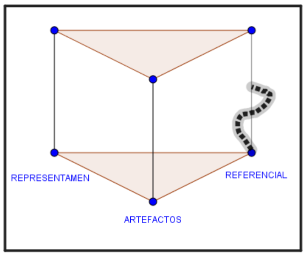
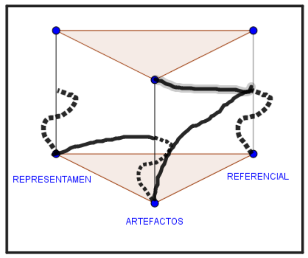
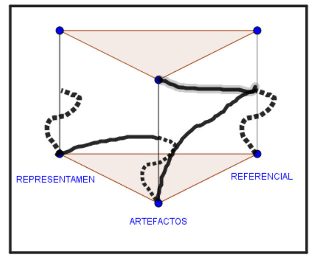
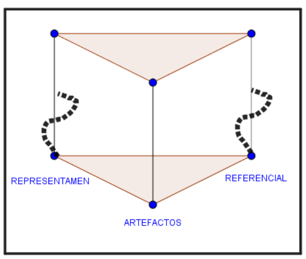
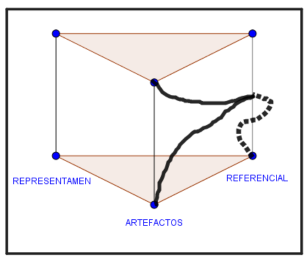
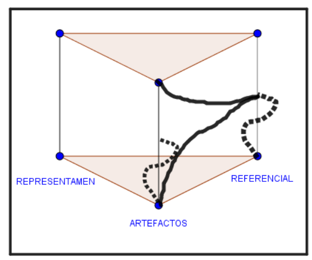
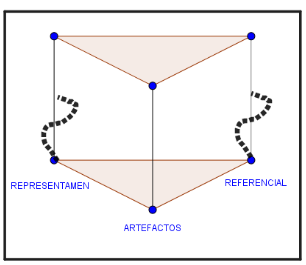
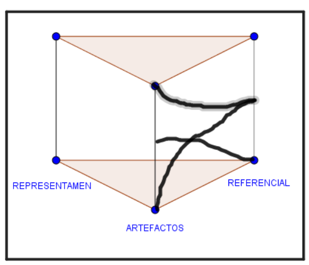
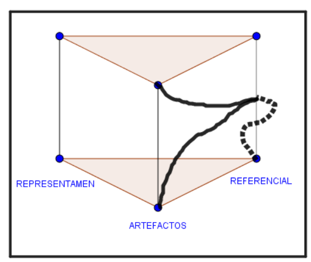
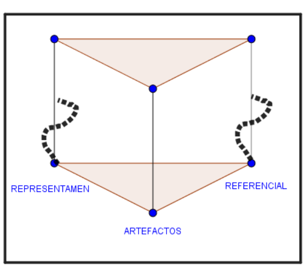
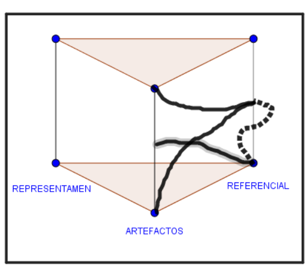
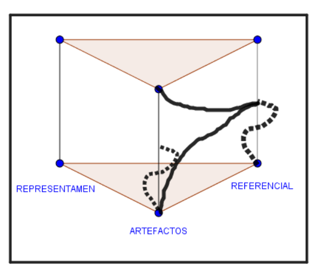
Luego, en la evolución del trabajo matemático observado, hubo presencia de manifestación de las componentes en diversos momentos del trabajo matemático. El sistema de creencias sobre el trabajo matemático en el supuesto esperado proponía la presencia casi simultánea de la manifestación de las componentes representamen, artefactos y referencial que propiciaba una activación de las respectivas génesis, además de la presencia de dos tipos de fibración, tipo 3 representación material y tipo 1 operador nocional. Esto, en el sistema de creencias hacia el trabajo matemático, sí ocurrió en los tres casos, pero en distintos momentos de los escenarios y sin una lógica secuencial; es decir de manera no planificada y en ocasiones espontánea. En la realidad observada el trabajo matemático presenta un recorrido desde la componente representamen que produce una activación de la génesis discursiva, lo que implica fibración tipo 3, representación gráfica-discursiva; esto no se esperaba en el supuesto esperado.

El sistema de creencias hacia el trabajo matemático en los escenarios inicial, simulado y real, tiene aspectos relacionados con lo espontaneo de la conducta humana, con procesos de gestión de la devolución, con preguntas inesperadas que hacen que el trabajo matemático en muchas ocasiones sea impredecible, sin embargo hay ciertos aspectos estructurales o características invariantes que en cierta medida sí permiten prever lo que ocurrirá, es el caso de las manifestaciones de las componentes instrumental y referencial, o fibración tipo 1 operador nocional.

5.4.2. Análisis comparativo entre los ETM idóneos.

Proponemos en este análisis comparativo a presentar en forma paralela cada uno de los ETM idóneos de los tres estudiantes, en el escenario inicial y el escenario final, tenemos lo siguiente:

Tabla XIII. ETM comparativo escenario inicial al real

	ETM Idóneo Inicial	ETM Idóneo Simulado	ETM Idóneo Real
SUPUESTO			
DANIEL			
KELYN			
RICARDO			

En el escenario inicial el estudiante en rol de profesor presenta los algoritmos tradicionales del cálculo del área, y este mismo algoritmo es explicado a través de un dibujo de un cuadrado o rectángulo hecho en la pizarra. Luego, después que se ha producido el proceso de formación profesional, el estudiante en rol de profesor ha modificado su sistema de creencias hacia el trabajo matemático de modo que en el escenario real él presenta un ETM idóneo en que el principal proceso didáctico está vinculado a la presentación de una situación del mundo real, que se luego se modifica hacia un objeto real tangible asociado a la geometría. Luego, este artefacto permite generar o explicar una fórmula. Los procesos ocurren consecutivamente; e implica un recorrido entre el artefacto y el algoritmo de ida y vuelta.

Hay presencia de institucionalización, a través de una compleja relación entre estudiante en rol de profesor y alumnos, de las mismas respuestas de los alumnos a modo de situación adidáctica.

Podemos agregar además que la influencia de la modificación de los ETM idóneos en los escenarios a los que nos referimos, permite el desarrollo de un tipo de competencia de razonamiento que implica un trabajo más profundo por parte del alumno que participe en un proceso de enseñanza, y provoca respuesta más argumentadas o divergentes de una actividad rutinaria.

De esta manera podemos observar que el elemento común en el escenario inicial es la manifestación de la componente representamen y referencial, y el efecto que produce el proceso de formación de profesores hace que el ETM idóneo se modifique hacia una fibración tipo 1 operador nocional, con activación de la génesis discursiva, y fibración tipo 2 control material.

Finalmente proponemos un resumen o síntesis a través de un esquema el paso de un ETM idóneo de un escenario inicial a un escenario real, y que se muestra en la siguiente figura.

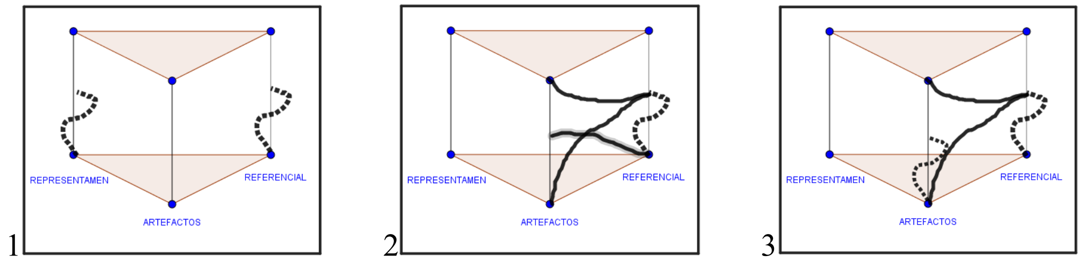


Figura 196. Síntesis final modificación ETM idóneo escenario inicial a real.

Esta figura nos permite observar estado inicial que se caracteriza principalmente por la presencia de una génesis discursiva, a un estado final, mucho más complejo y diverso en que se establece una relación explícita entre las componentes representamen, artefactos y referencial.

En este estado final, los objetos tangibles del representamen se vincula explícitamente con las definiciones y propiedades del concepto de área de un cuadrilátero; un vínculo entre los artefactos y el referencial en que objetos para la construcción geométrica relacionadas al área de un cuadrilátero, son representados con las definiciones y propiedades del mismo contenido.

El sistema de creencias del trabajo matemático por parte del estudiante en rol de profesor muestra una relevante presencia que impulsa el trabajo del alumno en la escuela, en que la relación <sujeto-medio> está presente de manera explícita y reemplazando de esta manera la visión tradicional de la enseñanza. Se observa que las actividades diseñadas por él para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero, activan el trabajo del alumno en la escuela con presencia de componentes, visibles y explícitas.

A modo de conclusión y recordando al educador Paulo Freire que señalaba “enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades de su producción y de su construcción“ (Freire, 2004, p. 12) y es lo que damos cuenta cuando hemos observado la evolución del sistema de creencias hacia el trabajo matemático de los casos en estudio de esta investigación que inician su proceso de formación como profesores de matemáticas. En efecto, hemos visto como ese sistema evoluciona desde un tipo de trabajo matemático con estudiantes que realizan poca gestión de la devolución, con un sistema de creencias hacia el trabajo matemático de una forma algorítmica, a x b, en un sentido unidireccional de profesor a alumno. Luego del proceso de formación y habiendo aplicado el dispositivo de formación, el sistema de creencias hacia el trabajo matemático se muestra como un trabajo dinámico y complejo con diversas manifestaciones y formas de presentar al alumno el concepto de área de un cuadrilátero. Se observa que aparecen elementos de vínculo entre el concepto formal y el mundo real, con procesos de diálogo entre el estudiante en rol de profesor y sus alumnos que impulsan el desarrollo de competencia. Hay presencia de situaciones y problemas en que el trabajo matemático de los alumnos es explícito y observable, así como sus formas de representación.

La teoría del Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak et Richard, 2014b) ha permitido observar lo que se pone en juego cuando un estudiante en formación realiza una clase para enseñar el concepto de área de un cuadrilátero. Desde ese marco teórico podemos decir que inicialmente el estudiante como sujeto epistémico realiza una clase en forma tradicional (Godino et al., 2003) con clara presencia de elementos vinculados a definiciones y propiedades, manifestación de la componente referencial y activación de la génesis discursiva. Hay poca participación de los alumnos, ausencia de devolución, ejercicios o situaciones didácticas de tipo simbólica y de reproducción. Luego de participar en el proceso de formación en la universidad, él mismo sujeto modifica su sistema de creencias hacia el trabajo matemático, activando manifestaciones de las otras componentes representamen y artefactos que implican la presencia de objetos tangibles, artefactos, definiciones y propiedades, de tal modo que permiten la activación de génesis semiótica, instrumental y discursiva, lo que conlleva una participación activa de los alumnos con clara presencia de devolución. Aparece una coordinación entre manifestaciones y génesis, acondicionado el trabajo matemático de manera permanente. Hay presencia de situaciones didácticas concretas, pictóricas y simbólicas (COPISI), además se observan actividades de reproducción, conexión y reflexión (PISA), y un tipo de geometría de G(I) y G(II). Esto muestra que el sujeto epistémico en el escenario real presenta un sistema de creencias hacia el trabajo matemático muy activo y complejo comparado con el mostrado en el escenario inicial.

El proceso de formación inicial docente, sí ha permitido proponer y desarrollar una estructura que permita modificar el sistema de creencias hacia el trabajo matemático de un estudiante que se forma como profesor de matemáticas. La Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986, 2007, 2013) permitió fundamentar el sistema de formación inicial que propusimos para esta investigación, adscribiendo concepto de la TSD como la relación <s-m>, las situaciones adidácticas, la gestión de la devolución, la institucionalización. Además otros constructos teóricos también permitieron fundamentar la construcción de un modelo de gestión de aula, la presencia de tipos de situaciones adidácticas y la construcción del capítulo del libro. Estos elementos en su conjunto fueron los que influenciaron el sistema de creencias hacia el trabajo matemático de los estudiantes.

Cuando al estudiante se le presentó las situaciones de aformación, el capítulo del libro y la realización de una clase a través del modelo de gestión de aula, proponemos que fueron esos elementos los que influenciaron la modificación de su sistema de creencias hacia el trabajo matemático. El estudiante pudo conocer esos constructos teóricos y las estructuras esenciales que le permitieron enriquecer su sistema de creencias hacia el trabajo matemático. Le permitieron comprender que el trabajo matemático debiese ser realizado a través de la presencia de la relación <s-m>, que la gestión de la devolución es relevante para que el alumno interactúe con el conocimiento y aprenda, que tiene que existir institucionalización construida a través de la situación de validación, que es necesaria la presencia de situaciones didácticas de distintos tipos definidas por constructos teóricos como COPISI y PISA.

Además, la construcción del capítulo del libro tiene una relevancia para aportar a la modificación del trabajo matemático entre el escenario inicial y el real. Los estudiantes lo utilizan como referente para promover situaciones didácticas, como ejercicios para ser practicados después de haber producido una institucionalización.

Habiendo ya presentado aspectos positivos del dispositivo de formación, hay otras observaciones. El trabajo matemático presenta un protagonismo mayor de activación de las génesis semiótica o instrumental, con cierto desmedro de la génesis discursiva, que es donde habita el sistema de definiciones y propiedades del concepto de área. Esto puede ser un punto de influencia para el proceso de formación que pudiese privilegiar el uso de los artefactos y el mundo real, por sobre el de las propiedades que propone la epistemología del concepto.

Respecto del capítulo del libro, los estudiantes en formación mostraron una tendencia a aplicarlo en la etapa de cierre de la clase para consolidar lo aprendido por los alumnos en la etapa de desarrollo del modelo de gestión de aula. Sin embargo, el estudiante debe cautelar la administración del tiempo para la enseñanza, ya que no fueron capaces de ordenar el tiempo adecuadamente para realizar las actividades; cuando ellos han pensado aplicar las actividades diseñadas en el capítulo del libro ya se está acabando la clase y no hay tiempo. Además considerar las condiciones de la escuela que en ocasiones no permiten tareas para los alumnos, lo que implica que el capítulo del libro pudiese estar más integrado al desarrollo de la clase.

También podemos dar cuenta que se observa una tendencia en los tres estudiantes referida a que los procesos didácticos y actividades propuestas ensayados en el escenario simulado, son repetidos en el escenario real. Esto revela la trascendencia e importancia de la puesta en acto del sistema de creencias hacia el trabajo matemático en el escenario simulado. Tal vez el académico universitario debiese promover en dos o más ocasiones la práctica del sistema de creencias hacia al trabajo matemático en el escenario simulado. Esto permitiría retroalimentar el proceso de reflexión del estudiante en formación de respecto de lo realizado en la primera clase simulada, de acuerdo a estándares de desempeños ideales o consensuados.

Proponemos ciertas proyecciones de este trabajo. Una de ellas está referida a una investigación para establecer un perfil del sistema de creencias del trabajo matemático entre profesores titulados que ya se encuentran trabajando en el sistema educacional. La metodología de esta investigación pudiese desarrollarse a través de la observación de una cierta cantidad de profesores a los que se les propone una misma actividad de enseñanza para que la planifiquen y la desarrollen. Luego a través de un esquema evolutivo del trabajo matemático podemos observar los diferentes perfiles, observar las características invariantes y definir tipos de docentes.

Otra proyección es que se puede repetir la investigación con estudiantes en formación y proponer otro contenido matemático, por ejemplo de álgebra, y observar si existe una permanencia de las características invariantes; si tiene el mismo sistema de creencias del trabajo matemático tanto en geometría como en álgebra.

También esta investigación se puede aplicar a los alumnos escolares, y observar los aprendizajes logrados por ellos a partir del trabajo matemático realizado por los estudiantes en formación.

Como actividades que ya se han realizado señalamos que a partir de la información obtenida en la tesis, ya se publicaron dos artículos cuyas referencias son las siguientes:

Morales, H. (2018). Influencia de un proceso de formación de profesores en el sistema de enseñanza del concepto de área en estudiantes de pedagogía en matemáticas, un estudio de caso. *Bolema: Boletim de Educacao Matemática, 32*(62), 1050-1067.

Morales, H. (2018). La teoría de las situaciones didácticas como sustento teórico en la formación de profesores de matemáticas. In J. Osorio & M. Gloël (Eds.), *La didáctica como fundamento de la práctica profesional docente*. Concepción, Chile: Ediciones UCSC.

5.5. Limitaciones de esta investigación.

Nuestra investigación ha sido realizado con tres estudiantes de pedagogía media en matemáticas asociados a un programa de formación en una universidad específica y con una cohorte determinada, desarrollando un sistema de creencias del trabajo matemático con un contenido geométrico bien específico; el área de un cuadrilátero. Dados estos elementos los resultados obtenidos no pueden ser generalizados a otras muestras u otros contenidos matemáticos.

Sin embargo, a partir de los resultados observados, que reconocemos son un caso dentro de la gran población de enseñanza de la matemática, el ETM (Kuzniak et Richard, 2014b) y la TSD (Brousseau, 1986) se muestran como modelos y estructuras que permiten describir bastante bien el sistema de creencias hacia trabajo matemático que se desarrolla al interior del aula escolar.

6. Bibliografía.

Acosta, M., Monroy, L. et Rueda, K. (2010). Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio. *Revista Integración. Escuela de Matemáticas. Universidad Industrial de Santander, 28*(2), 173 - 189.

Adúriz-Bravo, A. et Aymerich, M. I. (2002). Acerca de la didáctica de las ciencias como disciplina autónoma. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 1*(3), 130-140.

Alfaro, C. et Chavarría, J. (2012). La transposición didáctica: un ejemplo en el sistema educativo costarricense. *UNICIENCIA, 26*, 153-168.

Alvarez, F., Abrahams, M. J., Gaete, C., Galdames, V., Latorre, M., Lee, M. et Rojas, M. T. (2011). Saber pedagógico y formación inicial de docentes. Repéré le 19 de mayo de 2015à http://www.ceppe.cl/articulos-formacion-inicial-docente/230-saber-pedagogico-y-formacion-inicial-de-docentes-alvarez-abrahams-gaete-galdames-latorre-lee-rojas

Askey, R. (2013). *Matemática 5to básico.* Santiago: Ministerio de Educación de Chile - Galileo Libros.

Avalos, B. (2004). la Formación Docente Inicial en Chile. Dans. Repéré à http://www.ub.edu/obipd/PDF%20docs/Aspectes%20laborals/Documents/La%20Formacion%20Docente%20Inicial%20en%20Chile.%20AVALOS.pdf

Avalos, B. et Matus, C. (2010). *La Formación Inicial Docente en Chile desde una Óptica Internacional.* Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

Bacon, L. (2009). *Construction négociée par la triade de formation en stage d'un savoir-enseigner les mathématiques au primaire.* (Université de Montréal, Montréal).

Baldor, A. (2004). *Geometría Plana y del Espacio y Trigonometría.* México: Grupo Patria Cultural.

Ball, D., Hill, H. C. et Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching: Who Knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide? *American Educator, 29*(1), 14-17, 20-22, 43-46.

Ball, D., Thames, M. et Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. doi: 10.1177/0022487108324554

BCN. (1848). Pesos i medidas. Lei sobre la materia. Repéré le 27 de mayo de 2015à http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1024220

Bednarz, N. et Proulx, j. (2011). An attempt at defining teachers' mathematics through research on mathematics at work. *ResearchGate*. Repéré à https://www.researchgate.net/publication/268188067_AN_ATTEMPT_AT_DEFINING_TEACHERS'_MATHEMATICS_THROUGH_RESEARCH_ON_MATHEMATICS_AT_WORK

Boyer, C. B. (2010). *Historia de la matemática*. Spain: Alianza Editorial.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-115.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Berlin: Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, G. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la

géométrie. Dans HAL (dir.).
Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Argentina: Libros del Zorzal.
Brousseau, G. (2013). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. Repéré le 3 de noviembre 2013 à http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf
Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D. et Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática., 7*(3).
CEPECH, P. (2007). Matemáticas. Dans Cepech (dir.). Santiago: Cepech.
Ceppe. (2013). Formación Inicial Docente. Repéré le 19 de noviembre de 2015
Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: PEARSON EDUCACION.
Chamorro, C. et Belmonte, M. (2000). *El problema de la medida*. España: Síntesis.
Chavarría, J. (2006). Teoría de las Situaciones Didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática., 1*(2).
Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado.* Argentina.
Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221-266.
Ley General de Educación, Nº 20370 (2009).
Cid, E. (2009). *Geometría para Enseñanza Media*. Santiago: Editorial Cid.
Cisternas, T. (2011). La investigación sobre formación docente en Chile. Territorios explorados e inexplorados. *Calidad de la Educación, 35*, 131 164.
Clemens, S. R., O'daffer, P. G. et Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. México.
CMM. (2014). Fondef D09 I1023 Recursos para la Formación Inicial de Profesores. Santiago: Centro de Modelamiento Matemático.
CNA-Chile. (2018). Comisión Nacional de Acreditación. Repéré le 19 de diciembre de 2018 2018
Cormier, C. (2014). *Étude des conceptions alternatives et des processus de raisonnement des étudiants de chimie du niveau collégial sur la molécule, la polarité et les phénomènes macroscopiques.* (Université de Montréal, Montreal).
Coutat, S. et Richard, P. R. (2011). Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pou l'apprentissage des propriétes géométriques. *Annales de didactique et de sciences cognitives., 16*, 97-126.
Cox, C. (2006). Capacidades docentes para el sistema escolar: recado a las universidades. *Revista Universidad Diego Portales, 2*(3).
Cox, C., Meckes, L. et Bascopé, M. (2011). La institucionalidad formadora de profesores en Chile en la década del 2000: velocidad del mercado y parsimonia de las políticas. *Pensamiento Educativo. Revista De Investigación Educacional Latinoamericana, 46*(1), 205-245.
CPEIP. (2017). Evaluación Diagnóstica para estudiantes de pedagogía de penúltimo año. Repéré le 14 de diciembre de 2018 2018 à https://www.cpeip.cl/2017/11/28/ev-diagnostica/
CPEIP, CIAE et CEPPE (2012). *Estándares Orientadores para Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica.* Santiago, Chile.: LOM Ediciones Ltda.

D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. México: Reverté.

D'Amore, B. (2011). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

D'Amore, B. et Fandiño, M. (2002). Un acercamiento analítico al triángulo de la didáctica. *Educación Matemática, 14*(1), 48-61.

Davis, B. et Brown, L. (2010). Development of Teaching in and from Practice. Dans R. Even & D. L. Ball (dir.), *The professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study.* New York: Springer.

Durand, M.-J. et Chouinard, R. (2006). *L'Evaluation des apprentissages*. Montreal.

Duval, R. (2018). Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos. Repéré le 15 de septiembre de 2018 2018 à http://funes.uniandes.edu.co/12176/1/Duval2016Las.pdf

Educación-2020, F. (2015). Los profesores que Chile necesita. Repéré le 19 de noviembre de 2015

Educación, F. d. (2012a). Programa de Actividad Curricular de Práctica Profesional. Concepción: Facultad de Educación, UCSC.

Educación, F. d. (2012b). Programa de Estudio Geometría en el Plano y su Didáctica. Concepción: Facultad de Educación, UCSC.

EHU. (2015). Sistema Internacional de Unidades. Repéré le 27 de mayo de 2015à http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/unidades/unidades/unidades.htm

Facultad de Educación, U. (2011a). *Planes y Programas Pedagogía Media en Matemáticas*. Concepción: Facultad de Educación.

Facultad de Educación, U. (2011b). *Programa de Estudio Pedagogía Básica*. Concepción: UCSC.

Facultad de Educación, U. (2012). *Programa de Estudio de Pedagogía en Educación Básica mención Matemática.* Concepción.: Facultad de Educación. UCSC. Chile.

Falkenburg, B. (2004). El realismo interno de Putnam y la ciencia empírica. *Revista de Filosofía, 29*(2), 117-132.

Farfán, R. et Sosa, L. (2007). *Formación de profesores. Diversas concepciones que afectan el quehacer docente y competencias iniciales de profesores del nivel medio superior.* . Communication présentée Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, CUBA.

Fernández, A. O. (2005). *Historia de la Matemática*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.

FONDEF. (1991). FONDEF, Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico. Repéré le 3 de junio de 2015 2015 à http://www.conicyt.cl/fondef/sobre-fondef/que-es-fondef/

Freire, P. (2004). *Pedagogía de la Autonomía*. Sao Paulo: Paz e Terra.

Frigerio, G., Poggi, M. et Tiramonti, G. (1994). Las instituciones Educativas. Cara y Ceca. Elementos para su comprensión. *Troquel Educación., Serie Flacso*.

Gauthier, J. (2015). *Enseignement de la géométrie en première secondaire et conceptions d'élèves : une oscillation entre la perception, la mesure et la théorie.* (Université de Montréal, Montréal).

Godino, J., Batanero, C. et Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* Granada: Universidad de Granada.

Godino, J., Font, V., Contreras, A. et Wilhelmi, M. (2005). *Articulación de marcos teóricos en didáctica de las matemáticas*. Communication présentée I Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico "Sociedad, Escuela y Matemáticas: Las aportaciones de la TAD". Baeza.

Goeke, J. L. (2008). A Preliminary Investigation of Prospective Teachers' Reasoning About Case Studies with Expert Commentary. *Teacher Education and Special Education, 31*(1), 21-35.

Gómez-Chacón, I., Kuzniak, A. et Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático. *Bolema, 30*(54), 1-22.

Henríquez-Rivas, C. (2014). *El trabajo geométrico personal de los futuros profesores*. Communication présentée ALME 27, México.

Henríquez-Rivas, C. et Montoya-Delgadillo, E. (2015). *El trabajo matemático de profesores en el tránsito de la geometría sintética a la analítica en el liceo.* Communication présentée Espacio de Trabajo Matemático. Cuarto Simposio Internacional ETM., Madrid, España.

Henríquez-Rivas, C. et Montoya-Delgadillo, E. (2016). El trabajo matemático de profesores en el tránsito de la geometría sintética a la analítica en el liceo. *Bolema, 30*(54), 45-66.

Hernández, R., Fernández, C. et Baptista, P. (1996). *Metodología de la Investigación*. México: McGRAW-HILL.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives., 11*, 175-193.

Jara, L. (2013). Los profesores que Chile necesita. *Educación 2020*. Repéré à http://educacion2020.cl/noticias/los-profesores-que-chile-necesita/

Jiménez, R. (2007). *Geometría y Trigonometría*. México: Pearson Educación.

Johsua, S. et Dupin, J.-J. (2005). *Introducción a la Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas.* Argentina.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses géneses. *ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, IREM de STRASBOURG, 16*, 9-24.

Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E. et Vivier, L. (2015). *El Espacio de Trabajo Matemático y sus Génesis*. Communication présentée XIV CIAEM, Tuxla Gutiérrez, Chiapas, México. Repéré à http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~ecosetma/Images/ETM%20y%20sus%20Genesis_Cuadernos15.pdf

Kuzniak, A. et Richard, P. R. (2014a). Espaces de travail mathématique. Points de vue et perspectives. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*, 29-39.

Kuzniak, A. et Richard, P. R. (2014b). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Relime, 17*(4-I), 5-15.

Kuzniak, A. et Richard, P. R. (2014c). Spaces for mathematical work: viewpoints and perspectives. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(4), 17-27.

Kuzniak, A., Richard, P. R. et Michael-Chrysanthou, P. (2017). *From geometrical thinking to geometrical working competencies* Document inédit.

Kuzniak, A., Tanguay, D. et Elia, I. (2016). Mathematical working spaces in schooling: an introduction. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 48*(6), 721-737.

Kuzniak, A., Vivier, L. et Montoya-Delgadillo, E. (2015). *El espacio de trabajo matemático y sus génesis*. Communication présentée XIV CIAEM LACME, México.

Lagrange, J.-B., Recio, T., Richard, P. R. et Vivier, L. (2016). *Spécificité des outils et des signes dans le travail mathématique.* Communication présentée Symposium ETM5-T2, Gréce.

Lamoureux, A. (2006). *Recherche et méthodologie en sciences humaines*. Quebec: Beauchemin.

Liljedahl, P. (2010). Components of Mathematics Teacher Training. Dans R. Even & D. L. Ball (dir.), *The professional Education and Development of Teahers of Mathematics.* New York: Springer.

López, M. d. M. G., Albaladejo, I. R. et Gómez-Chacón, I. (2015). *Procesos de argumentación de estudiantes de secundaria: influencias cognitivas y actitudinales*. Communication présentée Espacio de Trabajo Matemático. Cuarto Simposio Internacional ETM., Madrid.

Loya, H. (2008). Los modelos pedagógicos en la formación de profesores. *Revista Iberoamericana de Educación, 46*(3).

Marcelo, C. (2009). Los comienzos en la docencia: un profesorado con buenos principios. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado., 13*(1).

Martínez, P. F. (dir.). (2002). *Superficie y área.* (Vol. 12).

Martínez, S. (2014). *Recursos para la formación inicial de profesores de educación básica.* Santiago: Proyecto Fondef D09 I1023.

Mejía, D. Á., Torres, H. C. et Marulanda, L. O. (2010). *Didáctica de las Matemáticas*. Colombia: ELIZCOM.

Mercado, C. (1991). *Geometría Tomo III y IV.* Santiago: Editorial Universitaria.

Ley General de Educación Núm. 20370 (2009).

MINEDUC (2012a). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica*. Chile: Gobierno de Chile. Repéré à http://www.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/CR_Articulos/introduccion.pdf

MINEDUC (2012b). *Programas de Estudio.* Santiago.: Ministerio de Educación, Gobierno de Chile.

MINEDUC (2013a). *Evaluación del Desempeño Profesional Docente*. Santiago: Ministerio de Educación.

MINEDUC (2013b). *Perímetros y áreas de figuras geométricas.* Santiago, Chile.: Ministerio de Educación.

MINEDUC (2014a). *Progresión de Objetivos de Aprendizaje por Ejes en Matemáticas. 7mo año a 2do medio.* Santiago.: Mineduc.

MINEDUC. (2014b). SIMCE. Repéré le 29 de septiembre de 2014.à http://www.simce.cl/

MINEDUC (2016). *Curriculum Vigente Decreto 264/2016*. Santiago: Ministerio de Educación.

LEY Nº 20.903 (2017).

MINEDUC. (2018). Informativo: Valores 2018 para BRP y asignaciones de Carrera Docente. Repéré à https://www.cpeip.cl/2018/01/09/reajuste-brp-asignaciones-carrera/

Mizala, A. (2013). Profesores: desafío de la política educacional. *El Pulso*.

Moise, E. E. et Downs, F. L. (1996). *Geometría Moderna*. Estados Unidos: Addison-Wesley.

Montoya-Delgadillo, E., Mena-Lorca, A. et Mena-Lorca, J. (2014). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(4-1), 181-197.

Montoya-Delgadillo, E., Mena-Lorca, J. et Mena-Lorca, A. (2016). Estabilidad Epistemológica del Profesor Debutante y Espacio de Trabajo Matemático. *Bolema, 30*(54), 188-203.

Moreno, M. M. et Giménez, C. A. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones difrenciales. *Investigación Didáctica, 21*(2), 265 280.

OCDE (2006). *PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.* OCDE.

OCDE et Mundial, B. (2009). La Educación Superior en Chile. Paris: OCDE.

Ortega, G. M. (2000). Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el cálculo integral. *Relime, 3*(2), 131-170.

Ortúzar, M. S., Flores, C., Milesi, C. et Cox, C. (2009). Aspectos de la formación inicial docente y su influencia en el rendimiento académico de los alumnos. Dans E. U. Católica. (dir.), *Camino al Bicentenario. Propuestas para Chile.* Santiago.

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2013). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales.* Paris: Armand Colin.

Parra, H. (2004). *El contenido matemático escolar en situaciones de aprendizaje en la formación inicial de profesores*. Communication présentée Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Chile.

Perrenoud, P. (2000). Mobiliser ses acquis : où et quand cela s'apprend-il en formation initiale ? De qui est-ce l'affaire ? Repéré le 20 de mayo de 2015à http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_2000/2000_20.html

Pinto, N. (2012). El acto didáctico del docente: una perspectiva multidimensional. *Revista Multidisciplinaria Dialógica., 9*(2), 86-110.

Portugais, J. (1995). *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Suisse: Peter Lang.

Quivy, R. et Campenhoudt, L. V. (2006). *Manuel de recherche en sciences sociales*. Paris: Dunod.

Reyes, C., Dissett, L. et Gormaz, R. (2013). *Geometría*. Chile: Maval.

Rich, B. (1991). *Geometría*. México: McGraw Hill.

Richard, P. (2012). Aire de figures planes. Montreal: Material NO Publicado.

Richard, P. (2017). Diálogos y conversaciones sobre el ETM. Dans H. Morales (dir.), *Sesiones de tesis*. Montreal.

Rodriguez, B., Carreño, X., Muñoz, V., Ochsenius, H., Mahías, P. et Bosch., A. (2013). ¿Cuánto saben de matemática los docentes que la enseñan y cómo se relaciona ese saber con sus prácticas de enseñanza? Dans FONIDE (dir.). Santiago.: MINEDUC.

Rodriguez, G., Gil, J. et García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.

Romero, J., Merchán, L., Cortés, C., Gómez, J. et Rodríguez, L. (2014). Definiciona. Definición, historia y etimología de las palabras. Repéré le 1 de junio de 2015 2015 à http://definiciona.com/

Ruffinelli, A. (2015). Calidad de la formación de profesores e ingreso automático a la carrera docente. *El Mostrador*. Repéré à http://www.elmostrador.cl/noticias/opinion/2015/06/12/calidad-de-la-formacion-de-profesores-e-ingreso-automatico-a-la-carrera-docente/

Sánchez, M. G. C. et Uriza, R. C. (2015). La conservación en el estudio del área. *www.academia.edu*.

Santillana (2010). *Secundaria Matemática*. Santiago: Santillana.

Sarrazy, B. (1995). Le Contrat Didactique. *Revue francaise de pédagogie, 112*, 85-118.

Sésamath. (2017). Matenpoche. Repéré le 13 de junio de 2017 2017 à http://mathenpoche.sesamath.net/

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado., 9*.

Steins, G., Wittrock, K. et Haep, A. (2016). The Effects of Classroom Management Education on Handling a Class Disruption among Teacher Students. *Creative Education, 7*, 2403-2422.

Strathern, P. (1999). *Arquímedes y la palanca*. Madrid: Siglo Ventiuno.

Sylvia Eyzaguirre, D. I. (2014). El crítico diagnóstico de la formación de profesores en Chile. Dans P. C. 13 (dir.), *Canal 13*. Santiago.

Tanguay, D. (2015). *Circulation et coordination dans les espaces de travail, pour une activite articulant geometrie et arithmetique*. Communication présentée Espacio de Trabajo Matemático. Cuarto Simposio Internacional ETM., Madrid.

Tanguay, D., Kuzniak, A. et Gagatsis, A. (2014). *El trabajo matemático y los espacios de trabajo matemático.* Communication présentée Cuarto Simposio Internacional ETM, Madrid.

Thouin, M. (2017). L'épistémologie et la recherche en didactique: Les visées des sciences et les modèles. *Canadian Journal for New Scholars in Education. Revue canadienne des jeunes chercheures et chercheurs en éducation, 8*(1), 107-115.

Programas de Estudio Pedagogía Básica (2011).

Proyecto Educativo Institucional UCSC (2015a).

Modelo de Práctica Pedagógica para las carreras de Pedagogía de la Facultad de Educación, 05/2015 C.F.R. (2015b).

Universia. (2018). *La importancia de un buen profesor*. Repéré à http://noticias.universia.cl/en-portada/noticia/2013/09/03/1046573/importancia-buen-profesor.html

Urbaneja, P. G. et Jordi, J. V. (1993). *Arquímedes. El método relativo a los teoremas mecánicos. La vía heurística de los descubrimientos matemáticos de Arquímedes.* Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona.

Vargas, G. et Gamboa, R. (2013). El Modelo de Van Hiele y la Enseñanza de la Geometría. *UNICIENCIA, 27*(1), 74-94.

Wideen, M., Mayer-Smith, J. et Moon, B. (1998). A Critical Analysis of the Research on Learning to Teach: Making the Case for an Ecological Perspective on Inquiry. *Review of Educational Research, 68*(2), 130-178.

Winsløw, C. (2009). First Years of Teaching. Dans R. Even & D. L. Ball (dir.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study.* New York: Springer.

Winsløw, C. (2013). *The transition from university to high school and the case of exponential functions.* Communication présentée Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Manavgat-Side, Antalya - Turkey.

7. Anexos.

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA
DIRECCIÓN DE DOCENCIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN

Programa de Actividad Curricular

I. Identificación de la Actividad Curricular

Nombre de la actividad	DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA
Subject Name	TEACHING OF GEOMETRY
Código	ED1085C
Horas de Docencia Directa /Indirecta	4/6
Créditos SCT	6 Créditos

II. a) Descripción de la Actividad Curricular

Esta actividad curricular tiene como propósito fortalecer los aprendizajes del sector y por otra la aproximación al conocimiento didáctico del contenido de la geometría, considerando la historia y elementos primarios de la geometría plana. De esta manera se busca integrar el conocimiento del contenido con la resolución de problemas contextualizados a las experiencias del mundo escolar y social del alumno de nivel secundario

b) Descripción de la Actividad Curricular (en Inglés):

This activity aims to strengthen curricular learning sector and on the other approach to pedagogical content knowledge of geometry, considering the history and primary elements of plane geometry. This will seek to integrate content knowledge with the resolution of problem situations to the experiences of school and social world of high school students

III. Competencias

1. Competencias Genéricas y Niveles de Dominio: A continuación se señalan las competencias genéricas y el nivel que se trabajará en cada una de ellas durante la actividad curricular.

C.G.5: Trabaja en forma autónoma e integra equipos interdisciplinarios.

N2: Participa responsablemente en equipos de trabajo orientados a la eficiencia y eficacia.

2. Competencias Específicas y Niveles de Dominio:

C.E.6: Genera un ambiente propicio para el aprendizaje de la matemática y promueve el desarrollo de todos sus estudiantes en contextos interactivos, de respeto por la diversidad, teniendo en cuenta el desarrollo psicológico, social y los procesos motivacionales involucrados.

N.2: Selecciona ambientes propicios en función del momento y del contexto a fin de promover trabajo propicio para el logro de aprendizaje de la matemática en los estudiantes, teniendo en cuenta el desarrollo psicológico, social y los procesos motivacionales involucrados.

C. E.7: Diseña, implementa y evalúa situaciones de aprendizaje sustentadas en modelos de la didáctica de la matemática, considerando el conocimiento de la disciplina y la reflexión de su propia práctica.

N.2: Diseña, implementa y evalúa situaciones de aprendizaje sustentadas en modelos de la didáctica de la matemática, en contextos simulados o prácticas guiadas considerando el conocimiento de la disciplina y la reflexión de su propia práctica.

IV. Resultados de Aprendizaje

1. Aplica los aportes de la teoría de la Didáctica de la Geometría en la formulación de los elementos que componen secuencias didácticas para la enseñanza de la Geometría.

2. Planifica procesos de enseñanza para el aprendizaje de la Geometría, considerando contextos institucionales, otros propios de los estudiantes de educación escolar, como la motivación para aprender, desarrollo personal; fundamentado desde los marcos teóricos que aporta la Didáctica de la Geometría.

3. Desarrolla una unidad didáctica realizando una clase en contexto simulado, aplicando la curricula de Geometría de Educación Media, y elementos de la Didáctica de la Geometría.

Núcleos de contenidos:

1. Contenidos del currículum de geometría en la educación media, sus finalidades y su desarrollo en dicha etapa.
2. Experimentar y conocer las características de una "investigación geométrica".
3. Conocer el punto de vista de Piaget sobre la formación de conceptos geométricos y los niveles de van Hiele.
4. Reflexionar sobre la formación de conceptos a partir de la reflexión sobre la formación de conceptos geométricos.
5. Valorar el papel que juega la acción en la abstracción reflexiva.
6. Relacionar la geometría con situaciones de la vida diaria de los alumnos de educación secundaria.
7. Conocer y utilizar los materiales para la construcción y manipulación de figuras planas, los instrumentos de dibujo (regla, escuadra y compás), así como el computador, en especial los programas Cabri y Geogebra, para resolver problemas de construcción.
8. Valorar la importancia de la utilización de materiales que permitan a los alumnos de educación media construir cuerpos geométricos.
9. Valorar el papel que juega el lenguaje y la visualización para relacionar los cuerpos geométricos con sus representaciones bidimensionales.
10. Analizar y diseñar actividades para el aprendizaje de los contenidos geométricos y proponer actividades para su evaluación.
11. Conocer errores y dificultades de los alumnos de educación media en el proceso de construcción de los conceptos geométricos.

IV. Medios para el aprendizaje

RESULTADOS DE APRENDIZAJE	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	ESTRATEGIAS EVALUATIVAS	PONDERACIÓN
1. Aplica los aportes de la teoría de la Didáctica de la Geometría en la formulación de los elementos que componen secuencias didácticas para la enseñanza de la Geometría.	Las clases presenciales de esta materia se abordarán en términos de trabajo de taller, donde se integrará la actividad práctica experimental con la teórica. La metodología combinará la clase expositiva y la resolución de	Se llevará término un proceso de evaluación continua para valorar los aprendizajes del alumno correspondientes a los conocimientos, habilidades y actitudes asociadas a las competencias del programa de asignaturas.	Prueba de ejecución: 25% Autoevaluación 5%
2. Planifica			Prueba de ejecución: 25%

procesos de enseñanza para el aprendizaje de la Geometría, considerando contextos institucionales, otros propios de los estudiantes de educación escolar, como la motivación para aprender, desarrollo personal; fundamentado desde los marcos teóricos que aporta la Didáctica de la Geometría.	problemas, comentario de artículos, estudio de casos. Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías individuales y en grupo. Para el trabajo autónomo, la metodología consistirá en el estudio personal, la lectura y comentarios de artículos y la realización de actividades prácticas, elaboración de secuencias didácticas y actividades de aplicación, individuales o en grupo.	Se utilizarán, entre otros, los siguientes instrumentos: a.- trabajos de reflexión y de síntesis, individuales o en grupo. b.- trabajos de elaboración de secuencias didácticas. c.- observaciones de profesores sobre el desarrollo de las actividades de aprendizaje con listas de cotejo, registro anecdótico y otros. d.- trabajos escritos tipo ensayo o monografías. e.- Actividades de aplicación. Estudios de caso f.- Evaluación tradicional.	Autoevaluación 5%
3. Desarrolla una unidad didáctica realizando una clase en contexto simulado, aplicando la curricula de Geometría de Educación Media, y elementos de la Didáctica de la Geometría.			Trabajo de Investigación Bibliográfica. 20% Informes de avance de Investigación Bibliográfica: 5% Coevaluación: 5% Bitácora de informes personales (10%)

Recursos para el Aprendizaje

1. Tecnológicos
2. Sala Multimedia
3. Programas Geogebra y Cabrí

Bibliográficos

Bibliografía Mínima

1. Alsina, C., Burgues, C., Fortuny, J. (1987). Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid: Síntesis.
2. Alsina, C., Burgues, C., Fortuny, J. (1988). Materiales para construir la geometría. Madrid: Síntesis.
3. Castro, E. (Edt.) (2001). Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. Madrid: Síntesis.
4. Chamorro, C. (Coord..) (1988). Didáctica de las matemáticas para primaria. Madrid: Pearson-Prentice Hall.
5. Flores, P. (2006) Los materiales y recursos didácticos en la formación de profesores de matemáticas. UNO 41, 77-97.
6. Godino, J. D. (Dir.) (2004) Matemáticas para Maestros. Granada: departamento de Didáctica de la Matemática.
7. Resnick, L. y Ford, W. (1990). La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Madrid: Paidos-MEC.
8. Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Academic Press. Orlando, Florida.
9. Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En Castro, E. (Ed.) Didáctica de la matemática (83-104). Madrid: Síntesis.

ANEXO 2

Universidad Católica de la Santísima Concepción
Vicerrectoría Académica. Dirección de Docencia
Facultad de Educación.
Carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática.

Syllabus

Curso	:	Didáctica de la Geometría
Docente	:	Hernán Morales Paredes
Horario Atención	:	Martes, 15h30 a 17h30
Mail	:	hmorales@ucsc.cl
Fono Oficina	:	Secretaria: 2345656

Esta actividad curricular tiene como propósito fortalecer los aprendizajes del sector y por otra la aproximación al conocimiento didáctico del contenido de la geometría, considerando la historia y elementos primarios de la geometría plana. De esta manera se busca integrar el conocimiento del contenido con la resolución de problemas contextualizados a las experiencias del mundo escolar y social del alumno de nivel secundario

Resultados de Aprendizaje:

1. Aplica los aportes de la teoría de la Didáctica de la Geometría en la formulación de los elementos que componen secuencias didácticas para la enseñanza de la Geometría.

2. Planifica procesos de enseñanza para el aprendizaje de la Geometría, considerando contextos institucionales, otros propios de los estudiantes de educación escolar, como la motivación para aprender, desarrollo personal; fundamentado desde los marcos teóricos que aporta la Didáctica de la Geometría.

3. Desarrolla una unidad didáctica realizando una clase en contexto simulado, aplicando la curricula de Geometría de Educación Media, y elementos de la Didáctica de la Geometría.

Cronograma.

	Actividades		
Sesión Semana	Enseñanza	Aprendizaje Directo	Indirecto
1	Presentación Programa de la asignatura. Protocolo del curso Definición de temas, Currículum Mineduc.	Temas asignados.	Cada estudiante desarrolla una o dos clases de acuerdo al modelo didáctico
2	Presentación de la Estructura Capítulo del Libro, Lo esencial. Transposición Didáctica. Triángulo Didáctico.	Discusión y participación en clases. Ejemplos personales	Búsqueda bibliográfica Libros de geometría (P.e., Clemens) Libros escolares (Santillana, Antartica) Internet. Construcción de Lo Esencial Evaluación
3	Revisión de Lo Esencial. Retroalimentación. Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau. Relación <sujeto-medio>, situación adidáctica.	Presentación de Lo Esencial. Recepción retroalimentación. TSD, ejemplos. Tópicos a tratar: Isometría, Thales.	Test teórico.

4	Libro: Actividades de Iniciación Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau. Situación de Acción, Formulación, Validación, Institucionalización. Devolución. Documentos.	Ejemplos de estilo de enseñanza opuestos.	Actividades de Iniciación, búsqueda bibliográfica Libros de geometría Libros escolares Internet Test teórico. Evaluación
5	Modelo de Gestión de Aula. Etapa Preparación. Ejemplo COPISI Representación Concreta, Pictórica y Simbólica.	Modelo de Gestión de Aula: Disposición psicológica, soporte, diálogo, título.	Construcción de la etapa Preparación del modelo de aula. Evaluación Elección de actividades de soporte:
6	Clases Etapa Preparación.	Presentaciones individuales. Tópicos a tratar: Circunferencia, Círculo.	Evaluación clases y presentación
7	Libro Resolución de problemas y ejercicios.	Actividades Pictóricas, Concretas y Simbólicas	Actividades de Resolución de problemas y ejercicios, búsqueda bibliográfica. Libros de geometría Libros escolares Internet. Evaluación

8	Clase: Etapa Inicio.	Modelo de Gestión de Aula. Tópicos a tratar: Homotecia	
9	Primera Versión del Libro Completo. Pauta de Evaluación del libro. Clase Etapa Desarrollo y Cierre Competencias PISA	Presentación. Recepción Retroalimentación Tipos de ejercicios: Reproducción, Conexión, Reflexión.	Construcción del libro, Versión Final Evaluación
10	Estilos de Enseñanza Opuestos.	Elementos teóricos. Discusión. Tópicos a tratar: Triángulos y Cuadriláteros.	Test teórico
11	Ejemplo Modelo de Clases: Cálculo de Volumen, Pitágoras, Cálculo del número Pi.	Realización de clases. Volumen del cono y cilindro, Pitágoras, Cálculo del número Pi. Retroalimentación	Reflexión, retroalimentación. Evaluación
12	Ejemplos: Áreas de cuadriláteros (1)	Realización de clases áreas de cuadriláteros (1). Retroalimentación. Tópicos a tratar: áreas de cuadriláteros.	Diseño y preparación de clases de acuerdo al modelo.

13	Ejemplos: Áreas de cuadriláteros (2)	Realización de clases áreas de cuadriláteros (2).	Diseño y preparación de clases de acuerdo al modelo. Retroalimentación
14	Presentaciones de clases. Retroalimentación y evaluación.	Presentación según temas asignados. Tópicos a tratar: áreas de cuadriláteros.	Diseño y preparación de clases de acuerdo al modelo. Evaluación
15	Presentaciones de clases Retroalimentación y evaluación.	Presentación según temas asignados. . Tópicos a tratar: Volumen de cuerpos	Diseño y preparación de clases de acuerdo al modelo. Retroalimentación
16	Presentaciones de clases Retroalimentación y evaluación.	Presentación según temas asignados.	Diseño y preparación de clases de acuerdo al modelo. Evaluación
18	Fin período de Clases. Notas Finales.	Presentación según temas asignados.	

ANEXO 3

Elementos de una Circunferencia: radio y diámetro.

Cálculo del perímetro y del área de una circunferencia.

La Circunferencia: presencia en la vida diaria.

Recordemos ¿dónde podemos observar circunferencias? Por ejemplo en algunos utensilios que encontramos en la cocina. Fíjate en la siguiente fotografía:

¿En cuáles observas la forma de la circunferencia? Escríbelos aquí:

¿Puedes tú nombrar otros objetos que tengan la forma de una circunferencia? Anótalos aquí:

1.-

2.-

3.-

4.-

5.-

Ahora estudiemos algunos elementos relacionados con la circunferencia. El primero de ellos es el radio.

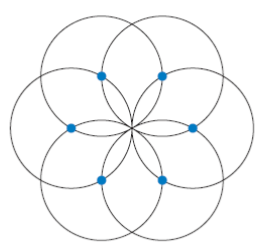
El Radio de una Circunferencia

Por ejemplo observemos una bicicleta y sus ruedas:

Si te das cuenta, las ruedas están sujetas en su centro y se apoyan en el suelo. Hay una distancia desde el centro hasta su parte más externa. Esa distancia es el radio

En el siguiente dibujo, marca una línea en la rueda grande, que vaya desde el centro hasta el suelo. Esa línea es el radio de la circunferencia.

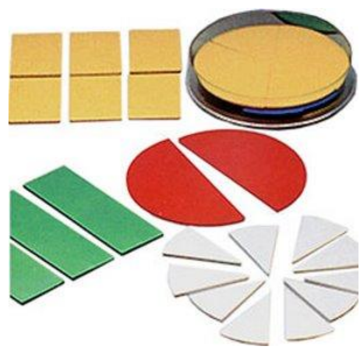
Con un compás, reproduce la siguiente figura:



Luego que la hayas construido, elije tres circunferencias y dibújales una línea que vaya desde su centro hasta su parte más externa. Esa línea es el radio.

El Diámetro de una Circunferencia

Si te das cuenta, en las circunferencias construidas con papel lustre hay una marca en el medio, como la que se muestra en la siguiente figura de color rojo:



Esa línea que divide a la circunferencia en dos partes, se llama diámetro.

Usando papel lustre construye 5 circunferencias de distinto tamaño y colores. Para ello, dobla el papel en dos partes iguales, y ubica el centro de la circunferencia en la marca que quedó al doblarlo, recorta y marca el diámetro

Procedimientos para medir perímetros y áreas de circunferencias.

Distribuidos en grupos, hacen un molde en papel para posa vasos y buscan formas de medir el contorno y la superficie de cada uno.

Se están construyendo manteles y centros de mesa con forma de círculo. Cada uno lleva cintas en el borde. Se desea saber en la forma más precisa posible cuántos metros de cinta se requieren para cada uno. Los diámetros son centro de mesa 40cm y mantel 1,20m. ¿Por qué te dan la información de los diámetros?

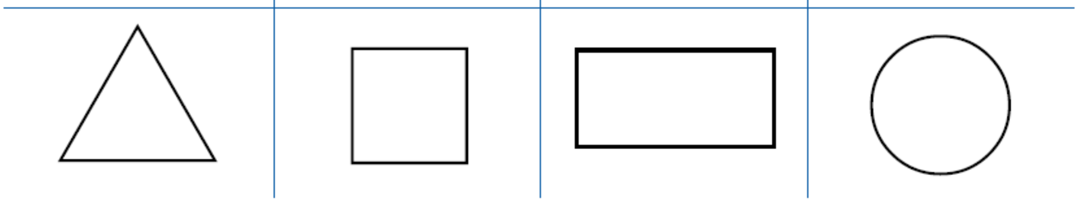
Trazan modelos de posa vasos de forma circular que tengan diámetro 10cm y 11cm. Buscan formas de calcular la superficie que cubre cada unos. Se puede apoyar en cuadriculados de 1cm de lado o en papel milimetrado.

Calculo de áreas y perímetros de figuras compuestas por circunferencias y otras figuras geométricas

En parejas, resuelven las siguientes situaciones:

a) Un granjero desea hacer un corral para guardar sus animales, y el terreno del cual dispone se presta para construirlo de distintas formas. El analiza las siguientes posibilidades de medidas que se adjuntan, considerando que cuenta con 60 m de alambre. Se trata de saber en cuál se cubre mayor superficie y, por lo mismo, cuál puede albergar mayor cantidad de animales, es decir, en cuál se podría aprovechar mejor la superficie de acuerdo a la forma. Todas las formas tienen 60 metros de perímetro.

De 20 m en cada lado	Con lados de 15 m	El lado menor de 10 m y el mayor de 20 m	De perímetro aproximado a 60 m



b.- Analiza las posibilidades de cada corral de acuerdo a los criterios entregados.

c.- ¿Hay otras posibilidades a la forma del corral? Proponen la forma que puede tener el corral y fundamenta tu elección.

2.- Completa la siguiente tabla en la cual se da el valor del radio de una circunferencia. Encuentran el perímetro y el área de ésta.

Radio	Perímetro	Área
1		
2		
3		
4		
6		
10		
12		

3.- De la tabla anterior, establece una conclusión que permita relacionar la variación del radio con el efecto en su perímetro y área. Para ello, responde las siguientes preguntas:

a. Si el radio en una circunferencia se aumenta, ¿cómo aumenta el perímetro correspondiente?

b. ¿Es posible afirmar que la relación entre el radio y el perímetro correspondiente es proporcional?, ¿por qué?

c. Si el radio en una circunferencia se aumenta, ¿cómo aumenta el área correspondiente? ¿Cómo se puede caracterizar el aumento del área del círculo? ¿Es posible afirmar que la relación entre el radio y el área correspondiente es proporcional?, ¿por qué?

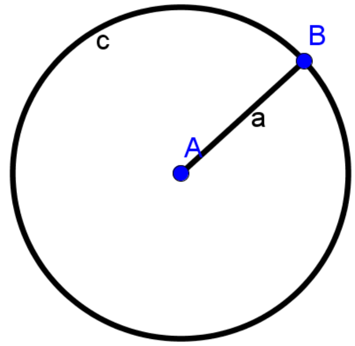
d. ¿Qué conclusión puedes obtener?

Entonces:

Definimos el concepto de radio de una circunferencia:

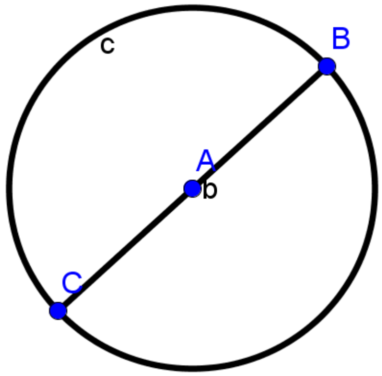
Un radio de una circunferencia es un segmento cuyos extremos son el centro de la circunferencia y un punto de ella.

En la siguiente figura, el radio es el segmento AB



Definimos el concepto de diámetro de una circunferencia:

El diámetro de una circunferencia es un segmento cuyos extremos están sobre la misma circunferencia y pasa por el centro de ella. En la siguiente figura, el diámetro es el segmento BC



Definimos el perímetro de una circunferencia:

Se hace a través de la siguiente expresión:

$$P=2\pi r$$

P es el perímetro de la circunferencia

π es el número pi = 3,14

r es el radio de la circunferencia

Definimos el área de una circunferencia:

Se hace a través de la siguiente expresión:

$$a=\pi r^2$$

a es el área de la circunferencia

π es el número pi = 3,14

r^2 es el radio de la circunferencia, al cuadrado

Ejercicios y Problemas

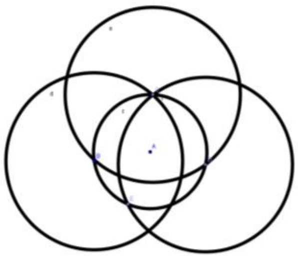
1.- Localiza objetos circulares en tu sala de clases. Mide el borde de la circunferencia de de esos objetos y completa la siguiente tabla.

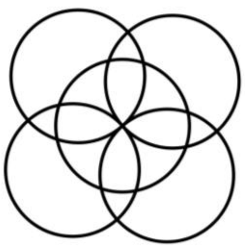
Objetos circulares	Longitud de la circunferencia	Radio de la circunferencia	Diámetro de la circunferencia

2.- Busca en edificios, tanto de la arquitectura moderna como de la antigua, en la naturaleza y en la pintura, ¿cómo, dónde o en qué elementos se utiliza el círculo y la circunferencia?

3.- Copia de forma exacta el siguiente dibujo, utilizando sólo el compás. ¿Qué representan las zonas pintadas de negro?

4.- Con un compás dibuja ejemplos de cada uno de los diseños “técnica de compás” que se muestran a continuación. Elabora diseños originales y píntalos de manera interesante:

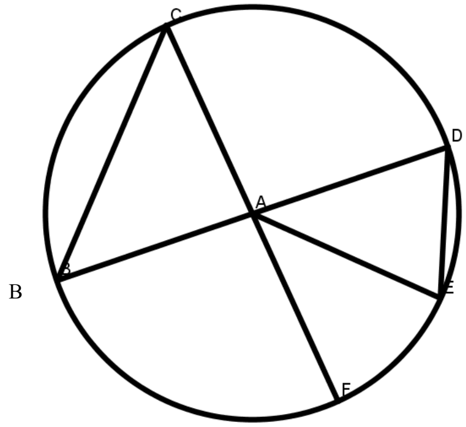




5.- Se desea marcar la circunferencia del centro de una cancha de básquetbol, ¿de qué manera lo podrías realizar si no posees un compás gigante?

6.- Se desea construir un reloj en un plato como el ejemplo de la figura. Determina el centro para ubicar las manecillas del horario y el minutero.

7.- En la siguiente figura, nombre todos los radios y diámetros que aparecen en él.



8.- Construye un hilorama como en el ejemplo de la figura y complétalo con la estructura que tú desees. Puedes preguntar al profesor si necesitas ayuda:

9.- Utilizando el software GeoGebra, construye:

a. el radio de una circunferencia.
b. El diámetro de una circunferencia
c. Una circunferencia de radio 5 cm
d. Una circunferencia de diámetro 8 cm.
e. Una circunferencia de perímetro 20 cm
f. Una circunferencia de área 90 cm^2

10.- Resuelve los siguientes ejercicios y marca con un círculo la respuesta correcta:

Halla la longitud en cm de una rueda de bicicleta que mide 50 cm de radio.	a) 157 b) 314 c) 103
La longitud de un aro es de 14 dm. ¿Cuántos dm mide el radio?	a) 2,22 b) 4,45 c) 143,14
Un árbol mide 1,5 m de perímetro. ¿Cuál es su diámetro?	a) 0,23 b) 0,15 c) 0,47
Halla la longitud en metros de una plaza de toros que mide 116 m de diámetro.	a) 728,48 b) 364, 24 c) 182, 21

11.- Realiza los siguientes ejercicios sobre papel y contesta en cm^2:

Un círculo tiene 9 cm de radio. ¿Cuál es su área en cm^2?	a) 254,34 b) 28,26 c) 56,52
Un círculo tiene 60 cm de diámetro. ¿Cuántos cm^2 de área mide?	a) 376,8 b) 113,04 c) 28,26
Calcula el área en cm^2 de un círculo que tiene 25 cm de radio.	a) 78,5 b) 1962,5 c) 157
Calcula el área en m^2 de un círculo de 7 m de diámetro.	a) 38,465 b) 21,98 c) 43,96

12.- Investiga sobre el significado de los números referidos a las medidas de los cuellos de las camisas de los hombres, los anillos para los dedos, las llantas y neumáticos, la cintura del cuerpo. ¿Qué relación tienen esas medidas con los conceptos ya estudiados de la circunferencia: diámetro, radio, perímetro y área?

13.- Investiga la relación entre el perímetro, el radio y el diámetro de una circunferencia a través del cuociente. Define el número pi (π).

14.- Investiga sobre el uso de las ruedas métricas para medir distancias, cómo funcionan y cuál es su utilidad.

15.- La rueda de la bicicleta de Luis tiene un diámetro de 44 cm.

a) ¿Qué distancia recorre la bicicleta cada vez que la rueda da una vuelta?

b) ¿Qué distancia recorrería si diera tres vueltas?

c) Determina cuántas vueltas dará la bicicleta en 10 metros.

16.- En grupos, construyan con cartón ruedas de 20 cm, 30 cm y 40 cm de diámetro.

a. Determinar cuánto alcanza a recorrer cada una de las ruedas métricas en 1 vuelta.

b. Completar la siguiente tabla con la información.

c. Redondear el valor obtenido en cada medición.

d. Presentar la información al curso.

RUEDA	DISTANCIA QUE RECORRE EN 1 VUELTA	DIAMETRO DE LA RUEDA	CUOCIENTE
1			
2			
3			

17.- Realizar el mismo procedimiento para circunferencias de diámetro 10 cm y 5 cm.

18.- Retomar la tabla anterior y agregar nuevas columnas:

RUEDA	DISTANCIA QUE RECORRE EN 1 VUELTA	DIAMETRO DE LA RUEDA	CUOCIENTE	PERIMETRO, USANDO LA NOTACION PI	PERIMETRO, CALCULANDO EL NUMERO PI
1					
2					
3					

19.- ¿Qué diámetro tendría la circunferencia si queremos que una vuelta de la rueda avance un metro? ¿De qué radio escogerías construir una rueda métrica de manera que sea eficiente para medir distancias en una parcela y sea de fácil lectura la cantidad de metros que vas midiendo?

20.- Revisa la despensa en tu casa y busca latas y frascos de forma cilíndrica y de distintos tamaños. Con una huincha de medir graduada en centímetros, mide la circunferencia y el diámetro de cada uno de ellos. Te aconsejamos que tomes con la mayor precisión posible las medidas necesarias, de manera que logres una mejor aproximación a la respuesta pedida.

Con los datos obtenidos completa el siguiente cuadro:

Envase	Longitud de circunferencia	Diámetro de circunferencia	Longitud de diámetro

Luego responde las siguientes preguntas:

a.- ¿Cuántas veces entra el diámetro en la longitud de la circunferencia?

b.- Los datos de la cuarta columna, ¿te coincidieron en el mismo resultado?

21.- Investiga en tu escuela sobre el origen del número π, su historia e importancia. Existen direcciones en internet dedicadas a este número. En algunas se podrá encontrar la historia respecto a él y cómo se llegó a su nombre específico. De especial interés en la información histórica, son los métodos utilizados a través del tiempo para constatar su existencia y para encontrar aproximaciones de él.

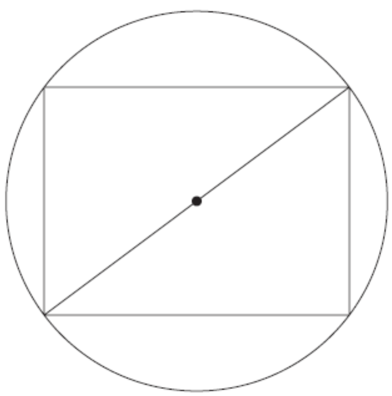
22.- La Tierra está a una distancia del Sol de 150 millones de km aproximadamente. La trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es casi circular.

a. ¿Qué distancia recorremos "en órbita" alrededor del Sol cada año?

b. Para realizar los cálculos, ¿qué valor es conveniente usar para π?, ¿por qué?

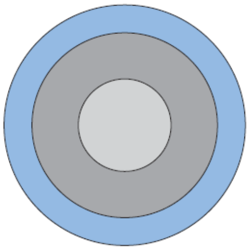
c. ¿Cuál sería una buena aproximación de la velocidad de la Tierra en su órbita?

23.- ¿Cuál es el perímetro de la circunferencia si el rectángulo está inscrito en la circunferencia cuyo lado mayor mide 12 cm y el menor 9 cm?



24.- En parejas de trabajo, resolver las siguientes situaciones, explicar la respuesta y presentar su desarrollo frente al curso:

a. En el dibujo, no realizado a escala, se presenta un tablero para aficionados de tiro al blanco con 3 zonas de tiro. En teoría, si el tablero está bien construido, el jugador tiene la misma probabilidad de acertar en cada una de sus secciones.



b. ¿Cómo se puede saber que efectivamente el diseño da la misma probabilidad de ubicar una plumilla en cada sector?

c. ¿Qué cálculo que involucre el diseño permite esta certeza?

d. En el caso que el radio del círculo interior sea 12 cm; ¿cuál debería ser el área de cada anillo?

e. Imaginen que cada anillo de color pertenece a un círculo (con el mismo centro del más pequeño). Si el círculo interior tiene de radio 12 cm, ¿cuál debería ser el área de cada uno de los círculos más grandes, de manera que el diseño del tablero sea el correcto?

f. Expresar el área de cada círculo de al menos tres maneras.

g. ¿Cuál debería ser el radio de cada uno de los círculos antes señalados? Presentar la respuesta: calculando la raíz con la calculadora y sin calcular la raíz.

25.- Un artesano compró varias piezas de cuero de diferentes tamaños y formas. Sin embargo, la mayoría se acerca a una forma rectangular. El artesano está realizando en una de las piezas los cortes para las bases de un vaso para el tradicional juego de “cacho”, que se sabe tienen forma circular. El radio de cada pieza es de 3 cm y el tamaño de la pieza es aproximadamente de 1 metro por 80 cm y su valor es de 30 mil pesos.

a. ¿Cómo sería recomendable disponer las bases circulares de manera que se aproveche al máximo la pieza de cuero? Haz un dibujo esquemático de la distribución y explica por qué es la forma en la cual se aprovecha mejor la pieza.

b. ¿Cuántas bases circulares alcanza a obtener con ella?

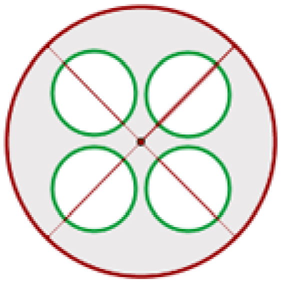
c. ¿Cuánto cuero se pierde de la pieza completa?

d. ¿Aproximadamente a cuánto dinero equivale esta pérdida en la pieza de cuero?

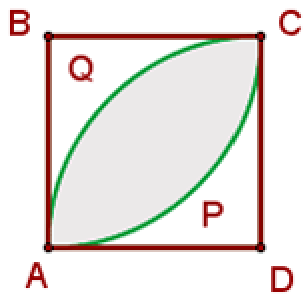
26.- La rueda de un camión tiene 90 cm de radio. ¿Cuánto ha recorrido el camión cuando la rueda ha dado 100 vueltas?

27.- En un parque con forma circular de 700 m de radio hay situada en el centro una fuente, también de forma circular, de 5 m de radio. Calcula el área de la zona de paseo.

28.- Calcula el área de la parte sombreada, si el radio del círculo mayor mide 6 cm y el radio de los círculos pequeños miden 2 cm.



29.- Calcula el área de la parte sombreada, siendo AB = 10 cm, ABCD un cuadrado y APC Y AQC arcos de circunferencia de centros B y D.

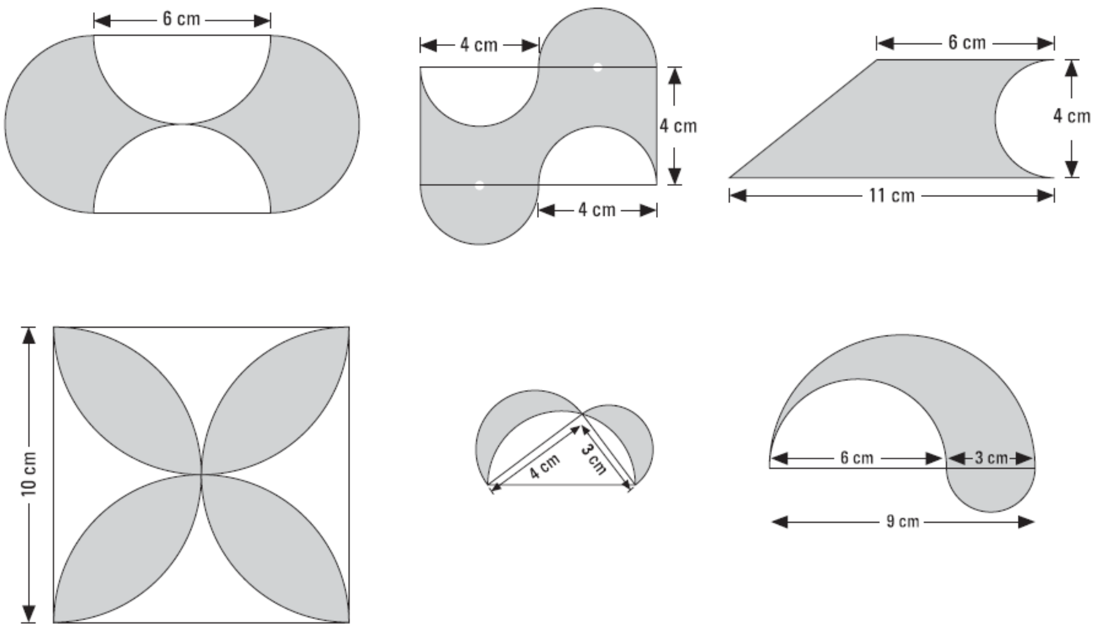


30.- En el carrusel de un parque, Ana se ha montado en el caballo que está a 3,5 m del centro de la plataforma que gira y su amiga Laura se montó en el león que estaba a 2 m del centro. Calcular el camino recorrido por cada una cuando la plataforma ha dado 50 vueltas.

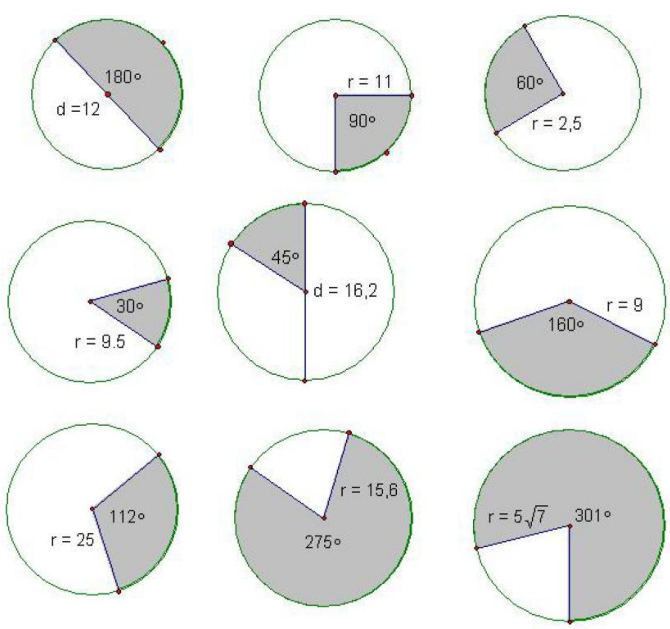
31.- Los brazos de un columpio miden 1,8 m de largo y pueden describir como máximo un ángulo de 90°. Calcula el espacio recorrido por el asiento del columpio cuando el ángulo descrito en su balanceo es el máximo.

32.- Utilizando el software GeoGebra, dibuja la cara de un oso

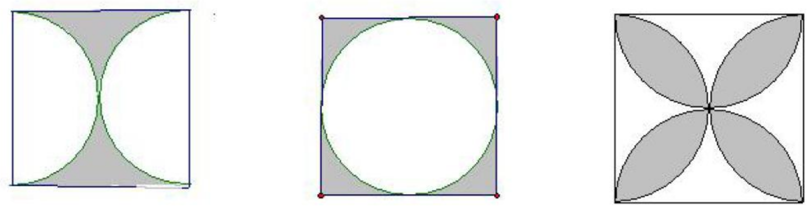
33.- Calcular el área de la parte sombreada:



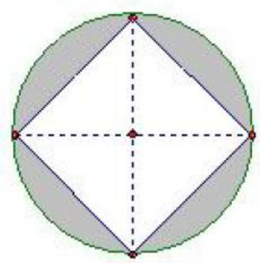
34.- Determine el valor del área de los sectores circulares sombreados. Responda en función de π.



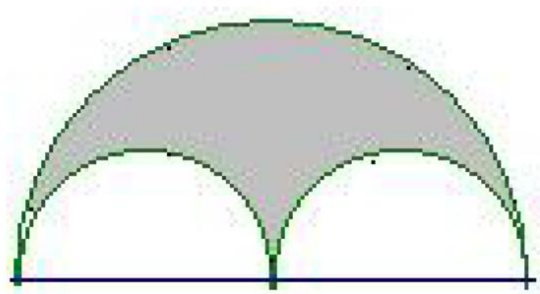
35.- Hallar el área de la región sombreada. La longitud del lado de los cuadrados es 3.



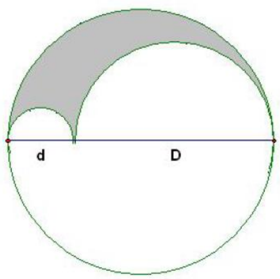
36.- El lado del cuadrado inscrito es 7 cm. Determine el valor del área sombreada.



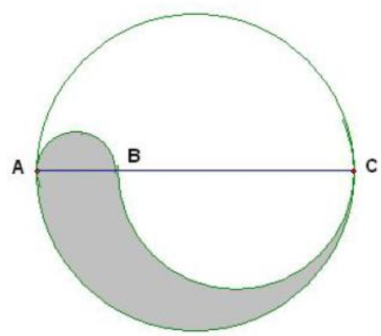
37.- En la figura, el diámetro de cada semicircunferencia pequeña es igual al radio de la semicircunferencia grande. Si el radio de la semicircunferencia grande es 22, ¿cuál es el valor del área de la región sombreada?



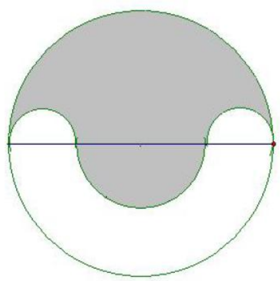
38.- Un patio de una escuela tiene forma circular y se desea dividir en dos partes para construir una piscina como la parte sombreada de la figura. El diámetro del patio es 14, el de la semicircunferencia mayor es D=10. ¿Qué parte del total del patio ocupará la piscina?



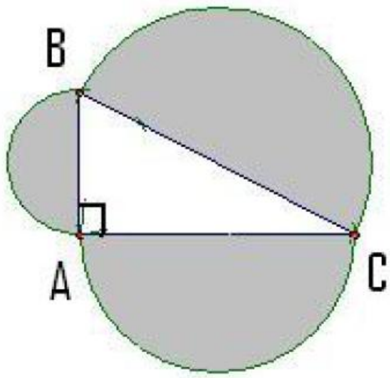
39.- La medialuna de un rodeo debe ser transformada para la fiesta del 18 de septiembre, de modo que en una parte (la mayor) se ubiquen los caballos, en otra los novillos y en la tercera parte (la más pequeña), los huasos. ¿Qué cantidad de metros cuadrados le toca a cada uno si BC=3AB y AB= 25 metros?



40.- Un lombriz cava su escondite en el suelo húmedo, similar a como la muestra la parte blanca de la siguiente figura. El diámetro del escondite es 24mm y el diámetro de la cabeza y la cola es 6mm cada uno. Determine la superficie que ocupa la lombriz.



41.- Compruebe que las sumas de las áreas de los 2 semicírculos menores es igual que el área del semicírculo mayor. AB=3, AC=4 y BC=5.



42.- Observa los siguientes applets:

a. http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/Geometrie2009/Perimetres.html y desarrolla lo que allí se señala.

b. http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/Geometrie2009/Pelecoide.html y comprueba lo que allí se señala.

c. http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie3/AireHexa.html y ¿cómo podrías resolver esa situación?

ANEXO 4

Anexo 4: Pauta clasificación de ejercicios capítulo del libro.

Clasifique cada uno de sus ejercicios propuestos en el capítulo del libro que usted construyó, marcando con una X en el casillero correspondiente en la siguiente estructura:

Ejercicio	**Indicadores de Evaluación**	**COPISI**			**Nivel de Competencia PISA**			**Tipo de Trabajo.**	
		C	P	S	Reproducción	Conexión.	Reflexión.	Grupal	Individual
1									
2									
3									
Etc…									

ANEXO 5

Anexo 5: Pauta evaluación capítulo del libro.

CRITERIO	INDICADORES	PUNTAJE 0 ausencia 1 regular 2 bien 3 excelente				x FACTOR	PUNTAJE FINAL
		0	1	2	3		
Elementos formales	Tapa					1	
	Diseño gráfico					1	
	Colores					1	
	Páginas numeradas					1	
	Título o tema					1	
	Nombres					1	
	Coherencia total					2	
	Continuidad entre las tres partes					3	
	Ortografía					3	
Actividades de Iniciación	Adecuada cantidad de ejercicios.					2	
	Apoyo de imágenes, esquemas, gráficos en las actividades					3	
	Actividades concretas					3	
	Actividades pictóricas					2	
	Actividades abstractas					1	
	Actividades de reproducción					3	
	Actividades de conexión					2	
	Actividades de reflexión					1	

Lo Esencial	Coherencia con el tema o título					3	
	Síntesis conceptual					5	
	Claridad conceptual					5	
	Uso de esquemas para la representación.					4	
Resolución de Ejercicios y problemas	Coherencia					3	
	Continuidad					3	
	Adecuada cantidad de ejercicios.					2	
	Apoyo de imágenes, esquemas, gráficos en las actividades					3	
	Actividades concretas					2	
	Actividades pictóricas					2	
	Actividades abstractas					3	
	Actividades de reproducción					2	
	Actividades de conexión					3	
	Actividades de reflexión					4	
PUNTAJE TOTAL						50	

ANEXO 6

Anexo 6: Pauta evaluación protocolo de gestión didáctica de aula.

CRITERIO	INDICADOR	PUNTAJE
Contenido	Está señalado	1
Aprendizaje Esperado (AE)	Está señalado	1
	Es coherente con el contenido	2
	Es posible de ser logrado	2
Comienzo	Saluda a los alumnos	1
	Presencia de Contrato Didáctico	2
Presentación del Soporte	Lo presenta	1
	Interesante – Motivador	1
	Se relaciona con el AE	2
Expresión libre y espontánea de los alumnos	Produce el diálogo con los alumnos	2
	Los alumnos se expresan	4
Título de la clase	Lo expresa oralmente y lo escribe	1
	Es coherente con el AE	2
Situación de Investigación	Presenta la Guía 1	4
	Señala que es una actividad individual	1
	Se produce la situación de acción	2
	Señala que es una actividad grupal	1
	Se produce la situación de formulación	2
	Hay gestión de la Devolución	2
Comunicación y Confrontación de respuestas	Señala que cada grupo presentará su respuesta al curso	2
	Se produce la situación de validación	2
	Se produce la pequeña comunidad científica	2
Elaboración de una síntesis	Presentación del contenido	2
	Se produce la Institucionalización	4
Ejercicios y Problemas	Presenta la Guía Nº2	2
	La guía Nº2 presenta una gama de ejercicios coherentes con COPISI, PISA y Competencias Geométricas.	4
	PUNTAJE TOTAL	

Anexo 7: Certificado de Ética.

Université de Montréal

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche

19 avril 2016

Monsieur Herman Morales
Candidat au doctorat
Didactique - Faculté des Sciences de l'éducation

OBJET: Reconnaissance d'une approbation éthique

M. Hernan Morales,

Le *Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPER)* a étudié le projet de recherche intitulé « Modification of the practice system of trainee teachers in secondary education in mathematics, described through an initial training device. » et a délivré le certificat d'éthique demandé suite à la satisfaction des exigences précédemment émises.

Notez qu'il y apparaît une mention relative à un suivi annuel et que le certificat comporte une date de fin de validité. En effet, afin de répondre aux exigences éthiques en vigueur au Canada et à l'Université de Montréal, nous devons exercer un suivi annuel auprès des chercheurs et étudiants-chercheurs.

De manière à rendre ce processus le plus simple possible et afin d'en tirer pour tous le plus grand profit, nous avons élaboré un court questionnaire qui vous permettra à la fois de satisfaire aux exigences du suivi et de nous faire part de vos commentaires et de vos besoins en matière d'éthique en cours de recherche. Ce questionnaire de suivi devra être rempli annuellement jusqu'à la fin du projet et pourra nous être retourné par courriel. La validité de l'approbation éthique est conditionnelle à ce suivi. Sur réception du dernier rapport de suivi en fin de projet, votre dossier sera clos.

Il est entendu que cela ne modifie en rien l'obligation pour le chercheur, tel qu'indiqué sur le certificat d'éthique, de signaler au CPER tout incident grave dès qu'il survient ou de lui faire part de tout changement anticipé au protocole de recherche.

Nous vous prions d'agréer, Monsieur, l'expression de nos sentiments les meilleurs,

Tiiu Poldma

Tiiu Poldma, Présidente
Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPER)
Université de Montréal

TP/RS/rs

c.c. Gestion des certificats, BRDV
Philippe R. Richard, professeur titulaire, Didactique - Faculté des sciences de l'éducation
Nicole Gaboury
p.j. Certificat CPER-15-130-D

adresse postale
3744 Jean-Brillant, B-430-8
C.P. 6128, succ. Centre-ville
Montréal QC H3C 3J7
www.cper.umontreal.ca

Téléphone : 514-343-6111 poste 1896
cper@umontreal.ca

Anexo 8: Consentimiento estudiantes.

Université de Montréal

Faculté des Sciences de l'éducation

Formulario de Consentimiento para Estudiantes

Título de la investigación: Modificación del sistema de prácticas de estudiantes de pedagogía media en matemáticas, descrita a través de un dispositivo de formación inicial.

Investigador: Hernán Morales Paredes, estudiante de doctorado, Departamento de Didáctica. Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Montreal. Montreal, Canadá.

Director de investigación: Dr. Philippe R. Richard, Profesor del Departamento de Didáctica, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Montreal. Montreal, Canadá.

A) Información para los participantes

1. Objetivos de la investigación. La presente investigación pretende describir el proceso de modificación del sistema de prácticas de un estudiante que ocurre en un proceso de formación inicial realizado a través de un dispositivo de formación utilizando el concepto de área de un cuadrilátero.

2. Participación en la investigación. Tu participación en esta investigación es totalmente voluntaria e implica que realices planificaciones y clases, tanto en la universidad como en la escuela, de acuerdo a tus propios conocimientos didácticos. También estás invitado a participar en una entrevista personal semiestructurada en que se te preguntará sobre la realización de tus clases y planificaciones. Esta entrevista durará unos 20 minutos y será realizada por el investigador. Las clases y la entrevista serán grabadas en video con tu autorización, para una correcta transcripción. Las actividades a las cuales estás invitado a participar en este proyecto se resumen a continuación:

A. Tú realizarás una primera clase en la universidad y el investigador llevará a cabo una observación no participativa. Esta clase será grabada en vídeo.

B. Tú diseñarás una planificación de clase (power point, anotaciones, etc.) que será analizada por el investigador.

C. Tú realizarás la lección planificada frente a tus compañeros de clase en la universidad. Esta clase será grabada en vídeo.

D. Tú serás entrevistado por el investigador a través de una entrevista semiestructurada. La entrevista será grabada en video.

E. Tú planificarás una lección en la escuela (power point, anotaciones, etc.), que será enseñada a los alumnos. El documento de planificación será analizado por el investigador.

F. Tú llevarás a cabo la lección planificada frente a los alumnos en la escuela. Esta clase será grabada en video por el investigador.
G. Tú serás entrevistado individualmente en relación al Sistema de Prácticas en la escuela. La entrevista será grabada en vídeo.

H. Tú participación es de 4 meses aproximadamente.

3. Riesgos e inconvenientes. No hay ningún riesgo al participar en este proyecto. La realización de las planificaciones, clases y entrevista son situaciones propias de un proceso de formación de profesores. En la entrevista sólo se harán preguntas referidas a tu desempeño como estudiante y no habrá ninguna pregunta de tu vida personal.

4. Ventajas y beneficios. No hay ninguna ventaja particular por participar en este proyecto. Sin embargo tu participación en esta investigación te permite aportar al conocimiento en la formación de profesores de matemáticas en Chile. Tú podrás igualmente beneficiarte de la investigación ya que los resultados podrán ser tomados como base para desarrollar tus propios procesos didácticos.

5. Confidencialidad. Tú participación es confidencial. Los datos obtenidos en el cuestionario y videos serán destruidos siete años después de finalizado el proyecto. Durante todo este tiempo los datos serán confidenciales. Los datos serán almacenados en un computador protegido por una clave de acceso en la oficina del investigador, ubicada en la Universidad Católica de la Santísima Concepción. Solo el investigador tendrá acceso a los datos. Los datos serán encriptados y por lo tanto confidenciales.

6. Indemnización. No recibirás ningún tipo de indemnización.

7. Derecho de retirarse. La participación en este estudio es totalmente voluntaria y confidencial. Tú eres libre de retirarte en cualquier momento, mediante simple notificación verbal, sin prejuicios y sin necesidad de justificar su decisión. Si decides retirarte de la investigación, puedes comunicarte con el investigador, a la dirección que aparece en la última página de este documento. Si optas por retirarte de la investigación, los datos que se han recogido antes de la retirada serán destruidos.
.

B) Consentimiento.

• Entiendo que puedo tomar mi tiempo para pensar antes de dar mi consentimiento o no a participar en la investigación.
• Puedo hacer preguntas al equipo de investigación y exigir respuestas satisfactorias.
• Entiendo que al participar en este proyecto de investigación, yo no renuncio a ninguno de mis derechos y no liberará los investigadores de sus responsabilidades.

• He leído este formulario de información y consentimiento y acuerdo en participar en el proyecto de investigación.

Firma del participante: ____ Fecha: ____________

Apellido: ______________________________________ Nombre: ____________________________

Compromiso del investigador
Yo expliqué a los participantes las condiciones de participación en el proyecto de investigación. Respondí de la mejor manera y desde mi conocimiento a las preguntas realizadas por el participante y me aseguré de su comprensión. Me comprometo con el equipo de investigación de respetar lo acordado en esta información y formulario de consentimiento.

Firma del investigador: ____ Fecha: ____________

Apellido: ______________________________________ Nombre: ____________________________

En caso de inquietudes relacionadas con la investigación, o para retirarse de la investigación, no dude en ponerse en contacto con Hernán Morales al correo electrónico: hernan.morales.paredes@umontreal.ca.

Para más información acerca de sus derechos u obligaciones en este estudio, puede comunicarse con el Comité plurifacultaire en éthique de la recherche (CPER) (Comité de Ética Plurifacultad de Investigación) por e-mail cper@umontreal.ca, por teléfono +1514-343-6111, ext 1896 o visite el sitio: http://recherche.umontreal.ca/participants

En caso de alguna queja sobre su participación en la presente investigación, puede ponerse en contacto con "*ombudsman*" de la Universidad de Montreal (Canadá) al número de teléfono (+1514) 343-0000 o al e-mail ombudsman@umontreal.ca, **el ombudsman acepta llamadas con cobro revertido**.

El presente documento consta de dos ejemplares, uno para el conocimiento del estudiante y otro para el investigador.

Si usted desea recibir los resultados de esta investigación, por favor señale un correo electrónico para hacerle llegar la información:…………………………………………………………….

Un ejemplar del formulario de información y consentimiento firmado debe ser remitido al participante.

Anexo 9: Consentimiento alumnos y apoderados escuela.

Université de Montréal

Faculté des Sciences de l'éducation

Formulario de Consentimiento para Padres de los Alumnos

Título de la investigación: Modificación del sistema de prácticas de estudiantes de pedagogía media en matemáticas, descrita a través de un dispositivo de formación inicial.

Investigador: Hernán Morales Paredes, estudiante de doctorado, Departamento de Didáctica. Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Montreal. Montreal, Canadá.

Director de investigación: Dr. Philippe R. Richard, Profesor del Departamento de Didáctica, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Montreal. Montreal, Canadá.

A) Información para los participantes

1. Objetivos de la investigación. La presente investigación pretende describir el proceso de modificación del sistema de prácticas de un estudiante que ocurre en un proceso de formación inicial realizado a través de un contenido matemático.

2. Participación en la investigación. La participación de su hijo o hija en esta investigación es totalmente voluntaria e implica observar y grabar en video al profesor de su hijo o hija, que también es estudiante de la Facultad de Educación de la UCSC cuando realice clases de matemáticas en el curso de su hijo o hija. No habrá ninguna grabación en directo, ni entrevistas a su hijo o hija. Ellos solo tendrán una participación normal y usual. Si usted no consiente que su hijo o hija aparezca en las grabaciones, se evitará enfocarlos directamente. Aun así, si aparece, el rostro de su hijo o hija, este será difuminado en la edición del video con el software Camtasia Studio 8.

3. Riesgos e inconvenientes. No hay ningún riesgo al participar en este proyecto. La realización de las planificaciones, clases y entrevista son situaciones propias de un proceso de formación de profesores.

4. Ventajas y beneficios. No hay un particular beneficio en esta participación. Sin embargo, el hecho de que su hijo o hija participe en esta investigación, permite contribuir a la posibilidad de aportar al conocimiento en la formación de profesores de matemáticas en Chile. Usted podrá igualmente beneficiarse de la investigación ya que los resultados podrán ser tomados como base para apoyar la enseñanza de la matemática desde el hogar.

5. Confidencialidad. La participación de su hijo o hija es confidencial. Ninguna información podrá identificar las respuestas de su hijo o hija. No está considerado que las grabaciones en video sean difundidas públicamente. Sin embargo, si los jueces investigadores de este proyecto requieren observar los videos, esto será realizado en un aula universitaria de la Universidad de Montreal, en un espacio privado y cerrado con académicos de amplia ética. Los datos obtenidos en el cuestionario y videos de los estudiantes universitarios serán destruidos siete años después de finalizado el proyecto. Durante todo este tiempo los datos serán confidenciales. Los datos serán almacenados en un computador protegido por una clave de acceso en la oficina del investigador, ubicada en la Universidad Católica de la Santísima Concepción. Solo el investigador tendrá acceso a los datos.

6. Compensación. Su hijo o hija no recibirá ningún tipo de compensación.

7. Derecho de retirarse. La participación en este estudio será totalmente voluntaria y confidencial. Su hijo o hija es libre de retirarse en cualquier momento, mediante simple notificación verbal, sin prejuicios y sin necesidad de justificar su decisión. Si su hijo o hija decide retirarse de la investigación, puede comunicarse con el investigador, a la dirección que aparece en la última página de este documento. Si su hijo o hija opta por retirase de la investigación, los datos que se han recogido antes de la retirada serán destruidos.

B) Consentimiento.

CONSENTIMIENTO PARENTAL Y DEL ALUMNO.

Consentimiento Parental.

• Entiendo que puedo tomar mi tiempo para pensar antes de dar mi consentimiento o no a participar en la investigación.
• Puedo hacer preguntas al equipo de investigación y exigir respuestas satisfactorias.
• Entiendo que al participar en este proyecto de investigación, mi hijo o hija no renuncia a ninguno de sus derechos y no liberará los investigadores de sus responsabilidades.
• He leído este formulario de información y consentimiento y acuerdo en participar en el proyecto de investigación.

Firma del participante: ____ Fecha: _____________

Apellido: ____ Nombre: ______________________________

Consentimiento del alumno.

El proyecto de investigación me fue explicado y yo estoy de acuerdo en participar. Yo sé que me puedo retirar en cualquier momento sin dar una razón.

Firma del participante: ____ Fecha: _____________

Apellido: ____ Nombre: ______________________________

Compromiso del investigador

Yo expliqué a los participantes las condiciones de participación en el proyecto de investigación. Respondí de la mejor manera y desde mi conocimiento a las preguntas realizadas por el participante y me aseguré de su comprensión. Me comprometo con el equipo de investigación de respetar lo acordado en esta información y formulario de consentimiento.

Firma del estudiante/investigador: ______________________________________Fecha: ____________

Apellido: ____Nombre: ____________________________

En caso de inquietudes relacionadas con la investigación o para retirarse de la investigación, no dude en ponerse en contacto con Hernán Morales Paredes al correo electrónico: hernan.morales.paredes@umontreal.ca.

Para más información acerca de sus derechos u obligaciones en este estudio, puede comunicarse con el Comité plurifacultaire en éthique de la recherche (CPER) (Comité de Ética Plurifacultad de Investigación) por e-mail cper@umontreal.ca, por teléfono +1514-343-6111, ext 1896 o visite el sitio: http://recherche.umontreal.ca/participants

En caso de alguna queja sobre su participación en la presente investigación, puede ponerse en contacto con "*ombudsman*" de la Universidad de Montreal (Canadá) al número de teléfono (+1514) 343-0000 o al e-mail ombudsman@umontreal.ca, se aceptan llamadas con cobro revertido.

Si usted desea recibir los resultados de esta investigación, por favor señale un correo electrónico para hacerle llegar la información:…………………………………………………………….

Un ejemplar del formulario de información y consentimiento firmado debe ser remitido al participante.

ANEXO 10

Transcripción Daniel Escenario Inicial

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 0:07,5	El estudiante se ubica para iniciar la clase.
2	0:08,0 - 0:15,6	Buenos días, a continuación voy a presentar la planificación de la clase relacionada con el área del cuadrilátero,
3	0:16,8 - 0:33,3	primero que todo vamos a voy a considerar en esta planificación la definición de cuadrilátero, que como asociar la palabra a una figura geométrica de cuatro lados, eso es lo primero que tengo considerado para comenzar la clase.
4	0:33,2 - 0:54,8	Posteriormente a eso definir que figuras tienen esta característica de cuatro lados, entonces mencionarles entre ellas cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecios entre otros cuadri.. figuras geométricas. En particular en este caso se va a trabajar con eee cuadrados y rectángulos.
5	0:54,8 - 1:17,6	Luego una primera diferenciación es diferenciar entre área y superficie y clarificar y dejar claro en esta planificación de la clase, que el área es la medida de la superficie de una figura geométrica, entonces eso es importante recalcarlo.
6	1:17,0 - 1:57,8	eeee pasando a la clase en si definir eee gráficamente entonces lo que ocurre con estos dos cuadraditos, que es un cuadrado que se caracteriza por tener los lados de igual medida, mientras que los rectángulos solamente hay dos lados que son si bien en ambos paralelos pero son de distinta medida, entonces eso va a permitir diferenciar que el área de cada figura va hacer distinta.
7	1:58,0 - 2:25,1	en el caso del área del cuadrado va ser simplemente considerando que el lado mide a, el área va ser a cuadrado, sin embargo considerando el rectángulo, un lado que va hacer l el largo y el ancho que va hacer a su área va a estar determinada por l por a,
8	2:25,6 - 2:45,7	entonces hacer esa diferenciación que si bien estas dos figuras geométricas o cuadriláteros poseen una misma característica que los lados son paralelos, la medida de sus lados son distintos, en el caso del cuadrado son medidas iguales y en el caso del rectángulo son distintas medidas, es por eso existe esa diferenciación.

9	2:45,8 - 3:08,8	Y para finalizar esta clase dar dos ejemplos para que los estudiantes puedan calcular el área por ejemplo de un cuadrado de lado 2 centímetros, en este caso el área de este cuadrilátero como bien se expresó a cuadrado, va ser 2 cm al cuadrado que va hacer 4 centímetros.
10	3:09,1 - 3:31,0	y para el caso de un rectángulo de ancho 2 cm y de largo 3 cm, el área de este rectángulo va ser el largo por el ancho va ser 2cm por 3 cm =, 6 cm cuadrado.
11	3:30,9 - 3:49,6	entonces siempre considerar que la diferencia que entre, entre estas dos figuras geométricas que son cuadriláteros que cumplen con una propiedad que son que todos sus lados son paralelos pero que la medida de sus lados son distintos para cada caso.

Daniel Pino.

Tema: Área de un cuadrilátero

¿Qué es un cuadrilátero?

Definiremos "cuadrilátero" como una figura geométrica que consta de cuatro lados. Dentro de la familia de los cuadriláteros podemos encontrar distintos integrantes como por ejemplo el cuadrado, rectángulo, rombo, romboide y trapecio entre otros.

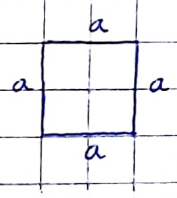
Ahora que sabemos lo que es un cuadrilátero, vamos a definir lo que es el área, el área es la medida que se le da a una superficie determinada. Uniremos estos dos conceptos para poder determinar el área de un cuadrilátero.

Esta área no se determina de la misma manera en cada uno de los componentes de la familia de los cuadriláteros, en esta clase veremos el ejemplo en dos de ellos, el cuadrado y el rectángulo.

- El cuadrado es una figura que posee todos sus lados iguales (misma medida) y paralelas sus caras entre sí, en cambio

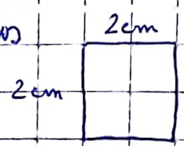
- El rectángulo es una figura que posee dos lados de una medida "x" y otros dos lados de una medida "y", al igual que el cuadrado sus caras son paralelas entre sí.

Determinamos como el área del cuadrado a la medida de uno de sus lados elevándola a su cuadrado, por ejemplo

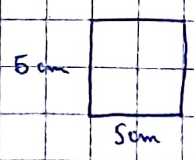


Esta figura de lado "a" su área es a^2

Ejemplos

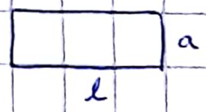


$A_{\square} = a^2 = 2^2 = 4cm^2$



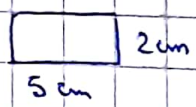
$A_{\square} = a^2 = 5^2 = 25\,cm^2$

Determinamos el área del rectángulo como el producto de la medida de su largo y su ancho, por ejemplo

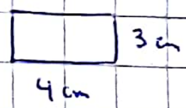


Este rectángulo de medidas l (largo) y a (ancho) tiene área $l \cdot a$

Ejemplos



$A_{\square} = l \cdot a = 5 \cdot 2 = 10$ cm



$A_{\square} = l \cdot a = 4 \cdot 3 = 12$ cm

Universidad Católica de la Santísima Concepción

ANEXO 12

Facultad de Educación
Departamento de Didáctica
Pedagogía en Educación Media en Matemática
Profesor Tutor Hernán Morales Paredes
Profesor Practicante Daniel Pino Espinoza

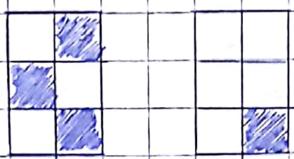
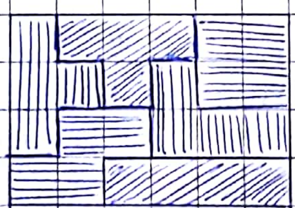
Planificación de clase

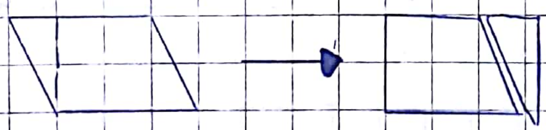
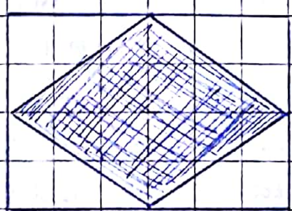
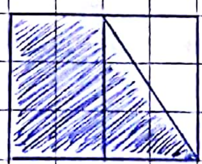
Asignatura: Matemática
Unidad: Geometría
Tema: Área de cuadriláteros
Duración: 4 horas pedagógicas
Objetivo de aprendizaje: "Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios" (OA 13)

Conocimientos previos
a) Operaciones aritméticas elementales
b) Rectas paralelas y perpendiculares
c) Elementos característicos de triángulos según sus lados y sus ángulos

Conocimientos: Área de triángulos, paralelogramos y trapecios
Habilidades:
a) Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos
b) Explicar y fundamentar soluciones propias con los procedimientos utilizados y los resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
Actitudes: Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de evaluación	Objetivos de la clase
Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios	- Dibujan cuadriláteros a partir de un triángulo dado - Reconocen que el área de un triángulo se obtiene por dividir un cuadrilátero por una de sus diagonales - Transforman paralelogramos en rectángulos de la misma altura por medio de recortes o dibujos - Formulan verbal y simbólicamente la regla para calcular el área de paralelogramos	1° Definen lo que es una unidad cuadrada a partir de la comparación de figuras planas de igual área. 2° Determinan el área de figuras planas como triángulos, paralelogramos como rombos, y trapecios.

N° horas	Objetivo de la clase	Actividades	Estrategias
2	Definen lo que es una unidad cuadrada a partir de la comparación de figuras planas de igual área	Inicio: Recuerdan que el área corresponde a la medida de la superficie de una figura plana Desarrollo: Comprenden que la unidad cuadrada corresponde al área de un cuadrado cuyos lados miden 1 unidad Comprueban manualmente que un rectángulo puede ser representado por cuadrados de 1 unidad cuadrada. Señalan qué parte del rectángulo corresponde en cada caso, justificando a partir de la noción de unidad cuadrada  Familiarizados con el Tetris, utilizan las figuras de dicho juego para rellenar un rectángulo de lados 6 y 4 cm. mediante ensayo y error ocupando todas las piezas y parte de ellas  Cierre: Comparan las piezas del juego respecto a la medida de su superficie, entendiendo que cada una posee la misma área, variando solamente la distribución en el plano.	A partir de actividades concretas-pictóricas y en grupos de trabajo (3 máximo)

N° horas	Objetivo de la clase	Actividades	Estrategias
2	Determinan el área de figuras planas como triángulos y paralelogramos como rombos y trapecios	Inicio: En una hoja cuadriculada, dibujan dos rectángulos distintos con un área de 24 unidades cuadradas Calculan el área de las siguientes figuras planas, considerando que cada unidad cuadrada mide 1 cm^2  Desarrollo: Determinan el área de un paralelogramo de manera manual a partir de un recorte / modificación de la figura plana utilizando material concreto Con dicha actividad, comprenden que el área de un triángulo corresponde a la mitad del área de un cuadrado o rectángulo según sea el caso  Utilizan diversas estrategias para determinar el área del rombo de la figura considerando cada unidad cuadrada.  Cierre: Calculan el área de un trapecio a partir de la descomposición en figuras conocidas 	Actividades pictóricas-simbólicas a partir del trabajo en parejas

Guía de Aprendizaje: Área de cuadriláteros (Unidad de Geometría)

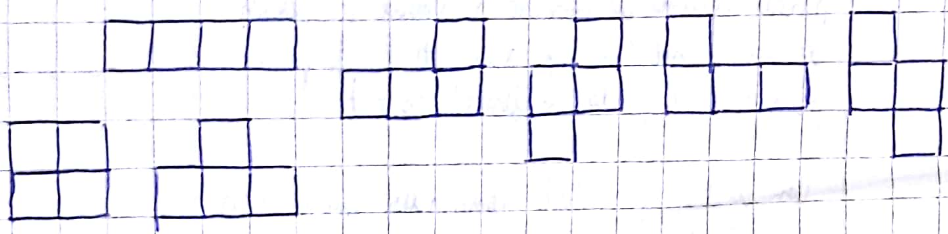
OA: Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelógramos y trapecios.

Objetivo de clase: Determinan geométricamente el área de figuras planas como triángulos, paralelógramos como rombos y trapecios a partir del concepto de unidad cuadrada.

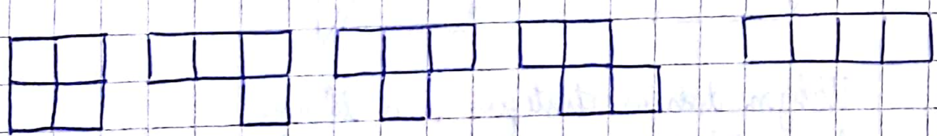
Actividad de iniciación ¿Qué es la unidad cuadrada?

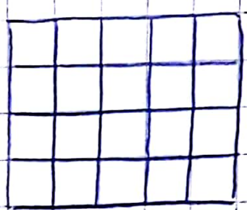
¡Juguemos con Tetris!

Este famoso juego consta de siete figuras de diferente estructura. Consiste en ir encajando las piezas obteniendo puntos al cubrir por completo un nivel.



¡Desafío! En parejas, usen sólo las sgtes. piezas de Tetris para construir un rectángulo de 5 cuadraditos de largo y 4 cuadraditos de ancho





¿Es posible cubrir esta superficie con las piezas de Tetris?

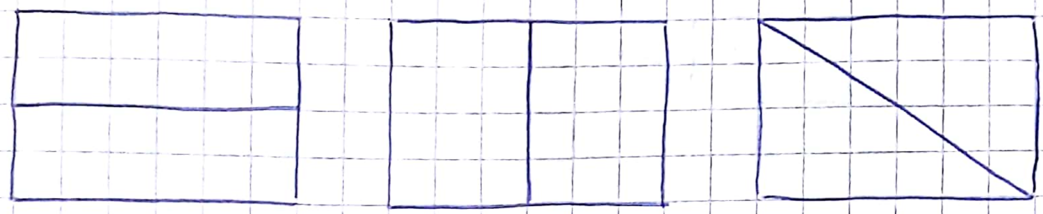
Recuerda que... una unidad cuadrada corresponde al área de un cuadrado cuyos lados miden 1 unidad

Pero... ¿Es lo mismo área y superficie?

Recuerda que... El área corresponde a la medida de la superficie de una figura plana.

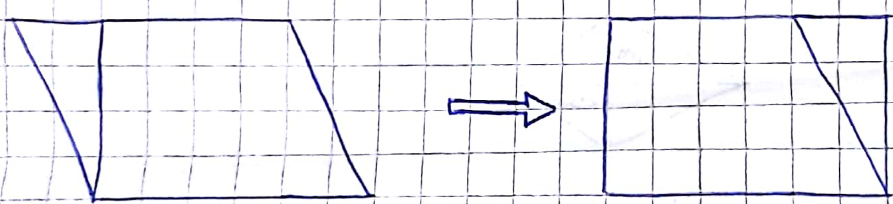
Actividad de desarrollo Verifican geométricamente la fórmula del área de cuadriláteros.

Considerando un rectángulo de 6 unidades cuadradas de largo y 4 unidades cuadradas de ancho, se puede representar la mitad de dicho rectángulo de varias formas:



$$A_T = \frac{1}{2}(b \cdot h)$$

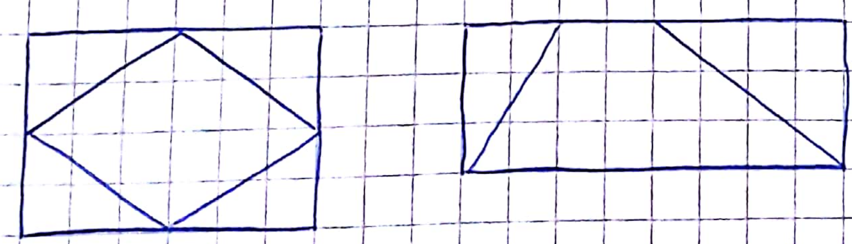
Análogamente, para el caso de un paralelogramo se puede evidenciar geométricamente que:



$$A_P = b \cdot h$$

¡Ahora les toca a ustedes!

Con las parejas que formaron en la actividad anterior, muestren geométricamente la fórmula del área de un rombo y de un trapecio

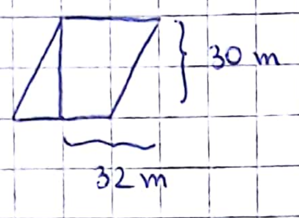


Recuerda que...

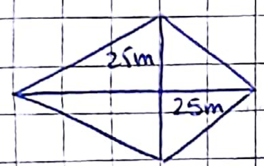
$$A_R = \frac{D \cdot d}{2} \qquad A_T = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Actividad de cierre — Utilizando las fórmulas del área de cuadriláteros, resuelve los sgtes. problemas

1) Calcula el número de árboles que se pueden plantar en un campo como el de la figura de 32 metros de largo y 30 metros de ancho, si cada árbol necesita 4 metros cuadrados para desarrollarse.



2) Calcula en cm^2 la cantidad de papel que se necesita para hacer una cometa formada por dos palitos de 75 cm y 50 cm de longitud, de manera que el palito corto cruce al largo a 25 cm de uno de sus extremos.



3) Calcula lo que costará sembrar césped en un jardín como el de la figura si 1 m^2 de césped plantado cuesta $1500

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA
PROFESOR TUTOR HERNÁN MORALES PAREDES
PROFESOR PRACTICANTE DANIEL PINO ESPINOZA

ANEXO 13

Planificación de clase

Asignatura: Matemática
Unidad: Geometría
Tema: Área de cuadriláteros
Duración: 4 horas pedagógicas
Objetivo de aprendizaje: "Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios" (OA 13)

Conocimientos previos

a) Operaciones aritméticas elementales
b) Rectas paralelas y perpendiculares
c) Elementos característicos de triángulos según sus lados y su ángulos

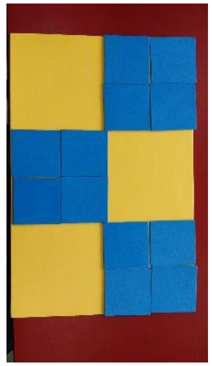
Conocimientos: Área de triángulos, paralelogramos y trapecios
Habilidades:

a) Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos
b) Explicar y fundamentar soluciones propias con los procedimientos utilizados y los resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas

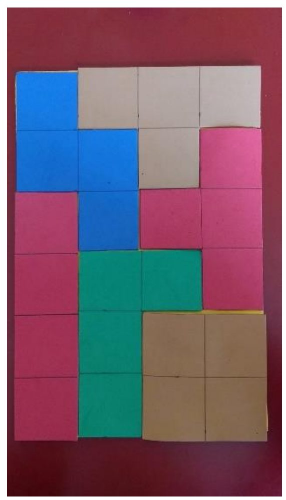
Actitudes: Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.

Objetivo de aprendizaje	Indicadores de evaluación	Objetivos de la clase
Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios	Dibujan cuadriláteros a partir de un triángulo dado Reconocen que el área de un triángulo se obtiene por dividir un cuadrilátero por una de sus diagonales Transforman paralelogramos en rectángulos de la misma altura por medio de recortes o dibujos, reconociendo que se mantiene la medida del área Formulan verbal y simbólicamente la regla para calcular el área de paralelogramos	1° Definen lo que es una unidad cuadrada a partir de la comparación de figuras planas de igual área. 2° Determinan el área de figuras planas como triángulos, paralelogramos como rombos y trapecios.

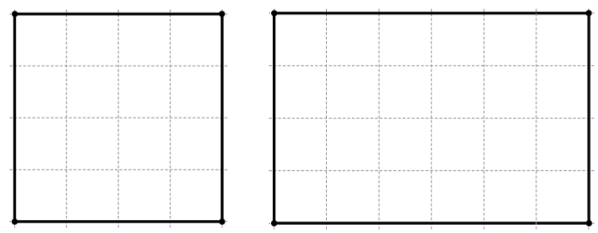
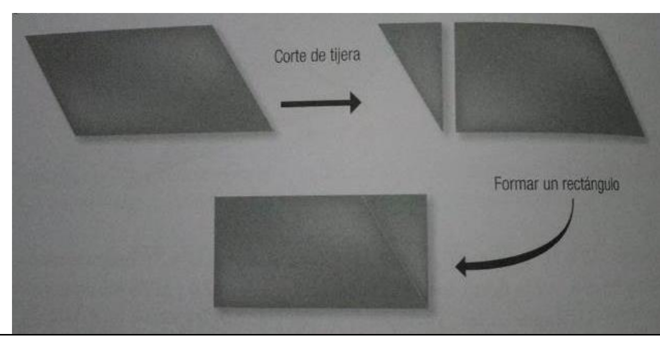
Fecha	N° horas	Objetivo de la clase	Actividades	Estrategias	Recursos	Evaluación
	2 horas	Definen lo que es una unidad cuadrada a partir de la comparación de figuras planas de igual área.	**Inicio** Recuerdan que el área corresponde a la medida de la superficie de una figura plana. **Desarrollo** Comprenden que la unidad cuadrada corresponde al área de un cuadrado cuyos lados miden 1 unidad. Comprueban manualmente que un rectángulo puede ser representado por cuadrados de 1 unidad cuadrada.   Señalan qué parte del rectángulo corresponde en cada caso, justificando a partir de la noción de unidad cuadrada:	A partir de actividades concretas-pictóricas y en grupos de trabajo (3 estudiantes máximo).	Goma *eva*  Tijeras Regla	Observación del trabajo en clases Guía de aprendizaje N°1

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td> 

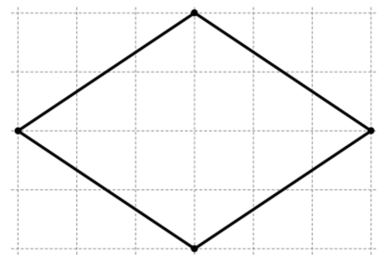
Familiarizados con el *Tetris*, utilizan las figuras de dicho juego para rellenar un rectángulo de lados 6 y 4 cm. mediante ensayo y error ocupando todas las piezas y parte de ellas.



Cierre
Comparan las piezas del juego respecto a la medida de sus superficies, entiendo que cada una posee la misma área variando solamente la distribución en el plano.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Fecha</td><td>N°</td><td>Objetivo de la</td><td>Actividades</td><td>Estrategias</td><td>Recursos</td><td>Evaluación</td></tr>
</table>

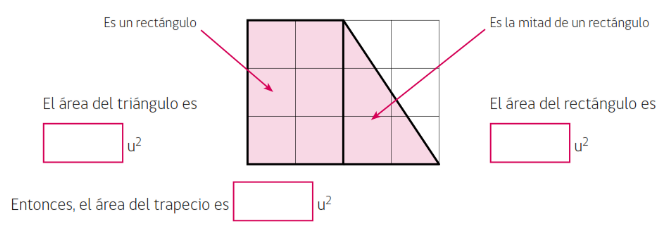
	Horas	clase				
	2 horas	Determinan el área de figuras planas como triángulos y paralelogramos como rombos y trapecios.	**Inicio** En una hoja cuadriculada, dibujan dos rectángulos distintos con un área de 24 unidades cuadradas. Calculan el área de las siguientes figuras planas, considerando que cada unidad cuadrada mide 1 cm^2.  **Desarrollo** Determinan el área de un paralelogramo de manera manual a partir de un recorte/modificación de la figura plana utilizando material concreto. Con dicha actividad, comprenden que el área de un triángulo corresponde a la mitad del área de un cuadrado o rectángulo según sea el caso. 	Actividades pictóricas-simbólicas a partir del trabajo en parejas.	Papel lustre Tijeras	Observación del trabajo en clases Guía de aprendizaje N°2

Utilizan diversas estrategias para determinar el área del rombo de la figura considerando cada unidad cuadrada.



Cierre

Calculan el área de un trapecio a partir de la descomposición en figuras que conocen como rectángulos y triángulos.



ANEXO 14

Transcripción Daniel Escenario Simulado

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 0:21,2	Bien, muy buenas tardes. A continuación voy a presentarles lo que es la planificación de clases acerca de la asignatura de matemáticas de la unidad de geometría.
2	0:21,9 - 0:38,4	el tema es el área del cuadrilátero me enfoque solamente en un aprendizaje esperado, bueno objetivo de aprendizaje de acuerdo a los planes y programas actualizados es el número 13 de ajuste curricular de primero medio.
3	0:38,0 - 0:52,6	desarrollar y aplicar las fórmulas de áreas del triángulo, paralelógramos y trapecio. Acá está considerado todo lo que debe llevar la planificación y ustedes están familiarizados con eso.
4	0:52,6 - 1:27,1	presento los conocimientos de las habilidades y las actitudes y eee para poder digamos eee en pocas palabras decir en que consiste las clase, se divide en dos partes, son dos sesiones de 45 minutos cada uno. La primera sesión se considera en qué va a consistir definir lo que es la unidad cuadrada
5	1:27,1 - 2:18,8	a partir de comparación de figuras planas igual área. Para poder compartir digamos con ustedes la actividad, esta es una actividad de iniciación, yo, considerando el curso en el que se va a implementar esta clase, yo quise trabajar de una manera concreta, en este caso con material concreta de goma eva y, presentar a los estudiantes un juego que es muy conocido para ellos, tal vez eee para nosotros digamos bueno yo no se si ustedes alcanzaron a, esta es la guía, no se si alcanzaron a jugar con la con este juego que es muy conocido, que es el juego de Tetris, pero yo te hablo del juego con la consola, no se alguien.

6	2:18,8 - 2:44,1	Cuando mencionaba esto me dicen cuál consola. El hecho es que la gran mayoría de nosotros conoció este juego la consola que básicamente consiste en 7 piezas y básicamente ir construyendo una base y obtener puntaje significa ir llenando una, digamos una fila en este caso.
7	2:42,2 - 3:30,9	Entonces como voy a relacionar este juego con el significado de la unidad cuadrada. Entonces va a ser un planteamiento en el sentido de desafío para el estudiante en este caso de primero medio porque voy a utilizar de estas 7 piezas, 5 piezas. Me di tiempo para poder ahorrar trabajo, entonces en goma eva recorte de las 7, estas 5 figuras, ya, que son al igual que los dominos, pero en este sentido estás piezas están compuestas por 4 cuadritos, es decir tetraminos.
8	3:32,9 - 3:48,8	Es un concepto que se le denomina a este juego que por cierto fue inventado en la década de los 40 más o menos por un programador ruso, un dato para poder motivarlo en el sentido de que este juego se basa en programación.
9	3:49,8 - 3:55,2	y la actividad de iniciación que les quiero comentar a ustedes es la siguiente, utilizando estas piezas, como dice la indicación, van a trabajar en parejas...uno, dos, tres...uno va a quedar solo, y la actividad es la siguiente, es muy simple, con estas cinco piezas construir un rectángulo de 5 cuadraditos de largo, por 4 cuadraditos de ancho.
10	4:19,8 - 4:49,1	Esa es la actividad, sin que se repita obviamente, solamente utilizar estas 5 piezas. Entonces, son 5 de ancho y 4 de largo. ESTUDIANTE: No al revés. Digo 5 de largo y 4 de ... como lo muestra la figura. Es rellenar o también como decimos nosotros, teselar esta superficie utilizando estas piezas.
11	4:48,7 - 5:12,4	Entonces no se si me pueden ayudar un representante de cada pareja, LOS ESTUDIANTES SE PONEN DE PIE Y VAN A BUSCAR LOS MATERIALES.

12	5:12,1 - 6:19,6	Entonces fíjense es simplemente utilizando estas cinco piezas construir o teselar esta superficie que está allí que corresponde a un rectángulo. Entonces mientras ustedes trabajan más que nada para comentarles, por qué quise escoger esta actividad, primero es un juego que a mi parecer es bastante entretenido, y digamos hay estudios basados en este juego que estimula digamos habilidades cerebrales sobre todo en los pequeños quienes son los que son como digamos, yo siempre lo denomino así, que los niños pequeños y mientras más jóvenes, adquieren o absorben más conocimientos, (pasa adelante). Es más sencillo para ellos adaptar el conocimiento, entonces este juego digamos estimula, (allí puede trabajar), estimula si realmente al niño y es un juego bastante entretenido.
13	6:19,9 - 6:59,3	Entonces cuál es la idea, la idea es esa, es un desafío digamos que es bastante entretenido ya que permite digamos orientar y poder fortalecer digamos este aspecto habilidades estructurales y lo hace pensar a uno, claro porque uno puede decir a pero lo voy a llenar pero si ustedes se van dando cuenta que existen varias combinaciones que uno puede hacer, pero construir un rectángulo de 5 x 4 he allí el desafío.
14	6:59,2 - 7:50,1	Un par de minutos. LOS ESTUDIANTES TRABAJAN Entonces con esta actividad de iniciación va a permitir va asentar las bases para digamos trabajar con la unidad cuadrada, ya? eee por qué unidad cuadrada? les adelanto un poco, la unidad cuadrada se considera el área de un cuadrado de lado 1 unidad. Por lo general y por convención la unidad cuadrada se puede trabajar en metros o en kilómetros cuadrados, pero la base es centímetros cuadrados.
15	7:50,0 - 8:24,7	Entonces esta actividad permite poder sentar como les repetía, las bases para unir con unidad cuadrada. También surge la discusión entre la diferencia entre área y superficie que es básicamente el área es la medida de la superficie y la superficie es lo que nosotros en este caso queremos teselar, lo que queremos rellenar y el área es el valor numérico que nosotros le asignamos a esa superficie.
16	8:24,6 - 8:37,3	Entonces las siguientes actividades van enfocadas en eso, al considerar una figura plana y poderla teselar, de qué manera? con estos cuadrados, con esta unidad cuadrada
17	8:37,2 - 9:33,8	¿Lo hicieron? ESTUDIANTES: no. ¿¡¡Ninguno!!? ESTUDIANTES: no Ya pero...

		ESTUDIANTES: se ve la reflexión o no? Es de 5 por 4. ESTUDIANTES: puede ser así, o así. No se vale elegir esa pieza. ESTUDIANTES: ah. Porque si se dan cuenta, yo he elegido 5 piezas simplemente, pero si se fijan hay dos piezas que son simétricas, que es como una Z y una E. O sea esas 7 piezas son las que configuran este juego de Tetris, pero el desafío es utilizar solamente 5.
18	9:33,0 - 10:38,0	ESTUDIANTES: ¿se puede sí? ¿lo hiciste? Fíjense en esa (muestra una solución diferente). ESTUDIANTES: Ah, pero utiliza dos de esa pieza. Claro. Es un detalle de 6 x 4, pero si se fijan hay repetida una pieza. El desafío que le estoy dando a ustedes es que no se repita esa pieza. ESTUDIANTES: ahahah, ¿pero se puede sí? No se puede. Sí se puede. No se puede (varias opiniones) Ya a ver aquí cómo van. ESTUDIANTES: ¿se puede o no? Nada es imposible de lograr!!! ¿A todos les está quedando un cuadrado? ESTUDIANTES: sí.
19	10:38,5 - 11:13,0	A todos les llegan a esta parte. ESTUDIANTES: sí. Está estorbando allí. ESTUDIANTES: (dirigiéndose al profesor estudiante) ¿Pero tú lo hiciste? Yo traté de hacerlo, y llegué a una conclusión. Bueno, la pregunta ¿es posible cubrir esta superficie con esas piezas? ESTUDIANTES: no. Con estas 5...no. Pero la pregunta es por qué?
20	11:13,2 - 12:02,6	ESTUDIANTES: porque no cacho puh. Fíjense...ah, aquí no puedo rayar la pizarra. ESTUDIANTES: pero ocupe la pizarra digital ESTUDIANTE: ah...entiendo!!! Se alcanza? ESTUDIANTES: sí.
21	12:08,5 - 13:37,5	Alguien que ingeniosamente hizo lo siguiente: considerar este rectángulo como una superficie de ajedrez. Entonces consideremos que esto va a ser blanco, negro, blanco, negro... ESTUDIANTES: (risas). negro, negro, negro...cierto? Entonces si consideramos el tablero de ajedrez, nosotros queremos teselar ese

		tablero con las piezas, entonces esa pieza de allí, el cuadrado, considerando el tablero, la posicionamos acá va a ser blanco, negro, negro, blanco. A propósito cuántas blancas y cuántas negras hay? ESTUDIANTES: 10.
22	13:37,4 - 14:46,9	Ya. Ojo aquí. Son 10 negras y 10 blancas, cierto? Si yo quisiera teselar entonces con esas piezas, por ejemplo una opción es esa o bien... ESTUDIANTES: con el otro color. Claro. Cierto? En ambas tengo dos. El aire, bueno es una pieza que se dice así, cierto? puede ser blanco, negro, blanco, negro, o bien inverso. En la anterior dos blancas dos negras, dos blancas dos negras. Se fijan si repetimos acá, (indica una pieza) negro blanco negro blanco (indica otra pieza) negro blanco negro blanco. Pregunta, ¿qué pasa con la T? ESTUDIANTES: oh!!!
23	14:46,9 - 15:38,4	Una opción puede ser blanco negro blanco blanco, o idem, blanco negro negro negro, cierto? Entonces si contabilizan van a haber aquí dos blancas dos negras, pero aquí puede haber una negra y tres blancas, entonces van a ver, o bien más blancas que negras o más negras que blancas, pero de la misma forma no vamos a obtener, no vamos a poder teselar ese tablero de ajedrez. ¿se entiende eso? ESTUDIANTES: sí.
24	15:39,6 - 16:26,2	Entonces si precisamente cuando yo teselé el rectángulo precisamente ocupé esa pieza (la T), porque esa pieza es la que origina el problema. Entonces al repetirla dos veces, puedo digamos esa es una combinación. Entonces esta ingeniosa demostración nos permité demostrar que no es posible teselar el plano utilizando esa pieza. ¿Interesante? ESTUDIANTES: sí. Novedoso? ESTUDIANTES: sí.
25	16:28,8 - 16:55,8	Entonces, cuál es la idea de esto, para que tenga sentido, la idea de teselación, ¿es posible teselar...? bueno en este caso no es posible teselar con las piezas del tetris, una superficie rectangular, pero sin embargo es posible teselarla si nosotros en este caso consideraramos solamente los cuadraditos. ESTUDIANTES: la unidad cuadrada. La unidad cuadrada. Entonces, hay figuras más complejas...

26	16:54,8 - 17:29,0	Bueno aquí hago un repaso de lo que es unidad cuadrada, la diferenciación entre área y superficie, y aquí está área, por ejemplo, a determinar la mitad de ese rectángulo, yo lo puedo determinar de esa forma, así o así, incluso lo puedo determinar así, de manera intuitiva uno puede generar el área del triángulo que es precisamente la mitad del área del rectángulo.
27	17:28,4 - 18:06,0	entonces es posible teselar una figura a partir de unidades cuadradas, que coincidentemente, esa misma área es la misma que esta, es decir uno puede tratar de representar el área del triángulo con esta representación por ejemplo, y esa representación está en unidades cuadradas. Entonces a lo que va la actividad es que toda figura plana puede ser teselada por unidades cuadradas que corresponden a cuadraditos.
28	18:05,6 - 18:30,1	Entonces la actividad que voy a proponer ahora, es la siguiente: bueno aquí también está la del paralelogramo, que a partir de un recorte, cierto, obtuvimos, siempre se van obteniendo áreas que ya se conocen, teniendo el paralelógramo, yo puedo realizar un corte acá, y este corte reemplazarlo aquí y obtengo un rectángulo que es como el más conocido para nosotros.
29	18:28,9 - 19:03,6	Entonces la actividad que desarrollo es la siguiente, tenemos dos figuras planas que corresponden ¿a qué cosa? ESTUDIANTES: a un rombo y un trapecio. A un rombo y un trapecio, cierto? Entonces la actividad que les quiero proponer, pensando en el curso de primero medio, y para que podamos trabajar nosotros ahora, es deducir la fórmula que nos permite determinar el área de un rombo y de un trapecio.
30	19:03,5 - 19:23,9	sabiendo que el área de un rombo es la multiplicación de las diagonales, dividido dos, y el área del trapecio es la semisuma de las bases multiplicadas por la altura. La semi suma obviamente es B mayúscula más b dividido dos, y multiplicado por la altura.
31	19:23,8 - 19:50,7	Entonces, en pareja, para poder digamos que uno trabaje con el rombo y otro con el trapecio, eee, pedirles que hagan esta misma eee cuadrila eee con esta misma eee con estas mismas dimensiones, digamos, y para poder mostrar en este caso, que la fórmula, llegar a que esa área corresponde a determinar el área de una figura ya conocida.
32	19:50,6 - 20:13,6	Entonces la idea es que esta misma figura pueda ser teselada con unidades cuadradas, porque en esta caso, fíjense, aquí tengo un triángulo, tenemos parte de un cuadrado, entonces es llegar a una, a una superficie que tenga la misma área pero que esté completamente contenida en un cuadradito. Esa es la idea de la actividad.

33	20:13,6 - 21:13,9	Entonces, a ver eee, puedan trabajar, cuántos llegaron dos, tres, siempre va a quedar uno solo, es como... Entonces, bueno allí se instalan en parejas o de a tres eee para que puedan, bueno allí se coordinan entre ustedes. ESTUDIANTE: Yo quiero el rosado!!! Bueno allí comparten. y allí deciden cuál... quién va a trabajar con el rombo y quien va a trabajar con el trapecio.
34	21:13,9 - 21:56,4	ESTUDIANTE: ¿hay que cuadricular? Sí, ojalá tratar con la medida que hay que hacer. Allí ustedes eligen eee cuánto le falta eee que medida le van a dar al lado del cuadrado.
35	21:56,4 - 22:37,0	Oh, disculpen, se me fue la...
36	22:37,0 - 24:02,4	Bueno, les recomiendo que para el rombo, como es una goma eva de 30 x 20... Entonces en el rombo, pueden trabajar con un cuadrado de lado 5 centímetros. Eso cabe justo. ESTUDIANTE: ¿cuadrado? Sí cuadrado de 5 cm ESTUDIANTE: o cuadrilátero? ah!...sí. como son 30 x 20. Para el trapecio, bueno yo construí uno de 3 centímetros. De 3 centímetros, entonces para que alcance...
37	24:02,4 - 24:44,8	Allí llegó un compañero, para trabajar con él. O también allí, pueden trabajar los tres.
38	24:44,7 - 27:37,2	(el profesor prepara material) Ya, yo tengo recortado mi rombo. ESTUDIANTES: ya, ¿lo recortamos? Sí recortelo....el rombo. La idea es poder llegar a mostrar que el área de ese rombo se puede determinar multiplicando las diagonales, dividido por dos. Entonces al igual que en los ejemplos anteriores, la idea es no trabajar con digamos eee, porque inmediatamente utilizando la unidad cuadrada uno no puede teselar con cuadrados esto, así como está. Entonces, la idea es encontrar otra figura que sea en este caso congruente, esa es la palabra, que sea congruente respecto al área o a la superficie que ocupa en este caso en el plano, y que sea esa figura eee teselada con cuadrados. Ese es el propósito... esa es la idea, de la misma forma con el trapecio.

39	27:37,2 - 27:49,0	ESTUDIANTE: está difícil esto. Sí. ESTUDIANTES: (risas) No, de hecho a mi me costó mucho. ESTUDIANTES: y esto, qué hago con esto?
40	27:49,0 - 28:19,7	El área sabemos que es la multiplicación de la diagonal mayor, por la diagonal menor, dividido dos. Entonces uno lo que lo que quiere en este caso, es mostrar geométricamente a partir de otra figura que uno pueda encontrar, que se pueda teselar con cuadrados, y que corresponda digamos a la fórmula que estamos buscando.
41	28:19,7 - 28:39,7	Es decir, yo tengo este rombo, cierto? diagonal mayor, diagonal menor, y mostrar geométricamente que efectivamente la multiplicación de las diagonales dividido por dos, corresponde al área de ese rombo, mostrarla geométricamente.
42	28:39,7 - 29:33,7	ESTUDIANTE: ¿las diagonales es lo mismo que los lados del...? Cómo? ESTUDIANTE: ¿Las diagonales es lo mismo que los lados del .... rectángulo? Claro. Escucharon lo que dijo su compañera o no? La escucharon? ESTUDIANTES: Sí. Ya, pero solamente eso. Repita lo que dijo Camila. ESTUDIANTE: Que las diagonales son lo mismo que los lados del rectángulos más grande. Esta diagonal mayor corresponde a qué cosa? ESTUDIANTE 1: a la diagonal. ESTUDIANTE 2: al lado del ... A este lado verdad? ESTUDIANTES: Sí. Esta diagonal a esta cara. Ya. Por ahí va.
43	29:33,7 - 30:03,5	Entonces, esa es una primera conclusión que uno puede obtener, la diagonal mayor corresponde al largo de ese rectángulo, la diagonal menor corresponde al ancho. Entonces fíjense, si nosotros multiplicamos las diagonales como lo dice la fórmula, obtendríamos eso (largo) multiplicado por eso (ancho), que si nosotros multiplicamos el largo por el ancho, obtenemos el área de todo el rectángulo. ESTUDIANTES: Sí, pero hay que dividirlo por dos.
44	30:03,5 - 30:55,6	Ya, por qué hay que dividirlo por dos. ESTUDIANTE: porque todos los pedacitos que sobraron, hacen otra figura, igual a la primera.

		Vamos a verlo desde otro punto de vista. ESTUDIANTE: Pero con el mismo rectángulo se forman dos rombos. Escucharon lo que dijo su compañera o no? ESTUDIANTE: Sí. Entonces, como la gran mayoría ya tiene recortado el rombo, no se quien falta, allá atrás...
45	30:55,6 - 32:23,3	Ya, esperemos a su compañero que está recortando. Acá también está recortando. Entonces, fíjense, una manera de poder justificar por qué el área de un rombo corresponde a la multiplicación de las diagonales dividido dos, es la siguiente: Su compañera hizo el siguiente movimiento (pizarra). Los pedazos que sobran lo transformó en un rombo congruente respecto de su área, fíjense, exactament lo mismo. Entonces como tenemos que la diagonal mayor, multiplicada por la diagonal menor corresponde al área del rectángulo, y el área del rectángulo es dos veces el rombo, obtenemos que el área de un solo rombo es la mitad del área del rectángulo. El área del rombo va a ser la mitad del área del rectángulo, y el área del rectángulo coincide precisamente con la multiplicación de las diagonales. Se entiende o no? ESTUDIANTE: Sí.
46	32:23,2 - 33:21,8	Otra idea, otra forma de ver. Teniendo este rombo, fíjense el movimiento que voy a hacer. ESTUDIANTE: un rectángulo. Un rectángulo, y fíjense que corresponde, es una misma figura que corresponde a una misma área, que aquí tengo las unidades cuadradas, entonces, considerando que el largo de este rectángulo, cuánto es? a qué equivale? ESTUDIANTE: a cuatro. Pero en función de la... ESTUDIANTE: la diagonal menor Y el ancho? ESTUDIANTE: la mitad de la diagonal mayor. Entonces el área del rectángulo, un medio por la diagonal mayor por la diagonal menor, queda exactamente lo mismo.
47	33:21,8 - 34:19,5	Entonces, esa es la idea, si uno no conoce el área de una figura, en este caso un rombo, uno puede componer ese rombo en otra figura ya conocida y que digamos permita teselar esa figura utilizando Una tercera forma ya un poco más algebraica, es la siguiente. Si yo al área del rectángulo, le resto el área de este triángulo, menos este triángulo, menos este triángulo, menos este triángulo, obtengo el área de rombo, verdad?

		ESTUDIANTES: sí. Fíjense que los triángulos son congruentes, exactamente lo mismo. Entonces correspondería a lo siguiente:
48	34:19,5 - 35:02,3	El área del rectángulo, si yo considero el área del rectángulo, menos 4 veces el área de los triángulos, obtengo el área del rombo, y el área del rectágulo total le resto cuatro veces el área del triángulo, y obtengo el área del rombo. Entonces, ¿cuál sería el área del rectángulo, en función de las diagonales? Vuelvo a repetir. ESTUDIANTES: las diagonales ....
49	35:02,3 - 35:48,2	Tenemos que si yo considero el área del rectángulo, y le resto cuatro veces este triángulo, obtengo el área del rombo. Entonces el área del rectángulo sería la diagonal mayor por la diagonal menor, cierto? menos 4 veces qué cosa? Cuál va a ser el área del triángulo?. ESTUDIANTES: el largo, un medio de la diagonal menor,.... Un medio de la diagonal menor? ESTUDIANTES: No. Un medio de la diagonal mayor, dividido dos o multiplicado por un medio, cierto?
50	35:48,1 - 37:07,0	Si se fijan es bastante algebraico, pero si ustedes se dan cuenta, que es lo que tenemos, el producto de las diagonales, menos cuatro veces, qué cosa? ESTUDIANTES: un octavo. Un octavo de la diagonal mayor por la diagonal menor. Eso sería la diagonal mayor por la diagonal menor, menos qué cosa? ESTUDIANTES: un medio de... Entonces si se fijan hay diversos caminos por los cuales uno puede considerar el área del rombo, ya sea considerando el área del rombo corresponde a la mitad del área del rectángulo, formar a partir del rombo un rectángulo, o bien considerar el área del rectángulo menos, restarle lo que no necesito para obtener el área del rombo. Algebraicamente corresponde a exactamente lo mismo. ¿Se entendió?
51	37:07,0 - 37:13,5	Estaban más o menos familiarizados con este, con este... para hallar la fórmula del rombo.
52	37:13,7 - 38:08,0	Sin embargo, entonces, de la misma forma, y para finalizar, el área del trapecio. El área del trapecio es la semisuma de las bases multiplicada por la altura. Entonces cómo podemos de la misma forma, obtener digamos, o una figura que sea eee que podamos nosotros teselar en cuadraditos, o bien hayar alguna forma de poder, en función de las bases, porque tenemos que jugar con la base mayor, con la base menor y con la altura, esas son digamos la...en ese... en ese...con

		estas tres variables nosotros tenemos que determinar la forma que nos permite hayar el área.
53	38:07,9 - 38:46,9	Entonces de la misma forma quiero ahora que trabajen con el trapecio. A no ser que ya tengan más o menos una.... ESTUDIANTES: estoy inventando algo. Entonces ahora con el trapecio.
54	38:45,9 - 40:02,9	Voy a mover un poquito aquí...lo mostré o no? Entonces, similar al que está en la figura, esta área. Entonces fíjense, cuál es el razonamiento que podemos hacer. Podemos pensar como ahora último, al área del rectángulo le resto esta área y le resto esta área para obtener el trapecio. Eso está haciendo la compañera. Otra forma, cuál puede ser, acá hay uno? ESTUDIANTE: Tomar el área, esta área y sumarle tres veces el paralelo. De nuevo, a ver? ESTUDIANTES: Esta área, sumarle tres veces esta área. ¿Por qué tres veces? ESTUDIANTES: Porque esta es dos veces el rectángulo. Ya. ESTUDIANTES: entonces, eso con eso y eso. Ya, anótelo en alguna parte para poder... ESTUDIANTES: ya Para llegar a la fórmula., ahi mismo.
55	40:01,2 - 41:24,5	Entonces lo que hizo su compañero es lo siguiente, hizo el siguiente... Entonces fíjense, tenemos el trapecio, y estas piezas las puso acá su compañero, entonces el área del trapecio va a ser el área de este triángulo, más 3 veces esta. Acá se forma, si uno traza la diagonal, van a ser tres, tres triangulos congruentes. Entonces va a ser el área de esto, más tres veces esto. Entonces, algebraicamente para poder obtenerla eee, para ser más... ESTUDIANTE1: ¿eso funciona para todos? ESTUDIANTE2: no para todos, para el mío no funciona. ESTUDIANTE1: para ese no más. Atendiendo a la pregunta de la compañera...
56	41:24,0 - 42:27,1	Entonces para poder, digamos eeee, facilitar obstáculos, consideremos lo siguiente, esa distancia sabemos que es la base mayor, esta distancia es la base menor y esa distancia es la altura. Obviamente si nosotros queremos generalizar para cualquier trapecio, el trapecio puede tener esa inclinación, puede ser para allá o para acá, cierto?, entonces eeee por que te digo yo, porque nosotros, uno puede decir, ah, pero esto también puede medir esto, cierto?, por la figura. Dos unidades, dos unidades. Pero la

		idea es generalizar. Por lo tanto para facilitar más o menos los cálculos, supongamos que esa medida, que no la conocemos, a y c, por ejemplo, para darle una distancia distinta a la base.
57	42:27,0 - 43:43,5	Entonces, fíjense, por ejemplo, su compañera, o sea, lo que decíamos al principio, una opción. Al área del rectángulo, por ejemplo supongamos que este triangulo es uno, y este triangulo es dos. Al área del rectángulo, le resto el área del triángulo 1, menos el área del triángulo 2, y obtengo el área del trapecio, cierto? Otra forma, eee ESTUDIANTE: es sumar y restar lo que está preguntando... Se supone que este triángulo...perdón. ESTUDIANTE: tal vez se puedan sumar los triángulos y rest...sum...sumarlos con el rectángulo que está allí. Estos dos sumarse. ESTUDIANTE: sí Ya. Entonces va a ser la suma del triángulo 1, si se fijan este triángulo es congruente con ese, ese con ese. Entonces el triángulo, el área del triángulo 1, más el área del rectángulo que va a ser b x h, lo voy a poner entre paréntesis para que no se confunda con ese rectángulo, más el área del triángulo 2.
58	43:43,8 - 44:38,1	Una tercera forma, la que dijo su compañero, el área del triángulo 2. ESTUDIANTES: más tres veces el área del triángulo 1. Más tres veces el área del triángulo 1. Entonces quién está haciendo el primero? ESTUDIANTE: Restando al... No, no no, quién está haciendo el primero? ESTUDIANTE: Quién lo hizo? Sí. ESTUDIANTES: (levantan la mano diciendo yo). Llegaron al ....?....Llegaron a la fórmula del ....? ESTUDIANTE1: Me dió de 5 a 3 octavos. ESTUDIANTE2: ¿cinco!!!?? Ya a ver, eee,
59	44:37,7 - 45:15,4	Que pase su compañera a resolver unos ejercicios. ESTUDIANTE: Que pase la modelo!!! El primero. ESTUDIANTE: que lo resuelva cierto? Claro. ESTUDIANTE: Eeee, b x h menos, a x h partido dos, menos c x h partido 2. Como b es la suma de a+d+c por h...
60	45:18,0 -	Entonces, mientras continúa su compañera, ojo, llevar claro, reemplazar en

	46:58,3	función de las medidas que nosotros tenemos, generalizar, y considerando que la base mayor se ha descompuesto en la suma de a+b+c. Insisto, este procedimiento es bastante algebraico, y al finalizar digamos la actividad, vamos a hayar una forma sencilla, pero a la vez, bastante, eee, digamos peculiar de verlo, se puede ver directamente, ya? (La ESTUDIANTE trabaja en la pizarra) Lo que hizo allí su compañera simplemente, simplificar, obtuvo una expresión, la descompuso, y como sabe que a+d+c, es la base mayor, llegó a la a la fórmula que nosotros conocemos como el cálculo del área. ¿Esta es la...? ESTUDIANTE: la segunda opción Que es similar, verdad? ESTUDIANTE: sí. Llega al mismo resultado. Es un procedimiento similar a la segunda opción.
61	46:58,3 - 48:44,9	La tercera opción...la tercera opción. cómo sería, el área del triángulo 2 que es cxh medio, más tres veces el área del triángulo 1, es decir axh medios, entonces hay, que obtenemos. ESTUDIANTE: que en ese caso a es igual a d... Es un caso particular, verdad? Entonces qué obtengo aquí. c h más 3 a h, verdad? ESTUDIANTE: factorizamos por h. entonces factorizamos por h, nos queda c+3a dividido 2, y luego... ESTUDIANTE: el 3a lo podemos descomponer como... cómo? ESTUDIANTE: sí puh...2b + a, sería a más esa a, es 2b+a, porque a también se toma como b en este caso. El 3a es... ESTUDIANTE: 2b+a...+a Es un caso particular, cierto?, considerando que a y b corresponden a la misma área, la misma descomposición, y llegamos a lo mismo, cierto? ESTUDIANTE: sí.
62	48:44,6 - 50:08,3	Son varios procedimiemtos, pero es la misma idea. Ahora, presten atención. Esto se puede componer como h multiplicado por la semisuma, cierto? Geométricamente, a qué corresponde la semisuma. ESTUDIANTE: a la línea que está al medio de eso. La medida que pasa por... Si esto mide D y esto mide d, la semisuma a qué corresponde? ESTUDIANTE: a lo que está en los puntos medios. Porque, precisamente como dice su compañera, es una semisuma, es como si fuera un promedio, cierto?. Como si en un certamen obtengo un 1 porque falté y no presenta certificado médico, y en el otro estudie antes y obtuve 7, tengo un

		4,0, es decir, exactamente la mitad. ESTUDIANTE: y en el tercero me saco un 3 (risas) Quiere decir entonces que si uno toma el trapecio, y traza.....la mitad, va a obtener eso, verdad? ESTUDIANTE: sí.
63	50:08,3 - 51:06,4	Qué pasa si, tengo la tijera... ESTUDIANTE: No había pensado eso. y recorto allí, precisamente donde termina la línea, y recorto ahí. Ya, necesito un tiempo para poder pegar esto acá... Tracen eee digamos la semisuma que corresponde a la mitad, recórtenla...y vean lo que ocurre. ESTUDIANTE: (trabajan en los recortes). Algo así.
64	50:55,8 - 52:04,9	La semisuma, eso corresponde a la semisuma, es decir D más d dividido 2. Y si lo multiplico por la altura, obtengo un rectángulo como lo ven en este gráfico. Se entiende cierto? ESTUDIANTES: Sí. Entonces esto es el mismo procedimiento que utilizamos con el rombo, de construir, cierto, el triángulo acá, este acá, este acá y este acá, construir la misma figura, y construir entonces ese rectángulo. De la misma forma, aquí obtengo un rectángulo de ancho d más D dividido dos por la altura.
65	52:04,9 - 52:40,4	y otra conclusión, y que en definitiva volvemos a la actividad de iniciación, que es poder teselar una figura que no es posible teselar con cuadraditos, entonces qué actividad tomo? Considero otra figura de la misma superficie, es decir, al calcular el área yo tengo que son congruentes, pero en la otra figura me permite, en este caso teselar con cuadraditos de la misma forma. aquí yo obtengo un rectángulo de las mismas dimensiones que el trapecio anterior.
66	52:41,9 - 53:24,5	Así que algebraicamente como geométricamente se puede demostrar digamos que el área de todo trapecio es la semisuma de sus bases multiplicados por la altura. Y así con todas las figuras que eee.... Hay un libro, no se si ustedes eee yo lo ocupe en geometría plana que es el Carlos Mercado Schuller, ¿no se si ustedes lo han ocupado?...bueno allí hay una indicación que para cualquier figura que uno considere en el plano y uno quisiera determinar la superficie, la mejor forma de poder hallarla es la descomposición medianter triángulos.
67	53:24,5 -	Entonces, claro aquí, al trazar las diagonales cuatro triángulos, acá un triángulo,

	54:06,3	dos triángulos, otro triángulo. Entonces eee para poder hallar en cualquier superficie la mejor forma de hallarla es a través de la distribución de triángulos. Es una forma de obtener la...la fórmula del área. Y esa es la actividad, no se que les pareció. ESTUDIANTES: Buena, interesante.
68	54:06,3 - 55:06,7	Digamos estos son ejercicios de aplicación, ya que para el curso de primero medio, es una actividad de aplicación de la fórmula, es, basicamente son problemas de eee en este caso de terreno por ejemplo el primero, calcular el número de árboles que se pueden plantar en un campo cuyo terreno tiene es forma, entonces hallar la superficie. Ya?. Entonces sabiendo la fórmula es más que nada llegar y aplicar. De la misma forma, eee un cometa, por ejemplo, que tiene esas dimensiones y calcular la cantidad de papel que uno requiere, en centímetros cuadrados, considerando los palitos, y comprar un terreno, sabiendo que 1 metro cuadrado de césped, cuesta 1500 y necesito tapizar, o sea eee, colocar un césped a ese terreno, básicamente eso.
69	55:06,7 - 55:39,8	Pero la actividad de desarrollo básicamente consiste en esto, en descubrir y que ellos mismo vayan viendo a través de las construcciones que para poder hayar intuitivamente a partir del recorte, a través ...geométricamente, que puedan obtener dicha fórmula. Así que esa sería la presentación de la clase. ESTUDIANTES: aplausos. Fin.

ANEXO 15

GUÍA DE APRENDIZAJE: ÁREA DE CUADRILÁTEROS

Unidad de Geometría

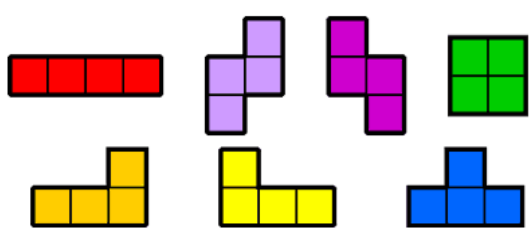
Objetivo de Aprendizaje: Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

Objetivo de la clase: Determinan geométricamente el área de figuras planas como triángulos, paralelogramos como rombos y trapecios a partir del concepto de unidad cuadrada.

Actividad de Iniciación: ¿Qué es la unidad cuadrada?

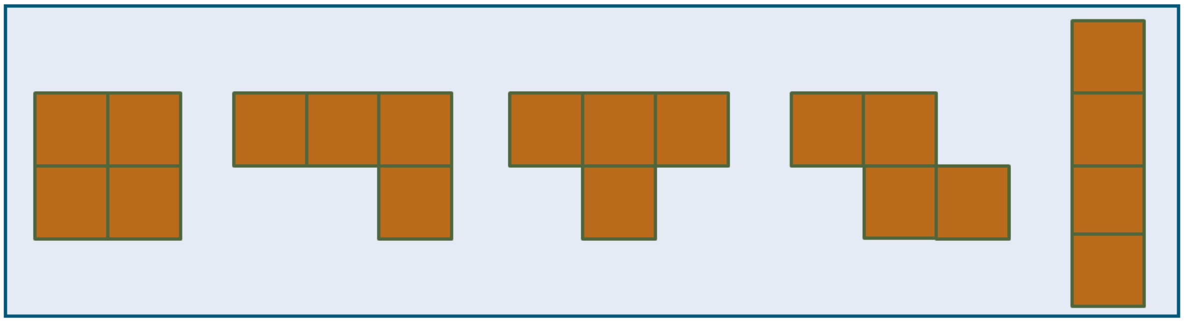
¡Juguemos con Tetris!

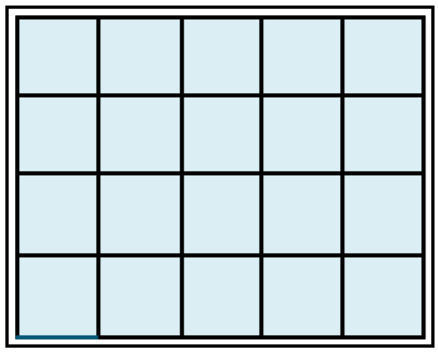
Este famoso juego consta de siete figuras de diferente estructura. Consiste en ir encajando las piezas obteniendo puntos al cubrir por completo un nivel.



¡DESAFÍO!

En parejas, usen sólo las siguientes piezas de Tetris para construir un rectángulo de 5 cuadraditos de largo y 4 cuadraditos de ancho.





¿Es posible cubrir esta superficie con las piezas de Tetris?

Recuerda que…

Una unidad cuadrada corresponde al área de un cuadrado cuyos lados miden 1 unidad

Pero…

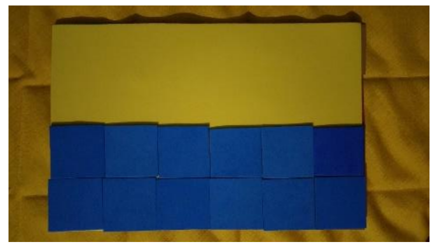
¿Es lo mismo área y superficie?

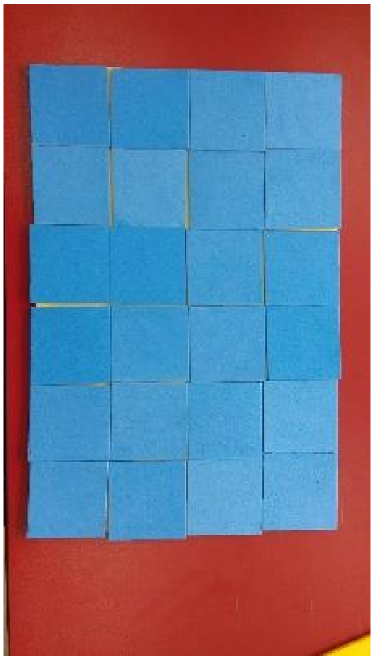
Recuerda que…

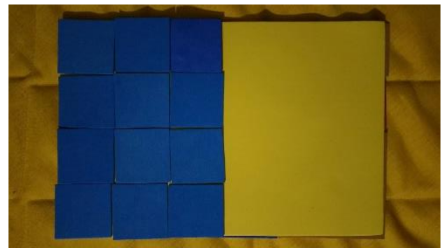
El área corresponde a la medida de la superficie de una figura plana

__Actividad de Desarrollo__: Verificar geométricamente la fórmula del área de cuadriláteros

Considerando un rectángulo de 6 unidades cuadradas de largo y 4 unidades cuadradas de ancho, se puede representar la mitad de dicho rectángulo de varias formas:

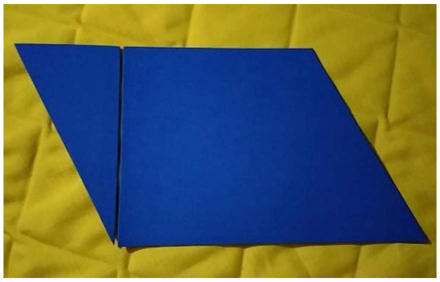


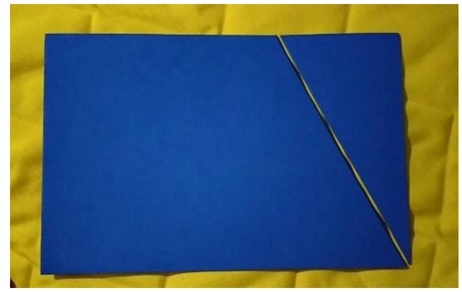




$$Área_{Triángulo} = \frac{1}{2}(b \cdot h)$$

Análogamente, para el caso de un paralelogramo se puede evidenciar geométricamente que:

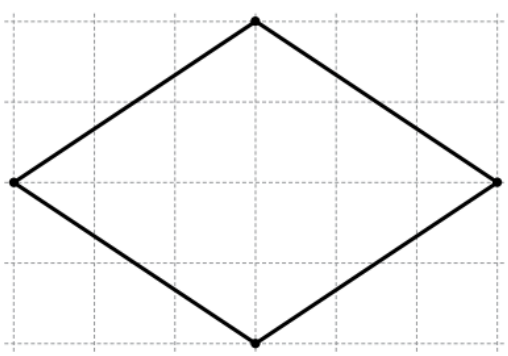


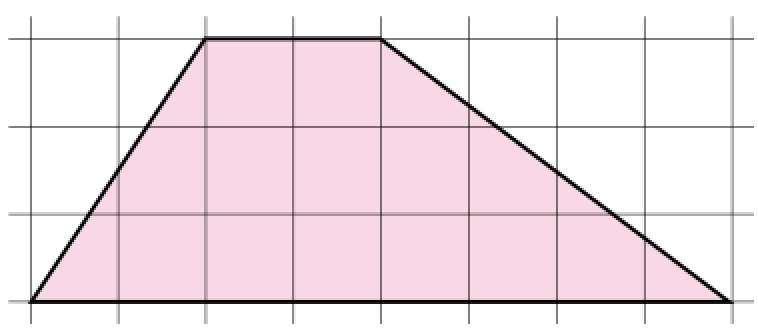


$$Área_{Paralelogramo} = b \cdot h$$

¡AHORA LES TOCA A USTEDES!

Con las parejas que formaron en la actividad anterior, muestren geométricamente la fórmula del área de un rombo y de un trapecio.



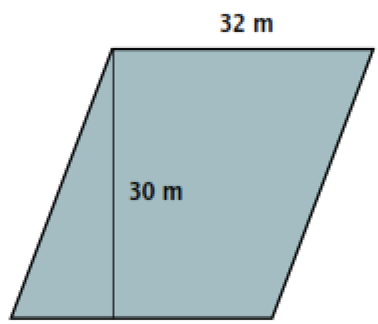


Recuerda que…

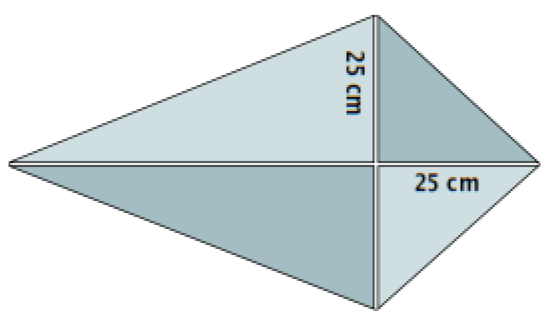
$$\acute{A}rea_{Rombo} = \frac{D \cdot d}{2} \qquad \acute{A}rea_{Trapecio} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

Actividad de Cierre: Utilizando las fórmulas del área de cuadriláteros, resuelve los siguientes problemas.

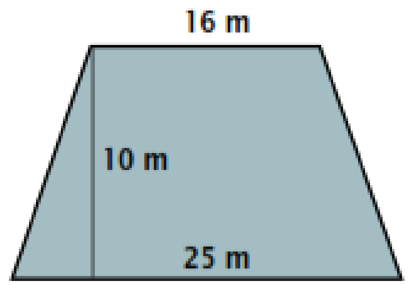
1) Calcula el número de árboles que se pueden plantar en un campo como el de la figura de 32 metros de largo y 30 metros de ancho, si cada árbol necesita 4 metros cuadrados para desarrollarse.



2) Calcula en cm^2 la cantidad de papel de sea que se necesita para hacer una cometa formada por dos palitos de 75 cm y 50 cm de longitud, de manera que el palito corto cruce al palito largo a 25 cm de uno de sus extremos.



3) Calcula lo que costará sembrar césped en un jardín como el de la figura si $1m^2$ de césped plantado cuesta $1500.



ANEXO 16

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA

ÁREA DE CUADRILÁTEROS

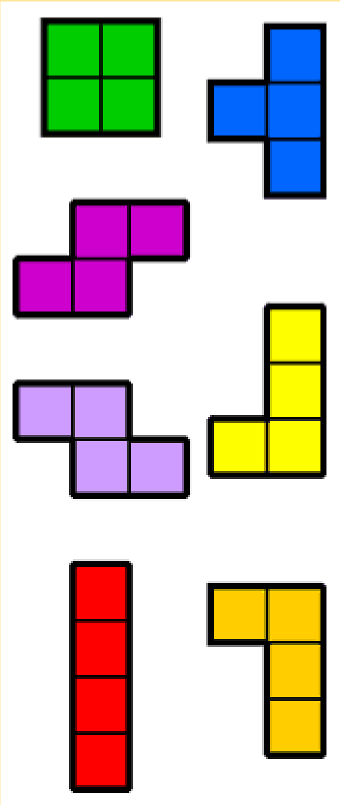
Daniel Pino – Ricardo Ruiz

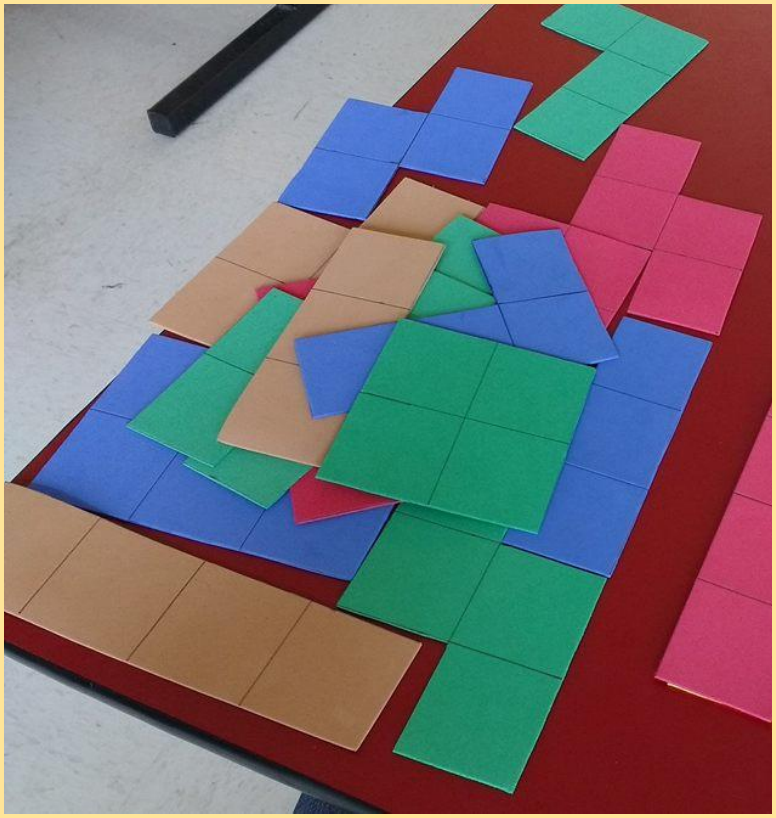
MIÉRCOLES 09 DE NOVIEMBRE DE 2016

ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

TETRIS ES UN VIDEOJUEGO DE PUZZLE ORIGINALMENTE DISEÑADO Y PROGRAMADO POR UN INGENIERO RUSO EN EL AÑO 1984. SE LLAMA ASÍ DEBIDO A QUE TODAS LAS PIEZAS DEL JUEGO SON CONOCIDAS COMO TETROMINÓS

USANDO GOMA EVA, DIBUJA LAS SIGUIENTES FIGURAS QUE CORRESPONDEN AL JUEGO DESCRITO Y LUEGO RECÓRTALOS. TEN EN CUENTA QUE LOS LADOS DE CADA CUADRADITO MIDEN 5 CENTÍMETROS DE LONGITUD.





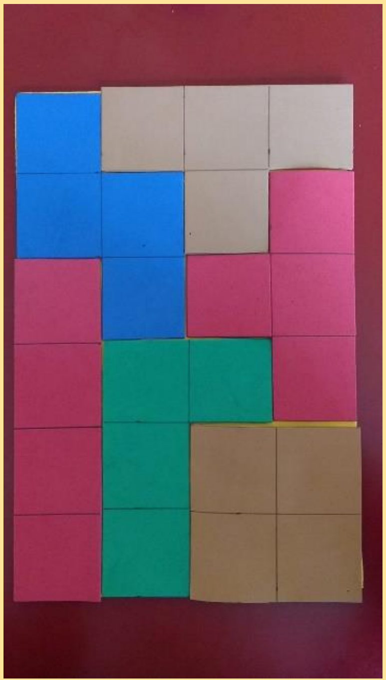
ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

AHORA, RECORTA UN RECTÁNGULO CUYO LARGO SEA DE 30 CENTÍMETROS Y ANCHO DE 20

CENTÍMETROS, COMO LO MUESTRA LA SIGUIENTE FIGURA

¡EL DESAFÍO ES EL SIGUIENTE!

CON LAS PIEZAS QUE HAS RECORTADO, INTENTA RELLENAR ESTE RECTÁNGULO. EL DESAFÍO



CONSISTE EN RELLENAR LO QUE MÁS SE PUEDA SIN REPETIR LAS PIEZAS

EN EL EJEMPLO SIGUIENTE SE HA REPETIDO DOS VECES UNA PIEZA, ¡PERO INTÉNTALO SIN REPETIR NINGUNA!

PREGUNTAS DE REFLEXIÓN

¿SE PUEDE RELLENAR POR COMPLETO EL RECTÁNGULO?

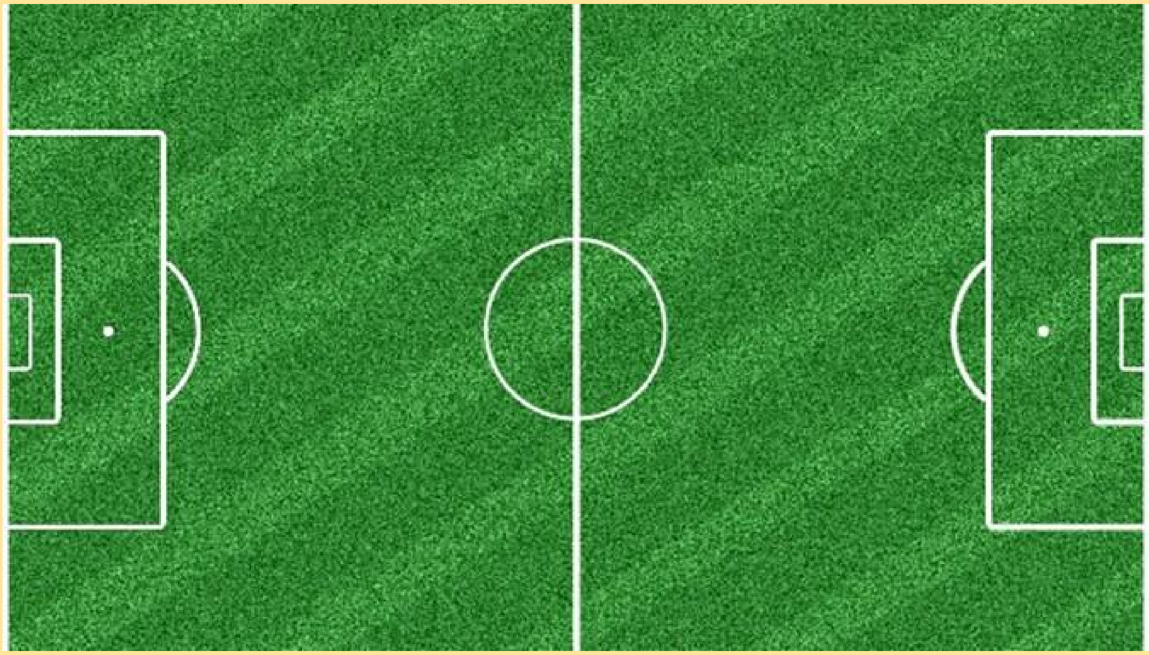
¿CUÁNTO ES LO MÁXIMO QUE SE PUEDE CUBRIR EL RECTÁNGULO USANDO LAS PIEZAS DEL TETRIS?

¿ES NECESARIO OCUPAR TODAS LAS PIEZAS? ¿POR QUÉ?

¿QUÉ TIENEN EN COMÚN TODAS LAS PIEZAS DEL TETRIS?

ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

CAMILO ES DUEÑO DE UNA CANCHA DE FÚTBOL LA CUAL NECESITA PREPARARLA PARA LAS CLASIFICATORIAS DE RUSIA 2018. PARA ELLO, DEBE RENOVAR EL PASTO Y COLOCAR PASTO SINTÉTICO PARA CUBRIR SU CANCHA. LA LONGITUD DE LA CANCHA ES DE 100 METROS DE LARGO Y SU ANCHO CORRESPONDE A 80



METROS

PENSEMOS…

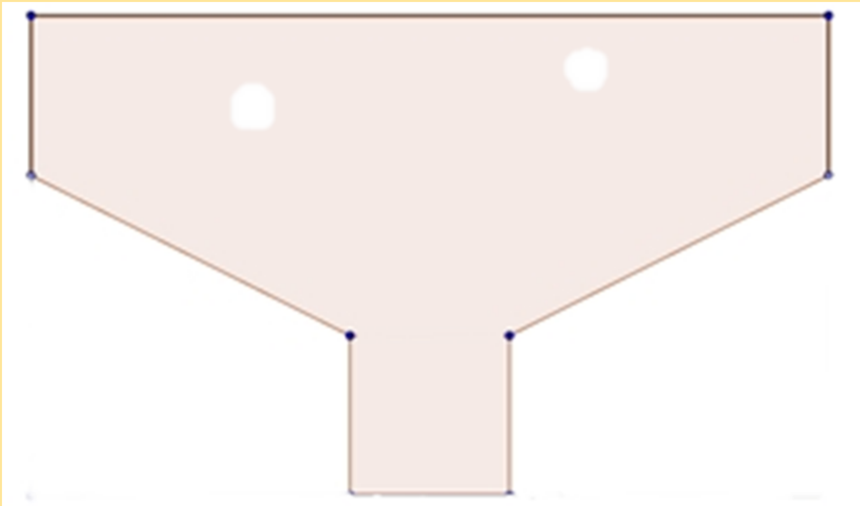
SI SE VENDEN CUADRADOS DE PASTO SINTÉTICO CUYOS LADOS MIDEN 4 METROS, ¿CUÁNTOS CUADRADOS SE REQUERIRÁN PARA CUBRIR LA CANCHA DE FÚTBOL? ¿Y SI LOS LADOS DE LOS CUADRADOS MIDIERAN 2 METROS?

CALCULA LOS CUADRADOS DE PASTO SINTÉTICO QUE SE NECESITAN PARA RELLENAR LA CANCHA SI CADA CUADRADO TIENE LADO 1 METRO.

ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

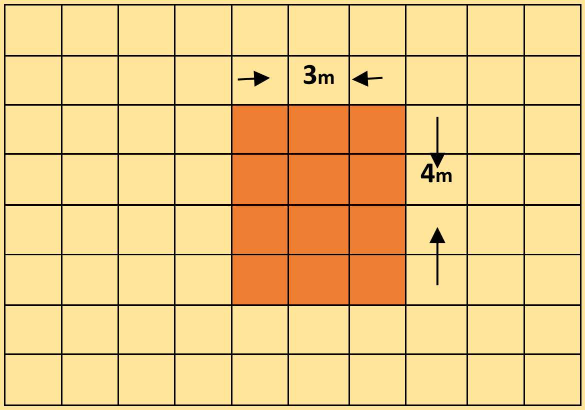
OBSERVA LA SIGUIENTE IMAGEN QUE MUESTRA EL ACCESO PRINCIPAL A UN RECINTO. SE DESEA PAVIMENTAR DICHO TERRENO UTILIZANDO ADOQUINES. LA FIGURA MUESTRA LO QUE SE ESPERA LOGRAR COMO RESULTADO FINAL

EL SIGUIENTE BOSQUEJO MUESTRA EL CROQUIS DEL RECINTO QUE SE DESEA PAVIMENTAR



Midiendo nuestro entorno

Te acabas de cambiar de casa y tienes una habitación para ti, en tu cuaderno dibuja un rectángulo simulando tu habitación ayúdate de los cuadraditos de tu cuaderno.



El área es 12m

Decidiste colocar una alfombra que cubra todo el piso, ¿Cuál debería ser su ancho y largo?

ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

<u>Preguntas de Reflexión</u>

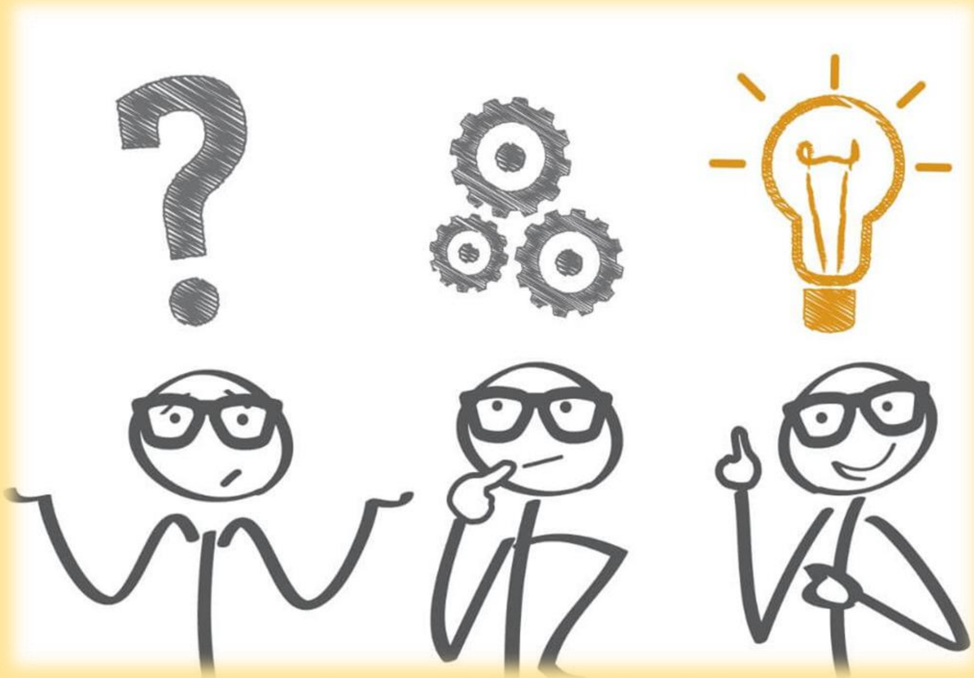
¿Qué entiendes por superficie?

¿Qué entiendes por el área de una superficie?

¿Qué unidades de medida conoces para expresar áreas?

¿Cómo podrías calcular el área del acceso al recinto?

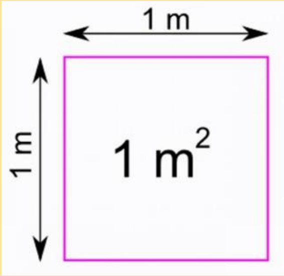
¿Cuántos adoquines se requieren para cubrir el acceso al recinto si se sabe que 40 piezas cubren un metro cuadrado de terreno?



LO ESENCIAL

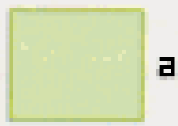
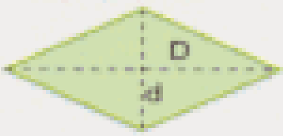
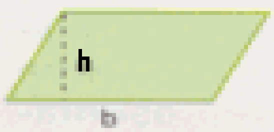
EN MATEMÁTICA SE DEFINE ÁREA COMO LA MEDIDA DE LA SUPERFICIE DE UNA FIGURA PLANA CERRADA, ES DECIR, CORRESPONDE A LA MEDIDA DE SU REGIÓN INTERIOR. DICHO CONCEPTO POSIBILITA EL CONOCIMIENTO DE LA SUPERFICIE INTERIOR EN ALGUNA UNIDAD DE MEDIDA.

LA UNIDAD DE MEDIDA UTILIZADA POR CONVENCIÓN ES LA UNIDAD CUADRADA, LA QUE CORRESPONDE AL ÁREA DE UN CUADRADO CUYOS LADOS MIDEN 1



UNIDAD.

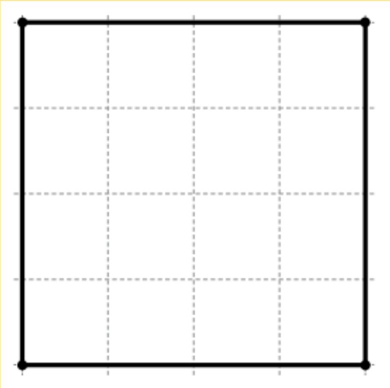
EXISTEN CIERTAS FÓRMULAS QUE PERMITEN CALCULAR EL ÁREA DE ALGUNAS FIGURAS GEOMÉTRICAS, ENTRE ELLAS LOS CUADRILÁTEROS QUE CORRESPONDEN A FIGURAS COMPUESTAS POR 4 LADOS Y TIENEN DOS PARES DE LADOS PARALELOS. ENTRE ELLOS SE TIENE EL CUADRADO, EL RECTÁNGULO, EL ROMBO Y EL ROMBOIDE.

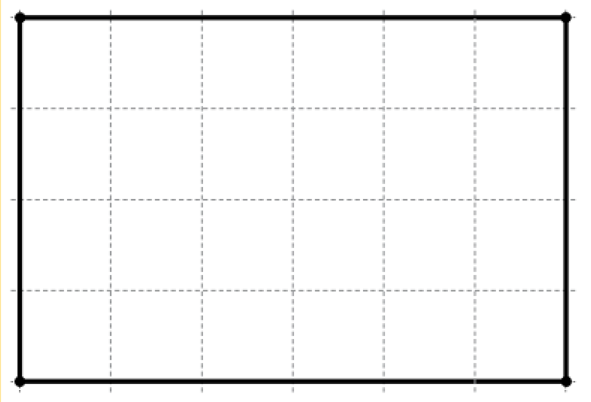
Figura	*Nombre*	*Área*
	Cuadrado	$A = a \cdot a = a^2$
	Rectángulo	$A = b \cdot a$
	Rombo	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
	Romboide	$A = b \cdot h$

RESOLUCION DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS.

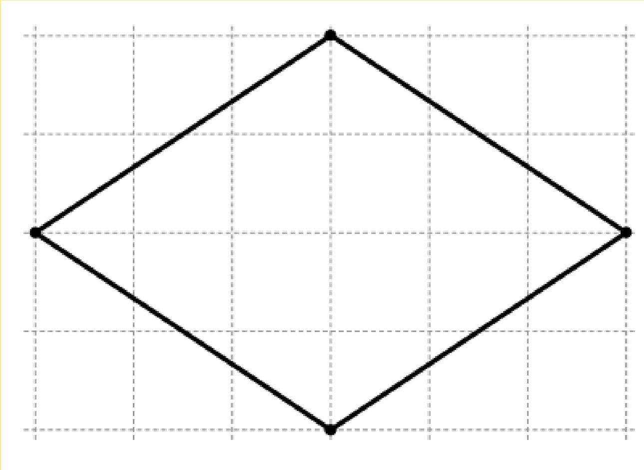
1) UTILIZANDO UNA HOJA CUADRICULADA, DIBUJA DOS RECTÁNGULOS DISTINTOS QUE TENGAN UN ÁREA DE 24 UNIDADES CUADRADAS.

2) CALCULA EL ÁREA DE LAS SIGUIENTES FIGURAS GEOMÉTRICAS, CONSIDERANDO QUE CADA UNIDAD CUADRADA MIDE 1 CENTÍMETRO CUADRADO.





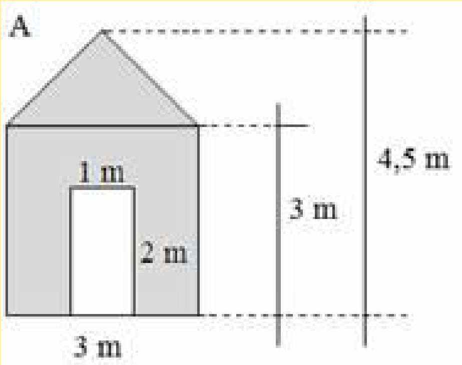
3) DETERMINA UNA ESTRATEGIA PARA CALCULAR EL ÁREA DE LA SIGUIENTE FIGURA:

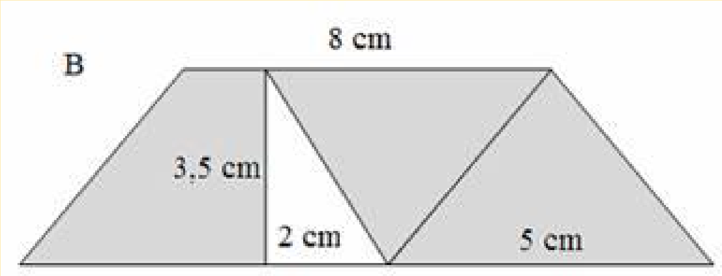


¿CÓMO PUEDES DETERMINAR EL ÁREA DE ESTE ROMBO? PISTA: TRAZA LAS DIAGONALES DE ESTE CUADRILÁTERO, ES DECIR, UNE LOS VÉRTICES OPUESTOS.

RESOLUCION DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS.

4) DETERMINA EL ÁREA SOMBREADA DE LAS SIGUIENTES FIGURAS COMPUESTAS:

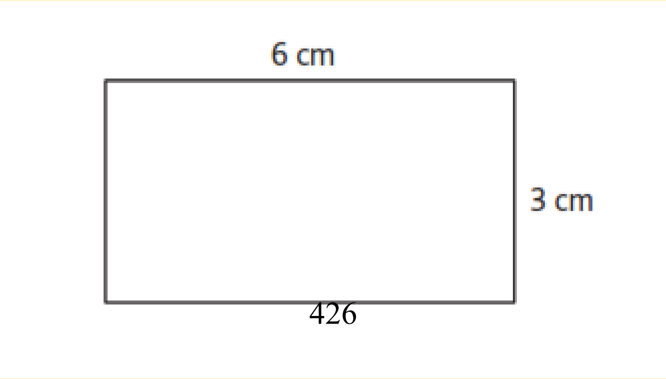




5) CALCULA EL ÁREA DE UN PARALELOGRAMO CUYA ALTURA MIDE 2 CENTÍMETROS Y SU BASE MIDE 3 VECES MÁS QUE SU ALTURA.

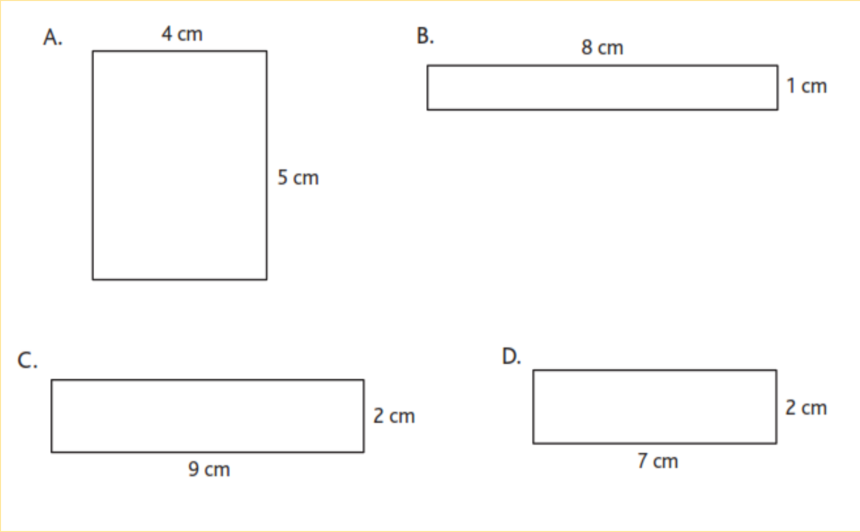
6) PEDRO DESEA UN CAMPO RECTANGULAR QUE MIDE 170 METROS DE LARGO Y 28 METROS DE ANCHO. ¿CUÁL ES LA SUPERFICIE DEL TERRENO QUE DESEA PEDRO? ¿CUÁNTO LE COSTARÁ COMPRAR DICHO CAMPO SI CADA METRO CUADRADO TIENE UN VALOR DE $350?

7) OBSERVA LA SIGUIENTE FIGURA:

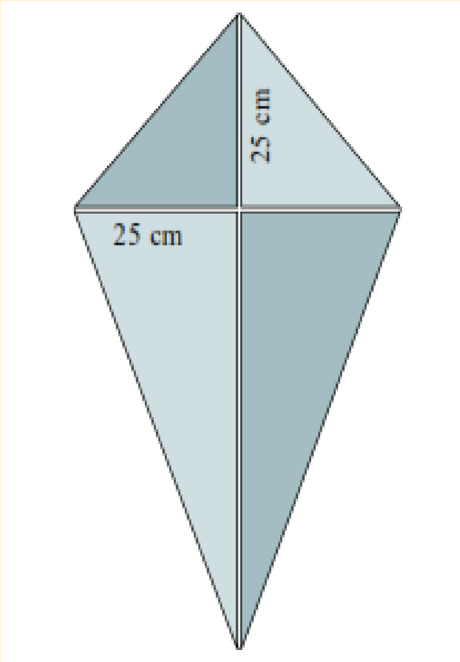


RESOLUCION DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS.

LA FIGURA QUE TIENE IGUAL ÁREA QUE LA EXPUESTA ANTERIORMENTE ES:



8) CALCULA LA CANTIDAD DE PAPEL DE SEDA EN CM^2 QUE SE NECESITA PARA HACER UN COMETA FORMADO POR DOS PALITOS DE 75 CM Y 50 CM DE LONGITUD, DE MANERA QUE EL PALITO CORTO CRUCE AL LARGO A 25 CM DE UNO DE SUS EXTREMOS, TAL Y COMO LO MUESTRA LA SIGUIENTE IMAGEN:



RESOLUCION DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS.

9) Un rollo de tela de 2 metros de ancho se ha usado para cortar 1050 pañuelos cuadrados de 20 cm de lado. ¿Qué longitud de tela había en el rollo si no ha faltado ni sobrado tela?

10) Una valla publicitaria mide 9 metros de base con una superficie de 27 m^2, ¿Cuál es la altura de la valla publicitaria?


nutella
EL PODER DE LA AVELLANA
CADA MAÑANA
nutella

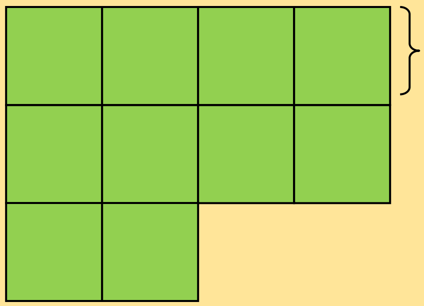
Una sala de juegos mide 8 m de largo y 8 m de ancho. Se coloca una alfombra que cubre todo el piso, ¿cuál es el área de la alfombra?

Si un terreno de forma rectangular mide 7 km de largo y 3 km de ancho, ¿cuánto mide la superficie del terreno?

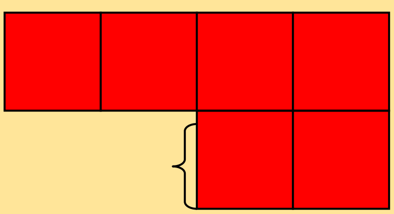
Mi abuelita está bordando una alfombra de 7 metros de ancho y 4 de largo para mi comedor. Si hasta hoy tiene bordado 4 metros de ancho y 4 metros de largo. ¿Cuántos metros cuadrados faltan para completar la alfombra?

Ahora calculemos el área de figuras compuestas.

1

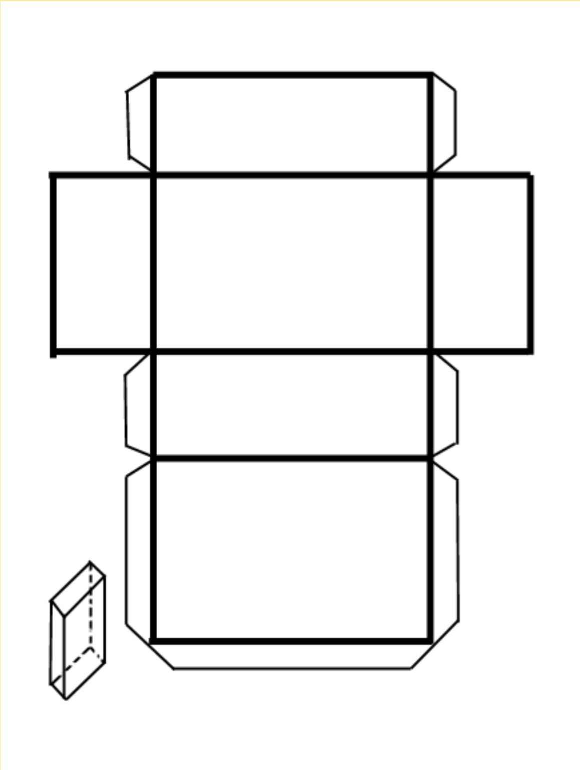


2



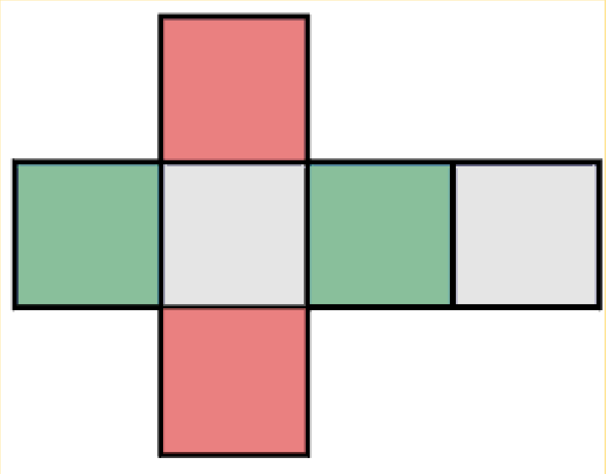
<u>Paralelepípedos</u>: **El paralelepípedo es un prisma cuyas bases son paralelogramos y tiene seis caras paralelas dos a dos.**

Red paralelepípedo



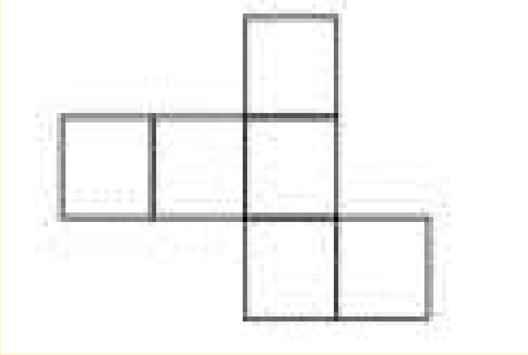
Para ello observa la siguiente imagen de de una red de un cubo y piensa como calcular el área de

1 Calcula el área de la siguiente red de lado 5 cm.



2

Calcula el área de la siguiente red de lado 3 cm.

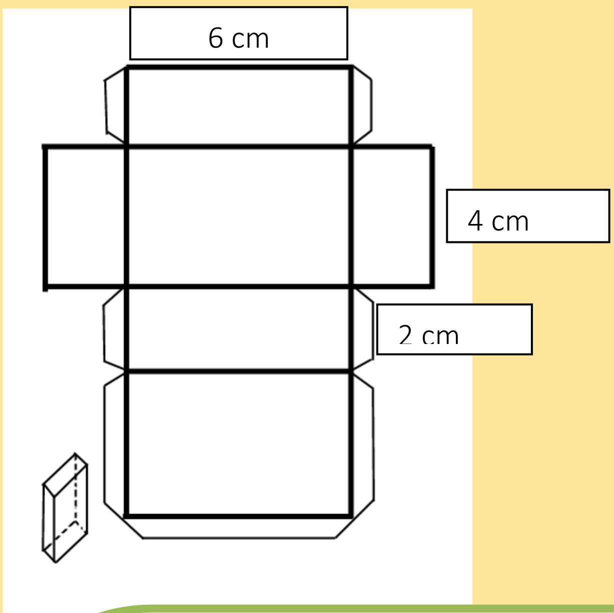


Ahora deberemos construir redes de cubos y paralelepípedos con aristas de diferentes medidas

1 Construye una red de cubo de 5 cm de arista y calcula su área.

2

Calcula el área del siguiente paralelepípedo.

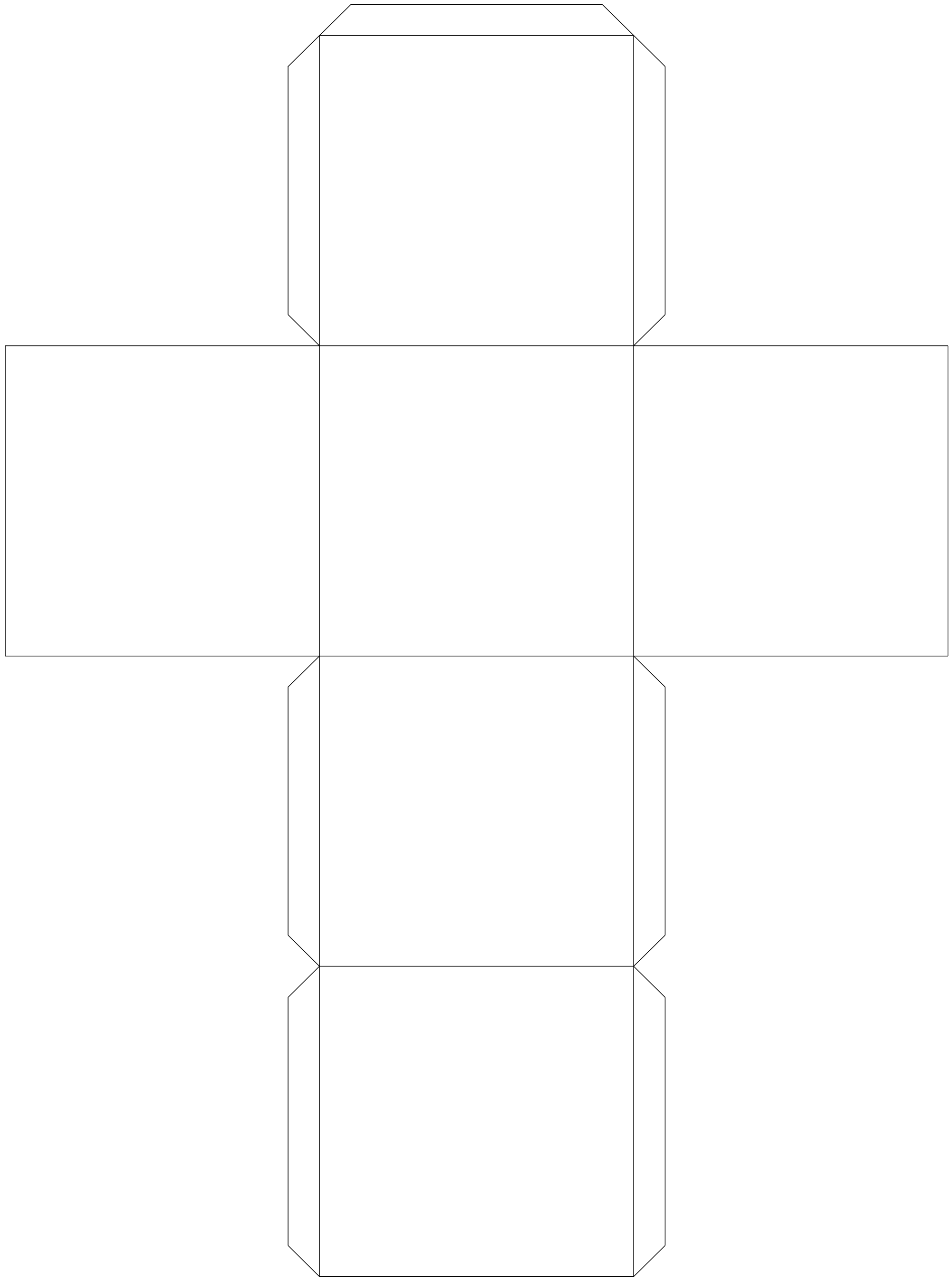


3 **Construye una red de un cubo de lado 3cm y calcula su área.**

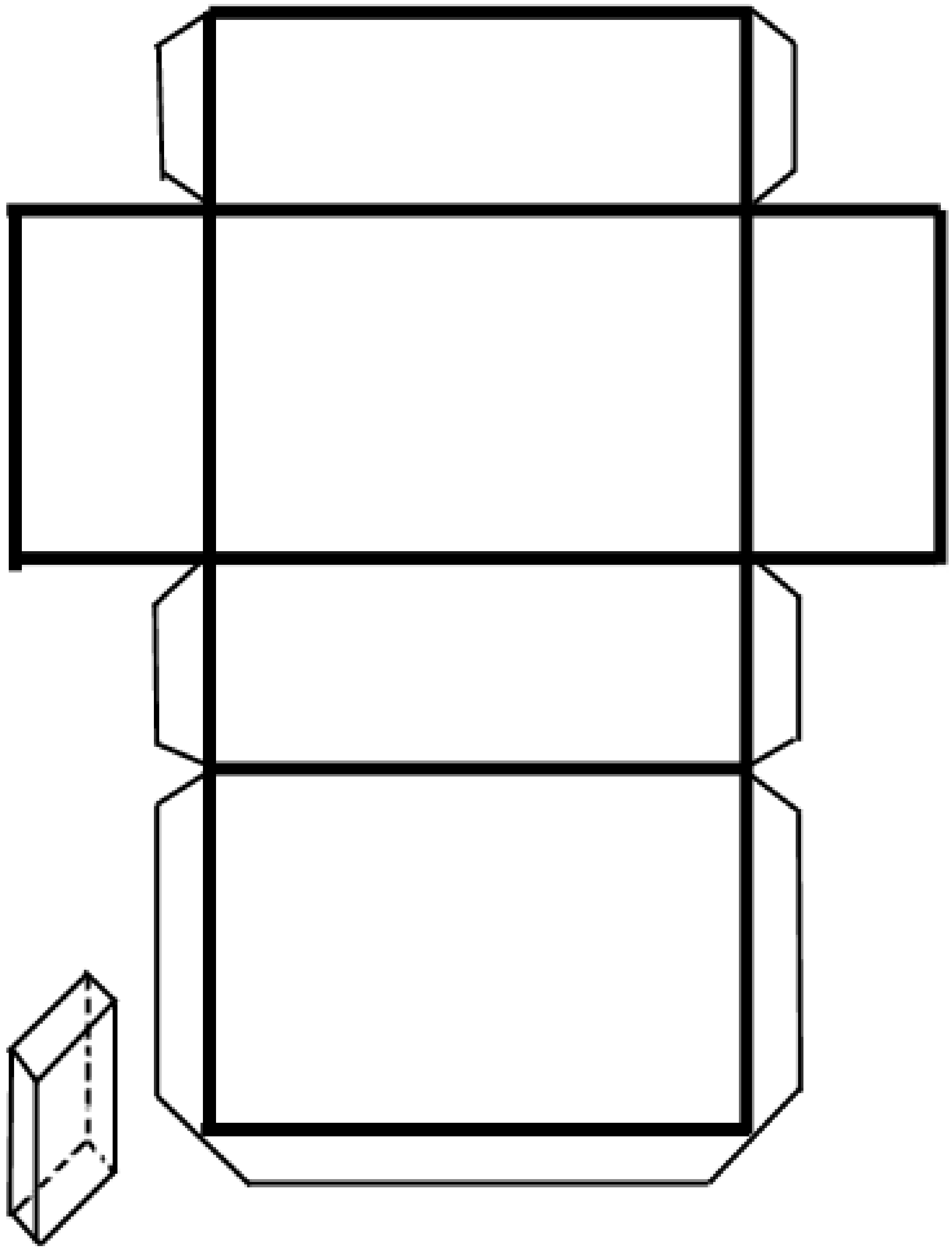
3 **Construye una red de un cubo de lado 3cm y calcula su área.**

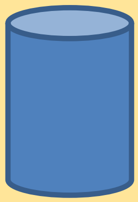
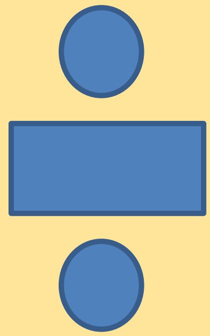
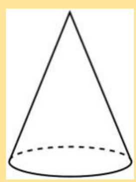
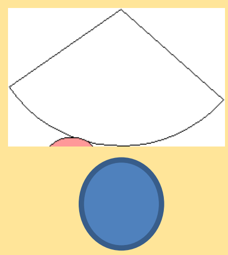
Aquí deberás construir cubos y paralelepípedos armando sus redes y calcular el área de cada figura.

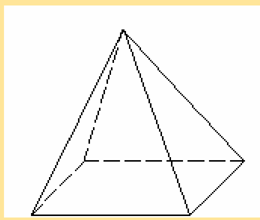
1 **Calcula el área de este cubo de lado 5 cm y luego ármalo.**

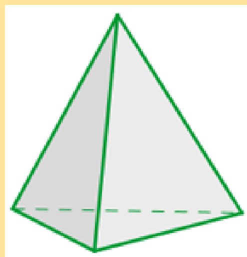


Calcula el área de este paralelepípedo y luego ármalo.



	CUERPO GEOMÉTRICO (3D)	FIGURAS GEOMÉTRICAS (2D)	ÁREA U =  mm
			
			

	CUERPO GEOMÉTRICO (3D)	FIGURAS GEOMÉTRICAS (2D)	ÁREA U =  mm
			____ ____ ____ ____

	CUERPO GEOMÉTRICO (3D)	FIGURAS GEOMÉTRICAS (2D)	ÁREA U = mm
			

.-  Cristóbal pertenece a un grupo de música folklórica y su mamá le compró, omo regalo de cumpleaños, un bombo. ¿Cómo podrá saber cuánto papel de regalo necesitará para envolver este bombo? Calcula:

r = 32 cm

h = 80 cm

.- Calcula la cantidad de hojalata que se necesitará para hacer 10 botes de forma cilíndrica de 10 cm de diámetro y 20 cm de altura.

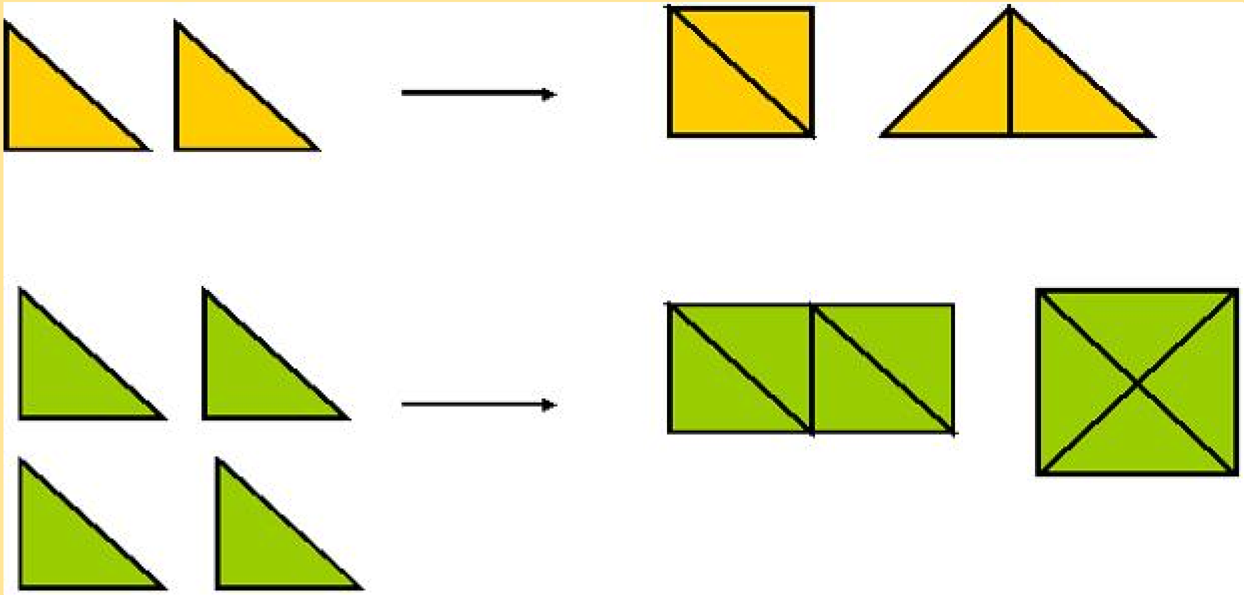
4.- Una lata de conservas tiene 16,6 cm de altura y 8,4 cm de radio de la base. ¿Qué cantidad de metal se necesita para su construcción? ¿Qué cantidad de papel se necesita para la etiqueta?

Laura necesita forrar un envase cilíndrico recto cuyo radio mide 6 cm y su altura mide 21 cm. Si solo forrara su cara lateral, ¿cuánto papel necesitará?

FORMACION Y TRANSFORMACION DE FIGURAS GEOMETRICAS

Experimentemos diferentes formas de combinar las figuras geométricas para formar otras mediante yuxtaposición de figuras planas y corte de formas triangulares:

- ¿Qué figura podemos formar con dos triángulos iguales?, ¿y con cuatro?



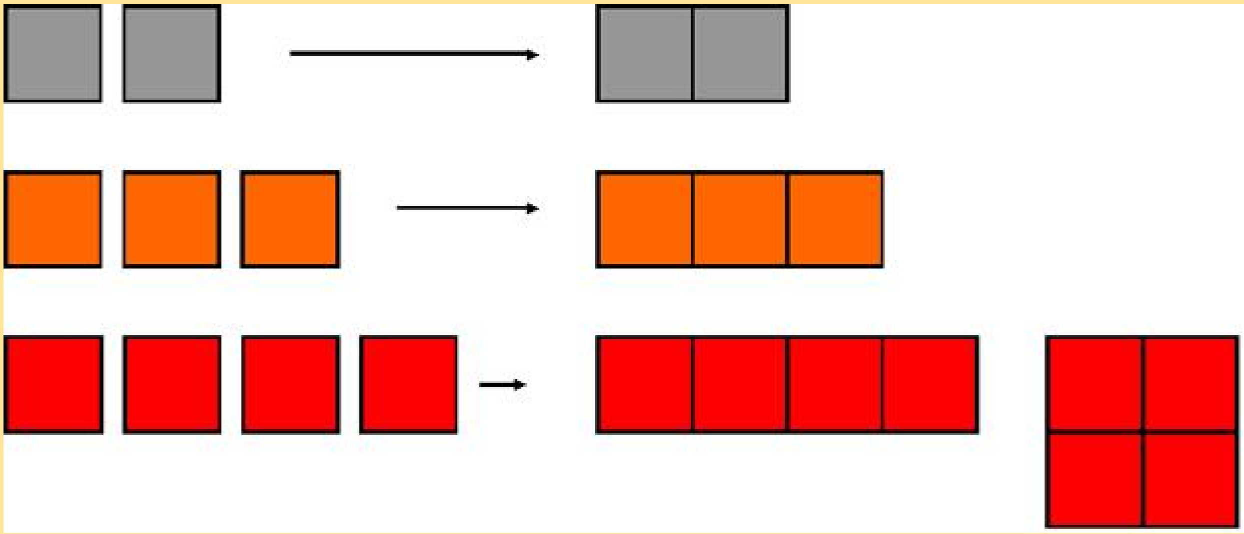
Con dos triángulos iguales podemos formar un cuadrado o un triángulo, y con cuatro triángulos iguales podemos formar un rectángulo o un cuadrado.

TOMEN UN PAPEL LUSTRE Y DOBLENLO POR LA MITAD PARA FORMAR DOS FIGURAS IGUALES. ¿CÓMO SE LLAMAN? RECÓRTENLAS Y PÉGUENLAS EN SU CUADERNO.

TOMAN OTRO PAPEL LUSTRE Y LO DOBLAN TAMBIÉN POR LA MITAD, PERO DE MANERA DIFERENTE A LA ANTERIOR ¿CÓMO SE LLAMAN LAS FIGURAS FORMADAS? RECÓRTENLAS Y PÉGUENLAS.

- COMPAREN SI TODOS FORMARON LAS MISMAS O DIFERENTES FIGURAS.

¿Qué figuras podemos formar con 2, con 3 y con 4 cuadrados iguales?

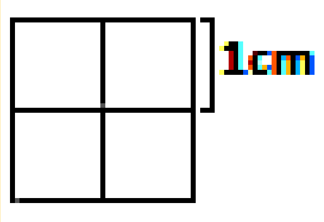
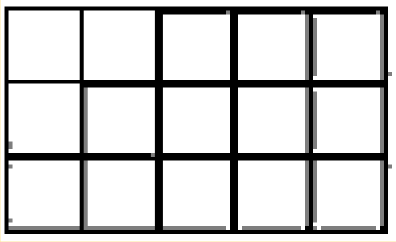
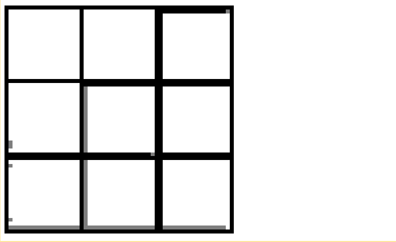
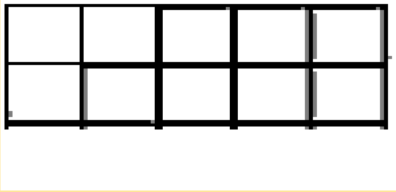


TERCER ACTIVIDAD:

Forman figuras de dos dimensiones yuxtaponiendo triángulos, cuadrados y rectángulos. De igual manera obtienen figuras por plegados rectos de triángulos, cuadrados y rectángulos o por separación de las piezas que las conforman. Describen las figuras que emplearon y las que obtuvieron en cada caso.

Materiales

Set de figuras geométricas como cuadrados, rectángulos y triángulos en cartón, plástico, papel lustre, etc

Figura	Área
	
	
	
	

ANEXO 17

Transcripción Daniel Escenario Real Clase 1

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 1:16,0	El profesor toma el control del curso, el estudiante permanece en el escritorio del profesor, los estudiantes se ponen de pie. Prof: Ya, vamos a hacer una oración, sr. Pavéz, si fuera tan amable. ESTUDIANTE: (reza el Padre Nuestro).
2	1:15,1 - 2:11,8	Inicia la clase el estudiante. Muy bien, buenos días, eeee, como bien comentaba el profesor, vamos a ver una actividad, vamos a trabajar con algo muy peculiar en matemáticas. Eee, les comento por qué es tan importante esta actividad. En, yo como he tenido la experiencia de tener clase en la universidad, eee, algo muy importante cuando uno ve matemáticas digamos que es abstracta, contenidos que son difíciles de comprender, a veces, llevarlo al ámbito geométrico es muy importante, porque uno comprende ideas que están escritas de manera matemática y que puede ser representada de manera geométrica.
3	2:11,7 - 2:40,5	Entonces, como ven y observan, el título de la guía de aprendizaje, ustedes en cursos anteriores han trabajado con el concepto de área de cuadriláteros. Por ejemplo, si a Francisco le pregunto eee cuando hablamos de cuadriláteros, ¿a qué nos estamos refiriendo? ALUMNO: un cuadrado. A un cuadrado, ese es un ejemplo de cuadrilátero. Otro ejemplo. ALUMNO: un rectángulo. Un rectángulo. ALUMNO: una figura de cuatro lados. Una figura de cuatro lados.
4	2:41,3 - 3:08,5	Entonces, hay digamos, un conocimiento previo, que ustedes han estad... ya han trabajado en años anteriores con este concepto. Pero eee, bueno vamos a trabajar con una actividad de iniciación y eee, como bien dice allí, el objetivo de la clase va a ser determinar geométricamente el área de figuras planas, en este caso como triángulos, paralelógramos como rombos y trapecios a partir del concepto de unidad cuadrada.
5	3:08,4 - 3:44,5	Entonces, hay ciertas fórmulas que nos permiten determinar el área de ciertos cuadriláteros, en esta caso solo vamos a trabajar con eee cuadrados, rectángulos, eee rombos y trapecios; y que se pueden demostrar a partir de eee recortes o modificaciones en la figura. Entonces, por eso es importante eee, le hago el hincapié de considerar el ámbito geométrico de ciertas

		demostraciones, que más adelante les van a facilitar la vida.
6	3:44,4 - 4:17,7	Entonces, yo pensaba cómo introducir en este curso, para alumnos, como introducir esta pregunta, en la actividad de iniciación: ¿qué es la unidad cuadrada?. Entonces, algo muy familiar para ustedes, yo creo que sí, es este juego, como bien dice allí, corresponde al juego de Tetris. No se si ustedes tuvieron la oportunidad de jugar con la consola? ESTUDIANTES: Sí.
7	4:16,3 - 5:13,2	Bueno, yo recordaba este juego, y eee bueno, este famoso juego fue eee, fue inventado, por decir así, por un ruso, en la década del '80, y era, más que nada, le permitía para hacer programación. Entonces este juego fue eee a medida de los años se hizo bien famoso porque, bueno hay hartas aplicaciones en celulares también, y hartos estudios que se han hecho que es de gran importancia, digamos, jugar con estas cosas, porque el objetivo del juego, como dice allí, consiste en ir bajando las piezas y a medida que uno va rellenando un nivel, va obteniendo un puntaje, verdad? Entonces ayuda al desarrollo cerebral, y hay varios estudios que le dan gran importancia a este juego.
8	5:13,2 - 6:08,0	Entonces, para introducir la actividad de hoy, vamos a hacer algo bien interesante. Les voy a pedir que en parejas...lo...eee. van a seguir llegando más estudiantes, pero en parejas, esas son las siete piezas importantes del Tetris, ya?, entonces va a ser un primer desafío, que consiste, van a trabajar en parejas y son, vamos a trabajar solamente con 5 piezas, ya?, cuadrado, en forma de L, una T, una Z digamos, y una una pieza vertical. Entonces, solo utilizando esas 5 piezas, les voy a pedir que construyan un rectángulo de 5 cuadrados de largo y 5 cuadrados de ancho.
9	6:08,0 - 6:46,8	solo con esas piezas. Les repito, las piezas son 7. Con 7 piezas yo intenté, y claro, repitiendo algunas piezas uno pu ede obtener un... me di ese trabajo, cierto, por ejemplo, este es un...aquí, hice un rectángulo de 6x4, entonces si se fijan, aquí me faltó una pieza, que era la T. Pero el desafío es el siguiente: es un rectángulo de 5x4, y con 5 piezas pero sin repetir.
10	6:46,7 - 8:23,6	Entonces un representante de cada pareja, por favor que se acerque, rapidito...(el profesor reparte material concreto). Solo tienen 10 minutos ALUMNO: 10 minutos Solo 10 minutos. Solo 10 minutos, entonces la idea es que busquen la manera... solo 5 piezas.
11	8:17,5 - 9:35,4	Entonces, la pregunta es la siguiente, ¿es posible cubrir esa superficie con esas 5 piezas? Busquen la manera. Tiene 10 minutos, así que desde ahora, ya!.

12	9:34,6 - 11:10,1	No se pueden cambiar las piezas. Recuerden que...miren, lo que pasa es que son 7 piezas, fíjense, son 7 piezas y hay 2 que son simétricas, o sea me refiero a que es el reflejo de la otra. Entonces no sean pillos e que yo les pase creo que esta, o sea cambiando el lado, de la misma forma, en el sentido en que está. El rectángulo es de 5 cuadrados de largo y 4 de ancho. ALUMNA: Yo la cambié (el profesor niega con la cabeza), por qué no? No, pues si esa es la pieza.
13	11:10,1 - 12:19,8	Por si llega un compañero más, (el profesor le explica al alumno que llego atrasado el trabajo que hay que hacer)
14	12:18,1 - 14:23,3	ALUMNO: Listo Ya, pero a qué han llegado. (Los alumnos le muestran lo que han hecho). (Se dan cuenta de que el trabajo está mal hecho). 5 minutos ALUMNOS: Profesor, mire. A ver, a ver...5...ya. (Se dan cuenta de que el trabajo está mal hecho). Por ahi va, por ahí va. ALUMNA: Es que siempre falta uno, y a veces faltan dos. (el profesor se pasea por la sala mirando el trabajo de los alumnos)
15	14:22,3 - 15:22,7	ALUMNO: Profe, profe...algo así? ALUMNOS: (entre ellos, claro porque antes te faltaba una y ahora te sobra una) Cómo? Claro, es algo similar a lo que le mostré yo. La idea es no repetir piezas. ALUMNO: Allí? Si claro, allí está el cuadrado que falta, porque si te fijas es un cuadrado de 5 cuadrados y 4, ¿Cuántos cuadraditos son todos? ALUMNO: 20. 20, y cada pieza son 4, y son 5, entonces en teoría rellenaría efectivamente un rectángulo de 5 y 4. Hay que buscar la combinación que nos permita construir esa ventana, eso es lo que estamos haciendo.
16	15:22,3 - 15:54,4	ALUMNO: Oiga profe mire, mire profe les ganamos a todos. A ver?...allí faltaría uno ALUMNO: Siempre va a faltar uno.
17	15:54,2 - 16:05,4	Ya, todos han llegado a algo similar. ALUMNO: Espere un poquito. Ah ya, falta todavía.

18	16:05,3 - 17:58,4	Entonces es un rectángulo de 5 cuadrado de largo, 4 cuadrados de ancho, solo tenemos 5 piezas. Entonces fíjense, si es un rectángulo de 5 cuadrados de largo y 4 cuadrados de ancho, ¿cuántos cuadrados en total? ALUMNOS: 20. 20. Tenemos 5 piezas y que tienen en común todas esas piezas. ALUMNOS: Son de 4. Cada cada digamos pieza del tetris corresponde, tienen, están formadas por 4 cuadrados. Entonces al igual que los dominós, estas piezas también son denominadas tetraminos, ya?. Por qué? porque efectivamente estás piezas están formadas por 4 cuadrados. Entonces, en teoría uno puede construir este rectángulo de eee de 20 cuadrados en total. Muchos han llegado a que es necesario replicar o utilizar nuevamente la pieza en T. Hay varios que eeee requieren esa pieza nuevamente para poder...a ver?
19	17:58,7 - 18:43,6	Ya, bien. Como bien les dije, varios han llegado a esa conclusión, que necesitan de esta pieza (T). Esta es la pieza como digamos que molestando en toda esta, en toda esta conclusiones del trabajo. Entonces. ¿cuál es la respuesta final? ¿Es posible cubrir esta superficie con las piezas de tetris? ALUMNOS: No. ¿Seguro que no? ALUMNOS: Yo creo que sí, sí (varios) ¿Sí, no? ALUMNOS: (Conversación trivial)
20	18:43,5 - 20:05,7	(El profesor dibuja el rectángulo) ¿Verdad?, allí tenemos un rectángulo de 5x4. Lamento informarles que este problema, no tiene solución ALUMNOS: buh. ¿Ahora por qué? ¿Por qué no tiene solución? Bueno, cómo podemos explicar o cómo podemos mostrar que este problema no tiene solución. Vuelvo a repetirles. En teoría están estas 5 piezas con 4 cuadraditos cada una, es posible, en teoría, de construir un rectángulo de 5x4 porque coinciden. De hecho eee a algunos alumnos les ha sobrado ese cuadradito que precisamente calza en algún lugar.
21	20:05,1 - 22:16,2	Entonces, cómo demostramos que no es posible construir un rectángulo con esas 5 piezas. Ingeniosamente, consideremos este rectángulo como un tablero de ajedrez. ¿Conocen los tableros de ajedrez? ALUMNO: No (en tono irónico) ¿No? Son cuadrados blancos y negros. Entonces, por ejemplo, empecemos

		blanco y van alternados cierto? blanco negro blanco negro. Blanco negro blanco negro blanco. Negro blanco van, no cierto, de esa forma, negro negro negro blanco negro y listo, cierto? ALUMNO: negro Entonces, ¿cuántas piezas o cuántos cuadrados blancos hay? ALUMNO: 10 ¿Cuántos cuadrados negros? ALUMNO: 10. 10. Recuerden que son 20 cuadrados en total. Hay 10 blancos y 10 negros, cierto? verdad? está correcto? ALUMNO: allí escribió una N. Bah...entonces, como uno quiere a partir de estas piezas, construir este rectángulo, vamos a... considerar este cuadrado cierto?, entonces este cuadrado, al serlo eeee, encajar digamos con el tablero de ajedrez, sería por ejemplo, blanco negro, negro blanco, verdad? O la otra opción puede ser negro blanco, o sea, sí negro blanco, blanco negro. ALUMNO: es obligatorio. Claro. Alli está el cuadrado.
22	22:16,2 - 22:59,5	La que parece en forma de L. ALUMNO: blanco negro blanco negro Por ejemplo sería negro blanco negro blanco, o bien blanco negro blanco negro. Cierto? La Z, o la forma de Z ALUMNO: blanco negro. De la misma forma, blanco negro blanco negro Laaaa... el vertical, no tiene mayor dificultad, por ejemplo blanco negro blanco negro, cierto?
23	22:59,2 - 24:27,9	Prestén atención a la pieza del medio, qué es lo que pasa allí. ALUMNO: blanco negro blanco negro. Por ejemplo, una opción sería blanco negro blanco blanco. Observen las 5 figuras y díganme qué pueden decir allí. ALUMNO: Que hay tres... Las cuatro piezas que construimos al principio tienen, van en pares, dos blancas, dos negras, pero acá hay una negra y tres blancas, o bien la otra posibilidad que haya una blanca y tres negras. Entonces como yo quiero a partir de estas 5 piezas construir ese rectángulo, la cantidad de cuadrados blancos y negros tiene que ser la misma. Si uno contabiliza, qué ocurre, cuántas blancas hay aquí. ALUMNOS: 11 ¿y negras? ALUMNOS: 9 ¿Cuántas negras hay?

		ALUMNOS 9. Recuerden que son un total de 20. O bien, la otra posibilidad es que hayan 9 negras, o sea que digo 9 blancas y 11 negras.
24	24:26,2 - 25:57,2	Entonces, ingeniosamente, precisamente a partir de este tablero de ajedrez si nosotros pintaramos alternadamente blanco, o sea pintaramos alternadamente blanco y negro, entonces el problema está en esta pieza. Quiere decir que debido a la estructura que tiene esta pieza, no es posible construir el rectángulo. Estaría sobrando una pieza que ese cuadrado precisamente, encaja en algún lado, que es lo que a muchos les pasó. ¿Se entendió la...explicación? más o menos? ¿Se entendió más o menos lo que quizó...? Bueno, esta es una demostración de un eee de un chico que estuvo digamos trabajando con esto un estudio de tese... de teselaciones. A eso se le llama cuando uno quiere rellenar superficies, son teselaciones. ¿Se entendió? ALUMNO: sí. ¿Sí?, entonces la pieza que está dando problemas es esta especial, porque al momento de pintarla digamos pierde la configuración de ese rectángulo, ya no sería un rectángulo, con esa pieza. Sin embargo, como yo les dije, eee uno puede a partir de un rectángulo, uno puede construir un rectángulo digamos, pero es necesario repetir la, una pieza, que es precisamente repetir la pieza que está dando problemas.
25	25:57,3 - 27:35,1	Entonces, como bien hemos dicho, eee todas estas piezas tienen algo en común, y como dijo Marco acá...eee todas corresponden a 4 cuadrados, o sea son 4 piezas, 4 cuadraditos las que conforman la..la... cada pieza. Entonces frente a la primera pregunta, qué es una unidad cuadrada?, qué me pueden decir ustedes, qué es una unidad cuadrada?, a qué le llamamos unidad cuadrada? ALUMNO: algo que tiene área, una sola posibilidad de fórmula. Ya, cómo sería eso. ALUMNO: algo que tenga cuatro caras. Algo que tenga cuatro caras. ALUMNOS: Cómo se llama eso?, ángulos, no wn...risas. Un elemento que tenga dos cosas al cuadrado. Un elemento que tenga dos cosas al cuadrado. El área en que unidad de medida se trabaja? cm2, m2,? ALUMNOS : (balbuceos) Algo de relación tiene lo que dijo Juan Pablo, la unidad cuadrada, como lo han visto en cursos anteriores, corresponde al área, como bien dice allí, corresponde al área de un cuadrado cuyo lado mide una unidad. La unidad cuadrada se ha considerado como eee la unidad que nos permite determinar el área de una superficie.
26	27:35,0 -	Como bien dice allí, una unidad cuadrada corresponde al área de un cuadrado,

	29:22,6	corresponde eee, porque uno puede teselar el plano de diversas formas, con cuadrados, rectángulos, con triángulos inclusos, hay varias eee... sie sie siem siempre se ha trabajado en el ámbito de las baldosas, las cerámicas varios diseños eee, pero por convención y para eee facilitar los cálculos digamos se ha considerado la unidad cuadrada que corresponde precisamente al área de un cuadrado de lado una unidad. Entonces por allí decía Juan Pablo, el área donde todo figura plana es considerada, digamos ya en centímetros o metros, son m2 que corresponde en este caso, como bien dijeron, a la multiplicación de el largo x ancho, en este caso del rectángulo. La pregunta que surge en este caso, es ¿es lo mismo decir área y superficie?. ALUMNOS: No Sí, no, cuál sería la diferencia cuando hablamos de área cuando hablamos de superficie? precisamente por el concepto de unidad cuadrada que eee vamos a teselar una cierta figura utilizando eee cuadrados de área uno, de uno y uno, de uno x uno. Entonces si vamos a teselar eee hay que tener claro eee digamos la diferencia que existe entre superficie y área, Maite dijo que no es lo mismo, qué correspondería? a qué corresponde la superficie que corresponde? Les pregunto.
27	29:21,4 - 31:28,7	ALUMNOS: es que según yo, el área es como el cuadrado, y la superficie es lo que... o sea no, como que el área es como...ay no se explicarlo. La superficie es la que digamos eee en este caso quiero rellenar, cierto? es lo pedido, y el área qué vendría siendo? ALUMNOS: El cuadrado, como todo, como el porte, todo lo que está en el cuadrado. ¿Todo lo que está en el cuadrado? ALUMNOS: Sí. Pero eso vendría siendo la misma superficie, o no? ALUMNOS: Sí. Cuando yo les pregunto por ejemplo el área del cuadrado que hemos estado trabajando, ustedes me dicen... ALUMNOS: Pero según yo, es como lo mismo, pero es como la misma uni... o sea el mismo número, pero no es lo mismo, o sea no es lo mismo decir que el área de esto y la superficie de esto. Ya, ya por ahí va. ALUMNOS: No poh, porque en si la palabra no es lo mismo. O sea podríamos decir que es lo mismo pero no se dice de la misma forma. Porque si yo pregunto el área del algo estoy preguntando otra cosa que... Profe, yo creo que el área es como el equivalente a la superficie que ocupa un objeto. Ya. Entonces lo que dice Juan Pablo y lo que dice Maite, claro, uno quiere en este caso teselar o rellenar una superficie, pero el área, como bien han dicho, corresponde a un valor a un número que se le da a esa superficie. Entonces en cursos anteriores, precisamente, han trabajado con esa diferenciación y precisamente, el área corresponde a la medida de una superficie de una figura

		plana. Entonces siempre hay que tener claro eso, la superficie es digamos lo que en este caso en nuestra actividad es lo que queremos teselar, sin embargo el área es un valor que nosotros le otorgamos a la superficie, en este caso es la medida de dicha superficie que nosotros estamos teselando. Entonces hay que tener claro esa diferenciación.
28	31:28,5 - 34:38,4	¿Por qué? Porque como bien les dije el objetivo de la clase es a partir de eee construcciones geométricas demostrar o mostrar en este caso o verificar, la fórmula eee que nos permite determinar el área de esa superficie. Yo mostré, digamos,... en la actividad del desarrollo, trabajé digamos con el área de un triángulo, cierto? que como todos bien saben es la... el área del triángulo corresponde a la mitad del área de un cuadrilátero. Uno puede representar en este caso es un rectángulo de 6x4 unidades... de 6 unidades de largo por 4 unidades de ancho, entonces, la mitad, si yo quiero teselar solamente la mitad de ese rectángulo uno puede representarlo de varias formas, como bien eee lo hemos hecho en otras figuras, entonces fíjense, esto corresponde a la mitad, si son eee 6 unidades de largo y 4 de ancho, cuántos cuadraditos son en total? ALUMNOS: 24 24, cierto? Entonces si yo quisiera teselar solamente la mitad de ese rectángulo, les voy a necesitar 4 cuadrados, ¿4 cuadrados voy necesitar para teselar la mitad? ALUMNOS: 12. 12 cierto? Entonces uno puede teselar de distintas maneras, de forma, vertical y también uno puede hacer una conclusión, digamos, siempre cuando eee si se fijan uno quiere teselar la mitad de un rectángulo va a tener, digamos, eee un efecto de espejo digamos, es decir que van a ser simétricos, entonces uno puede hacer diversos cortes, ahí, obtenemos eso, así, obtenemos eso, y en la diagonal precisamente es ese corte el que nos permite determinar... si uno considera esta figura que hace un corte diagonal, precisamente, claro se van a recortar esos cuadraditos, pero el espacio que sobra acá va a ser rellenado acá, ese corte va a ser rellanado acá, entonces obtengo un triángulo rectángulo, porque recuerden que el rectángulo eee en los vértices digamos son, el ángulo que se forma allí son de 90 grados, por lo tanto obtengo una figura de un triángulo rectángulo que es familiar para ustedes, y de esa manera uno puede demostrar que el área de ese rectángulo, que es simi eee, la misma superficie o la misma cantidad de cuadrados que se utilizan para la mitad de un rectángulo, y como uno ya sabe que él área de un rectángulo es el largo por el ancho, simplemente el área del triángulo como es la mitad, va a ser el largo por el ancho, base por la altura, dividido por dos. Se entendió esto verdad? No hay digamos mayor complejidad.
29	34:38,6 - 36:15,9	Análogamente, para un paralelógramo. Si uno considera este paralelógramo y le hace, le realiza un corte, no es cierto, de manera vertical, se da cuenta que el

		pedazo que está aquí uno puede superponerlo acá. Entonces va a ocurrir exactamente lo mismo, el área del paralelógramo va a ser similar si uno modifica la estructura uno puede considerar eee un rectángulo en vez de un paralelógramo, entonces es más familiar eee poder determinar el área de esta figura que simplemente base por altura, cierto? eso ustedes lo habían visto verdad... lo han visto en alguna clase. ALUMNOS: Sí. Pues bien, como bien dice ahí, ahora les toca a ustedes. ALUMNOS: Profe... Dígame ALUMNOS: En el caso del rectángulo como base por altura, en teoría sería como lo mismo de que base que base por el lado? Claro, correcto. Porque, bueno en las figuras uno determina eee al igual que en el triángulo que no todos los triángulos son rectángulos, hay varios triángulos que eee digamos que la altura está fuera de la figura. Entonces eee para generalizar, uno eee puede ser largo por ancho, o en este caso, la base corresponde al largo por la altura que vendría siendo el ancho. Eso es para generalizar digamos la fórmula. Entonces es exactamente lo mismo.
30	36:15,1 - 39:04,7	Entonces de esta misma fórmula de manera geométrica, yo les voy a pedir esas dos figuras, conocidas por ustedes como un rombo y un trapecio, les voy a pedir que determinen o muestren de manera geométrica la fórmula tanto del rombo como del trapecio, ya? Ese es el... la actividad de desarrollo. Así que nuevamente en parejas, bueno, allí se van a dividir quien va a trabajar con el rombo y quien con el trapecio, y voy a hacer entrega de goma eva para que puedan digamos trabajar, también tengo reglas, como lo hicimos denante un representante de cada pareja, venga por favor. ALUMNOS: (los alumnos recogen el material concreto).
31	39:03,9 - 41:56,9	Entonces, les recuerdo en qué consiste la actividad. De la misma forma que uno eee muestra un ejemplo que el área de un paralelógramo es la base por la altura, debido a la construcción que se realizó, la actividad consiste, de la misma forma a partir de construcciones, mostrar que el área, el área o la fórmula del área que permite det... eee en este caso del rombo y del trapecio, ya? Trabajen en eso. Eee confío en que conocen la fórmula del rombo y del trapecio, verdad? ALUMNOS: La puede anotar. También la vamos a anotar, para digamos facilitar... allí hay un pequeño error. Bueno, la figura, como rombo y trapecio, hay digamos una orientación en este caso eee para poder eee ayudarles de manera cuadriculada, entonces la goma eva pueden trabajar con cuadricular primero la superficie, y digamos dibujar algo similar. Entonces, el área del rombo es en este caso la diagonal mayor por la diagonal menor dividido dos, es decir, la multiplicación de las diagonales dividido dos, y la del trapecio corresponde a la base mayor, es decir está la

		suma por la altura dividido dos. Así que la actividad consiste en mostrar geométricamente que efectivamente esas fórmulas corresponden a las figuras que están eee anteriores. Así que, no se si les dejo la figura o el área, o anoten el área en su cuaderno como recuerdo, o las anoto aquí. ALUMNOS: (entre ellos). No puh, tenís que demostrar que estas fórmulas se comprueban.
32	41:55,1 - 43:19,1	Allí hay una orientación, bueno ustedes pueden usar más cuadrados, etc. Pero ahi digamos para que todos tengan la posibilidad, ya? ALUMNOS: Cuántos son los cuadraditos? No se, en el caso del rombo por ejemplo, son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 6 por 4. Y acá, 3, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 8. Entonces trapecio es de 8 por 3 y el rombo es de 6 por 4, si 6 por 4. ALUMNOS: Cuántos ocupamos nosotros? Bueno, ahí tomen una decisión ustedes, pero pueden ser 2 o 3. Hagan digamos el cuadriculado... ALUMNOS: Profe, la medida del trapecio... Cómo? ALUMNOS: La medida del trapecio la tomamos... Sí, la de abajo, es una orientación ya, ustedes puede... pero digamos para que todos tengan el mismo ...
33	43:18,2 - 44:30,8	ALUMNOS: Como puedo cuadricular. Bueno, son 2, 6 y 4. Puede considerar cuadrados de 2 cm. ALUMNO: Serían 4 por 1. Ya. ALUMNO: Después tengo que medir y esto dividirlo en 6. Entonces después tengo que dibujar esto. Claro, cuadricula primero, dibújalo, y a partir de eso, eee no se si vas a recortar o vas a acomodar, ooo... pero mostrar que corresponde el área es lo mismo que multiplicar las diagonales y dividir por dos. ALUMNO: Las medidas las hago yo, o sea, yo decido... Sí, claro, esto está pensado en unidades cuadradas entonces puedes trabajar que una unidad cuadrada corresponde a un cuadrado de lado 3cm, de lado 2...ahí tú... pero las unidades son las mismas, las unidades cuadradas.
34	44:29,4 - 44:53,1	ALUMNO: Profe.... No es necesario. Tenemos un rectángulo de 6 unidades por 4. Entonces la unidad es la... esa unidad cuadrada puede ser de digamos de 3 cm2...
35	44:52,4 - 45:04,5	Si les complica la goma eva negra, puedo traer otra
36	45:03,4 -	(El profesor se pasea por la sala observando el trabajo de los alumnos.)

	48:56,4	Mientras uno está trabajando en el rombo, el otro está trabajando en el trapecio.
37	48:56,0 - 52:27,2	La goma eva es un material para....ya? Para poder trabajar geométricamente, la idea es esa, como los dos casos anteriores, a partir de recortes o modificando las figuras eee hacerlas concordar digamos teniendo las medidas. (El profesor se pasea por la sala observando el trabajo de los alumnos, y repitiendo las instrucciones ya dadas).
38	52:26,2 - 54:39,4	De dónde...una pregunta ah?, de dónde nacen esas fórmulas... eso es lo que uno eee pretende digamos con estas construcciones geométricas, es saber de dónde provienen, cómo eee se sabe que el área de ese rombo corresponde a la multiplicación de las diagonales dividido dos, y la del trapecio, cómo eee, la suma de esta base con esta base por la altura dividido dos, esa es la idea, de dónde nace esta fórmula. (El profesor se pasea por la sala observando el trabajo de los alumnos.)
39	54:38,3 - 56:55,2	Eee, son 8 y 3. Pueden considerar cuadraditos, por ejemplo el Francisco considera cuadraditos de 4. ALUMNOS: De 5. Al ser de 5 son 30 cm, cuánto falta para completar, allí están pidiendo 8; pueden ser cuadraditos de 3. 3, 6, 9... Lo importante no es la la la medida del cuadrado, sino que en sí la unidad cuadrada, cuántos cuadraditos son. Ya Francisco a ver, teniendo dibujado el rombo, la unidad cuadrada, como puede entonces eee geométricamente decir que el área del rombo es esto por esto dividido por dos. ALUMNOS: Tengo que ponerle medidas. Ya, en la figura, qué puede decir. ALUMNO: En el lado más largo Ya, qué más? Fíjense que estas dos son iguales o distintas. ALUMNO: Iguales... Ya, puede recortar o modificar.... la idea es manipular la figura y obtener lo que dice allí la....
40	56:54,4 - 57:56,9	Ya, allí determinaste digamos el área de la figura. Lo que la actividad requiere es comprobar que esa fórmula es la correcta. Son 72 cm2, ya, allí tu determinaste el área, pero uno... la actividad va más allá, es decir, de dónde surge esa fórmula, a partir de esta figura. Esa es la idea, no determinar el área, sino que por qué esa esa la fórmula del trapecio corresponde a eso. ALUMNO: (asiente con la cabeza) Esa es la intención.
41	57:55,5 - 1:00:01,3	Estamos trabajando con el rectángulo, cierto? entonces ese pedacito...allí está el pedacito. La idea es usar toda la figura. Es un rectángulo de 6 por 4 y 8 por

		3, entonces la idea es ocupar todo lo que tenemos. Entonces lo que no ha hecho es de ese rectángulo obtener un trapecio. Entonces yo quiero determinar la superficie de esto. Lo que uno haría.... ALUMNO: (El alumno manipula los objetos tratando de llegar a algo). Ya, coincide lo que hiciste tú, tienes un rectángulo tienes uno dividido en su diagonal. ALUMNO: Ya, allí hay uno, allí hay...entonces son tres rectángulos... Ya desarrollen eso...
42	1:00:00,6 - 1:03:12,9	(El profesor se pasea por la sala observando el trabajo de los alumnos, y repitiendo las instrucciones ya dadas. Insiste el propósito de la actividad que no es determinar el área sino que demostrar las fórmulas geométricamente). Una aclaración, varios de ustedes han determinado, han calculado el área de esas figuras, pero la intención de las actividad no es esa, sino que es mostrar geométricamente que el área de un rombo, cualquiera sean sus me...dimensiones va a ser la multiplicación de las diagonales dividido dos, esa es la intención, no es determinar el área sino que es a partir de esta conclusión geométrica poder eee verificar que esas fórmulas corresponden al área, justificar geométricamente.
43	1:03:11,5 - 1:06:53,7	ALUMNO: Este se pone a este lado. Este adelante, allí y allí y allí hace un cuadrado. Pero este mide más que uno, más de dos perdón. Tendría que ser así, cortar este y este. Pero te sigue dando un triángulo vacío. ALUMNO: Sí, pero esos espacios que quedan allí, no son no son. Es ridículo lo que estás haciendo. La idea es verificar la fórmula del trapecio, entonces tú has hecho lo siguiente...cierto? Cómo era la original...eee....Entonces lo recortaste de esa forma, verdad? Estos triángulos tienen la misma área? Cubren la misma superficie? ALUMNO: Espera espera espera...No No? Porqué? ALUMNO: Porque tienen distinta medida de los... Cuánto mide este cateto? ALUMNO: Es que según yo, mide más de dos. Es que al hacer esta línea no corta justo en el... Ah, ya ya ya.... ALUMNO: Pero este mide dos exacto, porque aquí es donde cae y aquí es donde termina. Perfecto, ya. Entonces de hecho ese corte allí, entonces hay un espacio que está sobrando, cierto? Entonces, allí verdad, entonces ahora, denle, digamos eee la... a qué me refiero. ALUMNO: Según yo hay que restar el..., hay que hacer como la figura del cuadrado, restar el....al otro lado.

		Entonces, otórgenle a esta medida B, B mayúscula, a esta b minúscula, aquí h, entonces al modificar la figura, dónde se ve reflejada esa B, esa b, que ocurre si se le resta, se suma...hagan ese ejercicio, lo pueden hacer en el cuaderno, y ver que es lo que ocurre.
44	1:06:53,6 - 1:08:04,1	Tienes eso, entonces la idea es verificar que el área del trapecio corresponde, que es lo que es B mayúscula, la base mayor, eso, b minúscula es eso, eso es la altura, y así, cierto. Por ejemplo, B mayúscula cuántas unidades cuadradas son, B mayúscula ALUMNO: 8 8, b minúscula, ALUMNO: 3 3, y h .... Sí, entonces eee dice que el área del trapecio es la suma de B mayúscula, b minúscula, multiplicado por h, dividido 2. Entonces la idea es verificar, observar, ver, visualizar geométricamente que él área corresponde a eso. Entonces tú puedes hacer recorte, puedes ir modificando, tu compañero hizo un recorte en la figura, lo modificó... entonces haz ese ejercicio, por ejemplo, necesitas solamente el trapecio para recortar allí, no cierto allí, y ver que es lo que ocurre.
45	1:08:03,8 - 1:11:45,6	Cómo vas Francisco. ALUMNO: No se. Hice triángulos isósceles que sería base por la altura, esto me dio 18 y esto 20, entonces la altura sería 18, entonces 20 x 18, lo anoté por aquí, me da 360, y eso lo dividí por 2 y me da 180. De allí no se. Los dos serían 180. Ya, entonces el área del rombo serían dos veces 180, y eso ALUMNO: eso me da 360 Y el área del rectángulo? ALUMNO: Ah, son dos de estos. sería 18x30, no lo he hecho... 540. Y la otra? Cuánto te dió? ALUMNO: Cuál? La de solamente del rombo? ALUMNO: Solamente 360. 360, solamente la del rombo. ALUMNO: Sí, me dio 360. Y la del total? ALUMNO: Total me dio 580... 540. Qué relación puedes ver, después de calculando el área, qué relación hay? Qué puedes decir a eso? ALUMNO: Eee Cuánto mide esto? 18 ALUMNO: Sí. Cuánto mide cada cuadrado?

		ALUMNO: Creo que 5 x 5. Son 5 cierto? ALUMNO: Creo, sí, 5 x5 . Entonces como son 4 cuadrados cuánto medirá? ALUMNO: 20. 20, ya, son 20 y 30, entonces el área del rectángulo es? ALUMNO: Esto se supone que sería 20, 20 x 30... me da... 600, 600 sería el total... y 18 x 20, 360. ¿Pero por qué 18x20? ALUMNO: ah... sería 20x18... este es 20...18x20 para calcular el triángulo... Por qué 18 mide este? ALUMNO: es que lo medí me da 18. Ah ya...lo mediste. Haz el ejercicio siguiente, como es un triángulo rectángulo, mide 10 cm y acá mide 15 cm ALUMNO: Cuál? este 15? Sí, porque es un cuadrado de 5, 5, 10 15. ALUMNO: Ah ya. 15 y 10, entonces, eee conoces el teorema de pitágoras, cierto? los cuadrados, la suma de los cuadrados, la hipotenusa al cuadrado. Entonces haz ese ejercicio. ALUMNO: Se supone que la hipotenusa no la tengo, entonces tengo que calcular los dos, o sea técnicamente no la tengo, entonces realizo primero el teorema de pitágoras. Sí, hazlo digamos con la con la calculadora más rápido.
46	1:11:44,0 - 1:13:58,0	Camila...estos son lo que te sobran cierto...ya? es un rectángulo de 3x2....cierto? Y eee, necesitas saber el área de este trapecio, entonces fíjate, al rectángulo total si le restas este rectángulo obtienes el área del... entonces asígnale una el...una línea a esto, construir esto esto, no se cuanto medira esto, mide esto, entonces haz el ejercicio del rectángulo total y mide la base más esto esto, cierto? eee, restarle eso, que corresponde, intentemos nuevamente, a qué me refiero con esto, cómo era el....recorte que hiciste, ahi... ya... ah ya son más.... entonces trata de armarlo nuevamente, ... asignándole los valores correspondientes y determinando el área del rectángulo, que va a ser B mayor por h y restándole lo que has sacado. ALUMNA: (se ha mostrado distraida, pero comienza a hacer lo que el profesor le pide) Se trata de reordenar para poner la figura original. Asígnale un valor y como el área del rectángulo grande le has restado eso y eso, vas a obtener la del trapecio, asígnale eso... puedes hacerlo en el cuaderno.
47	1:13:57,2 - 1:14:31,3	¿Cómo van con el..? ALUMNOS: Bien.

		Bien, más o menos? (El profesor se pasea por la sala observando el trabajo de los alumnos con un diálogo incidental).
48	1:14:45,2 - 1:16:23,3	ALUMNO: Profe...el del medio igual se puede... se puede dividir, entonces por eso se divide. Ya, pero por ejemplo esa suma B+b, cómo la puedes.... porque a ver... vamos a la figura....entonces ahora hace el ejercicio, asígnale eee... dos cuadrados corresponden a b minúscula, todo eso es B mayúscula, acá es h ALUMNO: Son 3 por 10, 30 dividido dos, 15 Ya, mira haz este siguiente ejercicio, porque uno está interesado en esa superficie, entonces, sería lo mismo decir lo siguiente... lo siguiente, el área de ese rectángulo menos estos dos triángulos nos va a dar eso. ¿Puede ser cierto? ALUMNO: Sí. Entonces, o bien lo que dices tú, de hacer este ejercicio... precisamente, ahí...qué es lo que pasa... vacié dos veces el área de este triángulo, o sea hay que restarle el área de este rectángulo, y el área...para obtener esta misma figura. Entonces hace ese escrito. ALUMNO: Ya.
49	1:16:22,2 - 1:19:37,7	Con el rombo, qué es lo que ocurrió? ALUMNA: No se. Está en el piso...aquí está. Qué pasó con el rombo. ALUMNA: Es que aquí se pone...tengo la mitad del mismo triángulo, entonces se podría decir que está relacionado con esta y esta, y allí se dividen los mismos triángulos. Digamos se ha repetido dos veces la misma figura. ALUMNA: Sí Eso es lo que propones, esa...eso...si yo hago...indica base con la altura, vas a obtener dos veces la misma figura, va a ser, eso así...pero sigue quedando la...la...cómo se llama?...Porque la figura era así... entonces uno inició esa figura, y uno quiere el área o la superficie de ese rombo...entonces moviendo estas figuras, ahí y ahí...lo tendríamos dos veces. ALUMNA: Sí Y uno, como bien dijo acá el compañero, este rectángulo, menos esos, obtenemos el rombo, quiere decir que va a ser, base, base por altura, dividido dos, por qué? porque... ALUMNA: Se repite dos veces. Se repite dos veces. Para apoyar eso su compañero hizo un corte acá, y recorta esos triángulos, y para formar un... porque yo se que lo hizo como un comentario, base por altura, eso corresponde al área de qué cosa? ALUMNA: Al triángulo... al triángulo? No, solamente base por altura. ALUMNA: Al rectángulo

		Al rectángulo, entonces la idea es visualizar esa relación. Aquí ya tiene recortada, entonces de aquí, cómo puede formar un rectángulo. ALUMNA: (la alumna manipula dos figuras formando un pequeño rectángulo) Ya, o bien, el rectángulo con la misma figura, toma estos triángulos... ALUMNA: Ah... Precisamente, aquí está la diagonal, que vendría siendo la altura en este caso, y la otra corresponde a b. Entonces este mismo, son áreas... las mismas áreas, entonces como se van a repetir dos veces, va a ser base por altura, tenemos estas dos áreas, dividido dos. Y tenemos solamente una. ALUMNA: Sí Entonces esa misma idea, con el trapecio.
50	1:19:37,4 - 1:21:35,5	ALUMNO: Aquí está. Ya. ALUMNO: Saqué el área de estos dos triángulos para restárselo al área total del...de esto, y me dió 24 y el área, o sea le resté los 9 quedaban 15, y saqué el área de este eeee.... da esto. Ya, entonces pero ahora para... para poder generalizarlo, si yo a esto le nombre B mayúscula y a esto b minúscula, el mismo ejercicio, va a ser B mayúscula multiplicado por h, que va a ser el área de todo eso, a todo eso le vamos a restar estos dos, c ierto? para obtener esa figura. Entonces va a ser B mayúscula por h, cierto?, menos el área de esto, que corresponde a cuánto. ALUMNO: Eee... a este? 13. Ennn... la nomenclatura que hemos estado trabajando. ALUMNO: 13. No puh, a lo que voy yo es que nombres, esto por ejemplo, cuánto mide? ALUMNO: 8. 8, pero que le asignes un valor porque... pue.. para generalizar la fórmula, a eso me refiero... ALUMNO: Ah ya. B mayúscula, cierto, este eee. el ancho del rectángulo, h. Cuánto mide eso? ALUMNO: Eee... b minúscula b minúscula, entonces va a ser el área de todo el rectángulo, B mayúscula por h, menos el área de esto que corresponde a cuánto? ALUMNO: A 13. ALUMNA: No, al área del triángulo, base por altura. El áea del triángulo enn... ALUMNO: Ah ya... Menos esto. Y allí obtiene un área del trapecio. Entonces, con letras, a eso me refiero. ALUMNO: Ah ya. Entonces, para generalizar.

51	1:21:33,7 - 1:29:19,1	Jóvenes, ya se está acabando la hora, eee...pongan atención acá. Aquí tenemos esta figura ALUMNO: No veo. Cierto, que allí Juan Pablo la recortó, cierto, obtenemos ese rombo, verdad? La idea más que la idea intuitiva que uno podría eee, para poder determinar la superficie de este rombo , un ejemplo puede ser lo siguiente, determinar el área de ese rectángulo total y restarle esos pedazos, puede ser una forma. Una compañera de ustedes, construyendo esto, que le sobró, ahí verdad? Son cuatro rectángulos, o sea cuatro triángulos rectángulos, cierto?, que modificándolos precisamente, conforman ... observan aquí... corresponden la mismo rombo... se fijan? son las mismas medidas en unidades cuadradas, entonces cuál es la conclusión, que la... si yo hubiese tenido el área de esta superficie de este rombo, al considerar lo que me queda, van a ser en total el área del rectángulo, dos veces esa figura, entonces la... para poder determinar el área de una sola figura va a ser el área del rectángulo dividido dos, por qué dividido dos? Porque se está repitiendo la figura dos veces, y yo quiero solamente ese. Si yo determino base por altura, voy a tener el área de todo ese rectángulo, pero si yo le resto la misma área vamos a obtener una sola, entonces yo quiero solamente el área de ese rombo, es decir, base por altura dividido dos, pero qué corresponde a la base y qué corresponde a la altura, entonces, una idea que surgió fue la siguiente: considerar este rombo, cierto, diagonal menor, diagonal mayor, y hacer eee que aparezca ese rectángulo, porque siempre en todo, fíjense, hemos dicho D por eee D mayúscula por d minúscula, B mayúscula más b, por h, siempre hay una multiplicación, entonces al asociarla con el área de lo que conocemos de paralelógramo o rectángulo, la idea es de estas construcciones ver dónde está ese rectángulo, entonces lo que una..uno de sus compañeros hizo fue lo siguiente. Estaba esa figura cierto, la incorporó acá y la incorporó acá. No se si lo pueden visualizar, pueden hacer ese ejercicio con su... con lo que han recortado. Es decir,... no se sí voy por acá... entonces hagan ese ejercicio para que puedan comprobarlo, teniendo esas cuatro digamos lo que sobró, formaron un rectángulo, que precisamente, tenemos cierto el rombo allí, y formar ese rectángulo. Esperen déjenme construirlo acá... ahí. Ahí está el famoso rectángulo. Lo que uno ha hecho, si se fijan, ahí están estos dos, corresponden ahí, y esos dos los he añadido al otro lado. Entonces si se fijan, hagan ese ejercicio, hagan recorten el rombo, con sus diagonales y hagan ese ejercicio de formar el rectángulo. Entonces si se fijan, va a ser dos veces el área del.... del rombo que corresponde al área total, pero como yo quiero solamente el área de ese rombo, va a ser base por altura dividido dos, y qué es base y qué es altura. La base va a ser precisamente el ancho de ese rectángulo que coincide con la diagonal eee la diagonal menor, y el largo del ancho, el largo perdón del rectángulo, va a coincidir con, disculpen, va a ser eee el an... el largo de ese eee de ese rectángulo va a coincidir con la diagonal menor, y el ancho con la mayor. Hagan ese ejercicio. Ya, recorten el rombo para formar un rectángulo,

		y ahí puedan comprobar, que efectívamente corresponde al área de un rectángulo de la diagonal inferior, por la mayor, dividido dos. Por qué dividido dos?, porque se ha eee comprobado que esta área del rombo y lo que queda, van a corr...se pueden construir un mismo rombo a partir de lo que nos está sobrando, por lo tanto si yo quiero solamente un rombo, va a ser el área de ese rombo, el área de ese rectángulo que nosotros formamos, dividido dos. Entonces hagan ese ejercicio. Ya? Eee, la del trapecio, han habido varias ideas, eee yo creo que va a tener que continuar una clase más, porque la del trapecio es bastante interesante, hay varias formas de poder mostrar el área de este trapecio, entonces, eee como al... como una idea para que ustedes piensen y en otra clase poder analizar esa área. B+b, esto se puede descomponer y decir lo mismo que un medio de B mayúscula más b, por h. Entonces la idea es analizar eso, que uno puede visualizar que la semi suma, a eso se define, la semi suma de la base mayor con la base menor. Entonces vean geométricamente a qué corresponde esa semi suma, si yo sumo en este caso son 8 unidades, más 2, van a ser 10, dividido 2, son 5. Entonces, a qué corresponde esa semi suma geométricamente, esas 5 unidades que están allí. 1, 2, 3, 4, 5, esas 5 unidades a qué corresponde en la figura. Entonces esa es una pista.
52	1:29:18,6 - 1:29:54,8	Eee, por los minutos que ya nos están quedando, comprueben lo que les dije acerca del área del rombo, ya? Recorten el eee... o sea, utilicen lo que les sobró, para formar ese rectángulo. ALUMNOS: Profe ya tocaron hace rato. Ah ya tocaron, no escuché el timbre. Bueno queda para una próxima clase, ya? Disculpen no escuché el timbre. FIN.

	Período de tiempo	Contenido	
1	0:00,0 - 1:02,6	Si inicia la clase, el profesor oficial del curso prepara el ambiente, solicitando orden y actitud a través de un gesto.	
2	1:01,1 - 2:20,2	PROF: Ya jóvenes, buenos días. ALUMNOS: Buenos días. PROF: Hoy día vamos a trabajar en la retroalimentación de las actividades de la clase pasada, al final de la clase yo les voy a entregar su prueba, están todas ya revisadas, y vamos a ver algunos ejercicios que puede que sean ser importantes para la evaluación simce. Tomen asiento. ALUMNOS: (Los alumnos se ordenan en sus puestos.) DANIEL: (Prepara en el power point la presentación.)	
3	2:19,1 - 4:58,7	Muy bien, tomen sus asientos, vamos a iniciar esta segunda parte de lo que fue la clase de área de cuadriláteros, ya. Quiero que presten atención. No se si alguien o alguno se habrá quedado con lo que trabajaron la clase pasada. ALUMNA: Yo. Bueno, los que tengan material van a poder trabajarlo. Los que no tengan vengan por favor para poder compartir el... La misma modalidad, en parejas ya? (El profesor reparte material concreto). Si necesitan tijeras o regla... Ya chicos...	
4	4:57,3 - 7:58,5	Vamos a continuar con la actividad prouesta la semana pasada, ya?, la clase anterior, que era mostrar geométricamente que la fórmula del rombo en este caso correspondia a la multiplicación de las diagonales dividido dos, y el área del trapecio correspondía a la suma de la base mayor, esta, con la base menor, acá, multiplicada con la altura dividido dos. Algunos llegaron a algunas conclusiones tanto con el rombo como con el trapecio, ya? pero, voy a darles 10 minutos solamente para que trabajen con el rombo, ya? ALUMNOS: ¿Hay que hacerlo de nuevo? No se sí... por eso les decía, sí tienen las piezas que ya habían hecho la clase pasada, entonces... ALUMNA: Hay que hacerlo de nuevo. Ahora, si no las tienen, para que las hagan... o si tienen alguna conclusión de cómo resolverlo. Entonces, quiero que digamos eee de acuerdo a los recortes para la modificación de la figura, pueden llegar a mostrar que la fórmula es esta, que corresponde al área del rombo. Entonces primero trabajemos con el rombo, ya? (el profesor prepara material en la pizarra).	

5	7:57,0 - 10:28,7	(El profesor comienza a caminar supervisando el trabajo de los alumnos). Están bien las piezas? habían llegado a alguna conclusión? ALUMNO: El área del rombo. No, pero más o menos con lo solicitado?	
6	10:27,4 - 12:52,3	Y ustedes llegaron a alguna conclusión o no? ALUMNO: Determinamos el valor del área. Claro, tú estás determinando el área, pero se trata de hacerlo en forma genérica, que quiere decir que eso que calculaste es para ese rombo, con esa unidad cuadrada correspondiente, pero la idea es poder generalizar la fórmula cualquier rombo. ALUMNO: O sea la fórmula para cualquier rombo partido. Sí, el rombo puede ser de cualquier dimensión, puede ser más grande más pequeño, pero la fórmula sigue siendo la misma. ALUMNO: Ah ya ya ya. A lo que voy yo es que tú determinaste el área de ese rombo en particular, te dio cuanto? ALUMNO: Creo que 160, más o menos. Con cm cuadrados cierto? pero le diría yo que en forma genérica, a través de una modificación, usted pudiera determinar el área en base a las diagonales. Entonces eso es lo que vamos a hacer ahora, ya? ALUMNO: Ya. Ver que construcción o que movimiento pueden hacer para poder determinar que, si te fijas, es la diagonal mayor y la diagonal menor dividido dos, entonces interpretar eso. ALUMNO: Ya. Eso es lo que debemos hacer, observar en la imagen, porque allí tenemos un rectángulo, entonces si uno pesca D mayúscula por d, la diagonal mayor por la diagonal menor, a qué corresponde? ALUMNO: A la base por altura, sería como el área. El área de que cosa. ALUMNO: del rectángulo Del rectángulo, cierto? La diagonal mayor va a ser el ancho del rectángulo, y la diagonal menor va a ser... o sea el ancho del rectángulo, la diagonal mayor va a ser el largo y la diagonal menor va a ser el ancho, ya, y pide el área del rectángulo y dividido por dos. Entonces eso quiero que... quiero que piensen, a qué se refiere con eso. ALUMNO: Ah ya	
7	12:50,6 -	Ustedes llegaron a alguna conclusión, de la actividad	

	15:26,8	anterior? No? ALUMNO: Que las partes después del mismo recorte de esto hacían un rombo. Entonces, por ejemplo, cuando la suma dice de la diagonal mayor por la menor, entonces lo que decía tu compañero recién, cuando uno observa, porque allí está... hay una cruz, donde está dibujado el rombo, entonces si uno multiplica la diagonal mayor por la diagonal menor, fíjate, a qué va a corresponder? ALUMNO: (no contesta) Si yo multiplico la diagonal mayor por la diagonal menor. ALUMNO: Al triángulo, o sea como a las partes que quedan. O sea lo que queda cuando recorto. Sí. pero fíjate, la diagonal mayor a qué vendría correspondiendo... en el rectángulo. ALUMNO: (no contesta) Cuál es la diagonal mayor? ALUMNO: La de arriba. Esa cierto, la que une los vértices que están a la derecha y a la izquierda, estos... (se acerca a la pizarra y los indica) esta es la diagonal mayor, mayor, diagonal menor, (luego vuelve al puesto del alumno), lo que hay que fijarse es lo siguiente, si yo multiplico la diagonal mayor por la diagonal menor, a qué correspondería. ALUMNO: Al área En este caso al área de qué cosa, ALUMNO: del rectángulo Del rectángulo, si yo multiplico la diagonal mayor por la diagonal menor vendría siendo el área del rectángulo, y la fórmula del rombo dice que la diagonal mayor por la diagonal menor dividido dos, entonces, eso es lo que se está pidiendo. ALUMNO: por la flecha pero... Va por ese, por ese... tú haciendo esa resta vas a formar un nuevo rombo, o sea vas a llegar allí, y con el trapecio lo mismo.	
8	15:26,8 - 19:03,7	(El profesor revisa el ejercicio de un estudiante). Muy bien, Francisco hizo algo similar. Francisco determinó el área, a ver, aquí dice que se hizo el área de... ALUMNO: De esto con esto, de esto. Solo de ese triángulo, este es ese, ese, del rectángulo, entonces va a ser 15, el total, menos 8, no? ALUMNO: Esto es... ah no, este es el de este, y este es el de estos dos. Ah ya, ya ya. ALUMNO: Eeee., 24, ese es el área del borde, menos los 9 de estos dos. Por la fórmula lo podemos comprobar. Ya. Bien digamos,	

		porque lo hiciste contabilizando, pero como le decía a tu compañero, la idea es poder generalizar para cualquier trapecio, entonces qué es lo que te propongo yo, que es lo siguiente, ese mismo diseño, pero de la siguiente manera, supongamos D es 3x8 cierto? ALUMNO: Sí. (El profesor dibuja en una hoja) cierto? entonces supongamos porque esto mide B, esto mide b minúscula, h. Supongamos que esto mide... ALUMNO: B Ah? ALUMNO: menos B. Claro, b minúscula, cierto?, pero en este caso, pero al generalizar, uno no sabe cuánto mediría esto, porque en este caso el trapecio, el b, coincide, porque si te pregunto por esto? ALUMNO: Sería esto... Ya, pero esta distancia a qué correspondería, si yo te pregunto. ALUMNO: a la B mayúscula Menos b menos b, cierto? una cosa así. Pongámosle un nombre cualquiera, porque digamos el trapecio se puede ir corriendo, cierto? entonces se puede salir distinta distancia. Supongamos que esto mide a y esto mide c. Entonces como todo esto mide B, entonces considera lo siguiente, B mayúscula va a ser a+b+c, cierto, entonces haz el siguiente ejercicio, lo mismo que hiciste aquí, pero ahora genérico. Entonces al área del rectángulo le restas esta área y le restas esta área, para obtener eso. Haz ese ejercicio para que de forma genérica uno pueda digamos mostrarlo. ALUMNO: Ya.	
9	19:03,0 - 19:52,8	En el caso del rombo, se entendió, cierto? ALUMNA: Sí. Ya, pero ahora vamos a explicar digamos porque lo que le decía a tu compañero, que cuando uno considera, cierto, que la fórmula uno dice diagonal mayor por diagonal menor, que está diciendo, esto multiplicado por esto, en realidad significa la diagonal mayor corresponde al largo del rectángulo, y esta diagonal menor corresponde al ancho, entonces si tu multiplicas las diagonales, en realidad vas a obtener el área del rectángulo dividido dos por esta razón, eee, va a ocurrir este fenómeno, se está repitiendo una figura dos veces. Vamos a hacer eso, y también vamos a ver el caso del trapecio.	
10	19:52,0 - 22:29,3	(El profesor deja que los alumnos trabajen solo, pero supervisando lo que hacen).	

		Están construyendo el rombo, cierto? ALUMNO: Sí. La idea es que vayan viendo, concéntrense en el rombo, entonces la idea es mostrar que es lo que ocurre... (el profesor reordena piezas del trabajo de los alumnos)...allí verdad? Entonces, fíjense en lo siguiente, si yo considero por ejemplo... ah...si no me equivoqué...1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, cierto? (el profesor realiza un recorte en el trabajo para corregirlo), entonces fíjense, si uno... pone atención... siempre se me olvida tu nombre. ALUMNO: Raúl. Entonces si uno quisiera considerar el área solo del trapecio, ya? uno podría determinar el área del rectángulo, menos el área de este triángulo, menos el área de este triángulo, cierto? Entonces, fíjense, de acuerdo a la fórmula, nosotros lo que tenemos es esto corresponde a la base mayor que es B mayúscula, esto mide b minúscula y esto mide h....	
11	22:28,5 - 22:55,2	ALUMNA: (interrumpe la explicación) Profe sabe que no me alcanza. ALUMNO: Pero si allí tienes dos cartulinas, no una. No si yo le paso otra, no se preocupe (el profesor busca más material para entregarlo a la alumna).	
12	22:54,6 - 26:04,7	(el profesor retoma la explicación) Entonces fíjense, trabajen con lo siguiente, tienen algún cuaderno? ALUMNO: Sí. Bien, entonces fíjense, ustedes tienen lo siguiente, eee la base mayor, que vendría siendo el largo... una cosa así cierto?, más o menos el... Entonces esto mide B mayúscula, esto mide b, y esto mide h... ALUMNO: Si pues, el largo. El largo. Entonces uno quiere determinar el área de este rombo, o sea de este trapecio, entonces uno eventualmente puede determinar el área del rectángulo y restarle esa área del triángulo. Entonces, la siguiente indicación, si nosotros llamamos a esto, porque esto no lo conocemos, yo digo que es a, y esto mide c, en este caso la B mayúscula va a corresponde a la suma de todo esto, de a+b+c, cierto? Entonces hagan el siguiente ejercicio, al área del rectángulo total, réstenle el área de este triángulo y el área de este triángulo, con los datos que tienen aquí. Hagan ese análisis, esa... al área del rectángulo total le restan esta área y esta área. Por ejemplo, el área del rectángulo total, con los datos que tienes allí, cuál va a ser el área del rectángulo, el grande. ALUMNO 1: Bxh	

		Va a ser B mayúscula por h. Y el área de ese triángulo, eee Fernando, del triángulo pequeño. ALUMNO 2: ¿del triángulo pequeño? El área de ese triángulo pequeño. ALUMNO 1: Yo le respondo, la mitad de a x h. Ya, cuál es el área del rectan... del triángulo, perdón. ALUMNO 2: Es base por altura, sí base por altura a x h, por h. Y el triángulo? ALUMNO 3: Dividido 2. Dividido 2, entonces va a ser a x h, dividido dos, cierto? Y el área de ese triángulo? ALUMNO 1: c, c por .... c por... base por altura, en este caso va a ser? ALUMNO 1: h c por h dividido dos. Entonces hagan esa esa operatoria, y se den cuenta digamos... cualquier duda...	
13	26:04,1 - 32:20,1	(el profesor va a otro grupo e interviene moviendo las figuras). ALUMNA 1: No, pero es que estamos... es que según yo...no, es que según yo esto es lo que nos sobra de esto, porque esta se corre, dividido dos... recuerda que.... recuerda que esto tiene que darnos así como si fuera la realidad.... pero, no. ALUMNO: Tenemos la base por la altura dividido por la altura. ALUMNA 1: Porque según yo esto sería como al juntar esto... Ya mira, la explicación que le di a sus compañeros fue la siguiente... ALUMNA 2: Aquí, es que falta esto.. ALUMNA 1: Es que esa es la altura pues... Ya. ALUMNO: La altura por dos. Que es lo que quiere decir esto, que al girar el rectángulo... ALUMNA 1: Ah, pero es que esta es la parte larga. El área del rectángulo que se esta formando, si yo le resto este triángulo y le resto este triángulo, obtengo el trapecio. ALUMNA 1: Igual podría... Correcto. ALUMNA 1: es que esto más... por la mitad. Sí, piensa en la siguiente forma, si tu tienes el área de un rectángulo y le quitas la del triángulo, vas a obtener el área de esa superficie, o sea la idea es la siguiente, nombrar en este caso lo que sabemos que esto mide... ALUMNO: 6, no 7	

		ALUMNA 1: 8 Pero, eee de acuerdo a la fórmula..., esto a que corresponde. ALUMNA: base B mayúscula Base que es mayúscula cierto?, esto mide b minúscula, esto mide h, en este caso, sabemos por la cantidad de cuadros que tiene, que tiene una inclinación para sacar la fórmula de cualquier trapecio, supongamos que esto mide b mínúscula, esto mide a y esto mide c, para darle un nombre a esa... una cantidad de longitud. Entonces, si se dan cuenta, B mayúscula corresponde a la suma de c+b+a. Allí necesito que... no se si tienen algún papel,... no se si tienen algún cuaderno. ALUMNOS: (siguen armando o rearmando la figura, y no le pasan un cuaderno al profesor). Más o menos esto es lo que es esta cosa. ALUMNO: Allí hay una regla al lado suyo... Sí, pero para hacerlo más rápido. Esto es según las medidas,esto es b minúscula, h, y le damos un nombre.... Dijimos que el área de ese rectángulo menos el área de ese triángulo menos el área de ese triángulo. Ahora les pido que hagan ese ejercicio, utilizando los datos que tienen allí, al nombrar esto va a ser el procedimiento... por ejemplo, el área del rectángulo, que nosotros queremos el área... ALUMNA 1: del trapecio el área del trapecio, va a ser igual a qué cosa, al área del rectángulo total... ALUMNA 1: menos a menos c... Men...menos el área de estos dos triángulos, triángulo 1, menos el área del triángulo 2, triángulo 1 y el triángulo 2... ALUMNO: Aaa...mmm. Esa es la idea, nombrar a y esto c, porque digamos el trapecio va a ser de esta forma, para allá, y luego se van a cambiar las medidas, entonces queremos generalizar para cualquier trapecio, entonces, por ejemplo Martín, el área del rectángulo. ALUMNO: h, B h, B, cierto, base, base por altura, va a ser h x B. Bien, eee Maite, el área del triángulo 1 ALUMNA 1: a a ALUMNA 1: Y no se, a+c? Solo de este triángulo... ALUMNA 1: ah sería a x h, a x h... ALUMNA 2: Partido uno ALUMNO: No, partido dos por...cómo partido uno	

		porque mira si... ALUMNA 1: Ah porque es un triángulo, sí. ALUMNO: Sí, porque al... axh es como esto y el partido dos... Ya, continúen... ALUMNO: Partido dos, menos... ALUMNA: cxh partido dos... Entonces desarrollen eso considerando lo siguiente, B mayúscula va a ser lo mismo que a+b+c, entonces con eso completo mi... para que trabajen...para que no puedan decir que no se encanten...	
14	32:19,4 - 37:24,3	Ya chicos, presten atención un poquito acá. A algunos de sus compañeros les hice algunas indicaciones para que trabajen el trapecio, otros que han eee considerado algunas conclusiones del rombo, ya? entonces presten atención acá. De acuerdo a la fórmula del rombo, nosotros queremos llegar a eso, que el área del rombo va a ser la diagonal mayor por la diagonal menor dividido dos, entonces fíjense, la diagonal mayor corresponde a esto, a esta diagonal, esa es la diagonal mayor y esa es la diagonal menor. Entonces fíjense, considerando este rectángulo, la diagonal mayor corresponde a esto, al lado más largo del rectángulo, verdad?, presten atención acá, la diagonal mayor corresponde al lado más largo del rectángulo, y la diagonal menor corresponde al ancho del rectángulo, sí? Pongan atención acá chiquillos. La diagonal mayor y la diagonal menor corresponden a los lados del rectángulo, entonces fíjense, si uno realiza este corte, cierto, y uno hace el siguiente movimiento, pongan atención acá... si uno mueve las piezas, presten atención acá... fíjense que lo que nos sobra del rombo corresponde a un rombo nuevo que es de las misma dimensiones, se fijan?, entonces que quiere decir esto, que esta figura, el rectángulo que nosotros tenemos se está repitiendo dos veces, si o no?, entonces lo que está ocurriendo aquí es lo siguiente, yo tengo que área de este rombo, el área del rectángulo en definitiva que va a ser D mayúscula por d, voy a obtener el área del rectángulo y como son el área del rectángulo en definitiva son dos rombos, si yo multiplico D mayúscula por d, y lo divido por dos, obtengo el área solamente de un rombo. Cuál es la otra forma de verlo, que es lo siguiente, teniendo este rombo, yo puedo mover de la siguiente manera esta pieza, de esta forma, obteniendo un nuevo rectángulo. Si ustedes se fijan, considerando las nuevas dimensiones, el largo del rectángulo va a seguir siendo d minúscula, cierto?, y el ancho del rectángulo, de este rectángulo, a qué va a	

		corresponder? ALUMNA: a la mita de uno Cómo? ALUMNA: a la mitad de... A la mitad de la diagonal, es decir, un medio de la diagonal mayor, cierto?, por lo tanto si yo quisiera determinar el área de este rectángulo, que va a ser igual al área del rombo, va a ser igual a qué cosa? ALUMNO: a.. A un medio de D mayúscula, multiplicado por d. Que es lo mismo decir D mayúscula por d, dividido dos. Se entendió esa conclusión? Se entendió esa conclusión? pongan atención acá, se entendió lo que se revisó acá o no? ALUMNA: Sí. Lo que uno quiere llegar a esto es lo siguiente, que este rombo, si yo lo puedo dividir en 4 triángulos iguales, yo puedo formar un rectángulo cuyo eee cuyo largo va a corresponder a la diagonal menor, y el ancho va a corresponder a la mitad de esta diagonal mayor, es decir, un medio de D. La otra forma de verlo es lo siguiente, viendo el área del rectángulo total que es D mayúscula por d, y considerando que el rectángulo van a ser dos rombos iguales, y yo quiero saber solamente el área de uno, va a ser la diagonal mayor por la diagonal menor dividido dos.	
15	37:24,2 - 42:21,5	Otra forma tambien de poder verlo, es de manera algebraica. Que quiere decir esto, lo siguiente, eee, que es la indicación similar al... para determinar el trapecio. Si uno considera el área del rectángulo mayor, porque en definitiva si yo quiero determinar el área de este rombo, va a ser lo siguiente, el área del rectángulo, menos este triángulo, menos este triángulo, menos este triángulo y menos este triángulo, cierto? chiquillos? por allá atrás. La misma idea del trapecio, si yo considero el área del rectángulo y le resto estos triángulos, voy a obtener el rombo, cierto?. Entonces, por ejemplo, como sabemos que el área del rectángulo va a ser el área del rombo va a ser igual a qué cosa, al área del rectángulo, menos estos triángulos, que si se dan cuenta, son triángulos congruentes, es decir que tienen la misma área, fíjense... para ese lado, para el otro lado, son triángulos congruentes, es decir que al área del triángulo total, le resto 4 veces esta área, el área del rectángulo menos 4 veces el área del triángulo. Y si se fijan, el área del rectángulo yo ya se D mayúscula por d, menos 4 veces el área del triángulo, y este triángulo, qué área tiene? va a ser la base por la altura dividido dos. La base va a	

corresponder a cuánto?... la base de este triángulo, en función de las mediciones que tenemos.
ALUMNOS: D, D partido dos.
¿Cuánto mide eso?
ALUMNA: D mayúscula, d minúscula, D mayúscula...
La mitad de D, fíjense, esto es D, va a ser la mitad de D, un medio de D mayúscula, va a ser un medio de D mayúscula multiplicado por la altura. Cuánto va a ser la altura?
ALUMNO: un medio de d minúscula... d minúscula.
Esto, un medio de d minúscula, cierto?, dividido dos es decir multiplicado por un medio, entonces a lo que quiero llegar es a lo siguiente, el área del rombo va a ser igual al área del rectángulo, que es D mayúscula por d, menos 4 veces el área de este triángulo, que va a ser un medio de D mayúscula por un medio de d minúscula, todo eso dividido por dos, es decir por un medio, exactamente lo mismo. Entonces fíjense es un término algebraico, pero si ustedes se fijan al reducir qué es lo que tenemos, D mayúscula por d, menos 4 veces qué cosa? si yo reduzco esto, va a ser, dos por dos?
ALUMNA: cuatro
cuatro por dos?
ALUMNA: ocho
Un octavo de D por d, cierto? sí? me van siguiendo?
ALUMNOS: Sí
Seguros?
ALUMNOS: Sí.
Esto simplemente por manipulación algebraica. Que nos va a quedar, D mayúscula por d, menos cuánto?, si yo simplifico aquí...
ALUMNOS: un medio
Un medio de?
ALUMNOS: D por d.
Si yo a esto D por d, le resto un medio de D por d, qué nos queda?
ALUMNOS: Queda D partido por... Quedaría 2 D por d.
Supongan que esto es una letra.
ALUMNNOS: (balbuceos de respuestas)
Va a ser un medio de algo menos un medio de ese algo, va a ser...
ALUMNO: Dividido dos.
Un medio de D por d. Si se fijan, consideren esta multiplicación como si fuera un letra, cualquiera, supongamos eso, entonces va a ser U menos un medio de U, entonces si al entero le resto un medio, me va a quedar, un medio de U, un medio de Dxd. Entonces esa es otra forma de poder visualizarlo, ya?

16	42:20,9 - 42:45,0	Hay tres formas de poder observar esta... para mostrar digamos que el área de este rombo van a ser la multiplicación de las diagonales dividido dos, ¿se entendió? ALUMNOS: Sí. Seguros?, alguna duda? ALUMNOS: Sí. ¿Qué duda tienen? ALUMNOS: No, sí entendimos.	
17	42:44,8 - 44:38,0	Entonces, presten atención, una forma de poder verlo, el área, cuando uno trabaja con área de rombo de trapecio de cualquier forma, la idea es poder eee, descomponer esta figura, en este caso se descompuso en triángulos, ya?, entonces o también se puede visualizar considerando el área del rectángulo mayor, restándole lo que necesito para poder obtener la figura. Entonces la indicación que le di a varios de ustedes, para determinar, en este caso el área del trapecio, fue lo siguiente, considerar el área de este rectángulo y restarle el área de este triángulo y este triángulo, obteniedo ese rombo. Entonces les pido ahora a todos ustedes, que hagan el siguiente ejercicio, consideren el área, consideren lo siguiente, el largo del trapecio B mayúscula, esto que es la base menor b minúscula, eso que mide la altura h. Como en este caso sabemos que son 2 unidades cuadrades y acá 4 unidades cuadradas, pero para un trapecio en general no sabemos cuánto va a medir esto y esto, coloquémosle que esto mide a y esto mide c, ya?, para dar una longitud a eso, ya? porque eventualmente este trapecio puede irse trasladando y el área va a seguir siendo la misma, va a seguir obteniéndose de la misma forma, entonces queremos generalizar, para cualquier trapecio.	
18	44:37,9 - 47:00,3	Entonces, este ejercicio, digamos es lo siguiente, considerar el área de todo este rectángulo, y restarle el área de este triángulo y el área de este triángulo, para obtener el área del trapecio. Entonces hagan ese manejo algebraico, reduzcan lo que más puedan, y vean hasta... a lo que llegan, ya?, mientras yo voy a pegar este trapecio. Por favor quiero que trabajen es esto ya?, el área de este rectángulo total, restar el área de este triángulo y el área de este triángulo, para obtener lo que está achurado. (el profesor pega en la pizarra las figuras y recortes del trapecio).	
19	46:59,2 - 48:34,2	Entonces fíjense ahí. Ahí tenemos lo que considerariamos, cierto, la figura que está ahí, del	

		trapecio, entonces el ejercicio es simple, entonces fíjense, el área del trapecio va a ser igual a qué cosa, si yo quiero solamente esta área va a ser el área del rectángulo total menos el área de este triángulo, que podemos denominar triángulo 1, menos el área del triángulo 2. Si yo al área de este rectángulo, le recto esto y le resto este triángulo, obtengo el área del trapecio. Entonces, con los datos que tengo ahí, desarrollen por favor esta... estas áreas. A que corresponderían el área del rectángulo, al área de este triángulo y al área de este triángulo. Entonces, de la misma forma que acá, reducir términos semejantes, considerando en este caso que B mayúscula, la base mayor, se puede descomponer en a+b+c que va a ser la suma de este de... la base de este triángulo, la base menor, la base... ya?	
20	48:34,4 - 49:59,2	(el profesor comienza a supervisar el trabajo de los alumnos).	
21	49:58,9 - 52:44,6	Entonces, Fernando, dime el área del ... del ... El área del trapecio, esto... es el área del rectángulo, va a ser igual a qué cosa, al área del rectángulo, cuál va a ser el área del rectángulo... ALUMNO 2: (el alumno Fernando no responde nada) Alejandro, el área de este rectángulo. ALUMNO 1: Es b minúscula por h. Que va a ser... el ancho... cuánto es el largo del rectángulo? ALUMNO 2: El largo es B. Cuál B? b minúscula o B mayúscula? ALUMNO 2: Mayúscula ALUMNO 1: Minúscula ALUMNO 2: Mayúscula ALUMNO 1: Minúscula ALUMNO 2: Esa es mayúscula. ALUMNO 1: Ah. Va a ser h por B mayúscula, cierto? Verdad? Al área del rectángulo le tengo que restar este triángulo, cuál va a ser el área de ese triángulo. ALUMNO 2: Es a por h partido dos. Menos el área del rectángulo. ALUMNO 2: c por h partido dos. Cierto? ALUMNO 2: Eso es todo, pero no tenemos las medidas. Ya pero tenemos que llegar a la siguiente... no puh, si la idea es hacerlo sin medidas, Lo que nosotros tenemos que llegar es .... a eso tenemos que llegar. ALUMNO 2: Ah!! A la forma de B+b por h dividido dos. Entonces, como B	

		mayúscula es eso, la suma, que nos va a quedar, h multiplicado por a+b+c, menos a por h medios, menos c por h medios, cierto? ALUMNO 2: Ya poh ahora... Cómo podemos reducir términos semejantes. ALUMNO 1: Con el a y el h. ALUMNO 2: Ya poh Alejandro, opina. ALUMNO 1: Mira, voy a dejar que mi amigo Fernando de forma, porque... Para poder juntar todo esto, cuál es el mínimo común múltiplo? ALUMNO 1: eh dos? ALUMNO 2: dos. ALUMNO 1: Entonces 2h Ya, muy bien, 2h factor de a+b+c, menos a por h, menos c por h. ALUMNO 2: y ahora empezai a descontar no más, ya puh Alejandro habla!!, cómo no vai a saber. Está más o menos ya listo ya ... ALUMNO 2: Ya, sería 2 h por a, 2ha, 2hb, 2hc, entonces simplificai... ya? ALUMNO 1: Entonces pa qué me preguntai... Ya, entonces háganlo ALUMNO 2: Pucha Alejandro!!!	
22	52:43,1 - 52:57,8	A qué llegaron? ALUMNA 1: A nada A nada!!!? ALUMNA 2: Llegamos a una flor. El profesor se retira de ese grupo y se dirige donde hay otros alumnos de pie. ALUMNA 2: Pero mire!!	
23	52:56,4 - 56:26,4	(el profesor ordena al curso y recorre los grupos de alumnos dando instrucciones).	
24	56:25,8 - 1:00:47,8	ALUMNO: Tenemos que el rombo es... Ah ya... ALUMNO: La diagonal mayor sería esta... Sí,... ALUMNO: Entonces si tuvieramos dos lineas..., esta sería la altura, esta de aquí, la idea es que sea recto, sería	

		la base, entonces base por altura es como 2 por D dividido dos, entonces calcularía...cual es de los dos, entonces por ejemplo en este caso nosotros tendríamos que la... El triángulo a qué corresponde? ALUMNO: Sería como si esto estuviera así como cortado... A ver, cuál es el recorte? ALUMNO: Está malo...(el alumno recorta)... sería como eso. Ah yayaya. ALUMNO: Entonces esto en total medía 20, y este media 4. Pero en términos generales, si esto es D mayúscula, diagonal mayor y esto diagonal menor, tienes dos triángulos, cuánto mide la base superior? ALUMNO: Esa sicno ¿Y en términos generales? ALUMNO: (no contesta) D mayúscula y d minúscula, lo descompongo, son dos triángulos que son congruentes, dos veces este triángulo, entonces dos veces qué cosa? El área del rombo se traduce en dos veces el área del triángulo, dos veces qué cosa...dos veces el área del triángulo ALUMNA: Ah sí pues... Base por altura dividido dos, en este caso la base cuánto mide? ALUMNA: 4? ALUMNO: Sí, 4. ¿En términos del problema? Si uno omite los cuadrados, las unidades cuadradas, ALUMNO: Ah, eee... ¿A qué corresponde la base? ¿A que lleva nuestra fórmula, la mayor o la menor? ALUMNO: La menor La menor, o sea d minúscula, multiplicado por la altura... esta, va a corresponder a qué cosa?, la altura? esto? ALUMNO: d mayúscula? Si esto es la diagonal mayor, esto a qué corresponde? ALUMNO: D mayúscula D mayúscula, pero... ALUMNA: un medio, un medio de D mayúscula. Un medio de D mayúscula. Va a ser la base, que es la diagonal menor, por la altura que es un medio de la diagonal mayor, dividido dos o multiplicado por un medio, que es lo mismo, cierto? Va a ser base por altura dividido dos, o por un medio. Entonces si te fijas, aquí va a quedar, dos por la diagonal menor, un medio de la diagonal mayor, por un medio, y a al simplificar que nos	

		queda?, d minúscula por un medio, dividido..., o bien D mayúscula por d, dividido, que es el área de un rombo. Entonces es otra manera de verlo, descomponer esto en dos triángulos, que van a ser congruentes, es decir el área del rombo total es igual a dos veces el área del triángulo, entonces haciendo el razonamiento hacemos eso, que es lo mismo que vimos. Estaría bien tu razonamiento. Aquí puedes descomponer también de esa forma, y obtienes el triángulo...	
25	1:00:46,0 - 1:01:47,9	Ahora, eso mismo con el trapecio, de qué manera, lo siguiente... de la misma manera, si yo considera la base mayor, la base menor, así como está allá, esto mide a y esto mide c, va a ser el área del rectángulo total, menos esta área de este triángulo y este otro. Entonces a qué corresponde el área del rectángulo, si esto mide h y esto mide B mayúscula? Cuál va a ser el área del rectángulo? h por B, o B por h, menos el área de este triángulo, conociendo que esto mide a y esto mide h, menos eso. Entonces esa es la idea.	
26	1:01:48,2 - 1:03:57,1	(el profesor continúa recorriendo la sala y los grupos, supervisando el trabajo).	
27	1:03:56,3 - 1:05:06,3	Allí se está multiplicando, c por h, y ese es a por h. ALUMNO: y se multiplica eso? Fíjate que el... claro, obtienes h factor de a+b+c, menos c por h medios, menos a por h medios, hay un producto allí. Entonces como está restándolo no puede interactuar porque hay una multiplicación aquí. ALUMNO: ah, entonces tendría que ir otro aquí. Clato, o bien puede aquí buscar el mínimo común múltiplo, que va a ser dos, entonces queda tres arriba, va a ser... ALUMNO: 2 por h por a+b+c. Menos c h menos a. Entonces ahí, vemos que este con este, y tratar de reducir lo que más se pueda.	
28	1:05:05,4 - 1:05:59,9	Acá, cómo van? (el profesor revisa lo que hace un grupo de estudiantes	

		que no están trabajando).	
29	1:05:59,3 - 1:11:59,7	Ya chicos, a ver, presten atención acá, para finalizar con esta actividad. Presten atención acá, todos atención acá. Estamos claro que si yo quiero determinar el área de este rombo, va a ser igual al área del rectángulo total, menos el área triángulo 1 y menos el área triángulo 2, cierto? ALUMNOS: Sí. Cristóbal, cuál es el área del rectángulo total. ALUMNO: Sí, (risas). El área, el área del rectángulo. ALUMNOS: (muchos contestan) base por la altura. Ya, el largo por el ancho. El largo de este rectángulo, cuál va a ser? ALUMNOS: (muchos responden) h, b+c+a. B, cierto, multiplicado por... ALUMNOS: h, a El ancho, h. Menos...Juan Pablo, el área de este triángulo. ALUMNO: Base por altura dividido dos. Ya, y corr... de acuerdo a la figura? ALUMNO: h por a dividido dos, dividido dos Menos, eee Francisco, el área de este rectán... triángulo. ALUMNO: h por c partido por dos. H por c dividido dos, cierto? Presten atención acá. Obtenemos eso, recuerden lo que tenemos acá, que hemos descompuesto la base mayor en a+b+c, entonces aquí, que es lo que vamos a obtener, a+b+c multiplicado por h, menos h por a medios, menos h por c medios, cierto? Simplemente hemos reemplazado la B mayúscula por esa igualdad a+b+c. Entonces, cuál es el mínimo común múltiplo de aquí para reducir todo? ALUMNO: dos Nos va a quedar... ALUMNO : 2 por a por b por c; no 2 por a más b más c, por 2 h. Por 2 h cierto? ALUMNOS: Menos, menos 2, ya sí sí, tienen el mismo denominador, y eso igual queda igual, exacto. Verdad? ALUMNOS: (muchas opiniones y diálogos simultáneos). Cómo? Simplemente hemos encontrado el mínimo común denominador, cierto? y hemos simplificado, a una sola. Ahora la mane... la hay que busc... hallar una forma de poder simplificar esto, entonces que es lo que podemos hacer acá, término a término, va a ser 2 h por a, ALUMNO: Sí, sí. 2 h por a, más 2 h por b, más 2 h por c, menos h por a, menos h por c, y todo eso dividido dos.	

		ALUMNOS: Ahora término a término, reducción... Simplemente hemos multiplicado término a término, ya? Entonces acá 2 h a menos h a,? ALUMNOS: h a. H a. 2 h c menos h c? ALUMNOS: h c.... no profe... sí, está bien está bien Cierto?, el h c no se va, entonces fíjense acá, ...cuál es minimo... eee digamos para... ALUMNOS: h, h, h... El término común, h factor de qué cosa... ALUMNOS: d a + 2 b + c, dividido dos Fíjense, como es 2 b, yo puedo descomponer esto y decir lo siguiente. a+b+c+b, dividido dos, allí tengo mis 2 b. Pero que es a+b+c? ALUMNOS: El largo, el lado Es la base mayor. ALUMNO: Es la B grande. Entonces si ustedes se fijan, entendieron? ALUMNOS: Sí. No, yo no entendí. Nuevamente. Esto es solamente manipulación algebraica, ya?, considerando que hemos descompuesto la base mayor en tres partes, cierto? que desconocemos, por que estamos hablando en términos generales, va a corresponder el área del rectángulo menos esta área del triángulo, menos esta área del triángulo, entonces simplemente hemos descompuesto esa B mayúscula en a+b+c, encontramos el mínimo común denominador, cierto? al eee digamos encontrar términos semejantes la reduccción, obtenemos eso factorizando por h, y descomponiendo, llegamos a que precisamente el área del trapecio corresponde a h factor de B + b dividido dos. Esa es la manipulación algebraica, entonces cuál es la otra forma de poder verlo, es lo siguiente,	
30	1:11:58,5 - 1:18:42,3	Aquí quiero que presten atención y para poder ya finalizar con esta actividad,... fíjense aquí. Al analizar esta fórmula uno puede decir lo siguiente, que el área del trapecio va a ser h multiplicado por... que es lo mismo cierto? h multiplicado por B mayúscula menos más b dividido dos. Esto, presten atención acá, eso es la semisuma, se puede decir, entre B mayúscula y b minúscula y quiere decir yo sumo B mayúscula más b y lo divido dos. Eso es algo similar a lo que uno hace, por ejemplo, de determinar el promedio, por ejemplo si yo en una prueba o en una evaluación obtuve un 1, porque no estudié, pero en la otra sí estudié y obtuve un 7, cuál va a ser mi promedio? ALUMNOS: 4, 4, 4... 4. La semisuma entre 1 y 7 es 4. Qué quiere decir eso. Tengo un 1, tengo un 7 y mi promedio va a ser 4, la	

		mitad, entonces, pregunta, si esto, si este largo mide B y este largo mide b minúscula, la mitad, dónde va a estar. ALUMNOS: arriba, ahí... Geométricamente, si yo tengo ese largo, y este largo, y hago la semi suma, precisamente va a ser la mitad. Eso que señalé ahí, esto, corresponde a B, la semisuma, eso corresponde a la semisuma, entonces pongan atención, esta es otra forma de poder ver el área del trapecio. Si yo considero que esto es B+b dividido dos, es decir la semisuma entre la base mayor con la base menor, y si uno recorta aquí, precisamente donde termina,... ahí verdad, y recorta acá, no si recorté no más, pongan atención, la semisuma corresponde a esto. Si yo recorto las dos piezas y hago esto,... ALUMNOS: Oh, no te creo... Fíjense, qué es lo que obtengo? ALUMNO: Un rectángulo Un rectángulo, cierto?, ahí, un rectángulo y el largo cuánto mide? ALUMNOS: B. Cuánto mide el largo? ALUMNO: B más b minúscula dividido dos. Y el ancho? ALUMNO: h. h, el largo sigue siendo h ALUMNO: Sí poh. Cuál va a ser el área de ese rectángulo entonces? ALUMNO: h por B más b minúscula dividido dos. Va a ser... el largo que es ALUMNO: B B mayúscula más b dividido dos, por el ancho, que eso corresponde al área del trapecio. ALUMNO: Sí. Se ha hecho entonces una descomposición,... voy a tratar de pegar esto para que se puede visualizar mejor,... qué lo que eee... la idea de esto chicos, es mostrar que para cualquier trapecio se cunmple que el área va a ser la semisuma de las bases multiplicada por la altura, que en otras palabras es simplemente la descomposición del trapecio en un rectángulo, considerando que la semisuma va a corresponder precisamente... es una línea que divide al trapecio por la mitad... ahí si, entonces lo que uno realiza aquí... los pegamentos que están malos... se entiende la idea verdad?, entonces cuando uno desea determinar, en este caso la fórmula para determinar el área de cualquier figura, ya sea un rombo un trapecio, lo que uno intenta es descomponer esa figura. Tal vez hay otras figuras como trapezoides, romboides, que requieren de otro trabajo geométrico, digamos, pero para más	

		adelante para figuras que son aún más complejas, lo que uno realiza es considerar la figura y descomponerla en triángulos, ya? es la... una de las mejores técnicas que uno puede para poder determinar la fórmula del área, ya? la descomposición por triángulos. Entonces, como en este caso hemos considerado cierto la semisuma y se ha hecho un recorte de manera tal que se pueda formar un rectán, un rectángulo, en el rombo también. En el rombo también, de hecho se puede descomponer en triángulos, y para poder determinar el área, simplemente se considera 4 veces el área de ese triángulo que vimos anteriomente. Se entendió esto? ALUMNOS: Sí.	
31	1:18:41,9 - 1:19:18,6	Bueno, para poder finalizar con la actividad habían unos ejercicios simples, para... simplemente son de aplicación, ya?ALUMNA: Cuánto es un tercio dividido dos? Cómo? ALUMNA: Un tercio dividido dos? Un tercio dividido dos es un tercio multiplicado por un medio, y eso va a ser... un sexto.	
32	1:19:17,9 - 1:22:00,7	Entonces fíjense, son simplemente ejercicios de aplicación, Por ejemplo este que es muy sencillo, fíjense, calcular el número de árboles que se pueden plantar en un campo, en este terreno, como el de la figura, de 32 metros de largo, y 30 metros de ancho, si cada uno necesita 4 metros cuadrados para desarrollarse. Entonces fíjense, como lo habíamos visto en la guía, si uno precisamente considera este paralelógramo, y hace un recorte acá, simplemente al trasladarlo va a corresponder al área de un rectángulo, de largo 32 metros y ancho 30 metros, entonces el área del terreno va a ser igual a cuánto?, si uno hace este recorte simplemente va a obtener un rectángulo, va a decir, es decir va a ser simplemente base por altura, es decir... ALUMNA: 30 por el otro. 32 metros por 30, y eso es... verdad?, 960 metros cuadrados. Entonces considerando el enunciado que dice si cada árbol necesita 4 metros cuadrados para desarrollarse, y yo dispongo de 960 metros cuadrados, cuántos árboles puedo plantar? Van a ser 960, dividido por? ALUMNA: Cuatro. Cuatro, y eso va a ser igual a cuánto? ALUMNA: Eeee... si tiene alguien una calculadora.... se entiende la idea verdad? ALUMNA: Sí, catorce... catorce...	

		El área del paralelogramo en este caso va a ser simplemente la base por la altura. Este triángulo, si se fijan se repite acá, entonces yo puedo realizar un corte, y considerarlo como si fuera un rectángulo y considerar que eso va a ser base que es 32 por altura, ALUMNA: veinticuatro... entonces considerando que este es un terreno de 960 metros cuadrados, y cada árbol que yo planto necesita 4 metros cuadrados, esos 960 lo divido en 4 y obtengo la cantidad de árboles que quiero. ALUMNA: 24. ALUMNO: Son 240. ¿Cuántos? 240, en este caso, árboles, verdad? Hagan ustedes el ejercicio 2.	
33	1:22:00,0 - 1:24:00,5	Tenemos un cometa, y queremos determinar la cantida de papel que nosotros requerimos para hacer un cometa formados por dos palitos de 75 centímetros y 50 centímetros de longitud. Entonces, como esto, digamos, corresponde a un rombo, y el área de un rombo... cómo lo habíamos dicho?, el área de la cometa? va a ser entonces? ALUMNO: La diagonal mayor por la diagonal menor partido dos. Simplemente va a ser la multiplicación de la diagonal mayor, que va a ser 75 centímetros, multiplicado por 50 centímetros de longitud, dividido 2. Esto de tal man... dice que de manera que el palito corto eee cruce al palito largo a 25 centímetros, esa es una información que es adicional digamos, centímetros de uno sobre otro. ALUMNA: 1875 Entonces simplemente es llegar y considerar la multiplicación de las diagonales dividido dos, va a ser eso cuánto? ALUMNO: 1874 ¿En total? ALUMNA: 1875. Entonces vamos a considerar entonces 1875 centímetros cuadrados, para poder hacer esa... cuando llega 18 de septiembre, cierto?, si uno quiere fabricar volantines de papel, cierto? eee, uno puede hacer una competa digamos, y considerar que para su construcción necesitamos un palito de 75 centímetros y uno de 50, entonces uno puede determinar la cantidad de papel necesario como mínimo que uno necesita para poder hacer ese cometa. Son ejercicios bastante sencillos que son de aplicaciones, ya?	
34	1:23:59,1 -	Alcanzamos a hacer el último.	

	1:26:47,7	ALUMNOS: No, no, va a tocar. Exactamente lo mismo, es simplemente... tenemos otro jardín, verdad?, en este caso es un césped en un jardín que eee por cada metro cuadrado de césped yo requiero de $1500, entonces cuánto voy a invertir en este césped de estas dimensiones. Háganlo ustedes, a ver? Si yo considero que eee en este caso la longitud del terreno va a ser 25 metros, 16, y 10 metros de ancho. Entonces si cada metro cuadrado de césped cuesta $1500, cuánto voy a invertir en ese terreno. Cómo sería. Primero necesito saber cuánta... cuánto es el terreno que necesito cubrir... (suena el timbre de fin de clases) va a ser simplemente 25 +16 multiplicado por el ancho del terreno que va a ser ALUMNA: 10 10 ALUMNA: dividido 2 dividido 2, entonces ese cálculo, si tienen una cálculadora por allí... 41, cierto? 205 cierto? Sí? ALUMNA: Sí Entonces son 205 metros cuadrados ALUMNA: Sí. y cada césped, cada metro cuadrado de césped cuesta $1500, entonces simplemente va a a ser 1500 por 205, y en total cuánto va a ser, 1500 por 205, si alguien quiere ocupar la calculadora, ALUMNO: 1500 por? 1500 por 205. ALUMNA: 307.500 307.500, simplemente llegar y aplicar la... ya? Pueden retirarse. FIN.	

		DANIEL Entrevista
	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 2:15,0	P: Muy bien, estoy aquí con el estudiante Daniel, que va a comenzar la entrevista. Daniel, por favor. D: Me presento, mi nombre es Daniel Eliazar Pino Espinoza, soy estudiante de 4to año de la Carrera de Pedagogía Media en Matemáticas. Mi rut es 18.945.037-0. P: Bueno, gracias Daniel. La primera pregunta es cuándo usted tiene que planificar un proceso de enseñanza de la matemática, ya sea, simulado, porque alguien le pidió que planificara, o porque tiene que realmente hacer la clase, de dónde nace, cuáles son las fuentes de información, de dónde nacen las ideas para construir la planificación. D: Bueno, yo siempre he buscado digamos cuando planifico las clases, ya sea en cualquier nivel o cualquier contenido, eee, siempre suelo buscar actividades desafiantes en los alumnos. Me llamaba la atención eso porque eee es algo que ya es algo innato, a mi siempre me ha gustado comenzar, por ejemplo, con actividades de iniciación que sean llamativos para los alumnos, y que a la vez sean desafiantes, siempre buscar desafíos con el fin de que razonen. Por ejemplo, recuerdo eee una actividad con emmm el tema de progresiones aritméticas, entonces yo encontré una actividad que eee en la formación de los fractales, entonces eso, bueno en ese momento mi profesor me decía "estaba muy buen la actividad, pero que era muy desafiante o tenía que hacer digamos esa bajada al contexto del alumno", entonces siempre me llamó la atención eso, que me he visto que he sido muy desafiante en los alumnos, quizás eso es por una parte bueno, o por otra parte malo, pero eso me llama la atención, cuando planifico busco actividades que sean eee desafiantes para los alumnos, que ellos puedan analizar, y que sean de lo cotidiando, que llame la atención.
2	2:15,0 - 4:33,0	P: Ok, y de dónde nace esa idea, que no es tradicional no cierto, en qué momento cree usted de su trayectoria académica, siendo estudiante en el colegio, en el liceo, en la universidad, usted dijo bueno yo en realidad me gusta iniciar esto con actividades desafiantes. D: Eee, yo creo que, bueno aquí en la universidad obviamente aprendí en los ramos de didáctica, precisamente en didáctica del cálculo recuerdo que tuvimos que hacer una planificación con el concepto de límite de función, entonces me vi en la obligación de buscar alguna aplicación a eso...porque es algo como tan abstracto porque uno dice que...que actividad o que cosa de la vida real uno podría vincularlo con...Yo recuerdo que en esa ocasión eee le presente una eee un problema relacionado con el atletismo, que es algo muy conocido por los estudiantes, en ese tiempo eran los juegos olímpicos, entonces eee, consideramos, porque planifiqué con otro compañero, con un colega, y planificamos con respecto a la actividad y le preguntamos a los estudiantes cuál es el mínimo tiempo que un atleta, en este caso el más conocido Usain Bolt, pudiese recorrer los 100 metros planos. Entonces de acuerdo a estudios científicos, el límite que una persona humana considerando la velocidad, musculatura, superficie, vetc...varias variables, el mínimo creo que eran 9 segundos con 3, algo así. Entonces esa actividad nos permitió vincularla con el concepto de límite. Entonces son eee del mundo real, de las aplicaciones, siempre me gusta vincular las matemáticas con otras ciencias. El tema de la

		interdisciplinariedad siempre me ha llamado la atención y busco eee fuentes de información de otras ciencias, biología, química, física para vincularla con la matemática.
3	4:33,0 - 5:43,5	P: Muy bien, emm, cuando yo miraba el capítulo del libro que ustedes construyeron, en ese capítulo del libro hay algo que se refleje de lo que me está señalando? D: Eee, bueno, en el libro ocupé la actividad del puzzle, del tetris, entonces pensaba en un curso de 1ero y 2do medio la idea era buscar alguna actividad que pudiese incentivar o motivar a los chicos para iniciar la clase, la idea es esa actividad de iniciación. Entonces eee, también recuerdo que hubo un problema de teselar una superficie que era un centro de servicio entonces había que utilizar baldosas para poder eee rellenar ese espacio que había, entonces son actividades digamos que son cotidianas y que son cercanas al alumno, y la idea es buscar una aplicación al contenido, esa es la idea.
4	5:43,5 - 6:53,2	P: Ok, eemmm. Por ejemplo, en el libro que usted hizo, hay evidentemente están las tres partes las actividades de iniciación, lo esencial, y los ejercicios y problemas. ¿Cree usted que a ese libro todavía se le pueden agregar cosas, se le puede mejorar? D: Si, obviamente. Yo pienso que en la última parte se podrían agregar más problemas, pero no tan solo eee con mediciones sino con vincularlos con otros, otros problemas de en este caso de conexión, por ejemplo eee considerar el área de un cuadrilátero circunscrito a una circunferencia, y también complejizar más porque considero que esa parte estuvo eee digamos son actividades que son inmediatas, a partir de la fórmula del área, pero considero que allí podriamos reforzar un poco más esa sección.
5	6:53,2 - 7:55,3	P: Ya. En términos descriptivos cualitativos eee qué tipo de ejercicios piensa usted que hay mayor presencia en su capítulo de reproducción, de conexión de reflexión. D: Yo creo que principalmente son problemas de reproducción y de conexión, digamos. Al inicio son problemas que de iniciación, y que vinculan el tema a tratar, en este caso el área del cuadrilátero, con eee otros contextos del alumno, vimos solamente 2 recuerdo 3, y la mayoría de los otros ejercicios son de reproducción. Entonces, principalmente por lo que hablaba anteriormente, eee sería interesante la última sección con ejercicios y problemas, buscar problemas ya de reflexión, alguna gráfica, o estudio que permita hacer un análisis más profundo de lo...
6	7:55,3 - 12:04,6	P: Ahora, evidentemente que hay una estructura impuesta acá. ¿Cuáles son más a la base digamos, los elementos didácticos que usted tiene presente cuando hace una planificación? Ya me contó que a usted le gusta vincular la matemática con el mundo real, actividades desafiantes, por qué? cuáles son las decisiones didácticas que le hacen tomar, no, ¿cuáles son los fundamentos didácticos que le hacen tomar esa decición? D: Bueno, lo que ocurre es que la matemática como hemos siempre conversamos, no es algo que esté ajeno al estudiante, sino que está presente en todos lados. Siempre me llamó la atención de la todas las demás ciencias que en el mundo en el que vivimos es un mundo matemático. Yo siempre me llamó la atención que la matemática podía ser aplicada a varios contextos, entonces la idea de esta actividad de planificar en este sentido es basado en que el estudiante vive en un mundo que pareciera que estuviera así, no determinado, me refiero a que por ejemplo cuando

		uno le presenta estas figuras rectas, digamos cuadrados, rectángulos, triángulos, en el mundo real eee no hay figuras que sean perfectamente cuadradas, perfectamente rectas, sino que es una aproximación. Entonces eee, sin embargo la matemática cuando uno lleva estudiándola más en profundidad, eee uno se puede dar cuenta que la matemática exacta exacta no es, sino que ha medida que uno va estudiándola, va progresando en el conocimiento se va dando cuenta que la matemática permite dar una aproximación a lo que es el mundo real. Entonces a veces esa aproximación es eee se acerca más a lo exacto, a veces no; pero el hecho es que considero didácticamente todas las actividades que uno planifica lo uno prepara, debe estar en el mundo real porque es el mundo en el cual vive el alumno. Entonces si uno le presenta la aplicación de la matemática en su mundo real, para poder resolver problemas eee, entonces eso le va a llamar la atención al alumno, y lo va a incentivar al estudio, porque ese es el gran problema digamos ahora en los establecimientos educacionales, uno puede porque yo he tenido ya 4 prácticas progresivas y me he dado cuenta de que eee la actividad que el profesor plantea son generalmente definiciones, ejemplos, ejercicios, entonces, claro, yo, en mi época de alumno no, uno lo aceptaba digamos y trabajaba de esa forma, y uno le daba el sentido a la... algunos obviamente siempre habían alumnos que no querían trabajar, que era fome, etcétera, pero yo creo que ahora en la actualidad se ve con más frecuencia eso de que los alumnos le buscan la aplicación a la matemática y... las actividades propuestas por el docente no le permiten darle significado a la matemática. Entonces yo pienso que es importante considerar actividades, problemas, eee sean extraidos del mundo real y de la cotidianeidad del alumno, entonces yo siempre he escogido esa rama de la didáctica basada en el contexto del alumno.
7	12:04,6 - 13:12,8	P: Ahí, usted cree que uno de los elementos didácticos que lo pueden acompañar en esto que usted está señalando está esto de las representaciones concretas, pictóricas, simbólicas. D: Sí, porque eee es una es un escalón digamos, recuerdo a la... la teoría constructivista de Piaget, o sea, uno le entrega herramientas al alumno, y el alumno va construyendo su conocimiento. Entonces, refiriéndose a lo que usted menciona, de la representación, uno no puede partir, digamos con actividades más complejas, sino que siempre partir de la base. Comenzar el aterrizaje en el suelo, y luego elevarse, entonces partir con actividades concretas y luego ir complejizando esas actividades, llevando a otros contextos y lo que conversamos, que el alumno pueda transitar entre esas representaciones, cuando el alumno transita allí se evidencia que el alumno entendió, que comprendió.
8	13:12,8 - 17:55,0	P: La relación sujeto medio, cierto, eso de tener en cuenta la relación sujeto medio. Ya, ahora pongámonos un poco en el contexto de que usted llega y tiene que hacer una clase, con todo lo que eso significa. Tengo más o menos claro de que va a partir con una actividad desafiante. Cómo piensa usted, en el momento de sentarse en su casa, en su escritorio, a planificar la clase. En qué piensa usted que va a ocurrir, cómo lo planifica, cómo planifica la clase antes de llegar a la sala. Cuáles son los pasos. D: Bueno, yo primero busco alguna actividad que sea cercana al alumno, pensando, siempre me ha costado de hecho ponerme en el lugar del alumno, pero siempre trato de trabajar con los tiempos. Para mi, yo creo que para muchos de los profesores, es

		uno de los temas que más cuesta controlar, el tiempo, porque nunca uno, o por lo general, nunca se pone en el caso de gestionar las dificultades o problemas que puedan surgir porque uno eee a mi me ha pasado varias veces, que yo planifico, busco una actividad desafiante, verdad, y no considero los conocimientos previos de los alumnos. Entonces, ahora ultimamente he sido más consciente de eso, de buscar primero ya una actividad, pero considerar antes cuáles son los conocimientos que ellos deberían tener para poder trabajar con esa actividad, y partir siempre desde lo más simple, conceptos básicos, conceptos que ellos ya manejan, entonces luego de eso comenzar con una actividad que sea relacionada con el mundo real, cotidiana, cercana al alumno, y luego comenzar con ya eee lo que es definir formalmente, eso durante el desarrollo de la clase, definir formalmente el concepto, pero nunca dejando de lado la actividad de iniciación, porque siempre tenerla pendiente, y allí aprender a desarrollar actividades, siempre me ha gustado que el alumno, bueno en las planificaciones de las actividades que yo realizo, buscar que ellos analicen que ellos puedan preguntarse qué pasa si ocurre esto y si pasa esto otro. O sea, ven como científicos en el sentido que puedan experimentar con el problema. También me llama la atención, que lo aprendí también en los ramos de didáctica, que es bueno que el alumno se equivoque a veces, porque a veces el profesor, porque he observado en mis prácticas que cuando el alumno responde en forma incorrecta, le pide a otro alumno que le de la respuesta correcta, entonces no trabaja con ese error que a veces uno como estudiante, a veces uno se da cuenta que ese error sirve porque se puede dar cuenta de qué fue lo que planteó mal, o qué fue que camino tomó, entonces ese error le permite en problemas posteriores no ir por ese camino sino que... y por qué razón, entonces en las actividades que yo planifico también me gusta considerar problemas de análisis con el fin de que ellos den, no me interesa que den la respuesta correcta, sino que den alguna respuesta y la razone por qué dan esa respuesta, y considerando todas esas propuestas que ellos tienen, ir evaluando, esta propuesta nos sirve o no nos sirve, siempre me gusta hacer preguntas al grupo curso, no eee, o sea darles tiempo también para que trabajen en forma grupal, en parejas, o que se yo, pero luego de eso me gusta hacerles preguntas al grupo curso, y todas esas propuestas que surgieron, irlas evaluando, por qué razón se consideró ese paso, que implicancias tiene, etcétera, se trata de que ellos analicen las posibles soluciones, y de esa forma llegar a la solución correcta.
9	17:55,0 - 19:40,1	P: y cuando está en el proceso de planificación aún, usted piensa ya cuando vayamos en estos minutos, en estos tiempos de clase yo voy a hacer que trabajen individualmente, grupalmente, aquí voy a hablar yo, piensa en eso o va fluyendo?. D: No, si de hecho siempre la..., una recomendación que me hizo un profesor fue que siempre considerara la forma en que iba a dirigir la clase, a guiar la clase, en el sentido de que las actividades, la forma en que se iban a llevar a cabo, es decir, si se iban a hacer individual, grupal. Por lo general siempre me gusta trabajar en forma grupal, o a lo más en parejas, porque de esa manera nacen más propuestas, nacen más ideas y, pero a veces también me ha ocurrido que al trabajar en grupos se va como disolviendo un poco, se va guiando por otra parte a veces no trabajan muy coordinadamente porque es dificl que cuatro personas puedan coordinarse y llegar a una conclusion entonces yo tambien considero que es importante que el profesor vaya supervisando el tabajo grupal. Pero siempre me he inclinado por trabajar en parejas y haciendo que el alumno consulten y promover digamos que los alumnos pregunten y aclaren sus dudas y supervisando el trabajo puesto por puesto.

10	19:40,1 - 21:40,5	P: Esa idea de planificación viene de la formación de profesores acá? de las clases de didácticas? O también de cosas que usted sabía de antes? D: Eee, yo creo que de las dos cosas, digamos, yo, bueno es un tema yo escogí estudiar pedagogia en educación media en matemáticas, porque siempre me llamaba la atención la forma en que enseñaba mi profesora en enseñanza media, y ella siempre nos planteaba, nos dejaba en jaque con las actividades. Si bien recuerdo que siempre comenzabamos con ee era bien tradicional la profesora en el sentido de que definia unos conceptos, nos daba un ejemplo, pero al momento de revisar la guía las actividades eran problemas que no eran inmediatos, era necesario reflexionar, revisar y recuerdo que siempre ibamos a su oficina a consultarle y nunca nos daba la respuesta, sino que esperaba que nosotros le dijeramos las conclusiones, y ella nos guiaba, mira que ocurre, que pasa si lo ves de esta forma, entonces siempre me llamo la atención eso de que ella nunca nos validaba una respuesta, nunca nos decía sí correcto, o no, incorrecto, sino que ya, pero date cuenta de este detalle, que ocurre en este caso, entonces eso me llamó la atención y lo reforcé aquí en la universidad que, como profesor a veces es conveniente no decir la respuesta inmediatamente al alumno, sino que más bien darle un tiempo al alumno para que él analice, para que él piense, y se pueda dar cuenta él, guiandolo obviamente en las actividades, pero que él vaya, que él trabaje, que él piense, que él pueda obtener conclusiones y que él justifique esas ideas.
11	21:40,5 - 25:15,3	P: Cuando tuvo que planificar la clase de área, cierto, cómo lo hizo, la misma pregunta que le he estado haciendo pero ahora ya específicamente del concepto de área. D: Bueno la... siempre consideré el hecho de que el curso en el que iba planificar la clase. Como ya está planificada para un 7mo u 8vo básico. P: Que es un primero y segundo medio. D: Correcto, 1ero y 2do medio de acuerdo a los planes y programas, consideré una, pensaba en una acitividad que fuera eee relacionada con emmm con algún juego, siempre porque son áreas, entonces pensé que juego o alguna... porque siempre uno actividades de área o cuadriláteros les llama la atención el tema de teselar. Yo ya consideraba esa actividad pero dije, a ver que otra actividad me pudiese ayudar para considerar el tema de área, entonces de repente eee buscando en mi celular, tenía el juego de tetris, consideré y comencé a pensar en las piezas del tetris, y dije ya son siempre todas la piezas están conformadas por 4 cuadraditos. Ya, y eso me permite eventualmente teselar un plano, entonces ahi comenzaron a surgir las ideas, primero trabajar con los alumnos que se den cuenta que este juego que es muy popular, yo de hecho jugue en la consola, y que ellos se diesen cuenta e introducir el concepto de unidad cuadrada, y una de las conclusiones que esperaba que ellos obtuvieran que todas estas piezas están compuestas por cuatro unidades cuadradas, y que por ejemplo uno puede teselar un plano, en el caso de esa actividad de 6 x4, e intentar teselar completamente el plano utilizando esa pieza, y bueno incorporar el ingrediente digamos del desafío, bueno teselar ese plano ese rectángulo, pero sin que se repitieran. Entonces allí también hubo un tema de que no era posible teselar ese plano por la configuración de las piezas, porque en teoría como era una cantidad de piezas que calzaba justo en un rectángulo, pero debido a ls estructuras que tenían las piezas no se podía no calzaba justamente, entonces eee pero el hecho la idea es que ellos se pudieran dar cuentas que en este juego uno podía introducir o podía

		entender que conceptos básicos de área, de unidad cuadrada, y el hecho es, la idea digamos, es que ellos pudieran entender que al determinar el área o la superficie de un determinado plano la forma en que uno pudiese considerar el área, es la medida de superficie es precisamente teselar esa superficie. Entonces de allí comencé a, nacieron las actividades y nació y comencé a ver otras actividades vinculadas también al concepto de teselar la superficie.
12	25:17,3 - 26:30,0	P: Ok, y la implementación de las actividades siguientes, el uso de los recursos, la goma eva, las tijeras, en qué momento lo va planificando, lo va pensando. D: Esa es una actividad que consideré al inicio de la clase, porque si bien al principio había pensado en proyectar el juego, eee que ellos comenzarán a jugar on line, pensé que esa actividad pudiese digamos desviarse del objetivo de la clase podían ponerse a jugar, entonces se iba a perder el objetivo de la clase, entonces pensé digamos en hacer los recortes de las piezas, y que ellos manipularan esas piezas y que pudiesen digamos intentar en que la pieza encajara en una superficie. Entonces recuerdo que trabajé esa unidad en parejas y que ellos comenzaran a ver las posibles combinaciones que le permitían teselar.
13	26:30,0 - 30:01,1	P: Ok. Cómo piensa usted que se debe manejar en el caso específico de la clase de área, el tema de la organización de la clase, no solamente el elemento didáctico, sino que ya el orden no es cierto, las parejas, que cada uno vaya trabajando, como va supervisando eso. D: Bueno, yo siempre les dejo el planteamiento del problema, y nunca me he eee, en términos de organización de aula, nunca me quedo adelante o en un solo lugar, siempre me gusta movilizarme en la sala, y al momento de plantearle el problema voy supervisando o voy viendo el trabajo de ellos, y siempre van los estudiantes van preguntando, y allí aclaro las dudas, lo que decía, no dándoles las respuestas inmediatas sino que guiándoles en su idea, aun cuando tal vez erronea, guiándoles para que él se de cuenta que por ese camino no es conveniente ir. Entonces, por tema de organización, siempre me ha gustado la idea, nunca la he hecho digamos, pero este es un tema de organización de aula digamos, porque siempre están en columnas los alumnos, y bueno por tema también de colegio de orden, siempre se ha establecido así, pero yo siempre he sido de la idea que los alumnos se puedan organizar como media luna, a mi siempre me ha llamado la atención eso, no lo he podido hacer aún, pero espero estructurar, organizar de esa manera la sala de clases, porque de esa forma uno puede situarse a una distancia que va a estar igual a todos, entonces si los alumnos se pudiesen organizar como media luna, y uno como docente pudiera estar al medio de todos los estudiantes que todos lo puedan ver, y allí uno podría digamos guiar al estudiante y supervisar el trabajo y yo pienso que sería más fácil, como tema de auditorio y captar la atención de todos los estudiantes y poder observar todo lo que, porque a veces en columna, uno por lo general los profesores se sitúan adelante y no ve lo que ocurre, porque siempre hay alumnos que quedan, o los de atrás siempre, los que se sitúan atrás de la sala, a veces se distraen o no trabajan, entonces es difícil controlar ese, la actividad, porque por lo general las personas que se sitúan adelante siempre son las que más consultan las que tienen dudas, entonces uno tiende a enfocar la atención en esas personas y deja de lado los demás, entonces pienso que sería una buena idea estructurar organizar el aula de tal forma que el profesor esté a la misma distancia hablando geométricamente, a la misma distancia de todos los alumnos.

14	30:01,1 - 34:35,6	P: ¿Cuál cree usted que es el aporte de la didáctica de la geometría, de la asignatura didáctica de la geometría a estas organizaciones que usted ha estado señalando, a la planificación del concepto de área, a la construcción del libro? D: Bueno, principalmente son dos aportes que yo considero. El primero es enfocar o vincular todas las actividades que uno planifica con respecto al mundo real, yo destaco del curso el hecho de considerar como se mencionaba, un soporte, es decir una actividad o problema que sea del mundo real, que sea de lo cotidiano del estudiante, que sea algo cercano, que sea un actividad que en lo posible uno busque que ellos manipulen que sea una actividad concreta, es decir, por ejemplo en la construcción de algún artefacto, o, pensando en la unidad de datos y azar por ejemplo, que ellos realicen encuesta por el colegio. Me encontré con un profesor que hizo una actividad, comenzando con la unidad de datos y azar, y le pidió a los alumnos que ellos realizaran una encuesta de cuántos alumnos asistían al desayuno, y los alumnos tuvieron que hacer esa encuesta, preguntar en el desayuno mientras iban por la fila, vienes a menudo?, qué días vienen al desayuno?, etcétera. Entonces consideraron esos datos estadísticos y luego los analizaron, y entonces siempre buscar actividades que donde ellos se apropien del... que ellos investiguen, que se pongan en el lugar de, en este caso que se pusieran en el lugar de ser un , por ejemplo, una persona de estadística, y que ellos analizaran datos estadísticos, datos reales, y finalmente llegar a, llegar a una solución del problema porque se puede, por ejemplo, evidenciar que varios alumnos no van, no aprovechan el beneficio, y sino se aprovecha el beneficio, porque por lo general los colegios ese beneficio viene del Ministerio de Educación, digamos, hay varios beneficios que tiene el colegio y debido a que los alumnos no aprovechan ese beneficio, puede retirale esa beca, entonces considerar todos esos datos estadísticos y ver que cómo puede incentivar por ejemplo que los estudiantes vayan y aprovechen esa colación. Entonces son problemas que del mundo real y le dan sentido a lo que se está estudiando. P: Sí, había dicho dos cosas. D: Sí, el tema del soporte y la preparación del libro. La preparación del libro, yo nunca había hecho una compilación de actividades considerando estos aspectos, actividades de iniciación, perdón, de actividades concretas, conexión, reflexión, comenzar con actividades de iniciación, luego el tema de la definición y ejemplos y ejercición. Entonces eso me llamó la atención, porque luego, cuando uno planifica o posterioremente me imagino yo que al momento de planificar una clase se va a a recordar de aquello del libro y tiene herramienta, material para poder trabajar. Y el hecho de poder compilar toda la información en un libro permite también, cómo se llama, tomar ese libro y poder estudiar ese concepto y tener la herramienta básica para poder, uno solo, poder leer ese libro y poder entender y estudiar, porque siempre uno, los estudiantes por lo que yo he observado, están acostumbrados a que el profesor les diga que hacer, el profesor les dice ya chiquillos vamos a hacer esto, esto otro, y son pocos estudiantes que toman la iniciativa y dicen ya, yo quiero estudiar esto porque me gusta porque es interesante, porque quiero saber más, entonces elaborar libros que sean que permitan al estudiante ser como autodidacta. Entonces eso también rescato.
15	34:35,5 - 35:19,6	P: Sí. Y usted ocupó el libro en la clase? D: Bueno, la actividad de iniciación la utilice, digamos el la elaboración de estas

		piezas del tetris, y también al final, ejemplos de ejercicios, entonces consideré en mi clase esas dos actividades, iniciación y la definición creo que también la consideramos la consideré en la clase de hecho. P: Sí, recuerdo que al final también su clase terminó con algunos ejercicios. D: Sí, ejercicios de aplicación más que nada. P: Esos estaban en el libro. D: Sí
16	35:19,6 - 39:03,2	P: Ahora, hay unos conceptos teóricos de la didáctica, como la situación adidáctica. ¿Recuerda más o menos de qué trata la situación adidáctica? D: Sí, la didáctica era cuando, bueno allí me va a corregir usted, pero cuando digamos en el caso del profesor plantea un problema una situación y le da el paso a que el alumno trabaje en el problema. O sea, es una actividad guiada pero desde lejos del profesor. P: ¿Ese elemento estuvo presente en su clase? D: Eeee... no se si totalmente o en su mayoría, porque digamos la clase que se efectuó fue necesario guiar un poco más al alumno, en el hecho de que habían cosas que no estaban claras del todo, o indicaciones que tuvieron que repetirse, entonces digamos estuvo en todo momento guiado en mi caso por mi persona, todas las actividades fueron guiadas por mi. P: La situación adidáctica es cuando el alumno está solo con el ejercicio, cierto, y lo resuelve él frente al ejercicio, y el profesor observa desde fuera, no interviene. Me da la impresión de que eso ocurrió en su clase, o no? D: Es que recordando la actividad de teselar el... con piezas de tetris, obviamente eso no se podía hacer. Yo tuve que explicarles de una manera bastante interesante con un tablero de ajedrez que no era posible teselar ese rectángulo con las piezas sin que se repitieran. Y posteriormente con las actividades de mostrar con esta corte o modificando la figura, mostrar de que el área del rombo y del trapecio. Allí tuve que guiar un poco al estudiante porque aún cuando estaban en parejas, hubieron grupos que no entendían como poder mostrar, porque algunos grupos determinaron el área, el área por ejemplo 15 cm2, entonces pero no era ese el objetivo de la actividad, sino que era mostrar de forma general que el área correspondía en este caso al rombo a la multiplicación de sus diagonales dividido dos, por ejemplo. Entonces algunos determinaron el área de ese... el área correspondiente a la figura que ellos diseñaron, entonces allí tuve que hacerle algunas indicaciones, allí fue un poco guiado, pero insisto le digo que adidáctico en su totalidad no fue, pero hubieron instancias en que efectivamente ellos trabajaron solos y hubieron grupos eventualmente que sabían que estaban por el camino correcto y los dejé que ellos trabajaran, y reforzando porque estaban más o menos complicados.
17	39:03,1 - 41:37,7	P: Ahora, pensando en el área del rombo que usted habla, ¿usted cree que esto de los recortes y de armar y rearmar el rombo, resulta interesante, es una pregunta un poco obvia pero se la quiero hacer igual, para definir o para recordar en el caso de los alumnos, las fórmulas de los cuadriláteros? D: Yo creo que es importante siempre ver desde varios puntos de vista un concepto o una idea o un procedimiento, por lo general siempre se, con el tema de fórmula , siempre se entrega la fórmula del rombo y luego una aplicación, pero nunca se ve de dónde surge esa fórmula. Entonces esta actividad de recorte permite comprender de dónde nace esta, y dándole medidas generales a las diagonales y haciendo estos

		recortes, y reconstruyendo ese rombo, que es el mismo rombo, la misma superficie que se utiliza, pero modifica de tal forma de obtener un rectángulo, entonces uno se puede dar cuenta de que emmm, y es un principio digamos, una forma de proceder, que todas las áreas de cualquier figura uno la puede determinar a partir de la descomposición de triángulos, entonces en el caso de mi actividad lo descompusimos toda la figura de tal forma de obtener un rectángulo. O sea, la idea era tener una figura que conociamos como era la fórmula, pero entender de dónde surgía esa fórmula y a partir de esa actividad uno hacía recortes con el fin de obtener una figura que uno ya manejaba, en este caso un rectángulo, y yo recuerdo que también les hice la mención de que habían figuras también que no eran de fácil manejo, es decir no era inmediata la fórmula, sino que era necesario hacer construcciones o dividir la figura y lo recomendable era dividirlo en figuras que uno ya conocía, por ejemplo triángulos o rectángulos. Entonces allí uno le da otra forma de ver la la obtención del área de la figura.
18	41:37,7 - 46:28,0	P: Y desde su punto de vista como profesor, estudiante profesor cierto, un estudiante en rol de profesor, para usted hubo un cambio conceptual del concepto de área que traía de antes de haber visto esto de unidad cuadrada y recortes, versus depués de haberlo hecho? D: Yo conocía o recuerdo que había visto esta forma de ver la área de cuadrilátero. Yo recuerdo que en un curso de geometría plana, yo estudié con un libro de geometría de Carlos Mercado Schuller, y allí hay varias demostraciones y me pude dar cuenta en ese libro... P: Es un libro antiguo, parece que yo lo tengo aquí. D: Y hay un libro verde que no recuero.... precisamente ese. P: Yo conocí al autor de este libro, es un chileno. D: Entonces yo estudié con ese libro y hay varias demostraciones. Parte de la geometría de Euclides en adelante, rectas, paralelas, perpendiculares, y todas las demostraciones están basadas geométricamente, y también había un curso de análisis, recuerdo, que principalmente se basaba en demostraciones. Y un profesor me compartió material donde habían desigualdades, por ejemplo, la desigualdad del triángulo, que uno hacía la demostración algebraica pero uno podía hacer esa demostración geométricamente. Entonces eso me llamó la atención y esos elementos me permitieron también reforzar o fortalecer digamos la actividad esta actividad que propuse yo, que planifiqué. Entonces la idea yo, pensando en que hay varios alumnos que pretenden estudiar en cursos superiores o quieren llegar a la universidad, o quieren seguir estudiando, creo que es interesante desde enseñanza media, incentivar este análisis, incentivar el hecho de que un problema matemático o un concepto se puede ver desde varios puntos de vista. Yo creo que eso es importante porque en la universidad uno lo ve digamos así, es necesario no tan solo quedarse con una forma de proceder, porque por lo general los profesores hacen eso, para facilitarle la comprensión al estudiante, vamos a hacerlo de esta forma porque es muy complicado lo otro. Me tocó escuchar a un profesor que me decía "mire Daniel en cursos anteriores yo hacía esto, esto y esto, pero en este curso tengo que hacer esto porque no puedo, porque no lo van a entender", entonces eso también me llamó la atención porque... P: Un llamado de atención negativo.. D: Sí, porque uno, yo por lo menos espero y confío que los alumnos son capaces, sino es un tema de inteligencia, no es tema de que uno es más capaz que otro, no,

		todos son capaces, y todos tienen la capacidad de poder comprender un problema, si uno, la, el hecho está en cómo uno le presenta la actividad, entonces ir paso a paso, o sea el tema de ese mismo libro la demostraciones van paso a paso, va, por ejemplo, con ideas que uno ya conoce y va comenzando a complejizar la demostración, y si uno va paso a paso uno va comprendiendo esto ya, y uno va entendiendo la, y se da cuenta de que no es tan complejo, entonces esa idea, eee, me llama la atención de poder desde ya en enseñanza media darle una pincelada no demostrar formalmente, pero si el procedimiento de cómo demostrar, comenzar con algo que es verdadero y situarse en varios casos y llegar a una conclusión. Eso es importante, desarrollar ese pensamiento desde enseñanza media.
19	46:28,0 - 48:48,0	P: Y en su caso, esta es un pregunta que ya está más o menos contestada, pero se la quiero hacer de manera explícita, hubo un cambio en usted como estudiante profesor cierto, de cómo enseñar el concepto de área? un cambio didáctico? D: Sí, yo creo considerando el conocimiento que yo ya tenía, lo pude reforzar ahora, y como le comentaba, no me había tocado en este caso planificar una clase para 1ero medio, siempre trabajaba con 2do o 3ero, entonces también yo pienso que es importante trabajar en curso de menor nivel, porque esos son desafíos al docente porque uno siempre, a mi siempre me ha gustado, como le comentaba anteriormente, siempre me ha gustado la matemática pura digamos, porque yo se de donde viene la aplicación, pero plantearle esos problemas a los alumnos requiere de hacer un, de considerar el contexto de los mismos alumnos. Entonces no es lo mismo planificar a un 3ero medio que un 1ero medio, entonces son alumnos que tienen distintas bases, conocen, tienen conocimientos distintos, entonces es un desafío, en este caso para mi poder planificar a cursos de menor nivel porque eso también permite desarrollar otras habilidades como profesor, siturase en el lugar del alumno y eso es lo que a mi me llama la atención y me cuesta a veces, ponerme en el lugar del alumno, buscar características que estén en el contexto, entonces para mi ha sido de gran ayuda esta planificación de clases, ya que me permite considerar actividades que a simple vista puede que sean simples pero que detrás del trasfondo tiene una finalidad y es el análisis y el pensamiento.
20	49:09,8 - 50:47,3	P: Usted, ya digamos, casi terminando, le pregunto, cómo describiría, analizaría el aporte específicamente de la asignatura de didáctica de la geometría en su formación como profesor, pensando en el concepto de área y lo que es también en el ámbito geométrico. D: Yo creo que el, las actividades que vimos en dicho curso, me acuerdo que en ese caso, en ese ramo hicimos una planificación y que a mi me correspodnió planificar en torno a ángulos inscritos y ángulos del centro, entonces yo recuerdo que mi primera actividad no la consideré en el contexto del alumno, y posteriormente considere actividad, recuerdo que le mostré, bueno en la planificación consideraba mostrar una imagen del Coliseo Romano, entonces los situaba a los alumnos a un viaje a Italia, a un, a presenciar el Coliseo Romano, y a que se situara entonces allí, consideraba, hacía la conexión con el concepto que quería planificar. Entonces eso fue como unprimer paso para mi para poder comprender y entender la importancia que tienen las actividades del mundo real para las matemáticas, entonces el curso de didáctica de la geometría me agradó bastante y me abrió digamos una nueva puerta a cómo enseñar conceptos matemáticos.

21	50:47,3 - 52:48,5	P: Ahora, al final ya de esta etapa, cómo se siente usted por su trabajo realizado como profesor, considerando la planificación del concepto del área, cómo se visualiza usted mismo. D: Yo creo que veo varias fortalezas, también uno se hace una autocrítica y también ve lo que los demás ven o que refleja, y si bien en cuanto al manejo conceptual, a como presentar las actividades está bien, aun cuando se puede mejorar, pero yo creo que en cuanto a las debilidades se puede decir eee pienso que es importante en mi práctica reforzar el control del tiempo, digamos que también está relacionado con la capacidad de poder guiar al grupo, porque a veces me he dado cuenta que al presentar las actividades el curso como que se desordena, no hay, me cuesta controlar o guiar al grupo curso. Entonces eso también me juega en contra con el tema del tiempo, porque hay actividades que requieren un poco más de tiempo, y a veces el tema del cierre de la clase siempre me ha costado, siempre he llegado como justo al tiempo. Entonces pienso que en mi práctica como futuro docente es importante reforzar el tema de guiar al grupo curso, o sea no desviarse del objetivo de la clase, siempre estar pendiente del objetivo de la clase, el control de los tiempos, los minutos, y organizar al grupo de tal forma que no se pierda el objetivo.
22	52:48,9 - 54:00,3	P: No es lo mismo hacer la clase simulada en la universidad, que la clase real en la escuela. D: Sí. P: Cuál es allí el análisis. D: Como la clase presentada en la universidad fue a estudiantes de universidad obviamente, que ya tenían un conocimiento ya digamos de lo que era en este caso área de cuadrilatero, fue más sencillo en el sentido de que requirió de menos tiempo la actividad, versus a la clase elaborada efectuada en el colegio, aunque si bien la cantida de estudiante no varía porque en el colegio eran pocos alumnos, en la sala, al igual que en la universidad, sin embargo requirió en el colegio obviamente más guías más supervisión del trabajo, entonces obviamente son cursos, en este caso alumnos, que tienen distinto nivel de conocimiento, entonces eso también se diferencia de los cursos.
23	54:00,3 - 57:30,6	P: Ahora cuáles serían a raiz de lo vivido ya, cuáles serían las sugerencias que usted haría a un proceso de formación acá en la universidad. D: Cómo? P: Usted ya pasó por didáctica, pasó por geometría, aplicó esta clase en la escuela, que cree que retroalimentaría a la universidad al proceso de formación, al profesor de didáctica de la geometría, que le diría que falta. D: Yo siempre destaco el hecho de que las didácticas se imparten de forma separadas, es decir existe una didáctica de la aritmética, una didáctica de la geometría, didáctica de la probabilidad, didáctica del cálculo. Siempre rescato eso de que se pueda profundizar en el conocimiento didáctico de cada eje temático de la asignatura de matemática. Si me llama la atención que en el proceso que he vivido considero que faltan ramos que nos permitan desarrollarnos como docentes en el hecho de que, en cuanto a la dirección de los grupos, a coordinar, a como, porque yo el ramo optativo que consideré, era de, recuerdo que tomé un curso de liderazgo y trabajo en equipo, entonces ese fue bastante interesante ese ramo ya que me permitió poder reforzar mi, en este caso mis aptitudes como lider, como guía y hay varios aspectos que hay que considerar en este caso en el aula, en la sala de clases, tanto

		los conocimientos previos como la actitud que tienen los alumnos frente al grupo, ya que en enseñanza media sobre todo, los jóvenes a veces andan alegres a veces tristes, entonces uno como profesor no considera la, el componente emocional de los chicos, entonces a veces no viene con disposición de trabajar, no vienen con ganas de poder estudiar, entonces cómo gestionar esa... esos aspectos, esos ambientes, entonces pienso que como formadores creo que es necesario reforzar esas aptitudes que uno como docente debe tener. Entonces, también el hecho de, porque al inicio solamente tuvimos un curso de comunicación oral y escrita y luego ya no reforzé el tema del vocabulario, de la ortografía, porque a veces uno comete errores que los alumnos ven, entonces reforzar aspectos que como docentes son aptitudes necesarias para, porque está frente a un grupo, uno como profesor no es lo mismo enseñarle a uno a dos o a 20 o a incluso a 40 alumnos, entonces manejo de grupo es lo que creo que es necesario reforzar, como poder trabajar con un grupo grande, como poder organizar etcétera el trabajo.
24	57:30,6 - 1:03:29,8	P: Ahora, si usted estuviera en una situación hipotética de poder, de tener autoridad, cuáles serían las sugerencias que usted le daría al sistema educativo de los profesores de matemática específicamente, de su realidad de cómo se lleva el proceso de enseñanza, en este caso de la geometría que es lo que nos interesa no cierto. Usted a vivido, ya tiene experiencias y usted se encuentra frente a un grupo de profesores que actualmente son profesores del sistema educativo, qué les diría a ellos, en aspectos de cambio, de refuerzo, de observación, de análisis, que les diría. D: Bueno yo como áun estudiante, yo creo que primero les daría a conocer las fortalezas que los docentes tienen, en el sentido de que no, en el tiempo en que vivimos digamos, no cualquiera elije la carrera de pedagogía ya que hay poca vocación para poder enseñar, hay muchos que escogen otras carreras, por tema de dinero por temas laborales, entonces, elegir la carrera de pedagogía y por vocación pienso que es una de las carreras más imnportantes, no por el hecho de que esté estudiando pedagogía, sino que todas las demás carreras y todo lo que los estudiantes sueñan y anhelan, la gran parte, la mayoría de las veces es lo que ven reflejado en su profesor. Entonces lo que destacaría de los docentes es el hecho de la disposición que ellos tienen, aún cuando pueden que cometan errores, cierto, puede que no sean del agrado de los alumnos, el hecho de que tengan la disposición de enseñar, enseñar lo que ellos han aprendido, pienso que es algo que es destacable y eso. Y por lo general yo me he dado cuenta, lo que conversabamos hace un momento, el hecho de que los profesores esperan poco de sus alumnos, yo pienso que esa es una de las cosas que más resaltaría como un aspecto negativo en este caso, porque uno como profesor debe confiar en que los alumnos van a generar aprendizaje en ellos, entonces varias de las prácticas que yo he observado de los profesores, he podido observar que ellos entregan el conocimiento y no hay una confianza o no esperan que los chiquillos aprendan, sino que ya vamos a pasar este contenido y bueno, estos alumnos ya cuales van a tener rojo, ya se los que van a tener dificultades, entonces va por un tema de que ya los docentes clasifican a los alumnos por las notas, entonces es un tema de que no... las notas o las calificaciones en este caso, son una cara de la moneda simplemente, entonces yo les haría resaltar a los docentes el hecho de que primero las notas las calificiones no lo son todo, muchos profesores que piensan que un buen alumno corresponde a aquel que tiene buenas notas, eso no es cierto, hay varias capacidades que los alumnos tienen, no tan solo habilidades matemáticas, sino que habilidades, por ejemplo, en cuanto a

		comunicar sus ideas, yo aprendí a lo largo de mi formación que la matemática permite trabajar otras habilidades, por ejemplo recuerdo que en un curso que era un 3ero medio humanista, ellos tenían un curso de argumentación, entonces yo ocupé eso para poder frente a un problema matemático o frente a una idea, en el área de la matemática, que ellos utilizaran todo el abanico de esa habilidad, todas las posibilidades que ellos tenían y que ellos argumentaran con sus palabras, aún cuando no fuera matemática, pero que ellos argumentaran su postura, entonces la matemática permite trabajar no tan solo una variación sino que varias habilidades. Y vuelvo al tema de lo interdisciplinar, la matemática toma aspectos de todas las asignaturas, entonces, los profesores tiene que estar conscientes de que un alumno sabe, o sea no viene con nada, no es una persona un ente ignorante, sino que él sabe, de varias cosas, entonces de lo que él sabe aprovechar las cosas, tomar todo lo que él sabe y darle una explicación matemática a eso, entonces yo pienso que los docentes eso es lo que no hacen, no toman el conocimiento base que los alumnos tienen, entonces como los alumnos, por lo general no tienen una base matemática, como el docente la tiene, entonces ahi, viene esa clasificación de que ah este chico no es bueno en matemática, ah este sí. Entonces pienso que va por un tema de cómo aprovechar el conocimiento queel alumno tiene, y llevarlo a la matemática, y confiar en que ese aprendizaje que ellos van a adquirir, les va a servir para su formación.
25	1:03:29,7 - 1:03:38,3	Bueno Daniel, muchas gracias. FIN.

ANEXO 20

Transcripción Kelyn Escenario Inicial

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 0:13,6	La estudiante borra el pizarrón y se prepara para iniciar la clase.
2	0:14,9 - 0:36,6	Bueno el tema es nuevo para todos que es el área del cuadrilátero, la clase inicia con el saludo a los estudiantes, posteriormente que se pase la lista y anotar el objetivo de la clase en la pizarra.
3	0:38,2 - 0:51,2	Luego, la clase comenzaría con la retroalimentación de los conocimientos previos de los estudiantes, preguntándoles que entienden por área y cuadrilátero.
4	0:51,4 - 0:57,5	Primero es como tener una idea, partir de la idea base de lo ellos creen que es o lo que entienden ellos.
5	0:58,0 - 1:21,8	Después se les presenta la figura del rectángulo que la clase, que la clase en particular se va a tratar de los ángulos rectángulos y de esta figura se les pide a los estudiantes que ellos traten de sacar la información, que es lo que ven ellos acá.
6	1:21,8 - 1:33,1	¿Qué pueden sacar del rectángulo?, entonces lo ideas es que ellos lleguen a identificar por ejemplo: el largo y el ancho, y trabajar con eso.
7	1:33,2 - 1:54,5	Y una vez que ellos identifiquen el largo y el ancho, igual hacer la diferencia entre lo que es el área y el perímetro, hacer la diferencia para que entiendan de que no es lo mismo y de que se trata una y de que se trata el otro.
8	1:57,5 - 2:13,2	La idea es que ellos participen de sus ideas, y luego confeccionen ellos mismos lo que, su propia, su propio conocimiento a partir de las ideas que ellos mismos van dando.
9	2:13,3 - 2:36,8	Y para el cierre de la clase lo que se pretende es que tomar las ideas de los niños, retroalimentarlos, y llegar como a la institucionalización del concepto que sería que el área del rectángulo en este caso es el largo por el ancho eso. Y luego el profesor se despide.

Kelyn Fernández Salas.

Tema: Área de un cuadrilatero.

Planificación de clase 1:

Inicio:

Luego de la entrada del docente a la sala, este realiza las actividades protocolares respectivas tales como saludar, pasar lista, anotar el objetivo de la clase entre otras. Lo que demora más allá de los 10 primeros minutos de la clase.

Desarrollo:

Antes de comenzar con la clase en sí, se debe hacer una retroalimentación de la clase anterior, o bien preguntar a los estudiantes que entienden ellos por área y cuadriláteros, a partir de las respuestas de los estudiantes el docente comienza mostrando las diferentes tipos de cuadriláteros, enfocandose en el rectángulo.

Primero dibuja dicha figura:

Posteriormente pregunta a sus estudiantes que partes pueden ser identificadas en dicha figura. Si bien, las respuestas pueden ser variadas, deben lograr identificar el largo, el ancho.
Luego se resuelve a la idea de que es o se entiende por área.
Desde aquí entonces se logra diferenciar perímetro y área.
Luego de hacer que los estudiantes participen en su propia confección de conocimiento el docente da la respuesta final.

Cierre:

Se realiza una retroalimentación de lo visto durante la clase, se realizan preguntas y respuestas respecto de la misma clase, finalmente el profesor se despide.

ANEXO 22

Transcripción Kelyn Escenario Simulado.

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 1:58,4	La estudiante reparte material concreto de trabajo. Alguien necesita tijeras? Tiene regla? Hola, mi nombre es Kelyn y yo les voy a presentar eee lo que pretendo hacer para una clase de geometría.
2	1:58,2 - 2:21,6	La asignatura de matemática, la unidad de geometría, y el tema es área de un cuadrilátero. Bueno, allí estaría el desempeño, y el objetivo de aprendizaje es desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelógramos y trapecios.
3	2:20,1 - 2:49,3	Lo que yo pretendo hacer, les voy a dar una idea global de la clase que pretendo realizar en la escuela, es que en una clase número uno voy a presentar lo que es una unidad cuadrada mediante el Tangram y decidan y deducen las fórmulas de las áreas del primer triángulo.
4	2:48,0 - 3:24,3	Yo no se si alguna de ustedes conoce el Tangram. ESTUDIANTES: Sí ¿Lo conocen? que me pueden decir de él? Qué es lo que....alguna idea no se. ESTUDIANTES: Es una figura que está en un cuadrado y uno tiene diferentes piezas que tiene que hacer calzar. Ya...eh sí, gracias, es un juego chino y que es como un puzzle, que está formado de 7 piezas, y estas piezas tiene sus características, y si se dan cuenta son triángulos, romboide, cuadrado y eso.
5	3:23,0 - 3:46,4	Entonces, la idea para empezar la clase es preguntarle a los alumnos que es lo que entienden de área, que es lo que eee...cuáles son sus conceptos previos con respecto de este tema eee, y luego después de eso, de esa lluvia de ideas, ver el Tangram, y trabajar con él.
6	3:46,3 - 4:27,2	Luego de ver el Tangram, vamos a iniciar con una actividad número 1 que consiste en construir un Tangram, con el fin de que comprendan el concepto de la unidad cuadrada, porque sabemos que para construir eee la área de una figura, o de lo que sea, primero necesitamos primero que los alumnos adquieran el concepto de
7	4:26,1 - 5:07,1	(La profesora busca una información en el computador.) Chiquillos ahora sí.
8	5:06,8 -	Ya, la actividad número uno va a consistir en eeee, ustedes van a trabajar

	5:35,9	individualmente y vamos a construir el Tangram. Las indicaciones van a ir en el diapo para que los vayamos todos trabajando. Todos tienen su material, no es cierto?
9	5:35,9 - 8:09,9	Ideal que vayamos...hola... (La profesora manipula material para ordenarlo y repartirlo al estudiante atrasado). Ya, van a recortar un cuadrado de 10 centímetros de lado, más...y lo dividen en 10 centímetros. ESTUDIANTES: (Proceden a cortar el cuadrado, manipulan el material.)
10	8:08,6 - 8:42,1	ESTUDIANTES: es de 10 centímetros? Sí.
11	8:42,6 - 10:14,8	¿No se si alguien ya terminó?
12	10:13,9 - 16:13,1	Bueno, la idea es que vayan llenando...siguiendo las instrucciones para realizar el Tangram, y se guien por la imagen por si tienen alguna duda. (Llega una estudiante atrasada y la profesora le entrega el material y la orienta en lo que hay que hacer). (Hay murmullos de los estudiantes, la profesora se pasea y revisa el computador, observa al trabajo de algunos estudiantes). (Una estudiante le hace una pregunta en su puesto, la profesora responde "pero está siguiendo la figura?", la estudiante responde sí). (la profesora se pasea y revisa y observa al trabajo de algunos estudiantes).
13	16:12,0 - 18:04,1	(La profesora cambia la diapo, mostrando la etapa siguiente de construcción del Tangram). ESTUDIANTE: muestre la etapa 7. La profesora adecúa la diapo y aclara las instrucciones.
14	18:03,4 - 19:53,8	(La profesora se acerca al computador, verificando la diapo correcta, luego se acerca a las mesas de las estudiantes, observando lo que hacen.)
15	19:52,5 - 23:22,8	¿Falta mucho? (Conversa con los estudiantes) ¿Terminó? ¿Cuántos terminaron ya? (Continúa revisando los trabajos acercándose a los estudiantes) (Hay un diálogo incidental en que se comenta sobre la dificulta de recortar de manera exacta la goma eva, y de que los recortes queden perfectos.) ¿Ahora sí ya estamos listos ya?
16	23:21,7 - 24:16,4	Se van a quedar allí con el Tangram entonces, y yo les voy a decir lo que sigue...de la clase. Entonces de acuerdo a lo que construyeron, se ve como es, luego van a contar, cuántas piezas forman el Tangram?

		ESTUDIANTES: 7. Siete piezas, cierto? Luego de eso, van a estar con una actividad número dos, queee, el objetivo de esta actividad es queeee deduzcan las fórmulas de la área en figuras planas, a través de la construcción de material concreto que sería el trabajo que hicieron. Les dan dos rectángulos y dándo las indicaciones (ver guía).
17	24:16,2 - 24:55,0	Bueno, uno en la clase va guiando y va haciendo más lento el proceso. Tambien está verdadero y falso, y otras actividades, y esta para que la hagan en la casa, o sea no en la clase. (La profesora hace avanzar las diapos, como mostrando la guía a sus compañeros universitarios). Y la actividad número 3, se le presentan estas figuras, y las tienen que formar con el Tangram.
18	24:55,0 - 25:35,5	Luego se tiene que completar el dibujo, el dibujo número 1, y dice cuántos cuadraditos internos, entonces ellos van a tomar la figura, y como los cuadraditos van a estar dentro de la figura del Tangram, entonces ellos van a ir contando cuántos cuadraditos, y de esa manera van a ir calculando el área de la figura. Y después le hace preguntas...y ya.
19	25:34,7 - 27:10,3	Ahora, nosotros lo que vamos a hacer eee...si ustedes se fijan, cuál vendría siendo la figura número 5 del Tangram? Yo quiero que le calculen el área a esa figura. ESTUDIANTE: un romboide Un romboide, y tú sabes cómo se calcula él area del romboide? ESTUDIANTE: se recorta y se hace un como un cuadrado... Ya, ya tu eres una alumna (estudiante) super dotada que sabe como se hace, pero la idea es que los alumnos en esa figura vayan viendo formas de cómo calcular el área... de esa figura.
20	27:09,6 - 27:57,9	La profesora continúa observando el trabajo de las alumnas y dialoga respecto del desarrollo: El área del rectángulo, estás haciendo coincidir un área con otra, cierto? Sí, cuál sería? ESTUDIANTE: "Cortar acá, encajar acá y que se forme un rectángulo". Ya. "Entonces sería dos y medio por, uno dos cuatro cinco" Y esa es el área de qué cosa?. ESTUDIANTE: "eee, del romboide". Del romboide, entonces a qué es igual el área del romboide?, ESTUDIANTE"al área del rectángulo". Eso es.
21	27:56,7 - 28:36,6	¿Qué otra forma se les ocurre? ¿o es la única forma que ven ustedes para calcular esa área? ESTUDIANTE: Contando cuadraditos no más

		¿A ver? ESTUDIANTE: la mitad, la mitad de a uno, dos tres cuatro cinco...mitad y mitad...seis siete ocho y nueve...diez...aquí tengo una mitad que se completa...once, doce coma cinco. Eso sería otra forma de calcular el área, no cierto? ESTUDIANTE: sí.
22	28:35,7 - 30:33,6	(La profesora continúa revisando los trabajos). Ya, no se si alguna de ustedes quiere contar cómo calculó el área, si quiere pasar adelante también puede, con los dibujitos. ¿Quién quiere pasar de voluntaria? ESTUDIANTE: Silvana quiere. Ya, Silvana, le puede contar a sus compañeras como usted calculó el área del... ESTUDIANTE: adelante? Sí.
23	30:33,6 - 31:46,4	Con su... ESTUDIANTE: Este pedacito, en realidad igual como que uno tiene el conocimiento, entonces se entiende que si se corta aquí, y ese pedacito lo corto, me entra acá, entonces formaría el área de un rectángulo. Entonces se multiplica acá con acá y da 11,5. Quién más lo hizo así? ESTUDIANTE: yo. Quién más lo hizo de otra forma? La compañera, que nos cuente cómo lo había hecho. ESTUDIANTE: Eeee, se contaban los cuadritos como cada cuadrito tenía lado 1 centímetro, entonces allí daba lo mismo que mi compañera. Entonces es la misma área y son distintas formas de buscar el área.
24	31:46,6 - 32:35,1	ESTUDIANTE: Distintas técnicas. Entonces los alumnos van a tener distinas formas de encontrar una misma cosa. Y se van a dar cuenta de...¿qué era lo que coincidía? ¿qué era lo que ustedes pudieron observar respecto al área? Usted? de qué se dió cuenta? ESTUDIANTE: De que era muy parecido al rectángulo. ¿Muy parecido? ¿Muy parecido o igual? ESTUDIANTE: O sea el área es la misma Es la misma. O sea cuando nosotros tenemos un romboide, podemos asumir que es la misma área del rectángulo.
25	32:35,0 - 32:53,3	Bueno, y eso sería una de las áreas de clases que tendría que dar, también están los triángulos, el cuadrado, el rectángulo, se hace parte de la base de un triángulo, después seguimos con los cuadrados y eso. Bueno, esa es mi idea para que los niños aprendan los conceptos.

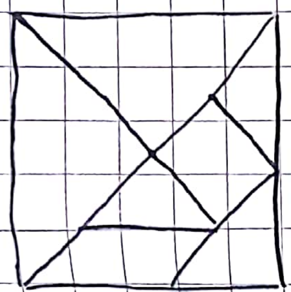
		Fin.

Planificación de clase N°1

Inicio:

La clase comienza con una lluvia de ideas con respecto a que entienden por área. Posteriormente se les hará una pequeña introducción respecto a lo que es y de que está compuesto un tangram.

Ejemplo:



Desarrollo:

Luego trabajan individualmente la Actividad N°1 que consiste en la construcción de un tangram, con el fin de que comprendan el concepto de una unidad cuadrada.

Cierre:

Finalmente con la actividad N°3 los estudiantes podrán deducir las formulas de las áreas en figuras planas a través de la manipulación de material concreto.

ARON

Planificación de clase N°2.

Inicio:

La clase comienza reforzando los conocimientos previos.-

Desarrollo:

Luego realizan la actividad N°3, la cual tiene como objetivo construir Figuras usando el tangram, sumando los cuadritos interiores (el área).

Cierre:

Finalmente realizan la actividad N° 4 en la cual usaran el tangram para calcular áreas.-

ARON

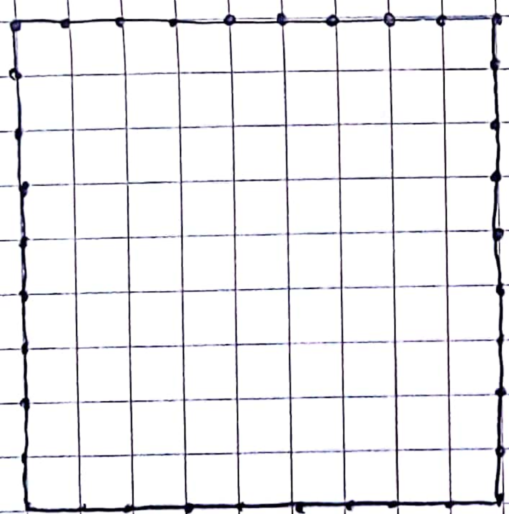
Actividad N° 1.

Actividad diseñada para trabar individualmente.

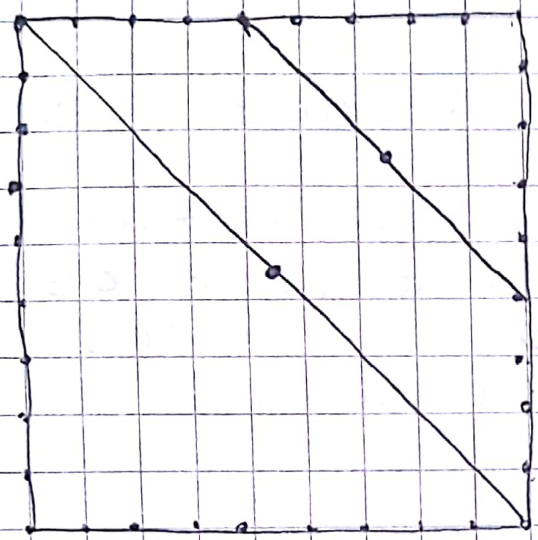
<u>Objetivo</u>: construir el tangram con material concreto, que permita reconocer las características de cada una de las figuras que lo conforman.

<u>Materiales</u>:
- Tijeras
- Cartulina
- Escuadra o regla.

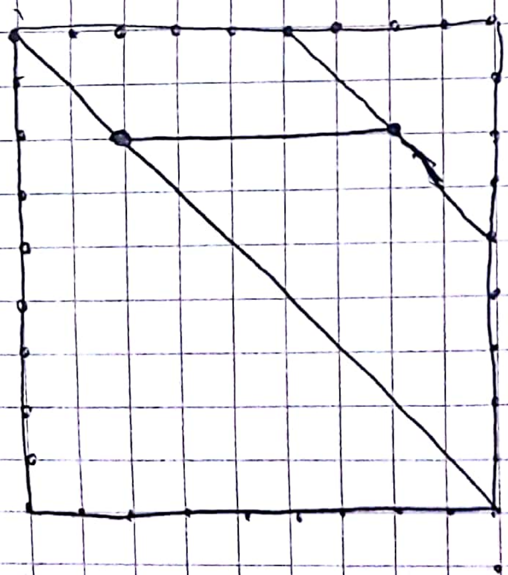
1) Recorta un cuadrado de diez centímetros de lado, corque cada un centímetro como se muestra en la figura:



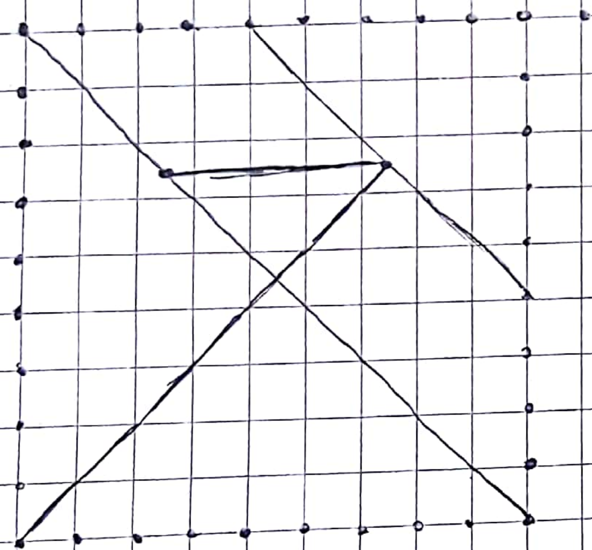
2) Encuentra la mitad de cada lado (cinco cm), une los puntos como se muestra en la figura:



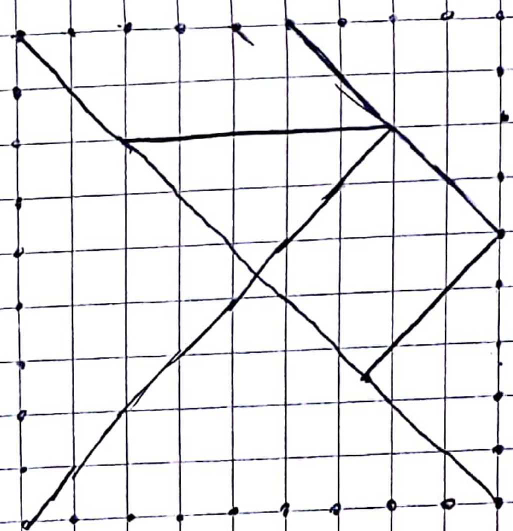
3) Divide la linea de color rojo mas corta en dos partes iguales y la linea más larga en cuatro partes iguales, luego traza la linea de color verde como se muestra en la figura:



4) Trazar la línea café como se muestra en la Figura (4)

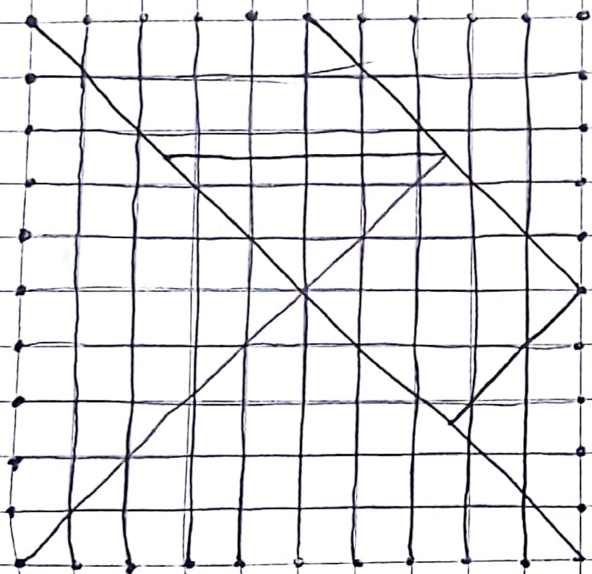


5) Ahora traza la otra línea café y completa el cuadrado figura (5)



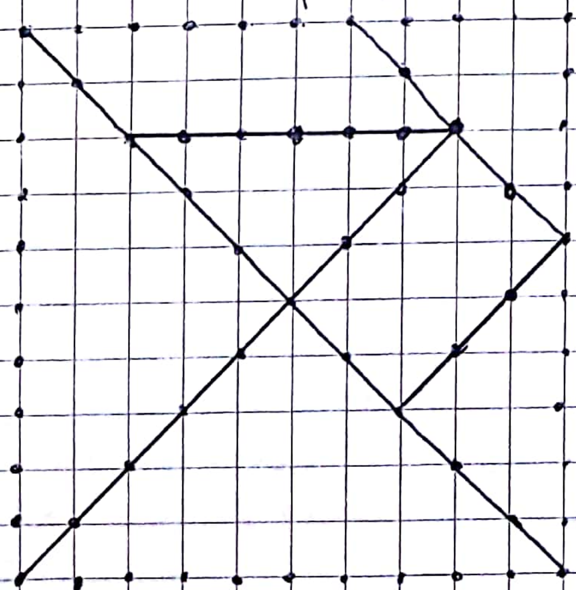
ARON

6) Une cada uno de los puntos y completa la cuadricula figura (6)



¿Cuantos cuadritos forman el tangram?

7) Finalmente divide cada centímetro, cada una de las piezas del tangram y recórtalas.



¿Cuantas piezas forman el tangram?

ARON

Actividad N° 2.

Objetivo: Deducir las formulas de las áreas en figuras planas a través de la manipulación de material concreto.

1) Con tres fichas del tangram construye los siguientes rectángulos.

Rectangulo 1

Rectangulo 2.

2) Teniendo en cuenta que $\overset{-1u-}{\square}$ es igual a un centímetro de longitud, cuenta por cuantos centímetros está formado el lado mas largo y por cuántos el lado mas corto.

Multiplica estos dos resultados.

3) Cuenta los $\overset{-1u-}{\square}$ que forman cada rectángulo y compara con el resultado del punto anterior.

Los resultados son: ______________

4) Escribe falso (f) ó verdadero (v) según corresponda:

____ Para hallar el área de un rectángulo se multiplica las medidas de los lados entre sí.

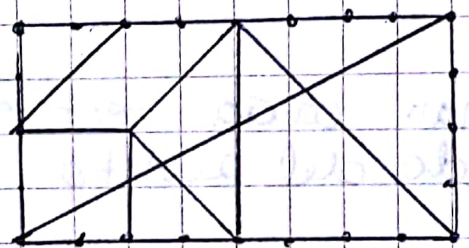
____ El área de un rectángulo se halla multiplicando la medida del lado más largo por la medida del lado más corto.

____

5) Si se llama base (b) al lado más largo y altura al lado más corto del rectángulo podemos afirmar que:

a) Área del rectángulo = base x altura.
b) Área del rectángulo = base + altura.
c) Área del rectángulo = base - altura.

6) Con las siete piezas del tangram construye el siguiente rectángulo, divídelo como se muestra en la figura



a) Cuenta cuántos centímetros mide la base (b) del triángulo ____ y cuántos centímetros mide la altura del triángulo ____

ARON

b) En cuántos triangulos se dividió el rectángulo: ________

c) Por cuántos $\boxed{14}$ está formado cada triángulo:

________.

d) Al multiplicar la medida de la base (b) por la medida de la altura (h) del rectángulo; y dividir el resultado entre dos se obtiene:

________.

e) Los resultados obtenidos en el punto (c) y el punto (d) son: ________

f) Escribe falso (f) o verdadero (v) según corresponda.

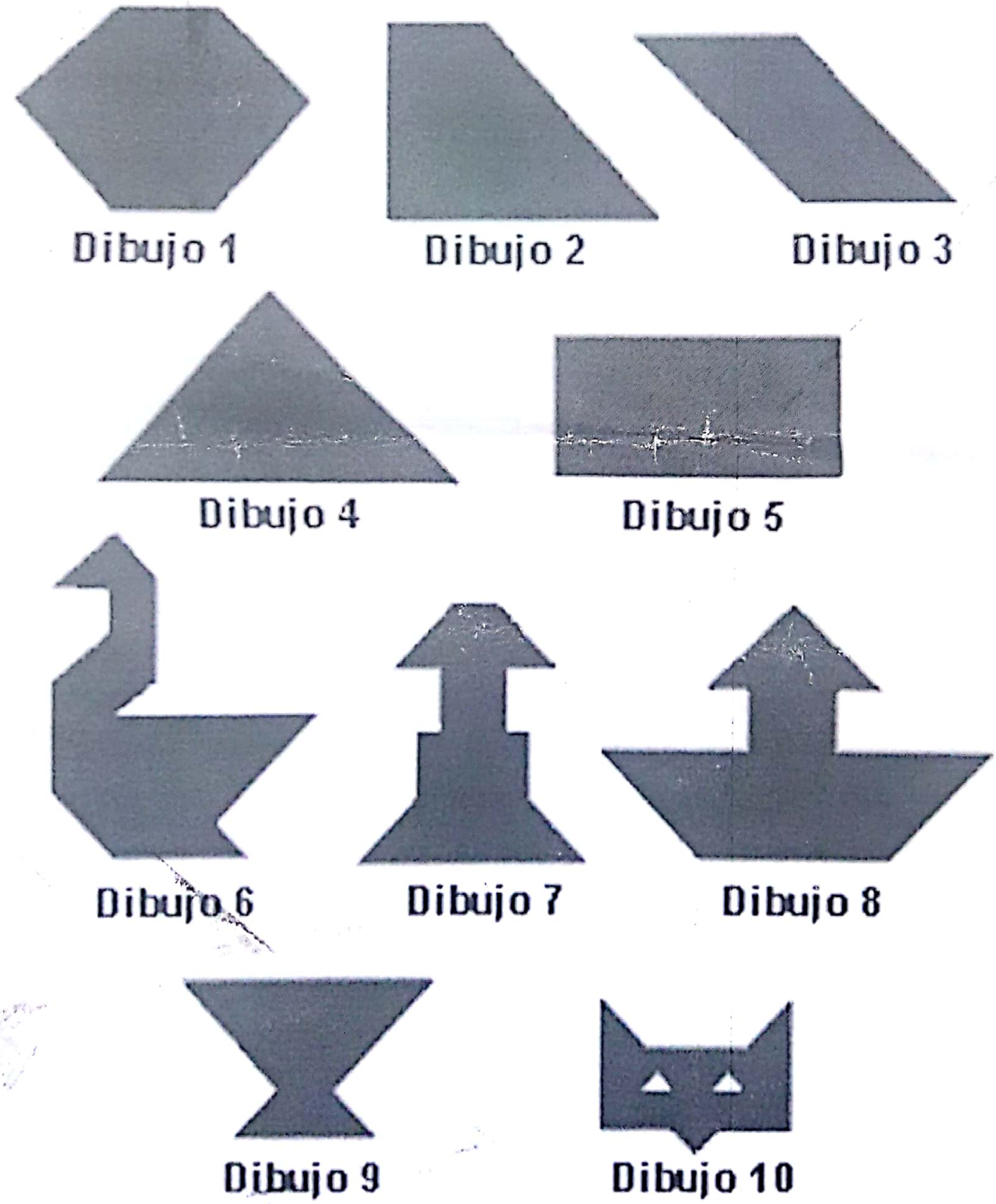
La fórmula para hallar el área del triangulo es:

____ Área del triángulo = base (B) por la altura (h) dividido entre 2 $\left(a = \frac{b \cdot h}{2} \right)$.

ARON

Actividad N° 3.

1) Construye las siguientes figuras usando el tangram:



ARON

2) Completa el siguiente cuadro a partir de las Figuras anteriores.

Dibujo	Cuadritos internos $\boxed{1u}$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Con la información de la tabla contesta las siguientes preguntas:

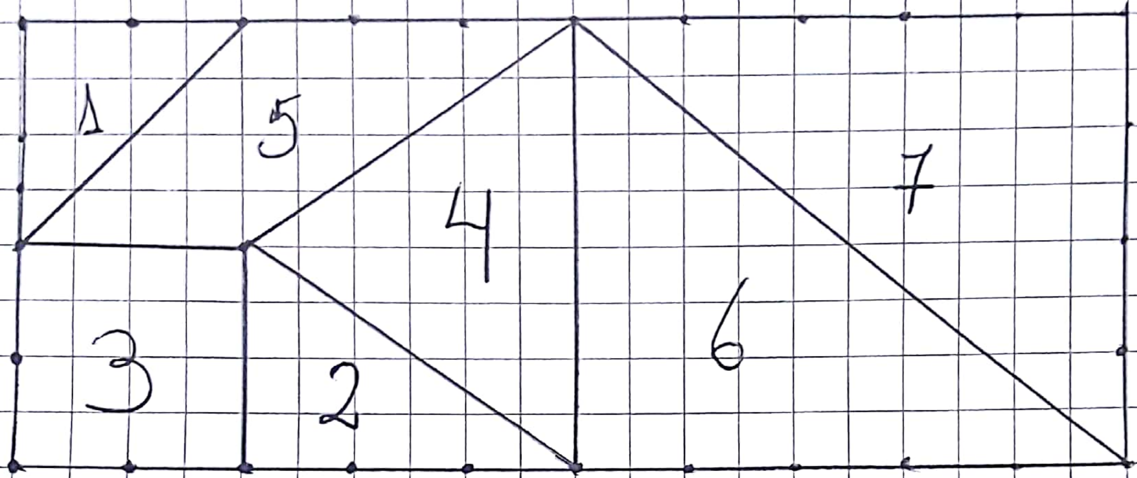
¿ Cuáles Figuras tienen la misma cantidad de cuadritos internos ? O sea, igual área.

Como son las áreas de las figuras.

ARON

Actividad N° 4.

(áreas usando el tangram)



Procedimiento:

De acuerdo a la siguiente información responde las siguientes preguntas.
Toma como unidad el lado del cuadrado del tangram (pieza 3), tenga en cuenta que cada uno de sus lados mide una unidad de longitud.

- El área del cuadrado (pieza 3) con estas unidades mide: ______
- ¿Cuanto mide el área de cada una de las otras piezas del tangram?
- las piezas n° 1 y n° 2 miden cada una de ellas ______ unidades de área.
- las piezas n° 6 y n° 7 miden cada una de ellas ______ unidades de área.
- la pieza n° 5 mide ______ unidades de área.
- la pieza n° 4 mide ______ unidades de área.

ARON

• Si dos figuras tienen distinta forma ¿pueden tener la misma área? ________

Da dos ejemplos:

¿Cuántas unidades de área mide el cuadrado formado por los triángulos numerados con el 6 y 7 del tangram?

____

• Si con las piezas 6 y 7 hacemos el triángulo ¿qué área tiene? ________

• ¿Si se compara el área obtenida en el punto anterior podemos decir que son, iguales, menor que la del cuadrado, mayor que la del cuadrado? ¿Por qué?

En el siguiente enunciado que no es cierto (justifique la respuesta).

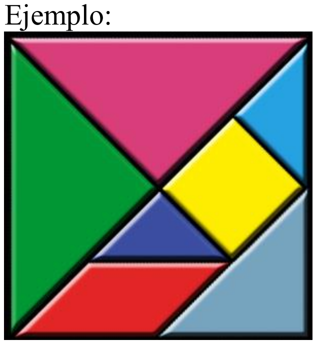
a) Dos figuras de diferente forma pueden tener igual área.

b) Dos figuras con diferentes formas tienen diferente área.

ARON

ANEXO 24

PLANIFICACION DE CLASE

<table>
<tr><td colspan="5">Asignatura: Matemática
Unidad: Geometría
Tema: Área de cuadriláteros
Duración: 4 horas pedagógicas</td></tr>
<tr><td colspan="5">Conocimientos previos
a) Operaciones aritméticas elementales
b) Rectas paralelas y perpendiculares
c) Elementos característicos de triángulos según sus lados y sus ángulos</td></tr>
<tr><td colspan="5">Objetivo de aprendizaje
“Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios”</td></tr>
<tr><td>N° clase
Fecha</td><td>Objetivo de la clase</td><td>Actividades</td><td>Recursos</td><td>Evaluación</td></tr>
<tr><td>N° 1</td><td>Comprenden lo que es una unidad cuadrada mediante el tangram y deducen las fórmulas de las áreas de figuras planas.</td><td>Inicio
La clase comienza con una lluvia de idas con respecto, a que entienden por área. Posteriormente se les hará una pequeña introducción respecto a lo que es y de que está compuesto un tangram.
Ejemplo:

Desarrollo
Luego trabajan individualmente la Actividad N1 que consiste en la construcción de un tangram, con el fin de que comprendan el concepto de unidad cuadrada.</td><td>Tijeras
Cartulina
Escuadra o regla
Lápiz</td><td>Observación del trabajo en clase</td></tr>
</table>

		Cierre Finalmente, con la actividadN3 Los estudiantes podrán deducir las formulas de las áreas en figuras planas a través de la manipulación de material concreto.		
N° clase **Fecha**	**Objetivo de la clase**	**Actividades**	**Recursos**	**Evaluación**
N° 2	Calcular áreas usando el tangram.	**Inicio:** La clase comienza reforzando los conocimientos previos. **Desarrollo:** Luego realizaran la actividad N3, la cual tiene como objetivo construir figuras usando el tangram , sumando los cuadritos interioeres (el area). **Cierre:** Finalmente relizaran la actividad N4 en la cual usaran el tangram para carcular áreas.	• Tijeras • Cartulina • Escuadra o regla • Lápiz	Observación del trabajo en clase

ANEXO 25

ACTIVIDAD N1

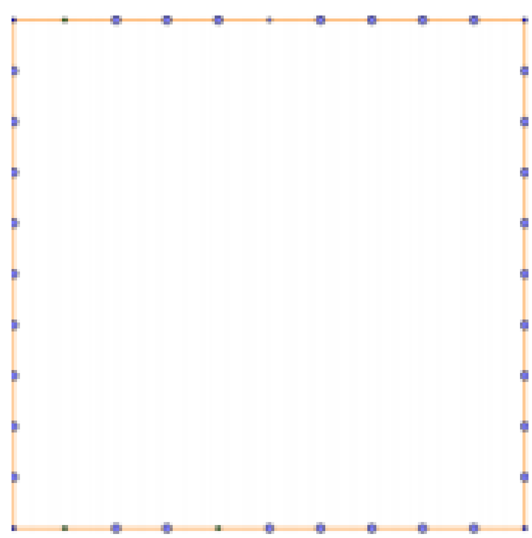
Actividad diseñada para trabar individualmente.

Objetivo: Construir el tangram con material concreto, que permita reconocer las características de cada una de las figuras que lo conforman.

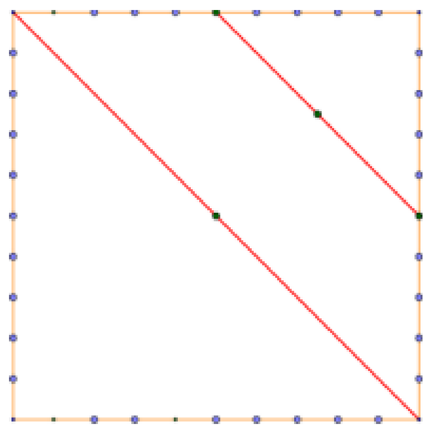
Materiales:

- Tijeras
- Cartulina
- Escuadra o regla
- Lápiz

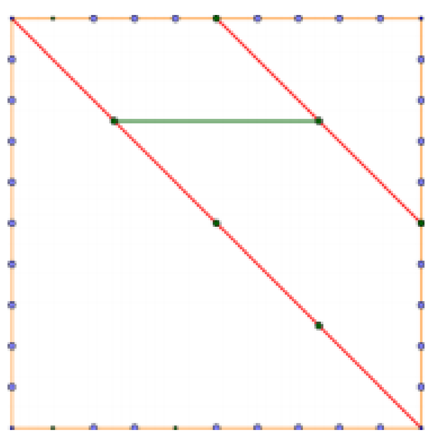
1) **Recorta un cuadrado de diez centímetros de lado, marque cada un centímetro como se muestra en la figura. (fig. 1)**



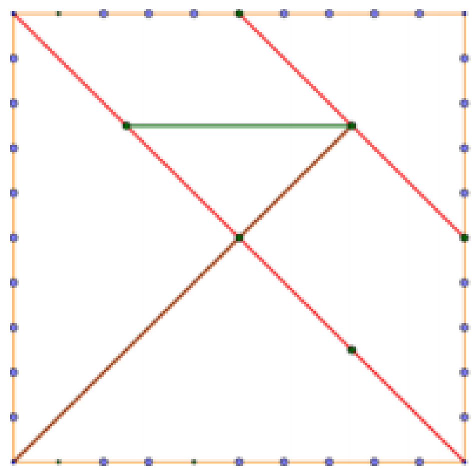
2) Encuentra la mitad de cada lado (cinco centímetros), une los puntos como se muestra en la figura (2) líneas rojas.



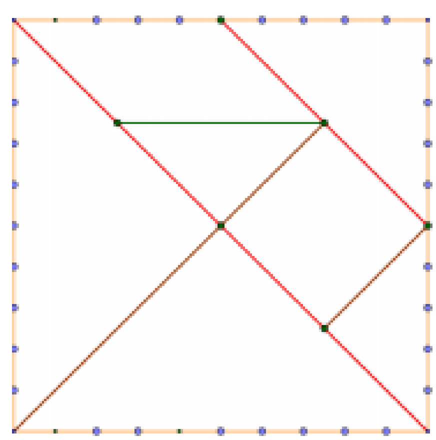
3) Divide la línea de color rojo más corta en dos partes iguales y la línea más larga en cuatro partes iguales, luego traza la línea de color verde como se muestra en la figura (3)



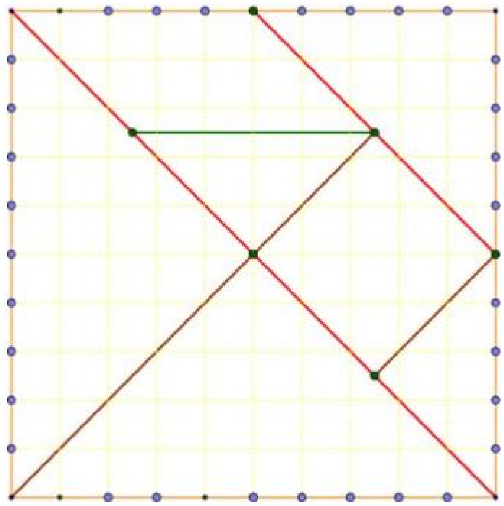
4) Traza la línea café como se muestra en la figura (4)



5) Ahora traza la otro línea café y completa el cuadrado figura (5)

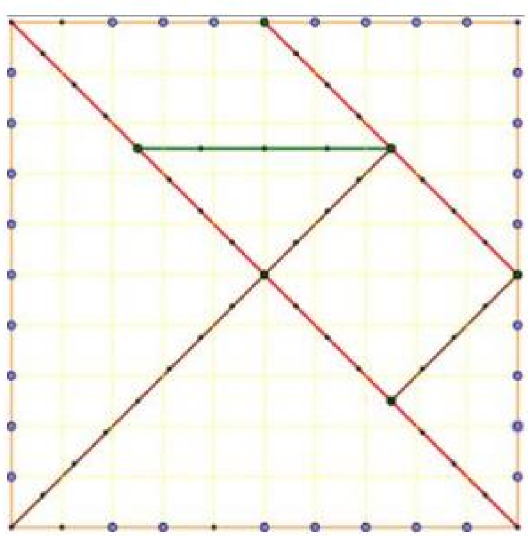


6) Une cada uno de los puntos y completa la cuadricula figura (6)



- ¿Cuántos cuadritos forman el tangram? ________

7) Finalmente divide cada centímetro, cada una de las piezas del tangram y recórtalas.



- ¿Cuántas piezas forman el tangram? ___________

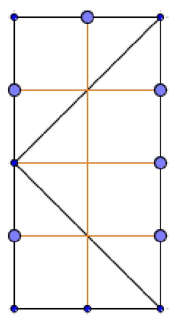
ACTIVIDAD N2

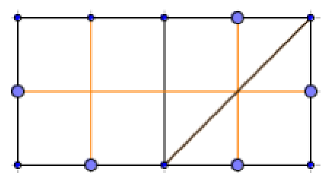
Objetivo:

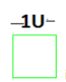
Deducir las formulas de las áreas en figuras planas a través de la manipulación de material concreto.

1) Con tres fichas del tangram construye los siguientes rectángulos.

Rectángulo 1 **Rectángulo 2**

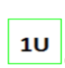




2) Teniendo en cuenta que 

igual a un centímetro de longitud, cuenta por cuantos centímetros está formado el lado más largo y por cuantos el lado más cortó.

Multiplica estos dos resultados.

3) Cuenta 

los que forman cada rectángulo y compara con el resultado del punto anterior.

Los resultados son: ___________________________

4) Escribe falso (f) ó verdadero (v) Según corresponda:

______ Para hallar el área de un rectángulo se multiplica las medidas de los lados

entre sí.

______ El área de rectángulo se halla multiplicando la medida del lado más largo

por la medida del lado más corto.

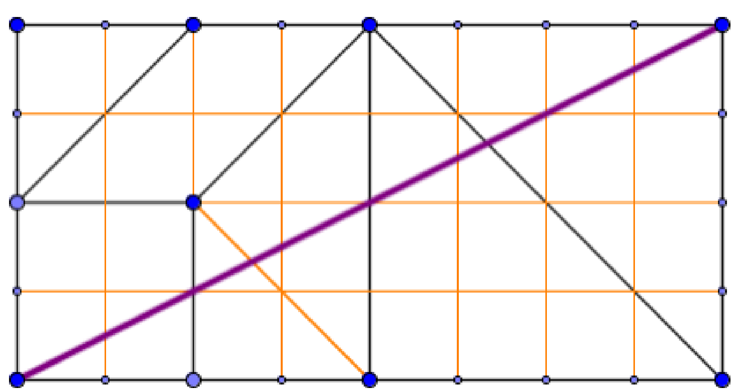
5) Si se llama base (b) al lado más largo y altura al lado más corto del rectángulo

podemos afirmar que:

a) Área del rectángulo= base x altura
b) Área del rectángulo= base + altura
c) Área del rectángulo= base – altura

6) Con las siete piezas del tangram construye el siguiente rectángulo, divídelo como se

muestra en la figura.



a) Cuenta cuántos centímetros mide la base (b) del rectángulo_______ y cuántos centímetros mide la altura del rectángulo.__________

b) En cuántos triángulos se dividió el rectángulo:___________

c) Por cuántos 

está formado cada triángulo:_________

d) Al multiplica la medida de la base (b) por la medida de la altura (h) del rectángulo; y dividir el resultado entre dos se obtiene:____________

e) Los resultados obtenidos en el punto (c) y el punto (d) son:____

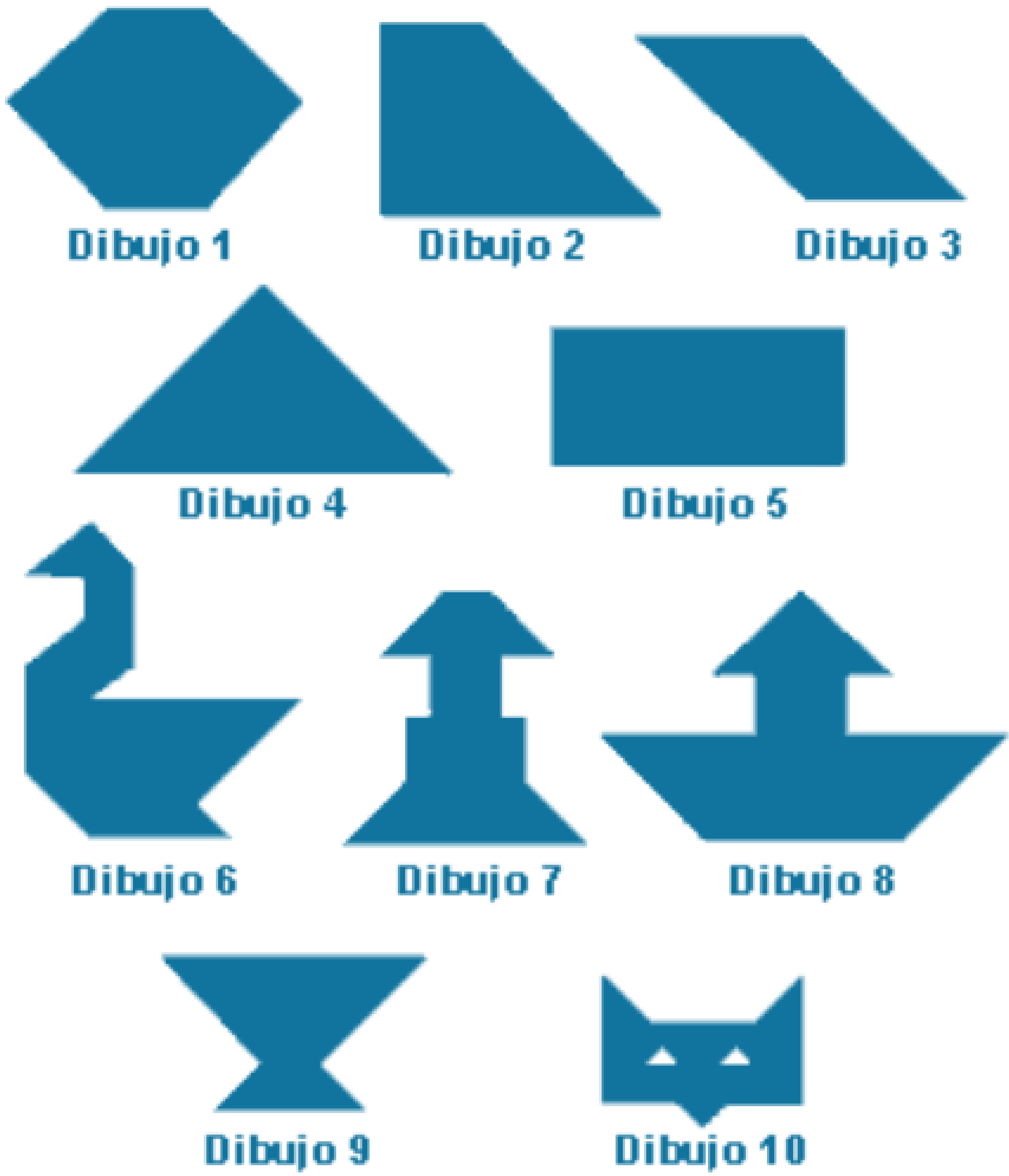
f) Escribe falso (f) o verdadero (v) según corresponda.

La fórmula para hallar el área del triangulo es:

_____ Área del triangulo= base (B) por altura (h) dividido entre 2 (($a = \frac{b*h}{2}$))

ACTIVIDAD N3

1) Construye las siguientes figuras usando el tangram:



2) Completa el siguiente cuadro a partir de las figuras anteriores

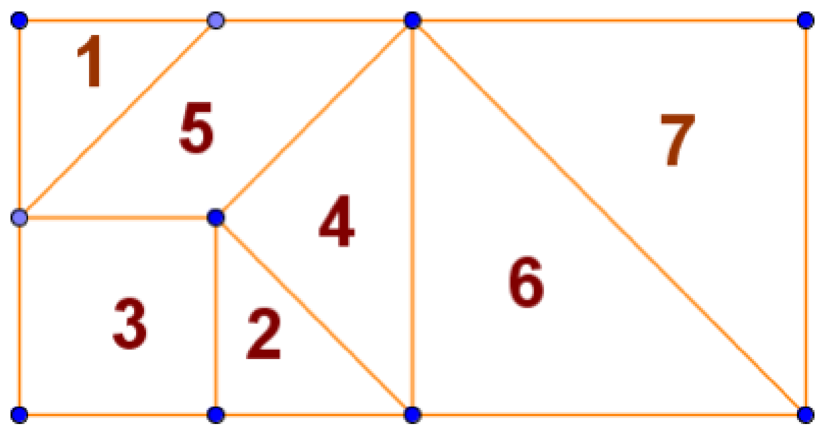
Dibujo	Cuadritos internos 1U
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Con la información de la tabla contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles figuras tienen la misma cantidad de cuadritos internos? O sea, igual área.
- Cómo son las áreas de las figuras

ACTIVIDAD N4

(*áreas usando el tangram*)



Procedimiento:

De acuerdo a la siguiente información responde las siguientes preguntas

Toma como unidad el lado del cuadrado del tangram (pieza 3), tenga en cuenta que cada

uno de sus lados mide una unidad de longitud.

- El área del cuadrado (pieza 3) con estas unidades mide: ____
- ¿Cuánto mide el área de cada una de las otras piezas del tangram?

o Las piezas nº 1 y nº 2 miden cada una de ellas _____ unidades de área.

o Las piezas nº 6 y nº 7 miden cada una de ellas _____ unidades de área.

o La pieza nº 5 mide _____ unidades de área.

o La pieza nº 4 mide _____ unidades de área.

- Si dos figuras tienen distinta forma ¿pueden tener la misma área? ____

diga dos ejemplos.

- ____
  ____
  ____

____
____
____

¿Cuántas unidades de área mide el cuadrado formado por los triángulos numerados con el 6 y 7 del tangram? ____

- Si con las piezas 6 y 7 hacemos un triángulo ¿qué área tiene? ____
- ¿Si se compara el área obtenida en el punto anterior podemos decir que son,

iguales, menor que la del cuadrado, mayor que la del cuadrado? ¿Por qué?

- ____
____
____
____

En el siguiente enunciado que no es cierto (justifica la respuesta)

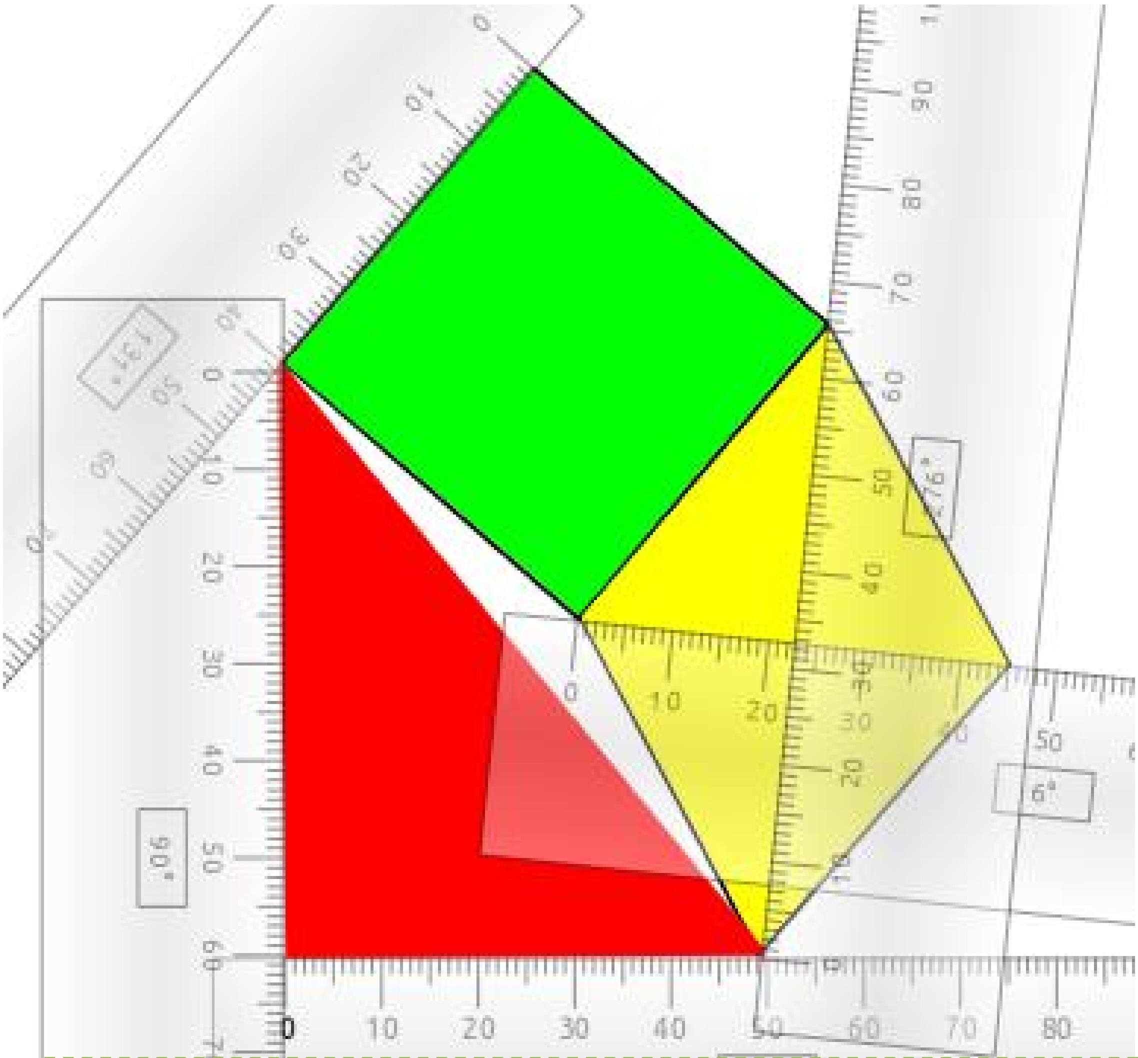
a. Dos figuras de diferente forma pueden tener igual área.

b. Dos figuras con diferente forma tienen diferente área.

____
____
____
____

ANEXO 26

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
Facultad de Educación



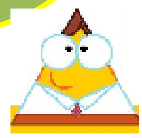
Calcular áreas de triángulos, de paralelogramos y estimar áreas de figuras irregulares aplicando las siguientes estrategias:

- Conteo de cuadriculas
- Comparación con el área de un rectángulo

Kelyn Fernández Salas

Camilo Portiño Medina

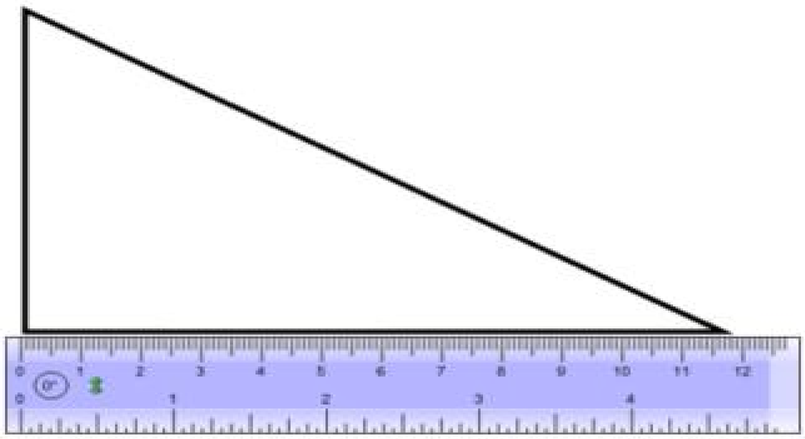
ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

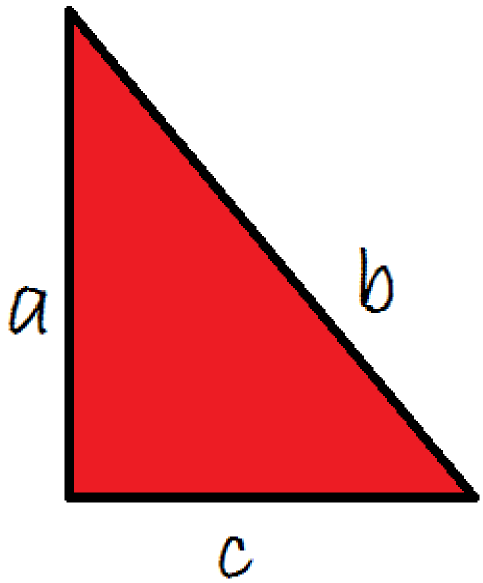


Recuerda que: la medición es la manera de describir un objeto mediante números, los cuales determinan el tamaño, la cantidad o la extensión de este.

ACTIVIDAD 1:

Con tu regla mide y anota cada uno de los lados de las siguientes figuras geometrias, tal como lo indica el ejemplo.

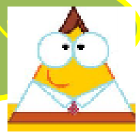


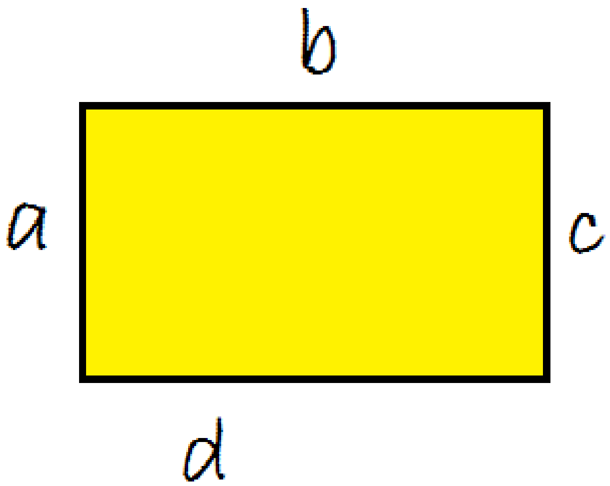


Lado a:

Lado b:

Lado c:



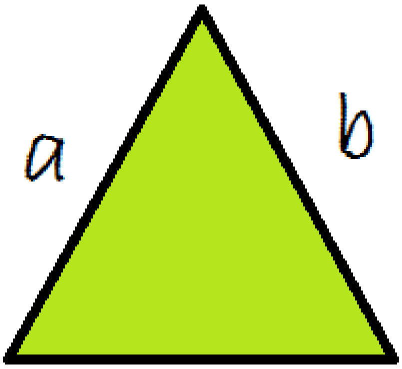


Lado a:

Lado b:

Lado c:

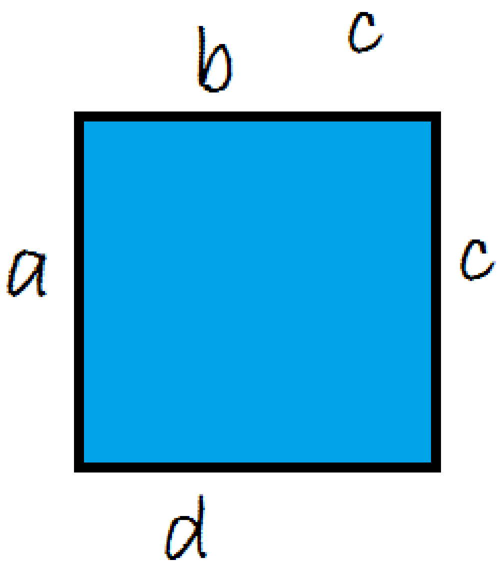
Lado d:



Lado a:

Lado b:

Lado c:

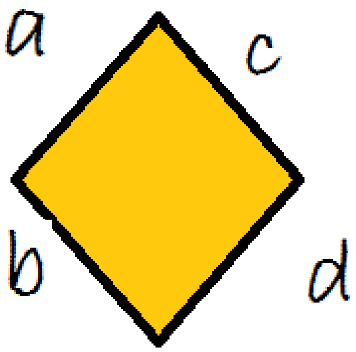


Lado a:

Lado b:

Lado c:

Lado d:



Lado a:

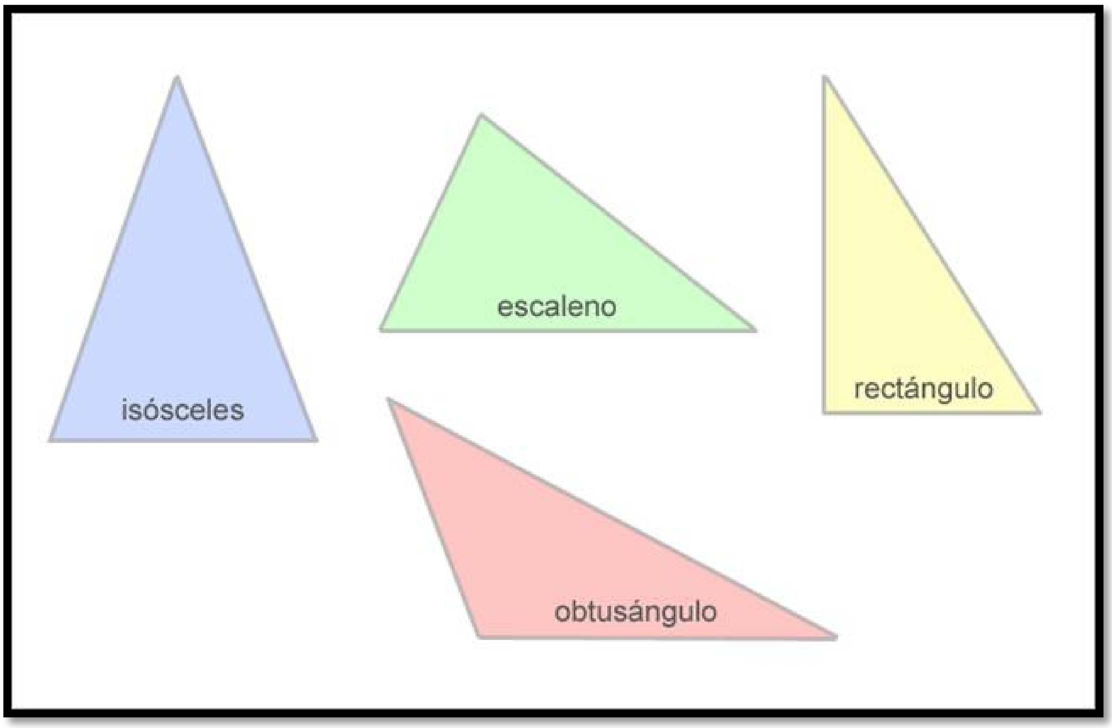
Lado b:

Lado c:

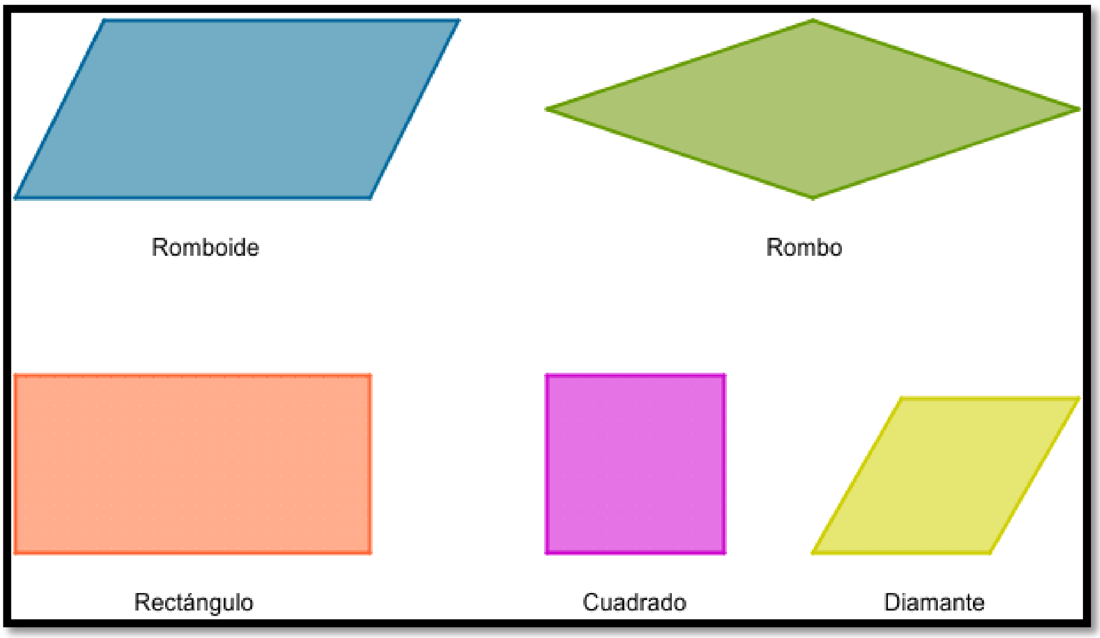
Lado d:

Actividad 2

Marca con lápiz de color rojo la base y de color azul la altura de los siguientes triángulos.



Marca con lápiz de color rojo la base y de color azul la altura de los siguientes paralelogramos.



ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

Actividad 3

En las siguientes cuadriculas dibuja los triángulos y paralelogramos con las medidas de base y altura que se piden, considerando que casa cuadrado mide 1cm de cada lado.

Figura: triangulo

Base: 6 cm

Altura: 5 cm

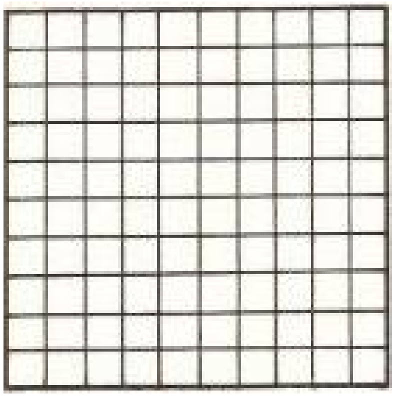


Figura: paralelogramo

Base: 8 cm

Altura: 6 cm

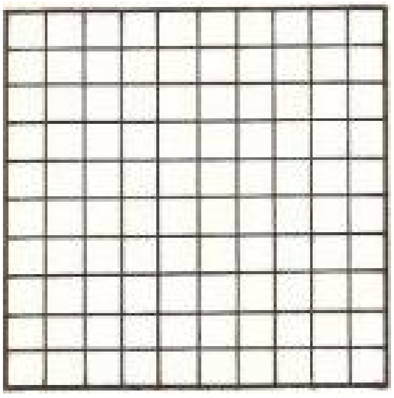
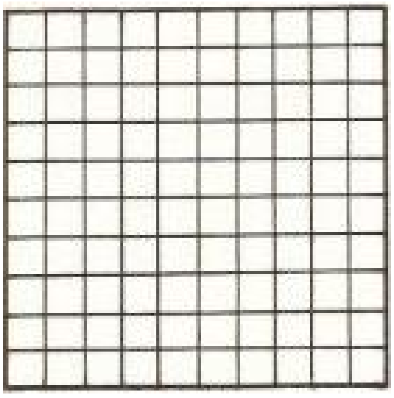


Figura: paralelogramo

Base: 9 cm

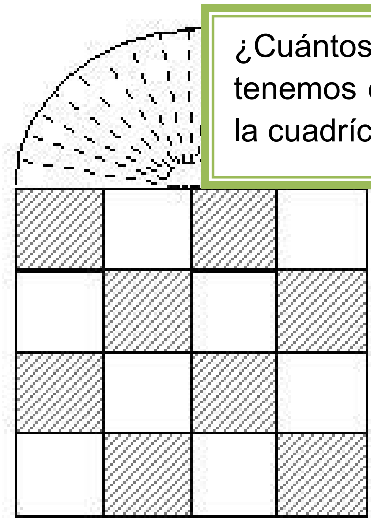
Altura: 10 cm



LO ESENCIAL

Actividad 4

Observa la imagen y luego responde las siguientes preguntas.



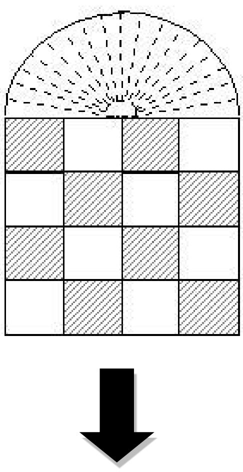
¿Cuántos cuadritos plomos tenemos en la región interior de la cuadrícula?................

¿Cuántos cuadritos blancos tenemos en la región interior de la cuadrícula?................

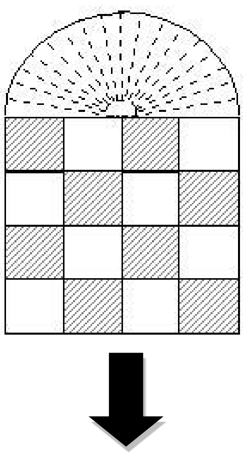
¿Cuántos cuadritos en total tenemos en la región interior de la cuadrícula?.................

Actividad 4

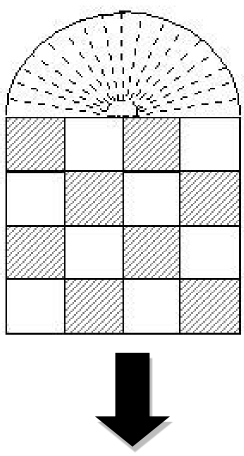
Dibuja en las imágenes las figuras que se piden en los recuadros de abajo.



4 cuadritos en un rectángulo



4 cuadritos en un cuadrado



4 cuadritos en otra figura

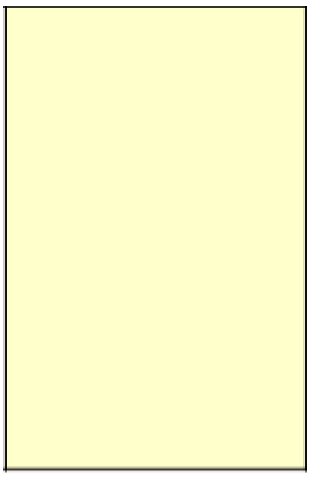
¿Qué es el área?

El área de una figura plana es la medida de la superficie que ocupa.

Normalmente, para medir las superficies se utiliza el metro cuadrado, del cual nos referimos a la cantidad de superficie que ocupa un cuadrado de 1 metro de lado.

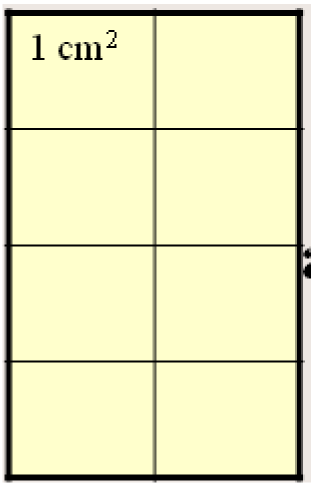
A continuación conoceremos como se calcula el área de las figuras geométricas.

Área de un rectángulo



Altura

Base



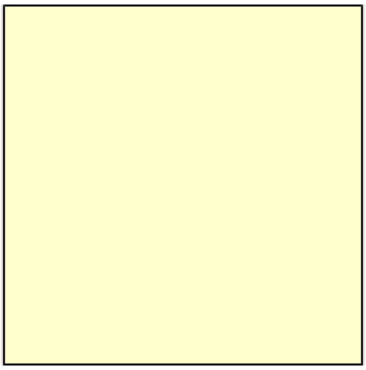
Altura: 4 cm

Base: 2 cm

Área de rectángulo = base x altura

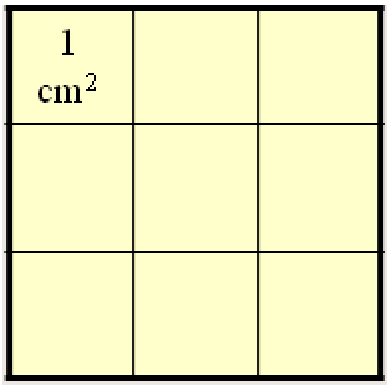
Área de un cuadrado

LO ESENCIAL



Altura

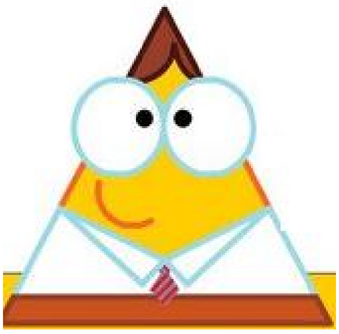
Base



Altura: 3 cm

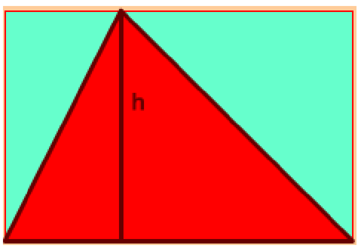
Altura: 3 cm

Área de cuadrado = base x altura = lado x lado = l^2



¿Cómo podre calcular mi área?

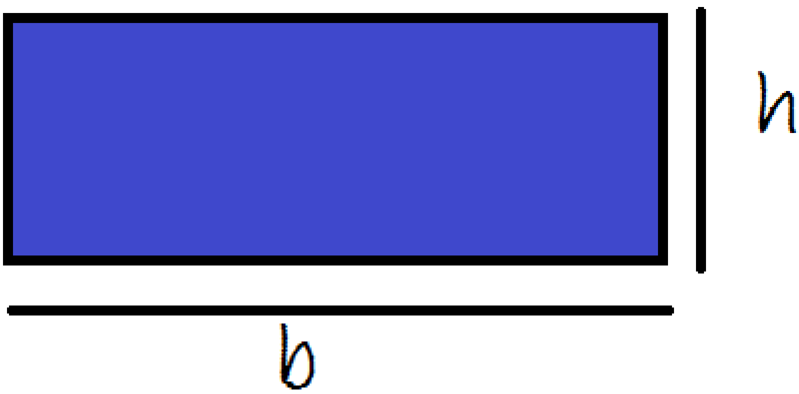
El área de un triangulo se calcula con la siguiente fórmula:



$$\text{Area Triángulo} = \frac{b \bullet h}{2}$$

LO ESENCIAL

Si queremos calcular el área de un triangulo partamos por calcular el área de un rectángulo tal como se muestra en la imagen.

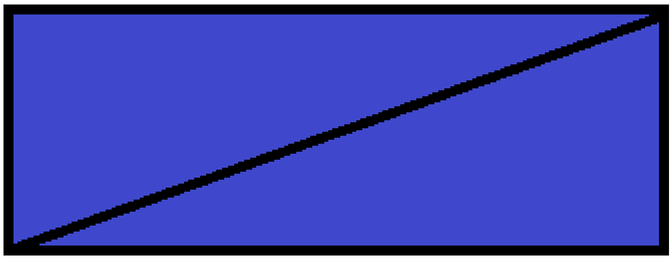


Como ya sabemos el área de un rectángulo se calcula multiplicando la base por la altura.

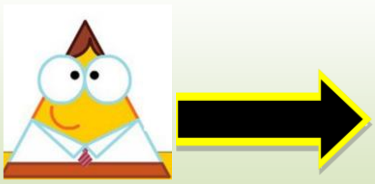
Área rectángulo: b x h

Por lo tanto de un rectángulo al partirlo por la mitad, aparecen 2 triángulos iguales tal como se observa en la imagen.

LO ESENCIAL

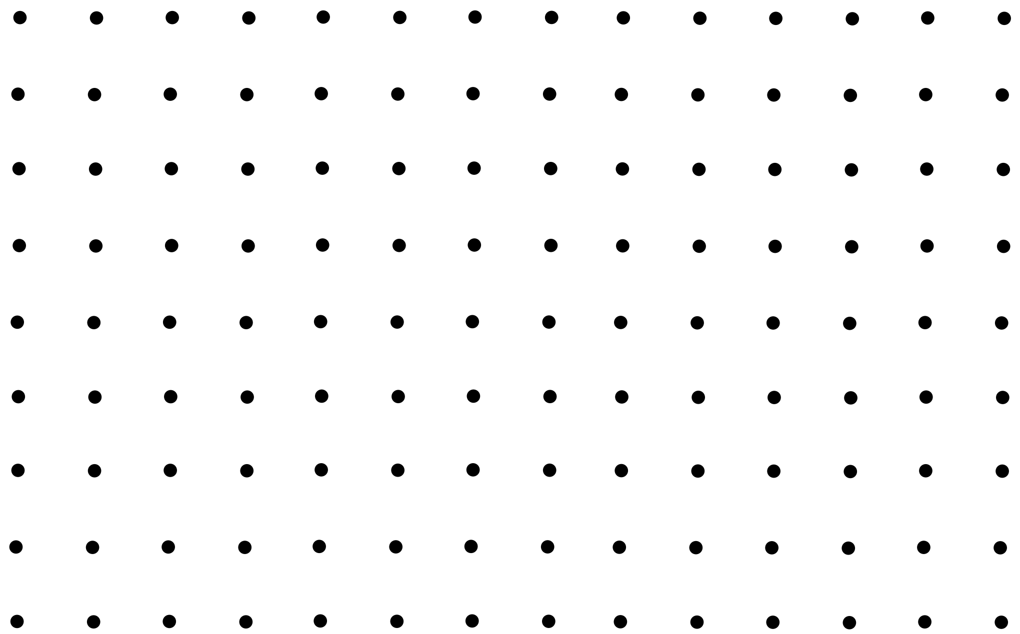


Por lo tanto la fórmula para calcular mi área es:



Base x altura / 2

Actividad 1: En la red de puntos, dibuja tres triángulos distintos que tengan por área 15 unidades al cuadrado (15 u^2).



Actividad 2 dibuja en los espacios correspondientes

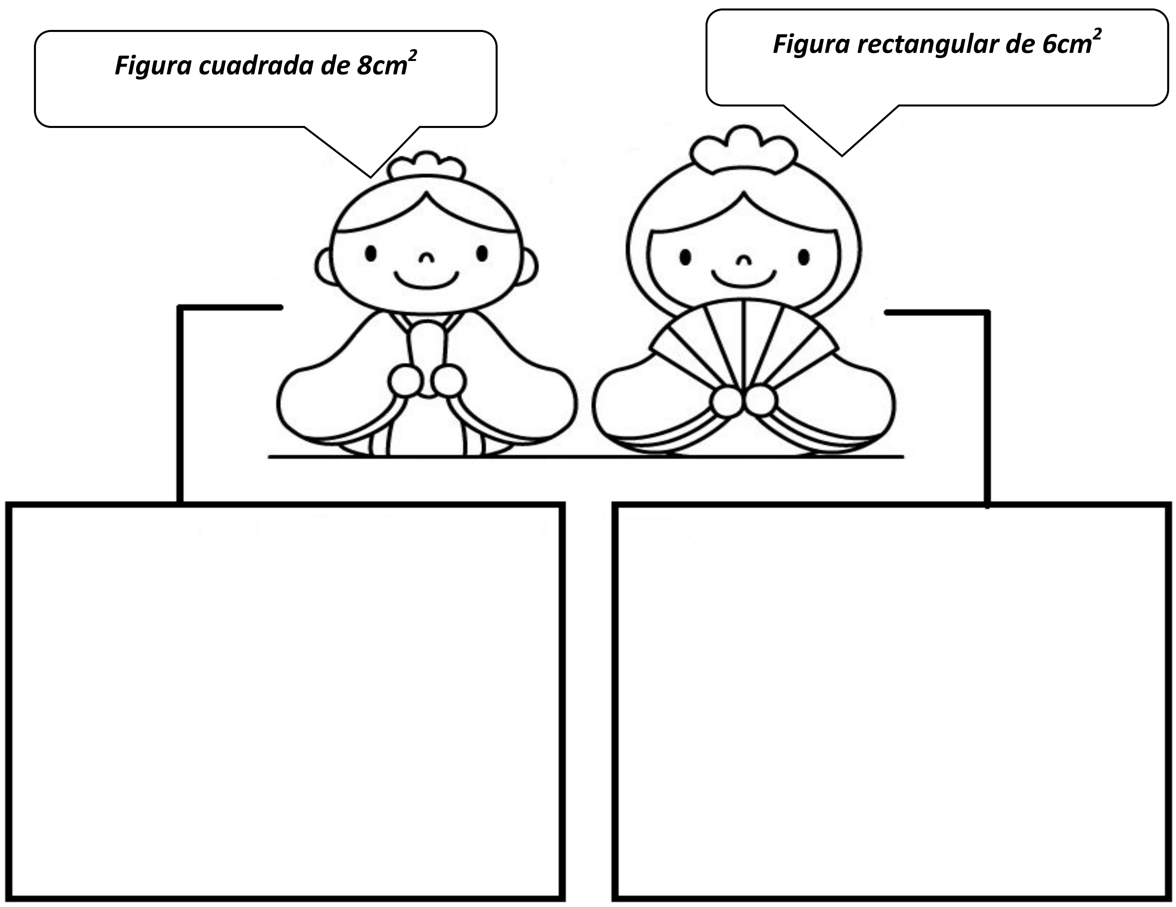
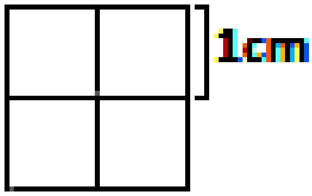
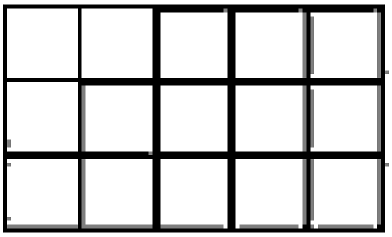
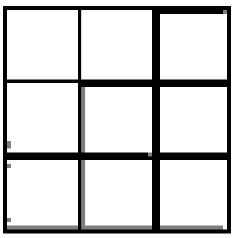
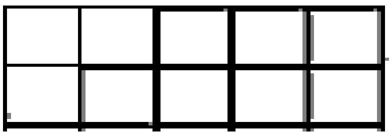
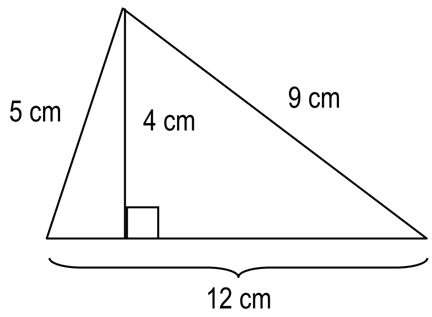


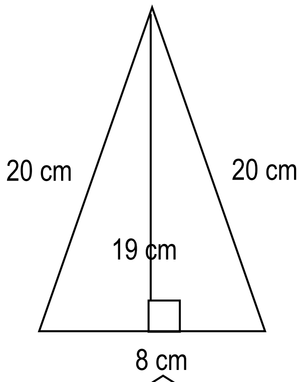
Figura	Área
	
	
	
	

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

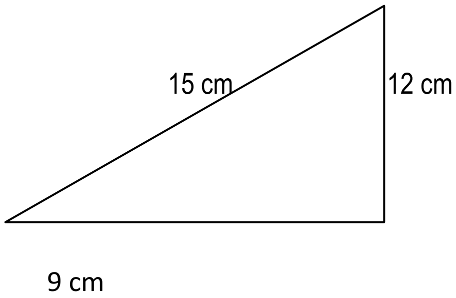
Actividad 2: Calcula el área de los siguientes triángulos.



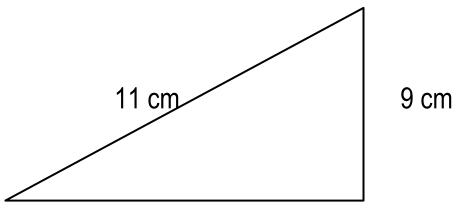
Operación:



Operación



Operación:

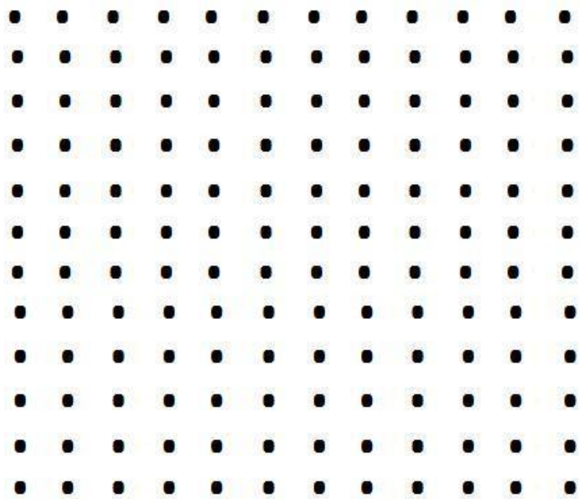


Operación:

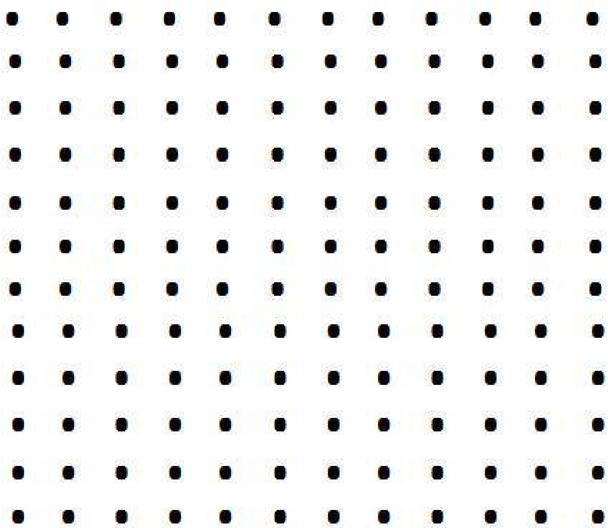
10 cm

Actividad 3: dibuja una imagen según lo pedido, recuerda que la separación de cada punto es de 1 cm.

Dibuja 100 cm2 y luego con lápiz de color verde pinta el área.



En la red de puntos, dibuja tres triángulos distintos que tengan por área 15 unidades al cuadrado (15 u^2).



EJERCICIOS Y PROBLEMAS

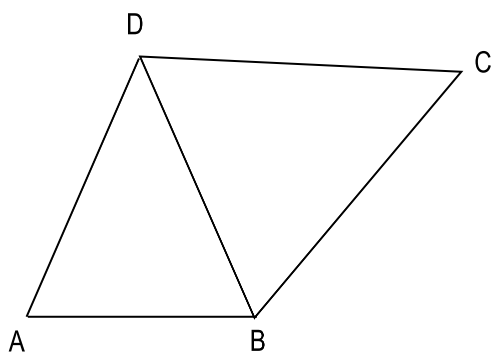
Actividad 4: resuelve los siguientes problemas.

Si tengo un terreno cuadrado de lados de 9 metros y deseo cerrarlo con 4 corridas de alambre. ¿Cuánto alambre necesito?

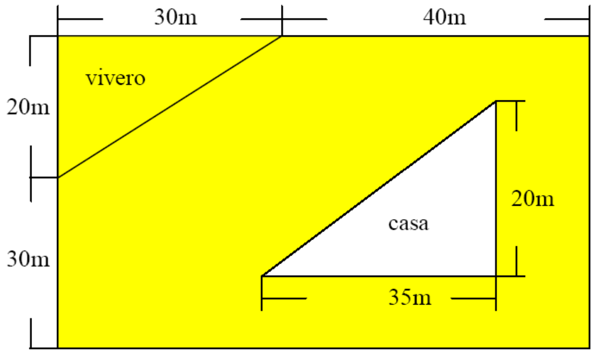
La base de un rectángulo es 5 m. y la altura la mitad de la base. ¿Cuál es su área?

Un terreno tiene la forma indicada en la figura.

Si AB = 10 cm; AD = BD = 13 cm; BC = DC = 15 cm. La altura del triángulo ABD con respecto al lado AB es 12 cm y la altura del triángulo BCD con respecto al lado BD es de 13,5 cm, calcula el área del cuadrilátero ABCD.



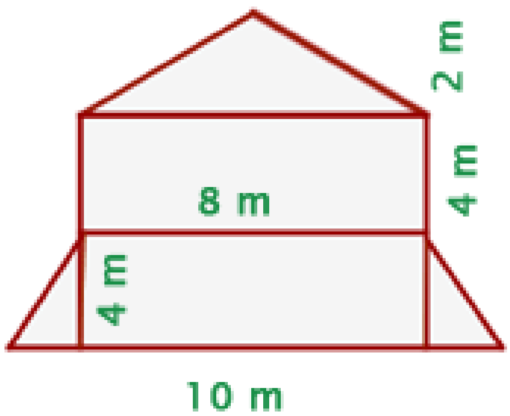
Martín necesita construir una casa y un vivero en un terreno rectangular, tal como se muestra en al siguiente imagen, observa bien y luego responde.



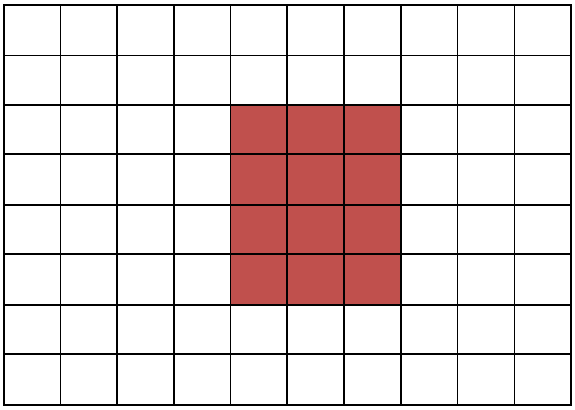
¿Cuál es el área de la casa que quiere construir Martín?

¿Cuál es el área del vivero de Martín?

Calcula la cantidad de pintura necesaria para pintar la fachada de este edificio sabiendo que se gastan 1 litro de pintura por m^2.

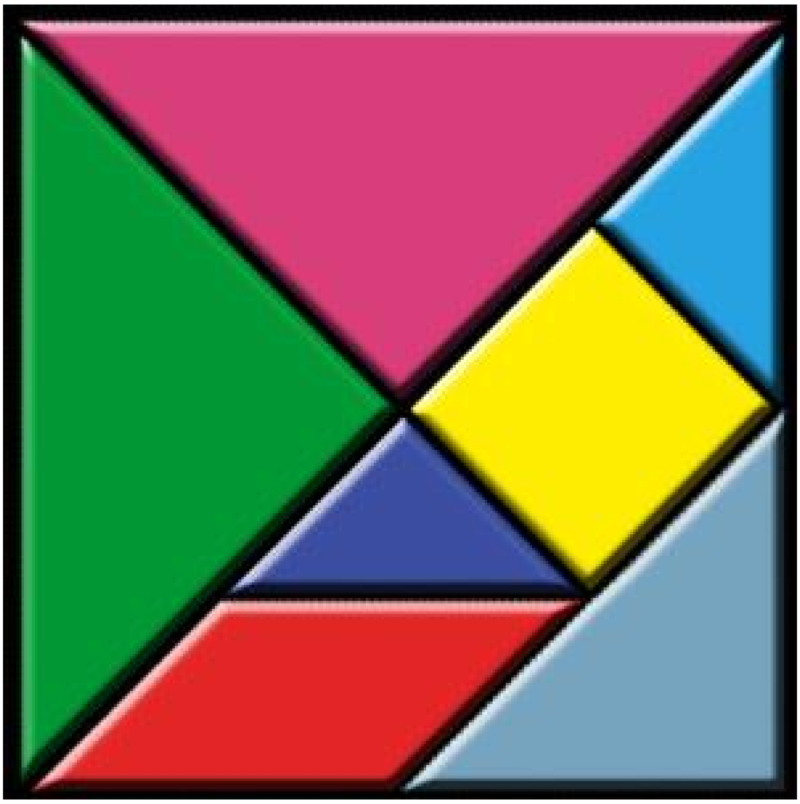


Te acabas de cambiar de casa y tienes una habitación para ti, en tu cuaderno dibuja un rectángulo simulando tu habitación ayúdate de los cuadraditos de tu cuaderno.



Decidiste colocar una alfombra que cubra todo el piso, ¿Cuál debería ser su ancho y largo?

Utilizando una medida de unidad cuadrada, determina el valor del Tangram completo y de cada una de sus piezas.



ANEXO 27

Transcripción Kelyn Escenario Real

INICIO

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 9:25,5	Se inicia la clase. La profesora espera el notebook para proyectar las actividades en la pizarra. Cumple con actividades administrativas. Prepara y entrega el material con el que trabajará, regla y tijeras. Realiza la instalación del notebook. Algunos alumnos llegan tarde. La profesora los ubica en lugares que permitan el trabajo en grupo. Proyecta una guía en la pantalla.
2	9:24,7 - 10:50,8	Ya, hoy dia la clase la voy a hacer yo, y quiero hacerle unas preguntas, qué...? Hoy día la clase se va a tratar de áreas figuras planas. Yo no sé si... cuál es el concepto que ustedes tiene de área, si lo habían visto antes...? ALUMNO: (murmullo) Ya, y qué me pueden decir de eso? qué entienden? qué creen ustedes que es área? ya deben saberlo. ALUMNO: Lo que... o sea, todo lo que hay en una parte plana. Toda la parte plana, ya, otra idea? ALUMNA: Lo que está adentro de una figura La parte de adentro de una figura, ya, alguien más? ALUMNA: No, eso mismo iba a decir Ah, eso mismo, ya. Entonces qué áreas conocen, de qué figuras, áreas de qué figuras conocen. ALUMNO: La circunferencia La circunferencia, qué más? ALUMNO: La del cuadrado La del cuadrado, cuál es el área del cuadrado? ALUMNO: Lado por lado. Bien. ALUMNO: La del triángulo. La del triángulo también. ALUMNO: Creo que era altura por base... dividido dos. Dividido dos. Ya listo. Entonces, ya manejan un poquito entonces.
3	10:49,8 - 12:16,0	Hoy día, vamos a trabajar, a quién le gustan los puzzles? ALUMNA: A mi. Que bueno, y conoce uno que se llama Tangram? ALUMNO: Sí Sí?, y qué conoce de él? ALUMNO: Que es como uno como para armar y todo, para armar figuras a partir de otras figuras, se puede armar una sola figura

		juntando varias figuras., Sí, es un puzzle chino que es super antiguo y que cuenta de 7 piezas, y con esas piezas ustedes pueden formar muchas figuras, hasta ahora creo que hay más de 1000 figuras con las 7 piezas. Así que hoy día vamos a trabajar en eso, vamos a construir, ustedes vana construir su propio Tangram, van aaa.... eee... calcular el área de figuras planas, ya? Así que van a trabajar en parejas, y yo le voy a ir dando las indicaciones, eee, para que los vayan construyendo. (La profesora reparte el material)
4	12:15,2 - 18:00,8	Ya entonces, la primera actividad dice que es recortar un cuadrado de 10 centímetros de lado, marque cada uno de sus centímetros como se muestra en la figura. Pero eso yo ya se los hice, les ahorre pega... (risas)... no me lo agradezcan. Ya ahora, ese es el primer paso; dice encuentra la mitad de cada lado, sus... serían 5, y acá la mitad de este lado es 5, y cúbrela con una línea roja, acá y acá. Claro, ojalá con un lápiza de otro color para que lo vayan... (los alumnos comienzan su trabajo y la profesora supervisa el trabajo, reiterando las instrucciones de manera personalizada: exacto, en la mitad, use lápiz de otro color, esa es la mitad, no así como lo muestra la figura). ALUMNO: Profe ya terminé. Esperemos a que todos terminen. Ya listo ALUMNA: Estamos tiqui taca. Ya, qué hay que hacer ahora, divide la línea de color rojo más corta, en dos partes iguales. Cuál es la línea de color rojo más corta? ALUMNA: Esta. Tal cual, la idea es que con la figura ustedes se vayan guiando. (la profesora supervisa y guía el trabajo. cuál es la línea más corta, cuál es la mitad, hay que medirla y dividirla, lo marcaste?)
5	17:59,7 - 18:57,9	Cuál sería la mitad? Hay solamente dos líneas, entonces la mita de esta... de otro color. ALUMNO: No tengo otro color. Ya no importa entonces, hágalo con lo que tenga. Lo hizo?. Todos terminaron? Todos lo hicieron? ALUMNOS: Sí Sí? Ya.
6	18:56,9 - 21:45,8	Ya, ahora eso. ALUMNO: Y ese qué color es? Café, ALUMNA: Café? yo lo veo naranjo.

		ALUMNO: Profe y hay que hacerlo con el mismo color? O sea si quiere, no importa Listo? ALUMNA: No, sí. Ya terminaron? Hija, y la otra línea? ALUMNO: 'tan llamando... apaguen el teléfono. (la profesora apaga su teléfono celular). ALUMNA: Es allí poh. Sí, tiene que ser a la mitad de esta línea, cuál es la mitad de esta línea? cuál es la mitad, mírela. La mitad, la mitad de 7? ALUMNA: 3 poh, 3,5 (risas) Cerca cerca. Ya pues, marque la mitad de la línea, primero tiene que hacer una línea. (los alumnos construyen la línea).
7	21:44,4 - 22:49,7	(La profesora se ubica en su escritorio, y espera que los alumnos terminen la actividad solicitada. Hace comentarios generales y supervisa el trabajo.)
8	22:48,4 - 26:19,2	Ya, listo? ALUMNOS: Sí... no!... buuu, anda a hacer el culto longi. La cuadriculada si ustedes se fijan, yo ya se la hice, y quiero que los cuenten, cuántos cuadraditos forman el Tangram? ALUMNO: Qué es lo que es el Tangram? Lo que tú estás haciendo, no me escuchaste? quién le puede decir al compañero, al compañero qué es lo que es el Tangram? ALUMNOS: Hay que contar los cuadraditos?, Profesora, profesora, no le queda otra de estas? Cuántos cuadraditos tiene? ALUMNO: 100 Cuadritos, los cuadritos chicos ALUMNO: 100 100, cómo lo hizo? ALUMNO: 10 por 10, diez pa'ca y 10 pa'ca y los multipliqué. Muy bien. ALUMNO: 100 centímetros cuadrados. Ya, y cuántas piezas forman el Tangram? ALUMNO: 7 7. Bueno, cuál era el área del rectángulo? ALUMNO: Qué rectángulo? Qué es un rectángulo? Qué es un rectángulo? ALUMNO: Un rectángulo. Bueno, el compañero no sabe qué lo es el rectángulo. ALUMNO: metros cuadrados por segundo (risas) Un cuadrado ALUMNO: qué es un cuadrado, dos cuadrados juntos. Dos cuadrados juntos. Ya, y cómo se calculaba el área de ese

		cuadrado? o sea rectángulo? ALUMNA: alto por ancho. Alto por ancho. (la profesora busca las imágenes de su guía, se desconecta el proyector)
9	26:18,7 - 32:46,9	En las siguientes figuras, las voy a achicar para que las puedan ver todas, y la idea es que ustedes construyan algunas de ellas. Ahora la idea es que recorten las figuritas. ALUMNA: Eso! Allí le gusto. Recorten su Tangram con todas las figuritas que formaron. ALUMNO: Hay que hacer esas mismas figuras? Qué se recorta? La que tú quieras, si las quieres las haces todas. ALUMNA: El cisne se puede construir? Sí, la idea es que ustedes con su Tangram construyan estas figuras, y sí es posible. ALUMNA: Hay que cortar en cuadraditos? No, las figuras que hay que formar, el cuadrado, el triángulo, las figuras que fueron formadas, ya? y tiene que ser 7 piezas. ALUMNA: Puede subir. Ya, ahí? ALUMNOS: Hicimos un triángulo Jeje.. un triángulo, hagan una más entretenida pues de las de abajo, hagan una de estas, intenten formar una. ALUMNO: Hagamos la cinco, profe, puede mostrar la cinco, profe puede subir un poquito para ver la cinco. No, hagan esas porque las otras están muy fáciles, además tiene que hacer una sola, así que ustedes eligen cuál. Y usted no trabaja con ningún compañero? ALUMNOS: Profe, listo. Ya, sus compañeros ya terminaron una. (La profesora recorre los puestos observando y supervisando el trabajo de los alumnos). Allí entre las dos completen. ALUMNA: Cuál estamos haciendo?, el 8, ah yo pensé que el 7. También es factible hacerlo, fíjate. ALUMNO: Hagamos el 7. Inténtalo. ALUMNA: Y si hacemos el...? allí está! Ya, todos tienen la figurita? ALUMNOS: No, no, sí... súbala. Profe, tiene que ser con todas las piezas? Con todas las piezas, no necesariamente, depende de la figura. ALUMNOS: Ah, entonces estamos listos. Estamos listas.

10	32:46,5 - 36:28,8	Ya, ahora van a... ALUMNOS: No puh profe... como va a ser sí pues. Ya bueno, la idea es que cuenten los cuadraditos internos de su figura. ALUMNOS: Ah por eso... one, two... Cuántos cuadraditos forman su figura. ALUMNA: Podemos hacer un rectángulo? No. Hagan cualquier figura pues y después le cuentan los cuadraditos. ALUMNA: Es difícil Y el 6? ALUMNO: El 6 no salía. Sí?, sáquelo pues. Ya, una vez que tengan el dibujito van a contar los cuadraditos de la figura. ALUMNO: Profe, faltan cuadraditos, falta la frente para completarlo, del 10 falta la frente para completarlo. Nos faltaría uno. Tiene que hacer una figura de las que está en la pizarra. Y por qué no hacen el 6, ¿pueden hacer el 6? ALUMNA: No está configurada. Sí. Tienen que hacer una sola figura. ALUMNOS: Aaahhhh. (la profesora se pasea por los puestos supervizando el trabajo). No pero no importa, si pueden hacer otra, bien. ALUMNO: Profe, se puede dar vuelta la figura? Para qué? La idea es que cuenten los cuadraditos. ALUMNO: No, pero para hacer esto hay que ponerla así. Tenemos más cuadraditos. Ya, cómo la hicieron. ALUMNO: Habíamos hecho la 1. Ya, y cuántos cuadritos había tenido la 1? No los contaron? ALUMNA: Ah ya, si tenía 20 Tenía 20. Era con todas las figuras? ALUMNO: Sí. Está bien. Les gustó el trabajo? Lo habían visto antes? ALUMNA: Sí, no No lo habían visto antes. Se pueden hacer más de 1000 figuras con estas 7 piezas. ALUMNA: Guau! Ya puh, la idea es que cuenten.
11	36:27,8 - 39:33,3	Y esta conversación. Ya y cuántas cuadraditos tiene? Cuántos cuadraditos?

		ALUMNA: Tiene 9, hay que contarlos puh. Pero piensen, cómo se calcula la figura. ALUMNO: Se puede hacer de forma artesanal. No si pueden pero tienen que...contar los cuadritos internos de la figura que están haciendo, ya? Lo hicieron. ALUMNAS: Sí, creo que sí (risas)... profesora Ya, y cuántos cuadraditos internos tiene ese que achuró. ALUMNA: No faltan las que estoy contando. Con las 7 piezas, cuántos cuadraditos tiene con las 7 piezas? ALUMNA: 15, 16, 17, 18, 19, 20. Tenían de lado 10 y 10. Cuántos cuadraditos tenían en total? ALUMNA: 100 Y si tu ocupaste el mismo cuadradito para formar esa figura, cuántos cuadritos tenemos que tener? Lo pensó? Se dió cuenta? ALUMNO: 100. (La profesora conversa generalidades con los alumnos).
12	39:32,0 - 40:47,2	Ya, quién hizo la figura.... qué figura hicieron ustedes? ALUMNO: Qué es HUSA... Y por qué me pregunta eso? ALUMNO: H,U,A,S,C,A,R. Ah, ya el Huascar. Cuántos cuadraditos internos tiene el Huascar? ALUMNO: 100 Por qué? ALUMNO: Porque los contamos Cómo lo hiciste? Cómo lo hiciste para contarlos? ALUMNO: Porque... ella sabe. ALUMNA: Es que tiene la misma área que el otro puh, Tiene la misma área de qué cosa? ALUMNA: Que el coso ese... del Tangram... antes de que lo recortaramos. Ya, entonces no era, para ti no es tan necesario contar pieza por pieza porque ocupaste la misma parte del Tangram, que tenía 100 cuadraditos internos. Ya, y que, a qué se le llama ese cuadradito interno, que vendría siendo cada uno de esos cuadraditos internos. ALUMNA: La suma El área ALUMNO: El área El área... cierto?
13	40:46,1 - 45:06,5	Ya, entonces ustedes conocen el área del triángulo, del... cuál es el área del triángulo? ALUMNO: Del triángulo, base por altura dividido dos.

		Ya, el área del cuadrado? ALUMNO: a cuadrado. Y el área del... otro compañero que responda, el área del eee, rectángulo?, el área del rectángulo cuál es? ALUMNO: El ya lo sabe Ya lo sabe (risas). Ya, y cuál es el área de la figura número 5? Ya, van a tomar su Tangram y van a construir esto. ALUMNOS: Aaaahhh... qué cosa?... qué cosa? Eso. Tienen el cuadrado, el triángulo, entonces la cosa es formarlo bien. Ya? Bien. ALUMNOS: (Los alumnos construyen) Ahora enumeren. ALUMNA: Con los números. Con los numeritos que están acá, así como acá. ALUMNOS: Listo. Listos? ALUMNOS: Sí...no. Hay que ponerle los números. Ya, ahora sí? Ya, Luis, cuál es la figura número 5, ésta cierto? Tómela. Esa es la figura numero 5, y qué es eso? ALUMNO: Eee Qué figura es?... Alguien la conoce, esa figura tiene un nombre. ALUMNO: Es un cuadrado como así, ... es un cuadrilátero. Cómo se llama? ALUMNO: Romboide. Chiquillos pongan atención acá, el compañero dijo que se llamaba romboide, sabían eso ustedes? ALUMNOS: Sí... no. Ya, y cómo se calcula el área de esa figura del romboide? ALUMNO: L1 al cuadrado L1 por? ALUMNO: L1 al cuadrado Y por qué? a ver hazlo? Ya, entonces todos le van a calcular el área al romboide ALUMNO: Y cómo se hace? Cómo crees tú que se hace? Cómo lo harías tú? Piensa. No, solamente la figura 5. ALUMNO: No es que estoy tratando de hacer esa. No hijo, ahora quiero que hagas el área del romboide, cómo lo harías?... piense. Esta figura te quedó media chueca cortada. ALUMNO: Es que no la corté yo. Esta línea debería ir aquí. Ya, pero cómo lo harías? No se te ocurre? No? Cómo lo harían ustedes? Le pueden ayudar a su compañero? ALUMNO: Tampoco se. Tampoco sabe? ALUMNO: El sabe El sabe. Cómo lo harías tú? ALUMNO: Qué cosa?

		Calcular el área de esta figura? Cómo la calcularías. ALUMNO: Eee... Cómo se llama la figura de partida? ALUMNO: Romboide Romboide. El sabe cierto? El sabe ALUMNO: No se, contando los cuadraditos Ya, contando los cuadraditos es una forma. Ya, entonces ustedes contarían los cuadraditos.
14	45:06,3 - 45:51,8	Cómo calcularían ustedes el área de ese romboide? ALUMNAS: Que... se puede hacer con un eee, se puede hacer largo... 5. Largo por ancho ALUMNAS: Sería 5 por 3. Ya, lo está logrando, lo está logrando. Ya, entonces cómo lo haría cuál es el largo acá? ALUMNAS: Sería multiplicar ese por ese. Ese por ese, 3 por 5? 1, 2, 3,.. ALUMNAS: Sí porque allí me da otro cuadrado, porque este por este me da otro. Ah ya, formarías un rectángulo. ALUMNA: Sería lo mismo que restarlo a un cuadrado, igual da 15. Ya.
15	45:44,4 - 47:01,7	Chiquillos cómo les dió a ustedes? Cuánto les dio el área del... romboide?, el área del romboide, cuál era el romboide? ALUMNOS: Esa. Ya, y cómo le calcularían el área a esa figura? cómo lo harían ustedes? ALUMNOS: Lo hariamos simplemente... Cómo? ALUMNOS: Eee Piensa. Cómo calculaste el área de la figura completa, qué hiciste? Contaste cuadraditos cierto? ALUMNO: Sí Ya, y cómo lo harías tú acá? ALUMNOS: Con los lados? Con los lados, ya qué haces con los lados. ALUMNO: Los cuento Los cuento, ya, y cuántos son? No mire estos, si yo solamente le estoy pidiendo esos. Cómo se llama el área de esta figura. ALUMNO: Romboide. Romboide, y cómo se calcula el área del romboide. Si no sabe, cómo lo haría usted?
16	47:00,4 - 48:35,6	ALUMNO: Profesora Dígame ALUMNO: Cuál es la raiz de 37,25?

		Por qué? ALUMNO: Porque en el cálculo del área nos dio 37,25. Y qué cálculo hizo? ALUMNO: Tomé esta cuestión lo partió a la mitad. Qué hizo? ALUMNO: Calculé este lado por este lado Ya, y si usted lo parte acá ALUMNO: Porque no... no. Ya, y qué hace con este lado? ALUMNO: Si se, si se que se hace así, pero esto funciona así no más. No se ALUMNO: Es que lo que tendría que hacer sería multiplicar eee sería encontrar eee, ah! el eee ah es que no me acuerdo cómo era el nombre... o sea encontrar la altura de esto... no es que se me olvidó el nombre. ALUMNO: Nelson... cuánto te dió? ALUMNO: Aún lo estoy calculando, no me acuerdo el nombre A ti cuánto te dió? ALUMNO: 15,75 15,75 Cuánto mide? cuánto mide esto aquí? ALUMNO: 4,5 Esto? ALUMNO: Sí. Mide 5. ALUMNO: 5? Si poh. ALUMNO: Ah, 5 por 5, 25 Y este lado de acá cuánto mide ALUMNO: 3. Ya puh. ALUMNO: 5 por 3, 15. Me da 15 la medida. Daría 15, no 15,75. ALUMNO: Parecido.
17	48:34,5 - 50:37,3	(la profesora continúa acompañando el desarrollo del trabajo) A ver el suyo. ALUMNO: Tengo un amigo que me enseñó un ritmo solidario. Que le dijo. ALUMNO: Mire aquí, esta a la derecha, que pasa si movemos esta pa'ca, un rectángulo. Ya, entonces. ALUMNO: Así se calcula, hay que... no me acuerdo. Cuál era el área, el área de ese romboide? ALUMNO: Espere, espere, deme cinco segundos. Sí te los doy (risas) ALUMNO: No, no se. Ya mira, de un romboide formaste un

		ALUMNO: Rectángulo. rectángulo, ya, qué pasa entonces con el área de un romboide y con el área de un rectángulo. ALUMNO: Se... Son equivalentes. Son iguales, cierto? equivalentes, iguales, ya? Y cómo se calcula el área de un rectángulo? base, a por b. A por b cuál sería a? ALUMNO: Uno de los costados, y b el otro. Ya, entonces cuál es el área del romboide? La misma del rectángulo ALUMNO: Ah! Muy bien? Me llevo el romboide ALUMNO: Un 7, un 7. Un 7 para ti. ALUMNO: Ah que bueno.
18	50:36,7 - 53:47,5	Chiquillas, chiquillos un poquito de atención acá. Ya, eee, cómo fueron calculando el area del romboide, Paula mírame, atención. Ya, qué fue lo que hicieron, ideas. ALUMNO: Copiar lechuga acá. (risas) Usted qué hizo? Leida. ALUMNA: Multiplicar eee lado por... Lado? ALUMNA: Por ancho, o lado por el otro lado. Lado por el otro, cuál otro? Este lado por cuál lado? por este? ya. Eee... ya, cómo lo hicistes tú? ALUMNO: cómo el área de un rectángulo, solo que no ... Como el área de un rectángulo. Por qué creen ustedes que el compañero dice que como el área de un rectángulo, chiquillos atención acá, un poquito de silencio. Ya, aquí tenemos el romboide, cierto? ALUMNOS: Sí. Qué pasa si nosotros recortamos y lo colocamos, lo superponemos acá, es una figura muy chiquitita pero... ALUMNA: Se nota el cambio. Ya, y qué formamos aquí? ALUMNO: Profe, ve no era 3, era 2,5. Sí, era 2,5, tienes toda la razón. Y entonces cómo calcularíamos el área entonces del romboide? a qué se parece? a qué es igual? A qué se parece? Esto es un rectángulo cierto? Ya, entonces qué podemos decir del área del romboide? ALUMNA: Va a ser igual a la del rectángulo. Va a ser igual a la del rectángulo, y aquí está comprobado cierto?. Ya muy bien. ALUMNA: Y ahora, cómo lo demuestra al (nombre) Ahora, nada volverá a ser lo mismo. ALUMNA: (risas).

		ALUMNA: Cómo se calcula. Depende, un lado mide, uno mide 5, cierto? y el otro 2,5.
19	53:46,9 - 1:00:02,5	ALUMNO: Qué hacemos con la esto? Eee, no se pues, ahora es suyo eso, pueden hacer más figuras, saben cuántas figuras se han formado con eso? ALUMNO: Cien mil, mil Más de mil, más de mil figuras. ALUMNO: Mil uno Mil uno (risas). Ya chiquillos, esa sería la clase de hoy, entonces qué entendieron?, quién me puede decir qué aprendieron. ALUMNO: Cómo sacar el área de un romboide. Como sacar el área de un romboide, no sabía? Usted sabía? No sabía, yo pensé que no sabía. Ya, qué más aprendieron? Quién me puede decir qué el área del romboide es igual a... Cómo se llamaba? ALUMNA: Romboide... Tangram Tangram. ALUMNA: Cómo hacer un Tangram? Como hacer un Tangram, ya y cómo encontraron la actividad? ALUMNOS: Bien, divertida Pero aprendieron? ALUMNO: Sí. Cuál no puedo hacer? ALUMNO : La 6, yo no pude hacer el, el... Y lo quieren ver para seguir trabajando? ALUMNO: Sí, no, Profe, usted la puede hacer? Eee, yo creo que lo podría intentar. ALUMNO: Gato, gato, es un zorro, es un gato... loco. (La profesora interactúa con los alumnos, ayudándolos a construir la figura.)
20	1:00:02,2 - 1:01:22,3	FIN.

ANEXO 28

Transcripción entrevista Kelyn

P: Bien estoy con la estudiante Kelyn de pedagogía en matemática. Pido que se presente para efecto de certificación.

K: Mi nombre es Kelyn Natalia Fernández Salas, rut 18.817.064-1

P: Esta entrevista está relacionada con las actividades de planificación y enseñanza que usted ha realizado acá en la universidad en el contexto de la asignatura de geometría. Tiene que ver con elementos de su formación y del aula escolar.

P: Cuénteme Kelyn ¿de dónde saca las ideas para planificar una clase de la didáctica de la geometría, una clase de geometría en el aula?

K: Depende del contenido, porque si tengo más manejo del contenido algo que se me vaya a ocurrir y si no trato de buscar en libros, los libros del estudiante también aparecen ideas y de internet.

P: Usted para entender el procesos, usted tiene un objetivo tiene un contenido ¿qué tiene inicialmente?

K: Claro, primero un objetivo de aprendizaje.

P: Esos objetivos de aprendizajes ¿De dónde vienen?

K: De planes y programas

P: ¿Del curriculum nacional?

K: Sí.

P: Entonces a partir de ahí los primeros acercamientos son los libros y la internet.

K: Claro.

P: Cuando usted ya ha accedido a lo libros y la internet ¿cómo va eligiendo los ejercicios y las actividades que les va a proponer a los alumnos de la escuela?

K: Por lo general los ejercicios se escogen de menor dificultad a mayor dificultad y se van organizando, unos se ponen al principio de la clase que tengan relación con lo que ellos conocen o quizás con algo nuevo que se quiera trabajar en la clase y así ir avanzando en el nivel de mayor a menos.

P: ¿Hay algún criterio para definir qué ejercicio es más simple qué ejercicio es más complejo en el nivel que usted señala?

K: Yo diría que, los ejercicios por lo general uno los tiene que desarrollar primero uno antes de hacerlo porque uno se puede encontrar con muchos ejercicios que están mal planteados y que no se pueden resolver, entonces va dependiendo quizás de cuánto tiempo me demore en resolver el ejercicio puede ser un criterio y de cuántas herramientas necesito para el ejercicio.

P: ¿Qué son las herramientas?

K: hay algunos que son más fáciles de resolver quizás aplicando algún algoritmo o quizás necesitando más conceptos previos para resolverlos.

P: Se acuerda que usted construyo el capítulo de un libro.

K: Sí.

P: Ese capítulo del libro, ¿cuál es el significado que tiene para usted construir el capítulo de un libro? El significado didáctico me refiero, el aporte didáctico.

K: Yo encuentro que no es fácil hacer un libro, creo que no me fue muy bien de hecho. Pero yo creo que significado es saber seleccionar que es lo que me sirve dentro de toda la maya que hay de ejercicio y problemas. Cuesta seleccionar lo que uno cree que les va a servir a los alumnos más que otra cosa.

P: ¿Cuál es su criterio o su forma de entender aquello que a los alumnos le va a servir algo? Porque eso uno podría decir que viene definido en los planes de estudio o también es un criterio del profesor. Porque finalmente el profesor es el que puede llegar a definir el criterio ¿cuál es el suyo?

K: Yo creo que usar en la geometría para la vida cotidiana, o sea, que le entregue más herramientas para enfrentarse a la vida, que ellos la usen más adelante en su diario vivir, ojala.

P: Qué sucede desde su punto de vista como estudiante con toda la experiencia que ya tiene con es matemática más tradicional, algorítmica.

K: Cuesta deshacerse de esa matemática, cuesta sacarla del hecho de que los niños vayan construyendo su propio conocimientos, no sé si será lo más fácil que ellos entiendan algoritmo pero tampoco es tan fácil, al niño no se le hace tan fácil el tema de los algoritmos. Por ejemplo los colegios que me ha tocado hacer practica se ve mucho, no se ve nada concreto, contextualizado nada que tenga que ver con relación a cosas didácticas, simplemente los contenidos se enseñan porque así se preguntan en la PSU y al final a los niños eso es lo que les interesa o al profesor para tener buenos resultados.

P: De qué manera cree usted que la construcción del libro cree que aporta a la visión a lo que usted está planteando esto de la geometría en el mundo real.

K: no creo que mucho la verdad, es que no me acuerdo muy bien

P: Pero desde el punto de vista de la estructura del libro, usted cree que construir algo como eso a usted le da o le dio ciertos lineamientos cierta guía para ir en la línea de lo usted señala de la geometría con el mundo real, o más bien se quedó en lo tradicional.

K: Yo creo que me quede en lo más tradicional, es que yo creo que más que nada es por lo que uno estaba acostumbrado hacer.

P: cómo define usted eso, ¿cómo lo presenta, cómo lo analiza?

K: yo creo que el tema de educación tradicional tiene que ver como con la enseñanza que te dan los padres y cuesta después cambiar o tener una perspectiva distinta, siendo que a uno lo criaron de cierta manera, yo creo que la educación tradicional en este caso es cómo lo mismo, porque es lo que uno está acostumbrado a ver a como uno aprendió, entonces, cuesta buscar otra manera de aprender uno para poder enseñárselos a los niños.

P: Ya entonces estamos ahí con esta herencia cultural y viene el profesor de didáctica de la geometría y trata de cambiar eso qué sucede ahí, cómo se produce esa conexión o esa desconexión que el profesor de didáctica de la geometría logra romper con esa estructura que usted trae.

K: No sé si al 100% pero sí logra el tema de abrir o entender que se puede hacer de otra manera, ese paradigma de que las cosas son así y darse cuenta que no, de que se puede cambiar, que hay otra forma de que los niños puedan aprender y que son mucho más útiles para ellos mismos, si al final lo que uno busca es que ellos aprendan. Se tiene que cumplir con plazos y todo el tema del colegio, pero lo ideal siempre es buscar que ellos aprendan.

P: Cuénteme, ha pasado ya un tiempo desde que usted estuvo en un curso y después hizo sus prácticas en la escuela, ahora está concentrada en otras cosas. Pero ¿cuáles son aquellos elementos que usted recuerda que presento el profesor para este cambio, que usted señala que no cambia el 100% pero cambia, cuales son aquellos elementos que usted desde el punto de vista didáctico teórico.

K: Lo que se me viene altiro a la mente es el tema del soporte, que era como sacar ese modelo, algo real para mostrárselos a los niños para que ellos entiendan de que la matemática se modeliza en este caso y se tiene en su utilidad, recuerdo por ejemplo la carpa que sacábamos la altura de la carpa y la carpa es algo completamente que ellos conocen y no es algo extraño que le están hablando, entonces luego, no sé si era en didáctica que trabajamos el tema de la, no era tan solo inicio desarrollo y cierre, con tal que luego venia la institucionalización del conocimiento.

P: situación – acción…. 11:31

K: Claro

P: Recuerdas más o menos no los nombres exactos pero como eran más o menos las secuencias. Después del soporte ¿qué ocurría en la clase? El profesor presentaba el soporte qué debía ocurrir según esa… 11.55

K: De ahí que los niños fueran dándose cuenta de cuál sería el contenido que se iba a ver o el concepto que se iba a trabajar. O sea esa era la idea del soporte, no llegar a la sala y decir hoy vamos a ver esa competencia, sino que ellos se fueran dando cuenta de que era la nuevo que se iba a ver no llegar y decirlo.

P: Claro, había algún tipo de estructura, me refiero a si que había que trabajar individualmente, grupalmente

K: Sí, parece que si

P: Bueno de todas maneras desde ese punto de vista cómo cree usted que aporta eso para que usted ahora organice una clase

K: Ayuda, tendría que entrar a recordar bien como era el orden de las actividades pero yo creo que andaría bien, no tan solo ahí, esa es una forma de salir de lo tradicional, de no llegar y hacer ejemplo-ejercicios, se puede usar yo creo

P: Qué otros elementos recuerda de la asignatura de didáctica, a parte del concreto de soporte, qué más recuerda si converso de la estructura. No es necesario que sea de memoria. ¿Recuerda lo concreto, pictórico, simbólico?

K: Sí, COPISI, igual ese es importante para el orden de la clase primero lo concreto, luego pictórico y finamente pasábamos a lo que era simbólico. Pero luego de ese proceso en que los niños trabajaban con el soporte después con algo concreto después con algo pictórico, o sea pasar de lo concreto después que los niños sean capaces de dibujar algo o hacer un diagrama de la situación y luego pasar a la formula.

P: y ¿recuerda algo de lo que vimos de las competencias PISA? De reproducción, conexión, reflexión. ¿Recuerda cual era la intención de cada uno? Por ejemplo de la reproducción ¿en qué consiste?

K: O sea van en orden también, de las competencias, se supone que la reflexión va… el nivel que sería lo ideal yo creo que es lo que cuesta más.

P: Claro, ahora, eso elementos dentro de los recuerdos que tiene ¿están presente en la construcción del libro’

K: No me recuerdo.

P: ¿Usted trabajo en este?

K: ¿Con los chiquillos? Yo no trabaje ahí

P: ¿Recuerda el tema o no?

P: Ya pasemos a las clases que ha hecho. Primero recuerda la clase que le hizo a los estudiantes acá y luego en el colegio ¿Cuáles son las grandes diferencias?

K: acá en la universidad fue todo más rápido, o sea la explicación fue más precisa, fue todo más fluido, los chicos sabían y tenían claro el tema, y en el colegio los niños tenían varios conceptos, pero no encontré mucha diferencia porque los dos tenían bien los concepto

P: ¿Cómo eligió usted las actividades para hacer la calase, de donde saco esas actividades?

K: De un libro, de un articulo, buscando en internet, la verdad no se me ocurrió una idea mía así que me dedique harto tiempo en buscar en literatura y encontré una unidad didáctica y ahí proponía la idea de trabajar con el puzle y me pareció bueno y lo hice.

P: ¿cómo abordo el contrato didáctico en la escuela? ¿Cómo visualiza eso? ¿Qué elementos ocurrieron ahí? yo me recuerdo que llevo materiales ¿por qué llevo materiales? ¿Usted lo construyo? ¿Cómo fue ese proceso de pensar en la confección de los materiales? ¿Cómo se le ocurrió?

K: Se me ocurrió llevarlos por tema de tiempo, por tema de que hacer un cuadrado de 10x10 tampoco iba a producir un conocimiento mayor en los niños sino que iba a ser un tiempo que podíamos ocupar en hacer más preguntas y ocuparlo de otra manera, por eso lleve el trabajo avanzado y el hecho de llevar materiales porque los niños no andan con esas cosas. Porque dentro de la practica no trabajan con cosas concretas o manipulables.

P: ¿Se refiere al profesor guía?

K: Sí

P: ¿Cómo hace la clase el profesor guía?

K: Tradicional

P: ¿usted encuentra alguna diferencia entre la clase tradicional de su profesor guía en la escuela con lo que usted hizo?

K: Sí, porque los niños la mayoría trabajo no se dedicaron hacer otra cosa.

P: de que manera cree usted que el uso de elementos concreto influye o afecta positiva o negativamente en la enseñanza de la matemática o de la geometría en este caso, en el concepto de área.

K: yo creo que influye bastante, el hecho de que los niños trabajen ellos y puedan ver algo que ellos hicieron y se den cuenta de que les sirve que ello lo hicieron lo manipularon, se hacen más participe de su conocimiento.

P: en este cao volviendo a la pregunta anterior digamos que la asignatura de la didáctica de la geometría sí le entrego estas ideas de cómo hacer una clase y que ahora ven las consecuencias como positiva

K: sí yo creo que uno tiene más tiempo y se dedicara, porque igual es dedicación el hecho de hacer una clase más concreta con cosas que ellos vayan hacer, entonces yo creo que lo niño se sentirían más utilices en clase, yo creo que hasta seria más entretenido para ellos, porque las matemáticas lo ven como que no les sirve y cuenta también hacerlos entender que sí les sirve de que los algoritmos son lo que les va a servir más adelante, pero también pasa por el hecho que no en todas las materias se pueden hacer concretas porque algunas que son mas dificiles,

P: ¿pero en el caso de la geometría?

K; en la geometría sí se pueden hacer más cosas

P: ahora, cuando usted llego a la sala de clase ¿cómo pensó en la organización del curos par que lo que usted traía y construyo fuera más provechoso? ¿Cómo se le ocurrió? ¿Cuándo lo pensó?

K: la verdad hable antes con el pr4ffesor y me dijo que a lo más habrían 15 alumnos, entonces yo lleve 15 cositos y me encontré con que fueron más, entonces, yo dije que trabajen en pareja

P: Tuvo que modificar en el momento lo que tenia, ¿usted había pensado en uno para cada uno?

K: Sí, en uno para cada uno así que la idea era que trabajaran todos así que entre dos fue más rápido.

P: ¿cómo fue ese trabajo visto desde su punto de vista? El trabajo de dos

K: hubiera sido mejor de a dos. Porque los chicos, querían los dos recortar querían dibujar y como era solo una tablita. O sea que cada uno hubiera podido hacer su trabajo.

P: Recuerda el concepto de situación didáctica y situación adidáctica, o sea adidática es cuando el alumno trabaja solo y resuelve ejercicio solo es cuando aprende, no cuando el profesor le dice ¿ocurrió eso durante la clase? Que el alumno se haya enfrentado a resolver el problema

K: Yo creo que sí de hecho uno de los chicos hizo lo que yo esperar que hiciera y yo sin decírselo solamente que yo llegue y me encontré con que lo había hecho, incluso había hecho una plantilla en hoja de cuaderno recortado y lo tenía y luego yo le tome su cosito y lo recorte pera mostrárselos al resto.

P: En ese sentido usted que siente como estudiante, cuando los alumno van avanzando con este proceso didáctico que usted implementa. Hablo de lo que usted siente como profesional no de lo que hizo ¿es satisfactorio? ¿Se siente frustrada?

K: Satisfactorio, de hecho no me había tocado estar así sola con el curso y que toda la clase la planificara yo y haberlo hecho y que funcionara es como que da un poco de felicidad, por el tema de estar haciendo algo que resulte que salga bien de que vale la pena los esfuerzos que uno le coloca detrás a una clase. A mí en particular no se me hace nada fácil planificar, es algo que me cuesta todavía. Y saber que sirvió y que la clase fluyo, porque uno se imagina o piensa de lo que podría pasar, pero lo que importa es lo que pasa en la sala y que los niños entendiera y que lo hicieran solo es satisfactorio y que de verdad lo hice bien. Yo siento que lo hice bien.

P: usted dice que le cuesta planificar, pero si tuviera que planificar de manera tradicional, enseñando de manera tradicional la geometría ¿le costaría menos? O es un tema de cómo tiene que planificar para un logro de buenas competencias en el alumno o tiene que ver con una capacidad personal o tiene que ver con que aquí en la universidad todavía no le entregan elementos súper claros de cómo hacer una planificación, ¿cuáles de esas posibilidades es la que está más cercana a la dificultad que usted señala?

K: Yo creo que de todas un poco, pero yo creo también que es algo de ir adquiriendo la experiencia de hacerlo, porque claro ya uno planifica cuando nos piden que planifique o en el colegio si le pide una planificación uno ahí recién se enfrenta a la planificación, pero ya el otro semestre cuando este en la práctica profesional voy a ver algo más familiarizado y voy hacer algo más constantemente entonces ya voy a tener el habito, yo creo que parte por ahí del hecho de empezar a acostumbrarse a planificar, igual me cuesta, por manejo de algunos conceptos, porque i yo manejara lo conceptos de una buena manera, igual se me serian más fácil porque tendría una mirada distinta de los conceptos.

P: Cuando habla de los conceptos ¿habla de la geometría tradicional cierto?

K: Sí

P: ¿Y de los elementos didácticos? que son distintos

K: También es importante

P: Pero usted cree que en los elementos didácticos ¿los siente débiles todavía?

K: Sí, lo que pasa es que se me olvidan. O sea es algo que uno no va trabajando siempre entonces como que se va olvidando.

P: Y cuando se olvida ¿cómo soluciona eso? ¿Qué tiende hacer usted?

K: Tiendo a buscar los cuadernos, buscar información o de las cosas que tenga.

P: Pero eso está bien yo creo

K: Me pasa también que muchas cosas que yo voy viendo tanto materia como conceptos didácticos que se me van, entonces yo trato de cuando necesita de buscar, no es algo que tenga y nunca más se me olvide.

P: ¿Recuerda como termino su clase que hizo en la escuela? Digamos la última etapa la última actividad

K: Sí, calculando el área del rombo

P: el área del romboide

K: Que era la figura que no se recordaba mucho porque la del triángulo, la del cuadrado, del rectángulo se las sabían.

P: Claro, porque no pensó en hacer ejercicios de aplicación a otras cosas

K: Es que mi idea era que entendieran de cómo era de dónde se nacía y que era el área de los rombos

P: ¿Ese era su objetivo de clase? y por lo tanto interpreto que ahí termino

K: Yo pensaba también que íbamos a empezar a trabajar con la ________ del triángulo 32.57 del rectángulo, pero como los niños lo conocían me dedique a lo que…

P: usted hubiera podido aplicar un ejercicio de calcula el área de una piscina que se quiere construir.

K: Sí yo creo que sí, me faltó

P: ahora que yo se lo digo

K: Claro ahora que me lo dice quizás sí

P: ¿Por qué cree usted que le faltó? ¿Cuál es su reflexión personal?

K: Para haberme dado cuenta, una cosa es que ellos entendieran el área de que es la misma, y el hecho de enfrentarlo a un problema, haberme dado cuenta que si lo entendieron, porque aplicarlo no es tan solo la comprensión del concepto sino más bien una habilidad.

P: Desde el punto de vista de COPISI dónde se encuentra usted

K: En lo concreto yo creo.

P: es una vuelta de la formula a lo concreto, de COPISI a lo simbólico, si usted hace la pregunta de la piscina se vuelve a lo concreto ¿cómo piensa usted eso? ¿Es así o no? 34.36

K: yo creo que si es así, si me hubiera basado en el ejercicio de la piscina hubiera hecho la… el hecho de pasar de uno al otro

P: usted está pensando en el COPISI de pasar de un nivel a otro de representación

K: no el hecho de haber trabajado con lo concreto luego me falto… lo simbólico no sé si lo hicieron

P: de la formula ¿sería simbólico o no?

K: la formula es más simbólico, pero lo pictórico ahí falto como más

P: usted cree que el ejercicio de la piscina hubiera sido desde el punto de vista de las competencia PISA de ¿reflexión o de reproducción?

K: Quizás de reproducción, porque ellos ya tenían los conceptos entonces lo iban a replicar

P: Cuando usted aplica todo este proceso de planificación en que porcentaje piensa usted lo que realizo es un aporte de la universidad de la formación de la universidad. Porque usted me contaba al principio que ya traía una idea de cómo se hacían las clases antes de llegar acá y enfrentarse a la didáctica. Qué porcentaje de eso cree usted que se presenta en al escuela

K: ¿la que yo hice?

P: Sí, en la escuela. Y qué porcentaje de lo que se enseña aquí en la universidad en didactica de la geometría se presenta en la escuela de lo que usted hizo

K: yo creo que más de acá porque si hubiera usado de los que tengo en la escuela hago las figuras en la pizarra les digo las formulas y listo. Y la clase se acababa y un par de ejercicios donde tenían que aplicarlo y seria. En cambio el hecho de ocupar que ellos construyeran y fueran trabajando ellos con algo más, eso es de acá.

P: ahora cuando estábamos en al es cual y surgían dudas de los alumnos, cual era es la estructura o orientación que tenía usted para responder a los alumnos o emanaban de manera natural de parte suya

K: De forma natural un poco de llevar el ritmo y la clase, pero más que nada de tratar de no dar las respuestas altiro sino que ellos mismo se dieran cuanta de la pregunta que me estaban haciendo para que ellos se fueran respondiendo

P: ¿Se logra eso? ¿Usted siente que lo logro como profesora en ese momento

K: en algunas preguntas sí, no en su totalidad, igual uno de repente tiende a responder altiro lo que le están preguntando, pero traté

P: usted cree que en aquellos que se trato se logró. Estoy suponiendo que el alumno no entiende porque él está respondiendo de esa manera, simplemente el profesor lo expone, el profesor esta intencionalmente respondiendo a través de una pregunta, pero el alumno no entiende eso, este juego entre el profesor y el alumno tiene que ir así, no hay ninguna explicación didáctica detrás, en cambio de parte del estudiante sí, usted sabe que tiene que, por lo que me está diciendo

K: la contra pregunta

P: Sí, ¿Qué piensa usted como profesora que el alumno piensa de esa manera de dialogo de contra pregunta?

K: Porque los alumnos son súper cómodos y quieren todo así como fácil, si él me hace una pregunta quiere la respuesta así todo rápido y que uno se la sepa si o si porque si uno no se la sabe nunca más le hacen una pregunta como que ah el profe no sabe nada. Yo creo que los niños son… Depende harto de la pregunta, si la pregunta da como para que el niño haga una reflexión de su propia pregunta y se pueda responder solo yo creo que es bueno hacerlo, pero si es una pregunta así como que… va a empezar como que el profe no me quiere decir.

P: en una situación futura de planificación, ya supongamos que el próximo año tiene que hacer su práctica profesional y entones usted llega al primer día, una situación hipotética, y el profesor de practica le dice que planifique una clase y tiene el contenido de área, necesito que la hagas de aquí a dos horas más ¿Cómo abordaría esa tarea? ¿Cómo estarías pensando en abordar esa tarea?

K: Yo creo que como ahora hice ya esta actividad, puedo tomar esta actividad y mejorarla y analizar cosas que en ese momento no le agregue ejercicios de aplicación, y así ir viendo que cosas que ya tengo pero ir mejorando, recurriría a lo que ya hice

P: ¿Cómo puede usted como profesora que tiene capacidad de análisis de critica de reflexión argumentar ¿Cuales serian para usted las sugerencias que le haría al proceso de formación de profesores de acá universidad? A la didáctica, usted ha vivido ya, esto hay que mejorarlo, esto está bien esto está mal esto falta esto sobra esto no es necesario esto si es necesario. Usted está en una posición de colaborar para que las cosas mejoren, es una crítica constructiva

K: Me hubiera gustado trabajar más conceptos, pero no tan solo de los que tuvimos geometría plana nosotros como ramo como materia, pero trabajar eso conceptos didácticamente, por ejemplo que se nos entregara más herramientas para trabajar los conceptos no cosas que a nosotros se nos ocurra porque ejemplo el área de la geometría es algo que yo vi en la universidad, nunca lo vi en el liceo entonces, la asignatura de geometría no la vi.

P: usted llego acá el primer año y era algo completamente nuevo 43.10

K: Ya entonces uno se dedica a participar en clases a pasar el contenido aprendérselo y uno tiene la presión de pasar los ramos de no atrasarse. Pero yo creo que esa forma de aprender la matemática no sé si es la más adecuada

P: ¿cómo define esa forma? Estamos hablando de la geometría plana

K: es una formula, todo simbólico entonces a uno le dicen, llega la didáctica y le dicen no pero es que tú tienes que hacer que los niños aprendan de lo concreto y uno queda así como … ya pero es que no me lo enseñaron así, entonces donde me lo enseñan si no es acá, y trabajar más los conceptos no hacer como que todos sabemos trabajar todos los conceptos, porque no es así, a uno le cuesta, sobre todo que uno viene con enseñanza tan tradicional de ver todo simbólicamente, eso nos ayudaría mucho porque a nosotros mismo nos enseñarían herramientas para enseñar la matemática en este caso la geometría y así nosotros la podemos ocupar y llagar al colegio con algo que ya tenemos.

P: muy bien. Y en los procesos de las prácticas qué les falta, qué siente usted que les falta cuando va usted a la escuela como estructura de formación, tanto como para el profesor de la escuela y el profesor guía de acá

K: A mí en lo particular lo que más me falta es manejo de los conceptos básicos, porque sinceramente hay conceptos básicos que se asumen que uno los sabe ahí tuve como mi debilidad, uno va una vez a la semana al colegio y no sabe que está pasando el profesor y llega allá, uno no siempre se maneja en todos los conceptos pero quizás eso es parte de mi responsabilidad de ir estudiando qué se yo, pero sería bueno que como estudiante tengamos todos la misma base, porque como no todos venimos del mismo colegio, no todos tenemos la misma base y esos conceptos básicos que son tan importantes que uno los tiene que enseñar si o si. Básicos por ejemplo transformar un numero decimal en fracción o de fracciones a decimal, son cosas que uno las va a ver en el liceo se las tienen que enseñar a los niños pero que acá se asume como aprendido.

P: En ese mismo contexto cuando en algún momento a usted se le enseño cual era el área de este paralelogramo, se sabe la fórmula para calcular el área

K: No

P: no la sabia cierto, entonces lo que nosotros hicimos fue recortar aquí poner este rectángulo acá y darse cuenta que el área del paralelogramo

K: es la misma del rectángulo

P: que siente usted cuando se da cuenta que no es necesario saberse las formulas de memoria. Estoy pensado en la forma tradicional que usted trae de la matemática

K: De decir que tantas formulas no me sirven para nada porque al final es cosa de ver las cosa ir de ir pensando de otra manera

P: y después eso es un poco la respuesta o la sugerencia que usted está pidiendo para que sea enseñado después en la escuela, que la fórmula del paralelogramo a*b el proceso didáctico de cómo se reconstruye en la escuela ¿se va enseñando eso?

K: No tan solo eso, sino que hay muchos otros conceptos que se puede ver mucho más fácil no tan solo con una formula súper larga y que al final se olvidan con el tiempo de la formula porque uno no se aprende todas las formulas de memoria

P: y al hacerlo de esa manera no es que solamente uno aprende una formula ¿Qué mas aprende? De parte suya ¿Qué más aprende?

K: A buscar desde lo que yo sé, ir buscando las respuestas, en este caso, a cosas nuevas

P: Lo que usted sabe es el medio

K: Claro, usar el medio para aprender otras cosas

P: y usted vio, tanto en la clase que hizo acá en la universidad como la que hizo en la escuela, ciertas caritas alegres en sus alumnos cuando se dan cuenta de que esto funciona de una manera distinta.

K: sí de hecho me paso

P: ¿En qué específicamente? ¿Qué ejemplo? ¿En los estudiantes en la escuela o acá en la universidad?

K: en la escuela, como que los niños lo hicieron y se dieron cuenta de que sí pasaba, entonces, como que ah. Y es algo que hicieron ellos mismos entonces como que se da cuenta que.

P: ahora otra pregunta también desde la base, de su medio ¿cuáles serian las sugerencias que le haría al sistema educativo en la enseñanza de la geometría específicamente ¿Qué cambarían en la escuela usted para que vaya, estoy interpretando, en una idea más positiva como usted lo señalaba dado que actualmente no es tan relevante o positiva ¿Qué le gregaria? Que aporte le daría

K: agregaría más tiempo

P: más tiempo para que

K: Para que, se supone que hay una cantidad e aprendizajes que se espera logara n los estudiantes, entonces esa cantidad de aprendizaje ¿tiene un cierto tiempo y uno no se puede salir de esos tiempos por lo general los profesores siempre hay una unidad que dejan que queda de la ultima y que lamentablemente no siempre se pasa, entonces si ellos tuvieran más tiempo, quizás, porque claro la manera tradicional es la manera más rápida de ver los conceptos, realmente es la forma más rápida, porque lo que yo hice en una clase entera lo podría haber hecho en diez minuto, entonces ahí yo creo que el gran factor es el tiempo que tiene el profesor, porque igual se presiona mucho a los profesores por ejemplo de tener notas, de tener ciertas unidades en tal fecha, entonces si uno no tuviera esa presión de cumplir con los tiempo y con todo lo que se necesita, habría más libertad del profesor de tomar los conceptos de otra manera y no tan solo de forma simbólica

P: Ahora reconociendo que es lo que hay, porque la estructura del colegio es lo que hay no podemos cambiarla ¿Qué aportes didácticos cree que hacen falta? Ya no de la gestión administrativa sino de la didáctica propiamente tal.

K: Que esos aportes didácticos estén incorporados en el curriculum y así como es obligatorio que los niños aprendan ciertas formulas que sea obligatorio que aprendan didácticamente las cosas y que los materiales que uno vaya a usar estén en el colegio porque de repente no todos los ni los tiene dinero para compara y hacer cosas

P: y para el profesor que es principal gestor de lo que sucede en el aula ¿qué debería cambiar, mejorar? O sugerir positivamente para el profesor de la escuela en su proceso didáctico.

K: Yo creo que ir aprendiendo también, siempre ir actualizándose con respecto a cómo ir enseñando los conceptos, ejemplo si a mí en la universidad me enseñaron a ver tal cosa de una manera quizás yo puedo investigar y estar al tanto de otras formas de ver la misma matemática

P: Desde mi punto de vista, una de las cosas que yo vi un profesor muy autoritario entraba a la sala de clase y dio órdenes y los alumno se quedaron ahí

K: Es que él es el profesor jefe del curso, entonces yo creo que ahí hay otro trato

P: Y el tipo de estudiante que hay ahí tiene alguna influencia sobre lo que pueda ocurrir en la didáctica, porque es un colegio vulnerable

K: También, en lo particular a mi el colegio me gusta el ambiente. Los valores que tiene el colegio y la gente es como es tan amable desde la puerta hasta la directora los niños también, si bien hay casos como en rodos lados pero hay cursos que son totalmente, en el curso que yo estoy haciendo la practica son cursos totalmente que se puede trabajar, porque igual he estado en otros colegios que no pescan a nadie andan por arriba de las mesas es una cosa impresionante

P: bueno Kelyn agradezco sus preguntas hemos conversado como una hora más o menos.

ANEXO 29

Transcripción Ricardo Escenario Inicial

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 0:12,7	El estudiante se prepara y dibuja una cancha de fútbol en la pizarra.
2	0:14,3 - 0:35,5	Ya eee el tema que nos convocaron que era una clase de cuadrilátero, ya, eee, se hace el inicio con un saludo semiformal, se hace una pequeña digamos introducción al tema de las áreas de los cuadriláteros,
3	0:37,9 - 1:02,8	se establecen digamos preguntas aleatorias, principalmente para conocimientos previos con respecto al concepto de cuadriláteros, ya? digamos no podemos hablar directamente de áreas, primero no, porque como vamos a trabajar áreas y cuadriláteros, primero debemos definir lógicamente lo que, como se entiende un cuadrilátero y eee establecer el concepto de cálculo de área.
4	1:02,8 - 1:33,6	De ahí se hace una contextualización yo encontré bastante buena en el ejemplo, que es el área de una cancha de futbol, principalmente lo encontré bueno ejemplo porque el futbol es bastante común, tanto como para varones como damas, hoy día no hay gran diferencia en ese tema.
5	1:33,6 - 1:54,7	El alumno tiene claro lo que es un cancha de futbol y específicamente el problema va hacia calcular, porque quieren colocar césped en esta cancha y la cantidad digamos de pasto, en este caso sintético, se necesita para completar esta cancha, ESTUDIANTE: cubrir el... cubrir digamos la superficie en este caso.
6	1:54,9 - 2:24,8	eee Ahora la parte digamos que es como la parte numérica eee establecer esto que siempre eee no, no es tan fácil me he fijado yo, aunque es un simple “multiplicación” eee digamos la operación matemática que nos permite conversar y hablar sobre las áreas son las multiplicaciones,
7	2:24,7 - 2:36,2	eee pero igual hay problemas, yo me he fijado, con los alumnos que igual se complican, ¿y en qué se complican? por ejemplo: las unidades de medida.
8	2:36,1 - 3:03,4	Por ejemplo si tú das por ejemplo 50 centímetros por 3 metros (50x3), ellos te dicen 150 centímetros o 150 metros, puede ser variable las respuesta ahí. Principalmente ahí está el ojo al detalle, en donde tenemos que insistir de repente digamos la unidad con su apellido entre comillas por dar una

		definición.
9	3:03,1 - 3:17,2	y lo otro que también hay problemas algunas veces dependiendo del nivel donde estemos trabajando que hay falencias con respecto a las multiplicaciones, es un conocimiento previo que algunas veces asumimos que está, cosa que no está
10	3:16,9 - 3:30,0	tú le quitas un celular, el celular lo típico usan para calcular y no saben hacer una simple multiplicación, digamos nosotros decimos simple multiplicación, y yo creo que hay que tener mucho cuidado con ese punto,
11	3:29,8 - 3:55,0	no asumir digamos que el conocimiento previo de la multiplicación ya está en los alumnos, por qué?, porque no se precisamente en qué año pero se permitió el uso de la calculadora a nivel básico de los alumnos, digamos el alumno tiene que tener una calculadora, lo que antiguamente, estoy hablando de mi experiencia personal en mi época Camilo jjajaja no hubo nunca una ayuda drónica para poder nosotros sacar cuentas.
12	3:54,9 - 4:07,9	Entonces ese concepto con el celular en la multiplicación hay problema, ya entonces yo creo que es un punto importante que debemos considerar.
13	4:07,7 - 4:55,2	Bueno aquí hay una cosa bien interesante en el sentido de que eee el profesor deja como una tarea eee esperen un momentito, el tema de digamos que existan varias técnicas sobre esto, por ejemplo uno puede hacer una multiplicación sencilla que es lo tradicional, tener la medida total de este largo y acá, y lo otro que es hacer una idea de cuadriculada, yo tomo una unidad y completo digamos todo esto.
14	4:55,2 - 5:10,6	esa otra forma digamos de ir digamos eee que los muchachos o las niñas puedan ver ese tema de cómo lograr que al final es muy parecido si lo vemos nosotros en nuestra enseñanza superior
15	5:10,6 - 5:29,9	cuando a nosotros nos hablan de la integral que es una suma progresiva hasta que llegamos al área que estamos buscando, en este caso lógicamente es una figura que no es un cuadrilátero ya?, cuando son jugadas como por ejemplo, estoy hablando de la experiencia digamos de nosotros acá en la universidad,
16	5:29,9 - 5:47,4	por ejemplo determinar ese tipo de área (área bajo una parábola), lógicamente como estamos trabajando con cuadriláteros, se da este asunto de que una simple multiplicación no resuelve el problema, más que nada a ese punto quiero llegar.
17	5:47,3 - 5:48,0	FIN.

Ricardo Ruiz Lavín

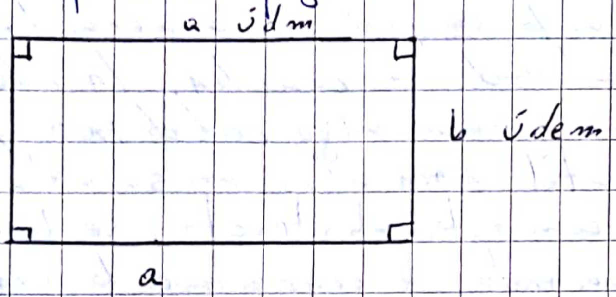
Tema: Área de un cuadrilátero.

Inicio de la clase: Saludo semi-formal Profesor - alumnos

Presentación del tema: Breve exposición del tema a tratar en clases

Comienzo formal de la clase: Averiguar a través de preguntas aleatorias cuando saben acerca de los cuadriláteros y posteriormente lo que saben del cálculo de áreas

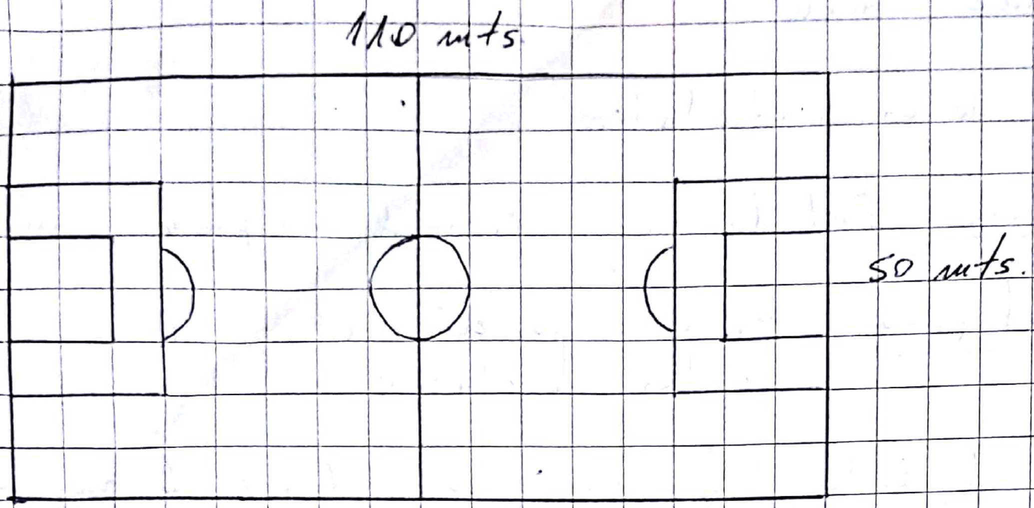
Exponer la figura



ú d.m = unidades de medida

Abarcar el tema de las figuras geométricas específicas en este caso los cuadriláteros, usando técnicas didácticas y haciendo a los alumnos reconocer la figura a tratar en un entorno cotidiano, aprovechando tal cercanía plantearles la necesidad de calcular el área del cuadrilátero planteado por ellos.

Supuesto: En este caso un alumno reconoce como una figura geométrica como la que presente el inicio, dando como ejemplo, una cancha de fútbol, a lo cual, se reconoce como cierto un ejemplo siendo aceptado por sus demás compañeros y profesor.
Luego dibujamos la figura (cancha de fútbol) planteada por el alumno a la pizarra creando la necesidad de poner césped en ella para lo cual debemos determinar el área al rellenar el césped.



Les pido calcular el área de la cancha para saber cuánto césped voy a necesitar para completar en su totalidad la cancha para saber cuánto césped voy a necesitar para completar en su totalidad la cancha, la idea es que este cálculo lo vean como algo cotidiano y a su vez una herramienta útil para ellos en su vida, más que un simple conocimiento abstracto, se hace el cálculo entre todos generando un conocimiento transversal.

Área de la cancha = Largo · Ancho

110 mts · 50 mts = 5.500 mts^2.

Les hago notar que el resultado implica $(u \text{ de } m)^2$ con que a su vez les planteo cuadricular la cancha en cuadrados, valga la redundancia para que observen el hecho de que son unidades de medida al cuadrado, en este metros y a su vez adquieran otra técnica para visualizar el cálculo de esta figura, también para revisar lo hecho en varias técnicas y no sea un procedimiento único.

Breve recreo: Planteo un recreo de diez minutos en el aula para que no pierdan el interés o concentración debido a cansancio o desgaste.

Retorno a la clase: Generando preguntas para que sean ellos los que me contesten, produciendo la retroalimentación que acuse las falencias que puede llegar a detectar y aclarar dudas.

Actividad grupal: Para finalizar una pequeña actividad grupal, en la cual cada grupo tenga por lo menos a un alumno que comprende a cabalidad el conocimiento entregado y así producir eficiencia en la conformación de dichos grupos, revisando la actividad en forma general y pido para la próxima clase los alumnos lleguen con un ejemplo cotidiano de la necesidad de calcular el área de dicha figura geométrica.

Cierre de la clase: Finalizar la clase exponiendo en forma general el conocimiento adquirido agradeciendo la participación y despidiendo cordialmente al grupo curso, aceptando el acercamiento de quien estime conveniente a aclarar algo que no le halla quedado del todo claro.

ANEXO 31

Transcripción Ricardo escenario Simulado

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 0:52,1	El estudiante se prepara, escribe algunas cosas en el pizarrón: Superficie Área. Muy buenas tardes jóvenes, mi nombre es Ricardo Ruiz, soy de la carrera de Pedagogía Media en Matemáticas, eee voy a conversar sobre el tema de área de cuadriláteros.
2	0:51,1 - 1:17,8	Pero si yo quiero hacer una visión un poco antropológica del concepto de área o superficie, ya eee, increiblemente cuando uno habla de estos temas con los alumnos, que alguna vez me tocó hacerlo en octavo básico, un trabajo bastante interesante, por las experiencias y comentarios que los mismos alumnos te pueden dar.
3	1:16,1 - 1:48,3	Entonces se presenta ese cuadro y la idea es ocupar esta superficie con adoquines. Por qué con adoquines, porque podríamos sugerir la idea de lo que se denomina teselar, ya, y aquí, increíblemente, este tema, porque justamente yo con ellos mismos estábamos viendo lo que son las transformaciones isométricas, así que hay una conexión muy interesante en este tema del área de algo, y la teselación y la transformación isométrica.
4	1:47,7 - 2:25,3	eee, por tanto ellos ya tendrían la idea de cubrir el plano con algo, ya?. Ahora, retrocediendo un poquito más, antropológicamente, el hombre, eee esta idea de superficie nació por ejemplo en los pueblos nómades, hacia el tema de territorio, mientras más área o más territorio tenían, tenían más poder. Por otro lado se hicieron sedentarios y esta idea de área cambió, y cambio hacia el tema de, por ejemplo, medir telas para su ropa, y allí nace el concepto de cubrimiento y la necesidad de una unidad de medida.
5	2:25,3 - 2:53,4	Y aquí, justamente nosotros, en este caso yo, eee comienzo el trabajo, a través de superficie, una goma eva, y cuando los alumnos trabajan, y en este caso hacen este digamos esta cuadrícula, aparece el concepto de área, tan simple como eso, superficie, área.
6	2:52,7 - 3:35,7	Interesante lo siguiente, yo voy a proponer que ellos dividan como ellos quieran esta superficie, y dieron muchas ideas, muy interesantes (aquí el estudiante habla de una experiencia personal ya vivida). Allí tenemos una idea, pero por ejemplo un alumno hizo de 3 x 5, otro alumno hizo más variado, pero el que me llamó la atención es este, el rectangular.
7	3:34,8 - 3:58,7	Pregunta: ¿esa forma de formar el área es correcta o incorrecta? le pregunto a usted por ejemplo, ¿cree que ese alumno se equivocó al hacer una digamos la

		división rectangular en el plano?, ¿en la superficie que estaba pidiendo? ESTUDIANTE: No. ¿Por qué? ESTUDIANTE: Porque fue su decisión. Exacto, lo hizo libremente.
8	3:57,8 - 4:53,1	Ahora, por qué no usamos nosotros las unidades cuadradas para calcular, por qué en vez de decir, unidades cuadradas como el centímetro cuadrado, el metro cuadrado, no usamos unidades rectangulares? ESTUDIANTE: Porque el cuadrado forma un rectángulo Por? ESTUDIANTE: El cuadrado forma un rectángulo, o sea el cuadrado es parte del rectángulo. Ya, por allí va la pregunta, y la respuesta de una alumna de octavo, impresionante, dijo "profe y si yo quisiera medir con esa media que dice mi compañera, un cuadrado, ¿voy a poder hacerlo?" Y no se puede, ¿puedo tener una medida exacta de un cuadrado utilizando una matriz rectangular? No pues. Quedo corto, me falta, me sobra. Entonces allí hay una explicación para justificar porque usamos una medida rectangular...digo eee cuadrada digo.
9	4:53,0 - 5:24,8	Entonces, una vez que ya hicimos todas estas ideas, habrán alumnos que dividieron la superficie en dos, excelente, otro que dividió casi al milímetro, hubo una variedad inmensa digamos de de divisiónes, y logramos llegar, y tuvimos que llegar a algo, a un consenso, a un acuerdo y hubo votación y estuvo muy entretenido y al final llegamos a esto, a esta medida, a la de 4 x 5, o 6?, no 4 x 6.
10	5:23,1 - 6:14,1	Por tanto, es interesante también indicarle a los chicos que en definitiva la unidad de medida que nosotros utilizamos en la superficie es netamente ponerse de acuerdo, una convención, no es que tenga que ser así. Inclusive, otra acotación que hizo una alumna, dijo profesora, profesor dijo, eee ¿por qué no ocupamos digamos la medida que viene en la regla? ¿al centímetro cuadrado? y resultó una medida muy interesante, porque ese es el que se utiliza generalmente, y corresponde, esto está al centímetro cuadrado. Ahora, cuál es el problema de trabajar esto, sí, tengo precisión, pero cuál es el problema?, de que los chicos didacticamente les cuesta mucho llegar a las conclusiones. Porque contamos cuadritos.
11	6:13,2 - 6:51,2	Entonces esta parte del objetivo que nosotros tenemos que lograr, que es, que está en dos partes a todo esto, que era deducir el concepto del área de una superficie plana. Esa es la primera parte digamos de nuestro trabajo, que ellos deduzcan lo que es primero lo que es diferenciar entre superficie y área, lo que empezamos a conversar, y lo otro, es ir dándose cuenta que esto es netamente una convención, que vamos a utilizar esto, para hacer el resto de nuestra actividad, para que se pueda entender lo que necesitamos trabajar.

12	6:51,1 - 8:10,2	Ya, y la segunda parte es la cual vamos a trabajar nosotros, determinar la fórmula del área de un cuadrilátero dado. Eeee, ¿qué caracteriza a los cuadriláteros? caballero, joven, Cristian. ESTUDIANTE: eee, no se me ocurre nada en este momento. El nombre lo dice, disculpa, cuadrilátero. ESTUDIANTE: los cuadrados. Ya, pero en general ESTUDIANTE: que tienen cuatro lados. Que tiene cuatro lados, eso es. Un cuadrilátero es una figura geométrica plana, que tiene cuatro lados, que puede ser eee los cuatro pueden ser parale...digamos paralelos dos a dos, pueden en este caso tenemos el cuadrado, el rectángulo, el rombo, el romboide, y en ese caso específico son paralelógramos, y tenemos los otros que son eee el trapecio, que es paralelo, que son digamos un par. Allí tenemos el trapecio isósceles, el trapecio escaleno, toda la clasificación. Y finalmente los deltoides que no tienen ningún digamos, eee lado paralelo, pero sí tienen cuatro lados.
13	8:09,3 - 9:26,0	Eso es importante hacer un pequeño repaso con los alumnos, porque no se acuerdan (risas), así que más que nada como para seguir la idea de lo que vamos a hacer a continuación, ya? Les voy a entregar una guía que va resumiendo un poco lo que se trabaja con ellos, ya? (reparte las guías). Si ustedes se fijan acá hay tres preguntas, que ya ustedes ahora pueden contestar tranquilamente. ¿Qué significa superficie para ustedes? , ¿qué se entiende por área?, y en conclusión, ¿son superficie y área lo mismo? Y ya ustedes pueden digamos dar una respuesta digamos diferente a la que teníamos recién cuando empezamos a conversar.
14	9:25,2 - 10:06,6	Ahora, hay un reto ahí, en el sentido de indicar que crees que es posible determinar el área del rectángulo, rombo, triángulos, trapecio a través de la plantilla que están trabajando? Eeee, una vez construido esto ya hemos establecido áreas y una unidad estándar. Por lógica uno podría responder en esta pregunta, sí, ahora sí. Porque si yo les pido con esto determinar área no vas a poder, de una figura en específica, porque no tienen nada, solamente tienen el concepto abstracto no más. Por eso digamos insisto en el tema de que al hacer esto a los alumnos ya les da una base para empezar a trabajar.
15	10:06,6 - 10:29,7	Ya, de allí se propone una plantilla, una tabla digamos, entonces se presentan digamos todos estos conceptos, rectángulo, cuadrado...quiero aclarar un punto con respecto al triángulo, que muchos me van a decir, oye no es cuadrilátero, pero es una figura base, que nos permite para...deducir varias ideas, ya. Eee rombo, romboide y el trapecio.
16	10:29,7 - 11:02,2	Eee, ahora lo interesante de esta clase, que es la última hoja que está allí puesta, significa...es...con lo que inicio digamos el reto es que podamos determinar cuál es el área de esta superficie que es la entrada que estaba conversando al inicio de la clase, ya? La idea digamos de lograr determinar el

		área de los demás, digo de los cuadriláteros, es para lograr esto. Esa es la idea, darle un objetivo, darle una misión en este caso, y esa misión es lo que vamos a hacer ahora, ya?.
17	11:01,3 - 15:54,4	(El profesor reparte el material a cada estudiante). Bueno, les entrego la goma eva para que desarrollemos esta plantilla, ya? de 6 x 4. (Escribe en el pizarrón) ¿Estamos listos con la plantilla? ESTUDIANTES: No. Dos minutos más. La plantilla con las divisiones es de 6 x 4, ya? (Los estudiantes construyen la plantilla). Ya, yo creo que estamos.
18	15:52,9 - 16:08,9	La tabla nos presenta el nombre de diferentes cuadriláteros, cuadrado, rectángulo, triángulo, rombo, romboide, y trapecio. La idea es que encontremos digamos eee encontrar el área de todas esas figuras a través de nuestra plantilla.
19	16:08,3 - 16:44,1	eee se da inmediatamente, eee que la plantilla que nosotros estamos utilizando, de qué forma es. ESTUDIANTES: rectangular. Rectangular, por tanto ya tenemos el rectángulo fácilmente, y cuánto es el área que tenemos en esta figura en este caso del rectángulo? ESTUDIANTES: 24. 24, ¿y cómo lo obtenemos? ESTUDIANTES: Multiplicando Multiplicando, qué cosa? ESTUDIANTES: lado por lado, sumando cuadraditos. Sumando cuadraditos.
20	16:43,5 - 17:33,6	Ahora, aquí hay un punto super importante en esto, entre la suma y en este caso, uno me dijo en la multiplicación. La suma es muy fácil de obtenerla, porque son poquitos. Pero que pasa cuando por ejemplo hago esto ya, de esta forma? El alumno no va a contarlos, ocuparía toda la hora. Entonces, lo interesante es que relacionemos el área con un producto del largo ... por el ancho. En este caso, l x a, y corresponde a , ¿cuánto es el largo? ESTUDIANTES: seis Seis, y el ancho, ESTUDIANTES: cuatro cuatro, y eso es 24 unidades cuadradas.
21	17:33,5 - 18:16,9	Y ya, logramos obtener digamos nuestra primera área que necesitamos en nuestra...de los cuadriláteros. Ahora, lo ideal es presentar el trozo del cuadrado, que aunque sea como

		evidente digamos, que los alumnos vean, o se vea digamos en este caso, de que corresponde a 4 x 4, y que tanto el ancho y el largo en este caso, son equivalentes, ya? Y, en este caso 4x4 y da 16 unidades cuadradas.
22	18:16,9 - 19:26,5	Acá les presento el triángulo, y aquí hay una muy buena pregunta que podemos hacer, ¿cuántos triángulos obtengo con toda la plantilla? Vuelvo a repetir. ¿Cuántos triángulos obtengo con la plantilla completa? ESTUDIANTES: dos Dos, cuántas plantillas necesito para un solo triángulo. ESTUDIANTES: una. La mitad. Muy bien, la mitad, por tanto en forma casi intuitiva, logro que el alumno entienda que largo por ancho de mi rectángulo, y la mitad, me va a dar el área, en este caso, son 24, son 12 unidades cuadradas. Y no hubo necesidad de base por altura dividido por dos. Todo ese rosario que uno escucha con respecto a la fórmula del triángulo, ya?
23	19:25,8 - 20:43,9	Ahora, yo a continuación les voy a proponer los que quedan rombo, romboide, trapecio. Los cuatro que están acá van a ...no se, eligan, rombo, romboide o trapecio...los cuatro aquí. ESTUDIANTES: ¿nosotros cuatro? Exacto. ESTUDIANTES: romboide. (el profesor reparte material). El rombo, ustedes...(el profesor reparte material).
24	20:43,9 - 21:20,5	Ya. Les voy a sugerir una figura con respecto al romboide (entrega una figura), para que... Eeee, ¿quién les tocó rombo?...yo les sugiero esta figura. ESTUDIANTES: ¿y lo hacemos con nuestra figura o con esta? Sí, utilizando esa. Y me quedaría la ...el trapecio, eso quiero decir.
25	21:19,6 - 22:23,6	(Los estudiantes comienzan a trabajar, y el profesor supervisa el trabajo) La idea digamos, antes de hacer el rombo, romboide, trapecio, es que ustedes como grupo me indiquen eee cuál es el área que obtuvieron, y cómo lo obtuvieron, esa es más o menos la idea.
26	22:22,6 - 22:42,6	La idea es que no recorten la plantilla, sino que recorten la goma eva que yo les pasé nueva, ya, por si acaso. La plantilla es nuestra base sobre lo que vamos a construir.
27	22:42,5 - 25:35,6	(El profesor se pase observando el trabajo de los estudiantes y hace comentarios generales) ¿Estas trabajando con esta? ¿Qué tipo de triángulo es? debe ocupar toda la plantilla.

28	25:35,5 - 26:36,8	ESTUDIANTES: Tenemos el total aquí, sería 4x5. Pensemos que tenemos la plantilla completa. ESTUDIANTES: Si pues, este equivale a esto, al quitar queda la figura. No es mala la idea. Pero supongamos que tenemos la plantilla completa, porque claro hay administrar la cantidad de información que le entregamos a otras personas. La idea es que lo saquemos del original, ya? Entonces armemos la figura original. Ya, obtengo esta figura, y...juntámos, y obtenemos eso. ESTUDIANTES: Sí, es cierto. Ven las áreas allí? (los estudiantes asienten)
29	26:36,8 - 28:58,6	(Continúa revisando) Ya, como van ustedes? ¿Por qué? Digamos no desecharon esos trozos. (el profesor observa de manera relajada el trabajo de las alumnas, les da una indicación diciendo que elijan a un representante para que pase adelante a explicar su trabajo).
30	28:57,0 - 30:13,1	(Le pide a un grupo de estudiantes, que cuando pasen adelante tengan presenta la plantilla) en que aparece nuestra unidad de medida, entonces al aumentar la cantidad de corte sí, porque también es una respuesta equivalente o una forma distinta, pero en una primera instancia, lo ideal es la totalidad de la plantilla porque eso es lo que sabemos, a eso quiero llegar digamos. Ahora, les parece razonable? o encuentran que la respuesta de ustedes no es muy válida? ESTUDIANTES: sí , está bien. Sería necesario poner esta cantidad.
31	30:12,1 - 31:56,9	Cuánto les dio el primero, 12, que se entiende entonces la mitad de la plantilla. Puedes establecer eso. Quiero otra respuesta. (la estudiante muestra gráficamente una segunda respuesta). Otra idea? Tu tenías una muy buena idea, muy buena idea, pero la idea era ocupar la plantilla. Continúa con la idea. (la estudiante muestra gráficamente su propuesta) (hay un diálogo):
32	31:56,8 - 32:33,6	ESTUDIANTES: Pero puede ser que ambos son 12. (pone un rombo encima de otro) Ya, ahora, un poco lo que hicimos denantes con respecto del triángulo. El triángulo que lo recorte y lo acomode de una manera, con un solo con una sola plantilla que medÍ. En este caso, con una plantilla, cuántos rombos puedo medir? ESTUDIANTE: dos. Por tanto cuánto equivale un rombo? Lo mismo que había sacado de otra

		forma.
33	32:32,2 - 33:56,4	Ya, quiero un representante de romboide por favor, Cristian. Bueno, Cristian está con nosotros esta tarde y nos va a presentar el trabajo con su grupo del romboide. Por favor. ESTUDIANTE: Al recortar el romboide, sobran estas dos esquinas, al tomar estas dos piezas acá, y al unirlas, nos damos cuenta que las dos piezas juntas hacen una hacen el lado lateral del rectángulo. Ya, y a cuánto equivale eso ya? ESTUDIANTE: y eso equivale a cuatro cuadraditos, entonces para saber el área del romboide, nos damos cuenta que ya no es 6x4, sino que es 5x4 porque le restamos los 4 cuadraditos que estaban acá, al lado lateral, izquierdo del.. Eso nos da un área total de... ESTUDIANTE: de 20. De 20 unidades cuadradas. ESTUDIANTE: Eso es todo, muchas gracias No, muchas gracias a ustedes.
34	33:55,3 - 34:24,9	Interesante darse cuenta que tradicionalmente se ha enseñado que el área del romboide es base por altura, ya?. Esta forma digamos de demostrarlo, desde el punto de vista de la plantilla, no es necesario usar ninguna fórmula, ya? Es el ancho x el largo.
35	34:23,8 - 35:32,2	Un representante del trapecio por favor, Georgina Georgina representa al grupo del trapecio, y nos va a explicar lo mismo que el primer grupo cómo obtuvieron, si es que obtuvieron, el área del trapecio. ESTUDIANTE: Ta, de la misma forma cuadriculamos el trapecio, y nuestra idea de obtener el área es cortar aquí, y desplazamos lo que cortamos aquí, aparece ahi, y forma un rectángulo de 4 x5 que también da b. Bien. Ya, utilizando en este caso la misma idea... ESTUDIANTE: utilizando... Ya, sacando el pedazo y acomodando ESTUDIANTE: exacto. Muy parecido a lo que hicieron en el rombo. ESTUDIANTE: sí. Nadie se copio cierto (risa)...no, ya. Muchísimas gracias.
36	35:32,4 - 36:31,6	Y finalmente, el rombo. Rápido para que no... ESTUDIANTE: Ya, lo voy a poner así... Le voy a ayudar, para que lo pueda... ESTUDIANTE: Se supone que la parte de abajo de nuestra base es igual al rombo, entonces nosotros al cortarla descubrimos que el...cómo se llama esto?...la plantilla, La plantilla ESTUDIANTE: eee pueden salir dos rombos, entonces por ende, es parecido a

		lo del triángulo, y la superficie sería 12, por que lo... Por la mitad digamos de la plantilla. Muchísimas gracias... ESTUDIANTE: Bárbara Bárbara, que nos acaba de explicar. En este caso muy parecido a la idea del triángulo, ya?
37	36:31,2 - 37:55,6	Ya, eee vieron que no tuvimos que ocupar absolutamente ninguna fórmula matemática, ninguna, por tanto, nosotros sí podemos llegar a las fórmulas matemáticas, pero trabajando con esta idea con los alumnos. Cuál es la fórmula del rombo para sacar su área? la que saben ustedes? ESTUDIANTES: por Pi. Pi (risas). ESTUDIANTES: las diagonales multiplicadas por dividido por dos. Lass diagonales, digamos diagonal mayor que va a ser una D mayúscula, por la diagonal menor, dividido dos. Si nosotros nos damos cuenta aquí un detalle, la diagonal mayor equivale a qué lado. ESTUDIANTES: al largo Al largo, y la diagonal menor...al ancho. Es otra forma digamos de mostrar a los alumnos, para que se den cuenta, en este caso, de la fórmula del rombo, y no memorizársela. Eso es muy interesante. Diagonal mayor, que corresponde al ancho, por...el largo, por ancho diagonal menor, dividido por dos. Y acabamos de darnos cuenta de que un rombo se obtiene con la mitad de la plantilla.
38	37:55,3 - 38:13,5	Ya. Finalizando esta clase, el reto que se le proponía a los alumnos era determinar esta área, ya? Yo vi a alguien haciendo...ahí, usted, que hizo algo. ESTUDIANTE: Cuadriculé Cuadriculó. Muy bien.
39	38:13,4 - 39:19,3	Ahora, cuál es el problema del cuadriculado que estamos trabajando, y aquí es muy interesante que cómo el cuadriculado que nosotros estamos utilizando, que es un cuadriculado que a nosotros se nos ocurrió ponernos de acuerdo, bueno en este caso yo se los sugerí. Eee, me permite a ciencia cierta de saber el área de esto que estoy queriendo calcular? Sí? bueno. ESTUDIANTE: ese cuadriculado no más. Ese cuadriculado no más. Qué me da? Me da una aproximación, cuánto será más o menos?, así al ojo. ESTUDIANTES: 14. Quince aproximadamente, catorce, si creo que...por tanto, y allí está lo interesante cuando se conversa el tema de cuando se utiliza una unidad de medida más pequeña...una superficie en este caso, el centímetro cuadrado, el centímetro cuadrado, eee 20x30, yo aquí ya puedo hacer una...una mejor

		aproximación, inclusive hasta un resultado más exacto, ya?
40	39:18,8 - 39:59,6	Y aquí es donde entra todo lo que recién hemos conversado. Puedo representar a la parte superior como un rectángulo, que en este caso sería 7 x 30, serían 210 centímetros cuadrados. Tengo acá un cuadrado, de 6x6 que son 36, ya? Y finalmente el área del trapecio, y aquí tengo otra propuesta, para sacar el área, del trapecio, (desprende un trozo de la plantilla) que en este caso sería de 7x18, sino me equivoco, ya?, aquí tengo el torpedo, 126.
41	39:59,6 - 40:37,6	Entonces, esto también fue una idea de un alumno, increiblemente, dijo, profe, separamos digamos las áreas de los cuadriláteros, como lo hemos aprendido y calculamos cada una de esas figuras, y después sumamos. Y allí obtenemos la cantidad completa. En este caso vamos a suponer que de eso equivale a un adoquín, ya? y lograremos tener la cantidad total de adoquines, y cumpliremos con la actividad que teníamos planificada, digamos para que los alumnos pudieran entender cuál era la utilidad de sacar el área de estas figuras. Muchísimas gracias Fin.

Alumno: Ricardo Ruiz Lavín.

Nombre de la Unidad

Área de los cuadriláteros

Objetivo de Aprendizaje.

Desarrolla y aplica la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

Objetivo de Aprendizaje Transversal.

Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad para resolver problemas matemáticos.

Dimensión: Socio-Cultural.

Conocimientos previos.

- ✓ Operaciones aritméticas elementales.-
- ✓ Rectas paralelas y perpendiculares.-
- ✓ Triángulos según sus lados; según sus ángulos y elementos característicos.-
- ✓ Clasificación de los cuadriláteros.-

Conocimientos, habilidades y actitudes

- ✓ Reconocen que el área de un triángulo se obtiene por dividir un cuadrilátero por una de sus diagonales.
- ✓ Formulan verbal y simbólicamente la regla para calcular el área de paralelogramos.
- ✓ Descomponer concreta o pictóricamente un paralelogramo en dos triángulos con el mismo contenido, verificando que el área de un triángulo se calcula como la mitad de un paralelogramo, con la misma base y altura.
- ✓ Descomponen concreta o pictóricamente un rombo en cuatro triángulos con el mismo contenido, verificando que el área de un rombo se calcula con la mitad de un paralelogramo con la misma base y altura.
- ✓ Descomponen concreta y pictóricamente un trapecio en dos triángulos con distinto contenido, verificando que el área de un trapecio se calcula como la suma de un rectángulo y dos triángulos vistos.
- ✓ Resuelven problemas geométricos y de la vida cotidiana, cuya resolución requiere calcular áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios.

Objetivo de Aprendizaje.

Desarrollar y aplicar la formula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

Indicadores

Resuelven problemas geométricos y de la vida cotidiana cuya resolución requiere calcular áreas de los triángulos paralelogramos y trapecios.

Objetivos de la clase

- Deducir el concepto de área de una superficie plana.
- Determinar la fórmula de área de un cuadrilatero cualquiera.
- Calcular el área de figuras compuestas por triángulos, trapecios y paralelogramos.

CASO 3)

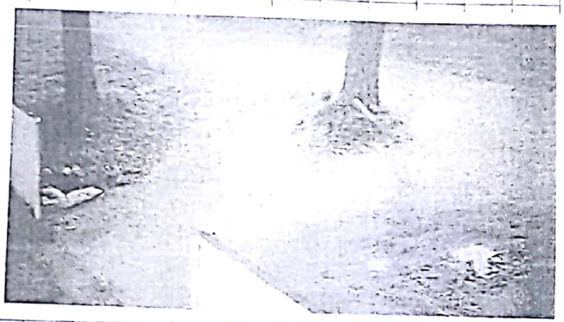
Clase N° 1.

Objetivo de la clase

Deducir el concepto de área de una superficie plana.

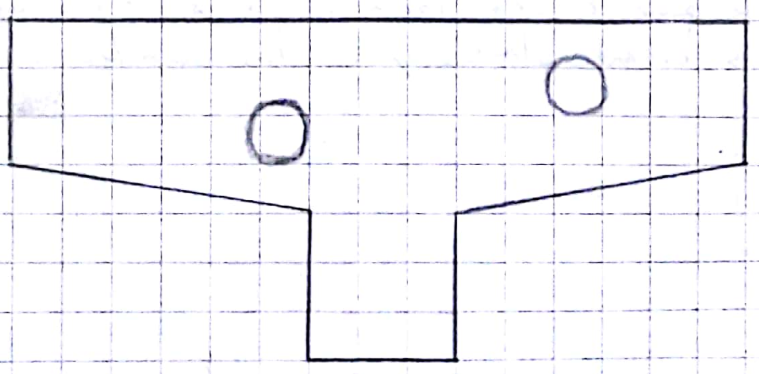
Inicio

Comienza la clase con la presentación de una situación problemática que consiste en mostrar la fotografía del acceso principal de un recinto que desea pavimentar utilizando adoquines.



Lo que se desea lograr como resultado final.

A continuación se entrega una guía con el croquis de la superficie a pavimentar:



Luego se les hace una serie de preguntas orales a los alumnos y que ayudarán a presentar el tema.:

1. ¿Qué entiende por superficie?

2. ¿Qué entiende por área de una superficie?

3. ¿Qué unidades de medida conocen ustedes para expresar áreas?

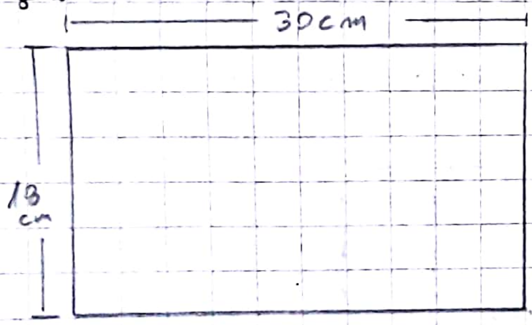
4.- ¿Qué método (s) conocen y que creen ustedes que permitirían calcular el área de este acceso al recinto?

Ahora si se indica que con 40 piezas de adoquines se puede cubrir un metro cuadrado de terreno.

5. ¿Cómo podemos calcular cuántas piezas de adoquines totales necesitamos para cubrir el acceso del recinto?

Desarrollo

Se procede a entregarles una pieza de goma eva, cuyas medidas son de 18 cm por 30 cm, a cada alumno (como la de la imagen

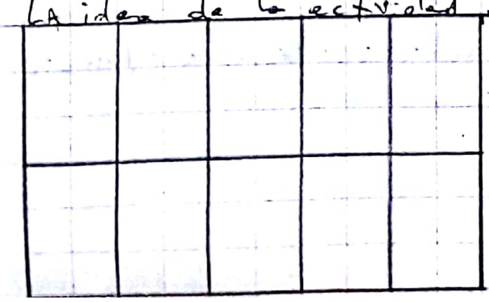


Se les solicita que cuadriculen esta pieza utilizando figuras geométricas congruentes tales como rectángulos, cuadrados, etc. Es importante que cubran toda la pieza, para ello se sugieren los siguientes cuadriculados y de los cuales deben elegir solo uno de ellos.

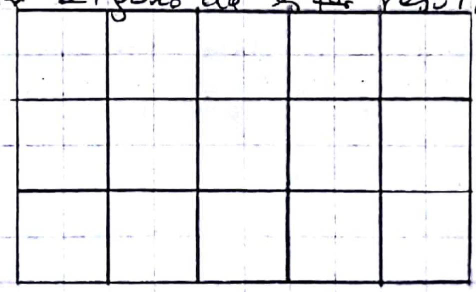
cuadricula 3x3 cuadricula 4x4 cuadricula 5x5 cuadricula 6x6 cuadricula 8x8

La idea de la actividad es obtener alguno de estos resultados.

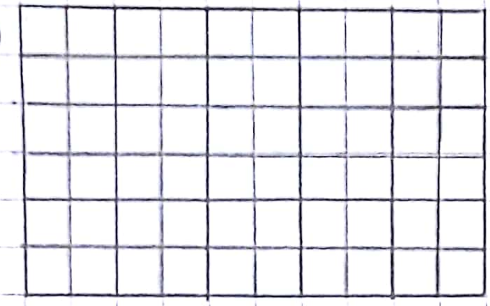
Caso 1)



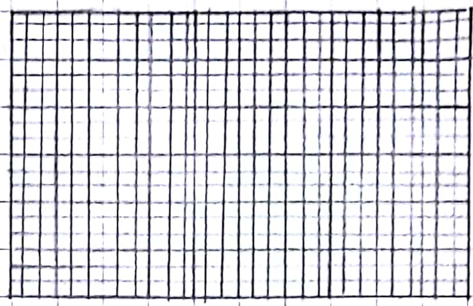
Caso 2)



so 3)

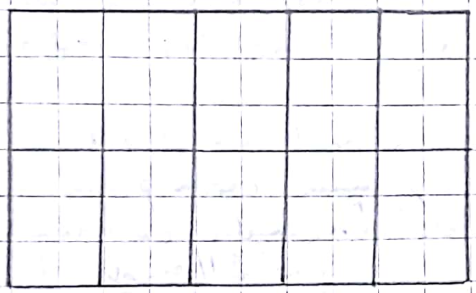


Caso 4)



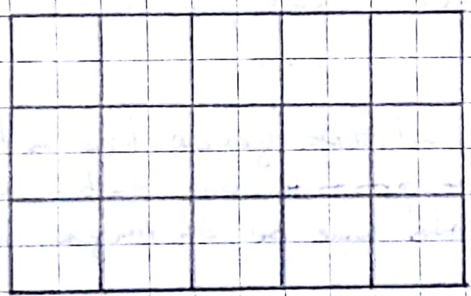
Estos resultados se procede a analizarlos junto al curso

Caso 1)



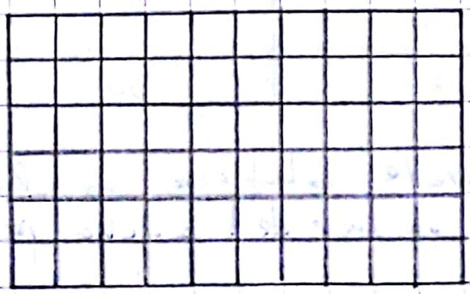
Este patrón es una división rectangular y que corresponde en este caso a 10 unidades rectangulares de área.

Caso 2)



Este patrón es una división cuadrada y que corresponde en este caso a 15 unidades cuadradas de área.

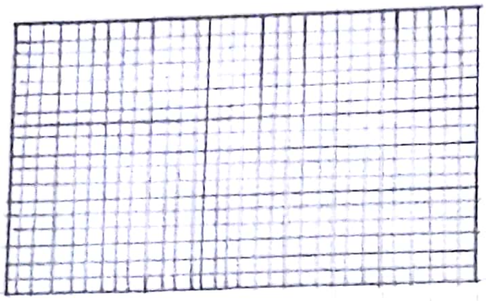
Caso 3)



Este patrón número 3 es también, una división cuadrada y que corresponde a 60 unidades cuadradas de área
Hay que destacar que es más difícil contar, una por una, la cantidad total de unidades cuadradas y es pertinente preguntar de qué forma se podría obtener este

valor de forma más rapida.

CASO 4)



Es evidente que en este cuadriculado es mucho más difícil de obtener la cantidad total de unidades cuadradas sólo contándolas.

Por tanto, se sugiere contar la cantidad de unidades cuadradas del ancho y que corresponde a 18 uu y así mismo la cantidad de unidades cuadradas del largo y que resultan ser 30 uu, por ello el total de cuadraditos es 18 × 30 = 540 uu².

Se sugiere verificar esta cantidad total en el caso 4 con tarjeta.
Asimismo verificar que se cumple lo mismo en los casos 2) y 3)

La idea es que cada alumno generaliza este resultado y para visualizar ello se presenta una tabla donde se puede vaciar los resultados que se obtengan en cada situación creada por los alumnos

Número de cuadrados contados	Número de cuadrados que corresponde al ancho	Número de cuadrados que corresponde al largo	Producto de ancho × largo
15	3	5	3 × 5
60	6	10	6 × 10
⋮			
540	18	30	18 × 30

En definitiva se puede establecer que el área de las plantillas es igual al producto del ancho por el largo de tales plantillas.

Cierre

Los estudiantes realizan un parafraseo donde se revisará lo aprendido en clase y se aclaran dudas sobre lo visto en la clase del día y finalmente se establece el siguiente enunciado:

"El área permite asignar una medida (o número) al tamaño de una superficie, y se expresa en forma matemática en unidades de medida denominadas unidades de superficie."

Clase 2.

Objetivo de la clase

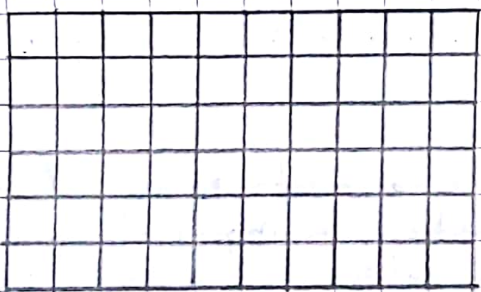
Determinar la fórmula de área de un cuadrilátero dado.

Inicio

Se da comienzo a la clase haciendo una retroalimentación de lo visto la clase anterior. Se da a conocer el objetivo de la clase, el que escriben en el cuaderno.

Antes de comenzar la clase se elegirá junto a los alumnos un patrón común de cuadriculados, dando razones para seleccionar el más adecuado, el cual se utilizará en la siguiente actividad.

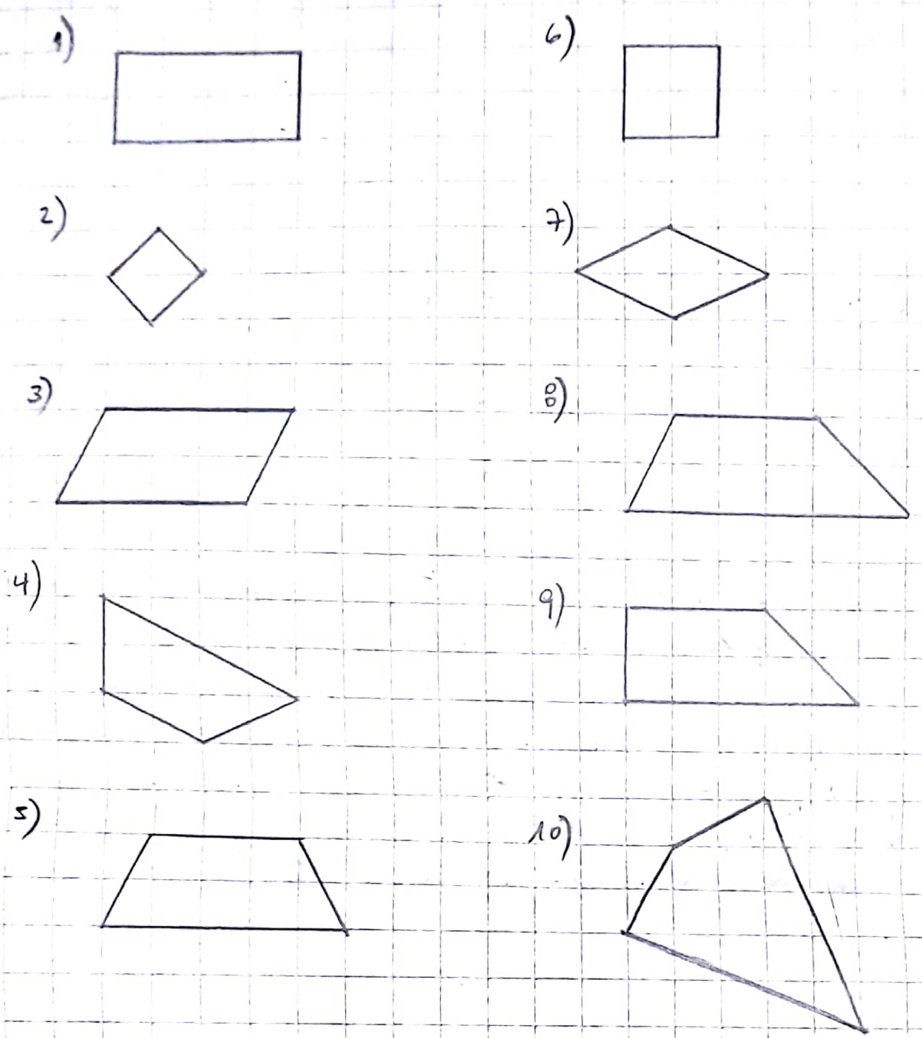
En este caso se recomendará el de $60u^2$



La razón que justifica la elección es considerar un patrón universalmente aceptado, estableciendo una comparación de igualdad, de orden y de número. Es decir, asociar los siguientes atributos:

1. magnitud.
2. unidad.
3. precisión o grado de incertidumbre.

A continuación, se hace un repaso de los cuadriláteros indicando sus características y clasificación a través de una proyección de la imagen siguiente:



La idea es activar los conocimientos previos de los alumnos y mencionar la característica más importante que permite clasificarlos dentro de los polígonos: que los cuadriláteros son figuras de cuatro lados y si estos lados son paralelos o no entre sí y esto permite clasificarlos en.

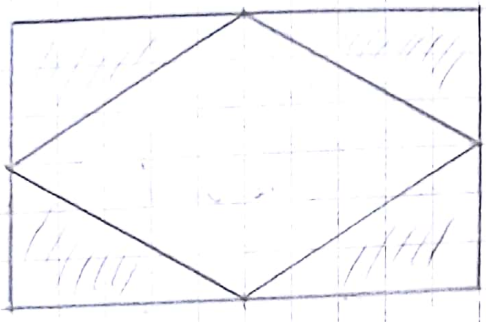
1. Paralelogramos
2. Trapecios
3. Trapezoides

Desarrollo

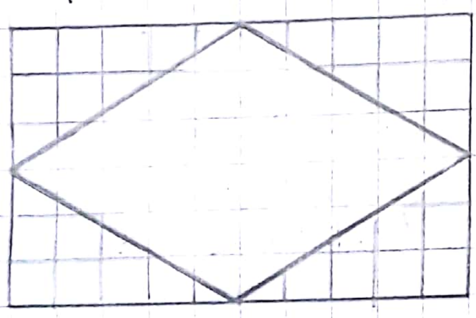
Utilizando la conclusión obtenida en la clase anterior de que el área de la plantilla es igual al producto del ancho por el largo de tal plantilla. Se derivará entonces que el área de un rectángulo se puede expresar de la misma forma porque las plantillas corresponden a formas rectangulares y por tanto, generalizar que el área de un rectángulo se puede expresar como:

$$\boxed{\text{Área del Rectángulo} = \text{Ancho} \times \text{Largo}}$$

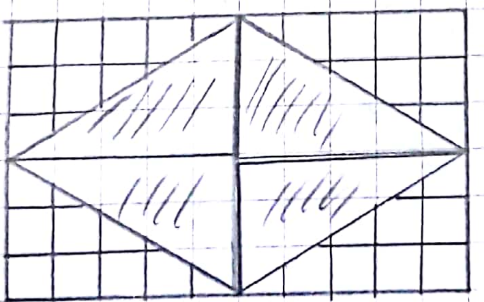
A continuación se presenta otro cuadrilátero, en este caso, un rombo y se solicitará que recorten los triángulos que "sobran" en las esquinas.



Una vez que se recorten los cuatro triángulos se acomoda el rombo original en la plantilla cuadriculada usada de patrón



Finalmente se acomodan los triángulos sobrantes dentro del área del rombo como lo indica la figura.



Ahora se orienta al alumno respecto de que en el área de la plantilla caben dos rombos (el rombo original más los cuatro triángulos sobrantes) y por tanto para determinar el área de un solo rombo, esto corresponde a la mitad del área de la plantilla.

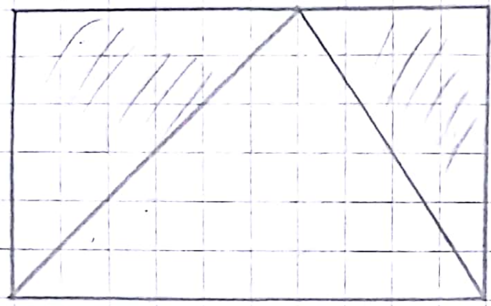
Como el área de la plantilla es $60\ uu^2$ entonces el área del rombo es de $60/2 = 30\ uu^2$

Más aún podemos destacar que el área del rombo equivale al producto de la diagonal mayor (que es igual al largo de la plantilla) y la diagonal menor (que es igual al ancho de la plantilla) y finalmente dividido por dos.

$$\frac{\text{Largo} \times \text{Ancho}}{2} = \frac{\text{Diagonal Mayor} \times \text{Diagonal Menor}}{2}$$

$$\frac{10 \times 6}{2} = \frac{10 \times 6}{2} = 30\ uu^2$$

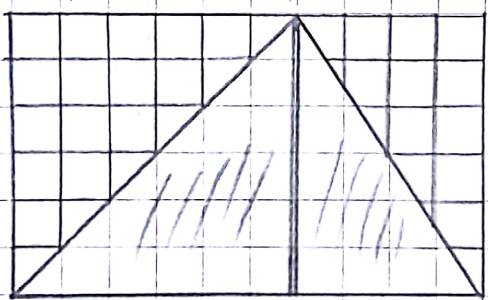
Ahora determinaremos el área de un triángulo con la plantilla de goma eva.



Para ello volvemos a recortar los triángulos sobrantes y se vuelven a acomodar dentro de la figura del triángulo

¿Cuánta plantilla necesito para construir un solo triángulo?

Por lo tanto, como en forma equivalente al rombo, se descubre que el área del triángulo corresponde a la mitad del área de la plantilla

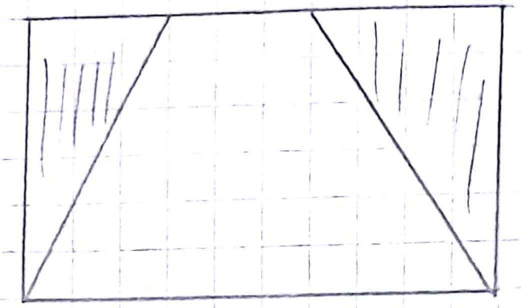


En forma similar se puede hacer corresponder la base del triángulo con el largo del rectángulo y la altura con el ancho del rectángulo.

$$\frac{\text{Largo} \times \text{Ancho}}{2} = \frac{\text{Base del triángulo} \times \text{Altura del triángulo}}{2}$$

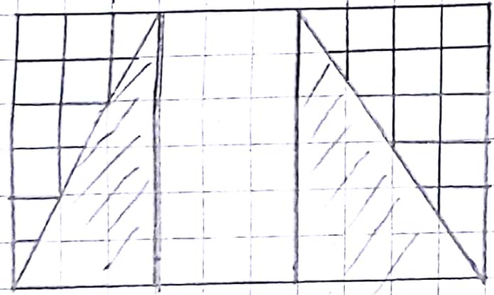
$$\frac{10 \times 6}{2} = \frac{10 \times 6}{2} = 30\ uu^2$$

A continuación se propone determinar el área de un trapecio



Se inserta el trapecio en la plantilla cuadriculada y se procede a hacer los cortes respectivos en los triángulos que "sobran"

Se ubican los triángulos sobrantes y se calcula el área que corresponde al cuadrilátero estudiado.



Se puede establecer que el área que resulta del trapecio consta de la suma de tres áreas:
dos triangulos y un rectangulo.

Como sabemos el triangulo menor tiene un área de $\frac{3\times 6}{2} = 9uu^2$.

Por otro lado, el triángulo mayor tiene un área de $\frac{4\times 6}{2} = 12uu^2$

Finalmente el área del rectángulo es de $3\times 6 = 18\ uu^2$

Lo que, en definitiva va de un área del trapecio de
$9 + 12 + 18 = 38\ uu^2$
Comparar este resultado con el algoritmo siguiente

$$\text{Área de trapecio} = \text{Altura} \times \frac{(\text{base mayor} + \text{base menor})}{2}$$

Cierre

Los estudiantes realizan un parafraseo donde se revisará lo aprendido en clase y se aclaran dudas sobre lo visto en la clase del día. Se vuelve a la problemática inicial y se pide que den una solución en función de lo aprendido.

ANEXO 33

Transcripción Ricardo Escenario Real Clase 1

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 2:00,5	Profesor Oficial: Buenas tardes jóvenes. ALUMNOS: Buenas tardes profesor. Profesor Oficial: Saluden al profesor. ALUMNOS: Buenas tardes. Profesor Ofical: Da instrucciones iniciales.
2	1:59,1 - 3:50,0	Ya, la clase de hoy día será sobre área de cuadriláteros ALUMNO: Profe, ésto es geometría? Geometría. Ya, para apoyarnos les entregaré una guía de trabajo, importante que le coloquen su nombre por favor (entrega guías a los alumnos). Profesor Oficial: Pregúntenle al profesor chiquillos, el profesor va a estar dando la clase ahora, ya? la idea de esto es que el profesor va a hacer la clase. Importante que le coloquen el nombre, ya? Profesor Oficial: Apaguen los celulares por si acaso chiquillos. Se mantienen en silencio por favor.
3	3:49,2 - 4:58,8	Ya, si ustedes ven su guía de trabajo, el aprendizaje que vamos a lograr hoy día es desarrollar y aplicar la fórmula de área de triángulos, paralelógramos y trapecios. Por tanto lo primero que vamos a hacer va a ser desarrollar esta idea, porque nosotros primero tenemos que precisar una cosa bien en concreto. Quiero que vean su fotografía, que ustedes, no se si se ve clara en la guía, ya?, de qué se trata?, qué da a entender esa fotografía? ALUMNA: Un parque Ya, un parque... y un parque que está como descuidado ALUMOS: Sí, hay que pavimentar. Ya, eso es importante, y lo que se quiere hacerlo es pavimentarlo, con adoquines, según lo que dice el texto ahí, por tanto se quiere hacer un trabajo, se quiere, digamos, pavimentar, ya? Estamos llegando al verano, ustedes se están dando cuenta, están arreglando sus casas, están arreglando las avenidas, se está terminando de arreglar Talcahuano por ejemplo, y para eso, para eso necesitamos saber algo, y en específico es lo que estamos viendo acá, y si ustedes se fijan más abajito hay un croquis que nos destaca lo que se quiere hacer, ya?
4	4:57,3 - 8:47,2	Ahora, a la siguiente página, hay una pregunta qué dice, qué se entiende por superficie, por ejemplo usted, qué entiende usted por superficie?

		ALUMNA: Eee, un lugar donde... que ocupa un objeto. Ya, un lugar que ocupa un objeto. Pablo qué crees tú que es superficie. ALUMNO: La cantidad de espacio que ocupa... La cantidad de espacio que ocupa... algo, ya? Quién más tiene otra idea? ALUMNA: El área. Por ejemplo, después viene otra pregunta que dice qué entiende por área. Será lo mismo? ALUMNO: No. No será lo mismo?, por ejemplo voy a dar una idea, por el partido de fútbol de ayer, dice la falta fue en el área chica, están hablando de una superficie? están hablando de qué? ALUMNOS: Una superficie, un segmento. Un segmento, ya. En general yo creo que todos creen que es lo mismo, o no? ALUMNOS: No, no, no. Superficie, área. Si no es lo mismo, qué los diferencia entonces? qué diferencia una superficie de un área? ALUMNO: Que el área es lo de adentro y la superficie es lo de afuera. La superficie es lo de afuera, de un objeto, y el área lo que está adentro, ya? Qué otra idea más? Porque si fueran lo mismo se llamarían igual, cierto? entonces la pregunta digamos que tenemos hasta este instante es... por qué son diferentes, por qué las llaman de diferentes maneras, ya? Ahora una pregunta que igual podríamos hacernos tienen alguna relación entre ellas en el sentido que...? ALUMNA: Sí Sí? ALUMNA: El área es la superficie que ocupa un... Generalmente lo ocupamos para por ejemplo, hablar de la cantidad de tela que se necesita para hacer un tejido, una... o algo en específico, si queremos pintar por ejemplo para una pared. Siempre en esas áreas en esas situaciones generalmente nosotros vemos el tema de área y de superficie, ya? Entonces lo importante es destacar lo siguiente, que sí están relacionadas, pero que no necesariamente se refiere a que están dentro o fuera, es porque es una situación bien sutil, bien diferente. Por ejemplo, ustedes han escuchado acaso de unidades de área? ALUMNOS: Sí. ejemplo ALUMNA: metros cuadrados. Metros cuadrados, ¿qué otras unidades? ALUMNA: Centímetros cuadrados. Centímetros cuadrados, y se abrevia así, cierto? centímetros cuadrados. Qué otra más.

		ALUMNO: Milímetros cuadrados. Milímetros cuadrados, bastante pequeñita esa medida, y bueno aquí hay otra que les voy a mencionar, y lo que es por ejemplo, la pulgada cuadrada, que es la que se utiliza en el sistema inglés, o anglosajón, ya? Por tanto tenemos varias formas de determinar esto.
5	8:47,2 - 11:18,5	Ahora, cómo harían ustedes, por ejemplo, si tuvieran que medir una superficie o un área, porque todavía no sabemos bien cuál es la correcta o cuál es la que corresponde, cómo lo harían?. Por ejemplo, si les tocara en la casa y tienen que hacer un arreglo, y les dicen, les dicen, ayúdanos a medir aquí para ver esta superficie a arreglar, como lo harían en la casa. ALUMNO: Mediría el largo, luego el ancho y los multiplicaría entre sí. Toman una medida de un largo y un ancho, y... y hacen digamos lo que se... pero eso se supone si la, por ejemplo fuera un patio y tuviera digamos una forma, digamos, lo más geométrico posible, pero si no fuera así., si fuera como más, como el caso de la figura, que es lo que tiene la figura que les mostré. Se dan cuenta que no es tan fácil para hacer ese cálculo así rápido, tiene que haber una forma digamos más como común para poder ver esas situaciones como las que tenemos acá, que no, permiso, de aquí no puedo tomar un largo o un acnho, porque la figura digamos no es, no es regular. Que debiera hacer en ese caso, qué creen ustedes. ALUMNO: Medir cada lado? Cómo. ALUMNO: Medir cada lado. Medir cada lado. Que otra forma? Gracias. Qué otra forma? Una vez que ya han medido cada lado, qué pueden hacer. ALUMNO: Sumarlos. Ya, y de ahí? sumar. ALUMNA: Reducir términos semejantes. Eee, no asumamos que lo hagamos tan matemático, sino que vamos como en la vida cotidiana que es lo que hace, por ejemplo, un maestro, por ejemplo, que quiere arreglar un parque en este caso o que quiere hace este mismo trabajo, el que está presentado acá en cada una de sus guías, cómo lo haría el maestro, ya? Su compañero ha dado una idea, que el maestro va a medir cada lado, y después sumará, ya?, Ahora lo interesante es lo siguiente que es lo que yo quiero proponerles, digamos, que hoy día encontremos ese método y podamos medir esa superficie que estamos, que está digamos en la guía destacada, que es el tr...

6	11:18,4 - 14:46,5	Para ello, vamos a partir primero con una actividad que les voy a entregar ahora que es con goma eva, eee trajimos tijera así que no se preocupen por eso, si es que no han traído, pero lo ideal es que anden con lápiz o con regla, también en todo caso trajimos, así la idea es que ustedes, como lo van a hacer, se les va a entregar un trozo de goma eva y ustedes tiene que cuadricularlo, cómo es eso? hacer cuadraditos, del tamaño que ustedes crean, pero la idea es que les alcance justo en el tamaño de la goma eva, ya? Yo en todo caso voy a ir orientándolos cuando se trabaje individual. Espérenme... (el profesor reparte el material).
7	14:45,5 - 15:19,7	La idea, voy a repetirlo, es que tienen su goma eva, y la dividan, bueno pueden, bueno, si quieren ustedes pueden elegir lo ideal es que sean cuadrados. Pero si alguien quiere hacer rectángulos, lo puede hacer, no todos, no todos, y la idea es que dividan, dividan de tal manera que ocupen toda la goma eva, ya?, eso es lo importante que necesito, que no les quede un espacio chiquitito... ALUMNA: (hace una pregunta) Lo que tu creas y estimes en función de las medidas.
8	15:18,5 - 20:16,8	Los alumnos comienzan su trabajo y el profesor da instrucciones respecto al trabajo que hay que realizar. La idea es que vayan completando con cuadraditos. Bueno, lo ideal es que ocupen toda la goma eva, pero si quieres hacerla grande, no hay problema. Dudas? ALUMNO: Pero de a cuatro también puede ser. Eee, no, la idea es que lo dejes en la mitad.
9	20:15,7 - 20:23,0	Profesor Oficial: Recuerden que es el profesor quien les tiene que ayudar, el profesor Ricardo.
10	20:22,8 - 23:02,5	(El profesor continúa supervisando y dando instrucciones individuales respecto de la construcción).
11	23:01,9 - 25:20,9	Dos minutos más para terminar por favor, la idea es que para que avancemos, ya están casi todos terminando ya.
12	25:19,5 - 29:09,2	Ya, ya vi que están todos, la gran mayoría terminando, vamos a seguir con respecto a este tema. Eee, si se dieron cuenta, lo primero, la gran mayoría eee se dio cuenta de que podían dividir esto utilizando, como les dije yo cuadrados o rectángulos, como es el caso de su compañera que dividió con rectángulos, no hay ningún problema, no tuvo practicamente que recortarlo, es muy pequeño, por tanto esta superficie, digamos, que es la común para todos nosotros, este pliego digamos de goma eva que es común

		para todos nosotros, se puede dividir con eso. Esto nos puede dar un indicio hacia lo que queremos diferenciar entre superficie y área, cierto? Otra compañera dividió así, ya? Digamos, en definitiva, lo consideramos eee no se hayan recortado nada. Estas dos superficies son iguales, qué cambia? ALUMNOS: el área, la forma en que están divididas. En la forma en que están divididas, ya? Por tanto ya podemos hacer una diferencia en función de esto de lo que es superficie y área. La palabra superficie es como una palabra general, como decir, aire, libertad, todos esos conceptos digamos que son abstractos. En este caso la palabra superficie es la idea que nosotros tenemos de un contorno, de un límite, ah?, y área es distinto, qué tiene de diferente el área?. ALUMNOS: Los espacios los de adentro? Ya, y que podemos hacer con los espacios que están acá adentro? ALUMNA: Que se pueden medir. Se pueden medir, y medir, qué significa? Por ejemplo, si ustedes me preguntan, cuántos rectángulos hay aquí? ALUMNA: 17, 16... Por qué? ALUMNA: Porque los contamos. Porque los contamos. Por tanto que yo podría decir con respecto al área? ALUMNOS: Que miden, que son distintos cuadrados, que se pueden contar. Que se pueden... una de sus... dime, dime... ALUMNA: Que en la superficie no se puede usar una fórmula. Ya? Eso lo vamos a ver un poquito más adelante. Lo que quiero dejar claro es lo siguiente, que ustedes más o menos lo tengan claro para distinguirlo de cuando decimos superficie de cuando decimos área. Que la superficie cuando yo la puedo contar, es un área. Eso es. Pero hay un problema, cuál es el problema que ustedes están viendo aquí? ALUMNOS: Que son diferentes, que son diferentes. Y cómo vamos a ponernos de acuerdo entonces cuánto es el área de esta goma eva? ALUMNA: Contándolos. Porque por ejemplo, su nom Esabre? ALUMNA: Martina Martina. Yo puedo decir que Martina dividió muy bien esta superficie y esta es el área correcta. Pero qué pasa con esto? También está correcto, por tanto una cosa muy interesante, que nos tenemos que poner de acuerdo. Porque su compañero dividió genialmente esta goma eva a la mitad, y no está mal, porque justamente también él dividió y si usted le preguntan, cuánto mide esto? dos, dos rectángulos? dos rectángulos mide. Entonces, importante ese detalle que aún cuando la superficie es común para

		todos nosotros, cuando hablamos de área nos tenemos que poner de acuerdo, y cómo nos ponemos de acuerdo?, fijando una unidad de medida de superficie, que en este caso van a hacer los cuadraditos, ya? Esa es la pequeña diferencia entre el tema de la superficie y el tema del área, ya?
13	29:08,4 - 30:02,2	Pero nosotros tenemos que lograr esto, encontrar áreas de cuadriláteros. Ya, y aquí quiero que hagan un poco de memoria y utilicemos la siguiente guía, ah, ahí al final de su guía hay un cuadradito, me gustaría que ustedes anotaran, en el caso por ejemplo, de Martina, que ella anote por ejemplo que los números de, bueno en el caso de ella no es cuadrado, pero lo podemos respetar como rectángulo, igual es rectángulo, y ella va a contar cuántos rectángulos hizo, ya? Aquí va a costar un poco más... por favor..., y lo otro es que vean a su otro compañero que hicieron otras medidas, otras divisiones, y completemos la tabla ahí, ya?
14	30:01,8 - 33:44,9	(El profesor comienza a preparar material para la actividad siguiente, mientras los alumnos completan lo pedido). ALUMNO: Aquí hay que completar con que otra. En el compañero allí sentado, que para más o menos tomen los datos. (El profesor supervisa el trabajo de los alumnos).
15	33:43,7 - 38:00,6	Ya, ahora lo que vamos a ver una vez que todos los compañeros han hecho, la gran mayoría ha hecho un cuadrado, vamos a comparar lo siguiente, quiero que vean este trabajo. ALUMNOS: Wuau!!! Vean este trabajo ALUMNA: Quién hizo eso? Bueno, muy bonito en todo caso, bueno no está terminado, pero la idea es la misma. Lo siguiente, lo que quiero decir es lo siguiente, cuál es más fácil contar?. ALUMNA: El de la Zaray, ese... (indican el amarillo) Pero este qué ventaja tiene? ALUMNOS: Que puede contar los lados más preciso. Que es más preciso cierto? porque está, yo puedo medir muy preciso, casi al milímetro digamos, pero cuál es el problema que tengo acá? que no lo puedo contar, si yo le dijera cuéntelo...cuéntelo, cuánto se va a demorar? practicamente toda la clase ALUMNA: Un año Entonces, lo interesante es que la unidad de medida que tengamos que elegir va a ser una en que eee, no nos ocupe mucho tiempo y sea rápido tener una respuesta. ¿Cuál creen ustedes que como de

		estos tres que les voy a presentar sería el que encuentran ustedes mejor. ALUMNOS: El amarillo, el verde, el verde claro Este no? ALUMNOS: No. Ya, por qué? ALUMNOS: Porque es muy pequeño, es chiquitito. Exacto, digamos nos vamos a demorar más. Ahora de estos dos, cuál ustedes creen que podría ser el más adecuado para seguir trabajando. ALUMNOS: El amarillo El amarillo, a mi me gusta el verde ALUMNA: A mi igual!!!, que no lo veo, yo no lo veo. Ahora antes de decidir finalmente cuál de los dos digamos valores vamos a utilizar, lo que yo quiero que les quede claro es lo siguiente, que cuando tenemos que utilizar medidas más pequeñas, ya no las podemos contar, qué podemos hacer. ALUMNA: Multiplicar. Multiplicar qué? ALUMNA: El ancho por el largo. El ancho por el largo, qué es un ancho? ALUMNA: El ese... La parte más larga? ALUMNOS: No, la más corta. La parte más corta digamos, el lado más corto. Y el largo? ALUMNA: La parte más larga. ¿Cuánto llevas? ¿Cuánto llevas Mati? ALUMNO: 640 640. Ya. No, no, dejémoslo allí, no hay nada que hacer. Por tanto, nosotros podríamos contar ese, que hizo su compañera si nosotros contaramos solamente el largo por el ancho, ya? Qué significa eso en definitiva, que ya no tenemos que sumar, y podemos?...multiplicar. Por tanto, y porque se llaman metros cuadrados, centímetros cuadrados, milímetros cuadrados... ALUMNA: Porque las medidas son al multiplicarlas entre sí, dan al cuadrado. En este caso, como dice su compañera, un largo por un ancho. Pero aquí viene una pregunta bien importante, y por qué no ocupamos entonces las unidades rectangulares? ALUMNA: Porque no son iguales los lados. Ya, pero cuál es la desventaja? de usar este por ejemplo, a usar este? ALUMNA: Es que el cuadrado es de la misma medida. Ya. Por ejemplo, yo puedo medir un cuadrado aquí? ALUMNOS: No, no, sí, sí. No, estoy preguntando por un cuadrado, pero preciso, yo quiero una medida precisa, puedo medirla aquí?

		ALUMNOS: No, sí. Por tanto, por eso es que nosotros usamos medidas cuadradas, porque si yo quiero considerar todas las figuras, quiero medir todas las figuras, quiero medir cuadrados, quiero medir triángulos, quiero medir trapecios, todas las figuras geométricas que ustedes conocen y las puedo medir a través de este patrón. Por eso utilizamos patrones rectan... eee cuadrados digamos. Ya, pongámonos de acuerdo finalmente con cuál de los dos. ALUMNOS: Amarillo, verde, verde claro. Yo, una opinión, creo que este sería muy bueno porque nos permite un poco más de precisión que este, no se si están de acuerdo. ALUMNOS: Sí. Ya, quedamos entonces con el verde? ALUMNOS: Sí Eso es lo simpático.
16	38:00,1 - 39:22,5	Ahora, sigamos con la segunda parte de nuestra clase, que justamente ahora vamos a tratar sobre los cuadriláteros, y necesito que al lado de cada figura de cuadrilátero le coloquen el nombre del cuadrilátero. (El profesor reparte las guías).
17	39:22,7 - 43:39,1	Ya. Dice anote al lado el nombre del cuadrilátero que corresponde en la figura adjunta, por ejemplo el número 1, qué lo que es? ALUMNOS: Rectángulo. Anótenlo por favor. El que sigue. ALUMNOS: Cuadrado El 6 es un cuadrado. El 2? ALUMNOS Rombo. Rombo. El 7? ALUMNO: Rombo Ya. El 3? ALUMNOS: Romboide Romboide. El 8? ALUMNOS: Romboide, trapecio. La idea es que lo anoten, porque la idea es que lo anoten, porque para que nos vamos acostumbrando y vamos a trabajar estas figuras ahora. El 8 dijeron que era? ALUMNO: Trapecio. Trapecio. El 4? ALUMNA: Trapecio Ya. El 9? ALUMNA: Trapecio Está lleno de trapecios. El 5? ALUMNA: Trapecio Trapecio, y el 10?

		ALUMNO: Trapecio. Cómo, quién sabe cómo se llama el 10? ALUMNOS: Trapecio. No. ALUMNOS: No... El último se llama Trapezoide, casi. ALUMNOS: Oh, cómo se escribe eso? Ya, qué distingue, qué distingue a los cuadriláteros? Lo primero que tenemos que tener claro, el nombre lo dice. ALUMNO: Que tiene cuatro lados Qué distingue a los cuadriláteros? ALUMNOS: Que tiene cuatro lados...de igual medida...no!... te fuiste en volá! Podría ser en el cuadrado, pero parece que en el rectángulo no pasa eso, cierto? Por tanto, lo primero que podemos decir... ALUMNA: Que tiene cuatro puntas, o... Vértices, vértices ALUMNA: Eso. Ese es el nombre correcto, vértices, no pero está bien eso. Los cuadriláteros se distinguen porque tiene cuatro lados, que pueden ser iguales o pueden ser desiguales, pero se distinguen también por otro detalle, quién se da cuenta del otro detalle que tienen los cuadriláteros? ALUMNA: Que sus lados son paralelos? Más fuerte ALUMNA: Lados paralelos? Que los lados son paralelos, que en este caso ocurre con el rectángulo, sí? Eee, pero en el rectángulo específicamente, los lados paralelos son a pares o son uno solo más? ALUMNOS: Pares... pares... pares. En este caso los que son corresponden a los lados. Ya, y en el ancho también son paralelos o no? ALUMNOS: Sí. El cuadrado pasa lo mismo? ALUMNOS: Qué?... sí... sí. Ya, y en el rombo? ALUMNOS: Sí. También, y en el trapecio, en la figura número 8? ALUMNOS: No.. no... sí. Por ejemplo... ALUMNOS: Mide uno... tiene uno... los que se cruzan en paralelo. Por ejemplo, este lado, la parte superior y este, son paralelos? ALUMNOS: Sí. Ya, sí, pero estos? ALUMNOS: No... no Serán o no serán paralelos? ALUMNOS: No.

		No, por tanto, los cuadriláteros, la definición general es que son figuras de cuatro lados, con eso nos tenemos que quedar en primera instancia, pero a su vez los cuadriláteros se subdividen si están hay o no paralelismo entre sus lados. Si están divididos en pares, como en el caso del rombo, en el caso del rectángulo, en el caso del cuadrado, se llaman paralelógramos, si quiern lo anotan porque igual es información importante, paralelógramo. Generalmente uno se confunde, porque no tiene claro eso entre un paralelógramo y un cuadrilátero, pero eso es lo importante que lo tengan claro, el paralelógramo es paralelo dos a dos, como el cuadrado, como el rectángulo, como el rombo, ya? y el romboide. Cuando hay solamente dos, es un trapecio, y cuando no hay ninguno, es el trapezoide, ya?
18	43:38,9 - 46:03,6	Ya, qué forma tiene la goma eva que estamos trabajando? ALUMNOS: Rectangular. Rectangular. Por tanto es un cuadrilátero, cierto? ALUMNOS: Sí. ¿Podemos saber el área de esta goma eva? ALUMNOS: Sí. ¿Cuánto es? ALUMNOS: Eee... son Bueno, cada uno tiene su medida, pero vamos a asumir esta medida que está acá. ALUMNOS: 600 centímetros cuadrados. Cuánto es en este caso esta? ALUMNOS: 60. 60, por qué? ALUMNA: Porque... porque 10 x 6 da 60. Porque justamente multiplicamos 10 x 6. 10 cuadraditos y 6 cuadraditos nos da 60, por tanto el área de esta superficie, decimos que vale 60 unidades cuadradas, porque no podemos centímetros, nada, unidades cuadradas. Ya, ahora vamos a trabajar, quiero que anoten en cada uno de lo que hicieron ustedes la medida que ustedes obtuvieron, de su... ALUMNA: Pero,... Cuénteme ALUMNA: Que en ese caso la diferencia del área es como si en total del rectángulo, o y la superficie son los cuadraditos? es que no entiendo eso. Lo que pasa es lo siguiente, repíteme la pregunta. ALUMNA: Es que por ejemplo yo medí el rectángulo y en sí, y aquí mide 20 y acá mide 30 y en total es 600 centímetros cuadrados. Es que yo creo que la la la ... la dificultad que tú tienes es que estás considerando la medida que hiciste con la regla, ALUMNA: Sí...

		La regla allí ocuparon una unidad de medida, pero yo lo que les pedí es que ustedes dividieran como ustedes quisieran, ALUMNA: Sí. y como ustedes dividieron según lo que ustedes quisieron esa es la unidad de medida que es la que están utilizando, nos olvidamos en este instante de la unidad de medida que nos da la regla, ya?
19	46:02,1 - 46:59,8	De quién es esto? ALUMNO: Mío. Me voy a quedar con este porque..., y este es tuyo?
20	46:58,1 - 53:23,3	En la última tabla, si ustedes dan vuelta la hoja, notaron diferentes imágenes. Por ejemplo, la primera, ya tenemos la, la fórmula del área, que en este caso cuánto es? ALUMNO: Ancho por largo Ah? ALUMNO: Ancho por largo. Ancho por largo, anótenlo por favor. (El profesor entrega una hoja rectangular de goma eva, dando la instrucción de dividirla en dos partes a través de una diagonal). Una diagonal. Eh, hicieron la diagonal ya? La idea es que recorten la nueva plantilla, hicieron la diagonal ya? Ah no, todavía no. Que recorten la nueva plantilla que ustedes tienen ya, la nueva goma eva que les pase, la recorten de la misma medida, por favor, ya? Vayan haciéndolo en este otro lado. (El profesor recorre los puestos y supervisa el trabajo de los alumnos, puesto por puesto). Eh, quienes han recortado su plantilla?, ya quién más?, quién más? quién recortó su plantilla, la original, no no, pero la que hicimos al principio, ésta. Ya, la idea es que la nueva plantilla que les pasé yo antes, de haber hecho la diagonal, debieran haberla recortado para que quedaran de la misma medida, ya? Si necesitan tijeras me avisan, ya? Tijeras?, ya. Si dibujaron la diagonal, no importa, está controlada la goma eva la podemos hacer de nuevo. (El profesor recorre los puestos y supervisa el trabajo de los alumnos). Todos adoptaron su nueva digamos goma eva con la diagonal que les pedí, a la cantidad anterior? Ya. Ahora quiero que recorten la nueva goma eva por la diagonal que dibujaron, por favor. Solamente la plantilla con la diagonal, no quiero que recorten la plantilla que utilizaron primero, por si acaso, cuidado, cuidado, solamente la plantilla que les pedí que dividieran por la mitad, con la diagonal, ya?

21	53:22,5 - 54:14,7	(Aviso institucional a través de parlantes).
22	54:13,6 - 59:45,0	(El profesor continúa supervisando el trabajo de los alumnos). Recortaron ya? ALUMNOS: Sí, no. Ya, que es lo que quiero yo ahora, que ustedes tomen, qué se formó?, se formaron dos triángulos creo, cierto? Ya. Quiero que los acomoden tomando un primer triángulo en esta posición, ya? con su plantilla, y quiero que acomoden el otro, encima del anterior y quiero que se den cuenta de un detalle. ALUMNOS: Que acomoden encima del anterior... Ya Pablo, el otro igual, en la misma posición, muy bien, ya... no. Entonces la pregunta que yo quiero hacerles es la siguiente, cuántos triángulos yo puedo obtener con una sola plantilla? ALUMNOS: Dos, dos... Entonces la pregunta es al revés, un triángulo, lo obtengo con cuantas plantillas? ALUMNOS: Una, una... cómo era, cómo era? Vuelvo a hacer la pregunta, cuántos triángulos obtengo con una plantilla? ALUMNOS: Dos... dos Y si yo quiero un solo triángulo, cuántas plantillas necesito. ALUMNOS: Media, media plantilla Media plantilla. Habíamos dicho que la plantilla, el área de la plantilla, era largo por ancho. Y la pregunta que les estoy haciendo a ustedes cuántos triángulos puedo obtener y me dijeron que la mitad, por tanto el área del triángulo puede ser el largo por el ancho. Ustedes cómo lo han aprendido, base por altura partido dos, cuando es más sencillo que eso, largo por ancho dividido por dos, y allí obtienen, en este caso, la medida del triángulo. Y será esto para todos los triángulos? ALUMNOS: No, no, no...sí, sí, no, sí. Si yo hago otro triángulo ahora en esa plantilla, obtendremos el mismo resultado, que es... el... largo por el ancho. Les propuse eso, el desafío, ocurrirá lo mismo si yo recortó así ahora una nueva plantilla? Porque aquí tengo una... ALUMNOS: No lo sé. Será que el área de ese triángulo es la mitad de la plantilla?, en este caso la mitad del rectángulo que hemos determinado? ALUMNOS: Sí. Porque se supone que salen tres triángulos y nosotros vimos triángulos más grandes... A ver creo que, no pero va bien, si, digamos que pasa con estos trozos que están acá, y si los junto acá, que va a ocurrir? Ocurre lo mismo que hicimos recién? ALUMNOS: No... profe... sí poh.

		Les pre.. pregunto, este triángulo que está acá, será el mismo que está aquí? ALUMNOS: Sí, síiii... Y el triángulo que está acá, será el mismo que está acá? ALUMNOS: Síiii. Por tanto, podemos decir que vuelve a ocurrir lo mismo, que con una plantilla puedo obtener dos triángulos, el primer triángulo más lo que hice en la superposición. Por tanto, nosotros podemos en definitiva derivar el resto digamos de las áreas de las otras figuras, trabajando con nuestras plantillas, ya? Y, queda como desafío, en las guías, determinar los otros, las otras figuras que están, que son ALUMNOS: Rombo El rombo ALUMNOS: Triángulo Triángulo ALUMNOS: Trapecio Y el trapecio. Anoten ahí en el triángulo lo que acabamos de descubrir, el largo por el ancho dividido por dos nos da el área del triángulo.
23	59:43,9 - 1:01:34,3	Ya, concluyendo en definitiva, superficie y área no son lo mismo, el área qué es lo que es? ALUMNOS: Lo que se ve, lo que se puede tocar. Lo que se puede... es la medida en este caso de la superficie, ya? la primera conclusión que podemos sacar, ya. Qué otra cosa más podemos sacar, como conclusión. Podemos usar cualquier tipo de medida? ALUMNOS: Emmm, sí. Cualquier tipo de división del cuadrado de la goma eva podemos usar? Pero qué problema tenemos. ALUMNO: Que se hace más difícil... Más fuerte. ALUMNA: Mientras más pequeña más complicado. Significa que mientras más pequeños son los cuadraditos más nos va a costar contarlos, pero vamos a obtener precisión, ese es un detalle importante, por tanto tenemos que ponernos de acuerdo con una medida. Su compañera tenía el conflicto cuando decía, pero la regla, la regla a mi me da una medida, ya? Y pasa de que nos hemos puesto de acuerdo que la medida que tiene la regla es la que usamos en forma estándar, ya? Ese es el conflicto digamos que teníamos delante en la conversación. Finalmente, utilizando este criterio nosotros podemos determinar el área de estas figuras, y en este caso el área de los cuadriláteros, ya? El triángulo no es un cuadrilátero pero nos permite digamos entender cómo esto se va

		gestando. Muchas gracias chiquillos FIN.
24	1:01:33,6 - 1:02:34,7	

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
CARRERA DE PEDAGOGÍA EN MEDIA EN MATEMÁTICA
ASIGNATURA : PRÁCTICA PROGRESIVA
DOCENTES :

ANEXO 34

FORMATO DE PLANIFICACIÓN UNIDAD DIDÁCTICA
BASES CURRICULARES 2014.

FECHA DE INICIO	FECHA DE TÉRMINO	TUTOR	NOMBRE	FIRMA
02/11/2016		**AULA**	RICARDO OVALLE BARRIGA	
		UNIVERSITARIO	HERNAN MORALES PAREDES	

NOMBRE DEL ESTUDIANTE	
RICARDO RUIZ LAVIN	

CENTRO DE PRÁCTICA	CURSO	N° DE ESTUDIANTES
COLEGIO MIXTO INMACULADA CONCEPCIÓN	7° “B”	22 Alumnos

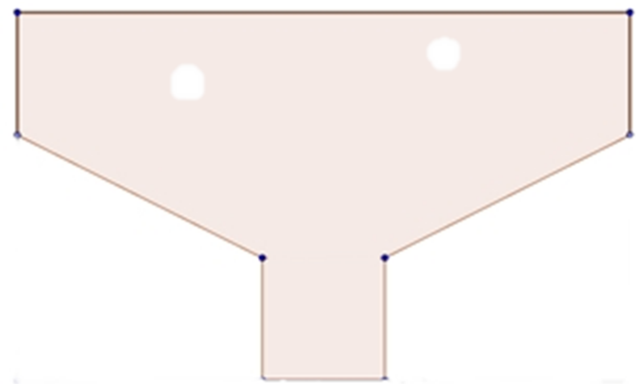
ASIGNATURA	TEMA DE LA UNIDAD.	TIEMPO DE DURACIÓN (HRS. PEDAGÓGICAS)
MATEMÁTICA	ÁREA DE CUADRILÁTEROS	4 Horas Pedagógicas

OBJETIVOS.
<u>Nombre de la Unidad:</u> Área de cuadriláteros **<u>Objetivo de Aprendizaje (O. A.)</u>**: Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios. **<u>Objetivo de Aprendizaje Transversal (O.A.T.).</u>** Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos. **Dimensión:** Socio-Cultural.
CONOCIMIENTOS PREVIOS: lista ordenada de conceptos que el estudiante debe conocer previamente antes de iniciar la unidad.
• Operaciones aritméticas elementales • Rectas paralelas y perpendiculares • Triángulos según sus lados, según sus ángulos y elementos característicos. • Clasificación de los cuadriláteros
CONOCIMIENTOS, HABILIDADES Y ACTITUDES: - Listado de los conocimientos, habilidades y actitudes a desarrollar en la unidad, en coherencia con las especificadas en las Bases Curriculares de la asignatura. - Importancia de la temática a abordar - Desglose del contenido.

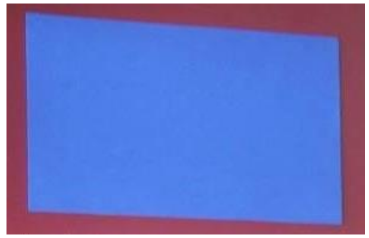
• Reconocen que el área de un triángulo se obtiene por dividir un cuadrilátero por una de sus diagonales. • Formulan verbal y simbólicamente la regla para calcular el área de paralelogramos. • Descomponen concreta o pictóricamente un paralelogramo en dos triángulos con el mismo contenido, verificando que el área de un triángulo se calcula como la mitad de un paralelogramo con la misma base y altura. • Descomponen concreta o pictóricamente un rombo en cuatro triángulos con el mismo contenido, verificando que el área de un rombo se calcula como la mitad de un paralelogramo con la misma base y altura. • Descomponen concreta o pictóricamente un trapecio en dos triángulos con distinto contenido, verificando que el área de un trapecio se calcula como la suma de un rectángulo y dos triángulos vistos. • Resuelven problemas geométricos y de la vida cotidiana, cuya resolución requiere calcular áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios.
BIBLIOGRAFÍA
Programa de Estudio Matemática 7° Básico. Bases Curriculares. Libro del Estudiante de Matemática 7° Básico.

OBJETIVO DE APRENDIZAJE	INDICADORES	OBJETIVOS DE CLASE
Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.	Resuelven problemas geométricos y de la vida cotidiana, cuya resolución requiere calcular áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios.	• Deducir el concepto de área de una superficie plana. • Determinar la fórmula de área de un cuadrilátero cualquiera. •Calculan el área de figuras compuestas por triángulos, trapecios y paralelogramos.

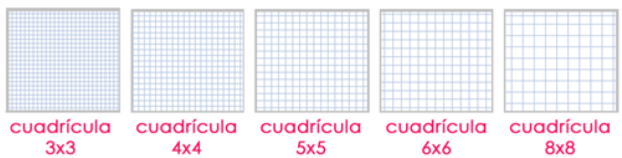
Nº CLASE / FECHA	Nº HO RAS	**Objetivo de clase (s)** ¿Qué se espera lograr?	**Actividades de aprendizaje/ desarrollo del OAT**	**Estrategias** ¿Cómo aprenden?	**Recursos** ¿Con qué aprenden?	**Evaluación** ¿Qué y con qué evaluar?
1 **Fecha**:		**Deducir el concepto de área de una superficie plana.**	**Inicio:** Comienza la clase con la presentación de una situación problemática, que consiste en mostrar la fotografía del acceso principal a un recinto que se desea pavimentar utilizando adoquines.  Lo que se espera lograr como resultado final. 	Clase expositiva	Guía de trabajo Plantilla de goma eva	**Tipo de Evaluación:** Formativa **Instrumento:** Guía de Aprendizaje. **Indicadores**:

			A continuación se entrega una guía con el croquis de la superficie a pavimentar:  Luego se les hace una serie de preguntas orales a los alumnos y que ayudarán a presentar el tema: **¿Qué entienden por superficie?** **¿Qué entienden por área de una superficie?** **¿Qué unidades de medida conocen ustedes para expresar áreas?** **¿Qué método (s) conocen y que creen ustedes que permitirían calcular el área de este acceso al recinto?** Ahora si se indica que con 40 piezas de adoquines se puede cubrir un metro cuadrado de terreno. **¿Cómo podemos calcular cuántas piezas de adoquines totales necesitamos para cubrir el acceso al recinto?** **Desarrollo:**			

Se procede a entregarles una pieza de goma eva, cuyas medidas son 18 cm por 30 cm, a cada alumno (como la de la imagen).



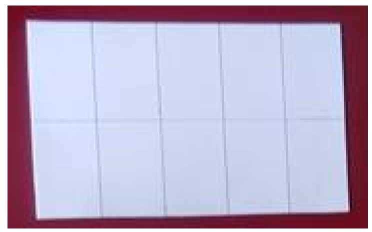
Se les solicita que cuadriculen esta pieza utilizando figuras geométricas congruentes tales como rectángulos, cuadrados. Es importante que cubran toda la pieza, para ello se sugieren los siguientes cuadriculados y de los cuales deben elegir solo uno:



La idea de la actividad es obtener alguno de estos resultados:

Estos resultados se procede a analizarlos junto al curso:

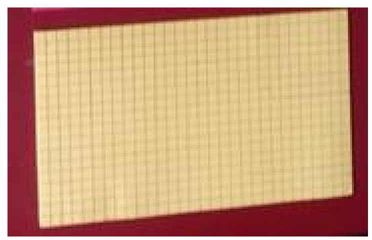
Caso 1.-



Este patrón es una división rectangular y que corresponde en este caso a 10 unidades rectangulares de área.

Caso 2.-

Este patrón es una división cuadrada y que corresponde en este caso a 15 unidades cuadradas de área.

			Caso 3.-  Este patrón número 3 es también, una división cuadrada y que corresponde en este caso a 60 unidades cuadradas de área. Hay que destacar que es más difícil contar, una por una, la cantidad total de unidades cuadradas y es pertinente preguntar de qué otra forma se podría obtener este valor más rápidamente. Caso 4.-  Es evidente que en este cuadriculado es mucho más difícil obtener la cantidad total de unidades cuadradas solo contándolas. Por tanto, se sugiere contar la cantidad de unidades cuadradas del ancho y que corresponde a 18 uu y asimismo la cantidad de unidades cuadradas del largo y que resultan ser 30 uu por ello el total de cuadraditos es 18x30= **540 uu^2**			

Se sugiere verificar esta cantidad total en el caso 4 contándolas.
Verificar que se cumpla lo mismo en los casos 2 y 3.

La idea es que cada alumno generalice este resultado y para visualizar ello se presenta una tabla donde se pueda vaciar los resultados que se obtengan en cada situación creada por los alumnos.

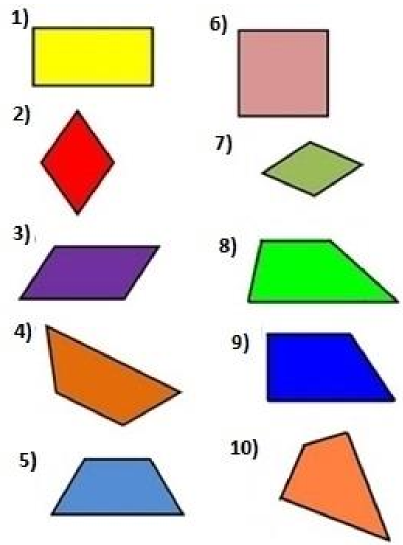
Número de cuadrados contados	**Numero de cuadrados que corresponden al ancho**	**Número de cuadrados que corresponden al largo**	**Producto de ancho x largo**
15	3	5	3x5
60	6	10	6x10
540	18	30	18x30

En definitiva, se puede establecer que el área de las plantillas es igual al producto del ancho por el largo de tales plantillas.

Cierre:

Los estudiantes realizan un parafraseo donde se revisara lo aprendido en clases y se aclaran dudas sobre lo visto en la clase del día y finalmente se establece el siguiente enunciado:
"El área permite asignar una medida (o número) al tamaño de una superficie, y se expresa en forma matemática en unidades de medida denominadas unidades de superficie".

2 **Fecha:**		**Determinar la fórmula de área de un cuadrilátero dado.**	**<u>Inicio:</u>** Se da comienzo a la clase haciendo una retroalimentación de lo visto la clase anterior. Se da a conocer el objetivo de la clase, el que escriben en el cuaderno. Antes de comenzar la clase se elegirá junto a los alumnos un patrón común de los cuadriculados, dando razones para seleccionar el más adecuado, el cual se utilizará en la siguiente actividad. En este caso se recomendará el de 60 uu^2:  La razón que justifica la elección es considerar un patrón universalmente aceptado, estableciendo una comparación de igualdad, de orden y de número. Es decir, asociar los siguientes atributos: 1.- magnitud 2.- unidad 3.- precisión o grado de incertidumbre A continuación, se hace un repaso de los cuadriláteros indicando sus características y clasificación a través de una proyección de la imagen siguiente:	Clase expositiva	Plantilla cuadriculada de goma eva Figuras geométricas en goma eva: Triángulo Rombo Trapecio	**<u>Tipo de Evaluación:</u>** Formativa **<u>Instrumento:</u>** **<u>Indicadores:</u>**



La idea es activar los conocimientos previos de los alumnos y mencionar la característica más importante que permite clasificarlos dentro de los polígonos:
Que los cuadriláteros son figuras de cuatro lados y si estos lados son paralelos o no entre sí, y esto permite clasificarlos en:

1.- **Paralelogramos**
2.- **Trapecios**
3.- **Trapezoides**

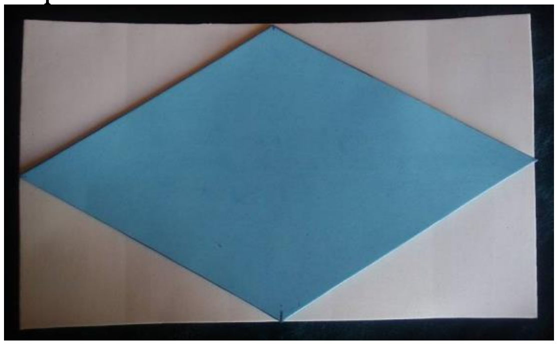
<u>Desarrollo</u>:

1.-Utilizando la conclusión obtenida en la clase anterior de que el área de la plantilla es igual al producto del ancho por el largo de tal plantilla.

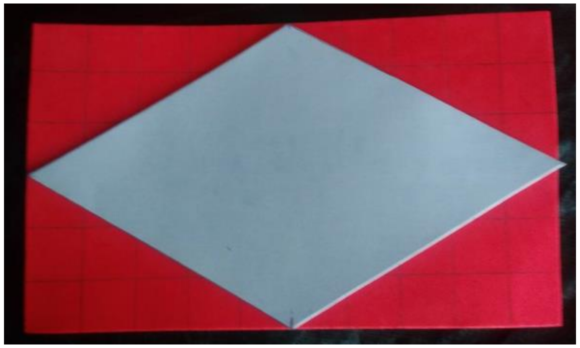
Se derivará que el área de un rectángulo se puede expresar de la misma forma porque las plantillas corresponden a formas rectangulares y por tanto, generalizar que el área de un rectángulo se puede expresar como:

ÁREA DEL RECTÁNGULO: ANCHO X LARGO

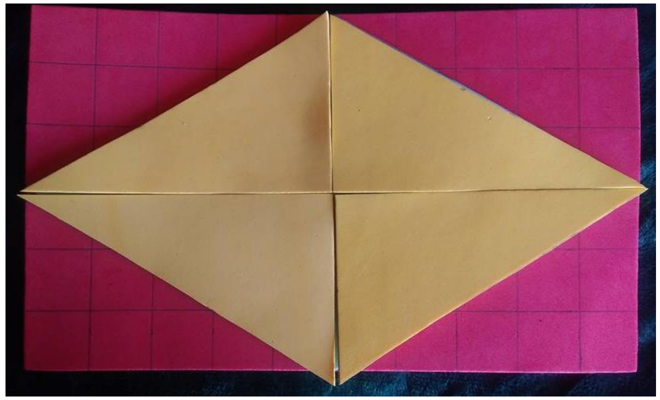
2.- A continuación se presenta otro cuadrilátero, en este caso un rombo y se solicitará que recorten los triángulos que ***“sobran”*** en las esquinas.



Una vez que se recorten los cuatro triángulos se acomoda el rombo original en la plantilla cuadriculada usada de patrón.



Finalmente se acomodan los triángulos sobrantes dentro del área del rombo, de la forma que indica la figura:



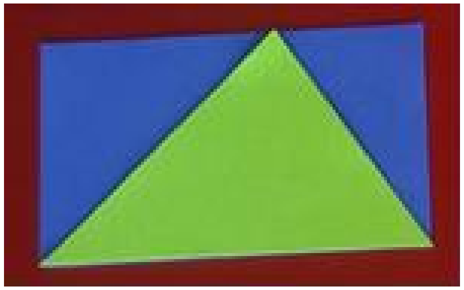
Ahora se orienta al alumno respecto de que en el área de la plantilla caben <u>dos rombos</u> (el rombo original más_los cuatro triángulos sobrantes) y por tanto para determinar el área de un solo rombo esto corresponde a la mitad del área de la plantilla.
Como el área de la plantilla es 60 uu^2 entonces el área del rombo es 60/2= 30 uu^2.

Más aún podemos destacar que el área del rombo equivale al producto de la diagonal mayor (que es igual al largo de la plantilla) y la diagonal menor (que es igual al ancho de la plantilla y finalmente dividido por dos.
En símbolos:

$$\frac{\textbf{Largo x Ancho}}{\textbf{2}} = \frac{\textbf{Diagonal mayor x diagonal menor}}{\textbf{2}}$$

$$\frac{10 \times 6}{2} = \frac{10 \times 6}{2} = 30\ uu^2$$

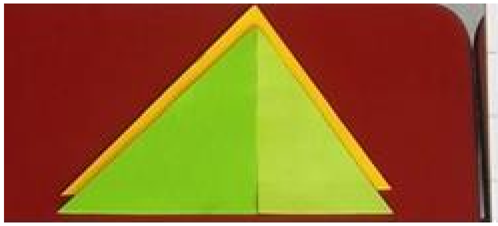
Ahora determinaremos el área de un triángulo con la plantilla de goma eva



Para ello volvemos a recortar los triángulos sobrantes y se vuelven a acomodar dentro de la figura del triángulo

¿Cuánta plantilla necesito para construir un solo triangulo?

Por lo tanto, como en forma equivalente al rombo se descubre que el área del triángulo corresponde a la mitad del área de la plantilla.



En forma similar se puede hacer corresponder la base del triángulo con el largo del rectángulo y la altura con el ancho del rectángulo.

$$\frac{\textbf{Largo x Ancho}}{\textbf{2}} = \frac{\textbf{Base del triángulo x Altura del triángulo}}{\textbf{2}}$$

$$\frac{10 \text{ x } 6}{2} = \frac{10 \text{ x } 6}{2} = 30 \text{ uu2}$$

			A continuación se propone determinar el área de un trapecio:  Se inserta el trapecio en la plantilla cuadriculada y se procede a hacer los cortes respectivos en los triángulos que **“sobran”**  Se ubican los triangulos sobrantes y se calcula el area que corresponde al cuadrilatero estudiado.			

			 Se puede establecer que el area que resulta del trapecio consta de la suma de tres áreas: dos triangulos y un rectangulo: Como sabemos el triangulo menor tiene un area de: 3x6/2=9 uu^2; Por otro lado el triángulo mayor tiene un área de: 4x6/2= 12 uu^2; Finalmente el área del rectángulo es de: 3x6=18 uu^2 Lo que finalmente nos da un área del trapecio de 9+12+18 = 39 uu^2. Comparar este resultado con el algoritmo siguiente: **Área de trapecio: Altura x** $\frac{(\text{base mayor + base menor})}{2}$ **<u>Cierre:</u>** Los estudiantes realizan un parafraseo donde se revisara lo aprendido en clases y se aclaran dudas sobre lo visto en la clase del día. Se vuelve a la problemática inicial y se pide que den una posible solución en función de lo aprendido.			

GUÍA DE ÁREA DE CUADRILATEROS

ASIGNATURA	Geometría (Matemática)	NIVEL	Básica	CURSO	8°B
PROFESOR(A) P.Práctica	-Ricardo Cristian Ovalle Barriga -Ricardo Ruiz Lavin				
NOMBRE		FECHA			

APRENDIZAJE ESPERADO

Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios

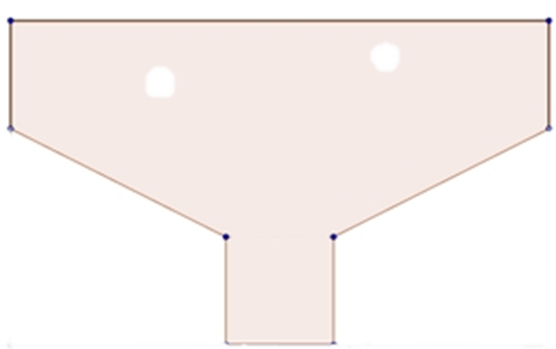
<u>1.- Objetivo de clase</u>

- Deducir el concepto de área de una superficie plana.

Observa la fotografía que muestra el acceso principal a un recinto, el cual se desea pavimentar utilizando adoquines. La figura adjunta muestra lo que se espera lograr una vez hecho el trabajo.

Croquis que muestra el acceso al recinto que se desea pavimentar:



Para reflexionar y completar en forma escrita

¿Qué entiende por superficie?

R:____

¿Qué entiende por área?

R:____

Superficie y área ¿son lo mismo?

R:____

¿Qué unidades de medida conocen ustedes para expresar áreas?

R:____

¿Qué método (s) conoce que permiten calcular el área de acceso al recinto?

R:____

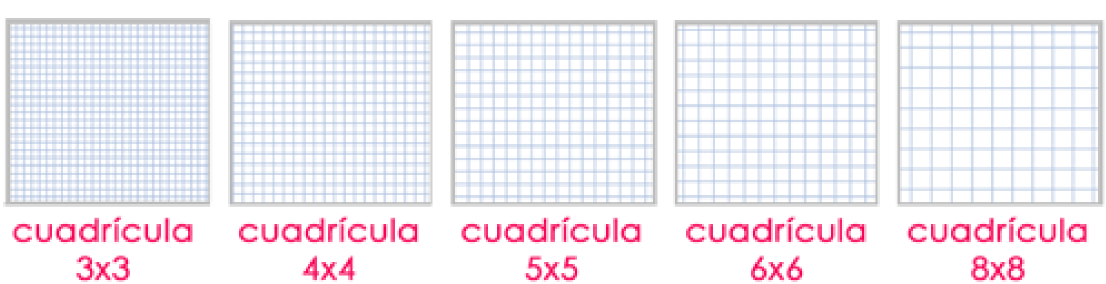
¿Cómo podemos calcular cuántas piezas de adoquines totales necesitamos para cubrir el acceso al recinto, según el croquis presentado, si se sabe que 40 piezas de adoquines cubren un metro cuadrado de terreno?

R:____

Actividad en plantilla de goma eva

Cuadricular una pieza de goma eva entregada, utilizando lápiz y regla, dibujando figuras geométricas congruentes tales como rectángulos o cuadrados, etc.

Es importante dividir toda la pieza en partes iguales y para ello se sugiere los siguientes cuadriculados de los cuales se debe elegir un solo tipo.



<u>Al finalizar la confección de las plantillas complete la siguiente tabla, comparando con cinco plantillas realizadas por sus compañeros.</u>

Número de cuadrados contados	Número de cuadrados que corresponden al ancho	Número de cuadrados que corresponden al largo	Producto del ancho x largo

CONCLUSIÓN:

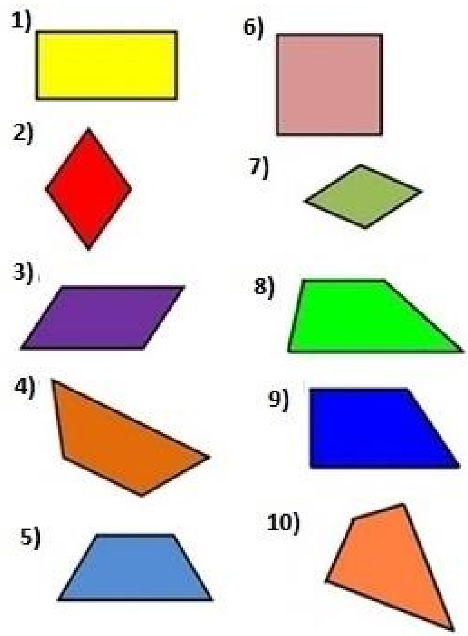
____

____

2.-Objetivo de clase

- Determinar la fórmula de área de un cuadrilátero dado.

Anote al lado el nombre del cuadrilátero que corresponda en la figura adjunta



Responda las siguientes preguntas:

- ¿Qué tienen en común las figuras dadas?

  R:____

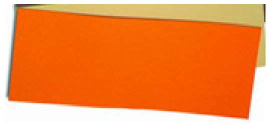
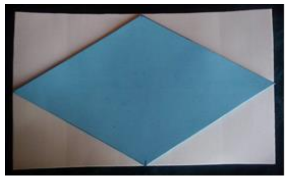
- ¿En cuales figuras encontramos lados paralelos?

  R:____

- Cree que es posible determinar el área de un rectángulo, un rombo y un trapecio a través del uso de las plantillas fabricadas con anterioridad. ¿Cómo?

  R:____

<u>Complete la siguiente tabla con la forma matemática determinada por usted a partir de la plantilla para obtener el área de la figura dada.</u>

FIGURA	IMAGEN	FÓRMULA DEL ÁREA
Rectángulo		
Rombo		
Triangulo		
Trapecio		

GUÍA DE ÁREA DE CUADRILATEROS

ASIGNATURA	Geometría (Matemática)	NIVEL	Básica	CURSO	8°B
PROFESOR(A) P.Práctica	-Ricardo Cristian Ovalle Barriga -Ricardo Ruiz Lavin				
NOMBRE		FECHA			

APRENDIZAJE ESPERADO

Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios

1.- Objetivo de clase

- Deducir el concepto de área de una superficie plana.

Observa la fotografía que muestra el acceso principal a un recinto, el cual se desea pavimentar utilizando adoquines. La figura adjunta muestra lo que se espera lograr una vez hecho el trabajo.

¿Qué significa superficie para ti?

R:____

¿Qué entiendes por área ahora?

R:____

En conclusión. ¿Son superficie y área lo mismo?

R:____

2.-Objetivo de clase

- **Determinar la fórmula de área de un cuadrilátero dado.**

- Crees que es posible determinar el área de un rectángulo, o un rombo, o un triángulo o un trapecio a través del uso de las plantillas fabricadas por ustedes. ¿Cómo?

  R:____

- Complete la siguiente tabla con la forma matemática determinada por usted a partir de la plantilla para obtener el área de la figura dada.

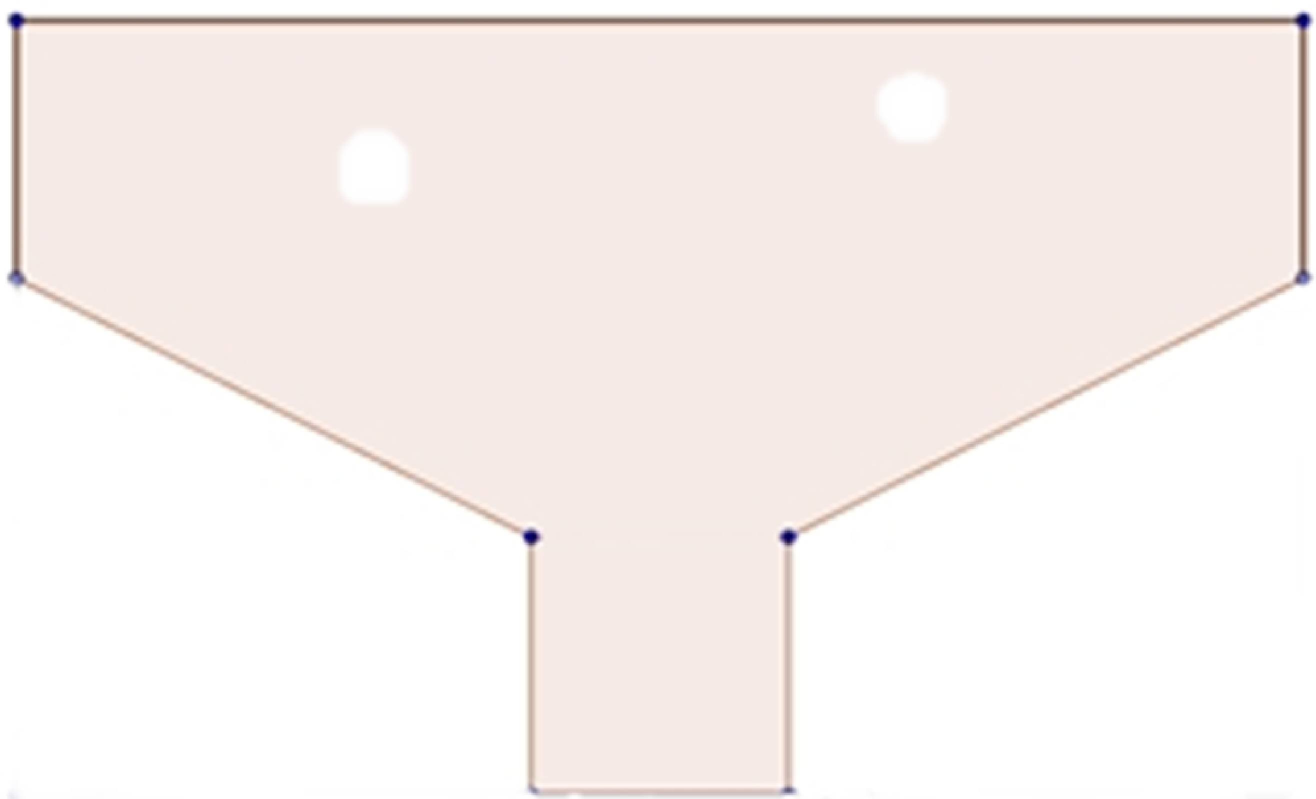
FIGURA	DIBUJO	CÁLCULO DEL ÁREA
Rectángulo		
Cuadrado		
Triángulo		
Rombo		
Romboide		
Trapecio		

Ahora que sabemos calcular área de cuadriláteros, ¿podremos determinar cuántos adoquines necesitamos?

NOTA: Con cada adoquín se cubre un metro cuadrado de terreno.

***R:*____**

Croquis que muestra el acceso al recinto que se desea pavimentar:



<u>SOLUCIÓN</u>

- **Área la superficie de la entrada es :**
  R:____

- **Cantidad total de adoquines para pavimentar:**
  R:____

ANEXO 36

INICIO

	Período de tiempo	Contenido
1	0:00,0 - 0:18,7	Ya, silencio por favor. Buenos días, continuaremos con lo que habiamos visto la clase anterior, pero vamos a hacer un pequeño repaso. Ustedes ven su guía, necesito que pongan su nombre por favor.
2	0:17,0 - 3:06,0	Habíamos conversado que íbamos a desarrollar y aplicar la fórmula de áreas, de triángulos, paralelogramos y trapecios, y específicamente lo íbamos a hacer esto para qué, para poder resolver este pequeño problema, que ustedes ven en la fotografía ahí, que era pavimentar o arreglar esa entrada a un recinto, ya? Hay una fotografía inclusive más pequeña al lado, donde ustedes ven que ya está, cómo se vería eso arreglado, pero para eso nosotros tenemos que instalar adoquines, ya? Ahora como ya hemos conversado sobre el tema de lo qué es superficie, lo qué es área, hay tres preguntas ahí me gustaría que las escribieran ustedes, indicando lo que entendieron ustedes por superficie. No quiero una definición así matemática, sino lo que ustedes lograron entender en la clase anterior, qué es superficie para ustedes. Así mismo quiero que anotan que entiende por área ahora, ya? Y finalmente decirme que entendieron si es lo mismo o son distintos, ya?, por eso inclusive allí dice son superficie y área lo mismo? y allí tienen que responderme sí o no, y decirme por qué, nada más que eso, breves palabras nada nada muy largo por favor, primera actividad que vamos a hacer ahora. Cinco minutos para responder.
3	3:05,2 - 4:20,9	Ya, eee, dígame qué anotó por la pregunta sobre superficie. ALUMNO: Todo lo que hay... o sea todo el suelo. Ya como esto que estamos aquí como podríamos decir un plano. Usted. ALUMNA: Superficie? Sí. ALUMNA: Eee, como lo de afuera. Como lo externo, ya. Qué contestó usted sobre superficie? ALUMNA: Que es todo lo que ocupa el área. Ya. Qué contestó usted sobre superficie? ALUMNA: Lo mismo que mi compañera Mmm? ALUMNA: Lo mismo que mi compañera Lo mismo que su compañera. En general digamos podemos establecer entonces que superficie lo consideramos como todo lo externo, todo lo que nosotros en este caso podemos considerar como en dos dimensiones, ya? Este plano lo podemos considerar como una superficie, ya? Por ejemplo, anoten un ejemplo, la punta de un lápiz bien finita, será una superficie?

		ALUMNOS: Sí, no... Ese es un caso extremo digamos de una superficie que es prácticamente puntual, ya? pero si lo vemos por microscopio nos vamos a dar cuenta de que igual esa extremidad va a tener una superficie muy pequeña, ya? entonces lo importante es que ustedes lo tengan claro esa idea, que asociemos en general el término de superficie a la idea de un plano.
4	4:21,0 - 5:13,2	Ahora, con respecto al área, qué contestó usted? ALUMNA: Es el espacio que ocupa una figura o un cuerpo. Ya, es más o menos muy parecida a la idea de superficie, pero que es lo que hace la diferencia. ALUMNA: Eee yo puse que era multiplicación de sus lados por el ancho. Ya, tú entonces le das una operación matemática en este caso a la superficie, y estableces algo, que esa superficie la podemos establecer como un..? ALUMNA: Cuadrilátero Ya. ALUMNA: Cuadrilátero? Dame la respuesta que escribiste. ALUMNA: Es el número que indica la superficie de algo Es el número que indica la superficie de algo. Creo que ahí está el detalle que da la diferencia entre superficie y área, ya? que es el número que yo le asigno a una superficie, para medirla, en definitiva eso es lo que estamos tratando de hacer, ya?
5	5:12,3 - 5:24,1	Ahora, por tanto la última pregunta que hice, son lo mismo? ALUMNOS: No. Definitivamente creo que hemos establecido de que no son lo mismo, ya?
6	5:23,4 - 13:03,0	Vamos a continuar, ahora en la parte dos digamos de lo que vamos a hacer, y quiero que todos ustedes, les voy a entregar goma eva nuevamente, y establezcamos este patrón para trabajar, que es de 4 por 6, ya? La idea digamos es que trab... sea la goma eva que peguen ustedes, que eee... desarrollemos este patrón, ya? (El profesor comienza a repartir el material, goma eva, tijeras, reglas, puesto por puesto. Además va recordando las instrucciones dadas respecto a recortar 4 por 6). Un segundo, vuelvo a repetir, son 6 cuadraditos y 4 hacia abajo, y cada cuadradito tiene 5 centímetros, ya? de espacio. (El profesor recorre los puestos, supervisando que los recortes están correctos, escribe algunos conceptos en la pizarra).
7	13:02,1 - 14:11,6	Ya, cómo van... estamos con las conclusiones, terminados ya? ALUMNOS: Noooo, síiii... No? ya, dos minutos más para continuar.

		(el profesor revisa el trabajo de los alumnos, puesto por puesto). Ya, veo que están casi... casi todos listos, un minutito más.
8	14:11,1 - 17:52,6	Ya, tenemos nuestra plantilla de 6 por 4, cuántas divisiones tenemos en total acá en la superficie? ALUMNOS: 21... 24. 24, muy bien Martin. Ahora, para qué vamos a utilizar esto? Esto tiene una utilidad, para que nosotros determinemos superficies, esta superficie no sabemos, porque no tiene nada, por tanto no tiene una área específica determinada, pero nuestra plantilla nos permite mostrar que tiene una superficie de cuánto?... ALUMNOS: 4 por 4. 4 por 4, verificalo con tu división por favor, nos da lo mismo? Ya que pase esa... ese cuadrado que pase por todos digamos los compañeros que están acá, porque quiero que verifi... verifiquemos. En primera instancia, entonces decimos que el cuadrado tiene 4 por 4, significa su lado, como son iguales, y lógicamente eso tendrá que dar 16 unidades cuadradas, están de acuerdo? ALUMNOS: Sí. Ya, ahora pensemos en nuestro... en nuestra plantilla que tenemos pero por el otro lado, qué es lo que es? qué figura geométrica es? ALUMNOS: Un rectángulo. Es un rectángulo, ya, qué podemos decir entonces de este rectángulo, cómo podemos determinar su área? 6 por 4, ah?, en este caso 6 por 4 que sería el largo por el ancho, cierto? En el caso del cuadrado no es tan evidente, porque tanto el largo como el ancho miden lo mismo y por tanto es podría decir yo largo por largo, pero no importa, es el pequeño detalle que tiene el cuadrado, como son los dos lados iguales, pero en este caso yo también puedo determinar la superficie. Verificaron los otros compañeros? cuánto les daba? Pablo, cuánto te da en tu plantilla? ALUMNA: 16 16, por tanto como nosotros hemos establecido una medida, en este caso igual para todos, la medida del cuadrado y la medida del rectángulo, nosotros la tenemos la podemos establecer con un número que es igual para todos nosotros, ya? 24, 16. Qué pasa si hubiesemos ocupado otras medidas, por ejemplo más pequeñitos los cuadrados?, hubieramos obtenido más cuadrados, cierto? ALUMNOS: Sí. Ya? por tanto ahí se dan cuenta ustedes que ya es diferente qué cosa?, porque es la misma superficie, pero qué cambia? ALUMNA: El área Quíen dijo eso? ALUMNA: Yo. Qué cambia? ALUMNA: El área. El área, por tanto aquí más claro queda el tema de que son diferentes cosas, o diferentes conceptos, una cosa es la superficie, la otra cosa es el área, ya?

		Ahora, con el triángulo, tengo este triángulo, ustedes saben que yo, lo... con una tijera, lo dividio acá, y qué pasa, con una sola plantilla cuántos triángulos tengo? ALUMNOS: Dos. Dos, pero si yo quiero saber la superficie solamente de un triángulo, que tendría que... ALUMNO: Dividirlo Dividirlo? Por qué dividirlo por dos por Pablo. ALUMNO: Porque si son... dan dos triángulos Ya, y?... ya, por tanto, entonces sabemos... muy bien Pablo, nosotros sabemos que son 24 unidades cuadradas las que tiene toda la plantilla, pero para sacar solamente un triánguo, por cuánto tendría que dividirlo? ALUMNOS: Dos. Por dos, para sacar solamente de un triángulo, por tanto podemos establecer que son 12 unidades cuadradas, ya? Si se dan cuenta en definitiva el triángulo también lo podemos decir que es largo por ancho... ALUMNA. Pero partido por dos. Pero partido por dos, muy bien, quién dijo eso? muy bien.
9	17:51,4 - 22:16,5	Ahora, vamos a hacer la siguiente actividad en parejas. Yo les voy a destinar una figura geométrica en este caso, rombo, romboide y trapecio, y ustedes utilizando esta plantilla van a determinar cuánto es el área, ya? (El profesor comienza a repartir los materiales, dando instrucciones generales de organización). Ya, necesito que todos ustedes hagan esta figura, esa es la figura. Quiero que hagan todos ustedes acá, a ver hasta Pablo, quiero que hagan esta figura, ya? y que determinen lógicamente su... Y el rombo de ustedes... la idea que todos hagan el rombo. Todos el trapecio, repito acá. todos este trapecio, ya? La idea es que se fijen acá... ya? Esa es la figura que tienen que hacer. (Los alumnos comienzan a trabajar, y el profesor supervisa, dando instrucciones generales del trabajo).
10	22:15,7 - 31:22,4	Ya, todos han dibujado ya? ALUMNOS: Sí, no, no. Ahora, la idea es que ustedes, recortando, por la líneas digamos que corresponde a cada una de las figuras, en este caso recortar acá, deducir, con la plantilla que estemos trabajando, la forma de obtener el área que estamos buscando, el área de cada uno de estos. Ya tenemos el rectángulo, el cuadrado, el triángulo, nos falta el rombo, el romboide y el trapecio. Esa es la tarea que tenemos que hacer ahora, por tanto les paso una tijera. No recortar la plantilla, recortar la figura, ya? recortar la figura, no la plantilla que hicimos... la primera... la que esta... ALUMNA: Recortar esta. Exacto, esa. (El profesor supervisa el trabajo, puesto por puesto).

11	31:21,1 - 32:26,2	Permiso, dejemos ahí. Se podrán acomodar el resto de los... ALUMNO: (el estudiante acomoda las piezas) Ya, la pregunta que tengo que hacerle ahora. Yo con una plantilla hice dos rombos, por tanto como eee la plantilla completa o el rectángulo en este caso son 24, yo tengo acá 24, pero yo quiero saber solamente de un solo rombo, cuan.. cuánto de la plantilla necesito. ALUMNO: 12 12, por qué? saquemos esto... habrá otra conclusión?, otra forma de hacerlo? Piénselo, ya?
12	32:25,1 - 33:27,4	Veamos cómo nos puede servir para resolver esto, porque esto es de acá cierto? ALUMNA: Sí. Esto es de acá. Entonces la pregunta es, cuál es el área del trapecio? Hacemos coincidir este trozo de pieza, esta con esta, y contamos el área de este rectángulo, Cuánto es? ALUMNA: 5 centímetros. No, pero los cuadrados grandes. ALUMNA: 4. 4. Y este? Todo esto tiene 24, y este también es un paralelógramo, cuál es el área de esto? ALUMNA: 20 20. Cuál será la fórmula para determinar el área del trapecio? Las dejo pensando.
13	33:26,6 - 33:48,8	(El profesor continúa supervisando el trabajo de los alumnos).
14	33:47,3 - 36:16,1	Ya, creo que ya más o menos hemos terminado, la mayoría. La fila que le tocó el romboide, cuánto podemos determinar el área de este romboide. ALUMNOS: 20, 20, 20 20. Cómo lo determinaron, jóven. ALUMNO: Eee por los triángulitos que tiene al lado, que forman un rectángulo. Permiso. Ustedes hicieron esto, y determ... ah, digamos no se puede determinar. Qué detalle se dieron cuenta? ALUMNA: De esto que al recortarlo... Ya. ALUMNA: ... se juntaba y formaba un rectángulo... un rectángulo Ya, y que coincidía con qué área, en este caso de la plantilla. ALUMNA: Con... A cuántos de estos cuadraditos correspondía. ALUMNA: Con 4. A 4. Ya, por tanto tenemos la plantilla de 24. Esos trocitos nosotros lo

		recortamos y entre comillas los sacamos, qué nos queda? 20. Esa fue la forma que lo obtuvieron? ALUMNOS: Sí Ya. El otro digamos la otra fila, está de acuerdo lo obtuvieron de la misma forma o de otra manera?, les dió la misma medida? ALUMNOS: Sí. Ya, vamos con el siguiente... por favor. Ya, él, acá, Martina, qué área les dió con el trapecio? ALUMNA: 20 20. Ya, cómo lo obtuvieron? ALUMNA: Porque encontramos, pusimos esta cuestión aquí,... Ya ALUMNA: ... y contamos los que ocupaban todos los cuadrados, y como después ese pusimos un cuadradito, ese con ese, entonces los contamos. Muy parecido a como lo hicieron sus compañeros. ALUMNA: Casi igual Casi igual, casi igual, pero no tanto. Pablo, cómo lo hicieron ustedes con el trapecio. ALUMNO: Eee, observamos que eee los, lo que quedaba la parte inferior era igual, o sea formaba el cuadrado de lo que quedaba en la parte superior, entonces eso nos dio que.. que en cada lado quedaban dos cuadrados y como, y el ... dos lados quedan cuatro cuadrados y los restamos a los 24 del rectángulo. De la misma forma como se hizo el romboide digamos, no se desecharon esos pedacitos que quedaron y los formaron ustedes y lo midieron con con con digamos la plantilla, muy bien.
15	36:15,2 - 37:18,8	Sigamos, el rombo, joven, cómo les fue con el rombo? ALUMNO: Bien Ya. ALUMNOS: (risas) Ya, cuénteme, pudieron determinar el... el área? Cuánto les dió? ALUMNOS (risas nuevamente) No me acuerdo Cuánto les dio con el área, a usted... ALUMNA: 24 24, ya, y se dieron cuenta de un detalle, qué pasaba con el rombo? ALUMNA: De que podían formarse dos rombos. Se podían formar con una plantilla dos rombos. ALUMNA: Sí. Pero la pregunta es... que quiero el área de solamente un rombo, por tanto como la plantilla mide 24. ALUMNO: 24 dividido por 2 Se divide por 2, en este caso nos daba 12 unidades cuadradas.
16	37:17,2 -	Ya, si se dieron cuenta no necesitamos ni siquiera memorizar algunas fórmulas para poder determinar el área de las figuras que acabamos de...

	40:33,2	de ver, solamente estableciendo el tema con la plantilla que tenemos acá de 6 por 4, ya? Ahora en el caso por ejemplo de lo que habiamos visto anteriormente habíamos establecido largo por ancho, eee tener dos lados iguales, largo por ancho también dividido por dos en el caso del triángulo, por tanto en el caso del rombo nos pasa la misma situación, se dan cuenta? Por tanto podemos decir que es largo por ancho, dividido por dos. O visto de otra manera, si ustedes se dan cuenta, la... saquemos eso, o no, espere, si yo veo el rombo en función de las diagonales, cómo es la diagonal más grande, igual a qué? Es igual al largo que tengo acá? ALUMNOS: Sí. Por tanto también puedo decir que es diagonal... mayor multiplicada por el an.. el ancho, a qué coincide, con qué diagonal?, a la diagonal?... a la diagonal menor, y eso también dividido por dos. Esta es la fórmula que ustedes van a ver siempre en los libros que ustedes van a tratar de memorizarse, mejor es aprenderla de esta forma, mirándola en la plantilla, ya? ALUMNA: Cuál es la diagonal mayor y la menor? La diagonal mayor es la que tiene mayor tamaño, por ejemplo, esta, y la diagonal menor... ALUMNA: Ah ya. ... es la más pequeña, una menor longitud, ya? Lo mismo con la idea del trapecio y la idea del romboide, y por tanto les voy a dejar una actividad, no como tarea, no como tarea, sino que lo que acabamos de conversar le vamos a anotar cuando terminen de anotar. Esto es para completar, (el profesor reparte las guías y da las instrucciones de su desarrollo).
17	40:32,5 - 41:55,8	Ya. En conclusión entonces, área y superficie no son lo mismo, el área es la forma en que yo mido una superficie y a través del uso de plantillas, en este caso el área que nosotros, de ese cuadriculado, podemos establecer, digamos la medida de figuras geométricas, en este caso la idea de nosotros era obtener el área de los cuadriláteros, ya? La idea, con la guía que yo les acabo de entregar, es que ustedes terminen esto, si quieren lo pueden hacer en su caso, o en un momento que estén desocupados, lo pueden hacer inclusive hasta con hojas de cuaderno, no es necesario goma eva, el cuaderno tiene la gran ventaja que es cuadriculado, cuadernos cuadriculados. Por tanto ustedes también pueden hacer las mismas ideas que hemos estado trabajando hasta el momento. Muchas gracias chiquillos, que les vaya muy bien. ALUMNOS: Gracias. FIN.

GUÍA DE ÁREA DE CUADRILATEROS

ASIGNATURA	Geometría (Matemática)	NIVEL	Básica	CURSO	8°B
PROFESOR(A) P.Práctica	-Ricardo Cristian Ovalle Barriga -Ricardo Ruiz Lavin				
NOMBRE		FECHA			

APRENDIZAJE ESPERADO

Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios

1.- Objetivo de clase

- Deducir el concepto de área de una superficie plana.

Observa la fotografía que muestra el acceso principal a un recinto, el cual se desea pavimentar utilizando adoquines. La figura adjunta muestra lo que se espera lograr una vez hecho el trabajo.

¿Qué significa superficie para ti?

R:____

¿Qué entiendes por área ahora?

R:____

En conclusión. ¿Son superficie y área lo mismo?

R:____

2.-Objetivo de clase

- **Determinar la fórmula de área de un cuadrilátero dado.**

- Crees que es posible determinar el área de un rectángulo, o un rombo, o un triángulo o un trapecio a través del uso de las plantillas fabricadas por ustedes. ¿Cómo?

  R:____

- Complete la siguiente tabla con la forma matemática determinada por usted a partir de la plantilla para obtener el área de la figura dada.

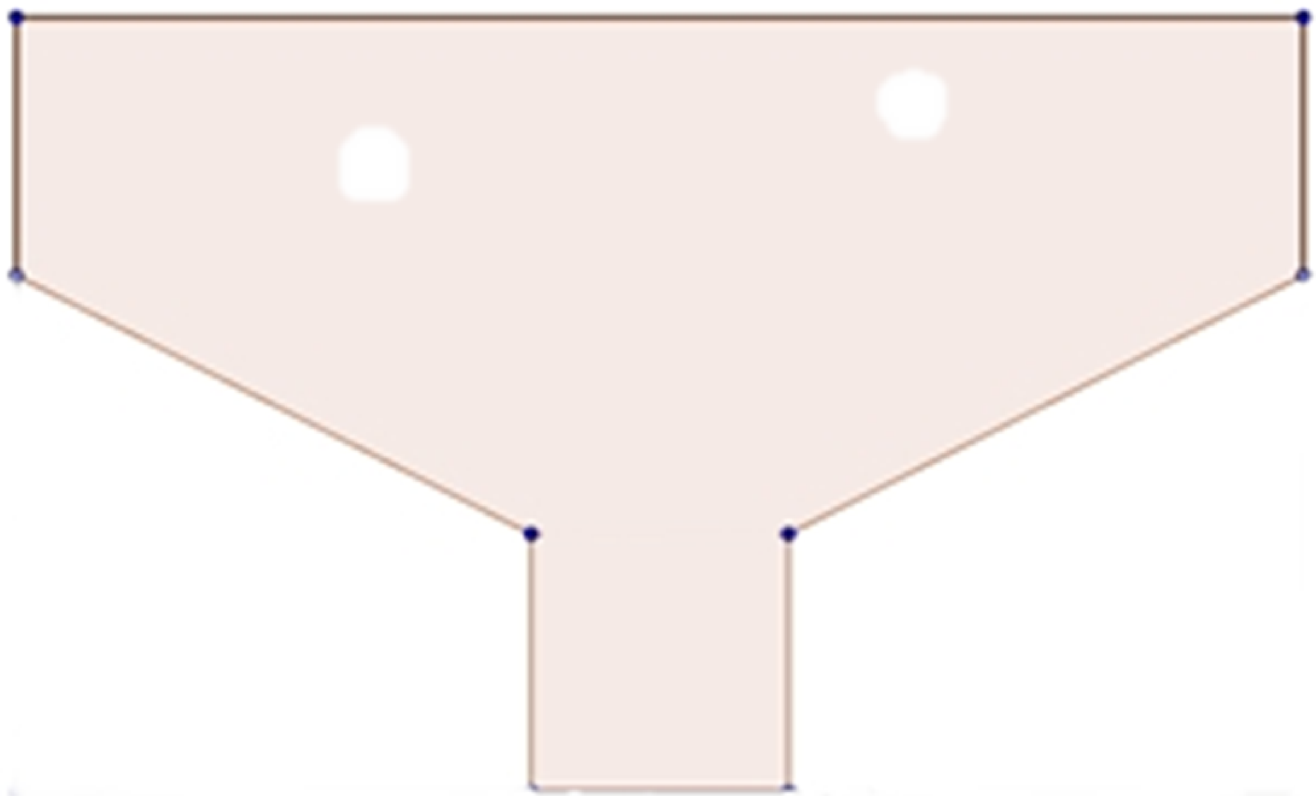
FIGURA	DIBUJO	CÁLCULO DEL ÁREA
Rectángulo		
Cuadrado		
Triángulo		
Rombo		
Romboide		
Trapecio		

Ahora que sabemos calcular área de cuadriláteros, ¿podremos determinar cuántos adoquines necesitamos?

NOTA: Con cada adoquín se cubre un metro cuadrado de terreno.

***R:*____**

Croquis que muestra el acceso al recinto que se desea pavimentar:



SOLUCIÓN

- **Área la superficie de la entrada es :**
  R:____

- **Cantidad total de adoquines para pavimentar:**
  R:____

ANEXO 38

Transcripción de entrevista Ricardo Ruiz

Ricardo Henrique Ruiz Lavín rut: 12322047-1 de pedagogía en media en matemática

P: Bueno, cuénteme respecto de esta entrevista

P: De donde obtiene la ideas para planificar una clase y proponer ejercicios que se realizan en una clase, de dónde nace, cuál es el origen?

R: Más que nada el origen nace de varias fuentes… los planes y programas proponen para cada nivel actividades, en segundo lugar los libros que son del estudiante que igual salen actividades propuestas… tercer lugar el contexto donde uno trabaja con los alumnos, sus realidades o temas comunes que se podrían conversar con ellos y finalmente digamos, la formación que uno ha tenido de cómo uno puede ir estructurando, buscando estos temas.

P: Muy bien. Estamos conversando del capítulo del libro, ese tenía tres partes: de iniciación lo esencial y resolución de problemas. ¿Qué valor le agrega usted a la construcción de un capítulo del libro como ese? Como elemento para su formación

R: Le encuentro un valor bastante importante porque específicamente la parte de lo esencial, uno hace una revisión de lo que debería uno mostrar o enseñar a los alumnos de una temática especifica, los ejercicios propuestos tiene un bagaje de, una batería de ejercicios o de problemas porqué cuál es el gran problema, digamos que, de repente uno tiene que buscar en diferentes fuentes, y con tener un libro uno ya tiene una plantilla y sobre esas puedes empezar a trabajar y en la primera parte la de iniciación también es bueno porque uno hace que el alumno parta desde la realidad de él y se introduce en la temática que uno quiere enseñar. Por eso que encuentro que el tema de construcción del libro es buena.

P: ok. Ahora ¿Cuáles son los criterios que usted puede ocupar desde el punto de vista personal intuitivo? me refiero a que de repente uno puede encontrar un ejercicio interesante, como del punto de vista de los elementos teóricos de la didáctica ¿Cuál son esos criterios que usted ocupa para elegir ejercicios que pudiesen estar en ese libro.

R: eso es bien interesante porque, es como los que nos toca siempre ver, en práctica profesional me estoy dando cuenta que, Junto con el profesor guía que, de repente un ejercicio es bueno, muy interesante, pero, cuál es el valor de aprendizaje para el alumno en sí. Uno de repente lo ve desde la perspectiva de lo que uno domina, pero no se coloca en el lugar el alumno. Y resulta que un ejercicio que es demasiado interesante, no tiene valor, queda en eso lo interesante, ahora, es distinto. Me ocurrió una situación en particular donde un alumno no dio la respuesta matemática sino que dio una respuesta verbalizada y fue bien interesante al darse cuenta que el proceso de aprendizaje matemático si solamente pensamos en número, no estamos haciendo matemática, los ejercicios que uno debería presentar son aquellos que le permitan al alumno ir estructurando un juicio matemático, así más o menos yo me he ido dando cuenta. Porque, un ejemplo, si yo le digo al alumno dos más dos y él me dice cuatro, ¿qué estoy obteniendo? No estoy obteniendo absolutamente nada, es una simple repetición de algo que ha sido repetido mil veces. En cambio si yo hago una problemática donde el alumno conversa conmigo y ve que hay otras cosas que obtener de ahí. Para mí ahí hay un trabajo bien hecho entre la enseñanza y el aprendizaje. Ahora criterio principalmente van por el lado de elementos que me permitan a mí que el alumno vaya empleando sus ideas matemáticas específicamente, eso es para mí uno de los criterios que sería mas importantes. Ahora por ejemplo esta la importancia en el tema del soporte, qué es lo que yo le propongo al alumno como elemento para entrar a estudiar. Por ejemplo irnos a la clase, el tema de la goma eva, lo encontré muy bien porque la goma eva a diferencia del papel uno puede trabajarla muy bien, puede recortar sin ningún problema a diferencia del papel que es muy delgadito, y se v generando problema, en cambio con la goma eva es mucho más plástico entre comillas para trabajar con ese material, entonces eso también es interesante el tema de la buena elección de materiales para trabajar ciertas cosas, me recuerdo por ejemplo, hace tiempo atrás cuando se utilizaron unos tubitos para resolver , bombillas para la idea de rectas. Lo encontré genial, intersección de bombillas muy, muy bueno. Y así cada material va apostando diferentes elementos que permitan lo abstractos que son los conceptos matemáticos volverlos más a lo que pasa realmente.

P: ¿Usted cree que el tema de la construcción de un libro, esos ejercicios deberían estar presente ahí?

R: sí.

P: Ahora ahí ¿A qué le otorgaría mayor presencia numéricamente hablado, más ejercicios tradicionales, más ejercicios de este tipo que usted me señala con elementos concretos, cómo uno equilibra eso?

R: Los que pasa, lamentablemente nosotros estamos marcados dentro de una cultura educativa que nos exige ciertas cosas con respecto a los alumnos, como por ejemplo el sistema de las notas, nos guste o no nos guste tenemos que colocar notas, entonces el alumno por ejemplo, ideal, es que él aprenda cosas para enfrentarse a la vida pero, lamentablemente nosotros tenemos que sortear una primera valla que son SIMCE y PSU. Y SIMCE y PSU como son estandarizados exigen que uno posea ciertas competencias de resolución en papel, en definitiva. Y que nos olvidan 8.26 en definitiva el libro a nosotros. Colocar ejercicios de esa índole. Tanto que se habla de la calidad del cambio en la educación pero, seguimos aún con ciertas situaciones, que a mí en lo personal no me gustan, porqué me he dado cuenta que los alumnos de hoy en día, bastante celular, y ahí está interesante porque el celular da esa plasticidad para manejarse, yo por ejemplo me gusta mucho trabajar con Geogebra, lo trabajé yo como estudiante cuando tenía mis ramos, y el Geogebra por ejemplo, el 3D es una herramienta impresionante para trabajar conceptos muchos más difíciles, como ecuaciones diferenciales o 3D, lo que tengo que confesar yo soy de la época en que no había nada tecnológico en lo que se refiere a computación, no había simuladores y que hoy en día exista eso, antiguamente antes todo se lo tenía que imaginar en cambio hoy en día los alumnos tienen ese apoyo que hoy en día existen en los simuladores que para mí es impresionante, la matemática puede ser enseñada de una manera total y absolutamente distinta al papel.

P: Ahora en eso que usted señala: la matemática puede ser enseñada de manera distinta, cómo usted aborda eso en la realidad porque me estaba diciendo que la PSU y el SIMCE de alguna manera a uno lo lleva a este profesor locomotor y por otro lado tenemos el uso de la tecnología que usted le ha visto esta real utilidad, cómo, más que darse cuenta de lo uno y de lo otro cómo usted como profesor qué pasa en su cerebro de profesor, respecto de cómo llevar a delante esta dualidad esta paradoja extrema de un profesor locomotor y un profesor tecnológico.

R: Bueno, lo que pasa es que uno tiene que planificar muy bien, en el sentido de tener bien claro en qué momentos ocupar bien estos elementos, generalmente uno lo… voy a dar un ejemplo, nos tocó en cierta ocasión en un curso ver ecuaciones cuadráticas y el profesor lógicamente propuso las fórmulas $x^2 + b + c$, entonces de ahí lógicamente habíamos conversado y mientras estábamos en el tema de buscar las raíces, les propuse a los chicos, teníamos Geogebra instalado ya, les fui mostrando, mire lo que pasó acá y ellos se fueron dando que justamente las raíces, lo que corresponde gráficamente era cuando intersecaba el eje de las Y

P: Perdón, y eso usted ¿Presento la fórmula del profesor de la escuela del profesor guía? ¿Y eso usted aplico el Geogebra a los alumnos?

R: Exacto, porque la idea de nosotros era resolver la ecuación cuadrática, pero para que los muchacho no solamente vivieran un x1 es igual a algo, entonces los alumnos no ve solamente X, pero no ve que lo que se está buscando son coordenadas, en definitiva es eso, entonces cuando los chicos vieron y el Geogebra tiene una gran cualidad que uno puede mover la curva, entonces eso para mí es interesante que el alumno vea las matemáticas, no solamente las imagine porque nos guste o no, ver para creer dicen por ahí, al ver al alumno como que ¡ah! para eso es, por eso está pasando eso, por eso que por ejemplo daba la situación de raíces imaginarias, pero qué es raíz imaginaria por qué… y yo levantaba la curva… ah no toca y ese no toca… (=) imaginario, y así van asociando, por eso que soy insistente en el tema de que eso era más difícil antiguamente de uno poderlo ver, hacer la asociación gráfica con el algebra, yo en ese sentido siempre he trabajado que lo geométrico tiene que ser bastante eh… tiene que ser como nuestro soporte en definitiva lo geométrico, porque es como la realidad tangible, inclusive, históricamente la geometría fue lo primero que se ___________ 13,12 _________entonces, desde esa perspectiva yo… inclusive en ciertos certámenes yo siempre hacia dibujos para orientarme hacia lo que yo tenía que resolver analíticamente, inclusive el me hizo el comentario, señor Ruíz es muy geométrico, yo le decía sí porque yo en lo geométrico yo me apoyo, uno de repente no tiene muchas críticas de que lo geométrico o lo gráfico no es tan exacto pero es un indicio, a eso quiero llegar, entonces yo por lo general me gusta funcionar desde esa perspectiva, lamentablemente la estadística dicen que en geometría es donde peor les va a los alumnos entonces, hay un reto ahí bien interesante, la PSU dice que a los chicos les vas bastante mal, así que yo creo que hay un reto ahí.

P: Y cómo, trasladando esto que usted está señalando de la ecuación a su vivencia en el aula escolar, con el concepto de área, cómo hace una equivalencia una analogía entre esta ecuación construyen Geogebra versus concepto de área que usted aplico en la escuela.

R: Yo tengo que reconocer que fue sorprendente porque cuando confronte, porque nosotros siempre usamos palabras matemáticas y no medimos la profundidad, que quiero decir con esto, que cuando confronte el concepto de superficie y área y cuando lo alumnos fueron dando idea, lo más sorprendente que cuando me toco hacer la clase con los profesores de matemática de básica acá en la universidad y darse cuenta que desde chiquitito como se dice no fue quedando claro el concepto y llegamos entre comillas a una edad adulta y nos vamos dando cuenta que muchas ideas matemáticas no las hemos aprendido correctamente, a eso quiero llegar. Entonces que los chicos en el colegio no supieran la diferencia entre superficie y área ningún problema pero me sorprendió mucho con los alumnos de acá de la universidad, entonces eso ya me llama la atención con respecto a que pasa, de repente irse por la formula lo simbólico en extremo distorsiona un poco lo que realmente finalmente como conceptos claves los alumnos no van aprendieron , eso me hace clip en el sentido de que el día de mañana me toque trabajar rectas en el punto, logaritmo, hay todo un vocabulario matemático inclusive nació una idea, en el sentido de que ir armando un diccionario matemático con los alumnos y que ellos vayan con sus manitos escribiendo porque es importante, porque aunque tú de repente no puedes abordar temas más complejos si lo que está inicialmente, digamos, no está bien claro. Inclusive ahí justamente me gusto mucho cuando trabajamos con la superficie y el área yo por un lado le mostraba a los muchachos que la superficie de la goma eva sin ningún rastro nada, la goma eva tal como es, y al otro lado cuando la giraba y mostraba las cuadriculas y ahí me fije que las caras de muchos que ¡ah! Esto es, por eso no son lo mismo y eso me llamo mucho la atención

P: De dónde nace esa ideas suyas didácticas cuál es el rol que ha jugado el proceso de información como profesor de matemática en que a usted se le hayan ocurrido esas cosas o son cosas que se vieron acá y que usted las replica.

R: No, lo que pasa cuando uno entra a estudiar acá específicamente pedagogía en educación media en matemática, uno piensa en matemática, yo pensé que iba a entrar a estudiar matemática, casi como ingeniero. Pero en el camino me voy dando cuenta que la parte de la didáctica, que ha todo esto a mi me costo, me costó entender más o menos como iba, y todavía es un proceso de seguir aprendiendo, pero me sirvió porque se da cuenta uno que con la didáctica uno tiene herramientas para trabajar de diferentes maneras los temas, los contenido. Inclusive cuando me ha tocado leer literatura de investigaciones, al ir aprendiendo esto de las didácticas, uno comprende de otra manera, y por ejemplo, lo primero es que le llaman educación básica o conocimiento elemental en lo que se refiere al primer ciclo y después uno se da cuenta que no es, que está mal puesto ese nombre porque lo que debería ser es educación fundamental porque si nosotros , los profesores que trabajan en esa primera edad y que es principalment5e algebra aritmética __________ como dibujo 18.59 si eso no queda bien asentado, lo que viene en enseñanza media es pasar materia sobre algo que el alumno no, entonces ahí uno justamente _____________ tiene que ver con el tema de la didáctica y algunos aprender sobre eso, logra entender, logra entender la literatura y logra como apropiarse de ello, sí hay formas distintas de pensar y de hacer las cosas, a eso quiero llegar, que uno no lo tenía cuando entra a la carrera. Uno está con el formato del profesor que pasa la metería y nada más.

P: Ahora, teniendo en cuenta estas cosas que acaba de decir ¿cómo piensa usted que se desarrolla la gestión de una clase? Los procesos que usted llega a la sala de clases y hace una serie de actividades y finalmente la clase termina. ¿Cuáles son esas actividades que va desarrollando, tienen alguna secuencia, es un poco intuitivo o hay alguna acción?

R: yo creo que hay una secuencia, partiendo por los conocimientos previos. Que una vez conversaba con una profe que decía "es tan difícil de determinar la calidad de esos conocimientos previos que tienen los alumnos. Pero hay que partir de ahí". Porque decía ella "materia pasada, materia olvidada". Es un cliché o una metáfora del sistema educativo, por lo tanto hay que partir de los conocimientos previos, un repaso y de ahí lógicamente entrar en la situación de contexto, partiendo de alguna cosa que sea cercana al alumno y de ahí lógicamente aumentando la dificultad o la complejidad de lo que se habla y en el desarrollo partir con un trabajo individual, tiene que ser un trabajo individual

P: ¿Por qué tiene?

R: Porque ese es el trabajo del alumno, en donde él va aportar con sus aciertos y con sus errores porque no va a tener con qué comparar, ahí yo encuentro destacable que, yo lo he hecho y lo he tratado de hacer como una cultura, porque qué pasa, el chico no pregunta, se queda callado, porque tiene miedo a la burla a la risa fácil, entonces, yo lo que he tratando siempre de incentivar a los chiquillos es que no se queden callados si se equivocan que no se sientan culpables, hay una relación muy importante entre el error y la culpa, yo que en lo personal no le encuentro ningún asidero, pero se juntan y lo otro que es justamente la burla entonces el chico, entonces yo siempre he tratado de, "joven usted también tiene errores ustedes también tienen dudas, se pueden reír de ustedes". Entonces tratar de generar esa cultura de que no importa que yo me equivoque pero lo digo y lógicamente después viene el trabajo grupal donde ahí se corrige eso "ah en eso es lo que estaba equivocado, por eso estaba pensado eso". Creo que el alumno que se equivoca, que procesa algo y se equivoca es un alumno que está aprendiendo. Voy hacer una alegoría un poco graciosa.

Cuando trabajaba de vendedor el que venía y se iba con el producto, ningún problema, cuando yo tuve problema con algún cliente, ese cliente después me conoció hasta el nombre y yo le conocí el nombre al él, entonces esa cultura del no error de todo espectacular yo creo que no te genera nada, en cambio ir trabajando con respeto e ir formando conocimientos a partir de eso con los alumnos, logramos varias cosas: generamos un clima de curso distinto, generamos una cultura de respeto, generamos una cultura de ir construyendo cosas y de confianza, entonces a eso voy yo, esa parte es importante.

Después del trabajo grupal es importante y finalmente que igual lo aprendí este semestre el tema de tratar de ir viendo si realmente se están logrando los aprendizajes, no quedarse con que ya se paso la materia y todos felices. El profesor guía este semestre me enseñó eso "haz una pequeña evaluación rápida", pero tú vas viendo si se logro lo que tu querías lograr en la clase.

P: ¿Cuáles son los criterios didácticos para darse cuenta si el alumno aprendió o no? Porque si usted hace una pregunta y el alumno le responde, usted asegura que con esa respuesta el alumno aprendió, de esta manera que usted señaló significativamente cuando hizo el ejemplo de dos más dos cuatro, o es simplemente una respuesta de reproducción memorística.

R: lo que pasa ahí, es lo que llamo justamente "las buenas preguntas" eso es la parte importante de un profesor es generar buenas preguntas que incentiven al grupo curso. Por ejemplo cuando hicimos el tema de cuadrilátero, esa pregunta de superficie y área la encontré genial, fue como para romper y empezar todo el tema. Por ejemplo la pegunta cuando a una alumna hizo un cuadriculado inmenso versus uno que hizo por la mitad, confrontar esa situación. ¿Cuál creen ustedes que es la mejor para poder trabajar? Y darse cuenta que en definitiva la mejor cuadricula es la que estaba intermedia entre esas dos situaciones. Entonces, uno inteligentemente como profesor tiene que ir evaluando y con calma, y uno se da cuenta que algunos les cuesta y a algunos no les cuesta. Uno a los dos o tres semanas ya sabe los nombres. Yo soy muy bueno para identificar grupos. Detecto de inmediato el grupo que son buenos para estudiar o los que no les gusta mucho, siempre me voy acercándome y conversando. Por ejemplo hay una práctica que utiliza mucho de cambiar de puesto a los alumnos y la entiendo porque es una forma de sacarte de tu grupo de anular, pero de repente encuentro que no es buena porque uno tiene que tratar de ir jugando, porque los muchachos se juntar por ciertas afinidades y por ciertas competencias y de repente no necesariamente el que sabe más se va a juntar con el que le cuesta más, entonces lo que uno desde tratar es jugar con los grupos que logren ciertas competencias entre ellos que vayan mejorando, peor principalmente que vayan como curso ayudando, ese es el tema.

P: Bueno ahora, Ricardo en lo que usted me señala en lo que tiene que ver con cosas de las evidencias de la respuesta de los alumnos, pero le hago la pregunta tratando de ir hacia lo más profundo. Porque usted me habla de las buenas preguntas (yo estoy de acuerdo con las preguntas) ¿Qué elementos teóricos cree usted dentro de su formación de lo que hemos conversado son los que apoyan una buena pregunta? Tiene que haber algún criterio, una buena pregunta puede ser hecha por un profesor, pero esa buena pregunta no es tan buena pregunta hecha en otro contexto. ¿Cuáles son los elementos yo lo digo desde la teoría didáctica que permiten a ustedes decir " bueno esta debería ser una buena pregunta" ¿la didáctica cómo acompaña esa buena definición? ¿Son elementos teóricos de la didáctica que podrían definir una buena pregunta?

R: Bueno, lo que yo he escuchado es el tema de que, un poco el concepto del andamiaje: que uno va armando esta estructura psicológica y que después va retirando gradualmente.

P: Usted cree que las competencias PISA o el COPISI podrían darle algunas señales también.

R: si yo por ejemplo en el caso de PISA, se miden tres niveles: reproducción, conexión y reflexión yo opino que generalmente lo que uno ha escuchado, es que todo prácticamente es reproducción, pero lo que pasa es que, lo que es reproducción caemos nuevamente en esto de quedarnos en cosas memorísticas, rutinarias.

P: ¿Es posible que desde ahí emane una buena pregunta?

R: Sí, por ejemplo cuando uno quiere confrontar al alumno hacia cosas que son más reflexiva, cuando uno resuelve de algo de la vida real uno tiene que reflexionar tiene que acotar porque no lo puede resolver todo, tiene que darle solución a algo en particular.

P: Pero ahí reflexionar estaríamos en la competencia de reflexión de PISA.

R: Exacto, entonces, una forma de enseñar el tema de reflexionar es que uno primero tiene que acercarse hacia que se va a fijar , porque hay tantas variables en la vida real que uno tiene que decidir qué hacer, entonces primero tiene que acotar, al acortar…

P: ¿A qué le llama acotar?

R: Por ejemplo la navidad, uno tiene varias familias parientes y se da cuenta que no puede comprarle a todos o sino quedaríamos en banca rota, entonces, que es lo que uno decide: ya voy a comprar estos tipos de regalos, para que pueda alcanzar una gran cantidad o darle prioridad al regalo de la señora, entonces, esas son cosas de decisión y eso es lo que al alumno le debe proponer. De decidir. Ocurre que uno hoy en día se da cuenta que las personas que acceden a cargos públicos son personas con una formación reflexiva muy pobre y uno escucha las noticias y es decepcionante las malas decisiones tomadas por estas personas que tienen cargos de confianza, de la nación. Entonces uno ahí se da cuenta y pregunta ¿Qué fue lo que le enseñaron en la escuela? Una vez vi un dibujo, donde un circulo redaba a un profesor y era abogado era científico y todos decían él fue mi profesor. Y me llamo mucho la atención en el sentido de que justamente, nuestras formas de trabajar, nuestras propuestas, leemos bastante sobre la didáctica vamos a ser profesionales bastante competente, entonces me gusta mucho este tema en que la teoría nos coopere y nosotros podamos entenderla y comprenderla para lograr esto.

P: Ahora en ese mismo tema, teniendo claro de que usted plantea un ejercicios de reflexión ¿cómo ocurre ocurre la relación suya con el alumno? Estoy pensando en la situación adidactica ¿Recuerda el concepto adidáctica?

R: Sí, cuando uno propone algo matemático pero no es matemático, algo asi por lo que me recuerdo.

P: Claro, el alumno esta solo resolviendo el ejercicio.

R: Sí, solo, no tiene ningún soporte una idea

P: O sea tiene ideas que son de él, pero no está el profesor.

R: claro, no está diciéndolo cómo hacer las cosas.

P: Entonces estamos en este ejercicio de reflexión que usted le ha propuesto y que pasa con la relación suya con el alumno cuando el alumno esta es la situación adidáctica.

R: uno tiende a querer intervenir, pero hay por el otro lado, está la formación de acá, que te dice “no” has esto otro. Me paso mucho cuando hice la clase y yo iba mirado lo que ellos iban logrando y en algunas ocasiones me traiciono el querer ayudar. Pero en otros casos no, dije: voy a mirar y dejar que hagan. Y de repente unas correcciones mínimas para ir orientando, pero en general el alumno. En esa situación didáctica esta el error porque hay una relación entre más libertad tiene mayor probabilidad en que se equivoque en que exista el error, entonces, yo encuentro que es muy interesante esas situaciones didácticas en las que es potencial, las horas pedagógicas son tan acotadas que el tiempo se va entre los dedos, si uno no tiene claro lo que quiere trabajar o lo que quiere hacer, entonces así, uno siempre tiene que sacrificar un poco de tiempo en las situaciones adidácticas, uno debería sacrificar una buena cantidad de tiempo y que los alumnos lograran expresar lo que ellos pueden lograr.

P: Yo recuerdo que usted abordo el tema del área del paralelogramo o el Rombo?

R: Sí rombo la que propusimos en primar instancia porque es una figura bastante característica, Porque salió la del rectángulo prácticamente altiro. Dijimos que la plantilla era rectangular, entonces rápidamente derivaron esa fórmula. La del rombo era más interesante, pero creo que la que nos sirvió harto fue la del triangulo aun cuando no correspondía a un cuadrilátero pero al final el tema era de decir ¿Cuántos triángulos podemos sacar de solo una plantilla? (dos) ¿Cuánta plantilla necesito para un solo triangulo? (la mitad)

P: Y en el caso del rombo recuerda ¿cómo se produjo la situación adidáctica?

R: Sí, pero me recuerdo a los alumnos de aquí de la universidad que fue bien simpática, porque recortaron y fue un tratar de ajustar, porque se convirtió prácticamente en un rompecabezas y se dieron varias respuestas, eso es lo que yo encuentro interesante que de repente cuando uno propone situaciones adidácticas a veces hay respuestas que uno no se esperar entonces como afrontar esa preguntas que no se esperan y esas preguntas que nacen de los alumnos hacia uno y también reconocer si esa pregunta es valiosa para usarla como una pregunta interesante.

P: En el fondo las situaciones adidáctca cuando el alumno le pregunta al profesor, el profesor toma esa pregunta y la transforma en una situación adidáctica, para ver si resulta para el alumno. ¿En qué momento cree usted que el profesor debe dar la respuesta o nunca tiene que darla?

R: Yo con lo que he aprendido acá es que uno no debería dar a respuestas, porque eso va haciendo que la clase sea motivadora mantener como siempre el secreto no hacer como uno se apropie del conocimiento como de que yo lo sé y usted no lo saben, no. Me resulta interesante en el sentido de ir manteniendo esa motivación esa tensión, no una tensión negativa sino que una tensión positiva y vuelvo a ser insistente en eso. Ninguno puede decir yo tengo la respuestas correcta y me rio del otro que no la tiene la respuesta correcta, entonces que el profesor mantenga esa tensión, porque todos quieren saber la respuestas correcta, es como un hambre que tiene el ser humano en definitiva y cuando uno da la respuesta como que se pierde la magia, pero cuando uno da la respuesta es como cuando uno quiere que gane su equipo pero ya sabe el resultado, pero no. mantener la inquietud a eso quiero llegar, uno siempre mantiene la inquietud de querer saber y eso va haciendo de que la clase.

P: Pero en algún momento tiene que producirse, se produce la institucionalización, el profesor da la respuesta.

R: Sí, se da la respuesta y ahí es donde uno ve donde los alumnos dicen "te dije que era as", entonces es bien interesante porque rompe con el esquema de que uno entra a la clase, estoy hablando desde la perspectiva de cuando estudiaba yo, donde el profesor llegaba daba la definición daba un ejercicio y listo y vamos aprendiendo de memoria no más, no habían ni siquiera dudas. A mí por ejemplo me gusta mucho y lo he trabajado bastante el tema de la… y a uno le abre un poco la mente en el sentido de que uno ve el desarrollo de muchas cosas de matemática y de ciencias y darse cuenta de que por ejemplos matemáticos que murieron sin saber la respuesta de lo que estaban investigando, entonces, como que uno se da cuenta que el conocimiento no es esta colección que está en el libro y vamos anotando, no, es un trabajo de toda la vida de ciertas personas, a mí personalmente me cambio mucho el chip al ver la historia de la matemática, y este trabajo de la didáctica también es un trabajo de muchos años de muchas personas que se dieron cuenta de que la forma en cómo nosotros presentamos la matemática a los alumnos es vital, es realmente impresionante.

P: De qué modo, porque al final de la clase recuerdo que usted propuso unos ejercicios de uno jardines o piscinas, y eso venían de alguna forma del capítulo del libro, de qué manera el capítulo del libro alimenta, enriquece o no sirve para nada en la planificación o gestión de la realización de la clase en la escuela.

R: Si sirve porque como dije al principio en el libro desde ahí saca todo, concentra en un capitulo de un libro ideas y las va armando, ahí yo creo que es importante que uno debe escuchar, porque lo que dicen lo alumnos, el profesor guía o lo que dicen otros colegas inclusive los de las otras áreas, también surgen ideas que se pueden utilizar en la sala de clase, no hacer oídos sordos a lo que yo pienso que es lo que corresponde, no. Lo otro que también es interesante que uno tiene que conversar sus clases, me adscribo a un comentario que hizo usted una vez que nosotros deberíamos abrir nuestras aulas que ya eso de tener las aulas cerradas, yo también me adscribo a esa idea, pero no solamente abrir en el sentido de que todos vean, sino que conversar y es increíble cuando uno conversa la clase hay opiniones. Yo creo que es importante hacerse cambios

P: Ricardo, ¿hay mucha diferencia entre la clase que hizo desde su punto de vista obviamente en la universidad versus en lo que hizo en la escuela, porque es la misma clase o no hay tata diferencia?

R: yo pensé que me costaría hacer más hacer esa clase acá en la universidad y me van a saber todas las respuestas y no fue así. Me llamo mucho la atención eso, y si me proponen un ejercicio lo tradicionalmente difícil en el liceo: logaritmo. Uno nombra logaritmo y los chicos es como lo peor que pueden pasar y yo digo: esa clase de logaritmo acá en la universidad también tendrá el mismo efecto o no, entonces, vuelvo a ser insistente en lo que dije al principio de que los alumnos acá de la carreras de pedagogía uno debería pensar de que igual deberían tener un manejo previo, yo no los puedo pillar en preguntas como distingo una recta paralela de una perpendicular son conceptos que el alumno de pedagogía debería tenerlas claras. Porque estos muchachos eran de octavo básico y estamos hablando de 5, 6 años de escolaridad

P: Segundo medio en la actualidad, verdad.

R: entonces me quedo un poco dando vuelta ese tema. Me sorprendió un poco el tema con respecto a alumnos acá de pedagogía.

P: Ahora hay un concepto didáctico que es concepto de medio, relación sujeto-medio. Medio es lo que el alumno conoce, cómo puede usted saber que es aquello que es parte del medio del alumno.

R: Lo que pasa es que uno para detectar el medio uno tiene que conversar con los alumnos. Ejemplo yo tenía un alumno que practicaban rugby en la Inmaculada y de repente empezamos a conversar así “oye ¿qué hacen en su tiempo libre, hacen deporte?” y de repente uno dice nos gusta el rugby, entonces como yo me doy cuenta del medio del alumno: preguntando

P: Como se le ilumina elegir situaciones didácticas del rugby

R: Ahí hay un tema que podemos trabajar ,el de la cancha, como la cancha esta dibujada, porque no es igual que el futbol ni como el tenis el rugby es un tema totalmente distinto, entonces en el juego se va diciendo ganar terreno, entonces podemos ver mayor área menos área y así vamos trabajando, entonces para poder saber lo que y lo otro por ejemplo cuando uno hace un ejemplo y propone una idea de una película y ahí reconoce los alumnos que son cinéfilos y los que no ven televisión y así uno va en el mismo discurso va conociendo el medio. Ahora lamentablemente uno no logra reconocer el medio de todos los alumnos. Hay elementos comunes para todos.

P: ¿Cómo se siente usted como estudiante por lo realizado? Me refiero específicamente a lo que sucedió acá en la universidad y lo que ocurrió en la escuela ¿cómo valora como evalúa usted lo realizado?

R: Yo voy hacer un juicio en base a la opinión de un alumno o varios alumnos de la escuela. De cuando yo les conté que me iba porque había terminado mi practica, algunos alumnos me dijeron: “Profesor, espectacular sus clases, nunca en mi vida me habían pedido recortar y aprender”.

P: Eso fue en la clase de área

R: Exacto, y cuando el alumno te dice eso y realmente estamos muy institucionalizados yo me adscribo como eso.

P: ¿Profesor locomotora, profesor tradicional?

R: Exacto, y darse cuenta que con cositas que cambian un poco el chip, yo creo que ya ese alumno en tema de área y cuadrilátero quedo muy claro. Y no tuve que pedirle que buscara tantos ejercicios en el libro ni pasar una guía extensa para que se apropiara del concepto de área y superficie.

P: Cuando el alumno recorta el rombo y luego acomoda y se da cuenta que en un rectángulo hay dos rombos, cierto, ¿usted cree que ahí nace un método para después el paralelogramo el trapecio?

R: Nace un método no solamente para eso, nace un método para repartir comida, para arreglar vestuario, ropa, un método para muchas más cosas.

P: ¿Por qué en el caso de vestuario y ropa?

R: Lo conozco porque en el caso de mi cuñada que trabaja en vestuario y ella es modista, ella recorta, y yo he visto que lo mismo que hicimos nosotros con la goma eva ella lo hace con la vida real para distribuir un trozo de tela que ella tiene, entonces ahí uno se da cuenta de que, mientras más real sea la matemática que uno enseñe el alumno más apropia esa experiencia.

P: ¿Pero ahí el profesor, porque al principio cuando yo le preguntaba de a dónde sacaba usted su idea usted dijo: de los planes y programas, porque cómo compatibiliza eso, finalmente tengo que volver a la formula o me quedo en el método del recorte?

R: No, lo que pasa es que nosotros no podemos dejar de lado lo que es simbólico, porque lo simbólico es como el resumen de todo lo que vimos, ejemplo el área es a*b (ancho por largo) porque si yo solamente me quedo en el recorte para poder dejar una idea general final de todo, tendría que hacer miles de recortes, entonces , tengo que hacer ese viaje desde este caso desde lo concreto, lo pictórico y tengo que llegar a lo simbólico , pero no enseñarle lo simbólico por enseñarlo porque el alumno lo aprende y se le va. Hay alumnos que tienen muy buena memoria si le preguntas cual es el área de un rombo y te lo va a decir, pero hay otros que no, entonces no podemos dejar solamente el aprendizaje a la memoria que es lo que lo simbólico digamos, aproveche. Si lo trabajamos desde esa perspectiva desde ese viaje y después de lo simbólico volver a lo concreto, ya es otra cosa. Ejemplo nosotros trabajamos desde un montaje y ese montaje que es simbólico nosotros teníamos que hacer el montaje hacia algo concreto, entonces eso es lo que uno tiene que enseñarle para el día de mañana al alumno.

P: Volviendo al tema de cómo se siente usted por lo realizado como profesor tanto en la escuela como en la universidad.

R: Agradecido por la experiencia, porque igual como que volvió abrirme más mundo en el sentido de que es increíble que el alumno agradece cuando uno cambia y trabaja de otra manera y los alumnos lo reconocen, no se quedan callados.

P: Son bastante más honestos.

R: Sí, cuando el alumno cuando no le gusta algo lo dice, cuando uno está haciendo las cosas malas el alumno te lo va a decir, cuando uno está haciendo las cosas bien el alumno te lo dice, yo he aprendido eso, y que los alumnos tiene bastante clara la película, tiempo de evaluación, criterio de evaluación.

R: Si usted no hubiera vivido esta experiencia de contribuir a esta investigación y usted llega a la sala y se encuentra con el concepto de área ¿cómo lo hace?

R: Tradicionalmente.

P: O sea que escribe la formula.

R: Sí

P: Entonces uno puede observar que hay un cambio didáctico, si usted hubiese tenido que enseñar el concepto de área y área de cuadrilátero sin haber vivido esto, ¿usted se sabe las formulas de memoria?

R: La gran mayoría.

P: ¿Cuál es la fórmula del trapecio?

R: Sí, el lado mayor el lado menor la suma de eso dos dividido por dos multiplicado por la altura del trapecio.

P: Ok, ahora, luego de haber vivido esta experiencia la imagen del recortar un trapecio y reacomodarlo para el cálculo de eso ¿se le viene a la mente? O solo hay una cosa algorítmica detrás

R: No, si recortar fue bien interesante.

P: Lo que pasa es que el rombo es bastante significativo.

R: Sí es bastante significativo.

P: Y se arman los rombos.

R: No, en este caso del trapecio, si hace un isósceles, recorta y lo acomoda hacia dentro y de esos dos triángulos y después uno va sacando sumas. La del rombo justamente era darse cuente que era el doble, dos rombos en una sola plantilla. Pero a mí me gustó el trapecio en el sentido de que al trabajar el tema de suma de áreas, los no alumnos tienen para que memorizar, inclusive hicimos una idea con papel cuadriculado, yo lo hice en la casas y me fui dando cuenta que distintos rombos y me di cuenta que también pueden ir trabajándose ideas, entonces, en lo personal a mi me pareció interesante esta clase de cuadriláteros me significó cambiar bastante mi idea y ver como profesor si con mi gestión lograba impresionar a los alumnos con esta temática, que uno pensé en primera instancia que los alumno iban a responder todas las preguntas.

P: Ahora, usted que ya ha vivido esto ¿usted cree que es necesario hacer la simulación en la universidad antes de la escuela de la clase que hizo?

R: Yo creo que está bien el orden.

P: O sea que hay que hacer una en la universidad y luego en escuela.

R: No, me refiero a escuela- universidad ¿Por qué? Porque uno va con la experiencia de lo que ve con los alumnos entonces uno lo puede contar a sus colegas en el caso de acá. Que fue lo que yo hice, les conté lo que hicieron los alumnos. Se fueron por este lado, dieron estás respuestas. Porque para mi es importante lo que uno recoge lo que los alumnos le aportan a uno y eso es lo que le pedimos contar a los pares.

P: ¿Qué sugerencia haría usted para mejorar un proceso de formación de profesores de matemática a la universidad? ¿Qué cosa crees que falta? Considerar con mayor medida o hay cosas que están pero soy muy débiles.

R: Primero, voy hablar desde la perspectiva de lo que ha sido mi formación. Nos faltó más tema de evaluación, la evaluación que nos tocó a nosotros lamentablemente, pero la sección que tomamos nosotros la persona que estaba encargada no era competente para nuestra área de matemática.

P: ¿Quién era?

R: No me acuerdo, pero primero que nada eso. Lo ideal que las personas que nos tome a nosotros como profesores d matemática que sea competente en el área de matemática. Y lo otro que evaluación debería ser dos cursos no uno, es decir, evaluación 1 y evaluación 2. Porque voy habar desde mi perspectiva como apoderado, para mí un profesor es un evaluador, esa es la imagen que yo tengo de un profesor que tiene bien claro en todo lo que se refiere a evaluación para mi es un profesor de tomo y lomo. Porque fue lo que yo vi como mis profesores cuando estudiaba. Otra cosa que he habado con el jefe de carrera es que nosotros deberíamos tener un curso de teatro, por lo menos un semestre. Tenemos que dominar las técnicas histriónicas. El área de la matemática es muy buena.

P: Y a la escuela cuales serian las sugerencias simulando la situación de poder tomar decisiones didácticas en la escuela ¿Qué cambiaria en la escuela? ¿Qué le agregaría? ¿Qué sugeriría? En la escuela en general, no solamente en el colegio donde hizo su intervención ¿Qué le falta al sistema educativo? Desde el punto de vista didáctico.

R: Soltar un poco el acelerador, porque estamos muy acelerados, todo es para ayer, no se considera si el alumno entendió, vamos con la segunda prueba, vamos con la tercera prueba. El alumno está en una montaña rusa impresionante. Y lo que hablaba con el profesor de educación física, es que nos falta como docente juntarnos a hacer algo. Se dio por el tema de las estadísticas. Que el profesor se junte con el de matemática y que enseñe y que el alumno si no hace educación física la estadística va hacer esta y esta, vamos compartiendo entre nosotros esas ideas que la matemática se junte con lo que nunca se ha juntado. Siempre es física química y matemática, número, números y números. En cambio si logramos juntar la educación física con la matemática ¿Qué puede pasar? Entonces eso nos falta, conectarnos como docentes.

P: Y en el aula de matemática propiamente tal ¿Qué falta ahí?¿Qué hay que hacer?¿cuales son sus sugerencias de cambio? Porque también he notado elementos que usted ha señalado que son débiles o críticos ¿Qué hay que cambiar ahí?

R: Bueno es que hay un todo un tema con respecto a… por ejemplo a mi me cargan esas mesas lo que yo siempre he visto desde que me empecé a educar y ver que no ha cambiado nada de eso, a mi me gusta el tema de las mesas redondas, que todos se miren con todos, porque creo que lo que te hace el grupo es conocerte y saber que no todos van a congeniar con todos. A mí me da mucha tristeza en el sentido que los alumnos salen de cuarto medio y nunca existió el de al lado, entonces, voy a decir algo muy crítico, las clases altas se dieron cuenta de esto, por eso que juegan como mafia con nosotros, porque ellos estudiaron el colegio de águila etc., etc. Pero se dieron cuenta que tenían que siempre estar juntos para conservar su clase social. Entonces, esa distancia no sé si es apropósito o circunstancia como lo ha dado el sistema.

P: La didáctica de la matemática ¿Tiene influencia en eso? ¿Tiene consecuencia?

R: Sí, vuelvo hacer insistente, como uno hace como uno presenta, porque la didáctica no la veo solamente de la perspectiva del contenido sino que la veo desde una estructura general que domine el lenguaje, todo. Para mí la didáctica es una forma de ser profesor entonces eso me llama la intención y he aprendido de que como se domina un espacio físico se generar las relaciones entre las personas. Si en un pueblo hay un rio y hay gente a un lado del rio y hay gente al otro lado del rio esos van hacer dos pueblos distintos a la vez, si no existe ese rio es solo un pueblo entonces a eso quiero llegar, que el control del dominio de lo físico incide en las otras estructuras que se dan.

P: Bueno Ricardo muchas gracias por su colaboración.