

Université de Montréal

Étude de la convection dans les étoiles naines blanches de type ZZ Ceti et les implications sur la mesure de leurs paramètres atmosphériques

par
Simon Cloutier

Département de Physique
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)
en Physique

août, 2018

© Simon Cloutier, 2018.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

Étude de la convection dans les étoiles naines blanches de type ZZ Ceti et les implications sur la mesure de leurs paramètres atmosphériques

présenté par:

Simon Cloutier

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Paul Charbonneau,	président-rapporteur
Pierre Bergeron,	directeur de recherche
Gilles Fontaine,	membre du jury

Mémoire accepté le:

SOMMAIRE

Ce mémoire présente une étude théorique et observationnelle des étoiles naines blanches de type ZZ Ceti visant à l'amélioration des déterminations de leurs paramètres atmosphériques. Le traitement du transfert convectif demeure la principale source théorique d'incertitudes, et au niveau observationnel, la qualité et la calibration du spectre observé ont une grande incidence sur les paramètres déterminés. Dans ce but, nous avons dans un premier temps remplacé la théorie de la longueur de mélange, décrivant le transport convectif dans nos modèles d'atmosphère, par le formalisme non local de Shaviv & Salpeter, généralisé pour tenir compte des échanges radiatifs. À la différence des autres formalismes non locaux, nous avons de plus traité explicitement la composante descendante de l'écoulement ainsi que la variation de toutes les propriétés thermodynamiques du fluide convectif par rapport à celles du milieu ambiant. Puisque ce formalisme tient compte de la nature stratifiée du milieu stellaire, nous sommes en mesure de reproduire en convection profonde certains résultats des simulations d'hydrodynamique radiative. La paramétrisation des processus physiques en surface demeure trop incertaine pour donner des prédictions réalistes. Dans un deuxième temps, nous nous sommes inspirés de l'étude de Bond et al. afin de faire la moyenne des déterminations des paramètres atmosphériques obtenues à l'aide de plusieurs spectres, nous permettant d'en obtenir de plus précis. Nous avons au passage recalibré la théorie de la longueur de mélange et refait l'analyse spectro-photométrique de Bergeron et al.. Nous avons produit une bande d'instabilité ZZ Ceti plus large et dont la frontière bleue est mieux définie.

Mots clés: étoiles : paramètres atmosphériques - étoiles : transport convectif - étoiles : variables : ZZ Ceti - naines blanches - techniques : photométrie et spectroscopique

ABSTRACT

We present a theoretical and observational study of ZZ Ceti white dwarf stars aimed at improving their atmospheric parameter determinations. Convective energy transfer remains the dominant theoretical uncertainty. On the observational side, the quality and calibration of the object's observed spectrum have great incidence on the determined parameters. To this end, we first replaced the mixing length theory of convection used in our model atmospheres by the non-local formalism of Shaviv & Salpeter, properly generalized to take into account radiative exchanges by the convective fluid. In addition, unlike in any other study involving non-local mixing length formalisms, we explicitly treated downflows as well as allowed for departures of all thermodynamic variables from the mean state. By virtue of recognizing the stratified nature of the stellar environment, we were able to replicate certain features predicted by radiation hydrodynamics simulations, granted that we are deep enough in the convection zone. Deficiencies in the parameterization of physical processes occurring in the superadiabatic layer undermine our ability to make realistic predictions in that region. Secondly, following Bond et al., we averaged atmospheric parameter determinations obtained by multiple spectra, allowing us more accurate determinations. While doing so, we have recalibrated the mixing length theory and redone the spectrophotometric analysis of Bergeron et al.. We produced a larger ZZ Ceti instability strip along a better defined empirical blue edge.

Keywords: stars: atmospheric parameters - stars: convective transport - stars: variables: ZZ Ceti - white dwarfs - techniques: photometric and spectroscopic.

TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE	iii
ABSTRACT	iv
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES TABLEAUX	vii
LISTE DES FIGURES	viii
DÉDICACE	xi
REMERCIEMENTS	xii
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	1
1.1 Les étoiles naines blanches	1
1.2 Les modèles d'atmosphères	4
1.3 Les atmosphères de naines blanches	9
1.3.1 Opacités et élargissement des raies	10
1.3.2 Transport convectif	12
1.3.3 La méthode spectroscopique et le problème des valeurs élevées de log g	14
1.3.4 Solution du problème des valeurs élevées de log g	17
1.4 Théorie de la longueur de mélange non locale et bande d'instabilité des ZZ Ceti	21
CHAPITRE 2 : THÉORIE DE LA LONGUEUR DE MÉLANGE I :	
FORMALISME LOCAL	23
2.1 Le critère de Schwarzschild	23
2.2 Flux convectif	26
2.3 Pertes radiatives	32
2.4 Structures thermodynamiques 1D et 3D	37

CHAPITRE 3 : THÉORIE DE LA LONGUEUR DE MÉLANGE II :	
FORMALISME NON LOCAL	47
3.1 Flux convectif	49
3.2 Pertes radiatives	52
3.3 La barrière de Schwarzschild	58
3.4 La longueur de mélange	59
3.5 Asymétrie de la zone de convection et overshoot convectif	64
3.6 Méthode numérique	68
3.6.1 Algorithme	70
3.6.2 Condition au bas de l’atmosphère	73
3.7 Résultats numériques	73
3.8 Lacunes du formalisme non local	83
CHAPITRE 4 : BANDE D’INSTABILITÉ ZZ CETI ET MOYENNAGE	
DES PARAMÈTRES ATMOSPHÉRIQUES	87
4.1 Études antérieures de la bande d’instabilité des ZZ Ceti	89
4.2 Calibration de la théorie de la longueur de mélange	95
4.3 Corrections 3D	103
4.4 Paramètres atmosphériques moyennés	106
4.5 Relevés de parallaxe trigonométrique Gaia et de photométrie Pan-STARRS	115
CHAPITRE 5 : CONCLUSION	121
BIBLIOGRAPHIE	124
ANNEXE A : DIAGRAMMES DE DISPERSION DES PARAMÈTRES	
ATMOSPHÉRIQUES MOYENNÉS	xiii

LISTE DES TABLEAUX

1.I	Constantes numériques de la théorie de la longueur de mélange	14
4.I	Sélection d'étoiles ZZ Ceti de Fontaine & Brassard (2008)	90
4.II	Échantillon élargi d'étoiles ZZ Ceti brillantes	110
4.III	Échantillon élargi d'étoiles ZZ Ceti brillantes (suite)	111

LISTE DES FIGURES

1.1	Exemple de la détermination des paramètres atmosphériques d'une naine blanche DA avec la méthode spectroscopique.	15
1.2	Illustration du problème des valeurs élevée de $\log g$	17
1.3	Solution du problème des valeurs élevée de $\log g$	19
2.1	Comparaison des raies de Balmer synthétiques de modèles 1D et 3D.	38
2.2	Comparaison des stratifications en température et densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 9000$ K.	39
2.3	Comparaison du gradient superadiabatique et de la hauteur caractéristique de densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 9000$ K.	40
2.4	Comparaison du flux convectif et de la hauteur caractéristique de densité mesurée par rapport à la profondeur optique de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 9000$ K.	42
2.5	Comparaison des stratifications en température et densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K.	43
2.6	Comparaison du gradient superadiabatique et de la hauteur caractéristique de densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K.	44
2.7	Comparaison du flux convectif et de la hauteur caractéristique de densité mesurée par rapport à la profondeur optique de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K.	45
3.1	Flux d'enthalpie ascendants de modèles d'atmosphère de $T_{\text{eff}} = 9036$ K et $\log g = 8.0$ pour différentes paramétrisations de la MLT non locale.	75
3.2	Flux d'enthalpie descendants de modèles d'atmosphère de $T_{\text{eff}} = 9036$ K et $\log g = 8.0$ pour différentes paramétrisations de la MLT non locale.	77
3.3	Meilleures prédictions du flux et autres quantités convectives de la MLT non locale pour des modèles avec équation d'état.	79
3.4	Meilleures prédictions du flux et autres quantités convectives de la MLT non locale pour des modèles sans équation d'état.	82

4.1	Bande d'instabilité des ZZ Ceti utilisant les positions de Fontaine & Brassard (2008) et celles redéterminées à partir des mêmes spectres visibles et modèles atmosphériques.	91
4.2	Bande d'instabilité des ZZ Ceti utilisant les positions de Fontaine & Brassard (2008) et des positions obtenues à partir des mêmes spectres visibles et modèles atmosphériques avec une réduction de données différente.	92
4.3	Bande d'instabilité des ZZ Ceti de modèles avec les profils de raies de Lemke (1997) pour deux sélections de spectres.	93
4.4	Bande d'instabilité des ZZ Ceti comparant les paramètres atmosphériques déterminés avec a sélection de spectres de Gianninas et al. (2011), à partir de modèles utilisant les profils de raies de Tremblay & Bergeron (2009) avec la calibration de la théorie de la longueur de mélange de $ML2/\alpha = 0.8$ de Tremblay et al. (2010), et les profils de raies de Lemke (1997).	95
4.5	Exemple de reproduction des raies de Balmer d'une étoile ZZ Ceti pour trois paramétrisations de la théorie de la longueur de mélange. .	96
4.6	Distribution d'étoiles naines blanches DA du relevé spectroscopique de Gianninas et al. (2011) dans le plan $T_{\text{eff}} - \log g$ pour plusieurs paramétrisations de la théorie de la longueur de mélange.	97
4.7	Distribution d'énergie UV de modèles d'atmosphère avec différentes valeurs de T_{eff} , $\log g$ et versions de la MLT.	99
4.8	Distributions d'énergie UV de modèles ayant les meilleurs paramètres atmosphériques déterminés pour différentes valeurs de $\log g$ et versions de la théorie de la longueur de mélange.	100
4.9	Comparaison entre les températures effectives déterminées par des spectres visibles versus UV pour différentes valeurs du paramètre α de la version ML2 de la théorie de la longueur de mélange.	101
4.10	Distribution d'énergie UV de modèles d'atmosphère avec différentes valeurs de T_{eff} , $\log g$ et versions de la MLT.	102

4.11	Bande d'instabilité des ZZ Ceti comparant les paramètres atmosphériques déterminés avec a sélection de spectres de Gianninas et al. (2011), à partir de modèles utilisant les profils de raies de Tremblay & Bergeron (2009) avec la nouvelle calibration de la théorie de la longueur de mélange $ML2/\alpha = 0.7$, et les profils de raies de Lemke (1997).	103
4.12	Bande d'instabilité des ZZ Ceti de modèles avec les profils de raies de Tremblay & Bergeron (2009) pour $ML2/\alpha = 0.7$ corrigés et non corrigés pour les effets 3D.	105
4.13	Exemple de paramètres atmosphériques moyennés déterminés par la méthode spectroscopique pour WD 1236-495.	108
4.14	Distribution des écarts types des paramètres atmosphériques des ZZ Ceti ayant plusieurs spectres en fonction de la température effective. .	109
4.15	Bande d'instabilité des ZZ Ceti de modèles avec les profils de raies de Tremblay & Bergeron (2009) pour $ML2/\alpha = 0.7$ avec détermination des paramètres atmosphériques moyennés et non moyennés.	112
4.16	Mise à jour de la bande d'instabilité ZZ Ceti.	114
4.17	Distributions d'énergie d'étoiles ZZ Ceti pour différents paramètres atmosphériques et d'efficacité convective.	116
4.18	Comparaison entre les températures effectives déterminées par les méthodes spectroscopique et photométrique d'étoiles ZZ Ceti de Bergeron et al. (2009).	117
4.19	Comparaison entre les températures effectives déterminées par les méthodes spectroscopique et photométrique d'un échantillon d'étoiles ZZ Ceti.	118
4.20	Comparaison entre les températures effectives déterminées par les méthodes spectroscopique et photométrique d'étoiles couvrant un large régime de paramètres atmosphériques.	119
4.21	Relation masse-rayon d'étoiles ZZ Ceti.	120

À ma Valérie

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier, en premier lieu, mon directeur de recherche Pierre Bergeron de m'avoir accepté au sein de son groupe de recherche et proposé un projet si intéressant mêlant aspects théoriques et observationnels. Je le remercie de plus de m'avoir fait confiance dans ce projet malgré que je sois sorti du cadre initial. Je garderai de bons souvenirs de cette initiation à la recherche qui m'a permis d'apprendre énormément.

J'aimerais ensuite remercier Antoine Bédard de m'avoir partagé son code pour générer mes figures de dispersion et de m'avoir préparé la figure 4.21. J'aimerais remercier mes collègues de bureau plus généralement de m'avoir aidé lorsque je n'étais pas encore familier avec mes outils, ou simplement d'avoir été de bonne compagnie. Je tiens aussi à remercier le groupe de naines blanches de m'avoir si bien accueilli.

Je souhaiterais également remercier ma famille qui m'a toujours encouragé dans mes études de même qu'à continuer aux cycles supérieurs, et en particulier à mes parents d'avoir tant fait pour moi.

Finalement, j'aimerais spécialement remercier ma copine Valérie qui m'a été d'un support moral inestimable tout au long de ce parcours parsemé d'embûches.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 Les étoiles naines blanches

Les étoiles naines blanches sont l'un des trois types de cadavres stellaires, résultats de l'évolution stellaire, accompagnées des étoiles à neutrons et des trous noirs. Seule la masse initiale de l'étoile sur la séquence principale est responsable du type de cadavre stellaire que celle-ci deviendra ; soit une masse $\lesssim 8 M_{\odot}$ pour une naine blanche. La très grande majorité des étoiles étant de masse plus faible que le Soleil, $\gtrsim 97\%$ des étoiles deviendront des naines blanches. Le point tournant de l'évolution d'une étoile qui s'apprête à devenir une naine blanche est lors de la fin de la branche asymptotique des géantes. Tout comme à la fin de la branche des géantes rouges, le coeur inerte des étoiles plus massives, ici de C/O, par sa contraction, devient suffisamment chaud pour déclencher la fusion du carbone et de l'oxygène. Ce n'est pas le cas des étoiles moins massives et alors il n'y a pas de génération d'énergie et de pression gazeuse suffisamment forte pour équilibrer la contraction gravitationnelle du coeur ; celui-ci s'effondre jusqu'à ce qu'il devienne presque complètement dégénéré (et complètement ionisé). C'est à ce moment la pression de dégénérescence des électrons qui équilibre la force gravitationnelle de l'étoile. De plus, au début de cette phase, l'enveloppe stellaire devient instable et une bonne partie de celle-ci est éjectée, provoquant l'apparition de la caractéristique nébuleuse planétaire. Il ne reste plus essentiellement qu'un coeur de C/O avec une mince enveloppe : une naine blanche. Les forts vents stellaires lors de la branche des géantes rouges et de la branche asymptotique des géantes provoquent de fortes pertes de masse, de telle sorte que les naines blanches ont une masse moyenne de $\sim 0.6 M_{\odot}$. La physique de la matière dégénérée (la statistique de Fermi-Dirac) permet d'ailleurs de démontrer qu'il existe une masse limite supérieure au-dessus de laquelle une naine blanche ne peut exister, appelée la limite de Chandrasekhar, soit une masse de $\sim 1.4 M_{\odot}$. Ce résultat démontre l'ampleur de la perte de masse des étoiles plus massives. Le coeur dégénéré est tellement comprimé qu'une naine blanche a généralement une taille autour de $10^{-2} R_{\odot}$ et une densité moyenne de l'ordre de 10^6 g cm^{-3} . Ceci fait en sorte que les gravités de surface sont très élevées, $\log g \sim 8$

en moyenne. La très faible taille de ces objets implique que leur luminosité est aussi très faible. N'ayant plus de source d'énergie nucléaire, l'évolution d'une naine blanche est celle de son refroidissement. Ce dernier point fait en sorte que pour une masse donnée, la température effective d'une naine blanche est équivalente à son âge. Une jeune naine blanche peut avoir une température effective de $\sim 100,000$ K, mais peut être de ~ 3000 K pour les plus vieilles connues.

L'intérieur d'une naine blanche est en très bonne approximation complètement dégénéré. Ceci découple les propriétés mécaniques et thermiques de la matière présente; ce sont les électrons qui génèrent la pression, alors que la température est plutôt la mesure de l'énergie cinétique des ions, qui se comportent initialement comme un gaz parfait. Une conséquence est la relation masse-rayon, qui décrit le résultat surprenant que plus une naine blanche est massive, plus sa taille est petite. Il est possible de la déterminer à l'aide de modèles évolutifs (eg. Fontaine et al., 2001). De plus, n'ayant plus de source d'énergie, les vents stellaires sont très faibles et la masse d'une naine blanche reste approximativement constante. Tout cela implique que le refroidissement d'une naine blanche se fait à gravité de surface presque constante. En retour, cette distribution en température effective (ou en âge) doit être homogène, c'est-à-dire que la gravité de surface moyenne d'une population de naines blanches reste constante dans le temps.

Près de la surface d'une naine blanche, le poids que celle-ci doit supporter devient infime; elle possède ainsi une mince enveloppe non dégénérée, contribuant à réguler son refroidissement par diffusion radiative. Une atmosphère encore plus mince d'où la radiation s'échappe définitivement dans l'espace se retrouve au-dessus de cette première. L'analyse des raies spectrales nous permet de catégoriser les naines blanches en six grandes classes spectrales (McCook & Sion, 1983) : les DA, approximativement 80 % de toutes les naines blanches, présentent uniquement des raies de Balmer et elles ont donc une composition atmosphérique pure en hydrogène; les DB ne présentent que des raies de HeI et leur atmosphère est purement composée d'hélium; les DC ne présentent pas de raies plus profondes que 5 % dans tout le spectre électromagnétique et elles sont donc très froides; les DO sont dominées par des raies de HeII; les DZ ne présentent que des raies métalliques; et finalement les DQ présentent des raies et/ou des bandes moléculaires de carbone. Ces abondances particulières, qui n'ont rien à voir avec les abondances solaires ou stellaires,

sont principalement dues au processus de tri gravitationnel engendré par le fort champ gravitationnel d'une naine blanche ; le processus de diffusion des éléments plus lourds que l'hydrogène se déroule maintenant sur des temps caractéristiques beaucoup plus courts ($\sim 10^3$ ans) que ceux de l'évolution stellaire ($\sim 10^6 - 10^9$ ans) ou que les temps caractéristiques de refroidissement ($\sim 10^6 - 10^7$ ans Koester & Chanmugam, 1990). En pratique, le tri est instantané. Pour les naines blanches de type spectral autre que DA, des processus supplémentaires entrent en jeu pour expliquer leur signature spectrale.

Tout comme les étoiles actives, certaines naines blanches peuvent être variables, c'est-à-dire que leur luminosité varie dans le temps. Il y a trois types présentement découverts de ces naines blanches pulsantes : les ZZ Ceti sont des étoiles DA variables et ont la désignation spectrale DAV ; similairement les V777 Her, ou DBV, sont des étoiles DB variables ; et les GW Vir sont des naines blanches variables de types spectraux différents. Le type qui nous intéressera le plus, et qui est le plus commun, est celui des étoiles ZZ Ceti.

Dans un diagramme $T_{\text{eff}} - \log g$ d'étoiles naines blanches DA, les ZZ Ceti résident dans une mince zone centrée autour de $T_{\text{eff}} \sim 11,600$ K d'une largeur d'environ 1000 K. Si la bande d'instabilité est pure, soit peuplée uniquement d'étoiles variables, tel que spéculé par Fontaine et al. (1982), alors toute naine blanche DA doit nécessairement la traverser en refroidissant et les ZZ Ceti représenteraient une étape évolutive commune. Ceci implique que leur étude astérosismique nous permettrait de sonder la structure interne des étoiles DA en général et donc leur intérêt est considérable. En particulier, le spectre des périodes est très sensible à la stratification chimique de l'enveloppe d'hélium et de l'enveloppe supérieure d'hydrogène, et permet en retour de contraindre leur masse dans les modèles évolutifs (respectivement $<1\%$ et $<0.01\%$ de la masse totale, Fontaine & Brassard, 2008). La variabilité de ces étoiles est causée par des ondes de gravité non radiales produites dans le bas de la zone de convection présente dans celles-ci (cf. sect. 1.3.2). Ces ondes de gravité ne provoquent donc pas de changement de rayon, et c'est uniquement aux variations de température qui y sont associées que la luminosité de l'étoile change. Cette variation peut être de ~ 0.5 à 30% de la luminosité moyenne de l'étoile, et les périodes de pulsation peuvent être de ~ 100 à 1200 s.

Les naines blanches présentent plusieurs intérêts astrophysiques importants. Puisque

leur température effective est une mesure de leur âge, l'usage de modèles évolutifs réalistes permet de faire de la cosmochronologie, estimer l'âge d'une galaxie par exemple. Ces modèles en retour requièrent de connaître l'âge et la masse des objets d'intérêt, ce qui nécessite de bons modèles d'atmosphère afin de déterminer la température effective et la gravité de surface de ceux-ci. De plus, les fonctions de luminosité et de masse d'un échantillon de naines blanches chaudes (et donc jeunes) révèlent des informations importantes au niveau du taux de formation et de l'évolution stellaire dans un disque galactique donné. Ceux-ci exigent toujours de bons modèles d'atmosphère, et c'est vers ceux-ci que nous nous tournons.

1.2 Les modèles d'atmosphères

Une conséquence de l'équilibre hydrostatique est que, dans la très grande majorité de la masse d'une étoile, la densité (et l'opacité) du milieu est telle que le libre parcours moyen d'un photon ($\approx 1/\chi$, où χ est une opacité moyenne) est négligeable par rapport aux distances sur lesquelles les propriétés du milieu changent appréciablement. Les photons se déplacent essentiellement par marche aléatoire et diffusent donc très lentement vers la surface. Éventuellement, près de cette dernière, la densité baisse abruptement et la probabilité qu'un photon puisse s'échapper vers l'espace devient appréciable et l'approximation de diffusion pour le flux n'est plus valide. L'atmosphère est définie comme étant cette région de faible opacité d'où la radiation peut s'échapper. Elle est alors la seule région d'une étoile directement accessible à l'observation.

Le spectre observé présente des raies ou des sauts qui témoignent des propriétés du milieu dans toute l'atmosphère. Les coeurs des raies spectrales présentent un déficit de flux radiatif et sont donc des régions d'opacité très élevée ; ceux-ci doivent être hauts dans l'atmosphère afin que la radiation puisse s'y échapper. Inversement, dans les ailes de raies et dans le continu, l'opacité y étant moindre, la radiation peut provenir de plus profond dans l'atmosphère. Être en mesure de pouvoir reproduire un spectre ou des régions d'un spectre nous permet donc de cartographier la structure thermodynamique de l'atmosphère, de même que de déterminer les éléments chimiques qui y sont présents et leur abondance. Dans certaines conditions, la radiation n'est pas assez efficace pour transporter tout le flux d'énergie ; le milieu devient instable par rapport à la convection et celle-ci contribue

au transport d'une partie (ou de la plupart dans certain cas) du flux. Ce phénomène est d'ailleurs observable sous forme de granulation à la surface du Soleil. Finalement, plusieurs paramètres théoriques importants tels que la luminosité ou la température effective d'une étoile sont difficilement mesurables directement. Une connaissance de ces paramètres nous rend en mesure d'obtenir des calibrations afin de convertir les magnitudes mesurées.

Les modèles d'atmosphère tentent de reproduire le plus fidèlement possible le flux émergent afin d'être en mesure d'obtenir ces informations. Contrairement aux intérieurs stellaires, un photon peut traverser une distance substantielle de l'atmosphère et le champ de radiation couple les propriétés du milieu en tout point. Ce dernier doit être calculé explicitement à l'aide de l'équation du transfert radiatif,

$$\mu \frac{\partial I_\nu(z, \mu)}{\partial \tau_\nu} = I_\nu(z, \mu) - S_\nu(z), \quad (1.1)$$

où I_ν est l'intensité spécifique, S_ν est la fonction source monochromatique, τ_ν est la profondeur optique monochromatique, z est la profondeur géométrique, et μ est le cosinus directeur du faisceau de radiation avec la verticale. L'équation 1.1 n'est valide que pour les atmosphères homogènes, planes et statiques. La profondeur optique monochromatique représente le nombre de libre-parcours moyen approximatif encouru par un photon provenant de cette profondeur,

$$d\tau_\nu = -\chi_\nu dz. \quad (1.2)$$

χ_ν est l'opacité monochromatique par unité de masse et peut s'écrire comme

$$\chi_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu, \quad (1.3)$$

κ_ν étant l'opacité due aux processus d'absorption, et σ_ν celle due aux processus de diffusion. La première a tendance à coupler le champ de radiation au bain thermique et inversement pour la dernière, contribuant plutôt à délocaliser le champ de radiation et donc à coupler les propriétés des couches adjacentes. L'opacité d'absorption se divise en trois catégories : les absorptions de type lié-lié décrivent l'absorption simple d'un photon par un atome ; ceux de type lié-libre représentent l'ionisation d'un atome ou d'une molécule avec une partie de l'énergie du photon étant convertie en énergie cinétique de l'électron éjecté ; puis ceux de type libre-libre, soit l'absorption d'un photon par un électron dans le champ d'un ion. Ce

sont les absorptions de type lié-lié qui sont responsables de la formation des raies, alors que les absorptions de type lié-libre et libre-libre sont responsables de la forme générale du continu. Quant à la fonction source, elle est définie comme

$$S_\nu \equiv \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu}, \quad (1.4)$$

où η_ν est l'émissivité monochromatique du milieu, une mesure de la radiation libérée par celui-ci. η_ν comprend une contribution de la radiation à proprement dite émise par le milieu, ou thermique $\kappa_\nu B_\nu$, et une autre due à la diffusion vers la direction d'intérêt.

Les moments du champ de radiation sont définis par les moyennes angulaires de I_ν , les trois premiers étant

$$\begin{aligned} J_\nu &\equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu d\mu, \\ H_\nu &\equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu \mu d\mu, \\ K_\nu &\equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu \mu^2 d\mu, \end{aligned} \quad (1.5)$$

où J_ν , H_ν et K_ν sont respectivement l'intensité moyenne, le flux d'Eddington et le second moment du champ de radiation monochromatiques. Il est possible de traiter le transfert radiatif approximativement en ne résolvant pas l'équation 1.1 directement, mais en prenant quelques moments de celle-ci et en posant une relation de fermeture. Arrêter au deuxième ordre et poser $J_\nu = 3K_\nu$ ¹ nous permet d'obtenir l'approximation d'Eddington par exemple. Mais dans notre cas les quantités définies par l'équation 1.5 sont d'intérêt pour la solution de 1.1 et le calcul du spectre émergent.

Le bas de l'atmosphère est défini comme étant une région suffisamment profonde pour que l'approximation de diffusion (ici intégrée sur toutes les fréquences)

$$H = -\frac{1}{3\chi_R} \frac{\partial B}{\partial z} = -\frac{1}{3\chi_R} \frac{\partial B}{\partial T} \frac{dT}{dz}, \quad (1.6)$$

soit valide, où B est la fonction de Planck intégrée. Cette équation définit l'opacité moyenne

¹Cette relation de fermeture est valide lorsque $\tau_\nu \rightarrow \infty$, soit en profondeur lorsque le champ de radiation est essentiellement isotrope, et à la surface lorsque le I_ν incident est nul.

de Rosseland χ_R , construite de telle sorte que le flux d'énergie total de l'étoile $H = \sigma T_{\text{eff}}^4/4\pi$ soit conservé, T_{eff} étant la température effective de l'étoile, premier paramètre de contrôle des modèles d'atmosphère. L'usage d'une opacité moyenne nous permet aussi de considérer une seule échelle de profondeur. L'approximation de diffusion est alors utilisée comme condition frontière au bas de l'atmosphère. Celle du haut est de supposer le flux radiatif incident comme étant nul (supposition invalide pour les systèmes multiples).

Le spectre synthétique est représenté par le flux d'Eddington monochromatique à la surface $H_\nu(0)$. Tel qu'il serait observé de la Terre, il est plutôt exprimé par

$$f_\nu = 4\pi(R/D)^2 H_\nu(0), \quad (1.7)$$

où $\pi(R/D)^2$ est l'angle solide sous-tendu par l'étoile, R étant son rayon et D est la distance entre celle-ci et la Terre.

C'est dans les opacités et émissivités que toute l'information sur la physique en jeu se retrouve. Afin de spécifier ces quantités, il est nécessaire d'introduire des équations supplémentaires qui relient les propriétés thermodynamiques du milieu entre-elles. Nous avons donc besoin de 4 équations (ou groupes d'équations) pour être en mesure de déterminer T , P , ρ , μ (ici et dans tout le reste du texte, le poids moléculaire moyen). À moins de travailler avec des géantes en expansion, les atmosphères peuvent être généralement considérées comme étant statiques. Cette contrainte nous permet aussi de considérer l'étoile en équilibre hydrostatique

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad \text{ou} \quad \frac{dP}{d\tau_R} = \frac{g}{\chi_R}, \quad (1.8)$$

où g est la gravité de surface, deuxième paramètre de contrôle des modèles d'atmosphères (mais plutôt sous la forme de $\log g$). Nous pouvons utiliser cette forme de l'équilibre hydrostatique puisqu'une atmosphère apporte toujours une contribution négligeable à la masse totale d'une étoile. Une quantité connexe importante est la hauteur caractéristique de pression,

$$H_P \equiv - \left(\frac{d \ln P}{dz} \right)^{-1} = \frac{P}{\rho g}, \quad (1.9)$$

représentant la distance sur laquelle la pression du milieu diminue d'un facteur exponentiel. La deuxième expression est la conséquence de l'équilibre hydrostatique. Une atmosphère

statique implique aussi la conservation du flux d'énergie total

$$H_{\text{rad}} + H_{\text{conv}} = \frac{\sigma T_{\text{eff}}^4}{4\pi}. \quad (1.10)$$

Lorsque l'énergie est transportée uniquement par la radiation, nous utilisons plutôt l'équation d'équilibre radiatif

$$\int_0^\infty \chi_\nu (J_\nu - S_\nu) d\nu = 0, \quad (1.11)$$

stipulant que le chauffage radiatif doit être équilibré par un égal refroidissement. Les opacités et émissivités monochromatiques dépendent fortement de la structure thermodynamique et du champ de radiation, qui influencent les populations des différents états d'excitation et d'ionisation de toutes les espèces chimiques, ceux-ci étant responsables de l'interaction entre la radiation et la matière (et donc de χ_ν et η_ν). Afin de bien reproduire le spectre d'une étoile, il est particulièrement important que ces sources d'opacité soient bien connues, et donc de bien connaître les populations des différents états des éléments présents. Dans le cas général, ceci nécessite la solution des équations d'équilibre statistique. Afin de fermer le système, il reste finalement à spécifier une équation d'état, et celle du gaz parfait

$$P = N_{\text{tot}} k_B T = \left(\sum_k \alpha_k N_N + N_e \right) k_B T, \quad (1.12)$$

est une bonne approximation dans les naines blanches pas trop froides. Dans cette équation, k_B est la constante de Boltzmann, N_N , N_e et N_{tot} sont respectivement les densités de nombre de noyaux, d'électrons et total de particules, et α_k est l'abondance de l'espèce chimique k . Ce dernier est le troisième et dernier (groupe de) paramètre de contrôle des modèles d'atmosphère. T_{eff} , $\log g$ et α_k sont plus communément appelés les paramètres atmosphériques.

L'équation du transfert radiatif (éq. 1.1), accompagnée des équations 1.8, 1.10 (ou 1.11), 1.12 et d'équilibre statistique, représentent les équations à solutionner dans le cadre général d'un modèle d'atmosphère. L'équation du transfert radiatif elle-même est résolue à l'aide de la méthode de Feautrier, alors que les équations d'équilibre hydrostatique et radiatif sont considérées comme étant des contraintes à respecter. Afin de ce faire, les équations sont linéarisés en fonction de la température et la pression et des corrections ΔT

et ΔP sont déterminés à l'aide de la méthode de Rybicki. La stratification est corrigée et la procédure est itérée jusqu'à convergence. Une atmosphère grise (opacité indépendante de la fréquence, dans notre cas $\chi_\nu = \chi_R$) est utilisée comme stratification initiale. Afin de résoudre numériquement ces équations, il est nécessaire de discrétiser l'atmosphère, habituellement en couches homogènes planes. Ceci rend le problème unidimensionnel (modèles 1D) mais requiert à la fois que la dimension de l'atmosphère soit beaucoup plus petite que le rayon de l'étoile (approximation valide pour une naine blanche puisque $R/R_\star \sim 10^{-4}$) et que celle-ci soit complètement radiative et ne présente pas de champ magnétique. Autrement, on suppose une sorte de moyennage non linéaire qui n'est pas nécessairement légitime.

1.3 Les atmosphères de naines blanches

Les naines blanches sont des objets compacts qui se trouvent dans un régime de paramètres très différents des étoiles de la séquence principale ou des géantes et super-géantes. Une simplification majeure des modèles d'atmosphère est due aux très grandes gravités rencontrées (en moyenne $\log g \sim 8$ alors que pour des étoiles de la séquence principale, $\log g \sim 4$) qui permettent l'usage de modèles en équilibre thermodynamique local (ETL). Cette approximation permet de supposer que chaque couche est en équilibre thermodynamique, et donc qu'une température de radiation et cinétique unique peut être définie. On peut alors utiliser les équations d'excitation de Boltzmann et d'ionisation de Saha afin de calculer les populations des différents états d'excitation et d'ionisation de chaque espèce chimique. Ces quantités ne dépendent donc plus directement du champ de radiation ce qui simplifie dramatiquement les choses, mais le demeurent indirectement puisque c'est ce champ de radiation qui est responsable d'établir la stratification en température et pression. L'usage de modèles ETL est possible puisque les densités atmosphériques sont très grandes ; les collisions entre les particules sont très fréquentes et ont tendance à établir une distribution Maxwellienne des vitesses de celles-ci, de même que les processus collisionnels dominant sur les processus radiatifs et le champ de radiation est approximativement planckien. Seules les naines blanches plus chaudes ($\sim 40,000$ K pour les naines blanches DA) nécessitent des modèles hors-ETL ; leur température effective plus élevée implique un champ de radiation plus intense (et anisotrope) qui a tendance à encourager les processus

radiatifs. En plus de cela, on peut aussi négliger la pression de radiation puisque les fortes gravités rencontrées font en sorte que la pression gazeuse domine. La pression turbulente est aussi négligée, bien que ce ne soit pas nécessairement valide en présence de convection lorsque les vitesses en jeu sont élevées.

1.3.1 Opacités et élargissement des raies

Les atmosphères des étoiles DA étant pures en hydrogène, le nombre de sources d’opacité à tenir compte est grandement diminué et un paramètre atmosphérique est entièrement éliminé. Les seules sources d’opacité de types lié-libre et libre-libre sont ceux de H^- (source d’opacité dominante dans le continu) et de H . Au niveau des processus de diffusion, on ne tient compte que de la diffusion Thomson sur les électrons libres. Ce processus étant en pratique cohérent et isotrope ($\sigma_\nu = \sigma$), l’émissivité monochromatique peut s’exprimer sous une forme bien simple, soit

$$\eta_\nu = \kappa_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu. \quad (1.13)$$

Contrairement au cas général, la contribution des processus de diffusion ne fait pas intervenir d’intégrales sur les fréquences. Ce dernier point nous permet de résoudre l’équation du transfert radiatif fréquence par fréquence, simplifiant encore considérablement sa solution. Dans le domaine visible du spectre, l’opacité de type lié-lié est spécifiée par les raies² et le saut de Balmer. Les hautes raies de Balmer sont particulièrement sensibles aux effets non idéaux, et le formalisme de probabilité d’occupation de Hummer & Mihalas (1988) est employé afin de bien les modéliser.

Les raies spectrales ne sont jamais infiniment minces à la longueur d’onde de la transition électronique en jeu. Plusieurs mécanismes physiques concourants provoquent un élargissement de ceux-ci. Les profils de raies, soit les distributions de l’opacité en fonction de la fréquence de la radiation, associés à chacun de ces phénomènes sont convolués entre eux afin d’obtenir le profil total. Un premier mécanisme est l’élargissement naturel, ou thermique. Il est le résultat du temps de vie fini des niveaux atomiques par le principe d’incertitude d’Heisenberg ; il y a alors une certaine variation de l’énergie de la transition

²Puisque les atmosphères d’étoiles naines blanches DA ne présentent que des raies d’absorption, les termes raie et raie d’absorption seront synonymes dans tout le reste du texte.

qui y est associée. Il y a ensuite l'élargissement Doppler. Puisque les atomes dans une atmosphère stellaire ont une certaine distribution de vitesse, nous observons une distribution de décalage Doppler selon la ligne de visée et en retour une distribution de profils de raies que nous devons convoluer. Finalement un dernier type de mécanisme est l'élargissement par pression provoqué par la perturbation d'un oscillateur donné par d'autres atomes ou molécules. Cette dernière classe est celle dominante dans les atmosphères d'étoiles naines blanches de par les très grandes densités présentes. Conséquemment, les raies d'étoiles naines blanches sont très larges, et les raies synthétiques sont très sensibles aux conditions physiques locales. Les profils d'élargissement par pression le sont particulièrement, surtout celles des hautes raies de Balmer, et permettent alors de bien sonder les propriétés de toute l'atmosphère. C'est cette sensibilité des raies spectrales aux conditions présentes, et donc indirectement aux paramètres atmosphériques, qui font la précision de la méthode spectroscopique pour déterminer ces derniers (section 1.3.3). Mais pour ce, il faut bien sûr que la physique en jeu soit la mieux comprise et modélisée possible.

L'élargissement des raies par pression se subdivise en plusieurs mécanismes distincts. Rencontrés dans les atmosphères de naines blanches sont l'élargissement par résonance (collisions entre atomes d'hydrogène), van der Waals (collisions entre un atome d'hydrogène et autre atome neutre) et Stark (interactions de particules chargées). Puisque ces mécanismes dépendent du niveau d'ionisation du plasma atmosphérique, leur importance relative dépend des paramètres atmosphériques, en particulier de la température effective. Pour les étoiles DA à $T_{\text{eff}} > 10,000$ K, donc pour les ZZ Ceti, l'élargissement Stark domine. La meilleure théorie actuelle pour le décrire est la théorie unifiée d'élargissement Stark de Vidal et al. (1970). Avant la publication des calculs d'élargissement Stark de Tremblay & Bergeron (2009), ce sont ceux de Lemke (1997) qui étaient utilisés dans les modèles d'atmosphères de naines blanches DA. Bien que ces calculs couvraient toutes les transitions possibles pour les températures et les densités électroniques rencontrées dans ces étoiles, ils ne tenaient pas compte des effets non idéaux de l'équation d'état de Hummer & Mihalas (1988). C'est cette omission qui causait le problème de cohérence interne des solutions découvert par Bergeron et al. (1992a); la solution dépendait du nombre de raies inclus dans la procédure de détermination des paramètres atmosphériques (voir la figure 2 de Tremblay & Bergeron, 2009). Bergeron (1993), a introduit un paramètre afin

d'imiter ou d'estimer les effets non idéaux, ce qui a amélioré la situation. Toutefois, afin de véritablement résoudre le problème, il était nécessaire de refaire le calcul des profils d'élargissement Stark de manière cohérente en tenant compte des effets non idéaux de la théorie de Hummer & Mihalas (1988) directement dans le calcul des profils toujours à l'aide de la théorie unifiée de Vidal et al. (1970).

1.3.2 Transport convectif

Lorsqu'une naine blanche devient suffisamment froide ($\lesssim 14,000$ K pour les DA), l'hydrogène atmosphérique commence à se recombinaison. Une région où les électrons liés sont excités aux niveaux supérieurs se forme et provoque une forte hausse de l'opacité de par la facilité qu'ils ont à être de nouveau arrachés. Ceci cause un frein à la radiation et le gradient de température doit s'accroître afin de transporter le même flux d'énergie total (voir éq. 1.6). Il y a néanmoins un gradient limite au-delà duquel la radiation n'est plus assez efficace pour transporter tout le flux. Une fois ce critère de Schwarzschild atteint, le milieu devient instable et il y a formation d'une zone de convection dite d'ionisation partielle de l'hydrogène. Pour ces naines blanches froides, il devient nécessaire de tenir compte de cette contribution au transport d'énergie. La convection peut transporter une proportion notable du flux d'énergie, parfois même la presque totalité, réduisant ainsi le flux radiatif. À titre illustratif, considérons le flux radiatif dans la limite de diffusion, équation 1.6. Dans le cas où la convection est vigoureuse et transporte presque tout le flux d'énergie, la conservation du flux total (éq. 1.10) implique que seul un très faible gradient de température est nécessaire pour transporter le flux radiatif. La convection peut conséquemment changer de manière importante la structure thermodynamique, dans ce cas-ci en aplanissant les différents gradients, influençant considérablement le flux radiatif dans les régions optiquement minces. La convection permet de plus la génération d'ondes de gravité et joue un rôle déterminant au niveau du spectre de pulsations des étoiles ZZ Ceti. Ce dernier point requiert néanmoins une étude hydrodynamique plus approfondie que nous n'entreprendrons pas.

La convection est un phénomène hydrodynamique très complexe. Historiquement, elle fut étudiée dans le cadre stellaire à l'aide de modèles simplifiés et la théorie de la longueur de mélange (MLT) demeure de loin la plus utilisée. Celle-ci a été originellement formulée

dans le cadre de l’hydrodynamique classique par Prandtl (1925), appliquée en premier lieu dans le cadre stellaire par Biermann (1932), puis énoncée sous sa forme actuelle par Vitense (1953) et Böhm-Vitense (1958). Elle reste toutefois trop rudimentaire et ne peut faire que des prédictions qualitatives. Les équations de l’hydrodynamique étant hautement non linéaires et une étoile étant un milieu hautement stratifié, il est difficile d’élaborer une théorie suffisamment simple sans faire de dangereuses approximations. Néanmoins, elle réduit le problème à une dimension et permet un traitement en pratique exact du transfert radiatif.

L’hypothèse clef de la MLT de Prandtl est que dans un écoulement turbulent, les fluctuations aux petites échelles, les tourbillons, peuvent être réduits à une description du type de la théorie cinétique. Ces tourbillons, ou bulles, se déplacent sur une distance typique appelée la longueur de mélange ℓ , l’équivalent du libre-parcours moyen, avant de se dissiper. Il est de plus supposé que les tourbillons contribuant le plus au transport d’énergie, soit les plus gros, sont aussi de taille ℓ . Ce sont en particulier ces suppositions qui ont été récupérées pour le cas stellaire. Par des considérations de conservation de la masse, Vitense (1953) estime que la longueur de mélange est proportionnelle à la hauteur caractéristique de pression. De par la simplicité de l’approche, il est nécessaire de faire intervenir d’autres facteurs d’ordre unité plus ou moins arbitraires et Henyey et al. (1965) ont introduit les divers paramètres de la MLT, en particulier $\alpha = \ell/H_P$, le paramètre le plus important de la théorie. La faiblesse principale de la MLT (et son avantage) est qu’elle exprime le flux convectif uniquement à partir des propriétés locales du milieu et est pour ainsi dire une description Boussinesq, ou “laboratoire”, de la convection³ ($L/H_P \ll 1$, soit que la taille du système L , l’échelle sur laquelle l’écoulement évolue, est beaucoup plus petite que la distance sur laquelle la pression ou la densité du milieu varie appréciablement).

La MLT a été introduite dans l’étude des naines blanches froides par Böhm (1968), afin d’évaluer l’impact de la convection sur l’atmosphère de l’étoile DZ van Maanen 2. Dans le domaine des naines blanches, ce sont plutôt les paramètres a , b et c de Böhm & Stückl (1967) qui sont utilisés, et il existe trois paramétrisations principales de la théorie, appelées ML1, ML2 et ML3 (Fontaine et al., 1981) et sont présentées dans le tableau 1.I. Ceux-ci déterminent essentiellement l’efficacité convective, et son impact sur la détermination

³L’approximation de Boussinesq est inhérente à la formulation de Prandtl.

des paramètres atmosphériques des naines blanches DA a été étudiée par Bergeron et al. (1992b). Une première calibration a été présentée par Bergeron et al. (1995). Les équations de la MLT seront dérivés au chapitre 2.

Tableau 1.I : Constantes numériques de la théorie de la longueur de mélange

Version	a	b	c	ℓ/H_P
ML1	1/8	1/2	24	1
ML2	1	2	16	1
ML3	1	2	16	2

1.3.3 La méthode spectroscopique et le problème des valeurs élevées de $\log g$

La méthode privilégiée pour déterminer les paramètres atmosphériques des naines blanches est la méthode spectroscopique (Bergeron et al., 1992a, 1995; Liebert et al., 2005), illustrée avec un exemple à la figure 1.1. Elle consiste non pas à reproduire tout le spectre, mais uniquement les profils des raies de Balmer normalisés de $H\beta$ à $H8$ simultanément (panneau en bas à gauche de la fig. 1.1). Afin de faire cette comparaison, il faut normaliser le flux, synthétique (convolué avec un profil instrumental gaussien) et observé, au continu à une certaine distance du coeur de la raie. Pour choisir ces points de normalisation, il convient de reproduire le spectre observé avec une somme de plusieurs profils pseudo-gaussiens (Saffer et al., 1988) avec la méthode des moindres carrés de Levenberg-Marquardt (Press et al., 1986, panneau du haut de la fig. 1.1 où les pointillés définissent ces points de normalisation). Cette technique est très précise dans le régime de température $16,000 \text{ K} \gtrsim T_{\text{eff}} \gtrsim 9000 \text{ K}$, couvrant amplement celui des étoiles ZZ Ceti par exemple. Elle permet d'ailleurs de corriger la longueur d'onde du centre de la raie à sa valeur de laboratoire et de déterminer la vitesse radiale de l'étoile. Une fois cette étape faite, les paramètres atmosphériques sont déterminés toujours par la minimisation du χ^2 avec la méthode de Levenberg-Marquardt. Cette dernière consiste à profiter de la méthode de la descente rapide loin du minimum, puis de changer de manière continue à la méthode hessienne inverse (approximer la fonction du χ^2 par une quadratique) en s'y approchant. Le panneau en bas à droite de la figure 1.1 compare le spectre synthétique visible entier de la solution adoptée avec le spectre observé.

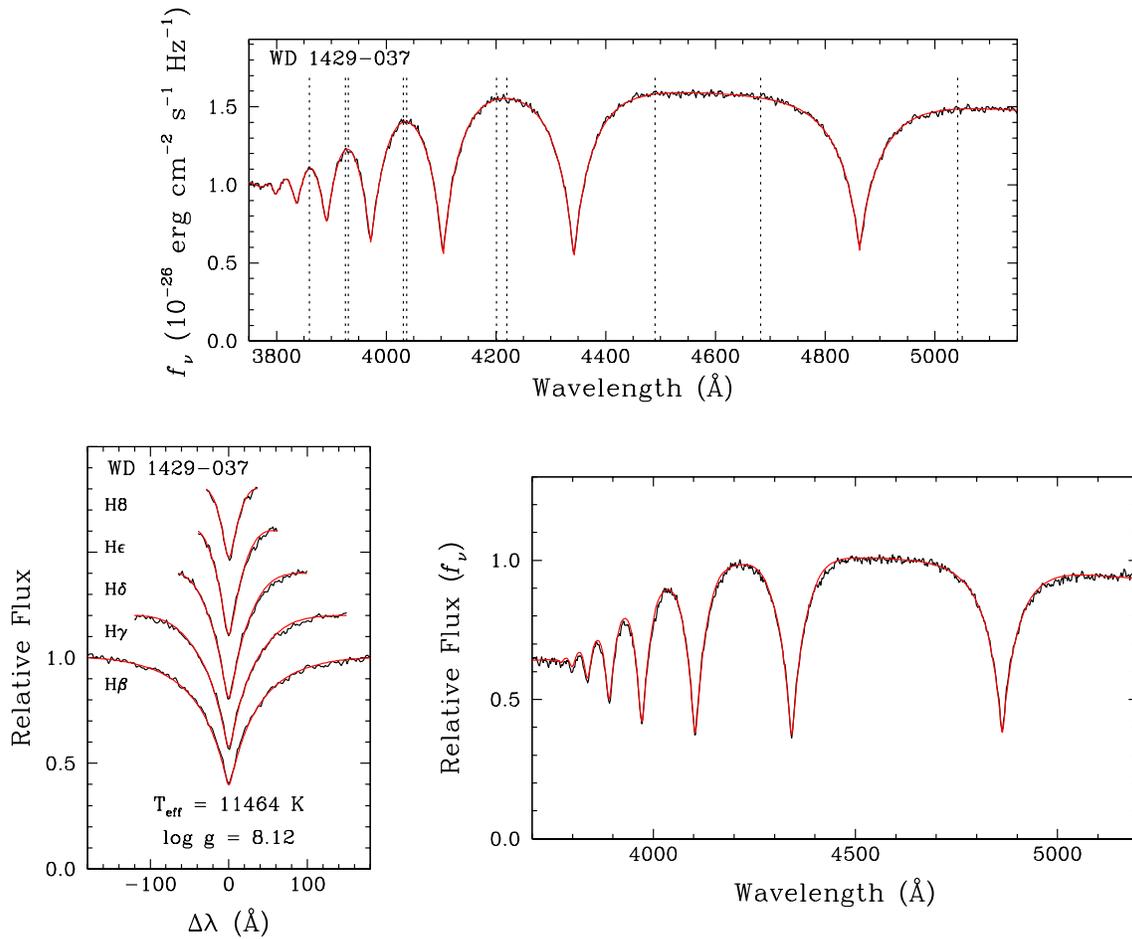


Figure 1.1 : Exemple de la détermination des paramètres atmosphériques d'une naine blanche DA avec la méthode spectroscopique. Le panneau du haut représente le lissage du spectre observé par une somme de profils pseudo-gaussiens, où les pointillés définissent le continu ainsi déterminé par cette courbe. Le panneau du bas à gauche montre les raies synthétiques d'un seul modèle reproduisant le mieux les raies observées, et celui du bas à droite compare les spectres synthétiques (du modèle en question) et observés.

La minimisation du χ^2 nécessite de connaître les écarts type des mesures spectroscopiques monochromatiques σ_ν , ce que nous ne connaissons pas. Si on suppose qu'elle est la même pour chaque longueur d'onde (ce qui est raisonnable) et que le modèle reproduit bien les raies observées (ce qui est le cas), alors on peut poser $\sigma_\nu = \sigma = 1$. Une fois la solution trouvée, nous pouvons estimer σ à partir de celle-ci. En retour, ceci nous permet d'estimer les erreurs sur les paramètres atmosphériques, donnée par la matrice de covariance, en effectuant une dernière itération de la procédure de minimisation avec la nouvelle valeur de σ . Ce sont ces erreurs, qui représentent l'habileté qu'ont les spectres synthétiques à reproduire les observations, que nous utiliserons pour évaluer l'erreur formelle de la procé-

de minimisation. Elle est généralement autour de 30 – 90 K en T_{eff} , mais peut monter jusqu’à 100 – 280 K dans certains cas, et de 0.014 – 0.050 dex en $\log g$, parfois jusqu’à 0.074 dex. Ceci dépend de la sensibilité des profils de raie aux paramètres atmosphériques, sensibilité qui a tendance à diminuer avec la température puisqu’on atteint le maximum de la largeur équivalent des raies de Balmer. Il est important de noter que par cette définition, l’erreur de la méthode spectroscopique n’est *pas* une mesure de l’exactitude de la physique en jeu dans les modèles, et il ne faut donc pas la considérer comme une mesure absolue de l’erreur sur les paramètres atmosphériques. En théorie, cette erreur devrait être équivalente à l’écart type de déterminations multiples à l’aide de différents spectres pour un même objet.

Comme la figure 1.1 le démontre, la méthode spectroscopique est très précise ; elle est en mesure de reproduire remarquablement bien les raies de Balmer et le spectre observés. Ceci est la conséquence de la sensibilité de la forme des raies de Balmer à la structure thermodynamique de l’atmosphère, et donc de leur sensibilité aux paramètres atmosphériques. Néanmoins, la figure ne laisse pas voir qu’il y a en réalité un problème avec cette détermination des paramètres atmosphériques de WD 1429–037, et en fait de *toutes* les étoiles DA ayant une température effective entre approximativement 14,000 K et 7000 K. La figure 1.2 présente la distribution des étoiles naines blanches DA dans le plan $T_{\text{eff}} - \log g$ du relevé de Gianninas et al. (2011) obtenu par la méthode spectroscopique. On constate que du côté des températures effectives élevées, la majorité des objets ont une masse se situant entre 0.55 et 0.7 M_{\odot} (traits noirs). Le corridor qu’ils suivent est assez étroit, relativement bien centré sur la trajectoire d’un modèle évolutif (de Fontaine et al., 2001) ayant la masse médiane des étoiles en équilibre radiatif (0.61 M_{\odot} ; pointillés), correspondant à $\log g \sim 8$. Cette distribution homogène des étoiles en gravité de surface est ce à quoi on s’attend, de par les conséquences de l’état dégénéré de la matière constituant une naine blanche, tel que discuté à la section 1.1. Cependant, au niveau des naines blanches plus froides que $\sim 14,000$ K, soit *lorsque leur atmosphère devient convective*, on remarque la présence d’une grande bosse centrée à $\sim 10,000$ K où la majorité des objets se retrouvent maintenant avec une masse *supérieure* à 0.7 M_{\odot} . Ceci fait grimper la masse moyenne des étoiles de l’échantillon de 0.64 à 0.73 M_{\odot} . Et comme l’indique la taille des barres d’erreur sur la figure 1.2, il est impossible que ce soit une question d’imprécision de la méthode

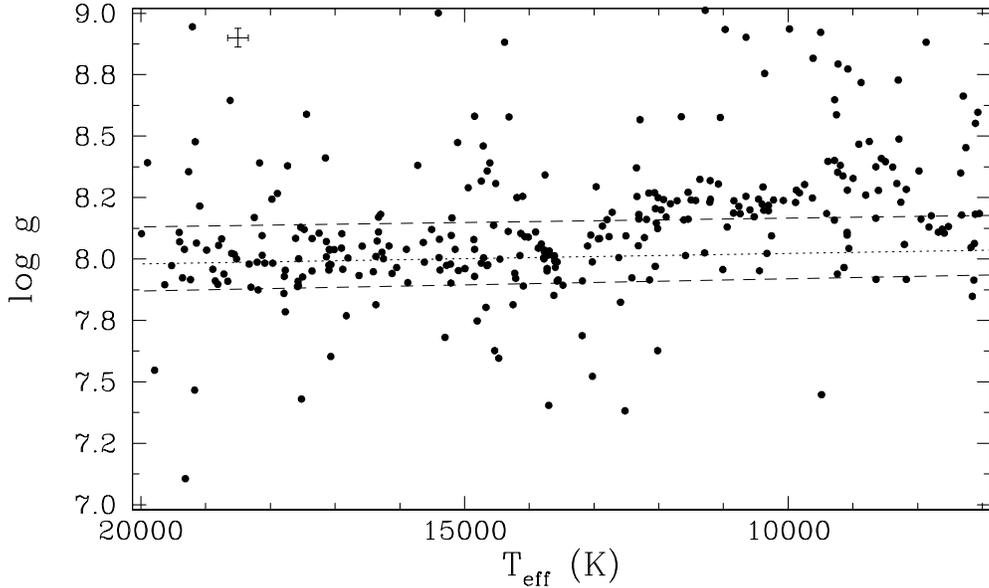


Figure 1.2 : Distribution d'étoiles naines blanches DA dans le plan $T_{\text{eff}} - \log g$ du relevé spectroscopique de Gianninas et al. (2011) obtenue par la méthode spectroscopique. La convection est modélisée à l'aide de la MLT avec la paramétrisation $ML2/\alpha = 0.7$. Les traits représentent des masses constantes de 0.55 et $0.7 M_{\odot}$, et les pointillés la séquence évolutive d'un modèle de Fontaine et al. (2001) à la masse médiane des étoiles à $T_{\text{eff}} > 14,000$ K ($0.61 M_{\odot}$). Les barres d'erreur représentent l'erreur moyenne de la méthode spectroscopique dans ce régime de T_{eff} .

spectroscopique. C'est le fameux *problème des valeurs élevées de log g*.

1.3.4 Solution du problème des valeurs élevées de log g

Ce problème est en fait un des premiers résultats de la méthode spectroscopique. Pourtant, il était initialement considéré comme la preuve de la pollution de l'atmosphère des étoiles DA froides par de l'hélium (Bergeron et al., 1990). En effet, il a été démontré que pour des étoiles DA à températures effectives sous $\sim 12,000$ K, le mélange convectif de la couche atmosphérique d'hydrogène avec l'enveloppe d'hélium sous-jacente est possible si la masse de cette première est faible, soit $M_{\text{H}} < 10^{-8} M_{\star}$ (eg. Koester, 1976). Bien qu'à ces températures l'hélium était spectroscopiquement invisible⁴, il cause une augmentation de la pression photosphérique, perturbant davantage les niveaux excités de l'hydrogène. En retour, ceci provoquerait des hautes raies de Balmer moins profondes. Cet effet pouvant

⁴Koester et al. (2005) ont depuis découvert la première étoile DA (HS 0146+1847, $T_{\text{eff}} \sim 11,500$ K) avec des traces spectroscopiques d'hélium grâce à un spectre à haut S/N. Zuckerman et al. (2007) ont par la suite déterminé que l'atmosphère de GD 362 ($T_{\text{eff}} \sim 10,000$ K) est polluée entre autres par de l'hélium, et donc qu'il est possible de déterminer la présence d'hélium pour des objets encore plus froids.

être complètement reproduit par une augmentation de la gravité de surface (Bergeron et al., 1991), l’hypothèse du mélange convectif paraissait bien plausible.

Le traitement rudimentaire du transport convectif n’était pas pour autant remis en cause. Bien que Bergeron et al. (1992b) ont mis en évidence l’influence de l’efficacité convective sur le spectre émergent des étoiles DA tièdes, Bergeron et al. (1995) ont démontré qu’il était possible de paramétriser la MLT afin qu’il y ait une bonne cohérence interne des solutions obtenues à l’aide de spectres visibles et UV. De plus, la structure thermodynamique de la simulation hydrodynamique 2D de Ludwig et al. (1994) d’une étoile ZZ Ceti de $T_{\text{eff}} = 12,600$ K et $\log g = 8.0$ est très similaire à celle prédite par un modèle 1D calibré. Depuis, à l’aide de spectres à haut S/N, Tremblay et al. (2010) ont démontré l’absence d’hélium dans six étoiles ZZ Ceti, remettant en cause l’hypothèse privilégiée. D’autre part, les auteurs ont noté que l’usage des nouveaux calculs de profils de raies de Tremblay & Bergeron (2009) ne résolvait pas le problème de cohérence interne des solutions déterminées avec un nombre variable de raies (cf. sect. 1.3.1) pour ces étoiles, contrairement à celles plus chaudes. Cette observation pointait donc du doigt la MLT comme solution possible au problème des valeurs élevées de $\log g$.

Cela fait maintenant plus de trente ans que les ordinateurs sont assez performants pour approcher directement la convection et la modéliser en trois dimensions. Un premier code d’hydrodynamique radiative 3D (modèles RHD ou 3D) a été conçu par Nordlund (1982), mais ce sont les améliorations subséquentes (eg. Stein & Nordlund, 1998) qui ont réellement permis d’atteindre la précision nécessaire pour faire des études quantitatives (par exemple, sur la détermination des abondances; Asplund et al., 2000). Il en existe maintenant plusieurs, en particulier Chan & Sofia (1989) et Freytag et al. (2012). C’est à l’aide de ce dernier, du nom de CO5BOLD, que Tremblay et al. (2011, 2013b,c) ont prouvé que c’était bien le traitement du transport convectif par la MLT qui était la source du problème des valeurs élevées de $\log g$.

Les simulations d’hydrodynamique radiative 3D sont particulièrement longues, surtout à cause du transfert radiatif qui est beaucoup plus complexe à traiter. C’est pour cela que Tremblay et al. (2013c) ont fourni des fonctions de corrections et des tables afin de corriger les paramètres atmosphériques déterminés à l’aide de modèles 1D. En appliquant ces fonctions de correction à la distribution de la figure 1.2, nous obtenons plutôt celle

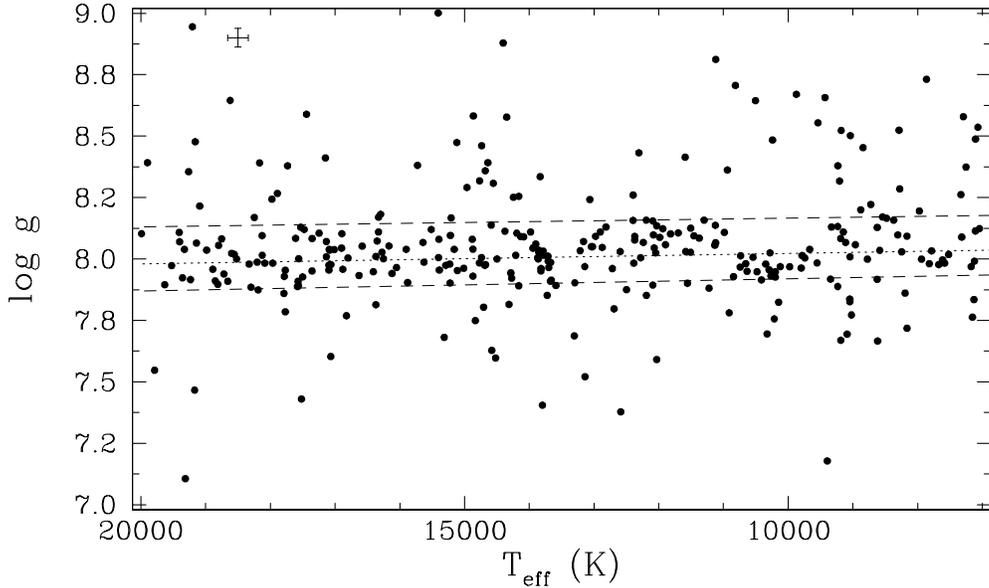


Figure 1.3 : Distribution d'étoiles naines blanches DA dans le plan $T_{\text{eff}} - \log g$ du relevé spectroscopique de Gianninas et al. (2011) obtenu par la méthode spectroscopique. Des modèles 1D ont été utilisé, mais corrigés pour les “effets 3D” avec les fonctions de corrections de Tremblay et al. (2013c). Les traits représentent des masses constantes de 0.55 et $0.7 M_{\odot}$, et les pointillés la séquence évolutive d'un modèle de Fontaine et al. (2001) à la masse médiane des étoiles à $T_{\text{eff}} > 14,000$ K ($0.61 M_{\odot}$). Les barres d'erreur représentent l'erreur moyenne de la méthode spectroscopique dans ce régime de T_{eff} .

présentée à la figure 1.3. On voit tout de suite que le problème des valeurs élevées de $\log g$ est résolu; la masse moyenne des étoiles DA froides est maintenant essentiellement la même que celle des étoiles plus chaudes. On note toutefois des irrégularités qui ne sont pas présentes du côté chaud de la distribution. Il y a un trou en forme d'entonnoir centré autour de $\sim 13,500$ K, alors qu'il y a une forte concentration d'étoiles de son côté chaud. Cette caractéristique se retrouve sur la figure 1.2, puisque les simulations 3D donnent sensiblement les mêmes résultats. Ensuite, en allant vers les objets plus froids, on note une alternance où la majorité des étoiles se retrouvent avec des masses soit entre 0.7 et $0.61 M_{\odot}$, soit entre 0.61 et $0.55 M_{\odot}$, laissant des trous notables autour de $\sim 12,000$ K, $\sim 10,000$ K, et jusqu'à une certaine mesure, autour de ~ 8500 K et ~ 7500 K. Il serait très surprenant que ceci représente un changement au niveau de la formation stellaire dans un passé lointain, ou de variations abruptes de propriétés physiques encore mal comprises. Il est plus probable que ces irrégularités soient des artefacts numériques dues à des lacunes au niveau du traitement du transfert radiatif.

Bien que le transport convectif soit maintenant modélisé à la précision souhaitable, le

fait de simuler un domaine tridimensionnel compliqué de manière très marquée le traitement du transfert radiatif. Il est nécessaire de solutionner l'équation du transfert radiatif sur une grille horizontale, où le milieu n'est plus homogène et les propriétés de chaque point sur cette grille sont couplées entre elles. Il est évident que le nombre de fréquences incluses constitue une sévère restriction, ce qui est aussi le cas pour les multiples orientations des faisceaux de radiation dont il faut tenir compte.

Il est possible de baisser drastiquement le nombre de fréquences à inclure grâce à la méthode de la compartimentation des opacités (Nordlund, 1982). Cette méthode consiste à faire profit de l'observation que la relation d'Eddington-Barbier,

$$I_\nu(\tau_\nu = 0) \simeq S_\nu(\tau_\nu = 1), \quad (1.14)$$

implique qu'on peut s'attendre à ce que deux fréquences ayant approximativement la même opacité à $\tau_\nu = 1$ aient une variation similaire de l'opacité avec la profondeur géométrique, en particulier en surface d'où la radiation émerge. Ceci permet de séparer les fréquences en plusieurs groupes et de solutionner l'équation du transfert radiatif non pas pour toutes les fréquences incluses dans le modèle, mais pour ces groupes de fréquences. Une grande économie est possible, et plutôt que de solutionner pour 1813 fréquences (comme nous le faisons), on solutionne généralement pour une dizaine de groupes de fréquences (des modèles en ayant 8 et 11 sont utilisés dans Tremblay et al., 2013c). Cette technique est considérée comme étant assez précise, en partie parce qu'elle permet de bien reproduire les structures 1D, mais les groupes de fréquences sont déterminés à partir d'une structure homogène 1D et rien n'indique que la convection n'ait pas un effet non linéaire notable sur la stratification en opacité.

Outre les faisceaux verticaux, seulement de 2 à 4 inclinaisons sont utilisées dans CO5BOLD (pivotées à chaque pas de temps). Ceci est problématique puisque la convection introduit une grande inhomogénéité et le domaine n'est alors pas nécessairement bien échantillonné, d'importantes sources d'opacité peuvent être négligées. Tanner et al. (2012) l'illustrent en calculant le chauffage radiatif total ($Q_{\text{rad}} = I - S$, où les quantités sont intégrées sur toutes les fréquences) à l'aide de 65 inclinaisons⁵. Ils comparent trois types

⁵Ce calcul est effectué pour un seul pas de temps sur un modèle au préalable convergé. L'approximation d'Eddington 3D a été utilisée afin d'effectuer le transfert radiatif.

de régions : au centre d’une granule, au centre d’une bande intergranulaire, et sur le bord d’une granule. Pour ce dernier en particulier, Q_{rad} montre de fortes variations angulaires et I_{ν} est donc difficile à intégrer adéquatement à l’aide de seulement quelques points. L’approximation d’Eddington 3D (Unno & Spiegel, 1966) permet géométriquement d’avoir une couverture angulaire complète, mais de l’information angulaire est perdue en raison d’une fermeture de bas ordre aux moments de l’équation du transfert radiatif.

Il n’y a pas de doute que les modèles 3D traitent convenablement le transport convectif, comme le démontre entre autre la solution du problème des valeurs élevées de $\log g$, mais des incertitudes demeurent au niveau du traitement du transfert radiatif.

1.4 Théorie de la longueur de mélange non locale et bande d’instabilité des ZZ Ceti

La complexité, le temps de calcul et les incertitudes sur le transfert radiatif des simulations 3D font en sorte qu’une théorie 1D de la convection plus réaliste est toujours recherchée. L’idée, ici, n’est pas de développer une théorie sophistiquée depuis le début, tâche nécessaire mais très ardue. Bien que la formation des raies soit très sensible au traitement du transfert radiatif, il n’est pas clair à quel point elle dépend de l’exactitude du traitement du transport convectif. Il est de plus encourageant que la convection stellaire soit d’allure beaucoup plus laminaire que turbulente, de par la grande stratification présente (Nordlund et al., 1997). Compte tenu de la simplicité de la MLT et qu’elle soit tout de même en mesure de prédire des structures thermodynamiques très proches de celles des simulations 3D, il est espéré qu’il soit possible de la modifier ou de la généraliser afin d’obtenir un meilleur accord.

Il n’est naturellement pas exclu qu’un plus grand réalisme ne révèle des approximations fatales inhérentes à la théorie, et que c’est précisément sa simplicité qui permet d’obtenir de tels résultats. Une première limitation importante de la MLT est qu’elle ignore la stratification du milieu⁶. Une étoile est évidemment stratifiée, et cette stratification est d’autant plus importante dans la région de transition entre la zone de convection et la partie radiative de la photosphère. Une deuxième limitation, aussi une conséquence de

⁶Sauf la stratification en température, mais celle-ci a le même rôle que la différence de température imposée entre les deux extrémités verticales d’une enceinte remplie d’un fluide en convection Boussinesq.

la localité de la théorie, est qu'elle ne permet pas le phénomène important d'*overshoot* convectif, où le fluide ascendant par exemple est freiné en un temps fini à la barrière de Schwarzschild et s'écoule dans le milieu stable. Afin de prendre en charge ces lacunes, nous allons dans un premier temps au chapitre 3 nous servir du formalisme non local de la MLT de Shaviv & Salpeter (1973) afin d'étudier leurs impacts sur la détermination des paramètres atmosphériques des étoiles DA convectives, en particulier des ZZ Ceti. Ce formalisme n'étant valide qu'en convection adiabatique, nous allons au préalable le généraliser pour tenir compte des pertes radiatives. Mais avant de ce faire, nous allons bien sûr développer la théorie de la longueur de mélange locale au chapitre 2.

Dans un second temps, nous allons au chapitre 4 prendre un point de vue statistique sur la convection et nous intéresser plus spécifiquement à la bande d'instabilité des ZZ Ceti. Ce sont des étoiles DA d'un intérêt particulier puisque leur variabilité permet de faire usage de l'astérosismologie afin d'étudier leurs intérieurs. Par extension, si ces étoiles représentent bel et bien une étape évolutive commune aux naines blanches DA, les résultats ainsi obtenus demeurerait valides pour les étoiles DA non variables. Nous allons alors continuer dans la lignée des études de la bande d'instabilité ZZ Ceti entreprises par le groupe de Montréal (Bergeron et al., 1995, 2004; Gianninas et al., 2005, 2006, 2007, 2011). À cette fin, nous allons élargir notre échantillon d'étoiles et tenter d'obtenir des paramètres atmosphériques plus précis en déterminant ceux-ci à l'aide des multiples spectres obtenus au fil des ans, plutôt que de faire usage d'un seul spectre. Cette technique a déjà été utilisée avec succès dans l'étude de l'étoile 40 Eridani B de Bond et al. (2017). De telles déterminations plus précises nous aiderait à mieux contraindre les positions individuelles des différents objets, de même que la position des frontières rouge et bleue. Ces contraintes empiriques pourraient en retour être utilisées afin d'obtenir des résultats astérosismiques plus précis, et mieux comprendre la structure interne des naines blanches DA.

CHAPITRE 2

THÉORIE DE LA LONGUEUR DE MÉLANGE I : FORMALISME LOCAL

Afin de nous intéresser à un formalisme plus général de la théorie de la longueur de mélange, il est nécessaire en premier lieu de dériver les équations du formalisme local. Les équations seront dérivées de la manière la plus générale possible afin que leur généralisation paraisse évidente et naturelle. Mais avant, il est important de dériver le critère de Schwarzschild, le critère utilisé en astrophysique afin de déterminer si le milieu stellaire est instable par rapport à la convection.

2.1 Le critère de Schwarzschild

Établissons sous quelles conditions un milieu stratifié par la gravité peut devenir instable suite à une petite perturbation locale, que l'on prendra pour un déplacement vertical d'un élément de fluide. Pour les besoins de la cause, supposons que le processus se fait adiabatiquement. En déplaçant l'élément de fluide vers le haut, celui-ci est introduit dans un milieu ambiant plus froid et aura un excès de température par rapport à ce dernier

$$\Delta T(z) \equiv T'(z) - T(z) > 0 \quad (2.1)$$

le prime désignant l'élément de fluide (ou la bulle) alors que les quantités sans prime désignent les propriétés du milieu. On suppose aussi que les vitesses en jeu sont beaucoup plus faibles que la vitesse du son adiabatique du milieu (nombre de Mach $M \ll 1$), ce qui fait en sorte que des ondes acoustiques puissent établir un équilibre de pression tout le long du trajet. Pour un gaz parfait, la densité de la bulle de fluide ne peut donc que baisser (et le volume augmenter) par rapport au milieu

$$\Delta \rho(z) \equiv \rho'(z) - \rho(z) < 0 \quad (2.2)$$

ce qui provoque une force de flottaison $F_A = -\Delta \rho g$ qui tend à la faire monter dans l'atmosphère. Le milieu étant stratifié, sa densité va aussi changer au fur et à mesure que

l'élément de fluide va s'élever. Le déplacement étant très petit, on peut développer $\Delta\rho$ en série de Taylor et ne garder que les premiers termes (en notant que $\rho'_0 = \rho_0$) :

$$\Delta\rho(z + \Delta z) = \left[\left(\frac{d\rho}{dz} \right)_{\text{ad}} - \left(\frac{d\rho}{dz} \right) \right] \Delta z \quad (2.3)$$

La bulle est instable si elle a toujours un déficit de densité après avoir parcouru une distance Δz , et dépend donc de la stratification du milieu. On a instabilité lorsque

$$- \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_{\text{ad}} > - \left(\frac{d\rho}{dz} \right). \quad (2.4)$$

Autrement dit, si la densité de la bulle diminue plus rapidement que celle du milieu, elle aura toujours un déficit de densité par rapport au milieu, ce qui la rendra instable par la force de flottaison.

Cette démonstration nous donne une contrainte sur le gradient de densité plutôt que sur celui de température qui nous intéresse beaucoup plus. Par contre, elle est plus générale, aucune présupposition sur la composition chimique du milieu n'a été faite. Pour une composition chimique uniforme, l'élément de fluide instable atteindra un équilibre de densité en même temps que l'équilibre de température. Utilisons l'équation d'état $P = \rho k_B T / \mu m_H$ pour un gaz parfait sous sa forme différentielle

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dz} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} - \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dz} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dz}. \quad (2.5)$$

Substituant l'équation dans le critère 2.4, sachant que l'on avait supposé une faible perturbation $\Delta\rho/\rho \ll 1$ et $\Delta T/T \ll 1$ ($\rho' \approx \rho$, $T' \approx T$) et l'équilibre de pression et chimique, le critère de Schwarzschild devient :

$$- \left(\frac{dT}{dz} \right) > - \left(\frac{dT}{dz} \right)_{\text{ad}}. \quad (2.6)$$

Ainsi la convection sera présente dans une étoile là où le gradient de température du milieu est plus abrupt que le gradient adiabatique ou superadiabatique. Un plus grand flux radiatif nécessite un gradient de température plus à pic, et ainsi le gradient adiabatique pose en quelque sorte une limite supérieure au flux possible en équilibre radiatif.

En astrophysique, le gradient de température est généralement exprimé d'une manière

alternative en faisant intervenir l'équation d'équilibre hydrostatique écrite en fonction de la hauteur caractéristique de pression H_P (éq. 1.9; Vitense, 1953). Multiplions le négatif de 1.9 avec le gradient logarithmique de la température,

$$\nabla \equiv \frac{d \ln T}{d \ln P} = -\frac{H_P}{T} \frac{dT}{dz} \quad (2.7)$$

où on a défini le gradient logarithmique de la température par rapport à la pression ∇ , ou tout simplement le gradient. On peut alors réexprimer le critère de Schwarzschild de manière équivalente :

$$\nabla > \nabla_{\text{ad}}. \quad (2.8)$$

Il y a une expression très simple pour le gradient adiabatique. Si l'on considère un gaz parfait, on a en termes de différentielles logarithmiques, la relation adiabatique entre la pression et la densité

$$d \ln P = \gamma d \ln \rho \quad (2.9)$$

et l'équation d'état pour un gaz parfait

$$d \ln P = d \ln \rho - d \ln T. \quad (2.10)$$

En substituant pour ρ et en isolant $d \ln T/d \ln P$, on obtient

$$\nabla_{\text{ad}} = \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} = \frac{\Gamma_3 - 1}{\Gamma_1} \quad (2.11)$$

La substitution $\gamma \leftrightarrow \Gamma_2$ a été faite afin de tenir compte du cas général où le gaz n'est pas parfait, comme en présence d'ionisation. Ce gradient adiabatique représente alors une propriété du milieu ; sa capacité à faire passer la radiation sans résistance, sa "porosité". Dans une zone d'ionisation, la température augmente lentement puisqu'une bonne partie de l'énergie sert à cette ionisation ($c_V \uparrow$) et $\Gamma_3 - 1$ diminue. Des électrons sont libérés et contribuent à la pression gazeuse qui augmente plus rapidement que la température et $\Gamma_2/(\Gamma_2 - 1)$ augmente. Au niveau des atmosphères, ce sont les zones d'ionisation partielle qui sont responsables de la convection et ∇_{ad} dépend principalement de l'état d'ionisation du milieu.

Dans le cas général, le fluide instable échange de la chaleur avec le milieu en irradiant une partie de son excès de température. Il est donc important d'introduire le gradient convectif ∇' , le gradient ressenti par la bulle convective. Sachant que la bulle refroidit plus vite qu'au taux adiabatique, l'inégalité suivante doit être valide en tout temps :

$$\nabla > \nabla' > \nabla_{\text{ad}}. \quad (2.12)$$

Le critère de Schwarzschild peut aussi être exprimé en fonction de l'entropie spécifique s . En partant de la première et de la deuxième loi de la thermodynamique et à l'aide de plusieurs relations, il est possible de démontrer (Hansen & Kawaler, 1994) que

$$\frac{ds}{dz} = -\frac{c_P}{H_P} (\nabla - \nabla_{\text{ad}}). \quad (2.13)$$

Ce qui nous permet de réexprimer le critère de Schwarzschild

$$\frac{ds}{dz} < 0. \quad (2.14)$$

En absence de convection, l'entropie augmente vers l'extérieur de l'étoile (ce à quoi on s'attend intuitivement) alors qu'en présence de convection, c'est le contraire.

2.2 Flux convectif

Le transport convectif est causé par le déplacement de fluide d'une région de l'atmosphère à une autre, transportant ainsi, par advection, différentes propriétés thermodynamiques. Spécifier le flux convectif se résume à spécifier les différents flux d'énergie pouvant être transportés de cette manière : différence d'énergie interne $c_P \Delta T$, énergie cinétique $(1/2)v^2$ (par unité de masse). Le flux convectif s'exprime simplement comme la somme du produit de ces énergies avec le flux de masse $\rho \mathbf{v}$,

$$F = \langle \rho \mathbf{v} c_P \Delta T \rangle + \frac{1}{2} \langle \rho \mathbf{v} v^2 \rangle, \quad (2.15)$$

où $\langle \rangle$ représente l'opérateur de moyenne horizontale (et temporelle) et où nous préférons faire usage du flux astrophysique $F = 4H$. Toute la difficulté du traitement du transport

convectif consiste en l'évaluation de cette expression. Un traitement exact requiert la solution directe des équations de l'hydrodynamique. La théorie de la longueur de mélange propose en quelque sorte une fermeture aux moments des équations de la turbulence, reliant le flux convectif à la structure moyenne de la zone de convection (Chan & Sofia, 1996). Elle permet de simplifier dramatiquement la solution de 2.15, mais au prix d'une grande perte de réalisme. Pour la suite, nous allons commencer par ignorer la moyenne horizontale du flux convectif.

Dans un milieu instable par rapport à la convection, le fluide moins dense monte et celui plus dense descend dans l'atmosphère, et il faut tenir compte de la contribution de ces deux composantes au transport convectif. Pour ce faire (Böhm-Vitense, 1992), considérons deux colonnes de fluides, une constituée de fluide chaud ascendant de section σ_{\uparrow} et une de fluide froid descendant de section σ_{\downarrow} . Nous négligeons tout mouvement n'étant pas purement vertical. La forme des colonnes (ou tubes, ou bulles même) n'a pas d'importance. Ce qui est important, c'est qu'à une couche donnée, la proportion de la surface constituée de fluide ascendant chaud est donnée par f_{\uparrow} et de fluide descendant froid par f_{\downarrow} tel que

$$f_{\uparrow} + f_{\downarrow} \leq 1. \quad (2.16)$$

Le flux convectif étant le flux net transporté vers le haut, il est la différence des deux contributions

$$F_{\text{conv}} = f_{\uparrow}F_{\uparrow} - f_{\downarrow}F_{\downarrow}. \quad (2.17)$$

Notons que cette expression ne tient pas compte d'effets de la turbulence comme l'entraînement, qui provoque un échange de masse entre les deux composantes de l'écoulement. Nous nous intéressons de plus à des situations en équilibre hydrostatique, alors il ne doit pas y avoir de transport net de masse à quelque couche de l'atmosphère que ce soit et

$$f_{\uparrow}\rho_{\uparrow}v_{\uparrow} = f_{\downarrow}\rho_{\downarrow}v_{\downarrow} \equiv \Phi, \quad (2.18)$$

Φ représentant le flux de masse horizontal total de chaque composante du flux convectif.

Les équations 2.16 et 2.18 nous permettent de résoudre pour f_{\uparrow} et f_{\downarrow} ,

$$f_{\uparrow\downarrow} = \frac{\rho_{\downarrow\uparrow}v_{\downarrow\uparrow}}{\rho_{\uparrow\downarrow}v_{\uparrow\downarrow} + \rho_{\downarrow\uparrow}v_{\downarrow\uparrow}}, \quad (2.19)$$

et

$$\Phi = \frac{\rho_{\uparrow}v_{\uparrow}\rho_{\downarrow}v_{\downarrow}}{\rho_{\uparrow}v_{\uparrow} + \rho_{\downarrow}v_{\downarrow}}, \quad (2.20)$$

soit une sorte de flux de masse réduit. La conservation de la masse implique que le fluide provenant de la direction avec le plus faible flux de masse ρv est celui qui occupe le plus d'espace et qui contribue le plus au flux de masse réduit Φ . En utilisant l'équation 2.15 pour F_{\uparrow} et F_{\downarrow} , nous avons une première expression pour le flux convectif,

$$\pi F_{\text{conv}} = \Phi \left[c_{P\uparrow}\Delta T_{\uparrow} - c_{P\downarrow}\Delta T_{\downarrow} + \frac{1}{2}(v_{\uparrow}^2 - v_{\downarrow}^2) \right], \quad (2.21)$$

où le premier terme représente la contribution du transport d'enthalpie et le second, d'énergie cinétique. ΔT_{\downarrow} étant négatif, le fluide froid descendant contribue au flux d'énergie vers l'extérieur. Maintenant, on suppose que c'est une faible perturbation en densité qui est responsable de la force de flottaison et qui est le moteur des mouvements convectifs¹, ce qui implique aussi une faible perturbation en température et $\rho_{\uparrow} \approx \rho_{\downarrow} \approx \rho$ (et $c_{P\uparrow} \approx c_{P\downarrow} \approx c_P$). Puisque nous supposons un trajet ℓ identique pour le fluide ascendant et descendant et que les différentes quantités sont évaluées localement, $\Delta T_{\uparrow} \approx -\Delta T_{\downarrow} \approx \Delta T$ et $v_{\uparrow} \approx v_{\downarrow} \approx v$ (voir un peu plus bas). Finalement, ces suppositions impliquent que $f_{\uparrow} \approx f_{\downarrow} \approx 1/2$ et le flux convectif devient

$$\pi F_{\text{conv}} = \rho v c_P \Delta T. \quad (2.22)$$

Ainsi, la contribution de l'énergie cinétique disparaît et le fluide ascendant occupe la même fraction de l'espace que le fluide descendant, deux conséquences de la localité du formalisme (cf. sect. 3.5) et contraires à l'observation de la granulation solaire et aux résultats des simulations 3D. Il devrait plutôt y avoir un flux d'énergie cinétique négatif (de l'ordre de 10%, Chan & Sofia, 1989) et une plus grande proportion de l'espace occupée par le fluide ascendant (Stein & Nordlund, 1998, estiment qu'en général, pour le Soleil, $f_{\uparrow} \approx 2/3$).

Nous avons négligé de faire la moyenne horizontale du flux convectif, mais il est néces-

¹Cette supposition fait aussi parti de l'approximation de Boussinesq.

saire d'en tenir compte. À une couche donnée, tout le fluide ascendant, par exemple, n'a pas nécessairement la même origine et n'a donc pas nécessairement la même vitesse ou le même excès de température. Écrivons plutôt

$$\begin{aligned}\rho c_P \langle v \Delta T \rangle &\approx \rho c_P \langle v \rangle \langle \Delta T \rangle, & \text{ML1} \\ &= b \rho c_P v \Delta T, & \text{ML2}\end{aligned}\tag{2.23}$$

où nous distinguons les différentes versions de la MLT puisque leurs paramètres ne sont pas introduits de la même manière. La ML1 est la version originale de Vitense (1953); Böhm-Vitense (1958) et la ML2 celle présentée par Böhm & Stückl (1967). Dans le premier cas, on fait l'approximation (douteuse) que la moyenne du produit est égale au produit des moyennes, alors que dans le deuxième cas on introduit le facteur de phase $b(=2)$, qui de plus absorbe le facteur d'ordre unité provenant de la moyenne de ΔT et v . Autrement dit, v et ΔT sont la vitesse convective et l'excès de température d'une bulle ayant parcouru exactement un ℓ . Dans le reste de la dérivation des équations de la MLT, nous allons considérer à chaque étape les diverses expressions données par la ML1 et la ML2. L'équation 2.23 revient à considérer que le transport convectif est équivalent au transport d'enthalpie effectué par une seule bulle convective. C'est là l'essence de la théorie de la longueur de mélange.

L'expression pour le flux convectif n'est pas complète et il nous faut maintenant spécifier $\langle v \rangle$ et $\langle \Delta T \rangle$. Pour cela il faut regarder la dynamique d'une bulle de fluide (Vitense, 1953). Si dT'/dz (ou de manière équivalente ∇') est le gradient de température de la bulle convective, alors l'excès de température d'une telle bulle après avoir parcouru une distance Δz s'écrit

$$\Delta T(z) = \int_{z-\Delta z}^z \left(\frac{dT'}{dz} - \frac{dT}{dz} \right) dz',\tag{2.24}$$

Au lieu d'intégrer directement cette expression, nous allons supposer que les gradients de température du milieu et de la bulle soient approximativement constants sur le trajet et

$$\Delta T(z) \approx \left(\frac{dT'}{dz} - \frac{dT}{dz} \right)_z \Delta z \equiv \Delta \nabla T(z) \Delta z,\tag{2.25}$$

où nous avons introduit le gradient d'excès de température $\Delta \nabla T$. Cette approximation est

valide uniquement lorsque le trajet est très court, même si la convection est très efficace. À une couche z , une bulle peut provenir de n'importe où entre $z - \ell$ et z et il nous faut donc effectuer une moyenne horizontale de l'excès de température. Si l'on considère qu'une bulle parcourt en moyenne une longueur de mélange ℓ , et qu'à une couche donnée il soit équiprobable qu'une bulle provienne de n'importe où entre $z - \ell$ et z , alors

$$\langle \Delta T \rangle = \int_0^\ell \Delta T d(\Delta z) / \int_0^\ell d(\Delta z) = \frac{\Delta T}{2}, \quad (2.26)$$

puisque $\Delta \nabla T$ est constant sur le trajet. Ceci revient à dire que notre bulle parcourt une distance moyenne $\langle \Delta z \rangle = \ell/2$. En utilisant 2.25 et 2.7, l'équation 2.26 devient

$$\begin{aligned} \langle \Delta T \rangle &= \frac{\ell T}{2H_P} (\nabla - \nabla'), & \text{ML1} \\ \Delta T &= \frac{\ell T}{H_P} (\nabla - \nabla'), & \text{ML2} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Ensuite, estimons la vitesse convective v en considérant le travail effectué par la force de flottaison sur la bulle, travail en partie converti en énergie cinétique. La force de flottaison dépend directement du déficit de densité et s'écrit $F_A = -Vg\Delta\rho$, V étant le volume de la bulle. $\Delta\rho$ s'exprime de manière complètement analogue à ΔT (éq. 2.24), mais relierons-la à la stratification en température à l'aide de l'équation d'état. Celle-ci, lorsque le potentiel chimique dépend uniquement du degré d'ionisation, peut s'écrire comme (eg. Kippenhahn & Weigert, 1990) :

$$\frac{d \ln \rho}{dz} = \beta^{-1} \frac{d \ln P}{dz} - Q \frac{d \ln T}{dz}, \quad (2.28)$$

où le coefficient d'expansion thermique $Q \equiv -(\partial \ln \rho / \partial \ln T)_P$ et le rapport de la pression totale sur la pression gazeuse $\beta^{-1} \equiv (\partial \ln \rho / \partial \ln P)_T \approx 1$. Supposant toujours l'équilibre de pression (et implicitement une très faible variation des propriétés du milieu),

$$\Delta\rho = -\frac{Q\rho}{T} \Delta T, \quad (2.29)$$

et

$$F_A = \frac{Vg\rho Q}{H_P} (\nabla - \nabla') \Delta z. \quad (2.30)$$

Évaluons maintenant le travail fait par la force de flottaison sur la bulle,

$$W = \int_0^{\Delta z} F_A(\Delta z') d(\Delta z') = \frac{Vg\rho Q}{2H_P} (\nabla - \nabla') \Delta z^2. \quad (2.31)$$

Tout ce travail ne sera pas converti directement en énergie cinétique, mais seulement une fraction f tel que $(1/2)mv^2 = fW$, et nous obtenons donc comme expression pour la vitesse de l'élément convectif

$$v = \left(\frac{fgQ}{H_P} \right)^{1/2} (\nabla - \nabla')^{1/2} \Delta z. \quad (2.32)$$

v , comme ΔT étant linéaire en Δz , il suffit à titre de moyenne horizontale toujours de prendre $\Delta z = \ell/2$. Böhm-Vitense (1958) suppose que la moitié du travail effectué par la force de flottaison est dissipée par la turbulence (ou autrement), alors $f = 1/2$ et

$$\begin{aligned} \langle v \rangle^2 &= \frac{gQ\ell}{8H_P} (\nabla - \nabla'), & \text{ML1} \\ v^2 &= \frac{agQ\ell}{H_P} (\nabla - \nabla'), & \text{ML2} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Le paramètre f a été remplacé par a afin de conserver la notation de la ML2; a n'a pas la même signification en ML1. En ML2, $a = 1$ et le fluide convectif n'est pas considéré comme étant ralenti appréciablement par la turbulence.

Finalement, en substituant 2.27 et 2.33 dans 2.23,

$$\pi F_{\text{conv}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{gQ}{8H_P^3} \right)^{1/2} \rho_{CP} T \ell^2 (\nabla - \nabla')^{3/2}, & \text{ML1.} \\ \left(\frac{agQ}{H_P^3} \right)^{1/2} \rho_{CP} T b \ell^2 (\nabla - \nabla')^{3/2}, & \text{ML2.} \end{cases} \quad (2.34)$$

Le pont est fait entre la ML1 et la notation de la ML2 en prenant $a = 1/8^2$ et $b = 1/2$. Il est à noter que si l'on décide plutôt de moyenner directement le flux d'enthalpie, qui est une constante proportionnelle à Δz^2 , on obtient un facteur 4/3 supplémentaire (le facteur de phase; on retombe sur la même forme que 2.22 si on décide de moyenner depuis le début du développement).

La théorie ne spécifie pas réellement la longueur de mélange ℓ , mais il est généralement

²Dans la notation de Henyey et al. (1965), $\nu = 1/a$.

admis qu'elle est proportionnelle à la hauteur caractéristique de pression H_P (ou de densité H_ρ), tel que $\ell = \alpha H_P$, où $\alpha \sim 1$, soit que la bulle voit sa pression diminuer d'environ un facteur e avant de se dissiper. Les approximations faites aux équations 2.24, 2.29 et 2.31 font en sorte que la MLT est définitivement une théorie locale : on ignore toute variation des propriétés du milieu sur le trajet d'une bulle (autre que la température) et donc ce traitement de la convection ne couple pas les propriétés des couches adjacentes. La MLT est essentiellement une théorie Boussinesq de la convection. Un $\alpha \sim 1$ implique pourtant que les propriétés thermodynamiques du milieu changent appréciablement, et la théorie est à ce niveau incohérente.

2.3 Pertes radiatives

Afin de compléter la théorie, il est nécessaire de spécifier les pertes radiatives encourues par une bulle convective (Mihalas, 1978). Ceci fait en sorte que le gradient convectif ∇' n'est pas égal au gradient adiabatique ∇_{ad} , et c'est ce premier que nous désirons déterminer, ou plutôt le facteur $\nabla - \nabla'$. Introduisons une nouvelle quantité Γ que nous appellerons l'efficacité convective, tenant compte des pertes énergétiques de la bulle au milieu dues au fait que l'expansion ne se fait pas adiabatiquement. Définissons donc l'efficacité convective comme étant le rapport entre l'énergie interne (par unité de volume) gagnée par la bulle durant son temps de vie et celle perdue au milieu par radiation, soit

$$\Gamma = \frac{\Delta e_g}{\Delta e_l}, \quad (2.35)$$

où

$$\Delta e_g = \rho c_P \Delta T. \quad (2.36)$$

Les pertes radiatives correspondent à l'énergie supplémentaire gagnée par une bulle adiabatique par rapport au cas où elle libère cette radiation,

$$\Delta e_l = \Delta e_{g,\text{ad}} - \Delta e_g = \rho c_P q \tau_{\text{ad}} \quad (2.37)$$

et peut s'écrire de manière générale (mais linéaire) par la dernière expression, où q est le taux de refroidissement ($[K/s]$) et $\tau_{\text{ad}} = \ell/v$ le temps de vie de la bulle. L'idée est

d'exprimer cette quantité en fonction de gradients (entre autres ∇') dans un premier temps, et en fonction de quantités locales dans un second temps. Ceci nous permettra alors d'exprimer ∇' en fonction de quantités locales et de gradients que nous connaissons.

Pour l'expression non-locale de Γ , écrivons $\Delta e_{g,ad} = \rho c_P \Delta T_{ad}$ où ΔT_{ad} est l'excès de température de la bulle dans le cas où il n'y a pas de pertes radiatives. L'équation 2.27 relie ΔT aux gradients, ce qui nous donne, en faisant la substitution $\nabla' \leftrightarrow \nabla_{ad}$ pour ΔT_{ad} ,

$$\Gamma = \frac{\nabla - \nabla'}{(\nabla - \nabla_{ad}) - (\nabla - \nabla')} = \frac{\nabla - \nabla'}{\nabla' - \nabla_{ad}}. \quad (2.38)$$

Ensuite, il faut trouver une expression alternative de Δe_l afin d'obtenir l'expression locale pour Γ . Par analyse dimensionnelle, on trouve le facteur $\rho c_P q$ de la deuxième égalité de l'équation 2.37 comme représentant

$$\rho c_P q = \Delta L_{rad}/V \equiv \Delta l_{rad}, \quad (2.39)$$

soit la densité de luminosité irradiée par la bulle. Des arguments simples de transfert radiatif peuvent nous permettre d'estimer cette quantité. Écrivons $\Delta L_{rad} = S_{eff} \Delta \mathcal{F}_{rad}$, la surface effective S_{eff} étant pour tenir compte du fait que la bulle peut être optiquement mince ($\tau_e \ll 1$) ou épaisse ($\tau_e \gg 1$) (seule la surface irradie $S_{eff} = S$). Dans le cas mince, si la luminosité irradiée provient d'environ un libre-parcours moyen $(\kappa\rho)^{-1}$, alors $S_{eff} = V\kappa\rho$. En ETL on a que $\pi F_{rad} = 4\pi B(T)$ et

$$\Delta l_{rad} = 4\pi\kappa\rho\Delta B = 4\pi\tau_e\Delta B/\ell, \quad \tau_e \ll 1, \quad (2.40)$$

où on a introduit la profondeur optique d'une bulle convective $\tau_e = \kappa\rho\ell$. Si la bulle est optiquement épaisse, il faut plutôt utiliser l'approximation de diffusion 1.6 pour exprimer le flux radiatif. Faisons l'approximation $-\partial B/\partial z \approx \Delta B/\ell^3$ pour le gradient à travers la bulle et la densité de luminosité est plutôt

$$\Delta l_{rad} = \left(\frac{S}{V}\right) \frac{4\pi\Delta B}{3\tau_e}, \quad \tau_e \gg 1. \quad (2.41)$$

³Il est à noter que c'est plutôt l'approximation très différente $-\partial T/\partial z \approx \Delta T/\ell$ qui est habituellement utilisée, mais il est facile de se convaincre que dans le cas optiquement épais, où généralement $\Delta T/T \ll 1$, celle-ci revient au même.

Si l'on suppose que l'excès de température demeure très petit par rapport à la température ambiante $\Delta T/T \ll 1$ (ce qui est définitivement le cas dans lorsque la convection est adiabatique), on peut avoir recours à l'approximation binomiale et

$$\Delta B \equiv \frac{\sigma}{\pi} ([T + \Delta T]^4 - T^4) \approx \frac{4\sigma}{\pi} T^3 \Delta T. \quad (2.42)$$

En multipliant par le temps de vie de la bulle et en supposant dans la limite optiquement mince que les bulles ont un excès de température moyen de $\Delta T/2$ sur leur parcours, on obtient les expressions pour Δe_l dans les deux limites :

$$\Delta e_l = \begin{cases} \frac{8\tau_e \sigma T^3 \Delta T}{v}, & \tau_e \ll 1. \\ \left(\frac{S}{V}\right) \frac{16\sigma T^3 \Delta T}{3\tau_e} \frac{\Lambda}{v} = \frac{c\sigma T^3 \Delta T}{\tau_e v}, & \tau_e \gg 1. \end{cases} \quad (2.43)$$

Au niveau du facteur surface sur volume, on sait que $S/V = 3/\ell$ pour une bulle sphérique, mais afin de pouvoir modifier ce paramètre, écrivons-le $S/V = 3c/16\ell$. Autrement dit, on définit le paramètre c comme étant

$$c \equiv 16 \left(\frac{S}{V}\right) \bigg/ \left(\frac{S}{V}\right)_{\text{sph}}. \quad (2.44)$$

Ces expressions nous permettent d'obtenir Γ dans les deux limites, mais afin de tenir compte des cas intermédiaires, Henyey et al. (1965) interpolent les deux expressions simplement en les sommant. L'efficacité convective exprimée en termes de quantités locales s'écrit alors

$$\Gamma = \frac{\rho v c_P}{\sigma T^3} \frac{(1 + 8\tau_e^2/c)}{8\tau_e} = \frac{\rho v c_P \tau_e}{d\sigma T^3}, \quad (2.45)$$

où on a défini le quatrième et dernier paramètre de la MLT d^4 , celui-ci n'étant pas indépendant

$$d \equiv \frac{8\tau_e^2}{1 + (8\tau_e^2/c)}. \quad (2.46)$$

d est le facteur dans lequel toute l'information fonctionnelle de l'opacité et de la forme de la bulle sur l'efficacité convective se trouve, c étant proportionnel au rapport S/V (normalisé à celui d'une sphère) de la bulle. En ML1 $c = 24$ et $S/V = 3/2(S/V)_{\text{sph}} =$ alors qu'avec

⁴Dans la notation de Henyey et al. (1965), $\omega = \tau_e$, $\theta = d/8\tau_e$ et $y = 8/c$.

ML2 $c = 16$ et $S/V = (S/V)_{\text{sph}}$ et les bulles sont considérées respectivement comme étant cylindriques et sphériques.

En égalisant les deux expressions pour Γ et en isolant tous les termes locaux et non-locaux (l'expression locale dépend en fait de la vitesse et donc des gradients), on définit une nouvelle quantité B

$$B \equiv \frac{\nabla' - \nabla_{\text{ad}}}{(\nabla - \nabla')^{1/2}} = \frac{d\sigma T^3}{\rho \ell \tau_e c_P} \left(\frac{H_P}{agQ} \right)^{1/2} \quad (2.47)$$

En notant que $\nabla' - \nabla_{\text{ad}} = (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) - (\nabla - \nabla')$, on trouve une équation quadratique en $(\nabla - \nabla')^{1/2}$:

$$(\nabla - \nabla') + B (\nabla - \nabla')^{1/2} - (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) = 0 \quad (2.48)$$

et sa solution :

$$(\nabla - \nabla')^{1/2} = -\frac{B}{2} + \left(\frac{B^2}{4} + \nabla - \nabla_{\text{ad}} \right)^{1/2}. \quad (2.49)$$

B étant toujours positif ($\nabla' \geq \nabla_{\text{ad}}$ nécessairement), il faut prendre la racine positive.

La théorie est maintenant complétée. Ayant une valeur de $\nabla - \nabla'$ calculée à partir de quantités locales, on la substitue dans l'expression pour le flux convectif 2.34. La solution de l'équation du transfert radiatif nous permet de calculer le flux total. En général le flux total (donné par la température effective de l'étoile) ne sera pas conservé et il faut utiliser une procédure de correction en température et pression, mais plus important encore pour une zone convective, aussi en ∇ . La solution de l'équation du transfert radiatif et le calcul du flux convectif sont recommencés et on itère jusqu'à convergence.

Il y a un point important à mentionner au niveau de la procédure de correction lors de la solution des équations de modèles atmosphériques. Le flux convectif est particulièrement sensible à la valeur exacte de ∇ , et encore plus à T et P . Il est alors préférable de considérer ∇ comme une variable indépendante (Bergeron, 1989). En retour, il est nécessaire d'avoir une expression pour la dérivée de flux convectif par rapport à ∇ . En supposant que toutes les quantités locales sont indépendantes de ∇ , et en dérivant la solution de l'équation quadratique 2.49, nous obtenons

$$\frac{d(\nabla - \nabla')}{d\nabla} = (\nabla - \nabla')^{1/2} \left(\frac{B^2}{4} + \nabla - \nabla_{\text{ad}} \right)^{-1/2}. \quad (2.50)$$

La procédure de correction dépend peu de la valeur exacte de ∇' , et en supposant $\nabla' = \nabla_{\text{ad}}$, la dérivée est simplement égale à 1. Finalement, en dérivant l'équation du flux convectif 2.34, nous obtenons

$$\frac{dH_c}{d\nabla} = \frac{3}{2} \frac{H_c}{\nabla - \nabla'} \quad (2.51)$$

L'équation 2.38 peut être reformulée comme une relation fonctionnelle entre $\nabla - \nabla'$ et $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$, soit

$$\nabla - \nabla' = \frac{\Gamma}{\Gamma + 1} (\nabla - \nabla_{\text{ad}}), \quad (2.52)$$

ou sous une autre forme plus explicite reliant les trois gradients,

$$\nabla' = \frac{1}{\Gamma + 1} \nabla + \frac{\Gamma}{\Gamma + 1} \nabla_{\text{ad}}. \quad (2.53)$$

On voit que Γ a une signification physique intéressante sous la combinaison de l'équation 2.52. Quand la convection est très efficace, $\Gamma \rightarrow \infty$ et $\Gamma/(\Gamma + 1) \rightarrow 1$ ($B \rightarrow 0$), alors

$$\nabla - \nabla' \rightarrow \nabla - \nabla_{\text{ad}} \rightarrow 0 \quad (2.54)$$

et la convection devient adiabatique (voir plus bas pour le $\rightarrow 0$). Quand la convection est très inefficace, $\Gamma \rightarrow 0$, $\Gamma/(\Gamma + 1) \rightarrow 0$ ($B \rightarrow \infty$), et

$$\nabla - \nabla' \rightarrow 0, \quad (2.55)$$

et la convection cesse. On remarque aussi de 2.52 ou 2.53, que si deux gradients sont identiques, alors les trois le sont. Quand la convection cesse on a aussi nécessairement

$$\nabla = \nabla' = \nabla_{\text{ad}} \quad (2.56)$$

et les trois gradients vont se couper au même point à la barrière de Schwarzschild. Mais la limite de convection adiabatique est une limite asymptotique ($\Gamma \rightarrow \infty$) alors

$$\nabla \rightarrow \nabla' \rightarrow \nabla_{\text{ad}} \quad (2.57)$$

l'ordre respectant l'inégalité 2.12. Les gradients du milieu et convectif vont tendre vers

une valeur asymptotique, celle du gradient adiabatique, mais le premier moins rapidement que le deuxième. Dans cette limite de convection adiabatique, l'entropie est pratiquement constante dans cette région de la zone de convection (voir l'éq. 2.13). Le facteur $\Gamma/(\Gamma + 1)$ est en quelque sorte une efficacité convective normalisée à l'efficacité adiabatique. Le facteur $1/(\Gamma + 1)$ de l'équation 2.53 a le comportement inverse.

Pour des conditions fixes, une grande efficacité convective implique de faibles vitesses convectives et un faible excès de température, alors que pour une efficacité intermédiaire ($\nabla - \nabla'$ maximal) le contraire se produit. Mais selon la forme du flux convectif, puisque ρ , T et H_P augmentent vers l'intérieur, il devrait y avoir une asymétrie dans la zone de convection. Une convection d'efficacité intermédiaire de surface sera constituée de petites bulles rapides se propageant sur une courte distance, alors que pour une zone de convection efficace en profondeur on aura des grandes bulles lentes sur de grandes distances.

Pour la suite, il convient d'introduire une nomenclature au sujet de la zone de convection. $\Gamma = 1$ signifie qu'une bulle ascendante perd autant d'énergie par radiation qu'elle n'en gagne par expansion, alors nous définissons le régime de convection efficace $\Gamma > 1$ comme étant adiabatique (bien que plus exactement ce serait plutôt la limite $\Gamma \rightarrow \infty$) et le régime de convection inefficace $\Gamma < 1$ comme étant superadiabatique. En particulier, la région de la zone de convection superadiabatique sera appelée la couche ou le pic superadiabatique (PSA).

2.4 Structures thermodynamiques 1D et 3D

Aux sections 1.3.3 et 1.3.4, nous avons présenté les distributions en T_{eff} et $\log g$ d'un échantillon d'étoiles DA déterminées par des modèles 1D et 3D respectivement. Nous allons maintenant nous intéresser aux structures thermodynamiques de quelques modèles 1D et 3D représentatifs afin de mieux comprendre l'origine du problème des valeurs élevées de $\log g$. Nous utiliserons les modèles 3D ayant $T_{\text{eff}} = 9036$ K et 11,980 K, tous deux $\log g = 8.00$, de Tremblay et al. (2013c) (Tremblay comm. priv.). Ce dernier modèle représente d'ailleurs une ZZ Ceti typique.

Les raies de Balmer synthétiques de ces modèles (en rouge) et des modèles 1D correspondants (en traits noir), de même que celles des modèles reproduisant le mieux le spectre 3D (pointillés; deuxième valeur de $\log g$), sont présentés à la figure 2.1. Les températures

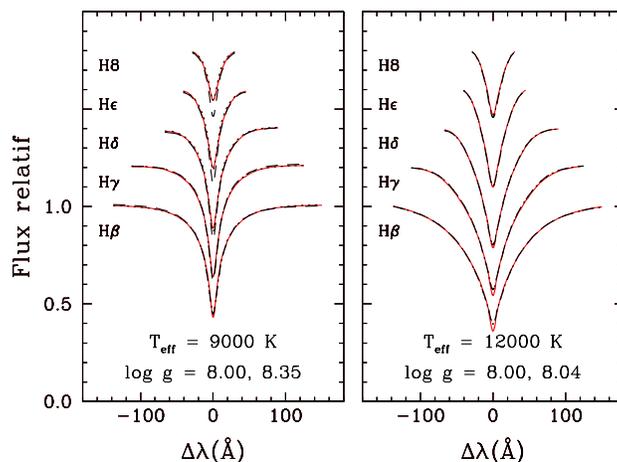


Figure 2.1 : Comparaison des raies de Balmer synthétiques de modèles 1D et 3D. Les raies rouges sont celles de modèles 3D, les raies en traits noirs celles des modèles 1D correspondants, et les raies pointillées celles de modèles 1D reproduisant le mieux le spectre 3D (deuxième valeur de $\log g$ affichée).

effectives des modèles 1D sont en pratique identiques à celles des modèles 3D, et seules les valeurs arrondies sont affichées. On peut remarquer en premier lieu la différence marquée des profils de raies des deux ensembles de modèles, puisqu'ils représentent deux régimes distincts de température. Une étoile de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K présente des raies plus larges et profondes à cause de la température plus élevée en surface, ce qui contribue à garder les niveaux élevés de l'hydrogène davantage peuplés que dans une étoile de $T_{\text{eff}} = 9000$ K. Dans le cas du deuxième ensemble de modèles, on voit bien qu'il n'y a pas de différence notable entre les trois, sauf pour $H\beta$ et $H\gamma$ (voir sect. 4.3). Ceci n'est pas le cas pour le premier ensemble de modèles, et les hautes raies de Balmer du modèle 1D de $\log g = 8.00$ sont considérablement plus profondes que celles du modèle 3D. Augmenter la gravité de surface diminue la profondeur des raies, et c'est un modèles de $\log g = 8.35$ qui reproduit le mieux les raies 3D.

La figure 2.2 présente les stratifications en température et densité des modèles de $T_{\text{eff}} = 9000$ K. Un effet de la convection est d'aplanir les différents gradients, et ceci se note en particulier par la variation abrupte de ceux-ci autour de $\log \tau_R \sim -1$, bien que l'effet soit considérablement moindre pour le modèle 3D. L'accord entre les modèles 3D et 1D est en général très bon. Il y a tout de même un écart appréciable au niveau des structures en température près de $\log \tau_R \sim -0.5$. Notons que la stratification des modèles 1D est en

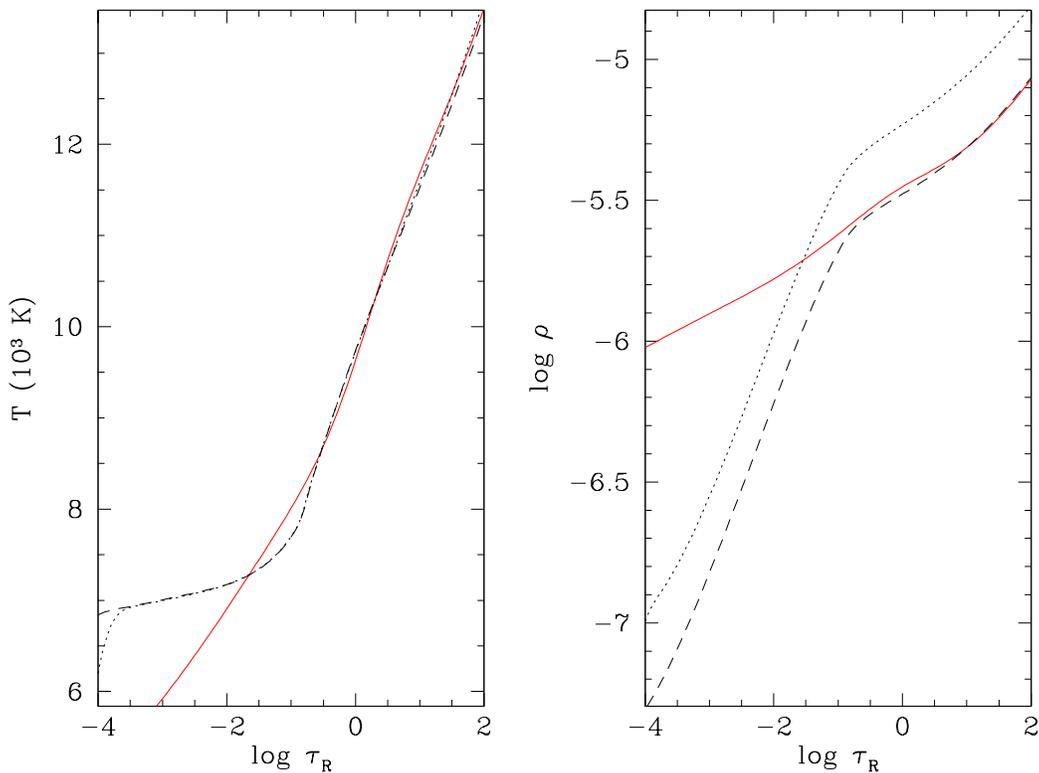


Figure 2.2 : Comparaison des stratifications en température et densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 9000$ K. Les structures en rouge représentent le modèle 3D, celles en traits noirs le modèle 1D correspondant, et celles en pointillés le modèle 1D de $\log g = 8.35$.

pratique identique malgré une différence de 0.35 dex en $\log g$. Ce n'est évidemment pas le cas au niveau des stratifications en densité, la densité du modèle plus massif étant en général plus grande d'un facteur deux à travers l'atmosphère. Il est curieux que celui-ci donne une meilleure reproduction des raies 3D, alors que le modèle moins massif donne un bien meilleur accord jusqu'au dessus de la photosphère. Il y a un écart qui se forme dans la zone critique à la formation des raies ($-1 < \log \tau_R < 0$) mais celui-ci semble à première vue marginal.

Il semblerait que la formation des raies, du moins des hautes raies de Balmer, ne dépende pas uniquement de l'exactitude des stratifications thermodynamiques (en particulier celle en densité), mais qu'un autre facteur important entre en jeu. Les différents gradients sont les candidats les plus plausibles, et la figure 2.3 présente le gradient superadiabatique et la hauteur caractéristique de densité des modèles à $T_{\text{eff}} = 9000$ K. Bien que la stratification 3D elle-même soit convenablement bien reproduite par le modèle 1D, l'accord entre les

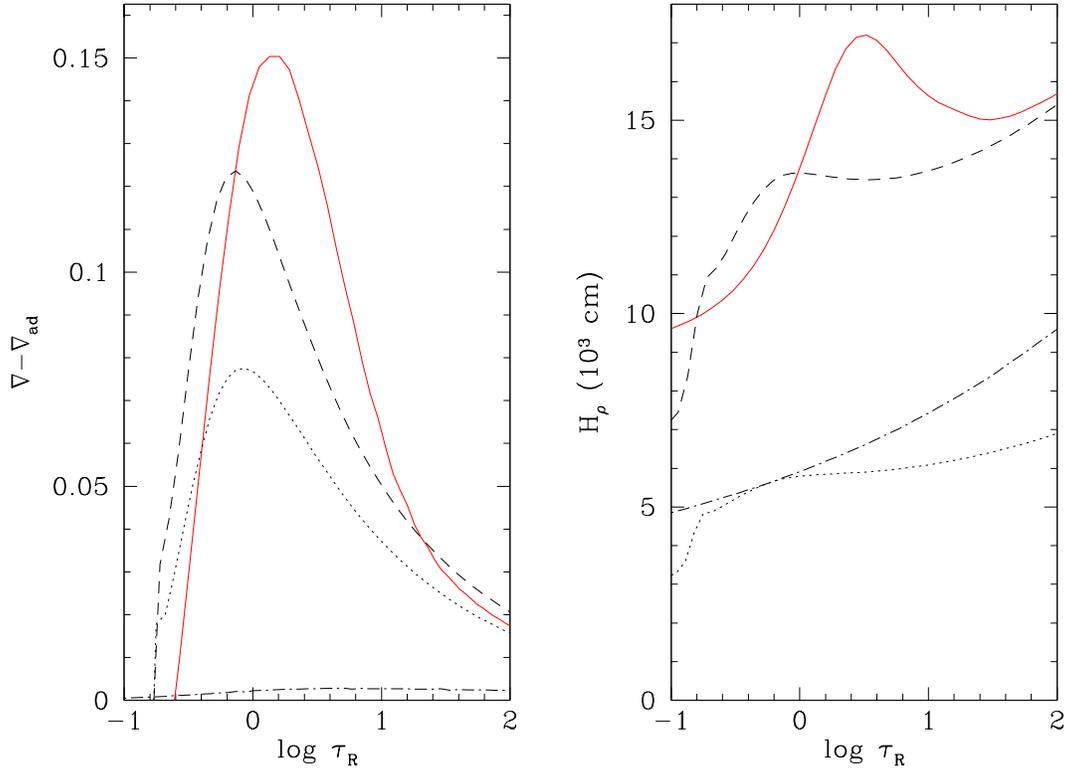


Figure 2.3 : Comparaison du gradient superadiabatique et de la hauteur caractéristique de densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 9000$ K. Les structures en rouge représentent le modèle 3D, celles en traits noirs le modèle 1D correspondant, celles en pointillés le modèle 1D au $\log g = 8.35$, et celles en traits-points le modèle 1D de $T_{\text{eff}} = 5700$ ($\log g = 8.00$).

différents gradients est plutôt mauvais. Le maximum du pic superadiabatique du modèle 1D est considérablement moins élevé que celui du modèle 3D, et plus en surface. En fait, la zone de convection est un peu plus petite. Ceci fait en sorte que la superadiabaticité est plus élevée autour de $-1 < \log \tau_R < 0$ dans le modèle 1D que dans le modèle 3D, et réciproquement pour H_ρ .

Cette dernière remarque implique que la densité du modèle 1D diminue beaucoup plus lentement vers la surface par rapport au modèle 3D, alors que la température diminue beaucoup plus rapidement⁵. Ceci est simplement une conséquence de l'équilibre hydrostatique. Afin de l'illustrer, prenons la dérivée du logarithme de l'équation d'état,

⁵Puisque ∇_{ad} dépend des propriétés thermodynamiques locales et que celles-ci sont en bon accord avec le modèle 3D, un gradient superadiabatique plus élevé implique un gradient du milieu plus élevé.

$\partial \ln P / \partial z = \partial \ln \rho / \partial z + \partial \ln T / \partial z - \partial \ln \mu / \partial z$, puis réécrivons cela sous les formes

$$\nabla + \nabla_\rho - \nabla_\mu = \frac{H_P}{H_T} + \frac{H_P}{H_\rho} - \frac{H_P}{H_\mu} = 1, \quad (2.58)$$

où H_T et H_μ sont respectivement les hauteurs caractéristiques de température et de poids moléculaire moyen, et où nous définissons le gradient logarithmique de la densité par rapport à la pression $\nabla_\rho \equiv \frac{d \ln \rho}{d \ln P}$ (et de manière similaire pour ∇_μ). La transition entre le régime convectif et radiatif étant abrupte, ∇ et $-\nabla_\mu$ augmentent considérablement dans le PSA (c'est le cas pour ce dernier puisque la baisse plus marquée de température est accompagnée d'une baisse plus importante du degré d'ionisation) et ∇_ρ doit diminuer de manière conséquente. De par l'équilibre hydrostatique, H_P dépend des propriétés locales et peut être considéré fixe. Dans ce cas, une diminution de ∇_ρ implique une augmentation de H_ρ (et de même pour les autres quantités). Le gradient superadiabatique est donc une quantité très importante par rapport à la stratification de l'atmosphère.

La figure 2.3 nous permet de plus de constater que les gradients du modèle 1D reproduisant le mieux le spectre 3D n'ont rien à voir avec les gradients de ce dernier. H_ρ est environ deux fois plus petit et le pic superadiabatique est considérablement écrasé, autrement dit l'atmosphère est plus adiabatique. Ceci est illustré par les courbes en traits-points qui représentent les gradients d'un modèle 1D de $T_{\text{eff}} = 5700$ K ($\log g = 8.00$). Comme le témoigne le pic superadiabatique inexistant, l'atmosphère de ce modèle est adiabatique et donc les incertitudes associées au traitement de la convection n'ont pas d'importance. La distribution en H_ρ est plus importante puisqu'en surface ($-1 < \log \tau_R < 0$), elle est très similaire à celle du modèle reproduisant le mieux le spectre 3D, particulièrement entre $\log \tau_R \approx -0.5$ et 1, là où la différence de stratification en densité est la plus importante par rapport au modèle 3D (fig. 2.2).

La hauteur caractéristique de densité est une mesure de la variation de la densité par rapport à la profondeur géométrique, ce qui n'est pas l'échelle de distance naturelle du transfert radiatif. La quantité d'intérêt serait plutôt $H_\rho^{\tau_R} \equiv \frac{d \ln \rho}{d \tau_R}$, la hauteur caractéristique de densité mesurée par rapport à l'échelle de profondeur optique moyenne de Rosseland. En d'autres mots, elle représente le nombre de libre parcours moyen encouru par un photon avant que la densité du milieu baisse d'un facteur e . La figure 2.4 présente sa distribution dans l'atmosphère. L'accord entre les modèles 1D et 3D est très bon en profondeur, mais

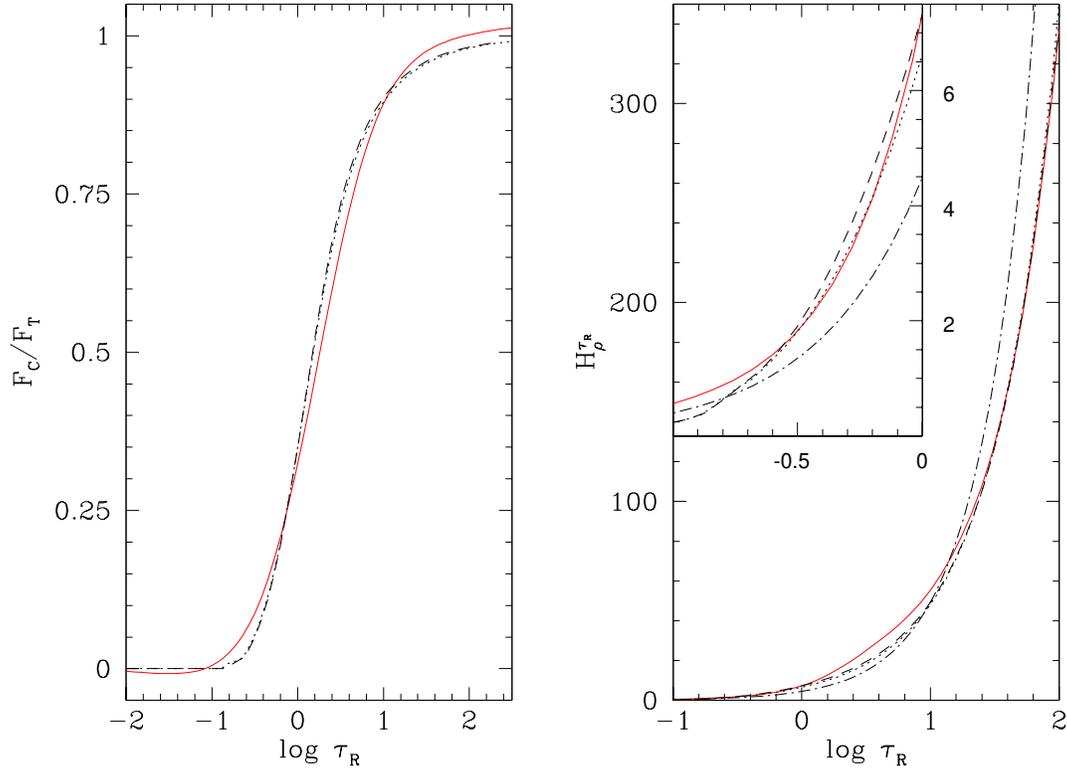


Figure 2.4 : Comparaison du flux convectif et de la hauteur caractéristique de densité mesurée par rapport à la profondeur optique de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 9000$ K. Les structures en rouge représentent le modèle 3D, celles en traits noirs le modèle 1D correspondant, celles en pointillés le modèle 1D au $\log g = 8.35$, et celles en traits-points le modèle 1D de $T_{\text{eff}} = 5700$ ($\log g = 8.00$).

un écart se forme entre $\tau_R = 1$ et 0, avant de diminuer de nouveau. L'encadré montre un agrandissement de la région photosphérique. On y voit que le modèle 1D de $\log g = 8.00$ présente un $H_{\rho}^{\tau_R}$ légèrement supérieur au modèle 3D entre $-0.5 < \log \tau_R < 0$, soit une différence d'environ un demi libre parcours moyen. Le modèle 1D de $\log g = 8.35$, quant à lui, donne un très bon accord dans cette région. La différence semble petite, mais cette région couvre environ deux tiers de libre parcours moyen et la différence relative des $H_{\rho}^{\tau_R}$ est $\sim 13\%$. Il n'est pas impossible que cette diminution plus importante de la densité sur un libre parcours ait un impact sur la formation des hautes raies de Balmer. Notons qu'une égalité du gradient du logarithme de la densité par rapport à τ_R n'implique pas une égalité du gradient régulier. Cependant, en termes relatifs, la densité varie tout de même de manière *similaire*.

La figure 2.4 présente aussi le flux convectif des différents modèles, normalisé sur le flux d'énergie total. Une première chose que l'on peut noter, est l'*overshoot* en surface du

modèle 3D. Celui-ci débute autour de $\log \tau_R = -0.75$ (voir fig. 2.3) avec un flux d'énergie positif, mais devenant négatif plus haut dans l'atmosphère. Cet effet est complètement absent des modèles 1D, et contribue à une transition plus douce vers le régime radiatif. Il y a aussi une faible baisse de flux convectif dans le PSA par rapport aux modèles 1D. Ce profil moins abrupte de la région de transition a certainement un impact sur la stratification et donc sur la formation des raies. En particulier, la région critique à la formation des hautes raies de Balmer ($-0.5 < \log \tau_R < 0$, voir aussi la figure 2 de Tremblay et al., 2013b) présente un plus grand flux convectif dans le modèle 3D. Ceci fait en sorte que le gradient de température est plus petit, et conséquemment celui de densité est plus grand. Les deux modèles 1D sont pratiquement identiques et c'est uniquement la plus grande gravité qui permet au modèle de $\log g = 8.35$ de reproduire le $H_\rho^{\tau_R}$ du modèle 3D.

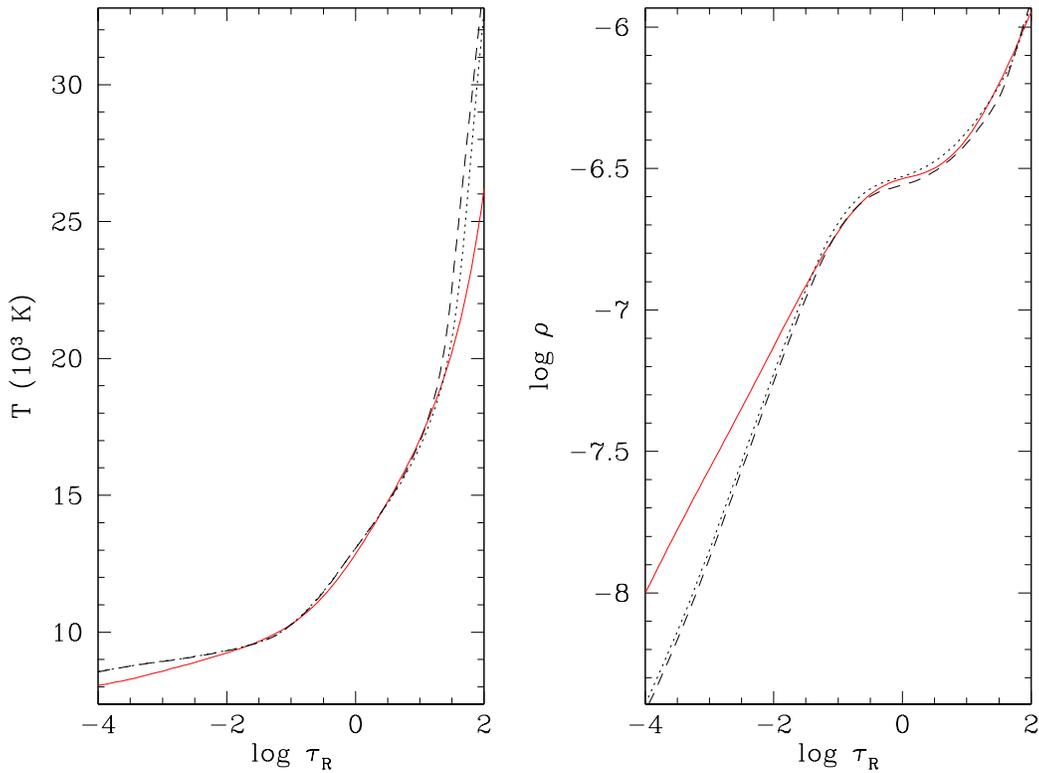


Figure 2.5 : Comparaison des stratifications en température et densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K. Les structures en rouge représentent le modèle 3D, celles en traits noirs le modèle 1D correspondant, et celles en pointillés le modèle 1D de $\log g = 8.04$.

Le portrait est autre lorsqu'on regarde les modèles de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K. La figure 2.5 montre les stratifications en température et densité de ces modèles. La stratification en

température demeure très similaire dans tous les modèles, avec une température légèrement supérieure autour de $\log \tau_R = -0.5$, mais le modèle 1D ($\log g = 8.04$) représentant mieux le spectre 3D a une structure en densité que légèrement supérieure au modèle 3D. Dans ce cas-ci, il semblerait que la MLT est en mesure de reproduire la variation de densité dans la région critique à la formation des hautes raies de Balmer.

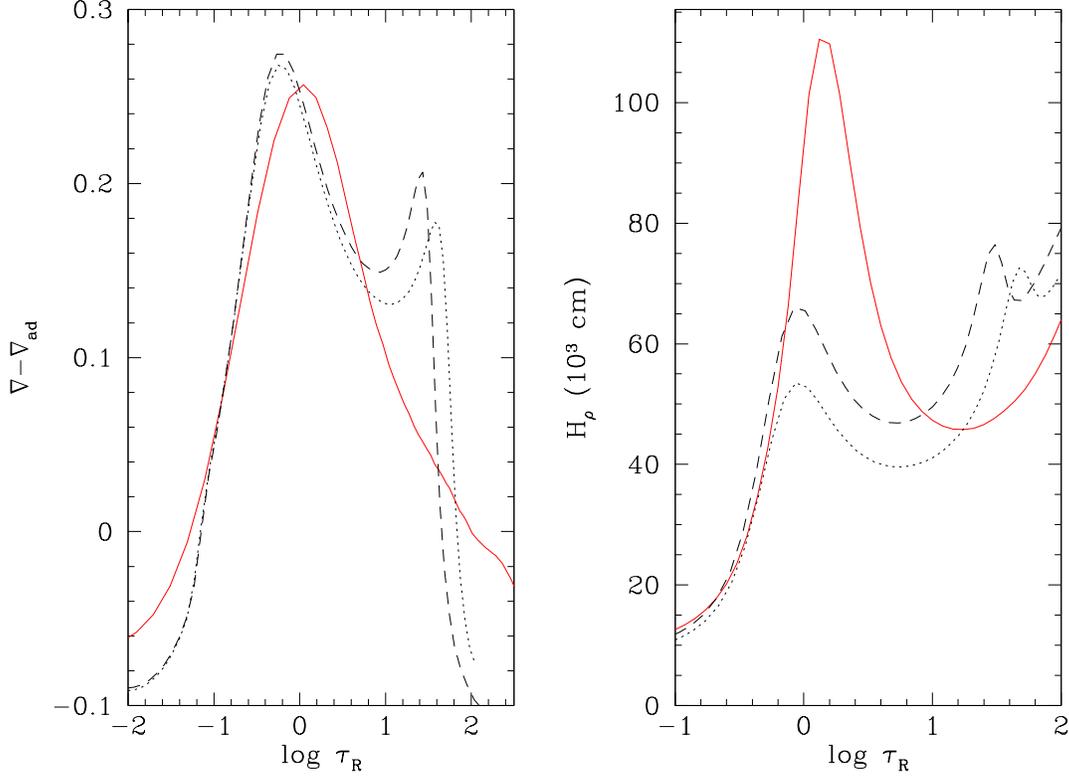


Figure 2.6 : Comparaison du gradient superadiabatique et de la hauteur caractéristique de densité de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K. Les structures en rouge représentent le modèle 3D, celles en traits noirs le modèle 1D correspondant, et celles en pointillés le modèle 1D au $\log g = 8.04$.

La figure 2.6 montre une différence additionnelle par rapport aux modèles de $T_{\text{eff}} = 9000$ K (fig. 2.3), le modèle de $\log g = 8.04$ donnant un très bon accord pour la variation de H_ρ dans la photosphère avec le modèle 3D. De plus, contrairement aux modèles plus froids, la figure 2.7 montre que le meilleur modèle 1D ne reproduit plus la distribution de H_ρ^{TR} dans cette région. Ceci est peut-être simplement une conséquence du différent régime de température. Les hautes raies de Balmer sont sensibles aux effets non idéaux de l'équation d'état de Hummer & Mihalas (1988), et en revanche ceux-ci dépendent de façon notable sur la température de surface (voir fig. 4.11). En particulier, une température

élevée fait augmenter le degré d'ionisation, et cette quantité plus grande d'électrons libres résultants interagissent plus fortement avec ceux davantage excités aux niveaux supérieurs de l'atome d'hydrogène. Ces effets dépendent donc sensiblement sur la stratification exacte de la densité. C'est peut-être la raison pourquoi la variation géométrique de la densité est plus importante, alors que dans une étoile plus froide le champ de radiation a un rôle plus direct sur la formation des raies.

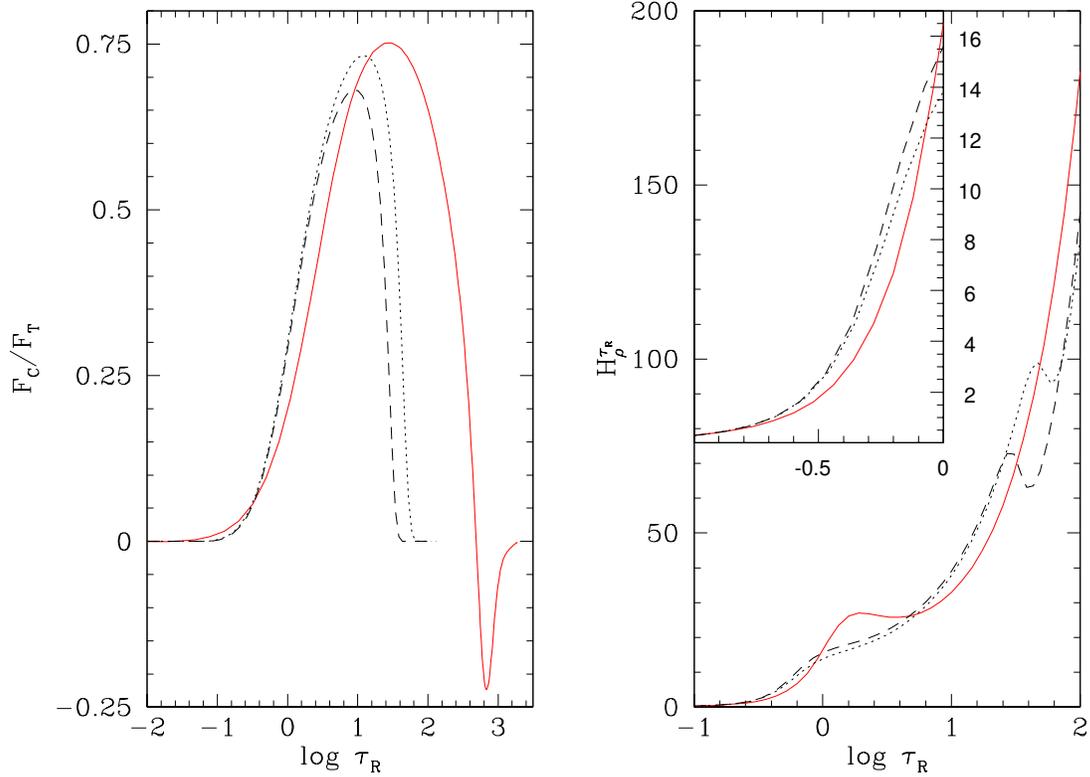


Figure 2.7 : Comparaison du flux convectif et de la hauteur caractéristique de densité mesurée par rapport à la profondeur optique de modèles 1D et 3D de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K. Les structures en rouge représentent le modèle 3D, celles en traits noirs le modèle 1D correspondant, et celles en pointillés le modèle 1D au $\log g = 8.04$.

Les panneaux gauches des figures 2.6 et 2.7 présentent le gradient superadiabatique et le flux convectif (normalisé au flux total) pour les modèles de $T_{\text{eff}} = 12,000$ K. Encore une fois, il y a des différences importantes par rapport aux figures correspondantes des modèles de $T_{\text{eff}} = 9000$ K (2.3 et 2.4). La plus notable est que dans le régime des étoiles ZZ Ceti, la zone de convection est incluse en totalité dans l'atmosphère, alors que le bas des atmosphères des étoiles plus froides sont adiabatiques. Ceci fait en sorte que la MLT n'est pas du tout valide dans ce régime (cf. sect. 3.5), bien que les paramètres atmosphériques

déterminés sont beaucoup plus fiables que pour les étoiles plus froides (si la théorie est calibrée correctement, cf. 4.2). Le flux convectif illustre bien ce dernier point, la zone de convection étant beaucoup plus mince dans les atmosphères des modèles 1D. Le maximum de flux convectif (qui n'est que $\approx 75\%$ du flux total) est d'ailleurs essentiellement sous la zone de convection du modèle 1D correspondant. Notons aussi que l'*overshoot* en surface est quasi-inexistant, alors que sous la zone de convection, il y a une grande pénétration dans la région stable accompagnée d'un fort flux convectif positif, puis d'un flux négatif allant jusqu'à $\sim 25\%$ du flux total. Ce n'est évidemment pas une région où les raies se forment, mais elle a tout de même un impact important sur la structure de la zone de convection et donc possiblement un impact aussi sur la région de transition de surface.

CHAPITRE 3

THÉORIE DE LA LONGUEUR DE MÉLANGE II : FORMALISME NON LOCAL

La théorie de la longueur de mélange est une théorie locale sous deux aspects. En premier lieu, elle suppose que toutes les quantités thermodynamiques restent constantes sur le trajet Λ^1 , impliquant que celui-ci soit très petit dans le sens où $\Lambda/H_P \ll 1$; le flux convectif est complètement déterminé par les propriétés locales du milieu et ne subit pas directement l'influence du reste de la zone de convection. La théorie sous cette forme n'est donc plus valide aussitôt que Λ ne peut plus être considéré petit. Ceci est d'autant plus dramatique dans la région de transition entre la zone convective et radiative, soit le pic superadiabatique (PSA), puisqu'elle est très mince, de l'ordre de quelques H_P pour le Soleil (Spiegel, 1963). Le PSA englobe partiellement la photosphère et en particulier où se forment les hautes raies de Balmer. La détermination de la gravité de surface étant très sensible au profil de ces derniers, il est évident que le traitement local du PSA constitue une incertitude majeure. Et bien qu'il soit généralement admis que la supposition d'un petit Λ est valide dans la limite de la convection adiabatique, ce n'est le cas qu'approximativement puisque le flux d'énergie cinétique est négligé (Chan & Sofia, 1989). Toutefois, lorsque l'atmosphère est complètement adiabatique, $\nabla \approx \nabla_{\text{ad}}$ et le transfert radiatif devient indépendant du traitement de la convection. En deuxième lieu, tout ce que le critère de Schwarzschild spécifie, est si le milieu est stable ou non par rapport à la convection. Supposer que la convection cesse immédiatement à la barrière de Schwarzschild revient à supposer que le fluide ascendant subit une décélération infinie. Le fluide devrait plutôt continuer son parcours jusqu'à ce que le travail effectué par la force de flottaison (stabilisante) sur la bulle dissipe toute son énergie cinétique. En d'autres mots la zone de convection ne termine pas abruptement et l'*overshoot* convectif est un facteur déterminant quant à son étendue, et donc à la forme du PSA.

Plusieurs théories non locales inspirées de la MLT ont été élaborées pour les atmosphères stellaires (Spiegel, 1963; Parsons, 1969; Ulrich, 1970a,b,c, en particulier). Elles

¹Dans le formalisme non local, la longueur de mélange et la taille d'une bulle convective ne sont pas égales. Λ est utilisé pour cette première et ℓ est conservée pour cette deuxième.

ont par la suite été testées par Travis & Matsushima (1973a,b, la théorie de Spiegel uniquement) et Nordlund (1974). Cette dernière étude conclut que les théories de Spiegel et Ulrich prédisent un flux convectif anormalement élevé dans les régions optiquement minces. Nordlund estime que la raison principale est que ces théories ne tiennent pas compte de la variation de l’opacité et de la chaleur spécifique des bulles convectives par rapport au milieu². Le PSA est caractérisé par un mécanisme de rétroaction positif; la densité et la température du fluide ascendant diminuent de manière importante en la traversant, l’opacité est en retour diminuée et les pertes radiatives s’accroissent, contribuant à un refroidissement et un ralentissement plus important du fluide, et ainsi de suite. Ceci fait en sorte que le fluide ascendant perd pratiquement tout son excès de température avant de traverser la barrière de Schwarzschild. L’overshoot en surface est donc modeste mais bien réel, contrairement à celui sous la zone de convection qui provoque un flux convectif beaucoup plus important (Tremblay et al., 2013b). Trampedach et al. (2014) propose plutôt que c’est la conséquence de la symétrie imposée entre le fluide ascendant et descendant. Bien qu’ils étudient l’influence de ces théories non locales sur les atmosphères stellaires, ni Travis & Matsushima (1973a,b) et ni Nordlund (1974) n’étudient ce qui se passe au niveau de la formation des raies. Seuls Travis & Matsushima (1973a) étudient les implications au niveau de la détermination de la température effective, mais il n’est pas vraiment possible d’analyser ces résultats dans le cadre des atmosphères de naines blanches. L’importance de l’*overshoot* en surface au niveau de la formation des raies demeure donc une question ouverte, les simulations RHD ne pouvant nous informer clairement là-dessus.

Afin de tenir compte de l’*overshoot* dans les coeurs convectifs, Shaviv & Salpeter (1973) adoptent l’approche lagrangienne (ou ballistique) en évaluant explicitement les intégrales de ΔT (éq. 2.24) et v^2 (éq. 2.31). Cette approche semble idéale dans le cadre de la MLT puisqu’elle est une généralisation directe ne faisant pas intervenir d’autres concepts et approximations pas nécessairement bien justifiés³. Tremblay et al. (2015) notent qu’elle est en mesure de reproduire les caractéristiques principales du flux convectif 3D dans la région de transition convective-radiative. Un modèle de ce type serait alors un bon candidat afin d’obtenir un meilleur accord avec les résultats 3D. Cependant, Shaviv & Salpeter (1973)

²Pour être plus exact, elle ne tiennent compte que de la variation de la température et de la densité lorsque cette dernière est responsable de la force de flottaison.

³Ulrich, par exemple, fait usage d’un modèle météorologique d’ascendance thermique afin de décrire la dynamique convective.

supposent le gradient de la bulle comme étant adiabatique, et par conséquent ne donnent pas de prescription pour $\Delta\nabla T$ nécessaire afin d'étudier les atmosphères stellaires. Nous allons donc généraliser leur approche afin d'inclure les pertes radiatives, de même que nous assurer de tenir compte de la variation de toutes les propriétés thermodynamiques du fluide convectif par rapport aux valeurs moyennes du milieu. Finalement, nous serons en mesure de tester l'hypothèse de Trampedach et al. (2014), puisque nous pourrons discriminer le fluide ascendant et descendant. Cette approche a été étudiée entre autres par Maeder (1975) pour les intérieurs stellaires, et par Pidotella & Stix (1986) et Skaley & Stix (1991) pour le bas de l'enveloppe solaire. Renzini (1987) a de même fait une critique rigoureuse de l'approche dans le cadre des intérieurs stellaires, mais elle demeure tout de même pertinente au niveau des atmosphères et nous allons adresser certains des problèmes soulevés.

3.1 Flux convectif

L'idée derrière le formalisme non local de Shaviv & Salpeter (1973) est de simplement calculer explicitement les intégrales dans les expressions de ΔT et v^2 . L'excès de température est alors (éq. 2.24)

$$\Delta T(z; z_0) = \int_{z_0}^z \Delta\nabla T(z'; z_0) dz', \quad (3.1)$$

où $z_0 = z \pm \Lambda$ est la couche d'origine de la bulle. ΔT n'est plus une quantité d'ordre linéaire en Δz mais est maintenant une quantité *exacte* dans le cadre des approximations de la MLT. L'approche non locale implique maintenant que

$$\Delta\nabla T(z_0; z_0) = \frac{T(z_0)}{H_P(z_0)} (\nabla - \nabla')_{z_0} \quad (3.2)$$

seulement à l'origine de la bulle, puisque l'on ne peut plus mettre T en évidence, sauf si $\Delta T/T \ll 1$. Ceci laisse entendre que $\Delta\nabla T$ est maintenant une quantité non locale qui dépend de l'origine de la bulle. L'idée de représenter $\Delta\nabla T$ comme faisant partie de la stratification de la zone de convection est fautive. Le gradient convectif ∇' a été introduit (cf. section 2.1) comme étant le gradient du milieu ressenti par la bulle convective test (dans le cadre de la dérivation du critère de Schwarzschild) en s'élevant dans l'atmosphère. Or, à une couche donnée, différentes bulles originant de différentes couches ont différentes

propriétés (V , $\Delta\rho/\rho$, etc.) et rien n'indique qu'elles ressentent le même gradient. Cette conclusion est aussi vraie si la convection est adiabatique puisque

$$\frac{dT_{\text{ad}}}{dz} = -\frac{gQ_{\text{ad}}}{c_{P_{\text{ad}}}} \quad (3.3)$$

devrait faire référence aux propriétés du fluide convectif plutôt que celles du milieu (Ulrich, 1970b).

Afin d'obtenir une expression pour la vitesse convective, commençons par établir une forme non locale de la force de flottaison (éq. 2.30),

$$F_A(z; z_0) = -Vg\Delta\rho(z; z_0) = -Vg \int_{z_0}^z \Delta\nabla\rho(z'; z_0)dz', \quad (3.4)$$

où

$$\Delta\nabla\rho = \frac{d\rho'}{dz} - \frac{d\rho}{dz} \quad (3.5)$$

est le gradient d'excès de densité. En intégrant cette expression de la force de flottaison sur le trajet de la bulle, on obtient l'expression non locale de la vitesse convective

$$v^2(z; z_0) = -2ag \int_{z_0}^z \frac{\Delta\rho(z'; z_0)}{\rho'(z'; z_0)} dz', \quad (3.6)$$

où le déficit de densité est

$$\Delta\rho(z'; z_0) = \int_{z_0}^{z'} \Delta\nabla\rho(z''; z_0)dz''. \quad (3.7)$$

$\Delta\nabla\rho$ s'exprime en fonction de $\Delta\nabla T$ à l'aide de l'équation d'état 2.2 :

$$\Delta\nabla\rho(z; z_0) = -\tilde{Q}'\Delta\nabla T(z; z_0) - (\tilde{Q}' - \tilde{Q})\frac{dT}{dz} - \frac{\Delta\rho}{H_P}, \quad (3.8)$$

où $\tilde{Q} \equiv \rho Q/T$ a été introduit. Cette expression a la forme locale 2.30 lorsqu'on évalue 3.8 à la couche d'origine z_0 ,

$$\Delta\nabla\rho(z_0; z_0) = -\frac{Q\rho}{T}\Delta\nabla T(z_0; z_0) = -\frac{Q\rho}{H_P}(\nabla - \nabla'). \quad (3.9)$$

En guise de moyennage horizontal du flux convectif, Shaviv & Salpeter supposent

simplement que $\Delta z = \Lambda$, alors que Maeder suppose $\Delta z = \Lambda/2$. Renzini propose plutôt, ce qui est réellement un moyennage plus rigoureux, d'intégrer sur toutes les contributions de $dF_C(z; z_0)$ dues à des bulles provenant de n'importe où entre $z \pm \Delta z$ et z ,

$$\pi F_E(z) = \int_{z \pm \Lambda}^z \tilde{f}(z; z_0) \rho(z; z_0) v(z; z_0) c_P(z; z_0) \Delta T(z; z_0) dz_0, \quad (3.10)$$

où ici $\tilde{f}(z; z_0) dz_0$ est la fraction de la surface au niveau z occupée par des bulles provenant entre z_0 et $z_0 \pm dz_0$. Pour la suite des choses, il convient d'introduire une notation. Lorsqu'il y a le symbole \pm ou \mp , le signe du bas correspond au fluide ascendant, et le signe du haut au fluide descendant. Le terme $\tilde{f}(z; z_0)$ représente la tendance du milieu à une certaine couche au niveau z_0 à générer des bulles convectives et l'habileté qu'on celles-ci à survivre jusqu'à la couche au niveau z . La théorie s'occupe elle-même de cette deuxième propriété, mais il n'existe pas de façon connue pour prédire la première. On ne peut donc pour l'instant que supposer que la fraction de la surface soit partagée équitablement entre les bulles de différentes origines (hypothèse pour la moyenne horizontale de la section 2.2). Dans ce cas, $\tilde{f} = \text{cte}$, alors $\int \tilde{f} dz_0 = \mp \tilde{f} \Lambda = f_{\uparrow\downarrow}$, et le flux d'enthalpie devient :

$$\pi F_E = f_{\uparrow} \langle \rho v c_P \Delta T \rangle_{\uparrow} - f_{\downarrow} \langle \rho v c_P \Delta T \rangle_{\downarrow}, \quad (3.11)$$

où la moyenne horizontale directionnelle d'une quantité $X(z; z_0)$ est définie comme étant

$$\langle X \rangle_{\uparrow\downarrow} \equiv \mp \frac{1}{\Lambda_{\uparrow\downarrow}} \int_{z \pm \Lambda_{\uparrow\downarrow}}^z X(z; z_0) dz_0. \quad (3.12)$$

Nous pouvons de plus définir un opérateur de moyenne horizontale total pour toute quantité convective :

$$\langle X \rangle \equiv f_{\uparrow} \langle X \rangle_{\uparrow} + f_{\downarrow} \langle X \rangle_{\downarrow}. \quad (3.13)$$

Une telle moyenne qui nous sera utile est la moyenne quadratique de la vitesse convective

$$\langle v^2 \rangle = f_{\uparrow} \langle v^2 \rangle_{\uparrow} + f_{\downarrow} \langle v^2 \rangle_{\downarrow}. \quad (3.14)$$

Ensuite, l'expression pour la conservation de la masse (  q. 2.18) devient

$$f_{\uparrow}\langle\rho v\rangle_{\uparrow}-f_{\downarrow}\langle\rho v\rangle_{\downarrow}=0, \quad (3.15)$$

et les facteurs de remplissage f_{\uparrow} et f_{\downarrow} s'écrivent maintenant

$$f_{\uparrow\downarrow}=\frac{\langle\rho v\rangle_{\uparrow\downarrow}}{\langle\rho v\rangle_{\uparrow}+\langle\rho v\rangle_{\downarrow}}, \quad (3.16)$$

et une asymétrie entre le fluide ascendant et descendant est maintenant possible. En particulier, le flux d'énergie cinétique n'est plus nécessairement nul et

$$\pi F_K=\frac{f_{\uparrow}}{2}\langle\rho vv^2\rangle_{\uparrow}-\frac{f_{\downarrow}}{2}\langle\rho vv^2\rangle_{\downarrow}. \quad (3.17)$$

3.2 Pertes radiatives

Shaviv & Salpeter (1973) supposent que la convection est adiabatique et qu'il est seulement nécessaire d'évaluer les intégrales 3.1 et 3.6. Une atmosphère convective, en particulier le PSA, étant caractérisée par des pertes radiatives importantes, cette approximation n'est absolument pas justifiée. Il nous faut alors maintenant généraliser au formalisme non local les deux expressions pour l'efficacité convective, afin d'avoir une équation à solutionner pour $\Delta\nabla T(z; z_0)$. Bien que de définir une efficacité convective non locale n'apporte pas de problèmes particuliers (voir plus bas), elle n'est pas nécessaire pour le développement puisque Δe_g est identique dans les deux expressions. Γ est plus une quantité physiquement pertinente qu'essentielle pour la MLT. L'approche que nous allons suivre afin de généraliser les pertes radiatives au formalisme non local, est d'exprimer les expressions dérivées à la section 2.3 en termes de différentielles, ou de gradients des gains ou pertes radiatifs,

$$\Delta\nabla e_{g,l}(z; z_0)\equiv\frac{d\Delta e_{g,l}}{dz}(z; z_0). \quad (3.18)$$

Ceci est nécessaire puisque

$$\Delta e_{g,l}(z; z_0)=\int_{z_0}^z\Delta\nabla e_{g,l}(z'; z_0)dz' \quad (3.19)$$

sont des quantités qui dépendent des propriétés du milieu sur tout le trajet. Afin d'alléger la notation, les dépendances en z' et z_0 et les primes pour désigner les quantités convectives ne seront explicités pour aucune quantité du membre de droite ; celles-ci sont considérées comme étant toutes non locales et faisant référence à la bulle convective ; ce sera mentionné dans le cas contraire.

Commençons par écrire le gradient des gains radiatifs. En dérivant par rapport à la profondeur géométrique, l'équation 2.36 devient

$$\Delta\nabla e_g(z; z_0) = C_P \Delta\nabla T \mp \Delta T \frac{dC_P}{dz}, \quad (3.20)$$

où $C_P = \rho c_P$, la capacité thermique par unité de volume, a été introduite afin d'alléger la notation. Nous utiliserons la même échelle de profondeur géométrique (augmentant vers la surface) pour le fluide ascendant et descendant. Pour cette raison, $\Delta\nabla T$ demeure positif pour le fluide descendant (et dC_P/dz a le signe contraire), mais ΔT est négatif une fois ce premier intégré. C'est afin d'être cohérent avec cette façon de faire que le \mp de l'équation 3.20 a été ajouté. Le premier terme de cette équation représente la contribution du gradient d'excès de température aux gains radiatifs, alors que le deuxième représente la contribution de la variation de la chaleur spécifique. Si ce dernier baisse rapidement, la seule façon qu'une bulle convective puisse transporter la même quantité d'énergie est en ayant un plus grand excès de température. La première expression des pertes radiatives s'écrit alors

$$\Delta\nabla e_l(z; z_0) = C_{P,\text{ad}} \Delta\nabla T_{\text{ad}} \mp \Delta T_{\text{ad}} \frac{dC_{P,\text{ad}}}{dz} - C_P \Delta\nabla T \pm \Delta T \frac{dC_P}{dz}. \quad (3.21)$$

Pour la seconde expression de $\Delta\nabla e_l$, il faut revoir le développement. La première chose à noter, est que nous avons eu recours à l'approximation binomiale afin d'exprimer ΔB (équation 2.42), ce qui n'est pas toujours une bonne approximation. Si l'excès de température devient grand par rapport à la température ambiante, ce qui a tendance à se produire à la fin du trajet et particulièrement lorsque la convection est inefficace, comme en surface, cette approximation ne tient plus. Il faut plutôt utiliser l'expression explicite de ΔB (éq. 2.42). Deuxièmement, il faut tenir compte du fait que les pertes radiatives varient tout au long du trajet. Pour ce faire, séparons le trajet de la bulle en petits sous-trajets

et prenons la limite infinitésimale, $\tau_{\text{ad}} = \Lambda/v \rightarrow dz'/v = d\tau'_{\text{ad}}$, où $d\tau'_{\text{ad}}$ est le temps qu'une bulle originant de z_0 prend pour parcourir la distance entre z' et $z' + dz'$. La quantité qui nous intéresse en premier lieu,

$$d\Delta e_l(z'; z_0) = \Delta l_{\text{rad}} d\tau_{\text{ad}} = \frac{\Delta l_{\text{rad}}}{v} dz', \quad (3.22)$$

(cf section 2.3), serait donc les pertes radiatives encourues par une bulle provenant de z_0 et ayant parcouru la distance entre z' et $z' + dz'$. Autrement dit, $d\tau'_{\text{ad}}$ est le temps pendant lequel la bulle irradie au taux $\Delta l_{\text{rad}}(z'; z_0)$.

Il suffit maintenant de recommencer l'analyse de la section 2.3 pour trouver $d\Delta e_l$ dans les limites où la bulle est optiquement mince et épaisse, et interpoler ensuite ces deux expressions. Utilisons directement les équations 2.40 et 2.41, et en posant $\Delta B \equiv (\sigma/\pi)\Delta\tilde{B}$, les pertes radiatives non locales sont :

$$\Delta\nabla e_l(z; z_0) = \begin{cases} \frac{4\sigma\tau_e\Delta\tilde{B}}{\ell v}, & \tau_e \ll 1, \\ \frac{c\sigma\Delta\tilde{B}}{4\tau_e\ell v}, & \tau_e \gg 1. \end{cases} \quad (3.23)$$

Sachant qu'il faut interpoler les inverses $1/\Delta\nabla e = 1/\Delta\nabla e_{\tau_e \ll 1} + 1/\Delta\nabla e_{\tau_e \gg 1}$, en général,

$$\Delta\nabla e_l(z; z_0) = \frac{d\sigma\Delta\tilde{B}}{\tau_e\ell v}, \quad (3.24)$$

où le paramètre d a été redéfini

$$d \equiv \frac{4\tau_e^2}{1 + (16\tau_e^2/c)}. \quad (3.25)$$

Ces deux expressions pour $\Delta\nabla e_l$ doivent nécessairement être égales, alors il n'est pas nécessaire de les intégrer pour obtenir Δe_l^4 . En combinant 3.21 et 3.24, on obtient l'équation non linéaire

$$\Delta\nabla T(z; z_0) = G\Delta\nabla T_{\text{ad}} - \Delta\nabla T_l, \quad (3.26)$$

⁴Alternativement, en exprimant les deux Δe sous la même la même intégrale, on note qu'elle doit être nécessairement nulle pour tout trajet arbitraire et donc que l'intégrande est nul.

où

$$\Delta\nabla T_l (\Delta\nabla T_{[z';z_0]}) = \mp \frac{d\sigma\Delta\tilde{B}}{C_P\tau_e\ell v}, \quad (3.27)$$

et

$$G (\Delta\nabla T_{[z';z_0]}) = \frac{C_{P,\text{ad}}}{C_P} \left(1 \pm \frac{1}{C_{P,\text{ad}}\Delta\nabla T_{\text{ad}}} \left[\Delta T_{\text{ad}} \frac{dC_{P,\text{ad}}}{dz} - \Delta T \frac{dC_P}{dz} \right] \right). \quad (3.28)$$

Le $[z'; z_0]$ en indice est pour expliciter la dépendance de toutes les couches entre z_0 et z' inclusivement sur ces termes. L'équation 3.27 est associée aux pertes radiatives (le \mp a été ajouté afin que $\Delta\nabla T_l$ demeure positif pour le fluide descendant), mais il est possible de mettre en évidence sa signification physique exacte. De 3.24 et 3.22, nous avons que

$$C_P\Delta\nabla T_l = \Delta\nabla e_l = \frac{\Delta l_{\text{rad}}}{v} \quad (3.29)$$

et de l'équation 2.39, $\Delta\nabla T_l$ devient

$$\Delta\nabla T_l = \frac{q}{v} = \frac{d\Delta T_l/dt}{dz/dt} = \frac{d\Delta T_l}{dz}(z; z_0). \quad (3.30)$$

$\Delta\nabla T_l$ représente donc le gradient de température effectif de la bulle convective au niveau z ayant originé au niveau z_0 , le gradient responsable des pertes radiatives de celle-ci. Quant à elle, l'équation 3.28 représente la contribution du départ de l'adiabaticité sur la capacité thermique de la bulle. Si on néglige le deuxième terme dans la première parenthèse, un $G > 1$ signifie que la capacité thermique d'une bulle ascendante étant inférieure à celle d'une bulle test adiabatique, sa température (donc son excès) doit augmenter afin que son énergie interne soit conservée. En retour, ceci induit des plus grandes pertes radiatives. Le deuxième terme de la première parenthèse dépend de la différence des gradients des capacités thermiques et représente une contribution non locale.

Notre équation 3.26 pour $\Delta\nabla T$ est à comparer à celle du cas local, l'équation 2.48. Elle n'est évidemment plus une simple équation quadratique, mais plutôt une équation intégrale Volterra. Plus spécifiquement, elle est une équation Volterra du deuxième type non linéaire (et générale; Linz, 1985),

$$F \left(f(t), t, \int_a^t K(t, s, f(s))ds, g(t) \right) = 0, \quad a \leq t \leq T. \quad (3.31)$$

K est le noyau, essentiellement une fonction quelconque de t , s et $f(s)$. Solutionner ce type d'équation est non trivial, et la méthode numérique utilisée sera détaillée à la section 3.6. Les équations Volterra sont l'analogie intégral des équations différentielles aux conditions initiales. $\Delta\nabla T(z_0; z_0)$ étant la condition initiale et ayant une signification physique importante, nous allons la dériver tout de suite, simplement en évaluant à la couche d'origine de la bulle l'équation 3.26. Dans ce cas, $G = 1$ et $\Delta\nabla T_l$ est une forme indéterminée 0/0 non nulle. Évaluons cette dernière en exprimant la couche finale à $z = z_0 + \delta z$, et prenons la limite $\delta z \rightarrow 0$, ce qui nous permet de considérer que les gradients sont constants sur le trajet tout comme dans le formalisme local. En premier lieu, $\Delta\tilde{B}(z_0 + \delta z; z_0) \approx 4T^3\Delta T$ et

$$\begin{aligned}\Delta T(z_0; z_0) &= \lim_{\delta z \rightarrow 0} \Delta T(z_0 + \delta z; z_0) = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \int_{z_0}^{z_0 + \delta z} \Delta\nabla T(z'; z_0) dz' \\ &= \lim_{\delta z \rightarrow 0} \Delta\nabla T(z_0; z_0) \delta z,\end{aligned}\tag{3.32}$$

ce qui revient (à une limite près) à la forme locale (eq. 2.24). C'est aussi le cas pour v^2 et il suffit de prendre la limite de l'équation 2.32. En combinant le tout,

$$\Delta\nabla T_l(z_0; z_0) = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \Delta\nabla T_l(z_0 + \delta z; z_0) = \frac{4d\sigma}{\rho c_P \tau_e \ell} \left(\frac{T^7}{agQ} \right)^{1/2} \Delta\nabla T^{1/2}(z_0; z_0).\tag{3.33}$$

En termes des gradients logarithmiques,

$$\frac{H_P}{T} \Delta\nabla T_l(z_0; z_0) = \frac{4d\sigma T^3}{\rho c_P \tau_e \ell} \left(\frac{H_P}{agQ} \right)^{1/2} (\nabla - \nabla')^{1/2}.\tag{3.34}$$

En définissant

$$B \equiv \frac{4d\sigma T^3}{\rho c_P \tau_e \ell} \left(\frac{H_P}{agQ} \right)^{1/2},\tag{3.35}$$

l'équation (3.26) devient

$$(\nabla - \nabla') + B (\nabla - \nabla')^{1/2} - (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) = 0.\tag{3.36}$$

Cette équation est, comme on s'y attend, exactement la même que dans le formalisme local (eq. 2.48). Par contre, le paramètre $4d$, présent dans la quantité B , diffère d'un facteur 2 au numérateur et au dénominateur par rapport au d local. Ceci est dû au fait

que l'équation 3.35 provient de la limite des trajets infinitésimaux, alors que les trajets ne sont pas considérés comme tel dans le formalisme local, et un excès de température moyen de $\Delta T/2$ a été supposé afin d'exprimer les pertes radiatives dans la limite optiquement mince.

La remarque précédente soulève un point important à propos du formalisme non local : nous suivons le déplacement d'une bulle convective de son origine à une distance d'une longueur de mélange, et les différentes quantités définissant $\Delta \nabla T_l$ (éq. 3.27) changent sur ce trajet. En particulier, la dimension caractéristique d'une bulle ascendante ℓ doit augmenter afin qu'elle puisse conserver sa masse (en négligeant d'autres phénomènes hydrodynamiques comme l'entraînement). Sachant que $\rho = m/V \propto \ell^{-3}$, la conservation de la masse implique

$$\ell(z; z_0) = \ell_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-1/3}. \quad (3.37)$$

L'efficacité convective ayant une signification physique importante, il demeure pertinent d'introduire son expression non locale, en utilisant la même définition que précédemment :

$$\Gamma(z; z_0) \equiv \frac{\Delta e_g}{\Delta e_l} = \int_{z_0}^z \Delta \nabla e_g dz' / \int_{z_0}^z \Delta \nabla e_l dz'. \quad (3.38)$$

À la couche d'origine de la bulle, par la règle de l'Hôpital on trouve

$$\Gamma(z_0; z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} \Gamma(z; z_0) = \frac{\Delta \nabla e_g(z_0; z_0)}{\Delta \nabla e_l(z_0; z_0)} = \frac{C_P \Delta \nabla T}{d\sigma \Delta \tilde{B} / \tau_e \ell \nu}(z_0; z_0), \quad (3.39)$$

où la deuxième forme de $d\Delta e_l/dz$ a été utilisée. On reconnaît le gradient effectif de la bulle et

$$\Gamma(z_0; z_0) = \frac{\Delta \nabla T(z_0; z_0)}{\Delta \nabla T_l(z_0; z_0)} = \frac{\nabla - \nabla'}{\nabla' - \nabla_{\text{ad}}}, \quad (3.40)$$

soit l'expression locale de l'efficacité convective. Plus explicitement, en prenant les formes locales de ces quantités

$$\Gamma(z_0; z_0) = \frac{\rho \nu C_P \tau_e \ell}{4d\sigma T^3 \Delta z} = \frac{\Lambda/2}{\Delta z} \Gamma^{\text{local}} = \Gamma^{\text{local}} \quad (3.41)$$

où dans le formalisme local $\Delta z = \Lambda/2$.

Il n'est maintenant plus possible d'exprimer les différents gradients en termes de l'effi-

cacité convective. L’analogie de l’équation 2.52 est

$$\Delta e_g = \frac{\Gamma}{\Gamma + 1} \Delta e_{g,\text{ad}}. \quad (3.42)$$

Lorsque $\Gamma/(\Gamma+1) \rightarrow 1$, les mêmes conclusions sont retrouvées. Mais lorsque $\Gamma/(\Gamma+1) \rightarrow 0$,

$$\Delta e_g \rightarrow 0 \quad (3.43)$$

indépendamment de $\Delta e_{g,\text{ad}}$. Ceci représente la situation en *overshoot*, au moment où celui-ci cesse ; la bulle convective n’a plus d’énergie emmagasinée pour contrer la force de rappel stabilisante du milieu et s’immobilise. Rien n’indique que $\Delta e_{g,\text{ad}} = 0$ lorsque $\Delta e_g = 0$, au contraire. Une bulle non adiabatique pénètre la région stable avec un excès d’énergie beaucoup plus faible qu’une bulle adiabatique, et donc celui-ci est épuisé bien avant. De plus, l’excès d’enthalpie d’une bulle à la barrière de Schwarzschild dépend de son trajet, de son origine.

Le calcul explicite de $\Delta \nabla T$ règle un problème soulevé par Renzini (1987). Les études précédentes de ce formalisme non local supposaient toujours $\nabla' = \nabla_{\text{ad}}$ (Shaviv & Salpeter, 1973; Maeder, 1975; Pidotella & Stix, 1986), ce qui implique un grand *overshoot* de l’ordre d’un H_P , puisque le freinage du fluide est proportionnel au gradient superadiabatique, très petit. À l’inverse, supposer $\nabla' = \nabla_{\text{rad}}$ implique un *overshoot* négligeable (Saslaw & Schwarzschild, 1965). De plus, contrairement aux formalismes de Spiegel et d’Ulrich, $\Delta \nabla T$ est en soi une quantité non locale, nécessitant la solution d’une équation intégrale.

3.3 La barrière de Schwarzschild

Tel que le formalisme non local est présenté, la conservation de la masse force la convection à s’arrêter à la barrière de Schwarzschild puisqu’il ne permet pas au fluide descendant de provenir de l’extérieur de la zone de convection. Nous savons que la conservation de la masse implique que le fluide ascendant en *overshoot* force du fluide stable à redescendre dans la zone de convection, mais il n’existe pas de paramétrisation de ce phénomène dans le cadre de la MLT, et il n’est pas clair de la manière dont cela pourrait être fait pour notre application. Dans le cas où les incertitudes associées au problème se produisent relativement près de la surface, il est peut-être possible de négliger la contribution au flux

convectif du fluide descendant et de trouver une sorte de relation de fermeture à l'aide des équations de la conservation de la masse 3.15, du flux d'énergie cinétique 3.17, de la moyenne horizontale quadratique de la vitesse convective 3.14 afin d'estimer le facteur de remplissage f_{\uparrow} . Puisque le flux d'énergie cinétique est essentiellement nul à la barrière de Schwarzschild (cf. fig. 3.3), nous pourrions le poser comme étant nul pour éliminer $\langle \rho v \rangle_{\downarrow}$ de l'équation 3.15. L'équation 3.17 dépend en revanche de la moyenne $\langle \rho v v^2 \rangle$, et nous aurions besoin du coefficient de corrélation de ces deux quantités :

$$C = \frac{\langle \rho v v^2 \rangle_{\downarrow}}{\langle \rho v \rangle_{\downarrow} \langle v^2 \rangle_{\downarrow}}. \quad (3.44)$$

Il pourrait être vérifié si ce coefficient est constant dans la zone de convection ou si sa variation peut être sécuritairement extrapolée. S'il est possible d'estimer raisonnablement $\langle v^2 \rangle$, $\langle v^2 \rangle_{\downarrow}$ serait ensuite éliminé à l'aide de l'équation 3.14. Finalement, pour clore le système, nous savons que $f_{\downarrow} = 1 - f_{\uparrow}$. Le résultat de ces manipulations algébriques nous donne l'expression :

$$f_{\uparrow} = \frac{C \langle \rho v \rangle_{\uparrow} \langle v^2 \rangle - \langle \rho v v^2 \rangle_{\uparrow}}{C \langle \rho v \rangle_{\uparrow} \langle v^2 \rangle_{\uparrow} - \langle \rho v v^2 \rangle_{\uparrow}}. \quad (3.45)$$

Estimer les valeurs de C et de $\langle v^2 \rangle$ peut évidemment être problématique, mais il est possible que f_{\uparrow} n'y soit pas trop sensible et que seul le bon ordre de grandeur soit suffisant pour nos besoins.

3.4 La longueur de mélange

Le formalisme non local dépend fortement du trajet parcouru par une bulle convective, mais la longueur de mélange elle-même n'est pas spécifiée par la théorie. Vitense (1953) suppose que celle-ci est proportionnelle à la hauteur caractéristique de pression $\Lambda = \alpha H_P$ ($\alpha \sim 1$), et cette expression pour la longueur de mélange demeure la plus utilisée. Elle a été toutefois remise en cause plusieurs fois. Les différentes expressions proposées ne changent pas appréciablement les résultats dans le cadre local, mais toutes les études non locales ont utilisé cette même prescription.

Schwarzschild (1961), propose plutôt la prescription $\Lambda = \alpha H_{\rho}$. Son argument est afin qu'une bulle convective puisse conserver son identité, la vitesse, qui dépend fortement de la densité, ne devrait varier que modérément à travers celle-ci. Ceci implique que la taille de

la bulle, de même que la distance sur laquelle elle se déplace, est limitée par la stratification en densité. On peut illustrer davantage cet argument. Sachant que $v^2 \propto \Delta\rho/\rho$ et supposant que $\Delta\rho_h \approx \Delta\rho_b$,

$$\frac{v_h^2}{v_b^2} = \frac{\rho_b}{\rho_h}. \quad (3.46)$$

En prenant le logarithme naturel,

$$2\Delta \ln v = -\Delta \ln \rho. \quad (3.47)$$

En outre, cette expression met en évidence que la dynamique de la bulle dépend directement de la stratification en densité, plutôt que la stratification en pression.

Un argument plus récent, basé sur la conservation de la masse, provient de Stein & Nordlund (1998). Ils considèrent une cellule convective de forme cylindrique, et requièrent que le flux de masse vertical, sur une distance proportionnelle à la hauteur caractéristique de celui-ci, soit équilibré par un flux de masse horizontal (d'où le fluide redescend éventuellement), soit que

$$\frac{\pi r^2 \rho v_z}{H_\Phi} \approx 2\pi \rho v_h. \quad (3.48)$$

Dans cette équation⁵, r représente la dimension caractéristique horizontale du fluide ascendant, et $H_\Phi \equiv -\left(\frac{d \ln \rho v_z}{dz}\right)^{-1}$ est la hauteur caractéristique de flux de masse vertical. Il est bien possible de supposer que H_Φ soit dominé par la contribution de H_ρ . Par contre, on peut se douter que la quantité d'intérêt serait plutôt la hauteur caractéristique de densité *de la bulle convective*. Chan et al. (1981) sont les premiers à avoir proposé $\Lambda = \alpha H_\rho$, mais leur argument était plutôt que le parcours du fluide ascendant serait limité par l'espace horizontal restreint au fur et à mesure que celui-ci prend de l'expansion. Il y a donc plusieurs façons de voir le choix d'utiliser une hauteur caractéristique associée à la stratification en densité, mais dans tous les cas, il est clair que la stratification en pression ne joue aucun rôle direct dans la dynamique du fluide, sauf dans le PSA où le fluide peut développer un excès de pression appréciable. D'autre part, ceci met évidence que dans un milieu stratifié comme une étoile, n'ayant pas d'enclume pouvant contraindre l'écoulement, c'est la

⁵Il est intéressant de noter que cette équation introduit et permet de déterminer la vitesse horizontale v_h . Si r est connu, il est possible d'obtenir une expression approximative de l'excès de pression nécessaire pour produire cet écoulement horizontal à l'aide du principe de Bernoulli (Stein & Nordlund, 1998; Hurlburt et al., 1984).

stratification qui joue le rôle le plus important quant à la dynamique du fluide convectif et la distance sur laquelle celui-ci se déplace avant de redescendre. Il est impossible que $\alpha \ll 1$, et la MLT locale n'est absolument pas valide, sauf approximativement lorsque la convection est adiabatique (cf. sect. 3.5).

Il est possible à l'aide de simulations hydrodynamiques complètes de jauger du réalisme des approximations faites dans le cadre de la MLT. C'est ce qu'ont fait Chan & Sofia (1989) puis Kim et al. (1995) dans le contexte de convection profonde⁶. En particulier, ils ont calculé le coefficient de corrélation longitudinal de la vitesse verticale à plusieurs hauteurs dans l'atmosphère,

$$C[v_{z_1}, v_{z_2}] = \frac{\langle v_{z_1} v_{z_2} \rangle}{\langle v_{z_1}^2 \rangle^{1/2} \langle v_{z_2}^2 \rangle^{1/2}}, \quad (3.49)$$

où v_{z_1} et v_{z_2} représentent la vitesse verticale à deux hauteurs différentes. Ceci leur a permis de déterminer que la vitesse verticale est corrélée avec H_P ($\Delta \ln P \sim 1.5$) et H_ρ ($\Delta \ln \rho \sim 1.2$; voir la figure 11 de Kim et al.). Ils estiment que ceci est une mesure de la taille d'une cellule convective, et selon la MLT aussi la distance sur laquelle le fluide se déplace, confirmant une hypothèse importante de la MLT. Une autre simplification de la MLT est toutefois mise en exergue : le fluide ne se déplace évidemment pas sur une proportion constante de H_P par exemple, puisqu'il varie sur le trajet, mais sur la distance sur laquelle la pression baisse d'un facteur e . Autrement dit, l'origine de la bulle doit se situer à

$$\ln P(z_0) = \ln P(z) \pm \alpha_0. \quad (3.50)$$

Une quantité d'intérêt est le gradient logarithmique de la densité par rapport à la pression,

$$\nabla_\rho \equiv \frac{d \log \rho}{d \log P} = \frac{H_P}{H_\rho}. \quad (3.51)$$

∇_ρ n'est en général pas constant, il est alors évident que la vitesse verticale ne peut être corrélée à la fois à H_P et H_ρ . Le résultat de Kim et al. (1995) est la conséquence de l'adiabaticité de la convection de leurs simulations. Nous pouvons d'ailleurs obtenir une expression plus intéressante pour la longueur de mélange en supposant que les propriétés varient linéairement. Si T , P et ρ varient linéairement, il en est de même pour H_P et H_ρ .

⁶Kim et al. (1995) modélisent le PSA mais ne l'incluent pas dans leurs calculs statistiques.

En particulier,

$$\frac{dH_P}{dz} = \nabla_\rho - 1, \quad (3.52)$$

où nous avons fait usage de l'expression de l'équilibre hydrostatique 1.8. Récrivons l'équation 3.50,

$$\Delta \ln P = \int_{z \pm \Lambda}^z \frac{d \ln P}{dz'} dz' = \pm \alpha_0, \quad (3.53)$$

d'où

$$\int_{z \pm \Lambda}^z \frac{1}{H_P} dz' = \mp \alpha_0. \quad (3.54)$$

En écrivant $P = mz + b$ ($m = dH_P/dz$), en posant $\Lambda_{\uparrow\downarrow} \equiv \alpha_{\uparrow\downarrow} H_P$ et en évaluant directement l'intégrale, nous obtenons

$$\alpha_{\uparrow\downarrow} = \pm \frac{(e^{\pm \alpha_0 m} - 1)}{m} \approx \frac{\alpha_0}{1 \mp \alpha_0 m/2}, \quad (3.55)$$

l'approximation étant valide lorsque $\alpha_0 |m| \ll 1$ (m est négatif). Nous retrouvons bien entendu l'expression locale lorsqu'il n'y a pas de stratification ($m = 0$; m représente maintenant la dérivée de n'importe quelle hauteur caractéristique). Ce que cette expression nous dit, est que la valeur locale de α (ici α_0) sous-estime le trajet d'une bulle ascendante et surestime celui d'une bulle descendante, puisque H_P diminue vers la surface. De plus, m n'étant pas constant dans l'atmosphère, α varie à travers celle-ci (ce qui abonde dans le sens des résultats de Ludwig et al., 1994; Kim et al., 1996). Ceci étant dit, m est approximativement constant lorsque la convection est adiabatique et α essentiellement constant, mais a une valeur différente en fonction de la direction du fluide.

Les discussions précédentes et celles entourant l'équation 2.58 mettent en lumière le fait que les différentes prescriptions de la longueur de mélange (proportionnelle à H_P , H_ρ ou $H_{\rho'}$) implique des parcours très différents en fonction de la profondeur dans la zone de convection. L'équilibre hydrostatique a pour conséquence que H_P ne dépend que des propriétés locales (éq. 1.9) et diminue vers la surface. Au contraire, le PSA étant caractérisé par une augmentation marquée de ∇ (et de $-\nabla_\mu$), H_ρ (et $H_{\rho'}$) augmente vers la surface; le fluide ascendant, plutôt que de provenir de régions de moins en moins profondes, provient de régions de plus en plus profondes. Chan et al. (1981) déterminent que le ratio entre $H_{\rho'}$

et H_P (ou $\nabla_{\rho'}^{-1}$) s'écrit⁷

$$\frac{H_{\rho'}}{H_P} = \frac{1}{1 - Q'\nabla'}, \quad (3.56)$$

et $H_{\rho'} > H_P$. L'expression diffère uniquement par l'absence des primes lorsqu'on remplace $H_{\rho'}$ par H_ρ . Le ratio entre $H_{\rho'}$ et H_ρ s'écrit plutôt

$$\frac{H_{\rho'}}{H_\rho} = \frac{1 - Q\nabla}{1 - Q'\nabla'}. \quad (3.57)$$

Dans le cas où Q' varie peu par rapport à Q , $H_{\rho'} < H_\rho$ (puisque $\nabla' < \nabla$, voir éq. 2.12). Nous pouvons maintenant ordonner les différentes hauteurs caractéristiques :

$$H_\rho > H_{\rho'} > H_P. \quad (3.58)$$

Il ne faut pas oublier que ces hauteurs caractéristiques restent des quantités locales, mais cette inégalité devrait tout de même bien représenter la hiérarchie des distances parcourues par une bulle pour un α donné (si $Q' < Q\nabla/\nabla'$ sur tout le trajet). Cette inégalité permettrait d'ailleurs de calculer la longueur de mélange dans le cas où le fluide ascendant se déplace jusqu'à ce que sa densité baisse d'un facteur α_0 . La solution se trouvant entre deux valeurs bien précises, une méthode comme celle de la bisection serait en mesure de la trouver à l'aide de l'équivalent pour ρ' de l'équation 3.50.

Il devient clair que le formalisme non local (tel que présenté par Shaviv & Salpeter) représente un départ important du portrait physique de la MLT et du formalisme de Prandtl. En effet, non seulement le lien entre la taille d'une bulle et la distance qu'elle parcourt n'est plus aussi simple, mais la façon de traiter le fluide descendant n'est pas clair puisque la stratification ne joue pas le même rôle. Tandis que la stratification force le fluide ascendant à redescendre afin que la masse soit conservée, le fluide descendant peut couler très profondément avant d'être ramené vers le haut. Il reste que la majorité de celui-ci remonte tout de même par la dynamique de la cellule convective. De plus, même si la théorie spécifie une forme géométrique particulière au fluide, celle-ci a un impact marginal et ce formalisme est probablement plus général que ce portrait le laisse entendre (mais pas nécessairement réaliste).

⁷L'expression est corrigée pour tenir compte de la variation de Q avec la température de la bulle par rapport à celle du milieu, et néglige la pression turbulente.

3.5 Asymétrie de la zone de convection et overshoot convectif

Petrovay (1990) note qu'une formulation suffisamment générale de la MLT est en mesure de prédire plusieurs propriétés morphologiques de la convection stellaire. Il illustre ceci à l'aide du modèle de la zone de convection solaire de Unno et al. (1985), elle-même basée sur la théorie de la MLT non locale de Xiong (1980). Notre formalisme non local nous permet certainement de faire cette analyse, quoique nous pouvons calculer f_{\uparrow} et f_{\downarrow} indépendamment de tout système d'équation faisant intervenir les équations 3.17 et 3.14.

Il est manifeste que le formalisme non local permet de capturer l'asymétrie dans la zone de convection entre le fluide ascendant et descendant, et que l'*overshoot* apparaît naturellement. Mais afin de pouvoir étudier un peu plus qualitativement tout cela, et de mieux comparer avec le formalisme local, il est pertinent de faire une approximation importante aux équations cités. La MLT locale suppose que les propriétés thermodynamiques ne varient pas sur le trajet d'une bulle. Nous allons plutôt faire la supposition plus réaliste, du moins lorsque la convection est adiabatique, que ces propriétés varient *linéairement*. Cette supposition permet d'ailleurs de lever une incohérence du formalisme local, soit que $\Delta\nabla T$ et $\Delta\nabla\rho$ soient constants, mais que les autres quantités thermodynamiques, comme ρ , soient aussi constantes⁸. Nous remplaçons donc toute quantité x dans ces équations par $x = az + b$, et nous éliminons toute référence à b et z_0 à l'aide de la définition linéaire de x et de $z_0 = z \pm \Lambda_{\uparrow\downarrow}$. Les résultats sont :

$$\Delta T = \mp \Delta T_0 \frac{\alpha_{\uparrow\downarrow}}{\alpha_0}, \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} v^2 &= \frac{v_0^2}{2} \frac{H_\rho^2}{\Lambda_0^2} \left\{ 1 - \left(1 \mp \frac{\Lambda_{\uparrow\downarrow}}{H_\rho} \right) + \left(1 \mp \frac{\Lambda_{\uparrow\downarrow}}{H_\rho} \right) \ln \left(1 \mp \frac{\Lambda_{\uparrow\downarrow}}{H_\rho} \right) \right\}, \\ &\approx v_0^2 \frac{\alpha_{\uparrow\downarrow}}{\alpha_0} \left(1 \pm \frac{1}{3} \frac{\Lambda_{\uparrow\downarrow}}{H_\rho} \right), \end{aligned} \quad (3.60)$$

où $\alpha_{\uparrow\downarrow}$ est donnée par l'équation 3.55, et où l'indice 0 fait référence à l'expression locale (et la couche d'origine). L'approximation de l'équation 3.60 n'est valide que lorsque $\Lambda/H_\rho \ll 1$, soit lorsque le trajet est très petit. Ces expressions sont intéressantes puisqu'elles sont écrites comme étant leur valeur locale multipliée par un facteur de correction pour les effets linéaires. Et bien que Λ et H_ρ varient, seul le ratio $\Lambda/H_\rho = \alpha$ (ou $= \alpha\nabla\rho$) est impliqué

⁸Notons que $\Delta\nabla T$ n'est *pas* constant, mais nous le supposons petit.

et ces facteurs de corrections ne dépendent que de m , le gradient d'une quantité supposée linéaire. Moyennage horizontal ou non, il est possible d'écrire le flux convectif adiabatique comme une constante multipliée au flux convectif local, modulo le flux d'énergie cinétique.

Pour la suite, nous allons supposer que le trajet est petit $\alpha \ll 1$, mais pas négligeable $\alpha \rightarrow 0$ comme dans le formalisme local. Puisque nous supposons un trajet petit, $\rho_{\uparrow} \approx \rho_{\downarrow}$ et le moyennage horizontal n'est pas nécessaire. De plus, afin de simplifier les choses, nous allons supposer que $\Lambda = \alpha H_{\rho}$. Ceci revient simplement à redéfinir α_0 puisque $H_{\rho}/H_P = \nabla_{\rho} \approx \text{cte}$ lorsque la convection est adiabatique. Alors, en substituant les équations 3.55 et 3.60 dans les équations 3.16 pour f_{\uparrow} et 3.17 pour F_K , nous obtenons

$$f_{\uparrow} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{6} \alpha_0 A \right), \quad (3.61)$$

et

$$\frac{F_K}{F_{K_0}} = -\frac{2}{3} \alpha_0 A, \quad (3.62)$$

où on a défini $F_{K_0} \equiv \rho v_0 v_0^2$ et

$$A \equiv 1 + 3 \left(1 - \nabla_{\rho}^{-1} \right), \quad (3.63)$$

l'analogie de l'équation 9 de Petrovay (1990). L'approximation $dH_{\rho}/dz \approx \nabla_{\rho}^{-1} dH_P/dz = 1 - \nabla_{\rho}^{-1}$ a été faite. Ces équations démontrent que la symétrie de la zone de convection prédite par la MLT locale est la conséquence de l'omission de la stratification présente dans une étoile. Cette stratification est présente en tout temps même si le trajet est court, elle a pour conséquence que le milieu soit anisotrope, brisant la symétrie caractéristique de la convection Boussinesq. La topologie de la convection et le signe du flux d'énergie cinétique dépendent toutefois de la quantité A , une mesure de l'asymétrie de la convection. Le fluide ascendant occupe un plus grand espace et le flux d'énergie cinétique est négatif lorsque $A > 0$. À titre indicatif, dans le bas de la zone de convection d'une naine blanche DA à $T_{\text{eff}} = 9000$ K et $\log g = 8.0$, $\nabla_{\rho} \approx 0.78$ et $A \approx 0.17 > 0$. Ces résultats abondent dans le même sens que les simulations hydrodynamiques 3D et l'intuition. Effectivement, le fluide descendant rencontre un milieu de plus en plus dense et doit se comprimer, et inversement pour le fluide ascendant. Il en résulte que le fluide descendant contribue à

un flux de masse plus élevé et doit occuper un plus petit espace horizontal afin qu'à une couche donnée la masse soit conservée. Puisque $\alpha_0 \ll 1$ l'effet est très petit mais il est bien là. On peut s'attendre à ce que l'effet soit amplifié lorsque le fluide se déplace sur une plus grande distance. Notons que l'équation 3.63 prédit une inversion de topologie $A = 0$ lorsque $\nabla_\rho = 0.75$, ce qui est très près de la valeur calculée dans le bas de l'atmosphère et illustre que ∇_ρ doit rester approximativement constant dans la zone de convection si celle-ci est adiabatique.

Les équations 3.59 et 3.60 demeurent locales dans le sens où il n'y a pas d'*overshoot* possible. Ceci est le cas puisque nous avons supposé que $\Delta\nabla T$ et $\Delta\nabla\rho$ demeurent constants. Si on suppose que ces gradients varient linéairement⁹, il est possible de démontrer que nous obtenons plutôt les équations (dans la limite des petits déplacements) :

$$\Delta T = \mp \Delta T_0 \frac{\alpha}{\alpha_0} \left(1 \pm \frac{\Lambda}{2H_{\Delta\nabla T}} \right), \quad (3.64)$$

$$v^2 = v_0^2 \frac{\alpha}{\alpha_0} \left(1 \pm \frac{1}{3} \frac{\Lambda}{H_\rho} \pm \frac{2}{3} \frac{\Lambda}{H_{\Delta\nabla\rho}} \right). \quad (3.65)$$

En *overshoot*, $\Delta\nabla T < 0$ et v_0^2 et ΔT_0 sont négatifs. Mais le fluide ne s'immobilise pas instantanément. Afin que le fluide puisse continuer son chemin, nous avons la condition :

$$\Lambda > 3 \left(\frac{1}{H_\rho} + \frac{2}{H_{\Delta\nabla\rho}} \right)^{-1}. \quad (3.66)$$

À la barrière de Schwarzschild, $H_{\Delta\nabla\rho} \equiv \Delta\nabla\rho(d\Delta\nabla\rho/dr)^{-1} \rightarrow 0$ et la condition devient $\Lambda \gtrsim (3/2)H_{\Delta\nabla\rho} \rightarrow 0$ et la vitesse convective demeure non nulle sur une certaine distance avant que l'excès d'énergie soit dissipé contre la stratification stabilisante. Similairement pour ΔT , nous avons la condition pour que le flux demeure non nul :

$$\Lambda > 2H_{\Delta\nabla T}. \quad (3.67)$$

Pour la même raison que pour la vitesse convective, l'excès de température demeure non nul sur une certaine (courte) distance. Il est important de noter que ceci signifie que la force

⁹Un peu comme dans le formalisme local, ceci est contradictoire puisque ρ par exemple devrait alors varier quadratiquement.

de flottaison accélère toujours le fluide, même en étant hors de la zone de convection. Passé la barrière de Schwarzschild, $H_{\Delta\nabla T} < H_{\Delta\nabla\rho}$ et le fluide va éventuellement développer un déficit de température avant de s’immobiliser, et il devrait y avoir une zone de flux convectif négatif. Le lieu où $F_E = 0$ est généralement appelée la barrière du flux.

Le développement précédent peut laisser croire que la MLT locale n’est pas valide lorsque la convection est adiabatique, mais c’est bien le cas (dans le cadre des approximations de la MLT). Nous avons vu que toute quantité convective x peut s’écrire $x_{\uparrow\downarrow} = a_{\uparrow\downarrow}x_0$ (ceci est aussi le cas pour les moyennes ou covariances $\langle xy \rangle_{\uparrow\downarrow} = b_{\uparrow\downarrow}x_0y_0$, si nous utilisons l’opérateur que nous avons défini). Si, comme précédemment, nous supposons que le gradient superadiabatique ne varie que très peu $H_{\Delta\nabla T} \rightarrow \infty$, a et b ne dépendent que de gradients de quantités variant linéairement et sont donc constants sur les différents trajets. Nous pouvons alors réécrire le flux convectif dans l’approximation linéaire comme étant

$$F_C \approx c_E F_{E_0} + c_K F_{K_0}. \quad (3.68)$$

Le flux convectif linéaire est donc proportionnel au flux convectif local, avec un décalage dû au flux d’énergie cinétique. c_E n’est pas nécessairement égal à 1, et en particulier α_0 n’est pas nécessairement égal à celui du formalisme local, mais tout ceci revient à redéfinir α_0 . Si la convection est bel et bien adiabatique, alors les différents gradients devraient être approximativement constants dans la zone de convection, de même que c_E et c_K . Dans ce cas, on voit bien que le formalisme non local se réduit essentiellement au formalisme local. F_{K_0} n’est pas constant, ce qui empêche une équivalence complète, mais il varie lentement lorsque la convection est adiabatique (Kim et al., 1995; Stein & Nordlund, 1998).

Chan & Sofia (1989) ont calculé des coefficients permettant d’écrire une équation à la forme presque identique à 3.68 pour le flux convectif (voir Lydon et al., 1992). Il est intéressant de noter qu’il serait possible (mais laborieux) de déterminer les coefficients c_E et c_K , simplement en évaluant les moyennes, et en déterminant α_0 en forçant $F_C = F_C(\text{MLT})$ en profondeur. En supposant ces coefficients constants, nous aurions alors une expression bien simple pour le flux convectif dans l’approximation linéaire similaire à celle de Lydon et al. (1992)¹⁰.

¹⁰Dans leurs équations, $\nabla - \nabla_{\text{ad}} \rightarrow \nabla - \nabla_{\text{ad}} + c$, et il nous manquerait ce décalage (permettant l’*overshoot*). Il serait toutefois possible de l’introduire en supposant *a posteriori* que $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$ est linéaire.

Cette limite adiabatique a d'ailleurs un intérêt pratique considérable. Puisque le formalisme non local requiert de suivre une bulle convective sur son trajet, il n'est pas possible de s'en servir pour le fluide ascendant dans le bas d'une atmosphère toujours convective. De plus, la MLT locale ne peut pas être utilisée conjointement au formalisme non local (du moins non sans introduire d'importantes imprécisions). La limite linéaire permet donc d'extrapoler de manière relativement sécuritaire (le bas de la zone de convection doit être adiabatique afin que cela fonctionne) le flux convectif lorsque la couche d'intérêt est à moins d'un Λ du bas de l'atmosphère. Cette extrapolation se fait uniquement pour cette partie et l'équation non linéaire complète est résolue aussitôt qu'une bulle ascendante pénètre l'atmosphère.

3.6 Méthode numérique

L'équation du transfert radiatif 1.1 se solutionne naturellement sur l'échelle de profondeur optique de Rosseland τ_R , discrétisée régulièrement en $\log \tau_R$. Or, ce n'est pas le cas du transport convectif qui s'exprime plutôt sur l'échelle de profondeur géométrique z . Celle-ci s'obtient en intégrant la définition de la profondeur optique 1.2,

$$z = - \int_{\tau_R(z=0)}^{\tau(z)} \frac{1}{\chi_R} d\tau_R = -(\log e)^{-1} \int_{\tau_R(z=0)}^{\tau(z)} \frac{\tau_R}{\chi_R} d \log \tau_R, \quad (3.69)$$

et est proportionnelle à la moyenne harmonique de l'opacité. Autrement dit, un même $\Delta\tau_R$ représente un bien plus petit Δz lorsque l'opacité est grande, et inversement lorsque l'opacité est faible. Ceci est la conséquence de la définition de la profondeur optique qui est une mesure du nombre de libre parcours moyens encouru par un photon pour s'échapper de l'étoile, celui-ci étant beaucoup plus petit en profondeur (et ce pourquoi c'est une échelle naturelle pour le transport radiatif). Il n'y a donc pas de lien simple entre les deux échelles. En particulier, l'échelle de profondeur géométrique n'est pas discrétisée régulièrement ou selon une règle spécifique ; peu importe la quadrature numérique utilisée afin d'évaluer les intégrales d'intérêt, il sera nécessaire d'interpoler les différentes quantités thermodynamiques entre les couches atmosphériques. Pour ce faire, nous utiliserons les splines cubiques. Ceci étant dit, la discrétisation régulière en $\log \tau_R$ de l'atmosphère est avantageuse et évite un fâcheux problème. Si l'atmosphère était discrétisée régulièrement

en τ_R (première forme de l'éq. 3.69), le bas de l'atmosphère, où les propriétés du milieu varient presque linéairement, serait bien mieux échantillonné que la région critique du PSA, très mince en termes de profondeur géométrique mais où les propriétés varient très rapidement. Heureusement, c'est plutôt la deuxième forme de l'équation 3.69 qui nous intéresse et l'intégrande augmente plutôt avec la profondeur et c'est la situation contraire qui prévaut. Cette discrétisation de l'atmosphère est en réalité optimale aussi pour le transport convectif et est même préférable à une discrétisation régulière de l'échelle de profondeur géométrique (si l'interpolation n'introduit pas d'erreurs notables).

Notre équation 3.26 est une équation intégrale d'une forme très générale, mais il demeure possible d'utiliser les mêmes méthodes pour solutionner celles ayant la forme canonique. Il serait possible de réduire cette équation à une équation différentielle, mais cela nécessiterait de faire plusieurs approximations que l'on pourrait difficilement justifier. Afin d'illustrer la procédure, prenons comme exemple une équation Volterra non linéaire de type 2 standard (Linz, 1985),

$$f(t) - \int_0^t K(t, s, f(s))ds = g(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3.70)$$

Discrétisons cette équation en approximant l'intégrale par la règle trapézoïdale sur la grille $t_i = ih$ avec $i = 0, 1, \dots, N - 1$,

$$F_0 = g(0), \quad n = 0$$

$$F_n = g(t_n) + h \left\{ \frac{1}{2}K(t_n, t_0, F_0) + \sum_{i=1}^{n-1} K(t_n, t_i, F_i) + \frac{1}{2}K(t_n, t_n, F_n) \right\}, \quad n = 1, \dots, N, \quad (3.71)$$

où nous avons défini $F_n \equiv f(t_n)$. $g(0)$ est connue et représente la condition initiale, et à $n = 1$ seule F_1 est inconnue. L'équation non linéaire résultante dans ce dernier cas peut être résolue avec la méthode appropriée, Newton-Raphson par exemple. Il s'agit d'y aller ensuite un pas à la fois jusqu'à $n = N$. Il existe d'autres discrétisations possibles, en particulier en utilisant d'autres règles Newton-Cotes, nous avons les méthodes dites *block-by-block*. La règle de Simpson, par exemple, nécessite trois points d'échantillonnage et il y a à chaque pas deux inconnues à solutionner. Une des deux est éliminée en interpolant

avec une quadratique.

3.6.1 Algorithme

La solution de l'équation 3.26 ne cause aucun problème en convection adiabatique, mais dans le PSA, les différentes propriétés du milieu et $\Delta\nabla T$ peuvent varier considérablement et la règle des trapèzes requiert des pas de temps beaucoup trop petits, il faut donc utiliser une méthode d'ordre supérieure¹¹. En fait, l'équation requiert à certaines couches un polynôme d'ordre relativement élevé et le phénomène de Runge peut devenir important. Son effet est particulièrement problématique puisqu'il permet à $\Delta\nabla T$ de changer de signe, et il devient difficile, sinon impossible, de converger vers la solution. Les polynômes de Chebyshev sont à cet effet idéaux puisque plutôt que de diverger de la vraie fonction avec un ordre croissant, ils convergent. Par contre, les points d'échantillonnage ne sont pas espacés également sur la droite mais sur le cercle, et il est nécessaire de résoudre pour $\Delta\nabla T$ à plusieurs couches en même temps. La solution se fait très bien par relaxation en posant $\Delta\nabla T(z'; z_0) = \Delta\nabla T_{\text{ad}}(z'; z_0)$ comme valeur initiale. Afin que l'origine et l'arrivée de la bulle soient des noeuds, il est essentiel d'utiliser les extrema des polynômes plutôt que leurs zéros. Les intégrales pour ΔT et v^2 s'évaluent en interpolant les estimés de $\Delta\nabla T$ à l'aide des polynômes de Chebyshev, et un nouvel estimé de $\Delta\nabla T$ est déterminé en évaluant le membre de droite de l'équation 3.26, et ce pour chaque sous-couche se situant à un extrema des polynômes, la procédure itérée jusqu'à convergence. Les dérivées présentes dans l'équation 3.26 sont calculées à l'aide des coefficients du polynôme de Chebyshev interpolant ces quantités (voir Press et al., 1986).

Nous utiliserons d'ailleurs de manière extensive les polynômes de Chebyshev, avec ces noeuds dits de Gauss-Lobatto, et nous allons nous servir de la quadrature de Clenshaw-Curtis (basée sur ces polynômes) afin d'évaluer toutes nos intégrales. Un grand avantage de la quadrature de Clenshaw-Curtis avec ces noeuds est qu'elle permet une solution adaptative tout comme les quadratures basées sur les règles de Newton-Cotes. Si nous avons $N + 1$ noeuds, il est possible de réutiliser toutes les évaluations de fonctions précédentes lorsqu'on double le nombre d'intervalles N , contrairement à la quadrature gaussienne¹²

¹¹Ceci est probablement en partie dû à la discontinuité de $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$ à la barrière de Schwarzschild causée par la MLT locale.

¹²La quadrature gaussienne est souvent privilégiée par rapport à celle de Clenshaw-Curtis, puisque

par exemple (et les poids de quadrature sont triviaux à calculer). De plus, la quadrature de Clenshaw-Curtis étant basée sur une représentation en série de Fourier (cosinus) de la fonction interpolée, et sachant que l’amplitude des coefficients de Fourier diminuent avec leur nombre, il est possible d’éviter un doublage de N en comparant le dernier terme de la somme de quadrature avec la somme partielle. Tout ceci sera particulièrement utile lorsqu’il sera question d’effectuer les moyennes horizontales (éq. 3.12), puisque chaque évaluation de fonction nécessite la solution de l’équation 3.26 sur tout le trajet d’une bulle.

Comme critère de convergence pour la solution de l’équation 3.26, il serait possible de simplement doubler le nombre d’intervalles jusqu’à ce que l’erreur relative entre deux résultats successifs soit plus petite que la tolérance adoptée (en interpolant les solutions précédentes aux nouvelles sous-couches). Cette méthode n’est pas très efficace puisqu’elle ne tient pas compte que les propriétés du milieu peuvent varier plus ou moins rapidement sur le trajet, et nécessite de faire converger de nouveau $\Delta\nabla T(z_i; z_0)$ pour toutes les sous-couches z_i . Il est plus pratique d’utiliser une méthode adaptative de pas variable (eg. Press et al., 1986). Nous commençons par prendre en compte tout le trajet avec $N = 4$. Nous doublons N et vérifions si la solution est suffisamment précise. Dans le cas contraire, nous divisons le pas en deux et recommençons. Une fois la précision adoptée atteinte, nous continuons le trajet avec le même pas de temps. Si le même pas de temps nous donne une solution assez précise, nous sauvegardons les résultats et nous le doublons jusqu’à ce qu’à ce qu’on trouve le pas optimal. Nous continuons la procédure pas à pas jusqu’à ce que la fin du trajet soit atteinte.

Contrairement aux études précédentes sur la MLT non locale, nous ferons usage de l’équation d’état afin de calculer les quantités thermodynamique le nécessitant (c_P , κ , \tilde{Q} , dT_{ad}/dz). Il est toutefois essentiel de pré-calculer ces quantités dans des tables (en fonction de T et P) afin d’éviter de faire appel à la sous-routine solutionnant l’équation d’état. Une telle approche serait absolument impraticable puisque cette sous-routine pourrait être appelée des milliers de fois pour une seule couche et direction. L’interpolation de ces quantités, et le fait que l’estimé initial de $\Delta\nabla T$ est maintenant moins près de la solution, ralentit déjà dramatiquement le code.

Pour résumer, la procédure est la suivante. Pour une couche et une direction du fluide

pour $N + 1$ noeuds, elle intègre exactement un polynôme de degré $2N + 1$ plutôt qu’un de degré N . Il a néanmoins été démontré que son avantage est en pratique marginal (Trefethen, 2008).

convectif données, nous évaluons la moyenne horizontale (éq. 3.12) des différentes quantités convectives (F_E , F_K , ρv , v^2) simultanément. Lors de chacune des évaluations de fonctions, nous solutionnons l'équation 3.26 selon un grillage basé sur les polynômes de Chebyshev. Une fois que nous avons effectué cela pour le fluide ascendant et descendant pour toutes les couches, nous calculons les quantités convectives moyennes exprimées par les équations 3.16, 3.11, 3.17 et 3.14.

La méthode numérique adoptée nécessite qu'il y ait un bon contrôle des erreurs. On ne peut pas simplement demander à ce que la solution de $\Delta \nabla T$ à une couche donnée ait une erreur à l'intérieur de la tolérance choisie. Nous ne savons pas *a priori* si les erreurs à différentes étapes de la procédure s'additionnent où s'annulent et que la solution a bel et bien la précision souhaitée. La tolérance est donc divisée par la longueur de mélange afin d'obtenir une tolérance par unité de pas. Celle-ci est alors multipliée par la distance en jeu. Il semblerait toutefois que la tolérance adoptée sous-estime grandement la précision de la solution, et qu'une valeur de 10^{-2} soit amplement suffisante. Près de la barrière de Schwarzschild, la situation est plus complexe et de fortes instabilités numériques se développent, ce qui empêche la convergence de la procédure. Ceci est la conséquence d'une discontinuité dans la structure de l'atmosphère causée par l'arrêt abrupt de la convection en MLT locale. Cette discontinuité, un problème en soit, est amplifiée dans le gradient superadiabatique puisque celui-ci fait intervenir la dérivée de la température du milieu, une des quantités les plus sensibles au transport convectif. Il est toutefois possible de grandement mitiger le problème en lissant la structure atmosphérique près de la barrière de Schwarzschild. Une procédure permettant d'assurer le réalisme de la structure de cette région critique est d'exclure quelques couches avoisinantes et de construire un polynôme de Chebyshev à partir du reste de l'atmosphère, puis d'interpoler aux couches exclues. Il y a un certain degré d'arbitraire quant au choix des couches à exclure, ce qui peut faire changer de manière appréciable à la fois la qualité du lissage et la forme de la nouvelle structure. Cette solution n'est pas parfaite et il demeure nécessaire de relaxer le critère de convergence en *overshooting* lorsque le flux d'enthalpie devient négatif.

3.6.2 Condition au bas de l’atmosphère

Les expressions asymptotiques dérivées à la section 3.5 ne sont valides que lorsque la convection est très adiabatique ou que le trajet est suffisamment petit. C’est la première condition qui nous intéresse, mais pour une naine blanche de $T_{\text{eff}} = 9036$ K et $\log g = 8$, elle n’est pas observée (cf. fig. 3.1). Par contre, la figure 2.2 montre que la stratification au bas de l’atmosphère donnée par la MLT locale est essentiellement la bonne. Une alternative serait de modéliser une atmosphère beaucoup plus profonde, ici jusqu’à $\tau_R = 7 \times 10^4$, et de greffer la région sous l’atmosphère de notre modèle à celui-ci.

3.7 Résultats numériques

Le formalisme non local de la MLT permet d’éliminer le paramètre b , mais nous devons néanmoins choisir quelles valeurs adopter pour a et c . Nous préférons en premier lieu prendre celles de la ML2. Sans véritable paramétrisation des pertes turbulentes, il est plus sage de simplement ne pas en tenir compte. Ce choix évite d’ailleurs le problème en *overshoot* soulevé par Renzini. La valeur de c de la ML2 correspond à un ratio surface sur volume d’une sphère, plutôt que d’un cylindre en ML1, et est donc la plus petite valeur possible. Ce choix est un peu arbitraire, mais la valeur de c ne semble pas changer qualitativement le comportement de la convection. Le développement du formalisme local rend évident qu’il y a de multiples facteurs qui ne sont pas déterminés ou que nous pouvons comparer. La longueur de mélange peut être proportionnelle à H_P ou H_ρ (ou $H_{\rho'}$) et ce facteur de proportionnalité peut changer. Un opérateur de moyenne a été défini, mais il peut être pertinent de comparer les résultats de modèles faisant ou non cette moyenne. Finalement, contrairement aux études précédentes, nous tenons compte de la variation de toutes les propriétés thermodynamiques du fluide convectif en faisant appel à l’équation d’état, et il serait intéressant de noter les différences apportées (afin d’être plus bref, nous décrivons nos modèles comme étant avec ou sans équation d’état, de même qu’avec H_P ou H_ρ). Tel qu’il est, le formalisme local ne prédit pas de flux convectif suffisamment réaliste pour qu’il soit introduit dans un modèle d’atmosphère complet. Il n’est pas non plus possible de trouver une expression pour f_\uparrow dans la région d’overshoot, et les prédictions ne sont pas suffisamment réalistes pour hasarder de traiter une atmosphère qui inclut le bas de celle-ci, comme c’est le cas d’une étoile typique ZZ Ceti et du modèle 3D de

$T_{\text{eff}}=12,000$ K que nous possédons. Pour ces raisons, nous ne présenterons les résultats que d’une itération pour un modèle de $T_{\text{eff}}=9000$ K, celui-ci convergé à l’aide de la MLT locale avec la paramétrisation $ML2/\alpha = 0.7$. Utiliser la structure 3D serait plus pertinent, mais notre modèle 1D ayant une atmosphère étendue ne donne pas exactement le bon gradient superadiabatique asymptotique. Même si la région de transition est lissée, le changement de pente provoque une forte variation du flux dans le bas de la zone de convection. Les résultats ne semblent toutefois pas changer qualitativement différents de ceux que nous présentons ici.

La figure 3.1 présente les flux d’enthalpie ascendants pour différentes paramétrisations de la MLT non locale. Dans toutes les sous-figures, la courbe rouge est le flux convectif 3D total. La figure 3.1a présente des modèles sans équation d’état avec H_P (courbes pleines) et H_ρ (courbes pointillées) pour différentes valeurs de α_0 . Les α_0 de ces derniers ont été choisis afin que le flux d’enthalpie converge vers celui des premiers, sauf pour les courbes vertes. Le rapport des α_0 est essentiellement celui de H_P et de H_ρ , une propriété du milieu, et est donc une constante $\nabla_\rho \approx 0.78$ (cf. éq. 3.51). On remarque tout de suite le fameux *overshoot* convectif avec les trois régions discutées précédemment séparées par deux frontières : la barrière de Schwarzschild, se situant au niveau du trait désigné par $z_{\Delta\nabla}$, et la barrière du flux, qui dépend du modèle. La distance d’*overshoot* exagérée notée par Nordlund (1974) subsiste toujours. Le choix entre H_P et H_ρ ne semble pas changer dramatiquement les prédictions, mais le second fait augmenter le flux en surface, près du PSA. À ce moment, comme illustré à la figure 2.3, H_ρ augmente considérablement et le fluide provient de beaucoup plus profond dans l’atmosphère. Ceci lui permet de développer un excès de température et une vitesse plus grande et par conséquent provoque un plus grand flux qui se dissipe sur une plus grande distance, mais plus rapidement. Un fait frappant, est que même avec $\alpha_0 = 1.8$, le flux d’enthalpie ascendant est approximativement la moitié du flux convectif 3D. Le flux en profondeur semble d’ailleurs être proportionnel à α_0 .

La figure 3.1b présente les résultats des mêmes modèles, mais sans moyennage horizontal. Le flux résultant est d’une amplitude beaucoup plus grande puisqu’il n’est pas dilué par celui du fluide provenant de près de la couche d’intérêt. Notons au passage que le flux diminue beaucoup plus abruptement sur toute l’atmosphère. La figure 3.1c présente des résultats uniquement pour des modèles avec H_P , mais compare les résultats précédents

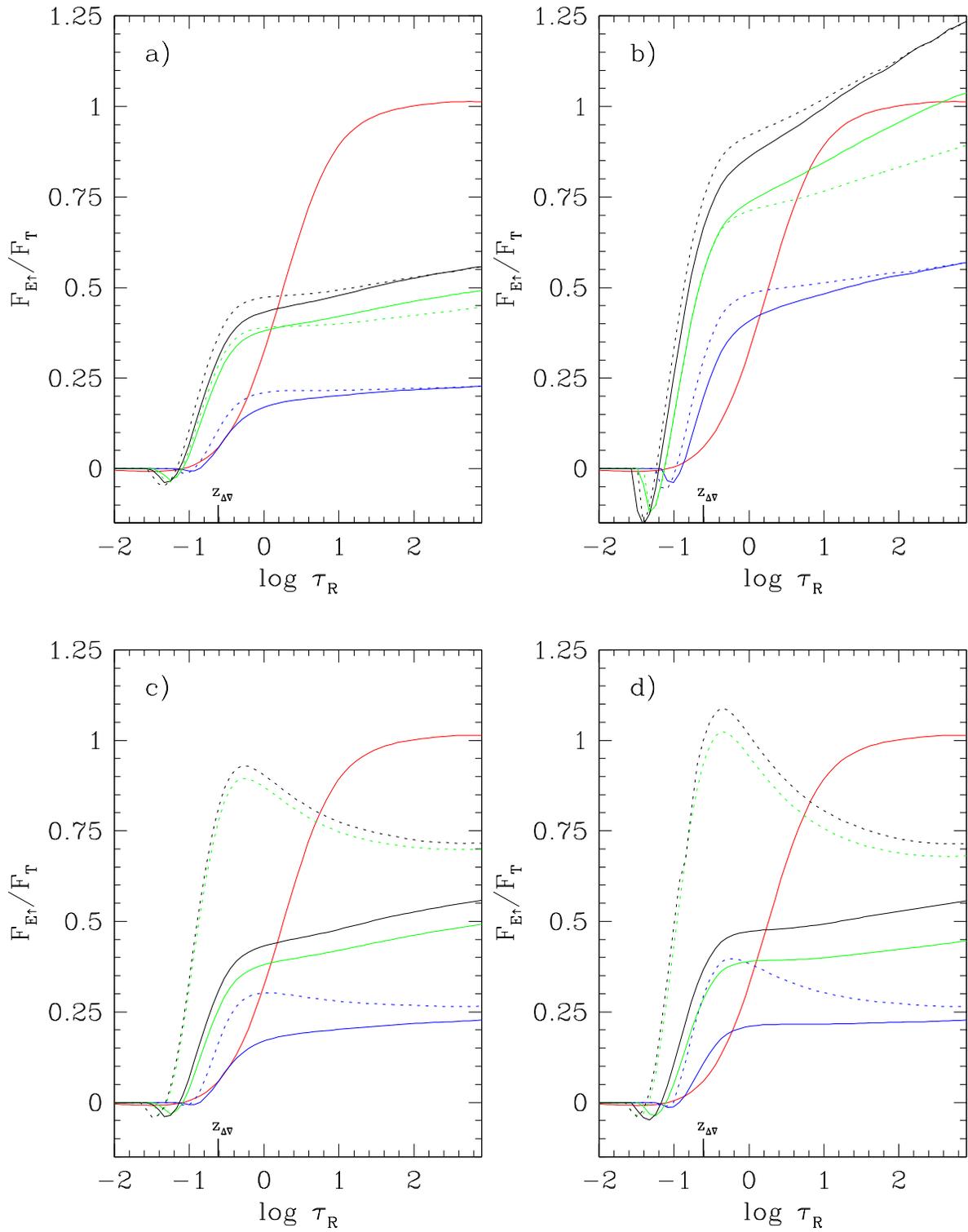


Figure 3.1 : Flux d'enthalpie ascendants de modèles d'atmosphère de $T_{\text{eff}} = 9036 \text{ K}$ et $\log g = 8.0$ pour différentes paramétrisations de la MLT non locale. De gauche à droite, les deux figures du haut présentent des modèles sans équation d'état dont le flux d'enthalpie a été moyenné et non moyenné. Les traits pleins représentent des modèles avec H_P et les pointillés H_ρ . Les courbes noires et bleues ont $\alpha_0(P/\rho) = 1.8/1.42$ et $1.0/0.792$ respectivement, et les vertes, de gauche à droite : $\alpha_0(P/\rho) = 1.635/1.21$ et $1.55/1.09$. Les deux figures du bas comparent des modèles sans (courbes pleines) et avec (courbes pointillées) l'équation d'état, pour H_P (à gauche) et H_ρ (à droite). Les courbes vertes pointillées ont $\alpha_0(P/\rho) = 1.76/1.365$, et les pleines ont les mêmes valeurs que dans la première figure. Les courbes noires et bleues ont les mêmes valeurs que précédemment. La courbe rouge est le flux convectif 3D total.

(courbes solides) avec ceux de modèles avec l'équation d'état (courbes pointillées). La différence entre les deux ensembles de courbes bleues ressemble à ce qui est observé sur la figure 3.1a entre H_P et H_ρ , mais grandement amplifié. L'effet est beaucoup plus dramatique lorsque α_0 est plus grand. Intuitivement, on s'attendrait plutôt à l'effet contraire, mais il apparaît ici que les pertes radiatives ne sont pas suffisantes pour faire diminuer la température du fluide dans le PSA, et donc que l'équation d'état retourne une opacité plus élevée. Il est important de noter que dans le bas de l'atmosphère, le flux convectif des modèles sans et avec équation d'état ne convergent pas à la même valeur. En théorie, ceci devrait être le cas lorsque la convection est adiabatique. On remarque qu'en extrapolant, les courbes devraient se joindre. Le bas de l'atmosphère ne serait simplement pas assez adiabatique. Il est probable que ce serait le cas d'une atmosphère de naine blanche DA à 5000 K ou d'un coeur convectif. L'équation d'état semble aussi faire en sorte qu'en *overshoot*, le flux diminue plus abruptement, cette fois-ci comme on s'y attendrait. Il y a par contre un comportement particulier du flux d'enthalpie juste avant qu'il devienne négatif. La diminution de celui-ci semble s'adoucir. Il n'est pas clair à savoir si ceci est dû au lissage effectué sur la structure atmosphérique près de la barrière de Schwarzschild, ou que ce soit le résultat normal de la stratification. La figure 3.1d présente les mêmes résultats, mais pour des modèles avec H_ρ . Les conclusions demeurent essentiellement les mêmes, mais avec un écart encore plus important entre les ensembles de courbes bleues et noires.

La figure 3.2 présente l'équivalent de la figure 3.1 pour le fluide descendant. La figure 3.2a présente des modèles sans équation d'état avec H_P (courbes pleines) et H_ρ (courbes pointillées) pour différentes valeurs de α_0 . Dans tous les cas, le flux d'enthalpie ne devient appréciable qu'aux alentours de $\log \tau_R = 1/2$, soit peu après le maximum du PSA (cf. fig. 2.3), et augmente quasi-exponentiellement jusqu'à $\log \tau_R \approx 2$, après quoi il diminue avec la profondeur. Le choix entre H_P et H_ρ ou la valeur de α_0 a un effet marginal sur cette première phase, outre de retarder la descente lorsque ce dernier est plus grand. La descente est beaucoup plus rapide avec H_ρ qu'avec H_P (ce que nous expliquerons un peu plus loin). Les courbes en traits et points-traites représentent le flux d'enthalpie lorsque le fluide ayant le trajet maximal provient de la barrière de Schwarzschild. On voit très bien que le flux suit la même tendance que celui des modèles précédents jusqu'à très bas dans

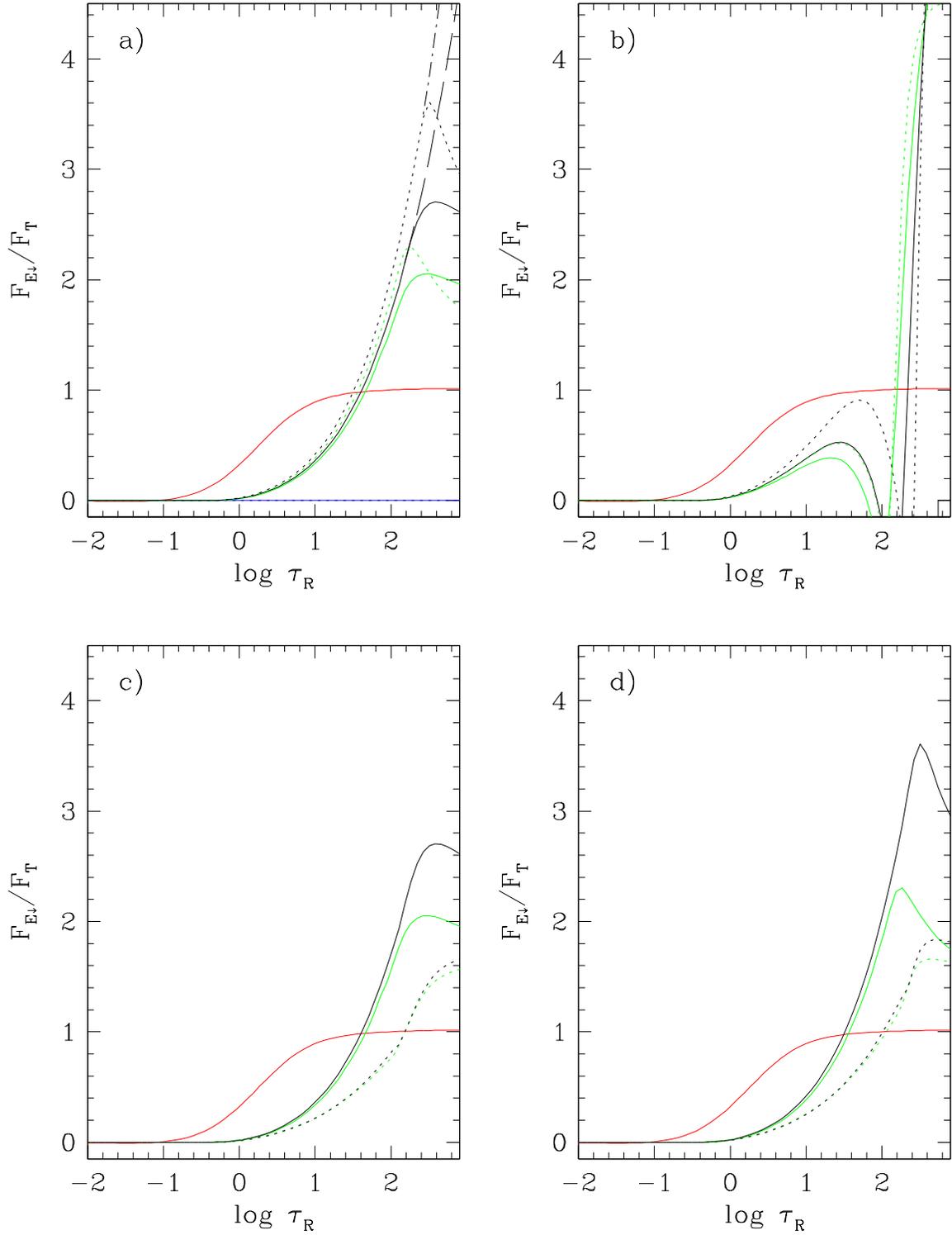


Figure 3.2 : Flux d'enthalpie descendants de modèles d'atmosphère de $T_{\text{eff}} = 9036$ K et $\log g = 8.0$ pour différentes paramétrisations de la MLT non locale. Les figures a et b présentent des modèles sans et avec équation d'état, avec et sans moyenne horizontale. Les traits pleins représentent des modèles avec H_P et les pointillés H_ρ . Les courbes noires ont $\alpha_0(P/\rho) = 1.8/1.42$, et les vertes, de gauche à droite : $\alpha_0(P/\rho) = 1.635/1.21$ et $1.65/1.2$. Les courbes en tirets et points-tirets représentent des modèles dont le fluide descendant ayant le trajet maximal provient de la barrière de Schwarzschild. Les deux figures du bas comparent des modèles sans (courbes pleines) et avec (courbes pointillées) équation d'état, pour H_P (à gauche) et H_ρ (à droite). Les courbes vertes pointillées ont $\alpha_0(P/\rho) = 1.76/1.365$, et les pleines ont les mêmes valeurs que dans la première figure. Les courbes noires ont les mêmes valeurs que précédemment. La courbe rouge est le flux convectif 3D total.

l’atmosphère, et continue d’augmenter au lieu de diminuer. La diminution du flux se produit donc au moment où le fluide ne provient plus de la barrière de Schwarzschild. Les figures 3.2c et d montrent que l’équation d’état a l’effet contraire pour le fluide descendant que pour le fluide ascendant ; elle contribue à faire diminuer le flux d’enthalpie. Celui-ci augmente plus lentement avec la profondeur, et en particulier, tend à plafonner plutôt que de diminuer. L’effet est très important puisqu’en profondeur, le flux est plus petit d’un peu moins qu’un facteur 2 pour les modèles avec H_ρ .

La figure 3.2b diffère de la figure 3.1b en ce qu’elle montre plutôt des modèles avec équation d’état. Nous avons préféré faire ce choix puisque les modèles sans (ou avec dans la figure 3.1b) équation d’état prédisent des flux plusieurs fois plus grands que le flux convectif 3D, sans pour autant nous apprendre du nouveau. Cette figure montre quelque chose de surprenant : le flux d’enthalpie devient négatif sous le PSA et augmente en flèche par la suite. En fait, la figure 3.2b présente aussi des courbes de modèles où le fluide provient de la barrière de Schwarzschild, mais on ne les voit pas puisque le flux demeure négatif. Ces derniers modèles sont intéressants puisqu’ils suivent le trajet d’une seule bulle convective. Ce résultat est fort probablement la conséquence des incertitudes physiques à la barrière de Schwarzschild. Les résultats 3D montrent plutôt que le fluide descendant devient de plus en plus adiabatique avec la profondeur (Stein & Nordlund, 1998). Mais comme le montre la hausse draconienne du flux autour de $\log \tau_R = 2$, le fluide provenant d’un peu sous le maximum du PSA ne manifeste pas ce comportement, et son mouvement est bel et bien plus adiabatique en profondeur. Ceci est probablement dû à de trop forts gains radiatifs dans le PSA de concert avec la faible vitesse développée à partir de la barrière de Schwarzschild où le gradient superadiabatique est presque nul.

Les flux d’enthalpie descendants présentés à la 3.2 sont beaucoup trop faibles en surface, et sont symptomatiques d’un faible flux de masse. Par conservation de la masse, le fluide descendant doit prendre presque tout l’espace horizontal, contrairement aux observations. Ceci fait en sorte que nous sommes incapables de reproduire même qualitativement le flux convectif 3D ou 1D en surface. Ceci étant dit, nous sommes capables de reproduire le bon flux convectif en profondeur pour des valeurs réalistes de α_0 . Celui-ci et d’autres quantités convectives d’intérêt sont présentés à la figure 3.3 pour des modèles moyennés horizontalement et avec équation d’état. La figure 3.3a compare les flux convectif (courbes

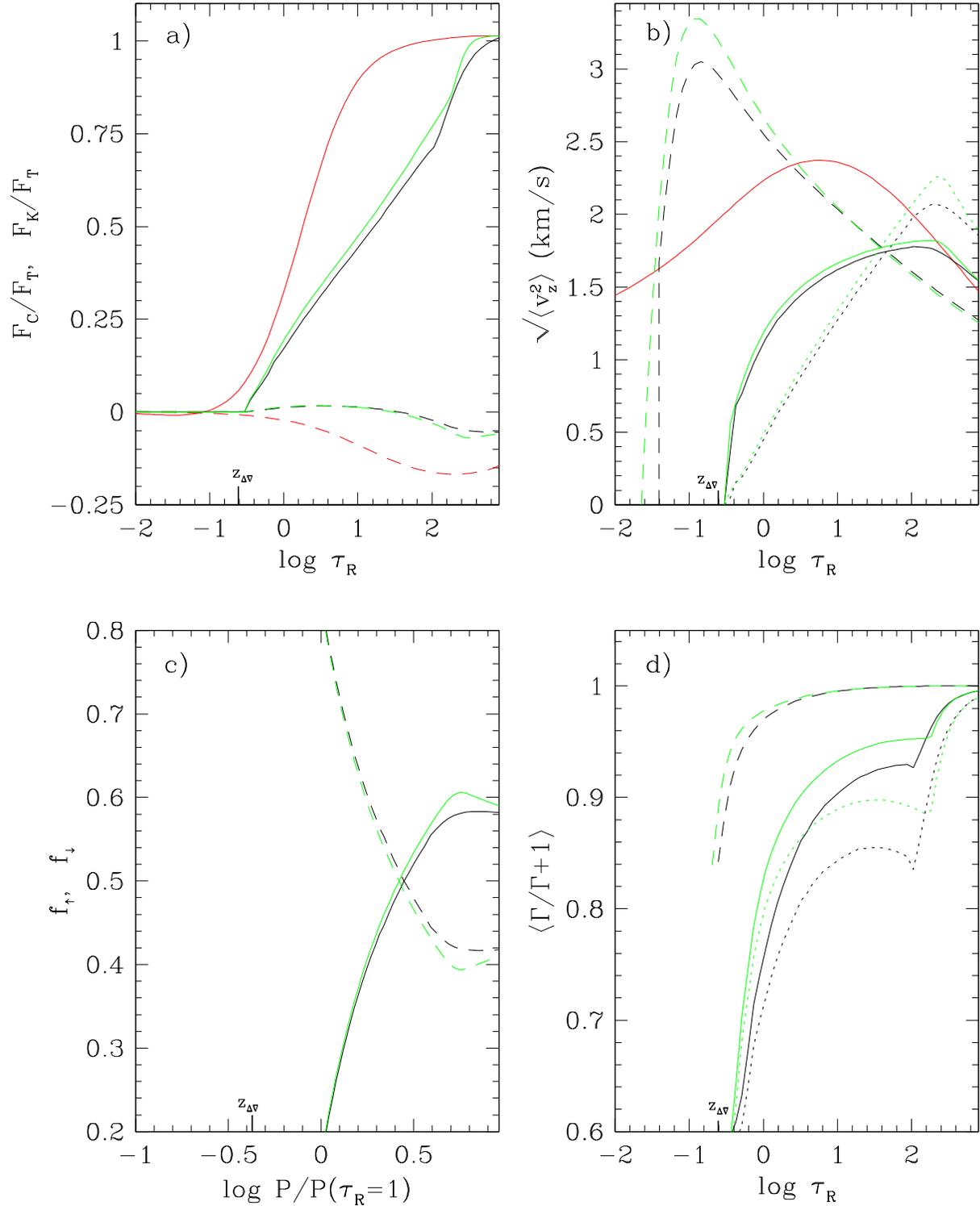


Figure 3.3 : Meilleures prédictions du flux et autres quantités convectives de la MLT non locale pour des modèles avec équation d'état. Les courbes noires représentent des modèles avec H_P et les vertes, ceux avec H_ρ , pour des valeurs de $\alpha_0(P/\rho) = 1.76/1.365$. Dans la figure a, les courbes pleines représentent F_E et celles en traits F_K . Pour les figures b et c, les courbes pleines représentent la moyenne totale des deux composantes de l'écoulement, alors que celles en traits et pointillées sont respectivement les composantes ascendante et descendante. Pour la figure c, f_\uparrow est la courbe pleine et f_\downarrow est celle en traits.

pleines) et d'énergie cinétique (courbes en traits) de modèles avec $\alpha_0(P/\rho) = 1.76/1.36$ (courbes noires/vertes). Pour la raison discutée précédemment, il y a un grand déficit de flux dans presque toute la zone de convection. Ce n'est qu'au bas complètement de l'atmosphère que le flux non local rejoint le flux 3D, le modèle avec H_ρ le faisant un peu plus rapidement que celui avec H_p . Le faible flux de masse descendant en surface fait aussi en sorte qu'à cet endroit le flux d'énergie cinétique soit positif, contrairement à ce qui est prédit par la simulation 3D de référence. Mais en profondeur, nous avons bel et bien un flux d'énergie cinétique négatif. C'est celui du modèle avec H_ρ qui présente la plus grande amplitude, $\sim 7\%$ du flux convectif total, mais est considérablement moindre que le résultat 3D de $\sim 17\%$. Il reste qu'il n'est pas négligeable et que nous avons le bon ordre de grandeur.

La moyenne horizontale quadratique de la vitesse convective (courbes pleines) et leurs composantes directionnelles (courbes en traits et pointillées pour le fluide ascendant et descendant respectivement) sont présentés à la figure 3.3b. La courbe rouge est la prédiction de notre modèle de référence 3D. Le problème cité plus haut du fluide descendant en surface est très apparent ; le maximum du $\sqrt{\langle v_z^2 \rangle}$ 3D se produit dans le PSA, là où $\sqrt{\langle v_z^2 \rangle}_\downarrow$ est plus de deux fois plus faible. Néanmoins, encore en profondeur, nous obtenons un $\sqrt{\langle v_z^2 \rangle}$ très près de la valeur 3D. Il demeure encourageant que nous reproduisons le bon ordre de grandeur dans toute la zone de convection.

Nous avons noté précédemment que Stein & Nordlund (1998) prédisaient un $f_\uparrow \sim 2/3$ pour le Soleil. Ce résultat a été corroboré par les simulations de Magic (2014), et ce pour une variété de modèles avec différents T_{eff} , $\log g$ et métallicités. L'auteur ne s'intéressait pas aux naines blanches, mais considérant que la topologie de la convection ne change pas fortement par rapport aux étoiles naines ou géantes (Tremblay et al., 2013a), le résultat devrait rester sensiblement le même. Magic note que la valeur moyenne de f_\uparrow dans la zone de convection est universelle, elle a une valeur de $\simeq 0.65$ avec un très faible écart type de $\sigma = 0.014$. Sa figure 3.13 illustre d'ailleurs que son profil en fonction de la profondeur demeure remarquablement similaire en fonction des paramètres atmosphériques. Nous avons donc tenté de reproduire ici, dans la figure 3.3c, l'équivalent de cette figure (d'où le changement d'échelle de profondeur). Les courbes pleines représentent f_\uparrow et celles en traits, f_\downarrow . Nous sommes bel et bien en mesure de prédire qu'en profondeur, le fluide ascendant

prend plus d'espace que le fluide descendant. Nous n'atteignons par la valeur de 0.65 pour f_{\uparrow} , mais nous avons un peu plus de 0.6 pour notre modèle avec H_{ρ} , et un peu moins pour celui avec H_P . Par contre, comme nous l'avons mentionné, f_{\uparrow} baisse beaucoup trop vite vers la surface et croise f_{\downarrow} autour de $\log P / \log P(\tau_R) = 0.4$ au lieu de 0 ($\log \tau_R \approx 1.6$). Néanmoins, pour notre modèle avec H_{ρ} , nous reproduisons la descente vers la profondeur de f_{\uparrow} . Il est évident que le flux d'énergie cinétique qui remonte et le flux d'enthalpie qui descend légèrement avec la profondeur sont corrélés avec ce comportement de f_{\uparrow} . Comme l'illustre la figure 3.3a, après une augmentation initiale de la vitesse du fluide descendant, il y a une diminution subséquente qui cause une baisse de flux de masse alors qu'il n'y a pas de tel changement de tendance pour le fluide ascendant.

La figure 3.3d nous permet de comprendre ce comportement. Elle présente la moyenne horizontale de l'efficacité convective normalisée à l'efficacité adiabatique $\langle \Gamma / \Gamma + 1 \rangle$ et ses composantes directionnelles. Les différentes courbes ont la même signification qu'à la sous-figure présentant $\sqrt{\langle v_z^2 \rangle}$. La raison de ce changement de tendance est que, comme prédit par la simulation de Stein & Nordlund (1998), le fluide descendant devient de plus en plus adiabatique avec la profondeur et développe donc des vitesses de moins en moins élevées. Quant à lui, le fluide ascendant provient déjà de régions convectivement efficaces et demeure essentiellement adiabatique dans la majorité de l'atmosphère, plus loin qu'il le devrait.

La figure 3.4 présente les mêmes quantités qu'à la figure 3.3 mais pour des modèles sans équation d'état. Les prédictions sont très semblables mais moins réalistes en profondeur, surtout pour le modèle avec H_{ρ} qui montre une forte baisse de flux convectif. Les figures 3.2c et d nous montrent que c'est la baisse du flux d'enthalpie du fluide descendant qui en est responsable. Cette baisse est en fait causée par des pertes radiatives plus grandes que celles encourues par un fluide adiabatique, $\langle \Gamma / (\Gamma + 1) \rangle_{\downarrow}$. Ceci est un comportement complètement irréaliste et indique pourquoi il est important de tenir compte de la variation de toutes les propriétés thermodynamiques dans le fluide convectif par rapport au milieu. Le fluide ascendant a un comportement beaucoup plus réaliste puisqu'il ne demeure pas aussi adiabatique dans le PSA, mais est probablement le résultat de lacunes au niveau de la dynamique convective. Quant au facteur de remplissage, $f_{\uparrow} = f_{\downarrow}$ un peu plus haut dans l'atmosphère, aux environs de $\log \tau_R \approx 1.2$. Il est intéressant de constater que la quantité

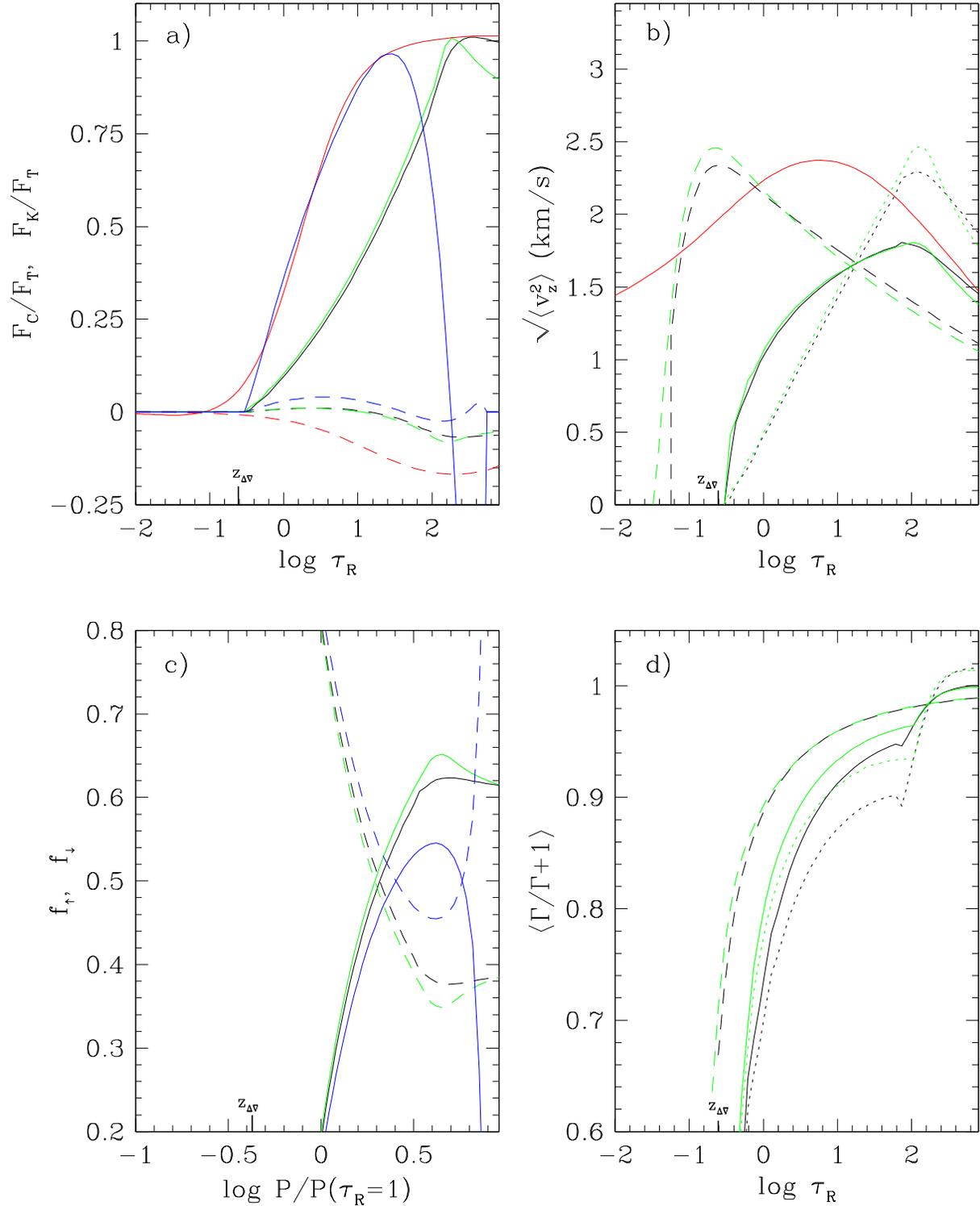


Figure 3.4 : Meilleures prédictions du flux et autres quantités convectives de la MLT non locale pour des modèles sans équation d'état. Les courbes noires représentent des modèles avec H_P et les vertes, ceux avec H_ρ , pour des valeurs de $\alpha_0(P/\rho) = 1.635/1.21$. Dans la figure a, les courbes pleines représentent F_E et celles en traits F_K . Pour les figures b et c, les courbes pleines représentent la moyenne totale des deux composantes de l'écoulement, alors que celles en traits et pointillées sont respectivement les composantes ascendante et descendante. Pour la figure c, f_{\uparrow} est la courbe pleine et f_{\downarrow} est celle en traits. Les courbes bleues correspondent au modèle non moyenné avec équation d'état et $\alpha_0(\rho) = 1.2$.

A définie par l'équation 3.63 devient nulle à $\log \tau_R \approx 1.47$, soit à une valeur intermédiaire entre celles des modèles avec et sans équation d'état, et correspondant au bas du PSA. Ceci n'est peut-être pas une coïncidence, et ∇_ρ est sans doute une quantité clé quant à l'asymétrie ou la topologie de la convection.

Les courbes bleues représentent un modèle avec H_P et l'équation d'état, mais non moyenné. Il est remarquable que nous soyons en mesure de reproduire le bon flux convectif en surface. Ici, le fluide descendant provient de la barrière de Schwarzschild, mais ce choix est pour alléger la présentation. Autrement, comme à la figure 3.2b, le flux augmente dramatiquement avec la profondeur. Par contre, encore une fois, nous n'obtenons ni le bon flux d'énergie cinétique, ni le bon facteur de remplissage en surface. Ce résultat est donc à prendre avec un grain de sel. Si le fluide descendant possède un flux de masse suffisant pour que $f_\dagger \approx 0.5$ près de la barrière de Schwarzschild, alors il devrait être en mesure de contribuer beaucoup plus au flux convectif total.

3.8 Lacunes du formalisme non local

La moyenne horizontale de l'efficacité convective illustre bien les grands problèmes de notre formalisme non local, qui touchent à la fois le fluide ascendant et descendant. Le fluide ascendant demeure adiabatique même jusqu'au maximum du PSA, ce qui explique pourquoi son flux d'enthalpie diminue beaucoup trop lentement, et augmente plutôt dans les modèles avec équation d'état, alors qu'il devrait diminuer fortement à cause des pertes radiatives. $\langle \Gamma / (\Gamma + 1) \rangle = 1/2$ signifie que le fluide perd autant d'énergie par irradiation qu'il en gagne par la force de flottaison. Or, cette quantité demeure toujours au-dessus de $1/2$ dans le PSA, ce qui veut dire que le fluide ne refroidit pas, seule l'augmentation de sa température diminue, contrairement aux prédictions des simulations 3D (eg. Stein & Nordlund, 1998). Si la température du fluide continue d'augmenter dans le PSA, ceci signifie que son opacité augmente, ce qui favorise une meilleure isolation et en retour une nouvelle augmentation de son opacité. C'est un mécanisme de rétroaction positif, mais ayant les conséquences opposées à celui discuté au début du chapitre et qui est celui qui prévaut dans les vraies atmosphères convectives. Finalement, à la barrière de Schwarzschild, $\langle \Gamma / \Gamma + 1 \rangle_\dagger \approx 0.6$ ce qui implique que les gains radiatifs du fluide descendant compensent presque les pertes d'énergies générées par la force de flottaison. Ces forts gains

radiatifs sont la conséquence du faible gradient adiabatique qui n'est pas en mesure de générer de grandes vitesses. Une conséquence de ceci est que la topologie est inversée dans le PSA¹³ et que le flux d'énergie cinétique y est positif.

Des premières causes possibles à ces problèmes sont l'omission de plusieurs facteurs qui ont trait à la dynamique convective; la pression turbulente appréciable (de l'ordre de 6% dans notre modèle 3D) et la violation de l'équilibre hydrostatique dans le PSA observé dans les simulations 3D de naines blanches DA (Tremblay et al., 2013b). Cela est le cas puisque les vitesses sont telles que le nombre de Mach atteint des amplitudes de $M \sim 0.4 - 0.7$ dans la photosphère (Tremblay et al., 2013a). Ceci cause une surpression dans le fluide ascendant le ralentissant (Stein & Nordlund, 1998), ce qui pourrait expliquer en partie pourquoi le flux d'enthalpie ascendant demeure aussi élevé dans le PSA. De plus, cet excès de pression force une plus forte divergence horizontale du fluide, et lorsque deux granules en expansion se heurtent et font redescendre le fluide, provoque aussi un excès de pression accélérant cette descente. Bien qu'il y ait de grandes incertitudes sur notre traitement de l'énergétique convective, il est peu probable que celui-ci soit réellement la cause du problème du fluide descendant trop lent à la barrière de Schwarzschild. Le gradient superadiabatique étant presque nul, la force de flottaison ne peut tout simplement pas générer de grandes vitesses. Pire encore, H_P et H_ρ étant plus petit en surface, et le fluide se contractant sur son parcours, il subit des gains radiatifs beaucoup plus importants que le fluide ascendant subit des pertes. Une fois la convection bien développée, le fluide descendant est engendré par le fluide ascendant lui-même par conservation de la masse, et la force de flottaison a vraisemblablement un faible rôle pour initier la descente avec une vitesse suffisante. Ce portrait n'est toutefois plus valide à la photosphère ($\tau_R = 2/3$) où les échanges énergétiques dominant et doivent être correctement prédits. Malheureusement, ces aspects de la dynamique du fluide descendant ne semblent pas être évidents à traiter dans un formalisme de type longueur de mélange qui découple les deux composantes de l'écoulement convectif. En outre, il ne nous a pas été possible de prescrire f_\uparrow hors de la zone de convection et il est probable que le fluide ascendant en *overshoot* ait une influence sur la dynamique du PSA en forçant du fluide nominalemt stable à descendre dans la zone

¹³Peut-être qu'un $A < 0$ implique qu'un facteur autre que la stratification est nécessaire pour éviter cette inversion.

de convection. Peut-être qu'en calculant l'excès de pression moyen du fluide ascendant¹⁴, et de supposer que c'est celui-ci qui génère le fluide descendant, il serait possible de faire accélérer ce dernier à des vitesses suffisantes.

Une autre cause probable à nos résultats décevants est la paramétrisation des pertes ou des gains radiatifs encourus par le fluide convectif. Les failles sont multiples. De un, malgré que nous nous assurons de la conservation de la masse du fluide en faisant intervenir ℓ , et que nous supposons un gradient de température à travers celui-ci, il est véritablement considéré comme étant ponctuel. Nous ne calculons les propriétés qu'au centre du fluide, et nous approximons de manière un peu cavalière son gradient $-\partial B/\partial z$ par $\Delta B/\ell$. L'idée est que lorsque la convection est adiabatique, et donc $\tau_e \gg 1$, cette approximation est équivalente à celle d'une distribution de température linéaire $-\partial T/\partial z \approx \Delta T/\ell$. Mais nous avons bien vu que le fluide ascendant développe de grandes vitesses tout en demeurant essentiellement adiabatique et nous demeurons dans la limite $\tau_e \gg 1$ jusqu'à la toute fin du trajet. Cette dernière approximation n'est pas non plus nécessairement valide et plusieurs choix sont possibles (Henyey et al., 1965). De plus, cette description négligeant les dimensions de la bulle définit une seule profondeur optique pour toute l'étendue de celle-ci. Rien ne nous garantit que le fluide soit réellement optiquement mince lorsque $\tau_e \ll 1$, et non pas à une valeur substantiellement plus élevée.

La valeur de la longueur de mélange elle-même demeure évidemment controversée, surtout pour le fluide descendant. Mais il semblerait que pour l'instant c'est la moindre des incertitudes, compte tenu de la dynamique convective problématique dans le PSA. La longueur de mélange de masse discutée par Trampedach & Stein (2011) et Magic et al. (2015) seraient néanmoins d'autres candidats possibles. Nous avons vu que le moyennage horizontal est extrêmement important, et que de le négliger nous donnait un flux convectif dont son réalisme en surface est illusoire et qui est loin d'avoir le bon comportement en profondeur. Il est en revanche bien improbable que le PSA génère du fluide instable de la même manière que dans les profondeurs adiabatiques. Une moyenne pondérée serait probablement plus réaliste. Un candidat pour le poids pourrait être $\Gamma/(\Gamma + 1)$ à l'origine du fluide.

¹⁴Voir la note de bas de page 5 de la section 3.4 pour une façon possible de le calculer. Notons que dans le PSA, les granules ont une taille horizontale plusieurs fois leur taille verticale de par leur excès de pression qui génère de plus grandes vitesses horizontales (Tremblay et al., 2013a).

Sous sa forme actuelle, notre formalisme non local est absolument inutilisable dans le cadre de modèles d’atmosphères complets, et il est très possible que cela va demeurer le cas. Il semble malgré tout reproduire à un degré satisfaisant les propriétés convectives en profondeur pour des valeurs tout-à-fait raisonnables de $\alpha_0(P/\rho) = 1.76/1.365$ (à comparer à celles de $\sim 1.5/1.2$ calculées par Kim et al., 1995), particulièrement notre modèle avec H_ρ , ce qui n’est pas un résultat trivial. Que nous soyons en mesure de prédire un flux d’énergie cinétique négatif, quoiqu’un peu trop en profondeur, et un facteur de remplissage $f_\uparrow > f_\downarrow$ du bon ordre de grandeur signifie que notre formalisme est en mesure de reproduire au moins grossièrement les caractéristiques les plus importantes de la convection stellaire.

La convection demeure donc toujours une grande source d’imprécision quant à la détermination des paramètres atmosphériques des étoiles ZZ Ceti. Mais en plus des incertitudes théoriques s’ajoutent les incertitudes observationnelles. Celles-ci demeurent importantes et requièrent tout autant notre attention. C’est pour cette raison que nous nous y attaquons maintenant afin de tenter d’obtenir des avancées plus décisives quant à l’amélioration des déterminations de leurs paramètres atmosphériques.

CHAPITRE 4

BANDE D'INSTABILITÉ ZZ CETI ET MOYENNAGE DES PARAMÈTRES ATMOSPHÉRIQUES

Les pulsations des ZZ Ceti sont excitées lorsque l'étoile devient assez froide pour que l'hydrogène de la zone d'ionisation recombine, ce qui provoque une forte hausse de l'opacité et le développement subséquent d'une zone de convection (voir chap. 2), et que le temps caractéristique thermique τ_{th} au bas de cette dernière devient comparable aux périodes des premiers modes de pulsation d'ondes de gravité interne (Winget & Fontaine, 1982), définissant ainsi la frontière bleue de la bande d'instabilité. Ce qui cause l'arrêt des pulsations, soit la position de la frontière rouge, est moins clair. Hansen et al. (1985) proposent qu'éventuellement la zone d'ionisation partielle de l'hydrogène est si profonde, que τ_{th} rattrape la période critique, après quoi les ondes de gravité ne sont plus réfléchies par la surface de l'étoile qui subira des pertes d'énergie mécanique. Ce sont sur ces considérations que Van Grootel et al. (2013, à partir de maintenant VG13) ont calculé des frontières bleue et rouge théoriques.

Ces résultats demeurent sensibles à l'efficacité convective des couches profondes des modèles astérosismiques (Winget et al., 1982), qui utilisent la MLT afin de paramétrer la convection, et donc il est important de pouvoir contraindre celle-ci (Fontaine et al., 1984). Les paramètres atmosphériques des ZZ Ceti procurent une détermination observationnelle et indépendante des frontières de la bande d'instabilité (en particulier la bleue). De plus, ces derniers permettent de contraindre les modes de pulsations observés qui sous-échantillonnent le spectre théorique. C'est dans cet esprit que Bergeron et al. (1995, à partir de maintenant B95) ont fait la première étude quantitative spectroscopique et photométrique des étoiles ZZ Ceti à l'aide d'un échantillon homogène (même équipement et méthode de réduction utilisés), ce qui a permis de déterminer que les frontières sont fonction de la température effective et de la gravité de surface. Par contre, les positions observationnelles sont toutes aussi dépendantes de la calibration de la MLT (Bergeron et al., 1992b). B95 ont de même développé une méthode, maintenant standard, afin de calibrer la MLT pour les atmosphères d'étoiles naines blanches en comparant les paramètres at-

mosphériques déterminés par des spectres visibles et UV (voir section 4.2). La calibration déterminée par cette procédure est $ML2/\alpha = 0.6$ pour les atmosphères. Il est important de noter que les modèles d’enveloppes requièrent plutôt une calibration de $\alpha = 1.0$ (VG13). Il a été démontré par Ludwig et al. (1994) que la MLT avec un α constant est incapable de reproduire la structure en température des modèles hydrodynamiques et qu’il est nécessaire d’augmenter α vers l’intérieur de l’étoile, ce qui supporte la validité des deux calibrations. Mais comme cette étude démontre et comme il a été discuté (cf. sect. 3.4), ces calibrations restent sujettes à un bémol ; elles représentent des valeurs effectives du paramètre α , une sorte de moyenne à la fois sur les couches atmosphériques (ou de l’enveloppe) et sur différents régimes de $T_{\text{eff}} - \log g$ en fonction de la profondeur de la zone de convection et de son impact sur la stratification thermodynamique de l’étoile.

Depuis, plusieurs autres études ont été effectuées. En particulier, l’étude de Bergeron et al. (2004, à partir de maintenant B04) sur les 36 ZZ Ceti connues à l’époque supporte l’idée d’une bande d’instabilité pure. Ensuite, ont suivi les études de Gianninas et al. (2005, 2006, 2007, à partir de maintenant G05, G06, G07) et Gianninas et al. (2011, à partir de maintenant G11), toujours en mettant à jour l’échantillon des ZZ Ceti connues, spectres et aussi, les modèles. Un changement important avec G11, est l’usage des nouveaux profils d’élargissement Stark de Tremblay & Bergeron (2009, à partir de maintenant TB09) tenant compte des effets non idéaux de Hummer & Mihalas (1988) directement dans le calcul des profils de raies, remplaçant ceux de Lemke (1997) (cf. sect.1.3.3). L’introduction de nouveaux profils Stark a rendu nécessaire une recalibration de la MLT, ce qui a été effectué par Tremblay et al. (2010). Il devient de plus en plus important de s’assurer de la solidité de la base observationnelle de la bande d’instabilité, puisque la multiplication des études et des changements d’une à l’autre augmente le risque d’erreurs et rend moins claire l’influence de ceux-ci. De plus, la nouvelle calibration de la MLT ne semble pas adéquate et mérite d’être refaite.

Nous allons donc refaire l’analyse de la bande d’instabilité depuis le début, ce qui veut dire que nous allons nous assurer de reproduire les différents résultats antérieurs et d’analyser les différences introduites par le changement des spectres, les nouveaux profils de raies, de même que la recalibration de la MLT. Nous allons aussi comparer le tout avec des paramètres atmosphériques corrigés pour les “effets hydrodynamiques 3D” (Tremblay

et al., 2013c). Nous allons aussi en profiter pour essayer quelque chose de nouveau. Suivant Bond et al. (2017), nous allons moyenner les paramètres atmosphériques déterminés par la méthode spectroscopique sur plusieurs spectres, ce qui nous permettra de faire diminuer, et d'évaluer, la contribution instrumentale de l'erreur sur ces paramètres et la précision de la méthode spectroscopique dans la région des étoiles ZZ Ceti. En théorie, ceci devrait nous permettre d'obtenir une calibration de la MLT et une bande d'instabilité empirique plus précises que ce que nous avons présentement.

4.1 Études antérieures de la bande d'instabilité des ZZ Ceti

Notre point de départ est la bande d'instabilité telle que présentée par VG13, avec ses frontières théoriques que nous utiliserons dans tous les cas comme référence. Les positions des 48 étoiles ZZ Ceti sont celles recueillies dans le tableau 1 de Fontaine & Brassard (2008, à partir de maintenant FB08) et ont été déterminées par B04, G05, G06 et G07. À cet échantillon, nous ajoutons trois étoiles confirmées variables par G05 mais qui ne figurent pas dans FB08 ; elles sont WD 0016–258, WD 0344+073 et WD 2336–079. Ces spectres ont été obtenus avant qu'on ne confirme leur variabilité, et donc le temps d'exposition est moindre que les plusieurs cycles de pulsations nécessaires pour moyenner convenablement le spectre dans le temps. Nous les introduisons ici tout de même puisque ce ne sont pas toutes les autres étoiles qui ont eu le temps d'exposition optimal, et il est raisonnable de supposer que cette erreur est de moindre importance par rapport à l'erreur due à la calibration du flux. Le tableau 4.I regroupe ces 51 ZZ Ceti retenues pour notre analyse des études antérieures. La colonne référence cite dans quelle étude l'étoile en question a été introduite en premier lieu. Des spectres à meilleur S/N pour WD 1349–552 et WD 1541+650 ont été obtenus par G07 et leurs positions ont conséquemment été révisées. Ces études suivent la méthodologie introduite par B95 qui consiste à utiliser un échantillon le plus homogène et de la meilleure qualité possible. Ce premier point signifie que dans la mesure du possible, les spectres sont obtenus avec les mêmes instruments et subissent la même réduction de données. Ceci permet la meilleure précision relative possible des paramètres atmosphériques déterminés. Au niveau du cadre théorique, il est important de noter que les calculs de profils de raies utilisés sont ceux de Lemke (1997). Les raies synthétiques étant très sensibles à la physique en jeu, et aux processus d'élargissement,

Tableau 4.I : Sélection d'étoiles ZZ Ceti de Fontaine & Brassard (2008)

WD	Nom	UV	Référence
0016-258	MCT 0016-2553		3
0036+312	G132-12		3
0104-464	LTT 632	oui	1
0133-116	Ross 548	oui	1
0145-221	PHL 1159		1
0246+326	KUV 02464+3239		1
0341-459	BPM 31594		1
0344+073	KUV 03442+0719		3
0416+272	HL Tau 76		1
0417+361	G38-29		1
0455+553	G191-16		1
0507+045.1	HS 0507+0435B		1
0517+307	GD 66	oui	1
0532-560	HE 0532-5605		1
0836+404	KUV 08368+4026		1
0858+363	GD 99	oui	1
0921+354	G117-B15A	oui	1
1039+412	PB 520		2
1116+026	GD 133	oui	2
1137+423	KUV 11370+4222		1
1149+057	LP 553-57		4
1150-153	EC 11507-1519		3
1159+803	G255-2	oui	1
1236-495	LFT 931	oui	1
1249+044	HS 1249+0426		4
1258+013	HE 1258+0123		1
1307+354	GD 154	oui	1
1349+552	LP 133-144		1, 5
1350+656	G238-53		1
1401-147	EC 14012-1446		1
1422+095	LTT 14236	oui	1
1425-811	LTT 5712	oui	1
1429-037	HE 1429-0343		4
1531+746	HS 1531+7436		4
1541+650	PG 1541+651		1, 5
1559+369	Ross 808	oui	1
1625+125	HS 1625+1231		4
1647+591	G226-29	oui	1
1714-547	BPM 24754		1
1824+600	HS 1824+6000		4
1855+338	LTT 15569	oui	1
1935+276	G185-32	oui	1
1950+250	LTT 15808		1
2148-291	MCT 2148-2910		3
2148+539	G232-38		2
2254+126	GD 244		1
2303+242	PG 2303+243		1
2326+049	G29-38	oui	1
2336-079	GD 1212		3
2347+128	G30-20		1
2348-244	LTT 58183		1

1 : Bergeron et al. (2004),

2,3,4 : Gianninas et al. (2005, 2006, 2007)

5 : Paramètres atmosphériques révisés dans G07.

seuls des codes d’atmosphères similaires peuvent utiliser une calibration de la MLT donnée. Dans ce cas-ci, la calibration pertinente est celle discutée précédemment de $ML2/\alpha = 0.6$.

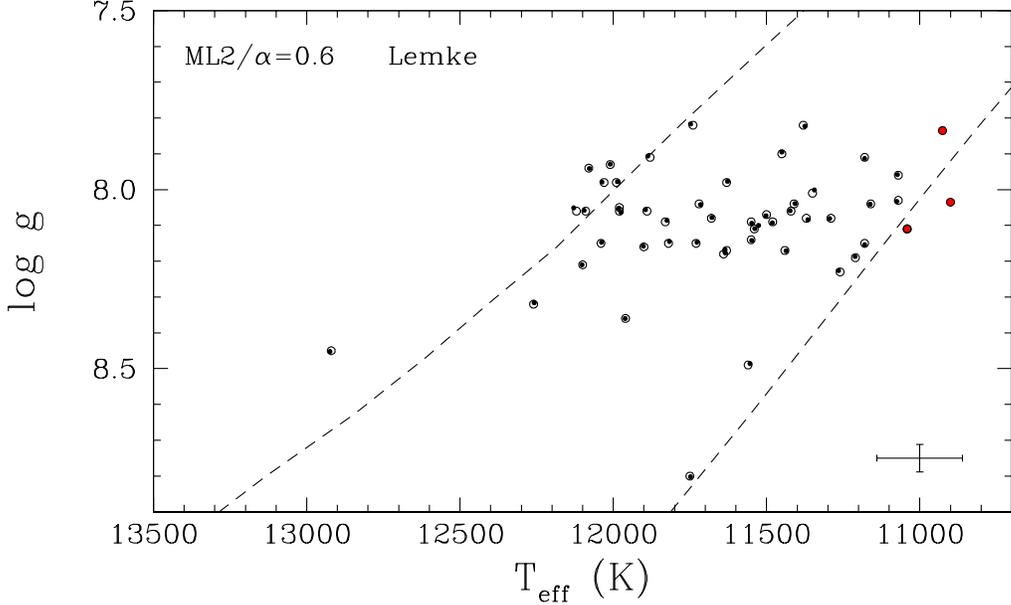


Figure 4.1 : Bande d’instabilité des ZZ Ceti à partir des positions de FB08 (cercles ouverts) et celles redéterminées à partir des mêmes spectres visibles et modèles atmosphériques (points noirs). Les points rouges sont les étoiles exclues de FB08. La barre d’erreur représente l’erreur moyenne de la méthode spectroscopique dans la région des étoiles ZZ Ceti.

Nous avons commencé en premier lieu par reproduire les paramètres atmosphériques des étoiles de l’échantillon de FB08 à l’aide des mêmes spectres et modèles discutés plus haut. La figure 4.1 compare les positions des ZZ Ceti prises directement à partir du tableau 1 de FB08 (cercles ouverts) avec celles que nous avons redéterminées (points noirs). La barre d’erreur représente l’erreur moyenne de la méthode spectroscopique dans la région des étoiles ZZ Ceti telle que calculée par Liebert et al. (2005), soit 1.4% en T_{eff} et 0.042 dex en $\log g$. Les points noirs ne sont pas parfaitement centrés puisque les données du tableau 1 de FB08 sont arrondies. Nous sommes donc en mesure de reproduire leurs résultats. De plus, les frontières théoriques délimitent assez bien la bande d’instabilité empirique. À l’exception de WD 1531+746, les étoiles se retrouvent toutes dans la bande d’instabilité à l’intérieur des incertitudes. Avec $T_{\text{eff}} = 12,900$ K et $\log g = 8.45$, WD 1531+746 est de loin l’étoile la plus chaude, et parmi les plus massives, de l’échantillon.

Les 8 objets de G07 (incluant les deux de B04 réanalysées) ont depuis subit une nouvelle réduction de données (Gianninas, comm. priv.). En utilisant plutôt la nouvelle ré-

duction de données pour ceux-ci, nous obtenons les positions présentées sur la figure 4.2. On voit des différences appréciables pour ces objets (nouvelles positions reliées aux précédentes avec des pointillés), avec des déplacements en moyenne de $\langle \Delta T_{\text{eff}} \rangle = 52 \text{ K}$ et $\langle \Delta \log g \rangle \approx 0.02 \text{ dex}$. Le cas le plus notable est WD 1531+746 (positions reliées par des traits long-points), qui est $\approx 200 \text{ K}$ plus froide et se situe maintenant dans la bande d'instabilité à l'intérieur des barres d'erreur. Ceci illustre que le processus de réduction de données engendre une imprécision appréciable et contribue à l'erreur externe de la méthode spectroscopique. À partir de maintenant, seule cette nouvelle réduction de données sera utilisée.

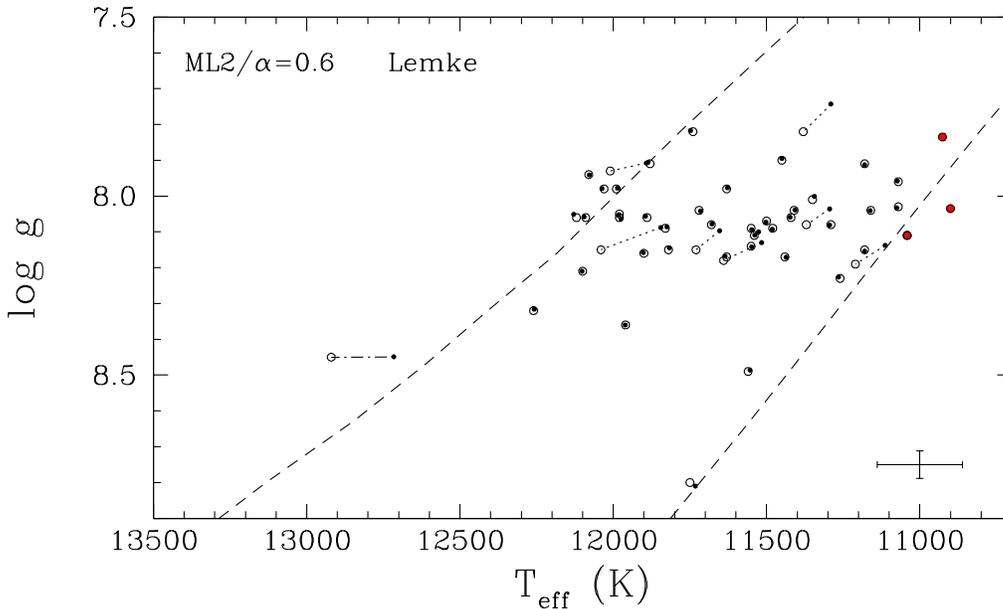


Figure 4.2 : Bande d'instabilité des ZZ Ceti à partir des positions de FB08 (cercles ouverts) et des positions obtenues à partir des mêmes spectres visibles et modèles atmosphériques avec une réduction de données différentes pour les 8 étoiles de G07 (points noirs). Ces derniers sont reliés aux anciennes déterminations par des pointillés.

De 2003 à 2011, le groupe de Montréal a effectué un relevé spectroscopique de 1360 naines blanches DA. Gianninas et al. (2011) ont fait l'analyse du relevé et en particulier réétudié la bande d'instabilité des ZZ Ceti. Plusieurs objets ont été réobservés depuis la dernière étude de G07, et ce sont ces spectres de meilleure qualité qui ont été utilisés pour déterminer les paramètres atmosphériques dans cette analyse. Des changements au niveau de la physique des modèles d'atmosphère ont aussi été effectués, et il est pertinent d'étudier individuellement les deux effets sur la bande d'instabilité. Toujours avec la

même grille de modèles ($ML2/\alpha = 0.6$, profils de Lemke), nous avons déterminé les paramètres atmosphériques avec la sélection de spectres plus récente de G11. Les résultats sont présentés à la figure 4.3. Afin de bien voir le déplacement de chaque étoile, les nouvelles déterminations sont représentées par un cercle plein relié aux précédentes par des traits courts. Il est évident qu’en moyenne les déplacements sont non négligeables ; nous obtenons $\langle \Delta T_{\text{eff}} \rangle = 179 \text{ K}$ et $\langle \Delta \log g \rangle = 0.07 \text{ dex}$, ce qui domine sur l’erreur de la méthode spectroscopique (cf. sect. 1.3.3) mais est de l’ordre de celle-ci pour les objets plus chauds. La distance maximale en T_{eff} entre deux positions est presque la moitié de la bande d’instabilité théorique, soit de 473 K. L’exemple de WD 0921+354 (traits long-court) qui passe du centre de la bande d’instabilité à la frontière bleue théorique est frappant. Le déplacement en $\log g$ peut aller jusqu’à 0.25 dex, ce qui permet inversement à WD 2148–291 (traits long-point) de passer de la frontière bleue théorique au centre de la bande d’instabilité (avec $\Delta T_{\text{eff}} = -266 \text{ K}$). On peut d’ailleurs observer des étoiles entrer ou sortir de la bande d’instabilité, mais en y demeurant toujours à l’intérieur des barres d’erreur.

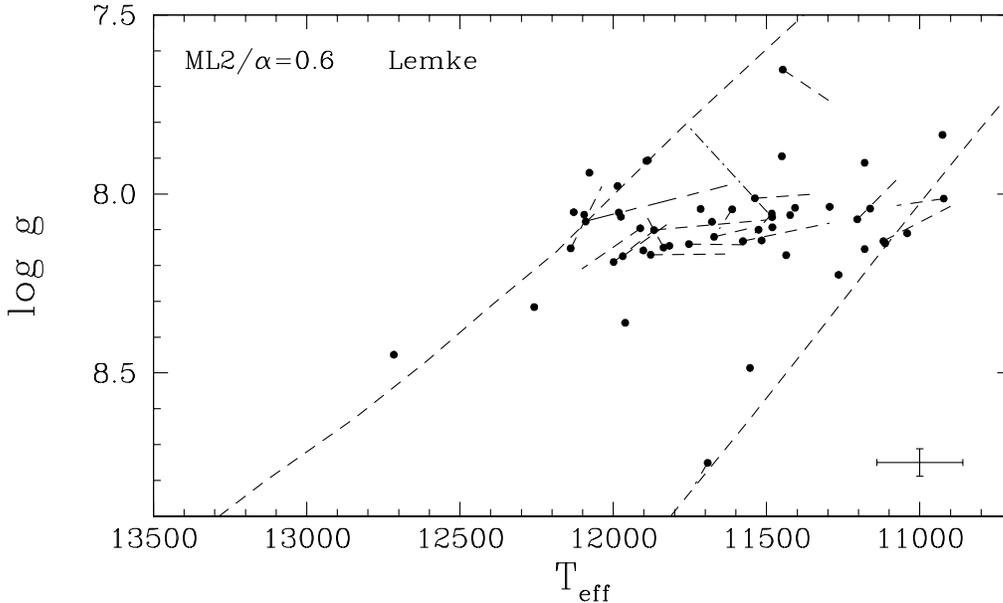


Figure 4.3 : Bande d’instabilité des ZZ Ceti comparant les paramètres atmosphériques déterminés à partir de la sélection de spectres de Gianninas et al. (2011) (cercles pleins) et ceux déterminés avec la sélection de spectres antérieure (reliés par un trait pointillé).

Le deuxième changement important effectué par G11 pour la détermination des paramètres atmosphériques est l’usage des nouveaux calculs de profils d’élargissement Stark de TB09 remplaçant ceux de Lemke (1997) (cf. sect.1.3.1). L’introduction de nouveaux profils

Stark a rendu nécessaire une recalibration de la MLT. La calibration utilisée est celle effectuée par Tremblay et al. (2010) de $ML2/\alpha = 0.8$. Nous avons donc calculé une nouvelle grille de modèles avec ces modifications (la version la plus à jour du code d’atmosphère), toujours avec la nouvelle sélection de spectres de G11. La figure 4.4 présente les nouvelles positions de nos objets (cercles pleins) par rapport à celles précédentes déterminées à l’aide des profils de raies de Lemke (et $ML2/\alpha = 0.6$). On remarque le déplacement systématique de toutes les étoiles vers des températures effectives et gravités de surface plus élevées tel que décrit dans TB09. L’effet semble plus important du côté de la frontière bleue, ce qui abonde dans le sens que l’effet Stark devient plus important lorsqu’il y a plus d’électrons libres disponibles et que les électrons liés sont excités aux niveaux supérieurs de l’atome d’hydrogène, là où les effets non idéaux de l’équation d’état de Hummer & Mihalas (1988) se font le plus ressentir. On voit aussi qu’il y a une dépendance en $\log g$ plus forte pour les objets plus froids vers les gravités plus élevées ; à ce moment une densité plus élevée est nécessaire afin de perturber suffisamment l’hydrogène à ses niveaux supérieurs. Finalement, les déplacements sont énormes. En moyenne, ils sont de $\langle \Delta T_{\text{eff}} \rangle = 418$ K et de $\langle \Delta \log g \rangle = 0.07$ dex. WD 1531+746 (traits long-point) est un cas extrême, elle est plus chaude de 741 K et maintenant à $T_{\text{eff}} = 13,457$ K. La bande d’instabilité est maintenant considérablement plus large, la frontière bleue étant ~ 500 K plus chaude par rapport à la frontière théorique déterminée avec les profils de Lemke.

Il est maintenant temps de comparer la bande d’instabilité avant (fig. 4.2) et après la publication de G11, fig. 4.4. C’est évidemment une superposition de l’effet des deux changements effectués (sélection de spectres et profils de raies), mais dans plusieurs cas les déplacements sont dans la même direction (côté chaud) et s’additionnent donc. Les déplacements moyens grimpent à $\langle \Delta T_{\text{eff}} \rangle = 457$ K (une augmentation de 40 K) et $\langle \Delta \log g \rangle \approx 0.09$ dex. C’est WD 0921+354, qui détient le record. Elle est au total 1058 K plus chaude, ce qui représente un bond de 463 K par rapport au changement de spectre seul (représentant d’ailleurs un des plus gros déplacements dû au changement de spectre). L’étoile saute pratiquement du centre de la bande d’instabilité à l’autre côté de la frontière bleue théorique, confortablement à l’extérieur de cette première. La bande d’instabilité de G11 voit des changements assez extrêmes et on peut se demander s’il n’y a pas un problème à quelque part. La calibration de $ML2/\alpha = 0.8$ de Tremblay et al. (2010) est remise en cause depuis

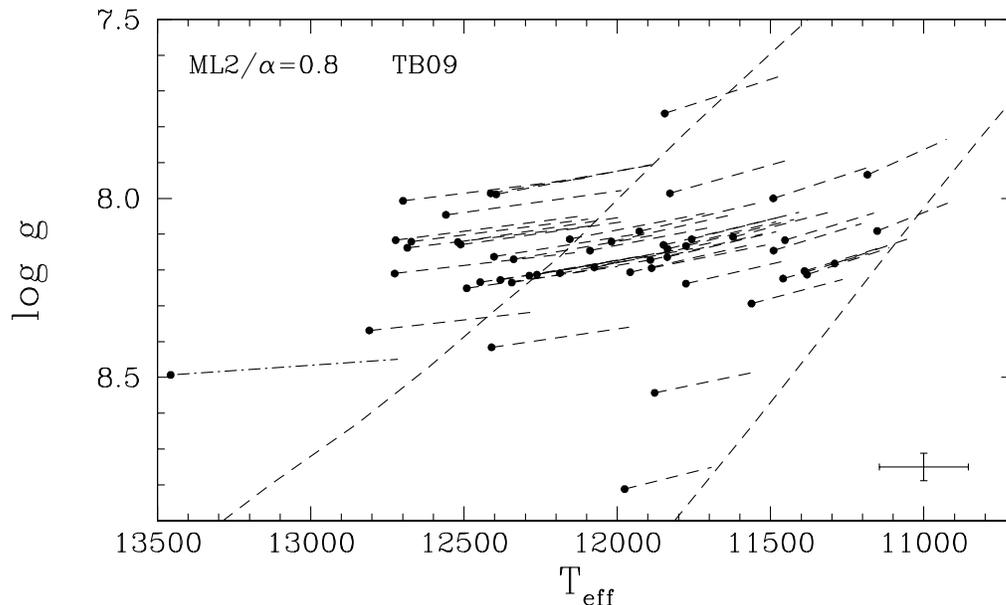


Figure 4.4 : Bande d’instabilité des ZZ Ceti comparant les paramètres atmosphériques déterminés avec la sélection de spectres de Gianninas et al. (2011), à partir de modèles utilisant les profils de raies de TB09 avec la calibration $ML2/\alpha = 0.8$ de Tremblay et al. (2010) (cercles pleins) et les profils de raies de Lemke (1997) et $ML2/\alpha = 0.6$ (reliés par un trait pointillé).

plusieurs années (eg. VG13), nous avons une bonne occasion de la refaire de nouveau et de vérifier si de tels changements en résulte.

4.2 Calibration de la théorie de la longueur de mélange

Les différentes paramétrisations de la MLT (ML1, 2 et 3) définissent essentiellement l’efficacité convective des modèles d’atmosphère (sect. 2.2 et 2.3), le choix ayant un impact majeur sur le spectre émergent (Bergeron et al., 1992b) et sur les paramètres atmosphériques ainsi déterminés. Il est alors essentiel de trouver un moyen de contraindre l’efficacité convective, de paramétriser la MLT. Pour ce faire, nous allons suivre la méthode de Bergeron et al. (1995) pour les naines blanches DA qui consiste à assurer la cohérence interne des solutions obtenues à l’aide de spectres visible et UV. En effet, il n’est pas possible de contraindre l’efficacité convective uniquement en se fiant sur la qualité de la reproduction des spectres observés par les spectres synthétiques. Afin de mettre en évidence la motivation derrière la méthode et son intérêt, nous allons au préalable reproduire plusieurs résultats de Bergeron et al. (1995), mais en utilisant les profils de raies de TB09.

La figure 4.5 présente les meilleures reproductions des raies de Balmer et les paramètres

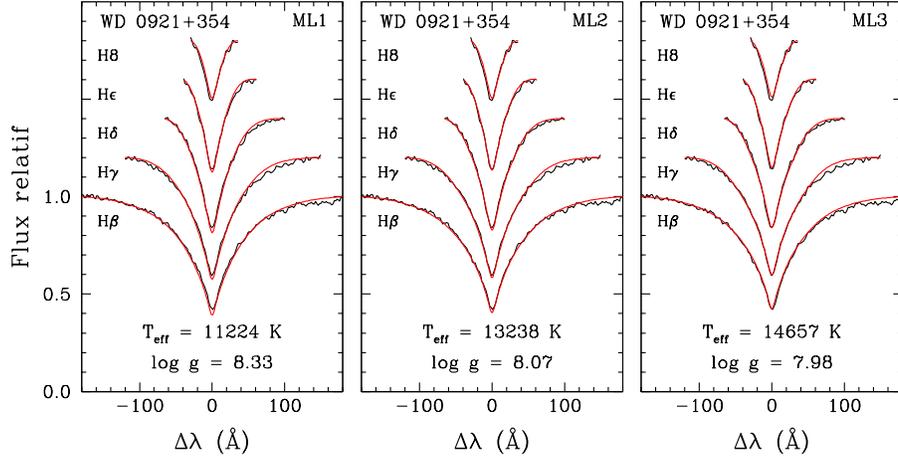


Figure 4.5 : Exemple de reproduction des raies de Balmer d’une étoile ZZ Ceti pour les trois versions de la MLT. Bien que les paramètres atmosphériques déterminés par la méthode spectroscopique diffèrent énormément, les reproductions des raies sont pratiquement identiques et il n’est pas possible de déterminer laquelle des solutions est la meilleure.

atmosphériques de ces modèles de G117–B15A (WD 0921+354), pour les trois versions de la MLT. Cette figure illustre le problème de l’analyse des spectres visible dans le régime des ZZ Ceti (et les étoiles DA froides en général). Les paramètres atmosphériques déterminés varient énormément ; environ de 3400 K en T_{eff} et de 0.35 dex en $\log g$ entre la ML1 et la ML3. Les reproductions demeurent toutefois aussi excellentes. Il y a peut être seulement la profondeur des coeurs de raies qui varient un peu, mais les profils eux-mêmes sont à l’oeil nu identiques. Ceci est seulement un exemple mais le problème demeure le même pour toutes les étoiles convectives : peu importe la valeur de α (et de a , b et c), l’accord entre le spectre synthétique et observé est toujours aussi bon.

Il est tout de même possible de contraindre la version de la MLT donnant les résultats les plus réalistes. La figure 4.6 montre des distributions d’étoiles DA du relevé spectroscopique de G11 dans le plan $T_{\text{eff}} - \log g$ pour les trois versions de la MLT. Les étoiles ZZ Ceti sont représentées par des cercles cyan, les constantes photométriques par des cercles rouges et celles dont nous n’avons pas de photométrie rapide par des cercles blancs. Les lignes noires pleines sont les frontières théoriques de la bande d’instabilité de VG13. Les températures couvertes vont de 20,000 K à 6000 K, ce qui permet de voir l’indépendance de l’efficacité convective lorsque la zone de convection est très mince et adiabatique, respec-

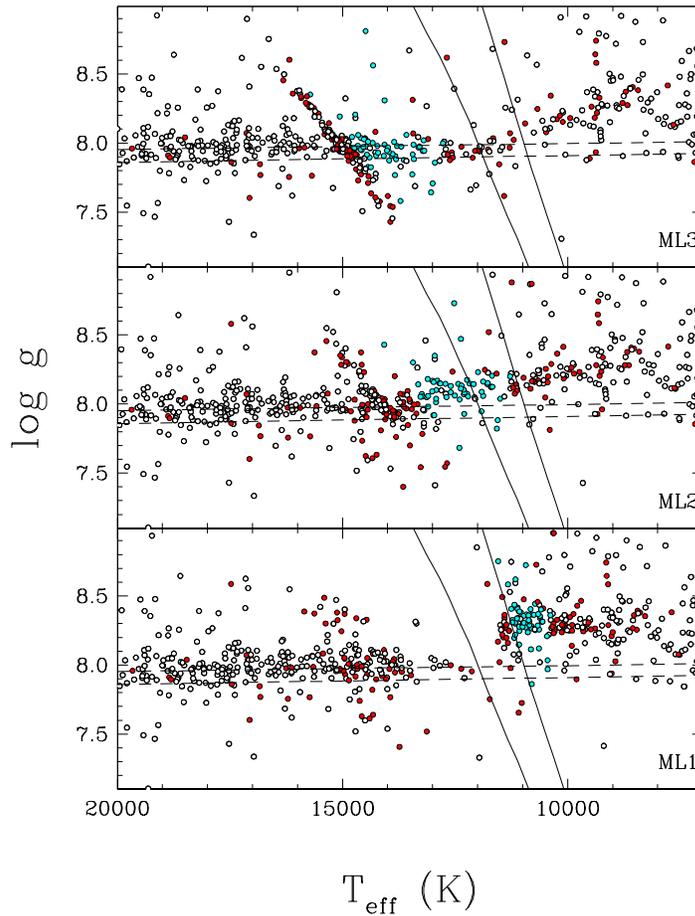


Figure 4.6 : Distribution d'étoiles naines blanches DA du relevé spectroscopique de Gianninas et al. (2011) dans le plan $T_{\text{eff}} - \log g$ pour les trois versions de la MLT. Les cercles cyan représentent l'échantillon élargi d'étoiles ZZ Ceti (cf. sect. 4.4), les cercles rouges des étoiles DA confirmées photométriquement constantes et les cercles blancs celles qui n'ont pas de photométrie rapide. Les lignes noires pleines sont les frontières théoriques de la bande d'instabilité des ZZ Ceti de VG13.

tivement. On reconnaît tout de suite centrée à 9000 K la bosse définissant le problème des valeurs élevées de $\log g$ discuté précédemment (cf. sect. 1.3.4), qui ne change pas appréciablement en fonction de la paramétrisation de la MLT. Par contre, on remarque d'énormes différences dans les températures intermédiaires. Il y a deux choses en particulier à noter : la distribution en température effective des objets et les étoiles ZZ Ceti. En premier lieu, il n'y a aucune raison astrophysique qui nous laisserait croire que la distribution ne soit pas homogène en température effective. La ML1 peut alors être exclue aisément par le grand trou autour de 12,500 K. Les objets doivent se retrouver de part et d'autre des maxima

des largeurs des raies de Balmer, mais celles-ci sont prédites trop fortes et la ML1 est incapable de peupler cette région. Inversement, la ML3 prédit des raies théoriques trop faibles causant un alignement diagonal irréaliste autour de 15,000 K. On le voit aussi avec la ML2, mais il est bien moindre et en général la distribution des étoiles en température effective est assez homogène. En second lieu, la bande d'instabilité théorique n'est peuplée de ZZ Ceti ni par la ML1, ni par la ML3, chacune les peuplant d'un autre côté de celle-ci¹. La première forme une bande d'instabilité très mince qui semble être simplement une translation de ~ 100 K vers les températures effectives plus froides, alors que la dernière en forme une très large assez loin de la bande d'instabilité théorique. La ML2 quant à elle réussit à peupler considérablement celle-ci mais la majorité des ZZ Ceti restent trop chaudes.

La ML2 et la ML3 diffèrent uniquement par la valeur du paramètre α . $\alpha = 2$ pour la seconde plutôt que 1, représentant ainsi une paramétrisation convectivement plus efficace. Le flux convectif étant aussi proportionnel au paramètre b , celui-ci est une autre mesure de l'efficacité convective. La ML1 est donc bien moins convectivement efficace que les deux autres versions ($b = 1/2$ pour la ML1 vs. $b = 2$ pour la ML2/3). Quand aux paramètres a et c , ils interviennent plutôt directement dans la dynamique convective. La distribution obtenue à partir de la ML1 est qualitativement très différente des deux autres et présente des caractéristiques indésirables. La ML2 (et la ML3) constitue alors une paramétrisation supérieure et c'est le paramètre α que nous chercherons à contraindre. *A priori*, on peut s'attendre qu'un $\alpha < 2$ (et probablement < 1) soit nécessaire afin d'obtenir une distribution plus réaliste.

Le problème est autre lorsqu'on s'intéresse aux analyses UV. La figure 4.7 montre les distributions d'énergie UV prédites pour différentes valeurs de T_{eff} , $\log g$ et paramétrisations de la MLT. Les deux premiers panneaux illustrent l'influence de la température effective et de la gravité de surface sur la distribution d'énergie pour des modèles utilisant la ML2. On voit bien qu'augmenter la température effective ou diminuer la gravité de surface donnent tous deux une distribution d'énergie plus abrupte, et vice-versa. On a ici plutôt affaire à une dégénérescence en T_{eff} et $\log g$ des paramètres atmosphériques ; pour une efficacité convective donnée, il n'est pas possible d'obtenir de solution unique

¹Bien que la bande d'instabilité théorique dépende de la calibration atmosphérique de la MLT, on s'attend à ce qu'il y ait au moins quelques étoiles à l'intérieur de celle-ci.

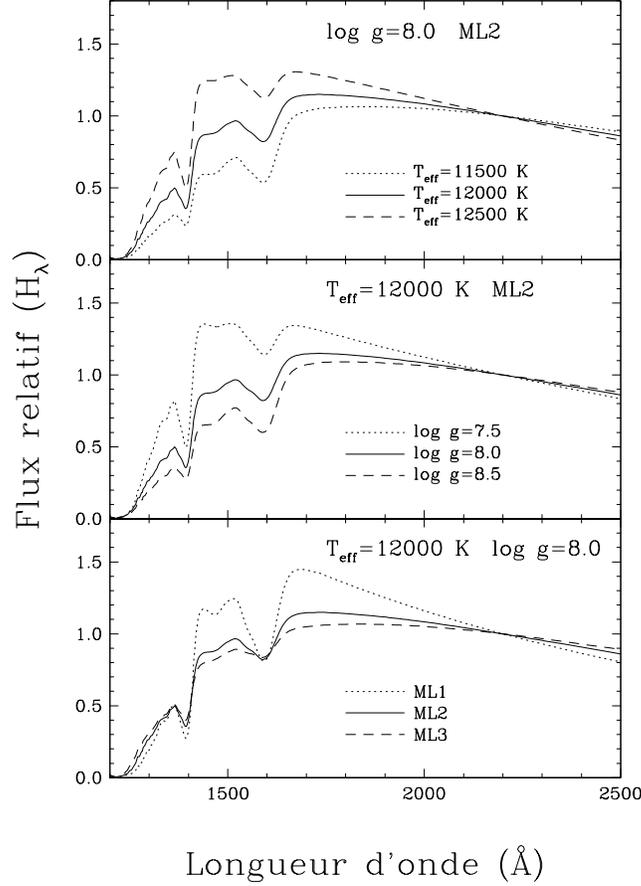


Figure 4.7 : Distribution d'énergie UV de modèles d'atmosphère avec différentes valeurs de T_{eff} , $\log g$ et versions de la MLT. Les flux sont normalisés à 2200 Å.

et une contrainte supplémentaire doit être invoquée afin de choisir la bonne solution. Par contre, le panneau du bas de la figure 4.7 montre que l'efficacité convective a une signature bien particulière sur la distribution d'énergie UV, et permettrait donc de contraindre les solutions.

La distribution d'énergie UV est dominée par des caractéristiques du continu et l'usage de la méthode spectroscopique afin de déterminer les paramètres atmosphériques n'est plus possible. Il est nécessaire de reproduire tout le spectre (UV) tel qu'observé de la Terre. Le flux observé étant dilué par un facteur R^2/D^2 (cf. eq. 1.7), celui-ci représente un paramètre supplémentaire à déterminer en même temps que T_{eff} et $\log g$. Un de ces derniers doit idéalement être fixé, et nous choisissons le $\log g$. La figure 4.8 présente des déterminations de T_{eff} de l'étoile ZZ Ceti G117-B15A, pour un $\log g$ et une efficacité convective donnée, accompagnée de la distribution d'énergie UV synthétique associée et de celle observée. Le panneau du haut présente les solutions obtenues pour des valeurs de $\log g = 8.5$ et

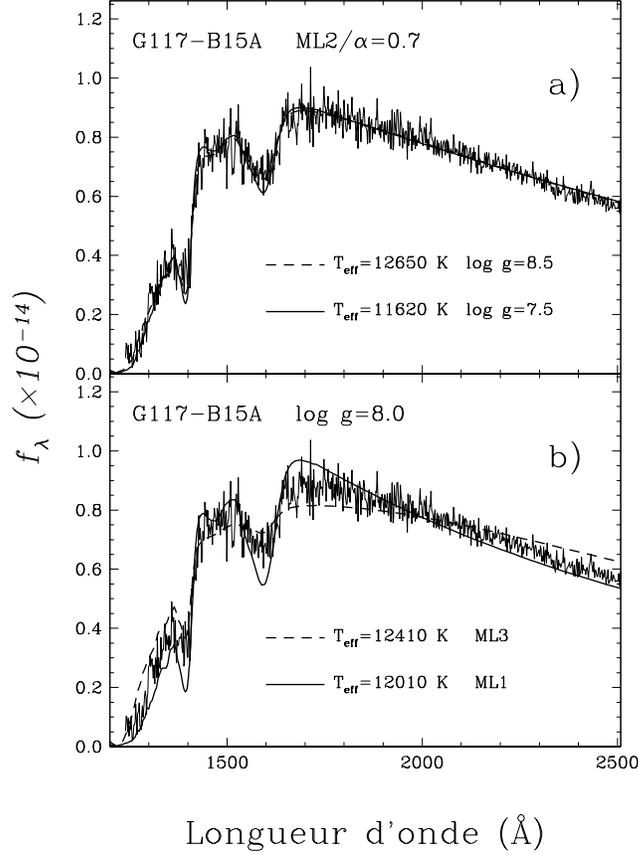


Figure 4.8 : Distributions d'énergie UV de modèles d'atmosphère ayant les meilleurs paramètres atmosphériques déterminés pour différentes valeurs de $\log g$ et versions de la MLT.

7.5 pour la paramétrisation $ML2/\alpha = 0.7$, alors que celui du bas présente les solutions obtenues à partir de différentes paramétrisations de la MLT mais pour un $\log g$ unique de 8.0. Nous retrouvons les résultats de la figure 4.7 : la figure 4.8a illustre que pour une efficacité convective donnée il y a une dégénérescence des solutions, mais la figure 4.8b montre que la qualité de la reproduction de la distribution d'énergie dépend grandement de l'efficacité convective. Cette observation nous apprend qu'il est possible de contraindre l'efficacité convective à l'aide de l'analyse des spectres UV.

L'idée derrière la méthode de calibration de Bergeron et al. (1995), est de tirer profit de la sensibilité des distributions d'énergie UV au paramètre α et de l'unicité des solutions déterminées par la méthode spectroscopique. Il s'agit d'une méthode itérative pour déterminer α visant à s'assurer de la cohérence entre les solutions visible et UV. Nous ne considérerons donc que les ZZ Ceti possédant un spectre UV (voir tableau 4.I). La procédure est la suivante : 1) supposer une première valeur du paramètre α , 2) détermi-

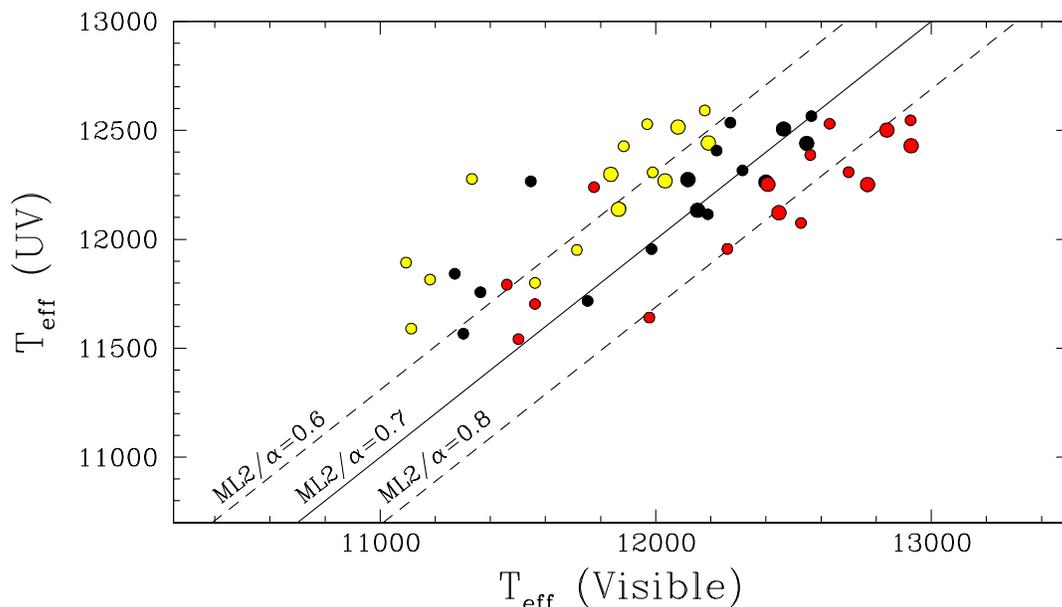


Figure 4.9 : Comparaison entre les température effective déterminées avec les spectres visibles et UV (voir texte) avec les paramétrisations de la ML2 $ML2/\alpha = 0.6$ (cercles pleins jaunes), $ML2/\alpha = 0.7$ (cercles pleins noirs) et $ML2/\alpha = 0.8$ (cercles pleins rouges). La ligne solide représente le lieu où $T_{\text{eff}}(\text{optique}) = T_{\text{eff}}(\text{UV})$, alors que les lignes pointillées représentent une incertitude de ± 310 K. Les objets ayant les meilleurs spectres UV sont représentés avec des cercles plus gros.

ner $T_{\text{eff}}(\text{visible})$ et $\log g(\text{visible})$, 3) déterminer $T_{\text{eff}}(\text{UV})$ en forçant le $\log g$ visible, et 4) varier α et reprendre depuis le point 2, jusqu'à ce que $T_{\text{eff}}(\text{UV}) \approx T_{\text{eff}}(\text{visible})$ pour le plus d'objets possible. Bergeron et al. (1995) vérifient aussi la cohérence interne à l'aide de la photométrie, des mesures des parallaxes trigonométriques et des masses déterminées par redshift gravitationnel, mais nous n'effectuerons ici que la première étape puisqu'elle assure une très bonne contrainte.

Le résultat de l'exercice est présenté à la figure 4.9 pour $\alpha = 0.6, 0.7$ et 0.8 . Les objets avec les meilleurs spectres UV, les spectres du *Hubble Space Telescope* en particulier, ont des points plus gros. Ceux-ci ont donc un poids plus important quant au choix de la paramétrisation. On voit tout de suite que $\alpha = 0.6$ donne des températures visibles beaucoup trop faibles, et $\alpha = 0.8$ un peu trop élevées. $\alpha = 0.7$ donne de meilleurs accords, les objets étant plus centrés sur la ligne $T_{\text{eff}}(\text{optique}) = T_{\text{eff}}(\text{UV})$. En fait, $\alpha \approx 0.75$ serait probablement la meilleure calibration, mais il n'existe des corrections 3D que pour $\alpha = 0.6, 0.7$ et 0.8 (Tremblay et al., 2013c, cf. sect. 4.3). À la lumière de ces résultats, nous préférons adopter la paramétrisation $ML2/\alpha = 0.7$, plutôt que la $ML2/\alpha = 0.8$ de Tremblay et al. (2010).

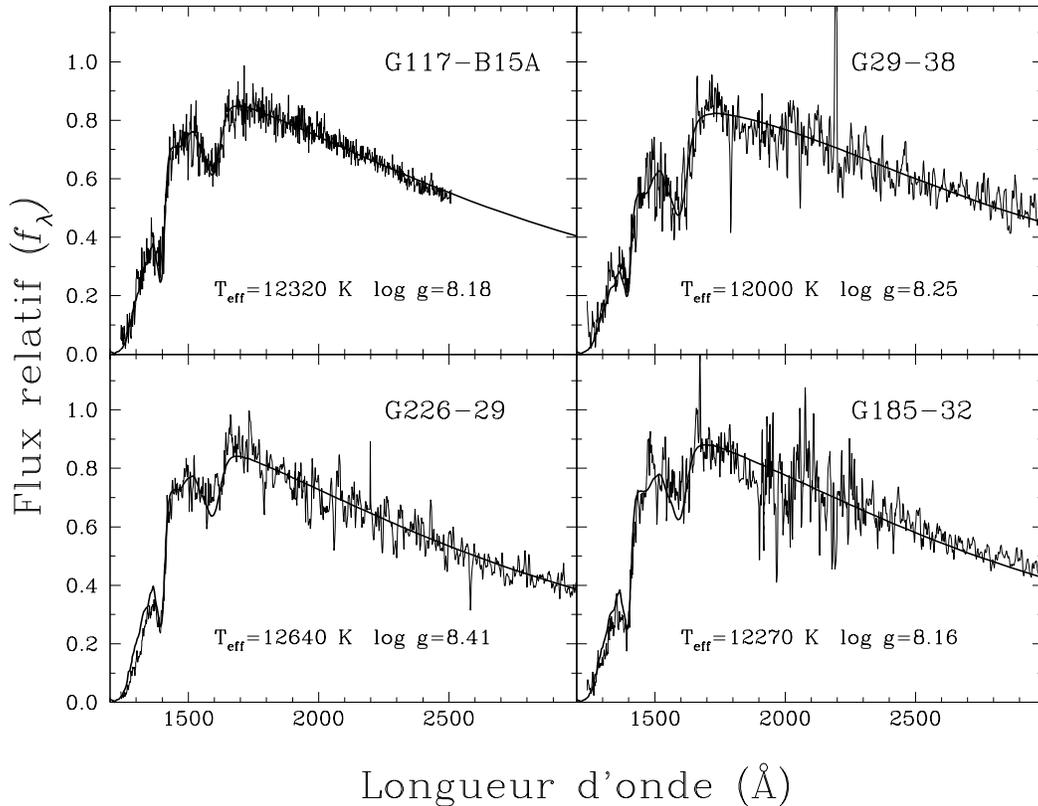


Figure 4.10 : Distribution d'énergie UV de modèles d'atmosphère avec différentes valeurs de T_{eff} , $\log g$ et versions de la MLT.

Il est intéressant de vérifier *a posteriori* s'il y a un bon accord entre les distributions d'énergie prédites et observées pour les paramètres atmosphériques adoptés. La figure 4.10 présente ces distributions d'énergie pour quelques étoiles avec les spectres UV ayant le meilleur ratio S/N. L'accord est excellent.

La figure 4.11 présente la bande d'instabilité des ZZ Ceti telle que déterminée par la nouvelle calibration de la MLT $ML2/\alpha = 0.7$ pour les profils de raies de TB09 (cercles pleins), par rapport à celle déterminée à l'aide de modèles utilisant les profils de raies de Lemke (1997) ($ML2/\alpha = 0.6$; origine des traits pointillés). Elle est à comparer avec la figure 4.4 qui compare la bande d'instabilité telle que déterminée avec les profils de raies de Lemke, et celle déterminée avec les profils de raies de TB09 avec la calibration $ML2/\alpha = 0.8$. La différence est frappante. Les étoiles deviennent beaucoup moins chaudes et leur déplacement moyen en température effective $\langle \Delta T_{\text{eff}} \rangle = 150$ K est plus de la moitié que pour $ML2/\alpha = 0.8$ (cf. 4.1). Par contre, la dépendance en température effective des corrections en gravité de surface mentionnée précédemment est plus marquée, avec main-

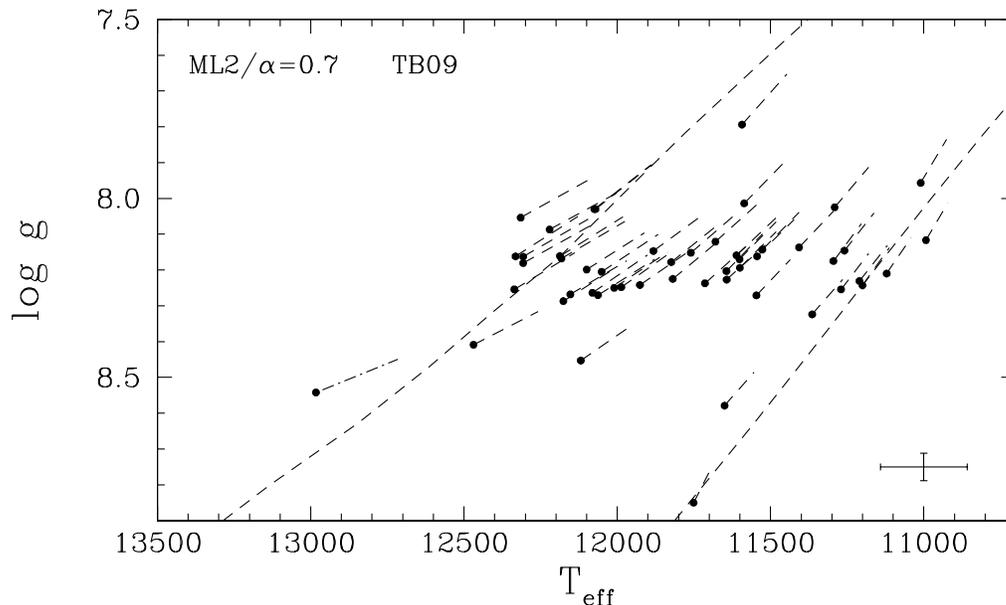


Figure 4.11 : Bande d’instabilité des ZZ Ceti comparant les paramètres atmosphériques déterminés avec la sélection de spectres de Gianninas et al. (2011), à partir de modèles utilisant les profils de raies de TB09 avec la nouvelle calibration de la MLT $ML2/\alpha = 0.7$ (cercles pleins) et les profils de raies de Lemke (1997) et $ML2/\alpha = 0.6$ (reliés par un trait plein).

tenant $\langle \Delta \log g \rangle = 0.1$ dex vers les gravités plus élevées. Il est réconfortant de noter que la nouvelle bande d’instabilité est beaucoup plus mince et morphologiquement beaucoup plus semblable à celle déterminée avec les profils de raies de Lemke, que celle déterminée avec $ML2/\alpha = 0.8$. La plupart des étoiles se retrouvent maintenant dans la bande d’instabilité à l’intérieur des incertitudes adoptées, illustrant le dernier point. WD 1531+746 (points-tirets) demeure l’étoile la plus chaude et celle avec le plus grand déplacement, mais celui-ci est bien moindre avec $\Delta T_{\text{eff}} = 267$ K. Les gravités de surface plus élevées que nous obtenons n’est pas alarmant ; bien que la température effective soit sensible à la modélisation de la convection, c’est surtout le cas pour la gravité de surface, et c’est la température effective qui est plus importante pour l’étude des étoiles ZZ Ceti.

4.3 Corrections 3D

Comme il a été mentionné à la section 1.3.4, le problème des valeurs élevées de $\log g$ à basse température est causé par la théorie de la longueur de mélange, qui beaucoup trop simpliste, est incapable de correctement prédire la forme des raies de Balmer, surtout les hautes, dans le pic superadiabatique. Puisque les simulations hydrodynamiques complètes

(Tremblay et al., 2013b) sont numériquement très exigeantes, Tremblay et al. (2013c) fournissent les valeurs tabulées des corrections nécessaires à ajouter aux modèles 1D pour les calibrations $ML2/\alpha = 0.6, 0.7$ et 0.8 , de même que des fonctions de correction basées sur celles-ci. Afin de déterminer les corrections, les spectres d’une grille de modèles 1D sont convolués avec un profil instrumental gaussien typique (3 \AA), de manière à simuler des observations, et une grille de modèles 3D est utilisée pour déterminer des paramètres atmosphériques à partir de cette grille de référence. Les corrections sont définies comme étant la différence entre les paramètres 3D ainsi obtenus et les paramètres 1D.

Les déterminations 3D sont néanmoins beaucoup moins précises (du point de vue de la procédure de minimisation plutôt que du point de vue de l’erreur absolue sur les paramètres) que les déterminations 1D, en particulier à cause de problèmes au niveau des coeurs de raies des étoiles plus chaudes ($T_{\text{eff}} \gtrsim 12,500 \text{ K}$). Celles-ci sont prédites plus profondes, surtout $H\beta$ (voir fig. 2.1). Tremblay et al. (2013c) ont choisi d’enlever partiellement les coeurs de raies afin d’atténuer le problème. Il est évident que ceci apporte une incertitude supplémentaire, et c’est pour cela que la précision en T_{eff} est de l’ordre de $\sim 250 \text{ K}$.

Nous allons maintenant corriger pour les “effets hydrodynamiques 3D” les paramètres atmosphériques déterminés avec la nouvelle calibration. Pour ce faire, un choix entre les deux méthodes de correction des paramètres atmosphériques proposées par Tremblay et al. (2013c) s’impose ; soit les fonctions de correction qui déterminent directement les corrections à appliquer, ou les corrections tabulées qui nécessitent d’être interpolées. Les corrections de cette dernière sont obtenues en reproduisant les paramètres atmosphérique d’une grille de modèles de référence 1D, convolué à un profil instrumental gaussien typique afin de simuler des observations, à l’aide de la grille de modèles 3D. Il y a des différences notables entre les deux méthodes, et dans les deux cas, aucune n’est en mesure de reproduire exactement les paramètres atmosphériques déterminés pour l’échantillon de G11 directement à l’aide de la grille de modèles 3D, surtout pour les étoiles plus chaudes que $T_{\text{eff}} \sim 11,000 \text{ K}$ et plus froides que $T_{\text{eff}} \sim 7000 \text{ K}$ (voir la figure 8 de Tremblay et al., 2013c). En fait, ceci illustre les difficultés rencontrées au niveau de la reproduction des coeurs de raies, et les auteurs estiment que les corrections atténuent ce problème. Interpoler par des splines cubiques les corrections tabulées préserve plus d’informations que les fonctions

de corrections, mais les auteurs croient que compte tenu des incertitudes supérieures des modèles (en particulier l'exclusion des coeurs de raies) et des observations, il n'y a pas de raison de croire que ces différences représentent de vrais effets physiques. En effet, pour la calibration $ML2/\alpha = 0.7$, nous avons une différence maximale de 130 K et une moyenne de 50 K entre les deux méthodes. Néanmoins, c'est du côté de la frontière bleue de la bande d'instabilité que l'effet est le plus notable et il est systématique ; les températures effectives obtenues avec les fonctions de correction sont plus élevées qu'avec les valeurs interpolées des tables. Il est difficile de dire avec certitude si l'interprétation des fonctions de correction causent des différences systématiques, mais il serait surprenant qu'une interpolation en occasionne, surtout si elle reproduit mieux les corrections obtenues directement à partir des modèles 3D. Il est toutefois possible que les modèles 3D introduisent de telles erreurs systématiques. La distribution en T_{eff} de $\log g$ corrigée, figure 1.3, présente des variations systématiques après tout. Néanmoins, nous préférons faire un choix plus sûr et d'opter pour les corrections interpolées à partir des valeurs tabulées.

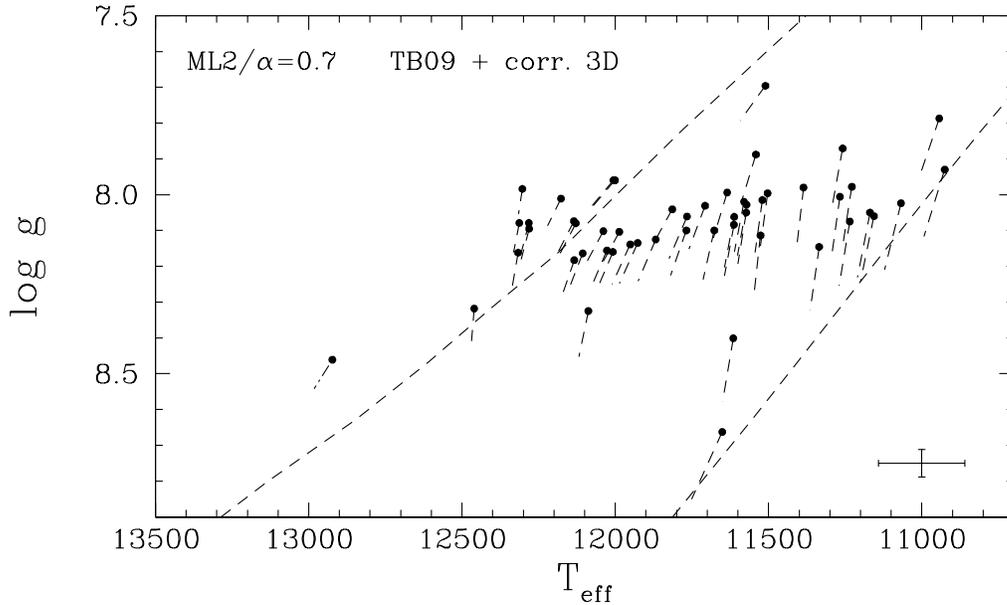


Figure 4.12 : Bande d'instabilité des ZZ Ceti de modèles avec les profils de raies de TB09. Les cercles pleins représentent les paramètres atmosphériques obtenus avec la calibration $ML2/\alpha = 0.7$ de la MLT puis corrigés pour les effets 3D, reliés par un trait pointillé à ceux non corrigés.

La figure 4.12 présente la bande d'instabilité des ZZ Ceti telle que déterminée avec la nouvelle paramétrisation de la MLT ($ML2/\alpha = 0.7$, profils de raies de TB09; origine des traits pointillés) corrigée pour les effets hydrodynamiques 3D (cercles noirs). Comme

on le sait déjà, les corrections sont essentiellement des corrections en $\log g$. Nos étoiles restent tout de même légèrement plus massives que les étoiles DA plus chaudes, surtout celles autour de $\sim 12,000$ K. La bande d’instabilité ne change pas qualitativement et la différence se limite à une translation quasi-verticale des objets.

4.4 Paramètres atmosphériques moyennés

Le spectre utilisé afin de déterminer les paramètres atmosphériques d’une étoile peut influencer considérablement la solution obtenue, comme l’illustre la figure 4.3. Étant donné que la plupart des ZZ Ceti ont été observées plusieurs fois, il est possible de déterminer une solution pour chaque spectre et de moyennner les paramètres atmosphériques ainsi obtenus. En théorie, ceci nous permettrait d’avoir des paramètres atmosphériques plus précis (Bond et al., 2017), ce qui est d’un intérêt considérable dans l’étude de la bande d’instabilité. Les déterminations multiples des paramètres atmosphériques permettent également d’estimer l’erreur de la méthode spectroscopique sur ceux-ci (Liebert et al., 2005), ce que nous allons faire spécifiquement pour le régime de température des ZZ Ceti.

Commençons par définir les erreurs d’intérêt. L’erreur de la méthode spectroscopique sur un paramètre atmosphérique x d’une étoile spécifique est définie comme étant l’écart type $\sigma(x)$ de la distribution obtenue lorsque ce paramètre a été déterminé à l’aide d’une multitude de spectres (étant obtenus à l’aide du même télescope ou non, et utilisant la même réduction de données ou non). Autrement dit,

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \langle x \rangle)^2}{N}}, \quad (4.1)$$

N étant le nombre de spectres utilisés. Ceci nécessite que la distribution sous-jacente soit gaussienne, ce que nous allons supposer. C’est cette erreur que nous tentons d’estimer en utilisant la matrice de covariance lors de la procédure de minimisation (cf. sect. 1.3.3), et les deux méthodes devraient en théorie donner le même résultat. Ce n’est pas le cas en pratique et l’usage des spectres multiples donne une mesure beaucoup plus fiable de l’erreur. Cette méthode ne fait aucune supposition sur la nature des mesures ou sur la qualité de la reproduction du spectre observé. L’erreur typique de la méthode spectroscopique est simplement la moyenne de ces écarts types sur tout l’échantillon étudié. Une autre erreur

d'intérêt, est l'erreur sur la moyenne d'un paramètre atmosphérique x , $\sigma(\langle x \rangle)$, et s'écrit

$$\sigma(\langle x \rangle) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}. \quad (4.2)$$

Comme pour l'écart type, nous supposons ici que les mesures sont statistiquement indépendantes. Évidemment, plus nous avons de spectres, plus l'erreur sur la méthode spectroscopique diminue. C'est précisément cette propriété de l'erreur sur la moyenne qui rend intéressant l'usage de multiples spectres d'une même étoile. L'usage de 10 spectres, par exemple, nous permet de diminuer l'erreur d'un facteur ≈ 3 .

Nous en profiterons pour élargir notre échantillon d'étoiles ZZ Ceti, mais en nous limitant aux objets brillants $V < 17$ dont nous avons un spectre. Nous avons regardé un à un tous les spectres en notre possession, et seuls ceux à haut S/N et de bonne qualité (ie. sans *glitch* ou problèmes de calibration) ont été conservés pour cette étude, totalisant 203 spectres. Aux étoiles précédentes s'ajoutent (voir tableau 4.II) 2 étoiles de Mukadam et al. (2004)², les 2 étoiles de Voss et al. (2006) qui ne figurent pas dans G07, 1 étoile de Voss et al. (2007), 1 étoile de Subasavage et al. (2007), 1 étoile de Hermes et al. (2013), et finalement 6 étoiles de Green et al. (2015), pour un total de 14 étoiles supplémentaires. Plusieurs parmi celles-ci se retrouvent dans G11, mais WD 1047+335 et WD 1659+662 n'étaient pas encore confirmées variables et par erreur WD 1047+335 était considérée photométriquement constante. Ceci nous amène à un total de 64 ZZ Ceti. De celles-là, 8 étoiles (voir tableau 4.II) n'ont qu'un spectre de bonne qualité, ce qui réduit à 56 objets que l'on peut utiliser pour cet exercice.

La figure 4.13 présente un exemple de diagramme de dispersion, soit de détermination de paramètres atmosphériques moyennés, pour WD 1236–495 (voir l'annexe A pour tous les diagrammes). Chaque point noir représente un couple $(T_{\text{eff}}, \log g)$ déterminé par la méthode spectroscopique (profils de TB09, $ML2/\alpha = 0.7$). Le point rouge représente la moyenne de la distribution et les traits noirs les erreurs sur la moyenne, la solution étant $\langle T_{\text{eff}} \rangle = 11600 \pm 54$ K et $\langle \log g \rangle = 8.853 \pm 0.010$. Les ellipses représentent les dispersions de 1σ et 2σ , où $\sigma(T_{\text{eff}}) = 142$ K et $\sigma(\log g) = 0.027$. L'ellipse de 1σ représente une mesure de l'erreur sur les paramètres atmosphériques dans le cas où un seul spectre est utilisé pour la détermination de ceux-ci. Comme le témoigne la figure 4.13, il y a une améliora-

²Cet échantillon contient beaucoup plus d'objets, mais ceux-ci sont généralement peu brillants.

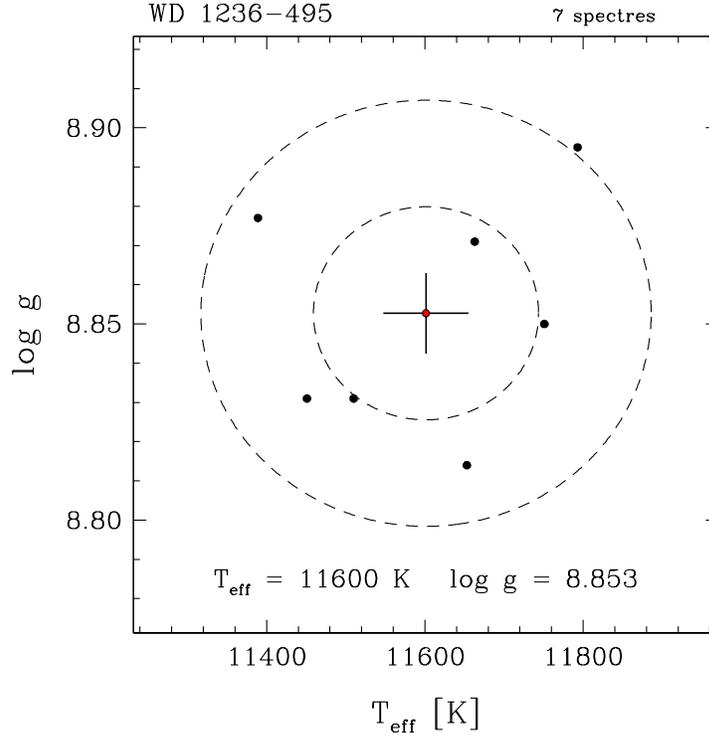


Figure 4.13 : Exemple de paramètres atmosphériques moyennés déterminés par la méthode spectroscopique pour WD 1236–495. Les paramètres moyennés sont représentés par le point rouge au centre et l’erreur sur la moyenne par les barres d’erreur ($T_{\text{eff}} = 11600 \pm 54$ K et $\log g = 8.853 \pm 0.010$). Les ellipses représentent les dispersions de 1σ et 2σ , où $\sigma(T_{\text{eff}}) = 142$ K et $\sigma(\log g) = 0.027$.

tion considérable de la précision de la solution, particulièrement celle de la température effective, qui est plus précise de presque un facteur 3. Notons que T_{eff} peut varier jusqu’à ~ 400 K entre deux solutions, et que l’usage de 7 spectres est suffisant pour atteindre cette précision.

La figure 4.14 présente la distribution des écarts types des paramètres atmosphériques en fonction de T_{eff} . Elle est l’analogie de la figure 8 de Liebert et al. (2005) pour le régime de paramètres des ZZ Ceti. La dispersion en $\log g$ semble relativement indépendante de la température effective, mais ce n’est pas le cas pour la dispersion en T_{eff} qui augmente considérablement vers les températures plus chaudes. Ceci est dû au fait que l’on s’approche de la région où la largeur des raies de Balmer est maximale, et la procédure de minimisation devient moins sensible aux variations de T_{eff} . Le trait pointillé représente la moyenne de l’écart type, et donc l’erreur typique de la méthode spectroscopique dans la bande d’instabilité, soit 1.38% en T_{eff} (≈ 162 K) et 0.034 dex en $\log g$. L’erreur dans la région des étoiles ZZ Ceti est comparable à celle déterminée pour les étoiles DA en général, 1.4% en

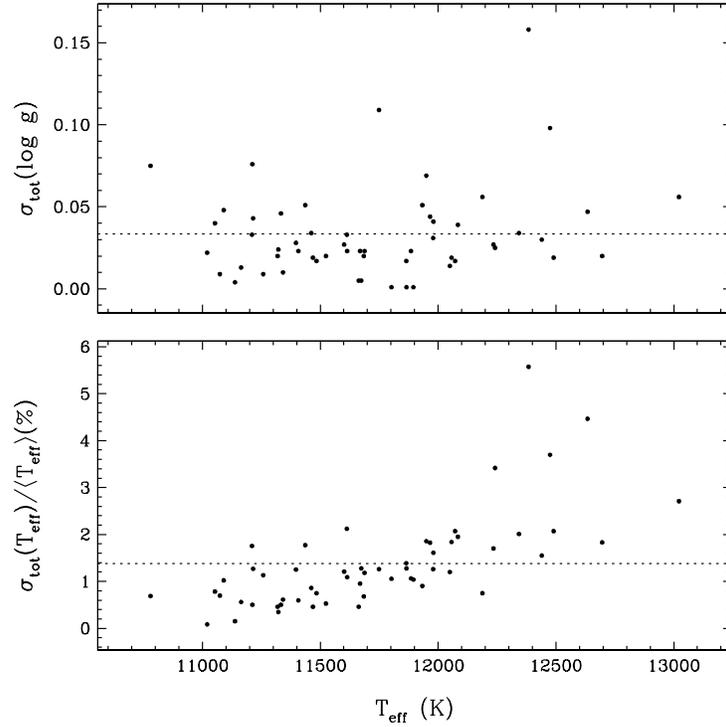


Figure 4.14 : Distribution des écarts types des paramètres atmosphériques des ZZ Ceti ayant plusieurs spectres en fonction de la température effective. Les traits pointillés représentent les écarts types moyens, $\langle \sigma_{T_{\text{eff}}} / \langle T_{\text{eff}} \rangle \rangle = 1.38\%$ (≈ 162 K) et $\langle \sigma_{\log g} \rangle = 0.034$ dex.

T_{eff} et 0.042 dex en $\log g$ (Liebert et al., 2005)³.

Nous avons déterminé les paramètres atmosphériques de notre échantillon d'étoiles ZZ Ceti élargi à l'aide de la méthode spectroscopique, une première fois en utilisant seulement le meilleur spectre disponible (sélection de G11), puis une deuxième fois en moyennant les solutions obtenues avec plusieurs spectres, et appliqué les corrections 3D aux deux ensembles de solutions. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.II. Les nombres entre parenthèses sont les erreurs adoptées pour ces déterminations, il s'agit de l'erreur sur la moyenne lorsque les paramètres atmosphériques sont moyennés, autrement, ce sont les erreurs retournées par la procédure de minimisation. Comme il a déjà été mentionné, cette première erreur devrait en théorie être cette deuxième divisée par un facteur \sqrt{N} , qui dépend du nombre de spectre utilisé pour déterminer l'écart type, et donc être plus petite. C'est loin d'être toujours le cas pour la température effective, ce qui montre que la procédure de minimisation sous-estime l'erreur de la méthode spectroscopique.

³Telle que corrigée par Bédard et al. (2017).

Tableau 4.II : Échantillon élargi d'étoiles ZZ Ceti brillantes

WD	Nom	# spectres visibles	T_{eff}^1 (K)	$\log g^1$	$\langle T_{\text{eff}} \rangle^2$ (K)	$\langle \log g \rangle^2$	Référence ³
0016–258	MCT 0016–2553	2	11169 (42)	8.050 (0.021)	11034 (85)	7.997 (0.034)	3
0036+312	G132–12	2	12303 (120)	7.984 (0.037)	12000 (172)	7.994 (0.012)	3
0104–464	LTT 632	2	11335 (41)	8.146 (0.018)	11170 (105)	8.094 (0.031)	1
0133–116	Ross 548	1	12177 (69)	8.011 (0.022)			1
0145–221	PHL 1159	2	11868 (54)	8.125 (0.019)	11755 (87)	8.115 (0.001)	1
0246+326	KUV 02464+3239	4	11677 (60)	8.100 (0.023)	11587 (64)	8.072 (0.011)	1
0341–459	BPM 31594	1	11580 (45)	8.020 (0.019)			1
0344+073	KUV 03442+0719	2	10943 (64)	7.787 (0.040)	10952 (7)	7.767 (0.015)	3
0416+272	HL Tau 76	2	11541 (62)	7.888 (0.029)	11488 (44)	7.898 (0.014)	1
0417+361	G38–29	3	11258 (58)	7.871 (0.029)	11287 (24)	7.853 (0.014)	1
0455+553	G191–16	1	11520 (58)	8.015 (0.025)			1
0502+540		3	11372 (70)	8.072 (0.031)	11224 (77)	8.051 (0.005)	10
0507+045.1	HS 0507+0435B	3	12008 (64)	8.160 (0.021)	11842 (71)	8.144 (0.001)	1
0517+307	GD 66	4	12135 (83)	8.074 (0.027)	11983 (70)	8.086 (0.007)	1
0532–560	HE 0532–5605	1	11615 (73)	8.401 (0.026)			1
0702+440		1	10918 (46)	8.077 (0.027)			10
0836+404	KUV 08368+4026	4	11987 (79)	8.104 (0.027)	11804 (82)	8.075 (0.009)	1
0858+363	GD 99	3	12106 (69)	8.164 (0.022)	11917 (86)	8.119 (0.018)	1
0921+354	G117–B15A	3	12281 (67)	8.095 (0.020)	12015 (132)	8.042 (0.022)	1
0951+132	HS 0951+1312	2	11941 (109)	8.034 (0.038)	11797 (106)	8.021 (0.001)	5
0952+182	HS 0952+1816	3	11482 (74)	8.081 (0.031)	11171 (119)	8.021 (0.019)	5
1039+412	PB 520	4	11768 (76)	8.100 (0.027)	11633 (56)	8.055 (0.011)	2
1047+335	CBS 130	3	11408 (85)	8.073 (0.037)	11387 (41)	8.047 (0.013)	10
1116+026	GD 133	5	12282 (63)	8.079 (0.019)	12520 (109)	8.070 (0.008)	2
1126–222	EC 11266–2217	3	11965 (93)	8.054 (0.032)	11817 (72)	8.041 (0.013)	6
1137+423	KUV 11370+4222	6	11951 (76)	8.139 (0.026)	11898 (87)	8.081 (0.018)	1
1149+057	LP 553–57	4	11156 (44)	8.060 (0.022)	11116 (33)	8.047 (0.006)	4
1150–153	EC 11507–1519	5	12317 (88)	8.162 (0.026)	12499 (194)	8.075 (0.044)	3
1159+803	G255–2	3	11526 (65)	8.114 (0.026)	11450 (31)	8.085 (0.011)	1
1236–495	LFT 931	7	11651 (87)	8.663 (0.029)	11520 (54)	8.652 (0.010)	1
1247+310	KUV 12474+3105	2	13321 (223)	8.279 (0.042)	12632 (370)	8.300 (0.033)	10
1249+044	HS 1249+0426	3	12134 (69)	8.183 (0.022)	11919 (109)	8.130 (0.024)	4
1258+013	HE 1258+0123	1	11503 (53)	7.996 (0.023)			1
1307+354	GD 154	2	11235 (53)	8.075 (0.025)	11315 (51)	8.090 (0.007)	1
1342–237	EC 13429–2342	1	11092 (59)	8.025 (0.031)			6
1349+552	LP 133–144	4	12006 (77)	7.960 (0.027)	11985 (108)	7.959 (0.009)	1
1350+656	G238–53	5	12001 (83)	7.960 (0.029)	12209 (179)	7.975 (0.011)	1
1401–147	EC 14012–1446	3	12027 (72)	8.156 (0.024)	11867 (61)	8.084 (0.030)	1
1422+095	LTT 14236	4	12129 (70)	8.080 (0.023)	12330 (118)	8.051 (0.017)	1
1425–811	LTT 5712	2	12039 (50)	8.102 (0.017)	12144 (63)	8.155 (0.040)	1
1429–037	HE 1429–0343	4	11386 (62)	7.980 (0.029)	11460 (44)	7.965 (0.008)	4
1526+558	CBS 320	3	10949 (84)	7.727 (0.053)	10977 (53)	7.699 (0.023)	10
1531+746	HS 1531+7436	3	12923 (193)	8.461 (0.037)	13012 (183)	8.392 (0.032)	4
1541+650	PG 1541+651	5	11613 (65)	8.084 (0.025)	11649 (36)	8.073 (0.009)	1
1559+369	Ross 808	4	11228 (43)	7.978 (0.021)	11294 (27)	7.986 (0.010)	1
1607+205	KUV 16075+2031	2	11322 (67)	7.716 (0.036)	11275 (42)	7.752 (0.033)	10
1625+125	HS 1625+1231	5	11707 (74)	8.031 (0.028)	11873 (98)	8.008 (0.031)	4

¹ L'erreur adoptée (entre parenthèses) est l'erreur retournée par la procédure de minimisation.

² Paramètres atmosphériques moyennés lorsque plus d'un spectre visible est disponible. L'erreur adoptée (entre parenthèses) est l'erreur sur la moyenne totale.

³ 1 : Bergeron et al. (2004), 2,3,4 : Gianninas et al. (2005, 2006, 2007), 5 : Mukadam et al. (2004), 6,7 : Voss et al. (2006, 2007), 8 : Subasavage et al. (2007), 9 : Hermes et al. (2013), 10 : Green et al. (2015).

Tableau 4.III : Échantillon élargi d'étoiles ZZ Ceti brillantes (suite)

WD	Nom	# spectres visible	T_{eff}^1 (K)	$\log g^1$	$\langle T_{\text{eff}} \rangle^2$ (K)	$\langle \log g \rangle^2$	Référence ³
1647+591	G226–29	10	12460 (85)	8.318 (0.022)	12699 (68)	8.291 (0.006)	1
1659+662	GD 518	4	11613 (106)	8.934 (0.033)	12229 (327)	8.832 (0.079)	9
1714–547	BPM 24754	2	10925 (51)	7.930 (0.030)	11019 (58)	7.947 (0.007)	1
1824+600	HS 1824+6000	3	11510 (59)	7.696 (0.031)	11385 (58)	7.706 (0.020)	4
1855+338	LTT 15569	5	12088 (68)	8.325 (0.020)	12212 (89)	8.327 (0.012)	1
1935+276	G185–32	6	12313 (69)	8.079 (0.021)	12460 (74)	8.036 (0.012)	1
1950+250	LTT 15808	3	11814 (69)	8.041 (0.025)	11642 (80)	7.995 (0.013)	1
1959+059	GD 226	4	10761 (70)	8.049 (0.044)	10675 (41)	7.951 (0.037)	7
2040–392	MCT 2040–3914	1	11089 (32)	8.097 (0.016)			8
2148–291	MCT 2148–2910	2	11572 (65)	8.028 (0.027)	11688 (105)	7.952 (0.077)	3
2148+539	G232–38	3	11635 (76)	7.994 (0.031)	11411 (120)	7.928 (0.029)	2
2254+126	GD 244	2	11766 (69)	8.061 (0.025)	11637 (106)	8.049 (0.004)	1
2303+242	PG 2303+243	3	11573 (81)	8.050 (0.033)	11376 (85)	7.996 (0.016)	1
2326+049	G29–38	5	11927 (69)	8.135 (0.023)	11585 (111)	8.055 (0.015)	1
2336–079	GD 1212	2	11068 (39)	8.024 (0.021)	11088 (12)	8.022 (0.003)	3
2347+128	G30–20	3	11267 (51)	8.006 (0.025)	11175 (34)	7.989 (0.044)	1
2348–244	LTT 58183	3	11612 (48)	8.062 (0.019)	11629 (31)	8.063 (0.003)	1

¹ L'erreur adoptée (entre parenthèses) est l'erreur retournée par la procédure de minimisation.

² Paramètres atmosphériques moyennés lorsque plus d'un spectre visible est disponible. L'erreur adoptée (entre parenthèses) est l'erreur sur la moyenne totale.

³ 1 : Bergeron et al. (2004), 2,3,4 : Gianninas et al. (2005, 2006, 2007), 5 : Mukadam et al. (2004), 6,7 : Voss et al. (2006, 2007), 8 : Subasavage et al. (2007), 9 : Hermes et al. (2013), 10 : Green et al. (2015).

L'erreur retournée par la procédure de minimisation ne représente que l'habileté qu'ont les modèles à reproduire les observations, et ne tiennent pas en compte la variabilité des spectres pris avec différents équipements ou durant différentes nuits. Notons que l'erreur en $\log g$ semble beaucoup moins sous-estimée, ce qui laisse entendre que l'incertitude associée à la variabilité des spectres touche surtout la détermination de la température effective. Ceci étant dit, presque tous les objets ayant des déterminations de paramètres atmosphériques moyennés présentent des erreurs en T_{eff} inférieures, ou bien inférieures, à l'écart type moyen de 161 K. Il est donc généralement possible de déterminer la température d'une étoile ZZ Ceti avec une précision sous 100 K, et sous 50 K dans beaucoup de cas. En revanche des objets comme WD 1247+310 et WD 1659+662 présentent des erreurs supérieures à 300 K et la valeur exacte de leur température effective est très incertaine. En fait, les deux objets ont une différence de ~ 600 K avec les déterminations utilisant un seul spectre. Il reste que nous n'avons que 2 et 4 spectres respectivement pour ces deux objets, et un spectre ou deux peut être problématique.

Il est à noter que ces chiffres dépendent fortement des spectres utilisés et de leur nombre. Si les paramètres atmosphériques déterminés à partir des différents spectres utilisés ne

représentent pas bien les distributions (supposées gaussiennes) sous-jacentes d'un objet, alors l'écart type ainsi déterminé n'est pas représentatif de ce dernier et l'erreur sur la moyenne n'est pas valide. L'idéal est bien sûr d'avoir le plus grand nombre de spectres possible, pris durant différentes nuits et avec différents équipements. En particulier, l'erreur sur la moyenne de T_{eff} de WD 0344+073 semble anormalement basse (7 K). Nous n'avons que deux spectres pour cet objet, tous deux pris avec le même équipement.

Enfin, la figure 4.15 présente la bande d'instabilité des ZZ Ceti déterminée à l'aide des spectres multiples (cercles noirs), toujours comparée à celle obtenue précédemment et pour le même échantillon (celui de FB08). La barre d'erreur représente les erreurs sur la moyenne des paramètres atmosphériques moyennés sur tout l'échantillon. Les erreurs en T_{eff} et $\log g$ ont diminué considérablement, $\langle \sigma_{T_{\text{eff}}} \rangle = 0.75\%$ (≈ 88 K) et $\langle \sigma_{\log g} \rangle = 0.019$ dex. On peut voir ce qui a déjà été mentionné : les objets ayant des paramètres atmosphériques très précis ont peu bougé, et vice-versa. Les différences ne sont en général pas systématiques, bien que curieusement ce soit le cas à l'extérieur de la frontière bleue de référence et la bande d'instabilité empirique est élargie. La sélection de spectres de G11 a probablement été faite avec un biais en faveur d'une bande d'instabilité plus étroite.

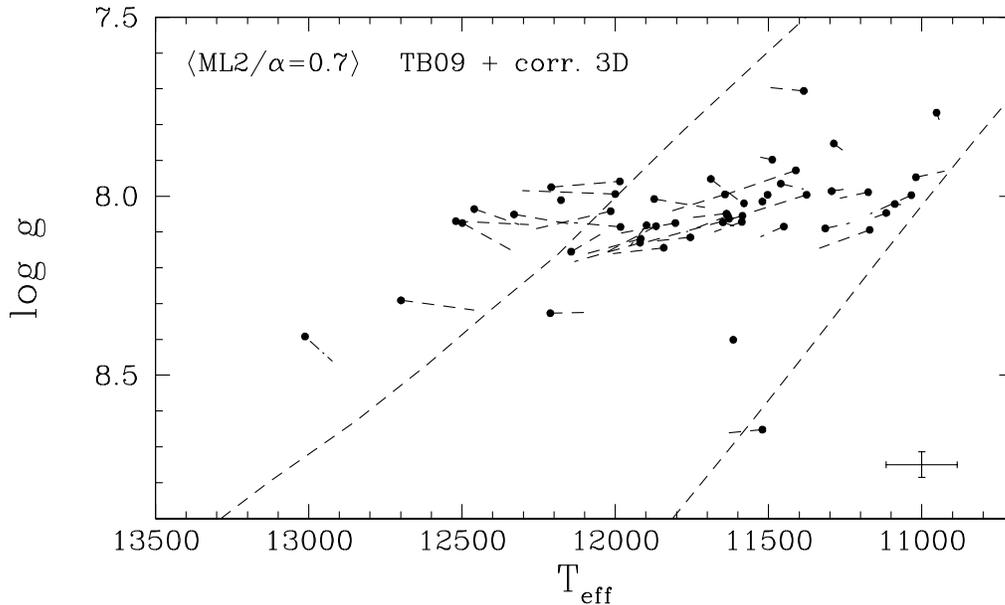


Figure 4.15 : Bande d'instabilité des ZZ Ceti de modèles avec les profils de raies de TB09 pour $ML2/\alpha = 0.7$ avec détermination des paramètres atmosphériques moyennés (cercles noirs) et non moyennés (origine des traits pointillés).

Pour conclure, nous présentons la figure 4.16 qui est une mise à jour finale de la bande

d’instabilité, une première fois sans et une deuxième fois avec l’usage de spectres multiples, toujours avec les profils de raies de TB09, la nouvelle calibration de la MLT $ML2/\alpha = 0.7$, et l’application des corrections 3D. Les points cyans représentent les 56 ZZ Ceti dont nous avons plusieurs spectres de bonne qualité⁴, les points noirs celles dont nous n’en avons pas, les points rouges sont les étoiles DA dont nous avons pu confirmer l’absence de pulsations, et les points blancs sont ceux dont nous n’avons pas encore de photométrie rapide. Nous avons de plus tracé la frontière bleue empirique pour chacune de ces distributions (ligne en points traits long-points) et la séquence évolutive d’une étoile de $0.6 M_{\odot}$ (celle en pointillés). Cette figure est à comparer à la figure 35 de G11. Qualitativement il n’y a pas de changement majeur entre les deux distributions de la figure 4.16 et celle de G11. Au niveau de la première distribution, outre le fait que les étoiles ont des gravités de surface systématiquement plus faibles du côté chaud (de par les effets 3D), la bande d’instabilité empirique est considérablement plus mince, en raison de la nouvelle calibration de la MLT. Cette nouvelle bande d’instabilité demeure plus large (de ≈ 300 K à $\log g \sim 8.0$) que celle présentée par VG13, tel que témoigné par les frontières théoriques. Tout comme G11 le mentionnent, il y a deux étoiles ”fautives” (à l’intérieur des barres d’erreur). WD 1959+059 est une ZZ Ceti à l’extérieur de la bande d’instabilité ($T_{\text{eff}} \approx 10,800$ K), et WD 1612+554 est une étoile constante qui se retrouve au milieu de celle-ci. Il est mentionné que cette dernière présente peut-être de très faibles amplitudes ou que ses pulsations soient cachées à cause d’une inclinaison particulière de son axe de rotation. On retrouve encore une multitude d’objets dont nous ne pouvons pour l’instant confirmer ou infirmer leur variabilité, et sont en conséquence des candidats importants pour être des ZZ Ceti.

La deuxième distribution montre que l’usage de spectres multiples élargit encore (de ≈ 200 K) la bande d’instabilité du côté bleu. La distribution semble légèrement moins massive autour de $T_{\text{eff}} \sim 12,200$ K, et donc plus centrée sur des $\log g \sim 8.0$. De plus, il y a des ZZ Ceti beaucoup plus près des premières étoiles constantes, sans toutefois qu’il y ait de contamination, ce qui permet de déterminer une frontière bleue empirique beaucoup plus précise. Outre l’objet fautif, la frontière rouge semble aussi relativement nette. En général, la deuxième distribution semble un peu plus homogène et bouche un petit trou autour de $\sim 12,500$ K (peut-être dû à un manque d’objet dans l’échantillon). Notons de

⁴Nous avons choisi le spectre offrant la meilleure reproduction théorique pour les 5 objets supplémentaires

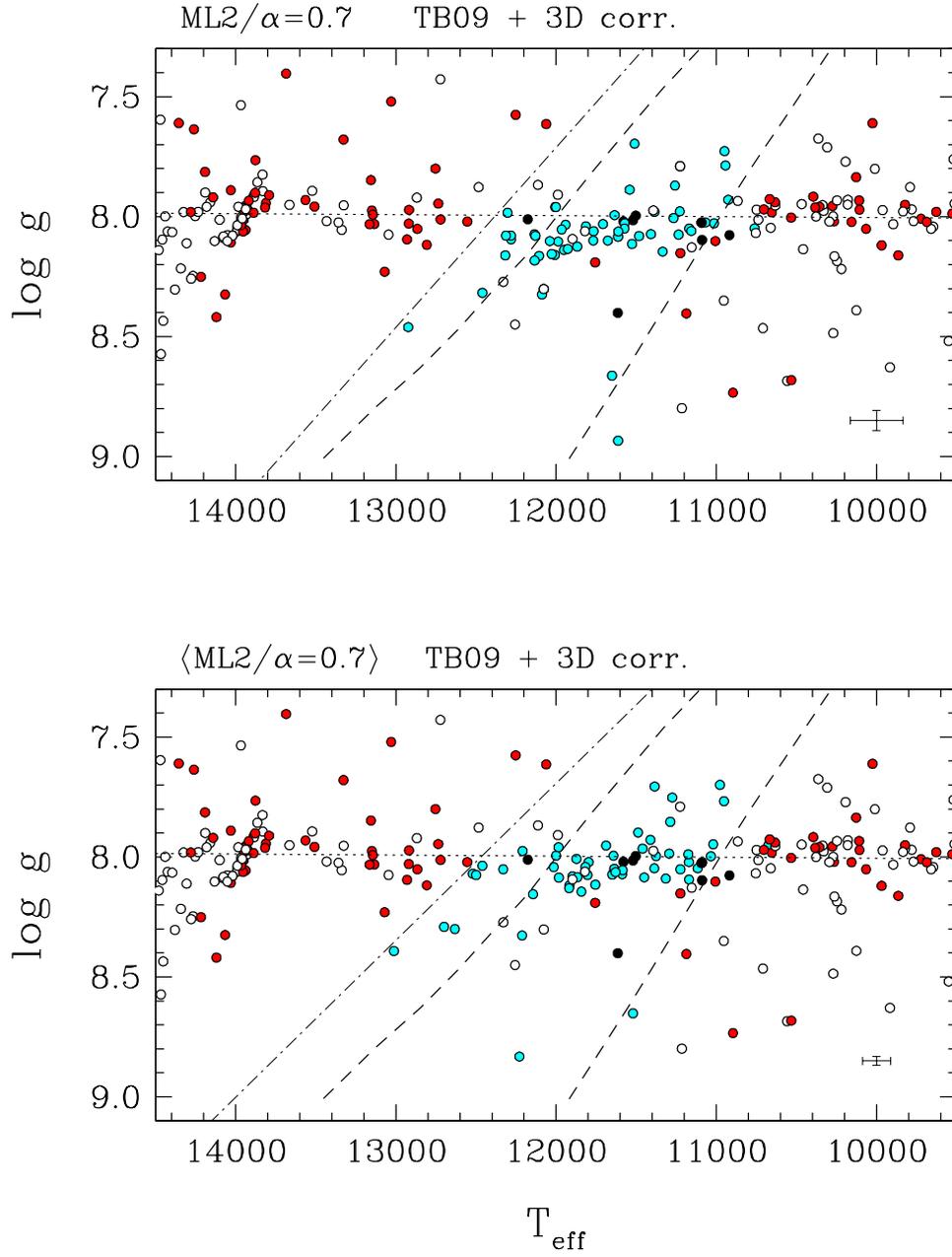


Figure 4.16 : Mise à jour de la bande d'instabilité ZZ Ceti. Les profils de raies de TB09 avec la nouvelle calibration de la MLT $ML2/\alpha = 0.7$ ont été utilisés afin de déterminer les paramètres atmosphériques, subséquentment corrigés pour les effets 3D. Les points cyans représentent les 56 ZZ Ceti dont nous avons plus d'un spectre de bonne qualité et les noirs les autres, les points rouges les objets confirmés constants et les points blancs ceux dont nous ne disposons pas de photométrie rapide. Les deux distributions présentent les paramètres atmosphériques déterminés à partir d'un seul, et de multiples spectres, respectivement. La ligne pointillée représente la séquence évolutive d'une étoile de masse de $0.6 M_{\odot}$ et celle en traits long-points la frontière bleue empirique.

plus que la barre d'erreur représente non pas l'écart type moyen des paramètres atmosphériques, mais la moyenne de l'erreur sur la moyenne (valide que pour les ZZ Ceti), soit de 88 K en T_{eff} et 0.019 en $\log g$. L'étoile fautive WD 1959+059 demeure hors de la bande d'instabilité à l'intérieur des incertitudes adoptées. En fait, cet objet a plutôt une erreur sur la moyenne individuelle de 41 K et se retrouve au centre d'un groupe de 4 étoiles confirmées constantes. Il semble difficile d'expliquer cette situation. Néanmoins, 3 des 4 spectres utilisés ont été pris avec le même équipement, dont 2 ont été pris un après l'autre. Il se peut que ceci sous-estime l'incertitude de la détermination et que celle-ci ait un biais pour des températures plus froides.

Ce dernier point amène une question que l'on pouvait déjà se poser : devons-nous faire ces observations multiples avec les mêmes instruments, possiblement la même nuit, avec la même procédure de réduction ? Ou au contraire, devons-nous plutôt utiliser différents instruments et procédures de réduction afin d'éliminer le plus possible les erreurs systématiques ? Peut-être même faut-il combiner ces deux approches ? En revanche, il y a évidemment une limite pratique au nombre de spectres que nous sommes en mesure d'obtenir pour un objet si notre échantillon est grand.

4.5 Relevés de parallaxe trigonométrique Gaia et de photométrie Pan-STARRS

La convection demeure évidemment une source importante d'incertitudes sur les paramètres atmosphériques. Bergeron et al. (2009) ont toutefois démontré que la reproduction des distributions d'énergie photométriques pour les filtres visibles *VRI* et infrarouges *JHK* d'étoiles ZZ Ceti à l'aide de modèles d'atmosphère dépend peu de la gravité de surface et, ce qui est plus intéressant, de la calibration de la MLT. La figure 4.17 est directement prise de leur étude et représente les distributions d'énergie théoriques obtenues en faisant varier les différents paramètres atmosphériques et efficacités convectives.

Cette technique nous fournirait donc un indicateur de température indépendant du traitement de la convection. Les auteurs notent de plus qu'elle permettrait de vérifier la cohérence interne d'une calibration de la MLT. Malheureusement, comme le démontre la figure 4.18 (aussi prise directement de leur étude), la bande d'instabilité photométrique ainsi déterminée est excessivement large par rapport à la spectroscopique. Cette dernière a une largeur d'environ 1,400 K, alors que la première a une largeur plutôt de $\approx 2,500$ K,

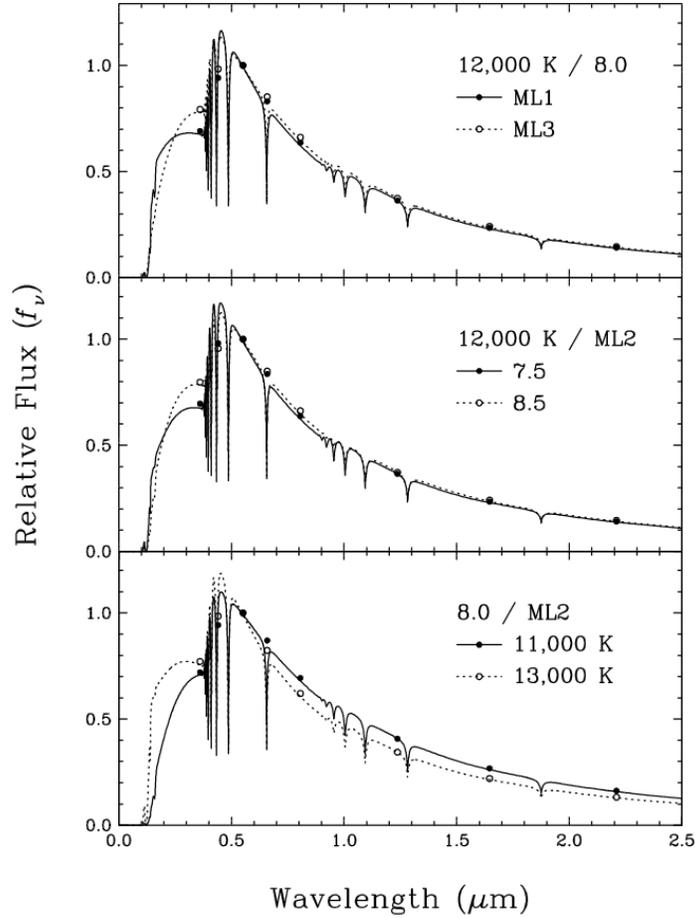


Figure 4.17 : Distributions d'énergie d'étoiles ZZ Ceti pour différentes valeurs de T_{eff} , $\log g$ et d'efficacité convective de Bergeron et al. (2009). Les cercles représentent les flux intégrés sur les filtres *UBVRI* et *JHK*. Les distributions sont normalisées au filtre *V*.

soit plus de 1,000 K de plus.

La récente deuxième publication de données du relevé de parallaxes trigonométriques Gaia du 25 avril 2018 fait grimper à presque 14,000 le nombre de naines blanches se retrouvant à moins de 100 parsecs du Soleil dont nous avons de telles mesures (Kilic et al., 2018). Ces mesures étant très précises, elle permettent, à l'aide de la relation masse-rayon, de déterminer adéquatement la gravité de surface lorsqu'on utilise la méthode photométrique, éliminant largement l'incertitude associée à ce paramètre. De plus, un autre relevé récent, le relevé photométrique Pan-STARRS (filtres *grizy*), nous procure un échantillon homogène de mesures précises de photométrie visible. Ces nouveaux ensembles de mesures nous encouragent donc à revoir l'analyse de Bergeron et al. (2009). Nous nous limiterons néanmoins à la photométrie visible.

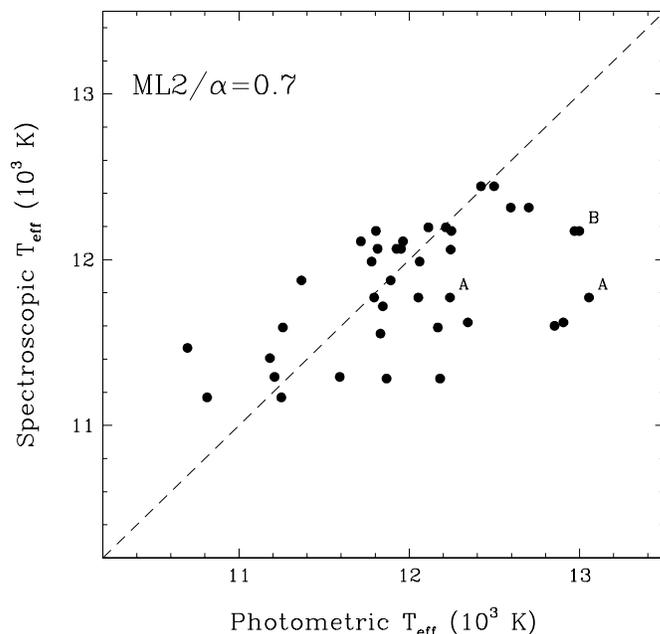


Figure 4.18 : Comparaison entre les températures effectives déterminées par les méthodes spectroscopique et photométrique d'étoiles ZZ Ceti de Bergeron et al. (2009).

Puisqu'il n'est pas possible de normaliser les distributions d'énergie observées et théoriques, la méthode photométrique requiert de déterminer l'angle solide $\pi(R/D)^2$ en plus de T_{eff} et $\log g$. Ceci a néanmoins un important avantage puisque si nous pouvons mesurer la distance de l'étoile, nous avons aussi une mesure de son rayon. Dans ce cas où des mesures de parallaxe sont disponibles, au lieu de forcer une valeur de $\log g$ (généralement 8.0), il est possible d'utiliser ces mesures conjointement avec la relation masse-rayon afin de déterminer également une valeur de $\log g$. Pour ce faire, on suppose en premier lieu une valeur de $\log g$ et on fait une première détermination de T_{eff} et de $\pi(R/D)^2$. La mesure de parallaxe et cette détermination de l'angle solide nous donnent une première estimation du rayon de l'étoile, ce qui nous permet, à l'aide de la relation masse-rayon, de déterminer une nouvelle valeur de $\log g$ (sachant que $g = GM/R^2$). Nous supposons ensuite encore la gravité de surface fixe et la procédure est ainsi recommencée quelques fois jusqu'à convergence.

La figure 4.19 présente les températures photométriques ainsi déterminées comparées aux températures spectroscopiques (nouvelle calibration de la MLT et corrections 3D) des 49 étoiles (des 56 ayant de multiples spectres) ayant des mesures de parallaxe Gaia et de photométrie Pan-STARRS disponibles. La bande d'instabilité a maintenant essentiellement la même largeur, peu importe si la température effective a été déterminée par la

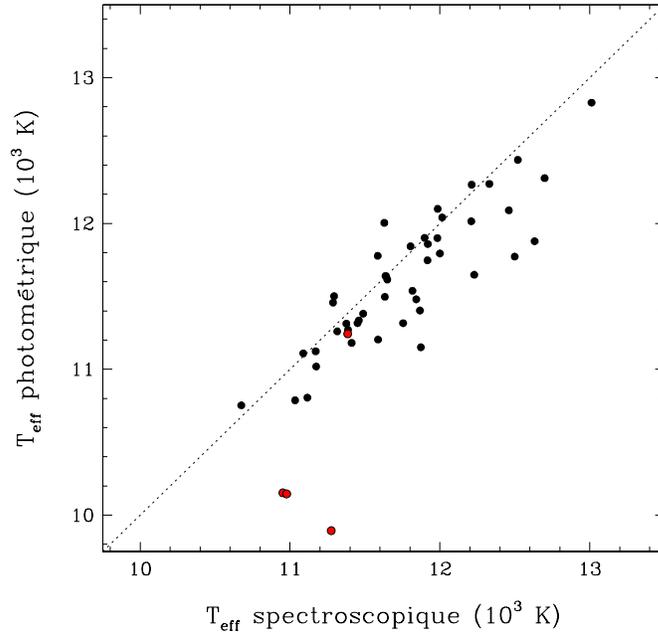


Figure 4.19 : Comparaison entre les températures effectives déterminées par les méthodes spectroscopique et photométrique des ZZ Ceti dont nous avons plusieurs spectres et dont des mesures de parallaxe trigonométrique Gaia et de photométrie Pan-STARRS sont disponibles. Les modèles d’atmosphère utilisent les profils de raies de TB09 avec $ML2/\alpha = 0.7$. Les paramètres spectroscopiques sont déterminés à l’aide de spectres multiples et les corrections 3D sont appliquées. La ligne en pointillé représente le lieu où $T_{\text{eff}}(\text{spectro}) = T_{\text{eff}}(\text{photo})$.

méthode spectroscopique ou photométrique. Il est probable que ce soit l’imprécision des mesures *VRI* qui explique les résultats précédents. Notons que nous avons maintenant deux filtres de plus dans le visible. La figure 4.19 présente d’autre part une bonne corrélation entre les deux ensembles de T_{eff} . Cependant, il y a un certain décalage systématique du côté froid pour les T_{eff} photométriques.

Ce décalage n’est toutefois pas causé par le traitement de la convection, à la fois au niveau des déterminations photométrique et spectroscopique. Il est en effet observé pour toutes les naines blanches DA, peu importe leur température effective comme l’illustre la figure 4.20. Celle-ci est une mise à jour de la figure 22 de Genest-Beaulieu & Bergeron (2014) avec les mesures de photométrie Pan-STARRS et de parallaxes Gaia. Elle compare les températures photométriques et spectroscopiques pour l’échantillon de naines blanches DA de G11. La cause de cette discordance est pour l’instant inconnue, mais Genest-Beaulieu & Bergeron (2014) estiment que ce pourrait être dû à des lacunes au niveau de la physique de l’élargissement des raies. Une fois cette cause trouvée et résolue, il est bien

possible que cette technique nous permette de déterminer la température d'étoiles ZZ Ceti indépendamment du traitement de la convection, et par le fait même, une mesure de la gravité de surface beaucoup plus fiable. Le seul bémol est que la méthode photométrique est en général moins précise que la méthode spectroscopique.

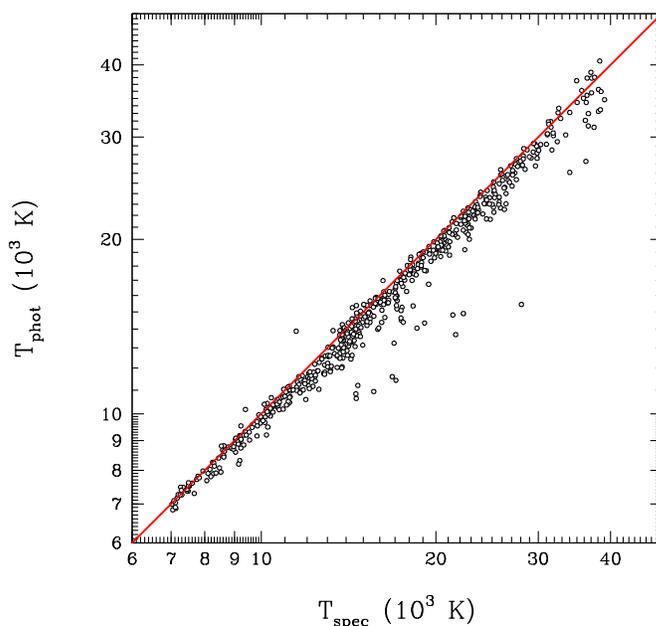


Figure 4.20 : Comparaison entre les températures effectives déterminées par les méthodes spectroscopique et photométrique d'étoiles couvrant un large régime de paramètres atmosphériques. Mise à jour de la figure 22 de Genest-Beaulieu & Bergeron (2014) avec les mesures de photométrie Pan-STARRS et de parallaxes Gaia.

On peut constater sur la figure 4.19 que 3 objets se distinguent du lot et ont des températures photométriques beaucoup plus froides que celles de leur région (les 3 des 4 points rouges dans le bas de la figure). La raison est que ces objets sont fort probablement des binaires naines blanches non résolues. Nous observons une combinaison du spectre des deux composantes, et cette combinaison ne se manifeste pas nécessairement de la même manière sur les raies ou sur le continu. La figure 4.21 (A. Bédard, comm. priv.; méthode détaillée dans Bédard et al., 2017) présente la relation masse-rayon empirique de notre échantillon de ZZ Ceti, et la relation théorique pour $T_{\text{eff}} = 12,500$ K. Le rayon des objets a été déterminé à partir de la méthode photométrique, et la masse en combinant celui-ci au $\log g$ spectroscopique moyenné et corrigé pour les effets 3D. La plupart des objets suivent assez bien la relation masse-rayon théorique, mais il y en a 4 dont ce n'est pas le cas du tout, en particulier les deux en haut à droite. De gauche à droite, elles sont

WD 1824+600, 1526+558, 0344+073 et 1607+205. Ces 4 objets sont ceux représentés par des points rouges dans la figure 4.19 : la plus éloignée, les deux superposées, et celle suivant la corrélation, respectivement. 0344+073 est en fait déjà confirmé comme étant un système binaire. Notons finalement que celle qui est la plus éloignée de la relation masse-rayon théorique (1607+205), est aussi celle qui présente le plus grand écart entre ses deux déterminations de température effective.

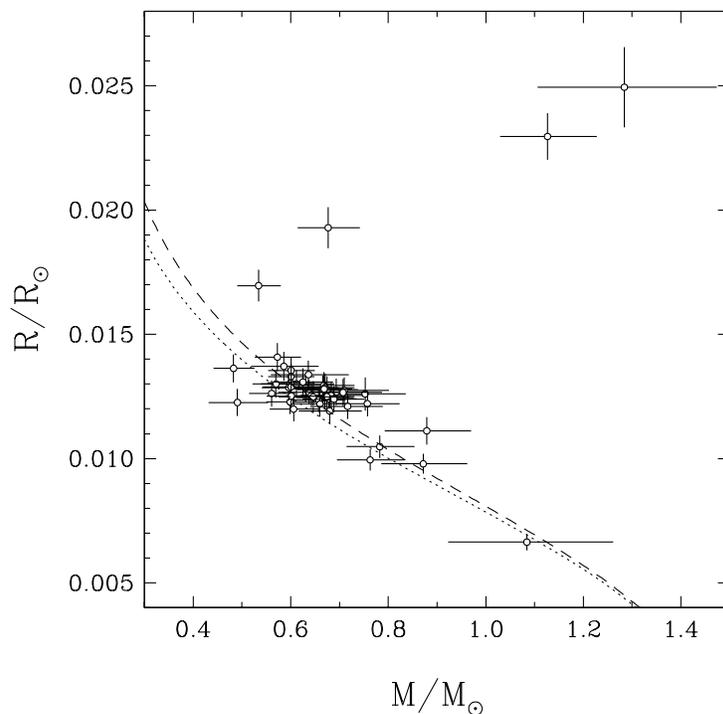


Figure 4.21 : Positions des étoiles ZZ Ceti de notre échantillon dans le plan masse-rayon. Les deux courbes représentent des relations masse-rayon théoriques de modèles à $T_{\text{eff}} = 12,500$ K avec un coeur de C/O, une couche d'hélium avec $q(\text{He}) \equiv M_{\text{He}}/M_{\star} = 10^{-2}$ et une couche externe d'hydrogène avec $q(\text{H}) = 10^{-4}$ (tirets) ou $q(\text{H}) = 10^{-10}$ (pointillés). Figure de A. Bédard, comm. priv.

CHAPITRE 5

CONCLUSION

Les étoiles ZZ Ceti sont d'un intérêt particulier pour notre compréhension des naines blanches riches en hydrogène. Étant fort probable que ces premières représentent une étape évolutive commune à toutes les naines blanches DA, ce que leur étude astérosismique nous permet d'apprendre sur leur structure interne demeurerait valide pour les objets plus chauds et plus froids. Ces études paramétrisent la convection présente dans les enveloppes stellaires avec la théorie de la longueur de mélange qui requiert la spécification de l'efficacité convective. Si nous connaissons la position des frontières bleue et rouge empiriques de la bande d'instabilité ZZ Ceti, nous sommes en mesure de contraindre cette dernière en s'assurant qu'elles soient reproduites par les calculs théoriques. Comme l'illustre le problème des valeurs élevées de $\log g$, les paramètres atmosphériques déterminés par la méthode spectroscopique et la théorie de la longueur de mélange, particulièrement la gravité de surface, sont très incertains. En plus de ces incertitudes au niveau de la théorie, la qualité et la calibration du spectre observé de l'objet en question ont une grande incidence sur les paramètres déterminés.

C'est pour tenter d'adresser en partie ces problèmes que nous avons fait un projet en deux temps. Puisque les simulations d'hydrodynamique radiative demeurent computationnellement très exigeantes pour le calcul de grilles complètes de modèles d'atmosphères, nous avons dans un premier temps testé un formalisme non local de la théorie de la longueur de mélange et nous avons pour ce faire opté pour celui de Shaviv & Salpeter (1973). Nous avons au préalable généralisé le formalisme pour inclure les pertes et gains radiatifs encouru par le fluide instable, mais nous l'avons aussi davantage généralisé par rapport aux formalismes précédents en faisant deux importantes modifications.

Suivant les remarques de Trampedach et al. (2014) nous avons traité séparément et explicitement le fluide ascendant et descendant. Comme le mentionnait Petrovay (1990), un tel formalisme plus général nous permet de prédire certaines propriétés morphologiques générales de la convection stellaire. En particulier, cette approche nous permet de reproduire l'asymétrie naturelle de la convection en milieu stratifié prédite par les simulations

hydrodynamiques, et qu'en profondeur, le fluide ascendant occupe une fraction $\sim 2/3$ de l'espace horizontal tel qu'il est observé dans les simulations de Stein & Nordlund (1998) et de Magic (2014). Un autre résultat important, est que nous sommes en mesure de prédire un flux d'énergie cinétique négatif de l'ordre de quelques pourcents du flux d'énergie total.

La deuxième modification est l'usage de l'équation d'état afin de tenir compte de la variation de l'opacité, de la chaleur spécifique, du coefficient d'expansion thermique et du gradient adiabatique du fluide convectif par rapport aux valeurs moyennes du milieu. L'effet est très important puisque les pertes ou gains radiatifs et l'influence de la variation de la capacité thermique sur le trajet dépendent fortement de ces quantités. Cet ajout met toutefois en exergue les lacunes sur la dynamique convective et les échanges radiatifs de ce formalisme et de la théorie de la longueur de mélange en général. Au lieu de refroidir et de ralentir considérablement dans le pic superadiabatique, le fluide ascendant continue de développer un excès de température, qui ainsi par sa plus grande opacité, enclenche un processus de rétroaction positive où sa vitesse et sa température continuent de croître jusqu'à ce que le milieu devienne stable à la convection. Quand au fluide descendant, la barrière de Schwarzschild étant incapable de générer de vitesses suffisantes, le réchauffement radiatif subit dans le pic superadiabatique ralentit singulièrement son trajet. Dans de telles conditions, la contribution au flux d'enthalpie est négligeable et, par conservation de la masse, presque tout l'espace horizontal est occupé par le fluide descendant, contrairement aux observations et résultats des simulations hydrodynamiques. Le pic superadiabatique demeure le point contentieux critique dans tout traitement de la convection. Si un tel formalisme peut éventuellement être utilisé dans le cadre de modèles d'atmosphères, d'importantes modifications au niveau de l'énergétique et de la dynamique convective de surface doivent être apportées.

Nous avons dans un second temps poussé plus loin les études précédentes de la bande d'instabilité ZZ Ceti effectuées par le groupe de Montréal. Nous avons commencé par revoir un à un les divers changements apportés d'une étude à l'autre afin de nous assurer de la solidité de notre base, de même que de refaire la calibration de la théorie de la longueur de mélange. Nous nous sommes ensuite inspirés de l'étude de Bond et al. (2017) pour moyenner les paramètres atmosphériques obtenus par la méthode spectroscopique à l'aide de multiples spectres par objet. Nous avons à cet effet compilé 203 spectres adéquats pour

56 ZZ Ceti, pour une moyenne d'un peu plus de 3 spectres par objet, et jusqu'à 10 pour G226–29. Cette technique déplace considérablement certains objets dans un diagramme $T_{\text{eff}} - \log g$, et en particulier la bande d'instabilité est élargie d'environ 200 K du côté bleu. Sauf pour quelques objets fautifs déjà documentés et une multitude de candidates, la bande d'instabilité demeure pure et la frontière bleue est en fait mieux définie. La distribution semble de plus un peu moins massive lorsqu'on applique les corrections 3D de Tremblay et al. (2013c).

Enfin, la récente deuxième publication de données du relevé Gaia nous procure un échantillon de mesures précises de parallaxes trigonométriques qui, de concert avec les mesures photométriques *grizy* du relevé photométrique Pan-STARRS et de nos nouvelles déterminations de paramètres atmosphériques moyennés de notre échantillon d'étoiles ZZ Ceti, nous permettent d'aborder de nouveau l'étude peu concluante de Bergeron et al. (2009) visant à déterminer un indicateur de température indépendant de toute paramétrisation de la convection. Nous notons que l'accord entre les températures photométriques et spectroscopique s'est grandement amélioré, mais que ces premières sont systématiquement plus froides d'environ 200 K. Ceci n'est toutefois pas la conséquence du traitement de la convection, mais est un problème non résolu généralisé aux naines blanches plus chaudes.

BIBLIOGRAPHIE

- Asplund, M., Nordlund, Å., Trampedach, R., Allende Prieto, C., & Stein, R. F. 2000, *A&A*, 359, 729
- Bédard, A., Bergeron, P., & Fontaine, G. 2017, *ApJ*, 848, 11
- Bergeron, P. 1989, PhD thesis, Université de Montréal (Canada).
- Bergeron, P. 1993, in *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C*, Vol. 403, NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C, ed. M. A. Barstow, 267
- Bergeron, P., Fontaine, G., Billères, M., Boudreault, S., & Green, E. M. 2004, *ApJ*, 600, 404
- Bergeron, P., Leggett, S. K., & Harris, H. C. 2009, in *Journal of Physics Conference Series*, Vol. 172, *Journal of Physics Conference Series*, 012062
- Bergeron, P., Saffer, R. A., & Liebert, J. 1992a, *ApJ*, 394, 228
- Bergeron, P., Wesemael, F., & Fontaine, G. 1991, *ApJ*, 367, 253
- . 1992b, *ApJ*, 387, 288
- Bergeron, P., Wesemael, F., Fontaine, G., & Liebert, J. 1990, *ApJ*, 351, L21
- Bergeron, P., Wesemael, F., Lamontagne, R., et al. 1995, *ApJ*, 449, 258
- Biermann, L. 1932, *ZAp*, 5, 117
- Böhm, K.-H. 1968, *Ap&SS*, 2, 375
- Böhm, K.-H., & Stückl, E. 1967, *ZAp*, 66, 487
- Böhm-Vitense, E. 1958, *ZAp*, 46, 108
- . 1992, *Introduction to stellar astrophysics. Volume 3. Stellar structure and evolution*
- Bond, H. E., Bergeron, P., & Bédard, A. 2017, *ApJ*, 848, 16

- Chan, K. L., & Sofia, S. 1989, *ApJ*, 336, 1022
- . 1996, *ApJ*, 466, 372
- Chan, K. L., Wolff, C. L., & Sofia, S. 1981, *ApJ*, 244, 582
- Fontaine, G., & Brassard, P. 2008, *PASP*, 120, 1043
- Fontaine, G., Brassard, P., & Bergeron, P. 2001, *PASP*, 113, 409
- Fontaine, G., Lacombe, P., McGraw, J. T., Dearborn, D. S. P., & Gustafson, J. 1982, *ApJ*, 258, 651
- Fontaine, G., Tassoul, M., & Wesemael, F. 1984, in *Theoretical Problems in Stellar Stability and Oscillations*, 328–333
- Fontaine, G., Villeneuve, B., & Wilson, J. 1981, *ApJ*, 243, 550
- Freytag, B., Steffen, M., Ludwig, H.-G., et al. 2012, *Journal of Computational Physics*, 231, 919
- Genest-Beaulieu, C., & Bergeron, P. 2014, *ApJ*, 796, 128
- Gianninas, A., Bergeron, P., & Fontaine, G. 2005, *ApJ*, 631, 1100
- . 2006, *AJ*, 132, 831
- Gianninas, A., Bergeron, P., & Fontaine, G. 2007, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 372, 15th European Workshop on White Dwarfs, ed. R. Napitwotzki & M. R. Burleigh, 577
- Gianninas, A., Bergeron, P., & Ruiz, M. T. 2011, *ApJ*, 743, 138
- Green, E. M., Limoges, M.-M., Gianninas, A., et al. 2015, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 493, 19th European Workshop on White Dwarfs, ed. P. Dufour, P. Bergeron, & G. Fontaine, 237
- Hansen, C. J., & Kawaler, S. D. 1994, *Stellar Interiors. Physical Principles, Structure, and Evolution*

- Hansen, C. J., Winget, D. E., & Kawaler, S. D. 1985, *ApJ*, 297, 544
- Henry, L., Vardya, M. S., & Bodenheimer, P. 1965, *ApJ*, 142, 841
- Hermes, J. J., Kepler, S. O., Castanheira, B. G., et al. 2013, *ApJ*, 771, L2
- Hummer, D. G., & Mihalas, D. 1988, *ApJ*, 331, 794
- Hurlburt, N. E., Toomre, J., & Massaguer, J. M. 1984, *ApJ*, 282, 557
- Kilic, M., Hambly, N. C., Bergeron, P., Genest-Beaulieu, C., & Rowell, N. 2018, *MNRAS*, 479, L113
- Kim, Y.-C., Fox, P. A., Demarque, P., & Sofia, S. 1996, *ApJ*, 461, 499
- Kim, Y.-C., Fox, P. A., Sofia, S., & Demarque, P. 1995, *ApJ*, 442, 422
- Kippenhahn, R., & Weigert, A. 1990, *Stellar Structure and Evolution*, 192
- Koester, D. 1976, *A&A*, 52, 415
- Koester, D., & Chanmugam, G. 1990, *Reports on Progress in Physics*, 53, 837
- Koester, D., Napiwotzki, R., Voss, B., Homeier, D., & Reimers, D. 2005, *A&A*, 439, 317
- Lemke, M. 1997, *A&AS*, 122, 285
- Liebert, J., Bergeron, P., & Holberg, J. B. 2005, *ApJS*, 156, 47
- Linz, P. 1985, *Analytical and Numerical Methods for Volterra Equations*, *Studies in Applied Mathematics* (Society for Industrial and Applied Mathematics)
- Ludwig, H.-G., Jordan, S., & Steffen, M. 1994, *A&A*, 284, 105
- Lydon, T. J., Fox, P. A., & Sofia, S. 1992, *ApJ*, 397, 701
- Maeder, A. 1975, *A&A*, 40, 303
- Magic, Z. 2014, PhD thesis, Max-Planck Institute for Astrophysics (Garching, Germany)
- Magic, Z., Weiss, A., & Asplund, M. 2015, *A&A*, 573, A89

- McCook, G. P., & Sion, E. M. 1983, A Catalogue of Spectroscopically Identified White Dwarfs.
- Mihalas, D. 1978, Stellar Atmospheres, 2nd edition
- Mukadam, A. S., Mullally, F., Nather, R. E., et al. 2004, ApJ, 607, 982
- Nordlund, Å. 1974, A&A, 32, 407
- . 1982, A&A, 107, 1
- Nordlund, Å., Spruit, H. C., Ludwig, H.-G., & Trampedach, R. 1997, A&A, 328, 229
- Parsons, S. B. 1969, ApJS, 18, 127
- Petrovay, K. G. 1990, ApJ, 362, 722
- Pidatella, R. M., & Stix, M. 1986, A&A, 157, 338
- Prandtl, L. 1925, Z. Angew. Math. Mech., 5, 136
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., & Vetterling, W. T. 1986, Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing
- Renzini, A. 1987, A&A, 188, 49
- Saffer, R. A., Liebert, J., & Olszewski, E. W. 1988, ApJ, 334, 947
- Saslaw, W. C., & Schwarzschild, M. 1965, ApJ, 142, 1468
- Schwarzschild, M. 1961, ApJ, 134, 1
- Shaviv, G., & Salpeter, E. E. 1973, ApJ, 184, 191
- Skaley, D., & Stix, M. 1991, A&A, 241, 227
- Spiegel, E. A. 1963, ApJ, 138, 216
- Stein, R. F., & Nordlund, Å. 1998, ApJ, 499, 914
- Subasavage, J. P., Henry, T. J., Bergeron, P., et al. 2007, AJ, 134, 252

- Tanner, J. D., Basu, S., & Demarque, P. 2012, *ApJ*, 759, 120
- Trampedach, R., & Stein, R. F. 2011, *ApJ*, 731, 78
- Trampedach, R., Stein, R. F., Christensen-Dalsgaard, J., Nordlund, Å., & Asplund, M. 2014, *MNRAS*, 445, 4366
- Travis, L. D., & Matsushima, S. 1973a, *ApJ*, 182, 189
- . 1973b, *ApJ*, 180, 975
- Trefethen, L. N. 2008, *SIAM Review*, 50, 67
- Tremblay, P.-E., & Bergeron, P. 2009, *ApJ*, 696, 1755
- Tremblay, P.-E., Bergeron, P., Kalirai, J. S., & Gianninas, A. 2010, *ApJ*, 712, 1345
- Tremblay, P.-E., Ludwig, H.-G., Freytag, B., et al. 2015, *ApJ*, 799, 142
- Tremblay, P.-E., Ludwig, H.-G., Freytag, B., Steffen, M., & Caffau, E. 2013a, *A&A*, 557, A7
- Tremblay, P.-E., Ludwig, H.-G., Steffen, M., Bergeron, P., & Freytag, B. 2011, *A&A*, 531, L19
- Tremblay, P.-E., Ludwig, H.-G., Steffen, M., & Freytag, B. 2013b, *A&A*, 552, A13
- . 2013c, *A&A*, 559, A104
- Ulrich, R. K. 1970a, *Ap&SS*, 7, 71
- . 1970b, *Ap&SS*, 7, 183
- . 1970c, *Ap&SS*, 9, 80
- Unno, W., Kondo, M.-A., & Xiong, D.-R. 1985, *PASJ*, 37, 235
- Unno, W., & Spiegel, E. A. 1966, *PASJ*, 18, 85
- Van Grootel, V., Fontaine, G., Brassard, P., & Dupret, M.-A. 2013, *ApJ*, 762, 57

- Vidal, C. R., Cooper, J., & Smith, E. W. 1970, *J. Quant. Spec. Radiat. Transf.*, 10, 1011
- Vitense, E. 1953, *ZAp*, 32, 135
- Voss, B., Koester, D., Østensen, R., et al. 2006, *A&A*, 450, 1061
- Voss, B., Koester, D., Østensen, R., et al. 2007, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 372, 15th European Workshop on White Dwarfs, ed. R. Napiwotzki & M. R. Burleigh, 583
- Winget, D. E., & Fontaine, G. 1982, in *Pulsations in Classical and Cataclysmic Variable Stars*, ed. J. P. Cox & C. J. Hansen, 46
- Winget, D. E., van Horn, H. M., Tassoul, M., et al. 1982, *ApJ*, 252, L65
- Xiong, D.-r. 1980, *Chinese Astronomy*, 4, 234
- Zuckerman, B., Koester, D., Melis, C., Hansen, B. M., & Jura, M. 2007, *ApJ*, 671, 872

ANNEXE A

DIAGRAMMES DE DISPERSION DES PARAMÈTRES ATMOSPHÉRIQUES MOYENNÉS

