



Université de Montréal
Département de Sciences Economiques

Modèle Espace Etat :
Estimation Bayésienne du NAIRU américain

Mémoire de maîtrise

Par Guy Arnold Djolaud

Dirigé par William McCausland

Co-dirigé par Immo Schott

29 Août 2017

Remerciements

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance à mon Directeur de mémoire, William McCausland pour son suivi de qualité, ses conseils avisés et sa constante disponibilité tout le long de la réalisation du présent document.

Ma profonde gratitude va aussi à mon Co-directeur Immo Schott, pour ses orientations constructives et précieuse contribution.

Merci également à l'ensemble du corps professoral et administratif du département de Sciences Economiques de l'Université de Montréal.

Résumé

Phillips (1958) dans son étude sur l'Angleterre, montre l'existence d'une relation entre le taux de chômage et l'inflation, ainsi que l'existence éventuelle d'un arbitrage entre ces deux agrégats. En effet, lorsque le taux de chômage diminue, les coûts de production des entreprises augmentent, ce qui se répercute sur leurs prix occasionnant de l'inflation. Pourtant, une bonne santé économique requiert une diminution du chômage et un niveau d'inflation soutenable. Ainsi, il convient de déterminer le taux de chômage qui permet une inflation stable, taux encore appelé NAIRU (Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment). Etant donné que le NAIRU échappe à l'observation (Blanchard (2003)), il est difficile de le mesurer. Plusieurs estimations peu précises ont été faites sur le NAIRU américain. La présente étude contribue à la littérature par une estimation rigoureuse du NAIRU américain avec des méthodes d'estimation bayésienne, plus précisément des simulations MCMC (Markov Chain Monte Carlo) dans un modèle espace état univarié linéaire et gaussien. Dans notre stratégie, l'obtention de la variable latente (NAIRU) se fait au moyen du filtre de Kalman et d'un lissage à rebours tel que proposé par de Jong et Shephard(1995); le tirage des paramètres est réalisé par un échantillonnage de Gibbs. Le tout est effectué un grand nombre de fois par simulations MCMC pour assurer la convergence.

Mots clés : NAIRU, Modèle espace-état, Echantillonnage de Gibbs, Filtre de Kalman, lissage à rebours.

Abstract

Phillips (1958) in his study on England, showed the existence of a relationship between the unemployment rate and inflation, and the potential existence of an arbitrage between those two aggregates. Indeed, when the unemployment rate decreases, the costs of production of firms tend to increase, which results in an increase of prices. Yet, a good economic health requires a decrease in unemployment and a bearable inflation rate. Thus, it is necessary to determine the unemployment rate that allows a stable inflation, so called NAIRU (Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment). Since the NAIRU cannot actually be observed (Blanchard (2003)), it is difficult to measure it. Several unclear estimates have been made on the American NAIRU . Thus, the present study aims to contribute to this literature by a rigorous estimation of the American NAIRU with Bayesian estimation methods including MCMC (Markov Chain Monte Carlo) in a state space univariate gaussian model. In our strategy, the latent variable (NAIRU) is obtained using a Kalman filter and a backward smoothing algorithm as introduced by de Jong et Shephard(1995) ; the draw of parameters is performed through a Gibbs sampling. All those steps are realized many times by MCMC simulations for convergence requirement.

Keywords : NAIRU, Space-state model, Gibbs sampling, Kalman Filter, backward smoothing.

Table des matières

1	Introduction	7
2	Revue de Littérature	8
2.1	Le NAIRU et la courbe de Phillips	8
2.2	Estimation du modèle Espace Etat : NAIRU endogène	9
3	L'approche Bayésienne	10
4	Analyse empirique	12
4.1	Analyse descriptive des données	12
4.1.1	Les données	12
4.1.2	Statistiques descriptives	13
4.2	Spécification du Modèle	14
4.2.1	Le modèle	14
4.2.2	La vraisemblance	16
4.2.3	Les densités à priori	16
4.2.4	Lois à postériori	18
4.2.5	Filtre de kalman et lissage	19
4.3	Résultats	21
4.3.1	Estimation du modèle	21
4.3.2	Convergence des paramètres	24
5	Conclusion	26
	Références	30

Table des figures

1	Courbe d'évolution de l'inflation et du chômage jan,1964-dec,2016	13
2	Evolution de l'inflation observée et de l'inflation estimée	22
3	Estimation du NAIRU	22
4	représentation du NAIRU et du taux de chômage	23
5	Convergence de β_1	24
6	Convergence de β_2	25
7	Convergence de la précision R de l'équation d'espace	25
8	Convergence de la précision Q de l'équation d'état	26

Liste des tableaux

1	Statistiques descriptives du chômage U et de l'inflation π	14
2	Spécification des hyperparamètres des lois à priori	17
3	Moments à priori des paramètres	18
4	Valeurs estimées des paramètres du modèle	21

1 Introduction

Lorsque le niveau du chômage augmente, l'offre de travail est forte, les potentiels employés ne sont plus en position de force d'exiger de hauts salaires. Par contre, si le taux de chômage diminue, les salaires sont susceptibles de s'accroître, occasionnant une hausse des coûts de production des entreprises. Ceci se répercutera inéluctablement sur les prix qui augmenteront, créant ainsi de l'inflation. Cet éventuel arbitrage entre diminution du taux de chômage et augmentation de celui de l'inflation a été introduit par l'économiste Alban Phillips en 1958. Une inflation sans cesse croissante n'étant pas une situation souhaitable, il semble naturel de se demander quel est le taux de chômage qui permet une inflation stable ? C'est exactement à cette question que les économistes Stephen Nickell et Richard Layard (1970) ont tenté de répondre en définissant dans un premier temps les conditions de stabilité de l'inflation et en mettant en exergue, dans un second temps, le concept de NAIRU (Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment). L'utilité du NAIRU pour la politique économique en particulier macroéconomique fait l'objet de controverse. En effet certains économistes comme Joseph Stiglitz¹ jugent le concept acceptable tandis que d'autres comme Franco Modigliani² sont moins convaincus. L'une des plus importantes raisons du scepticisme de ces derniers, est la difficulté qu'on a à le mesurer. Ainsi, les valeurs estimées actuelles du NAIRU sont imprécises, elles ont souvent tendance à suivre l'évolution du chômage effectif. Ceci s'est constaté dans le cas américain, dans les années 1990, où la majorité des du NAIRU ont été affectées d'un biais pessimiste en période de décroissance du chômage. On peut l'expliquer premièrement par le fait que, le chômage effectif est lui-même difficilement mesurable avec notamment le fait que certains chômeurs cessent de rechercher un emploi par découragement, mais reviennent dans la population active lorsque les perspectives d'embauche sont meilleures. Deuxièmement, le NAIRU ne porte que sur le seul marché du travail, alors que l'inflation peut aussi avoir pour cause un excès de demande sur le marché des biens et services. Une seconde question se pose donc : quelle est l'estimation correcte du NAIRU aux USA étant données les difficultés susmentionnées ? Notre principale contribution est de proposer une stratégie empirique adéquate à son estimation.

1. Joseph Stiglitz (1997) montre que le NAIRU peut avoir des effets de rétroaction sur la politique monétaire

2. Franco Modigliani lors d'une conférence à Freiburg en 2000 soutient que la persistance du chômage est "apparemment basée sur une utilisation critiquable de la soit-disant approche du NAIRU".

2 Revue de Littérature

2.1 Le NAIRU et la courbe de Phillips

La courbe de Phillips a joué un rôle important dans les années 60 et 70, suite aux travaux de Phillips (1958) qui établissent une relation entre le chômage et la variation des taux des salaires en Angleterre. En effet Blanchard et Kartz (1999) montre l'influence de la correction des salaires sur le chômage ; Plasmans et al (1999) étudient dans la même lancée les effets des prestations de chômage sur la vitesse d'ajustement des salaires. Gordon (1997) fait une analyse empirique du processus d'inflation. Par ailleurs, un large éventail d'articles tend à converger vers ce qu'on appelle « New Keynesian Phillips curve » introduit par Taylor (1980) et Calvo (1983). Clarida et al. (1999) s'en sont notamment inspirés pour déterminer certains principes en ce qui concerne la politique monétaire. Toutefois comme l'a indiqué Mankiw (2001), la courbe de Phillips des nouveaux Keynésiens souffre d'un problème frappant, dans la mesure où le taux d'inflation change rapidement bien que les prix soient stationnaires dans leur modélisation. Il est important de préciser qu'il existe deux types de courbe de Phillips mettant en relation le chômage et l'inflation : l'un sur le marché du travail (l'inflation étant considérée comme l'évolution des salaires) et l'autre sur le marché des biens (l'inflation étant l'évolution des prix des biens). Toutefois, nous n'en considérerons qu'une car nous faisons le postulat que la variation des prix est une conséquence de celle des salaires. Fair (2000) a considéré le débat sur le NAIRU dans cette perspective, en utilisant la pression de la demande sur le marché du travail comme variable proxy de la pression de la demande sur le marché des biens.

Un autre aspect important de l'étude du NAIRU est son lien avec la politique monétaire. Dans les années 1960, Friedman et Phelps ont proposé une courbe de Phillips qui serait verticale à long terme. Ceci traduit que la masse monétaire ne peut pas influencer le taux de chômage à long terme. La littérature récente a remis en question cet aspect et propose une courbe de Phillips non verticale à long terme et donc un NAIRU non constant, impliquant ainsi que le NAIRU pourrait être affecté par le taux d'inflation et par la politique monétaire. Gordon (1997), par exemple, estime un NAIRU non constant pour les États-Unis avec et sans la prise en compte des chocs d'offre. D'autres économistes se sont également essayés à une estimation du NAIRU, comme Staiger et al (1996). Quant à Blanchard(2003), il fait ressortir la relation entre le NAIRU et le taux d'intérêt en proposant plusieurs mécanismes par lesquels le taux d'intérêt pourrait influencer le NAIRU, dans

son étude sur l'Europe des années 1970 et 1980. Dans le même ordre d'idées, d'autres chercheurs comme Stiglitz (1997), par exemple, soutiennent que le NAIRU peut avoir des effets de rétroaction sur la politique monétaire. Graham et Snower (2003) estiment une courbe de Phillips à long terme et montrent qu'une augmentation permanente du taux de croissance de la masse monétaire entraîne une augmentation permanente du taux d'inflation et une diminution permanente du niveau de chômage. Par conséquent, supposer un NAIRU exogène dans un modèle empêcherait d'explorer correctement la politique monétaire. Enfin, Lengwiler (1998) trouve aussi qu'un NAIRU constant ne traduit pas la réalité et que ce dernier pourrait être influencé par l'inflation anticipée.

2.2 Estimation du modèle Espace Etat : NAIRU endogène

Étant donné que le concept de NAIRU ne se prête pas à l'observation, il doit nécessairement être quantifié en vue d'être utilisé pour l'analyse macroéconomique. Gordon (1997), ainsi que Nicolas Blouin (2007) estiment le NAIRU dans un modèle espace état³. Les méthodes pour estimer un modèle espace état fourmillent. Les méthodes bayésiennes de lissage et de filtrage sont récemment devenues incontournables pour de tels modèles. Rue (2001) présente l'algorithme du Facteur Cholesky (CFA), un moyen efficace de tirer la variable latente, basé sur la décomposition de Cholesky de la précision (inverse de la variance). Chan et Jeliaskov (2009) font usage de l'algorithme du CFA et décrivent deux applications empiriques de celui-ci pour l'inférence bayésienne de modèles espace état macroéconomiques. La question importante et particulière est relative au lissage de la simulation, c'est à dire le tirage de la variable latente à partir de sa distribution conditionnelle sachant les données observées. La plupart des méthodes d'échantillonnage tente principalement de déterminer la densité postérieure⁴ des états, des paramètres et autres fonctions d'intérêt. Plusieurs auteurs ont proposé des moyens de tirer des états dans des modèles espace état linéaires gaussiens à l'aide du filtre Kalman, y compris Carter et Kohn (1994), de Jong et Shephard (1995), et Durbin et Koopman (2002). Knorr-Held Et Rue (2002) commentent la relation entre le CFA et les méthodes basées sur le filtre de Kalman. Le filtre de Kalman est utilisé non seulement pour le lissage de la simulation, mais aussi pour évaluer la fonction de vraisemblance dans un modèle espace-état linéaire gaussien. Le filtre Kalman fournit également des quantités intermédiaires utiles pour calculer les

3. Plus d'information sur le modèle espace état à la section 4.1.1

4. Etant donné que cette partie utilise le jargon bayésien, le lecteur moins à l'aise peut se référer à la section 3, une définition de la densité postérieure est notamment donnée au niveau de l'équation 3.2

distributions de filtrage, distributions conditionnelles de la variable latente sachant les données dont nous disposons, pour différentes valeurs du temps. Il est par contre difficile d'utiliser l'algorithme CFA pour calculer efficacement ces différentes distributions. Une méthode beaucoup plus efficace, proposée par McCausland et al (2011), se révèle être la plus efficiente pour certains types de modèles importants. Les gains sont particulièrement conséquents pour les cas où la dimension des variables observées est grande où lorsque l'on fait des tirages répétés d'états pour les mêmes valeurs de paramètres. Metropolis (1949) décrit un algorithme à la base des méthodes appelées MCMC (Markov Chain Monte Carlo). Les MCMC sont aujourd'hui incontournables. En effet, elles rendent possibles et facilitent l'inférence bayésienne via l'ordinateur. Depuis, les méthodes MCMC se sont davantage développées. Hastings (1970) en s'en inspirant conçoit l'algorithme de Metropolis-Hastings. Cet algorithme peut être utilisé pour simuler des tirages d'une loi non standard. L'échantillonnage de Gibbs est la technique MCMC la plus simple⁵. Geman et Geman (1984) sont les précurseurs de cet algorithme. Ils décrivent une chaîne de Markov de premier ordre dans laquelle la distribution conditionnelle d'un tirage dépend de la réalisation précédente. Etant donné que la méthode de Kalman estime la variable latente sachant les autres paramètres du modèle, dans notre étude nous employerons l'échantillonnage de Gibbs afin de déterminer les paramètres et le filtre de Kalman suivi du lissage pour le tirage de la variable latente. Comme nous l'avons vu dans la section précédente présentant les transformations de la courbe de Phillips, nous pensons qu'il serait bien d'explorer une possibilité de volatilité stochastique dans la courbe de Phillips. Dans de telles conditions l'estimation de la variable latente dans un modèle espace état non gaussien non linéaire devient plus complexe; William McCausland (2012) propose la méthode HESSIAN, méthode qu'il montre être la plus efficiente dans de tels cas de figures. L'exploration de volatilité stochastique est une piste explorable au delà de la présente étude.

3 L'approche Bayésienne

De façon générale, l'économétrie se sert des données disponibles en vue d'en apprendre davantage sur les éléments d'intérêt du chercheur. L'économétrie apporte ainsi des réponses à un large éventail de questions. La science économique quant à elle s'intéresse souvent à des modèles dépendant de paramètres. Ainsi, dans le cas d'un modèle de régression linéaire, l'économétrie s'attèlera à estimer

5. Stephen Gordon et Gilles Belanger (1996)

les coefficients, qui représentent dans ce contexte les éléments d'intérêt du chercheur.

Soit y un vecteur de données et soit α un vecteur de paramètres.

$$y = \alpha x + \varepsilon \quad (3.1)$$

Soit également le paramètre θ (incluant tous les paramètres sujet à notre intérêt notamment la variance de ε et le coefficient α). Il s'agit de notre objet d'intérêt, et plus précisément la mise à jour de ce paramètre sachant les données dont nous disposons. L'économétrie bayésienne, comme son nom l'indique, se fonde sur la règle de Bayes :

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{p(y)} \quad (3.2)$$

$p(\theta|y)$ la densité à postériori

$p(y|\theta)$ la vraisemblance du modèle

$p(\theta)$ la densité à priori de θ .

Ainsi pour obtenir notre paramètre d'intérêt θ , que l'on corrige sur la base des données dont nous disposons, il nous faut déterminer la densité à postériori $p(\theta|y)$. Il nous semble important de noter que l'économétrie bayésienne se distingue de l'économétrie fréquentiste. En effet, pour l'économétrie bayésienne, le paramètre θ est une variable aléatoire alors que pour l'économétrie classique il s'agit d'un paramètre fixe. D'autre part, il semble plus raisonnable, comme c'est le cas dans la vie quotidienne, d'actualiser les croyances sur la base des informations que nous acquérons progressivement. Au début, pour une situation donnée, nous avons des idées à priori basées sur nos propres intuitions sans réelles informations préalables. Ensuite au fil du temps, nous observons des données (nos expériences) et nous adaptons nos décisions selon ces informations (croyance à posteriori). C'est exactement ce que fait l'économétrie bayésienne. Le postérieur est une combinaison de l'à priori et des informations sur les données, mis à jour au fur et à mesure. Etant donné que $p(\theta|y)$ est notre objet d'intérêt central, nous pouvons ignorer dans l'équation (3.2) $p(y)$ et noter ainsi :

$$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta). \quad (3.3)$$

où " \propto " signifie "proportionnelle à". Comme nous l'avons dit plus haut, l'économétrie bayésienne considère θ comme une variable aléatoire. Ainsi, il convient de minimiser dans son estimation, l'espérance

de la perte quadratique; ceci explique l'utilisation de la moyenne a postériori. Pour un vecteur $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)'$ la moyenne à postériori de chaque élément est donnée par :

$$E(\theta_i|y) = \int \theta_i p(\theta|y) d\theta. \quad (3.4)$$

Il est rare de réussir à calculer cette intégrale de façon analytique, voir même impossible. L'utilisation des ordinateurs nous aidera ainsi dans ce sens. En plus d'une estimation par simulation, il est généralement désirable de mesurer le degré d'incertitude associé à cette estimation. Une telle information est communément donnée par l'écart-type à postériori, qui est la racine carrée de la variance postérieure. Elle est obtenue de la façon suivante :

$$Var(\theta_i|y) = E(\theta_i^2|y) - [E(\theta_i|y)]^2 \quad (3.5)$$

Tous ces moments à postériori, que l'économétrie bayésienne souhaite calculer sont de la forme :

$$E[g(\theta)|y] = \int g(\theta) p(\theta|y) d\theta \quad (3.6)$$

Selon le théorème de Monte Carlo si nous avons $\theta^{(m)}$ pour $m=1, \dots, M$ tirages aléatoires de la distribution à postériori $p(\theta|y)$ tel que :

$$\widehat{g}_M = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (g(\theta^{(m)})) \quad (3.7)$$

alors \widehat{g}_M converge vers $E[g(\theta)|y]$ lorsque $M \rightarrow \infty$. Ainsi, vue la difficulté à calculer ces moments à postériori directement, la plupart du temps, on obtient une approximation par simulation de Monte Carlo via des ordinateurs.

4 Analyse empirique

4.1 Analyse descriptive des données

4.1.1 Les données

Pour notre étude, nous disposons de deux bases de données, la première est constituée du taux d'inflation des Etats Unis, la seconde est composée du taux de chômage des Etats Unis. L'ensemble

des données de la première base de données a été fourni par la Federal Reserve Bank de Saint-Louis. Ces données mensuelles couvre la période allant de Janvier 1964 à Décembre 2016 soit 636 mois. La deuxième base de donnée a été importée du bureau des statistiques sur le travail du département américain du travail. Elle couvre la même période que la base précédente.

4.1.2 Statistiques descriptives

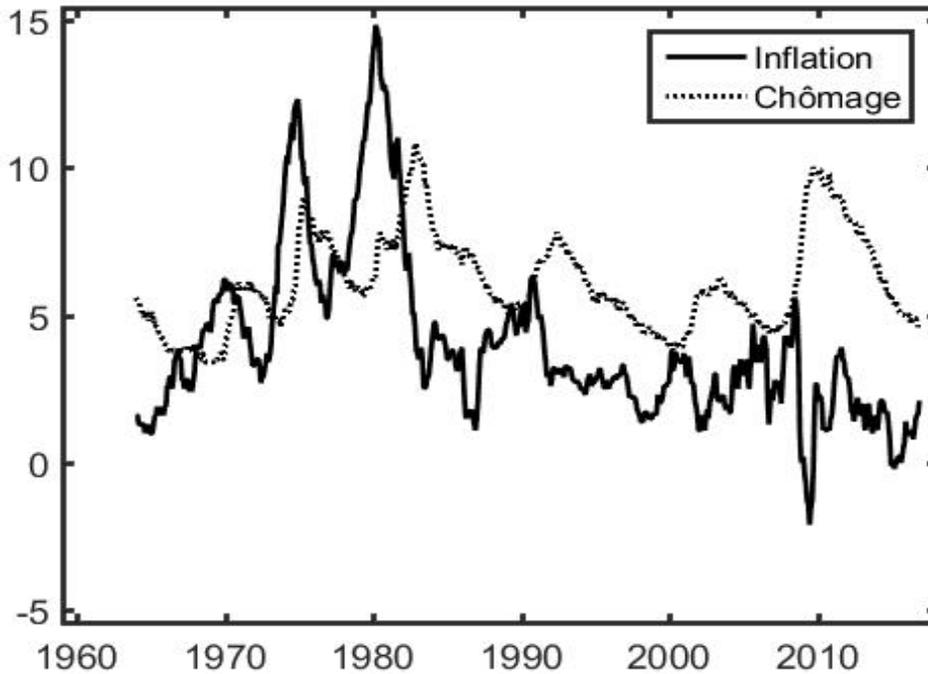


FIGURE 1: Courbe d'évolution de l'inflation et du chômage jan,1964-dec,2016

On remarque que, avant les années 70, le chômage était en baisse. La crise économique des années 70 s'est accompagnée d'une hausse du taux de chômage. En novembre 1973, le taux de chômage était à 4,8 %, et un an après, en novembre 1974, le taux de chômage atteignait les 6,6 %. Le taux de chômage poursuit sa croissance jusqu'en janvier 1976 avant de chuter lentement. Quant au taux d'inflation, après s'être maintenu à 3,3 % en moyenne par an au cours des 10 premières années, il a augmenté pour se situer à 6,2 % en 1973, à 12,3 % en décembre 1974 et à 9,1 % en 1975. Les États-Unis n'avaient pas connu une telle hausse du taux d'inflation depuis les années d'après-guerre. Ceci s'explique par la guerre du Vietnam et la crise énergétique qui s'évissaient dans cette période. Vers la fin de l'année 1979, le taux de chômage était retombé en dessous des 6 %, mais il a augmenté

pour atteindre à peu près 8 % durant la courte récession qui s'est établie de janvier à juillet 1980. Cependant, en 1978, le taux d'inflation quant à lui se situait à 7,6 %. L'année suivante, il a bondi à 11,3 %, avant d'atteindre 14,8 %, un sommet jamais atteint depuis 33 ans, en mars 1980. Il s'agissait d'une inflation d'un autre type ; il s'agissait d'un stagflation. Depuis lors, le taux de chômage a baissé continuellement, bien que cette période soit quelque peu tumultueuse ; le taux de chômage a chuté passant de près de 10.8 % à 4,6 % en 2007. La crise économique qui a suivi, a doublé le taux de chômage en 3 ans passant de 4,6 % à 10 %. Néanmoins, l'économie américaine qui est assez libérale, jouit d'une relative flexibilité qui lui a permis de rebondir rapidement et de faire baisser le taux de chômage jusqu'à 2016. Les prévisions du FMI prévoient une baisse du taux chômage jusqu'au niveau de celui de 2012 pour 2017.

	π	U
Moyenne	4.0022	6.09
Ecart type	2.90	1.63
Variance	8.41	2.66
Skweness	1.47	0.64
Kurtosis excédentaire	5.19	2.84
Min	-2.1	3.4
Max	14.8	10.8
Obs	636	636

TABLE 1: Statistiques descriptives du chômage U et de l'inflation π

4.2 Spécification du Modèle

4.2.1 Le modèle

Le cadre d'estimation de la courbe de Phillips, conforme au modèle du triangle de Gordon (1997) pour l'estimation du NAIRU sans chocs d'offre se fait suivant le modèle Espace-Etat suivant :

$$\pi_t = \beta(L)\pi_{t-1} + \gamma_t(U_t - U_t^*) + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

$$U_{t+1}^* = U_t^* + \eta_t \quad (4.2)$$

où L représente le polynôme retard, π est le taux d'inflation, U le taux de chômage effectif et U^* le NAIRU, qui dans l'équation suivante, suit une marche aléatoire. ε est un terme d'erreur intertemporel

non autocorrélé avec une moyenne nulle et une précision R (inverse de la variance) $\varepsilon_t \sim N(0, R^{-1})$ et η suit une distribution normale de moyenne nulle et de précision Q , $\eta_t \sim N(0, Q^{-1})$. Il convient de faire un bon nombre de choix concernant la spécification des variables dépendantes et explicatives. Selon la théorie, la variable dépendante peut en principe être un indicateur de l'inflation des prix où de l'inflation salariale. Puisque nous soutenons l'existence d'une relation stable entre les salaires et les prix, nous pouvons les utiliser indifféremment. Toutefois, nous utiliserons l'indice des prix à la consommation, dans la mesure où les responsables des politiques économiques et la FED l'utilisent et le considère comme l'indice le plus représentatif de l'inflation. La variable du chômage choisit correspond à la définition nationale du chômage américain. Il s'agit des personnes faisant partie de la population active⁶ au chômage. La seconde équation (équation d'Etat) quant à elle traduit comment le NAIRU évolue dans le temps. Il paraît intéressant de la spécifier comme Gordon (1997) car elle est compatible avec le fait que le NAIRU ne s'ajuste que lentement aux chocs durables. En outre, la forme auto-régressive présente également un intérêt pour la prévision à court terme, dans la mesure où les changements du NAIRU estimé dans le passé récent sont susceptibles de donner des informations pertinentes sur ses probabilités d'évolution future. Ball et Mankiw (2002) estiment le NAIRU en utilisant juste l'inflation précédente (proxy de l'inflation anticipée) comme seul retard de l'inflation dans le modèle de Gordon. En nous appuyant sur ces modèles, notre modèle d'étude devient alors plus précisément

$$\pi_t = \beta_1 \pi_{t-1} + \beta_2 (U_t - U_t^*) + \varepsilon_t \quad (4.3)$$

.Toutefois une écriture matricielle du modèle s'impose pour les sections suivantes et (4.1) devient :

$$\pi_t = X_t \beta - \beta_2 U_t^* + \varepsilon_t \quad (4.4)$$

avec $\beta = [\beta_1; \beta_2]'$ et $X_t = [\pi_{t-1}; U_t]$

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, notre analyse empirique utilisera une approche bayésienne. Une approche bayésienne nécessite de définir des loi à priori pour les différentes variables et paramètres inobservés et la détermination des lois à posteriori ainsi que des hyperparamètres. Dans les sections suivantes nous nous attèlerons à l'estimation de ceux-ci.

6. La population active est la population en âge de travailler qui travaille ou souhaite travailler

4.2.2 La vraisemblance

La vraisemblance est définie comme la densité des données conditionnellement aux paramètres inconnus (voir objets définis à l'équation (3.2)). Les hypothèses sur ε_t , X_t et U^*_t définissent l'expression de la vraisemblance. Dans cette étude nous faisons les hypothèses suivantes dont la première est tirée de la littérature :

1. ε_t est distribué normalement de moyenne 0 et de variance R^{-1} , et ε_t est indépendant des erreurs passées et futures pour $1 \leq t \leq T$; en d'autres termes ε_t est i.i.d $N(0, R^{-1})$
2. Les U_t sont non stochastiques et sont indépendants de ε_t ; la matrice X est de plein rang.
3. Les U^*_t quant à eux suivent une marche aléatoire (équation 4.2) et η est de moyenne 0 et de variance (paramètre inconnu) R^{-1} .

La fonction de vraisemblance devient donc $P(\pi, U | \beta, R, Q, U^*) = P(\pi | U, \beta, R, Q, U^*)P(U)$. Puisque U n'est pas aléatoire en plus du fait que ce n'est pas un élément d'intérêt, nous pouvons travailler avec la vraisemblance conditionnellement à U , $P(\pi | U, \beta, R, Q, U^*)$. Afin de simplifier les notations nous n'allons pas inclure U dans la distribution conditionnelle mais celle ci est sous entendue dans $P(\pi | \beta, R, Q, U^*)$.

L'Hypothèse 1 sur les erreurs nous permet de déterminer de façon précise la forme de la fonction de vraisemblance $P(\pi | U^*, \beta, R, Q)$ qui est normale.

4.2.3 Les densités à priori

Les priors sont les distributions que nous supposons avant d'avoir des informations sur les données. Ce sont nos croyances sur les densités de chaque élément inconnu. Ainsi, ces croyances peuvent prendre plusieurs formes. De façon générale, une certaine classe de priors est très utilisée en raison de l'efficacité analytique et de la facilité d'interprétation qu'elle assure (Gary Koop (2003)). Les priors conjugués naturels ont généralement ces deux avantages. Un prior conjugué naturel est une distribution qui combinée avec la vraisemblance, donne un postérieur qui provient de la même classe de distributions. De plus, le prior conjugué naturel a la même forme fonctionnelle que la fonction de vraisemblance. Ainsi, dans l'évaluation de la densité à postériori, les informations provenant du prior peuvent être interprétées de la même manière que celles provenant de la fonction de vraisemblance (Voir equation (3.2))

$$P(\beta, R, Q, U^*|\pi) \propto P(\pi|\beta, R, Q, U^*)P(\beta, R, Q, U^*) \quad (4.5)$$

Dans notre cas nous devons expliciter le prior pour β, R, Q et U^* noté par $P(\beta, R, Q, U^*)$. Nous le décomposons de la manière suivante :

$$P(\beta, R, Q, U_1^*, \dots, U_T^*) = P(\beta)P(R)P(Q)P(U_1^*, \dots, U_T^*|Q). \quad (4.6)$$

Dans ces conditions, nous devons avoir des priors pour β, R et $U^*_{1, \dots, T}|Q$. La forme de la fonction de vraisemblance nous suggère que les priors conjugués naturels sont :

$$\beta \sim N(\underline{\beta}, \underline{V}) \quad (4.7)$$

$$R \sim G(\underline{s}^{-2}, \underline{\nu}) \quad (4.8)$$

$$Q \sim W(\underline{\nu}_Q, \underline{Q}). \quad (4.9)$$

Les hyperparamètres et les moments à priori, que nous avons choisis pour ces différentes lois sont transcrits dans les tableaux ci :

Les moments à priori sont donnés dans le tableau suivant :

Hyperparamètres	
$\underline{\beta}$	[0.84; -0.83]
\underline{V}	diag([0.1 0.1])
\underline{s}^{-2}	1
$\underline{\nu}$	0.1
$\underline{\nu}_Q$	1
\underline{Q}	0.1

TABLE 2: Spécification des hyperparamètres des lois à priori

	Moyenne à priori	Variance à priori
β_1	0.84	0.1
β_2	-0.83	0.1
R	0.1	0.01
Q	0.1	0.2

TABLE 3: Moments à priori des paramètres

4.2.4 Lois à postérieur

Nos priors, informations basées sur nos croyances, et celles obtenues par les données sont contenus dans la densité à postérieur⁷. Le postérieur est proportionnel à la vraisemblance multipliée par la densité à priori (voir équation (3.3)). Des manipulations particulières peuvent être utilisées pour montrer que la forme de la densité postérieure est la même que celle de la densité à priori, confirmant que les priors choisis sont bien des conjugués naturels. Ainsi, nous avons un postérieur de la forme :

$$\beta|\pi, R, Q, U_1^*, \dots, U_T^* \sim N(\bar{\beta}, \bar{V}) \quad (4.10)$$

$$R|\pi, Q, U_1^*, \dots, U_T^* \sim G(\bar{s}^{-2}, \bar{\nu}) \quad (4.11)$$

avec

$$\bar{V} = (\underline{V}^{-1} + R \sum X_t' X_t)^{-1} \quad (4.12)$$

$$\bar{\beta} = \bar{V}(\underline{V}^{-1} \underline{\beta} + R \sum X_t' (\pi_t - \beta_2 U_t^*)) \quad (4.13)$$

$$\bar{\nu} = T + \nu \quad (4.14)$$

$$\bar{s}^2 = \frac{\sum (\pi_t - X_t \beta - \beta_2 U_t^*)^2 + \nu s^2}{\bar{\nu}} \quad (4.15)$$

et

$$Q|\pi, U_1^*, \dots, U_T^* \sim W(\bar{\nu}_Q, \bar{Q}) \quad (4.16)$$

avec

$$\bar{\nu}_Q = T + \nu_Q \quad (4.17)$$

7. Des détails algébriques sont fournis par Zellner(1971, p 60-61)

et

$$\bar{Q} = [Q^{-1} + \sum (U_{t+1}^* - \beta_2 U_t^*)(U_{t+1}^* - \beta_2 U_t^*)']^{-1} \quad (4.18)$$

4.2.5 Filtre de kalman et lissage

Etant donné les difficultés liées à l'estimation de la variable latente, l'une des méthodes les plus utilisées est celle du filtre de Kalman dans le cas d'un modèle espace-état gaussien. En supposant les paramètres obtenus par l'échantillonnage de Gibbs expliqués plus haut nous pouvons estimer la variable latente. L'algorithme de Kalman pour un modèle espace Etat est fondé sur les étapes suivantes :

Etape 1 : Nous initialisons $u_{1/0}^* = 0$ et déterminons son MSE 'Mean Square Error' $P_{1/0} = \Sigma$ avec

$$vec(\Sigma) = (I - \beta_2 \otimes \beta_2)vec(Q^{-1}) \quad (4.19)$$

. Les étapes 2, 3 et 4 sont réalisées pour $t = 2, \dots, 636$.

Etape 2 : En utilisant les valeurs initialisées à l'étape 1, nous pouvons obtenir la projection linéaire de π_t sachant l'information disponible au temps t-1. Nous avons ainsi,

$$\pi_{t/t-1} = X_t \beta - \beta_2 u_{t/t-1}^* \quad (4.20)$$

le MSE associé est

$$E[(\pi_t - \pi_{t/t-1})(\pi_t - \pi_{t/t-1})'] = \beta_2 P_{t/t-1} \beta_2' \quad (4.21)$$

De là, nous obtenons le gain optimal de Kalman

$$K_t = P_{t/t-1} \beta_2 (D_t)^{-1} \quad (4.22)$$

avec

$$D_t = \beta_2 P_{t/t-1} \beta_2' + R^{-1} \quad (4.23)$$

Etape 3 : nous mettons ensuite à jour la prédiction de $u_{t/t}^*$

$$u_{t/t}^* = u_{t/t-1}^* + K_t(\pi_t - \pi_{t/t-1}) \quad (4.24)$$

et son MSE associé est

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} + P_{t/t-1}\beta_2(D_t)^{-1}P_{t/t-1} \quad (4.25)$$

Etape 4 : nous faisons la prédiction du prochain état $u_{t+1/t}^* = u_{t/t}^*$ et son MSE est

$$P_{t+1/t} = E[(u_{t+1}^* - u_{t/t}^*)(u_{t+1}^* - u_{t/t}^*)'] = P_{t/t}' \quad (4.26)$$

Les erreurs de prévision sont donnés par :

$$e_t = \pi_t - X_t\beta + \beta_2 u_{t/t-1}^* \quad (4.27)$$

A la fin de l'étape 4, nous disposons d'un échantillon complet de prédictions de U^* donné par les $u_{t/t}^*$ obtenus du filtrage de Kalman .

Etape 5 : Nous utilisons à ce stade, l'algorithme de lissage de simulation proposé par de Jong et Shephard (1995). La démarche consiste à faire des simulations à reculons de la façon suivante : on fixe $N_T = 0$ $r_T = 0$, puis on calcule pour chaque date t allant de T à 2,

$$N_{t-1} = \frac{1}{P_{t/t-1}} + \left[\frac{1}{\beta_2^2 P_{t/t-1} + 1} \right]^2 \frac{N_t(1 + N_t)}{1 - N_t} \quad (4.28)$$

$$r_{t-1} = \frac{-\beta_2}{\beta_2^2 P_{t/t-1}} e_t + \left[\frac{r_t}{\beta_2^2 P_{t/t-1} + 1} \right] - \beta_2 P_{t/t-1} (1 - N_{t-1}) \varepsilon_t. \quad (4.29)$$

En utilisant ces quantités, on fait des tirages de $\eta_t \sim N(r_t, (1 - N_t)Q^{-1})$. Par la suite, on peut actualiser la série u^* .

Ainsi à la fin de ces étapes, nous obtenons la série lissée u^* sur toute la période d'observation. Dans la même boucle, nous utilisons ce tirage pour déterminer les paramètres tels que présentés dans la section 4.2.4 ; il est d'ailleurs décrit dans cette section que les paramètres sont tirés sachant la variable latente. Tout ce procédé⁸ est réitéré M fois, en utilisant à chaque itération, les valeurs des

8. Le procédé est précédé du choix des valeurs à priori que nous fixons des paramètres. Il commence avec le filtre de Kalman suivi du lissage pour l'obtention de u^* , et s'achève par le tirage des paramètres sachant u^*

paramètres obtenues à la simulation précédente pour obtenir la série u^* ; ces derniers sont ensuite actualisés comme décrit au 4.2.4. Dans notre cas, nous procédons à $M = 10000$ simulations.

4.3 Résultats

Cette partie décrit les estimations du NAIRU obtenues à partir de la relation de la courbe de Phillips en utilisant la démarche telle que présentée précédemment.

4.3.1 Estimation du modèle

En recourant aux techniques présentées dans la partie précédente, on a pu estimer la courbe de Phillips et les NAIRU correspondants au moyen du filtre de Kalman suivi d'un lissage et de l'échantillonnage de Gibbs. Les estimations de la courbe de philips se trouvent dans le tableau suivant. Il convient également en vue d'évaluer la qualité de nos estimations, de confronter la dynamique de

	Moyenne à postériori	Ecart-type à postériori
π_{-1}	0.77	0.28
U-U*	-0.90	0.27
R	1500	305.78
Q	615.12	44.99

TABLE 4: Valeurs estimées des paramètres du modèle

l'inflation observée à celle de l'inflation estimée qui s'écrit :

$$\pi_t^e = 0.77\pi_{t-1} - 0.90(U_t - U_t^*) \quad (4.30)$$

L'inflation observée et l'inflation obtenue à la suite de l'estimation du NAIRU sont représentées dans la figure ci-dessous (figure 2). On remarque que ces deux courbes ont la même allure et diffèrent de très peu à chaque date. Ceci semble indiquer que nos estimations ont réussi à capturer la dynamique de l'inflation sur la période d'étude. Le NAIRU obtenu est présenté au niveau de la figure 3 ainsi aussi qu'à la figure 4 où il est confronté au taux de chômage effectif. Pour une meilleure interprétation on trouvera dans la figure 4 la représentation du NAIRU et du taux de chômage. Des résultats de nos estimations, on peut conclure qu'il existe une relation positive et forte entre l'inflation retardée et l'inflation courante. Plus précisément, une augmentation de 1 % de l'inflation retardée occasionne une

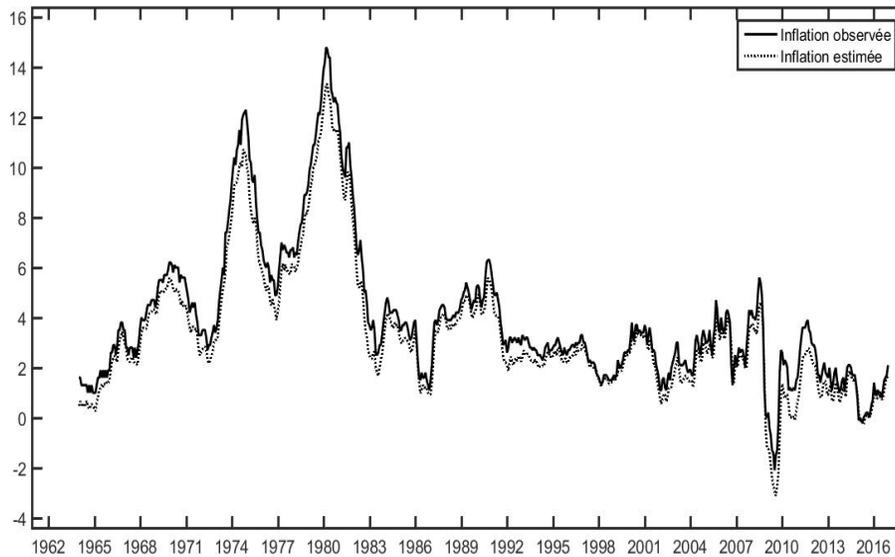


FIGURE 2: Evolution de l'inflation observée et de l'inflation estimée

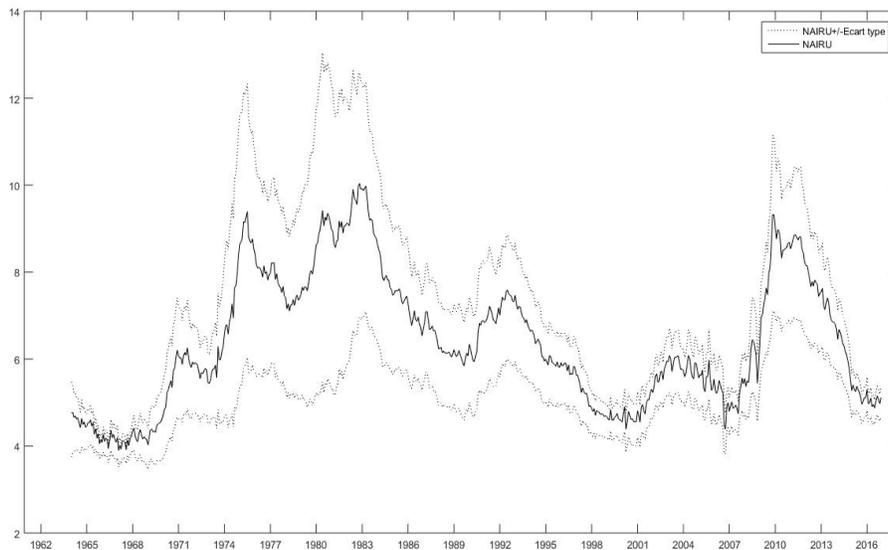


FIGURE 3: Estimation du NAIRU

augmentation de 0.77 % de l'inflation courante. Nous pouvons également avancer que l'anticipation de l'inflation des agents (capturée par l'inflation retardée) affecte l'inflation réalisée. En outre, bien que les estimations du NAIRU soient à certaines périodes plus ou moins imprécises (écart-type plus ou élevé), on remarque que les périodes où le chômage est supérieur au NAIRU, l'inflation est en baisse. A l'inverse, les périodes où le chômage est inférieur au NAIRU, l'inflation augmente.

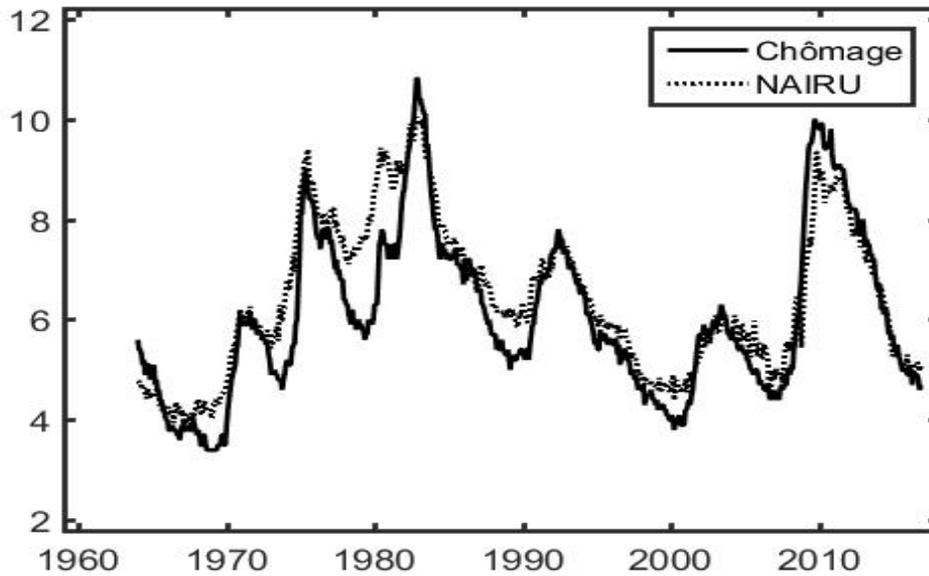


FIGURE 4: représentation du NAIRU et du taux de chômage

Ainsi, vers la fin de l'année 2009 et le début de l'année 2010, on constate que le taux de chômage courant est plus élevé que le NAIRU, et que sur cette même période, l'inflation est en baisse. De plus, les résultats de nos estimations montrent que lorsque le taux de chômage se situe au NAIRU les variations de l'inflation sont pratiquement insignifiantes. On l'observe sur le graphique car depuis 2010, le NAIRU et le taux de chômage effectif ont tendance à se confondre. Cela peut s'expliquer par le fait qu'un des objectifs récents de la FED est de maintenir une inflation stable; ceci se remarque depuis la crise financière jusqu'à nos jours. Ces conclusions qui sont en accord avec les prédictions théoriques, peuvent être utilisés dans la gestion de la politique macroéconomique. En effet, en situation de récession par exemple, si le taux de chômage augmente et dépasse le NAIRU, il est possible d'utiliser les instruments de la politique monétaire, notamment le taux d'intérêt pour stimuler l'économie, et ce sans risque d'inflation. En effet, en baissant les taux d'intérêt, on est capable de stimuler la demande globale; de surcroît le risque de hausse de l'inflation dû à la forte demande de monnaie sera compensé par la baisse de l'inflation qu'implique un taux de chômage excédant le NAIRU.

4.3.2 Convergence des paramètres

Etant donné que nous faisons des simulations en vue d'approximer la vraie valeur des paramètres, il convient de présenter les critères de convergence de ceux-ci. Dans cette étude nous réalisons 10000 simulations; les schémas suivants présentent les différentes convergences des paramètres. On constate qu'au bout des 10000 itérations, nos simulations convergent effectivement.

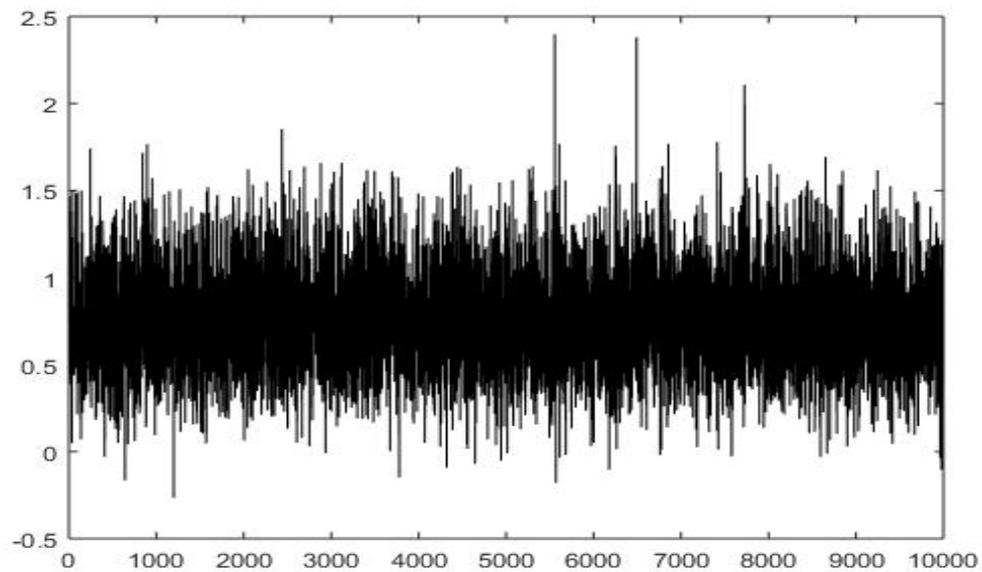


FIGURE 5: Convergence de β_1

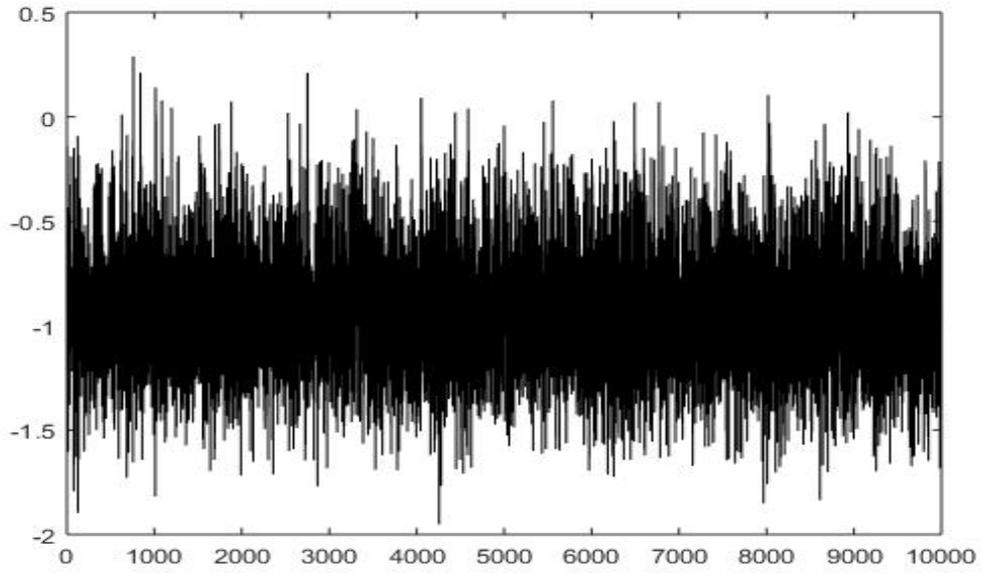


FIGURE 6: Convergence de β_2

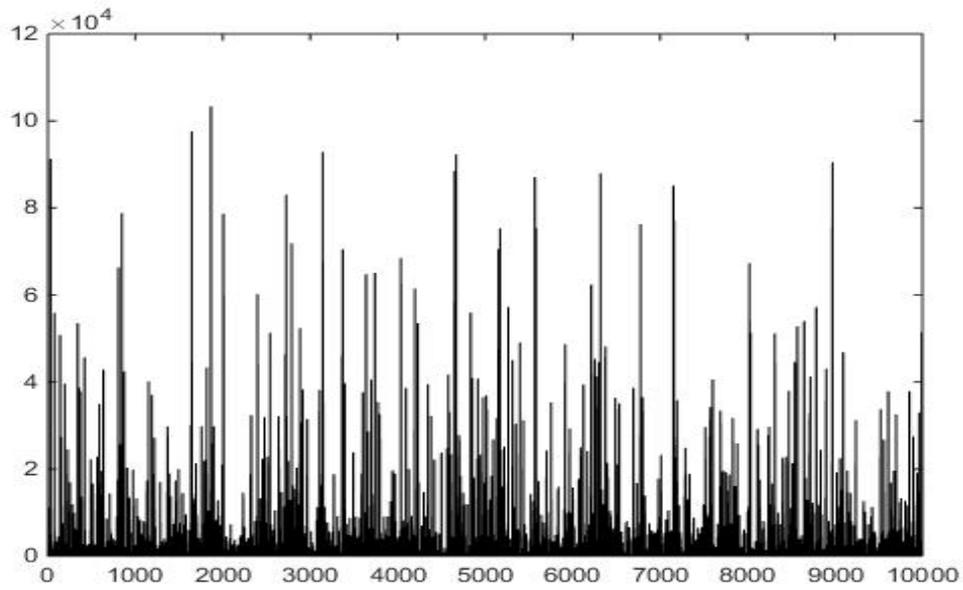


FIGURE 7: Convergence de la précision R de l'équation d'espace

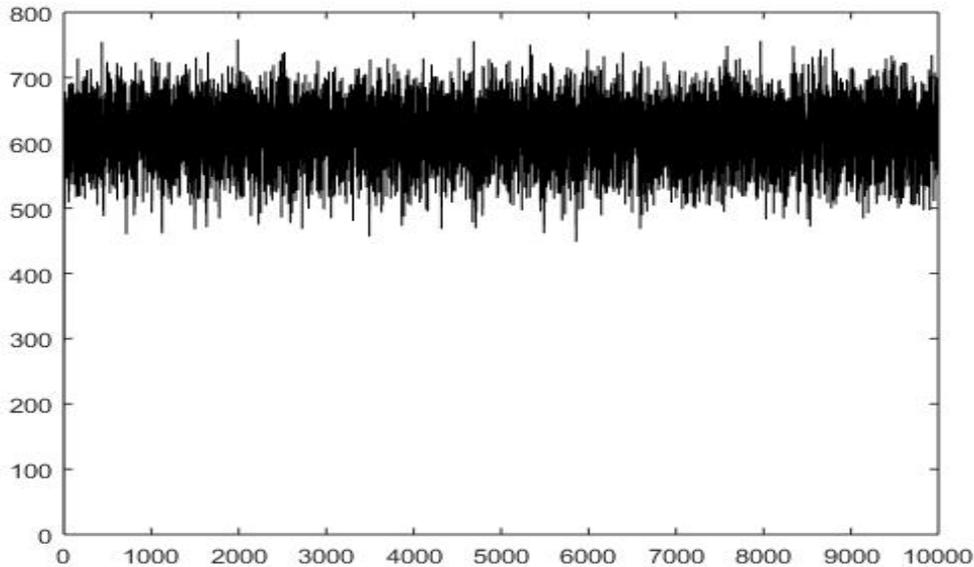


FIGURE 8: Convergence de la précision Q de l'équation d'état

5 Conclusion

Cette étude s'inscrit dans la littérature comme étant une contribution aux études faites sur la courbe de Phillips. En effet, Phillips a mis en exergue la possibilité d'existence d'un arbitrage entre l'inflation et le chômage. Dans son étude, il montre entre autre que lorsque le taux de chômage diminue, le taux d'inflation augmente. Il convenait alors de déterminer le taux de chômage qui permettrait une inflation stable, le NAIRU. Néanmoins, bien que le NAIRU se conçoive assez bien théoriquement, il demeure difficilement observable ; son estimation empirique nécessite des méthodes assez avancées. C'est à cela que cette étude s'est attelée. En effet, il s'agissait de montrer que, dans un modèle espace état, en utilisant des méthodes de filtrage (KALMAN) et de lissage pour le tirage du NAIRU, ainsi que des méthodes bayésiennes d'échantillonnage de Gibbs pour l'estimation des paramètres, on peut aboutir à une bonne évaluation du NAIRU, ce taux qui permet de tendre vers une inflation stable. Nos estimations aboutissent effectivement à des prédictions conformes à la théorie. Elles montrent effectivement que les périodes où le chômage est plus grand que le NAIRU, il y a une décroissance de l'inflation. Les conclusions de cette recherche peuvent servir pour orienter les objectifs de court terme en matière de chômage mais aussi pour mieux prévoir le taux d'inflation.

Enfin, il convient de souligner ici les limites de toute étude sur le NAIRU. D'une part, ces dernières sont basées sur des relations économétriques donnant des explications imparfaites de l'inflation ;

elles sont ainsi très souvent sujettes à d'importantes marges d'erreur. On peut par exemple citer les estimations de l'OCDE (2001) sur le NAIRU américain, qui enregistraient des écarts-type de 3/4 de points de moyenne. D'autre part, des spécifications différentes du modèle pourraient conduire à des conclusions différentes. Pour conclure, une possible extension de la présente étude pourrait consister à introduire le taux d'intérêt dans la relation de l'inflation, pour une meilleure gestion de la politique monétaire mais aussi à explorer l'éventualité d'une relation non linéaire de l'inflation nécessitant l'utilisation de méthodes bayésiennes de lissage plus poussées (la méthode HESSIAN).

Références

- [1] **Blanchard, O.**(2003), "Monetary policy and the labor market", New School University.
- [2] **Blouin**(2007),"to measure the unobservable : A model of the US NAIRU ", Departement of finance, working paper.
- [3] **Calvo, G.**(1983), "Staggered prices in a utility maximizing framework", Journal of Monetary Economics, vol. 12, n° 3, pp. 383-98.
- [4] **Carter, C.K., Kohn, R.**(1994), "On Gibbs sampling for state space models", Biometrika 81 (3), 541-553.
- [5] **Chan, Jeliazkov** (2009),"Reflections on the natural rate hypothesis", Journal of Economic Perspectives, Vol. 11, pp. 3-10.
- [6] **Clarida, R. D., Galí, J. and Gertler, M.**(1999),"The science of monetary policy : A New Keynesian perspective", Journal of Economic Literature, 37, 1161-1707.
- [7] **Durbin, J., Koopman, S.J.**(2002), "A simple and efficient simulation smoother for state space time series analysis", Biometrika 89 (3), 603-615.
- [8] **Fair, R.**(2000),"Testing the NAIRU model for the United States", The Review of Economics and Statistics, 82, 64-71.
- [9] **Friedman, M.** (1968), "The role of monetary policy", American Economic Review, Vol. 58(1), pp. 267-291.
- [10] **Geman, Geman**(1984),"Stochastic relaxation Gibbs distributions and the bayesian restoration of images", IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, (6), pp 721-741.
- [11] **Gordon, R.J**(1997), "The time-varying NAIRU and its implications for economic policy", Journal of Economic Perspectives, Vol. 11, pp. 11-32.
- [12] **S.Gordon, G. Bélanger** (1996), "Échantillonnage de Gibbs et autres applications économétriques des chaînes markoviennes", L'Actualité économique 721 : 27-49.
- [13] **Graham, L. and D.J. Snower**(2003),"The return of the long-run Phillips curve, Institute for the Study of Labor (IZA)", Discussion Paper, CEPR No. 3691.
- [14] **Hastings,W.K.**(1970),"Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications", Biometrika, 57, 97-109.

- [15] **Kalman, R.E.**(1960), "A new approach to linear filtering and prediction problems", Journal of Basic Engineering, Transactions ASME, Series 82, pp. 35-45.
- [16] **Knorr-Held, Rue** (2002),"On Block Updating in Markov Random Field Models for Disease Mapping", JScandinavian Journal of Statistics Volume 29, Issue 4 Pages 577-731.
- [17] **Layard, R., S. Nickell et R. Jackman** (1991), "Unemployment, Macroeconomic Performance and the Labour Market", Oxford Press.
- [18] **Lengwiler, Y.**(1998), "Certainty equivalence and the non-vertical long run Phillips curve", Board of Governors of the Federal Reserve System and Swiss National Bank.
- [19] **Mankiw, N. G.**(2001),"The inexorable and mysterious tradeoff between inflation and unemployment", Economic Journal, 111, 45-61.
- [20] **McCausland, W.J.**(2008), "The HESSIAN Method (Highly Efficient State Smoothing, In A Nutshell)", Cahiers de recherche du Département de sciences - économiques. Université de Montréal, no. 2008-03.
- [21] **McCausland, W. J., Miller, S., and Pelletier, D.**(2011), "Simulation smoothing for state-space models : a computational efficiency analysis", Computational Statistics and Data Analysis, 55 : 199-212.
- [22] **N. Metropolis**(1953),"Equations of State Calculations by Fast Computing Machines", Journal of Chemical Physics, vol. 21, no 6, p. 1087-1092.
- [23] **Modigliani, F. et L. Papademos**(1975), "Targets for monetary policy in the coming year", Brookings Paper on Economic Activity, vol. 1, pp. 141-163.
- [24] **Phillips, A. W.**(1958),"The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957", *Economica*, 25, 283-299.
- [25] **Plasmans, J., Meersman, H., van Poeck, A. and Merlevede, B.**(1999),Generosity of the unemployment benefit system and wage flexibility in EMU : Time varying evidence in five countries, Mimeo.
- [26] **Rue, H.**(2001), "Fast Sampling of Gaussian Markov Random Fields with Applications", Journal of the Royal Statistical Society Series B, 63 : 325-338.
- [27] **Staiger, D., J.H. Stock and M.W. Watson**(1996), "How precise are estimates of the natural rate of unemployment ?", NBER Working Paper 5477.

- [28] **Stiglitz, J.**(1997),”Reflections on the natural rate hypothesis”, Journal of Economic Perspectives, Vol. 11, pp. 3-10.
- [29] **Taylor, J.**(1980),”Aggregate dynamics and staggered contracts”, Journal of Political Economy, 88, 1-24.
- [30] **Turner, Boone, Giono, Meaci, Rae, Richardson**(2001),”L’estimation du taux de chômage structurel des pays de l’OCDE”, Revue économique de l’OCDE vol 33.
- [31] **Willi Semmler, Wenlang Zhang**(2006),Quantitative and empirical analysis of nonlinear dynamic macromodels, Chapter 15, Elsvier.
- [32] **Zellner , A.**(1971),”An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics”, New York : Wiley.