

Université de Montréal

Projections de la mortalité pour le Canada, les provinces et les territoires 2003-2056 :  
comparaison de deux méthodes

par

Laurie Paquette

Département de démographie  
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Maître ès sciences (M.Sc.)  
en démographie

Juillet, 2006

© Laurie Paquette, 2006



HB

881

U54

2006

v.009

**Direction des bibliothèques**

**AVIS**

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

**NOTICE**

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé :  
Projections de la mortalité pour le Canada, les provinces et les territoires 2003-2056 :  
comparaison de deux méthodes

présenté par :  
Laurie Paquette

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Norbert Robitaille  
président-rapporteur

Robert Bourbeau  
directeur de recherche

Laurent Martel  
codirecteur

Jacques Ledent  
membre du jury

Mémoire accepté le  
28 août 2006



## RÉSUMÉ

L'évolution actuelle de la mortalité lui confère de plus en plus d'importance dans les projections de population. Afin d'améliorer les projections de mortalité du Canada, de ses provinces et de ses territoires, ce mémoire évalue la nouvelle méthode de projection de mortalité de Li et Lee (2005) et la compare à la méthode de Lee-Carter (1992) et ce, en vue de déterminer la meilleure méthodologie à adopter afin de projeter de façon cohérente la mortalité canadienne. Les principaux résultats montrent que la projection de la mortalité canadienne avec la méthode de Li et Lee (2005) conduit non seulement, pour les femmes comme pour les hommes, à une absence de divergence et de convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces à l'horizon 2056 mais aussi à une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, ce qui cadre exactement avec ce qui a été observé dans un passé récent. En comparaison, la méthode Lee-Carter présente pour les deux sexes, une divergence irréaliste de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces et entre les sexes dans l'avenir. Plus précisément, les résultats indiquent que l'espérance de vie à la naissance projetée en 2056 est de 85,0 ans chez les Canadiens et de 88,6 ans chez les Canadiennes. Ainsi, la méthode développée par Li et Lee (2005) apparaît une méthode prometteuse et scientifiquement satisfaisante pour projeter la mortalité dans le contexte canadien.

**Mots clés :** démographie, perspective, projection, modélisation, modèle Lee-Carter, méthode de Li et Lee, Augmented Common Factor LC method, Common Factor model, Augmented Common Factor model, espérance de vie.

## **ABSTRACT**

Mortality assumptions are of increasing importance for population projections as the life expectancy has reached high levels. With the purpose of improving mortality projections for Canada, provinces and territories, this Master thesis investigate a new method set up by Li and Lee (2005) and compare it with the well-know Lee-Carter method (1992) so it is possible to choose the best method for coherent Canadian mortality projections. Results show that the Li and Lee method (2005) not only allows to project the life expectancy by sex of the different Canadian provinces to the year 2056 without any divergence or convergence but also allows to project a convergence of the life expectancy of men and women, which is coherent with recent trends. In comparison, results of the mortality projections using the Lee-Carter method show a divergence in the life expectancy of the different provinces and two sexes, which is not coherent with recent trends. The results show that the projected life expectancy of Canadian men and women would be 85.0 and 88.6 years in 2056, respectively. Thus, the Li and Lee method (2005) appears to be a promising and scientifically valid method to project mortality for Canada.

**Keywords :** demography, population projections, modelization, models, Lee-Carter model, Li and Lee method, Augmented Common Factor LC method, Common Factor model, Augmented Common Factor model, life expectancy.

# TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	iii
ABSTRACT.....	iv
TABLE DES MATIÈRES.....	v
Liste des figures.....	vii
Liste des tableaux.....	x
Liste des abréviations.....	xiii
DÉDICACE .....	xiv
REMERCIEMENTS .....	xv
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 : RECENSION DES ÉCRITS ET PROBLÉMATIQUE.....	6
1.1 Contexte .....	6
1.1.1 Les pratiques courantes des organismes officiels .....	8
1.2 Problématique .....	11
1.2.1 Limites et contraintes de la méthode Lee-Carter .....	12
1.2.2 Les variantes de la méthode Lee-Carter.....	20
1.3 Le modèle Lee-Carter dans le cas du Canada .....	24
CHAPITRE 2 : DONNÉES ET MÉTHODES .....	27
2.1 Concepts, sources et critiques des données.....	27
2.2 Méthodes.....	30
2.2.1 Méthode Lee-Carter .....	30
2.2.2 Méthode de Li et Lee (2005) : <i>the augmented common factor LC method</i> ...	32
2.2.2.1 Le profil moyen de la mortalité selon l'âge .....	33
2.2.2.2 Le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge	
Le paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ .....	34
2.2.2.3 L'ajustement du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ du	
Canada sexes réunis .....	37
2.2.2.4 La projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ .....	38
2.2.3 La correction du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ projeté pour	
le Canada sexes réunis .....	40
2.2.4 Les taux de mortalité modélisés, projetés et prolongés jusqu'à 110 ans avec Coale-Kisker	
Les espérances de vie à la naissance observées, modélisées et projetées.....	41
2.2.5 Hypothèse faible et hypothèse forte des projections de mortalité .....	44
2.2.6 La projection de mortalité des territoires .....	45
2.2.7 Choix du modèle de projection de la mortalité.....	47
2.2.8 Programme intégré de projection de mortalité avec les méthodes de	
Lee-Carter et de Li et Lee (2005) .....	50

CHAPITRE 3 : PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS .....	51
3.1 Analyse des paramètres des modèles de projection de la mortalité .....	51
3.1.1 Le profil moyen de la mortalité selon l'âge .....	51
3.1.2 Le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge .....	54
3.1.3 Le niveau de la mortalité au temps $t$ .....	57
3.2 Analyse de l'espérance de vie projetée pour le Canada et par provinces .....	60
3.2.1 L'espérance de vie projetée avec le modèle Lee-Carter .....	60
3.2.2 L'espérance de vie projetée avec le <i>common factor model</i> et le <i>augmented common factor model</i> .....	62
3.3 Analyse de l'espérance de vie projetée par sexe pour le Canada et les provinces	69
3.4 Choix du modèle de projection approprié pour le Canada et par province .....	71
3.5 Projections de mortalité pour le Canada, au niveau national, provincial et territorial...	77
3.5.1 Projection de la mortalité du Canada au niveau national .....	77
3.5.2 Projection de la mortalité du Canada au niveau provincial et territorial.....	82
3.6 Comparaisons des projections de mortalité.....	88
3.6.1 Comparaisons avec les anciennes projections de mortalité officielles de Statistique Canada.....	88
3.6.2 Comparaisons avec les projections de mortalité officielles de l'Institut de la Statistique du Québec .....	90
3.6.3 Comparaisons avec les projections de mortalité officielles de quatre pays industrialisés .....	92
3.7 Validité des projections de mortalité avec la période 1961-1992.....	95
CONCLUSION.....	100
BIBLIOGRAPHIE.....	105
ANNEXE MÉTHODOLOGIQUE .....	xvi
ANNEXES .....	xix
ANNEXE I.....	xx
ANNEXE II.....	xxii
ANNEXE III .....	xxv
ANNEXE IV .....	xxvii
ANNEXE V .....	xxix



## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Espérance de vie à la naissance observée entre 1971 et 2002, Canada et provinces, hommes .....	15
Figure 1.2	Espérance de vie à la naissance observée entre 1971 et 2002, selon le sexe, Canada.....	16
Figure 3.1	Profil moyen de la mortalité masculine selon l'âge ( $a_x$ ), Canada et provinces, période 1971-2002 .....	53
Figure 3.2	Rythme de changement du taux de mortalité masculin à chaque âge, du modèle Lee-Carter ( $b_x$ ) pour le Canada et les provinces et du <i>common factor model</i> ( $B_x$ ) pour le Canada sexes réunis .....	55
Figure 3.3	Rythme de changement du taux de mortalité féminin à chaque âge, du modèle Lee-Carter ( $b_x$ ) pour le Canada et les provinces et du <i>common factor model</i> ( $B_x$ ) pour le Canada sexes réunis .....	56
Figure 3.4	Niveau de la mortalité au temps $t$ modélisé (1971-2002) et projeté (2003-2056), par sexe, avec le modèle Lee-Carter ( $k_t$ ) pour le Canada et les provinces et le <i>common factor model</i> ( $K_t$ ) pour le Canada sexes réunis.....	58
Figure 3.5	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le modèle Lee-Carter, pour le Canada et par provinces, hommes.....	61
Figure 3.6	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le modèle Lee-Carter, pour le Canada et par provinces, femmes.....	63
Figure 3.7	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le <i>common factor model</i> , pour le Canada et par provinces, hommes.....	64
Figure 3.8	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le <i>augmented common factor model</i> , pour le Canada et par provinces, hommes.....	65

Figure 3.9	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le <i>common factor model</i> , pour le Canada et par provinces, femmes.....	67
Figure 3.10	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le <i>augmented common factor model</i> , pour le Canada et par provinces, femmes.....	68
Figure 3.11	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le modèle Lee-Carter, le <i>common factor model</i> et le <i>augmented common factor model</i> par sexe, Québec .....	70
Figure 3.12	Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le <i>common factor model</i> et leur intervalle de confiance à 95 %, Canada, hommes.....	78
Figure 3.13	Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le <i>common factor model</i> et leur intervalle de confiance à 95 %, Canada, femmes.....	79
Figure 3.14	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada.....	81
Figure 3.15	Gains annuels moyens de l'espérance de vie à la naissance observés (1925-1934 à 1995-2002) et projetés (2005-2014 à 2025-2031) avec le <i>common factor model</i> , par période de 10 ans, selon le sexe, Canada.....	83
Figure 3.16	Espérance de vie à la naissance observée (1921-2002), projetée avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée par Statistique Canada (1972, 1976, 1984, 1989, 1993 et 2001), selon le sexe, Canada.....	89
Figure 3.17	Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002), projetée avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée, selon deux scénarios, par l'Institut de la Statistique du Québec (2025), selon le sexe, Québec .....	91

Figure 3.18	Espérance de vie à la naissance observée au Canada (1971-2002), aux États-Unis (1999), en France (2000), au Japon (2000) et au Royaume-Uni (2000), projetée avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 % pour le Canada (2003-2031) et projetée pour les États-Unis (2025), la France (2030), le Japon (2031) et le Royaume-Uni (2031), selon le sexe.....	93
Figure 3.19	Espérance de vie à la naissance observée (1961-1992) et projetée (1993-2002) avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada.....	96
Figure A.1	Profil moyen de la mortalité féminine selon l'âge ( $a_x$ ), Canada et provinces, période 1971-2002.....	xxi
Figure A.2	Profil moyen de la mortalité masculine selon l'âge ( $a_x$ ) projeté avec la méthode de Li et Lee (2005) pour le Canada et les provinces.....	xxiii
Figure A.3	Profil moyen de la mortalité féminine selon l'âge ( $a_x$ ) projeté avec la méthode de Li et Lee (2005) pour le Canada et les provinces.....	xxiv
Figure A.4	Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge des hommes du Manitoba modélisé avec le <i>augmented common factor model</i> ( $b_{x,i}$ ).....	xxvi
Figure A.5	Niveau de la mortalité au temps $t$ des hommes du Manitoba modélisé avec le <i>augmented common factor model</i> ( $k_{t,i}$ ), période 1971-2002.....	xxviii

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau III.1	Les indices ou « <i>explanation ratios</i> » des hommes, Canada et provinces, période 1971-2002.....	72
Tableau III.2	Les indices ou « <i>explanation ratios</i> » des femmes, Canada et provinces, période 1971-2002.....	73
Tableau III.3	Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les trois modèles de projection de la mortalité pour les hommes, Canada et provinces.....	73
Tableau III.4	Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les trois modèles de projection de la mortalité pour les femmes, Canada et provinces .....	74
Tableau III.5	Espérance de vie à la naissance projetée avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, en 2003, 2031 et 2056, selon le sexe, Canada .....	82
Tableau III.6	Espérance de vie à la naissance projetée et son intervalle de confiance à 95 %, par provinces et territoires, en 2003 et 2031, hommes .....	84
Tableau III.7	Espérance de vie à la naissance projetée et son intervalle de confiance à 95 %, par provinces et territoires, en 2003 et 2031, femmes .....	85
Tableau III.8	Écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, observé en 2002 et projeté en 2031, par provinces et territoires .....	86
Tableau III.9	Espérance de vie à la naissance observée et projetée avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, écart entre l'espérance de vie à la naissance observée et projetée, par provinces, en 1993 et 2002, hommes.....	98
Tableau III.10	Espérance de vie à la naissance observée et projetée avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, écart entre l'espérance de vie à la naissance observée et projetée, par provinces, en 1993 et 2002, femmes.....	99

Tableau A.1	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031 avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada.....	xxx
Tableau A.2	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2032 et 2056, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada.....	xxxii
Tableau A.3	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Terre-Neuve-et-Labrador .....	xxxiii
Tableau A.4	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Île-du-Prince-Édouard.....	xxxiiii
Tableau A.5	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Nouvelle-Écosse.....	xxxv
Tableau A.6	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Nouveau-Brunswick.....	xxxvi
Tableau A.7	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Québec.....	xxxvii
Tableau A.8	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Ontario.....	xxxviii
Tableau A.9	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Manitoba.....	xxxix
Tableau A.10	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Saskatchewan .....	xl
Tableau A.11	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Alberta.....	xli

Tableau A.12	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Colombie-Britannique.....	xli
Tableau A.13	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Yukon.....	xlii
Tableau A.14	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Territoires du Nord-Ouest.....	xliii
Tableau A.15	Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le <i>common factor model</i> et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Nunavut.....	xliv

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS**

ACF : Augmented Common Factor

APC : Âge-période-cohorte

AR : Autorégressif

ARIMA : Autorégressif à moyenne mobile intégrée

BDLC : Base de données sur la longévité canadienne

CF : Common Factor

FAC : Fonction d'autocorrélation

FACP : Fonction d'autocorrélation partielle

G7 : Groupe des sept pays les plus industrialisés

HMD : Human Mortality Database

I : Intégration

IML : Interactive Matrix Language

INSEE : Institut National de la Statistique et des Études Économiques

ISQ : Institut de la Statistique du Québec

LC : Lee-Carter

MA : Moving Average (Moyenne mobile)

MPIDR : Max Planck Institute for Demographic Research

SAS : Statistical Analysis System

SVD : Singular Value Decomposition (Décomposition en Valeurs singulières)

TMI : Taux de mortalité infantile

*À l'homme de ma vie,  
Philippe Chouinard*



## **REMERCIEMENTS**

Je tiens à remercier sincèrement les personnes suivantes :

- Mon directeur de recherche, Monsieur Robert Bourbeau, pour son encadrement, son soutien financier continu et pour m'avoir donné la chance de travailler sur un sujet rempli de défis.
- Mon codirecteur de recherche, Monsieur Laurent Martel, pour sa présence à mes côtés à chaque étape de la réalisation de ce grand projet, son encadrement soutenu, ses conseils avisés, sa disponibilité de tout instant et sa merveilleuse compréhension.
- Philippe Chouinard, pour son apport informatique et technique, sa grande écoute, sa patience et son support inconditionnel.
- Ma sœur, Marie-Claude, pour ses connaissances linguistiques.
- Mes parents, Guy et Anne Paquette, pour leurs encouragements continus et pour m'avoir fourni un bel exemple de persévérance.
- Statistique Canada pour m'avoir offert l'opportunité de collaborer aux prochaines projections démographiques officielles (parues en décembre 2005).
- Le département de démographie de l'Université de Montréal.

## INTRODUCTION

À l'occasion de ses nouvelles projections démographiques officielles (parues en décembre 2005), Statistique Canada a décidé de modifier sa méthodologie pour la projection de la mortalité. Cette volonté repose sur la nouvelle méthode appelée « *Augmented Common Factor LC method* » proposée par Nan Li et Ronald Lee (2005) dans la revue *Demography*, dont la méthodologie est basée sur la méthode Lee-Carter. En effet, Li et Lee permettent ainsi de répondre aux difficultés inhérentes à la réalisation de projection de mortalité provinciale et territoriale avec la méthode Lee-Carter soulevées par Ronald Lee et François Nault (1993) lors de la mise en place de la méthode de projection de la mortalité utilisée actuellement à Statistique Canada. À l'époque, ces difficultés avaient alors été contournées en utilisant des ratios entre l'espérance de vie des provinces et des territoires par rapport à la moyenne nationale. Toutefois cette solution, relativement simple (ou simplificatrice), n'a pas permis de véritablement résoudre le problème.

Dans la littérature scientifique, la méthode Lee-Carter est un choix méthodologique naturel pour la projection de la mortalité. Cependant, tel que soulevé par Ronald Lee et François Nault (1993), le choix du modèle Lee-Carter n'est pas envisageable dans le contexte canadien car il engendre une contrainte inévitable qui conduit à la divergence entre les projections de mortalité par sexe et par région. Par contre, la variation du modèle original de Lee-Carter proposée par Nan Li et Ronald Lee en 2005 est une nouvelle méthode qui représente une avenue très intéressante pour la projection de la mortalité canadienne. En effet, il s'agit de la première méthode à mettre fin à la contrainte majeure du modèle Lee-Carter et ce, par le biais d'une nouvelle contrainte qui impose des conditions socio-économiques analogues et d'importantes similitudes entre les pays, provinces ou régions impliqués dans la projection.

Ainsi, la poursuite de cet objectif est à la base de ce mémoire et s'effectue en collaboration avec la Division de la démographie de Statistique Canada. Cette recherche

a donc pour but d'être la première application concrète de la nouvelle méthode de Nan Li et Ronald Lee (2005) au contexte canadien.

Plus exactement, cette recherche vise la réalisation de projections de mortalité dans le contexte particulier du Canada, soit la mise en place de projections au niveau national, provincial et territorial. L'efficacité du modèle Lee-Carter et sa popularité auprès des démographes, par rapport à l'ensemble des autres méthodes de projection de mortalité disponibles, en font un choix tout désigné. En effet, sa méthodologie a conquis la majorité des chercheurs et des organismes statistiques officiels par son accessibilité et par la précision empirique de ses résultats. Cependant, dans le cas particulier du Canada, la mise en œuvre de projections de mortalité provinciales et territoriales à l'aide de la méthode Lee-Carter engendre des résultats peu convaincants à l'échelle des provinces et des territoires, soit une divergence inévitable, à long terme, entre les projections de mortalité par sexe et par région. À cet effet, Lee et Nault (1993) soulignent les difficultés sous-jacentes à la réalisation des projections de la mortalité provinciales et territoriales avec la méthode Lee-Carter et présentent quatre options ou stratégies possibles pour y faire face. Toutefois, il ne s'agit là que de propositions et non de véritables solutions validées empiriquement.

Par la suite, Lee (2003) a aussi proposé un cadre général qui permet d'éviter le problème de la divergence irréaliste avec la méthode Lee-Carter au moyen d'une convergence, guère plus réaliste, des projections de populations.

La variation du modèle original de Lee-Carter proposée par Li et Lee (2005), par le biais d'une nouvelle contrainte qui impose des conditions socio-économiques analogues et d'importantes similitudes entre les pays, provinces ou régions impliqués dans la projection, est la première méthode à mettre fin à la contrainte majeure de ce modèle. Le *Augmented Common Factor LC method* de Li et Lee (2005) nous apparaît à ce jour comme la seule et unique réponse valide, au niveau théorique et pratique, au principal dessein de cette recherche, soit produire des projections de mortalité du

Canada, de ses provinces et de ses territoires.<sup>1</sup> En effet, les quatre scénarios définis par Lee et Nault (1993) contraignent le chercheur à choisir et à fixer de façon subjective la meilleure stratégie de projection de mortalité non divergente par sexe et région tandis que la méthodologie développée par Li et Lee (2005) possède la souplesse nécessaire pour laisser les données favoriser d'elles-mêmes la stratégie de projection de mortalité non divergente la plus adaptée à la situation canadienne. Par ailleurs, la méthode développée par Li et Lee (2005) met en pratique, sur la base de la méthode Lee-Carter, le cadre général proposé par Lee (2003) et le prolonge pour permettre la réalisation de projections de populations non divergentes et non pas uniquement convergentes.

Conséquemment, l'objectif principal de ce mémoire consiste à tester une méthode de projection de la mortalité, soit celle de Li et Lee (2005), et de la comparer au modèle original de Lee-Carter, en vue de produire des projections de mortalité pour le Canada, par âge exact et pour chaque sexe, au niveau national, provincial et territorial.

Cette étude sous-entend un objectif secondaire qui implique l'analyse sommaire de la mortalité provinciale au Canada au cours des trente dernières années en termes de rythme de changement de la mortalité en fonction de l'âge et du temps. Il s'agit d'une réalisation sous-jacente au mandat de base de l'étude qui va permettre de valider le choix de la meilleure stratégie de projection de mortalité non divergente en fonction des données sur la population canadienne.

L'atteinte de ces objectifs s'effectue de concert avec la Division de la démographie de Statistique Canada. Cette collaboration va permettre d'éclairer le choix méthodologique et sa mise en pratique en vue des prochaines projections de mortalité de Statistique Canada (parues en décembre 2005).

---

<sup>1</sup> Le fait d'appliquer la méthode des ratios aux trois territoires permet de contrer l'impact de leur non-respect à l'hypothèse sous-jacente au modèle. Ainsi, la méthode de Li et Lee (2005) demeure la seule et unique réponse valide à la principale ambition de cette recherche, soit la projection de la mortalité des provinces et des territoires dans le contexte canadien.

Ainsi, cette recherche va permettre de réaliser la première application de la nouvelle méthode de Nan Li et Ronald Lee (2005) au contexte canadien. De ce fait, il s'agit d'une méthode qui n'a pas encore été validée dans le contexte d'un découpage géographique du même type que celui du Canada. Il apparaît donc essentiel de tester et de comparer cette méthode au modèle original de Lee-Carter. Ainsi, cette comparaison va assurer le choix d'un modèle de projection qui produit des projections de mortalité cohérentes pour le Canada, ses dix provinces et ses trois territoires, par âge et pour chaque sexe. Par ailleurs, l'analyse de la mortalité provinciale et territoriale fait partie de l'exercice de validation du choix du meilleur modèle de projection de mortalité, soit celui dont la cohérence des projections est assurée dans le contexte canadien. La réalisation de ces projections ainsi que l'analyse de la mortalité canadienne constituent les fondements mêmes sur lesquels cette recherche est basée.

Ce mémoire sur la projection de la mortalité canadienne au niveau national, provincial et territorial comporte trois chapitres bien distincts. Le premier dépeint le contexte, la problématique générale de la recherche et la place du modèle Lee-Carter dans le contexte canadien. Une recension des écrits sur les méthodes de projection de mortalité et, plus particulièrement, sur celle de Lee-Carter développée en 1992 par Ronald Lee et Lawrence Carter ainsi que les nombreuses critiques, suggestions et variations faites à son encontre depuis sa publication y sont présentées.

Le second chapitre de ce mémoire décrit tout d'abord les différents concepts et sources de données à la base de cette étude ainsi que les limites qui y sont inhérentes. Il établit ensuite l'ensemble des procédés méthodologiques qui sont liés à l'application concrète de la méthode Lee-Carter et de la méthode de Lee et Li, soit le *Augmented Common Factor LC method*, dans le contexte canadien. Ainsi, la méthodologie nécessaire au calcul des paramètres de ces deux méthodes ainsi que celle qui conduit à la modélisation et à la projection des taux de mortalité et de l'espérance de vie qui en résulte, y sont présentés. Il est à noter que ce chapitre apporte une attention particulière à la projection de mortalité des territoires canadiens, au choix du modèle de projection de la mortalité du Canada, de ses provinces et de ses territoires et à la création d'un

programme intégré de projection de mortalité avec les méthodes de Lee-Carter et de Li et Lee (2005).

Le troisième chapitre analyse les paramètres de la méthode Lee-Carter et de la méthode de Lee et Li ainsi que l'espérance de vie projetée, par sexe, pour le Canada et par province, qui en découle. Cette analyse est suivie de celle du choix du modèle de projection de mortalité approprié pour le Canada et par province et de la présentation des projections cohérentes de la mortalité des dix provinces et des trois territoires du Canada avec le modèle de projection de mortalité choisi. Finalement, afin d'attester de la fiabilité des projections de mortalité avec le modèle choisi, des comparaisons avec les anciennes projections de Statistique Canada et avec les dernières projections officielles de l'Institut de la Statistique du Québec et de quatre grands pays industrialisés sont présentées. Par ailleurs, un exercice de validation du modèle de projection choisi a été ajouté pour conférer encore davantage de crédibilité aux nouvelles projections de mortalité canadienne avec le modèle choisi.

# **CHAPITRE 1 : RECENSION DES ÉCRITS ET PROBLÉMATIQUE**

## **1.1 Contexte**

Les projections de population ne sauraient se limiter à n'être qu'une extrapolation raisonnée des tendances d'un passé proche. Il s'agit plus exactement d'un outil d'analyse qui reproduit l'évolution future de la population et ce, dans l'éventualité où les hypothèses concernant les événements démographiques fondamentaux (la fécondité, la mortalité et la migration) se vérifient. L'utilisation d'un tel outil d'analyse permet de dégager les tendances démographiques d'une population et de mieux connaître la structure par âge qu'elle tend à adopter.

La projection de la mortalité fait partie intégrante du processus de projection démographique et revêt une importance de plus en plus marquée pour les décideurs publics. Les projections de mortalité servent, entre autre, de base pour prévoir les besoins en matière de programmes de retraite, de santé et de services sociaux. En effet, l'implication politique des projections de mortalité touche l'ensemble des aspects de notre société et ce, autant au niveau social, économique qu'environnemental et sur des sujets aussi vastes que la consommation d'énergie, l'approvisionnement alimentaire et le réchauffement de la planète. Les décisions gouvernementales qui découlent des conséquences du vieillissement de la population en est une bonne illustration car il s'agit d'un phénomène démographique qui affecte l'ensemble des composantes du système de sécurité social canadien tel que le financement des programmes publics de soutien et de pensions aux personnes âgées et l'assurance santé privée et publique. D'ailleurs, contrairement à ce qui a été observé dans le passé, le déclin manifeste de la mortalité de la population canadienne depuis près d'un siècle a aujourd'hui un effet direct et irrémédiable sur le vieillissement de celle-ci d'où l'importance de prévoir correctement son évolution.

Au Canada, quelques organismes statistiques et gouvernementaux (Statistique Canada, Institut de la Statistique du Québec, Régime de Pensions du Canada, etc.) ont

pour mandat la réalisation de projections démographiques à intervalles réguliers et par le fait même, de projections de mortalité. L'intérêt que ces projections de mortalité suscitent chez plusieurs chercheurs et différents organismes à travers le monde explique la grande diversité des méthodes élaborées et proposées : certaines sont plutôt simples, alors que d'autres sont fort complexes.

L'étude de la mortalité conduit à deux grands défis : sa modélisation et sa projection. De nombreux modèles, principalement de types paramétriques, ont été développés dans l'atteinte de ces objectifs, le plus connu étant probablement celui proposé par Gompertz<sup>2</sup>. Ce n'est qu'en 1980 qu'un modèle paramétrique parvient enfin à surmonter la principale contrainte de la loi de Gompertz<sup>3</sup>. Il s'agit du modèle Heligman-Pollard (1980) qui décrit le profil par âge de la mortalité par le biais de trois composantes<sup>4</sup> et s'exprime sous forme de deux équations à huit paramètres.

Malheureusement, aujourd'hui encore, il n'existe aucun modèle reconnu universellement qui modélise avec adéquation la mortalité. Cependant, Oeppen et Vaupel (2002) constatent que l'accroissement de la vie humaine est un des événements les plus remarquablement réguliers jamais observés. Par ailleurs, ils soulignent qu'au-delà de ces régularités, l'accroissement de la vie humaine n'a pas encore rencontré de limite et que cet état de fait doit transparaître dans les projections de celle-ci. Tuljapurkar, Li et Boe (2000) ajoutent qu'il est dangereux pour les projections officielles des pays du G7 (Canada, France, Allemagne, Italie, Japon, Royaume-Uni, États-Unis) de se fier uniquement au ralentissement, observé depuis peu, du rythme de la baisse de la mortalité ou aux opinions d'experts jugés trop conservateurs. Ainsi, au Canada, l'évolution de la mortalité, en terme d'âge et de temps, présente plusieurs régularités qui permettent d'affirmer que la mortalité canadienne peut se prêter aisément à une projection.

---

<sup>2</sup> En 1825, Benjamin Gompertz formule une loi qui suppose une croissance exponentielle des taux de mortalité avec l'âge (Gompertz, 1825). Il s'agit en fait de l'un des premiers modèles à avoir été développé dans le domaine de l'étude de la mortalité.

<sup>3</sup> La loi de Gompertz est incapable de décrire la mortalité des individus âgés de moins de trente ans.

<sup>4</sup> La première composante du modèle Heligman-Pollard rend compte de la mortalité infanto-juvénile, la seconde de la mortalité violente des jeunes âgés entre quinze et vingt-cinq ans et la troisième de la mortalité des adultes et des personnes âgées.



Les méthodes de projection de mortalité se regroupent selon deux approches fondamentales, l'extrapolation (graphique/analytique)<sup>5</sup> et les projections ciblées. La première approche fait appel à l'analyse des tendances de la mortalité par sexe et par âge tandis que la seconde se fixe un objectif a priori que l'indicateur de mortalité doit atteindre au terme de la projection (Caselli, Vallin et Wunsch, 2004). D'après Caselli, Vallin et Wunsch (2004), le choix dépend essentiellement des statistiques disponibles. En effet, les projections ciblées s'appliquent lorsque les données disponibles sont incomplètes et peu crédibles et c'est pourquoi elles requièrent souvent l'usage de tables types de mortalité (Caselli, Vallin et Wunsch, 2004). À l'instar de nombreux auteurs, Wilmoth (2001) considère que les méthodes d'extrapolation sont un choix tout désigné car il est naturel de s'attendre à ce que les tendances passées de la mortalité reflètent bien celles du futur. Bien qu'elles conduisent à des résultats relativement similaires, les méthodes d'extrapolation analytique sont cependant préférables à leurs homologues graphiques de par leur précision. Cet ensemble de méthodes se compose principalement des modèles paramétriques tels que les modèles de type déterministe et stochastique et le modèle âge-période-cohorte (APC)<sup>6</sup>.

### 1.1.1 Les pratiques courantes des organismes officiels

Bien qu'il existe une importante variété de méthodologies, certaines complexes, d'autres moins, la grande majorité des organismes officiels se basent plutôt sur des modèles simples de projection de la mortalité. À titre d'exemple, voici l'historique des méthodologies employées par Statistique Canada pour projeter la mortalité. Les techniques simples utilisées par Statistique Canada au cours des années 1970 tel que l'extrapolation graphique des probabilités de survie par âge et par sexe ont cédé leur place à la projection des taux de mortalité par âge, sexe et cause de décès et ce, jusqu'en 1985. C'est à partir de cette année que la mortalité par âge est obtenue en analysant ses

---

<sup>5</sup> L'extrapolation graphique consiste à prolonger directement les tendances observées sur la représentation cartésienne des données en fonction du temps tandis que l'extrapolation analytique consiste à projeter la tendance d'un indicateur démographique, transformé ou non, au moyen d'une équation mathématique capable de décrire l'évolution passée observée (Caselli, Vallin et Wunsch, 2004).

<sup>6</sup> Le modèle âge-période-cohorte est une technique qui prend en considération non seulement l'effet d'âge et de période mais aussi celui de cohorte.

tendances par le biais des tables de mortalité passées disponibles. Finalement, la méthode qui prévaut depuis 1994 est analogue à celles de 1985 et de 1990, sauf en ce qui a trait à la procédure utilisée pour la conversion de l'espérance de vie à la naissance projetée en taux de mortalité par âge projeté (George, 1999). Plus précisément, la projection des espérances de vie est déterminée en respectant les tendances observées au Canada et en s'inspirant de l'évolution observée et projetée de la mortalité dans d'autres pays industrialisés; les taux de mortalité sont alors générés à partir des espérances de vie projetées à l'aide du modèle de Lee-Carter (Statistique Canada, 2001). Les organismes statistiques officiels de certaines des provinces canadiennes, de même que ceux de la majorité des pays développés, produisent eux aussi des projections de mortalité de façon régulière. Par exemple, au Québec, l'Institut de la Statistique du Québec, pour la période 2001-2051, établit un scénario de référence (A) selon lequel les futures probabilités de décéder selon l'âge diminuent au même rythme annuel que celui des trente dernières années (1971-2001) (Thibault, Létourneau et Girard, 2004). En Ontario, le scénario de référence est plutôt basé sur la projection des taux de mortalité par âge, entre 2004 et 2031, avec la méthode de projection de la mortalité proposée par Lee et Carter en 1992 (Ministry of Finance, 2005). La province de l'Alberta projette, elle aussi, les taux de mortalité par âge avec le modèle Lee-Carter et ce, pour la période 2004-2033 (Alberta Health and Wellness, 2005).

Aux États-Unis, pour la période 1999-2100, l'*U.S. Bureau of Census* a projeté, jusqu'en 2065, les espérances de vie à la naissance et les taux de mortalité par âge qui y sont associés à l'aide des résultats qu'ont obtenus Lee et Tuljapurkar (1998) avec le modèle de Lee-Carter et a adapté ses propres résultats de recherche à ceux-ci pour obtenir des projections à très long terme, soit jusqu'en 2100 (Hollmann, Mulder, et Kallan, 2000). En France, l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques (INSEE) a choisi d'effectuer une prolongation tendancielle des quotients de mortalité par simple ajustement à une loi exponentielle pour réaliser ses projections de mortalité pour la période 2000-2030/2050 (Brutel et Omalek, 2003). Le Japon quant à lui a adopté le modèle relationnel de Lee-Carter pour projeter ses taux de survie entre 2001 et 2050 (National Institute of Population and Social Security Research, 2002). L'*Australian*

*Bureau of Statistics*, sous l'hypothèse de mortalité moyenne, suppose plutôt une augmentation de l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes en 1999-2001 de l'ordre de 0,30 et 0,25, respectivement, qui se poursuit jusqu'en 2005-2006 et diminue graduellement par la suite pour atteindre, respectivement, 0,08 et 0,05 en 2050-2051 (Trewin, 2003). Au Royaume-Uni, l'*Office for National Statistics* préfère réaliser des projections de mortalité ciblées qui impliquent un déclin annuel des taux de mortalité à chaque âge de 0,75 % en 2025 qui diminue, par la suite, de moitié tous les dix ans pour atteindre 0,375 % en 2035 et ainsi de suite, pour la période 2000-2070 (Government Actuary's Department, 2002). Finalement, les Nations Unies assignent à chaque pays étudié un modèle d'évolution de l'espérance de vie rapide, moyen ou lent qui a été créé selon les tendances récentes et en fonction du principe selon lequel les améliorations de l'espérance de vie décroissent à mesure que celle-ci augmente. Les projections de mortalité de cet organisme supposent que chaque pays passe à un modèle d'évolution plus rapide en 2025 et que les espérances de vie projetées sont traduites sous forme de taux de mortalité par âge par interpolation entre l'estimation d'une table de mortalité récente et un modèle ultime de table de mortalité pour chaque pays (O'Neill, Balk, Brickman et Ezra, 2001).

#### Le choix de la période de référence et de projection

Les organismes officiels ont aussi à choisir parmi de nombreuses possibilités en terme de périodes de référence et de projection. Par contre, cette fois, leur choix est rarement unanime. Par exemple, Statistique Canada<sup>7</sup>, l'Institut de la Statistique du Québec<sup>8</sup>, l'INSEE en France<sup>9</sup> et l'*Office for National Statistics* du Royaume-Uni<sup>10</sup>, eux, privilégient, à moyen et long terme, une période de projection de près de 30 et 50-70 ans, respectivement. Tandis que l'*U.S. Bureau of Census* des États-Unis<sup>11</sup>, le *National Institute of Population and Social Security Research* du Japon<sup>12</sup> et l'*Australian*

---

<sup>7</sup> (Statistique Canada, 2001)

<sup>8</sup> (Thibault, Létourneau et Girard, 2004)

<sup>9</sup> (Brutel et Omalek, 2003)

<sup>10</sup> (Government Actuary's Department, 2002)

<sup>11</sup> (Hollmann, Mulder, et Kallan, 2000)

<sup>12</sup> (National Institute of Population and Social Security Research, 2002)

*Bureau of Statistics*<sup>13</sup> ont préféré une période de projection plus longue, à moyen et long terme, soit de 50-60 et 100 ans, respectivement. Quant au *Ministry of Finance* de l'Ontario<sup>14</sup> et à l'*Alberta Health and Wellness*<sup>15</sup>, ils déterminent une seule période de projection d'environ 30 ans. En ce qui concerne le choix de la période de référence, les organismes officiels sont un peu moins divisés. En effet, Statistique Canada<sup>7</sup>, l'Institut de la Statistique du Québec<sup>8</sup>, le *Ministry of Finance* de l'Ontario<sup>14</sup>, l'INSEE en France<sup>9</sup>, le *National Institute of Population and Social Security Research* du Japon<sup>12</sup>, l'*Australian Bureau of Statistics*<sup>13</sup> et l'*Office for National Statistics* du Royaume-Uni<sup>10</sup> ont basé leurs projections sur la mortalité observée entre les années 1961-1971 et 1999-2003, l'*Alberta Health and Wellness*<sup>15</sup>, lui, s'est décidé pour une période de référence plus courte qui repose sur les années 1986-2003 tandis que l'*U.S. Bureau of Census* des États-Unis<sup>11</sup> a plutôt choisi de s'appuyer uniquement sur la décennie des années 90.

## 1.2 Problématique

La méthode développée par Ronald Lee et Lawrence Carter (1992) est aujourd'hui la méthode de projection de mortalité la plus connue et utilisée par les démographes à travers le monde. Deaton et Paxson (2004) affirment même qu'il s'agit du modèle statistique de mortalité qui prédomine dans la littérature démographique aujourd'hui. Cette méthode faisant appel à l'extrapolation analytique est fondamentalement stochastique et représente l'alliance entre un modèle d'évolution de la mortalité, riche mais parcimonieux, basé sur les tendances passées et l'usage d'une méthode statistique d'analyse des séries temporelles, soit les séries chronologiques. En fait, le modèle Lee-Carter propose que le logarithme du taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  ( $\ln(m_{x,t})$ ) est égal à la somme du profil moyen de la mortalité selon l'âge ( $a_x$ ), du produit entre le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge ( $b_x$ ) et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  ( $k_t$ ) et du résidu du modèle ( $\varepsilon$ ) :

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon .$$

---

<sup>13</sup> (Trewin, 2003)

<sup>14</sup> (Ministry of Finance, 2005)

<sup>15</sup> (Alberta Health and Wellness, 2005)

Les paramètres du modèle permettent ainsi de formuler la fonction mathématique qui génère des projections linéaires du logarithme du taux de mortalité par âge. Mentionnons que le modèle Lee-Carter exige également la légère calibration d'un de ses paramètres sur la base des décès observés. Il est facile de projeter la mortalité avec ce modèle car le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  évolue généralement de façon linéaire. Pour cette raison, la méthode Lee-Carter est encore maintenant considérée comme le plus efficient des modèles actuellement disponibles. Cette méthode a entraîné une nouvelle ère d'intérêt à la recherche dans le domaine des projections de mortalité et a ainsi inspiré plusieurs chercheurs à reproduire et améliorer sa méthodologie. De plus, elle a été spécialement recommandée par deux des plus récents comités consultatifs techniques de l'*U.S. Social Security*. Les organismes statistiques officiels du Canada et de ses provinces comme l'Ontario ou l'Alberta, des États-Unis et du Japon font partie, eux aussi, de ceux qui ont utilisé cette approche méthodologique pour la mise en œuvre de leurs projections, qu'elles soient de nature officielle ou non.

### **1.2.1 Limites et contraintes de la méthode Lee-Carter**

Cependant, il est clair que comme toute méthode, elle comporte des contraintes qui lui sont inexorablement liées. Ces limites et contraintes ont donné naissance aux diverses critiques et suggestions formulées par un certain nombre de chercheurs pour améliorer et enrichir le modèle original.

Parmi l'ensemble de ces critiques et des solutions qui ont été proposées pour y faire face, les obligations du modèle les plus contraignantes sont dues au fait que le modèle impose une invariabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge, une discontinuité temporelle causée par la méthode de calcul du profil moyen de la mortalité selon l'âge ainsi qu'une divergence flagrante, à long terme, entre les projections de mortalité par sexe et par régions qui ne se vérifie pas dans la pratique.

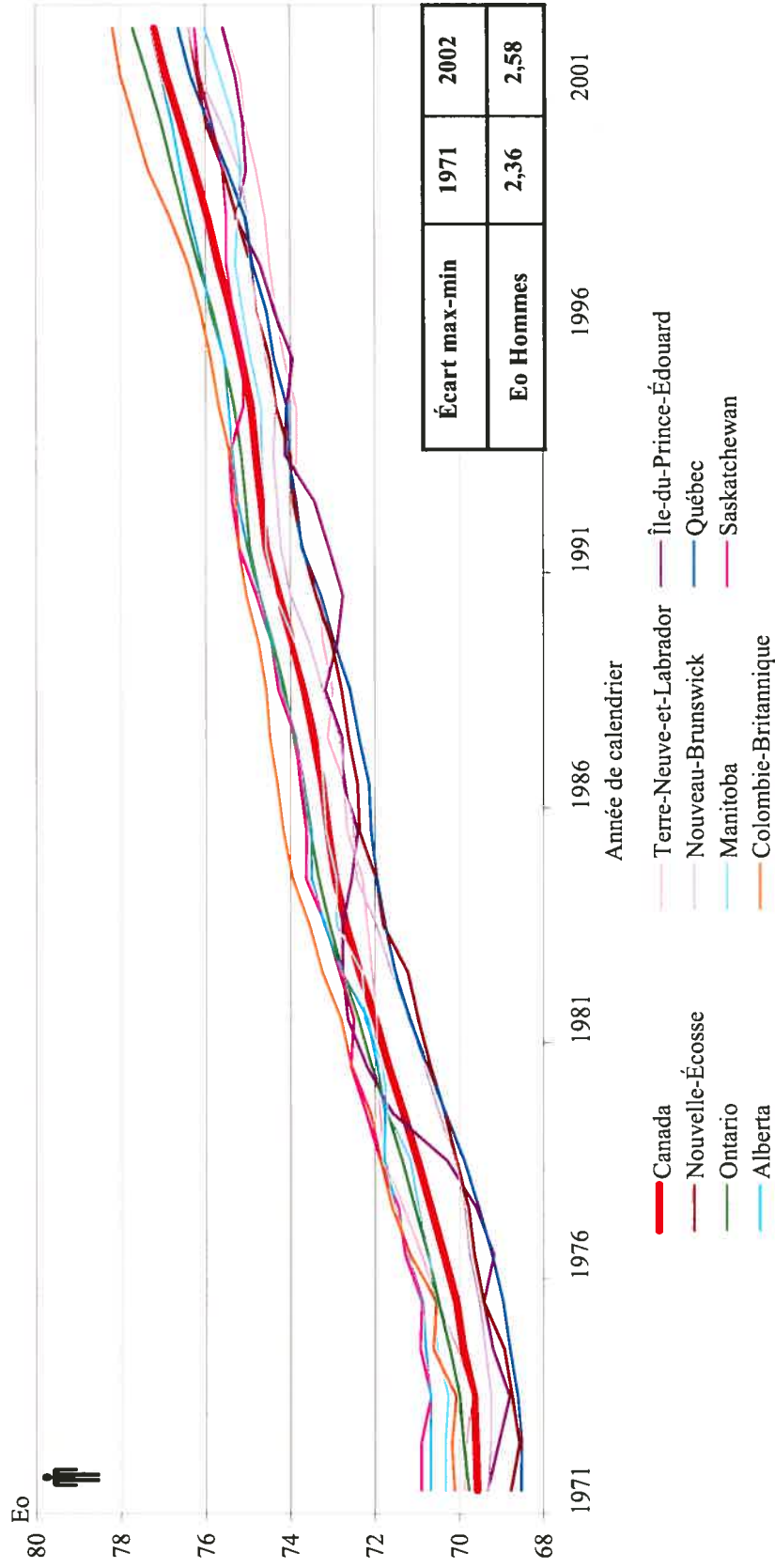
Ainsi, une seule critique est parvenue à faire l'unanimité dans la communauté scientifique, soit l'irréaliste invariabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge imposée par le modèle Lee-Carter. En fait, l'intemporalité du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge, est une contrainte sous-jacente à la méthode qui ne se vérifie pas dans la pratique. Alho (1992), Kannisto, Lauritsen, Thatcher et Vaupel (1994), Bell (1997), Horiuchi et Wilmoth (1998), Wilmoth (1998), Andreev (2000), Lee (2000), Carter et Prskawetz (2001), Lee et Miller (2001), le *Government Actuary's Department* (2001), Booth, Maindonald et Smith (2002), Pedroza et King (2002), Lee (2003), Renshaw et Haberman (2003a), Renshaw et Haberman (2003b) et Girosi et King (2005) font partie des chercheurs qui qualifient une telle contrainte d'erronée et par conséquent soulignent la présence de variabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge. À titre d'exemple, Lee et Miller (2001) expliquent avoir observé aux États-Unis, au Japon, en Suède, au Canada et en France, qu'au cours de la seconde moitié du 20<sup>e</sup> siècle, la mortalité aux grands âges a décliné plus rapidement que celle aux jeunes âges contrairement à la première moitié du 20<sup>e</sup> siècle. Afin de faire face à cette limite du modèle, Lee et Miller (2001) recommandent la solution proposée par Tuljapurkar, Li et Boe (2000), qui consiste à utiliser une période de référence qui commence en 1950, soit une période qui exclut la première moitié du 20<sup>e</sup> siècle au cours de laquelle le déclin de la mortalité s'est principalement produit aux jeunes âges. Une telle approche fonctionne dans certains pays mais ne fonctionne pas aussi bien dans d'autres. À cet effet, Li et Lee (2005) soulignent qu'une telle solution permet aussi d'éviter une non-linéarité du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ . Cependant, Booth, Maindonald et Smith (2002) indiquent que malgré le fait que cette solution est supposée réduire l'étendue de l'interaction entre l'âge et le temps, certaines interactions sont susceptibles d'être toujours présentes. Par ailleurs, Carter et Prskawetz (2001) proposent plutôt, à la manière de Booth, Maindonald et Smith (2002), d'assouplir la rigueur des contraintes de linéarité et de stationnarité. De cette façon, ils espèrent, entre autre, amoindrir le biais causé par l'invariabilité temporelle du paramètre du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge. Plus exactement, Carter et Prskawetz (2001) déterminent une période de référence optimale basée sur un examen heuristique des modifications de

structure du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge tandis que Booth, Maindonald et Smith (2002) soumettent une variation du modèle original qui détermine et modélise les interactions entre l'âge et le temps.

Par ailleurs, la discontinuité temporelle causée par la méthode de calcul du profil moyen de la mortalité selon l'âge, confirmée dans la pratique, a, elle aussi, été critiquée par un grand nombre de chercheurs. En effet, le calcul de ce paramètre, lors de la période de projection, conduit à une brisure temporelle lors de la transition entre le dernier taux de mortalité observé et le premier taux de mortalité projeté. Cependant, les critiques de Lee et Nault (1993), Bell (1997), Lee et Miller (2001) et Booth, Tickle et Smith (2004) ont aussi engendré une solution commune. En fait, certains d'entre eux proposent d'ajuster le profil moyen de la mortalité selon l'âge, au cours de la période de projection, de façon à ce qu'il soit égal au logarithme du taux de mortalité par âge le plus récemment observé, ce qui permet de corriger le biais de la discontinuité temporelle irréaliste dû à sa méthode de calcul originale. En effet, cet ajustement assure que la première année de la projection s'appariera doucement et étroitement avec les taux de mortalité les plus récemment observés et que les erreurs d'approximation dans la dernière année des données observées soient corrigées. D'ailleurs, Li et Lee (2005) approuvent fortement cette correction et l'appliquent même à leur propre méthode basée sur le modèle original de Lee-Carter.

Enfin, le modèle Lee-Carter fonctionne très bien pour une seule population, par exemple pour un seul sexe ou pour les deux sexes réunis. Cependant, dès que l'on cherche à réaliser des projections par sexe ou par régions, le problème de la divergence se pose. Par exemple, lors d'une projection par sexe, les valeurs du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge seront différentes et, en résultante, les projections de la mortalité masculine seront de plus en plus différentes de la mortalité féminine au fil du temps, causant une divergence qui n'est pas conforme aux observations. Le même problème se pose pour la projection de plusieurs régions d'un ensemble, comme dans le cas canadien.

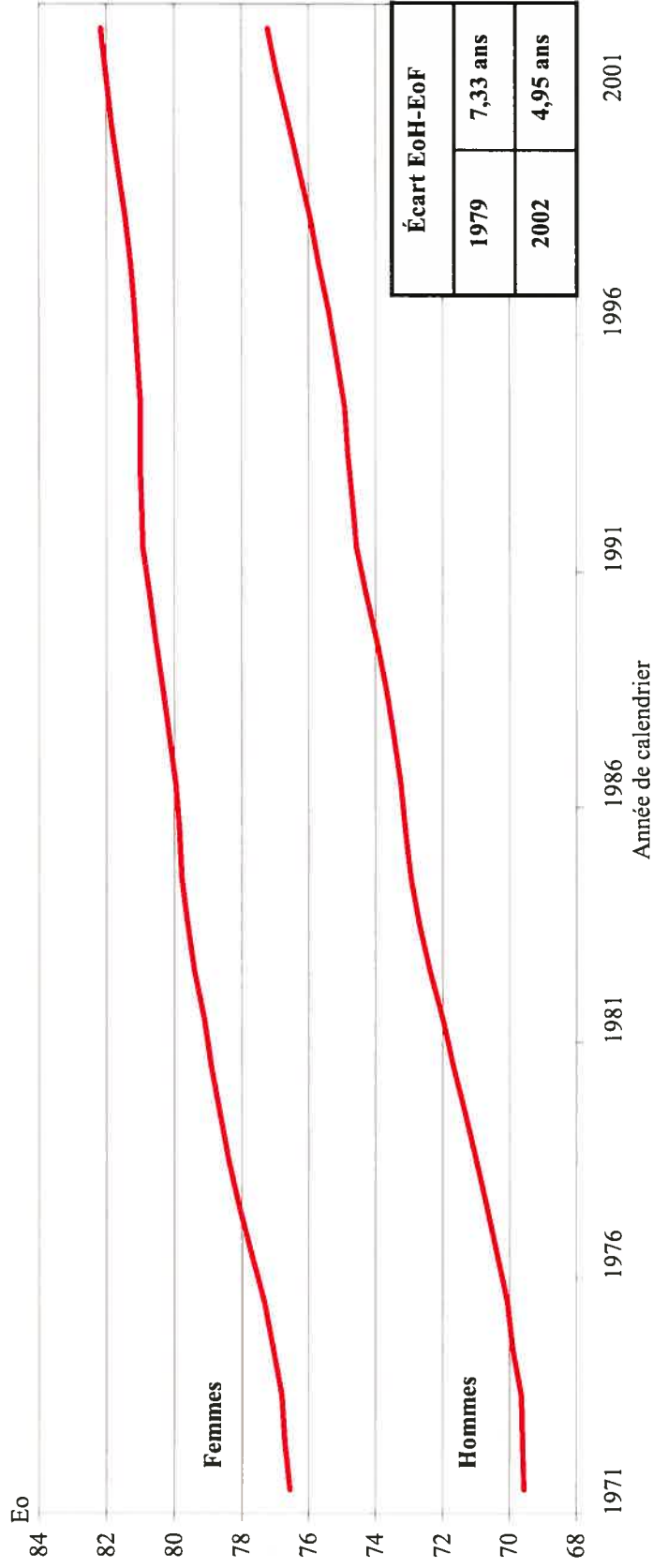
Figure 1.1 : Espérance de vie à la naissance observée entre 1971 et 2002, Canada et provinces, hommes



Sources : Base de données de l'État civil canadien, Statistique Canada (1992), BDLC (2003), Statistique Canada (2004a) et Statistique Canada (2004b).



Figure 1.2 : Espérance de vie à la naissance observée entre 1971 et 2002, selon le sexe, Canada



Sources : Base de données de l'État civil canadien, Statistique Canada (1992), BDLC (2003), Statistique Canada (2004a) et Statistique Canada (2004b).

En effet, la méthode de projection de mortalité Lee-Carter conduit à une divergence flagrante, à long terme, de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces et entre les sexes qui ne se vérifie pas dans la pratique. À titre d'exemple, les figures 1.1 et 1.2 montrent qu'au Canada, depuis 1971, on observe ni de convergence ni de divergence entre l'écart des espérances de vie à la naissance des provinces tandis que depuis 1979, on observe une diminution de l'écart entre l'espérance de vie des hommes et des femmes, soit une convergence entre les sexes (Lee et Nault, 1993).

Par ailleurs, Lee (2000) affirme que plusieurs analystes s'attendent à ce que les différences entre les sexes continuent à s'amenuiser aux États-Unis et au Canada. Cet exemple permet d'illustrer que la méthode Lee-Carter n'est pas appropriée pour réaliser des projections de mortalité par sexe et par régions. Lee et Nault (1993), Lee (2000), Lee (2003) et Li et Lee (2005) font partie des chercheurs qui critiquent fortement cette importante contrainte du modèle Lee-Carter. En effet, Lee et Nault (1993) soulèvent les difficultés sous-jacentes à la réalisation des projections de mortalité provinciales et territoriales avec la méthode Lee-Carter et soumettent une désagrégation géographique du modèle original, soit par région dans un système national, avec l'exemple du Canada et de ses provinces. Plus tard, Lee (2003) a aussi proposé un cadre général qui permet d'éviter le problème de la divergence irréaliste avec la méthode Lee-Carter au moyen d'une convergence, guère plus réaliste, des projections de populations. Finalement, la variation du modèle original de Lee-Carter proposée par Li et Lee (2005), par le biais d'une nouvelle contrainte qui impose des conditions socio-économiques analogues et d'importantes similitudes entre les pays, provinces ou régions impliqués dans la projection, est la première méthode à mettre fin à la contrainte majeure du modèle Lee-Carter lors de la mise en œuvre de projection de mortalité par sexe, par origine ethnique ou par régions, soit une divergence irréaliste, à long terme, entre les projections de mortalité par sexe, par origine ethnique ou par régions.

Parmi l'ensemble des critiques faites au modèle Lee-Carter original, outre les trois principales contraintes présentées précédemment, les chercheurs s'expriment plus particulièrement sur le manque d'influence des experts biomédicaux, sur le fait de ne

pas prendre avantage de la forte régularité du profil par âge de la mortalité, sur l'exiguïté de l'intervalle de confiance de la projection de mortalité, le faible nombre de paramètres ainsi que sur le fait que certains taux par âge sont si faibles qu'il n'est pas réaliste de projeter qu'ils diminuent beaucoup plus.

Le modèle Lee-Carter partage la faiblesse fondamentale de l'extrapolation : il n'incorpore pas les changements structurels tels que les avancées actuelles et éventuelles en médecine, dans le changement des habitudes de vie ou dans les nouvelles maladies. C'est pourquoi, Caselli, Vallin et Wunsch (2004) expliquent avec une grande éloquence qu'il est maintenant devenu essentiel d'approfondir le dialogue entre les démographes et leurs collègues d'autres disciplines, notamment les biologistes et les généticiens. Walford (1984), Fries (1989), Alho (1992), Dulbecco (1995), Vaupel et *al.* (1998), Gutterman et Vanderhoof (2000), Brouhns, Denuit et Vermunt (2002) approuvent d'ailleurs l'importance de cette démarche et la majorité d'entre eux critiquent de ce fait la faiblesse du modèle Lee-Carter à ce niveau. Cependant, Wilmoth (2000) souligne qu'une telle critique n'est valide que si de tels processus sont compris avec la précision suffisante pour offrir une méthode de projection alternative légitime. Par ailleurs, Lee et Miller (2001) ne sont pas convaincus de l'importance d'un tel manque au modèle original. En effet, les résultats de leurs recherches indiquent que les projections de l'organisme de la *Social Security Administration*, qui a incorporé l'opinion d'experts sur le déclin de la mortalité par cause de décès, ont été systématiquement trop faibles et ont conduit à davantage d'erreur que le modèle Lee-Carter.

McNown (1992a) et McNown et Rogers (1992b) croient, quant à eux, que le principal inconvénient du modèle Lee-Carter est qu'il ne prend pas avantage de la forte régularité du profil par âge de la mortalité. À l'instar de Keyfitz (1982), ils soulignent que le fait de n'imposer ainsi aucun profil par âge à des projections de mortalité peut conduire à des résultats irréalistes.

Alho (1992) juge trop étroit l'intervalle de confiance des projections du modèle Lee-Carter. Lee et Miller (2001), quant à eux, ont plutôt constaté que l'intervalle de

confiance est trop large pour des projections qui s'étendent jusqu'à cinquante ans dans le futur et légèrement trop étroite pour des projections qui vont au-delà de cinquante ans.

McNown, Rogers et Little (1995) soutiennent que le faible nombre de paramètres du modèle Lee-Carter nuit à la précision de ses projections et citent Keyfitz (1982) qui, lui aussi, considère moins efficace un modèle avec peu de paramètres. Lee, Carter et Tuljapurkar (1995) répondent à cette critique en citant les résultats de recherche de Gomez de Leon (1990). Dans son étude, Gomez de Leon a testé plusieurs modèles à complexité variable dont un modèle de forme similaire à celui du modèle Lee-Carter. D'après ses résultats, c'est ce modèle, dont la forme est similaire à celui du modèle Lee-Carter, qui était le plus adéquat et le plus approprié parmi l'ensemble des modèles soumis à l'analyse.

Quelques chercheurs ont mentionné le fait que certains taux par âge sont si faibles qu'il n'est pas réaliste de projeter qu'ils diminuent beaucoup plus. À ce propos, Lee et Miller (2001) ont constaté que les taux de mortalité des individus âgés entre dix et cinquante ans déclinent moins rapidement par rapport à ceux des autres groupes d'âge. Un tel changement semble refléter une approche à des limites inférieures. Cependant, ils ont aussi observé que le déclin du taux de mortalité se poursuit de façon inchangée ou accélérée aux jeunes âges comme aux grands âges. En réponse à cette critique du modèle, Wilmoth (1993a) suggère d'instaurer une limite inférieure non nulle aux projections des taux de mortalité. Ainsi, chaque limite inférieure désirée pour un âge spécifique est alors soustraite de la matrice des taux de mortalité par âge avant d'être ajustée au modèle original de la façon usuelle.

L'invariabilité temporelle du profil moyen de la mortalité selon l'âge, la relative complexité de la méthodologie et les erreurs d'approximation du modèle Lee-Carter sont, eux aussi, à l'origine de critiques. Il est à noter que Wolf (2004) présente une méthode simplifiée qui apporte une partie de la solution aux critiques basées sur l'invariabilité temporelle du profil moyen de la mortalité selon l'âge et la relative complexité de la méthodologie du modèle original. En fait, le modèle de Wolf (2004)

réunit en une seule fonction mathématique les deux équations du modèle original et possède une approche différentielle qui élimine le profil moyen de la mortalité selon l'âge du modèle.

Par ailleurs, certaines des limites du modèle original sont elles aussi la cible de critiques. En effet, Lee (2000) décrit plusieurs limites au modèle Lee-Carter qui ont soulevé peu de critique de la part de la communauté scientifique tels que le fait que le paramètre du niveau de la mortalité ne représente pas toute l'expérience historique de la mortalité, la complexe adaptation du modèle à de nouvelles informations sur la mortalité future et la difficulté d'estimer et d'incorporer dans le modèle l'incertitude résultant des erreurs de l'estimation du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge.

### **1.2.2 Les variantes de la méthode Lee-Carter**

Outre les nombreuses critiques et solutions qui y sont affiliées, un grand nombre de chercheurs ont proposé de nouvelles méthodes qui sont basées sur le modèle original de Lee-Carter afin d'y apporter certaines améliorations. Cependant, encore aujourd'hui, aucun consensus n'a été fait autour de l'application pratique de l'une de ces méthodes de projection de la mortalité.

Parmi les variations les plus pertinentes de la méthode Lee-Carter qui ont été proposées, on retrouve tout d'abord Wilmoth (1993a) qui présente deux stratégies d'estimation alternatives basées sur l'emploi de la pondération<sup>16</sup> lors de la décomposition en valeur singulière<sup>17</sup> et sur la méthode du maximum de vraisemblance. De plus, à l'instar de Brouhns, Denuit et Vermunt (2002), il conseille d'adopter une méthode d'estimation qui intègre la régression de Poisson. En fait, la variation de Brouhns, Denuit et Vermunt (2002), qui repose sur les erreurs de structures (non-additives) hétéroscédastiques de Poisson, substitue un modèle de régression de

---

<sup>16</sup> Le nombre de décès à chaque âge est utilisé comme poids pour la pondération lors de la décomposition en valeur singulière.

<sup>17</sup> Il s'agit en fait d'une méthode d'estimation par moindres carrés pondérés.

Poisson log-bilinéaire à la décomposition en valeur singulière de l'approche de Lee-Carter.

Carter et Lee (1992) suggèrent plutôt une désagrégation par sexe. À cet effet, ils déterminent trois stratégies pour projeter la mortalité des hommes et des femmes séparément, soit traiter chaque sexe comme une population séparée, estimer pour les deux sexes une seule série du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  et modéliser les sexes conjointement comme un processus co-intégré. En fait, selon Lee (2000), les issues et options qui surgissent pour la désagrégation par sexe sont exactement les mêmes que celles qui émergent pour la désagrégation géographique, soit quand on traite avec un ensemble de population régionales qui font partie d'un total national. Carter (1996b), quant à lui, choisit de définir une désagrégation par sexe et par origine ethnique tandis que Wilmoth (1993b, 1995, 1996, 1998) préfère une désagrégation par cause de décès en utilisant la procédure des moindres carrés pondérés telle que décrite par Wilmoth (1993a). Ainsi, Wilmoth (1995) a défini trois méthodes selon lesquelles la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  est ajustée, soit avec une ligne de régression des moindres carrés ordinaires, soit avec une ligne de régression des moindres carrés pondérés ou encore en ajustant sa pente pour qu'elle soit égale à la moyenne des différences entre la première et la dernière année de la période d'observation.

Carter (1996a) redéfinit le modèle afin que le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  soit ajusté et projeté avec un modèle état-espace pour modéliser les séries chronologiques, soit un modèle structural de séries chronologiques dans lequel le terme de tendance de la série chronologique qui permet de projeter le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  est considéré tel une variable aléatoire.

Wilmoth (1996, 1998) ajoute à la méthode une contrainte supplémentaire selon laquelle la mortalité décline plus rapidement dans les pays où l'espérance de vie n'atteint pas encore des seuils record et plus lentement dans les pays où elle est la plus élevée. Cette contrainte repose sur le fait que les pays dont le déclin de la mortalité est

moins rapide profitent davantage de technologies avancées et de pratiques reliées à la santé.

Plus récemment, Lee et Miller (2001) et Booth, Maindonald et Smith (2002) présentent d'intéressantes variations concernant les spécifications du modèle, soit au niveau du calcul du profil moyen de la mortalité selon l'âge, du choix des données qui servent de base au modèle de projection et de l'ajustement du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ . En fait, Lee et Miller (2001) proposent un modèle plus complexe avec un profil moyen de la mortalité selon l'âge, au cours de la période de projection, égal au logarithme du taux de mortalité par âge le plus récemment observé, une période de référence qui commence en 1950 et un paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  ajusté à l'espérance de vie à la naissance observée dans la population. La variation de Booth, Maindonald et Smith (2002) implique plutôt une période de référence définie par la déviance, soit un critère statistique qui permet de mesurer la qualité d'ajustement sous l'hypothèse de la linéarité du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , un paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  ajusté, par le biais de la distribution de Poisson, à la distribution par âge des décès observée dans la population et un profil moyen de la mortalité selon l'âge ajusté par ces deux dernières spécifications de la variation du modèle original.

Renshaw et Haberman (2003a) introduisent l'utilisation d'une méthodologie parallèle basée sur un modèle linéaire généralisé pour aider à définir des facteurs de réduction de mortalité dans un contexte actuariel. En fait, la base de cette nouvelle formulation dépend de la modélisation des réponses de Poisson surdispersées et repose sur les erreurs de structures (non-additives) hétéroscédastiques de Poisson. Une différence clé entre ces deux approches méthodologiques est l'interprétation du temps, lequel sous le modèle original, est modélisé comme un facteur et estimé par une décomposition en valeur singulière tandis que sous un modèle linéaire généralisé, il est modélisé comme une covariable connue. Par la suite, Renshaw et Haberman (2003b) ont évalué la possibilité de construire des projections de mortalité sur la base des deux premiers ensembles de vecteurs produits par la décomposition en valeur singulière,

plutôt que seulement sur le premier ensemble de ces vecteurs singuliers tel que c'est le cas dans la méthode originale. D'ailleurs, ils ont également considéré les modèles linéaires et bilinéaires généralisés avec des structures d'erreur de Poisson dans cette recherche. Peu de temps après cette dernière étude, Renshaw et Haberman (2003c) décrivent une méthodologie qui permet de projeter le futur comportement des facteurs de réduction de mortalité dans un contexte actuariel. Cette variation de la méthode originale, basée essentiellement sur des méthodes de régression formulées dans le cadre des modèles linéaires généralisés, s'appuie sur les erreurs de structures (non-additives) hétéroscédastiques de Poisson.

L'une des toutes dernières modifications, suggérées par Li et Chan (2005), est un modèle Lee-Carter ajusté pour les observations aberrantes. Cette nouvelle méthodologie détecte systématiquement les observations aberrantes dans la base de données du modèle pour s'assurer de leur synchronisation, de leur magnitude et de leur persistance. Les observations aberrantes détectées sont alors appariées avec les événements impératifs qui pourraient possiblement justifier les vacillations dans le niveau de la mortalité humaine. Finalement, les effets de ces observations sont incorporés dans le modèle original ce qui permet d'en faire une nouvelle estimation.

Suite à l'ensemble de ces nombreuses critiques, suggestions et variations faites à l'encontre du modèle Lee-Carter, Lee et Miller (2001) concluent en suggérant que puisqu'on ne peut pas connaître la tendance future de la mortalité, les projections de type Lee-Carter devraient fournir une base utile de projection pour la planification. Cette suggestion résume bien le fait que, malgré ses limites et ses contraintes, le modèle Lee-Carter possède de nombreux avantages qui font encore de lui le modèle le plus approprié. Cependant, il demeure toujours aussi inadapté au contexte canadien et ce, bien qu'il en existe un grand nombre de variantes. En effet, celles-ci ne sont généralement pas opérationnelles et très peu d'entre elles permettent de répondre adéquatement au problème de la divergence qui se pose dans le cadre de projections canadiennes.



### 1.3 Le modèle Lee-Carter dans le cas du Canada

La communauté scientifique désigne le modèle Lee-Carter comme le choix méthodologique le plus approprié dans le domaine des projections de mortalité. Par ailleurs, il s'agit encore aujourd'hui de la méthode de projection de mortalité la plus connue et utilisée dans le monde. Cependant, le choix d'un tel modèle n'est pas envisageable dans le contexte canadien car il engendre une contrainte inévitable qui conduit à la divergence entre les projections de mortalité par sexe et par région. À cet effet, Lee et Nault (1993) sont les premiers à souligner les difficultés inhérentes à la réalisation des projections de mortalité provinciales et territoriales canadiennes avec la méthode Lee-Carter et présentent quatre options ou stratégies possibles pour y faire face.

La première stratégie consiste à estimer le profil moyen de la mortalité selon l'âge et le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge au niveau national seulement et à évaluer l'indice temporel du niveau de la mortalité pour chaque province et territoire. La seconde est l'antithèse même de la première, puisque les constantes reliées à l'âge sont déterminées au niveau provincial et que le paramètre temporel, lui, est évalué au niveau national. La troisième fixe une valeur nationale au rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge et à l'indice temporel du niveau de la mortalité et une valeur provinciale au profil moyen de la mortalité selon l'âge. Cette troisième option n'est valide que s'il a été démontré précédemment que le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge ne varie pas significativement par sexe et par province. Quant à la quatrième stratégie, elle détermine l'indice temporel de façon à ce qu'il ne diffère du niveau national que d'une constante additive et multiplicative et définit les deux paramètres qui évoluent en fonction de l'âge au niveau national. Néanmoins, il ne s'agit là que de propositions et non de véritables solutions validées empiriquement.

Par la suite, Lee (2003) a aussi proposé un cadre général qui permet d'éviter le problème de la divergence irréaliste provoquée par la méthode Lee-Carter dans un

contexte canadien et ce, au moyen d'une convergence, guère plus réaliste, des projections de populations.

Finalement, c'est la variation du modèle original de Lee-Carter proposée par Nan Li et Ronald Lee en 2005 qui est la première méthode à solutionner les difficultés soulevées par Ronald Lee et François Nault (1993) lors de la mise en place de la méthode de projection de la mortalité utilisée actuellement à Statistique Canada. En effet, la procédure de Li et Lee (2005), le *augmented common factor LC method*, permet pour la première fois de mettre fin à la principale contrainte du modèle Lee-Carter lors de la mise en œuvre de projection de mortalité par sexe, par origine ethnique ou par régions, soit une divergence irréaliste, à long terme, entre les projections de mortalité par sexe, par origine ethnique ou par régions. Ainsi, elle a pour objectif de projeter la mortalité pour un groupe de populations non-divergentes. Pour ce faire, elle projette la mortalité de pays, provinces ou régions en tant que groupe plutôt qu'individuellement. La nouvelle contrainte qui sous-tend cette variation du modèle original impose des conditions socio-économiques analogues et d'importantes similitudes, à long terme, entre les pays, provinces ou régions impliqués dans la projection. De plus, la méthode développée par Li et Lee (2005) met en pratique, sur la base de la méthode Lee-Carter, le cadre général proposé par Lee (2003) et le prolonge pour permettre la réalisation de projections de populations non divergentes et non pas uniquement convergentes. Un autre aspect de cette nouvelle méthode entre aussi en considération, soit le fait qu'elle soit de type régional. En effet, les projections de celle-ci, tout comme celles de Statistique Canada, se basent uniquement sur les provinces et les territoires canadiens. Le Canada y est alors défini en sommant les provinces et les territoires afin d'obtenir une cohérence interne au modèle. Il est donc important pour ce type de méthode de formuler des hypothèses cohérentes au niveau des provinces et des territoires.

Parmi l'ensemble des variations du modèle de Lee-Carter proposées, la méthode de Li et Lee (2005), soit le *augmented common factor LC method*, est celle qui, aujourd'hui, dans la littérature scientifique, s'approche le plus d'une solution aux principales contraintes et limites du modèle original. En effet, elle est la seule à mettre

fin à la principale contrainte du modèle dans un contexte canadien, soit la divergence irréaliste, à long terme, entre les projections de mortalité par sexe, par origine ethnique ou par régions. Par ailleurs, Li et Lee (2005) fixent le profil moyen de la mortalité selon l'âge égal au logarithme du taux de mortalité par âge le plus récent lors du calcul de la projection des taux de mortalité, ce qui permet de corriger le biais de la discontinuité temporelle irréaliste de sa méthode de calcul originale. Quant à la limite d'invariabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge, aucun modèle de projection de la mortalité disponible dans la littérature scientifique ne permet actuellement d'y faire face. Toutefois, plusieurs chercheurs, dont Li et Lee (2005), sont parvenus à atténuer légèrement les effets de cette contrainte en raccourcissant la période de référence.

Ainsi, le *augmented common factor LC method* de Li et Lee (2005), nous apparaît à ce jour comme la seule et unique réponse valide, au niveau théorique et pratique, à l'objectif à la base de cette recherche, soit produire des projections de mortalité cohérentes dans le cadre du Canada, de ses provinces et de ses territoires.

## **CHAPITRE 2 : DONNÉES ET MÉTHODES**

### **2.1 Concepts, sources et critiques des données**

La projection de la mortalité canadienne avec la méthode de Li et Lee (2005) nécessite des taux de mortalité par âge, sexe et province. Ces taux, mesure transversale de la mortalité, sont obtenus par la division du nombre de décès dans l'intervalle d'âge fixé sur le nombre de « personnes-années » exposées au risque de décéder dans ce même intervalle, soit l'effectif moyen de la population à l'étude durant cette période donnée. Pour plus de précision et afin de respecter l'analyse démographique classique, le taux de mortalité infantile (TMI) a été substitué au taux classique de mortalité à 0 an. Le TMI se définit comme le rapport, une année donnée, du nombre de décès d'enfants de moins d'un an à l'effectif des naissances vivantes. Par ailleurs, il est à noter que pour un intervalle d'âge fixe, il a été jugé préférable d'utiliser la moyenne du nombre de décès sur une période de trois ans plutôt que sur une seule période d'un an pour limiter l'impact des variations annuelles de la mortalité. Il est important de garder en mémoire que l'hypothèse d'une évolution linéaire selon laquelle les effectifs se répartissent uniformément durant l'intervalle d'âge fixé est sous-jacente au calcul du taux de mortalité par âge. Finalement, il importe de souligner que, pour une province donnée, lorsque les taux de mortalité sont nuls, ce qui peut se produire dans le cas de provinces de petites tailles, ils sont remplacés par les taux correspondants de la région dans laquelle se situe la province en question. De cette façon, les taux nuls des provinces de l'Atlantique et des Prairies sont remplacés, respectivement, par ceux de la région de l'Atlantique et des Prairies tandis que les taux nuls de la province de Québec, de l'Ontario et de la Colombie-Britannique sont remplacés par ceux de la moyenne nationale, soit le Canada. Ainsi, afin de prévenir certaines difficultés, cette limite permet d'éviter la présence de taux de mortalité nuls résultant d'une absence de décès à des âges où la population à risque, bien que souvent de faible effectif, n'est pas nulle.

Ainsi, les données nécessaires à cette recherche sont les taux de mortalité par année d'âge, sexe, province, région<sup>18</sup> et pour le Canada dans son ensemble et ce, pour la période de référence de 1971 à 2002. Le choix de la période de référence est basé sur un compromis car elle doit être assez courte pour représenter l'évolution récente de la mortalité canadienne et ainsi tenir compte du fait que les gains de mortalité se font à des âges plus avancés que par le passé. Cependant, elle doit aussi être suffisamment longue pour assurer la validité de sa projection avec des séries chronologiques de type ARIMA. À cet effet, Lee (2001) confirme que, d'après les résultats de ses travaux, les projections qui reposent sur une période de dix ou vingt ans sont erratiques alors que celles basées sur une période de trente ans sont considérablement plus fiables.

L'effectif des décès et de la population par année d'âge (0 an à 90 ans et plus), par sexe et par province, de même que l'effectif des naissances par sexe et par province, disponibles entre 1971 et 2002, regroupent donc l'ensemble des données qui servent d'assise à la concrétisation des projections de mortalité canadienne.<sup>19</sup> L'effectif de la population par année d'âge et l'effectif des décès et des naissances, par sexe, pour le Canada et les régions, sont obtenus en sommant les effectifs respectifs des provinces et des territoires canadiens, ce qui permet d'assurer une bonne cohérence interne à la base de données. Les décès proviennent de la Base de données sur la longévité canadienne (BDLC, 2003) développée par Robert Bourbeau, professeur du Département de démographie à l'Université de Montréal.<sup>20</sup> Il s'agit en fait des décès de l'État Civil qui ont été compilés par Statistique Canada et ensuite corrigés pour répartir les inconnus

---

<sup>18</sup> Les régions canadiennes considérées dans cette étude sont celles de l'Atlantique et des Prairies. Les taux de mortalité par année d'âge, sexe et région canadienne sont calculés afin de remplacer les taux nuls correspondant dans les provinces situées à l'intérieur de ces régions et non pas pour projeter les espérances de vie correspondantes, tel qu'expliqué précédemment.

<sup>19</sup> En réalité, les espérances de vie à la naissance observées au Territoires du Nord-Ouest, au Yukon et au Nunavut au cours de l'année 2001 et 2002 servent, elles aussi, d'assise à la concrétisation des projections de mortalité canadienne, soit au niveau territorial. La méthodologie appliquée pour projeter la mortalité des territoires diffère de celle mise en pratique pour projeter la mortalité des provinces du fait de leur faible effectif de population. Elle sera expliquée en détails plus loin dans ce chapitre.

<sup>20</sup> Il s'agit d'un projet réalisé en partenariat avec la Human Mortality Database (HMD) développée par le Département de démographie de l'Université de Californie à Berkeley et par le Max Planck Institute for Demographic Research (MPIDR) en Allemagne.

avant d'être mis en ligne dans la BDLC.<sup>21</sup> Les procédures de répartition, nécessaires à la correction des rares cas de décès dont l'âge, le sexe ou la province étaient inconnus, sont détaillées dans le rapport produit à cet effet (Bourbeau, Martel et Blackburn, 2003). Ces procédures assurent de l'exhaustivité et de l'excellente qualité des informations relatives aux décès de la BDLC. Par ailleurs, il est important de souligner que la qualité de l'enregistrement des décès aux très grands âges (100 ans et plus) au Canada n'a pas de véritable impact sur la validité des données utilisées dans le cadre de cette recherche. En effet, les décès n'y sont considérés que jusqu'à l'âge de 90 ans et plus.<sup>22</sup> L'effectif des naissances par sexe et par province a été recueilli auprès de la base canadienne de données sur les statistiques de l'état civil compilée par Statistique Canada pour la période 1971-1978 (Statistique Canada, 1992) et la période 1979-2002 (Base de données de l'État civil canadien). Quant aux estimations de population, elles ont été fournies par la Division de la démographie de Statistique Canada (Statistique Canada, 2004b). Il s'agit d'estimations intercensitaires définitives qui tiennent compte du sous-dénombrement net des recensements disponibles à ce jour et ont été révisées en 2003 pour toute la période 1971-2001.<sup>23</sup> Les estimations de la population de Statistique Canada sont très proches de celles publiées par la BDLC sans être rigoureusement identiques. En effet, Statistique Canada révisé et met régulièrement à jour ses estimations de population. Un minime décalage entre ses effectifs et ceux de la BDLC est donc toujours possible. C'est donc par souci de précision qu'ils ont été préférés à ceux de la BDLC pour notre recherche. Ainsi, l'exhaustivité des décès et des naissances de l'État Civil, les procédures de répartition de la BDLC et les fréquentes révisions et remises à jour de Statistique Canada sont un gage de la grande fiabilité des données à la base de cette étude.

---

<sup>21</sup> Les décès de la période 2001-2002 (Statistique Canada, 2004a) ont été corrigés pour répartir les inconnus mais n'avaient pas encore été mis en ligne sur le site internet de la BDLC au moment où l'analyse a débuté.

<sup>22</sup> En fait, c'est par après que les taux de mortalité sont projetés jusqu'à l'âge de 110 ans, par le biais de la méthode Coale-Kisker (Coale et Kisker, 1990).

<sup>23</sup> Les estimations de population de l'année 2002 ne sont pas encore disponibles sous forme intercensitaire définitive, celles que nous avons utilisées sont de type postcensitaires définitives. Elles tiennent compte du sous-dénombrement net du recensement de 2001 mais n'ont pas encore été révisées pour tenir compte du recensement de 2006, encore à venir. Il s'agit des dernières données disponibles au moment de cette étude.

## 2.2 Méthodes

La réalisation de projections de mortalité avec la méthodologie de Lee-Carter et de Li et Lee (2005), dans le contexte canadien, nécessite une base de données qui comprend les taux de mortalité ( $m_{x,t}$ ) par année d'âge (0 an à 90 ans et plus) et par sexe, pour les provinces, les régions de l'Atlantique et des Prairies et l'ensemble du Canada et ce, pour la période de référence 1971 à 2002. Ainsi, les composantes de l'âge et du temps, soit les paramètres des modèles de projections de la mortalité de Lee-Carter et de Li et Lee (2005), sont déterminés sur la base d'une période de 32 ans (1971-2002) pour un sexe et une province donnés ou encore pour le pays dans son ensemble et un sexe donné. Pour faciliter la compréhension, le sexe et la province (ou le pays dans sa totalité) de la population projetée est représenté par le terme « région  $i$  » au cours des explications méthodologiques qui suivent. Il importe aussi de préciser que les lignes et les colonnes de l'ensemble des vecteurs et des matrices mentionnés dans ce chapitre correspondent à l'âge  $x$  et au temps  $t$ , respectivement.

### 2.2.1 Méthode Lee-Carter

Le modèle de projection de la mortalité Lee-Carter (1992) se formule comme suit :

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}$$

Où :

$\ln(m_{x,t})$  = Logarithme du taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$ .

$a_x$  = Profil moyen de la mortalité selon l'âge.

$b_x$  = Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge.

$k_t$  = Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ .

$\varepsilon_{x,t}$  = Résidu du modèle.

La méthode Lee-Carter allie l'analyse des séries chronologiques à un modèle d'évolution de la mortalité, ce qui lui permet à la fois de modéliser et de projeter la mortalité. Elle impose une normalisation pour sommer le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  à un et à zéro, respectivement. Les trois principales contraintes sous-jacentes à cette méthode impliquent, respectivement, l'invariabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge, une discontinuité temporelle causée par la méthode de calcul du profil moyen de la mortalité selon l'âge ainsi qu'une divergence flagrante, à long terme, entre les projections de mortalité par sexe et par régions, divergence qui ne se vérifie pas dans la pratique. La méthodologie de Lee-Carter est essentiellement la même que celle du premier modèle de la méthode de Li et Lee (2005), soit le *common factor model*. En fait, elles ne diffèrent que sur trois points, soit les données sur lesquelles est basé le calcul du vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge au cours de la période de projection, celles sur lesquelles sont basés le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge ainsi que le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  et celles sur lesquelles est basé l'ajustement du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ <sup>24</sup>. Ainsi, la méthode Lee-Carter définit, au cours de la période de projection, le vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge de la même façon que pendant la période de référence. Par ailleurs, elle détermine le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  à partir des taux de mortalité par année d'âge qui correspondent à la province, la région ou l'ensemble du pays, sexes séparés ou réunis, dont on cherche à projeter la mortalité. Finalement, elle ajuste le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  afin qu'il corresponde exactement à la somme des décès observés annuellement, entre 1971 et 2002, dans cette population<sup>24</sup>. Par ailleurs, il importe de souligner que la correction du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , projeté avec le *common factor model*, est un ajout à la méthodologie originale de ce modèle qui n'a pas été appliqué au modèle Lee-Carter. Donc, même si la méthodologie de ces deux modèles est similaire - à trois

---

<sup>24</sup> Pour la méthode Lee-Carter, il a été jugé préférable d'appliquer la méthode d'ajustement du *common factor model* au paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  pour les hommes et les femmes des provinces de Terre-Neuve-et-Labrador et de l'Île-du-Prince-Édouard, du fait de leur faible effectif de population.



différences près - le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , projeté avec Lee-Carter ne doit pas être corrigé.

### 2.2.2 Méthode de Li et Lee (2005) : *the augmented common factor LC method*

Le *augmented common factor LC method* se compose de deux modèles de projection de la mortalité qui se formulent comme suit :

Le *common factor model* :

$$\ln(m_{x,t,i}) = a_{x,i} + B_x K_t + \varepsilon_{x,t,i}$$

Le *augmented common factor model* :

$$\ln(m_{x,t,i}) = a_{x,i} + B_x K_t + b_{x,i} k_{t,i} + \varepsilon_{x,t,i}$$

Où :

$\ln(m_{x,t,i})$  = Logarithme du taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  pour la région  $i$ .

$a_{x,i}$  = Profil moyen de la mortalité selon l'âge de la région  $i$ .

$B_x$  = Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada sexes réunis<sup>25</sup>.

$K_t$  = Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis<sup>25</sup>.

$b_{x,i}$  = Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge de la région  $i$ .

$k_{t,i}$  = Paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  de la région  $i$ .

$\varepsilon_{x,t,i}$  = Résidu du modèle.

La méthode de Li et Lee (2005), soit le *augmented common factor LC method*, est une variation du modèle Lee-Carter qui permet, pour la première fois, de réaliser des

---

<sup>25</sup> Il s'agit en fait de l'ensemble des provinces et des territoires par sexe.

projections de mortalité non divergente par sexe et région. Ainsi, elle implique non seulement la première contrainte sous-jacente à la méthode Lee-Carter, soit l'invariabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge, mais aussi une nouvelle contrainte qui impose des conditions socio-économiques analogues et d'importantes similitudes entre les pays, provinces ou régions impliqués dans la projection. Il importe de souligner qu'en raccourcissant la période de référence, sa méthodologie a permis d'atténuer les biais engendrés par cette première contrainte. De plus, le contexte canadien permet d'assumer que la nouvelle contrainte de Li et Lee (2005) est respectée dans le cadre de notre étude. En effet, il ne semble pas nécessaire de faire la démonstration de la présence de cette forte similitude entre les provinces canadiennes. Cependant, les territoires canadiens ne respectent pas cette nouvelle contrainte. Ainsi, la projection de leur mortalité nécessite l'application de la méthode des ratios et du *common factor model* de la méthode de Li et Lee (2005) à chacun des trois territoires. En effet, cette procédure va permettre aux territoires d'adopter une structure par âge similaire à celle du Canada dans son ensemble.

### 2.2.2.1 Le profil moyen de la mortalité selon l'âge

Suite à la normalisation, entre 1971 et 2002, le vecteur du profil moyen par âge de la mortalité de la région  $i$  se définit par la moyenne, à chaque âge, des logarithmes du taux de mortalité de la région  $i$  sur l'ensemble de la période de 32 ans. Ainsi, pour chaque région  $i$ , entre 1971 et 2002, le calcul du vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge de la région  $i$  ( $a_{x,i}$ ) se formule comme suit :

$$a_{x,i} = \frac{1}{32} \sum_{t=1}^{32} \ln(m_{x,t,i}).$$

Au cours de la période de projection, soit de 2003 à 2056, le vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge de la région  $i$  correspond au dernier taux de mortalité par année d'âge observé, soit le taux de mortalité de la région  $i$  en 2002. La méthode de calcul de ce paramètre demeure inchangée pour les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee (2005).

### 2.2.2.2 Le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge

#### Le paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$

Le calcul de ces paramètres diffère pour les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee (2005).

En effet, le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada sexes réunis ( $B_x$ ) et la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis ( $K_t^*$ )<sup>26</sup> sont obtenus suite à la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice  $(\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i})$ , où  $i$  désigne le Canada dans son ensemble. Cette matrice, appelée  $M1$ , représente la soustraction du vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge du Canada sexes réunis de la matrice des logarithmes des taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  du Canada sexes réunis. Cette soustraction permet d'assurer la normalisation des logarithmes des taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  du Canada sexes réunis.

Pour chaque région  $i$ , le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge de la région  $i$  ( $b_{x,i}$ ) et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  de la région  $i$  ( $k_{t,i}$ ) sont acquis suite à la décomposition en valeurs singulières de la matrice  $(\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t)$ . Cette matrice, appelée  $M2$ , représente la soustraction du vecteur du profil moyen de la mortalité selon l'âge de la région  $i$  et du produit entre le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada sexes réunis et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis, de la matrice des logarithmes des taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  pour la région  $i$ . Cette soustraction permet d'assurer la normalisation des logarithmes des taux de mortalité à l'âge  $x$  et au temps  $t$  pour la région  $i$ .

---

<sup>26</sup> La première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis ( $K_t^*$ ) représente le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis avant qu'il ne soit ajusté à l'espérance de vie à la naissance observée dans le Canada sexes réunis.

En fait, les matrices rectangulaires  $M1$  et  $M2$  sont de type (91 x 32), soit 91 lignes pour 32 colonnes. Il y a donc 91 années d'âge et 32 années de calendrier considérées dans ces deux matrices.

Cependant, la procédure statistique utilisée est la même. Il s'agit d'une décomposition en valeurs singulières, soit une technique statistique d'analyse de données multidimensionnelles. Plus exactement, la décomposition en valeurs singulières des matrices  $M1$  et  $M2$  est obtenue par le biais d'une commande statistique du langage de programmation *SAS*, soit la commande *call svd* et ce, à l'intérieur du module *iml*<sup>27</sup>.

Ainsi, la SVD décompose les matrices  $M1$  et  $M2$  sous la forme de trois matrices, soit les matrices  $U$ ,  $\Sigma$  et  $V$ . Cette décomposition prend la forme suivante :

$$U \Sigma V^T$$

Où :

$U$  : Matrice orthogonale unitaire (91 x 91) des vecteurs de l'effet d'âge.

$\Sigma$  : Matrice diagonale (91 x 32) des valeurs singulières.

$V$  : Matrice orthogonale unitaire (32 x 32) des vecteurs de l'effet du temps.

L'exposant  $\tau$  de la matrice  $V$  signifie que la matrice en question est transposée<sup>28</sup>.

Suite à une légère approximation, ces trois matrices prennent la forme suivante :

$$U \Sigma V^T = \sum_{t=1}^{32} \sigma_t U_t V_t^T \approx \sigma_1 U_1 V_1^T.$$

Le vecteur du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge est alors obtenu, à chaque âge, par la multiplication de l'élément de  $U_1$ , soit l'élément de la première colonne de la matrice  $U$  et de l'inverse de la somme des éléments de la

<sup>27</sup> IML signifie Interactive Matrix Language.

<sup>28</sup> Une matrice transposée est une matrice dont on a inversé les lignes et les colonnes.

première colonne de  $U$  ( $\frac{1}{s}$ ). Ainsi, le calcul du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada sexes réunis et celui du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge de la région  $i$  se formulent comme suit :

$$B_x = \left(\frac{1}{s}\right)U_1, \text{ où } U \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet d'âge qui découle de la SVD de la matrice } M1.$$

$$b_{x,i} = \left(\frac{1}{s}\right)U_1, \text{ où } U \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet d'âge qui découle de la SVD de la matrice } M2.$$

Le vecteur du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  est défini, à chaque année de calendrier, par la multiplication de la première valeur singulière ( $\sigma_1$ ), de la somme des éléments de la première colonne de  $U$  ( $s$ ) et de l'élément de  $V_1$ , soit l'élément de la première colonne de la matrice  $V$ . Ainsi, la formulation du calcul de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis et celle du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  de la région  $i$  s'expriment comme suit :

$$K_t^* = \sigma_1 s V_1, \text{ où } V \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet du temps qui découle de la SVD de la matrice } M1.$$

$$k_{t,i} = \sigma_1 s V_1, \text{ où } V \text{ est la matrice des vecteurs de l'effet du temps qui découle de la SVD de la matrice } M2.$$

Le calcul de ces vecteurs permet de reformuler l'approximation des trois matrices qui découlent de la SVD des matrices  $M1$  et  $M2$ . Ainsi, on obtient :

$$M1 = U \Sigma V^T = \sum_{t=1}^{32} \sigma_t U_t V_t^T \approx \sigma_1 U_1 V_1^T = B_x K_t^{*T}$$

$$M2 = U \Sigma V^T = \sum_{t=1}^{32} \sigma_t U_t V_t^T \approx \sigma_1 U_1 V_1^T = b_{x,i} k_{t,i}^T.$$

D'où :

$$\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} \approx B_x K_t^* \quad \forall x \text{ et } t, \text{ où } i \text{ désigne le Canada dans son ensemble.}$$

$$\ln(m_{x,t,i}) - a_{x,i} - B_x K_t^* \approx b_{x,i} k_{t,i} \quad \forall x \text{ et } t, \text{ où } i \text{ désigne la région } i \text{ considérée.}$$

Il importe de mentionner que suite à la normalisation préalable de ces vecteurs, soit  $B_x$ ,  $b_{x,i}$ ,  $K_t$  et  $k_{t,i}$ , la somme des éléments de la première colonne de  $V$  et de  $U$ , des matrices  $M1$  et  $M2$ , est égale à zéro et à un, respectivement, tandis que la somme des éléments de chaque ligne des matrices  $M1$  et  $M2$  est nulle.

### 2.2.2.3 L'ajustement du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ du Canada sexes réunis

La première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis nécessite un ajustement afin de correspondre exactement à l'espérance de vie à la naissance observée dans la population du Canada sexes réunis. Pour ce faire, le processus itératif de Newton-Raphson est appliqué par le biais d'une commande statistique du logiciel *Excel*, soit la commande *solveur* et ce, via les instructions d'une macro<sup>29</sup> qui permet de réaliser des itérations en boucle dans *Excel*, soit une itération par année de calendrier de la période de référence (1971-2002).

Ainsi, la commande *solveur* permet d'ajuster la valeur de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis afin que l'espérance de vie à la naissance modélisée avec les  $\ln(m_{x,t,CAN})$ <sup>30</sup> et les paramètres  $a_{x,CAN}$ <sup>31</sup>,  $B_x$ <sup>32</sup> et  $K_t^*$ <sup>33</sup> calculés précédemment, soit égale à celle de l'espérance de vie à la naissance observée dans la population du Canada sexes réunis et ce, pour chaque année de calendrier entre 1971 et 2002. Cette commande *Excel* se base donc sur une cellule cible<sup>34</sup>, une valeur à atteindre, une cellule variable<sup>35</sup> et le choix d'une des trois

<sup>29</sup> Une macro *Excel* permet de faire une ou plusieurs instructions de manière automatique, par le biais d'un langage de programmation Visual Basic.

<sup>30</sup> Il s'agit des logarithmes des taux de mortalité par année d'âge observés dans le Canada sexes réunis entre 1971 et 2002.

<sup>31</sup> Il s'agit du profil moyen de la mortalité selon l'âge du Canada sexes réunis.

<sup>32</sup> Il s'agit du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada sexes réunis.

<sup>33</sup> Il s'agit de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis.

<sup>34</sup> La cellule cible représente la cellule à laquelle on cherche à attribuer une valeur spécifique, soit la valeur à atteindre.

<sup>35</sup> La cellule variable représente la cellule que l'on cherche à ajuster afin que la cellule cible soit égale à la valeur à atteindre.

options suivantes : l'approche quadratique<sup>36</sup>, la différenciation à droite<sup>37</sup> et l'algorithme de Newton<sup>38</sup>. Ainsi, pour chacune des années de la période de référence (1971-2002), ces valeurs correspondent respectivement à la différence entre les espérances de vie à la naissance modélisée et observée définies précédemment, zéro,  $K_t^*$ <sup>33</sup> calculée précédemment et au choix d'utiliser l'algorithme de Newton.

Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  de la région  $i$  du second modèle de la méthode de projection de Li et Lee (2005), soit le *augmented common factor model*, lui, n'est pas ajusté car la présence de valeurs négatives dans le paramètre du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge de la région  $i$  proscrit toute possibilité d'ajustement.

#### 2.2.2.4 La projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$

La méthode de projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis ( $K_t$ ) et du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  de la région  $i$  ( $k_{t,i}$ ) est la même pour les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee (2005). En fait, la projection de ces paramètres est réalisée à l'aide du modèle de série chronologique univarié ARIMA<sup>39</sup> qui se conforme le mieux aux données et ce, par le biais d'une commande statistique du langage de programmation SAS, soit la commande *proc arima* et ce, via l'instruction *forecast*.

Les modèles de séries chronologiques univariés ARIMA réalisent la projection d'un phénomène en se basant sur son évolution passée. Le processus ARIMA d'ordre  $(p,d,q)$  est en fait un modèle autorégressif à moyenne mobile intégrée où  $p$  exprime le

<sup>36</sup> L'approche d'extrapolation quadratique permet obtenir les estimations d'origine des variables de base dans le cadre de chaque recherche unidimensionnelle et d'améliorer les résultats pour les problèmes hautement non linéaires (*Options du Solveur : Estimations : Quadratique*).

<sup>37</sup> La différenciation à droite permet d'estimer les dérivées partielles des fonctions d'objectif et de contrainte lorsque les valeurs de contrainte changent assez lentement (*Options du Solveur : Dérivées : À droite*).

<sup>38</sup> L'algorithme de Newton, utilisé pour chaque itération, permet de déterminer le sens de la recherche et nécessite plus de mémoire, mais moins d'itérations (*Options du Solveur : Recherche : Newton*).

<sup>39</sup> ARIMA signifie *Autoregressive Integrated Moving Average*.

nombre de termes autorégressifs<sup>40</sup>,  $d$  représente le nombre de différences<sup>41</sup> et  $q$  désigne le nombre de moyennes mobiles<sup>42</sup> dans le modèle ARIMA. Le choix de la valeur attribuée à chacun de ces trois éléments permet de définir le modèle de série chronologique univarié ARIMA qui se conforme le mieux aux données et ainsi, de projeter adéquatement le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ . Il faut savoir que pour déterminer un modèle ARIMA, il est aussi possible d'attribuer plus d'un nombre de termes autorégressifs (AR) et plus d'un nombre de moyennes mobiles (MA), qu'ils soient consécutifs ou non<sup>43</sup>. Le choix de la valeur des éléments  $p$ ,  $d$  et  $q$  repose sur un certain nombre d'indices et est déterminé par divers critères de sélection. L'utilisation des modèles de séries chronologiques de type ARIMA comporte donc un certain nombre d'enjeux et une part d'arbitraire inévitable auxquels nous avons dû faire face. Nous invitons le lecteur à consulter l'Annexe méthodologique pour plus de détails quant aux critères utilisés dans le choix des modèles. Afin d'être le plus rigoureux possible, nous avons consulté un méthodologue à Statistique Canada qui se spécialise dans les séries chronologiques.<sup>44</sup> Une fois que le choix du modèle de série chronologique univarié ARIMA qui se conforme le mieux aux données est fait, il suffit d'effectuer une commande *proc arima* qui indique le modèle ARIMA choisi et l'instruction *forecast*. Il en résulte la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , son erreur standard et son intervalle de confiance à 95 % et ce, pour la période de projection définie dans l'instruction *forecast*, soit ici de 2003 à 2056<sup>45</sup>.

---

<sup>40</sup> Les processus autorégressifs (AR) supposent que chaque point peut être prédit par la somme pondérée d'un ensemble de points précédents, plus un terme aléatoire d'erreur.

<sup>41</sup> Le processus d'intégration (I) suppose que chaque point présente une différence constante avec le point précédent.

<sup>42</sup> Les processus de moyenne mobile (MA) supposent que chaque point est fonction des erreurs entachant les points précédant, plus sa propre erreur.

<sup>43</sup> Pour attribuer un nombre de termes AR ou MA consécutifs, il suffit d'indiquer ce nombre sans parenthèses. Cependant, cette série de termes doit commencer par 1. Sinon, toute autre série de termes AR ou MA peut être attribuée à la façon d'un nombre de termes AR ou MA non consécutifs, soit en indiquant la valeur de ces nombres entre parenthèses et en les séparant par des virgules. Par exemple, un modèle (2,1,(1,3)) indique la présence de termes autorégressifs d'ordre 1 et 2, d'une différence et de moyennes mobiles d'ordre 1 et 3.

<sup>44</sup> Thierno Aliou Baldé est un statisticien-mathématicien (MA) à Statistique Canada.

<sup>45</sup> La projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  se situe sous la rubrique *Forecasts for variable* (nom de la variable projetée définie sous la commande *proc arima*) de la section *Forecast 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.



### 2.2.3 La correction du paramètre du niveau de la mortalité au temps $t$ projeté pour le Canada sexes réunis

Au cours de la période de projection, le taux de mortalité de la région  $i$  est calculé, entre autre, sur la base du profil moyen de la mortalité selon l'âge de la région  $i$ , soit le taux de mortalité de la région  $i$  en 2002. Ainsi, pour chaque région  $i$ , le taux de mortalité projeté est déterminé par le niveau de base de la mortalité observé en 2002. Il est donc important que le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté, calculé sur l'ensemble de la période de référence, demeure cohérent avec ce niveau de base de la mortalité. Afin d'éviter une rupture irréaliste entre la mortalité observée en 2002 et la mortalité projetée de 2003 à 2056, il nous est apparu essentiel d'apporter une correction à la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ . Cette correction remplace les valeurs initiales du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté par les différences entre ces valeurs et la valeur initiale du paramètre du niveau de la mortalité en 2002 modélisé. Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté ainsi corrigé permet de conserver un suivi réaliste entre l'espérance de vie à la naissance observée et projetée et les taux qui s'y rattachent. Cependant, une telle correction est inutile pour la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du modèle Lee-Carter car le profil moyen de la mortalité selon l'âge de la région  $i$  n'est pas calculé sur la base du dernier taux observé en 2002 mais plutôt, à chaque âge, sur la moyenne des logarithmes du taux de mortalité de la région  $i$  sur l'ensemble de la période de référence. De plus, il n'est pas nécessaire d'appliquer cette correction à la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  de la région  $i$  du *augmented common factor model* car le taux de mortalité projeté avec ce modèle est déjà en partie basé sur le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis corrigé et projeté du *common factor model*. Par ailleurs, les valeurs de la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  de la région  $i$  sont si minimes, du fait de la forte similarité entre la mortalité des provinces et du Canada, que sa correction n'aurait aucun impact à la troisième décimale près.

## 2.2.4 Les taux de mortalité modélisés, projetés et prolongés jusqu'à 110 ans avec Coale-Kisker

### Les espérances de vie à la naissance observées, modélisées et projetées

Les paramètres déterminés préalablement, soit le profil moyen de la mortalité selon l'âge, le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , permettent d'obtenir les taux de mortalité modélisés entre 1971 et 2002. Tandis que ces deux premiers paramètres associés à la projection du troisième permettent d'obtenir les taux de mortalité projetés pour la période 2003-2056.<sup>46</sup>

Ainsi, les taux de mortalité, par année d'âge et par sexe, modélisés et projetés, pour le Canada et les provinces, avec la méthode de projection de Lee-Carter, le *common factor model* et le *augmented common factor model* de la méthode de projection de Li et Lee (2005), sont calculés en fonction de la formule qui définit leur modèle respectif et avec les paramètres qui s'y rattachent.<sup>47</sup>

La méthode Coale-Kisker (1990) permet d'étendre les taux de mortalité, par année d'âge et par sexe, modélisés et projetés, pour le Canada et les provinces, jusqu'au groupe d'âge ouvert de 110 ans et plus. Elle suppose la décroissance du rythme d'accroissement des taux de mortalité après 90 ans. Il s'agit d'une méthode d'extrapolation aux grands âges qui comporte deux paramètres, soit le paramètre  $k$  de Gompertz et un taux de mortalité à 110 ans et plus de 1,0 pour les hommes et de 0,8 pour les femmes. Cette méthode a été choisie car elle apparaît être la plus appropriée dans le cadre de cette recherche. Cependant, il nous a semblé préférable de fixer un taux de mortalité à 110 ans de 1,0 pour les hommes et les femmes et ce, pour les besoins du modèle de projection démographique utilisé à Statistique Canada. En fait, les contraintes

<sup>46</sup> Pour chacun des deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee (2005), les taux de mortalité projetés sont calculés avec la correction de la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis.

<sup>47</sup> Pour chacun des trois modèles de projection de mortalité, les taux de mortalité modélisés sont calculés avec le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  tandis que les taux de mortalité projetés sont calculés avec la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ . Il est à noter que la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis qui permet de calculer les taux de mortalité projetés avec les deux modèles de la méthode de projection de Li et Lee (2005) a été corrigée préalablement.

du modèle de projection exigent que cet âge atteint, l'ensemble de la population soit considéré comme décédé. En effet, cette limite est essentielle au modèle de projection car elle permet d'éviter que notre estimation du nombre de centenaires soit biaisée à long terme.

Ainsi, pour le Canada et les provinces, sexes séparés, le calcul du taux de mortalité, modélisé entre 1971 et 2002 et projeté à l'horizon 2056, par année d'âge, entre l'âge de 85 ans et de 110 ans ( $m_x$ , où  $X = 85, \dots, 110$ ), du taux de croissance de la mortalité par âge ( $k(x)$ ), du taux de croissance de la mortalité à 85 ans ( $k(85)$ ) et de la pente du taux de croissance de la mortalité par âge ( $s$ ) se formulent comme suit et ce, pour chaque année de calendrier  $t$  (1971-2056) :

$$m_x = m_{84} * \left\{ \exp \left( \sum_{x=85}^x k(x) \right) \right\}, \text{ où } X = 85, \dots, 110.$$

$$k(x) = k(85) + (s * (x - 85)), \text{ où } x = 85, \dots, 110.$$

$$k(85) = \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{88}}{m_{81}} \right) \right)}{7}$$

$$s = - \frac{\left( \ln \left( \frac{m_{84}}{m_{110}} \right) + 26 * k(85) \right)}{325}, \text{ où } m_{110} = 1.$$

Les espérances de vie à la naissance qui se rattachent aux taux de mortalité prolongés, par année d'âge et par sexe, modélisés et projetés, pour le Canada et les provinces sont déterminées par des tables de mortalité basées sur ces mêmes taux de mortalité. Ainsi, le calcul de ces espérances de vie ( $e_x$ ) implique le calcul de cinq autres indicateurs de mortalité, soit les quotients de mortalité ( ${}_1q_x$ ), les survivants ( $l_x$ ), les

décès ( $d(x, x+1)$ ), les années vécues par les survivants ( ${}_1L_x$ ) et la somme des années vécues par les survivants ( $T_x$ ). La méthode de calcul de ces six indicateurs est la même pour l'ensemble des taux de mortalité modélisés et projetés.

L'ajustement de la première estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis s'appuie sur les espérances de vie à la naissance observées. Celles-ci sont déterminées par des tables de mortalité basées sur les taux de mortalité observés, entre 1971 et 2002, au Canada sexes réunis et ce, avec la même méthode de calcul que les espérances de vie à la naissance projetées, tel qu'expliqué précédemment.

Voici un rappel des formules des éléments de la table de mortalité :

Le quotient de mortalité ( ${}_1q_x$ ) :

$${}_1q_0 = \frac{{}_1m_0}{(1+(1-0,1) {}_1m_0)}; \quad {}_1q_x = \frac{{}_1m_x}{(1+(1-0,5) {}_1m_x)} \text{ et } q_{110} = 1.$$

Les survivants ( $l_x$ ) :

$$l_0 = 100\,000 \text{ et } l_{x+1} = l_x - d(x, x+1).$$

Les décès ( $d(x, x+1)$ ) :

$$d(x, x+1) = l_x * {}_1q_x.$$

Les années vécues par les survivants ( ${}_1L_x$ ) :

$${}_1L_0 = l_1 + (d(0,1) * 0,1); \quad {}_1L_x = l_{x+1} + (d(x, x+1) * 0,5) \text{ et } L_{110} = l_{110} * 0,5.$$

La somme des années vécues par les survivants ( $T_x$ ) :

$$T_x = T_{x+1} + {}_1L_x \text{ et } T_{110} = L_{110}.$$

L'espérance de vie ( $e_x$ ) :

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

Ces espérances de vie sont générées automatiquement par le biais des instructions d'une macro dans le logiciel *Excel* qui permet de les calculer en boucle pour une période de temps  $t$  prédéfinie. Il est alors aisé de contrôler fréquemment les résultats obtenus et de changer l'horizon de la période de référence ou de projection si nécessaire.

### 2.2.5 Hypothèse faible et hypothèse forte des projections de mortalité

Les résultats de nos projections prennent la forme de trois hypothèses de mortalité, soit l'hypothèse faible, l'hypothèse moyenne et l'hypothèse forte. Celles-ci sont essentiellement basées sur les intervalles de confiance du modèle utilisé. Plus exactement, l'hypothèse faible et l'hypothèse forte correspondent, respectivement, aux limites inférieures et supérieures des intervalles de confiance à 95 % du modèle utilisé. Ainsi, les hypothèses sont définies par les espérances de vie à la naissance projetées du modèle utilisé et leurs intervalles de confiance à 95 %.

L'intervalle de confiance à 95 % de chacun des taux de mortalité projetés est obtenu par le biais des valeurs des deux vecteurs de l'intervalle de confiance à 95 % du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté et ce, avec la même méthode de calcul et de prolongement que les taux projetés, tel qu'expliqué précédemment<sup>48</sup>.

Ainsi, l'intervalle de confiance à 95 % de chacune des espérances de vie à la naissance projetées est obtenu avec des tables de mortalité basées sur les intervalles de confiance des taux de mortalité projetés et ce, avec la même méthode de calcul que les espérances de vie à la naissance projetées, tel qu'expliqué précédemment.

---

<sup>48</sup> Il est à noter que les deux vecteurs de l'intervalle de confiance à 95 % de la projection du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis ont été corrigés préalablement et ce, tel qu'il a été expliqué précédemment dans la section 2.2.3 « La correction du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  projeté pour le Canada sexes réunis ».

Il existe de nombreuses approches pour formuler des hypothèses de mortalité. Notre choix s'est basé sur l'utilisation des intervalles de confiance à 95 % car, d'une part, il s'agit d'une norme établie dans le domaine scientifique et, d'autre part, elle semble offrir un éventail de résultats assez large. En effet, les intervalles obtenus en terme d'espérances de vie à la naissance projetées nous sont apparus comme nettement suffisants.

### 2.2.6 La projection de mortalité des territoires

La faible population des territoires canadiens, soit les Territoires du Nord-Ouest<sup>49</sup>, le Yukon et le Nunavut, rend impossible la projection de mortalité avec les méthodes de Lee-Carter et de Li et Lee (2005). En effet, il est fréquent de n'observer aucun décès pour plusieurs années d'âge et donc de calculer des taux de mortalité nuls pour un grand nombre d'années de calendrier. Ainsi, le faible effectif de population des territoires crée une forte instabilité dans les données ce qui ne permet pas de modéliser de façon cohérente la mortalité. Il n'a donc pas été possible de projeter la mortalité des territoires avec la même méthodologie que les autres provinces. En fait, il est très difficile de projeter la mortalité des territoires car aucune tendance claire ne se dégage étant donné les variations annuelles présentes dans les trois territoires. Une des possibilités envisagées a été de prendre les taux de mortalité par année d'âge des territoires lissés préalablement avec la procédure *UNABR* du logiciel *Mortpak*<sup>50</sup>. Il est rapidement apparu que cette procédure reproduisait mal l'espérance de vie à la naissance observée avec les tables de mortalité abrégées basées sur les taux de mortalité par groupe d'âge de cinq ans des territoires. Une opportunité intéressante aurait été de regrouper les trois territoires afin de les modéliser et de les projeter ensemble. Un tel regroupement n'est cependant pas acceptable bien qu'il permette de résoudre en partie le problème du peu d'effectif de population. En effet, la mortalité du territoire du Nunavut diffère beaucoup trop de celles du territoire du Yukon et des Territoires du Nord-Ouest.

---

<sup>49</sup> Les données sur la mortalité des Territoires du Nord-Ouest excluent entièrement celles sur la mortalité du territoire du Nunavut.

<sup>50</sup> La procédure *UNABR* du logiciel *Mortpak* convertit les tables de mortalité abrégées en tables complètes. Il est à noter que *Mortpak* est un logiciel des Nations Unies pour l'analyse des données sur la mortalité.

La population du Nunavut est principalement composée d'Autochtones et son espérance de vie est bien plus faible que celles des deux autres territoires. En fait, il y a moins de différence entre l'espérance de vie à la naissance du Canada et celles des Territoires du Nord-Ouest et du Yukon qu'entre celle du Nunavut et celles des Territoires du Nord-Ouest et du Yukon. De plus, les données sur la mortalité du Nunavut ne sont disponibles que sur une courte période de temps, soit depuis l'année 1991. Ainsi, cette possibilité de fusion, bien qu'engageante, a dû être rejetée du fait de la trop grande disparité entre la mortalité des trois territoires. Finalement, la méthode qui s'est révélée être la plus appropriée est en majeure partie basée sur celle employée précédemment à Statistique Canada pour la projection des provinces. Il s'agit d'une méthode plus rationnelle qui permet d'obtenir des résultats cohérents.

La méthode de projection de mortalité des territoires implique à la fois la méthode des ratios et le *common factor model* de la méthode de Li et Lee (2005). Les ratios des trois territoires, pour les années de calendrier 2001 et 2002, sont déterminés en divisant, pour un sexe donné, l'espérance de vie à la naissance du territoire par l'espérance de vie à la naissance du Canada. Pour chacun des trois territoires, la moyenne des ratios des années 2001 et 2002 est arrondie et fixée à la valeur de 0,97 pour les Territoires du Nord-Ouest et le Yukon et à 0,87 pour le Nunavut. L'espérance de vie à la naissance projetée et son intervalle de confiance à 95 % sont alors obtenus, pour chacun des trois territoires, par la multiplication, pour un sexe donné, de l'espérance de vie à la naissance du Canada projetée avec le *common factor model* et de son intervalle de confiance à 95 % avec la valeur basée sur la moyenne des ratios arrondie, définie précédemment. Les taux de mortalité projetés associés aux projections de ces espérances de vie à la naissance et de leur intervalle de confiance à 95 % sont définis par le biais d'une commande statistique du logiciel *Excel*, soit la commande *solveur* et ce, via les instructions d'une macro qui permet de réaliser des itérations en boucle dans *Excel*, soit une itération par année de calendrier de la période de projection des territoires (2003-2056). Ainsi, la commande *solveur* permet d'ajuster la valeur du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis afin que, pour un sexe et un territoire donné, l'espérance de vie à la naissance projetée, avec la méthode

des ratios, soit égale à celle de l'espérance de vie à la naissance du Canada projetée avec le *common factor model* et ce, pour chaque année de calendrier entre 2003 et 2056. Cette nouvelle estimation du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis représente en fait le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  d'un sexe et un territoire donné. Finalement, les taux de mortalité, par année d'âge et par sexe, et leur intervalle de confiance à 95 %, projetés pour les territoires, sont calculés, pour un sexe donné, en fonction de la formule du *common factor model* de la méthode de Li et Lee (2005), avec le profil moyen de la mortalité selon l'âge du Canada, le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge du Canada sexes réunis et le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  estimé pour un territoire donné. Ils sont ensuite prolongés jusqu'à l'âge de 110 ans avec la méthode de Coale-Kisker.

Toutefois, la méthodologie choisie pour projeter la mortalité des territoires suppose, pour un sexe donné, un profil moyen de la mortalité selon l'âge identique à celui du Canada et un rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge semblable en tous points à celui du Canada sexes réunis, soit une structure par âge pareille à celle du Canada. De cette façon, celle-ci a pu assurer le respect de la contrainte sous-jacente à la méthode de Li et Lee (2005) qui suppose un contexte socio-économique similaire et d'importantes similitudes entre les régions impliquées dans la projection. En définitive, cette méthodologie s'est avérée être la seule solution envisageable pour projeter la mortalité des territoires canadiens.

### **2.2.7 Choix du modèle de projection de la mortalité**

Le choix du modèle de projection de mortalité approprié à la mortalité du Canada et des provinces est basé sur un certain nombre de critères. Parmi ceux-ci, outre notre jugement ou notre avis d'expert, les trois indices développés par Li et Lee (2005), soit les « *explanation ratios* », aident à l'évaluation du modèle de Lee-Carter et des modèles de Li et Lee (2005) en vue d'une prise de décision finale. Plus exactement, ces indices traduisent le pouvoir explicatif de chaque modèle. En fait, ils permettent de déterminer, sur une échelle de zéro à 1, le degré d'ajustement aux données observées



pour chacun des trois modèles de projection de la mortalité. Ainsi, pour chaque région  $i$ , le calcul de ces indices, soient le *Separate-LC Explanation Ratio* ( $R_s(i)$ ), le *Common Factor Explanation Ratio* ( $R_c(i)$ ) et le *Augmented Common Factor Explanation Ratio* ( $R_{ac}(i)$ ) se formule comme suit :

$$R_s(i) = 1 - \frac{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\log(m(x,t,i)) - a(x,i) - b(x)_i k(t)_i]^2}{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\log(m(x,t,i)) - a(x,i)]^2}$$

$$R_c(i) = 1 - \frac{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\log(m(x,t,i)) - a(x,i) - B(x)K(t)]^2}{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\log(m(x,t,i)) - a(x,i)]^2}$$

$$R_{ac}(i) = 1 - \frac{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\log(m(x,t,i)) - a(x,i) - B(x)K(t) - b(x,i)k(t,i)]^2}{\sum_{t=1971}^{2002} \sum_{x=0}^{90+} [\log(m(x,t,i)) - a(x,i)]^2}$$

Pour chaque région  $i$ , le modèle dont l'indice est le plus élevé est celui qui ajuste le mieux les données observées. Toutefois, il est normal que l'indice  $R_s(i)$  soit généralement plus élevé que l'indice  $R_c(i)$  car le modèle Lee-Carter ne prend pas en considération la tendance de mortalité commune à l'ensemble des provinces canadiennes. On peut aussi s'attendre à ce que l'indice  $R_{ac}(i)$  soit plus élevé que l'indice  $R_c(i)$  car il permet de projeter les particularités de la mortalité spécifiques à la région  $i$ . Cependant, dans l'éventualité peu probable où l'indice  $R_{ac}(i)$  serait plus petit que l'indice  $R_s(i)$ , il serait alors recommandé de choisir le modèle Lee-Carter pour la

projection de mortalité de la région  $i$ . En fait, dans le contexte canadien, étant donné la similarité de la mortalité des provinces, il est logique de s'attendre à ce que l'indice  $R_{ac}(i)$  soit plus élevé que l'indice  $R_s(i)$  et à ce que l'indice  $R_c(i)$  soit légèrement plus petit ou égal aux indices  $R_s(i)$  et  $R_{ac}(i)$ . Ainsi, dans un tel contexte, le *common factor model* pourrait s'avérer être le choix le plus judicieux et le *augmented common factor model* être un second choix conséquent.

Le choix d'un modèle de projection cohérent avec la mortalité de la région  $i$  repose principalement sur un jugement avisé qui s'appuie en partie sur les « *explanation ratios* » de Li et Lee (2005) mais plus particulièrement sur les informations connues qui se rattachent à l'évolution présente et future de la mortalité de la région  $i$ . Par exemple, l'information connue quant à la mortalité des hommes de la Saskatchewan indique qu'elle a été supérieure à celle des hommes du Canada entre 1971 et 1995 et inférieure entre 1995 et 2002, soit depuis les sept dernières années de la période de référence. Il est logique de croire que le *augmented common factor model* va projeter une mortalité des hommes de la Saskatchewan qui se rapproche de celle des hommes du Canada au cours de la période de projection car il prend en considération les particularités de la mortalité spécifiques aux hommes de la Saskatchewan au cours de l'ensemble de la période de référence. Dans cette situation, même si l'indice  $R_{ac}(i)$  était le plus élevé, il serait préférable de choisir le *common factor model* car les informations connues sur l'évolution de la mortalité des hommes de la Saskatchewan nous permettent de croire qu'il est plus probable qu'elle demeure inférieure à celle des hommes du Canada et ne s'en rapproche pas. Cet exemple permet d'illustrer que le choix de chacun des modèles de projection appropriés aux provinces ou au Canada dans son ensemble repose sur un jugement fondé sur plusieurs sources d'informations et de critères tels que l'avis d'experts et les indices de Li et Lee (2005).

### **2.2.8 Programme intégré de projection de mortalité avec les méthodes de Lee-Carter et de Li et Lee (2005)**

Cette recherche a permis de développer, avec la collaboration de Statistique Canada, un programme intégré de projection de la mortalité avec le modèle Lee-Carter et avec les deux modèles de la nouvelle méthode de Li et Lee (2005), soit le *common factor model* et le *augmented common factor model*. Ce programme sous format *Excel* contient à la fois plusieurs feuilles de données et différentes macros. Il a été utilisé pour produire les projections de populations de Statistique Canada qui sont parues en décembre 2005. Il pourra aussi être réutilisé dans les années à venir par Statistique Canada pour de prochaines projections de populations.

## **CHAPITRE 3 : PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS**

Le présent chapitre porte sur les résultats et s'articule autour de sept sections. Les trois premières sections présentent et analysent les paramètres et les résultats de la projection de chacun des trois modèles de projection de la mortalité à l'étude et ce, à l'échelle nationale et provinciale, sexes séparés. C'est au cours de la quatrième section que le choix du modèle de projection approprié est ensuite déterminé. La cinquième section porte sur la présentation des projections de mortalité pour le Canada avec le modèle approprié choisi à la section précédente et ce, au niveau national, provincial et territorial. Ces résultats sont ensuite comparés avec les projections de mortalité officielles de différents organismes et pays industrialisés dans la sixième section. Finalement, la dernière section démontrera la validité des projections de mortalité du modèle de projection choisi avec la période de référence 1961-1992.

### **3.1 Analyse des paramètres des modèles de projection de la mortalité**

La première section de ce chapitre présente l'analyse des trois paramètres des modèles de projection de la mortalité à l'étude : le profil moyen de la mortalité selon l'âge, le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge et le niveau de la mortalité au temps  $t$ .

#### **3.1.1 Le profil moyen de la mortalité selon l'âge**

Le paramètre du profil moyen de la mortalité selon l'âge ( $a_x$ ) permet de représenter le niveau de base de la mortalité observé, à chaque âge, au cours de la période de référence, soit 1971 à 2002 et le niveau de base de la mortalité projeté, à chaque âge, au cours de la période de projection, soit 2003 à 2056 pour le Canada et les provinces. Au cours de la période de référence, la méthode de calcul de ce paramètre demeure inchangée pour les trois modèles de projection de la mortalité. Tandis qu'au cours de la période de projection, la méthode de calcul du modèle Lee-Carter diffère de celle des deux modèles de la méthode de Li et Lee (2005).

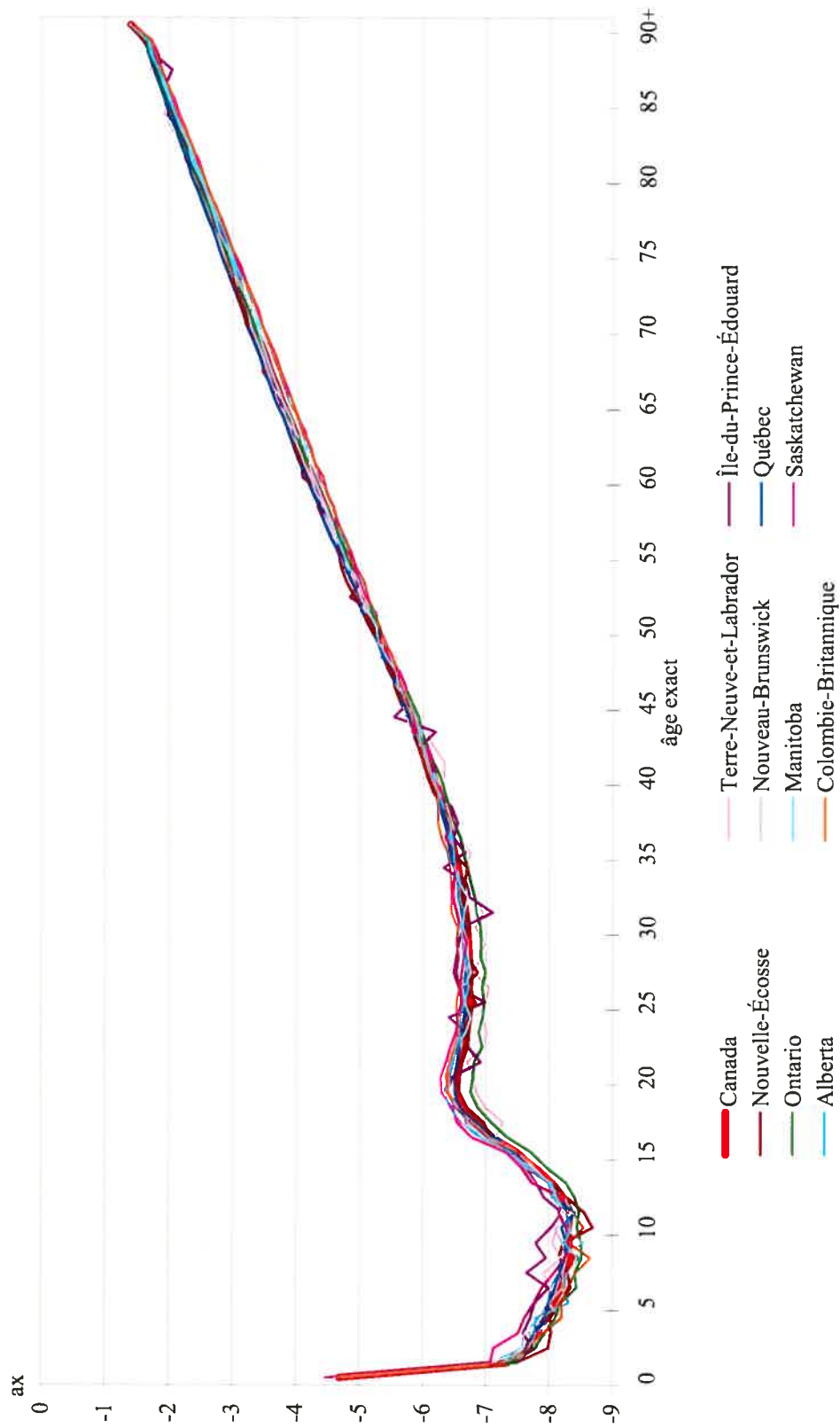
Ainsi, entre 1971 et 2002, le paramètre du profil moyen de la mortalité selon l'âge s'obtient en calculant la moyenne des logarithmes du taux de mortalité sur l'ensemble de cette période, tel qu'illustré par la figure 3.1.

De façon générale, l'exemple des hommes révèle un profil classique d'un pays où la mortalité générale est très faible. La mortalité infantile canadienne est relativement faible et le niveau de mortalité entre un et douze ans est presque nul. À partir de treize ans environ, la mortalité générale augmente jusqu'à l'âge de vingt ans sous l'effet de la mortalité accidentelle. Un plateau est alors atteint jusqu'à l'âge de trente-neuf ans environ. Finalement, le niveau de la mortalité s'accroît de façon exponentielle entre quarante et quatre-vingt-dix ans et plus.

Les courbes de la figure du profil moyen de la mortalité selon l'âge des femmes du Canada et des provinces au cours de la période 1971-2002 sont similaires à celles des hommes mais leur intensité est moindre, particulièrement entre les âges de treize et quatre-vingt-neuf ans (voir Annexe I).

Le niveau de base de la mortalité projeté, à chaque âge, au cours de la période de projection avec le modèle Lee-Carter est exactement le même que le niveau de base de la mortalité observé, à chaque âge, au cours de la période de référence, tel que représenté précédemment. En fait, la méthode de calcul de ce paramètre pour ces deux périodes est identique pour le modèle Lee-Carter mais diffère pour les deux modèles de la méthode de Li et Lee (2005). En effet, le niveau de base de la mortalité projeté, à chaque âge, au cours de la période de projection avec la méthode de Li et Lee (2005) correspond au niveau de base de la mortalité observé, à chaque âge, en 2002, ceci afin d'arrimer les projections avec les données les plus récemment observées. Ainsi, pour les hommes comme pour les femmes, les courbes de la figure du profil moyen de la mortalité selon l'âge du Canada et des provinces au cours de la période de projection, avec la méthode de Li et Lee (2005), sont similaires à celles observées au cours de la période 1971-2002 bien que d'intensité plus faible (voir Annexe II).

Figure 3.1 : Profil moyen de la mortalité masculine selon l'âge ( $a_x$ ), Canada et provinces, période 1971-2002



$$a_{x,t} = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{32} \ln(m_{x,t,i})$$

### 3.1.2 Le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge

Le paramètre du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge permet de définir la variation de la mortalité selon l'âge. Il s'agit d'un paramètre invariable dans le temps qui s'exprime différemment selon les trois modèles des deux méthodes de projection de la mortalité. Les figures 3.2 et 3.3 permettent d'illustrer l'allure de la courbe de ce paramètre avec le modèle Lee-Carter et le *common factor model*.

Il apparaît clairement que le paramètre de la variation de la mortalité selon l'âge du *common factor model* ( $B_x$ ) représente assez fidèlement le paramètre du modèle Lee-Carter ( $b_x$ ) et ce, pour le Canada et chacune des provinces. De façon générale, le rythme de variation de la mortalité n'est pas constant selon l'âge mais il diminue avec l'âge conformément à ce qui était attendu pour la période 1971-2002. La diminution de la mortalité a été la plus forte aux très jeunes âges; la diminution est moins importante par la suite, autour de 1 % pour s'atténuer aux grands âges. La variation de la mortalité selon l'âge des Canadiens et des Canadiennes est assez semblable bien que celle des femmes soit davantage erratique et d'une intensité légèrement supérieure, principalement dans le cas des provinces peu peuplées tel que l'Île-du-Prince-Édouard et Terre-Neuve-et-Labrador.

Les valeurs du paramètre du rythme de changement du taux de mortalité, à chaque âge, du *augmented common factor model* ( $b_{x,i}$ ) sont si discontinues qu'aucune tendance ne peut s'en dégager. À titre d'exemple, nous avons représenté graphiquement le rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge des hommes du Manitoba modélisé avec le *augmented common factor model* dans l'Annexe III. Les valeurs de ce paramètre chez les hommes de l'Ontario et les femmes de l'Île-du-Prince-Édouard sont particulièrement élevées et ressortent parmi les autres provinces. Une forte discontinuité est normale car il s'agit du paramètre résiduel du rythme de changement

Figure 3.2 : Rythme de changement du taux de mortalité masculin à chaque âge, du modèle Lee-Carter ( $b_x$ ) pour le Canada et les provinces et du *common factor model* ( $B_x$ ) pour le Canada sexes réunis

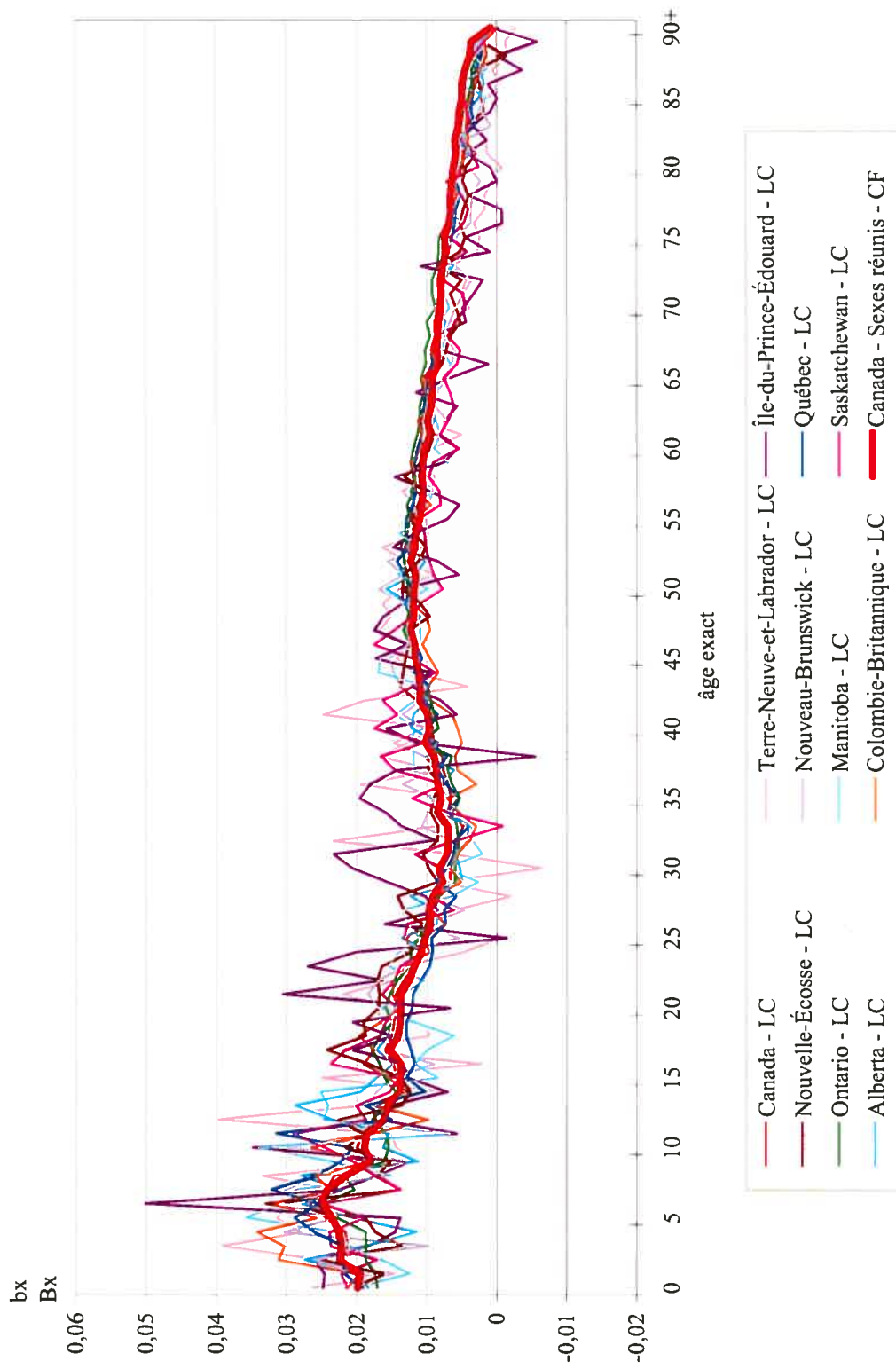
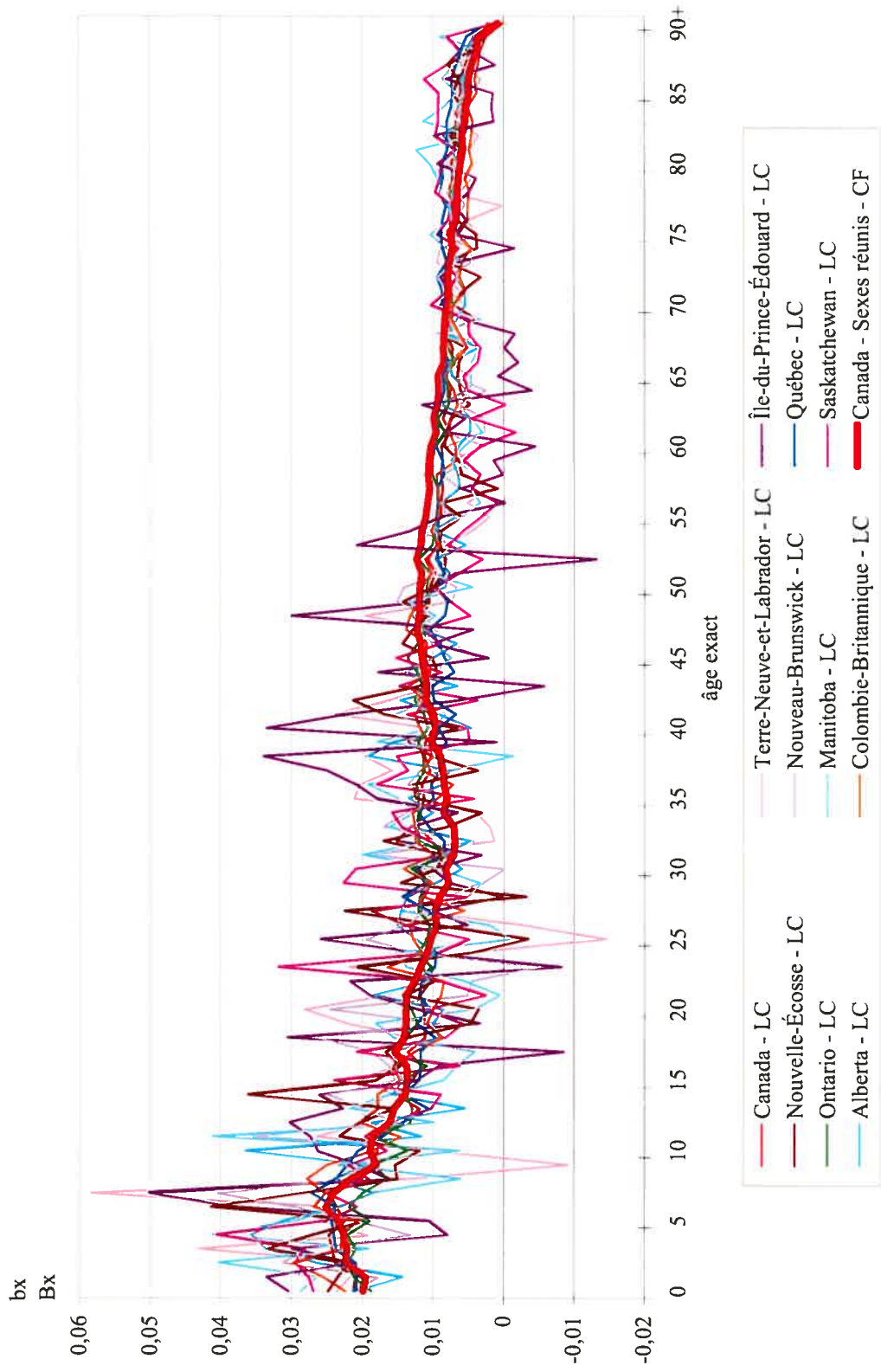




Figure 3.3 : Rythme de changement du taux de mortalité féminin à chaque âge, du modèle Lee-Carter ( $b_x$ ) pour le Canada et les provinces et du *common factor model* ( $B_x$ ) pour le Canada sexes réunis



du taux de mortalité à chaque âge de la région  $i$  après avoir pris en considération le rythme de variation de la mortalité selon l'âge du Canada sexes réunis.

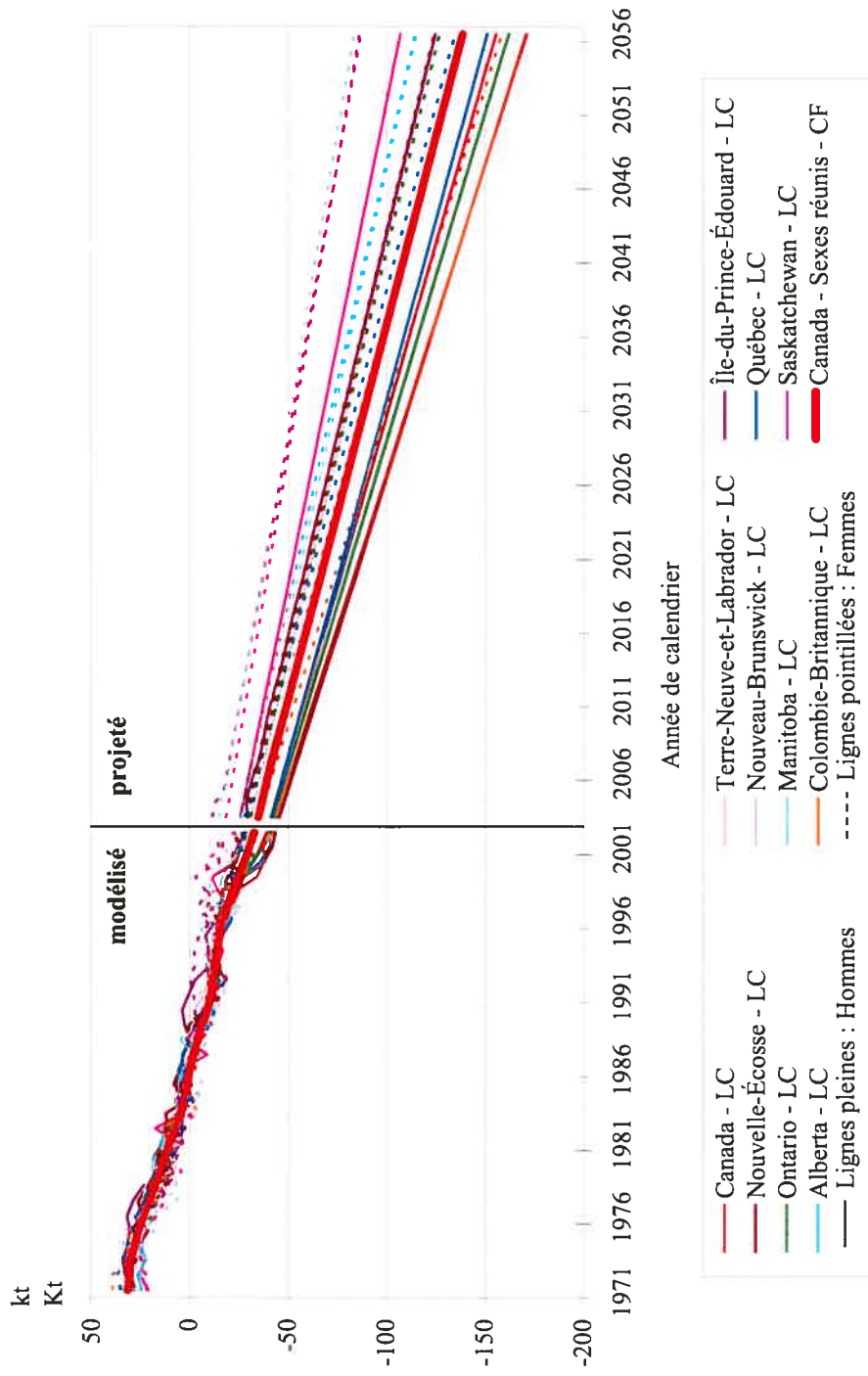
### 3.1.3 Le niveau de la mortalité au temps $t$

Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  permet de déterminer la variation de la mortalité dans le temps, soit au cours de la période de référence et de projection. Il s'agit du seul paramètre qui est projeté dans le temps; l'aspect « projection » de la mortalité repose donc sur ce seul paramètre. La façon de le formuler diffère selon le modèle de projection de la mortalité. La figure 3.4 permet de représenter l'allure de la courbe de ce paramètre, entre 1971 et 2056, avec le modèle Lee-Carter et le *common factor model*.

Au cours de la période de référence, le paramètre de la variation de la mortalité dans le temps du *common factor model* ( $K_t$ ) représente adéquatement le paramètre du modèle Lee-Carter ( $k_t$ ) et ce, pour le Canada et chacune des provinces. Cependant, au cours de la période de projection, les valeurs des deux paramètres diffèrent nettement suite à l'augmentation croissante de l'écart du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du modèle Lee-Carter entre les provinces. Cette divergence de l'écart du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , projeté avec le modèle Lee-Carter, entre les provinces, paraît irréaliste étant donnée la relative stabilité de cet écart, modélisé avec le modèle Lee-Carter, au cours de la période de référence.

De façon générale, le paramètre de la variation de la mortalité dans le temps décroît linéairement au cours de la période d'observation. Conséquemment, il décroît également de façon linéaire au cours de la période de projection. Le paramètre du modèle Lee-Carter montre que la variation de la mortalité dans le temps des Canadiens demeure similaire à celle des Canadiennes jusqu'à la fin de la période de référence, soit jusqu'en 1999 environ, où elles commencent à se dissocier l'une de l'autre. En effet, avec le modèle Lee-Carter, la variation de la mortalité dans le temps des femmes canadiennes est sensiblement plus élevée que celle des hommes entre 1999 et 2056. De

Figure 3.4 : Niveau de la mortalité au temps  $t$  modélisé (1971-2002) et projeté (2003-2056), par sexe, avec le modèle Lee-Carter ( $k_t$ ) pour le Canada et les provinces et le *common factor model* ( $K_t$ ) pour le Canada sexes réunis<sup>51</sup>



<sup>51</sup> Le paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$ , par sexe, projeté avec le *common factor model* pour le Canada sexes réunis, présenté dans cette figure, n'a pas été corrigé.

ce fait, l'espérance de vie des hommes croît plus rapidement que celle des femmes avec le modèle Lee-Carter.

Au cours de la période de référence, les valeurs du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du *augmented common factor model* ( $k_{t,i}$ ), pour le Canada et chacune des provinces, bien que discontinues, convergent autour de zéro. À titre d'exemple, nous avons représenté graphiquement le niveau de la mortalité au temps  $t$  des hommes du Manitoba modélisé avec le *augmented common factor model* au cours de la période 1971-2002 dans l'Annexe IV. Au cours de la période de projection, la variation de la mortalité dans le temps du *augmented common factor model* demeure stable chez les hommes mais présente une légère hausse chez les femmes et ce, au Canada et dans la plupart des provinces.

Les paramètres du rythme de changement du taux de mortalité, à chaque âge et du niveau de la mortalité au temps  $t$ , du *augmented common factor model*, n'ont pas été présentés graphiquement ici, du fait de leurs valeurs minimales et erratiques qui empêchent toute présentation visuelle pertinente. À cet effet, il convient de rappeler qu'il s'agit de paramètres résiduels après avoir pris en considération les deux paramètres correspondants du *common factor model*, soit le rythme de variation de la mortalité selon l'âge du Canada sexes réunis et le niveau de la mortalité au temps  $t$  du Canada sexes réunis.

En fait, cette situation est observée dans le cas de chacune des provinces canadiennes, ce qui laisse suggérer qu'au Canada la mortalité est relativement similaire d'une province à l'autre et que, dans ce contexte, le *common factor model* constitue le modèle de projection le plus approprié.

### 3.2 Analyse de l'espérance de vie projetée pour le Canada et par provinces

Cette seconde section présente l'analyse de l'espérance de vie à la naissance projetée pour le Canada et par provinces avec le modèle Lee-Carter, le *common factor model* et le *augmented common factor model*.

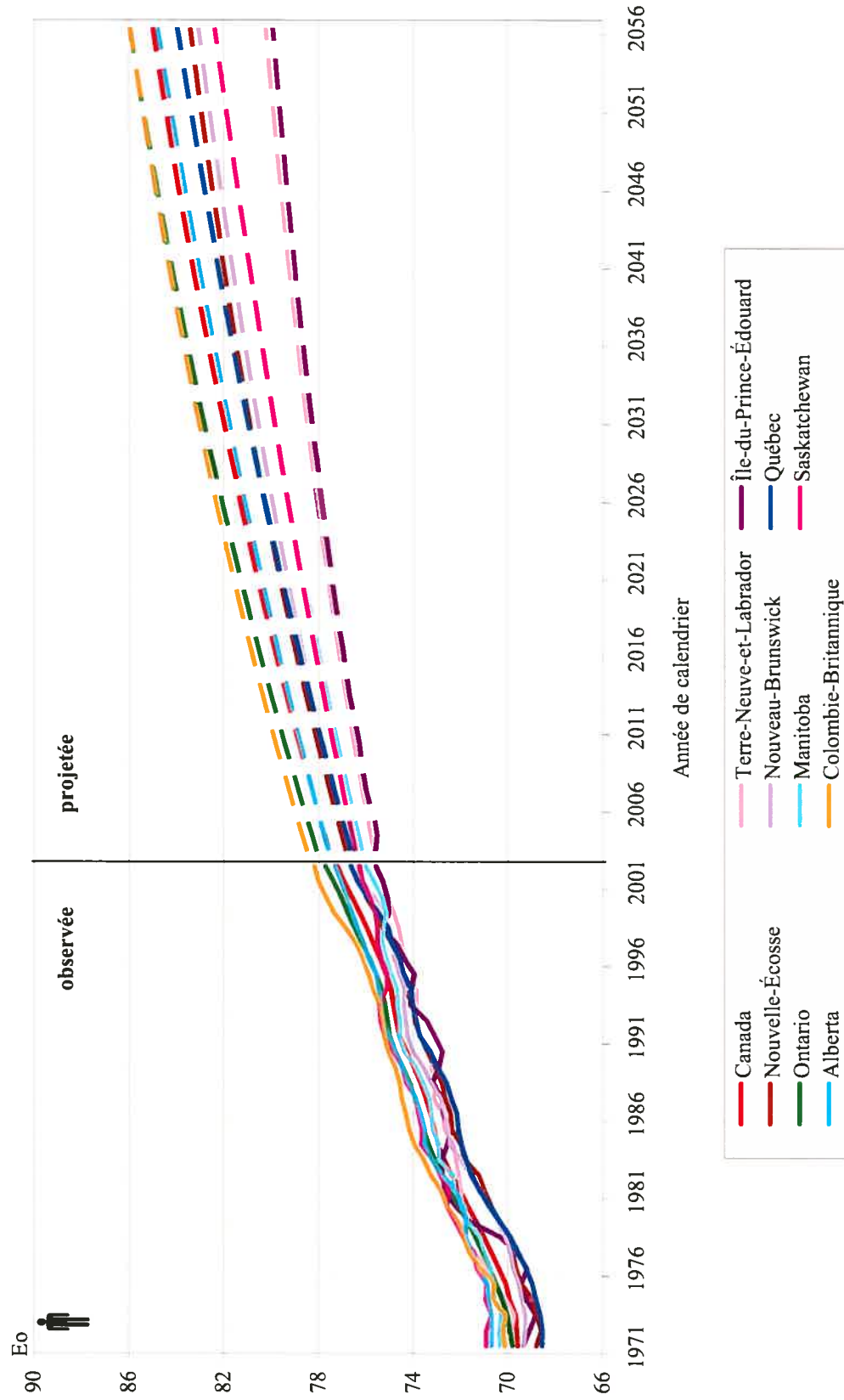
#### 3.2.1 L'espérance de vie projetée avec le modèle Lee-Carter

La figure 3.5 présente l'évolution de l'espérance de vie à la naissance des hommes, pour la période d'observation, de 1971 à 2002, et pour la période projetée entre 2003 et 2056, avec la méthode Lee-Carter, pour le Canada et les provinces.

Avant tout, il importe peu de s'attarder sur les niveaux précis des espérances de vie projetées pour les hommes du Canada et des provinces car il ressort particulièrement de la figure 3.5 que la projection de la mortalité avec le modèle Lee-Carter conduit à un agrandissement évident de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces. En effet, l'écart entre la province ayant l'espérance de vie la plus élevée et celle ayant la plus faible est passé de 2,63 ans en 2002, à 4,76 ans en 2031 et à 6,04 ans en 2056 avec la méthode Lee-Carter. Il apparaît visiblement que le cône de projection s'élargit dans le temps.

Il est donc clair que la méthode de projection Lee-Carter conduit à une forte divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces car chacune d'entre elles est projetée séparément. Cette divergence est peu réaliste étant donnée qu'elle n'a pas été observée dans un passé récent et que la nature du système de santé canadien impose certaines normes nationales que chaque province se doit de respecter. Il s'agit d'ailleurs d'un problème qui a été soulevé par Ronald Lee en 1992 lorsqu'il avait collaboré avec Statistique Canada pour mettre en place l'actuelle méthode de projection de la mortalité. Statistique Canada avait alors contourné le problème en utilisant des ratios entre l'espérance de vie des provinces par rapport à la moyenne nationale. En fait, leur méthode consistait à projeter la mortalité nationale et à en dériver

Figure 3.5 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le modèle Lee-Carter, pour le Canada et par provinces, hommes



ensuite celle des provinces. Elle suggérait donc que les écarts entre les provinces se maintiendraient pendant toute la période de projection.

La figure 3.6 illustre l'évolution de l'espérance de vie à la naissance des femmes, au cours de la période d'observation et de projection, avec la méthode de Lee-Carter, pour le Canada et les provinces.

Encore une fois, l'important n'est pas de porter attention aux niveaux exacts des espérances de vie projetées mais plutôt de constater que le problème de la divergence est tout aussi manifeste dans le cas des femmes. En effet, l'écart entre la province ayant l'espérance de vie la plus élevée et celle ayant la plus faible est passé de 2,04 ans en 2002, à 3,76 ans en 2031 et à 5,75 ans en 2056 avec la méthode Lee-Carter. Par ailleurs, le cône de projection s'élargit distinctement, cette fois encore, dans le temps.

Ainsi, l'utilisation du modèle Lee-Carter pour projeter la mortalité pour le Canada et pour chacune des provinces entraîne donc une divergence inévitable des espérances de vie sur la période de projection, soit une divergence peu probable à la lumière des tendances observées depuis 1971 et ce, pour les femmes comme pour les hommes.

### **3.2.2 L'espérance de vie projetée avec le *common factor model* et le *augmented common factor model***

L'évolution de l'espérance de vie à la naissance des hommes, au cours de la période d'observation et de projection, avec le *common factor model* et le *augmented common factor model* de la méthode de Li et Lee (2005), pour le Canada et les provinces, est présentée dans les figures 3.7 et 3.8, respectivement.

Cette fois encore, il n'est pas nécessaire de s'intéresser aux valeurs définies par les espérances de vie projetées pour les hommes du Canada et des provinces mais plutôt

Figure 3.6 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le modèle Lee-Carter, pour le Canada et par provinces, femmes

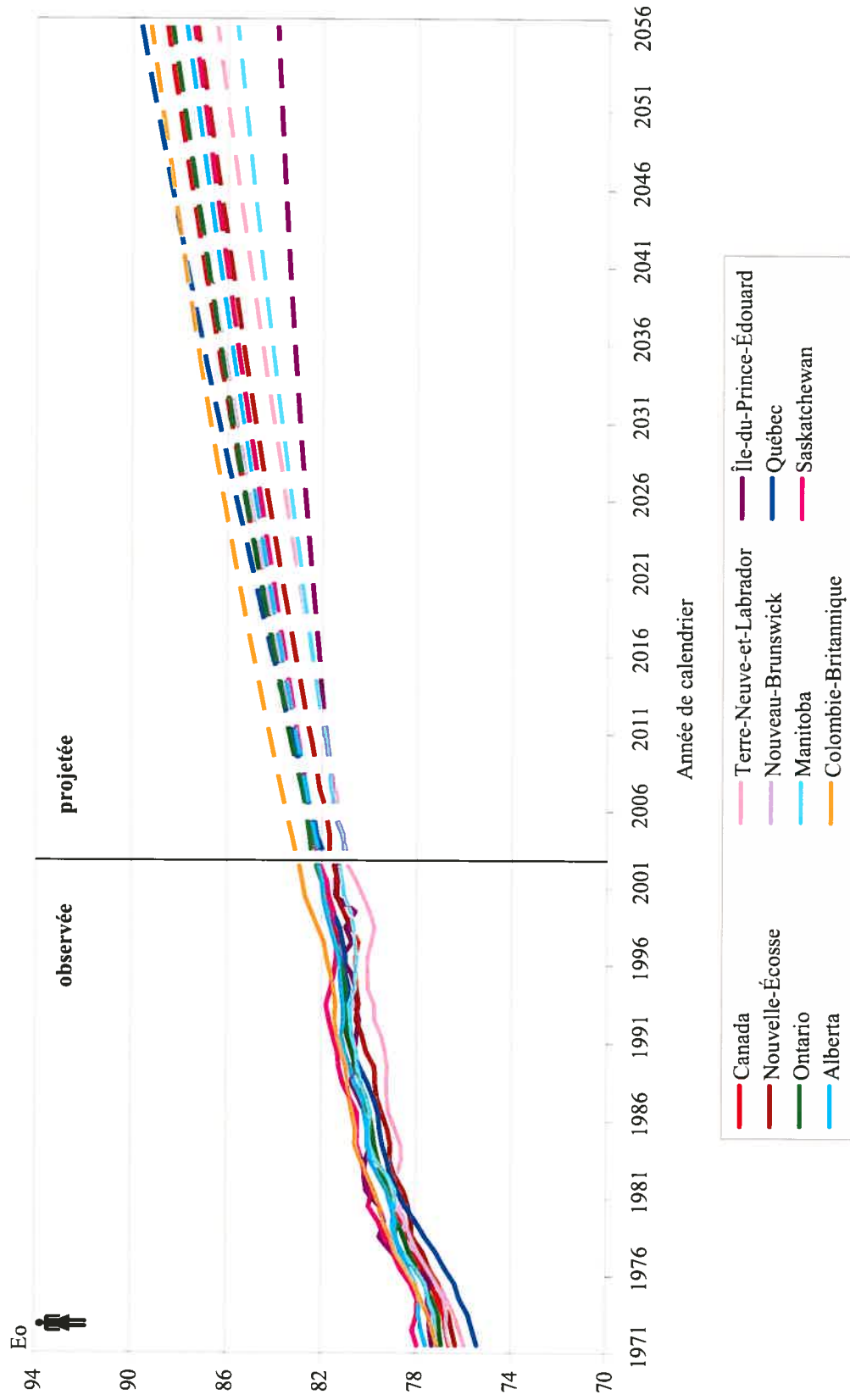




Figure 3.7 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le *common factor model*, pour le Canada et par provinces, hommes

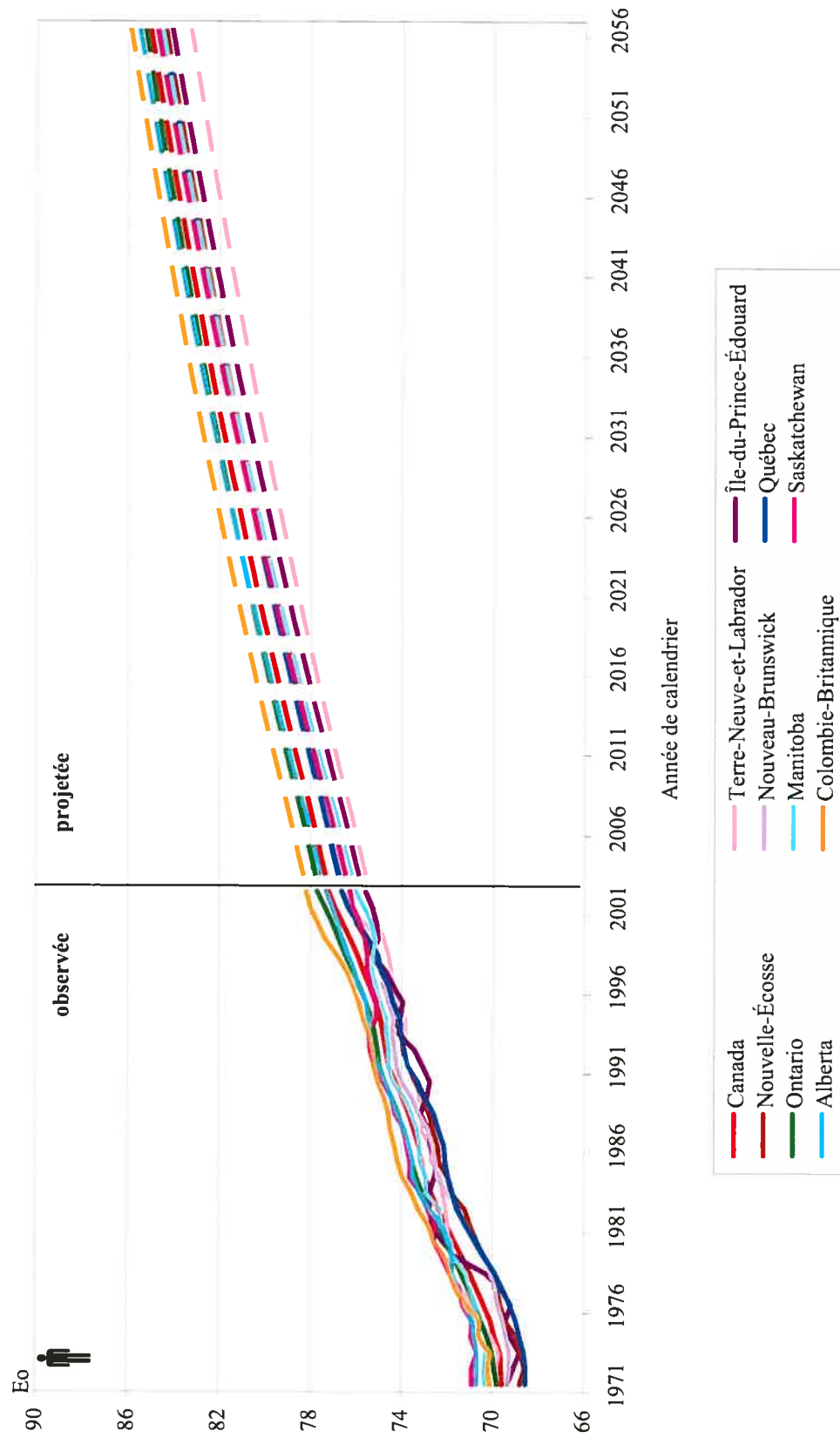
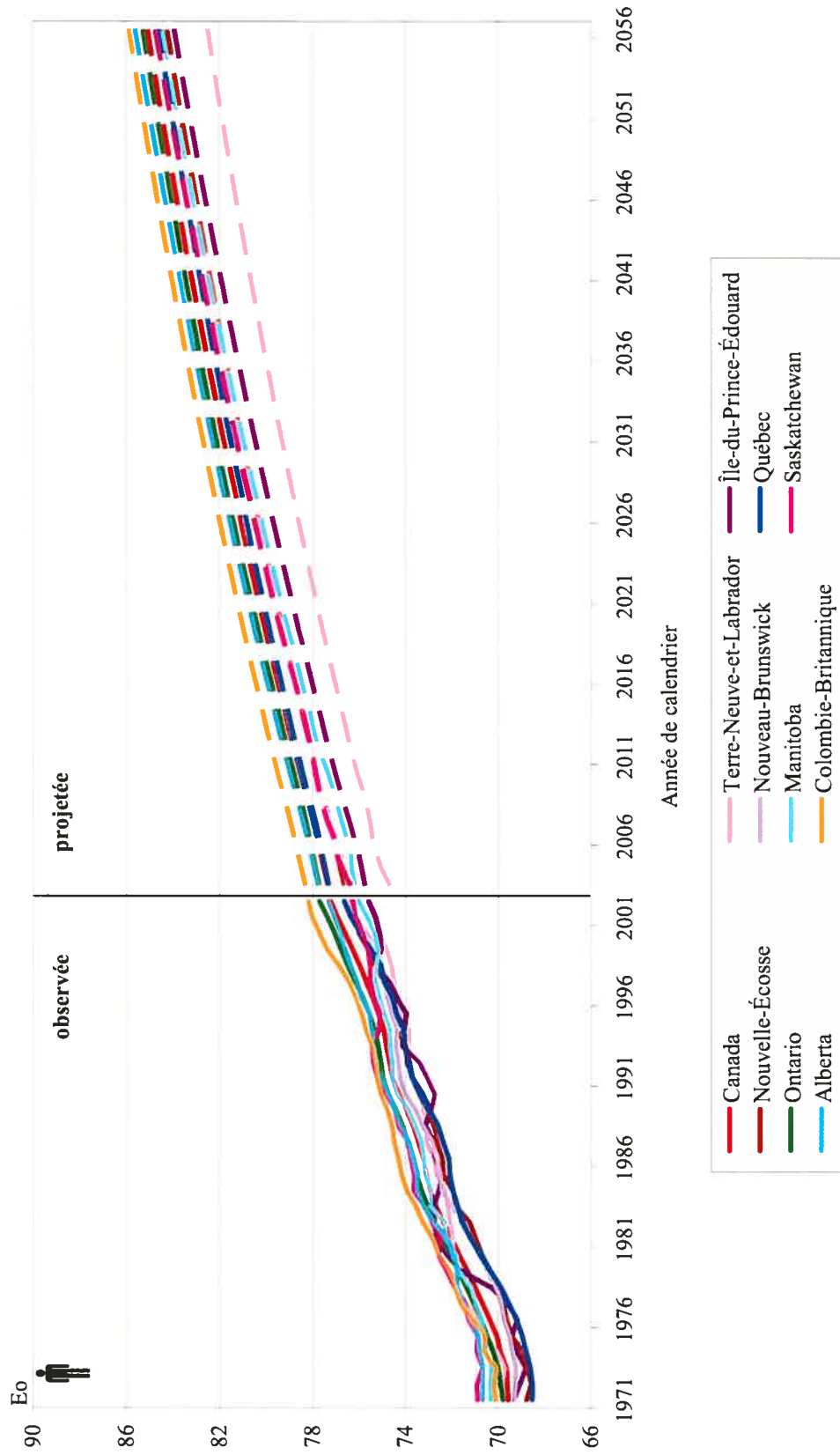


Figure 3.8 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le *augmented common factor model*, pour le Canada et par provinces, hommes



d'observer l'allure générale de ces courbes et d'y constater l'absence de divergence entre les provinces.

En effet, l'écart entre la province ayant l'espérance de vie la plus élevée et celle ayant la plus faible passe de 2,63 ans en 2002, à 2,66 ans en 2031 et à 2,62 ans en 2056 avec le *common factor model* tandis qu'il passe de 2,63 ans en 2002, à 3,41 ans en 2031 et à 3,38 ans en 2056 avec le *augmented common factor model*. Ainsi, la projection de la mortalité avec le *common factor model* et le *augmented common factor model* conduit à une relative stabilité de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces.

Il apparaît donc clairement que la nouvelle méthode de projection de la mortalité développée par Nan Li et Ronald Lee (2005) solutionne le problème de la divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces observé avec la méthode Lee-Carter. Plus exactement, elle projette une absence de divergence et de convergence entre ces écarts, ce qui permet de reproduire la tendance observée depuis 1971 au Canada. De plus, cette méthode n'oblige pas les provinces à avoir le même ratio tout le long de la période de projection car elle modélise la mortalité province par province en utilisant toutes les données disponibles. Elle permet ainsi le croisement entre les projections de l'espérance de vie de certaines provinces. C'est le cas par exemple de la Saskatchewan. Cette méthode permet donc d'atteindre le premier des deux principaux défis de cette étude, soit de projeter de façon cohérente les écarts d'espérance de vie à la naissance d'une province à l'autre.

Les figures 3.9 et 3.10 illustrent, respectivement, l'évolution de l'espérance de vie à la naissance des femmes, au cours de la période d'observation et de projection, avec le *common factor model* et le *augmented common factor model* de la méthode de Li et Lee (2005), pour le Canada et les provinces. Une fois de plus, c'est l'absence de divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance des femmes entre les provinces au cours de la période de projection qui doit retenir l'attention plutôt que les valeurs

Figure 3.9 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le *common factor model*, pour le Canada et par provinces, femmes

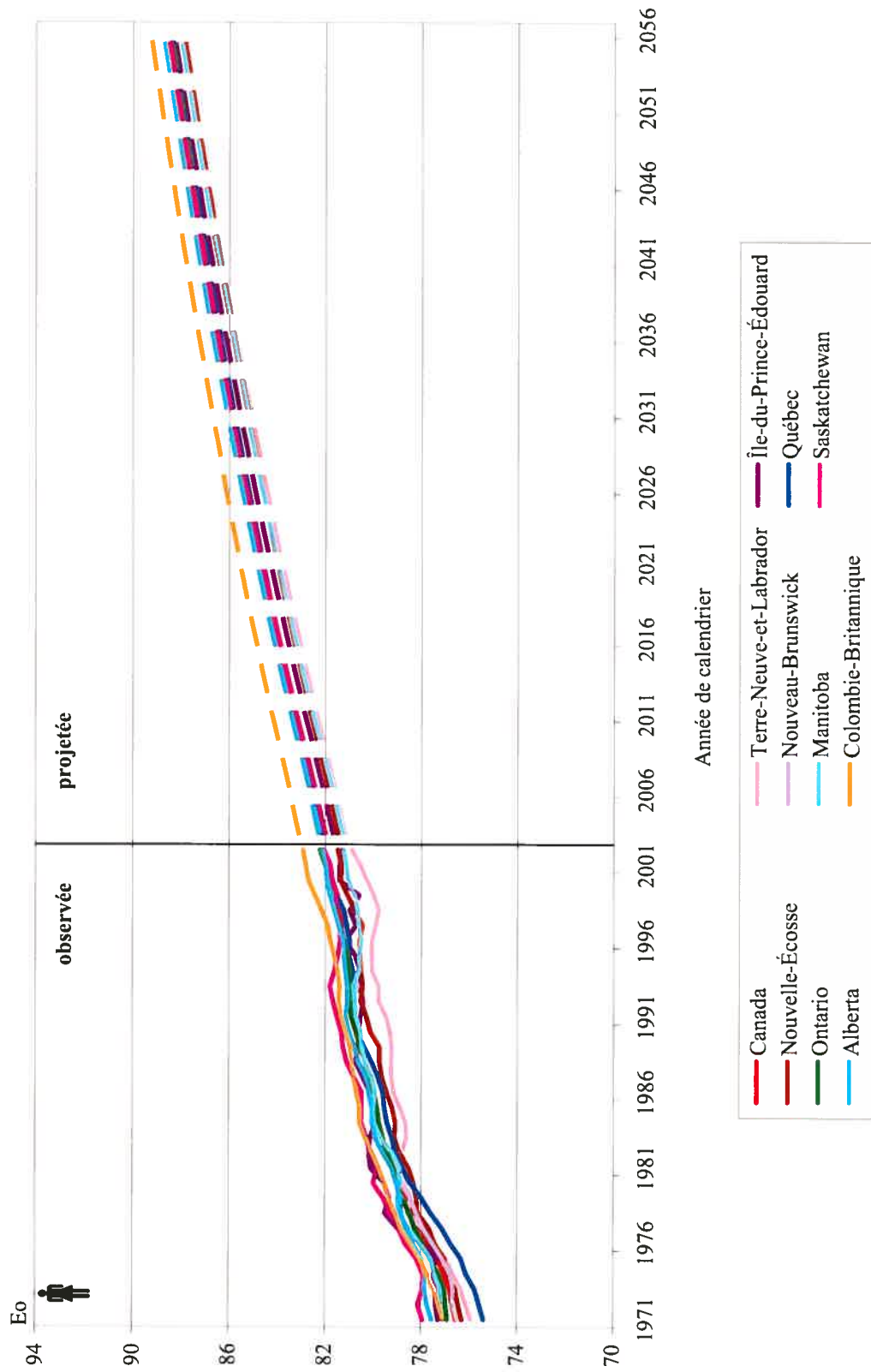
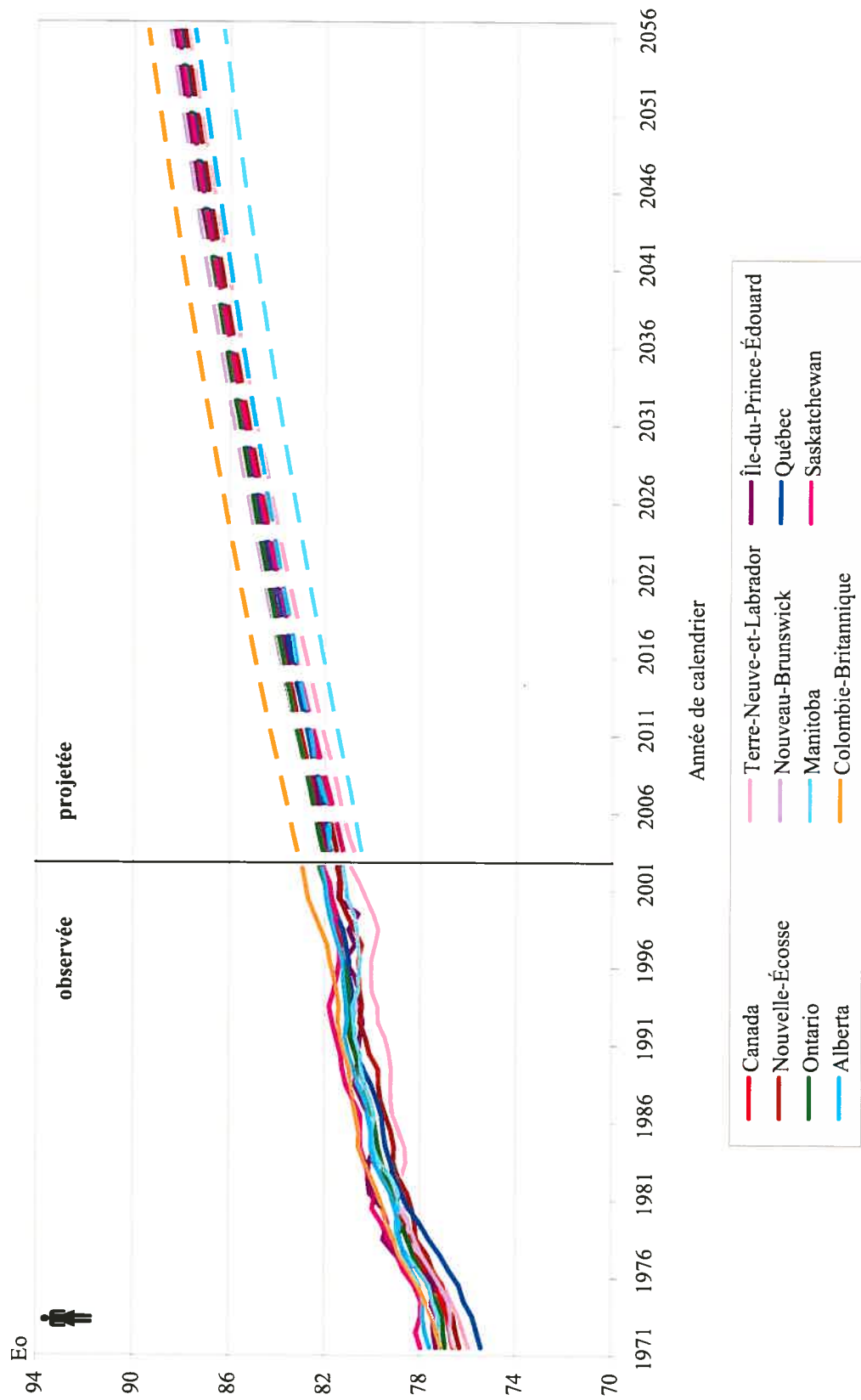


Figure 3.10 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le *augmented common factor model*, pour le Canada et par provinces, femmes



exactes des espérances de vie projetées pour les femmes du Canada et des provinces.

En effet, l'écart entre la province ayant l'espérance de vie la plus élevée et celle ayant la plus faible passe de 2,04 ans en 2002 à 1,63 ans en 2031 et reste stable ensuite avec le *common factor model* tandis qu'il part à 2,04 ans en 2002 et reste stable à 3,00 ans entre 2031 et 2056 avec le *augmented common factor model*.

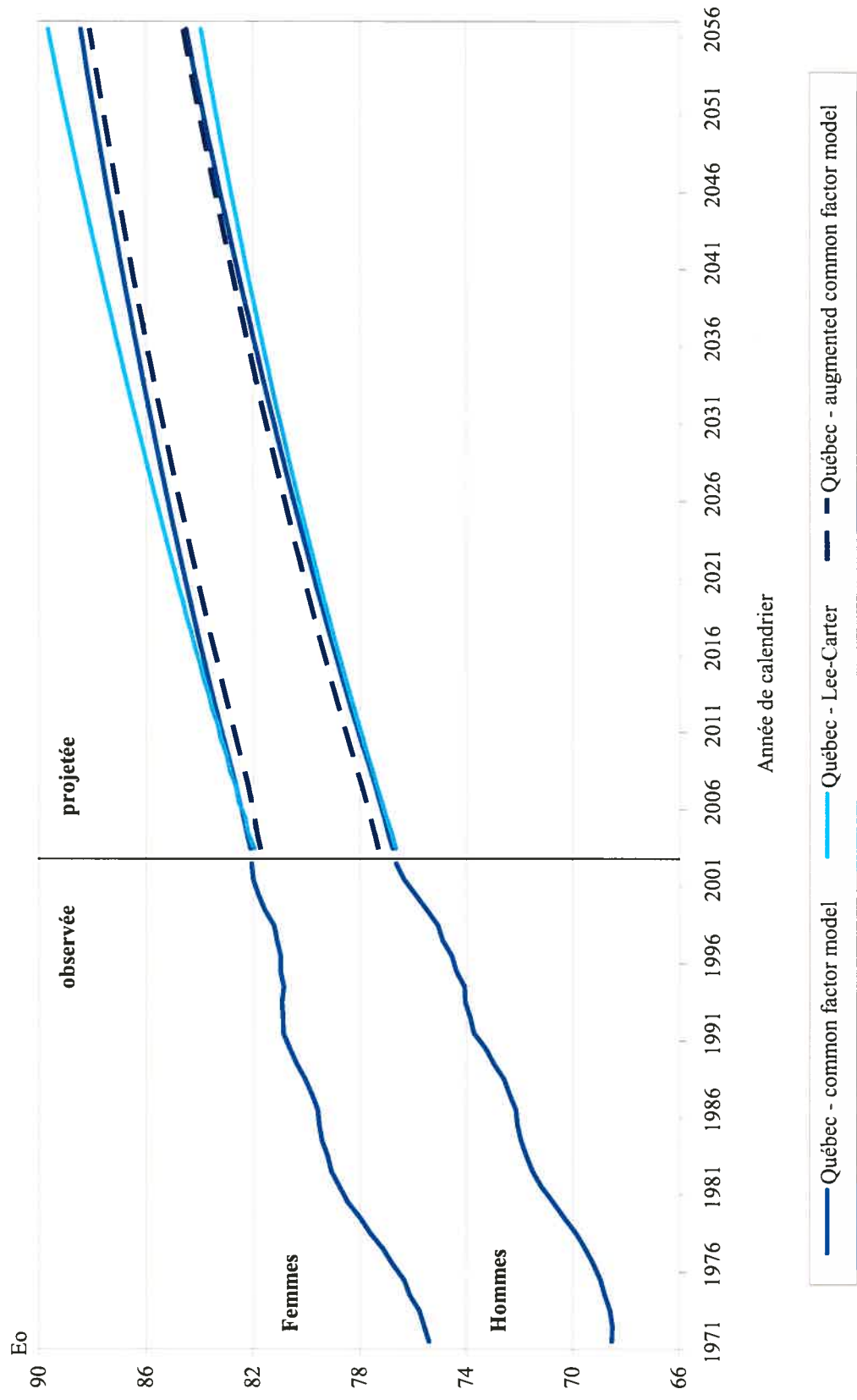
Ainsi, l'utilisation du *common factor model* et du *augmented common factor model* induit une relative stabilité de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces. On y constate une absence de divergence et de convergence qui correspond parfaitement avec ce qui a été observé dans un passé récent et ce, pour les femmes comme pour les hommes. En fait, le cône de projection reste stable dans le temps car la projection de la mortalité est basée non pas sur chacune des provinces ou sur le Canada pris séparément mais plutôt sur la mortalité de l'ensemble des provinces et du Canada.

### **3.3 Analyse de l'espérance de vie projetée par sexe pour le Canada et les provinces**

La figure 3.11 présente l'évolution de l'espérance de vie à la naissance selon le sexe, pour une province en particulier, ici le Québec, au cours de la période d'observation, de 1971 à 2002, et au cours de la période de projection entre 2003 et 2056 et ce, avec les trois modèles de projection de la mortalité.

La première constatation qui ressort de ces courbes est la présence du problème de la divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance, projetée avec la méthode Lee-Carter, entre les sexes de la province de Québec. Cependant, cette divergence est beaucoup moins prononcée que celle observée précédemment avec le modèle Lee-Carter entre les provinces. La figure 3.11 révèle aussi une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance, projetée avec les deux modèles de la méthode de Li et Lee (2005), entre les sexes. En effet, au Québec, l'écart entre les sexes pour les trois modèles de projection est passé de 5,42 ans en 2002, à respectivement, 5,70 ans,

Figure 3.11 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le modèle Lee-Carter, le *common factor model* et le *augmented common factor model* par sexe, Québec



3,94 ans et 3,48 ans en 2056. La forme du cône de projection traduit ces différences par son agrandissement et son rétrécissement, selon le modèle de projection choisi.

Ainsi, l'utilisation de la méthode Lee-Carter pour la projection de la mortalité par sexe pour le Canada et les provinces demeure problématique tandis que la nouvelle méthode développée par Nan Li et Ronald Lee (2005) paraît, cette fois encore, adéquate et cohérente avec le passé récent. En effet, c'est une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes qui a été observée depuis 1979 au Canada (Nault, 1997) et que l'on cherche à prolonger dans cette recherche. En fait, le second des deux défis principaux de cette étude est de projeter de façon cohérente l'écart d'espérance de vie à la naissance entre les sexes.

### **3.4 Choix du modèle de projection approprié pour le Canada et par province**

Le choix du modèle de projection approprié va de pair avec l'objectif principal de ce mémoire. En effet, celui-ci consiste, tel qu'expliqué précédemment, à tester la nouvelle méthode de projection de la mortalité de Li et Lee (2005), en la comparant avec la méthode Lee-Carter, afin de produire des projections de mortalité cohérentes pour le Canada et ses provinces. Ainsi, le choix du modèle de projection approprié s'effectue par le biais de la comparaison de ces deux méthodes. De plus, une projection cohérente de la mortalité implique de composer avec différentes contraintes pour s'assurer de la cohérence des projections avec la mortalité observée au Canada et dans ses provinces depuis trente ans. Plus exactement, elle sous-entend de projeter de façon cohérente les écarts d'espérance de vie à la naissance d'une province à l'autre et l'écart d'espérance de vie à la naissance entre les sexes.

Deux principaux outils sont à notre disposition pour faire la comparaison des trois modèles des deux méthodes de projection de la mortalité. Tout d'abord, les « *explanation ratios* » sont des indices qui permettent de quantifier, entre zéro et 1, le niveau d'ajustement de chacun de ces trois modèles aux données observés du Canada et de ses provinces au cours de la période de référence. Puis, l'analyse de l'espérance de



vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec ces trois modèles de projection de la mortalité pour le Canada et ses provinces permet de déterminer si la tendance observée de l'espérance de vie à la naissance au cours de la période de référence se poursuit au cours de la période de projection et de quelle façon elle évolue pour chacun de ces trois modèles. Ainsi, le premier outil permet de déterminer la précision de la modélisation de la mortalité de chacun des trois modèles de projection au cours de la période de référence. Tandis que le second outil, lui, permet d'évaluer la cohérence de la projection de la mortalité de ces trois modèles au cours de la période de projection.

Les deux tableaux suivants affichent, pour un sexe donné, les valeurs obtenues avec les trois indices appelés « *explanation ratios* », pour le Canada et chacune de ses provinces, soient le *Separate-LC Explanation Ratio* ( $R_s(i)$ ), le *Common Factor Explanation Ratio* ( $R_c(i)$ ) et le *Augmented Common Factor Explanation Ratio* ( $R_{ac}(i)$ ).

Tableau III.1 : Les indices ou « *explanation ratios* » des hommes, Canada et provinces, période 1971-2002

Province/Pays	Indices		
	$R_s(i)$	$R_c(i)$	$R_{ac}(i)$
<i>Canada</i>	0,95	0,95	0,96
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	0,42	0,34	0,45
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	0,33	0,24	0,36
<i>Nouvelle-Écosse</i>	0,60	0,58	0,65
<i>Nouveau-Brunswick</i>	0,60	0,57	0,66
<i>Québec</i>	0,91	0,87	0,92
<i>Ontario</i>	0,89	0,88	0,91
<i>Manitoba</i>	0,54	0,49	0,57
<i>Saskatchewan</i>	0,52	0,48	0,56
<i>Alberta</i>	0,77	0,73	0,79
<i>Colombie-Britannique</i>	0,80	0,76	0,83

Tableau III.2 : Les indices ou « *explanation ratios* » des femmes, Canada et provinces, période 1971-2002

Province/Pays	Indices		
	$R_s(i)$	$R_c(i)$	$R_{AC}(i)$
<i>Canada</i>	0,93	0,90	0,93
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	0,22	0,15	0,30
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	0,18	0,11	0,23
<i>Nouvelle-Écosse</i>	0,39	0,33	0,45
<i>Nouveau-Brunswick</i>	0,39	0,35	0,47
<i>Québec</i>	0,84	0,82	0,86
<i>Ontario</i>	0,84	0,81	0,85
<i>Manitoba</i>	0,30	0,13	0,31
<i>Saskatchewan</i>	0,34	0,21	0,35
<i>Alberta</i>	0,57	0,50	0,60
<i>Colombie-Britannique</i>	0,67	0,66	0,74

Les deux tableaux suivants illustrent, pour un sexe donné, les valeurs de l'espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les trois modèles de projection de la mortalité pour le Canada et ses provinces, ainsi que le rang provincial, présenté entre parenthèses, de celles-ci.

Tableau III.3 : Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les trois modèles de projection de la mortalité pour les hommes, Canada et provinces

Province/Pays	Espérance de vie observée		Espérance de vie projetée en 2031		
	1971	2002	LC modèle Lee-Carter	CF <i>common factor model</i>	ACF <i>augmented common factor model</i>
<i>Canada</i>	69,6	77,2	82,1	81,9	81,9
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	69,9 (5)	75,6 (9)	78,5 (9)	80,1 (10)	79,3 (10)
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	69,3 (7)	75,6 (9)	78,3 (10)	80,7 (9)	80,5 (9)
<i>Nouvelle-Écosse</i>	68,8 (9)	76,4 (5)	81,0 (4)	81,1 (7)	81,1 (7)
<i>Nouveau-Brunswick</i>	69,3 (7)	76,4 (5)	80,6 (6)	81,3 (4)	81,2 (6)
<i>Québec</i>	68,5 (10)	76,6 (4)	81,0 (4)	81,3 (4)	81,6 (4)
<i>Ontario</i>	69,8 (6)	77,7 (2)	82,9 (2)	82,2 (2)	82,2 (3)
<i>Manitoba</i>	70,3 (3)	76,0 (8)	79,9 (7)	81,1 (7)	81,0 (8)
<i>Saskatchewan</i>	70,9 (1)	76,3 (7)	79,9 (7)	81,3 (4)	81,3 (5)
<i>Alberta</i>	70,7 (2)	77,3 (3)	81,8 (3)	82,2 (2)	82,3 (2)
<i>Colombie-Britannique</i>	70,1 (4)	78,2 (1)	83,1 (1)	82,8 (1)	82,8 (1)

Les chiffres entre parenthèses présentent le rang provincial.

Tableau III.4 : Espérance de vie à la naissance observée en 1971 et 2002 et projetée en 2031 avec les trois modèles de projection de la mortalité pour les femmes, Canada et provinces

Province/Pays	Espérance de vie observée		Espérance de vie projetée en 2031		
	1971	2002	LC modèle Lee-Carter	CF <i>common factor model</i>	ACF <i>augmented common factor model</i>
<i>Canada</i>	76,6	82,2	85,9	86,0	85,6
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	75,9 (9)	80,9 (10)	84,1 (8)	85,1 (10)	84,9 (9)
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	77,3 (3)	81,3 (8)	83,0 (10)	85,6 (7)	85,6 (3)
<i>Nouvelle-Écosse</i>	76,3 (8)	81,5 (7)	84,8 (7)	85,3 (8)	85,3 (7)
<i>Nouveau-Brunswick</i>	76,5 (7)	82,0 (6)	85,7 (4)	85,8 (5)	85,8 (2)
<i>Québec</i>	75,4 (10)	82,1 (3)	86,4 (2)	85,8 (5)	85,4 (5)
<i>Ontario</i>	76,9 (6)	82,2 (2)	85,8 (3)	85,9 (3)	85,6 (3)
<i>Manitoba</i>	77,1 (4)	81,2 (9)	83,8 (9)	85,3 (8)	83,9 (10)
<i>Saskatchewan</i>	77,9 (1)	82,1 (3)	85,1 (6)	85,9 (3)	85,4 (5)
<i>Alberta</i>	77,6 (2)	82,1 (3)	85,4 (5)	86,1 (2)	85,0 (8)
<i>Colombie-Britannique</i>	77,1 (4)	82,9 (1)	86,7 (1)	86,7 (1)	86,9 (1)

Les chiffres entre parenthèses présentent le rang provincial.

Les indices ou « *explanation ratios* » des hommes du Canada et de ses provinces présentent des tendances similaires à ceux des femmes bien qu'ils affichent des valeurs qui leur sont nettement supérieures. Avant tout, il ressort de ces indices que le *Separate-LC Explanation Ratio* ( $R_s(i)$ ) est légèrement plus élevé ou égal au *Common Factor Explanation Ratio* ( $R_c(i)$ ) et systématiquement plus petit que le *Augmented Common Factor Explanation Ratio* ( $R_{ac}(i)$ ). Ces résultats découlent du fait que le modèle Lee-Carter ne prend pas en considération la tendance de mortalité commune à l'ensemble des provinces canadiennes. En effet, le *common factor model* prend uniquement en considération cette tendance commune alors que le modèle Lee-Carter, lui, prend en considération la mortalité spécifique de la province ou du pays projeté. Quant au *augmented common factor model*, il prend non seulement en considération cette tendance commune mais aussi la spécificité de la mortalité de la province ou du pays projeté, c'est ce qui explique pourquoi il modélise avec plus de précision la mortalité observée au cours de la période de référence. De plus, les valeurs des « *explanation ratios* » confirment que l'indice  $R_{ac}(i)$  est toujours un peu plus élevé que l'indice  $R_c(i)$ , ce qui s'explique par le fait qu'il est le seul de ces deux modèles à prendre en considération les particularités de la mortalité du Canada et de ses provinces.

Par ailleurs, les indices du Canada et des provinces du Québec, de l'Ontario, de l'Alberta et de la Colombie-Britannique apparaissent comme ceux dont les valeurs sont les plus élevées. De ce fait, il s'agit de ceux dont la mortalité est la mieux modélisée par les différents indices au cours de la période de référence. Un tel résultat est facilement explicable par la taille plus importante de la population de ces provinces.

La tendance de l'espérance de vie à la naissance observée entre 1971 et 2002 se poursuit au cours de la période de projection avec les deux modèles de projection de la méthode de Li et Lee (2005) mais ne se poursuit pas avec le modèle original de la méthode Lee-Carter. En effet, le modèle Lee-Carter présente, pour les deux sexes, une divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces qui n'a pas été observée au cours de la période de référence. Tandis que le *common factor model* et le *augmented common factor model* poursuivent la tendance, ni convergente ni divergente de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces, observée au cours de cette même période. Par ailleurs, pour le Canada et chacune de ses provinces, le modèle Lee-Carter affiche également, à quelques reprises, une divergence non observée de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes alors que le *common factor model* et le *augmented common factor model*, eux, poursuivent encore une fois la tendance observée entre 1971 et 2002, soit une convergence de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes. La tendance de l'espérance de vie à la naissance projetée avec les deux modèles de la méthode de Li et Lee (2005) évolue de façon cohérente et ce, contrairement à celle projetée avec le modèle Lee-Carter dont les écarts d'espérance de vie à la naissance d'une province à l'autre et l'écart d'espérance de vie à la naissance entre les sexes ne sont pas cohérents avec les données observées au cours de la période de référence. Le rang des espérances de vie à la naissance des provinces canadiennes permet d'ailleurs d'illustrer ces résultats.

Ainsi, les indices ou « *explanation ratios* » permettent de conclure que les trois modèles de projection de la mortalité ajustent avec suffisamment de précision les données observées du Canada et de ses provinces au cours de la période de référence. Toutefois, c'est le *augmented common factor model* qui modélise avec le plus de

précision la mortalité observée au cours de cette période, soit 1971-2002. En fait, les trois modèles présentent généralement des indices dont les valeurs sont assez similaires et dont les variations sont difficiles à évaluer étant donné l'impact de l'effectif de population sur celle-ci. Ce premier outil apporte donc peu d'indications pour aider à choisir le modèle de projection de mortalité approprié pour le Canada et par province.

Quant au second outil, il indique très clairement que la tendance observée de l'espérance de vie à la naissance, au Canada et dans chacune de ses provinces, au cours de la période de référence, se poursuit de façon cohérente au cours de la période de projection avec les deux modèles de la méthode de Li et Lee (2005) et de façon incohérente avec le modèle Lee-Carter.

Finalement, les conclusions auxquelles permettent de parvenir les outils présentés plus tôt sont nuancées par une analyse de l'ensemble des résultats obtenus avec les trois modèles de projection et un jugement d'expert qui permettent d'en arriver à choisir un modèle de projection approprié pour le Canada et par province, sexes séparés. Le jugement d'experts s'avère donc ici au moins aussi important à prendre en considération dans le choix du modèle. Il apparaît donc logique de ne pas considérer le modèle Lee-Carter et de préférer le *common factor model* au *augmented common factor model* pour la projection de la mortalité des hommes et des femmes du Canada et des provinces. En effet, le jugement d'expert accorde une préférence au *common factor model* qui non seulement modélise avec suffisamment de précision la mortalité observée et projette de façon cohérente la mortalité, mais surtout semble poursuivre plus adéquatement les tendances observées de la mortalité du Canada et de chacune des provinces au cours de la période de projection et ce, pour chacun des deux sexes pris séparément. De plus, préférer le *augmented common factor model* au *common factor model* pourrait ajouter de l'imprécision aux projections de mortalité de certaines provinces de petite taille car la projection de leur paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  ( $k_{t,i}$ ), déjà très instable au départ, avec les modèles de séries chronologiques univariés ARIMA s'est avérée particulièrement difficile. L'exemple de la Saskatchewan a déjà été présenté au chapitre 2. Par ailleurs, l'absence de différences majeures entre la

mortalité des provinces canadiennes ainsi que la forte similarité qu'elle présente entre elles permettent de justifier le choix du *common factor model* plutôt que celui du *augmented common factor model*.

### **3.5 Projections de mortalité pour le Canada, au niveau national, provincial et territorial**

Cette section présente les projections de mortalité pour le Canada réalisées à trois niveaux distincts, soit national, provincial et territorial. Nous invitons le lecteur à consulter l'Annexe V pour connaître le détail de ces résultats. Dans un souci de cohérence avec les projections démographiques officielles de Statistique Canada et afin d'établir un équilibre avec la période de référence, l'horizon de projection des résultats présentés dans cette section s'arrête en 2031 pour les provinces et les territoires canadiens et en 2056 pour le Canada dans son ensemble.

#### **3.5.1 Projection de la mortalité du Canada au niveau national**

Les taux de mortalité au Canada, par année d'âge, observés en 2002 et projetés en 2031 avec le *common factor model* et leur intervalle de confiance à 95 %, sont présentés, selon le sexe, dans les figures 3.12 et 3.13, respectivement.

De façon générale, les taux de mortalité canadien, par année d'âge, permettent d'illustrer que le Canada présente le profil classique d'un pays où la mortalité générale est très faible. De plus, on constate que, pour un sexe donné, le taux de mortalité canadien par année d'âge observé en 2002 présente une forme analogue à celui projeté en 2031 et ce, bien que ce dernier soit nettement inférieur à chaque âge, principalement entre les âges de deux et treize ans.

Par ailleurs, il apparaît clairement que le profil de mortalité des Canadiennes est similaire à celui des Canadiens mais avec une intensité moindre, plus particulièrement entre les âges de treize et quatre-vingt-neuf ans.

Figure 3.12 : Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le *common factor model* et leur intervalle de confiance à 95 %, Canada, hommes

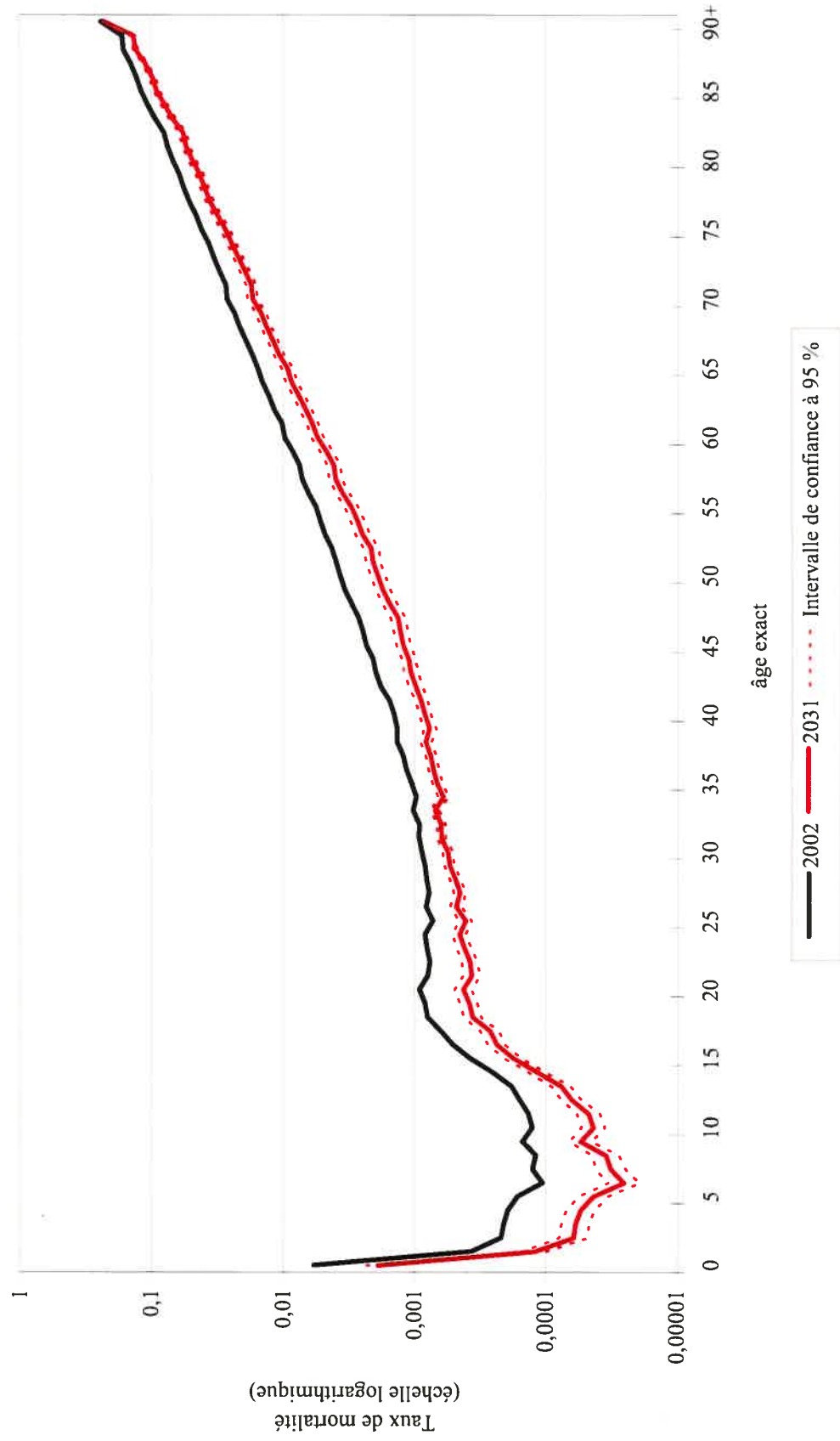
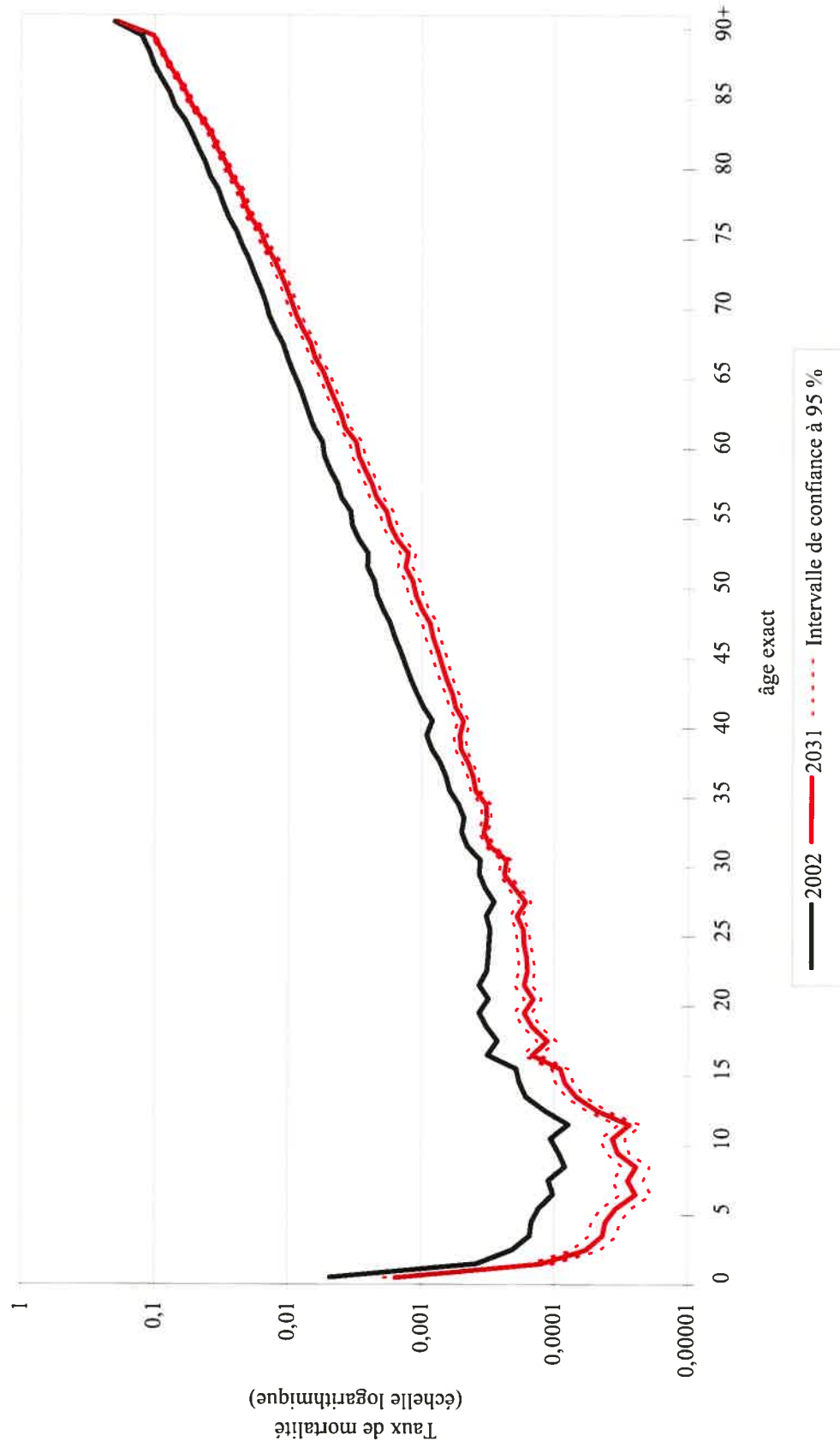


Figure 3.13 : Taux de mortalité par année d'âge observés en 2002 et projetés en 2031 avec le *common factor model* et leur intervalle de confiance à 95 %, Canada, femmes





La figure 3.14 illustre l'évolution de l'espérance de vie à la naissance au Canada, selon le sexe, pour la période d'observation, de 1971 à 2002, et pour la période projetée entre 2003 et 2056, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %.

Au Canada, l'espérance de vie à la naissance observée en 2002 est de 77,2 ans pour les hommes et de 82,2 ans pour les femmes. Quant à l'espérance de vie à la naissance projetée avec le *common factor model*, elle atteint en 2031 la valeur de 81,9 ans chez les hommes et de 86,0 ans chez les femmes. À plus long terme, le *common factor model* projette en 2056 une espérance de vie à la naissance d'une valeur de 85,0 ans chez les hommes et de 88,6 ans chez les femmes. En 2056, l'intervalle de confiance à 95 % correspond, respectivement, à l'intervalle entre 84,2 ans et 85,8 ans et celui entre 87,9 ans et 89,2 ans. Il ressort particulièrement de la figure 3.14 que la projection de la mortalité canadienne avec le *common factor model* conduit à une convergence évidente de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les sexes qui cadre parfaitement avec ce qui a été observé dans un passé récent.

Pour plus de précision quant à la figure 3.14, l'espérance de vie à la naissance au Canada, des hommes et des femmes, projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, au cours des années de calendrier 2003, 2031 et 2056, sont présentés dans le tableau III.5. Il est important de souligner que les bornes inférieures et supérieures de l'intervalle de confiance à 95 % représentent, respectivement, nos scénarios faible et fort de mortalité tandis que l'espérance de vie projetée avec le *common factor model* incarne le scénario moyen de nos projections de mortalité.

Cette fois encore, la projection de la mortalité canadienne avec le *common factor model* conduit à une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les sexes. En effet, l'écart projeté entre les femmes et les hommes du Canada est passé de 4,9 ans en 2003, à 4,1 ans en 2031 et à 3,5 ans en 2056.

Figure 3.14 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002) et projetée (2003-2056) avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada

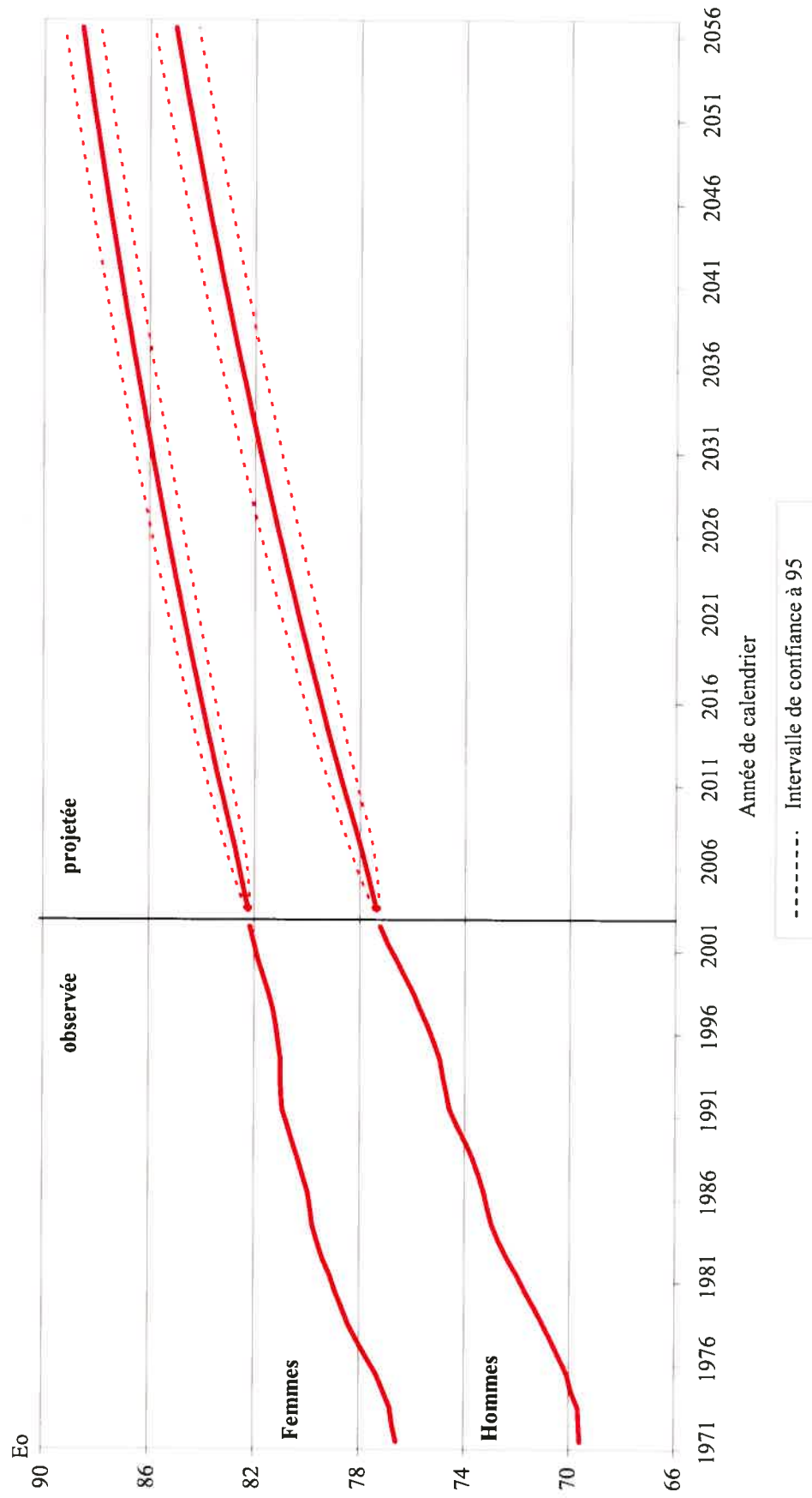


Tableau III.5 : Espérance de vie à la naissance projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, en 2003, 2031 et 2056, selon le sexe, Canada

Sexe	IC 95 % Borne inférieure			Eo projeté avec le <i>common factor model</i>			IC 95 % Borne supérieure		
	2003	2031	2056	2003	2031	2056	2003	2031	2056
<i>Hommes</i>	77,2	81,1	84,2	77,3	81,9	85,0	77,4	82,6	85,8
<i>Femmes</i>	82,1	85,3	87,9	82,2	86,0	88,6	82,3	86,6	89,2

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Au Canada, cette diminution de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les sexes s'explique en partie par le fait que nos projections impliquent des gains annuels moyen sur les décennies prochaines plus importants chez les hommes que chez les femmes, tel qu'on peut le constater dans la figure 3.15 suivante. D'ailleurs, cette figure permet aussi d'illustrer qu'il s'agit d'une tendance déjà observée dans le passé récent au Canada.

### 3.5.2 Projection de la mortalité du Canada au niveau provincial et territorial

L'espérance de vie à la naissance projetée et son intervalle de confiance à 95 %, pour les provinces et les territoires, au cours des années de calendrier 2003 et 2031, sont présentés, selon le sexe, dans les tableaux III.6 et III.7, respectivement. Il est à noter que l'espérance de vie à la naissance des provinces canadiennes, illustrée dans ces deux tableaux, a été projetée avec le *common factor model*.

Parmi les dix provinces canadiennes, la Colombie-Britannique est celle dont l'espérance de vie à la naissance, projetée avec le *common factor model*, est la plus élevée au cours des années 2003 et 2031. En effet, elle présente, chez les hommes et les femmes respectivement, une espérance de vie projetée d'une valeur de 78,3 ans et de 83,1 ans en 2003 et de 82,8 ans et 86,7 ans en 2031. C'est à Terre-Neuve-et-Labrador que l'espérance de vie à la naissance projetée est la plus faible en 2003 et 2031, soit une valeur de 75,6 ans et de 81,2 ans en 2003 et de 80,1 ans et 85,1 ans en 2031, respectivement pour les hommes et les femmes.

Figure 3.15 : Gains annuels moyens de l'espérance de vie à la naissance observés (1925-1934 à 1995-2002) et projetés (2005-2014 à 2025-2031) avec le *common factor model*, par période de dix ans, selon le sexe, Canada

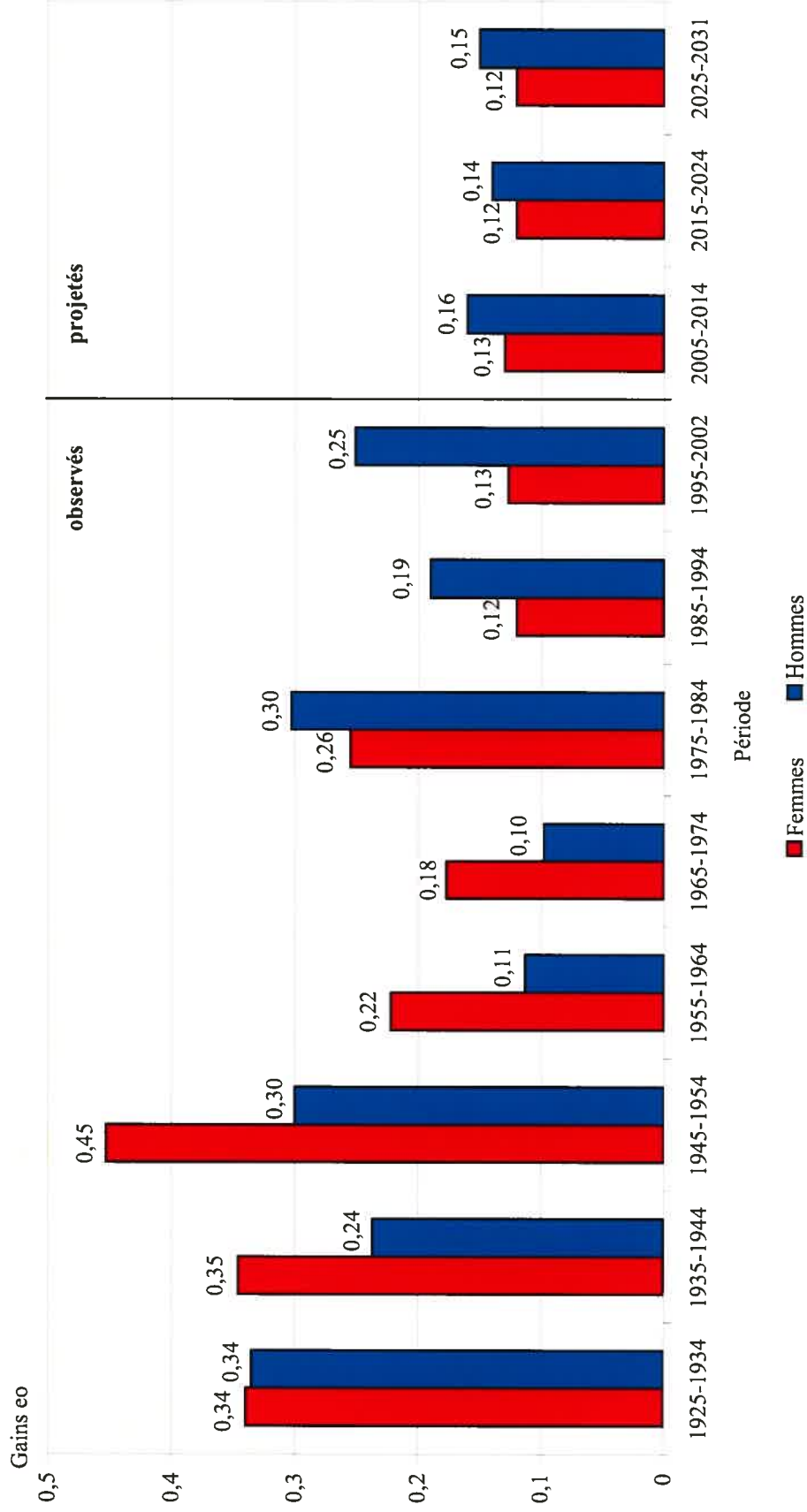


Tableau III.6 : Espérance de vie à la naissance projetée et son intervalle de confiance à 95 %, par provinces et territoires, en 2003 et 2031, hommes

Province/Territoire	IC 95 %		Eo projeté		IC 95 %	
	Borne inférieure				Borne supérieure	
	2003	2031	2003	2031	2003	2031
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	75,5	79,3	75,6	80,1	75,7	80,8
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	75,8	79,8	75,9	80,7	76,0	81,5
<i>Nouvelle-Écosse</i>	76,4	80,3	76,5	81,1	76,6	81,9
<i>Nouveau-Brunswick</i>	76,5	80,5	76,7	81,3	76,8	82,1
<i>Québec</i>	76,7	80,5	76,8	81,3	76,9	82,0
<i>Ontario</i>	77,7	81,4	77,8	82,2	77,9	82,9
<i>Manitoba</i>	76,1	80,3	76,2	81,1	76,3	81,9
<i>Saskatchewan</i>	76,3	80,5	76,4	81,3	76,6	82,1
<i>Alberta</i>	77,4	81,4	77,5	82,2	77,6	83,0
<i>Colombie-Britannique</i>	78,2	82,0	78,3	82,8	78,4	83,5
<i>Yukon</i>	74,9	78,6	75,0	79,4	75,1	80,1
<i>Territoires du Nord-Ouest</i>	74,9	78,6	75,0	79,4	75,1	80,1
<i>Nunavut</i>	67,2	70,5	67,3	71,2	67,4	71,9

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Le Québec serait au quatrième rang des provinces pour l'espérance de vie en 2003 chez les hommes et chez les femmes<sup>52</sup>. Plus précisément, le *common factor model* projette en 2003 une espérance de vie à la naissance d'une valeur de 76,8 ans chez les hommes et de 82,1 ans chez les femmes. L'intervalle de confiance à 95 % correspond, respectivement, à l'intervalle entre 76,7 ans et 76,9 ans et celui entre 82,0 ans et 82,2 ans. Tandis qu'à plus long terme, soit en 2031, le Québec conserverait sa quatrième place chez les hommes mais glisserait au cinquième rang chez les femmes<sup>53</sup>. En fait, au Québec, l'espérance de vie à la naissance projetée en 2031 est d'une valeur de 81,3 ans chez les hommes et de 85,8 ans chez les femmes. L'intervalle de confiance à 95 %

<sup>52</sup> En fait, le Nouveau-Brunswick est ex æquo avec le Québec. Ils se situent tous les deux au quatrième rang des dix provinces canadiennes à avoir l'espérance de vie projetée la plus élevée en 2003 chez les femmes.

<sup>53</sup> En fait, le Nouveau-Brunswick et la Saskatchewan sont ex æquo avec les hommes du Québec. Ils se situent tous les trois au quatrième rang des provinces à avoir l'espérance de vie projetée la plus élevée en 2031. De plus, le Nouveau-Brunswick est ex æquo avec les femmes du Québec. Ils se situent tous les deux au cinquième rang des provinces à avoir l'espérance de vie projetée la plus élevée en 2031.

correspond, respectivement, à l'intervalle entre 80,5 ans et 82,0 ans et celui entre 85,2 ans et 86,4 ans.

Tableau III.7 : Espérance de vie à la naissance projetée et son intervalle de confiance à 95 %, par provinces et territoires, en 2003 et 2031, femmes

Province/Territoire	IC 95 %		Eo projeté avec le		IC 95 %	
	Borne inférieure		<i>common factor model</i>		Borne supérieure	
	2003	2031	2003	2031	2003	2031
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	81,1	84,4	81,2	85,1	81,3	85,8
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	81,6	84,9	81,7	85,6	81,8	86,2
<i>Nouvelle-Écosse</i>	81,4	84,6	81,5	85,3	81,6	85,9
<i>Nouveau-Brunswick</i>	82,0	85,2	82,1	85,8	82,2	86,5
<i>Québec</i>	82,0	85,2	82,1	85,8	82,2	86,4
<i>Ontario</i>	82,2	85,3	82,3	85,9	82,4	86,5
<i>Manitoba</i>	81,2	84,6	81,3	85,3	81,4	86,0
<i>Saskatchewan</i>	81,9	85,2	82,0	85,9	82,1	86,5
<i>Alberta</i>	82,1	85,5	82,2	86,1	82,3	86,8
<i>Colombie-Britannique</i>	83,0	86,1	83,1	86,7	83,2	87,4
<i>Yukon</i>	79,7	82,8	79,8	83,4	79,8	84,0
<i>Territoires du Nord-Ouest</i>	79,7	82,8	79,8	83,4	79,8	84,0
<i>Nunavut</i>	71,5	74,2	71,5	74,8	71,6	75,3

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

La mortalité des territoires diffère fortement de celles des provinces canadiennes. En effet, l'espérance de vie à la naissance est toujours plus faible dans les territoires que dans les provinces. Au cours des années 2003 et 2031, l'espérance de vie projetée dans les Territoires du Nord-Ouest et au Yukon est similaire. Elle se situe par ailleurs bien au-dessus de l'espérance de vie projetée pour le territoire du Nunavut.

De plus, il ressort particulièrement de ces deux tableaux que la projection de la mortalité canadienne avec le *common factor model* conduit à une absence de divergence et de convergence de l'écart entre la province ayant l'espérance de vie projetée la plus élevée et celle ayant la plus faible. En effet, l'écart entre la province ayant l'espérance de vie projetée la plus élevée et celle ayant la plus faible reste stable à 2,7 ans entre 2003 et 2031 chez les hommes tandis que l'écart obtenu chez les femmes passe de 1,9 ans en

2003 à 1,6 ans en 2031. Ainsi, la projection de la mortalité avec le *common factor model* conduit à une stabilité manifeste de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces qui correspond parfaitement avec ce qui a été observé dans un passé récent et ce, pour les deux sexes.

Le tableau III.8 montre l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, pour les provinces et les territoires; on y retrouve à la fois l'écart observé entre les sexes en 2002 et l'écart projeté entre les sexes en 2031. Il est à noter que l'écart projeté pour les provinces canadiennes, présenté dans ce tableau, a été obtenu suite à la projection de l'espérance de vie à la naissance avec le *common factor model*.

Tableau III.8 : Écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, observé en 2002 et projeté en 2031, par provinces et territoires

Province/Territoire	Écart eo	
	2002	2031
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	5,3	5,0
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	5,7	4,9
<i>Nouvelle-Écosse</i>	5,1	4,1
<i>Nouveau-Brunswick</i>	5,6	4,5
<i>Québec</i>	5,4	4,5
<i>Ontario</i>	4,5	3,8
<i>Manitoba</i>	5,2	4,2
<i>Saskatchewan</i>	5,8	4,6
<i>Alberta</i>	4,8	3,9
<i>Colombie-Britannique</i>	4,8	4,0
<i>Yukon</i>	6,4	4,0
<i>Territoires du Nord-Ouest</i>	6,4	4,0
<i>Nunavut</i>	2,4	3,6

Parmi les provinces canadiennes, l'écart le plus élevé de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes a été observé en Saskatchewan (5,8 ans) en 2002 et projeté à Terre-Neuve-et-Labrador (5,0 ans) en 2031. Tandis que l'Ontario est la province dont l'écart observé en 2002 (4,5 ans) et projeté en 2031 (3,8 ans) est le plus faible. Par ailleurs, en comparaison avec l'ensemble des autres provinces, c'est en Saskatchewan

(1,3 ans) et à Terre-Neuve-et-Labrador (0,3 an) qu'on constate, respectivement, la plus forte et la plus faible convergence entre l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes observé en 2002 et celui projeté en 2031. La province de Québec se situe au quatrième rang des dix provinces canadiennes à avoir l'écart le plus élevé de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, observé en 2002 et projeté en 2031<sup>54</sup>. De plus, le Québec est la quatrième province à présenter la plus forte convergence entre l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes observé en 2002 et celui projeté en 2031, soit une différence de 0,9 ans<sup>55</sup>.

Encore une fois, on constate, au Canada, une forte disparité entre la mortalité des territoires et celles des provinces. Dans les Territoires du Nord-Ouest et au Yukon, l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes, observé en 2002 et projeté en 2031, tout comme sa convergence entre ces deux années de calendrier, est beaucoup plus élevé que dans l'ensemble des provinces canadiennes tandis qu'au Nunavut, il y est beaucoup plus faible, allant jusqu'à afficher une divergence entre 2002 et 2031. Il est à noter que le territoire du Nunavut a toujours présenté de fortes fluctuations de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes qui s'expliquent surtout par son faible effectif de population. À titre d'exemple, l'écart de l'espérance de vie entre les sexes au Nunavut est passé de 2,5 ans en 1999, à 5,1 ans en 2000, 4,6 ans en 2001 et 2,4 ans en 2002. Ainsi, il s'agit du seul territoire pour lequel aucune tendance claire ne se dégage de l'écart de l'espérance de vie observée entre les sexes.

De plus, il apparaît clairement que la projection de la mortalité des provinces canadiennes avec le *common factor model* conduit à une convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes qui correspond exactement avec ce qui a été observé dans un passé récent.

---

<sup>54</sup> En fait, le Nouveau-Brunswick est ex aequo avec le Québec. Ils se situent tous les deux au quatrième rang des dix provinces canadiennes à avoir l'écart le plus élevé de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes projeté en 2031.

<sup>55</sup> En fait, la Nouvelle-Écosse et l'Alberta sont ex æquo avec le Québec. Ils se situent tous les trois au quatrième rang des dix provinces à présenter la plus forte convergence entre l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes observé en 2002 et celui projeté en 2031.



### 3.6 Comparaisons des projections de mortalité

Cette section présente des comparaisons entre les projections de mortalité réalisées au cours de cette étude et les projections de mortalité officielles des organismes ou des pays suivants : Statistique Canada, l'Institut de la Statistique du Québec et quatre grands pays industrialisés, soient les États-Unis, la France, le Japon et le Royaume-Uni.

#### 3.6.1 Comparaisons avec les anciennes projections de mortalité officielles de Statistique Canada

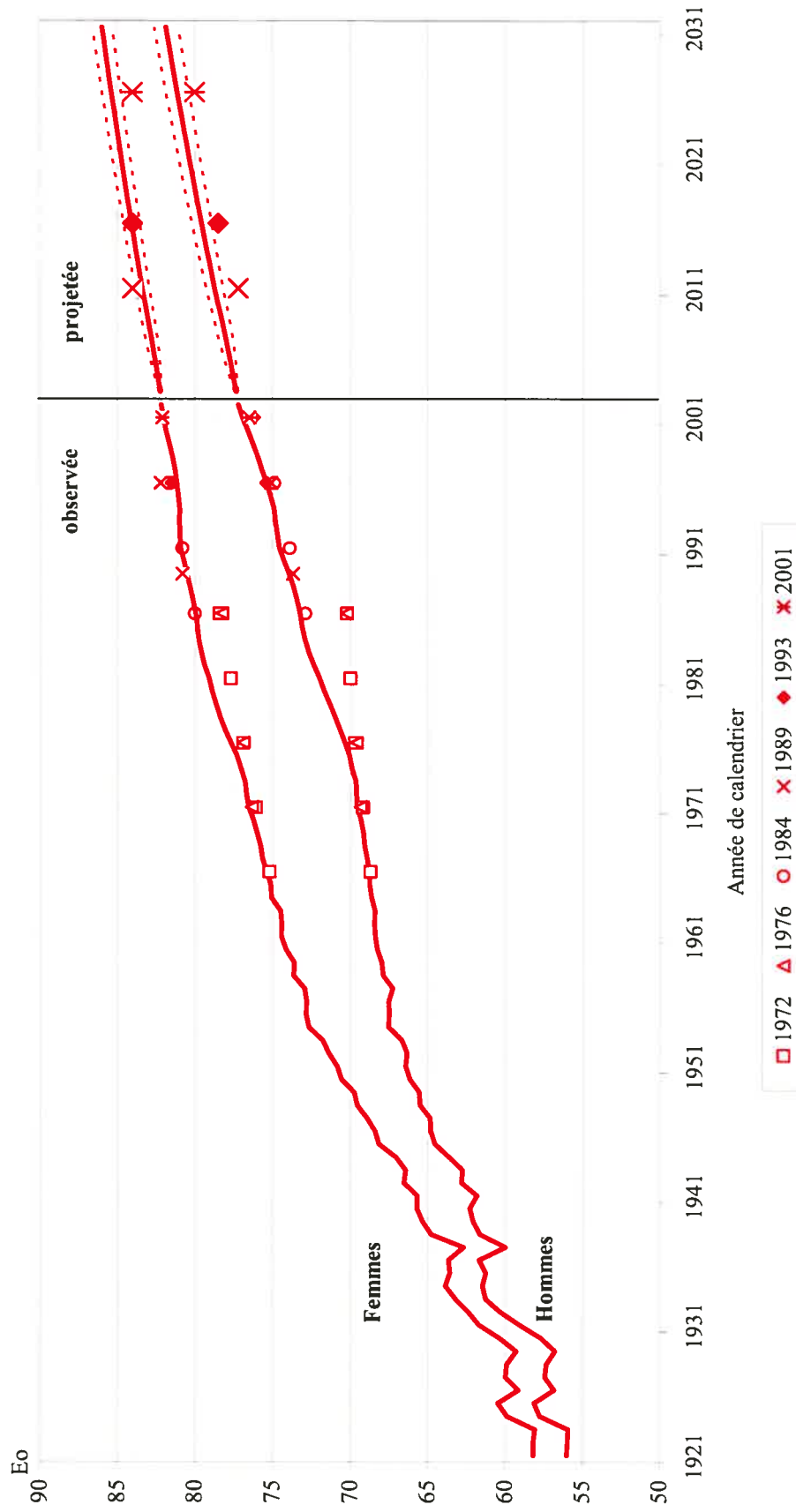
La figure 3.16 illustre l'espérance de vie à la naissance au Canada, selon le sexe, observée entre 1921 et 2002, projetée entre 2003 et 2031 avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 % et projetée par Statistique Canada au cours des trente dernières années, soit celles publiées en 1972, 1976, 1984, 1989, 1993 et 2001.

La comparaison de nos nouvelles projections de mortalité avec les anciennes projections de Statistique Canada permet de comprendre comment nos projections se situent par rapport aux travaux antérieurs de Statistique Canada.

Avant tout, on remarque que les projections officielles de 1972 et 1976 sous-estimaient alors l'espérance de vie à la naissance qui a été observée depuis, tandis que celles de 1984 en étaient plutôt une représentation assez fidèle. Quant aux dernières projections publiées par Statistique Canada, soient les projections officielles de 1989, 1993 et 2001, il apparaît pour l'instant qu'elles ont été assez représentatives de l'espérance de vie à la naissance observée à ce jour.

De plus, on constate que nos projections de l'espérance de vie des hommes et des femmes du Canada avec le *common factor model* sont un peu plus optimistes que celles des dernières projections officielles de Statistique Canada, particulièrement celles publiées en 2001 qui sont une réplique presque exacte de celles parues en 1993. Cette

Figure 3.16 : Espérance de vie à la naissance observée (1921-2002), projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée par Statistique Canada (1972, 1976, 1984, 1989, 1993 et 2001), selon le sexe, Canada



similarité entre les projections publiées en 1993 et 2001 explique en partie pourquoi nos projections sont résolument plus optimistes que les projections officielles de 2001. Par ailleurs, il apparaît clairement que l'intervalle de confiance à 95 % de nos projections couvre, pour les hommes et les femmes, respectivement, les projections officielles de 1993 et 2001 et celles de 1989 et 1993 tandis qu'il s'approche fortement, mais sans les couvrir, des projections officielles de Statistique Canada des hommes, publiées en 1989 et des femmes, publiées en 2001. Ainsi, cette comparaison permet de conclure que nos projections de l'espérance de vie avec le *common factor model*, bien qu'un peu plus optimistes, se situent dans la tendance des dernières projections officielles de Statistique Canada.

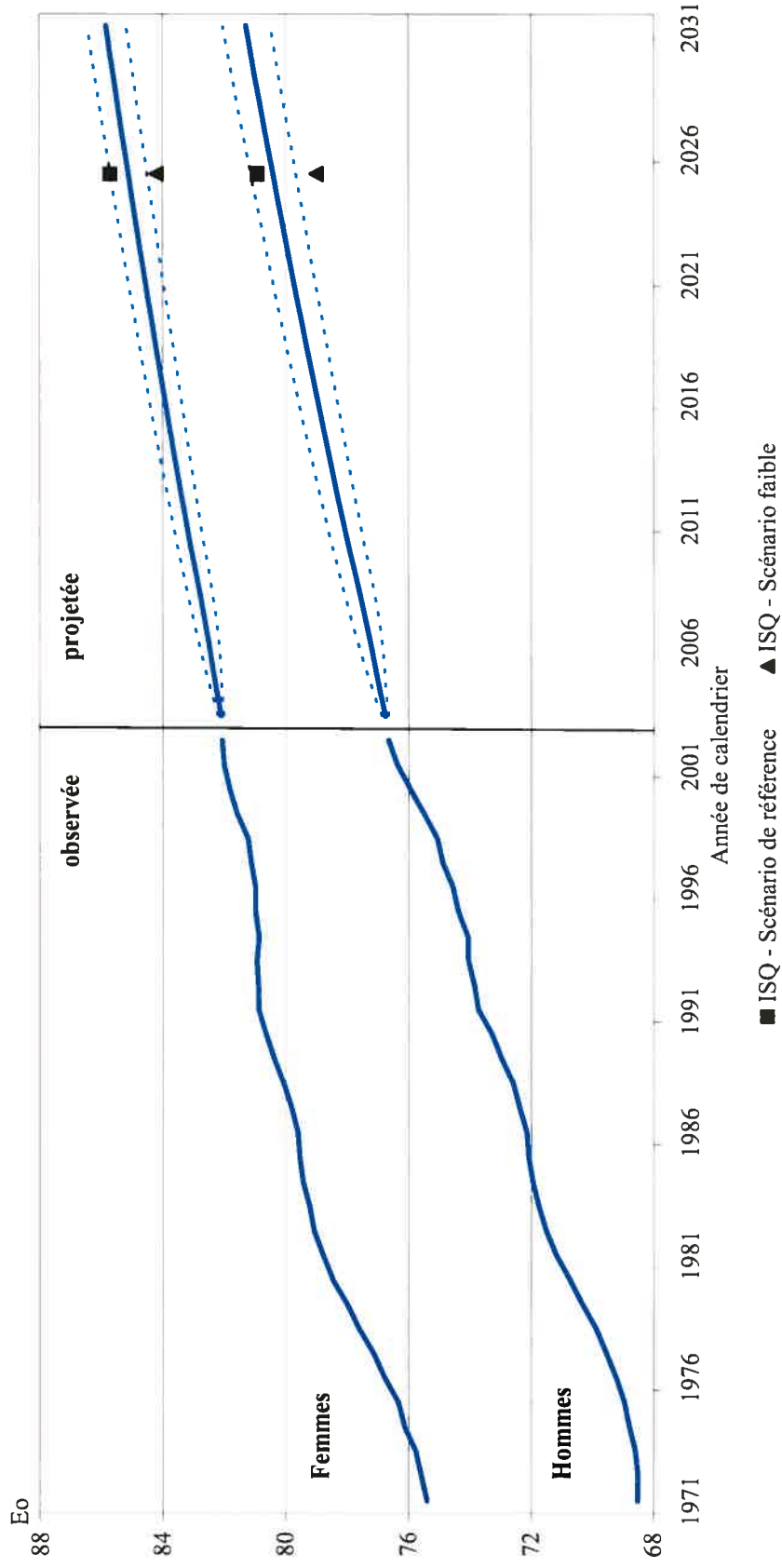
### **3.6.2 Comparaisons avec les projections de mortalité officielles de l'Institut de la Statistique du Québec**

La figure 3.17 présente d'une part, l'espérance de vie à la naissance au Québec, selon le sexe, pour la période d'observation, de 1971 à 2002, et pour la période projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 % et d'autre part, les projections de l'espérance de vie, selon le scénario de référence et le scénario faible, publiées par l'Institut de la Statistique du Québec (ISQ) en 2003.

La comparaison de nos nouvelles projections de mortalité avec les dernières projections officielles de l'ISQ permet de savoir si nos projections sont semblables à celles publiées par l'ISQ en 2003. En effet, une similarité entre ces projections conférerait une crédibilité accrue à nos projections de mortalité.

Tout d'abord, on constate que nos projections de mortalité pour le Québec sont légèrement plus pessimistes que celles du scénario de référence de l'ISQ. Toutefois, ces différences peuvent être qualifiées de minimales car la différence entre ces deux projections est de 0,5 années chez les hommes et de 0,6 années chez les femmes en 2025. Par ailleurs, on voit clairement que l'intervalle de confiance à 95 % de notre

Figure 3.17 : Espérance de vie à la naissance observée (1971-2002), projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 % (2003-2031) et projetée, selon deux scénarios, par l'Institut de la Statistique du Québec (2025), selon le sexe, Québec



projection de l'espérance de vie au Québec, selon le sexe, couvre l'hypothèse de référence de l'ISQ.

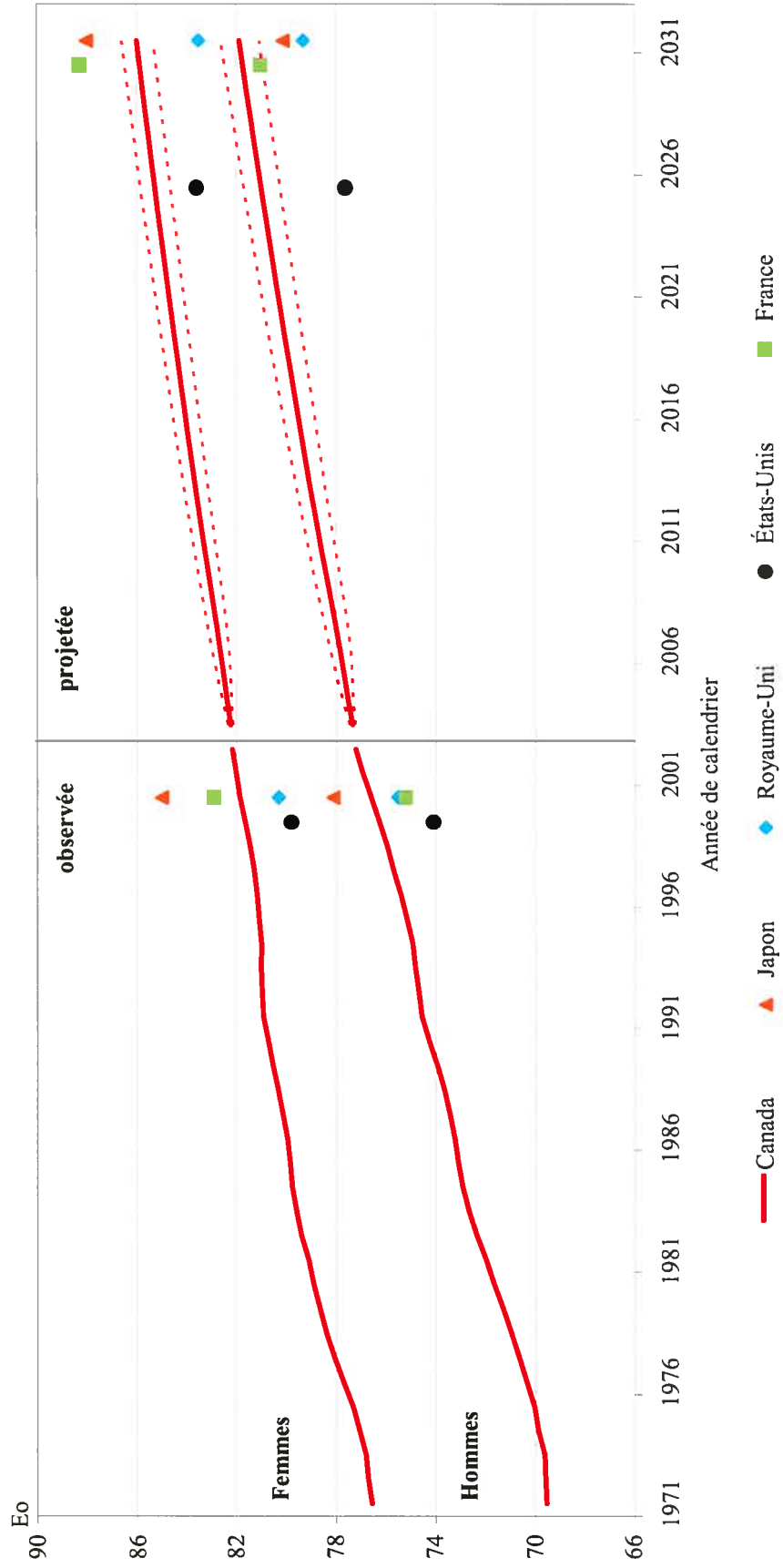
De plus, les projections de notre scénario de mortalité faible, représentées par la borne inférieure de l'intervalle de confiance à 95 % de notre projection de l'espérance de vie sont, cette fois, légèrement plus optimistes que celles du scénario faible de l'ISQ. Encore une fois, ces différences peuvent être considérées comme minimales car elles sont de l'ordre de 0,7 années chez les hommes et de 0,3 années chez les femmes en 2025. Ainsi, cette comparaison montre que nos projections de l'espérance de vie avec le *common factor model*, bien que légèrement plus pessimistes, sont relativement similaires aux dernières projections officielles de l'Institut de la Statistique du Québec.

### **3.6.3 Comparaisons avec les projections de mortalité officielles de quatre pays industrialisés**

La figure 3.18 de l'espérance de vie à la naissance, selon le sexe, présente à la fois l'espérance de vie observée au Canada, entre 1971 et 2002, aux États-Unis en 1999, en France, au Japon et au Royaume-Uni en 2000, l'espérance de vie projetée au Canada avec son intervalle de confiance à 95 %, entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et l'espérance de vie projetée aux États-Unis en 2025, en France en 2030 et au Japon et au Royaume-Uni en 2031.

La comparaison de nos nouvelles projections de mortalité avec les dernières projections officielles des États-Unis, de la France, du Japon et du Royaume-Uni, permet de savoir si nos projections sont cohérentes par rapport à celles publiées récemment par les organismes statistiques nationaux de ces quatre pays industrialisés.

Figure 3.18 : Espérance de vie à la naissance observée au Canada (1971-2002), aux États-Unis (1999), en France (2000), au Japon (2000) et au Royaume-Uni (2000), projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 % pour le Canada (2003-2031) et projetée pour les États-Unis (2025), la France (2030), le Japon (2031) et le Royaume-Uni (2031), selon le sexe



Plus exactement, il s'agit des publications officielles du *U.S. Bureau of Census* des États-Unis, de l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques en France, du *National Institute of Population and Social Security Research* du Japon et de l'*Office of National Statistics* du Royaume-Uni.

De façon générale, on constate qu'en 2000 l'espérance de vie à la naissance des Japonaises et des Françaises est plus élevée que celle des Canadiennes. Les projections officielles du Japon et de la France indiquent d'ailleurs toujours cette avance vis-à-vis nos projections de l'espérance de vie chez les Canadiennes, ce qui semble tout à fait logique. Dans le même ordre, les projections officielles du Royaume-Uni et des États-Unis indiquent un retard déjà présent en 2000 vis-à-vis nos projections de l'espérance de vie chez les Canadiennes et les Canadiens tandis que les projections officielles de la France montre le même retard que celui qui a été observé en 2000 face à nos projections chez les Canadiens. Cependant, on remarque qu'une inversion de la tendance observée semble se produire entre l'avance des Japonais observée en 2000 et le retard projeté officiellement par le Japon vis-à-vis notre projection de l'espérance de vie chez les Canadiens. Cette inversion semble être due à l'organisme statistique officiel du Japon qui prévoit une faible hausse de l'espérance de vie des Japonais. Ainsi, cette comparaison internationale entre le Canada, les États-Unis, la France, le Japon et le Royaume-Uni permet d'arriver à la conclusion selon laquelle nos projections de mortalité semblent tout à fait cohérente non seulement avec la situation de l'espérance de vie à la naissance en 1999 aux États-Unis et en 2000 en France, au Japon et au Royaume-Uni mais également avec celle des dernières projections officielles de l'espérance de vie à la naissance publiées par les organismes statistiques nationaux de ces quatre pays industrialisés.

Ces trois différentes comparaisons ont permis de démontrer la crédibilité de nos projections de mortalité et d'illustrer leur cohérence par rapport à celles publiées par les organismes statistiques officiels de quatre pays industrialisés.

### 3.7 Validité des projections de mortalité avec la période 1961-1992

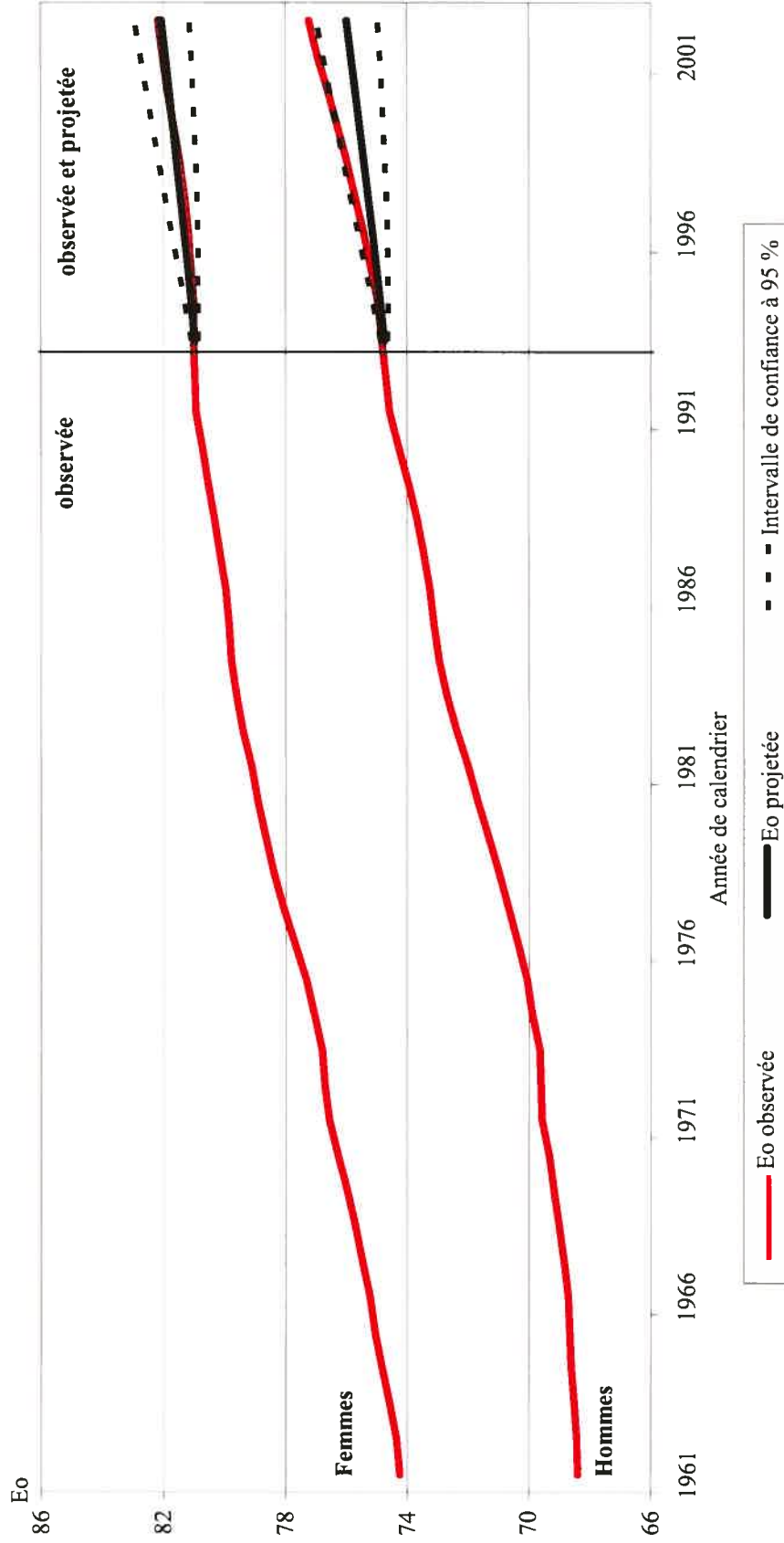
Précédemment, les indices ou « *explanation ratios* » nous ont permis de conclure que le *common factor model* ajuste avec suffisamment de précision les données observées du Canada et de ses provinces au cours de la période de référence. De plus, il a été démontré qu'il projette de façon cohérente la mortalité du Canada et de ses provinces au cours de la période de projection. Ainsi, dans un contexte où l'avenir reste inconnu, ce modèle paraît projeter adéquatement la mortalité future. Cependant, contrairement à la méthode Lee-Carter qui a déjà fait ses preuves à de nombreuses reprises dans la littérature scientifique, la méthode de Li et Lee (2005), de par sa nouveauté, n'a encore jamais connu d'exercice de validation. Afin de remédier à cette lacune et d'acquiescer encore davantage de confiance dans nos résultats, il a été jugé pertinent de valider le modèle choisi pour nos projections par le biais d'une nouvelle période de référence et de projection, soit 1961-1992 et 1993-2002, respectivement. Ainsi, la mortalité projetée par ce modèle entre 1993 et 2002 pourra être comparée à celle observée au cours de la même période. La similitude entre la mortalité projetée et observée au cours de cette période va permettre de confirmer la validité et la fiabilité des projections de mortalité du *common factor model* et ce, peu importe les périodes de référence et de projection choisies.

Avant tout, les résultats de la validation confirment que le *common factor model* demeure le modèle le plus approprié à la projection de la mortalité des hommes et des femmes du Canada et des provinces et ce, non seulement pour la période de projection de 2003 à 2056 mais aussi pour celle de 1993 à 2002. De plus, les résultats démontrent qu'il s'agit du modèle de projection qui reproduit le plus fidèlement la mortalité observée entre 1993 et 2002 au Canada et dans ses provinces.

La figure 3.19 illustre l'espérance de vie à la naissance au Canada, selon le sexe, pour la période d'observation, de 1961 à 1992, et pour la période projetée entre 1993 et 2002, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %.



Figure 3.19 : Espérance de vie à la naissance observée (1961-1992) et projetée (1993-2002) avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada



En premier lieu, on constate qu'au cours de la période de 1993 à 2002, nos projections de mortalité pour le Canada reproduisent avec précision ( $\pm 0,1$  an) l'espérance de vie à la naissance observée chez les femmes mais sous-estiment (-1,2 an en 2002) celle observée chez les hommes. Ainsi, bien que nos projections reproduisent avec exactitude le gain observé en termes d'espérance de vie chez les femmes, elles sous-estiment de près du double celui observé chez les hommes. Il apparaît important de souligner qu'il est très probable que ce dernier résultat soit lié à l'évolution particulière de la mortalité des hommes au cours des années 1990.

Par contre, les projections de notre scénario de mortalité fort pour les hommes, représentées par la borne supérieure de l'intervalle de confiance à 95 % de notre projection de l'espérance de vie des hommes au Canada correspondent avec précision ( $\pm 0,2$  an) à l'espérance de vie à la naissance observée chez les hommes. De telles différences peuvent donc être qualifiées de relativement minimales. En effet, on voit clairement que l'intervalle de confiance à 95 % de notre projection de l'espérance de vie au Canada, selon le sexe, couvre l'espérance de vie observée au Canada, selon le sexe, entre 1993 et 2002.

L'espérance de vie à la naissance observée et projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, pour les provinces, au cours des années de calendrier 1993 et 2002, sont présentés, selon le sexe, dans les tableaux III.9 et III.10, respectivement. Il est à noter que les tableaux III.9 et III.10 illustrent également l'écart entre l'espérance de vie à la naissance observée et projetée avec le *common factor model*.

Cette fois encore, nos projections de mortalité pour les provinces canadiennes avec le *common factor model* restituent assez fidèlement ( $\pm 0,2$  an en 1993 et  $\pm 0,8$  an en 2002) l'espérance de vie à la naissance observée chez les femmes mais sous-estiment ( $\approx -0,6$  an en 1993 et  $\approx -1,6$  an en 2002) celles observées chez les hommes dans la majorité des provinces. Plus exactement, on constate que même si nos projections reproduisent avec précision le gain observé en termes d'espérance de vie chez les

femmes, elles sous-estiment de près du double celui observé chez les hommes et ce, dans la majorité des provinces canadiennes. Tel que mentionné précédemment, cette sous-estimation s'explique en partie par la reprise récente et soutenue de la croissance de l'espérance de vie des hommes depuis la fin des années 1990. Par contre, les projections de notre scénario de mortalité fort, pour les hommes dont l'espérance de vie projetée a été sous-estimée, cadrent assez bien ( $\approx -0,5$  an en 1993 et  $\approx -0,6$  an en 2002) aux espérances de vie à la naissance observées chez les hommes des provinces canadiennes. De façon générale, il apparaît clairement que l'intervalle de confiance à 95 % de notre projection de l'espérance de vie couvre adéquatement l'espérance de vie observée chez les femmes et les hommes des provinces canadiennes entre 1993 et 2002. Par ailleurs, on constate que plus l'espérance de vie est projetée à long terme, plus sa projection s'éloigne de ce qui a été véritablement observé, conformément à ce qui était attendu.

Tableau III.9 : Espérance de vie à la naissance observée et projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, écart entre l'espérance de vie à la naissance observée et projetée, par provinces, en 1993 et 2002, hommes

Province	Eo observée		IC 95 % Borne inférieure		Eo projetée		IC 95 % Borne supérieure		Écart Eo observée - Eo projetée	
	1993	2002	1993	2002	1993	2002	1993	2002	1993	2002
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	73,9	75,6	73,8	74,1	73,9	75,1	74,0	76,1	-0,1	0,4
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	74,1	75,6	73,4	73,7	73,5	74,7	73,6	75,7	0,6	0,9
<i>Nouvelle-Écosse</i>	74,0	76,4	73,9	74,2	74,0	75,2	74,1	76,2	0,0	1,2
<i>Nouveau-Brunswick</i>	74,4	76,4	74,3	74,6	74,4	75,7	74,5	76,7	0,0	0,7
<i>Québec</i>	74,0	76,6	73,8	74,1	73,9	75,1	74,0	76,1	0,2	1,5
<i>Ontario</i>	75,2	77,7	75,0	75,3	75,1	76,3	75,2	77,3	0,0	1,4
<i>Manitoba</i>	74,7	76,0	74,5	74,9	74,7	75,9	74,8	76,9	0,0	0,1
<i>Saskatchewan</i>	75,4	76,3	75,4	75,7	75,5	76,8	75,6	77,8	-0,1	-0,5
<i>Alberta</i>	75,4	77,3	75,2	75,5	75,3	76,5	75,4	77,5	0,1	0,8
<i>Colombie-Britannique</i>	75,4	78,2	75,2	75,5	75,3	76,6	75,5	77,6	0,1	1,6

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau III.10 : Espérance de vie à la naissance observée et projetée avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, écart entre l'espérance de vie à la naissance observée et projetée, par provinces, en 1993 et 2002, femmes

Province	Eo observée		IC 95 % Borne inférieure		Eo projetée		IC 95 % Borne supérieure		Écart Eo observée - Eo projetée	
	1993	2002	1993	2002	1993	2002	1993	2002	1993	2002
<i>Terre-Neuve-et-Labrador</i>	79,8	80,9	79,6	79,9	79,7	80,8	79,8	81,7	0,1	0,1
<i>Île-du-Prince-Édouard</i>	80,6	81,3	80,3	80,6	80,4	81,6	80,6	82,5	0,1	-0,3
<i>Nouvelle-Écosse</i>	80,4	81,5	80,4	80,7	80,5	81,6	80,6	82,5	-0,1	-0,2
<i>Nouveau-Brunswick</i>	80,7	82,0	80,7	81,0	80,8	81,9	80,9	82,8	-0,2	0,1
<i>Québec</i>	80,9	82,1	80,7	81,0	80,8	81,9	80,9	82,7	0,1	0,2
<i>Ontario</i>	81,0	82,2	80,9	81,2	81,0	82,1	81,1	82,9	0,0	0,1
<i>Manitoba</i>	80,8	81,2	80,7	81,0	80,8	82,0	80,9	82,9	0,0	-0,7
<i>Saskatchewan</i>	81,8	82,1	81,6	81,9	81,7	82,9	81,8	83,8	0,1	-0,8
<i>Alberta</i>	81,1	82,1	80,9	81,2	81,0	82,1	81,1	83,0	0,1	0,0
<i>Colombie-Britannique</i>	81,4	82,9	81,4	81,7	81,5	82,6	81,6	83,4	-0,1	0,4

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Ainsi, ces comparaisons montrent que nos projections de mortalité canadienne, avec le *common factor model*, bien que plus pessimistes pour les hommes, sont relativement similaires à ce qui a été réellement observé au Canada entre 1993 et 2002. On peut donc conclure que cette similitude entre la mortalité projetée et observée au cours de cette période permet d'établir la validité et la crédibilité des projections de mortalité du *common factor model* et ce, peu importe les périodes de référence et de projection choisies.

## CONCLUSION

La comparaison de la nouvelle méthode de projection de la mortalité de Li et Lee (2005) et de la méthode originale de Lee-Carter a pour but de déterminer la meilleure méthodologie à adopter afin de projeter de façon cohérente la mortalité du Canada et de ses dix provinces. Ainsi, le principal constat qui découle de cette comparaison est l'incohérence des projections de mortalité produites avec la méthode Lee-Carter dans le contexte canadien. En effet, le modèle Lee-Carter présente, pour les deux sexes, une divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les provinces qui n'a pas été observée au cours de la période de référence. Par ailleurs, il affiche aussi une divergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance entre les sexes de certaines des provinces canadiennes qui ne correspond pas à ce qu'on observe depuis plus de vingt ans. Il apparaît donc que la nouvelle méthode de projection de Li et Lee (2005) est préférable à la méthode originale de Lee-Carter de par la cohérence de ses projections de mortalité pour le Canada et ses provinces. En fait, les deux méthodes modélisent avec suffisamment de précision la mortalité observée mais seule la nouvelle méthode Li et Lee (2005) poursuit adéquatement les tendances observées de la mortalité du Canada et de chacune des provinces au cours de la période de projection.

Ainsi, parmi l'ensemble des variations du modèle de Lee-Carter proposées, la méthode de Li et Lee (2005), soit le *augmented common factor LC method*, est la seule, aujourd'hui, à proposer une solution efficace à la principale contrainte du modèle, soit la divergence irréaliste entre les projections de mortalité par sexe et par régions. Cependant, la mortalité canadienne diffère trop peu d'une province à l'autre pour justifier l'usage du *augmented common factor model*. Il est à noter que c'est la forte cohésion sociale et les normes nationales répandues à l'échelle de Canada qui expliquent cette homogénéité. D'ailleurs, c'est cette forte similitude entre l'espérance de vie à la naissance des provinces canadiennes qui explique pourquoi le *augmented common factor model* et le *common factor model* conduisent à des résultats aussi semblables et donc pourquoi les valeurs du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  du *augmented common factor model* ( $k_{t,i}$ ), pour chacune des provinces et du Canada, sexes

séparés, convergent autour de zéro. Le *common factor model* est donc le modèle de projection de la mortalité le plus approprié dans le contexte canadien. Il est vrai qu'il présente une certaine ressemblance avec la méthode des ratios mais il est important de comprendre que contrairement à elle, il prend en considération les particularités de la mortalité provinciale au Canada par le biais de son paramètre du profil moyen de la mortalité selon l'âge. Toutefois, la méthode des ratios demeure une avenue intéressante pour la projection de la mortalité canadienne. En effet, sa rapidité d'exécution et la cohérence de ses résultats en font un choix tout désigné dans l'éventualité d'une indisponibilité des données sur la mortalité provinciale canadienne ou de problèmes relatifs à la qualité de telles données.

Quant à la projection de mortalité des territoires canadiens, soit les Territoires du Nord-Ouest, le Yukon et le Nunavut, elle constitue toujours une problématique complexe à résoudre. Il est important de concevoir que la modélisation et la projection de la mortalité des territoires vont de pair avec celles du Canada dans son ensemble. Ainsi, l'indisponibilité des données sur la mortalité du Nunavut avant 1991 et le faible effectif de population des territoires semblent indiquer que la méthode des ratios est la plus appropriée pour projeter la mortalité de ceux-ci dans le contexte canadien. Cependant, dans l'avenir, il sera envisageable de modéliser et de projeter la mortalité du Yukon et des Territoires du Nord-Ouest comme un tout car suffisamment de données sur la mortalité des Territoires du Nord-Ouest seront alors disponibles pour permettre la réalisation de séries chronologiques valides.

Les principaux résultats qui ressortent de la projection de la mortalité du Canada au niveau national, provincial et territorial montrent que la projection de la mortalité canadienne avec la nouvelle méthode de Li et Lee (2005) conduit non seulement, pour les femmes comme pour les hommes, à une absence de divergence et de convergence de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les provinces mais aussi à une convergence évidente de l'écart de l'espérance de vie à la naissance projetée entre les sexes, ce qui cadre exactement avec ce qui a été observé dans un passé récent. Plus précisément, les résultats indiquent qu'au Canada, l'espérance de vie à la naissance

projetée en 2031 avec le *common factor model* est de 81,9 ans pour les hommes et de 86,0 ans pour les femmes et qu'à plus long terme, elle atteint en 2056, une valeur de 85,0 ans chez les hommes et de 88,6 ans chez les femmes. Quant à la province de Québec, les résultats révèlent qu'elle occupe, respectivement, le quatrième et cinquième rang des dix provinces à avoir l'espérance de vie projetée la plus élevée en 2031 chez les hommes et les femmes<sup>56</sup>. En fait, le *common factor model* projette en 2031 une espérance de vie à la naissance d'une valeur de 81,3 ans chez les Québécois et de 85,8 ans chez les Québécoises.

L'utilisation de l'ensemble des taux de mortalité par provinces disponibles au cours de la période de référence permet à la méthode de Li et Lee (2005) de prendre en compte les variations provinciales de la mortalité, ce qui représente le principal avantage à choisir cette nouvelle méthode pour la projection de la mortalité canadienne. Il est intéressant de souligner qu'un autre avantage de la méthode de Li et Lee (2005) est son application possible à des projections régionales, par exemple des régions sociosanitaires, dans la mesure où des données fiables sont disponibles. En ce qui concerne la contrainte inhérente à la méthode de Li et Lee (2005), soit l'invariabilité temporelle du rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge, il est important de rappeler ici que sa méthodologie permet d'atténuer les biais qu'elle engendre. Par ailleurs, non seulement cette contrainte est-elle aussi sous-entendue dans le modèle original de Lee-Carter mais, à notre connaissance, aucun modèle de projection de la mortalité disponible dans la littérature ne permet actuellement d'y faire face.

Cependant, la complexité de la méthodologie de Li et Lee (2005) ainsi que le nombre important de taux de mortalité par provinces et territoires canadiens nécessaires à son application font en sorte que la production de la projection de mortalité canadienne exige un temps considérable. De ce fait, le principal inconvénient de cette nouvelle méthode est la longueur de la période de temps que requiert sa mise en pratique

---

<sup>56</sup> En fait, le Nouveau-Brunswick et la Saskatchewan sont ex æquo avec les hommes du Québec. Ils se situent tout les trois au quatrième rang des provinces à avoir l'espérance de vie projetée la plus élevée en 2031. De plus, le Nouveau-Brunswick est ex æquo avec les femmes du Québec. Ils se situent tout les deux au cinquième rang des provinces à avoir l'espérance de vie projetée la plus élevée en 2031.

comparativement à celles des méthodes plus simples de projection de mortalité telle que la méthode des ratios.

Ainsi, l'analyse sommaire de la mortalité provinciale au Canada au cours des trente dernières années en termes de rythme de changement de la mortalité en fonction de l'âge et du temps a permis de déterminer le choix de la meilleure stratégie de projection de mortalité non divergente en fonction des données sur la population canadienne.

Il apparaît donc que l'objectif principal de ce mémoire et son objectif secondaire, ont tout deux été atteints. De plus, la projection de la mortalité canadienne avec le *common factor model* a conduit à des améliorations sensibles aux projections de mortalité de Statistique Canada qui ont particulièrement séduit les provinces consultées avant la publication. En effet, les provinces canadiennes ont beaucoup apprécié que les prochaines projections de population de la Division de la démographie de Statistique Canada (parues en décembre 2005) soient basées sur les variations provinciales de la mortalité et non pas sur un simple ratio entre la mortalité des provinces et la mortalité nationale. En conclusion, cette nouvelle méthode développée par Nan Li et Ronald Lee en 2005 nous apparaît être une méthode prometteuse et scientifiquement satisfaisante pour projeter la mortalité dans le contexte canadien

Il est vrai que nos objectifs se sont concrétisés mais il importe davantage de réaliser que cette étude n'est qu'une étape dans la recherche et l'amélioration constante de la méthodologie des projections de mortalité. Les projections ne sont pas une science précise, c'est pourquoi on doit rester à l'affût des nouvelles méthodologies et des nouvelles techniques. L'évaluation, la comparaison et la production de projections de mortalité permettent d'améliorer sans cesse sa précision. Il ne s'agit pas d'un simple exercice mais d'un pas vers l'avenir qui va permettre de poursuivre un peu plus loin la recherche dans ce domaine. En effet, les résultats de ce mémoire seront réutilisés dans l'avenir à la Division de la démographie de Statistique Canada et vont inspirer d'autres chercheurs à investiguer davantage pour développer de nouvelles méthodes



scientifiquement plus adéquates et plus robustes. De plus, une meilleure connaissance de la mortalité à venir apporte à la société de meilleurs outils pour se préparer à affronter l'avenir et prévoir les besoins en matière de programmes de retraite, de santé, de services sociaux et bien d'autres encore.

## **BIBLIOGRAPHIE**

Alberta Health and Wellness (2005) Population Projections For Alberta and its Health Regions 2004-2033, Edmonton, Alberta, Canada.

Disponible sur le site web :

<<http://www.health.gov.ab.ca/resources/publications/pdf/PopProject05.pdf>>.

Alho, J. M. (1992) Comment on Modeling and Forecasting U.S. Mortality by Lee, R.D. and Carter, L.R. *Journal of the American Statistical Association* 87 : 419 pp. 673-674.

Andreev, K. (2000) Sex differentials in survival in the Canadian population, 1921-1997 : A descriptive analysis with focus on age-specific structure. *Demographic Research* 3 : 12 pp. 1-24.

Base de données de l'État civil canadien.

Base de données sur la longévité canadienne (BDLC). Université de Montréal, Département de démographie. Données consultées le 24 octobre 2003.

Disponible sur le site web : <<http://www.bdlc.umontreal.ca>>.

Bell, W. R. (1997) Comparing and Assessing Time Series Methods for Forecasting Age-Specific Fertility and Mortality Rates. *Journal of Official Statistics* 13 : 3 pp. 279-303.

Booth, H., Maindonald, J. et Smith, L. (2002) Applying Lee-Carter under conditions of variable mortality decline. *Population Studies* 56 : 3 pp. 325-336.

Booth, H., Tickle, L. et Smith, L. (2004) Evaluation of the variants of the Lee-Carter method of forecasting mortality : a multi-country comparison. Paper presented at the 2004 Annual Meeting of the Population Association of America, Boston, United States, March 28, 2004.

Bourbeau, R., Martel, S. et Blackburn, M-E. (2003) Corrections des données sur les décès dans la Base de données sur la longévité canadienne. Rapport non publié, Département de démographie, Université de Montréal.

Brouhns, N., Denuit, M. et Vermunt, J. K. (2002) A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. *Insurance : Mathematics and Economics* 31 : 3 pp. 373-393.

Brutel, C. et Omalek, L. (2003) Projections démographiques pour la France, ses régions et ses départements (horizon 2030/2050). *Insee Résultats Société* : 16 pp. 1-40.

Carter, L. R. et Lee, R. D. (1992) Modeling and forecasting US sex differentials in mortality. *International Journal of Forecasting* 8 : 3 pp. 393-411.

Carter, L. R. (1996a) Forecasting U.S. Mortality : A Comparison of Box-Jenkins ARIMA and Structural Time Series Models. *The Sociological Quarterly* 37 : 1 pp. 127-144.

Carter, L. R. (1996b) Long-Run Relationships in Differential U.S. Mortality Forecasts by Race and Gender : Non-Cointegrated Time Series Comparisons. Paper presented at the 1996 Annual Meeting of the Population Association of America, New Orleans, United States, May 9-11, 1996.

Carter, L. R. et Prskawetz, A. (2001) Examining Structural Shifts in Mortality Using the Lee-Carter Method. Max Planck Institute for Demographic Research (MPIDR), Working paper WP 2001-007, Rostock, Germany.

Caselli, G., Vallin, J. et Wunsch, G. (2004) Démographie : Analyse et synthèse. V. Histoire du peuplement et prévisions, Paris, Éditions de l'Institut National d'Études démographiques, pp. 301-322.

Coale, A. J. et Kisker, E. E. (1990) Defects in data on old-age mortality in the United States : New procedures for calculating mortality schedules and life tables at the highest ages. *Asian and Pacific Population Forum* 4 : 1 pp. 1-31.

Deaton, A. et Paxson, C. (2004) Mortality, Income, and Income Inequality Over Time in the Britain and the United States. National Bureau of Economic Research, Technical Report 8534, Cambridge, United States.

Dulbecco, R. (1995) *I geni e il nostro futuro*, Milan, Sperling & Kupfer Editori, 219 p.

Fries, J. F. (1989) The compression of morbidity : near or far? *The Milbank Quarterly* 67 : 2, pp. 208-232.

George, M. V. (1999) Population Forecasting in Canada : Conceptual and Methodological Developments. Paper presented for the 1999 Distinguished Canadian Demographer Lecture in honour of Dr. Anatole Romaniuc, Departement of Sociology, University of Alberta, Canada, November 26, 1999.

Giroi, F. et King, G. (2005) A Reassessment of the Lee-Carter Mortality Forecasting Method. Preprint of scholarly work, Department of Government, Harvard University, Harvard, United States.

Disponibile sur le site web : <<http://gking.harvard.edu/preprints.shtml>>.

Gomez de Leon, J. (1990) Empirical DEA Models to Fit and Project Time Series of Age-Specific Mortality Rates. Manuscrit non publié. Central Bureau of Statistics, Oslo, Norway.

Gompertz, B. (1825) On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 115 pp. 513-585.

Government Actuary's Department (2001) National Population Projections : Review of Methodology for Projecting Mortality. National Statistics Quality Review Series. Report No.8. London.

Government Actuary's Department (2002) National population projections : 2000-based. Office for National Statistics, Series PP2 no. 23. TSO : London.

Gutterman, S. et Vanderhoof, I. T. (2000) Forecasting changes in mortality : a search for a law of causes and effects. *North American Actuarial Journal* 2 : 4 pp. 135-138.

Heligman, L. et Pollard, J. H. (1980) The age pattern of mortality. *Journal of the Institute of Actuaries* 107 pp. 49-80.

Hollmann, F. W., Mulder, T. J. et Kallan, J. E. (2000) Methodology and Assumptions for the Population Projections of the United States : 1999 to 2100. U.S. National Projections. Population Projections Branch, Population Division Working Paper No. 38, Washington, United States.

Horiuchi, S. et Wilmoth, J. R. (1998) Deceleration in the age pattern of mortality at older ages. *Demography* 35 : 4 pp. 391-412.

Kannisto, V., Lauritsen, J., Thatcher, A. R. et Vaupel, J. W. (1994) Reductions in mortality at advanced ages; several decades of evidence from 27 countries. *Population and Development Review* 20 : 4 pp. 793-810.

Keyfitz, N. (1982) Choice of function for mortality analysis : Effective forecasting depends on a minimum parameter representation. *Theoretical Population Biology* 21 : 3 pp. 329-352.

Lee, R. D. et Carter, L. R. (1992) Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association* 87 : 419 pp. 659-671, et « Rejoinder », same issue, pp. 674-675.

Lee, R. D. et Nault, F. (1993) Modeling and Forecasting Provincial Mortality in Canada. Paper presented at World Congress of the International Union for the Scientific Study of Population (IUSSP), Montréal, Canada, August 24 - September 1, 1993.

Lee, R. D., Carter, L. R. et Tuljapurkar, S. (1995) Disaggregation in population forecasting : Do we need it? and how to do it simply. *Mathematical Population Studies* 5 : 3, pp. 217-234.

Lee, R. et Tuljapurkar, S. (1998) Population Forecasting for Fiscal Planning : Issues and Innovations. Manuscrit non publié.

Lee, R. D. (2000) The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications. *North American Actuarial Journal* 4 : 1 pp. 80-93.

Lee, R. D. (2001) Predicting Human Longevity. *Science* 292 : 5522, pp. 1654-1655.

Lee, R. D. et Miller, T. (2001) Evaluating the Performance of the Lee-Carter Method for Forecasting Mortality. *Demography* 38 : 4 pp. 537-549.

Lee, R. D. (2003) Mortality Forecasts and Linear Life Expectancy Trends. Paper prepared for a meeting on mortality forecasts, for the Swedish National Insurance Board, Lund, Sweden, September 4, 2002.

Li, N. et Lee, R. D. (2005) Coherent mortality forecasts for a group of populations : an extension of the Lee-Carter method. *Demography* 42 : 3 pp. 575-594.

Li, S-H. et Chan, W-S. (2005) The Lee-Carter model for forecasting mortality revised. Paper presented at the International Longevity Symposium, Orlando, United States, January 12-14, 2005.

McNown, R. (1992a) Comment on Modeling and Forecasting U.S. Mortality by Lee, R. D. and Carter, L. R. *Journal of the American Statistical Association* 87 : 419 pp. 671-672.

McNown, R. et Rogers, A. (1992b) Forecasting cause-specific mortality using time series methods. *International Journal of Forecasting* 8 : 3 pp. 413-432.

McNown, R., Rogers, A. et Little, J. (1995) Simplicity and complexity in extrapolative population forecasting models. *Mathematical Population Studies* 5 : 3 pp. 235-257.

Ministry of Finance (2005) Ontario Population Projections 2004-2031, Toronto, Ontario, Canada.

Disponible sur le site web :

<<http://www.fin.gov.on.ca/english/demographics/demog05.html>>.

National Institute of Population and Social Security Research (2002) Population Projections for Japan : 2001-2050. With Long-range Population Projections : 2051-2100. Department of Research Planning and Coordination, Tokyo, Japan.

Nault, F. (1997) Diminution des écarts de mortalité, de 1978 à 1995. *Rapports sur la santé* 9 : 1, Ottawa, Statistique Canada, no. 82-003 au catalogue, pp. 37-43.

O'Neill, B. C., Balk, D., Brickman, M. et Ezra, M. (2001) A Guide to Global Population Projections. *Demographic Research* 4 : 8 pp. 203-288.

Oeppen, J. et Vaupel, J. W. (2002) Demography : Enhanced : Broken Limits to Life Expectancy. *Science* 10 : 296 pp. 1029-1031.

Pedroza, C. et King, G. (2002) Revisiting Demographic Methods. Department of Statistics, Harvard University, Harvard, United States.

Renshaw, A. E. et Haberman, S. (2003a) Lee-Carter mortality forecasting : a parallel generalized linear modelling approach for England and Wales mortality projections. *Journal of the Royal Statistical Society : Series C (Applied Statistics)* 52 : 1 pp. 119-137.

Renshaw, A. E. et Haberman, S. (2003b) Lee-Carter mortality forecasting with age-specific enhancement. *Insurance : Mathematics and Economics (Elsevier Science)* 33 : 2 pp. 255-272.

Renshaw, A. E. et Haberman, S. (2003c) On the forecasting of mortality reduction factors. *Insurance : Mathematics and Economics* 32 : 3 pp. 379-401.

Statistique Canada (1992) Statistiques choisies sur la natalité et la fécondité, Canada, 1921 à 1990. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 82-553-XPB au catalogue.

Statistique Canada (2001) Projections démographiques, 2000-2026. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 91-520 au catalogue.

Statistique Canada (2004a) Décès. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 84F0211-XIF au catalogue.

Statistique Canada (2004b) Statistiques démographiques annuelles. Division de la démographie, Ottawa, Canada, no. 91-213-XIB au catalogue.

Thibault, N., Létourneau, E. et Girard, C. (2004) Si la tendance se maintient... Perspectives démographiques, Québec et régions, 2001-2051, Édition 2003, Québec : Institut de la Statistique du Québec, Les Publications du Québec, 39 p.



Trewin, D. (2003) Population Projections, Australia, 2002 to 2101. Australian Bureau of Statistics, Canberra, Australia, no. 3222.0 au catalogue.

Tuljapurkar, S., Li, N. et Boe, C. (2000) A Universal Pattern of Mortality change in the G7 Countries. *Nature* 405 : 6788 pp. 789-792.

Vaupel, J. W., Carey, J. R., Christensen, K., Johnson, T. E., Yashin, A. I., Holm, N. V., Iachine, I. A., Kannistö, V., Khanzaeli, A. A., Liedo, P., Longo, V. D., Zeng, Y., Manton, K. J. et Curtsinger, J. W. (1998) Biodemographic trajectories of longevity. *Science* 280 : 5365 pp. 855-860.

Walford, R. (1984) *La vie la plus longue*, Paris, Éditions Laffont, 250 p. (Traduit de l'anglais)

Wilmoth, J. R. (1993a) Computational Methods for Fitting and Extrapolating the Lee-Carter Model of Mortality Change. Technical report, Department of Demography, University of California, Berkeley, United States.

Wilmoth, J. R. (1993b) Mortality projections among the aged in Japan. Paper presented at the IUSSP Conference on Health and Mortality Trends among Elderly Populations : Determinants and Implications, Sendai, Japan, June 21-25, 1993.

Wilmoth, J. R. (1995) Are Mortality Projections Always More Pessimistic When Disaggregated by Cause of Death? *Mathematical Population Studies* 5 : 4, pp. 293-319.

Wilmoth, J. R. (1996) Mortality Projections for Japan : A Comparison of Four Methods. Dans : Caselli, G. et Lopez, A. D. (1996) *Health and Mortality among Elderly Populations*, New-York, Oxford University Press, pp. 266-287.

Wilmoth, J. R. (1998) Is the Pace of Japanese Mortality Decline Converging Toward International Trends? *Population and Development Review* 24 : 3 pp. 593-600.

Wilmoth, J. R. (2000) Demography of longevity : past, present and future trends. *Experimental Gerontology* 35 : 9-10 pp. 1111–1129.

Wilmoth, J. R. (2001) Chapter 2 : Human longevity in historical perspective. Dans : Timiras, P. S. (2003) *Physiological Basis of Aging and Geriatrics*, Third Edition, Boca Raton, CRC Press, 454 p.

Wolf, D. A. (2004) Another Variation on the Lee-Carter Model. Paper presented at the 2004 Annual Meeting of the Population Association of America, Center for Policy Research, Syracuse University, United States, April 1, 2004.

**ANNEXE**  
**MÉTHODOLOGIQUE**

Cette annexe méthodologique présente les indices et les critères de sélection qui ont été utilisés pour déterminer adéquatement la valeur des éléments  $p$ ,  $d$  et  $q$  et ainsi définir le modèle de série chronologique univarié ARIMA qui se conforme le mieux aux données et par lequel une projection adéquate du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  est effectué.

Avant tout, il est important de mentionner que la commande *proc arima* réfère en tout temps à la base de données qui comprend les valeurs du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  entre 1971 et 2002. Ainsi, une première commande *proc arima*, qui indique un modèle ARIMA(0,0,0), permet d'avoir une première idée des valeurs  $p$ ,  $d$  et  $q$  appropriées, par le biais des graphiques d'autocorrélation (FAC) et d'autocorrélation partielle (FACP)<sup>57</sup>. Par après, l'évaluation de différents modèles ARIMA permet de définir le modèle adéquat et ce, par le biais de plusieurs commandes *proc arima*.

Voici trois indices qui permettent de guider le choix d'un tel modèle. En effet, si le paramètre  $MU$ <sup>58</sup> n'est pas significatif, alors l'ajout de l'instruction *noint*<sup>59</sup> est nécessaire à la commande *proc arima* de ce modèle; si l'estimation du paramètre  $MU$  est plus grande que 0,97, alors il s'agit probablement d'un modèle unitaire qui nécessite une différenciation ( $d = 1$ )<sup>60</sup> tandis que si un message d'erreur apparaît disant que les estimations n'ont peut-être pas convergé, alors un autre choix de modèle est fortement à envisager.<sup>61</sup> Un quatrième indice peut également s'appliquer à notre étude. En effet, nos données indiquent que la tendance du paramètre du niveau de la mortalité au temps  $t$  est généralement linéaire, ce qui signifie qu'une première différenciation ( $d = 1$ ) est

<sup>57</sup> Les graphiques FAC et FACP se situent, respectivement, sous les rubriques *Autocorrelations* et *Partial Autocorrelations* de la section *Identification 1* des *Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>58</sup> Le paramètre  $MU$  représente la constante du modèle ARIMA.

<sup>59</sup> L'instruction *noint* permet d'éliminer le paramètre  $MU$  du modèle ARIMA.

<sup>60</sup> L'estimation et la significativité du paramètre  $MU$  se situent sous la rubrique *Estimations conditionnelles des moindres carrés* de la section *Estimation 1* des *Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>61</sup> Si un message d'erreur apparaît, il se situera sous la rubrique *Optimization Summary* de la section *Estimation 1* des *Résultats de Arima : Le système SAS*.

nécessaire. Dans le cas où elle n'est pas linéaire, la différenciation est alors inutile ( $d = 0$ ).

Quant aux trois principaux critères de sélection, ils exigent que les paramètres du modèle ARIMA soient significatifs à 0,05<sup>62</sup>, que les résidus soient statistiquement indépendants, c'est-à-dire que leurs autocorrélations soient non-significatives à 0,05<sup>63</sup> et finalement que l'autocorrélogramme<sup>64</sup> des résidus indique l'absence d'autocorrélations entre les résidus dans un intervalle de confiance à 95 %<sup>65</sup>. Plus exactement, en ce qui a trait au second critère, mentionnons qu'il est préférable que la non-significativité des autocorrélations des résidus soit d'une valeur minimale de 0,45.

---

<sup>62</sup> La significativité des paramètres se situe sous la rubrique *Estimations conditionnelles des moindres carrés* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

<sup>63</sup> L'autocorrélation des résidus se situe sous la rubrique *Autocorrelation Check of Residuals* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

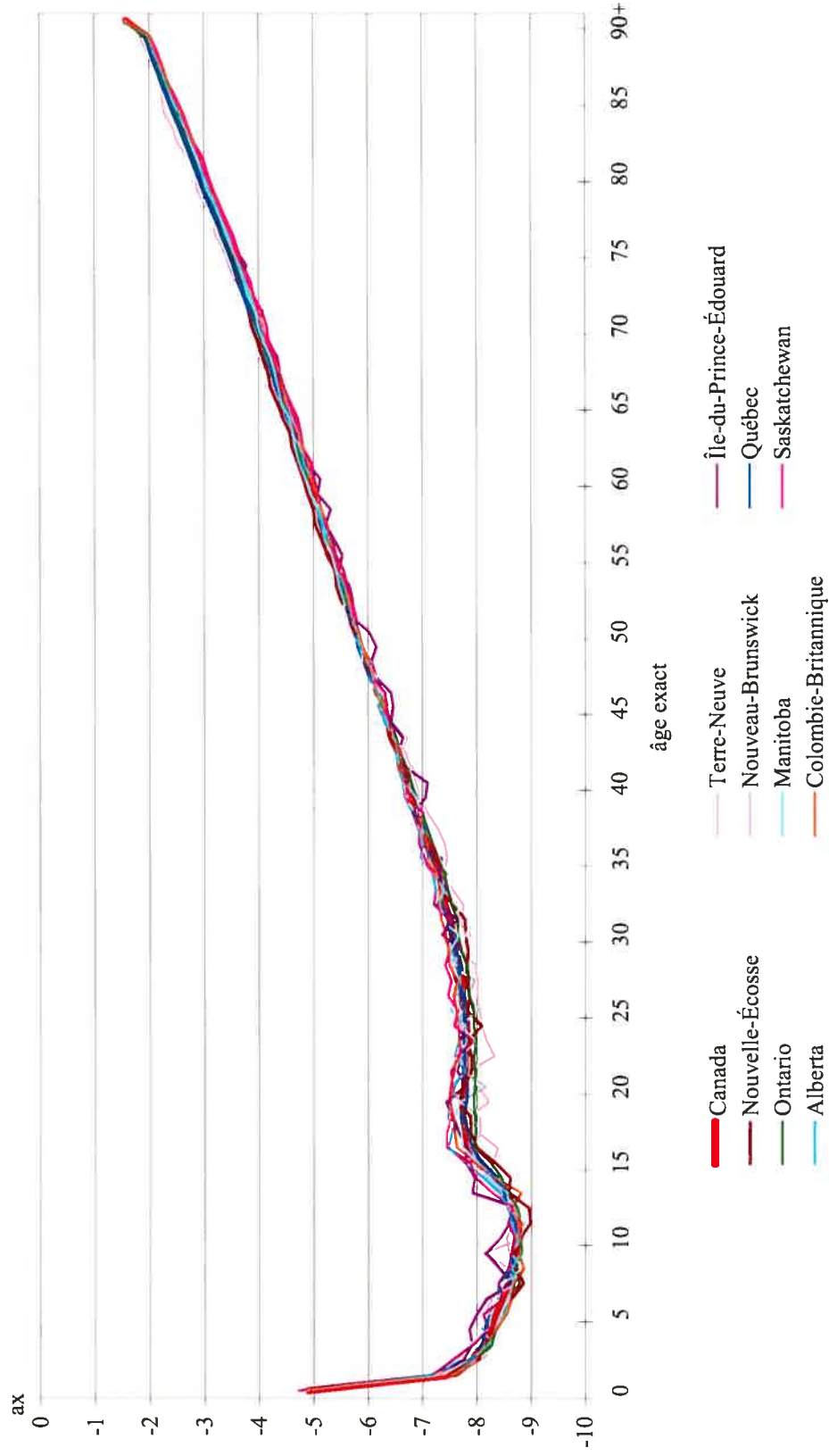
<sup>64</sup> Un autocorrélogramme est un graphique d'autocorrélation (FAC).

<sup>65</sup> L'autocorrélogramme des résidus se situe sous la rubrique *Autocorrelation Plot of Residuals* de la section *Estimation 1 des Résultats de Arima : Le système SAS*.

## **ANNEXES**

## **ANNEXE I**

Figure A.1 : Profil moyen de la mortalité féminine selon l'âge ( $a_x$ ), Canada et provinces, période 1971-2002

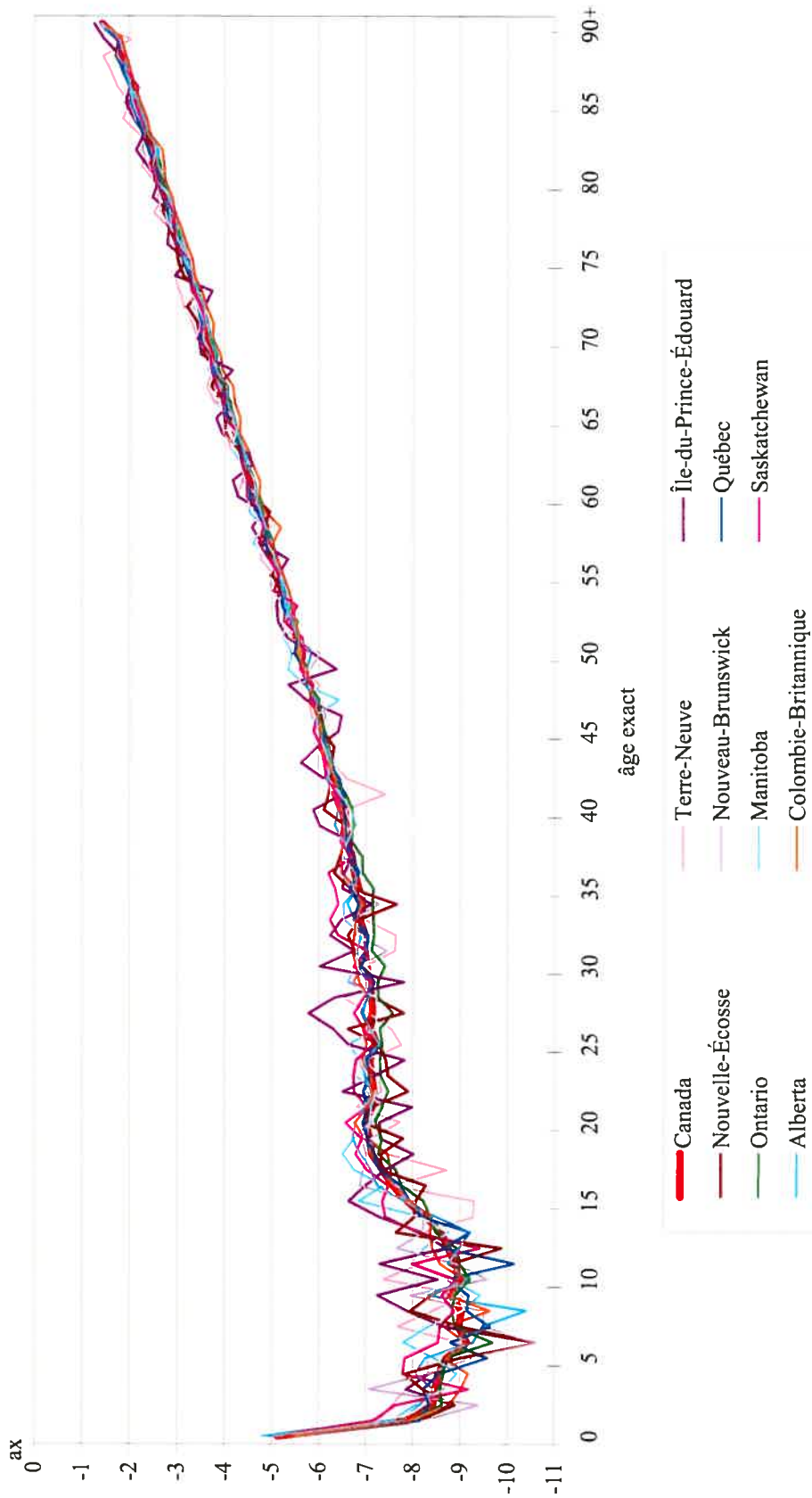


$$a_{x,i} = \frac{1}{32} \sum_{r=1}^{32} \ln(m_{x,i,r})$$



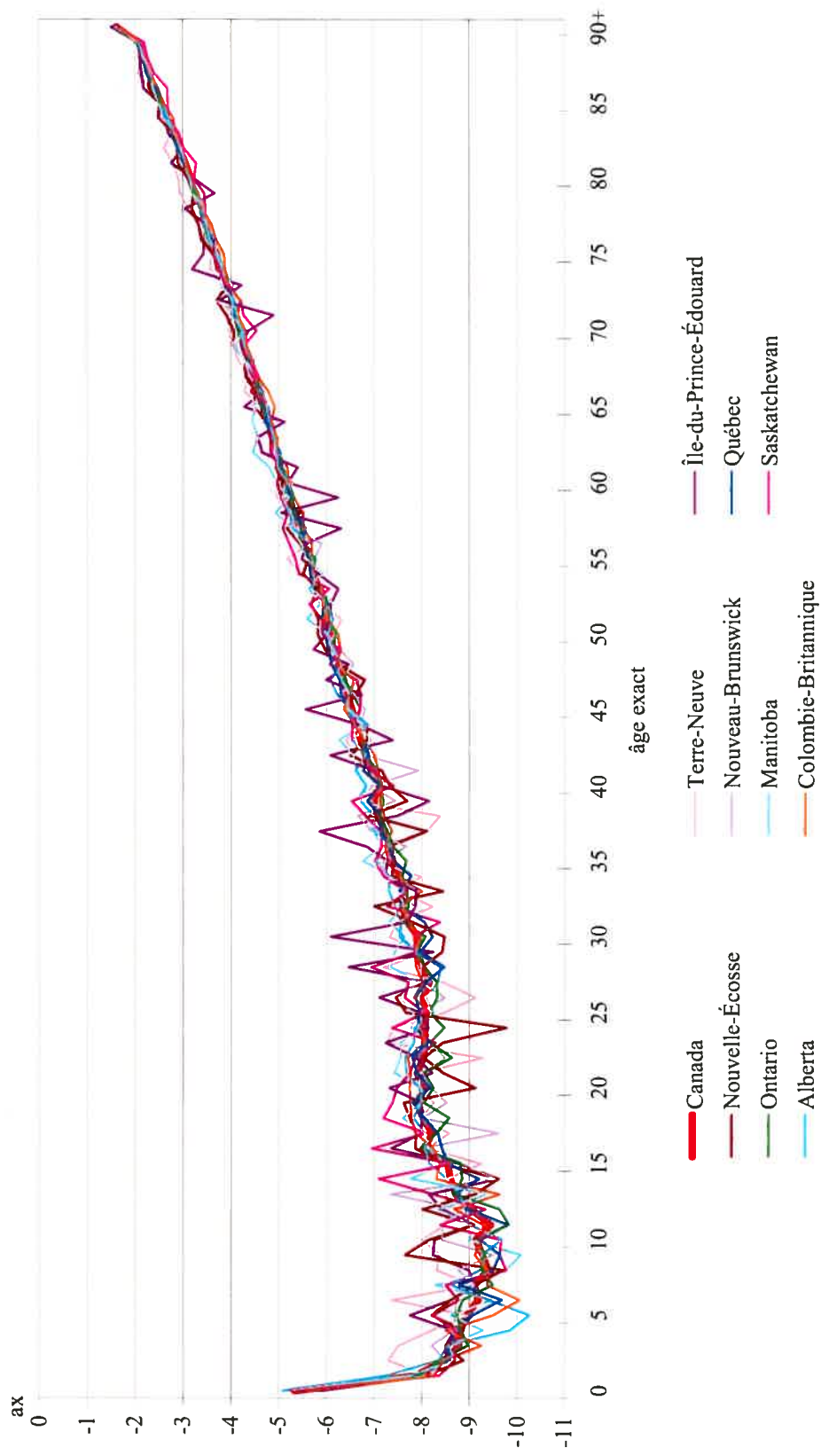
**ANNEXE II**

Figure A.2 : Profil moyen de la mortalité masculine selon l'âge ( $a_x$ ) projeté avec la méthode de Li et Lee (2005) pour le Canada et les provinces



$$a_{x,i} = \ln(m_{x,2002,i})$$

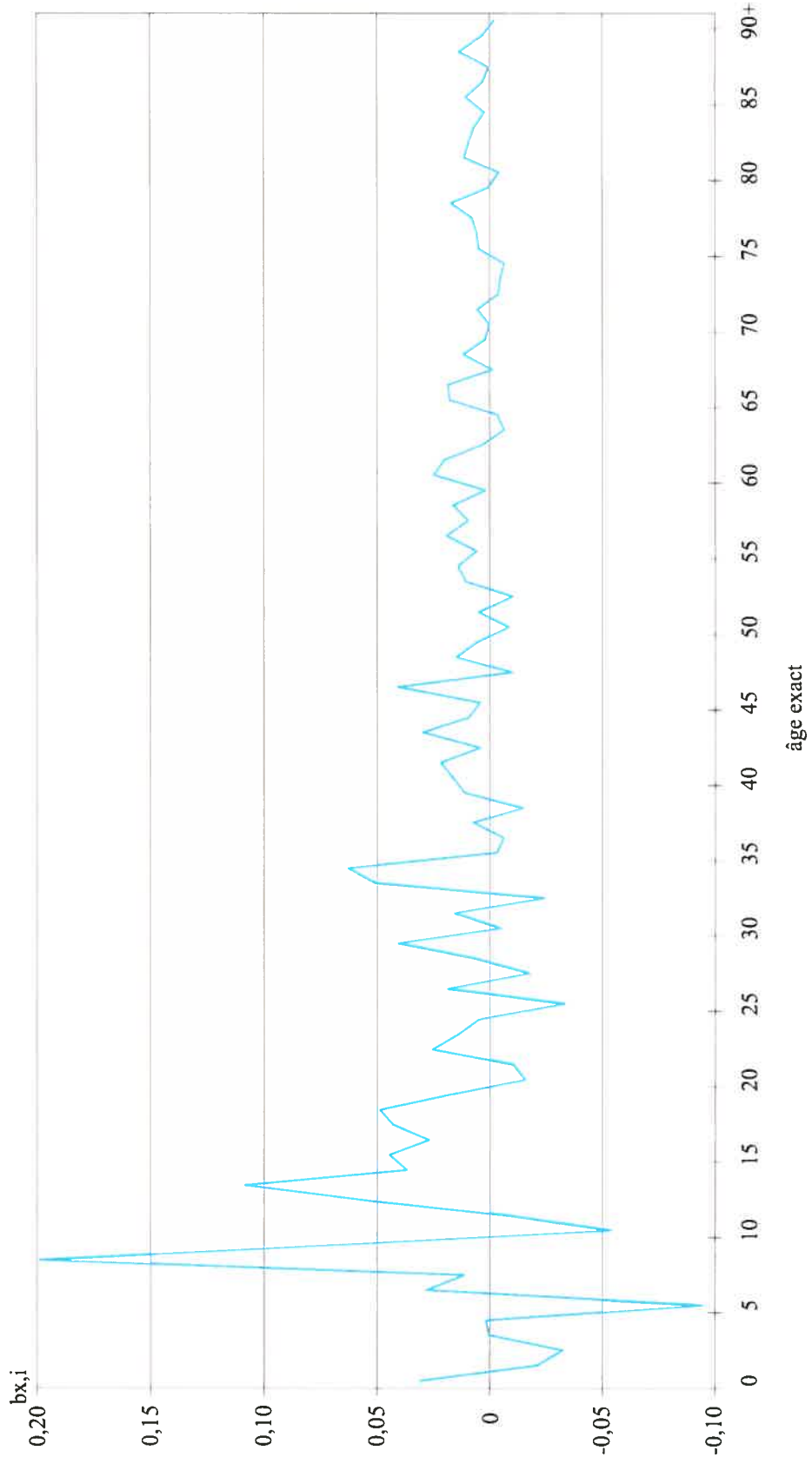
Figure A.3 : Profil moyen de la mortalité féminine selon l'âge ( $a_x$ ) projeté avec la méthode de Li et Lee (2005) pour le Canada et les provinces



$$a_{x,t} = \ln(m_{x,2002,t})$$

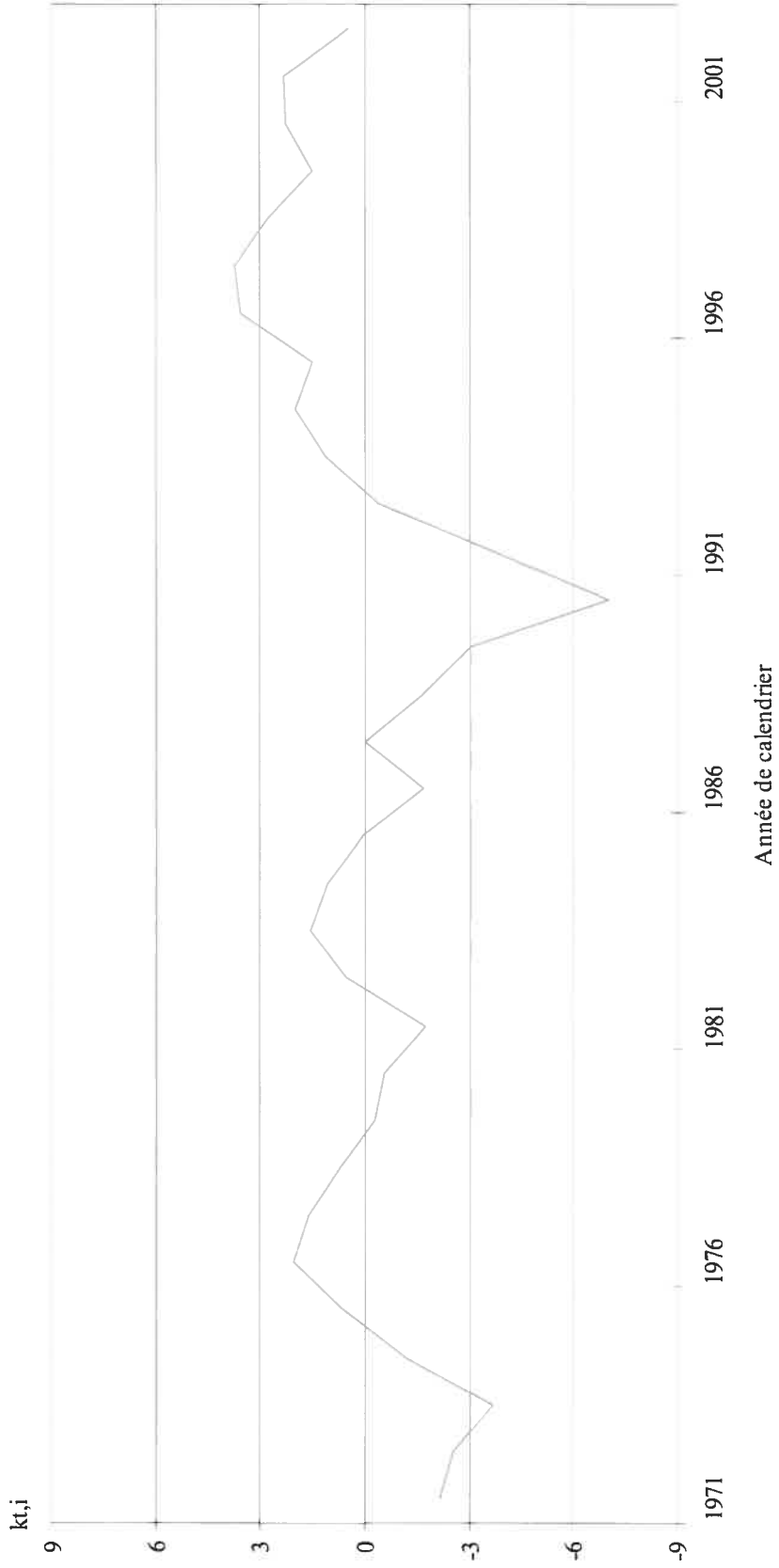
**ANNEXE III**

Figure A.4 : Rythme de changement du taux de mortalité à chaque âge des hommes du Manitoba modélisé avec le *augmented common factor model* ( $b_{x,i}$ )



**ANNEXE IV**

Figure A.5 : Niveau de la mortalité au temps  $t$  des hommes du Manitoba modélisé avec le *augmented common factor model* ( $k_{t,i}$ ), période 1971-2002



**ANNEXE V**



Tableau A.1 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031 avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	77,2	82,1	77,3	82,2	77,4	82,3
2004	77,3	82,2	77,5	82,4	77,7	82,5
2005	77,3	82,2	77,7	82,5	78,0	82,8
2006	77,4	82,3	77,8	82,6	78,2	83,0
2007	77,5	82,4	78,0	82,8	78,4	83,1
2008	77,7	82,5	78,2	82,9	78,7	83,3
2009	77,8	82,6	78,4	83,1	78,9	83,5
2010	78,0	82,8	78,5	83,2	79,1	83,7
2011	78,2	82,9	78,7	83,4	79,3	83,8
2012	78,3	83,0	78,9	83,5	79,5	84,0
2013	78,5	83,2	79,1	83,7	79,6	84,1
2014	78,6	83,3	79,2	83,8	79,8	84,3
2015	78,8	83,4	79,4	83,9	80,0	84,4
2016	78,9	83,5	79,6	84,1	80,2	84,6
2017	79,1	83,7	79,7	84,2	80,4	84,7
2018	79,2	83,8	79,9	84,3	80,5	84,9
2019	79,4	83,9	80,0	84,5	80,7	85,0
2020	79,5	84,0	80,2	84,6	80,9	85,2
2021	79,7	84,2	80,4	84,7	81,0	85,3
2022	79,8	84,3	80,5	84,9	81,2	85,4
2023	79,9	84,4	80,7	85,0	81,4	85,6
2024	80,1	84,5	80,8	85,1	81,5	85,7
2025	80,2	84,6	81,0	85,2	81,7	85,8
2026	80,4	84,7	81,1	85,4	81,8	86,0
2027	80,5	84,9	81,3	85,5	82,0	86,1
2028	80,7	85,0	81,4	85,6	82,2	86,2
2029	80,8	85,1	81,6	85,7	82,3	86,3
2030	80,9	85,2	81,7	85,8	82,5	86,5
2031	81,1	85,3	81,9	86,0	82,6	86,6

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.2 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2032 et 2056, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Canada

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2032	81,2	85,4	82,0	86,1	82,8	86,7
2033	81,3	85,5	82,1	86,2	82,9	86,8
2034	81,5	85,6	82,3	86,3	83,0	86,9
2035	81,6	85,8	82,4	86,4	83,2	87,0
2036	81,7	85,9	82,5	86,5	83,3	87,2
2037	81,9	86,0	82,7	86,6	83,5	87,3
2038	82,0	86,1	82,8	86,7	83,6	87,4
2039	82,1	86,2	82,9	86,9	83,7	87,5
2040	82,2	86,3	83,1	87,0	83,9	87,6
2041	82,4	86,4	83,2	87,1	84,0	87,7
2042	82,5	86,5	83,3	87,2	84,1	87,8
2043	82,6	86,6	83,5	87,3	84,3	87,9
2044	82,8	86,7	83,6	87,4	84,4	88,0
2045	82,9	86,8	83,7	87,5	84,5	88,1
2046	83,0	86,9	83,8	87,6	84,6	88,2
2047	83,1	87,0	84,0	87,7	84,8	88,3
2048	83,2	87,1	84,1	87,8	84,9	88,4
2049	83,4	87,2	84,2	87,9	85,0	88,5
2050	83,5	87,3	84,3	88,0	85,1	88,6
2051	83,6	87,4	84,4	88,1	85,3	88,7
2052	83,7	87,5	84,6	88,2	85,4	88,8
2053	83,8	87,6	84,7	88,3	85,5	88,9
2054	83,9	87,7	84,8	88,4	85,6	89,0
2055	84,1	87,8	84,9	88,5	85,7	89,1
2056	84,2	87,9	85,0	88,6	85,8	89,2

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.3 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Terre-Neuve-et-Labrador

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	75,5	81,1	75,6	81,2	75,7	81,3
2004	75,6	81,1	75,8	81,3	76,0	81,5
2005	75,6	81,2	75,9	81,4	76,2	81,7
2006	75,7	81,2	76,1	81,6	76,5	81,9
2007	75,8	81,3	76,3	81,7	76,7	82,1
2008	75,9	81,5	76,4	81,9	76,9	82,3
2009	76,1	81,6	76,6	82,1	77,1	82,5
2010	76,3	81,7	76,8	82,2	77,3	82,7
2011	76,4	81,9	77,0	82,4	77,5	82,8
2012	76,6	82,0	77,2	82,5	77,7	83,0
2013	76,7	82,2	77,3	82,7	77,9	83,2
2014	76,9	82,3	77,5	82,8	78,1	83,3
2015	77,0	82,4	77,7	83,0	78,3	83,5
2016	77,2	82,5	77,8	83,1	78,4	83,7
2017	77,3	82,7	78,0	83,2	78,6	83,8
2018	77,5	82,8	78,1	83,4	78,8	84,0
2019	77,6	82,9	78,3	83,5	79,0	84,1
2020	77,8	83,1	78,5	83,7	79,1	84,3
2021	77,9	83,2	78,6	83,8	79,3	84,4
2022	78,1	83,3	78,8	83,9	79,5	84,6
2023	78,2	83,4	78,9	84,1	79,6	84,7
2024	78,3	83,6	79,1	84,2	79,8	84,8
2025	78,5	83,7	79,2	84,3	79,9	85,0
2026	78,6	83,8	79,4	84,5	80,1	85,1
2027	78,8	83,9	79,5	84,6	80,3	85,2
2028	78,9	84,1	79,7	84,7	80,4	85,4
2029	79,0	84,2	79,8	84,9	80,6	85,5
2030	79,2	84,3	80,0	85,0	80,7	85,6
2031	79,3	84,4	80,1	85,1	80,8	85,8

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.4 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Île-du-Prince-Édouard

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	75,8	81,6	75,9	81,7	76,0	81,8
2004	75,8	81,6	76,1	81,8	76,3	82,0
2005	75,9	81,7	76,2	82,0	76,6	82,2
2006	76,0	81,7	76,4	82,1	76,8	82,4
2007	76,1	81,8	76,6	82,2	77,0	82,6
2008	76,2	82,0	76,8	82,4	77,3	82,8
2009	76,4	82,1	76,9	82,6	77,5	83,0
2010	76,6	82,2	77,1	82,7	77,7	83,2
2011	76,7	82,4	77,3	82,9	77,9	83,3
2012	76,9	82,5	77,5	83,0	78,1	83,5
2013	77,1	82,7	77,7	83,2	78,3	83,7
2014	77,2	82,8	77,9	83,3	78,5	83,8
2015	77,4	82,9	78,0	83,5	78,7	84,0
2016	77,5	83,0	78,2	83,6	78,9	84,1
2017	77,7	83,2	78,4	83,7	79,1	84,3
2018	77,9	83,3	78,6	83,9	79,3	84,4
2019	78,0	83,4	78,7	84,0	79,4	84,6
2020	78,2	83,5	78,9	84,2	79,6	84,7
2021	78,3	83,7	79,1	84,3	79,8	84,9
2022	78,5	83,8	79,2	84,4	80,0	85,0
2023	78,6	83,9	79,4	84,6	80,1	85,2
2024	78,8	84,0	79,6	84,7	80,3	85,3
2025	78,9	84,2	79,7	84,8	80,5	85,4
2026	79,1	84,3	79,9	84,9	80,7	85,6
2027	79,2	84,4	80,0	85,1	80,8	85,7
2028	79,4	84,5	80,2	85,2	81,0	85,8
2029	79,5	84,7	80,4	85,3	81,1	86,0
2030	79,7	84,8	80,5	85,5	81,3	86,1
2031	79,8	84,9	80,7	85,6	81,5	86,2

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.5 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Nouvelle-Écosse

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	76,4	81,4	76,5	81,5	76,6	81,6
2004	76,5	81,4	76,7	81,6	76,9	81,8
2005	76,5	81,5	76,9	81,7	77,2	82,0
2006	76,6	81,5	77,0	81,9	77,4	82,2
2007	76,7	81,6	77,2	82,0	77,6	82,4
2008	76,9	81,7	77,4	82,2	77,9	82,6
2009	77,0	81,9	77,6	82,3	78,1	82,7
2010	77,2	82,0	77,7	82,5	78,3	82,9
2011	77,4	82,2	77,9	82,6	78,5	83,1
2012	77,5	82,3	78,1	82,8	78,7	83,2
2013	77,7	82,4	78,3	82,9	78,9	83,4
2014	77,8	82,5	78,4	83,1	79,0	83,6
2015	78,0	82,7	78,6	83,2	79,2	83,7
2016	78,1	82,8	78,8	83,3	79,4	83,9
2017	78,3	82,9	78,9	83,5	79,6	84,0
2018	78,4	83,0	79,1	83,6	79,8	84,2
2019	78,6	83,2	79,3	83,7	79,9	84,3
2020	78,7	83,3	79,4	83,9	80,1	84,4
2021	78,9	83,4	79,6	84,0	80,3	84,6
2022	79,0	83,5	79,8	84,1	80,5	84,7
2023	79,2	83,7	79,9	84,3	80,6	84,9
2024	79,3	83,8	80,1	84,4	80,8	85,0
2025	79,5	83,9	80,2	84,5	80,9	85,1
2026	79,6	84,0	80,4	84,6	81,1	85,3
2027	79,7	84,1	80,5	84,8	81,3	85,4
2028	79,9	84,2	80,7	84,9	81,4	85,5
2029	80,0	84,4	80,8	85,0	81,6	85,6
2030	80,2	84,5	81,0	85,1	81,7	85,8
2031	80,3	84,6	81,1	85,3	81,9	85,9

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.6 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Nouveau-Brunswick

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	76,5	82,0	76,7	82,1	76,8	82,2
2004	76,6	82,1	76,8	82,2	77,0	82,4
2005	76,7	82,1	77,0	82,4	77,3	82,6
2006	76,7	82,2	77,1	82,5	77,5	82,8
2007	76,9	82,3	77,3	82,6	77,8	83,0
2008	77,0	82,4	77,5	82,8	78,0	83,2
2009	77,2	82,5	77,7	82,9	78,2	83,4
2010	77,3	82,6	77,9	83,1	78,4	83,5
2011	77,5	82,8	78,1	83,2	78,6	83,7
2012	77,7	82,9	78,2	83,4	78,8	83,9
2013	77,8	83,0	78,4	83,5	79,0	84,0
2014	78,0	83,2	78,6	83,7	79,2	84,2
2015	78,1	83,3	78,8	83,8	79,4	84,3
2016	78,3	83,4	78,9	83,9	79,6	84,5
2017	78,4	83,5	79,1	84,1	79,7	84,6
2018	78,6	83,7	79,3	84,2	79,9	84,8
2019	78,7	83,8	79,4	84,3	80,1	84,9
2020	78,9	83,9	79,6	84,5	80,3	85,0
2021	79,0	84,0	79,8	84,6	80,5	85,2
2022	79,2	84,1	79,9	84,7	80,6	85,3
2023	79,3	84,3	80,1	84,9	80,8	85,4
2024	79,5	84,4	80,2	85,0	81,0	85,6
2025	79,6	84,5	80,4	85,1	81,1	85,7
2026	79,8	84,6	80,5	85,2	81,3	85,8
2027	79,9	84,7	80,7	85,4	81,5	86,0
2028	80,0	84,8	80,9	85,5	81,6	86,1
2029	80,2	85,0	81,0	85,6	81,8	86,2
2030	80,3	85,1	81,2	85,7	81,9	86,4
2031	80,5	85,2	81,3	85,8	82,1	86,5

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.7 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Québec

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	76,7	82,0	76,8	82,1	76,9	82,2
2004	76,7	82,1	76,9	82,2	77,2	82,4
2005	76,8	82,1	77,1	82,4	77,4	82,6
2006	76,9	82,2	77,3	82,5	77,6	82,8
2007	77,0	82,3	77,4	82,6	77,9	83,0
2008	77,1	82,4	77,6	82,8	78,1	83,2
2009	77,3	82,5	77,8	82,9	78,3	83,4
2010	77,4	82,7	78,0	83,1	78,5	83,5
2011	77,6	82,8	78,2	83,2	78,7	83,7
2012	77,8	82,9	78,3	83,4	78,9	83,9
2013	77,9	83,0	78,5	83,5	79,1	84,0
2014	78,1	83,2	78,7	83,7	79,2	84,2
2015	78,2	83,3	78,8	83,8	79,4	84,3
2016	78,3	83,4	79,0	83,9	79,6	84,5
2017	78,5	83,5	79,2	84,1	79,8	84,6
2018	78,6	83,7	79,3	84,2	80,0	84,7
2019	78,8	83,8	79,5	84,3	80,1	84,9
2020	78,9	83,9	79,6	84,5	80,3	85,0
2021	79,1	84,0	79,8	84,6	80,5	85,2
2022	79,2	84,1	79,9	84,7	80,6	85,3
2023	79,4	84,3	80,1	84,9	80,8	85,4
2024	79,5	84,4	80,3	85,0	81,0	85,6
2025	79,7	84,5	80,4	85,1	81,1	85,7
2026	79,8	84,6	80,6	85,2	81,3	85,8
2027	79,9	84,7	80,7	85,4	81,4	86,0
2028	80,1	84,8	80,9	85,5	81,6	86,1
2029	80,2	85,0	81,0	85,6	81,7	86,2
2030	80,4	85,1	81,1	85,7	81,9	86,3
2031	80,5	85,2	81,3	85,8	82,0	86,4

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.8 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Ontario

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	77,7	82,2	77,8	82,3	77,9	82,4
2004	77,7	82,2	78,0	82,4	78,2	82,6
2005	77,8	82,3	78,1	82,5	78,4	82,8
2006	77,9	82,3	78,3	82,7	78,6	83,0
2007	78,0	82,4	78,4	82,8	78,9	83,2
2008	78,1	82,6	78,6	83,0	79,1	83,4
2009	78,3	82,7	78,8	83,1	79,3	83,5
2010	78,4	82,8	79,0	83,3	79,5	83,7
2011	78,6	83,0	79,1	83,4	79,7	83,8
2012	78,7	83,1	79,3	83,5	79,8	84,0
2013	78,9	83,2	79,5	83,7	80,0	84,1
2014	79,0	83,3	79,6	83,8	80,2	84,3
2015	79,2	83,4	79,8	84,0	80,4	84,4
2016	79,3	83,6	79,9	84,1	80,5	84,6
2017	79,5	83,7	80,1	84,2	80,7	84,7
2018	79,6	83,8	80,3	84,3	80,9	84,9
2019	79,8	83,9	80,4	84,5	81,1	85,0
2020	79,9	84,0	80,6	84,6	81,2	85,1
2021	80,0	84,2	80,7	84,7	81,4	85,3
2022	80,2	84,3	80,9	84,9	81,5	85,4
2023	80,3	84,4	81,0	85,0	81,7	85,5
2024	80,5	84,5	81,2	85,1	81,9	85,7
2025	80,6	84,6	81,3	85,2	82,0	85,8
2026	80,7	84,7	81,5	85,4	82,2	85,9
2027	80,9	84,9	81,6	85,5	82,3	86,1
2028	81,0	85,0	81,7	85,6	82,5	86,2
2029	81,1	85,1	81,9	85,7	82,6	86,3
2030	81,3	85,2	82,0	85,8	82,8	86,4
2031	81,4	85,3	82,2	85,9	82,9	86,5

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.



Tableau A.9 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Manitoba

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	76,1	81,2	76,2	81,3	76,3	81,4
2004	76,2	81,2	76,4	81,4	76,6	81,6
2005	76,2	81,3	76,6	81,6	76,9	81,8
2006	76,3	81,3	76,7	81,7	77,2	82,1
2007	76,4	81,4	76,9	81,9	77,4	82,3
2008	76,6	81,6	77,1	82,0	77,6	82,5
2009	76,7	81,7	77,3	82,2	77,9	82,6
2010	76,9	81,9	77,5	82,4	78,1	82,8
2011	77,1	82,0	77,7	82,5	78,3	83,0
2012	77,3	82,2	77,9	82,7	78,5	83,2
2013	77,5	82,3	78,1	82,8	78,7	83,3
2014	77,6	82,4	78,3	83,0	78,9	83,5
2015	77,8	82,6	78,5	83,1	79,1	83,7
2016	77,9	82,7	78,6	83,3	79,3	83,8
2017	78,1	82,8	78,8	83,4	79,5	84,0
2018	78,3	83,0	79,0	83,6	79,7	84,1
2019	78,4	83,1	79,2	83,7	79,9	84,3
2020	78,6	83,2	79,3	83,8	80,1	84,4
2021	78,7	83,3	79,5	84,0	80,2	84,6
2022	78,9	83,5	79,7	84,1	80,4	84,7
2023	79,1	83,6	79,8	84,3	80,6	84,9
2024	79,2	83,7	80,0	84,4	80,8	85,0
2025	79,4	83,9	80,2	84,5	80,9	85,2
2026	79,5	84,0	80,3	84,7	81,1	85,3
2027	79,7	84,1	80,5	84,8	81,3	85,4
2028	79,8	84,2	80,7	84,9	81,4	85,6
2029	80,0	84,4	80,8	85,0	81,6	85,7
2030	80,1	84,5	81,0	85,2	81,8	85,8
2031	80,3	84,6	81,1	85,3	81,9	86,0

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.10 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Saskatchewan

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	76,3	81,9	76,4	82,0	76,6	82,1
2004	76,4	82,0	76,6	82,1	76,9	82,3
2005	76,5	82,0	76,8	82,3	77,1	82,6
2006	76,5	82,1	77,0	82,4	77,4	82,8
2007	76,7	82,2	77,2	82,6	77,6	83,0
2008	76,8	82,3	77,4	82,7	77,9	83,2
2009	77,0	82,4	77,6	82,9	78,1	83,3
2010	77,2	82,6	77,8	83,1	78,3	83,5
2011	77,3	82,7	77,9	83,2	78,5	83,7
2012	77,5	82,9	78,1	83,4	78,7	83,8
2013	77,7	83,0	78,3	83,5	78,9	84,0
2014	77,8	83,1	78,5	83,7	79,1	84,2
2015	78,0	83,3	78,7	83,8	79,3	84,3
2016	78,2	83,4	78,9	83,9	79,5	84,5
2017	78,3	83,5	79,0	84,1	79,7	84,6
2018	78,5	83,6	79,2	84,2	79,9	84,8
2019	78,6	83,8	79,4	84,4	80,1	84,9
2020	78,8	83,9	79,6	84,5	80,3	85,1
2021	79,0	84,0	79,7	84,6	80,5	85,2
2022	79,1	84,1	79,9	84,8	80,6	85,4
2023	79,3	84,3	80,1	84,9	80,8	85,5
2024	79,4	84,4	80,2	85,0	81,0	85,6
2025	79,6	84,5	80,4	85,2	81,2	85,8
2026	79,7	84,6	80,5	85,3	81,3	85,9
2027	79,9	84,8	80,7	85,4	81,5	86,0
2028	80,0	84,9	80,9	85,5	81,7	86,2
2029	80,2	85,0	81,0	85,7	81,8	86,3
2030	80,3	85,1	81,2	85,8	82,0	86,4
2031	80,5	85,2	81,3	85,9	82,1	86,5

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.11 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Alberta

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	77,4	82,1	77,5	82,2	77,6	82,3
2004	77,5	82,2	77,7	82,4	77,9	82,6
2005	77,5	82,2	77,9	82,5	78,2	82,8
2006	77,6	82,3	78,0	82,7	78,5	83,0
2007	77,7	82,4	78,2	82,8	78,7	83,2
2008	77,9	82,5	78,4	83,0	78,9	83,4
2009	78,1	82,7	78,6	83,1	79,1	83,6
2010	78,2	82,8	78,8	83,3	79,3	83,7
2011	78,4	83,0	79,0	83,4	79,5	83,9
2012	78,6	83,1	79,2	83,6	79,7	84,1
2013	78,7	83,2	79,3	83,7	79,9	84,2
2014	78,9	83,4	79,5	83,9	80,1	84,4
2015	79,0	83,5	79,7	84,0	80,3	84,5
2016	79,2	83,6	79,9	84,2	80,5	84,7
2017	79,3	83,7	80,0	84,3	80,7	84,9
2018	79,5	83,9	80,2	84,4	80,9	85,0
2019	79,7	84,0	80,4	84,6	81,0	85,1
2020	79,8	84,1	80,5	84,7	81,2	85,3
2021	80,0	84,2	80,7	84,9	81,4	85,4
2022	80,1	84,4	80,9	85,0	81,6	85,6
2023	80,3	84,5	81,0	85,1	81,7	85,7
2024	80,4	84,6	81,2	85,3	81,9	85,9
2025	80,6	84,7	81,3	85,4	82,1	86,0
2026	80,7	84,9	81,5	85,5	82,2	86,1
2027	80,8	85,0	81,6	85,6	82,4	86,2
2028	81,0	85,1	81,8	85,8	82,5	86,4
2029	81,1	85,2	81,9	85,9	82,7	86,5
2030	81,3	85,3	82,1	86,0	82,9	86,6
2031	81,4	85,5	82,2	86,1	83,0	86,8

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.12 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Colombie-Britannique

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	78,2	83,0	78,3	83,1	78,4	83,2
2004	78,3	83,1	78,5	83,2	78,7	83,4
2005	78,3	83,1	78,6	83,4	78,9	83,6
2006	78,4	83,2	78,8	83,5	79,2	83,8
2007	78,5	83,3	79,0	83,6	79,4	84,0
2008	78,6	83,4	79,1	83,8	79,6	84,2
2009	78,8	83,5	79,3	83,9	79,8	84,3
2010	79,0	83,6	79,5	84,1	80,0	84,5
2011	79,1	83,8	79,7	84,2	80,2	84,7
2012	79,3	83,9	79,8	84,4	80,4	84,8
2013	79,4	84,0	80,0	84,5	80,6	85,0
2014	79,6	84,1	80,2	84,6	80,8	85,1
2015	79,7	84,3	80,3	84,8	80,9	85,3
2016	79,9	84,4	80,5	84,9	81,1	85,4
2017	80,0	84,5	80,7	85,0	81,3	85,5
2018	80,2	84,6	80,8	85,2	81,5	85,7
2019	80,3	84,7	81,0	85,3	81,6	85,8
2020	80,5	84,9	81,1	85,4	81,8	86,0
2021	80,6	85,0	81,3	85,6	82,0	86,1
2022	80,7	85,1	81,5	85,7	82,1	86,2
2023	80,9	85,2	81,6	85,8	82,3	86,4
2024	81,0	85,3	81,8	85,9	82,4	86,5
2025	81,2	85,4	81,9	86,0	82,6	86,6
2026	81,3	85,6	82,0	86,2	82,8	86,7
2027	81,4	85,7	82,2	86,3	82,9	86,9
2028	81,6	85,8	82,3	86,4	83,1	87,0
2029	81,7	85,9	82,5	86,5	83,2	87,1
2030	81,8	86,0	82,6	86,6	83,4	87,2
2031	82,0	86,1	82,8	86,7	83,5	87,4

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.13 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Yukon

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	74,9	79,7	75,0	79,8	75,1	79,8
2004	75,0	79,7	75,2	79,9	75,4	80,1
2005	75,0	79,8	75,3	80,0	75,6	80,3
2006	75,1	79,8	75,5	80,2	75,9	80,5
2007	75,2	79,9	75,7	80,3	76,1	80,7
2008	75,3	80,0	75,8	80,4	76,3	80,8
2009	75,5	80,2	76,0	80,6	76,5	81,0
2010	75,7	80,3	76,2	80,7	76,7	81,2
2011	75,8	80,4	76,4	80,9	76,9	81,3
2012	76,0	80,6	76,5	81,0	77,1	81,5
2013	76,1	80,7	76,7	81,2	77,3	81,6
2014	76,3	80,8	76,9	81,3	77,4	81,8
2015	76,4	80,9	77,0	81,4	77,6	81,9
2016	76,5	81,0	77,2	81,6	77,8	82,0
2017	76,7	81,2	77,3	81,7	78,0	82,2
2018	76,8	81,3	77,5	81,8	78,1	82,3
2019	77,0	81,4	77,6	81,9	78,3	82,5
2020	77,1	81,5	77,8	82,1	78,5	82,6
2021	77,3	81,6	78,0	82,2	78,6	82,7
2022	77,4	81,7	78,1	82,3	78,8	82,9
2023	77,5	81,9	78,3	82,4	78,9	83,0
2024	77,7	82,0	78,4	82,6	79,1	83,1
2025	77,8	82,1	78,5	82,7	79,2	83,3
2026	78,0	82,2	78,7	82,8	79,4	83,4
2027	78,1	82,3	78,8	82,9	79,5	83,5
2028	78,2	82,4	79,0	83,0	79,7	83,6
2029	78,4	82,5	79,1	83,2	79,8	83,7
2030	78,5	82,6	79,3	83,3	80,0	83,9
2031	78,6	82,8	79,4	83,4	80,1	84,0

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.14 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Territoires du Nord-Ouest

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	74,9	79,7	75,0	79,8	75,1	79,8
2004	75,0	79,7	75,2	79,9	75,4	80,1
2005	75,0	79,8	75,3	80,0	75,6	80,3
2006	75,1	79,8	75,5	80,2	75,9	80,5
2007	75,2	79,9	75,7	80,3	76,1	80,7
2008	75,3	80,0	75,8	80,4	76,3	80,8
2009	75,5	80,2	76,0	80,6	76,5	81,0
2010	75,7	80,3	76,2	80,7	76,7	81,2
2011	75,8	80,4	76,4	80,9	76,9	81,3
2012	76,0	80,6	76,5	81,0	77,1	81,5
2013	76,1	80,7	76,7	81,2	77,3	81,6
2014	76,3	80,8	76,9	81,3	77,4	81,8
2015	76,4	80,9	77,0	81,4	77,6	81,9
2016	76,5	81,0	77,2	81,6	77,8	82,0
2017	76,7	81,2	77,3	81,7	78,0	82,2
2018	76,8	81,3	77,5	81,8	78,1	82,3
2019	77,0	81,4	77,6	81,9	78,3	82,5
2020	77,1	81,5	77,8	82,1	78,5	82,6
2021	77,3	81,6	78,0	82,2	78,6	82,7
2022	77,4	81,7	78,1	82,3	78,8	82,9
2023	77,5	81,9	78,3	82,4	78,9	83,0
2024	77,7	82,0	78,4	82,6	79,1	83,1
2025	77,8	82,1	78,5	82,7	79,2	83,3
2026	78,0	82,2	78,7	82,8	79,4	83,4
2027	78,1	82,3	78,8	82,9	79,5	83,5
2028	78,2	82,4	79,0	83,0	79,7	83,6
2029	78,4	82,5	79,1	83,2	79,8	83,7
2030	78,5	82,6	79,3	83,3	80,0	83,9
2031	78,6	82,8	79,4	83,4	80,1	84,0

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

Tableau A.15 : Espérance de vie à la naissance projetée entre 2003 et 2031, avec le *common factor model* et son intervalle de confiance à 95 %, selon le sexe, Nunavut

Année de calendrier	IC 95 % Borne inférieure		Eo projeté avec le <i>common factor model</i>		IC 95 % Borne supérieure	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
2003	67,2	71,5	67,3	71,5	67,4	71,6
2004	67,2	71,5	67,4	71,7	67,6	71,8
2005	67,3	71,5	67,6	71,8	67,8	72,0
2006	67,4	71,6	67,7	71,9	68,1	72,2
2007	67,5	71,7	67,9	72,0	68,2	72,3
2008	67,6	71,8	68,0	72,1	68,4	72,5
2009	67,7	71,9	68,2	72,3	68,6	72,6
2010	67,9	72,0	68,3	72,4	68,8	72,8
2011	68,0	72,1	68,5	72,5	69,0	72,9
2012	68,1	72,3	68,6	72,7	69,1	73,1
2013	68,3	72,4	68,8	72,8	69,3	73,2
2014	68,4	72,5	68,9	72,9	69,4	73,3
2015	68,5	72,6	69,1	73,0	69,6	73,5
2016	68,7	72,7	69,2	73,1	69,8	73,6
2017	68,8	72,8	69,4	73,3	69,9	73,7
2018	68,9	72,9	69,5	73,4	70,1	73,8
2019	69,0	73,0	69,6	73,5	70,2	74,0
2020	69,2	73,1	69,8	73,6	70,4	74,1
2021	69,3	73,2	69,9	73,7	70,5	74,2
2022	69,4	73,3	70,1	73,8	70,7	74,3
2023	69,6	73,4	70,2	73,9	70,8	74,4
2024	69,7	73,5	70,3	74,1	70,9	74,6
2025	69,8	73,6	70,5	74,2	71,1	74,7
2026	69,9	73,7	70,6	74,3	71,2	74,8
2027	70,0	73,8	70,7	74,4	71,3	74,9
2028	70,2	73,9	70,8	74,5	71,5	75,0
2029	70,3	74,0	71,0	74,6	71,6	75,1
2030	70,4	74,1	71,1	74,7	71,7	75,2
2031	70,5	74,2	71,2	74,8	71,9	75,3

IC 95 % signifie intervalle de confiance à 95 %.

