

Université de Montréal

**Utilisation de la violation CP dans la désintégration $B \rightarrow \rho\pi$ pour la recherche de
nouvelle physique**

par

Véronique Pagé

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

**Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)
en physique**

Septembre, 2004

©Véronique Pagé, 2004



AVIS

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

**Utilisation de la violation CP dans la désintégration $B \rightarrow \rho\pi$ pour la recherche de
nouvelle physique**

présenté par:

Véronique Pagé

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

M. Claude Leroy,	président-rapporteur
M. David London,	directeur de recherche
M. Richard B. MacKenzie,	membre du jury

Mémoire accepté le:

Résumé

Ce mémoire présente les possibilités de détection de nouvelle physique dans le courant neutre changeant de saveur à l'aide de la désintégration $B \rightarrow \rho\pi$. Le premier chapitre est un survol de la violation CP telle qu'elle a été découverte et incluse dans le Modèle Standard (MS). Par la suite, on montre comment on peut utiliser la violation CP dans les désintégrations $B \rightarrow \pi\pi$ et $B \rightarrow \rho\pi$ pour mesurer la phase faible α . Il apparaît qu'il est possible dans $B \rightarrow \rho\pi$, contrairement à dans $B \rightarrow \pi\pi$, de mesurer 2α sans ambiguïtés discrètes, et ce grâce à l'analyse Dalitz. On explique par la suite la méthode de détection de nouvelle physique à l'aide des désintégrations $b \rightarrow d$ proposée en 1999 par London, Sinha et Sinha, méthode qui nécessite la mesure de la violation CP et celle de α . Puisque 2α est obtenu sans ambiguïté dans $B \rightarrow \rho\pi$, on propose, et c'est là le but de la présente étude, d'appliquer cette méthode à $B \rightarrow \rho\pi$. Deux articles formant le coeur de ce mémoire présentent cette étude. Il est montré qu'en calculant un certain rapport de paramètres hadroniques $|P/T|$ en factorisation QCD, on peut tester si les mesures d'asymétries CP à venir dans $B \rightarrow \rho\pi$ concordent avec la description de la violation CP offerte par le MS. On constate finalement que le critère proposé est d'une efficacité de détection appréciable, principalement grâce à l'absence d'ambiguïtés discrètes sur 2α .

Mots clés

Physique du B , Violation CP, Nouvelle physique, $B \rightarrow \rho\pi$, phase faible α , analyse Dalitz, courant neutre changeant de saveur, phénoménologie.

Abstract

This Master's thesis explains how $B \rightarrow \rho\pi$ can be used to detect new physics in the flavour changing neutral current. In the first chapter, we briefly review the discovery and inclusion of CP violation in the actual Standard Model (SM). Extraction of the weak phase α using $B \rightarrow \pi\pi$ and $B \rightarrow \rho\pi$ is then explained. It appears that $B \rightarrow \rho\pi$ holds a strong advantage over $B \rightarrow \pi\pi$ in this extraction : using a Dalitz plot analysis, it allows one to obtain 2α free of any discrete ambiguities. The following chapter presents the new physics detection method using $b \rightarrow d$ decays proposed by London, Sinha and Sinha in 1999. This method necessitates measures of CP asymmetries and α . As α is obtained unambiguously within $B \rightarrow \rho\pi$, we propose here to use this method in $B \rightarrow \rho\pi$. The two articles that are at the very heart of the present study explain the method and shows the results obtained within $B \rightarrow \rho\pi$. It is shown that by comparing the value of a certain combination of hadronic parameters, as obtained with QCD factorisation, with its soon-to-come measured value, we can detect whether this measure points to new physics or not. We finally conclude that the detection efficiency of $B \rightarrow \rho\pi$ is quite interesting, mainly due to the absence of ambiguities on 2α .

Key Words

B Physics, CP violation, New physics, $B \rightarrow \rho\pi$, weak phase α , Dalitz plot analysis, flavour changing neutral current, phenomenology.

Table des matières

Table des matières	iii
Liste des tableaux	vii
Liste des figures	viii
Introduction	1
Chapitre 1 : Violation CP et phénoménologie du B	3
1.1 Violation CP et systèmes de mésons neutres	3
1.1.1 Violation CP directe	4
1.1.2 Mésons neutres et mélange de masse	4
1.1.3 Violations CP de mélange et violation CP indirecte	7

1.2	Découverte de la violation CP et inclusion dans le MS	8
1.2.1	Un bref historique	9
1.2.2	Matrice CKM	10
1.2.3	Violation CP dans le MS	13
1.3	Violation CP dans les B et prédiction du MS	15
1.3.1	Prédiction du MS sur la violation CP de mélange	15
1.3.2	Observables expérimentales	17
1.3.3	Extraction des phases faibles	18
Chapitre 2 : Extraction de α avec $B \rightarrow \pi\pi$ et $B \rightarrow \rho\pi$		21
2.1	Désintégrations $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$	21
2.2	Extraction de α avec $B \rightarrow \pi\pi$	24
2.3	Extraction de α avec $B \rightarrow \rho\pi$	28
Chapitre 3 : Détection de nouvelle physique		31

3.1	Paramétrisation de la nouvelle physique dans $b \rightarrow d$	31
3.2	Détection de la nouvelle physique avec $B \rightarrow \pi\pi$	32
3.2.1	Ambiguïté CKM et impossibilité de mesurer la nouvelle physique	33
3.2.2	Détection de la nouvelle physique	35
3.3	Détection de la nouvelle physique avec $B \rightarrow \rho\pi$: intérêt et potentiel . . .	37
 Chapitre 4 : Détection de nouvelle physique à l'aide de la violation CP dans		
	$B \rightarrow \rho\pi$	39
4.1	Introduction	40
4.2	$B \rightarrow \pi\pi$	42
4.2.1	$B \rightarrow \pi\pi$ without New Physics	42
4.2.2	$B \rightarrow \pi\pi$ with New Physics	43
4.3	$B \rightarrow \rho\pi$	45
4.3.1	$B \rightarrow \rho\pi$ without New Physics	45
4.3.2	$B \rightarrow \rho\pi$ with New Physics	46

4.3.3	Sensitivity to NP	48
4.4	Conclusion	49
Chapitre 5 : Violation CP dans $B \rightarrow \rho\pi$: signaux de nouvelle physique		51
Conclusion		61
Bibliographie		63

Liste des tableaux

- 1-1 Contenu en quarks des B et des K . Les B (K) d'une même ligne sont conjugués CP ; les B (K) d'une même colonne forment un doublet d'isospin. On remarque que les mésons neutres ne peuvent être distingués par la force faible 5

Liste des figures

1-1	Triangle unitaire	11
1-2	Élément de matrice CKM apparaissant à un vertex d'un diagramme de Feynman. Si cet élément est complexe, la phase faible du diagramme sera non-nulle.	12
1-3	Diagramme en boîte décrivant le mélange B^0 - \bar{B}^0 . Les diagrammes en boîtes avec u ou c comme quark interne sont négligeables devant celui contenant un t	16
1-4	Diagramme dominant de $B \rightarrow \psi K_S$	19
2-1	Diagramme en arbre et diagramme pingouin	23
2-2	Triangles formés des amplitudes (lignes pointillées) et des anti-amplitudes (lignes pleines) dans l'espace (complexe) d'isospin	26
4-1	Unitarity triangle, with weak phases definitions	41
4-2	Tree and penguin amplitudes	43

-
- 4-3 Isospin triangles. 2α appears at two places ; one (between the T diagrams of A^{+-} and \bar{A}^{+-}) would be difficult to obtain, while the other one is obtained through simple geometrical means. 44
- 4-4 Regions in $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$ ($i = +-, -+$) parameter space consistent with the actual (conservative) QCD factorization prediction on $|P^i/T^i|$. 2α is assumed to be known up to a 2-fold ambiguity ; should it be obtained unambiguously, only the left-hand region would remain. 49
- 5-1 Regions in $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$ ($i = +-, -+$) parameter space consistent with the actual (conservative) QCD factorization prediction on $|P^i/T^i|$. 2α is assumed to be known up to a 2-fold ambiguity ; should it be obtained unambiguously, only the left-hand region would remain. 59

Je voudrais d'abord remercier David London, qui a supervisé pendant deux ans le travail ayant mené à la rédaction de ce mémoire. Travailler avec David, en plus d'être un plaisir, a été particulièrement enrichissant. Ses conseils, tant sur la physique elle-même que sur la recherche et le milieu académique, n'ont cessé de m'être utiles et le seront sans doute pour longtemps encore.

Merci ensuite à M. Claude Leroy pour ses nombreux conseils et coups de main, plus souvent qu'autrement donnés debout dans le couloir.

Merci aussi aux deux autres membres du "triangle théorique" pour avoir formé pendant un an une équipe fort agréable et à Maxime Imbeault pour avoir été l'année suivante un partenaire de travail stimulant et professionnel. Et merci enfin à M. Mercure, pour s'être proposé pour la suite des choses.

Introduction

En 1964, Christenson, Cronin, Fitch et Turlay [1] observent un phénomène sans précédent : le kaon neutre au long temps de vie, le K_L , se désintègre vers les états à deux pions, tout comme son "frère", le K_S au court temps de vie, le faisait déjà. En soit, la nouvelle peut paraître banale, mais quiconque connaît le K_L et le K_S sait que cette observation est en fait la découverte d'un phénomène beaucoup plus fondamental : la violation de la conjugaison de la charge-parité, ou violation CP. Après cette découverte, c'est notre vision même de ce que sont la matière et l'anti-matière qui est bouleversée. Si CP n'est pas conservée, cela signifie qu'une particule et son anti-particule ne sont pas simplement des images-miroirs l'une de l'autre : elles sont *fondamentalement et intrinsèquement* différentes. C'est dire que l'on peut distinguer, *absolument*, entre une particule et son anti-particule (du moins dans certains cas) et que particule et anti-particule ne sont plus que des définitions relatives. Le choc est majeur, et l'on peut affirmer sans risque que l'univers de la physique des hautes énergies n'a pas fini d'en mesurer l'ampleur.

Ceci étant dit, c'est rapidement, en 1973, que cette information "choquante" est intégrée au Modèle Standard (MS) par l'ajout d'un paramètre, d'après la suggestion de Kobayashi et Maskawa [2]. Mais comment savoir, après une seule observation dans un seul système, si la description proposée, qui n'ajoute qu'un paramètre, est bien la description adéquate ? Dans le MS, la violation CP est causée par la présence d'une quantité complexe dans la matrice de mélange des quarks, la matrice de Cabibbo, Kobayashi et Maskawa (CKM). Cette *phase faible*, comme toute autre phase, n'est pas mesurable directement mais peut causer des effets d'interférence qui apparaîtront comme de la violation CP dans certaines désintégrations. Mais justement, les désintégrations de K_L et

K_S ne sont pas les seules à faire intervenir la phase faible ; certaines désintégrations de B le font aussi. On a eu tôt fait de réaliser l'importance d'étudier les désintégrations de B afin de *tester* la description de la violation CP offerte par le MS. À la fin des années 1990, les expériences BABAR et BELLE ont détecté pour la première fois un signal de violation CP dans le système des B . Mais l'explication du MS, même si elle devait être pleinement confirmée, ne peut justifier l'immense asymétrie matière/anti-matière observée dans l'Univers. On comprend donc facilement l'engouement suscité par ces expériences.

Le travail proposé ici s'inscrit dans ces efforts de tester la validité de la description du MS de la violation CP. On tentera plus précisément de vérifier s'il serait possible, avec la désintégration de $B \rightarrow \rho\pi$, de détecter la présence de physique hors du Modèle Standard. Un premier chapitre présente une description générale de la violation CP dans le Modèle Standard. L'emphase est rapidement mise sur la phénoménologie des B , mais on mentionne tout de même au passage les caractéristiques importantes du système des kaons. Les deux chapitres suivants s'emploient à décrire d'abord les possibilités d'extraction d'une phase faible avec $B \rightarrow \pi\pi$ et $B \rightarrow \rho\pi$ (un pré-requis essentiel à la détection de nouvelle physique) puis la détection de nouvelle physique avec $B \rightarrow \pi\pi$, qui sert d'introduction à la détection avec $B \rightarrow \rho\pi$. Suivront les deux chapitres centraux du mémoire, contenant deux articles (dont je suis l'auteure ou la co-auteure) décrivant la détection de nouvelle physique à l'aide de $B \rightarrow \rho\pi$. Ces deux articles expliqueront en détail la méthode de détection proposée de même que l'efficacité et les avantages de $B \rightarrow \rho\pi$ dans cette détection. On conclura cette étude par un résumé de ses enjeux et de son importance.

Chapitre 1

Violation CP et phénoménologie du B

1.1 Violation CP et systèmes de mésons neutres

L'opération CP, pour conjugaison de charge-parité, est l'opération qui transforme une particule en son anti-particule. Pour une particule P quelconque,

$$CP|P\rangle = |\bar{P}\rangle . \quad (1.1)$$

La conservation de CP est une hypothèse selon laquelle tout processus $A(i \rightarrow f)$ a la même probabilité de se produire que son anti-processus $\bar{A} \equiv A(\bar{i} \rightarrow \bar{f})$, c'est-à-dire que

$$|A|^2 = |\bar{A}|^2 . \quad (1.2)$$

La violation CP, on l'a dit en introduction, a été observée pour la première fois en 1964 dans le système des kaons neutres. L'explication de Kobayashi et Maskawa n'a été fournie que plusieurs années plus tard, en 1973 [2]. Étudions donc d'abord la violation CP et les systèmes de mésons neutres (comme les kaons) indépendamment du MS.

1.1.1 Violation CP directe

Directement de l'équation (1.2), on voit que de la violation CP apparaît si :

$$|A|^2 \neq |\bar{A}|^2 . \quad (1.3)$$

Ce type de violation CP, qui se produit directement dans la désintégration, s'appelle *violation CP directe*. Elle peut se produire tant dans les mésons neutres que dans les mésons chargés.

1.1.2 Mésons neutres et mélange de masse

Les deux types de violation CP suivants ne peuvent apparaître que dans les mésons neutres. Voyons pourquoi. Considérons un méson neutre, P^0 , distinct de son anti-particule, \bar{P}^0 , par un seul nombre quantique interne. Par exemple, P^0 pourrait justement être K^0 , qui ne se distingue de \bar{K}^0 que par son nombre d'étrangeté, ou un B^0 , qui se distingue de \bar{B}^0 par le nombre de beauté seulement. Le nombre quantique qui permet de différencier P^0 et \bar{P}^0 est conservé par les forces fortes et électro-magnétiques, mais pas par la force faible. Il est donc possible d'avoir un processus faible qui transforme P^0 en \bar{P}^0 , soit directement, soit en passant par un état intermédiaire commun. On appelle *mélange de masse* ce phénomène. En général, le mélange de masse est décrit par l'évolution de l'état

$$|\Psi\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle + \sum_i c_i n_i \quad (1.4)$$

où les n_i sont les états vers lesquels P^0 et \bar{P}^0 peuvent tous deux se désintégrer. L'évolution temporelle de $|\Psi\rangle$ sera donnée par :

$$i \frac{d}{dt} |\Psi\rangle = H |\Psi\rangle \quad (1.5)$$

$B^0 : \bar{b}d$	$\bar{B}^0 : b\bar{d}$	$K^0 : \bar{s}d$	$\bar{K}^0 : s\bar{d}$
$B^+ : \bar{b}u$	$B^- : b\bar{u}$	$K^+ : \bar{s}u$	$\bar{K}^- : s\bar{u}$

TABLEAU 1-1: Contenu en quarks des B et des K . Les B (K) d'une même ligne sont conjugués CP; les B (K) d'une même colonne forment un doublet d'isospin. On remarque que les mésons neutres ne peuvent être distingués par la force faible

où H est l'hamiltonien (général) de la désintégration. La description exacte de cet état, en plus d'être inutile à notre propos, demanderait un contrôle théorique parfait des interactions fortes. On utilise donc plutôt l'approximation suivante pour H :

$$H = H_0 + H_1 \quad (1.6)$$

où H_0 ne mélange pas P^0 et \bar{P}^0 (P^0 et \bar{P}^0 sont états propres de H_0) alors qu' H_1 les mélange. On utilisera la théorie des perturbations pour calculer les états propres de H , considérant H_1 comme une perturbation de H_0 . De plus, comme on ne s'intéresse ici qu'à l'évolution de $|P^0\rangle$ et $|\bar{P}^0\rangle$, on peut utiliser l'approximation de Wigner-Weisskopf [3,4]¹. Dans cette description simplifiée, $|\psi\rangle$ est donné par² :

$$|\psi\rangle = \psi_1|P^0\rangle + \psi_2|\bar{P}^0\rangle . \quad (1.7)$$

et son évolution temporelle est

$$i\frac{d}{dt}|\psi\rangle = \mathbf{R}|\psi\rangle ,$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{M} - \frac{i}{2}\Gamma . \quad (1.8)$$

¹L'approximation de Wigner-Weisskopf s'applique lorsqu'on considère qu'à $t = 0$, seuls $a(t)$ et $b(t)$ sont non-nuls, qu'on ne cherche à déterminer que $a(t)$ et $b(t)$ et que les temps que l'on considère sont beaucoup plus grands que l'échelle typique des interactions fortes. Toutes ces conditions sont rencontrées ici.

²Une dérivation détaillée est donnée dans réf [5]

où M et Γ sont des matrices hermitiennes. Dans les approximations mentionnées, M et Γ sont :

$$\begin{aligned} M_{ij} &= m_0 \delta_{ij} + \langle i|H_1|j \rangle + \sum_n \frac{\langle i|H_1|n \rangle \langle n|H_1|j \rangle}{m_0 - E_n} \\ \Gamma_{ij} &= 2\pi \sum_n \delta(m_0 - E_n) \langle i|H_1|n \rangle \langle n|H_1|j \rangle, \end{aligned} \quad (1.9)$$

avec $i, j = P^0, \bar{P}^0$. Les états n , d'énergie E_n , sont des états intermédiaires accessibles à la fois à P^0 et \bar{P}^0 et qui, de ce fait, permettent une transition $P^0 - \bar{P}^0$. De plus, m_0 est la masse de P^0 et \bar{P}^0 ³

Comme P^0 et \bar{P}^0 oscillent, ils ne sont pas états propres de R . Appelons P_a et P_b ces états propres ; on peut les écrire comme :

$$\begin{aligned} |P_a\rangle &= p_a |P^0\rangle + q_a |\bar{P}^0\rangle \\ |P_b\rangle &= p_b |P^0\rangle - q_b |\bar{P}^0\rangle, \end{aligned} \quad (1.10)$$

et on définit leurs valeurs propres complexes (puisque R n'est pas hermitienne) μ_a et μ_b :

$$\begin{aligned} \mu_a &= m_a - \frac{i}{2} \Gamma_a \\ \mu_b &= m_b - \frac{i}{2} \Gamma_b. \end{aligned} \quad (1.11)$$

P_a et P_b étant états propres de \mathbf{R} , ils ont une évolution temporelle bien définie :

$$\begin{aligned} |P_a(t)\rangle &= e^{i\mu_a t} |P_a\rangle = e^{-im_a t} e^{\Gamma_a t/2} |P_a\rangle \\ |P_b(t)\rangle &= e^{i\mu_b t} |P_b\rangle = e^{-im_b t} e^{\Gamma_b t/2} |P_b\rangle. \end{aligned} \quad (1.12)$$

On voit ici clairement que $m_{a(b)}$ et $\Gamma_{a(b)}$ sont respectivement les masses et les largeurs de désintégration (*decay widths*) de $P_{a(b)}$. De façon générale, les valeurs propres de \mathbf{R} sont simplement

$$\mu_{a,b} = \frac{R_{11} + R_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(R_{11} - R_{22})^2}{4} - R_{12}R_{21}}. \quad (1.13)$$

³Si P_a et P_b , les états *physiques*, n'ont pas la même masse, P^0 et \bar{P}^0 , les états propres de H_0 , ont eux une seule masse commune, m_0 .

On n'étudiera que le cas invariant sous CPT dans le présent mémoire. On peut montrer que cette invariance impose :

$$M_{11} = M_{22} \quad (1.14)$$

$$\Gamma_{11} = \Gamma_{22} . \quad (1.15)$$

Dans ce cas, la diagonalisation de \mathbf{R} permet d'obtenir que

$$\begin{aligned} p_a &= p_b \equiv p \\ q_a &= q_b \equiv q \\ \frac{q}{p} &= \sqrt{\frac{2M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*}{2M_{12} - i\Gamma_{12}}} \end{aligned} \quad (1.16)$$

et les deux états propres de masse sont alors :

$$\begin{aligned} |P_a\rangle &= p|P^0\rangle + q|\bar{P}^0\rangle \\ |P_b\rangle &= p|P^0\rangle - q|\bar{P}^0\rangle . \end{aligned} \quad (1.17)$$

1.1.3 Violations CP de mélange et violation CP indirecte

De la même façon qu'on a procédé précédemment pour CPT, on peut vérifier les conditions imposées par la conservation de CP sur la matrice \mathbf{R} . On peut montrer que l'invariance CP nécessite que

$$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{M}_{12}^* \quad (1.18)$$

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{12}^* \quad (1.19)$$

c'est-à-dire que les éléments non-diagonaux soient réels. Ceci impose sur p et q , par 1.16, que

$$\frac{q}{p} = 1 \quad (1.20)$$

et donc les états de masse deviennent simplement

$$\begin{aligned} |P_a\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|P^0\rangle + |\bar{P}^0\rangle) \\ |P_b\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|P^0\rangle - |\bar{P}^0\rangle) , \end{aligned} \quad (1.21)$$

où on a normalisé les états. Lorsque cette condition n'est pas respectée, on a alors *violation CP de mélange*, c'est-à-dire de la violation CP causée par le mélange de masse. Évidemment, une telle sorte de violation CP ne pourrait pas se produire dans les mésons chargés.

Enfin, il peut arriver qu'il soit possible tant pour P^0 et \bar{P}^0 de se désintégrer vers un certain état commun. Il existe alors deux façons pour un P^0 [\bar{P}^0] d'atteindre cet état : directement en se désintégrant, ou en passant d'abord par le \bar{P}^0 [P^0] qui lui se désintègrera vers l'état final. C'est l'interférence entre ces deux amplitudes qui est la cause de la *violation CP indirecte*. Définissant le paramètre λ :

$$\lambda_f \equiv \frac{q \bar{A}_f}{p A_f} , \quad (1.22)$$

on peut montrer⁴ que l'invariance CP nécessite :

$$\lambda_f = \frac{1}{\lambda_{\bar{f}}} . \quad (1.23)$$

1.2 Découverte de la violation CP et inclusion dans le MS

Maintenant que l'on connaît les trois types de violation CP possibles, voyons plus précisément comment a été découverte la violation CP et quelle a été la modification apportée au MS pour l'y inclure.

⁴*CP Violation*, de Branco, Lavoura et Silva [6] et *CP Violation* de Bigi et Sanda [7], offrent une dérivation détaillée de ce critère.

1.2.1 Un bref historique

Avant 1964, année de la découverte de Christenson & al., on connaissait déjà l'existence de deux kaons neutres distincts, le K_S et le K_L . Ces deux kaons étaient distingués par leur temps de vie : le K_S avait un court temps de vie (kaon *short*) et le K_L , un long temps de vie (kaon *long*). On avait observé la désintégration du K_S vers 2 pions, mais pas celle du K_L vers cet état. Tout ceci concordait avec le modèle de l'époque. On a vu qu'en l'absence de violation CP, deux mésons neutres indistincts par la force faible vont se mélanger selon l'éq. (1.21). Appliquant CP sur chaque état, on remarque que (voir le tableau (1-1)) P_a (ici K_S) est un état propre pair de CP et P_b (ici K_L) est un état propre impair de CP. Comme l'état $\pi\pi$ est CP-pair, on comprend parfaitement que seul K_S puisse désintégrer vers cet état. En 1964, Christenson & al. observent la désintégration $K_L \rightarrow \pi\pi$; c'est donc un signal clair de violation CP dans le mélange.

On a eu tôt fait de remarquer que la présence d'une phase irréductible⁵ dans la matrice de mélange des quarks pourrait expliquer la violation CP observée. Cependant, une telle phase ne peut pas apparaître dans une matrice 2×2 et à cette époque, on ne connaissait que deux familles de quarks. Kobayashi et Maskawa [2] proposent donc une troisième famille de quarks, pour obtenir une matrice de mélange 3×3 . Ils montrent alors qu'une telle matrice, complexe et unitaire, contient une phase irréductible. On peut montrer que cette phase, la *phase faible*, apparaît à certains vertex de diagrammes de Feynman de l'interaction faible, de façon à causer de la violation CP. C'est cette description de la violation CP qui fait aujourd'hui partie du MS.

⁵Une phase irréductible est une phase qu'on ne peut faire disparaître par un changement de phase appliqué à toute la matrice, changement de phase qu'on peut toujours faire sans conséquences physique.

1.2.2 Matrice CKM

La matrice de mélange des quarks, la matrice CKM pour Cabibbo ⁶, Kobayashi et Maskawa, reflète le fait que les états propres de masse et les états propres de la force faibles ne sont pas les mêmes pour les quarks. Elle est donnée par :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} .$$

Dans la paramétrisation approximative de Wolfenstein [8], V_{CKM} devient

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho + i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

où A , λ , ρ et η sont réels et où $\lambda \approx 0,22$ est utilisé comme paramètre d'expansion.

Dans la suite, on utilisera principalement la description de la phase faible par le *triangle unitaire* (fig. 1-1). Dans le MS, en effet, la matrice CKM est unitaire ; ceci nous permet entre autres d'écrire

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 . \quad (1.24)$$

Dans la paramétrisation de Wolfenstein à l'ordre dominant en λ on a que :

$$\begin{aligned} V_{ud}V_{ub}^* &= A\lambda^3(\rho - i\eta) , \\ V_{cd}V_{cb}^* &= -A\lambda^3 , \\ V_{td}V_{tb}^* &= A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) . \end{aligned} \quad (1.25)$$

⁶Cabibbo avait proposé la première matrice de mélange, à deux familles.

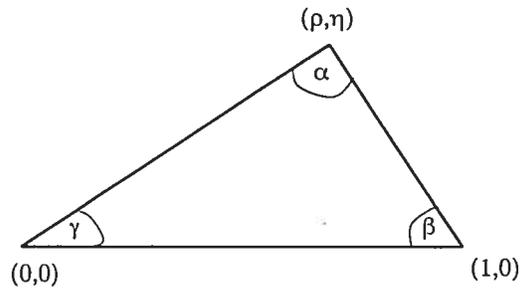


FIGURE 1-1: Triangle unitaire

En normalisant par $|V_{cd}V_{cb}|$, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{|V_{cd}V_{cb}|} &= \rho - i\eta \\ \frac{V_{cd}V_{cb}^*}{|V_{cd}V_{cb}|} &= -1 \\ \frac{V_{td}V_{tb}^*}{|V_{cd}V_{cb}|} &= 1 - \rho - i\eta. \end{aligned} \quad (1.26)$$

On peut alors tracer le triangle de la figure 1-1 et définir α , β et γ tels qu'ils y apparaissent. On remarquera qu'on obtient alors :

$$\begin{aligned} V_{ub}^* &= |V_{ub}|e^{i\gamma}, \\ V_{td} &= -|V_{td}|e^{-i\beta}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Les phases faibles α , β et γ apparaissent directement aux vertex des diagrammes de Feynman des processus faibles (fig. 1-2).

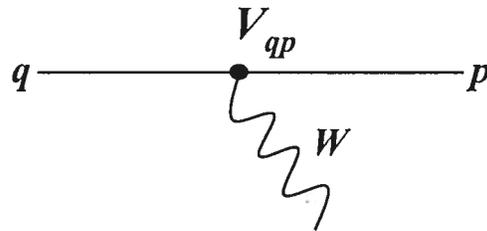


FIGURE 1-2: Élément de matrice CKM apparaissant à un vertex d'un diagramme de Feynman. Si cet élément est complexe, la phase faible du diagramme sera non-nulle.

Mentionnons rapidement qu'une amplitude de processus peut aussi compter une *phase forte*, qui pour le cas qui nous intéresse sera produite principalement par des interactions des états finaux (FSI, pour *final state interactions*), ou des recombinaisons (*rescattering*). Au total, une amplitude de processus sera donc donnée par

$$A = a e^{i\phi} e^{i\delta} \quad (1.28)$$

où a est un nombre réel, ϕ est une phase faible (soit α , β ou γ) et δ est une phase forte (notons que, sauf avis contraire, cette notation sera celle utilisée dans la suite). Pour obtenir l'anti-processus \bar{A} , on doit simplement appliquer CP :

$$\bar{A} = CP(A) . \quad (1.29)$$

Une phase faible est impaire sous CP, tandis qu'une phase forte est paire. \bar{A} s'obtient donc

directement à partir de A^7 :

$$A = ae^{i(\phi+\delta)} \Rightarrow \bar{A} = ae^{i(-\phi+\delta)} . \quad (1.30)$$

1.2.3 Violation CP dans le MS

Sachant qu'une amplitude de processus s'écrit comme à l'éq. (1.28), voyons comment on peut obtenir de la violation CP directe. Considérant une désintégration dont l'amplitude est A ,

$$A = ae^{i\phi} e^{i\delta} \quad (1.31)$$

on a pour le processus conjugué

$$\bar{A} = ae^{i(-\phi+\delta)} \quad (1.32)$$

et alors la norme de chaque amplitude est la même :

$$|A|^2 = |\bar{A}|^2 = a^2 . \quad (1.33)$$

Donc malgré la présence d'une phase faible, on n'observe pas de violation CP directe. Imaginons maintenant que deux diagrammes contribuent à cette désintégration ; l'amplitude devient alors :

$$A = ae^{i\phi_a} e^{i\delta_a} + be^{i\phi_b} e^{i\delta_b} \quad (1.34)$$

et pour l'anti-processus :

$$\bar{A} = ae^{-i\phi_a} e^{i\delta_a} + be^{-i\phi_b} e^{i\delta_b} . \quad (1.35)$$

⁷On peut montrer, et c'est là l'observation de Kobayashi et Maskawa, qu'une phase irréductible dans la matrice CKM entraîne *nécessairement* de la violation CP. Cette phase est donc impaire sous CP. À l'opposé, il est évident qu'une phase forte, engendrée par des processus forts, doit être paire sous CP, puisque dans le Modèle Standard la force forte conserve CP.

Cette fois les normes des deux amplitudes seront différentes

$$\begin{aligned} |A|^2 &= a^2 + b^2 + 2ab(\cos(\phi_a - \phi_b)\cos(\delta_a - \delta_b) - \sin(\phi_a - \phi_b)\sin(\delta_a - \delta_b)) \\ |\bar{A}|^2 &= a^2 + b^2 + 2ab(\cos(\phi_a - \phi_b)\cos(\delta_a - \delta_b) + \sin(\phi_a - \phi_b)\sin(\delta_a - \delta_b)) \end{aligned} \quad (1.36)$$

et donc si $\phi_a \neq \phi_b$ et $\delta_a \neq \delta_b$, on obtient de la violation CP directe. Cet exercice fait ressortir une caractéristique importante de la violation CP sous toutes ses formes : la violation CP est due non pas à la simple présence de phases faibles, mais aux effets d'interférences que celle-ci permet de faire apparaître dans certaines circonstances.

Dans le cas général, une amplitude est donnée par :

$$A = \sum_{i=0}^n a_i e^{i\phi_i} e^{i\delta_i} \quad (1.37)$$

et on aura violation CP directe dès que, pour une certaine paire (i,j),

$$\phi_i \neq \phi_j \quad \text{et} \quad \delta_i \neq \delta_j . \quad (1.38)$$

Pour la violation CP de mélange, on se rappelle que sa présence dépend de la valeur de M_{12} et Γ_{12} (voir éq. (1.18) ou éq. (1.16)). Il s'agit donc, pour un certain système de mésons neutres, de calculer q/p et de vérifier s'il respecte les conditions d'invariance CP. Par ce qu'on vient de mentionner, par contre, on peut déjà comprendre que pour avoir de la violation CP de mélange, il est nécessaire que plus d'une amplitude contribue au mélange et qu'au moins deux de ces amplitudes comptent des phases faibles différentes⁸.

Finalement, la violation CP indirecte nécessite elle aussi des amplitudes interférentes, amplitudes provenant d'une part de la désintégration et d'autre part du mélange.

⁸Dans ce cas, il n'est pas nécessaire que les phases fortes soient différentes, puisque c'est le terme Γ_{12} (la partie désintégration) qui jouera le rôle de phase forte.

1.3 Violation CP dans les B et prédiction du MS

Si la violation CP a été découverte dans les K , on peut voir que la description CKM de ce phénomène prédit des effets de violation CP dans les B aussi. On constate en effet facilement que dans la paramétrisation de Wolfenstein, l'élément de matrice V_{ub} contient une phase faible. Or cet élément de matrice est on ne peut plus important dans la physique du B ; il apparaît par exemple dans le diagramme en arbre du processus $B \rightarrow \pi\pi$. Mais plus important encore, l'élément de matrice V_{td} , qui contient lui aussi une phase faible, apparaît dans un des diagrammes du mélange des B neutres. Toutes ces conditions permettent la possibilité d'avoir dans une même désintégration les amplitudes interférentes nécessaires à la violation CP. Nous verrons donc, dans cette section comme dans les chapitres suivants, comment apparaissent les effets de violation CP dans les B .

1.3.1 Prédiction du MS sur la violation CP de mélange

Comme on l'a mentionné, on peut prédire la présence ou l'absence de violation CP de mélange dans un système en calculant q/p . Nous éviterons ici d'effectuer un tel calcul; on remarquera seulement que (voir par exemple [6] et [9]):

- M_{12} est largement dominé par le diagramme en boîte avec un t comme quark interne (fig1-3) ($M_{12} \approx be^{i\beta}e^{i\delta}$);
- $\Gamma_{12,21} \ll M_{12,21}$.

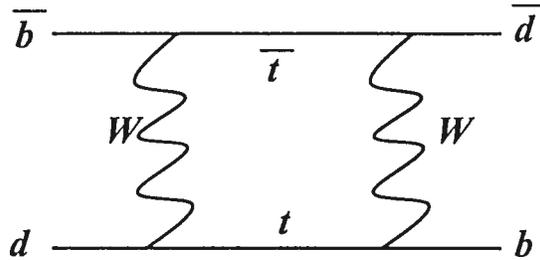


FIGURE 1-3: Diagramme en boîte décrivant le mélange $B^0-\bar{B}^0$. Les diagrammes en boîtes avec u ou c comme quark interne sont négligeables devant celui contenant un t .

On obtient alors par 1.16 que

$$\frac{q}{p} \approx e^{-i\beta} \quad (1.39)$$

et donc

$$\left| \frac{q}{p} \right| \approx 1. \quad (1.40)$$

On considère donc en général en phénoménologie du B qu'il n'y a pas de violation CP de mélange dans les B . Remarquons encore une fois que l'absence de violation CP est due à l'absence d'amplitudes interférentes : le diagramme en boîte étant (approximativement) le seul diagramme contribuant au mélange, on ne peut voir les effets de sa phase faible en étudiant l'asymétrie CP dans le mélange seulement.

1.3.2 Observables expérimentales

Voyons maintenant comment il est possible de *mesurer* les asymétries directe et indirecte. Le cas qui nous intéresse est celui où la particule initiale (B^+ , B^0 ou \bar{B}^0) a été identifiée (*tagged decays*) et où l'état final est un état propre de CP. Pour un B^0 ou un \bar{B}^0 identifié, on aura donc (suivant le développement de [9])

$$\begin{aligned} |B_{phys}^0(t)\rangle &= g_+(t)|B^0\rangle + \left(\frac{q}{p}\right)g_-(t)|\bar{B}^0\rangle \\ |\bar{B}_{phys}^0(t)\rangle &= \left(\frac{p}{q}\right)g_-(t)|B^0\rangle + g_+(t)|\bar{B}^0\rangle \end{aligned} \quad (1.41)$$

où

$$\begin{aligned} g_+(t) &= e^{(-\Gamma t/2)}e^{(-iM_H+M_L t)}\cos(\Delta M t/2) \\ g_-(t) &= e^{(-\Gamma t/2)}e^{(-iM_H+M_L t)}i\sin(\Delta M t/2), \end{aligned} \quad (1.42)$$

(avec M_H la masse du B le plus lourd, M_L la masse du B le plus léger et ΔM la différence entre ces deux masses). On obtient alors par quelques manipulations simples que pour

$$A_{CP}(t) \equiv \frac{\Gamma(B_{phys}^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}_{phys}^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(B_{phys}^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}_{phys}^0(t) \rightarrow f)}, \quad (1.43)$$

(où on peut évidemment mesurer chaque rapport d'embranchement dépendant du temps), on a

$$A_{CP}(t) = \frac{(1 - |\lambda|^2)\cos(\Delta M t) - 2\text{Im}\lambda\sin(\Delta M t)}{1 + |\lambda|^2}. \quad (1.44)$$

On constate donc qu'en mesurant les rapports d'embranchements dépendants du temps, on peut obtenir $\text{Im}\lambda$, qui mesure la violation CP indirecte. De plus, on remarque que le coefficient de $\cos(\Delta M t)$ peut être directement relié à la violation CP directe. En effet,

$$\frac{1 - |\lambda|^2}{1 + |\lambda|^2} = \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{|A|^2 + |\bar{A}|^2} \quad (1.45)$$

en utilisant l'éq. (1.22). Or on voit directement que cette quantité est non-nulle seulement lorsqu'il y a violation CP directe. On définit donc l'observable de la violation CP directe

comme étant :

$$a_{dir} \equiv \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{|A|^2 + |\bar{A}|^2} . \quad (1.46)$$

On a donc, après quelques manipulations additionnelles :

$$A_{CP}(t) = a_{dir} \cos(\Delta Mt) - \sqrt{1 - a_{dir}^2} \mathbf{Im} \lambda \sin(\Delta Mt) \quad (1.47)$$

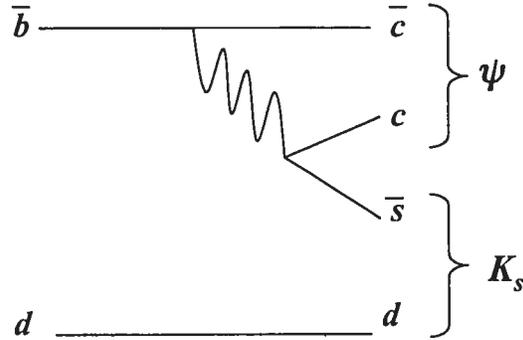
et on constate qu'on peut ainsi mesurer les deux types de violation CP.

1.3.3 Extraction des phases faibles

Si, comme il est prédit par le MS, la violation CP dans les B est causée par la phase faible de la matrice CKM, alors on devrait en principe pouvoir relier toute *mesure* d'asymétrie CP à cette phase. En particulier, on devrait pouvoir obtenir l'angle α à l'aide de ces mesures. C'est évidemment une des tâches principales auxquelles s'emploient les équipes de Babar et de Belle : mesurer α , β et γ afin de contraindre et même de surcontraindre leur valeur et ainsi tester la validité de l'hypothèse CKM.

Ceci étant dit, si les asymétries CP de toutes les désintégrations de B peuvent en principe être exprimées en termes de α , β et γ (et possiblement d'autres paramètres), en pratique la résolution peut s'avérer extrêmement complexe. On retient donc en général quelques désintégrations "plaquées or" (*gold-plated decays*) qui permettent une extraction particulièrement simple. Pour β , la désintégration $B \rightarrow \psi K_s$ permet ce type de résolution. $B \rightarrow \psi K_s$ s'effectue principalement au niveau des arbres ; on a donc (voir fig1-4)

$$A_{\psi K_s} = T_{\psi, K_s} e^{i\delta} V_{cs} V_{cb}^* . \quad (1.48)$$


 FIGURE 1-4: Diagramme dominant de $B \rightarrow \psi K_s$.

L'asymétrie indirecte (1.22) est alors donnée simplement par ([9])

$$\begin{aligned}
 \lambda(B \rightarrow \psi K_s) &= \left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \right) \left(\frac{T_{\psi, K_s} e^{i\delta} V_{cs}^* V_{cb}}{T_{\psi, K_s} e^{i\delta} V_{cs} V_{cb}^*} \right) \left(\frac{V_{cd}^* V_{cs}}{V_{cd} V_{cs}^*} \right) \\
 &= \left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \right) \left(\frac{V_{cs}^* V_{cb}}{V_{cs} V_{cb}^*} \right) \left(\frac{V_{cd}^* V_{cs}}{V_{cd} V_{cs}^*} \right). \quad (1.49)
 \end{aligned}$$

La première parenthèse nous vient du mélange des B (voir éq.1.39) ; la deuxième, de la désintégration proprement dite et la troisième, du mélange dans les K . On obtient alors que l'observable de l'asymétrie indirecte est directement reliée à β :

$$\mathbf{Im}\lambda = -\sin(2\beta). \quad (1.50)$$

Il n'est qu'approximativement exact d'affirmer que $B \rightarrow \psi K_s$ ne reçoit que la contribution des arbres. Cependant, et c'est ce qui rend la détection de β par $B \rightarrow \psi K_s$ particulièrement "propre", les diagrammes de la correction dominante (les diagrammes *pingouins*) possèdent à une très bonne approximation la même phase faible que les arbres. La valeur de $\mathbf{Im}\lambda$ n'est donc pas affectée par la présence de ces diagrammes.

Ce genre de situation idéale n'est cependant pas la règle parmi les désintégrations

envisagées pour les mesures du triangle unitaire. On étudiera au chapitre suivant l'extraction de α dans $B \rightarrow \pi\pi$ et $B \rightarrow \rho\pi$, où l'asymétrie indirecte ne peut pas être reliée directement à la phase faible.

Chapitre 2

Extraction de α avec $B \rightarrow \pi\pi$ et $B \rightarrow \rho\pi$

2.1 Désintégrations $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$

On considère généralement que les désintégrations $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ s'effectuent selon l'Hamiltonien efficace suivant [10] :

$$H_{eff} = \frac{G_f}{\sqrt{2}} \left[V_{ub}V_{ud}^* (c_1 O_1 + c_2 O_2) - \sum_{q=u,c,t} \sum_{i=3}^{10} V_{qb}V_{qd}^* c_i^q O_i^q \right] + h.c. \quad (2.1)$$

où les O_i sont les opérateurs :

$$\begin{aligned} O_1 &= [\bar{u}\gamma_\mu Lb] [\bar{d}\gamma_\mu Lu] & O_2 &= [\bar{u}_\alpha \gamma_\mu Lb_\beta] [\bar{d}_\beta \gamma_\mu Lu_\alpha] \\ O_3^q &= [\bar{d}\gamma_\mu Lb] [\bar{p}\gamma_\mu Lp] & O_4^q &= [\bar{d}_\alpha \gamma_\mu Lb_\beta] [\bar{p}_\beta \gamma_\mu Lp_\alpha] \\ O_5^q &= [\bar{d}\gamma_\mu Lb] [\bar{p}\gamma_\mu Rp] & O_6^q &= [\bar{d}_\alpha \gamma_\mu Lb_\beta] [\bar{p}_\beta \gamma_\mu Rp_\alpha] \\ O_7^q &= \frac{3}{2} [\bar{d}\gamma_\mu Lb] [e_p \bar{p}\gamma_\mu Rp] & O_8^q &= \frac{3}{2} [\bar{d}_\alpha \gamma_\mu Lb_\beta] [e_q \bar{p}_\beta \gamma_\mu Rp_\alpha] \\ O_9^q &= \frac{3}{2} [\bar{d}\gamma_\mu Lb] [e_p \bar{p}\gamma_\mu Lp] & O_{10}^q &= \frac{3}{2} [\bar{d}_\alpha \gamma_\mu Lb_\beta] [e_p \bar{p}_\beta \gamma_\mu Lp_\alpha] \end{aligned}$$

avec

$$L \equiv (1 - \gamma_5), R \equiv (1 + \gamma_5) \quad (2.2)$$

avec p_α, \bar{p}_β une paire quark-antiquark (par exemple u, \bar{u}) et les c_i , les coefficients de Wilson [11] (avec N_c le nombre de couleurs) ¹ :

$$\begin{aligned}
 c_1 &= 1.151 & c_2 &= -0.324 \\
 c_3^f &= 0.017 & c_4^f &= -0.037 \\
 c_5^f &= 0.010 & c_6^f &= -0.045 \\
 c_7^f &= -1.24 \times 10^{-5} & c_8^f &= 3.77 \times 10^{-4} \\
 c_9^f &= -0.010 & c_{10}^f &= 2.06 \times 10^{-3} \\
 c_3^u &= -c_4^u N_c & c_3^c &= -c_4^c N_c \\
 c_4^u &= 0.021 & c_4^c &= 0.015 .
 \end{aligned}$$

Les opérateurs O_1 et O_2 sont les opérateurs *arbres* et les opérateurs O_3 à O_6 sont les opérateurs *pingouins* (voir fig. 2-1). Les opérateurs O_7 à O_{10} (pingouins électro-faibles) seront négligés dans la suite ; on s'attend à ce que leur contribution soit moindre que celle des pingouins forts, qui est déjà elle-même moindre que celle des arbres (voir [12] pour une discussion dans $B \rightarrow \pi\pi$).

De plus on remarque que la boucle du pingouin peut contenir soit un u , un c ou un t . Utilisant l'unitarité de la matrice CKM (éq. 1.24), on peut réécrire la partie pingouin fort de l'Hamiltonien comme (la somme sur q étant sous-entendue) :

$$\frac{G_f}{\sqrt{2}} \left[- \sum_{i=3}^6 V_{qb} V_{qd}^* c_i^q O_i^q \right] + h.c. = -V_{ub} V_{ud}^* (c_u O_i^u - c_c O_i^c) - V_{tb} V_{td}^* (c_t O_i^t - c_c O_i^c) + h.c. \quad (2.3)$$

On peut alors réécrire l'Hamiltonien comme

$$H_{eff} = \frac{G_f}{\sqrt{2}} \left[V_{ub} V_{ud}^* \left(c_1 O_1 + c_2 O_2 - \sum_{i=3}^6 c_u O_i^u - c_c O_i^c \right) - V_{tb} V_{td}^* \sum_{i=3}^6 c_t O_i^t - c_c O_i^c \right] + h.c. \quad (2.4)$$

¹Les coefficients de Wilson qui ne sont pas énumérés ne seront pas nécessaires à notre développement

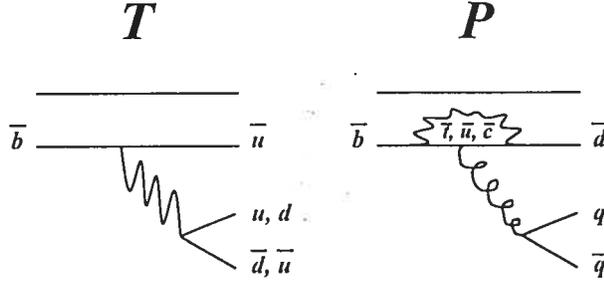


FIGURE 2-1: Diagramme en arbre et diagramme pingouin

Appelons $\overline{\mathcal{T}}$ et $\overline{\mathcal{P}}$ les deux contributions à l'Hamiltonien :

$$\begin{aligned}\overline{\mathcal{T}} &\equiv -|V_{ub}V_{ud}^*| \frac{G_f}{\sqrt{2}} \left[c_1 O_1 + c_2 O_2 - \left(\sum_{i=3}^6 c_u O_i^u - c_c O_i^c \right) \right] + h.c. \\ \overline{\mathcal{P}} &\equiv -|V_{tb}V_{td}^*| \frac{G_f}{\sqrt{2}} \left[\sum_{i=3}^6 c_i O_i - c_c O_i^c \right] + h.c. ;\end{aligned}\quad (2.5)$$

on obtient donc que pour tout processus $\overline{B} \rightarrow \bar{i}\bar{j}$, l'amplitude de désintégration est :

$$\bar{A}_{ij} = -e^{-i\gamma} \langle \bar{B} | \overline{\mathcal{T}} | \bar{i}\bar{j} \rangle + e^{-i\beta} \langle \bar{B} | \overline{\mathcal{P}} | \bar{i}\bar{j} \rangle . \quad (2.6)$$

On définit les contribution arbres et pingouins comme étant :

$$\begin{aligned}\bar{T}_{ij} &\equiv \langle \bar{B} | \overline{\mathcal{T}} | \bar{i}\bar{j} \rangle \\ \bar{P}_{ij} &\equiv \langle \bar{B} | \overline{\mathcal{P}} | \bar{i}\bar{j} \rangle\end{aligned}\quad (2.7)$$

et alors toute amplitude s'écrit de façon générale comme

$$A_{ij} = -T_{ij}e^{i\gamma} + P_{ij}e^{-i\beta} . \quad (2.8)$$

Remarquons qu'avec cette notation, T et P contiennent les phases fortes. On redéfinit généralement ces amplitudes en les multipliant par $e^{i\beta}$:

$$A_{ij} = T_{ij}e^{-i\alpha} + P_{ij}. \quad (2.9)$$

Ceci fait ressortir le fait que le pingouin et le diagramme de mélange ont la même phase, $-\beta$.

2.2 Extraction de α avec $B \rightarrow \pi\pi$

D'après la section précédente, l'amplitude de désintégration de $B \rightarrow \pi\pi$ s'écrit comme :

$$A_{\pi,\pi} = T_{\pi\pi}e^{-i\alpha} + P_{\pi\pi} \quad (2.10)$$

Si, en première approximation, on ne retient que la contribution arbre, alors on retrouve les cas de $B \rightarrow \psi K_s$, où cette fois on peut obtenir α directement de la mesure de l'asymétrie indirecte :

$$\begin{aligned} \text{Im}\lambda(B \rightarrow \pi\pi) &= \sin\left(\text{Arg}\left(\frac{T_{\pi\pi}e^{i\alpha}}{T_{\pi\pi}e^{-i\alpha}}\right)\right) \\ &= \sin(2\alpha). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Cependant, contrairement au cas de $B \rightarrow \psi K_s$, le pingouin de $B \rightarrow \pi\pi$ n'a pas la même phase faible que l'arbre ; sa contribution à l'asymétrie indirecte pourrait donc amener un écart important entre la valeur obtenue par la mesure de l'asymétrie indirecte et la valeur réelle de α [13–16], d'où le nom de α_{eff} (α efficace) attribué à $\text{Im}\lambda(B \rightarrow \pi\pi)$:

$$\sin(2\alpha_{eff}) = \sin\left(\text{Arg}\left(\frac{T e^{i\alpha} + P}{T e^{-i\alpha} + P}\right)\right). \quad (2.12)$$

On remarque que $\sin(2\alpha_{eff})$ n'est pas relié à 2α de façon évidente. Cependant, le calcul théorique relativement précis de $\sin(2\alpha_{eff})$ requiert un contrôle théorique de l'hadronisation supérieur à celui que nous possédons. Jusque dans les années 1990, faute

de mieux, la contribution des pingouins forts a été négligée et considérée comme une source d'erreur dans le calcul de α (d'où son nom de *pollution pingouin*).

En 1990, Gronau et London [17] proposent *l'analyse isospin*, une méthode d'analyse permettant de tenir compte de la contribution pingouin dans le calcul de $2\alpha_{eff}$. On sait que (B^+, B^0) et (B^-, \bar{B}^0) forment chacun un doublet d'isospin, avec troisième composante $(1/2, -1/2)$, alors que les 3 pions forment un triplet d'isospin. Ceci étant dit, la *paire* de pions qui compose l'état final des désintégrations $B \rightarrow \pi\pi$ possède elle, puisqu'elle obéit à la statistique de Bose, un isospin $I = 0$ ou $I = 2$ seulement. Ainsi, les trois désintégrations de $B \rightarrow \pi\pi$ possible ($B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ et $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$) nécessitent une transition $\Delta I = 3/2$ ou $\Delta I = 1/2$. Or Gronau et London remarquent que seul le diagramme en arbre permet une transition $\Delta I = 3/2$; c'est dans cette observation que se trouve la clé de l'analyse isospin. Définissant les quantités suivantes

$$\begin{aligned} A_{3/2} &\equiv \langle 1/2 || H^{(3/2)} || 2 \rangle , \\ A_{1/2} &\equiv \langle 1/2 || H^{(1/2)} || 0 \rangle . \end{aligned} \quad (2.13)$$

$H^{(3/2, 1/2)}$ étant respectivement les parties $\Delta I = 3/2, 1/2$ de l'Hamiltonien de la désintégration, on obtient directement avec le théorème de Wigner-Eckart

$$\begin{aligned} (1/\sqrt{2})A^{+-} &= A_{3/2} - A_{1/2} \\ A^{00} &= 2A_{3/2} + A_{1/2} \\ A^{+0} &= 3A_{3/2} . \end{aligned} \quad (2.14)$$

(On a utilisé ici la notation abrégée $A_{\pi^+\pi^-} = A^{+-}$, $A_{\pi^0\pi^0} = A^{00}$ et $A_{\pi^+\pi^0} = A^{+0}$.) Ceci nous permet de remarquer que $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ s'effectue selon un diagramme en arbre seulement, mais surtout d'obtenir la *relation de triangle* suivante :

$$(1\sqrt{2})A^{+-} + A^{00} = A^{+0} . \quad (2.15)$$

que l'on traduit souvent par la figure 2-2. On peut évidemment faire le même traitement avec les amplitudes conjuguées CP et obtenir un triangle formé des \bar{A} et non des A .

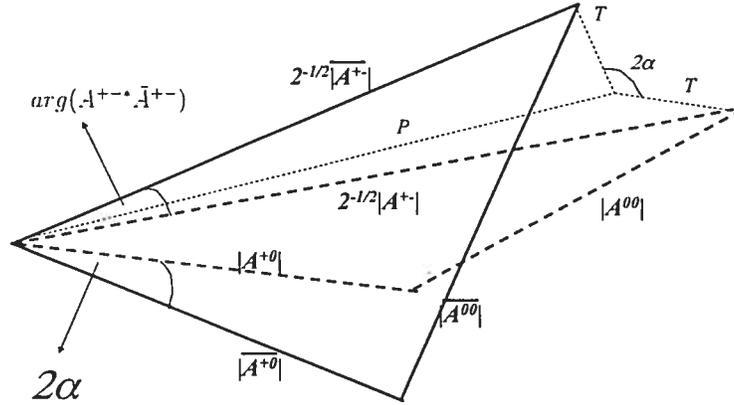


FIGURE 2-2: Triangles formés des amplitudes (lignes pointillées) et des anti-amplitudes (lignes pleines) dans l'espace (complexe) d'isospin

On peut alors obtenir α par une analyse géométrique simple [18], [19]. Considérons les quantités mesurables suivantes ² :

$$\begin{aligned}
 B^{ij} &= \frac{1}{2}(|A^{ij}|^2 + |\bar{A}^{ij}|^2), \\
 a_{dir}^{mn} &= \frac{|A^{mn}|^2 - |\bar{A}^{mn}|^2}{|A^{mn}|^2 + |\bar{A}^{mn}|^2}, \\
 \sin(2\alpha_{eff}) &= \sin(\text{Arg}(A^{+-*} \bar{A}^{+-}))
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

avec $(ij = +-, 00, +0)$ et $(mn = +-, 00)$ et définissons les angles Φ et $\bar{\Phi}$ comme étant respectivement les angles entre A^{+0} et A^{+-} d'une part et \bar{A}^{+0} et \bar{A}^{+-} d'autre part. On

²Ces observables sont six observables indépendants. On pourrait aussi mesurer l'asymétrie indirecte dans $B \rightarrow \pi^0\pi^0$. Cependant cette quantité relativement difficile à mesurer peut être réécrite en fonction des six observables définis [19]

utilise les triangles isospin (fig.2-2) pour retrouver directement :

$$\begin{aligned}\cos \Phi &= \frac{(\frac{1}{2}|A^{+-}|^2 + |A^{+0}|^2 - |A^{00}|^2)}{\sqrt{2}|A^{+-}||A^{+0}|} \\ \cos \bar{\Phi} &= \frac{(\frac{1}{2}|A^{\bar{-}}|^2 + |A^{\bar{+}0}|^2 - |A^{\bar{0}0}|^2)}{\sqrt{2}|A^{\bar{-}}||A^{\bar{+}0}|}.\end{aligned}\quad (2.17)$$

2α est alors donné par :

$$2\alpha = 2\alpha_{eff} + \bar{\Phi} - \Phi. \quad (2.18)$$

On remarque cependant que la détermination géométrique de 2α n'est pas univoque. En effet, puisque l'équation (2.17) détermine $\cos(\Phi)$ et $\cos(\bar{\Phi})$, elle permet d'obtenir Φ et $\bar{\Phi}$ au signe près seulement. De même, comme seulement $\sin(2\alpha_{eff})$ est mesuré, $2\alpha_{eff}$ est lui aussi obtenu au signe près. Ainsi pour une seule série de mesures d'observables (éq. 2.16) on obtient par (2.18) huit valeurs de 2α , ou 8 *ambiguïtés discrètes*. Ceci vient du fait qu'il existe pour chacune des 2 valeurs de α 4 façons de disposer le triangle et le triangle conjugué l'un par rapport à l'autre (voir fig. 2-2). L'analyse isospin est donc pertinente lorsque les quantités à mesurer sont obtenues avec des barres d'erreurs raisonnables ; si celles-ci deviennent trop large, alors l'analyse isospin donnera huit valeurs de α qui se chevaucheront, et on ne pourra rien dire sur sa valeur.

On voit donc que l'analyse isospin permet de réobtenir α (avec ambiguïtés discrètes) en présence de pingouins non négligeables. Ainsi, l'explication de la violation CP du MS serait-elle exacte, $B \rightarrow \pi\pi$ permettrait la mesure de l'angle α .

2.3 Extraction de α avec $B \rightarrow \rho\pi$

De même que pour $B \rightarrow \pi\pi$, les amplitudes des désintégrations $B \rightarrow \rho\pi$ s'écrivent comme :

$$A_{\rho,\pi} = T_{\rho\pi} e^{-i\alpha} + P_{\rho\pi} . \quad (2.19)$$

Ici encore, la présence de contributions pingouins fait en sorte qu'on ne peut relier simplement l'asymétrie indirecte à α . On pourrait utiliser l'analyse isospin de la même façon que pour $B \rightarrow \pi\pi$. Il y a cinq désintégrations $B \rightarrow \rho\pi$, trois neutres et deux chargées :

$$S_{+0} = \sqrt{2}A (B^+ \rightarrow \rho^+ \pi^0) , \quad (2.20)$$

$$S_{0+} = \sqrt{2}A (B^+ \rightarrow \rho^0 \pi^+) , \quad (2.21)$$

$$S_{+-} = A (B^0 \rightarrow \rho^+ \pi^-) , \quad (2.22)$$

$$S_{-+} = A (B^0 \rightarrow \rho^- \pi^+) , \quad (2.23)$$

$$S_{00} = 2A (B^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0) . \quad (2.24)$$

Une analyse isospin en tous points semblables à celle présentée à la section précédente (mis à part que cette fois, l'état final peut avoir un isospin de $I = 1$) permet de trouver une *relation de pentagone* entre ces amplitudes [20] :

$$S_{+0} + S_{0+} = S_{+-} + S_{-+} + S_{00} \quad (2.25)$$

ou

$$S_{00} = S_{+0} + S_{0+} - S_{+-} - S_{-+} \quad (2.26)$$

et on peut aussi obtenir une relation de pentagone entre les amplitudes conjuguées CP. L'analyse isospin impose aussi des contraintes sur les diagrammes pingouins³ :

$$P_{+0} = -P_{0+}, \quad (2.27)$$

$$P_{00} = -(P_{+-} + P_{-+}), \quad (2.28)$$

$$P_{+0} = P_{+-} - P_{-+}. \quad (2.29)$$

Les cinq amplitudes apparaissent alors comme :

$$S_{+0} = T^{+0}e^{-i\alpha} + 2P_1, \quad (2.30)$$

$$S_{+0} = T^{0+}e^{-i\alpha} - 2P_1, \quad (2.31)$$

$$S_{+-} = T^{+-}e^{-i\alpha} + P_1 + P_0, \quad (2.32)$$

$$S_{+-} = T^{+-}e^{-i\alpha} - P_1 + P_0, \quad (2.33)$$

$$S_{00} = S_{+0} + S_{0+} - S_{+-} - S_{-+}, \quad (2.34)$$

où l'indice du pingouin réfère à l'état final d'isospin auquel il contribue.

Utilisant la relation de pentagone, on pourrait obtenir α par des arguments géométriques. Cependant, si une telle analyse est possible en principe, il est évident qu'elle ne permettra d'obtenir α qu'avec un nombre important d'ambiguïtés discrètes [21]. En 1993, Snyder et Quinn [22] proposent d'effectuer une *analyse Dalitz* du canal $B \rightarrow \pi\pi\pi$ provenant de $B \rightarrow \rho\pi$. Cette méthode d'analyse permet l'extraction de α *sans ambiguïtés discrètes* à l'intérieur de $B \rightarrow \rho\pi$ seulement. On sait que deux des trois pions de $B \rightarrow \pi\pi\pi$ sont produits par la désintégration du ρ ; on remarque alors que trois amplitudes $B \rightarrow \rho\pi$ contribuent à $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$: S_{+-} (lorsque le ρ^+ se désintègre en $\pi^+\pi^0$), S_{-+} (lorsque le ρ^- se désintègre en $\pi^-\pi^0$) et S_{00} (lorsque le ρ^0 se désintègre en $\pi^+\pi^-$). On a alors

³Remarquons que des contraintes sur les pingouins apparaissent aussi suite à l'analyse isospin de $B \rightarrow \pi\pi$. On a obtenu en effet que la contribution pingouin de $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ est nulle. Ceci, conjugué au fait que les trois amplitudes doivent respecter la relation de triangle, implique que $P_{\pi^+\pi^-} = -P_{\pi^0\pi^0}$.

que les amplitudes pour $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ sont données par :

$$A(B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = f^+ S_{+-} + f^- S_{-+} + \frac{f^0 S_{00}}{2}, \quad (2.35)$$

$$A(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0) = f^- \bar{S}_{+-} + f^+ \bar{S}_{-+} + \frac{f^0 \bar{S}_{00}}{2}, \quad (2.36)$$

où f^+ , f^- et f^0 sont les fonctions de distribution cinématique de Breit-Wigner. Une analyse de Dalitz complète de ce canal permet d'obtenir la norme et la phase de chaque amplitude apparaissant dans (2.35), de même que toutes les fonctions cinématiques. Or utilisant (2.30), on remarque que

$$S_{+-} + S_{-+} + S_{00} = (T^{+0} + T^{0+}) e^{-i\alpha} \quad (2.37)$$

$$\bar{S}_{+-} + \bar{S}_{-+} + \bar{S}_{00} = (T^{+0} + T^{0+}) e^{i\alpha}. \quad (2.38)$$

où toutes les quantités de gauche sont mesurées avec l'analyse de Dalitz. Prenant le rapport de ces deux équations, on obtient donc 2α sans ambiguïté.

Chapitre 3

Détection de nouvelle physique

On l'a mentionné, un des intérêts principaux de la physique des B réside dans la possibilité de *vérifier* la description du MS de la violation CP. Toute l'étude effectuée au chapitre précédent prend comme hypothèse de base que la description de la violation CP proposée par le MS est exacte. On verra à l'instant qu'un des scénarios probables de nouvelle physique dans $b \rightarrow d$ affecte la phase faible du pingouin. De la même façon qu'on a mesuré au chapitre précédent α , la phase de l'arbre, pourrait-on mesurer la phase du pingouin et ainsi savoir si la description du MS tient ? S'il est impossible (même théoriquement) de mesurer cette phase, on montrera qu'il est tout de même envisageable de *détecter* cette nouvelle physique. On présentera cette méthode telle qu'elle fut d'abord proposée par London, Sinha & Sinha, dans $B \rightarrow \pi\pi$. On verra en dernière partie l'intérêt d'appliquer cette même méthode dans $B \rightarrow \rho\pi$. L'étude de la détection de nouvelle physique dans $B \rightarrow \rho\pi$ est précisément le sujet de ce mémoire et fera à cet effet l'objet du chapitre suivant en entier.

3.1 Paramétrisation de la nouvelle physique dans $b \rightarrow d$

S'il devait y avoir de la physique au-delà du MS, on s'attend pour $b \rightarrow d$ à ce qu'elle affecte principalement le courant neutre changeant de saveur (*FCNC*, pour *flavor*

changing neutral current) [23], [24]. La nouvelle physique étant forcément médiée par une particule plus lourde que le W (sinon pourquoi ne l'aurions-nous toujours pas vue ?), les diagrammes en arbre ne peuvent être affectés de façon sensible par cette nouvelle physique. Parmi les diagrammes qui décrivent $b \rightarrow d$, deux pourraient donc être affectés par la nouvelle physique : le diagramme pingouin et le diagramme en boîte du mélange. Or on remarque que dans le MS, l'amplitude P (voir éq. (2.8)) et l'amplitude du mélange ont la même phase faible (β). S'il devait y avoir de la nouvelle physique de type FCNC, les deux diagrammes seraient en général affectés de façon différente. Les amplitudes $b \rightarrow d$ sans nouvelle physique (éq. (2.9)) deviendraient alors :

$$A_{ij} = T_{ij}e^{-i\alpha} + P_{ij}e^{-i\theta_{NP}} \quad (3.1)$$

où θ_{NP} résulte de la différence entre la phase du pingouin et la phase du diagramme du mélange. Rappelons que l'on avait rephasé les amplitudes par la phase du mélange de façon à faire disparaître la phase du pingouin. Ceci supposait de toute évidence que ces deux phases étaient les mêmes, conformément à la description du MS. Dans le cas où les deux phases ne seraient pas les mêmes, ce rephasage ne ferait pas disparaître complètement la phase du pingouin, mais laisserait plutôt la différence de phase, celle qu'on définit justement ici comme θ_{NP} .

3.2 Détection de la nouvelle physique avec $B \rightarrow \pi\pi$

On se rappelle (éq. (2.10)) que les trois amplitudes de $B \rightarrow \pi\pi$ en l'absence de nouvelle physique sont :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}A^{+-} &= T^{+-}e^{-i\alpha} + P^{+-} \\ A^{00} &= T^{00}e^{-i\alpha} + P^{00} \\ A^{+0} &= T^{+0}e^{-i\alpha} + P^{+0} \end{aligned} \quad (3.2)$$

L'analyse isospin (éqs. (2.14) et (2.15)) impose les contraintes suivantes sur les arbres et les pingouins (voir la note en bas de page à la section 2.3) :

$$\begin{aligned} P^{+0} &= 0 \\ P^{00} &= -P^{+-} \equiv P \\ T^{+0} &= T^{+-} + T^{00} \end{aligned} \quad (3.3)$$

et donc on écrit les trois amplitudes comme :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}A^{+-} = Te^{-i\alpha} + P \quad (3.4)$$

$$A^{00} = T^{00}e^{-i\alpha} - P \quad (3.5)$$

$$A^{+0} = (T + T^{00})e^{-i\alpha} \quad (3.6)$$

où on a défini $T \equiv T^{+-}$. En présence de nouvelle physique, les amplitudes deviennent :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}A^{+-} = Te^{-i\alpha} + Pe^{i\theta_{NP}} \quad (3.7)$$

$$A^{00} = T^{00}e^{-i\alpha} - Pe^{i\theta_{NP}} \quad (3.8)$$

$$A^{+0} = (T + T^{00})e^{-i\alpha} \quad (3.9)$$

où θ_{NP} est tel que défini à la section précédente.

3.2.1 Ambiguïté CKM et impossibilité de mesurer la nouvelle physique

On l'a dit, la détection de ce θ_{NP} serait un signal clair de FCNC. La question devient donc de savoir si une telle différence de phase est mesurable. Malheureusement, London, Sinha & Sinha [25] ont démontré qu'il est fondamentalement impossible de mesurer la phase d'un pingouin $b \rightarrow d$, et ce à cause de ce qu'ils ont appelé *l'ambiguïté*

CKM. Rappelons (éq. (2.1)) qu'il existe en fait trois diagrammes pingouins, chacun avec un quark interne différent :

$$P_{full} = P_u e^{i\gamma} + P_c + P_t e^{-i\beta} . \quad (3.10)$$

(Notons que P_{full} n'est pas la même quantité que P définit en (2.7) ; P exclut en effet la partie u du pingouin, qui a été incluse dans la définition de l'arbre.) à l'équation (2.3), on a utilisé l'unitarité de la matrice CKM pour réécrire $V_{cb}^* V_{cd}$ en fonction des deux autres paires d'éléments CKM ; on aurait tout aussi bien pu éliminer $V_{ub}^* V_{ud}$ ou $V_{tb}^* V_{td}$ de la même façon. Dans ce cas, on aurait d'une part

$$P_{full} = (P_c - P_u) + (P_t - P_u) e^{-i\beta} \quad (3.11)$$

et d'autre part

$$P_{full} = (P_c - P_t) + (P_u - P_t) e^{i\gamma} . \quad (3.12)$$

Supposons maintenant qu'il existe une méthode permettant d'extraire la phase du pingouin des données expérimentales, c'est-à-dire que l'on pourrait exprimer toute phase de pingouin en fonction d'une certaine combinaison d'observables. Ceci signifierait que, dépendant de la paramétrisation utilisée (éq. (3.11) ou éq. (3.12)), la même combinaison de mesures expérimentales pourraient nous donner $-\beta$ ou γ . Comme on sait qu'en général $\gamma \neq -\beta$, on conclut qu'une telle méthode de résolution n'existe pas, c'est-à-dire qu'il est impossible de mesurer la phase d'un pingouin. La liberté de choisir le terme à éliminer ($V_{cb}^* V_{cd}$, $V_{ub}^* V_{ud}$ ou $V_{tb}^* V_{td}$), appelée *ambiguïté CKM*, est ce qui empêche qu'une mesure de la phase faible du pingouin soit possible. On doit donc conclure qu'on ne peut pas mesurer la phase de nouvelle physique θ_{NP} de l'éq. (3.7) et donc qu'on ne peut pas mesurer la nouvelle physique.

3.2.2 Détection de la nouvelle physique

Si on doit abandonner la mesure de θ_{NP} , on peut tenter de *détecter* sa présence. On devrait pour cela comparer certains résultats expérimentaux avec une certaine prédiction du MS sur ces résultats. En [25], on propose de comparer le rapport des paramètres hadroniques $|P|$ et $|T|$ avec son expression en termes d'observables expérimentales. Afin de lever l'ambiguïté CKM, il est nécessaire de fixer une paramétrisation ; la prédiction sur $|P/T|$ ne tiendra que pour cette paramétrisation. Équivalamment, on peut aussi comprendre la nécessité de l'introduction d'une prédiction théorique en comptant les paramètres théoriques et les observables disponibles pour les mesurer. Comptant θ_{NP} comme un paramètre théorique, on constate (éq. (3.7)) qu'il y a 7 paramètres indépendants : les deux arbres, le pingouin, les 2 phases fortes relatives, α et θ_{NP} . D'autre part, on a déjà mentionné à l'éq. (2.16) que seulement 6 des observables possibles sont indépendants. On tente donc de résoudre pour 7 paramètres en fonction de 6 observables : il est donc impossible de résoudre pour tous les paramètres. Cependant, en ajoutant une valeur calculée théoriquement, il redevient possible de résoudre.

Voyons comment on peut appliquer cette méthode à $B \rightarrow \pi\pi$ [19]. Rappelons que l'expression théorique des amplitudes affectées par la nouvelle physique est celle donnée à l'éq. (3.7), dans la paramétrisation où on a éliminé la partie $V_{cb}^* V_{cd}$ du pingouin. Les paramètres théoriques nécessaires à cette description sont donc : T , T^{00} , P , α , θ_{NP} et deux phases fortes relatives, $\Delta_{TP} \equiv \text{Arg}(T^*P)$ et $\Delta_{00P} \equiv \text{Arg}(T^{00*}P)$. Comme on l'a dit, à cause de l'ambiguïté CKM, on ne peut pas résoudre pour tous ces paramètres (dont certains dépendent de la paramétrisation choisie) puisqu'on ne peut mesurer que les 6 quantités de l'éq. (2.16). Cependant, on sait que T , T^{00} , P , Δ_{TP} et Δ_{00P} dépendent de la paramétrisation alors que les deux phases faibles α et θ_{NP} n'en dépendent pas.

Exprimons les paramètres hadroniques en fonction des observables et des phases faibles :

$$\begin{aligned} |T|^2 &= \frac{B^{+-}}{2(1 - \cos(2\alpha - 2\theta_{NP}))} [1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2 \cos(2\theta_{NP} - 2\alpha_{eff})}] \\ |P|^2 &= \frac{B^{+-}}{2(1 - \cos(2\alpha - 2\theta_{NP}))} [1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2 \cos(2\alpha - 2\alpha_{eff})}] \end{aligned} \quad (3.13)$$

(Les expressions des deux autres paramètres (T^{00} et Δ_{00P}) sont particulièrement compliquées et ne serviront pas notre propos ; on les a donc omises.) On a donc en main trois paramètres théoriques dépendant de la paramétrisation choisie ; si on calcule la valeur de l'un d'eux (ou d'une certaine combinaison de paramètres) dans le MS, on aura une contrainte sur les observables et la nouvelle physique qui dépend de la paramétrisation, et donc on aura levé l'ambiguïté CKM. Il est assez simple, théoriquement, de calculer le rapport de $|P/T|^2$:

$$r \equiv \left| \frac{P}{T} \right|^2 = \frac{[1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2 \cos(2\alpha - 2\alpha_{eff})}]}{[1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2 \cos(2\theta_{NP} - 2\alpha_{eff})}]} . \quad (3.14)$$

Ayant calculé r , on obtient la contrainte théorique suivante :

$$r = \frac{1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2 \cos(2\alpha - 2\alpha_{eff})}}{1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2 \cos(2\theta_{NP} - 2\alpha_{eff})}} \quad (3.15)$$

On constate donc qu'en mesurant a_{dir}^{+-} , α_{eff} et α de la façon expliquée à la section 2.2, on peut obtenir θ_{NP} . On remarque en effet qu'avec un θ_{NP} affectant tous les pingouins de la même façon, on peut toujours obtenir α avec l'analyse isospin telle que présentée à la section 2.2. En d'autres mots, la nouvelle physique affecte $|P/T|^2$ uniquement par la présence de θ_{NP} dans l'éq. (3.14) ; il n'y a aucune contribution "cachée" de la nouvelle physique dans les observables ou dans α . La valeur calculée pour r ne tient que pour la paramétrisation choisie, et donc l'ambiguïté CKM est levée.

Un calcul de r en factorisation naïve impose sur les paramètres la contrainte [26], [19] :

$$0.05 \leq r \leq 0.5 . \quad (3.16)$$

Le seul inconvénient majeur de cette résolution est la présence importante des ambiguïtés discrètes. En effet, la situation réelle sera plus complexe que celle qu'on vient de présenter : les observables expérimentales (a_{dir}^{+-} et $2\alpha_{eff}$) ne seront connues que dans des intervalles de confiance ; $2\alpha_{eff}$ sera connue à une ambiguïté discrète près, puisque seul $\sin(2\alpha_{eff})$ est mesuré ; et 2α sera connu dans un certain intervalle, à 8 ambiguïtés discrètes près, puisqu'il sera déterminé par l'analyse isospin. Tout ceci diminue évidemment l'efficacité de détection de la nouvelle physique de $B \rightarrow \pi\pi$. On pourrait cependant améliorer cette efficacité en utilisant une (ou des) valeur(s) de 2α obtenue(s) indépendamment du système $B \rightarrow \pi\pi$.

3.3 Détection de la nouvelle physique avec $B \rightarrow \rho\pi$: intérêt et potentiel

Une des sources possibles d'information indépendante sur 2α est le système $B \rightarrow \rho\pi$, qui, comme mentionné en [19] et expliqué abondamment dans le prochain chapitre, permet en principe la mesure de 2α *sans ambiguïté discrète*. Si une telle mesure pouvait être effectuée, on pourrait alors utiliser la valeur obtenue pour détecter la nouvelle physique avec $B \rightarrow \pi\pi$ plus efficacement. Ceci étant dit, on peut aussi se demander s'il ne serait pas plutôt possible d'utiliser cette valeur de 2α directement dans $B \rightarrow \rho\pi$, en effectuant dans ce système une analyse de détection de nouvelle physique calquée sur celle utilisée dans $B \rightarrow \pi\pi$. Comme il avait déjà été remarqué en [25], l'extraction directe de la phase du pingouin dans $B \rightarrow \rho\pi$ est elle aussi empêchée par l'ambiguïté CKM. Il serait donc intéressant, sachant que le principal obstacle à la détection de θ_{NP} dans $B \rightarrow \pi\pi$ (les ambiguïtés discrètes sur 2α) disparaissent dans $B \rightarrow \rho\pi$, de répéter l'analyse pour comparer l'efficacité des deux canaux. C'est précisément la question sur laquelle se penche le présent mémoire : vérifier, dans un premier temps, si la méthode de détection de la

nouvelle physique de London, Sinha & Sinha est possible dans $B \rightarrow \rho\pi$, pour ensuite comparer l'efficacité de détection de ce canal à celle de $B \rightarrow \pi\pi$. Les deux prochains chapitres traitent en profondeur des étapes nécessaires à la réponse à cette question.

Chapitre 4

Détection de nouvelle physique à l'aide de la violation CP dans $B \rightarrow \rho\pi$

New Physics Signals through CP Violation in $B \rightarrow \rho\pi$ [27]

Véronique Pagé

Compte-rendu de conférence

Conférence présentée dans le cadre de *MRST 2004 : From Quarks to Cosmology*,
Université Concordia, Montréal, 12 au 14 mai 2004.

Cet article, *New Physics Signals through CP Violation in $B \rightarrow \rho\pi$* , fait un bref rappel des notions présentées aux chapitres précédents avant de présenter la détection de la nouvelle physique dans $B \rightarrow \rho\pi$. Il s'agit d'un compte-rendu (*proceeding*) d'une présentation que j'ai faite à la conférence *MRST 2004 : From Quarks to Cosmology*, 12 au 14 mai 2004, à l'Université Concordia, à Montréal. J'ai écrit cet article, sous la supervision de David London ; tous les résultats présentés sont des résultats que j'ai obtenus.

New Physics Signals through CP Violation in $B \rightarrow \rho\pi$

Véronique Pagé ¹

Laboratoire René J.-A. Lévesque, Université de Montréal,
C.P. 6128, succ. centre-ville, Montréal, QC, Canada H3C 3J7.

We describe here a method for detecting physics beyond the standard model via CP violation in $B \rightarrow \rho\pi$ decays. Using a Dalitz-plot analysis to obtain α , along with an analytical extraction of the various tree (T) and penguin (P) amplitudes, we obtain a criterion for the absence of new physics (NP). This criterion involves the comparison of the measured $|P/T|$ ratio with its value as predicted by QCD factorization. We show that the detection of NP via this method has a good efficiency when compared with the corresponding technique using $B \rightarrow \pi\pi$ decays.

4.1 Introduction

In the Standard Model (SM), CP violation is due to a non-trivial complex phase in the quark mixing matrix, the CKM matrix. This phase is most often described using the unitarity triangle (Fig. 4-1). Here α , β and γ are the three weak phases that can cause amplitudes contributing to a given decay to interfere in such a way as to create CP violation in this decay [28].

There have been many ways suggested to measure these three phases, the ultimate

¹e-mail : XXXXXXXXXX

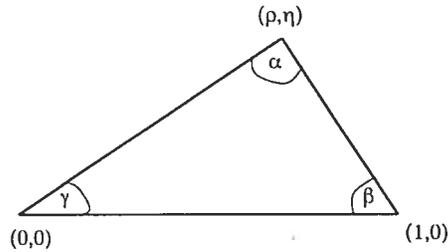


FIGURE 4-1: Unitarity triangle, with weak phases definitions

goal being to overconstrain the unitarity triangle in order to test the validity of the SM description of CP violation. Another way to try and test the SM is to look for a discrepancy between the SM predictions of CP violation in a given decay and the observed values. The method described here is of the latter type. We will review in the next section how $B \rightarrow \pi\pi$ has been used to date for both measuring α [17, 18] and detecting physics beyond the SM [19]. Since $B \rightarrow \pi\pi$ is not dominated by one amplitude, but involves both tree (T) and penguin (P) contributions (a situation referred to as *penguin pollution*), the indirect CP asymmetry does not lead directly to the determination of α . However, by using an isospin analysis of $B \rightarrow \pi\pi$ decays, [17], one can extract α through geometrical means (up to discrete ambiguities). Moreover, new physics (NP) detection is shown to be possible despite the so-called *CKM ambiguity* [25], but the technique loses some of its efficiency due to the discrete ambiguities on α .

The subsequent section will explain how $B \rightarrow \rho\pi$ can itself be used for NP detection through the same method used in $B \rightarrow \pi\pi$. Interestingly enough, a Dalitz plot analysis of

$B \rightarrow \pi\pi$ leads to an unambiguous determination of α . Thus, though quite challenging from the experimental point of view, $B \rightarrow \rho\pi$ is shown to be very efficient in the detection of NP.

4.2 $B \rightarrow \pi\pi$

4.2.1 $B \rightarrow \pi\pi$ without New Physics

The $B \rightarrow \pi\pi$ system includes three decays (and three CP-conjugate decays) : two neutral decays, $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ and $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$, and one charged, $B \rightarrow \pi^+\pi^0$. In general, the decays involve a T and a P contribution (see Fig. 4-2), so that all decay amplitudes take the form

$$A^i = T^i e^{-i\alpha} + P^i, \quad (4.1)$$

with $(i=+,-,00,+0)$. (The amplitudes have all been rescaled by $e^{i\beta}$ so as to remove the mixing phase, and A^{+0} has no P contribution.) Although one can measure indirect CP violation ($\text{Im}\lambda$) in the two neutral decays,

$$\text{Im}\lambda = \sin \frac{\bar{A}}{A} = \sin \left(\frac{T e^{i\alpha} + P}{T e^{-i\alpha} + P} \right), \quad (4.2)$$

these measurements *cannot* be related to α in a simple way. This is where isospin analysis [17] enters the scene. Decomposing all amplitudes and contributions in term of their isospin content, one obtains the two following *triangle relationships* :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} A^{+-} + A^{00} &= A^{+0}, \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{A}^{+-} + \bar{A}^{00} &= \bar{A}^{+0}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

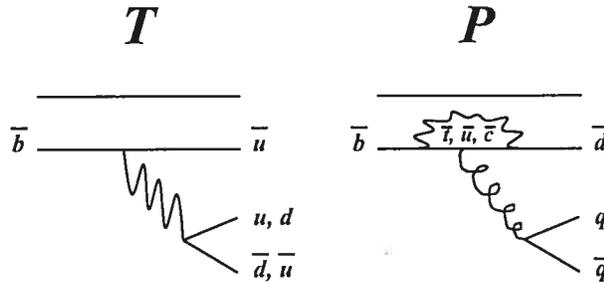


FIGURE 4-2: Tree and penguin amplitudes

That is, one sees that A^{+-} , A^{00} and A^{+0} form a triangle in isospin space (as do their CP-conjugate counterparts). 2α is then obtained through simple geometrical means. However, this resolution will give 2α up to an eightfold discrete ambiguity (see Fig. 4-3).

4.2.2 $B \rightarrow \pi\pi$ with New Physics

Let us now try and test the sensitivity of $B \rightarrow \pi\pi$ to New Physics (NP). It is expected that NP will affect principally flavor-changing neutral current (FCNC) diagrams [23, 24]. Thus both the box diagram of the $B^0 - \bar{B}^0$ mixing and the penguin diagram could be affected, each (in general) in a different way. This would in turn introduce a phase discrepancy between them. The amplitudes would now appear as :

$$A^i = T^i e^{-i\alpha} + P^i e^{-i\theta_{NP}} . \quad (4.4)$$

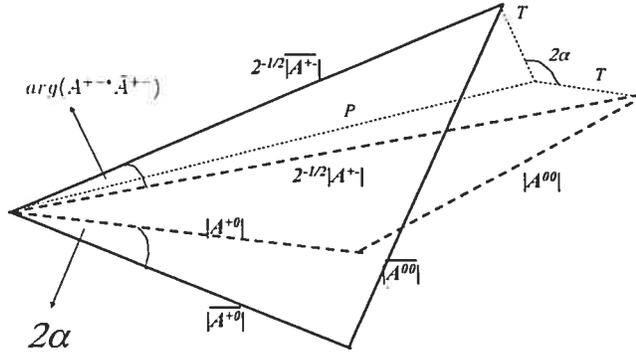


FIGURE 4-3: Isospin triangles. 2α appears at two places ; one (between the T diagrams of A^{+-} and \bar{A}^{+-}) would be difficult to obtain, while the other one is obtained through simple geometrical means.

Unfortunately, it has been shown [25] that it is fundamentally impossible to detect a penguin phase, due to the so-called *CKM ambiguity*. To remove this ambiguity, it is necessary to make an assumption about some hadronic parameters (or some combination of them). One can then detect the presence of θ_{NP} by comparing the theoretical SM prediction of this hadronic parameter with its measured value. This analysis was done recently [19]. The criterion obtained is as follows : if $\theta_{NP} = 0$, the observables respect

$$0.05 \leq \frac{1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2} \cos(2\alpha - 2\alpha_{eff})}{1 - \sqrt{1 - (a_{dir}^{+-})^2} \cos(2\alpha_{eff})} \leq 0.5, \quad (4.5)$$

where a_{dir}^{+-} and $2\alpha_{eff}$ are the direct and indirect CP asymmetries, respectively. If it is found experimentally that this inequality is not respected, it would indicate that $\theta_{NP} \neq 0$. The main experimental difficulty here is the large number of discrete ambiguities in the extraction of α from $B \rightarrow \pi\pi$ decays. NP detection with this channel would thus probably necessitate using α as obtained independently in some other decay.

4.3 $B \rightarrow \rho\pi$

$B \rightarrow \rho\pi$ decays offer on this subject an interesting alternative. The $B \rightarrow \rho\pi$ system contains five decays (and five CP-conjugate decays) : three neutral decays ($B^0 \rightarrow \rho^+\pi^-$, $B^0 \rightarrow \rho^-\pi^+$ and $B^0 \rightarrow \rho^0\pi^0$) and two charged ($B^+ \rightarrow \rho^+\pi^0$ and $B^+ \rightarrow \rho^0\pi^+$). All amplitudes receive both a tree and a penguin contribution :

$$S^i = T^i e^{-i\alpha} + P^i, \quad (4.6)$$

($i = +-, -+, 00, +0, 0+$ where the first superscript is for ρ and the second is for π). Again all amplitudes have been rescaled by $e^{i\beta}$. In this case too, then, we have penguin pollution. Although an isospin analysis would give a pentagon relationship, enabling one to solve geometrically for 2α , this resolution would be painfully plagued by discrete ambiguities. In this case, as explained in Ref. [22], it is the Dalitz-plot analysis of $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ that saves the day. Since all three neutral amplitudes contribute to $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (and all three neutral CP-conjugate amplitudes to $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0$), one can use the interference between them to obtain 2α unambiguously.

4.3.1 $B \rightarrow \rho\pi$ without New Physics

In the SM case, the Dalitz plot contains in fact enough information to ensure that one can solve for all theoretical parameters. We define for each decay a branching ratio :

$$B_i = \frac{1}{2}(|S_i|^2 + |\bar{S}_i|^2) \quad (4.7)$$

and a direct CP asymmetry :

$$a_i = \frac{|S_i|^2 - |\bar{S}_i|^2}{|S_i|^2 + |\bar{S}_i|^2}. \quad (4.8)$$

We also define an indirect CP asymmetry for the neutral decays :

$$2\alpha_{eff}^i = \text{Arg}(\bar{S}_i S_i^*) . \quad (4.9)$$

The Dalitz-plot analysis ensures that all theoretical parameters can in principle be expressed in terms of these observables. In particular, the penguin and tree amplitudes are solvable analytically. The results we obtain are as follows : for each decay, the ratio of the penguin to the tree amplitude is [29] :

$$r^i \equiv \left| \frac{P^i}{T^i} \right| = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\alpha)}{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos 2\alpha_{eff}^i}} . \quad (4.10)$$

This expression is the same for the two charged decays, with $2\alpha_{eff}^i$ put to zero. The ratio is expressed in terms not only of observables, but also of 2α ; one can simply use for this the value obtained through the Dalitz-plot analysis of the $B \rightarrow \rho\pi$ system.

4.3.2 $B \rightarrow \rho\pi$ with New Physics

Let us now add new physics in the FCNC, just as in the $B \rightarrow \pi\pi$ channel. The amplitudes are modified to :

$$S^i = T^i e^{-i\alpha} + P^i e^{-i\theta_{NP}} . \quad (4.11)$$

Just as in the case of $B \rightarrow \pi\pi$, the CKM ambiguity causes θ_{NP} to be impossible to measure. However, here too we can remove the CKM ambiguity by making an assumption about hadronic parameters. We are still able to solve for each penguin-to-tree ratio analytically :

$$r^i = \left| \frac{P^i}{T^i} \right| = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\alpha)}{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\theta_{NP})}} . \quad (4.12)$$

One question one can ask is whether there are hidden contributions of θ_{NP} in these expressions. Since up to now we've used the Dalitz plot to obtain 2α , we have to make sure that this analysis still allows its determination if $\theta_{NP} \neq 0$. The point is that all penguins have been affected in the same way, so that the interference between the neutral decays that allowed the extraction of 2α is left unchanged. Thus, with or without NP, the Dalitz-plot analysis of $B \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0$ gives 2α unambiguously.

Eq. (4.12) then stands as a testing ground for the presence of new physics. Given the SM prediction of one (or some) of the ratios, we could compare it with its measured value [as given by Eq. (4.10)] and decide whether it is compatible with $\theta_{NP} = 0$.

A SM computation of r^{+-} and r^{-+} has recently been made within the framework of QCD factorization [30]. The results are as follows :

$$\begin{aligned} r^{+-} &= 0.10^{+0.06}_{-0.04}, \\ r^{-+} &= 0.10^{+0.09}_{-0.05}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

However, as we want to test for the presence of NP and not the accuracy of QCD factorization (or, for instance, our assumption of no electroweak penguins), we must be as conservative as possible regarding the ranges used to compare with data. The above ranges are therefore enlarged to include potential underestimate of errors. Our criterion for the absence of NP will then be :

$$0.05 < r^i < 0.25. \quad (4.14)$$

or, in terms of observables,

$$0.05 < \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2 \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\alpha)}}{1 - \sqrt{1 - a_i^2 \cos 2\alpha_{eff}^i}}} < 0.25 \quad (4.15)$$

for $i = +-, -+$.

4.3.3 Sensitivity to NP

The last question we want to consider is how restrictive our criterion is. If it happened, for instance, that for every fixed value of 2α , there existed for most values of a_i a value of $2\alpha_{eff}^i$ such that Eq. (4.15) is satisfied, then our criterion would effectively be useless. We must therefore test the restrictiveness of Eq. (4.15).

We first suppose 2α to be known unambiguously within a certain range (so as to account for experimental errors in measurements). We then generate randomly-chosen pairs of observables $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$, and finally test whether each of these simulated experimental “results” would give a value of r^i that would fit inside the range of Eq. (4.14). We consider two ranges of values for 2α : (a) $120^\circ \leq 2\alpha \leq 135^\circ$ and (b) $165^\circ \leq 2\alpha \leq 180^\circ$. We also consider the case where the full Dalitz-plot analysis is not available, but only $\sin 2\alpha$ is measured. In this case, 2α is known up to a two-fold ambiguity. Our results are shown in Fig. 4-4. The darkened regions in $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$ parameter-space are consistent with the SM prediction, so that NP is present everywhere in the white regions. Should 2α be known unambiguously, only the right-hand dark region remains, leaving even more space for NP.

We therefore see that the analysis of $B \rightarrow \rho\pi$ decays can be used to detect NP, should it be present. Moreover, only the $\pi^+\pi^-\pi^0$ final state is necessary to obtain 2α – it is not necessary to consider final states with two neutral pions. This is an advantage compared to the detection of NP using $B \rightarrow \pi\pi$ decays, since the full isospin analysis does require the two- π^0 final state. In addition, since the P/T ratios are expected to be smaller in $B \rightarrow \rho\pi$ than in $B \rightarrow \pi\pi$, the SM-consistent regions are also smaller in the $B \rightarrow \rho\pi$ channel than in the $B \rightarrow \pi\pi$ channel.

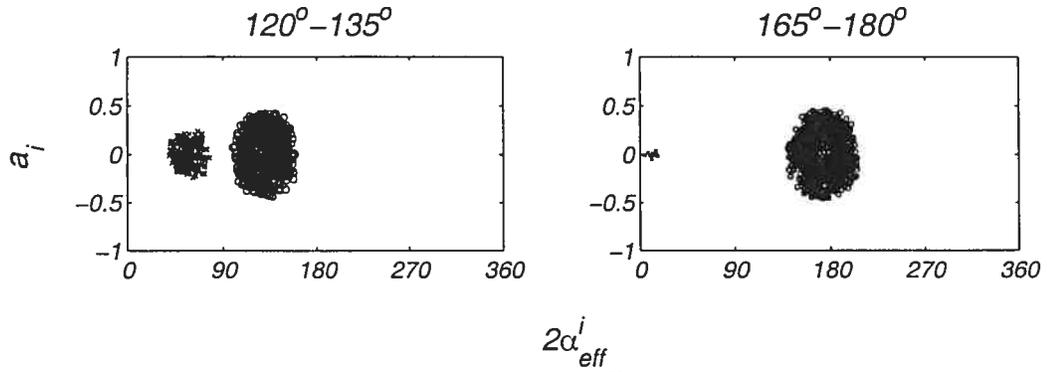


FIGURE 4-4: Regions in $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$ ($i = +-, -+$) parameter space consistent with the actual (conservative) QCD factorization prediction on $|P^i/T^i|$. 2α is assumed to be known up to a 2-fold ambiguity ; should it be obtained unambiguously, only the left-hand region would remain.

4.4 Conclusion

To summarize, $B \rightarrow \rho\pi$ decays can be used to detect a discrepancy between the phase of the mixing diagram and the phase of the penguin diagram. Should such a discrepancy be detected, it would be a clear signal of physics beyond the Standard Model. To carry out this method, it is necessary to make a conservative assumption about some hadronic parameters. QCD factorization provides us with a prediction of $|P^i/T^i|$, $i = +-, -+$. The region in $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$ parameter space consistent with this prediction is relatively small. $B \rightarrow \rho\pi$ is therefore an particularly useful decay channel to use for the detection of new physics.

Acknowledgments

I thank D. London for help throughout this work. This work was financially supported by NSERC of Canada.

Chapitre 5

Violation CP dans $B \rightarrow \rho\pi$: signaux de nouvelle physique

CP violation in $B \rightarrow \rho\pi$: New physics signals [29]

Véronique Pagé et David London

Article publié dans Physical Review D 70, 017501, 2004.

Le second article, *CP violation in $B \rightarrow \rho\pi$: New physics signals*, présente en profondeur la méthode de détection de même que l'efficacité de $B \rightarrow \rho\pi$ pour la détection de nouvelle physique. Cet article, dont je suis premier auteur, a été écrit conjointement par David London et moi-même, à partir de résultats que j'ai obtenus.

CP Violation in $B \rightarrow \rho\pi$: New Physics Signals

Véronique Pagé ¹

Laboratoire René J.-A. Lévesque, Université de Montréal,
C.P. 6128, succ. centre-ville, Montréal, QC, Canada H3C 3J7.

David London ²

Physics Department, McGill University
3600 University St., Montréal QC, Canada H3A 2T8 ;
Laboratoire René J.-A. Lévesque, Université de Montréal
C.P. 6128, succ. centre-ville, Montréal, QC, Canada H3C 3J7

A Dalitz-plot analysis of $B_d^0(t) \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ decays allows one to obtain the CP-violating phase α . In addition, one can extract the various tree (T) and penguin (P) amplitudes contributing to these decays. By comparing the measured value of $|P/T|$ with the theoretical prediction, one can detect the presence of physics beyond the standard model.

A great many methods have been proposed for obtaining information about the CP phases α , β and γ of the unitarity triangle [31]. Almost all of these involve CP-violating asymmetries in hadronic B decays [32]. The aim is to test the standard model (SM) explanation of CP violation, and hopefully find evidence for physics beyond the SM.

The cleanest methods (i.e. those in which the theoretical hadronic uncertainties are very small) involve B decays which are dominated by a single amplitude, such as $B_d^0(t) \rightarrow J/\psi K_S$. However, many decays receive contributions from both tree and penguin

_____ :

diagrams with different weak phases [13], [14], [15], [16]. A-priori, one would think that one cannot obtain clean phase information from such decays. Fortunately, techniques have been developed for removing the unwanted “penguin pollution.” For example, an isospin analysis of $B \rightarrow \pi\pi$ decays allows one to remove this contamination and obtain $\sin 2\alpha$ cleanly [17], albeit with discrete ambiguities.

In fact, this isospin analysis gives us even more information. In particular, one can also obtain the magnitudes and relative phases of the tree (T) and penguin (P) amplitudes in $B_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ [18]. It is therefore possible to compare the experimental value of $|P/T|$ with that predicted by theory. If a significant discrepancy is observed, it would signal new physics [19].

An alternative technique for obtaining α involves $B \rightarrow \rho\pi$ decays. By performing a Dalitz-plot analysis of $B_d^0(t) \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ decays, one can remove the penguin contributions from $B \rightarrow \rho\pi$ decays and obtain α [22]. Compared to $B \rightarrow \pi\pi$, the advantage of this method is that it is possible to extract both $\sin 2\alpha$ and $\cos 2\alpha$, so that one obtains 2α with no discrete ambiguity. Another advantage is that it is not necessary to measure processes involving two final-state π^0 mesons. The disadvantage of this method is that one must understand the continuum background to such decays with considerable accuracy, as well as the correct description of $\rho \rightarrow \pi\pi$ decays, and these may be difficult.

Here too there is enough information to obtain the magnitudes and relative phases of the tree and penguin amplitudes. Thus, one can measure $|P/T|$ in $B \rightarrow \rho\pi$. As in $B \rightarrow \pi\pi$, a comparison of this ratio with the theoretical prediction can reveal the presence of new physics. In this paper we perform such an analysis. As we will show, the $B \rightarrow \rho\pi$ method has two advantages compared to $B \rightarrow \pi\pi$ for searching for physics beyond the SM in this way. First, the fact that there is no discrete ambiguity in 2α improves the prospects for finding new physics. Second, the $|P/T|$ ratio is expected to be smaller than

in $B \rightarrow \pi\pi$, which makes it easier to see a new-physics signal, should it be present.

We begin with a brief review of the $B \rightarrow \rho\pi$ Dalitz-plot analysis within the SM [22]. There are five $B \rightarrow \rho\pi$ amplitudes which satisfy a pentagon isospin relation. All amplitudes receive contributions from both tree and $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ penguin amplitudes. The tree amplitude is proportional to $V_{ub}^*V_{ud}$, while the penguin amplitude has contributions from internal u , c and t quarks, proportional to $V_{ub}^*V_{ud}$, $V_{cb}^*V_{cd}$ and $V_{tb}^*V_{td}$, respectively. Using the unitarity of the CKM matrix, $V_{td}^*V_{tb} + V_{cd}^*V_{cb} + V_{ud}^*V_{ub} = 0$, we can eliminate the c -quark contribution. Furthermore, the piece proportional to $V_{ub}^*V_{ud}$ can be absorbed into the tree amplitude. Thus, the penguin amplitude includes only the piece proportional to $V_{td}^*V_{tb}$. It is convenient to rescale the amplitudes by $e^{i\beta}$, leading to the following expressions for the amplitudes :

$$\begin{aligned}
 S_{+0} &\equiv e^{i\beta}\sqrt{2}A(B^+ \rightarrow \rho^+\pi^0) = T^{+0}e^{-i\alpha} + P^{+0}, \\
 S_{0+} &\equiv e^{i\beta}\sqrt{2}A(B^+ \rightarrow \rho^0\pi^+) = T^{0+}e^{-i\alpha} + P^{0+}, \\
 S_{+-} &\equiv e^{i\beta}A(B^0 \rightarrow \rho^+\pi^-) = T^{+-}e^{-i\alpha} + P^{+-}, \\
 S_{-+} &\equiv e^{i\beta}A(B^0 \rightarrow \rho^-\pi^+) = T^{-+}e^{-i\alpha} + P^{-+}, \\
 S_{00} &\equiv e^{i\beta}2A(B^0 \rightarrow \rho^0\pi^0) = S_{+0} + S_{0+} - S_{+-} - S_{-+},
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

where $P^{0+} = -P^{+0}$. In the above we have explicitly written the weak phase α , while the T_i and the P_i include strong phases. (Throughout the paper, we use the subscript ‘ i ’ to denote all of the $\rho\pi$ charge combinations : $i = +0, 0+, +-, -+, 00$.) The corresponding amplitudes for the CP-conjugate processes, \bar{S}_i , are obtained by changing the signs of the weak phases.

The key point is that all of the neutral $B_d^0 \rightarrow \rho\pi$ amplitudes contribute to $B_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. We can therefore write

$$A(B_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = f^+S_{+-} + f^-S_{-+} + f^0S_{00}/2, \tag{5.2}$$

where the f^i are the kinematic distribution functions for the pions produced in the decay of the ρ^i . The \overline{B}_d^0 mesons can decay to the same final state :

$$A(\overline{B}_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = f^-\overline{S}_{+-} + f^+\overline{S}_{-+} + f^0\overline{S}_{00}/2. \quad (5.3)$$

The time-dependent measurement of the Dalitz plot for $B_d^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ then allows one to extract the magnitudes and relative phases of each of the f^i , S_{ij} and \overline{S}_{ij} in Eqs. (5.2) and (5.3) [22]. By taking the ratio of the relations

$$\begin{aligned} S_{+-} + S_{-+} + S_{00} &= (T^{+0} + T^{0+})e^{-i\alpha}, \\ \overline{S}_{+-} + \overline{S}_{-+} + \overline{S}_{00} &= (T^{+0} + T^{0+})e^{i\alpha}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

one obtains $e^{-2i\alpha}$. We therefore see that, using this method, the CP phase 2α can be extracted with no ambiguity.

It is also possible to obtain the tree and penguin contributions to the amplitudes in Eq. (5.1). We define the following observables :

$$\begin{aligned} B_i &\equiv \frac{1}{2}(|A_i|^2 + |\overline{A}_i|^2), \\ a_i &\equiv \frac{|S_i|^2 - |\overline{S}_i|^2}{|S_i|^2 + |\overline{S}_i|^2}, \\ 2\alpha_{eff}^i &\equiv \text{Arg}(\overline{S}_i S_i^*). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Here B_i , a_i and $2\alpha_{eff}^i$ are, respectively, the branching ratio, direct CP asymmetry, and measure of indirect CP violation for each decay. We remark that each of $2\alpha_{eff}^{+0}$ and $2\alpha_{eff}^{0+}$ are automatically zero since they involve charged B decays. (Note : the indirect CP asymmetry is usually written with an explicit mixing phase $q/p = e^{-2i\beta}$. This phase is removed when one rescales the amplitudes by $e^{i\beta}$ as in Eq. (5.1).) We have

$$\begin{aligned} S_i - \overline{S}_i &= -2i \sin \alpha T_i, \\ S_i e^{i\alpha} - \overline{S}_i e^{-i\alpha} &= -2i \sin \alpha P_i. \end{aligned} \quad (5.6)$$

It is then straightforward to obtain $|T_i|^2$ and $|P_i|^2$:

$$\begin{aligned} |T_i|^2 &= R_i \frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos 2\alpha_{eff}^i}{1 - \cos 2\alpha} , \\ |P_i|^2 &= R_i \frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\alpha)}{1 - \cos 2\alpha} . \end{aligned} \quad (5.7)$$

where

$$R_i \equiv \frac{(|S_i|^2 + |\bar{S}_i|^2)}{2} . \quad (5.8)$$

Note that R_i is proportional to B_i [Eq. (5.5)]. The proportionality constant depends on which decay is being considered, see Eq. (5.1).

Suppose now that there is physics beyond the SM. If present, it will affect mainly $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ mixing and/or the $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ penguin amplitude. In the SM, the weak phase of $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ mixing (β) is equal to that of the t -quark contribution to the $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ penguin. This is reflected in the fact that the weak phase multiplying the term P_i in Eq. (5.1) is zero. If new physics is present, these two weak phases may be different. One can take this possibility into account by including a new-physics phase θ_{NP} in the $B \rightarrow \rho\pi$ amplitudes :

$$\begin{aligned} S_{+0} &= T^{+0} e^{-i\alpha} + P^{+0} e^{-i\theta_{NP}} , \\ S_{0+} &= T^{0+} e^{-i\alpha} + P^{0+} e^{-i\theta_{NP}} , \\ S_{+-} &= T^{+-} e^{-i\alpha} + P^{+-} e^{-i\theta_{NP}} , \\ S_{-+} &= T^{-+} e^{-i\alpha} + P^{-+} e^{-i\theta_{NP}} , \\ S_{00} &= S_{+0} + S_{0+} - S_{+-} - S_{-+} . \end{aligned} \quad (5.9)$$

The extraction of α is unchanged by the presence of the new-physics parameter θ_{NP} (though its value may include new contributions to $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ mixing). However, the expressions for T_i and P_i are modified. We now have

$$\begin{aligned} S_i e^{i\theta_{NP}} - \bar{S}_i e^{-i\theta_{NP}} &= -2i \sin(\alpha - \theta_{NP}) T_i , \\ S_i e^{i\alpha} - \bar{S}_i e^{-i\alpha} &= -2i \sin(\alpha - \theta_{NP}) P_i , \end{aligned} \quad (5.10)$$

so that

$$\begin{aligned}
 |T_i|^2 &= R_i \frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\theta_{NP})}{1 - \cos(2\alpha - 2\theta_{NP})}, \\
 |P_i|^2 &= R_i \frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\alpha)}{1 - \cos(2\alpha - 2\theta_{NP})}.
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

The expressions for the T_i and P_i are therefore altered in the presence of new physics. Thus, by comparing the measured value of a particular $|P/T|$ with that predicted by theory (within the SM), we can detect the presence of a nonzero θ_{NP} . (It is also possible for new physics to affect the magnitudes of the T_i and P_i . This possibility is implicitly included in our method.)

The first step is therefore to evaluate the theoretical value of $|P/T|$. However, there are many $|P/T|$ ratios that can be considered. We concentrate only on the (color-allowed) neutral decays $B_d^0 \rightarrow \rho^\pm \pi^\mp$. There are several reasons for this. First, the Dalitz plots for the charged B decays are much more difficult to obtain since they require the detection of two π^0 's. Second, the branching ratio for the color-suppressed decay $B_d^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0$ is expected to be quite a bit smaller than those of $B_d^0 \rightarrow \rho^\pm \pi^\mp$. Finally, below we will use QCD factorization to estimate the theoretical size of the $|P/T|$ ratios, and nonfactorizable effects are expected to be small for color-allowed decays.

The value of $|P/T|$ for $B_d^0 \rightarrow \rho^\pm \pi^\mp$ has been calculated in the literature. In Refs. [10, 33], this was done using naive factorization and including only the t -quark contribution to the $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ penguin. A more recent computation has been done by Beneke and Neubert [30] in the context of QCD factorization [34]. Since QCD factorization is a state-of-the-art framework, using expansions in $1/m_b$ and α_s , we will follow this approach. (It should be noted, however, that the $|P/T|$ ranges given in Refs. [10, 33] and [30] are quite similar.)

We define

$$r^{+-} \equiv \left| \frac{P^{+-}}{T^{+-}} \right|, \quad r^{-+} \equiv \left| \frac{P^{-+}}{T^{-+}} \right|. \quad (5.12)$$

Ref. [30] gives

$$r^{+-} = 0.10_{-0.04}^{+0.06}, \quad r^{-+} = 0.10_{-0.05}^{+0.09}. \quad (5.13)$$

The errors come principally from three sources : the values of $|V_{ub}|$ and m_s , and the size of weak annihilation effects. Note that the two ratios are determined by very different dynamics, so that their near equality is a numerical accident.

It is now necessary to decide on the numerical ranges to use for r^{+-} and r^{-+} in the analysis. Since the goal is to search for physics beyond the SM, it is important to be as conservative as possible. With this in mind, we will take the theoretical ranges for r^{+-} and r^{-+} within the SM to be

$$0.05 < r^{+-} < 0.25, \quad 0.05 < r^{-+} < 0.25. \quad (5.14)$$

The above ranges are larger than those given in Eq. (5.13), particularly on the upper side. We note that QCD factorization cannot account for the observed $B \rightarrow \pi\pi$ and $B \rightarrow \rho\pi$ branching ratios [30]. Assuming no new physics — and the analysis of this paper can be used to test for such effects — there must be some contribution which is larger than its QCD factorization value. The enlarged ranges of Eq. (5.14) take this into account, as well as potential underestimates of factorizable errors (e.g. electroweak-penguin effects) and nonfactorizable effects. With the ranges of Eq. (5.14), a significant discrepancy between the measured value of $|P/T|$ and its SM prediction will clearly be a sign of new physics. That is, within the SM, we expect

$$0.05 < \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\alpha)}{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos 2\alpha_{eff}^i}} < 0.25, \quad (5.15)$$

for $i = +- , -+$. If it is found that the observables do not respect this inequality, this points to the presence of physics beyond the SM.

We note in passing that, while the $|P/T|$ range in $B \rightarrow \rho\pi$ is $\sim 10\%$, in $B \rightarrow \pi\pi$ it is expected to be $\sim 20\text{--}30\%$ [19, 26, 30]. We therefore conclude that the penguin pollution is likely to be more significant in $B \rightarrow \pi\pi$ [33]. Thus, if new physics is present, it will be easier to detect in $B \rightarrow \rho\pi$.

As noted earlier, the CP phase 2α can be extracted from the $B \rightarrow \rho\pi$ method. However, this is not easy experimentally. In our analysis we therefore consider the possibility that only $\sin 2\alpha$ is measured (in which case one obtains 2α with a twofold ambiguity), as well as the case where 2α is known without ambiguity. In both scenarios, we consider two possible ranges for 2α : (i) $120^\circ \leq 2\alpha \leq 135^\circ$, (ii) $165^\circ \leq 2\alpha \leq 180^\circ$, which can be considered to take into account the experimental errors in the measurements.

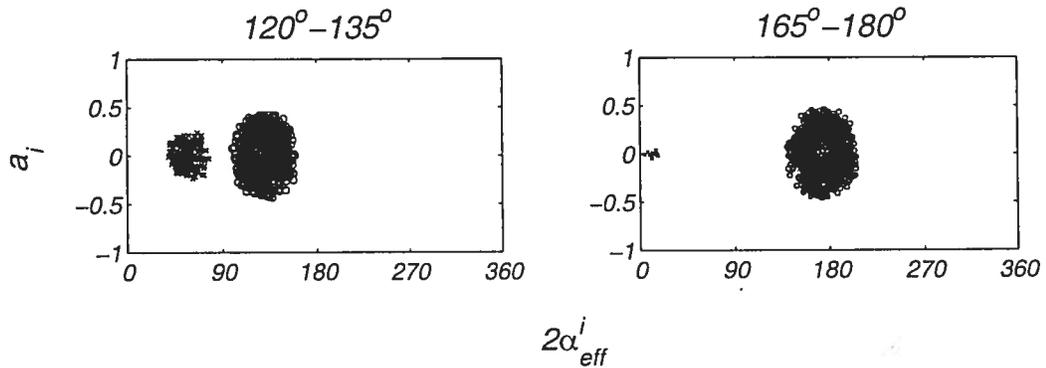


FIGURE 5-1: Regions in $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$ ($i = +-, -+$) parameter space consistent with the actual (conservative) QCD factorization prediction on $|P^i/T^i|$. 2α is assumed to be known up to a 2-fold ambiguity ; should it be obtained unambiguously, only the left-hand region would remain.

Our results are shown in Fig. 5-1. We consider the two ranges for 2α given above. For each of these ranges, Fig. 5-1 shows the (correlated) allowed values of $2\alpha_{eff}^i$ and a_i ($i = +-, -+$) that are consistent, within the SM, with the assumed range for 2α and the theoretical range for $|P^i/T^i|$ [Eq. (5.14)]. If only $\sin 2\alpha$ has been measured, then, for a given range of 2α , both regions in Fig. 5-1 are allowed. If $\cos 2\alpha$ can also be measured, then the left-hand region can be removed. In either of these scenarios, if the measured

values of the observables do not lie within the SM region, this means that new physics — i.e. a nonzero θ_{NP} — is present. As can be seen from Fig. 5-1, the new-physics region is quite large, so that we have a good chance of detecting the new physics via this method, should it be present.

If no signal for new physics is detected, one can place an upper limit on the value of θ_{NP} via

$$0.05 < \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\alpha)}{1 - \sqrt{1 - a_i^2} \cos(2\alpha_{eff}^i - 2\theta_{NP})}} < 0.25 . \quad (5.16)$$

To summarize, the measurement of the Dalitz plot of $B_d^0(t) \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ decays allows one to cleanly extract the CP-violating phase 2α , with no discrete ambiguity. One can also obtain the individual tree (T) and penguin (P) amplitudes in these decays. By comparing the measured value of a particular $|P/T|$ ratio with that predicted by theory, one can detect the presence of physics beyond the standard model. From both a theoretical and experimental point of view, the best $|P/T|$ ratios are those for $B_d^0 \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp$. The conservative ranges for these ratios are taken to be $0.05 < |P^i/T^i| < 0.25$ ($i = +-, -+$). The region in $(2\alpha_{eff}^i, a_i)$ parameter space ($2\alpha_{eff}^i$ and a_i are, respectively, the measured indirect and direct CP asymmetries) which corresponds to this range of $|P^i/T^i|$ is relatively small. This therefore provides a good way of detecting the presence of new physics.

We thank S. Hikspoors for collaboration in the initial stages of this project and A. Höcker for helpful communications. This work was financially supported by NSERC of Canada.

Conclusion

Quarante ans après sa toute première observation, la violation CP continue d'intriguer les chercheurs en physique des hautes énergies. Plus encore, une véritable *explication* du phénomène reste toujours à découvrir. Si la description proposée dans le MS s'avère fondée et que l'on considère acquis que la violation CP découle de la phase de la matrice de mélange des quarks, alors il sera nécessaire de comprendre l'origine même de la masse des quarks [7]. Malgré tout le travail déjà accompli, la tâche reste encore imposante.

Cependant, si on a longtemps cru que la nouvelle physique dans les B , piste probable vers une meilleure compréhension de la violation CP, ne pourrait être observée que dans la prochaine génération d'accélérateurs, les études comme celles présentées ici ramènent l'espoir d'une détection prochaine de cette nouvelle physique, dut-elle être présente. Si une mesure de nouvelle physique dans le courant neutre changeant de saveur $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$ est fondamentalement impossible dans $B \rightarrow \rho\pi$, sa détection, on l'a montré est non seulement possible mais relativement efficace. Elle bénéficie en effet de l'absence d'ambiguïté discrète sur 2α tel qu'obtenu avec une analyse Dalitz. Plus encore, si cette analyse ne pouvait être effectuée complètement, elle laisserait alors une ambiguïté double sur 2α , qui n'entacherait toujours pas l'efficacité de détection de $B \rightarrow \rho\pi$. Les figures présentées en fin d'analyse montrent clairement cette efficacité.

D'autres études de détection ou de mesure de nouvelle physique dans les désintégrations de B avant l'arrivée des nouveaux accélérateurs sont en cours (voir par exemple [35], [36]) et certaines analyses récentes ne peuvent écarter la possibilité d'une pré-

